



**HAL**  
open science

# Étude des phénomènes d'accélération de particules dans les régions aurorales des magnétosphères

Vincent Génot

► **To cite this version:**

Vincent Génot. Étude des phénomènes d'accélération de particules dans les régions aurorales des magnétosphères. Astrophysique [astro-ph]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 1999. Français. NNT: . tel-00010474

**HAL Id: tel-00010474**

**<https://theses.hal.science/tel-00010474>**

Submitted on 7 Oct 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Accélération et dissipation</b>	<b>11</b>
1.1 Historique . . . . .	11
1.2 Observations . . . . .	11
1.3 Les différents mécanismes d'accélération . . . . .	16
1.3.1 Accélération par conservation des invariants adiabatiques . . . . .	19
1.3.2 Anisotropie en angle d'attaque . . . . .	22
1.3.3 Résistivité anormale . . . . .	24
1.3.4 Chocs et doubles couches . . . . .	26
1.3.5 Mécanismes à grande échelle . . . . .	27
1.3.6 Ondes d'Alfvén . . . . .	27
1.4 Le cas du chauffage de la couronne solaire . . . . .	37
1.5 Action de la force pondéromotrice . . . . .	40
1.6 Conclusion . . . . .	41
<b>2 Modèle semi-analytique</b>	<b>45</b>
2.1 Les cavités de plasma auroral . . . . .	45
2.2 Ondes d'Alfvén dans une cavité . . . . .	48
2.2.1 En géométrie quelconque . . . . .	51
2.2.2 Prise en compte de la convergence des lignes de champ . . . . .	53
2.3 Résolution numérique . . . . .	54
2.3.1 Normalisations et profils initiaux . . . . .	54
2.3.2 Schéma numérique . . . . .	56
2.3.3 Méthodes de résolution . . . . .	59
2.4 Résultats . . . . .	61
2.4.1 Simulations typiques . . . . .	61
2.4.2 Propagation de $E_{\perp}$ . . . . .	61
2.4.3 Formation des petites échelles transverses . . . . .	64
2.4.4 Formation de $E_{\parallel}$ . . . . .	64
2.4.5 Etude paramétrique . . . . .	67
2.4.6 Comparaison avec l'onde d'Alfvén inertielle classique . . . . .	71
2.4.7 Couplage avec l'ionosphère . . . . .	71
2.4.8 Contributions comparées des termes inertielle et de gradient . . . . .	74

2.5	Conclusion sur l'étude linéaire . . . . .	75
<b>3</b>	<b>Simulation numérique</b>	<b>77</b>
3.1	L'apport de la simulation . . . . .	77
3.1.1	Différentes approches . . . . .	77
3.1.2	Les codes de simulation numérique . . . . .	78
3.2	Le code EM2DCGE . . . . .	80
3.2.1	Présentation . . . . .	80
3.2.2	Description centre guide pour les électrons (CGE) . . . . .	82
3.2.3	Variables implicites . . . . .	82
3.2.4	Les équations du mouvement . . . . .	83
3.2.5	Les équations du champ . . . . .	84
3.2.6	Algorithme . . . . .	84
3.2.7	Paramètres pour une simulation typique . . . . .	85
3.3	Initialisation des particules et des champs . . . . .	86
3.3.1	Configuration de densité . . . . .	88
3.3.2	Onde . . . . .	88
3.4	Résultats . . . . .	93
3.4.1	Simulations typiques . . . . .	93
3.4.2	Propagation de $E_{\perp}$ et petites échelles transverses . . . . .	93
3.4.3	Formation de $E_{\parallel}$ . . . . .	95
3.4.4	Dissipation . . . . .	99
3.4.5	Accélération: diagnostics des fonctions de distribution . . . . .	101
3.4.6	Déplacement du plasma . . . . .	110
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>113</b>
	<b>Annexes</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Article : A study of the propagation of Alfvén waves in the auroral density cavities</b>	<b>119</b>
<b>B</b>	<b>Article : Dissipation of Alfvén waves in auroral cavities</b>	<b>135</b>
<b>C</b>	<b>Système de coordonnées curvilignes</b>	<b>147</b>
<b>D</b>	<b>Seconde dérivation du modèle</b>	<b>151</b>
<b>E</b>	<b>Propagation d'onde avec <math>v = v(z)</math></b>	<b>153</b>

<b>F Oscillations du plasma sous l'action d'ondes d'Alfvén</b>	<b>155</b>
<b>Références</b>	<b>159</b>
<b>Index</b>	<b>166</b>



# Introduction

*“ Les aurores boréales des champs de défense se déchiraient et mouraient sous l’assaut d’énergies terribles pour se reconstituer quelques nanosecondes plus tard.”*

D. Simmons, *Hypérion*.

Avant que la science-fiction ne puisse s’emparer du concept d’aurores boréales, la science a évolué lentement vers la compréhension de ces phénomènes. En effet il a fallu attendre le XVII<sup>e</sup> siècle, pour que les premières idées scientifiques concernant la formation des “lumières du Nord” apparaissent. Ce n’est que plus tard que leur insertion dans le schéma global des relations entre le Soleil et la Terre s’est imposée.

Les premiers observateurs de l’Antiquité s’étaient déjà intéressés à ces explosions lumineuses. Pourtant, leur majesté n’était alors souvent interprétée qu’en termes de mythologie, tant la source et les mécanismes de production échappaient à la science d’alors. Pour exemple, les Chinois y voyaient un Dieu serpentiforme, alors qu’en Europe, les superstitions du Moyen-Âge ont donné lieu à toutes sortes d’explications, jusqu’à être des signes avant-coureurs de catastrophes naturelles ou de victoires militaires. La Figure 1, une compilation de dessins montrant des aurores interprétées par des Chinois du XVII<sup>e</sup> siècle, montre, malgré la naïveté des représentations, certains éléments clés: le Soleil, l’aspect précipitant, les différentes formes des aurores.

La révolution scientifique du siècle des Lumières concerna aussi la connaissance des aurores, car elle vit les premières explications non géocentriques. Quelques décennies plus tôt, par exemple, Galilée expliquait encore ces “lumières du Nord” par une élévation de l’air provenant de la pénombre terrestre, qui était alors illuminé par le Soleil. Le minimum de Maunder, qui définit les 70 ans (1645-1715) pendant lesquels l’activité solaire fut très réduite, ne facilita pas la tâche des observateurs car très peu d’aurores furent notées. En revanche, il mit en lumière de façon très nette pour les philosophes de l’époque la relation avec le Soleil. Dans son “*Traité physique et historique de l’aurore boréale*”, de Mairan propose que l’extension de l’atmosphère solaire et sa collision avec celle de la Terre donne naissance à l’aurore boréale. Il est soutenu dans ce travail par des observations de plus en plus précises, comme l’atteste la Figure 2 qui reproduit les différentes formes de précipitations aurorales notées lors de la grande aurore de

1716 (qui marque ainsi la fin du minimum de Maunder). L'origine des aurores était comprise, au moins au niveau de leur cause première, le Soleil et son activité.

Les géophysiciens mettent alors en évidence le champ magnétique terrestre et sa forme dipolaire (jusqu'à environ 5 rayons terrestres,  $R_T$ ). Son interaction avec le plasma issu du Soleil, le vent solaire, crée une cavité particulière: la magnétosphère. Compressée du côté solaire par le vent solaire, elle présente une configuration qui s'étend du côté anti-solaire en une queue magnétosphérique de plusieurs centaines de rayons terrestres de long. La compréhension des phénomènes se déroulant dans ce milieu fait appel à la physique des plasmas. C'est l'objet de cette thèse que d'étudier un de ces processus, donnant lieu entre autres aux aurores boréales, l'accélération de particules. Pour cela, on s'intéressera à la physique d'une région particulière de la magnétosphère: la région aurorale, située entre 2 et 4  $R_T$  à des latitudes magnétiques de l'ordre de 70 degrés et plus, où il semble clair qu'un type particulier d'accélération de particules prend place. La physique qui va être invoquée dans la suite n'est pas pour autant propre au cas terrestre. D'une part, les aurores existent dans les magnétosphères d'autres planètes, comme Jupiter ou Saturne; d'autre part l'environnement du Soleil, en particuliers la couronne, est un milieu où l'accélération de particules joue un rôle important. Cependant, les mesures observationnelles et les paramètres clés du plasma n'étant accessibles de façon précise que dans l'environnement terrestre, la présente étude traitera quasiment exclusivement du milieu auroral terrestre, avec, comme but, la compréhension de la formation d'un élément unitaire de petite échelle de l'aurore: l'arc auroral, et du processus d'accélération s'y développant.

D'un point de vue astrophysique, la notion d'accélération est multiforme et il est d'évidence illusoire de vouloir expliquer d'une manière unique des phénomènes couvrant plus de 12 ordres de grandeurs, entre les accélérations et chauffages modestes (quelques eV) se développant dans les ionosphères planétaires et les processus extrêmes capables de produire des particules ayant des énergies de quelques TeV. En choisissant l'exemple des arcs auroraux, nous portons notre intérêt sur un type d'accélération "modeste", caractérisé par un transfert d'énergie d'un champ électromagnétique vers les particules de quelques 100 eV à quelques 10 KeV par particule. Cette valeur "raisonnable" du gain d'énergie ne doit pas occulter le fait que le processus d'accélération semble très efficace dans son ensemble. C'est en fait la quasi totalité du flux d'énergie électromagnétique incident ( $10^{13}$  W/m<sup>2</sup>) qui serait transférée, sur une échelle de distance de l'ordre de  $10^4$  km, aux populations de particules. Comprendre l'efficacité de ce processus est un enjeu majeur de l'étude de la physique des zones aurorales. Cette forme d'accélération est vraisemblablement très générale et concerne les environnements d'une large variété d'objets astrophysiques condensés (planètes, étoiles, etc).



FIG. 1 – Représentations d'aurores en Chine vers 1652 (d'après [Tai, 1976]).



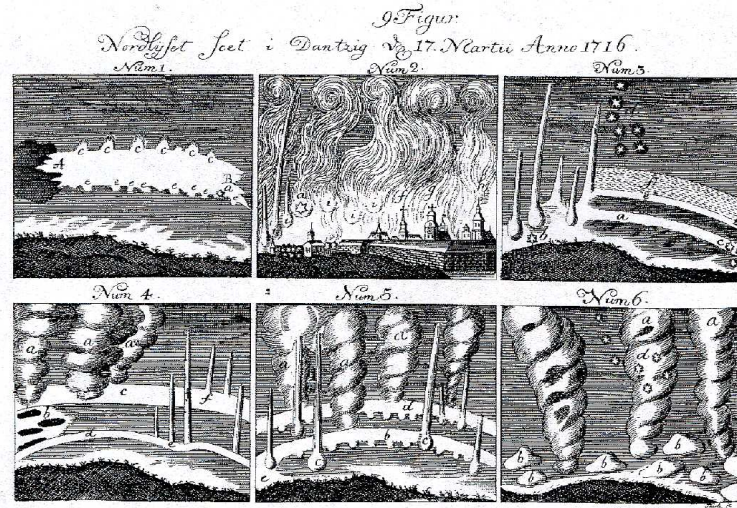


FIG. 2 – Représentations d’aurores en 1716, première année solairement active après le minimum de Maunder (d’après [Eather, 1980]).

Dans la première partie de la thèse, on décrit différents mécanismes d’accélération et de dissipation d’énergie, avec un accent particulier sur les ondes d’Alfvén, qui ont un rôle de vecteur pour l’énergie à travers la magnétosphère. La dissipation apparaît de manière concomitante à l’accélération, puisqu’elle décrit finalement comment une forme d’énergie primaire est convertie en énergie cinétique des particules. Cette conversion n’étant généralement pas le fruit d’un processus unique, l’identification de la chaîne de processus actifs devient donc l’enjeu de la compréhension de l’accélération, en tant que phénomène physique à part entière. On présente ensuite un nouveau mécanisme d’accélération couplant une zone active de la région aurorale, une cavité dans le plasma auroral, avec la propagation d’ondes d’Alfvén.

Un des apports récents de l’exploration des régions aurorales (expériences S3-3, DYNAMIC EXPLORER, VIKING, FREJA, FAST, INTERBALL, etc) a été en effet, d’une part, de mettre en évidence l’existence de structures de densité (cavités) de petite échelle en direction transverse au champ magnétique (quelques kilomètres à quelques 10 kilomètres) et, d’autre part, de montrer que ces cavités jouent un rôle tout à fait particulier dans le mécanisme d’accélération, puisque c’est à leur niveau que l’échange d’énergie est le plus efficace.

Par une première approche numérique, nous nous attachons à décrire le plus fidèlement possible la structure des cavités de plasma. Notons toutefois que certaines caractéristiques concernant notamment sa taille le long du champ magnétique ambiant sont toujours imprécises. Le modèle, s’il met en évidence l’existence de champs élec-

triques dirigés le long du champ magnétique ambiant, nécessaires à l'accélération, ne permet pourtant pas de traiter de manière auto-cohérente la dissipation. Ce dernier point est étudié grâce à un code cinétique qui est utilisé pour étendre les premiers résultats. Outre la démonstration d'un transport d'énergie de l'onde vers les particules, lors de la dissipation de l'onde d'Alfvén incidente, les simulations mises en œuvre révèlent aussi d'autres processus physiques, en particulier la filamentation du plasma. Ce point peut avoir des applications importantes, notamment pour l'environnement proche du Soleil, en augmentant le degré d'inhomogénéité du milieu.



# Accélération de particules et dissipation d'énergie dans les plasmas non collisionnels: une brève revue

## 1.1 Historique

L'idée qui a prévalu jusqu'au milieu des années cinquante pour expliquer les aurores boréales et australes, était que les particules étaient directement accélérées du milieu interplanétaire vers l'atmosphère. La large dispersion en énergie observée par les premières mesures in-situ était cependant incompatible avec cette explication. Peu à peu la nécessité d'un mécanisme d'accélération spécifique aux régions aurorales de la magnétosphère est apparue, pour finalement s'imposer aujourd'hui ([*Chamberlain, 1969*]). L'arc auroral est ainsi devenu l'exemple type de processus naturel pouvant servir de modèle à l'étude des mécanismes d'accélération. Malgré les nombreuses études réalisées d'un point de vue théorique, expérimental puis, plus récemment, numérique, aucun mécanisme n'a aujourd'hui récolté plus de suffrages que les autres. L'unicité d'un processus d'accélération est vraisemblablement illusoire et tel ou tel mécanisme sera plus efficient selon le milieu ou les conditions physiques. On présente ci-dessous quelques observations mettant en évidence des phénomènes d'accélération avant de décrire les mécanismes les plus employés pour les expliquer dans le contexte des processus sans collision. On aborde aussi, en comparaison, le cas du chauffage, peut-être en partie collisionnel, de la couronne solaire qui permet de percevoir l'universalité des processus microphysiques de l'accélération. Enfin, une brève description de la force pondéromotrice permet de faire le lien avec l'accélération dans les cavités de plasma auroral qui est traitée dans le reste de la thèse.

## 1.2 Observations

Du point de vue de la simplicité conceptuelle, il semble judicieux de chercher la source de l'accélération dans l'action d'un champ électrique parallèle aux lignes de champ magnétique,  $E_{\parallel} = \vec{E} \cdot \vec{B}/B$ . Pourtant, dans un milieu non collisionnel, la

conductivité  $\sigma$  est si forte (quasiment infinie, les lignes de champ étant équipotentielles) que le champ parallèle doit être quasi nul de manière à ce que le courant parallèle reste fini selon la relation:

$$\vec{j}_{\parallel} = \sigma \vec{E}_{\parallel} \quad (1.1)$$

L'existence de champs électriques parallèles dans de tels milieux a donc longtemps été controversée. Pour preuve, l'article [O'Brien, 1970] qui a pour titre "*Considerations that the source of auroral energetic particles is not a parallel electrostatic field*" montre l'opposition farouche d'une partie de la communauté spatiale à cette existence. Les arguments contre sont, entre autre, *i*) que les précipitations ioniques et électroniques apparaissent simultanément, *ii*) qu'une grande gamme d'énergie est couverte, et *iii*) que les mesures de champs électriques parallèles donneraient des valeurs ne dépassant pas les 10  $\mu\text{V}/\text{m}$ . Comme souvent en science, ces débats ont donné lieu à l'élaboration de théories alternatives, fondées sur la configuration du champ magnétique ou l'occurrence de chocs, par exemple. En effet, la présence de champ électrique parallèle permettrait d'expliquer, au moins en partie, de nombreux phénomènes magnétosphériques. C'est finalement grâce aux observations que l'importance de ces champs a été réalisée. Les mesures de forts champs perpendiculaires dans la magnétosphère, qui n'étaient pas retrouvés au niveau de l'ionosphère, ont été en effet interprétées par l'existence de champs parallèles dans la zone aurorale fermant la structure de potentiel. Leur existence a été ensuite confirmée par les observations particules, soit par l'intermédiaire des flux de particules accélérées qu'ils génèrent, soit par la forme des distributions en vitesses des particules qui les traversent.

La mesure directe de ces champs électriques parallèles est délicate en raison de leur faible amplitude et des nombreuses causes d'erreurs possibles. Néanmoins, de tels champs semblent avoir été effectivement mesurés ([Chust *et al.*, 1998, Mozer & Kletzing, 1998]). Ils présentent des amplitudes importantes (quelques 10 mV/m), bien au-delà des chiffres prévus par les théories existantes; l'origine de tels champs est donc mystérieuse. Ces observations directes prouveraient cependant qu'il n'y a pas d'incompatibilité de principe à l'existence de champs électriques parallèles relativement importants.

Les premiers résultats expérimentaux concluants proviennent de mesures effectuées par des fusées, mais l'altitude atteinte n'était alors que de quelques centaines de kilomètres. Dans la zone aurorale, les événements à V inversés ont constitué les premières réelles mesures de particules énergétiques expliquées par une structure de champ parallèles (voir par exemple [Frank & Ackerson, 1971]). Le V inversé est la forme du spectre en énergie des particules traversant cette structure. Une explication convaincante et

largement utilisée depuis est schématisée sur la Figure 1.1: l'énergie des électrons est proportionnelle à la différence de potentiel le long de la ligne de champ sur laquelle ils précipitent. De part et d'autre du centre de la structure, le champ électrique est essentiellement perpendiculaire et de signe opposé; au centre le champ est parallèle et conduit au gain d'énergie maximum. La Figure 1.2 présente des mesures du satellite S3-3 qui reproduisent fidèlement ce comportement (sur la partie gauche à haute altitude). L'interprétation donnée par [Mizera & Fennel, 1977] est que le satellite, situé à 7300 km, se trouve dans une zone de différence de potentiel estimée à 3 kV et dont les deux tiers sont sous le satellite. Des mesures directes de champs électriques parallèles ont été rapportées par [Mozer et al., 1977], toujours grâce au satellite S3-3. On reproduit de telles mesures sur la Figure 1.3. Simultanément aux différentes bouffées de forts champs le magnétomètre a mesuré des courants parallèles intenses de l'ordre de quelques  $\mu\text{A}/\text{m}^2$ . D'autre part, ces champs semblent apparaître là où/quand le champ perpendiculaire est faible ce qui confirme l'image donnée plus haut. D'autres phénomènes simultanés ont été notés, en particulier l'existence de déplétions de densité et de fluctuations électrostatiques d'amplitude forte et de nature turbulente. Ces points seront repris plus en détail par la suite quand on étudiera les phénomènes reliés aux cavités de plasma auroral. Sous les zones d'accélération, d'autres expériences ont eu pour but de mesurer les flux de particules précipitées. C'est le cas notamment du programme de satellites DMSP qui ont relevé ces événements pendant 9 ans autour de 835 km d'altitude ([Newell et al., 1996]). Ils mettent en évidence que les précipitations les plus énergétiques (au-dessus de 3 keV) se passent du côté nuit (dans le secteur 18h-24h). Au voisinage proche de la Terre ( $\sim 100$  km), en projetant la taille mesurée d'un tel événement, on peut alors faire le lien avec un groupe d'arcs auroraux.

Le diagnostic des fonctions de distribution en vitesses a mis aussi en évidence des événements d'accélération. Par exemple sur la Figure 1.4, on a tracé une telle fonction pour les électrons: avec le temps on note la formation d'un paquet accéléré (voir l'évolution des contours 3 et 4). L'interprétation est que les électrons traversent une structure à V inversé. Les travaux théoriques de [Whipple, 1977] et [Chiu & Schulz, 1978] ont permis de comprendre, à partir des fonctions de distribution, la distribution du champ parallèle. En effet, les trajectoires adiabatiques de particules soumises à la force miroir et à un champ parallèle ( $qE_{\parallel}/m - \mu dB/ds$ ) définissent des frontières entre les particules magnétosphériques et ionosphériques, précipitées ou réfléchies, quand elles sont tracées dans un plan  $(\mathcal{E}, \mu)$  ou  $(v_{\perp}, v_{\parallel})$ . Il apparaît alors une zone de particules piégées (effectivement observées) mais qui ne peut être expliquée que si le champ électrique parallèle a une distribution spatiale et temporelle bien déterminée ([Louarn et al., 1990]).

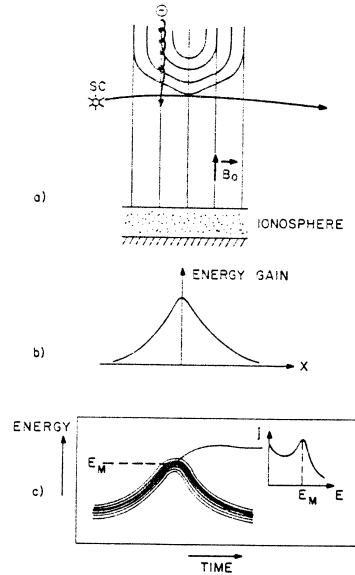


FIG. 1.1 – Modèle d'équipotentiels traversés par le satellite (a) et gain d'énergie des électrons (b). Le spectre en énergie caractéristique d'un V inversé est donné en insert de (c) (d'après [Goertz, 1979]).

Finalement, la recherche des champs parallèles est une tentative pour comprendre le couplage magnétosphère-ionosphère. En particulier, les arcs auroraux sont une signature de l'action de ces champs sur la zone aurorale. La mise en évidence de la concomitance entre la manifestation optique au niveau de la Terre et les données satellites est donc un aboutissement naturel de la recherche en physique aurorale. Ceci est illustré par les deux exemples ci-dessous, et par le scénario dégagé à la fin de notre étude. Tout d'abord la Figure 1.5 présente les composantes parallèle et perpendiculaire du champ électrique mesurées avec VIKING. Le satellite a traversé des arcs à trois instants différents: ils correspondent au moment où la composante parallèle fluctue le plus fortement et où le courant parallèle (mesuré par le magnétomètre) est le plus élevé. Plus récemment, la confrontation entre des données du satellite FAST et des vues plein ciel a clairement établi la simultanéité des événements énergétiques et l'apparition d'arcs auroraux. C'est illustré sur la Figure 1.6 qui met en lumière comment des processus se déroulant à  $\sim 4000$  km (altitude de FAST) ont une signature optique au niveau de la Terre (la caméra plein-ciel était montée à bord d'un avion qui survolait le Nord de l'Alaska). Les arcs les plus fins ont une largeur de 2 km.

Pour conclure, on donne dans le Tableau 1.1 les valeurs typiques du champ magnétique, de la densité, de l'énergie, ainsi que celles des longueurs caractéristiques (longueur d'inertie électronique,  $c/\omega_{pe}$ , longueur de Debye,  $\lambda_D$ , et rayon de Larmor,  $\rho_i$ ).

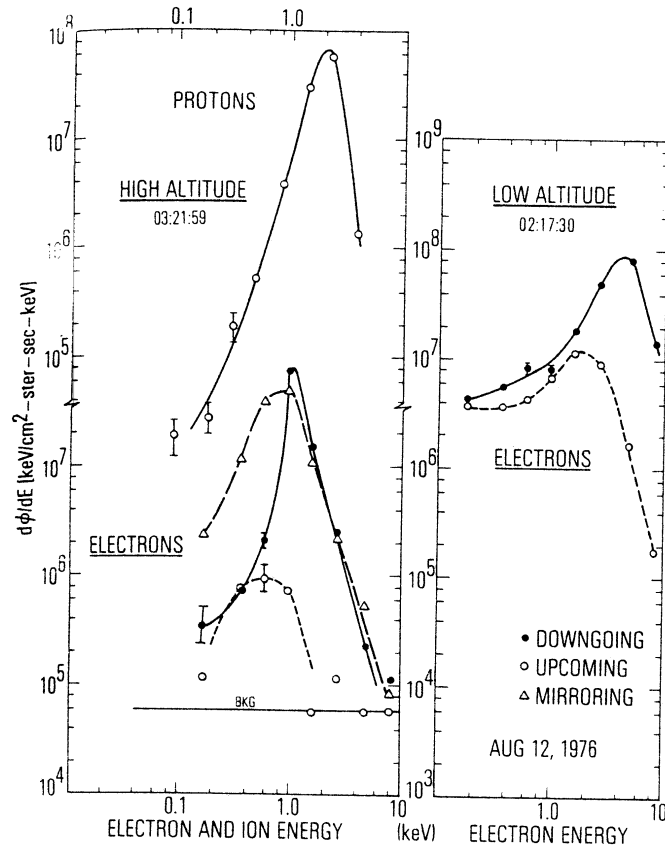


FIG. 1.2 – Flux d'énergie différentiels à 7300 km (gauche) et 275 km (droite) en forme de V inversés (d'après [Mizera & Fennel, 1977]).

Région	B (nT)	n (cm <sup>-3</sup> )	kT (eV)	c/ω <sub>pe</sub> (m)	λ <sub>D</sub> (m)	ρ <sub>i</sub> (m)
Ionosphère: ~ 100 km	63800	116654	1	16	0.02	1.6
Altitude de FREJA: ~ 2000 km	29430	845	10	180	0.8	11
Altitude de FAST: ~ 4000 km	15460	40	100	850	12	66
Altitude de VIKING: ~ 10000 km	3925	8.5	200	1800	36	368
Couche de plasma	100	0.3	1000	9700	430	79200

TAB. 1.1 – Paramètres typiques de différentes régions de la magnétosphère.



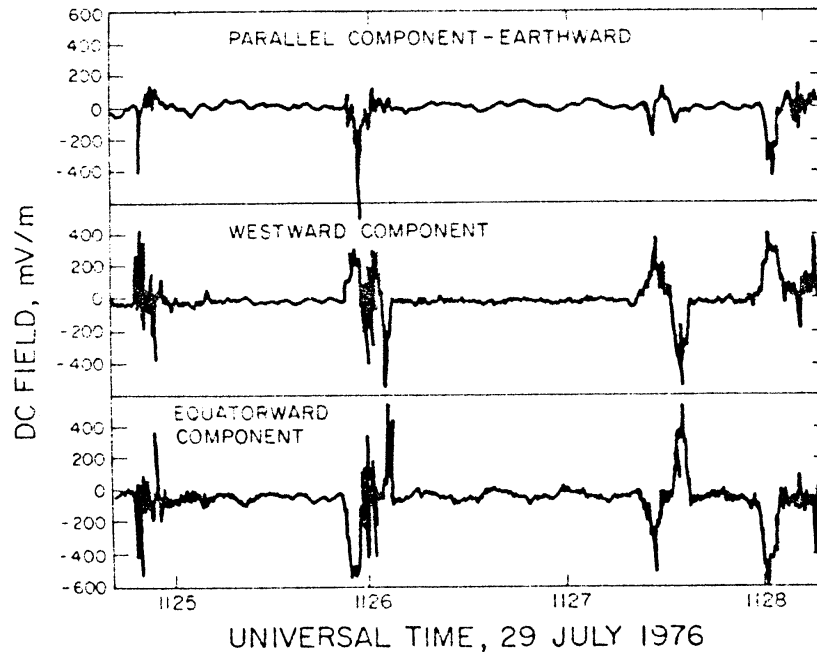


FIG. 1.3 – Mesures de champs électriques (d’après [Mozzer *et al.*, 1977]).

### 1.3 Les différents mécanismes d’accélération

En astrophysique, l’accélération des particules est très systématiquement associée à des processus de type Fermi qui décrivent le gain d’énergie des particules comme une suite aléatoire d’échanges élémentaires d’énergie (rebonds sur des miroirs magnétiques, interaction avec un champ électrique stochastique, etc). De tels mécanismes, qui vont se traduire par une diffusion des particules dans l’espace des phases, ont été souvent utilisés dans le contexte auroral: interaction avec des ondes de hautes fréquences (hybride basse par exemple, [Bingham *et al.*, 1988]), interaction avec des "centres" diffusants (structures non linéaires de type double couche faibles, voir [Mottez *et al.*, 1992]). D’une manière quasiment opposée, des théories fondées sur une idée d’établissement à grandes échelles de champs électriques parallèles faibles ont également été édifiées. Historiquement, le modèle d’anisotropie différentielle d’Alfvén et Fälthammar est important dans la mesure où il montrait la nécessité de l’existence d’un tel champ parallèle, d’origine strictement cinétique, dans un plasma sans collision. La théorie de la résistivité anormale peut apparaître comme étant intermédiaire. Elle fait jouer en effet un rôle important à des interactions stochastiques avec un champ de haute fréquence qui va induire une friction dans le milieu et permettre, en principe, l’instauration d’un champ électrique de grande échelle dans les régions de courant. Dans ce contexte, le

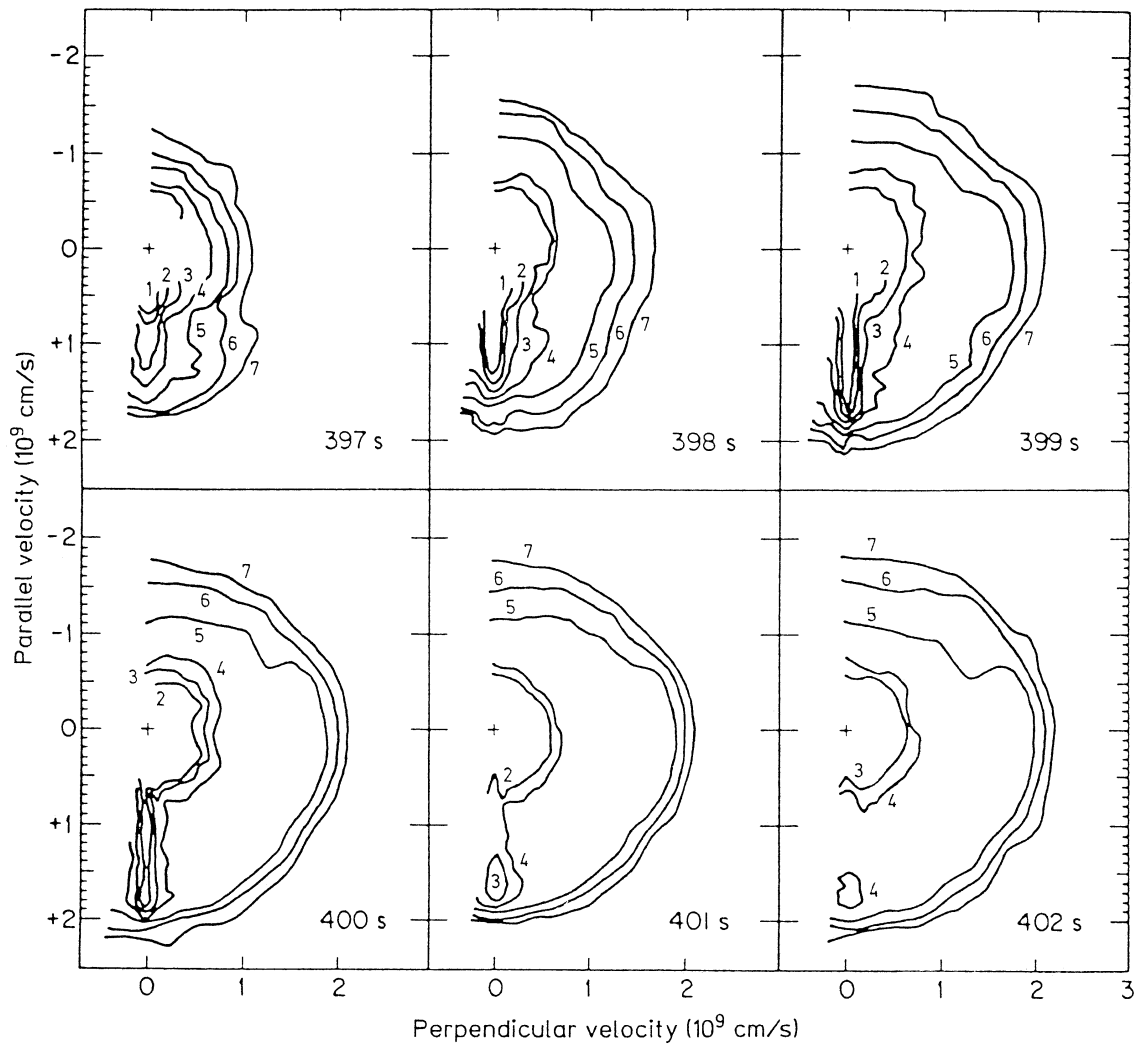


FIG. 1.4 – Fonctions de distribution des électrons mesurées à l'entrée d'une structure à  $V$  inversés (d'après [Lundin & Eliasson, 1991] et [McFadden *et al.*, 1986]).

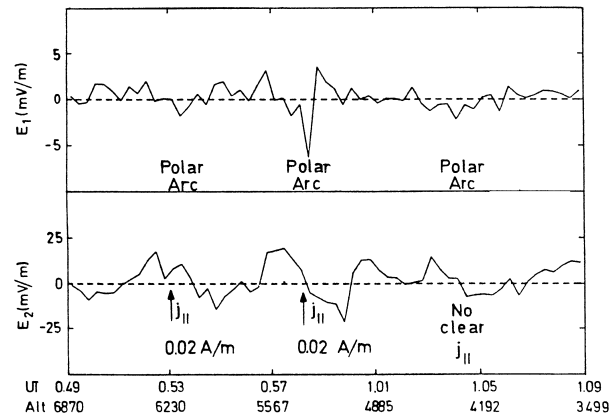


FIG. 1.5 – Champ électrique parallèle ( $E_1$ ) et perpendiculaire ( $E_2$ ) mesurés par VIKING. De fortes valeurs du courant parallèle sont associées à des arcs polaires (d'après [Block & Fälthammar, 1990]).

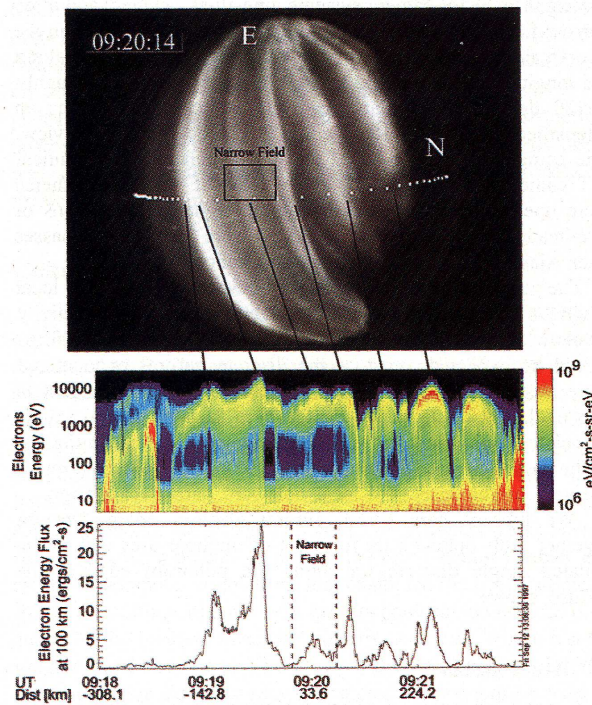


FIG. 1.6 – Arcs multiples vus par une caméra plein-ciel et le satellite FAST. Le panneau central présente des structures à V inversés auxquelles sont directement associés les arcs optiques et les flux d'électrons. La taille de la région traversée est de l'ordre de 600 km (d'après [Stenbaek-Nielsen et al., 1998]).

modèle que nous étudierons, lié à une dissipation de l'énergie d'ondes d'Alfvén, a un statut spécial. Il prend, en effet, explicitement en compte l'origine physique de l'énergie qui sera transmise aux particules (ondes d'Alfvén générées dans les régions lointaines de la magnétosphère lors de phénomènes de reconfiguration magnétique). Par ailleurs, c'est le seul modèle dynamique qui inclut la variabilité temporelle et qui donc pourrait expliquer les échelles temporelles effectivement observées.

### 1.3.1 Accélération par conservation des invariants adiabatiques

#### Invariants adiabatiques

Il en existe trois, associé chacun à une période du mouvement des particules chargées dans une configuration magnétique fermée. Deux d'entre eux ont été plus particulièrement employés dans les mécanismes d'accélération:

1. Le moment magnétique  $\mu$ :

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \quad (1.2)$$

est associé à la période cyclotronique  $qB/m$ .  $\mu$  reste constant si les échelles spatiales et temporelles de variation du champ magnétique sont grandes respectivement par rapport au rayon de Larmor et à la période cyclotronique.

On peut alors définir les points miroir d'une particule. La conservation de l'énergie entre l'équateur magnétique (valeurs indicées par  $e$ ) et un lieu de la magnétosphère s'écrit, en l'absence de forces extérieures:

$$\frac{1}{2}mv_{\parallel e}^2 + \mu B_e = \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \mu B \quad (1.3)$$

Lorsque la particule entre dans une région de champ fort (en se rapprochant de la Terre, ou dans une bouteille magnétique par exemple), elle subit la force miroir ( $-\mu\nabla B$ ), ce qui se traduit sur l'Equation 1.3 par une diminution de  $v_{\parallel}$  jusqu'à l'annulation au point dénommé miroir magnétique. La particule rebondit et fait chemin inverse. En cas de variations temporelles lentes du champ magnétique, la conservation de  $\mu$  peut mener à un transfert de moment parallèle en moment perpendiculaire. Ce principe est utilisé dans l'accélération bétatron.

En notant  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  l'Equation 1.2 permet d'écrire  $\sin^2 \alpha_e / B_e = \sin^2 \alpha / B$ , où  $\alpha$  est appelé angle d'attaque (angle entre le vecteur vitesse et le champ magnétique). Les particules ayant un angle d'attaque à l'équateur plus petit qu'un

angle critique  $\alpha_c$  (donné par  $\sin \alpha_c = (B_{eq}/B_{iono})^{1/2}$ ) seront précipitées dans l'ionosphère alors que les autres seront réfléchies. Cela définit un cône de perte qui est effectivement observé sur les fonctions de distribution.

2. L'intégrale d'action  $J$ :

$$J = \int_{\text{tube de flux}} mv_{\parallel} ds \quad (1.4)$$

est associée à la période de rebond.  $J$  relie donc la vitesse parallèle de la particule à la longueur du tube de flux dans laquelle elle se déplace. Pour conserver  $J$  lorsque le tube de flux se raccourci, la vitesse parallèle augmente. Cela a lieu par exemple dans le cas des sous-orages magnétiques: lors de la phase de dipolarisation, les lignes de champ de type queue se referment en lignes de champ dipolaire, ce qui raccourcit rapidement le tube de flux. Conséquemment, il a été observé des particules énergétiques accélérées dont l'origine serait une accélération de type Fermi, qu'on détaille ci-dessous.

### Accélération de Fermi: analogie avec la réflexion sur un miroir

Ce processus a été initialement proposé par Fermi pour expliquer l'accélération des rayons cosmiques par collision sur les nuages interstellaires. En effet, il a permis de retrouver le spectre en énergie observé dans les rayons cosmiques ( $\sim \mathcal{E}^{1.2}$ , dans le cas de l'accélération du premier ordre détaillée ci-dessous) d'où son succès en astrophysique.

Dans la magnétosphère, lors de la phase de dipolarisation évoquée ci-dessus, le rétrécissement de la ligne de champ correspond à un déplacement de celle-ci en direction de la planète (voir Figure 1.7) d'où l'analogie avec un miroir. Supposons que la particule se déplace à la vitesse  $v_0$  et le miroir magnétique à la vitesse  $v_m$  en sens opposé. Après la réflexion sur le miroir, la particule aura la vitesse  $v = v_0 + 2v_m$  comme indiqué sur la . C'est un exemple d'accélération de Fermi du premier ordre. Physiquement, cette situation est équivalente au rétrécissement de la ligne de force, et donc à l'augmentation de  $v_{\parallel}$  par conservation de  $J$ .

Dans un milieu comportant de nombreux miroirs se déplaçant dans toutes les directions, une particule va gagner ou perdre de l'énergie de manière stochastique. Une fonction de distribution monoénergétique va donc subir une diffusion en énergie au bout d'un temps fini. C'est l'accélération de Fermi du second ordre. Plus précisément, l'ordre correspond à l'ordre en  $v/c$  de la formule de variation du facteur de Lorentz (qui détermine l'incrément en énergie).

Un exemple simple permet de comprendre le résultat de l'accélération du premier ordre en considérant cette fois que le miroir est une onde plutôt qu'un champ magné-

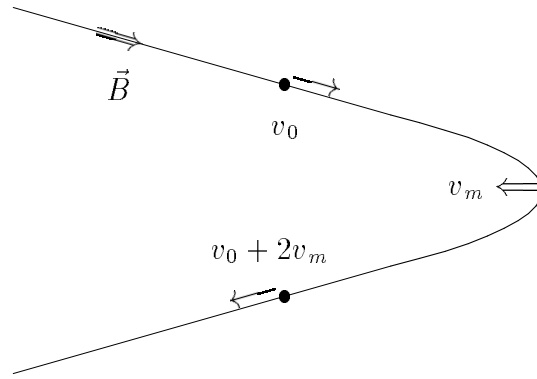


FIG. 1.7 – Réflexion d'une particule sur un miroir (vitesse  $v_m$ ) traduisant le processus d'accélération de Fermi du premier ordre.

tique intense. On étudie donc la situation pour laquelle une onde accélératrice rattrape une particule. Le modèle est le suivant: on considère une particule ayant une vitesse  $v_0$  et une structure de différence de potentiel  $\phi$  ou de champ électrique uniforme  $E_{\parallel}$  se déplaçant à la vitesse  $v_m$ . La structure est installée sur une distance  $L$  tel que  $\phi = LE_{\parallel}$ . La particule est un électron et on note  $v_{\phi} = (\frac{2e\phi}{m})^{1/2}$  la vitesse correspondant à l'égalité entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique: c'est la vitesse d'une particule accélérée sur toute la structure à partir d'une vitesse nulle. Trois situations sont à considérer, l'électron se trouvant devant la structure dans le sens de la propagation:

1.  $v_0 > v_m$ : la particule est trop énergétique, la structure électrique ne la rattrape pas.
2.  $v_m - v_{\phi} < v_0 < v_m$ : la particule est accélérée jusqu'à  $2v_m - v_0$ . On retrouve la situation de la réflexion sur un miroir (ici  $v_m$  et  $v_0$  sont dans le même sens ce qui explique le  $-$  à la place du  $+$ ).
3.  $v_0 < v_m - v_{\phi}$ : la particule est accélérée mais est finalement dépassée par la structure. La vitesse finale est alors comprise entre  $v_l$  et  $v_m$ .

$v_l$  est la vitesse minimale à laquelle une particule peut être accélérée et est donnée par:  $v_l = v_m - \sqrt{v_m^2 - v_{\phi}^2}$  (si  $L$  est petit ou  $v_m$  grand alors  $v_l \simeq 0$ ). Ces trois situations sont illustrées sur la Figure 1.8 (les normalisations sont arbitraires et on a choisi  $v_m = 0.2$ ). Sur le graphe de gauche, les deux lignes parallèles délimitent l'onde accélératrice et les trois particules sont initialement au même point. A droite, on peut lire les vitesses, en particulier les vitesses initiales. La particule à  $v_0 = 0.08$  est accélérée à

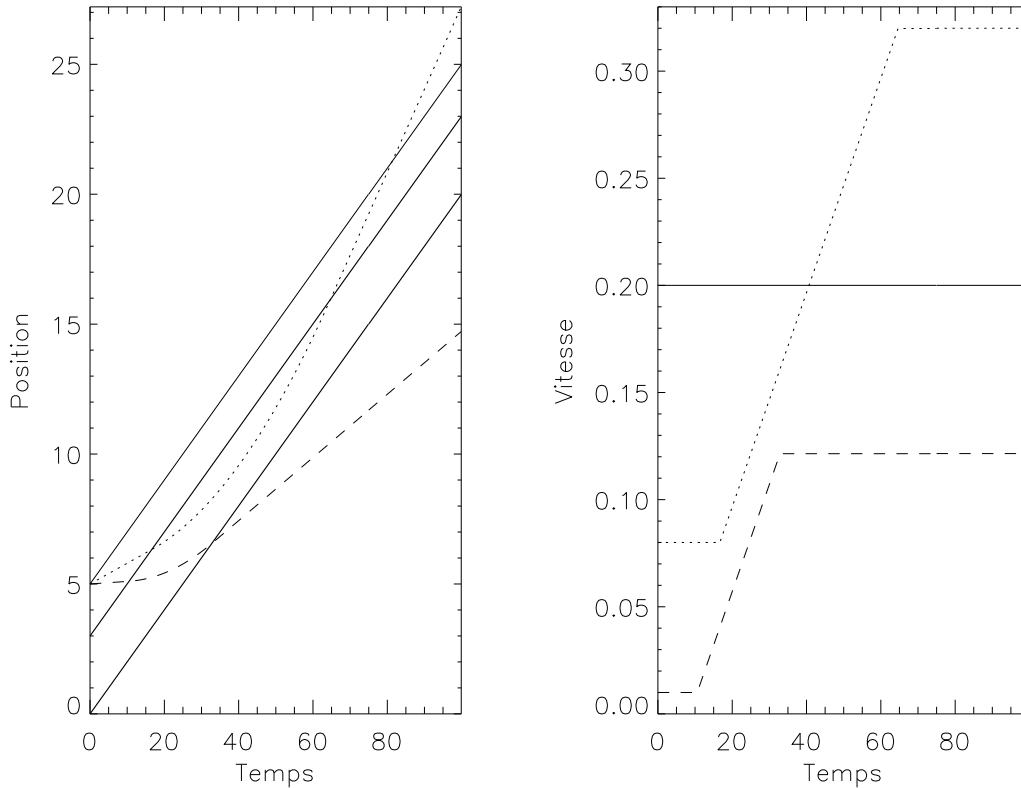


FIG. 1.8 – Action d’une structure électrique sur trois particules de vitesses initiales différentes. Les deux droites parallèles délimitent la structure qui se déplace à vitesse constante.

