



HAL
open science

Interférométrie Atomique : des Sources d'Atomes Refroidies aux Lasers à Atomes

Philippe Bouyer

► **To cite this version:**

Philippe Bouyer. Interférométrie Atomique : des Sources d'Atomes Refroidies aux Lasers à Atomes. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2005. tel-00010465v2

HAL Id: tel-00010465

<https://theses.hal.science/tel-00010465v2>

Submitted on 17 Oct 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

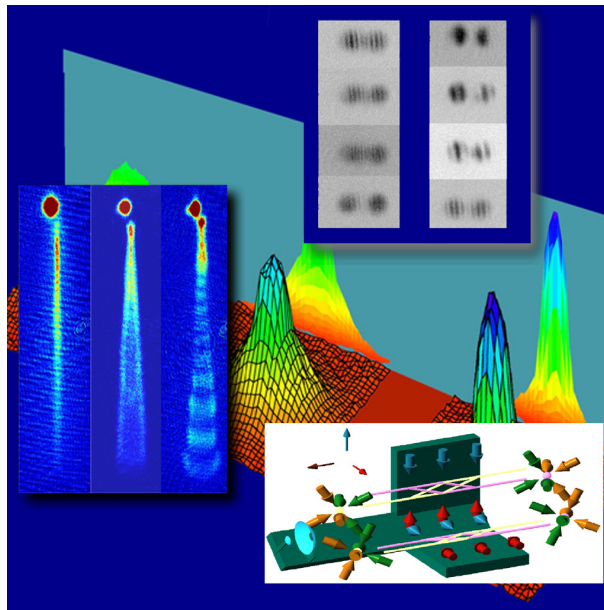
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES

présentée par

Philippe Bouyer

INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUE :
DES SOURCES D'ATOMES REFROIDIES
AUX LASERS À ATOMES



Jury composé de :

M. K. SENGSTOCK	Rapporteur
M. J. VIGUÉ	Rapporteur
M. M. INGUSCIO	Rapporteur
M. P. PILLET	Examineur
M. C. BORDÉ	Examineur
M. C. SALOMON	Examineur
M. A. ASPECT	Membre Invité

Résumé

Ce document décrit l'ensemble des travaux scientifiques effectués entre 1995 et 2004 aux États-Unis puis en France. L'ensemble de ces travaux s'articule autour du thème central de l'optique et de l'interférométrie atomique, un domaine de la physique atomique qui a connu deux tournants spectaculaires qui ont été majeurs pour cette thématique : l'aboutissement des techniques sophistiquées de refroidissement des atomes par laser permettant une "collimation" des faisceaux atomiques et la réalisation en 1995 du premier condensat de Bose-Einstein d'alcalins, précurseur du laser à atomes, source cohérente à haute luminance. Tous ces travaux ont nécessité l'élaboration de nombreux dispositifs expérimentaux. Ils ont d'une part abouti à la réalisation de trois senseurs inertiels atomiques de haute performance : un gyromètre à jet atomique collimaté, un gradiomètre à atomes froids, une base inertielle à atomes refroidis par laser. D'autre part, ils ont permis de développer deux sources atomiques cohérentes d'un modèle nouveau sur lesquelles un grand nombre de résultats sur la nature profonde des condensats de Bose-Einstein ont pu être obtenus. Ce manuscrit est organisé en 5 chapitres permettant d'aborder progressivement la problématique des senseurs inertiels atomiques (essentiellement à source refroidie non cohérente), les propriétés fondamentales de la condensation de Bose-Einstein, la production de laser à atomes, les propriétés de cohérence des sources atomiques dégénérées et enfin les perspectives qu'ouvrent les lasers à atomes pour l'interférométrie atomique.

Le chapitre 2 aborde d'abord d'une manière assez générale la manipulation des paquets d'ondes atomiques par la lumière et leur application à l'interférométrie atomique. Bien que principalement orienté sur les séparatrices à faisceaux Raman utilisées lors des travaux expérimentaux réalisés à Stanford dans le groupe de M. Kasevich, une revue de détail de la physique de cette manipulation des paquets d'ondes est très utile puisque nous verrons dans le chapitre 5 que le principe de cette manipulation est équivalent à l'outil d'optique atomique utilisé pour manipuler de manière cohérente le condensat. Ce chapitre continue par une revue des différents senseurs inertiels développés à l'aide de ces techniques : un gravimètre réalisé initialement par le groupe de S. Chu, ainsi qu'un gradiomètre et un gyromètre pour lequel j'ai contribué au sein du groupe de M. Kasevich. Enfin, ce chapitre se termine par une revue de détail des deux gyromètres atomiques sur lesquels j'ai travaillé, le gyromètre à jet collimaté de Stanford, et le Gyromètre à Ondes de Matière (atomes froids), fruit de la collaboration entre le SYRTE (A. Landragin, A. Clairon et N. Dimarq), le LCFIO (moi-même), le LKB (C. Salomon) et le LPL (C. Bordé) avec le soutien de la DGA et la par-

ticipation de SAGEM. Le chapitre 3 va permettre d'introduire le concept d'onde de matière cohérente qui constituera le cœur du reste du document. Ce chapitre permettra d'introduire les concepts de base de la condensation de Bose-Einstein et les contraintes expérimentales pour atteindre ce régime quantique dégénéré avec des alcalins. Il permettra aussi d'introduire le concept original développé dans notre groupe, qui vise à utiliser un électroaimant à cœur ferromagnétique, fruit d'une collaboration avec le LeSIR (M. Lécivain) pour produire des champs magnétiques intenses. Diverses versions plus ou moins évoluées de ce concept ont été et sont toujours utilisées sur les deux montages expérimentaux que j'utilise au sein du groupe d'optique atomique. Ce chapitre se termine sur une revue complète des résultats expérimentaux obtenus sur le premier montage de condensation démarré à mon arrivée dans le groupe en 1996 (le condensat ayant été obtenu en 1998), permettant d'une part de mettre en évidence certaines limitations fondamentales à la technique de refroidissement évaporatif en champ magnétique intense, et d'autre part d'indiquer le rôle prépondérant des phénomènes d'interaction entre atomes sur les propriétés thermodynamiques. Le chapitre 4 aborde plus spécifiquement le problème de l'extraction d'un faisceau atomique cohérent de la cavité atomique où est obtenu le condensat. Après une brève présentation du modèle théorique développé dans notre groupe, ainsi qu'une revue des contraintes expérimentales liées à cette application, les résultats expérimentaux obtenus sur la propagation du laser à atomes continu ou pulsé sont indiqués. Ces expériences ont en particulier permis de faire un lien entre les lasers à atomes et les lasers optiques, par exemple en montrant qu'un formalisme similaire à ceux de l'optique gaussienne, les matrices ABCD, permettait d'analyser en détail la propagation d'une onde de matière. Le chapitre 5 aborde une des dernières expériences menée au sein du groupe et qui visait à utiliser un outil d'optique atomique, un réseau de diffraction, pour étudier précisément les propriétés de cohérence de la source atomique dégénérée. Ce projet tire profit du savoir-faire exposé dans le chapitre 2 mais est aussi un précurseur des futures expériences d'interférométrie atomique avec des sources cohérentes. La mesure de la longueur de cohérence effectuée avec cet outil, que ce soit sous la forme d'une spectroscopie de "longueur d'onde" ou d'un interféromètre, a permis de montrer qu'une fois de plus les propriétés du condensat de Bose-Einstein pouvaient être loin d'idéales. Ces premiers résultats aboutissent naturellement à une expérience pour étudier l'apparition de la cohérence au seuil de la condensation de Bose-Einstein, un problème encore peu ou pas abordé, tant expérimentalement que théoriquement. Le document se termine sur quelques perspectives ouvertes par les sources cohérentes pour l'interférométrie atomique. Deux aspects sont en particulier abordés : la possibilité de faire de l'optique atomique "quantique" avec un condensat pour, en particulier, atteindre une limite de bruit de détection inférieur au bruit de projection quantique et l'utilisation éventuelle des sources cohérentes dans des interféromètres à grand temps d'interrogation, essentiellement destinés à des expériences en microgravité.

Ce document est d'abord une synthèse des travaux mentionnés ci-dessus. Le lecteur souhaitant en savoir davantage trouvera des descriptions détaillées dans les publications citées

ainsi que dans les mémoires de thèse de B. Desruelles, V. Boyer, G. Dellanoy, Y. Le Coq, F. Gerbier et S. Richard que j'ai directement encadrés, ainsi que le travail de thèse de D. Holleville et J. Fils pour le gyromètre atomique que j'ai suivi de près. Toutefois, certains aspects, essentiellement abordés au dernier chapitre, relèvent plus de la prospective et des projets en cours, et il s'agit donc de travaux loin d'être complètement aboutis.

Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont le fruit de nombreuses collaborations avec plusieurs chercheurs français et internationaux. Il est difficile en quelques lignes de les remercier tous, et je prie d'avance tous ceux que je ne pourrai citer de bien vouloir m'en excuser.

Jacques Vigué, Klaus Sengstock et Massimo Inguscio ont eu la gentillesse d'accepter de rapporter ce mémoire. J'ai beaucoup apprécié leurs remarques et commentaires, et j'ai été touché par leurs marques d'intérêt pour mon travail. Merci également à Christian Bordé, Christophe Salomon et Pierre Pillet d'avoir accepté de participer à mon jury.

Mon travail de thèse a été réalisé au laboratoire Kastler-Brossel de l'École Normale Supérieure à Paris (France). J'ai eu la chance d'y travailler avec les chercheurs exceptionnels que sont Claude-Cohen Tannoudji, Jean Dalibard et surtout Christophe Salomon qui a été mon directeur de thèse. Leur enthousiasme et leur créativité sont certainement pour beaucoup dans ma volonté de poursuivre une carrière dans la recherche. Je me rappelle d'ailleurs qu'au moment de m'engager auprès de Christophe, Nathalie Westbrook, au détour d'un couloir de Sup'Optique m'avait prévenu que je prenais le « risque » d'être définitivement contaminé par la recherche après un mon passage au LKB. Mes travaux de thèse m'ont aussi donné l'occasion de partager les moments privilégiés que sont les instants où les signaux tant recherchés apparaissent soudain à l'écran de l'oscilloscope avec Carl Aminoff, Pierre Desbiolles, Andrew Steane, Pierre Lemonde et Maxime Dahan. J'ai eu aussi la chance, pendant cette période, de collaborer avec Rudi Grimm, Johannes Söding, Andrea Fioretti et Yuri Ovchinnikov sur l'étude des forces rectifiées. Je garde toujours un très bon souvenir de ces quelques semaines passées à Heidelberg, ainsi que du voyage dans la R11 de Christophe avec la manip dans le coffre.

J'ai eu ensuite la chance de rejoindre l'équipe de Mark Kasevich à l'université de Stanford. Je le remercie de m'avoir accueilli et de m'avoir très rapidement laissé une grande autonomie dans les choix spécifiques des deux montages expérimentaux. J'ai énormément apprécié son enthousiasme sans faille et sa spontanéité qui m'ont largement inspiré. Ces deux années ont aussi été l'occasion pour moi d'encadrer Todd Gustavson, Jeff McGuirk et Kevin Haritos, et le succès des deux montages expérimentaux doit leur être largement attribué. Ces années à Stanford m'ont aussi permis de rencontrer un grand nombre de personnes travaillant avec Mark ou avec Steve Chu. J'ai particulièrement apprécié les discussions avec Alastair Sinclair, Brian Anderson, et Akim Peters, et les parties de basket-ball avec Steve Quake.

Je suis très reconnaissant à Alain Aspect de m'avoir fait confiance et de m'avoir offert l'opportunité d'être recruté dans son équipe. Tout au long de ces années j'ai énormément apprécié l'ambiance, scientifiquement riche et humainement conviviale qui règne dans son groupe. Ses talents de pédagogue, appuyés sur une culture scientifique profonde ont permis d'éclairer nombre de points obscurs tout au long des divers travaux décrits dans ce manuscrit. Je remercie Alain de m'avoir laissé une grande liberté dans mes choix scientifiques, tout en me prodiguant très souvent ses conseils, dont j'espère encore profiter longtemps. Je remercie aussi grandement Nathalie Westbrook et Chris Westbrook pour m'avoir aidé à m'insérer rapidement dans ce groupe. Je suis heureux de collaborer aujourd'hui directement avec Nathalie sur l'étude des biomolécules. J'apprécie également ma collaboration avec Chris pour ses profondes connaissances en physique et dans la gestion quotidienne de nos diverses équipes. J'espère que nous pourrons fonctionner longtemps ainsi.

Les électroaimants que nous utilisons pour le piégeage magnétique sont réalisés en collaboration avec Michel Lécivain du L.é.SI.R., que je remercie pour sa créativité et sa remarquable efficacité qui a permis d'aboutir à 4 générations d'appareils.

L'ensemble des travaux relatés ici constitue bien entendu un travail d'équipes. J'aimerais d'abord remercier les chercheurs post-doctorants qui m'ont assisté dans la gestion de ces équipes, Stuart Murdoch, Sadiqali Rangwalla, Joseph Thywissen, Jocelyn Retter, Yann Le Coq, Robert Nyman et Karen Peronnet. Je remercie tout particulièrement Joseph sur qui j'ai pu me reposer lors de mon hospitalisation de quelques mois. J'ai aussi apprécié le dynamisme de Yann qui a contribué activement à chacun de mes trois montages.

Je garde un souvenir ému des nuits passées à l'institut avec Bruno Desruelles, Vincent Boyer et Guillaume Delannoy. Nous avons partagé pendant plusieurs semestres les moments de découragements dûs aux caprices de la manip, ainsi que les moments de joies devant les signaux du premier condensat. Cette joie n'aurait pu être là sans l'aide matérielle de Laurent Barillet du LHA. Bruno a été le premier thésard que j'ai eu la chance d'encadrer après mon entrée au CNRS, et ses qualités scientifiques et humaines, ainsi que sa créativité ont été pour moi d'une grande aide dans ces premières années.

Simon Richard et Fabrice Gerbier nous ont rejoints vers la fin des expériences sur les lasers atomiques. Nous avons partagé ensemble les moments intenses et riches en discussions de l'engagement vers le nouvel axe de recherche qu'est l'étude des systèmes quasi-1D. J'ai particulièrement apprécié la finesse d'analyse et les talents d'expérimentateurs de Simon. Le dynamisme, la rigueur et la créativité de Fabrice ont souvent conduit à des échanges animés, dont le résultat a été une impressionnante série de publications. Mathilde Hugbard a repris le flambeau avec brio et rigueur, tout en prenant le temps d'agrandir sa famille. Elle a ensuite été rejointe par Andre Varòn puis David Clément, qui ont donné un nouveau souffle à cette manip en se lançant dans l'étude du désordre. J'apprécie aussi chaque jour les fructueuses discussions avec Laurent Sanchez-Palancia, en particulier sur ce sujet où sa rigueur et son

professionnalisme nous ont permis d'aboutir rapidement. Je remercie aussi Gora Schlyapnikov et Dima Gangardt de nous avoir indiqué cette voie dans laquelle nous nous sommes engouffrés.

Marie Fauquemberg n'a pas hésité, tout comme Bruno Desruelles auparavant et Gael Varoquaux par la suite, à débiter une thèse dans une salle vide dans le but de construire un montage de condensation de Bose-Einstein. Sa jovialité et son courage face à la tâche à accomplir ont permis de mener le dispositif à maturité et à de très belles expériences. Je remercie également Effrossini Tsouchnika, qui a participé aux premières phases de conception et de montage de l'optique avec talent et enthousiasme. Jean-Félix Riou et William Guérin ont su prendre en main ce dispositif en conservant leur enthousiasme et bonne humeur malgré les catastrophes successives. Cette volonté, couplée à leurs qualités scientifiques, a abouti aux derniers résultats d'optiques atomiques dont je suis tout particulièrement fier. Je suis très heureux que Vincent Josee nous ait récemment rejoints, car son enthousiasme et ses qualités scientifiques nous mènent déjà vers une nouvelle voie passionnante.

Merci aussi à Delphine Sacchet et Brice Villier pour leur implication avec Gael et Robert sur le nouveau montage KRUB. Le dynamisme de Gael et Robert nous mènera sûrement à un très beau montage expérimental. Merci enfin aux nouveaux venus, Jean-François Clément et Maximilian Schultz de nous rejoindre dans cette aventure.

Mon travail sur les senseurs inertiels n'aurait pu continuer sans la collaboration fructueuse avec Christian Bordé, Noel Dimarq, André Clairon et Arnaud Landragin. J'apprécie leur rigueur «métrologique» qui me fait parfois défaut. Je suis tous particulièrement heureux de poursuivre la collaboration avec Christian au travers des études théoriques que nous menons avec François Impens et de croiser Christophe lors de réunions sur ce thème. J'ai aussi apprécié les échanges fructueux avec Ernst Rasel, Wolfgang Ertmer, Akim Peters et Luigi Cacciapuoti lors du projet HYPER. J'ai eu aussi la chance d'interagir avec Gorgio Bagnasco, chef de projet de l'ESA, dont j'ai apprécié la rigueur et la détermination.

J'ai eu le privilège au cours de ces années de travailler avec André Villing, Frédéric Moron et Stéphane Martin, nos talentueux électroniciens. Ils ont conçu et réalisé (souvent en des temps records) les nombreux systèmes électroniques nécessaires au fonctionnement des manip. Je les remercie chaleureusement pour leur efficacité, leur compétence et leur disponibilité. Ils ont toujours su donner de bons conseils et répondre à nos attentes avec bonne humeur, gentillesse et sans jamais ménager ni leurs temps ni leurs peines.

De nombreuses personnes à l'Institut d'Optique ont aidé à l'aboutissement de ces travaux. Christian Himbert, André Ducasse et Arnold Migus ont successivement contribué au développement de cet institut, et je réalise chaque jour un peu plus la chance que nous avons d'évoluer dans ce cadre privilégié et relativement unique en France. Je découvre aussi chaque jour un peu plus la chance que nous avons d'avoir Pierre Chavel comme directeur du laboratoire. Je remercie aussi tous les membres du laboratoire pour leur patience après nos accidents

récents. Je remercie particulièrement les TPs de l'école Supérieure d'Optique, qui nous ont si souvent prêté du matériel, en dépit de notre peu d'entrain à leur rendre à temps. Merci au service entretien, et en particulier à Jean-Louis Duchemin et à Jacky Roger pour leurs interventions rapides et leurs prêts de matériel. Nous avons également bénéficié de la compétence de M. Tutou du laboratoire Aimé Cotton pour les soudures ultra-vide. Merci également à l'atelier mécanique, ainsi qu'à Alain Aide. Je remercie également Christine Avignon-Vérité pour avoir supporté avec patience et compréhension nos demandes d'achats urgentes aux moments les plus incongrus.

J'ai eu énormément de plaisir à discuter (et pas seulement de physique) avec l'ensemble des membres du groupe d'Optique Atomique que j'ai pu côtoyer au cours de ces années. Merci donc à Antoine, Julie, Alice, Stephan, Olivier, José, Denis, Rodolphe, Isabelle, David, Jérôme, Christine, Thorsten, Jean-Baptiste, Aurélien, Martijn, Ron et tous les autres.

Enfin, je souhaite remercier ma famille, Johanna, Camille, Anais et Félicie pour leur soutien et leur patience au long de toutes ces années. Merci aussi à mes parents d'être toujours disponibles pour nous aider à gérer les aléas de nos carrières en servant souvent, ces derniers temps, de « nounou » temporaire.

Table des matières

1	Présentation générale des travaux	16
	Références relatives à ce chapitre	24
2	Senseurs d’inertie par interférométrie avec des sources atomiques <i>classiques</i>	27
2.1	Interférométrie atomique et senseurs inertiels	28
2.2	Interféromètres de types <i>Ramsey-Bordé</i> à ondes lumineuses : généralités . . .	29
2.2.1	La lame séparatrice lumineuse	29
2.2.2	L’interféromètre de <i>Ramsey-Bordé</i> symétrique	32
2.2.3	Terme de déphasage	33
2.2.4	Utilisation d’une transition à deux photons - Transition Raman . . .	35
2.3	Senseurs inertiels atomiques	37
2.3.1	Accélérométrie par interférométrie atomique	37
2.3.2	Le gravimètre atomique développé à Stanford	38
2.3.3	Le Gradiomètre à atomes froids développé à Yale & Stanford	39
2.3.4	Les gyromètres à onde de matière	40
2.4	Revue de détail de deux dispositifs expérimentaux	41
2.4.1	le gyromètre à jet atomique de Stanford	41
2.4.2	Le G.O.M. : Gyromètre à Ondes de Matière utilisant des atomes refroidis par laser	44
2.5	Conclusion	50
2.6	Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre	51
1.4.1	Precision rotation measurement with an atom interferometer gyroscope	57
1.4.2	Measurement of the Earth’s Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity gradiometer	61
1.4.3	A dual atomic beam matter-wave gyroscope	70

1.4.4	Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor	78
	Références relatives à ce chapitre	78
3	Vers les sources atomiques cohérentes : la condensation de Bose Einstein	81
3.1	Introduction à la condensation de Bose-Einstein	82
3.1.1	Piégeage magnétique	83
3.1.2	Refroidissement évaporatif	84
3.1.3	Cheminement dans l'espace des phases	87
3.2	Un nouvel électroaimant pour la condensation de Bose-Einstein	88
3.2.1	Pourquoi des matériaux ferromagnétiques : le rôle du guidage magnétique	88
3.2.2	Culasse et recirculation du champ	88
3.2.3	Équivalence pôle ferromagnétique - bobine	89
3.2.4	Conception d'un piège ferro-magnétique	91
3.2.5	Prise en compte de l'hystérésis	94
3.3	Le dispositif de condensation de Bose-Einstein	95
3.3.1	Description du dispositif expérimental	95
3.3.2	Condensation de Bose-Einstein	97
3.4	Quelques effets physiques observés lors de la production des condensats	98
3.4.1	Refroidissement interrompu en champ magnétique intense	98
3.4.2	Technique de refroidissement par couteaux RF multiples	100
3.4.3	Refroidissement sympathique	101
3.5	Expansion d'un nuage de bosons au dessus et en dessous du seuil de condensation	102
3.5.1	Observation d'une déviation à l'expansion d'un nuage thermique idéal	103
3.5.2	Expansion d'un condensat pur	106
3.5.3	Expansion du nuage mixte	107
3.6	Propriétés thermodynamiques d'un gaz avec interactions autour des conditions critiques	109
3.6.1	Interactions dans le gaz non dégénéré : décalage de la température critique	109
3.6.2	Interactions dans le nuage mixte : modification de la fraction d'atomes condensés	112
3.6.3	Compression du nuage thermique par le condensat	113

3.6.4	Mesure de l'énergie d'expansion	114
3.7	Conclusion	115
3.8	Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre	116
2.7.1	An iron-core electromagnet for trapping neutral atoms	121
2.7.2	Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms trapped in a high magnetic field	125
2.7.3	Multifrequency evaporative cooling to BEC in a high magnetic field	129
2.7.4	Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling.	133
2.7.5	The critical temperature of a trapped, weakly interacting Bose gas.	137
2.7.6	Measurements of the condensed fraction and expansion energy of Bose-Einstein condensed gases at finite temperature.	147
	Références relatives à ce chapitre	147
4	Un Faisceau Cohérent d'atomes : le Laser à Atomes	151
4.1	Comment extraire les atomes du condensat de manière cohérente	152
4.2	Le laser à atomes continu	154
4.2.1	Modèle analytique du laser à atomes	154
4.2.2	Étude expérimentale d'un faisceau laser atomique	157
4.2.3	Structure du mode transverse en présence d'interactions	162
4.3	Lasers à multimodes cohérents et interférences atomiques	163
4.3.1	Analyse du coupleur de sortie modulé	163
4.3.2	Effet de la cohérence entre les impulsions et des interactions	166
4.4	conclusion	166
4.5	Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre	168
3.4.1	Le laser à atomes en quête d'un futur industriel	176
3.4.2	Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity.	182
3.4.3	Atom laser divergence.	187
3.4.4	Production of CW and mode-locked atom lasers.	196
3.4.5	Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states.	203
	Références relatives à ce chapitre	203
5	Interférométrie Atomique <i>cohérente</i> : application à la mesure de la lon-	

gueur de cohérence dans les condensats	205
5.1 Diffraction d'un condensat de Bose-Einstein par un réseau lumineux	206
5.1.1 Diffraction d'une onde de matière par une onde lumineuse stationnaire	206
5.1.2 La diffraction de Bragg comme un filtre en vitesse : séparation des composantes thermiques et condensées	208
5.1.3 La spectroscopie de Bragg comme sonde de la cohérence en phase : vélocimétrie Doppler	210
5.1.4 Dispositif expérimental de diffraction de Bragg	213
5.2 Étude de la longueur de cohérence par spectroscopie de Bragg	215
5.2.1 Spectroscopie en impulsion à température finie	215
5.3 Interférométrie Atomique	220
5.3.1 Principe de l'interféromètre pour mesurer la longueur de cohérence .	220
5.3.2 Mesure directe de la longueur de cohérence	221
5.4 Conclusion	224
5.5 Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre	224
4.4.2 Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps	231
4.4.3 Momentum Spectroscopy od 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates	235
4.4.4 Phase coherence length of an elongated Bose-Einstein condensate . .	243
4.4.5 One-dimensional behavior of elongated Bose-Einstein condensates . .	251
4.4.6 Momentum spectroscopy of phase fluctuations of an elongated Bose- Einstein condensate	260
4.4.6 Coherence length of an elongated condensate : a study by matter-wave interferometry	269
Références relatives à ce chapitre	269
6 Le futur de l'interférométrie atomique	273
6.1 Les applications à l'espace	273
6.1.1 L'utilisation des atomes en physique fondamentale : gravitation et re- lativité	274
6.1.2 Le projet européen HYPER et l'effet Lense-Thirring	277
6.1.3 Interférométrie Cohérente dans l'Espace (ICE), α et le principe d'équi- valence	282

6.2	Optique atomique et interférométrie atomique avec des sources <i>non-classiques</i>	287
6.2.1	Les relations de dispersion de Heisenberg : principe d'incertitude . . .	288
6.2.2	Atteindre la limite de Heisenberg phase-nombre dans un interféromètre de Mach-Zehnder atomique	290
6.2.3	L'utilisation des condensats pour créer un interféromètre à la limite de Heisenberg	291
6.3	L'interférométrie atomique <i>intégrée</i>	292
6.4	Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre	293
6.4.1	Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases	299
6.4.2	Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space	312
6.4.2	Le refroidissement des atomes et leur application aux horloges et aux senseurs inertiels	327
6.5	Annexe : quelques notions de gravitation et de relativité	327
	Références relatives à ce chapitre	331
7	Conclusion	339
	Références relatives à ce chapitre	343
8	Données Personnelles	345
	Publications dans des revues à comité de lecture	349
	Autres publications	351

Présentation générale des travaux

Après mon diplôme d'ingénieur de l'École Supérieure d'Optique obtenu en 1991, j'ai effectué une thèse dans le groupe de Claude Cohen-Tannoudji au laboratoire Kastler-Brossel sous la direction de Christophe Salomon. Durant cette période, j'ai participé à quatre montages expérimentaux [1]. Le premier montage consistait à étudier une cavité atomique verticale formée par un miroir électromagnétique convexe, la gravité jouant le rôle de second miroir. Ce miroir atomique utilisait une onde évanescente intense à la surface incurvée d'un diélectrique. Nous avons montré que le confinement paraxial des atomes était possible dans un tel piège en observant une durée de vie de plusieurs centaines de millisecondes (environ 10 rebonds comme indiqué sur la figure 1.1), ouvrant ainsi la voie vers des applications fondamentales d'optique et d'interférométrie atomique.

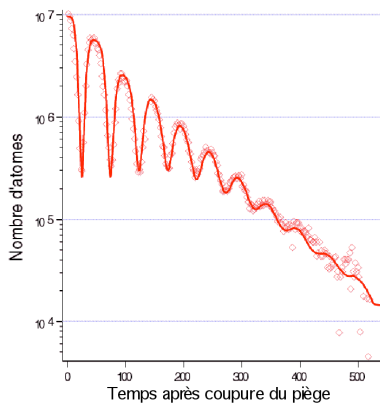


Fig. 1.1 : *Nombre d'atomes passant dans un faisceau sonde placé à une hauteur fixée au-dessus d'un miroir atomique concave en fonction du temps. On peut facilement observer jusqu'à dix rebonds, les pertes de cette cavité atomique étant essentiellement liées à la qualité du vide résiduel.*

Un second montage était un nouveau piège à pression de radiation basé sur le pompage optique qui fonctionne en champ magnétique nul : le TROOP (Trap Relying On Optical Pumping). Comme indiqué sur la figure 1.2, il était constitué de six faisceaux divergents de polarisation circulaire et fonctionnait sur le rouge d'une transition $J_e \rightarrow J_g = J_e + 1$ avec $J_g \neq 0$. Ce piège permettait de capturer environ 10^7 atomes de césium en cellule, ce nombre étant essentiellement limité par la relative inefficacité du chargement par rapport à un PMO à cause de l'absence de gradient de champ magnétique.

J'ai aussi consacré une partie de ma thèse à l'étude d'un nouveau type de force, les forces dipolaires rectifiées, et leur application au ralentissement d'atomes sur des distances courtes (ce programme de recherche s'est effectué principalement à Heidelberg en collaboration avec

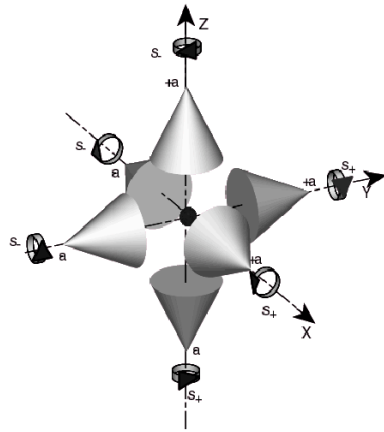


Fig. 1.2 : TROOP

R. Grimm). De même, j'ai réalisé un piège magnéto-optique (PMO) de grande dimension (nuage d'atome de 1 cm^3) pour capturer un grand nombre d'atomes ($\sim 10^{11}$).

Depuis les années 1980, le domaine du refroidissement d'atomes par laser avait pris un essor considérable et pendant mes années de thèse, c'était un nouveau domaine qui était en train de se former ; *l'Optique et l'Interférométrie Atomique*. On commençait en fait à voir apparaître un grand nombre d'expériences de principe [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] montrant que l'optique atomique était une réalité présentant un fort potentiel. Tout particulièrement, outre les horloges atomiques à atomes froids [9], deux domaines supplémentaires d'applications semblaient particulièrement prometteurs. D'un côté, un nombre important de laboratoires se consacrait à la réalisation d'éléments de base de l'optique atomique, avec une mention spéciale pour les miroirs à atomes [10, 11, 12, 13, 14] et les structures diffractives [2, 8, 4]. On peut d'ailleurs mentionner quelques numéros spéciaux particulièrement consacrés à cette thématique comme *Journal of the Optical Society of America B* (n°11, vol. 2, 1985) ou *Special Issue on Atom Optics of Appl. Phys. B* (n° 54, 1992) qui offre un recueil des publications des meilleurs groupes dans le monde. La possibilité de diriger et surtout de focaliser un faisceau d'atomes ouvrait alors la voie à une application potentiellement spectaculaire : *la lithographie atomique*. Dans ce domaine particulier, l'idée était d'utiliser une figure d'interférence optique pour exercer des forces très localisées sur les atomes [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21] et ainsi reproduire la figure optique sur le faisceau atomique.

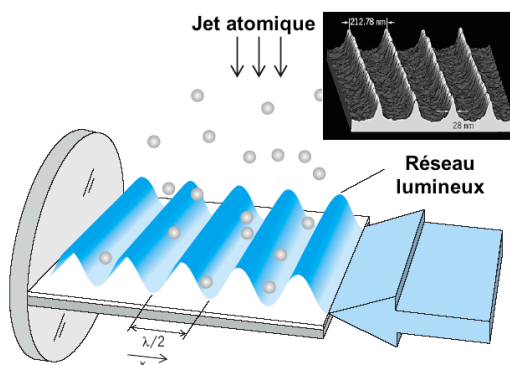


Fig. 1.3 : Une onde stationnaire agit comme un réseau de microlentilles atomiques séparées de $\lambda/2$ ou $\lambda \sim 1 \mu\text{m}$ est la longueur d'onde optique. En insert, exemple de dépôt d'atomes de Chrome obtenu dans le laboratoire de J.J. McClelland au NIST

Néanmoins, les faibles flux atomiques (que l'on pourrait apparenter à une faible luminance) n'ont pour l'instant pas permis à ce domaine de trouver pleinement sa place dans le domaine industriel pour concurrencer les dispositifs existants, malgré des résolutions qui peuvent désormais atteindre l'échelle de la dizaine de nanomètres [22, 23].

Le domaine particulier de l'interférométrie atomique a lui aussi évolué rapidement. Après les premières démonstrations [2, 4, 7, 6, 24], le domaine s'orientait d'une part vers l'exploration de nouveaux types d'interféromètres [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33]. D'autre part, la sensibilité extrême de ces appareils permettait d'utiliser ces interféromètres pour mettre en évidence des effets spectroscopiques [34, 35, 36, 37, 38] ou des effets plus spécifiques à l'évolution des ondes de matière [39, 40, 41, 42, 43, 44]. Certains groupes se consacraient aussi à la mesure de constantes fondamentales [45]. Enfin, il restait une application très prometteuse pour l'avenir : les senseurs inertiels atomiques [46, 47, 6].

Après ma thèse obtenue en 1995, j'ai ainsi abordé ce thème de recherche. J'ai pour cela effectué un séjour post-doctoral dans le groupe de Mark Kasevich à Stanford. J'avais la responsabilité de 2 montages expérimentaux :

- **Gyromètre à onde de matière** : sur le premier montage (page 41), j'ai mesuré la rotation de la terre avec un gyroscope de haute sensibilité fondé sur un interféromètre atomique. Cet interféromètre utilise des impulsions laser pour diffracter les paquets d'ondes atomiques. Les premiers résultats ont permis de démontrer une sensibilité égale ou supérieure à $10^{-3}\Omega_T \text{ Hz}^{-1/2}$ où $\Omega_T = 7 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$ représente la rotation de la terre. Après une seconde d'intégration, la sensibilité de l'interféromètre était de $2 \times 10^{-8} \text{ rad s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$, ce qui est du même ordre de grandeur que les meilleurs gyrolasers. Un soin particulier a été porté à la stabilisation des sources laser, ceci afin d'obtenir une bonne stabilité à long terme de notre système. Les premières études ont permis d'obtenir des temps d'intégration supérieurs à une heure et de détecter un signal de rotation inférieur à 10 nrad s^{-1} . Un tel niveau de détection représentait le meilleur jamais atteint avec un interféromètre à ondes de matière. La sensibilité était comparable aux meilleurs gyroscopes optiques. Dans ces expériences, les faisceaux laser sont montés sur une table optique de haute qualité. La chambre à vide est montée sur une plate-forme annexe, minimisant ainsi les couplages vibrationnels entre les pompes et les lasers. Les techniques de diffraction par ondes stationnaires demandent une collimation importante du jet ($\sim 10 \mu\text{rad}$) qui restreint fortement les flux atomiques. Afin d'améliorer le dispositif, la source atomique a ensuite été modifiée pour obtenir des flux plus importants. La réalisation d'un jet atomique contre propageant (comme dans les horloges atomiques) a amélioré l'insensibilité aux accélérations parasites et aux fluctuations de phase. Les performances actuelles sont 10 à 100 fois meilleures que les premiers résultats, renforçant encore l'intérêt de ce type de senseurs inertiels.
- **Gradiomètre atomique** : le deuxième montage (page 39) a permis de mesurer le gradient de la gravité terrestre. Il est basé sur l'utilisation simultanée de deux gravimètres atomiques

qui ont déjà démontré une très forte sensibilité ($\Delta g/g \sim 10^{-9}$). Si ces deux gravimètres sont séparés d'une distance fixe (1 m dans notre configuration) suivant la verticale, on accède directement, par mesure différentielle, au gradient de l'accélération gravitationnelle. La particularité du dispositif que j'ai construit à Stanford était qu'il utilise les mêmes impulsions laser pour diffracter les atomes dans les deux interféromètres. On bénéficie ainsi directement de la réjection de mode commun entre les deux mesures, ce qui permet d'obtenir un système insensible aux fluctuations de phase des faisceaux (essentiellement issues des vibrations parasites). J'ai initié le montage et la conception de ce dispositif qui a donné ses premières mesures après mon départ en 1996.

Le succès de ces deux montages, associé aux résultats spectaculaires d'autres groupes [48, 49, 50, 31] a donné un nouvel élan à ce sujet qui, comme nous le verrons dans les chapitres 2 et 6, est aujourd'hui en pleine explosion.

Durant ces années à Stanford, un résultat scientifique déterminant obtenu par E. Cornell, C. Wieman et W. Ketterle allait révolutionner la thématique de l'optique et de l'interférométrie atomique. En effet, l'année 1995 a vu le succès de la réalisation de condensats de Bose-Einstein à partir d'un gaz dilué (rubidium, sodium et lithium). Un tel condensat est obtenu lorsqu'un nuage de bosons à faible densité est refroidi à une température telle que la longueur d'onde de de Broglie thermique est de l'ordre de la distance interatomique. Dans un tel état, tous les atomes sont dans le même mode quantique. Un tel phénomène avait déjà été observé dans les superfluides et les supraconducteurs mais jamais dans les gaz dilués. Outre son intérêt propre, abordé au chapitre 3, en particulier par analogie avec la superfluidité, le condensat représentait une révolution dans le domaine de l'optique et de l'interférométrie atomique et les discussions animées entre chercheurs à l'époque en étaient la preuve. En effet, un condensat de Bose-Einstein peut être considéré comme une source cohérente d'ondes atomiques, comme le laser est une source cohérente d'ondes électromagnétiques (voir chapitre 4).

Il semblait donc évident que l'avenir de l'interférométrie atomique passait par les condensats de Bose-Einstein et j'ai donc intégré le CNRS en novembre 1996 au sein du groupe d'Optique Atomique du laboratoire Charles Fabry pour prendre en charge la première expérience de condensation de Bose-Einstein qui venait d'être démarrée dans le groupe et qui a abouti à l'observation d'un condensat en juin 1998.

Mon activité scientifique s'est alors concentrée suivant trois thèmes principaux :

1. **Interférométrie atomique et applications** : Dans la continuité de mes travaux à Stanford, j'ai consacré une part de mon activité de recherche au développement des senseurs inertiels atomiques. J'ai en particulier contribué au projet de Gyromètre à Onde de Matière qui a cours au SYRTE sous la direction d'Arnaud Landragin depuis 2000. L'intérêt grandissant de ces senseurs, en particulier pour leur sensibilité très prometteuse en microgravité, m'a aussi amené à contribuer au projet HYPER, projet spatial de tests de relativité générale dans l'espace. Il m'a aussi amené à coordonner

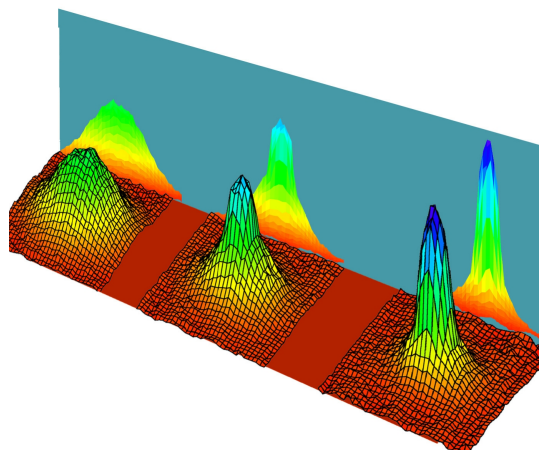


Fig. 1.4 : Image de la condensation de Bose-Einstein, obtenue pour la première fois au sein du groupe d'optique atomique en juin 1998.

un programme français d'interférométrie atomique dans l'espace, ICE, auquel le montage de *source atomique cohérente versatile* ainsi que le nouveau montage de mélange fermions/bosons (que je n'aborde pas dans ce manuscrit) sont dédiés en partie.

2. **Condensation de Bose-Einstein et Laser à Atomes** : L'étude des condensats de Bose-Einstein et des lasers à atomes s'articule autour des deux premiers montages expérimentaux que j'ai réalisés au sein du groupe. Sans pour autant délaisser d'autres aspects, comme par exemple l'étude des phénomènes de localisation dans des potentiels aléatoires, j'ai orienté ma recherche sur les propriétés des sources cohérentes en relation avec les applications à l'interférométrie atomique. Ceci concerne aussi bien l'étude de la production de laser à atomes que la mesure de la longueur de cohérence des condensats quasi unidimensionnels. Le deuxième montage de *source atomique cohérente versatile* est d'ailleurs entièrement dédié à l'étude de la cohérence des lasers à atomes, en particulier dans le cadre du projet ICE en collaboration avec l'ONERA et le SYRTE.
3. **Interférométrie Atomique à sources « non classiques »** : Je consacre aussi déjà depuis quelques années une part de mon temps à l'exploration des possibilités futures dans l'utilisation des condensats de Bose-Einstein en interférométrie atomique. Mis-à-part l'utilisation de la forte luminosité pour les interféromètres à long temps d'interrogation, il existe en effet des perspectives intéressantes dans l'utilisation de ces sources atomiques *non classiques*, comme par exemple la possibilité de réaliser des interféromètres à états intriqués ou de réaliser des boucles superfluides. Cette activité, essentiellement prospective, comporte essentiellement une exploration théorique, bien que son application sur le montage de *source atomique cohérente versatile* soit déjà envisagée.

Toutes ces activités m'ont donc conduit à développer divers montages expérimentaux et à participer à plusieurs collaborations dont certains sont présentés dans ce manuscrit :

- **Condensats 1D et quasi-condensats** : le premier dispositif expérimental que j'ai initié

en 1996 utilise un dispositif original pour piéger les atomes : un électroaimant à noyau ferromagnétique. Cet électroaimant est le fruit d'une collaboration avec le laboratoire d'électrotechnique LESIR de l'ENS-Cachan et du CNRS. Cette collaboration a abouti à la fabrication de plusieurs électroaimants : un électroaimant permettant d'accéder au régime de dégénérescence quantique unidimensionnel (1D), un électroaimant hybride, plus compact et plus simplifié, qui est utilisé dans le nouveau dispositif de *source cohérente versatile* et dont la conception a entraîné le dépôt d'un brevet. Cette dernière version est destinée à explorer les perspectives d'utilisation des condensats dans les applications aux interféromètres comme source cohérente d'atomes. Les résultats obtenus sur ce premier dispositif expérimental sont présentés aux chapitres 3 et 5. Après avoir obtenu la condensation de Bose, mon équipe a mis en évidence certains phénomènes nouveaux liés à l'effet Zeeman quadratique pouvant empêcher la condensation de Bose-Einstein (page 98). Nous avons donc étudié diverses méthodes pour dépasser ces limitations. Nous avons enfin étudié la réalisation d'un laser à atomes par application d'un coupleur de sortie radiofréquence. Ceci nous a permis de mettre en évidence pour la première fois les propriétés de la propagation d'un faisceau laser atomique (chapitre 4). Ce montage expérimental a ensuite été transformé pour être dédié à l'étude des propriétés des condensats en régime très anisotrope. Une grande partie des quatre dernières années, relatées dans le chapitre 5, ont été consacrées à mettre en place un outil d'analyse très précis, utilisant le principe de la spectroscopie de Bragg atomique. Il a permis dernièrement de mesurer pour la première fois la longueur de cohérence de condensats à « fluctuations de phase », un phénomène qui devient flagrant lorsque l'on s'approche d'un régime où deux degrés de liberté sur trois sont « gelés », c'est-à-dire dans le régime de gaz 1D. La maturité de ce dispositif expérimental nous a de plus aussi permis d'étudier en détail certaines propriétés fondamentales du condensat de Bose-Einstein, comme la température critique et l'effet des interactions sur celle-ci. Les derniers résultats obtenus dans ce domaine représentent une avancée significative dans la compréhension de la dégénérescence quantique des gaz piégés en interaction.

- **Source Atomique Cohérente Versatile** : le deuxième dispositif a fait l'objet d'une Action Concertée Incitative pour jeunes chercheurs. Sa construction a débuté en début d'année 2001 et l'obtention d'un condensat a été achevée fin 2003 et nous avons dernièrement pu étudier les structures des modes du laser à atomes (chapitre 4 page 151). Ce dispositif a vocation d'être une source cohérente versatile pour utiliser le condensat de Bose-Einstein dans des expériences d'interférométrie atomique. Un programme de collaboration dans le cadre d'études avec le SYRTE et l'ONERA est d'ailleurs en cours actuellement (voir page 282). Ce dispositif permet de transférer ensuite les atomes dans un piège dipolaire optique, qui permet par exemple de déplacer le condensat. Le montage de pince optique permettra aussi, grâce à notre conception du système optique, l'étude de l'évolution des ondes cohérentes dans des potentiels complexes comme des pièges toriques ou des doubles puits.
- **Gyromètre à Onde de Matière** : Parallèlement à mes activités au sein du groupe,

j'ai participé dès 1997 à une collaboration avec André Clairon (SYRTE), Noël Dimarq (SYRTE), Arnaud Landragin (SYRTE), Christophe Salomon (ENS/LKB) et Christian Bordé (LPL/LGCR) sur le thème «Capteurs Inertiels à Ondes Atomiques». Ce Projet a donné lieu à une collaboration avec un industriel (SAGEM) dans le cadre d'un plan d'étude amont de la Direction Générale de l'Armement. Cette collaboration a permis d'aboutir dernièrement à l'observation de franges d'interférence et à une première caractérisation du Gyroscope à Ondes de Matières (GOM), comme mentionné à la fin du chapitre 2, page 44.

- **HYPER** : L'intérêt grandissant pour l'utilisation des interféromètres comme senseurs inertiels de très haute précision m'a permis de m'impliquer dans une deuxième collaboration qui regroupe plusieurs laboratoires européens (Anglais, Allemand, Italiens et Français). Cette collaboration a élaboré un projet d'interférométrie spatiale, le projet HYPER (voir page 281), sous l'égide de l'ESA. Ce projet avait pour but d'utiliser les interféromètres atomiques pour des tests de relativité générale. Avec trois autres collaborateurs européens, nous avons participé au lancement en juin 2002 d'une étude industrielle de 6 mois dont le but était de cerner les besoins techniques et technologiques d'une telle mission. Cette étude, réalisée par Astrium GmbH, a permis de démontrer la faisabilité d'une telle mission, tout en mettant l'accent sur les difficultés technologiques encore existantes.
- **ICE** : Dans l'optique du programme européen HYPER, j'ai ensuite initié un projet national nommé Interférométrie Cohérent pour l'Espace (ICE), collaboration entre le SYRTE, l'IOTA et l'ONERA qui a maintenant été accepté par le CNES. Le but de ce projet est de réaliser des études en microgravité d'un prototype d'interféromètre utilisant un condensat de Bose. Ce projet, présenté au chapitre 6 page 282 devrait déjà permettre d'effectuer une mesure précise du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse atomique. Des études préliminaires sont déjà en cours au sein des trois laboratoires et de possibles études en microgravité sont envisagées dès 2006. Dans le cadre de cette activité, je participe d'ailleurs régulièrement aux réunions du groupe de physique fondamentale du CNES, ainsi qu'aux réunions de l'équipe thématique de physique fondamentale et d'atomes froids en microgravité de l'ESA. J'ai aussi bénéficié d'un programme de collaboration avec M. Kasevich de Stanford University (USA) chez qui j'ai passé un séjour de quelques semaines, dans le cadre d'un programme CNRS/NSF. Cette collaboration a pour but de tester les performances ultimes accessibles par les senseurs inertiels atomiques. Ces contacts rapprochés ont abouti à une proposition de programme de recherche au sein de l'ESA dans le cadre d'un programme de recherche appliqué à la microgravité.

Ce manuscrit est organisé en 5 chapitres qui abordent les différents aspects de mon activité.

- Le chapitre 2 présente la thématique de l'interférométrie atomique et de son application aux senseurs inertiels à travers les trois montages auxquels j'ai participé : le gyromètre à jet thermique (p. 41), le gradiomètre à atomes froids (p. 39) et le GOM (p. 44).
- Le chapitre 3 présentera la condensation de Bose-Einstein et les résultats que j'ai obtenus sur leurs propriétés : l'interruption du refroidissement évaporatif en champ fort (p. 98), le

- refroidissement sympathique (p. 101) et l'effet des interactions sur la température critique (p. 111).
- Le chapitre 4 abordera la thématique plus spécifique des lasers à atomes et de leurs propriétés, avec en particulier l'étude de la divergence du laser à atomes (p. 151).
 - Le chapitre 5 présentera plus particulièrement l'activité récente sur le montage *Condensats 1D et quasi-condensats* : l'étude de la longueur de cohérence par diffraction de Bragg (p.210) et par interférométrie atomique (p. 220).
 - Le chapitre 6 présentera les perspectives de cette thématique que j'ai abordée sur le plan théorique et dans le cadre des programmes spatiaux : l'interférométrie avec des états intriqués et les applications spatiales.

Références relatives à ce chapitre

- [1] P. BOUYER, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1995.
- [2] O. CARNAL AND J. MLYNEK, “Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).
- [3] O. CARNAL *et al.*, “Imaging and focusing of atoms by a fresnel zone plate”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3231 (1991).
- [4] D. W. KEITH, C. R. EKSTROM, Q. A. TURCHETTE, AND D. E. PRITCHARD, “An interferometer for atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
- [5] J. ROBERT *et al.*, “Atomic interferometry with metastable hydrogen atoms”, *Europhys. Lett.* **16**, 629 (1991).
- [6] F. RIEHLE *et al.*, “Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [7] M. A. KASEVICH *et al.*, “Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [8] F. SHIMIZU, “Double-slit interference with ultracold metastable neon atoms”, *Phys. Rev. A* **46**, R17 (1992).
- [9] A. CLAIRON, C. SALOMON, S. GUELATTI, AND W. PHILLIPS, “Ramsey resonance in a Zacharias fountain”, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [10] R. COOK AND R. HILL, “An electromagnetic mirror for neutral atoms”, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [11] V. I. BALYKIN, V. S. LETOKHOV, Y. B. OVCHINNIKOV, AND A. I. SIDOROV, “Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [12] M. A. KASEVICH, D. S. WEISS, AND S. CHU, “Normal-incidence reflection of slow atoms from an optical evanescent wave”, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [13] K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, L. GOLDNER, AND W. D. PHILLIPS (non publié).
- [14] H. WALLIS, J. DALIBARD, AND C. COHEN-TANNOUDJI, “Trapping atoms in gravitational trap”, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [15] C.S. ADAMS, “Atom Optics”, *Contemporary Physics* **35**, 1 (1994).
- [16] J. FUJITA AND AL., “Manipulation of an atomic beam by a computer-generated hologram”, *Nature* **380**, 691 (1996).
- [17] F. LISON AND AL., “Nanoscale atomic lithography with a cesium atomic beam”, *Appl. Phys. B* **65**, 419 (1997).
- [18] J. J. MCCLELLAND AND AL., “Laser-focussed atomic deposition”, *Science* **262**, 877 (1993).
- [19] H. METCALF AND P. VAN DER STRATEN, *Laser cooling and Trapping* (Springer, New York, 1999).
- [20] M. MÜTZEL AND AL., “Atom Lithography with a Holographic light Mask”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 083601 (2002).
- [21] D. MESCHÉDE AND H. METCALF, “Atomic nanofabrication : Atomic deposition and lithography by laser and magnetic forces”, *J. Phys. D : Appl. Phys.* **36**, R17 (2003).
- [22] E. TE SLIGTE *et al.*, “Atom lithography of Fe”, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 4493 (2004).

-
- [23] G. MYSZKIEWICZ *et al.*, “Laser manipulation of iron for nanofabrication”, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 3842 (2004).
- [24] U. STERR *et al.*, “The magnesium Ramsey interferometer : applications and prospects”, *Appl. Phys. B* **54**, 341 (1992).
- [25] P. SZRIFTGISER, D. GUÉRY-ODELIN, M. ARNDT, AND J. DALIBARD, “Atomic wave diffraction and interference using temporal slits”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4 (1996).
- [26] S. NOWAK, N. STUHLER, T. PFAU, AND J. MLYNEK, “Charged wire interferometer for atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5792 (1999).
- [27] A. MORINAGA AND Y. OHUCHI, “Calcium-atom interferometer comprised of four co-propagating traveling laser beams”, *Phys. Rev. A* **51**, R1746 (1995).
- [28] S. BAGAYEV *et al.*, “Atom interferometry with Mg beams”, *Laser Phys.* **11**, 1178 (2001).
- [29] M. WEITZ, T. HEUPER, AND T. W. HÄNSCH, “Multiple Beam Atomic Interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2356 (1996).
- [30] H. HINDERTHÜR *et al.*, “Atom interferometry with polarizing beam splitters”, *Phys. Rev. A* **57**, 4730 (1998).
- [31] M. K. OBERTHALER *et al.*, “Atom waves in crystals of light”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4980 (1996).
- [32] B. BREZGER *et al.*, “Matter-wave interferometer for large molecules”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 100404 (2002).
- [33] L. COGNET *et al.*, “Atomic interference in grazing incidence diffraction from evanescent wave mirror”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5044 (1998).
- [34] V. RIEGER *et al.*, “Atom-interferometric determination of the dc-Stark shift of the Mg-intercombination line”, *Opt. Commun.* **99**, 172 (1993).
- [35] C. EKSTROM *et al.*, “Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer”, *Phys. Rev. A* **51**, 3883 (1995).
- [36] A. MORINAGA, N. NAKAMURA, T. KUROSO, AND N. ITO, “Phase shift induced from the dc-Stark effect in an atom interferometer comprised of four copropagating laser beams”, *Phys. Rev. A* **54**, R21 (1996).
- [37] J. SCHMIEDMAYER, “Guiding and Trapping of neutral atoms on a wire”, *Phys. Rev. A* **52**, R13 (1995).
- [38] T. ROBERTS, A. CRONIN, D. A. KOKOROWSKI, AND D. E. PRITCHARD, “Glory oscillations in the index of refraction for matter waves”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 200406 (2002).
- [39] C. MINIATURA *et al.*, “Atomic interferences and the topological phase”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 261 (1992).
- [40] B. LAWSON-DAKU *et al.*, “Delayed choices in atom Stern-Gerlach interferometry”, *Phys. Rev. A* **54**, 5042 (1996).
- [41] R. GODUN *et al.*, “Limits of the separated-path Ramsey atom interferometer”, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **32**, 5033 (1999).
- [42] L. DENG *et al.*, “Four-wave mixing with matter waves”, *Nature* **398**, 218 (1999).
- [43] M. CHAPMAN *et al.*, “Photon Scattering from Atoms in an Atom Interferometer : Coherence Lost and Regained”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3783 (1995).
- [44] P. L. GOULD *et al.*, “Momentum transfer to atoms by a standing light wave : Transition from diffraction to diffusion”, *Phys. Rev. A* **43**, 585 (1991).

- [45] D. S. WEISS, B. C. YOUNG, AND S. CHU, “Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2706 (1993).
- [46] C. BORDÉ, “Atomic interferometry with internal state labelling”, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
- [47] M. KASEVICH AND S. CHU, “Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [48] A. LENEFF *et al.*, “Rotation Sensing with Atom Interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 760 (1997).
- [49] A. PETERS, K. CHUNG, AND S. CHU, “High-precision gravity measurements using atom interferometry”, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
- [50] J. M. MCGUIRK *et al.*, “Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry”, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).

Senseurs d'inertie par interférométrie avec des sources atomiques *classiques*

Ce chapitre va dans un premier temps aborder la manipulation des paquets d'ondes atomiques par la lumière pour ensuite introduire l'interférométrie atomique et les applications aux senseurs inertiels : en particulier à travers les 3 montage auxquels j'ai participé : le gyromètre à jet thermique (p. 41), le gradiomètre à atomes froids (p. 39) et le GOM (p. 44).

Une première partie introduira le principe des séparatrices à faisceaux Raman utilisées lors des travaux expérimentaux réalisés à Stanford dans le groupe de M. Kasevich. Cette revue de détail de la physique de cette manipulation des paquets d'ondes atomiques à l'aide de lames séparatrices lumineuses permet d'introduire le principe plus général de la manipulation cohérente des ondes de matière comme nous l'aborderons aussi dans le chapitre 5. Cette partie permettra d'établir les équations simples qui permettent de comprendre avec des images élémentaires le fonctionnement des interféromètres atomiques. En particulier, on montrera que le déphasage lu à la sortie de l'interféromètre pour des atomes en mouvement accéléré ou en rotation peut se comprendre simplement, en première approximation, comme la lecture de la phase lumineuse lors des impulsions laser. Grâce à cette image simple, nous pourrons ensuite expliquer les fonctionnements des différents senseurs inertiels développés à l'aide de ces techniques : un gravimètre réalisé initialement par le groupe de S. Chu, ainsi que le gradiomètre que j'ai développé au sein du groupe de M. Kasevich. La dernière partie de ce chapitre se concentre sur une revue de détail des deux gyromètres atomiques sur lesquels j'ai travaillé, le gyromètre à jet collimaté de Stanford, et le Gyromètre à Ondes de Matière (atomes froids), fruit de la collaboration entre le SYRTE (A. Landragin, A. Clairon et N. Dimarq), le LCFIO (moi-même), le LKB (C. Salomon) et le LPL (C. Bordé) avec le soutien de la DGA et la participation de SAGEM. On s'intéressera en particulier aux détails de la réalisation expérimentale de ces deux dispositifs ainsi que les difficultés à surmonter pour atteindre les performances ultimes de ces deux appareils.

2.1 Interférométrie atomique et senseurs inertiels

Les progrès considérables réalisés dans le piégeage et le refroidissement d'atomes neutres, tant dans la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu que dans la réalisation d'expériences, ont ouvert la voie à un nouveau domaine dans les années 1990 : l'optique atomique. On a pu observer au cours des dernières années le développement de nombreuses techniques pour manipuler de manière cohérente les paquets d'ondes atomiques [1] à l'aide de miroirs [2], de réseaux de diffraction [3, 4], de lames séparatrices [5, 6] et de lentilles [7]. La maîtrise de ces diverses techniques a conduit logiquement au développement d'expériences d'interférométrie mettant en jeu des ondes atomiques [8] depuis un peu plus d'une décennie. Actuellement, l'interférométrie à ondes de matière rencontre un intérêt tout particulier, en particulier comme application en senseurs inertiels d'extrême sensibilité.

La sensibilité inertielle des interféromètres à ondes de matière n'est pas nouvelle. Ainsi, des interféromètres à neutrons ont permis de mesurer la rotation de la terre [9] et l'accélération de la gravité terrestre [10]. De même des interféromètres à atomes ont permis de mesurer g [5] et la rotation terrestre [11]. Ces expériences souffraient certes d'un manque de performance évident en comparaison avec les techniques couramment utilisées (senseurs mécaniques ...), mais la sensibilité intrinsèque de ces senseurs, pour une même aire et un même flux, peut atteindre $(mc^2)/(\hbar\omega_0) \sim 10^{11}$ (voir p. 40). On voit ainsi que la masse élevée des atomes rend la sensibilité ultime des interféromètres à ondes de matière supérieure à celle des systèmes optiques, même avec les flux de particules et les aires d'interféromètres peu élevés que l'on sait réaliser [12, 13]. Cette sensibilité atteint d'ailleurs un tel niveau qu'elle permet d'envisager l'application de tels senseurs à des tests de relativité générale [14, 15, 16, 17, 18].

On peut arbitrairement distinguer deux classes d'interféromètres atomiques. La première concerne les interféromètres n'utilisant qu'un seul état interne atomique, qu'ils utilisent des structures solides [4] ou des champs lumineux périodiques [6, 19]; nous verrons une application de cette technique appliquée aux condensats de Bose-Einstein dans le chapitre 5. La seconde reçoit l'appellation d'interféromètres de type *Ramsey-Bordé* et concerne les interféromètres qui font intervenir deux états atomiques internes différents [5, 8, 11, 20, 21], d'une façon analogue à l'interférométrie de polarisation en optique. En fait, le formalisme théorique est assez similaire [22], et nous nous limiterons dans ce manuscrit à la présentation de cette seconde classe.

2.2 Interféromètres de types *Ramsey-Bordé* à ondes lumineuses : généralités

2.2.1 La lame séparatrice lumineuse

L'interféromètre de type *Ramsey-Bordé* à ondes lumineuses exploite le transfert d'impulsion entre les atomes et une onde électromagnétique pour manipuler les degrés de liberté externes des particules, en même temps que leur état interne. Il est intéressant dans un premier temps d'aborder le principe d'une lame séparatrice pour atomes associée à une onde lumineuse [23]. Pour cela, on considère d'abord un atome à deux niveaux internes $|g\rangle$ et $|e\rangle$ stables ou métastables (à l'échelle du temps de séjour dans l'interféromètre) qui traverse une onde électromagnétique $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \phi)$ (\mathbf{E}_0 est considéré constant), en négligeant dans un premier temps l'effet mécanique induit par l'interaction atome laser (transfert d'impulsion). Le hamiltonien total du système atome+champ s'écrit :

$$\hat{H} = \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_g|g\rangle\langle g| - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} \quad (2.1)$$

où $\hat{\mathbf{d}}$ représente l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome.

On peut décrire l'évolution de n'importe quel état atomique $|\psi(t)\rangle = a_e(t)|e\rangle + a_g(t)|g\rangle$ à l'aide de l'équation de Schrödinger. On obtient alors l'évolution des composantes $a_e(t)$ et $a_g(t)$:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{a}_e(t) &= \hbar\omega_e a_e(t) + V_{eg}a_g(t) \\ i\hbar\dot{a}_g(t) &= V_{eg}^* a_e(t) + \hbar\omega_g a_g(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

avec le couplage atome laser $V_{eg} = \hbar\Omega_{eg} \cos(\omega t + \phi)$. $\Omega_{eg} \equiv -\frac{\langle e|\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_0|g\rangle}{\hbar}$ représente la fréquence de Rabi. On peut réécrire l'équation (2.2) en effectuant l'approximation résonnante¹.

On obtient alors le système d'équations couplées :

$$\begin{cases} \dot{c}_e(t) &= -i\frac{\Omega_{eg}}{2} e^{-i(\delta t + \phi)} c_g(t) \\ \dot{c}_g(t) &= -i\frac{\Omega_{eg}}{2} e^{i(\delta t + \phi)} c_e(t) \end{cases} \quad (2.3)$$

où $\delta \equiv \omega - \omega_{eg}$ représente le désaccord entre la fréquence de l'onde laser et la fréquence de la transition atomique. En fait, ces équations peuvent être rendues à coefficients indépendants du temps, en posant $\tilde{c}_e(t) = c_e(t)e^{-i\delta t/2}$ et $\tilde{c}_g(t) = c_g(t)e^{i\delta t/2}$, c'est-à-dire en représentant l'atome à deux niveaux par un spin fictif [24]. On obtient alors l'équation d'évolution de

¹On applique la transformation $a_{e,g}(t) = c_{e,g}(t) \exp(-i\omega_{e,g}t)$ et on ne conserve que la partie non oscillante du ket $|\psi(t)\rangle$

l'état atomique $|\psi(t)\rangle_R = D(\hat{\mathbf{z}}, -\delta t)|\psi\rangle$ ($D(\hat{\mathbf{z}}, -\delta t) \equiv e^{i\sigma_z \delta t/2}$) :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle_R = \hat{H}_R |\psi\rangle_R \quad (2.4)$$

avec

$$\hat{H}_R \equiv \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} -\delta & \Omega_{eg} e^{-i\phi} \\ \Omega_{eg}^* e^{i\phi} & \delta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

la représentation matricielle du hamiltonien dans la base $\{|g\rangle; |e\rangle\}$. Ce hamiltonien décrit un couplage entraînant une oscillation de Rabi entre les niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ à la fréquence $\Omega_r = \sqrt{\delta^2 + \Omega_{eg}^2}$ (le laser est quasiment à résonance), comme indiqué sur la figure 2.1.

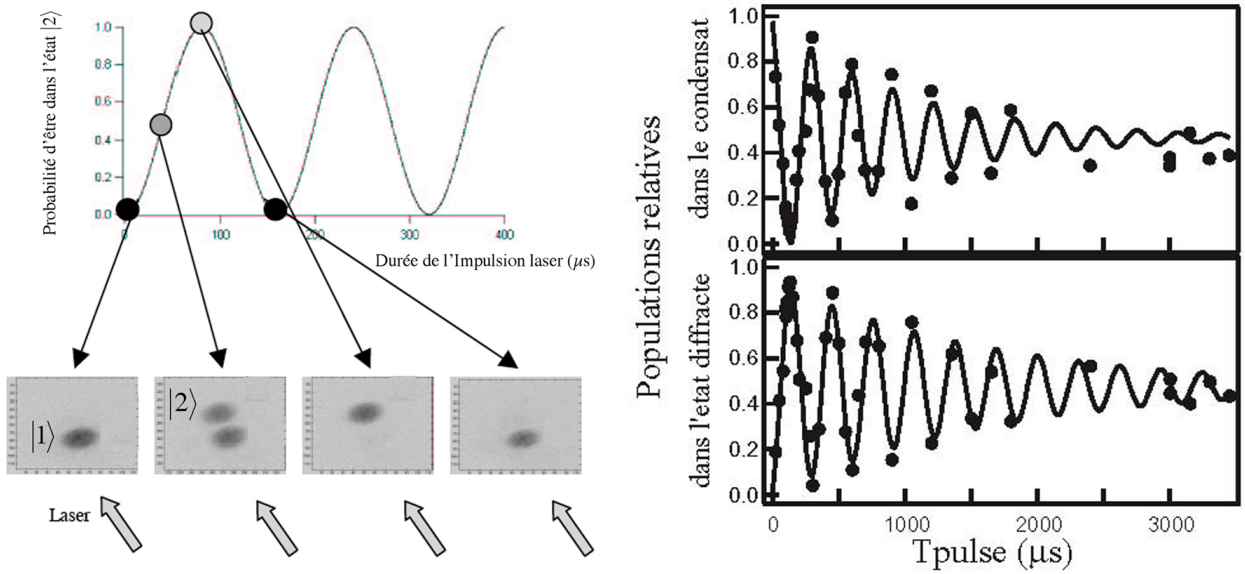


Fig. 2.1 : Oscillation de Rabi : l'expérience [25, 26] a été réalisée sur un condensat de Bose Einstein (chapitre 5) avec des atomes initialement que dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$. On utilise un imagerie par absorption : un onde lumineuse est appliquée sur ce nuage d'atomes et on regarde ainsi l'ombre portée sur le faisceau laser. Les faisceaux laser permettant de réaliser les oscillations résonnantes sont appliqués perpendiculairement à la direction de propagation des atomes qui se retrouvent alors avec une vitesse transverse d'environ 12 mm/s. À gauche, les cercles pleins donnent la population (relative au nombre total d'atomes) de l'état initial et de l'état diffracté. La ligne continue est un ajustement par une sinusoïde exponentiellement amortie, qui donne un temps de décohérence à $1/e$ de 1,6 ms.

Supposons que l'atome soit initialement dans l'état

$$|\psi(t_0)\rangle = c_e(t_0) \exp(-i\omega_e t_0)|e\rangle + c_g(t_0) \exp(-i\omega_g t_0)|g\rangle$$

à $t = t_0$. Après traversée d'une impulsion lumineuse d'amplitude constante et de durée τ , il sera dans l'état

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = c_e(t_0 + \tau) \exp(-i\omega_e(t_0 + \tau))|e\rangle + c_g(t_0 + \tau) \exp(-i\omega_g(t_0 + \tau))|g\rangle$$

avec :

$$\begin{aligned}
 c_e(t_0 + \tau) &= e^{-i\delta\tau/2} \left\{ c_e(t_0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) - i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + c_g(t_0) e^{-i(\delta t_0 + \phi)} \left[-i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right\} \\
 c_g(t_0 + \tau) &= e^{i\delta\tau/2} \left\{ c_e(t_0) e^{i(\delta t_0 + \phi)} \left[-i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + c_g(t_0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) + i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

On a posé $\tan\theta = -\Omega_{eg}/\delta$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

En l'absence de champ lumineux, l'équation (2.6) devient :

$$\begin{aligned}
 c_e(t_0 + \tau) &= c_e(t_0) \\
 c_g(t_0 + \tau) &= c_g(t_0)
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

On peut remarquer que les équations (2.6) et (2.7) sont équivalentes à celles développées par N. Ramsey dans le cas des impulsions micro-ondes [27].

Pour introduire l'effet mécanique induit par l'échange de photons entre les atomes et l'onde laser dans les équations (2.6) et (2.7), il est nécessaire de décrire les états atomiques dans l'espace produit tensoriel décrivant les états internes et les degrés de liberté externes de l'atome. En prenant pour base de l'espace des degrés de liberté externes les ondes planes de de Broglie $|\mathbf{p}\rangle$, on obtient une base ($|e, \mathbf{p}\rangle = |e\rangle \otimes |\mathbf{p}\rangle$; $|g, \mathbf{p}\rangle = |g\rangle \otimes |\mathbf{p}\rangle$). De même, la variation de la phase de l'onde laser avec la position de l'atome doit être prise en compte dans l'expression du champ électrique qui devient

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \omega t + \phi) \tag{2.8}$$

Pour simplifier, l'effet de l'interaction sur le mouvement perpendiculairement aux ondes lasers est ignoré en ne traitant quantiquement que le mouvement dans la direction des vecteurs d'onde. Le hamiltonien décrivant le système atome+champ s'écrit alors :

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} \tag{2.9}$$

où $\hat{\mathbf{p}}$ représente l'opérateur impulsion et $\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m}$ l'énergie cinétique de l'atome dans la direction des faisceaux. Le nouveau terme $e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{x}}}$ qui apparaît dans l'opérateur champ électrique est un opérateur de translation de l'impulsion $e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{x}}} = \int d^3\mathbf{p} \quad |\mathbf{p} \pm \hbar\mathbf{k}\rangle\langle\mathbf{p}|$. En effet, l'absorption d'un photon de l'onde laser de vecteur d'onde \mathbf{k} (passage de l'état $|g\rangle$ à l'état $|e\rangle$) entraîne un changement de l'impulsion de l'atome d'une quantité $\hbar\mathbf{k}$. De même, l'émission d'un photon (passage de l'état $|e\rangle$ à l'état $|g\rangle$) dans cette même onde laser entraîne un changement de $-\hbar\mathbf{k}$. Il existe ainsi effectivement une correspondance directe entre état atomique interne et état atomique externe et l'on peut restreindre les états atomiques aux deux états $|g, \mathbf{p}\rangle$

et $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$ couplés par le hamiltonien d'interaction. En représentation d'interaction par rapport au hamiltonien de l'atome, le vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$ s'écrit alors :

$$|\psi(t)\rangle = c_e(t)|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle e^{-i\left(\omega_e + \frac{|\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}|^2}{2m\hbar}\right)t} + c_g(t)|g, \mathbf{p}\rangle e^{-i\left(\omega_g + \frac{|\mathbf{p}|^2}{2m\hbar}\right)t} \quad (2.10)$$

L'évolution des nouvelles composantes c_g et c_e est encore décrite par les équations (2.6) et (2.7) en utilisant comme nouvelle expression pour le désaccord $\delta \equiv (\omega - \omega_{eg}) + \delta_d + \delta_{\text{rec}}$; $\delta_d = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{k})/m$ et $\delta_{\text{rec}} = (\hbar|\mathbf{k}|^2)/2m$ étant respectivement associés à l'effet Doppler et à l'énergie de recul.

2.2.2 L'interféromètre de *Ramsey-Bordé* symétrique

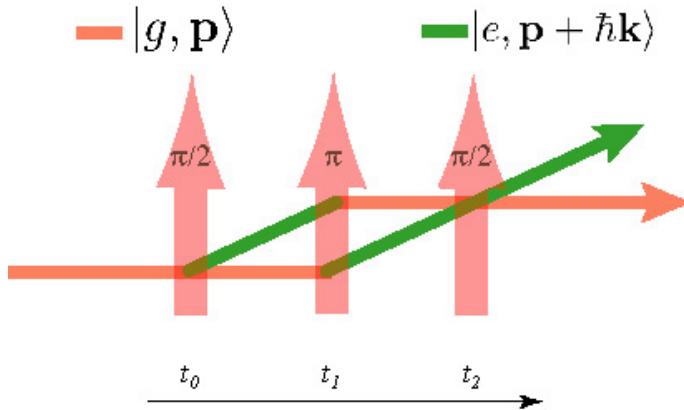


Fig. 2.2 : Principe d'un interféromètre utilisant une série d'excitations lumineuses « $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$ » : le faisceau laser peut être pulsé ou les atomes peuvent se déplacer perpendiculairement aux faisceaux lumineux. Un tel dispositif permet d'obtenir un interféromètre de type Mach-Zehnder.

Un interféromètre de *Ramsey-Bordé* typique est présenté figure 2.2. Cet interféromètre utilise une série d'impulsions lumineuses $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$ [5]. À $t_0 = 0$, un atome initialement dans $|g, \mathbf{p}\rangle$ est soumis à une impulsion lumineuse « $\pi/2$ » de largeur τ supposée infiniment courte ($\delta \ll 1/\tau$) et telle que $\Omega_r \tau = \pi/2$. Après l'impulsion, il est dans l'état :

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g, \mathbf{p}\rangle - i|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle e^{-i\phi_1(t_0)}) \quad (2.11)$$

où $\phi_i(t) = \int_{t_0}^t \delta(t') dt' + \phi_i^0$ représente la phase de l'onde laser i au moment de l'impulsion t . C'est une superposition cohérente de deux états atomiques d'impulsions différentes.

Les deux paquets d'ondes ainsi créés par cette impulsion lumineuse qui joue le rôle d'une *lame séparatrice* vont alors évoluer librement avant d'être soumis à une seconde impulsion lumineuse à l'instant $t_1 \simeq t_0 + T$. Cette impulsion est de même largeur τ et de fréquence de Rabi deux fois plus grande $\Omega_r = \pi/\tau$ (impulsion « π »). Après cette deuxième impulsion,

l'atome est dans l'état :

$$|\psi(t_1 + \tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-|g, \mathbf{p}\rangle e^{-i[\phi_1(t_0) - \phi_2(t_1)]} e^{-i\left(\omega_e + \frac{|\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}|^2}{2m\hbar}\right)T} - i|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle e^{-i\phi_2(t_1)} e^{-i\left(\omega_g + \frac{|\mathbf{p}|^2}{2m\hbar}\right)T} \right) \quad (2.12)$$

On a transféré totalement la population de l'état $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$ vers l'état $|g, \mathbf{p}\rangle$ et réciproquement, l'impulsion lumineuse jouant alors le rôle d'un *miroir*. Les paquets d'ondes associés sont ainsi redirigés de manière à se superposer de nouveau à l'instant $t_2 \simeq t_1 + T$. On applique alors la dernière impulsion $\pi/2$, séparatrice qui va recombinaisonner les différents paquets d'ondes. Après cette dernière impulsion, l'atome est dans l'état :

$$|\psi(t_2 + 2\tau)\rangle = \frac{e^{-i\Theta}}{2} \left\{ \begin{array}{l} -|g, \mathbf{p}\rangle (e^{-i[\phi_1(t_0) - \phi_2(t_1)]} - e^{-i[\phi_2(t_1) - \phi_3(t_2)]}) \\ -i|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle (e^{-i\phi_2(t_1)} - e^{-i[\phi_1(t_0) - \phi_2(t_1) + \phi_3(t_2)]}) \end{array} \right\}, \quad (2.13)$$

avec $\Theta = \left(\omega_g + \frac{|\mathbf{p}|^2}{2m\hbar} + \omega_e + \frac{|\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}|^2}{2m\hbar}\right) T$.

À la sortie de l'interféromètre, la probabilité de détecter les atomes dans l'état excité $|e\rangle$ est :

$$P_e = |c_{e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}}(2T)|^2 = \frac{1}{2} [1 - \cos(\Delta\phi)] \quad (2.14)$$

On constate que la probabilité de changement d'état interne $P_g = 1 - P_e$ varie de manière sinusoïdale avec la différence de phase $\Delta\phi = \phi_1(t_0) - 2\phi_2(t_1) + \phi_3(t_2)$ acquise par les atomes entre les deux chemins possibles. Il apparaît donc des franges d'interférences sur les populations atomiques.

2.2.3 Terme de déphasage

Il est intéressant de comprendre ce qui influe sur le terme de déphasage $\Delta\phi = \phi_1(t_0) - 2\phi_2(t_1) + \phi_3(t_2)$ qui apparaît en sortie de l'interféromètre. Dans un premier temps, on peut constater que la fréquence des lasers vue par les atomes au moment de l'impulsion lumineuse est déplacée par l'effet Doppler dû à la vitesse $\mathbf{v}_\perp(t)$ des atomes dans la direction des faisceaux laser [11, 28] : $\delta(t) = -k \cdot \mathbf{v}_\perp(t)$. A l'instant t de l'impulsion Raman, la phase du laser s'écrit alors $\phi_i(t) = \int_{t_0=0}^t \delta(t') dt'$. Ainsi, dans le cas d'un interféromètre symétrique comme présenté ci-dessus, on retrouve bien que la vitesse initiale $\mathbf{v}_\perp(0)$ des atomes n'influe pas sur le déphasage : $\Delta\phi = k \cdot \mathbf{v}_\perp(0) (0 - 2 * T + 2T) \equiv 0$. Au contraire, si la vitesse des paquets d'ondes atomiques n'est pas constante au cours de l'interrogation, le déphasage sera non nul ; dans le cas d'une accélération constante, on obtient $\Delta\phi = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}) T^2$.

Si les arguments précédents permettent de rendre compte de l'influence des accélérations relatives entre atomes et laser sur la sortie de l'interféromètre, elles sont néanmoins insuffisantes pour calculer rigoureusement la sensibilité de ces senseurs inertiels. Un traitement rigoureux utilise une méthode généralisant l'optique de Gauss (matrices « ABCDξ ») [29, 22]. Il existe

néanmoins une méthode approchée [23, 30] qui permet d'évaluer au premier ordre la valeur exacte du déphasage : le formalisme des intégrales de chemin de Feynman. L'idée de base est que le propagateur \mathcal{K} donnant la probabilité de trouver un atome en un point $B(\mathbf{r}, t)$ de l'espace résulte de l'interférence de tous les chemins possibles partant de $A(\mathbf{r}, t)$ et menant à $B(\mathbf{r}, t)$. Ceci est en quelque sorte l'équivalent du principe d'Huygens-Fresnel pour les ondes atomiques. Si l'action $S = - \int_{\text{durée}} H dt + \int_{\text{chemin}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r}$ est grande devant \hbar , seuls les chemins proches de la trajectoire classique réelle, c'est-à-dire vérifiant le principe de moindre action $\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial t} = 0$ donnent des interférences constructives, les autres se brouillant à cause des oscillations rapides. On aboutit alors à une démarche analogue à celle de l'optique physique où on calcule le déphasage le long des rayons de l'optique géométrique.

Les trajectoires *classiques* représentées sur la figure 2.2 prennent alors toute leur signification : on peut modéliser l'interféromètre en prenant simplement des ondes atomiques planes et en calculant la phase atomique, c'est-à-dire l'action, le long de chaque trajectoire classique. La figure 2.2 représente les trajectoires *classiques* non perturbées, c'est-à-dire sans l'action d'un champ extérieur. La première impulsion laser $\pi/2$ crée une superposition des deux états atomiques $|g, \mathbf{p}\rangle$ et $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$. Les deux trajectoires classiques ainsi créés par cette *lame séparatrice* vont alors être séparées de $\Delta x = (\hbar\mathbf{k}/m)T$ (m représente la masse des particules) à l'instant de la seconde impulsion lumineuse à l'instant t_1 . Les trajectoires vont alors être modifiées pour se recroiser à l'instant t_2 où le déphasage sera « lu » par la dernière impulsion laser. Le calcul du déphasage, qui doit tenir compte à la fois de la phase accumulée sur les trajectoires atomiques et de la phase impartie par l'interaction avec les lasers, n'est pas présenté ici. Le terme de phase dû à la propagation peut s'écrire simplement $\phi_{\text{traj}} = \left(\omega_{e,g} + \frac{\mathbf{p}_{e,g}^2}{2m\hbar} \right) T$ et on retrouve le terme de phase calculé directement dans l'équation (2.12). Le terme de phase dû à une transition induite par les impulsions laser vaut $\pm\phi_{\text{las}} = \pm(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \Phi)$ où Φ est le déphasage éventuel des lasers responsables des impulsions, entre chacune d'elles. Il résulte de ce calcul que les deux contributions sont nulles, au terme Φ de déphasage des lasers entre chaque impulsion près. Ce dernier terme permet d'ailleurs de balayer les franges atomiques, comme peut le faire une lame de phase dans un interféromètre optique.

Dans le cas où l'interféromètre est soumis à une perturbation extérieure, comme par exemple une rotation ou une accélération, il suffit donc de déterminer les nouvelles trajectoires atomiques perturbées par ce champ extérieur. On doit alors recalculer l'action classique sur ces trajectoires, le déphasage impartie au laser étant lui aussi modifié par la position des trajectoires au moment de l'impulsion. Il résulte de ce calcul, que l'on pourra trouver développé dans [22, 29, 30], que la contribution due à la modification de la trajectoire classique est nulle au premier ordre, l'effet du potentiel extérieur sur le terme de déphasage s'annulant avec le déphasage induit par la modification de trajectoire. La seule contribution importante vient donc de la modification du terme $\phi_{\text{las}} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \Phi$ au moment de l'interaction lumineuse [22, 29, 30]. Ceci permet d'envisager une image naïve de l'interférométrie atomique : un interféromètre atomique mesure, en quelque sorte, l'évolution de la position d'un atome

au cours du temps par rapport à une *règle* optique de référence. Ceci permet directement de comprendre que l'expression du déphasage lié à l'accélération sera proportionnel à aT^2 . On comprendra aussi (voir p. 37) que le fait d'effectuer la mesure avec trois impulsions laser permet de s'affranchir de la sensibilité à la vitesse initiale.

2.2.4 Utilisation d'une transition à deux photons - Transition Raman

Un effet important dans le bon fonctionnement des interféromètres a été négligé jusqu'à maintenant : l'effet de l'émission spontanée entre l'état excité $|e\rangle$ et l'état fondamental $|g\rangle$. Ce processus, lorsqu'il a lieu, conduit à une redistribution aléatoire des vitesses atomiques [23]. Il résulte alors en un brouillage des franges d'interférences, ou, similairement, une perte de contraste de l'oscillation de Rabi comme indiqué sur la figure 2.1. Cette perte de contraste est la signature directe d'une perte de cohérence entre les deux paquets d'ondes atomiques. Pour limiter cette décohérence, il est impératif que les états atomiques $|g\rangle$ et $|e\rangle$ soient métastables pendant des temps de l'ordre du temps de séjour des particules dans l'interféromètre, usuellement appelé *temps d'interrogation*. On peut par exemple utiliser des états excités de longue durée de vie Γ^{-1} (dans [11], la transition d'intercombinaison $^3P_1 \rightarrow ^1P_0$ avec $\Gamma^{-1} = 0.4$ ms de la molécule de Na_2 était utilisée). Cette solution présente néanmoins un inconvénient majeur. La longue durée de vie correspondant à une très faible largeur de raie, il est donc nécessaire de travailler avec des lasers de fréquence très bien définie et donc demandant un gros effort technique. Dans certaines conditions, les transitions Raman à deux photons [5, 31] per-

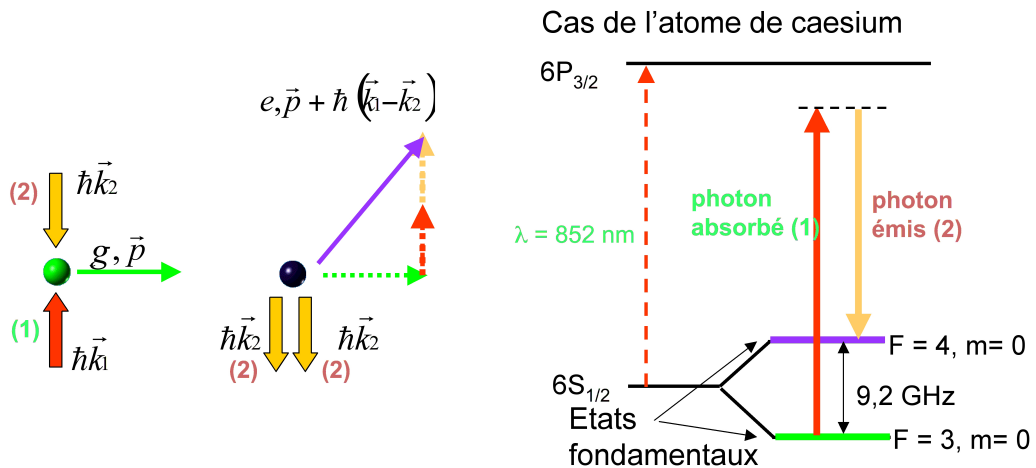


Fig. 2.3 : Principe des transitions Raman : On cherche à induire une oscillation de Rabi entre deux états fondamentaux de la structure hyperfine d'un alcalin (ici, le césium). La fréquence de transition entre ces deux états, accessible dans le domaine micro-onde (GHz), peut être synthétisée de manière optique à l'aide de deux faisceaux laser asservis en phase. De cette manière, on induit une transition à deux photons entre ces états. Si les faisceaux laser qui induisent cette transition sont contra-propagatifs, le transfert entre les deux états s'accompagne d'un transfert d'impulsion important qui permet de manipuler l'état externe de l'atome.

mettent de s'affranchir de ces différentes limitations². Considérons en effet un atome à deux niveaux fondamentaux g et e ($E_g - E_e = \hbar\omega_{ge}$) et un niveau excité i de largeur naturelle Γ . Les deux niveaux fondamentaux (les deux niveaux hyperfins $6S_{1/2}, F = 3$ et $6S_{1/2}, F = 4$ de l'atome de césium dans les dispositifs décrits dans ce manuscrit) ont une durée de vie infinie. Les transitions Raman sont stimulées par deux faisceaux laser de fréquences ω_1 et ω_2 ($\omega_2 - \omega_1 = \omega_{ge} - \delta$) et de vecteurs d'ondes \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 . Ces lasers sont proches de résonance, mais pas avec les transitions optiques $g \leftrightarrow i$ et $e \leftrightarrow i$ (désaccord Δ). Pour $\Delta \gg \Gamma$, l'interaction entre l'atome et les ondes lumineuses peut être décrite par un hamiltonien effectif à deux niveaux g et e dont la pulsation de Rabi vaut $\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_2^* \Omega_1}{2\Delta}$, $\Omega_{1,2}$ correspondant à la pulsation de Rabi induite par le couplage entre l'état excité i et les deux états fondamentaux g et e respectivement. L'évolution de la fonction d'onde atomique est donc encore décrite par les équations (2.6) et (2.7) en prenant $\phi_{\text{eff}} = \phi_2 - \phi_1$ pour la phase de l'onde laser et $\mathbf{k}_{\text{eff}} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ pour le vecteur d'onde. Si les deux ondes lumineuses sont contra-propagatives ($\mathbf{k}_1 \simeq -\mathbf{k}_2$), chaque impulsion Raman transfère 2 quantités de mouvement de photons $\hbar\mathbf{k}$ (dans le cas d'une impulsion micro-onde, le transfert de quantité de mouvement est plus faible d'un facteur $\omega_{ge}/\omega_{12} \ll 1$). Le désaccord s'écrit $\delta_{\text{eff}} = \delta + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}_{\text{eff}}}{m} + \frac{\hbar|\mathbf{k}_{\text{eff}}|^2}{2m} - \delta_{\text{ac}}$ où δ_{ac} représente le déplacement lumineux des états fondamentaux. Pour des ondes contre-propagatives, le désaccord δ_{eff} dépend fortement des vitesses atomiques à cause de l'effet Doppler. La séparation des paquets d'ondes atomiques s'accompagne donc d'une importante sélection en vitesse [31], comme nous le discuterons plus en détail dans le chapitre 5. Si les deux ondes lumineuses sont co-propagatives ($\mathbf{k}_1 \simeq \mathbf{k}_2$), la condition de résonance Raman est indépendante des vitesses atomiques, mais les transitions ne s'accompagnent pas d'un changement d'impulsion (transition Raman sans effet Doppler) et sont donc inutilisables pour un interféromètre à aire non nulle.

Il est intéressant de noter que la largeur de raie des lasers Raman n'a pas besoin d'être très petite. Par contre, la fréquence relative $\omega_2 - \omega_1$ doit être très bien définie³. Pour atteindre une telle stabilité, il est possible d'utiliser un système d'asservissement en phase de deux diodes laser montées en cavités étendues [32], un système plus compact basé sur l'asservissement par injection de deux diodes laser de puissance [33] ou par la création de bandes latérales sur une diode laser monomode [34, 35].

²Nous verrons aussi dans le dernier chapitre que la diffraction de Bragg sans changement d'état interne, qui est basée sur un principe physique identique, permet aussi de s'affranchir de l'émission stimulée.

³On peut constater qu'un déphasage de 1 radian correspond à un écart en fréquence $\Delta\omega \sim 2\pi/T$ de l'ordre de 1 Hz pour $T \simeq 100$ ms. Pour détecter un petit déphasage, de l'ordre de 1 mrad, il est donc nécessaire d'atteindre une stabilité meilleure que 1 mHz, soit une stabilité relative de 10^{-13} dans le cas d'une transition micro-onde ($\omega_{ge} \sim 1GHz$), et 10^{-18} pour une transition optique ($\omega_{ge} \sim 100THz$).

2.3 Senseurs inertiels atomiques

2.3.1 Accélérométrie par interférométrie atomique

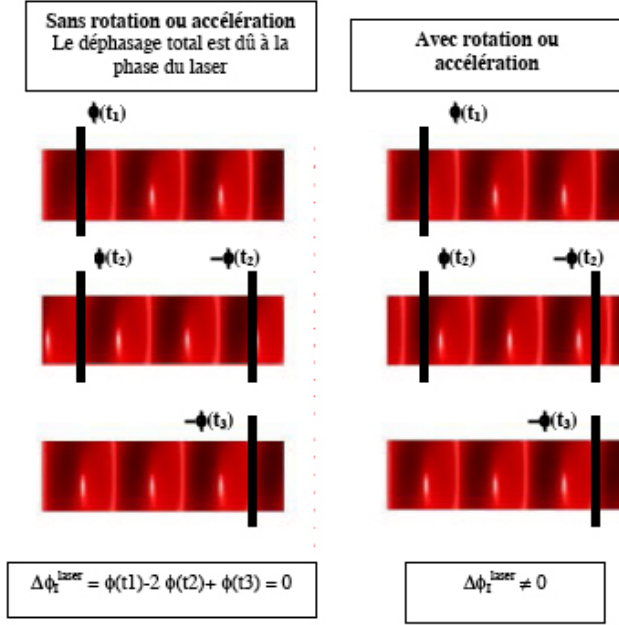


Fig. 2.4 : Principe de la sensibilité de l'interféromètre atomique aux effets inertiels. On a représenté schématiquement la variation de la phase $\cos(kx + \phi)$ comme une succession périodique de nœuds et de ventres. À gauche, lorsqu'il n'y a pas d'accélération, la phase des faisceaux n'est pas modifiée dans le temps et la phase accumulée sur la trajectoire de droite est la même que celle accumulée sur la trajectoire de gauche. Dans le cas d'une accélération, la phase des lasers évolue dans le temps et les phases respectives accumulées sur les trajectoires de droite et de gauche ne sont plus identiques, d'où un signal de déphasage.

Pour une accélération \mathbf{a} quelconque, le déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre vaut $\Delta\phi = -(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}) T^2$, où T est le temps d'interrogation entre chaque impulsion laser. Ce déphasage peut se comprendre simplement si l'on considère la composante a de l'accélération le long de la direction de propagation des faisceaux laser utilisés pour les séparatrices. La fréquence des lasers vue par les atomes au moment de l'impulsion lumineuse est déplacée par l'effet Doppler dû à la vitesse at des atomes : $\delta(t) = -k \cdot at \equiv (\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}) t$. À l'instant t de l'impulsion Raman, la phase du laser s'écrit $\phi_i(t) = \int_{t_0=0}^t \delta(t') dt' = -(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}) \frac{t^2}{2}$. Cette expression du déphasage *accélérométrique* permet de déduire une sensibilité de l'appareil de $2\pi T^2 \lambda^{-1}$ rad.s²/m, communément appelé facteur d'échelle. De ce facteur, on peut ensuite déduire l'accélération minimale détectable $\delta a = \frac{S}{B} \frac{\lambda}{2\pi T^2}$ (S/B est le rapport signal à bruit de la détection atomique), qui est la véritable sensibilité de l'appareil⁴. L'utilisation d'atomes froids devient ici fondamentale puisque la sensibilité augmente comme le carré du temps d'interrogation. Comme dans le cas des horloges atomiques [36, 37, 38], il est ainsi possible de propager des atomes froids (quelques μK , soit des vitesses d'expansions de quelques cm/s) à des vitesses d'ensemble faibles (de l'ordre du m/s) et d'obtenir ainsi des temps d'interrogation de l'ordre de la seconde tout en conservant des dimensions réduites.

⁴Cette sensibilité n'indique en rien la précision de la mesure, qui est lié à une connaissance précise du facteur d'échelle et des différents déphasages parasites qui peuvent entraîner un biais de mesure. Ce biais est souvent une limitation sévère des divers senseurs existants

2.3.2 Le gravimètre atomique développé à Stanford

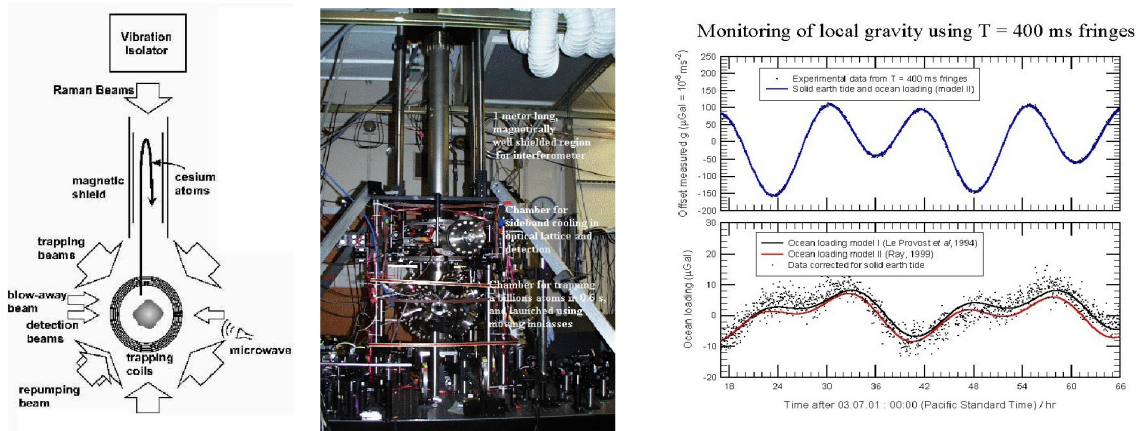


Fig. 2.5 : Schéma du gravimètre atomique réalisé à l'université de Stanford à la fin des années 1990 dans le groupe de S. Chu. Sur la droite, on peut observer les variations de la pesanteur au cours du temps (ici sur deux jours). La précision de ces mesures permet entre autres d'analyser l'influence de la lune et des marées, soit des écarts de l'ordre de $10^{-7}g$.

Une expérience de gravimètre atomique (figure 2.5) a montré une sensibilité de $2 \times 10^{-8} g$ en 1 seconde d'intégration et une exactitude d'environ $3 \times 10^{-9} g$ [13, 39]. Ce niveau de performance est déjà supérieur à celui des seuls gravimètres absolus existants, dont le fonctionnement repose sur la mesure de la chute d'un coin de cube dans un interféromètre optique de Michelson. Dans le gravimètre à atomes froids, les atomes, issus d'un piège magnéto-optique, sont lancés verticalement comme dans les fontaines atomiques et interagissent avec une paire de faisceaux verticaux induisant les transitions Raman stimulées.

La limite actuelle de la sensibilité de cet appareil est purement technologique. En effet, comme nous avons vu dans le chapitre 2.2.2, le déphasage à la sortie de l'interféromètre inclue une partie liée à la phase des lasers, et donc aux fluctuations de cette phase. Si le système optique qui produit et transporte les faisceaux Raman vers l'interféromètre n'est pas stable, les vibrations mécaniques ou les fluctuations d'indice de l'air pourront introduire un déphasage parasite qui sera « lu » par les atomes comme une accélération. Pour cette raison, une partie considérable du travail réalisé à Stanford a été consacrée au développement d'un système de stabilisation actif des miroirs du système optique des faisceaux Raman [40]. Néanmoins, des efforts technologiques supplémentaires devraient permettre d'améliorer de plus d'un ordre de grandeur les performances d'un tel gravimètre. L'exactitude est alors principalement limitée par le déphasage parasite induit par la rotation de la Terre [39]. En effet, l'appareil devrait être insensible à la rotation dans cette configuration car, la trajectoire des atomes étant parallèle à la direction de propagation des faisceaux lasers, l'aire physique incluse entre les deux bras de l'interféromètre est nulle. Néanmoins, la divergence résiduelle des trajectoires atomiques entraîne une très faible sensibilité à la rotation. L'utilisation d'atomes encore mieux collimatés, issus par exemple d'un condensat de Bose-Einstein, permettra sans doute de réduire cet effet et donc d'améliorer l'exactitude.

2.3.3 Le Gradiomètre à atomes froids développé à Yale & Stanford

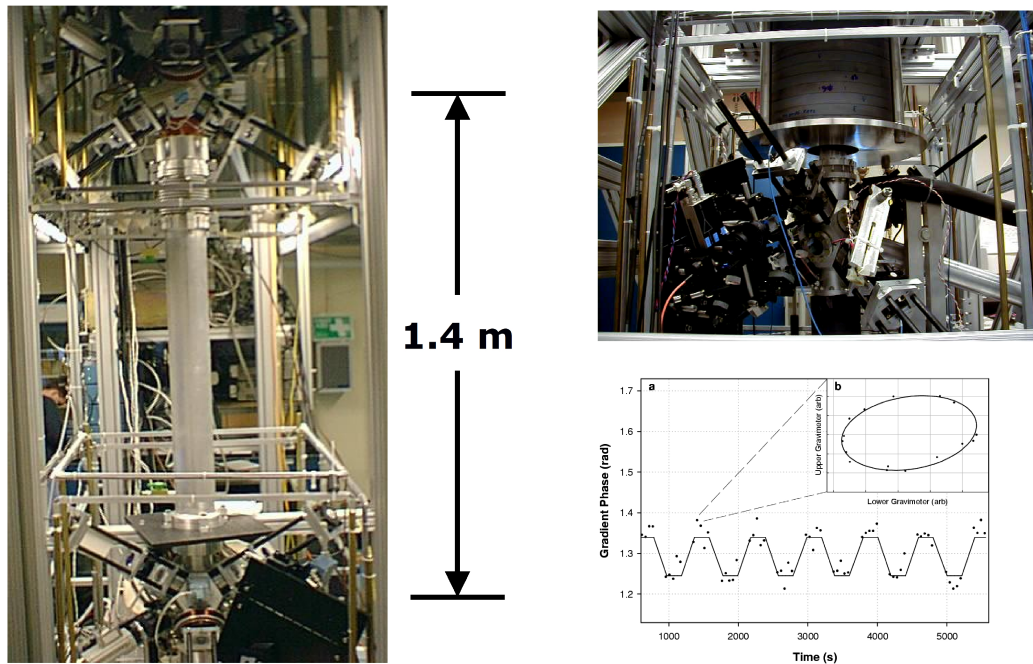


Fig. 2.6 : Gradiomètre développé à Stanford. En insert (en bas à droite), exemple de l'utilisation de ce gradiomètre pour effectuer une mesure de G [41]. Une masse de 540 kG de plomb est alternativement rapprochée de chaque gravimètre atomique. Cette mesure, préliminaire, a montré le fort potentiel de ce système pour des mesures de précisions.

La mesure du gradient de la gravité terrestre est fondamentale dans un grand nombre d'applications, comme la mesure de G , certains tests de relativité générale [42, 43], la navigation ou la géodésie [44]. En 1995, nous avons donc débuté à Stanford la réalisation d'un gradiomètre utilisant le même principe que le gravimètre atomique démontré précédemment.

Le dispositif, illustré figure 2.6, utilise une mesure par interférométrie atomique à impulsions lumineuses comme indiqué ci-dessus, mais cette fois-ci en effectuant la mesure simultanément sur deux nuages d'atomes froids séparés spatialement avec la même paire de faisceaux laser. Les fluctuations qui affectent les faisceaux lasers (fluctuations de phase, vibrations) limite le gravimètre atomique qui effectue mesure absolue de l'accélération. Ici, puisque l'on effectue la comparaison entre deux accélérations mesurées avec le même faisceau, la mesure du gradient devient en grande partie insensible à ces fluctuations. Comparé aux autres géométries d'interféromètres atomiques [16], ce système entraîne ainsi une complication éventuelle du dispositif (deux sources d'atomes froids), mais est beaucoup moins sensible aux vibrations résiduelles. Chaque mesure locale d'accélération utilise une séquence $\pi/2 - \pi - \pi/2$ comme pour le gravimètre.

Le dispositif est donc composé de 2 pièges magnéto-optiques [45] séparés verticalement de $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \sim 1 \text{ m}$. Pour chaque piège, nous avons conçu une chambre à vide indépendante. Un accès optique vertical, utilisant des hublots de bonne qualité ($\lambda/10$ p-p sur 3" de diamètre) installés sur chaque enceinte permet d'utiliser la même paire de faisceaux Raman pour réali-

ser les deux interféromètres. Comme dans le cas du gravimètre, l'expérience est conçue pour fonctionner en mode pulsé, un nuage d'atomes froids étant lancé et interrogé dans chaque enceinte toute les 500 ms (2 Hz de taux de répétition). À chaque lancement d'atomes, on réalise la séquence expérimentale suivante : préparation des atomes dans le bon état hyperfin ($m_F = 0$), interrogation des atomes grâce aux impulsions Raman (suivant le même mode qu'un gravimètre) et détection. Cette dernière, très critique vis-à-vis des performances ultimes du gravimètre, a subi de fortes modifications et optimisations au cours des dernières années [41].

2.3.4 Les gyromètres à onde de matière

Si les atomes possèdent une vitesse orthogonale à la direction des faisceaux laser, les trois impulsions laser sont effectuées à des positions différentes (cf figure 2.2) et on obtient un interféromètre de type Mach-Zehnder. Cet interféromètre est sensible à la rotation. Pour le vérifier simplement, considérons le cas où les atomes sont dans un référentiel tournant à la vitesse $\boldsymbol{\Omega}$ (on négligera la variation de direction des faisceaux laser dans ce référentiel, ce qui revient à négliger l'effet de l'interaction sur le mouvement perpendiculairement aux ondes lasers).

Dans ce référentiel, les atomes subissent une accélération de Coriolis $\mathbf{a}_c = 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_l$ (\mathbf{v}_l est la vitesse longitudinale des atomes). Ainsi, la fréquence des lasers vue par les atomes est déplacée par effet Doppler d'une quantité $\delta_{rot}(t) = -(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_c) t \equiv -2\mathbf{k} \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_l) t$. La phase de l'onde laser i à l'instant t s'écrit alors $\phi_i(t) = \int_{t_0=0}^t \delta(t') dt' = -\boldsymbol{\Omega} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{v}_l) t^2$ et le déphasage entre les paquets d'ondes à la sortie de l'interféromètre vaut $\Delta\phi = -2\boldsymbol{\Omega} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{v}_l) T^2$. On retrouve finalement, comme démontré plus rigoureusement dans [46, 47, 48], la formule bien connue pour l'effet Sagnac [49, 50] en optique :

$$\Delta\phi = \frac{2m}{\hbar} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{S} = \frac{4\pi}{\lambda_{dB} v_{at}} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{S} \quad (2.15)$$

en posant $\mathbf{S} = \frac{\hbar \mathbf{k} \times \mathbf{v}}{m} T^2$, l'aire orientée de l'interféromètre.

Il est intéressant de comparer la formule 2.15 avec l'expression du déphasage dans un gyromètre optique : $\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda c} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{S}$. On constate que pour une même aire \mathbf{S} et un même rapport signal à bruit, la sensibilité d'un interféromètre utilisant des atomes est à priori supérieure à celle d'un interféromètre optique par un facteur $(mc^2)/(\hbar\omega_0) \sim 10^{11}$. Une telle sensibilité intrinsèque rend les gyroscopes atomiques compétitifs même en considérant les aires importantes qui peuvent être réalisées avec les interféromètres optiques.

En effet, l'aire d'un interféromètre atomique sera en principe de l'ordre de 1 cm^2 : la vitesse de recul $\frac{\hbar \mathbf{k}}{m}$ est de l'ordre de 1 cm/s pour le césium et le rubidium, la vitesse de propagation v varie entre 300 m/s pour un jet thermique et 50 cm/s pour des atomes froids et le temps

d'interrogation est de l'ordre de 10 ms pour un jet (dispositif de 3 m de long) à 100 ms pour les atomes froids (dispositif de 5 cm de long). Le facteur d'échelle vaut alors $\frac{2mS\hbar}{\text{rad}} \simeq 10^5$ rad/(rad/s), permettant, avec une détection atomique de rapport signal à bruit important ($> 10^4$), de détecter des rotations inférieures au nrad/s. Il est en effet relativement facile d'obtenir des flux atomiques importants (Certaines horloges à jet atomique de césium utilisent des flux de l'ordre de 10^{14} atomes/s ou plus [51]), permettant d'espérer des sensibilités à court terme de l'ordre de 10^{-12} (rad s⁻¹Hz^{-1/2} combinées avec une très bonne stabilité à long terme.

2.4 Revue de détail de deux dispositifs expérimentaux

2.4.1 le gyromètre à jet atomique de Stanford

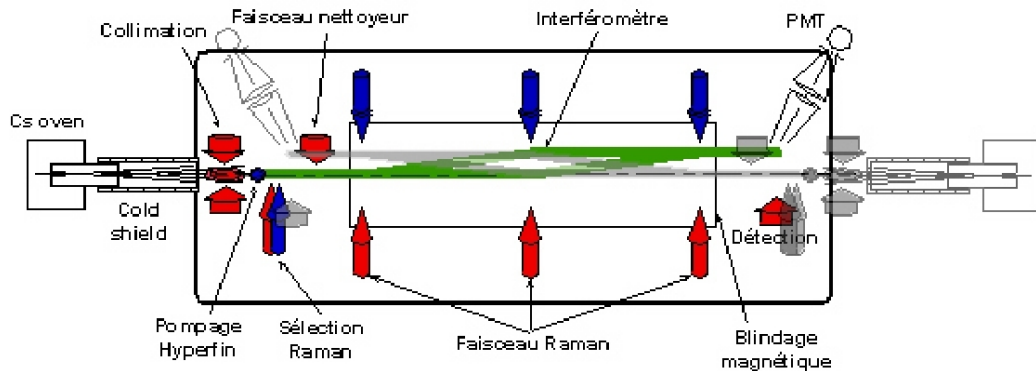


Fig. 2.7 : *Dispositif expérimental : Le jet atomique issu du four (vitesse la plus probable : 270 m/s) est collimaté par un diaphragme de 1 mm à 30 cm pour obtenir une vitesse transverse de $\simeq 1$ m/s. Ce jet est ensuite collimaté grâce à une melleuse à deux dimensions puis les atomes sont pompés dans un niveau insensible au champ magnétique ($F = 4, m_F = 0$). Ils sont ensuite transférés dans $F = 3, m_F = 0$ à l'aide d'une impulsion Raman qui réalise ainsi une sélection longitudinale des vitesses atomiques. Les atomes restés dans $F = 4$ sont expulsés à l'aide d'un faisceau résonnant sur la transition optique $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Les autres pénètrent alors la zone d'interrogation où règne un champ magnétique uniforme de direction perpendiculaire au jet atomique. Ils y subissent la série d'excitations lumineuses puis sont détectés par fluorescence grâce à un tube photomultiplicateur (PMT). En surimpression est représenté le dispositif du deuxième jet atomique qui permet d'effectuer une double mesure simultanée.*

Pour comprendre un peu mieux le fonctionnement d'un gyromètre à atomes, analysons en détail le dispositif expérimental développé initialement à Stanford et présenté figure 2.7. Celui-ci utilise un jet d'atomes collimaté identique aux premières horloges atomiques. Les atomes sortent d'un four et forment un jet thermique avec un flux atomique d'environ 10^8 atomes/s, une vitesse transverse \mathbf{v}_t de l'ordre du m/s et une vitesse longitudinale $|\mathbf{v}_l| = 270$ m/s. Avec de tels paramètres, le jet a une étendue spatiale d'environ 1 cm dans la zone de détection située 3 m en aval⁵. Juste après le diaphragme, les atomes sont refroidis dans

⁵Nous discuterons au dernier chapitre l'importance de cet étalement transverse des sources atomiques, en particulier dans les applications spatiales.

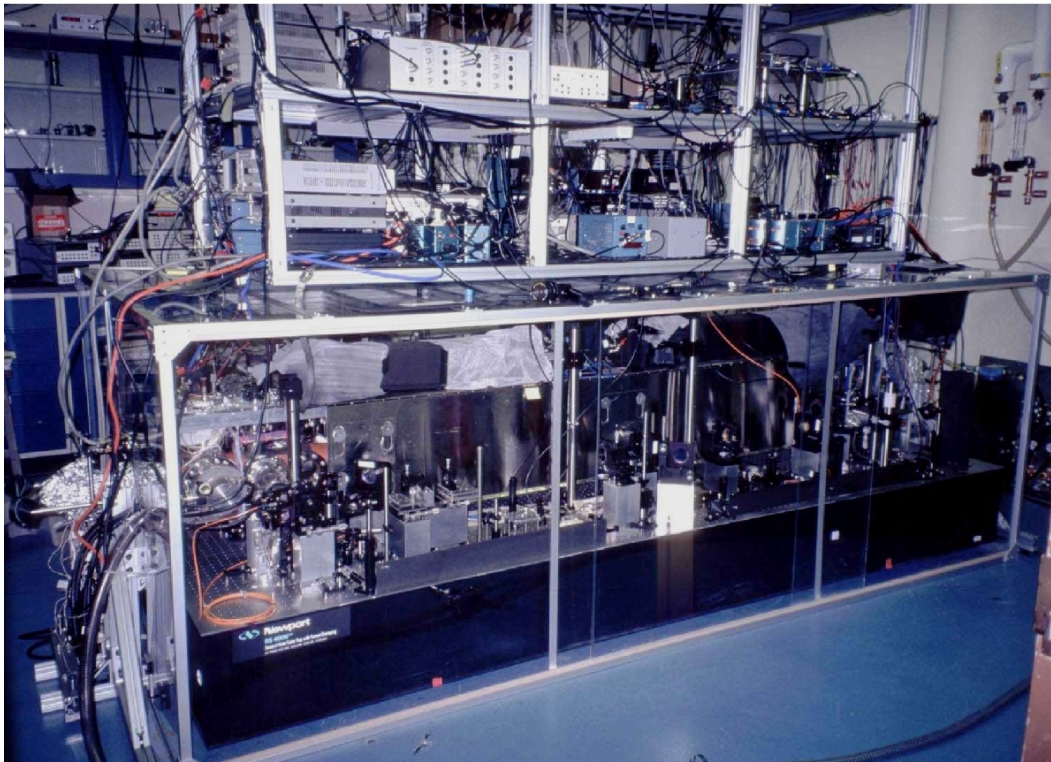


Fig. 2.8 : Photographie du dispositif expérimental de gyromètre atomique à jet non ralenti.

une mélasse transverse à deux dimensions [52, 53] pour atteindre une collimation de l'ordre de 0.3 mrad ($|\mathbf{v}_t| \sim 10$ cm/s) en conservant un flux important. Ce refroidissement permet non seulement d'avoir un jet beaucoup mieux localisé ($\simeq 1$ mm) dans la zone de détection, mais il est de plus fondamental pour l'utilisation des transitions Raman sélectives en vitesse, puisque leur sensibilité à l'effet Doppler est de quelques cm/s [20].

Avant de pénétrer dans la zone d'interaction, les atomes sont pompés optiquement dans un niveau insensible (au premier ordre) au champ magnétique $F = 4, m_F = 0$ [54, 51]. Les atomes ainsi préparés sont ensuite transférés de l'état fondamental $F = 4, m_F = 0$ ($|e\rangle$) vers l'état fondamental $F = 3, m_F = 0$ ($|g\rangle$) grâce à une impulsion Raman π insensible à l'effet Doppler (réalisé à l'aide de deux lasers se propageants dans la même direction), qui effectue une transition entre ces deux états sans échange d'impulsion (voir chapitre 2.2.2 et 2.4.2). Les atomes qui n'ont pas effectué la transition sont alors *poussés* hors de l'expérience par une onde progressive transverse résonnante avec la transition optique $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Cette préparation des atomes permet d'améliorer sensiblement la détectivité tout en améliorant la collimation longitudinale du jet atomique.

Les atomes pénètrent ensuite dans la zone d'interaction qui est entourée d'un double blindage magnétique. Il y règne un champ magnétique horizontal et perpendiculaire à la direction du jet atomique. Ce champ directeur, de l'ordre de 200 mG uniforme à mieux que 1%, est créé par quatre fils parcourus par un courant de 0.2 A. Il permet de conserver les atomes dans

le sous-niveau Zeeman non magnétique $m_F = 0$ lors de la manipulation des paquets d'ondes atomiques [5] par les impulsions lumineuses.

Les faisceaux Raman sont issus de deux faisceaux laser de puissance $P \leq 150$ mW, asservis en phase [33]. Chaque faisceau Raman est séparé en trois faisceaux dont les intensités relatives sont 1 :2 :1. On obtient bien ainsi les fréquences de Rabi effectives, proportionnelles⁶ à $\frac{I}{\Delta}$, qui varie d'un facteur 2 entre les zones d'impulsion π et les zones d'impulsion $\pi/2$. Les faisceaux sont ensuite alignés contra-propagatifs deux à deux. Ces trois paires de faisceaux sont utilisées pour effectuer la séquence d'impulsions lumineuses $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$ dans la zone d'interaction. Elles sont alignées horizontalement. Leur direction de propagation est perpendiculaire à la vitesse longitudinale des atomes du jet. L'orientation de chaque paire est définie à mieux que $10 \mu\text{rad}$ grâce à un système interférométrique combiné avec un senseur de position [12]. Les zones d'irradiation sont séparées par 0.96 m et la largeur de chaque faisceau est établie par des fentes verticales de largeur 5.5 mm ($\tau \sim 20 \mu\text{s}$).

L'interféromètre fonctionne comme indiqué à la section 2.2.2 : les atomes sont initialement dans l'état $|F = 3, m_F = 0; \mathbf{p}_0\rangle$ (\mathbf{p}_0 est l'impulsion atomique initiale) lorsqu'ils pénètrent dans la zone d'interaction. Ils traversent alors la première zone d'irradiation (impulsion « $\pi/2$ ») qui les transfère dans une superposition des états $|F = 3, m_F = 0; \mathbf{p}_0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0; \mathbf{p}_0 + 2\hbar\mathbf{k}\rangle$. La vitesse de recul $2\hbar\mathbf{k}$ correspond à une vitesse transverse de 7 mm/s, les deux paquets d'ondes seront donc séparés d'environ $26 \mu\text{m}$ après 1 m de vol libre. Ils subissent alors l'impulsion Raman « π » qui va rediriger les trajectoires atomiques. Lorsque les deux paquets d'ondes se recouvrent de nouveau, 1 m en aval, ils sont recombinaés par la dernière impulsion lumineuse. Les atomes qui ont effectué la transition de $F = 3$ à $F = 4$ sont détectés à la sortie de l'interféromètre en collectant la fluorescence induite par une sonde à résonance avec $F = 4 \rightarrow F' = 5$ sur un tube photomultiplicateur.

Les franges d'interférence dépendant de la rotation sont indiquées figure 2.9 pour un temps d'intégration de 800 ms par point. Environ 10^7 atomes contribuent au signal de franges au point de plus fort contraste. La lumière parasite est environ 10 fois plus importante que le signal atomique. Afin de supprimer la contribution de ce fond lumineux au signal de détection, on alterne une phase de refroidissement transverse du jet atomique avec une phase d'expulsion de tous les atomes (mélasse transverse à résonance) à une cadence de quelques kHz. Ceci a pour conséquence de moduler le nombre d'atomes sortant de l'interféromètre. On démodule alors le signal atomique en effectuant une détection synchrone de la fluorescence récoltée sur le tube photomultiplicateur. Le rapport signal à bruit mesuré est de l'ordre de $400 : 1$, soit une sensibilité à court terme mesurée de 2×10^{-8} ($\text{rad s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$).

Peu de franges sont visibles. La baisse de contraste pour des vitesses de rotation élevées est induite par la distribution en vitesses longitudinales dans le jet atomique. En effet, à chaque

⁶Rappelons ici que $\Omega \propto \sqrt{I}$, et qu'ainsi, dans le cas d'une transition à 1 photon, les rapports entre intensités doivent être 1 :4 :1

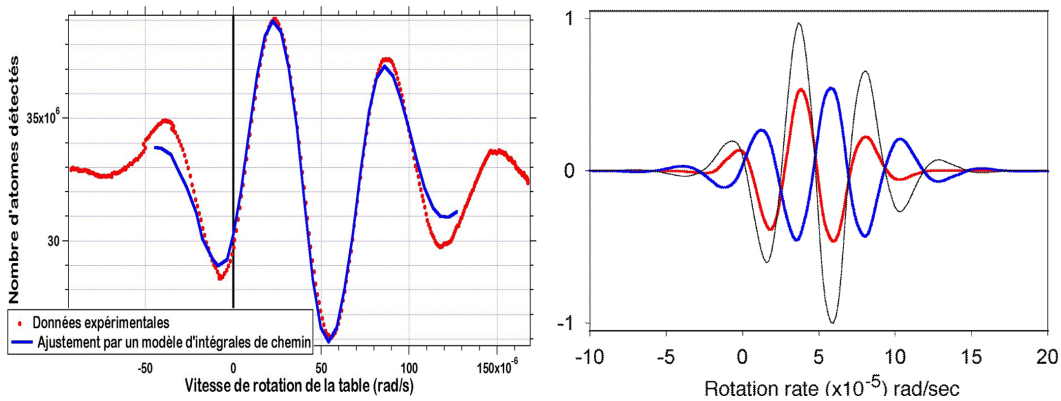


Fig. 2.9 : *Franges d'interférence à la sortie d'un interféromètre à jet atomique en fonction de la vitesse de rotation du dispositif (mesuré à l'aide d'accéléromètres ancrés sur le dispositif). À gauche, comparaison entre le signal obtenu pour un jet simple et le signal théorique attendu. À droite, utilisation de deux jets atomiques contra-propagatifs. Cette technique, couramment utilisée dans les horloges à jet, permet de se débarrasser d'un grand nombre d'effets parasites par réjection de modes communs*

vitesse longitudinale correspond une aire différente de l'interféromètre. Pour des vitesses de rotation suffisamment élevées, chaque vitesse induit un déphasage très différent, et le contraste est fortement diminué après moyenne sur les contributions de tous les atomes du jet. On retrouve ici un problème bien connu en optique, où on peut montrer que même en lumière blanche (fortement achromatique), l'observation de frange d'interférences en est encore possible, mais seulement pour la teinte plate (différence de marche nulle).

On constate aussi que la frange centrale (déphasage nul) ne correspond pas à $\Omega_t = 0$ mesuré à l'aide d'accéléromètres ancrés sur le dispositif. Ces derniers sont seulement sensibles aux perturbations alternatives alors que notre interféromètre mesure des vitesses de rotations continues. Ce déplacement correspond à $43 \mu\text{rad/s}$, la vitesse de rotation de la terre en tenant compte de la projection de l'axe de rotation sur la normale à la surface de l'interféromètre [12].

2.4.2 Le G.O.M. : Gyromètre à Ondes de Matière utilisant des atomes refroidis par laser

En 1997, en collaboration avec N. Dimarcq et A. Clairon du SYRTE, C. Salomon du Laboratoire Kastler-Brossel, C. Bordé du Laboratoire de Physique des Laser, la DGA et SAGEM (initialement la SFIM), nous avons débuté la construction d'un gyromètre à atomes froids, rejoints ensuite par A. Landragin qui a pris en charge ce dispositif. Inspiré des développements rapides du projet PHARAO, horloge à atomes froids transportable, ce projet a pour but de réaliser un appareil métrologique transportable. L'objectif principal n'est donc pas, comme précédemment, d'atteindre les performances ultimes accessibles par cette technique, mais au contraire de réaliser un appareil très stable à long terme. Ce souci a guidé certains

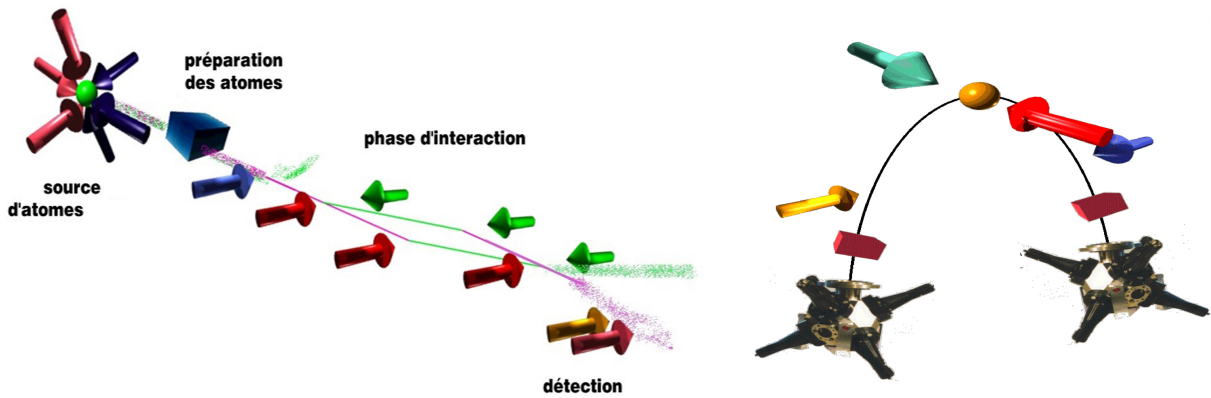


Fig. 2.10 : *Gauche : Principe du gyromètre à atomes froids ; une boule d'atomes froids est lancée dans une direction déterminée. Cette boule traverse alors une zone de préparation des états atomiques (utilisant en principe une cavité radiofréquence accordée sur la transition d'horloge), puis subit les trois interactions laser pour obtenir en sortie un signal d'interférence. Droite : réalisation pratique pour le G.O.M. ; deux boules d'atomes froids sont lancées symétriquement par rapport à la verticale. L'interrogation se fait au sommet de la trajectoire parabolique des atomes à l'aide d'une unique paire de faisceaux Raman modulés dans le temps.*

de nos choix, comme par exemple l'idée d'utiliser un seul faisceau pulsé pour réaliser les trois zones d'interrogation, d'utiliser une parabole assez "fermée" et de concevoir le système avec deux sources contra-propagatives.

Le dispositif actuellement en test se compose donc de deux sources d'atomes froids placés tête-bêche. Ces deux sources atomiques sont des nuages d'atomes de césium pompés dans l'état interne $F = 4$, capturés et refroidis dans un piège magnéto-optique à une température de quelques microKelvins. Pour chaque boule, les six faisceaux de refroidissement forment un trièdre dont la direction (1,1,1) est la direction initiale de lancement des atomes. Cette dernière fait un angle de 82° avec l'horizontale. La vitesse de lancement dans cette direction est de 2.4 m/s. Ainsi, les atomes atteignent l'apogée de leur trajectoire avec une vitesse dans la direction horizontale d'environ 30 cm/s. La séquence d'interrogation a lieu autour du sommet de cette trajectoire de manière symétrique par rapport à l'apogée. Les trois impulsions $\pi/2$, π et $\pi/2$, chacune d'une durée de $20 \mu\text{s}$ sont séparées temporellement par 45 ms. Ces impulsions sont réalisées à partir d'une seule paire de faisceaux laser horizontaux dont le diamètre de 42 mm à $1/e^2$ est choisi de telle sorte que l'intensité laser au niveau des impulsions $\pi/2$ soit égale à la moitié de celle de l'impulsion π (figure 2.11).

En utilisant la formule (2.15), on peut estimer la sensibilité intrinsèque de cette configuration à 0.7 mrad/s pour un déphasage de 2π . En considérant un rapport signal à bruit de 1000 (soit 10^6 atomes détectés), la sensibilité de l'interféromètre à court terme est alors de $700 \text{ nrad s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$, soit un peu plus d'un ordre de grandeur moins bien que le dispositif de la section précédente. Néanmoins, notre système devrait permettre d'améliorer sensiblement la stabilité à long terme du dispositif. La dégradation de la stabilité à court terme au profit de la stabilité à long terme peut d'ailleurs être un avantage pour les systèmes pulsés comme celui-

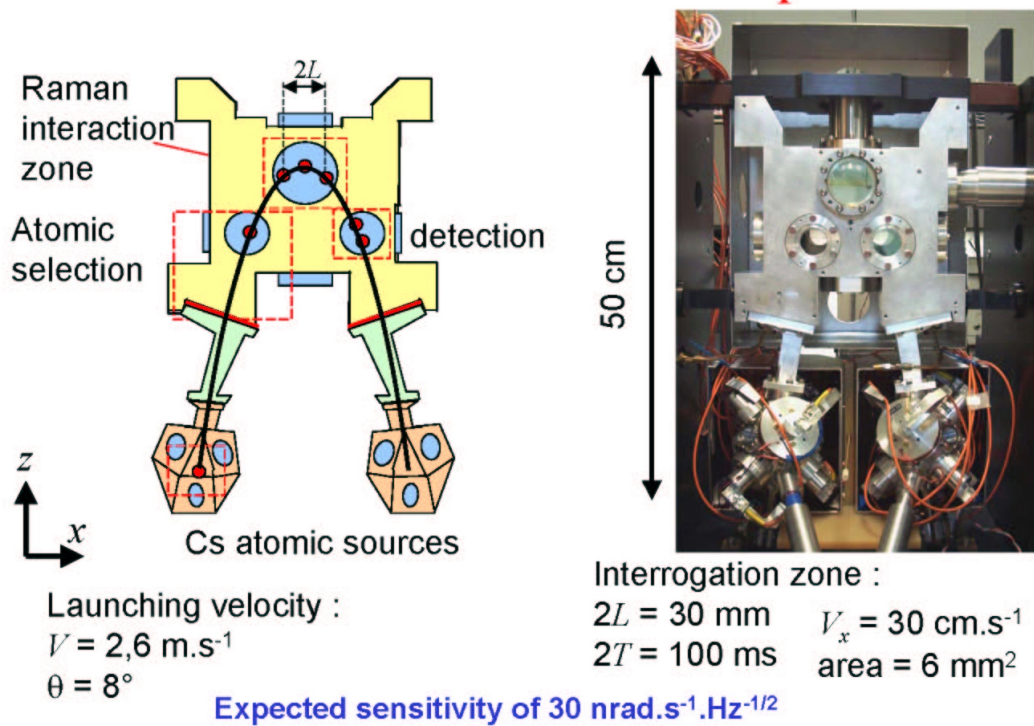


Fig. 2.11 : Schéma et paramètres fonctionnels du G.O.M.

ci. En effet, comme dans les horloges, la stabilité à court terme d'un tel dispositif pulsé (ou les mesures sont intermittentes) peut être maintenue entre les différentes mesures successives grâce au couplage avec un gyromètre de référence. Il existe néanmoins très peu de solutions qui permettent d'égaliser les performances des senseurs atomiques, même à court terme.

Ce dispositif présente aussi l'intérêt d'être potentiellement une base inertielle quasi complète, qui permettra d'extraire des signaux d'interférence la vitesse de rotation suivant trois axes et l'accélération absolue suivant deux axes, comme nous le verrons à la fin de ce chapitre.

Configuration « sans effet Doppler » : (franges de Ramsey et) test des performances du système

Il est possible de modifier légèrement la configuration du senseur inertielle pour le rendre insensible aux différents effets inertiels (accélération et rotation). Pour cela, les deux faisceaux Raman sont alignés de manière à se propager dans la même direction. De cette manière, une impulsion lumineuse peut exciter une transition « micro-onde » entre les deux états hyperfins d'une manière analogue aux cavités-hyperfréquences utilisées dans les horloges atomiques [33]. Dans cette expérience (Figure 2.12), la phase du premier pulse Raman est variée pour observer la modulation. Le temps d'interaction entre les deux impulsions $\pi/2$ est 20 ms, le temps entre chaque mesure (une mesure correspond au lancer d'un PMO dans l'interféromètre) est de 560 ms. Grâce à cette expérience, il est alors possible d'étudier les

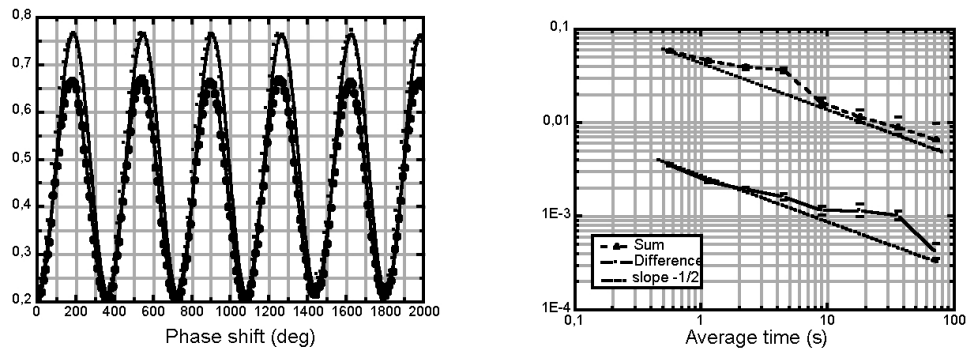


Fig. 2.12 : *Franges de Ramsey par transition Raman. Droite : franges d'interférence correspondant à la probabilité de détecter les atomes dans l'état $F=4$ à la sortie de chacun des interféromètres. Gauche : variance d'Allan obtenue pour la somme (pointillés) et la différence (continu) des phases déduites de chaque signal.*

fluctuations de phase du système en réglant la phase de manière à être positionné sur le flanc d'une frange. On obtient ainsi deux signaux proportionnels au déphasage induit dans l'interféromètre, une information pour chaque direction de lancement des atomes. On peut ensuite étudier les performances d'un interféromètre seul, ainsi que les performances obtenues après avoir effectué la somme ou la différence des résultats obtenus sur chaque interféromètre. On constate que le rapport signal à bruit est nettement amélioré si l'on utilise la différence des signaux ($S/B = 280$ contre $S/B = 17$ pour la somme), ce qui est une indication de l'efficacité de la réjection des bruits techniques dans cette configuration. Cette méthode à deux jets contra-propagatifs est couramment utilisée dans les horloges atomiques traditionnelles⁷. Les performances du système que l'on extrait de la différence des signaux sont compatibles avec les performances attendues pour un rapport signal à bruit limité par le bruit de projection quantique ($= \sqrt{N_{at}}$), montrant ainsi toute l'efficacité de cette méthode pour la réjection des divers bruits de phases (lasers, source micro-onde, etc.) qui peuvent limiter les performances d'un seul interféromètre.

Configuration « contra-propagative » : senseur inertiel atomique (GOM)

La configuration « contra-propagative », micro-onde dans laquelle les faisceaux Raman sont alignés de manière à se propager dans des directions opposées, permet de rendre les transitions Raman sensibles à l'effet Doppler et donc de rendre l'interféromètre sensible aux effets inertiels (rotation et accélération). La figure 2.13 indique les signaux d'interférence obtenus dans cette configuration. Les paramètres de l'interféromètre sont les mêmes que précédemment : temps d'interaction 20 ms et taux de répétition $1 : 560 \text{ ms}^{-1}$. L'augmentation du bruit

⁷Dans les horloges à atomes froids, la configuration en fontaine atomique entraîne naturellement une réjection des bruits techniques puisque la même cavité est utilisée, rendant inutile un système à deux sources

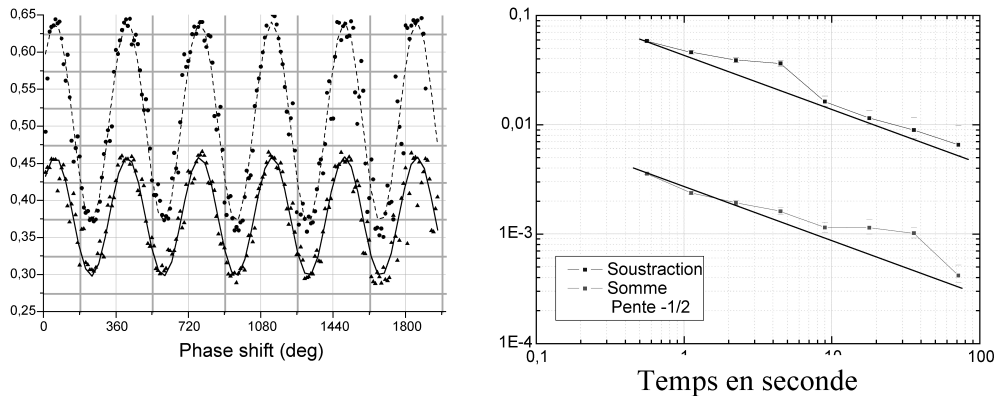


Fig. 2.13 : *Franges du senseur inertielle atomique. Droite : franges d'interférence correspondant à la probabilité de détecter les atomes dans l'état $F=4$ à la sortie de chacun des interféromètres. Gauche : variance d'Allan obtenue pour la somme (pointillés) et la différence (continu) des phases déduites de chaque signal.*

vient des vibrations parasites sur l'expérience, qui induisent une fluctuation de phase des lasers Raman qui s'ajoute directement au déphasage dû à la rotation. Ces fluctuations entraînent une « décorrélation » de la phase des impulsions laser pour des trop grandes durées de vol libre entre deux impulsions, et limitent donc l'aire accessible de l'interféromètre.

En corrigeant ce problème de vibrations, principalement en installant l'enceinte à vide sur lesquels les systèmes optiques des faisceaux Ramans sont installés sur une plateforme anti vibrations, il a été possible d'améliorer les performances de cet interféromètre en augmentant l'aire de près d'un ordre de grandeur : le temps entre deux impulsions est passé de 20 ms à 60 ms. Ainsi, pour le signal de rotation (différence), le rapport signal à bruit était de 38, soit une sensibilité de 2.5×10^{-6} rad.s $^{-1}$ en 1 seconde. Pour le signal d'accélération, la moins bonne réjection des déphasages parasites entraîne une baisse de contraste et un rapport signal à bruit réduit de 12, soit une sensibilité de 6.2×10^{-6} m.s $^{-2}$ en 1 seconde.

Une des particularités du Gyromètre développé au SYRTE est de pouvoir accéder à plusieurs configurations d'interféromètre permettant de mesurer en principe la rotation suivant trois directions de l'espace et l'accélération suivant deux directions de l'espace. Dans la configuration « classique » qui a principalement été étudiée, les faisceaux Raman se propagent horizontalement, la trajectoire des atomes étant perpendiculaire à la direction de propagation des faisceaux. Il est aussi possible de configurer la direction de propagation des faisceaux verticalement (à droite sur la figure 2.15) et ainsi de mesurer la vitesse de rotation suivant une direction horizontale, ainsi que l'accélération verticale. Cette configuration est autorisée car l'interrogation des atomes se produit au sommet de leur trajectoire parabolique, où la vitesse atomique est principalement horizontale et encore perpendiculaire à la direction des lasers. La dernière configuration est plus astucieuse, et utilise pleinement le repliement de la trajectoire parabolique. Comme indiqué à gauche de la figure 2.15, elle utilise la même

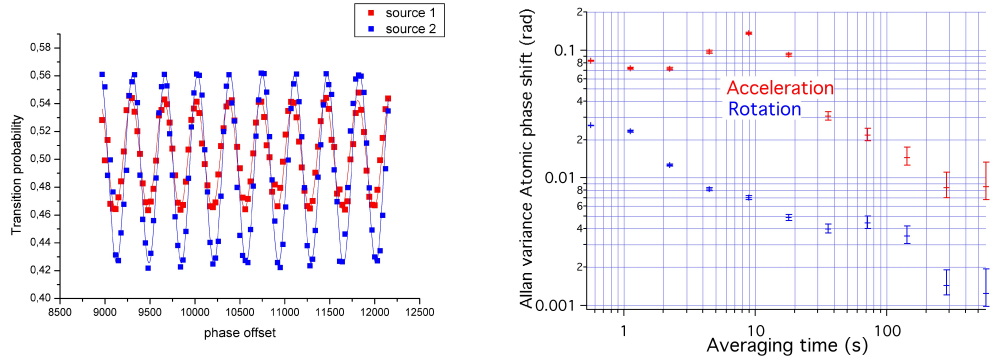


Fig. 2.14 : *Franges du senseur inertielle atomique après isolation des vibrations parasites. Gauche : franges d'interférence correspondant à la probabilité de détecter les atomes dans l'état $F=4$ à la sortie de chacun des interféromètres. Le temps d'interaction entre deux impulsions $\pi/2$ ou π est maintenant de 60 ms. Droite : variance d'Allan obtenue pour la somme (pointillés) et la différence (continu) des phases déduites de chaque signal.*

configuration de faisceau que pour la mesure de rotation verticale, mais une configuration d'impulsion différente où les atomes sont interrogés une première fois dans leur phase ascendante, puis une deuxième fois dans la phase descendante, et ce de manière symétrique. On constate ainsi que l'aire effective de l'interféromètre est orientée horizontalement. En effet, la projection de l'aire dans un plan horizontal est symétrique par rapport à l'apogée des trajectoires : les aires de part et d'autre sont identiques, mais parcourues *en sens inverse* par les atomes, elles se compensent donc. La sensibilité gyroscopique prend dans ce cas une forme similaire à l'équation (2.15) :

$$\Delta\phi = \mathbf{k} \times \mathbf{g} \cdot \Omega T^3 \quad (2.16)$$

Nous avons dernièrement mis en œuvre cette configuration, montrant ainsi que la détec-

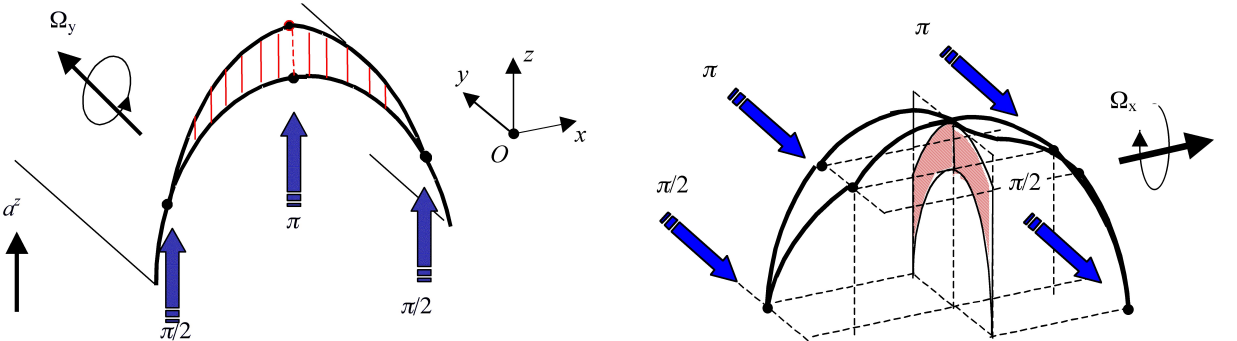


Fig. 2.15 : *Les deux autres configurations d'interféromètre permettant de mesurer en tout la rotation suivant les trois directions de l'espace et l'accélération suivant 2 directions. À droite, une configuration où les faisceaux Raman se propagent verticalement permet de mesurer la rotation suivant un axe horizontal et l'accélération suivant la direction des faisceaux; À gauche, une configuration utilisant les faisceaux Raman initiaux, mais utilisant 4 impulsions laser $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ permet de mesurer la rotation dans l'autre direction horizontale. Elle est de plus insensible à l'accélération dans la direction des faisceaux.*

tion de la rotation dans cette direction pouvait atteindre des performances raisonnables, de l'ordre de $2 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$. Il reste néanmoins une sensibilité résiduelle aux variations de l'accélération suivant la trajectoire des atomes, essentiellement due aux gradients de gravité qui brisent la symétrie des interféromètres. Il est important de mentionner que le fait de pouvoir

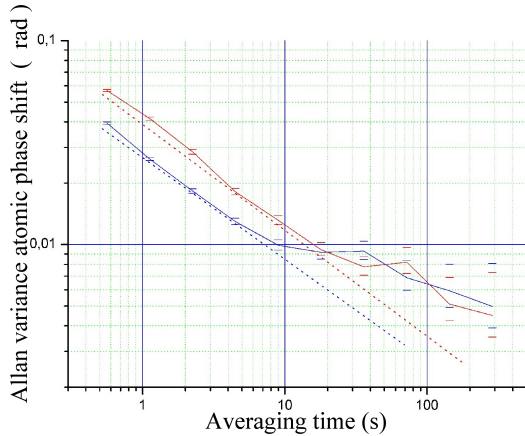


Fig. 2.16 : *Variance d'Allan de la configuration à 4 impulsions laser. La courbe en bleu représente la sensibilité à la rotation, celle en rouge l'effet de déphasage résiduel du aux variations de la gravité le long de la trajectoire des atomes.*

accéder aux trois configurations décrites complique sérieusement le dispositif expérimental. Outre les problèmes d'accès optique, aux faisceaux Raman est associé un champ magnétique statique dirigé dans le sens des lasers, afin de ne rendre résonnant que la transition atomique entre les états e et g . Il faut donc prévoir deux champs magnétiques orthogonaux dans la zone d'interaction, ces champs devant aussi être présents lors de la préparation des états atomiques. Comme cette préparation est réalisée grâce à deux cavités micro-onde accordées, il est en fait nécessaire d'utiliser deux cavités alignées chacune sur une direction du champ.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les éléments essentiels à la compréhension d'un senseur inertielle atomique. Nous avons concentré nos remarques sur l'utilisation d'une transition à deux photons entre deux états internes atomiques stables (transition Raman) pour réaliser des éléments d'optique atomique - miroirs, lames séparatrices, éléments polarisants (on peut considérer l'état interne atomique comme un état de polarisation) utilisés dans un interféromètre atomique. Nous avons ensuite appliqué ces éléments à des sources atomiques refroidies par laser, et ainsi démontré le très fort potentiel de ces senseurs en terme de performances. Ces premières étapes dans la réalisation et l'utilisation de senseurs atomiques ont déjà été, pour la plupart, largement dépassées.

Ainsi, le gyromètre atomique sur lequel j'ai initialement travaillé a été grandement amélioré [55] et le gradiomètre atomique est déjà utilisé pour mesurer la constante de Newton G [56]. Les premiers résultats obtenus à Stanford sont encourageants. De même, une configuration légèrement modifiée d'accéléromètre a permis de mesurer très précisément le rapport \hbar/m ,

une valeur important dans la détermination de la constante de structure fine α [57]. Enfin, il existe maintenant un nombre important de projets d'interféromètres atomiques comme le gyromètre à ondes de matière développé à Hanovre, ou les projets spatiaux comme le projet HYPER présenté au chapitre 6. On peut aussi mentionner les montages de gravimètre en construction à l'ONERA et au SYRTE, ce dernier devant, à terme, servir d'étalonnage de l'accélération gravitationnelle dans la balance de Watt, futur étalon primaire de masse.

2.6 Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre

1. GUSTAVSON, T.L., BOUYER, P., and KASEVICH, M.A., "Precision rotation measurement with an atom interferometer gyroscope," *Phys. Rev. Lett.* 78 (11), 2046-2069 (1997).
2. SNADDEN, M.J., MCGUIRK, J.M., BOUYER, P. et al., "Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity gradiometer," *Phys. Rev. Lett.* 81 (5), 971-974 (1998).
3. GUSTAVSON, T.L., BOUYER, P., and KASEVICH, M.A., "A dual atomic beam matter-wave gyroscope," *SPIE 3270 (0277-786X)*, 62-69 (1998).
4. YVER-LEDUC F., CHEINET P., FILS J., CLAIRON A., DIMARCQ N., HOLLEVILLE D., BOUYER P., LANDRAGIN A., "Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor," *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.*, 5 S1-S7 (2003)

Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope

T. L. Gustavson, P. Bouyer,* and M. A. Kasevich

Department of Physics, Stanford University, Stanford, California 94035

(Received 10 September 1996)

We report the demonstration of a Sagnac-effect atom interferometer gyroscope which uses stimulated Raman transitions to coherently manipulate atomic wave packets. We have measured the Earth's rotation rate, and demonstrated a short-term sensitivity to rotations of 2×10^{-8} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$. [S0031-9007(97)02734-8]

PACS numbers: 07.10.Yg, 03.75.Dg, 07.60.Ly, 42.50.Vk

Matter-wave interferometry has the potential to be an extremely sensitive probe for inertial forces. For example, neutron interferometers have been used to measure the rotation of the Earth [1] and the acceleration due to gravity [2]. More recently, atom interference techniques have been used in demonstration experiments to measure rotations [3] and accelerations [4]. In this Letter, we present an atom-based Sagnac gyroscope that has a short-term sensitivity comparable to state-of-the-art optical gyroscopes [5,6], and is at least 2 orders of magnitude better than previous matter-based experiments [1,3,7].

In the Sagnac geometry [8], rotation induces a phase shift $\Delta\phi$ between two interfering propagation paths. For a Sagnac loop enclosing area \mathbf{A} , a rotation $\mathbf{\Omega}$ produces a shift $\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda v} \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{A}$, where λ is the particle wavelength and v its velocity [9–11]. Thus the inherent sensitivity of a matter-wave gyroscope exceeds that of a photon-based system by a factor of $mc^2/\hbar\omega \sim 10^{11}$ (m is the particle mass, ω the photon frequency). Although optical gyroscopes have higher particle fluxes and larger enclosed areas, atom-based systems should still out-perform optical systems by several orders of magnitude. Higher precision gyroscopes could find practical applications in navigation or in geophysical studies. They could also be used in tests of general relativity [6,12,13]. For example, one might realize a ground-based detection of the dragging of inertial frames [14].

We have developed an atomic state interferometer [15] which uses two-photon velocity selective Raman transitions [16,17] to manipulate atoms while keeping them in long-lived ground states. With the Raman method, two laser beams of frequency ω_1 and ω_2 are tuned to be nearly resonant with an allowed optical transition. Their frequency difference $\omega_1 - \omega_2$ is chosen to be resonant with a microwave transition between two atomic ground-state levels. Under appropriate conditions, the atomic population Rabi flops between the ground-state levels with a rate proportional to the product of the two single-photon Rabi frequencies and inversely proportional to the optical detuning. When the beams are aligned to counterpropagate, a momentum exchange of approximately twice the single-photon momentum accompanies these transitions. This leads to a strong Doppler sensitivity of the two-photon

transition frequency, and can be used to coherently divide (with a $\pi/2$ pulse) or deflect (with a π pulse) atomic wave packets. (On the other hand, when the beams are aligned to copropagate, these transitions have a negligible effect on the atomic momentum, and the transition frequency is Doppler insensitive.) A Mach-Zehnder-type interferometer is formed using a $\pi/2$ - π - $\pi/2$ pulse sequence to coherently divide, deflect, and finally recombine atomic wave packets. The resulting interference can be directly observed by measuring the atomic ground-state populations [18].

Our experimental setup is shown in Fig. 1. An effusive beam of cesium atoms is collimated by two 1 mm diameter apertures and transversely cooled in a 2D optical molasses [19,20]. The resulting beam has a flux of $\sim 6 \times 10^8$ atoms/s with a most probable longitudinal velocity of 290 m/s and a transverse velocity spread of 10 cm/s (0.3 mrad collimation). The base pressure of the vacuum system is $\sim 5 \times 10^{-9}$ Torr.

We drive stimulated Raman transitions between the Cs $6S_{1/2}, F=3, m_F=0$ and $6S_{1/2}, F=4, m_F=0$ magnetic field insensitive ground-state hyperfine levels. State preparation was accomplished by first optically pumping the atoms into the $F=4, m_F=0$ level with $\sim 95\%$ efficiency

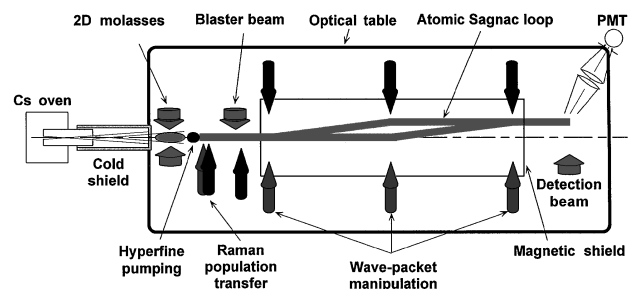


FIG. 1. Experimental apparatus. A cesium atomic beam is collimated and transversely cooled in a two-dimensional molasses. The atoms are then optically pumped into a magnetic field insensitive hyperfine state before entering the 2 m long magnetically shielded interrogation region of the vacuum chamber. Two-photon stimulated Raman transitions are used to drive the $\pi/2$ - π - $\pi/2$ interferometer pulse sequence. Atoms making the ground state $F=3 \rightarrow F=4$ transition are detected by resonance fluorescence.

[21,22]. We then transferred the atoms from the $F = 4, m_F = 0$ to the $F = 3, m_F = 0$ level with a π Raman pulse (Doppler insensitive). Residual atoms remaining in the $F = 4$ states were blown away by a resonant blaster beam. We use this three-step scheme to enable efficient detection on a cycling transition. It also allows for clean state preparation and improves longitudinal velocity collimation.

Following state preparation, atoms enter a ~ 2 m long, magnetically shielded, interrogation region. In this region three pairs of counterpropagating beams are used to drive the Raman transitions. The beams are oriented perpendicular to the atomic beam in a horizontal plane, with a 0.96 m separation between each pair. The atoms begin in the $|F = 3, m_F = 0; \mathbf{p}_0\rangle$ state upon entering the interrogation region (\mathbf{p}_0 is the initial momentum). The first $\pi/2$ pulse puts the atoms in a superposition of $|F = 3, m_F = 0; \mathbf{p}_0\rangle$ and $|F = 4, m_F = 0; \mathbf{p}_0 + 2\hbar\mathbf{k}\rangle$ states. (The two-photon recoil momentum $2\hbar\mathbf{k}$ corresponds to a 7 mm/s transverse velocity.) The two wave packets then separate by on average 23 μm during ~ 1 m of free flight. Next, they pass through the π Raman beams, which exchange the two ground states and momenta. The redirected trajectories meet again after ~ 1 m, where the last $\pi/2$ pulse overlaps the two wave packets. The average total area enclosed by the interferometer is 22 mm^2 . Atoms which made the transition from the $F = 3$ to the $F = 4$ state are detected by a resonant probe laser beam tuned to the $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F = 5$ cycling transition. The resulting fluorescence was imaged onto a photomultiplier tube. An average of 1.2 photons per atom was detected.

The implementation of our Raman laser system has been described in detail in a prior publication [23]. Briefly, 852 nm light from a distributed Bragg reflector diode laser passes through a 4.6 GHz acousto-optic modulator and is retroreflected. The +1 and -1 diffracted orders are amplified by optical injection locking two 150 mW diode lasers. The injected lasers have a stable frequency difference of 9.2 GHz, the cesium clock frequency corresponding to transitions between the $F = 3$ and $F = 4$ ground states. After passing through optical isolators the output beams are spatially filtered and expanded to a 1.1 cm $1/e^2$ diameter.

As the Raman lasers run continuously, the atoms see a pulse area determined by their time of flight through the laser beams. Vertical slits of width 5.5 mm were placed in front of the Raman beam windows to set the pulse length. A uniform 200 mG bias field is applied along the axis of the Raman beams to maintain well-defined internal atomic states in the interrogation region. The Raman lasers were detuned from the 852 nm D_2 line by $\Delta = -3.0$ GHz to avoid spontaneous emission. The intensity of the laser beam coupling the $6S_{1/2}, F = 4$ and $6P_{3/2}$ levels was twice that of the beam coupling the $6S_{1/2}, F = 3$ and $6P_{3/2}$ levels. This intensity ratio balanced the Raman laser-induced ac Stark shifts of the

ground-state levels. When unbalanced, the resonance frequencies in the $\pi/2$ and π regions were offset by an amount comparable with the transition linewidth.