$0.32 = 2v_m - v_0$  et dépasse la particule initialement plus énergétique (celle à  $v_0 = 0.2$ ). Les domaines de vitesses accessibles sont tracés sur la Figure 1.9. On y voit que les particules de vitesse  $v$ ,  $v_m < v < v_m + v_\phi$ , en avant de la structure, sont issues de deux populations: des particules initialement énergétiques et d’autres qui ont été accélérées. D’autre part on voit qu’autour de  $v_0 = v_m - v_\phi$  il existe un saut de vitesses accessibles.

Ce mécanisme, simple mais relativement efficace, a été utilisé en physique aurorale, en particulier par [Sharber & Heikkila, 1972] pour expliquer des événements énergétiques observés par ISIS-1.

### 1.3.2 Anisotropie en angle d’attaque

On a vu précédemment que les points miroir dépendent de l’angle d’attaque des particules. Envisageons alors le cas pour lequel les ions et les électrons ont des distributions en angle d’attaque différentes, et donc des points miroir différemment placés

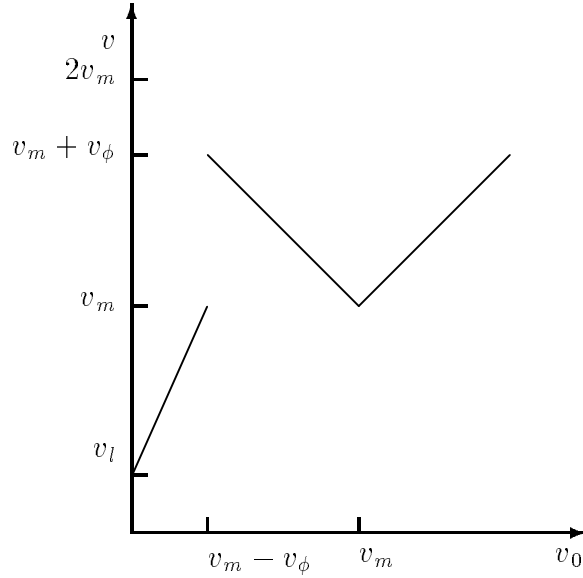


FIG. 1.9 – Vitesse d'une particule après accélération par une structure électrique de vitesse  $v_m$  en fonction de sa vitesse initiale  $v_0$ .

sur une ligne de champ. Cette anisotropie implique que les électrons sont réfléchis plus bas que les ions (par exemple), créant ainsi un écart à la neutralité électrique qui est rattrapé par l'apparition d'un champ électrique parallèle. Celui-ci peut être calculé explicitement (*e.g.* [Block & Fälthammar, 1976]), ce qu'on explicite brièvement ci-dessous.

Chaque particule de vitesse parallèle  $v_{\parallel}$  a pour équation du mouvement le long d'une ligne de champ d'abscisse curviligne  $s$ :

$$m_{\alpha} v_{\parallel\alpha} \frac{dv_{\parallel\alpha}}{ds} = -\mu_{\alpha} \frac{dB}{ds} + q_{\alpha} E_{\parallel} \quad (1.5)$$

où  $\mu_{\alpha}$  est le moment magnétique de la particule de masse  $m_{\alpha}$  et de charge  $q_{\alpha}$ . On note de plus  $\tau_{\alpha}$  le temps de rebond entre les deux parties de l'ionosphère que connecte la ligne de champ. La neutralité électrique doit être conservée sur une portion  $ds$  de la ligne de champ, soit:

$$\sum_{\alpha} \frac{q_{\alpha} ds}{v_{\alpha} \tau_{\alpha}} = 0 \quad (1.6)$$

De plus la longueur  $v_{\alpha} \tau_{\alpha}$  est constante quelle que soit la particule. En combinant ces relations, on peut exprimer le champ électrique parallèle (pour un plasma ions-électrons,  $\alpha = i, e$ ):



$$E_{\parallel} = -\frac{1}{e} \frac{\mu_e \tau_e^2 m_i - \mu_i \tau_i^2 m_e}{\tau_e^2 m_i + \tau_i^2 m_e} \frac{dB}{ds} \quad (1.7)$$

Cette expression peut-être réécrite pour faire apparaître des énergies typiques perpendiculaires et parallèles des populations:

$$E_{\parallel} = -\frac{1}{eB} \frac{W_{i\parallel} W_{e\perp} - W_{e\parallel} W_{i\perp}}{W_{i\parallel} + W_{e\parallel}} \frac{dB}{ds} \quad (1.8)$$

Pour une distribution isotrope on retrouve que cette expression s'annule ( $W_{e\parallel}/W_{e\perp} = W_{i\parallel}/W_{i\perp}$ ).

Il apparaît pourtant que ce modèle conduit à des différences de potentiel très supérieures à celles effectivement observées dans les zones aurorales (car on ne considère qu'une seule source de particules: la magnétosphère, sans effet neutralisant de l'ionosphère). Ce modèle indique néanmoins deux points importants communs aux différences de potentiel apparaissant dans les miroirs magnétiques: le champ électrique parallèle est proportionnel au gradient de champ magnétique, et la différence de potentiel disparaît sitôt que les distributions en angle d'attaque des ions et électrons sont identiques ([*Persson, 1963*]). Un raffinement important a été apporté par [*Chiu & Schulz, 1978*] dans un travail prenant en compte les populations ionosphériques et magnétosphériques. Ils calculent alors de manière auto-cohérente la différence de potentiel, ainsi que la distribution en altitude du champ électrique parallèle. Ils trouvent un maximum de 0.4 mV/m vers les 2500 km d'altitude.

### 1.3.3 Résistivité anormale

L'idée de la résistivité anormale est d'utiliser une interaction avec un champ électromagnétique de hautes fréquences qui va "gêner" le mouvement libre des électrons en créant une sorte de friction entre les populations électroniques et ioniques. Cette "friction", décrite par un terme de collision "anormale", fera apparaître une conductivité finie le long des lignes de champ magnétique. Dans un tel contexte, l'instauration d'un champ électrique de grande échelle ne mènerait pas à une augmentation trop forte du courant. L'utilisation d'une turbulence de hautes fréquences comme processus limitant d'un courant s'écoulant le long des lignes de champ magnétique a été l'objet d'une littérature extrêmement abondante. Partant d'un courant initial (vitesse de dérive entre électrons et ions), il s'agit de faire naître une instabilité dans le milieu pour générer un fort niveau de turbulence qui, en perturbant l'écoulement des électrons, va amener à une réduction du courant, à une formation de charge d'espace et donc d'un champ électrique macroscopique qui contribuera à l'accélération des particules. Si le rôle de

la turbulence comme facteur perturbateur de l'écoulement des électrons est avéré, le schéma d'ensemble du modèle de la résistivité anormale se heurte à quelques difficultés sérieuses. Tout d'abord, du point de vue de la description phénoménologique, une description en termes de "friction" suppose que la force de frottement sur les électrons (résultant de l'action de la turbulence) soit proportionnelle à la vitesse de dérive des électrons. Cela suppose l'existence d'une loi bien spécifique entre courant et niveau de la turbulence (formule de Sagdeev, par exemple) dont la validité et la généralité sont sujettes à caution. De manière plus fondamentale, si un champ électrique s'instaure, la combinaison de l'accélération et des interactions avec le champ turbulent vont mener à la formation de "runaways particles". Il s'agit de particules de plus haute énergie, insensibles à la turbulence et susceptibles de porter le courant sans limitation. Lorsque le nombre de ces particules augmente, la résistivité dans le plasma s'écroule, faisant ainsi disparaître le champ électrique. La résistivité du plasma évolue ainsi de manière sporadique, ce qui ne semble pas compatible avec les observations.

Quand bien même la théorie de la résistivité anormale serait fermement établie, il ne semble pas que les paramètres observés dans les conditions aurorales (densité, température, courant) soient compatibles avec le fait que celle-ci joue un rôle particulièrement important. Il n'empêche que l'existence d'un très fort niveau de fluctuations électrostatiques de hautes fréquences, effectivement observé dans les régions d'accélération, ne sera pas à négliger dans une théorie complète de l'accélération. La diffusion des électrons par interactions avec un bain d'ondes et/ou avec des centres "diffusants" de type double couche peut avoir une importance dans les conditions d'établissement et de maintien d'un champ électrique parallèle de grande échelle, même si celui-ci n'a pas strictement une origine liée à la résistivité anormale.

Dans le contexte auroral, avant que cette théorie ait été peu à peu remise en question de façon expérimentale, des calculs analytiques conduisant à une expression explicite de la fréquence de collision effective ( $\nu_e$ ) ont été menés (voir par exemple [Papadopoulos, 1977]). D'un point de vue microscopique, ces calculs se sont attachés à montrer comment on peut limiter le courant. Tout le jeu est donc de trouver quelle instabilité de courant est la plus efficace pour atteindre la saturation par instauration non linéaire de la turbulence. La turbulence électrostatique semble être la plus populaire (et notamment celle conduite par des instabilités acoustique ionique), mais [Hasegawa & Mima, 1978] ont montré que l'onde d'Alfvén cinétique pouvait aussi être impliquée. Toutefois les forts courants qui engendrent l'instabilité acoustique ionique n'ont jamais été observés, ni expérimentalement ni par les simulations numériques.

### 1.3.4 Chocs et doubles couches

Les doubles couches sont des structures électrostatiques qui peuvent accélérer le plasma ([*Block*, 1978]). Elles sont constituées de deux zones parallèles chargées de façon opposée. Autour de ces zones, l'électroneutralité n'est localement pas respectée. D'un point de vue théorique, elles peuvent alors être vues comme des solutions d'équilibre BGK des équations du plasma (équilibre exact entre une distribution de particules, ions et électrons, et une structure de potentiel). Le saut de potentiel  $\phi$  et la température  $T$  de l'espèce la plus froide obéissent à la relation:

$$e\phi \geq kT_{inf} \quad (1.9)$$

Par analogie avec la théorie de gaines électrostatiques développée par Bohm (1949) (voir par exemple [*Chen*, 1984]), on peut dériver un critère d'existence des doubles couches. C'est la condition de Bohm qui implique qu'une double couche ne peut se maintenir si le courant la traversant n'atteint pas la valeur critique  $j_c = ne\sqrt{2kT_e/m_e}$ . Ce courant représente aussi une limite pour l'apparition d'instabilité. L'instabilité de Buneman (électrostatique) a ainsi un seuil d'apparition qui est aussi  $j_c$ . Au cours du temps, l'instabilité semble disparaître: les ondes électrostatiques associées ne sont pas forcément observées au voisinage de la double couche après sa formation et il est de fait généralement admis que la double couche est le résultat d'un processus initié par une instabilité primaire.

La distinction entre doubles couches et chocs électrostatiques a souvent été l'objet de débats ([*Goertz*, 1979]). Structurellement, la différence vient de leur état par rapport au plasma. Un choc se déplace dans le repère du plasma et il est le siège d'un transport de masse à une vitesse supersonique ou super alfvénique, alors qu'une double couche est stationnaire dans ce même repère. Alors qu'une double couche piègera une grande partie des ions, il y en aura très peu pour le choc. La durée de l'état transitoire amenant à la structure du choc fait qu'il est moins efficace qu'une double couche stationnaire en terme d'accélération, car le flux de Poynting est transféré en énergie électromagnétique plutôt qu'en énergie mécanique. Au contraire de la double couche, il n'y a pas de courant limite  $j_c$  à l'apparition du choc. Par ailleurs, par son mouvement, le choc peut accélérer les particules tout au long de la ligne de champ quand la double couche agira plus localement. La dispersion en énergie des particules accélérées sera alors plus élevée et c'est pourquoi des modèles de chocs ont été proposés pour expliquer les observations effectuées pendant les événements à V inversés.

### 1.3.5 Mécanismes à grande échelle

Les oscillations à grande échelle (le long du champ magnétique) des lignes de champ<sup>1</sup> (résonance) sont étudiées dans le cadre de la MHD ([*Samson et al.*, 1992]). Ces oscillations peuvent conduire à de petites échelles perpendiculaires au champ magnétique de telle sorte que des effets cinétiques ou inertiels peuvent alors apparaître ( $k_{\perp} \sim \rho_i^{-1}$  ou  $k_{\perp} \sim \omega_{pe}/c$ ). Le mécanisme de base utilise le couplage entre un mode rapide compressionnel et le mode d'Alfvén torsionnel. Quand la fréquence du mode rapide devient égale à la fréquence locale de l'onde d'Alfvén, une résonance entre ligne de champ apparaît qui peut atteindre la saturation en quelques périodes. Cette saturation peut avoir lieu, linéairement par dissipation Joule dans l'ionosphère ou conversion en ondes d'Alfvén cinétique ou inertielle (voir Section 1.3.6) ou non linéairement par instabilité (Kelvin-Helmoltz) ou action de la force pondéromotrice. [*Wei et al.*, 1994] ont montré que les effets inertiels deviennent importants quand la taille de la zone de résonance devient de l'ordre de six longueurs d'inertie électronique ( $c/\omega_{pe}$ ), situation pour laquelle des champs électriques parallèles non négligeables (une fraction de mV/m) sont susceptibles d'apparaître.

[*Streltsov & Lotko*, 1996] ont étendu ce travail et montré que la taille de la zone de résonance dans l'ionosphère peut être de l'ordre de 5 km alors que [*Wei et al.*, 1994] l'estimaient à 30 km. De plus, l'énergie de l'onde est maximale près de l'ionosphère et au voisinage de la région de vitesse d'Alfvén maximum ( $\sim 1 R_T$ ), ce qui expliquerait les fortes valeurs du champ électrique observées à cette altitude, par rapport aux valeurs équatoriales. Les simulations mettent en évidence l'apparition d'une différence de potentiel de l'ordre du keV, ou plus, qui est alors invoquée comme source de l'accélération potentiellement responsable de la formation des arcs discrets. Dans une étude plus complète [*Streltsov & Lotko*, 1997] incluent finalement la géométrie dipolaire du champ magnétique.

### 1.3.6 Ondes d'Alfvén

Ces ondes jouent un rôle clé dans la magnétosphère car elles sont directement reliées aux déformations torsionnelles des lignes de champ. C'est essentiellement par ce mode que cette information circule d'une région à l'autre de la magnétosphère. Elles vont donc jouer un rôle essentiel dans la connexion dynamique entre la magnétosphère et l'ionosphère. A ce titre, leur étude est un maillon important de la compréhension de l'accélération aurorale.

---

<sup>1</sup>Nommées FLR en anglais pour "Field Line Resonance".

### Ondes d'Alfvén en MHD idéale

Une des approximations de la MHD idéale consiste à négliger la diffusion du champ magnétique devant son advection. De plus, on considère que la pression  $P$  se comporte comme pour un gaz adiabatique ( $P/\rho^\gamma = cst$ ). On peut écrire alors:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla P = \frac{1}{\mu_0} B_0 \frac{\partial \vec{b}}{\partial z} - \nabla P \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = B_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \quad (1.11)$$

où  $\vec{b}$  est la perturbation du champ magnétique statique  $\vec{B}_0$  (pointant dans la direction  $z$ ). La linéarisation de ces deux équations associées à celle de conservation de la masse conduit à une équation de dispersion cubique. Le plasma va donc supporter trois modes de propagation:

- le mode d'Alfvén d'équation de dispersion:

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 v_A^2 \quad (1.12)$$

avec,  $v_A$ , la vitesse d'Alfvén, définie par:

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0(n_e m_e + n_i m_i)}} \quad (1.13)$$

Sous l'effet de ces ondes, les lignes de champ oscillent, sans comprimer ni le champ ni le plasma. La vitesse de groupe est dirigée selon le champ magnétique. Il est important de noter que les ondes d'Alfvén sont aussi solutions des équations MHD non linéaires.

- le mode magnéto-sonore rapide et le mode magnéto-sonore lent, qui compriment à la fois le champ magnétique et le plasma et déforment les lignes de champ (pour une orientation quelconque du vecteur d'onde). En propagation parallèle, on retrouve le mode d'Alfvén et le mode sonore ( $\omega^2 = k_{\parallel}^2 c_s^2$ ,  $c_s$  étant la vitesse du son).

### Inclusion des effets cinétiques et inertiels

Un inconvénient majeur des ondes d'Alfvén classiques pour leur application à l'accélération des particules est de ne pas posséder de composantes de champ électrique parallèle au champ magnétique ambiant. Linéairement, elles ne pourront donc pas piéger les particules dans une différence de potentiel pour leur transmettre efficacement

un moment cinétique dans la direction parallèle. Quelques raffinements sont donc nécessaires pour rendre compte de l'accélération par leur interaction avec les particules. En particulier, les ondes d'Alfvén associées à de petites échelles spatiales remplissent les conditions requises: ce sont les ondes d'Alfvén "cinétique" et "inertielle" selon le régime de plasma considéré, c'est-à-dire selon la valeur de  $\beta = 2\mu_0 n k T / B^2$ , qui peut aussi se mettre sous la forme  $v_{thi}^2 / v_A^2$ ,  $v_{thi}$  étant la vitesse thermique des ions. On distingue donc:

- l'onde "cinétique" quand les échelles perpendiculaires ( $k_{\perp}^{-1}$ ) sont de l'ordre d'échelles caractéristiques qui font appel à une température ( $\rho_i$  ou  $\lambda_D$ ).
- l'onde "inertielle" quand les échelles perpendiculaires sont de l'ordre de la longueur d'inertie électronique (appelée aussi longueur de peau,  $c/\omega_{pe}$ ). Ce régime revient à considérer  $m_e$  non nulle dans les équations bi-fluides.

Dans notre contexte, l'onde d'Alfvén cinétique a été utilisée la première par Hasegawa ([Hasegawa & Chen, 1975, Hasegawa, 1976, Hasegawa & Chen, 1976]) qui recherchait un phénomène basse fréquence de petite longueur d'onde perpendiculaire susceptible d'expliquer les arcs auroraux. Partant de la remarque selon laquelle un phénomène basse fréquence de grande échelle ne peut, dans un milieu non dispersif, pour lequel la fréquence est inversement proportionnelle à la longueur d'onde, exciter une perturbation basse fréquence de petite longueur d'onde, il conclut qu'une telle perturbation doit nécessairement accompagner la dynamique du phénomène grande échelle (ici le couplage magnétosphère-ionosphère) dans la même gamme de fréquence. C'est en étudiant le couplage entre ces modes qu'il arrive aux équations voulues. La perturbation macroscopique considérée, qui préexiste donc à l'onde d'Alfvén cinétique, est une onde MHD de surface dont la relation de dispersion est  $\omega = \sqrt{2}k_{\parallel}v_A$  (dans le cas d'une interface vide-plasma). Les ondes de surface apparaissent au niveau de discontinuité de densité et peuvent engendrer des instabilités Rayleigh-Taylor ou Kelvin-Helmoltz par exemple. Quand la fréquence de l'onde d'Alfvén torsionnelle  $\omega = kv_A(x)$  est égale à celle de l'onde de surface, une conversion de mode va s'opérer vers l'onde d'Alfvén cinétique dont les propriétés ( $\lambda_{\perp} \sim \rho_i$ ) sont incompatibles avec une description MHD. Il faut donc utiliser l'équation de Vlasov en conservant les effets de rayon de Larmor des ions pour étudier la conversion de modes et surtout les propriétés de l'onde convertie.

Les équations de dispersion font bien ressortir l'importance des petites échelles. Elles sont données ci-dessous pour deux limites du paramètre  $\lambda_i = k_x^2 \rho_i^2$ :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= k_z^2 v_A^2 \left(1 + \lambda_i \left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right)\right) && \text{pour } \lambda_i \ll 1 \\ &= k_z^2 v_A^2 \lambda_i \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) && \text{pour } \lambda_i \gg 1 \end{aligned} \quad (1.14)$$

On peut remarquer que quel que soit  $\lambda_i$  la fréquence, ainsi que la vitesse de phase parallèle  $\omega/k_z$ , de l'onde d'Alfvén cinétique sont supérieures à celles de l'onde torsionnelle. On parle de dispersion positive. Les composantes du champ électromagnétique peuvent être exprimées en fonction du potentiel scalaire  $\varphi$  défini par  $E_{\perp} = -\nabla_{\perp}\varphi$ . Ceci est possible pour un plasma de faible  $\beta$  pour lequel la compression magnétique est faible (on a alors  $-\frac{\partial \vec{b}_z}{\partial t} = (\nabla \times \vec{E})_z = 0$ ).

$$\begin{aligned} E_x &= -ik_x\varphi \\ E_y &= -ik_y\varphi \\ E_z &= ik_z(T_e/T_i)(1 - I_0e^{\pm\lambda_i})\varphi \\ B_x &= i(k_yk_z\varphi/\omega)(1 + (T_e/T_i)(1 - I_0e^{\pm\lambda_i})) \\ B_y &= -i(k_xk_z\varphi/\omega)(1 + (T_e/T_i)(1 - I_0e^{\pm\lambda_i})) \end{aligned} \quad (1.15)$$

$I_0 = I_0(\lambda_i)$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce. Le champ électrique possède donc une composante parallèle dépendant des effets de température de  $k_{\perp}$  (échelle perpendiculaire). On retrouve bien  $E_z = 0$  pour le cas des grandes longueurs d'onde parallèles (cas de la MHD classique,  $k_z \simeq 0$ ) et  $k_{\perp} \rightarrow 0$ . Le transfert d'énergie vers les particules peut être décrit par l'amortissement Landau qui chauffe les particules en direction parallèle. Les expressions sont alors calculées selon  $n_0 \frac{dT}{dt} \simeq \frac{1}{2} \Re(j_z E_z^*)$ . Pour les ions et électrons, respectivement, les expressions sont:

$$\begin{aligned} n_0 \frac{dT_i}{dt} &= \omega \frac{\delta_i}{2} \beta \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^2 \frac{I_0 e^{-\lambda_i}}{\lambda_i} (1 - I_0 e^{\pm\lambda_i})^2 \frac{\epsilon_0 |E_x|^2}{2} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \\ n_0 \frac{dT_e}{dt} &= \omega \delta_e \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\lambda_i} (1 - I_0 e^{\pm\lambda_i})^2 \frac{\epsilon_0 |E_x|^2}{2} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \end{aligned} \quad (1.16)$$

où  $\beta$  est défini au point de résonance et  $\delta_e$  et  $\delta_i$  représentent les taux d'amortissement fractionnels:

$$\begin{aligned} \delta_i &= 2\sqrt{\pi}\beta^{\pm 3/2}e^{\pm\beta^{-1}} \\ \delta_e &= \sqrt{\pi}\beta^{\pm 1/2}(T_i/T_e)^{1/2}(m_e/m_i)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Le rapport des taux de chauffage s'exprime facilement dans le cas  $\lambda_i \ll 1$ :

$$\frac{dT_i/dt}{dT_e/dt} \simeq \left( \frac{2m_i}{m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{\pm\beta^{-1}} \quad (1.18)$$

Pour  $\beta$  faible, ce rapport est négligeable et seuls les électrons sont chauffés.

Dans le cas de  $\beta$  fort, l'accélération ne peut pourtant pas se faire par amortissement Landau car la vitesse de phase de l'onde est supérieure à la vitesse thermique électronique et les particules résonnantes deviennent très minoritaires. Hasegawa considère alors deux mécanismes qui peuvent expliquer l'accélération des électrons à plusieurs

fois leur vitesse thermique par des ondes d'Alfvén cinétiques. Premièrement le piégeage qui reste linéaire jusqu'à  $e\psi/kT_e \sim \beta^{\pm 1}$  ( $\vec{E}_{\parallel} = -\nabla_{\parallel}\psi$ ), et, deuxièmement, une résonance par rebonds successifs qui peut expliquer les aurores pulsantes. Dans les deux cas l'accord avec des mesures de courants dans l'ionosphère est convaincant ( $\sim 30 \mu\text{A}/\text{m}^2$ ).

[Goertz, 1984] a prolongé le travail de Hasegawa en insistant sur la nécessité de processus non stationnaires pour maintenir un champ électrique parallèle. Dans le cas d'un champ électrique parallèle stationnaire, décrit par des mécanismes reposant sur l'anisotropie différentielle présentés précédemment, plusieurs auteurs ont montré que le courant aligné  $\vec{j}_{\parallel}$  et le potentiel  $\psi$  étaient proportionnels sur une grande gamme de paramètres. L'énergie  $e\psi$  était alors identifiée comme l'énergie de pic dans les spectres d'énergie, et l'hypothèse de stationnarité était testée en mesurant simultanément  $j_{\parallel}$  et  $\psi$ . Pourtant cette théorie tombe en défaut pour expliquer les courants très forts ( $>10 \mu\text{A}/\text{m}^2$ ) qui sont observés sur les bords des arcs mobiles, car  $\psi$  y est plus faible qu'au centre de l'arc (où l'arc est globalement stationnaire). De plus, ces courants induisent des perturbations magnétiques qui ne sont pas prédites de façon auto-cohérente dans une théorie stationnaire. D'un point de vue optique, il est aussi difficilement concevable d'expliquer la dynamique rapide d'un arc par une théorie purement électrostatique. De plus, les échelles les plus petites (dans la direction Nord-Sud) ne sont pas reproduites par cette théorie. Il paraît donc naturel d'essayer d'inclure les petites échelles caractéristiques d'un plasma  $\lambda_D$ ,  $c/\omega_{pe}$  et  $\rho_i$  dans une théorie auto-cohérente de l'accélération.

L'étude de Goertz consiste à considérer une perturbation qui se propage de la magnétosphère vers l'ionosphère et de suivre l'évolution de  $j_{\parallel}$  et  $E_{\parallel}$ . L'onde considérée est alors une onde d'Alfvén pour laquelle les effets de rayons de Larmor fini et d'inertie électronique sont pris en compte. Cette démarche se rapproche de celle que nous adopterons par la suite. Goertz utilise alors les mêmes relations que Hasegawa mais, en conservant les petites échelles, dérive finalement une autre équation pour le cas  $\beta \ll m_e/m_i$  pour lequel l'inertie électronique est significative:

$$\omega^2 = \frac{k_z^2 v_A^2}{1 + k_x^2 c^2 / \omega_{pe}^2} \quad (1.19)$$

C'est la relation de dispersion pour les ondes d'Alfvén inertielles, qui correspondent à un régime adapté à la physique des zones aurorales. Cette fois, quel que soit  $k_{\perp} c/\omega_{pe}$ , la fréquence, ainsi que la vitesse de phase parallèle  $\omega/k_z$ , de l'onde d'Alfvén inertielle sont inférieures à celles de l'onde torsionnelle (dispersion négative). Le champ électrique développé par une telle onde s'écrit:



$$E_{\parallel} = \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{k_{\perp}^2 c^2 / \omega_{pe}^2}{1 + k_{\perp}^2 c^2 / \omega_{pe}^2} E_{\perp} \quad (1.20)$$

La distinction entre les dénominations inertielle et cinétique est souvent floue selon les auteurs. Le terme d'onde d'Alfvén cinétique est pertinent là où les effets de température sont importants, c'est-à-dire à fort  $\beta$ ; le terme d'onde d'Alfvén inertielle est valide à faible  $\beta$ . Comme  $\beta = v_{thi}^2 / v_{\phi}^2$ , la comparaison entre la vitesse de phase et la vitesse thermique électronique permet de distinguer les différents régimes. Cela est résumé sur la Figure 1.10 qui délimite ces régions le long d'une ligne de champ de l'équateur à l'ionosphère (pour  $L = 10$ ). On a aussi tracé les paramètres clés  $k_{\perp} c / \omega_{pe}$  et  $k_{\perp} \rho_i$  en fonction de  $r / R_T$ . La zone inertielle est donc comprise entre  $5 R_T$  et l'ionosphère englobant ainsi la zone aurorale. Au-dessus, vers la magnétosphère, le régime cinétique s'applique.

Le fait que l'onde d'Alfvén cinétique soit dispersive autorise l'existence d'un soliton alfvénique (structure non linéaire qui se propage de manière stationnaire, voir [Hasegawa & Mima, 1976, Goertz, 1986]). Cette structure possède un champ électrique parallèle localisé dans le front qui accélère les électrons et conduit à l'apparition d'un courant. Elle ressemble donc à une double couche mobile mais ne se propage pas strictement parallèlement au champ magnétique statique. Indirectement, cela implique que les régions de précipitation se déplacent perpendiculairement au champ magnétique ce qui est effectivement observé ([Goertz, 1984]). Comme décrit dans [Goertz & Boswell, 1979], qui traite du couplage dynamique magnétosphère-ionosphère à travers un système de courant, une analogie avec un choc est possible. Dans ce modèle, le champ parallèle apparaît naturellement comme une conséquence de l'application dans la magnétosphère d'un champ électrique perpendiculaire. Il dépend du temps et existe seulement dans le front d'un choc électrostatique se déplaçant à la vitesse d'Alfvén. Le courant associé est de quelques  $\mu\text{A}/\text{m}^2$ . Pour des gradients perpendiculaires importants et de fortes déplétions de densités, le champ parallèle peut être suffisamment fort pour accélérer les électrons jusqu'à plusieurs keV. Le gain d'énergie se révèle être inversement proportionnel à la taille perpendiculaire du choc. Les ions sont eux accélérés par de successives interactions avec le choc. Les limitations de leur modèle proviennent du traitement analytique d'un problème aux conditions aux limites et initiales en géométrie complexe. C'est pourquoi ils ne considèrent pas de gradients de champ magnétique et de densité.

En étendant les travaux de [Goertz & Boswell, 1979], [Lysak & Carlson, 1981] et [Lysak & Dum, 1983] se sont intéressés de plus près au couplage magnétosphère-ionosphère en étudiant en particulier le rôle de la turbulence. Ils utilisent un modèle MHD d'un

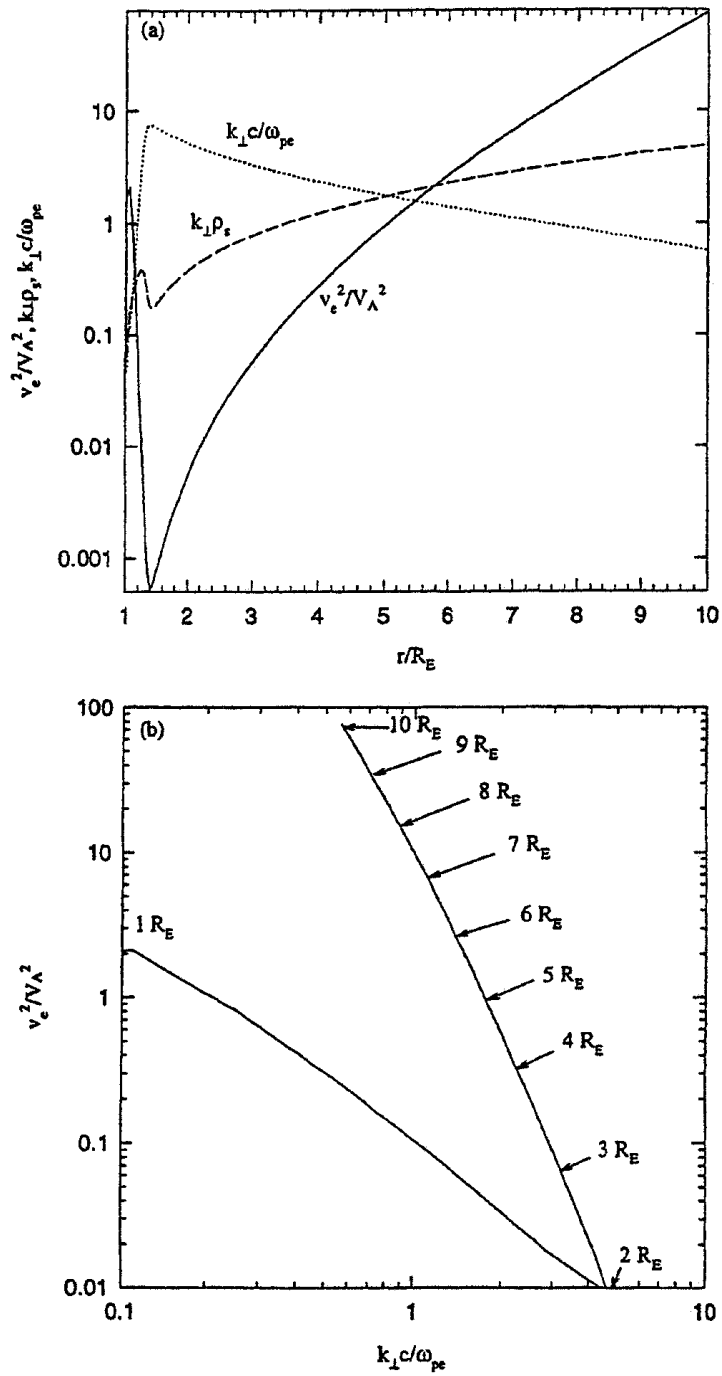


FIG. 1.10 – Domaines de validité des régimes cinétique ( $v_e/v_A > 1$ ) et inertiel ( $v_e/v_A < 1$ ) (d'après [Lysak & Lotko, 1996]).

tube de flux plongeant dans la zone aurorale en incluant une résistivité turbulente (association d'une théorie reposant sur l'accélération par une onde d'Alfvén et des notions de la résistivité anormale). Les principales conclusions sont que, là où la turbulence est présente, des structures électrostatiques se forment le long des lignes de champ, le champ électrique parallèle étant alors maintenu par l'existence d'une résistivité anormale. Les ondes d'Alfvén sont réfléchies dans les zones de turbulence, augmentant l'intensité du champ  $E_{\perp}$ . Dans ces zones, l'inégalité  $E_x/B_y > v_A$  est alors vérifiée ce qui confirme l'hypothèse de la présence de d'onde d'Alfvén cinétique (car alors  $v_{\varphi} > v_A$ , cf Equation 1.14). Le lien entre onde d'Alfvén cinétique et turbulence est éclairé dans [Hasegawa & Mima, 1978]. La relation de dispersion est alors modifiée par la présence de la turbulence:

$$\omega^2 = \frac{k_z^2 v_A^2}{1 + k_x^2 c^2 (1 + i \frac{\nu}{\omega}) / \omega_{pe}^2} \quad (1.21)$$

$\nu$  est une fréquence de collision effective pour le transfert de moment parallèle. Avec des valeurs typiques ils montrent que le seuil d'apparition de la turbulence cyclotronique ionique est dépassé et que la longueur typique d'amortissement de l'onde est de 200 km dans la limite d'un taux de collision élevé (on s'attend à dix fois plus dans le cas non collisionnel). Il réussit aussi à exprimer l'échelle de longueur perpendiculaire ( $\sim k_{\perp}^{-1}$ ) qui, projetée dans l'ionosphère, est de l'ordre de 500 m ce qui correspond à la taille visible depuis la Terre des arcs discrets. Par rapport à l'étude de [Goertz & Boswell, 1979], le champ parallèle devient dans leur modèle un élément à part entière du circuit auroral et ne disparaît pas dans l'état stationnaire. La turbulence est aussi plus efficace pour établir un état stationnaire de courant ( $\sim 1$  min.) alors que le modèle de [Goertz & Boswell, 1979] a besoin de plusieurs rebonds de l'onde d'Alfvén ( $\sim 1$  h).

D'un point de vue expérimental [Kremser *et al.*, 1988] proposent de considérer la turbulence observée sur le champ électromagnétique à l'orbite géostationnaire par GEOS 2 comme une trace d'ondes d'Alfvén cinétiques. Il note en outre la présence d'ondes de surface à la frontière de la configuration queue magnétique-dipôle qui renforce l'idée des ondes cinétiques si on admet le processus de conversion de modes d'Hasegawa (explicité plus haut).

Avec un modèle de résistivité anormale [Lysak & Hudson, 1979] calculent la dissipation de l'onde d'Alfvén. En prenant des valeurs typiques,  $j_z = 1.3 \mu\text{A}/\text{m}^2$  et  $E_{\parallel} = 2$  mV/m, ils trouvent que l'onde est complètement dissipée en 2300 km ( $\sim$  une longueur d'onde), ce qui est associé à une différence de potentiel de 5 keV. L'utilisation de la résistivité anormale est critiquable, comme on l'a vu précédemment, mais la

conclusion demeure valide et est supportée par d'autres modèles (voir par exemple [Louarn *et al.*, 1994]): une onde d'Alfvén se propageant dans la zone aurorale se dissiperait en moins d'une longueur d'onde. L'énergie transférée aux particules peut alors être perdue, si les particules précipitent dans l'ionosphère, ou bien être conservée dans le système si les particules sont accélérées vers les plus hautes altitudes.

### Gain d'énergie cinétique: deux modèles simples

#### Influence de l'échelle perpendiculaire (d'après [Borovsky, 1993])

Il utilise un modèle de champ magnétique dipolaire et la variation de densité est donnée par une formule analytique (voir [Lysak & Hudson, 1987]). Un électron accéléré par une onde d'Alfvén inertielle verra son énergie cinétique augmenter selon la formule:

$$\Delta\mathcal{E}_c = \frac{(e\Delta\phi_\perp)^2}{2m_e v_A^2} \frac{(k_x^2 c^2 / \omega_{pe}^2)^2}{1 + k_x^2 c^2 / \omega_{pe}^2} \quad (1.22)$$

et ce sous l'action du potentiel parallèle  $\Delta\phi_\parallel = \int E_\parallel dz$ :

$$\Delta\phi_\parallel = \frac{k_x^2 c^2 / \omega_{pe}^2}{1 + k_x^2 c^2 / \omega_{pe}^2} \Delta\phi_\perp \quad (1.23)$$

Ces grandeurs sont tracées sur la Figure 1.11 en fonction de la position de l'onde sur une ligne de champ pour différentes valeurs de la longueur d'onde perpendiculaire.

Comme il était attendu, on voit que l'échelle perpendiculaire influe nettement sur les valeurs de l'énergie et du potentiel électrique, autorisant des valeurs de ce dernier de l'ordre du kV autour de 10000 km.

#### Interaction résonnante (d'après [Kremser *et al.*, 1988])

Le modèle considère que l'interaction est efficace lorsque la phase  $\psi$  entre l'onde et la particule varie peu le long de la ligne de champ. La condition de résonance est alors donnée par:

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{\omega}{v_{\parallel}(s)} - k_{\parallel}(s) = 0 \quad (1.24)$$

En faisant certaines hypothèses sur la variation de la densité et du champ magnétique, et en considérant que la résonance est effective sur une distance  $L$  il arrive à l'expression suivante pour le gain d'énergie cinétique:

$$\Delta\mathcal{E}_c = \frac{-eE_\parallel L}{5} \quad (1.25)$$

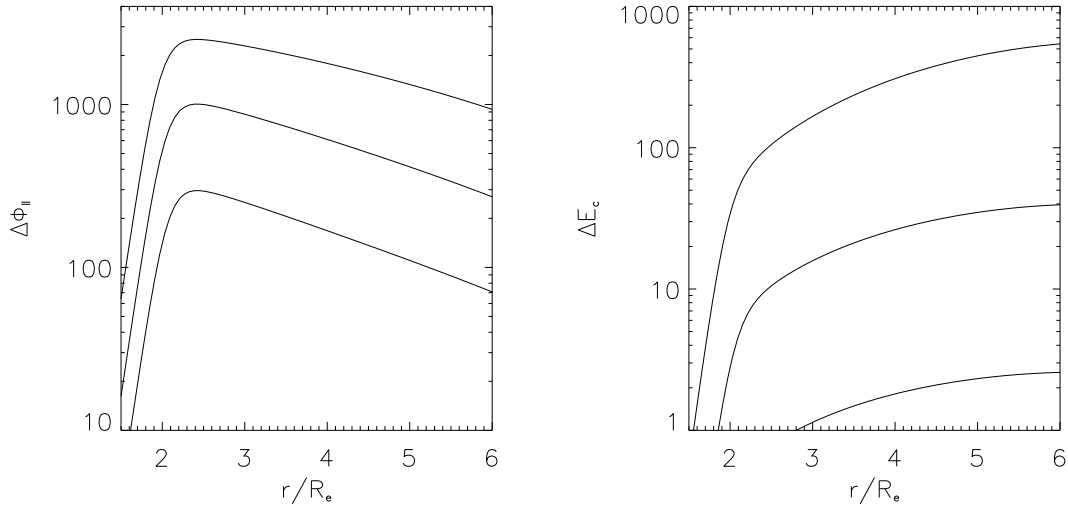


FIG. 1.11 – Potentiel électrique parallèle et énergie cinétique gagnée par un électron accéléré par une onde d’Alfvén inertielle pour, des courbes du haut à celles du bas,  $\lambda_{\perp} = c/\omega_{pe}$ ,  $\lambda_{\perp} = 2 c/\omega_{pe}$  et  $\lambda_{\perp} = 4 c/\omega_{pe}$ , à  $2.5 R_T$  (d’après [Borovsky, 1993]).

A travers  $L$  le résultat dépend entre autres de l’angle d’attaque de la particule et de la vitesse d’Alfvén. En prenant un champ électrique typique de 10 mV/m et les valeurs des paramètres observés par GEOS 2 les gains d’énergie sont compris entre 10 et 68 keV ce qui est cohérent avec les observations.

### Observations d’ondes d’Alfvén

Expérimentalement, ces ondes ont pu être identifiées par les mesures de fusées ou de satellites. Grâce aux premières, par exemple, [Boehm *et al.*, 1990] les observent en association avec des flux d’électrons suprathermiques. La caractérisation est faite en comparant le rapport  $\delta E/\delta B$  à la vitesse d’Alfvén locale. Ils expliquent ensuite les signatures des particules énergétiques par deux mécanismes ”classiques” :

- l’accélération non résonnante dans les fronts d’ondes cinétiques ([Goertz & Boswell, 1979])
- l’accélération par piégeage par des ondes d’Alfvén ou cyclotroniques ioniques ([Temerin *et al.*, 1986]).

[Dubinin *et al.*, 1988] relèvent aussi la présence d’ondes d’Alfvén grâce aux mesures de ICB 1300. Il note de plus un fort niveau de turbulence qu’ils relient d’une part à la résistivité anormale, d’autre part aux petites échelles des arcs auroraux.

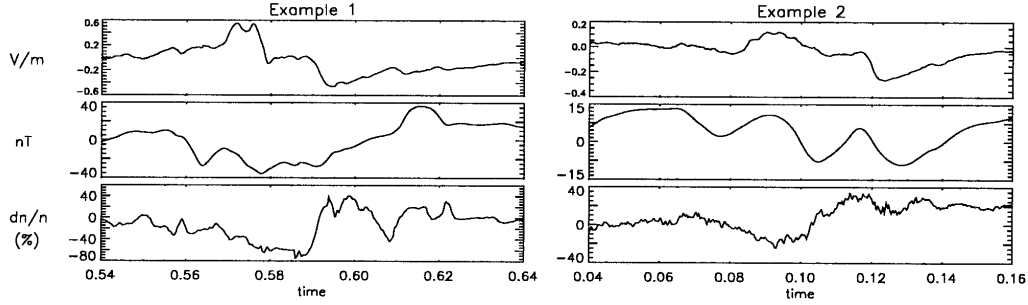


Figure 3. Two of the three examples of "SKAW" observed during the orbit 2033.

FIG. 1.12 – Onde d'Alfvén solitaire (d'après [Louarn *et al.*, 1994]).

Les données FREJA ont aussi permis à [Louarn *et al.*, 1994] de mettre en évidence ces ondes (sous forme d'onde d'Alfvén solitaire<sup>2</sup>, Figure 1.12), mais le fort rapport  $\delta n/n$  ( $> 30\%$ ), ainsi que les fluctuations élevées de champs électrique et magnétique conduisent à penser que ces ondes sont cinétiques. Elles possèdent donc un champ électrique parallèle. Les auteurs arrivent à la conclusion que l'onde peut être dissipée en une longueur d'onde parallèle et mettent en avant l'importance de la non homogénéité du plasma pour l'obtention d'une telle efficacité. De plus, le flux de Poynting de ces ondes, effectivement mesuré par [Volwerk *et al.*, 1996], semble suffisamment élevé pour expliquer une grosse part de l'accélération observée, sous réserve de l'existence d'un processus de dissipation d'efficacité suffisante.