We first observed interference fringes by varying the optical phase of the final $\pi/2$ pulse (Fig. 2). This was achieved either by tilting a phase plate located in the beam path of one of the two Raman laser beams just before the final $\pi/2$ region or by scanning the horizontal alignment of one of these beams. The maximum contrast is about 20% when the Raman beam propagation axes are parallel [24]. The fringe peak-to-peak amplitude is $\approx 10^7$ atoms/s. The noise level is currently limited by scattered light from the detection beam which creates a background ~ 10 times the fringe signal.

We rotated the propagation axes of the three Raman beam pairs simultaneously in the horizontal plane to observe the Sagnac phase shift. This was done by applying a sinusoidally varying force to the (floating) optical table on which the Raman beam optics were mounted. A piezoelectric transducer (PZT) anchored to the floor through a separate vibrationally isolated platform was used for this purpose. We independently measured the rotation rate of the table with a calibrated seismometer (Kinemetrics SS1). Figure 3 shows the variation of the interfering signal with the rotation rate inferred from the seismometer. The integration time was 800 ms per point. The loss of contrast for large rotation rates is due to the averaging of the Sagnac phase shift over the longitudinal velocity distribution. A signal-to-noise ratio of 400 : 1 can be extracted from a fit to the central fringe. The corresponding short-term sensitivity is 2×10^{-8} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

The center of the contrast envelope does not correspond with the zero rotation rate measured by the seismometer. Since the seismometer is not sensitive to dc rotations, but the gyroscope is, the signal is offset by the Earth's rotation rate. In order to quantify this offset we fit a model

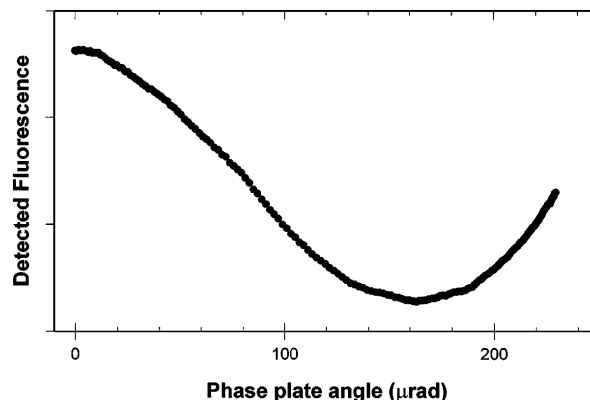


FIG. 2. Atoms in the $F = 4$ state detected at the exit of the interrogation region as a function of the optical phase of the final $\pi/2$ pulse. The phase is scanned by rotating a 0.5 in. plate in the optical path of one of the Raman beams.

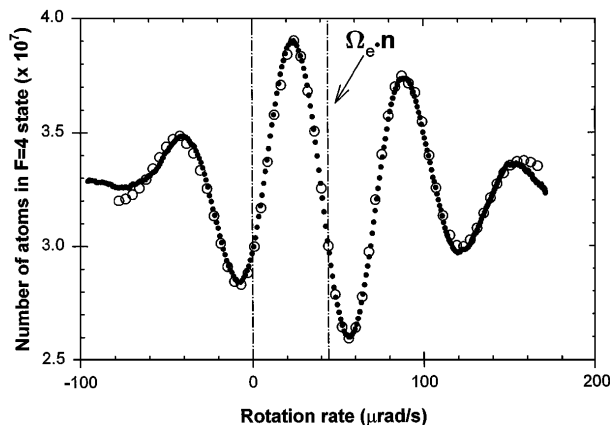


FIG. 3. Measurement of an atom interference pattern versus rotation rate. Black dots: experimental data. Open circles: calculated signal. The shift of the contrast envelope provides a measurement of the Earth's rotation rate.

to the signal with the offset as an adjustable parameter, as shown in Fig. 3. To calculate the modeled signal we treat the atomic trajectories and the Raman transitions semiclassically. In this model we chose the viewpoint that the Sagnac phase shift arises from the atom's interaction with the rotating laser beams [25]. The model includes averages over the measured longitudinal and transverse velocity distributions, but does not include averages over the transverse spatial profiles of the Raman or atomic beams. It also accounts for an arbitrary (experimentally uncontrolled) initial optical phase offset, which determines the fringe location within the contrast envelope. We omit higher order rotation terms and corrections for the change in the rotation rate during the atom's time of flight through the interferometer, both of which are negligible for our operating conditions. From the fit we extract a Sagnac phase shift of 4.2 rad, which corresponds to a rotation offset of $45 \pm 3 \mu\text{rad/s}$. The uncertainty is due to the calibration of the seismometer. At our latitude the projection of the Earth's rotation rate $\Omega_e \cdot \mathbf{n}$ (where $\mathbf{n} \equiv \mathbf{A}/|\mathbf{A}|$) is 44.2 $\mu\text{rad/s}$, which is consistent with our measured value. The discrepancy between the calculated and observed wave forms at large rotation rates is not fully understood.

We investigated the gyroscope's sensitivity for different integration times. For these measurements we applied a sinusoidal varying rotation rate to the table. The maximum rotation rate was typically set between 50 nrad/s and 1 $\mu\text{rad/s}$. This resulted in a phase modulation of the signal $\delta\phi \ll \pi$ rad. We set the operating point on the side of a fringe to increase our sensitivity to small rotations. We servoed the angle of the final Raman beam with a PZT to keep the signal locked to this operating point. This compensated for slow phase drifts, primarily due to air currents, and allowed for integration times as long as 10^4 s. In this scheme the rotation-induced phase modulation appears on the lock feedback signal. It was analyzed in

the frequency domain using a low frequency spectrum analyzer (HP3562A). We show the results of a typical measurement in Fig. 4.

Alignment of the Raman beams is critical for obtaining good fringe contrast [24]. The beams need to be aligned to within 10^{-4} rad to observe interference. The horizontal alignment can be set by exploiting the Doppler sensitivity of the Raman transitions. The Raman resonances in the π and $\pi/2$ regions occur at the same rf frequency when the Raman beams are parallel. In the vertical direction we had no Doppler shift diagnostic. Instead, we aligned all six beams normal to a vertical reference mirror using optical interferometric methods. A tilt sensor attached to the reference mirror mount was used to define the vertical plane to within 10^{-4} rad. This alignment technique suppresses gravitational phase shifts and centripetal phase shifts arising from the Earth's rotation.

Vibration isolation of the optical table (Newport RS-4000 floating on I-2000 legs) is also essential. Rotational and translational noise produces random phase shifts on the interference signal. The vacuum chamber was mounted on a freestanding platform just above the optical table to prevent vacuum pump vibrations from coupling to the Raman laser beams. Highly stable mirror mounts were used for the Raman optics and in other key beam paths to avoid vibration-induced optical phase shifts and beam pointing variations. Optical phase shifts due to convection have been reduced by enclosing the Raman beams in 1 in. diameter tubes.

It is useful to compare our Raman transition method with other coherent atom manipulation techniques. In comparison with mechanical nanofabricated gratings [26], optical gratings can be easily vibrationally isolated from the vacuum chamber. Scattering from standing waves [27,28] can be efficient and capable of large momentum transfer. However, these beam splitters typically require a highly collimated atomic beam. In contrast, the stimulated Raman transition linewidth can be adjusted to address large

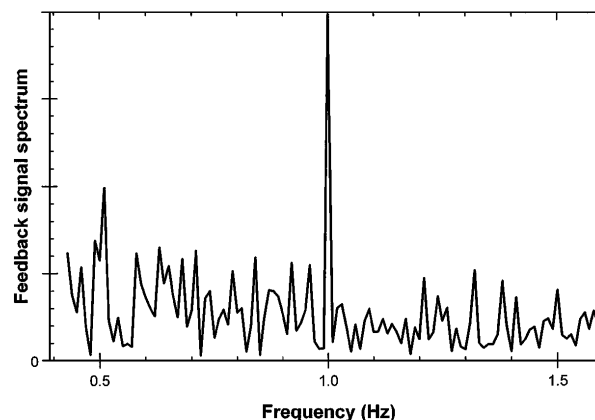


FIG. 4. Power spectrum of the servo error signal corresponding to a 1 Hz, 60 nrad/s rms rotational excitation of the optical table after 10^3 s.

transverse velocity spreads, relaxing collimation requirements and increasing interferometer count rates.

We can still improve the short-term sensitivity. We are installing higher flux cesium ovens which will increase our count rate by a factor of 100. Because sensitivity scales with the square of the length of the interferometer, a longer apparatus could yield significant improvement. Larger interferometer areas might also be achieved using multiple Raman pulse sequences [29] or a slower atomic beam.

We are also installing a second, counterpropagating, atomic beam. When each atomic beam is aligned to interact with the same set of Raman beams, the area vectors for the resulting Sagnac loops have opposite directions, and the corresponding phase shifts $\Delta\phi$ have opposite signs. Taking the difference between the two phase shifts, common mode rejects many systematic errors which do not reverse sign with the direction of the atomic beam. These include phase shifts arising from uniform accelerations. It also reduces sensitivity to low frequency optical phase fluctuations, and should significantly improve long-term stability.

In conclusion, we have demonstrated a gyroscope based on velocity sensitive Raman transitions which has a 2×10^{-8} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$ short-term sensitivity. We believe this to be 2 orders of magnitude better than any other existing atom interferometer and comparable to the best active ring laser gyroscopes [5]. By making straightforward improvements, we hope to increase performance by twenty-fold to 1×10^{-9} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Care has been taken to make the apparatus stable to allow the possibility of integrating for long periods of time ($\sim 10^4$ s). Long-term stability is crucial for many gyroscope applications, and we plan to study this in future work.

This work was supported by grants from NASA, NIST, NSF, and ONR. P. B. acknowledges support from DRET (Contract No. 9381148) and the French Government (Lavoisier Fellowship).

*Present address: Institut d'Optique, BP 147, 91403 Orsay Cedex, France.

- [1] R. Colella, A. Overhauser, and S. Werner, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1472 (1975).
 [2] S. A. Werner, J. L. Staudenmann, and R. Colella, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1103 (1979).

- [3] F. Riehle *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
 [4] M. Kasevich and S. Chu, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
 [5] G. Stedman *et al.*, *Phys. Rev. A* **51**, 4944 (1995).
 [6] W. Chow *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 61 (1985).
 [7] J. Schmiedmayer *et al.*, in *Atom Interferometry*, edited by P. Berman (Academic Press, New York, 1997), pp. 2–83.
 [8] M. Sagnac, *C. R. Acad. Sci.* **157**, 708 (1913).
 [9] Ch. J. Bordé, in *Laser Spectroscopy X*, edited by M. Ducloy, E. Giacobino, and G. Camy (World Scientific, Singapore, 1992), pp. 239–245.
 [10] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. II (France)* **4**, 1999 (1994).
 [11] This expression is for particles interfering after traversing half of the loop. In the original Sagnac geometry, the particles interfere after counterpropagating around the full loop, yielding an additional factor of 2.
 [12] J. F. Clauser, *Physica (Amsterdam)* **151B**, 262 (1988).
 [13] Ch. J. Bordé, A. Karasiewicz, and Ph. Tournenc, *Int. J. Mod. Phys. D* **3**, 157 (1994).
 [14] M. Cerdonio, G. A. Probi, and S. Vitale, *Gen. Relativ. Gravit.* **20**, 83 (1988).
 [15] Ch. J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
 [16] M. Kasevich *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
 [17] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, *Phys. Rev. A* **45**, 342 (1992).
 [18] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
 [19] A. Aspect *et al.*, *Chem. Phys.* **145**, 307 (1990).
 [20] P. D. Lett *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2084 (1989).
 [21] P. Tremblay and C. Jacques, *Phys. Rev. A* **41**, 4989 (1990).
 [22] B. Masterson, C. Tanner, H. Patrick, and C. Wieman, *Phys. Rev. A* **47**, 2139 (1993).
 [23] P. Bouyer, T. Gustavson, K. Haritos, and M. Kasevich, *Opt. Lett.* **21**, 1502 (1996).
 [24] Specifically, $(\mathbf{k}_1 - 2\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) \cdot \mathbf{w} \ll \pi$, where \mathbf{w} is the transverse spatial extent of the atomic beam, and \mathbf{k}_i are the effective propagation vectors (see Ref. [4]) for the Raman transitions.
 [25] There are other equivalent viewpoints. See, for example, Refs. [9] and [10].
 [26] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
 [27] D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
 [28] E. M. Rasel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
 [29] B. Young, M. Kasevich, and S. Chu, in *Atom Interferometry*, edited by P. Berman (Academic Press, New York, 1997), pp. 363–406.

Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer

M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer,* K. G. Haritos,† and M. A. Kasevich

Physics Department, Yale University, New Haven, Connecticut 06520

(Received 22 January 1998)

We report the demonstration of an atom interferometer-based gravity gradiometer. The gradiometer uses stimulated two-photon Raman transitions to measure the relative accelerations of two ensembles of laser cooled atoms. We have used this instrument to measure the gradient of the Earth's gravitational field. [S0031-9007(98)06679-4]

PACS numbers: 39.20.+q, 03.75.Dg, 04.80.-y, 32.80.Pj

Measurement of the gradient of gravitational fields has important scientific and technical applications. These applications range from measurement of G , the gravitational constant, and tests of general relativity [1,2] to covert navigation, underground structure detection, oil-well logging, and geodesy [3]. This Letter describes the development of a gravity gradiometer whose operation is based on recently developed atom interference and laser manipulation techniques. A crucial aspect of our design is its intrinsic immunity to spurious accelerations.

Our method is illustrated in Fig. 1. We use light pulse atom interferometer techniques [4–6] to measure the simultaneous acceleration of two laser cooled ensembles of atoms. The relative acceleration of the atom clouds is measured by driving Doppler-sensitive stimulated two-photon Raman transitions [7] between atomic ground-state hyperfine levels. Our geometry is chosen so that the measurement axis passes through both laser cooled ensembles. Since the acceleration measurements are made simultaneously at both positions, many systematic measurement errors, including platform vibration, cancel as a common mode.

This instrument is fundamentally different from current state-of-the-art instruments [8,9]. First, the proof masses used in our work are individual atoms rather than precisely machined macroscopic objects. This reduces systematic effects associated with the material properties of macroscopic objects. Second, the calibration for the two accelerometers is referenced to the wavelength of a single pair of frequency-stabilized laser beams, and is identical for both accelerometers. This provides long term accuracy. Finally, large separations ($\gg 1$ m) between accelerometers are possible. This allows for development of high sensitivity instruments.

Our design also differs significantly from that of previously proposed atom interference-based instruments [10]. The “figure-eight” geometry of prior proposals essentially implements two sequential acceleration measurements with a single ensemble of atoms. Consequently, it exhibits poor immunity to platform vibrations. In contrast, our instrument is based on simultaneous acceleration measurements.

Each acceleration measurement uses a $\pi/2 - \pi - \pi/2$ pulse sequence of stimulated Raman laser pulses. This method is described in detail in Refs. [4,5]. Here we briefly summarize the essential ideas. The two-photon Raman pulses drive Rabi oscillations between two atomic ground-state hyperfine levels (for our experiment, the Cs $F = 3, m_f = 0$ and $F = 4, m_f = 0$ $6S_{1/2}$ ground states) via nearly resonant optical levels (the $6P_{3/2}$ states). The three pulse sequence results in an atom interferometer if the propagation axes for each of the two Raman laser beams counterpropagate. In the limit of short, intense Raman pulses, atoms initially prepared in the $F = 3$ state have probability $P = [1 - \cos \Delta\phi(\mathbf{r})]/2$ of making the transition to the $F = 4$ state following the excitation sequence. For atoms accelerating at a rate $\mathbf{g}(\mathbf{r})$, $\Delta\phi(\mathbf{r}) = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{r})T^2$, where T is the time between successive pulses, and \mathbf{k}_1 and \mathbf{k}_2 are the propagation vectors for the Raman beams of frequency ω_1 and ω_2 . By measuring the ground-state populations following the sequence we are able to determine $\Delta\phi(\mathbf{r})$ and thus the projection of \mathbf{g} along the Raman propagation axes (at position \mathbf{r}). In this simplified treatment we have neglected the change in $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ experienced by each

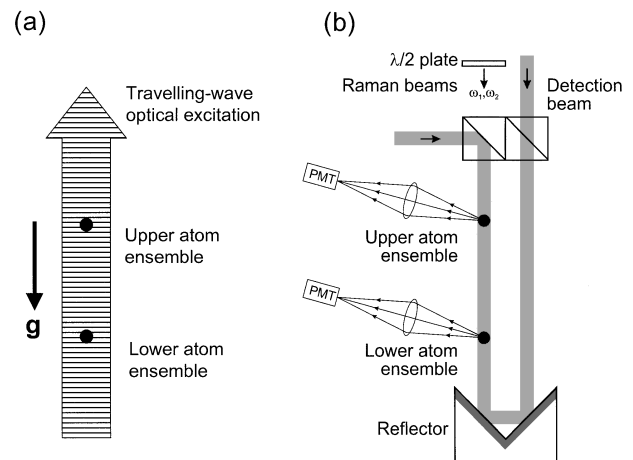


FIG. 1. (a) Schematic illustration of the experiment. (b) Implementation of the optical system.

ensemble over the course of the interferometer pulse sequence [11].

We measure the relative acceleration of the two ensembles along the axis defined by the Raman beams by subtracting the measured phase shifts $\Delta\phi(\mathbf{r}_1)$ and $\Delta\phi(\mathbf{r}_2)$ at each of two locations \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 . We extract the gradient by dividing the relative acceleration by the separation of the ensembles. Note that this method determines only one component of the gravity gradient tensor.

In order to see how this scheme is intrinsically immune to platform vibration, we examine the origin of the phase shift $\Delta\phi$ for each interferometer. In the short, intense pulse limit, $\Delta\phi = \phi(t_1) - 2\phi(t_2) + \phi(t_3)$, with $\phi(t) = \int [(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \Delta\mathbf{v}(t) - (\omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{hfs}})] dt$ [5]. Here $\Delta\mathbf{v}(t)$ is the mean velocity of the atomic wave packet (unperturbed by photon recoil effects) relative to the reference platform at time t ; the times t_1 , t_2 , and t_3 are the times of the $\pi/2$, π , and $\pi/2$ pulses, respectively; and ω_{hfs} is the ground-state hyperfine transition frequency. Vibration of the reference platform will lead to extra phase terms for both the upper and lower interferometers through their influence on the relative velocity $\Delta\mathbf{v}$. However, these terms will be identical for both locations, and will cancel in computation of the phase difference.

The apparatus consisted of two magneto-optical traps [12] separated vertically by $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \sim 1.09$ m. Each trap was produced in a separate vacuum chamber. High quality, antireflection coated, optical viewports ($\lambda/10$ p - p over a 3" diameter substrate) on each chamber allowed the same pair of Raman laser beams to interact with atoms in both chambers. The experiment was run in a pulsed mode, at a repetition rate of 2 Hz. Each shot in principle resulted in a gravitational gradient measurement, and consisted of three sequences: a state-preparation sequence, an interferometer interrogation sequence, and a detection sequence. Each sequence is described in detail below.

The aim of the state-preparation sequence was to produce an ultracold ensemble of atoms in the Cs $F = 3$, $m_f = 0$ hyperfine level. We used the magnetic field insensitive $m_f = 0$ Zeeman sublevel to minimize spurious forces associated with magnetic field gradients. Initially, $\sim 5 \times 10^7$ Cs atoms were captured in each trap from a background Cs vapor pressure of $\sim 3 \times 10^{-9}$ Torr [13]. Following this loading interval, the trapping quadrupole magnetic fields were switched off and the atoms were cooled to ~ 3 μK in polarization gradient optical molasses [14]. The atoms were then optically pumped into the $F = 4$ ground state. Next, a ~ 300 mG magnetic bias field was pulsed on and a Doppler-sensitive Raman π pulse tuned to be resonant with the $F = 4$, $m_f = 0 \rightarrow F = 3$, $m_f = 0$ transition was applied. The temporal duration of this Raman pulse was chosen to transfer a narrow velocity slice into the $F = 3$, $m_f = 0$ level [7]. This velocity preselection pulse was used to enhance interferometer contrast. After this pulse, atoms remaining in the $F = 4$ manifold were cleared out of the interaction region

using momentum transfer from a resonant laser beam. Finally, the magnetic bias field was reduced to ~ 20 mG. The remaining $F = 3$, $m_f = 0$ population served as the source distribution for the interferometer pulse sequence. We used diode lasers to generate the light needed for the above steps. These lasers were frequency stabilized to atomic resonances using saturated absorption locking techniques.

Following the state-preparation sequence, atoms were subjected to the $\pi/2 - \pi - \pi/2$ interference sequence. We used an all-diode laser system similar to that described in Ref. [15] to drive the Raman transitions, which require two laser beams whose frequency difference is resonant with the Cs 9.2 GHz ground-state hyperfine transition frequency. We generated these beams in the following way. A master laser (SDL 5712 DBR) was both frequency up-shifted and down-shifted with a 4.6 GHz acousto-optic modulator. The two diffracted beams were subsequently amplified using optical injection locking techniques by using each as a seed beam for SDL 5422 laser diodes. The output of each laser then passed through a low frequency acousto-optic modulator (~ 40 MHz), with one modulator aligned to produce a frequency up-shift and the other to produce a frequency down-shift. The diffracted beams were overlapped on a polarizing beam-splitting cube, spatially filtered, and then collimated to a 1.7 cm $1/e^2$ diameter. The resulting frequency difference was twice the sum of the low frequency and high frequency modulation sources. A low phase noise HP 8770A arbitrary waveform generator was used as the common source for the low frequency modulators, and provided fine control over the phase and frequency of the Raman difference frequency. We also used these modulators to switch on and off the Raman laser beams.

The pair of collimated Raman beams then copropagated in free space to the apparatus. Copropagating beams minimize potential Doppler shifts of the Raman transition frequency due to vibration of the beam steering optics. The beams were separated using a pair of polarizing beam-splitting cubes just before they entered the vacuum chamber as illustrated in Fig. 1(b). The beam of frequency ω_1 was aligned to pass through both ensembles of atoms, while the other beam of frequency ω_2 was made to propagate parallel to this beam along an axis chosen to miss the atomic clouds. A pair of mirrors mounted just below the exit window of the lower chamber was used to direct the beam of frequency ω_2 along the axis of the downward propagating beam of frequency ω_1 . The advantages of this method over the direct retroreflection method used in previous work are that we are able to avoid standing wave excitation of atoms which are nearly at rest and that we minimize ac Stark shifts and residual spontaneous emission due to nonessential beams.

The Raman excitation parameters were chosen with the aim of minimizing unwanted ac Stark shifts and spontaneous emission due to single photon coupling with

the optical transitions, while maintaining an effective two-photon Rabi frequency large enough to excite a significant fraction of the Doppler broadened atomic sources. We typically obtained two-photon Rabi frequencies of ~ 20 kHz operating at a detuning of ~ 4.6 GHz from the optical transition. We used a 2.3:1 intensity ratio between the two Raman beams to minimize ac Stark shifts [16].

Over the three pulse sequence the Doppler shift of the Raman resonance induced by the gravitational acceleration was ~ 1 MHz, while the two-photon Rabi frequency was only ~ 20 kHz. In order to maintain the resonance condition we phase-continuously chirped the Raman frequency to compensate for this gravitationally induced detuning. We accomplished this by loading the appropriate waveforms into the arbitrary waveform generator.

We detected the number of atoms making the transition to the $F = 4$, $m_f = 0$ level with resonance fluorescence. A counterpropagating pair of beams was aligned along the vertical Raman beam axis and was tuned to excite the $6S_{1/2}$, $F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}$, $F = 5$ cycling transition. These beams were pulsed on just after the Raman excitation sequence. The $F = 4$, $m_f = 0$ population was inferred from the scattered light during this detection interval. Since the same beams were used for detection at both locations, noise due to amplitude and frequency fluctuation of these beams was common to both signals.

Characteristic interference data are shown in Fig. 2. We electronically scanned the interference fringes by adding a phase offset to the waveform for the final $\pi/2$ -pulse. A uniform background (due to light scattered from background Cs atoms) approximately 10 times larger than the peak-to-peak interference signal has been suppressed. The presence of a gravitational gradient is manifested in a 45 mrad phase shift between the two traces.

In order to suppress further possible systematic phase shifts we also took data with the effective Raman propagation vector reversed. The idea is that reversing the direction of the effective propagation vector will reverse the sign of the gravitational gradient induced phase shift while

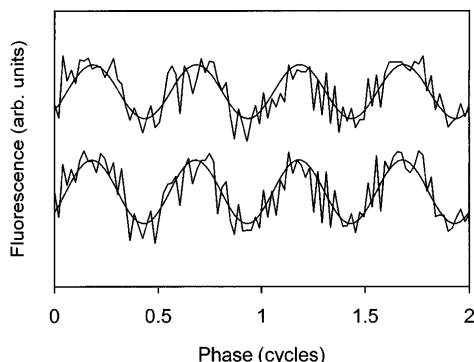


FIG. 2. Typical interference fringes for $T = 30$ msec between each of the Raman pulses. The upper trace is data collected from the upper chamber and the lower trace is data collected from the lower chamber.

leaving unchanged the sign and magnitude of possible systematic shifts which are independent of the propagation directions of these beams. Such shifts arise, for example, from time varying magnetic fields (induced by eddy currents associated with the bias field switching used for state preparation) and ac Stark shifts (due to slight mismatches in the spatial modes of the two Raman beams).

In analyzing these data, we were faced with the challenge of extracting the relative phase between two signals with correlated amplitude and phase noise, in the presence of uncorrelated amplitude noise. Before discussing our approach, we will first detail the noise contributions. The dominant source of correlated phase noise was the vibration of the retroreflecting mirror assembly [shown in Fig. 1(b)]. This assembly was rigidly attached to a pneumatically isolated optical table (Newport Research Series with XLA isolators). For the $T = 30$ msec interrogation time data shown in Fig. 2, we estimate the phase noise to be ~ 400 mrad rms. Sources of correlated amplitude noise included fluctuations in the intensity and frequency of the detection light, as well as the initial number of trapped atoms (the same laser was used for both traps), and were at the 1% rms level (percentage is referenced to the peak-to-peak interference signal level). Uncorrelated noise sources included shot noise due to photons scattered from background Cs atoms during the detection pulse (5% rms) and shot noise due to the number of atoms contributing to the interference signal (6% rms).

We tested several algorithms using simulated data sets. We found that the efficacy of a particular algorithm was strongly dependent on correlated and uncorrelated noise levels. For the noise levels of Fig. 2, the most effective method of determining the relative phase was the subtraction of the phase values extracted from nonlinear curve fits of sinusoids to each data set. In this case, the noise correlation is manifested in a reduced variance for the phase difference as compared with the individual phase variances for the upper and lower data sets. We observed a factor of 2 reduction in the relative phase variance over the estimated variance for completely uncorrelated signals, in good agreement with our simulations. These results were limited by uncorrelated amplitude noise, which we believe can be reduced in future work.

To test the system we have investigated the Earth's gravitational gradient by measuring the phase difference between the two chambers as a function of the time between the interferometer pulses T , as illustrated in Fig. 3. Each data point corresponds to an average of 4×10^4 shots. We used the beam reversal technique described above to suppress a systematic offset of ~ 10 mrad. A least-squares fit to the expected quadratic dependence of the measured phase difference on T yields a value for the gravity gradient of 3370 ± 175 E ($1 \text{ E} = 10^{-9} \text{ sec}^{-2}$). The measured gradient value is consistent with the expected value of 3080 E (estimated assuming an inverse square law scaling for g).

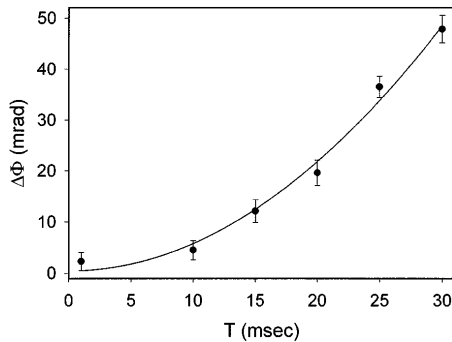


FIG. 3. Measurement of the gravitational gradient of the Earth. The solid line is a least-squares fit to the data.

Significant sources of systematic error include time varying magnetic fields, ac Stark shifts, and platform rotations. We estimate contributions arising from magnetic fields and ac Stark shifts to be below the 10 E level. There are two contributions due to rotations: a Coriolis term and a centrifugal term. The centrifugal term, proportional to Ω^2 , is at the 1 E level for $\Omega = \Omega_e$ (the Earth's rotation rate). The Coriolis contribution is proportional to $\Delta\mathbf{v} \times \Omega$, where $\Delta\mathbf{v}$ is the difference of the mean initial velocities of atoms in the upper and lower chambers, respectively. We estimate $|\Delta\mathbf{v}|$ to be no worse than 1 mm/sec, putting an upper limit of 100 E on this contribution for $\Omega = \Omega_e$.

In future work we will explore performance for longer interrogation times and higher momentum transfer atomic beam splitters. For example, working with 200 msec interrogation times, a signal-to-noise ratio of 1000:1 and a $6\hbar\mathbf{k}$ beam splitter should produce a device with a 1 E/Hz^{1/2} sensitivity. In comparison, the state of the art for mobile gravity gradient sensors achieves sensitivities of ~ 30 E/Hz^{1/2} on noisy platforms [8]. Prototype mobile superconducting sensors have demonstrated sensitivities of ~ 1 E/Hz^{1/2}, but suffer from $1/f$ noise at low frequencies [17]. For some applications, larger physical separations between the accelerometers are possible. In these cases sensitivity scales inversely with accelerometer separation.

Our method can be generalized to measurement of higher order curvature of the gravitational field. For example, a $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ sequence could be used to measure the second order curvature of the gravitational field. This would allow massive, distant objects to be distinguished from lighter, local objects.

In conclusion, we have developed an atom interferometer-based gravity gradiometer. With this device we have measured the gradient of the Earth's gravitational field, and demonstrated its immunity to spurious vibrations. The performance of future devices is likely to exceed that of the present state of the art.

This work was supported by the ONR. We thank Matt Thompson for his technical assistance.

*Present address: Groupe d'Optique Atomique, Institut d'Optique Théorique et Appliquée, BP 147, 91403 Orsay, France.

†Present address: Hewlett-Packard Laboratories, 3500 Deer Creek Road, Palo Alto, CA 94304.

- [1] B. Mashhoon and D. Theiss, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1542 (1982).
- [2] B. Mashhoon, H. Paik, and C. Will, *Phys. Rev. D* **39**, 2285 (1989).
- [3] N. Sneeuw, R. Rummel, and J. Müller, *Class. Quantum Grav.* **58**, A113 (1996).
- [4] B. Young, M. Kasevich, and S. Chu, in *Atom Interferometry*, edited by P. Berman (Academic Press, New York, 1997).
- [5] M. Kasevich and S. Chu, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
- [6] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [7] M. Kasevich *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [8] C. Jekeli, *Geophysics* **58**, 508 (1993).
- [9] M. Moody and H. Paik, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1195 (1993).
- [10] J. Clauser, *Physica (Amsterdam)* **151B**, 262 (1988).
- [11] Inclusion of this dependence leads to second order corrections to the inferred gradient value. For our measurements, these corrections would be at the 10^{-2} E level, well below our present measurement precision.
- [12] E. Raab *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [13] C. Monroe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [14] See, for example, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Sci. Am. B* **6**, 2023 (1989); P. Ungar *et al.*, *J. Opt. Sci. Am. B* **6**, 2058 (1989).
- [15] P. Bouyer *et al.*, *Opt. Lett.* **21**, 1502 (1996).
- [16] We experimentally verified this ratio by measuring the phase shift arising from an extra nonresonant Raman pulse inserted between the first $\pi/2$ -pulse and the π -pulse. We observed no ac Stark induced phase shift due to the presence of this extra pulse when the ratio was set properly.
- [17] F. van Kann, M. Buckingham, C. Edwards, and R. Matthews, *Physica (Amsterdam)* **194B-196B**, 61 (1994).

PROCEEDINGS OF SPIE REPRINT



SPIE—The International Society for Optical Engineering

Reprinted from

Methods for Ultrasensitive Detection

26–28 January 1998
San Jose, California



Volume 3270

©1998 by the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers
Box 10, Bellingham, Washington 98227 USA. Telephone 360/676-3290.

A dual atomic beam matter-wave gyroscope

T. L. Gustavson,^a Philippe Bouyer,^b and M. A. Kasevich^a

^aDepartment of Physics, Yale University, P.O. Box 208120, New Haven, CT 06520-8120

^bPresent address: Institut d'Optique, BP 147, 91403 Orsay Cedex, France

ABSTRACT

We report improvements to our atom-interferometer based Sagnac gyroscope which uses stimulated Raman transitions to manipulate atomic wavepackets of cesium atoms. Using counterpropagating high-flux atomic beams, we form two interferometers with opposite Sagnac phase shifts that share key components such as Raman atomic state manipulation beams. Subtracting the two interferometer signals allows the common-mode rejection of spurious noise sources and various systematic effects. Preliminary results indicate a short term sensitivity of 3×10^{-9} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

Keywords: Sagnac effect, gyroscope, rotation measurement, atom interferometry, stimulated Raman transitions, matter-waves, inertial guidance, atomic beam

1. INTRODUCTION

Atom interferometry has proven to be an extremely sensitive technique for measuring inertial forces, and it has been used to make measurements of accelerations due to local gravity,^{1,2} rotations³⁻⁵ and gravity gradients.⁶ We have previously reported an atom-based Sagnac gyroscope apparatus³ which had a 2×10^{-8} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$ short term sensitivity. This paper will primarily emphasize our recent progress, including key modifications to our apparatus which have improved its sensitivity and stability. For example, we have increased oven flux by a factor of 8×10^3 , and added a second atomic beam, giving us two interferometers (running cw) and facilitating common-mode rejection. Preliminary results with the modified apparatus are encouraging, though we expect to make further improvements.

There are several applications for which gyroscopes with greater sensitivity and better long term stability will be useful. Inertial navigation is of great practical importance and commercial interest and gyroscopes are currently in use on many ships, submarines, aircraft, cars, and drilling bores. Gyroscopes can also have geophysical applications, such as monitoring seismic activity, or studying rotation rate and length of day fluctuations which occur at the $\sim 10^{-8}$ fractional level. Though radio astronomy Very Long Baseline Interferometry (VLBI) techniques can make sensitive rotation rate measurements, the intensive processing involved makes it inconvenient when continual monitoring or instantaneous readout is desired. Finally, an improved gyroscope may facilitate tests of general relativity such as a ground-based detection of the dragging of inertial frames. (See Ref. 7 for a useful review of gyroscope applications and references, along with a discussion of various gyroscope types with particular emphasis on the active ring laser gyro.)

Before detailing our recent improvements, let us review the essential features of our atom-interferometer. The interferometer is of the Mach-Zehnder type, in which cesium atoms from a thermal atomic beam are the interfering particles, and laser light pulses serve as beamsplitters and mirrors for the atoms. The experimental setup is shown in Fig. 1. The light pulses are used to put the atoms in a superposition of two states corresponding to different spatial trajectories that separate and recombine, enclosing an area \mathbf{A} . The Sagnac effect is a rotation dependent phase shift between the two trajectories which arises from a difference in path lengths since one arm is in the direction of rotation and the other is in the opposite direction. The phase shift for a matter-wave interferometer can be written as $\Delta\phi = \frac{2m}{\hbar}\Omega \cdot \mathbf{A}$, where m is the mass of the interfering particle, and Ω is the angular velocity of the apparatus. The light pulses we use are two-photon stimulated Raman transitions, which require two laser beams tuned to frequencies

For further author contact information, see our group web site: <http://amo.physics.yale.edu>

ω_1 and ω_2 such that $\omega_1 - \omega_2$ is resonant with the 9.2 GHz hyperfine splitting frequency between the cesium $6S_{1/2}$ $F=3$ and $F=4$ ground states. When the Raman beams counterpropagate, the atom can undergo a two-photon transition between the $F=3$ to $F=4$ states (or the reverse) and gains a momentum kick of approximately twice the single photon momentum. The counterpropagating Raman beam configuration is known as Doppler sensitive since motion of an atom along the light axis changes $\omega_1 - \omega_2$ by twice the usual Doppler shift. Conversely, the copropagating Raman beam configuration is called Doppler insensitive, since Doppler shifts cancel in $\omega_1 - \omega_2$. By adjusting the intensity and duration of the Raman pulse, one can generate a $\pi/2$ pulse, placing the atoms in a superposition of both ground states (corresponding to different momenta), or a π pulse, making the atoms exchange ground states (and momenta). We use the sequence $\pi/2, \pi, \pi/2$ to divide, deflect, and recombine the atomic trajectories. With our beam apparatus, the Raman pulse duration is determined by the time of flight of the atoms through the Raman laser beams (transverse to the atomic beam), allowing the interferometer to run continuously. In this type of atomic state interferometer, the interference pattern is read out by measuring the number of atoms in a particular state at the output of the interferometer. This measurement is made by tuning a detection laser on resonance and imaging the resulting fluorescence onto a photomultiplier tube.

To establish the frequency difference between our Raman lasers, we use an optical injection locking technique which we have described in detail in a previous publication.⁸ Briefly, we pass 852 nm light from a distributed Bragg reflector diode laser through a 4.6 GHz acousto-optic modulator optimized for the +1 diffracted order and retro-reflect the zero-order beam through the modulator to get the -1 diffracted order. The +1 and -1 orders have frequency difference of 9.2 GHz, and are each amplified by optically injection locking a 150 mW diode laser. We are now using a commercially available acousto-optic modulator from Brimrose (#GPF-4600-300-X) from which we obtain $\sim 0.07\%$ efficiency in the ± 1 diffracted orders.

In the remainder of this paper, we will discuss recent modifications to our apparatus, first giving a detailed description of our redesigned cesium oven in section 2.1, and detection light stabilization in section 2.2. Section 2.3 will describe the dual beam gyroscope configuration, and section 2.4 will show our dual beam results. Section 2.5 will discuss Raman laser configuration changes to improve long term stability. Finally, section 3 will discuss future

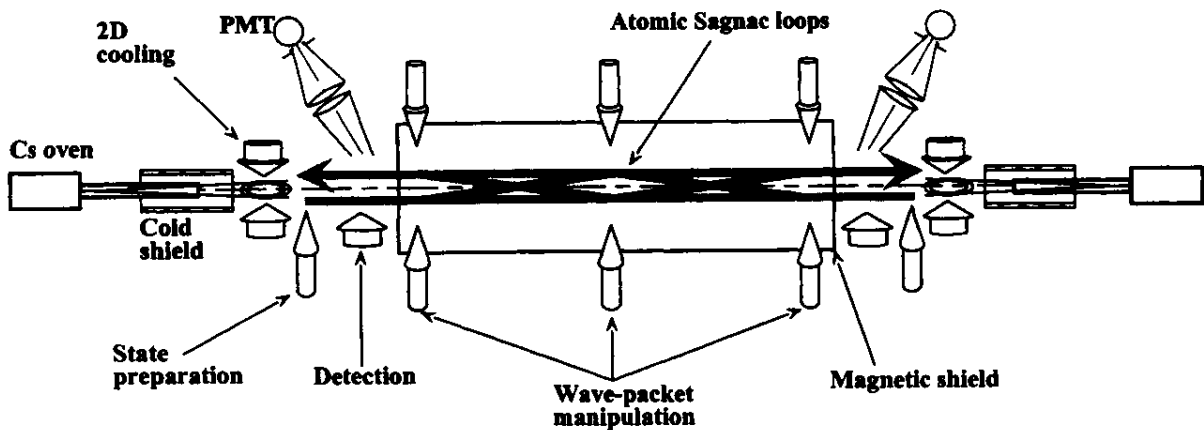


Figure 1. Experimental setup. Two counterpropagating cesium atomic beams are transversely laser-cooled and optically pumped before entering a 2 m long magnetically-shielded interaction region of the vacuum chamber. Three sets of light pulses (two-photon stimulated Raman transitions) serve to divide, deflect, and recombine the atomic wavepackets using a $\pi/2, \pi, \pi/2$ sequence. The interference signal is observed by detecting the number of atoms in the $F=4$ ground state by resonant fluorescence. The two interferometers thus formed have opposite Sagnac phase shifts, and subtracting the signals allows common-mode rejection of spurious signals.

prospects for this work and offer some concluding remarks.

2. DESIGN IMPROVEMENTS AND RESULTS

2.1. High flux recirculating oven design

Our previously published interferometer sensitivity was shot noise limited by the flux of cesium atoms from the oven, which was 6×10^8 atoms/sec after transverse laser-cooling 30 cm downstream with a 2D optical molasses. That oven had a 1 mm diameter (D) nozzle followed by a 1 mm D aperture in a cold shield at -55°C , and a 2D optical molasses immediately afterwards which transversely cooled the atoms. The resulting beam had good collimation but had limited flux (the collimation was wasteful of cesium atoms) and alignment was awkward.

We have redesigned the ovens to achieve higher flux, more efficient use of cesium, convenient alignment, and better temperature stabilization. The new design, shown in Fig. 2, is an adaptation of a design (and terminology) from the cesium atomic clock community.⁹ The primary component of the new oven is a segment of 0.25" D stainless tubing with a 4.5 mm ID and 30 cm in length. We made the tubing relatively long partly to improve collimation, but also because of constraints imposed by our chamber and the fact that we wanted the distance between the oven and the transverse cooling region to be short. The transverse cooling provides the additional collimation necessary to get high interferometer count rates. The cold shield is still in place, but its aperture has been removed so it no longer constrains the beam alignment. The back end of the oven tubing is attached by a valve to a source of cesium atoms, specifically a thin-walled stainless tube used to hold and break the cesium ampoule. The valve isolates the ampoule from the main chamber, and another valve allows the ampoule holder to be pumped out so that cesium can be reloaded without venting the main chamber. The ampoule and valves and the end of the long tube act as a reservoir, and are heated to 165°C using heater wire.

A fine mesh was wrapped inside the first half of oven tubing nearest the reservoir to wick cesium atoms from the walls toward the higher temperature reservoir. The mesh is stainless type 304 screen with 300 wires/inch and 0.0014" D wires, wrapped in an overlapping spiral along the walls of the stainless tubing. (No extraordinary measures were taken to prepare the mesh before installation, though it was cleaned ultrasonically with acetone followed by

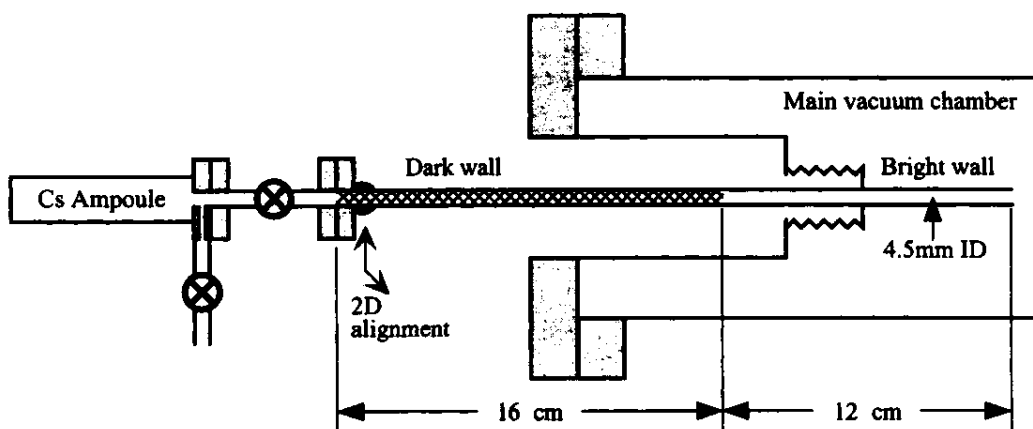


Figure 2. Diagram of the high flux recirculating cesium oven design, shown in cross-section at approximately 1/3 scale. Shaded grey regions represent conflat flanges. The cross-hatched region represents the fine stainless mesh in the dark wall region (32°C) for recirculating cesium back toward the hotter reservoir (165°C). The bright wall region (65°C) improves collimation. The oven flux is 5×10^{12} atoms/sec after transverse laser-cooling. The arrows labeled "2D alignment" mark the pivot point that can be moved with a 2D translation stage to adjust the oven direction. For clarity, the 2D stage and its mounting brackets plus the copper blocks for controlling the oven temperature have been omitted.

methanol.) This recirculating mesh or "dark wall" region is kept at an average of $\sim 32^\circ\text{C}$, just above the cesium melting point at 28°C . The relatively cool wall temperature in the dark wall region keeps cesium vapor emission from the walls low, and prevents collisional losses which can greatly reduce beam flux through such a long tube. It should be noted that our design does not permit direct observation of cesium wicking action except for comparing oven lifetimes with and without the mesh, which has not been done. However, others have reported wicking of cesium with this type of mesh.¹⁰ The dark wall portion of the oven is outside the vacuum, and its temperature is controlled by water-cooled thermo-electric coolers that are mechanically coupled to the stainless tubing with machined copper blocks and heat-sink compound.

Following the dark wall region is the "bright wall" region, which is maintained at a hotter temperature of 65°C . This section is kept warmer to prevent cesium from accumulating on the walls, and the increased length improves collimation. The end of the bright wall region is just outside the vacuum chamber and is heated by cartridge heaters.

A welded bellows seals the oven tube to the end of a 2" D tube recessed into a larger vacuum flange. (The recession was mainly to avoid excessive oven length.) A 1.33" conflat flange was welded to the reservoir side of the oven tubing, after a brass ball with a hole drilled through it was slid over the tubing to act as a pivot point. Two aluminum semi-circles are clamped over the 2" hole in the center of an x-y translation stage (Newport model #406) such that the brass ball is seated on the clamp, and the tension of the bellows keeps the ball in place. The translation stage gives convenient, orthogonal adjustments for the oven pointing. It is straightforward to align the oven when it is first installed by aiming an alignment laser down the oven bore and observing the spot at the far end of the chamber. Fine adjustments are then mainly achieved by walking the 2D cooling beams.

We have used PID controllers (Wavelength Electronics #RHM-4000 and #TEC-2500 respectively) to stabilize the temperature of the resistive heaters and thermo-electric coolers. The oven is insulated with foil and shielded from air currents with an aluminum box. The peak-to-peak oven temperature fluctuations are stabilized to 0.007°C in 1 hour.

The new oven design gives a flux of $\sim 5 \times 10^{12}$ atoms/sec after laser-cooling, detected at the far end of the apparatus. This is an increase of $\sim 8 \times 10^3$ over our previous oven. The most probable velocity is ~ 330 m/sec, and the transverse velocity spread is ~ 11 cm/sec. The oven lifetime is still uncertain, as we have not yet gone through a full 5 g cesium ampoule in 6 months run-time.

2.2. Detection light stabilization

We have reduced noise due to intensity fluctuations of the detection light by actively stabilizing the intensity. By adding a PID feedback circuit to modulate the efficiency of an acousto-optic modulator, we have reduced intensity noise by a factor of ~ 100 . We have also reduced noise due to detection light pointing instability by shortening the optical path length and using high quality mounts in key locations.

2.3. Dual atomic beam configuration

A major improvement to our apparatus was the addition of a second, counter-propagating atomic beam (with an identical oven as described above). The second beam yields a separate interference signal, but uses the same Raman laser beams for atomic state manipulation, the same 2D cooling and detection light (recycled), the same photomultiplier power supply, etc. The Sagnac phase shift changes sign for the second interferometer since the phase shift is proportional to the vector area \mathbf{A} , which reverses for the opposite atomic beam direction. Subtracting the signals from the two interferometers gives twice the Sagnac phase shift, but since the atomic beams traverse approximately the same region in space, phase shifts due to residual stray fields, laser fluctuations, etc. should largely cancel. Fluctuations which occur during the time of flight of an atom through the interferometer (~ 6 msec) need not cancel, however.

With the addition of the second atomic beam, we were forced to modify our atomic state preparation scheme to make atoms from each oven pass through the nearby detection region (for atoms from the distant oven) without contributing a large background. We no longer pump all the atoms into a magnetic field insensitive $m_F = 0$ state,

but by applying a ~ 300 mG bias field along the Raman beam axes, we can make the transitions corresponding to different Zeeman sublevels widely separated compared to the Raman transition linewidth, and ensure that only the $m_F = 0$ atoms contribute to the interferometer. That reduces the atomic flux by about a factor of 6, but with our increased oven flux, that is currently not a limitation. Since we detect with light resonant to the $F = 4 \rightarrow F' = 5$ transition, we optically pump the atoms into the $F = 3$ state before they enter the interferometer.

2.4. Dual atomic beam results

To test the interferometer, we induced a rotation in the optical table by pushing between the table and two massive vibrationally isolated columns with piezo-electric transducers (PZT) at diagonal corners of the optical table. The table velocity was measured by seismometers mounted on the table. We applied a sinusoidal rotation to the table at 4.5 Hz. In this case, the interference signal observed has sinusoidal oscillations, with an overall contrast envelope centered at the true zero of rotation. Because the seismometer is not sensitive to dc rotations, we measure an offset corresponding to the Earth's rotation rate. The dual beam interference signals and the difference signal are shown in Fig. 3. The contrast envelope arises due to an averaging over longitudinal velocities in the thermal atomic beam, since the interferometer area and Sagnac phase shift depend on the atom velocity. After an analysis of the signal-to-noise ratio, we estimate our current short term sensitivity to be 3×10^{-9} (rad/s)/ $\sqrt{\text{Hz}}$, which competes with the best published active ring gyroscopes to date.⁷ We are still experimentally investigating issues of relative phase between the two interferometers.

2.5. Copropagating Raman beam configuration (long term stability)

For the interferometer signal to be stable over long times, the relative phase of the Raman lasers between interaction regions must be well behaved (as described below). The atoms acquire the phase of the Raman lasers at each interaction region, resulting in an overall laser induced phase of $\phi_{\text{eff}} = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$, where ϕ_i is the relative phase of the two Raman lasers at the first, second, or third interaction region. This means that the initial relative phase between the two Raman lasers cancels, but time varying relative phase changes from one interaction region to another will affect the overall phase. Our initial interferometer configuration had the two Raman lasers propagating separately on opposite sides of the vacuum chamber, with crossed linear polarizations to drive the Raman transitions. In this case, air currents caused the phase of the signal to fluctuate substantially (even with tubes around the beams). The sensitivity to air currents can be explained by noting that the difference in index of refraction between air and vacuum results in several hundred phase flips over the few meters of propagation required.

Recently we have reconfigured our Raman lasers so that the ω_1 and ω_2 beams can copropagate through the system, giving excellent common-mode rejection of air current effects. The beams are combined with crossed polarizations before passing through a spatial filter and $\lambda/20$ 2" plate beamsplitters are used to divide the beams for the three interaction regions. At each region, a quarter-wave plate is used to give opposite circular polarizations to the two copropagating Raman beams before they enter the chamber, as shown in Fig. 4. This prevents the copropagating beams from inducing Doppler insensitive Raman transitions due to polarization dependent cancellations in the transition probabilities. After the lasers pass through the atomic beam and exit the chamber, they pass through a second quarter-wave plate, which linearizes the polarization. A polarizing beamsplitter cube separates the two beams, and one is retro-reflected. The retro-reflected beam polarization is then correct for driving Doppler-sensitive transitions. The net result is that the two Raman beams copropagate for almost the entire distance, reducing the effect of air currents at least 10-fold.

A crucial feature of our dual beam gyroscope is that we can use the difference signal to determine the absolute zero of rotation. A simple argument will serve to illustrate this point. The single interferometer signals have the form $\sim \cos(\phi_{\text{eff}} + \Phi_\Omega)$ and $\sim \cos(\phi_{\text{eff}} - \Phi_\Omega)$ respectively, where $\phi_{\text{eff}} = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$ is the arbitrary laser-induced phase as described earlier in this section, and Φ_Ω is the Sagnac phase, which enters with opposite signs for the two interferometers. The overall amplitude factor (giving the contrast envelope) has been omitted. Subtracting the two signals gives $\cos(\phi_{\text{eff}} + \Phi_\Omega) - \cos(\phi_{\text{eff}} - \Phi_\Omega) \sim \sin(\phi_{\text{eff}}) \sin(\Phi_\Omega)$, where $\sin(\phi_{\text{eff}})$ is an amplitude factor that can be adjusted with the laser phase, and $\sin(\Phi_\Omega)$ gives a dispersive lineshape with a zero-crossing at $\Omega = 0$. The contrast envelopes for both interferometers should be centered at the zero rotation point.

3. FUTURE PROSPECTS

Long term stability is critical for many gyroscope applications, and is one area where we believe matter-wave gyroscopes may excel compared to fiber-optic or active ring laser gyroscopes. Atoms in vacuum can be easily isolated from perturbing influences compared to optical gyroscopes, in which light traveling through glass or lasing media is especially sensitive to temperature fluctuations and back scatter from optics. Although our experimental efforts to determine long term stability are still preliminary, it is interesting to estimate the long term stability one might ultimately hope to achieve with such a device. The primary source of phase drift is likely to be temperature fluctuations inducing a change in the relative separation between Raman beamsplitters. Assuming a characteristic length scale of L for the length of the apparatus, and temperature regulation of ΔT , the phase change during the time of flight (τ) of the atoms will be $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dL}{dt} \cdot \tau$, and a spurious rotation rate of $\Delta\Omega = \frac{\Delta\phi}{2m\lambda/h}$. For $L \sim 1$ m, $\Delta T \sim 0.1^\circ\text{C}/\text{day}$, and the best case material choice of Zerodur (i.e. mount the optics on a monolithic block), we find $\Delta\Omega = 1 \times 10^{-14}$ rad/s. Furthermore, it may be possible to exceed this limit by servoing the Raman mirror spacings using an optical

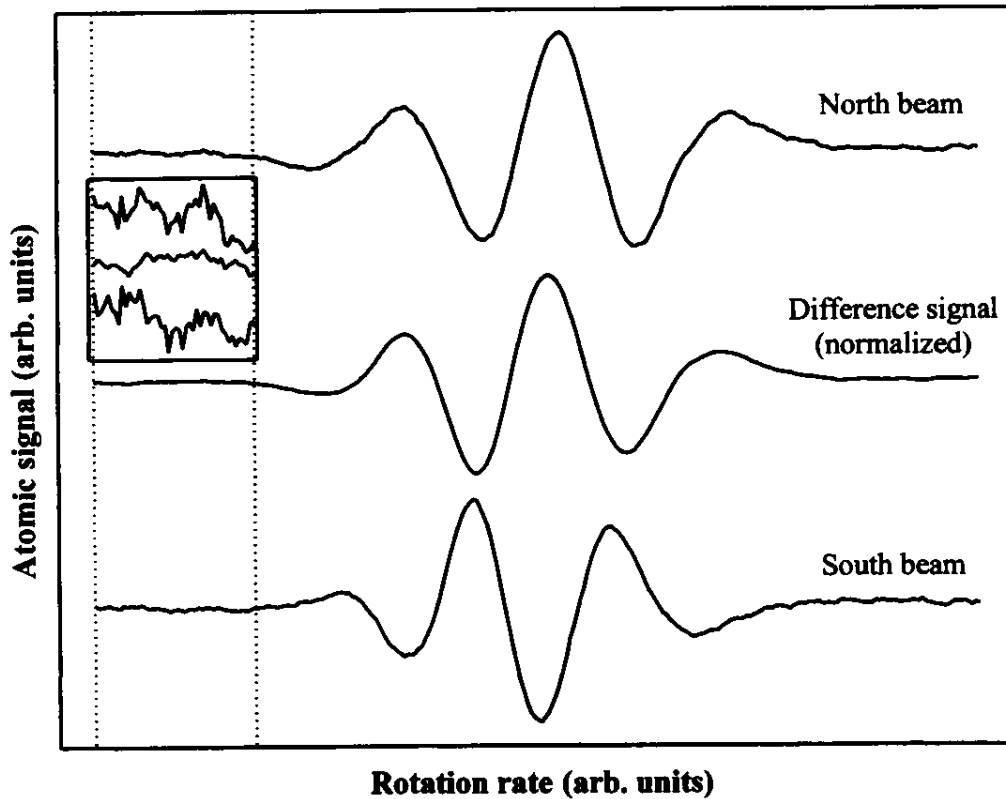


Figure 3. Preliminary dual beam signal demonstrating common-mode rejection. The upper and lower traces are the signals from the north and south oven atomic beams, respectively. The central trace is the difference, north-south. The inset box shows a vertically magnified view of the three traces in the region between the dashed lines. We applied a 4.5 Hz sinusoidal rotation to the optical table using a PZT. The contrast envelope arises from averaging over the longitudinal velocity distribution in the thermal atomic beam. The Sagnac phase shift varies with the atom velocity, resulting in a loss of contrast for high rotation rates. The rms noise of the difference signal is typically improved by a factor of ≈ 4 relative to a single beam signal due to common-mode rejection. The traces have been normalized, and vertically offset for comparison. The data shown corresponds to 30 msec/point of integration time.

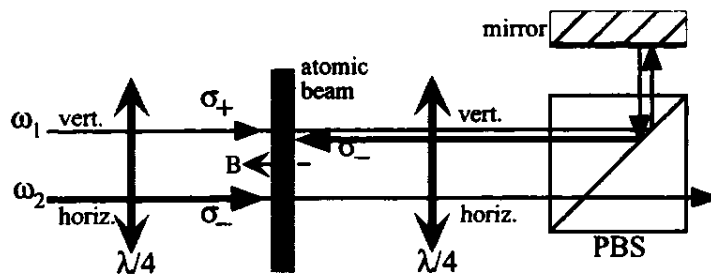


Figure 4. Copropagating Raman beam polarizations. The ω_1 and ω_2 laser beams actually overlap, but are drawn separately to label the polarizations. The dashed arrow in the center depicts a uniform bias field along the length of the interaction region generated by four wires inside the vacuum chamber. In the configuration shown, only the Doppler sensitive σ_+ , σ_- Raman transitions are allowed. (All optics are outside the vacuum chamber.)

interferometer.

Matter-wave gyroscopes have large intrinsic sensitivities, exceeding that of optical gyroscopes by a factor of $mc^2/\hbar\omega \sim 10^{11}$ for cesium atoms given the same area in each case. Though light interferometers can more easily enclose large areas, atom interferometry should remain a very competitive technique. There are existing techniques which could be applied to construct a more sensitive matter-wave gyroscope. For example, more sophisticated beam-splitter pulse schemes¹¹ could be used to transfer more transverse momentum to the atom, giving larger areas and increased sensitivity. Also, since sensitivity scales with the length of the interaction region squared, a longer interferometer could yield substantial increases in sensitivity.

ACKNOWLEDGMENTS

This research was supported by grants from NASA, NIST, NSF, and ONR. P.B. acknowledges support from DRET (Contract No. 9381148) and the French Government (Lavoisier Fellowship).

REFERENCES

1. M. Kasevich and S. Chu, "Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer," *Appl. Phys. B* **54**, pp. 321-332, 1992.
2. K. Chung, A. Peters, and S. Chu, "Precision measurement of local gravity using atom interferometry," in *Methods for Ultrasensitive Detection*, B. L. Fearey, ed., *Proc. SPIE* **3270**, 1998.
3. T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope," *Phys. Rev. Lett.* **78**, pp. 2046-2049, 1997.
4. A. Lenef., T. D. Hammond, E. T. Smith, M. S. Chapman, R. A. Rubenstein, and D. E. Pritchard, "Rotation sensing with an atom interferometer," *Phys. Rev. Lett.* **78**, pp. 760-763, 1997.
5. F. Riehle., T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé, "Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer," *Phys. Rev. Lett.* **67**, pp. 177-180, 1991.
6. M. Snadden, J. McGuirk, P. Bouyer, K. Haritos, and M. Kasevich, *Pending publication*.
7. G. E. Stedman, "Ring-laser tests of fundamental physics and geophysics," *Rep. Prog. Phys.* **60**, pp. 615-688, 1997.
8. P. Bouyer, T. L. Gustavson, K. G. Haritos, and M. A. Kasevich, "Microwave signal generation with optical injection locking," *Opt. Lett.* **21**, pp. 1502-1505, 1996.
9. R. E. Drullinger, D. J. Glaze, and D. B. Sullivan, "A recirculating oven for atomic beam frequency standards," *Proc. of the 39th Annual Frequency Control Symposium*, pp. 13-17, 1985.

10. R. D. Swenson and U. Even, "Continuous flow reflux oven as the source of an effusive molecular Cs beam," *Rev. Sci. Instrum.* **52**, pp. 559-561, 1981.
11. B. Young, M. Kasevich, and S. Chu, *Atom Interferometry*, P. Berman, ed., Academic Press, New York, 1997.

Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor

Florence Yver-Leduc¹, Patrick Cheinet¹, Jérôme Fils¹,
André Clairon¹, Noël Dimarcq¹, David Holleville¹,
Philippe Bouyer² and Arnaud Landragin¹

¹ BNM-SYRTE, UMR 8630, Observatoire de Paris, 61 avenue de l'Observatoire,
75014 Paris, France

² Laboratoire Charles Fabry, UMR 8501, Centre Scientifique d'Orsay, Bât 503, BP 147,
91403 Orsay, France

E-mail: florence.yver@obspm.fr

Received 28 November 2002, in final form 3 February 2003

Published 2 April 2003

Online at stacks.iop.org/JOptB/5/S136

Abstract

In our high-precision atom interferometer, the measured atomic phase shift is sensitive to rotations and accelerations of the apparatus, and also to phase fluctuations of the Raman lasers. In this paper we study two principal noise sources affecting the atomic phase shift, induced by optical phase noise and vibrations of the setup. Phase noise is reduced by carrying out a phase lock of the Raman lasers after the amplification stages. We also present a new scheme to reduce noise due to accelerations by using a feed-forward on the phase of the Raman beams. With these methods, it should be possible to reach the range of the atomic quantum projection noise limit, which is about 1 mrad rms for our experiment, i.e. $30 \text{ nrad s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$ for a rotation measurement.

Keywords: Atom interferometer, Raman transitions, laser phase lock, phase noise in optical fibres, acceleration compensation in precision measurements

1. Introduction

Recent progress in atom interferometry [1] enables the development of new inertial sensors, using the potential of matter-waves to lead to high-precision detectors. Since the first atom interferometer showing a phase shift owing to rotation in 1991 [2], several gyroscopes have been developed and their sensitivities are already similar to those obtained with the best optical gyroscopes [3]. The first high-sensitivity measurement of the local acceleration of gravity based on atom interferometry was achieved the same year, and has been strongly improved since [4].

In the last decade, the laser cooling techniques have been considerably improved and developed for metrological applications, as exemplified in the field of atomic clocks [5]. For inertial sensors based on de Broglie waves, they lead to drastic improvements in stability and sensitivity, while enabling a reduction of the dimensions of the apparatus.

High-sensitivity inertial sensors with good long-term stability have applications in various domains: gravimetry and

gradiometry, inertial navigation, geophysics, measurements of fundamental constants [6] and tests of general relativity, like the equivalence principle and the Lense–Thirring effect [7].

2. Description of our apparatus

The design of our apparatus has been guided by two goals: long-term stability and compactness. The expected sensitivity is $30 \text{ nrad s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$ as a rate-gyroscope and $4 \times 10^{-8} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ as an accelerometer, when about 10^6 atoms are detected at the output of the interferometer. This corresponds to a signal-to-noise ratio of 1000, so that the atomic quantum projection noise limit is 1 mrad rms.

A scheme of the setup is shown in figure 1. The atomic sources are caesium atoms cooled in a magneto-optical trap to a few microkelvin. Then, the atoms are launched by a moving molasses technique at 2.4 m s^{-1} with a repetition rate of 2 Hz. This value corresponds to the first characteristic frequency of the instrument, leading to a pass band of the

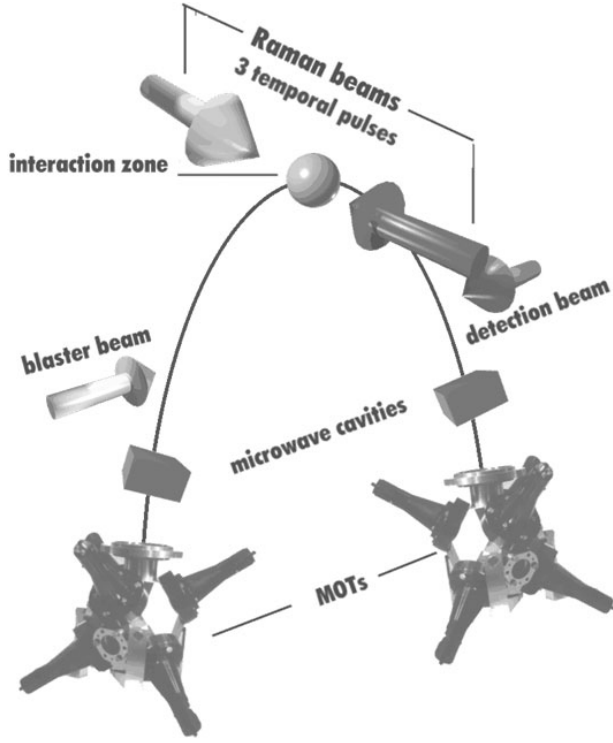


Figure 1. Principle of our cold atom inertial sensor. It uses two atomic sources launched in opposite trajectories and sharing the same Raman lasers. Horizontal velocity: 0.3 m s^{-1} .

interferometer of about 1 Hz. The atoms are prepared in the ($6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0$) state by using microwave and optical pulses, and then reach the interferometer zone. The duration of one measurement in this zone is $2T \leq 100 \text{ ms}$, which defines the second characteristic frequency of the instrument.

The interferometer configuration is similar to an optical Mach–Zehnder interferometer, and uses a $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sequence of counterpropagating laser pulses to induce stimulated Raman transitions [8] and coherently manipulate the atomic wavepackets (splitting, deviation and recombination). At the output of the interferometer, we measure the population of both hyperfine states ($6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0$) and ($6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0$) by laser-induced fluorescence and calculate the transition probability P between the two states.

The transition probability P is a function (1) of accelerations in the direction of the Raman laser beams, (2) of the rotation rate around the axis normal to the oriented area enclosed between the two arms of the interferometer, and (3) of fluctuations of the phase difference between the Raman lasers [9]. This last point will be further discussed in section 3. The phase shifts induced on the atomic wave phase are respectively named $\Delta\Phi_{acc}$, $\Delta\Phi_{rot}$ and $\Delta\Phi_{laser}$. The transition probability induced by the Raman sequence can be written as

$$P = \frac{1}{2}[1 + C \cos(\Delta\Phi_{acc} + \Delta\Phi_{rot} + \Delta\Phi_{laser})] \quad (1)$$

where C is the contrast of the atomic fringes.

In order to distinguish between atomic phase shifts induced by rotation and acceleration, the experiment uses two counterpropagating atomic clouds diffracted by the same

Raman pulses. The phase shifts measured by the two interferometers are then opposite for rotations, while they are identical for both accelerations and laser fluctuations. We thus discriminate between acceleration and rotation by adding or subtracting the phase shifts extracted from the two atomic clouds signals, as already demonstrated in [10].

Atom interferometry using either time domain (pulsed laser beams) [11] or space domain (focussed continuous laser beams) [12] can be built. The interferometer phase shifts induced by rotation and acceleration are

$$\Delta\Phi_{rot} = 2k_{eff}\Omega VT^2 \quad (2)$$

$$\Delta\Phi_{acc} = k_{eff}aT^2 \quad (3)$$

for an interferometer operating in the time domain, and

$$\Delta\Phi_{rot} = 2k_{eff}\Omega \frac{L^2}{V} \quad (4)$$

$$\Delta\Phi_{acc} = k_{eff}a \frac{L^2}{V^2} \quad (5)$$

in the space domain. $k_{eff} \cong 2k_{laser}$ represents the effective wavevector of the Raman laser pair, Ω is the rotation rate, and a the acceleration. In normal operation, V is the horizontal projection of the atomic mean velocity. T corresponds to the time between two successive Raman pulses and L is the spatial distance between two successive Raman beams.

In the time domain, the parameter determining the scaling factors is the time T between two successive interactions, whereas the important parameter in the space domain is the distance L between them.

A precise measurement requires a good definition of the scaling factor. Compared to thermal atomic beams, cold atom sources enable a smaller velocity dispersion of the atomic cloud and a better defined velocity by the use of the moving molasses technique. This leads to a better definition of the rotation scaling factor. Also, acceleration rejection by the use of two counterpropagating atomic clouds is more efficient in the time domain, as the velocity of the atoms does not appear in the scaling factor, which is thus better defined. For these reasons we have chosen to work with cold atoms and in the time domain.

Time intervals can be measured with a very high precision: in our apparatus, Raman pulses are generated by an acousto-optic modulator (AOM) with less than 100 ns rise time. Moreover, when using cold atoms launched by a moving molasses, the velocity of the atoms is very well known and stable: we can reach a stability of 10^{-4} m s^{-1} or better from shot to shot. The scaling factor of the gyroscope is then very well defined, and we can expect to know the rotation scaling factor with a relative uncertainty of 4×10^{-5} or better in one cycle. In the case of the Earth rotation rate measurement, this ensures an uncertainty below 3 nrad s^{-1} per shot, which is ten times lower than the short-term interferometer sensitivity.

Furthermore, the three laser pulses are generated by switching on and off three times the same pair of large Raman laser beams. The rotation noise induced in space domain gyroscopes by misalignments of the Raman laser pairs between each other is thus strongly reduced in our case.

However, our setup is also sensitive to temporal fluctuations of the Raman phase difference, which can lead to a degradation of the signal-to-noise ratio.

3. Influence of phase noises on rotation and acceleration measurements

The atomic phase shift measured at the output of the interferometer is a function of the phase difference between the two counterpropagating Raman lasers [13]:

$$\Delta\Phi_{laser} = \Phi_1(t) - 2\Phi_2(t+T) + \Phi_3(t+2T) \quad (6)$$

where $\Phi_i(t)$ represents the phase difference between the two Raman lasers during the i th pulse. This phase is considered at the location of the centre of the atomic wavepacket [14]. This means that the atomic phase shift measured is also sensitive to any fluctuations of the phase difference between the Raman pulses. As laser phase noise induces identical phase shifts for both atomic clouds, it is seen as acceleration by the interferometer.

For an acceleration measurement, phase noise on the Raman phase difference and vibrations of the setup have to be minimized so that their contributions to the atomic phase noise remain below the 1 mrad rms interferometer noise.

For a rotation measurement, laser phase noise is rejected by the use of two counterpropagating atomic clouds. However, the phase shifts induced by these perturbations must remain negligible compared with 2π , in order to avoid any ambiguity on the fringe number. Moreover, to simplify the extraction of rotation and acceleration phase shifts from the experimental signals, the interferometer's phase fluctuations and vibrations should be reduced to less than 0.1 rad rms, which allows a linearization of equation (1) near the operating point.

In our setup, we have implemented a phase lock scheme that enables a reduction of the phase noise induced by the semiconductor (SC) amplifiers. In addition to a passive isolation from the vibrations, we also show here the possibility to implement a feed-forward compensation of the effect of vibrations by directly acting on the phase of the Raman beams.

4. Measurement and rejection of the phase noise of the Raman beams

The difference between the two Raman laser frequencies must be stabilized at 9.19 GHz to be tuned to the clock transition frequency of the caesium atoms. This stabilization is also crucial to prevent any degradation of the signal-to-noise ratio in the interferometer.

Several noise sources could spoil the Raman phase difference: internal noise of the microwave generator, optical amplification by slave lasers, independent propagation of the beams through air and various optical elements (AOM, polarization maintaining fibre). In this study, we will focus on optical phase noise sources, such as optical amplification and propagation in the polarization maintaining fibre, and on their contributions to the interferometer noise.

In order to deduce the contribution of the optical phase noise to the noise degrading the atomic phase shift, the measured phase noise spectra have to be weighted by the interferometer transfer function. As shown in equation (6), the atomic phase shift measurement consists in reading the Raman phase difference at three times $t = 0, T, 2T$, because of the $\pi/2 - \pi - \pi/2$ configuration. We calculate the transfer

function by expressing the atomic phase shift as a function of fluctuations of the phase difference $\Phi_i(t)$ between the two Raman lasers during the i th pulse.

We first suppose that the three laser pulses have an infinitely short duration. When expressing the Fourier transform of the laser phase fluctuation, with amplitude Φ_f and arbitrary phase φ_f at frequency f , each $\Phi_i(t)$ corresponding to the phase difference between the two Raman lasers during the i th pulse can be written as

$$\Phi_i(t) = \int_f \Phi_f \cos(2\pi ft + \varphi_f) df. \quad (7)$$

Calculated from equation (6), the atomic phase shift induced by the laser phase fluctuation component at frequency f is thus

$$\Delta\Phi_{laser}(f) = -4\Phi_f \sin^2(\pi f T) \cos(2\pi f T + \varphi_f). \quad (8)$$

A quadratic average of equation (8) on the arbitrary phase φ_f gives the contribution of the laser phase fluctuation to the atomic phase shift at frequency f :

$$\sqrt{\langle \Delta\Phi_{laser}^2(f) \rangle_{\varphi_f}} = 2\sqrt{2}\Phi_f \sin^2(\pi f T). \quad (9)$$

The rms atomic phase shift due to a laser phase fluctuation at frequency f is thus obtained by multiplying the amplitude Φ_f of the fluctuation by a transfer function defined by a square sine function of the frequency f . This implies that the interferometer transfer function cancels at frequency multiples of $1/T$ and expresses the fact that the atomic phase shift measurement results in a sampled measurement of the rotation rate or the acceleration [4].

Furthermore, the study of the real case of square Raman pulses with a finite duration τ induces a well-known first-order low-pass filter in the transfer function of the interferometer, with a cut-off frequency $f_c = 1/2\tau$. From equation (9), the transfer function of the interferometer can be written as

$$|H(f)|^2 = \frac{8 \sin^4(\pi f T)}{1 + (\frac{f}{f_c})^2} \quad (10)$$

where T is the time interval between two consecutive Raman pulses, and f_c the cut-off frequency of the low-pass filter due to the pulses' finite duration τ ($\tau = 30 \mu\text{s}$ in our experimental case).

Each measured phase noise spectrum has thus to be weighted by this transfer function in order to evaluate its contribution to the noise degrading the atomic phase shift.

Phase noise measurements due to the optical amplification and to the propagation in the fibre are detailed after a short description of the optical bench generating the Raman laser beams.

The Raman laser beams are generated with two extended cavity laser diodes (ECLD) emitting at 852 nm. ECLD outputs are amplified to get the optical power needed for about 30 μs Raman pulses (figure 2). Therefore we use a slave laser diode (SD) for one path, from which we get 200 mW. On the other path, a tapered SC amplifier increases the laser power up to 500 mW. After superimposition in a polarization beam splitting cube, both beams are deflected by an AOM used as an optical switch to generate the three pulses. They are then injected with

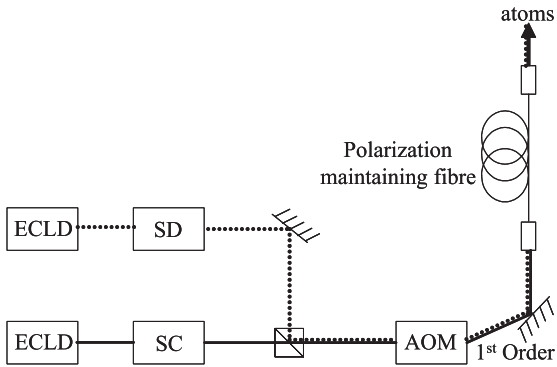


Figure 2. Principle of generation of the Raman laser beams. The laser frequency difference is 9.19 GHz and the AOM is used only as a switch of the Raman beams.

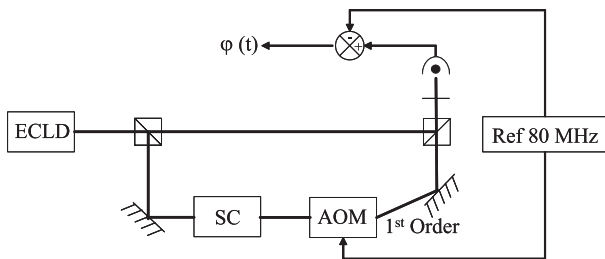


Figure 3. Scheme of the experiment used to measure the phase noise generated in the optical amplification path using the SC amplifier.

crossed polarizations into the two proper axes of a polarization maintaining fibre and propagate towards the interaction zone with the atoms.

The first step is to measure the phase noise induced by one of the two amplification stages, realized with the SC amplifier. The injection of the slave diode is supposed to add a similar phase noise. A photodiode detects the beat-note between the ECLD and the amplified laser beam, frequency shifted by 80 MHz using an AOM (figure 3). Phase noise is measured by mixing the photodiode output with a reference signal at 80 MHz.

The power spectral density (PSD) of the phase noise spoiling this beat-note is shown in figure 4. Low-frequency noise up to 3 kHz is due to temperature fluctuations on the optical bench and in the SC amplifier, and to mechanical vibrations. At higher frequencies, phase noise sources are mostly electrical and result in high narrow peaks of noise.

After weighting this spectrum by the interferometer transfer function to phase fluctuations described in equation (10), we estimate the atomic phase noise induced by the SC amplifier at the level of 180 mrad rms. This value greatly exceeds the limit of 1 mrad rms set by the expected signal-to-noise ratio of 1000.

We have to implement a method to imprint the phase quality of the microwave generator on the Raman phase difference. Usually, this Raman laser frequency stabilization is realized by phase locking one ECLD on the other [15]. But, doing so, the phase noise induced by the amplification stages is not compensated for, and degrades the phase difference between the laser beams at the level previously measured. That is the reason why we chose to phase lock the Raman laser beams after the optical amplification stages. With this method,

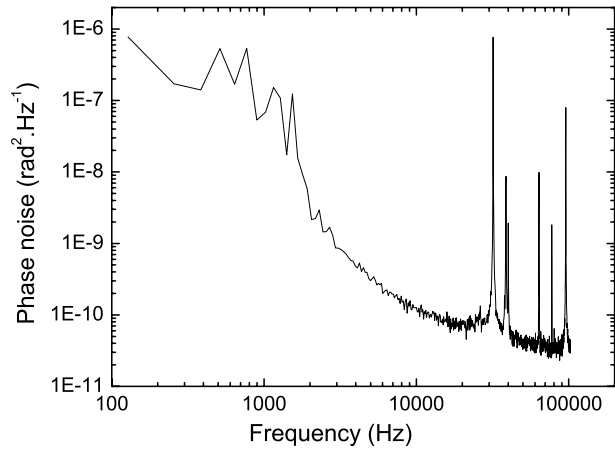


Figure 4. PSD measured in the experiment described in figure 3. The phase noise is mostly due to the SC amplifier and optical path fluctuations.

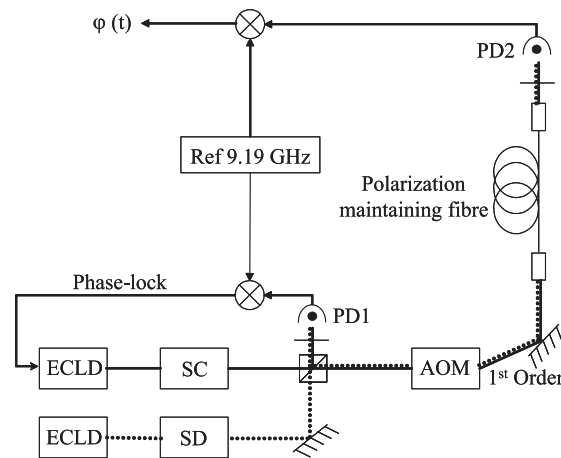


Figure 5. Principle of measurement of the residual phase noise between the two phase-locked Raman beams, directly imprinted on the atomic wave phase.

the loop delay is certainly increased, but all optical phase shifts introduced while the Raman beams do not copropagate are strongly reduced.

One could propose that the phase noise induced by the polarization maintaining fibre can also be rejected with a phase lock after the fibre. But, as Raman lasers are pulsed by the AOM, it is impossible to make any continuous servo-control including this AOM in the loop. The only way to servo-control the phase shift after the fibre is to use an external continuous laser, far detuned from the atomic transitions and copropagating in the optical fibre. For reasons of simplicity and easy implementation, the Raman laser beams are phase locked just before the AOM. Residual noise spoiling the phase difference between the phase-locked lasers is measured after propagation in the polarization maintaining fibre, in order to control whether this method is sufficient to preserve a high signal-to-noise ratio.

The phase difference between the two amplified laser beams is phase locked at the superimposition point by carrying out a beat-note between the laser beams on a Hamamatsu ultrafast photoconductor G4176, named PD1 (figure 5). The amplified beat-note is mixed with a reference signal at

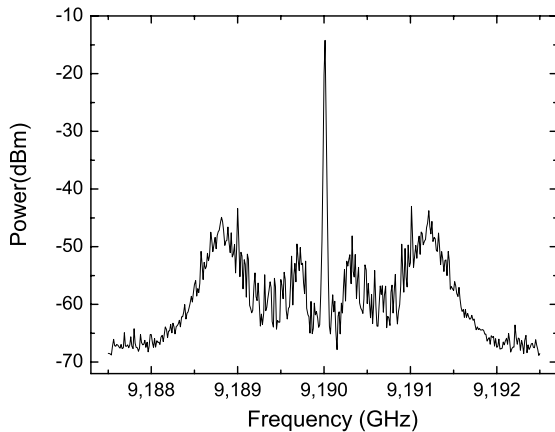


Figure 6. Beat-note detected on the photoconductor PD1, with a resolution bandwidth of 10 kHz. The central peak contains about 90% of the total power.

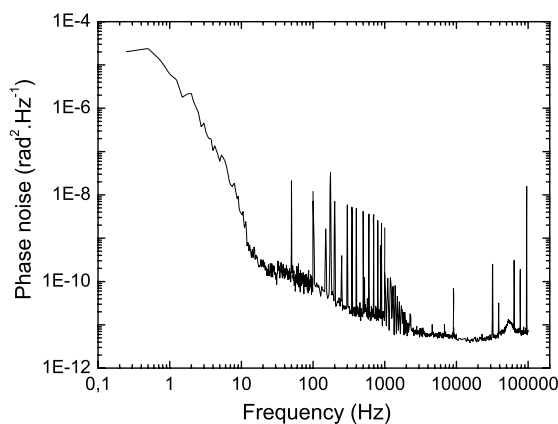


Figure 7. PSD of the phase noise measured on PD2 after the phase lock and propagation in the fibre. This Raman phase noise is directly seen by the atoms.

9.19 GHz. The error signal is then used to generate a correction signal fed back to the ECLD current and piezo-electric transductor (PZT).

Figure 6 shows the beat-note measured by a spectrum analyser with a resolution bandwidth of 10 kHz. We observe a lock bandwidth of 1.2 MHz. This is enough to reduce the phase noise of the Raman beams to the phase noise level of the microwave generator.

In figure 7 is shown the residual phase noise after propagation in a 3 m long optical fibre, and table 1 gives the induced phase noise in the atom interferometer after weighting by $H(f)$ (see equation (10)), for each frequency decade.

We can see a high phase noise at low frequencies up to 10 Hz. This phase noise is due to temperature fluctuations in the polarization maintaining fibre. For comparison, we measured the phase noise induced by propagation without any fibre, which showed a much lower contribution to the atomic phase noise in this decade (0.38 mrad rms compared to 1.01 mrad rms).

At Fourier frequencies from 100 Hz to 1 kHz, we measure many peaks at harmonic frequencies of 50 Hz. Their contribution to the atomic phase noise is significant (0.49 mrad rms) but does not represent the principal noise

Table 1. Contribution of the Raman phase noise in each frequency decade calculated from the PSD (figure 7) weighted by the interferometer transfer function $H(f)$.

Frequency band	Atomic phase noise (mrad rms)
0–10 Hz	1.01
10– 100 Hz	0.37
100 Hz–1 kHz	0.87
1 kHz–10 kHz	0.48
10 kHz–100 kHz	0.37
Total	1.51

source. Moreover, they could come from electrical artefacts and their existence on the Raman phase difference is not certain. This means that the contribution of the frequency band from 100 Hz to 1 kHz to the atomic phase noise is probably lower than what we measured.

At frequencies higher than 1 kHz, the PSD reaches the noise level of the measurement setup.

Thus, a direct phase lock of optical amplified lasers enables a rejection of the major part of the phase noise induced by the amplification stages and non-counterpropagating paths. With this method, the contribution of the Raman lasers' phase noise falls down to the level of 1.5 mrad rms.

The optical fibre is the most important source of noise on the Raman laser phase difference. With a better control of the fibre temperature, we expect to reduce the interferometer phase noise to the range of 1.2 mrad rms.

5. Acceleration compensation

Because of an aliasing effect due to our sampling frequency of 2 Hz, the high-frequency part of the acceleration noise is transferred to the low frequencies (lower than 1 Hz) and can degrade the signal-to-noise ratio of the interferometer. In order to evaluate the effect of vibrations on the interferometer, we measured the acceleration noise and deduced its contribution to the interferometer phase shift by weighting it by equation (10). Because the interferometer signal depends only on the difference of position (or phase) between the three pulses (see equation (6)), the accelerometer signal has to be converted in a position (or phase) signal. This means that it has to be integrated in the frequency band from 0.1 to 200 Hz. Vibrations of the lab floor have been measured with an accelerometer (IMI model 626A04) and would contribute to the interferometer phase noise at the level of 1 rad rms. This value is too high compared with the limits of 1 mrad rms and 0.1 rad rms required respectively for acceleration and rotation measurements.

Two methods can be implemented to reduce vibrations of the setup: putting it on an isolation platform or compensating for vibrations actively. We installed our interferometer on an optimized NanoK isolation platform. This enabled us to reduce vibrations so that their contribution to the interferometer phase noise is estimated at about 0.1 rad rms. This method, alone, is not sufficient to reach the interferometer sensitivity. Moreover, the platform could lead to additional rotation noise [4]. For these reasons, we have tested a new scheme to reduce the effect of vibrations by using a feed-forward on the phase of the Raman beams. If the method is efficient and robust enough, it will be possible to avoid using any vibration isolation platform.

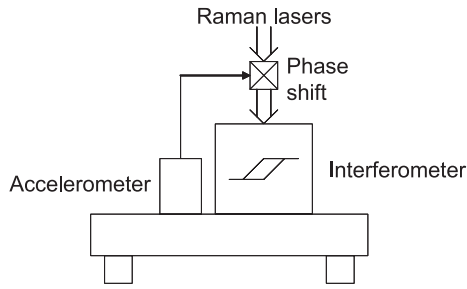


Figure 8. Principle of setup for acceleration compensation on the inertial sensor. The accelerometer signal is used to generate a correction signal on the Raman phase, which cancels the phase shift induced by vibrations.

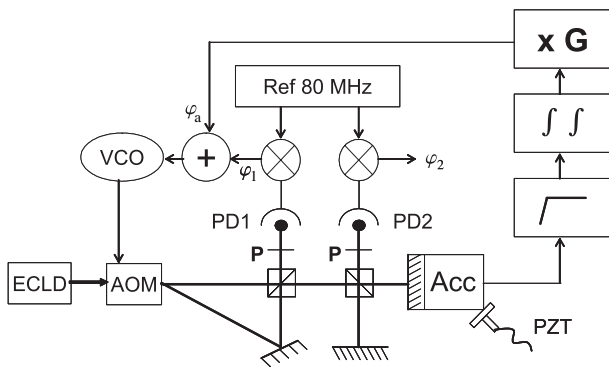


Figure 9. Auxiliary experiment testing the acceleration rejection. The accelerometer signal is used as a feed-forward correction signal and is added into the Raman phase lock loop.

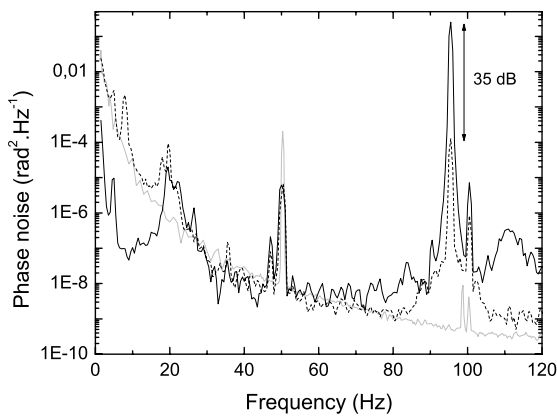


Figure 10. PSD of the phase noise measured on PD2 (figure 9). Solid curve: without rejection. Dashed curve: with rejection. Grey curve: accelerometer's internal noise.

The basic principle of the method is schematized in figure 8. A low-noise sensor is rigidly fixed on the table supporting the interferometer. This sensor provides an acceleration signal at high frequencies used in the feed-forward compensation on the phase of the Raman beams. After the two integrations and proper adjustment of the gain, it is applied to the phase lock setup of the Raman beams. This adjustment can be performed by minimizing the interferometer noise. By doing so, we have the advantage of the high sensitivity of mechanical accelerometers at high frequencies and the stability of atomic interferometers at low frequencies and continuous accelerations.

In order to test this method, we built the auxiliary experiment schematized in figure 9. The first step is to implement a setup similar to the original optical bench. The two laser beams representing the Raman lasers come from the same ECLD diffracted in zero and first orders of an AOM, fed with a voltage-controlled oscillator (VCO). The two laser beams are then recombined in a polarization beam splitting cube.

At one output of the cube, a first photodiode PD1 measures the beat-note between the two beams. This signal is mixed with an 80 MHz reference signal to obtain the phase error signal φ_1 used to drive the VCO feeding the AOM. In this way, we servo-lock the phase difference between the two beams at the location of the photodiode, as it is done in the original setup.

At the second output, the beams are separated again into a Michelson interferometer and we simulate vibrations of the setup by moving one mirror with a PZT. A second photodiode PD2 is placed at the output of the interferometer to measure the optical phase shift φ_2 that would be imprinted on the atomic wave phase.

Our method to compensate for this phase shift consists in measuring the mirror's vibrations with an accelerometer to generate a correction signal. For this study, we use an accelerometer working in the frequency range from 0.1 to 200 Hz. In order to suppress low frequencies below 0.1 Hz which lead to a drift of the correction signal, we use a high-pass filter with a cut-off frequency of 0.16 Hz. The signal has to be integrated twice and scaled in order to be compared with φ_2 . The integration used a second-order low-pass filter with a cut-off frequency of 3 Hz. Finally, this correction signal, named φ_a , is added to the phase error signal φ_1 of the servo-loop. When the compensation is perfectly adjusted, no modulation induced by the PZT should appear on φ_2 . The scaling factor G is chosen experimentally to minimize the modulation of φ_2 .

We show in figure 10 the PSD of the phase noise measured on PD2 for an excitation frequency of 95 Hz, with and without feed-forward compensation, and the equivalent accelerometer's internal noise previously measured.

Any active rejection will add the noise of its reference. Here, the feed-forward compensation adds the accelerometer's noise to the final measured phase noise. One can notice that, at low frequency (below 60 Hz), the accelerometer's noise is at the level of or higher than the vibration noise. This leads to an increased noise level for frequencies lower than 20 Hz in this case. Wherever the accelerometer's noise is low enough, we observe a decrease of the noise level and we reach a 35 dB rejection efficiency for the frequency modulation of the PZT at 95 Hz.

To fully characterize the rejection process, the last step is to study the efficiency of the vibration compensation as a function of the modulation frequency. To do so, we use a PZT modulation amplitude high enough to be only partially rejected, so that the rejection process is not limited by the accelerometer's noise. We found a strong dependence on the modulation frequency. In order to better understand this result, we modelled the rejection efficiency, taking into account the processing of the acceleration signal before its addition in the servo-loop.

For low frequencies, the phase shift introduced by the high-pass filters and integration device prevents an exact cancellation. This will reduce the rejection efficiency. For

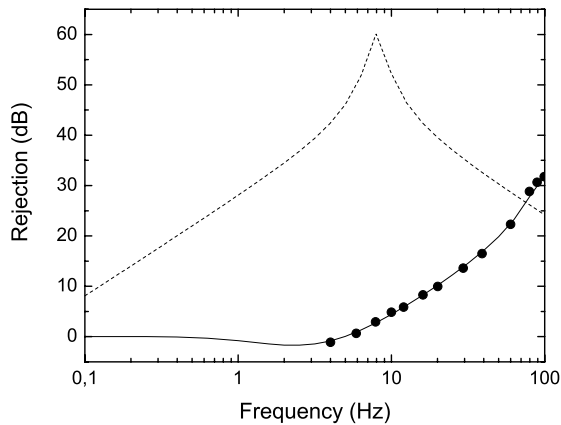


Figure 11. Phase noise rejection of the modulation induced by the PZT. Black dots: experimental result. Solid curve: simulated rejection in the actual experimental conditions. Dashed curve: calculated rejection that could be obtained by using a better accelerometer with a lower noise level and a lower working frequency (0.01 Hz cut-off frequency).

the best rejection efficiency, the scaling factor error will limit the rejection.

Finally, for the highest frequencies, the accelerometer's sensitivity presents a mechanical resonance around 2 kHz. This will induce a decrease of the rejection efficiency.

We can see in figure 11 that the simulation is in good agreement with the experimental results. This means that the rejection measured here is limited by the analogical processing of the signal.

We plan to replace the accelerometer by a seismometer working in the 0.01–50 Hz frequency range, which presents a lower noise level (Guralp CMG-T40). This will allow us to reduce the cut-off frequencies on the analogical filters, in order to optimize the rejection. We plotted also in figure 11 with a dashed curve the case with cut-off frequencies of 0.01 Hz, with a scaling error of 1:1000. This will lead at least to a 25 dB rejection from 1 to 100 Hz. We could further improve this result by using a numerical filtering instead of an analogical one. This would enable the use of the optimum filter taking into account the real transfer function of the setup.

Traditional criticisms made against feed-forward compensation schemes concern the difficulties due to the need for a very good knowledge of the scaling factors. They do not really apply here for at least three reasons: first, we only need to reduce the interferometer phase noise induced by high-frequency noise aliased to low frequency. Second, the compensation is not totally an open-loop configuration; a numerical minimization of the interferometer noise allows at least for gain adjustment of the vibration compensation in the long term. Third, we do not suspect the mechanical transfer function to vary significantly during the course of a measurement.

6. Conclusions

In this paper we have demonstrated our ability to reduce two principal noise sources in the atom interferometer. A phase lock after the amplification stages reduces the phase noise on the Raman phase difference. The residual noise contributes to the atomic phase noise at the level of 1.5 mrad rms.

A preliminary test of acceleration compensation by acting on the optical phase has been validated. The method enables us to reach a 35 dB rejection, and this value can be easily improved by using a seismometer with better low-frequency internal noise. This should allow us to operate the inertial sensor on the ground and perhaps to free the setup from potential rotation noise added by the isolation platform.

More work is necessary to fully demonstrate the efficiency of this feed-forward vibration compensation. However, it looks very promising and its implementation is much easier than the traditional method used for active vibration isolation. A generalization to three dimensions is possible, and it could also be applied in other high-precision measurements, particularly for vibration compensation of lasers stabilized in supercavities.

Thus, we expect that these two main noise sources can be reduced to the intrinsic limit of the interferometer sensitivity. The remaining main noise source is due to wavefront distortions of the Raman lasers. This can lead to a systematic error if the two atomic trajectories do not perfectly overlap [16].

Acknowledgments

The authors would like to thank CNRS, BNM, DGA, SAGEM and CNES for supporting this work. We would also like to thank the electronic staff of SYRTE for their help and advice.

References

- [1] Berman P R (ed) 1997 *Atom Interferometry* (London: Academic)
- [2] Riehle F, Kister Th, Witte A, Helmcke J and Bordé Ch J 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 177
- [3] Gustavson T L, Landragin A and Kasevich M 2000 *Class. Quantum Grav.* **17** 1
- [4] Peters A, Chung K Y and Chu S 2001 *Metrologia* **38** 25
- [5] Clairon A, Laurent Ph, Santarelli G, Ghezali S, Lea S N and Bahoura M 1995 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44** 128
- [6] Wicht A, Hensley J M, Sarajlic E and Chu S 2001 *Proc. 6th Symp. on Frequency Standards and Metrology* ed P Gill (Singapore: World Scientific) p 193
- [7] *ESA Assessment Study Report 2000 ESA-SCI 10*
- [8] Bordé Ch J 1991 *Laser Spectroscopy* vol 10, ed M Ducloy, E Giacobino and G Camy (Singapore: World Scientific) p 239
- [9] Storey P and Cohen-Tannoudji C 1994 *J. Physique II* **4** 1999–2027
- [10] Gustavson T L, Bouyer P and Kasevich M 1998 *Proc. SPIE* **3270** 62
- [11] Sterr U, Sengstock K, Ertmer W, Riehle F and Helmcke J 1997 *Atom Interferometry* ed P R Berman (London: Academic)
- [12] Udem Th, Diddams S A, Vogel K R, Oates C W, Curtis E A, Lee W D, Itano W M, Drullinger R E, Bergquist J C and Hollberg L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4996
- [13] Kasevich M and Chu S 1992 *Appl. Phys. B* **54** 321
- [14] Antoine C and Bordé Ch J 2002 *Phys. Lett. A* **306** 277
- [15] Santarelli G, Clairon A, Lea S N and Tino G 1994 *Opt. Commun.* **104** 339
- [16] Landragin A, Fils J, Yver F, Holleville D, Dimarcq N and Clairon A 2001 *Proc. 6th Symp. on Frequency Standards and Metrology* ed P Gill (Singapore: World Scientific) p 532

Références relatives à ce chapitre

- [1] C.S. ADAMS, “Atom Optics”, *Contemporary Physics* **35**, 1 (1994).
- [2] C.G. AMINOFF *et al.*, “Cesium atoms bouncing in a stable gravitational cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [3] O. CARNAL AND J. MLYNEK, “Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).
- [4] D. W. KEITH, C. R. EKSTROM, Q. A. TURCHETTE, AND D. E. PRITCHARD, “An interferometer for atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
- [5] M. KASEVICH AND S. CHU, “Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [6] E. M. RASEL *et al.*, “Atom Wave Interferometry with Diffraction Gratings of Light”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
- [7] T. PFAU, C. S. ADAMS, AND J. MLYNEK, “Proposal for a magneto-optical beam splitter for atoms”, *Europhys. Lett.* **21**, 439 (1993).
- [8] C. BORDÉ, “Atomic interferometry with internal state labelling”, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
- [9] R. COLELLA, A. OVERHAUSER, AND S. WERNER, “Observation of Gravitationally induced quantum interference”, *Phys. Rev. Lett* **34**, 1472 (1975).
- [10] S. A. WERNER, J.-L. STAUDENMANN, AND R. COLELLA, “Effect of Earth’s rotation on the Quantum Mechanical phase of Neutron”, *Phys. Rev. Lett* **42**, 1103 (1979).
- [11] F. RIEHLE *et al.*, “Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [12] T. L. GUSTAVSON, P. BOUYER, AND M. A. KASEVICH, “Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).
- [13] A. PETERS, K. Y. CHUNG, AND S. CHU, “Measurement of the gravitational acceleration by dropping atoms”, *Nature* **400**, 849 (1999).
- [14] M. BONALDI AND AL., dans *Proc. of the IVth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, ÉDITÉ PAR E. R. RUFFINI (Elsevier Science Publishers, 1986).
- [15] W.W. CHOW *et al.*, “The Ring Laser Gyro”, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 61 (1985).
- [16] J. F. CLAUSER, “Ultra-high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter-wave interferometry (U.S. Patents No. 4874942 and No. 4992656.)”, *Physica B* **151**, 262 (1988).
- [17] CH. J. BORDÉ, A. KARASIEWICZ, AND PH. TOURENC, “General relativistic framework for atomic interferometry”, *Int. J. of Mod. Phys. D* **3**, 157 (1994).
- [18] M. CERDONIO, G. A. PROBI, AND S. VITALE, “Dragging of inertial frames by the rotating earth : proposal and feasibility for a ground-based detection”, *Gen. Rel. and Grav.* **20**, 83 (1988).
- [19] D. M. GILTNER, R. W. MCGOWAN, AND S. A. LEE, “Atom interferometer based on Bragg scattering of atoms from standing light waves”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [20] M. A. KASEVICH *et al.*, “Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).

- [21] D.S. WEISS, B.C. YOUNG, AND S. CHU, “Precision Measurement of \hbar/mc_s Based on Photon Recoil Using Laser-cooled Atoms and Atomic Interferometry”, *Appl. Phys. B* **59**, 217 (1994).
- [22] C. J. BORDÉ, “Theoretical tools for atom optics and atom interferometry”, *C. R Acad. Sc. - séries IV - Physics* **2**, 509 (2001).
- [23] C. COHEN-TANNOUDJI, *Cours au Collège de France* (1992-1993).
- [24] L. ALLEN AND J.H. EBERLY, *Optical Resonance and two level atoms* (Dover, New York, 1975).
- [25] F. GERBIER, *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2003.
- [26] S. RICHARD, *Spectroscopie de Bragg d’un quasi-condensat*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2003.
- [27] N.F. RAMSEY, “Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields.”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 695 (1950).
- [28] T. SLEATOR, P. R. BERMAN, AND B. DUBETSKY, “High precision atom interferometry in a microgravity environment”, *ArXiv Physics e-prints* (1999).
- [29] C. ANTOINE AND C. J. B. C. J., “Exact phase shifts for atom interferometry”, *Physics Letters A* **306** (5-6), 277 (2003).
- [30] P. STOREY AND C. COHEN-TANNOUDJI, “The Feynman path integral approach to atomic interferometry : a tutorial.”, *J. Phys. II France* **4**, 1999 (1994).
- [31] K. MOLER, D. S. WEISS, M. KASEVICH, AND S. CHU, “Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions”, *Phys. Rev. A* **45**, 342 (1992).
- [32] G. SANTARELLI, A. CLAIRON, S.N. LEA, AND G. TINO, “Heterodyne optical phase-locking of extended-cavity diode lasers at 9 GHz”, *Optics Comm.* **104** no 4-6, 339 (1994).
- [33] P. BOUYER, T. GUSTAVSON, K. HARITOS, AND M. KASEVICH, “Microwave signal generation with optical injection locking”, *Opt. Lett.* **21**, 1502 (1996).
- [34] J. RINGOT, Y. LECOQ, J. GARREAU, AND P. SZRIFTGISER, “Generation of phase-coherent laser beams for Raman spectroscopy and cooling by direct current modulation of a diode laser”, *European Physical Journal D* **75**, 285 (1999).
- [35] V. SAVALLI *et al.*, “Optical detection of cold atoms without spontaneous emission”, *Optics Letters* **24** (22), 1552 (1999).
- [36] M. KASEVICH, E. RIIS, S. CHU, AND R. DE VOE, “RF spectroscopy in an atomic fountain”, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 612 (1989).
- [37] A. CLAIRON, C. SALOMON, S. GUELATTI, AND W. PHILLIPS, “Ramsey resonance in a Zacharias fountain”, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [38] Y. SORTAIS, S. BIZE, AND M. ABGRALL, “Cold Atom Clocks”, *Physica Scripta* **2001**, 50 (2001).
- [39] A. PETERS, K. CHUNG, AND S. CHU, “High-precision gravity measurements using atom interferometry”, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
- [40] J. HENSLEY, A. PETERS, AND S. CHU, “Active low frequency vertical vibration isolation”, *Rev. Scient. Instr.* **70** (6), 2735 (1999).
- [41] J. M. MCGUIRK *et al.*, “Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry”, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).

- [42] B. MASHHOON AND D. THEISS, “Relativistic Tidal Forces and the Possibility of Measuring Them”, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1542 (1982).
- [43] B. MASHHOON, H. PAIK, AND C. WILL, “Detection of the gravitomagnetic field using an orbiting superconducting gravity gradiometer. Theoretical principles”, *Phys. Rev. D* **39**, 2285 (1989).
- [44] N. SNEEUW, R. RUMMEL, AND J. MÜLLER, “The Earth’s gravity field from the STEP mission”, *Class. Quantum Gravity* **58**, A113 (1996).
- [45] E. RAAB *et al.*, “Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [46] C. J. BORDÉ, dans *Systèmes fondamentaux en Optique Quantique, Fundamental systems in quantum optics*, ÉDITÉ PAR J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND, AND J. ZINJUSTIN (PUBLISHER, 1990), p. Session LIII.
- [47] CH. J. BORDÉ, dans *Laser Spectroscopy X*, ÉDITÉ PAR M. DUCLOY, E. GIACOBINO, AND G. CAMY (World Scientific, Singapore, 1991), p. 239.
- [48] C. ANTOINE, *Contribution à la théorie des interféromètre atomiques*, Ph.D. thesis, Université Paris VI, 2004.
- [49] G. SAGNAC, “L’éther lumineux démontré par l’effet du vent relatif d’éther dans un interféromètre en rotation uniforme”, *C. R. Acad. Sci. Paris* **157**, 708 (1913).
- [50] G. SAGNAC, “Sur la preuve de la realite de l’ether lumineux par l’experience de l’interferographe tournant”, *C. R. Acad. Sci. Paris* **157**, 1410 (1913).
- [51] B. MASTERSON, C. TANNER, H. PATRICK, AND C. WIEMAN, “High-brightness, high-purity spin-polarized cesium beam”, *Phys. Rev. A* **47**, 2139 (1993).
- [52] A. ASPECT *et al.*, “Preparation of a pure intense beam of metastable helium by laser cooling”, *Chem. Phys* **145**, 307 (1990).
- [53] P. D. LETT *et al.*, “Optical molasses”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2084 (1989).
- [54] P. TREMBLAY AND C. JACQUES, “Optical pumping with two finite linewidth lasers”, *Phys. Rev. A* **41**, 4989 (1990).
- [55] T. L. GUSTAVSON, A. LANDRAGIN, AND M. A. KASEVICH, “Rotation Sensing with a dual atom interferometer Sagnac gyroscope”, *Class. Quantum Grav.* **17**, 1 (2000).
- [56] M. FATTORI *et al.*, “Towards an atom interferometric determination of the Newton gravitational constant”, *Physics Letters A* **318**, 184 (2003).
- [57] A. WICHT, J. HENSLEY, E. SARAJLIC, AND S. CHU, “A Preliminary Measurement of the Fine Structure Constant Based on Atom Interferometry”, *Physica Scripta* **102**, 82 (2002).

Vers les sources atomiques cohérentes : la condensation de Bose Einstein

Ce chapitre va dans un premier temps aborder de manière générale la condensation de Bose-Einstein pour s'intéresser plus particulièrement ensuite aux moyens que j'ai mis en œuvre depuis 1996 au sein du Groupe d'Optique Atomique pour atteindre ce régime. Dans la perspective d'une utilisation comme future source cohérente, un effort particulier a été fourni dans le sens d'une simplification du dispositif expérimental, afin d'en faire une source d'atomes stable, versatile et facile à utiliser. L'emploi de matériaux ferromagnétiques a notamment permis de s'affranchir des forts courants et puissances électriques qui sont en général de rigueur dans ce type d'expérience. De plus, le pouvoir de confinement accru des électroaimants à noyau ferromagnétique nous permet d'atteindre des régimes plus proches encore de la matière condensée, comme le régime hydrodynamique et la dégénérescence à faible dimension.

Une première partie introduira le principe de la condensation de Bose-Einstein et du refroidissement évaporatif. J'aborderai ensuite plus spécifiquement la problématique du piégeage magnétique, avec, en particulier, l'utilisation des matériaux ferromagnétiques qui a constitué l'effort majeur que j'ai fourni ces dernières années pour obtenir un dispositif performant. Je présenterai ensuite le premier dispositif de condensation de Bose-Einstein que j'ai réalisé. J'introduirais ensuite les résultats obtenus sur ce dispositif :

- Les résultats originaux obtenus avec un électroaimant travaillant avec de forts champs magnétiques : arrêt du processus de refroidissement évaporatif à cause de l'effet Zeeman quadratique (page 98), refroidissement évaporatif « multifréquence » et refroidissement sympathique (page 101).
- Les résultats récents obtenus sur l'étude des propriétés d'un gaz d'atomes avec interactions, au dessus et en dessous du seuil de condensation : mise en évidence des effets hydrodynamiques, décalage de la température critique de condensation et modification de la fraction condensée (page 111).

3.1 Introduction à la condensation de Bose-Einstein

Parmi les grandes découvertes physiques du siècle dernier, la supraconductivité, la superfluidité de l'Hélium liquide et l'effet laser sont des manifestations macroscopiques de la physique quantique, résultant de l'occupation macroscopique d'un seul état quantique. Cet effet est lié à l'indiscernabilité des particules identiques en mécanique quantique, ce qui conduit dans le cas des bosons à la statistique de Bose-Einstein, explicitée pour la première fois par Bose pour les photons [1], et généralisée par Einstein pour les particules matérielles [2]. Dès 1924, Einstein a fait remarquer que la thermodynamique d'un gaz sans interaction basée sur la statistique de Bose-Einstein exhibe une transition de phase lorsque la température devient assez basse [3, 2]. Au cours de cette transition de phase, la longueur d'onde thermique devient de l'ordre de grandeur de la distance interatomique et une fraction macroscopique des atomes *se condense* dans l'état fondamental du système. Aujourd'hui, la superfluidité est conceptuellement comprise comme étant une manifestation de la condensation de Bose-Einstein (CBE). Les descriptions théoriques sont cependant souvent complexes car elles doivent tenir compte des interactions fortes entre les particules du fluide. De même, les supraconducteurs à basse température critique sont bien décrits par la théorie BCS [4], qui repose sur une condensation d'électrons appariés, mais les mécanismes de la supraconductivité à haute température critique restent encore incompris.

Un pas a été franchi vers une meilleure compréhension et une unification de ces phénomènes après que la CBE d'un gaz d'atomes dilué ait été observée pour la première fois en 1995 [5, 6, 7]. Les expériences réalisées avec les condensats couvrent de très nombreux aspects.

Parce que les interactions entre atomes dans un gaz dilué sont beaucoup plus faibles que dans les systèmes de la matière condensée, les condensats de Bose-Einstein de gaz dilués constituent d'excellents systèmes d'étude pour élucider le rôle des interactions dans la superfluidité. Ainsi, les premières expériences sur les condensats se sont concentrées sur la détermination du spectre des excitations élémentaires par l'étude des modes collectifs d'oscillation, dans divers régimes de température et d'interaction entre atomes [8, 9, 10, 11]. Ces expériences ont été suivies d'un gros effort théorique et sont bien comprises suffisamment loin de la température critique. D'autres modes plus complexes ont depuis été générés, notamment des vortex [12, 13]. Récemment, il a été possible d'observer directement l'absence de dissipation lors de l'écoulement d'un condensat autour d'un obstacle [14, 15], ce qui constitue une signature de l'état superfluide.

L'obtention d'un condensat représente encore aujourd'hui un effort expérimental et théorique important. D'une part, les très basses températures nécessaires pour passer au-dessous du seuil de condensation nécessitent l'utilisation de piège « non dissipatifs », utilisant soit des pièges optiques très désaccordés, soit des pièges magnétiques. D'autre part, les fortes densités nécessaires pour observer la condensation demande l'utilisation de toute la panoplie des techniques de manipulation d'atomes développées depuis une vingtaine d'années. Enfin, le

processus de refroidissement utilisé, le refroidissement évaporatif, prend du temps et nécessite donc un très bon vide pour limiter les pertes avec le gaz résiduel.

3.1.1 Piégeage magnétique

Le piégeage magnétique de particules neutres paramagnétiques (possédant un moment magnétique permanent), utilisé pour la première fois sur les neutrons [16], repose sur l'interaction entre le moment dipolaire magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de l'atome et le champ magnétique \mathbf{B} :

$$H_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}. \quad (3.1)$$

Pour un alcalin comme ^{87}Rb , le moment magnétique est largement dû à l'électron de valence et donc de l'ordre du magnéton de Bohr μ_B .

Si, au cours de son déplacement dans le piège, un atome dans un sous-niveau magnétique particulier voit une vitesse de rotation du champ magnétique local petite devant sa fréquence de Larmor, il conserve sa polarisation et son spin suit adiabatiquement la direction locale du champ (qui définit l'axe local de quantification). Le module du champ magnétique doit par conséquent être toujours suffisamment grand pour assurer une fréquence de Larmor élevée et éviter que les atomes ne se dépolarisent (transition non adiabatique ou, dans le cas où le champ magnétique devient nul, pertes de Majorana [17]). Pour les vitesses atomiques et les courbures magnétiques qui sont en jeu dans nos expériences, 1 G suffit.

Suivant le sous-niveau Zeeman dans lequel il se trouve (déterminé par le nombre magnétique m), un atome est attiré ou repoussé par une région de champ faible. Le niveau est alors dit respectivement « piégeant » ou « anti-piégeant ». En effet, comme il est impossible de créer un maximum local de champ magnétique dans l'espace libre [18], la seule possibilité¹ reste de piéger dans un minimum local de $|\mathbf{B}|$ les atomes ayant un déplacement Zeeman positif. En ce qui concerne le Rubidium 87, il s'agit des états $|F = 2, m = 2\rangle$, $|F = 2, m = 1\rangle$, $|F = 2, m = 0\rangle$ et $|F = 1, m = -1\rangle$. L'état $|F = 2, m = 0\rangle$ est un peu particulier puisqu'en principe, il n'est pas sensible au champ magnétique au premier ordre, mais seulement aux ordres supérieurs (on parle d'effet Zeeman quadratique).

Notons enfin qu'un nuage d'atomes à la température T ne peut être confiné par un potentiel harmonique magnétique de profondeur ΔB que si la profondeur en énergie vaut plusieurs fois l'énergie moyenne par particule $3k_B T$, soit :

$$\mu_B \Delta B \sim \alpha 3k_B T, \quad (3.2)$$

où α vaut quelques unités. Ainsi, à une température $T = 1$ mK correspond une profondeur

¹Il est cependant possible de confiner les atomes dans n'importe quel sous-niveau dans un piège alternatif [19].

$\Delta B = \alpha \times 50$ G. Cela signifie que pour des champs raisonnables, les pièges magnétiques sont peu profonds — entre 1 et 10 mK —, et ne peuvent confiner que des atomes déjà refroidis. C'est la raison pour laquelle le piégeage magnétique doit nécessairement être précédé d'une phase de refroidissement laser.

3.1.2 Refroidissement évaporatif

Comme le piégeage magnétique est non-dissipatif, il a fallu imaginer une nouvelle technique de refroidissement : l'évaporation [20]. Cette technique consiste en l'élimination sélective d'atomes ayant une énergie totale supérieure à l'énergie moyenne par particule. Après rethermalisation, les particules restantes sont caractérisées par une distribution de Maxwell-Boltzman d'énergie moyenne moindre, la température du système a donc diminué. Une revue exhaustive du sujet se trouve dans [21].

Il existe plusieurs façons d'éliminer les atomes les plus énergétiques. La plus simple est de considérer un potentiel de profondeur finie, et de supposer que tout atome ayant une énergie mécanique totale supérieure à la hauteur du potentiel ε est éjecté. C'est l'hypothèse de mouvement *ergodique* des atomes : chaque atome explore tout le volume de l'espace que son énergie lui permet. L'évaporation est donc un processus hors d'équilibre, qui permet régulièrement à des atomes qui ont acquis une énergie supérieure à ε , suite à une collision avec un autre atome, de s'échapper du piège. Si la hauteur du piège est grande devant l'énergie moyenne par particule, c'est-à-dire si la constante de temps de la rethermalisation est très petite devant celle associée au processus d'évaporation, on peut néanmoins montrer par résolution numérique de l'équation de Boltzman que si la variation relative d'atomes par unité de temps est faible, devant le taux de collisions élastiques, le système est en état de quasi-équilibre [22, 23]. La distribution en énergie est alors une distribution de Boltzman tronquée à ε , associée à une température effective T (figure 3.1). Cet état de quasi-équilibre est complètement décrit à partir de la géométrie du piège, du nombre d'atomes, de la température et de la hauteur relative de la troncature η tel que $\varepsilon = \eta k_B T$ avec η compris entre 5 et 10. Le processus d'évaporation est alors caractérisé par ce paramètre η . On peut ainsi montrer que l'énergie moyenne² d'un atome évaporé vaut environ $(\eta + 1)k_B T$.

Lorsque la température diminue, η augmente et le processus d'évaporation se ralentit car il y a de moins en moins d'atomes par unité de temps qui acquièrent une énergie suffisante pour s'échapper du piège. Il faut donc abaisser la hauteur du potentiel au fur et à mesure que la température diminue si l'on souhaite garder η constant. C'est ce qu'on appelle l'évaporation *forcée*.

²L'énergie de la majorité des atomes évaporés est en fait comprise dans l'intervalle $[\eta k_B T, (\eta+2)k_B T]$ [23].

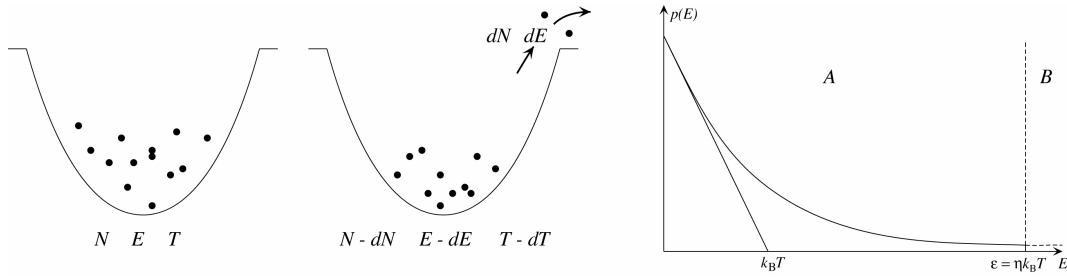


Fig. 3.1 : Principe de fonctionnement du refroidissement évaporatif. Distribution $p(E)$ de quasi-équilibre dans un piège tronqué à une hauteur ε . Il s'agit d'une distribution de Boltzmann tronquée à laquelle on peut associer une température effective T telle que $p(E) = Y(\varepsilon - E) \exp(-\varepsilon/k_B T)$.

Propriétés collisionnelles à basse température

La rethermalisation est un ingrédient essentiel du refroidissement évaporatif, et elle est d'autant plus rapide que le taux de collision élastique est grand. Il est donc important de connaître les propriétés collisionnelles des atomes aux températures auxquelles nous travaillons, en particulier la section efficace de collision.

La description des collisions en mécanique quantique se fait par une décomposition des fonctions d'onde incidente et diffusée en ondes partielles de moment cinétique donné. À très basse température (atomes ultrafroids), la longueur d'onde de de Broglie des atomes est plus grande que la portée du potentiel interatomique, et seule l'onde de moment cinétique nul, appelée onde s , contribue de manière significative à la collision. La section efficace à énergie nulle dans l'onde s dépend d'un unique paramètre : $\sigma = 8\pi a^2$ où a est la longueur de diffusion. Pour le Rubidium, a vaut 5,5 nm (resp. 4,8 nm) dans l'état triplet (resp. singulet) [24]. De plus, aux températures qui nous intéressent, c'est-à-dire inférieures à 300 μK , la section efficace de collision σ est indépendante de la vitesse relative des atomes qui entrent en collision [25], donc de T .

Lois d'échelle

Le refroidissement évaporatif ne peut se faire qu'au prix d'une perte d'atomes. On peut évaluer l'efficacité du processus dans le cas d'un piège harmonique à 3 dimensions. Lorsque dN particules sont évaporées, elles emportent une énergie $dE \simeq dN(\eta + 1)k_B T$. D'après le théorème d'équipartition de l'énergie, $E = 3Nk_B T$. La conservation de l'énergie s'écrit donc (figure 3.1) :

$$dE = 3Nk_B T - 3(N - dN)k_B(T - dT) = dN(\eta + 1)k_B dT, \quad (3.3)$$

d'où l'on tire $dT/T = \alpha(dN/N)$ avec $\alpha = (\eta-2)/3$. Après intégration entre l'état initial i et l'état final f , et en supposant η constant (évaporation forcée) :

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{N_f}{N_i} \right)^\alpha. \quad (3.4)$$

L'équation 3.4 ne décrit que l'aspect thermodynamique du refroidissement, c'est-à-dire que l'on suppose que le nuage d'atomes est constamment à l'état de (quasi-)équilibre. Afin de bien maîtriser le processus de refroidissement, il est aussi important de rendre en compte les aspects cinétiques qui entrent en jeu. Le refroidissement évaporatif est basé sur la rethermalisation des atomes dans le piège, *via* les collisions élastiques. Un des paramètres fondamentaux du processus est donc le taux de collision élastique. Plus il est élevé et plus le refroidissement est rapide. D'après l'équipartition de l'énergie, la taille de la distribution en position σ_x ainsi que la vitesse moyenne \bar{v} sont en $T^{1/2}$. On en déduit les lois d'échelle suivantes pour le paramètre de dégénérescence et le taux de collision :

$$n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \propto N \sigma_x^{-3} T^{-\frac{3}{2}} \propto N^{1-3\alpha} \quad (3.5)$$

$$n_0 \sigma \bar{v} \propto N \sigma_x^{-3} T^{\frac{1}{2}} \propto N^{1-\alpha}. \quad (3.6)$$

Régime d'emballement

L'augmentation du paramètre de dégénérescence lorsque N diminue impose, d'après (3.5), $\eta > 3$. Selon (3.6), il est également possible d'augmenter le taux de collision en cours d'évaporation si $\eta > 5$. Ce résultat remarquable provient du fait que dans un piège harmonique, lorsque la température diminue, la concentration des atomes au centre du piège compense la perte d'atomes.

Cette circonstance est extrêmement favorable, puisqu'elle signifie que si on force l'évaporation en abaissant progressivement la hauteur du potentiel de façon à conserver $\eta > 5$, la vitesse de rethermalisation et donc d'évaporation augmente avec l'avancement du processus. On parle alors de *régime d'emballement*. On ne peut cependant pas choisir η arbitrairement grand, car l'évaporation est alors trop lente. Il faut en effet tenir compte de divers processus limitant le temps disponible pour effectuer l'évaporation, à commencer par les collisions avec le gaz résiduel à 300 K, qui éjectent les atomes froids hors du piège. Pour que ces pertes ne perturbent pas le refroidissement, il faut que leur taux soit très petit devant celui d'évaporation, ce qui conduit à la condition sur la durée de vie τ du piège magnétique : $\tau \gamma_c \geq 300$ [26]. D'autres processus de collisions peuvent aussi venir limiter l'efficacité de l'évaporation. Des collisions inélastiques peuvent modifier l'état de spin des atomes, et les faire passer dans un état anti-piégeant. D'autre part, si ces collisions sont fortement exothermiques, une partie de l'énergie interne est convertie en énergie cinétique, et les atomes sont expulsés du piège. Il existe un certain nombre de ces collisions qui peuvent affecter l'évaporation ; les collisions

d'échange de spin, ou le spin total des particules qui entrent en collision est conservé sans pour autant garantir la conservation des spins de chaque particule. Les deux états que nous utilisons, à savoir $|F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ne sont pas affectés par ces collisions à cause des règles de sélection [27, 28]. La relaxation dipolaire peut, elle, affecter les états ci-dessus. Elle se traduit par un transfert entre spin et moment cinétique orbital induit par le couplage entre les deux spins électroniques [29, 30]. À fort champ magnétique, le taux de relaxation est inférieur à 10^{-14} cm³/s [31]. Enfin, un dernier processus peut devenir très limitatif aux fortes densités qui sont atteintes au moment de la condensation. La recombinaison à trois corps, où un atome peut emporter le surplus d'énergie nécessaire à la production d'un dimère³, peut en effet avoir lieu avec un taux $K_3 \simeq 4 \times 10^{-29}$ cm⁶/s, soit une recombinaison par seconde pour une densité de 10^{15} at/cm³ [32, 33].

3.1.3 Cheminement dans l'espace des phases

La faible profondeur du potentiel magnétique fait que le refroidissement évaporatif et le refroidissement laser sont deux techniques complémentaires plutôt que concurrentes. La solution usuellement retenue est de charger un piège magnéto-optique et de refroidir par laser le gaz jusqu'à environ $100 \mu\text{K}$, puis de transférer *in situ* [34] les atomes dans un piège magnétique afin d'y procéder à un refroidissement par évaporation. Le chemin parcouru dans l'espace des phases depuis la vapeur à 130°C jusqu'au condensat est représenté sur la figure 3.2.

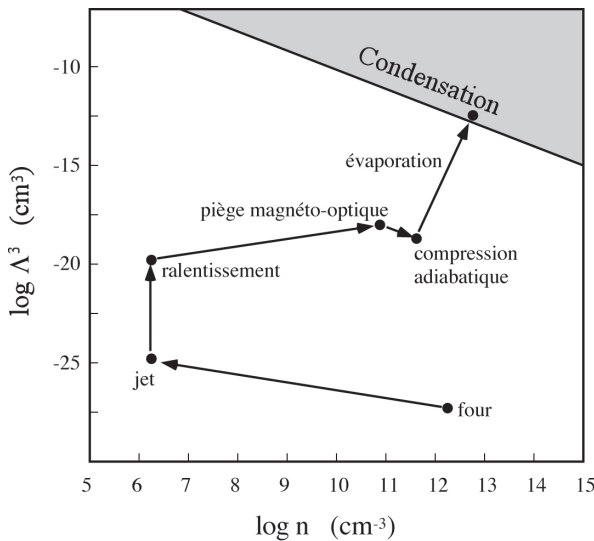


Fig. 3.2 : Cheminement à travers l'espace des phases, de la vapeur thermique au condensat de Bose-Einstein, pour notre première expérience de condensation (tiré de [35]). Au total, la densité n'a pratiquement pas changé mais la température est passée de 130°C à 500 nK . Noter que les lignes d'égal paramètre de dégénérescence sont des droites de pente -1 , parallèles à la « frontière » de condensation ($n\Lambda_{\text{dB}}^3 = 2,612$)

³Ce processus de production est interdit dans une collision entre deux particules à cause des lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion.

3.2 Un nouvel électroaimant pour la condensation de Bose-Einstein

Grâce à des perméabilités magnétiques typiques de l'ordre de 10^3 ou plus, allant jusqu'à 10^5 pour le μ -métal, les matériaux ferromagnétiques permettent de créer des champs magnétiques B forts à partir d'excitations modestes. Il est donc naturel de penser que leur utilisation peut grandement aider à créer un potentiel de piégeage efficace.

3.2.1 Pourquoi des matériaux ferromagnétiques : le rôle du guidage magnétique

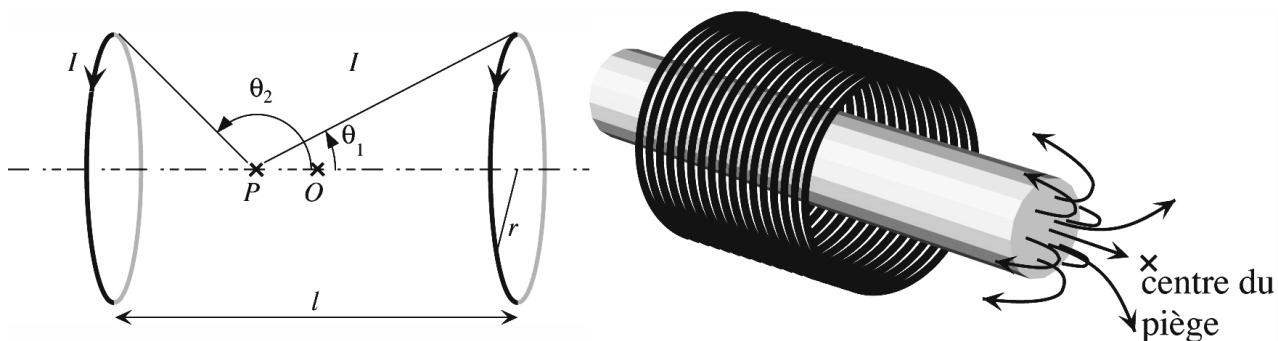


Fig. 3.3 : Confinement axial créé par deux bobines centrées. À nombre d'Ampères.tours constant, le champ au point P dépend de la géométrie des bobines et de l'angle sous lequel elles sont vues. Effet de guidage des lignes de champ. L'excitation est produite à distance par une grosse bobine, et le barreau ferromagnétique guide le champ à proximité du centre du piège, sur des dimensions suffisamment petites pour générer des courbures et des gradients forts.

Parce que le champ d'un potentiel harmonique croît quadratiquement avec la distance au centre du piège, le courant nécessaire à la création d'un tel champ devient vite très grand lorsque les dimensions du système deviennent importantes. L'utilisation judicieuse de matériaux ferromagnétiques permet de contourner cette difficulté. L'idée générale est de créer une excitation forte dans une zone éloignée du piège, où l'espace est disponible pour générer un grand nombre d'Ampères.tours sans échauffement notable, et de guider le champ ainsi créé jusqu'au centre du piège (figure 3.3). Le pouvoir guidant des matériaux ferromagnétiques résulte de la minimisation de la réluctance par les lignes de champ. Nous ne donnerons ici qu'un résumé des propriétés de ces matériaux, une étude plus complète se trouve dans [36, 35].

3.2.2 Culasse et recirculation du champ

Il existe un certain nombre de précautions à prendre pour réaliser un circuit magnétique efficace. La principale consiste à s'assurer que la réluctance du circuit est dominée par la zone que l'on cherche à magnétiser (*i.e* la zone de piégeage). Plus précisément, si on se

contente d'utiliser des barreaux de fer doux pour guider le champ des bobines, le résultat n'est guère meilleur qu'avec des bobines simples. En effet, les lignes de champ qui émergent du bout du barreau voient une réluctance à peine plus faible que celles qui émergeraient d'une bobine seule. Quantitativement, le long d'une ligne de champ Γ , le théorème d'Ampère s'écrit [35] :

$$NI = \oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \oint_{\Gamma} \frac{B dl}{\mu_r \mu_0}. \quad (3.7)$$

Dans le cas d'une bobine simple, $\mu_r = 1$ le long de Γ , alors qu'en présence du barreau, $\mu_r \gg 1$ à l'intérieur du fer doux, ce qui fait que seule la partie de Γ extérieure au barreau contribue de façon notable à l'intégrale (3.7). Cependant, cela diminue la réluctance d'au mieux un facteur 2. Il en résulte que la présence du barreau « amplifie » le champ à son extrémité beaucoup moins que ne le laisse prévoir la perméabilité $\mu_r \geq 10^4$ pour le fer doux. On peut également interpréter cette perte d'efficacité en terme de *champ démagnétisant* [36, 35]. Pour diminuer, voire annuler la réluctance de la partie du circuit magnétique se situant hors de la zone de piégeage, il suffit de connecter les pôles de natures opposées par une culasse elle aussi en matériau magnétique. Cela permet le rebouclage des lignes de champ, sans perte d'énergie.

3.2.3 Équivalence pôle ferromagnétique - bobine

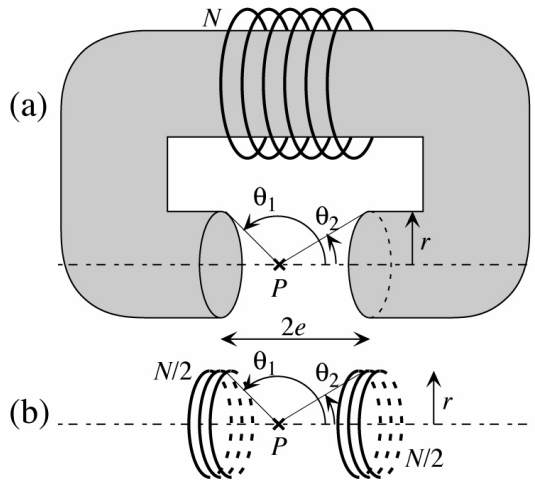


Fig. 3.4 : Le circuit magnétique de la figure (a) crée un champ sensiblement équivalent au jeu de deux bobines de la figure (b), pour le même nombre d'Ampères.tours.

Prenons l'exemple d'un champ dipolaire créé par le circuit magnétique de la figure 3.4a représentant deux pôles connectés par une culasse ferromagnétique. Les deux extrémités des pôles sont séparées par un espace e de quelque centimètre. La structure ferromagnétique (pôles + culasse) a une longueur totale l et une section S . La structure entière est excitée par un enroulement de N spires parcourues par un courant I , menant à une excitation NI . Le théorème d'Ampère [37], nous permet d'introduire la réluctance R_{ferro} :

$$R_{\text{ferro}} = \oint_{\Gamma_1} \frac{dl}{\mu_r \mu_0} \simeq \frac{l}{\mu_r \mu_0} \quad (3.8)$$

à l'intérieur du noyau de fer et R_{gap} :

$$R_{\text{gap}} = \oint_{\Gamma_g} \frac{dl}{\mu_0} \simeq \frac{e}{\mu_0} \quad (3.9)$$

dans l'entrefer. On obtient ensuite une relation simple entre l'excitation NI et le flux magnétique B

$$BS = \frac{NI}{R_{\text{ferro}} + R_{\text{gap}}}. \quad (3.10)$$

Dans le cas de notre électroaimant, l'espace e et la taille l de la structure sont comparables. Puisque μ_r est très important ($\mu_r > 10^4$) pour les matériaux ferromagnétiques, seule la contribution de l'entrefer est importante. On peut aussi réaliser des configurations où l'entrefer est très petit ($R_{\text{iron}} \geq R_{\text{gap}}$), on peut alors observer que les matériaux ferromagnétiques amplifient le champ magnétique dans l'espace [38]. Des calculs complets [36] montrent alors que le champ créé dans l'entrefer est comparable à celui créé avec deux enroulements d'excitation $NI/2$ placés en lieu et place des extrémités des pôles (figure 3.4). Ainsi, on a guidé le champ magnétique créé par de grands enroulements arbitrairement loin du volume de piégeage. Le gain de cette configuration n'est donc pas directement une augmentation des champs magnétiques pour une même excitation. Pour comprendre l'intérêt de cette méthode, il est important de constater que pour une excitation NI donnée, la puissance dissipée est inversement proportionnelle au volume de cuivre, et donc à la longueur des bobines (dans un solénoïde, $P = (NI)^2/\gamma L$ où L est la longueur de du solénoïde). On a donc tout intérêt à s'éloigner pour utiliser des grosses bobines, puis à guider le champ magnétique au plus près de la zone de piégeage⁴.

Le circuit magnétique de la figure 3.4a, caractérisé par des pôles de rayon r , un entrefer $2e$, et une excitation NI (Ampères.tours), est ainsi équivalent à deux disques D_1 et D_2 de densité surfacique magnétique $\sigma = \pm M$, où M est l'aimantation du matériau. Dans la limite d'une perméabilité magnétique très grande, la valeur de l'aimantation est dominée par la réluctance de l'entrefer. En faisant l'approximation que les lignes de champ ont une longueur $2e$ entre les deux pôles⁵, cette dernière vaut $R = \frac{2e}{\mu_0 S}$, où S est la section du barreau. Le champ créé par les deux disques sur l'axe au point P vaut ainsi :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{M} \left(1 - \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{2} \right) = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{1}{e} \left(1 - \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{2} \right) \mathbf{u}_z. \quad (3.11)$$

En comparaison, deux bobines de rayon r représentant le même nombre total d'Ampères.tours NI , et séparées d'une distance $2e$ (figure 3.4b), créent sur l'axe un champ magnétique

⁴Une autre type de piège [39] utilise un autre compromis en utilisant une configuration à trois bobines dont une petite bobine placée près de la zone de piégeage. Ce compromis est néanmoins moins performant en terme de confinement et de puissance dissipée.

⁵En réalité, les lignes de champ forment une « bouteille magnétique », et ont une longueur légèrement supérieure à $2e$.

$B = \frac{\mu_0 N I}{2} \frac{1}{2r} (\sin^3 \theta_1 + \sin^3 \theta_2)$. Cette valeur est très proche de celle calculée pour les pôles (3.11), ce qui justifie l'idée de guider par des matériaux magnétiques une excitation forte vers un petit volume. Ce guidage n'est bien sûr valide que si une culasse lie un pôle nord à un pôle sud. Il existe une limitation au guidage magnétique, car les matériaux ferromagnétiques possèdent tous un champ de saturation, au-delà duquel le champ n'est plus guidé. Nous avons choisi d'utiliser du fer pur ou du fer-silicium, car ces matériaux ont un fort seuil de saturation, de l'ordre de 2 T.

3.2.4 Conception d'un piège ferro-magnétique

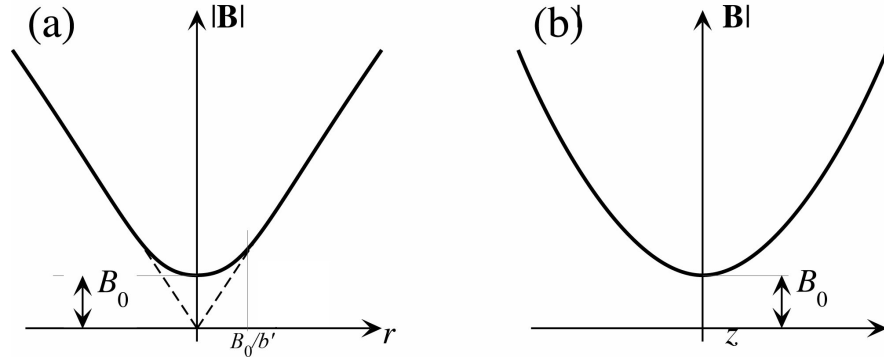


Fig. 3.5 : Potentiel magnétique créé par la superposition d'un gradient linéaire et d'un champ dipolaire. En (a), selon un axe radial du plan $z = 0$, et en (b), selon l'axe du dipôle.

La configuration que nous avons choisie, dite de Ioffe-Pritchard, dérive d'un type de piège proposé initialement pour confiner des plasmas [40], puis réemployé pour le piégeage des particules neutres [41]. L'idée de base est de superposer un champ quadripolaire linéaire, assurant le confinement radial (suivant x et y), à un champ dipolaire responsable du confinement longitudinal (suivant z) :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{quad}} + \mathbf{B}_{\text{dip}} = \begin{bmatrix} b'x \\ -b'y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b''xz/2 \\ -b''yz/2 \\ B_0 + \frac{b''}{2} \left(z^2 - \frac{x^2+y^2}{2} \right) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Le champ quadripolaire est caractérisé par son gradient b' dans les directions Ox et Oy , et le champ dipolaire par sa courbure b'' dans la direction Oz et son champ longitudinal B_0 . Le module du champ qui résulte de cette superposition est « semi-linéaire » dans le plan $z = 0$, et harmonique le long de l'axe z (figure 3.5). Autour de l'origine, il vaut, à l'ordre 2 :

$$|\mathbf{B}| = B_0 + \left(\frac{b'^2}{2B_0} - \frac{b''}{4} \right) (x^2 + y^2) + \frac{b''}{2} z^2. \quad (3.13)$$

Cette expression est valable tant que la taille du nuage reste inférieure à B_0/b' . Au-delà de cette taille, les atomes les plus énergétiques commencent à explorer la partie linéaire du

potentiel (figure 3.5a).

Bien qu'à l'origine, ce type de piège soit constitué de 4 barres pour le gradient linéaire, et de 2 bobines pour la courbure longitudinale, il existe de nombreuses configurations topologiquement équivalentes [42, 43, 44]. Nous avons choisi d'utiliser 6 pôles disposés par paires sur chacun des trois axes (figure 3.6), selon une configuration précédemment réalisée avec des aimants permanents [45]. Le quadrupôle linéaire est créé par deux paires de pôles en configuration anti-Helmholtz, il résulte ainsi pratiquement de la superposition de deux quadrupôles sphériques orthogonaux. Contrairement au champ créé par des barres rectilignes, le quadrupôle n'est linéaire qu'au voisinage du centre du piège⁶. Le contrôle séparé de l'exci-

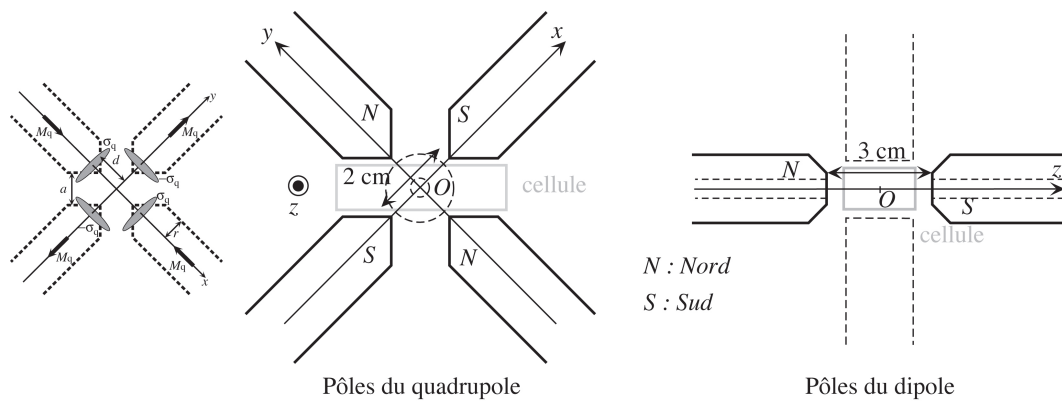


Fig. 3.6 : Géométrie des pôles réalisant une configuration magnétique de type Ioffe-Pritchard. Les bobines et la culasse ne sont pas représentées. En insert (à gauche), la distribution surfacique de masse magnétique modèle pour les pôles du quadrupôle est représentée.

tation du quadrupôle et du dipôle permet de modifier la géométrie du piège. Concrètement, l'électroaimant, représenté figure 3.7, est constitué de six pôles de 2 cm de diamètre, chacun excité par une bobine. Ils sont maintenus par une culasse formée de deux tores de 40 cm de diamètre environ, et se croisant à 90° sur l'axe du dipôle. Afin d'éviter l'apparition de courants de Foucault lors de l'établissement et de la coupure du champ, il est nécessaire d'utiliser des matériaux feuilletés. Ainsi, les pôles sont réalisés à partir d'un assemblage de plaques de fer pur de 1 mm d'épaisseur, empilées perpendiculairement aux axes propres des poles, alors que la culasse est faite d'un enroulement d'une bande de fer-silicium de 50 μm d'épaisseur. Les pôles du quadrupôle sont biseautés afin d'occuper au mieux l'espace disponible sans réduire pour autant l'accès optique (figure 3.6). Les pointes en vis-à-vis sont distantes de 2 cm, ce qui permet de laisser la place à une cellule de 1,2 cm d'épaisseur. Les pôles du dipôle sont quant à eux séparés par 3 cm, pour une largeur de cellule de 2,2 cm. Ils sont légèrement tronconiques à leur extrémité pour ménager un passage plus important aux faisceaux du PMO, et sont percés en leur centre d'un trou de 5 mm de diamètre pour laisser

⁶La forme biseautée des pôles que nous avons finalement adoptée ne vérifie plus tout à fait cette affirmation, la symétrie sphérique étant alors brisée et la configuration se rapproche plus de la configuration originale de Ioffe. Néanmoins, le champ n'est similaire au champ créé par des barres rectilignes que très proche du centre, où les effets de bords sont négligeables. Cette propriété est d'ailleurs exploitée pour nos expériences sur les condensats allongés.

passer des faisceaux laser. Les bobines d'excitation consistent en $N = 400$ tours de fil de

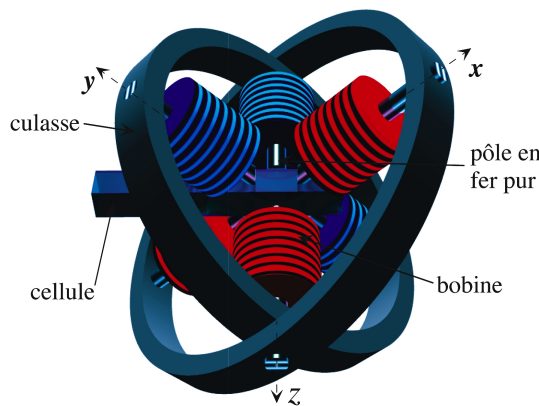
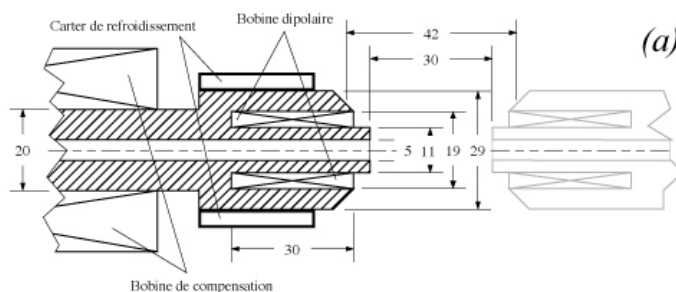
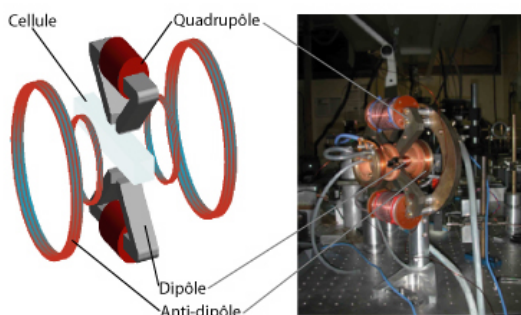


Fig. 3.7 : Vue de la configuration des électroaimants de deuxième et troisième générations. Seules les bobines principales sont représentées. Les anneaux de la culasse font environ 40 cm de diamètre.

cuiivre de 1,25 mm de diamètre. Elles ont une résistance de 1Ω chacune, et sont insérées dans un carter en plastique permettant le passage d'un fluide de refroidissement. Étant donné la faiblesse de la puissance dissipée, de l'ordre de 100 W par bobine au maximum, nous avons utilisé un simple flux d'air. Les bobines du quadrupôle sont alimentées indépendamment de celles du dipôle, afin de pouvoir contrôler séparément la courbure radiale et la courbure longitudinale du potentiel magnétique. Les électroaimants que nous utilisons sont les fruits



(a) **Fig. 3.8 :** (a) : Coupe des pôles du dipôle à biais compensé utilisé dans l'aimant de troisième génération. Les cotes sont en mm.



(b) Schéma et photo de l'électro-aimant de 4^e génération. Le champ dipolaire est créé par de simples bobines, alors que le champ quadripolaire est créé à l'aide de pôles ferromagnétiques. Le biais magnétique est compensable à l'aide des deux bobines en configuration Helmholtz dites « bobines anti-dipôles ». Les bobines de compensation des champs rémanents sont superposées avec les bobines d'excitation quadripolaires.

d'une collaboration avec le laboratoire CNRS d'électrotechnique LESIR de l'ENS-Cachan. Cette collaboration a abouti à la fabrication d'un premier électroaimant qui nous a permis d'atteindre la condensation de Bose-Einstein avec un champ magnétique au centre (biais magnétique) élevé. Une deuxième version a ensuite été réalisée [35, 46]. Cette version autorise des biais magnétiques faibles et donc un très fort pouvoir de confinement, permettant

d'accéder au régime 1D. Cette évolution a entraîné le dépôt d'un brevet et la conception d'un électroaimant hybride représenté figure 3.8, plus compact et plus simple, qui est utilisé dans le nouveau dispositif [47].

3.2.5 Prise en compte de l'hystérésis

Un trait caractéristique des matériaux ferromagnétiques est l'existence d'une hystérésis dans la réponse du champ à une excitation. Cela signifie entre autres que l'état de la magnétisation pour une excitation donnée dépend de l'histoire de l'état du matériau. Pour atteindre un niveau de reproductibilité convenable, il est nécessaire de générer régulièrement la même séquence d'excitation, afin de rester sur un cycle d'hystérésis bien défini. Le contrôle de l'expérience par ordinateur, hormis le fait qu'il est bien adapté à une expérience cyclique, permet de satisfaire à ces exigences de régularité. En pratique, une fois que les réglages sont effectués, il faut faire cycliser l'expérience deux ou trois fois pour être certain de se trouver sur un cycle stable.

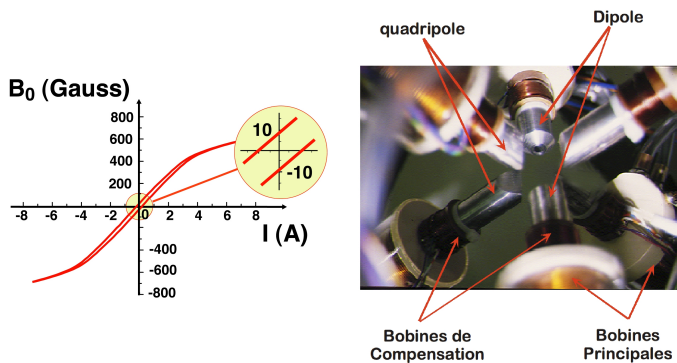


Fig. 3.9 : Représentation d'un cycle d'hysteresis typique de nos électroaimants, où l'on voit que les champs rémanents peuvent atteindre plusieurs Gauss. Sur la droite, on peut voir la disposition des bobines de compensation des champs rémanents sur chaque pôle de l'électroaimant.

Étant sur un cycle stable, l'annulation du champ rémanent se fait par une excitation *négative* par rapport à l'excitation principale. Comme il n'est pas pratique d'inverser le sens du courant dans les bobines, nous avons choisi de rajouter de petites bobines supplémentaires, de 10 à 40 tours chacune, appelées « bobines de compensation », et qui sont parcourues *en permanence* par un courant opposé au courant principal (*i.e* celui qui génère le potentiel de piégeage). En fait, il est nécessaire de compenser également les champs parasites d'origine extérieure, à commencer par le champ magnétique terrestre. Chaque paire de pôles est donc dotée de deux paires de bobines de compensation, l'une en configuration de courant Helmholtz, agissant sur la composante constante du champ parasite, et l'autre en configuration anti-Helmholtz, agissant sur les gradients résiduels. Le réglage des courants se fait en contrôlant l'expansion du nuage d'atomes dans une phase de mélasse optique de 1 s (*i.e* avec un champ nul et les faisceaux du PMO allumés). Tant qu'il reste un champ rémanent dans la zone de piégeage, l'expansion n'est pas régulière et isotrope. Cette méthode permet d'annuler les champs résiduels dans le volume où seront piégés les atomes à bien mieux que 100 mG.

3.3 Le dispositif de condensation de Bose-Einstein

3.3.1 Description du dispositif expérimental

Le remplissage d'un piège purement magnétique à partir d'un piège magnéto-optique (PMO) doit respecter les contraintes fortes qui permettent un refroidissement évaporatif efficace. La première contrainte porte sur la durée de vie du nuage atomique piégé magnétiquement, limitée en premier lieu par les collisions avec le gaz résiduel, et donc par la qualité du vide. Il existe plusieurs façons de réaliser un PMO pour alcalin en milieu ultra-vide. La plus simple consiste en un piège « en cellule » [34], où le PMO est chargé

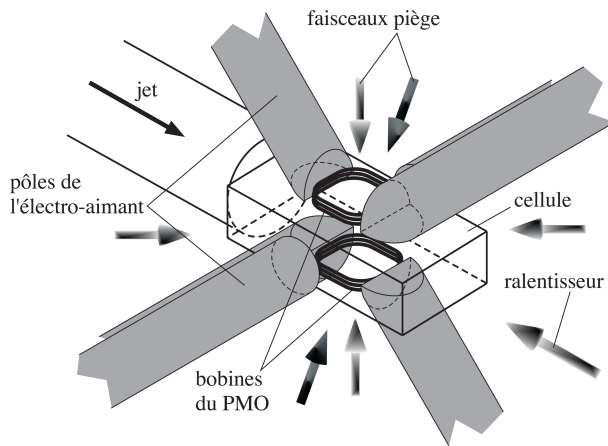


Fig. 3.10 : positionnement de l'électroaimant autour de la cellule

par la queue lente de la distribution thermique d'une vapeur d'alcalin contenue dans l'enceinte à vide. On note R le taux de chargement. Il existe aussi un terme de perte, car la plupart des collisions d'un atome thermique avec un atome piégé entraînent l'expulsion de ce dernier hors du piège. Soit γ_r le taux de collision expulsante entre les atomes piégés et le gaz résiduel, et γ_a le taux de collision expulsante entre les atomes piégés et les atomes de la vapeur d'alcalin. Tant que les collisions inélastiques entre atomes du PMO sont négligeables, le nombre d'atomes piégés vaut $N = R/(\gamma_r + \gamma_a)$. La pression partielle du gaz résiduel autre que l'alcalin doit être beaucoup plus faible que celle de la vapeur d'alcalin, afin de réaliser $\gamma_r \ll \gamma_a$, et charger le plus grand nombre d'atomes possible. Comme R est lui-même proportionnel à γ_a , le nombre d'atomes dans le PMO N dépend alors essentiellement de la taille des faisceaux du piège, et pas de la pression de l'alcalin [34]. Mais la vapeur d'alcalin vide par collisions le piège magnétique de la même façon qu'elle vide le PMO. La constante de temps du chargement du PMO, égale à celle de vidage, est donc identique à la durée de vie du piège magnétique. En conséquence, la pression de l'alcalin doit être suffisamment faible pour autoriser un refroidissement évaporatif d'une minute ou deux. Cette approche a été mise en œuvre lors de l'expérience historique de condensation à JILA [5]. Le PMO était chargé par 10^7 atomes de Rubidium en 300 s pour une durée d'évaporation de 70 s.

Dans la méthode précédente, le temps de chargement du PMO est intrinsèquement lié au

temps d'évaporation. De plus, le nombre d'atomes initialement capturés par le PMO dépend fortement de la taille des faisceaux laser qui le composent. Or, l'utilisation de l'électroaimant dans les meilleures conditions de performance nous impose des faisceaux de petite taille qui puissent passer dans les entrefers (figure 3.10). De ce fait, le chargement direct du PMO à partir d'une vapeur ne peut être efficace. Pour contourner cette limitation, nous avons choisi d'alimenter le PMO par un jet collimaté d'atomes ralentis ayant une vitesse inférieure à la plage de capture du piège (quelques m.s^{-1}). Notre choix consiste à ralentir un jet thermique d'atomes issu d'un four contenant une vapeur de Rubidium, grâce à la pression de radiation d'un faisceau laser contra-propagatif combinée à un gradient de champ magnétique longitudinal [48]. Le but est de produire un jet d'atomes ralentis capable de charger le PMO avec quelques 10^9 atomes en quelques secondes. Cette technique présente l'avantage de fournir facilement un jet atomique intense, puisqu'il suffit d'augmenter la température du four pour augmenter spectaculairement le flux atomique émis. Elle est cependant un peu délicate à mettre en œuvre car les atomes non ralentis peuvent représenter une charge de gaz non négligeable et dégrader la qualité du vide.

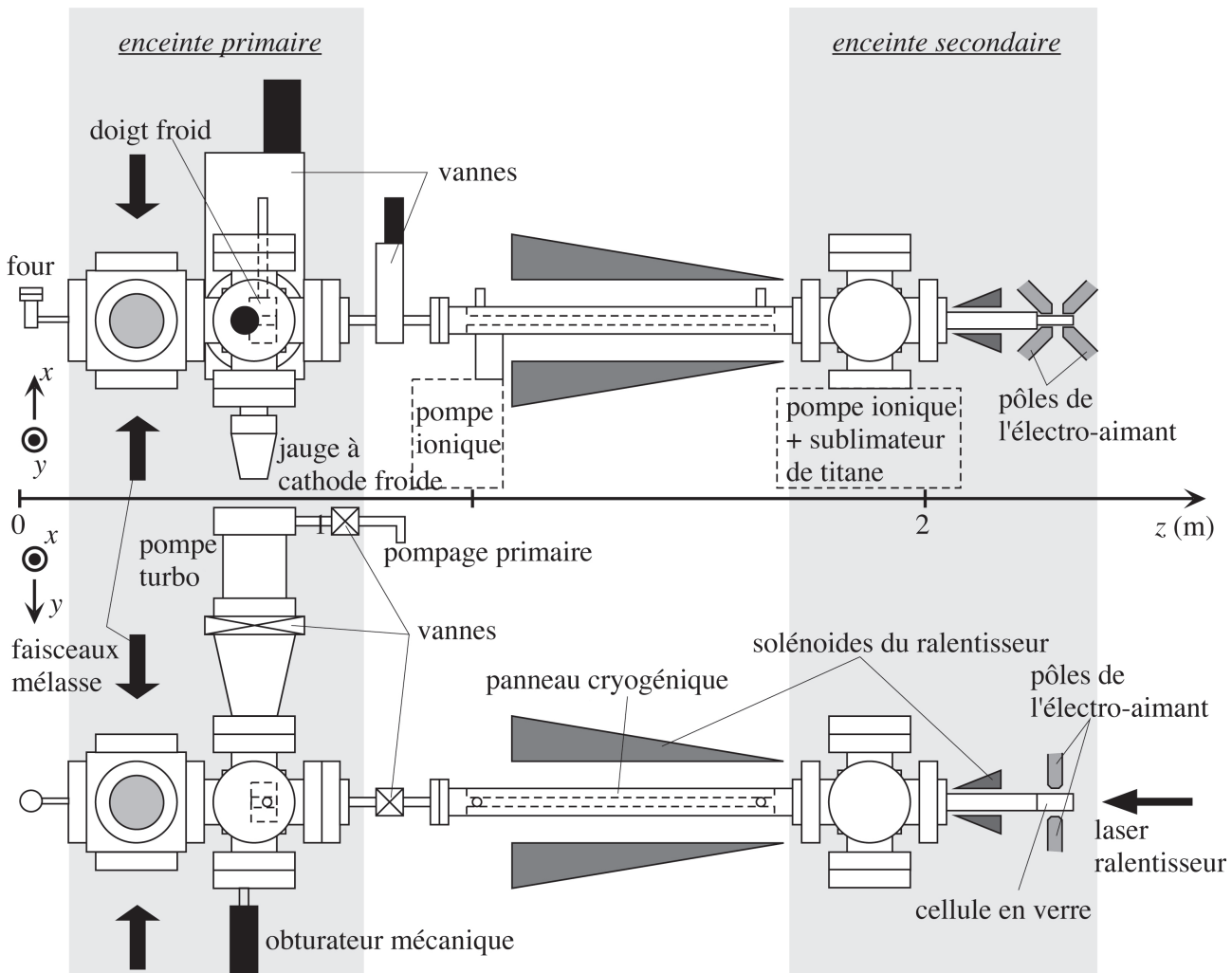


Fig. 3.11 : Schéma d'ensemble de la première expérience de condensation de Bose-Einstein

La réponse à toutes ces contraintes expérimentales est le dispositif expérimental, représenté figure 3.11, qui se compose d'une enceinte à vide divisée essentiellement en quatre parties, correspondant aux quatre étapes conduisant à la production d'un nuage d'atomes refroidis par laser en milieu ultra-vide [36, 35] :

- un four à recirculation produisant un jet intense d'atomes thermiques dans l'enceinte primaire ;
- l'enceinte primaire, pompée par une pompe turbomoléculaire, qui inclut une zone de refroidissement transverse par laser permettant de collimater le jet (mélasse transverse) ;
- un tube d'isolement refroidi à l'azote liquide reliant l'enceinte primaire à l'enceinte secondaire, au niveau duquel les atomes sont ralentis par laser (ralentisseur Zeeman) ;
- l'enceinte secondaire à ultra-vide, prolongée par une cellule en verre dans laquelle s'effectue l'expérience proprement dite : piégeage et refroidissement par laser, puis piégeage magnétique et refroidissement évaporatif. Elle est pompée par une pompe ionique de 40 l.s^{-1} et une pompe à sublimation de titane.

3.3.2 Condensation de Bose-Einstein

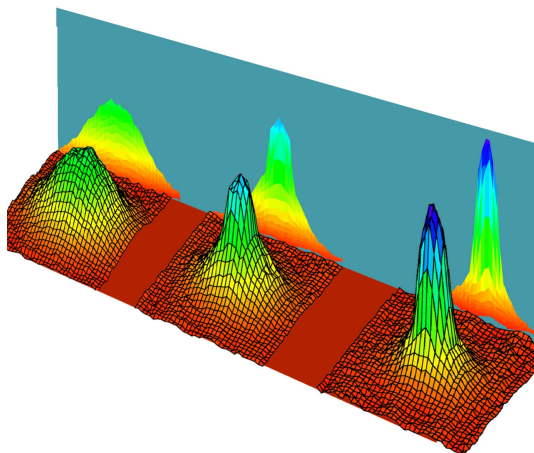


Fig. 3.12 : Image de la condensation de Bose-Einstein, qui se traduit par l'apparition d'un pic de densité au centre d'une distribution thermique d'atomes.

La procédure expérimentale peut se séparer en 3 étapes principales :

1. Chargement d'un piège magnéto-optique (PMO) à partir d'un jet atomique ralenti : 10^9 atomes en environ 5 secondes.
2. Transfert des atomes du PMO dans le piège magnétique (PM) après une phase de pompage optique (atomes dans $F = 1$ ou $F = 2$).
3. Refroidissement évaporatif pendant typiquement 15 secondes.

Après ces séquences, on finit par atteindre pour le paramètre de dégénérescence une valeur de l'ordre de 1. Le phénomène de condensation de Bose se produit alors. Il se traduit par l'apparition d'une double structure (figure 3.13). La structure plus dense au centre correspond aux atomes condensés. Les atomes thermiques sont situés à la périphérie du condensat

dans les images en temps de vol, puisqu'ils subissent une expansion balistique plus importante. En continuant l'évaporation après l'apparition de la double structure, on finit par faire quasiment totalement disparaître les atomes du nuage thermique au profit du condensat de Bose-Einstein. On parle alors de *condensats purs*. Nous obtenons typiquement des condensats purs de jusqu'à $5 \cdot 10^5$ atomes pour des températures critiques de l'ordre de 400 nK.

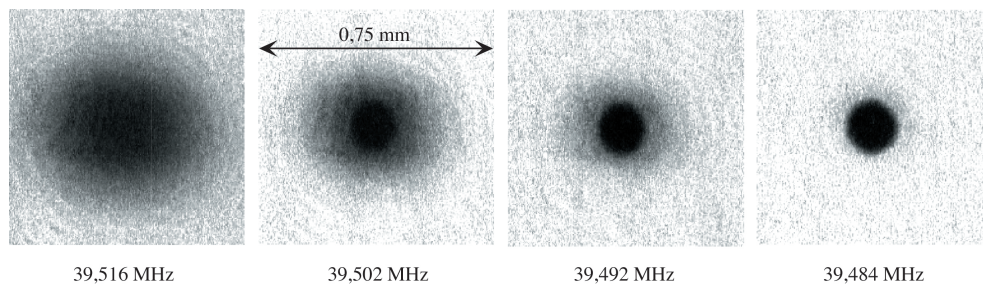


Fig. 3.13 : Images du nuage d'atomes après un temps de vol de 22 ms, en fonction de la fréquence de fin de rampe d'évaporation (en MHz). La condensation se traduit par l'apparition d'une double structure. La première image est celle d'un nuage thermique, la dernière montre un condensat presque pur.

3.4 Quelques effets physiques observés lors de la production des condensats

3.4.1 Refroidissement interrompu en champ magnétique intense

Lors des premières expériences de refroidissement d'atomes dans l'état hyperfin $F = 2, m_F = 2$, nous avons constaté l'interruption du processus d'évaporation (qui était pourtant dans le régime d'emballement) lorsque le couteau radiofréquence se rapprochait du fond du puits de potentiel, à quelques MHz [49]. Une analyse fine nous a permis de relier ce phénomène limitant avec les non-linéarités des déplacements Zeeman à des biais aussi élevés.

Ainsi, nous avons pu conclure que dans ($F = 2, m_F = 2$), l'évaporation s'interrompt avant d'atteindre la condensation de Bose. En effet, le processus d'évaporation nécessite 3 transitions radiofréquence (RF) pour passer de l'état piégé ($F = 2, m_F = 2$) vers un état non piégé ($F = 2, m_F = -1$).

Pour notre biais magnétique, ces transitions ne sont pas résolues pour la même fréquence, et n'ont pas lieu au même endroit dans le piège. Pour des valeurs trop faibles de la fréquence RF il n'y a plus de transition possible vers un état non piégé, les atomes « chauds » ne sont plus éliminés et l'évaporation s'arrête. Dans notre cas, ce phénomène se produit pour des fréquences RF décalées de 6 MHz par rapport à la fréquence de résonance au fond du puits magnétique, ce qui correspond à une température d'environ $50 \mu\text{K}$, soit 100 fois au-dessus de la température critique de condensation T_c .

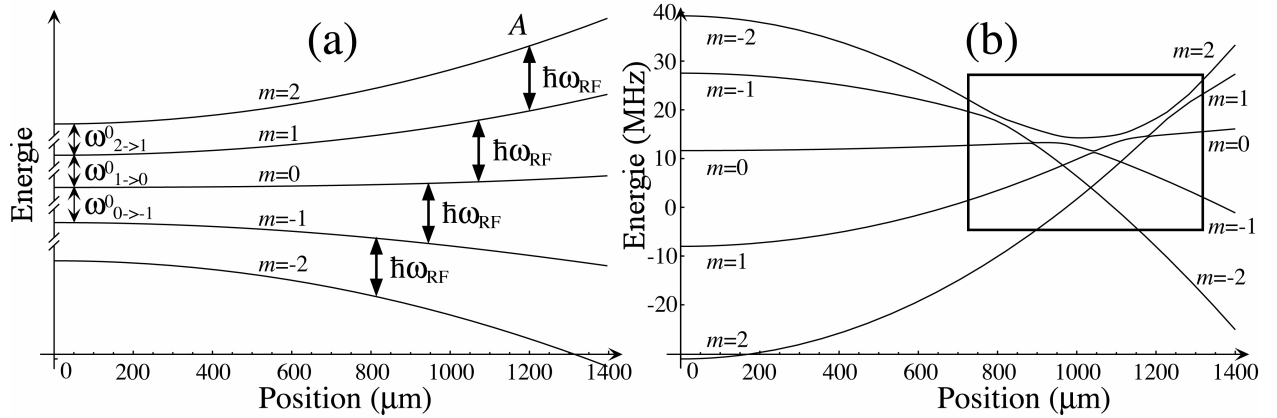


Fig. 3.14 : Niveaux énergétiques de l'état hyperfin $F = 2$ dans la représentation de l'atome seul (a), et dans celle de l'atome habillé (b). Pour une fréquence ω_{RF} donnée, les différentes transitions, représentées en (a) par des flèches, ne sont pas résonnantes au même point. Une conséquence directe est la séparation spatiale des points de croisement des niveaux habillés (b).

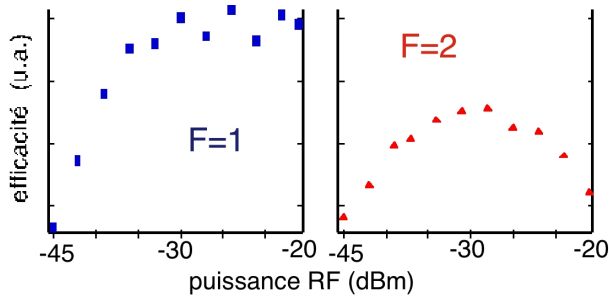


Fig. 3.15 : Diminution de l'efficacité de l'évaporation RF en champ magnétique élevé. À gauche, dans le cas où les atomes sont dans l'état ($F = 1, m_F = -1$), l'efficacité est d'autant plus grande que la puissance RF est élevée. à droite, dans le cas où les atomes sont dans l'état ($F = 2, m_F = 2$), l'efficacité est réduite et passe par un optimum.

En fait, même si le champ est suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas d'interruption totale, l'efficacité de l'évaporation est très diminuée et peut entraîner l'apparition de population macroscopique dans des états piégés intermédiaires. Ces atomes peuvent interagir avec les atomes dans l'état ($F = 2, m_F = 2$) via des collisions élastiques ou inélastiques. Dans les deux cas, cela entraîne un chauffage du nuage d'atomes froids à un taux d'environ $50 \mu\text{K/s}$, comme nous l'avons observé. En revanche, dans ($F = 1, m_F = -1$), cet effet est inexistant car il y a un seul niveau piégeant ($F = 1, m_F = 0$ est anti-piégeant) et il est possible d'atteindre la condensation de Bose. La figure 3.13 confirme cette analyse.

Les résultats de cette étude expérimentale ont été corroborés par une étude théorique complémentaire effectuée par K.A. Suominen [50]. Nos résultats permettent en particulier de proposer une explication aux problèmes rencontrés pour la condensation du sodium dans l'état hyperfin $F = 2$. En effet, même si cet effet est moins spectaculaire que dans le cas d'un biais magnétique élevé, il doit exister dans des pièges à faible biais magnétique pour des atomes de faible structure hyperfine.

Pour contourner cet effet, nous avons exploré diverses méthodes pour obtenir un condensat dans le niveau ($F = 2, m_F = 2$) dans des champs magnétiques importants. Nous avons

explicitement mis en œuvre deux techniques : le refroidissement sympathique et l'utilisation de plusieurs couteaux RF. Il en existe une troisième que nous n'avons pas testé mais dont le succès ne fait aucun doute, l'utilisation d'une onde HF à 6.8 GHz pour induire un transfert entre les niveaux hyperfins ($F = 2, m_F = 2$) et ($F = 1, m_F = 1$).

3.4.2 Technique de refroidissement par couteaux RF multiples

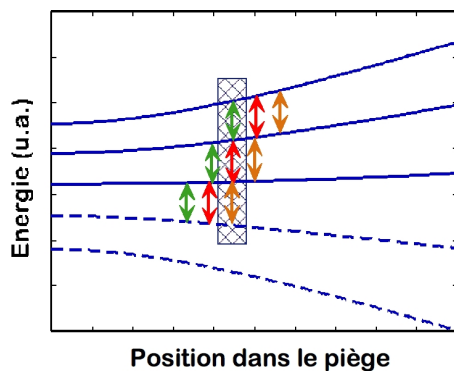


Fig. 3.16 : Principe de l'évaporation à trois couteaux RF : les 3 fréquences RF induisent 3 résonances en des positions différentes pour chaque transition entre deux sous niveaux Zeeman adjacents. En ajustant précisément la fréquence de chacun des couteaux RF, il est possible de faire coïncider 3 résonances et d'obtenir ainsi un transfert direct d'un état piégeant vers un état non piégeant. On obtient ainsi de nouveau une évaporation efficace.

Nous avons étudié la possibilité de refroidir directement les atomes de ^{87}Rb dans l'état ($F = 2, m_F = 2$) en utilisant 3 fréquences RF ajustées de manière à induire une transition entre deux sous niveaux particuliers au même endroit.

En pratique, les trois couteaux sont obtenus en créant des bandes latérales sur la fréquence RF centrale. Ceci permet de compenser correctement l'effet Zeeman quadratique, qui vaut environ 6 MHz à un biais magnétique de 207 Gauss. Il reste néanmoins des corrections résiduelles dues aux ordres supérieurs du développement de l'effet Zeeman. Ces corrections valent 500 kHz à un biais de 207 Gauss et doivent être comparées à l'élargissement par saturation de la résonance de la transition RF. Celle-ci est faible car la puissance RF doit être diminuée suffisamment pour éliminer les harmoniques parasites lors du mixage. On n'est donc plus dans le cas de figure idéal de l'évaporation, et il est nécessaire de diminuer le biais. À un biais de 59 Gauss, nous avons observé la condensation de Bose-Einstein pour des fréquences variant entre 440 kHz et 450 kHz (FWHM), ce qui indique que la fréquence de Rabi correspondant à la puissance accessible dans cette expérience est de l'ordre de 10 kHz.

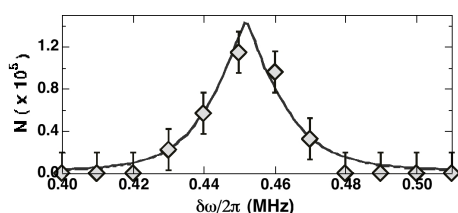


Fig. 3.17 : Courbe expérimentale de l'évaporation à trois couteaux

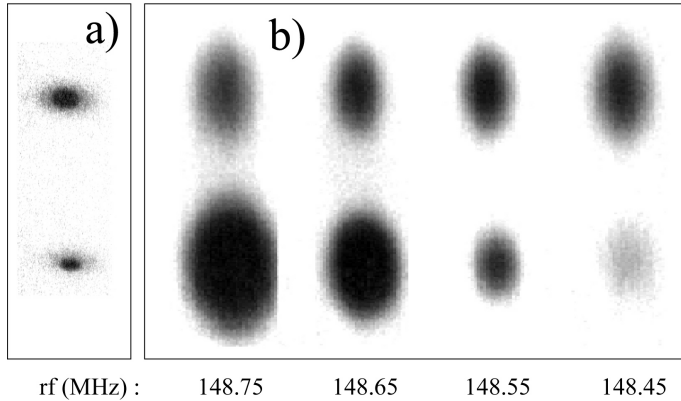


Fig. 3.18 : Refroidissement sympathique des atomes de ^{87}Rb dans $|F = 2, m_F = 2\rangle$ (images supérieures) par les atomes dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$ refroidis par évaporation (images inférieures) : effet du contact thermique. **a)** petit décalage gravitationnel ($7\ \mu\text{m}$) entre les deux nuages : le refroidissement sympathique conduit à la condensation pour les deux espèces. **b)** plus grand décalage gravitationnel ($26\ \mu\text{m}$) : au-dessous de $400\ \text{nK}$ (troisième image), la température de la cible ne diminue plus du tout alors que le gaz tampon est complètement évaporé

3.4.3 Refroidissement sympathique

Dans le refroidissement sympathique que nous avons mis en place, une espèce atomique est refroidie par la technique « classique » de refroidissement évaporatif. Dans notre cas de figure, cette espèce est l'atome de ^{87}Rb dans l'état ($F = 1, m_F = -1$) qui peut être condensé. L'autre espèce, soit l'atome de ^{87}Rb dans l'état ($F = 2, m_F = 2$), va être refroidie grâce à un échange d'énergie entre les deux espèces par l'intermédiaire des collisions élastiques interespèces. Le refroidissement sympathique sera efficace tant qu'un bon contact thermique sera maintenu, c'est-à-dire tant que les nuages atomiques de chaque espèce se recouvriront pour autoriser un grand nombre de collisions. Or, la force de piégeage magnétique est plus faible pour les atomes dans l'état ($F = 1, m_F = -1$) que pour les atomes dans l'état ($F = 2, m_F = 2$). Il en résulte que les centres respectifs de ces deux pièges sont décalés verticalement (la gravité étant du même ordre de grandeur que la force de piégeage). Ce décalage doit donc être plus faible que les tailles respectives des nuages atomiques pour assurer un bon recouvrement. Si cette condition est presque toujours vérifiée en début de refroidissement, elle ne l'est plus forcément lorsque les atomes sont très froids, la taille d'un nuage d'atomes piégés magnétiquement variant avec la température. Nous avons mis en évidence cette limitation dans nos expériences.

Nous avons étudié, à la fois théoriquement et expérimentalement le comportement du refroidissement sympathique en fonction des divers paramètres expérimentaux (nombre d'atomes de chaque espèce, force de piégeage). D'une part, nous avons développé un code numérique de simulation Monte-Carlo du refroidissement évaporatif. D'autre part, nous avons calculé le terme d'échange d'énergie analytiquement afin de confronter le résultat analytique et la simulation numérique. Pour calculer ce terme, nous avons fait un ansatz gaussien pour l'appliquer à l'équation de Boltzman, c'est-à-dire que l'on a négligé les corrélations entre les positions et les vitesses qui normalement apparaissent lors d'un confinement inhomogène.

Un calcul utilisant la méthode des moyennes [51] montre néanmoins que lorsqu'on est loin du régime hydrodynamique, ce calcul permet d'estimer correctement le temps de relaxation nécessaire pour atteindre l'équilibre entre les deux espèces. Notre modèle théorique permet de déterminer les conditions initiales nécessaires pour obtenir un condensat de Bose-Einstein soit dans ($F = 1, m_F = -1$) seul, soit dans ($F = 2, m_F = 2$) seul, soit dans les deux.

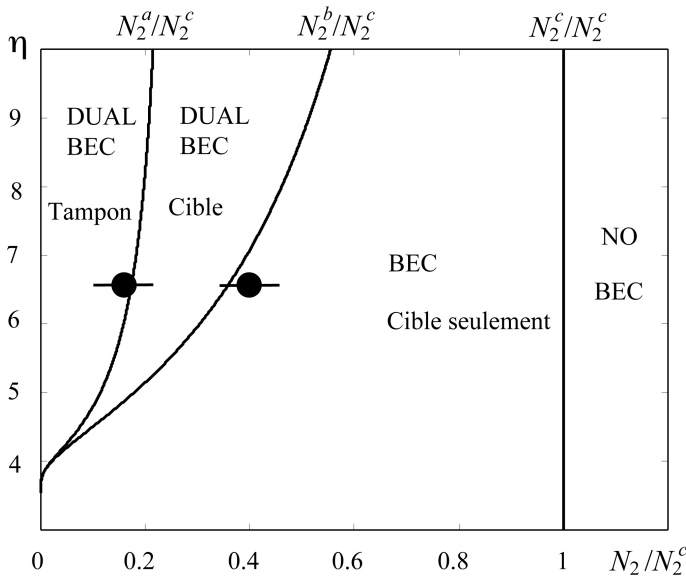


Fig. 3.19 : Effet du refroidissement sympathique en fonction du nombre d'atomes cible N_2/N_2^c . Le paramètre d'évaporation η correspond au rapport entre la hauteur finie du puits de potentiel et l'énergie moyenne du gaz $k_B T$. Dans cette étude, on a choisi $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{2}$. Les lignes représentent les valeurs critiques N_2^a/N_2^c , N_2^b/N_2^c et N_2^c/N_2^c . Elles séparent les régions dans lesquelles il est possible d'obtenir deux, un ou aucun condensat. Les points représentent nos résultats expérimentaux

3.5 Expansion d'un nuage de bosons au dessus et en dessous du seuil de condensation

Un test caractéristique de la condensation est la mesure de l'évolution de l'ellipticité du condensat en vol libre. Pour un très faible nombre d'atomes, ou dans le cas de très faibles interactions, le condensat se trouve dans l'état fondamental de l'oscillateur harmonique. Cet état est minimal au sens des relations d'incertitude de Heisenberg, c'est-à-dire que selon chaque direction i , la largeur Δx_i et la dispersion en impulsion Δp_i vérifient la relation $\Delta x_i \Delta p_i = \frac{\hbar}{2}$. Lorsqu'on coupe le piège subitement, le condensat tombe et s'étale. Au bout d'un temps suffisamment long, la forme du nuage reflète la distribution des vitesses, c'est-à-dire que la taille suivant la direction i est proportionnelle à Δp_i , et donc inversement proportionnelle à la taille initiale Δx_i . Le condensat, possédant initialement une forme de « cigare », subit une expansion anisotrope qui le transforme en « crêpe ». Cette inversion de l'ellipticité est la signature explicite d'un effet quantique. Le nuage thermique, bien que possédant la même géométrie allongée que le condensat dans le piège, est caractérisé à l'équilibre par une distribution des vitesses isotrope, et devient sphérique après un long temps de vol.

Sur notre dispositif de production de condensats allongés, les conditions étaient néanmoins

présentes pour que cette image idéale de l'expansion d'un nuage quantique dégénéré ou non soit sérieusement affectée. D'une part, l'expansion d'un gaz de bosons au-dessus du seuil n'est plus isotrope comme nous l'avons observé (section 3.5.1). D'autre part, dès que le nombre d'atomes dans le condensat est supérieur à quelques 10^3 , on ne peut plus vraiment négliger les interactions. On est alors dans le régime de Thomas-Fermi où les propriétés de la fonction d'onde, et en particulier de l'expansion sont dictées par les interactions [52]. On obtient néanmoins là encore une expansion anisotrope (section 3.5.2). Enfin, il faut aussi prendre en compte l'interaction entre le condensat et le nuage thermique lors de l'expansion d'un nuage mixte, ce qui est pratiquement toujours le cas.

3.5.1 Observation d'une déviation à l'expansion d'un nuage thermique idéal

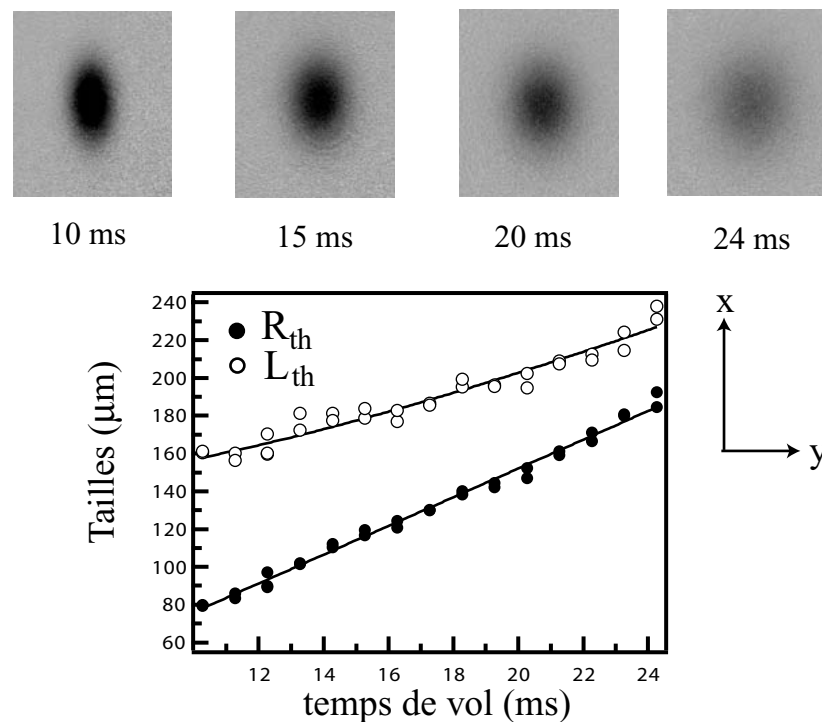


Fig. 3.20 : *Expansion d'un nuage thermique en temps de vol. L'évolution des tailles mesurées en fonction du temps de vol (cercles) est bien reproduite par les équations pour un gaz idéal, si on autorise un léger écart à l'expansion isotrope. Les températures effectives T_{\perp} et T_x , extraites d'ajustements indépendants (lignes continues) sont en effet légèrement différentes ($T_{\perp}=608$ nK et $T_x=588$ nK).*

Le modèle du gaz idéal n'est pas toujours valide pour décrire l'expansion du nuage thermique, en particulier lorsque l'on est assez près du seuil de condensation. La figure 3.20 indique l'évolution des tailles (à $N \sim 4 \times 10^6$ et $T \sim 600$ nK fixés) au cours du temps de vol. L'évolution générale de ces tailles correspond à l'allure attendue, mais les températures

radiales et axiales déduites des mesures à partir de ces tailles sont légèrement différentes, $T_{\perp} = 608$ nK et $T_x = 588$ nK. Ce résultat est observé de manière systématique pour une vaste gamme de températures et de densités. Ces données sont reportées sur la figure 3.21 pour un temps de vol de 22.3 ms et comparées au rapport d'anisotropie prédit par le modèle du gaz idéal :

$$\sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle}} = \frac{b_{\perp}^{\text{th}}}{b_x^{\text{th}}} = \frac{\omega_x}{\omega_{\perp}} \sqrt{\frac{1 + (\omega_{\perp} t)^2}{1 + (\omega_x t)^2}} \approx \frac{\omega_x t}{\sqrt{1 + \tau_x^2}}, \quad (3.14)$$

avec $\tau_x = \omega_x t$, y la coordonnée radiale sur l'image et x la coordonnée axiale. La déviation est faible, de l'ordre de 5 %, mais on constate néanmoins une dépendance nettement linéaire avec le taux de collisions

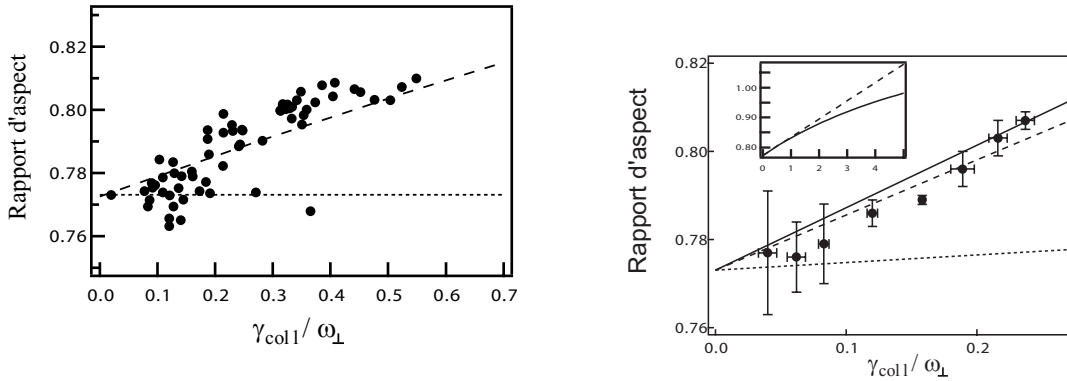


Fig. 3.21 : *droite* : Le rapport d'anisotropie mesuré après un temps de vol de 22.3 ms (cercles) dévie du cas idéal (pointillé court), et est bien ajusté par une droite de pente 0.15 (pointillé long). Le taux de collisions est calculé en incluant les effets de la statistique de Bose. *gauche* : Les points expérimentaux après moyenne sont représentés par les cercles avec les barres d'erreurs statistiques. La courbe continue, déduite des équations d'échelle [53] qui incluent les effets hydrodynamiques et le champ moyen, est en bon accord (15 % près dans la gamme de paramètres mesurés) avec le meilleur ajustement linéaire des données. En médaillon, la solution numérique des équations d'échelle pour des taux de collisions plus élevés montre une déviation par rapport au démarrage linéaire quand $\gamma_{\text{coll}} \sim \omega_{\perp}$.

Une étude systématique de notre dispositif [54] permet d'exclure que l'anisotropie observée sur les nuages thermiques soit causée par des effets parasites, dus à une coupure trop lente ou à des champs magnétiques non contrôlés [54]. Par contre, l'augmentation de l'anisotropie avec la densité dans le piège conduit naturellement à envisager l'effet des interactions sur l'évolution du nuage. Celles-ci peuvent avoir deux conséquences :

1. Le gaz à l'équilibre peut se dilater sous l'effet de son propre champ moyen et l'énergie correspondante se transforme de façon anisotrope en énergie cinétique au début de l'expansion.
2. Les collisions peuvent modifier la distribution (hors-équilibre) du gaz au début de l'expansion.

L'effet du champ moyen entraînerait un rapport d'anisotropie après un temps de vol t (pour $t \gg \omega_{\perp}^{-1}$),

$$\frac{R_{\text{th}}}{L_{\text{th}}} \approx \frac{\omega_x t}{\sqrt{1 + \tau_x^2}} \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{\tau_x^2}{1 + \tau_x^2} \right). \quad (3.15)$$

avec $\chi = (g_3(z)U/g_4(z)Nk_{\text{B}}T) \int d^{(3)}\mathbf{r} [n_{\text{th}}(\mathbf{r})]^2 \ll 1$ [55, 56]. Pour un nuage thermique près du seuil de condensation, on trouve que $\chi \approx 1.23 \frac{a}{\lambda_{\text{T}}}$. Quantitativement, la quantité χ ne dépasse pas 2 % pour les données de la figure 3.21, et l'effet de champ moyen ne peut expliquer l'amplitude de la déviation au modèle idéal.

Considérons alors l'influence des collisions dans l'évolution du nuage. Pour un gaz piégé, ce terme est responsable en général du retour vers l'équilibre du gaz. Pour un nuage très anisotrope, cependant, il est susceptible d'introduire une anisotropie dans la distribution en vitesses après expansion [57, 58]. En effet, dans notre situation, le libre parcours moyen est petit devant la taille du grand axe de l'ellipsoïde (taille axiale), tout en étant grand devant la taille radiale. En ce cas, une trajectoire qui suit un des axes transverses sera pratiquement sans collisions et donc balistique. Par contre, les particules dont la trajectoire suit approximativement l'axe long vont subir des collisions, qui ne peuvent que freiner l'expansion selon cet axe. Ces collisions vont redistribuer une partie de l'énergie cinétique axiale dans les deux directions radiales et introduire une anisotropie dans la distribution en impulsion. Pour une faible anisotropie, on s'attend à ce qu'elle soit déterminée par le taux de collisions initial $\gamma_{\text{coll}} \sim n_{\text{th}}(\mathbf{0})\sigma_{\text{el}}v_{\text{th}}$, avec $\sigma_{\text{el}} = 8\pi a^2$ et $v_{\text{th}} = \sqrt{8k_{\text{B}}T/\pi m}$. De plus, la densité du nuage chute en quelques ω_{\perp}^{-1} , qui donne également le temps sur lequel la redistribution peut se produire. Après quelques périodes radiales, on attend donc une distribution en vitesses quasiment stationnaire qui conduit à un rapport d'anisotropie :

$$\frac{R_{\text{th}}}{L_{\text{th}}} \approx \frac{\tau_x}{\sqrt{1 + \tau_x^2}} \left(1 + \frac{\beta \gamma_{\text{coll}}}{4\omega_{\perp}} \frac{1 + 3\tau_x^2}{1 + \tau_x^2} \right). \quad (3.16)$$

On trouve donc une dépendance affine du rapport d'anisotropie avec le taux de collisions, les autres paramètres étant fixés. Avec un ajustement laissant β libre, nous pouvons rendre compte de la tendance générale observée sur nos données, en obtenant le meilleur ajustement pour $\beta = 0.15$. Ces considérations permettent de revenir sur les données d'expansion en fonction du temps de vol présentées sur la figure 3.20. En effet, pour $\beta\gamma_{\text{coll}}/\omega_{\perp} \approx 0.035$, qui correspond aux températures et aux densités extrapolées à partir des images, on trouve à partir des vitesses d'expansion mesurées une température initiale de 600 nK en effectuant les corrections sur la mesure de l'expansion radiale, et 598 nK suivant l'axe axial. On retrouve donc un très bon accord sur la mesure de température suivant les deux axes.

Correction sur la température mesurée : Ces résultats expérimentaux sont d'importance lorsqu'on recherche une estimation plus fiable de la température initiale T_0 à partir des vitesses d'expansion. Pour prendre en compte (au premier ordre [57]) l'effet des collisions,

on corrigera donc la température mesurée en appliquant la formule

$$T_0 \approx \frac{2\tau_x^2}{1 + 3\tau_x^2} T_\perp + \frac{1 + \tau_x^2}{1 + 3\tau_x^2} T_x, \quad (3.17)$$

sous réserve que l'énergie de champ moyen soit négligeable.

3.5.2 Expansion d'un condensat pur

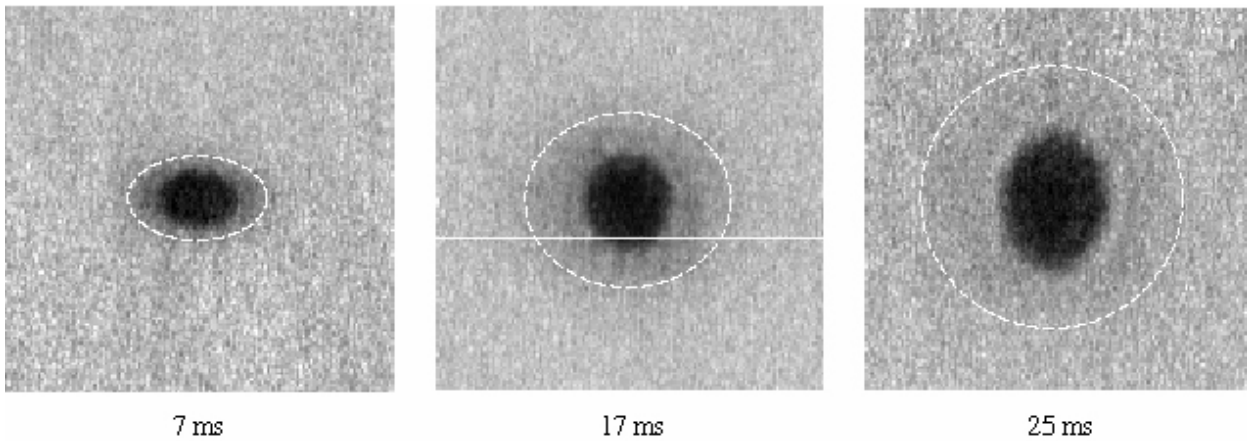


Fig. 3.22 : Images du condensat obtenues après un temps de vol variable. L'inversion d'ellipticité est nette, alors que le nuage thermique (halo à peine visible indiqué par le pointillé blanc) tend vers une forme sphérique.

Comme nous l'avons dit précédemment, un test caractéristique de la condensation est la mesure de l'évolution de l'ellipticité du condensat en vol libre. Cette inversion de l'ellipticité est la signature explicite de la condensation, mais il faut néanmoins s'assurer, comme nous l'avons vu précédemment, que les effets hydrodynamiques ne puissent pas « simuler » un comportement analogue sur un gaz non dégénéré. Dans nos expériences, la correction *hydrodynamique* n'étant que de quelques %, l'observation d'un condensat peut se faire sans ambiguïté [59].

À cause des interactions entre atomes, la fonction d'onde du condensat n'est pas celle du fondamental de l'oscillateur harmonique. De plus, lors des premières millisecondes d'expansion, toute l'énergie de champ moyen due aux interactions (répulsives) est convertie en énergie cinétique. Cependant cet effet agit dans le même sens que celui de la « pression quantique » décrit précédemment. On peut montrer [52] que lors de l'expansion libre, le condensat conserve sa distribution en densité parabolique, et que l'ellipticité, définie comme le rapport l_\perp/l_z de la taille suivant le quadrupôle par la taille suivant le dipôle, suit la loi temporelle :

$$\frac{l_\perp}{l_z} = \frac{\epsilon\sqrt{1 + \tau^2}}{1 + \epsilon^2(\tau \arctan(\tau) - \ln\sqrt{1 + \tau^2})} + \mathcal{O}(\epsilon^5), \quad (3.18)$$

où $\epsilon = \omega_z/\omega_\perp$ est le rapport des fréquences d'oscillation, et $\tau = \omega_\perp t$ un temps réduit.

La courbe de la figure 3.23 représente l'ellipticité mesurée en fonction de la durée du temps de vol, pour des fréquences d'oscillation $\omega_z = 2\pi \times 16,4 \text{ Hz}$ et $\omega_\perp = 2\pi \times 66,2 \text{ Hz}$. Les points expérimentaux sont proches de l'expression analytique (3.18). Quelques exemples d'images de condensat prises à des temps de vol variables sont présentées figure 3.22.

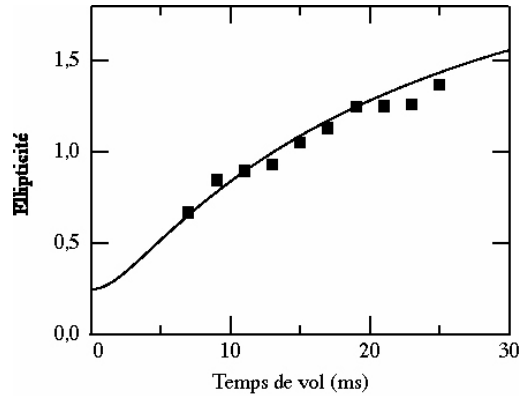


Fig. 3.23 : Ellipticité du condensat en fonction du temps de vol. Initialement inférieure à 1, elle devient supérieure à 1, ce qui constitue une signature incontestable de la condensation. La loi théorique figure en trait plein.

3.5.3 Expansion du nuage mixte

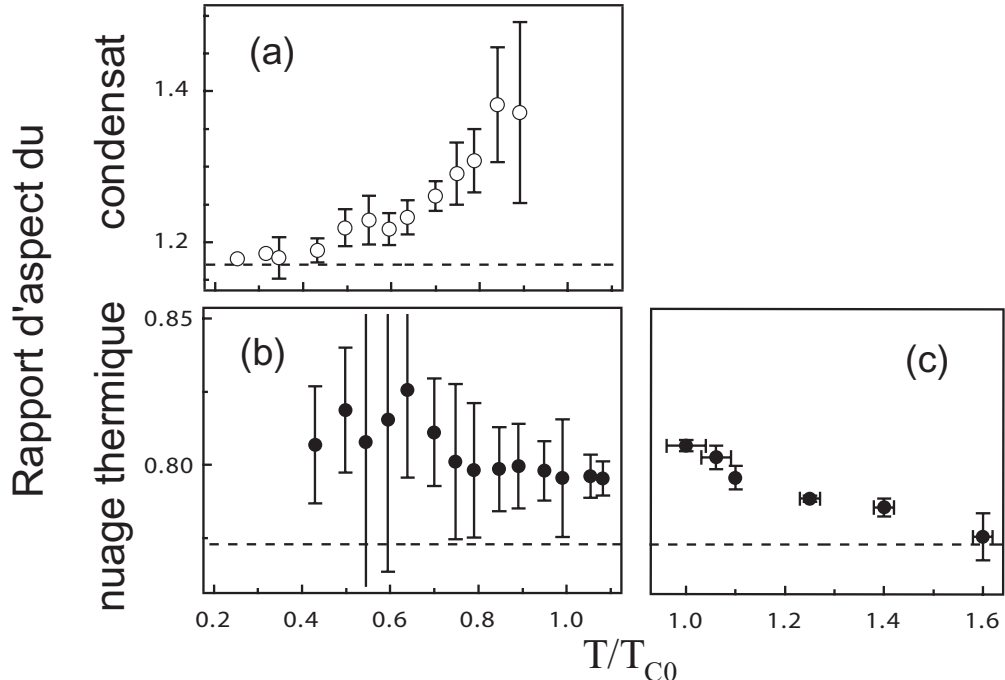


Fig. 3.24 : Expansion d'un nuage mixte. Sur la figure (a), on a représenté le rapport d'anisotropie observé du condensat en fonction de la température (cercles), qui dévie de celui calculé dans la limite de Thomas-Fermi pour nos paramètres (tracé en pointillés). Les figures (b) et (c) montrent le rapport d'anisotropie observé du nuage thermique en fonction de la température. La ligne en pointillés indique le rapport d'anisotropie attendu pour un gaz idéal.

L'expansion du nuage mixte en dessous de T_C est considérablement plus complexe, à cause

de la structure bi-modale, et on ne dispose aujourd'hui d'aucun modèle analytique, contrairement au cas d'un nuage thermique pur ou d'un condensat pur. D'une part, le condensat va exploser sous l'effet de sa pression interne, comme à température nulle, mais il va également repousser le nuage thermique qui n'est plus retenu par le potentiel de piégeage. Ce dernier agit en retour sur le condensat au début de l'expansion. On s'attend aussi à ce que les effets hydrodynamiques ne se traduisent plus uniquement par la redistribution de l'énergie cinétique dans le nuage thermique, mais aussi par une conversion d'une partie de l'énergie cinétique axiale du nuage thermique en énergie cinétique radiale du condensat. Un transfert de particules du condensat vers le nuage thermique peut également se produire dans une telle situation hors-équilibre.

Nous avons examiné une série de données prises entre 0,4 et 0,95 T_{C0} , pour environ 2×10^6 atomes à la transition (figure 3.24). Examiner les rapports d'anisotropie des deux composantes est encore une bonne méthode pour détecter des déviations systématiques, dans la mesure où pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi ou pour un gaz thermique idéal, ils ne dépendent que du temps de vol et des fréquences de piégeage. Sur la figure 3.24, on constate que le rapport d'anisotropie d'un nuage thermique dévie encore de la loi idéale (0,77), et que celui du condensat dévie de la prédiction de Thomas-Fermi (1,22). L'hypothèse sous laquelle nous analysons les données, qui suppose l'expansion du nuage thermique dominée par la distribution en vitesses initiale, et celle du condensat par l'effet de sa propre pression, est donc mise en défaut. Ces données tendent à montrer un couplage entre les degrés de liberté du condensat et ceux du nuage thermique. Une investigation plus poussée, que nous n'avons pas essayé de mettre en œuvre, consisterait à résoudre numériquement à trois dimensions une équation de Gross-Pitaevskii couplée à l'équation de Boltzman, en incluant les termes de collisions croisés (voir par exemple [60]). Sur le plan expérimental, les paramètres accessibles dans notre expérience ne se prêtent pas bien à une investigation systématique, ces effets restant de l'ordre de quelque %. Pour les étudier de manière confortable, il s'agit d'augmenter significativement la densité, comme dans l'expérience d'Amsterdam [57], ou d'utiliser un atome dont la longueur de diffusion est plus importante (par exemple l'atome d'Hélium) [61, 62].

3.6 Propriétés thermodynamiques d'un gaz avec interactions autour des conditions critiques

3.6.1 Interactions dans le gaz non dégénéré : décalage de la température critique

Pour un gaz idéal à la limite thermodynamique, le seuil de transition est atteint pour une température donnée par

$$k_B T_{C0} \approx 0,94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3}. \quad (3.19)$$

La température critique est atteinte quand la densité dans l'espace des phases atteint la valeur critique $g_{3/2}(1) \approx 2,612$, ou encore lorsque le potentiel chimique du nuage non condensé atteint l'énergie de l'état fondamental. Pour obtenir T_{C0} , on fait tendre les fréquences du piège vers zéro et on ignore les interactions, si bien que $T = T_{C0}$ correspond à $\mu = 0$.

En fait, les interactions peuvent affecter et déplacer cette température critique. Le cas du gaz homogène (à la limite thermodynamique) a suscité un très grand intérêt de la part des théoriciens [63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70] en particulier parce que la physique de la transition est gouvernée par les fluctuations [71] : au voisinage d'une transition de phase du second ordre, des fluctuations de densité (dites « critiques ») sont susceptibles de se développer, et de favoriser l'apparition du condensat : leur longueur de corrélation devient macroscopique, ce qui préfigure l'ordre à longue portée qui tend à apparaître. Ce type de phénomène, dominé par les excitations de basse énergie, dont la longueur d'onde caractéristique est plus grande que la longueur d'onde de de Broglie λ_T va induire un décalage de T_C de l'ordre de $\frac{\delta T_C}{T_{C0}} \equiv c_1 \frac{a}{\lambda_0}$ ($c_1 \approx 1,3$ [69, 72]). . Ce comportement a été observé expérimentalement dans un échantillon de ^4He adsorbé sur un verre poreux (Vycor) [73]. La comparaison n'est pas entièrement quantitative, dans la mesure où elle repose sur l'utilisation d'une masse effective et d'une « longueur de diffusion », extrapolées respectivement à partir de données à haute densité et dans l'espace libre, mais elle a permis d'observer que le déplacement de la température critique croît linéairement jusqu'à un maximum, puis décroît jusqu'à une valeur négative à haute densité [65].

Dans le cas d'un gaz piégé dans un piège harmonique, la situation est tout à fait différente. En effet, deux effets, inexistantes dans le cas homogène, dominent le comportement du nombre d'atomes critiques. En premier lieu, l'état fondamental du piège correspondant en réalité à une énergie de point zéro $\hbar(2\omega_\perp + \omega_x)/2$, le potentiel chimique au seuil est déplacé de cette même quantité, par rapport à la limite thermodynamique (« effet de taille finie »). Deuxièmement, les interactions traitées à l'approximation de Hartree-Fock augmentent le potentiel chimique d'une quantité proportionnelle à la densité au centre, $n_{\text{th}}(\mathbf{0})$, et l'énergie interne d'une quantité proportionnelle à la densité locale, $n_{\text{th}}(\mathbf{r})$. Par conséquent, on trouve un déplacement même au niveau de l'approximation de champ moyen, contrairement au cas homogène. La

nouvelle température critique, plus basse que T_C , satisfait toujours à l'équation d'Einstein,

$$n_{\text{th}}(\mathbf{0})\lambda_T^3 = g_{3/2}(1), \quad (3.20)$$

l'effet des interactions répulsives étant de dilater légèrement le nuage à l'équilibre, donc de diminuer la densité au centre. Dans une boîte à volume fixé, il est impossible de changer la densité à nombre d'atomes constant, mais pour un gaz piégé rien ne s'y oppose, le volume étant déterminé par le poids relatif des forces de piégeage et de l'effet des interactions répulsives. Il est intéressant de noter qu'en toute rigueur, une mesure directe de la densité au centre $n_{\text{th}}(\mathbf{0})$ d'un gaz piégé permettrait de retrouver les résultats du gaz homogène : En effet, grâce à la mesure de cette donnée, on vérifierait directement l'équation d'Einstein (3.20) au décalage des fluctuations critiques près. Le fait de prendre comme paramètres pertinents le nombre d'atomes N et la force de piégeage, qui sont les grandeurs directement mesurables expérimentalement dans notre cas, nous ramène au calcul de la température critique de l'équation (3.19), déduite de l'équation (3.20) en prenant une distribution de Bose idéale. On peut alors calculer les corrections à la température critique perturbativement [74] :

$$\frac{\delta T_C}{T_{C0}} \approx \underbrace{-0.728 \frac{\omega_m}{\bar{\omega}} N^{-1/3}}_{\text{taille finie}} \overbrace{-1.326 \frac{a}{\bar{a}} N^{1/6}}^{\text{interactions}}, \quad (3.21)$$

avec les moyennes arithmétiques $\omega_m = (2\omega_{\perp} + \omega_x)/3$ et géométriques $\bar{\omega} = \omega_{\perp}^{2/3} \omega_x^{1/3}$ des fréquences de piégeage, et en tenant compte de $\lambda_0 = \sqrt{2\pi\zeta(3)^{1/3} \bar{a}} N^{-1/6}$ pour un gaz harmoniquement piégé.

La mesure expérimentale de la température critique est délicate, et nous l'avons menée de la manière suivante. Pour un nombre d'atomes critique donné, nous avons pris une série de données « en rafale » autour du seuil, en variant régulièrement la fréquence d'évaporation par pas de 2 kHz. La température, corrigée suivant l'équation (3.17) pour éliminer les effets hydrodynamiques et améliorer la précision sur la température, est déduite des analyses des tailles des nuages sur les images. Le programme d'analyse que nous utilisons [54] est capable de détecter des fractions condensées de l'ordre de 1 %, et de discriminer un nuage condensé d'un nuage non condensé à ce niveau de précision. Les données moyennées température, nombre d'atomes condensés et nombre d'atomes total sont tracées en fonction de la fréquence d'évaporation, comme sur la figure 3.25. La valeur ν_C de la fréquence d'évaporation à laquelle le seuil est atteint est obtenue par un ajustement linéaire sur le nombre d'atomes condensés. La variation de T et du nombre d'atomes total N est également ajustée par une droite, et en reportant la valeur de ν_C , on obtient la température critique T_C et le nombre d'atomes critique N_C . Cette mesure a été effectuée pour des nombres d'atomes critiques différents, variant entre 3×10^5 et 2×10^6 .

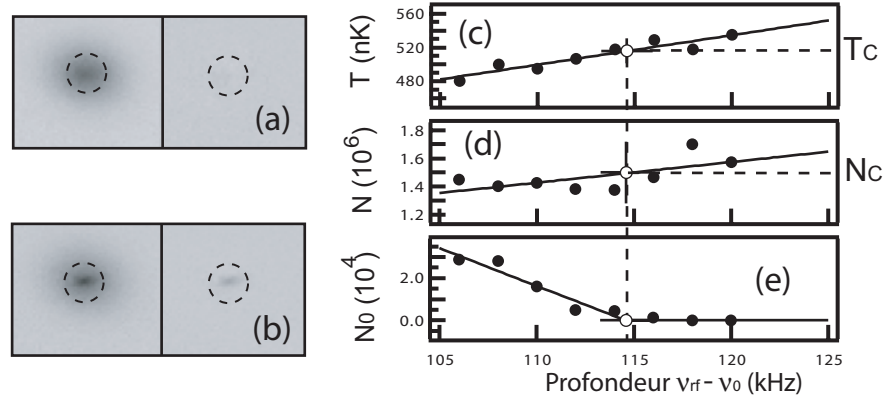


Fig. 3.25 : Localisation de la température critique et du nombre d'atomes à la transition. Le programme d'ajustement peut discriminer entre un nuage juste au-dessus du seuil (a), et un nuage juste en dessous (b). Pour l'exemple (b), la fraction condensée est de l'ordre de 1%. La valeur ν_{rf} de la fréquence du couteau d'évaporation à laquelle la transition est atteinte est obtenue par un fit linéaire sur le nombre d'atomes condensés (e). En reportant sur les courbes donnant T (c) et N (d) en fonction de ν_{rf} , on obtient la température critique T_C et le nombre d'atomes critique N_C .

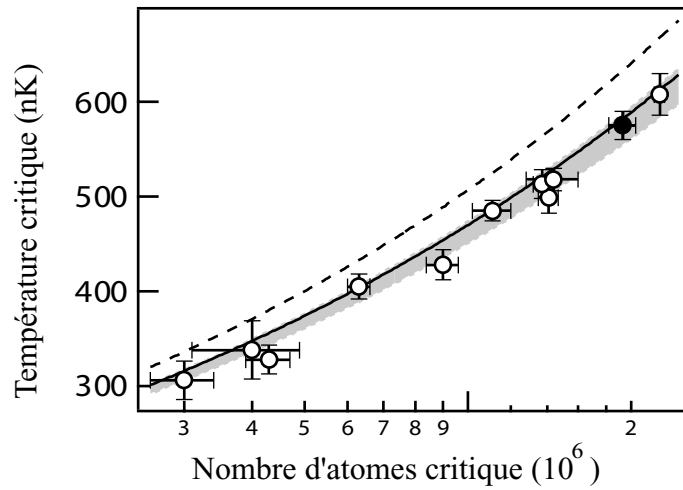


Fig. 3.26 : Observation d'un décalage de la température critique dû aux interactions. La prédiction du gaz idéal (incluant les effets de taille finie) est tracée en pointillés, la courbe en trait plein tient compte du décalage dû au champ moyen. La zone grisée délimite les valeurs compatibles avec nos estimations sur les incertitudes de calibration.

Les valeurs de T_C sont reportées en fonction de N_C sur la figure 3.26. En comparant à la température de transition attendue pour un gaz idéal (incluant l'effet de taille finie)

$$T_C^{\text{idéal}} = T_{C0} - \frac{\zeta(2)}{6\zeta(3)} \frac{\hbar(\omega_x + 2\omega_\perp)}{k_B}, \quad (3.22)$$

on se rend compte que les points expérimentaux se trouvent systématiquement plus bas, avec un écart de deux déviations standards. Par contre, si on compare avec le décalage dû au champ moyen (en traits pleins), on constate un accord assez bon, bien qu'un léger décalage vers le bas demeure. Pour le quantifier, nous avons supposé la forme fonctionnelle attendue, $\delta T_C/T_{C0} = -\alpha N^{1/6}$, avec un paramètre libre α . Un ajustement des données donne $\alpha = -0.009(1)_{-0.002}^{+0.003}$, en accord aux incertitudes près avec $\alpha = -1.326a/\bar{a} \approx -0.007$ attendu pour nos fréquences de piégeage dans la théorie de champ moyen. Les incertitudes systématiques (bornes supérieures et inférieures) dépendent de la calibration du grandissement ($\pm 1.4\%$) et de l'écart probable dû au temps de coupure fini (-1.2%). Elles affectent à la fois la température et le nombre d'atomes (à travers le coefficient de correction C_N), et les incertitudes sur α en résultent. Elles correspondent à une précision de $\pm 3\%$ sur le décalage de T_C .

Nos mesures expérimentales permettent de mettre en évidence un écart de deux déviations standard au gaz idéal. De plus, comme le déplacement mesuré est en bon accord avec le calcul de champ moyen présenté plus haut, nos mesures indiquent également que, contrairement au cas homogène, l'effet des fluctuations critiques de grandes longueurs d'onde est fortement réduit sur T_C , cette observation étant en accord avec certaines prédictions théoriques récentes [70] (il n'en est pas de même pour toutes les quantités observables. En particulier, la densité *au centre du piège* est susceptible d'être affectée, tout comme dans le cas homogène [75]).

3.6.2 Interactions dans le nuage mixte : modification de la fraction d'atomes condensés

La fraction condensée est aussi affectée par l'existence d'interactions au sein du nuage d'atomes. Dans le cas idéal, la fraction condensée suit la loi

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_{C0}}\right)^3. \tag{3.23}$$

En présence d'interactions, la fraction condensée obéit encore à une loi universelle fonction de deux paramètres seulement, T/T_{C0} et $\eta = \mu_{TF}/k_B T_{C0}$, comme indiqué sur la figure 3.27. Bien que le nombre d'atomes total varie au cours de la rampe, à cause de l'évaporation, le paramètre $\eta \sim N^{1/15}$ varie peu, entre 0.47 et 0.51, si bien que nous avons utilisé la valeur moyenne $\eta = 0.49$ pour tracer les courbes théoriques (en utilisant les valeurs réelles, on change de manière imperceptible les courbes théoriques), il n'y a alors plus aucun paramètre ajustable dans le modèle théorique.

On constate sur la figure 3.27 que le modèle du gaz idéal incluant les effets de taille finie [55] est exclu par plus de deux déviations standards par nos mesures. Par contre, les résultats expérimentaux sont en bon accord avec le modèle Hartree-Fock du nuage mixte (traits pleins). En effet, en présence d'interactions, le potentiel chimique (positif) augmente par

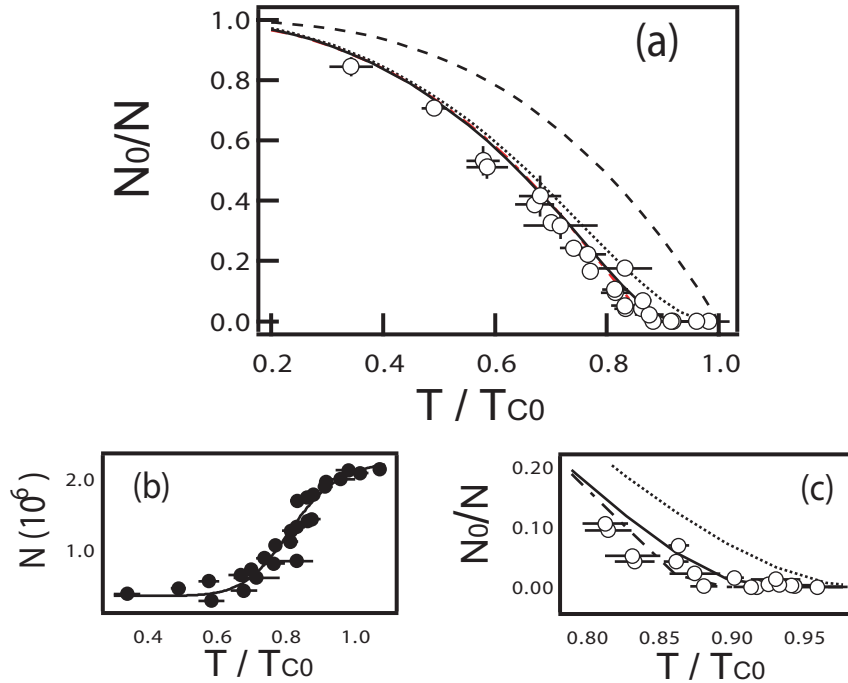


Fig. 3.27 : Mise en évidence de la réduction de la fraction condensée par les interactions. Les points expérimentaux sont en accord avec la théorie de Hartree-Fock (trait plein), et excluent clairement un comportement idéal (en pointillés) ou même semi-idéal (points). Pour tracer les courbes théoriques, on a utilisé $\eta = 0.49$. Cette valeur correspond aux points expérimentaux à 4 % près.

rapport à un gaz idéal où $\mu = 0$. Il est alors favorable de placer plus d'atomes dans la partie thermique pour diminuer l'énergie d'interaction dans le condensat, qui domine l'énergie totale. Cette observation constitue une première à notre connaissance : dans des mesures similaires précédemment publiées, l'effet des interactions sur la fraction condensée ne pouvait être mesuré à cause de l'importance des barres d'erreur et/ou des effets de taille finie. Dans notre cas, l'effet des interactions est clairement mis en évidence et l'écart au modèle semi-idéal (traits interrompus), qui néglige les interactions dans le nuage thermique, pour des températures proches de T_C (figure 3.27(c)), montre qu'il est crucial de tenir compte des interactions couplées entre le condensat et le nuage thermique.

3.6.3 Compression du nuage thermique par le condensat

On obtient une indication supplémentaire de l'interaction mutuelle entre le nuage thermique et le condensat en examinant les dimensions du condensat (figure 3.28). En traçant la taille attendue pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi, en incluant l'expansion de 4 % prédite par les équations d'échelle [52], on surestime systématiquement la longueur mesurée et on sous-estime systématiquement le rayon observé. La longueur calculée dans le modèle Hartree-Fock *du gaz piégé* est par contre légèrement plus faible. En l'absence d'une

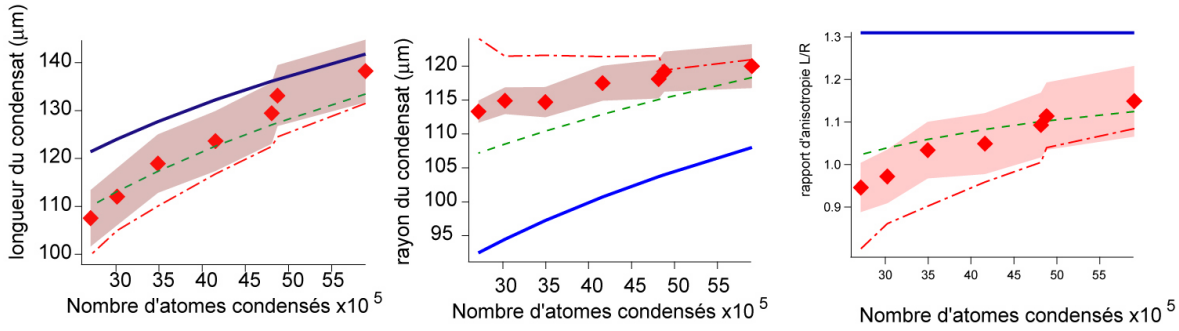


Fig. 3.28 : Longueur L (gauche), rayon R (centre) et rapport d'anisotropie (droite) d'un condensat très allongé après $24,3$ ms de temps de vol. Les points expérimentaux (losanges) sont comparés avec le modèle Thomas-Fermi (—), et avec un modèle incluant l'interaction avec le nuage thermique et les effets 1D (---). On a aussi indiqué les tailles attendues en ne tenant compte que des effets 1D (- · - · -). La zone grisée autour des points expérimentaux représente l'incertitude sur la mesure déduite des incertitudes sur la température et le nombre d'atomes

théorie plus complète de l'expansion, nous supposons pour tenir compte de l'expansion que la longueur après temps de vol se déduit de la longueur dans le piège par le même facteur d'échelle que dans le régime de Thomas-Fermi (*i.e.* $b_x \approx 1.04$). En ce cas, l'accord avec nos observations devient satisfaisant, et constitue une signature supplémentaire de l'effet de compression du condensat par la « coquille thermique » qui l'entoure.

3.6.4 Mesure de l'énergie d'expansion

Grâce à une méthode de filtre de Bragg que nous avons développé et que nous détaillerons dans le chapitre 5, nous avons pu mesurer indépendamment les tailles quadratiques moyennes de la composante thermique seule et du nuage mixte dans la direction (radiale) y et ainsi remonter à leur énergie d'expansion.

En effet, si on néglige les effets hydrodynamiques, l'énergie E_y disponible pour l'expansion du condensat dans la direction y est donnée par la somme de l'énergie cinétique dans la direction y ($E_y^{\text{cin}} = \frac{1}{3}E^{\text{cin}}$, principalement dominée par l'énergie cinétique du nuage thermique) et de l'énergie d'interaction⁷, $E_y = \frac{1}{3}E^{\text{cin}} + \frac{1}{2}E^{\text{int}}$. Comme l'expansion radiale est asymptotique, cette énergie, entièrement convertie en énergie cinétique, peut être mesurée à partir de $\langle y^2 \rangle = 2E_y t^2/m$. De la même manière, l'énergie d'expansion pour le nuage thermique $E_y^{(\text{th})}$ sera liée à la taille quadratique moyenne du nuage thermique $\langle y^2 \rangle_{\text{th}}$ par $\langle y^2 \rangle_{\text{th}} = 2E_y^{(\text{th})} t^2/m$. La figure 3.29 présente cette mesure de l'énergie d'expansion totale (gauche) et de l'énergie d'expansion thermique correspondante (droite). L'accord entre la théorie et nos mesures est correct, et en particulier l'énergie mesurée est toujours plus élevée que celle du gaz idéal [54].

⁷En toute rigueur, une fraction de l'énergie d'interaction est également convertie en énergie cinétique axiale. Comme nous l'avons vu, elle est de l'ordre de quelques pour cent dans notre situation (4 % à très basse température). Nous négligeons la correction correspondante dans notre démarche.

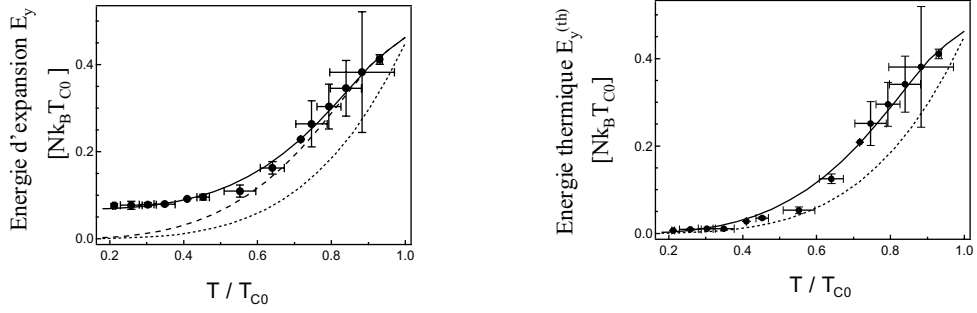


Fig. 3.29 : *Énergie d'expansion mesurée grâce au filtre de Bragg. gauche : Énergie totale E_y . La prédiction du modèle Hartree-Fock, tracée en trait continu pour $\eta = 0.47$, est vérifiée dans une large gamme de températures, contrairement au modèle du gaz idéal (pointillés courts), et l'énergie du nuage thermique $E_y^{(th)}$ (pointillés longs). droite : Énergie thermique : La prédiction du modèle Hartree-Fock est vérifiée pour les plus hautes températures. Pour les plus basses, on ne peut pas vraiment distinguer sur ces données entre le modèle Hartree-Fock et celui du gaz thermique idéal (en pointillés courts).*

3.7 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre comment réaliser une source atomique dégénérée, c'est-à-dire un condensat de Bose-Einstein. La procédure expérimentale pour atteindre le régime, qui demande des températures extrêmement faibles pour des densités élevées, nécessite le développement d'outils de piégeage et de manipulation d'atomes avec en particulier la réalisation de pièges magnétiques très confinants. Nous avons mis en œuvre une méthode originale pour réaliser ce confinement, en utilisant des pièges à noyau ferromagnétique. Cette technique a été raffinée par la réalisation de 4 générations d'électroaimants, dont les deux dernières sont utilisées sur les deux montages de condensation **Condensats 1D et quasi-condensats** et **Source Atomique Cohérente Versatile**.

Une fois ces dispositifs réalisés, nous avons pu constater que la condensation de Bose-Einstein est un phénomène riche où l'effet des interactions entre atomes modifie sensiblement les propriétés du système. Il est parfois possible de les tourner à notre avantage, comme dans le refroidissement sympathique ou une espèce atomique est refroidie grâce aux collisions avec une autre espèce. Il est surtout important de bien identifier leur effet, car elle modifie sensiblement les propriétés du condensat, en modifiant par exemple le seuil de condensation, le nombre d'atomes condensés et la forme du condensat.

Nous verrons dans le chapitre suivant comment exploiter cette source en réalisant un faisceau laser atomique grâce à un coupleur de sortie. Nous observerons alors un autre effet des interactions qui vont modifier la divergence du faisceau laser. Enfin, dans le dernier chapitre, nous aborderons le problème fondamental de la cohérence de cette source atomique, en montrant là encore le rôle crucial des interactions.

3.8 Reproduction de certaines publications relatives à de chapitre

1. DESRUELLE, B., BOYER, V., BOUYER, P. et al., "An iron-core electromagnet for trapping neutral atoms," Euro. phys. J. D. 1, 255-258 (1998).
2. DESRUELLE, B., BOYER, V., MURDOCH, S. et al., "Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms trapped in a high magnetic field," Phys. Rev. A 60 (3), R1759-1762 (1999).
3. BOYER, V., MURDOCH, S., LE COQ, Y., DELANNOY, G., BOUYER, P. and ASPECT, A. (2000). "Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field." Physical Review A 6202(2) : art. no.-021601.
4. DELANNOY, G., MURDOCH, S. G., BOYER, V., JOSSE, V., BOUYER, P. and ASPECT, A. (2001). "Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling." Physical Review A 6305(5) : art. no.-051602.
5. GERBIER F., THYWISSEN J. H., RICHARD S., HUGBART M., BOUYER P., and ASPECT A. (2004). "The critical temperature of a trapped, weakly interacting Bose gas." Physical Review Letters
6. GERBIER F., RICHARD S., HUGBART M., BOUYER P., ASPECT A., and THYWISSEN J. H. (2004). "Measurements of the condensed fraction and expansion energy of Bose-Einstein condensed gases at finite temperature." Physical Review A

Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet

B. Desruelle^{1,a}, V. Boyer¹, P. Bouyer¹, G. Birkel³, M. Lécrivain², F. Alves², C.I. Westbrook¹, and A. Aspect¹

¹ Institut d'Optique^b, BP 147, 91403 Orsay Cedex, France

² L.E.Si.R^c, ENS Cachan, France

³ Institut für Quantenoptik, Universität Hannover, Welfengarten 1, 30167 Hannover, Germany

Received: 4 August 1997 / Received in final form: 28 November 1997 / Accepted: 15 January 1998

Abstract. We have developed an iron-core electromagnet and used it to trap neutral atoms. The magnetic field can be switched from a spherical quadrupole configuration to a Ioffe configuration within 2 ms. We load 2×10^7 ^{87}Rb atoms from a vapor into a Magneto-Optical Trap (MOT) and transfer them into the purely magnetic trap with an efficiency of 95%. A strong radial compression is possible since we can generate quadrupole gradients up to 0.1 T/cm with an excitation current of 10 A (400 W of power consumption).

PACS. 32.80.Pj Optical cooling of atoms; trapping

The ability to magnetically trap neutral atoms has proven to be an essential step towards Bose-Einstein Condensation [1–4]. Magnetic trapping allows the use of evaporative cooling to reach quantum degeneracy, provided that the initial elastic collision rate is sufficiently high. For this purpose, tightly confining potentials are required to achieve high atomic densities. In addition, it is desirable to trap the atoms at a nonzero field minimum to avoid losses due to Majorana transitions [5].

To fulfill these requirements, many experiments have used variations of the Ioffe configuration [6]. For example, experiments with trapped Lithium atoms have been carried out in a static Ioffe trap using permanent magnets [2]. They produce a very steep potential but the magnetic field cannot be varied with time. Other setups use coils to generate similar magnetic field profiles [10,11]. In this case, the trapping potential can be varied but a significant electrical power and a sophisticated cooling system are required. The use of coils with ferromagnetic cores offers the possibility of combining the advantages of the above approaches. For example, reference [7] reports trapping of Lithium in a spherical quadrupole field created by two μ -Metal needles. In this paper, we describe a novel electromagnet inspired by that used in [2], but with the permanent magnets replaced by iron pole pieces.

As shown in Figure 1, the electromagnet consists of three pairs of 2 cm diameter cylindrical poles positioned along the X , Y and Z axes. A ferromagnetic yoke supports the poles and guides the magnetic flux by providing a low reluctance return path for the magnetic fields. Both poles and yoke are made with pure iron ($B_{\text{sat}} = 2$ T,

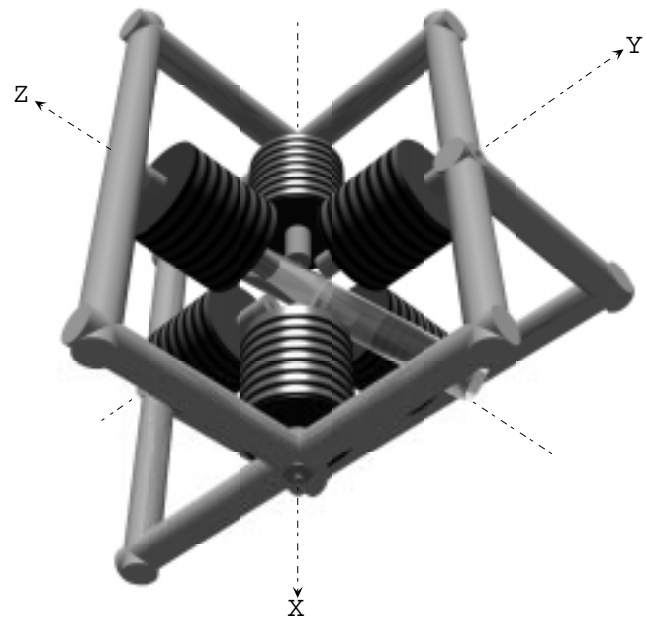


Fig. 1. Diagram showing the position of the poles and the vapor cell. The tip to tip spacing is 4 cm and the diameter of the cell 2.5 cm.

$\mu_r^{\text{max}} = 7 \times 10^3$). The pole pieces are 20 cm long, with a 5 mm diameter hole along the symmetry axis. The tip to tip spacing is 4 cm. Each pole is excited by a 440 turn coil of copper wire. The opposing poles in the XY plane are excited with equal and opposite currents. Near the center, these 4 coils generate a linear quadrupole field, given by: $\mathbf{B} = G(x\mathbf{e}_x - y\mathbf{e}_y)$ to first order in the coordinates. The quadrupole gradient G can be controlled with the current in the 4 quadrupole coils. The two poles along the Z

^a e-mail: bruno.desruelle@iota.u-psud.fr

^b URA 14 du CNRS

^c URA 1375 du CNRS

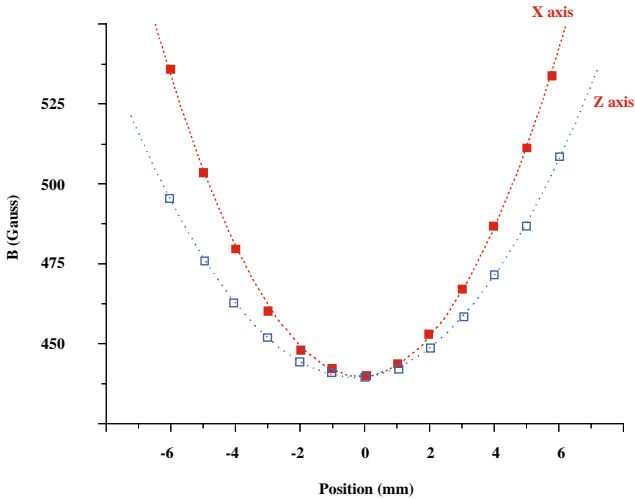


Fig. 2. Measured field along the X and Z axes for an excitation current $I = 3.5$ A in the quadrupole and dipole coils. The experimental data are fitted with second order polynomials. The bias field is 440 Gauss, the dipole field curvature 170 Gauss/cm² and the X axis curvature 270 Gauss/cm². We estimate a 5% accuracy of the measurements due to sampling noise of the data acquisition system and to the fact that the 3 Hall probes are not perfectly orthogonal and are separated by 1 mm.

axis are excited with equal currents, making a dipole field whose Z component varies as $B_z = B_0 + C(z^2 - \frac{x^2+y^2}{2})$. The bias field B_0 and the dipole field curvature C are determined by the current in the dipole coils. The magnitude of the total magnetic field can be approximated by:

$$|\mathbf{B}| = B \simeq B_0 + \left(\frac{C^2}{2B_0} - \frac{C}{2}\right)(x^2 + y^2) + Cz^2. \quad (1)$$

We have mapped the magnetic field using a 3D Hall probe. Figure 2 shows the variation of the magnetic field magnitude along different axes for excitation currents $I = 3.5$ A in the 6 coils. Near the center, the field magnitude is found to be well described by equation (1) with a 440 Gauss bias field and curvatures of $d^2B/dx^2 = d^2B/dy^2 = 270$ Gauss/cm², $d^2B/dz^2 = 170$ Gauss/cm². From these curvatures, we calculate oscillation frequencies $\nu_{x,y} = 30$ Hz, $\nu_z = 24$ Hz for ⁸⁷Rb trapped in the $F = 2, m_F = 2$ state.

When the current is turned off, the field drops by 30% within 1 ms and then falls off with a 8 ms time constant limited by eddy currents in the iron structure. Because of hysteresis in the iron, a remanent bias field of about 20 Gauss and a remanent quadrupole gradient of 15 Gauss/cm remain after eddy currents are dissipated. Small compensation coils provide the coercive excitation necessary to reach zero magnetic field when the excitation current is turned off.

In order to trap the atoms, the electromagnet is placed around a 2.5 cm diameter cylindrical glass vacuum cell. The axis of the cylinder is aligned with the 111 direction of the electromagnet. The cell is pumped with a

30 l/s ion pump and contains about 10^{-9} hPa pressure of Rb. We first load atoms from the vapor into a Magneto-Optical Trap (MOT) by supplying current to the 2 coils of the electromagnet along the X axis only. A current of 200 mA generates a spherical quadrupole field with $dB_x/dx = 20$ Gauss/cm. A 100 mW laser diode produces 6 independent circularly polarized trapping beams, each with a power of 6 mW and a diameter of 15 mm. They are detuned by 2Γ to the red of the $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 3$ optical transition at 780 nm. Because of the pole pieces, the beams cannot propagate along the symmetry axes of the magnetic field but the MOT works satisfactorily with the beams tilted by 15 to 40 degrees. A repumping beam, on resonance with the $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{1/2}, F = 2$ transition at 794.7 nm, overlaps the trapping beams. The density and number of trapped atoms were measured with a CCD camera by absorption imaging of a weak resonant probe beam. After 5 s of loading, the MOT contains about 2.0×10^7 atoms. We measure the temperature in the MOT by a ballistic expansion method: we switch off the beams and the magnetic field, and let the cloud expand for a variable delay time before taking an absorption image. We find a temperature of about 100 μ K.

In order to optimize the phase-space density before turning on the Ioffe trap, we reduce the temperature by increasing the detuning and decreasing the intensity of the laser beams, after switching off the magnetic field. After 12 ms, the atoms are cooled to 20 μ K ($v_{rms} = 7.5v_{rec} = 4.5$ cm s⁻¹) with a density at the center of the trap of 3×10^{10} cm⁻³. We then block the trapping beams and optically pump the atoms into the $5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2$ state. We do this by creating a small bias field along the Z axis and applying a 250 μ s pulse of laser light which propagates along the Z axis through the 5 mm hole in the pole tips. This beam is on resonance with the $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 2$ transition and σ^+ polarized (this choice minimizes heating because the trapped state is dark). The repumping beam on the $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{1/2}, F = 2$ transition remains on during this procedure and is turned off after the optical pumping pulse.

We switch to the Ioffe trap by applying an equal current to all the coils. The field reaches the final value in 2 ms. This rise time is obtained by putting a 50 μ F capacitor charged to 700 V in parallel to the power supply in order to deliver a strong pulse of current when switching on. The trapped atoms are monitored through their interaction with a probe beam. This beam propagates along the axis of the cell and has a well controlled σ^+ component with respect to the direction of the bias field. Because of the strong bias field B_0 , the optical transitions experience large Zeeman shifts. We thus can monitor selectively the atoms trapped in the $5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2$ ground state by detuning the probe beam 600 MHz above the zero field resonance. This laser beam selectively couples the trapped ground state to the $5P_{3/2}, m_I = 3/2, m_J = 3/2$ level of the excited manifold. Since this excited state is a pure $m_F = 3$ state, this forms a two-level cycling transition. From the analysis of absorption images, we can infer the number of trapped atoms. We have measured 1.9×10^7 atoms trapped

in the $m_F = 2$ state which corresponds to a transfer efficiency of 95% from the MOT to the Ioffe trap (without any optical pumping, the measured transfer efficiency is about 20%). After loading, we observe an exponential decay of the number of atoms remaining in the trap with a time constant of 2.5 s. This value is consistent with the Rb vapor pressure and the background gas pressure which is measured with an ion gauge near the trap ($P = 7 \times 10^{-9}$ hPa).

If the equilibrium position of the atoms in the MOT and in the Ioffe trap do not overlap, for example due to the effect of gravity or imprecise positioning of the poles, the atoms acquire extra energy during the transfer. Optimum transfer is achieved by carefully positioning the MOT with the help of three additional pairs of coils along the X , Y , Z axes. These coils generate a small bias field which translates the center ($B = 0$) of the MOT. Even for our best overlap, a residual mismatch of order a few hundred microns remains. This leads to oscillations of the atomic cloud. If the atoms were permitted to thermalize (which they do not in our experiment because of the short lifetime), the final temperature would be of order $100 \mu K$.

By modulating the current in the coils we are able to excite various modes of motion in the trap and measure their frequency [8,9]. When we modulate the quadrupole field for example, we change the curvature of the trap and excite parametric resonances (breathing modes) at $2\nu_y$ along the X and Y axes. Because the minimum of the potential is determined by the magnetic field and gravity, a modulation of the quadrupole field also results in a modulation of the position of the potential minimum at the same frequency. This excites a sloshing motion of the atoms at ν_y . Using the latter type of excitation, we modulate the current in the quadrupole coils for 500 ms, and monitor the oscillating position of the atomic cloud in the $Y-Z$ plane. The observation is made by imaging the fluorescence induced by a saturating probe beam, onto a CCD camera. In Figure 3 we show a resonance curve of the amplitude of oscillation along Y . Instead of scanning the excitation frequency, we scan the curvature of the trap while keeping the modulation frequency constant at 27.5 Hz. We observe a resonance for a current in the quadrupole coils of 3.2 A. From this measurement, we calculate a resonance frequency of 29 Hz for a current of 3.5 A, consistent with the 30 Hz value calculated from the Hall probe measurement. The width of the resonance is determined by the duration of the modulation period: because we are in the transient regime of forced oscillation, we observe a beating between the excitation frequency and the resonance frequency of the system. As shown in Figure 3, the amplitude of oscillation almost vanishes for $\nu - \nu_y = \pm 2$ Hz, which is consistent with the 500 ms modulation length.

It is useful to evaluate our trap performance with a view towards Bose-Einstein condensation. Once the atoms have thermalized in the trap, they undergo one elastic collision every few seconds. This collision rate can be increased by adiabatic compression [10,11] of the atomic cloud. First, we are able to achieve continuous quadrupole fields with a gradient G of 1 kGauss/cm. This compresses

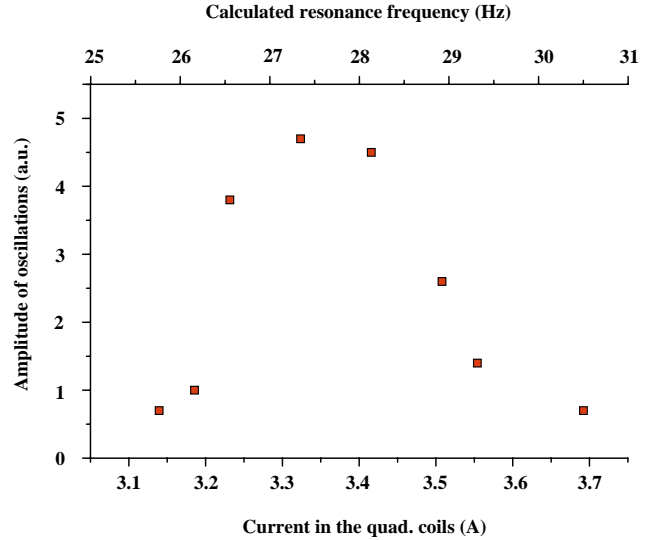


Fig. 3. Amplitude of oscillation of the atoms *versus* the current in the quadrupole coils with the modulation frequency kept constant at a value of 27.5 Hz. The upper scale shows the calculated resonance frequency at each value of the current. The width of the resonance is determined by the length of the modulation period (500 ms).

the cloud in the radial directions and increases the collision rate by a factor of 3. Additional compression can also be achieved by decreasing the value of the bias field. Since all the excitations are coupled into the ferromagnetic structure, this also reduces the longitudinal curvature (along Z), limiting the maximum increase of the collision rate to 6:1 with the present geometry. This would allow us to reach the runaway evaporation regime for a trap lifetime of a few 100 s [12] ($P \leq 10^{-11}$ hPa).

In conclusion, we have demonstrated the transfer of 95% of ^{87}Rb atoms from a MOT to a magnetic potential generated by an iron-core electromagnet. This design should already allow Bose-Einstein condensation with an improved MOT source (ten times more atoms initially could lead to a 2 s^{-1} collision rate) and straightforward improvements of the vacuum system. In addition, the electromagnet can be improved for both shorter switching time and better compression. For instance, employing laminated materials will allow us to eliminate eddy currents. Preliminary tests show that a 1 ms switching time is possible. In addition, better compression can be achieved with a shorter gap between the tips. Calculations show that initial collision rate higher than 30 s^{-1} can be achieved with our new design, allowing faster Bose-Einstein condensation with high atom number. We therefore think that magnetic traps of this type can be useful tools for the production, study and application of Bose-Einstein condensates.

We thank R. Hulet for helpful discussions. This work was supported by CNRS, EU (N° ERB FMRX-CT96-0002), MENRT, Région Ile de France.

References

1. M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
2. C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollet, R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
3. K.B. Davis, M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
4. H.F. Hess, G.P. Kochanski, J.M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner, T.J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 672 (1987).
5. A.L. Migdall, J.V. Prodan, W.D. Phillips, T.H. Bergemann, H.M. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
6. Y.V. Gott, M.S. Ioffe, V.G. Tel'kovskii, *Nucl. Fusion*, 1962 Suppl., Pt. 3, 1045 (1962); T. Bergeman, G. Erez, H.J. Metcalf, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987); D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983); V.S. Bagnato, G.P. Lafayatis, A.G. Martin, E.L. Raab, R.N. Ahmad-Bitar, D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2194 (1987).
7. V. Vuletic, T.W. Hänsch, C. Zimmermann, *Europhys. Lett.* **36** (5) 349 (1996).
8. D.S. Jin, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 420 (1996).
9. M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988 (1996).
10. M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
11. C.J. Myatt, E.A. Burt, R.W. Ghrist, E.A. Cornell, C.A. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
12. C. Cohen-Tannoudji, Lecture for Collège de France, Paris (1997).

Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms trapped in a high magnetic field

B. Desruelle, V. Boyer, S. G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Unité Mixte du CNRS No. 8501, Boîte Postale 147, 91403 Orsay Cedex, France

M. Lécroivain

Laboratoire d'Electricité Signaux et Robotique (LESiR), ENS de Cachan, ESA 8029, 61 Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan, France

(Received 12 April 1999; revised manuscript received 29 June 1999)

Radio-frequency-induced evaporative cooling of ^{87}Rb atoms in the $F=2, m=2$ ground state in a magnetic trap with a high bias field is found to be hampered, and eventually interrupted, by the presence of nonlinear Zeeman shifts. An experiment studying evaporation at a fixed adjustable rf frequency was used to illustrate this effect. These nonlinear shifts prevent us from reaching quantum degeneracy in the $F=2, m=2$ ground state; however, evaporation in the $F=1, m=-1$ ground state is not adversely affected, and we can produce a Bose-Einstein condensate (BEC). Our analysis shows that this effect can play a role in many BEC experiments. [S1050-2947(99)50909-8]

PACS number(s): 32.80.Pj, 03.75.Fi, 32.60.+i

Radio-frequency-induced evaporative cooling [1,2] of magnetically trapped neutral atoms has proved to be an efficient way to achieve Bose-Einstein condensation (BEC) in dilute gases [3–5]. It consists of removing the most energetic atoms from the trap by coupling a radio-frequency field the trapping state (F, m) , whose potential is minimum at the center of the trap, to a nontrapping state (F, m') , whose potential is maximum at the center of the trap. For a small trapping magnetic field, as in most experiments, the Zeeman effect is linear, and the rf couplings between adjacent Zeeman sublevels ($|\Delta m|=1$) result in a multiphotonic transition from the trapping state to a nontrapping state, allowing efficient forced evaporation. In this paper, we show that in a magnetic trap with a high magnetic field, where the Zeeman splitting is no longer negligible compared to the ground-state hyperfine structure, the evaporation process can be adversely affected, initially by a reduced evaporation efficiency and eventually by a complete interruption of the evaporation process. With the aid of a complementary experiment, we point out the dramatic role of the nonlinear component of the Zeeman shift on the evaporation scheme. This allows us to understand the interruption of evaporation and the failure to achieve BEC with ^{87}Rb atoms in the $F=2, m=2$ ground state in a magnetic field of 150 G, and our ability to obtain it in the $F=1, m=-1$ ground state.

This effect is of importance for BEC experiments using high-field magnetic traps, or atoms with small hyperfine structure. It may also play a role in lines of experimental activity in BEC which investigate the effect of large magnetic fields on atomic properties; for instance, the study of Feshbach resonances.

We will focus here on a Ioffe-type trap, which consists of a superposition of a linear quadrupole field and dipole field that is, respectively, perpendicular and parallel to the z axis. The magnitude of the total magnetic field can be approximated by

$$|\mathbf{B}| = B = B_0 + \left(\frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2} \right) (x^2 + y^2) + B''z^2. \quad (1)$$

The resulting Zeeman shift provides an anisotropic trapping potential for low-field-seeking m states.

A fast thermalization is a key condition for an efficient evaporative cooling. It relies on the ability to increase the elastic collision rate by compression of the atomic cloud. The most widely used means to increase the stiffness of the trapping potential is to partially cancel the bias field B_0 . As seen in Eq. (1), this increases the radial curvature along x and y without changing the axial z curvature. In most experiments, typical values of the compensated bias field are of the order of a few gauss, and the Zeeman shift is linear in the magnetic field.

In our trap, based on the use of ferromagnetic materials [6], we radially compress the atomic cloud by increasing the gradient B' without modifying the bias field. This obliges us to evaporate in a high bias field, for which the Zeeman shift is no longer linear in the magnetic field. Defining

$$\varepsilon = \frac{\mu_B B}{2\hbar \omega_{\text{hf}}} = \frac{\omega_L}{\omega_{\text{hf}}},$$

where ω_L is the linear Zeeman shift between adjacent sublevels, and ω_{hf} the hyperfine splitting of the ground state, we may write the Zeeman shift for ^{87}Rb to second order in ε as

$$E_{F,m}(\varepsilon) = E_F + (-1)^F \{ \hbar \omega_{\text{hf}} m \varepsilon + \hbar \omega_{\text{hf}} (4 - m^2) \varepsilon^2 \}. \quad (2)$$

When the quadratic term in Eq. (2) is negligible, all the rf couplings between adjacent Zeeman sublevels are resonant at the same location in the trap [Fig. 1(a)]. Thus, for a large enough rf power, any atom trapped in the upper trapping state, traveling from the center of the trap and crossing the resonance (rf knife), experiences an adiabatic passage to the lower nontrapping state, and is expelled from the trap. By contrast, in the case of a high bias field, the rf couplings are not resonant at the same location because of the quadratic Zeeman effect [see Fig. 1(b)]. Depending on the hyperfine state, this effect leads to different scenarios, which we have experimentally investigated.

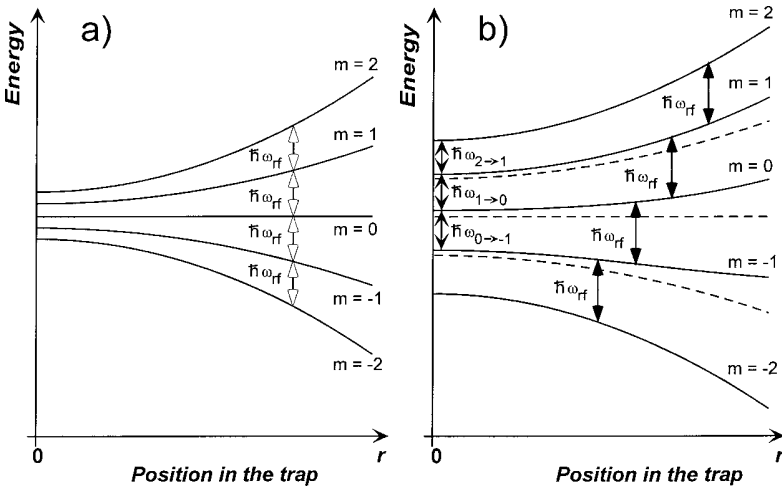


FIG. 1. Zeeman shift in a quadratic magnetic trap. In the linear approximation (a), the rf couplings between adjacent sublevels are resonant at the same location (rf knife, in white arrows). When the quadratic Zeeman effect is not negligible (b), the resonance points of the rf couplings are separated in space (black arrows). For the sake of clarity, the role of the Zeeman quadratic shift has been exaggerated.

Our experimental scheme uses a highly confining iron-core electromagnet described elsewhere [6]. Recent improvements, including lamination of the pole pieces and the yoke, greatly reduce eddy currents, and allow us to switch off the field within 1 ms. The power consumption is 4 W per coil for a gradient $B' = 900$ G/cm, and the maximum gradient at saturation is 1400 G/cm. The ability to produce large gradients compensates the fact that the bias field B_0 cannot be reduced without also reducing the dipole curvature B'' . The ratio B_0/B'' is fixed by construction to 1 cm^2 . The electromagnet is placed around a glass cell of inner volume $1 \times 1 \times 4 \text{ cm}^3$, pumped with a ion pump and a titanium sublimation pump. We load a magneto-optical trap (MOT) from a Zeeman slowed atomic beam, then switch to a forced dark MOT [7]. We obtain 8×10^8 atoms at a density of $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. After additional molasses cooling, we optically pump the atoms into either the $F=2, m=2$ or the $F=1, m=-1$ state. We then switch on the electromagnet in a configuration matching the phase-space density of the atomic cloud. The bias field B_0 is then fixed to ~ 150 G for $F=2$, or to ~ 190 G for $F=1$. At the end of this loading procedure, the trap contains $N = 4 \times 10^8$ atoms at a temperature of $100 \mu\text{K}$, with a peak density of $5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. All this information is obtained by absorption imaging on a charge-coupled-device camera.

We first present the effect of the quadratic Zeeman shift on the evaporation of an atomic cloud magnetically trapped in the $F=2, m=2$ state. At a bias field of about 150 G, the transition frequency between the sublevels m and $m-1$ at the center of the trap [see Fig. 1(b)] is, from Eq. (2),

$$\omega_{m \rightarrow m-1} = 106.5 + (1.5 - m \times 3) \text{ MHz} \times 2\pi. \quad (3)$$

Because these transition frequencies decrease with m , the atoms in $m=2$ can be transferred to the intermediate trapping states $m=1$ and $m=0$ [8] without reaching the nontrapping states $m=-1$ and $m=-2$. To demonstrate this, we apply a fixed rf knife, close to the resonance frequencies $\omega_{m \rightarrow m-1}$ at the center of the trap, for 5 s. The rf power is adjusted for an efficient transfer between sublevels. Then, we turn off the trap and image the cloud. As the stiffness of the potential depends on m , the size of the cloud is an indication of the internal state of the atoms. Figure 2 shows a plot of the size of the cloud as a function of the rf frequency $\omega_{\text{rf}}/2\pi$. It

features three discontinuities that indicate different final Zeeman sublevels of the atoms. When $\omega_{\text{rf}} < \omega_{2 \rightarrow 1}$, no transition is possible at any point of the trap, and the cloud of atoms in $m=2$ is left unchanged. When $\omega_{2 \rightarrow 1} < \omega_{\text{rf}} < \omega_{1 \rightarrow 0}$, the $m=2$ and $m=1$ sublevels are coupled, and a significant fraction of the atoms is transferred in the $m=1$ sublevel. As the stiffness of the potential for $m=1$ is smaller than for $m=2$, the cloud is broader. Similarly, when $\omega_{1 \rightarrow 0} < \omega_{\text{rf}} < \omega_{0 \rightarrow -1}$, the $m=2, m=1$, and $m=0$ sublevels are connected, and a macroscopic population builds up in the $m=0$ sublevel. This results in a broad cloud, since the $m=0$ sublevel is a weakly trapping state, with a smaller cloud of atoms in the $m=2$ and $m=1$ states. Finally, when $\omega_{0 \rightarrow -1} < \omega_{\text{rf}}$, $m=2$ is connected to the nontrapping state $m=-1$ via $m=1$ and $m=0$, evaporation occurs, and we observe a small cloud of cold atoms in $m=2$. The frequency difference between the discontinuities of 3 MHz in Fig. 2 agrees with Eq. (3). We also checked that it scales as B_0^2 by performing the same experiment for different values of the bias field.

This preliminary experiment suggests that forced evaporative cooling will be subject to unwanted effects as the rf knife gets close to the bottom of the potential well. This is

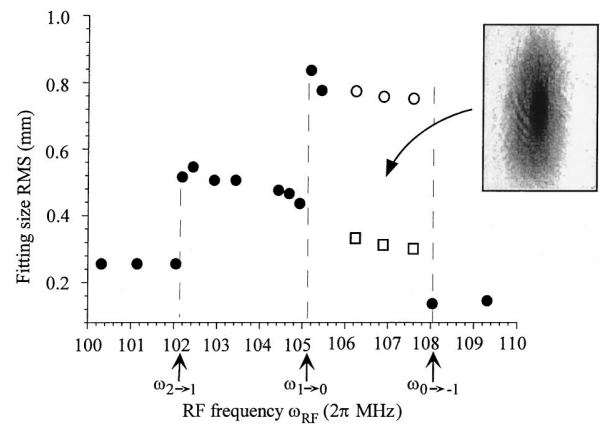


FIG. 2. Measured size of an atomic cloud magnetically trapped in the $F=2, m=2$ state after the application of a 5-s fixed rf knife, as a function of the rf frequency. We give the rms width of the fitting Gaussian. When a double structure clearly appears, as shown in the inset, we use a double Gaussian fit and report both rms widths (white circles and boxes).

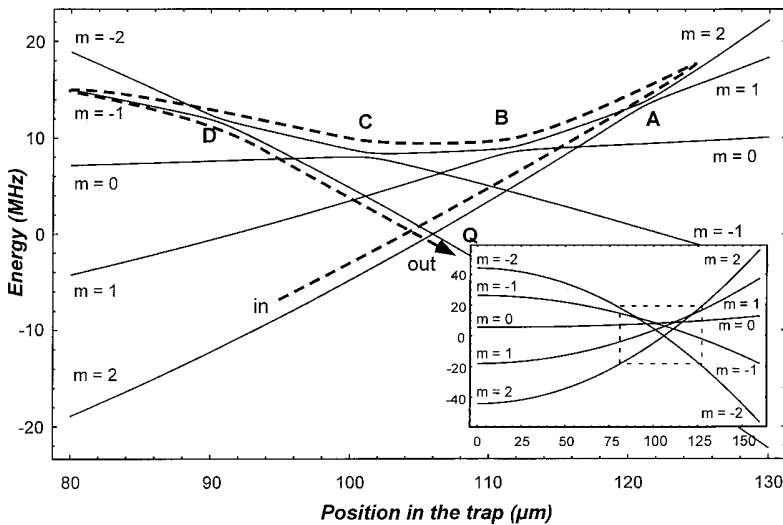


FIG. 3. Adiabatic potentials of the Zeeman sublevels of the $F=2$ hyperfine state, dressed by the rf field, in a quadratic magnetic trap. The inset is a global view of the trap, while the main figure shows the rf knife region. It features one of the most direct paths for an atom to escape from the trap (dashed line). At point Q , the multiphotonic coupling is too small for the atom to follow the adiabatic potential. At points B and C , the atom follows the avoided crossing. At points A and D , the atom crosses the avoided crossing once, and avoids it the other time.

confirmed by the observation of an interruption in the evaporation of a cloud of atoms in the $F=2$, $m=2$ state in the following experiment. After the transfer to the magnetic trap, we adiabatically compress the atoms by increasing the gradient B' to 900 G/cm, the oscillation frequencies are $22 \text{ Hz} \times 2\pi$ along the dipole axis, and $90 \text{ Hz} \times 2\pi$ along both quadrupole axes. The temperature of the atomic cloud increases to $300 \mu\text{K}$ with a collision rate of 30 s^{-1} . With our trap lifetime of 40 s, the condition for a successful runaway evaporation is fulfilled [1]. Indeed, while ramping down the rf frequency from 130 MHz to a value close to 110 MHz, we initially observe that the optical thickness of the sample increases, which is a clear indication of the runaway cooling regime. We can cool down the sample to about $50 \mu\text{K}$ until ω_{rf} becomes equal to $\omega_{0 \rightarrow -1}$. Then the atoms can no longer be transferred to a nontrapping state, and cooling stops. If we proceed, a broad cloud of atoms in the $F=2$, $m=0$ state appears around the cloud of atoms in the $F=2$, $m=2$ state.

A more subtle consequence of the separation of the various transition frequencies hinders the evaporation from the very beginning of the cooling. As soon as the rf is applied, the atoms accumulate in the intermediate sublevels $m=1$ and $m=0$. To understand this effect, we consider the adiabatic potentials of an atom in $F=2$ dressed by the rf photons, shown in Fig. 3. Due to the presence of the nonlinear component of the Zeeman shift, the crossings between different magnetic sublevels do not occur at the same location in the trap. At a crossing between two adjacent sublevels ($|\Delta m|=1$), the rf coupling, characterized by a matrix element C , causes a splitting (avoided crossing) of the order of C , clearly visible in the figure. On the other hand, at crossings where $|\Delta m| \geq 2$, the splitting is much smaller than C , as the quadratic term of the Zeeman shift $2\hbar\omega_{\text{hf}}\epsilon^2$ (corresponding to a few MHz) is greater than the matrix element C (typically 10 kHz) [9]. At the crossing between adjacent sublevels, atoms at a temperature of $300 \mu\text{K}$ or less follow the dressed state with a (Landau-Zener) probability of the order of 1, and experience a change of magnetic sublevel ($|\Delta m|=1$). By contrast, the probability of adiabatic following at crossings where $|\Delta m| \geq 2$ is negligible for temperatures greater than 300 nK , and the atoms make a nonadiabatic passage and remain in the same magnetic sublevel.

This means that the sublevel changes are significant only at crossings between adjacent sublevels. As an immediate consequence, an atom requires successive $|\Delta m|=1$ transitions to escape the trap. Figure 3 features one of the most direct paths for an atom to reach a nontrapping state. It can be seen that the atom needs several adiabatic and nonadiabatic passages. As a result, the best evaporation efficiency is obtained for roughly equal probabilities of adiabatic and nonadiabatic passage, which entails the existence of an optimum of the rf power. We experimentally checked that the phase-space density obtained after the evaporation shows a maximum as a function of the rf power. Nonetheless, since the optimized probability of transfer between the adjacent sublevels is of the order of $1/2$, a macroscopic population in the $m=1$ and $m=0$ states grows during the evaporation. A strong indication of this is the observation of a heating of $5 \mu\text{K/s}$ of the $m=2$ cloud, when we remove the rf knife at the end of the evaporation ramp, just before $\omega_{0 \rightarrow -1}$ is reached. This heating may be understood as a thermalization between the cold atoms in $m=2$ and fast atoms that have accumulated in $m=0$. Inelastic collisions will also heat the cloud. For instance, a spin exchange collision of the form $(m=1) + (m=1) \rightarrow (m=0) + (m=2)$, though its collision rate may be low [10], releases an energy $2\hbar\omega_{\text{hf}}\epsilon^2 \approx 150 \mu\text{K}$.

In contrast to evaporation in $F=2$, forced evaporative cooling for atoms trapped in $F=1$, $m=-1$ is not adversely affected by the quadratic Zeeman effect. As $\omega_{-1 \rightarrow 0} < \omega_{0 \rightarrow 1}$ and the $m=0$ state is a nontrapping state [Eq. (2)], the atom can be expelled from the trap following a single adiabatic potential (Fig. 4), and the usual evaporative cooling scheme is unhindered. The restriction on the upper value of the rf power mentioned for the $F=2$ case does not apply here. For atoms loaded in the $F=1$ state, after adiabatic compression by increasing the gradient B' to 1200 G/cm, the oscillation frequencies are $18 \text{ Hz} \times 2\pi$ along the dipole axis and $75 \text{ Hz} \times 2\pi$ along both quadrupole axes. By ramping down the rf frequency from 160 to 130 MHz, we could successfully cool down the sample, and we observed the BEC transition at a temperature of $\sim 300 \text{ nK}$. With further cooling, we obtained a quasipure condensate of a few 10^5 atoms.

In conclusion, the quadratic Zeeman effect can severely affect evaporative cooling in the upper hyperfine state of

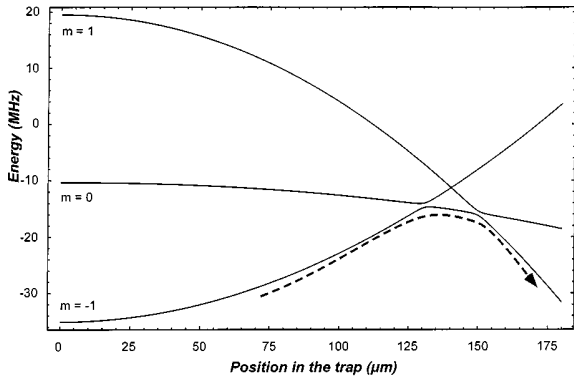


FIG. 4. Adiabatic potentials of the Zeeman sublevels of the $F=1$ hyperfine state, dressed by the rf field, in a quadratic magnetic trap. The dashed line shows the trajectory of an escaping atom. It follows the adiabatic potential at each avoided crossing.

^{87}Rb , because the rf couplings between adjacent sublevels ($|\Delta m|=1$) do not occur at the same location. The most obvious effect is the interruption of the coupling between the trapping and nontrapping states before the atoms reach the degeneracy regime. A second effect occurs before this situation is reached: evaporation requires successive $|\Delta m|=1$ transitions with a probability of less than 1. This results in a reduced evaporation efficiency [11], and a macroscopic population of hot atoms builds up in the intermediate sublevels. This second effect may become important when the qua-

dratic Zeeman term $2\hbar\omega_{\text{hf}}\epsilon^2$ is not negligible compared to the rf coupling C ; here the anticrossings for adjacent sublevels do not merge into a single anticrossing. For a coupling C/h of 10 kHz, the field at which both terms are equal is 4 G for ^{23}Na , and 8 G for ^{87}Rb . For a time-averaged orbiting potential trap, the rotating bias field can easily be of the order of 10 G, which is close to this value. Even in experiments with a compensated bias field, evaporation starts at a position in the trap where the magnetic field is of the order of 10 G. In both cases, the resulting macroscopic population in the intermediate levels can have dramatic effects if the inelastic collision rate is important, as pointed out in [10].

Several strategies can circumvent the adverse consequences of the quadratic Zeeman effect and achieve efficient forced evaporative cooling of ^{87}Rb in $F=2$. First, one could use several rf frequencies, in order to induce a direct transition from $m=2$ to $m=-1$. Another solution would be to use the 6.8-GHz microwave transition from $F=2$, $m=2$ to the nontrapping state $F=1$, $m=1$. Such a hyperfine microwave evaporation was implemented in the experiments carried on ^7Li [4]. On the other hand, the quadratic Zeeman effect lifts the degeneracy of the rf transitions, which can be a powerful tool to manipulate the spin of the trapped atoms, and to address separately the different spin transitions.

This work was supported by the CNRS, EU (No. ERB FMRX-CT96-0002), MENRT, Région Ile de France. S.G.M. acknowledges support from Ministère des Affaires Etrangères.

- [1] W. Ketterle and N. J. van Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996), and references therein.
- [2] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [4] C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997); see also C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *ibid.* **75**, 1687 (1995).
- [5] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [6] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécivain, F. Alves, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [7] M. A. Anderson, W. Petrich, J. R. Ensher, and E. A. Cornell,

Phys. Rev. A **50**, R3597 (1994).

- [8] Due to the quadratic Zeeman effect, the $F=2$, $m=0$ sublevel is a weakly trapping state.
- [9] The coupling between Zeeman sublevels with $|\Delta m|\geq 2$ involves multiphoton transitions whose detuning δ from the intermediate Zeeman sublevels is of the order of the quadratic part of the Zeeman shift. For $C\ll h\delta$, it leads to an effective coupling of the order of $C(C/h\delta)^{|\Delta m|-1}$, much smaller than C . For $C\geq h\delta$, the usual multiphotonic evaporation scheme works [1].
- [10] K.-A. Suominen, E. Tiesinga, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **58**, 3983 (1998).
- [11] This effect should not be confused with the reduced efficiency of adiabatic following due to the many-sublevel structure pointed out in [10].

Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field

V. Boyer, S. Murdoch, Y. Le Coq, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect

Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, Boîte Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France

(Received 4 April 2000; published 5 July 2000)

We demonstrate a way to circumvent the interruption of evaporative cooling observed at high bias field for ^{87}Rb atoms trapped in the ($F=2, m=+2$) ground state. Our scheme uses a three-frequency rf knife achieved by mixing two rf frequencies. This compensates part of the nonlinearity of the Zeeman effect, allowing us to achieve Bose-Einstein condensation where the standard one-frequency rf knife evaporation method did not work. We are able to get efficient evaporative cooling, provided that the residual detuning between the transition and the rf frequencies is smaller than the power broadening of the rf transitions at the end of the evaporation ramp.

PACS number(s): 03.75.-b, 32.60.+i, 32.80.Pj, 32.80.Wr

Forced evaporative cooling of atoms [1,2] in a magnetic trap is at the moment the only known way to achieve Bose-Einstein condensation (BEC) [3–5]. Particles with energy significantly larger than the average thermal energy are removed from the trap and the remaining ones thermalize to a lower temperature by elastic collisions. For that, a radio-frequency (rf) magnetic field is used to induce a multiphoton transition from a trapping state to a nontrapping state via all intermediate Zeeman sublevels. Atoms moving in the trap with sufficient energy can reach the resonance point (rf knife) and exit the trap. If the rf frequency is decreased slowly enough, and no other process is hampering the forced evaporation, the increase of the phase-space density obtained by this method eventually leads to Bose-Einstein condensation.

In a previous publication [6], we reported that rf forced evaporative cooling of ^{87}Rb atoms in the ($F=2, m=+2$) ground state in a magnetic trap with a high bias field is hindered and eventually interrupted. Our interpretation of this phenomenon is based on the nonlinear terms of the Zeeman effect that lift the degeneracy of transition frequencies between adjacent Zeeman sublevels. This interpretation is supported by numerical calculations [7]. Interrupted evaporative cooling in a large magnetic field is a serious problem in several situations, which is interesting for practical reasons — like the use of permanent magnets [8] or of an iron core electromagnet such as the one described in [9]. High-magnetic-field evaporation is also important in connection with Feshbach resonances [10–13]. In this paper, we demonstrate that it is possible to achieve efficient evaporative cooling in a high magnetic field by use of a multifrequency rf knife allowing a multiphoton transition to take place across nonequidistant levels. We show that, for our range of magnetic fields, it is possible to use a simple experimental scheme where the three required frequencies are obtained by rf frequency mixing yielding a carrier and two sidebands.

We focus in this paper on ^{87}Rb in the $F=2$ manifold of the electronic ground state. Atoms are initially trapped in the $m=+2$ state. Our high bias field magnetic trap follows the Ioffe-Pritchard scheme. To the second order in position [see Eq. (1) in [6]], the magnetic field modulus B has a three-dimensional quadratic dependence allowing trapping, plus a

bias field B_0 between 50 and 200 G. This is much larger than in most other experiments where B_0 can be independently adjusted, and is set typically at 1 G [14]. In a large magnetic field, the nonlinear terms are not negligible in the Zeeman shifts given by the Breit-Rabi formula

$$E_m(B) = m g_I \mu_n B + \frac{\hbar \omega_{\text{HF}}}{2} (\sqrt{1 + m \xi + \xi^2} - 1), \quad (1)$$

with

$$\xi = \frac{(g_S \mu_B + g_I \mu_n) B}{\hbar \omega_{\text{HF}}}.$$

Here $g_S \approx 2.002$ and $g_I \approx 1$ are, respectively, the Landé factor for the electron and the nucleus, μ_B and μ_n are the Bohr magneton and the nucleus magneton, and ω_{HF} ($2\pi \times 6834.7$ MHz) is the hyperfine splitting.

Compared to the low-magnetic-field case [1,2], the evaporation process changes drastically. At a given magnetic field, the spacings between adjacent sublevels ($|\Delta m|=1$) are not equal and the direct multiphoton transition from trapping to nontrapping states becomes negligible. Evaporation of hot atoms can only happen via a sequence of one-photon transitions of limited efficiency (see Fig. 8 in [15]) that are separated in space. This results in long lasting atoms in the $m=+1$ and $m=0$ states [16] that are responsible for hindered evaporative cooling. Moreover, transitions to nontrapping states are suppressed at the end of the evaporation ramp, leading to an interruption of cooling before BEC is reached.

To overcome these limitations, three distinct rf fields can be used to induce a direct three-photon transition from the $m=+2$ trapping state to the $m=-1$ nontrapping state. At a magnetic field B , the three rf frequencies must match the transition frequencies defined by

$$\begin{aligned} \omega_0 - \delta\omega'_0 &= (E_2 - E_1)/\hbar, \\ \omega_0 &= (E_1 - E_0)/\hbar, \\ \omega_0 + \delta\omega_0 &= (E_0 - E_{-1})/\hbar, \end{aligned} \quad (2)$$

with E_m taken from Eq. (1).

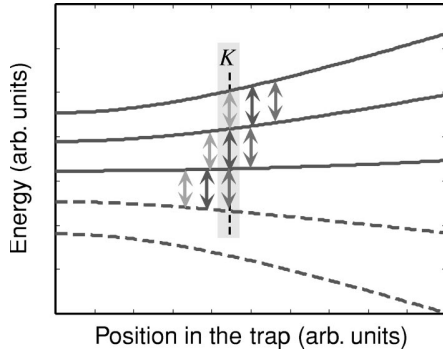


FIG. 1. Implementation of the three-frequency rf knife to evaporate in a high magnetic field. All possible transitions are represented. Evaporation happens at K via a three-photon transition resonant in the intermediate states.

Figure 1 represents all possible transitions induced by these three rf frequencies in the magnetic trap. At position K , each rf field is resonant with a given transition: the smallest rf frequency with the $(m=+2) \rightarrow (m=+1)$ transition, the intermediate frequency with the $(m=+1) \rightarrow (m=0)$ transition, and the largest frequency with the $(m=0) \rightarrow (m=-1)$ transition; this is where the three-photon transition occurs. Because of the ordering of the three rf frequencies, the points where one-photon transitions can be induced from $m=+2$ to $m=+1$ by the two larger frequencies are located beyond K (the multiphoton knife). Consequently, during the evaporation, hot atoms will first encounter the three-photon knife and be expelled from the trap, provided that the rf power is large enough to enable efficient multiphoton adiabatic passage to the nontrapping state $m=-1$.

The discussion above shows that, in principle, the multi-frequency evaporation requires a synchronized nontrivial sweep of three different frequencies in the 100-MHz range, with an accuracy of a few kHz (see below). We have rather implemented a simplified scheme where the three frequencies are obtained by mixing a carrier at frequency ω_{rf} with a smaller frequency $\delta\omega_{\text{rf}}$. We then obtain three equally spaced radio-frequency fields: $\omega_{\text{rf}} - \delta\omega_{\text{rf}}$, ω_{rf} , and $\omega_{\text{rf}} + \delta\omega_{\text{rf}}$, of approximately the same power (as checked with a spectrum analyzer). Since in general $\delta\omega_0$ and $\delta\omega'_0$ are slightly different, the rf frequencies will not exactly match the transition frequencies of Eq. (2). Nonetheless, they compensate the second-order (quadratic) term of the Zeeman shift, and should work under certain conditions discussed below.

At the position where the three-photon transition is resonant, the carrier frequency ω_{rf} will verify

$$3\omega_0 + \delta\omega_0 - \delta\omega'_0 = 3\omega_{\text{rf}}, \quad (3)$$

but there will be a residual detuning for each one-photon step of the multiphoton transition. For example, the optimum $\delta\omega_{\text{rf}}$ that maximizes the multiphoton transition probability will be

$$\delta\omega_{\text{rf}} = \frac{\delta\omega_0 + \delta\omega'_0}{2} \quad (4)$$

and the residual detunings for each intermediate steps of the three photons transition are then both equal to

$$\Delta = \frac{\delta\omega_0 - \delta\omega'_0}{6}. \quad (5)$$

If the Rabi frequency Ω_{rf} associated with each one-photon transition is significantly larger than the residual detuning Δ , the multiphoton transition is quasiresonant in the intermediate levels, leading to an effective Rabi frequency $\Omega_{\text{eff}} \propto \Omega_{\text{rf}}$. If on the other hand Ω_{rf} is smaller than Δ , the effective Rabi frequency is

$$\Omega_{\text{eff}} \propto \frac{\Omega_{\text{rf}}^3}{\Delta^2} \quad (6)$$

and the multiphoton transition is inefficient for evaporation; we are then in the scheme of hindered and interrupted evaporation. We therefore expect that our scheme will be efficient for small enough magnetic field when the residual detuning Δ is smaller than the one-photon Rabi frequency Ω_{rf} .

Table I gives the values of the Zeeman shifts and the difference $\delta\omega_0 - \delta\omega'_0$ for various magnetic fields. For the rf power used in this scheme, the one-photon Rabi frequency Ω_{rf} is of the order of 10 kHz, and the discussion above shows that our simplified three-frequency knife evaporation scheme should work for magnetic fields significantly less than 100 G. This is what we observe: it is impossible to achieve BEC in bias fields of 207 and 110 G, but BEC is obtained in a trap with a bias field of 56 G by using an appropriate sideband splitting $\delta\omega_{\text{rf}}$ that is kept constant while ramping down the carrier frequency ω_{rf} .

Figure 2 shows the effect of the sideband splitting $\delta\omega_{\text{rf}}$ at a bias field value of 56 G. We have plotted the number of condensed atoms as a function of $\delta\omega_{\text{rf}}$, all other parameters being kept unchanged. This is a good indication of the efficiency of the evaporation. The curve shows a maximum at $\delta\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 0.45$ MHz. This value verifies Eq. (4) for a magnetic field of 56.6 G. This magnetic field corresponds to the

TABLE I. Zeeman effect for different magnetic fields, calculated from the Breit-Rabi formula.

B (G)	56	110	207
$(\omega_0 - \delta\omega'_0)/2\pi$ (MHz)	39.058-0.434	76.255-1.621	141.800-5.398
$\omega_0/2\pi$ (MHz)	39.058	76.255	141.800
$(\omega_0 + \delta\omega_0)/2\pi$ (MHz)	39.058+0.449	76.255+1.732	141.800+6.096
$(\delta\omega_0 - \delta\omega'_0)/2\pi$ (kHz)	15	111	698

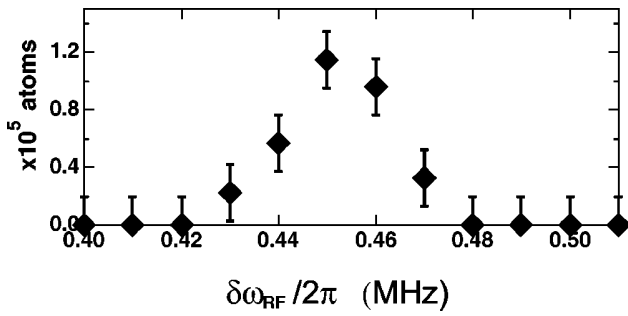


FIG. 2. Bose-Einstein condensation with the three-frequency rf knife: number of atoms in the condensate versus the sideband frequency $\delta\omega_{\text{rf}}$. The width of the curve is of the order of the Rabi frequency of a one-photon rf transition.

position of the rf knife at the end of the ramp. We conclude that frequency matching is mostly important in the last part of the radio-frequency ramp. The width of the curve is about 10 kHz (half width at half maximum), which corresponds to power broadening [17].

Table II reports experimental data showing quantitatively the efficiency of our simplified three-frequency knife scheme, without which BEC could not be obtained at 56 G. It is interesting to note that, even when the magnetic field is too large to allow our simplified three-frequency knife scheme to reach BEC, it is nevertheless more efficient than a simple one-frequency knife, since it allows us to reach a significantly lower temperature. It is also remarkable that an efficient evaporation was obtained at a bias field of 56 G, since the beginning of the evaporation takes place in a larger magnetic field (of the order of 200 G) where the condition (4) does not hold, and the detuning of the intermediate one-photon transitions is much larger than the Rabi frequency Ω_{rf} . Although it has not been noticed much, a similar situation is encountered in most BEC experiments (using one-frequency knife evaporation): the nonlinear Zeeman effect at the beginning of the evaporation is often much larger than the Rabi frequency, and the evaporation hampering described in [6] is certainly happening then. The success of these experiments as well as of our three-frequency scheme shows that whether the evaporation is hindered or not only matters at the end of the evaporation ramp. To qualitatively understand this observation, we can note that the heating induced by the atoms populating the intermediate levels should not vary drastically with the temperature of the

TABLE II. Experimental results: lowest temperature achievable with and without sideband activated, and highest phase-space density achieved for different bias fields. At a bias field of 56 G, our three-frequency scheme yields BEC, while a single frequency scheme fails because of interrupted evaporative cooling.

B_0 (G)	56	110	207
$T_{1\text{-freq}}$ (μK)	10	50	100
$T_{3\text{-freq}}$ (μK)	0.1	0.5	15
$n\lambda_{3\text{-freq}}^3$	>2.612	0.1	10^{-3}

cooled cloud. At the beginning of the evaporation, i.e., “high” temperatures, the relative heating stays negligible [18]. Close to the end, i.e., “low” temperature, when heating should give rise to hampered evaporative cooling, evaporation is fully efficient and the intermediate levels are completely depleted. This could explain the success of BEC experiments. To verify these assumptions, more theoretical work, for instance in the spirit of [7], is needed.

In conclusion, we have demonstrated a scheme to circumvent the hindrance and interruption of evaporative cooling in the presence of the nonlinear Zeeman effect. We implement a three-frequency evaporative knife by a modulation of the rf field, yielding two sidebands. This scheme allows us to obtain BEC of ^{87}Rb atoms in the ($F=2, m=+2$) ground state in a bias field of 56 G, where the standard one-frequency rf evaporation scheme fails. Our observations also support the physical ideas presented in our previous work to explain the hindrance and interruption of evaporative cooling in a high magnetic field, as well as the qualitative discussions of this paper.

The success of this simplified scheme and the complementary observations reported in this paper indicate that a more sophisticated multifrequency evaporation scheme should work at larger bias field, provided that the resonance in the intermediate steps of the multiphoton transition is achieved within the Rabi frequency of the one-photon transitions, at the end of the evaporative ramp.

The authors thank S. Rangwala for helpful discussions and M. Lécivain for the elaboration of the iron-core electromagnet. This work is supported by CNRS, MENRT, Région Ile de France, DGA, and the European Community. S.M. acknowledges support from the Ministère des Affaires Étrangères. Y.L.C. acknowledges support from the DGA.

- [1] W. Ketterle and N.J. Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996), and references therein.
 [2] O.J. Luiten, M.W. Reynolds, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996); J. Walraven, *Quantum Dynamics of Simple Systems*, Proceedings of the 44th Scottish University Summer School in Physics, Stirling, 1996, edited by G-L. Oppo *et al.* (IOP, Bristol, 1996).
 [3] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).

- [4] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett, and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); C.C. Bradley *et al.*, *ibid.* **78**, 985 (1997).
 [5] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
 [6] B. Desruelle, V. Boyer, S.G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
 [7] O.H. Pakarinen and K.-A. Suominen, e-print physics/9910043

- (1999).
- [8] J.J. Tollett, C.C. Bradley, C.A. Sackett, and R.G. Hulet, *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).
- [9] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécivain, F. Alves, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [10] J. Stenger, S. Inouye, M.R. Andrews, H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2422 (1999).
- [11] Vlado Vuletic, Andrew J. Kerman, Cheng Chin, and Steven Chu, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1406 (1999).
- [12] Ph. Courteille, R.S. Freeland, D.J. Heinzen, F.A. van Abeelen, and B.J. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 69 (1998).
- [13] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, e-print physics/0004290.
- [14] Note, however, that in time-averaged orbiting potential traps the bias field often exceeds 10 G, and hindered cooling may play a role, specially when the atomic ground-state hyperfine splitting is relatively small, as in sodium, for example.
- [15] P. Bouyer, V. Boyer, S.G. Murdoch, G. Delannoy, Y. Le Coq, A. Aspect, and M. Lécivain, e-print physics/0003050.
- [16] The $m=0$ state is a trapping state in this manifold because of the nonlinearity of the Zeeman effect.
- [17] This conclusion was corroborated by a calculation of the energies of the dressed states for a given set $\{\Omega_{rf}, \omega_{rf}, \delta\omega_{rf}\}$. From the calculated energy splitting $C \approx \Omega_{\text{eff}}$ at the ($m = +2, m = -1$) level crossing, we used the two-level Landau-Zener probability that the atoms will follow an adiabatic transition. We verified that for small Rabi frequencies (i.e., small evaporation efficiency), as in our experiment, this three-photon transition is the most probable transition at any sideband detuning $\delta\omega_{rf}$. This numerical calculation can be used to fit the experimental data. We can estimate the one-photon Rabi frequency $\Omega_{rf} = 2\pi \times 8 \pm 4$ kHz.
- [18] Except maybe for the case of destructive energy releasing collisions as in ^{23}Na . See P.S. Julienne, F.H. Mies, E. Tiesinga, and C.J. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).

Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling

G. Delannoy,* S. G. Murdoch, V. Boyer, V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect

Groupe d'Optique Atomique Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, Boîte Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France

(Received 5 January 2001; published 9 April 2001)

We show, both experimentally and theoretically, that sympathetic cooling of ^{87}Rb atoms in the $|F=2, m_F=2\rangle$ state by evaporatively cooled atoms in the $|F=1, m_F=-1\rangle$ state can be precisely controlled so as to produce a condensate in either or both states. We also study the thermalization rate between two species. Our model renders a quantitative account of the observed role of the overlap between the two clouds and verifies that sympathetic cooling becomes inefficient when the masses are very different. Our calculation also yields an analytical expression of the thermalization rate for a single species.

DOI: 10.1103/PhysRevA.63.051602

PACS number(s): 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj, 51.30.+i

Evaporative cooling has proved to be an efficient route toward Bose-Einstein condensation (BEC) [1]. However, not all the species are eligible for evaporation. For instance, the elastic cross section may be small [2,3] or may be forbidden as for fermions at low temperature [4]. In the case of a rare species, one may also want to avoid the large loss of atoms inherent to evaporative cooling. Sympathetic cooling is potentially a very good solution in those cases, and may also be used to enhance ‘‘standard’’ cooling techniques [5]. It consists in putting the target sample we want to cool in thermal contact with a buffer gas that can be cooled to the desired temperature. This cooling can be done either by conventional cryogenics [6,7], or by evaporative cooling as demonstrated by Myatt *et al.* [8]. These authors have produced dual BEC by sympathetic cooling of a gas of ^{87}Rb atoms in the $|F=2, m_F=2\rangle$ state (target gas, noted $F=2$ hereafter) by the use of an evaporatively cooled gas of ^{87}Rb atoms in the $|F=1, m_F=-1\rangle$ state (buffer gas noted $F=1$). In their experiment, the number of target atoms, although almost constant during the initial phase of the cooling, decreases significantly near the condensation. In this paper, we investigate a situation similar to the one of Myatt *et al.*, but thanks to a high bias field, the number of atoms in the target gas remains constant in the last cooling stage, all the way down to BEC. This allows us to quantitatively study how the production of dual BEC relies on a precise control of the initial conditions. We also study the effect of the interspecies thermalization rate on sympathetic cooling efficiency, by changing the overlap between the buffer and the target gas. Our experimental observations agree with the results of a calculation of the thermal contact between the atomic species. This calculation not only shows the crucial role of the overlap, but also why sympathetic cooling is very efficient for equal masses of the target and buffer gases. In addition, it allows us to recover in an analytic way a result previously found numerically for the thermalization rate of a single species.

Our experimental apparatus has been described in a previous publication [9]. After a laser cooling sequence, we transfer the ^{87}Rb atoms from a dark spontaneous-force opti-

cal trap into the magnetic trap. During the transfer, an optical pumping pulse allows us to transfer most of the atoms in $F=1$ (buffer), while keeping an adjustable fraction in $F=2$ (target). Our iron-core Ioffe-Pritchard trap operates with a high bias field B_0 between 50 and 250 G, and the magnetic-field curvature C along the dipole direction is linked to B_0 (the ratio B_0/C is fixed by construction to 1 cm^2). After adiabatic compression, the magnetic-field gradient in the strong (quadrupole) directions is $G=1\text{ kG/cm}$. To cool down $F=1$, we use standard rf forced evaporation. We characterize both species simultaneously by absorption imaging after turning off the magnetic trap. During this release, the atoms experience a magnetic kick due to a Stern-Gerlach effect that allows us to spatially separate atoms in $F=1$ and atoms in $F=2$. We probe on the $F=2 \rightarrow F'=3$ transition after repumping the atoms from $F=1$ to $F=2$. With usual analysis, we derive the temperature of the two clouds from the image.

In a first experiment, we have studied sympathetic cooling at a bias of 56 G, with initially 10^8 atoms in $F=1$ at a temperature of $300\text{ }\mu\text{K}$, and various initial numbers of atoms in $F=2$. We observe no loss of target atoms during the whole cooling process [10]. Indeed, the atoms in $F=2$ see a trapping potential twice as steep as for $F=1$, and as in [8], very few target atoms are evaporated at the beginning of the evaporation sequence. Moreover, at our high bias field, the nonlinear Zeeman effect prevents rf coupling of the $|F=2, m_F=2\rangle$ trapping state to any nontrapping state at the end of the evaporation [9,11]. When starting with a very small ($\leq 3 \times 10^4$) number of atoms in $F=2$, we get a $F=1$ condensate with typically 10^6 atoms. If we continue the evaporation, another condensate appears in $F=2$ at a lower temperature. For 3×10^4 atoms in $F=2$, both gases condense simultaneously at a temperature of 200 nK, as shown Fig. 1(a). If we start with a larger number of target atoms (but smaller than 8×10^4), a condensate appears first in $F=2$ at $T > 200\text{ nK}$, and then in $F=1$ at $T < 200\text{ nK}$. For a yet larger number of target atoms, we can obtain a condensate in $F=2$ and no condensate in $F=1$. If the number of atoms in $F=2$ is more than 2×10^5 , BEC is observed in neither hyperfine state.

These experimental observations can be explained with a simple model based on an energy budget. We assume that

*Electronic address: guillaume.delannoy@iota.u-psud.fr, <http://atomoptic.iota.u-psud.fr>

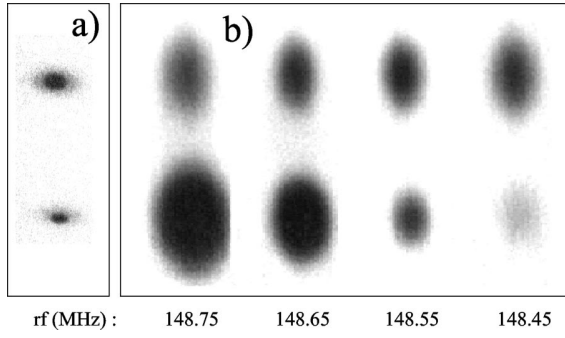


FIG. 1. Sympathetic cooling of ^{87}Rb atoms in $|F=2, m_F=2\rangle$ (upper images) by evaporatively cooled atoms in $|F=1, m_F=-1\rangle$ (lower images): effect of the thermal contact. (a) Small sag ($7\ \mu\text{m}$) between the two clouds: sympathetic cooling yields BEC for both species. (b) Larger sag ($26\ \mu\text{m}$): below 400 nK (third snapshot), the temperature of the target does not decrease anymore while completely evaporating the buffer.

both species are always thermalized (see last part of this paper), and that the number N_2 of target atoms is constant. The total energy of the N_1 buffer and N_2 target atoms in harmonic traps is therefore $E=3(N_1+N_2)k_B T$. The buffer gas is evaporatively cooled with an energy cutoff $\eta k_B T$. We denote dN_1 the elementary (negative) variation of the number of buffer atoms. The corresponding (negative) energy variation is $dE=dN_1(\eta+\kappa)k_B T$, where $\kappa \in [0,1]$ is a function of η [1,12]. After rethermalization at a lower temperature $T+dT$, the total energy becomes $E+dE=3(N_1+dN_1+N_2)k_B(T+dT)$. Keeping only the first order, we have $dT/T=\alpha dN_1/(N_1+N_2)$ with $\alpha=(\eta+\kappa)/3-1$. Assuming that η is constant, we get

$$T=T^{\min}\left(\frac{N_1}{N_2}+1\right)^\alpha \quad \text{with} \quad T^{\min}=T^{\text{ini}}\left(\frac{N_2}{N_1^{\text{ini}}}\right)^\alpha. \quad (1)$$

In this formula, T^{ini} and N_1^{ini} are the initial values, N_2 is constant and has been neglected with respect to N_1^{ini} in the expression of T^{\min} (as the temperature has to be reduced by several orders of magnitude, the initial fraction of atoms in the target gas must be very small). The temperature T^{\min} is reached when all the buffer atoms have been evaporated ($N_1=0$). To understand the different regimes experimentally observed, we first study the evolution of the phase-space densities $\mathcal{D}_F=2.17N_F(\hbar\omega_F/k_B T)^3$ [13] ($F=1$ for the buffer and $F=2$ for the target gas), in harmonic traps of mean frequencies ω_F , during the evaporation. Equation (1) allows us to express \mathcal{D}_1 and \mathcal{D}_2 as functions of N_1 . Figure 2 represents the evolution of \mathcal{D}_1 and \mathcal{D}_2 during the evaporation (while N_1 is decreasing). We observe that the phase-space density of the target gas \mathcal{D}_2 always increases to reach its maximum value

$$\mathcal{D}_2^{\max}=\frac{2.17}{N_2^{(3\alpha-1)}}\left(N_1^{\text{ini}\alpha}\frac{\hbar\omega_2}{k_B T^{\text{ini}}}\right)^3 \quad (2)$$

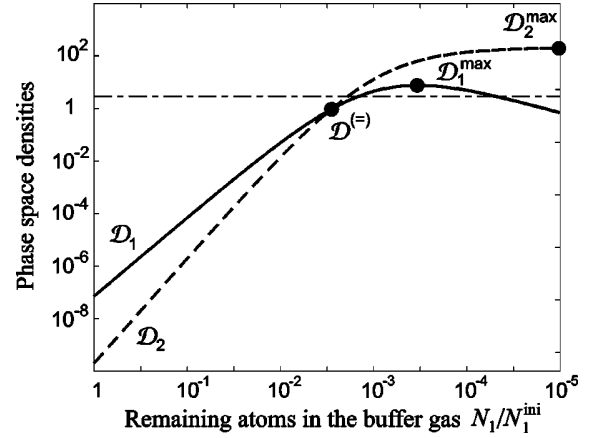


FIG. 2. Phase-space densities of the buffer (solid line) and the target gas (dashed) as a function of the evaporation progress, characterized by the ratio N_1/N_1^{ini} of remaining buffer atoms. This plot corresponds to the case $3\alpha-1>(\omega_1/\omega_2)^3$. The horizontal line is the critical value 2.612 above which BEC occurs. Here, the target and then the buffer will condense.

at the very end of the evaporation; this is because N_2 is constant and the temperature always decreases. We also observe that the buffer-gas phase-space density \mathcal{D}_1 first increases [14] to a maximum \mathcal{D}_1^{\max} that we write

$$\mathcal{D}_1^{\max}=\mathcal{D}_2^{\max}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^3\frac{(3\alpha-1)^{(3\alpha-1)}}{(3\alpha)^{3\alpha}}, \quad (3)$$

and then decreases to zero. At the intersection of the two curves, the phase-space densities \mathcal{D}_1 and \mathcal{D}_2 have the same value

$$\mathcal{D}^{(=)}=\mathcal{D}_2^{\max}\left[1+\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3\right]^{-3\alpha}. \quad (4)$$

We note that a modification of the various parameters only changes the relative position of the two curves, in particular the ordering of $\mathcal{D}^{(=)}$, \mathcal{D}_1^{\max} , and \mathcal{D}_2^{\max} . This is what determines the outcome of sympathetic cooling.

We specifically focus on the situation where $\mathcal{D}^{(=)}$ is reached before \mathcal{D}_1^{\max} [this happens if $3\alpha-1>(\omega_1/\omega_2)^3$], which corresponds to the case of Fig. 2 and to our experimental parameters. The target gas can condense only if $\mathcal{D}_2^{\max}>2.612$, and in the same way, the buffer gas can condense only if $\mathcal{D}_1^{\max}>2.612$. If these two conditions are satisfied, the buffer condenses first if $\mathcal{D}^{(=)}>2.612$, otherwise the target condenses first. These three conditions can be written as conditions on the number N_2 of target atoms. This leads us to define three critical numbers N_2^a , N_2^b , and N_2^c of target atoms, for which $\mathcal{D}^{(=)}$, \mathcal{D}_1^{\max} , and \mathcal{D}_2^{\max} are, respectively, equal to 2.612. Although each of these numbers depends on all initial conditions, the ratios N_2^a/N_2^c and N_2^b/N_2^c are independent of the initial values N_1^{ini} and T^{ini} because $\mathcal{D}_1^{\max}/\mathcal{D}_2^{\max}$ and $\mathcal{D}^{(=)}/\mathcal{D}_2^{\max}$ do not depend on the initial conditions [see Eqs. (3) and (4)] and because $\mathcal{D}_2^{\max}\propto N_2^{(1-3\alpha)}$ [see Eq. (2)]. These ratios are represented in a diagram of the energy cutoff

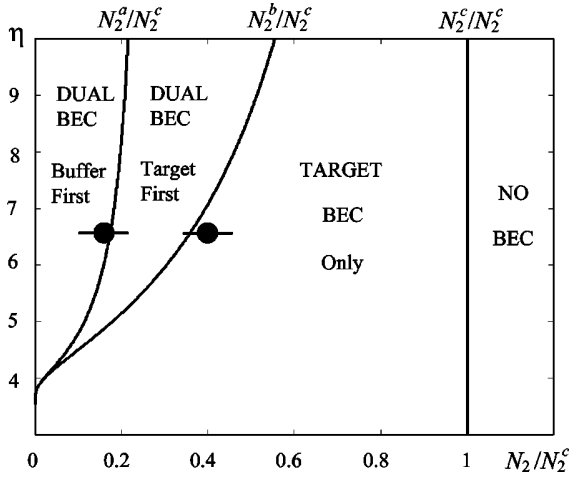


FIG. 3. Outcome of sympathetic cooling as a function of the number of target atoms N_2/N_2^c . The evaporation parameter η is the ratio of the energy cutoff to the thermal energy $k_B T$. Trap parameters are fixed to $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{2}$. The lines represent the critical number ratios N_2^a/N_2^c , N_2^b/N_2^c , and N_2^c/N_2^c . They separate regions where either dual, single, or no BEC can be formed. Black dots indicate the critical number found in our experiment.

η versus the number of target atoms N_2/N_2^c in Fig. 3. We can identify four regions on this diagram [15], corresponding to the different regimes of sympathetic cooling. From the experiment, we measure $N_2^a = 3 \times 10^4$, $N_2^b = 8 \times 10^4$, and $N_2^c = 2 \times 10^5$, which is in good agreement with the calculated values for a typical value of the evaporation parameter $\eta \approx 6.5$ (see Fig. 3).

In a second experiment, we have studied the role of thermalization in sympathetic cooling by changing the bias field from 56 G to 207 G. In this range of bias field we can condense $F=1$ when no target gas is present. This reduces the vertical oscillation frequencies $\omega_{Fz} = \{(-1)^F m_F \mu_B (G^2/B_0 - C)/2M\}^{1/2}$, where M is the mass of the atom and μ_B the Bohr magneton, and therefore increases the relative gravitational sag $\Delta = g/\omega_{1z}^2 - g/\omega_{2z}^2$ between the two clouds [8]. Figure 1(b) represents successive absorption images while decreasing the final frequency of the evaporation ramp, at a bias field of 207 G ($\Delta = 26 \mu\text{m}$). We initially observe sympathetic cooling of the target gas until a temperature of about 400 nK is reached. Then sympathetic cooling stops. This is in contrast with the first experiment at a bias field of 56 G, where the relative sag is smaller ($\Delta = 7 \mu\text{m}$), and sympathetic cooling works all the way down to the BEC of the two species [see Fig. 1(a)].

To render a quantitative account of these observations, we study how the thermal contact between the two clouds evolves during the cooling. For that, we calculate the energy exchange rate W via interspecies elastic collisions. We assume Maxwell-Boltzmann distribution at temperatures T_1 for the buffer and T_2 for the target gas (we neglect the cutoff due to possible evaporation and quantum effects [16]). Introducing the notations \mathbf{v}_G for the center-of-mass velocity \mathbf{v} and \mathbf{v}' for the relative velocities, respectively, before and after the collision, the energy received in the laboratory frame by a

buffer atom during the collision is $(M/2)\mathbf{v}_G \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}')$. At low temperature we only consider s -wave scattering and the term $\mathbf{v}_G \cdot \mathbf{v}'$ averages out to zero. After integration over positions and velocities, we get $W = k_B(T_2 - T_1)\Gamma$, where Γ is the number of interspecies collisions per unit of time, found equal to

$$\Gamma = \frac{N_1 N_2}{\pi^2 \rho_x \rho_y \rho_z} \sigma_{12} V \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\rho_z^2}\right). \quad (5)$$

In Eq. (5), σ_{12} is the interspecies elastic cross section (taken independent of the temperature), $V = \sqrt{k_B(T_1 + T_2)}/M$ is the rms sum of thermal velocities, and $\rho_z = \sqrt{(k_B/M)(T_1/\omega_{1z}^2 + T_2/\omega_{2z}^2)}$ is the rms sum of the vertical sizes of the clouds (with similar expressions for ρ_x and ρ_y). The exponential term in Eq. (5) describes the overlap of the two clouds. Thus the energy exchange rate W will become vanishingly small if ρ_z becomes smaller than the gravitational sag Δ . We can now analyze the role of the thermal contact in the experiments. At a bias field of 207 G (sag $\Delta = 26 \mu\text{m}$), and high temperature (above 400 nK), the effect of the sag is negligible and the clouds are thermalized. During the cooling, the sizes of the clouds and therefore ρ_z decrease. At the temperature of $T_1 \approx T_2 \approx 400$ nK, where we observed that sympathetic cooling stops, we have $\rho_z = 12 \mu\text{m}$ and the exponential term in Eq. (5) takes the value 0.1, so that the energy exchange rate is reduced by an order of magnitude. In contrast, at a bias field of 56 G, where $\Delta = 7 \mu\text{m}$, the parameter ρ_z at the temperature of condensation 300 nK ($\rho_z \approx 8 \mu\text{m}$) is still bigger than Δ , the collision rate Γ is only reduced by 30% because of the overlap, and sympathetic cooling works until reaching BEC.

Starting from the interspecies energy exchange rate W , and using the total energy conservation, we can derive evolution equations for the temperatures T_1 and T_2 of each species taken separately at thermal equilibrium. Denoting $\Delta T = T_1 - T_2$ and $T = (T_1 + T_2)/2$, we obtain an interspecies thermalization rate, which, for equal trapping frequencies ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), takes the simple form

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dt} = \frac{(N_1 + N_2) \omega^3 \sigma_{12} M}{3k_B T 2\pi^2}. \quad (6)$$

This result is remarkable, by analogy with the individual thermalization rate of a single species $\tau^{-1} \approx \gamma/3$ [17], where $\gamma = N\omega^3 \sigma M/2\pi^2 k_B T$ is the average elastic collision rate in a harmonic trap. For ^{87}Rb , the three elastic cross sections σ_1 , σ_2 , and σ_{12} are nearly equal [18], and we have $\tau^{-1} \approx \tau_1^{-1} + \tau_2^{-1}$, where τ_1^{-1} and τ_2^{-1} are the thermalization rates of each species considered separately. This means that thermalization between the two species happens faster than thermalization of each species. So, if the evaporation ramp is adapted to cooling of the buffer alone, interspecies thermalization will be efficient.

If the masses are different, Eq. (6) remains valid at lower order in $\Delta T/T$, if we replace M by $\mathcal{M} = [8(M_1 M_2)^2]/[(M_1 + M_2)^3]$, which is symmetric in the masses M_1 of the buffer and M_2 of the target. The effective

mass \mathcal{M} is maximum for $M_1 = M_2$ as in our experiment, and decreases for uneven masses (for significant different masses, \mathcal{M} is much smaller than the smallest mass). It is interesting to note that if Eq. (6) is applied to any arbitrary partition in a single species, where N_1 and $N_2 = N - N_1$ atoms are taken at different temperatures, then the thermalization rate between the two subsamples is exactly equal to $\gamma/3$, in agreement with the numerical simulations of [17]. To our knowledge, such an analytical result has not been published.

To conclude, we have first presented a simple analysis allowing one to quantitatively predict the outcome of sympathetic cooling, in the case of no losses in the target. We have then obtained an expression of the thermalization rate between the buffer and the target that quantitatively describes the effect of the overlap between the two clouds. Moreover, when the overlap is good, the interspecies thermalization rate is the same of the intraspecies thermalization

rate, and sympathetic cooling is very efficient [4,19]. In contrast, we predict a strongly diminished interspecies rethermalization rate for very different masses of the buffer and target. Our approach allows one to derive an analytical expression of the intraspecies thermalization rate in surprisingly good agreement with previous numerical calculation. Although our modeling is very simple and does not take into account quantum statistics effects near condensation [16], it is a useful tool that can easily be generalized to plan or analyze experiments using sympathetic cooling.

The authors thank M. Lécivain for his contribution to the experimental setup. This work is supported by CNRS, MENRT, Région Ile de France, DGA, and the European Community. Ş.G.M. acknowledges support from Ministère des Affaires Étrangères.

-
- [1] W. Ketterle and N. J. Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).
- [2] S. L. Cornish *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).
- [3] D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [4] B. DeMarco and D. Jin, *Science* **285**, 1703 (1999).
- [5] R. Côté *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2806 (2000).
- [6] J. M. Doyle *et al.*, *Phys. Rev. A* **52**, R2515 (1995).
- [7] D. J. Larson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 70 (1986).
- [8] C. J. Myatt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [9] B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [10] In contrast to the observations of Ref. [8], there are no inelastic collisions in our situation.
- [11] V. Boyer *et al.*, *Phys. Rev. A* **62**, 021601(R) (2000).
- [12] O. J. Luiten *et al.*, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [13] The factor of 2.17, related to the quantum statistics effect, is valid close to degeneracy.
- [14] This is true for $3\alpha > 1$, which is the usual condition for the phase-space density to increase during evaporation of a single species.
- [15] In addition, there is a small region corresponding to $(\omega_1/\omega_2)^3 > 3\alpha - 1 > 0$, where a condensate appears in the buffer gas, then disappears, and finally the target gas reaches degeneracy. This case is relevant if $\omega_1 > \omega_2$.
- [16] E. Timermans and R. Côté, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3419 (1998); W. Geist *et al.*, *Phys. Rev. A* **59**, 1500 (1999); W. Geist *et al.*, *ibid.* **61**, 013406 (1999); M. Cresimanno *et al.*, *ibid.* **61**, 3602 (2000).
- [17] M. Arndt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 625 (1997); H. Wu and C. J. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996); C. R. Monroe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993); D. W. Snoke and J. P. Wolfe, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [18] P. S. Julienne *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).
- [19] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 011403(R) (2000).

Critical Temperature of a Trapped, Weakly Interacting Bose Gas

F. Gerbier,* J. H. Thywissen,† S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect

Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique,

UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay CEDEX, France

(Received 8 July 2003; published 23 January 2004)

We report on measurements of the critical temperature of a harmonically trapped, weakly interacting Bose gas as a function of atom number. Our results exclude ideal-gas behavior by more than two standard deviations, and agree quantitatively with mean-field theory. At our level of sensitivity, we find no additional shift due to critical fluctuations. In the course of this measurement, the onset of hydrodynamic expansion in the thermal component has been observed. Our thermometry method takes this feature into account.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.030405

PACS numbers: 03.75.Hh, 03.75.Kk

Degenerate atomic Bose gases provide an ideal testing ground for the theory of quantum fluids. First, their diluteness makes possible first-principles theoretical approaches [1]. Second, thanks to the powerful experimental techniques of atomic physics, static and dynamic properties can be studied quantitatively through a wide range of temperature and densities. Furthermore, the inhomogeneity induced by the external trapping potential leads to entirely new behavior, when compared to bulk quantum fluids.