## 1.4 Le cas du chauffage de la couronne solaire

De nombreux travaux se sont attachés à résoudre le problème de l'énergétisation de la couronne solaire. Si à la différence des zones aurorales magnétosphériques, le milieu de la basse couronne solaire est collisionnel et donc susceptible d'être chauffé par dissipation ohmique, le fort chauffage observé dans une gamme d'altitude de quelques 1000 km, jusqu'à des régions où les collisions deviennent négligeables, nécessite aussi des mécanismes non standards. L'échelle de temps de la dissipation ohmique est, dans ce milieu, de l'ordre de  $10^{11}$  s. Il est donc clair que des processus beaucoup plus efficaces sont à rechercher, ce qui implique aussi une course aux petites échelles. Celles-ci sont nettement en-dessous de la résolution spatiale observationnelle actuellement accessible ce qui donne lieu à de nombreux modèles spéculatifs. Pour une revue des phénomènes physiques qui s'y déroulent on pourra consulter [Harrison, 1991]; citons principale-

<sup>2</sup>En anglais "SKAW" pour "Solitary Kinetic Alfvén Wave".

ment, outre l'accélération de particules (les températures passent brusquement de  $\sim 1000$  K à  $10^7$  K en quelques milliers de km), les émissions d'ondes radio et de rayons X, ainsi que de sursauts radio de type III.

Un modèle intéressant est celui du mélange de phases<sup>3</sup> d'ondes d'Alfvén décrit par [Heyvaerts & Priest, 1983]. On en donne ici une brève explication car c'est un des rares à considérer une inhomogénéité de plasma dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, de façon analogue à ce que nous présentons par la suite. Ils considèrent l'excitation de lignes de champ magnétique par un mouvement harmonique des points d'ancrage de ces lignes. Ce mouvement se fait dans la direction  $y$ , la propagation à la vitesse d'Alfvén dans la direction  $z$ . Dans la direction  $x$ , le champ magnétique est inhomogène et varie d'une valeur minimale à une valeur maximale sur une distance  $2a$ , la variation de la vitesse d'Alfvén étant donc équivalente. Le fluide, gelé dans le champ (on est ici en MHD), a un déplacement  $\xi(x)$  analogue à celui des lignes de champ. Il est donné sur la Figure 1.13 pour différentes altitudes. On voit donc que le plasma forme rapidement (en quelques périodes) des petites échelles transverses. Ces dernières entrent dans l'expression du nombre de Reynolds qui intervient dans le calcul de l'amortissement de l'onde. En évaluant phénoménologiquement les viscosités cinématique et magnétique, les auteurs arrivent à la conclusion qu'une onde de relativement haute fréquence peut être amortie en quelques milliers de kilomètres.

L'école italienne, très axée sur la simulation, a aussi produit des résultats significatifs. Outre le mélange de phases, un mécanisme de production de petites échelles est l'interaction non linéaire entre les différents modes propagatifs selon une cascade turbulente. L'efficacité dépend alors de l'amplitude de la perturbation. En deux dimensions, [Malara et al., 1992] ont montré que ce second mécanisme est négligeable par rapport au mélange de phases quand la longueur d'onde d'une perturbation se propageant parallèlement au ligne de champ est du même ordre que la taille caractéristique de l'inhomogénéité. D'après les simulations, les gradients de pression associés à la perturbation concentrent l'énergie en certains points, augmentant la formation de petites échelles initiée par le mélange de phase. Un étude associée ([Malara et al., 1996]), en milieu compressionnel, a montré que les fluctuations compressibles ont tendance à se raidir menant à la formation d'ondes de choc, très efficace pour dissiper l'énergie.

Ces différentes études permettent d'évaluer le temps de formation des petites échelles (directement associé à celui de la dissipation). Il croît avec le nombre de Reynolds  $R_e$  (rapport entre le temps caractéristique de convection et le temps caractéristique de diffusion) et, pour les trois articles précédents, on trouve respectivement

---

<sup>3</sup>"Phase mixing", en anglais.

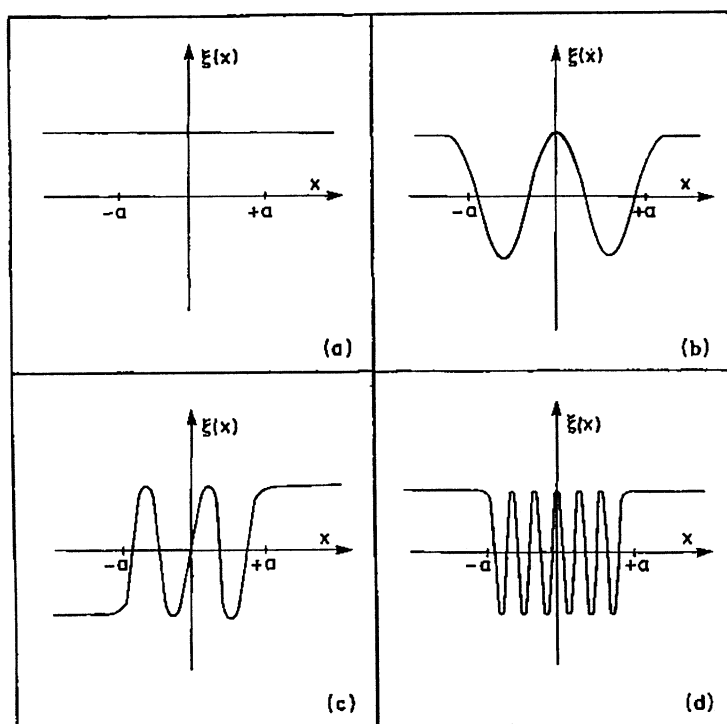


FIG. 1.13 – Profil du déplacement du fluide  $\xi(x)$  dans la direction d'excitation harmonique  $y$  à différentes altitudes  $z$ . Le mélange de phases croît avec l'altitude développant de forts gradients en  $x$  (d'après [Heyvaerts & Priest, 1983]).



une augmentation proportionnelle à  $R_e^{1/3}$ ,  $R_e^{0.31}$  et  $R_e^{0.32}$  respectivement. En fait, un processus réellement efficace conduirait à une dissipation infinie (ou à la formation d'échelles infiniment petites) en un temps fini (processus catastrophique). C'est le cas quand le temps de dissipation ne dépend pas de  $R_e$  comme par exemple pour les ondes de choc ou les cascades non linéaire directe en turbulence MHD. Pour terminer, citons [Petkaki et al., 1998] qui ont montré qu'en trois dimensions la dépendance du temps de dissipation est en  $\ln R_e$ , ce qui donne, pour les grands  $R_e$ , des temps plus courts que ceux des précédents travaux. Ceci est dû au fait que les lignes de champ divergent plus rapidement les unes par rapport aux autres dans une telle configuration.

Ces travaux montrent l'importance prise actuellement par la recherche de processus de cascade vers les petites échelles pour expliquer la dissipation. Ils rejoignent en cela les travaux exposés dans cette thèse avec cependant l'importante différence que dans notre cas l'utilisation des collisions ne sera pas possible.

## 1.5 Action de la force pondéromotrice

Cette force non linéaire présente, pour le sujet qui nous préoccupe, un double intérêt. D'une part, elle semble efficace comme processus de chauffage, notamment pour les ions; d'autre part elle permet d'expliquer la formation de cavités de plasma de petites échelles (son action peut être alors rapprochée de celle qui donne naissance aux cavitons). L'expression générale pour cette force est, pour une particule de charge  $e$  et de masse  $m$ :

$$\vec{F}_p = \frac{e^2}{4m} \left( \frac{1}{\omega_c^2 - \omega^2} \nabla E_{\perp}^2 - \frac{1}{\omega^2} \nabla E_{\parallel}^2 \right) \quad (1.26)$$

Dans le premier cas (voir par exemple [Li & Temerin, 1993] ou [Miller et al., 1995]) la force pondéromotrice, liée à un bruit électromagnétique omniprésent dans les régions de hautes latitudes, est capable d'extraire les ions de l'ionosphère (l'échappement est de l'ordre de quelques kg/s au total) en les accélérant vers les plus hautes altitudes, et ce, d'autant plus que leur masse est élevée (accélération différentielle). Le gros de la fonction de distribution ionique est donc accéléré et les électrons suivent selon le champ ambipolaire créée. Il peut alors se former une cavité le long des lignes de champ par évacuation du plasma. Pour être efficace, le champ électrique duquel la force pondéromotrice dérive doit être assez intense pour contrer les effets de la gravité. Ce mécanisme, non résonnant, non linéaire, peut expliquer la formation de fonctions de distribution "bowl" ou en faisceaux.

La force pondéromotrice peut aussi être la cause de la formation de dépression de densité comme les cavitons électrostatiques ou les cavités de plasma observées en zone aurorale, ces deux phénomènes ayant toutefois des échelles totalement différentes (respectivement quelques  $\lambda_D$  et quelques  $c/\omega_{pe}$ ). Le premier est associé au soliton de Langmuir qui est solution de l'équation de Schrödinger non linéaire dans laquelle la force pondéromotrice intervient. Cette équation découle du modèle non linéaire de Zakharov pour le couplage des oscillations de plasma électroniques et des ondes acoustiques ioniques. Le soliton est l'enveloppe du champ de l'onde plasma électronique. En trois dimensions, le caviton piège l'énergie du champ électrique ce qui augmente la force pondéromotrice qui creuse encore plus la cavité. La limitation de cet effondrement sera les effets cinétiques des électrons qui traversent les structures électriques et absorbent l'énergie.

Dans le cas de la cavité aurorale, [Belan & Stasiewicz, 1998] relie par une formule simple le courant parallèle  $\vec{j}_{\parallel}$  (associé au mouvement parallèle des électrons et donc au champ électrique parallèle de l'onde d'Alfvén inertielle) à la variation relative de densité  $n_e/n_0$ . Ils se placent dans une géométrie cylindrique naturelle pour les cônes alfvéniques, et écrivent les équations fluides du mouvement à l'équilibre dans lesquelles la force pondéromotrice intervient. Pour des ondes basse fréquence comme les ondes d'Alfvén inertielles, la dépendance temporelle observée du champ magnétique est due au mouvement du satellite, de vitesse  $v_s$ :  $d\vec{B}_{\perp}/dt \simeq v_s \nabla B_{\perp} = v_s \mu_0 \vec{j}_{\parallel}$ . En utilisant les données de FREJA, ils montrent alors qu'il existe une très forte corrélation entre les maxima de  $d\vec{B}_{\perp}/dt$  et les déplétions de densité. Pourtant, leur modèle ne reproduit pas des variations relatives de densité de plus de 40 %. C'est largement insuffisant pour expliquer les variations d'un ordre de grandeur observées à plus haute altitude par VIKING ( $\sim 10000$  km au lieu des 2500 km pour FREJA). Cela indique que la force pondéromotrice n'est sans doute pas la seule cause de la création des cavités de plasma auroral.

## 1.6 Conclusion

En une dizaine d'année, on a vu de considérables avancées dans les théories de l'accélération. Fin 60 début 70, les théories classiques (Fermi, bétatron) étaient sur le même plan que les théories qui font intervenir un champ électrique parallèle, ce qui rendait perplexes plus d'un spécialiste (on a vu en effet les lacunes de la théorie stationnaire, par exemple). Les travaux de Hasegawa et Goertz, parmi d'autres, ont permis de faire finalement pencher la balance en faveur de la seconde catégorie, ce qui

a été renforcé au cours des ans par les mesures satellites. Ces dernières sont venues confirmer l'importance des petites échelles dans les phénomènes d'accélération et de dissipation dans les plasmas sans collisions. Pourtant depuis le milieu des années 80, les avancées théoriques se sont faites rares. Par contre, par l'avènement d'expériences spatiales telles VIKING, FREJA, FAST, un bond en avant observationnel considérable a pu être réalisé. Le facteur clef de ce progrès est la mise au point d'expériences capables de mesurer les fonctions de distribution avec une remarquable résolution temporelle (de moins de 10 s à quelques 10 ms actuellement), rendant patent le rôle des petites structures et des fluctuations temporelles dans l'accélération.

Depuis les années 60, la vision de l'accélération a donc considérablement changé. Concernant les zones aurorales, on peut classifier les différents processus en trois catégories:

- Les processus macroscopiques, pour des énergies de l'ordre de quelques 100 eV, indéniablement efficaces, mais dont le côté statique, grande échelle est difficilement compatible avec les événements sporadiques ou explosifs observés. Ces processus participent sans doute à l'énergétisation du plasma mais ne seraient pas dominants.
- Des mécanismes d'interactions stochastiques avec des ondes ou des fluctuations électrostatiques de plus hautes fréquences (hybride basse, structure électrostatique de type doubles couches faibles) qui peuvent directement expliquer un transfert de moment vers les particules, ou qui peuvent participer à l'instauration d'une "friction" dans le milieu (résistivité anormale) et ainsi, faire naître une différence de potentiel nette dans le milieu si celui-ci est parcouru par des courants macroscopiques.
- Des mécanismes faisant explicitement jouer un rôle central à des ondes électromagnétiques de basses fréquences, résultant d'un couplage dynamique entre l'ionosphère et la magnétosphère. Dans ce domaine, les ondes d'Alfvén cinétique ou inertielle sont les plus intéressantes. Un des intérêts de cette description réside aussi dans le fait que accélération, petites échelles et dissipation (après calcul du courant) sont intrinsèquement associées dans le modèle. Nul besoin de faire appel à un coefficient ad'hoc comme la fréquence effective de collision comme dans le cas de la résistivité anormale.

Terminons par quelques remarques qui mettent à jour les défauts ou lacunes de certains des modèles précités. Tout d'abord, dans le cas de théories à  $\beta$  faible (cas de l'onde d'Alfvén inertielle par exemple), les électrons accélérés constituent une faible fraction de la population électronique, sous peine d'invalider l'hypothèse sur  $\beta$  ( $v_{the}$  devient alors trop grande par rapport à  $v_A$ ). D'autre part, il existe plusieurs observa-

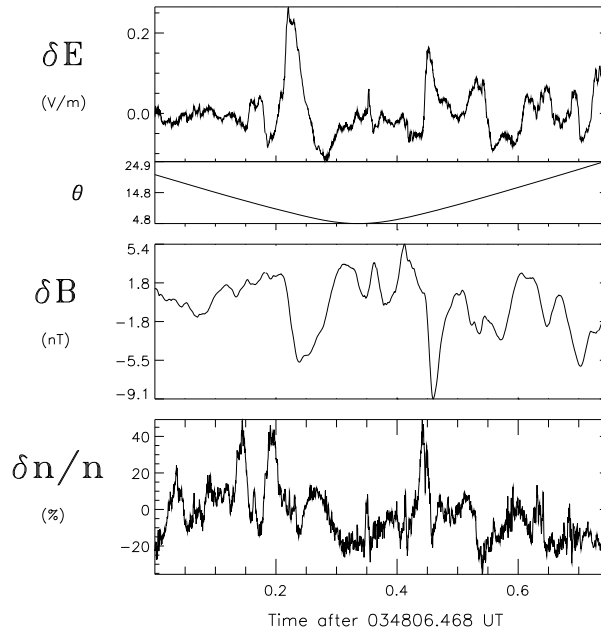


FIG. 1.14 – Champ électrique parallèle élevé observé par FREJA (d’après [Chust *et al.*, 1998]).

tions de champ électrique parallèle ou de flux de particules qui ne cadrent pas avec les modèles les plus prometteurs. [Chust *et al.*, 1998] ont montré en particulier, à partir de données FREJA, l’existence de champs électriques parallèles dont l’amplitude est de deux à trois ordres de grandeur supérieure à celle qui est potentiellement explicable par une onde inertielle (sur la Figure 1.14 on remarque, au temps proche de 0.2, une forte valeur du champ électrique pour un angle faible: le champ parallèle est alors de  $\sim 150$  mV/m). De plus, des particules ayant des énergies de plusieurs dizaines de keV ont été observées, ce qui est bien souvent la limite extrême supérieure des modèles proposés. Il est donc clair qu’il existe encore dans les données, des phénomènes potentiellement importants et toujours inexpliqués. Par ailleurs, il semble de plus en plus vraisemblable que les trois types de mécanismes exposés ci-dessus vont agir de concert ou, du moins, qu’ils ne sont pas exclusifs.

L’avènement de ces différents processus s’est fait peu à peu en suivant l’évolution et l’amélioration des techniques observationnelles qui permettent une résolution sans cesse plus fine. Alors que la notion d’échelle caractéristique n’est pas essentielle pour la première catégorie de mécanismes, elle apparaît dans la deuxième, pour être cruciale dans la troisième. Notamment, l’échelle caractéristique perpendiculaire au champ ma-

gnétique ambient (souvent inférieure au kilomètre) est devenue une grandeur cruciale. Dans [*Borovsky, 1993*], on trouvera une revue très complète des différents mécanismes ainsi que la taille perpendiculaire des arcs discrets qu'ils impliquent au niveau de l'ionosphère. Parallèlement, il est apparu que l'inhomogénéité du plasma était un élément potentiellement important dans l'accélération. L'uniformité du plasma est souvent en effet une limite aux modèles. Ces remarques, associées à des observations, nous ont conduit à considérer les gradients de densité des cavités aurorales comme des générateurs potentiels de petites échelles. Cette démarche, ainsi qu'une première simulation sont exposées dans le chapitre suivant, puis, dans le troisième chapitre, une approche cinétique prenant en compte toute la dynamique non linéaire du plasma est abordée.

# Propagation d'ondes d'Alfvén dans une cavité de plasma auroral: modèle semi-analytique

Dans ce chapitre, on présente tout d'abord des observations qui mettent en évidence la présence de cavités de plasma dans les zones aurorales et leur importance potentielle dans l'accélération. On décrit ensuite un modèle d'onde d'Alfvén se propageant dans de telles cavités. On considère dans un premier temps le système d'équations qui gère la propagation. On discute ensuite du modèle de cavité de plasma, de sa paramétrisation et de ses limites puis, finalement, des solutions numériques envisagées ainsi que celle retenue. Les résultats sont exposés dans la dernière partie du chapitre.

## 2.1 Les cavités de plasma auroral

Bien que la densité moyenne du plasma auroral soit très faible, elle n'en présente pas moins un fort degré d'inhomogénéité. Avec l'amélioration de la résolution temporelle des observations, les échelles considérées de cette inhomogénéité ont peu à peu décroît, entraînant l'élaboration de nouvelles théories. On s'intéresse ici aux déplétions de densité du plasma auroral, couramment observées par les satellites, et qu'on nomme généralement cavités de plasma auroral. On privilégiera dans notre travail celles présentant un fort gradient perpendiculairement aux lignes de champ. Elles sont néanmoins difficiles à caractériser car un satellite passe très rapidement dans ces régions (plusieurs km/s) et il n'est pas toujours aisé de déterminer l'angle avec lequel il traverse la structure et donc sa taille typique. Les premiers modèles considèrent d'ailleurs des cavités alignées avec le champ magnétique ambiant.

Ainsi [Calvert, 1981] propose une cavité à grande échelle s'étendant de  $1.8 R_T$  à  $3 R_T$  autour de  $70$  degré de latitude avec une densité inférieure à  $1 \text{ cm}^{-3}$ . Les données étaient alors celles de HAWKEYE mais DYNAMIC EXPLORER 1 a conduit à des conclusions équivalentes. Puis [Persoon et al., 1988] étudient les déplétions de densité sur une gamme d'altitude un peu plus élevée (de  $2$  à  $4.7 R_T$ ) et les corrélient avec les distributions de particules aurorales. Les plus petites tailles caractéristiques pour

les cavités qu'ils observent sont de l'ordre de 10 km avec un minimum de densité très inférieur à  $1 \text{ cm}^{-3}$  ( $\sim 0.02 \text{ cm}^{-3}$ ). Ils estiment que ces structures sont alignées avec le champ comme celles observées dans l'ionosphère. En couplant les mesures in situ et les simulations [Winglee *et al.*, 1988] proposent un modèle global pour l'accélération par les chocs, en étudiant en particulier les fonctions de distribution résultantes et la formation de cavité. Perpendiculairement aux lignes de champ ils trouvent une taille caractéristique pour la précipitation électronique de l'ordre de 20 à 40 km alors que celle pour les courants est de l'ordre du rayon de Larmor ionique.

Pourtant, ces modèles ont été remis en question par [Hilgers, 1992] et [Hilgers *et al.*, 1992] qui mettent en évidence une cavité de petite échelle grâce aux mesures de la sonde de Langmuir de VIKING. L'échelle typique obtenue est alors de  $\sim 1.4 \text{ km}$  (de l'ordre du rayon de Larmor des ions) et la densité des électrons thermiques est de l'ordre de celle des électrons énergétiques. Ce sont ces cavités que nous allons étudier par la suite. Leur structure est présentée schématiquement sur la Figure 2.1. Elles se présenteraient comme des filaments ou des "rideaux" de quelques km à quelques 10 km de largeur dans une direction transverse (Nord-Sud), pour être sans doute beaucoup plus étendues dans l'autre direction transverse (Est-Ouest), et s'étendre sur une gamme d'altitude typique de 10000 km. A l'altitude d'exploration de VIKING (10000 km), la densité de ces cavités est d'un facteur 5 à 10 fois moindre que celle du plasma ambiant. Il en résulte que leurs frontières correspondent à de forts gradients de densité (passage de  $10 \text{ cm}^{-3}$  à  $1 \text{ cm}^{-3}$  en 1 à 5 km). Ces régions sont clairement des régions d'accélération donnant lieu aux arcs (un des résultats essentiels de VIKING, confirmé par FAST) et sont aussi les régions de génération du rayonnement kilométrique auroral <sup>1</sup>.

Le satellite ISIS-1 a le premier révélé que l'origine de l'AKR était située au niveau de déplétions de densité. Par la suite d'autres observations ont montré l'existence de flux d'ions montant et de flux d'électrons descendant, signature d'un mécanisme d'accélération. Sur la Figure 2.2, qui présente des données récentes de FAST, le maximum de rayonnement kilométrique est émis, comme prévu théoriquement, à la gyrofréquence des électrons qui est représentée par la ligne bleue. Simultanément on observe une forte activité électrique à basse fréquence. Elle se retrouve aussi sur les deux composantes du champ électrique continu présenté Figure 2.3. Lorsqu'on trace avec une meilleure résolution cette partie active, autour de 6:45 UT, en s'intéressant à la densité, on s'aperçoit qu'elle correspond en réalité à un fort gradient de densité. On remarque en effet une augmentation d'un facteur 2.7 de la fréquence plasma, soit un rapport de

---

<sup>1</sup>En anglais AKR pour "Auroral Kilometric Radiation", et anciennement TKR pour "Terrestrial Kilometric Radiation".

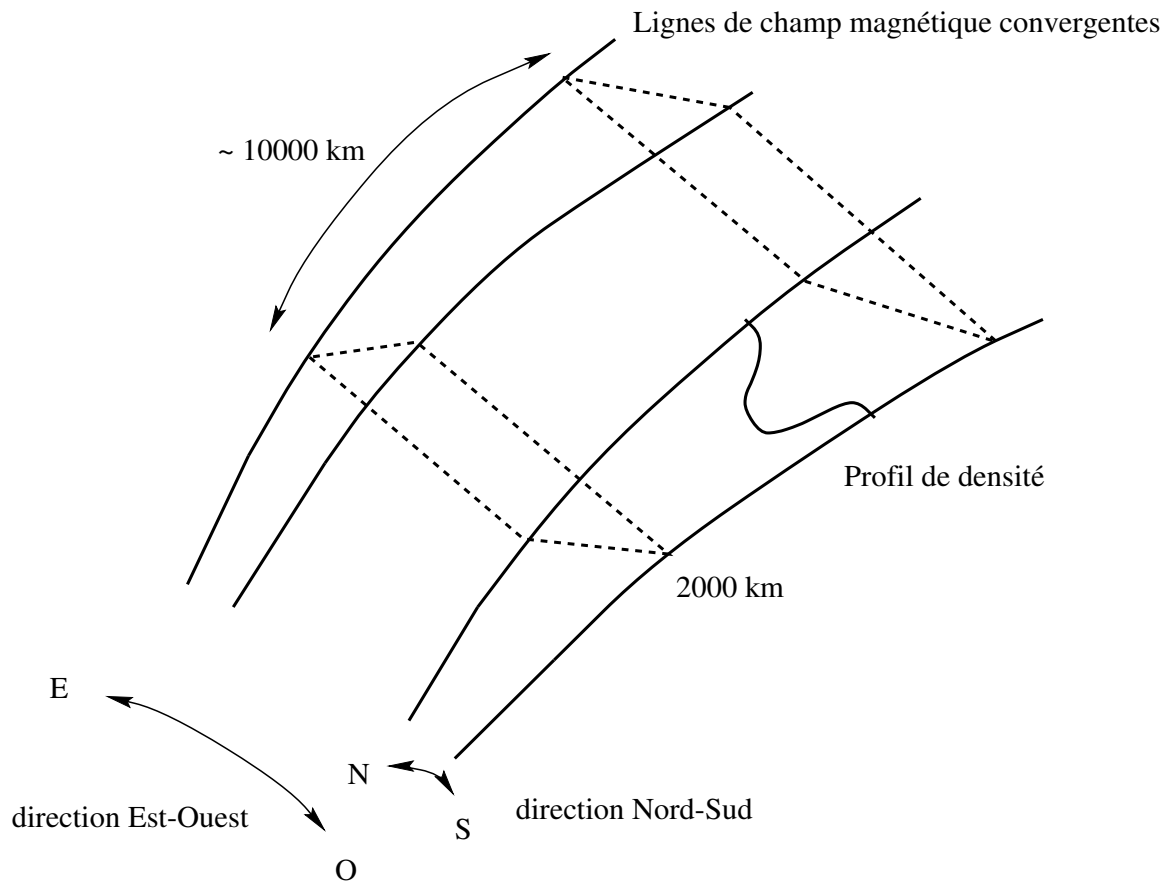


FIG. 2.1 – Vue tridimensionnelle d'une cavité de plasma.



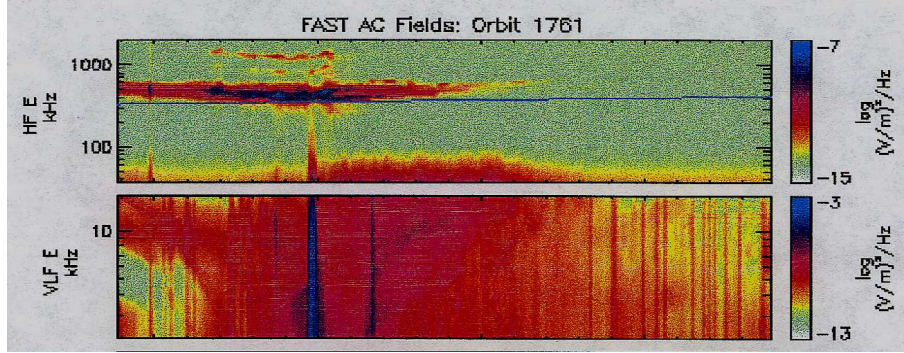


FIG. 2.2 – Spectre dynamique du champ électrique pour l’orbite 1761 de FAST. L’échelle de temps est la même que sur la Figure 2.3. La ligne bleue représente la gyrofréquence électronique.

densité de huit (Figure 2.4). La Figure 2.5, d’après des données de VIKING à  $\sim 7500$  km, synthétise les processus associés à une cavité: on y observe tout d’abord, sur le diagramme du bas, une forte décroissance de la densité électronique (plus d’un facteur trois) et ce pour toute la gamme d’énergie 50 eV-40 keV. La population froide est moins dense que la population chaude (d’environ un facteur deux). Simultanément le champ électrique présente un fort accroissement (jusqu’à 0.3 V/m) exactement localisé au niveau des gradients de densité. Il n’est pourtant pas possible de déterminer quelle est la direction exacte du champ, mais ce champ présente certains aspects de la turbulence électrostatique. Sur les gradients, sont aussi observés une augmentation des flux d’ions et d’électrons.

On voit donc que les cavités de plasma sont des lieux privilégiés pour de nombreux processus microphysiques. En ce qui concerne l’accélération, notre contribution exposée dans le présent chapitre va être de mettre en évidence la possibilité de formation de forts champs parallèles sur les gradients de densité des cavités. On présente donc ici un modèle qui rend compte de ce phénomène en adoptant une approche simplificatrice pour les équations (plasma froid, ondes basses fréquences) mais en conservant des conditions réalistes (champ dipolaire convergent, rôle de l’ionosphère, non périodicité). La contraposée est étudiée par la suite.

## 2.2 Ondes d’Alfvén dans une cavité

Pour conférer une certaine généralité à ce modèle les équations vont être établies dans un système d’abscisse curviligne quelconque. Dans un deuxième temps on spécifiera le système choisi.

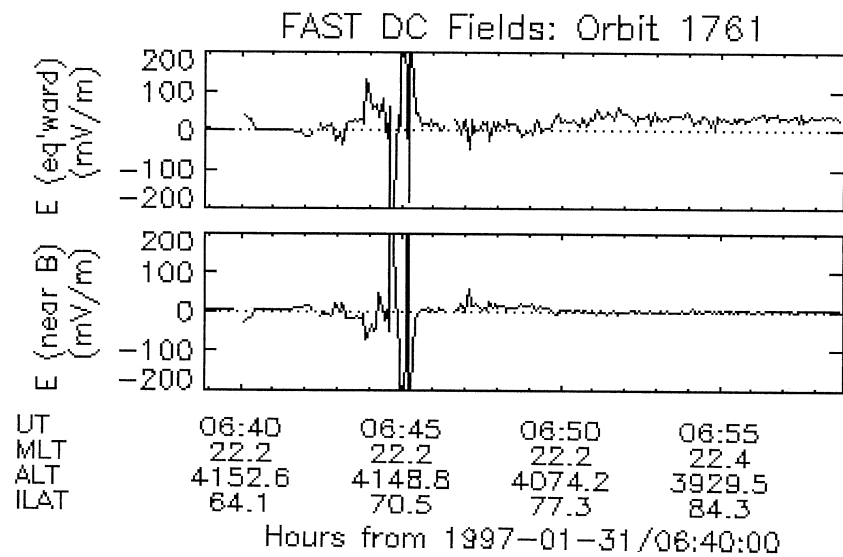


FIG. 2.3 – Champ électrique basse fréquence pour l'orbite 1761 de FAST.

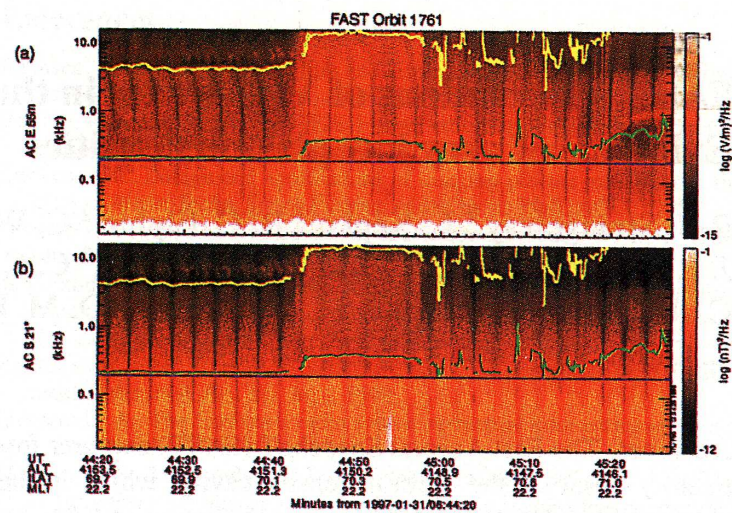


FIG. 2.4 – La fréquence plasma (proportionnelle à  $n_e$ ) est tracée en jaune (d'après [Strangeway *et al.*, 1998]).

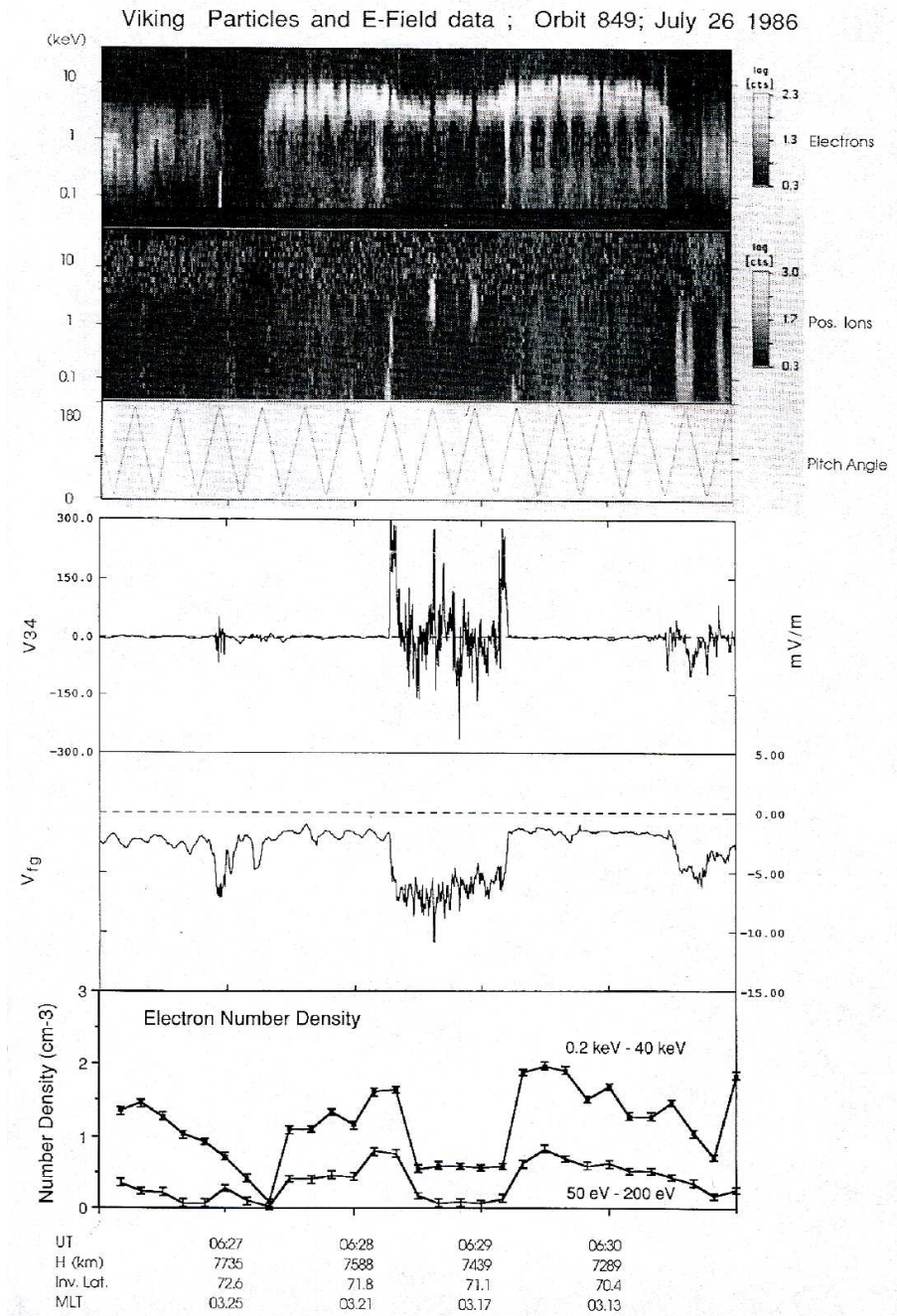


FIG. 2.5 – Spectre en énergie pour les particules et champ électrique lors d'une traversée d'une structure d'accélération par VIKING. L'intensification du champ électrique est localisée au niveau des gradients de densité (d'après [Lundin et al., 1990]).

### 2.2.1 En géométrie quelconque

Soit  $s$  l'abscisse curviligne dans un système de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$ . On a :

$$ds^2 = g_1 dx_1^2 + g_2 dx_2^2 + g_3 dx_3^2 \quad (2.1)$$

On note de plus  $g = g_1 g_2 g_3$ . On considère comme nul le champ électrique azimutal et le champ magnétique perpendiculaire (qui correspondrait à la direction Nord-Sud dans un repère géomagnétique classique):  $E_2 = 0, b_1 = 0$ . On a alors  $\vec{E}(E_1, 0, E_3)$  et  $\vec{B}(0, b_2, B_3)$  où  $B_3$  est le champ magnétique statique. De plus on choisit une symétrie azimutale  $\frac{\partial}{\partial x_2} = 0$ . On écrit les équations de l'électromagnétisme:

la relation de Maxwell-Ampère selon la coordonnée  $x_1$ :

$$(\text{rot } \vec{B})_1 = \mu_0 j_1 \quad (2.2)$$

la relation de Maxwell-Faraday selon la coordonnée  $x_2$ :

$$(\text{rot } \vec{E})_2 = -\frac{\partial b_2}{\partial t} \quad (2.3)$$

En direction perpendiculaire, les ions contribuent majoritairement à créer un courant directement lié à l'onde. En effet, le courant de polarisation porté par la particule  $\alpha$ ,  $j_\alpha = \frac{n_\alpha m_\alpha}{B^2} \frac{\partial E_1}{\partial t}$  étant proportionnel à la masse, la contribution électronique est négligeable. De plus on néglige le terme lié courant de déplacement ( $\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ). Dans ce système de coordonnées les équations précédentes s'écrivent donc:

$$\frac{1}{\sqrt{g_2 g_3}} \frac{\partial \sqrt{g_2} b_2}{\partial x_3} = -\frac{\mu_0 n m_i}{B^2} \frac{\partial E_1}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{g_1 g_3}} \left( \frac{\partial \sqrt{g_3} E_3}{\partial x_1} - \frac{\partial \sqrt{g_1} E_1}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial b_2}{\partial t} \quad (2.5)$$

Eliminer  $b_2$  permet de coupler ces deux équations, ce qui fournit la première équation de notre modèle:

$$\frac{1}{v_A^2} \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} = \frac{1}{\sqrt{g_2 g_3}} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\sqrt{g_2}}{\sqrt{g_1 g_3}} \left( \frac{\partial \sqrt{g_1} E_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \sqrt{g_3} E_3}{\partial x_1} \right) \right) \quad (2.6)$$

Pour obtenir la deuxième équation on va considérer la réponse électrostatique du plasma à l'onde donnée par la traduction locale du théorème de Gauss:

$$\text{div } \vec{E} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) \quad (2.7)$$

ainsi que les dynamiques électronique et ionique:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}(n_e \vec{v}_e) = 0 \text{ et } \frac{\partial v_{e3}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_3 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div}(n_i \vec{v}_i) = 0 \text{ et } v_{i1} = \frac{m_i}{eB^2} \frac{\partial E_1}{\partial t} \quad (2.9)$$

Le terme de force miroir a été négligé pour les électrons, ce qui est conforme à l'hypothèse plasma froid adaptée à la description de la propagation de perturbations de très basses fréquences en plasma de faible  $\beta$ . Les ions ne peuvent se déplacer que perpendiculairement aux lignes de champ, tandis que les électrons suivent une dynamique parallèle. Ces trois équations s'écrivent dans notre système de coordonnées:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} (\sqrt{g_2 g_3} E_1) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\sqrt{g_1 g_2} E_3) \right) = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x_3} (\sqrt{g_1 g_2} n_0 v_{e3}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \sqrt{g_2 g_3} \frac{n_0 m_i}{e B^2} \frac{\partial E_1}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.12)$$

Une hypothèse de quasi-neutralité donne  $n_e = n_i = n_0$ , utilisée dans les deux équations précédentes. On dérive deux fois l'équation de Gauss par rapport au temps et grâce aux deux équations ci-dessus, on obtient:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} (\sqrt{g_2 g_3} E_1) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\sqrt{g_1 g_2} E_3) \right) = -\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{c^2}{v_A^2} \sqrt{g_2 g_3} \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_3} (\omega_{pe}^2 \sqrt{g_1 g_2} E_3) \quad (2.13)$$

Nommons [1], [2], [3] et [4] les termes de l'équation précédente en commençant par la gauche, puis comparons les. La vitesse d'Alfvén est toujours inférieure à  $c$  (elle présente un maximum de  $0.2 c$  vers 7000 km) donc [1]  $\ll$  [3]. On considère en outre des fluctuations de basses fréquences ( $\omega \ll \omega_{pe}$ ) donc [2]  $\ll$  [4]. Finalement, on obtient la deuxième équation qui couple les deux composantes du champ électrique sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{c^2}{v_A^2} \sqrt{g_2 g_3} \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\omega_{pe}^2 \sqrt{g_1 g_2} E_3) = 0 \quad (2.14)$$

Les équations 2.6 et 2.14 forment donc le système que nous nous proposons de résoudre. Dans la partie suivante, en spécifiant le système de coordonnées, on va mettre en lumière la dépendance du champ électrique parallèle avec le gradient de densité.

### 2.2.2 Prise en compte de la convergence des lignes de champ

Particularisons le système de coordonnées afin de prendre en compte la convergence des lignes de champ magnétique en direction de la Terre, tout en respectant la conservation du flux magnétique, pour localement vérifier  $\text{div}\vec{B} = 0$ . Dans l'annexe C on montre comment calculer les expressions des facteurs métriques  $g_1, g_2, g_3$  lorsqu'on considère un modèle de champ magnétique dipolaire pour la zone aurorale (haute latitude et petit rapport entre l'échelle de longueur perpendiculaire et l'échelle de longueur parallèle aux lignes de champ). On montre alors que l'expression de longueur  $ds$  est donnée par:

$$ds^2 = \frac{B_0}{B_z} dx_1^2 + \frac{B_0}{B_z} dx_2^2 + dx_3^2 \quad (2.15)$$

$B_0$  et  $B_z$  sont respectivement le champ magnétique à une altitude de référence (typiquement la surface de la Terre) et la composante  $z$  du champ dans le repère  $(x, y, z)$  géocentrique. On pose  $\varphi(z) = \sqrt{\frac{B_0}{B_z}}$ . On a alors  $g_1 = g_2 = \varphi^2$  et  $g_3 = 1$  et  $\sqrt{g} = \varphi^2$ . On peut vérifier qu'on a bien  $\text{div}\vec{B} = 0$ . Comme  $\frac{\partial}{\partial x_2} = 0$  et  $b_1 = 0$  on obtient:

$$\text{div}\vec{B} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x_3} (\sqrt{g_1 g_2} B_3) = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \frac{B_0}{B_z} B_3}{\partial x_3} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial B_0}{\partial x_3} = 0 \quad (2.16)$$

En effet  $B_3 = B_z$  au premier ordre du développement de l'annexe C. On va maintenant noter  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$  et  $x_3 = z$ . Les équations 2.6 et 2.14 deviennent respectivement:

$$\begin{cases} \frac{1}{v_A^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varphi E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varphi \frac{c^2}{v_A^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\varphi^2 \omega_{pe}^2 E_z) = 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Le système 2.17 couple donc les deux composantes du champ électrique. La suite du chapitre présente la façon de le résoudre. On peut réécrire la seconde équation sous la forme:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} + E_z \frac{\partial \ln \varphi^2 n}{\partial z} = -\frac{c^2}{\varphi v_A^2 \omega_{pe}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial \ln n}{\partial x} E_x \right) \quad (2.18)$$

Traisons le cas particulier où  $\frac{\partial}{\partial z}(\varphi \omega_{pe}) = 0$ . Cela correspond à une situation pour laquelle ni  $\varphi$  ni la densité ne dépendent de  $z$ . En dérivant l'équation 2.18 par rapport à  $x$  et en substituant l'expression en  $E_z$  dans la première équation du système 2.17, on obtient une équation pour  $E_x$  seul:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{v_A^2}{\varphi} \frac{\partial^2 \varphi E_x}{\partial z^2} = \frac{c^2}{\varphi^2 \omega_{pe}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial \ln n}{\partial x} \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \ln n}{\partial x^2} E_x \right) \quad (2.19)$$

C'est une équation de propagation pour la composante perpendiculaire du champ électrique qui fait intervenir des termes dispersifs dans le membre de droite. Ce découplage entre les deux composantes est commode pour la résolution numérique: lorsque  $E_x$  est connu grâce à 2.19 on peut en déduire  $E_z$  grâce à 2.18. Pourtant dès qu'on prend en compte la variation de la densité le long des lignes de champ, ou bien lorsque le facteur géométrique  $\varphi$  dépend de  $z$ , le découplage n'est plus possible et il faudra traiter les deux équations simultanément.

## 2.3 Résolution numérique

Il s'agit maintenant de définir plus clairement le cadre physique dans lequel on va résoudre les équations décrites plus-haut. En particulier il faut expliciter les conditions aux limites et les dépendances spatiales des grandeurs connues. Une remarque importante touche aux dimensions du système modélisé. En effet comme on l'a vu au chapitre précédent, une cavité de plasma présente des dimensions fort différentes dans les deux directions privilégiées: quelques dizaines de kilomètres dans la direction Nord-Sud sont à comparer aux plusieurs milliers de kilomètres le long des lignes de champ magnétique. Le passage au numérique nécessite donc une attention particulière (un bon dimensionnement sera notamment crucial).