Atomic interactions have previously been found to affect deeply the dynamical behavior of trapped Bose gases at finite temperatures [2,3]. By contrast, the influence of interactions on *thermodynamics* is less pronounced [4], and has been less studied experimentally. Pioneering work on thermodynamics [5] concentrated essentially on the ground state occupation, and the role of interactions was somewhat hidden by finite-size effects [1]. Though several such measurements have been reported [3,6], to our knowledge a decisive test of the role of interactions is still lacking.

In this Letter, we focus on the critical temperature T_c of a harmonically trapped ^{87}Rb Bose gas to demonstrate the influence of interactions on the thermodynamics. We study the behavior of T_c as a function of the number of atoms at the transition, for a fixed trapping geometry. We find a deviation from ideal-gas behavior, towards lower critical temperatures, whose significance will be discussed below. In the course of this study, we have observed that collisions induce an anisotropy in the free expansion of the cloud even far from the hydrodynamic regime [7,8]. We correct for this effect in our temperature measurement.

For an ideal Bose gas in a harmonic trap, the critical temperature is [1]

$$k_B T_c^{\text{ideal}} \approx \hbar \bar{\omega} \left[\frac{N}{\zeta(3)} \right]^{1/3} - \frac{\zeta(2)}{6\zeta(3)} \hbar (\omega_z + 2\omega_{\perp}). \quad (1)$$

The first term on the right-hand side is the transition temperature T_c^0 in the thermodynamic limit, and the

second represents finite-size corrections. Here N is the total atom number, ω_{\perp} and ω_z are the trapping frequencies, $\bar{\omega} = \omega_{\perp}^{2/3} \omega_z^{1/3}$ is their geometrical average, and ζ is the Riemann zeta function.

As stated earlier, the main goal of this paper is to probe the role of two-body repulsive interactions on T_c . Corrections to the ideal-gas formula depend on the ratio between the s -wave scattering length a and $\lambda_0 = (2\pi\hbar^2/Mk_B T_c^0)^{1/2}$, the de Broglie wavelength at the transition. In a trapped gas, the dominant effect of interactions can be understood using a simple mean-field picture [4]: Interactions lower the density in the center of the trap $n(0)$, and accordingly decrease the temperature that meets Einstein's criterion $n(0)\lambda_0^3 = \zeta(3/2)$. The magnitude of this reduction has been calculated to leading order [4],

$$\frac{T_c - T_c^{\text{ideal}}}{T_c^0} = -a_1 \frac{a}{\lambda_0} \approx -1.326 \frac{a}{\bar{\sigma}} N^{1/6}, \quad (2)$$

where $a_1 \approx 3.426$ [4,9], and $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar/M\bar{\omega}}$ is the mean ground state width. In this work, the finite-size correction in Eq. (1) changes T_c^0 by at most 2%, whereas the interactive shift (2) can be as high as 10%. The measurements presented below are in quantitative agreement with the prediction of Eq. (2).

As discussed in [9–14], critical fluctuations that develop in the system near T_c are expected to favor the formation of the condensate and thus to increase T_c . In the case of a uniform Bose gas [12–14], this is the leading effect, because the critical temperature is not affected at the mean-field level. The correction $\delta T_c/T_c^0 = +c_1 a/\lambda_0$, with $c_1 \approx 1.3$ [14], can be traced back to density fluctuations with a wavelength much larger than the correlation radius $r_c \sim \lambda_0^2/a$ [13]. This upwards trend, which has been observed experimentally in a dilute sample of ^4He adsorbed in a porous glass [15], is quite sensitive to the presence of an external potential [9,11]. In the trapped case of interest here, the contribution of long wavelength excitations to the shift in T_c scales as a higher power of a/λ_0 , making it negligible when compared to the “compressional” shift given by Eq. (2). The quantitative

agreement we find with the mean-field result can be considered evidence of this effect, and highlights the important role played by the trapping potential.

Our experimental setup to reach Bose-Einstein condensation in the $|F=1; m_F=-1\rangle$ hyperfine ground state of ^{87}Rb is similar to that used in [16]. The trapping frequencies are $\omega_{\perp}/2\pi = 413(5)$ Hz and $\omega_z/2\pi = 8.69(2)$ Hz in the present work. To reduce nonequilibrium shape oscillations that occur in such anisotropic traps upon condensation [8,16], the last part of the evaporation ramp is considerably slowed down (to a ramp speed of 200 kHz/s) and followed by a 1 s hold time in the presence of a radiofrequency shield. We ensure good reproducibility of the evaporation ramp in the following way. We monitor regularly (typically every four cycles) the radiofrequency ν_0 that empties the trap. This allows us to detect slow drifts of the trap bottom, and to adjust in real time the final evaporation radiofrequency ν_{rf} to follow them. In this way, the ‘‘trap depth’’ $\nu_{\text{rf}} - \nu_0$, is kept constant within ± 2 kHz. Since we measure $\eta = h(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)/k_{\text{B}}T \approx 11$ in this final evaporation stage, we estimate the temperature stability to be ± 10 nK.

We infer the properties of the clouds by absorption imaging. After rapid switchoff of the trap ($1/e$ cutoff time of about $50 \mu\text{s}$), a 22.3 ms free expansion, and a repumping pulse, we probe the ultracold cloud on resonance with the $|F=2\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ transition [17]. The images are analyzed using a standard procedure, described, for instance, in [18]. For an ideal thermal cloud above the transition point, the evolution of the density in time of flight is related to the initial density profile by simple scaling relations, so that the column density (integrated along the probe line of sight, almost perpendicular to the long axis of the trap) is

$$\bar{n}_{\text{th}}(\mathbf{p}) = \bar{n}_{\text{th}}(0)g_2\left\{\exp\left(\frac{\mu}{k_{\text{B}}T} - \frac{x^2}{2R_{\text{th}}^2} - \frac{z^2}{2L_{\text{th}}^2}\right)\right\}, \quad (3)$$

where $g_2(u) = \sum_{j \geq 1} u^j/j^2$, and x and z are the coordinates along the tight and shallow trapping axes, respectively. For mixed clouds containing a normal and a (small) Thomas-Fermi (TF) condensate [1], we describe the bimodal distribution by an inverted parabola on top of an ideal, quantum-saturated thermal distribution [Eq. (3) with $\mu = 0$]. The condensed number N_0 is then deduced from the TF fit, and the total atom number N from integration over the entire image. We estimate that condensed fractions as low as 1% can be reliably detected by the fitting routine. Absolute accuracy on atom number relies on the precise knowledge of the absorption cross section of the probe laser, which depends on its polarization and the local magnetic field. This cross section is calibrated by fitting the radial sizes of condensates with no discernible thermal fraction to the TF law $R_0 \propto N_0^{1/5}$ [1,7,18,19]. We find a reduction of 4.00(14) compared to the reference value $\sigma_0 = 3\lambda_{\perp}^2/2\pi$ [17].

We will now discuss the more complex issue of thermometry in some detail. The temperature is usually in-

ferred from the sizes of the thermal cloud after a time of flight t , assuming a purely ballistic expansion with isotropic mean velocity, $v_0 = \sqrt{k_{\text{B}}T/M}$, as appropriate for an ideal gas. We show in Fig. 1 that the observed aspect ratio of noncondensed clouds, in a wide range of temperatures and atom numbers (corresponding to $1 \lesssim T/T_c \lesssim 1.8$), is actually larger than the value (0.773) expected for an ideal gas and $\omega_z t \approx 1.23$ that corresponds to our parameters (dotted line in Fig. 1), in contradiction with the assumption of an isotropic velocity distribution.

In a very elongated trap, this could be explained by two distinct collisional effects. First, the initial mean-field energy of the nondegenerate cloud converts almost completely into *radial* kinetic energy during time of flight [20], as for an elongated condensate [7,19]. The magnitude of this effect is controlled by the ratio χ of the mean-field energy to the temperature. In our case, the parameter χ does not exceed 0.02, too low to explain the observed anisotropy (dashed line in Fig. 1, calculated along the lines of [20]).

Second, as studied theoretically in [7,21,22] and observed in Bose [8] and Fermi gases [23], anisotropic expansion occurs for a cloud in the hydrodynamic regime, i.e., when the mean-free path at equilibrium is smaller than the dimensions of the sample. In our very elongated cloud, the mean-free path is typically smaller than the axial length, but much larger than the radial size. Hydrodynamic axial motion of the thermal particles results in energy transfer from the axial to the radial degrees of freedom. For weak deviations from ballistic expansion, this collisional dynamic creates a velocity imbalance proportional to γ_{coll} , the equilibrium collision rate, in agreement with the trend observed in Fig. 1.

In [22], a set of scaling equations was derived to investigate how collisions affect the expansion of a noncondensed cloud. Numerical solution of these equations, which also include the weak mean-field effect, agrees well with our data (solid line in Fig. 1). The calculation

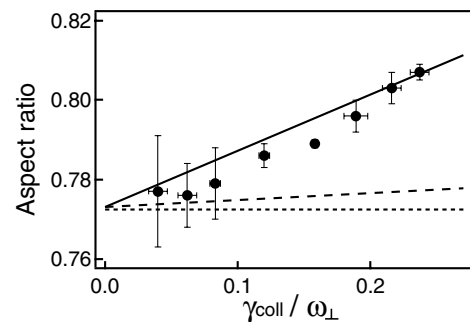


FIG. 1. Onset of hydrodynamic expansion for trapped clouds above threshold. Measured aspect ratios after expansion (filled circles, with statistical error bars) are plotted versus the collision rate γ_{coll} , and compared against several hypotheses: a ballistic expansion (dotted line); a mean field dominated expansion (dashed line); and a collisional expansion for a noncondensed Bose gas (solid line).

makes use of the results of [24] for the collision rate of a noncondensed, almost ideal Bose gas, in general larger (by as much as 70% close to T_c) than the classical collision rate with the same N and T [25]. In view of the satisfactory agreement of our data with the scaling theory, we conclude that the observed anisotropy is a signature of the onset of hydrodynamic expansion.

In the regime $\gamma_{\text{coll}} \lesssim \omega_{\perp}$, where the anisotropy is weak and increases linearly with γ_{coll} , kinetic energy conservation suggests that mean square expansion velocities take the form $\langle v_x^2 \rangle / v_0^2 \approx 1 + \beta \gamma_{\text{coll}} / 2\omega_{\perp}$, and $\langle v_z^2 \rangle / v_0^2 \approx 1 - \beta \gamma_{\text{coll}} / \omega_{\perp}$, where β depends in general on ω_{\perp} , ω_z , t (fixed for the measurement presented here). These simple forms are confirmed by the numerical calculation described above. Provided the expansion velocities along both axes are measured, they allow to infer the initial temperature T_0 , independently of the coefficient β [26]. Were this correction not applied, a systematic 10%–15% discrepancy between the axial and radial temperature would remain. We estimate the remaining systematic uncertainties on T as $\pm 5\%$ [27].

Having identified an appropriate thermometric technique, we turn to the measurement of the critical temperature as a function of atom number. Data were taken in a narrow range around T_c . From the two-component fit, we extract the number of condensed atoms, the temperature, and the total atom number as a function of the trap depth, as shown in Figs. 2(a)–2(c), respectively. The trap depth at which the transition point is reached, $(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)_c$, is taken to be the point at which a linear fit to the condensed number data crosses zero (a linear approach towards T_c is consistent with the simulations reported in [28]). The temperature and total number are also fitted assuming a linear dependency on ν_{rf} , and from the value $(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)_c$ we extract the critical atom number N_c and critical temperature T_c .

In Fig. 3, we plot T_c as a function of N_c , measured in ten independent data sets. The ideal-gas value T_c^{ideal}

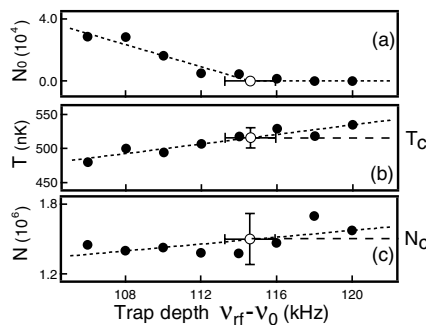


FIG. 2. Procedure to locate the transition point. We plot the condensed number (a), temperature (b), and total atom number (c) as a function of the trap depth, fixed by the final rf frequency ν_{rf} and the trap bottom ν_0 . The transition point (hollow circle, with statistical error bars) is found from a piecewise linear fit [dotted curve in (a)], and reported in (b) and (c) to find T_c and N_c .

030405-3

(dashed line) lies two standard deviations above our data. Including the mean-field correction (2) yields a much better agreement (solid line), which we quantify by assuming that the interactive shift in T_c can be written as $\delta T_c / T_c^0 = \alpha N^{1/6}$, with a free coefficient α . A fit to the data yields $\alpha = -0.009(1)_{-0.001}^{+0.002}$, whereas Eq. (2) predicts $\alpha \approx -0.007$ for a scattering length $a \approx 5.31$ nm [29] and $\bar{\sigma} \approx 1.00$ μm . The first uncertainty is statistical, while the upper and lower bounds reflect calibration and analysis uncertainties. The shaded area in Fig. 3 delineates the resulting 1σ confidence interval compatible with the experimental results.

The data shown in Fig. 3 reasonably exclude any additional shift of the same order of magnitude as the compressional effect given by Eq. (2). In particular, if the (positive) critical shift in T_c predicted in the uniform case [12] were directly scalable to the trapped one, one would expect an overall $\alpha \approx -0.004$, a value not consistent with our findings within the estimated accuracy. This observation is in line with recent theoretical studies [9,11], which point out that, instead of being delocalized over the entire system as in the homogeneous case, critical fluctuations in the trapped gas are confined to a small region around the trap center. This reduces corrections to the equation of state by a factor $\sim (a/\lambda_0)^3 \ll 1$, corresponding to the ratio of the volume of the fluctuation region to the volume of the thermal cloud. Corrections to the critical temperature are thus fixed by the equation of state of the whole interacting cloud, and deviations from mean-field behavior enter only to second order in a/λ_0 [30]. For our experimental parameters, we calculate from [9] an upwards correction to T_c smaller than 1%, below the sensitivity of the measurement.

In summary, we have measured the critical temperature of a trapped, weakly interacting ^{87}Rb Bose-Einstein gas. Our results exclude ideal-gas behavior by two standard deviations, and we find satisfactory agreement with

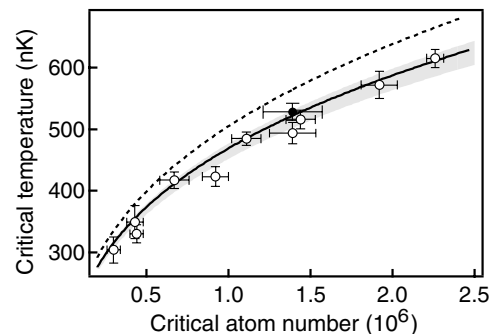


FIG. 3. Critical temperature as a function of atom number at the transition. The experimental points (circles) are lower than the ideal gas law Eq. (1) (dashed) by two standard deviations. The shaded area is the range of acceptable fits taking statistical and systematic errors into account. Our results are consistent with the shift due to the compressional effect given by Eq. (2), indicated by the solid line. The filled circle represents the data of Fig. 2.

030405-3

mean-field theory. We find no evidence for critical behavior close to T_c within our experimental sensitivity, in line with recent theoretical estimates for the trapped case. We have also observed hydrodynamic behavior in the expansion of the thermal cloud, and shown how to correct for it in the thermometry procedure. We note to conclude that measuring corrections to T_c beyond the mean field for our typical experimental parameters would require thermometry with an accuracy of 1% or better. A more direct route to investigate such effects might be to measure the critical density near the center of the trap, directly sensitive to the presence of critical fluctuations. Alternatively, these many-body effects could be enhanced in the vicinity of a Feshbach resonance.

We thank D. Guéry-Odelin, F. Laloë, D. Boiron, J. Retter, J. Dalibard, and S. Giorgini for useful discussions and comments on this work. J. H. T. acknowledges support from CNRS, and M. H. from IXSEA. This work was supported by DGA and the EU.

*Electronic address: fabrice.gerbier@iota.u-psud.fr

†Current address: Department of Physics, University of Toronto, Toronto, ON, M5S 1A7, Canada.

- [1] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [2] D. S. Jin, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764 (2001); D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M. R. Andrews, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 500 (1998); F. Chevy, V. Bretin, P. Rosenbusch, K.W. Madison, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 250402 (2002).
- [3] O. Maragò, G. Hechenblaikner, E. Hodby, and C. Foot, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3938 (2001).
- [4] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996); *J. Low Temp. Phys.* **109**, 309 (1997).
- [5] J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).
- [6] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996); D. J. Han, R. H. Wynar, Ph. Courteille, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **57**, R4114 (1998); B. P. Anderson and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **59**, R938 (1999); F. Schreck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
- [7] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
- [8] I. Shvarchuck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [9] P. Arnold and B. Tomášik, *Phys. Rev. A* **64**, 053609 (2001).
- [10] M. Houbiers, H.T.C. Stoof, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. A* **56**, 2041 (1997).
- [11] M. Holzmann, J.-N. Fuchs, J.-P. Blaizot, G. Baym, and F. Laloë, *cond-mat/0310460*.
- [12] P. Grüter, D. Ceperley, and F. Laloë, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3549 (1997); M. Holzmann, P. Grüter, and F. Laloë, *Eur. Phys. J. B* **10**, 739 (1999).
- [13] G. Baym, J.-P. Blaizot, M. Holzmann, F. Laloë, and D. Vautherin, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1703 (1999); G. Baym, J.-P. Blaizot, and J. Zinn-Justin, *Europhys. Lett.* **49**, 150 (2000); M. Holzmann, G. Baym, J.-P. Blaizot, and F. Laloë, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120403 (2001).
- [14] P. Arnold and G. Moore, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120401 (2001); V. A. Kashurnikov, N.V. Prokof'ev, and B.V. Svistunov, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120402 (2001).
- [15] J. D. Reppy, B. C. Crooker, B. Hebral, A. D. Corwin, J. He, and G. M. Zassenhaus, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2060 (2000).
- [16] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010405 (2003).
- [17] The probe laser wavelength is $\lambda_L = 780.2$ nm; its intensity is 0.17 mW/cm², and the imaging pulse length is 34 μ s. The 8 MHz half-width of the absorption line is slightly broader than the natural linewidth (6 MHz), which could explain the small value of the measured cross section.
- [18] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, in *Proceedings of the International School of Physics-Enrico Fermi*, edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [19] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [20] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 250402 (2002).
- [21] H. Wu and E. Arimondo, *Europhys. Lett.* **43**, 141 (1998).
- [22] P. Pedri, D. Guéry-Odelin, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **68**, 043608 (2003).
- [23] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Science* **298**, 2179 (2002); C. A. Regal and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 230404 (2003); T. Bourdel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 020402 (2003).
- [24] G. M. Kavoulakis, C. J. Pethick, and H. Smith, *Phys. Rev. A* **61**, 053603 (2000).
- [25] We have extrapolated the results of [24] by the formula $\gamma_{\text{coll}} \approx \gamma_{\text{class}}(1 + 0.23/t^3 + 0.4/t^4)$, with $t = T/T_c^0$. Following [22], we define the classical collision rate as $\gamma_{\text{class}} = (4\sqrt{2\pi}/5)n_{\text{class}}(0)\sigma_{\text{el}}v_0$, with $\sigma_{\text{el}} = 8\pi a^2$ and $n_{\text{class}}(0) = N\bar{\omega}^3(m/2\pi k_B T)^{3/2}$.
- [26] Defining effective temperatures as $k_B T_i = M\omega_i^2 R_i^2(1 + \tau_i^2)^{-1/2}$, where $R_i|_{i=x,z}$ are the measured cloud sizes and $\tau_i = \omega_i t$, we infer the initial temperature T_0 from $T_0 \approx 2\tau_z^2/(1 + 3\tau_z^2)T_x + (1 + \tau_z^2)/(1 + 3\tau_z^2)T_z$. This cancels the hydrodynamic corrections to first order in $\gamma_{\text{coll}}/\omega_{\perp}$.
- [27] This 5% uncertainty on T takes into account length calibration, the released mean-field energy, and the finite fall time of the current producing the magnetic potential. Note that, in a $T_c - N$ plot, the uncertainty on the *shift* in T_c is smaller because of partial error cancellation.
- [28] M. Holzmann, W. Krauth, and M. Naraschewski, *Phys. Rev. A* **59**, 2956 (1999); T. Bergeman, D. L. Feder, N. L. Balazs, and B. I. Schneider, *Phys. Rev. A* **61**, 063605 (2000).
- [29] E. G. M. van Kempen, S. Kokkelmans, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 093201 (2002).
- [30] These corrections are provided by critical fluctuations with wavelength $\lesssim r_c$, barely affected by the trap potential.

Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas

F. Gerbier,^{1,*} J. H. Thywissen,^{1,2} S. Richard,¹ M. Hugbart,¹ P. Bouyer,¹ and A. Aspect¹
¹*Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, 91403 Orsay Cedex, France*

²*Department of Physics, University of Toronto, Toronto, Ontario, M5S 1A7, Canada*

(Received 28 January 2004; published 19 July 2004)

We have investigated experimentally the finite-temperature properties of a Bose-Einstein condensed cloud of ^{87}Rb atoms in a harmonic trap. Focusing primarily on condensed fraction and expansion energy, we measure unambiguous deviations from ideal-gas thermodynamics and obtain good agreement with a Hartree-Fock description of the mixed cloud. Our results offer clear evidence of the mutual interaction between the condensed and thermal components. To probe the low-temperature region inaccessible to the usual time-of-flight technique, we use coherent Bragg scattering as a filtering technique for the condensate. This allows us to separate spatially the condensed and normal components in time of flight and to measure reliably temperatures as low as $0.2T_c^0$ and thermal fractions as low as 10%. Finally, we observe evidence for the limitations of the usual image analysis procedure, pointing out to the need for a more elaborate model of the expansion of the mixed cloud.

DOI: 10.1103/PhysRevA.70.013607

PACS number(s): 03.75.Hh

I. INTRODUCTION

Trapped, dilute atomic gases offer an opportunity to study the interplay between quantum-statistical phenomena and interactions in Bose systems [1]. A third ingredient, the external trapping potential, also plays a key role in understanding the properties of these gases [2]. At finite temperatures, it leads to spatially distinct condensed and thermal phases, a new behavior when compared to bulk quantum fluids, in which both components overlap everywhere. This spatial separation allows in particular a clear identification of the condensed fraction through absorption imaging, in stark contrast with superfluid ^4He , where condensed fraction measurements are only indirect [3].

Much work has been devoted to the properties of condensed gases at very low temperatures (much smaller than the critical temperature T_c), where the noncondensed fraction is negligible. Then, in the so-called Thomas-Fermi (TF) regime [2], the static and dynamic behavior of the condensate is essentially determined by the interplay between the trapping potential and the atomic interactions. At higher temperatures, less than but comparable to T_c , a significant thermal component is also present, typically much more dilute than the condensate. In this situation, the kinetic energy per thermal atom is larger than the mean-field energy, and deviations from ideal gas behavior are small [4–9]. Although several key thermodynamical properties, such as condensed fraction and average energy, are readily measurable experimentally, a detailed comparison of experiments with finite-temperature theories of the interacting cloud is to our knowledge still lacking.

The goal of this paper is to contribute to fill this gap by investigating experimentally the thermodynamics of a

trapped ^{87}Rb Bose gas below T_c , where both a condensed and a thermal component are present. We focus on two quantities, the condensed fraction and the expansion (kinetic plus mean-field) energy in the radial direction. We find that the condensed fraction N_0/N is significantly reduced with respect to the ideal-gas law, $N_0/N = 1 - (T/T_c^0)^3$, where T_c^0 is the ideal-gas condensation temperature in the thermodynamic limit, and that the expansion energy is increased, even for the thermal atoms.

Our measurements thus clearly exclude ideal-gas behavior, and to assess the importance of interactions, we compare them with two mean-field theories of the interacting cloud that assume a condensate in the TF regime. The simplest one is the so-called “semi-ideal” model [10,11], which considers the thermal cloud as a quantum-saturated gas evolving in the combined trapping plus condensate-mean-field potential. Although the general trend of our observations is well reproduced by this model, finer details are not. To take interactions within the thermal cloud and between the thermal cloud and the condensate into account, we use a self-consistent Hartree-Fock (HF) description of the mixed cloud [12–18], which yields good agreement with the data. We are able to confirm experimentally its validity over a wide range of temperatures and atom numbers, and to show that despite the diluteness of the thermal cloud, its mean-field energy affects both the condensed and noncondensed atoms. Such systematic measurements of the mutual interplay between the condensed and noncondensed components have not been reported before, although evidence for repulsion of the thermal atoms by the condensate has been provided in [19], through a careful study of the interface region between the two components.

Our measurements rely on the standard time-of-flight technique to observe the mixed cloud. A limitation arises at low temperatures, where the condensate appears broader than the thermal cloud in time of flight. This limits our measurements with this technique to $T/T_c^0 > 0.3$ (condensed fraction

*Present address: Institut für Physik, Johannes Gutenberg-Universität, 55128 Mainz, Germany. Electronic address: gerbier@uni-mainz.de

<80%). To overcome this limitation, we use coherent Bragg scattering to spatially separate the coherent and incoherent components of the cloud in time of flight. We apply it for low-temperature thermometry and measure in this way condensed fraction larger than 90% and temperatures below 100 nK ($T/T_c^0 \approx 0.2$).

The paper is organized as follows. Section II first describes the experimental apparatus used for condensate production. Then, after reviewing the widely used procedure of time-of-flight imaging, we introduce the improved method based on Bragg diffraction to filter the condensate out of thermal cloud. The key results of this paper are presented in Secs. III and IV. In Sec. III, we present a measurement of the temperature dependence of the condensed fraction. In Sec. IV, the Bragg filtering scheme is applied to a measurement of the expansion energy of the thermal component. Both measurements clearly confirm the HF predictions in the whole temperature range. Further evidence for mutual interaction is provided in Sec. V, where we analyze the behavior of the mixed cloud in time of flight and measure a compression of the condensate axial length by the thermal cloud. For completeness, we review briefly in the Appendix I the three well-understood models to which we compare the data: namely, the ideal-gas model, the semi-ideal model, and the self-consistent HF model.

II. EXPERIMENTAL METHODS

This section reviews the experimental techniques used in this work. After a brief description of our experimental apparatus (Sec. II A), we discuss in Sec. II B condensed fraction and temperature measurements via time-of-flight absorption imaging and point out the limitations of this technique for high condensed fractions. In Sec. II C, we show how they can be overcome using coherent Bragg scattering [20,21].

A. Condensate production

Our experimental setup employs the standard combination of laser and evaporative cooling to reach Bose-Einstein condensation in a sample of ^{87}Rb atoms, spin polarized in the $|F=1; m_F=-1\rangle$ hyperfine ground state. A Zeeman-slowed atomic beam loads a magneto-optical trap in 4 s. After spatial compression (125 ms) and cooling in optical molasses (6 ms), the laser-cooled sample is repumped in the $|F=1\rangle$ hyperfine manifold and loaded into an Ioffe-Pritchard-type magnetic trap. The trap, an iron-core electromagnet, is a specific feature of our experiment [22]. The guiding of magnetic flux lines along the ferromagnetic body of the magnet produces strong (when compared to macroscopic, coil-based devices) radial gradients (1.4 kG/cm), while using a modest current of 30 A. This produces a cigar-shaped, very elongated harmonic potential of the form $V_{\text{ext}} = M\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2)/2 + M\omega_z^2 z^2/2$. In this work, differently from [23], radial and axial trapping frequencies are, respectively, $\omega_{\perp}/2\pi = 413(5)$ Hz and $\omega_z/2\pi = 8.69(2)$ Hz at a 10-G bias field.

The combined compression and evaporation sequence typically lasts for 16 s, with the last part of the radio-

frequency (rf) evaporation ramp considerably slowed down (to a ramp speed of 200 kHz/s) and followed by a 1-s hold time in the presence of an rf shield. This is done in order to allow the system to cross slowly the quantum degeneracy threshold and to relax towards equilibrium. In particular, nonequilibrium shape oscillations that occur in such anisotropic traps upon condensation [23,24] are strongly reduced. To ensure the reproducibility of the temperature in the experiment, the radio frequency ν_0 that empties the trap is measured every five experimental cycles, and the rf shield frequency ν_{rf} is readjusted in real time to follow slow drifts of the bottom of the trap. In this way, the ‘‘trap depth’’ $\nu_{\text{rf}} - \nu_0$ is controlled within ± 2 kHz. Since we measure $h(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)/k_B T \approx 11$ in this final evaporation stage, we estimate the temperature reproducibility to be ± 10 nK.

B. Time-of-flight imaging

Information about the atomic cloud is obtained through time-of-flight absorption imaging (see [25] for a detailed account of imaging techniques and [26] for details of the implementation in our experiment). This widely employed method will be referred to as the ‘‘standard method’’ in the following. Here, two important quantities are measured through a fit to absorption images: the condensed fraction and the temperature. To find the condensed fraction, we use the fitting method described in [25], which assumes that the atomic density can be described by a parabolic TF profile describing the condensate plus an ideal Bose-Einstein distribution with zero chemical potential describing the thermal cloud. The condensed number N_0 is taken to be the number of atoms integrated under the parabolic profile, while the total atom number N is found by integration over the entire profile.

The temperature is measured through an independent fit to a thermal Bose-Einstein distribution, restricted to the wings of the thermal distribution only, in order to minimize the effect of interactions (see [4,5] and Sec. IV). One typically assumes that the high-energy atoms selected by this procedure behave as if the gas were ideal and extracts effective temperatures T_x and T_z from the cloud sizes—for instance, $k_B T_x = M\omega_{\perp}^2 R_{\text{th}}^2/[1 + (\omega_{\perp} t)^2]$, with R_{th} the radial size. We observe a systematic variation of the temperature T_z measured along the long axis with the size of the exclusion region. This effect was more pronounced with increasing condensed fraction and disappeared above T_c . On the contrary, the radial temperature T_x was barely affected by the actual size of the exclusion region, provided it was chosen larger than the condensate radius and sufficiently small to conserve a reasonable signal-to-noise ratio (5% or less variation). For this reason, we infer the initial temperature from the radial value T_x only [28]. This thermometry procedure assumes a nearly ballistic expansion. Collisional effects in time of flight may invalidate this assumption, and it is important to estimate their importance to quantify the accuracy of our measurements. We defer this discussion to Secs. IV and V.

C. Selective displacement of the condensate using coherent Bragg scattering

The method described in the last subsection rests on the clean distinction between the condensed and thermal compo-

nents. However, for cold samples ($k_B T \lesssim \mu$), the condensate radius after time of flight is larger than the extension of the thermal cloud. The details of the thermal distribution are therefore “buried” under the condensate density profile, and a reliable fit is not possible. We have found no difficulties for $N_0/N \sim 60\%$ ($T/T_c^0 \sim 0.5$), while still being able to extract valuable information for condensed fractions close to 80% ($T \gtrsim 0.3T_{C0}$). For higher condensed fractions, the signal to noise on the wings is too low to perform a reliable fit.

In this section, we describe an improvement of the time-of-flight technique that exploits the dramatic difference between the two components in momentum space [2,20,21]. Our primary motivation for introducing this method is to improve the resolution at low temperatures, a key advantage in the condensed fraction measurements presented below. The principle of the technique is to transfer the whole condensate to a center-of-mass momentum state with two photon recoil velocities (we define the recoil velocity as $v_R = \hbar/M\lambda_L \approx 5.8$ mm/s, where $\lambda_L = 780$ nm is the Bragg laser wavelength), while leaving the thermal atoms essentially unaffected. As shown in Fig. 1, after a subsequent time of flight (typically 20 ms), the condensate has moved away from the center of the thermal cloud, allowing us to perform separate fits and revealing previously hidden information about the thermal component. This technique is related to the filtering scheme used in [29] to study collective modes in the presence of a weak optical lattice at finite temperatures.

Momentum transfer is achieved by exposing the sample to two counterpropagating laser beams detuned with respect to each other. The moving lattice formed this way can Bragg-diffract the atoms, promoting them to a two-recoil momentum state. In principle, Bragg scattering is sensitive to the atomic momentum distribution [20,21]. However, if the spectral width of the Bragg pulse, Fourier limited by the pulse duration T to $\Delta\nu_F \sim 1/T$, is much larger than the condensate Doppler width $\Delta\nu_0 \sim 2v_R/L$, the momentum sensitivity of Bragg diffraction is lost and almost complete transfer of the condensate (π pulse) is achieved. On the other hand, if the thermal component spectral width $\Delta\nu_{th} \sim 2v_R/\lambda_T$ ($\lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ is the thermal de Broglie wavelength) is much larger than $\Delta\nu_F$, Bragg diffraction is then a momentum-selective process, and most of the thermal atoms, being off resonant with the Bragg beams, stay at rest in the laboratory frame. This filtering technique thus makes possible independent manipulation of the condensed and non-condensed atoms.

The experimental setup that we use to generate the Bragg beams is identical to the one used in [23]. The π Bragg pulse is applied after a sudden switch-off of the trapping potential and a 2-ms time of flight. This decreases the condensate and thermal cloud densities by a factor of order $(\omega_\perp t)^2 \sim 30$, making any further mutual interactions negligible. This avoids in particular s -wave collisions between atoms with different momenta [30] and suppresses the equilibration of the thermal cloud with the displaced condensate. The Bragg beams are counterpropagating and parallel to the elongated axis of the trap. Since the condensate mean-field energy is then almost entirely released in the transverse directions, perpendicular to the diffraction axis, the ratio between the condensate and thermal cloud spectral widths is

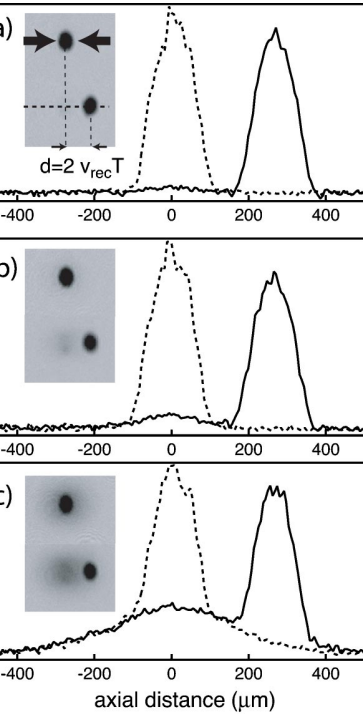


FIG. 1. Bragg diffraction as a condensate filter. (a), (b), and (c) correspond to 92%, 85%, and 30% condensed fraction, respectively ($T/T_c^0 \approx 0.2, 0.35,$ and 0.8). Two-dimensional absorption images are shown, with a cut along the direction of the trap weakest axis (“axial cut”). The top images show regular absorption images for a 24.27-ms time of flight (dashed lines in the cut). The bottom images, also shown as the solid line in the axial cut, corresponding to the same temperatures and atom numbers within experimental reproducibility, have been taken after applying a moving optical lattice tuned to realize a π Bragg pulse, transferring two photon recoils to almost all condensed atoms (velocity 1.1 cm/s). The distance traveled by the condensate is verified to be $250 \mu\text{m}$, corresponding to a free flight of 22.27 ms after the Bragg pulse. As can be seen, the thermal cloud is barely affected, due to its much larger extent in momentum space.

$$\left(\frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_{th}} \right)_{\text{TOF}} \sim \left(\frac{\omega_z}{\omega_\perp} \right) \sqrt{\frac{\mu}{k_B T}}, \quad (1)$$

and remains smaller than 1 even at very low temperatures. Note that this would not have been the case for Bragg beams parallel to a radial axis, where the momentum width is larger by a factor (ω_\perp/ω_z) due to the released mean-field energy.

To find the condensate fraction, we simply count the number of diffracted atoms and identify it with the condensed number. To obtain a meaningful measurement of the condensed fraction, two conditions have to be met. First, almost all condensate atoms should be diffracted. Transfer efficiencies as high as 97% were observed for the coldest clouds we have produced, indicating that only a few percent of the condensate population remains at rest; this is comparable to the $\pm 2\%$ root-mean-square fluctuations of the diffraction efficiency that we have measured experimentally. Second, the diffracted number of thermal atoms should be small to obtain

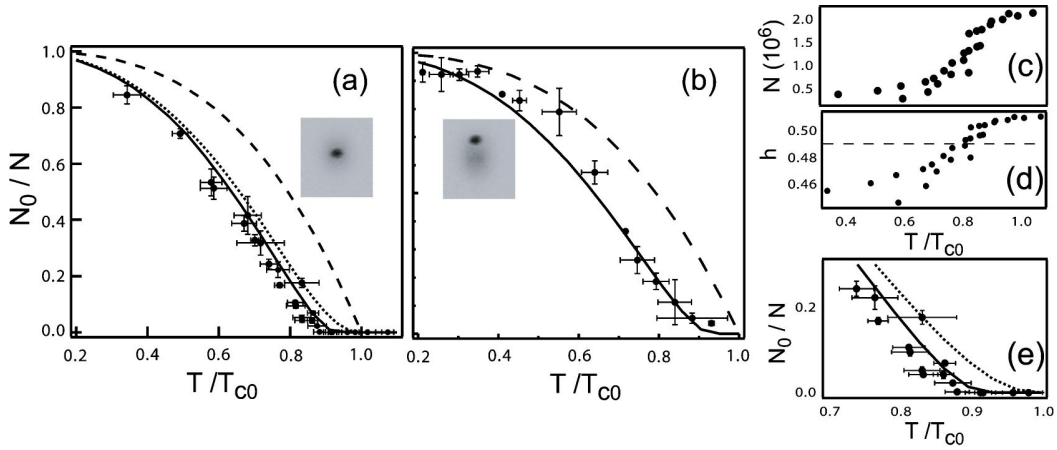


FIG. 2. Condensed fraction as a function of reduced temperature. (a),(b) Experimental data after averaging are shown as solid circles, with statistical error bars. Data in (a) were taken using the standard time-of-flight technique, while data in (b) were measured with the Bragg filtering scheme and extend to lower temperature, down to $T \approx 0.2T_{C0}$, whereas the standard method is limited to $T \approx 0.4T_{C0}$. Lines show theoretical expectations according to an ideal gas calculation, including finite-size effects (dashed line), a “semi-ideal” model that neglects interactions within the thermal cloud (dotted line), and a self-consistent HF calculation (solid line). Due to a different average atom number, the parameter $\bar{\eta}$ that controls the importance of interactions is different in each case, $\bar{\eta}=0.49$ and $\bar{\eta}=0.47$ for (a) and (b), respectively. The variation in total number due to evaporative cooling across the data set in (a) is shown in (c), and the corresponding variations of η in (d) (note the vertical scale, extending over no more than 5% of the average value). The average $\bar{\eta}=0.49$ is shown by the dashed line. In (e), we show an enlargement of (a) around the critical temperature, to highlight the importance of making the full HF calculation to reproduce the trend seen in the data.

a sensible measurement of the condensed number. We estimate the diffracted *fraction* of thermal atoms f_{th} in the impulse approximation discussed in [31]. In this approximation, well justified for the low densities considered here, the number of atoms diffracted from the thermal cloud is taken to be proportional to the thermal part of the momentum distribution, integrated over the directions perpendicular to the axis of the Bragg beams. Treating the thermal cloud as an ideal Bose gas in a first approximation, we find for a resonant π pulse,

$$f_{\text{th}} = \frac{\pi^2}{4\Delta\nu_{\text{th}}T} \frac{[g_{5/2}(1) - g_{5/2}\{\exp[-32(\nu_{\text{R}}/\Delta\nu_{\text{th}})^2]\}]}{g_{3/2}(1)}, \quad (2)$$

where $\Delta\nu_{\text{th}}=2v_{\text{R}}/\sqrt{2\pi}\lambda_{\text{T}}$. Here and below, the Bose functions are defined by $g_{\alpha}(u)=\sum_{j \geq 1} u^j/j^{\alpha}$. The second term in brackets arises from off-resonant excitations, which are negligible for the condensate but sizable for the thermal component. The quantity f_{th} varies from 6% at 400 nK ($T \sim 0.8T_{\text{c}}^0$ or $N_0/N \sim 20\%$) to 20% at 150 nK ($T \sim 0.2T_{\text{c}}^0$ or $N_0/N \sim 90\%$). The ratio between the number of thermal atoms to the number of BEC atoms in the diffracted peak is given by $(1-f_{\text{c}})/f_{\text{c}}f_{\text{th}}$, where $f_{\text{c}}=N_0/N$ is the condensed fraction, and it should remain small for the technique to work. All in all, we estimate from this simplified calculation that the Bragg filter is a useful technique in a window $5\% < N_0/N < 95\%$, the upper bound being set by the first condition (complete condensate transfer) and the lower by the second (the number of condensed atoms larger than the number of thermal atoms in the diffracted peak). Outside of this window, it becomes suspect to identify unambiguously the diffracted order with the condensate. Despite this, the technique represents a signifi-

cant improvement over the standard method, as we will see in the next sections.

III. CONDENSED FRACTION OF THE INTERACTING GAS VERSUS TEMPERATURE

With the tools of Sec. II in hand, we can investigate the behavior of the condensed fraction as a function of temperature. This quantity is of primary importance: the possibility to measure it directly in trapped gases is in stark contrast with the situation in traditional, bulk superfluids where such measurements are intrinsically difficult [3]. We have done this measurement in two steps, first by using the standard method and second by taking advantage of the enhanced resolution of the Bragg filtering scheme.

A. Standard time-of flight measurements

Using the standard analysis technique (i.e. no Bragg filtering), we investigate in this section a temperature interval ranging from $T \approx 1.1T_{\text{c}}^0$ down to $T \approx 0.3T_{\text{c}}^0$, with approximately 2×10^6 atoms at the transition. Figure 2 shows the measured condensed fraction as a function of T/T_{c}^0 . Each point results from an averaging over several (typically five) realizations under identical conditions. The expectation for an ideal gas, including finite-size effects [2], lies distinctly above our experimental data. The difference can be attributed to interactions, as shown by the far better agreement with the self-consistent HF calculation (solid line). The observed reduction of the condensed fraction contrasts with the homogeneous case [32], where the condensed and normal components overlap everywhere and where it is energetically favorable to *increase* the condensed fraction to diminish the

exchange interaction energy among excited states.

An interesting property, first pointed out in [33], is the scaling behavior of all thermodynamical quantities, which depend only on the reduced temperature T/T_c^0 and on the parameter η which controls the magnitude of two-body repulsion [34]:

$$\eta = \frac{\mu_{\text{TF}}[N_0 = N]}{k_B T_c^0} \approx 1.57 \left(\frac{a}{\sigma} \right)^{2/5} N^{1/15}. \quad (3)$$

Alternatively, one can express η as the ratio between the two characteristic lengths in the uniform problem—the scattering length a and the de Broglie wavelength λ_0 for $T=T_c^0$ —as $\eta \approx 1.07(a/\lambda_0)^{2/5}$. The power 2/5 reflects the presence of the trapping potential. A typical value in our experiment is $\eta = 0.5$, while previous experiments (for instance, [4]) correspond to $\eta \sim 0.3$ – 0.4 . Thus, the effect of two-body interactions is stronger in the work reported here, which explains to some extent the clarity with which we observe deviations from ideal-gas behavior.

In the experiment, because the total number N drops with T due to evaporation and losses, η decreases slightly across the temperature range, from 0.51 above T_c to 0.47 at low temperature [see Figs. 2(c) and 2(d)]. To compare with theory, we use the average number of atoms across the data set, $N \approx 1.2 \times 10^6$, and the corresponding $\bar{\eta} = 0.49$. This does not lead to a discernible variation of the HF prediction at the scale of the graph, because of the weak $N^{1/15}$ dependence of η . This behavior emphasizes the scaling behavior exhibited by trapped Bose gases with large atom numbers [33].

Finally, we note that the data in the vicinity of T_c , shown in Fig. 2(e), emphasize the necessity of the full HF treatment of the thermal component to understand quantitatively the thermodynamic properties. As a matter of fact, the semi-ideal model (dashed line) predicts a condensed fraction systematically higher than the one we observe. This is clear evidence for mutual interaction between the condensed and noncondensed components. We will return later to this point, which is an important conclusion to be drawn from this work.

B. Enhanced resolution of low thermal fraction

As discussed earlier, at low temperatures $T \lesssim 0.4T_c$, the standard procedure is unable to extract faithfully the properties of the thermal cloud. Thanks to the Bragg filtering technique introduced in Sec. II C, this difficulty can be overcome and a very small thermal fraction can be detected. The condensed fraction measured this way is plotted in Fig. 2(b), along with the $\bar{\eta} = 0.47$ curve that corresponds to the value $N \approx 8 \times 10^5$ for this set of measurements. Again, we find good agreement with the prediction of the HF model within our uncertainty, even at very low temperatures. One could wonder whether the contribution from collective excitations (quantum and low-energy thermal depletion) could be measured by this technique (the analog of the phonon regime in superfluid ^4He). Unfortunately, according to the estimations of [18], they are always small when compared to the contribution of single-particle excitations in the temperature range we explore and compared to the estimated sensitivity of the Bragg technique (Sec. II C). Only by increasing the dilute-

ness parameter $\sqrt{n_0(0)a^3}$ significantly could this regime become observable experimentally with the techniques described here.

IV. MEASUREMENT OF THE OVERALL AND THERMAL EXPANSION ENERGIES

Another quantity that can be measured from time-of-flight expansion is the release energy [2,4,5], the sum of the kinetic and interaction energy released at the trap cutoff and available for the expansion of the whole cloud. In an anisotropic trap such as ours ($\omega_\perp/\omega_z \approx 51$), almost all the interaction energy converts into radial expansion velocity. The radial expansion of the cloud for $t \gg \omega_\perp^{-1}$, observed in the y direction, proceeds at an overall speed v_y , fixed by the expansion energy

$$E_y = \frac{1}{2} M v_y^2 = \frac{1}{3} E_{\text{kin}} + \frac{1}{2} E_{\text{int}}, \quad (4)$$

which, if scaled by the characteristic $Nk_B T_c^0$, is a universal function of η and T/T_c^0 . We discuss in the Appendix I how to calculate the kinetic and interaction energies in the HF approximation.

Experimentally, one measures E_y directly from the root-mean-square cloud radius, according to $\langle y^2 \rangle = v_y t$ [4,5], without resorting to a detailed fitting model. This expression assumes negligible relaxation between the axial and radial degrees of freedom. We have plotted the measured value of E_y in Fig. 3(a) for same data as those shown in Fig. 2(b), where the Bragg filter has been used ($\eta \approx 0.47$ for these data). As expected, the kinetic energy of the thermal cloud dominates close to T_c , with a small contribution of the mean-field energy, whereas the interaction energy of the condensate E_0 is the most important term at low temperature. The HF curve connects these two limiting cases and reproduces well our observations.

A key advantage in our situation is the ability to analyze separately the condensate and thermal cloud thanks to the Bragg filtering scheme and, therefore, to measure the release energy of the thermal cloud *alone*. To avoid the condensate, we estimate the thermal cloud rms radius from a fit to a radial cut to the image [see inset in Fig. 3(b)]. The release energy of the thermal cloud measured this way is shown in Fig. 3(b), together with the calculated value:

$$E_y^{(\text{th})} = \frac{1}{3} E_{\text{kin}} + \frac{k_B T}{2} (\zeta_0 + \zeta_{\text{th}}). \quad (5)$$

The quantities ζ_0 and ζ_{th} represent the scaled mean-field energy corresponding to the repulsion felt by a thermally excited atom due to the condensate and to the remaining thermal atoms, respectively. They are defined more precisely in the Appendix I. Although the difference with the noninteracting curve is less pronounced at very low temperatures, where the thermal energy is very low, close to T_c , these results emphasize the important role of interactions and the good agreement with HF theory once again.

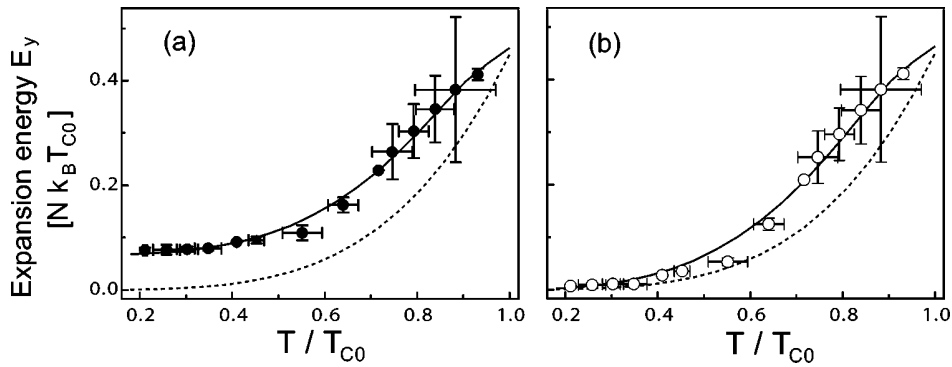


FIG. 3. Expansion energy in the radial x direction as a function of temperature. Solid circles in (a) correspond to the whole cloud and open circles in (b) to the thermal component only. The data are taken from the same set as in Fig. 2(b). The solid lines on the graphs show the same quantities predicted by the self-consistent HF model, with $\eta=0.47$. The dotted line is the expansion energy (kinetic only) of an ideal cloud.

V. FURTHER EVIDENCE FOR MUTUAL INTERACTION BETWEEN THE CONDENSED AND THERMAL COMPONENTS

From images taken employing the Bragg filtering scheme, it is also possible to examine a radial cut to the profile of the thermal cloud, as shown in Fig. 4(a). As the initial kinetic energy of the thermal cloud is typically much larger than its mean-field energy, one expects that the density distribution after time of flight reflects at least approximately the initial

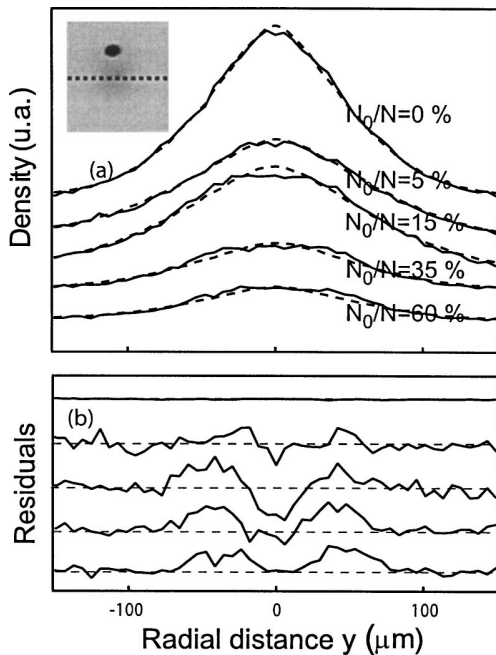


FIG. 4. Radial density profile of the thermal cloud. The dashed line in the inset shows the axis along which the profiles are taken. (a) Radial cut of the column density profile of the thermal cloud after 24.3 ms time of flight (solid line) and the best fit to an ideal Bose-Einstein distribution (dashed line). The Bragg filter has been employed to separate the thermal and condensed components. The condensed fraction is indicated in each case. (b) Residual of the fit for each case in (a).

momentum distribution, which does not display the “hole” present in the density distribution in the trap (see the Appendix I for further discussion). This is indeed the case: the measured profiles show a monotonic behavior near the center of the cloud [35]. Nevertheless, the density distribution we observe is somewhat flatter in the central region than the ideal-gas distribution used in the analysis, as shown by the residuals of a fit to the radial profile [Fig. 4(b)]. Above T_c , the effect disappears, which indicates that a flatter profile is not simply an artifact of our measurement method. Furthermore, such a behavior is to be expected if the condensate mean field repels the thermal cloud in the early stage of the expansion, since interactions tend in general to make the density profile more uniform.

A. Evidence for nonballistic expansion

As stated in Sec. II, this repulsion effect is not taken into account in our fitting procedure, which assumes an ideal Bose distribution to fit the profile and ballistic expansion to deduce temperature from the cloud sizes. To investigate further the validity of the analysis, we begin by plotting in Figs. 5(a) and 5(b) the aspect ratio of both components, as a function of the reduced temperature. One sees from these graphs that the simple model of a TF condensate on top of an ideal thermal background is not sufficient to account for the data. Indeed, for our trapping frequencies and for the time of flight $t=22.3$ ms used in these measurements, one would expect from this model an aspect ratio of 1.17 for the condensate and 0.77 for the thermal cloud. Both deviate from these values and vary with temperature, indicating that the expansion dynamics is more complex than assumed by the analysis model. Note that although this model fails to describe fully the expansion dynamics, the observed deviation from ballistic expansion remains small.

As already pointed out, the obvious weakness of the analysis model is the neglect of collisional effects. We recall that the expansion model is basically motivated by the absence of a more elaborate theory to which we could compare our observations. It is, however, of interest to quantify the error level on temperature measurements, which we will do

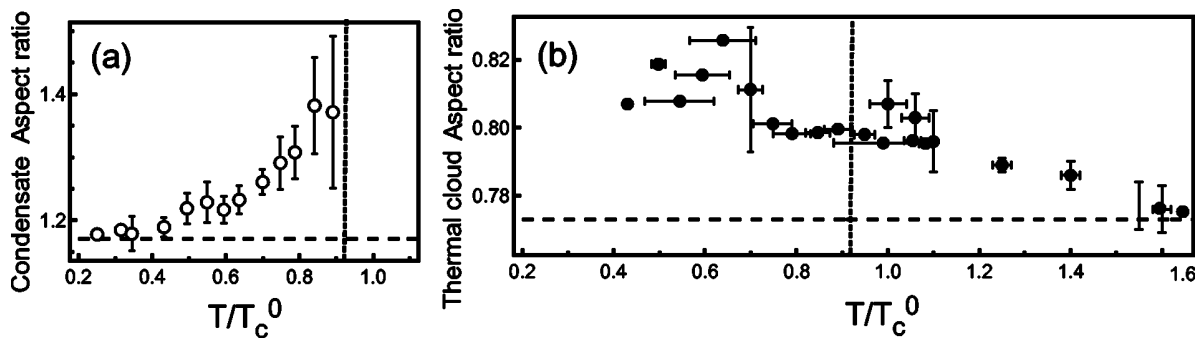


FIG. 5. Deviation from ballistic expansion. The aspect ratios of the condensed (a) and thermal (b) components of mixed clouds, after 22.3 ms of free expansion, are plotted as a function of the reduced temperature. The aspect ratios for noncondensed clouds, analyzed in more detail in [27], are also shown for comparison. The horizontal dashed lines indicate the aspect ratio of a TF condensate and an ideal thermal gas, respectively, and the vertical dotted lines show the critical temperature including mean-field and finite-size effects.

in the remainder of this section at the gross estimate level.

Interaction-driven forces that affect the expansion can be divided into two distinct classes [36]: hydrodynamic forces on the one hand, predominant above T_c in [27], and mean-field repulsion on the other, which play a minor role above T_c , but become increasingly important with decreasing T due to the presence of the condensate [37]. Both effects are roughly speaking comparable in magnitude, and from our observations above T_c and HF calculations (see the I), we estimate an upper bound on the systematic error on temperature measurements, from 10% close to T_c (mostly due to hydrodynamic behavior) to 20% well below (mostly due to repulsion by the condensate), compatible with the observed deviation from the ideal gas expansion.

This is an upper bound because the temperature is found through a fit to the wings of the distribution the only, which is expected to reduce effect of mean-field repulsion. The close agreement we find between the calculated release energy and the measured one in Fig. 3(b), where we recall that the radial size used to deduce the expansion energy was found through a fit to the full profile, seems to indicate that fitting to the wings avoids counting most of the repulsion energy in the determination of the temperature, as expected. However, this need not be true for the hydrodynamic relaxation, which affects directly the momentum distribution. Just as above T_c , hydrodynamic forces are thus likely to be the dominant source of systematic error in most of the temperature range in elongated traps such as ours.

B. Compression of the condensate by the thermal cloud

We conclude this section by examining the axial length of the condensate, which is reasonably immune to the effects discussed above because axial expansion of the condensate is very slow: the measured length thus stays close to the in-trap length. From condensed fraction measurements, it is clear that the semi-ideal model is not sufficient to reproduce our results, meaning that the mutual interaction between condensed and noncondensed atoms is observable. This is also seen from the length of the condensate inferred from the two-component fit, which is reduced when compared to the TF length calculated with the number of condensate atoms

we measure. A quantitative comparison can be made only by taking into account the slow axial expansion. In the absence of a complete theory, we assume that the axial length is rescaled from the equilibrium length by the same factor as a condensate in the TF regime, $b_z \approx 1 + \pi\omega_z^2 t / 2\omega_\perp \approx 1.04$ for our parameters [39,40]. With this assumption, we find our data to be in reasonable agreement with the HF length, whereas the TF prediction is found systematically too high (see Fig. 6). This reduction can be attributed to the thermal cloud compression discussed in the I: at equilibrium, the shell of thermal atoms surrounding the condensate exerts a force towards the trap center, reducing its extension when compared to a “free” TF condensate.

VI. CONCLUSION

In this paper, we have investigated experimentally the thermodynamics of a trapped, interacting Bose gas over a wide range of temperatures, from T_c down to $0.2T_c$. We have used the standard time-of-flight analysis, complemented by the use of coherent Bragg scattering, to filter the condensate out of the thermal cloud. The latter technique allows us to reach lower temperatures and higher condensed fractions than those accessible by the usual method. We have investigated primarily two quantities: the condensed fraction and

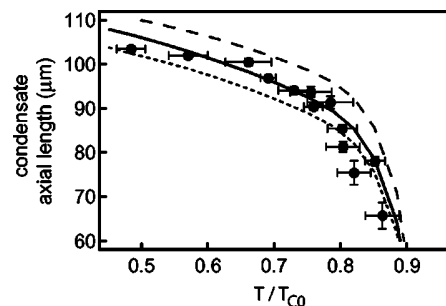


FIG. 6. Compression of the condensate by the thermal cloud. The axial length of the condensate as measured in the absorption images is shown, with the TF (dashed line) and the HF predictions for the trapped condensate (dotted line) and after rescaling by the same factor as a TF condensate (solid line).

the (radial) release energy. The data display without ambiguity an interacting gas behavior and are in agreement at a few percent level with a Hartree-Fock description of the mixed cloud. This highlights the pertinence of this simple description of the interacting, trapped Bose gas at finite temperature. Moreover, this gives evidence for a mutual interaction between the condensate and the thermal cloud close to T_c . Although these effects are small, they are measurable and should be taken into account in precise comparisons to the theory of finite-temperature, Bose-Einstein condensed gases.

A more thorough quantitative test of theory for ground-state occupation and similar thermodynamic properties is, however, hindered by the lack of theory to understand the expansion of a mixed cloud. For instance, the data in Fig. 2(a) lie systematically slightly below the theory, which may be due to an underestimation of the condensed fraction or the temperature: as described above, we use an ideal Bose distribution to fit the thermal component. This assumption contradicts the principal conclusion of this paper, that ideal-gas approximations are far from sufficient at the desired level of accuracy. Although the experiments described in this paper suggest an accuracy on temperature of order 10% at least, we have also shown that the density profile deviates from an ideal gas near the center of the cloud and stressed that hydrodynamic and mean-field effects in the expansion are not properly accounted for. Systematic errors may thus still be present, and a better accuracy is not guaranteed with the methods used in this paper. Numerical work—for instance, along the lines of [41]—may help study the expansion of mixed clouds and improve the standard analysis procedure.

ACKNOWLEDGMENTS

We would like to thank D. Guéry-Odelin, S. Giorgini, J. Dalibard, G. V. Shlyapnikov, J. Retter, and D. Boiron for useful discussions and comments on the manuscript, as well as D. Clément for his work on a related project. J.H.T. acknowledges support from the Châteaubriand Program, CNRS, and NSERC, and M.H. from IXSEA. This work was supported by Délégation Générale de l'Armement, the European Union (Cold Quantum Gas network), INTAS (Contract No. 211-855), and XCORE.

APPENDIX: SIMPLE MODELS OF A TRAPPED BOSE-EINSTEIN CONDENSED GAS AT FINITE TEMPERATURES

In this appendix, we briefly summarize the three different models to which we compare our observations. We use as a temperature scale the critical temperature of an ideal gas in the thermodynamic limit [2], $k_B T_c^0 = \hbar \bar{\omega} [N/\zeta(3)]^{1/3}$, where ζ is the Riemann function and $\bar{\omega} = \omega_\perp^{2/3} \omega_z^{1/3}$ is the geometrical mean of the trapping frequencies. We make three key assumptions [labeled (i)—(iii) in the following] to simplify the theoretical description. For the condensate, we suppose that (i) the condition $N_0 a / \bar{\sigma} \gg 1$ holds, where $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar / M \bar{\omega}}$ is the mean ground-state width and a the scattering length. This ensures that the condensate is in the TF regime. At very low

temperatures, where the condensed fraction is almost unity, this gives the condensate density $n_0 = n_{TF}$ as

$$n_{TF}(\mathbf{r}) = [\mu_{TF} - V_{ext}(\mathbf{r})]/U, \quad (A1)$$

where $U = 4\pi\hbar^2 a / M$ is the mean-field coupling constant. The TF chemical potential is $\mu_{TF} = (\hbar \bar{\omega} / 2)(15N_0 a / \bar{\sigma})^{2/5}$. For the thermal cloud, we assume (ii) $k_B T \gg \hbar \omega_\perp$ for the semiclassical approximation to hold and (iii) use a mean-field description which treats thermal atoms as independent particles evolving in a self-consistent static potential $V_{eff}(\mathbf{r})$ (see below). The distribution function in phase space for thermal particles then reads

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\beta[H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu]} - 1}, \quad (A2)$$

with the semiclassical Hamiltonian $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2 / 2M + V_{eff}(\mathbf{r})$, the chemical potential μ , and $\beta = 1/k_B T$. The particle density distribution for the thermal component n_{th} is found by integration over momenta and reads

$$n_{th}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_T^3} g_{3/2}\{\exp[\beta(\mu - V_{eff}(\mathbf{r}))]\}. \quad (A3)$$

Each model detailed below is thus specified by the precise form of V_{eff} : in the ideal-gas model, V_{eff} reduces to the trapping potential, in the semi-ideal model, it includes the mean field of the condensate only, and in the HF model, it also takes the mean field of the thermal atoms into account.

1. Ideal-gas model

The simplest approximation neglects all interactive contributions to the effective potential, which reduces to the trapping field:

$$V_{eff} - \mu = V_{ext} - \mu. \quad (A4)$$

The thermodynamic quantities follow the ideal-gas laws (see, for instance, [2]) and impose in particular $\mu = 0$ below T_c and $N_0/N = 1 - (T/T_c^0)^3$ for $T \leq T_c^0$. This ideal-gas description is thus incompatible with the existence of a TF condensate, which implies $\mu = \mu_{TF} > 0$, and it should be considered as a reasonable approximation only for $k_B T \gg \mu$.

2. Semi-ideal model

The repulsion of the thermal cloud by condensed atoms is taken into account in the so-called “semi-ideal” model [10,11], which considers a TF condensate containing $N_0 < N$ atoms plus a quantum-saturated, ideal thermal gas moving in the combined trapping plus condensate mean-field potential:

$$V_{eff}(\mathbf{r}) - \mu = V_{ext}(\mathbf{r}) + 2U n_{TF}(\mathbf{r}) - \mu_{TF}. \quad (A5)$$

The factor of 2 accounts for exchange collisions between atoms in different quantum states [2]. Note that the condensed atom number N_0 should be found self-consistently for a given T under the constraint that the total atom number be fixed.

The semi-ideal model correctly predicts the most important feature in the static density profile of trapped interacting Bose gases. As soon as the condensed fraction is larger than a few percent, the density of the condensate greatly exceeds the density of the thermal component. Therefore, the condensate mean field is stronger and repels the thermal cloud from the center of the trap, digging a hole in the thermal density distribution.

3. Self-consistent Hartree-Fock model

Although qualitatively correct and appealing because of its simplicity, the semi-ideal model is not sufficient to describe precisely our experiments. Interactions among thermal atoms and the backaction of the thermal cloud on the condensate have to be taken into account, which we do here in the HF approximation [12–18], corresponding to a self-consistent potential:

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) - \mu = V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + 2Un_0(\mathbf{r}) + 2Un_{\text{th}}(\mathbf{r}) - \mu. \quad (\text{A6})$$

The equilibrium condensate density is no longer simply given by the TF profile, but depends also on the thermal density through

$$n_0(\mathbf{r}) = \frac{\mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) - 2Un_{\text{th}}(\mathbf{r})}{U}. \quad (\text{A7})$$

A self-consistent numerical solution with a fixed atom number N fixes the finite- T chemical potential, $\mu = Un_0(0) + 2Un_{\text{th}}(0)$, from which all other quantities can be determined. For instance, the interaction energy, which contains mixed terms describing the mutual influence of the condensate and the thermal cloud, can be written as $E_{\text{int}} = E_0 + k_B T(2\zeta_0 + \zeta_{\text{th}})$, where

$$E_0 = \frac{U}{2} \int d^{(3)}\mathbf{r} n_0(\mathbf{r})^2, \quad (\text{A8})$$

$$\zeta_0 = \frac{U}{k_B T} \int d^{(3)}\mathbf{r} n_0(\mathbf{r}) n_{\text{th}}(\mathbf{r}), \quad (\text{A9})$$

$$\zeta_{\text{th}} = \frac{U}{k_B T} \int d^{(3)}\mathbf{r} n_{\text{th}}(\mathbf{r})^2. \quad (\text{A10})$$

The kinetic energy is entirely due to the thermal cloud in the TF approximation and reads

$$E_{\text{kin}} = \int \frac{1}{h^3} d^{(3)}\mathbf{r} d^{(3)}\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^2}{2M} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (\text{A11})$$

Numerical solution of the HF model displays two additional features compared to the semi-ideal model. First, mean-field interactions lower the critical temperature for Bose-Einstein condensation [27–32]. Second, there is a backaction of the thermal cloud on the condensate: the mean field exerted by the shell of thermal atoms surrounding the condensate acts in return to compress it, increasing its density and reducing its axial length L_0 according to

$$L_0^2 = \frac{2g}{m\omega_z^2} \left\{ n_0(0) + \frac{2}{\lambda_T^3} \{ g_{3/2}(e^{-gn_0(0)/k_B T}) - g_{3/2}[1] \} \right\}. \quad (\text{A12})$$

This compression effect is directly observed in Sec. V B and indirectly through the measurements of condensed fraction in Sec. III.

A further step forward would be to include collective effects in the model. However, Ref. [42] points out that low-energy, collective excitations cause a minute change in the thermodynamic properties of the system even at relatively low temperatures $T \lesssim \mu$. Another approach, based on quantum Monte Carlo calculations [43,44], has confirmed that the HF approximation could reproduce the *thermodynamics* of the trapped clouds to a very good accuracy.

-
- [1] For a recent review, see Nature Insight **416** (2002).
 [2] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
 [3] P. E. Sokol, in *Bose-Einstein Condensation*, edited by A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1993), p. 51.
 [4] J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **77**, 4984 (1996).
 [5] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996).
 [6] O. Maragò, G. Hechenblaikner, E. Hodby, and C. Foot, Phys. Rev. Lett. **86**, 3938 (2001).
 [7] D. J. Han, R. H. Wynar, P. Courteille, and D. J. Heinzen, Phys. Rev. A **57**, R4114 (1998).
 [8] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **59**, R938 (1999).
 [9] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001).
 [10] A. Minguzzi, S. Conti, and M. P. Tosi, J. Phys.: Condens. Matter **9**, L33 (1997).
 [11] M. Naraschewski and D. M. Stamper-Kurn, Phys. Rev. A **58**, 2423 (1998).
 [12] V. V. Goldman, I. F. Silvera, and A. J. Leggett, Phys. Rev. B **24**, 2870 (1981).
 [13] D. A. Huse and E. Siggia, J. Low Temp. Phys. **46**, 137 (1982).
 [14] J. Oliva, Phys. Rev. B **39**, 4197 (1989).
 [15] V. Bagnato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner, Phys. Rev. A **35**, 4354 (1988).
 [16] H. Shi and W.-M. Zheng, Phys. Rev. A **56**, 1046 (1997).
 [17] H. Shi and W.-M. Zheng, Phys. Rev. A **56**, 2984 (1997).
 [18] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, J. Low Temp. Phys. **109**, 309 (1997).
 [19] B. D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, Europhys. Lett. **51**, 485 (2000).
 [20] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, Phys. Rev. Lett. **82**, 871 (1999).

- [21] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [22] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkel, M. Lécroivain, F. Alves, C. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [23] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010405 (2003).
- [24] I. Shvarchuck, C. Buggle, D. S. Petrov, K. Dieckmann, M. Zielonkowski, M. Kemmann, T. Tiecke, W. von Klitzing, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [25] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi,"* edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman (IOS Press, Amsterdam, 1999), p. 67.
- [26] The probe laser wavelength is $\lambda_L=780.2$ nm; its intensity is 0.17 mW/cm², and the imaging pulse length is 34 μ s. The half-width of the absorption resonance has been measured to be 8 MHz, slightly broader than the natural linewidth 6 MHz. This could explain the value of the measured absorption cross section, found to be smaller than the resonant cross section $\sigma_0 = 3\lambda_L^2/4$ by a factor of $4.00(15)$ [27].
- [27] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 030405 (2004).
- [28] A possible cause for this behavior is that for our parameters, the radial expansion is already asymptotic ($\omega_{\perp}t \approx 57.0$), whereas the axial expansion is not ($\omega_z t \approx 1.2$). Thus, the spatial distribution along z might be intermediate between the in-trap distribution and the asymptotic one. Note however that using the temperature measured along the axial direction (with the same exclusion region than the one chosen to find T_x) would merely shift the temperature downwards by approximately 5–10 %, without significantly affecting the main conclusions of the paper.
- [29] F. Ferlaino, P. Maddaloni, S. Burger, F. S. Cataliotti, C. Fort, M. Modugno, and M. Inguscio, *Phys. Rev. A* **66**, 011604(R) (2002).
- [30] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 483 (2000).
- [31] F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).
- [32] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).
- [33] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3987 (1997).
- [34] This property holds in the semiclassical approximation, independently of making the HF approximation.
- [35] Note also that integration along the probe line of sight decreases the visibility of the hole, even in the trap.
- [36] P. Pedri, D. Guéry-Odelin, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **68**, 043608 (2003).
- [37] In addition, particle transfer is also possible [38,41], leading to a dynamic depletion of the condensate in the initial stages of the expansion.
- [38] T. Nikuni and A. Griffin, *Phys. Rev. A* **65**, 011601 (2002).
- [39] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [40] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
- [41] E. Zaremba, T. Nikuni, and A. Griffin, *J. Low Temp. Phys.* **43**, 141 (1999).
- [42] F. Dalfovo, S. Giorgini, M. Guilleumas, L. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **56**, 3840 (1997).
- [43] W. Krauth, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3695 (1996).
- [44] M. Holzmann, W. Kratuh, and M. Narachewski, *Phys. Rev. A* **59**, 2956 (1999).

Références relatives à ce chapitre

- [1] S. BOSE, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [2] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung”, *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.* **3**, (1925).
- [3] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases.”, *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.* **261**, (1924).
- [4] J. BARDEEN, L. COOPER, AND J. SCHRIEFFER, “Theory of Superconductivity”, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [5] M. H. ANDERSON *et al.*, “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).
- [6] K. B. DAVIS *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [7] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT, AND R. G. HULET, “Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995), *ibid.* **79**, 1170 (1997).
- [8] D. JIN *et al.*, “Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4204 (1996).
- [9] D. S. JIN *et al.*, “Temperature-Dependent Damping and Frequency Shifts in Collective Excitations of a Dilute Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764 (2001).
- [10] M.-O. MEWES *et al.*, “Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988 (1996).
- [11] M. R. ANDREWS *et al.*, “Observation of Interference Between Two Bose-Einstein Condensates”, *Science* **275**, 637 (1997).
- [12] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN, AND J. DALIBARD, “Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).
- [13] M. R. MATTHEWS *et al.*, “Vortices in a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
- [14] R. ONOFRIO *et al.*, “Observation of superfluid flow in a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2228 (2000).
- [15] S. BURGER *et al.*, “Superfluid and dissipative dynamics of a Bose-Einstein condensate in a periodic optical potential”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4447 (2001).
- [16] K.-J. KÜGLER, K. MORITZ, W. PAUL, AND U. TRINKS, “NESTOR - A magnetic storage ring for slow neutrons”, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Research* **228**, 240 (1985).
- [17] E. MAJORANA, “Atomi orientati in campo magnetico variabile”, *Nuovo Cimento* **9**, 43 (1932).
- [18] W. H. WING, “On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields”, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [19] E. A. CORNELL, C. MONROE, AND C. E. WIEMAN, “Multiply loaded, ac magnetic trap for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2439 (1991).
- [20] H. F. HESS, “Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen”, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [21] W. KETTERLE AND N. J. VAN DRUTEN, “Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions”, *Phys. Rev. A* **54**, 656 (1996).

- [22] D. SNOKE AND J. P. WOLFE, “Population dynamics of a Bose gas near saturation”, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [23] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, AND J. T. M. WALRAVEN, “Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas”, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [24] D. J. HEINZEN, dans *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, AND C. WIEMAN (IOS Press, 1999), p. 351.
- [25] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAAR, K. GIBBLE, AND D. J. HEINZEN, “Predictions for laser-cooled Rb clocks”, *Phys. Rev. A* **56**, R4389 (1997).
- [26] C. COHEN-TANNOUJDI, Cours au Collège de France, 1997-1998, disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [27] C. J. MYATT *et al.*, “Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [28] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, H. M. J. M. BOESTEN, AND B. J. VERHAAR, “Role of collisions in creation of overlapping Bose condensates”, *Phys. Rev. A* **55**, R1589 (1997).
- [29] H. T. C. STOOF, J. M. V. A. KOELMAN, AND B. J. VERHAAR, “Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen : Rigorous and simplified calculations”, *Phys. Rev. B* **38**, 4688 (1988).
- [30] E. TIESINGA, A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR, AND H. T. C. STOOF, “Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions”, *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1992).
- [31] H. M. J. M. BOESTEN, A. J. MOERDIJK, AND B. J. VERHAAR, “Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments”, *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996).
- [32] E. A. BURT *et al.*, “Coherence, correlations, and collisions : What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [33] D. GUÉRY-ODELIN, *Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 1998.
- [34] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON, AND C. WIEMAN, “Very cold trapped atoms in a vapor cell”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [35] V. BOYER, *Condensation de Bose-Einstein avec un électroaimant à noyau ferromagnétique : stratégies de refroidissement dans les champs magnétiques intenses*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2000.
- [36] B. DESRUELLE, *Évaporation par radio-fréquence et condensation de Bose-Einstein d'un gaz d'alcalins en régime de champ fort*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1999.
- [37] J. JACKSON, *Classical electrodynamics* (Wiley, New York, 1962).
- [38] V. VULETIC, T. W. HÄNSCH, AND C. ZIMMERMANN, “Steep magnetic traps for cold atoms”, *Europhys. Lett.* **36**, 349 (1996).
- [39] T. ESSLINGER, I. BLOCH, AND T. HÄNSCH, “Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap”, *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap* **58**, R2664 (1998).
- [40] Y. V. GOTT, M. S. IOFFE, AND V. G. TEL'KOVSKI, “Some new results on confinement in magnetic traps”, *Nucl. Fusion, Suppl.* **Pt. 3**, 1045, 1284 (1962).
- [41] D. E. PRITCHARD, “Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).

- [42] M.-O. MEWES *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [43] L. V. HAU *et al.*, “Near resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in the ‘4D’ magnetic bottle”, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [44] U. ERNST *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration”, *Europhys. Lett.* **41**, 1 (1998).
- [45] J. J. TOLLETT, C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, AND R. G. HULET, “Permanent magnet trap for cold atoms”, *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).
- [46] S. RICHARD, *Spectroscopie de Bragg d’un quasi-condensat*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2003.
- [47] Y. LE COQ, *Condensats de Bose-Einstein et lasers à atomes*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2002.
- [48] W. D. PHILIPPS AND H. METCALF, “Laser deceleration of an atomic beam”, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [49] B. DESRUELLE *et al.*, “Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms trapped in a high magnetic field”, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [50] K.-A. SUOMINEN, E. TIESINGA, AND P. S. JULIENNE, “Nonadiabatic dynamics in evaporative cooling of trapped atoms by a radio-frequency field”, *Phys. Rev. A* **58**, 3983 (1998).
- [51] D. GUÉRY-ODELIN, *private communication* (2004).
- [52] Y. CASTIN AND R. DUM, “Bose-Einstein condensates in time-dependent traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [53] P. PEDRI, D. GUÉRY-ODELIN, AND S. STRINGARI, “Dynamics of a classical gas including dissipative and mean-field effects”, *Phys. Rev. A* **68**, 043608 (2003).
- [54] F. GERBIER, *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2003.
- [55] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, AND S. STRINGARI, “Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases”, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [56] C. COHEN-TANNOUJDI, “Manipulating atoms with photons”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [57] I. SCHVARCHUCK *et al.*, “Bose-Einstein condensation in non-equilibrium states studied by condensate focusing”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [58] H. WU AND E. ARIMONDO, “Expansion of the non-condensed trapped Bose gas in Bose-Einstein condensation”, *Europhys. Lett.* **43**, 141 (1998).
- [59] K. M. O’HARA *et al.*, “Observation of a strongly interacting degenerate Fermi gas of atoms”, *Science* **298**, 2179 (2002).
- [60] E. ZAREMBA, T. NIKUNI, AND A. GRIFFIN, “Dynamics of a trapped Bose gas at finite temperature”, *J. Low Temp. Phys.* **43**, 141 (1999).
- [61] A. ROBERT *et al.*, “A Bose-Einstein condensate of metastable atoms”, *Science* **292**, 1320 (2001).
- [62] F. PEREIRA-DOS SANTOS *et al.*, “Bose-Einstein condensation of metastable helium”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
- [63] W. KRAUTH, “Quantum Monte Carlo Calculations for a Large Number of Bosons in a Harmonic Trap”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3695 (1996).

- [64] M. BIJLSMA AND H. STOOF, “Effect on interactions on the critical temperature of a dilute Bose gas”, *Phys. Rev. A* **54**, 5085 (1996).
- [65] P. GRÜTER, D. CEPERLEY, AND F. LALOÈ, “Critical temperature of Bose-Einstein condensation for hard-spheres”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3549 (1997).
- [66] G. BAYM *et al.*, “The transition temperature of the dilute interacting Bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1703 (1999).
- [67] M. HAQUE, “Weakly non-ideal Bose gas : comments on critical temperature calculations”, *cond-mat/0302076* (2003).
- [68] M. HOLZMANN, G. BAYM, J.-P. BLAIZOT, AND F. LALOÈ, “Nonanalytic dependence of the transition temperature of the homogeneous dilute Bose gas on scattering length”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120403 (2001).
- [69] V. A. KASHURNIKOV, N. V. PROKOF'EV, AND B. V. SVISTUNOV, “Critical temperature shift in a weakly interacting Bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120402 (2001).
- [70] P. ARNOLD AND B. TOMÀŠIK, “ T_c for trapped dilute Bose gases : A second-order result”, *Phys. Rev. A* **64**, 053609 (2001).
- [71] L. D. LANDAU AND E. M. LIFSHITZ, *Statistical Physics, part 1* (Butterworth-Heinemann Ltd., London, 1980).
- [72] P. ARNOLD AND G. MOORE, “BEC transition temperature of a dilute homogeneous Bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120401 (2001).
- [73] J. D. REPPY *et al.*, “Density Dependence of the Transition Temperature in a Homogeneous Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2060 (2000).
- [74] S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, AND S. STRINGARI, “Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas”, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).
- [75] M. HOUBIERS, H. STOOF, AND E. A. CORNELL, “Critical temperature of a trapped Bose gas : mean-field theory and fluctuations”, *Phys. Rev. A* **56**, 2041 (1997).

Un Faisceau Cohérent d'atomes : le Laser à Atomes

Les atomes dans un piège magnétique constituent un analogue aux photons dans une cavité optique. Le phénomène de condensation est caractérisé par une population macroscopique d'atomes dans le même état quantique. C'est la statistique de Bose à basse température qui va stimuler les atomes à se placer dans cet état. Cette *stimulation bosonique* est une conséquence de la symétrisation de la fonction d'onde d'un système de bosons par échange de particules, tout comme l'émission stimulée. Il existe cependant une différence entre la condensation de Bose-Einstein et l'effet laser. Ce dernier, qui nécessite une inversion de population, est essentiellement une situation hors équilibre alors que la condensation est obtenue à l'équilibre thermodynamique. L'effet laser est quant à lui un peu différent, car il s'agit d'un phénomène hors de l'équilibre thermodynamique, créé par une inversion de population du milieu amplificateur de lumière. Il est désormais très bien compris et maîtrisé, et l'avènement des lasers a été au cours de ces 40 dernières années à l'origine d'un renouveau spectaculaire du domaine de l'optique. Les deux principales caractéristiques du rayonnement laser qui sont utilisées dans les très nombreuses applications sont la cohérence du rayonnement, et sa forte luminance.

Les propriétés des lasers à atomes sont elles aussi très prometteuses pour l'optique atomique ; cohérence transverse et longitudinale, grande brillance de la source (flux très élevé de particule par unité d'angle solide) et laissent à penser que l'optique atomique peut suite à cette découverte subir une révolution analogue à celle de l'optique après la découverte de l'effet laser, où les condensats peuvent constituer des sources cohérentes et lumineuses pour l'optique atomique [1], comme le sont les lasers pour l'optique photonique. Afin de produire un faisceau laser à atomes, on va donc vouloir faire sortir les particules du piège où elles sont confinées. Plusieurs solutions sont possibles et ont été réalisées, mais aucune ne permet actuellement de réaliser un faisceau laser atomique réellement continu et on dispose aujourd'hui de lasers quasi-continus, qui, comme les premiers lasers à rubis, s'éteignent une fois le réservoir *d'atomes* épuisé [2, 3]. Ces premiers lasers à atomes, réalisés en extrayant d'un condensat un flux continu d'atomes [4], a permis de mesurer la cohérence de deux jets ainsi obtenus par mesure de battements [5]. De même, la mise en œuvre d'un amplificateur *cohérent* d'ondes de matière [6, 7] a démontré le potentiel de ces sources atomiques cohérentes. En outre,

même faibles, les interactions entre atomes du condensat offrent une forte non-linéarité pour l'optique atomique, un mélange à 4 ondes a par exemple été observé dans un condensat de Sodium [8].

Dans ce chapitre, je présente les travaux que j'ai effectués pour comprendre et maîtriser le laser à atomes :

- L'étude théorique du processus de couplage de sortie utilisant un couteau radiofréquence a permis de mettre en évidence l'importance de la gravité pour extraire un faisceau cohérent d'atomes.
- L'étude de la propagation d'un faisceau laser atomique à *travers* le condensat de Bose-Einstein a permis de mettre en évidence l'effet de lentille divergent dû aux interactions.
- Enfin, l'étude de différents régimes pour le coupleur de sortie a permis d'obtenir l'équivalent d'un laser à blocage de modes pulsé.

4.1 Comment extraire les atomes du condensat de manière cohérente

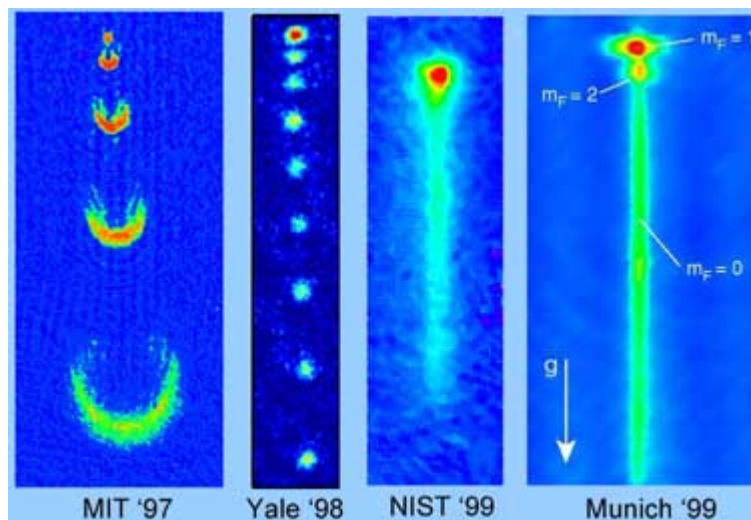


Fig. 4.1 : Différents lasers atomiques produits dans des laboratoires à travers le monde. **a)** Au MIT, des impulsions RF intenses envoient une partie des atomes dans un état non piégé. Ils tombent alors sous l'effet de la gravité. **b)** À Yale, le condensat est chargé dans un réseau optique. L'effet tunnel entre les puits de potentiels, sous l'effet de la gravité, produit des impulsions cohérentes d'atomes. **c)** au NIST, des impulsions Raman très fréquents expulsent les atomes dans une direction contrôlée. Quand les impulsions se recouvrent les uns avec les autres, on a un laser quasi-continu. **d)** à Munich, un coupleur radio-fréquence continu et de faible puissance extrait un flux continu d'atomes jusqu'à épuisement des atomes du condensat.

Le premier laser à atomes a simplement consisté à couper le piège magnétique et à laisser tomber les atomes du condensat sous l'effet de la gravité. Cette technique d'extraction est analogue au *cavity dumping*, où tous les photons sont extraits de la cavité laser en une seule fois.

En lâchant ainsi un condensat de Bose-Einstein, nous obtenons un laser pulsé à très faible cadence de répétition (inférieure à 0,1 Hz).

L'étape suivante a consisté à coupler des atomes vers un état non piégé tout en conservant un nuage condensé dans le piège. Le premier coupleur de sortie a été réalisé au MIT [9]. Dans cette expérience, une impulsion radio-fréquence brève (quelques micro-secondes) et intense ($\Omega_{\text{RF}} > 10$ kHz) transfère de façon cohérente une partie importante du condensat vers un état non piégé (fig. 4.1 a). À Yale [10], un condensat a été chargé dans un réseau lumineux vertical. Les atomes s'échappent des puits de potentiel optique par un effet tunnel induit par la gravité. Cette technique réalise un couplage continu vers plusieurs modes. De plus, ces modes sont verrouillés en phase. Les atomes sortent alors par impulsions, comme le font les photons d'un laser à modes-bloqués (fig. 4.1 b).

L'équipe du NIST [11] a réalisé l'extraction des atomes du condensat grâce à une succession d'impulsions Raman très brèves, synchronisées avec un piège TOP. Cette méthode ressemble aux précédentes dans son principe (succession d'impulsions d'extraction). Cependant, elle permet aux paquets d'ondes de chaque impulsion de se recouvrir, et donc d'obtenir un faisceau pratiquement continu lorsque la fréquence des impulsions Raman est suffisamment élevée (fig. 4.1 c). De plus, elle permet également de transmettre une impulsion aux atomes extraits, de sorte qu'ils ne se propagent pas nécessairement suivant la gravité. Nous avons nous-même également réalisé un tel laser quasi-continu par application d'un coupleur RF modulé en fréquence. Cette technique permet de générer des impulsions d'atomes extraits de façon cohérente. Quand la fréquence de modulation est assez importante, les impulsions se recouvrent les uns avec les autres, et l'on obtient un flux continu d'atomes jusqu'à vidage du condensat.

Pour sa part, le groupe de Munich [4] a réalisé et utilisé un laser atomique quasi-continu avec un coupleur de sortie radio-fréquence de faible puissance ($\Omega_{\text{RF}} < 100$ Hz). L'extraction a alors lieu continûment jusqu'au vidage complet de la cavité (fig. 4.1 d). Le faisceau est continu pendant toute la durée d'application de la radiofréquence (typiquement quelques dizaines de ms). De plus, on s'attend à ce que le faisceau extrait ait une largeur spectrale bien plus faible dans le cas quasi-continu que dans le cas pulsé [12]. Grâce à cette technique, de nombreuses expériences ont pu être réalisées dans ce groupe [5, 12, 13, 14] ainsi que dans le notre [15, 16, 17]. On peut aussi noter que récemment, une technique similaire a été utilisée pour réaliser un coupleur de sortie par déversement progressif à partir d'un piège optique [18].

La technique d'extraction par radiofréquence dans le régime quasi-continu est particulièrement prometteuse car le couplage de sortie radiofréquence reste simple à mettre en œuvre expérimentalement. L'utilisation de cette technique pourrait à terme mener à la réalisation de laser à atomes réellement continus. En effet, l'équipe de W. Ketterle au MIT [19] a réussi à charger un condensat de façon cyclique à l'aide d'une pince optique connectant une région

de production et une région de stockage bien séparées. Nous menons des études similaires pour mettre au point un transport par pince optique [20]¹.

Lors de nos recherches sur les lasers à atomes, nous avons démontré que théoriquement, le problème se compare à celui du couplage d'un état lié discret (le mode du condensat) avec un continuum d'états libres, dont la résolution est bien maîtrisée. Pour les paramètres utilisés dans nos expériences et dans celles du groupe de Munich, la gravité joue un rôle prépondérant dans la dynamique d'extraction et le mouvement longitudinal [22]. Dans les études théoriques antérieures, ce point était souvent mésestimé, et les propriétés des lasers à atomes étaient discutées dans le cadre d'une propagation dans l'espace libre [23, 24, 25, 26, 27, 28]. La gravité n'était traitée que dans le cadre de simulations numériques 1D, dont l'accord avec l'expérience était médiocre [29].

4.2 Le laser à atomes continu

On peut réaliser un laser à atomes quasi-continu en appliquant un champ magnétique oscillant (coupleur radiofréquence (RF), à environ 38.6 MHz dans notre première expérience) pour faire basculer le moment magnétique atomique dans l'état non couplé $m_F = 0$. L'amplitude de ce coupleur doit être faible ; approximativement $0.1 \mu\text{T}$ et appliqué pour une durée relativement longue ($t_{oc} = 10 \text{ ms}$). On peut ainsi transférer les atomes du condensat de l'état piégé $|F = 1, m = -1\rangle$ vers l'état *en chute libre* $|F = 1, m = 0\rangle$ (fig 4.2) avec un taux suffisamment faible pour être dans le régime quasi continu.

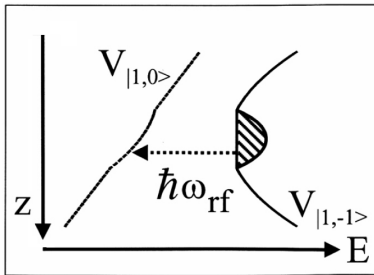


Fig. 4.2 : Représentation schématique du couplage de sortie à partir du potentiel de piégeage $V_{|1,-1\rangle}$ vers le potentiel de chute libre $V_{|1,0\rangle}$ par l'intermédiaire d'un photon de rf à ω_{rf} . La direction verticale est notée z . Les courbes montrées incluent l'effet des potentiels magnétiques, de la gravité, et de la répulsion entre atomes.

4.2.1 Modèle analytique du laser à atomes

Pour décrire le coupleur de sortie, nous considérons un condensat d'atomes de ^{87}Rb dans l'état hyperfin $F = 1$ à une température $T = 0 \text{ K}$. L'état $|F = 1, m = -1\rangle$ est piégé dans un potentiel magnétique harmonique $V_{\text{trap}} = \frac{1}{2}m \sum_{i=x,y,z} (\omega_i^2 r_i^2)$. Le coupleur rf $\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t) \mathbf{e}_z$ induit des transitions vers $|F = 1, m = 0\rangle$ (état non piégeant) et $|F = 1, m = +1\rangle$ (état anti-piégeant). Le condensat peut être décrit par un spineur à trois composantes

¹Il existe une autre approche non moins intéressante, qui consiste à condenser directement un jet atomique refroidi [21].

$\Psi' = [\psi'_m]_{m=-1,0,+1}$ qui obéit à un ensemble d'équations de Schrödinger non linéaires couplées. On peut en fait considérer uniquement les états $|F = 1, m = -1\rangle$ et $|F = 1, m = 0\rangle$ (la population dans l'état $|F = 1, m = +1\rangle$ est supposée négligeable). De plus, le couplage étant faible, on peut considérer que la densité atomique dans l'état $|F = 1, m = 0\rangle$ reste très faible. On peut alors écrire la densité atomique totale $n(\mathbf{r}) \approx |\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)|^2$. En appliquant l'approximation du champ tournant et en passant dans le référentiel tournant à ω_{rf} , on obtient un ensemble de deux équations couplées pour les composantes $\psi_m = \psi'_m e^{im\omega_{\text{rf}}t}$ du nouveau spineur (ces équations sont très similaires à celles déjà étudiées au chapitre 2) :

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{-1}}{\partial t} = [\hbar\delta_{\text{rf}} + h_{-1}]\psi_{-1} + \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2}\psi_0 \quad (4.1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = h_0\psi_0 + \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2}\psi_{-1} \quad (4.2)$$

avec $h_{-1} = \mathbf{p}^2/2m + V_{\text{trap}} + U |\psi_{-1}|^2$, $h_0 = \mathbf{p}^2/2m - mgz$ et $U = 4\pi\hbar^2 aN/m$. La longueur de diffusion pour les atomes dans l'état $|F = 1; m = -1\rangle$ vaut $a \approx 5$ nm. N est le nombre d'atomes initialement piégés. Le coupleur RF est caractérisé par deux paramètres ; son désaccord $\hbar\delta_{\text{rf}} = V_{\text{off}} - \hbar\omega_{\text{rf}}$ avec la fréquence de résonance au minimum de potentiel et sa fréquence de Rabi $\hbar\Omega_{\text{rf}} = \mu_B B_{\text{rf}}/2\sqrt{2}$, en prenant le facteur de Landé $g_f = -1/2$.

Expression analytique du mode du laser à atomes

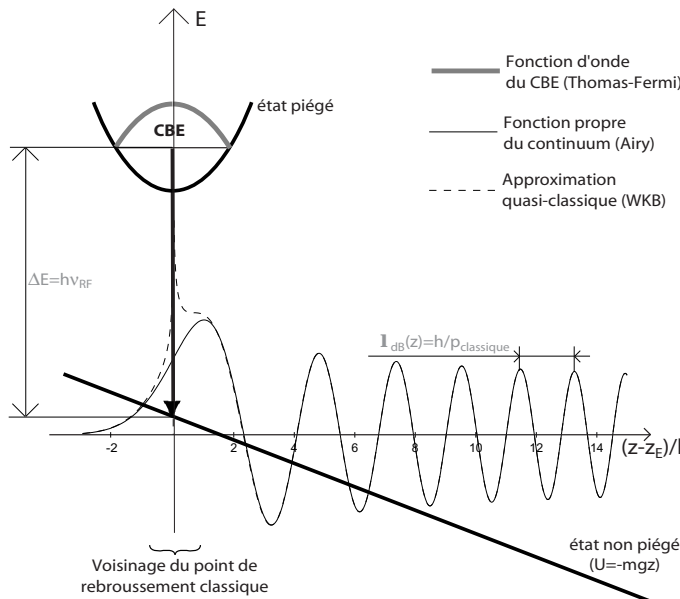


Fig. 4.3 : Couplage d'un condensat de Bose vers un continuum (potentiel affine). L'approximation quasi-classique (WKB) est valable en tout point z sauf autour du point de rebroussement classique ($|z - z_E|/l \leq 1$). Dans la région $z > z_E$, la pseudo-période est la longueur d'onde de de Broglie $\lambda_{\text{dB}} = \hbar/p$ où l'impulsion p est donnée par les équations classiques du mouvement. Le paramètre $l = \sqrt[3]{\hbar^2/2mU'(z_E)}$ donne l'ordre de grandeur de l'extension spatiale de la première arche de la fonction du continuum vers laquelle le couplage s'effectue. Note : L'extension spatiale du condensat de Bose a été très fortement réduite par rapport au cas réel par souci de clarté.

La fonction d'onde pour la composante piégée ψ_{-1} est décrite par une fonction d'onde dans l'approximation de Thomas-Fermi (TF) [22]. Elle est définie par les dimensions du condensat sont alors $R_{i=x,y,z} = (2\mu/m\omega_i^2)^{1/2}$ où $\mu = (\hbar\omega/2)(15aN_{-1}/\sigma)^{2/5}$ est le potentiel chimique. Comme le

nombre d'atomes N_{-1} diminue au cours du temps, cette fonction d'onde, en particulier à travers la variation de μ , va évoluer au cours du temps.

Pour l'état $|F = 1, m = 0\rangle$ qui représente le mode en chute libre, il faut résoudre l'équation (4.2) en prenant $\Omega_{\text{rf}} = 0$. Le hamiltonien peut alors être séparé en une partie horizontale et une partie verticale indépendantes. Dans le plan horizontal (x, y) , les états propres sont des ondes planes de vecteurs d'onde k_x, k_y . Dans la direction verticale z , les états propres s'écrivent $\phi_0^{(z_{E_z})} = A \cdot \text{Ai}(-\zeta_{E_z})$, où Ai est une fonction d'Airy calculée à l'abscisse réduite $\zeta_{E_z} = (z - z_{E_z})/l$. L'énergie E_z de l'état propre permet de définir le point de rebroussement $z_{E_z} = -E_z/mg$ qui correspond à la position pour laquelle une particule classique d'énergie E_z atteint le sommet de sa trajectoire. La longueur caractéristique $l = (\hbar^2/2m^2g)^{1/3}$ correspond approximativement à la taille du premier lobe de la fonction d'Airy au point de rebroussement. Dans le cas du ^{87}Rb , $l \approx 0.28 \mu\text{m} \ll R_x, R_y, R_z$.

Les modes du laser à atomes sont donc le produit des fonctions d'onde transverses (dans le plan horizontal) et longitudinale (suivant la verticale) soit $\phi_0^{(n)}(\mathbf{r}) = \phi_0^\perp(x, y) \phi_0^{(z_{E_z})}(z)$, où n représente un choix possible du triplet de nombres quantiques (k_x, k_y, z_{E_z}) (la densité de modes² est alors $\rho_{3D} = L^2 \alpha_h^2 / 2\pi^3 l$). Il est possible d'obtenir une expression analytique de ce mode [31], au premier ordre, on obtient (voir Fig.4.4b) :

$$\psi_0(\mathbf{r}, t) \approx -2i\pi \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{4mgl} \phi_{-1}(x, y, z_{E_{-1}}) \frac{e^{i\frac{2}{3}|\zeta_{E_{-1}}|^{3/2} - i\frac{E_{-1}t}{\hbar}}}{\sqrt{\pi |\zeta_{E_{-1}}|^{1/2}}} \quad (4.3)$$

avec $z_{E_{-1}} = (\hbar\delta_{\text{rf}} + \mu)/mg$. Le "col" du faisceau laser atomique est alors $x_{\text{out}} = R_x(1 - (2E_{-1}/\Delta)^2)^{1/2}$ et $y_{\text{out}} = R_y(1 - (2E_{-1}/\Delta)^2)^{1/2}$, où $\Delta = mgR_z/\hbar$ est la largeur sur laquelle on peut efficacement coupler le condensat.

Le coupleur de sortie

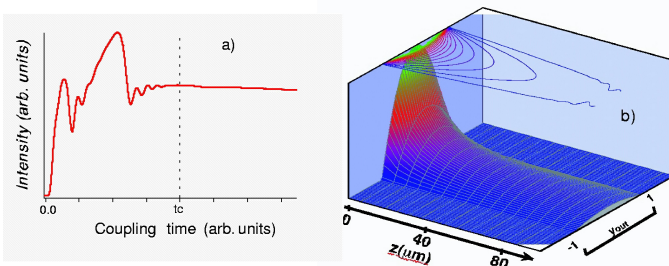


Fig. 4.4 : Laser à atomes dans le régime de couplage faible ($\Omega_{\text{rf}} = 300 \text{ Hz}$). (a) : Évolution temporelle de l'intensité de laser obtenue par une intégration numérique des équations 4.1 et 4.2, avec $N \sim 2000$ atomes. (b) : Profil spatial d'intensité du laser à atomes à $t \gg t_c$ (Eq.4.3)

Pour comprendre le fonctionnement du coupleur de sortie, constatons d'abord que l'extraction du laser à atomes consiste à coupler l'état piégé $|F = 1, m = -1\rangle$ d'énergie $E_{-1} = \hbar\delta_{\text{rf}} + \mu$

²Le calcul de la densité de modes peut poser quelques problèmes [30] qui nous ont conduits initialement à la sous-estimer d'un facteur 2. Cette erreur tient dans la manière de compter les modes « gravitationnels ». Bien que la fonction d'Airy, fonction propre du hamiltonien gravitationnel, puisse être considérée comme une onde *stationnaire*, il est incorrect de diviser la densité de mode par 2 pour ne prendre en compte que le flux se propageant vers le bas.

vers l'état final $|F = 1, m = 0\rangle$ qui est en fait un continuum d'états dont l'énergie est centrée autour de $E_0^{(n)} = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m - mgz_{E_z}$.

Dans le régime de couplage qui nous intéresse ici (couplage faible), la population des états $|F = 1, m = -1\rangle$ et $|F = 1, m = 0\rangle$ commence à osciller pendant $t \leq t_c = \hbar/\Delta$ puis la population de l'état $|F = 1, m = -1\rangle$ décroît de manière monotone (Fig.4.2a). Le taux de départ Γ pour $t \geq t_c$ est alors simplement donné par la règle d'or de Fermi :

$$\frac{\Gamma}{\Omega_{\text{rf}}^2} \approx \frac{15\pi}{32} \frac{\hbar}{\Delta} \left[1 - \left(\frac{\mu + \hbar\delta_{\text{rf}}}{\Delta/2} \right)^2 \right]^2 \quad (4.4)$$

De l'équation (4.4), on peut extraire une fréquence de Rabi critique $\Omega_{\text{rf}}^C \sim 0.8\Delta/\hbar$ au-dessus de laquelle cette décroissance monotone de la population de $|F = 1, m = -1\rangle$ n'a plus lieu (on est alors dans un régime d'oscillations de Rabi).

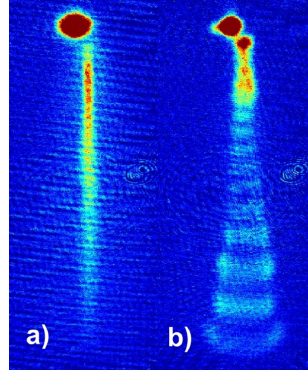


Fig. 4.5 : *Laser à atomes dans le régime de couplage faible (a) et fort (b) obtenus sur le nouveau montage de pince optique.*

Il est intéressant de noter que comme $\hbar\Gamma \ll mgR_z$, la région de l'espace qui correspond à un couplage efficace du laser à atomes a une extension $\Delta z \sim \hbar\Gamma/mg$ qui est très inférieure à la taille du condensat : le couplage s'effectue donc essentiellement au point de rebroussement classique z_{E_z} . En fait, à cause de la gravité qui décale le condensat par rapport au minimum de champ magnétique, cette région de couplage est simplement un plan horizontal [4] dont la hauteur z_{E_z} obéit à la relation :

$$\delta_{\text{rf}} = \omega_{\text{rf}} - \omega_0 = -\Delta \frac{z_{E_z}}{z_0} - \frac{\mu}{\hbar} \left(1 - \frac{z_{E_z}^2}{z_0^2} \right). \quad (4.5)$$

On a choisi ω_0 arbitrairement pour que $\delta_{\text{rf}} = \pm\Delta$ quand $z_{E_z} = \mp z_0$.

4.2.2 Étude expérimentale d'un faisceau laser atomique

Nous avons réalisé l'étude du laser à atomes à partir du condensat de Bose-Einstein de ^{87}Rb décrit dans le chapitre précédent. Les fréquences d'oscillation de la cavité magnétique utilisée dans cette expérience sont $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 144 \text{ Hz}$ et $\omega_y = 2\pi \times 9 \text{ Hz} = \lambda\omega_z$. Environ 5×10^5 atomes sont piégés initialement dans ce piège magnétique.

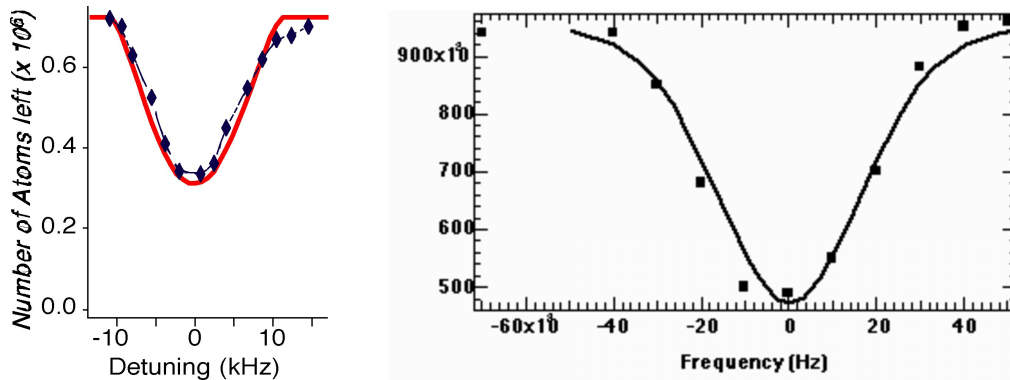


Fig. 4.6 : **Gauche :** Nombre d'atomes restant dans le piège magnétique après 20 ms de couplage. Le nombre d'atomes initial dans le condensat est $N \approx 7.2 \times 10^5$ et la fréquence de Rabi du coupleur $\Omega_{\text{rf}} = 312$ Hz. Nous comparons ici les données expérimentales de Bloch et al. [4], avec notre modèle théorique en prenant leurs paramètres expérimentaux (à un facteur deux près pour la fréquence de Rabi [30]). **Droite :** Les instabilités du champ magnétique de biais résultent dans un élargissement de la largeur du couplage radiofréquence. La largeur sur laquelle le couplage a lieu est de l'ordre de 80 kHz, alors que l'élargissement attendu à cause de la taille du condensat est seulement de 20 kHz. Même en prenant en compte l'élargissement du couplage dû à la présence du nuage thermique (22 kHz), on obtient une largeur de couplage de 30 kHz, l'excès de 50 kHz est donc le résultat de la convolution de ces deux effets avec l'élargissement causé par les instabilités du biais magnétique.

taux de couplage

Le champ de biais étant dans cette première étude³ de $B_0 = 5.4$ mT, la fréquence du coupleur RF sera donc centrée autour de 39 MHz, de telle manière que la hauteur qui correspond au couplage maximal soit située à l'intérieur du condensat. Connaissant la taille verticale du condensat, cette condition de résonance implique que la fréquence du coupleur RF soit déterminée à mieux que $\Delta/\mu \sim 10$ kHz, et que les fluctuations relatives entre la fréquence du coupleur et la fréquence de transition μB_0 soient inférieures à cette valeur. Cette condition de stabilité implique dans notre cas expérimental une contrainte forte : la stabilisation relative du biais à mieux que $\sim 10^{-4}$. On peut estimer précisément les fluctuations du biais en observant l'efficacité du couplage en fonction de sa fréquence. Pour cela, on mesure le nombre d'atomes restant piégés dans l'état $|1, -1\rangle$ après avoir appliqué le coupleur RF pendant 10 ms (Fig. 4.6 b). Une estimation qualitative de la stabilité à court terme (sur quelques millisecondes) est aussi réalisée en observant la qualité du faisceau laser de sortie (Fig. 4.7 et Fig. 4.8 a). Les meilleurs résultats en terme de stabilité du biais magnétique ont été obtenus en utilisant une alimentation ultra-stable ou une batterie de voiture (seulement 1.3 A sont nécessaires pour assurer le piégeage des atomes grâce à l'utilisation des noyaux ferromagnétiques dans l'électroaimant).

Pour observer la propagation du laser à atomes, nous avons utilisé deux dispositifs d'imagerie différents. Le premier (« imagerie horizontale ») permet d'observer le condensat avec

³La fin de cette section traitera de résultats obtenus sur un nouveau dispositif à biais plus faible.

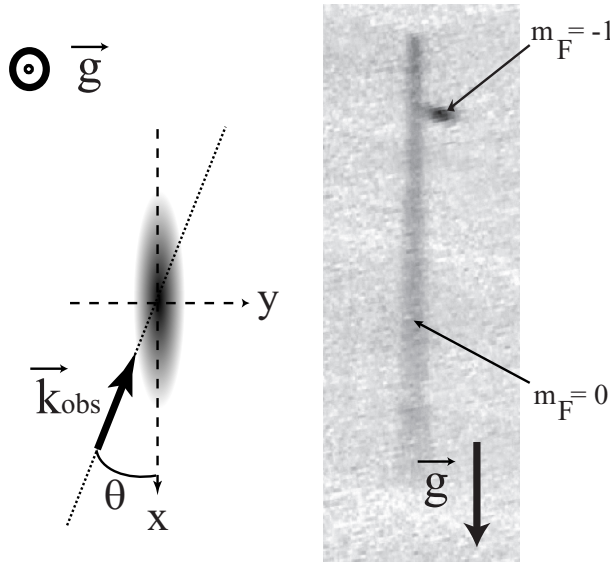


Fig. 4.7 : Imagerie verticale d'un laser à atomes. A gauche, le vecteur d'onde \mathbf{k}_{obs} de la sonde de l'imagerie fait un angle θ avec l'axe long \mathbf{x} du condensat. La coordonnée horizontale dans le plan image est r . Comme l'image reflète une intégration le long de cet axe, d'éventuelles structures dans le mode du laser (suivant l'un ou l'autre axe) sont masquées par l'effet d'intégration. Le vecteur d'onde de la sonde d'imagerie horizontale se propage perpendiculairement à cette figure. A droite, une image typique de laser à atomes. A la coupure, le centre de masse du condensat se trouve à l'extrémité du laser. Pendant le temps de vol, un gradient de champ magnétique parasite à la coupure du piège donne une vitesse d'ensemble au condensat qui est dans le sous-niveau $|F = 1, m = -1\rangle$ sans perturber le laser, insensible à l'effet Zeeman au premier ordre. Il agit donc comme un filtre de Stern-Gerlach pour séparer spatialement les différents sous-niveaux Zeeman [32].

une ouverture numérique, et donc une résolution importante. Cependant, pour des raisons d'encombrement de l'expérience, la sonde se propage presque parallèlement à la gravité, et ce système est donc peu adapté à l'étude des lasers à atomes. Il est essentiellement utilisé pour l'étude du couplage. Une autre géométrie (« imagerie verticale ») permet de visualiser le laser à atomes lui-même (voir Figure 4.7) : la sonde se propage dans un plan horizontal, ce qui donne accès à la propagation du laser sous l'effet de la gravité. Par contre, le laser étant notablement plus long que le condensat, cet angle de vue ne permet pas de faire des analyses fiables sur le condensat lui-même, qui ne couvre que quelques pixels carrés de la caméra.

Propriétés de collimation du faisceau laser

Nous pouvons maintenant nous intéresser plus en détail au mode du laser à atomes. Pour cela, on peut directement analyser les images des lasers à atomes (par exemple Fig. 4.8 a) et en extraire l'allure du mode, l'intensité du laser à atomes (le flux d'atomes extrait par le coupleur de sortie), ainsi que la qualité de collimation (divergence) du faisceau laser.

À partir de l'image en absorption du faisceau laser (Fig. 4.8 a), on peut extraire les profils de celui-ci au cours de sa propagation, à différentes hauteurs de chute z_n (figures 4.8 b à 4.8 d). Chaque profil a l'allure d'une parabole inversée [22, 33, 34] (la densité colonne est

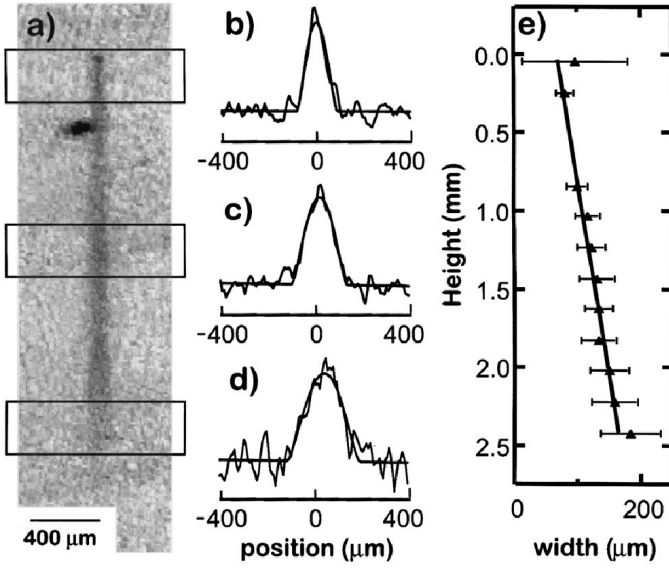


Fig. 4.8 : Pour étudier le laser à atomes, on observe sur une caméra CCD l'image de l'absorption par les atomes d'une sonde à résonance (la sonde est appliquée 6 ms après la coupure du coupleur RF et du piège magnétique). Comme indiqué en détail (Fig.4.7), l'angle de prise de vue est de $\phi = 55^\circ$ par rapport à l'axe long \mathbf{x} du condensat. La figure (a) représente un laser obtenu après 10 ms de couplage à 38.557 MHz. (b)-(d) Exemples de profils intégrés transverses du faisceau laser. La position relative à chaque profil est indiquée sur la figure (a). (e) La divergence du faisceau laser est calculée à partir d'un ajustement linéaire de la taille $\{R_n\}$ des profils étudiés.

alors ajustée par $\rho_n(1 - r^2/R_n^2)^{3/2}$ où ρ_n est la densité pic et R_n la taille du col du faisceau à la position z_n . On peut ainsi déterminer le flux F à partir de la définition du mode du laser (Eq.4.3). Pour vérifier la qualité de la collimation, la divergence du faisceau peut être mesurée à partir des données de R_n et z_n (Fig. 4.8e).

Il y a plusieurs effets qui vont influencer sur la divergence du faisceau laser à atomes : la diffraction, l'effet de lentille magnétique dû aux champs magnétiques rémanents et enfin l'effet des interactions au sein du faisceau laser et entre le faisceau laser et le condensat. Pour analyser plus précisément la contribution de chacun de ces effets, nous avons suivi une approche similaire à l'optique gaussienne traditionnelle [35]. Pour cela, on utilise un formalisme similaire à celui utilisé pour le calcul du mode du laser en supposant en plus que l'approximation paraxiale (découplage entre les degrés de liberté transverses et longitudinaux [36]) était valide. En supposant de plus qu'une bonne approximation du profil de Thomas-Fermi est un profil gaussien, on peut alors décrire les distributions spatiales dans les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} par $\Psi(x, y, t) = \Psi_0 \exp[-iP(t) + ix^2/2q_x(t) + iy^2/2q_y(t)]$, avec $P(t)$ l'amplitude et la phase globale du faisceau et où les rayons gaussiens $1/q_{x,y}(t) = i/w_{x,y}^2(t) + c_{x,y}(t)$ décrivent les tailles w_x, w_y et les rayons de courbures c_x, c_y du faisceau (la largeur mesurée $w(t) = (w_x^2(t) \cos^2(\phi) + w_y^2 \sin^2(\phi))^{1/2}$, correspond à l'intégration suivant la direction d'observation ϕ comme indiqué Fig. 4.7). Les tailles initiales $w_x^2(0) = 2/5(R_z^2 - z_0^2)$ et $w_y(0) = w_x(0)/\lambda$ résultent dans des tailles rms identiques pour la gaussienne et pour les profils Thomas-Fermi.

Cette approximation gaussienne nous permet de faire évoluer q_x et q_y grâce à des matrices ABCD [35, 31] : $q' = (Aq+B)/(Cq+D)$, avec A, B, C , and D calculés pour transformer les positions classiques $\langle x, p/\hbar \rangle$ en $\langle x', p'/\hbar \rangle$.

Trois effets vont alors entrer en jeu pour calculer l'expression finale de l'évolution du mode

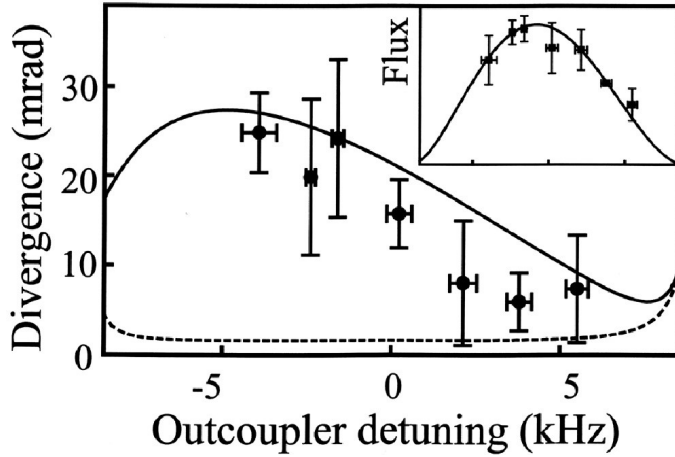


Fig. 4.9 : Demi-angle de divergence du laser à atomes en fonction de la fréquence du coupleur de sortie. Les points expérimentaux sont comparés avec le modèle théorique utilisant les matrices ABCD (traits pleins). La courbe en pointillé représente le même calcul sans tenir compte de l'effet de l'interaction avec le condensat. **Insert :** Flux du laser à atomes en fonction de la fréquence du coupleur de sortie

du laser. Dans un premier temps, le faisceau traverse le condensat duquel il est émis. L'interaction entre les atomes du faisceau laser et ceux du condensat induit une variation d'énergie locale $U_{01} |\psi_{-1}|^2$ avec $U_{01} = 4\pi\hbar^2 a_{01}/m$ le coupage collisionnel entre $|1,0\rangle$ et $|1,-1\rangle$. Nous avons préalablement négligé cet effet dans l'analyse théorique du couplage de sortie (eq. 4.2). La matrice ABCD correspond alors à une lentille mince divergente

$$M_{1x}(z_{Ez}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2\mu}{\hbar z_0^2} \sqrt{2(z_0 + z_{Ez})} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

pour la direction \mathbf{x} , avec une matrice similaire M_{1y} pour la direction \mathbf{y} . On constate que cet effet de lentille divergente ne dépend que de z_{Ez} , la hauteur à laquelle le laser à atomes est couplé avec le condensat.

A sa sortie du condensat, le laser évolue dans un potentiel magnétique résiduel qui varie quadratiquement $U_{\text{QZE}}(\mathbf{r}) \approx -\mu_B B_0^2/B_{\text{HF}} - 1/2m\Omega^2(x^2 + z^2)$, avec $\Omega = 2\pi \times 30.3 \pm 0.1$ Hz. La matrice ABCD correspondant à cet *anti-guidage* est bien connue (lentille divergente épaisse à gradient d'indice parabolique) et vaut

$$M_2(t_2) = \begin{pmatrix} \cosh(\Omega t_2) & \frac{\hbar}{m\Omega} \sinh(\Omega t_2) \\ \frac{m\Omega}{\hbar} \sinh(\Omega t_2) & \cosh(\Omega t_2) \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

avec $0 < t_2 < t_{\text{oc}}$ le temps d'évolution dans cette lentille épaisse. Cette lentille n'est effective que dans la direction \mathbf{x} et le rayon q_y évolue lui suivant la matrice ABCD

$$M_{\text{FF}}(t_2) = \begin{pmatrix} 1 & \hbar t_2/m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

qui représente l'évolution dans l'espace libre. Finalement, le laser évolue ensuite dans l'espace libre pendant le temps de vol t_{F} après coupure du piège. Son évolution est alors décrite par les matrices ABCD $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})$. La forme du faisceau laser à un instant quelconque est alors

décrite par l'évolution des rayons gaussiens initiaux $q_x(0) = -iw_x(0)^2$ et $q_y(0) = -iw_y(0)^2$ par la combinaison des différentes matrices ABCD *élémentaires* : $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})M_2(t_2)M_{1x}(z_{E_z})$ et $M_{\text{FF}}(t_2 + t_{\text{F}})M_{1y}(z_{E_z})$.

4.2.3 Structure du mode transverse en présence d'interactions

La divergence du laser à atomes n'est en principe pas le seul effet observable après la traversée du condensat. Il a en effet été prédit [37] que l'addition cohérente des diverses fonctions d'ondes associées aux atomes extraits du condensat devaient conduire à un certain profil transverse faisant en particulier apparaître des structures brillantes sur les bords du faisceau, semblables à des « caustiques ». Étant donné que cette structure transverse est due à l'effet de champ moyen dans le condensat, elle dépend fortement des paramètres du piège : fréquence d'oscillation et densité atomique. De fait, pour observer ces structures, il est nécessaire d'avoir un fort confinement, un grand nombre d'atomes, et d'avoir la bonne direction d'observation, c'est-à-dire suivant la direction de faible confinement.

Toutes ces conditions ont été rassemblées dans le nouveau dispositif que j'ai démarré en 2001, puisqu'il permet d'obtenir des condensats purs de 10^6 atomes, pour une fréquence d'oscillation moyenne de $330 \times 330 \times 8 \text{ Hz}^3$. Le système d'imagerie étant cette fois directement installé suivant l'axe le moins confinant de l'électroaimant (voir figure 4.10), on observe « de facto » l'extraction du laser dans sa direction la plus confinée. On observe alors clairement l'analogie des structures prédites dans [37] (caustique), sans toutefois, pour l'instant, observer les sous-structures dues à la diffraction, sans doute à cause de problèmes de résolution en cours de traitement.

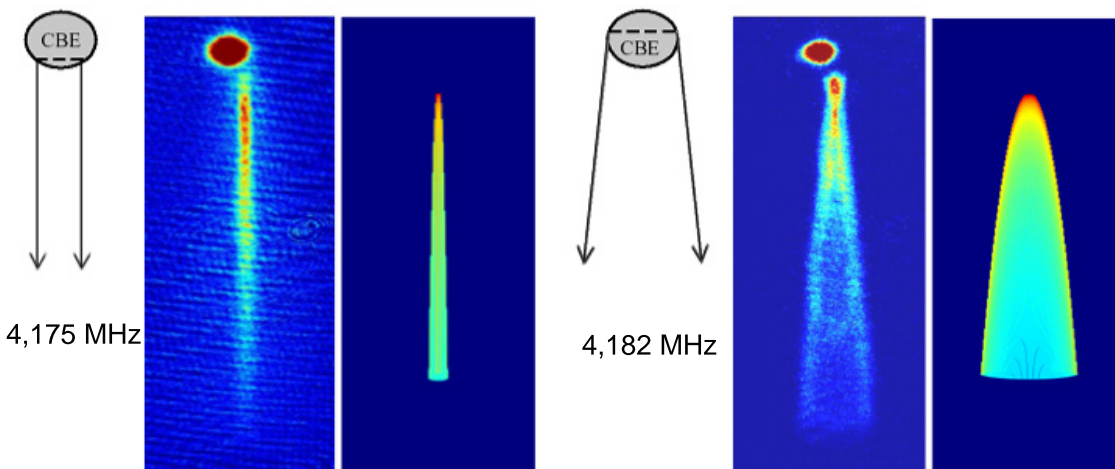


Fig. 4.10 : Images en absorption de lasers à atomes pour une extraction haute (radio-fréquence à 4.175 MHz) ou basse (radio-fréquence à 4.182 MHz). La durée du couplage est de 10 ms et le temps de vol de 3 ms. À côté des images expérimentales sont présentées deux graphiques en densité des trajectoires suivies par les atomes extraits d'un condensat et soumis à la gravité ainsi qu'au champ moyen créé par les atomes du condensat.

4.3 Lasers à multimodes cohérents et interférences atomiques

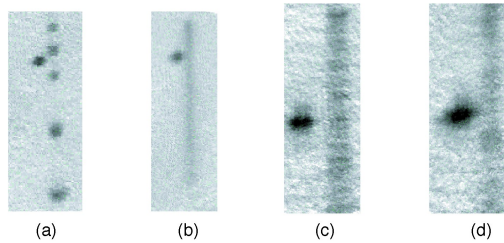


Fig. 4.11 : Les différents régimes de fonctionnement d'un laser pulsé. (a) faible fréquence de modulation ($\nu_m = 230$ Hz). (b) laser quasi-continu avec $\nu_m = 2000$ Hz. (c) Image agrandie d'un laser quasi continu avec $\nu_m = 3000$ Hz. (d) A $\nu_m = 17000$ Hz, effet de l'instabilité du couplage sur l'intensité laser

Les lasers à couplage de modes où à modes bloqués permettent en photonique de produire des impulsion laser ultracourtes et d'autres formes utiles de signaux périodiquement modulés. Dans ces lasers, n'importe quel arrangement d'un ensemble de bandes latérales en fréquence, ou de modes axiaux dans lesquels les bandes latérales sont exactement équidistantes en fréquence, produit une enveloppe du signal de sortie qui est périodique temporellement, avec une période fondamentale égale à l'inverse de l'espacement entre les bandes adjacentes. Ce « couplage de modes », où tous les modes sont couplés avec une amplitude et une phase fixées (mais pas forcément réguliers), peut être amélioré quand les bandes latérales ont en outre toutes la même phase, ou presque, indépendamment de leurs amplitudes. Cette dernière situation mène aux impulsions courtes des lasers à modes bloqués. Il est possible de produire similairement un laser à atomes à couplage de modes en utilisant un peigne de coupleurs radiofréquence au lieu d'un seul coupleur radiofréquence (Fig.4.11). Le peigne de fréquences peut par exemple être créé par une modulation en fréquence ou en amplitude du coupleur de sortie rf, autour de la fréquence de la porteuse ν_{rf} .

4.3.1 Analyse du coupleur de sortie modulé

Comme pour les lasers *photoniques* à modes bloqués par AM ou par FM, on peut comprendre le fonctionnement du coupleur de sortie modulé par une analyse dans le domaine temporel. Par exemple, pour le laser FM de la figure 4.11, la fréquence de la porteuse ν_{rf} est modulée sur une largeur de bande δ à la fréquence ν_m et le coupleur de sortie *traverse* le condensat deux fois par cycle de modulation. On peut alors distinguer trois régimes de modulations à partir des données expérimentales : aux basses fréquences de modulation (c.-à-d. $\nu_m \leq 1000$ Hz), les atomes du condensat sont couplés chaque fois que le coupleur de sortie est à résonance (deux fois chaque cycle). Les atomes extraits forment alors des copies distinctes du condensat (fig. 4.11a) qui tombent sous l'effet de la gravité. Si on augmente la fréquence de modulation, ces répliques finiront par se recouvrir pour donner en sortie un faisceau quasi-continu (Fig. 4.11 b & 4.11 c). À une fréquence de modulation encore plus élevée,

nous pouvons voir réapparaître une non-uniformité du faisceau laser qui peut être attribuée à l'interférence entre les différents atomes successivement extraits du condensat et dont la phase est modulée par les fluctuations du champ magnétique (Fig. 4.11 d).

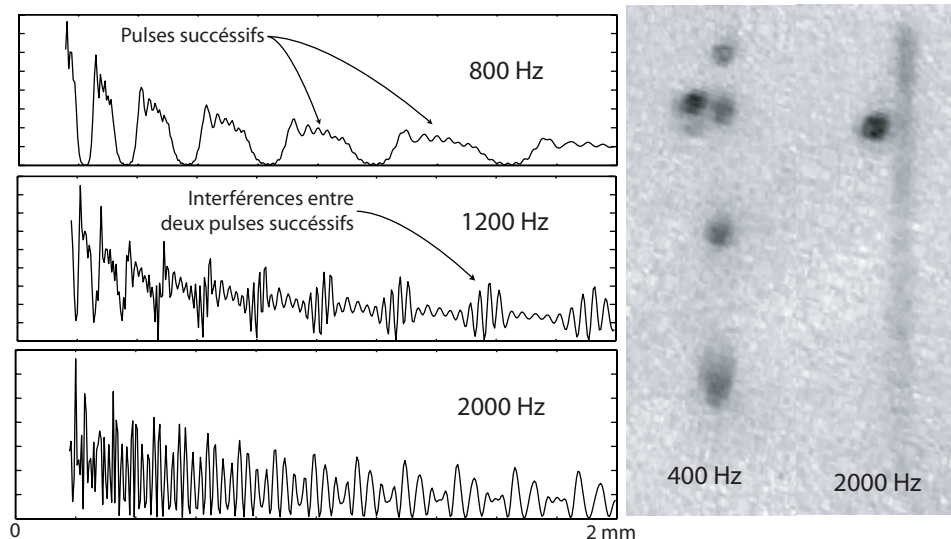


Fig. 4.12 : Calcul numérique 1D (à gauche) et données expérimentales (à droite) pour différents espacements entre les dents du peigne de fréquence. Pour un écart entre deux dents consécutives inférieur à 1 kHz environ, les impulsions sont bien séparées. Au delà de 1 kHz environ, les impulsions commencent à se recouvrir les uns les autres (voir calcul pour 1200 Hz), jusqu'à devenir indiscernables (voir calcul 2000 Hz). Les interférences entre impulsions résultantes ne sont pas résolues expérimentalement. Les conditions pour les calculs numériques comme pour les expériences sont : 10 ms de couplage, puis coupure piège, puis 6 ms de temps de vol libre avant imagerie. Rayon du condensat $R_z = 3.9 \mu\text{m}$, potentiel chimique $\mu/h = 1400 \text{ Hz}$.

On peut aussi effectuer une analyse plus quantitative en terme d'interférences entre plusieurs lasers à atomes. Dans cette analyse, on remplace le coupleur modulé par un peigne de fréquence, soit une série de coupleurs de sortie équidistants. Si ce peigne de fréquence est très dense, ce qui est le cas aux petites fréquences de modulation (ν_m beaucoup plus faible que la largeur spectrale du condensat), beaucoup de lasers seront extraits de la cavité magnétique. Chaque laser aura une phase et une amplitude qui reflètent la phase et l'amplitude de la dent correspondante du peigne, de sorte que le modèle d'interférence résultant montre la modulation de densité (c.-à-d. intensité) à la fréquence de modulation du coupleur de sortie. Pour comprendre la modulation d'intensité, nous pouvons exprimer le mode laser dans l'approximation de champ lointain, c'est-à-dire dans le régime de Fraunhofer de l'optique traditionnelle. Le mode laser résulte alors de la somme de toutes les amplitudes des lasers monomodes. On peut calculer, dans le cadre d'approximation de type WKB, le mode longitudinal d'un laser atomique d'énergie E pour les paramètres expérimentaux de nos expériences (Eq. 4.3). Chaque amplitude aura l'énergie, l'amplitude et la phase appropriées correspondant respectivement à la fréquence, à l'amplitude et à la phase de la dent relative du peigne. La combinaison de plusieurs de ces modes d'énergies E différentes donne lieu à un phénomène

d'interférence. Assez loin de la région de couplage, nous pouvons alors exprimer simplement l'intensité laser :

$$n_{out}(z, t) = \sqrt{l/|z-z_{Ez}|} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega - \omega_c) e^{-i(\omega - \omega_{rf}) \cdot (t - \sqrt{2|z-z_{Ez}|/g})} (d\omega - \omega_{rf})^2. \quad (4.9)$$

où $f(\omega - \omega_c)$ est le produit de la distribution de peigne de fréquence par la distribution de densité du condensat. Nous voyons que le mode de sortie résultant est la transformée de Fourier du peigne de fréquences pondéré par la distribution spatiale (i.e. en énergie) du condensat. Ceci nous permet de comprendre les différentes configurations de lasers à modes bloqués observées sur les figures 4.11 et 4.12 comme le filtrage du peigne de radiofréquences par le condensat.

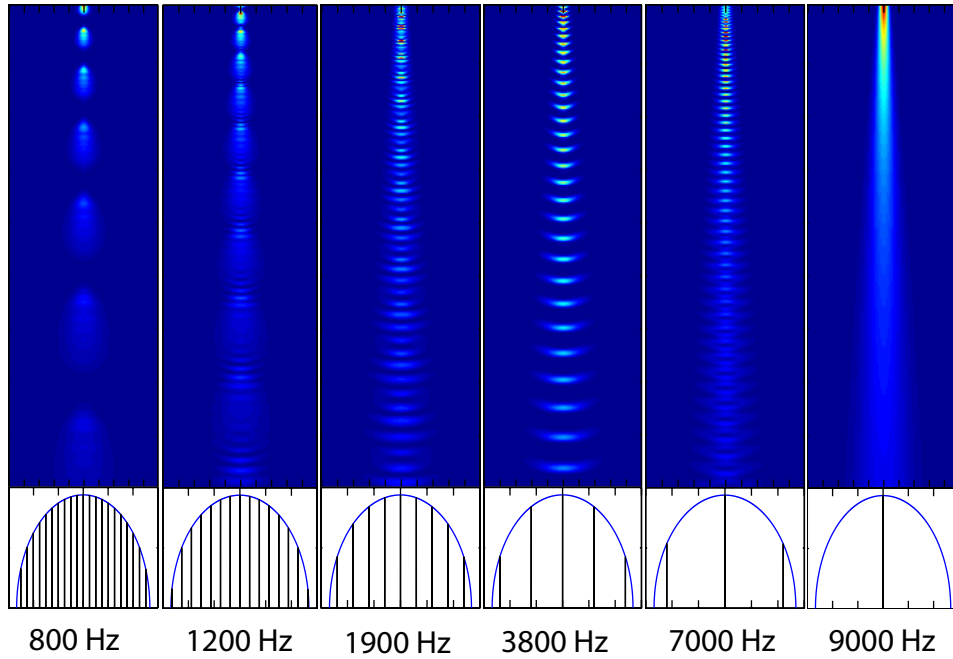


Fig. 4.13 : Calcul numérique de la figure d'interférence obtenue pour la combinaison de plusieurs lasers à atomes dont les énergies sont en progressions arithmétiques. Le mode longitudinal est celui calculé dans le texte. Le mode transverse résulte du calcul analytique à l'aide des matrices ABCD. Les conditions expérimentales sont : 10 ms de couplage, puis coupure piège, puis 6 ms de temps de vol libre avant imagerie. Rayon du condensat $R_z = 3.9 \mu\text{m}$, potentiel chimique $\mu/h = 1400 \text{ Hz}$. On fait ici un calcul à 2D uniquement, où la direction transverse est celle du quadropôle (direction radiale). Échelle verticale : 1.8 mm, horizontale : 0.5 mm. On a représenté symboliquement en bas la répartition des différents coupleurs radiofréquence à l'intérieur de la fonction d'onde du condensat.

Le calcul du mode transverse du laser à atomes utilise une expression similaire à l'équation 4.9 en utilisant maintenant à la fois l'expression du mode longitudinal (Eq. 4.3) et le mode transverse calculé par la méthode des matrices ABCD. On obtient la figure d'interférence entre les différents lasers à atomes, y compris selon les directions transverses. La figure 4.13 présente une application numérique à 2 dimensions, basée sur les calculs analytiques dans la direction verticale (mode longitudinal) et dans la direction radiale.

On constate que, pour une fréquence entre deux dents du peigne inférieure au kilo-Hertz, les impulsions atomiques produites sont bien séparées sur toute l'étendue de l'interférogramme. Pour une fréquence supérieure, les impulsions commencent à se recouvrir, et donnent lieu à des franges d'interférences. Si les impulsions se recouvrent beaucoup, ils deviennent indistinguables les uns des autres, et on obtient une structure interférentielle complexe et variable en fonction de l'écartement entre les dents du peigne de fréquence. La plupart du temps, les figures d'interférences sont plus petites que la résolution de l'imagerie, et donc difficile à observer. Cependant, dans certains cas (3800 Hz par exemple), il serait envisageable de les observer. La courbure des structures observée est liée aux termes de « courbures du front d'onde » des différents lasers à atomes qui interfèrent. Nous n'avons cependant pas encore eu l'occasion de mettre en œuvre les études permettant de mettre ces structures en évidence. En fait, quand on augmente assez la fréquence de modulation, on peut atteindre la condition où seulement une dent de peigne est disponible pour le couplage (image à 9000 Hz sur la fig. 4.13), et ainsi obtenir un laser à atomes monomode. On peut observer un flux continu pour une plus basse fréquence, quand beaucoup de modes sont encore couplés. Dans ce cas, l'effet de filtrage mentionné plus haut entraîne un lissage de la modulation et on peut parler de laser multimode. Bien que de cohérence longitudinale réduite, ce fonctionnement du laser à atomes présente toujours des propriétés intéressantes telles qu'une très bonne collimation transverse comparée aux sources atomiques classiques, accompagné d'une sensibilité beaucoup plus faible aux imperfections expérimentales que le laser monomode.

4.3.2 Effet de la cohérence entre les impulsions et des interactions

Le couplage *multimode* peut également être réalisé avec des atomes juste au-dessus du seuil de condensation (200 nK). Dans ce cas-ci, la longueur de cohérence du nuage atomique est $\lambda_{th} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{mk_B T}} \sim 0.4\mu\text{m}$, beaucoup plus petite que pour un condensat. On observera alors encore une structure périodique, mais la taille des pics sera beaucoup plus large (i.e. le contraste sera réduit [5]). Au contraire, dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein, tous les lasers sont cohérents entre eux, c.-à-d. que leur phase relative est fixe. La figure d'interférence résultante est donc une succession de pics étroits, la taille étant alors limitée par un déphasage relatif entre lasers dus aux interactions avec le condensat dont ils sont extraits [20].

4.4 conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre une méthode pour créer un laser à atomes à l'aide d'un coupleur radiofréquence qui extrait les atomes condensés du piège magnétique. Nous avons d'une part développé un modèle analytique permettant de décrire le processus de couplage à l'aide de la règle d'or de Fermi, en considérant un état discret (le condensat) et le « continuum » où se propage le laser. Ce modèle s'applique bien dans le cas des faibles densités

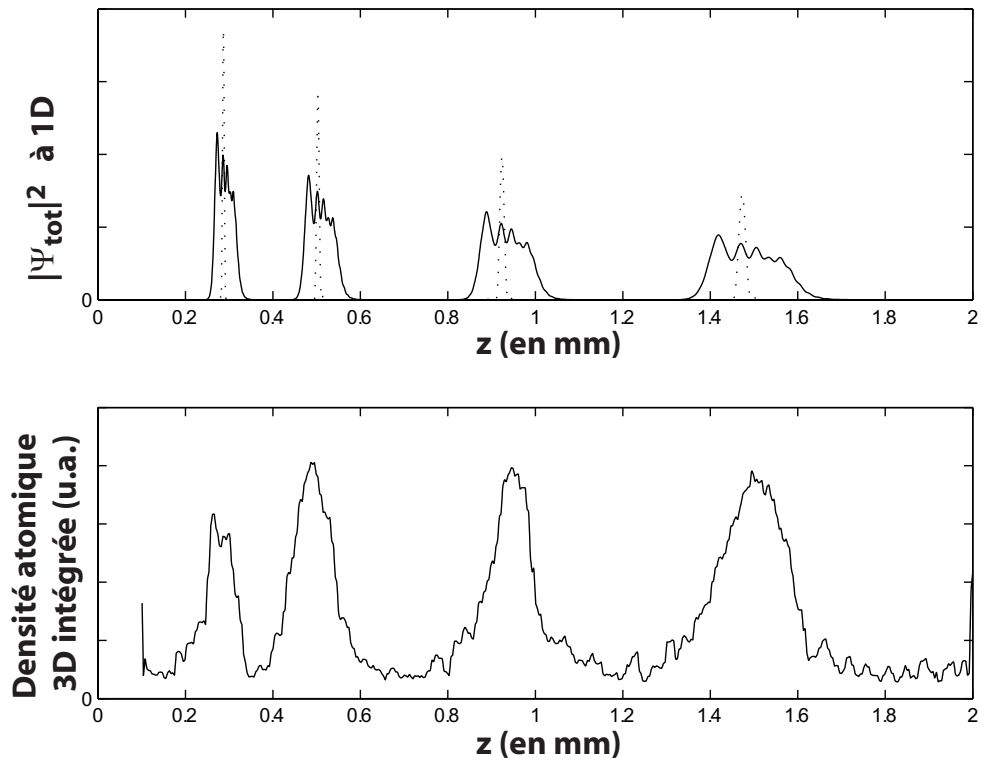


Fig. 4.14 : *En haut :* calcul dans le régime de Fraunhofer de la figure obtenue pour un peigne RF (modulation de fréquence à 200 Hz en « dents de scie »). Le calcul se base sur les solutions analytiques développées dans le chapitre. Temps de couplage 10 ms, image prise 6 ms après coupure des champs magnétiques, rayon du condensat $R_z = 3,9 \mu\text{m}$, potentiel chimique $\mu/\hbar = 1400 \text{ Hz}$. En pointillé : on ne tient pas compte des interactions entre les atomes dans le continuum et ceux du condensat. En trait plein : ajout du terme de phase $\exp[i\Delta\Phi_{\text{int}}(E)]$ correspondant à l'effet des interactions. La courbe en pointillé a été divisée par 5 selon son ordonnée pour faciliter la lecture. *En bas :* Les données obtenues expérimentalement pour un tel couplage () On a intégré ici selon la direction transverse l'image obtenue).

atomiques, c'est-à-dire lorsque les interactions atomiques entre le condensat et le laser à atomes, caractérisées par μ jouent un rôle négligeable devant l'énergie gravitationnelle. On peut en fait rapidement sortir de ce régime ($mg\Delta z \sim 10 \text{ kHz}$ et $\mu \sim 5 \text{ kHz}$ dans la plupart des cas) et nous avons déjà observé une modification de la puissance de couplage critique (figure 4.5). Cet aspect est très important pour d'autres mises en œuvre de ce processus de couplage, avec des atomes plus légers ou dans un guide atomique par exemple. Grâce à la stabilité de notre montage initial, encore amélioré dans le montage de **Source Cohérente Versatile**, nous avons pu observer l'effet de la traversée du condensat par le faisceau laser atomique : effet de lentille divergente dû aux interactions et dernièrement effet de caustiques. Tout ceci montre que beaucoup de travail est encore nécessaire avant de pouvoir parfaitement maîtriser et comprendre le laser à atomes, une question particulièrement importante, la cohérence du faisceau, n'étant encore pratiquement pas résolue. Notons enfin que cette technique de couplage radiofréquence est tout à fait adaptée au couplage d'un faisceau laser dans un guide atomique monomode optique, ce que nous sommes en train d'étudier.

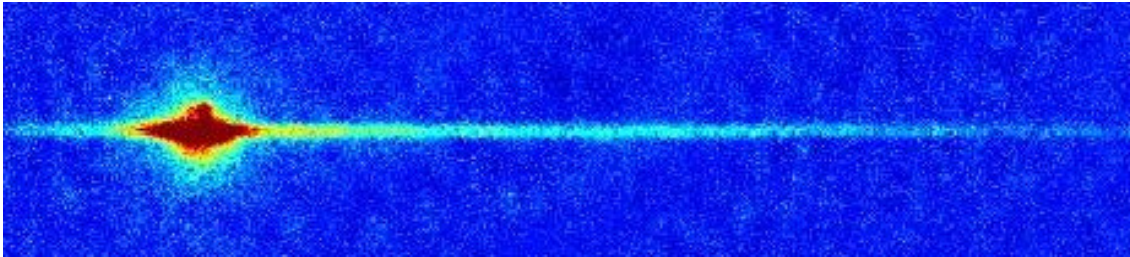


Fig. 4.15 : Images en absorption d'un laser à atomes couplé dans un guide atomique réalisé à l'aide d'un faisceau laser ($\lambda = 1064 \text{ nm}$) focalisé sur $25 \mu\text{m}$.

4.5 Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre

1. WESTBROOK, C., BOUYER, P. and MICHAUT, C. (2003). "Le laser à atomes en quête d'un futur industriel" *La recherche* 367 : 40-45.
2. GERBIER, F., BOUYER, P. and ASPECT, A. (2001). "Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity." *Physical Review Letters* 86(21) : 4729-4732.
3. LE COQ, Y., THYWISSEN, J. H., RANGAWALA, S. A., GERBIER, F., RICHARD, S., DELANNOY, G., BOUYER, P. and ASPECT, A. (2001). "Atom laser divergence." *Physical Review Letters* 8717(17) : art. no.-170403.
4. BOUYER, P., RANGAWALA, S. A., THYWISSEN, J. H., LE COQ, Y., GERBIER, F., RICHARD, S., DELANNOY, G. and ASPECT, A. (2002). "Production of CW and mode-locked atom lasers." *J. Phys. IV France* 12(Pr5) : Pr5-115.
5. BOUYER, P., RANGAWALA, S.A., LE COQ, Y., DELANNOY, G., GERBIER, F., SEIDELIN, S., RICHARD, S., THYWISSEN, J., and A. ASPECT (2001). "Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states." *C. R. Acad. Sci. Paris, t. 2, Série IV*, 657-662

Page laissée blanche intentionnellement.

■ **LE CONTEXTE** ■ En 2001, Eric Cornell, Carl Wieman et Wolfgang Ketterle ont reçu le prix Nobel de physique pour la fabrication, six ans plus tôt, d'un nouvel état de la matière : le « condensat de

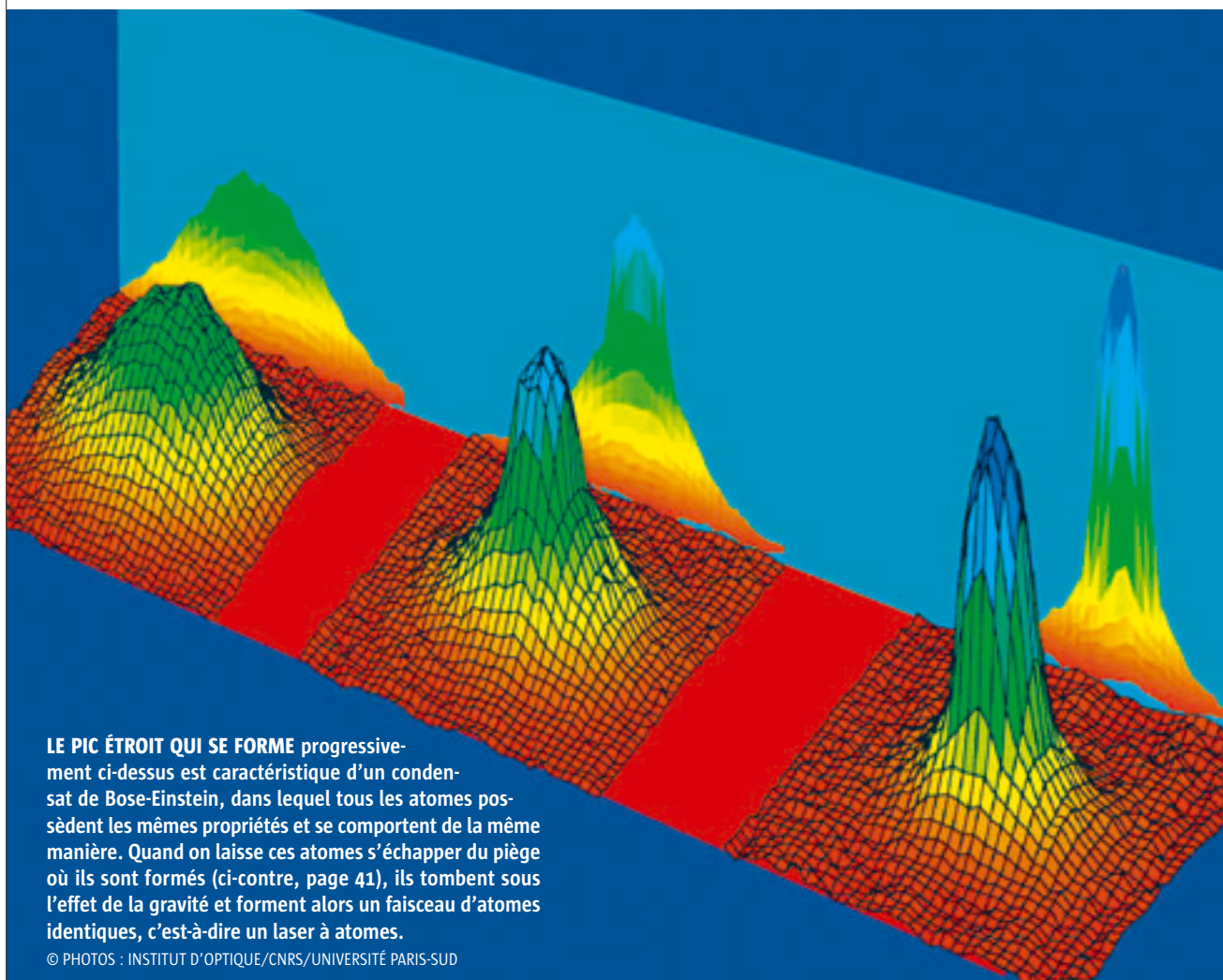
Bose-Einstein ». Grâce à des techniques perfectionnées de refroidissement des gaz d'atomes, ils avaient forcé tous les atomes à adopter le même comportement, à l'instar des photons dans un

Le laser à en quête d'un

Chris Westbrook
est directeur de recherche
au laboratoire Charles-Fabry
de l'institut d'optique
du CNRS et de l'université
Paris-Sud.

Philippe Bouyer
est chargé de recherche
au laboratoire Charles-Fabry.

Cécile Michaut,
journaliste scientifique
spécialisée en physique
et en chimie, est
collaboratrice régulière
de *La Recherche*.



LE PIC ÉTROIT QUI SE FORME progressivement ci-dessus est caractéristique d'un condensat de Bose-Einstein, dans lequel tous les atomes possèdent les mêmes propriétés et se comportent de la même manière. Quand on laisse ces atomes s'échapper du piège où ils sont formés (ci-contre, page 41), ils tombent sous l'effet de la gravité et forment alors un faisceau d'atomes identiques, c'est-à-dire un laser à atomes.

© PHOTOS : INSTITUT D'OPTIQUE/CNRS/UNIVERSITÉ PARIS-SUD

laser. Les physiciens en ont immédiatement relevé l'intérêt pour plusieurs applications pratiques. Aujourd'hui, plus de 100 équipes travaillent sur ce sujet. En outre, alors que les lasers avaient

mis plus de vingt ans à sortir des laboratoires de recherche, les lasers à atomes commencent à intéresser les industriels à peine huit ans après leur découverte.

atomes futur industriel

Dans les années soixante, les physiciens domestiquaient la lumière dans les lasers. Depuis 1995, ils savent également apprivoiser la matière dans les « condensats de Bose-Einstein », dans lesquels il est impossible de distinguer les atomes les uns des autres. En les laissant s'échapper, on crée un laser à atomes. À quand les applications pratiques ?

Caisses de supermarché, lecteurs de DVD, imprimantes de bureau, etc. : les lasers sont omniprésents. Les qualités de la lumière laser ont fait son succès. Par exemple, le seul fait que tous les photons émis par un laser soient rigoureusement identiques permet que sa longueur d'onde soit parfaitement définie et que le faisceau reste très fin sur de longues distances.

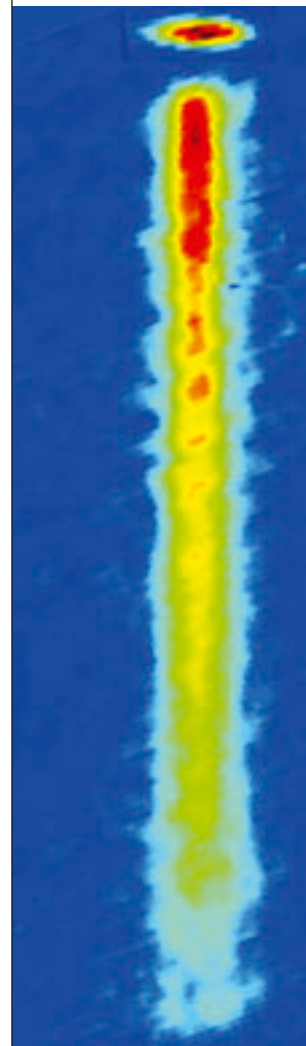
Utiliserons-nous tout aussi naturellement des « lasers à atomes » dans quelques années ? Ces dispositifs, qui émettent des jets d'atomes tous rigoureusement identiques les uns aux autres, existent déjà dans quelques laboratoires de recherche fondamentale. Ils sont toutefois encore rudimentaires. Comme les premiers lasers mis au point dans les années soixante, ils sont volumineux, coûteux et difficiles à maîtriser. Mais avec quelques progrès, et pour peu que des industriels s'y intéressent, les lasers à atomes pourraient,

dans les années à venir, devenir indispensables dans de nombreuses applications.