### 2.3.1 Normalisations et profils initiaux

#### Adimensionnement

Le Tableau 2.1 présente les normalisations utilisées dans le programme. La simulation considère une boîte rectangulaire de longueur  $L_z$  et de largeur  $L_x$ . Typiquement ces distances sont respectivement de 10000 km et 10 km.

#### Champ magnétique statique

Le champ magnétique utilisé pour la normalisation temporelle est celui de la surface terrestre soit  $B_0 \simeq 3.1 \times 10^{15}$  Tesla. On utilise un modèle de champ dipolaire particularisé aux hautes latitudes. La composante selon  $z$  est alors (voir annexe C):

$$B_z = \frac{2}{(R_t + h)^3} \mathcal{M}.$$

Grandeur	Normalisation	Valeur
Longueur perpendiculaire	$c/\omega_{pe}$	3.13 km
Longueur parallèle	$c/\omega_{pi}$	134 km
Temps	$\omega_{ci}^{-1}$	0.33 ms

TAB. 2.1 – Normalisations utilisées dans le modèle.

### Densité et vitesse d'Alfvén

La normalisation en densité se fait par rapport à la densité minimale (celle à l'altitude la plus élevée, en haut de la boîte de simulation). Le profil de densité en fonction de l'altitude est tiré de [Kletzing, 1994] et reproduit sur la Figure 2.6. Il provient d'un ajustement à des données de fusées ([Boehm *et al.*, 1990]) pour la partie ionosphérique dense, et du satellite S3-3 ([Lysak & Hudson, 1979]) pour la partie magnétosphérique. Ces deux contributions se retrouvent respectivement au terme de droite de l'expression suivante:

$$n(z) = n_{iono} e^{\perp(z \perp z_0)/h} + n_{mag} (z/z_1)^{\perp 1.55} \quad (2.20)$$

avec  $n_{iono} = 6 \times 10^4 \text{ cm}^{\perp 3}$ ,  $z_0 = 318 \text{ km}$ ,  $h = 383 \text{ km}$ ,  $n_{mag} = 1.34 \times 10^7 \text{ cm}^{\perp 3}$  et  $z_1 = 1 \text{ km}$ . Pour modéliser la cavité de densité, on choisit une variation perpendiculaire paramétrable. Cela permet de tester des gradients plus ou moins forts. Soient  $n_0$  la valeur de la densité à l'extérieur de la cavité et  $\Delta_g$  le paramètre d'ajustement. Le profil est le suivant:

$$n(x) = n_0 \left( 1 - \frac{1}{\pi} \left( \arctan \left( \frac{x - L_x/3}{\Delta_g} \right) + \arctan \left( \frac{-x + 2L_x/3}{\Delta_g} \right) \right) \right) \quad (2.21)$$

La densité et le champ magnétique étant définis, on peut en déduire le profil de vitesse d'Alfvén (cf Equation 1.13) qui est tracé sur la Figure 2.6. C'est le profil utilisé dans les régions de densité uniforme; dans les zones de déplétion la vitesse d'Alfvén sera donc plus élevée. On remarque qu'il existe un pic dans le profil: il correspond à la limite pour laquelle le champ magnétique décroît plus vite que la densité en fonction de l'altitude. Entre ce point et l'ionosphère, la vitesse décroît vers la Terre; c'est une zone dans laquelle des ondes peuvent être piégées et qui est appelée couche de résonance alfvénique.



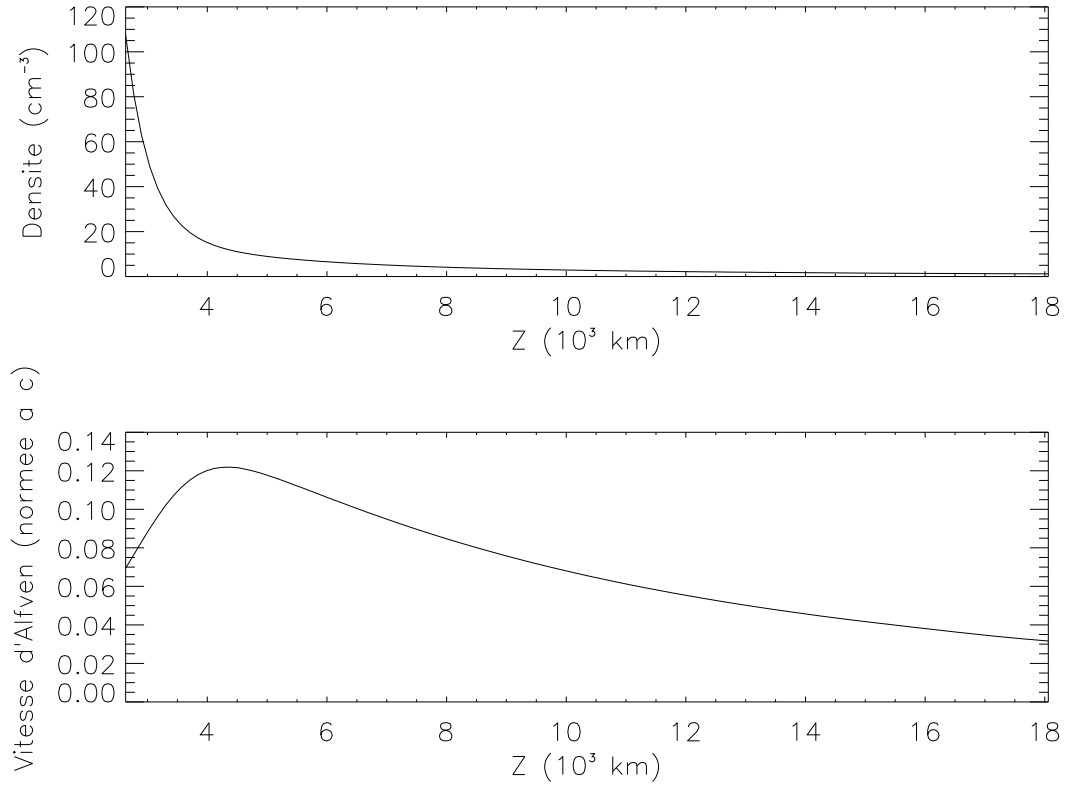


FIG. 2.6 – Densité et vitesse d'Alfvén.

### Perturbation de champ électrique perpendiculaire

On choisit un pulse alfvénique, de très grande longueur d'onde, sous forme d'une gaussienne. A l'instant initial, seul le "nez" de l'onde est entré dans la boîte de simulation, comme indiqué sur la Figure 2.8. La forme générale du pulse est alors:

$$E_{\perp} = E_0 \exp \left( - \left( \frac{z - v_A t - z_{\infty}}{\Delta_l} \right)^2 \right) \quad (2.22)$$

### 2.3.2 Schéma numérique

Pour expliciter le schéma numérique on va réécrire les équations dérivées au chapitre précédent. Premièrement on scinde l'équation 2.19:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{v_A^2}{\varphi} \left( \frac{\partial^2 \varphi E_x}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( E_z \frac{\partial \ln \varphi^2 n}{\partial z} \right) \right) \quad (2.23)$$

avec

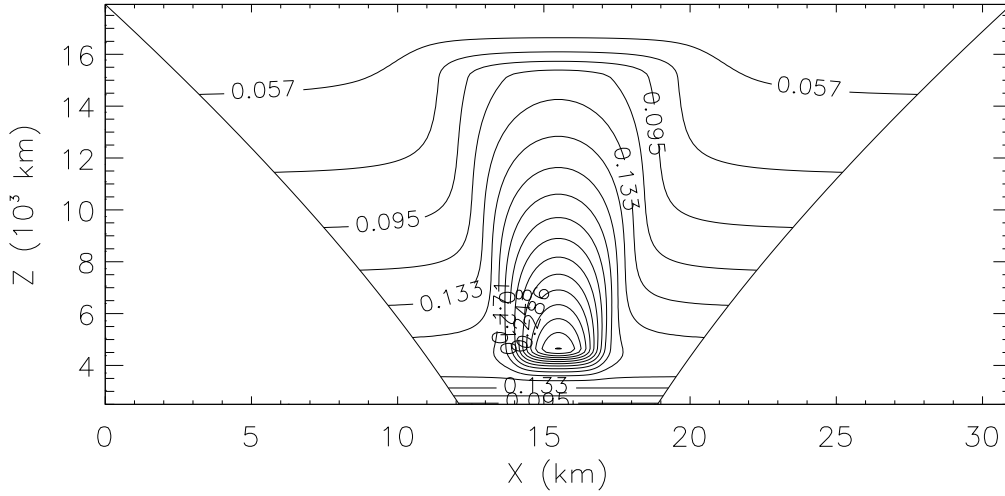


FIG. 2.7 – Vitesse d’Alfvén en fonction des directions parallèle et transverse. Le maximum est atteint au centre de la cavité.

$$\phi = E_x - \frac{c^2}{\varphi^2 \omega_{pe}^2} \left( \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial \ln n}{\partial x} \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \ln n}{\partial x^2} E_x \right) \quad (2.24)$$

Avec une telle définition il est à noter que  $\phi = E_x$  dans les régions où  $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ . Deuxièmement on réécrit l’équation 2.18:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{c^2}{\varphi v_A^2 \omega_{pe}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_x \frac{\partial \ln n}{\partial x} \right) - E_z \frac{\partial \ln \varphi^2 n}{\partial z} \quad (2.25)$$

Ces équations définissent les trois étapes du schéma de résolution:

1. à  $t$  on connaît  $E_x$  et  $E_z \forall x, \forall z \implies$  on en déduit  $\phi$  à  $t + 1$  grâce à l’équation 2.23
2. à  $t + 1$  on connaît  $\phi \forall x, \forall z \implies$  on en déduit  $E_x$  à  $t + 1$  grâce à l’équation 2.24
3. à  $t + 1$  on connaît  $E_x \forall x, \forall z \implies$  on en déduit  $E_z$  à  $t + 1$  grâce à l’équation 2.25.

Ce schéma implique la connaissance des champs initiaux ou aux bords du domaine de simulation. Cela est détaillé ci-après pour les deux composantes du champ électrique.

### Composante $E_{\perp}$

**En  $x = 0$  et  $x = L_x$**  Pour toutes les altitudes on calcule à chaque instants la valeur du champ grâce à l’équation de propagation en milieu homogène (selon  $x$ ). On garde

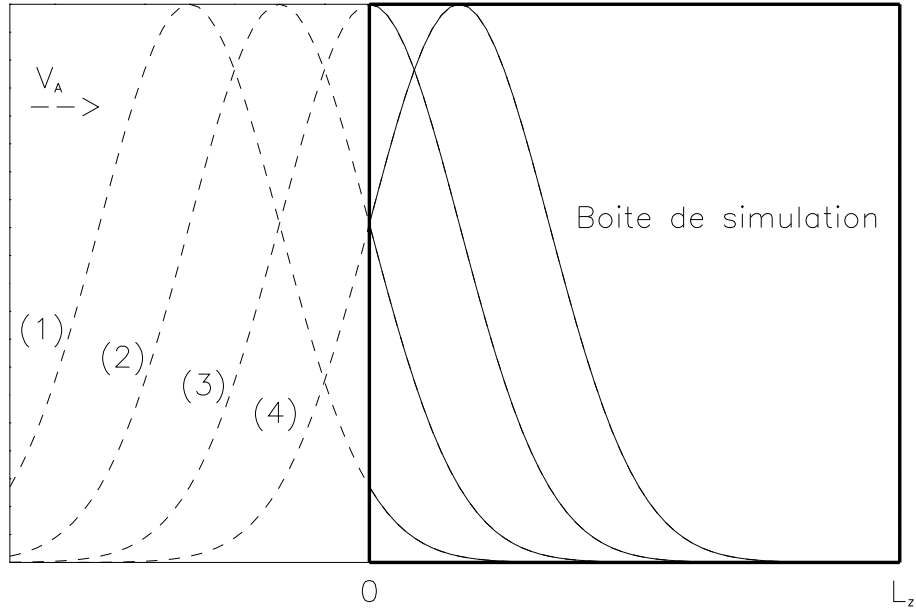


FIG. 2.8 – Perturbation de champ électrique à quatre instants. La perturbation initiale correspond à la courbe notée (1) et son maximum est situé en  $z_\infty$  (voir Équation 2.22).

cependant la dépendance de la vitesse d'Alfvén avec l'altitude. Autrement dit, on fait propager la condition initiale (le pulse défini précédemment) selon l'équation:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = v_A^2(z) \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \quad (2.26)$$

Cette équation est résolue explicitement par un schéma d'ordre deux et les champs  $E_x(x = 0, z, t)$  et  $E_x(x = L_x, z, t)$  sont gardés en mémoire. Ils sont donc utilisés comme conditions aux bords dans les deux équations 2.23 et 2.24. Dans l'annexe E on montre comment l'amplitude du champ est modulée lors de la propagation dans un milieu présentant une inhomogénéité longitudinale ( $v_A = v_A(z)$ ).

**En  $z = 0$**  A l'instant  $t$ , le champ à  $z = 0$  est  $f(z - v_A t)$  où  $f$  est la perturbation initiale (dans notre cas le pulse).

**En  $z = L_z$**  On considère que l'onde se réfléchit sur l'ionosphère supposée parfaitement conductrice. Le champ est donc nul sur cette frontière.

**Composante  $E_{\parallel}$** 

D'après l'équation 2.25, d'ordre un en  $z$ , il suffit d'une condition à un bord: on va prendre  $E_z(x, z = 0, t) = 0$ .

**2.3.3 Méthodes de résolution**

Nous avons explicité le schéma numérique du calcul, ainsi que les conditions initiales et aux bords. Voyons maintenant plus précisément comment sont résolues les trois équations 2.23, 2.24, 2.25:

**Équation 2.23: intégration par différences finies****Équation 2.24: la méthode de la boîte**

A une altitude et un temps donnés, il nous faut résoudre une équation différentielle d'ordre deux en  $x$  avec les conditions aux bords  $x = 0$  et  $x = L_x$  données dans la section précédente. On utilise une méthode qui calcule simultanément les valeurs du champ sur l'intervalle de résolution en transformant l'équation en un système linéaire de la forme  $A \cdot X = B$ <sup>2</sup>. Pour illustrer la méthode, on se donne à résoudre l'équation différentielle ordinaire d'ordre deux suivante:

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = d(x) \quad (2.27)$$

avec les conditions aux bords:

$$y(x_g) = y_g \text{ et } y(x_d) = y_d \quad (2.28)$$

On introduit une nouvelle variable  $z(x) = y'(x)$  et l'équation ci-dessus devient:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ \frac{d - cy - bz}{a} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

On choisit une grille sur l'intervalle  $[x_g, x_d]$  sur laquelle les équations du système ci-dessus sont approchées par un schéma aux différences finies. Par exemple, si on choisit la méthode d'Euler (qui est d'ordre un, mais c'est une méthode d'ordre deux qui a été effectivement implémentée, le schéma leapfrog):

---

<sup>2</sup>La 'box method', voir [Zwillinger, 1992].

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}_k + (x_{k+1} - x_k) \begin{pmatrix} z \\ \frac{d - cy - bz}{a} \end{pmatrix}_k \quad (2.30)$$

où on note pour toute fonction  $u$ :  $u_k = u(x_k)$  et  $x_g = x_1 < \dots < x_k < \dots < x_d = x_N$ . On simplifie les notations en définissant  $h_k = x_{k+1} - x_k$ ,  $e_k = d_k/a_k$ ,  $f_k = c_k/a_k$  et  $g_k = b_k/a_k$ . Cela permet de reecrire:

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + h_k z_k \\ z_{k+1} = z_k + h_k(e_k - f_k y_k - g_k z_k) \end{cases} \quad (2.31)$$

qui peut aussi se mettre sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} 1 & h_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ h_1 f_1 & h_1 g_1 - 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & h_2 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & h_2 f_2 & h_2 g_2 - 1 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ z_1 \\ y_2 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h_1 e_1 \\ 0 \\ \vdots \\ h_{N-1} e_{N-1} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Il faut ensuite ajouter les deux lignes qui correspondent aux conditions aux bords:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ z_1 \\ y_2 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_g \\ y_d \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

On obtient ainsi une équation matricielle  $2N \times 2N$ . La solution peut être obtenue par une méthode de résolution de système linéaire. La forme de la matrice dépend bien sûr du schéma de discrétisation choisi.

Cette méthode permet de résoudre la deuxième étape du schéma et donc d'obtenir  $E_x$ . On voit aussi que, sans plus d'effort numérique, on récupère le champ  $\frac{\partial E_x}{\partial x}$  qui est utilisé pour le calcul de  $E_z$  (équation 2.25).

### Équation 2.25: intégration par différences finies

Le champ est obtenu simplement par un schéma aux différences finies. Il est à noter que la dérivée seconde par rapport au temps est résolue par un schéma précis

à l'ordre un en  $\Delta t$  ( $\mathcal{O}(\Delta t)$ ) uniquement en utilisant les deux instants précédant celui du calcul. A cette étape, les champs qui interviennent ne sont en effet pas connus au temps suivant (ce qui serait nécessaire pour un schéma en  $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ ).

## 2.4 Résultats

### 2.4.1 Simulations typiques

Le code utilisant les méthodes présentées dans les sections précédentes est écrit en Fortran 77 et tourne en local sur une machine du laboratoire. Puisqu'on s'intéresse à la propagation de l'onde, le temps de calcul dépend du trajet choisi pour l'onde. Typiquement, il comprend le temps d'arrivée de la structure dans la boîte (comme on l'a vu précédemment, on initialise la boîte avec juste le front avant), la réflexion à l'ionosphère et le retour vers la borne supérieure. Le temps CPU est alors de  $\sim 7$  h. pour une simulation de  $3000 \omega_{ci}^{\perp 1}$ , 100 points dans la direction  $x$  et 150 dans la direction  $z$ . Bien qu'il y ait un facteur mille dans les échelles perpendiculaire et parallèle, les nombres de points dans les deux directions sont du même ordre. Cela vient du fait que les variations perpendiculaires sont très élevées; avec un nombre  $N_x$  de points suffisant on peut ainsi résoudre des échelles inférieures aux kilomètres sans que le code diverge. Le nombre  $N_x$  conditionne significativement le temps de calcul car à chaque pas de temps pour chaque altitude on doit résoudre un système linéaire de taille  $N_x^2$ .

### 2.4.2 Propagation de $E_{\perp}$

Pour une cavité présentant un gradient de densité moyen ( $\Delta_g = 0.7$  ce qui correspond à une chute de densité d'un facteur 3 sur 10 km au niveau de l'altitude supérieure), la Figure 2.9 propose trois vues du champ électrique perpendiculaire aux instants 1300, 1600 et 1900  $\omega_{ci}^{\perp 1}$  (ici  $\omega_{ci}^{\perp 1}$  est normé par rapport au champ magnétique à la surface de la Terre, soit  $\omega_{ci}^{\perp 1} = 0.33$  ms). Pour les mêmes instants, la Figure 2.10 donne l'évolution du champ parallèle (l'échelle est alors en mV/m). La représentation tient compte de la convergence des lignes de champ qui est importante entre  $4 R_T$  et la surface. Cette convergence est traduite par le facteur  $\varphi$  qui augmente avec l'altitude et induit d'une part une réduction de l'échelle perpendiculaire, d'autre part une accumulation du champ électrique perpendiculaire. Dans les simulations présentées ici et dans la suite ce facteur d'échelle vaut environ 5 entre le haut et le bas de la boîte. Du fait de la symétrie de la simulation dans la direction  $x$ , une moitié de boîte seulement est présentée. Notons ici que le champ électrique perpendiculaire est symétrique dans

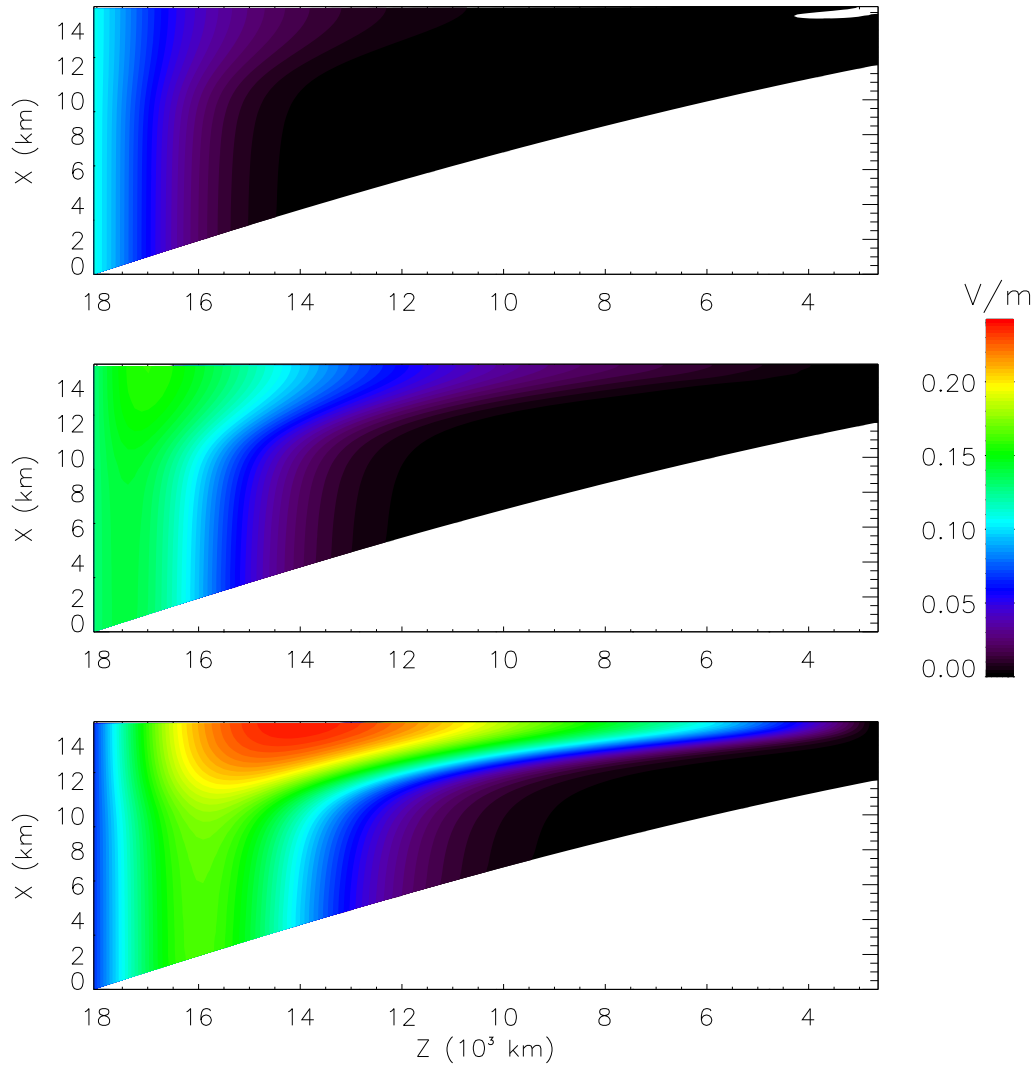
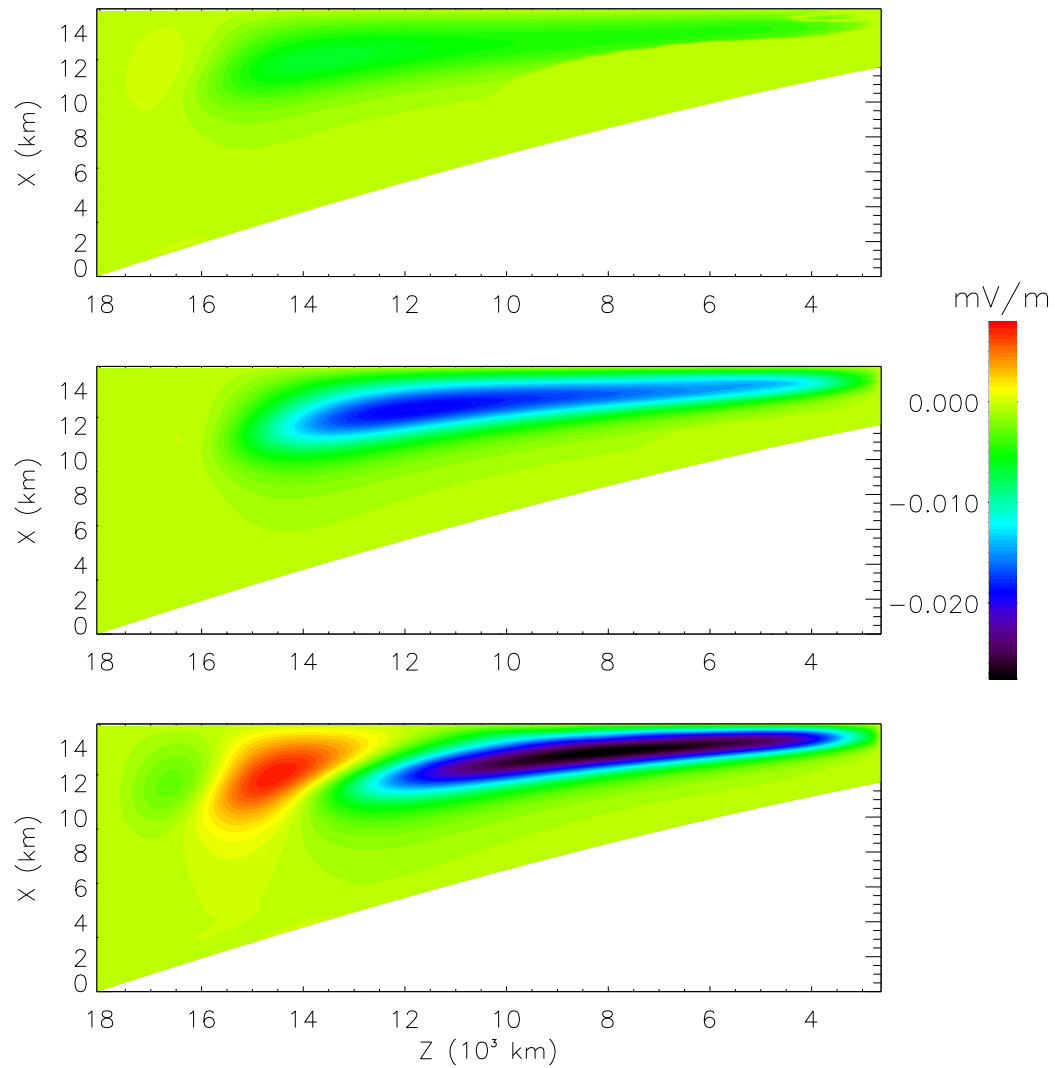


FIG. 2.9 –  $E_{\perp}$  pour trois instants de la simulation ( $\Delta_g = 0.7$ ).

cette représentation mais que la composante parallèle est antisymétrique car proportionnelle à  $\frac{\partial}{\partial x}$ . Il faut donc inverser le champ parallèle sur l'autre gradient de densité (les vues proposées sont celles avec un gradient de densité négatif).

FIG. 2.10 –  $E_{\parallel}$  pour trois instants de la simulation ( $\Delta_g = 0.7$ ).



En haute altitude (sur les premiers pas de la simulation) la densité est uniforme, donc le pulse se propage sans distorsion sur tout le front. Quelques centaines de kilomètres plus loin, en revanche, l'onde pénètre dans la cavité. Au centre, la densité est plus faible que sur les bords donc la vitesse d'Alfvén  $y$  est plus élevée (voir l'Équation 1.13 et la Figure 2.7) ce qui explique la torsion progressive du front d'onde et la propagation différentielle selon l'axe  $x$ . L'échelle perpendiculaire va se réduire peu à peu jusqu'à atteindre des tailles de l'ordre de  $c/\omega_{pe}$ . Comme déjà précisé, cette échelle (épaisseur de peau électronique) marque la limite en-deçà de laquelle le champ électrique parallèle devient notable (régime inertielle de l'onde d'Alfvén). Il est important de noter ici que  $c/\omega_{pe}$  diminue en direction de la Terre, donc le front d'onde doit se tordre de plus en plus au cours de la propagation pour rester dans le régime  $k_{\perp} c/\omega_{pe} \sim 1$ .

### 2.4.3 Formation des petites échelles transverses

Ce régime est effectivement atteint très vite et sur une longue extension parallèle comme le montre la Figure 2.11 pour laquelle on a tracé la valeur  $\eta$  du rapport  $\frac{\delta_e}{E_{\perp}} \cdot \frac{\partial E_{\perp}}{\partial x}$ . Plus précisément, c'est pour chaque temps et chaque altitude  $z$  que le maximum de  $\eta$  est tracé. Ce maximum apparaît naturellement sur les gradients de densité, zones de torsion maximale du front d'onde. Pour les hautes altitudes, dans les régions de densité uniforme,  $\eta$  est proche de zéro. Au cours de la propagation il atteint la valeur 1 très vite, en moins de 4000 km de propagation, et la dépasse même ( $\eta \simeq 4$ ) sur une grande gamme d'altitude (plusieurs milliers de kilomètres). Cela signifie que la torsion de l'onde par propagation différentielle (c'est-à-dire la formation de  $k_{\perp}$ ) est plus rapide que le rétrécissement de l'échelle perpendiculaire  $c/\omega_{pe}$  (qui varie comme  $n(z)^{+1/2}$ ). A proximité de la Terre, comme la densité augmente très vite,  $\eta$  redevient vite inférieur à 1. Cela montre donc qu'un pulse alfvénique entrant dans une cavité de plasma comparable à celles couramment observées, est capable de former des échelles de longueur compatibles avec l'apparition d'un champ électrique parallèle non négligeable. On va s'intéresser maintenant à la formation de ce champ.

### 2.4.4 Formation de $E_{\parallel}$

Le champ électrique parallèle s'obtient directement à partir de l'Équation 2.18. Il est tracé sur la Figure 2.10 pour les mêmes instants que sur la Figure 2.9. L'échelle est cette fois en mV/m. Les valeurs significatives du champ sont concentrées dans une fine bande dans la direction  $x$  qui correspond exactement à la zone de gradient de densité.

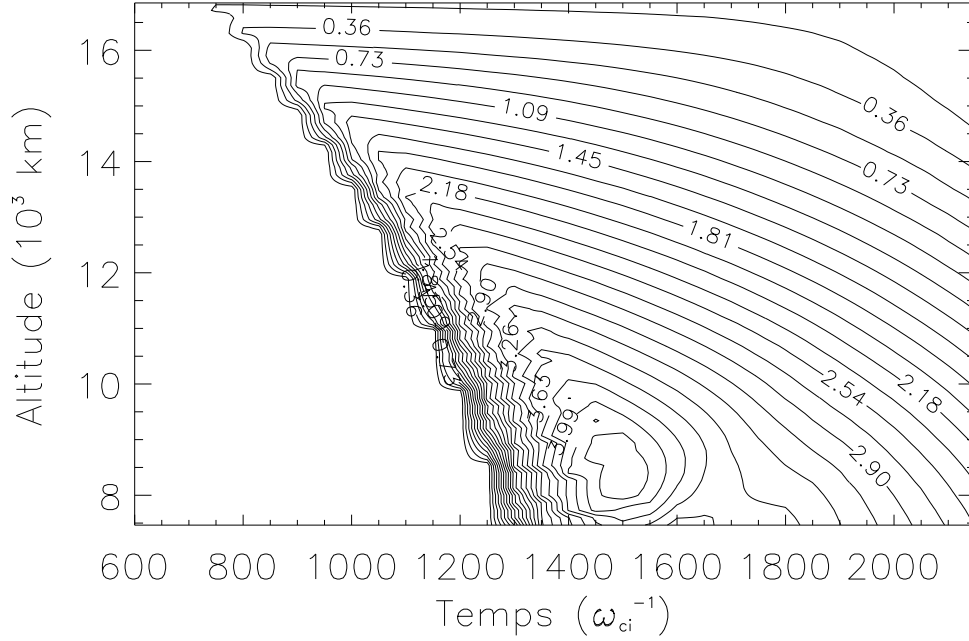


FIG. 2.11 – Maximum du rapport  $\frac{\delta_\varepsilon}{E_\perp} \cdot \frac{\partial E_\perp}{\partial x}$  dans la direction  $x$ .

Dans les zones de densité uniforme, par contre, le champ reste nul. Les maxima de  $E_{\parallel}$  sont situés en avant des maxima de  $E_{\perp}$  dans les zones où les échelles perpendiculaires sont les plus réduites (fort  $k_{\perp}$ ). Les maxima de champ parallèle apparaissent donc entre les zones de maxima de champ perpendiculaire et les zones de forts  $k_{\perp}$ . D'autre part, le fait que le champ parallèle ait des valeurs non négligeables très bas en altitude tient aux limites d'intégration de l'Équation 2.18. En effet, cette équation a été établie dans une hypothèse où la perturbation alfvénique est à basse fréquence. Quand cette perturbation disparaît il faut reconsidérer l'équation d'évolution du champ parallèle, ce qui est fait dans l'annexe F. Entre les deux régimes, il existe un domaine où le champ perpendiculaire est très faible et pour lequel on obtient :

$$E_z \propto \frac{1}{\varphi^2 n} \quad (2.34)$$

en égalisant le membre de droite de l'Équation 2.18 à zéro. Cela explique le lent retour à zéro. La définition de la séparation entre les zones de validité de l'Équation 2.18 apparaît donc comme une des limites physiques de ce modèle. Elle conditionne en effet l'extension parallèle du champ, ainsi que la différence de potentiel instaurée.

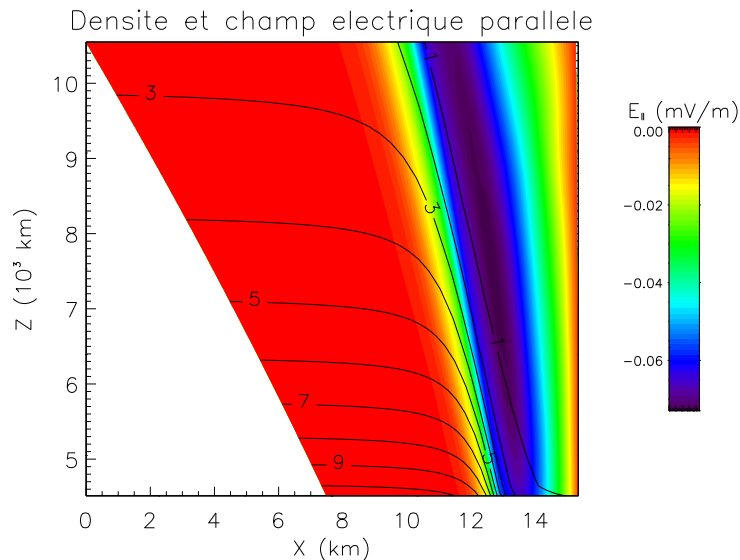


FIG. 2.12 –  $E_{\parallel}$  (codé en couleurs et en mV/m) et densité (contours en  $\text{cm}^{-3}$ ).

Les Figure 2.12 et Figure 2.13 mettent plus clairement en évidence les coïncidences spatiales entre le maximum de gradient de densité, la torsion maximale du front d'onde et le pic de champ électrique parallèle. Sur la première on superpose la densité (représenté en contours) et le champ parallèle. Sur la deuxième les deux composantes du champ sont superposées. Sur les gradients le comportement a été décrit plus haut. En dehors des gradients le pulse se propage sans torsion, et aucun champ parallèle n'est créé. Dans ce cas les variations du champ perpendiculaire sont uniquement longitudinales et proviennent d'une part de la convergence des lignes de champ (comme indique plus haut), et d'autre part de la variation de densité avec  $z$ . Cet effet est étudié plus en détail dans l'annexe E par une approche WKB: on montre alors que l'amplitude d'une onde se propageant dans un milieu d'indice (ou de densité) variable dans la direction de propagation varie comme la racine de la vitesse de propagation. Cet effet est mis en évidence en suivant le maximum du pulse au cours de la propagation.

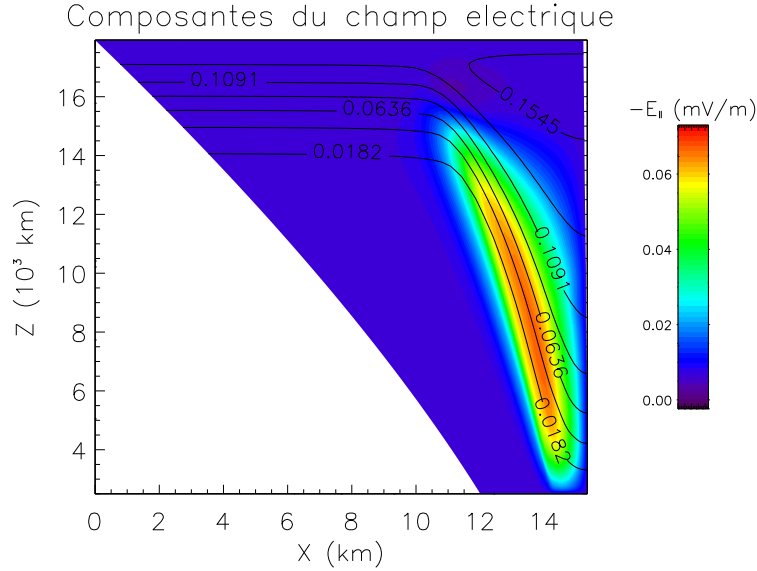


FIG. 2.13 –  $E_{\parallel}$  (codé en couleurs et en mV/m) et  $E_{\perp}$  (contours en V/m).

### 2.4.5 Etude paramétrique

L'influence de la taille caractéristique du gradient peut être étudiée en modifiant la valeur de  $\Delta_g$ . Pour un gradient fort ( $\Delta_g = 0.2$ , ce qui correspond à une chute de densité d'un facteur 3 sur 6 km au niveau de l'altitude supérieure) on obtient les Figure 2.14 et Figure 2.15 où les deux composantes du champ électrique sont tracées pour les mêmes instants que sur la Figure 2.9. Le changement de paramètre  $\Delta_g$  a modifié deux caractéristiques par rapport au premier cas: d'une part l'échelle perpendiculaire de variation de la densité est plus courte, d'autre part la densité minimum (au centre de la cavité) est plus faible. Cela est visible sur la Figure 2.14: le front de  $E_{\perp}$  s'est propagé plus vite au centre, car la densité est plus faible, et la variation dans la direction  $x$  est beaucoup plus brutale. Ces deux événements se traduisent directement par une augmentation du champ parallèle dont les valeurs maximales (cinq fois plus élevées que précédemment) se retrouvent concentrées sur une zone plus étroite (de l'ordre de deux kilomètres). Notons ici que l'apparition des zones de champ électrique parallèle positif (représentées en rouge sur les Figure 2.10 et Figure 2.15) provient du fait que le pulse de champ perpendiculaire est complètement entré dans la boîte de simulation. C'est donc le front arrière de l'onde qui induit le champ parallèle de signe opposé (qui est relié en fait au  $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$  de l'Équation 2.18).

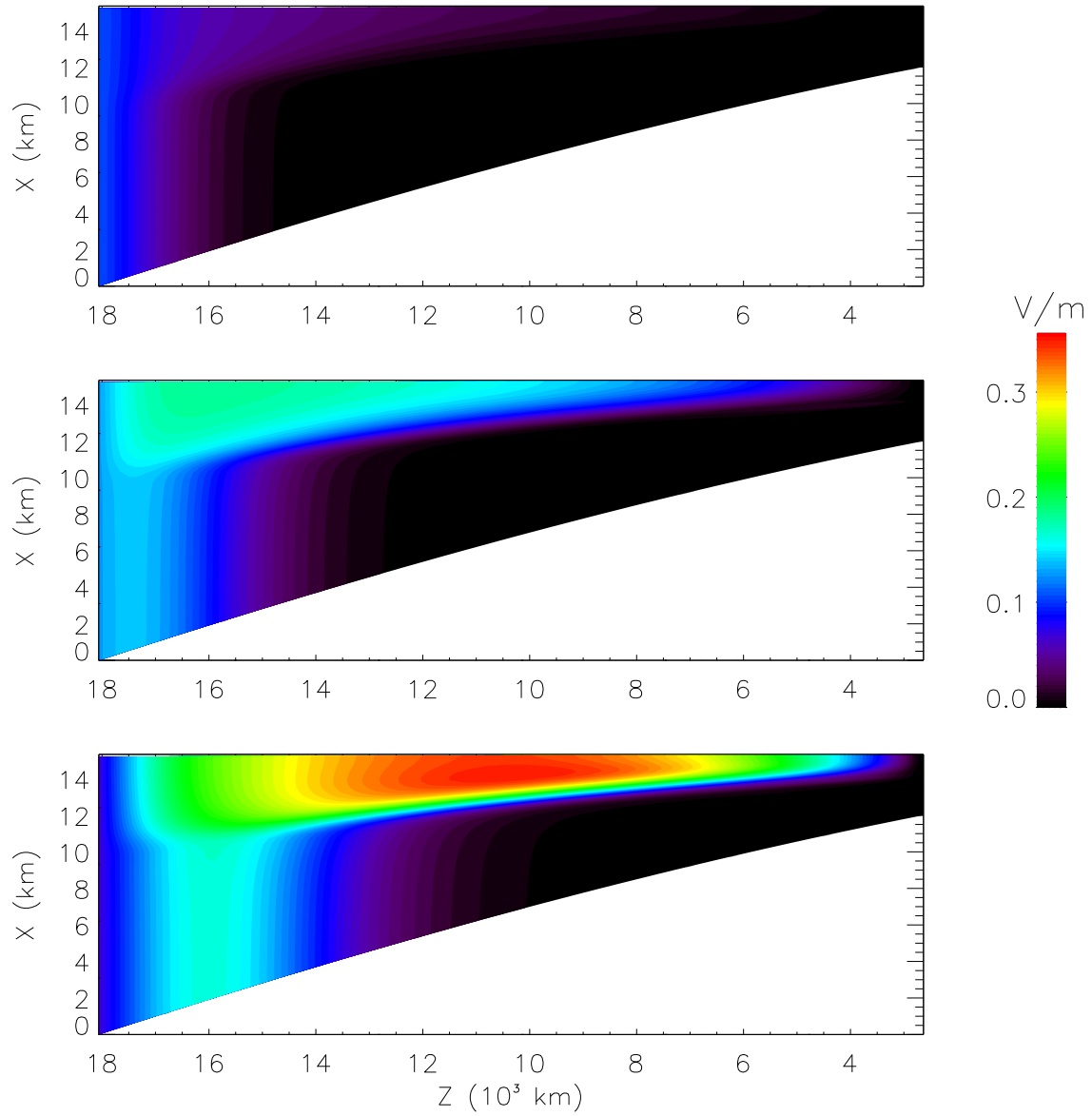
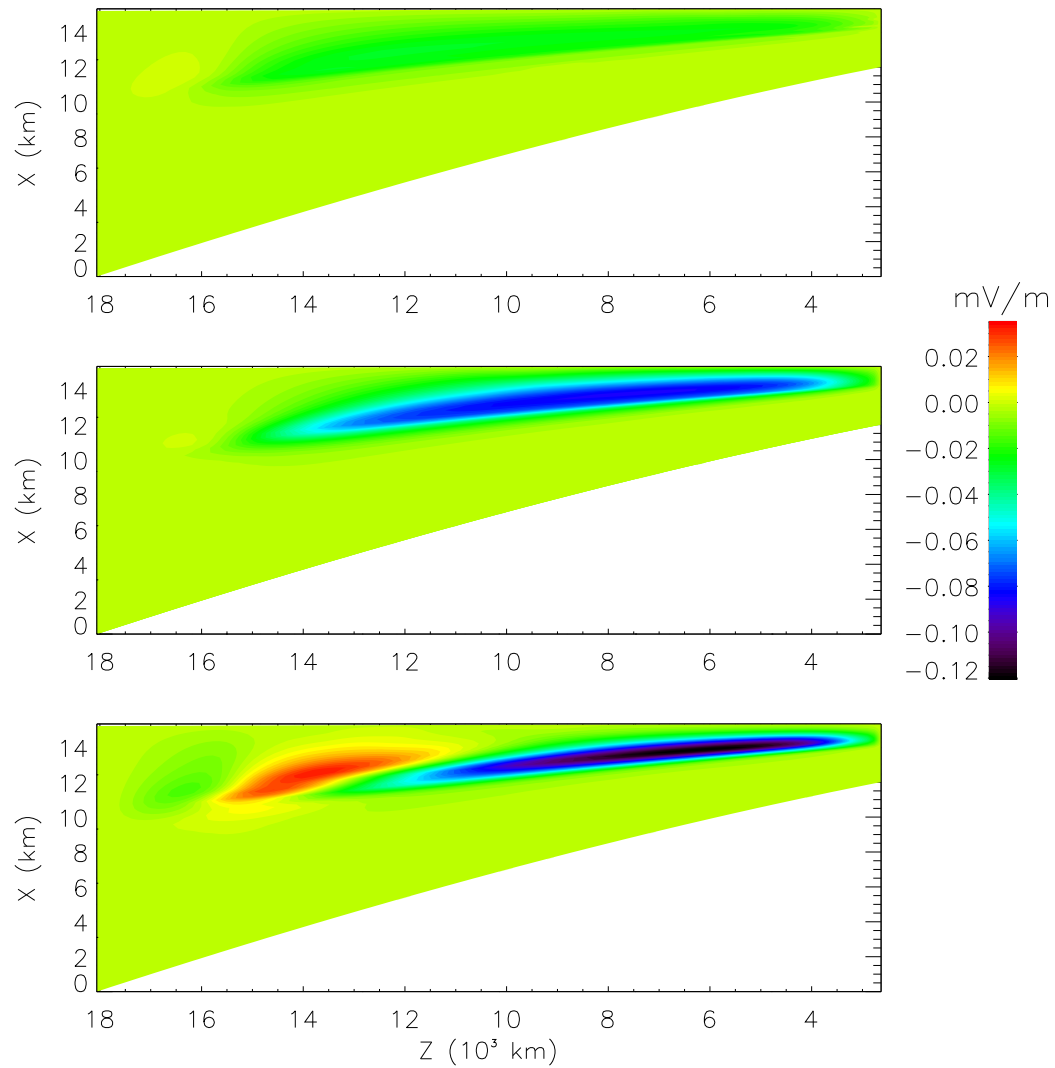


FIG. 2.14 –  $E_{\perp}$  pour trois instants de la simulation ( $\Delta_g = 0.2$ ).