Comme pour beaucoup de découvertes reposant sur les lois de la mécanique quantique, c'est Einstein qui a élaboré les principes qui sont à la base du laser à atomes. En l'occurrence, il s'est appuyé sur les travaux théoriques du physicien indien Satyendranâth Bose. En 1924, ce dernier lui avait envoyé un article dans lequel il expliquait une propriété du rayonnement lumineux (le « rayonnement du corps noir ») par le comportement statistique étrange des photons. Bose prévoyait que, au lieu de se répartir au hasard comme des billes, les photons avaient tendance à s'agréger. Einstein a étendu ce raisonnement aux atomes. Il a montré que, dans certaines conditions, les atomes d'un gaz peuvent de la même façon se « condenser » et former une seule entité, qui se comporte comme une onde géante.

Dans cette nouvelle phase de la matière, nommée « condensat de Bose-Einstein », les atomes sont tous rigoureusement identiques. Bien entendu, ils correspondent tous au même élément chimique mais, de surcroît, leurs caractéristiques individuelles sont les mêmes : ces atomes se déplacent à la même vitesse et occupent un minuscule espace dans lequel ils se confondent les uns avec les autres. Ils sont absolument indiscernables.

En 1925, le physicien d'origine autrichienne Wolfgang Pauli a montré que cette condensation n'est possible que pour les photons et pour les atomes ayant un nombre pair de particules (protons, neutrons et électrons), qualifiés de « bosons ». Les autres atomes, ainsi que les électrons, sont des « fermions », qui tendent au contraire à s'éviter les uns les autres. Ces derniers peuvent être considérés comme « individualistes », alors que les bosons seraient plutôt ⇒



* **Les alcalins** sont une famille d'éléments chimiques aux propriétés semblables situés sur la première colonne du tableau de classification périodique de Mendeleïev.

⇒ des moutons de Panurge. Les physiciens Enrico Fermi et Paul Dirac ont établi en 1926 les lois statistiques du comportement de ces fermions.

Dans un condensat de Bose-Einstein, les atomes sont donc dans la même situation que les photons dans un laser : toutes les particules sont identiques et possèdent les mêmes propriétés quantiques. De ce point de vue, un condensat d'où l'on extrait des atomes est donc un laser à atomes (lire « Le condensat qui venait du froid », ci-contre).

Les fondements théoriques du laser à atomes ont ainsi été posés dans la première moitié du XX^e siècle. Mais le passage de la théorie à l'application s'est révélé très long, de la même façon que le laser : le principe fondamental qui permet de fabriquer des photons tous identiques, l'émission stimulée, avait été imaginé dès 1917 mais n'a été mis en œuvre que dans les années soixante. Il avait fallu surmonter de nombreuses difficultés scientifiques, et technologiques, qui ont fait l'objet de deux prix Nobel.

Le pari risqué de l'hélium

Pour le condensat de Bose-Einstein, les difficultés ont été encore bien plus grandes. Premier obstacle : la condensation n'est possible qu'à très basse température, de quelques milliardièmes de kelvin. Il fallait donc apprendre à refroidir suffisamment des atomes. Ce n'est qu'en 1995 qu'Eric Cornell et Carl Wieman, de l'institut JILA (Colorado), ont obtenu un condensat d'environ 2 000 atomes de rubidium, à une température de 20 nanokelvins. Quatre mois après, de façon indépendante, Wolfgang Ketterle, au MIT, en a formé un autre, de plusieurs centaines de milliers d'atomes

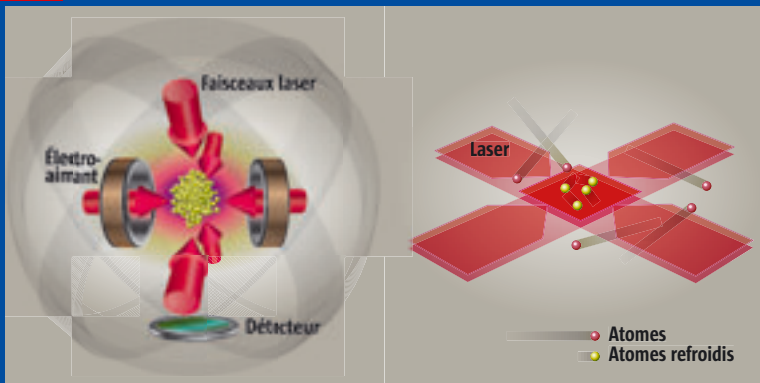
de sodium. Ils ont partagé le prix Nobel de physique en 2001 pour ces réalisations.

Très vite, Wolfgang Ketterle, qui disposait de suffisamment d'atomes dans son condensat, a tenté d'en extraire un faisceau. Il a pour cela manipulé l'aimantation des atomes à l'aide de champs magnétiques oscillants, afin de permettre à une partie d'entre eux de sortir du piège magnétique qu'il utilisait pour les confiner et les refroidir. Ces atomes, en tombant par gravitation, formaient un faisceau qui suffisait à définir un laser à atomes.

Pour notre part, au laboratoire Charles-Fabry, à Orsay, nous nous sommes intéressés aux condensats de Bose-Einstein dès 1995. Cela en compétition vive – mais néanmoins amicale – avec le laboratoire Kastler-Brossel de l'École normale supérieure. Notre choix s'est porté sur le rubidium et l'hélium, car nous possédions déjà des expériences du refroidissement de ces atomes, que l'on peut manipuler avec des lasers conventionnels. Le rubidium, déjà condensé par l'équipe de JILA, nous a permis d'apprendre les techniques de condensation et de mettre au point de nouvelles expériences sur un atome connu. En 1998, nous sommes ainsi arrivés à produire un condensat de rubidium.

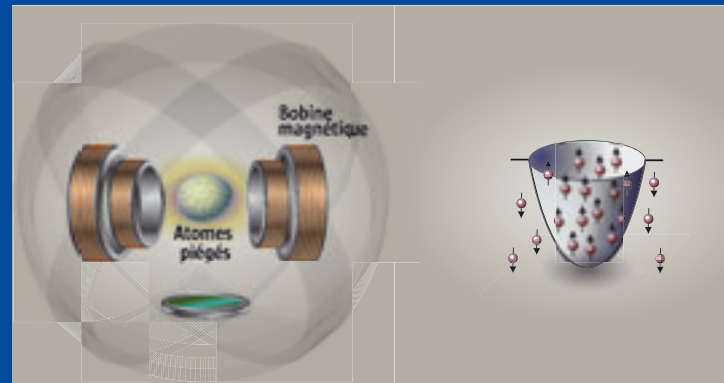
Miser sur l'hélium était en revanche un pari risqué : jusque-là – et c'est encore vrai aujourd'hui –, tous les autres éléments avec lesquels on avait fabriqué des condensats étaient de la famille des alcalins* (hydrogène, lithium, sodium, potassium et rubidium). Or, l'hélium ne fait pas partie de cette famille : c'est un gaz rare. Nous n'étions donc pas du tout certains qu'il se laisserait condenser. En effet, lorsque

Fig.1 Les quatre étapes de production d'un faisceau laser à atomes



1. Refroidissement optique

En présence d'un champ magnétique créé par des bobines, les six lasers exercent une « pression de radiation » sur les atomes pour les refroidir et les pousser vers le centre du piège. À droite, représentation du piège à deux dimensions : les atomes les plus lents (froids) restent piégés ; les plus rapides sont ralentis ou passent au travers du piège.



2. Piégeage magnétique

Un champ magnétique puissant confine les atomes au centre du piège. En effet, chaque atome possède un petit dipôle magnétique. À droite, la représentation de l'énergie des atomes dans le piège : seuls les atomes possédant un dipôle magnétique orienté dans le bon sens sont retenus dans le piège et ralentis, les autres s'échappent.

L'on refroidit les atomes en « évaporant » les plus chauds d'entre eux, il arrive souvent que l'on en perde trop. Toute la difficulté de l'expérience consiste à trouver la bonne allure de refroidissement pour minimiser les déperditions. Mais, pour certains atomes, les pertes sont par nature toujours trop importantes pour obtenir un condensat. On a longtemps cru que c'était le cas pour le césium, sur lequel des équipes ont échoué de nombreuses fois dans le passé, avant de réussir à la fin 2002. Or, nous ne savons pas calculer *a priori* les pertes d'atomes. En cas d'échec, donc, nous ne savons pas si celui-ci est dû à l'expérience – qui dans notre cas n'était pas encore au point – ou s'il est physiquement impossible d'obtenir un condensat avec l'hélium.

En février 2001, après plusieurs années de recherches intensives pendant lesquelles nous avons construit et testé notre expérience, le résultat est apparu subitement.

Depuis quelques semaines déjà, nous détectons quelques atomes refroidis commençant à s'agréger. Mais le signal grossier représentant la densité d'atomes au centre du piège disparaissait aussitôt, et nous ne comprenions pas pourquoi. Un soir, alors que la majorité des membres de l'équipe était déjà partie, Olivier Sirjean, alors en première année de thèse, a décidé de continuer à refroidir les atomes

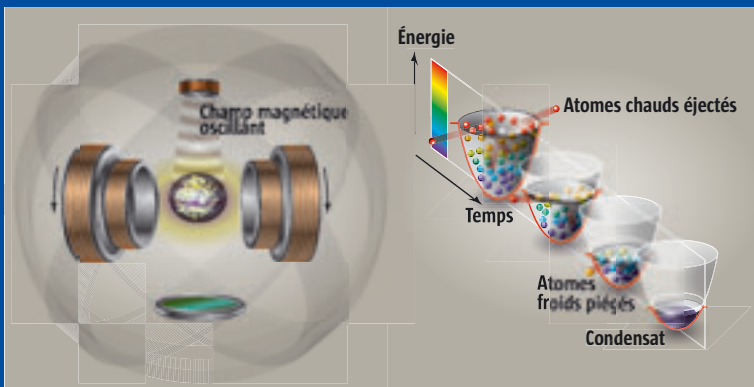
TECHNIQUE

Le condensat qui venait du froid

L'OBTENTION D'UN CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN, PRÉCURSEUR DU LASER À ATOMES, nécessite de refroidir ces derniers à des températures extrêmement basses, de quelques milliardièmes de kelvin [fig. 1]. Refroidir équivaut à ralentir ces atomes le plus possible. Paradoxalement, ce sont les lasers, pourtant capables de brûler fortement la matière, qui ont permis de réaliser des refroidissements très poussés. Dans les années quarante, plusieurs équipes ont développé des techniques de refroidissement fondées sur les lasers, qui formaient un piège optique. Des températures très faibles ont ainsi été atteintes, de quelques microkelvins (10^{-6} kelvin, soit quelques millièmes de degrés au-dessus du zéro absolu). Mais les atomes restaient encore trop chauds. Pour aller plus loin, il faut arrêter des lasers. C'est peut-être pourquoi ce ne sont pas les équipes les plus avancées dans le refroidissement par laser qui ont obtenu les premiers condensats de Bose-Einstein : difficile d'éteindre les lasers qui avaient

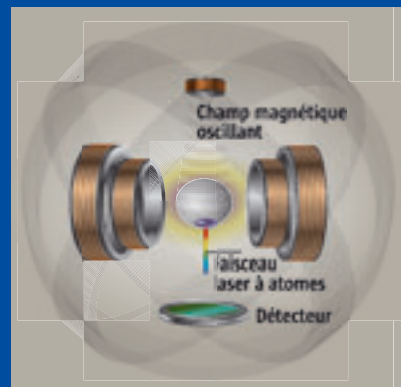
apporté tant de résultats ! Les physiciens ont rajouté un piège magnétique, formé par un champ magnétique inhomogène, nul au centre du dispositif et croissant au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre, empêchant les atomes de sortir du piège. La dernière étape, dite de refroidissement évaporatif, consiste à laisser s'échapper les atomes les plus chauds, pour refroidir l'ensemble. Exactement comme l'évaporation au-dessus d'une tasse de café refroidit le breuvage. Pour chasser les atomes chauds, on ajoute un champ magnétique oscillant qui tronque le piège à une énergie bien définie. Les atomes les plus chauds (donc les plus rapides) s'échappent ainsi du piège, alors que les plus lents sont rattrapés par le champ attractif avant d'avoir pu être éjectés par le champ répulsif. En diminuant peu à peu la hauteur du piège (en changeant la fréquence du champ oscillant), on permet à des atomes de moins en moins rapides de s'échapper, et seuls les atomes les plus froids restent.

sans chercher à comprendre pourquoi le signal disparaissait. Tout à coup, il a vu un signal plus fin, montrant qu'environ 100 000 atomes étaient dans le même état. Il nous a téléphoné immédiatement. Le temps que nous arrivions, le condensat était là. Une semaine après, le laboratoire Kastler-Brossel parvenait au même résultat [1]. Ce succès n'est pas simplement un condensat de plus ⇒



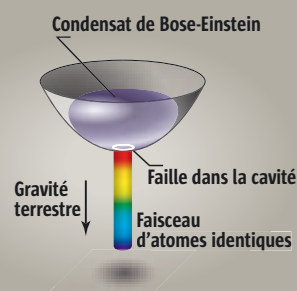
3. Refroidissement évaporatif

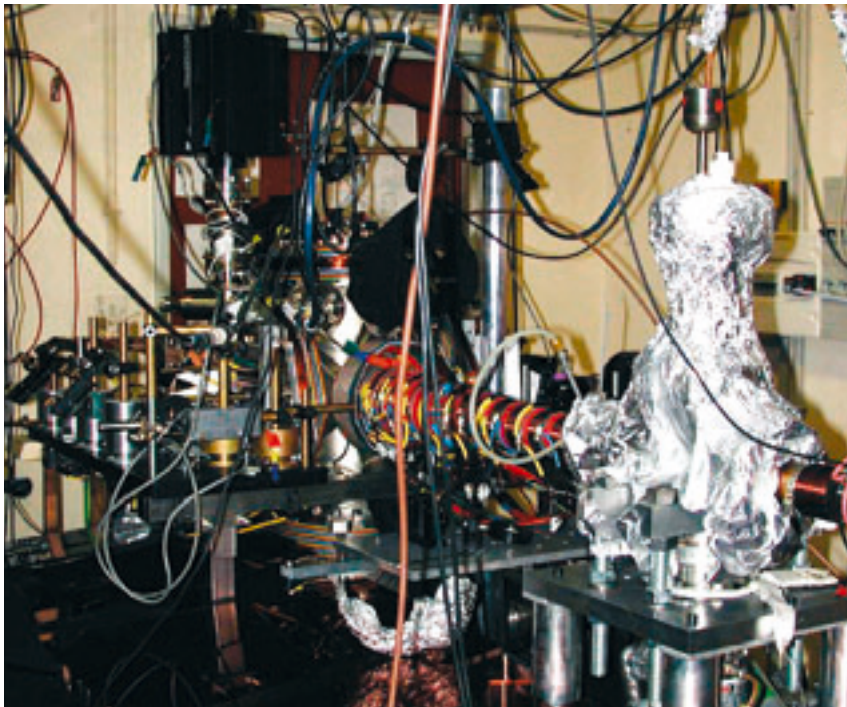
Un champ magnétique oscillant (au-dessus des atomes) change l'orientation des dipôles magnétiques aux bords du piège. Les atomes les plus chauds (à droite, en rouge) s'échappent ainsi du piège : ils s'« évaporent ». Les plus froids (en violet) restent piégés. L'énergie moyenne des atomes diminue. La difficulté consiste à refroidir suffisamment les atomes (afin d'obtenir un condensat) sans en perdre trop.



4. Émission des atomes

Le champ magnétique oscillant (au-dessus du condensat) est réglé pour changer l'orientation de quelques dipôles magnétiques et libère les atomes au centre du piège. On obtient ainsi un « trou » dans le piège (à droite). Les atomes ainsi libérés forment le faisceau d'un laser à atomes. Ils sont comptabilisés par le détecteur situé au-dessous du condensat.





LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL DE FABRICATION D'UN CONDENSAT de Bose-Einstein d'atomes d'hélium.

⇒ dans la gibecière des physiciens ! En effet, nous avons utilisé des atomes d'hélium dans un état excité : ils conservent, « cachée » en eux, une énergie considérable, équivalente à une température de quelque 200 000 kelvins. Nous obtenons cet état en bombardant préalablement les atomes d'hélium par des électrons. Bien que ces atomes excités aient une durée de vie finie (d'environ deux heures), ils sont bien plus faciles à manipuler avec des lasers que les atomes d'hélium dans leur état fondamental. En outre, ces atomes excités sont plus faciles à détecter : lorsqu'ils frappent une surface, ils libèrent cette énergie en y arrachant des électrons, ce qui revient à créer un courant électrique, facilement mesurable avec une grande précision. Sans cette technique de détection, la seule manière de distinguer les atomes du laser est de les éclairer avec un fais-

[1] *La Recherche*, 343, 10, 2001.

PRINCIPE

La « couleur » du laser à atomes

■ UN LASER OPTIQUE ÉMET UNE LUMIÈRE de couleur bien définie : tous les photons possèdent la même longueur d'onde, qui définit la couleur. Quelle est la couleur d'un laser à atomes ? La réponse se trouve dans les travaux du physicien français Louis de Broglie, qui a montré au début du XX^e siècle que chaque particule pouvait aussi être considérée comme une onde, dont la longueur est inversement proportionnelle à sa vitesse. Un atome d'hélium d'un condensat, évoluant par exemple à une vitesse de 10 centimètres par seconde, possède ainsi une longueur d'onde de 1 micromètre : sa couleur correspond donc à l'infrarouge. Lorsque les atomes du laser tombent sous l'effet de la pesanteur, leur vitesse augmente et leur « couleur » change, passant du rouge au bleu.

ceau lumineux et d'observer leur ombre (voir photo p. 41). En parallèle avec ce travail sur l'hélium, nous poursuivons notre travail avec le condensat de rubidium. En particulier, nous cherchions à mieux maîtriser l'extraction des atomes. En effet, lors des premières expériences de laser à atomes au MIT, les atomes sortaient par bouffées. Nous avons réussi à mieux contrôler les champs oscillants, et à extraire plus régulièrement les atomes pour obtenir un seul faisceau régulier.

Le défi de la continuité

L'un des principaux aspects de la mise au point de lasers à atomes concerne aujourd'hui la possibilité d'émettre en continu des jets atomiques. Un laser à atomes qui fonctionnerait sans discontinuer constituerait une avancée importante. De la même façon, les premiers lasers optiques n'émettaient que des impulsions brèves, entre lesquelles il fallait « recharger » le laser. Mais il n'avait pas fallu plus de six mois pour concevoir des lasers continus : la création de photons à partir d'énergie électrique ne pose pas de problème. En revanche, dans un laser à atomes, nous ne créons pas ces derniers : ils préexistent, évidemment. Il faut donc en apporter de l'extérieur si nous voulons recharger nos condensats de Bose-Einstein d'où sont extraits les faisceaux. Toute la difficulté est de le faire sans détruire le condensat lui-même.

Pour fabriquer des lasers à atomes utilisables en continu, deux stratégies sont aujourd'hui à l'étude. La première consiste à fabriquer des condensats, puis à les déplacer vers un réservoir d'où les atomes sont extraits en continu. Nous savons en effet fabriquer des « pinces optiques », formées d'un laser exerçant une action mécanique sur les atomes et capables de déplacer les condensats sans les détruire. Notre équipe a entrepris la construction d'un montage expérimental dans ce but.

L'autre stratégie intéressante, étudiée notamment au laboratoire Kastler-Brossel, est de mener de pair la formation du condensat et l'écoulement du laser à atomes. Les chercheurs introduisent des atomes dans un guide, sorte de long tuyau guidant magnétiquement les atomes, et les refroidissent pendant leur traversée selon les méthodes classiques de refroidissement évaporatif (lire « Le condensat qui venait du froid », p. 43). Leur difficulté principale est de charger le guide en continu. Bien entendu, lorsque l'une de ces deux approches (ou les deux) aura réussi, il faudra ensuite augmenter le flux d'atomes, puis miniaturiser ces dispositifs, qui mesurent encore plusieurs mètres de long.

Toutefois, des applications sont d'ores et déjà accessibles aux lasers à atomes pulsés. Ceux-ci sont capables d'émettre des atomes pendant une fraction de seconde avant d'être rechargés en quelques dizaines de secondes. Plusieurs dispositifs fonctionnant déjà grâce aux sources d'atomes froids ont tout à gagner des lasers à atomes. C'est le cas notamment des horloges atomiques, qui permettent de

mesurer le temps avec des précisions inégalées et sont utilisées aussi bien en astronomie ou en physique atomique que dans les télécommunications ou le système de repérage GPS. Leur principe : mesurer le plus exactement possible les oscillations naturelles du noyau de césium, qui vibre 9 192 631 770 fois par seconde. Or, le mouvement des atomes de césium perturbe cette mesure. D'où l'intérêt de les refroidir davantage, en formant un condensat de Bose-Einstein. Les progrès seraient alors comparables à ceux qu'ont apportés les lasers optiques par rapport aux faisceaux lumineux traditionnels.

Autre application très prometteuse : les gyromètres, qui sont très utilisés pour la navigation, pour les mesures géologiques ou pour vérifier expérimentalement avec une grande précision des effets prévus par les théories. Un gyromètre mesure une vitesse de rotation en analysant la modification du trajet d'un faisceau lors des changements de direction. Les faisceaux d'atomes sont plus sensibles aux mouvements à cause de leur masse, et sont potentiellement bien plus précis que les faisceaux laser. Déjà, les gyromètres utilisant les atomes froids sont comparables aux meilleurs gyromètres à laser optique. Un projet spatial baptisé Hyper, prévoyant d'installer des gyromètres à atomes froids dans l'espace, est actuellement à l'étude à l'Agence spatiale européenne (ESA). Il servirait à vérifier expérimentalement certains effets prévus par la relativité générale, détectables à proximité d'une masse en rotation comme la Terre. Lorsque les lasers à atomes seront utilisables dans de tels projets, ils offriront une bien meilleure précision, car ils seront alors mieux focalisés et plus intenses.

Une nécessaire miniaturisation

Les lasers à atomes semblent également prometteurs dans un domaine très prospectif : l'informatique quantique, dans laquelle chaque unité d'information (bit) est portée par un atome individuel (contre plusieurs centaines de milliers d'atomes aujourd'hui). Une des propositions pour fabriquer un ordinateur quantique consiste à disposer régulièrement les atomes sur une surface et à contrôler les échanges d'informations entre eux. Or, l'interaction entre un faisceau organisé de lumière (laser optique) et un faisceau organisé de matière (laser à atomes) peut permettre de piéger préférentiellement des atomes sur des sites régulièrement espacés, et former ainsi la trame d'un futur ordinateur quantique.

Les applications des lasers à atomes ne seront pas nécessairement celles prévues au départ. De même, pour les lasers, qui avait prévu que l'une des principales applications serait l'enregistrement audiovisuel ? Toutes ces applications nécessiteront une importante miniaturisation des techniques de manipulation des atomes. De nombreux efforts sur la fabrication de « puces à atomes », dans lesquelles le condensat serait contenu dans un centimètre carré, portent leurs fruits : nous savons fabriquer des cir-



CETTE « PUCE À ATOMES », d'une surface de 1 cm², permet de fabriquer et de guider les condensats, ouvrant la voie à la miniaturisation des lasers à atomes.

cuits imprimés par micro-lithographie dans lesquels des champs magnétiques piègent et guident les atomes condensés. Grâce à nos puces atomiques, nous envisageons de créer des milliers de pièges par centimètre carré, joints par des zones de guidage.

Le condensat de Bose-Einstein connaît aujourd'hui un succès qu'Einstein n'aurait certainement pas imaginé, lui qui semblait sceptique sur sa découverte. Trois groupes travaillaient sur ce sujet en 1995. Nous sommes aujourd'hui plus de cent, dont plusieurs laboratoires en France, cherchant à la fois à mieux comprendre la condensation et les interactions entre les atomes, mais aussi à fabriquer des lasers à atomes continus et à développer leurs applications : 7 types d'atomes ont été condensés, et ce n'est pas fini. Plusieurs industriels suivent de près ces recherches en co-finançant des thèses, mais néanmoins sans s'engager plus avant pour l'instant. Les lasers à atomes ne demandent qu'à sortir des laboratoires pour conquérir les industries de pointe, voire à plus long terme notre vie quotidienne. Certes, l'obtention du condensat n'est pas encore une expérience de routine mais, au fur et à mesure, nous apprenons à simplifier et miniaturiser les dispositifs. ■■

C. W., P. B. et C. M.

POUR EN SAVOIR PLUS

■ Alain Aspect et Jean Dalibard, « Le refroidissement des atomes par laser », *La Recherche*, janvier 1994.

<http://atomoptic.iota.u-psud.fr>

Le site des auteurs de l'article.

www.lkb.ens.fr/recherche/atfroids/

Des explications sur le refroidissement des atomes.

www.colorado.edu/physics/2000/index.pl

En cliquant sur « The atomic lab », puis sur « Bose-Einstein condensation », vous accédez à des animations très pédagogiques sur les condensats et le refroidissement.

Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity

F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect

Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, B.P. 147, F-91403 Orsay Cedex, France

(Received 7 September 2000)

We analyze the extraction from a trapped Bose-Einstein condensate to a nontrapping state of a coherent atomic beam and its subsequent fall, at $T = 0$ K. Our treatment fully takes gravity into account but neglects the mean-field potential exerted on the free falling beam by the trapped atoms. We derive analytical expressions for the output rate and the output mode of the quasicontinuous “atom laser.” Comparison with experimental data of Bloch *et al.* [Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999)] is satisfactory.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.4729

PACS numbers: 03.75.Fi, 39.20.+q

Bose-Einstein condensates (BEC) of dilute alkali vapors [1] constitute a potential source of matter waves for atom interferometry, since they are first-order coherent [2]. Various schemes for “atom lasers” have been used to extract a coherent matter wave out of a trapped BEC. Pulsed devices have been demonstrated by using an intense spin-flip radio frequency (rf) pulse [3], gravity-induced tunneling from an optically trapped BEC [4] or Raman transitions [5]. Quasicontinuous output has been obtained by using a weak rf field that continuously couples atoms into a free falling state [6]. This “quasicontinuous” atom laser promises spectacular improvements in application of atom optics, for example, in the performances of atom-interferometer-based inertial sensors [7].

Gravity plays an important role in outcoupling: in the case of rf outcouplers, it lies at the very heart of the extraction process, as will be shown in this Letter. However, most of the theoretical studies do not take gravity into account (for an up-to-date review, see Ref. [8]). Although gravity has been included in numerical treatments [9] relevant for the pulsed atom laser of [3], to our knowledge, only the one-dimensional (1D) simulations of Refs. [8,10] treat the quasicontinuous case in the presence of gravity, and the results of [10] compare only qualitatively to the experimental data of [6].

In this Letter, we present a three-dimensional (3D) analytical treatment taking gravity fully into account. To compare with the experimental results of [6], we specifically focus on rf outcouplers. The extraction of the atoms from the trapped BEC and their subsequent propagation under gravity are analytically treated in the case of quasicontinuous outcoupling with appropriate approximations, discussed in the text. We derive an expression for the atom laser wave function and a generalized rate equation for the trapped atoms that agrees quantitatively with the experimental results of [6].

We consider a ^{87}Rb BEC in the $F = 1$ hyperfine level at $T = 0$ K. The $m = -1$ state is confined in a harmonic magnetic potential $V_{\text{trap}} = \frac{1}{2}M(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$. A rf magnetic field $\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t) \mathbf{e}_x$ can induce transitions to $m = 0$ (nontrapping state) and $m = +1$ (expelling state). The condensate three-component spinor

wave function $\Psi' = [\psi'_m]_{m=-1,0,+1}$ obeys a set of coupled nonlinear Schrödinger equations [11]. We consider the “weak coupling limit” [12] relevant to all experiments done so far with a quasicontinuous atom laser [6]. In this regime to be defined more precisely later, the coupling strength is low enough that the populations N_m of the three Zeeman sublevels obey the following inequality: $N_{+1} \ll N_0 \ll N_{-1}$. In the rest of this paper, we therefore restrict ourselves to $m = -1$ and $m = 0$, and set the total atomic density $n(\mathbf{r}) \approx |\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)|^2$.

At this stage, the components $\psi_m = \psi'_m e^{-im\omega_{\text{rf}} t}$ obey, under the rotating wave approximation, the following two coupled equations:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{-1}}{\partial t} = [\hbar \delta_{\text{rf}} + \mathcal{H}_{-1}] \psi_{-1} + \frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{2} \psi_0, \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = \mathcal{H}_0 \psi_0 + \frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{2} \psi_{-1}, \quad (2)$$

with $\mathcal{H}_{-1} = \mathbf{p}^2/2M + V_{\text{trap}} + U|\psi_{-1}|^2$ and $\mathcal{H}_0 = \mathbf{p}^2/2M - Mgz + U|\psi_{-1}|^2$. The strength of interactions is fixed by $U = 4\pi\hbar^2 a N/M$, $a \approx 5$ nm being the diffusion length, and N the initial number of trapped atoms. The rf outcoupler is described by the detuning from the bottom of the trap $\hbar \delta_{\text{rf}} = V_{\text{off}} - \hbar \omega_{\text{rf}}$ and the Rabi frequency $\hbar \Omega_{\text{rf}} = \mu_{\text{B}} B_{\text{rf}} / 2\sqrt{2}$ (taking the Landé factor $g_F = -1/2$). The origin of the z axis is at the center of the condensate, displaced by gravity from the trap center by $z_{\text{sag}} = g/\omega_z^2$. We have taken the zero of energy at $z = 0$ in $m = 0$, so that the level splitting at the bottom of the trap is $V_{\text{off}} = \mu_{\text{B}} B_0 / 2 + Mg^2/2\omega_z^2$ (B_0 is the bias field).

The evolution of the $m = -1$ sublevel at $T = 0$ K is described [13] by a decomposition of the wave function into a condensed part and an orthogonal one that describes elementary excitations (quasiparticles). As \mathcal{H}_{-1} depends on time through $|\psi_{-1}|$, both the coefficients and the eigenmodes depend on time. However, we assume an adiabatic evolution of the trapped BEC [14], so that the uncondensed component remains negligible and

$$\psi_{-1}(\mathbf{r}, t) \approx \alpha(t) \phi_{-1}(\mathbf{r}, t) e^{-i \int_0^t [\mu(t')/\hbar + \delta_{\text{rf}}] dt'}, \quad (3)$$

where $\alpha(t) = [N_{-1}(t)/N]^{1/2}$. The time-dependent ground state ϕ_{-1} , of energy μ is, in the Thomas-Fermi (TF) approximation [13], $\phi_{-1}(\mathbf{r}, t) = (\mu/U)^{1/2} [1 - \tilde{r}_\perp^2 - \tilde{z}^2]^{1/2}$, where $\tilde{r}_\perp^2 = (x/x_0)^2 + (y/y_0)^2$ and $\tilde{z} = z/z_0$ are such that $\tilde{r}_\perp^2 + \tilde{z}^2 \leq 1$. The BEC dimensions are, respectively, $x_0 = (2\mu/M\omega_x^2)^{1/2}$ and $y_0 = z_0 = (2\mu/M\omega_\perp^2)^{1/2}$. The condensate energy is given by $\mu = (\hbar\omega/2)(15aN_{-1}/\sigma)^{2/5}$ [we have set $\omega = (\omega_x\omega_\perp^2)^{1/3}$ and $\sigma = (\hbar/M\omega)^{1/2}$]. The time dependence of ϕ_{-1} is contained in μ , x_0 , y_0 , and z_0 , which decrease with $N_{-1}(t)$. In the following, we will take typical values corresponding to the situation of [6] (reported in [10]): $N = 7 \times 10^5$ atoms initially, $\omega_x = 2\pi \times 13$ Hz and $\omega_\perp = 2\pi \times 140$ Hz, which gives $x_0 \approx 55.7$ μm , $z_0 \approx 5.3$ μm , and $\mu/h \approx 2.2$ kHz.

For the $m = 0$ state, the Hamiltonian of Eq. (2) with $\Omega_{\text{rf}} = 0$ becomes in the TF approximation [15]: $\mathcal{H}_0 = \mathbf{p}^2/2M - Mgz + \mu \max[0, 1 - \tilde{r}_\perp^2 - \tilde{z}^2]$. There is a clear hierarchy in the energy scales associated with each term in \mathcal{H}_0 . For the atom numbers involved in current experiments, μ/Mgz_0 is small, and the mean-field term is only a perturbation as compared with gravity. The leading term is therefore the gravitational potential that subsequently converts into kinetic energy along z . By contrast, the *transverse* kinetic energy (along x and y) remains small. Therefore, we neglect the spatial variations of the mean field potential and consider in the following the approximated Hamiltonian $H_0 \approx \mathbf{p}^2/2M - Mgz$.

The eigenstates of H_0 are factorized products of one-dimensional wave functions along the three axes. In the horizontal plane (x, y), the eigenstates are plane waves with wave vectors k_x, k_y that we quantize with periodic boundary conditions in a 2D box of size L . Consequently, the wave function is $\phi_0^\perp(x, y) = L^{-1} e^{i(k_x x + k_y y)}$ and the density of states $\rho_{xy} = L^2/4\pi^2$. Along the vertical direction z , the normalizable solution of the 1D Schrödinger equation in a gravitational field is [16] $\phi_0^{(z_{E_z})} = A \cdot \text{Ai}(-\zeta_{E_z})$, where Ai is the Airy function of the first kind and $\zeta_{E_z} = (z - z_{E_z})/l$. The classical turning point $z_{E_z} = -E_z/Mg$ associated with the vertical energy E_z labels the vertical solution; $l = (\hbar^2/2M^2g)^{1/3}$ is a length scale, such that $l \ll x_0, y_0, z_0$ (for ^{87}Rb , $l \approx 0.28$ μm). In order to normalize Ai and to work out the density of states, we restrict the wave function to the domain $]-\infty, H]$, where the boundary at $z = H$ can be arbitrarily far from the origin. In $]-\infty, z_{E_z}]$, Ai falls off exponentially over a distance l , while it can be identified with its asymptotic form $\text{Ai}(-s) \approx \pi^{1/2} s^{-1/4} \cos(2s^{3/2}/3 - \pi/4)$ for $s \geq 0$. To leading order in H , by averaging the fast oscillating \cos^2 term to 1/2, we obtain the normalization factor $A = (\pi H^{-1/2}/l)^{1/2}$. The longitudinal density of states follows from $\rho_z(E_z) = h^{-1} d\mathcal{V}/dE_z$, where $\mathcal{V} = \int dz dp_z \theta(E_z - p_z^2/2M + Mgz)$ (with θ the step function) is the volume in phase space associated with

energies lower than E_z . We restrict the z space to the domain defined above, and the p_z space to $p_z \geq 0$. In this way, we do not count the component of Ai that propagates opposite to gravity [17]. We obtain $\rho_z(z_{E_z}) = (1/2\pi l)H^{1/2}$. Finally, the output modes are given by $\phi_0^{(n)}(\mathbf{r}) = \phi_0^\perp(x, y)\phi_0^{(z_{E_z})}(z)$, where n stands for the quantum numbers (k_x, k_y, z_{E_z}) , and the density of modes is $\rho_{3D}^{(n)} = (1/8\pi^3)L^2H^{1/2}/l$.

Thus, the problem is reduced to the coupling of an initially populated bound state $m = -1$, of energy $E_{-1} = \hbar\delta_{\text{rf}} + \mu$ to a quasicontinuum of final states $m = 0$, with a total energy $E_0^{(n)} = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2M - Mgz_{E_z}$. A crucial feature in this problem is the resonant bell shape of the coupling matrix element $W_{\text{fi}} = (\hbar\Omega_{\text{rf}}/2)\langle\phi_0^{(n)}|\phi_{-1}\rangle$. We work out the overlap integral $I^{(n)} = \langle\phi_0^{(n)}|\phi_{-1}\rangle$ in reduced cylindrical coordinates $(\tilde{r}_\perp, \theta, \tilde{z})$ and set $\tilde{k}^2 = (k_x x_0)^2 + (k_y y_0)^2$. We integrate over θ and \tilde{r}_\perp , and transform the sum over z with the Parseval relation [18] to obtain $I^{(n)} = 2\pi A x_0 y_0 / L(\mu/U)^{(1/2)} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(\tilde{k}, v) e^{i(z_0/l)(v^3/3 - v z_{E_z}/l)} dv$. In this integral, \tilde{g} is the Fourier transform with respect to z of $g(\tilde{k}, \tilde{z}) = (p \cos p - \sin p)/\tilde{k}^3$, with $p(\tilde{k}, \tilde{z}) = \tilde{k}(1 - \tilde{z}^2)^{1/2}$, and $(2\pi)^{-(1/2)} e^{i(v^3/3 - v z_{E_z}/l)}$ the Fourier transform of Ai. Since $z_0/l \gg 1$, the integrand averages to zero out of a small neighborhood of the origin, where the linear term in v is dominant. We obtain in this way

$$I^{(n)} = 2\pi \frac{Al}{L} \sqrt{\frac{\mu}{U}} x_0 y_0 g(\tilde{k}, z_{E_z}). \quad (4)$$

This overlap integral is nonvanishing only if the accessible final energies $E_0^{(n)} \approx E_{-1}$ are approximately restricted to an interval $[-\Delta/2, \Delta/2]$, where $\Delta = 2Mgz_0 \sim 22.7$ kHz. This gives a resonance condition for the frequency ω_{rf} [6,14]:

$$|\hbar\delta_{\text{rf}}| \lesssim Mgz_0. \quad (5)$$

Two different behaviors can be expected in such a situation [14,19]. In the strong coupling regime ($\hbar\Gamma \gg \Delta$, where Γ is the decay rate worked out with the Fermi golden rule), Rabi oscillations occur between the BEC bound state and the narrow-band continuum. This describes the pulsed atom laser experimentally realized by Mewes *et al.* [3]. Conversely, in the weak coupling limit ($\hbar\Gamma \ll \Delta$), oscillations persist only for $t \leq t_c = \hbar/\Delta$, while for $t \geq t_c$, the evolution of the BEC bound state is a monotonic decay. We have numerically verified this behavior on a 1D simulation analogous to [10] (see Fig. 1a).

Equation (2) can be formally integrated [14] with the help of the propagator G_0 of H_0 : $\Psi_0(\mathbf{r}, t) = \frac{\Omega_{\text{rf}}}{2i} \int_0^t dt' \int d^3\mathbf{r}' G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') \Psi_{-1}(\mathbf{r}', t')$. Together with Eqs. (1) and (3), we can derive an exact integro-differential equation on α^2 , the fraction of atoms remaining in the BEC. In the weak coupling regime, the condition $\hbar\Gamma \ll \Delta$ expresses the fact that the memory time of the continuum t_C is much shorter than the damping time of the condensate level. This allows one to make

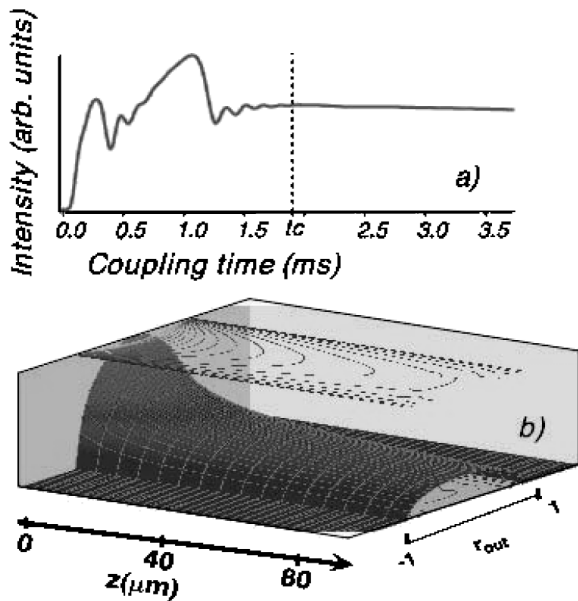


FIG. 1. (a) A 1D numerical integration of the time evolution of the laser intensity starting with ~ 2000 atoms for $\Omega_{\text{rf}} = 300$ Hz shows that, for $t \gg t_c$, a quasisteady state is achieved. (b) The spatial intensity profile of the atom laser according to Eq. (9) is shown for $t \gg t_c$.

a Born-Markov approximation [14,20], which yields the rate equation:

$$\frac{dN_{-1}}{dt} = -\Gamma(N_{-1})N_{-1}. \quad (6)$$

The output rate Γ is given by the Fermi golden rule. By neglecting the transverse kinetic energy as compared to E_{-1} , we obtain

$$\frac{\Gamma}{\Omega_{\text{rf}}^2} \approx \frac{15\pi}{32} \frac{\hbar}{\Delta} \max[0, 1 - \eta^2]^2, \quad (7)$$

with $\eta = -2E_{-1}/\Delta$. The rate equation (6) is nonlinear, since Γ depends on N_{-1} through $\Delta = 2Mgz_0$. From Eq. (7) and the condition for weak coupling $\hbar\Gamma \ll \Delta$, we deduce a critical Rabi frequency $\Omega_{\text{rf}}^C \sim 0.8\Delta/\hbar$ below which a quasicontinuous output is obtained. Moreover, we have assumed from the beginning that the BEC decay was adiabatic. This requires $|\partial h_{-1}/\partial t| \sim \Gamma\mu \ll \epsilon_{(i)}^2/\hbar$, where $\epsilon_{(i)}$ is the energy of the i th quasiparticle level in the trap. Taking $\epsilon_{(i)} \geq \hbar\omega_{\perp}$, we deduce from Eq. (7) a condition on the Rabi frequency: $\Omega_{\text{rf}} \ll 1.6(g/z_0)^{1/2}$. This condition turns out to be much more stringent than the condition for weak coupling $\Omega_{\text{rf}} \ll \Omega_{\text{rf}}^C$.

To compare our model to the data of Bloch *et al.* [6], we have numerically integrated Eq. (6) with the output rate (7) and their experimental parameters. We show in Fig. 2a (respectively, Fig. 2b) the number of atoms remaining in the $|F = 1; m_F = -1\rangle$ (respectively, $|F = 2; m_F = 2\rangle$) condensate after a fixed time as a function of the detuning. In the latter case, the condensate is coupled to the continuum via the intermediate state $|F = 2; m_F = 1\rangle$. If we neglect the mutual interaction between these two bound states, the

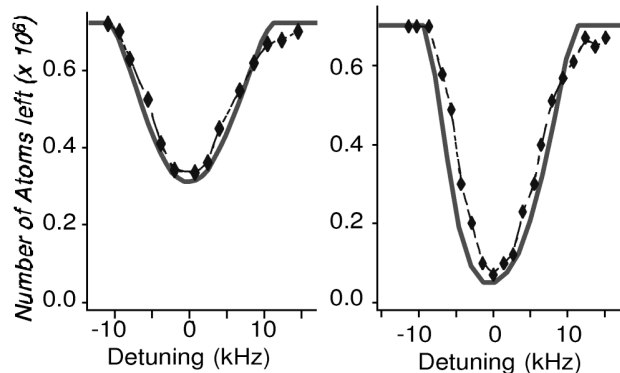


FIG. 2. The number of trapped atoms after 20 ms of rf out-coupling, starting with $\approx 7.2 \times 10^5$ condensed atoms, $\Omega_{\text{rf}} = 312$ Hz for the $|1; -1\rangle$ sublevel (left), and $\approx 7.0 \times 10^5$ atoms, $\Omega_{\text{rf}} = 700$ Hz for the $|2; 2\rangle$ sublevel (right) is plotted versus the coupler frequency. Diamonds are the experimental points from [6]; solid line is the prediction based upon our model using the experimental parameters. The experimental curves have been shifted in frequency to match theory, since V_{off} is not experimentally known precisely enough (within a kHz uncertainty).

upper level acquires a decay rate $\Gamma_{2,2} \sim \Gamma_{2,1}/2$ for near resonant coupling and for $\Omega_{\text{rf}} \gg \Gamma_{2,1}$ [19]. Here $\Gamma_{2,1}$ results from Eq. (7) applied to the relay state.

The quantitative agreement between theory and experiments underlines the importance of gravity and dimensionality in this problem. On one hand, the width and depth of the resonance curve depend directly on the strength of gravity g . On the other hand, in a 1D calculation, the output rate is found to be roughly 3 times higher [10]. The discrepancies on the wings might be explained by the presence of uncondensed atoms near the condensate boundaries [14].

Finally, we want to point out that, since $\hbar\Gamma \ll \Delta$, the spatial region where outcoupling takes place, of vertical extension $\delta z \sim \hbar\Gamma/mg$, is very thin compared to the BEC size. Outcoupling can thus be understood semiclassically, in analogy with a Franck-Condon principle [21]: the coupling happens at the turning point of the classical trajectory of the free falling atoms. Neglecting the transverse kinetic energy in the calculation of Γ amounts to approximating the Franck-Condon surfaces, whose curvature should be small over the size of the BEC, by planes.

We have analyzed so far the extraction of the atoms from the trapped BEC. We address now the question of the propagation of the outcoupled atoms under gravity. For times $t \gg t_c$, the explicit expression of the propagator G_0 of H_0 is [22]

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau = t - t') = \left(\frac{M}{2\pi\hbar\tau} \right)^{3/2} e^{iS_{\text{class}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau = t - t')} \theta(\tau). \quad (8)$$

Here, the classical action is given by $S_{\text{class}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau = t - t') = (M/2\hbar\tau)[(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + g\tau^2(z + z') - g^2\tau^4/12]$ and θ is the step function. We compute the output wave function Ψ_0 with stationary phase approximations. This amounts to propagating the wave function along the

classical trajectory: in the limit where $S_{\text{class}} \gg \hbar$ (this is true as soon as the atom has fallen from a height l), this is the Feynman path that essentially contributes. We obtain the following expression for the outcoupled atomic wave function i.e., the atom laser mode [23] (see Fig. 1b):

$$\begin{aligned} \psi_0(\mathbf{r}, t) \approx & \sqrt{\pi} \frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{2Mgl} \\ & \times \Psi_{-1}(r_{\perp}, z_{\text{res}}, t - t_{\text{fall}}) \frac{e^{i2/3|\zeta_{\text{res}}|^{3/2} - i(\delta_{\text{rf}} t_{\text{fall}})}}{\sqrt{|\zeta_{\text{res}}|^{1/2}}} \\ & \times M(t, t_{\text{fall}}). \end{aligned} \quad (9)$$

In this expression, $z_{\text{res}} = \eta z_0$ is the point of extraction, $t_{\text{fall}} = (2/g)^{1/2}(z - z_{\text{res}})^{1/2}$ is the time of fall from this point, $\zeta_{\text{res}} = (z - z_{\text{res}})/l$, and $M(t, t_{\text{fall}})$ is unity if $0 \leq t_{\text{fall}} \leq t$ and zero elsewhere: it describes the finite extent of the atom laser due to the finite coupling time. We can deduce from Eq. (9) the size of the laser beam in the x direction $x_{\text{out}} = x_0[1 - (2E_{-1}/\Delta)^2]^{1/2}$, and a similar formula for y_{out} . Because the semiclassical approximation neglects the quantum velocity spread due to the spatial confinement of the trapped BEC, this wave function has planar wave fronts. This property will not persist beyond a distance $z_R \approx y_{\text{out}}^4/4l^3 \sim$ a few mm, analog to the Rayleigh length in photonic laser beams, where the transverse diffraction $(\hbar/M y_{\text{out}})(2z_R/g)^{1/2}$ becomes comparable to the size y_{out} . Beyond z_R , diffraction has to be taken into account.

In conclusion, we have obtained analytical expressions for the output rate and the output mode of a quasicontinuous atom laser based on rf outcoupling from a trapped BEC. Our treatment, which fully takes the gravity and the 3D geometry into account, leads to a quantitative agreement with the experimental results of Ref. [6]. This points out the crucial role played by gravity in the atom laser behavior. Generalization to other coupling schemes is straightforward and should allow one to investigate the role of gravity in these cases. In more elaborated treatments, interactions between the trapped and the outcoupled atoms should be taken into account to describe the transverse dynamics. Finite temperature effects [14] might be relevant as well. Nevertheless, the good agreement with experimental data shows that the present zero-temperature theory is a valuable starting point to describe experiments with the atom laser.

We are grateful to Y. Castin for his help in the calculation of the overlap integral. We would like to thank the members of the IOTA Atom Optics group for stimulating discussions, in particular, the BEC team: G. Delannoy, Y. Le Coq, S. A. Rangwala, S. Richard, S. Seidelin, and especially J. H. Thywissen for his careful reading of the manuscript, as well as J. Dalibard for his valuable comments. This work is supported by CNRS, DGA (Contract

No. 99 34 050) and EU (Contract No. HPRN-CT-2000-00125).

-
- [1] M. H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995); C. C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); K. B. Davis *et al.*, *ibid.* **75**, 3969 (1995); C. C. Bradley *et al.*, *ibid.* **78**, 985 (1997).
 - [2] M. Andrews *et al.*, *Science* **275**, 637 (1997).
 - [3] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
 - [4] B. P. Anderson and M. Kasevich, *Science* **282**, 1686 (1998).
 - [5] E. W. Hagley *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
 - [6] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999); *Nature (London)* **403**, 166 (2000).
 - [7] P. Bouyer and M. Kasevich, *Phys. Rev. A* **56**, R1083 (1997); J. Jacobson, G. Bjork, and Y. Yamamoto, *Appl. Phys. B* **60**, 187–191 (1995).
 - [8] R. Ballagh and C. M. Savage, *cond-mat/0008070*.
 - [9] W. Zhang and D. F. Walls, *Phys. Rev. A* **57**, 1248 (1998); B. Jackson, J. F. McCann, and C. S. Adams, *J. Phys. B* **31**, 4489 (1998).
 - [10] J. Schneider and A. Schenzle, *Appl. Phys. B* **69**, 353–356 (1999).
 - [11] R. J. Ballagh, K. Burnett, and T. F. Scott, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1607 (1997).
 - [12] H. Steck, M. Naraschewski, and H. Wallis, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1 (1998).
 - [13] F. Dalfovo *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1998).
 - [14] Y. Japha *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1079 (2000); S. Choi, Y. Japha, and K. Burnett, *Phys. Rev. A* **61**, 063606 (2000).
 - [15] M. Edwards *et al.*, *J. Phys. B* **32**, 2935 (1999).
 - [16] L. Landau and E. Lifshitz, *Quantum Mechanics* (Mir, Moscow, 1967); see also H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
 - [17] It is also possible to decompose the Ai's into upwards and downwards propagating waves, with the analytical signal technique [J. W. Goodman, *Statistical Optics* (Wiley Intersciences, New York, 1985)]. Provided one imposes an outgoing wave behavior and periodic boundary conditions, this leads to the same density of states and overlap integral (in modulus).
 - [18] Y. Castin (private communication); also quoted in C. Cohen-Tannoudji, *Cours au College de France* (1999–2000), available at www.lkb.ens.fr/~cct/cours.
 - [19] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photons Interaction* (Wiley Intersciences, New York, 1992).
 - [20] G. M. Moy, J. J. Hope, and C. M. Savage, *Phys. Rev. A* **59**, 667 (1999); M. W. Jack *et al.*, *Phys. Rev. A* **59**, 2962 (1999).
 - [21] Y. B. Band, P. S. Julienne, and M. Trippenbach, *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).
 - [22] R. P. Feynman and A. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw-Hill, New York, 1965).
 - [23] A similar technique makes use of the Fourier transform of G_0 : C. Bordé, "Lecture at the Summer School on BEC and Atom Lasers," Cargèse, 2000 (to be published).

Erratum: Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity
[Phys. Rev. Lett. 86, 4729 (2001)]F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect
(Received 28 May 2004; published 29 July 2004)

DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.059905

PACS numbers: 03.75.-b, 03.75.Hh, 99.10.Cd

In a recent Letter [1], we analyzed theoretically the extraction of a quasicontinuous atom laser out of a trapped Bose-Einstein condensate. The explicit expression for the outcoupling rate given in this Letter was underestimated by a factor of 2, and the correct expression should read (using the notation of [1]):

$$\frac{\Gamma}{\Omega_{\text{rf}}^2} \approx \frac{15\pi}{16} \frac{\hbar}{\Delta} \text{Max}[0, 1 - \eta^2]^2. \quad (1)$$

This mistake follows from an incorrect evaluation of the density of states ρ_z in the gravitational potential, which should read $\rho_z(E_z) = (1/\pi l)H^{1/2}$ instead of $\rho_z(E_z) = (1/2\pi l)H^{1/2}$. Good agreement with the data of Bloch *et al.* [2] is then obtained by using a Rabi frequency Ω_{rf} twice as small as the value given in [1]. (Note that this amounts to an overall rescaling of the curve, whose width and shape are not modified by the present correction.) This lies within the experimental uncertainty on the magnitude of the magnetic outcoupling field, whose determination is based on a calibration made at frequencies much lower than the radio frequencies used in the experiment [3]. A similar observation has already been made in [4]: The 3D numerical calculations reported in this paper showed a similar factor of 2 discrepancy between the calibrated Ω_{rf} and the one that best reproduces the experiments. A new set of carefully calibrated data could certainly resolve this issue.

-
- [1] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **86**, 4729 (2001).
[2] I. Bloch, T.W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[3] T. Esslinger (private communication). Note that eddy currents or similar influence by nearby conductors tend to reduce the proportionality factor between the true magnetic field and the current in the coil, compared to the one deduced from a dc calibration. This is consistent with the sign of the deviation we find.
[4] Y. Japha and B. Segev, Phys. Rev. A **65**, 063411 (2000).

Atom Laser Divergence

Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect
*Laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, 91403 Orsay, France**
 (Received 28 June 2001; published 8 October 2001)

We measure the angular divergence of a quasicontinuous, rf-outcoupled, free-falling atom laser as a function of the outcoupling frequency. The data are compared to a Gaussian-beam model of laser propagation that generalizes the standard formalism of photonic lasers. Our treatment includes diffraction, magnetic lensing, and interaction between the atom laser and the condensate. We find that the dominant source of divergence is the condensate-laser interaction.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.170403

PACS numbers: 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj, 04.30.Nk

A dilute gas of atoms condensed in a single quantum state of a magnetic trap [1–6] is the matter-wave analog of photons stored in an optical cavity. A further atomic parallel to photonics is the “atom laser” [7–10], a coherent extraction of atoms from a Bose-Einstein condensate. Atom lasers are of basic interest as a probe of condensate properties [11] and as a coherent source of atoms [12]. Furthermore, just as optical lasers greatly exceeded previous light sources in brightness, atom lasers will be useful in experiments that simultaneously require monochromaticity, collimation, and intensity, such as holographic atom lithography [13], continuous atomic clocks [14], and coupling into atomic waveguides [15].

Initial work on atom lasers has demonstrated several types of coherent, pulsed output couplers [7–9] as well as a coherent narrow-band coupler [10,16], which is the type employed in our work. In this Letter, we address the nature of propagation of an atom laser outcoupled from a condensate. Our experimental data show that the laser beam is well characterized by a divergence angle. We measure this angle versus radio-frequency (rf) outcoupler frequency, which chooses the vertical extraction point of the atom laser from the condensate (see Fig. 1a). In choosing the extraction point, one chooses the thickness of the condensate to be crossed by the extracted atoms, as well as the width of the atom laser beam at the extraction plane. To interpret these data, we use a formalism that generalizes the *ABCD* matrices treatment of photonic lasers [17,18]. This treatment allows us to calculate analytically the divergence of the laser due to diffraction, magnetic lensing, and interactions with the condensate. We find that, for our typical experimental conditions, the divergence of the laser is primarily due to interaction between the atoms in the laser and the atoms remaining in the condensate. We describe this interaction as a thin lens. Note that the existence of such an interactive lensing effect is in stark contrast to a photonic laser, since photons do not interact. Interactions were estimated to be similarly important for pulsed atom lasers [7,9]. In our case, the divergence is also magnified by a thick-lens-like potential due to the quadratic Zeeman effect of the magnetic trapping fields.

The technique we use to obtain Bose-Einstein condensates with ^{87}Rb is described in detail elsewhere [19]. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam loads a magneto-optical trap in a glass cell. Typically 10^8 atoms are transferred to a magnetic trap, which is subsequently compressed to oscillation frequencies of $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 144$ Hz and $\omega_y = 2\pi \times 9$ Hz = $\lambda\omega_z$ in the quadrupole and dipole directions, respectively, where z is vertical. The Ioffe-Pritchard trap is created with an iron-core electromagnet, with a typical quadrupole gradient of $11.7 \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}$, and an uncompensated dipole bias field of $B_0 = 5.4$ mT. A 40 s, rf-induced evaporative cooling ramp in the compressed trap results in condensates of typically 5×10^5 atoms, with a 15% rms shot-to-shot variation.

Atom lasers are created by applying a rf field at about 38.6 MHz, to transfer condensate atoms from the trapped $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ state to the weakly antitrapped $|1, 0\rangle$ state, which also falls under gravity (see Fig. 1a). The rf field is weak (approximately $0.1 \mu\text{T}$) and applied for a relatively long duration ($t_{\text{oc}} = 10$ ms) [16]. There is no significant coupling to the $|1, +1\rangle$ state because the $F = 1$

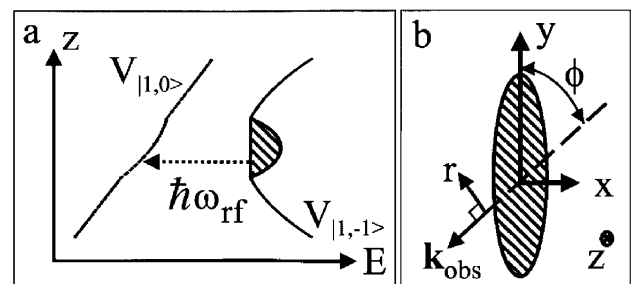


FIG. 1. (a) Schematic representation of outcoupling from the trap potential $V_{|1,-1\rangle}$ to the untrapped $V_{|1,0\rangle}$ potential via an rf photon at ω_{rf} . The vertical direction is z . The curves shown include magnetic, gravitational, and mean-field potentials. (b) The wave vector \mathbf{k}_{obs} for the absorptive imaging light beam at an angle ϕ with respect to the weak axis y of the condensate. The horizontal coordinate in the imaging plane is r . In both images, the condensate is crosshatched.

sublevel transitions are split by 0.8 MHz due to the non-linear part of the Zeeman effect at 5.4 mT. To measure the spatial distribution of the atom laser, we take an absorptive image with a pulse of resonant light 6 ms after the moment when the rf outcoupling ends and the trap is turned off. As depicted in Fig. 1b, the image is taken at a $\phi = 55^\circ$ angle from the weakly confining y axis of the trap. Figure 2a shows a typical image of an atom laser.

The gravitational sag g/ω_z^2 shifts the entire condensate from the center of the magnetic trap to a region where isofield surfaces are planes of approximately constant height z_0 across the condensate [10]. The relation between rf frequency $\omega_0 + \delta_{\text{rf}}$ and coupling height z_0 is

$$\delta_{\text{rf}} = -\Delta \frac{z_0}{R_z} - \frac{\mu}{\hbar} \left(1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right), \quad (1)$$

where $\Delta = MgR_z/\hbar$ is the spectral half-width of the condensate, M is the mass of the atom, g is gravitational acceleration, and R_z is the Thomas-Fermi (TF) radius [20] of the condensate along z . The radius $R_z = \sqrt{2\mu/M\omega_z^2}$, and μ is the chemical potential $(\hbar\bar{\omega}/2)(15a_{11}N)^{2/5}(M\bar{\omega}/\hbar)^{-1/5}$, where N is the number of atoms in the condensate, $a_{11} = 5.67$ nm is the s -wave scattering length between ^{87}Rb atoms in the $|1, -1\rangle$ state [21], and $\bar{\omega}^3 = \omega_x\omega_y\omega_z$. In Eq. (1), we have chosen ω_0 such that $\delta_{\text{rf}} = \pm\Delta$ when $z_0 = \mp R_z$. For our experimental parameters, $\mu/\hbar \ll \Delta$, so δ_{rf} is roughly linearly dependent on z_0 , with slope $-Mg/\hbar$. Therefore, in choosing the coupling frequency, we choose the height within the condensate at which the laser is sourced.

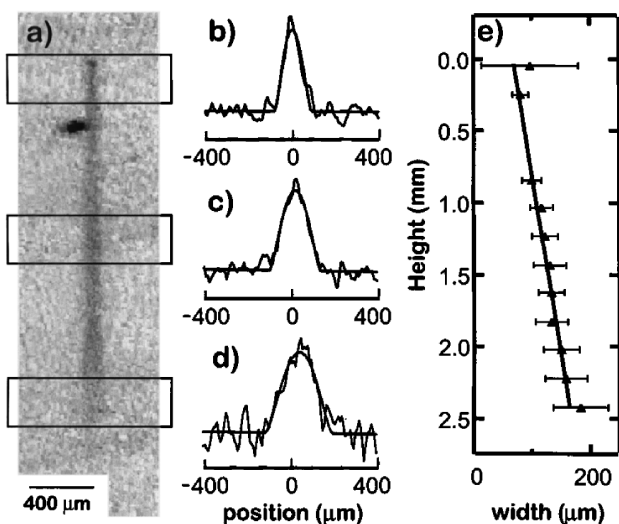


FIG. 2. Typical continuous atom laser output. (a) Absorptive image of laser, after 10 ms of output coupling at 38.557 MHz and 6 ms of free flight. The condensate (the darkest area of image) is displaced from the beginning of the laser because of a magnetic kick separating atoms in the $m_F = -1$ and $m_F = 0$ states. (b)–(d) Examples of absorption profiles of the atom laser, taken from the three regions boxed in (a). Each profile is fit to find a width R_n and density ρ_n . (e) The divergence angle of a single laser is found with a linear fit to the series of measured widths $\{R_n\}$.

Short-term (ms-scale) stability of the bias field is verified by the continuity of flux along the laser (Fig. 2a). We find that the shot-to-shot stability and reproducibility of the bias field, between each 80 s cycle of trapping, cooling, and condensation, is about $\pm 0.4 \mu\text{T}$ or ± 3 kHz. This stability is sufficient to scan through the condensate spectral width of about 20 kHz. In one out of five runs (a run is a set of about 10 cycles), the data were not self-consistent, which we attribute to a larger ($>1 \mu\text{T}$) bias field fluctuation during that run. We could maintain this bias field stability, typically one part in 10^4 [22], by using either a low-noise power supply or a battery, since only 1.3 A is used to energize the dipole coils during evaporation and outcoupling.

We analyze the images (such as Fig. 2a) to measure the flux and divergence of the outcoupled laser. Figures 2b through 2d show the first step in the analysis, a series of fits to the transverse spatial profile of the laser, as measured at several heights z_n , averaging across $\pm 140 \mu\text{m}$. The column density profile is fit at each z_n by $\rho_n(1 - r^2/R_n^2)^{3/2}$, where r is the horizontal coordinate in the image plane (see Fig. 1b), ρ_n is the peak column density, and R_n is the width. This fit function would be the rigorously correct function for an atom laser without divergence [23] or for a free condensate undergoing mean-field expansion [24]; here we observe empirically that the fits are good. From the integral of the column densities at each height, we determine the output flux F with a fit to $F/\sqrt{2g(z - z_0)}$, a form that assumes constant flux, purely gravitational acceleration, and a density that decreases with the inverse of the classical velocity, valid when $|z - z_0| \gg \ell_g$, where $\ell_g = [\hbar^2/(2gM^2)]^{1/3}$ is the gravitational length. Finally, from the series $\{R_n\}$ and $\{z_n\}$, we determine a geometric expansion angle by a linear fit (see Fig. 2e). We will discuss below why one would expect a linear rather than parabolic shape for a laser falling under gravity.

We repeated the above imaging, and analysis for atom lasers coupled at a variety of rf coupling frequencies. Figure 3 shows the averaged half-angle divergence versus outcoupler detuning, from 15 laser images. We see that the divergence clearly decreases at higher δ_{rf} , corresponding to lower initial heights z_0 . These divergence data will be analyzed in more detail below. The inset of Fig. 3 shows laser flux F versus δ_{rf} , and is compared to

$$\frac{F}{F_0} = \left(1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right)^2 \left[1 - \frac{2\mu}{\hbar\Delta} \frac{z_0}{R_z} + \frac{2\mu^2}{3\hbar^2\Delta^2} \left(1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right) \right], \quad (2)$$

where F_0 is the peak flux, and Eq. (1) defines the relation between z_0 and δ_{rf} . Equation (2) assumes the laser flux is simply proportional to the linear density of the condensate at the coupling point. For the solid curve shown in the inset of Fig. 3, we have used $N = 4 \times 10^5$ to give $\Delta = 2\pi \times 9.1$ kHz and $R_z = 4.2 \mu\text{m}$. The peak flux is measured to be about $1 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ by the reduction in condensate number, as in [10]. This is in agreement with the theory

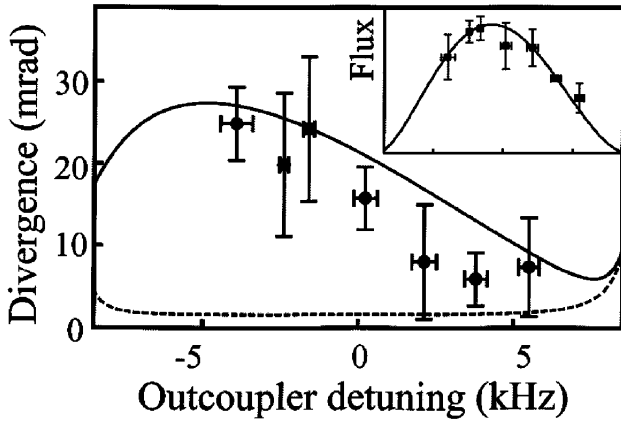


FIG. 3. Divergence (half-angle) versus output coupler detuning from the condensate center. Experimental points are compared with the theoretical calculation (solid line). The dashed line represents the same calculation, but excluding the effects of the condensate-laser interaction. Inset: Output flux (in arbitrary units) versus detuning, with the same frequency scale as the main figure.

of [23], given the applied field strength and uncertainty in the atom number and field polarization [16].

There are several possible sources of divergence of the atom laser, including diffraction, magnetic lensing, and interactions both within the laser and between the laser and the condensate. In order to understand the divergence with a simple analytical model, we make several approximations: (1) that the interactions between atoms *within* the laser are not significant, valid in the low-flux limit; (2) that the roughly parabolic density profile of the atom laser can be approximated by a Gaussian; and (3) that we can use stationary solutions of the Schrödinger equation with a paraxial-type of approximation, in which the fast degrees of freedom [23] are decoupled from the slow evolution of the transverse degrees of freedom, as in [25]. We follow a Gaussian optics treatment similar to that of photonic lasers [17]: the spatial distribution in x and y described by the wave function $\Psi(x, y, t) = \Psi_0 \exp[-iP(t) + ix^2/2q_x(t) + iy^2/2q_y(t)]$, where $P(t)$ describes the overall phase and amplitude, and beam parameters $1/q_{x,y}(t) = i/w_{x,y}^2(t) + c_{x,y}(t)$ describe the widths w_x and w_y and curvatures c_x and c_y of the beam. The observable width is $w(t) = [w_x^2(t) \cos^2(\phi) + w_y^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}$, where ϕ is the observation angle (Fig. 1b). The initial widths $w_x^2(0) = 2(R_z^2 - z_0^2)/5$ and $w_y(0) = w_x(0)/\lambda$ give the same rms width as would an initial Thomas-Fermi density profile.

The beam parameters q_x and q_y follow an “ $ABCD$ law” similar to that for a photon laser beam: $q' = (Aq + B)/(Cq + D)$, where the coefficients A , B , C , and D are the four elements in a matrix which transforms ray vectors $\langle x, p/\hbar \rangle$ to $\langle x', p'/\hbar \rangle$ according to classical equations of motion in the same potential. In the following paragraphs, we will calculate the $ABCD$ matrices for interaction with the condensate, propagation with the magnetic trap on, and

free flight after the trap is turned off. Note that even though the ray matrices can be derived using classical equations of motion, their application in the Gaussian beam formalism includes diffraction.

The mean-field interaction potential between an atom in the laser and the condensate is $U_I(\mathbf{r}) = g_{01}\rho_c(\mathbf{r})$, where g_{01} is the s -wave coupling strength $4\pi\hbar^2 a_{01}/M$ between atoms in the $|1, 0\rangle$ state and the trapped $|1, -1\rangle$ state, and $\rho_c(\mathbf{r})$ is the condensate density. Here we use $a_{01} = a_{11}$. We calculate the action of this potential treating it as a lens, and using the thin lens approximation that each trajectory is at its initial transverse position $\langle x_0, y_0 \rangle$. In the Thomas-Fermi limit, the potential $U_I(\mathbf{r})$ is quadratic, and thus gives an impulse $\langle \Delta p_x, \Delta p_y \rangle = [2\mu t_1 \langle x_0, y_0 \rangle / R_z^2] \langle x_0, \lambda^2 y_0 \rangle$ after an interaction time t_1 . The on-axis power of the lens is given for $x_0 \ll R_x$ and $y_0 \ll R_y$, with which assumption we find $t_1^2 \approx 2(R_z + z_0)/g$. This gives the thin lens $ABCD$ matrix for the x direction

$$M_{1x}(z_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2\mu}{\hbar R_z^2} \sqrt{2(R_z + z_0)} & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

When applied to the beam parameter q_x , the nontrivial term in Eq. (3) is the wave-front curvature added to the beam. A similar ray matrix $M_{1y}(z_0)$ transforms q_y , but with a curvature term multiplied by λ^2 . For both $M_{1x}(z_0)$ and $M_{1y}(z_0)$, the curvature is positive for all z_0 , since the interaction is always repulsive. A positive curvature corresponds to an expanding wave, and thus the condensate with repulsive interactions ($g_{01} > 0$) is always a *diverging* lens.

When the atom laser falls [26], it evolves in the anti-trapping potential due to the quadratic Zeeman effect of the $|1, 0\rangle$ state, $U_{QZE}(\mathbf{r}) = -\mu_B B^2(\mathbf{r})/B_{HF}$, where μ_B is the Bohr magneton, and $B_{HF} = 0.4883$ T is the hyperfine splitting in magnetic units. We can neglect y -dependent and higher-order terms, since they are several orders of magnitude smaller for the fields in our experiment, to get $U_{QZE}(\mathbf{r}) \approx -\mu_B B_0^2/B_{HF} - M\Omega^2(x^2 + z^2)/2$, where $\Omega = 2\pi \times 30.3 \pm 0.1$ Hz. Below, we will return to evolution in y . The classical motion of a particle in an inverted quadratic potential is given by hyperbolic functions. In the vertical direction, an elongation of the laser is evident: we observe a length of 1.84 ± 0.09 mm, while with gravity alone, one would expect a length of 1.33 mm after 10 ms of coupling and 6 ms of free flight. Including $U_{QZE}(\mathbf{r})$ and our measured trap parameters, we calculate 1.87 mm, in agreement with our observations. The ray matrix for the transverse x direction is

$$M_2(t_2) = \begin{pmatrix} \cosh(\Omega t_2) & \frac{\hbar}{M\Omega} \sinh(\Omega t_2) \\ \frac{M\Omega}{\hbar} \sinh(\Omega t_2) & \cosh(\Omega t_2) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

where t_2 is the time of evolution, ranging between 0 and t_{oc} . This interaction is a *thick* lens, since $\Omega t_{oc} > 1$, and thus there is sufficient time for the laser to change diameter and curvature during its interaction. During the same time, the beam parameter q_y transforms by the free flight matrix

$$M_{\text{FF}}(t_2) = \begin{pmatrix} 1 & \hbar t_2/M \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

which is the $\Omega \rightarrow 0$ limit of $M_2(t_2)$. Note that it is due to the acceleration in both the z and x directions that make the atom lasers well characterized by an asymptotic expansion angle (see Fig. 2e): if there were no acceleration in x , the laser would have parabolic borders.

The third and final transformation of the laser is free-flight expansion between turning the trap off and observing the laser, described by $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})$, where t_{F} is the time of flight. To find the width of the laser at any position, we evolve the initial beam parameter $q_x(0) = -i w_x(0)^2$ and $q_y(0) = -i w_y(0)^2$ with the elements of the matrix product $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})M_2(t_2)M_{1,x}(z_0)$ and $M_{\text{FF}}(t_2 + t_{\text{F}})M_{1,y}(z_0)$, respectively. The angle is the ratio of the difference between the observed rms beam size at $t_2 = 0$ and $t_2 = t_{\text{oc}}$ to the length of the laser. Note that this theory has no adjustable parameters since the atom number, output flux, trap frequencies, interaction strength, and bias field have all been measured.

Figure 3 shows the calculated angle θ in comparison with the data. The primary feature of this curve is its monotonous decrease with increasing δ_{rf} throughout the range of the data. This trend is due to the condensate lens, as is demonstrated by comparison to θ without the transformation M_1 (dashed line in Fig. 3). Simply put, a laser sourced at lower heights (greater δ_{rf}) interacts for less time with the condensate. The quadratic Zeeman potential U_{QZE} acts to magnify the divergence of the condensate lens, increasing the slope in this region by roughly a factor of 4. Out of the range of our data, there are two more salient features: (1) The angle θ decreases at $\delta_{\text{rf}} < -5$ kHz. This is due to a reduction in initial width of lasers sourced from the very top of the condensate, since divergence angle is proportional to beam radius for a constant focal length. (2) The angle θ increases for $\delta_{\text{rf}} > 5$ kHz due to diffraction. A combination of diffraction and interactions imposes the minimum divergence possible on the atom laser, in our case approximately 6 mrad.

In conclusion, we have measured the divergence of an atom laser. We demonstrate that in our case, interactions are a critical contributor to the observed divergence. The strong parallel between atom and photon laser beams, both fully coherent, propagating waves, is emphasized by the success of a model obtained by generalization of the standard treatment of optical laser beams. The understanding of atom laser propagation provided by our measurements and model provide a basic tool for future experiments with atom lasers.

The authors thank W.D. Phillips, C.I. Westbrook, Ch. J. Bordé, M. Köhl, and S. Seidelin for comments. J.T. acknowledges support from a Chateaubriand Fellowship. This work was supported by the CNRS, Le Ministère de la

Recherche, la Délégation Générale pour l'Armement, and the European Union (Grant No. HPRN-CT-2000-00125).

*Electronic address: <http://atomoptic.iota.u-psud.fr>

- [1] M. H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995).
- [2] K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [3] C. C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [4] D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [5] A. Robert *et al.*, *Science* **292**, 461 (2001); F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
- [6] See also <http://amo.phy.gasou.edu/bec.html/>
- [7] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [8] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [9] E. W. Hagley *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [10] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [11] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Nature (London)* **403**, 166 (2000).
- [12] M. Andrews *et al.*, *Science* **275**, 637 (1997).
- [13] J. Fujita *et al.*, *Nature (London)* **380**, 691 (1996); F. Shimizu, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 73 (2000).
- [14] P. T. H. Fisk, *Rep. Prog. Phys.* **60**, 761 (1997).
- [15] J. H. Thywissen, R. M. Westervelt, and M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3762 (1999); M. Key *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000).
- [16] In this work, the coupling width is uncertainty limited at approximately $2\pi \times 100$ Hz with a coupling rate at approximately $2\pi \times 6$ Hz. These widths are small compared to the chemical potential $h \times 1.6$ kHz. We call these atom lasers "narrow-band" because the energetic width of the output mode is limited by the coupling rate and/or the rf pulse length (as in [10]), instead of the spatial size of the condensate (as in [7–9]).
- [17] H. Kogenick, *Appl. Opt.* **4**, 1562 (1965).
- [18] Ch. J. Bordé, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, edited by J. Dalibard, J.-M. Raimond, and J. Zinn-Justin (North-Holland, Amsterdam, 1992), p. 291.
- [19] B. Desruelle *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998); B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [20] For a review of Bose-Einstein condensate theory and an explanation of the Thomas-Fermi formulas used here, see F. Dalfovo *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [21] D. S. Hall *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1539 (1998).
- [22] We attribute this field stability to the magnetic shielding of the condensate by the iron yoke of the electromagnet.
- [23] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [24] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [25] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [26] The potential U_{QZE} also acts within the condensate, but is neglected transversely because $\Omega^2 \ll \omega_x^2$, and longitudinally because $R_z \ll g/\Omega^2$.

Production of CW and mode-locked atom lasers

P. Bouyer, S.A. Rangwala, J.H. Thywissen, Y. Le Coq, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy and A. Aspect

Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, bâtiment 503, Centre Scientifique d'Orsay, 91403 Orsay, France

Résumé. Nous étudions les propriétés des faisceaux cohérents atomique à partir d'un condensat de Bose Einstein. Grâce à un contrôle précis du coupleur de sortie, il est possible, comme en optique, de produire des faisceaux laser monomodes, multiples ou mode-lockés. De plus, on peut montrer que la propagation du faisceau peut être décrite par des matrices ABCD similaires à celles qui sont utilisées en optique. Néanmoins, les interactions entre atomes, qui sont inexistantes entre les photons, conduisent quelques différences entre les propriétés de collimation des lasers atomes et photoniques.

1 Introduction

Bose-Einstein condensates (BEC) of trapped atoms [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] can be seen as the atom optics equivalent to storage of photons in a single mode of an optical cavity. Here, the mirrors are replaced by fictitious soft walls achieved with magnetic fields. In this “magnetic cavity”, the atoms are cooled by the evaporative cooling technique to temperatures of about 100 nK. At this temperature, if stringent density conditions are fulfilled, a process called Bose enhancement, the atomic analog to stimulated emissions, condenses the atoms in a single quantum mode, the ground state of the magnetic cavity. To produce “atom lasers”, the analog of the propagating coherent light beam, outcoupling coherently the Bose-condensed atoms is necessary. Different sorts of outcoupler have been demonstrated [8, 9, 10] for producing series of coherent atom pulses. Recently, a “weak” radiofrequency coupler has been used to produce a long, continuous (CW), coherent beam of atoms [11]. As we explain in the first part of this proceeding, the RF outcoupler will “extract” atoms from the magnetic cavity at a fixed position inside the cavity itself and couple them in a single propagating mode of free space, thus being a strong analog to photonic lasers. The propagation of this single mode atom lasers obeys then the atomic analog of ABCD matrices, as demonstrated in the second part [12]. This technique of outcoupling can also be extended to produce mode-locked lasers. For example, two-waves interference patterns between two atom lasers of different energy (or wavelength), issued from the same cavity have been observed [13]. In the last part, we will discuss the production of AM or FM mode-locked lasers [14] by modulating the outcoupler.

2 CW atom laser

Atom lasers are created by applying a weak rf field (at about 38.6 MHz in our experiment) to transfer condensate atoms from the trapped $|F, m\rangle = |1, -1\rangle$ state to the freely falling $|1, 0\rangle$ state (see Fig. (1left a)). The rf field is weak (approximately $0.1 \mu\text{T}$) and applied for a relatively long duration ($t_{oc} = 10 \text{ ms}$).

2.1 Theory of the atom laser

To model the output coupler, we consider that the ^{87}Rb BEC in the $F = 1$ hyperfine level at $T = 0 \text{ K}$. The $m = -1$ state is confined in the harmonic magnetic potential $V_{\text{trap}} = \frac{1}{2}M(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$. The weak rf magnetic field $\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t) \mathbf{e}_z$ can induce transitions to $m = 0$ (non-trapping state) and $m = +1$ (expelling state). The condensate three-component spinor wavefunction $\Psi' = [\psi'_m]_{m=-1,0,+1}$ obeys a set of coupled non-linear Schrödinger equations. We restrict ourselves to $m = -1$ and $m = 0$, and set the total atomic density $n(\mathbf{r}) \approx |\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)|^2$.

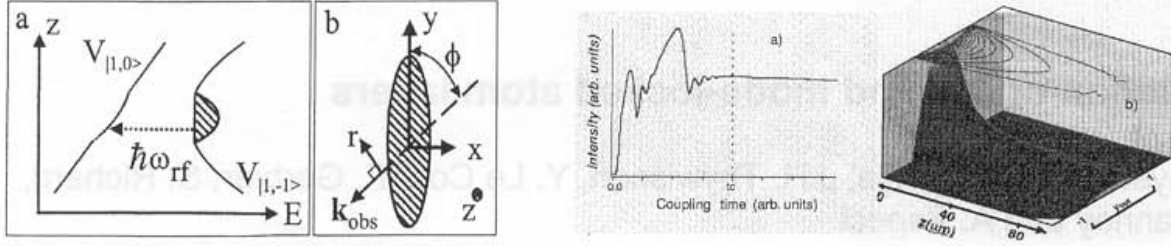


Figure 1: **left** : (a) Schematic representation of outcoupling from the trap potential $V_{|1,-1\rangle}$ to the untrapped $V_{|1,0\rangle}$ potential via an rf photon at ω_{rf} . The vertical direction is z . The curves shown include magnetic, gravitational, and mean field potentials. (b) The wave-vector \mathbf{k}_{obs} for the absorptive imaging light beam at an angle ϕ with respect to the weak axis y of the condensate. The horizontal coordinate in the imaging plane is r . In both images, the condensate is crosshatched. **right** : Atom laser in the weak coupling regime ($\Omega_{rf} = 300$ Hz). (a) : Time evolution of the laser intensity obtained by a numerical integration of Eqs.(1,2), starting with ~ 2000 atoms. (b) : Spatial intensity profile of the atom laser at $t \gg t_c$ according to Eq.(4)

The components $\psi_m = \psi'_m e^{im\omega_{rf}t}$ obey, under the rotating wave approximation, the following two coupled equations:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{-1}}{\partial t} = [\hbar\delta_{rf} + h_{-1}] \psi_{-1} + \frac{\hbar\Omega_{rf}}{2} \psi_0 \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = h_0 \psi_0 + \frac{\hbar\Omega_{rf}}{2} \psi_{-1} \quad (2)$$

with $h_{-1} = \mathbf{p}^2/2M + V_{trap} + U |\psi_{-1}|^2$ and $h_0 = \mathbf{p}^2/2M - Mgz$. The strength of interactions is fixed by $U = 4\pi\hbar^2 a N/M$, with $a \approx 5$ nm being the diffusion length for atoms in $|F=1; m=-1\rangle$, and N the initial number of trapped atoms. The rf outcoupler is described by the detuning from the bottom of the trap $\hbar\delta_{rf} = V_{off} - \hbar\omega_{rf}$ and the Rabi frequency $\hbar\Omega_{rf} = \mu_B B_{rf}/2\sqrt{2}$ (taking the Landé factor $g_F = -1/2$). The origin of the z axis is at the center of the condensate, displaced by gravity from the trap center by $z_{sag} = g/\omega_{\perp}^2$. We have taken the zero of energy at $z=0$ in $m=0$, so that the level splitting at the bottom of the trap is $V_{off} = \mu_B B_0/2 + Mg^2/2\omega_{\perp}^2$ (B_0 is the bias field).

2.1.1 Expression of the outcoupler mode

ψ_{-1} can be written [15]:

$$\psi_{-1}(\mathbf{r}, t) \approx \alpha(t) \phi_{-1}(\mathbf{r}, t) e^{-i \int_0^t \mu(t') dt'} \quad (3)$$

where $\alpha(t) = (N_{-1}(t)/N)^{1/2}$. The time-dependent ground state ϕ_{-1} , of energy μ , is in the Thomas-Fermi (TF) approximation, $\phi_{-1}(\mathbf{r}, t) = (\mu/U)^{1/2} [1 - \tilde{r}_{\perp}^2 - \tilde{z}^2]^{1/2}$, where $\tilde{r}_{\perp}^2 = (x/x_0)^2 + (y/y_0)^2$ and $\tilde{z} = z/z_0$ are such that $\tilde{r}_{\perp}^2 + \tilde{z}^2 \leq 1$. The BEC dimensions are respectively $x_0 = (2\mu/M\omega_x^2)^{1/2}$ and $y_0 = z_0 = (2\mu/M\omega_{\perp}^2)^{1/2}$. The condensate energy is given by $\mu = (\hbar\omega/2)(15aN_{-1}/\sigma)^{2/5}$ (we have set $\omega = (\omega_x \omega_{\perp}^2)^{1/3}$ and $\sigma = (\hbar/M\omega)^{1/2}$). The time-dependence of ϕ_{-1} is contained in μ , x_0 , y_0 and z_0 , which decrease with $N_{-1}(t)$.

For the $m=0$ state, the hamiltonian of equation (2) with $\Omega_{rf} = 0$ is separable. In the horizontal plane (x, y) , the eigenstates are plane waves with wavevectors k_x, k_y . Along the vertical direction z , the normalizable solution of the 1D Schrödinger equation in a gravitational field is $\phi_0^{(z_{E_z})} = A Ai(-\zeta_{E_z})$, where Ai is the Airy function of the first kind taken for the reduced variable $\zeta_{E_z} = (z - z_{E_z})/l$. The classical turning point $z_{E_z} = -E_z/Mg$ associated with the vertical energy E_z labels the vertical solution; $l = (\hbar^2/2M^2g)^{1/3}$ is a length scale, such that $l \ll x_0, y_0, z_0$ (for ^{87}Rb , $l \approx 0.28\mu m$).

The output modes are thus given by $\phi_0^{(n)}(\mathbf{r}) = \phi_0^{\perp}(x, y) \phi_0^{(z_{E_z})}(z)$, where n stands for the quantum numbers (k_x, k_y, z_{E_z}) , and the density of modes by $\rho_{3D} = L^2 \alpha_{\hbar}^2 / 4\pi^3 l$. The first order expression for the outcoupled

atomic wave function, *i.e.* the atom laser mode [16] (see Fig.(1 **right b**)):

$$\psi_0(\mathbf{r}, t) \approx -2i\pi \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{4Mg} \phi_{-1}(x, y, z_{E_{-1}}) \frac{e^{i\frac{3}{2}|\zeta_{E_{-1}}|^{3/2} - i\frac{E_{-1}t}{\hbar}}}{\sqrt{\pi |\zeta_{E_{-1}}|^{1/2}}} \quad (4)$$

where $z_{E_{-1}} = (\hbar\delta_{\text{rf}} + \mu)/Mg$. With this expression, we estimate the size of the laser beam in the x direction $x_{\text{out}} = x_0(1 - (2E_{-1}/\Delta)^2)^{1/2}$, and a similar formula for y_{out} .

2.1.2 Properties of the outcoupler

The outcoupling physics is that of the coupling of an initially populated bound state $m=-1$, of energy $E_{-1} = \hbar\delta_{\text{rf}} + \mu$ to a quasi-continuum of final states $m=0$, with a total energy $E_0^{(n)} = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2M - Mg z_{E_x}$. A crucial feature in this problem is the resonant bell-shape of the coupling matrix element $W_{\hbar} = (\hbar\Omega_{\text{rf}}/2)\langle\phi_0^{(n)} | \phi_{-1}\rangle$ which gives a resonance condition for the frequency ω_{rf} [11]:

$$|\hbar\omega_{\text{rf}} - V_{\text{off}} - \mu| \lesssim Mg z_0 \quad (5)$$

In the weak coupling limit ($\hbar\Gamma \ll \Delta$), outcoupling start to oscillate for $t \leq t_c = \hbar/\Delta$ and then, the decay of the discrete level is monotonous (see Fig.(1 **right a**)). The output rate at $t \geq t_c$ is simply given by the Fermi golden rule :

$$\frac{\Gamma}{\Omega_{\text{rf}}^2} \approx \frac{15\pi}{32} \frac{\hbar}{\Delta} \left[1 - \left(\frac{\mu + \hbar\delta_{\text{rf}}}{\Delta/2}\right)^2\right] \quad (6)$$

From Eq.(6), we deduce a critical Rabi frequency $\Omega_{\text{rf}}^C \sim 0.8\Delta/\hbar$ over which quasi continuous outcoupling is not achieved. Fig. (2) shows the variation of the coupling rate Γ with the RF frequency as observed in Munich (left) and Orsay (right).

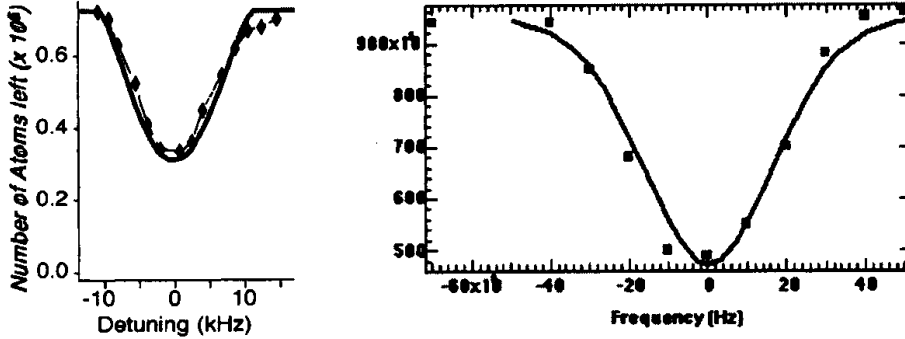


Figure 2: **left** : Number of trapped atoms after 20 ms of rf outcoupling, starting with $\approx 7.2 \times 10^5$ condensed atoms, $\Omega_{\text{rf}} = 312$ Hz for the $|1; -1\rangle$ state . Diamonds are the experimental points from Bloch *et al.*, solid line is the prediction based upon our model using the experimental parameters. Theoretical and experimental curves have been shifted in frequency to match each other, since V_{off} is not experimentally known precisely enough (a precision of 10^{-3} Gauss for the bias field B_0 is required to know V_{off} within a kHz uncertainty). **right** : Same experiment realized in Orsay in the case of unstable bias field. We clearly see the fluctuations induced broadening of the spectra.

Since $\hbar\Gamma \ll Mg z_0$, the spatial region where outcoupling takes place, of vertical extension $\delta z \sim \hbar\Gamma/Mg$, is very thin compared to the BEC size. Thus, the coupling happens at the turning point of the classical trajectory of the free falling atoms. Since gravity shifts the entire condensate from the center of the magnetic trap to a region where iso-field surfaces are approximately planes of constant height z_{E_x} across the condensate[11], this entails that the atom laser wave function, being factorized, has plane wave fronts [17]. In addition, the relation between rf frequency $\omega_0 + \delta_{\text{rf}}$ and coupling height z_{E_x} is

$$\delta_{\text{rf}} = -\Delta \frac{z_{E_x}}{z_0} - \frac{\mu}{\hbar} \left(1 - \frac{z_{E_x}^2}{z_0^2}\right), \quad (7)$$

if we chose ω_0 such that $\delta_{\text{rf}} = \pm\Delta$ when $z_{E_z} = \mp z_0$. For our experimental parameters, choosing the coupling frequency thus results in choosing the height within the condensate at which the laser is sourced.

2.2 Experimental observation of the atom laser mode

2.2.1 Experimental setup

We first obtain a Bose-Einstein condensates with ^{87}Rb as described in detail elsewhere [18]. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam loads a MOT in a glass cell. Typically 10^8 atoms are transferred to a magnetic trap, which is subsequently compressed to oscillation frequencies of $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 144\text{ Hz}$ and $\omega_y = 2\pi \times 9\text{ Hz} = \lambda\omega_z$ in the quadrupole and dipole directions, respectively, where \mathbf{z} is vertical. A Ioffe-Pritchard trap is created with an iron-core electromagnet, with a typical quadrupole gradient of $11.7\text{ T}\cdot\text{m}^{-1}$, and an uncompensated dipole bias field of $B_0 = 5.4\text{ mT}$. A 40 s, rf-induced evaporative cooling ramp in the compressed trap results in condensates with typically 5×10^5 atoms, with a 15% rms shot-to-shot variation. To measure the spatial distribution of the atom laser, we take an absorptive image with a pulse of resonant light 6 ms after the moment when the rf outcoupling ends and the trap is turned off. As depicted in (Fig. (1 left b)), the image is taken at a $\phi = 55^\circ$ angle from the weakly confining y axis of the trap. Figure 3a shows a typical image of an atom laser.

2.2.2 Stability Requirements

In order to get stable outcoupling for the atom laser, the coupling height has to stay within the condensate, i.e. the fluctuations of the resonance frequency has to be lower than the condensate spectral width $\Delta = MgR_z/\hbar$, the main source of fluctuations being the magnetic field bias. To quantify these fluctuations, we studied the depletion of the condensate versus the RF out-coupling frequency for various experimental parameters. The total number of atoms in the combined thermal cloud and condensate is approximately 1×10^6 of which the condensate fraction varies about 50%. Varying the frequency of the RF coupling, we measure the atoms remaining in $|1, -1\rangle$ state after 10 ms of out-coupling. This measurement does not discriminate between the thermal cloud and the condensate atoms in $|1, -1\rangle$. In the example of Fig. (2b), the measured width of the out-coupled atoms in our case is approximately 80 kHz at the threshold, where the calculated spectral width for the condensate is approximately 10 kHz and the thermal cloud has a calculated one sigma width of 11 kHz resulting in an approximately 30 kHz width. The present measurement is therefore a convolution of the condensate and thermal cloud widths with the experimental frequency instability, which has the effect of broadening the depletion profile. In order to estimate the fluctuation in the magnetic trapping field, which corresponds this instability in out-coupling frequency, we assume that it is consistent with a normal distribution. The convolution of a normal distribution with a one sigma value of 15 kHz, with the calculated spectral density profiles of the condensate and thermal cloud gives good agreement with the measured depletion of atoms in $|1, -1\rangle$ (Fig. (2b)). At this value we agree well with both the F.W.H.M. (40 kHz) of the depletion curve as well as with the lower and upper thresholds for out-coupling (80 kHz). We could maintain better bias field stability, typically one part in 10^4 [19], by using either a low-noise power supply or a battery, since only 1.3 A is used to energize the dipole coils during evaporation and outcoupling. With this improvement, we verified short-term (ms-scale) stability of the bias field by the continuity of flux along the laser (Fig. (3a)). We find that the shot-to-shot stability and reproducibility of the bias field, between each 80 s cycle of trapping, cooling, and condensation, is about $\pm 0.4\ \mu\text{T}$ or $\pm 3\text{ kHz}$. This stability is sufficient to scan through the condensate spectral width of about 20 kHz.

2.3 Propagation of a single mode atom laser

2.3.1 Divergence of the atom laser

We analyze the images (such as Fig. (3a)) to measure the flux and divergence of the outcoupled laser. Figures 3b through 3d shows the first step in the analysis, a series of fits to the transverse spatial profile of the laser, as measured at several heights z_n , averaging across $\pm 140\ \mu\text{m}$. The column density profile is fit at each z_n by $\rho_n(1 - r^2/R_n^2)^{3/2}$, where r is the horizontal coordinate in the image plane (see Fig. (1 leftb)), ρ_n is the peak column density, and R_n is the width. This fit function would be the rigorously correct function

for an atom laser without divergence [15] or for a free condensate undergoing mean field expansion [20, 21]; here, we observe empirically that the fits are good. From the integral of the column densities at each height, we determine the output flux F with a fit to $F/\sqrt{2g(z-z_{E_z})}$ corresponding to the definition of the laser mode given in equation 4. Finally, from the series $\{R_n\}$ and $\{z_n\}$, we determine a geometric expansion angle by a linear fit (see Fig. (3e)).

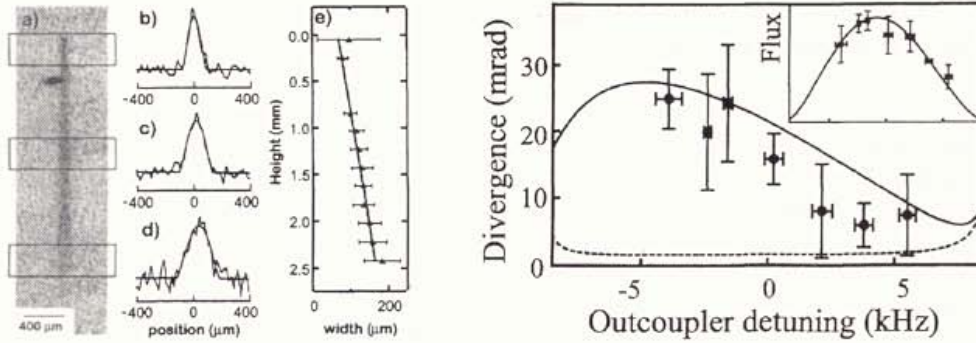


Figure 3: **left** : Typical continuous atom laser output. (a) Absorptive image of laser, after 10 ms of output coupling at 38.557 MHz and 6 ms of free flight. The condensate (the darkest area of image) is displaced from the beginning of the laser because of a magnetic kick separating atoms in the $m_F = -1$ and $m_F = 0$ states. (b)–(d) Examples of absorption profiles of the atom laser, taken from the three regions boxed in (a). Each profile is fit to find a width R_n and density ρ_n . (e) The divergence angle of a single laser is found with a linear fit to the series of measured widths $\{R_n\}$. **right** : Divergence (half-angle) versus output coupler detuning from the condensate center. Experimental points are compared with the theoretical calculation (solid line). The dashed line represents the same calculation, but excluding the effects of the condensate-laser interaction. **Inset**: Output flux (in arbitrary units) versus detuning, with the same frequency scale as the main figure.

We repeated the above imaging, and analysis for atom lasers coupled at a variety of rf coupling frequencies. Figure 3 shows the averaged half-angle divergence versus outcoupler detuning, from 15 laser images. We see that the divergence clearly decreases at higher δ_{rf} , corresponding to lower initial heights z_{E_z} .

2.3.2 ABCD matrices for coherent matter waves

There are several possible sources of divergence of the atom laser, including diffraction, magnetic lensing, and interactions both within the laser and between the laser and the condensate. In order to understand the divergence with a simple analytical model, we make several approximations: 1) that the interactions between atoms *within* the laser are not significant, valid in the low-flux limit; 2) that the roughly parabolic density profile of the atom laser can be approximated by a Gaussian; and 3) that we can use stationary solutions of the Schrödinger Equation with a paraxial-type of approximation, in which the fast degrees of freedom [15] are decoupled from the slow evolution of the transverse degrees of freedom, as in [22]. We follow a Gaussian optics treatment similar to that of photonic lasers [23]: the spatial distribution in \mathbf{x} and \mathbf{y} described by the wavefunction $\Psi(x, y, t) = \Psi_0 \exp[-iP(t) + ix^2/2q_x(t) + iy^2/2q_y(t)]$, where $P(t)$ describes the overall phase and amplitude, and beam parameters $1/q_{x,y}(t) = i/w_{x,y}^2(t) + c_{x,y}(t)$ describe the widths w_x and w_y and curvatures c_x and c_y of the beam. The observable width is $w(t) = (w_x^2(t) \cos^2(\phi) + w_y^2 \sin^2(\phi))^{1/2}$, where ϕ is the observation angle (Fig. (1 left b)). The initial widths $w_x^2(0) = 2(R_z^2 - z_0^2)/5$ and $w_y(0) = w_x(0)/\lambda$ give the same rms width as would an initial Thomas-Fermi density profile.

The beam parameters q_x and q_y follow an “ABCD law” similar to that for an photon laser beam [23, 16]: $q' = (Aq + B)/(Cq + D)$, where the coefficients A , B , C , and D are the four elements in a matrix which transform ray vectors $\langle x, p/\hbar \rangle$ to $\langle x', p'/\hbar \rangle$ according to classical equations of motion in the same potential.

Mean field interaction as a diverging lens The mean-field interaction potential between an atom in the laser and the condensate is $U_I(\mathbf{r}) = g_{01}\rho_c(\mathbf{r})$, where g_{01} is the s-wave coupling strength $4\pi\hbar^2 a_{01}/M$ between atoms in the $|1, 0\rangle$ state and the trapped $|1, -1\rangle$ state, and $\rho_c(\mathbf{r})$ is the condensate density. This

gives the thin lens ABCD matrix for the x direction

$$M_{1x}(z_{E_x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2\mu}{\hbar z_0^2} \sqrt{2(z_0 + z_{E_x})} & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

When applied to the beam parameter q_x , the nontrivial term in Eq. (8) is the wavefront curvature added to the beam. The curvature is positive for all z_0 , since the interaction is always repulsive. A positive curvature corresponds to an expanding wave, and thus the condensate with repulsive interactions ($g_{01} > 0$) is always a *diverging* lens.

Evolution in "free" space When the atom laser falls [24], it evolves in the anti-trapping potential due to the quadratic Zeeman effect of the $|1, 0\rangle$ state, $U_{QZE}(\mathbf{r}) = -\mu_B B^2(\mathbf{r})/B_{HF}$, where μ_B is the Bohr magneton, and $B_{HF} = 0.4883$ T is the hyperfine splitting in magnetic units. We can neglect y -dependent and higher-order terms, since they are several orders of magnitude smaller for the fields in our experiment, to get $U_{QZE}(\mathbf{r}) \approx -\mu_B B_0^2/B_{HF} - M\Omega^2(x^2 + z^2)/2$, where $\Omega = 2\pi \times 30.3 \pm 0.1$ Hz. The ray matrix for the transverse x direction is

$$M_2(t_2) = \begin{pmatrix} \cosh(\Omega t_2) & \frac{\hbar}{M\Omega} \sinh(\Omega t_2) \\ \frac{M\Omega}{\hbar} \sinh(\Omega t_2) & \cosh(\Omega t_2) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

where t_2 is the time of evolution, ranging between 0 and t_{oc} . This interaction is a *thick* lens, since $\Omega t_{oc} > 1$, and thus there is sufficient time for the laser to change diameter and curvature during its interaction. During the same time, the beam parameter q_y transforms by the free flight matrix

$$M_{FF}(t_2) = \begin{pmatrix} 1 & \hbar t_2/M \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

which is the $\Omega \rightarrow 0$ limit of $M_2(t_2)$. Note that it is due to the acceleration in both the z and x directions that make the atom lasers well-characterized by an angle (see Fig. (3e): if there were no acceleration in x , the laser would have parabolic borders.

Final expression for laser mode propagation The third and final transformation of the laser is free-flight expansion between turning the trap off and observing the laser, described by $M_{FF}(t_F)$, where t_F is the time of flight. To find the width of the laser at any position, we evolve the initial beam parameter $q_x(0) = -iw_x(0)^2$ and $q_y(0) = -iw_y(0)^2$ with the elements of the matrix product $M_{FF}(t_F)M_2(t_2)M_{1x}(z_{E_x})$ and $M_{FF}(t_2 + t_F)M_{1y}(z_{E_x})$, respectively (M_{1y} is the thin lens ABCD matrix for the y direction as in Eq. (8)). The angle is the ratio of the difference between the observed rms beam size at $t_2 = 0$ and $t_2 = t_{oc}$ to the length of the laser.

3 Multi-frequencies interference patterns : a mode-locked atom laser

3.1 introduction

Mode locking and mode coupling in photonic lasers provide important techniques for generating ultrashort light pulses and other useful forms of periodically modulated laser signals. In these techniques, any arrangement of a set of frequency sidebands or axial modes in which the sidebands are exactly equally spaced in frequency, regardless of the relative phase of these sidebands, will thus produce an output signal envelope which is periodic in time, with a fundamental period equal to the inverse spacing between adjacent sidebands. This "mode coupling", where all the modes are coupled together with fixed amplitudes and phases (even if irregular), can be improved when the sidebands are in addition arrayed all in phase, or nearly so, regardless of their amplitudes. The latter situation leads to the short pulses associated with "mode locked" photonic lasers.

It is possible to produce a "mode coupled" atom laser by using a frequency comb instead of a single frequency (Fig. (4)). The frequency comb is created by either frequency or amplitude modulating the out-coupling RF, about the frequency of maximum output coupling ν_c (carrier frequency).

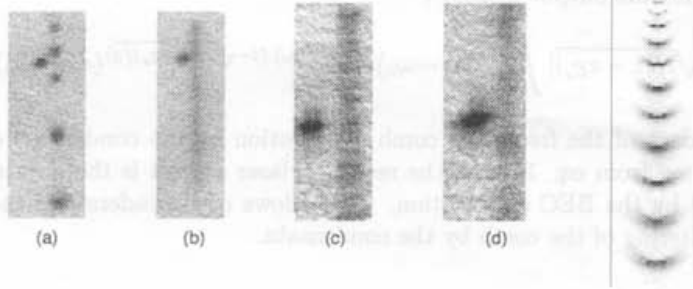


Figure 4: **left** : The different regimes of comb coupling. (a) At a small modulation frequency (ν_m) of 230Hz. (b) Quasi-continuous coupling with $\nu_m = 2000$ Hz. (c) Quasi-continuous coupling with magnified imaging at $\nu_m = 3000$ Hz. (d) Unstable coupling at $\nu_m = 17000$ Hz in the magnified imaging system. Cutting the magnetic field just before imaging results in the spatial separation of the condensate and the atom laser. **right** : Theoretical spatial intensity profile of the mode locked atom laser calculated from the ABCD propagation matrices of a single mode.

3.2 Time-domain analysis of the modulated output coupler

As for photonic AM or FM mode locked laser, it is possible to understand the modulated outcoupler with a time domain analysis. For example, for the FM mode locked laser of Fig. (4), the frequency of the carrier wave (ν_c) varies across the bandwidth (ν_{BW}) twice every modulation cycle. As the modulation frequency is varied three distinct regimes of output coupling are evident from the experimental data. At low modulation frequencies (i.e. $\nu_m \leq 1000$ Hz), atoms from the condensate are coupled out each time the frequency modulation crosses the instantaneous resonance frequency (twice every cycle). The out-coupled atoms are non overlapping and form distinct condensate replicas (Fig. (4a)). On increasing the modulation frequency, the rate of output from the condensate increases, to give a quasi-continuous output (Fig. (4b) & (4c)). At still higher modulation frequency we have the overlapping of successively out-coupled atoms from the condensate, over a considerable spatial extent as they fall under the combined influence of the gravitational and weakly non-trapping magnetic potential. In this regime we can see non uniformity of the imaged out-coupled atoms, which may be attributed to the interference between successively out-coupled atoms from the condensate in the fluctuating magnetic field. In another measurement, on changing the bandwidth of the frequency comb, the out-coupling is seen to be reproducible at and above a ν_{BW} value of approximately 40 kHz, whereas below this value it becomes unstable from shot to shot. This is consistent with the full width at half maximum of the stability measurement (Fig. (2b)) and gives us in addition an independent measure of the magnetic field fluctuations.

3.3 Frequency-domain analysis

The Frequency domain analysis replaces the modulated outcoupler by a comb of equally spaced outcoupler. If the frequency comb is very dense, which is the case at small modulation frequencies (ν_M much less than the condensate spectral width), many lasers will be outcoupled from the magnetic cavity. Each laser will have a fixed phase and amplitude driven by the phase and amplitude of the corresponding tooth of the comb, so that the resulting interference pattern will exhibit density (i.e. intensity) modulation at the frequency of the outcoupler modulation.

3.3.1 Approximate expression for the laser modes

To understand the intensity modulation, we can approximate the laser mode expression in a “far field” approximation. The laser mode will result from the sum of all single-mode laser amplitudes as in equation 4. Each amplitude will have the appropriate energy, amplitude and phase corresponding respectively to the frequency, amplitude and phase of the related comb tooth. Far enough from the coupling region, we can

find a simplified expression for the output density :

$$n_{out}(z, t) = \sqrt{l/|z - z_{Ez}|} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega - \omega_c) e^{-i(\omega - \omega_c) \cdot (t - \sqrt{2|z - z_{Ez}|/g})} (d\omega - \omega_c)^2. \quad (11)$$

where $f(\omega - \omega_c)$ is the product of the frequency comb distribution by the condensate energy distribution calculated from eq. 3. We see from eq. 11 that the resulting laser output is the Fourier transform of the frequency comb ponderated by the BEC distribution. This allows us to understand the different features observed on Fig. (4) as a filtering of the comb by the condensate.

3.3.2 multimode CW output

When we increase the outcoupler modulation frequency enough, we can achieve the condition that only one comb tooth is available for output coupling, and then recover a single mode atom laser. In fact, continuous output flux is obtain for lower frequency, when many modes are still coupled. In thi case, the filtering causes the disappearance of the modulation and multimode behavior is acheived. This coherent atomic beams still presents interesting properties such as a strong transverse collimation compared to classical atom sources, and a much smaller sensitivity to experimental imperfections.

3.4 Effect of coherence between pulses : mode coupling vs mode locking

Coupling with modulated outcoupler can also be achieved with atoms just above the condensation treshold (200nK). In this case, the coherence length of the atomic cloud is $\lambda_{th} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{mk_B T}} \sim 0.4\mu\text{m}$, much smaller than for a condensate. The coupling will still results in a modulated output with larger features, similar to mode-coupling in optics. On the contrary, in the case of a Bose-Einstein condensate, all outcoupled lasers are coherent, i.e. their related phase is fixed. The resulting output is then a repetition of very sharp pulses of atoms.

4 Conclusion

In conclusion, we presented a review of how an atom laser, either mode-locked or CW, can be produced by a radiofrequency outcoupler. The strong parallel between atom and photon lasers beams, both fully coherent, propagating waves, is emphasized by the generalization of the standard treatment of optical laser beams, i.e. the ABCD matrix formalism.

acknowledgements

This work is supported by DGA (contract 99 34 050) and EU (contract HPRN-CT-2000-00125).

References

- [1] M.H. ANDERSON *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995).
- [2] K.B. DAVIS *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [3] C.C. BRADLEY, C.A. SACKETT, AND R.G. HULET, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [4] C.C. BRADLEY, C.A. SACKETT, AND R.G. HULET, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [5] D.G. FRIED *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [6] A. ROBERT ET AL., *Science* **292**, 461 (2001).
- [7] <http://amo.phy.gasou.edu/bec.html>.
- [8] M.-O. MEWES *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).

- [9] B.P. ANDERSON AND M.A. KASEVICH, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [10] E.W. HAGLEY *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [11] I. BLOCH, T.W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [12] Y. LE COQ *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [13] I. BLOCH, T.W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, *Nature* **403**, 166 (2000).
- [14] A. SIEGMAN, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986), p. 1069.
- [15] F. GERBIER, P. BOUYER, AND A. ASPECT, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [16] CH. J. BORDÉ, *C. R. Acad. Sci. Paris, série IV* **2**, 509 (2001).
- [17] Note that because of diffraction, this property will not persist beyond a distance z_R , equivalent to the Rayleigh length in photonic laser beams. It can be estimated by writing that the transverse spreading $(\hbar/M y_{out})(2z_R/g)^{1/2}$ becomes of the order of the size y_{out} , i.e. $z_R \approx y_{out}^4/4l^3$.
- [18] B. DESRUELLE *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [19] We attribute this field stability to the magnetic shielding of the condensate by the iron yoke of the electromagnet.
- [20] Y. CASTIN AND R. DUM, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [21] YU. KAGAN, E. L. SURKOV, AND G. V. SHLYAPNIKOV, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [22] H. WALLI, J. DALIBARD, AND C. COHEN-TANNOUJJI, *App. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [23] YARIV, *Quantum Electronics* (John Wiley & Sons, New York, 1989), pp. 106-132.
- [24] The potential U_{QZE} also acts within the condensate, but is neglected transversely in the thin lens approximation, and longitudinally because $R_z \ll g/\Omega^2$.

OPTIQUE ET INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUES
ATOM OPTICS AND INTERFEROMETRY

Experimental study of coupling Bose–Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states

P. BOUYER, S.A. RANGWALA, Y. LE COQ, G. DELANNOY, F. GERBIER, S. SEIDELIN, S. RICHARD, J. THYWISSEN, A. ASPECT

Groupe d'optique atomique, laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'optique, UMRA 8501 du CNRS, Bât. 503, Campus universitaire d'Orsay, BP 147, 91403 Orsay cedex, France

(Reçu le 1^{er} janvier 2001, accepté le 26 mars 2001)

Abstract. We study the production of an atom laser from a Bose–Einstein condensate using radio-frequency out-coupling. Single frequency coupling from the Bose–Einstein condensate leads to unstable production of an atom laser due to the extreme sensitivity of this process to magnetic field fluctuations. The extent of this experimental instability is quantified. Stable, repeatable production of an atom laser is achieved by the frequency modulation of the coupling, which forms a frequency comb across the condensate. Different regimes of modulated coupling are discussed. In addition the coupling of atoms into a weakly trapping state is studied. The oscillation frequency of this state in the vertical direction is measured. Preliminary results indicating qualitative difference between condensate and thermal cloud coupling are presented. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

cold atoms / Bose–Einstein condensate / output coupler / atom laser / quantum coherence

Étude du couplage de sortie d'un condensat vers un niveau libre et vers un niveau faiblement piégeant

Résumé. Nous présentons la réalisation d'un laser à atomes à partir d'un condensat de Bose–Einstein grâce à utilisation d'un coupleur radio-fréquence. Dans le cas d'un laser monomode (un seul coupleur radiofréquence), le couplage de sortie est très sensible aux fluctuations du champ magnétique qui piège le condensat. Une mesure des instabilités du laser permet alors de quantifier les fluctuations du champ magnétiques. Afin de rendre le couplage insensible aux fluctuations, nous avons ensuite utilisé un coupleur radio-fréquence modulé, qui crée de multiples coupleurs de sortie régulièrement espacés. Nous présentons finalement l'étude du couplage des atomes vers un état très faiblement piégé. L'évolution d'un condensat lâché dans une telle cavité a pu être étudiée et a permis de déterminer la fréquence d'oscillation des atomes. Enfin, dans le cas d'un couplage faible (quasi-continu), il est possible de distinguer entre le couplage d'un condensat, intrinsèquement cohérent, et un nuage thermique. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Note présentée par Guy LAVAL.

1. Introduction

Since the creation of the first dilute Bose–Einstein Condensate (BEC) [1] atom lasers sourced from them have been an important topic of study. Pulsed atom lasers have been realized by a variety of techniques, using: intense, pulsed, spin–flip radio frequency (RF) transitions [2], and gravity induced tunneling from an optically trapped condensate [3]. A quasi-continuous laser has been realized using Raman transitions [4] and a continuous atom laser, limited only by the depletion of the condensate, has been achieved by RF coupling under highly stable conditions [5]. These developments illustrate the atom lasers potential to form atomic beams of unprecedented brightness and coherence. There is therefore need to control precisely the production of the laser and to develop tools that characterize the laser. In this proceeding we discuss the stability requirements for the production of a continuous laser and demonstrate the production of a stable laser using a frequency comb. Preliminary results on coupling a fraction of the BEC and cold thermal atoms from the $|1, -1\rangle$ state into a weakly trapping state are also presented.

2. Atom laser

The experimental scheme used is described in detail elsewhere [6]. Briefly, a ^{87}Rb BEC with approximately $5 \cdot 10^5$ atoms is created in the $|1, -1\rangle$ (i.e. $F = 1$, $m_F = -1$) state. The construction of the magnetic trap results in the production of a relatively large bias field as well as a large magnetic gradient in the quadrupole direction (vertical plane). Under these condition the contribution of the quadratic Zeeman effect makes the $|1, 0\rangle$ and $|2, 0\rangle$ states slightly anti-trapping and trapping respectively. We couple the BEC to one or the other state by using either a radio frequency (RF) or a microwave frequency.

Production of a continuous atom laser, as in [5], is done by coupling the atoms from the trapping $|1, -1\rangle$ state to the weakly anti-trapping $|1, 0\rangle$ state. This is implemented using a RF of approximately 40 MHz. The frequency is relatively high due to the high bias field of 56 Gauss in our experiment. The RF power is adjusted such that the approximate estimation of the Rabi frequency for typical coupling parameters is about 1 kHz. The RF coupling is applied for a duration of about 20 ms.

Using a single radio frequency we can successfully couple atoms into the $|1, 0\rangle$ state to produce an atom laser. However, the atom laser exhibits both intra-shot and shot-to-shot instabilities in the density of the out-coupled beam. In a similar experiment, continuous production of the atom laser has been demonstrated by Bloch et al. (1999) [5]. They achieve high stability in the laser output with a combination of magnetic shielding and stable current supply, which ensure magnetic field stability. Our experiment is not stabilized to the same extent and therefore instabilities of the magnetic field can result in the laser density fluctuations.¹

To quantify the fluctuation of the magnetic trapping potential we study the depletion of the condensate versus the RF out-coupling frequency. The total number of atoms in the combined thermal cloud and condensate is approximately $1 \cdot 10^6$ of which the condensate fraction is about 50%. Varying the frequency of the RF coupling, we measure the atoms remaining in $|1, -1\rangle$ state after 10 ms of out-coupling. This measurement does not discriminate between the thermal cloud and the condensate atoms in $|1, -1\rangle$ (*figure 1*). The measured width of the out-coupled atoms in our case is approximately 80 kHz at the threshold. The spectral width for out-coupling a condensate is given by its spatial extent in the vertical direction because of the variation in the gravitational potential energy across it. The frequency width is therefore given by $\Delta\nu = M_{\text{Rb}}g\Delta s/\hbar$, where M_{Rb} is the mass of ^{87}Rb , g the acceleration due to gravity, Δs the spatial extent of the condensate and \hbar the Planck constant. Similar considerations hold for the thermal atoms in the trap. The calculated spectral width for the condensate is approximately 10 kHz and the thermal cloud has a calculated one sigma width of 11 kHz. Thus the observed experimental width of

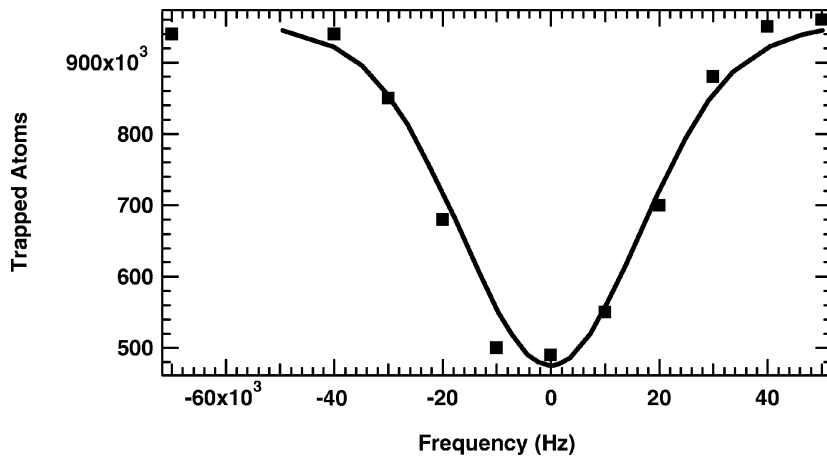


Figure 1. The filled squares represent the depletion of the condensate and thermal atoms from the $|1, -1\rangle$ state as a function of out-coupling frequency. The frequency axis has been centered at the point for maximum out-coupling. The line is the convolution of the atomic density profile in $|1, -1\rangle$ with a normal distribution of one sigma width 15 kHz, representing the fluctuations in the magnetic field bias.

80 kHz is much larger than the expected width due to the condensate and thermal cloud (approximately 30 kHz). The present measurement is therefore a convolution of the condensate and thermal cloud widths, with the experimental instabilities, which has the effect of broadening the depletion profile.

The primary source of instability in our experiment is from fluctuations in the trapping magnetic field, which gives rise to a corresponding change in the resonance condition for optimal output coupling. The efficiency of coupling is sensitive to these instabilities when the amplitude of the magnetic field fluctuations is comparable to or larger than the spectral width of the condensate. In order to estimate the fluctuation in the magnetic trapping field, which corresponds to shift in out-coupling frequency, we assume that it is consistent with a normal distribution. The convolution of a normal distribution with a one sigma value of 15 kHz, with the calculated spectral density profiles of the condensate and thermal cloud gives good agreement with the measured depletion of atoms in $|1, -1\rangle$ (*figure 1*). At this value we agree well with both the FWHM (40 kHz) of the depletion curve as well as with the lower and upper thresholds for out-coupling (80 kHz). From this we can conclude that the amplitude of the fluctuations have a spectral width (two sigma) of approximately 30 kHz. Such an instability in the amplitude of the trapping magnetic field imposes severe limitations on the ability to produce an atom laser with uniform density distribution, using a single RF, making other means for its production necessary.

To circumvent the instability we produce an atom laser using a frequency comb instead of a single frequency, thus countering the magnetic field fluctuations. The frequency comb is created by frequency modulating the out-coupling RF, about the frequency of maximum output coupling ν_c (carrier frequency). The expression for the modulation is $\nu_{\text{RF}} = \nu_c + \nu_{\text{BW}}f(\nu_{\text{m}}t)$, where ν_{BW} is the frequency bandwidth of the modulation (typical experimental value is 100 kHz) about ν_c and a triangular modulation function $f(\nu_{\text{m}}t)$. The power of the RF comb is adjusted for individual comb elements to be in the weak coupling regime.

In the time domain picture of frequency modulation the frequency of the carrier wave (ν_c) varies across the bandwidth (ν_{BW}) twice every modulation cycle. As the modulation frequency is varied three distinct regimes of output coupling are evident from the experimental data. At low modulation frequencies (i.e. $\nu_{\text{m}} \leq 1000$ Hz), atoms from the condensate are coupled out each time the frequency modulation crosses the instantaneous resonance frequency (twice every cycle). The output coupled atoms are non overlapping and form distinct condensate replicas (*figure 2a*). On increasing the modulation frequency, the rate of output from the condensate increases, to give a quasi-continuous output (*figures 2b and 2c*). At still higher modulation frequency we have the overlapping of successively out-coupled atoms from the condensate, over a considerable spatial extent as they fall under the combined influence of the gravitational and weakly non-trapping magnetic potential. In this regime we can see non uniformity of the imaged out-coupled atoms, which may be attributed to the interference between successively out-coupled atoms from the condensate

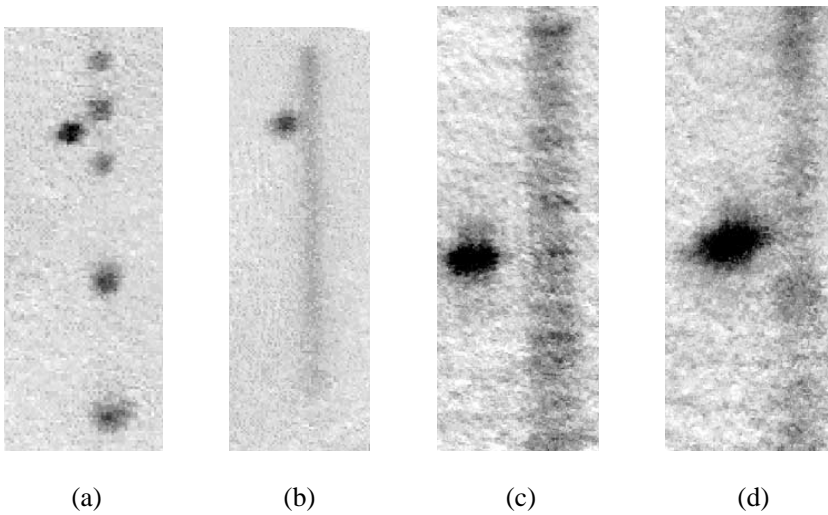


Figure 2. The different regimes of comb coupling. (a) At a small modulation frequency (ν_m) of 230 Hz. (b) Quasi-continuous coupling with $\nu_m = 2000$ Hz. (c) Quasi-continuous coupling with magnified imaging at $\nu_m = 3000$ Hz. (d) Unstable coupling at $\nu_m = 17000$ Hz in the magnified imaging system. Cutting the magnetic field just before imaging results in the spatial separation of the condensate and the atom laser.

in the fluctuating magnetic field. In another measurement, on changing the bandwidth of the frequency comb, the out-coupling is seen to be reproducible at and above a ν_{BW} value of approximately 40 kHz, whereas below this value it becomes unstable from shot-to-shot. This is consistent with the full width at half maximum of the stability measurement (*figure 1*) and gives us an independent measure of the magnetic field fluctuations.

In the frequency domain the three regimes of out-coupling can be understood as follows. If the frequency comb is very dense, which is the case at small modulation frequencies (ν_M much less than the condensate spectral width), we can expect to see interference between the matter waves coupled out of different spatial regions of the condensate and this behaviour manifests in the appearance of discrete atom-bunches in time (*figure 2a*). A crude simulation of the time interval between successive atom-bunches can be done by fourier transforming the product of a frequency comb with appropriate phase relations and the Thomas–Fermi condensate shape. Such a simulation is in rough agreement with the observed data. As the modulation frequency increases the temporal spacing between the out-coupled atom bunches decreases and at ν_M approximately few thousand Hz all the discreteness in the out-coupling disappears within the limits of the imaging system and a quasi-continuous beam of out-coupled atoms is seen (*figures 2b* and *2c*). On increasing the comb frequency still further we achieve the condition that one or less comb teeth are available for output coupling and we revert to the situation analogous to single frequency coupling, where the instabilities in the magnetic field start affecting the out coupling (*figure 2d*).

3. Atom ‘cavity’

It is also interesting to study the coupling of a condensate in an weakly trapping state that is much larger in spatial extent than the condensate. Such a state can be considered as an atomic cavity and can be used to study the dynamics of coherent evolution of the atoms from the condensate. In our experiment the $|2, 0\rangle$ state of the $F = 2$ manifold is such a state. Atoms are coupled directly from the $|1, -1\rangle$ condensate state to the cavity using a single microwave frequency of approximately 6.8 GHz.

In our experiment the measured frequency for the BEC state in the vertical direction is $\nu_{\perp, BEC} = 132.5$ Hz, with an experimental uncertainty of ± 0.25 Hz. Using this value to establish the magnetic gradient field of the trap we estimate the trap frequency of the cavity state in the vertical direction as $\nu_{\perp, cav} \approx 29$ Hz, with a few percent accuracy. Gravity shifts the trap centers for the various magnetic sublevels by different amounts. The cavity state sags vertically by $z_{cav} = g/(2\pi\nu_{\perp, cav})^2 \approx 310$ μm . By comparison, the condensate shifts down by $z_{BEC} \approx 15$ μm , giving a relative shift of 300 μm . Since the atoms are coupled from the highly localized condensate in the vertical direction into the cavity state by a microwave photon, they are coupled to a region away from the cavity centre. The atoms are therefore coupled in the high lying energy levels of the cavity state.

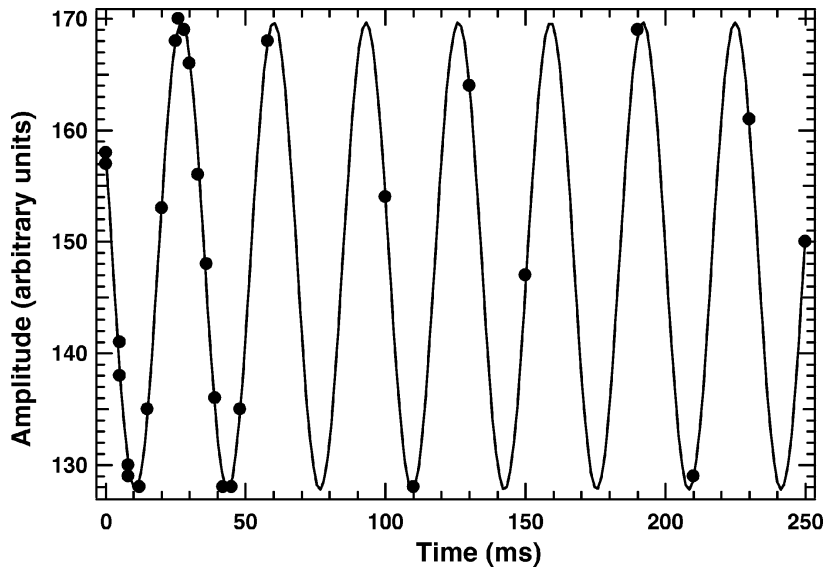


Figure 3. Measurement of the period of oscillation of the atoms coupled into the $|2, 0\rangle$ (cavity) state. The filled circles are the data points while the line through them is a single frequency sinusoidal fit which gives a cavity frequency of 30.3 Hz (period = 33 ms). The statistical error on the measured position of the atoms in the cavity is at most one division along the amplitude axis for each point.

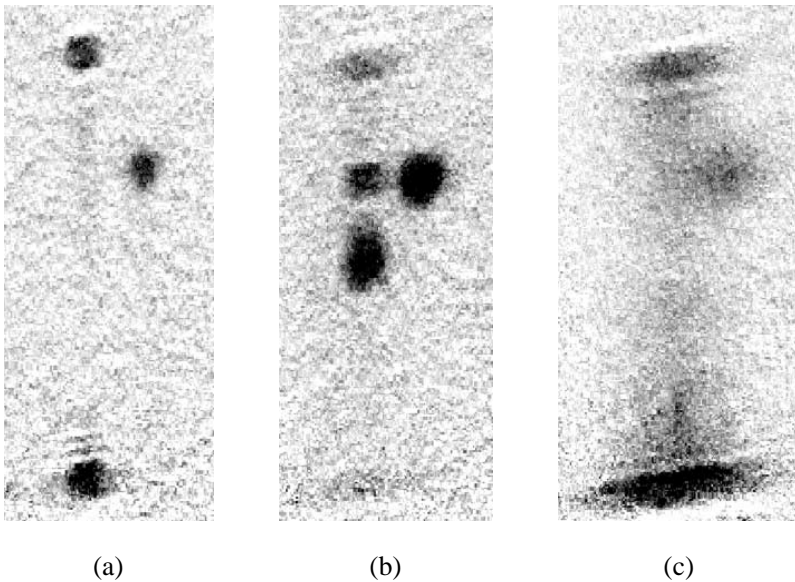


Figure 4. Atoms coupled into the cavity state from the $|1, -1\rangle$ state. (a) An over evaporated condensate coupled into the cavity state. (b) A pure condensate in the cavity state where we see a distinct structures in the spatial density distribution of atoms while (c) is the case of thermal cloud coupling into the cavity state resulting in a uniform spatial distribution of atoms.

To determine the cavity state frequency, the oscillation of atoms coupled into the cavity was measured as a function of time. For this experiment a fraction of the atoms were out-coupled from the condensate into the cavity state by a strong, resonant microwave pulse of short duration (2 ms). The cavity state frequency was measured by studying the position of centre of mass of the atomic cloud as shown in *figure 3*. The fitted value of the oscillation period is found to be 33 ms corresponding to an oscillation frequency of 30.3 Hz. This value agrees with the the estimated trap frequency given above. The goodness of fit for a single frequency sinusoid fit over several periods of oscillation in the cavity indicates that we are in the region of the cavity where deviations from the simple harmonic nature of the oscillations are small, despite its relatively large spatial extent. The one sigma error on the fit value is under 0.1% in frequency.

As we lower the microwave power (i.e. go to weaker coupling intensities) and increase the coupling time of the atoms from the BEC, structures are observed in the cavity state (*figures 4a* and *4b*). These structures represent a non uniform spatial density distribution of atoms in the cavity state. By contrast, coupling from a cold thermal cloud results in a uniform density distribution of atoms in the cavity (*figure 4c*). The above results are preliminary as systematic study is limited by instability in the bias field. Numerical integration of the Gross–Pitaevskii equation yields structures similar to those observed in the cavity state. This suggests

that the structures in the cavity state are signature of the coherence of a BEC, while lack of structure for the thermal cloud is due to its lack of coherence.

4. Conclusions

We have demonstrated a method for continuous output coupling of a condensate into a non trapping state which overcomes the problem of small fluctuations in the trapping magnetic field. The method involves the modulation of the frequency of out-coupling over a bandwidth larger than the bandwidth of the fluctuation. Various regimes of operation for this method have been explored and discussed. In addition certain preliminary results of coupling the atoms into a extended, weakly trapping state have been discussed. Coupling into this state seems to show different behaviour for the condensate as opposed to a thermal cloud.

¹ Since the measurements reported here we have successfully suppressed the fluctuations in the magnetic bias field using a better stabilized power supply, which enables us to produce a continuous atom lasers using single radio frequency.

References

- [1] Anderson M.H. et al., Science 269 (1995) 198;
Bradley C.C. et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1687;
Davis K.B. et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 3969;
Bradley C.C. et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 985.
- [2] Mewes M.-O. et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 582.
- [3] Anderson B.P., Kasevich M., Science 282 (1998) 1686.
- [4] Hagley E.W. et al., Science 283 (1999) 1706.
- [5] Bloch I. et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 3008.
- [6] Desruelle B. et al., Phys. Rev. A 60 (1999) R1759.

Références relatives à ce chapitre

- [1] S. CHOI AND K. BURNETT, “Atom optical elements for Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **56**, 3825 (1997).
- [2] T. MAIMAN, “Stimulated Optical Radiation in Rubi”, *Nature* **187**, 493 (1960).
- [3] M. BERTOLOTTI, *Masers and Lasers, An historical Approach* (Institute of Physics Publishing, 1988), No. Paperback :0852744374.
- [4] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Atom laser with a cw output coupler”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [5] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition”, *Nature* **403**, 166 (2000).
- [6] S. INOUE *et al.*, “Observation of phase-coherent amplification of atomic matter waves.”, *Nature* **402**, 641 (1999).
- [7] S. INOUE *et al.*, “Amplification of Light and Atoms in a Bose-Einstein Condensate.”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4225 (2000).
- [8] L. DENG *et al.*, “Four-wave mixing with matter waves”, *Nature* **398**, 218 (1999).
- [9] M.-O. MEWES *et al.*, “Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [10] B. P. ANDERSON AND M. A. KASEVICH, “Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays”, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [11] E. W. HAGLEY *et al.*, “A well-collimated quasi-continuous atom laser”, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [12] M. KÖHL, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Measuring the temporal coherence of an atom laser beam”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).
- [13] I. BLOCH *et al.*, “Optics with an atom laser beam”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 030401 (2001).
- [14] M. KÖHL, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Continuous detection of an atom laser beam”, *Phys. Rev. A* **65**, 021606 (2002).
- [15] P. BOUYER *et al.*, “Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states”, *Comptes Rendu Acad. Sciences t.2* **IV**, 657 (2001).
- [16] Y. L. COQ *et al.*, “Atom laser divergence”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [17] P. BOUYER *et al.*, “Production of CW and mode-locked atom lasers”, *J. Phys. IV* **12**, 115 (2002).
- [18] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER, AND M. WEITZ, “All-Optical Realization of an Atom Laser”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240408 (2003).
- [19] A. P. CHIKKATUR *et al.*, “A continuous source of Bose-Einstein condensed atoms”, *Science* **296**, 2193 (2002).
- [20] Y. LE COQ, *Condensats de Bose-Einstein et lasers à atomes*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2002.
- [21] P. CREN *et al.*, “Loading of a cold atomic beam into a magnetic guide”, *Eur. Phys. J. D* **20**, 107 (2002).
- [22] F. GERBIER, P. BOUYER, AND A. ASPECT, “Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).

- [23] R. J. BALLAGH, K. BURNETT, AND T. F. SCOTT, “Theory of an output coupler for Bose-Einstein condensed atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1607 (1997).
- [24] H. STECK, M. NARASCHEWSKI, AND H. WALLIS, “Output of a pulsed atom laser”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1 (1998).
- [25] M. EDWARDS *et al.*, “Properties of a Raman atom-laser output coupler”, *J. Phys. B* **32**, 2935 (1999).
- [26] G. M. MOY AND C. M. SAVAGE, “Output coupling for an atom laser by state change”, *Phys. Rev. A* **56**, R1087 (1997).
- [27] G. M. MOY, J. J. HOPE, AND C. M. SAVAGE, “Atom laser based on Raman transitions”, *Phys. Rev. A* **55**, 3631 (1997).
- [28] Y. B. BAND, P. S. JULIENNE, AND M. TRIPPENBACH, “Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers”, *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).
- [29] J. SCHNEIDER AND A. SCHENZLE, “Output from an atom laser : theory vs. experiment”, *Applied Physics B* **69**, 353 (1999).
- [30] F. GERBIER, P. BOUYER, AND A. ASPECT, “Erratum : Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity [Phys. Rev. Lett. 86, 4729 (2001)]”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 059905 (2004).
- [31] C. J. BORDÉ, “Theoretical tools for atom optics and atom interferometry”, *C. R Acad. Sc. - séries IV - Physics* **2**, 509 (2001).
- [32] G. DELANNOY, *Étude des techniques de production de condensats de Bose-Einstein : évaporation multi-fréquence et refroidissement sympathique*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2001.
- [33] Y. CASTIN AND R. DUM, “Bose-Einstein condensates in time-dependent traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [34] Y. KAGAN, E. L. SURKOV, AND G. V. SHLYAPNIKOV, “Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential”, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [35] YARIV, *Quantum Electronics* (John Wiley & Sons, New York, 1989), pp. 106–132.
- [36] H. WALLIS, J. DALIBARD, AND C. COHEN-TANNOUDJI, “Trapping atoms in gravitational trap”, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [37] T. BUSCH, M. KÖHL, T. ESSLINGER, AND K. MÖLMER, “Transverse mode of an atom laser”, *Phys. Rev. A* **65**, 043615 (2002).

Interférométrie Atomique *cohérente* : application à la mesure de la longueur de cohérence dans les condensats

Dans ce chapitre, nous allons aborder une des applications l'optique et de l'interférométrie atomique que j'ai mis en œuvre avec des sources atomiques cohérentes. Ces outils ont permis d'explorer et d'aborder un problème important, la longueur de cohérence d'un condensat, en particulier dans le régime particulier des condensats très allongés où cette cohérence est seulement partielle, on parle alors de quasi-condensats. Toute cette étude m'a permis de mettre en place un outil précis pour manipuler le condensat de Bose-Einstein : un réseau de diffraction réalisé à partir d'une onde stationnaire optique.

Cet outil a été utilisé de diverses manières qui sont indiquées dans ce chapitre :

- Dans certaines configurations, la sélectivité du processus de diffraction permet de sélectionner la partie « cohérente » du fond incohérent. Ce filtrage, décrit page 208, a permis par exemple de mesurer plus précisément la température des atomes, ainsi que la fraction d'atomes condensés.
- Si on augmente encore plus la sélectivité en vitesse, on peut alors directement mesurer la distribution en vitesse au sein du condensat de Bose-Einstein [1], et ainsi remonter à la longueur de cohérence du condensat comme indiqué page 210.
- Si, au contraire, on règle la sélectivité du processus de diffraction pour diffracter tout le condensat, on peut alors manipuler la fonction d'onde dans son ensemble comme dans le chapitre 2. On réalise alors un interféromètre qui permet alors, en observant le contraste des franges, de remonter à la longueur de cohérence [2, 3]. Cette méthode est néanmoins délicate car elle implique une mesure de contraste qui peut être sujet à beaucoup de limitations expérimentales, comme nous le verrons page 220

5.1 Diffraction d'un condensat de Bose-Einstein par un réseau lumineux

5.1.1 Diffraction d'une onde de matière par une onde lumineuse stationnaire

La diffraction d'une onde de matière par une onde stationnaire lumineuse a été réalisée pour la première fois avec une source atomique *classique* dans les années 1980 avec la démonstration qu'en analogie avec la diffraction de la lumière par une structure périodique, il était possible de diffracter un jet atomique par un réseau lumineux formé de faisceaux lasers contra-propagatifs [4, 5, 6, 7, 8]. Nous avons aussi vu dans le chapitre 2 que d'autres types de structures *diffractives*, utilisant par exemple des transitions Raman [9], avec échange d'impulsion mais aussi changement d'état interne, permettent de mesurer ou de manipuler la distribution en impulsion. De la même manière que pour les transitions Raman, la condition à remplir pour obtenir un bon contraste de la figure de diffraction est évidemment de disposer d'une source dont la longueur de cohérence transverse est supérieure au pas du réseau.

Avec des sources *classiques*, cette cohérence transverse est obtenue en collimatant sévèrement le jet [10], soit par des diaphragmes, soit par un filtrage dans l'espace des vitesses. Pour un condensat, la longueur de cohérence est en général très grande devant le pas du réseau optique, si bien qu'on peut atteindre des efficacités de diffraction proches de 100 %, comme l'ont montré les premières expériences menées par M. Kozuma *et al.* [11].

Le régime de diffraction d'une onde de matière par un réseau lumineux peut, comme en optique photonique, se distinguer suivant deux configurations extrêmes. Si le réseau est très *mince* comparé au pas du réseau, comme c'est le cas quand on applique les faisceaux lasers pendant un temps τ court devant l'inverse de la séparation en fréquence entre l'état final et l'état initial, $\tau < (4\omega_R)^{-1}$, alors la relation de conservation de l'énergie n'est plus sélective qu'à \hbar/τ près, et on observe plusieurs ordres de diffraction (voir par exemple [12, 13, 5, 14, 15]). C'est l'analogie du régime de Raman-Nath en optique traditionnelle, dans lequel le nombre d'ordres diffractés et leur population ne dépend que de $\Omega\tau$ et pas de l'angle d'incidence [6, 13, 16, 17]. Au contraire, lorsque l'épaisseur du réseau lumineux est grande devant son pas, on est dans le régime de *Bragg* où seul un ordre est diffracté pour des conditions précises : il faut que la direction de propagation de l'onde incidente fasse avec le réseau un angle précis. En fait, au lieu de diffracter un condensat en mouvement sur un réseau stationnaire, il est souvent nettement plus simple de se placer dans la situation inverse, équivalente par changement de repère galiléen. Le condensat est (initialement) au repos, et le réseau est mis en mouvement en imposant une différence de fréquence ω entre les deux ondes progressives contra-propagatives qui forment l'onde stationnaire (voir la figure 5.1). La fréquence commune ω_L est dans le domaine optique, mais loin de toute résonance pour éviter les effets de décohérence liés à

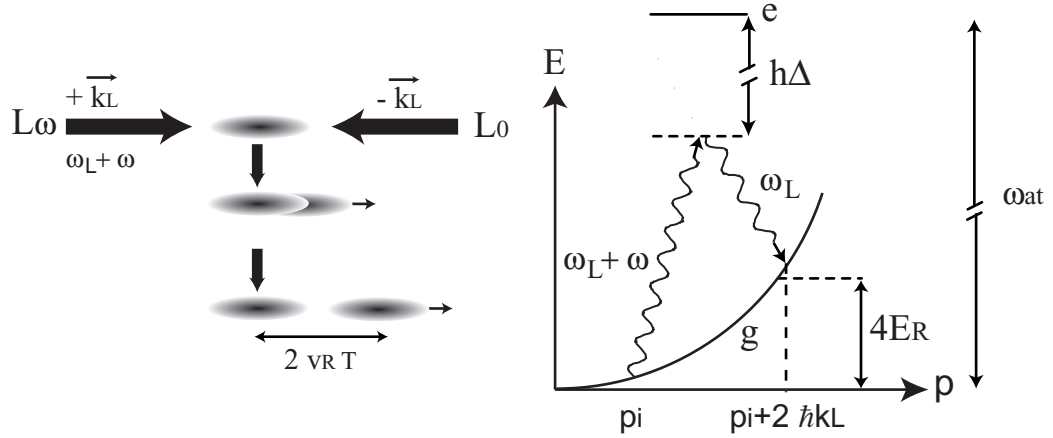


Fig. 5.1 : Principe de la diffraction de Bragg d'un atome libre. Le schéma de droite indique la configuration expérimentale, où le faisceau laser venant de la gauche a un vecteur d'onde \mathbf{k}_L et de fréquence $\omega_L + \omega$, et le faisceau venant de la droite a un vecteur d'onde opposé $-\mathbf{k}_L$, de fréquence ω_L . La fréquence commune ω_L est dans le domaine optique, mais loin de toute résonance pour éviter les effets de décohérence liés à l'émission spontanée. L'absorption d'un photon de fréquence $\omega_L + \omega$, suivie de la réémission stimulée à la fréquence ω_L , s'accompagne d'un transfert d'impulsion $2\hbar\mathbf{k}_L$ et d'énergie $\hbar\omega$. **Droite :** transition d'un atome d'impulsion initiale \mathbf{p}_i vers l'état final d'impulsion $\mathbf{p}_i + 2\hbar\mathbf{k}_L$. Le léger décalage par rapport à l'énergie $4E_R$ est dû à l'effet Doppler.

l'émission spontanée. L'absorption d'un photon dans une des ondes progressives, suivie de la réémission stimulée dans l'autre, s'accompagne alors d'un transfert d'impulsion $2\hbar\mathbf{k}_L$ et d'énergie $\hbar\omega$ comme représenté sur la figure 5.1. Ce processus n'est efficace qu'autour de la résonance de Bragg, où les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion sont vérifiées :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_f &= \mathbf{p}_i + 2\hbar\mathbf{k}_L, \\ E_f &= E_i + \hbar\omega. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Le transfert d'énergie compense alors exactement le gain en énergie cinétique, c'est-à-dire que l'on a $\omega = 4\omega_R$, avec $\omega_R = \hbar k_L^2 / 2m$ la fréquence de recul à un photon (voir en détail au chapitre 2).

Comme dans le cas des « résonances induites par le recul » [18] et des résonances Raman [9], ces processus résonnants sont sensibles à la vitesse des atomes par rapport au réseau. En effet, si on considère un atome en mouvement, les fréquences des deux ondes vues par les atomes sont déplacées *en sens opposés* par effet Doppler : au total, la résonance est déplacée d'une quantité proportionnelle à la vitesse atomique, et l'efficacité de diffraction reflète la population de la classe de vitesse résonnante \mathbf{v}_{res} , qui vérifie

$$\omega = 4\omega_R + 2\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_{\text{res}}. \quad (5.2)$$

On peut alors reproduire la distribution en impulsion du nuage en mesurant l'efficacité de diffraction en fonction de la fréquence relative ω [1]. C'est le principe de la spectroscopie en impulsion par diffraction de Bragg, que nous détaillerons dans la suite de ce chapitre. Cette méthode, analogue aux méthodes de sélection en vitesse par l'utilisation de transitions Raman sélectives en vitesse [9], a été mise au point dans le groupe de W. Ketterle au MIT [1, 19, 20], qui a pu vérifier sur un condensat quasi-sphérique que la longueur de cohérence du condensat était bien de l'ordre de sa taille. Elle a aussi permis de sonder le spectre des excitations élémentaires du système [19, 21].

Enfin comme dans le cas de l'utilisation des impulsions résonnantes sur une transition Raman (chapitre 2), la technique de diffraction de Bragg revient à coupler de manière cohérente deux états différents, puisque d'impulsions du centre de masse différentes bien que l'état interne soit inchangé. Comme dans le cas du chapitre 2, seuls deux états bien définis sont couplés à cause de la condition de résonance. On peut donc observer des oscillations de Rabi entre ces deux états d'impulsion induites par le réseau optique (figure 2.1). Il est alors facile de construire des interféromètres pour condensats en utilisant cette technique de Bragg [3, 22, 23, 24]. Le traitement d'un interféromètre utilisant la diffraction de Bragg est alors complètement identique à celui développé succinctement au chapitre 2 pour les transitions à changement d'état interne.

5.1.2 La diffraction de Bragg comme un filtre en vitesse : séparation des composantes thermiques et condensées

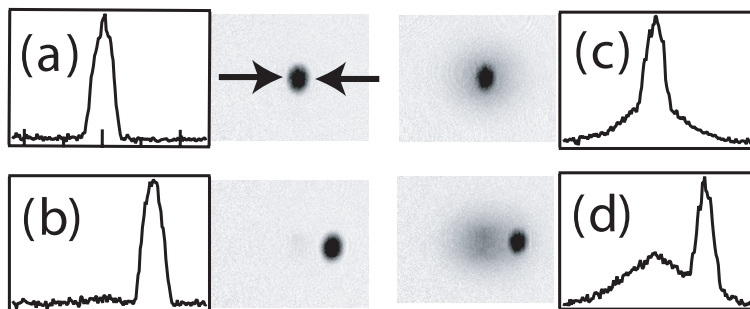


Fig. 5.2 : Séparation du condensat et du nuage thermique par diffraction de Bragg, analogue à la méthode optique de filtrage par spectromètre. Dans le premier cas (a et b), on a réglé les paramètres pour diffracter un maximum d'atomes à partir d'un condensat le plus pur possible. On atteint des efficacités proches de 100 % (96 sur l'exemple choisi). Dans le second cas (c et d), où les paramètres du réseau sont identiques, seule la fraction condensée est affectée par le réseau diffractant, et, à cause de l'impulsion impartie par le processus, elle se sépare de la fraction thermique en temps de vol.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, la diffraction de Bragg induit une sévère sélection en vitesse au sein du nuage d'atomes étudié. En fait, on peut montrer à partir d'équations similaires aux équations 2.6 que cette sélectivité en vitesse correspond à la largeur de la ré-

sonance $\Delta \propto 1/\tau$ (τ est ici encore la durée de l'impulsion lumineuse) [9, 7]. Ainsi, pour une impulsion lumineuse d'une durée $\tau = 2$ ms, on attend une largeur $\Delta \sim 200$ Hz soit une résolution en vitesse de l'ordre de $100 \mu\text{m/s}$. Pour des durées d'impulsion plus faibles, on sera alors peu sensible à la distribution en vitesses du condensat (pour nos expériences, elle correspond à $\Delta \sim 200$ Hz), condition nécessaire à l'utilisation de la diffraction de Bragg pour manipuler le condensat dans son ensemble lors de la réalisation d'un interféromètre. Typiquement, on utilise un pulse de Bragg d'une durée de $250 \mu\text{s}$, avec une enveloppe temporelle en forme de créneau. Dans l'espace des fréquences, cela correspond à une largeur de 1.5 kHz environ, si bien qu'on n'a aucune sélectivité en vitesses, et qu'on peut diffracter 100% des atomes dans le cas d'un « pulse π ».

Contrairement au condensat, la largeur typique en vitesses du nuage thermique, $\sqrt{8k_B T_0/\pi m}$, correspond à une largeur Doppler Δ_{th} variant entre 12 et 28 kHz, si T_0 varie entre 100 et 500 nK. Vis-à-vis de la partie thermique, on est donc sélectif en vitesses [1, 25], ce qui signifie que l'efficacité globale de diffraction est réduite par un facteur $\Delta_0/\Delta_{\text{th}} \sim 10^{-2}$ par rapport aux atomes condensés. Le nuage thermique sera donc peu affecté par le réseau de diffraction : d'une part, moins de 5% des atomes sont diffractés près de T_C , et environ 10% pour $T \sim 0,3T_{C0}$; de plus, positions et vitesses sont en principe largement décorréliées dans le nuage thermique (c'est rigoureusement vrai pour un gaz de Boltzmann, quelque soit le potentiel) et le profil de densité ne devrait alors pas être modifié significativement. Ceci est illustré sur la figure 5.2, pour un condensat presque pur et pour un nuage avec une fraction thermique significative. Une technique analogue a été utilisée dans [25] pour séparer le condensat du nuage thermique dans un réseau optique et étudier les modes collectifs de ce système. Notre

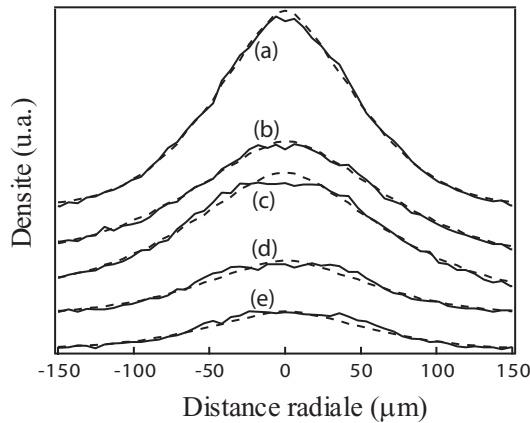


Fig. 5.3 : Profil radial du nuage thermique, dévoilé par le filtre de Bragg. Le profil expérimental (ligne continue) est en général plus plat que la fonction de Bose g_2 ajustée sur les images (tracées en pointillés). La courbe (a) correspond à un nuage au-dessus du seuil, et elle est par contre bien ajustée par une fonction de Bose. Les courbes (b), (c), (d) et (e) correspondent à des fractions condensées de 5 , 15 , 35 et 60% , respectivement. L'aplatissement peut être attribué à la répulsion du condensat.

technique présente certains *avantages* que nous avons exploités. D'une part, en séparant ainsi la partie thermique du condensat, on peut extraire des informations quantitatives sur le système (fraction non condensée et température) pour des fractions condensées proches de 1 (figure 5.2 (a) et (b)). Dans ces conditions, les méthodes classiques d'analyse d'imagerie ne permettent plus de détecter la partie thermique qui est « enfouie » sous le condensat.

D'autre part, l'analyse détaillée de la distribution du nuage thermique, en particulier à la position du condensat, permet de tirer des informations sur l'interaction entre condensat et le nuage thermique. La distribution que nous observons est en général plus plate que la fonction de Bose g_2 , comme nous le montrons sur la figure 5.3.

5.1.3 La spectroscopie de Bragg comme sonde de la cohérence en phase : vélocimétrie Doppler

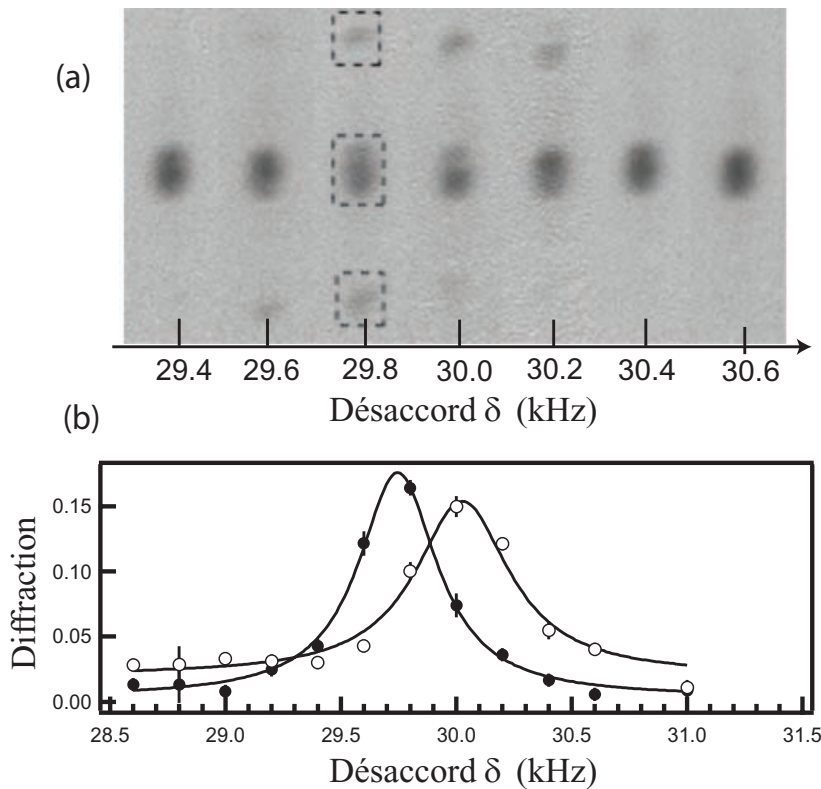


Fig. 5.4 : (a) Images en absorption d'un condensat et des composantes diffractées, pour plusieurs désaccords entre les lasers Bragg. On a montré par des rectangles en pointillés les zones utilisées pour intégrer et obtenir les populations des ordres diffractés et du condensat. Le rapport entre les deux donne l'efficacité de diffraction. Les spectres de Bragg correspondant à l'ordre $+4\hbar\mathbf{k}$ (cercles pleins) et $-4\hbar\mathbf{k}$ (cercles creux) sont reportés sur le graphe (b).

La finesse spectrale des résonances de diffraction de Bragg en font un outil pour sonder la distribution en énergie au sein du condensat. Cette technique de spectroscopie de Bragg [26, 27, 28], a permis d'étudier en détail les spectres des quasiparticules au sein du condensat [19, 29, 21, 30]. De plus, comme nous l'avons déjà montré pour la diffraction d'atomes libres par des faisceaux Raman, la distribution des vitesses selon l'axe des lasers est imprimée dans le spectre de Bragg par l'intermédiaire du terme d'effet Doppler dans la condition de résonance. Pour une distribution en vitesses de largeur Δv , la contribution au spectre est de largeur $\Delta\omega = 2k_L\Delta v$. Il est donc possible, en mesurant la largeur du spectre de

Bragg, d'estimer précisément cette contribution spectrale et ainsi d'établir la distribution en vitesse au sein du condensat : c'est cette méthode que nous appelons *vélocimétrie Doppler*. La précision de la mesure sera néanmoins limitée par un grand nombre d'effets parasites. Sans entrer dans les détails, on peut classer ces effets en deux catégories : les parasites *techniques* dont nous ferons état par la suite et les effets plus fondamentaux qui tendent à déplacer les niveaux d'énergie couplés et donc à modifier, parfois de façon inhomogène, la condition de résonance. Ainsi, les collisions au sein même du condensat vont, à cause du champ moyen qu'elle « induisent » provoquer un élargissement du spectre de Bragg. On peut comprendre classiquement cet effet : un atome initialement dans le condensat, au point \mathbf{r} , avec une impulsion $\hbar\mathbf{k}$ possède dans l'approximation de champ moyen une énergie classique $E_i = \hbar^2\mathbf{k}^2/2m + gn_0(\mathbf{r})$. S'il est diffracté, dans l'approximation d'impact, son impulsion devient $\hbar(\mathbf{k} + \mathbf{q})$ et l'énergie finale est $E_f = \hbar^2(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2/2m + 2gn_0(\mathbf{r})$ ¹. La condition de résonance pour la diffraction de Bragg dépend du point considéré, et la contribution moyenne du terme d'interactions s'obtient par une moyenne spatiale sur le profil de densité (parabolique). Cette modification de la condition de résonance induit alors un déplacement de la résonance d'une quantité $2\mu/7\hbar$, ainsi qu'un élargissement d'une quantité $\sqrt{\frac{8}{137}}\mu$ [1, 26, 19, 20].

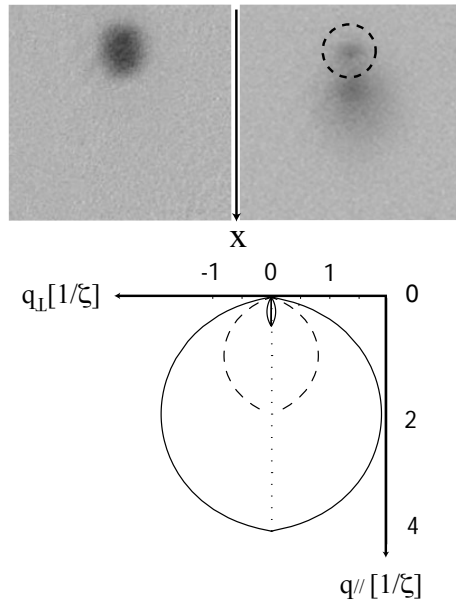


Fig. 5.5 : Collisions entre un condensat au repos et un condensat rapide créé par diffraction de Bragg. L'image de gauche est prise en l'absence du réseau de diffraction. En appliquant ce dernier dans des conditions identiques, les collisions élastiques redistribuent les atomes vers de nombreux états d'impulsion et détruisent le condensat (image de droite). Pour mettre l'effet en évidence, on a diffracté une fraction importante des atomes (de l'ordre de 50 %). Nous avons également indiqué sur le schéma du bas les vecteurs d'onde autorisés, $q_{||}$ dans l'axe des faisceaux et q_{\perp} perpendiculairement, pour trois valeurs de l'impulsion initiale, 0,5, 2 et 4 M_{CS} .

D'autres effets collisionnels, s'ils n'ont pas d'effets directement visibles sur la largeur des spectres de Bragg, doivent être évités afin d'obtenir une mesure quantitative de bonne qualité de la largeur en impulsion au sein du condensat. D'une part, des collisions élastiques se produisent entre le condensat au repos et les atomes diffractés se propageant à quelques vitesses de recul (quelques cm/s). Le taux de collisions, de l'ordre de $\gamma_{\text{coll}} = n_0\sigma v_R$ [33, 34], est

¹Le facteur 2 dans l'énergie d'interaction vient du fait que les parties diffractées et non diffractées du condensat sont maintenant discernables, entraînant l'augmentation du taux de collision d'un facteur 2 [31]. Il est important de noter que ceci n'existe pas dans le cas d'une transition Raman pour le rubidium qui concerne 2 états hyperfins différents [32].

très élevé, si bien que le libre parcours moyen est très petit devant la longueur du condensat. Les atomes diffractés vont alors subir un grand nombre de collisions avant de se séparer du condensat, et seront dispersés vers un grand nombre d'états quantiques correspondant à des impulsions moyennes différentes. Ainsi, au lieu d'observer deux nuages avec une faible dispersion en vitesse et nettement séparés après le temps de vol, on aura au contraire deux nuages diffus comme sur la figure 5.5.

Avec les valeurs de densités atomiques, de puissances lumineuses et d'anisotropie atteintes dans nos expériences, des effets de super-radiance [16] vont aussi perturber la mesure. Ce phénomène produit un flux de photons émis dans l'axe long du piège de manière « coopérative », à partir de quelques événements initiaux de diffusion Rayleigh. Par conservation de l'impulsion, des atomes ayant émis un photon reculent aussi dans la direction de l'axe gênant ainsi considérablement la mesure de la distribution en impulsion.

Pour éviter tous ces effets liés à la densité, nous coupons le piège et attendons un temps de vol $t = 2$ ms avant d'appliquer les faisceaux de Bragg. Ainsi, la densité chute de deux ordres de grandeur $[(\omega_{\perp}t)^2 \approx 91]$ à cause de l'expansion transverse alors que la distribution longitudinale n'évolue quasiment pas. L'élargissement dû au champ moyen n'est alors plus que d'une dizaine de Hz, et le libre parcours moyen devient grand devant la taille du nuage, si bien qu'on peut en bonne approximation considérer qu'on sonde des particules libres et indépendantes [35].

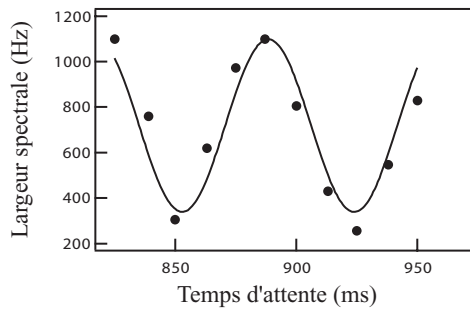


Fig. 5.6 : Oscillations du quasi-condensat hors d'équilibre observées dans l'espace des vitesses par spectroscopie de Bragg. Pour cette expérience, l'amplitude relative $\Delta L/L$ était de l'ordre de quelques pour cents, difficile à observer directement sur les images d'absorption avec un rapport signal à bruit suffisant.

Un autre effet parasite, lié à la géométrie du piège que nous utilisons, s'est révélé être particulièrement contraignant. En effet, le franchissement du seuil dans un piège dans le régime hydrodynamique tel que le nôtre provoque des oscillations hors-équilibre [36] quasiment impossibles à éviter. Un champ de vitesses se développe alors, si bien qu'une signature des oscillations existe également sur la distribution en impulsion. Nous avons utilisé la spectroscopie de Bragg « en temps réel » (figure 5.6) pour observer cet effet avec une rampe d'évaporation très lente [36, 37]. Dans ce cas, l'amplitude de l'oscillation sur la largeur est faible, et difficilement observable sur les images brutes. En revanche, l'oscillation est très visible sur les spectres en vitesse, dont la largeur oscille au double de la fréquence propre du mode, soit $2\omega_Q = \sqrt{10}\omega_x$. En effet, dans ce mode quadrupolaire, la distribution en impulsion est la même que le (quasi)condensat soit dans une phase d'expansion ou de contraction.

Après de nombreux tests, nous sommes arrivés à la conclusion que même une rampe très lente n'était pas suffisante pour éviter le déclenchement de ces oscillations qui vont élargir le spectre en vitesse du nuage dans l'axe long. Pour que l'oscillation ne participe pas pour plus de 100 Hz à la largeur Doppler totale, nous avons donc laissé un temps de relaxation de 6.5 s après la fin de la rampe d'évaporation. L'expérience montre alors un élargissement résiduel inférieur à 100 Hz, de l'ordre de la résolution liée à la durée de l'impulsion.

5.1.4 Dispositif expérimental de diffraction de Bragg

Le dispositif que nous avons mis au point offre une résolution meilleure que le dispositif original de MIT par environ 1 ordre de grandeur. Ce résultat a été obtenu au prix de précautions dont nous allons donner ici un aperçu. La figure 5.7 présente un schéma du dispositif optique

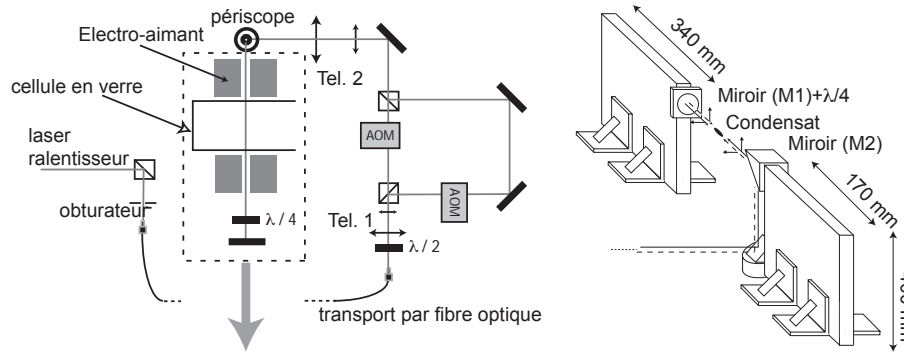


Fig. 5.7 : Montage optique utilisé pour générer le réseau diffractant. Les miroirs sur les chemins des acousto-optiques (AOM) sont à quelques centimètres de la table optique, sur des pieds en laiton massif, et vibrent peu. Les miroirs (M1) et (M2) à 35 cm de hauteur nécessitent des supports particuliers, très rigides longitudinalement, d'où le choix de plaques de Dural. Ces plaques sont un peu isolées de la table par une fine épaisseur de sorbothane (non représentée). Dans cette configuration le miroir critique est le miroir de rétro-réflexion (M1). La lame $\lambda/4$ devant (M1) sert à régler les polarisations relatives des faisceaux contra-propagatifs.

utilisé pour générer le potentiel diffractant. Nous détournons en fait une partie de la puissance du laser ralenteur, décalé de -133 MHz par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Les atomes étant polarisés dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$, le laser est donc désaccordé de $\Delta \approx 6,83$ GHz, correspondant à l'écart hyperfin dans le fondamental électronique. Le taux d'émission spontanée typique est alors de $\Gamma_{sp} \sim \Gamma(\Omega_1/\Delta)^2 \sim 2\pi \times 0,2 \text{ s}^{-1}$, soit une probabilité de 0,1 % pendant la durée du pulse. Le faisceau est amené *via* une fibre optique monomode à maintien de polarisation vers le piège magnétique. Le faisceau laser est ensuite séparé en deux parties d'égale intensité, chacun d'eux passant dans un modulateur acousto-optique à 80 MHz (Crystal Technologies). Pour assurer une très bonne stabilité en fréquence, les signaux radio-fréquence qui alimentent les modulateurs sont générés par deux synthétiseurs stables au Hertz près. L'un d'entre eux (Hameg HM 8133-2) est fixé à une fréquence de 80 MHz. Le second (Hewlett-Packard 8647A) est commandé par ordinateur *via* une connexion GPIB, si

bien que sa fréquence peut être variée autour de 80 MHz de la quantité ω nécessaire pour se placer autour de la résonance de Bragg. La séparation en deux faisceaux est faite à l'aide d'un cube polariseur, si bien qu'après passage dans les modulateurs puis recombinaison, on dispose de deux faisceaux décalés en fréquence, qui se propagent parallèlement avec des polarisations orthogonales. Ces faisceaux sont ensuite envoyés sur la cellule de piégeage. En pratique l'alignement des faisceaux sur l'axe du dipôle est automatiquement assuré, comme le montre la FIG. 5.8.

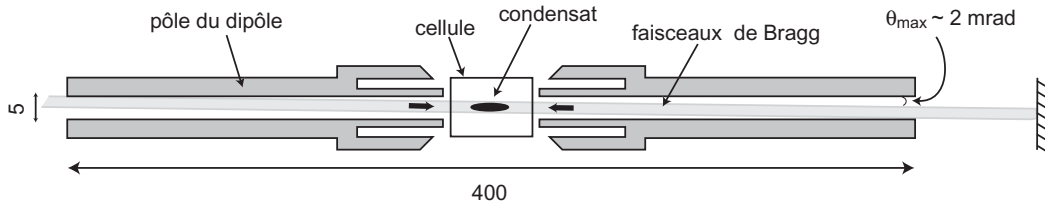


Fig. 5.8 : Contraintes pratiques sur l'alignement des faisceaux Bragg sur l'axe du dipôle. Les cotes sont en millimètres. Le diamètre visible des faisceaux est d'environ 3 mm. Ce qui permet d'estimer la précision de l'alignement à environ $\theta_{\max} = 2$ mrad.

Les trous aux extrémités externes des pôles du dipôle ont un diamètre de 5 mm, et sont distants de 400 mm. Les faisceaux peuvent être alors centrés sur l'axe central du dipôle à mieux que 1 mm, soit un angle entre les faisceaux Bragg et l'axe du dipôle inférieur ou égal à 2 mrad. Par conséquent la contribution de la distribution en vitesse radiale au spectre est de l'ordre de 10 Hz. Cette source d'élargissement est négligeable devant l'élargissement de 115 Hz dû à la durée finie d'application des lasers de Bragg (2 ms).

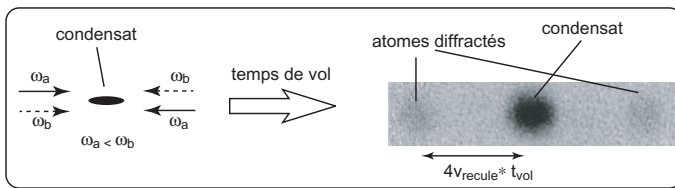


Fig. 5.9 : Diffraction de Bragg par deux réseaux optiques se propageant dans des directions opposées. On observe deux pics, correspondant aux composantes $+v$ et $-v$ du spectre. Temps de vol après diffraction : 22 ms. Séparation $510 \mu\text{m}$.

Pour former le réseau optique, il importe de superposer les deux faisceaux de manière à ce qu'ils soient contra-propagatifs et de même polarisation au niveau des atomes. Pour un maximum de stabilité, les deux faisceaux lasers de fréquence décalée de ω sont co-propagatifs tout du long, mais avec des polarisations orthogonales. Ils passent dans la cellule, puis traversent une lame quart-d'onde avant d'être rétro-réfléchis. Dans cette configuration, seul le miroir de rétro-réflexion est non-partagé et contribue aux fluctuations de la phase du réseau [38]. Les deux faisceaux qui reviennent, ont une polarisation tournée de $\pi/2$ par rapport aux faisceaux incidents, avec des vecteurs d'ondes opposés. En les recouvrant avec les faisceaux aller, on forme deux réseaux de diffraction indépendants et se propageant dans des directions opposées. Ils sont résonnants pour la même fréquence, mais transfèrent une impulsion opposée aux atomes. Ainsi, pour une image de diffraction donnée, on observe deux nuages diffractés,

visibles sur les figures 5.4 et 5.9. Pour une seule série d'acquisition, nous obtenons donc deux spectres diffractés, un pour chaque réseau. Avec ce montage, le spectre de bruit du réseau est limité par le temps de pulse (2 ms), et sa largeur à mi-hauteur de 180 Hz est tout à fait acceptable.

5.2 Étude de la longueur de cohérence par spectroscopie de Bragg

5.2.1 Spectroscopie en impulsion à température finie

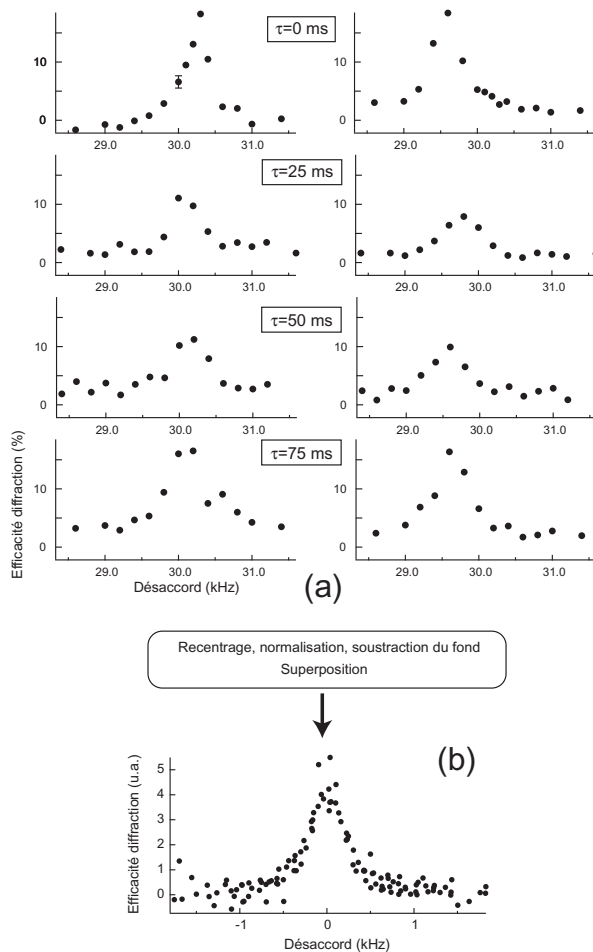


Fig. 5.10 : (a) Ensemble des spectres élémentaires mesurés dans des conditions identiques, à l'exception du temps d'attente τ . L'efficacité de diffraction est donnée en pourcentage du nombre d'atomes dans le quasi-condensat. Les spectres mesurés simultanément (grâce aux deux réseaux de Bragg) sont placés côte-à-côte. Le temps τ relatif à ces paires de spectres indique le temps de maintien du quasi-condensat dans le piège en plus des 6.5 s de thermalisation. Une barre d'erreur typique est reportée sur la première courbe, indiquant la dispersion des 7 mesures (environ) effectuées pour chaque désaccord. (b) Spectre résultant de la superposition de l'ensemble de ces données, après recentrage, normalisation à une même aire et soustraction du fond. La forme du profil apparaît alors plus clairement. Un ajustement par un profil lorentzien donne une demi-largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 231(14)$ Hz.

Avec toutes les précautions expérimentales mentionnées précédemment, nous avons pu obtenir des quasi-condensats à l'équilibre et un dispositif de spectroscopie de Bragg avec une résolution de l'ordre de 200 Hz. Dans la configuration la plus anisotrope, correspondant à $\omega_x = 2\pi \times 5$ Hz et $\omega_{\perp} = 2\pi \times 760$ Hz, nous avons pris des spectres de Bragg pour sept valeurs caractéristiques de la rampe radio-fréquence d'évaporation, ν_{rf} , variant ainsi la température de 90 à 350 nK environ, le nombre d'atomes de 8×10^4 à 2×10^4 , et la fraction condensée de 70 % à 8 %. Plusieurs spectres ont été pris pour chaque valeur de ν_{rf} (typiquement 5), en variant

le temps d'attente après la fin de rampe, pour ne pas introduire d'effets systématiques dus à de possibles oscillations quadrupolaires résiduelles. Vu le nombre de données à acquérir, la durée totale d'acquisition pour chaque ν_{rf} s'est nécessairement étalée sur plusieurs jours. Dans l'espoir de moyennner d'éventuelles fluctuations très lentes, nous avons choisi d'acquérir chaque jour plusieurs valeurs finales de la fréquence d'évaporation. Ainsi, plus de 900 images ont été prises pour chaque valeur de ν_{rf} , le temps d'acquisition total des données étant de 15 jours environ. Les paramètres moyens (température, nombre d'atomes, ...) sont déterminés sur des images témoins (typiquement une dizaine pour chaque ν_{rf}), prises dans des conditions identiques, mais sans diffraction de Bragg.

La procédure finale consiste à reporter toutes les données à une même température sur un même spectre renormalisé (figure 5.10). Pour cela, nous faisons un premier ajustement par une Lorentzienne, pour trouver le centre, le fond et la hauteur de chaque spectre individuel. Les spectres individuels sont alors recentrés, corrigés du fond et renormalisés par leur aire totale. On obtient alors un spectre global (voir figure 5.12) avec un bien meilleur rapport signal-à-bruit.

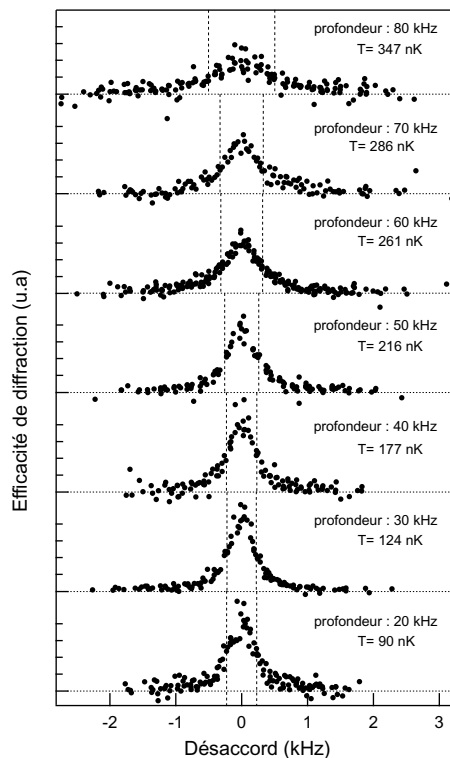


Fig. 5.11 : Ensemble des spectres moyens, résultant, pour chaque profondeur de piège, de la superposition de 8 à 12 spectres élémentaires. Les températures sont également indiquées. Tous les spectres de cette figure ont la même aire, pour faciliter la comparaison. Les lignes pointillées indiquent la largeur à mi-hauteur de chaque spectre. On constate clairement un élargissement des spectres avec la température.

En observant les spectres reportés sur la figure 5.11, on constate sans ambiguïté un élargissement des spectres avec l'augmentation de la température. Il s'agit d'une indication que la longueur de cohérence du condensat diminue lorsque la température augmente. On est ainsi dans un régime de quasi-condensat où la partie dégénérée du gaz subit de fortes fluctuations de phases.

La forme de raie des spectres fournit également une information importante : on voit sur

la figure 5.12 que les spectres observés sont bien ajustés par une Lorentzienne. De manière plus rigoureuse, ce point est confirmé par l'examen des résidus de l'ajustement en choisissant soit une Lorentzienne, soit une Gaussienne, qui sont également tracés sur cette figure : le premier est relativement plat, tandis que le second est nettement plus contrasté. La forme Lorentzienne, qui implique des corrélations en phase décroissant exponentiellement avec la distance, est caractéristique des fluctuations de phase à une dimension [35]. Cette forme de raie et l'élargissement avec la température discutés précédemment indiquent de manière nette l'existence de quasi-condensats dans notre piège.

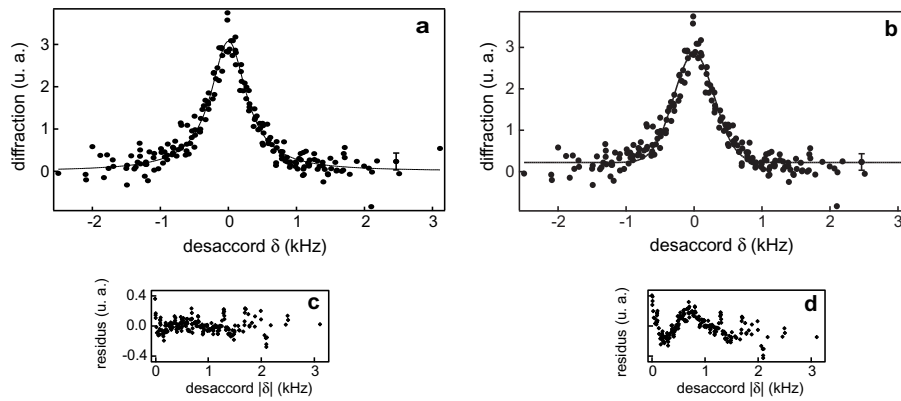


Fig. 5.12 : Spectre global après traitement de 900 images environ, composé de 5 spectres individuels par ordre diffracté (a), correspondant au point à 270 nK (profondeur de piège de 60 kHz). Spectre ajusté par une lorentzienne (a), et par une gaussienne (b). (c) Résidus de l'ajustement par une lorentzienne. (d) Résidus de l'ajustement par une gaussienne. Les résidus sont « repliés » autour du désaccord nul, et lissés par une moyenne glissante de 6 points.

Le régime de fluctuations de phases et les quasi-condensats

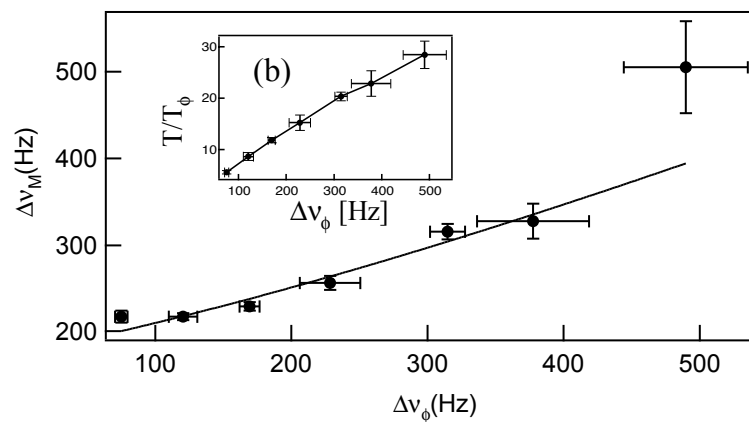


Fig. 5.13 : Demi-largeur à mi-hauteur $\Delta\nu_M$ des spectres expérimentaux en fonction de $\Delta\nu_\phi$. Les barres d'erreur verticales représentent la déviation standard de la largeur donnée par l'ajustement par une lorentzienne des spectres, tandis que les barres d'erreur horizontales représentent la déviation standard de la dispersion des valeurs de $\Delta\nu_\phi$. La ligne continue est un ajustement qui suppose un profil de Voigt pour les spectres, dont la composante gaussienne est identique d'un spectre à l'autre. Nous indiquons également les variations de T/T_ϕ sur la figure (b).

Pour comparer quantitativement nos observations à la théorie des quasi-condensats [39, 35, 40], certaines précautions doivent être prises. En effet, à cause de la fréquence de piégeage transverse élevée ($\omega_{\perp} = 2\pi \times 760$ Hz) et du « faible » nombre d’atomes dans le quasi-condensat ($N_0 \sim 2$ à 7×10^4), le potentiel chimique est en fait deux à trois fois plus grand que la fréquence transverse, si bien que le terme de pression quantique radial ne peut pas être entièrement négligé, comme nous l’avons déjà vu au chapitre 3. De plus, le champ moyen exercé par le nuage thermique intervient comme une correction supplémentaire à haute température. Nous avons déjà mentionné qu’un ajustement par une parabole à deux dimensions et une distribution de Bose idéale g_2 reproduisait tout de même les images de manière satisfaisante, mais que les paramètres de cette parabole (R, L) montrent des déviations par rapport aux lois attendues dans le régime de Thomas-Fermi [41].

On peut prendre en compte tous ces effets pour calculer la fonction de corrélation et la distribution en impulsion théoriques. Dans l’approximation de densité locale, ces fonctions dépendent seulement de L_{ϕ} et de la densité 1D n_1 . En pratique, nous utilisons toujours l’ajustement à deux dimensions par une parabole et une fonction de Bose. En déduisant le nombre d’atomes dans le quasi-condensat N_0 et sa longueur L par le programme d’ajustement, ainsi que la température par un ajustement sur les ailes de la distribution thermique, on peut calculer $L_{\phi} = \hbar^2 n_1(0) / M k_B T$ avec $n_1(0) = {}^{15}N_0 / {}^{16}L$. L’échelle caractéristique pour la largeur spectrale du quasi-condensat est alors donnée par la largeur Doppler qui correspond à $p_{\phi} = \hbar / L_{\phi}$, c’est-à-dire

$$\Delta\nu_{\phi} = \frac{1}{2\pi} \frac{2\hbar k_L}{ML_{\phi}} = \frac{1}{\pi} \frac{v_R}{L_{\phi}}. \quad (5.3)$$

On a négligé la largeur Doppler due à l’impulsion libérée selon l’axe long pendant l’expansion qui contribue à la largeur pour 50 Hz au plus, soit bien moins que la largeur mesurée et la résolution de l’expérience. Par contre, nous devons tenir compte des causes « techniques » d’élargissement discutées plus haut, en particulier la largeur finie du pulse, les vibrations résiduelles des miroirs, et l’oscillation du centre de masse observée. En l’absence d’informations détaillées sur ces causes d’élargissement, nous avons supposé qu’elles étaient indépendantes de la température et du nombre d’atomes dans le quasi-condensat, et qu’elles n’affectaient que la fréquence relative des atomes et des faisceaux. Dans ces conditions, une modélisation raisonnable consiste à considérer une fonction d’appareil gaussienne, de largeur à mi-hauteur w_{res} constante. Le spectre Doppler attendu pour le quasi-condensat étant Lorentzien, de largeur $\alpha\Delta\nu_{\phi}$, le spectre mesuré est donc décrit dans notre modèle par la convolution d’une Lorentzienne et d’une Gaussienne : un profil de Voigt. Nous avons donc extrait la demi-largeur *globale* $\Delta\nu_M$ de chaque spectre (un ajustement Lorentzien ou par un profil de Voigt donne les mêmes résultats), que nous avons reporté sur la figure 5.13. Un

ajustement de $\Delta\nu_M$ sur la gamme entière de température est ensuite effectué d'après la loi²

$$\Delta\nu_M = \frac{\alpha\Delta\nu_\phi}{2} + \sqrt{w_{\text{res}}^2 + \left(\frac{\alpha\Delta\nu_\phi}{2}\right)^2}, \quad (5.4)$$

qui donne la demi-largeur d'un profil de Voigt, en fonction des demi-largeurs w_{res} de la Gaussienne et $\alpha\Delta\nu_\phi$ de la Lorentzienne. Nous obtenons ainsi le meilleur ajustement pour $w_{\text{res}} = 176(16)$ Hz et $\alpha = 0.65(5)(5)$.

La valeur de α obtenue se compare favorablement à la théorie. Elle serait égale à $1/2$ pour un gaz uniforme, et la valeur que nous mesurons reflète l'inhomogénéité du profil de densité. On attend en fait $\alpha = 0.67$ dans le régime de Thomas-Fermi 3D, et $\alpha = 0.63$ dans le régime de Thomas-Fermi 1D. La valeur intermédiaire que nous mesurons pourrait refléter le fait que nos expériences ont été réalisées dans un régime intermédiaire. Ce bon accord entre théorie et expérience valide expérimentalement les prédictions de [40]. Comme on le voit sur 5.14, ces résultats indiquent une longueur de cohérence (que nous définissons ici par rapport à la largeur en impulsion mesurée, $L_C = \hbar/\Delta p$) réduite par un facteur T_ϕ/T , compris entre $1/6$ et $1/28$, par rapport à l'extension physique du quasi-condensat. L'expérience d'interférométrie menée à Hanovre [3] atteint des conclusions similaires, en travaillant directement sur la fonction de corrélation spatiale .

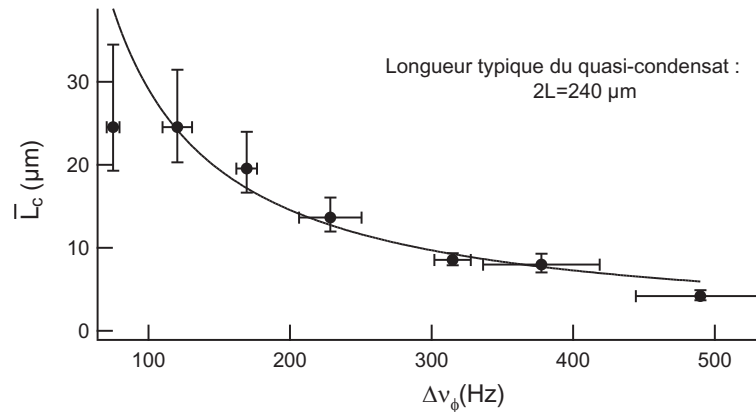


Fig. 5.14 : Longueur de cohérence en fonction de $\Delta\nu_\phi$. Les points avec les barres d'erreur représentent la longueur de cohérence \bar{L}_c^{mes} déduite des données expérimentales. Les barres d'erreur verticales proviennent de l'incertitude sur la mesure de la largeur des spectres, et sur la détermination de w_G , tandis que les barres d'erreur horizontales représentent la dispersion des mesures de $\Delta\nu_\phi$. La ligne continue est la courbe théorique L_ϕ/α . Rappelons que ces mesures correspondent à un rapport $6 < T/T_\phi < 28$.

²Cette forme approchée est donnée une estimation de la largeur d'un profil de Voigt avec un erreur inférieure à 3 % sur une large gamme de largeurs et de fonctions d'appareil.

5.3 Interférométrie Atomique

5.3.1 Principe de l'interféromètre pour mesurer la longueur de cohérence

On peut aussi tester la cohérence des condensats par une méthode interférométrique. Pour cela, on utilise toujours les deux faisceaux laser Bragg mais avec une forte intensité et une durée d'impulsion courte. Lorsque les faisceaux laser sont appliqués au condensat, les atomes effectuent une oscillation entre les deux états couplés. Plus l'intensité des lasers est élevée, plus la période d'oscillation est élevée. L'intensité et la durée des impulsions laser est donc ajustée de façon à pouvoir réaliser une impulsion $\pi/2$ (chaque état couplé contient la moitié des atomes) qui couple tout le condensat et ne soit donc plus sélectif en vitesse comme dans le cas de la spectroscopie. Typiquement, l'impulsion a une durée $\tau \sim 100 \mu s$. Cette impulsion

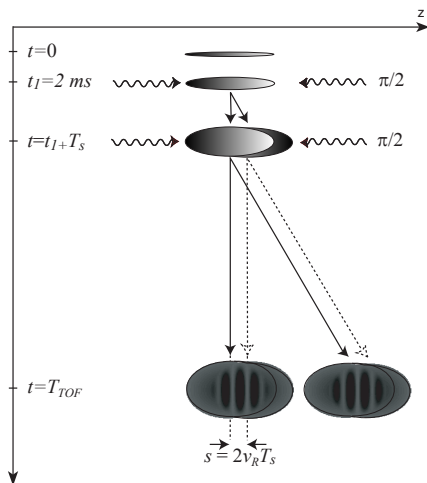


Fig. 5.15 : Principe de l'interféromètre

$\pi/2$ réalise une lame séparatrice (voir chapitre 2). Nous réalisons alors un interféromètre à deux lames séparatrices en appliquant une deuxième impulsion $\pi/2$ (Figure 5.15). Une première impulsion $\pi/2$ sépare le condensat en une superposition cohérente des deux états d'impulsion 0 et $2\hbar k_L$ (transition à 2 photons). Après un temps de vol libre T , les deux copies se sont séparées d'une distance $s = 2v_R T$. En appliquant une deuxième impulsion $\pi/2$, on recombine alors les deux condensats et on observe les franges d'interférences dans la zone de recouvrement (Figure 5.16). Ceci équivaut à un interféromètre de Mach-Zehnder. Comme pour un interféromètre optique, nous observons deux voies de sortie, les franges observées dans chaque sortie étant bien sûr complémentaires.

Pour comprendre d'où viennent les franges, considérons tout d'abord le cas d'un condensat complètement cohérent : lorsque le piège est coupé, la conversion de l'énergie de champ moyen du condensat en énergie cinétique donne une distribution de vitesse variant linéairement avec z , et donc une variation quadratique de la phase, $\phi(z) \propto z^2$. La différence de phase locale entre les deux condensats décalés varie donc linéairement avec la position : $\phi(z) - \phi(z+s) \propto 2zs$, ce

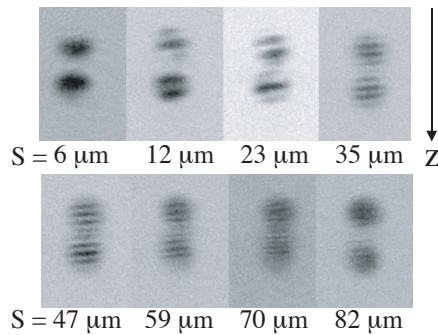


Fig. 5.16 : Franges d'interférences entre deux condensats pour différentes séparations s

qui explique la présence de franges d'interférence avec un interfrange proportionnel à $1/s$. Dans le cas d'un condensat avec des fluctuations de phase, l'interfrange nous donne l'information sur la différence de phase locale et le contraste moyen des franges nous donne une information sur la fonction de corrélation $C(\mathbf{s}) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r} + \mathbf{s}) \rangle$. Ainsi, la longueur de cohérence peut être déduite de la variation du contraste des franges avec la séparation s . L'interférométrie doit nous permettre de mesurer de grandes longueurs de cohérence $L \gg L_\phi \gg L/5$. On peut ainsi espérer observer la transition entre un condensat et un quasi-condensat. La plus petite longueur de cohérence mesurable est limitée par la séparation entre les deux impulsions.

5.3.2 Mesure directe de la longueur de cohérence

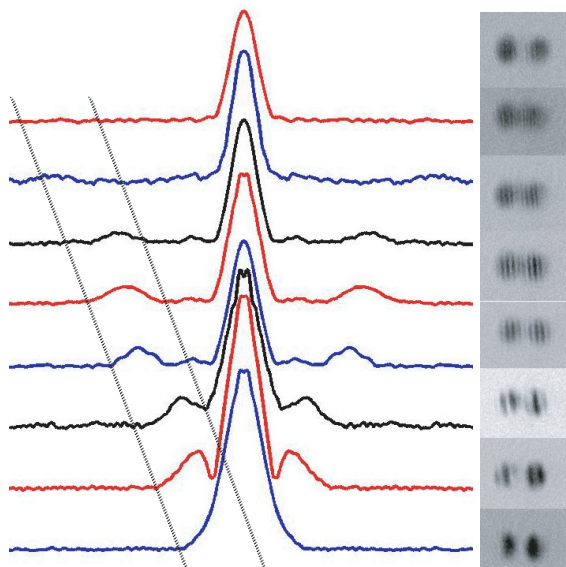


Fig. 5.17 : Profil des transformées de Fourier des franges d'interférences. La hauteur du pic central est proportionnelle au nombre d'atomes, le petit pic latéral apparaît à la fréquence spatiale de l'interfrange. Le contraste est donné par la hauteur du pic latéral par rapport au pic central.

Pour analyser nos images, nous prenons la transformée de Fourier numérique de ces dernières (Figure 5.17). La position du pic latéral se trouve à la fréquence spatiale correspondant à l'interfrange. La hauteur de ce pic, après moyenne statistique, comparée à la hauteur du pic à fréquence nulle nous donne le contraste des franges et donc un point de la fonction de corrélation spatiale $C(\mathbf{s})$.

Le problème que nous avons rencontré est d'élaborer la bonne stratégie de moyennage. En effet, pour réellement mesurer $C(\mathbf{s})$ en présence de fluctuations de phases, il est nécessaire de moyennner les transformées de Fourier (phase et amplitude) de plusieurs expériences réalisées dans les mêmes conditions. Une solution (la plus évidente) serait de moyennner les images directement puis de prendre la transformée de Fourier de la moyenne des images. Pour que cette méthode soit efficace, il faut que la phase relative globale entre les deux condensats interférant ne change pas d'un coup sur l'autre. Ceci se traduirait par un déplacement aléatoire et en bloc de l'interférogramme, le moyennage dans l'espace réel entraînant alors un brouillage des franges. Pour une expérience parfaite, ce moyennage ne devrait donc poser aucun problème, un défaut de phase ne pouvant arriver que si la phase relative des deux lasers change entre les deux pulses $\pi/2$ (on retrouve ici les problèmes typiques rencontrés sur les senseurs inertiels atomiques). Notre expérience n'a pas le niveau de stabilité d'un senseur inertielle et, sur des temps τ entre 2 ms et 10 ms, nous avons constaté que la phase des lasers bouge [42], toujours à cause des vibrations des miroirs.

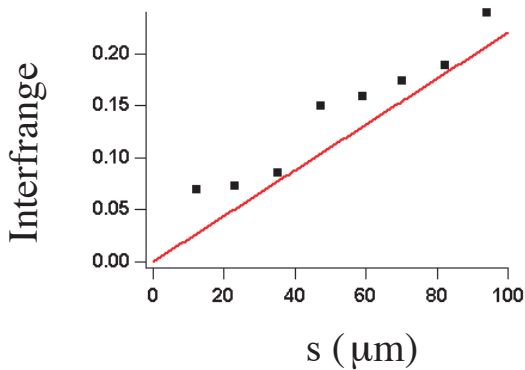


Fig. 5.18 : Variation de l'interfrange avec la séparation entre condensats. Ce que l'on attend d'après la théorie Thomas-Fermi est montré par la courbe en trait plein, en bon accord avec nos données.

Pour s'affranchir de ce problème, nous avons décidé de moyennner les valeurs absolues des transformées de Fourier. Dans ce cas, on ne mesure plus directement la fonction de corrélation en phase mais plutôt une sorte de fonction de corrélation en intensité où les corrélations de phase jouent toujours un rôle. Il nous suffit de modéliser ceci pour connaître les courbes que l'on s'attend à observer dans le cadre de la théorie développée dans [35]. Nos données ont été réalisées pour deux pièges différents et pour différents nombres d'atomes, le but étant de faire varier T/T_ϕ entre 0 et quelques unités afin d'observer la transition entre un condensat parfaitement cohérent et un quasi-condensat. Les fréquences des pièges réalisés sont 8.67×395 Hz (fréquences axiale et radiale) et 6.55×655 Hz, ce qui donne comme rapport d'anisotropie 46 et 100. Ces rapports d'anisotropie sont plus petit que celui utilisé pour l'expérience sur la diffraction de Bragg décrite plus haut. Le nombre d'atomes dans le condensat varie entre 0.8×10^5 et 3×10^5 et la température entre 90 et 190 nK. Pour tracer une fonction de corrélation, nous prenons typiquement cinq images par séparation pour le moyennage. Une première constatation des résultats de la figure 5.18 permet de conclure que l'interfrange mesuré en fonction de la séparation est en bon accord avec ce que l'on attend théoriquement.

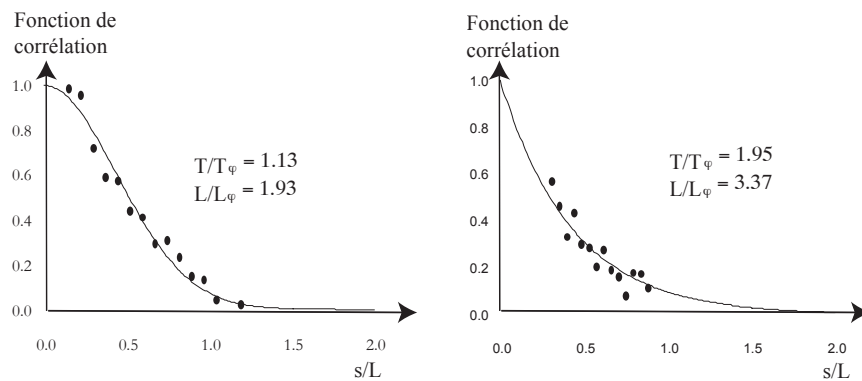


Fig. 5.19 : Exemples de deux mesures de la fonction de corrélation (contraste des franges) en fonction de la séparation s entre les deux copies du condensat.

On peut ensuite s'intéresser au contraste, ou plus exactement au module de la hauteur des pics. Nous avons reporté sur la Figure 5.19 deux mesures typiques, pour T de l'ordre de $T\phi$, et pour $T > T\phi$. La première fonction de corrélation s'ajuste bien sur une gaussienne, ce qui est attendu pour un condensat complètement cohérent. Dans le deuxième cas, une exponentielle doit s'ajuster mieux que la gaussienne et la largeur à mi-hauteur de la courbe est bien plus petite, la longueur de cohérence a diminué, comme on l'attend.

En effectuant, comme pour la spectroscopie, plusieurs mesures pour différentes températures et nombre d'atomes, nous pouvons reporter la valeur de la largeur à mi-hauteur sur un même graphe, en fonction de la température (figure 5.20). Nous constatons que nous sommes effectivement dans le régime transitoire entre un condensat parfaitement cohérent et un quasi-condensat. Par contre, nos résultats sont systématiquement en dessous des valeurs attendues. Nous n'avons pas à l'heure actuelle d'explication mais il faut constater que de nombreuses mesures par interférométrie présentent le même phénomène [2, 3]. Si les tendances et les variations sont en accord avec les modèles théoriques, l'accord n'est quantitatif qu'à un facteur de correction près, contrairement à la spectroscopie de Bragg.

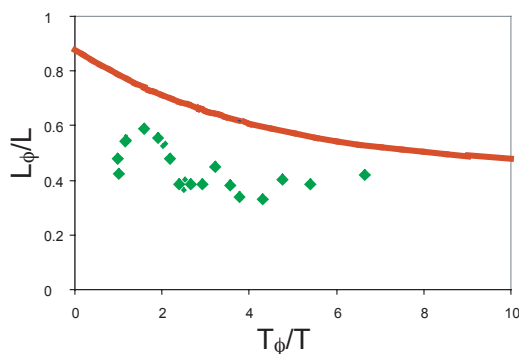


Fig. 5.20 : Variation de la longueur de cohérence avec la température. Les données reflètent la bonne variation, mais sont systématiquement en dessous des valeurs théoriques (trait plein). Pour l'instant, aucune explication n'a été trouvée pour interpréter cette différence.

5.4 Conclusion

Nous avons vu, grâce aux outils développés au laboratoire, qu'un condensat n'est pas toujours un objet « parfait ». En particulier, la notion de cohérence est très relative et même dans certains cas théoriquement parfaitement cohérents, il est difficile de définir une longueur de corrélation infinie [2, 43]. Une autre question peut alors être soulevée : si l'apparition d'une population macroscopique dans l'état fondamental du piège est relativement bien comprise [44, 45, 46], qu'en est-il de l'apparition de la cohérence.

Pour répondre à ces questions, il semble que la spectroscopie de Bragg appliquée à un condensat en formation est très prometteuse. Les études présentées dans [36], suggèrent qu'à la fois le profil de densité et la phase de la fraction condensée passent par un régime transitoire, lors de la relaxation d'un nuage thermique, mis hors d'équilibre, vers un nuage partiellement condensé. On observe, avant l'état d'équilibre, des oscillations de la densité, comme celles que nous avons mesurées, ainsi que des fluctuations de la phase. La spectroscopie de Bragg nous permet de suivre l'évolution des fluctuations de phase dans ces conditions, et ainsi de mieux comprendre et caractériser la formation des condensats.

Cet outil devrait aussi permettre d'étudier précisément les champs de vitesse présents lorsqu'on utilise le condensat dans des potentiels différents qui sont actuellement à l'étude sur mes dispositifs expérimentaux :

- Étude des phénomènes de localisation dans les potentiels aléatoires
- Étude des courants permanents dans des pièges toriques.

5.5 Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre

1. GERBIER F., THYWISSEN, J.H., RICHARD, S., HUGBART, M., BOUYER, P. and ASPECT, A., "Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps," Phys. Rev. A 67, 051602(R) (2003).
2. RICHARD, S., GERBIER F., THYWISSEN, J.H., HUGBART, M., BOUYER, P. and ASPECT, A., "Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in BEC," Phys. Rev. Lett. 91 (1), 010405 (2003).
3. GERBIER F., RICHARD, S., THYWISSEN, J.H., HUGBART, M., BOUYER, P. and ASPECT, A., "Phase coherence length of an elongated Bose-Einstein condensate," Wiley-Vch, 2002.
4. BOUYER, P., THYWISSEN, J.H., RICHARD, S., HUGBART, M., GERBIER F., RETTER J. and ASPECT, A., "One-dimensional behavior of elongated Bose-Einstein condensates," J. Phys. IV **116**, p.216-219, (2004)

5. ASPECT, A., RICHARD, S., GERBIER F., HUGBART, M., THYWISSEN, J.H. and M., BOUYER, P. "Momentum spectroscopy of phase fluctuations of an elongated Bose-Einstein condensate," Proceeding of Icols'03, p. 68,70, (2004)
6. HUGBART, M., RETTER, J., GERBIER, F., VARON, A., RICHARD, S., THYWISSEN, J., CLEMENT, D., BOUYER, P. and ASPECT, A. "Coherence length of an elongated condensate : a study by matter-wave interferometry", à paraitre dans EPJD, cond-mat/0501456 (2005)

Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps

F. Gerbier,* J. H. Thywissen,† S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique,‡ 91403 Orsay, France

(Received 5 November 2002; published 27 May 2003)

We calculate the spatial correlation function and momentum distribution of a phase-fluctuating, elongated three-dimensional condensate in a trap and in free expansion. We take the inhomogeneous density profile into account via a local-density approximation. We find an almost Lorentzian momentum distribution, in stark contrast with a Heisenberg-limited Thomas-Fermi condensate.

DOI: 10.1103/PhysRevA.67.051602

PACS number(s): 03.75.Hh, 05.30.Jp

Low-dimensional, degenerate Bose gases are expected to have significantly different coherence properties than their three-dimensional (3D) counterparts. In one-dimensional (1D) uniform systems, no true condensate can exist at any temperature T because of a large population of low-lying states that destroys the phase coherence (see Ref. [1] and references therein). For a trapped gas, the situation is different—the finite size of the sample naturally introduces a low-momentum cutoff, and at sufficiently low temperature, $T \ll T_\phi$, a phase coherent sample can exist [1]. Above T_ϕ , the degenerate cloud is a so-called *quasicondensate*—the density has the same smooth profile as a true condensate, but the phase fluctuates in space and time. As shown in Ref. [2], this analysis holds also for 3D condensates in elongated traps even if, strictly speaking, radial motion is not frozen. Such 3D, phase-fluctuating condensates have been recently observed experimentally in equilibrium [3] and nonequilibrium [4] samples.

Phase fluctuations of the condensate are caused mainly by long-wavelength (or low-energy) collective excitations [1,2,5]. In elongated traps, the lowest-energy modes are 1D excitations along the long axis of the trap [6]. Furthermore, in the long-wavelength limit, density fluctuations are small and can be neglected for the calculation of the correlation function [1,7]. Then, the single-particle density matrix is, assuming cylindrical symmetry,

$$\langle \hat{\Psi}^\dagger(\rho, z) \hat{\Psi}(\rho, z') \rangle \approx \chi(\rho, Z, s) e^{-(1/2)\Delta\phi^2(Z, s)}. \quad (1)$$

We have introduced $\Delta\phi^2(Z, s) = \langle [\phi(z) - \phi(z')]^2 \rangle$, the variance of the phase difference between two points z, z' on the axis of the trap, with mean coordinate $Z = (z + z')/2$ and relative distance $s = z - z'$, and the overlap function $\chi = \sqrt{n_0(\rho, z)n_0(\rho, z')}$, where n_0 is the (quasi)condensate density. The variance $\Delta\phi^2(Z, s)$, the key quantity to characterize the spatial fluctuations of the phase of the condensate, has been calculated in Ref. [2], and an analytical form has been given, which is valid near the center of the trap (i.e., for $Z, s \ll L$, with L the condensate half length). The first goal of this paper is to find an analytical approximation for the vari-

ance $\Delta\phi^2(Z, s)$ valid across the whole sample. This is motivated by the fact that experiments with quasicondensates [15,16] are quite sensitive to the inhomogeneity of the sample. In position space, interferometry [10,11] gives access to the spatial correlation function $C^{(1)}(s)$ (see, e.g., Ref. [12])

$$C^{(1)}(s) = \int d^3\mathbf{R} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\rho, Z + s/2) \hat{\Psi}(\rho, Z - s/2) \rangle. \quad (2)$$

Equivalently, one can measure the axial (i.e., integrated over transverse momenta) momentum distribution $\mathcal{P}(p_z)$, which is the Fourier transform of $C^{(1)}(s)$ [12,13,14]:

$$\mathcal{P}(p_z) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int ds C^{(1)}(s) e^{-ip_z s/\hbar}. \quad (3)$$

A powerful tool to measure $\mathcal{P}(p_z)$ is Bragg spectroscopy with large momentum transfer, as demonstrated in Ref. [14] for a 3D condensate, and recently applied in our group to perform the momentum spectroscopy of a quasicondensate [15]. It is clear that both $C^{(1)}$ and \mathcal{P} are sensitive to the inhomogeneity of the system. Our second goal is to obtain explicit expressions for these two important quantities.

This paper is organized as follows. First, we summarize the results of Ref. [2], and give an energetic interpretation of T_ϕ . Next, we discuss in detail a local-density approach (LDA) to compute the variance of the phase for any mean position in the trap. This approximation is found to be accurate for $T \geq 8T_\phi$, when applied to a trapped condensate. Using the LDA, we then address the problem of a phase-fluctuating condensate in free expansion. In particular, we point out that at a higher temperature, the phase fluctuations dominate over the mean-field release velocity and govern the shape of the momentum distribution.

We consider N_0 condensed atoms, trapped in a cylindrically symmetric harmonic trap, with an aspect ratio $\lambda = \omega_z/\omega_\perp \ll 1$. If $\mu \gg \{\hbar\omega_\perp, \hbar\omega_z\}$, the condensate is in the 3D Thomas-Fermi (TF) regime [16]. The density has the well-known inverted parabola form: $n_0(\mathbf{r}) = n_{0m}(1 - \tilde{\rho}^2 - \tilde{z}^2)$, with the peak density $n_{0m} = \mu/g$ related to the chemical potential μ . From now on, we will use the reduced coordinates $\tilde{\rho} = \rho/R$ and $\tilde{z} = z/L$, with $R^2 = 2\mu/M\omega_\perp^2$ and $L^2 = 2\mu/M\omega_z^2$, respectively.

As shown in Ref. [1], the phase fluctuations in trapped gases are mostly associated with thermally excited, low-energy quasiparticles (the quantum fluctuations are negligible). Under these conditions, the variance $\Delta\phi^2(\tilde{Z}, \tilde{s})$ is

*Email address: fabrice.gerbier@iota.u-psud.fr

†Present address: Department of Physics, University of Toronto, Canada.

‡UMRA 8501 du CNRS.

$$\Delta\phi^2(\bar{Z},\bar{s})\approx\sum_j\frac{2k_{\text{B}}T}{\hbar\omega_j}|\phi_j(\bar{Z}+\bar{s}/2)-\phi_j(\bar{Z}-\bar{s}/2)|^2, \quad (4)$$

where the sum extends over the 1D axial excitations, with energy $\hbar\omega_j$ and occupation number $N_j\approx k_{\text{B}}T/\hbar\omega_j$ for $N_j\gg 1$. For a 3D condensate in an elongated trap, the amplitude ϕ_j is proportional to a Jacobi polynomial $P_j^{(1,1)}$, and $\omega_j=\omega_z\sqrt{j(j+3)}/2$ [6] for integer j . The explicit result for the variance is then [2]

$$\Delta\phi^2(\bar{Z},\bar{s})=\frac{T}{T_\phi}f(\bar{Z},\bar{s}), \quad (5)$$

with $f(\bar{Z},\bar{s})=\sum_jF_j[P_j^{(1,1)}(\bar{Z}+\bar{s}/2)-P_j^{(1,1)}(\bar{Z}-\bar{s}/2)]^2$ and the coefficients $F_j=(j+2)(j+3)/4j(j+1)(j+3)$. Below the characteristic temperature $T_\phi=15N_0(\hbar\omega_z)^2/32\mu k_{\text{B}}$, the phase profile is almost flat, and the single-particle density matrix (1) is limited by the overlap function χ ; therefore the characteristic width of $\mathcal{C}^{(1)}$ (i.e., the coherence length) is of the order of L . On the other hand, if $T\gg T_\phi$ the variance $\Delta\phi^2$ dominates the behavior of $\mathcal{C}^{(1)}$, and the coherence length is substantially smaller than L . Near the center of the trap ($\bar{Z},\bar{s}\ll 1$), Petrov *et al.* [2] have derived the simple law $\Delta\phi^2(\bar{Z},\bar{s})\approx(T/T_\phi)|\bar{s}|$ and introduced the characteristic phase-coherence length $L_\phi=LT_\phi/T$ which depends implicitly on the temperature, on the number of condensed atoms, and on the trapping geometry.

We can understand this expression for L_ϕ from energetic considerations. A random-phase gradient of the condensate wave function, on a length scale L_ϕ , requires an average kinetic energy $E_\phi\sim N_0\hbar^2/ML_\phi^2$. This kinetic energy is supplied by the thermal excitations that drive the fluctuations of the phase [5]. As these excitations are quasiclassical ($N_k\gg 1$), this energy is of order $k_{\text{B}}T$ times the number of relevant modes. In 1D k space, the distribution of the relevant excitations extends over $\sim 1/L_\phi$, and the spacing between modes is $\sim 1/L$ because of the finite size of the system—this gives L/L_ϕ relevant modes. By equating the two expressions for E_ϕ , we recover finally $L_\phi\sim LN_0(\hbar\omega_z)^2/\mu k_{\text{B}}T$.

As indicated earlier, it is important to take the full spatial dependence of $\Delta\phi^2(\bar{Z},\bar{s})$ into account for quantitative comparison with experiments. In any case, Eq. (5) can be evaluated numerically. However, we gain physical insight with an analytical approach based on the LDA, also used in Ref. [3] to calculate the evolution of the density in time of flight. This approximation considers that the condensate is locally equivalent to a homogeneous medium, however, with a slowly varying density that depends on the trapping potential. If $T\gg T_\phi$, the coherence length is sufficiently small compared to L , so that the LDA is valid for the calculation of correlation properties.

The first step is to consider a finite cylinder of length $2L$, with radial harmonic trapping and periodic boundary conditions along z (and therefore homogeneous axial density). For this geometry, we find in the TF regime $n_0(\mathbf{r})=n_{\text{0m}}(1-\tilde{\rho}^2)$ for the condensate wave function. The low-lying excitations are found using standard Bogoliubov theory [5] after

averaging over the transverse degrees of freedom [6]. The Bogoliubov spectrum for the excitation frequencies is $\omega_k^{\text{B}}=[\omega_k(\omega_k+Mc_{\text{1D}}^2/\hbar)]^{1/2}\approx c_{\text{1D}}k$ for small k , with the free particle energy $\hbar\omega_k=\hbar^2k^2/2M$ and the 1D speed of sound $c_{\text{1D}}=\sqrt{\mu/2M}$ [17]. The Fourier component for phase fluctuations with wave vector k is

$$\phi_k=\sqrt{\frac{\omega_k^{\text{B}}}{2\omega_k}}\frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}}\approx\sqrt{\frac{Mc_{\text{1D}}}{\hbar k}}\frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}}, \quad (6)$$

where the final expression holds for low-lying phonon states ($k\rightarrow 0$), and $\mathcal{V}=2\pi n_{\text{0m}}R^2L$. In a second step, we take into account the trapping potential by the substitution

$$\mu\rightarrow\mu-\frac{1}{2}M\omega_z^2z^2. \quad (7)$$

This implies directly the following replacements:

$$\begin{aligned} \text{density:} & \quad n_{\text{0m}}(\propto\mu)\rightarrow n_{\text{0m}}(1-\tilde{z}^2), \\ \text{speed of sound:} & \quad c_{\text{1D}}(\propto\sqrt{\mu})\rightarrow c_{\text{1D}}\sqrt{1-\tilde{z}^2}, \\ \text{radius:} & \quad R(\propto\sqrt{\mu})\rightarrow R\sqrt{1-\tilde{z}^2}, \\ \text{half length:} & \quad L\rightarrow L. \end{aligned} \quad (8)$$

With these substitutions, we recover the 3D TF density profile. We require that the excitation frequency $c_{\text{1D}}k$ is not modified as well, which implies replacing k with $k(1-\tilde{z}^2)^{-1/2}$ and using a density of states $\mathcal{N}(k)dk=(L/\pi)(1-\tilde{z}^2)^{-1/2}dk$. For the position-dependent variance of the phase, we find [18]

$$\Delta\phi^2(\bar{Z},\bar{s})\approx\frac{T}{T_\phi}\frac{|\bar{s}|}{(1-\bar{Z}^2)^2}. \quad (9)$$

The \bar{Z} -dependent phase-coherence length $L_\phi(1-\bar{Z}^2)^2$, appearing in Eq. (9), can be substantially smaller near the edges of the trap than in the center. We will see that this reduces the average coherence length below its value at the center of the trap.

We deduce from Eqs. (1), (2), and (9) the correlation function

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{\text{trap,T}}^{(1)}(\bar{s}) & \approx \frac{15N_0}{8}\int_0^{\sqrt{1-\bar{s}^2/4}}d\tilde{z}(1-\tilde{z}^2-\bar{s}^2/4)^2 \\ & \times \exp\left(-\frac{T}{2T_\phi}\frac{|\bar{s}|}{(1-\tilde{z}^2)^2}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

In deriving Eq. (10), we have used the approximation for the overlap function $\chi(\rho,Z,s)\approx(1-\tilde{\rho}^2-\tilde{z}^2-\bar{s}^2/4)$, which is valid near the center of the trap. In Fig. 1, we compare the result (10) to the correlation function following from the numerical integration of Eq. (5). In the $T=0$ limit, the correlation function is limited by the overlap χ . Because of the

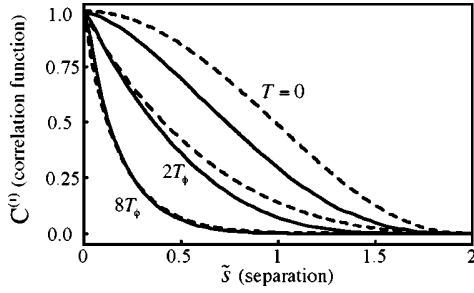


FIG. 1. Spatial correlation function $C^{(1)}(\tilde{s})$ of a trapped quasi-condensate. The solid lines follow from the numerical evaluation of the result (5) derived in Ref. [2], for $T=0$, $T/T_\phi=4$, and $T/T_\phi=8$, in order of decreasing width. The dashed lines follow from the local-density approximation (10). Note that for convenience, $C^{(1)}(\tilde{s})$ as shown here is normalized to 1 rather than to N_0 , different from what is done in the text.

approximate form of χ , our result $C_{\text{trap}, T=0}^{(1)} \approx N_0 [1 - (\tilde{s}/2)^2]^{5/2}$ is about 25% too broad, and one should rather use the Gaussian approximation to $C^{(1)}$, derived in Ref. [13]. As T increases, $C^{(1)}$ turns to an exponential-like function, and our approximation approaches the numerical calculation. For $T > 8T_\phi$, the LDA result is very close to the numerical one (maximum error $\approx 3\%$). For $T \gg T_\phi$, Eq. (10) can be further simplified by keeping the \tilde{s} -dependent term only in the exponential. The Fourier transform then gives the momentum distribution

$$\mathcal{P}_{\text{trap}, T}(p_z) \approx \frac{15N_0 p_\phi}{32\pi} \int_{-1}^1 d\tilde{z} \frac{(1-\tilde{z}^2)^4}{(1-\tilde{z}^2)^4 p_z^2 + p_\phi^2/4}, \quad (11)$$

where $p_\phi = \hbar/L_\phi$ is a typical momentum associated with the phase fluctuations. This function is self-similar in p_z/p_ϕ , and approximated to better than 4% by a normalized Lorentzian with a half-width at half maximum (HWHM) of $\Delta p = 0.67p_\phi$. This Lorentzian shape of the momentum distribution differs qualitatively from the fully coherent case, where it is almost Gaussian and limited by the Heisenberg principle [14]. The increase of the phase fluctuations with increasing T not only broadens the momentum distribution, but also induces the appearance of “wings,” which form the “high-energy tail” of the quasi-condensate. To quantify the accuracy of our approximation, we have calculated numerically the Fourier transform of the correlation function. We find empirically that the HWHM is accounted for by the formula $\Delta p^2 \approx (2.04\hbar/L)^2 + (0.65\hbar/L_\phi)^2$. The first term corresponds to the Heisenberg-limited momentum width, and the second to the phase fluctuations. For $T \gg 8T_\phi$, the height and width agree to better than 4% with the Lorentzian approximation. For lower T , the overlap function χ still affects the momentum distribution.

Note finally that the momentum distribution is Lorentzian only in the domain $k \ll R^{-1}$. Outside this region, the 3D nature of the excitations should be taken into account properly.

However, this does not affect the quasi-condensate peak we are investigating here, but only the much smoother thermal background [13,14].

The results of the above paragraphs are valid for an equilibrium situation. However, coherence measurements involving Bragg scattering [10,14] suffer from two major difficulties in a very elongated trap [15]: mean-field broadening of the resonance [14] and elastic scattering from the recoiling atoms and the condensate towards initially empty modes [19]. Both of these problems can be solved by opening the trap abruptly, and allowing the Bose-Einstein condensates to expand to decrease its density before measurement. In the remainder of this paper, we discuss how expansion modifies the momentum distribution and the correlation function, assuming that the expansion time is chosen to be long enough to neglect the collisions.

For a pure elongated condensate, abruptly released from the trap at $t=0$, the explicit solution was found in Ref. [20]. The condensate density keeps its initial Thomas-Fermi shape, with the coordinates rescaled. The (small) axial momentum from the released mean-field energy is linear in position: $p_z \approx p_{\text{exp}} \tilde{z}$, with $p_{\text{exp}} = (\pi/\sqrt{2})\lambda M c_s$ for $\tau = \omega_\perp t \gg 1$, and $c_s = \sqrt{\mu/M}$ is the 3D speed of sound. The axial momentum distribution mirrors the (integrated) density distribution:

$$\mathcal{P}_{\text{exp}, T=0}(p_z) = \frac{15}{16p_{\text{exp}}} \left[1 - \left(\frac{p_z}{p_{\text{exp}}} \right)^2 \right]^2. \quad (12)$$

This expression holds for a pure condensate, at $T=0$, as indicated. For a phase-fluctuating condensate at finite T , it is necessary to consider the time evolution of the fluctuations as well. As shown in Ref. [3], the momentum distribution partially converts into density modulations after time of flight. An explicit solution was derived for the density fluctuations in the axially homogeneous case. Using the continuity equation (after radial averaging), we find for $\tau \gg 1$,

$$\phi_k(z, \tau) \approx \phi_k(z, 0) \tau^{-\omega_k^B/\omega_\perp} \cos\left(\frac{\omega_k}{\omega_\perp} \tau\right). \quad (13)$$

If $\omega_z t \ll (\mu/\hbar\omega_z)(T/T_\phi)^2$, then for all $k \leq L_\phi^{-1}$, the phase distribution is essentially frozen: $\phi_k(z, \tau) \approx \phi_k(z, 0)$. Physically, this condition states that for such a time of flight, the excitations that have significant contributions to the phase fluctuations have not yet been converted into density modulations. This condition is not at all restrictive for typical experimental parameters [3,4,15], and we suppose it is met in the remainder of the paper.

Using the rescaled wave function from Ref. [20], together with Eq. (9), we find the correlation function for the expanding quasi-condensate:

$$C_{\text{exp}, T}^{(1)}(\tilde{s}) \approx \frac{15N_0}{16} \int_{-1}^1 d\tilde{z} (1-\tilde{z}^2)^2 \times \exp\left(i \frac{\pi\mu}{\hbar\omega_\perp} \tilde{z}\tilde{s} - \frac{T}{2T_\phi} \frac{|\tilde{s}|}{(1-\tilde{z}^2)^2}\right). \quad (14)$$

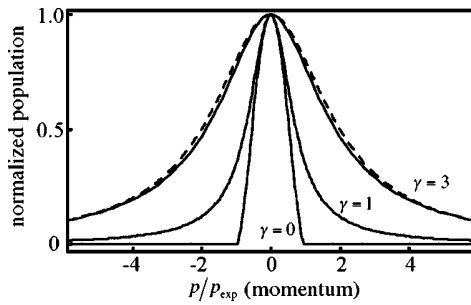


FIG. 2. The momentum distribution in expansion g_γ [Eq. (16)] for $\gamma = p_\phi/p_{\text{exp}} = 0, 1, 3$. As γ increases, g_γ continuously transforms from a quartic profile to a Lorentzian-like profile (see text). For $\gamma = 3$, we find little change from the momentum distribution in the trap (dashed line, a Lorentzian with HWHM 0.67γ , see text). The functions have been rescaled by their maximum values to facilitate comparison.

The phase factor in Eq. (14) accounts for the local expansion momentum introduced above (recall $\pi\mu/\hbar\omega_\perp \gg 1$). The Fourier transform gives the momentum distribution

$$\mathcal{P}_{\text{exp},T}(p_z) \approx \frac{N_0}{p_{\text{exp}}} g_{\gamma=p_\phi/p_{\text{exp}}} \left(\frac{p_z}{p_{\text{exp}}} \right). \quad (15)$$

The function g_γ is given by

$$g_\gamma(x) = \frac{15\gamma}{32\pi} \int_{-1}^1 d\tilde{z} \frac{(1-\tilde{z}^2)^4}{(1-\tilde{z}^2)^4(x-\tilde{z})^2 + \frac{\gamma^2}{4}}, \quad (16)$$

and the ratio $\gamma = p_\phi/p_{\text{exp}}$ controls the component of the momentum distribution which dominates. In the limit $T \rightarrow 0$,

using $\gamma/(x^2 + \gamma^2) \rightarrow \pi\delta(x)$ as $\gamma \rightarrow 0$, we recover the zero-temperature result (12). On the other hand, if $\gamma \gg 1$, we expect the momentum distribution to be similar to the distribution in the trap (11). Figure 2 shows a numerical calculation of g_γ for various values of γ . We find that already for $p_\phi \gtrsim 2p_{\text{exp}}$, the momentum distribution is almost entirely dominated by phase fluctuations and, as in the trapped case, is very well approximated by a normalized Lorentzian with HWHM $= 0.67p_\phi$. Here, we note the following two points: first, that the Heisenberg width $\sim \hbar/L$ is negligible at any temperature, and second that, for large enough condensates, we can have $p_{\text{exp}} \gg p_\phi$ even if the coherence length is smaller than L .

In summary, we have analyzed the measurement of phase fluctuations in elongated Bose condensates. Within a local-density approach, we have been able to take the density profile into account, and derived analytical formulas for the correlation function and the momentum distribution of static and freely expanding quasicondensates. In the regime of interest, the formula compares well to a numerical evaluation based on the results of Ref. [2], which are exact in the long-wavelength limit. In particular, we show how the shape of the momentum distribution tends to a Lorentzian with half-width $\approx 0.67\hbar/L_\phi$ as one goes further in the phase-fluctuating regime. We believe that these results may be helpful to understand quantitatively the experiments involving quasicondensates [3,4,15].

We gratefully acknowledge D. S. Petrov and G. V. Shlyapnikov for many stimulating discussions, for useful comments on the manuscript, and also for providing us with a detailed version of the calculations published in Ref. [3]. This work was supported by the EU and DGA. M.H. is supported by IXSEA.

-
- [1] D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3745 (2000).
 [2] D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).
 [3] S. Dettmer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160406 (2001); D. Hellweg *et al.*, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **73**, 781 (2001).
 [4] I. Schvachuck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
 [5] E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Statistical Physics* (Butterworth-Heinemann, London, 1980), Pt. 2.
 [6] S. Stringari, *Phys. Rev. A* **58**, 2385 (1998).
 [7] It is necessary to improve Bogolubov theory [8,9] to obtain the equation of state in any dimensions, in the presence of phase fluctuations. For the specific problem we address in this paper, the long-wavelength formulation is sufficient.
 [8] J.O. Andersen, U. Al Khawaja, and H.T.C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 070407 (2002); U. Al Khawaja, J.O. Andersen, N.P. Proukakis, and H.T.C. Stoof, *Phys. Rev. A* **66**, 013615 (2002).
 [9] C. Mora and Y. Castin, *Phys. Rev. A* (to be published).
 [10] E.W. Hagley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
 [11] I. Bloch, T.W. Hänsch, and T. Esslinger, *Nature (London)* **403**, 166 (2000).
 [12] C. Cohen-Tannoudji and C. Robilliard, *C. R. Acad. Sci., Ser. IV: Phys., Astrophys.* **2**, 445 (2001).
 [13] F. Zambelli, L. Pitaevskii, D.M. Stamper-Kurn, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).
 [14] J. Stenger, S. Inouye, A.P. Chikkatur, D.M. Stamper-Kurn, D.E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999); D. Luxat and A. Griffin, *Phys. Rev. A* **67**, 043603 (2003).
 [15] S. Richard, F. Gerbier, J.H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* (to be published).
 [16] F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999); D. Hellweg *et al.*, e-print cond-mat/0303308.
 [17] E. Zaremba, *Phys. Rev. A* **57**, 518 (1998); G.M. Kavoulakis and C.J. Pethick, *ibid.* **58**, 1563 (1998).
 [18] We have also verified that, starting from the large j limit of the Jacobi polynomials, one can recover Eq. (9).
 [19] A.P. Chikkatur, A. Görlitz, D.M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 483 (2000).
 [20] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E.L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).

Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates

S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen,* M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

(Received 7 March 2003; published 3 July 2003)

We measure the axial momentum distribution of Bose-Einstein condensates with an aspect ratio of 152 using Bragg spectroscopy. We observe the Lorentzian momentum distribution characteristic of one-dimensional phase fluctuations. The temperature dependence of the width of this distribution provides a quantitative test of quasicondensate theory. In addition, we observe a condensate length consistent with the suppression of density fluctuations, even when phase fluctuations are large.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.010405

PACS numbers: 03.75.Hh, 03.75.Nt, 05.30.Jp

One of the most striking features of Bose-Einstein condensates is their phase coherence. Extensive experimental work on dilute atomic gases has demonstrated a uniform phase of three-dimensional (3D) trapped condensates [1,2], even at finite temperature [3]. In low dimensional systems, however, phase fluctuations of the order parameter are expected to destroy off-diagonal long range order (see [4,5] and references therein). This phenomenon also occurs in sufficiently anisotropic 3D samples, where phase coherence across the axis (long dimension) is established only below a temperature T_ϕ , that can be much lower than the critical temperature T_c [6]. In the range $T_\phi < T < T_c$, the cloud is a “quasicondensate,” whose incomplete phase coherence is due to thermal excitations of 1D axial modes, with wavelengths larger than its radial size. Quasicondensates in elongated traps have been observed by Dettmer *et al.* [7], who measured the conversion, during free expansion, of the phase fluctuations into ripples in the density profile. Although the conversion dynamics is well understood [8], the measured amplitude of density ripples was a factor of 2 smaller than expected. In addition, nonequilibrium phase fluctuations in elongated condensates have been observed with the condensate focusing method [9].

In this Letter, we report on the measurement of the axial coherence properties of quasicondensates via momentum Bragg spectroscopy. In previous work using this technique [2,10], the finite size and mean-field energy were the primary contributors to the spectral width. By contrast, the dominant broadening in our conditions results from thermally driven fluctuations of the phase, which reduce the coherence length [4,6]. Indeed, the axial momentum distribution is the Fourier transform of the spatial correlation function $C(s) = \int d^3\mathbf{r} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r} - s\mathbf{u}_z/2) \hat{\Psi}(\mathbf{r} + s\mathbf{u}_z/2) \rangle$ [11], where \mathbf{u}_z is the axial unit vector. When phase fluctuations dominate (i.e., $T \gg T_\phi$), the axial momentum width is, hence, proportional to \hbar/L_ϕ , where L_ϕ is the characteristic axial decay length of $C(s)$. Experimentally, for $6 < T/T_\phi < 28$, we find momentum distributions with Lorentzian shapes, whose widths increase with T . Such a shape is characteristic of large phase fluctuations in 1D [12], which result in a

nearly exponential decay of $C(s)$. Moreover, the momentum half-width Δp agrees quantitatively with theoretical predictions to within our 15% experimental uncertainty. This implies, in this temperature range, a coherence length $\hbar/\Delta p$ substantially smaller than the quasicondensate length $2L$, from about $L/18$ to $L/4$ [13]. We have also checked an important feature of quasicondensates: the suppression of density fluctuations even in the presence of large phase fluctuations.

We produce a Bose-Einstein condensate of ^{87}Rb in the $5S_{1/2} |F=1, m_F=-1\rangle$ state. A new design of our iron-core electromagnet, with respect to our previous work [14], allows us to lower the bias field of the Ioffe-Pritchard trap to obtain tighter radial confinement. Final radial and axial trap frequencies are, respectively, $\omega_\perp/2\pi = 760(20)$ and $\omega_z/2\pi = 5.00(5)$ Hz. The condensates, containing around 5×10^4 atoms [15], are needle shaped, with a typical half-length $L \simeq 130 \mu\text{m}$ and radius $R \simeq 0.8 \mu\text{m}$. The chemical potential being a few times $\hbar\omega_\perp$, the clouds are between the 3D and 1D Thomas-Fermi regime [17]. However, the low-lying excitations of the condensate are 1D in character, due to the large aspect ratio of the trap [18].

Our momentum distribution measurement is based on four-photon velocity-selective Bragg diffraction [2,10,11,19]. Atoms are diffracted out of the condensate by a moving standing wave, formed by two counterpropagating laser beams with a relative detuning δ . Because of the Doppler effect, the momentum component resonantly diffracted out of the condensate is $p_z = M(\delta - 8\omega_R)/(2k_L)$ with $\omega_R = \hbar k_L^2/(2M)$, M the atomic mass, and $k_L = 2\pi/\lambda$ ($\lambda = 780.02$ nm). The lasers are tuned 6.6 GHz below resonance to avoid Rayleigh scattering. The laser intensities (about 2 mW/cm²) are adjusted to keep the diffraction efficiency below 20%.

To build the momentum spectrum of the quasicondensate, we measure the fraction of diffracted atoms versus the detuning δ between the Bragg laser beams. The differential frequency δ must be stable to better than the desired spectral resolution, about 200 Hz for our typical $L_\phi = 10 \mu\text{m}$. The optical setup is as follows. A single laser beam is spatially filtered by a fiber optic,

separated into two arms with orthogonal polarizations, frequency shifted by two independent 80 MHz acousto-optic modulators, and recombined. The modulators are driven by two synthesizers stable to better than 1 Hz over the typical acquisition time of a spectrum. The overlapping, recombined beams are then sent through the vacuum cell, parallel (to within 1 mrad) to the long axis of the trap, and retroreflected to obtain two standing waves with orthogonal polarizations, moving in opposite directions. After we mounted the critical retroreflecting mirror on a long, rigid plate to minimize axial vibrations, the average over ten beat notes had a half width at half maximum (HWHM) of 216(10) Hz for a 2-ms pulse [20].

The following procedure is used to acquire a momentum spectrum. At the end of evaporative cooling, the radio frequency knife is held fixed for 6.5 s to allow the cloud to relax to equilibrium. Indeed, we observe axial shape oscillations of the cloud, triggered by the onset of Bose-Einstein condensation [9,21], despite a slow evaporation (less than 100 kHz/s) across T_c . The magnetic trap is then switched off abruptly, in roughly 100 μ s, and the cloud expands for 2 ms before the Bragg lasers are pulsed on for 2 ms. We wait for a further 20 ms to let each diffracted component (one per laser standing wave) separate from the parent condensate, and take an absorption image [Fig. 1(a)]. Diffraction efficiency is defined as the fraction of atoms in each secondary cloud. We repeat this complete sequence for several detunings (typically 15), several times (typically 5). After averaging the diffraction efficiencies measured at each detuning δ , we obtain two “elementary spectra,” one for each diffraction component.

We take the Bragg spectrum after expansion rather than in the trap to overcome two severe problems. In the trapped condensate, first, the mean-free path (about 10 μ m) is much smaller than its axial size, typically 260 μ m, so that fast Bragg-diffracted atoms would scatter against the cloud at rest [22]. Second, the inhomogeneous mean-field broadening [2] would be of the order of 300 Hz, i.e., larger than the spectral width expected from phase fluctuations. By contrast, after 2 ms of free expansion, the peak density has dropped by 2 orders of magnitude [23], and both effects become negligible. In addition, the phase fluctuations do not significantly evolve in 2 ms, since the typical time scale for their complete conversion into density ripples varies from 400 ms to 15 s for the range of temperatures we explore [12]. Also, the mean-field energy is released almost entirely in the radial direction, because of the large aspect ratio of the trap [23], and contributes only about 50 Hz of Doppler broadening in the axial direction. The only perturbation of in-trap axial momenta due to the trap release seems to be small overall shifts (around 100 μ m/s) attributed to residual magnetic gradients that merely displace the spectra centers.

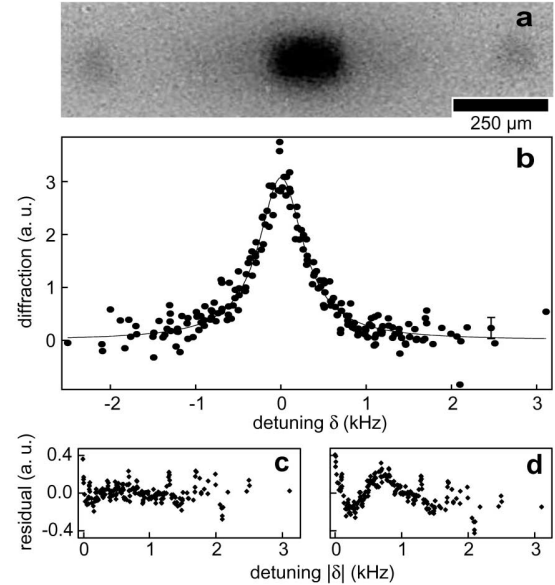


FIG. 1. (a) Absorption image of degenerate cloud (center) and diffracted atoms (left and right), averaged over several shots, after free-flight expansion. (b) Diffraction efficiency versus relative detuning of the Bragg lasers at $T = 261(13)$ nK, with $T/T_\phi = 20(2)$. A typical statistical error bar is shown. This spectrum is the superposition of 12 “elementary spectra” (see text). The true average center is 30.18(2) kHz, close to 30.17 kHz, the four-photon resonance frequency. The solid line is a Lorentzian fit of width 316(10) Hz (HWHM). (c) and (d) show, respectively, the residual of a Lorentzian and of a Gaussian fit to the above spectrum. Residuals are folded around the $\delta = 0$ axis, and smoothed with a six-point-wide sliding average.

Bragg spectra have been taken at various temperatures between 90(10) and 350(20) nK, while T_c varied from 280(15) to 380(20) nK. The temperature was fixed to within 20 nK by controlling the final trap depth to a precision of 2 kHz, and measured from a fit to the wings of an averaged absorption image. The fitting function is an ideal Bose distribution with zero chemical potential, plus an inverted parabolic profile for the quasicondensed cloud. At each temperature, pairs of elementary spectra (described above) were collected across a 125-ms-wide range of hold times to average over residual oscillations and slowly varying fluctuations. All elementary spectra corresponding to the same temperature are reduced to the same surface, background, and center, and superposed, as in Fig. 1(b).

The line shape of the resulting spectra is clearly closer to a Lorentzian than to a Gaussian (see Figs. 1(c) and 1(d)). This is a significant result, because a Lorentzian-like profile is expected for a momentum distribution dominated by phase fluctuations (see [12] and below), in contrast to the Gaussian-like profile expected for a pure condensate [2,11]. From the Lorentzian fit, we extract the measured half-width $\Delta\nu_M$ for each temperature.

The theoretical results obtained in [6,12] do not apply directly to our experiment. In those works, a 3D Thomas-Fermi density profile was assumed, whereas in our case modification of the density profile by the thermal cloud and radial quantum pressure must be accounted for. We find (and discuss below) that a parabolic profile is still a good fit function, but that the usual $T = 0$ relations between μ , L , R , and the number of condensed atoms N_0 are no longer valid. We therefore extend the calculation of the axial correlation function in [12] to an arbitrary density profile, in the local density approximation. In the mean-field regime [4], from the result of [24] for a 1D uniform Bose gas at finite-temperature, we obtain

$$C(s) = \int dz n_1(z) \exp\left(-\frac{n_1(0)|s|}{2n_1(z)L_\phi}\right), \quad (1)$$

where $n_1(z) = \int d^2\mathbf{r}_\perp n_0(\mathbf{r}_\perp, z)$ is the axial 1D density of the quasicondensate, while $n_0(\mathbf{r})$ is its 3D density profile. The coherence length near the center of the trap is $2L_\phi$, with $L_\phi = \hbar^2 n_1(0)/(Mk_B T)$. Following Petrov *et al.* [4,6], we define the temperature which delineates the border between coherent and phase-fluctuating condensates as $T_\phi = L_\phi T/L$. Since $n_1(0)$, L , and T are extracted directly from the images, the definitions of L_ϕ and T_ϕ relate the coherence properties to experimentally measured quantities. The axial momentum distribution follows from a Fourier transform of $C(s)$ and is well approximated by a Lorentzian of width $\Delta p_\phi = \alpha \hbar/L_\phi$ (HWHM), with $\alpha = 0.67$ for a parabolic $n_0(\mathbf{r})$ [12]. The predicted spectral half-width is therefore $\alpha \Delta \nu_\phi$, where

$$\Delta \nu_\phi = \frac{2\hbar k_L}{2\pi M L_\phi}. \quad (2)$$

In the following, we will use α as a free parameter to test the theory outlined above.

Figure 2 shows the measured spectral width $\Delta \nu_M$ versus $\Delta \nu_\phi$. The measured widths increase at higher $\Delta \nu_\phi$ as expected. To compare these data to theory, we need to take into account a finite ‘‘instrumental’’ width of the Bragg spectra, including the effect of the mirror vibrations, residual sloshing in the trap, and Fourier broadening due to the 2-ms pulse length (125 Hz HWHM). We assume that all experimental broadenings result in a Gaussian apparatus function of half-width w_G , to be convolved by the Lorentzian momentum profile with a half-width $\alpha \Delta \nu_\phi$. The convolution, a Voigt profile, has a half-width $\alpha \Delta \nu_\phi/2 + \sqrt{w_G^2 + (\alpha \Delta \nu_\phi)^2/4}$. Note that fitting a Voigt profile instead of a Lorentzian to a spectrum gives the same total HWHM to less than 5%, but the Lorentzian shape is too predominant to extract reliably the Gaussian and the Lorentzian contributions to the profile. Using α and w_G as free parameters to fit the data of Fig. 2, we find $w_G = 176(6)$ Hz, and $\alpha = 0.64(5)(5)$. The first uncertainty quoted for α is the standard deviation of the fit value. The second results from

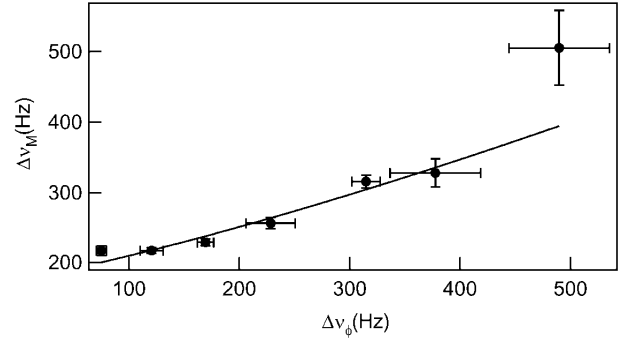


FIG. 2. Half widths at half maximum $\Delta \nu_M$ of the experimental Bragg spectra versus $\Delta \nu_\phi$. Vertical error bars are the standard deviations of the fit width; the horizontal error bars are the one-sigma statistical dispersions of $\Delta \nu_\phi$. The solid line is a fit assuming a Voigt profile for the spectra.

calibration uncertainties on the magnification of the imaging system and on the total atom number, which do not affect w_G . The agreement of the measured value of α with the theoretical value 0.67, to within the 15% experimental uncertainty, confirms quantitatively the temperature dependence of the momentum width predicted in Ref. [6]. The coherence length \hbar/p_ϕ deduced from this measurement varies between 5.9(8) and 39(4) μm , in the range $6 < T/T_\phi < 28$.

Another important aspect of quasicondensates, the suppression of axial density fluctuations, is investigated here through the size of the trapped condensate. In the presence of density fluctuations, the resulting interaction energy [25] would increase the size with respect to the expectation for a smooth density profile. The measured axial half-length L after release faithfully reflects the half-length in the trap since axial expansion is found experimentally to be negligible. Figure 3 shows that the measured values of L at various temperatures (filled circles) deviate from the standard Thomas-Fermi prediction (diamonds) $L_{\text{TF}}^2 = 2\mu/(M\omega_z^2)$, with μ given by $2\mu = \hbar\bar{\omega}(15N_0 a/\sigma)^{2/5}$ [16], where $\bar{\omega} = (\omega_\perp^2 \omega_z)^{1/3}$, $\sigma = \sqrt{\hbar/(M\bar{\omega})}$, and $a = 5.31$ nm [26]. We understand this smaller value by taking into account the compression of the quasicondensate by the 3D thermal component (excitations with energy much larger than $\hbar\omega_\perp$), and the radial quantum pressure. The 3D excited states contribute negligibly to the fluctuations of the phase [6] and only the density profile is affected. Using a Hartree-Fock approach [16,27], we find

$$L^2 = \frac{2g}{M\omega_z^2} \left\{ n_0(0) + \frac{2}{\lambda_T^3} [g_{3/2}(e^{-gn_0(0)/(k_B T)}) - g_{3/2}(1)] \right\}, \quad (3)$$

with the coupling constant $g = 4\pi\hbar^2 a/M$, the thermal de Broglie wavelength $\lambda_T = [2\pi\hbar^2/(Mk_B T)]^{1/2}$, and $g_{3/2}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n/n^{3/2}$. The open circles in Fig. 3 show the solution of Eq. (3) assuming a parabolic profile, such

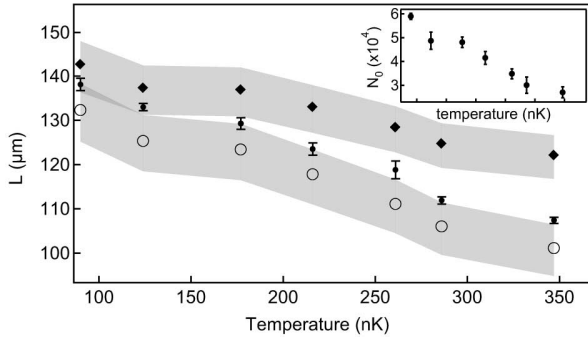


FIG. 3. Half-length L of the quasicondensate versus temperature. Experimental values (● with statistical error bars) are compared to two calculations: standard Thomas-Fermi (◆) and Hartree-Fock with radial quantum pressure corrections (see text) (○). Calculations use the measured temperature and number of condensed atoms. The greyed areas represent uncertainty associated with atom number calibration. Inset: Number of condensed atoms N_0 with statistical dispersion at each temperature.

that $n_0(0) = 15N_0L^{-3}\epsilon^2/(8\pi)$. The aspect ratio ϵ is calculated according to the theory developed in [29], which takes into account radial quantum pressure. The calculated lengths are in agreement with our measurements to within our estimated calibration uncertainty. We conclude, in line with [8], that a phase-fluctuating condensate has the same smooth profile as a true condensate [29], and thus that the axial density fluctuations are suppressed even when phase fluctuations are large.

In conclusion, we have demonstrated three important features of quasi-Bose-Einstein condensates: (i) the momentum distribution shape, found Lorentzian; (ii) the temperature dependence of the momentum width; and (iii) the suppression of density fluctuations. Our results are in quantitative agreement with the finite-temperature, interactive theory developed in [4,6] supplemented by a Hartree-Fock treatment of 3D excited states. The same method could be applied to investigate how long range order develops during the condensate growth.

We thank M. Lécrivain and V. Boyer for the development of the electromagnet trap used in this work, and J. Retter for useful comments on the manuscript. We also thank G.V. Shlyapnikov and D. S. Petrov for stimulating interactions, and S. Gupta and N. Davidson for useful conversations. M. H. acknowledges support from IXSEA. This work was supported by CNRS, DGA, and EU.

Note added.—We would like to point out that complementary work [30] using interferometry was reported soon after the submission of this manuscript.

*Current address: Department of Physics, University of Toronto, Canada.

- [1] E. W. Hagley *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3112 (1999).
- [2] J. Stenger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4569 (1999).
- [3] I. Bloch, T.W. Hänsch, and T. Esslinger, Nature (London) **403**, 166 (2000).
- [4] D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **85**, 3745 (2000).
- [5] J. O. Andersen, U. Al Khawaja, and H.T.C. Stoof, Phys. Rev. Lett. **88**, 070407 (2002); D. L. Luxat and A. Griffin, Phys. Rev. A **67**, 043603 (2003); C. Mora and Y. Castin, Phys. Rev. A **67**, 053615 (2003).
- [6] D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **87**, 050404 (2001).
- [7] S. Dettmer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001); D. Hellweg *et al.*, Appl. Phys. B **73**, 781 (2001).
- [8] H. Kreutzmann *et al.*, Appl. Phys. B **76**, 165 (2003).
- [9] I. Shvarchuck *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 270404 (2002).
- [10] J. Steinhauer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 120407 (2002).
- [11] F. Zambelli *et al.*, Phys. Rev. A **61**, 063608 (2000).
- [12] F. Gerbier *et al.*, Phys. Rev. A **67**, 051602(R) (2003).
- [13] Note that this definition of the coherence length is different from L_ϕ (see later in the text).
- [14] B. Desruelle *et al.*, Phys. Rev. A **60**, R1759 (1999).
- [15] The atom number measurement is calibrated to a 20% precision by comparing a measurement of N_c to theory [16].
- [16] F. Dalfovo *et al.*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [17] F. Schreck *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001); A. Görlitz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 130402 (2001); M. Greiner *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160405 (2001); see also E.H. Lieb, R. Seiringer, and J. Yngvason, cond-mat/0304071, and references therein.
- [18] S. Stringari, Phys. Rev. A **58**, 2385 (1998).
- [19] P. B. Blakie, R. J. Ballagh, and C.W. Gardiner, Phys. Rev. A **65**, 033602 (2002); M. D. Girardeau and E. M. Wright, Phys. Rev. Lett. **87**, 050403 (2001).
- [20] Since supplementary mirrors must be added to perform this measurement, the result is an upper limit to the linewidth of δ .
- [21] F. Gerbier *et al.*, cond-mat/0210206.
- [22] A. P. Chikkatur *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 483 (2000).
- [23] Y. Castin and R. Dum, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **55**, R18 (1997).
- [24] J.W. Kane and L. P. Kadanoff, Phys. Rev. **155**, 80 (1967).
- [25] W. Ketterle and H.-J. Miesner, Phys. Rev. A **56**, 3291 (1997).
- [26] E. G. M. van Kempen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 093201 (2002).
- [27] V.V. Goldman, I. F. Silvera, and A. J. Leggett, Phys. Rev. B **24**, 2870 (1981); S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, J. Low Temp. Phys. **109**, 309 (1997).
- [28] A. L. Zubarev and Y. E. Kim, Phys. Rev. A **65**, 035601 (2002).
- [29] For a 1D gas, relative density fluctuations $\langle[\delta n/n_0(0)]^2\rangle$ are predicted not to exceed a few percent [4] with our experimental parameters. Systematic uncertainties, however, prevent us from observing them.
- [30] D. Hellweg *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 010406 (2003).

Phase coherence length of an elongated Bose-Einstein condensate

F. Gerbier ¹, S. Richard, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect

WILEY-VCH Verlag Berlin GmbH
January 28, 2004

¹e-mail: fabrice.gerbier@iota.u-psud.fr

The experimental study of one dimensional (1D) degenerate Bose gases, where the radial motion is “frozen”, is currently an important direction of research in ultracold atom physics (1; 2; 3). In uniform 1D systems, fluctuations of the condensate wavefunction around equilibrium are pronounced, because of a large population of low-lying states; as a result, no long range order exists at any temperature. In a trapped 1D gas, the finite size of the sample naturally introduces a low-momentum cutoff, and at sufficiently low temperature a phase coherent sample can exist (see (4) and references therein for the properties of 1D gases). Essentially, the same analysis holds for three dimensional (3D) trapped gases in very elongated traps (5): here the interaction energy per particle is larger than the radial frequency, and the condensate wavefunction is built from several radial modes. Still, low-energy excitations with a frequency smaller than the radial frequency are effectively one-dimensional, and induce large fluctuations of the condensate phase (5). Such condensates with a fluctuating phase, or *quasi-condensates*, were recently observed experimentally in (6; 7). In this paper, we first discuss how to measure the velocity distribution *via* Bragg transitions, and why this is an (indirect) measurement of the coherence length. Then we present our measurements (11) for very elongated traps, that agree well with the theory developed by Petrov *et al.* (5; 12).

Phase coherence of the (quasi)condensate can be characterized by the $1/e$ decay length of the spatial correlation function, $\mathcal{C}^{(1)}(s) = 1/N \int d^3\mathbf{R} \langle \Psi^\dagger(\mathbf{R} + s\mathbf{e}_z/2) \Psi(\mathbf{R} - s\mathbf{e}_z/2) \rangle$ (13), with Ψ the atomic field operator. Consider a sample of N_0 condensed atoms, trapped in a cylindrically symmetric, harmonic trap with an aspect ratio $\lambda = \omega_z/\omega_\perp \ll 1$, in the 3D Thomas-Fermi regime. Petrov *et al.* (4; 5) investigated the long wavelength fluctuations of the phase of Ψ , with the following conclusions. Below a characteristic temperature $T_\phi = 15N_0(\hbar\omega_z)^2/32\mu$, the phase fluctuations are small, and the coherence length is essentially the condensate size L , as in “ordinary” 3D condensates (9; 10) (to put it differently, $\mathcal{C}^{(1)}$ is limited by the density envelope of Ψ). On the other hand, for $T \gg T_\phi$ the coherence length is limited to a value much smaller than L , the value at the center of the trap being $L_\phi = LT_\phi/T$.

A convenient technique to measure the coherence length is Bragg Spectroscopy, as was done in (9) in the radial direction. One illuminates the atomic sample with counter-propagating laser beams with frequency difference ω and wavevectors $\pm\mathbf{k}_L$, parallel to the long axis z of a cigar-shaped condensate (see Fig. 1). The basic process involves the absorption of a photon in one beam and stimulated emission into the other, with a net momentum and energy transfer $\pm 2\hbar\mathbf{k}_L$ and $\hbar\omega$, respectively. This process is resonant around the frequency that matches the gain in kinetic energy: for an atom at rest it is $\omega = 4\hbar k_L^2/2M = \omega_0$. If the initial velocity is non-zero, then the resonance frequency is Doppler-shifted according to $\omega = \omega_0 + 2k_L v_z$. Therefore, by scanning the relative frequency of the two beams one scans the velocity distribution $\mathcal{P}(v_z)$. Since \mathcal{P} is the Fourier transform of $\mathcal{C}^{(1)}(s)$ (13), the root mean square (rms) width of the spectrum (“Doppler width”) can be used to infer the coherence length according to $\Delta\omega^D = 2k_L v_{\text{rms}} \sim 2(\hbar k_L/M L_\phi)$, to within a numerical factor that depends on the lineshape. In other words, we probe the phase fluctuations of the wavefunction by measuring the momentum distribution, *i.e.* by probing the spatial gradient of the phase, rather than the phase itself.

Experimentally, axial Bragg spectroscopy directly in the trap is difficult because of collisions between the diffracted atoms and the parent BEC. First, mean-field interactions inhomogeneously broaden the line (typically by ~ 500 Hz in our case) (9; 13). Second, the mean free path of the diffracted atoms l_{mfp} is typically much smaller than L , thus producing a dif-

fuse background, rather than a well-defined diffracted cloud (15). We solve these problems by opening the trap abruptly, and letting the BEC expand for 2 ms before applying the Bragg pulse: the density drops by a factor ~ 90 , and the mean field broadening and destructive collisions are suppressed. The released mean field energy converts mainly into radial velocity in a time ω_{\perp} , while a small axial velocity field develops (17; 16). For our experimental parameters the latter is negligible (~ 40 Hz to be compared to the typical linewidth ~ 200 Hz, see below). The fluctuating velocity distribution is essentially frozen during the release of the condensate, and the velocity width remains $\sim \hbar/ML_{\phi}$ during the expansion (12). For quantitative comparison with our data, we have assumed that all contributions to the width add in quadrature. A gaussian fit to the “ideal” velocity distribution calculated in (12) gives an effective rms width $v_{\phi,\text{rms}} \approx 0.62\hbar/ML_{\phi}$.

In our experiment, we produce a condensate of ^{87}Rb in the $|F = 1; m_F = -1\rangle$ hyperfine level. The magnetic trap is an iron-core electromagnet producing a Ioffe-Pritchard type potential. However, an important difference with respect to the trap used in (18; 19) is the possibility to compensate the bias field down to a few Gauss. Together with a strong radial gradient of 1400 G/cm, this allows to reach radial frequencies of ~ 800 Hz. At the same time the axial confinement is shallow, with a typical frequency ~ 5 Hz. The overall duty cycle, including laser-cooling and evaporation phases, is typically 30 s. After the last evaporation ramp, we observe the formation of a condensate that exhibits strong shape oscillations (see (14) and references therein), as shown in Fig.2a. This is in line with a recent observation by Schvachuck *et al.* (20), who propose the picture of a BEC locally in equilibrium at each point on the axis, but globally out of equilibrium. Indeed, the radial degrees of freedom are rapidly thermalized, but axial motion damps on a much longer time scale. We plot in Fig. 2b the width of the Bragg resonance for such a non-equilibrium condensate as a function of time. It also reveals an oscillation, however at about twice the mode frequency, because the velocity width is not sensitive to whether the condensate contracts or expands. The amplitude in velocity space is quite large and disturbs significantly momentum spectroscopy: therefore we hold the condensate for a variable time (typically 7 seconds) in presence of an rf shield, so that the collective oscillation damps completely.

Let us discuss briefly a few important experimental points. As shown in Fig. 1a, the beams that form the lattice travel parallel to the long axis of the cloud. The beams are retroreflected to form two standing waves with orthogonal polarizations and opposite chirp directions: therefore two distinct clouds with opposite velocities are seen after time of flight (Fig. 1b). Stabilizing the last mirror against mechanical vibrations was crucial for achieving sufficient resolution. We mounted the mirror on a massive ($30 \times 30 \times 2$ cm) aluminium plate, oriented such that vibrations essentially occur perpendicular to the optical path. The Bragg pulse is applied for a duration of 2 ms at around 30.1 kHz to stimulate four-photon scattering. We used second-order instead of first-order (two-photon) Bragg scattering to increase the separation of the diffracted clouds from the parent condensate. After a 20 ms free flight, we measure the relative number of diffracted atoms by absorption imaging. The temperature and condensate energies are also measured from this image, after correcting for a small probe angle (~ 20 mrad) with respect to the vertical. The temperature is carefully controlled during each spectrum by controlling the trap depth to 2 kHz precision (corresponding to ~ 10 nK).

We take Bragg spectra (diffraction efficiency versus detuning), fixing the final rf frequency and therefore the number of condensed atoms and the temperature of the surrounding thermal

cloud (see Fig. 1c for a typical spectrum). Typically, each point of the spectrum is averaged over five individual measurements. Figure 3a shows the Doppler width as a function of temperature. A clear increasing trend is seen, suggesting the presence of phase fluctuations in our sample. At each temperature, between four and six spectra were taken, at a variety of delays to sample any residual oscillations of the trapped cloud. A closer look at the resonance width as a function of this delay (for a fixed temperature) reveals an oscillation at the trap frequency. This is consistent with a center of mass oscillation having a fluctuating *amplitude*, causing line shifts random from shot to shot: averaging over many points therefore results in line broadening. However, as the *phase* of this oscillation is well defined, we are able to quantify the broadening and correct for it. The Doppler width extracted after correction of this spurious broadening is plotted in Fig. 3b versus the expected width, $\Delta_\phi = 2k_L \times 0.62\hbar/ML_\phi$ (12). Using a quadrature fit, $\Delta^2 = \Delta_0^2 + \alpha^2 \Delta_\phi^2$, with Δ_0 the experimental resolution, we find a slope $\alpha = 0.96(8)$, sufficiently close to 1 to indicate good agreement with theoretical expectations. Thus, our experiment provides a quantitative (and successful) test of the theory of phase fluctuations in BEC developed in (5). The coherence length deduced after subtraction of the experimental resolution is shown in inset of Fig. 3b, and seen to be substantially smaller than the condensate length.

Although quasicondensates have reduced long-range order, local correlation properties are expected to be identical to those of a pure condensate (4; 5). We test this prediction quantitatively by measuring the release energy of the cloud. As discussed in Ref. (21), if we assume that the density fluctuations are $\delta n = Cn_0$, we find for the release energy $E_{\text{rel}} = (1 + C^2)5\mu/7$, with μ the chemical potential calculated for zero density fluctuations and Thomas-Fermi condensate (14). This quantity depends (not sensitively) on atom number calibration, which can be done by measuring the transition temperature: since the explicit expression (14) depends only on the properties of the thermal cloud above the transition, this is an independent calibration. We measure the release energy by a standard time of flight technique (22), and from this deduce $-0.03 \leq C \leq 0.05$, consistent with zero density fluctuations, as for a true (*i.e.* phase-coherent) condensate.¹

In conclusion, we have measured the temperature-dependent coherence length of an elongated Bose condensate. We find quantitative agreement between our measurements and the predictions of Shlyapnikov and coworkers (4; 5; 12). In addition, our measurements are consistent with the absence of density fluctuations, even in the phase-fluctuating regime. Therefore they confirm the picture of this new regime of quantum degeneracy in elongated traps: a macroscopic wavefunction is still the correct concept, but its phase is random, such that phase coherence does not extend across the whole sample.

We gratefully acknowledge D. S. Petrov and G. V. Shlyapnikov for many stimulating discussions. This work was supported by CNRS, DGA, and EU. FG stay in Heidelberg was funded by the European Science Foundation under the project BEC 2002+.

¹Related work has been carried out at the Institute for Quantum Optics in Hannover (J. J. Arlt, presentation at the meeting "Recent developments in the physics of cold atomic gases," Trento (2002)).

Bibliography

- [1] A. Görlitz, J. M. Vogels, A. E. Leanhardt, C. Raman, T. L. Gustavson, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, T. Rosenband, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 130402 (2001).
- [2] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
- [3] M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160405 (2001).
- [4] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3745 (2000).
- [5] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).
- [6] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160406 (2001).
- [7] D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Appl. Phys. B* **73**, 781 (2001).
- [8] C. Cohen-Tannoudji and C. Robilliard, *C. R. Acad. Sci. Paris, t.2, série IV*, 445-477 (2001).
- [9] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [10] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. B. Band, M. Edwards, M. Doery, P. S. Julienne, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
- [11] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, in preparation.
- [12] F. Gerbier, S. Richard, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, in preparation.

- [13] F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).
- [14] F. Dalfovo, L. Pitaevskii, S. Giorgini, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [15] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 403 (2000).
- [16] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1996).
- [17] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [18] B. Desruelle, V. Boyer, S. G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, A. Aspect, and M. Lécroivain, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [19] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [20] I. Schvarchuck, C. Buggle, D. S. Petrov, K. Dieckmann, M. Zielonkovski, M. Kemmann, T. Tiecke, W. von Klitzing, G. V. Shlyapnikov and J. T. M. Walraven, cond-mat/0207599; C. Buggle *et al.*, this volume.
- [21] W. Ketterle and H.-J. Miesner, *Phys. Rev. A* **56**, 3291 (1997).
- [22] J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).

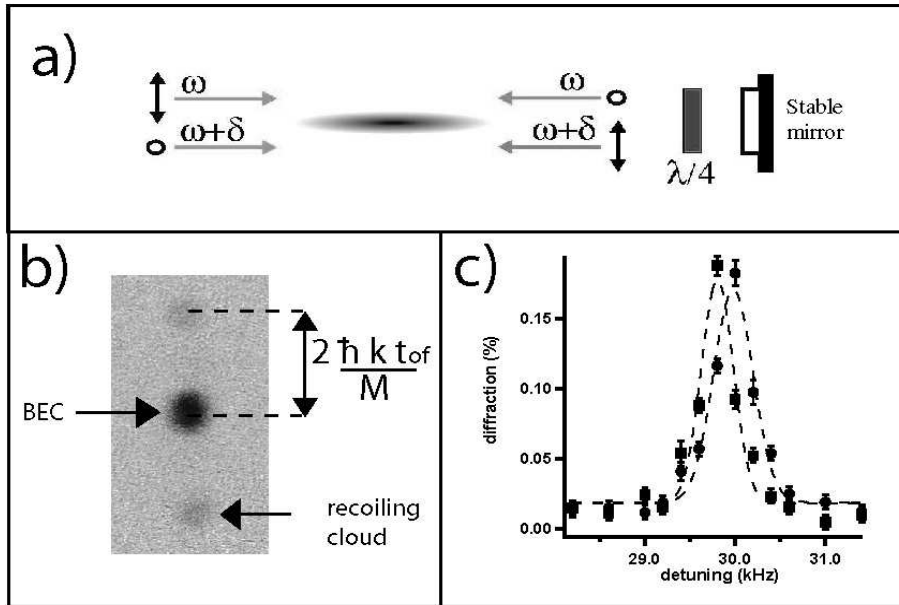


Figure 1: a) Schematics of the optical setup for Bragg spectroscopy, as done in our experiment (see text for details). b) Density distribution after a 20 ms time of flight. The diffracted atoms are clearly seen as the two peaks recoiling from the condensate. c) A typical spectrum, recording the number of recoiling atoms in each peak as a function of relative detuning between the Bragg beams.

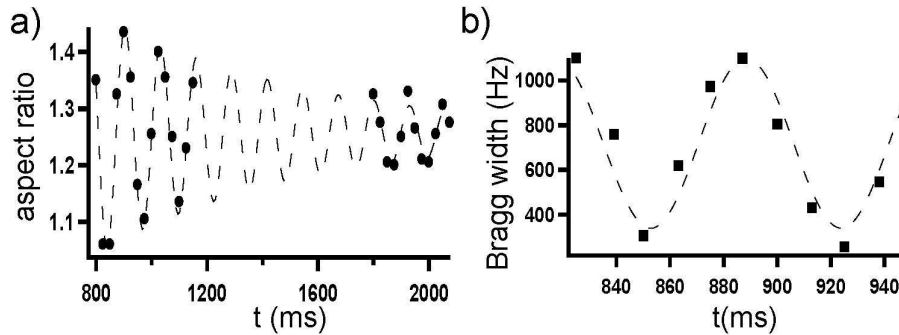


Figure 2: Axial oscillations triggered by abrupt condensation (see text). a) Oscillations in the aspect ratio of the condensate after a 24 ms free expansion. The dashed line is a damped sinusoid fit, yielding a frequency of $7.8(3)$ Hz, in good agreement with the expected value (1.58 times the trap frequency $\nu_z = 5.0$ Hz (14)), and a $1/e$ decay time of 760 ms. b) The corresponding oscillation of the velocity width, observed via Bragg spectroscopy. The frequency is about twice the bare frequency (more precisely we find $14.1(6)$ Hz), because the width is not sensitive to whether the cloud is contracting or expanding.

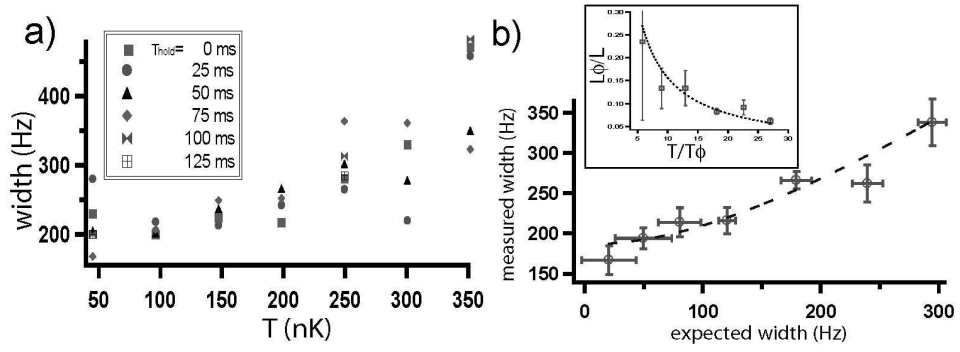


Figure 3: a) Width of the Bragg resonance as a function of temperature. The trapping geometry is $\omega_{\perp} = 2\pi \times 780$ Hz, $\omega_z = 2\pi \times 5.0$ Hz and typically $N_0 = 5 \times 10^4$. For a given temperature, each point correspond to a given delay before opening of the trap. The large dispersion is due to a spurious center of mass motion and can be corrected for (see text). b) Doppler width for elongated condensates, corrected for the spurious sloshing, compared to the theoretical expectation $\Delta_{\phi} = 2k_L \times 0.62\hbar/ML_{\phi}$. Dashed line is a fit with the form $(\Delta_0^2 + \alpha^2 \Delta_{\phi}^2)^{1/2}$, yielding $\Delta_0 = 185(9)$ Hz (experimental resolution) and $\alpha = 0.96(8)$. In inset, we show the coherence length in an elongated trap deduced from this measurement.

One-dimensional behavior of elongated Bose-Einstein condensates

P. Bouyer¹, J. H. Thywissen², F. Gerbier¹, M. Hugbart¹, S. Richard¹, J. Retter¹ and A. Aspect¹

¹ Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

² Department of Physics, 60 St George Street, University of Toronto, Toronto, ON, M5S 1A7, Canada

Abstract

We study the properties of elongated Bose-Einstein condensates. First, we show that the dimensions of the condensate after expansion differs from the 3D Thomas-Fermi regime. We also study the coherence length of such elongated condensates.

1 INTRODUCTION

The experimental study of one dimensional (1D) degenerate Bose gases, where the radial motion is “frozen”, is currently an important direction of research in ultra-cold atom physics [1,2,3]. In uniform 1D systems, fluctuations of the condensate phase are pronounced, because of a large population of low-lying states; as a result, no long range order exists at any temperature. In a trapped 1D gas, the finite size of the sample naturally introduces a low-energy cutoff, and at sufficiently low temperature a phase coherent sample can exist (see [4] and references therein for the properties of 1D gases). Essentially, the same analysis holds for three dimensional (3D) trapped gases in very elongated traps [5]: here the interaction energy per particle is larger than the radial frequency, and the condensate wavefunction is built from several radial modes. Still, low-energy excitations with a frequency smaller than the radial frequency are effectively one-dimensional, and induce large fluctuations of the condensate phase [5]. Such condensates with a fluctuating phase, or *quasicondensates*, have been observed experimentally in [6,7,8,10,9].

We present here an overview of our experimental study of elongated condensates in a very anisotropic trap. Our set-up, presented in section 2 allows us to characterize precisely the properties of degenerate gases between the 3D and 1D regimes. In this regime, we first show (section 3) that the (quasi)condensates exhibit the same smooth profile as a true (fully coherent) condensate. This profile, however, is affected by both the radial quantum pressure (zero point oscillation in the tight trapping potential) and the presence of an interacting thermal cloud surrounding the condensate and interacting with it through two-body repulsive interactions. In section 4, we discuss the coherence length of such elongated condensates. Using Bragg spectroscopy [13,10,12,11], we show in section 4.1 that the coherence length is indeed strongly affected by large fluctuations of the condensate phase [5] and that the measured momentum width depends strongly on temperature; the corresponding coherence length L_ϕ , in the ratio

$5 < \frac{L}{L_\phi} < 30$, is in good agreement with theory [5, 12]. For larger coherence length, Bragg spectroscopy becomes increasingly difficult to apply, and a second method, using a $\pi/2 - \pi/2$ interferometer similar to [9] is presented in section 4.2.

2 CREATION OF ELONGATED BEC IN A IRON-CORE ELECTROMAGNET

The experimental setup has been described elsewhere [14]. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam of ^{87}Rb is trapped in a MOT, and after optical pumping into the $F = 1$ state is transferred to a magnetic Ioffe-Pritchard trap created by an iron-core electromagnet. A new design allows us to lower the bias field to a few Gauss and thus to obtain very tight radial confinement [15]. Final radial and axial trap frequencies (ω_\perp and ω_z) are respectively 760 Hz and 5 Hz (i.e. aspect ratio = 152). In this way, we obtain needle-shaped condensates containing around 5×10^4 atoms [16], with a typical half-length $L \simeq 130 \mu\text{m}$ and radius $R \simeq 0.8 \mu\text{m}$. Since the chemical potential $\frac{\mu_{\text{TF}}}{\hbar\omega_\perp} \sim 4$ (see definition in section 3), the clouds are between the 3D and 1D Thomas-Fermi (TF) regimes [1, 2, 3]. The measurement of the number of atoms is calibrated from a measurement of T_C . The temperature T is extracted from a two-component fit to the absorption images or is extrapolated from the final frequency of the rf ramp when the thermal fraction is indiscernible. After the last evaporation ramp, we observe the formation of a condensate that exhibits strong shape oscillations (see [17] and references therein). This is in line with a recent observation by Shvarchuck *et al.* [8], who propose the picture of a BEC locally in equilibrium at each point on the axis, but globally out of equilibrium. Indeed, the radial degrees of freedom are rapidly thermalized, but axial motion damps on a much longer time scale. We therefore hold the condensate for a variable time (typically 7 seconds) in presence of an rf shield, so that these collective oscillations have no influence on the Bragg spectra.

3 EXPANSION OF ELONGATED CONDENSATES

In anisotropic traps, the aspect ratio of the ballistically expanding cloud can be used to find a signature of Bose-Einstein Condensation. For a Bose gas above critical temperature, the expanding cloud is expected to become isotropic at long expansion times (typically for times larger than $1/\omega_z$, where ω_z is the smaller trap oscillation frequency). On the contrary, a Bose-Einstein condensate of initial aspect ratio $\epsilon = \omega_z/\omega_\perp$ will only become isotropic at a fixed time $\sim \omega_z^{-1}$ and then will invert its anisotropy for longer expansion time.

The transition from a 3D to a lower dimension (1D) condensate is also observable through the expansion of the degenerate gas [1]. For a Bose-Einstein condensate in the 3D Thomas-Fermi regime ($\mu \gg \hbar\omega_\perp$), the half-length L_{TF} (long axis) and the radius R_{TF} (confined dimension) of the condensate vary similarly with the number of atoms N_0 . More precisely, one finds the 3D Thomas-Fermi length $L_{\text{TF}}^2 = 2\mu/(M\omega_z^2)$ and radius $R_{\text{TF}} = \epsilon L_{\text{TF}}$, with μ given by $2\mu = \hbar\bar{\omega}(15N_0a/\sigma)^{2/5}$ [17], where $\bar{\omega} = (\omega_\perp^2\omega_z)^{1/3}$, $\sigma = \sqrt{\hbar/(M\bar{\omega})}$ and $a = 5.32 \text{ nm}$ [18]. As a result, the initial degree of anisotropy $\epsilon = R/L = \omega_z/\omega_\perp \ll 1$ is independent of the number of atoms. After a period of free expansion of duration t , the dimension of the expanding condensate are found using the scaling solutions [19]:

$$R(t) = R_{\text{TF}}\sqrt{1 + \tau^2}. \quad (3.1)$$

$$L(t) = L_{\text{TF}}(1 + \epsilon^2 \left[\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right]) \simeq L_{\text{TF}}. \quad (3.2)$$

with the dimensionless time variable $\tau = \omega_\perp t$. Equations (3.1,3.2) show that the aspect ratio is independent of the atom number at any time, and approaches ωt for $\tau \gg 1$

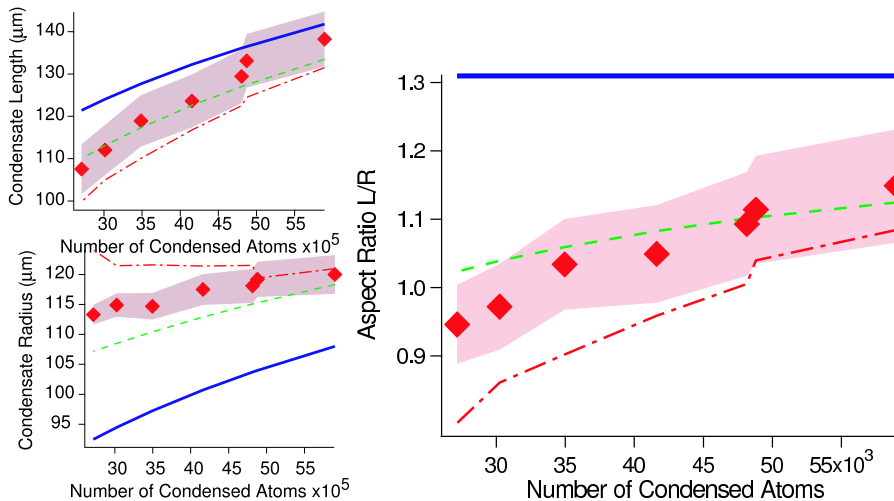


Fig. 1. Half-length L (upper-left), radius R (lower-left) and aspect ratio (right) of the quasi-1D condensate versus the condensed atom number after a 24.3 ms time of flight. Experimental values (diamonds) are compared to the standard $T = 0$ Thomas-Fermi (plain), and the self consistent solution of equations (3.4) and (3.3) (dashed). The effect of quantum pressure alone is also shown (dot-dashed). Calculations use the measured temperature and number of condensed atoms, as determined by a two-component fit to averaged absorption images. Combined statistical and systematic errors are indicated with the confidence band (grayed area) around the experimental points.

As one pushes towards the 1D regime ($\mu \sim \hbar\omega_{\perp}$), the radial expansion is increasingly affected by radial zero-point motion in the trap, neglected in the 3D TF approximation. Ultimately, the radial size in the trap should approach $a_{\perp} = \sqrt{\hbar/M\omega_{\perp}}$, and the radial expansion velocity $\omega_{\perp}a_{\perp} = \sqrt{\hbar\omega_{\perp}/M}$. Since axially the TF approximation ($\mu \gg \hbar\omega_z$) is still valid, the length still depends on N_0 , and so does the aspect ratio. Accordingly, a dependence of the aspect ratio on N_0 at near-zero temperature can be seen as a signature of the breakdown of the TF approximation in the radial direction [1].

To show how quantum pressure manifests itself in our experiment, we first turn to the measurement of the axial half-length L after release, which faithfully reflects the half-length in the trap since axial expansion is negligible (eq. 3.2) for our experimental parameter. Figure 1 shows that the measured values of L for various number of condensed atoms (filled diamonds) are smaller than the standard Thomas-Fermi prediction (solid line). This smaller value results from radial quantum pressure (1D), and to a slightly larger extent from the compression of the quasi-condensate by the 3D thermal component (excitations with energy much larger than $\hbar\omega_{\perp}$).

We take into account radial quantum pressure in this crossover regime by finding the optimal ground state energy [21]

$$\frac{E}{N} = \max_{\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z} \left[\sum_{i=1}^3 \frac{\hbar\omega_i}{2} \sqrt{\gamma_i} + \frac{5}{14} \left(\frac{15}{4\pi} gNm^{3/2} \prod_{i=1}^3 (\sqrt{1 - \gamma_i\omega_i})^{2/5} \right) \right]. \quad (3.3)$$

where γ_i are effective parameters taking the zero-point energy contribution in the direction $i = \{x, y, z\}$ into account. Solving (eq. 3.3) allows then to calculate a modified aspect ratio in the trap $\tilde{\epsilon} = \gamma_z/\gamma_{x,y}$. To include the effect of the thermal cloud, we use the Hartree-Fock

approach [20, 17] and calculate the modified length :

$$L^2 = \frac{2g}{M\omega_z^2} \left\{ n_0(0) + \frac{2}{\lambda_T^3} \left[g_{3/2} \left(e^{-\frac{gn_0(0)}{k_B T}} \right) - g_{3/2}(1) \right] \right\}, \quad (3.4)$$

with the coupling constant $g = 4\pi\hbar^2 a/M$, the thermal de Broglie wavelength $\lambda_T = [2\pi\hbar^2/(Mk_B T)]^{1/2}$, and $g_{3/2}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n/n^{3/2}$. The black dashed line in Fig. 1 shows the solution of Eq. (3.4) assuming a parabolic profile, such that $n_0(0) = 15N_0L^{-3}\tilde{\epsilon}^2/(8\pi)$. The modified aspect ratio in the trap $\tilde{\epsilon}$ is calculated according to 3.3 and by a self-consistent iteration of equations (3.4) and (3.3) we obtain L and $\gamma_{x,y,z}$. We find that the calculated lengths are close to our measurements to within our estimated calibration uncertainty (shown by the grayed area explained in the caption).

We then turn to the measurement of the cloud radius after 24.3 ms of time of flight. Figure 1 shows that the measured values of R at various condensed atom number (filled diamonds) are larger by about 20% than the standard Thomas-Fermi prediction (filled line). This increased radius results again from quantum pressure, which leads to an excess released energy in the transverse direction. Using again [21], the radius after time of flight is found to be:

$$R(t)^2 = R_{\text{TF}}^2 \frac{\prod_{i=1}^3 (1 - \gamma_i)^{\frac{1}{5}}}{\sqrt{1 - \gamma_{x,y}}} (1 + \tau^2), \quad (3.5)$$

with γ_i calculated from (eq. 3.3). Calculating the effect of the compression of the thermal cloud and the subsequent evolution in time of flight is more complex, since it involves energy exchange between both components. By making the extreme assumption that all the interaction energy is converted to kinetic energy into the condensate after expansion, we can use again equation 3.5 with correction from 3.4 and 3.3. The results presented in figure 1 show that, both approaches agree with the experiment to within our calibration errors.

Finally, we observe a clear dependence of the aspect ratio on the condensed atom number, which can be correctly reproduced by our theoretical approach. This proves that in our trap, with this atom number ($\sim 5 \times 10^4$), the condensate is at the onset of 1D.

4 MEASUREMENT OF THE 1D PHASE FLUCTUATIONS

Phase coherence of the (quasi)condensate can be characterized by the $1/e$ decay length of the spatial correlation function, $\mathcal{C}^{(1)}(s) = 1/N \int d^3\mathbf{R} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{R} + s\mathbf{e}_z/2) \hat{\Psi}(\mathbf{R} - s\mathbf{e}_z/2) \rangle$ [27], with $\hat{\Psi}$ the atomic field operator and \mathbf{e}_z the unit vector in the axial direction. Consider a sample of N_0 condensed atoms, trapped in a cylindrically symmetric, harmonic trap with an aspect ratio $\lambda = \omega_z/\omega_\perp \ll 1$, in the 3D Thomas-Fermi regime. Petrov *et al.* [4, 5] investigated the long wavelength fluctuations of the phase of Ψ , with the following conclusions. Below a characteristic temperature $T_\phi = 15N_0(\hbar\omega_z)^2/32\mu$, the phase fluctuations are small, and the coherence length is essentially the condensate size L , as in ‘‘ordinary’’ 3D condensates [13, 22] (to put it differently, $\mathcal{C}^{(1)}$ is limited by the density envelope of Ψ). On the other hand, for $T \gg T_\phi$ the coherence length is limited to a value much smaller than L , the value at the center of the trap being $L_\phi = LT_\phi/T$.

The theoretical results obtained in [5, 12] do not apply directly to our experiment. In those works, a 3D Thomas-Fermi density profile was assumed, whereas in our case modification of the density profile by the thermal cloud and radial quantum pressure must be accounted for. As discussed in the previous section, we indeed find that a parabolic profile is still a good fit function, but that the usual $T = 0$ relations between μ , L , R , and the number of condensed atoms N_0 are no longer valid. We therefore extend the calculation of the axial correlation

function in [12] to an arbitrary density profile, in the local density approximation. In the mean field regime [4], from the result of [23] for a 1D uniform Bose gas at finite temperature, we obtain:

$$C(s) = \int dz n_1(z) \exp\left(-\frac{n_1(0)|s|}{2n_1(z)L_\phi}\right), \quad (4.1)$$

where $n_1(z) = \int d^2\mathbf{r}_\perp n_0(\mathbf{r}_\perp, z)$ is the axial 1D density of the quasi-condensate, while $n_0(\mathbf{r})$ is its 3D density profile. The coherence length near the center of the trap is given by $L_\phi = \hbar^2 n_1(0)/(Mk_B T)$ [24]. Following Petrov *et al.* [4,5], we define the temperature which delineates the border between coherent and phase-fluctuating condensates as $T_\phi = L_\phi T/L$. Since $n_1(0)$, L , and T are extracted directly from the images, the definitions of L_ϕ and T_ϕ relate the coherence properties to experimentally measured quantities. The axial momentum distribution follows from a Fourier transform of $C(s)$ and is well approximated by a Lorentzian of width $\Delta p_\phi = \alpha\hbar/L_\phi$ (HWHM), with $\alpha = 0.67$ for a 3D Thomas-Fermi condensate [12,25].

4.1 Momentum spectroscopy with Bragg diffraction

A convenient technique to measure the coherence length is to analyse the momentum distribution along the long direction of the condensate. Our measurement is based on four-photon velocity-selective Bragg diffraction. Atoms are diffracted out of the condensate by interaction with a moving standing wave, formed by two counter-propagating laser beams with a relative detuning δ [13,26]. Due to the Doppler effect, the momentum component resonantly diffracted out of the condensate is $p_z = M(\delta - 8\omega_R)/(2k_L)$ with $\omega_R = \hbar k_L^2/(2M)$, M the atomic mass, and $k_L = 2\pi/\lambda$ ($\lambda = 780.2$ nm). The predicted spectral width is therefore $\alpha\Delta\nu_\phi$, where

$$\Delta\nu_\phi = \frac{2\hbar k_L}{2\pi M L_\phi}. \quad (4.2)$$

To build the momentum spectrum of the quasi-condensate, we measure the fraction of diffracted atoms versus the detuning δ between the counter-propagating laser beams. The differential frequency δ must be stable to better than the desired spectral resolution, about 200 Hz for our typical $L_\phi = 10$ μm . The optical setup is as follows. A single laser beam is spatially filtered by a fiber optic, separated into two arms with orthogonal polarizations, frequency shifted by two independent 80 MHz acousto-optic modulators, and recombined. The modulators are driven by two synthesizers stable to better than 1 Hz over the typical acquisition time of a spectrum. The overlapping, recombined beams are then sent through the vacuum cell, parallel (to within 1 mrad) to the long axis of the trap, and retro-reflected to obtain two standing waves with orthogonal polarizations, moving in opposite directions. The lasers are tuned 6.6 GHz below resonance to avoid Rayleigh scattering. The laser intensities (about 2 mW/cm²) are adjusted to keep the diffraction efficiency below 20%.

Bragg spectra have been taken at various temperatures between 90(10) nK and 350(20) nK, while T_c varied from 280(15) nK to 380(20) nK. The temperature was fixed to within 20 nK by controlling the final trap depth to a precision of 2 kHz. The line shape of the spectra is clearly Lorentzian, not Gaussian (see Fig. 2). This is a significant result, because a Lorentzian-like profile is expected for a momentum distribution dominated by phase fluctuations (see [12]), in contrast to the gaussian-like profile expected for a pure condensate [27,13]. From the Lorentzian fit, we extract the measured half-width $\Delta\nu_M$ for each temperature.

Figure 3 shows the measured spectral width $\Delta\nu_M$ versus $\Delta\nu_\phi$. Dispersion of the measured $n_1(0)$ and T results in the horizontal error bars on $\Delta\nu_\phi$, while vertical error bars indicate the standard deviation of the fit width. We assume that all experimental broadenings result in a Gaussian apparatus function of half-width w_G , to be convolved by the Lorentzian momentum

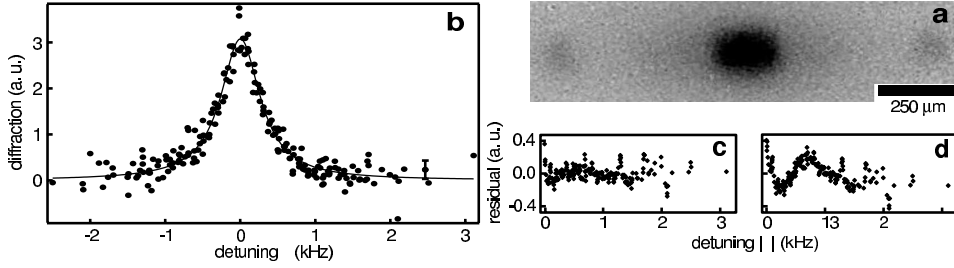


Fig. 2. (a) Absorption image of degenerate cloud (center) and diffracted atoms (left and right), averaged over several shots, after free-flight expansion. (b) Diffraction efficiency (rescaled) versus relative detuning of the Bragg lasers at $T = 261(13)$ nK, corresponding to $T/T_\phi = 20(2)$. A typical statistical error bar is shown. This spectrum is the superposition of 12 “elementary spectra”, as described in the text. The true average center is $30.18(2)$ kHz, close to 30.17 kHz, the four-photon recoil frequency. The solid line is a Lorentzian fit, giving a half-width at half-maximum (HWHM) of $316(10)$ Hz. (c) and (d) show respectively the residual of a Lorentzian and of a Gaussian fit to the above spectrum. Residuals are folded around the $\delta = 0$ axis, and smoothed with a six-point-wide sliding average.

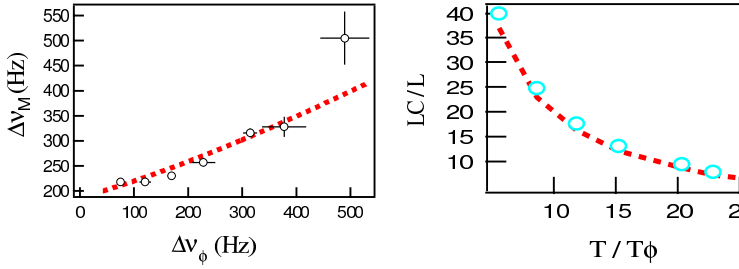


Fig. 3. Left : Half-widths at half-maximum $\Delta\nu_M$ of the experimental Bragg spectra versus the parameter $\Delta\nu_\phi \propto \hbar/L_\phi$ (see text). Vertical error bars are the standard deviations of the fit width; the horizontal error bars are the one-sigma statistical dispersions of $\Delta\nu_\phi$. The solid line is a fit assuming a Voigt profile for the spectra. Right : coherence length deduced from the width, after correction for the gaussian broadening,

profile with a half-width $\alpha\Delta\nu_\phi$. The convolution, a Voigt profile, has a half-width $\alpha\Delta\nu_\phi/2 + \sqrt{w_G^2 + (\alpha\Delta\nu_\phi)^2/4}$. Note that fitting a Voigt profile instead of a Lorentzian to a spectrum gives the same total HWHM to less than 5%, but the Lorentzian shape is too predominant to extract reliably the Gaussian and the Lorentzian contributions to the profile. Using α and w_G as free parameters to fit the data of Fig. 3, we find $w_G = 176(6)$ Hz, and $\alpha = 0.64(5)(5)$. The first uncertainty quoted for α is the standard deviation of the fit value. The second results from calibration uncertainties on the magnification of the imaging system and on the total atom number, which do not affect w_G . The agreement of the measured value of α with the theoretical value 0.67, to within the 15% experimental uncertainty, confirms quantitatively the temperature dependence of the momentum width predicted in Ref. [5]. The coherence length \hbar/p_ϕ deduced from this measurement varies between $5.9(8)$ and $39(4)$ μm, in the range $6 < T/T_\phi < 28$.

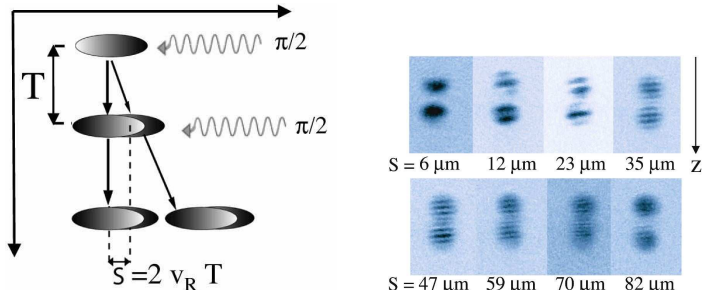


Fig. 4. Left : The atom interferometer used for our coherence length measurement uses 2 $\pi/2$ pulse to create and overlap 2 displaced copies of the same condensate. Right : The fringe spacing and contrast changes as the time between the 2 pulses (i.e. the separation between the 2 copies) is changed. A measurement of the fringe contrast directly measures the spatial first-order correlation function of the matter-wave field.

4.2 Interferometry with elongated BECs

The Bragg spectroscopy method has proven to be appropriate for measuring short coherence lengths. However, when applied to nearly coherent condensates ($L_C \sim L$), the extremely narrow Bragg resonance becomes increasingly difficult to resolve (for $L_\Phi \sim 40\mu\text{m}$, the momentum width is already of the order of our resolution). However, since our goal is to investigate the cross-over from a phase coherent to a phase-fluctuating condensate, we need to measure coherence length larger than the $39(4)\mu\text{m}$ attainable with Bragg spectroscopy. For this, we have implemented a matter-wave interferometer [9]. As shown on figure 4, this interferometer uses a first $\frac{\pi}{2}$ bragg pulse to split the condensate in 2 equal copies that fly apart from each other at a velocity $2v_R = 2\frac{\hbar k}{M} \simeq 1.2\text{ cm/s}$. After a time of flight $2\text{ms} < T < 10\text{ms}$, the 2 copies, that separate by $2v_R \times T$, are recombined using a second $\frac{\pi}{2}$ pulse, that creates 2 interferometer output (see fig. 4). For finite T , complementary fringes appear in the two output ports, because of the smoothly varying expansion phase that results from the conversion of a small fraction of the initial mean-field energy ($\sim \epsilon^2\mu$) into axial kinetic energy. The resulting fringe pattern is Fourier analyzed to find the contrast and the fringe spacing in reciprocal space. In this way, we filter out shot-to-shot, global phase fluctuations that would result in a translation of the fringe pattern as a whole. This method allows for averaging many processed images without artificially reducing the contrast. After this processing, this method allows a direct measure-

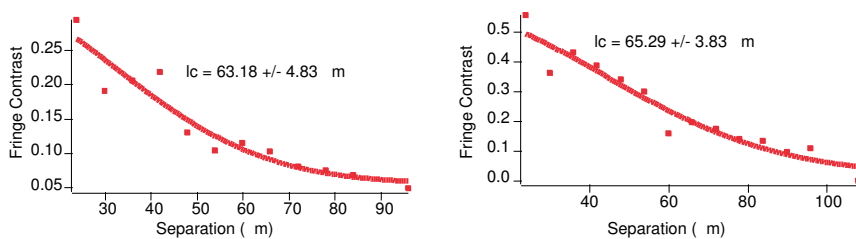


Fig. 5. Example of 2 direct measurements of the correlation function (fringe contrast) as a function of the separation s between the two copies of the condensate ; left : $T_\Phi/T = 0.45$ and 2×10^5 atoms ($L_{TF} \sim 100\mu\text{m}$), right : $T_\Phi/T = 0.75$ and 1.3×10^5 atoms ($L_{TF} \sim 90\mu\text{m}$)

ment of the correlation function $\mathcal{C}^{(1)}$ as a function of separation s (see figure 5), irrespective of the amount of phase fluctuations.

5 CONCLUSION

We have demonstrated two important features of elongated Bose-Einstein condensates: (i) the dimension of the condensate after expansion; (ii) the momentum distribution of quasicondensates; Our method, along with atom interferometry can be applied to investigate how long range order develops during the condensate growth.

References

- [1] A. Görlitz, J. M. Vogels, A. E. Leanhardt, C. Raman, T. L. Gustavson, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, T. Rosenband, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 130402 (2001).
- [2] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
- [3] M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160405 (2001).
- [4] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3745 (2000).
- [5] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).
- [6] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160406 (2001).
- [7] D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Appl. Phys. B* **73**, 781 (2001).
- [8] I. Shvarchuck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [9] D. Hellweg, L. Cacciapuoti, M. Kottke, T. Schulte, K. Sengstock, W. Ertmer, J.J. Arlt *cond-mat/0303308*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010406 (2003).
- [10] S. Richard *et al.*, *cond-mat/0303137*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010405 (2003).
- [11] F. Gerbier *et al.*, *cond-mat/0210206*.
- [12] F. Gerbier *et al.*, *Phys. Rev. A* **67**, 051602 (2003).
- [13] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [14] B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [15] V. Boyer, thèse de doctorat 2000
- [16] The atom number measurement is calibrated to a 20% precision by comparing a measurement of N_c to theory [17].
- [17] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [18] E. G. M. van Kempen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen, B. J. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 093201 (2002).
- [19] Y. Castin, R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E. L. Surkov, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
- [20] V. V. Goldman, I. F. Silvera, A. J. Leggett, *Phys. Rev. B* **24**, 2870 (1981); S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *J. Low Temp. Phys.* **109**, 309 (1997).
- [21] A. L. Zubarev, Y. E. Kim, *Phys. Rev. A* **65**, 035601 (2002).
- [22] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. B. Band, M. Edwards, M. Doery, P. S. Julienne, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
- [23] J. W. Kane, L. P. Kadanoff, *Phys. Rev.* **155**, 80 (1967).
- [24] Using the relevant expressions for $n_1(0)$, the results obtained in [4] for the 1D case and [5] for the 3D case are recovered, in the limit $L_\phi \ll L$.
- [25] The coefficient α accounts for the density profile, but varies little with the exact form of n_1 : for instance $\alpha = 0.64$ in the 1D TF limit, and $\alpha = 0.5$ for a uniform profile.
- [26] J. Steinhauer, R. Ozeri, N. Katz, N. Davidson, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 120407 (2002).
- [27] F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).

**MOMENTUM SPECTROSCOPY OF PHASE
FLUCTUATIONS OF AN ELONGATED BOSE-EINSTEIN
CONDENSATE***

A. ASPECT, S. RICHARD, F. GERBIER, M. HUGBART, J. RETTER, J. H.
THYWISSEN[†], AND P. BOUYER

*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique,
Bat. 503, Centre Universitaire
F91403, ORSAY, France
E-mail: alain.aspect@iota.u-psud.fr*

1. Introduction: BEC beyond the ideal case

Degenerate atomic Bose gases provide a remarkable testing ground for the theory of dilute quantum fluids, allowing for an extensive comparison of theory and experiment^{1,2}.

First studies on trapped dilute Bose gases have shown behaviors in good agreement with the predictions for homogeneous ideal Bose gases. With the refinement of experimental techniques, however, it becomes possible to study deviations from the ideal case. We have recently made quantitative studies of such deviations, for two different phenomenon:

- (i) Phase fluctuations in an elongated quasi 1D condensate, that lead to a coherence length smaller than the condensate axial size³.
- (ii) Shift of the critical temperature of condensation due to interactions⁴.

In the context of this series of Conferences On Laser Spectroscopy, where we have so strong traditions, I will concentrate on the first study, since we will see that these measurements involve many methods of "Good Old Spectroscopy", transposed from the world of Lasers and Photon Optics, to the world of Bose-Einstein Condensates and Atom Optics.

*This work is supported by CNRS, Ministère de la Recherche, DGA, EU (Cold Quantum Gases network; ACQUIRE collaboration), INTAS(project 01-0855)

[†]Present address: Department of Physics, 60 St George Street, University of Toronto, Toronto, ON, M5S 1A7, Canada

2. Phase fluctuations in a trapped elongated BEC

Three-dimensional (3D) trapped condensates are predicted to have a uniform phase, extending over the whole condensate, even at finite temperature, and this has been confirmed experimentally^{5,6,7}. In low dimensional systems, however, phase fluctuations are predicted to reduce the spatial coherence length (see ^{8,9} and references therein). This phenomenon also occurs in sufficiently anisotropic 3D samples, where complete phase coherence across the axis (long dimension) is established only below a temperature T_ϕ , that can be much lower than the critical temperature T_c ¹⁰. In the range $T_\phi < T < T_c$, the cloud is a “quasi-condensate”, whose incomplete phase coherence is due to thermal excitations of 1D axial modes, with wavelengths larger than its radial size. Phase fluctuations of quasi-condensates in elongated traps have been observed first in Hannover by Dettmer *et al.*¹¹, who measured the conversion, during free expansion, of the phase fluctuations into ripples in the density profile. Although the conversion dynamics is well understood¹², the measured amplitude of density ripples was found smaller than expected by a factor of two. In Amsterdam, Shvarchuck *et al.*¹³ have used a “focusing” method to show that the coherence length is smaller than the sample size during the formation of a condensate.

3. Production and observation of an elongated BEC in an iron-core electromagnet

Our experimental setup has been described elsewhere¹⁴. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam of ⁸⁷Rb is trapped in a MOT, and after optical pumping into the $F = 1$ state is transferred to a magnetic Ioffe-Pritchard trap created by an iron-core electromagnet. A new design allows us to lower the bias field to a few Gauss and thus to obtain very tight radial confinement¹⁵. Final radial and axial trap frequencies (ω_\perp and ω_z) are respectively 760 Hz and 5 Hz (*i.e.* an aspect ratio of 152). We typically obtain needle-shaped condensates containing around 5×10^4 atoms, with a typical half-length $L \simeq 130 \mu\text{m}$ and radius $R \simeq 0.8 \mu\text{m}$. Since the chemical potential is only slightly larger than the radial vibration quantum, ($\mu_{\text{TF}}/\hbar\omega_\perp \sim 4$), we work at the crossover between the 3D and 1D Thomas-Fermi (TF) regimes^{16,17,18}.

To obtain the number of atoms in the condensate and in the thermal cloud, and the temperature, we make an absorption image after a 20 ms time of flight. The number of atoms, obtained to within 20%, is calibrated from a measurement of the temperature of condensation T_c . The temper-

ature T is extracted from a two-component fit to the absorption images, yielding the temperature of the thermal cloud fitted by an ideal Bose function with zero chemical potential. In fact, the temperature obtained at the end of the evaporation ramp can be chosen *a priori* to within 20 nK by controlling the final trap depth (final rf frequency, as compared to the one totally emptying the trap, with is checked every five ramps) to a precision of 2 kHz. This provides a high reproducibility which is a real asset for these experiments.

As Shvachuck *et al.*¹³, we observe strong shape oscillations at the formation of the condensate¹⁹, despite a slow evaporation (less than 100 kHz/s) across T_c . We then hold the condensate for a time of typically 7 seconds in the presence of an rf shield, to damp the axial oscillations enough that they do not affect the Bragg spectra (see below).

4. Measurement of the spatial coherence function by Bragg spectroscopy

The most direct way to measure the spatial coherence function relies on atom interferometry. It turns out, however, that this method demands a high level of shot to shot stability of the interferometer²¹, and we have decided to first use a complementary method, that directly yields the momentum distribution (momentum spectrum) $\mathcal{P}(p_z)$, which is nothing else than the Fourier transform of $C(s)$.

This is analogous to the two complementary methods of “Good Old Spectroscopy”, where one can either measure the temporal correlation function of the light (the so called “Fourier-transform spectroscopy”), or directly obtain the frequency spectrum. It is well known that the second type of method is much easier to implement, because some physical phenomena (as dispersion in dielectric media) or “simple” devices (as diffraction gratings) are able to separate frequency components whose weight can be directly measured. The methods yielding directly the spectrum were in fact the only ones that were used for centuries, until stable and reliable enough interferometers became available.

In our problem of Atom Optics, it turns out that we also have a method that directly yields the momentum spectrum: this is “Bragg Spectroscopy”^{6,22}. Our momentum distribution measurement is based on four-photon velocity-selective Bragg diffraction. In this process, atoms are extracted out of the condensate by interaction with a moving standing wave, formed by two counter-propagating laser beams with a relative de-

tuning δ . In a wave picture, this can be interpreted as a (second order) Bragg diffraction of the atomic matter waves off the grating formed by the light standing wave, and it is therefore resonant only for a given atomic de Broglie wavelength, or equivalently for a given value of the atomic momentum. The number of extracted atoms is therefore proportional to the density of probability of that particular value of the momentum. Writing the Bragg condition of diffraction off a thick grating, one finds that the momentum component resonantly diffracted out of the condensate depends on the velocity of the light standing wave, and therefore on the detuning δ , according to

$$p_z = M(\delta - 8\omega_R)/(2k_L), \quad (1)$$

with $\omega_R = \hbar k_L^2/(2M)$, M the atomic mass, and $k_L = 2\pi/\lambda$ ($\lambda = 780.02$ nm). By varying the detuning δ between the counter-propagating laser beams that make the moving standing wave, and measuring the fraction of diffracted atoms *vs.* δ , one can build the momentum distribution spectrum.

The stability of the differential frequency δ determines the spectral resolution, and must be as good as possible. The optical setup is as follows. A single laser beam is spatially filtered by a fiber optic, separated into two arms with orthogonal polarizations, frequency shifted by two independent 80 MHz acousto-optic modulators, and recombined. The modulators are driven by two synthesizers stable to better than 1 Hz over the typical acquisition time of a spectrum. The overlapping, recombined beams are then sent through the vacuum cell, parallel (to within 1 mrad) to the long axis of the trap, and retro-reflected to obtain two standing waves with orthogonal polarizations, moving in opposite directions. To check the differential frequency stability, we have measured the beat note between the two counter-propagating beams forming a standing wave. The average over ten beat notes had a half-width at half-maximum (HWHM) of 216(10) Hz for a 2 ms pulse²³.