FIG. 2.15 –  $E_{\parallel}$  pour trois instants de la simulation ( $\Delta_g = 0.2$ ).

Les Figure 2.10 et Figure 2.15 donnent l'allure du champ parallèle avant la réflexion de l'onde sur l'ionosphère. On verra plus loin que des valeurs encore plus élevées sont obtenues après réflexion.

Une étude paramétrique en fonction de  $\Delta_g$  peut être menée. On s'intéresse alors au rapport  $E_{\parallel_{max}}/E_{\perp_{haut}}$  qui donne à un instant donné la valeur maximale du champ parallèle normée par rapport au champ perpendiculaire initial (de l'ordre de 100 mV/m). La valeur de ce rapport est tracée sur la Figure 2.16 comme une fonction de  $\Delta_g$ . La courbe en trait plein représente une fonction proportionnelle à  $1/\Delta_g$ . Elle indique que la dépendance du champ parallèle est inversement proportionnelle à une échelle de longueur. On retrouve l'équivalent de l'onde d'Alfvén cinétique ou inertielle pour lesquelles  $E_{\parallel} \propto k_{\perp}$ . Pourtant les valeurs de champ sont dans notre cas nettement supérieures à celles associées à ces ondes qui donnent grossièrement  $E_{\parallel_{max}}/E_{\perp_{haut}} \simeq 0.001$  (cf Équation 1.20). Pour un gradient de densité important on voit que notre modèle conduit à des valeurs dix fois plus élevées.

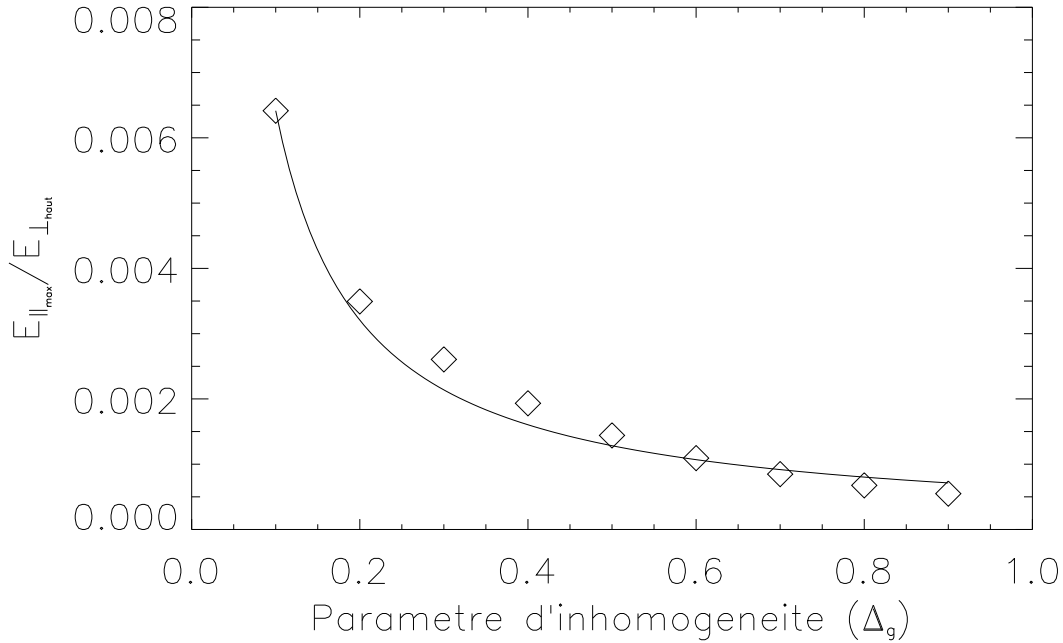


FIG. 2.16 – Maximum de  $E_{\parallel}$  normalisé à  $E_{\perp}$  au niveau de la magnétosphère en fonction du paramètre d'inhomogénéité  $\Delta_g$ .

### 2.4.6 Comparaison avec l'onde d'Alfvén inertielle classique

On peut comparer plus précisément l'action du gradient de densité par rapport à celle d'un  $k_{\perp}$  fini en initialisant le code de façon différente. Pour cela on considère une densité constante dans la direction  $x$  mais un champ perpendiculaire qui varie dans cette même direction dès le début de la simulation. Le profil choisi est typiquement de la forme  $E_{\perp}(x) = E_0(1 + e^{\perp(x \perp L_x/2)^4/\Delta_c^4})$  où  $\Delta_c$  est une échelle caractéristique. On rappelle que dans le cas précédent l'onde était initialement homogène dans la direction  $x$  ( $k_{\perp} = 0$ ). Le champ parallèle créé est alors celui de l'onde d'Alfvén inertielle, et peut être calculé avec l'Équation 1.20. On choisit  $\Delta_c$  tel que le maximum de  $1/n \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$  soit supérieur à celui  $1/E_{\perp} \cdot \frac{\partial E_{\perp}}{\partial x}$  (par exemple  $\Delta_c = 1.2$  et  $\Delta_g = 0.2$ ). La contribution de ces deux termes qui interviennent dans l'Équation 2.18 est étudiée plus loin. Notons simplement qu'ils sont tous deux proportionnels à  $E_{\perp}/L_{\perp}$  où  $L_{\perp}$  est une échelle associée au gradient de densité ou au champ électrique. Il faut que la première soit plus petite que la seconde pour que l'effet qu'on veut mettre en évidence soit significatif. Les résultats d'une telle simulation sont tracés sur les Figure 2.17 et Figure 2.18 pour les mêmes instants que précédemment. L'amplitude est plus faible mais surtout l'extension le long des lignes de champ du champ électrique parallèle est nettement plus restreinte; en conséquence la différence de potentiel qui peut être obtenue par intégration sera plus faible. Cela tient au fait que le champ électrique perpendiculaire est plus localisé car il ne subit pas de torsion au cours de la propagation. La propagation différentielle va en effet installer le champ perpendiculaire dans un large domaine (comparer par exemple les vues à  $t = 1900 \omega_{ci}^{-1}$  des Figure 2.14 et Figure 2.17).

### 2.4.7 Couplage avec l'ionosphère

Revenons maintenant à notre modèle. Les vues présentées jusqu'ici explicitent les propriétés de la propagation mais ne sont pas complètes. Que se passe-t-il plus bas quand l'onde s'approche de la Terre? Le modèle d'ionosphère choisi (conductivité infinie) va induire une réflexion totale de l'onde. Le front d'onde du centre de la cavité est réfléchi le premier, en changeant de signe, alors que l'onde qui se propage sur les bords n'est pas encore à l'ionosphère. A une altitude donnée il y a donc deux fronts, de signes opposés, qui se propagent en sens inverse. Cela conduit naturellement à la formation d'échelles perpendiculaires encore plus petites ( $\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x}$  augmente) et à l'augmentation du champ parallèle.

Le modèle d'ionosphère choisi peut paraître exagérément simple et constitue une des limites du modèle. Pourtant un modèle réaliste complique rapidement la situation, car il doit prendre en compte de façon auto-cohérente la réponse de l'ionosphère



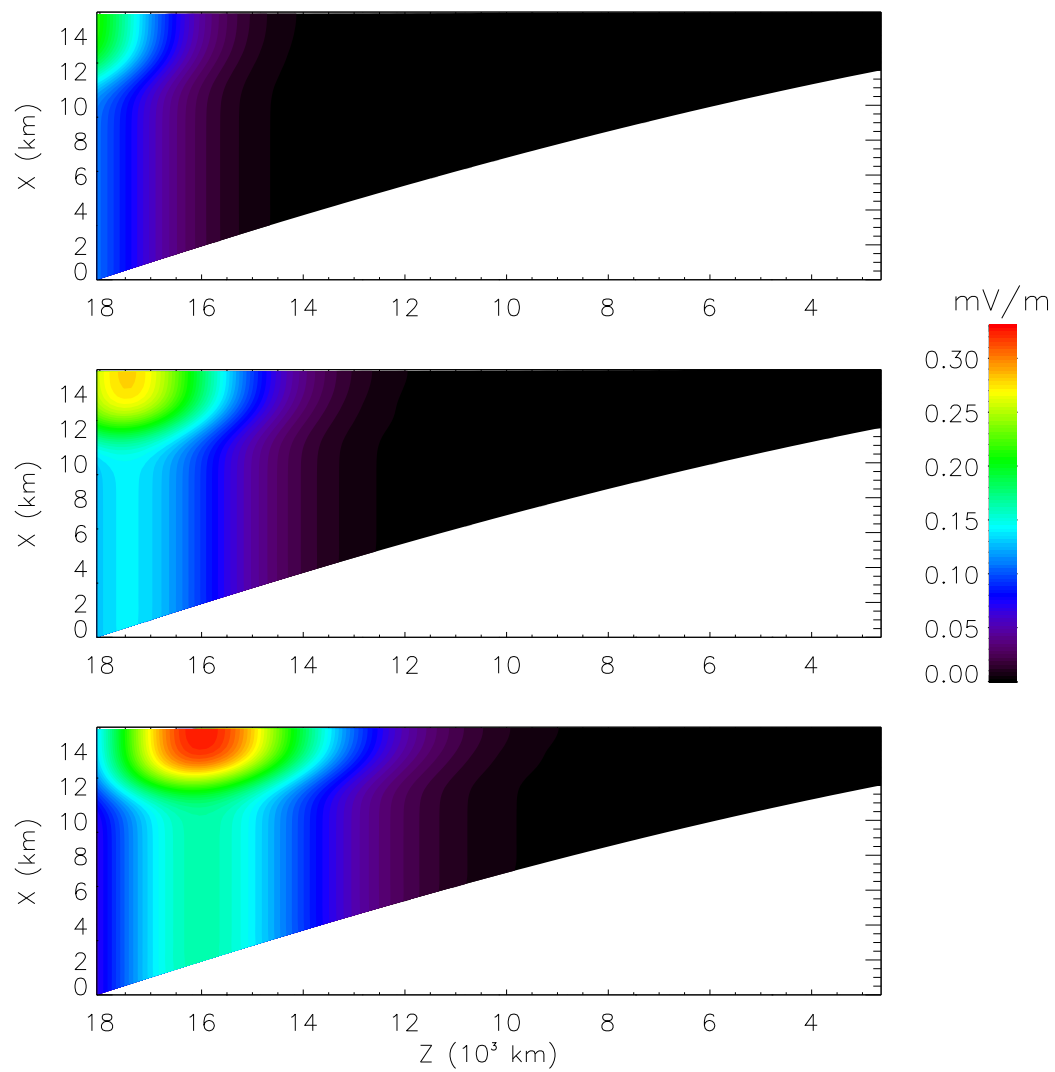


FIG. 2.17 –  $E_{\perp}$  pour trois instants de la simulation avec une densité uniforme et  $k_{\perp ini} \neq 0$  ( $\Delta_c = 1.2$ ).

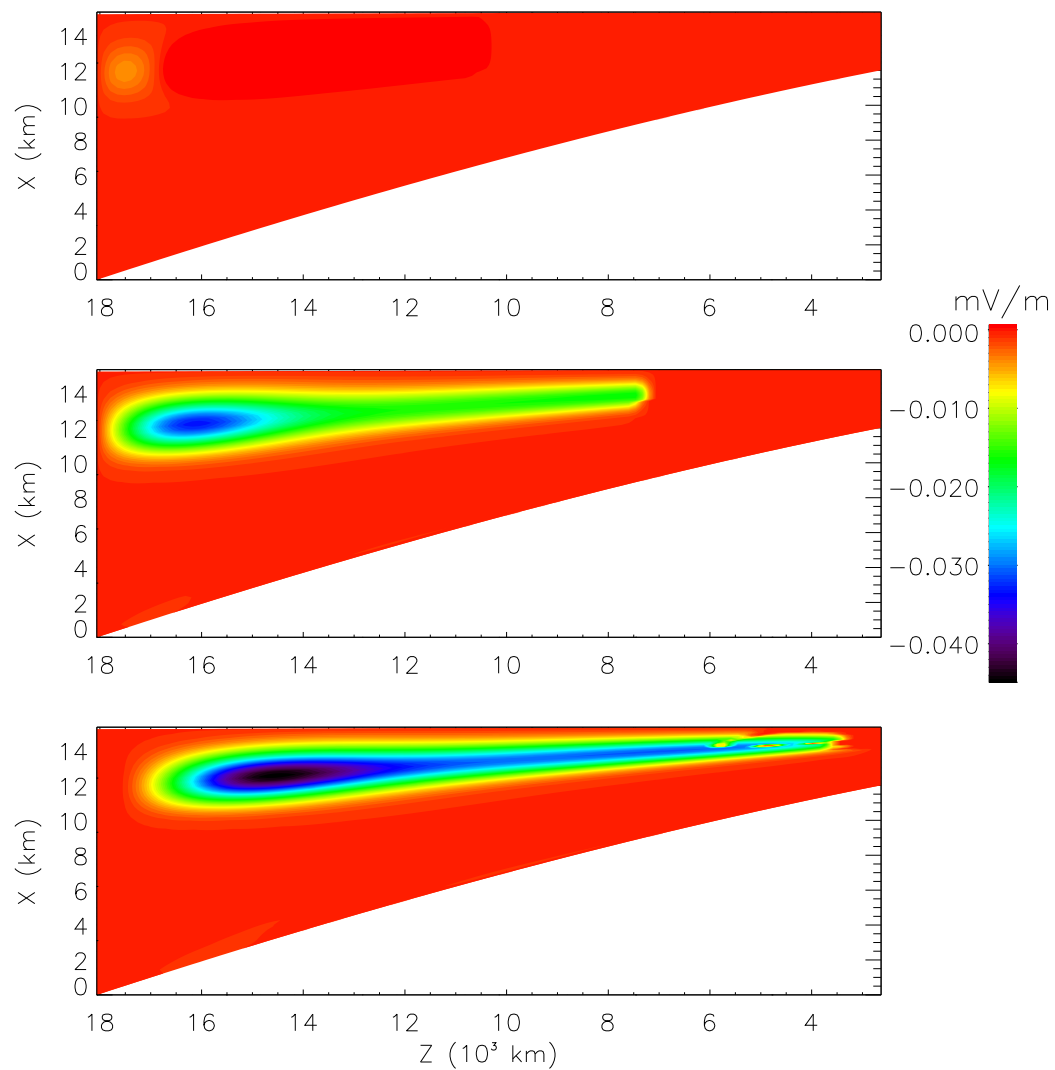


FIG. 2.18 –  $E_{\parallel}$  pour trois instants de la simulation avec une densité uniforme et  $k_{\perp ini} \neq 0$  ( $\Delta_c = 1.2$ ).

aux précipitations de particules soumises au champ électrique parallèle. Une conséquence de ces précipitations est l'augmentation de la conductivité ionosphérique. Il faut donc calculer des coefficients de réflexion et transmission pour l'onde incidente. Notre modèle qui permet d'augmenter le champ parallèle à la réflexion par rétrécissement des échelles perpendiculaires peut alors être remis en question. Le modèle de fracture ([*Haerendel*, 1983, *Haerendel*, 1988], et discuté aussi par [*Goertz*, 1984]) va dans notre sens car il propose que les arcs auroraux de petites échelles sont produits comme résultats de l'interférence d'une onde d'Alfvén incidente et de sa composante réfléchie. En revanche [*Borovsky*, 1993], en étudiant terme à terme l'équation de propagation de  $E_{\perp}$  qui tient compte des conductivités de Pedersen et parallèle, arrive à la conclusion que ces structures fines doivent être absorbées plutôt que réfléchies. Pourtant cet auteur argumente en estimant que de telles structures, plus fines que l'épaisseur de peau locale ( $c/\omega_{pe}$ ) ne peuvent pas être originaires de la magnétosphère et doivent donc s'étaler perpendiculairement aux ligne de champ si elles se propagent. Cet argument est mis en défaut par l'existence des cavités de plasma qui peuvent présenter des tailles caractéristiques de l'ordre et inférieures à  $c/\omega_{pe}$ , telles qu'elles ont été étudiées dans ce chapitre et qui ne sont pas prises en compte dans son analyse. Le couplage dynamique ionosphère-magnétosphère a été étudié plus spécifiquement (taux de réflexion, de transmission, longueur de couplage, dynamique des régions frontières) dans la revue [*Lysak*, 1990] et numériquement dans [*Lysak & Dum*, 1983] dont on a parlé dans le premier chapitre. Il est à noter que l'existence des cavités n'est jamais pris en compte dans ces modèles. Nous voyons cependant qu'elles joueront vraisemblablement un rôle important comme lieux de dissipation privilégiée de l'énergie incidente sous forme de perturbations électromagnétiques de basses fréquences.

### 2.4.8 Contributions comparées des termes inertiel et de gradient

Ces deux termes se retrouvent dans l'Équation 2.18: le terme de gradient  $E_{\perp} \frac{\partial \ln n}{\partial x}$  ([1] dans la suite), et  $\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x}$  ([2]) qui donne l'onde d'Alfvén cinétique. Au cours de la propagation d'un champ initialement homogène en  $x$ , [1] doit être compris comme un initiateur de la formation des petites échelles qui donnent alors naissance à [2]. En effet, une fois la taille caractéristique de la cavité choisie [1] ne varie plus que par l'amplitude de  $E_{\perp}$  alors que [2] s'amplifie continûment. C'est ce qui permet à notre mécanisme de produire des champs parallèles supérieurs à ceux de l'onde d'Alfvén cinétiques classiques. Pourtant il faut noter que [1] et [2] sont de signes opposés à tout moment de la propagation (avant ou après la réflexion à l'ionosphère) et quelle

que soit la configuration de densité (cavité ou bosse). La Figure 2.19 décrit les profils perpendiculaires idéalisés de  $E_{\perp}$  et  $n$  à une altitude donnée dans le cas de la cavité. Plaçons nous sur le gradient de densité négatif: avant la réflexion  $E_{\perp} > 0$  et  $\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x} > 0$ , mais après  $E_{\perp} < 0$  et  $\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x} < 0$ . Il existe donc une altitude de transition pour laquelle l'expression [1]+[2] change de signe quand [2] devient dominant par rapport à [1]. Il peut être hâtif d'en déduire systématiquement un comportement analogue pour le champ parallèle car une double dérivée par rapport au temps intervient suivie d'une intégration par rapport à l'altitude qui peuvent fausser le raisonnement.

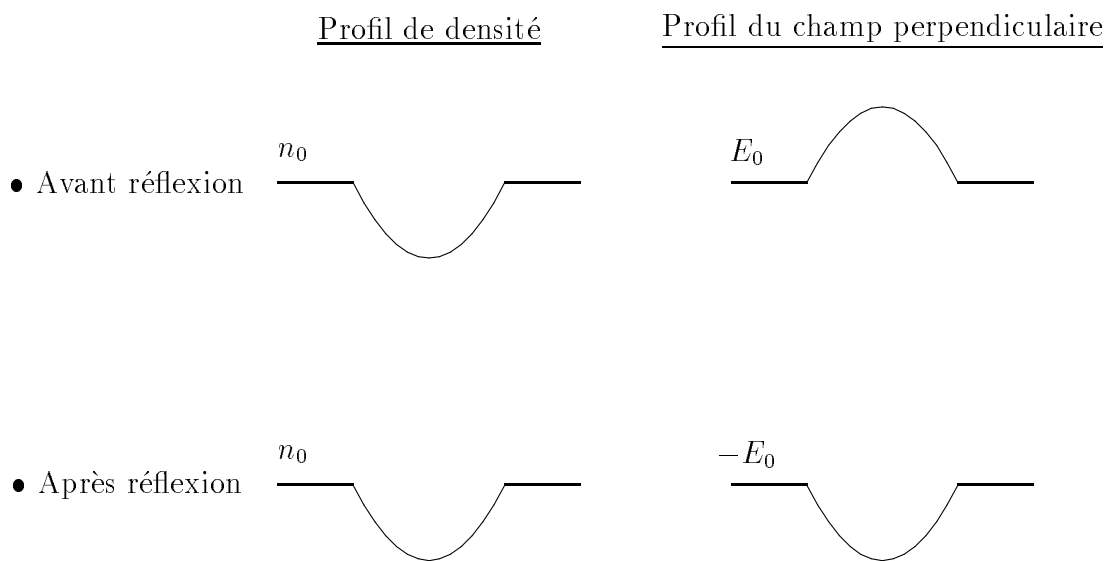


FIG. 2.19 – Coupes en  $x$  à une altitude donnée.

## 2.5 Conclusion sur l'étude linéaire

L'étude simplifiée qui a été exposée dans ce chapitre montre le rôle particulier que jouent les régions d'inhomogénéité transverse dans l'accélération des particules. Deux effets sont particulièrement importants:

- le renforcement du champ électrique parallèle conduisant à des différences de potentiel plus importantes que celles obtenues avec l'onde d'Alfvén cinétique ou inertielle. Lors de la propagation d'une onde d'amplitude raisonnable dans une cavité présentant de forts gradients, le champ parallèle associé peut effectivement

expliquer l'accélération observée.

- la formation de petites échelles. Toute fluctuation électromagnétique basse fréquence incidente fabrique ses petites échelles perpendiculaires qui mènent à la dissipation. Le comportement des ondes au niveau de l'ionosphère n'est pas déterminé par des conditions spéciales dans la magnétosphère (concernant la génération des ondes par exemple) mais plutôt par des conditions locales au niveau des régions aurorales.

Si cette approche linéaire permet de comprendre pourquoi les cavités peuvent jouer un rôle dans la dissipation du flux de Poynting des ondes d'Alfvén, il faut d'évidence une étude approfondie pour pouvoir expliquer le comportement spatio-temporel des processus d'accélération associés. En particulier, les effets non-linéaires sont vraisemblablement important dans un contexte de fort transfert d'énergie vers les particules. Pour cela, une approche auto-cohérente doit être envisagée; elle est présentée dans la partie suivante.

# Ondes d'Alfvén dans un plasma inhomogène: simulation numérique

Dans le chapitre précédent, un modèle réaliste de la cavité a été élaboré. La physique prise en compte est simple et de nombreux processus secondaires ne peuvent être étudiés. En particulier, la dissipation et les éventuels transferts d'énergie entre les ondes et les particules ne sont pas pris en compte. Le but recherché avec cette première approche était surtout de pouvoir paramétrer simplement la cavité et l'onde incidente. Cela s'est révélé efficace et pertinent mais le manque d'auto-cohérence nous oblige à changer de point de vue pour pouvoir mener une étude plus approfondie. La simulation est toujours une affaire de compromis et, dans notre cas, enrichir la palette de la physique accessible ne pourra se faire qu'au détriment du réalisme des situations étudiées. Ce chapitre présente donc les outils disponibles, le code numérique que nous avons choisi, et les résultats finalement obtenus lors de simulation de propagation d'ondes dans un milieu inhomogène.

## 3.1 L'apport de la simulation

### 3.1.1 Différentes approches

Comprendre la physique aurorale nécessite d'appréhender des processus relativement divers et imbriqués, jouant sur des échelles variant de plusieurs ordres de grandeurs. Heureusement, plusieurs moyens sont à notre disposition: l'approche théorique, l'étude des données recueillies par des satellites, l'expérience en laboratoire et la simulation numérique. Tous ces moyens sont effectivement utilisés, la prépondérance étant donnée à l'un ou l'autre selon le problème envisagé. Dans le cas qui nous intéresse l'approche purement analytique est vite abandonnée car la non-linéarité des phénomènes et/ou l'inhomogénéité du milieu empêchent tout traitement simple. Les expériences en laboratoire sont menées avec succès (par exemple à l'UCLA, [*Gekelman et al.*, 1994, *Gekelman et al.*, 1997, *Maggs & Morales*, 1996, *Maggs & Morales*, 1997]) mais sont li-

mitées car les conditions aurorales demandent d'une part une densité très faible (de l'ordre de  $10^{18}$  fois moins que dans l'air), d'autre part des tailles caractéristiques importantes, deux conditions impossibles techniquement ou très coûteuses. La simulation numérique apparaît donc comme une bonne solution pour l'étude de ces régions. Nous entendons cette fois simulation numérique dans son sens complet celui pour lequel toutes les équations élémentaires de la physique du système sont prises en compte, et non pas la résolution numérique d'un système différentiel simplifié, comme présenté précédemment. Dans notre cas, cela implique la résolution numérique des équations de Maxwell, de Poisson et des équations du mouvement des particules. Toutes les grandeurs physiques caractéristiques seront donc accessibles. La spécificité d'une simulation réside alors pour une part dans l'approche théorique et algorithmique (les grandes catégories de codes de simulation sont détaillées plus loin) mais aussi, dans les conditions initiales et limites fixées. La transposition des conditions observées dans la nature à des conditions compatibles pour le code de simulation est en réalité une tâche délicate. Dans notre cas, l'adaptation du code au traitement d'un milieu non homogène a constitué une grosse part du travail qui sera exposé par la suite. Si la force d'une simulation peut être de livrer des résultats proches de la situation physique envisagée (avec une relative facilité de variation des paramètres), dans l'état actuel de la technologie, de tels résultats n'auront pas forcément la généralité d'un calcul analytique, ni le réalisme d'une expérience.

### 3.1.2 Les codes de simulation numérique

Pour l'étude des milieux ionisés, deux grandes classes de codes peuvent être distinguées, l'une adoptant une description fluide (équations MHD), l'autre une description cinétique (équations de Vlasov ou Fokker-Planck, ou traitement particulière). Certains ponts existent entre ces deux classes. Les codes hybrides, par exemple, vont appliquer un traitement fluide aux électrons alors que les ions seront traités cinétiquement. D'autres résoudront les équations fluides par des méthodes particulières. Les codes GaPH (Grid and Particles Hydrodynamics), très récents, résolvent l'équation de transport de Boltzmann en considérant des particules définies par leur masse, position, dérive, "largeur", température et  $\frac{\partial v}{\partial x}$ . Ci-dessous nous décrivons brièvement les grandes classes et ce qui nous a conduit à choisir une approche particulière.

#### MHD

Ces codes résolvent directement les équations MHD en utilisant des approximations des coefficients de transport. Ils sont surtout utilisés pour étudier des phénomènes de

grandes échelles. En revanche pour traiter la micro-physique de la zone aurorale, les échelles de l'ordre de  $\rho_i$  (quelques dizaines de mètres) et de  $c/\omega_{pe}$  (quelques kilomètres) doivent être résolues ce qui n'est pas possible dans une approximation MHD pour laquelle les longueurs d'onde doivent être supérieures aux rayons de Larmor des ions. C'est donc un argument physique qui nous empêche d'utiliser de tels codes.

### Vlasov

Comme il est nécessaire de prendre en compte les effets cinétiques dans notre modèle, il paraît judicieux d'utiliser un code purement cinétique. Un code Vlasov se propose de résoudre directement l'équation de Vlasov (équation de Boltzmann pour un plasma sans collision):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (3.1)$$

où  $f$  est la fonction de distribution à une particule. L'espace des phases est discrétisé et l'équation est résolue sur la grille obtenue. Chaque point de l'espace des phases est traité de la même façon, et la statistique sera équivalente dans tout le domaine. C'est très utile, en particulier pour l'étude des phénomènes qui agissent loin du cœur thermique, dans la queue de la fonction de distribution (apparition de faisceaux par exemple). Malheureusement, le coût en stockage mémoire est très élevé. Par exemple, dans notre cas non homogène, il faut pouvoir prendre en compte deux dimensions d'espace et deux dimensions de vitesse (au minimum); pour un maillage de 128 points,  $128^4$  ( $> 10^8$ ) nombres doivent donc être stockés à chaque pas de temps ce qui est considérable. Dans la pratique les codes Vlasov sont principalement utilisés en une dimension ( $x, v$ ), cas pour lequel ils sont très efficaces, voir même à recommander pour certaines applications par rapport aux autres. C'est donc un argument algorithmique qui nous empêche ici (simulation 2D) d'utiliser de tels codes.

### Codes particuliers ou PIC (Particles In Cell)

L'autre catégorie de codes cinétiques adopte une approche qui peut sembler la plus intuitive. En effet, on considère, dans ce cas, le plasma comme une assemblée de particules dont on suit le mouvement. Les équations à résoudre sont alors celles de Maxwell et celles décrivant le mouvement des particules. Concrètement, ces dernières peuvent être assez différentes selon les codes, suivant qu'on tienne compte de toutes les dérives ou non; cela sera détaillé à la section 3.2.4. Bien que les densités des plasmas auroraux soient très faibles, le nombre de particules à gérer serait gigantesque. Pour cela on forme des macro-particules pour lesquelles le rapport  $q/m$  est le même



que celui des particules élémentaires qui les constituent. Tant que les collisions entre macro-particules peuvent être ignorées, cette approche est équivalente à la précédente. Pourtant, la statistique pour les fonctions de distribution sera moins fine. Les codes PIC sont donc efficaces lorsque un nombre limité de particules est suffisant pour la modélisation. Néanmoins, un nombre trop faible de particules introduit du bruit thermique qui peut masquer le signal. L'avantage par rapport aux codes Vlasov tient à la place mémoire nécessaire à chaque pas de temps. En reprenant l'exemple précédent, pour une grille spatiale  $128 \times 128$ , avec dix particules par cellule, il faut stocker les quatre coordonnées des particules, le champ électromagnétique et la densité de charge. Cela représente environ  $10^6$  nombres pour deux espèces de particules, ce qui est tout à fait gérable par les ordinateurs actuels.

## 3.2 Le code EM2DCGE

### 3.2.1 Présentation

#### Choix

Notre choix s'est donc porté sur un code PIC à 2,5 dimensions  $(x, y, \vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z)$  développé par F. Mottez (CETP), à partir d'un code électromagnétique 2D mis au point à l'Ecole Polytechnique par J.-C. Adam et A. Heron. La machinerie du code EM2DCGE<sup>1</sup> est développée de manière extensive dans [Mottez *et al.*, 1998]. On en donne ici un aperçu qui permet de comprendre les modifications apportées par la suite. Les contraintes imposées par la simulation de la zone aurorale sont :

- des dimensions spatiales très différentes  $(x, z)$
- la micro-physique nécessite la prise en compte des effets cinétiques: températures, petites échelles spatiales.

Ceci est pris en compte dans le code choisi qui traite totalement la dynamique ionique et qui considère une approche centre guide pour les électrons. Cette approche, qui nécessite l'utilisation d'un schéma implicite, permet de s'affranchir des fluctuations de fréquences de l'ordre ou supérieures à  $\omega_{ce}$ . Dans le cas d'un plasma fortement magnétisé,  $\omega_{pe} \ll \omega_{ce}$  ce qui est le cas ici, cette technique épargne un temps de calcul considérable, rendant possible une simulation sur des temps longs (quelques périodes de l'onde d'Alfvén). Cet aspect est essentiel dans notre étude.

---

<sup>1</sup>Electromagnétique 2 dimensions centre guide électronique

### Simulation-réalité: un parallèle délicat

Les résultats obtenus permettent de comprendre l'évolution qualitative du plasma mais, en raison d'une optimisation de certains paramètres sans dimension pour économiser du temps de calcul, ils seront difficiles à confronter aux mesures in-situ. Cela à plus d'un titre:

- Dans la réalité, le rapport des masses ionique et électronique  $m_i/m_e$  vaut 1836 ce qui implique  $\omega_{ce}/\omega_{ci} = 1836 = \omega_{pe}^2/\omega_{pi}^2$  pour  $n_e = n_i$ . Il y a donc une grande disparité temporelle entre les phénomènes électronique et ionique qui doivent pourtant être résolus de la même manière. Cela implique donc une contrainte sur le pas de temps (qui doit être tel que  $\omega\Delta t \simeq 1$  pour résoudre un phénomène à  $\omega$ ). Spatialement cela traduit aussi le fait que les ions ont une inertie beaucoup plus grande que les électrons. Pour diminuer la durée d'une simulation, on utilise  $m_i/m_e = 100$ , ce qui permet d'augmenter  $\Delta t$  tout en conservant l'ordre des fréquences du plasma  $\omega_{ce} > \omega_{pe} > \omega_{pi} > \omega_{ci}$ .
- Une macro-particule représente une assemblée de particules dont le nombre est indéterminé. Il n'est donc pas possible de faire facilement le lien entre le nombre de particules par cellule et la densité réelle du plasma par unité de volume. Les études quantitatives concernant la densité ne peuvent donc être menées que relativement les unes par rapport aux autres.
- Un élément de la grille de simulation a une longueur égale à la longueur de Debye. Classiquement, on a  $\Delta x = \lambda_D \omega_{pe}/c = v_{the}/c = 0.1$  donc, avec 1000 points, on simule un système de  $100 c/\omega_{pe}$  de long. L'autre contrainte est la périodicité. Quand une particule sort par une extrémité, elle rentre à nouveau par l'autre extrémité. De même, les champs oscillent de façon périodique car plusieurs parties du code utilisent des transformées de Fourier et ont besoin de cette périodicité. Cette contrainte est particulièrement gênante. Dans notre cas, en effet, on aimerait pouvoir simuler l'évacuation du plasma sous l'effet de l'onde, ou considérer une variation forte de la densité le long des lignes de champ. C'est surtout en direction parallèle que cette contrainte de périodicité limite la simulation de situations réalistes. Cela peut être levé partiellement en utilisant des boîtes plus longues pour n'en analyser qu'une partie. De tels calculs sont actuellement hors de portée des machines à notre disposition.

Si la contrainte de périodicité pose un problème évident quant au type de fluctuations dont on pourra étudier l'évolution spatio-temporelle, le choix  $m_e/m_i \simeq 0.01$  a un impact plus difficile à évaluer surtout dans notre contexte pour lequel la différence d'inertie entre les ions et les électrons joue un rôle capital.

### 3.2.2 Description centre guide pour les électrons (CGE)

Cette approche permet d'éliminer le mouvement de gyration de la particule autour du champ magnétique. Conformément à la Figure 3.1, on définit  $\vec{r} = \vec{R} + \vec{\rho}$  où  $\vec{r}$  est la position instantanée de la particule,  $\vec{R}$  la position du centre guide et  $\vec{\rho}$  le vecteur du centre guide à la particule. On montre ([Northrop, 1963]) qu'au premier ordre en  $m/e$ , les champs peuvent être évalués indifféremment en  $\vec{r}$  ou  $\vec{R}$ . L'équation du mouvement du centre guide est alors donnée par:

$$\ddot{\vec{R}} = -\frac{e}{m}(\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})) - \frac{\mu}{m}\nabla B(\vec{r}) \quad (3.2)$$

Projetée dans un repère lié au champ magnétique, cette équation se découple. Les effets d'inhomogénéité et de variations temporelles sont aisément identifiables ce qui fait l'intérêt de ce système:

$$\begin{cases} \vec{v}_\perp = \frac{\vec{b}}{B} \times \left( -\vec{E} + \frac{\mu}{e}\nabla B + \frac{m}{e} \left( v_\parallel \frac{d\vec{b}}{dt} + \frac{d\vec{u}_E}{dt} \right) \right) \\ \frac{dv_\parallel}{dt} = \frac{e}{m}E_\parallel - \frac{\mu}{m} \frac{dB}{ds} + \vec{u}_E \cdot \frac{d\vec{b}}{dt} \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $\vec{b} = \vec{B}/B$  définit le repère local et  $\vec{u}_E$  est la dérive en  $\vec{E} \times \vec{B}$ . Comme on le verra plus loin, c'est l'Equation 3.2 qui sera préférée pour l'analyse numérique.

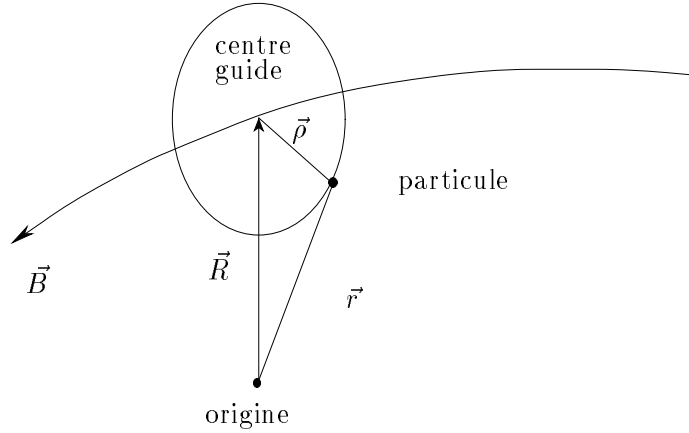


FIG. 3.1 – La particule et son centre guide.

### 3.2.3 Variables implicites

Quand un plasma est le siège de phénomènes qui agissent sur des échelles de temps très variées, la description de toutes ces échelles est très coûteuse en temps de calcul. Pourtant, si on peut s'affranchir de la description fine des hautes fréquences, le pas de

temps pourra être élevé, ce qui permettra de gagner en temps de calcul (typiquement un facteur quatre pour les simulations effectuées, mais ce facteur augmente avec la magnétisation). Pour cela, on va moyenner temporellement sur les phénomènes à éliminer par un choix judicieux de variables dites implicites. Dans notre cas, deux hautes fréquences peuvent ne pas être décrites: celles qui correspondent aux ondes de lumière et aux ondes cyclotroniques électroniques. Par contre, on doit toujours respecter la condition  $\omega_{pe}\Delta t < 1$ ). Les premières n'interagissent pas avec le plasma et les secondes sont liées au mouvement de gyration des électrons autour des lignes de champ, mouvement qui n'est pas décrit dans l'approche centre guide. Les variables implicites sont alors respectivement le champ électrique et la vitesse<sup>2</sup>. Un schéma intuitif peut être alors  $\vec{E}_n = \vec{E}_{n+1}$  mais il s'avère trop implicite ("trop de physique" est amortie). Un meilleur choix s'avère être  $\vec{E}_n = \frac{1}{2}(\vec{E}_{n+1} + \vec{E}_{n\perp 1})$ : on remplace le champ au temps  $n$  par la demie somme d'une prédiction au temps  $n + 1$  et une moyenne du champ au temps  $n - 1$ . C'est ce qui est utilisé dans le code, aussi bien pour le champ électrique que pour la vitesse (avec un décalage d'un demi pas de temps pour cette dernière).

### 3.2.4 Les équations du mouvement

#### Pour les électrons

Ils sont traités selon l'approche centre guide et leur mouvement est donc donné par:

$$\dot{\vec{v}} = -\frac{e}{m} \left( \vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}) \right) - \frac{\mu}{m} \nabla B(\vec{r}) \quad (3.4)$$

$$v_{\parallel} = \left( -\frac{e}{m} \vec{E}(\vec{r}) - \frac{\mu}{m} \nabla B(\vec{r}) \right) \cdot \vec{b}(\vec{r}) \quad (3.5)$$

où on a omis, dans la seconde équation, le terme en  $\vec{u}_E \cdot \frac{d\vec{b}}{dt}$ , généralement négligeable par rapport aux deux autres. Cette seconde équation permet d'assurer la conservation de l'énergie. C'est en fait une correction à l'Equation 3.2.

#### Pour les ions

On résout leur dynamique complète selon l'équation

$$\dot{\vec{v}} = \frac{e}{m} (\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})) \quad (3.6)$$

---

<sup>2</sup>Le choix de la variable n'est pas innocent pour le traitement numérique et on se référera à [Mottez et al., 1998] pour plus de précisions.

### 3.2.5 Les équations du champ

Les équations de Maxwell sont intégrées par des schémas aux différences finies classiques ([Birdsall & Langdon, 1985]). Les champs sont ici donnés en valeurs normalisées,  $\Delta t$  est le pas de temps.

$$\vec{E}_{n+1} - \vec{E}_n = c^2 \Delta t \nabla \times \vec{B}_{n+1/2} - c^2 \Delta t \mu_0 \vec{J}_{n+1/2} \quad (3.7)$$

$$\vec{B}_{n+1/2} - \vec{B}_{n\pm 1/2} = -\Delta t \nabla \times \vec{E}_n \quad (3.8)$$

$$\vec{B}_{n+1} - \vec{B}_{n+1/2} = -\frac{\Delta t}{2} \nabla \times \vec{E}_{n+1} \quad (3.9)$$

$$\vec{E}_n = \frac{1}{2}(\vec{E}_{n+1} + \vec{E}_{n\pm 1}) \quad (3.10)$$

### 3.2.6 Algorithme

La Figure 3.2 résume la manière dont sont calculées les différentes grandeurs. La dernière ligne correspond à l'introduction de la partie implicite du calcul. Son omission donne donc le schéma d'un code explicite. On voit qu'à l'instant  $n$  on a besoin du champ aux instants  $n + 1$  et  $n - 1$  (moyenné, voir Equation 3.10).

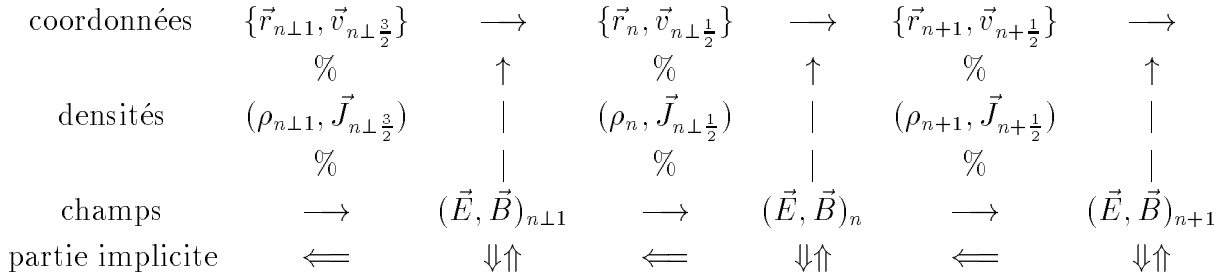


FIG. 3.2 – Schéma algorithmique.

Chaque pas de temps de la simulation correspond à un certain nombre d'étapes. Ces dernières sont représentées sur la Figure 3.3. Les quantités liées à une particule (position et vitesse) peuvent prendre toutes les valeurs dans l'espace des phases. On les indexe alors par  $i$  ( $x_i, v_i$ ) comme la force qui agit en  $x_i$ :  $F_i$ . En revanche les champs, densités de charge et de courants sont connus sur les points de grille, et on les indexe par  $j$ . Il y a donc besoin d'une procédure d'aller-retour entre les points de grille et les positions des particules. Ceci peut être fait par une interpolation bi-linéaire.

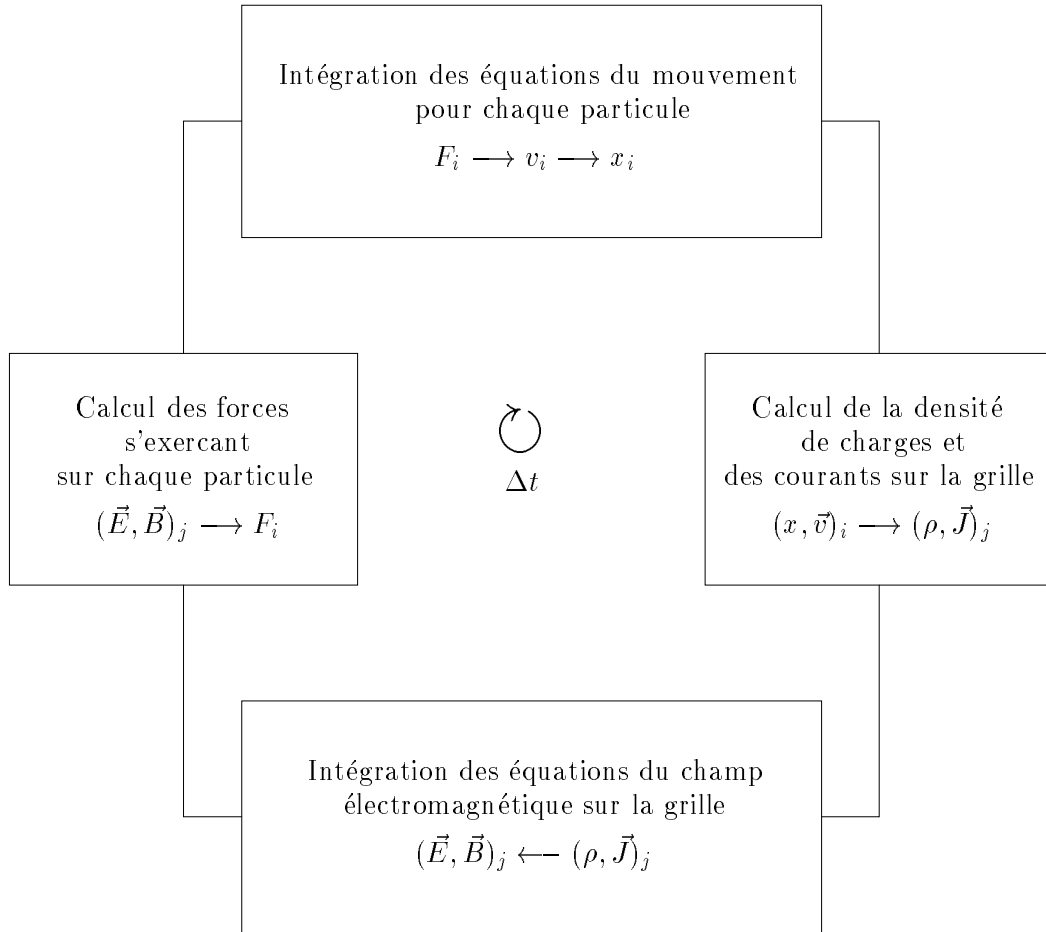


FIG. 3.3 – Les quatre étapes principales d'un cycle de la simulation.

### 3.2.7 Paramètres pour une simulation typique

Deux paramètres vont déterminer le temps de calcul, indépendamment de l'algorithme choisi: la taille de la boîte de simulation et le nombre de particules. Le problème auquel on s'attache nécessite la plus grande boîte possible. En effet, d'une part, le long des lignes de champ, il faut simuler une onde d'Alfvén qui possède une grande longueur d'onde (typiquement de plusieurs milliers de kilomètres). D'autre part, les phénomènes liés au gradient de densité dans la direction perpendiculaire nécessitent suffisamment de points pour être résolus. L'observation montre que ces gradients sont étalés sur une épaisseur de l'ordre de  $c/\omega_{pe}$ , soit ici quelques longueurs de Debye. De plus, pour respecter les conditions de périodicité, on doit simuler les deux gradients (positif et négatif). On verra que ce dernier point n'est pas contraignant car il existe des processus symétriques et antisymétriques selon le signe du gradient, et leur combinaison

peut conduire finalement à une dissymétrie de la situation. On a donc choisi une boîte de taille  $2048 \times 32$ , la plus grande dimension correspondant à celle dans la direction du champ magnétique. Pour éviter un niveau de bruit thermique trop élevé on place au minimum 9 particules par cellule. C'est un minimum généralement adopté pour les codes PIC. Ce sera donc la valeur au centre de la cavité. Pour noter des effets de gradients appréciables, on considère un facteur quatre dans la densité ce qui conduit à placer 36 particules à l'extérieur de la cavité. Pour une boîte  $2048 \times 32$  cela implique environ  $2 \cdot 10^6$  particules par espèce, soit  $4 \cdot 10^6$  pour un plasma électron-proton.

### Bruit thermique

Dans notre situation, le bruit thermique est particulièrement gênant. Il intervient surtout en direction parallèle (par l'apparition d'oscillations à haute fréquence spatiale), le long de laquelle les électrons réagissent le plus facilement. Ce bruit "brouille" donc la composante parallèle du champ électrique, qui est justement celle que l'on veut mettre en évidence. Pour en éliminer l'effet relatif, on peut augmenter le niveau des ondes d'Alfvén initiales ou filtrer le signal lors du diagnostic final. La première solution conduit très vite à sortir de l'approche linéaire et certains des effets qu'on veut mettre en évidence peuvent être masqués. D'autres effets vont apparaître, pouvant également présenter un intérêt, comme cela sera discuté plus loin. D'une manière générale, une routine de filtrage par moyenne glissante sur 128 points est utilisée au moment de l'analyse des résultats.

## 3.3 Initialisation des particules et des champs

Une large majorité des simulations effectuées en physique des plasmas visent à l'étude d'instabilités, c'est-à-dire de situations pour lesquelles il y aura au cours du temps un transfert d'énergie des populations de particules vers le champ électromagnétique. Typiquement, le plasma est caractérisé à l'état initial par des populations de particules qui présentent des dérives (mouvements relatifs) qui s'organisent en faisceaux dans l'espace des phases, etc. Le champ électromagnétique défini initialement dans la simulation n'est généralement pas en équilibre avec l'organisation du plasma et se réduit aux fluctuations thermiques. L'objet de la simulation est alors d'étudier l'évolution spatio-temporelle de ce champ.

Nous avons ici une démarche en quelque sorte inverse. Nous partons d'une situation "plasma" qui ne présente pas d'énergie libre (pas de courants ni de faisceaux) pour induire un transfert d'énergie vers le champ électromagnétique. Par contre, le champ

électromagnétique initial présente une structure bien particulière (onde d'Alfvén) et une amplitude non négligeable. C'est le transfert d'énergie de ce champ vers les particules, qui dépendra d'une organisation particulière en terme de densité du plasma, qui nous intéressera. Si dans les travaux plus classiques de simulation, une part importantes des diagnostics vise la caractérisation (fréquence, longueur d'onde, polarisation, modes de propagation) du champ électromagnétique, ici, nous porterons nos efforts sur l'identification des processus de chauffage et/ou d'accélération et de leurs effets sur les populations de particules.

Mathématiquement, l'écart à l'homogénéité se traduit par une modification des équations différentielles dont les coefficients dépendent alors de la coordonnée relative à l'inhomogénéité (à travers la dépendance de la densité par exemple). A priori, les courbes de dispersion pour un tel plasma seront donc la superposition des courbes de dispersion associées aux différentes densités (en traitant pour chaque densité le problème homogène). Il peut alors apparaître de spectres continus ([*Pridmore-Brown, 1966, McPherson & Pridmore-Brown, 1966*]). [*Kadomtsev, 1979*] montre que de tels spectres sont une conséquence de la nullité de la vitesse de groupe dans la direction d'inhomogénéité. En prenant l'exemple des ondes de Langmuir ( $\omega = \omega_{pe}$ ) dans un plasma dont la densité dépend de la direction  $z$ , il dérive une relation de dispersion qui présente un spectre continu. Pour les ondes d'Alfvén, qui se propagent le long du champ magnétique, la situation est équivalente aux ondes de Langmuir si l'on considère une variation de la densité selon la direction transverse  $x$  uniquement. Puisque la composante transverse de la vitesse de groupe est nulle ( $v_{g\perp} = \partial\omega/\partial k_{\perp} = 0$ ), les ondes de couches voisines n'agiront pas les unes sur les autres, et se propageront indépendamment sur "leur" ligne de champ à la vitesse d'Alfvén locale. Une perturbation initiale structurée se dispersera alors au cours de la propagation, par différence de phase. Ce scénario est en réalité l'analogue fréquentiel des simulations du chapitre précédent, qui, à nombre d'onde fixé (la taille du pulse en direction parallèle) amenait, par propagation différentielle, à une dispersion spatiale. Pourtant il faut apporter ici une nuance relative à l'importance de l'inhomogénéité. En effet, on a vu au chapitre précédent qu'une telle situation conduit à l'apparition de petites échelles pour le champ électromagnétique. Tant que celles-ci restent petites devant les échelles caractéristiques du milieu, comme  $c/\omega_{pe}$  ou  $\rho_i$ , la vitesse de groupe transverse  $v_{g\perp}$  peut être considérée comme nulle. En revanche dans le cas contraire, et cela correspond donc aux ondes d'Alfvén cinétique ou inertielle,  $v_{g\perp} \neq 0$ . Il y a alors une propagation transverse de l'énergie, et les ondes ne sont plus liées à une ligne de champ. Cela valide l'initialisation des simulations précédentes (en densité uniforme pour les hautes altitudes), mais fait sentir la complexité d'un traitement rigoureux dans le cas présent.



### 3.3.1 Configuration de densité

On considère un canal de densité dans la direction du champ magnétique ambiant constant  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{z}$ . Le long d'une ligne de champ, la densité est donc constante:  $\frac{\partial N}{\partial z} = 0$ . Le canal est paramétré par les densités maximale et minimale. L'extension perpendiculaire qui permet de joindre ces deux régions est la zone de gradient de densité. La densité est bien sûr discrète (c'est un nombre de particules par cellule) mais on a grossièrement une variation linéaire ( $\frac{\partial N}{\partial x} \simeq \text{constante}$ ) (cf Figure 3.4).

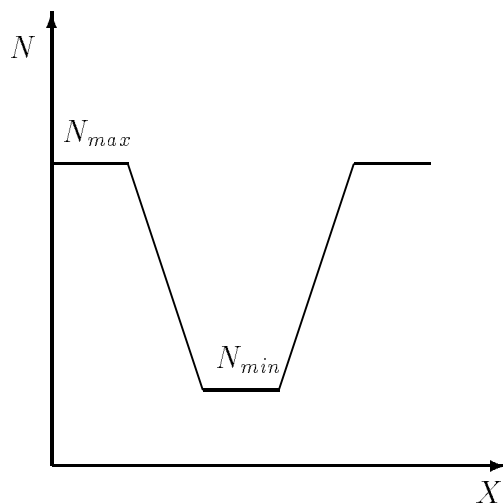


FIG. 3.4 – Coupe du canal de densité selon la direction  $x$ .

### 3.3.2 Onde

Afin d'effectuer une comparaison plus aisée avec le code linéaire utilisé précédemment, la première idée d'initialisation de l'onde pour EM2DCGE fut de considérer un pulse alfvénique se propageant dans la cavité, afin d'étudier la réponse impulsionnelle du plasma à la brusque imposition d'un champ particulier. A priori, la "fabrication" d'un pulse pour l'initialisation ne pose pas de difficulté: on décompose une gaussienne selon les modes de Fourier qu'on traite alors indépendamment, comme des ondes planes. Chacun est donc associé à des perturbations de champ électromagnétique et de vitesses. Typiquement, une décomposition selon 16 modes permet de représenter de façon satisfaisante le paquet d'ondes initial comme une gaussienne. Pourtant lors de la propagation, même dans le cas d'une densité uniforme, ce paquet va se modifier sous l'effet de la dispersion. Cela tient, une fois encore, aux limites imposées par la

boîte de simulation. En effet, la décomposition se fait sur les modes  $k = 2\pi/L_z, 2k, 3k, \dots$  (où  $L_z$  est la longueur de la boîte) qui correspondent à des ondes de vitesses de phase différentes. Sur la Figure 3.5, pour le mode d'Alfvén, on s'écarte assez vite de l'asymptote  $\omega/k = v_A$  pour les nombres d'onde supérieurs à  $3k$  (car la fréquence tend vers  $\omega_{ci}$ ), d'où une forte dispersion du paquet d'ondes. Au bout de quelques pas de temps, le pulse n'est plus identifiable. Ceci est bien sûr compliqué par la torsion des fronts d'onde. Une solution idéale serait donc de considérer une boîte suffisamment longue pour que les vitesses de phase des modes soient toutes voisines de  $v_A$ . Malheureusement, tripler la taille, ce qui serait tout juste acceptable pour bien limiter la dispersion, conduit à dépasser en taille mémoire la capacité des calculateurs (le nombre de particules étant lui aussi triple). Le pulse alfvénique a donc été abandonné et on considère la propagation d'une onde plane.

Dans notre étude, l'inhomogénéité est confinée à une région localisée de la boîte de simulation: on initialise alors l'onde par rapport à la densité à l'extérieur de la cavité. La situation physique envisagée est donc celle d'un soudain afflux d'énergie d'origine magnétosphérique se propageant dans la région aurorale et illuminant soudainement la cavité. Le temps caractéristique de propagation étant très court (temps de traversée de la cavité) par rapport à la période de l'onde perturbatrice, l'onde voit la cavité comme une perturbation de densité. On montrera qu'une telle onde non adaptée initialement aux conditions régnant dans la cavité va cependant s'y propager à une vitesse proche de la vitesse d'Alfvén locale. Cette propagation sera accompagnée d'une forte modification de la polarisation, et en particulier, l'apparition d'un champ électrique parallèle non négligeable.

On s'intéresse à la propagation d'onde d'Alfvén le long des lignes de champ. La polarisation de l'onde est donnée par la solution des équations de dispersion MHD pour les modes de pulsation  $\omega$  telles que  $\omega \ll \omega_{ci}$  (ce qui est le cas des ondes d'Alfvén). Pourtant, il est apparu lors des tests que les énergies électrique et magnétique oscillent à haute fréquence alors qu'elles devraient rester constantes. En fait, pour le code, le choix d'une polarisation conforme à l'hypothèse MHD,  $\omega \ll \omega_{ci}$ , n'est pas valide (on comprendra plus loin que cela correspond au fait que les boîtes de simulation ne sont jamais aussi longues qu'on le voudrait) et la dispersion de l'onde d'Alfvén doit être exactement pris en compte. Le calcul de la polarisation initiale a été fait dans l'approximation bi-fluide: la résolution de l'équation de dispersion en propagation parallèle donne alors cinq modes.

On donne ici les principales étapes du calcul. Comme on l'a vu au chapitre précédent, l'un des effets du gradient est d'induire une rotation du plan d'onde. Pour illustrer ceci, il semble judicieux d'initialiser l'onde en propagation parallèle: une composante

perpendiculaire du vecteur d'onde apparaîtra d'elle même au cours de la propagation.

En combinant les équations de Maxwell et en résolvant pour des ondes planes on obtient l'équation de propagation générale:

$$\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}) + \overline{\overline{\chi}} \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.11)$$

où  $\overline{\overline{\chi}}$  est le tenseur diélectrique et  $\vec{n} = \frac{k\omega}{c}$  (voir annexe D pour l'expression du tenseur diélectrique). Cette équation se met alors sous la forme  $\overline{\overline{D}} \cdot \vec{E} = 0$ . On doit donc résoudre  $\det \overline{\overline{D}} = 0$  qui se met sous la forme:

$$An^4 - Bn^2 + C = 0 \quad (3.12)$$

avec

$$\begin{aligned} A &= S \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta \\ B &= RL \sin^2 \theta + PS(1 + \cos^2 \theta) \\ C &= PRL \end{aligned}$$

où  $S, P, R$  et  $L$  sont des éléments ou des combinaisons d'éléments de  $\overline{\overline{\chi}}$  (voir par exemple [Stix, 1962]). En propagation parallèle,  $\theta = 0$  et l'Equation 3.12 s'écrit plus simplement:

$$P = 0, \quad n^2 = R, \quad n^2 = L \quad (3.13)$$

Ces trois équations vont donner les 5 modes propres. L'équation  $P = 0$  fournit le mode plasma  $\omega_0 = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}$ . Les deux autres sont des polynômes de degré quatre en  $\omega$  et vont donner chacune deux modes ( $\omega > 0$ ). Par exemple pour les modes droits ( $n^2 = R$ ):

$$\omega^4 + a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega + d = 0 \quad (3.14)$$

avec

$$\begin{aligned} a &= \omega_{ci} - \omega_{ce} \\ b &= -(\omega_{ci}\omega_{ce} + \omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2) - k^2c^2 \\ c &= -k^2c^2(\omega_{ci} - \omega_{ce}) \\ d &= k^2c^2\omega_{ci}\omega_{ce} \end{aligned}$$

où on a supposé  $n_e = n_i$  dans  $c$ . Pour les modes gauches ( $n^2 = L$ ) il suffit de remplacer  $\omega_{ce}$  par  $-\omega_{ce}$  et  $\omega_{ci}$  par  $-\omega_{ci}$ . Pour une longueur d'onde donnée ( $\lambda = 2\pi/k$ ) ces équations sont résolues numériquement. Le mode droit de haute fréquence a une

Fréquence	Dénomination	Polarisation	Vitesse de phase: $\omega/kc$
0.01000 $\omega_{pe}$	onde d'Alfvén torsionnelle	gauche	0.326
0.01273 $\omega_{pe}$	onde magnéto-sonore	droite	0.415
0.27802 $\omega_{pe}$	-	gauche	8.8
1.00498 $\omega_{pe}$	onde plasma	-	32

TAB. 3.1 – Les différents modes calculés dans l'approximation bi-fluide.

fréquence supérieure à la gyrofréquence électronique. Il ne constitue pas un mode propre pour le code qui moyenne sur la période correspondante.

Traitons ici le cas typique qui sera utilisé dans la plupart des simulations. On a choisi 2048 points dans la direction parallèle ( $N_z$ ) et 32 dans la direction transverse ( $N_x$ ). Le champ magnétique est donné par  $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 4$  correspondant à une vitesse d'Alfvén  $v_A/c = 0.4$ . Les modes et leurs caractéristiques sont donnés dans le Tableau 3.1. On rappelle que le rapport de masse  $m_i/m_e$  est égal à 100. On a alors  $\omega_{ce} = 4\omega_{pe}$ ,  $\omega_{ci} = 0.04\omega_{pe}$ ,  $\omega_{pi} = 0.1\omega_{pe}$ .

Plus généralement, ces modes se retrouvent sur les courbes de dispersion tracées sur la Figure 3.5. Les valeurs du tableau sont obtenues au niveau des intersections entre les branches de dispersion et la ligne en pointillé, qui correspond à notre choix de nombre d'onde (proportionnel à  $1/N_z$ ). La fréquence et le nombre d'onde sont normés comme dans le code. Pour les modes gauche et droit de basses fréquences les asymptotes sont respectivement les gyrofréquences ionique et électronique. Pour les modes gauche et droit de hautes fréquences les asymptotes sont respectivement les fréquences de coupure gauche et droite  $\omega_G$  et  $\omega_D$  ( $\omega_G = \frac{1}{2}((\omega_{ce}^2 + \omega_{ci}^2)^2 + 4\omega_0^2)^{1/2} - (\omega_{ce} - \omega_{ci})$ ) et  $\omega_{ce} \rightsquigarrow -\omega_{ce}$ ,  $\omega_{ci} \rightsquigarrow -\omega_{ci}$  pour  $\omega_D$ ).

Les modes intéressants pour notre étude sont les deux modes alfvénique sur les branches proches de  $\omega = kv_A$ . Lorsque que  $k_{\parallel}$  tend vers zéro ces modes se confondent en un seul: le mode alfvénique pur. Pour les raisons de périodicité évoquées plus haut on comprend que la longueur d'onde maximale que l'on peut simuler correspond à la taille de la boîte. Une boîte trop courte (donc  $k$  grand) ne permet pas de simuler des ondes d'Alfvén pures car on se rapproche alors trop de la branche cyclotronique ionique. On retrouve là le fait que l'hypothèse MHD ( $\omega \ll \omega_{ci}$ ) n'est pas valide.

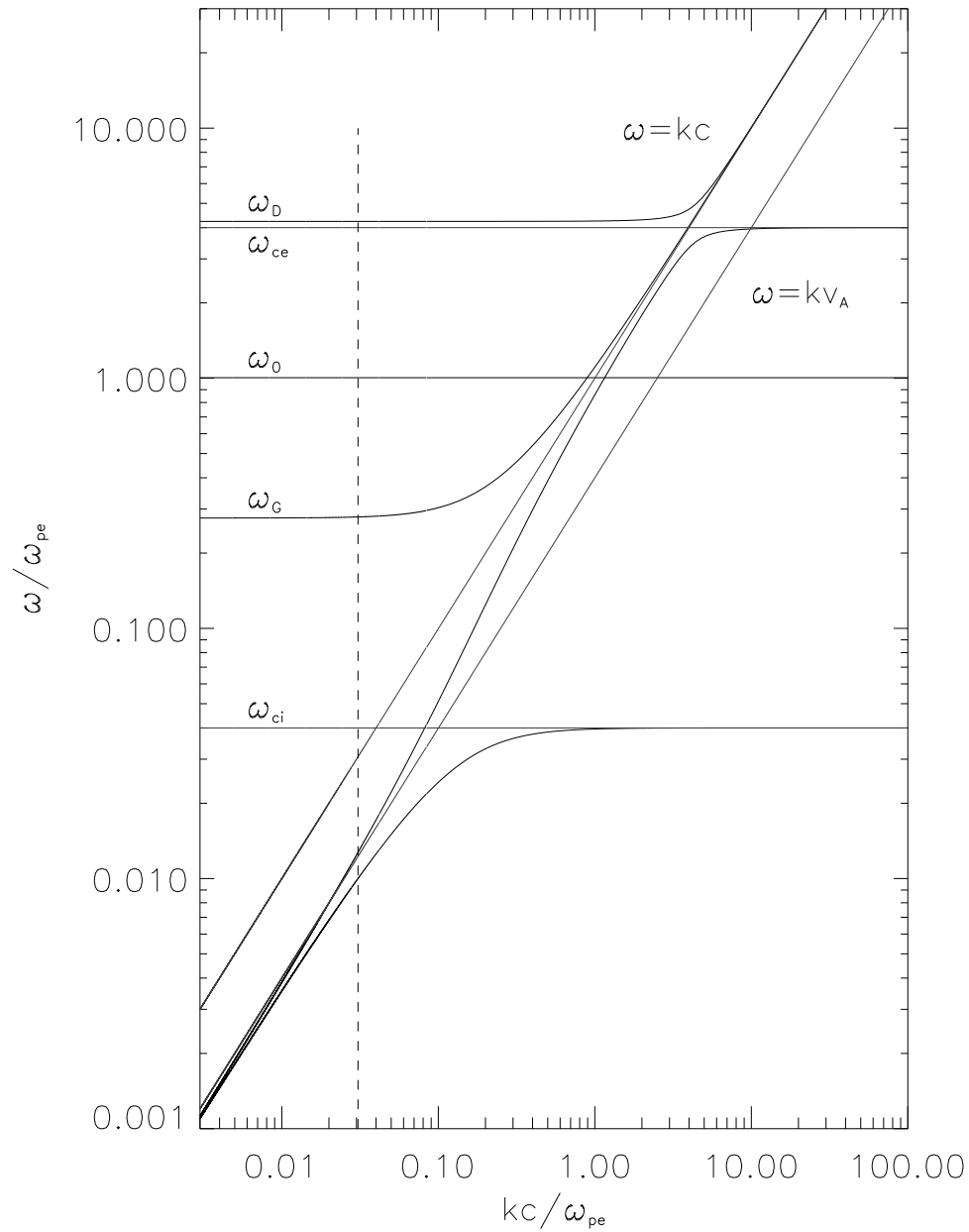


FIG. 3.5 – Courbes de dispersion en propagation parallèle pour un plasma fortement magnétisé. La ligne en pointillé correspond au nombre d'onde  $k_{\parallel}$  choisi dans les simulations.

## 3.4 Résultats

Les résultats des simulations avec le code EM2DCGE sont de deux sortes. Premièrement, on retrouve les résultats obtenus précédemment avec le modèle semi analytique et présentés dans le chapitre 2, concernant notamment l'apparition du champ électrique parallèle sur les gradients de densité, et la formation de petites échelles. Sur ce dernier point, l'étude est affinée en réalisant une analyse spectrale. Dans un deuxième temps, on s'intéresse à la dissipation d'énergie électromagnétique, qui faisait défaut dans le code précédent. Enfin, l'accélération de particules est mise en évidence sur les fonctions de distribution en vitesse.

### 3.4.1 Simulations typiques

Les simulations effectuées, plus qu'en temps de calcul, sont gourmandes en mémoire, tant à l'exécution que pour le stockage des résultats. Pour une boîte de taille  $2048 \times 32$  avec en moyenne 2 millions de particules de chaque espèce (ce qui sera utilisé dans la suite), le fichier exécutable généré fera  $\sim 200$  Mo. Les machines de laboratoire sont encore à l'heure actuelle incapable de supporter une telle charge. C'est pourquoi nous avons utilisé les ressources nationales de calculs lourds offertes par l'IDRIS<sup>3</sup>. Les machines utilisées sont vectorielles (CRAY à 4 ou 8 processeurs) et permettent l'exécution de programmes jusqu'à 4 Go de mémoire vive. La sauvegarde des différents diagnostics est effectuée selon une périodicité paramétrables sous forme de fichiers binaires (norme IEEE). En moyenne, une centaine de Go est générée à chaque simulation et le temps de calcul est de l'ordre de 7 h pour les simulations les plus complètes.

### 3.4.2 Propagation de $E_{\perp}$ et petites échelles transverses

Le principe de la propagation de l'onde dans la cavité est équivalent à celui de l'étude numérique précédente. Cependant, l'onde rencontre maintenant la cavité dès le début sur toute la longueur de la boîte. Il n'y a pas de zone homogène (qui correspondait précédemment à  $\sim 4 R_T$ ). L'allure du canal de densité après quelques pas de temps est donnée sur la Figure 3.6. L'oscillation sensible qui apparaît dans la direction  $z$  sera expliquée plus loin. Le gradient négatif est situé à  $x \simeq 11$  et le gradient positif  $x \simeq 21$ . Concentrons nous sur les trois vues du champ électrique perpendiculaire présentées sur la Figure 3.7 et qui mettent en évidence la torsion du front d'onde suite à la propagation différentielle de l'onde (on se désintéresse pour l'instant de la dissymé-

---

<sup>3</sup>Institut du développement et des ressources en informatique scientifique ([www.idris.fr](http://www.idris.fr)).

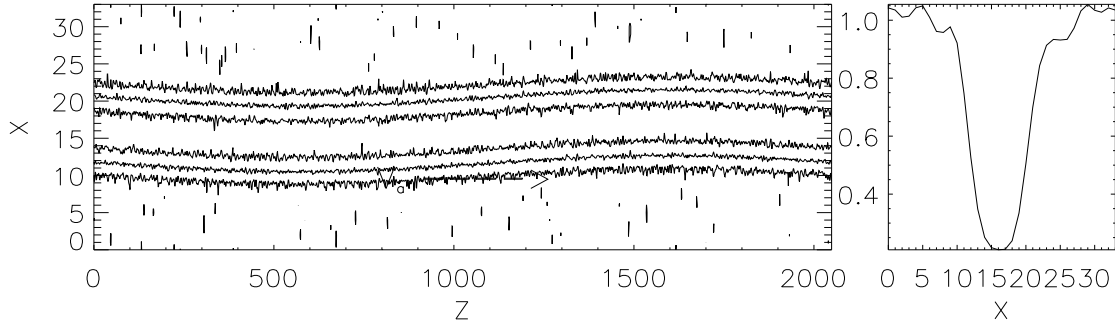


FIG. 3.6 – Contours et coupe de la densité électronique au début de la simulation.

trie entre les deux gradients). Les contours initialement parallèles ( $k_{\perp} = 0$ ) deviennent peu à peu courbes et permettent donc l'émergence de petites échelles perpendiculaires. On perçoit déjà l'effet de la périodicité dans la direction parallèle: un contour qui se déforme pour  $z < 0$  réapparaît en  $z \simeq 2000$ . Cela est vrai en direction  $x$  aussi, et sera important dans la suite pour une bonne compréhension des figures.

L'apparition des petites échelles est visible sur le spectre de l'énergie électromagnétique. Pour cela, sur la Figure 3.8 on a tracé la transformée de Fourier de cette énergie ( $\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$ , intégrée dans la direction  $z$ ) en fonction du nombre d'onde perpendiculaire  $k_x$ . Au temps initial ce spectre est composé uniquement du mode zéro car l'onde est homogène dans la direction  $x$  (voir le premier tracé de la Figure 3.7). Au cours de la propagation, le niveau de fluctuations sur les modes correspondant aux petites échelles s'amplifie, jusqu'à excéder de deux ordres de grandeur le niveau initial (pour un temps qui correspond à environ une demie période de l'onde). Cela est dû à la torsion progressive du front d'onde. Une des échelles caractéristiques du système,  $c/\omega_{pe}$ , est rapidement atteinte. Elle correspond à  $k_x = 6.28$  dans cette représentation qui montre des échelles bien plus petites. Cela prouve que le régime  $k_x c/\omega_{pe} \geq 1$  de l'onde d'Alfvén inertielle est atteint. Il est donc pertinent de penser qu'un champ électrique parallèle apparaît concomitamment et, puisque ce code de simulation le permet, que le régime de dissipation de l'onde est obtenu. Ces points sont traités extensivement dans les parties suivantes.

Pour prouver le deuxième, on a tracé deux spectres théoriques sur la Figure 3.8. Le premier est le spectre de Kolmogorov proportionnel à  $k_x^{\perp 5/3}$  et qui reflète le comportement des fluctuations d'énergie cinétique dans le cas d'une turbulence stationnaire et homogène dans le domaine inertiel. Le second est proportionnel à  $e^{\perp c k_x}$  et est valide dans le domaine dissipatif; c'est une expression asymptotique pour les grands  $k_x$  et est tiré de [Foias *et al.*, 1990]. Le relativement bon accord avec ce second spectre corrobore la proposition selon laquelle la dissipation est effective. Cela sera confirmé

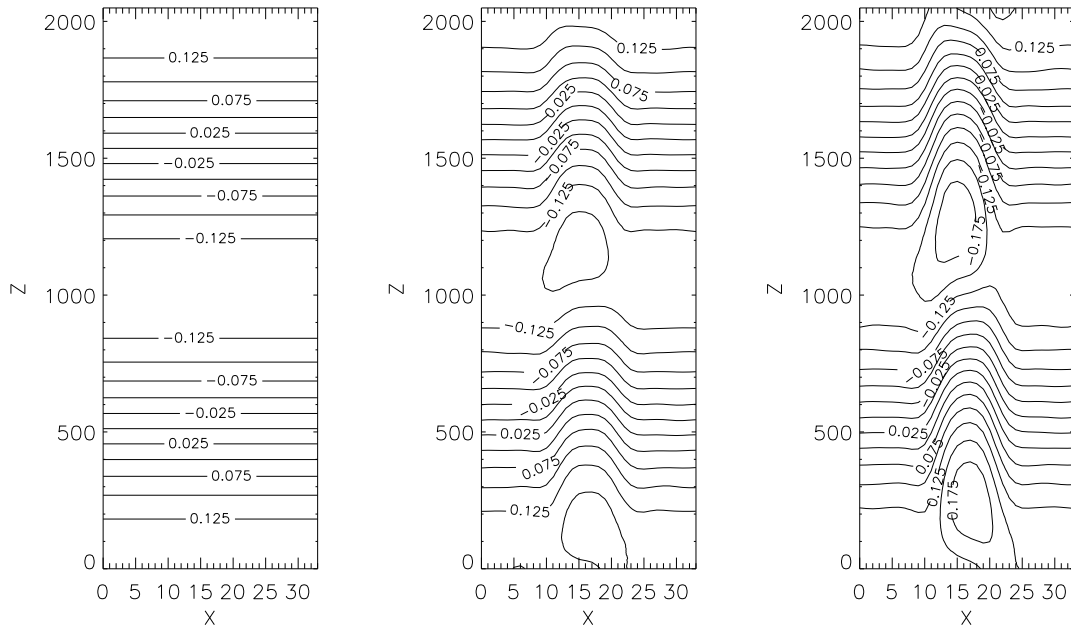


FIG. 3.7 – Champ électrique  $E_x$  aux temps  $t = 0 \omega_{pe}^{-1}$ ,  $t = 8 \omega_{pe}^{-1}$  et  $t = 18 \omega_{pe}^{-1}$ .

dans une section ultérieure qui traite plus spécifiquement de la dissipation.

### 3.4.3 Formation de $E_{\parallel}$

Avec le code utilisé, les électrons sont liés aux lignes de champ (l'approximation centre guide moyenne leurs mouvements perpendiculaires) mais les ions peuvent se déplacer en direction transverse. Ils sont soumis à deux effets principaux: l'effet de rayon de Larmor fini et la dérive de polarisation. Le premier est purement électrostatique et induit un surplus d'ions vers le centre du canal. Ces charges d'espace contribuent à l'ajout d'une composante au champ électrique  $E_x$  qui va alors tendre à ramener les ions vers les électrons. C'est ce qui cause la dissymétrie notée sur la Figure 3.7. Il faut donc garder en mémoire qu'à toute amplitude  $E_x$  de l'onde qui se propage, il faut ajouter cette contribution. On l'observe aussi sur le panneau supérieur de la Figure 3.10:  $E_x$  est renforcé sur le gradient positif et diminué sur le gradient négatif. Sur cette vue, le maximum de la perturbation s'est propagé de  $z = 0$  à  $z = 700$  au centre de la cavité, et jusqu'à  $z = 500$  sur les bords. Le second effet sur les ions est la dérive de polarisation  $j_x = \frac{m_i n_i}{B^2} \frac{\partial E_x}{\partial t}$ . Cet effet est donc proportionnel à l'amplitude de l'onde et va permettre, en déplaçant les ions, l'établissement de charges d'espace sur une grande extension parallèle. Dans un milieu de faible  $\beta$ , non collisionnel, les écarts à la neutralité électrique



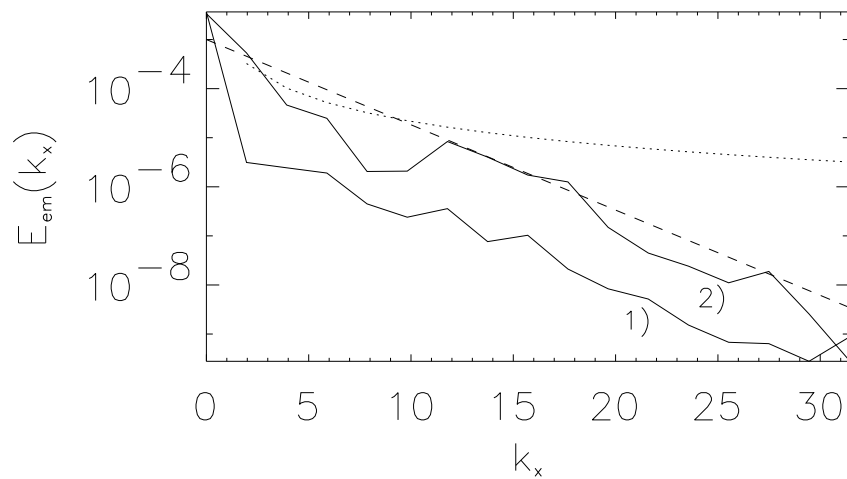


FIG. 3.8 – Transformée de Fourier de l'énergie électromagnétique en fonction du nombre d'onde perpendiculaire  $k_x$  aux temps 1)  $t = 1 \omega_{pe}^{-1}$  et 2)  $t = 440 \omega_{pe}^{-1}$ . La courbe en pointillé est proportionnelle à  $k_x^{5/3}$  et celle tiretée est proportionnelle à  $e^{\pm 0.4k_x}$ .

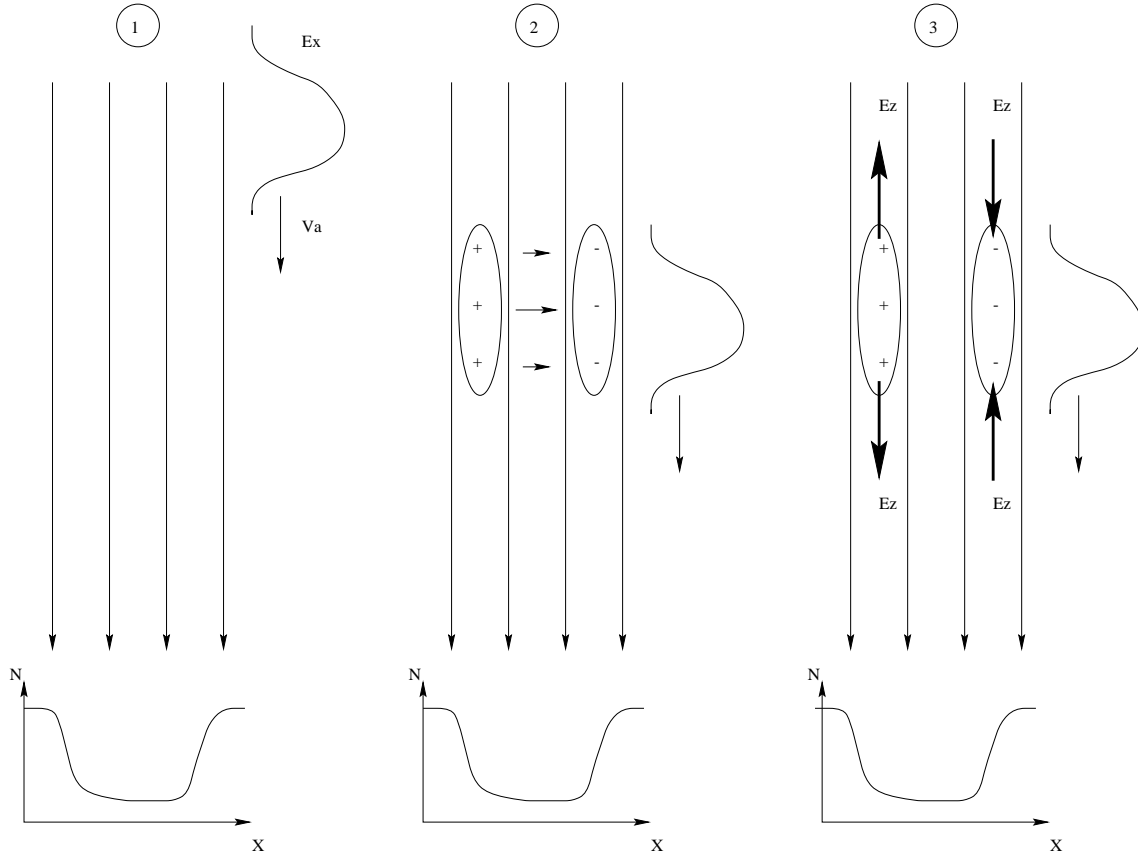


FIG. 3.9 – Schéma synthétique des processus physiques menant à l'établissement de champs électriques parallèles: 1) une onde d'Alfvén se propage dans la zone de plasma inhomogène, 2) la dérive de polarisation induite par l'onde crée des charges d'espace sur les gradients par déplacement des ions, 3) l'écart à la neutralité électrique est rattrapé par la formation de champ parallèle ( $E_z$ ).

sont rattrapés par la formation d'un champ électrique parallèle, qui permettra ensuite un déplacement longitudinal des électrons. Le mécanisme physique est résumé sur la Figure 3.9. Le panneau inférieur de la Figure 3.10 présente la composante parallèle du champ pour le même temps que la composante transverse. Les maxima du champ sont observés sur les gradients, là où la dérive de polarisation est la plus forte. La structure en damier s'explique grâce à l'Equation 2.18 qui donne, pour les régions où les gradients de densité sont importants, une dépendance:  $E_{\parallel} \propto \frac{\partial n}{\partial x} E_{\perp}$ . Le rapport  $E_z/E_x$  est de l'ordre de 0.01, environ deux fois supérieur à celui qui serait obtenu par simple effet inertiel et en l'absence de cavité (avec un  $k_{\perp}$  équivalent  $k_{\perp} c/\omega_{pe} = 2\pi$  et  $k_{\parallel}/k_{\perp} \simeq 5 \times 10^{-3}$ , cf Equation 1.20).

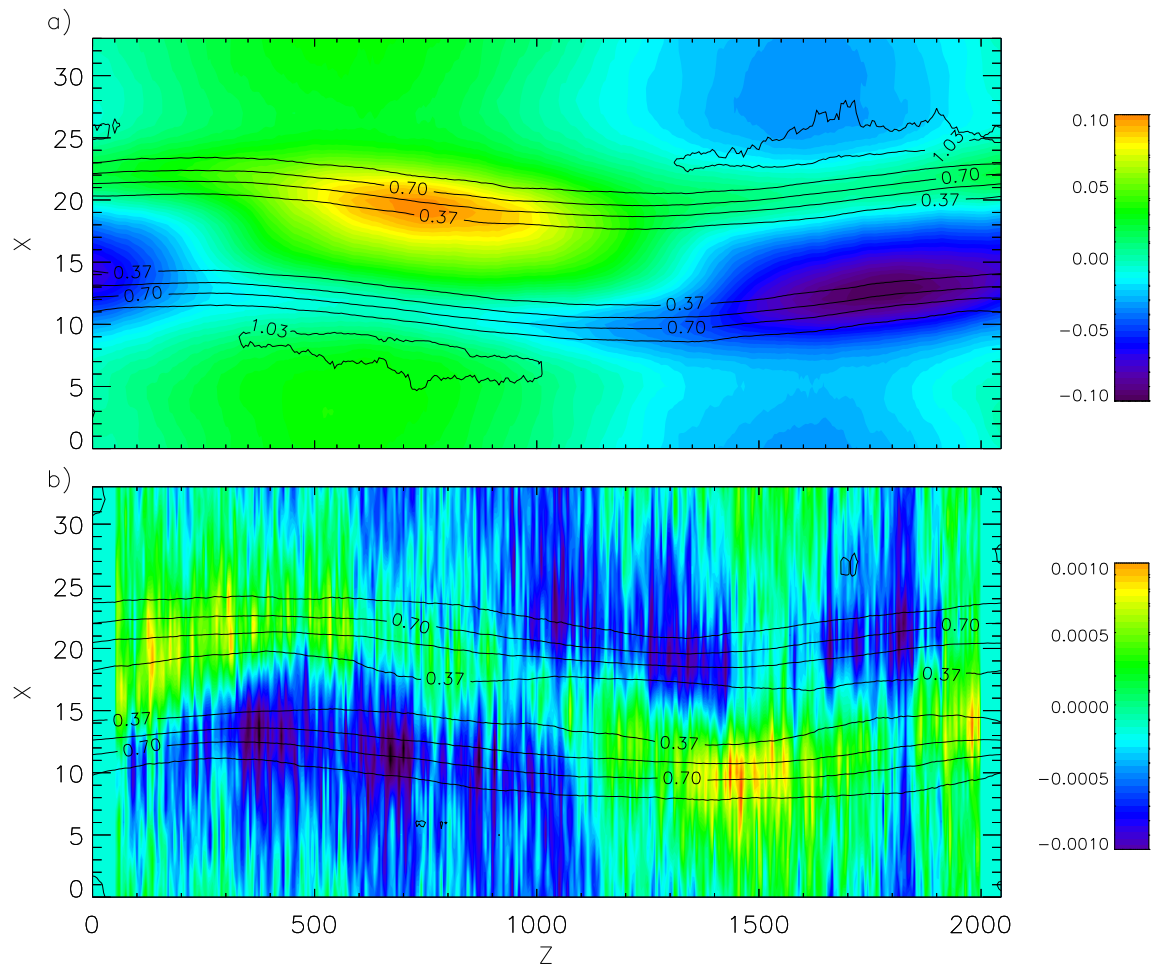


FIG. 3.10 – Les deux composantes du champ électrique à  $t=160 \omega_{pe}^{-1}$ : a)  $E_x$  perpendiculaire, b)  $E_z$  parallèle.

En outre, les contours des densités électroniques et ioniques sont tracés respectivement sur  $E_x$  et  $E_z$ . Pour les électrons, ces contours restent parallèles, suivant les lignes de champ magnétique. En revanche, les ions se déplacent transversalement et ce d'autant plus que  $E_x$ , donc  $j_x$ , est important (voir par exemple les bosses du contour à 0.37 en  $z = 700$  et  $z = 1800$ ). L'oscillation du canal de densité (qui est la même pour les ions et les électrons) est due à la vitesse de dérive  $E_y \times B_z / B^2$  (qui est indépendante de la charge). L'effet a été limité en superposant deux modes de polarisation différente (qui ont une composante  $E_y$  de signe opposé); il existe cependant une contribution résiduelle due à la différence de vitesse de phase entre les deux modes. De plus la représentation l'augmente artificiellement: il faut noter la grande disparité d'échelle entre les deux axes: 2048 cellules en  $z$  contre 32 en  $x$ .

### 3.4.4 Dissipation

Les très forts champs parallèles mis en évidence dans la section précédente ( $E_{\parallel}/E_{\perp} \gtrsim 0.01$ ) conduisent à penser que la dissipation d'énergie électromagnétique en énergie mécanique ("vers" les particules) est significative. C'est le signe de  $\vec{j}_{\parallel} \cdot \vec{E}_{\parallel}$  (puisque, on le verra par la suite, seul les électrons sont réellement affectés) qui va définir le sens du transfert d'énergie, selon l'Equation 3.15

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \operatorname{div} \vec{\mathcal{P}} = -\vec{j}_{\parallel} \cdot \vec{E}_{\parallel} \quad (3.15)$$

où  $\vec{\mathcal{P}} = \vec{E} \times \vec{B} / \mu_0$  est le flux de Poynting de l'onde. Pour s'affranchir des phénomènes transitoires, on se propose donc de suivre les variations de l'énergie électromagnétique du système au cours du temps, sur un peu plus d'une période de l'onde. Ce temps est cohérent avec divers travaux concernant la dissipation des ondes d'Alfvén en milieux naturels qui suggèrent une dissipation totale de l'onde sur environ une longueur d'onde (voir par exemple [Louarn *et al.*, 1994]). Parallèlement on suit les énergies cinétiques des particules le long des lignes de champ. On mène une étude paramétrique en fonction du niveau de fluctuations initial donné par  $\delta B / B_0$ . Les résultats sont présentés sur la Figure 3.11. Les énergies présentées sont intégrées sur toutes les particules (pour l'énergie cinétique) ou sur toute la boîte de simulation (pour l'énergie électromagnétique).