5. Axial Bragg spectrum of an elongated condensate

The following experimental procedure is used to acquire a momentum spectrum. At the end of forced evaporative cooling, the radio frequency knife is held fixed for about 7 s to allow the cloud to relax to equilibrium (see above). The magnetic trap is then switched off abruptly, in roughly 100 μ s,

and the cloud expands for 2 ms before the Bragg lasers are pulsed on for 2 ms. The lasers are tuned 6.6 GHz below resonance to avoid Rayleigh scattering, and the laser intensities (about 2 mW/cm²) are adjusted to keep the diffraction efficiency below 20%.

We take the Bragg spectrum after expansion rather than in the trap to overcome two severe problems. First, in the trapped condensate, the mean free path (about 10 μm) is much smaller than its axial size of 260 μm , so that fast Bragg-diffracted atoms would scatter against the cloud at rest²⁵. Second, the inhomogeneous mean field broadening⁶ would be of the order of 300 Hz, *i.e.* larger than our instrumental resolution. By contrast, after 2 ms of free expansion, the peak density has dropped by two orders of magnitude²⁶, and both effects become negligible. One may wonder whether this 2 ms expansion doesn't affect the momentum distribution we want to study. In fact, the phase fluctuations do not significantly evolve in 2 ms, since the typical timescale for their complete conversion into density ripples varies from 400 ms to 15 s for the range of temperatures we explore²⁷. Also, the mean field energy is released almost entirely in the radial direction, because of the large aspect ratio of the trap²⁶, and contributes only about 50 Hz of Doppler broadening in the axial direction. The only perturbation due to the trap release seems to be small axial velocity shifts (around 100 $\mu\text{m/s}$) attributed to stray magnetic gradients that merely displace the spectra centers.

After application of the Bragg pulses, we wait for a further 20 ms to let the diffracted atoms separate from the parent condensate, and take an absorption image. Diffraction efficiency is defined as the fraction of atoms in the secondary cloud. We repeat this complete sequence typically five times at each detuning, and we average the diffraction efficiency for this particular value of the detuning. Repeating this process at various values of the detuning (typically 15), we plot the diffraction efficiency *vs.* δ , and obtain an "elementary spectrum".

As shown on Fig. 1a, an elementary spectrum at a given temperature still shows a lot of noise. To average out this noise, we have taken many elementary spectra at the same temperature (between 10 and 40), but during different runs (on different days). We have also varied the hold time (of about 7 s, see above) over a range of 125 ms, to average on possible residual shape oscillations. We then take all the spectra corresponding to the same temperature, and we reduce them to the same surface, background, and center, and superpose them²⁴.

Fig. 1b shows the result of such a data processing, at a temperature

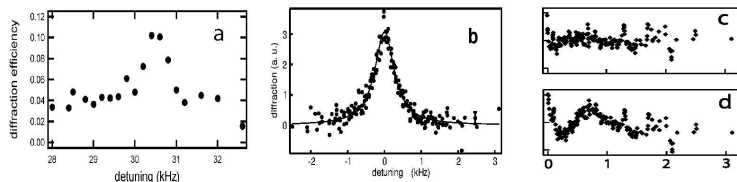


Figure 1. **Bragg spectrum of an elongated BEC** at $T = 261(13)$ nK, corresponding to $T/T_\phi = 20(2)$. **(a)** Elementary spectrum (*i.e.* diffraction efficiency *vs.* relative detuning of the Bragg lasers) corresponding to 75 diffraction efficiency measurements made at the same temperature, but at various detunings (see text). Measurements at the same detuning (typically 5) are averaged. **(b)** Averaged spectrum, obtained by averaging 12 (recentered and rescaled, see text) elementary spectra. A typical statistical error bar is shown. This spectrum is the superposition of 12 “elementary spectra”, as described in the text. The solid line is a Lorentzian fit, giving a half-width at half-maximum (HWHM) of 316(10) Hz. **(c)** and **(d)** show respectively the (folded) residuals of a Lorentzian and of a Gaussian fit to the above spectrum.

well above T_ϕ , *i.e.* for a case where the broadening due to phase fluctuations is expected to dominate over the instrumental resolution. The width (316(10) Hz, HWHM) is definitely larger than the resolution (less than 216(10) Hz, HWHM). Moreover, it is clear by simple visual inspection, and confirmed by examining the residuals of fits (see Fig. 1c and d) that the profile shape is definitely closer to a Lorentzian than to a Gaussian. Such a shape is in contrast to the gaussian-like profile expected for a pure condensate^{6,20}, and it is characteristic of large 1D phase fluctuations²⁷, which result in a nearly exponential decay of the correlation function.

6. Results. Comparison to theory

Bragg spectra have been taken at various temperatures between T_ϕ and T_c . Using a Lorentzian fit, we extract a measured half-width $\Delta\nu_M$ for each temperature, and plot it (Figure 2a) *vs.* $\Delta\nu_\phi$, a parameter convenient to compare to the theory. That parameter can be directly expressed as a function of the number of atoms and the temperature, and theory predicts that the ideal spectrum half-width should be proportional to $\Delta\nu_\phi$, with a multiplying factor α , depending on the density profile, of the order of 1 ($\alpha = 0.67$ in our case)^{27,3}. In fact, since our spectral resolution is limited, the measured spectrum width $\Delta\nu_M$ results from a convolution of the ideal Lorentzian profile by the resolution function, that we assume to be a Gaussian, of half-width w_G . The measured spectrum is then expected to be a Voigt profile, whose shape can hardly be distinguished from a Lorentzian in our range of parameters, but with a width (HWHM) $\alpha\Delta\nu_\phi/2 + \sqrt{w_G^2 + (\alpha\Delta\nu_\phi)^2}/4$.

We use that expression to fit the data of Fig. 2a, taking α and w_G as free parameters. We find $w_G = 176(6)$ Hz, and $\alpha = 0.64(5)(5)$. The first uncertainty quoted for α is the standard deviation of the fit value. The second results from calibration uncertainties on the magnification of the imaging system and on the total atom number, which do not affect w_G . We note first that the fitted value of w_G is slightly smaller than 216 Hz, as it should be²³. The agreement of the measured value of α with the theoretical value 0.67, to within the 15% experimental uncertainty, confirms quantitatively the temperature dependence of the momentum width predicted in Ref. 10.

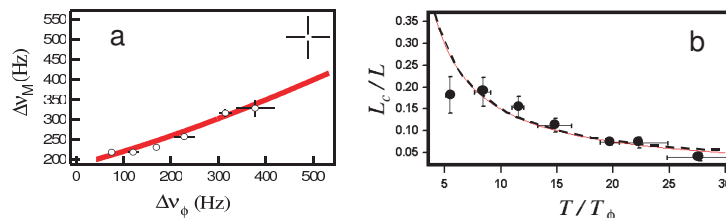


Figure 2. **Momentum distribution width and coherence length for $T/T_\phi > 1$.** (a) Half-widths at half-maximum $\Delta\nu_M$ of the experimental Bragg spectra versus the parameter $\Delta\nu_\phi$ (see text). The solid line is a fit assuming a Voigt profile with a constant Gaussian resolution function. (b) Coherence length L_c (divided by the condensate half size L) vs. temperature (divided by T_ϕ). The coherence length is obtained after deconvolution from the resolution function.

Conclusion

We have shown that the momentum spectrum of an elongated condensate at a temperature smaller than T_c but larger than T_ϕ has a Lorentzian shape, in contrast with the Gaussian shape of a "normal" condensate. That shape, as well as the measured broadening, agree quantitatively with the predictions for a phase fluctuating condensate. The coherence lengths corresponding to the spectrum widths are smaller than the condensate axial size (Fig. 2b). It would be interesting to also measure the coherence length for temperatures approaching T_ϕ , to study how coherence develops over the whole condensate. Since this corresponds to smaller and smaller momentum widths, the method presented here is not well adapted, and an interferometric measurement directly yielding the spatial correlation function at large separations would be a method of choice. Such measurements require a large path difference of the interferometer, and the stability of the

interferometer is a crucial issue. We are currently working in that direction.

References

1. F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 436 (1999).
2. E. A. Cornell and C. E. Wieman *Rev. Mod. Phys.* **74**, 875-893 (2002); W. Ketterle *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131-1151 (2002).
3. R. Simon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010405 (2003).
4. F. Gerbier *et al.*, cond-mat/0307188.
5. E. W. Hagley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
6. J. Stenger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
7. I. Bloch, T. W. Hänsch, T. Esslinger, *Nature* **403**, 166 (2000).
8. D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3745 (2000).
9. J. O. Andersen, U. Al Khawaja, H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 070407 (2002); D. L. Luxat, A. Griffin, cond-mat/0212103; C. Mora, Y. Castin cond-mat/0212523.
10. D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).
11. S. Dettmer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160406 (2001); D. Hellweg *et al.*, *Appl. Phys. B* **73**, 781 (2001).
12. H. Kreutzmann *et al.*, cond-mat/0201348.
13. I. Shvarchuck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
14. B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
15. V. Boyer, thèse de doctorat, Institut d'Optique-Université Paris VI2000.
16. A. Görlitz, J. M. Vogels, A. E. Leanhardt, C. Raman, T. L. Gustavson, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, T. Rosenband, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 130402 (2001).
17. F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
18. M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160405 (2001).
19. F. Gerbier *et al.*, cond-mat/0210206.
20. F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn, S. Stringari, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).
21. Note however that recently the Hanover group has succeeded in such a measurement, and obtained results analogous to ours: D. Hellweg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010406 (2003).
22. J. Steinhauer, R. Ozeri, N. Katz, N. Davidson, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 120407 (2002).
23. Since supplementary mirrors must be added to perform this measurement, the result is an upper limit to the linewidth of δ .
24. S. Richard, Thèse de l'université d'Orsay (2003)
25. A. P. Chikkatur *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 483 (2000).

26. Y. Castin, R. Dum, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E. L. Surkov, G. V. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **55**, R18 (1997).
27. F. Gerbier *et al.*, Phys. Rev. **A 67**, 051602(R) (2003) .

Coherence length of an elongated condensate: a study by matter-wave interferometry

M. Hugbart^{1a}, J. A. Retter¹, F. Gerbier², A. F. Varón¹, S. Richard³, J. H. Thywissen⁴, D. Clément¹, P. Bouyer¹, A. Aspect¹

¹ Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

² Institut für Physik, Johannes Gutenberg Universität, Staudingerweg 7, D-55099 Mainz, Germany

³ THALES Research & Technology, 91404 Orsay Cedex, France

⁴ Department of Physics, University of Toronto, 60 Saint George St, Toronto, Ontario, M5S 1A7 Canada

Received: date / Revised version: date

Abstract. We measure the spatial correlation function of Bose-Einstein condensates in the cross-over region between phase-coherent and strongly phase-fluctuating condensates. We observe the continuous path from a gaussian-like shape to an exponential-like shape characteristic of one-dimensional phase-fluctuations. The width of the spatial correlation function as a function of the temperature shows that the condensate coherence length undergoes no sharp transition between these two regimes.

PACS. 03.75.Hh Static properties of condensates; thermodynamical, statistical and structural properties – 03.75.Dg Atom and neutron interferometry – 39.20.+q Atom interferometry techniques

1 Introduction

The high atomic phase-space density provided by a Bose-Einstein condensate (BEC) [1] has driven interest in guiding atoms in a manner analogous to guiding laser light through single-mode optical fibres. The most advanced technology to date is based on *atom chips*, where the fields which trap and guide the atoms are created by microfabricated structures [2–7]. Many groups around the world have already succeeded in preparing BEC on an atom chip [8–14] and one can envisage using this technology to create integrated atom interferometers [15–18]. In this context, a precise characterization of the phase coherence properties of the condensate is crucial [19–21].

Trapping quantum gases on atom chips naturally involves highly elongated, guide-like traps. Changing the dimensionality of the system from three-dimensional (3D) towards one-dimensional (1D) has a profound effect on the phase coherence of the condensate. In 3D condensates of modest aspect ratio, experimental results show that phase coherence extends across the whole cloud [22,23], even at finite temperature [24]. However, in the 1D regime, thermal excitations of the low energy axial modes lead to phase fluctuations which degrade the phase coherence [25,26]. Condensates exhibiting such phase fluctuations are known as *quasi-condensates*.

In the intermediate regime of elongated 3D condensates with a high aspect ratio, a behaviour similar to the 1D case

is observed [27]: below a characteristic temperature T_ϕ determined by the atom number and the trapping frequencies, the condensate is nearly phase coherent, but above T_ϕ the population of the axial modes is high and phase fluctuations may be pronounced. For weakly elongated condensates, T_ϕ can be higher than the transition temperature T_c , so that the condensate is nearly phase coherent at all temperatures. In contrast, atom chips can easily produce traps with high aspect ratios (~ 1000) for which T_ϕ can be much smaller than T_c . Phase fluctuations are therefore likely to impose limits on the performance of atom chip devices and need to be well understood.

In an elongated condensate, the wavelength of the low energy axial modes is longer than the radial size of the condensate, so these excitations have a 1D character. However, the wavelength of these excitations can be much shorter than the axial length of the condensate, reducing the phase coherence length in the axial direction. An important feature of quasi-condensates is that density fluctuations remain suppressed in the trap, due to the mean field energy, even in the presence of large phase fluctuations [27,21]. Therefore, the 3D quasi-condensate has the usual parabolic profile in the Thomas-Fermi limit.

Phase-fluctuating condensates in elongated traps were first observed by the conversion of phase fluctuations into density fluctuations after a sufficiently long free expansion [19] and by a condensate-focussing technique [20]. Quantitative measurements of the phase coherence length have since been obtained from the momentum distribution [21] and the second-order cor-

^a e-mail: mathilde.hugbart@iota.u-psud.fr

relation function [28]. The results of each of these experiments showed good agreement with theory [27] in the strongly phase-fluctuating regime (at temperatures $T \gg T_\phi$). However, neither experiment explored the cross-over region ($T \sim T_\phi$) between phase-coherent and strongly phase-fluctuating condensates.

In this article we describe a new experiment using a matter-wave interferometer and Fourier-space analysis to measure the spatial correlation function, thereby extending our measurements into the cross-over region ($T \sim T_\phi$). Our results agree with the predicted shapes of the correlation function: for $T \gg T_\phi$, we find exponential-like correlation functions as predicted for significant phase fluctuations, whereas at $T \sim T_\phi$ we find a gaussian-like shape, as expected when the phase profile is nearly flat and the correlation function decay is dominated by the density profile. The coherence length as a function of T/T_ϕ follows the trend predicted by theory, showing that the coherence length increases smoothly as the temperature falls and that there is no sharp transition at T_ϕ . This highlights the fact that phase fluctuations occur at all finite temperatures, even if these effects are too small to be resolved experimentally for more spherical traps. However, whereas our previous measurements based on momentum spectroscopy [21], realized for high T/T_ϕ , were in full agreement with the theory, two observations remain unexplained in the interferometric method. First, as in a previous experiment [22], our experimental measurements of the coherence length are shifted from the theoretical prediction, by about 25% for $T/T_\phi = 1$, even after taking the limitations of our imaging system into account. Second, our interferometer produces unexplained supplementary fringes outside of the region where the condensates overlap, and we note that similar unexplained fringes appear in other published data [29]. These supplementary fringes do not seem to be compatible with interference of the thermal cloud observed in [30].

2 Measurement of the coherence length by atom interferometry

A natural method to study the coherence length along the long axis z of a condensate, or a quasi-condensate, is to use atom interferometry. With atomic beam-splitters, one produces two daughter copies of the initial condensate with a separation s , and observes the interference pattern appearing in the atomic density:

$$\begin{aligned} n(\mathbf{r}) &\propto |\Psi_0(\mathbf{r} - \frac{s}{2}\mathbf{e}_z) + e^{i\phi_{\text{rel}}}\Psi_0(\mathbf{r} + \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)|^2 \\ &\propto |\Psi_0(\mathbf{r} - \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)|^2 + |\Psi_0(\mathbf{r} + \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)|^2 \\ &\quad + 2\text{Re}[e^{i\phi_{\text{rel}}}\Psi_0^*(\mathbf{r} - \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)\Psi_0(\mathbf{r} + \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)], \end{aligned} \quad (1)$$

where \mathbf{e}_z is the axial unit vector, $\Psi_0(\mathbf{r})$ is the wavefunction describing the initial condensate and ϕ_{rel} a relative phase shift produced by the interferometer and the free fall of the condensate.

Let us first consider the behaviour of a fully phase coherent condensate. During free expansion, it acquires a phase distribution proportional to z^2 [31]. The phase difference ϕ_{rel} between two displaced copies of the condensate is therefore proportional to zs , giving rise to an interference pattern of straight

fringes, uniformly spaced along the longitudinal direction, the spatial frequency of the fringes being proportional to the separation s . The fringe contrast integrated over the entire condensate gives the first-order correlation function at s :

$$C^{(1)}(s) = \int d^3\mathbf{r} \Psi_0^*(\mathbf{r} - \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)\Psi_0(\mathbf{r} + \frac{s}{2}\mathbf{e}_z). \quad (2)$$

Repeating this contrast measurement for different separations s , one can study the decay of $C^{(1)}(s)$ with increasing s [22]. For a fully phase coherent condensate, the first-order correlation function decay reflects only the width of the density profile $n(\mathbf{r})$ [32].

In the case of a quasi-condensate, 1D thermal excitations cause the phase to fluctuate along the longitudinal axis, both spatially and temporally. In our experiment, these fluctuations are small compared to the parabolic phase developed during free expansion. Therefore when we image the overlapping condensates after free expansion, we still observe straight fringes, but they are no longer strictly periodic. Small local phase shifts add a ‘‘jitter’’ to the fringe spacing, which in Fourier space has the effect of broadening the peak at the spatial frequency of the fringes and thereby reducing its height. As s is increased, the fringes are perturbed more strongly, because the condensate phase becomes less correlated at larger separations. The contrast therefore decreases faster with s than in the fully phase-coherent case. The greater the amplitude of the phase fluctuations, the faster the contrast decreases with s . Therefore by measuring the width of the correlation function at different temperatures, we extract the temperature dependence of the coherence length. Further information is obtained from the shape of the correlation function [33].

In the presence of phase fluctuations, each realization of the experiment gives a different interference pattern, even with fixed experimental conditions. Expression (2) must therefore be generalized to:

$$C^{(1)}(s) = \int d^3\mathbf{r} \langle \Psi_0^*(\mathbf{r} - \frac{s}{2}\mathbf{e}_z)\Psi_0(\mathbf{r} + \frac{s}{2}\mathbf{e}_z) \rangle, \quad (3)$$

where the brackets $\langle \rangle$ denote a statistical average of the random process describing the random phase. In practice, one must repeat the experiment at a given separation s and average the contrast measurements over many quasi-condensates to obtain $C^{(1)}(s)$.

This principle was used by Michelson in his famous astronomical interferometer, whose goal was to measure the spatial coherence of the light field arriving from a star, in order to deduce the diameter of the star [34]. However, Michelson’s method is plagued by the existence of a randomly fluctuating relative phase between the two inputs of the interferometer, and various methods insensitive to the relative phase fluctuations had to be developed [35]. A similar problem appears when one tries to determine the coherence length of a condensate or a quasi-condensate with interferometry. In addition to the controlled relative phase between the two components interfering in (1), there is an uncontrollable relative phase due to experimental problems such as a residual phase shift between the lasers creating the two copies or a random velocity kick imparted to the sample. In order to overcome this problem [36], D. Hellweg *et al.* [28] have used an analysis analogous to the

Hanbury Brown and Twiss method [37], since it is based on the measurement of the second-order correlation function which is insensitive to global phase shifts. In contrast, our method is in line with the initial method of Michelson who could visually evaluate the contrast of the randomly moving fringes he was observing. The decrease of this contrast as a function of the telescopes' separation gave a direct measurement of the coherence length. Similarly, we directly evaluate the contrast of the fringes by taking the modulus of the Fourier transform of the fringe pattern. The decrease of that contrast as a function of the separation s yields the coherence length of the quasi-condensate.

3 Experiment

3.1 Creation of elongated Bose-Einstein condensates

In our experimental setup [38], a Zeeman-slowed atomic beam of ^{87}Rb is trapped in a MOT, and after optical pumping into the $5S_{1/2}|F=1, m_F=-1\rangle$ state is transferred to a magnetic Ioffe-Pritchard trap created by an iron-core electromagnet. Our design allows us to lower the magnetic field at the bottom of the trap to a few Gauss and thus to obtain very tight radial confinement [39]. Using this trap, we are able to create condensates very close to the 1D Thomas-Fermi regime [40], as was demonstrated in [41–43]. In the present experiment, we produce condensates further into the 3D regime so that we can explore the cross-over regime ($T \sim T_\phi$). We use two different trap configurations: in the first, the final radial and axial trap frequencies are respectively $\omega_\perp = 2\pi \times 395$ Hz and $\omega_z = 2\pi \times 8.67$ Hz, giving an aspect ratio of 45; for the second trap configuration, the final frequencies are $\omega_\perp = 2\pi \times 655$ Hz and $\omega_z = 2\pi \times 6.55$ Hz, with aspect ratio 100. In this way, we obtain needle-shaped condensates containing around 3×10^5 atoms, with a typical half-length $L \simeq 85$ μm in the first trap and $L \simeq 120$ μm in the second. We control the final number of atoms by holding the condensate for a variable time, typically a few seconds, in the presence of an rf shield. The absolute number of atoms is calibrated from a measurement of the critical temperature, taking into account the effects of interactions [44]. For condensates with small condensate fractions (less than 60%), the temperature is obtained by fitting a gaussian distribution to the thermal wings of the cloud. The temperature is then extrapolated from the final frequency of the rf ramp to lower temperatures for which the thermal fraction is indiscernible [45,43].

3.2 Interferometry set-up and timing

As shown in Figure 1, we implement the interferometer using a sequence of two $\frac{\pi}{2}$ -Bragg pulses, which act as matter-wave beamsplitters. The set-up consists of two laser beams counter-propagating along the longitudinal trap axis, each of intensity ~ 2 mW cm $^{-2}$, red-detuned by $\Delta = 6.6$ GHz from the ^{87}Rb D2 line at $\lambda = 780.02$ nm. Two acousto-optic modulators driven by frequency synthesizers produce a small relative detuning δ , tuned to the two-photon Bragg resonance $\delta = 2\hbar k_L^2/m$, with m the atomic mass and $k_L = 2\pi/\lambda$. The momentum

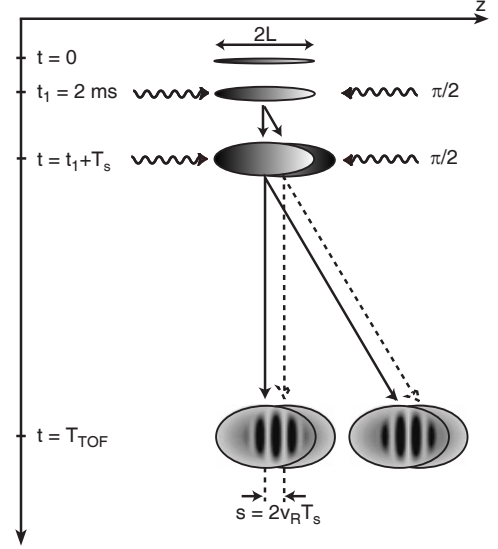


Fig. 1. The condensate is released from the trap at $t = 0$ and has a half-length of L . A sequence of two Bragg pulses is applied to generate the interferometer. Two output ports are created ($p = 0, p = 2\hbar k_L$) with complementary fringe patterns.

width along z of the expanding condensate corresponds to a frequency width of 200 Hz. Therefore we use Bragg pulses of ~ 100 μs , short enough such that the corresponding 1.6 kHz frequency width (full width at half maximum) is sufficient to couple the entire condensate. The thermal cloud surrounding the condensate has a momentum distribution with a frequency width ranging from 12 kHz to 60 kHz, much larger than that of the condensate. Thus, only a small fraction of the thermal cloud is coupled by the Bragg pulses [45]. By controlling the Bragg pulse length, we realize a $\frac{\pi}{2}$ -pulse which splits the condensate into a coherent superposition of two wavepackets with velocities differing by $2v_R = 2\hbar k_L/m = 11.72$ mm s $^{-1}$, where v_R is the recoil velocity. The interferometer sequence is illustrated in Figure 1. The condensate is held in the trap for at least 2 s at the end of the final rf evaporative-cooling ramp, to allow residual oscillations to be damped [21,20]. After switching off the trap, the condensate is allowed to expand freely for 2 ms before the first $\frac{\pi}{2}$ -pulse is applied. During this expansion the condensate density reduces by two orders of magnitude, so collisions between the diffracted wavepacket and the original condensate become negligible. During a free-evolution time $2\text{ ms} < T_s < 10$ ms, the two wavepackets separate to a distance $s = 2v_R T_s$. The second $\frac{\pi}{2}$ -pulse completes the interferometer, and we observe interference in each of the two output ports, which differ in momentum by $p = 2\hbar k_L$. The condensate is imaged by absorption perpendicular to the long axis z after a 29 ms total time-of-flight [46].

For a given set of experimental conditions (condensate atom number and temperature), the experimental correlation function is acquired by taking a sequence of interference images with different condensate separations s ranging from $0.2L$ to $1.2L$, varied by changing T_s . For smaller separations, we do not observe enough fringes to obtain a reliable measurement of the contrast. At the maximum value of s , the contrast has

reduced such that the fringes are no longer discernible above the noise. Typical images for $0.3L \leq s \leq 1.1L$ are shown in Figure 2. For each value of s , typically 5 images are taken, so that a statistical average can be performed. The fringe contrast is then measured, giving the correlation function. Correlation functions have been obtained at various temperatures T between 100 and 230 nK and for condensate atom numbers N_0 between 0.5×10^5 and 2.5×10^5 . These conditions correspond to $0.8 < T/T_\phi < 8$, where $T_\phi = 15\hbar^2 N_0 / 16mL^2$ [27][47].

4 Analysis of interferograms

4.1 Interferogram

As shown in [25], a quasi-condensate is well-described by a fluctuating complex field $\Psi(\rho, z) = \sqrt{n(\rho, z)}e^{i\Phi(\rho, z)}$, with fixed density distribution $n(\rho, z)$ and fluctuating phase $\Phi(\rho, z)$. In the following, $\Psi(\rho, z)$ represents the wavefunction of the condensate after the free-fall expansion. The first Bragg pulse is applied after 2 ms of free expansion, at which time the density has reduced such that interactions between the atoms are negligible. We therefore assume that the different copies of the condensate propagate independently. The phase distribution can be expressed as $\Phi(\rho, z) = \alpha z^2 + \beta \rho^2 + \phi_{\text{th}}(z)$, where $\phi_{\text{th}}(z)$ represents the thermal phase fluctuations and the quadratic terms represent the parabolic phase developed during expansion.

We now consider the interference pattern produced at one of the output ports of the interferometer. For a separation s , we obtain the atomic density distribution:

$$\begin{aligned} n_{\text{out}}(\rho, z) &= \frac{1}{4} |\Psi(\rho, z - s/2) + \Psi(\rho, z + s/2)|^2 \\ &= \frac{n_+}{4} + \frac{n_-}{4} + \frac{\sqrt{n_+ n_-}}{2} \cos[\Delta\Phi(z) + \phi_g], \end{aligned} \quad (4)$$

with $n_\pm = n(\rho, z \pm s/2)$ and $\Delta\Phi(z) = \Phi(z + s/2) - \Phi(z - s/2)$. The global phase shift ϕ_g is due to random, uncontrolled phase shifts between the two Bragg pulses. The phase difference between the two copies is $\Delta\Phi(z) = \alpha z s + \phi_{\text{th}}(z + s/2) - \phi_{\text{th}}(z - s/2)$. The density of the condensate is small when the first Bragg pulse is applied, so we neglect a small relative velocity due to repulsion between the two copies. At the second output port, the two condensate copies have an additional π relative phase shift due to the Bragg pulses, thereby producing a complementary fringe pattern. In our data analysis, the images of each output port are treated separately.

Since the global phase shift ϕ_g fluctuates from shot to shot, we cannot average over different images at the same separation s . Instead, we take the contrast of each image individually and then average the contrast.

4.2 Analysis in Fourier Space

The atoms are imaged by absorption along the vertical y -axis, perpendicular to the long axis of the trap. The image we obtain, rescaled to units of 2D atomic density, is the integrated density:

$$I(x, z) = \text{const} \int dy n_{\text{out}}. \quad (5)$$

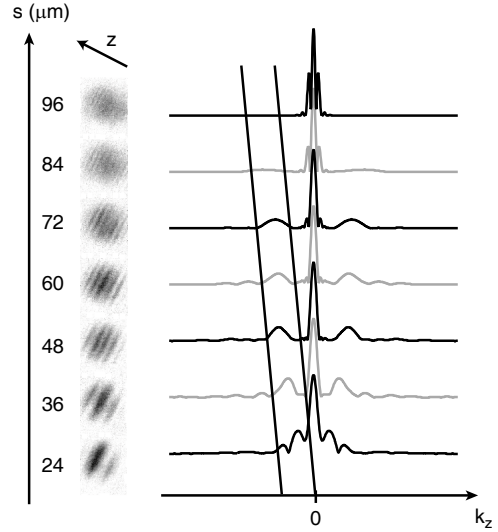


Fig. 2. Left: One of the two output ports of the interferometer for different separations s between the two condensate copies. The half-length of the initial condensate is $L = 85\mu\text{m}$. Right: Profiles of the 2D Fourier transform (absolute value) of each of the images on the left. The profiles are normalized to equal central peak height (proportional to total atom number). The position of the second peak (delimited by the two lines) gives the spatial frequency of the fringes, and the ratio of the height of the second peak to the central peak gives the fringe contrast.

We take the 2D Fourier transform of this image and extract its profile along the zero radial frequency $k_x = 0$ axis:

$$\tilde{I}[0, k_z] = \text{const} \int d^3r n_{\text{out}} e^{ik_z z}. \quad (6)$$

Typical images and their 2D Fourier transform profiles are shown in Figure 2 for different separations s . The contrast of the fringe pattern is given by the ratio $2\tilde{I}[0, k_0(s)]/\tilde{I}[0, 0]$, where $k_0(s) \simeq \alpha s$ is the dominant spatial frequency of the fringe pattern. The profiles of Figure 2 show clearly the increasing spatial frequency and decreasing contrast as a function of s .

To extract the correlation function, we take the complex amplitude of the Fourier peak at the spatial frequency k_0 of the fringes:

$$\tilde{I}[0, k_0(s)] = e^{i\phi_g} \int d^3r \sqrt{n_+ n_-} e^{i\Delta\Phi_{\text{th}}}. \quad (7)$$

In the absence of the global phase shifts ϕ_g , the correlation function $C^{(1)}(s)$ would be obtained by taking the statistical average of equation (7):

$$C^{(1)}(s) = \langle \tilde{I}[0, k_0(s)] \rangle = \int d^3r \langle \sqrt{n_+ n_-} e^{i\Delta\Phi_{\text{th}}} \rangle \quad (8)$$

which is identical to relation (3). However, ϕ_g changes from shot to shot and prevents us from averaging Fourier transforms directly in this way [48]. To eliminate this random phase, we can take the absolute value of the Fourier transform before averaging. Thus we obtain an effective correlation function:

$$C^{\text{eff}}(s) = \langle |\tilde{I}[0, k_0]| \rangle = \left\langle \left| \int d^3r \sqrt{n_+ n_-} e^{i\Delta\Phi_{\text{th}}} \right| \right\rangle. \quad (9)$$

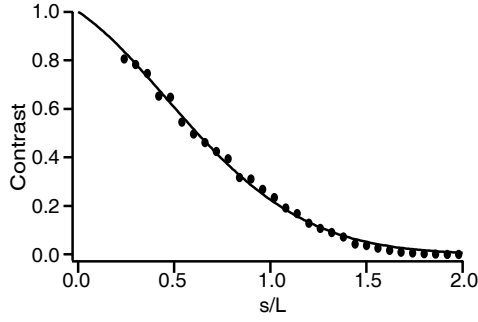


Fig. 3. Points represent the contrast extracted from our simulated absorption images (see text) as a function of s/L , L being the condensate half-length, for $T/T_\phi = 1$. These points are fitted by the product of a gaussian and an exponential (solid line) which we take to be our theoretical effective correlation function $C^{\text{eff}}(s)$.

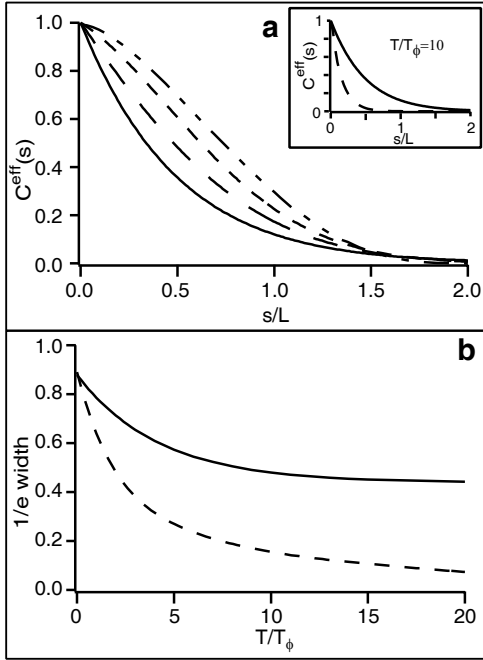


Fig. 4. Top: Lines are simulated effective correlation function $C^{\text{eff}}(s)$ (described in the text) as a function of s/L for different T/T_ϕ . From the top, $T/T_\phi = 0, 1, 3, 10$. With increasing T/T_ϕ , the curve changes from a quasi-gaussian to an exponential and the width decreases. Inset: Comparison of $C^{\text{eff}}(s)$ (solid line) and $C^{(1)}(s)$ (dashed line) at $T/T_\phi = 10$. Bottom: Width at $1/e$ of $C^{\text{eff}}(s)$ (solid line) and $C^{(1)}(s)$ (dashed line) as a function of T/T_ϕ .

Note that although it has similar behaviour, our effective correlation function is expected to be quantitatively different from $C^{(1)}(s)$. Taking the absolute value of the transform reduces the cancelling effect between the random thermal phase shifts in the statistical average, so that the effective correlation function $C^{\text{eff}}(s)$ decays more slowly with s than $C^{(1)}(s)$, as calculated in the next section.

4.3 Simulation

The 1st order correlation function $C^{(1)}(s)$ can be calculated analytically [33], using the theory of [27] to account for the phase fluctuations. However, it is not possible to obtain an analytic expression for the effective correlation function $C^{\text{eff}}(s)$ (equation (9)) which we measure. Therefore, to calculate $C^{\text{eff}}(s)$, we first simulate the quasi-condensate phase fluctuations following the theory in [27]. The phase operator is given by:

$$\hat{\phi}_{\text{th}}(\mathbf{r}) = [4n(\mathbf{r})]^{-1/2} \sum_j f_j^+(\mathbf{r}) \hat{a}_j + h.c., \quad (10)$$

where \hat{a}_j is the annihilation operator of the excitation with quantum number j . The solution of the Bogoliubov-de Gennes equations for “low energy” excitations (with energies $\epsilon_\nu < \hbar\omega_\perp$) gives the wavefunctions of these modes:

$$f_j^+(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{(j+2)(2j+3)gn(\mathbf{r})}{4\pi(j+1)R^2L\epsilon_j}} P_j^{(1,1)}(z/L), \quad (11)$$

where $P_j^{(1,1)}$ are Jacobi polynomials, $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ is the interaction strength, a is the scattering length, R and L are the size of the condensate in the trap and $\epsilon_j = \hbar\omega_z \sqrt{j(j+3)}/4$ is the energy of mode j [40]. We assume the Thomas-Fermi approximation for the density $n(\mathbf{r})$, taking R and L from fits to images after expansion. To simulate numerically the phase fluctuations, we replace the operators \hat{a}_j and \hat{a}_j^\dagger by complex Gaussian random variables α_j and α_j^* . These variables have a mean value of zero and the correlation $\langle \alpha_j \alpha_{j'}^* \rangle = \delta_{jj'} N_j$ where $N_j = k_B T / (\hbar\omega_z \sqrt{j(j+3)}/4)$ is the occupation number for the quasiparticle mode j at a given temperature T . We assume that the phase fluctuations do not evolve on the time scale of the expansion [33]. We have verified this by studying images of condensates after the same time-of-flight, but without the interferometer pulses. In this case, we observe a smooth density profile, with no extra features appearing in the Fourier transform.

For a given T/T_ϕ , 20 condensates are generated at each value of s , with s ranging from $0.2L$ to $2L$. Each condensate is integrated over y as in equation (5). These simulated absorption images are analysed in exactly the same way as the real experimental images. The absolute values of the Fourier transforms of the images are averaged, and the contrast extracted as in equation (9). The points in Figure 3 show the typical contrast extracted from our simulations for $T/T_\phi = 1$. We found that these points are very well fitted by the product of a gaussian and an exponential, for all T/T_ϕ . We use these fits as our theoretical effective correlation functions $C^{\text{eff}}(s)$.

The effective correlation function was simulated for $0 \leq T/T_\phi \leq 20$. Figure 4a presents results for different T/T_ϕ . At $T = 0$, $C^{\text{eff}}(s)$ coincides with $C^{(1)}(s)$ [33]. This function is simply the integrated overlap function between the two condensates, and is approximately a gaussian function of the separation s [32]. As T/T_ϕ increases, the width of the function decreases and its form gradually becomes exponential. In Figure 4b we plot the $1/e$ widths of the simulated $C^{\text{eff}}(s)$ functions as a function of T/T_ϕ . For comparison we show also the width of $C^{(1)}(s)$ [33] which decreases much faster with T/T_ϕ .

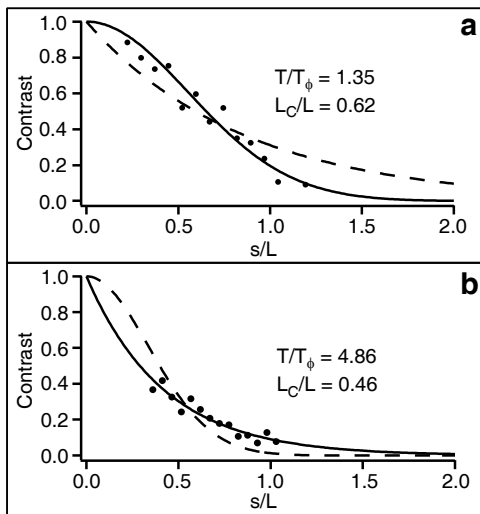


Fig. 5. Example of two experimental effective correlation profiles (points) as a function of s/L showing clearly the change in shape and width with T/T_ϕ . Each point is averaged over 5 condensates, each with 2 output port images. Top: At $T/T_\phi = 1.35$, the effective correlation curve is fitted by a gaussian (solid line), with $1/e$ width $L_C/L = 0.62$. The fit to an exponential (dashed line) is shown for comparison. Bottom: At $T/T_\phi = 4.86$, the effective correlation curve is fitted better by an exponential (solid line), with $1/e$ width $L_C/L = 0.46$. The fit to a gaussian (dashed line) is shown for comparison.

5 Experimental results

Figure 5 shows two examples of effective correlation curves measured using our interferometer and analysed as described above. The points shown in Figure 5a were obtained using a magnetic trap with an aspect ratio of 45, and with an atom number and temperature corresponding to $T/T_\phi = 1.35$, that is for small-amplitude phase fluctuations. The points in Figure 5b were obtained using a trapping aspect ratio of 100, and with $T/T_\phi = 4.86$. The contrast is plotted as function of s/L , obtained from a fit to a truncated parabola. Each point corresponds to an average over 5 condensates. The difference in the range of s/L explored is due to different expansion dynamics after release from the two different traps. In the more tightly confined trap (Figure 5b), the axial expansion is much slower, and thus the fringe spacing decreases more slowly with s . At the smallest values of s , it is therefore impossible to measure the contrast reliably since we do not observe enough fringes. We can extract information about the phase fluctuations from both the shape and the width of these effective correlation functions.

5.1 Shape of the effective correlation functions

First, we observe qualitatively that the shape of the effective correlation functions $C^{\text{eff}}(s)$ changes as T/T_ϕ increases. For small T/T_ϕ , as in Figure 5a, the curves are clearly gaussian, as shown by the fit in the figure. As we increase T/T_ϕ , the profiles become rapidly exponential. We see in Figure 5b that at

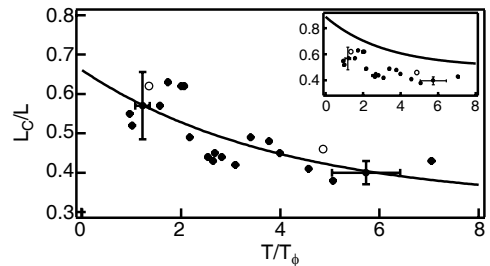


Fig. 6. L_C/L as a function of T/T_ϕ . The solid curve is a fit using an exponential with offset. Empty circles correspond to the two experimental correlation profiles of Figure 5. Error bars represent typical systematic errors. Inset: The solid curve is the simulated effective correlation function of Figure 4b.

$T/T_\phi = 4.86$, the curve is already better fitted by an exponential than a gaussian. At intermediate values of T/T_ϕ , we can use the product of a gaussian and an exponential to fit a smooth curve through the data. The contribution of the exponential increases rapidly in importance at finite T , in agreement with the simulation, reflecting the increasing amplitude of the phase fluctuations with T/T_ϕ .

5.2 Comparison of coherence length L_C

In order to extract quantitative information from the effective correlation functions, we define a coherence length L_C , equal to the $1/e$ width of the effective correlation curve $C^{\text{eff}}(s)$ [49]. We then use this parameter to compare the widths of the measured and simulated effective correlation functions. A smooth curve is fitted through the data (using the product of a gaussian and an exponential) and the $1/e$ width extracted. Although the thermal cloud plays no role in the interference pattern we observe, it appears behind the condensates in the $p = 0$ output of the interferometer and thus reduces the measured contrast. Independent measurements of the thermal fraction (between 60% and 80% for this experiment) allow us to renormalize the experimental effective correlation functions to take account of this effect. When fitting the renormalized curves, we then fix the value at $s/L = 0$ to unity.

In Figure 6, we plot L_C/L as a function of T/T_ϕ . Importantly, we see that the coherence length varies smoothly as a function of T/T_ϕ , even when the temperature is close to T_ϕ . This is what we should expect since T_ϕ is simply a characteristic temperature, defined as that at which the mean square fluctuations of the phase difference between two points separated by a distance L is equal to 1. Therefore it should be borne in mind that even condensates at temperatures below T_ϕ are not necessarily fully coherent.

The inset of Figure 6 compares the measured coherence widths with the results of the simulation (Figure 4b). Despite the offset between the two curves, the trend of the data follows very well that of the simulation. To compare the decrease of the experimental and simulated coherence lengths, we fit the data by an exponential with an offset. The experimental coherence length decreases by 30(7)% between $T/T_\phi = 1$ and $T/T_\phi = 6$, in good agreement with the corresponding decrease of 28(1)% for the simulation. In the following discussion we

consider possible explanations for the observed reduction in contrast.

5.3 Discussion

As shown in the inset of Figure 6, the measured coherence length is offset by about 25% from the results of the simulation at $T/T_\phi = 1$. In order to eliminate various possible causes of this discrepancy, and to understand better the limitations of our experiment, we have performed several tests.

Since the accuracy of our experiment relies on the comparison of fringe contrast at different spatial frequencies, it is important to take great care in setting up and characterising the imaging system. Therefore we measured the modulation transfer function (MTF) (see *e.g.* [50]) of our complete imaging system *in situ*, using a USAF1951 resolution target engraved with 3-bar square wave patterns of spatial frequency 4–200 lines/mm, covering the range of spatial frequencies observed in our interference experiment. By Fourier transforming images of different regions of the target, we were able to compare the magnitude of the different Fourier components in the image with those of the target pattern, thereby obtaining the MTF of our system. We found that the MTF is approximately linear, falling from 1 at zero spatial frequency to 0 at 118 lines/mm. This resolution limit at $8.5 \mu\text{m}$ is in agreement with earlier characterisations of the system [42]. The shape of the MTF is due almost entirely to the CCD camera [51], and is surprisingly significant at fringe spacings much greater than the effective pixel size of $2.5 \mu\text{m}$. All contrast measurements were corrected by this MTF. In fact, for the data obtained using the second trapping aspect ratio, the axial expansion (and thus the phase difference developed) was sufficiently small that the maximum observed fringe spatial frequency was 16 lines/mm and therefore the MTF correction had a negligible effect on the experimental effective correlation functions. In the first set of data, where the maximum fringe frequency was 38 lines/mm (a fringe spacing of $25 \mu\text{m}$), the correction was more significant, changing the width of the curves by typically 10%, though still leaving a 20% discrepancy with the simulation.

We also considered the error introduced by a small focusing error. The imaging system is focussed onto the condensate to within $\pm 0.2 \text{ mm}$ by minimising the imaged size of a small condensate as a function of the objective lens position. However, by varying the time-of-flight used, we may have introduced an error of up to $\pm 1 \text{ mm}$. Such an error could also be introduced by small changes to the residual magnetic fields, which lead to changes in the release velocity of the condensate when the magnetic trap is switched off. We measured effective correlation curves for different foci of the imaging system, but found that the width of the effective correlation curve changed by less than the existing spread in the points.

Other possible sources of error, such as the alignment of the imaging beam with respect to the condensates' fringes and correct background subtraction have also been eliminated. On Figure 6, we indicate the systematic errors for two points. These include calibration errors on the atom number and the image magnification. The uncertainty on the focussing adds a further error to L_C/L , which depends on the fringe spacing and thus on the axial trap frequency. These error bars show clearly that

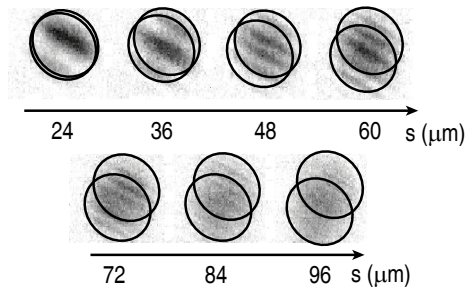


Fig. 7. Zoom on images of Figure 2. Circles represent the edge of the two condensates displaced by a distance s . The “extra” fringes are visible outside of the overlap region of the two condensates.

these systematic uncertainties are not sufficient to explain the discrepancy between the data and the theoretical prediction.

There remains in our experiment an unexplained phenomenon regarding the distribution of the fringe pattern. We expect to see fringes only in the region where the two condensates overlap. However, it can be seen in the images of Figure 7 that the fringes extend to the edges of each condensate. Moreover, these “extra” fringes have the same spatial frequency and phase as the central fringes. Although it is possible that a small fraction of the thermal cloud is coupled by the Bragg beams, interference fringes produced in this way [30] would have a much smaller fringe spacing, less than $6 \mu\text{m}$. More importantly, the contributions from different parts of the original thermal cloud, whose width is $\sim 100 \mu\text{m}$, would sum incoherently to wash out the fringe pattern. It is more likely that these extra fringes arise as a result of interactions during the application of the Bragg pulses, but better modelling is still needed before evaluating whether their presence should increase or decrease the overall measured contrast.

6 Conclusion

We have demonstrated a new type of matter-wave interferometry using Bragg beam-splitter pulses and Fourier space analysis. Our results show that the expected shape of the correlation functions changes from a gaussian-like shape to an exponential-like shape when the amplitude of phase fluctuations is increased. The coherence length of elongated condensates varies smoothly at temperatures close to T_ϕ , as predicted by theory. This highlights the fact that the characteristic phase temperature T_ϕ does not indicate a transition to full phase coherence, but rather that condensates exhibit phase fluctuations at all finite temperatures, albeit of small amplitude. This may place constraints on the trapping geometries which can be used for creating measurement devices based on the phase coherence of condensates.

7 Acknowledgements

We would like to acknowledge support from IXSEA-OCEANO (M.H.), from the BEC2000+ programme and the Marie Curie Fellowships programme of the European Union (J.R.), from IXCORE (F.G.) and from the Chateaubriand Program, CNRS,

and NSERC (J.H.T.). This work was supported by Délégation Générale de l'Armement, the European Union (grants IST-2001-38863 and MRTN-CT-2003-505032) and INTAS (Contract No. 211-855).

References

1. M.H. Anderson *et al*, Science **269**,198 (1995); K.B. Davis *et al*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995); C.A. Sackett and R.G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **78**, 985 (1997); C.C. Bradley *et al*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995)
2. J. Reichel, W. Hänsel and T.W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **83**, 3398 (1999)
3. D. Müller, D.Z. Anderson, R.J. Grow, P.D.D. Schwindt and E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **83**, 5194 (1999)
4. N.H. Dekker *et al*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1124 (2000)
5. A. Haase, D. Cassettari, B. Hessmo and J. Schmiedmayer, Phys. Rev. A **64**, 043405 (2001)
6. J. Fortágh, H. Ott, G. Schlotterbeck and C. Zimmermann, Appl. Phys. Lett. **81**, 1146 (2002)
7. M.P.A. Jones, C.J. Vale, D. Sahagun, B.V. Hall and E.A. Hinds, Phys. Rev. Lett. **91**, 080401 (2003)
8. W. Hänsel, P. Hommelhoff, T.W. Hänsch and J. Reichel, Nature **413**, 498 (2001)
9. H. Ott, J. Fortágh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann and C. Zimmermann, Phys. Rev. Lett. **87**, 230401 (2001)
10. T.L. Gustavson *et al*, Phys. Rev. Lett. **88**, 020401 (2002)
11. S. Schneider *et al*, Phys. Rev. A **67**, 023612 (2003)
12. Y. Lin, I. Teper, C. Chin and V. Vuletić, Phys. Rev. Lett. **92**, 050404 (2004)
13. J. Esteve, C. Aussibal, T. Schumm, C. Figl, D. Mailly, I. Bouchoule, C.I. Westbrook and A. Aspect, Phys. Rev. A **70**, 043629 (2004)
14. C. Vale, B. Upcroft, M.J. Davis, N.R. Heckenberg and H. Rubinsztein-Dunlop, J. Phys. B **37**, 2959 (2004)
15. E.A. Hinds, C.J. Vale and M.G. Boshier, Phys. Rev. Lett. **86**, 1462 (2001)
16. W. Hänsel, J. Reichel, P.Hommelhoff and T.W. Hänsch, Phys. Rev. A **64**, 063607 (2001)
17. E. Andersson, T. Calarco, R. Folman, M. Andersson, B. Hessmo and J. Schmiedmayer, Phys. Rev. Lett. **88**, 100401 (2002)
18. Y.-J. Wang *et al*, cond-mat/0407689
19. S. Dettmer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001)
20. I. Shvarchuck, Ch. Buggle, D.S. Petrov, K. Dieckmann, M. Zielonkowski, M. Kemmann, T.G. Tiecke, W. von Klitzing, G.V. Shlyapnikov and J.T.M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **89**, 270404 (2002)
21. S. Richard, F. Gerbier, J.H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **91**, 010405 (2003)
22. E.W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y.B. Band, M. Edwards, M. Doery, P.S. Julienne, K. Helmerson, S.L. Rolston and W.D. Phillips, Phys. Rev. Lett. **83**, 3112 (1999)
23. J. Stenger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4569 (1999)
24. I. Bloch, T.W. Hänsch and T. Esslinger, Nature **403**, 166 (2000)
25. D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov and J.T.M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **85**, 3745 (2000)
26. Y. Castin, R. Dum, E. Mandonnet, A. Minguzzi, I. Carusotto, Journal of Modern Optics **47**, 2671 (2000)
27. D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov and J.T.M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **87**, 050404 (2001)
28. D. Hellweg, L. Cacciapuoti, M. Kottke, T. Shulte, K. Sengstock, W. Ertmer and J.J. Arlt, Phys. Rev. Lett. **91**, 010406 (2003)
29. J.E. Simsarian, J. Denschlag, M. Edwards, C.W. Clark, L. Deng, E.W. Hagley, K. Helmerson, S.L. Rolston and W.D. Phillips, Phys. Rev. Lett. **85**, 2040 (2000)
30. D.E. Miller, J.R. Anglin, J.R. Abo-Shaeer, K. Xu, J.K. Chin and W. Ketterle, cond-mat/0412672
31. Y. Castin and R. Dum, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315-5319 (1996)
32. F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn and S. Stringari, Phys. Rev. A **61**, 063608 (2000)
33. F. Gerbier, J.H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer and A. Aspect, Phys. Rev. A **67**, 051602 (2003)
34. A.A. Michelson, Astroph. J. **51**, 257 (1920)
35. A. Labeyrie, in *Progress in Optics XIV*, edited by E. Wolf (North-Holland, 1976) p. 47-87
36. Note that the Bragg momentum spectroscopy method does not suffer from this problem.
37. R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss, Nature (London) **177**, 27 (1956); **178**, 1046 (1956)
38. B. Desruelle *et al*, Phys. Rev. A **60**, R1759 (1999)
39. P. Bouyer, A. Aspect, M. Lécivain, B. Desruelle and V. Boyer, patent 00 02704 (2000)
40. S. Stringari, Phys. Rev. A **58**, 2385 (1998)
41. P. Bouyer, J.H. Thywissen, F. Gerbier, M. Hugbart, S. Richard, J. Retter and A. Aspect, J. Phys. IV France **116**, 219 (2004)
42. S. Richard, Ph.D. thesis, University of Paris XI, 2003
43. F. Gerbier, Ann. Phys. Fr. **29**, (2004)
44. F. Gerbier *et al*, Phys. Rev. Lett. **92**, 030405 (2004)
45. F. Gerbier, J.H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. A **70**, 013607 (2004)
46. Our cell allows maximum 25 ms free-fall. We increase the time-of-flight by applying, after the Bragg pulses, a magnetic field gradient opposed to the gravity field.
47. In [27], T_ϕ is defined relative to a *phase coherence length* L_ϕ , such that $L_\phi/L = T_\phi/T$. Here, L_ϕ is the characteristic separation over which the phase fluctuates by 1 radian at the *trap centre*.
48. This would be equivalent to averaging the original images: the fringe contrast would be averaged out to the non-interfering density profile.
49. Note that this definition of L_C gives a value which is always smaller than L , even at $T = 0$, in contrast to the definition of L_ϕ which goes to infinity [47]. The $1/e$ values of both $C^{\text{eff}}(s)$ and $C^{(1)}(s)$ reflect the effects of both the phase fluctuations (characterised by L_ϕ) and the condensate density envelope $n(r)$. For $T/T_\phi > 8$, the phase fluctuations dominate and it was shown in [21,43,42] that the $1/e$ width of $C^{(1)}(s)$ is equivalent to αL_ϕ where the factor $\alpha = 0.64$ accounts for the fact that we integrate over the entire condensate, whereas L_ϕ is valid only at trap centre.
50. J.W. Goodman *Introduction to Fourier Optics* 2nd edition, McGraw-Hill, 1996.
51. This has been confirmed by MTF measurements of the Pixelfly HiRes camera alone, provided by PCO (www.pco.de).

Références relatives à ce chapitre

- [1] J. STENGER *et al.*, “Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [2] E. W. HAGLEY *et al.*, “Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
- [3] D. HELLWEG *et al.*, “Measurement of the spatial correlation function of a phase-fluctuating Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett* **91**, 010406 (2003).
- [4] P. E. MOSKOWITZ, P. L. GOULD, S. R. ATLAS, AND D. E. PRITCHARD, “Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 370 (1983).
- [5] P. L. GOULD, G. A. RUFF, AND D. E. PRITCHARD, “Diffraction of atoms by light : the near-resonant Kapitza-Dirac effect”, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 827 (1986).
- [6] P. MARTIN *et al.*, “Diffraction of atoms moving through a standing light wave”, *Phys. Rev. A* **36**, 2495 (1987).
- [7] P. J. MARTIN, B. G. OLDAKER, A. H. HIKLICH, AND D. E. PRITCHARD, “Bragg scattering of atoms from a standing light wave”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
- [8] D. M. GILTNER, R. W. MCGOWAN, AND S. A. LEE, “Atom interferometer based on Bragg scattering of atoms from standing light waves”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [9] M. A. KASEVICH *et al.*, “Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [10] A. MIFFRE *et al.*, “The three-grating Mach–Zehnder optical interferometer : a tutorial approach using particle optics”, *European Journal of Physics* **23**, 623 (2002).
- [11] M. KOZUMA *et al.*, “Bragg diffraction of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 871 (1999).
- [12] A. LANDRAGIN *et al.*, “A thin phase grating at normal incidence”, *Europhys. Lett.* **39**, 485 (1997).
- [13] C. HENKEL, J.-Y. COURTOIS, AND A. ASPECT, “Atomic diffraction by a thin phase grating”, *J. Phys. II* **4**, 1955 (1994).
- [14] S. GUPTA, K. DIECKMANN, Z. HADZIBABIC, AND D. E. PRITCHARD, “Contrast interferometry using Bose-Einstein condensates to measure h/m and α ”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 140401 (2002).
- [15] R. BROURI *et al.*, “Thermal atom beam splitting by an evanescent standing wave”, *Opt. Commun.* **124**, 448 (1996).
- [16] S. INOUE *et al.*, “Superradiant Rayleigh scattering from a Bose-Einstein condensate”, *Science* **285**, 571 (1999).
- [17] Y. YOSHIKAWA, T. SUGIURA, Y. TORII, AND T. KUGA, “Observation of superradiant Raman scattering in a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. A* **69**, 041603(R) (2004).
- [18] J.-Y. COURTOIS, G. GRYNBERG, B. LOUNIS, AND P. VERKERK, “Recoil-induced resonances in cesium : an atomic analog to the free electron laser”, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994).
- [19] D. M. STAMPER-KURN *et al.*, “Excitation of phonons in a Bose-Einstein condensate by Bragg scattering”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2876 (1999).
- [20] D. M. STAMPER-KURN AND W. KETTERLE, dans *Proceedings of the Les Houches Summer School - session LXXII in 1999*, ÉDITÉ PAR R. KAISER, C. WESTBROOK, AND F. DAVID (Springer, New York, 1999), p. 137.

- [21] J. STEINHAEUER, R. OZERI, N. KATZ, AND N. DAVIDSON, “Excitation spectrum of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 120407 (2002).
- [22] J. E. SIMSARIAN *et al.*, “Imaging the phase of a Bose-Einstein condensate wavefunction”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2040 (2000).
- [23] K. BONGS *et al.*, “A waveguide for Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **61**, R31602 (2000).
- [24] Y. TORII *et al.*, “A Mach-Zehnder-Bragg interferometer for Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **61**, R041602 (2000).
- [25] F. FERLAINO *et al.*, “Dynamics of a Bose-Einstein condensate at finite temperatures in an atom-optical coherence filter”, *Phys. Rev. A* **66**, 011604(R) (2002).
- [26] F. ZAMBELLI, L. P. PITAEVSKII, D. M. STAMPER-KURN, AND S. STRINGARI, “Dynamic structure factor and momentum distribution of a trapped Bose gas”, *Phys. Rev. A* **61**, 063608 (2000).
- [27] A. BRUNELLO *et al.*, “Momentum transferred to a trapped Bose-Einstein condensate by stimulated light scattering”, *Phys. Rev. A* **64**, 063614 (2001).
- [28] P. B. BLAKIE, R. J. BALLAGH, AND C. W. GARDINER, “Theory of coherent Bragg spectroscopy”, *Phys. Rev. A* **65**, 033602 (2002).
- [29] J. M. VOGELS *et al.*, “Experimental observation of the Bogoliubov transformation in a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 060402 (2002).
- [30] J. STEINHAEUER *et al.*, “Bragg spectroscopy of the multibranch spectrum of an elongated Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 060404 (2002).
- [31] E. A. BURT *et al.*, “Coherence, correlations, and collisions : What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [32] C. J. MYATT *et al.*, “Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [33] A. P. CHIKKATUR *et al.*, “Suppression and enhancement of impurity scattering in a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 483 (2000).
- [34] Y. B. BAND, M. TRIPPENBACH, J. P. BURKE, JR., AND P. S. JULIENNE, “Elastic scattering loss of atoms from colliding Bose-Einstein condensate wave packets”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5462 (2000).
- [35] F. GERBIER *et al.*, “Momentum distribution and correlation function of quasi-condensates in elongated traps”, *Phys. Rev. A* **67**, 051602(R) (2003).
- [36] I. SCHVARCHUCK *et al.*, “Bose-Einstein condensation in non-equilibrium states studied by condensate focusing”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [37] F. GERBIER *et al.*, dans *Interactions in ultracold gases*, ÉDITÉ PAR C. ZIMMERMANN AND M. WEIDEMÜLLER (Wiley-VCH, 2003), actes de la conférence « Cool Interactions 2002 » (Heidelberg, 2002) ; e-print cond-mat/0210206.
- [38] J. HENSLEY, A. PETERS, AND S. CHU, “Active low frequency vertical vibration isolation”, *Rev. Scient. Instr.* **70** (6), 2735 (1999).
- [39] F. GERBIER, *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2003.
- [40] D. S. PETROV, G. V. SHLYAPNIKOV, AND J. T. M. WALRAVEN, “Phase-fluctuating 3D Bose-Einstein condensates in elongated traps”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).

-
- [41] S. RICHARD *et al.*, “Momentum spectroscopy of 1D phase fluctuations in Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. Lett* **91**, 010405 (2003).
 - [42] S. RICHARD, *Spectroscopie de Bragg d’un quasi-condensat*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2003.
 - [43] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition”, *Nature* **403**, 166 (2000).
 - [44] M. KÖHL *et al.*, “Growth of Bose-Einstein condensates from thermal vapor”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 080402 (2002).
 - [45] H.-J. MIESNER *et al.*, “Bosonic stimulation in the formation of a Bose-Einstein condensate”, *Science* **279**, 1005 (1998).
 - [46] C. W. GARDINER *et al.*, “Quantum Kinetic Theory of Condensate Growth : Comparison of Experiment and Theory”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5266 (1998).

Le futur de l'interférométrie atomique

J'aborde dans ce dernier chapitre les aspects plus prospectif de mon activité. Les questions fondamentales auxquelles on peut s'intéresser sont : « *Quel futur pour les sources atomiques cohérents ? Quelles sont les applications possibles de ces sources ?* ». J'ai abordé cette problématique selon trois points de vue complémentaires qui sont abordés ici :

1. Quelle sont les applications de la forte luminance et de la cohérence des condensats de Bose-Einstein et les lasers à atomes ? Principalement, la forte luminance permet d'envisager des longueurs de bras d'interféromètres (ou des temps d'interrogation) beaucoup plus important qu'avec des sources classiques. On peut ainsi envisager des dispositifs astucieux où les atomes sont conservés au même endroit pendant une longue interrogation, en utilisant par exemple des oscillations de Bloch [1], ou, des pulses de diffraction répétés (programme à l'étude en collaboration avec C. Bordé et F. Impens). Néanmoins, une autre grande opportunité d'utilisation de ces longs temps d'interrogation est de s'affranchir de l'accélération gravitationnelle en allant dans l'espace. Nous verrons que cette perspective ouvre de plus la possibilité de tester à une grande précision les effets inertiels reliés à la relativité générale.
2. Quelle utilisation peut-on faire de la nature quantique du condensat de Bose-Einstein. En particulier, il est peut-être possible de réaliser des états fortement corrélés, sans équivalents classiques. On peut ainsi montrer (voir page 287) qu'il est possible d'augmenter grandement la sensibilité d'un interféromètre utilisant des états intriqués en entrée.
3. Enfin, la forte luminance permet d'envisager le développement de senseurs miniature, intégrés sur des puces atomiques [2, 3, 4] ou dans des microstructures optiques [5]. Nous présenterons brièvement cet aspect qui est actuellement abordé sur le montage de **Source Atomique Cohérente Versatile**.

6.1 Les applications à l'espace

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, l'interférométrie à atomes froids a suscité ces dernières années un intérêt tout particulier dans l'objectif d'une utilisation comme capteur inertielle. En effet, ces nouveaux capteurs permettent une très bonne connaissance a priori du facteur

d'échelle et aboutissent donc à une très bonne exactitude des appareils. De plus, le fonctionnement de ces capteurs repose sur des principes physiques fondamentaux : la mécanique quantique, et notamment de l'interaction atome/lumière. Cette « originalité » permet une compréhension très fine de leur fonctionnement, justifiant ainsi l'utilisation de ce type de senseurs dans la définition des grandeurs de référence (horloges atomiques et balance du Watt). Ces qualités sont non moins primordiales dans l'objectif de tests de physique fondamentale et notamment pour atteindre les niveaux de performance ultimes que requièrent les tests de la relativité générale. Néanmoins, l'utilisation de capteurs inertiels à atomes froids souffre d'une sévère limitation : la gravité. Cette accélération conséquente, bien qu'elle puisse être utilisée à bon escient dans des configurations similaires aux horloges en fontaine, limite le temps d'interrogation, et donc directement la sensibilité de ces appareils. Leur utilisation dans l'espace permet de bénéficier de l'environnement *zéro-g* et d'augmenter ainsi de plusieurs ordres de grandeur leur sensibilité. Par exemple, la sensibilité d'un accéléromètre croît comme le carré du temps d'interaction. On passe alors d'une durée typique de 100 ms sur terre à plusieurs secondes voire plusieurs dizaines de secondes dans l'espace. Pour ces temps d'interrogation conséquents, une autre limite peut apparaître. Par exemple, des atomes froids (de l'ordre de $1 \mu\text{K}$) s'étalent sur presque 10 cm après quelques secondes d'interrogation. L'exploitation du formidable potentiel de ces senseurs dans l'espace, demandant alors les temps d'interrogation maximaux, repose donc sur l'utilisation non plus d'atomes froids mais d'atomes ultra-froids comme les condensats de Bose-Einstein ou les lasers à atomes.

6.1.1 L'utilisation des atomes en physique fondamentale : gravitation et relativité

Après la mise en évidence expérimentale du décalage vers le rouge de la fréquence d'un photon s'éloignant d'un corps massif [6], un grand nombre d'expériences ont été élaborées pour mettre en évidence des effets prédits par la théorie de la relativité générale et, jusqu'à présent, essentiellement quatre effets ont permis de la valider : le décalage vers le rouge des photons s'éloignant d'un corps massif [6, 7], la déflexion par le soleil des photons issus des étoiles [8, 9, 10] et plus généralement les lentilles gravitationnelles, le déplacement du périhélie de Mercure [11] et la mise en évidence de l'effet Shapiro [12, 13]. Depuis Newton, la physique de la gravitation a un rapport privilégié avec le système solaire. Aujourd'hui les mesures de la station Laser-Lune conduisent à des tests extrêmement fins de la théorie de la gravitation. De plus, les techniques spatiales permettent maintenant de proposer de nouvelles expériences permettant de vérifier les lois de la gravitation avec la meilleure précision possible et à diverses échelles de distance. L'absence de bruit sismique et la quasi-apesanteur qui caractérisent l'environnement spatial en font un laboratoire privilégié pour un tel programme. Ceci est vrai pour les projets de détection des ondes gravitationnelles et de test du principe d'équivalence ainsi que pour les projets de test de la relativité générale fondés sur des horloges

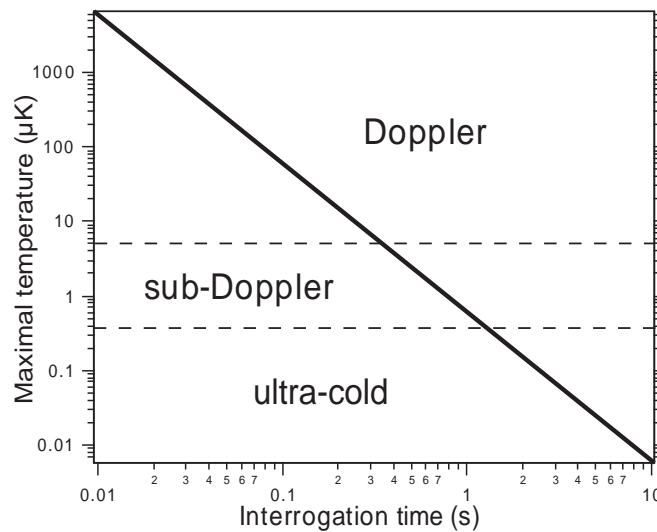


Fig. 6.1 : *Température maximum que doit avoir une source atomique pour que le signal ne soit pas dégradé par l'expansion balistique pendant le temps d'interrogation. Cette température a été calculée pour un temps d'interrogation donné en prenant un détecteur d'atomes d'une surface de 10 cm^2 et en définissant la limite de dégradation du signal lorsque la moitié des atomes ne sont plus détectés. Les lignes horizontales pointillées définissent les limites du refroidissement Doppler et sub-Doppler. On constate que même avec un détecteur de cette taille, des temps d'interrogation de plusieurs secondes nécessitent des températures nettement sub-Doppler, où le régime de dégénérescence quantique peut être atteint.*

à atomes froids.

Bien qu'elle soit la plus ancienne des constantes fondamentales de la physique, la constante gravitationnelle G est aussi celle qui est mesurée avec la moins bonne précision.

Parallèlement, la théorie de la gravitation a aussi subi de profonds changements avec l'apparition d'une multitude de théories alternatives à la relativité générale d'Einstein dont certaines sont encore aujourd'hui viables. En effet, la relativité générale est une théorie purement classique. Elle présente des difficultés tout à fait particulières vis-à-vis de la quantification. On ne dispose pas encore à l'heure actuelle d'une théorie quantique de la gravitation. De ce fait, de nombreuses questions se trouvant à l'interface entre la physique de la gravitation et celle des autres interactions fondamentales, dominantes dans le domaine microscopique, sont encore mal comprises. De plus, toutes les tentatives d'unification théorique qui sont très activement développées conduisent à des modifications de la théorie de la gravitation. Celles-ci introduisent souvent des violations apparentes du principe d'équivalence qui est la base de la théorie de la relativité générale.

Ces violations pourraient se manifester dans les tests expérimentaux à un degré de précision meilleure que celui qui est actuellement démontré. La relativité générale étant une théorie fondamentale sans aucun paramètre libre, tout test discriminant conduisant à une éventuelle déviation aurait un impact considérable, en particulier en astrophysique et en cosmologie. A

contrario, toute confirmation à un meilleur degré de précision vient conforter l'un des piliers de la physique fondamentale et contraindre les nombreux modèles alternatifs. L'interaction gravitationnelle joue un rôle prédominant dans la physique de l'échelle macroscopique jusqu'à l'échelle de l'univers. Elle est bien décrite par la théorie de la relativité générale mais des questions importantes restent cependant en suspens. Une prédiction essentielle de la relativité générale est l'existence des ondes gravitationnelles [14] se propageant comme les ondes électromagnétiques à la vitesse de la lumière. Ce rayonnement a été mis en évidence de manière indirecte par le chronométrage des pulsars binaires, mais il n'a pas encore été observé directement. L'observation directe du rayonnement gravitationnel est l'objectif des grands interféromètres comme le projet franco-italien VIRGO en construction près de Pise, le projet allemand GEO 600, le projet américain LIGO. Outre son grand intérêt scientifique, cette observation directe ouvrirait une nouvelle fenêtre d'observation astrophysique. De futurs interféromètres encore plus grands, en orbite autour de la Terre ou même autour du Soleil, permettraient de détecter le rayonnement gravitationnel à des fréquences plus basses (projet LISA).

Pourquoi utiliser les senseurs à atomes froids

Toutes les expériences citées ci-dessus présentent la caractéristique commune de chercher à mesurer des effets extrêmement petits, que ce soit les effets induits par les ondes gravitationnelles ou d'éventuelles violations de la relativité générale. Elles font appel aux technologies les plus avancées, les technologies critiques étant souvent similaires dans plusieurs expériences. Les problèmes de simulation, de contrôle du bruit, de traitement des données ont souvent des aspects limitant à toutes ces expériences.

Les interféromètres atomiques, par le fait que par défaut, les mouvements atomiques sont parfaitement contrôlés (à la limite de Heisenberg), offrent une alternative potentiellement prometteuse à toutes ces expériences, et aujourd'hui un grand nombre d'expériences commencent à s'intéresser à la mesure de tous ces effets fondamentaux. Ainsi, le gradiomètre atomique présenté au chapitre 2 a permis d'effectuer pour la première fois une mesure de G avec les atomes. Un dispositif dédié à cette mesure est maintenant développé à Florence [15]. On peut aussi mentionner une première comparaison de l'accélération subie par deux espèces atomiques en chute libre [16]. Enfin, de nombreux articles théoriques commencent à étudier l'opportunité de détecter les ondes de gravitation avec des lasers à atomes. Il existe enfin deux projets d'utilisation des capteurs inertiels dans l'espace pour des tests de relativité : HYPER et ICE.

6.1.2 Le projet européen HYPER et l'effet Lense-Thirring

Le premier projet concret d'utilisation de capteurs inertiels à atomes froids dans l'espace a été soumis à l'ESA en 2000 sous la forme d'une proposition franco-anglo-allemande : le projet HYPER en réponse à l'appel d'offre de flexi-mission de l'ESA. Ce projet s'articulait sur un test de la relativité générale en mettant en évidence de l'effet d'entraînement du repère d'inertie local par un corps massif en rotation, appelé effet Lense-Thirring [17]. Cet effet repose sur l'existence du champ gravito-magnétique, prédit par la relativité générale, mais encore jamais détecté directement. Il est possible de le mesurer à l'aide d'un satellite muni de « deux repères d'inertie ». Le premier, que l'on appelle repère d'inertie global, est défini par rapport à trois étoiles lointaines pointées par des viseurs d'étoiles. Le second, appelé repère d'inertie local, est défini à l'aide d'accéléromètres et de gyromètres embarqués. Ces deux repères ont la même origine et initialement les mêmes axes. L'effet Lense-Thirring se traduit alors par l'apparition d'un mouvement de précession des axes du repère local par rapport à ceux du repère global lié à la présence d'un corps massif en rotation au voisinage du satellite (la Terre par exemple). Cette expérience a été initialement proposée par Schiff en 1960 [18], mais elle était proposée sur Terre et non dans un satellite (Figure 6.2). Les gyroscopes auraient alors été également sensibles à la rotation de la Terre.

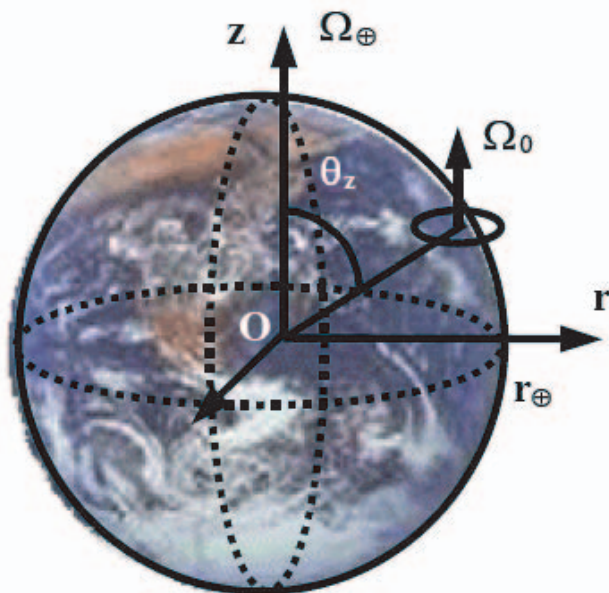


Fig. 6.2 : *Expérience de mise en évidence de l'effet Lense-Thirring proposée initialement par Schiff. Un gyroscope mécanique est placé sur Terre en un point de latitude donnée par l'angle de colatitude θ_z . Par rapport à un repère d'inertie global défini par trois étoiles lointaines, ce gyroscope va présenter un mouvement de précession de son axe dont l'origine a une contribution liée à la rotation de la Terre et une contribution d'origine relativiste.*

Pour comprendre en quoi l'expérience proposée par Schiff peut s'appliquer aux gyromètres atomiques, et pourquoi une telle expérience présente un grand intérêt, il est important de noter que la théorie de la relativité générale n'est pas la seule théorie de la gravitation permettant d'expliquer certains phénomènes physiques, et on peut trouver plusieurs dizaines de théories alternatives, plus ou moins complexes, qui s'appuient sur la relativité restreinte (à la limite où le potentiel de gravitation est nul) et utilisent un espace à quatre dimensions (l'espace-temps où les événements sont représentés par des points spatio-temporels) pour

décrire les événements physiques. Parmi toutes ces théories, on peut distinguer les théories métriques de la gravitation qui interprètent la gravitation comme une modification de la courbure de l'espace-temps, de la même façon qu'une masse posée sur un trampoline déforme localement ce dernier. La forme locale de l'espace-temps en un point est alors donnée par une grandeur que l'on appelle la métrique et qui dépend de la répartition des masses et des courants de masses au voisinage de ce point. La relativité générale est un exemple de théorie métrique de la gravitation, mais elle n'est pas la seule (on peut ainsi mentionner les théories NI ou de Brans-Dicke-Jordan), chaque théorie se distinguant par la façon dont les distributions de masses et de courants de masses influent sur la métrique.

L'effet Lense-Thirring

Les masses en mouvement produisent une double modification de la courbure : une modification liée à leur masse, comme on vient de le voir, et une modification liée à leur énergie cinétique. Pour un corps en rotation par exemple, on peut donner une image simple. Considérons une serviette quadrillée sur laquelle on pose son doigt. Le quadrillage va être notre référentiel d'inertie. Si on tourne son doigt sur lui-même, on entraîne localement la serviette, qui va donc s'enrouler autour du doigt, ainsi le quadrillage va localement se déformer et se mettre à tourner avec le doigt, mais pas forcément à la même vitesse : la vitesse d'enroulement dépend de la pression que l'on exerce avec le doigt sur la serviette. L'effet Lense-Thirring est analogue à cette expérience comme le montre la figure 6.13. On constate que l'entraînement du repère d'inertie local se fait dans le même sens que la rotation de la Terre pour $3 \cos \theta \geq 1$, et dans le sens inverse de la rotation de la Terre pour les points proches de l'équateur $3 \cos \theta \leq 1$. Un entraînement dans le sens inverse peut paraître surprenant, on peut toutefois en donner une explication intuitive dans le cas d'un gyroscope mécanique. Si ce gyroscope est placé au niveau de l'équateur, l'action de l'entraînement de repère local est plus important sur la partie du gyroscope proche de la Terre, que sur la partie plus éloignée. L'entraînement du repère d'inertie a alors tendance à provoquer la rotation du gyroscope comme s'il était lié à la Terre comme un engrenage, la rotation du gyroscope est alors de sens opposé à celle de la Terre.

Pourquoi tester l'effet Lense-Thirring

Tous les calculs précédents supposent que la théorie de la relativité générale est correcte. Ils peuvent être généralisés dans le cas des champs de gravitation faibles et des déplacements lents, à l'ensemble des théories métriques alternatives. Le formalisme des paramètres post newtoniens (PPN) offre un cadre d'étude idéal pour la comparaison des théories alternatives. Dans le domaine des champs de gravitation faibles et des faibles déplacements, dont le système solaire constitue un bon exemple, le couplage entre les distributions de masses et la métrique peut être caractérisé les paramètres PPN [19, 20]. Outre le fait de présenter un

cadre d'étude simplifié pour les champs faibles et les faibles déplacements, l'intérêt de ce formalisme est de comparer entre elles les différentes théories métriques de la gravitation. Chaque théorie est représentée par la donnée d'un ensemble de dix paramètres PPN [21, 22]. On compare donc les théories en comparant les valeurs de leurs paramètres PPN. Le principal objectif des tests de la gravitation est donc de déterminer expérimentalement les valeurs de ces dix paramètres le plus précisément possible afin de valider ou d'éliminer certaines théories. Pour l'effet Lense-Thirring, seuls quatre paramètres sont importants.

Le premier paramètre, α_1 , est associé au « référentiel de préférence » [23]. La théorie de la relativité générale d'Einstein prévoit qu'il n'existe pas de référentiel de préférence pour appliquer les lois de la physique. Tous les référentiels en translation uniforme les uns par rapport aux autres sont équivalents. Dans cette théorie le paramètre α_1 est donc nul ; les expériences permettent pour l'instant de dire qu'il est inférieur, en valeur absolue, à 0,02 [24]. D'autres théories prévoient l'existence d'un référentiel dans lequel l'univers est au repos qui serait le référentiel de préférence. Ce référentiel serait par exemple celui dans lequel le rayonnement à 3 K (rayonnement fossile du Big Bang correspondant au rayonnement du corps noir de l'ensemble de l'univers) serait isotrope. Ainsi, les résultats expérimentaux [25, 26] indiquent que la Terre se déplace par rapport au référentiel de référence avec une vitesse de l'ordre de 390 km.s^{-1} dans la direction de la constellation du Lion. Le deuxième paramètre, γ , détermine le rayon de courbure de l'espace-temps provoquée par la présence d'une masse au repos de 1 kg. Il intervient dans l'effet de décalage vers le rouge ou dans la déflexion des rayons lumineux. Dans la théorie de la relativité générale, γ vaut 1 et a été déterminé expérimentalement en utilisant des techniques de VLBI (Very Large Base Interferometry) [27] et a été trouvée égale à 1.0002 ± 0.002 . Les deux derniers paramètres, Δ_1 et Δ_2 déterminent l'amplitude de l'effet d'entraînement des axes d'un référentiel d'inertie par un corps massif en rotation et valent tous les deux 1 dans la théorie de la relativité générale.

Tab. 6.1 : Valeurs des paramètres $\alpha_1, \gamma, \Delta_1$ et Δ_2 pour différentes métriques issues de diverses théories alternatives.

Théories	α_1	γ	Δ_1	Δ_2
Relativité générale	0	1	1	1
NI	-8	1	-1/7	1
Brans-Dicke-Jordan	0	$\frac{1+\omega}{2+\omega}$	$\frac{10+7\omega}{14+7\omega}$	1

Dans le cadre du formalisme PPN, le déphasage de l'interféromètre 6.17 peut être généralisé [28] :

$$\Delta\phi = \frac{2Am}{\hbar} \left\{ \Omega + \frac{1}{c} \frac{\alpha_1 GM}{2r} \wp - \frac{1}{c} \frac{\gamma + 1}{2} \left(\frac{3GM}{2r} \Omega \sin^2 \theta \right) + \frac{1}{c} \frac{7\Delta_1 + \Delta_2}{8} \frac{J}{r} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right\}, \quad (6.1)$$

où le terme supplémentaire est lié à l'effet du référentiel de préférence (\wp est la vitesse de

la terre dans ce référentiel), les autres termes étant respectivement modifiés par $\frac{\gamma+1}{2}$ pour l'effet de Sitter et $\frac{7\Delta_1-\Delta_2}{8}$ pour l'effet Lense-Thirring.



Fig. 6.3 : *A gauche, le projet Gravity Probe B dont le but est de mettre en évidence un mouvement de précession de l'axe des gyroscopes proportionnel à la valeur moyenne de l'effet Lense-Thirring et de l'effet de Sitter sur toute la trajectoire du satellite. Le gyroscope mécanique est constitué d'un rotor - une sphère en quartz de 3,8 cm de diamètre recouverte de Niobium supraconducteur - en suspension électrostatique. À droite, le projet LAGEOS qui étudie la précession de plan de l'orbite d'un satellite soumis à l'effet Lense-Thirring*

Les effets de Sitter et Lense-Thirring n'ont pour l'instant jamais été observés. Cependant des mesures du paramètre γ ont déjà été réalisées avec de très bonnes précisions par d'autres expériences, notamment par des techniques de VLBI [27], et par des mesures de l'effet Shapiro [13]. La mise en évidence de l'effet Lense-Thirring permettra l'évaluation des paramètres Δ_1 et Δ_2 . C'est le but de la mission Gravity-Probe B [29] qui a été initiée dans les années 1970 à l'université de Stanford et a été lancée en avril 2004. Trois gyroscopes mécaniques sont placés dans un satellite en orbite polaire autour de la Terre à une altitude de 650 kilomètres. L'effet Lense-Thirring fait tourner l'axe du référentiel local de 24×10^{-3} arcsec en un an dans le sens de rotation de la Terre. Ce référentiel est aussi soumis à l'effet de Sitter. Cet effet fait tourner le référentiel local de 6.6 arcsec dans le plan de son orbite. Gravity-Probe B devrait être capable de mesurer l'effet Lense-Thirring à 1 % près et l'effet de Sitter à $1 : 10^5$ près. Une autre expérience vise à utiliser la Terre comme un énorme gyroscope (pour un mouvement soumis à une force centrale) qui va être entraîné par le champ gravito-magnétique créé par la Terre en rotation [30, 31]. L'orbite de satellites en rotation autour de la terre va alors subir un couple qui se traduit par un mouvement de rotation des points d'intersection entre l'orbite du satellite et le plan équatorial de la Terre [32]. La principale difficulté est de soustraire les différents effets parasites, en particulier les effets de marée et du moment quadrupolaire de la Terre, qui entraînent une précession environ 10 millions de fois plus grande que celle que l'on veut détecter. L'utilisation de deux satellites dont les plans d'orbites sont symétriques de part et d'autre de l'axe de rotation de la Terre permet une bien meilleure réjection de ces effets parasites et a permis d'obtenir [32] $\frac{7\Delta_1+\Delta_2}{8} = 1.1 \pm 0.3$. Ce résultat reste pour l'instant assez controversé compte tenu de l'incertitude très importante (30%) qui entache la valeur trouvée et de l'utilisation de modèles pour déterminer les effets parasites à soustraire.

La mission HYPER

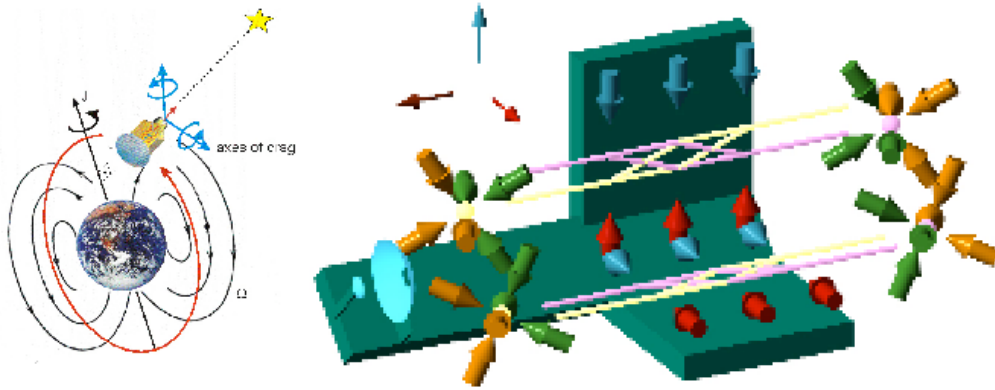


Fig. 6.4 : La mission HYPER pour mesurer l'effet Lense-Thirring. Les lignes noires indiquent les lignes du champ gravitomagnétique. Le satellite est sur une orbite polaire "pointant" vers le soleil (rouge). Les deux axes de mesure (bleu) des deux gyromètres atomiques sont approximativement dans le plan de l'orbite, perpendiculaire à l'axe du pointeur d'étoile. La direction de l'entraînement inertiel par la terre varie le long de l'orbite, la structure de l'effet Lense-Thirring mesuré reproduisant ainsi la structure du champ créé par un dipôle magnétique.

HYPER se propose d'exploiter l'extrême sensibilité et exactitude des gyromètres à onde de matière pour mettre en évidence la modulation des deux composants gravito-magnétiques au cours du temps. Comme nous l'avons vu précédemment, l'effet Lense-Thirring induira directement un déphasage dans l'interféromètre $\Delta\phi = 2\pi \frac{2m}{h} \mathbf{A} \Omega_{\text{LT}}$ où $\Omega_{\text{LT}} = \frac{GJ}{c^2} \frac{3(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - \omega r^2}{r^5}$ est la précession de Lense-Thirring, avec ω la vitesse de rotation du satellite. Les gyromètres atomiques utilisés dans HYPER suivent la configuration du chapitre 2. À l'entrée de l'interféromètre, l'onde de matière incidente est séparée en deux par la première impulsion $\pi/2$ et est recombinaée en sortie par la dernière impulsion après que chaque partie ait suivi une trajectoire différente. L'effet de précession Ω_{LT} va alors courber les deux trajectoires atomiques. Les faisceaux laser réalisant la manipulation des paquets d'onde peuvent, quand à eux, être « accrochés » au référentiel inertiel de référence. Pour cela, la position de l'ensemble des faisceaux laser est asservie sur la position d'une étoile fixe lointaine à l'aide d'un pointeur d'étoile ultra-précis. Le satellite embarque deux gyromètres atomiques dont les axes de mesure $\{\Omega_x, \Omega_y\}$ sont perpendiculaires et inclus dans le plan orbital, l'orbite étant une orbite polaire synchronisée sur le soleil. Pour une altitude orbitale de 700 km, les gyromètres mesureront une vitesse de rotation relative par rapport à la direction de l'étoile fixe

$$\begin{Bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \end{Bmatrix} \propto \begin{Bmatrix} \sin 2\theta \\ \cos 2\theta - \frac{1}{3} \end{Bmatrix} \quad (6.2)$$

L'entraînement subit par les ondes de matière est maximal aux pôles terrestres, où les paquets d'onde vont suivre le mouvement de rotation terrestre. À l'équateur, au contraire, l'entraînement est en sens inverse et deux fois moins important. Cette différence peut se comprendre

en constatant que l'effet d'entraînement varie inversement avec la distance : plus on est prêt, plus l'effet est important, comme c'est le cas aux pôles. De plus, l'effet Lense-Thirring aura un signe opposé à la rotation de la terre à l'équateur.

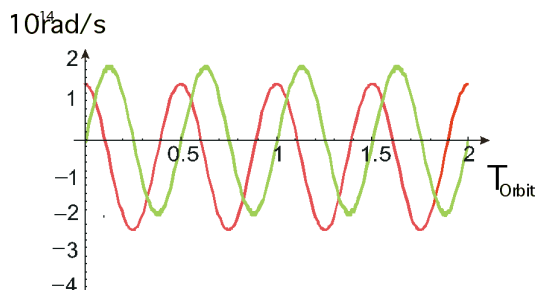


Fig. 6.5 : Vitesses de rotation $\{\Omega_x, \Omega_y\}$ mesurées par les deux gyromètres atomiques au cours de leur rotation autour de la terre. T_{Orbit} est le temps mis par le satellite pour effectuer un tour.

6.1.3 Interférométrie Cohérente dans l'Espace (ICE), α et le principe d'équivalence

Les accéléromètres atomiques, qui n'ont pas été envisagés dans HYPER, offrent aussi un fort potentiel et d'autres tests de physique fondamentale peuvent être envisagés. La configuration de ces capteurs est moins contraignante que les gyromètres car une seule source atomique au repos est nécessaire. Ceci permet de réduire considérablement le volume et la masse par rapport à un gyromètre, mais les longs temps d'interrogation accessibles dans l'espace demandent alors plus directement l'utilisation des sources atomiques cohérentes. C'est le cas du projet ICE (*Interféromètre à source Cohérente pour l'Espace*) initié dès 2002 par une collaboration entre le LCFIO, le SYRTE et l'ONERA. Le but de ce projet est essentiellement de prospecter les futures possibilités de développer et d'utiliser des senseurs atomiques dans l'espace. Dans un premier temps, une vérification du potentiel de ces senseurs peut être effectuée en mesurant la constante de structure fine α à l'aide d'un interféromètre atomique à source cohérente (Condensat de Bose-Einstein). Cette détermination repose sur la mesure de la vitesse (ou de l'énergie) de recul d'un atome de masse M lors de l'absorption d'un photon d'impulsion $\hbar\mathbf{k}$. Enfin, ce projet a pour but d'effectuer des comparaisons entre les mesures accélérométriques effectuées par les senseurs inertiels atomiques et les senseurs « classiques » du type de ceux qui sont développés à l'ONERA, offrant ainsi un test du principe d'équivalence, à performance limitée, entre un objet mésoscopique et objet microscopique.

La mesure de h/m

La mesure précise de la constante de structure fine α par différentes méthodes [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39], chacune s'appuyant sur différents principes fondamentaux de la physique liés à la physique atomique, l'électrodynamique quantique ou la physique de la matière condensée par exemple, offre la possibilité de vérifier la consistance des théories lorsqu'elles

sont confrontées à d'autres domaines de la physique. Ainsi, la mesure la plus précise de α repose sur la mesure de $(g - 2)$ pour l'électron et le positron. Ces deux mesures ont été réalisées avec une précision de 4 ppb, il y a une quinzaine d'années. Une autre mesure, réalisée à partir d'expérience de matière condensée, a atteint une précision de 24 ppb, insuffisante pour permettre une comparaison efficace avec la mesure de $(g - 2)$. Il existe finalement une «troisième voie» reposant sur des expériences de physique atomique pour mesurer le rapport \hbar/m . On peut en effet définir α à partir de [33]

$$\alpha^2 = \frac{2R_{\text{inf}}}{c} \frac{M}{M_e} \frac{\hbar}{m}, \quad (6.3)$$

avec M et m les masses de la particule en unité atomique et en unité SI, la masse du rubidium étant connu à 2×10^{-10} près en unité atomique [40]. La constante de Rydberg R_{inf} est très bien connue [41, 42] (une incertitude de 8×10^{-12}), tout comme la masse de l'électron M_e [43, 44] (incertitude de 7×10^{-10}). On constate donc que chaque fraction sauf la dernière est connue à mieux que 2 ppb. Une détermination de \hbar/m à mieux que 1 ppb permettra donc de réaliser une vérification fiable de la mesure par $(g - 2)$, et par là même de vérifier l'unité de ces différents domaines de la physique. Plusieurs mesures de \hbar/m ont été réalisées en utilisant des interféromètres à ondes de matière [45, 46, 47, 48, 1]. La mesure la plus précise a été réalisée à Stanford sur une fontaine atomique [46]. Elle a permis d'atteindre une résolution de quelques ppb. Malheureusement, ces performances sont obtenues au prix de l'ajout d'erreurs systématiques importantes qu'il semble désormais difficile d'évaluer et de réduire. Le projet ICE propose, entre autres, la possibilité de diminuer des effets systématiques en utilisant les très longs temps d'interrogations accessibles en zéro gravité (plusieurs secondes contre une centaine de millisecondes à la surface).

Une première mesure *de principe* a été obtenue au laboratoire en reprenant des données obtenues lors de l'étude sur la cohérence du condensat de Bose-Einstein par diffraction de Bragg. Le schéma de l'expérience a été expliqué en détail au chapitre 5 et le principe est repris sur la figure 6.6.

Il est important de noter que le dispositif, qui utilise deux paires de faisceaux rétro réfléchis, crée deux réseaux de diffraction de Bragg de « direction » opposés. Dans ce cas la condition de résonance $\delta\nu_{\pm}$ pour les deux réseaux de diffraction s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta\nu_+ &= \delta\nu_0(1 + p_i/2\hbar k_L) \\ \delta\nu_- &= \delta\nu_0(1 - p_i/2\hbar k_L) \end{aligned} \quad (6.4)$$

avec $\delta\nu_0 = (8/2\pi)(\hbar k_L^2/2m)$ le décalage correspondant à l'énergie de recul (voir figure 6.6) et où $p_i/2\hbar k_L$ représente l'effet Doppler induit par une vitesse d'ensemble du condensat. En mesurant donc l'efficacité de diffraction dans l'ordre $+4\hbar\mathbf{k}_L$ par un réseau, et l'efficacité de diffraction dans l'ordre $-4\hbar\mathbf{k}_L$ par l'autre, en fonction du désaccord $\delta\nu$, il est possible de

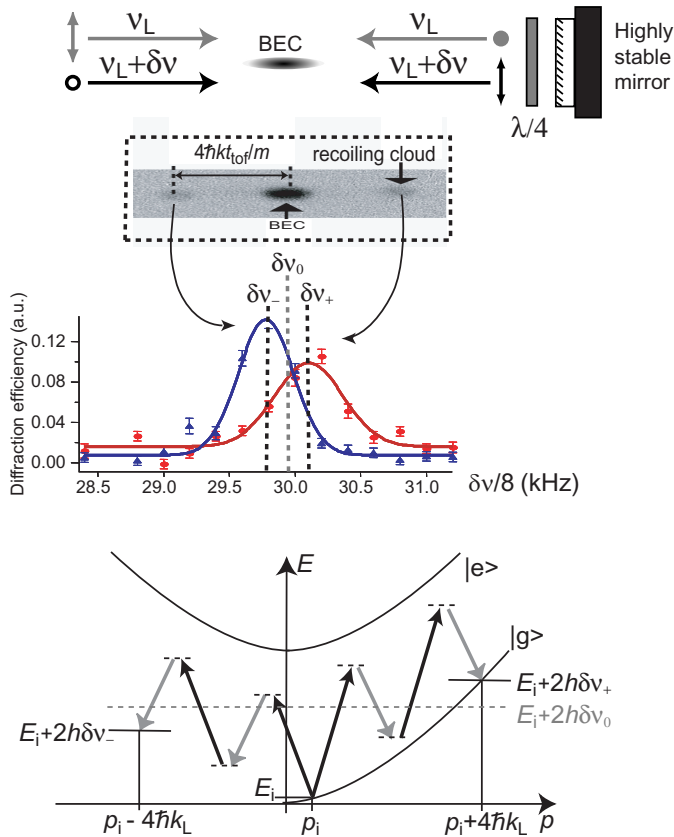


Fig. 6.6 : Principe de notre dispositif de diffraction de Bragg à quatre photons. Dessus : le schéma du dispositif. Les deux faisceaux laser rétro réfléchis sur un seul miroir forment deux réseaux lumineux, se déplaçant des directions opposées. Au centre : spectre de diffraction de Bragg obtenu pour les deux réseaux en fonction du désaccord $\delta\nu$ entre les ondes laser. (Insert : Une image typique de diffraction d'atomes après un temps de vol t_{tof} .) Bas : Diagramme d'énergie indiquant la condition de résonance de Bragg. Pour une impulsion initiale nulle, la condition de résonance est vérifiée lorsque le désaccord vaut $\delta\nu_0$. Si les atomes ont une impulsion initiale p_i , la résonance est décalée par effet Doppler.

distinguer directement la contribution de l'effet Doppler de celle de l'énergie de recul.

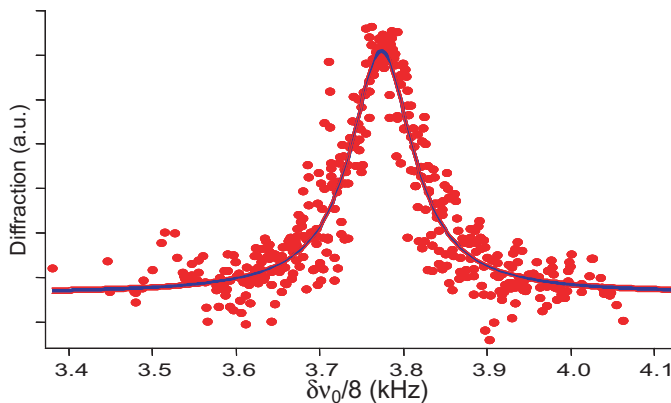


Fig. 6.7 : Spectre moyenné et recentré autour de la valeur $\delta\nu_0$ qui est extraite par ajustement. À partir de cette valeur, on peut remonter à h/m .

Pour ce faire, on effectue dans un premier temps un ajustement de chaque spectre séparément, pour obtenir ainsi les centres des deux spectres $\delta\nu_{\pm}$. Chaque spectre est alors recentré autour de la valeur moyenne $\delta\nu_0 = (\delta\nu_+ + \delta\nu_-)/2$. En effectuant alors un moyennage sur plus de 350 spectres (voir figure 6.7) nous avons pu extraire une valeur moyenne $\delta\nu_0 = 30.189(4)$ kHz où le nombre entre parenthèses représente l'indice de confiance de l'ajustement. On déduit alors de cette mesure une valeur pour $h/m \equiv \lambda^2 \times \delta\nu_0/4 = 4.5946(7) \times 10^{-9}$ J.s.kg $^{-1}$ légèrement décalée de la valeur officielle CODATA 4.59136×10^{-9} J.s.kg $^{-1}$. Cet écart s'explique par deux effets dont l'un est particulièrement intéressant.

- D'une part, ces résultats étant issus d'une analyse a posteriori de résultats publiés dans [49], nous avons constaté que la valeur absolue en fréquence n'était pas exacte car l'oscillateur de référence du compteur utilisé dérive naturellement [48]. Cette erreur systématique entraîne alors une incertitude de 2×10^{-12} J.s.kg⁻¹ sur la valeur de h/m .
- D'autre part, les interactions entre atomes entraînent un décalage en fréquence, identique pour les deux réseaux de diffraction car il modifie le diagramme d'énergie de la figure 6.6 par $\Delta E_i = Un(\mathbf{r})$ [50] où $n(\mathbf{r})$ représente la densité atomique du condensat et $U = 5.147(5) \times 10^{-51}$ J.m³ est le paramètre d'interaction, dans l'approximation de champ moyen. La condition de résonance « locale » s'écrit alors :

$$2h\delta\nu_0(\mathbf{r}) = 16 \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} + Un(\mathbf{r}) \quad (6.5)$$

Après moyennage sur le profil du condensat, on obtient alors un décalage de la résonance par $U\langle n \rangle / 2h \sim 4U n_0 / 7$.

Au final, en prenant en compte les deux effets systématiques, on obtient :

$$\begin{aligned} h/m &= \lambda^2 / 4 \cdot [\langle \delta\nu_0 \rangle - U\langle n \rangle / 2h] \\ &\simeq 4.5939(21)(7) \times 10^{-9} \text{ J.s.kg}^{-1}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

qui est en accord avec la valeur CODATA.

Le projet ICE

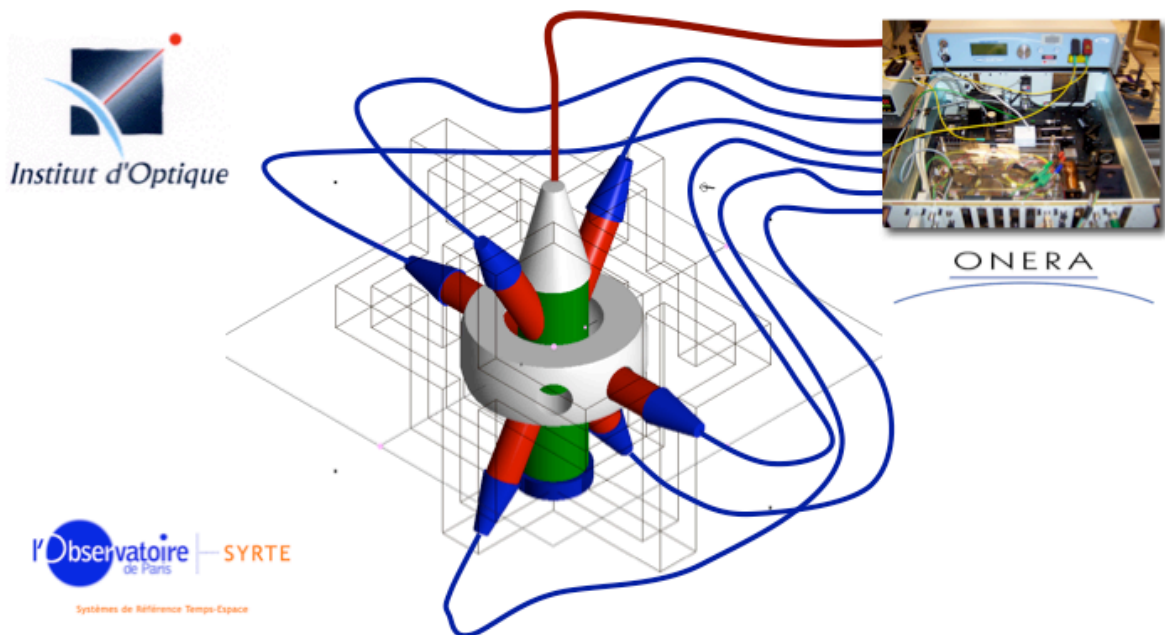


Fig. 6.8 : Schéma du système de refroidissement du projet ICE. L'enceinte à vide sera développée au LCFIO, le système laser de refroidissement sera développé par l'ONERA et la partie manipulation des ondes atomiques développée par le SYRTE

Comme indiqué précédemment, le projet ICE a pour but ultime d'effectuer des comparaisons entre les mesures accélérométriques effectuées par les senseurs inertiels atomiques et les senseurs « classiques » du type de ceux qui sont développés à l'ONERA, offrant ainsi un test du principe d'équivalence, à performance limitée, entre un objet mésoscopique et un objet microscopique. Pour effectuer ces mesures, on utilisera un dispositif d'interférométrie à ondes de matière basé sur une source cohérente (laser à atomes) dont les premiers tests seront effectués sur le montage de source cohérente versatile [51, 52]. Ce projet permettra ultimement d'aboutir à la conception d'une source cohérente d'atomes (condensat de Bose-Einstein ou laser à atomes) spatialisable certainement indispensable pour les expériences d'interférométrie atomique dans l'espace. De plus, l'apparition récente de dispositifs compacts (en particulier les « puces atomiques ») pourrait permettre d'envisager l'intégration de tels dispositifs dans des microsattelites ou des minisattelites.

Les deux technologies d'accéléromètre impliquées dans ICE apparaissent comme complémentaires car permettant une comparaison et à terme une mesure accélérométrique à un niveau extrêmement fin sur une gamme de fréquences relativement large, comme l'indique la figure 6.9.

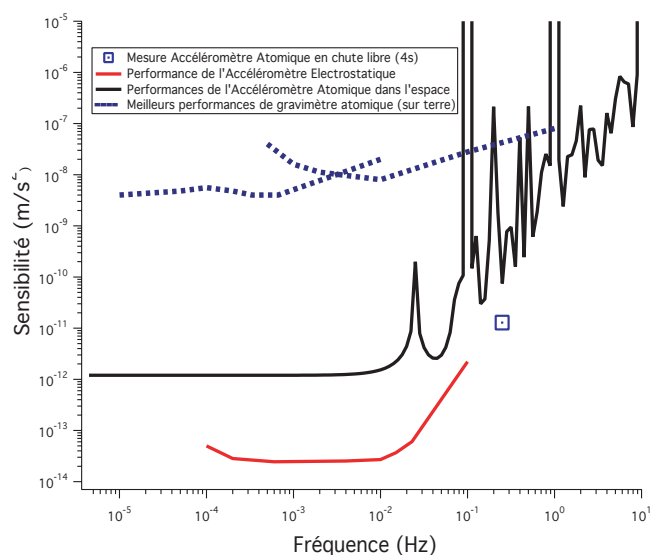


Fig. 6.9 : Comparaison des performances des différents types d'accéléromètres utilisés pour ICE. La courbe pointillée indique les mesures publiées dans [53] qui représentent aujourd'hui les meilleures performances atteintes avec un accéléromètre (gravimètre) atomique. Ces mesures peuvent être extrapolées pour déduire les performances potentielles d'un accéléromètre atomique en chute libre (courbe noire). En comparant avec les performances des accéléromètres électrostatiques de l'ONERA, on constate que les performances des deux systèmes sont équivalentes pour des temps de mesures de 10 secondes, l'accéléromètre atomique devenant lui très intéressant pour les mesures d'accélérations « quasi-continues ».

L'utilisation complémentaire de ces deux types d'accéléromètres pour des missions à grande distance permet d'envisager leur utilisation simultanément avec des méthodes de Ranging conventionnel pour lever les ambiguïtés sur l'anomalie des trajectoires des sondes de type Pio-

neer. L'utilisation d'accéléromètres exacts permet de mesurer à bord l'accélération moyenne sans besoin de modélisation des possibles forces appliquées sur le satellite. De plus les comparaisons entre les deux types d'accéléromètres peuvent donner lieu à un test du principe d'équivalence entre un système « classique » et un système quantique au niveau du meilleur test envisagé actuellement (*μscope*) tout en permettant la démonstration des possibilités de ce type de capteurs, pouvant ensuite être utilisés pour la navigation spatiale ou pour d'autres types de missions.

6.2 Optique atomique et interférométrie atomique avec des sources *non-classiques*

Un interféromètre classique générique a une sensibilité limitée par le bruit de projection quantique proportionnel à $1/\sqrt{N}$ (« bruit de grenaille »). Ici, N peut être soit le nombre moyen de particules passant par l'interféromètre pendant le temps de mesure, soit le nombre de fois que l'expérience a été exécutée avec une seule particule dans l'interféromètre [54, 55]. Cette limitation s'applique au cas de particules statistiquement indépendantes, et pour des états où les particules sont corrélées la sensibilité de l'interféromètre peut être améliorée par un facteur de \sqrt{N} , c'est-à-dire atteindre une sensibilité proportionnelle à $1/N$. Cette ultime limite est imposée par le principe d'incertitude de Heisenberg. Pour un interféromètre optique fonctionnant avec une puissance d'entrée de plusieurs milliWatts, l'amélioration de la sensibilité par ces méthodes *quantiques* correspond à une augmentation du rapport signal à bruit de plusieurs ordres de grandeur.

Dès 1981, Caves a montré qu'alimenter le port d'entrée secondaire d'un interféromètre de Mach-Zehnder optique avec un état comprimé de la lumière abaisse le bruit de photons en dessous du bruit de projection quantique $1/\sqrt{N}$ (où N est le nombre de photons en moyenne dans l'interféromètre) [56]. Yurke et al. [57, 58] ont montré en 1986 qu'utiliser une superposition « corrélée » d'états de Fock (un *état de Yurke*) à l'entrée de l'interféromètre de Mach-Zehnder pourrait mener à une sensibilité au déphasage $\Delta\phi \simeq 1/N$ pour certaines valeurs du déphasage absolu ϕ . Sanders, Milburn, et Ou ont généralisé cette méthode pour obtenir une sensibilité au déphasage proportionnelle à $1/N$ pour toutes les valeurs de ϕ [59, 60].

Par la suite, Holland et Burnett ont proposé l'usage d'un double état de Fock (de la forme $|N, N\rangle$) pour atteindre la limite de Heisenberg [61], ce concept ayant ensuite été utilisé par Jacobson et al. [62]. Enfin, M. Kasevich et moi-même avons montré qu'une configuration similaire, mais appliquée à l'optique atomique, permettrait d'atteindre le même niveau de sensibilité. En fait, une telle amélioration serait également utilisable dans des horloges atomiques ; une horloge atomique utilisant des franges de Ramsey est formellement équivalente à un interféromètre de Mach-Zehnder [63], comme nous l'avons indiqué au chapitre 2. Ici, les impulsions $\pi/2$ sont équivalentes aux lames séparatrices. Wineland *et al.* ont démontré

expérimentalement qu'il était possible de battre le bruit de grenaille dans les horloges à ions utilisant des états intriqués [64]. Enfin, il a été montré dernièrement que cette sensibilité améliorée peut être exploitée dans les gyroscopes atomiques [65].

6.2.1 Les relations de dispersion de Heisenberg : principe d'incertitude

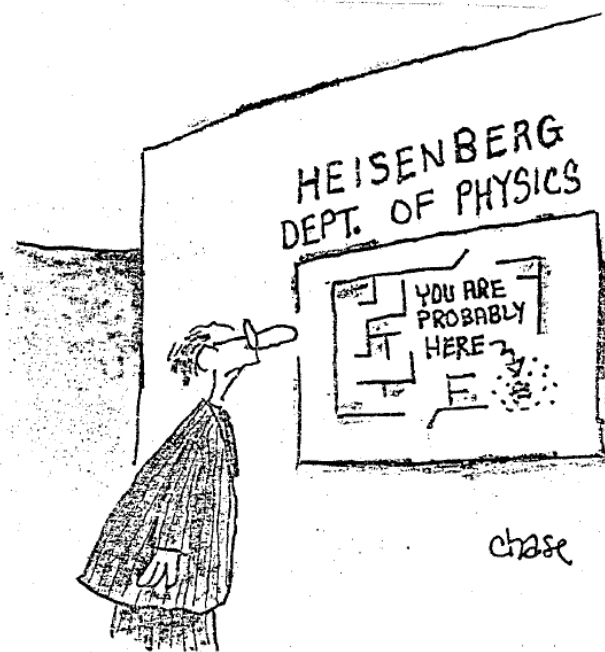


Fig. 6.10 : Le principe d'incertitude de Heisenberg.

Supposons un système à $(N+1)$ états possibles formellement décrit par un opérateur moment angulaire \hat{J}_z . Si \hat{Q} est une observable conjuguée de \hat{J}_z , ces deux opérateurs obéissent à la relation de dispersion de Heisenberg $\Delta Q \Delta J_z \geq \frac{1}{2}$ (on a pris $\hbar = 1$) qui régit la relation entre la dispersion sur la mesure de chaque observable : si l'on veut une incertitude ΔQ minimum sur la mesure par \hat{Q} , il est nécessaire de maximiser l'incertitude ΔJ_z sur la mesure par \hat{J}_z .

Pour comprendre l'implication de ce principe sur la mesure, considérons un état « cohérent » $|\psi\rangle = \sum_{-N/2}^{+N/2} \sqrt{\frac{N!}{2^N(m+N/2)!(N/2-m)!}} e^{i\phi_m} |m\rangle$ combinaison des vecteurs propres de \hat{J}_z . La variance de la mesure avec \hat{J}_z est alors

$$(\Delta J_z)^2 = \langle \psi | \hat{J}_z^2 | \psi \rangle - \langle \psi | \hat{J}_z | \psi \rangle^2 = \frac{N}{4}, \quad (6.7)$$

et on voit bien que l'incertitude en \hat{J}_z , ainsi que l'incertitude de sa réciproque \hat{Q} varient comme \sqrt{N} . Par contre, si on prend une répartition uniforme de chaque vecteur propre $|\psi\rangle = \sum_{-N/2}^{+N/2} \frac{e^{i\phi_m} |m\rangle}{\sqrt{N+1}}$, la variance de la mesure de \hat{J}_z est alors $(\Delta J_z)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{N^2}{4} + \frac{N}{2} \right)$ et on vérifie bien que $\Delta J_z \propto N$. Dans ce cas, la relation de Heisenberg autorise alors une réduction

de l'incertitude sur \hat{Q} : $\Delta Q \propto \frac{1}{N}$. On voit ainsi qu'un *étalement* de la dispersion sur une quadrature implique la possibilité de *compresser* la dispersion sur l'autre quadrature, à la condition d'utiliser un état quantique approprié.

le cas d'un interféromètre atomique

Pour comprendre maintenant comment l'incertitude sur le flux (ou le nombre d'événements) et l'incertitude sur la phase sont liées dans un interféromètre, considérons un ensemble de N systèmes à deux niveaux $\{|0\rangle; |1\rangle\}$ dans l'état $\frac{1}{\sqrt{2}}|\phi\rangle = (|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)$, ainsi que l'observable $\hat{A} = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ telle que la valeur moyenne de \hat{A} soit $\langle\phi|\hat{A}|\phi\rangle = \cos\phi$. Si maintenant on répète N fois cette mesure, on obtient :

$${}_N\langle\phi| \dots {}_1\langle\phi| \left(\bigoplus_{k=1}^N \hat{A}^{(k)} \right) |\phi\rangle_1 \dots |\phi\rangle_N = N \cos\phi, \tag{6.8}$$

et la variance de \hat{A} après ces N mesures est simplement $(\Delta A)^2 = N(1 - \cos^2\phi) = N \sin^2\phi$. On peut alors calculer l'incertitude sur la mesure de ϕ [55] :

$$\Delta\phi = \frac{\Delta A}{|d\langle\hat{A}\rangle/d\phi|} = \frac{1}{\sqrt{N}}. \tag{6.9}$$

On retrouve ainsi l'expression du bruit de projection quantique.

L'intrication quantique permettra d'améliorer la qualité de cette même mesure en diminuant la dispersion à une limite proche de celle du principe de Heisenberg. Pour comprendre cet effet, prenons l'exemple de l'état intriqué (i.e. *non factorisable*) à N particules $|\varphi\rangle \equiv |N, 0\rangle + e^{iN\varphi}|0, N\rangle$ avec $|N, 0\rangle = |0\rangle_1|0\rangle_2 \dots |0\rangle_N$ et $|0, N\rangle = |1\rangle_1|1\rangle_2 \dots |1\rangle_N$. L'expression de $|\varphi\rangle$ signifie que chaque particule dans l'état $|1\rangle$ acquiert une phase $e^{i\varphi}$. La mesure avec l'observable $\hat{A}_N = |0, N\rangle\langle N, 0| + |N, 0\rangle\langle 0, N|$, équivalente à l'observable \hat{A} du cas cohérent à 1 particule résulte alors en une probabilité $\langle\varphi|\hat{A}_N|\varphi\rangle = \cos N\varphi$. La variance de \hat{A}_N après ces N mesures *en parallèle* est alors $(\Delta A_N)^2 = 1 - \cos^2 N\varphi = \sin^2 N\varphi$ et l'incertitude résultante sur la mesure de φ :

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta A_N}{|d\langle\hat{A}_N\rangle/d\varphi|} = \frac{1}{N}. \tag{6.10}$$

La précision est donc augmentée d'un facteur \sqrt{N} au-dessus la limite de bruit standard [66, 67, 64].

La lithographie et la microscopie quantique pourraient aussi bénéficier de cette sensibilité améliorée. En pratique, la limite fondamentale pour lire et écrire avec la lumière est la limite de diffraction, qui est liée à la longueur d'onde de la lumière utilisée. Dans la lithographie optique classique la taille caractéristique minimum est déterminée par la limite de diffraction de Rayleigh $\lambda/4$, où λ est la longueur d'onde de la lumière. Il a été montré que cette limite classique peut être surmontée en exploitant la nature quantique de photons intriqués [68,

69, 70, 71, 72, 73]. Dans la microscopie optique classique aussi, le plus petit détail qui peut être résolu ne peut pas être beaucoup plus petit que la longueur d'onde optique. En utilisant la technique de photons intriqués, il est aussi possible de résoudre des structures substantiellement plus petites que la longueur d'onde de la lumière.

6.2.2 Atteindre la limite de Heisenberg phase-nombre dans un interféromètre de Mach-Zenhdler atomique

Dans un interféromètre de Mach-Zenhdler, le flux lumineux à l'entrée est divisé en deux par une lame séparatrice, puis ces deux faisceaux sont recombinaés sur la lame séparatrice de sortie. La différence de phase entre les deux chemins est ensuite mesurée par la détection comparative des deux ports de sortie. Sur un tel dispositif, si un seul port d'entrée est alimenté, que ce soit par un état cohérent ou par un état de Fock, la sensibilité sera limitée au bruit de projection quantique $1/\sqrt{N}$ et en aucun cas par les fluctuations d'intensité à l'entrée [65, 74]. Dans une horloge atomique utilisant des franges de Ramsey, les atomes sont mis dans une superposition de l'état fondamental et de l'état excité à l'aide d'une impulsion $\pi/2$ (Fig. 6.11b). Après un intervalle de temps pendant lequel l'atome évolue librement, une deuxième pulse $\pi/2$ est appliquée à l'atome, et l'état de celui-ci à la sortie de l'interféromètre dépend du changement de phase relatif obtenu par l'état excité pendant l'évolution libre. Si on répète la même mesure N fois, la phase ϕ est déterminé avec la précision \sqrt{N} [75, 76].

Les deux exemples ci-dessus sont équivalents. Dans les deux cas on mesure le changement de phase, causé soit par une différence de chemin entre les deux trajets de l'interféromètre, soit par une différence du *temps propre* d'évolution [77] des deux états internes dans le cas de l'horloge.

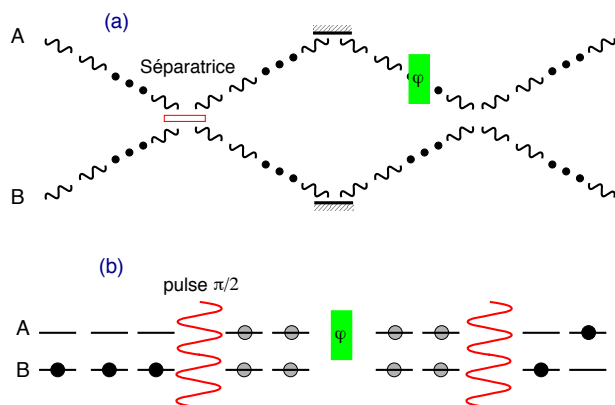


Fig. 6.11 : Équivalence entre un interféromètre de Mach-Zenhdler et une horloge atomique.

On peut aussi retrouver une équivalence en information quantique [78, 79, 80] en prenant par exemple un qubit qui subit une transformation de Hadamard. Après cette première transformation, ce qubit acquiert une phase relative à son état interne avant de subir une deuxième transformation de Hadamard. Dans tous ces protocoles, l'état initial subit deux transformations *quantiques* similaires [81] (séparatrice, pulse $\pi/2$ ou Hadamard étant équivalents),

et acquière une phase entre ces deux transformations. On retrouve ainsi une analogie avec les algorithmes *quantiques* de base et leur implémentation en optique [82, 83, 84] aussi bien qu'avec des particules massives (ions, atomes ...) [85, 86, 87, 88]. Cette comparaison entre un interféromètre quantique (c-à-d en dessous de la limite \sqrt{N}) et un ordinateur quantique de base permet aussi a priori d'envisager augmenter la « robustesse » des états intriqués pour atteindre la limite de Heisenberg en appliquant les stratégies (techniques de correction des erreurs, contrôle de la décohérence ...) déjà envisagées dans la conception des ordinateurs quantiques.

6.2.3 L'utilisation des condensats pour créer un interféromètre à la limite de Heisenberg

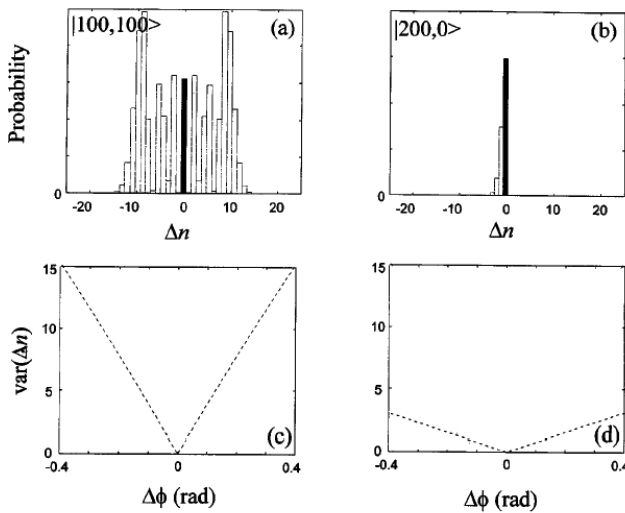


Fig. 6.12 : (a) distribution de probabilité pour $\Delta n \equiv n_e^{out} - n_g^{in}$ obtenu numériquement pour un état de Fock double avec 100 atomes dans chaque condensat. L'histogramme « creux » indique la distribution résultant d'un changement de phase de $\Delta\phi = 0.05$ rad pendant l'évolution libre, l'histogramme « plein » indique la distribution pour $\Delta\phi = 0$. (b) même calcul mais pour un état de Fock avec 200 atomes sur une seule entrée, $\Delta\phi = 0.05$ rad (« creux ») et $\Delta\phi = 0$ (« plein »). (c) variance de la distribution Δn en fonction du changement de phase $\Delta\phi$ pour l'état $|100, 100\rangle$. (d) variance pour l'état $|200, 0\rangle$.

Il y a eu diverses méthodes proposées et essayées pour atteindre une sensibilité à la limite d'Heisenberg [57, 58, 89, 90, 65, 61, 91, 92, 93, 62, 94, 75, 95, 96, 97, 64, 98]. Nous abordons ici la transcription aux atomes d'une méthode initialement proposée par Holland et Burnett [61] pour atteindre une telle sensibilité qui consiste à envoyer un état de Fock double $|N\rangle_A \otimes |N\rangle_B$ à l'entrée d'un interféromètre de Mach-Zehnder, un tel état pouvant être engendré, par exemple, par un oscillateur paramétrique [99].

Pour obtenir la sensibilité à la limite de Heisenberg, il faut néanmoins, en plus de cet état de Fock double, élaborer un mode de détection de la phase particulier. Dans un interféromètre conventionnel, seule la différence du nombre de photons à chaque port de sortie est mesurée. De même, dans les interféromètres atomiques, les mesures sont effectuées en enregistrant la fluorescence à partir d'un état interne spécifique. Avec l'utilisation d'un double état de Fock, il est nécessaire d'obtenir des informations supplémentaires puisque la valeur moyenne de la différence d'intensité entre les deux ports de sortie ne contient pas l'information sur

le déphasage (Fig. 6.12a). On peut par exemple mesurer la somme et la différence de l'intensité dans les deux ports de sortie. La somme contient l'information sur l'intensité totale dans l'interféromètre, et la différence contient l'information sur le déphasage. On peut alors facilement remonter non plus à la valeur moyenne de la différence des intensités, mais à la valeur moyenne des fluctuations d'intensité relative qui est directement proportionnelle au déphasage entre les deux bras de l'interféromètre. L'intérêt de cette méthode repose dans sa « robustesse » aux imperfections sur l'état d'entrée : il n'est pas nécessaire de reproduire à chaque fois exactement le même double état de Fock, ni même d'avoir un équilibre parfait entre les deux ports d'entrée. Elle impose néanmoins une contrainte importante puisqu'il est alors nécessaire de réaliser une mesure quantique non destructive [100, 101, 102] du nombre d'atomes à l'entrée. D'autres méthodes, proches de celle-ci, mais utilisant en entrée des états fortement intriqués [64, 98], permettent d'atteindre les mêmes performances..

6.3 L'interférométrie atomique *intégrée*

Au cours des dernières années, les progrès scientifiques et technologiques, en physique des semi-conducteurs ou en optique intégrée par exemple, ont contribué à prouver que la miniaturisation et l'intégration sont un passage obligé vers la mise en application des résultats de la physique fondamentale. Parvenir à miniaturiser les dispositifs de générations et de manipulations d'onde de matière cohérentes serait une avancée considérable dans le domaine de la physique atomique. Il existe déjà de nombreux travaux pour mettre en œuvre des systèmes atomiques miniaturisés pour des applications concrètes et répandues allant des capteurs ultra-sensibles pour des mesures de temps et d'accélération aux technologies de l'informatique quantique. Bien sûr, le chemin à parcourir pour aboutir à de tels résultats est encore long et difficile. Cependant, les expériences visant à miniaturiser les dispositifs de manipulations d'onde de matière cohérentes se multiplient ces dernières années.

Une des premières manipulations consistait à guider les atomes à l'aide du champ magnétique créé par un courant circulant dans un ou plusieurs fils placés à l'intérieur de l'enceinte à vide, rectilignes [103, 104, 105, 106] ou courbes [107]. L'association d'un champ magnétique inhomogène au champ magnétique créé par le fil conducteur permet de réaliser un micropiège magnétique [108]. Ces travaux ont amené à l'utilisation du champ magnétique créé par de simples fils microfabriqués déposés sur une surface [109], appelée communément *puce à atomes*, pour réaliser des guides [110, 111] ou des micropièges [112, 113, 114, 115]. Une autre approche vise à utiliser des microstructures optiques réalisées à l'aide de microlentilles [5] ou de modulateurs optiques [116].

En parallèle, le groupe d'E. Cornell observe la propagation d'un nuage d'atomes dans un guide dipolaire [117] et l'utilisation d'aimants permanents [118] ou de matériaux ferromagnétiques [119, 120] pour réaliser des structures guidantes se développe également. Cependant, les puces

à atomes restent plus simples à utiliser que les structures à aimants permanents car il est possible de couper le champ magnétique créé par une puce. Par ailleurs, bien que les guides à atomes réalisés par le groupe de M. Prentiss à partir d'un matériau ferromagnétique [120] aient des dimensions millimétriques et donc un volume de piégeage plus élevé que celui d'un micropiège, les puces à atomes sont plus flexibles que les structures ferromagnétiques de par les configurations de potentiel qu'elles permettent de réaliser. En effet, l'utilisation d'une puce à atomes permet de développer des configurations de potentiel complexes en combinant plusieurs fils conducteurs sur une même surface [121, 3]. Il est possible par exemple de déplacer un nuage d'atomes sur plusieurs dizaines de centimètres [122] pour séparer ou réunir spatialement plusieurs nuages d'atomes [123], de réaliser une séparatrice [124, 117] ou un interrupteur [125] à atomes. L'étape suivante consisterait en la réalisation d'interféromètres à atomes dans le domaine temporel [126, 2] ou spatial [127]. L'obtention de la condensation de Bose-Einstein dans un micropiège [115, 2, 128, 129] et le chargement d'un condensat dans un guide magnétique [130] s'inscrivent dans cette logique de progression.

6.4 Reproduction de certaines publications relatives à ce chapitre

1. BOUYER, P. and KASEVICH, M.A., "Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases," *Phys. Rev. A* 56 (2), R1083-R1086 (1997).
2. Y. LE COQ, J. RETTER, S. RICHARD, A. ASPECT and P. BOUYER, "Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space," (2005).
3. BOUYER, P., LANDRAGIN, A., "Le refroidissement des atomes et leur application aux horloges et aux senseurs inertiels" *SupOptique Avenir*, (2003).

Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases

P. Bouyer* and M. A. Kasevich

Department of Physics, Stanford University, Stanford, California 94035

(Received 14 March 1997)

We propose an experiment that exploits the quantum interference between two noninteracting ensembles of spatially degenerate Bose-Einstein atoms to measure phase shifts of atomic coherences at the Heisenberg limit. [S1050-2947(97)50207-1]

PACS number(s): 03.75.Dg, 03.75.Fi

The recent experiments demonstrating Bose-Einstein condensation (BEC) in alkali-metal vapors [1–3] have opened the possibility of studying the phase properties of degenerate atomic samples. For example, one might look for spatial interference fringes between two freely evolving condensates [4,5] or study the atom-counting statistics for two condensates overlapped at a beam splitter [6]. Given the coherence properties of Bose-Einstein condensed sources, one might hope to develop high-resolution spectroscopic techniques that exploit the quantum degeneracy of these samples to enhance measurement precision.

In this Rapid Communication we propose a scheme that is capable of detecting small phase shifts of atomic coherences with a precision that scales inversely with the number of atoms N used in the measurement. In principle, this Heisenberg-limited method could afford significant gains in precision over standard techniques, where the shot-noise limited precision scales as $1/\sqrt{N}$. Our method uses two degenerate ensembles of Bose-Einstein atoms as inputs to a Ramsey-type atom interferometer [7]. We show that phase shifts introduce fluctuations in the number of atoms detected at the interferometer output ports, and that these fluctuations can then be used as a signature for a phase imbalance between interferometer arms.

The Ramsey technique uses a sequence of two $\pi/2$ pulses separated by an interrogation time T to probe the time evolution of an atomic coherence. This separated oscillatory fields configuration is analogous to a Mach-Zehnder interferometer in optics when the evolution of the ground and excited electronic states is viewed as the two arms of the interferometer. It is used in many experiments as a method to detect small shifts in the relative phase between an atomic coherence and the driving field. These shifts, for example, may arise from a small detuning of the driving field from the atomic resonance or from the presence of an external perturbation.

The proposed method is related to previous work on quantum noise reduction. Optical interferometry with Fock states has been shown to enable Heisenberg-limited phase detection [8]. For atoms, Wineland *et al.* have shown that Ramsey interferometry with maximally entangled spin states can achieve the Heisenberg limit [9].

In order to motivate our method, which requires two condensates at the interferometer inputs ports, we will begin by showing that interferometry with a single condensate is not capable of providing enhanced spectroscopic resolution [10]. Consider a condensate of two-level atoms that is driven with a single resonant excitation pulse. We assume throughout that the atoms are noninteracting, and we neglect spontaneous emission from the excited level. The initial condensate state is taken to be the Fock state

$$|n\rangle = \prod_{i=1}^N |\phi_g(\mathbf{x}_i)\rangle, \quad (1)$$

where the subscript g indicates the ground electronic state, \mathbf{x}_i is the spatial coordinate of the i th atom, and N is the number of atoms in the condensate. The evolution of this system is described by the Schrödinger equation $\hat{H}|\psi\rangle = i\hbar d|\psi\rangle/dt$, with the Hamiltonian \hat{H} given by a sum over the free particle contributions $\hat{H}_i^{(0)}$ and the coupling terms \hat{V}_i , i.e., $\hat{H} = \sum_{i=1}^N (\hat{H}_i^{(0)} + \hat{V}_i)$. To be explicit, one might consider a magnetic dipole interaction that resonantly couples atomic hyperfine levels of atoms confined in the ground state of a harmonic potential. Substitution of the product state

$$|\psi\rangle = \prod_{i=1}^N |\phi(\mathbf{x}_i)\rangle \quad (2)$$

into Schrödinger's equation yields an equation of motion that separates into equations of motion for the individual particles: $\hat{H}_i|\phi(\mathbf{x}_i)\rangle = i\hbar d|\phi(\mathbf{x}_i)\rangle/dt$, with $\hat{H}_i = \hat{H}_i^{(0)} + \hat{V}_i$. Specializing to the Fock state [Eq. (1)], we find that the time evolution of this state is identical to that of N nondegenerate atoms.

We can immediately apply this result to a Ramsey-type experiment. For nondegenerate ensembles of atoms, the phase sensitivity is shot-noise limited. Following the argument of the preceding paragraph, we then conclude that the sensitivity obtained with a Bose-Einstein condensed source must also be shot-noise limited.

One might be led to conclude that all interference with Bose condensed sources would be shot-noise limited; however, we note that only a restricted class of states can be factored into products of single-particle states [Eq. (2)]. For example, the initial state consisting of n_g^{in} degenerate atoms in the electronic ground state $|g\rangle$ and n_e^{in} atoms in the electronic excited state $|e\rangle$ cannot be factored in this form.

*Permanent address: Groupe d'Optique Atomique, Institut d'Optique, BP 147, 91400 Orsay Cedex, France.

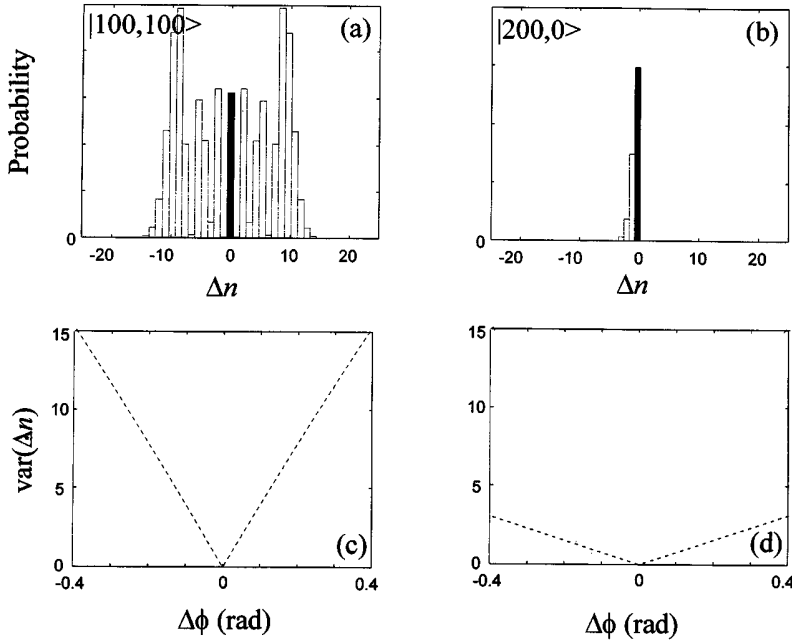


FIG. 1. (a) Probability distribution for $\Delta n \equiv n_e^{\text{out}} - n_g^{\text{in}}$ obtained by numerical diagonalization the matrix defined by Eqs. (3) and (4). The input is a dual Fock state with 100 atoms in each condensate. Open bars indicate the distribution resulting from a phase shift of $\Delta\phi = 0.05$ rad during the free evolution interval. For comparison, the solid bar indicates the distribution of Δn for $\Delta\phi = 0$. (b) Probability distribution for a single Fock state input with 200 atoms, with phase shifts $\Delta\phi = 0.05$ rad (open bars) and $\Delta\phi = 0$ (solid bar). (c) Variance of the distributions for Δn as a function of the phase shift $\Delta\phi$ for the input state $|100,100\rangle$. (d) Variance of the distribution for Δn for the input state $|200,0\rangle$.

We next consider interferometry with this nonfactorizable state consisting of two condensates. The initial system is taken as the dual Fock state $|\psi\rangle = |n_g^{\text{in}}, n_e^{\text{in}}\rangle$. All atoms are assumed to occupy identical center-of-mass states, and for simplicity we neglect recoil effects in driving the transitions. In the interaction picture, after making the rotating-wave approximation, the Hamiltonian matrix elements are

$$\langle n_g, n_e | \hat{H} | n_g, n_e \rangle = -\hbar n_e \delta \quad (3)$$

and

$$\langle n_g, n_e | \hat{H} | n_g - 1, n_e + 1 \rangle = \frac{\hbar \Omega_{eg}}{2} \sqrt{n_g(n_e + 1)}, \quad (4)$$

where δ is the laser detuning and Ω_{eg} is the single-atom Rabi frequency associated with the coupling \hat{V} . The scaling of the matrix elements with the number of ground-state atoms n_g and excited-state atoms n_e follows directly from the properties of the condensate wave functions [11]. For an interaction time τ such that $\Omega_{eg}\tau = \pi/2$ ($\pi/2$ pulse), the excitation pulse creates a coherent mixing of the ground state $|g\rangle$ and the excited state $|e\rangle$. For $\delta = 0$ (resonant excitation), we note that the evolution of the internal states can be described by a unitary operator that is equivalent to the operator describing a beam splitter in quantum optics.

We are now in a position to investigate the state of the system following the two $\pi/2$ pulse sequence. First, we note that if the detuning δ is zero, there is no phase shift during the free propagation interval between pulses, and the number of atoms exiting in the excited state, n_e^{out} , is equal to the number of atoms initially in the ground state, n_g^{in} . A phase shift inserted during the free propagation interval manifests itself as fluctuations at the output ports. We characterize these fluctuations by calculating the probability distribution for the quantity $\Delta n \equiv n_e^{\text{out}} - n_g^{\text{in}}$. This is illustrated for the dual Fock state $|n_g^{\text{in}} = 100, n_e^{\text{in}} = 100\rangle$ [Fig. 1(a)] and for the single Fock state $|n_g^{\text{in}} = 200, n_e^{\text{in}} = 0\rangle$ [Fig. 1(b)], and a phas-

eshift $\Delta\phi = 0.05$ rad. We parametrize these distributions by their variance $\text{var}(n) \equiv \sqrt{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}$. Figures 1(c) and 1(d) show the scaling of $\text{var}(\Delta n)$ with the phase shift $\Delta\phi$ for both the dual Fock state and single Fock state inputs.

We now show how observation of these fluctuations can lead to Heisenberg-limited sensitivity. To do this, we exploit the result that $\text{var}(\Delta n)$ is proportional to the phase shift (for small $\Delta\phi$) to estimate the phase shift $\Delta\phi_{\text{min}}$ that results in a variance of one atom. The idea is that the presence of a phase imbalance of $\Delta\phi_{\text{min}}$ in principle is likely to lead to a nonzero value for the measured number difference Δn for any given measurement. On the other hand, the presence of a shift $\Delta\phi < \Delta\phi_{\text{min}}$ is not likely to result in a fluctuation away from $\Delta n = 0$ after a single measurement, and is thus considered unresolvable. The scaling of $\Delta\phi_{\text{min}}$ for different atom numbers N is shown in Fig. 2. For the dual Fock state, $\Delta\phi_{\text{min}} \sim 1/N$ when $N \gg 1$, while for the single Fock state $\Delta\phi_{\text{min}}$

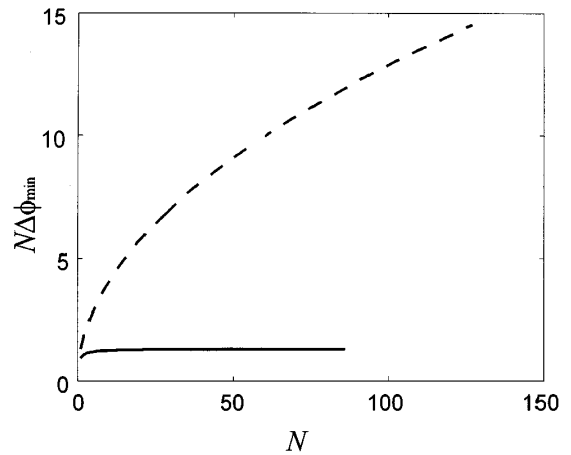


FIG. 2. Variation of the minimum detectable phase shift $\Delta\phi_{\text{min}}$ with the total number N of atoms for a dual Fock state $|N/2, N/2\rangle$ (solid) and a single Fock state $|N, 0\rangle$ (dashed) at the input.

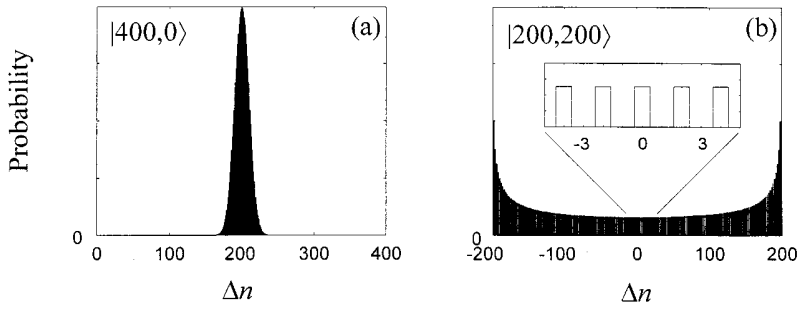


FIG. 3. Probability distributions for Δn following a single $\pi/2$ pulse. (a) Distribution for the single Fock state $|400,0\rangle$. (b) Distribution for the dual Fock state $|200,200\rangle$.

$\sim 1/\sqrt{N}$. The $1/N$ scaling for the dual Fock state is the signature of a Heisenberg-limited phase measurement.

Insight into this result can be gained by analyzing the state of the system after the first beam splitter ($\pi/2$ pulse), as shown in Fig. 3. After the beam splitter, the system is in a state characterized by a large uncertainty in the number of atoms in each arm of the interferometer. One might expect that this large uncertainty in number, then, would allow precise definition of the phase [12]. In fact, it can be shown that a simultaneous measurement of the phase of each output port results in a Heisenberg-limited correlation between them [8]. The Ramsey (or Mach-Zehnder) interferometer geometry exploits these correlations to measure small phase shifts without requiring an explicit measurement of the absolute phase of each interfering beam. For comparison, we have also shown the much narrower output distribution for a single Fock state input.

In the examples above we have assumed an equal number of atoms in each input port. In practice it is unlikely that such a state could be prepared. It is important, therefore, to explore the phase sensitivity to the initial balance of ground- and excited-state atoms. Figure 4 shows that in fact the phase sensitivity is only weakly sensitive to an imbalance over a broad range. As in the balanced input case above, the phase sensitivity $\Delta\phi_{\min}$ is inferred from the phase shift that produces a variance of one atom in the distribution for Δn .

The method presented above provides an algorithm for determining the presence of a small phase shift. In practice one may want to measure a larger phase shift ϕ_{sig} . This can be accomplished by application of a compensating phase shift ϕ_c . The shift ϕ_c would then be adjusted to minimize the observed fluctuations at the output ports, so that $\phi_c + \phi_{\text{sig}} \sim 0$. This method requires single-atom detection resolution at the output port. If some technical noise occurs during the detection process, the precision of the measurement is reduced to $\Delta\phi_{\min} = \delta n/N$, where δn is the atom number resolution of the detection process.

In order to implement this scheme, it is necessary to measure the initial number of atoms in one of the condensates as well as the number of atoms at the output port (e.g., n_g^{in} and n_e^{out}). The output atom number can be measured with standard fluorescence techniques. On the other hand, knowledge of the number of atoms at the input port requires a nondestructive number measurement just before the interferometer sequence. Such a measurement might be accomplished with dispersive light scattering [13].

It is interesting to consider the experimental sensitivities that might be achieved using these methods. For example, if a dual Fock state $|n,n\rangle$ ($n=10^6$) is used in a Cs atomic fountain clock with interrogation time $T=1$ s, the quantum-noise-limited short-term stability is of the order of $10^{-16}/\sqrt{\text{Hz}}$. For spectroscopy in traps, interrogation times greater than 100 s might be achieved. This could lead to a resolution better than 10 nHz in a single shot. Such gains could be significant in, for example, searches for a permanent electric dipole moment (EDM experiments). We note that recently Myatt *et al.* [14] have experimentally realized a dual condensate source.

To conclude, we have shown that under certain conditions the use of degenerate Bose-Einstein ensembles as input states to a Ramsey-type interferometer can lead to Heisenberg-limited phase measurements. Although we studied the case of nuclear magnetic resonance spectroscopy using the Ramsey method of separated oscillatory fields, these arguments apply to any system of coupled Fock states, including, for example, tunneling between wells in a double-well potential.

This work was supported by grants from the National Science Foundation and Office of Naval Research. P.B. acknowledges support from DRET (Contract No. 9381148) and the French government.

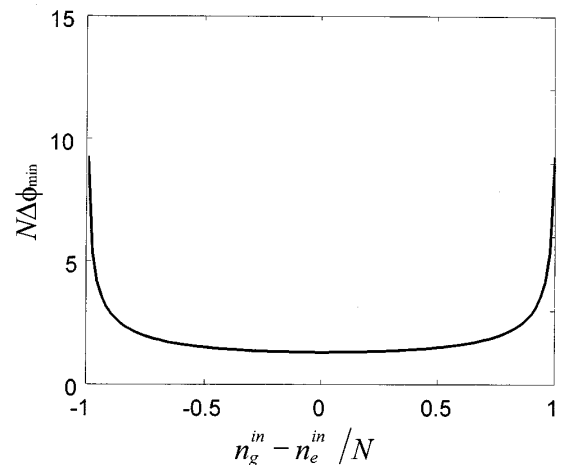


FIG. 4. Variation of the minimum detectable phase shift $\Delta\phi_{\min}$ with the initial balance of ground- and excited-state atoms $(n_g^{\text{in}} - n_e^{\text{in}})/N$ for a total number of atoms $N=50$.

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 193 (1995).
- [2] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [3] K. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [4] M. Naraschewski, H. Wallis, A. Schenzle, J. I. Cirac, and P. Zoller (unpublished).
- [5] J. Javanainen and S. M. You, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 161 (1996).
- [6] Y. Castin and J. Dalibard (unpublished).
- [7] N. F. Ramsey, *Molecular Beams* (Oxford, London, 1963), p. 124.
- [8] M. J. Holland and K. Burnett, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1355 (1993).
- [9] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **46**, R6797 (1992).
- [10] We will use the word condensate here, and in subsequent text, to refer to an ensemble containing a definite number of degenerate, but noninteracting, bosons.
- [11] M. A. Kasevich and S. Harris, *Opt. Lett.* **21**, 677 (1996).
- [12] Z. Y. Ou, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2352 (1996).
- [13] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Science* **273**, 84 (1996).
- [14] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).

Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space

Y. Le Coq,^a J.A. Retter^a S. Richard^b A. Aspect^a P. Bouyer^a

^a*Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bât. 503, B.P. 147, 91403 ORSAY, France*

^b*Thales TRT France, Domaine de Corbeville, 91404 ORSAY, France*

Abstract

We analyze the advantages of using ultra-cold coherent sources of atoms for matter-wave interferometry in space. We present a proof-of-principle experiment that is based on an analysis of the results previously published in [1] from which we extract the ratio h/m for ^{87}Rb . This measurement shows that a limitation in accuracy arises due to atomic interactions within the Bose-Einstein condensate. Finally we discuss the promising role of coherent-matter-wave sensors, in particular inertial sensors, in future fundamental physics missions in space.

Key words: Matter Waves, Optical Cooling and Trapping, Bose-Einstein Condensation, Atom Interferometry, Metrology

Atom interferometry [2–6] has long been one of the most promising candidates for ultra-precise and ultra-accurate measurement of gravito-inertial forces [7–13] or for precision measurements of fundamental constants [14]. The realization of Bose-Einstein condensation (BEC) of a dilute gas of trapped atoms in a single quantum state [15–17] has produced the matter-wave analog of a laser in optics [18–21]. As lasers have revolutionized optical interferometry [22–24], so it is expected that the use of Bose-Einstein condensed atoms will bring the science of atom optics, and in particular atom interferometry, to an unprecedented level of accuracy [25,26]. In addition, BEC-based coherent atom interferometry would reach its full potential in space-based applications where micro-gravity will allow the atomic interferometers to reach their best performance [27].

In this document, we discuss the prospects of using atom-lasers in future space missions to study fundamental physics. We point out that atomic ensembles at sub-microKelvin temperatures will be required, if the sensitivity of space-based atom-interferometers is to reach its full potential. In addition, we show

that interactions within a Bose-Einstein condensate (or atom laser) will limit the measurement accuracy of such devices and must be controlled to a very high level. We demonstrate the latter in a ground-based measurement, by re-analyzing the Bragg-spectroscopy data of [1] to extract the ratio h/m of the Planck constant h to the atomic mass m of ^{87}Rb . This ratio h/m is related to the fine structure constant α [28], of which precise knowledge is essential for testing the validity of measurements related to different branches of physics (QED, solid state physics, . . .) [29–34]. A measurement of h/m has been proposed as a candidate microgravity mission in the HYPER [27] and ICE [35] programs, as a follow-up to the state-of-the art measurements on earth using cold atoms [36,37].

Generally, atom interferometry is performed by applying two successive *coherent* beam-splitting processes separated by a time T to an ensemble of particles (see Figure 1) [38,39], followed by detection of the particles in each of the two output channels. The interpretation in terms of matter waves follows from the analogy with optical interferometry. The incoming matter wave is separated into two different paths by the first beam-splitter. The accumulation of phases along the two paths leads to interference at the second beam-splitter, producing complementary probability amplitudes in the two output channels [40–42]. The detection probability in each channel is then a sine function of the accumulated phase difference, $\Delta\phi$.

Atomic clocks [43–45] can be considered the most advanced application of atom interferometry. In this “interferometer”, the two different paths of Figure 1 consist of the free evolution of atoms in different internal states with an energy separation $\hbar\Delta\omega$. An absolute standard of time is then obtained by servo-locking a local oscillator to the output signal of the interferometer, which varies as $\cos(\Delta\omega \times T)$. Atom interferometers can also be used as a probe for gravito-inertial fields. In such applications, the beam-splitters normally consist of pulsed near-resonance light fields which interact with the atoms to create a coherent superposition of two different *external* degrees of freedom, by coherent transfer of momentum from the light field to the atoms [2,38]. Consequently, the two interferometer paths are separated in space, and a change in the gravito-inertial field in either path will result in a modification of the accumulated phase difference. Effects of acceleration and rotation can thus be measured with very high accuracy. To date, ground-based experiments using atomic gravimeters (measuring acceleration) [7,46], gravity gradiometers (measuring acceleration gradients) [11,47] and gyroscopes [8,9] have been realized and proved to be competitive with existing optical [48] or artifact-based devices [49].

The ultimate phase-sensitivity of an atom interferometer is, aside from technical difficulties, limited by the finite number of detected particles N and scales as $\Delta\phi_{\min} = 2\pi/\sqrt{N}$ (quantum projection noise limit [50,51]). Of course, the

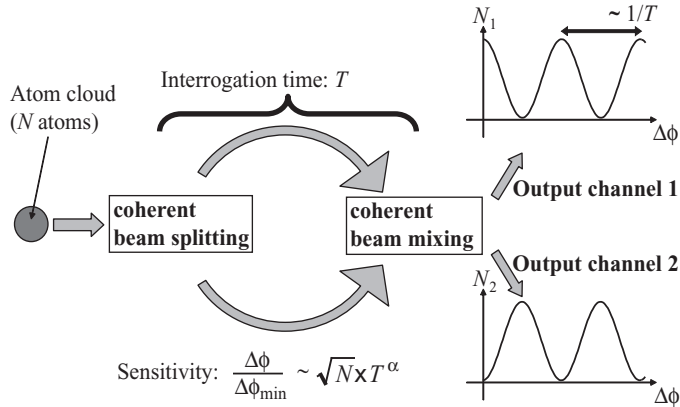


Fig. 1. Principle of an atom-interferometer. An initial atomic wavepacket is split into two parts by the first beam splitter. The wavepackets then propagate freely along the two different paths for an “interrogation time” T , during which the two wavepackets can accumulate different phases. A second pulse is then applied to the wavepackets so that the number of atoms at each output is modulated with respect to this phase difference. The maximum sensitivity achievable for such an apparatus can be defined by comparing the variation of the number of atoms ΔN due to the phase difference $\Delta\phi$ at the output ($\Delta N \sim N\Delta\phi/2\pi \propto NT^\alpha$) with the quantum projection noise arising from atom counting \sqrt{N} . It scales as $\sqrt{N} \times T^\alpha$.

relation between the relative phases accumulated along the two different paths and the actual physical property to be measured is a function of to the “interrogation” time T spent by the particles between the two beam-splitters. Thus, the ideal sensitivity of an atom interferometer is expected to scale¹ as $\sqrt{N} \times T^\alpha$ with $\alpha > 0$, and it is obviously of strong interest to increase these two factors.