Le panneau de droite met en lumière ce qu'on voulait montrer: la dissipation est effective en présence de gradient. En effet, l'énergie décroît au cours du temps jusqu'à perdre environ un tiers de sa valeur (pour le cas  $\delta B / B_0 = 0.05$ ). Dans le même temps, l'énergie cinétique parallèle des électrons est multipliée par un facteur supérieur à

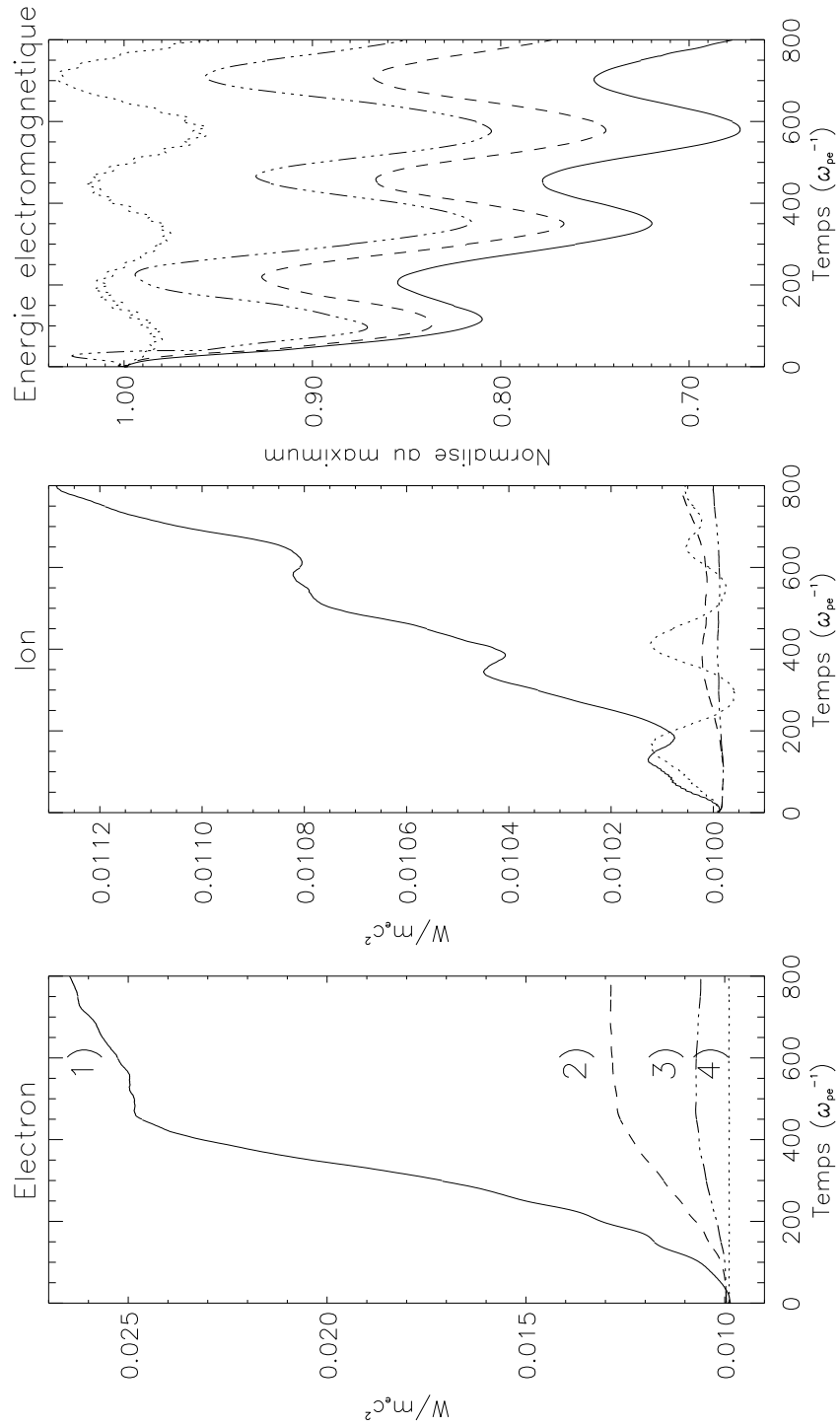


FIG. 3.11 – Energies cinétiques des électrons et des ions et énergie électromagnétique en fonction du temps et pour différents niveaux de perturbation initiale: 1)  $\delta B/B_0 = 0.05$ , 2)  $\delta B/B_0 = 0.02$ , 3)  $\delta B/B_0 = 0.01$  et 4) densité uniforme et  $\delta B/B_0 = 0.05$ .

2.6 alors que l'énergie des ions ne subit qu'une augmentation d'un rapport  $\sim 1.13$ . D'après les valeurs maximales atteintes sur le panneau de gauche pour chaque courbe, le niveau d'énergisation parallèle des électrons est le résultat d'un processus linéaire en fonction de l'amplitude de la perturbation, alors que les ions ne sont accélérés qu'à partir d'une certaine valeur de cette perturbation. Pour parachever la démonstration de l'efficacité des gradients de densité pour le processus de dissipation, on a effectué une simulation de comparaison: la densité est uniforme et  $\delta B/B_0 = 0.05$  ce qui est le plus fort niveau en densité inhomogène. Les résultats sont donnés sur la courbe indiquée 4 de la Figure 3.11. Comme prévu, les énergies cinétiques des particules restent constantes, ainsi que l'énergie électromagnétique (si on "oublie" les oscillations haute fréquence). Le niveau de seuil apparent observé sur l'évolution de l'énergie cinétique des électrons ne constitue pas une saturation. En effet, nous avons mené des simulations sur plusieurs périodes de l'onde (de longueur d'onde plus courte, donc de vitesse de phase plus grande), et il s'avère que ce palier correspond au moment où l'amplitude des deux modes alfvéniques est opposée (il y a un battement entre ces modes car ils sont de vitesses de phase différentes, voir Tableau 3.1).

En conclusion, on voit que d'un point de vue macroscopique, la présence d'inhomogénéité dans le plasma permet un transfert d'énergie de l'onde vers les particules. Pour affiner l'étude, il faut réaliser des diagnostics plus locaux. A ce titre, l'étude des fonctions de distributions permettra de répondre à certaines questions concernant l'accélération: y a-t-il apparition de faisceaux ou l'accélération se fait-elle en bloc pour les électrons? Les ions sont-ils chauffés localement? Quelle est l'évolution du champ électrique parallèle?

### 3.4.5 Accélération: diagnostics des fonctions de distribution

La connaissance des fonctions de distribution est un apport majeur pour la compréhension de la microphysique (étude d'instabilités, différenciation de populations, ...). Par exemple [Louarn & Le Quéau, 1996] ont montré comment la forme des fonctions de distribution mesurées à l'intérieur d'une zone d'accélération est reliée aux trajectoires des particules et à l'histoire du champ électrique parallèle.

Il est possible d'obtenir les fonctions de distributions de façon auto-cohérente grâce au code EM2DCGE, mais les contraintes mémoire sont alors gigantesques ce qui a limité les études. Le problème tient au fait que le calcul des fonctions de distribution est intéressant très localement (au niveau des pics de champ parallèle, par exemple), mais ces lieux d'intérêt ne sont pas connus avant de faire la simulation. La solution consiste alors à sauvegarder, à un instant donné, les cinq coordonnées de l'espace des phases de

chaque particule. Pour quatre millions de particules, cela représente typiquement un fichier de 40 Mo. Il faut ensuite que les zones à étudier soient suffisamment peuplées pour que la statistique soit bonne.

Dans la suite on s'intéresse à une simulation particulière ( $\delta B/B_0 = 0.05$ ) à deux instants ( $t=64 \omega_{pe}^{\perp 1}$  et  $t=128 \omega_{pe}^{\perp 1}$ ). Le champ parallèle correspondant est présenté sur les Figure 3.12 et Figure 3.16.

### Fonctions de distribution à $t = 128 \omega_{pe}^{\perp 1}$

On a défini trois zones de calcul pour les fonctions de distribution: elles sont tracées et numérotées en surimpression sur la Figure 3.12. Sur le champ électrique, elles correspondent respectivement à une zone de champ variable (dans la direction  $x$ ), à une zone de champ négatif, et à une zone de champ positif. La Figure 3.13 met remarquablement en lumière l'importance du signe du gradient de densité dans l'accélération des particules. En effet, la zone I est à cheval sur les deux gradients, et par conséquent il existe deux zones de champ de signe opposé. Sur les électrons cela se traduit par un déplacement vers les  $z$  positifs dans la zone de champ négatif et vers les  $z$  négatifs dans celle de champ positif. Chaque point représente un électron et il est repéré selon sa localisation transverse et sa vitesse le long de  $z$ . On reconnaît la forme du gradient: le centre présente moins de particules que les bords. Sur la partie droite de la figure. on a représenté la distribution en vitesse. Elle ne présente pas de déplacement sensible: en trait pointillé, l'ajustement par une gaussienne est centré autour de  $v_{\parallel} = 0$ , ce qui atteste bien de la somme des déplacements vers la gauche et vers la droite. En revanche les Figure 3.14 et Figure 3.15, centrées sur une zone de champ de signe unique, montrent de forts déplacements globaux des fonctions de distribution. Ces déplacements se font en accord avec le signe du champ électrique et en bloc: les écarts à l'ajustement par une gaussienne ne sont pas significatifs. Cela permet de conclure qu'on est en présence d'une accélération massive de toute la population électronique dans cette zone.

### Fonctions de distribution à $t = 64 \omega_{pe}^{\perp 1}$

Le champ parallèle est donné sur la Figure 3.16. L'amplitude du champ étant moins forte que précédemment on s'attend à des déplacements des fonctions de distribution moins importants dans ce second cas. C'est effectivement observé sur les Figure 3.17 et Figure 3.18 calculées respectivement sur les zones I et II. Les vitesses de pic sont environ deux fois moins fortes que précédemment (il y a aussi un rapport deux sur le champ électrique).

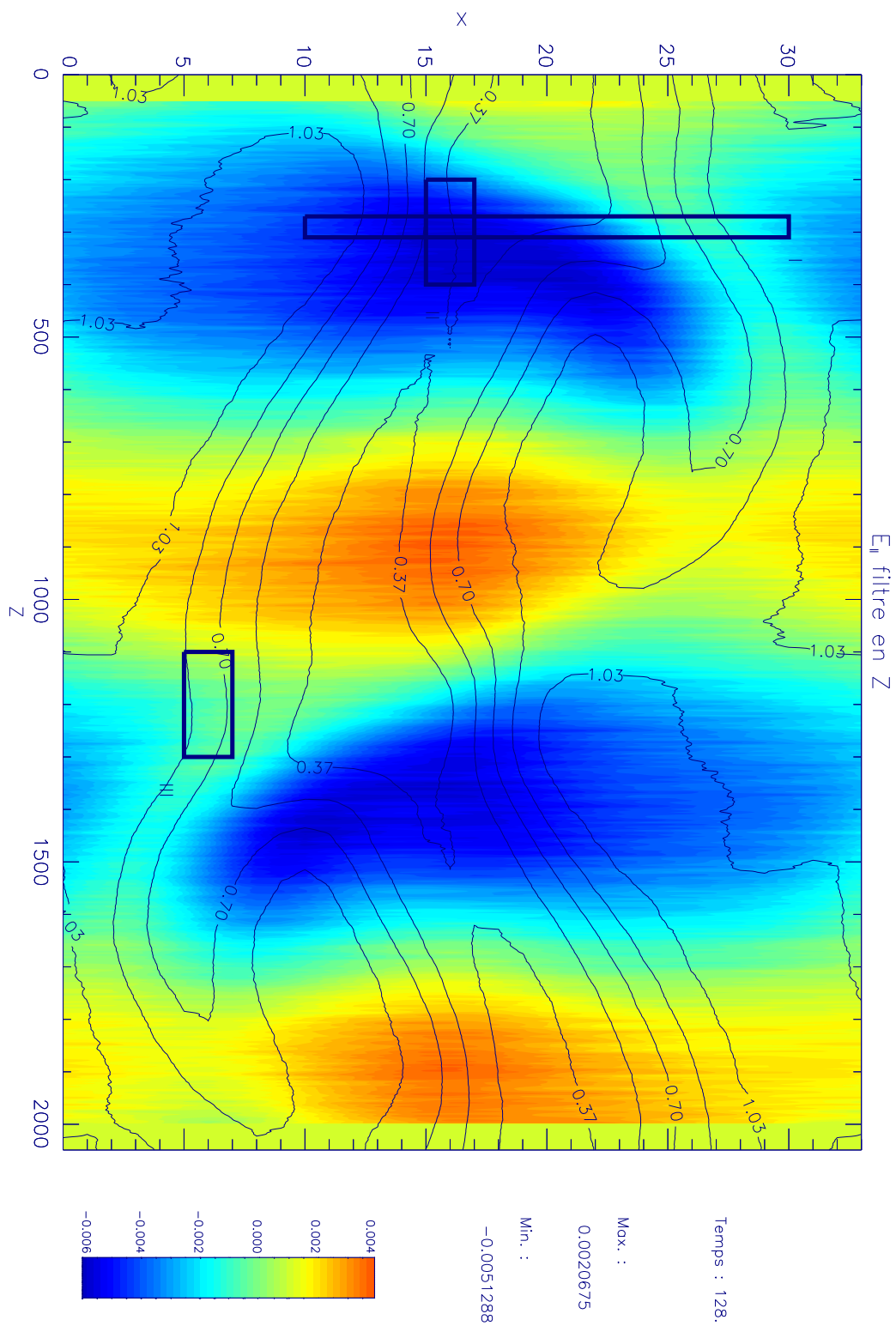


FIG. 3.12 – Champ électrique parallèle à  $t = 128 \omega_{pe}^{-1}$ .



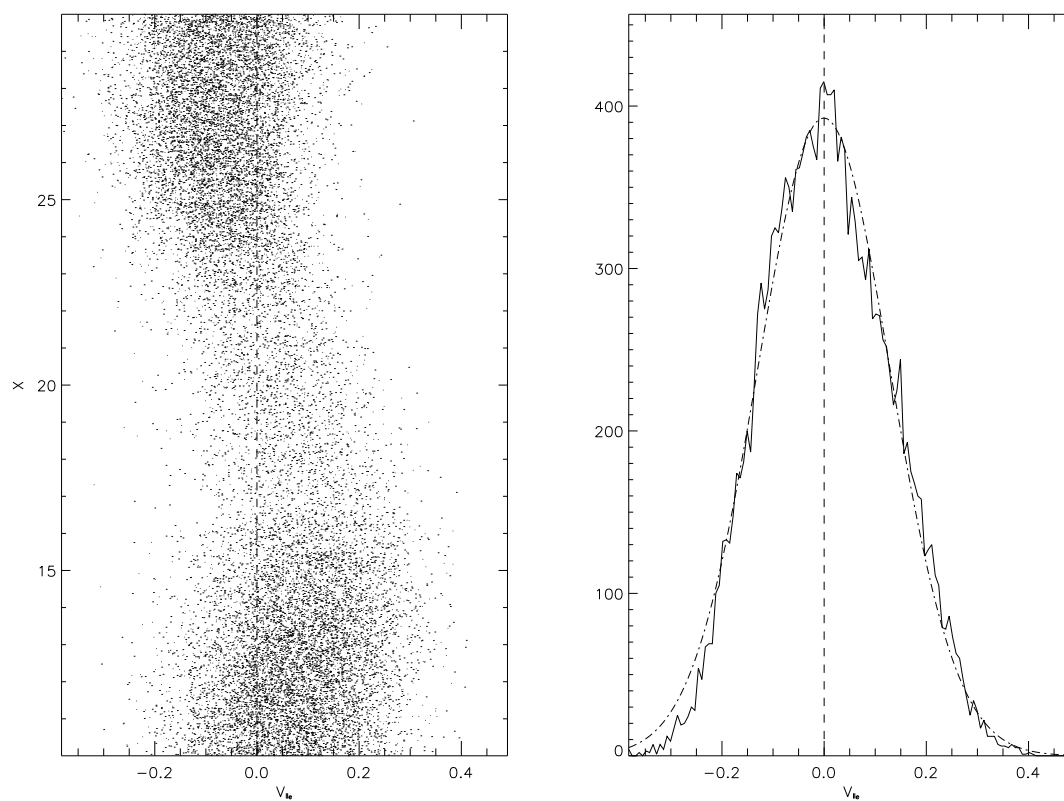


FIG. 3.13 – Fonctions de distribution en vitesse parallèle pour les électrons dans la zone I (voir Figure 3.12).

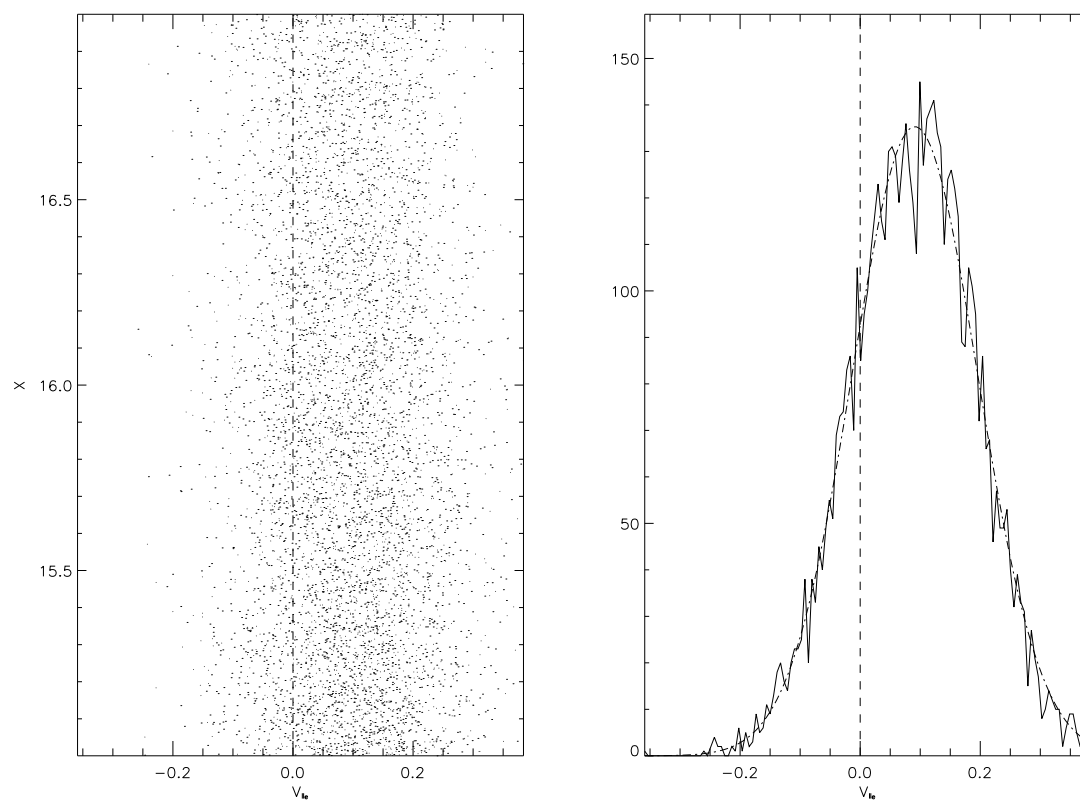


FIG. 3.14 – Fonctions de distribution en vitesse parallèle pour les électrons dans la zone II (voir Figure 3.12).

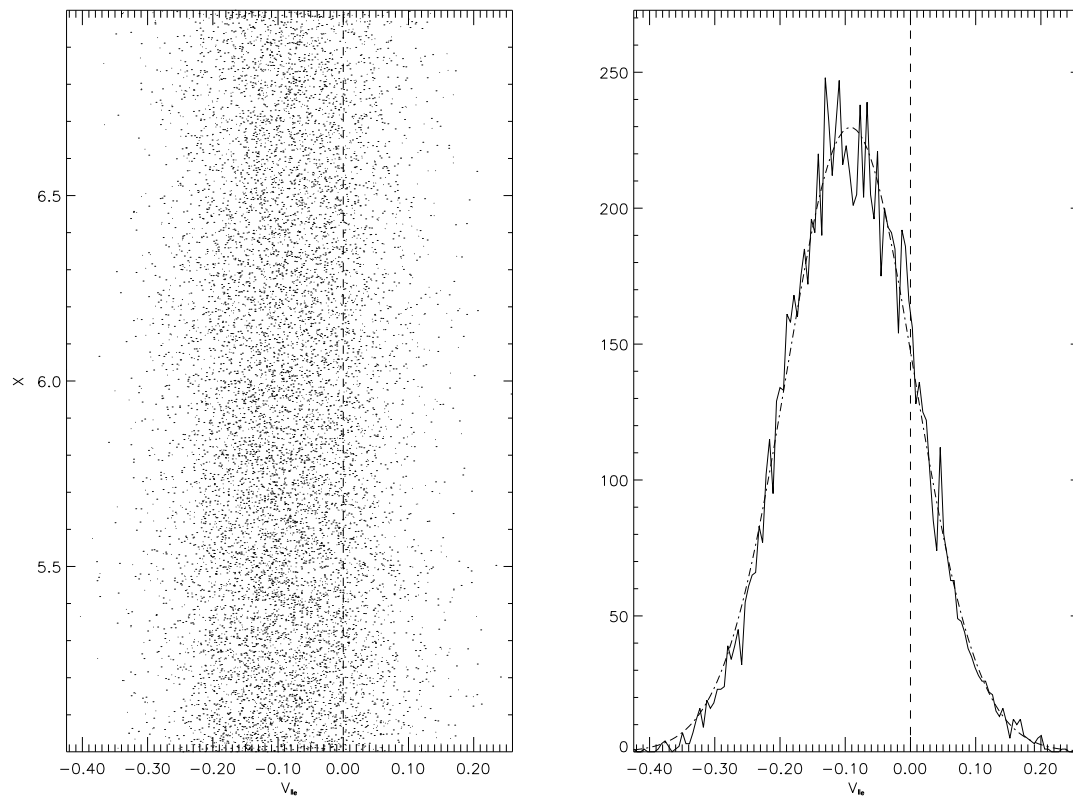


FIG. 3.15 – Fonctions de distribution en vitesse parallèle pour les électrons dans la zone III (voir Figure 3.12).

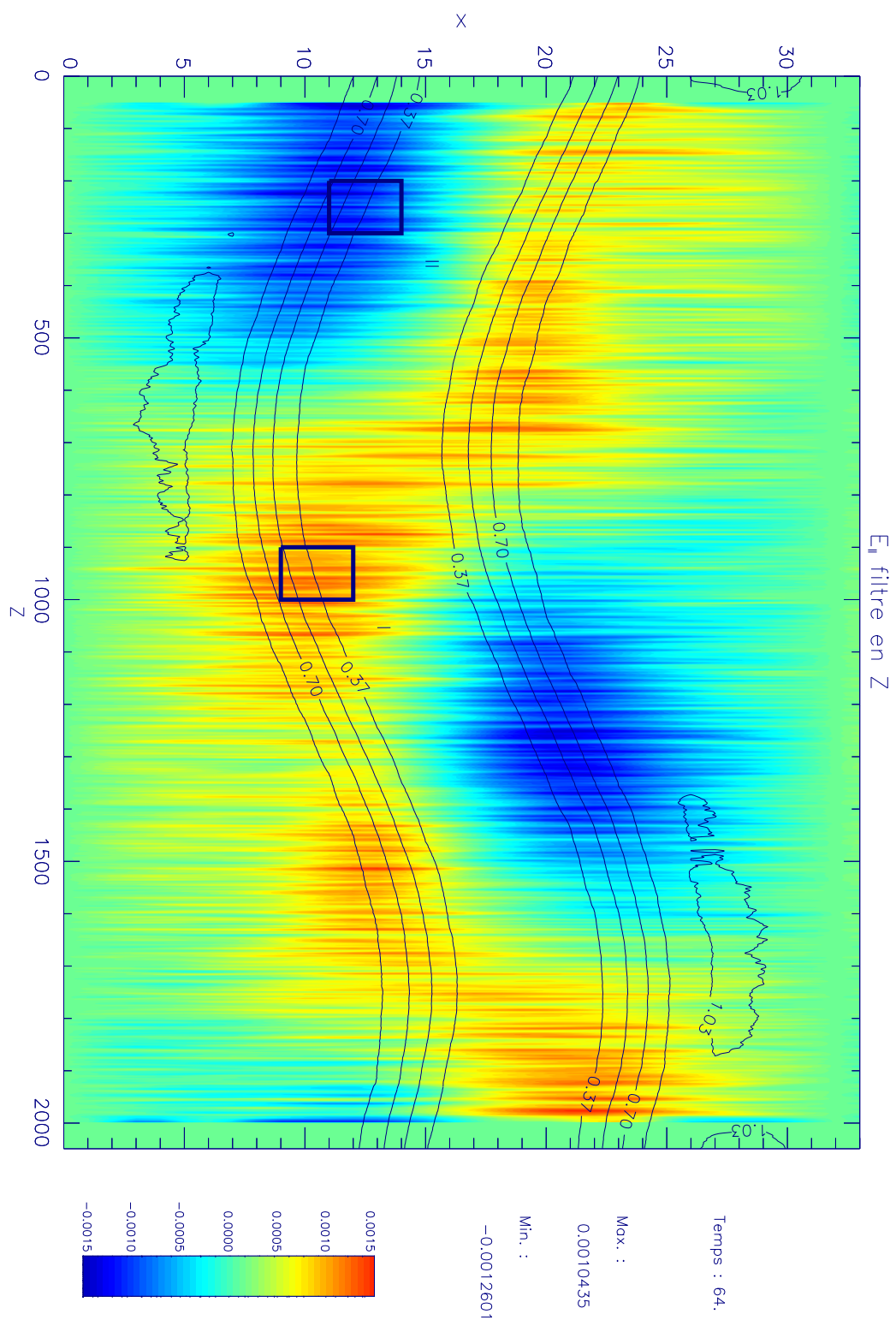


FIG. 3.16 – Champ électrique parallèle à  $t = 64 \omega_{pe}^{-1}$ .

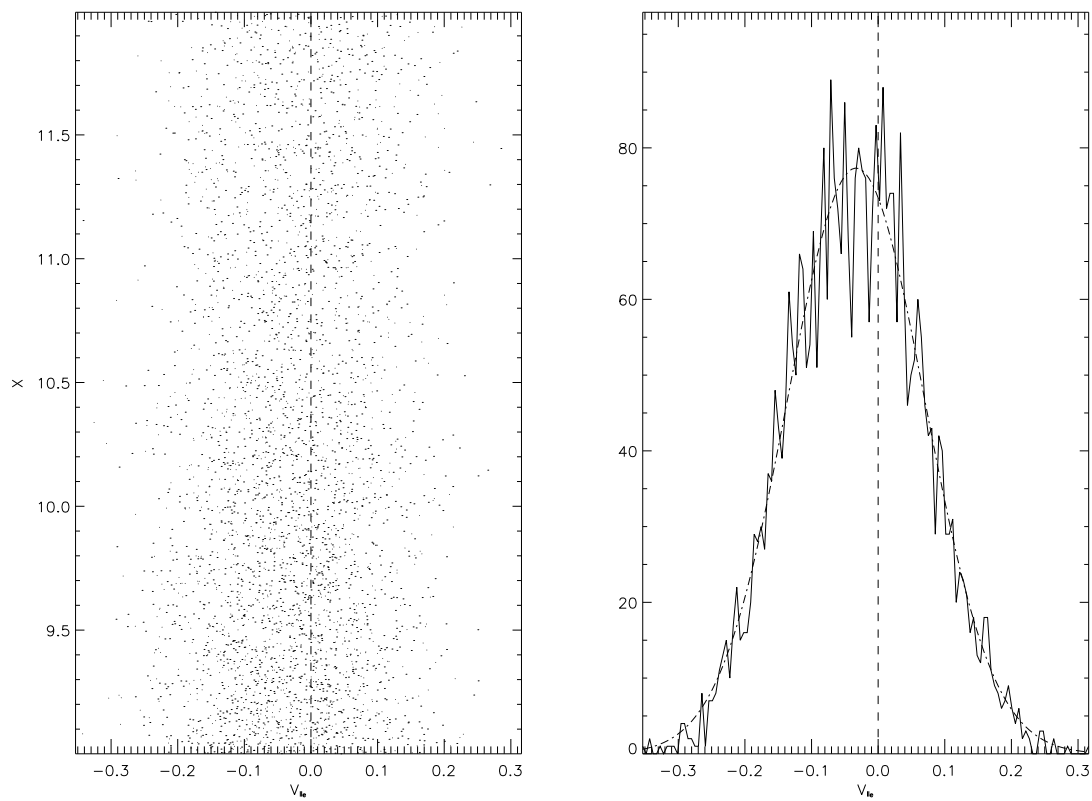


FIG. 3.17 – Fonctions de distribution en vitesse parallèle pour les électrons dans la zone I (voir Figure 3.16).

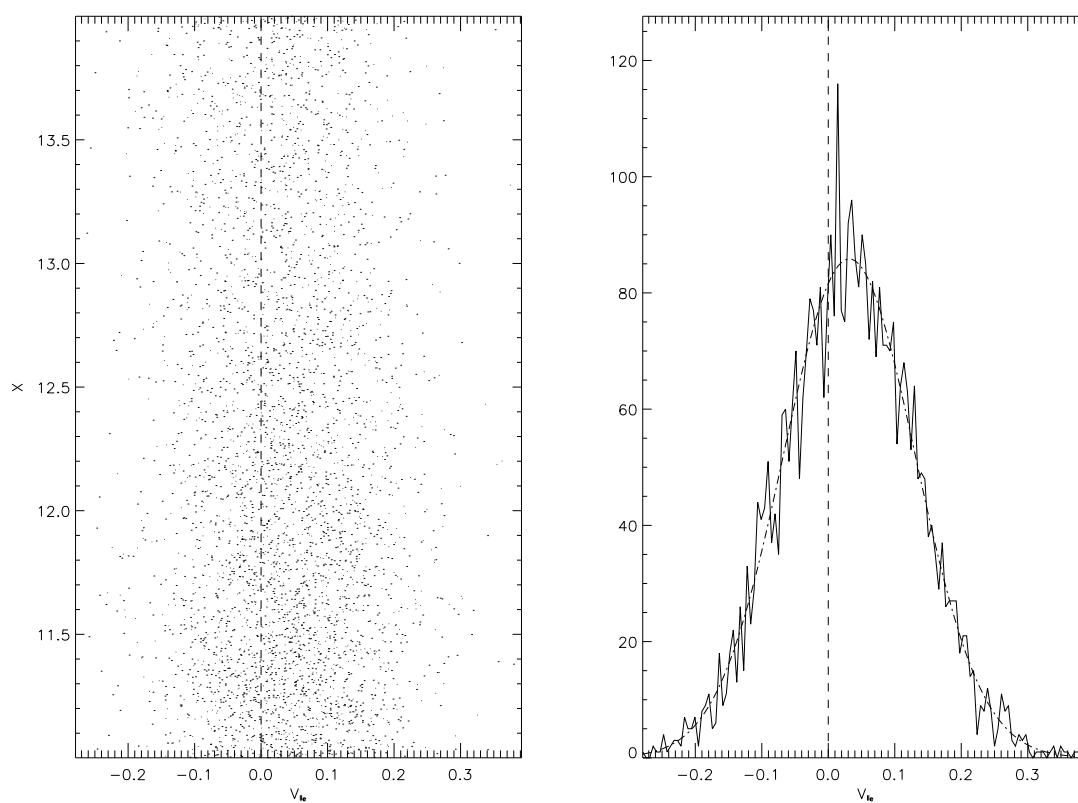


FIG. 3.18 – Fonctions de distribution en vitesse parallèle pour les électrons dans la zone II (voir Figure 3.16).

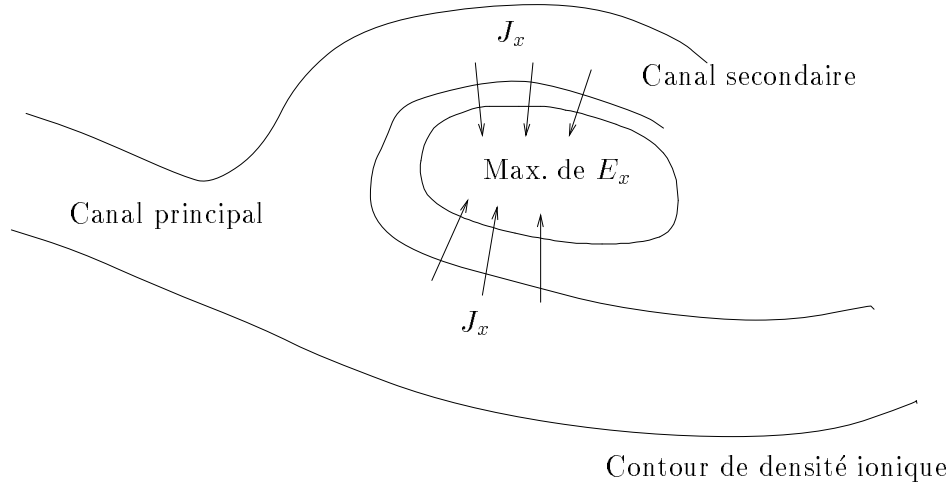


FIG. 3.19 – Principe de formation des canaux secondaires.  $J_x$  est le courant de polarisation (proportionnel à  $\frac{\partial E_x}{\partial t}$ ).

### 3.4.6 Déplacement du plasma

L'étude précédente a permis de préciser l'action locale du champ électrique parallèle sur les distributions en vitesse des particules. Globalement, sur toute la boîte on a aussi noté, sur la Figure 3.11, une augmentation importante de l'énergie cinétique parallèle des électrons. On peut alors supposer que ces forts incréments de vitesse conduisent à un déplacement du plasma. C'est effectivement le cas, et on va voir que l'onde d'Alfvén engendre des modifications importantes des distributions électronique et ionique. Il faut néanmoins prendre garde à découpler ces mouvements de celui de dérive qui affecte les deux populations et qui est proportionnel à  $\vec{E}_y \times \vec{B}$ .

#### Filamentation ionique

Un effet important, révélé lors de certaines simulations, est celui qui conduit à l'apparition de canaux de densité secondaires. Cet effet est non linéaire et mène à des variations de densité qui atteignent typiquement un facteur deux. Les gradients de densité associés à ces nouveaux canaux sont du même ordre que celle du canal initial (la valeur de  $1/n_i \frac{\partial n_i}{\partial x}$  est sensiblement égale sur les différents gradients), ce qui donne naissance à de nouveaux sites de formation de champ électrique parallèle. Le temps nécessaire aux électrons pour se déplacer et restaurer, au moins partiellement, la neutralité électrique constitue le délai d'apparition de ces canaux secondaires pour les électrons. Il provient du fait que les électrons ne peuvent combler instantanément un écart créé en direction perpendiculaire car ils se déplacent préférentiellement parallè-

lement aux lignes de champ magnétique. Le mécanisme de formation de ces déplétions de densité supplémentaires est lié à la dérive de polarisation qui déplacent les ions en direction transverse. Le détail est le suivant: on a vu précédemment qu'à la contribution de l'onde au champ électrique perpendiculaire  $E_x$  se rajoute celle du champ électrostatique lié à la gyration des ions. Sur le gradient de densité positif, pour les valeurs positives de  $E_x$  de l'onde se crée donc un maximum de  $E_x$  par l'addition de ces deux contributions (de même, on aura un minimum sur le gradient négatif dans la zone de valeurs négatives de  $E_x$  de l'onde). En se déplaçant, ce maximum induit des dérives de polarisation de signes opposés sur ses flancs. Elles conduisent d'une part à la formation d'un canal secondaire, et d'autre part au renforcement du gradient du canal principal. Ce mécanisme est résumé sur la Figure 3.19 et illustré sur la Figure 3.20. Un tel mécanisme peut être mis en parallèle avec la physique du chauffage coronal pour laquelle on calcule un facteur de remplissage qui correspond au rapport entre le volume des couches de courant, où la dissipation est supposée avoir lieu, et le volume du plasma. Dans notre cas, un facteur équivalent peut être défini en considérant le volume des sites de dissipation à rapporter au volume du plasma.



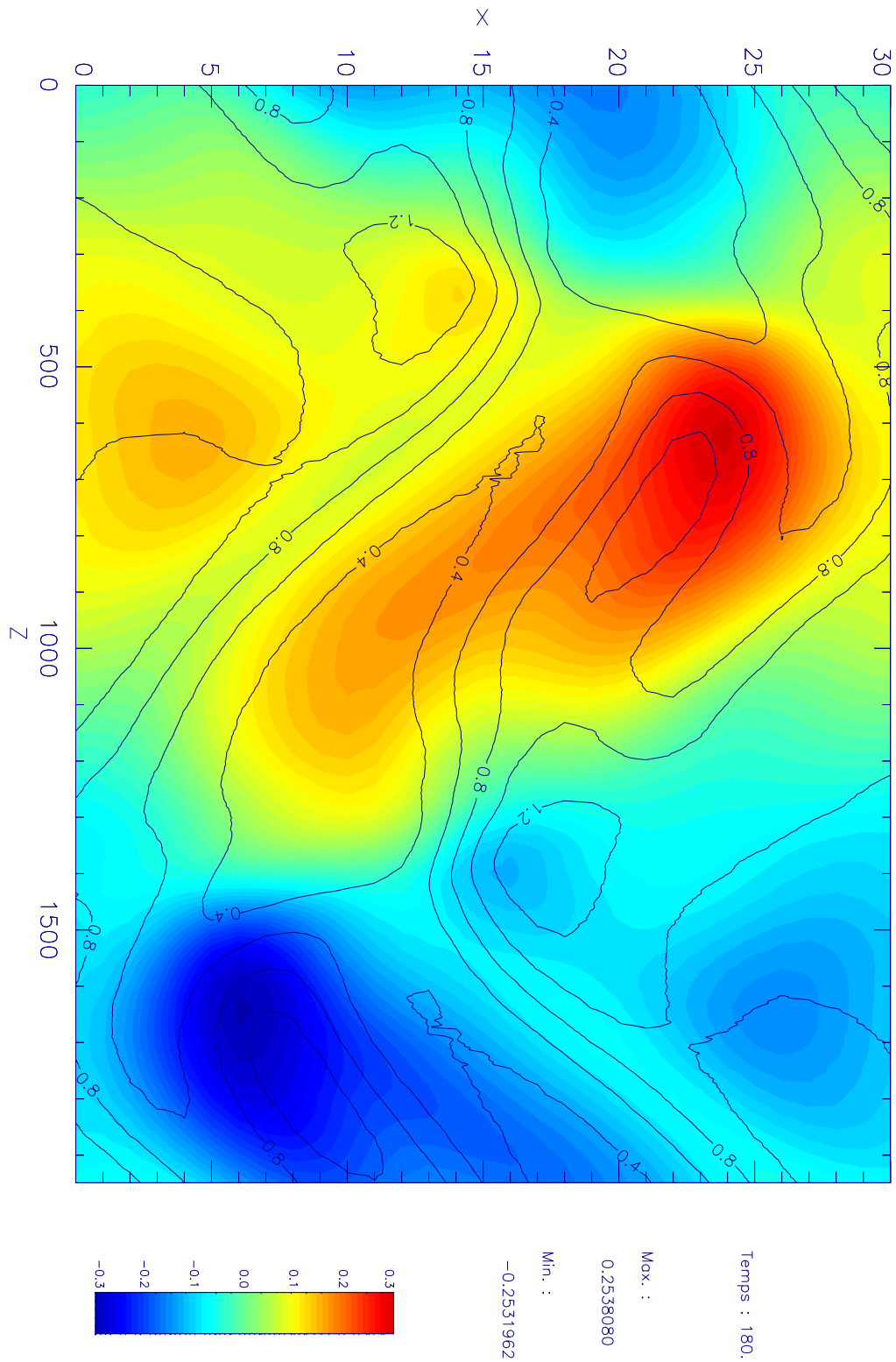


FIG. 3.20 – Filamentation: contours de la densité ionique superposés au champ électrique  $E_x$ . La région  $(z = 500, x = 27)$ - $(z = 1000, x = 21)$  est un canal secondaire (suivre le contour à 0.8 par exemple).

# Conclusion

Dans cette thèse, nous avons étudié un processus d'accélération qui couple deux éléments effectivement présents dans la magnétosphère: des ondes d'Alfvén et une forte inhomogénéité transverse du milieu associée à l'existence de cavités de plasma auroral. Grâce à la simulation, nous avons montré comment les processus microphysiques agissant au sein du plasma, lors de la propagation de l'onde d'Alfvén dans un milieu inhomogène dont les échelles de longueur caractéristiques sont de l'ordre de la longueur d'inertie électronique ( $c/\omega_{pe}$ ), ont des conséquences à grande échelle, d'une part en accélérant le plasma (décalage global des fonctions de distribution en vitesses), d'autre part en dissipant l'énergie électromagnétique de l'onde.

Deux sortes de simulation ont été présentées. Premièrement, afin de mettre en évidence les effets principaux dans une situation réaliste du point de vue de la structure macroscopique du champ magnétique et de la densité, une approche semi analytique utilisant un modèle linéaire de la propagation montre que des champs électriques parallèles au champ magnétique ambiant apparaissent sur les gradients de densité de la cavité. Leurs grandes extensions spatiales leur permet de donner naissance à des différences de potentiel de l'ordre du kV, capable d'accélérer les électrons à des énergies de l'ordre du keV, cohérentes avec celles mesurées expérimentalement. L'autre conclusion importante est que la propagation de l'onde d'Alfvén, initialement homogène ( $k_{\perp} = 0$ ), s'accompagne de la formation très rapide de petites échelles, telles que  $k_{\perp}c/\omega_{pe} \sim 1$ . Cela amène à penser qu'un régime de dissipation est atteint.

Ce dernier point ne peut être traité de façon auto-cohérente par cette méthode. Nous avons donc collaboré avec F. Mottez qui a mis à disposition son code de calcul et un traitement cinétique lourd a alors pu être entamé. Pour des raisons inhérentes aux conditions d'initialisation, nous nous sommes écartés d'une situation physique strictement équivalente à celle correspondant à la cavité de plasma auroral. En particulier, la variation de la densité dans la direction parallèle au champ magnétique, la forme impulsive de l'onde perturbatrice, les tailles réalistes du système, n'ont pu être prises en compte. Néanmoins, cette nouvelle approche, bien plus rigoureuse au niveau de la physique mise en jeu, nous a permis de confirmer et d'étendre les résultats de la première étude. La présence d'inhomogénéité conduit à la dissipation de l'onde incidente: le transfert d'énergie s'effectue vers les particules, surtout les électrons en direction parallèle, qui gagnent alors une énergie cinétique importante (plus du double de leur énergie initiale dans le cas le plus énergétique). On peut alors dégager un scénario qui permet, in fine, d'expliquer les arcs auroraux observés depuis la Terre.

- une onde d’Alfvén se propage depuis la magnétosphère en direction de la Terre. Les mécanismes conduisant à sa formation sont éludés dans cette étude.
- les régions aurorales, fortement inhomogènes, présentent des cavités de plasma pour lesquelles la densité varie très fortement sur une échelle comparable à  $c/\omega_{pe}$ . L’onde voit alors son front d’onde se tordre fortement en se propageant dans ce milieu. Simultanément, la dérive de polarisation, proportionnelle à l’amplitude de l’onde, sépare les ions des électrons en déplaçant les premiers en direction perpendiculaire.
- L’écart à la neutralité électrique, est rattrapé, dans ce milieu collisionnel, par le mouvement rapide des électrons le long du champ magnétique et par conséquent l’établissement de champs électriques parallèles.
- Les électrons sont alors accélérés et voient leur énergies cinétiques augmenter au détriment de l’énergie électromagnétique de l’onde, qui elle décroît au cours de la propagation.
- les électrons atteignent une énergie telle que la force miroir ne les repoussent plus et ils précipitent dans l’ionosphère.
- cette population énergétique pénètrent finalement les hautes couches atmosphériques, et excitent les atomes et molécules de ce milieu dense. La désexcitation des ces constituants, émet des photons dans la gamme visible, qui donnent alors lieu à un arc auroral.

D’après l’étude analytique du chapitre 2, le signe du champ électrique parallèle dépend à la fois de celui de la variation de densité et de celui du champ perpendiculaire. Sur un gradient donné, un pulse incident entraîne donc une accélération dans une seule direction, alors qu’une onde plane donne une accélération différente selon la demi période. Projetée dans l’ionosphère, la taille transverse de la cavité n’est que de quelques centaines de mètres, et les traces ionosphériques des deux gradients sont très rapprochées. Par conséquent, selon notre scénario, un pulse conduira à une émission unique intense, alors qu’une onde plane mènera alternativement à l’illumination de deux zones rapprochées du ciel. La dynamique propre de la cavité n’est ici pas prise en compte, mais contribue sans doute de façon notable à la dynamique de l’arc auroral.

La Figure 3.21 présente une illustration possible du résultat de l’accélération sur les gradients de densité de la cavité de plasma. Elle montre une vue d’une aurore boréale constituée de divers arcs très lumineux et d’une lumière plus diffuse, principalement de couleur rouge, dénotant une désexcitation atomique de haute altitude (dans le cas de l’atome d’oxygène, l’émission ”rouge” à  $6300 \text{ \AA}$  n’est pas possible à basse altitude car l’état d’excitation à une durée de vie suffisamment longue pour être relaxé par des mécanismes collisionnels). Selon les hypothèses de notre scénario, on explique donc

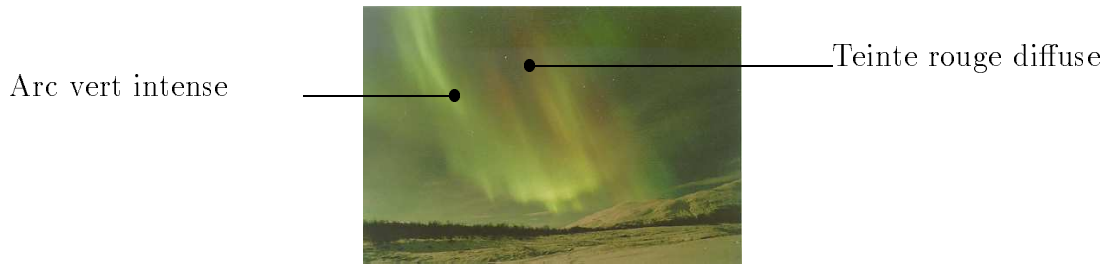


FIG. 3.21 – Aurore boréale photographiée le 28/12/1998 vers 22h30 à Abisko (Laponie). On note en particulier l'intensification de l'arc "vert" sur une échelle fine.

l'intensification très locale de l'arc par le fait qu'il est la signature d'une accélération sur un gradient de densité, structure elle aussi très localisée, conduisant à l'intensification locale du champ électrique et du dépôt d'énergie vers les particules chargées. Il faudrait néanmoins procéder à une étude détaillée de l'arc (détermination de la taille et de l'altitude notamment) pour pouvoir continuer l'analogie avec notre théorie. Un autre point important concernant l'explication auto-cohérente des aurores est leur dynamique qu'il est difficile de relier directement à un mécanisme auroral. Dans le cas présenté (Figure 3.21), la vue est prise en direction de l'Ouest donc l'éventuel mouvement Est-Ouest n'a pas pu être décelé. En revanche, la dynamique propre de l'arc rend compte des énergies considérables qui sont en jeu: en effet le point le plus brillant peut se déplacer sur le champ de visée en quelques secondes. Cela représente des vitesses de plusieurs dizaines de kilomètres par seconde.

Même si on ne s'attache pas à résoudre ces dernières questions, le projet de simulation continue et promet de livrer d'autres résultats intéressants notamment en ce qui concerne l'étude des fonctions de distribution et de l'évacuation du plasma suite à l'instauration du champ parallèle (formation des canaux secondaires). Dans le premier cas, c'est par exemple avec une confrontation avec les données du satellite FAST que les avancées pourront être menées. Le deuxième cas est plus théorique et peut être lié à l'étude des couches de courant dans la couronne solaire (notion de "filling factor"). A ce thème s'ajoute l'étude du rôle de la dissipation des ondes d'Alfvén dans l'entretien des cavités. Cela permet de s'interroger sur la capacité d'un plasma inhomogène à augmenter sa désorganisation par le passage d'une onde perturbatrice en créant d'autres sites de dissipation. Pour terminer, un travail observationnel permettrait de consolider les résultats des simulation: une étude détaillée de conjonctions, dans les régions aurorales, des cavités de plasma et des mesures de champs électriques parallèles. Outre les

données ponctuelles déjà accessibles dans ce domaine, découpler les caractères spatial et temporel des cavités, par des mesures multi-points, sera d'une grande aide. C'est en partie dans ce cadre que le projet CLUSTER s'inscrit, au moins pour les orbites les plus basses.

# Annexes



— A —

**A study of the propagation of Alfvén  
waves in the auroral density cavities**

*Accepté à Journal of Geophysical Research*



— B —

# Dissipation of Alfvén waves in auroral cavities

Soumis à *Geophysical Research Letters*

## Système de coordonnées curvilignes

On présente ici les calculs permettant d'obtenir les facteurs métriques dans le système de coordonnées curvilignes associé à un modèle de champ magnétique dipolaire, particularisé aux zones aurorales. Le nouveau système de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$  est tel que  $x_3$  est l'abscisse le long d'une ligne de champ,  $x_1$  l'abscisse dans la direction perpendiculaire (Nord-Sud) et  $x_2$  complète le système.

Pour une géométrie sphérique  $(r, \theta, \phi)$  à symétrie axiale on a  $B_\phi = 0$  et:

$$\begin{cases} B_r = \frac{2 \cos \theta}{r^3} \mathcal{M} \\ B_\theta = \frac{\sin \theta}{r^3} \mathcal{M} \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

En développant les composantes pour  $\theta$  et  $\phi$  petits, on se restreint aux hautes latitudes dans le plan midi-minuit et les déplacements transverses aux lignes de champ sont petits devant l'altitude. On a alors  $r \simeq z = R_t + h$  et:

$$\cos \theta \simeq \cos \phi \simeq 1, \quad \sin \theta \simeq \frac{x}{R_t + h} \quad \text{et} \quad \sin \phi \simeq \frac{y}{x} \quad (\text{C.2})$$

On écrit maintenant le champ dans le repère  $(x, y, z)$ :

$$\begin{cases} B_x = \frac{3x}{(R_t + h)^4} \mathcal{M} \\ B_y = \frac{3y}{(R_t + h)^4} \mathcal{M} \\ B_z = \frac{2}{(R_t + h)^3} \mathcal{M} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

On note  $\rho^2 = x^2 + y^2$  et  $B_\rho = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2} = \frac{3\rho}{(R_t + h)^4} \mathcal{M}$ . Pour calculer les facteurs métriques il faut préalablement exprimer les coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$  en fonction de  $(x, y, z)$ .  $x_1$  et  $x_3$  sont respectivement constants sur les lignes de champ magnétique et les lignes perpendiculaires. Ecrivons les équations de ces courbes particulières:

Lignes de champ:  $\frac{dr}{B_r} = \frac{dz}{B_z}$

En intégrant:

$$\rho \left( \frac{R_t}{R_t + h} \right)^{3/2} = \text{constante} \quad (\text{C.4})$$

Lignes perpendiculaires:  $B_r dr = -B_z dz$

En intégrant:

$$(h + R_t)^2 + \frac{3}{2}\rho^2 = \text{constante} \quad (\text{C.5})$$

On peut donc définir

$$\begin{cases} \rho' = \rho \left( \frac{R_t}{R_t+h} \right)^{3/2} \\ x_3 = ((h + R_t)^2 + \frac{3}{2}\rho^2)^{1/2} \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

et  $\rho'^2 = x_1^2 + x_2^2$ . Au premier ordre en  $\rho/(R_t + h)$  et comme une coordonnée peut être définie à une constante près on obtient la correspondance:

$$\begin{cases} x_1 = x \left( \frac{R_t}{R_t+h} \right)^{3/2} \\ x_2 = y \left( \frac{R_t}{R_t+h} \right)^{3/2} \\ x_3 = h \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

On note  $B_0$  le champ magnétique à la surface de la Terre ( $h = 0$ ) et donc  $\left( \frac{R_t}{R_t+h} \right)^3 = \frac{B_z}{B_0}$ . Les facteurs métriques sont donnés par:

$$h_n^2 = \left( \frac{\partial x}{\partial x_n} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial x_n} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial x_n} \right)^2 = \left[ \left( \frac{\partial x_n}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_n}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_n}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1} \quad (\text{C.8})$$

On obtient alors pour  $n = 1, 2, 3$ :

$$g_1 = h_1^2 = g_2 = h_2^2 = \frac{B_0}{B_z} \quad (\text{C.9})$$

$$g_3 = h_3^2 = 1 \quad (\text{C.10})$$

L'élément de longueur  $ds$  s'écrit donc:  $ds^2 = \frac{B_0}{B_z} dx_1^2 + \frac{B_0}{B_z} dx_2^2 + dx_3^2$

Vérifions l'orthogonalité de ce système de coordonnées. Pour cela il faut calculer les vecteurs unitaires du repère  $(x_1, x_2, x_3)$  par la formule:  $\vec{u}_i = \frac{\nabla x_i}{\|\nabla x_i\|}$  (on néglige les termes d'ordre deux dans le calcul de la norme).

$$\vec{u}_1 = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -\frac{3}{2} \frac{x}{R_t+h} \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

---

$$\vec{u}_2 = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ -\frac{3}{2} \frac{y}{R_t+h} \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

$$\vec{u}_3 = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

Calculons les produits scalaires:

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = \frac{9}{4} \frac{xy}{(R_t+h)^2} \quad (\text{C.14})$$

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_3 = -\frac{3}{2} \frac{x}{R_t+h} \quad (\text{C.15})$$

$$\vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = -\frac{3}{2} \frac{y}{R_t+h} \quad (\text{C.16})$$

Le premier produit est nul à l'ordre un de notre développement par contre les deux autres ne s'annulent qu'à l'ordre zéro. L'orthogonalité de ce système n'est donc vérifiée qu'à l'ordre zéro, ce qui est tout de même satisfaisant car  $h$  prend des valeurs toujours de l'ordre de mille fois supérieures à celles de  $x$  ou  $y$ .



## Onde d'Alfvén dans une cavité de plasma: seconde dérivation du modèle

On montre ici comment obtenir les équations du chapitre 2 en utilisant directement le tenseur diélectrique. L'approximation "plasma froid" se traduit alors par une forme simplifiée des coefficients de ce tenseur. Les calculs sont faits dans un repère cartésien: pour simplifier la dérivation on ne considère pas la convergence des lignes de champ magnétique qui sont donc prises parallèles. Le calcul complet fait intervenir le facteur  $\varphi$  (voir section 2.2.2) qui n'est pas déterminant pour la présente démonstration .

Ecrivons les équations de Maxwell:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{D.1})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{D.2})$$

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad (\text{D.3})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{D.4})$$

Et les relations constitutives du milieu:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{D.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \bar{\chi} \vec{E} \quad (\text{D.6})$$

Le tenseur diélectrique  $\bar{\chi}$  a la forme suivante:

$$\bar{\chi} = \begin{vmatrix} \chi_1 & i\chi_2 & 0 \\ -i\chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{vmatrix} \quad (\text{D.7})$$

avec, dans l'approximation plasma froid:

$$\chi_1 = \frac{c^2}{v_A^2} \quad (\text{D.8})$$

$$\chi_2 = 0 \quad (\text{D.9})$$

$$\chi_3 = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (\text{D.10})$$

On prend le rotationnel de l'équation D.1 et on exprime le second membre en fonction du champ électrique  $E$ . La seconde équation à considérer est l'équation D.3 elle aussi fonction de  $E$ . Soient donc les deux équations suivantes:

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\chi} \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{D.11})$$

$$\text{div } \bar{\chi} \vec{E} = 0 \quad (\text{D.12})$$

On considère une dépendance temporelle des ondes en  $\exp i\omega t$  et on rappelle que dans notre modèle  $E_y = 0$  et  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ,  $y$  étant la direction d'invariance.

La composante selon  $x$  de l'Equation D.11 s'écrit:

$$-\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \chi_1 E_x}{\partial t^2} = -\frac{1}{v_A^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (\text{D.13})$$

On retrouve donc la première équation du modèle dérivée au chapitre 2:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - v_A^2 \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -v_A^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} \quad (\text{D.14})$$

L'Equation D.12 devient, en explicitant la divergence:

$$\frac{\partial \chi_1 E_x}{\partial x} + \frac{\partial \chi_3 E_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c^2}{v_A^2} E_x \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} E_z \right) = 0 \quad (\text{D.15})$$

soit

$$\frac{\partial \omega_{pe}^2 E_z}{\partial z} = \omega^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c^2}{v_A^2} E_x \right) = \frac{c^2}{v_A^2 \omega_{pe}^2} \omega^2 \frac{\partial \omega_{pe}^2 E_x}{\partial x} \quad (\text{D.16})$$

En effet, à l'ordre zéro le produit  $v_A^2 \omega_{pe}^2$  est indépendant de la densité. On aboutit finalement à la deuxième équation du système (voir système 2.17):

$$\frac{\partial n E_z}{\partial z} = -\frac{c^2}{v_A^2 \omega_{pe}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial n E_x}{\partial x} \quad (\text{D.17})$$

# — E —

## Propagation dans un milieu présentant une inhomogénéité longitudinale

On se propose de résoudre l'équation de propagation suivante:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = v^2(z) \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \quad (\text{E.1})$$

où  $v$  est une fonction à variation lente. On prend la transformée de Fourier temporelle de l'équation qui devient alors:

$$\frac{\partial^2 E_\omega}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{v^2(z)} E_\omega = 0 \quad (\text{E.2})$$

Cela revient à étudier la propagation d'une onde dans un milieu pour lequel l'indice de réfraction est une fonction lentement variable de la position. On note maintenant  $\omega/v = k$  et on se place dans l'approximation WKB (d'après Wentzel, Kramers et Brillouin) qui est valide lorsque  $k = k(z)$  varie lentement par rapport à l'échelle de propagation, typiquement  $|k''| \ll |kk'|$  et  $|k'| \ll |k^2|$ . La fréquence associée à la propagation va donc être élevée par rapport à celle liée à la variation de  $k(z)$ . On va donc chercher des solutions de la forme  $e^{i\omega\tau(z)}$  avec  $\tau(z) = \tau_0(z) + \frac{1}{\omega}\tau_1(z) + \frac{1}{\omega^2}\tau_2(z) + \dots$  pour  $\omega$  grand. L'équation E.2 devient alors:

$$i\omega\tau'' - \omega^2\tau'^2 + k^2 = 0 \quad (\text{E.3})$$

On remplace  $\tau$  par son expression (jusqu'à l'ordre un) puis on range ensuite les termes par ordre croissant<sup>1</sup> en  $\omega$ . Cela conduit aux deux équations:

$$\begin{cases} -\omega^2\tau_0'^2 + k^2 = 0 \\ i\omega\tau_0'' - 2\omega\tau_0'\tau_1' = 0 \end{cases} \quad (\text{E.4})$$

On résout successivement pour  $\tau_0$  et  $\tau_1$  ce qui donne:

$$\tau_0 = \pm \int_{z_0}^z \frac{k(u)}{\omega} du + \text{constante} = \pm \int_{z_0}^z \frac{du}{v(u)} + \text{constante} \quad (\text{E.5})$$

---

<sup>1</sup>"leading-order term expansion", en anglais



$$\tau_1 = \frac{i}{2} \ln \frac{1}{v} + \text{constante} \quad (\text{E.6})$$

On peut ainsi reconstruire  $\tau$  et finalement  $E$ :

$$E = A_{\pm} \sqrt{v(z)} \exp \left( \pm i\omega \int_{z_0}^z \frac{du}{v(u)} \right) \quad (\text{E.7})$$

où  $A_{\pm}$  est une constante. Une onde se déplaçant à la vitesse d'Alfvén (qui croît vers la Terre, au moins jusqu'à un rayon terrestre) verra donc son amplitude augmentée comme la racine de la vitesse de propagation. Pour le modèle exposé au chapitre 2, ce calcul implique une multiplication de l'amplitude par un facteur 4 entre 18000 et 2000 kilomètres. Dans les simulations présentées, cet effet a été remarqué, principalement au centre de la cavité, là où la vitesse présente la plus forte variation avec l'altitude. Par linéarité, on retrouve cet effet sur les deux composantes du champ électrique. Néanmoins, l'effet de la convergence des lignes de champ magnétique (qui tend à concentrer les amplitudes lors du rétrécissement de l'échelle perpendiculaire) est du même ordre de grandeur.

## Oscillations du plasma sous l'action d'ondes d'Alfvén

Nous présentons ici comment calculer le champ électrique parallèle pour un modèle plasma froid quand l'approximation basse fréquence n'est plus valide. Réécrivons complètement l'équation utilisée pour calculer  $E_{\parallel}$  à partir de  $E_{\perp}$ .

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial E_{\perp}}{\partial x} + \frac{\partial E_{\parallel}}{\partial z} \right) = -\frac{c^2}{nv_A^2} \frac{\partial^3 n E_{\perp}}{\partial t^2 \partial x} - \frac{\omega_p^2}{n} \frac{\partial n E_{\parallel}}{\partial z} \quad (\text{F.1})$$

Les quatre termes de l'équation sont nommés [1], [2], [3], et [4] en commençant par la gauche. Les paramètres du plasma considéré ( $\beta \ll 1$ ) sont tels que  $c \gtrsim v_A$  donc [1] est toujours plus petit que [3]. L'hypothèse basse fréquence conduit à [4]  $\gg$  [2] ce qui mène à l'Equation 2.18. Au contraire quand la perturbation ne s'est pas encore propagée dans le milieu  $E_{\perp} \simeq 0$  et donc [3] est plus petit que [2]. L'équation pertinente pour  $E_{\parallel}$  est alors la suivante:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 E_{\parallel}}{\partial t^2} + \omega_p^2 E_{\parallel} \right) = 0 \quad (\text{F.2})$$

Le scénario est le suivant: dans la région  $\mathcal{I}$  (voir Figure F.1) le pulse alfvénique se propage et on calcule  $E_{\parallel}$  grâce à l'Equation 2 du modèle, tandis que dans la région  $\mathcal{II}$   $E_{\parallel}$  obéit à l'Equation F.2. La frontière entre les deux régions  $\mathcal{I}$  et  $\mathcal{II}$  se propage à la vitesse  $v$  (typiquement égale à  $v_A$  considérée constante dans ce calcul), et par translation on peut statuer que à  $t = 0$  la perturbation est à  $z = 0$ . La condition initiale pour l'Equation F.2 est  $E_{\parallel}(z = vt, t)$  calculé dans la région  $\mathcal{I}$ . Toutes les variables peuvent dépendre a priori de  $x$  car il n'y a pas de dérivée par rapport à  $x$ . Par conséquent, le fait de considérer uniquement des fonctions de deux variables est plutôt une facilité de notation qu'un manque de généralité.

On introduit les variables  $u = z - vt$  et  $\tau = t$ . L'Equation F.2 se réécrit:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - 2v \frac{\partial^2}{\partial u \partial \tau} + v^2 \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \omega_p^2 \right) E_{\parallel} = 0 \quad (\text{F.3})$$

$E_{\parallel}(z, t) = \psi(u, \tau)$  et pour toute fonction  $f$  on note  $f' = \frac{\partial f}{\partial u}$  et  $f_0(\tau) = f(u = 0, \tau)$ .  $\psi$  est défini pour  $u > 0$  mais le calcul nécessite de travailler pour tout  $u$ ; par conséquent

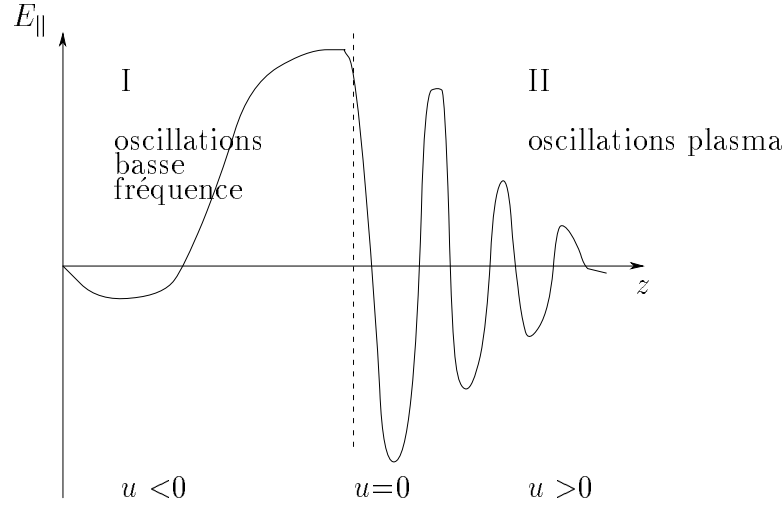


FIG. F.1 – Les deux régions pour le calcul de  $E_{\parallel}$ : dans la région  $\mathcal{I}$  l'onde d'Alfvén domine tandis que dans la région  $\mathcal{II}$  seul le plasma réagit.

on définit:

$$\phi(u, \tau) = \begin{cases} \psi(u, \tau) & \text{si } u > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

De façon abrégée on écrira  $\phi = H\psi$  où  $H$  est la fonction de Heavyside. Les dérivées sont données par:

$$\phi' = \psi_0\delta + H\psi'$$

$$\phi'' = \psi_0'\delta + \psi_0\delta' + H\psi''$$

$$\phi''' = \psi_0''\delta + \psi_0'\delta' + \psi_0\delta'' + H\psi'''$$

On peut réécrire l'Equation F.3, en supposant  $\frac{\partial n}{\partial z} = 0$  ( $n$  est la densité):

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial \tau^2} - 2v \frac{\partial \psi''}{\partial \tau} + v^2 \psi''' + \omega_p^2 \psi' = 0 \quad (\text{F.4})$$

Substituer les équations pour  $\psi^{(n)}$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$  dans l'Equation F.4 donne l'équation générale pour le champ électrique parallèle pour tout  $u$ :

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial \tau^2} - 2v \frac{\partial \phi''}{\partial \tau} + v^2 \phi''' + \omega_p^2 \phi' = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}(\psi_0\delta) - 2v \frac{\partial}{\partial \tau}(\psi_0'\delta + \psi_0\delta') + v^2(\psi_0''\delta + \psi_0'\delta' + \psi_0\delta'') + \omega_p^2 \psi_0\delta$$

Cette équation prend explicitement en compte les conditions initiales pour le champ électrique. On suppose maintenant que  $\psi_0' = \psi_0'' = 0$  ce qui signifie que le champ croît lentement au bout de la région de perturbation (voir Figure F.1). Dans le membre

de droite les dérivées  $\frac{\partial}{\partial \tau}$  peuvent en fait être remplacées par  $\frac{d}{d\tau}$ . La première étape pour résoudre cette équation est d'utiliser une transformée de Laplace, avec  $p$  comme variable conjuguée de  $u$ .  $\bar{\phi}$  est la transformée de  $\phi$  et obéit à l'équation:

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \tau^2} - 2vp \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \tau} + v^2 p^2 \bar{\phi} + \omega_p^2 \bar{\phi} = \frac{1}{p}(v^2 p^2 + \omega_p^2) \psi_0 - 2v \frac{\partial \psi_0}{\partial \tau} + \frac{1}{p} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial \tau^2} \quad (\text{F.5})$$

La solution complète s'écrit:

$$\bar{\phi} = a \exp(vp\tau) \sin(\omega_p \tau) + b \exp(vp\tau) \cos(\omega_p \tau) + \bar{\phi}_p \quad (\text{F.6})$$

où  $a$  et  $b$  sont constants (mais peuvent a priori dépendre de  $u$ ) et  $\bar{\phi}_p$  est donné par:

$$\bar{\phi}_p = \int_0^\tau f(p, \tau') \exp(vp(\tau - \tau')) \sin(\omega_p(\tau - \tau')) d\tau'$$

Nous devons maintenant procéder au calcul de la transformée de Laplace inverse pour retrouver  $\phi$  et finalement  $E_{\parallel \mathcal{I}\mathcal{I}}$ . Nous avons:

$$E_{\parallel}(z, t)_{\mathcal{I}\mathcal{I}} = -\frac{a}{v} \sin(\omega_p(z/v - t)) + \frac{b}{v} \cos(\omega_p(z/v - t)) + \frac{1}{2\omega_p} \frac{\partial E_0}{\partial t}(0) \sin(\omega_p t) + \frac{1}{2}(E_0 - E_0(0) \cos(\omega_p t))$$

Le champ est constitué d'une partie oscillante à la fréquence plasma, constant en espace, et d'une partie se propageant à la vitesse  $v$  et de petite longueur d'onde  $v/\omega_p$  ( $< 1$  km). Une oscillation haute fréquence sur une telle échelle spatiale ne contribue pas aux phénomènes d'accélération et de dissipation. De plus les amplitudes du troisième et du quatrième terme du membre de droite est seulement de quelques dixièmes de mV/m, beaucoup moins que le champ lié à la turbulence haute fréquence du plasma observée dans les régions de dissipation.

Pour compléter cette annexe nous dérivons une estimation de la valeur seuil de la perturbation  $E_{\perp}$  pour laquelle l'approximation basses fréquence n'est plus valide. Cela est obtenu quand le terme [2] et le terme [3] de l'Equation F.2 sont égaux. La plus petite échelle  $(\frac{\partial}{\partial z})^{\perp 1}$  pour  $E_{\parallel}$  est  $v/\omega_p$ , c'est-à-dire la longueur d'onde des oscillations plasma dans la région  $\mathcal{I}\mathcal{I}$ , et l'échelle de longueur pour le gradient  $(\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x})^{\perp 1}$  est  $c/\omega_p$ . Finalement, l'approximation basse fréquence est applicable quand:

$$E_{\perp} \geq \frac{v_a}{c} E_{\parallel \max}$$

Pour des valeurs typiques ( $v_a/c \sim 0.1$ ,  $E_{\parallel \max} \sim 1$  mV/m), on obtient  $E_{\perp} \geq 0.1$  mV/m, qui est la valeur utilisée dans le calcul.



# Bibliographie

- [*Belan & Stasiewicz*, 1998] **Belan, P.M., & K. Stasiewicz**, Fine-scale cavitation of ionospheric plasma caused by inertial Alfvén wave ponderomotive force, *Phys. Rev. Lett.*, *80*, 3523, 1998.
- [*Bingham et al.*, 1988] **Bingham, R., D. A. Bryant, & D. S. Hall**, Auroral electron acceleration by lower-hybrid waves, *Ann. Geophysicae*, *6*, 159, 1988.
- [*Birdsall & Langdon*, 1985] **Birdsall, C. K., & A. B. Langdon**, Plasma physics via computer simulation, *McGraw-Hill Book Company*, 1985.
- [*Block*, 1978] **Block L. P.**, A double layer review, *Astrophys. Space Sci.*, *55*, 59, 1978.
- [*Block & Fälthammar*, 1976] **Block, L. P. & C-G Fälthammar**, Mechanisms that may support magnetic-field-aligned electric fields in the magnetosphere, *Ann. Geophysicae*, *12*, 2, 1976.
- [*Block & Fälthammar*, 1990] **Block, L. P. & C-G Fälthammar**, The role of magnetic-field-aligned electric fields in auroral acceleration, *J. Geophys. Res.*, *95*, 5877, 1990.
- [*Boehm et al.*, 1990] **Boehm, M. H., C. W. Carlson, J. P. McFadden, J. H. Clemmons, & F. S. Mozer**, High-resolution sounding rocket observations of large-amplitude Alfvén waves, *J. Geophys. Res.*, *95*, 12157, 1990.
- [*Borovsky*, 1993] **Borovsky, J. E.**, Auroral arc thicknesses as predicted by various theories, *J. Geophys. Res.*, *98*, 6101, 1993.
- [*Calvert*, 1981] **Calvert, W.**, The auroral plasma cavity, *Geophys. Res. Lett.*, *8*, 919, 1981.
- [*Chamberlain*, 1969] **Chamberlain, J. W.**, Electric acceleration of auroral particles, *Rev. Geophys.*, *7*, 3, 461, 1969.
- [*Chen*, 1984] **Chen, F. F.**, Introduction to plasma physics and controlled fusion, *Plenum Press*, 1984.
- [*Chiu & Schulz*, 1978] **Chiu, Y. T., & M. Schulz**, Self-consistent particle and parallel electrostatic field distributions in the magnetospheric-ionospheric auroral region, *J. Geophys. Res.*, *83*, 629, 1978.
- [*Chust et al.*, 1998] **Chust, T., P. Louarn, M. Volwerk, H. de Feraudy, A. Roux, J. Wahlund, & B. Holback**, Electric fields with a large parallel component observed by the FREJA spacecraft: Artifacts or real signals?, *J. Geophys. Res.*, *?*, *?*, 1998.

- [Dubinin *et al.*, 1988] **Dubinin E. M., A. S. Volokitin, P. L. Israelevich, & N. S. Nikolaeva**, Auroral electromagnetic disturbances at altitudes of 900 km: Alfvén wave turbulence, *Planet. Space Sci.*, *36*, 10, 949, 1988.
- [Eather, 1980] **Eather, R. H.**, Majestic lights. The aurora in science, history and the arts, *American Geophysical Union*, 1980.
- [Foias *et al.*, 1990] **Foias, C., O. Manley, & L. Sirovich**, Empirical and Stokes eigenfunctions and the far-dissipative turbulent spectrum, *Phys. Fluids.*, *A2*, 3, 1990.
- [Frank & Ackerson, 1971] **Frank, L. A., & K. L. Ackerson**, Observations of charged particles precipitations into the auroral zone, *J. Geophys. Res.*, *76*, 3612, 1971.
- [Gekelman *et al.*, 1994] **Gekelman, W., D. Leneman, J. Maggs, & S. Vincena**, Experimental observation of Alfvén wave cones, *Phys. Plasmas.*, *1*, 12, 1994.
- [Gekelman *et al.*, 1997] **Gekelman, W., S. Vincena, D. Leneman, & J. Maggs**, Laboratory experiments on shear Alfvén waves and their relationship to space plasmas, *J. Geophys. Res.*, *102*, 7225, 1997.
- [Goertz, 1979] **Goertz, C. K.**, Double layers and electrostatic shocks in space, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *17*, 3, 418, 1979.
- [Goertz, 1984] **Goertz, C. K.**, Kinetic Alfvén waves on auroral field lines, *Planet. Space Sci.*, *32*, 11, 1387, 1984.
- [Goertz, 1986] **Goertz, C. K.**, Electron acceleration via kinetic Alfvén waves, "Etude comparative des systèmes magnétosphériques, La Londe-les-Maures, Septembre 1985", *CNES*, 1986.
- [Goertz & Boswell, 1979] **Goertz, C. K., & R. W. Boswell**, Magnetosphere-ionosphere coupling, *J. Geophys. Res.*, *84*, 7239, 1979.
- [Haerendel, 1983] **Haerendel, G.**, An Alfvén wave model of auroral arcs, *in* High-latitude space plasma physics, Edité par B. Hultqvist & T. Hagfors, Plenum Press, 1983.
- [Haerendel, 1988] **Haerendel, G.**, Auroral arcs as manifestations of magnetic fractures, University of Iowa, 1988.
- [Harrison, 1991] **Harrison, R. A.**, Solar plasma energisation: basic concepts, *Ann. Geophysicae*, *9*, 170, 1991.
- [Hasegawa, 1976] **Hasegawa, A.**, Particle acceleration by MHD surface wave and formation of aurora, *J. Geophys. Res.*, *81*, 5083, 1976.
- [Hasegawa & Chen, 1975] **Hasegawa, A., & L. Chen**, Kinetic process of plasma heating due to Alfvén wave excitation, *Phys. Rev. Lett.*, *35*, 370, 1975.

- [Hasegawa & Chen, 1976] **Hasegawa, A., & L. Chen**, Kinetic processes in plasma heating by resonant mode conversion of Alfvén wave, *Phys. Fluids.*, *19*, 1924, 1976.
- [Hasegawa & Mima, 1976] **Hasegawa, A., & K. Mima**, Exact solitary Alfvén wave, *Phys. Rev. Lett.*, *37*, 690, 1976.
- [Hasegawa & Mima, 1978] **Hasegawa, A., & K. Mima**, Anomalous transport produced by kinetic Alfvén wave turbulence, *J. Geophys. Res.*, *83*, 1117, 1978.
- [Heyvaerts & Priest, 1983] **Heyvaerts, J., & E. R. Priest**, Coronal heating by phase-mixed shear Alfvén waves, *â117*, 220, 1983.
- [Hilgers, 1992] **Hilgers, A.**, The auroral radiating plasma cavities, *Geophys. Res. Lett.*, *19*, 237, 1992.
- [Hilgers et al., 1992] **Hilgers, A., B. Holback, G. Holmgren, & R. Boström**, Probe measurements of low plasma densities with application to the auroral acceleration regions and auroral kilometric radiation sources, *J. Geophys. Res.*, *97*, 8631, 1992.
- [Kadomtsev, 1979] **Kadomtsev, B.**, Phénomènes collectifs dans les plasmas, *Editions Mir*, 1979.
- [Kindel & Kennel, 1971] **Kindel, J. M., & C. F. Kennel**, Topside current instabilities, *J. Geophys. Res.*, *76*, 3055, 1971.
- [Kletzing, 1994] **Kletzing, C. A.**, Electron acceleration by kinetic Alfvén waves, *J. Geophys. Res.*, *99*, 11095, 1994.
- [Kremser et al., 1988] **Kremser G., A. Korth, S. Ullaland, S. Perraut, A. Roux, A. Pedersen, R. Schmidt, & P. Tanskanen**, Field-aligned beams of energetic electrons ( $16 \text{ keV} \leq E \leq 80 \text{ keV}$ ) observed at geosynchronous orbit at substorm onsets, *J. Geophys. Res.*, *93*, 14453, 1988.
- [Li & Temerin, 1993] **Li, X., & M. Temerin**, Ponderomotive effects on ion acceleration in the auroral zone, *Geophys. Res. Lett.*, *20*, 13, 1993.
- [Louarn et al., 1990] **Louarn P., A. Roux, H. de Féraudy, D. Le Quéau, M. André, & L. Matson**, Trapped electrons as a free energy source for the Auroral Kilometric Radiation, *J. Geophys. Res.*, *95*, 5983, 1990.
- [Louarn et al., 1994] **Louarn, P., J. E. Wahlund, T. Chust, H. de Feraudy, A. Roux, B. Holback, P. O. Dovner, A. I. Eriksson, & G. Holmgren**, Observation of kinetic Alfvén waves by the FREJA spacecraft, *Geophys. Res. Lett.*, *21*, 17, 1994.



- [Louarn & Le Quéau, 1996] **Louarn, P., & D. Le Quéau**, Generation of the Auroral Kilometric Radiation in plasma cavities. II. The cyclotron maser instability in small size sources, *Planet. Space Sci.*, *4*, 211, 1996.
- [Lundin et al., 1990] **Lundin, R., G. Gustafsson, A. I. Eriksson, & G. Marklund**, On the importance of high-latitude low-frequency electric fluctuations for the escape of ionospheric ions, *J. Geophys. Res.*, *95*, 5905, 1990.
- [Lundin & Eliasson, 1991] **Lundin, R., & L. Eliasson**, Auroral energization processes, *Ann. Geophysicae*, *9*, 202, 1991.
- [Lysak, 1990] **Lysak, R. L.**, Electrodynamics coupling of the magnetosphere and ionosphere, *Space Sci. Rev.*, *52*, 33, 1990.
- [Lysak & Carlson, 1981] **Lysak, R. L., & C. W. Carlson**, The effect of microscopic turbulence on magnetosphere-ionosphere coupling, *Geophys. Res. Lett.*, *8*, 269, 1981.
- [Lysak & Dum, 1983] **Lysak, R. L., & C. T. Dum**, Dynamics of magnetosphere-ionosphere coupling including turbulent transport, *J. Geophys. Res.*, *88*, 365, 1983.
- [Lysak & Hudson, 1979] **Lysak, R. L., & M. K. Hudson**, Coherent anomalous resistivity in the region of electrostatic shocks, *Geophys. Res. Lett.*, *8*, 8, 1979.
- [Lysak & Hudson, 1987] **Lysak, R. L., & M. K. Hudson**, Effect of double layers on magnetosphere-ionosphere coupling, *Laser Part. Beams*, *5*, 351, 1987.
- [Lysak & Lotko, 1996] **Lysak, R. L., & W. Lotko**, On the kinetic dispersion relation for shear Alfvén waves, *J. Geophys. Res.*, *101*, 5085, 1996.
- [McFadden et al., 1986] **McFadden, J. P., C. W. Carlson, & M. H. Boehm**, Field-aligned electron precipitation at the edge of an arc, *J. Geophys. Res.*, *91*, 1723, 1986.
- [McPherson & Pridmore-Brown, 1966] **McPherson, D. A., & D. C. Pridmore-Brown**, Density gradient effects on Alfvén wave propagation in a cylindrical plasma, *Phys. Fluids.*, *9*, 2033, 1966.
- [Maggs & Morales, 1996] **Maggs, J. E., & G. J. Morales**, Magnetic fluctuations associated with field-aligned striations, *Geophys. Res. Lett.*, *23*, 633, 1996.
- [Maggs & Morales, 1997] **Maggs, J. E., & G. J. Morales**, Fluctuations associated with a filamentary density depletion, *Phys. Plasmas.*, *4*, 2, 1997.
- [Malara et al., 1992] **Malara, F., P. Veltri, C. Chiuderi, & G. Einaudi**, Incompressible disturbances in nonuniform media: Formation of small scales, *Astrophys. J.*, *396*, 297, 1992.

- [Malara *et al.*, 1996] **Malara, F., L. Primavera, & P. Veltri**, Formation of small scales via Alfvén wave propagation in compressible nonuniform media, *Astrophys. J.*, *459*, 347, 1996.
- [Miller *et al.*, 1995] **Miller, R. H., C. E. Rasmussen, M. R. Combi, & T. I. Gombosi**, Ponderomotive acceleration in the auroral region: A kinetic simulation, *J. Geophys. Res.*, *100*, 23901, 1995.
- [Mizera & Fennel, 1977] **Mizera, P. F., & J. F. Fennel**, Signatures of electric fields from high and low altitude particles distributions, *Geophys. Res. Lett.*, *4*, 8, 1977.
- [Mottez *et al.*, 1992] **Mottez, F., G. Chanteur, & A. Roux**, Filamentation of plasma in the auroral region by an ion-ion instability: A process for the formation of bidimensional potential structure, *J. Geophys. Res.*, *97*, 10801, 1992.
- [Mottez *et al.*, 1998] **Mottez, F., J.C. Adam, & A. Heron**, A new guiding centre PIC scheme for electromagnetic highly magnetized plasma simulation, *Computer Physics Communication*, *113*, 1, 1998.
- [Mozer *et al.*, 1977] **Mozer, F. S., C. N. Carlson, M. K. Hudson, R. B. Torbert, B. Parady, J. Yatteau, & M. C. Kelley**, Observations of paired electrostatic shocks in the polar magnetosphere, *Phys. Rev. Lett.*, *38*, 292, 1977.
- [Mozer & Kletzing, 1998] **Mozer, F. S., & C. A. Kletzing**, Direct observations of large, quasi-static, parallel electric fields in the auroral acceleration region, *Geophys. Res. Lett.*, *25*, 1629, 1998.
- [Newell *et al.*, 1996] **Newell, P. T., K. M. Lyons, & C. I. Meng**, A large survey of electron acceleration events, *J. Geophys. Res.*, *101*, 2599, 1996.
- [Northrop, 1963] **Northrop, T.**, The adiabatic motion of charged particles, Interscience Publishers, 1963.
- [O'Brien, 1970] **O'Brien, B. J.**, Considerations that the source of auroral energetic particles is not a parallel electrostatic field, *Planet. Space Sci.*, *18*, 1821, 1970.
- [Papadopoulos, 1977] **Papadopoulos, K.**, A Review of anomalous resistivity for the ionosphere, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *15*, 1, 113, 1977.
- [Persoon *et al.*, 1988] **Persoon, A. M., D. A. Gurnett, W. K. Peterson, J. H. Waite, Jr., J. L. Burch, & J. L. Green**, Electron density depletions in the nightside auroral zone, *J. Geophys. Res.*, *93*, 1871, 1988.
- [Persson, 1963] **Persson, H.**, Electric field along a magnetic line of force in a low-density plasma, *Phys. Fluids.*, *6*, 1756, 1963.

- [*Petkaki et al.*, 1998] **Petkaki, P., F. Malara, & P. Veltri**, Topological formation of small scales in magnetohydrodynamics: A fast dissipation mechanism, *Astrophys. J.*, *500*, 483, 1998.
- [*Pridmore-Brown*, 1966] **Pridmore-Brown, D. C.**, Alfvén waves in a stratified incompressible fluid, *Phys. Fluids.*, *9*, 1290, 1966.
- [*Samson et al.*, 1992] **Samson, J. C., B. G. Harrold, J. M. Ruohoniemi, R. A. Greenwald, & A. D. M. Walker**, Field line resonances associated with MHD waveguides in the magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, *19*, 441, 1992.
- [*Sharber & Heikkila*, 1972] **Sharber J. R. & W. J. Heikkila**, Fermi acceleration of auroral particles, *J. Geophys. Res.*, *77*, 3397, 1972.
- [*Stenbaek-Nielsen et al.*, 1998] **Stenbaek-Nielsen, H. C, T. J. Hallinan, D. L. Osborne, J. Kimball, C. Chaston, J. McFadden, G. Delory, M. Temerin, & C. W. Carlson**, Aircraft observations conjugate to FAST: auroral arc thicknesses, *Geophys. Res. Lett.*, *25*, 2073, 1998.
- [*Stix*, 1962] **Stix, T. H.**, *The Theory of Plasma Waves*, McGraw-Hill, 1962.
- [*Strangeway et al.*, 1998] **Strangeway, R. J., L. Kepko, R. C. Elphic, C. W. Carlson, R. E. Ergun, J. P. McFadden, W. J. Peria, G. T. Delory, C. C. Chaston, M. Temerin, C. A. Cattell, E. Moebius, L. M. Kistler, D. M. Klumpar, W. K. Peterson, E. G. Shelley, & R. F. Pfaff**, Fast observations of VLF waves in the auroral zone: Evidence of very low plasma densities, *Geophys. Res. Lett.*, *25*, 2065, 1998.
- [*Streltsov & Lotko*, 1996] **Streltsov, A. V., & W. Lotko**, The fine structure of dispersive, non-radiative field line resonance layers, *J. Geophys. Res.*, *101*, 5343, 1996.
- [*Streltsov & Lotko*, 1997] **Streltsov, A. V., & W. Lotko**, Dispersive, non-radiative field line resonances in a dipolar magnetic field geometry, *J. Geophys. Res.*, *102*, 27121, 1997.
- [*Tai*, 1976] **Tai, N.-T.**, Observations anciennes d'aurores en Chine et leur contribution à la science, *Kexue Tongbao*, *20*, 457, 1975. [Traduction anglaise dans *New Scientist*, *69*, 233, 1976. Original source, *Guankui Jiyao* (Vues à travers un judas), édité par H. Ding, 1652.]
- [*Temerin et al.*, 1986] **Temerin, M. A., J. McFadden, M. Boehm, C. W. Carlson, & W. Lotko**, Production of flickering aurora and field-aligned electron flux by electromagnetic ion cyclotron waves, *J. Geophys. Res.*, *91*, 5769, 1986.

- [*Volwerk et al.*, 1996] **Volwerk, M., P. Louarn, T. Chust, A. Roux, H. de Féraudy, & B. Holback**, Solitary kinetic Alfvén waves: A study of the Poynting flux, *J. Geophys. Res.*, *101*, 13335, 1996.
- [*Wei et al.*, 1994] **Wei, C. Q., J. C. Samson, R. Rankin, & P. Frycz**, Electron inertial effects on geomagnetic field lines resonances, *J. Geophys. Res.*, *99*, 11265, 1994.
- [*Winglee et al.*, 1988] **Winglee, R. M., P. L. Pritchett, P. B. Dusenbery, A. M. Persoon, J. H. Waite, Jr., T. E. Moore, J. L. Burch, H. L. Collin, J. A. Slavin, & M. Sugiura**, Particle acceleration and wave emissions associated with the formation of auroral cavities and enhancements, *J. Geophys. Res.*, *93*, 14567, 1988.
- [*Whipple*, 1977] **Whipple, E. C. Jr.**, The signature of parallel electric fields in a collisionless plasma, *J. Geophys. Res.*, *82*, 1525, 1977.
- [*Zwillinger*, 1992] **Zwillinger, D.**, *Handbook of Differential Equations*, Academic, San Diego, Calif., 1992.

# Index

## A

- abscisse curviligne ..... 47
- amortissement Landau ..... 28, 29
- approximation
  - bi-fluide ..... 87
  - WKB ..... 64

## B

- bruit thermique ..... 78, 84

## C

- caviton ..... 39
- centre guide (description) .. 80, 81, 93
- code
  - GaPH ..... 76
  - hybride ..... 76
  - MHD ..... 76
  - particulaire ..... 77
  - Vlasov ..... 77
- conductivité ..... 10, 23
- courant de polarisation ..... 49
- couronne solaire ..... 9, 35

## D

- double couche ..... 14, 24, 30

## E

- équilibre BGK ..... 24

## F

- force pondéromotrice ..... 25
- force pondéromotrice ..... 38

## I

- invariant adiabatique
  - $J$  ..... 18, 19
  - $\mu$  ..... 17, 18

## M

- mélange de phases ..... 36

## N

- nombre de Reynolds ..... 36

## P

- point miroir ..... 17, 20
- Poynting (flux de) ..... 25, 35, 74, 95
- processus catastrophique ..... 38

## R

- résistivité anormale . 14, 23, 32, 33, 35
- résonance de lignes champ ..... 25
- rapport de masse ..... 79, 89
- rayonnement kilométrique auroral . 44

## S

- satellite
  - CLUSTER ..... 114
  - DYNAMIC EXPLORER 1 ..... 43
  - FAST ..... 44
  - FREJA ..... 35, 39, 41
  - GEOS 2 ..... 33, 34
  - HAWKEYE ..... 43
  - ICB 1300 ..... 35
  - ISIS-1 ..... 20, 44
  - VIKING ..... 44

## T

- tenseur diélectrique ..... 88, 149

## V

- V inversés ..... 10, 12, 13, 15, 16, 25
- variable implicite ..... 80