Nevertheless, in practice, the *absolute accuracy* of an atom-interferometer is limited by uncontrolled, environmental phase shifts in the interferometer, for example, due to stray electromagnetic fields or mechanical vibrations. These residual phase shifts must therefore be controlled and measured to better than the desired accuracy. This is usually best achieved by keeping these shifts as small as possible, using passive isolation and active feedback [52]. Such constraints forbid in general the use of external fields as means of controlling the position of the atoms during the phase accumulation period. In addition, any *inhomogeneity* in an external potential applied to the atoms would usually result in a loss of coherence, decreasing the sensitivity and dynamics of the atom interferometer. As a consequence, most high-precision atom interferometers require that the atoms are in free-fall between the two beam-splitting processes.

¹ An atomic clock or an atomic gyrometer, for example, has a sensitivity proportional to T and on-ground gravimeter has a sensitivity proportional to T^2 due to the quadratic nature of free-fall trajectory in a constant gravitational field.

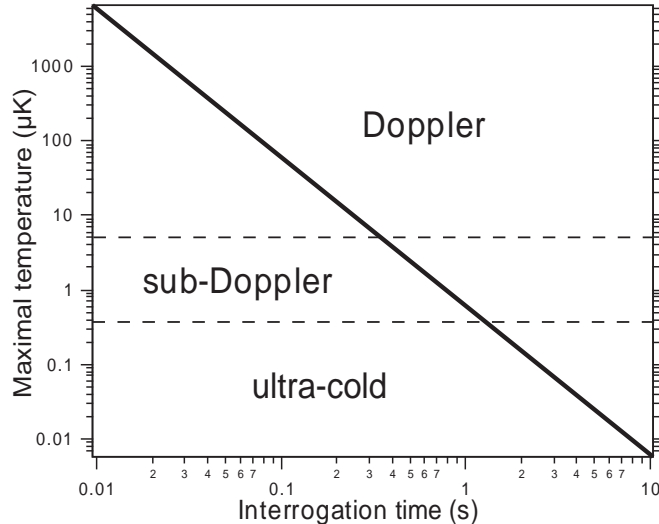


Fig. 2. Maximum temperature of atom source for a given interrogation time. The maximum interrogation time for a given initial temperature has been calculated for a detection area of 10 cm^2 and defined as the time at which half of the atoms are no longer detected. The dashed lines indicate the limits of Doppler and sub-Doppler cooling. Interrogation times of several seconds are compatible only with clouds of atoms at ultra-cold temperatures, close to the quantum degenerate regime.

Seeking to increase the sensitivity of on-ground atom interferometers by increasing the interrogation time T , one soon reaches a limit imposed by gravity. With the stringent requirements of ultra-high vacuum and a very well controlled environment, current state-of-the-art experimental apparatus does not allow more than a few meters of free-fall, with corresponding interrogation times of the order of $T \sim 200 \text{ ms}$. Space-based applications will enable much longer interrogation times to be used, thereby increasing dramatically the sensitivity and accuracy of atom interferometers [27].

Even in space, atom interferometry with a *classical* atomic source will not outperform the highest-precision ground-based atom interferometers that use samples of cold atoms prepared using standard techniques of Doppler and sub-Doppler laser cooling [53]. Indeed, the temperature of such sub-Doppler laser-cooled atom cloud is typically $\sim 1 \mu\text{K}$ ($v_{\text{rms}} \sim 1 \text{ cm/s}$). In the absence of gravity, the time evolution of cold samples of atoms will be dominated by the effect of finite temperature: in free-space, a cloud of atoms follows a ballistic expansion until the atoms reach the walls of the apparatus where they are lost. Therefore the maximum interrogation time reasonably available for space-based atom interferometers will strongly depend on the initial temperature of the atomic source. As shown in Figure 2, the 200 ms limit imposed by gravity for a 30 cm free fall is still compatible with typical sub-Doppler temperatures, whereas an interrogation time of several seconds is only accessible by using an “ultra-cold” source of atoms (far below the limit of laser cooling) with a temperature of the order of a few hundred nanokelvin.

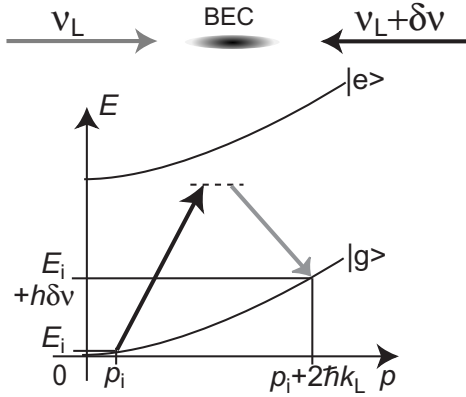


Fig. 3. Principle of Bragg scattering: a moving standing wave, formed from two counter-propagating laser beams with a small relative detuning $\delta\nu$, can coherently transfer a fraction of the atoms to a state of higher momentum when the resonance condition is fulfilled. A 2-photon Bragg scattering event imparts a momentum $2\hbar k_L$, and an energy of $h\delta\nu$ to the atoms: thus, the first-order (2-photon) Bragg resonance for atoms with zero initial velocity occurs at a detuning of $h\delta\nu = 4\hbar^2 k_L^2 / 2m$. This resonance condition depends on the initial velocity of the atoms relative to the optical standing wave.

These dense, *ultra-cold* samples of atoms are now routinely produced in laboratories all around the world. Using evaporative cooling techniques [15–17], one can cool a cloud of a few 10^6 atoms to temperatures below 100 nK [54]. At a sufficiently low temperature and high density, a cloud of atoms undergoes a phase transition to quantum degeneracy. For a cloud of bosonic (integer spin) atoms, this is known as Bose-Einstein condensation, in which all the atoms accumulate in the same quantum state (the atom-optical analogy of the laser effect in optics). A BEC exhibits long range correlation [55–57] and can therefore be described as a coherent “matter wave”: an ideal candidate for the future of atom interferometry in space. The extremely low temperature associated with a BEC results in a very slow ballistic expansion, which in turn leads to interrogation times of the order of several tens of seconds in a space-based atom interferometer. In addition, the use of such a coherent source for atom optics could give rise to novel types of atom interferometry [25,26,58,59].

In our laboratory we have realized a coherent matter-wave interferometer based on Bragg scattering [59]. The principle of Bragg scattering is the following [60,61]: two counter-propagating laser beams of wavevector $\pm\mathbf{k}_L$ and frequencies ν_L and $\nu_L + \delta\nu$ form a moving light-grating. The common frequency ν_L is chosen to be in the optics domain but far detuned from atomic resonances to avoid spontaneous emission. A two-photon transition, involving absorption of a photon from one beam and stimulated re-emission into the other beam, results in a coherent transfer of momentum $\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 2\hbar\mathbf{k}_L$ from the light field to the atoms, where \mathbf{p}_i and \mathbf{p}_f are the initial and final momenta of the atoms. Conservation of energy and momentum leads to the resonance

conditions $E_f = E_i + h\delta\nu$, where (in free space) the initial and final energies of the atoms are given by $E_i = p_i^2/2m$ and $E_f = p_f^2/2m$ respectively. Bragg scattering can be used for different types of matter-wave manipulation, depending on the pulse length τ . Using a short pulse ($\tau < 100 \mu\text{s}$), the Bragg beams are sufficiently frequency broadened that the Bragg process is insensitive to the momentum distribution within the condensate: the resonance condition is then satisfied simultaneously for the entire condensate. If the Bragg laser power and pulse duration are then selected to correspond to the $\pi/2$ condition, the probability of momentum transfer to the atoms is 50 percent: this is a 50/50 beam splitter for the condensate, between two different momentum states. When using longer pulses (for example $\tau = 2 \text{ ms}$ in [1]), the Bragg process is velocity selective, and one can apply this technique to momentum spectroscopy [57,1].

By carefully re-analyzing the Bragg-spectroscopy data of [1], we have extracted a measurement of the ratio h/m of the Planck constant h to the atomic mass m of ^{87}Rb . The experimental sequence proceeds as follows: a laser-cooled sample of ^{87}Rb atoms is magnetically trapped in the $5S^{1/2} |F = 1, m_F = -1\rangle$ state [62] and then evaporatively cooled to quantum degeneracy. The magnetic trapping fields are switched off and the atoms fall for 25 ms. During this free-fall period, the coherent Bragg-scattering “velocimeter” pulse is applied. In this experiment, the implementation of Bragg scattering is as follows: two orthogonally polarised, co-propagating laser beams of frequencies ν_L and $\nu_L + \delta\nu$ and wave vector \mathbf{k}_L are retro-reflected by a highly stable mirror, with 90° polarisation rotation (see Figure 4). With this scheme, the atoms are subject to two standing waves moving in opposite directions and with orthogonal polarisations. In addition, the relative detuning $\delta\nu$ is chosen so as to fulfill the second-order (4-photon) resonance condition. This four laser Bragg-scattering scheme produces a coherent transfer of momentum of $+4\hbar\mathbf{k}_L$ and $-4\hbar\mathbf{k}_L$. This scheme enables us to reject the effect of a non-zero initial velocity, which can arise from imperfections in the magnetic trap switch-off. For an initial velocity p_i/m , the 4-photon resonance conditions for the two oppositely moving standing-waves are $\delta\nu_+ = \delta\nu_0(1 + p_i/2\hbar k_L)$ and $\delta\nu_- = \delta\nu_0(1 - p_i/2\hbar k_L)$ where $\delta\nu_0$ is the Doppler-free value, $\delta\nu_0 = (8/2\pi)(\hbar k_L^2/2m)$ (see Figure 4). Scanning the Bragg scattering efficiency in the two directions as a function of $\delta\nu$ yields two peaks with widths corresponding to the condensate momentum width, centred at each of the resonance frequencies, $\delta\nu_+$ and $\delta\nu_-$ (Figure 4). After fitting each individual spectrum with a gaussian distribution, we can extract the two center frequencies $\delta\nu_\pm$. To correct the data for the non-zero initial velocity, we then re-center both spectra around the average value $\delta\nu_0 = (\delta\nu_+ + \delta\nu_-)/2$.

Using this method and averaging over 350 spectra (Figure 5), we find $\delta\nu_0 = 30.189(4) \text{ kHz}$ where the figure in parentheses is the 68% confidence interval of the fit. We then deduce a value $h/m \equiv \lambda^2 \times \delta\nu_0/4 = 4.5946(7) \times 10^{-9} \text{ J.s.kg}^{-1}$ where the wavelength $\lambda = 780.246291(2) \times 10^{-9}$ of the Bragg beams, slightly

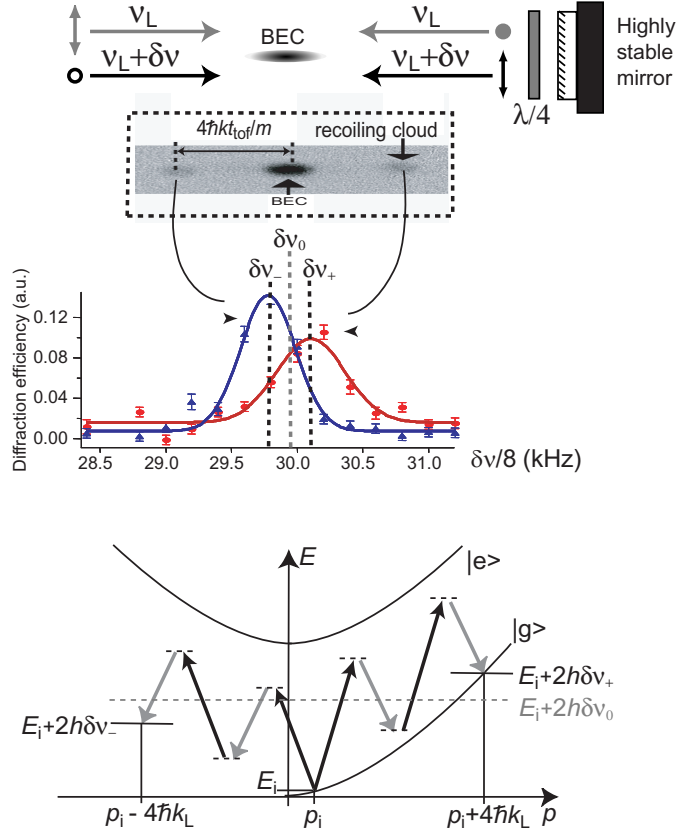


Fig. 4. Principle of our four photon, dual direction Bragg scattering scheme. Top: schematic of the experimental apparatus. Two retro-reflected laser beams form two standing waves of orthogonal polarisations, moving in opposite directions. Middle: normalized number of atoms diffracted into each of the two output channels as a function of Bragg detuning $\delta\nu$. (Inset: typical absorption image after Bragg diffraction and free evolution during a time t_{tof} .) Bottom: schematic of the 4-photon Bragg resonance condition. For zero initial momentum, the resonance condition is fulfilled by both standing waves for a detuning $\delta\nu_0$. For non-zero initial momentum p_i , the resonance frequency is equally and oppositely shifted for each of the two channels.

detuned from the $(5^2S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5^2P_{3/2}, F = 3)$ optical transition, is very accurately known from [63,64]. The offset between our measurement and the CODATA value of h/m ($4.59136 \times 10^{-9} \text{ J.s.kg}^{-1}$) can be explained by two major systematic effects. First, as described in [1], the frequencies ν_L and $\nu_L + \delta\nu$ of the Bragg scattering beams were obtained by using two independently driven acousto-optical modulators (AOM) of center frequency 80 MHz. The frequency difference $\delta\nu$ was then deduced from the measurement of the frequency of each AOM driver with a high precision frequency meter. The reference oscillator used in the frequency meter was later characterized to have an accuracy of about 4×10^{-7} , giving a ± 16 Hz inaccuracy in the actual frequency difference $\delta\nu$. The resulting systematic error in our measurement then gives $h/m = 4.5946(20)(7) \times 10^{-9} \text{ J.s.kg}^{-1}$. The second systematic effect is a collisional shift due to interactions in the high density atomic cloud. In the

following, we will show that this accounts for the remaining offset.

Indeed, ultra-cold ^{87}Rb atoms have repulsive interactions which modify the Bragg-scattering resonance condition. The energy of an atom in the condensate is $E_i = p_i^2/2m + Un(\mathbf{r})$. The second term is the condensate interaction energy: $n(\mathbf{r})$ is the local atomic density of the condensate and $U = 5.147(5) \times 10^{-51} \text{ J}\cdot\text{m}^3$ is the interaction parameter. Immediately after Bragg scattering into a different momentum state, an atom experiences an effective potential $2Un(\mathbf{r})$ due to the surrounding condensate, and its energy is then $E_f = p_f^2/2m + 2Un(\mathbf{r})$ [57]. We therefore replace the Bragg resonance condition (for zero initial momentum) with a *local* resonance condition which takes into account the effect of interactions:

$$2h\delta\nu_0(\mathbf{r}) = 16\frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} + Un(\mathbf{r}) \quad (1)$$

The parabolic density distribution of our Bose-Einstein condensate, at the moment when the Bragg diffraction occurs, is

$$n(x, y, z) = n_0 \cdot \max \left[0; 1 - (x^2 + y^2)/R_\perp^2 - z^2/R_z^2 \right]$$

with peak density $n_0 \simeq 3.6(4) \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ and half-lengths $R_\perp \simeq 9.8 \mu\text{m}$ and $R_z \simeq 126 \mu\text{m}$, where z is the direction of the Bragg-scattering. Since our measurement of the diffraction efficiency averages over the whole cloud, the resulting spectrum is then shifted by $U\langle n\rangle/2h \sim 4Un_0/7$ and broadened. Taking this interaction shift into account, we correct our measured value of h/m :

$$\begin{aligned} h/m &= \lambda^2/4 \cdot [\langle \delta\nu_0 \rangle - U\langle n\rangle/2h] \\ &\simeq 4.5939(21)(7) \times 10^{-9} \text{ J}\cdot\text{s}\cdot\text{kg}^{-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

which is in agreement with the CODATA value. Here, the first figure in parentheses is the systematic errors discussed above when we take into account both the frequency calibration inaccuracy and the error on evaluating the atomic density in the collisional shift. The second figure is the 68% confidence interval of the fit determination.

The fact that ultra-cold bosons interact is a major drawback for precision measurements using atom interferometry. As we have seen, interactions result in a systematic shift as well as a decrease in measurement precision. In principle, the systematic shifts can be calculated. However, the interaction parameter U is hard to measure and is generally not known to better than $\sim 10^{-4}$. The atomic density is also subject to time fluctuations and is difficult to know to better than $\sim 10^{-3}$, reducing the absolute accuracy. We have

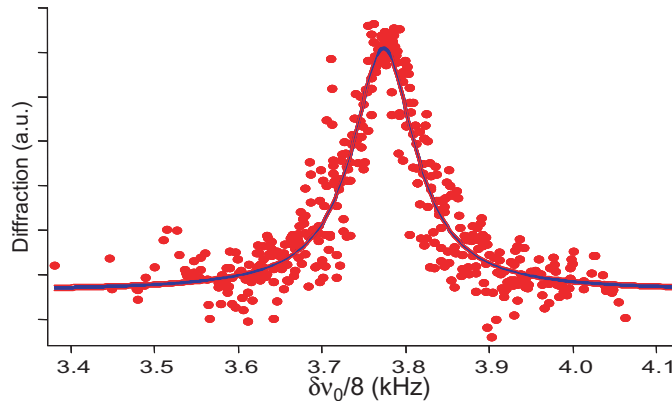


Fig. 5. Final spectrum (corrected for Doppler effect). The fit to this spectrum yields the centre frequency $\delta\nu_0$, from which we obtain the ratio h/m .

furthermore demonstrated, in an earlier experiment [1,65], that interactions produce a loss of coherence of the atomic samples at ultra-low, finite temperatures, limiting the maximum interrogation time of a coherent matter-wave atom interferometer. Finally, even at zero temperature, the mean-field energy due to interactions is converted into kinetic energy during free fall, giving rise to a faster ballistic expansion. This last effect will ultimately reduce interrogation times.

From these observations, we conclude that one should ideally use an interaction-free, ultra-cold atomic source for ultimate-precision atom interferometry in space. Using bosons, one could think of two ways of decreasing interaction effects. Close to a Feshbach resonance [66], one can control the interaction parameter U , which can be made equal to zero for a certain magnetic field [67,68]. However magnetic fields introduce further systematic shifts that are not controllable to within a reasonable accuracy. Alternatively, one could try to decrease the density of the sample of atoms, but the production of large atom number, ultra-low density Bose-Einstein condensate is a technical challenge not yet overcome [69].

A promising alternative solution is to use quantum-degenerate fermionic atomic sources [70]. The Pauli exclusion principle forbids symmetric 2-body collision wavefunctions, so at zero temperature a sample of neutral atomic fermions has no interactions. An ultra-cold fermionic source may still allow very long interrogation times, even if limited by the excess energy of the Fermi pressure, and would therefore be an ideal candidate for atom interferometry in space with ultimate precision and accuracy. On-ground experiments using ultra-cold fermions (Potassium 40) are now under development in our laboratory and around the world.

To conclude, we have shown that coherent atomic sources are very promising for high-precision atom interferometry measurements. Nevertheless, interac-

tions in quantum-degenerate bosonic gases cause phase shifts which are difficult to control and will ultimately limit the measurement accuracy. These shifts could be overcome either by precise control of the interaction properties, or by using fermionic, non-interacting samples of ultra-cold atoms. The use of atom interferometry with ultra-cold sources of atoms in micro-gravity are of great interest for tests of fundamental physics in space. There are potentially many experiments which would benefit from this technology, based on atomic clocks, interferometers and gravito-inertial sensors. In space, applications of these include ultra-precise definition of time, verification of the equivalence principle, measurement of the fine structure constant α and its drift in time, and tests of general relativity and post-newtonian gravitation theories. As an example, the Hyper project [27], which aims to measure the Lense-Thirring effect with orbiting atom-optical gyroscopes, would greatly benefit from using such coherent sources of cold atoms. In addition, sending an interplanetary probe equipped with ultra-cold atom interferometer into space would enable precise mapping of the Pioneer anomaly [71].

The authors would like to thank Arnaud Landragin (BNM/SYRTE) for his help in the frequency calibration. This work is based on a re-analysis of the data from [1] and we would like to thank especially Fabrice Gerbier and Joseph Thywissen for this contribution. We would like to acknowledge support from the Marie Curie Fellowships program of the European Union (J.R.). YLC acknowledges support from the CNES post-doctoral fellowship program. This work is part of the CNES supported ICE project with initial support from Délégation Générale pour l'Armement, the European Union (Cold Quantum Gases network) and INTAS (Contract No. 211-855).

References

- [1] S. Richard *et al.*, *cond-mat/0303137*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010405 (2003).
- [2] J. Clauser, *Physica B* **151**, 262 (1988).
- [3] F. Riehle *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [4] M. Kasevich, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [5] D.W. Keith *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **66** 2693 (1991).
- [6] *Atom Interferometry* (ed. Paul R. Berman, Academic Press, 1997).
- [7] A. Peters *et al.*, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **A355** 2223 (1997).
- [8] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78** 2046 (1997).
- [9] T. L. Gustavson *et al.*, *Class. Quantum Grav.* **17**, 2385 (2000).

- [10] A. Peters *et al.*, *Nature* **400**, 849 (1999).
- [11] M. J. Snadden *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 971 (1998).
- [12] Ch. J. Bordé, *Advances in the Interplay between Quantum and Gravity Physics* (ed. P. G. Bergmann and V. de Sabbada, Kluwer Academic Publisher, 2002).
- [13] M. Fattori *et al.*, *Physics Letters A* **318**, 184 (2003).
- [14] A. Wicht *et al.*, *Proceeding of the 6th Symposium on Frequency standards and metrology* (ed. Patrick Gill, World Scientific, 2001) 193.
- [15] M.H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995).
- [16] K.B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [17] C.C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [18] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [19] B.P. Anderson and M.A. Kasevich, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [20] E.W. Hagley *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [21] I. Bloch *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [22] W. Chow *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 61 (1985).
- [23] G. E. Stedman *et al.*, *Phys. Rev. A* **51**, 4944 (1995).
- [24] G.E. Stedman, *Rep. Prog. Phys.* **60** 615 (1997).
- [25] P. Bouyer and M. Kasevich, *Phys. Rev. A* **56**, R1083 (1997).
- [26] S. Gupta *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 140401 **89**,(2002).
- [27] Hyper-Precision Cold Atom Interferometry in Space (HYPER), Assessment Study Report ESA-SCI(2000)10, European Space Agency (2000).
- [28] B. N. Taylor, *Metrologia* **31**, 181 (1994).
- [29] W. Liu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 711 (1999).
- [30] T. Kinoshita, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46**, 108 (1997).
- [31] R. S. Van Dyck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [32] E. Krüger *et al.*, *Metrologia* **36**,147 (1999).
- [33] J.Q. Shields *et al.*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **38**, 249 (1989).
- [34] A.M. Jeffery *et al.*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46**, 264 (1997).
- [35] Interférométrie Cohérente pour l'Espace (ICE), P. Bouyer, A. Bresson and A. Landragin, <http://atomoptic.iota.u-psud.fr/ice> (2004).

- [36] A. Wicht, J.M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu, *in Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, edited by P. Gill (World Scientific, Singapore, 2001), pp. 193–212.
- [37] R. Battesti *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 253001 (2004).
- [38] C. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
- [39] D. M. Giltner *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [40] C. Cohen-Tannoudji, *Cours au Collège de France* (1992-1993).
- [41] Ch. Antoine and C. J. Bordé, *Physics Letters A* **306** (5-6), 277 (2003).
- [42] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. II France* **4**, 1999 (1994).
- [43] M. Kasevich *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 612 (1989).
- [44] A. Clairon *et al.*, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [45] Y. Sortais *et al.*, *Physica Scripta* **2001**, 50 (2001).
- [46] A. Peters, K. Chung, and S. Chu, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
- [47] J. M. McGuirk *et al.*, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
- [48] K U Schreiber *et al.*, *J. Geophys. Res.* **109** (B6): B06405 (2004), doi:10.1029/2003JB002803.
- [49] T. Niebauer *et al.*, *Metrologia*, **32**, 159-180, (1995).
- [50] G. Santarelli *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 46194622 (1999).
- [51] D. Wineland *et al.*, *Phys. Rev. A* **46**, 6797 (1992).
- [52] D. W. Keith *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
- [53] H. J. Metcalf and P. Van Der Straten *Laser Cooling and Trapping*, Springer Verlag, 1999.
- [54] W. Ketterle, Scientific American.com, Ask the Experts, January 19, 2004. Scientific American, May 2004, p. 120.
- [55] E. W. Hagley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).
- [56] I. Bloch *et al.*, *Nature* **403**, 166 (2000).
- [57] J. Stenger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [58] Y. Shin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050405 (2004).
- [59] P. Bouyer *et al.*, *J. Phys. IV France* **116** 219 (2004).
- [60] P. J. Martin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
- [61] M. Kozuma *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 871 (1999).

- [62] B. Desruelles *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [63] J. Ye, S. Swartz *et al.*, *Opt. Lett.* **21**, 1280 (1996).
- [64] S. Bize *et al.*, *Europhys. Lett.* **45**, 558 (1999).
- [65] D. Hellweg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010406 (2003).
- [66] W.C. Stwalley, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1628 (1976); E. Tiesinga *et al.*, *Phys. Rev. A* **46**, R1167 (1992); P. Fedichev *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2913 (1996).
- [67] M. Theis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123001 (2004).
- [68] J. L. Roberts *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4211 (2001).
- [69] A. E. Leanhardt *et al.*, *Science* **301**, 1513-1515 (2003).
- [70] G. Modugno *et al.*, arXiv:physics/0411097.
- [71] J. D. Anderson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2858-2861 (1998).

Le refroidissement des atomes et leurs applications aux horloges et aux senseurs inertiels

P. Bouyer^{*},

Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique,
Bat 503, centre scientifique, F-91403 Orsay Cedex, France

A. Landragin[†],

Systèmes de Référence Temps-Espace, Observatoire de Paris,
61, avenue de l'Observatoire, F-75014 PARIS, France

1.1.1 Le refroidissement des atomes : des atomes froids aux lasers à atomes

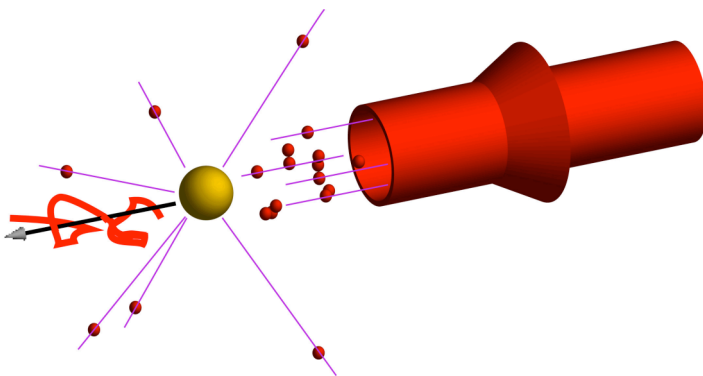
1.1.2 L'interaction entre lumière et matière pour le refroidir les atomes.

L'action mécanique de la lumière sur les objets matériels avait été pressentie dès le début du XVII^e siècle par Kepler¹. Il expliquait ainsi que si la queue des comètes est toujours orientée à l'opposé du Soleil, c'est à cause de la pression exercée par la lumière solaire sur les particules qui compose cette queue. Même si l'explication actuelle de ce phénomène est plus complexe, elle est toujours qualitativement basée sur l'échange d'impulsion entre le rayonnement et la lumière et peut conduire à un refroidissement (affinement de la vitesse autour d'une vitesse moyenne) ou à un piégeage (confinement dans l'espace).

La première expérience mettant en évidence l'action de la lumière sur les atomes fut réalisée par R. Frisch : un jet d'atomes de sodium était dévié sous l'effet du

rayonnement d'une lampe à décharge de sodium. La vitesse de recul $\frac{\hbar k}{M}$, c'est-à-dire la vitesse induite par l'absorption ou l'émission d'un photon de fréquence $\omega = \frac{k}{c}$ est de l'ordre de quelques cm/s. L'observation de tels phénomènes restait donc difficile, les vitesses mises en jeu étant beaucoup plus faibles que les vitesses thermiques à température ambiante (quelques centaines de m/s). L'avènement des lasers continus accordables, capables de saturer une transition atomique permise, comme une raie de résonance, et par conséquent de répéter ce processus élémentaire un grand nombre de fois par unité de temps, a permis de réaliser des expériences spectaculaires en agissant de façon appréciable sur les degrés de liberté externes de l'atome. Par exemple, un atome placé dans un faisceau laser est poussé dans la direction de propagation de ce faisceau. L'accélération correspondante peut prendre des valeurs considérables (100000 fois l'accélération de la pesanteur).

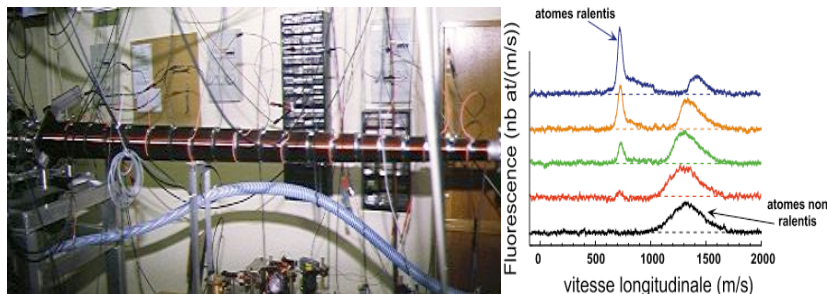
La pression de radiation : cette force résulte de la répétition des reculs encaissés par l'atome à chaque fois qu'il absorbe un photon. Un photon possède en effet une quantité de mouvement qu'il transfère à l'atome, provoquant alors une modification de la vitesse atomique suivant la direction du faisceau. Ce changement de vitesse par photon absorbé était prévu par Einstein dès 1917. Il est appelé vitesse de recul et peut varier, suivant la nature des atomes, de quelques millimètres par seconde à quelques mètres par seconde. L'atome subit aussi un recul lors de la réémission du photon, dit photon de fluorescence, qui suit chaque absorption. A la différence des reculs liés à l'absorption des photons, qui s'ajoutent dans la même direction, les reculs associés à l'émission spontanée se produisent dans des directions aléatoires : leur somme est donc nulle en moyenne.



^{*} Mèl : philippe.bouyer@iota.u-psud.fr

[†] Mèl : arnaud.landragin@obspm.fr

On sait ainsi depuis une vingtaine d'années ralentir de nombreuses espèces atomiques : alcalins, alcalino-



Ralentissement des atomes : dispositif ralentisseur à effet Zeeman (on peut voir le solénoïde utilisé pour adapter la fréquence atomique et la fréquence du laser en tout point du ralentissement) et analyse de la vitesse des atomes par spectroscopie de fluorescence. On voit qu'en ajustant le champ magnétique dans le solénoïde, on rassemble une grande quantité d'atomes autour de la vitesse nulle

terreux, gaz rares portés dans un niveau métastable. Ce ralentissement est obtenu en éclairant le jet atomique à contre courant par un faisceau laser résonnant avec une transition atomique $g \leftrightarrow e$. Il conduit à un ensemble d'atomes de vitesse moyenne ajustable, éventuellement nulle, avec une dispersion autour de cette vitesse moyenne très faible.

Si on utilise maintenant deux faisceaux se propageant en sens inverse, on peut freiner l'atome dans deux directions opposées et il est possible d'obtenir un refroidissement dont le principe, suggéré en 1975, est basé sur l'effet Doppler². Dans le référentiel d'un atome en mouvement à une vitesse v , la fréquence du laser, initialement $\nu = c/\lambda$ est légèrement décalée par une quantité $\Delta\nu = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ (\mathbf{k} est le vecteur d'onde laser) : un atome se propageant dans la même direction qu'une onde laser voit la longueur d'onde λ augmenter (la fréquence ν diminue). Dans le cas contraire, ν augmente. En choisissant judicieusement la longueur d'onde (la fréquence laser doit être un peu plus petite que la fréquence d'excitation atomique), un atome qui se déplace dans quelque direction que ce soit voit l'efficacité du laser qui s'oppose à son mouvement décuplée au détriment de l'onde opposée. L'atome est alors «englué» dans une *mélasse optique*. Il est aussi possible de généraliser cette technique à trois dimensions dans des *mélasses*

optiques en utilisant 3 paires de faisceaux orthogonaux.

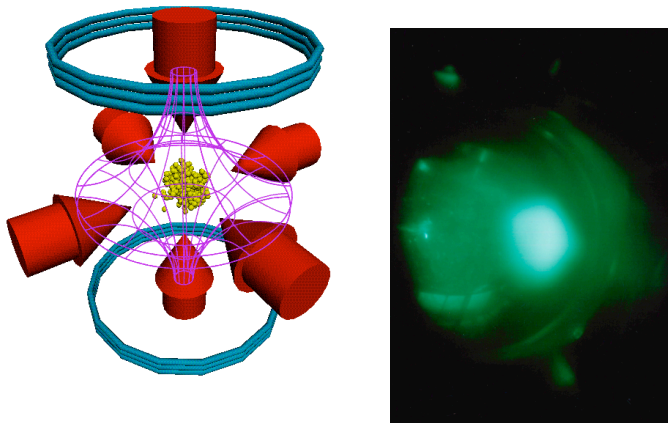
On peut comprendre l'origine du refroidissement dans ces *mélasses optiques* en considérant des bilans d'échange d'énergie entre le laser et l'atome. Le cas «simple» d'un atome à deux niveaux peut être comparé à un oscillateur de fréquence propre d'excitation $\omega_0/2\pi$, l'énergie nécessaire pour «exciter» un atome correspond alors à $\hbar\omega_0$. Comme pour un oscillateur «forcé», il est possible de réaliser une excitation hors résonance avec un laser de longueur d'onde λ telle que l'énergie «transportée» par un photon $E^p = 2\pi\hbar c/\lambda$ soit légèrement inférieure à $\hbar\omega_0$.

Contrairement à un oscillateur «classique», un atome excité est en principe instable ou métastable, c'est-à-dire qu'il se désexcitera en un

temps moyen $\tau = 1/\Gamma$ (qui correspond à l'inverse de la largeur de raie atomique). Lors de ce processus, un photon d'énergie $\hbar\omega_0$ est émis dans une direction aléatoire de l'espace. Lors d'un cycle *absorption stimulée-émission spontanée*, l'atome a alors globalement perdu une énergie $-\hbar\Delta = \hbar\omega_0 - E^p$: il se refroidit. Ce raisonnement simple ne tiens pas compte du chauffage induit par le mouvement aléatoire des atomes après l'émission spontanée. Cette diffusion conduit à une température minimale limite accessible dans ces *mélasses optiques*. Cette température de refroidissement Doppler vaut entre 1mK et 100 μ K suivant la nature de l'atome utilisé. Vingt-cinq ans après cette proposition initiale, le refroidissement Doppler reste pour les ions le moyen le plus utilisé pour obtenir une agitation thermique minimale. Pour les particules neutres, en revanche, il a été découvert en 1988 des processus de refroidissement nettement plus efficaces : les processus sub-Doppler permettent d'atteindre des températures limites de quelque μ K ; les processus permettant de s'affranchir de la limite induite par l'émission spontanée (*piégeage cohérent de population sélectif en vitesse et refroidissement Raman*) permettent d'obtenir des températures inférieures au microKelvin³.

1.2 Utiliser la lumière pour piéger les atomes

Dans les mélasses optiques présentées ci-dessus, le seul effet de confinement produit est dû à la force de friction : les atomes effectuent une marche au hasard dans le volume défini par l'intersection des six faisceaux laser, et la densité est pratiquement uniforme dans ce volume. Pour certaines applications, il peut être utile d'avoir des nuages atomiques plus compacts et plus denses. Il faut donc créer une force de rappel⁴.



Le piège magnéto-optique : c'est est aujourd'hui la technique la plus utilisée pour obtenir un échantillon important d'atomes de densité élevée et de très faible vitesse moyenne. Il a été principalement développé pour les alcalins, et permet maintenant de "filtrer" certains isotopes rares grâce à leur extrême sensibilité à l'espèce atomique. C'est l'ajout d'un champ magnétique dépendant de la position à une configuration statique d'ondes laser monochromatiques. Le gradient de champ magnétique va alors décaler les fréquences des transitions. En choisissant bien la direction du champ magnétique par rapport aux polarisations des ondes laser, un atome décalé du point où $B=0$ subira plus l'effet de l'onde laser qui le rappelle vers le centre que celle qui l'en expulse. Il en résulte une nette force de rappel vers le centre ($B=0$) qui s'accompagne de plus d'un amortissement des vitesses important (le refroidissement sub-Doppler).

La première expérience de piégeage des particules neutres à l'aide de la lumière a permis de réaliser un piège utilisant la force dipolaire, qui est proportionnelle au gradient d'intensité de l'onde laser. Ce piège consiste simplement en une onde laser progressive fortement focalisée. Si la fréquence de l'onde laser est inférieure à la fréquence atomique, l'atome est attiré vers les zones de haute intensité, donc vers le foyer de l'onde. Ces types de pièges sont encore utilisés couramment aujourd'hui dans la manipulation d'objets microscopiques. En effet, en

choisissant un laser adapté, on peut pratiquement tout piéger (atomes, microbilles, molécules) et déplacer à volonté en influant sur la direction du faisceau. Ces «pincés optiques» sont d'ailleurs fréquemment utilisées dans des applications en biologies. Pour les applications au piégeage d'atomes, malheureusement, les fluctuations de ce type de force entraînent un chauffage, et il est alors nécessaire d'avoir un refroidissement additionnel pour conserver les particules piégées. On peut diminuer ce chauffage en augmentant le désaccord de l'onde laser, mais seuls les atomes d'énergie très basse sont alors capturés (on parle d'un *piège peu profond*). Cet effet, combiné avec la nécessité de focaliser fortement l'onde laser (le volume caractéristique d'un piège est alors très petit), rend très difficile le chargement de beaucoup d'atomes.

Il est en fait plus intéressant de pouvoir piéger les atomes en utilisant non plus la force dipolaire, mais la pression de radiation résonnante que nous avons vu précédemment. Il est en effet possible d'obtenir une force importante sur une grande échelle de longueur, ce qui permet de capturer efficacement un grand nombre d'atomes. C'est en 1986 que fut réalisé le premier Piège Magnéto-Optique en ajoutant un champ magnétique à une configuration statique d'ondes laser monochromatiques (une mélasse optique). Le point fort d'un tel piège est que pour un laser de fréquence bien choisie, il conjugue à la fois les effets de piégeage induit par le gradient de champ magnétique et de refroidissement performant qui permet d'obtenir des températures de l'ordre de quelques microKelvins.

1.3 Utiliser les atomes comme la lumière : les sources atomiques cohérentes et les lasers à atomes.

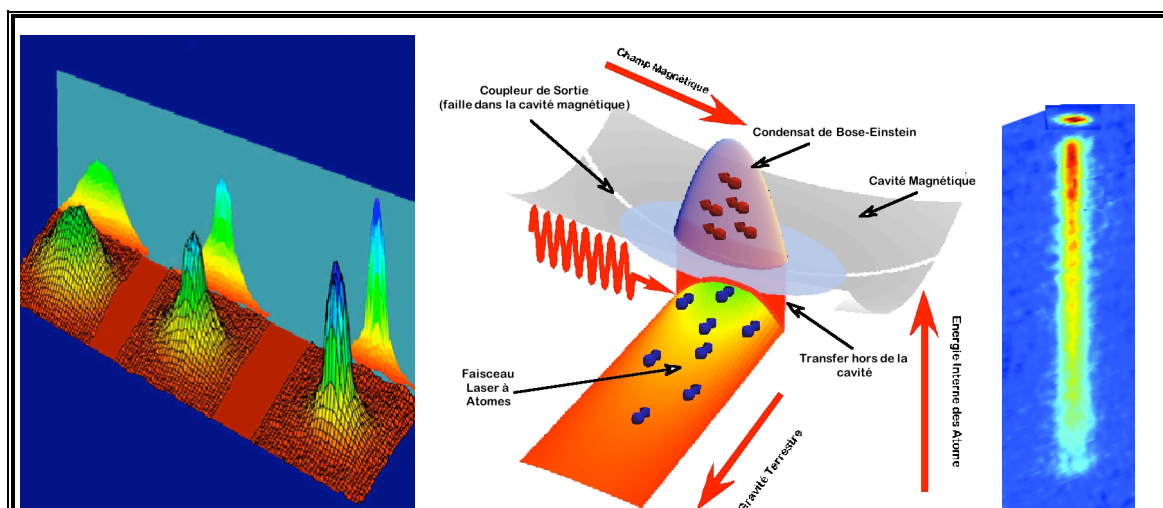
La possibilité d'atteindre des densités élevées, c'est-à-dire d'observer un signal important, tout en combinant une température des atomes très proche du zéro absolu (1 millionième de degré) offre alors un rôle prépondérant à l'aspect ondulatoire des atomes, comme l'a exprimé Louis de Broglie en introduisant l'équivalent pour les atomes de la longueur d'onde optique. Néanmoins, la luminance des sources obtenues par ces techniques de refroidissement pourrait d'appartenir à celles de très bonnes lampes à sodium, alors que l'optique bénéficie depuis presque

un demi-siècle de sources lasers à la fois très intenses et parfaitement cohérentes.

L'obtention du condensat de Bose-Einstein⁵ ouvre la voie à l'utilisation de l'équivalent de ces lasers pour l'optique atomique. Depuis 1995, ces «condensats» permettent d'observer directement les ondes de matière, et ainsi de mettre en évidence les paradoxes de la mécanique quantique qu'avait énoncé entre

autres Louis de Broglie. Ainsi, lorsque plusieurs atomes sont dans un même état quantique, comme

c'est le cas pour le condensat, aucune mesure ne permet de les discerner. Ces atomes occupent le même volume de l'espace, se déplacent à la même vitesse et, par exemple, diffusent la lumière de la même manière. Ce sont les températures extrêmement basses qui sont atteintes dans ces



Condensation de Bose-Einstein et Laser à Atomes

Gauche : Distribution spatiale d'atomes lâchés d'un piège magnétique. Chaque image correspond à la concentration du nombre d'atomes (axe vertical) en fonction de la position dans un plan (2 axes horizontales). 1^e image: le nuage est au-dessus du seuil de condensation. 2^e image: la température du nuage est juste en dessous du seuil. Un condensat (pic central) coexiste avec un gaz normal (pedestal). 3^e image: la température est nettement en dessous du seuil de condensation – les atomes forment un condensat presque pur.

Centre : Principe de l'extraction d'un laser à atome de la cavité magnétique. Une onde radiofréquence fait basculer l'aimantation des atomes avec un champ magnétique oscillant (c'est une technique de résonance magnétique) pour qu'ils ne soient plus retenus par le piège magnétique. Cette onde radiofréquence crée une faille à une hauteur bien définie par laquelle les atomes s'échappent. Si cette faille est très étroite, peu d'atomes peuvent s'échapper à la fois, on a alors un coupleur de sortie assez faible, comme pour les lasers photoniques.

Droite : Quand ils sont lâchés du piège, les atomes tombent dans le champ de pesanteur. On obtient alors rapidement un faisceau d'atomes comme indiqué sur cette image qui représente une «photographie» instantanée de la distribution d'atomes. La longueur du faisceau est à peu près 2 mm, pour une largeur inférieure à 100 μm . Le faisceau se propage dans la direction de la gravité (vers le bas). L'accélération des atomes par la pesanteur explique la diminution de la densité du faisceau. Son flux (si on le calcule) est en fait presque constant, il n'est pas atténué. La tache au-dessus du faisceau correspond aux atomes restant dans le piège. Ce faisceau est l'analogue d'un faisceau laser en optique. Comme pour un laser, la divergence est à peu près aussi petite que permise par la mécanique quantique : pour un faisceau laser, on parle habituellement de la "limite de diffraction".

expériences (moins de 100 nK) qui permettent d'atteindre cette situation quantique paradoxale que l'on peut exprimer ainsi :

Aux températures et aux échelles de longueur de notre vie quotidienne, on peut décrire l'état de n'importe quel système (et en particulier un gaz d'atomes) par la position et la vitesse de chacun de ses éléments. Ainsi, les atomes d'un gaz se comportent-ils comme des boules de billard qui s'entrechoquent entre elles au gré de leurs trajectoires respectives.

Aux très basses températures, ou aux petites échelles de longueur, les atomes ne se comportent plus comme des boules de billard. On ne peut pas connaître la position exacte de chaque atome, qu'il vaut mieux représenter comme une tache aux contours flous. Cette tache représente la région de l'espace où la probabilité de détecter un atome est maximale. Lorsque l'on refroidit des atomes, la région de l'espace où cette amplitude de probabilité est non nulle augmente. Tant que les régions respectives de chaque atome sont bien séparées, on peut identifier séparément ces atomes.

Si la température est suffisamment basse, néanmoins, on ne pourra plus les distinguer. Si les atomes sont des bosons, ils ont tendance à s'agréger, il se passe alors un phénomène que l'on peut appeler *amplification bosonique*, par analogie avec l'amplification qui a lieu dans les lasers. Les atomes vont ainsi s'accumuler (*se condenser*) dans l'état d'énergie minimale et les différents paquets d'ondes vont fusionner en un seul mode, comme dans un laser.

Pour atteindre cette condensation, il faut dépasser les limites du refroidissement par laser. Pour cela, il faut utiliser une autre technique de piégeage utilisant des champs magnétiques et une autre méthode de refroidissement : le refroidissement par évaporation. Ce refroidissement est un peu celui que l'on obtient quand on souffle sur de l'eau chaude. Les molécules d'eau les plus énergétiques qui s'échappent du bol vers l'air sont éliminées par le souffle, de sorte que l'énergie moyenne du liquide restant diminue; les molécules du liquide se redistribuent l'énergie par d'innombrables collisions, puis celles qui ont le plus d'énergie s'échappent et sont éliminées, et ainsi de suite. Pour notre gaz d'atomes, le piège magnétique fait office du bol, mais la densité d'atomes est

beaucoup moins importante et le succès de cette technique repose sur des efforts technologiques considérables : il faut comprimer le gaz d'atomes avec des champs magnétiques intenses et attendre plusieurs minutes, ce qui nécessite une enceinte dans laquelle réside un vide poussé. Moyennant ces efforts, il est alors possible, en observant l'ombre des atomes traversés par une onde laser, de voir apparaître au centre du gaz un pic infiniment haut et étroit, similaire à l'apparition d'un spot laser au milieu d'une tache de fluorescence. C'est le condensat de Bose-Einstein.

Le condensat est un peu l'analogue du milieu amplificateur dans la cavité laser. On peut ensuite obtenir un faisceau laser à atomes très analogue au laser en optique en utilisant un «coupleur de sortie»⁶. Comme pour les photons d'un faisceau laser, les atomes de ce faisceau se propagent exactement dans la même direction, et ils ont exactement la même fréquence (c'est-à-dire la même vitesse) et la même phase. Ils forment ainsi un faisceau facile à commander et à utiliser que l'on peut réfléchir, focaliser, diffracter, moduler en fréquence et en amplitude.

2 Les applications des atomes Froids

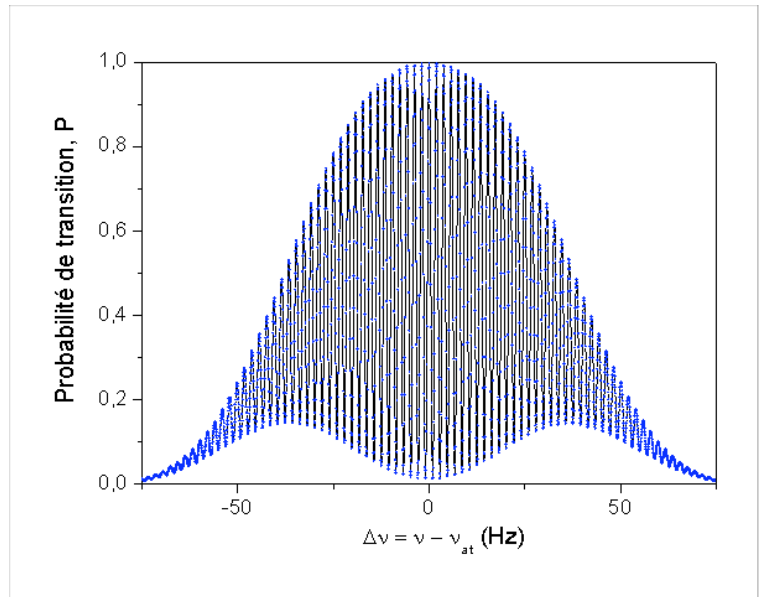
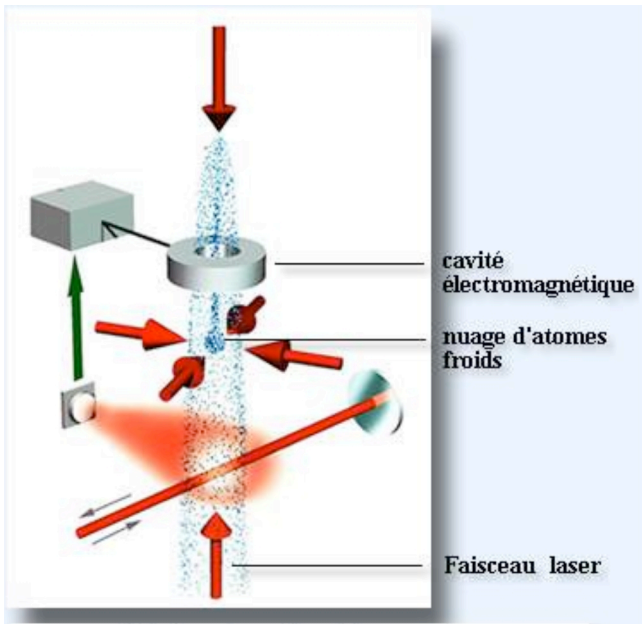
Les principales applications nées de l'utilisation des atomes froids sont liées à l'optique et à l'interférométrie atomique⁷, que ce soit dans les horloges atomiques ou dans les capteurs inertiels. Les principaux avantages des atomes froids dans les deux cas sont d'une part le ralentissement et d'autre part le refroidissement. La réduction de la vitesse moyenne des atomes permet d'augmenter le temps d'interaction. Le refroidissement des atomes (réduction de la dispersion en vitesse) correspond à une augmentation de la cohérence de la source atomique qui permet une augmentation du contraste des franges d'interférences. Enfin, les techniques de refroidissement atomique permettent de contrôler très précisément la vitesse moyenne et la dispersion de la source atomique dont dépendent le facteur d'échelle et une partie des effets systématiques, liés notamment à l'effet Doppler.

2.1 Les horloges atomiques :

La principale application des atomes froids concerne l'amélioration des performances des horloges atomiques utilisant des transitions de référence dans

le domaine micro-onde (9,2 GHz pour le césium ou 6,8 GHz pour le rubidium). Ces horloges se

Cet argument simple⁹, formulé par Zacharias en 1953, a pris forme en 1991 avec la première



Horloge à atomes froids

Schéma d'une horloge atomique utilisant des atomes froids. Franges d'interférence obtenues pour $t_0=0,7$ s.

composent d'un oscillateur macroscopique (un quartz par exemple), appelé oscillateur local, dont la fréquence est asservie sur celle de la transition atomique de référence. Dans les horloges n'utilisant pas des atomes froids, la source atomique est réalisée par un jet thermique d'une vitesse de 100 à 200 m.s⁻¹. Le succès de cette technique, découverte en 1952⁸, a conduit en 1967 à définir la seconde par rapport à la transition entre les deux niveaux fondamentaux de l'atome de césium (9,192 631 770 GHz). En pratique, on fait interagir les atomes avec un champ électromagnétique oscillant à la fréquence ν pendant un temps t_0 , puis on mesure le taux de transition d'un niveau atomique vers l'autre. On observe un pic de résonance de ce taux de transition (ou des franges d'interférences selon le mode d'interrogation) autour de la fréquence de résonance de la transition atomique $\omega_0/2\pi$. Sa largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$ est

inversement proportionnelle à t_0 : $\Delta\nu = \frac{\eta}{t_0}$, où η est

un facteur proche de 1 et qui dépend de la méthode d'interrogation.

La stabilité de fréquence de l'horloge étant d'autant meilleure que la raie est étroite, on peut donc l'améliorer en augmentant le temps d'interaction t_0 .

réalisation d'une horloge atomique utilisant des atomes froids de césium, au moment où la technologie des horloges utilisant des jets arrivait à maturité. L'utilisation d'atomes froids a très vite montré une meilleure stabilité court terme et surtout une meilleure exactitude (amélioration d'un ordre de grandeur)¹⁰.

2.1.1 Principe de fonctionnement d'une fontaine

La source atomique est réalisée à l'aide d'une mélasse optique. Les atomes sont ensuite lancés verticalement à l'aide des faisceaux lasers. Compte tenu de la distribution en vitesse transverse des atomes (dispersion d'environ 7 mm.s⁻¹ pour le césium), le nuage atomique grossit avec le temps, de façon similaire au jet d'une fontaine verticale, d'où le nom de fontaine atomique utilisé pour ce type d'horloge. Avant l'interrogation proprement dite, la préparation d'un état quantique pur est effectuée, pour ne garder que les atomes dans l'état fondamental $F = 3, M_F = 0$. L'état $M_F = 0$ est choisi car il est le moins sensible aux champs magnétiques parasites qui peuvent déplacer les niveaux atomiques. Les atomes interagissent alors avec le rayonnement micro-onde dans la cavité d'interrogation une première fois en

montant et une deuxième fois en retombant sous l'action de la gravité. La probabilité de transition est déduite des mesures des populations des états fondamental et excité. Lorsque la fréquence du signal de l'oscillateur local, injecté dans la cavité, correspond exactement à la fréquence de la transition atomique, la probabilité de trouver les atomes dans l'état initial (ici $F = 3$, $M_F = 0$) est égale à 1. Par contre si l'on désaccorde la fréquence, on observe une oscillation de la probabilité de transition comme on peut l'observer sur la figure.

2.1.2 Quelle est la stabilité d'une horloge à atomes froids

On peut montrer que l'écart type des fluctuations relatives de fréquence ($\Delta\nu/\nu_0$) en fonction du temps d'intégration τ vaut :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{2\pi \nu_0 t_0 S/B} \sqrt{\frac{t_c}{\tau}}$$

où t_c est la durée d'un cycle et S/B est le rapport signal à bruit sur une mesure, qui est intrinsèquement limité par le bruit de projection quantique dû au nombre fini N d'atomes contribuant au signal :

$$\frac{S}{B} = \sqrt{N}$$

Pour un cycle de durée $t_c = 1$ s, un temps d'interrogation $t_0 = 0,7$ s et un nombre d'atomes $N = 5 \times 10^4$ atomes, on obtient une stabilité de $\Delta\nu/\nu_0 = 4 \times 10^{-14}$ en une seconde¹¹. La stabilité est actuellement limitée par la pureté spectrale de l'oscillateur local (oscillateur à quartz), mais l'utilisation d'un oscillateur cryogénique de grande stabilité devrait permettre d'atteindre rapidement un niveau de 10^{-14} en une seconde d'intégration.

2.1.3 Quelle est l'exactitude d'une horloge à atomes froids

En moyennant sur des temps plus longs, la stabilité relative s'améliore comme la racine du temps d'intégration. Par contre la connaissance exacte de la fréquence de transition est limitée par des effets systématiques, qui sont dominés par les collisions entre atomes froids de césium dans le cas des fontaines atomiques. Cette limite correspond actuellement à une inexactitude sur la fréquence au niveau de 10^{-15} en valeur relative. L'utilisation des atomes froids a donc déjà permis d'augmenter d'un

ordre de grandeur l'exactitude des horloges atomiques qui est limitée par les effets Doppler du 1^{er} et du 2^e ordre liés à la vitesse moyenne et à la dispersion de vitesse importantes.

Mais cette limite n'est pas fondamentale et peut être améliorée soit en utilisant des atomes de rubidium dont le déplacement de fréquence dû aux collisions est 100 fois plus faible que pour le césium, soit en optimisant la phase de préparation de l'état quantique des atomes de césium. Une limite au niveau de 10^{-16} est envisagée dans les prochaines années.

2.1.4 Application au Temps Atomique International

Les fontaines atomiques sont des étalons primaires de fréquence dont l'application principale est la contribution à la réalisation du Temps Atomique International (TAI). Cette échelle de temps est réalisée par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) en comparant les échelles de temps fournies par un ensemble d'horloges atomiques fonctionnant dans de nombreux laboratoires internationaux. La stabilité à très long terme et l'exactitude du TAI sont assurées grâce aux étalons primaires de. Les premières contributions au TAI des fontaines à atomes froids datent de 1994 et ont permis d'augmenter d'un ordre de grandeur sa stabilité et son exactitude. Outre la France, de nombreux pays dont la contribution au TAI est importante (USA, Allemagne, Angleterre, Japon, Italie, Canada...) ont également développé des fontaines atomiques comme étalon primaire de fréquence.

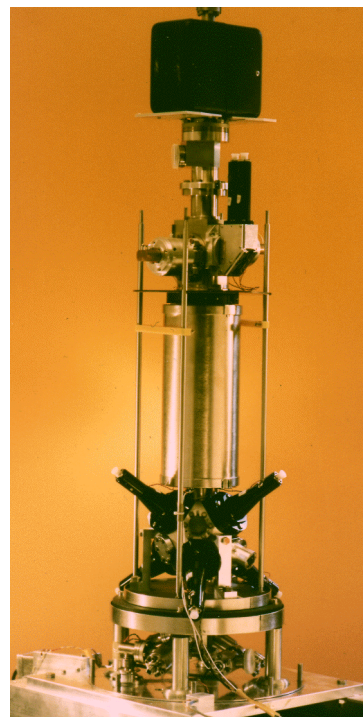
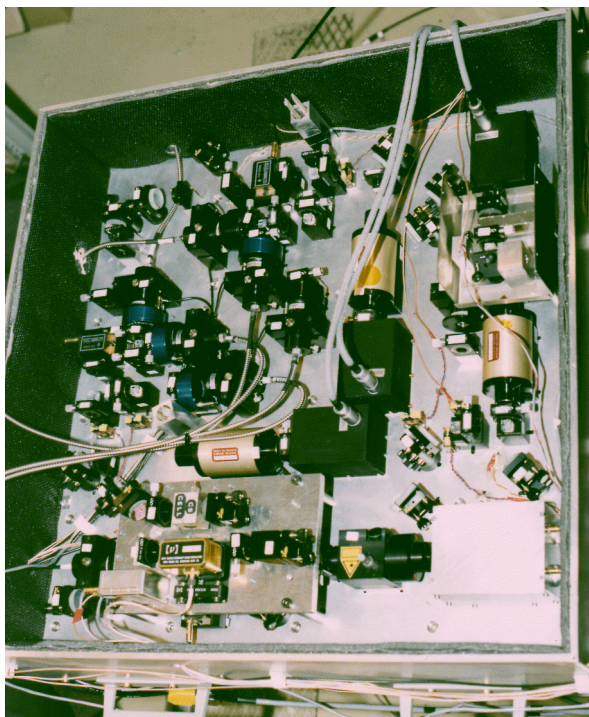
2.1.5 Applications dans l'espace

PHARAO : Projet d'Horloge à Atomes Refroidis pour Applications en Orbite

Le temps d'interrogation des atomes froids dans une horloge atomique est limité à 1 seconde sur terre, et cela à cause de la gravité. C'est pourquoi plusieurs projets d'horloges à atomes froids en microgravité sont en cours de développement : en Europe (projet ACES) et aux Etats-unis (projets PARCS et RACE). Le projet ACES¹² (Atomic Clock Ensemble in Space) comporte une horloge à atomes froids de césium (PHARAO) dont l'étude a débuté en 1994¹³ et dont le vol est programmé en 2006 sur la station spatiale internationale (ISS) (voir figure). Ce projet, financé par le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) et

l'Agence Spatiale Européenne (ESA), permettra de comparer directement la fréquence de l'horloge spatiale PHARAO à celles d'un ensemble d'horloges atomiques aux sol au niveau sans précédent de 10^{-16} .

Ces comparaisons permettront de réaliser des tests de physique fondamentale en relativité restreinte et relativité générale.



Prototype PHARAO : *Prototype d'horloge à atomes froids testée en microgravité lors d'une campagne de vols paraboliques dans l'airbus Zéro-g du CNES en 1997. A droite l'enceinte d'interaction et à gauche le banc laser.*

Système de positionnement par satellite

Le fonctionnement des systèmes de positionnement par satellite (GPS, GLONASS, GALILEO) repose sur le principe de triangulation à partir d'une constellation de satellites autour de la terre. La détermination de la position d'un récepteur est réalisée en comparant les datations des signaux issus de plusieurs satellites, connaissant la position de chacun d'entre eux. Il est donc nécessaire d'avoir à bord de chaque satellite des horloges de grande stabilité pour éviter les dérives entre deux synchronisations avec les stations au sol, notamment sur des périodes de l'ordre de quelques heures. Les systèmes actuels reposent principalement sur des horloges à césium à jet thermique ou des horloges à cellule de rubidium dont les performances de stabilité long terme sont similaires. L'amélioration des performances des horloges embarquées est nécessaire

pour permettre aux futurs systèmes de positionnement par satellite de dépasser les performances actuelles.

Sans envisager d'utiliser des horloges du type PHARAO, trop performant et trop coûteux pour ce type d'applications, il est possible de tirer profit des avantages des atomes froids dans l'espace pour réaliser des horloges à la fois très compactes et de grande sensibilité. C'est le cas du projet HORACE (HORloge à Refroidissement d'Atomes en CELLule) en cours de développement¹⁴, et dont l'ensemble des phases de refroidissement des atomes, d'interrogation et de détection sont réalisées à l'intérieur de la cavité micro-onde. L'utilisation d'atomes froids, de vitesse moyenne nulle, permet des temps d'interrogation relativement longs (quelques dizaines de millisecondes) dans un volume très restreint (environ 20 cm^3).

Application à la physique fondamentale

Le temps joue un rôle particulier dans de nombreuses théories et les excellentes stabilité et exactitude des horloges à atomes froids permettent de réaliser des expériences très précises visant à tester la validité de ces théories. Par exemple, un test du principe d'équivalence en relativité générale consiste à mettre en évidence une éventuelle dérive de la constante de structure fine α en mesurant à différentes dates la différence entre deux fréquences de transition de deux atomes différents. Une mesure de la stabilité de α avec une précision sur $\frac{d\alpha}{\alpha dt}$ de 7×10^{-15} par an a

été réalisée en comparant les fréquences des transitions entre les deux niveaux fondamentaux du césium et du rubidium 85, soit une amélioration d'un facteur cinq par rapport aux expériences précédentes. Les améliorations en cours sur les fontaines atomiques devraient conduire à un test avec une résolution meilleure que 10^{-15} par an. De plus, les projets d'horloges à atomes froids dans l'espace vont permettre des comparaisons avec de nombreuses horloges réparties à travers la planète et utilisant d'autres transitions, améliorant encore la précision de

ce test et la confiance dans le résultat. L'expérience spatiale ACES/PHARAO permettra aussi d'améliorer d'un facteur 30 la détermination du décalage vers le rouge lié au potentiel gravitationnel, effet prévu par la relativité générale d'Einstein. Le test reposera sur la mesure de la différence de fréquence entre l'horloge PHARAO située à 400 km au-dessus de la surface de la terre et une horloge au sol. Cette mesure est un test de la relativité générale d'Einstein. De plus, comme la station spatiale se déplace par rapport aux horloges situées au sol, il est possible de vérifier que le décalage Doppler est bien indépendant de la direction de propagation, ce qui constitue un test de la relativité restreinte, aussi appelé improprement 'test de l'isotropie de la vitesse de la lumière'.

2.2 Horloges optiques

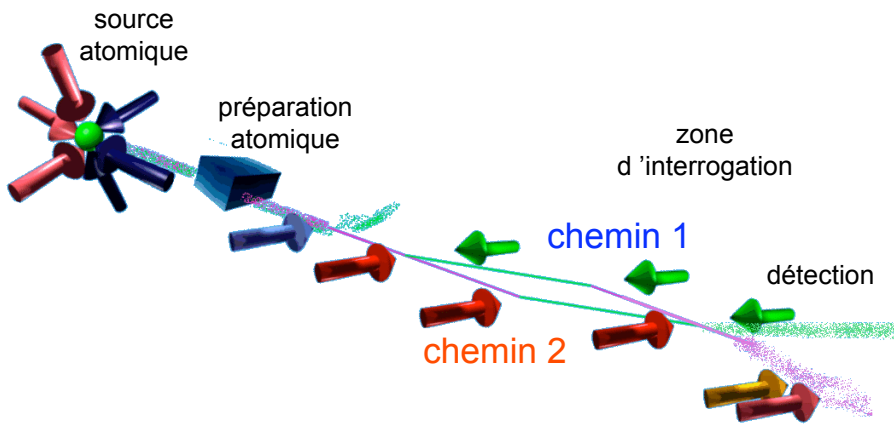
La limite envisagée de l'exactitude des horloges à atomes froids utilisant des transitions dans le domaine micro-onde est de 10^{-16} . Pour dépasser cette limite deux types de candidats sont envisagés : les ions piégés et les atomes neutres ayant une transition métastable dans le domaine optique. En effet, la stabilité relative étant inversement proportionnelle à

la fréquence de référence, une augmentation de celle-ci de près de cinq ordres de grandeur permet d'envisager une amélioration significative de la stabilité et de l'exactitude. Dans le cas des atomes neutres, les meilleurs candidats font partie de la famille des alcalino-terreux (magnésium, calcium et strontium), car ils peuvent facilement être refroidis par lasers et présentent des transitions adéquates dans le domaine optique. Le fonctionnement de ce type d'horloge est similaire à celui des horloges micro-ondes, mais l'oscillateur local est dans ce cas un laser ultra-stable dont la largeur de raie doit être de l'ordre de 1 Hz.

L'utilisation d'atomes froids dans les horloges optiques représente une étape décisive, plus encore que pour les horloges micro-ondes. En effet, elle permet d'obtenir des gains similaires sur le temps d'interrogation des atomes et sur la réduction de l'influence de l'effet Doppler proportionnel à la fréquence d'interrogation et à la vitesse des atomes : $\Delta\nu/\nu_0 = v/c$. Mais le bénéfice apporté par les atomes froids porte également sur l'amélioration du rapport signal à bruit, donc de la stabilité de fréquence, et sur la réduction des effets systématiques liés aux déformations de front d'onde des lasers d'interrogation. Ainsi, l'utilisation d'atomes froids, dont la dispersion de vitesse est très faible, permet de limiter la perte de signal associée à la perte d'atomes au cours de l'interrogation optique. Enfin, les déformations de front d'onde du faisceau laser d'interrogation se traduisent par une fluctuation de phase du laser d'interrogation au cours de l'interaction avec les atomes qui conduit à un biais de fréquence. Le refroidissement permet de réduire le déplacement des atomes pour un même temps d'interrogation et donc de limiter cette contribution. De plus, la trajectoire des atomes froids pouvant être bien mieux contrôlée, il est possible de mesurer l'effet des déformations de front d'onde en utilisant plusieurs trajectoires différentes. L'exactitude des horloges dans le domaine optique¹⁵ est pour l'instant d'environ 8×10^{-14} , mais l'utilisation des atomes froids, conjuguée au développement rapide des chaînes de fréquences optiques nécessaires pour les comparer aux autres horloges dans le domaine micro-onde, doit permettre d'atteindre la gamme des 10^{-17} dans les années à venir.

2.3 Capteurs inertiels

Le développement du refroidissement d'atomes a



Interféromètre atomique : Schéma d'un interféromètre atomique utilisant des transitions Raman stimulées comme séparatrices atomiques. Les atomes issus d'un piège magnéto-optique sont préparés dans un état quantique pur avant d'entrer dans la zone d'interrogation, qui est réalisée à l'aide de trois impulsions Raman permettant de séparer le paquet d'onde initial en deux, puis de défléchir les trajectoires et enfin de les recombiner au niveau de la seconde séparatrice.

également permis l'émergence du domaine des capteurs inertiels basés sur l'interférométrie atomique. Ces expériences tirent partie de la sensibilité à l'effet Doppler pour mesurer les forces d'inertie entre le référentiel des atomes (référentiel en chute libre qui sert de référence) et le référentiel supportant les séparatrices atomiques.

En réalisant un interféromètre atomique similaire à l'interféromètre de Mach-Zender en optique, on obtient un dispositif sensible aux accélérations et aux rotations. Dans ce dispositif, on utilise l'aspect ondulatoire de la matière : l'onde atomique incidente est séparée en deux à l'aide d'une première séparatrice, les deux ondes sont ensuite défléchies puis recombinées au niveau de la seconde séparatrice. La probabilité de trouver les atomes dans l'un des deux ports de sortie de l'interféromètre dépend du déphasage relatif accumulé le long des deux trajectoires. Depuis les premiers interféromètres réalisés en 1991, différentes configurations et différents types de séparatrices ont été utilisés¹⁶. Mais les expériences ayant donné les meilleurs résultats sont basées sur l'utilisation des techniques de refroidissement des atomes et de séparatrices réalisées à l'aide de transitions Raman stimulées¹⁷. Les transitions Raman stimulées sont réalisées en illuminant les atomes à l'aide de deux faisceaux lasers contra-propageants ; les atomes effectuent alors

un cycle d'absorption d'un photon d'un faisceau et émission spontanée d'un photon dans l'autre faisceau.

La déflexion spatiale de l'onde atomique résulte de

l'impulsion acquise qui est égale à la somme des impulsions des deux photons : $\hbar k_{\text{eff}} = \hbar(k_1 + k_2) \approx 2\hbar k_1$. La vitesse atomique typique communiquée à l'atome est de $1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Les atomes froids apportent le même type d'avantage que pour les horloges optiques : augmentation du temps d'interrogation et donc de la sensibilité, amélioration du rapport signal à bruit grâce à la faible distribution de vitesse, réduction des effets systématiques, notamment ceux qui sont liés aux déformations de front d'onde des faisceaux lasers utilisés pour les séparatrices.

2.3.1 Gyromètre

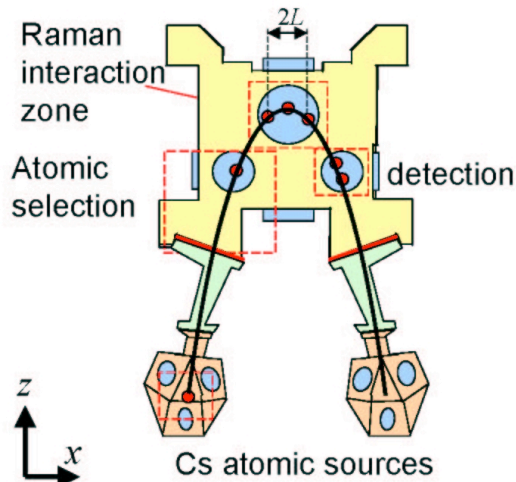
Le déphasage induit par une rotation autour de la normale à l'aire d'un interféromètre atomique correspond à l'effet Sagnac pour les ondes de matière, de façon similaire au déphasage induit dans un interféromètre optique.

Pour une vitesse de rotation Ω normale à l'aire orientée de l'interféromètre, le déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre¹⁸ vaut :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{2\pi v_0 t_0 S/B} \sqrt{\frac{t_c}{\tau}},$$

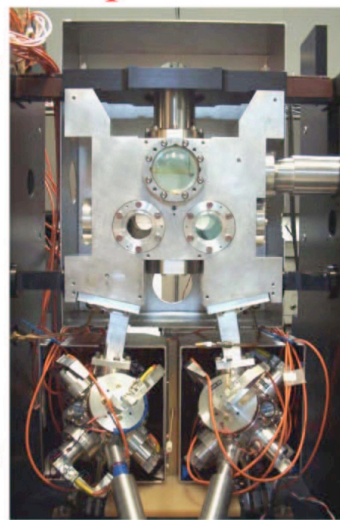
où v est la vitesse moyenne des atomes orthogonale à la direction de propagation des faisceaux lasers, T est le temps d'interrogation total entre la première et la dernière séparatrice et $L = vT$ est la distance parcourue pendant le temps T . On en déduit facilement la sensibilité correspondant à la plus petite rotation mesurable : $\delta\Omega = \frac{2v}{k_{\text{eff}} L^2} \frac{S}{B}$, où S/B est le rapport signal à bruit. On constate bien que pour une longueur de la zone L d'interrogation donnée, la sensibilité est d'autant meilleure que la vitesse des atomes est faible.

Le gyromètre atomique le plus performant réalisé est un appareil utilisant des jets de césium dont la



Launching velocity :
 $V = 2,6 \text{ m.s}^{-1}$
 $\theta = 8^\circ$

Expected sensitivity of $30 \text{ nrad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$



Interrogation zone :
 $2L = 30 \text{ mm}$ $V_x = 30 \text{ cm.s}^{-1}$
 $2T = 100 \text{ ms}$ $\text{area} = 6 \text{ mm}^2$

Gyromètre à atomes froids :
 Enceinte d'interaction d'un prototype de gyromètre à atomes froids. Les atomes, préparés dans deux pièges magnéto-optiques, sont lancés sur deux trajectoires paraboliques en sens opposés. Ils interagissent avec les faisceaux lasers Raman avant d'arriver dans la zone de détection. Les deux signaux issus des deux interféromètres permettent d'avoir accès à l'accélération et à la rotation suivant 1 axe.

dispersion des vitesses transverses est réduite par refroidissement laser, permettant d'augmenter le

rapport signal à bruit. De plus, la perte de sensibilité due à la vitesse élevée des atomes (280 m.s^{-1}) est compensée par l'augmentation de la longueur de la zone d'interrogation ($L = 2 \text{ m}$). L'appareil utilise deux sources atomiques créant deux jets de même direction mais de sens opposées qui traversent les mêmes séparatrices atomiques, ce qui permet de discriminer le signal dû à la rotation de celui dû à l'accélération. L'appareil a montré une sensibilité de $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$ en 1 seconde d'intégration¹⁹, qui est équivalente à celle des meilleurs gyrolasers optiques. Mais l'expérience présente des problèmes de stabilité sur le long terme difficiles à résoudre, et qui sont probablement liés à des défauts de front d'onde des lasers et à la fluctuation de direction des jets atomiques. Afin de réaliser des gyromètres de grande stabilité sur le long terme en contrôlant mieux la direction de propagation des atomes, des dispositifs beaucoup plus compacts utilisant des atomes froids issus de pièges magnéto-optiques sont en cours de développement.

2.3.2 Accéléromètre

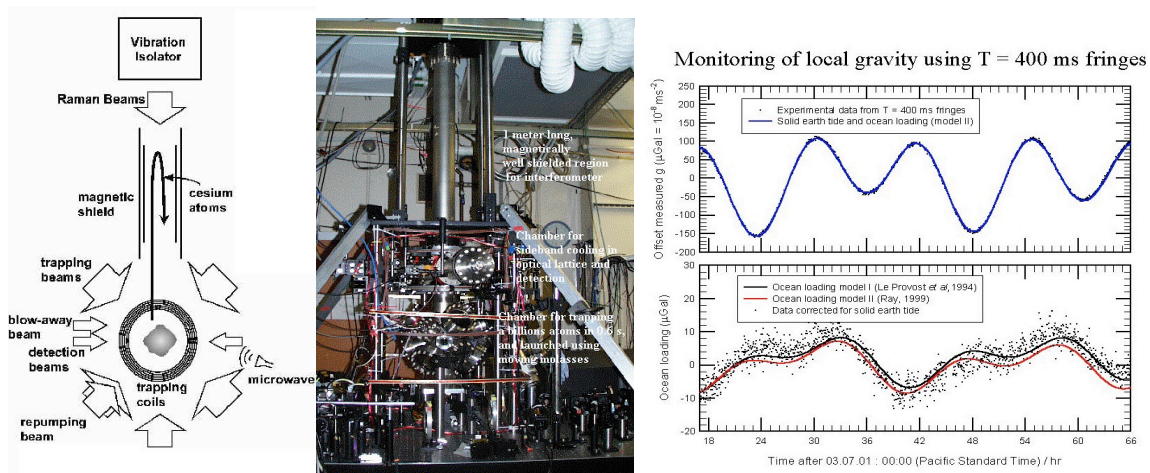
Pour une accélération a le long de la direction de propagation des faisceaux lasers utilisés pour les séparatrices, le déphasage accumulé entre les deux

bras de l'interféromètre vaut : $\Delta\Phi = \frac{a}{4} k_{eff} T^2$,

où T est le temps d'interrogation total entre la première et la dernière séparatrice. L'accélération

minimale détectable δa vaut : $\delta a = \frac{4}{k_{eff} T^2} \frac{S}{B}$,

où S/B est le rapport signal à bruit. L'utilisation d'atomes froids est ici encore plus importante puisque la sensibilité augmente comme le carré du temps d'interrogation. Une expérience de gravimètre atomique²⁰ a montré une sensibilité de 2.10^{-8} g en 1 seconde d'intégration et une exactitude d'environ $3 \cdot 10^{-9} \text{ g}$. Ce niveau de performance est déjà supérieur à celui des seuls gravimètres absolus existants, dont le fonctionnement repose sur la mesure de la chute d'un coin de cube dans un interféromètre optique de Michelson. Dans le gravimètre à atomes froids, les atomes, issus d'un piège magnéto-optique, sont lancés verticalement comme dans les fontaines atomiques et interagissent avec une paire de faisceaux verticaux induisant les transitions Raman stimulées. La limite actuelle de la sensibilité de cet appareil est purement technologique (problème de vibrations parasites...) et peut être améliorée de plus d'un ordre de grandeur. La limite de l'exactitude est principalement limitée par le déphasage parasite induit par la rotation de la Terre. En effet, l'appareil devrait être insensible à la rotation dans cette



Gravimètre atomique : Schéma du gravimètre atomique réalisé à l'université de Stanford dans le groupe de S. Chu (Nobel 1998). Sur la droite, on peut observer les variations de la pesanteur au cours du temps (ici sur deux jours). La précision de ces mesures permet d'analyser l'influence de la lune et des marées entre autres.

configuration car, la trajectoire des atomes étant parallèle à la direction de propagation des faisceaux lasers, l'aire physique incluse entre les deux bras de l'interféromètre est nulle. Mais, la divergence résiduelle des trajectoires atomiques entraîne une très faible sensibilité à la rotation. L'utilisation d'atomes encore plus froids, issus par exemple d'un condensat de Bose-Einstein, permettra sans doute de réduire cet effet et donc d'améliorer l'exactitude.

2.3.3 Applications des capteurs inertiels atomiques

Différents types d'applications sont envisagés en physique fondamentale, en géophysique ou en navigation inertielle pour les capteurs inertiels (accéléromètre ou gyromètre) de très grande sensibilité sur des temps d'intégration longs.

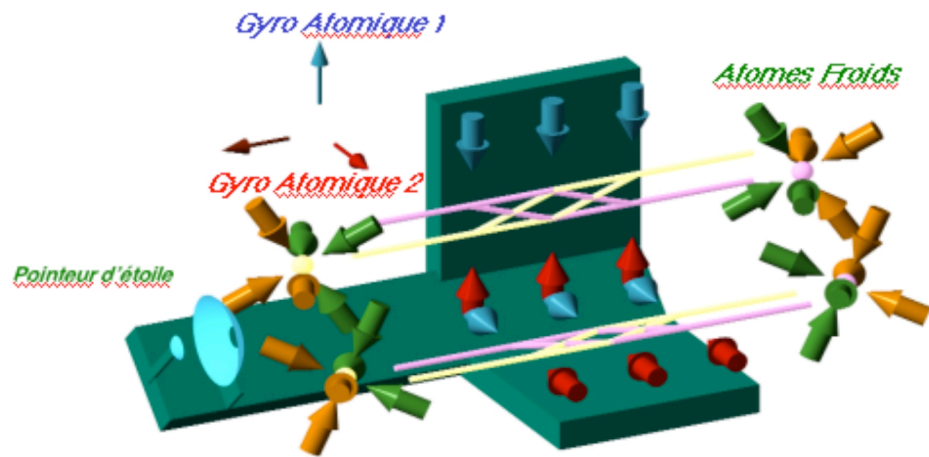
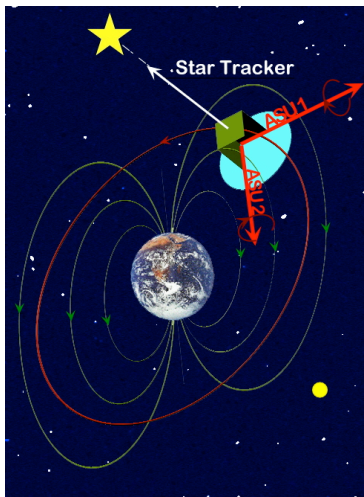
Physique fondamentale :

Certains tests de la relativité générale d'Einstein requièrent des capteurs inertiels de sensibilité encore meilleure que celles qui sont accessibles aujourd'hui. Comme pour les horloges atomiques, il est envisagé d'effectuer une expérience sur un capteur inertiel à atomes froids fonctionnant en microgravité afin d'obtenir des temps d'interrogation plus longs, mais également un niveau de vibrations parasites plus faible. Le projet spatial HYPER²¹, proposé à l'Agence Spatiale Européenne (ESA) en 2000, a pour but d'effectuer de tels tests.

Le premier consiste à mesurer l'effet Lense-Thirring dû à la proximité d'une masse en rotation. En effet, la rotation de la Terre provoque un entraînement des référentiels d'inertie locaux, qui précèdent par rapport à un référentiel lointain défini par exemple par trois étoiles fixes dans le ciel. Pour mesurer cet effet, il est nécessaire de disposer d'un gyromètre d'une très grande sensibilité (3×10^{-12} rad.s⁻¹ en 1 seconde d'intégration) et une stabilité à long terme permettant de mesurer cet effet avec une résolution au niveau de 10^{-15} rad.s⁻¹ en un an. Il est également possible de tester le principe d'équivalence (égalité de la masse liée à l'inertie et de la masse liée à la force de gravité) avec une résolution au niveau de 10^{-15} en utilisant un accéléromètre de très grande sensibilité (10^{-12} g en 1 seconde d'intégration).

Géophysique

Des capteurs inertiels de très grande sensibilité sont des outils importants en géophysique. La mesure des fluctuations du champ de pesanteur et de la vitesse de rotation locale donne des informations nécessaires à la modélisation de l'écorce terrestre et de sa déformation sous l'effet d'éléments perturbateurs (effets de marée, poids des océans et des nuages...). Ces informations sont également nécessaires à la compréhension des variations de la vitesse de rotation de la Terre. L'utilisation de gyromètres peut également contribuer directement à la mesure de la rotation de la terre, même si les dispositifs actuels ne peuvent rivaliser, pour les temps d'intégration très longs, avec les techniques d'astronomie VLBI (Very



Mission HYPER : La proposition de mission HYPER, utilisant des interféromètres embarqués dans l'espace, a été étudiée par l'ESA dans le cadre de la campagne de FLEXI-MISSION F2/F3, puis dans le cadre d'une étude industrielle qui a montré avec succès la faisabilité technique de cette mission. Cette mission doit mesurer la rotation d'un satellite grâce à deux gyromètres atomiques embarqués (figure de gauche). On compare alors la mesure de rotation «locale» effectuée par ces gyromètres à une mesure «absolue» grâce à un pointeur d'étoile fixe lors d'une rotation autour de la terre. La différence entre les deux mesures, de l'ordre de 1 picodegré d'arc par secondes, est une signature de l'effet relativiste de déformation de l'espace-temps par une planète.

Large Base Interferometry) basées sur le pointer d'étoiles lointaines. Mais une amélioration de leur

sensibilité d'un ordre de grandeur suffirait à les rendre compétitifs et surtout apporterait des données complémentaires pour des temps d'intégration plus courts. Enfin, la mesure du gradient de gravité terrestre à l'aide de gradiomètres atomiques de grande précision²² est envisagée pour des études de

composition de l'écorce terrestre avec des applications en recherche pétrolière.

Navigation inertielle

Les capteurs inertiels de grande précision sont également utilisés pour la navigation inertielle, notamment des sous-marins ou des satellites, où une très grande stabilité à long terme est exigé

¹ Kepler a observé en 1619 que la queue des comètes pointait toujours dans une direction opposée au soleil.

² L'effet doppler est un effet de modification de la fréquence sonore ou lumineuse dans un référentiel en mouvement.

³ «Le refroidissement des atomes par laser» A. Aspect et J. Dalibard, *La recherche* **261**, volume 25, pp. 30-37 (1994)

«Des atomes tout près du zéro absolu», par Claude Cohen-Tannoudji, *Science & Vie Hors-Série* n° 192, septembre 1995, pp. 126-134.

«Les atomes ultra-froids» par Yvan Castin, *Pour la Science*, octobre 2002, pp. 134-138

⁴ «Les atomes piégés par le froid» par Jean Dalibard, *Science & Vie Hors-Série* n° 161, décembre 1987, pp. 80-87.

«Immobiliser les atomes à coup de lumière laser» par Jean Dalibard, *La Recherche*, juillet-août 1985, pp. 934-935.

⁵ «La condensation de Bose-Einstein», E. Cornell and C. Wieman, *Pour la Science* 247, pp. 92-97 (1998)

«La puce à atomes et le traitement de l'information quantique», C. Westbrook, *supoptique avenir* 2002, pp. 44-46

⁶ "Atom lasers" par K. Helmerson, D. Hutchinson, K. Burnett and W. D. Phillips, *Physics World*, Août 1999, p. 31.

⁷ «L'optique atomique» par Olivier Carnal et Jürgen Mlynek, *La Recherche*, octobre 1992, pp. 1134-1142.

⁸ Sherwood J., Lyons H., McCracken and Kush P., *Bull. An. Phys. Soc.*, **27** (1952) 43, Lyons H., *An. NY Acad. Sci.*, **55** (1952) 831.

⁹ «Une fontaine atomique» par Maurice Mashaal, *La Recherche*, février 1990, pp. 238-239.

¹⁰ «Le Temps», La recherche, hors série no 5, avril 2001

¹¹ Santarelli G. *et al.*, 'Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard', *Phys. Rev. Lett.*, **82**, (1999) 4619.

¹² «Cold atoms in space and atomic clocks : ACES», Salomon C. *et al.* .C.R Académie des Sciences, 0, série IV 1-17 (2001)

¹³ un prototype a été testé dans l'avion zérog du CNES en 1997, puis a été transformé en horloge sol atomique transportable permettant d'effectuer des comparaisons avec d'autres horloges. Sa stabilité et son exactitude est semblable aux autres fontaines atomiques.

¹⁴ «Three dimensional cooling of cesium atoms in a reflecting copper cylinder», Guillot E., Pottie P.E., Dimarcq N. *Optics Letters*, **26** (2001) 1639.

¹⁵ «Absolute frequency measurement of the Hg⁺ and Ca Optical transitions, with a femto-second laser», *Phys. Rev. Lett.*, Udem Th. *et al.*, **86** (2001) 4996.

¹⁶ «Atom Interferometry», ed by Paul R. Berman, Academic Press (1997).

¹⁷ Voir l'article de gyrométrie de IXSEA-OCEANO dans ce numéro.

¹⁸ «Réalisation d'un gyroscope de très haute précision fondé sur l'effet Sagnac pour les ondes de matière», P. Bouyer and M. Kasevich, *Revue Scientifique et Technique de la défense* **38** volume 4, pp. 3-11 (1997)

¹⁹ «Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope», Gustavson T., Bouyer P. et Kasevich M, *Phys. Rev. Lett.*, **78** (1997) 2046

«Rotation sensing with a dual atom-interferometer sagnac gyroscope», Gustavson T.L., Landragin A. et Kasevich M.A., *Class. Quantum Grav.*, **17** (2000) 1.

²⁰ Peters A., Chung K.Y. et Chu S., *science*.

²¹ Proposition de mission HYPER présentée à l'ESA en octobre 2000, Bingham R. *et al.*: «Hyper-Precision Cold Interferometry in Space », Assessment Study Report, ESA-SCI(2000)10.

Site Web : <http://atomoptic.iota.u-psud.fr/hyper>

²² «Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer», Snadden M.J. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998) 971.

6.5 Annexe : quelques notions de gravitation et de relativité

Théorie de la gravitation et métrique

Dans la limite où, localement au voisinage d'un point, les champs de gravitation sont négligeables, la courbure de l'espace-temps est nulle et l'espace prend alors la forme d'un espace de Minkowski (c'est l'espace fixant le cadre de la relativité restreinte), plan et isotrope, dont la métrique est donnée par l'équation d'un rayon lumineux $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ qui exprime le fait qu'un rayon lumineux parcourt de manière isotrope une distance ct pendant une durée t . Dans les mêmes conditions, mais dans un repère tournant à une vitesse Ω_z , la métrique ds devient $ds^2 = c^2 dt^2 - \tilde{\Omega}_x^2 - \tilde{\Omega}_y^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 + 2\tilde{\Omega}_x dx - \tilde{\Omega}_x dy$ avec $\tilde{\Omega}_u = 2\Omega_z u dt$ ($u = x, y$). Pour obtenir cette nouvelle métrique, il suffit d'effectuer un changement de repère pour passer du repère galiléen au repère tournant. En présence de gravitation, on peut simplement appliquer le principe d'équivalence qui implique qu'un observateur mis en présence de gravitation peut simplement considérer que son référentiel est accéléré par rapport à un référentiel d'inertie. Ainsi tous les champs de gravitation peuvent être interprétés comme des mouvements du référentiel du laboratoire par rapport à un référentiel d'inertie, et réciproquement, tout mouvement du référentiel du laboratoire par rapport à un référentiel d'inertie peut être interprété comme un champ de gravitation dans un référentiel d'inertie. Les champs de gravitation vont alors modifier la métrique comme pour le passage dans un référentiel tournant, et celle-ci ne correspondra plus à un espace-temps homogène et isotrope (on parle alors d'espace de Minkowski courbe, ou d'espace de Riemann). Dans le cas d'un point situé au voisinage d'un corps sphérique massif (comme c'est le cas pour la mission HYPER), la métrique prend la forme d'une métrique de Schwarzschild :

$$ds^2 = (1 + 2U) c^2 t^2 - (1 + 2U)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 - \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (6.11)$$

où G est la constante de gravitation, et M la masse du corps massif et $U = -\frac{GM}{r}$ le potentiel gravitationnel newtonien classique ¹.

Si le corps tourne sur lui-même à une vitesse relativement faible, comme c'est le cas de la terre, la métrique sera donc modifiée et prendra la forme d'une métrique de Kerr-Newman

$$ds^2 = (1 + 2U) c^2 t^2 - (1 + 2U)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 - \sin^2 \theta d\phi^2) + \frac{4J}{r} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (6.12)$$

qui est simplement la métrique de Schwarzschild, auquel s'ajoute un terme lié au moment cinétique du corps en rotation.

¹On retrouve bien le cas d'un espace de Minkowski si $r \rightarrow \infty$, c'est-à-dire dans le cas d'une gravitation négligeable.

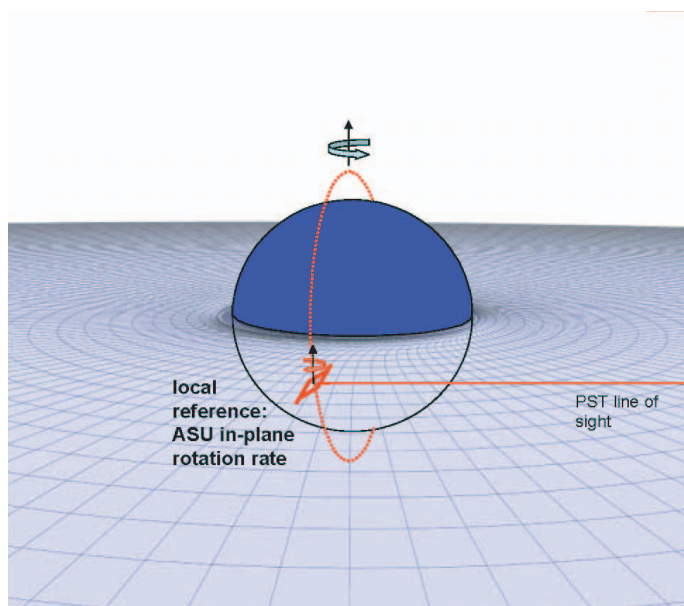


Fig. 6.13 : Déformation de la métrique par un corps massif tournant. Le référentiel d'inertie local est entraîné en rotation par les courants de masses proches de lui, qui vont provoquer un changement d'orientation de ses axes par rapport à un autre référentiel d'inertie donné par trois étoiles lointaines. C'est pourquoi cet effet s'appelle aussi effet « d'entraînement du référentiel d'inertie local »

Analogie avec l'électromagnétisme

Il existe une analogie au niveau du formalisme entre la gravitation et l'électromagnétisme [131]. En électromagnétisme, le champ électrique \mathbf{E} découle du potentiel coulombien scalaire V et le champ magnétique \mathbf{B} découle du potentiel vecteur \mathbf{A} . De même en gravitation, le champ de pesanteur \mathbf{G} (appelé aussi champ gravito-électrique) découle du potentiel newtonien U et, par analogie il devrait exister un champ gravito-magnétique $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{h}$ qui découlerait d'un potentiel vecteur \mathbf{h} . Par exemple, un champ électrique pur \mathbf{E} dans un référentiel donné peut apparaître comme un mélange de champs \mathbf{E} et \mathbf{B} dans un autre référentiel. Ainsi un observateur, qui se déplace à la vitesse \mathbf{v} par rapport à un champ \mathbf{E} pur voit apparaître un champ $\mathbf{B} \approx \mathbf{v} \times \mathbf{E}$ perpendiculaire à \mathbf{v} . De la même façon on peut dire que la Terre rayonne du fait de sa masse, un champ \mathbf{G} radial pur. Un observateur placé à une distance \mathbf{r} d'une masse M et se déplaçant par rapport à elle à la vitesse \mathbf{v} , va se déplacer dans ce champ de gravitation et va donc voir apparaître un champ gravito-magnétique

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{h} = -\frac{3}{2} \frac{GM}{c^2 r^3} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}). \quad (6.13)$$

Par analogie entre le champ magnétique et le champ gravito-magnétique, une sphère de masse M , de rayon a , et de vitesse de rotation Ω , va produire, outre le champ de pesanteur \mathbf{G} dû à sa masse, un champ [132] gravito-magnétique

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{h} = -\frac{1}{c^2} \left(\frac{3\mathbf{r}(\mathbf{J} \cdot \mathbf{r}) - \mathbf{J}}{r^5} \right) \quad (6.14)$$

Grâce à ce formalisme "gravito-magnétique", on peut maintenant simplement calculer le déphasage d'origine relativiste à la sortie de l'interféromètre comme proportionnel au flux du

champ gravito-magnétique à travers l'aire de l'interféromètre. Ce résultat a été montré dans le cas d'un gyromètre optique [133], avec comme point de départ les équations de Maxwell en tenant compte de la métrique de Kerr-Newman. On peut alors montrer qu'on peut négliger la métrique en supposant que les ondes lumineuses se propagent dans un diélectrique dont les équations constitutives sont directement reliées au potentiel gravitomagnétique. Dans le cas des ondes de matière, on peut effectuer un calcul précis du déphasage dans le cas d'un atome à deux niveaux de spin, par intégration de l'équation de Dirac dans le cadre de la métrique relativiste limitée aux champs faibles dans [134]. Ce calcul peut être ensuite généralisé et interprété en terme de champs gravito-magnétique et gravitoélectrique [135, 136, 137, 63, 138] ou l'effet Lense-Thirring apparaît comme étant dû pour moitié à l'action du champ gravito-magnétique et pour l'autre moitié, à l'action du champ gravitoélectrique.

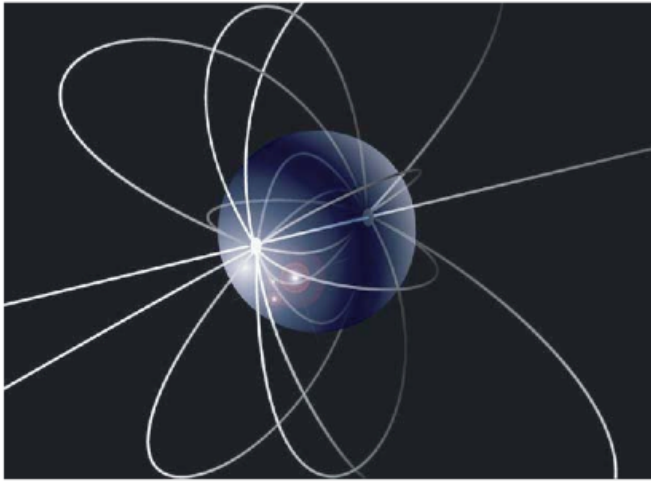


Fig. 6.14 : Les lignes de champ du champ gravito-magnétique ressemblent aux lignes de champs magnétiques créées par un dipôle (Image tirée du projet GPB <http://einstein.stanford.edu>).

Le déphasage entre les deux voies d'un interféromètre, directement proportionnel au flux du champ gravito-magnétique à travers son aire, s'écrit alors :

$$\Delta\phi = \frac{2}{\lambda} \iint \mathbf{H} d\mathbf{S} = \frac{2}{\lambda} \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \quad (6.15)$$

dans le cas d'un interféromètre photonique et similairement

$$\Delta\phi = \frac{2mc}{\hbar} \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \quad (6.16)$$

Le déphasage total à la sortie du gyromètre est donc donné par la valeur du champ gravito-magnétique, et, dans le cas d'un gyromètre orienté suivant (Oz) posé sur la Terre en un point dont la colatitude est z vaut :

$$\Delta\phi = \frac{2Am}{\hbar} \left\{ \Omega - \frac{1}{c} \left(\frac{3GM}{2r} \Omega \sin^2 \theta \right) + \frac{1}{c} \frac{J}{r} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right\} \quad (6.17)$$

où M , r , Ω et J sont respectivement la masse, le rayon, la vitesse de rotation et le moment angulaire de la Terre. Le premier terme est bien sûr le déphasage lié à la rotation de la

Terre. Le gyromètre étant posé sur le sol avec son axe d'entrée parallèle à celui de la rotation de la Terre, la contribution au déphasage est directement $\Delta\phi = \frac{2Am}{\hbar}\Omega$. Le deuxième terme correspond à l'effet de Sitter. Il est dû au fait que la masse de la Terre courbe légèrement l'espace-temps et que les ondes atomiques de notre gyromètre se déplacent dans cet espace courbé. On constate que si le gyromètre est placé à l'un des pôles de la Terre ($\theta = 0$), cet effet est nul, ce qui se comprend bien car le mouvement du gyromètre dans le champ de gravitation est alors nul. Le troisième terme correspond à l'effet Lense-Thirring. Il est lié au fait que la Terre tourne sur elle-même, et entraîne avec elle le repère d'inertie local.

Références relatives à ce chapitre

- [1] R. BATTISTI *et al.*, “Bloch Oscillations of Ultracold Atoms : A Tool for a Metrological Determination of \hbar/Mrb ”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 253001 (2004).
- [2] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH, AND J. REICHEL, “Bose-Einstein condensation on a microelectric chip”, *Nature* **413**, 498 (2001).
- [3] R. FOLMANN *et al.*, “Controlling cold atoms using nanofabricated surfaces : atom chips”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4749 (2000).
- [4] C. AUSSIBAL, Ph.D. thesis, Université Paris XI, 2003.
- [5] H. KREUTZMANN *et al.*, “Coherence Properties of Guided-Atom Interferometers”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 163201 (2004).
- [6] R. V. POUND AND G. A. REBKA, “Apparent Weight of photons”, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 337 (1960).
- [7] R. F. C. VESSOT AND M. W. LEVINE, “A test of the equivalence principle using a space-borne clock”, *J. Gen. Rel. and Grav.* **10**, 181 (1979).
- [8] D. O. MUHLEMAN, R. D. EKBERS, AND E. B. FOMALONT, “Radio Interferometric tests of the general relativity”, *Phys. Rev. Lett.* **240**, 1377 (1970).
- [9] B. F. JONES, “Gravitational deflection of light : solar eclipse of 30 June 1973.2 Plate reductions.”, *Astron. J.* **81**, 455 (1976).
- [10] E. B. FOMALONT AND R. A. SRAMEK, “The deflection of radio waves by the sun”, *Comm. Astrophys.* **77**, 19 (1977).
- [11] R. H. DICKE AND H. M. GOLDENBERG, “The oblateness of the sun”, *Astrophys. J. Supp.* **131**, 27 (1974).
- [12] I. I. SHAPIRO, “Fourth test of general relativity”, *Phys. Rev. Lett.* **130**, 789 (1964).
- [13] R. D. REASENBERG *et al.*, “Viking relativity experiment - Verification of signal retardation by solar gravity”, *Astrophys. J.* **234**, L219 (1979).
- [14] B. F. SCHUTZ, “Gravitational waves on the back of an envelope”, *Am. J. Phys.* **52**, 412 (1984).
- [15] M. FATTORI *et al.*, “Towards an atom interferometric determination of the Newton gravitational constant”, *Physics Letters A* **318**, 184 (2003).
- [16] S. FRAY, C. A. DIEZ, T. W. HÄNSCH, AND M. WEITZ, “Atomic Interferometer with Amplitude Gratings of Light and Its Applications to Atom Based Tests of the Equivalence Principle”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 240404 (2004).
- [17] J. LENSE AND H. THIRRING, “Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach ...”, *Phys. Z.* **19**, 1563 (1918).
- [18] L. I. SCHIFF, “Possible new experimental test of general relativity theory”, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 215 (1960).
- [19] C. M. WILL, “Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity. I : preferred-frame theories and an extended PPN formalism”, *Astrophysics* **177**, 757 (1972).
- [20] C. M. WILL, “Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity. II : Experimental evidence to rule out preferred frame theories of gravity”, *Astrophysics* **177**, 775 (1972).

- [21] C. M. WILL, *Theory and experiment in gravitational physics* (Cambridge University Press, 1981).
- [22] C. W. MISNER, K. S. THORNE, AND J. A. WHEELER, *Gravitation* (Freeman, San Francisco, 1973).
- [23] C. M. WILL, “Theoretical frameworks for testing relativistic gravity, II : Parametrized post-Newtonian hydrodynamics, and the Nordtvedt effect”, *Astrophys. J.* **163**, 611 (1971).
- [24] M. O. SCULLY, M. S. ZUBAIRY, AND K. JUST, “Proposed optical test of metric gravitation theories”, *Phys. Rev. A* **240**, 2009 (1981).
- [25] G. F. SMOOT, M. V. GORENSTEIN, AND R. A. MULLER, “Detection of anisotropy in the cosmic blackbody radiation”, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 898 (1977).
- [26] G. F. SMOOT AND P. M. LUBIN, “Southern hemisphere measurements of the anisotropy in the cosmic microwave background radiation”, *Ap. J.* **234**, L83 (1979).
- [27] D. S. ROBERTSON, W. E. CARTER, AND W. H. DILLINGER, “New measurement of solar gravitational deflection of radio signals using VLBI”, *Nature* **349**, 768 (1991).
- [28] M. P. HAUGAN, M. O. SCULLY, AND K. JUST, “A proposed Optical Test of preferred frame Cosmolgy”, *Phys. Lett. A* **77**, 882 (1980).
- [29] C. EVERITT, dans *Experimental Gravitation*, ÉDITÉ PAR B. BERTOTTI (Academic Press, New-York, 1974).
- [30] R. A. V. PATTEN AND C. W. F. EVERITT, “Possible experiment with two counter-orbiting Drag-free satellites to obtain a new test of Einstein’s general theory of relativity and improved measurement in geodesy”, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 629 (1976).
- [31] I. CIUFOLINI, “A comprehensive introduction to the LAGEOS gravitomagnetic experiment : from the importance of the gravitomagnetic field in physics to preliinary error analysis end error budget”, *Int. J. of Mod. Phys. A* **4**, 3083 (1989).
- [32] I. CIUFOLINI, F. CHIEPPA, D. LUCCHESI, AND F. VESPE, “Test of the Lense-Thirring orbital shift due to spin”, *Class. Quantum Grav.* **140**, 2701 (1997).
- [33] B. N. TAYLOR, “Determining the Avogadro Constant from Electrical Measurements”, *Metrologia* **31**, 181 (1994).
- [34] W. LIU AND AL., “High Precision Measurements of the Ground State Hyperfine Structure Interval of Muonium and of the Muon Magnetic Moment”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 711 (1999).
- [35] T. KINOSHITA, “The fine structure constant”, *Rep. Prog. Phys.* **59**, 1459 (1996).
- [36] R. S. V. DYCK, P. B. SCHWINBERG, AND H. G. DEHMELT, “New high-precision comparison of electron and positron g factors”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [37] E. KRÜGER, W. NISTLER, AND W. WEIRAUCH, “Re-evaluation of a precise measurement of h/m_n ”, *Metrologia* **36**, 147 (1999).
- [38] J. Q. SHIELD, R. F. DZIUBA, AND H. P. LAYER, “New realization of the ohm and farad using the NBS calculablecapacitor”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **38**, 249 (1989).
- [39] A. M. JEFFERY *et al.*, “NIST comparison of the quantized Hall resistance and the realization of the SI OHM through the ...”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46**, 264 (1997-1998).
- [40] M. P. BRADLEY *et al.*, “Penning Trap Measurements of the Masses of ^{133}Cs , $^{87,85}\text{Rb}$, and ^{23}Na with Uncertainties ≤ 0.2 ppb”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4510 (1999).

- [41] C. SCHWOB *et al.*, “Optical Frequency Measurement of the 2S-12D Transitions in Hydrogen and Deuterium : Rydberg Constant and Lamb Shift Determinations”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4260 (1999).
- [42] T. UDEM *et al.*, “Phase-Coherent Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency with an Optical Frequency Interval Divider Chain”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2646 (1997).
- [43] D. FARNHAM, R. V. DYCK, AND P. SCHWINBERG, “Determination of the Electron’s Atomic Mass and the Proton/Electron Mass Ratio via Penning Trap Mass Spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3598 (1995).
- [44] T. BEIER *et al.*, “New Determination of the Electron’s Mass”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 011603 (2002).
- [45] A. WICHT, J. M. HENSLEY, E. SARAJLIC, AND S. CHU, dans *Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, ÉDITÉ PAR P. GILL (World Scientific, 2001).
- [46] A. WICHT, J. HENSLEY, E. SARAJLIC, AND S. CHU, “A Preliminary Measurement of the Fine Structure Constant Based on Atom Interferometry”, *Physica Scripta* **102**, 82 (2002).
- [47] S. GUPTA, K. DIECKMANN, Z. HADZIBABIC, AND D. E. PRITCHARD, “Contrast interferometry using Bose-Einstein condensates to measure h/m and α ”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 140401 (2002).
- [48] Y. L. COQ *et al.*, “Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space”, *cond-mat/0501520* (2005).
- [49] S. RICHARD *et al.*, “Momentum spectroscopy of 1D phase fluctuations in Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. Lett* **91**, 010405 (2003).
- [50] J. STENGER *et al.*, “Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [51] Y. LE COQ, *Condensats de Bose-Einstein et lasers à atomes*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2002.
- [52] M. FAUQUEMBERGUE, *Réalisation d’un dispositif de condensation et de transport d’un échantillon cohérent d’atomes*, Ph.D. thesis, Université Paris XI, 2004.
- [53] A. PETERS, K. Y. CHUNG, AND S. CHU, “Measurement of the gravitational acceleration by dropping atoms”, *Nature* **400**, 849 (1999).
- [54] M. O. SCULLY AND M. S. ZUBAIRY, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1997).
- [55] C. W. HELSTROM, *Quantum detection and estimation theory* (Academic Press, New York, 1976).
- [56] C. CAVES, “Quantum-mechanical noise in an interferometer”, *Phys. Rev. D* **23**, 1693 (1981).
- [57] B. YURKE, “Input States for Enhancement of Fermion Interferometer Sensitivity”, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1515 (1985).
- [58] B. YURKE, S. MCCALL, AND J. KLAUDER, “SU(2) and SU(1,1) interferometers”, *Phys. Rev. A* **33**, 4033 (1986).
- [59] B. SANDERS AND G. MILBUN, “Optimal Quantum Measurements for Phase Estimation”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2944 (1995).

- [60] Z. OU, “Complementarity and Fundamental Limit in Precision Phase Measurement”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2352 (1996).
- [61] M. HOLLAND AND K. BURNETT, “Interferometric detection of optical phase shifts at the Heisenberg limit”, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1355 (1993).
- [62] J. JACOBSON, G. BJÖRK, AND Y. YAMAMOTO, “Quantum limit for the atom-light interferometer”, *App. Phys. B* **60**, 187 (1995).
- [63] C. J. BORDÉ, “Atomic cloks and inertial sensors”, *Metrologia* **39**, 435 (2002).
- [64] J. BOLLINGER, W. ITANO, AND D. WINELAND, “Optimal frequency measurements with maximally correlated states”, *Phys. Rev. A* **54**, R4649 (1996).
- [65] J. DOWLING, “Correlated input-port, matter-wave interferometer : Quantum-noise limits to the atom-laser gyroscope”, *Phys. Rev. A* **57**, 4736 (1998).
- [66] Z. HRADIL, “Phase measurement in quantum optics”, *Quant. Opt.* **4**, 93 (1992).
- [67] A. LANE, S. BRAUNSTEIN, AND C. CAVES, “Maximum-likelihood statistics of multiple quantum phase measurements”, *Phys. Rev. A* **47**, 1667 (1993).
- [68] E. YABLONOVICH AND R. VRIJEN, “Optical projection lithography at half the Rayleigh resolution limit by two-photon exposure”, *Opt. Eng.* **38**, 334 (1999).
- [69] A. BOTO AND AL., “Quantum Interferometric Optical Lithography : Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2733 (2000).
- [70] P. KOK, D. ABRAMS, S. B. ANS C.P. WILLIAMS, AND J. DOWLING, “Quantum-interferometric optical lithography : Towards arbitrary two-dimensional patterns”, *Phys. Rev. A* **63**, 063407 (2001).
- [71] G. AGARWAL AND AL., “Comment on ”Quantum Interferometric Optical Lithography : Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit””, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1389 (2001).
- [72] M. D'ANGELO, M. V. CHEKHOVA, AND Y. SHIH, “Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 013602 (2001).
- [73] E. NAGASAKO, S. J. BENTLEY, AND R. BOYD, “Nonclassical two-photon interferometry and lithography with high-gain parametric amplifiers”, *Phys. Rev. A* **64**, 043802 (2001).
- [74] M. O. SCULLY AND J. P. DOWLING, “Quantum-noise limits to matter-wave interferometry”, *Phys. Rev. A* **48**, 3186 (1993).
- [75] D. WINELAND *et al.*, “Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy”, *Phys. Rev. A* **46**, R6797 (1992).
- [76] G. SANTARELLI *et al.*, “Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain : A High Stability Cesium Frequency Standard”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
- [77] C. ANTOINE AND C. J. BORDÉ, “Quantum theory of atomic clocks and gravitoinertial sensors : an update”, *J. Opt. B : Quantum. Semiclass. Opt* **5**, S199 (2003).
- [78] A. EKERT, “Quantum Interferometers as Quantum Computers”, *Physica Scripta* **T76**, 218 (1998).
- [79] R. CLEVE, A. E. ABD C. MACCHIAVELLO, AND M. MOSCA, “Quantum algorithms revisited”, *Proc. R. Soc. Lond. A* **454**, 339 (1998).
- [80] H. LEE, P. KOK, AND J. P. DOWLING, “A quantum rosetta stone for interferometry”, *Journal of Modern Optics* **49**, 2325 (2002).

- [81] A. EKERT AND R. JOZSA, “Quantum computation and Shor’s factoring algorithm”, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 733 (1996).
- [82] G. MILBURN, “Quantum optical Fredkin gate”, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2124 (1989).
- [83] N. CERF, C. ADAMI, AND P. KWIAT, “Optical simulation of quantum logic”, *Phys. Rev. A* **57**, R1477 (1998).
- [84] E. KNILL, R. LAFLAMME, AND G. MILBURN, “A scheme for efficient quantum computation with linear optics”, *Nature* **409**, 46 (2001).
- [85] P. DOMOKOS, J. M. RAIMOND, M. BRUNE, AND S. HAROCHE, “Simple cavity-QED two-bit universal quantum logic gate : The principle and expected performances”, *Phys. Rev. A* **52**, 3554 (1995).
- [86] J. CIRAC AND P. ZOLLER, “Quantum Computations with Cold Trapped Ions”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091 (1995).
- [87] Q. A. TURCHETTE *et al.*, “Measurement of Conditional Phase Shifts for Quantum Logic”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710 (1995).
- [88] C. MONROE *et al.*, “Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
- [89] M. HILLERY AND L. MLODINOW, “Interferometers and minimum-uncertainty states”, *Phys. Rev. A* **48**, 1548 (1993).
- [90] C. BRIF AND A. MANN, “Nonclassical interferometry with intelligent light”, *Phys. Rev. A* **54**, 4505 (1996).
- [91] D. BERRY AND H. WISEMAN, “Optimal States and Almost Optimal Adaptive Measurements for Quantum Interferometry”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5098 (2000).
- [92] D. BERRY, H. WISEMAN, AND J. BRESLIN, “Optimal input states and feedback for interferometric phase estimation”, *Phys. Rev. A* **63**, 053804 (2001).
- [93] P. BOUYER AND M. KASEVICH, “Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases”, *Phys. Rev. A* **56**, R1083 (1997).
- [94] M. KITAGAWA AND M. UEDA, “Nonlinear-interferometric generation of number-phase-correlated fermion states”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1852 (1991).
- [95] M. KITAGAWA AND M. UEDA, “Squeezed spin states”, *Phys. Rev. A* **47**, 5138 (1993).
- [96] W. ITANO *et al.*, “Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems”, *Phys. Rev. A* **47**, 3554 (1993).
- [97] G. AGARWAL AND R. PURI, “Atomic states with spectroscopic squeezing”, *Phys. Rev. A* **49**, 4968 (1994).
- [98] N. MERMIN, “Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1838 (1990).
- [99] T. KIM *et al.*, “Influence of decorrelation on Heisenberg-limited interferometry with quantum correlated photons”, *Phys. Rev. A* **57**, 4004 (1998).
- [100] A. KUZMICH, K. MOLMER, AND E. S. POLZIK, “Spin squeezing in an ensemble of atoms illuminated by squeezed light”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4782 (1997).
- [101] J. HALD, J. L. SORENSEN, C. SHORI, AND E. S. POLZIK, “Spin squeezed atoms : A macroscopic entangled ensemble created by light”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1319 (1999).
- [102] D. OBLAK *et al.*, “Quantum noise limited interferometric measurement of atomic noise : towards spin squeezing on the Cs clock transition”, *Phys. Rev. A* **71**, 043807 (2005).

- [103] J. SCHMIEDMAYER, “Guiding and Trapping of neutral atoms on a wire”, *Phys. Rev. A* **52**, R13 (1995).
- [104] J. SCHMIEDMAYER *et al.*, *Optics and interferometry with atoms and molecules* (Academic Press, New-York, 1996).
- [105] J. DENSCHLAG, D. CASSETARI, AND J. SCHMIEDMAYER, “Guiding neutral atoms with a wire”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2014 (1999).
- [106] M. KEY *et al.*, “Propagation of cold atoms along a miniature magnetic waveguide”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000).
- [107] J. A. SAUER, M. D. BARRET, AND M. S. CHAPMAN, “Storage ring for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001).
- [108] J. FORTÀGH, A. GROSSMANN, C. ZIMMERMANN, AND T. W. HÄNSCH, “Miniaturized wire trap for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5310 (1998).
- [109] J. H. THYWISSSEN *et al.*, “Microfabricated magnetic waveguides for neutral atoms”, *Eur. Phys. Jour. D* **77**, 361 (1999).
- [110] D. MÜLLER *et al.*, “Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5194 (1999).
- [111] N. H. DEKKER *et al.*, “Guiding neutral atoms with a chip”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000).
- [112] J. REICHEL, W. HÄNSEL, AND T. W. HÄNSCH, “Atomic micromanipulation with magnetic surface traps”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
- [113] A. HAASE, D. CASSETARI, B. HESSMO, AND J. SCHMIEDMAYER, “Trapping neutral atoms with a wire”, *Phys. Rev. A* **64**, 043405 (2001).
- [114] J. FORTÀGH *et al.*, “Surface effects in magnetic microtraps”, *Phys. Rev. A* **66**, 041604(R) (2002).
- [115] M. P. A. JONES, C. J. VALE, B. V. HALL, AND E. A. HINDS, “Spin coupling between cold atoms and the thermal fluctuations of a metal surface”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080401 (2003).
- [116] S. BERGAMINI *et al.*, “Holographic generation of microtrap arrays for single atoms by use of a programmable phase modulator”, *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1889 (2004).
- [117] D. MÜLLER, E. A. CORNELL, D. Z. ANDERSON, AND E. R. I. ABRAHAM, “Guiding laser-cooled atoms in hollow core fibers”, *Phys. Rev. A* **61**, 033411 (2000).
- [118] E. A. HINDS AND I. G. HUGHES, “Magnetic atom optics : mirrors, guides, traps and chips for atoms”, *J. Phys. D* **32**, R119 (1999).
- [119] W. ROOIJAKKERS, M. VENGALATORRE, AND M. PRENTISS, dans *ICOLS proceedings* (World Scientific, 2001).
- [120] M. VENGALATORRE, W. ROOIJAKKERS, AND M. PRENTISS, “Ferromagnetic atom guide with in situ loading”, *Phys. Rev. A* **66**, 053403 (2002).
- [121] J. REICHEL, W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, AND T. W. HÄNSCH, “Applications of integrated magnetic microtraps”, *Appl. Phys. B* **72**, 81 (2001).
- [122] M. GREINER, I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, AND T. ESSLINGER, “Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance”, *Phys. Rev. A* **63**, 031401(R) (2001).
- [123] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF, AND T. W. HÄNSCH, “Magnetic conveyor belt for transporting and merging trapped atom clouds”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 608 (2001).

- [124] D. CASSETTARI *et al.*, “Beam splitter for guided atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5483 (2000).
- [125] D. MÜLLER *et al.*, “Magnetic switch for integrated atom optics”, *Phys. Rev. A* **63**, 041602 (2001).
- [126] E. A. HINDS, C. J. VALE, AND M. G. BOSHER, “Two-wire waveguide and interferometer for cold atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1462 (2001).
- [127] E. ANDERSSON *et al.*, “Multimode interferometer for guided matter waves”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 100401 (2002).
- [128] H. OTT *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a surface microtrap”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
- [129] S. SCHNEIDER *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a simple microtrap”, *Phys. Rev. A* **67**, 023612 (2003).
- [130] A. E. LEANHARDT *et al.*, “Propagation of Bose-Einstein condensates in a magnetic waveguide”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).
- [131] C. M. BRAGINSKY, C. M. CAVES, AND K. S. THORNE, “Laboratory experiments to test relativistic gravity”, *Phys. Rev. D* **15**, 2047 (1977).
- [132] D. HOLLEVILLE, *Conception et réalisation d’un gyromètre à atomes froids fondé sur l’effet Sagnac pour les ondes de matière*, Ph.D. thesis, Université Paris XI, 2001.
- [133] J. PLEBANSKI, “Electromagnetic Waves in Gravitational Fields”, *Phys. Rev.* **118**, 1396 (1960).
- [134] CH. J. BORDÉ, A. KARASIEWICZ, AND PH. TOURENC, “General relativistic framework for atomic interferometry”, *Int. J. of Mod. Phys. D* **3**, 157 (1994).
- [135] C. J. BORDÉ, “Theoretical tools for atom optics and atom interferometry”, *C. R Acad. Sc. - séries IV - Physics* **2**, 509 (2001).
- [136] C. J. BORDÉ, J. C. HOUARD, AND A. KARASIEWICZ, dans *Gyros, Clocks and Interferometers : Testing Relativistic Gravity in Space*, ÉDITÉ PAR C. LÄMMERZAHN, C. W. F. EVERITT, AND F. W. HEHL (PUBLISHER, 2000), p. 403.
- [137] C. LÄMMERZAHN AND C. J. BORDÉ, dans *Gyros, Clocks and Interferometers : Testing Relativistic Gravity in Space*, ÉDITÉ PAR C. LÄMMERZAHN, C. W. F. EVERITT, AND F. W. HEHL (Springler Verlag, Berlin, 2000).
- [138] P. WOLF AND C. J. BORDÉ, “Recoil effects in microwave Ramsey spectroscopy”, *quant-ph/0403194* (2004).

Conclusion

La fin du XXe siècle a marqué un tournant important pour le domaine de l'optique et de l'interférométrie atomique. Tout d'abord, c'est le formidable potentiel des senseurs inertiels à atomes refroidis qui a été mis en évidence dans des expériences pionnières aux Etats-Unis, relayées ensuite par les projets européens comme la collaboration IOTA - SYRTE sur le gyromètre atomique. Presque simultanément, ce domaine voyait apparaître une révolution identique à la découverte du laser dans les années 1960 : la condensation de Bose-Einstein. Aujourd'hui, l'interférométrie atomique est un thème majeur au sein de notre communauté, et son attrait s'étend tant aux applications métrologiques (projet de balance du Watt du LNE), aux applications industrielles (les grands industriels collaborent maintenant avec les laboratoires de recherche fondamentale dans ce domaine), qu'aux applications plus futuristes dans l'espace (projet HYPER et ICE).

Fort de mon travail sur les sources atomiques cohérentes, j'espère au cours des prochaines années pouvoir démontrer, lors d'expériences sur le montage de source cohérente versatile achevé en 2003 [1], les possibilités d'amélioration de la détection inertielle grâce à l'utilisation des lasers à atomes dans de nouvelles configurations d'interféromètres. On peut par exemple penser à la mise en place d'un guide lumineux torique pour atomes dans lequel les propriétés superfluides des condensats de Bose-Einstein serviraient directement à la détection de la vitesse de rotation, d'une manière identique aux gyromètres superfluides [2]. Sur ce montage de source cohérente versatile, outre le transport du condensat dans la « chambre de science » qui est pratiquement achevé, j'espère aussi avancer significativement dans l'étude du chargement continu d'une cavité atomique pour atteindre le fonctionnement continu d'un laser à atomes, un des problèmes encore non résolu actuellement.

Mon activité dans ce domaine se complètera aussi par la poursuite du projet d'Interférométrie Cohérente pour l'Espace (ICE). Une partie importante de notre activité sera consacrée à la conception et à la construction d'une enceinte à vide et de ses systèmes dans le but d'obtenir une première version d'un interféromètre « classique », pouvant être utilisé pour des tests préliminaires en chute libre (en vol parabolique si l'environnement vibratoire le permet), pour ensuite faire évoluer ce dispositif vers un interféromètre à source cohérente. Dans ce cadre, un effort sera porté sur la possibilité d'utiliser la source laser spatialisable de l'ONERA, éventuellement modifiée, pour réaliser toutes les étapes de refroidissement. Des développements futurs permettront d'aboutir à un interféromètre permettant d'atteindre des temps

d'interrogations de plusieurs secondes en microgravité. L'expérience et les résultats obtenus devraient permettre par la suite d'entamer une phase de définition d'un prototype spatialisable et d'envisager une comparaison des performances entre un accéléromètre à atomes froids et un accéléromètre électrostatique.

Ma participation dans les divers programmes spatiaux qui ont trait avec les atomes froids devrait se renforcer dans les prochaines années si l'intérêt de l'espace pour les atomes froids continue à grandir comme il l'a fait ces dernières années. En effet, il semble indispensable qu'en parallèle avec le développement technologique lié principalement à l'utilisation d'atomes froids (comme PHARAO ou HYPER), un effort soit lancé sur l'utilisation de senseurs inertiels de nouvelle génération utilisant des sources atomiques cohérentes (condensats de Bose-Einstein et laser à atomes). Les avantages de telles sources peuvent être nombreux. La taille de l'échantillon atomique peut être de quelques micromètres, et l'on peut facilement réaliser des interféromètres d'aire importante avec un encombrement réduit, en utilisant à la fois de faibles vitesses longitudinales combinées avec des séparations importantes entre paquets d'ondes atomiques. La forte cohérence de ces sources permettra d'augmenter encore d'au moins un ordre de grandeur le temps d'interaction en conservant un très bon rapport signal à bruit. De plus, le nombre d'atomes accessibles (environ 10^6) permet d'obtenir un rapport signal à bruit de 1000 avec des techniques de détection classique, et pourrait être amélioré en utilisant des états non classiques. Le projet ICE s'inscrit dans cette logique en projetant d'utiliser pour la première fois des lasers à atomes dans des senseurs inertiels.

Néanmoins, l'utilisation des condensats de Bose-Einstein dans ces domaines appliqués nécessite un nouvel effort à la fois scientifique et technologique. Une première méthode nécessite le développement d'électroaimants puissants en utilisant par exemple des matériaux ferromagnétiques légers pour limiter le surplus de poids tout en utilisant de faibles puissances électriques, ou des puces atomiques qui permettraient d'intégrer tout le dispositif. Une autre méthode est basée sur l'utilisation de dispositifs tout optique nécessitant le développement de faisceaux laser de puissance (plusieurs Watts) dans l'infrarouge pour utilisation dans l'espace. Il est intéressant de noter que la source puissante utilisable dans ce cas est compatible, par exemple, avec les besoins de LISA (laser YAG à 1064 nm). Je compte continuer mes investigations dans ces voies, en particulier sur le nouveau montage de mélange bosons/fermions. La construction d'un nouveau dispositif pour l'étude d'un mélange binaire de bosons (rubidium) et de fermion (potassium), dégénérés ou non me semble aussi être une évolution logique de ma prospection des sources cohérentes. Un tel dispositif présente d'une part un très grand intérêt pour l'interférométrie atomique. On peut en effet montrer dans les expériences préliminaires qu'une très forte limitation à l'utilisation des condensats de Bose-Einstein réside dans la forte interaction entre atomes qui résulte non seulement en une très grande énergie d'expansion du gaz non piégé, mais aussi dans des décalages collisionnels importants qui peuvent limiter la sensibilité des mesures interférométriques [3, 4, 5, 6]. Le mélange quantique Rubidium/Potassium présente une richesse importante pour des études

dans cette direction, car d'une part il est possible de modifier les propriétés collisionnelles du gaz, en utilisant par exemple des résonances de Feshbach [7]. D'autre part, un ensemble de fermions ultra-froids correspond à un gaz parfait, où les interactions entre particules sont quasi nulles. Il semble de plus assez certain que la physique des mélanges quantiques binaires, domaine fortement étudié en matière condensée, devrait s'avérer d'une grande richesse dans les cas des atomes.

Sur un aspect plus fondamental, l'amélioration des techniques de production des condensats de Bose-Einstein, voir de leur production en continu, reste un problème ouvert que quelques laboratoires, dont le laboratoire Kastler-Brossel et mon équipe en France, sont en train d'aborder. Plus fondamentalement, les questions liées à la cohérence, et à son maintien lors de l'évolution d'une superposition cohérente « macroscopique » restent très ouvertes et le condensat est tout particulièrement privilégié pour ce type d'étude. En ce qui concerne le dispositif le plus ancien qui a fourni le cœur des résultats présentés ici, les possibilités restent nombreuses. D'une part, la qualité de ce dispositif, combiné avec la mise en place d'un dispositif d'analyse de la cohérence par spectroscopie de Bragg permet d'étudier en détail l'évolution cinétique d'un gaz quantique au seuil de la dégénérescence. Si des premières expériences, observant la croissance de la population de l'état fondamental, ont démontré certaines similitudes entre la transition de Bose-Einstein et l'effet laser, une étude plus poussée devrait permettre de résoudre le mystère de l'apparition du paramètre d'ordre à grande échelle (établissement de la cohérence) dans le condensat. D'autre part, notre dispositif permet d'atteindre des régimes de dégénérescence quantique « exotiques » de dimension réduite dont l'étude pourra être poursuivie dans le cas d'un potentiel de piégeage « unidimensionnel » aperiodique. Par exemple, on utilise maintenant le dispositif de spectroscopie de Bragg pour étudier la modification de propriétés thermodynamiques et la disparition d'interactions à longue portée entre les éléments d'un condensat placé dans un potentiel "aléatoire" (disparition par rapport à ce qui a lieu dans un potentiel périodique). Ce potentiel aléatoire est obtenu par superposition d'un potentiel "rugueux" au potentiel de piégeage. Ce potentiel "rugueux", de hauteur contrôlable, est réalisé à partir d'un faisceau laser comportant une figure de speckle. Si la taille des grains de speckle est grande devant la taille du condensat dans les directions transverses mais petite devant son extension longitudinale, seule la dynamique axiale du quasi-condensat est affectée par la présence du potentiel aléatoire. La mise en place de ce dispositif ouvre en outre une toute nouvelle thématique liée aux problèmes de localisation dans des potentiels aléatoires.

Pour finir, j'aimerais mentionner mon implication dans une activité en biophysique. Cette activité, initiée en 2002 par D. Fourmy, S. Yoshizawa et moi-même, a eu du mal à trouver son rythme de croisière, mais arrive maintenant à maturité et nous devrions rapidement aborder les expériences projetées initialement. Dans un premier temps, l'étude cinétique de la production d'une protéine, en observant l'adjonction d'acides aminés marqués au cours du temps, devrait présenter une première dans ce domaine. Cette expérience relève cependant

certaines difficultés, comme par exemple la nécessité de plusieurs marqueurs compatibles entre eux. La recherche de ces « nouveaux marqueurs », et de leur source d'excitation optique pourrait d'ailleurs à terme représenter une activité originale exploitant pleinement l'ensemble de l'expertise existant au sein du laboratoire Charles Fabry. On peut par exemple penser à l'utilisation des nouveaux « points quantiques » et l'étude de leur compatibilité avec les techniques de FRET couramment utilisées avec les marqueurs classiques. Une autre grande étape dans l'avancement de cette expérience sera la combinaison des techniques de détection de fluorescence avec le piégeage de l'ARN messager et la mesure des forces qui s'exercent sur lui au cours de la translocation.

Références relatives à ce chapitre

- [1] M. FAUQUEMBERGUE, *Réalisation d'un dispositif de condensation et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes*, Ph.D. thesis, Université Paris XI, 2004.
- [2] O. AVENEL, P. HAKONEN, AND E. VAROQUAUX, "Detection of the rotation of the Earth with a superfluid gyrometer", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3602 (1997).
- [3] Y. L. COQ *et al.*, "Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space", *cond-mat/0501520* (2005).
- [4] G. ROATI *et al.*, "Atom Interferometry with Trapped Fermi Gases", *Phys. Rev. Lett.* **92**, (2004).
- [5] G. MODUGNO AND AL., "Atom interferometry in an optical lattice", *arXiv :physics/0411097* (2004).
- [6] M. ZWIERLEIN, Z. HADZIBABIC, S. GUPTA, AND W. KETTERLE, "Spectroscopic insensitivity to cold collisions in a two-state mixture of fermions", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 250404 (2003).
- [7] A. SIMONI *et al.*, "Magnetic control of the interaction in ultracold K-Rb mixtures", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 163202 (2003).

Données Personnelles

Nom : **BOUYER**

Prénom : **Philippe**

Age : 36 ans

Groupe d'Optique Atomique

Laboratoire Charles Fabry

BP 147, 91403 Orsay France

Tél. prof. : (+33) 1.69.35.87.98

Fax : (+33) 1.69.35.87.00

Email : philippe.bouyer@iota.u-psud.fr

**Ingénieur de l'École Supérieure d'Optique ; Docteur de l'Université Paris XI
(Spécialité Physique Atomique).**

**Chargé de Recherches au CNRS ; Coordinateur de l'équipe *Sources atomiques
cohérentes et interférométrie atomique***

Études et Diplômes

- 02/1995 : Diplôme de **doctorat de l'Université Paris XI Orsay** spécialité physique atomique ; Mention très honorable avec félicitations. **Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique.**
- 09/1991 -02/1995 : Thèse de doctorat de l'Université Paris XI Orsay au laboratoire Kastler Brossel de l'École Normale Supérieure dans le groupe de refroidissement radiatif du professeur Claude Cohen-Tannoudji sous la direction de Christophe Salomon.
- 06/1991 : Obtention du **Diplôme d'Ingénieur de l'École Supérieure d'Optique**
- 09/1988 -06/1991 : **École Supérieure d'Optique** Centre Scientifique d'Orsay.
- 06/1986 -09/1988 : Classe préparatoires techniques (T') au Lycée Déodat de Severac à Toulouse.
- 06/1986 : Obtention du baccalauréat série E avec mention TB

Bourses et Prix

- 2001 : ACI Jeune Chercheur *Source atomique Cohérente Versatile*
- 2000 : Prix JACQUES HERBRAND de l'académie des sciences.
- 09/1995 : Bourse Lavoisier du Ministère des Affaires Étrangères. Bourse de séjour post-doctoral de la Direction pour la Recherche Et la Technologie (DRET) du Ministère de la Défence.
- 03/1995 : Financement par le "National Science Fundation" (États-Unis).
- 09/1991 - : Bourse de Docteur Ingénieur du CNRS et Allocation de recherche du CNES/CNRS..
- 02/1995
- 04/1993 - : Allocation au "Max Plank institüt für Kernphysik" de Heidelberg,
- 06/1993 Allemagne.
-

Expérience Professionnelle

- 01/2005 : Membre du groupe *ad-hoc* de physique fondamentale du CNES.
- 01/2005 : Coordinateur de l'équipe *Sources atomiques cohérentes et interférométrie atomique* du groupe d'optique atomique.
- 09/2004 : Membre du groupe de recherche *Quantum Matter in Space*, contrat de l'ESA coordonné par l'ONERA.
- 11/2002 : Co-organisateur du Symposium HYPER au CNES.
- 09/2002 : Démarrage de l'activité bio-photonique *Étude des mouvement essentiels à la fonction du ribosome* en collaboration avec l'ICSN.
- 2002 : Initiateur du projet d'interférométrie dans l'espace **ICE** en collaboration avec le CNES, l'ONERA et le SYRTE.
- 2000 : Participation à l'organisation de l'école d'été de Cargèse (15 au 29 Juillet 2000)
- 2000 : Coordinateur du groupe "Atom Lasers and quantum matter in space" pour le groupe thématique de l'ESA ATOPIS
- 2000 - 2003 : Co-responsable scientifique du projet Fleximission ESA HYPER. Expert auprès de l'ESA pour l'étude industrielle (pré-Phase A) de la mission HYPER

-
- 1997 : Initiation du projet de gyromètre à ondes de matière (GOM) au LHA en collaboration avec C. Bordé, A. Clairon, N. Dimarq.
- 11/1996 -12/2004 : Poste de chargé de recherches dans le groupe d'Optique Atomique du laboratoire Charles Fabry. Réalisation d'un condensat de Bose Einstein avec un électroaimant et Développement d'une base inertielle à ondes de matière
-
- 03/1995 -11/1996 : Poste de chercheur Post-doctoral à l'Université de Stanford. Développement d'un gyroscope atomique (financement par la NASA) et d'un gravimètre (financement par l'ONR).
- 04/1993 -06/1993 : Séjour à Heidelberg (Allemagne) au "Max Planck Institut für Kernphysik" dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire Kastler-Brossel et Docteur Rudolph Grimm. Cette collaboration visait à tester de nouvelles propriétés des forces radiatives en les appliquant au ralentissement des atomes neutres.
-
- 04/1991 -07/1991 : Stage au Laboratoire Kastler-Brossel dans le groupe de refroidissement radiatif du professeur Claude Cohen-Tannoudji. **Mise au point d'un laser à Saphir dopé au Titane**
- 12/1990 -03/1991 : Stage dans le Laboratoire d'Optique Quantique de l'Institut d'Optique Théorique et Appliqué à Orsay sous la direction du professeur Alain Brun. **Etude des déformations des impulsions laser dans un amplificateur d'impulsions ultra-brèves**
- 02/1989 -02/1990 : Réalisation d'un projet d'étude pour le centre de recherche de la Poste (Nantes). **Etude de faisabilité d'un système de test des codes barre pour trieuse automatique et réalisation d'un prototype**
- 09/1988 -02/1989 : Participation à la mission Export des junior entreprises des grandes écoles d'ingénieurs : recherche d'entreprise et de marchés potentiels à l'étranger en collaboration avec HEC.

Expérience Pédagogique

- Depuis 1996 : Encadrement d'étudiant en thèse.
Enseignement à l'École Supérieure d'Optique (Travaux pratiques et Travaux dirigés de mécanique quantique)
- 03/1995 - 11/1996 : Conférences bimensuelles auprès des étudiants en thèse du laboratoire : "Introduction des atomes froids et de l'interférométrie atomique".
Encadrement d'étudiants pour la réalisation de montages expérimentaux.
- 1988 - 1991 : Enseignant privé de Mathématiques et de Sciences Physiques
Professeur de guitare dans une association bénévole du type M.J.C.
- 1986 - 1988 : Enseignant de Mathématiques pour enfants en difficulté.
-

Diverses réalisations

- Co-initiateur du journal **Sup'Optic & avenir** à diffusion dans les entreprises et classes préparatoires dans le but de promouvoir SupOptique.
 - Membre d'une formation de Jazz de 1988 à 1992. Participation aux journées de l'histoire du ministère de la culture.
-

Renseignements divers

Affiliation à des associations :

- Membre de l'association des anciens élèves de l'ESO.
Membre de la **Société Européenne d'Optique**.
Membre de la **Société Française d'Optique**.
Membre de la "**Physical Society of America**"

Publications dans des revues à comité de lecture

- [1] C. G. AMINOFF, P. BOUYER, AND P. DESBIOLLES, “Multiple reflection of cold cesium atoms on a parabolic electromagnetic mirror”, *C. R. Acad. Sci. Paris* **316**, 1535 (1993).
- [2] C. G. AMINOFF *et al.*, “Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [3] P. BOUYER *et al.*, “An Atom Trap Relying on Optical-Pumping”, *Europhysics Letters* **27**, 569 (1994).
- [4] C. G. AMINOFF *et al.*, “Experimental Realization of a Gravitational Cavity for Neutral Atoms”, *Annales De Physique* **20**, 149 (1995).
- [5] P. BOUYER, T. L. GUSTAVSON, K. G. HARITOS, AND M. A. KASEVICH, “Microwave signal generation with optical injection locking”, *Optics Letters* **21**, 1502 (1996).
- [6] T. L. GUSTAVSON, P. BOUYER, AND M. A. KASEVICH, “Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope”, *Physical Review Letters* **78**, 2046 (1997).
- [7] J. SODING *et al.*, “Short-distance atomic beam deceleration with a stimulated light force”, *Physical Review Letters* **78**, 1420 (1997).
- [8] P. BOUYER AND M. A. KASEVICH, “Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases”, *Physical Review A* **56**, R1083 (1997).
- [9] V. BOYER *et al.*, “Electromagnet for Bose-Einstein condensation”, *Annales De Physique* **23**, 197 (1998).
- [10] T. L. GUSTAVSON, P. BOUYER, AND M. A. KASEVICH, “A dual atomic beam matter-wave gyroscope”, *SPIE* **3270**, 62 (1998).
- [11] B. DESRUELLE *et al.*, “Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet”, *European Physical Journal D* **1**, 255 (1998).
- [12] M. J. SNADDEN *et al.*, “Measurement of the Earth’s gravity gradient with an atom interferometer-based gravity gradiometer”, *Physical Review Letters* **81**, 971 (1998).
- [13] B. DESRUELLE *et al.*, “Interrupted evaporative cooling of Rb-87 atoms trapped in a high magnetic field”, *Physical Review A* **60**, R1759 (1999).
- [14] V. BOYER *et al.*, “Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field”, *Physical Review A* **6202**, art. no. (2000).
- [15] D. HOLLEVILLE *et al.*, “Construction of a cold-atom gyrometer”, *Journal De Physique Iv* **10**, 171 (2000).
- [16] Y. LE COQ *et al.*, “Atom laser divergence”, *Physical Review Letters* **8717**, art. no. (2001).
- [17] F. GERBIER, P. BOUYER, AND A. ASPECT, “Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity”, *Physical Review Letters* **86**, 4729 (2001).
- [18] P. BOUYER *et al.*, “Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states”, *Comptes Rendus De L Academie Des Sciences Serie Iv Physique Astrophysique* **2**, 657 (2001).
- [19] G. DELANNOY *et al.*, “Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling”, *Physical Review A* **6305**, art. no. (2001).
- [20] G. DELANNOY *et al.*, “Sympathetic cooling and double Bose-Einstein condensates”, *Journal De Physique Iv* **12**, 133 (2002).

-
- [21] P. BOUYER *et al.*, “Production of CW and mode-locked atom lasers”, *Journal De Physique Iv* **12**, 115 (2002).
- [22] F. GERBIER *et al.*, “Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps”, *Physical Review A* **67**, Art. No. 051602 (2003).
- [23] S. RICHARD *et al.*, “Momentum spectroscopy of 1D phase fluctuations in Bose-Einstein condensates”, *Physical Review Letters* **91**, Art. No. 010405 (2003).
- [24] F. YVER-LEDUC *et al.*, “Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor”, *Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics* **5**, S136 (2003).
- [25] F. GERBIER, P. BOUYER, AND A. ASPECT, “Erratum : Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity [Phys. Rev. Lett. 86, 4729 (2001)]”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 059905 (2004).
- [26] F. GERBIER *et al.*, “Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas”, *Phys. Rev. A* **70**, 013607 (2004).
- [27] F. GERBIER *et al.*, “Critical temperature of a trapped, weakly interacting Bose gas”, *Physical Review Letters* **92**, Art. No. 030405 (2004).
- [28] M. HUGBART *et al.*, “Coherence length of an elongated condensate : a study by matter-wave interferometry”, *Euro. phys. J. D.* DOI : 10.1140/epjd/e2005 (2005).

Autres publications

- [1] C. G. AMINOFF, P. BOUYER, P. DESBIOLLES, AND A. M. STEANE, dans *4th European Quantum Electronics Conference* (Tech. Digest of the 1993, 1993), Vol. Laser Spectroscopy, pp. 877–880.
- [2] P. BOUYER *et al.*, dans *MPI-K annual report* (PUBLISHER, Heidelberg, 1993), pp. 21–25.
- [3] P. BOUYER *et al.*, dans *5th European Quantum Electronics Conference* (Tech. Digest of the 1994, 1994), Vol. Trapping of Atoms and Ions, pp. 2–3.
- [4] C. G. AMINOFF *et al.*, dans *5th European Quantum Electronics Conference* (Tech. Digest of the 1994, 1994), Vol. Symposium on Atom Optics and Interferometry, pp. 281–284.
- [5] P. BOUYER AND M. A. KASEVICH, “réalisation d’un gyroscope de très haute précision fondé sur l’effet Sagnac pour les ondes de matière”, *Revue Scientifique et Technique de la Défense* **38**, 3 (1997).
- [6] N. WESTBROOK, C. WESTBROOK, P. BOUYER, AND A. ASPECT, “L’atome devant son miroir : une sonde de champ proche”, *Images de la physique* **98** (1998).
- [7] P. BOUYER *et al.*, dans *Bose-Einstein Condensates and Atom Lasers*, ÉDITÉ PAR S. MARTELLUCI, A. CHESTER, A. ASPECT, AND M. INGUSCIO (Kluwer Academic/Plenum Publishers, Erice (Sicily), 1999), pp. 165–186.
- [8] G. BAGNASCO *et al.*, dans *52nd International Astronautical Congress* (PUBLISHER, Toulouse, 2001).
- [9] F. GERBIER *et al.*, dans *YAO (Young Atom Opticians) 2001* (PUBLISHER, Stuttgart, 2001).
- [10] F. GERBIER *et al.*, dans *Cool Interactions 2002* (Wiley, Heidelberg, 2002).
- [11] C. WESTBROOK, P. BOUYER, AND C. MICHAUT, “Le laser à atomes en quête d’un futur industriel”, *La recherche* **367**, 40 (2003).
- [12] P. BOUYER AND A. LANDRAGIN, “Le refroidissement des atomes et leurs applications aux horloges et aux senseurs inertiels”, *SupOptique avenir* **2003**, 17 (2003).
- [13] P. BOUYER *et al.*, dans *Quantum Gases in Low Dimension*, Vol. 116 de *J. Phys. IV France* (©ÉEDP Sciences 2004, Les Houches, 2003), pp. 219–226.
- [14] F. LEDUC *et al.*, dans *ICOLS’03, Laser Spectroscopy : Proceedings of the XVI International Conference*, ÉDITÉ PAR P. HANNAFORD, A. SIDOROV, H. BACHIR, AND K. BALDWIN (Wold Scientific, Palm Cove, Australia, 2004), pp. 68–70.
- [15] A. ASPECT *et al.*, dans *ICOLS’03, Laser Spectroscopy : Proceedings of the XVI International Conference*, ÉDITÉ PAR P. HANNAFORD, A. SIDOROV, H. BACHIR, AND K. BALDWIN (Wold Scientific, Palm Cove, Australia, 2004), pp. 68–70.
- [16] C. WESTBROOK, P. BOUYER, AND C. MICHAUT, “Le laser à atomes”, *Les Dossiers de la Recherche* **18**, 68 (2005).
- [17] Y. LE COQ *et al.*, “Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space”, *Advances in Space Research* ccsd (2005).

Table des figures

1.1	Rebonds d'atomes.	16
1.2	TROOP	17
1.3	Lithographie atomique (<i>laboratoire de J.J. McClelland au NIST</i>).	17
1.4	Condensation de Bose-Einstein.	20
2.1	Oscillations de Rabi entre deux états d'impulsion couplés par le réseau optique.	30
2.2	Principe d'un interféromètre « $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$ ».	32
2.3	Principe des transitions Raman.	35
2.4	Principe d'un senseur inertielle atomique.	37
2.5	Gradiomètre de S. Chu (<i>thèse de A. Peters</i>).	38
2.6	Gradiomètre de Stanford/Yale.	39
2.7	Gyromètre atomique de Stanford/Yale.	41
2.8	Photographie du gyromètre à atomes thermiques.	42
2.9	Franges d'interférence du gyromètre à atomes thermiques (<i>thèse de T. Gustavson</i>).	44
2.10	Principe du GOM (<i>thèse de D. Holleville</i>).	45
2.11	Schéma du GOM (<i>thèse de D. Holleville</i>).	46
2.12	Franges de Ramsey dans le GOM (<i>thèse de F. Yver</i>).	47
2.13	Franges du senseur inertielle GOM (<i>thèse de F. Yver</i>).	48
2.14	Franges du senseur inertielle GOM : suppression des vibrations (<i>thèse de F. Yver</i>).	49
2.15	Configurations complémentaires du GOM (<i>thèse de F. Yver</i>).	49
2.16	Variance d'Allan de la configuration à 4 impulsions laser (<i>thèse de F. Yver</i>).	50
3.1	Refroidissement évaporatif (<i>thèse de V. Boyer</i>).	85
3.2	Cheminement à travers l'espace des phases (<i>thèse de V. Boyer</i>).	87
3.3	Guidage ferromagnétique (<i>thèse de V. Boyer</i>).	88
3.4	Circuit ferromagnétique (<i>thèse de V. Boyer</i>).	89

3.5	Piège de Ioffé-Pritchard.	91
3.6	Géométrie de pôles de l'électroaimant (<i>thèse de V. Boyer</i>).	92
3.7	Configurations d'électroaimants.	93
3.8	Nouvel électroaimant.	93
3.9	Hystérésis et compensation.	94
3.10	Positionnement de l'électroaimant (<i>thèse de S. Richard</i>).	95
3.11	Schéma d'ensemble de la première expérience de condensation (<i>thèse de Yann Le Coq</i>).	96
3.12	Condensation de Bose-Einstein.	97
3.13	Image en temps de vol de la condensation (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	98
3.14	Interruption d'évaporation : principe.	99
3.15	Evaporation interrompue : diminution de l'efficacité.	99
3.16	Principe de l'évaporation à trois couteaux.	100
3.17	Évaporation à trois couteaux.	100
3.18	Refroidissement sympathique.	101
3.19	Effect du refroidissement sympathique.	102
3.20	Expansion d'un nuage thermique (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	103
3.21	Effets hydrodynamiques dans l'expansion d'un nuage thermique (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	104
3.22	Inversion d'ellipticité du condensat (<i>thèse de V. Boyer</i>).	106
3.23	Ellipticité du condensat en fonction du temps de vol (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	107
3.24	Expansion d'un nuage mixte (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	107
3.25	Détermination de la température critique et du nombre d'atomes à la transition (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	111
3.26	Observation d'un décalage de la température critique dû aux interactions	111
3.27	Mise en évidence de la réduction de la fraction condensée par les interactions (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	113
3.28	Compression du condensat par le nuage thermique	114
3.29	Énergie d'expansion	115
4.1	Les différents laser à atomes réalisés dans le monde.	152
4.2	Couplage de sortie RF.	154
4.3	Schéma détaillé du principe de laser à atomes (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	155
4.4	Simulation du laser à atomes.	156

4.5	Images du laser à atomes.	157
4.6	Laser à atomes : étude du couplage (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	158
4.7	Principe de l'imagerie du laser à atomes (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	159
4.8	Divergence du laser à atomes.	160
4.9	Demi-angle de divergence du laser à atomes en fonction de la fréquence du coupleur de sortie.	161
4.10	Image du laser à atomes (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	162
4.11	Laser à atomes pulsé.	163
4.12	Modélisation des lasers pulsés (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	164
4.13	Calcul numérique des lasers pulsés (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	165
4.14	Forme des pulses laser (<i>thèse de Y. Le Coq</i>).	167
4.15	Laser guidé.	168
5.1	Principe de la diffraction de Bragg.	207
5.2	Séparation du condensat et du nuage thermique par diffraction de Bragg (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	208
5.3	Profil radial du nuage thermique.	209
5.4	Images en absorption d'un condensat et des composantes diffractées (<i>thèse de S. Richard</i>).	210
5.5	Collisions entre un condensat au repos et un condensat rapide créé par diffraction de Bragg (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	211
5.6	Oscillations du quasi-condensat hors d'équilibre (<i>thèse de F. Gerbier</i>).	212
5.7	Montage optique utilisé pour générer le réseau diffractant (<i>thèse de S. Richard</i>).	213
5.8	Alignement des faisceaux de Bragg (<i>thèse de S. Richard</i>).	214
5.9	Diffraction de Bragg par deux réseaux optiques (<i>thèse de S. Richard</i>).	214
5.10	Spectroscopie de Bragg (<i>thèse de S. Richard</i>).	215
5.11	Spectres de Bragg moyennés (<i>thèse de S. Richard</i>).	216
5.12	Spectre de Bragg d'un quasicondensat.	217
5.13	Variation de la largeur des spectres de Bragg.	217
5.14	Longueur de cohérence des quasicondensats.	219
5.15	Principe de l'interféromètre	220
5.16	Franges d'interférences entre deux condensats	221
5.17	Profil des transformées de Fourier des franges d'interférences.	221
5.18	Variation de l'interfrange avec la séparation s entre condensats.	222

5.19	Fonctions de corrélation d'un condensat.	223
5.20	Variation de la longueur de cohérence avec la température.	223
6.1	Température maximum d'une source atomique.	275
6.2	L'effet Lense-Thirring.	277
6.3	GPB et LAGEOS (<i>tiré de la thèse de D. Holleville</i>).	280
6.4	La mission HYPER.	281
6.5	Les signaux de HYPER.	282
6.6	Principe de notre dispositif de diffraction de Bragg à quatre photons.	284
6.7	Mesure de h/m	284
6.8	Le projet ICE.	285
6.9	Comparaison des performances des différents types d'accéléromètres utilisés pour ICE.	286
6.10	Le principe d'incertitude de Heisenberg.	288
6.11	Équivalence entre un interféromètre de Mach-Zenhder et une horloge atomique.	290
6.12	Interféromètre à la limite de Heisenberg.	291
6.13	Déformation de la métrique par un corps massif tournant.	328
6.14	Les lignes de champ du champ gravito-magnétique.	329