



HAL
open science

Contours actifs d'ordre supérieur et leur application à la détection de linéiques dans des images de télédétection

Marie Rochery

► To cite this version:

Marie Rochery. Contours actifs d'ordre supérieur et leur application à la détection de linéiques dans des images de télédétection. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Nice Sophia Antipolis, 2005. Français. NNT: . tel-00010631

HAL Id: tel-00010631

<https://theses.hal.science/tel-00010631>

Submitted on 14 Oct 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE NICE - SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences

École Doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

THÈSE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NICE - SOPHIA ANTIPOLIS

Mention : Automatique, Traitement du signal et des images

par

Marie ROCHERY

CONTOURS ACTIFS D'ORDRE SUPÉRIEUR
ET LEUR APPLICATION À LA DÉTECTION DE LINÉIQUES
DANS DES IMAGES DE TÉLÉDÉTECTION

Thèse dirigée par Josiane ZERUBIA et Ian JERMYN
et préparée à l'INRIA Sophia Antipolis dans le projet ARIANA

Soutenue le 28 Septembre 2005 devant le jury suivant :

Michel BARLAUD	Professeur, UNSA	Président
Laurent COHEN	Directeur de Recherche, CNRS/CEREMADE	Rapporteur
Vicent CASELLES	Professeur, Universitat Pompeu Fabra	Rapporteur
Nikos PARAGIOS	Professeur, ENPC	Examineur
Josiane ZERUBIA	Directrice de Recherche, INRIA	Directrice
Ian JERMYN	Chargé de Recherche, INRIA	Co-encadrant

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du projet ARIANA, qui est un projet commun INRIA, CNRS, Université de Nice-Sophia Antipolis via le laboratoire I3S (UMR 6070). Il résulte d'un travail personnel dont l'aboutissement implique, à différents degrés, de nombreuses personnes.

Je tiens tout d'abord à remercier Michel BARLAUD, Professeur à l'UNSA, de présider ce jury de thèse. Je voudrais également remercier Vicent CASELLES, Professeur à l'Université Pompeu Fabra, et Laurent COHEN, Directeur de Recherche au CNRS, d'avoir accepté d'être les rapporteurs, ainsi que Nikos PARAGIOS, Professeur à l'ENPC, d'être un membre de mon jury.

Ce travail n'aurait pas vu le jour sans mes encadrants, Josiane ZERUBIA et Ian JERMYN, qui m'ont apporté leur expertise avec la plus grande disponibilité tout au long de cette thèse.

Je souhaite également remercier Jean-Antoine DÉSIDÉRI, Directeur de Recherche à l'INRIA, pour ses conseils avisés et les discussions que nous avons pu partager, ainsi que les Professeurs Hamid KRIM de North Carolina State University (États-Unis) et Vicent CASELLES de l'Université Pompeu Fabra (Barcelone) pour m'avoir invitée dans leurs laboratoires.

Merci à l'OTAN et au GdR ISIS pour leur soutien financier lors de séjours à l'étranger et d'une journée thématique sur les EDPs. Merci à l'IGN, au BRGM, au CNES et à l'ESA pour les images satellitaires et aériennes sur lesquelles ont été réalisées les expériences.

La suite des remerciements va à mon entourage. Tout d'abord, les membres du projet ARIANA (et ils sont très nombreux !!) pour l'ambiance très chaleureuse qu'ils ont su créer ; les copains de l'Institut Eurécom, de l'escalade et tous les autres, pour les moments de détente. Et enfin, plus particulièrement, un grand merci à mes parents, à mes frères et à mon mari, pour leur présence et leur attention.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	iii
Table des figures	vii
Introduction	1
Le traitement d'image et la reconnaissance d'objets	1
Contributions et articulation de cette thèse	2
1 Les contours actifs pour la reconnaissance d'objets	7
1.1 Les contours actifs	7
1.2 La minimisation des fonctionnelles d'énergie	11
1.3 Énergie a priori et modélisation de la forme	16
2 Les contours actifs d'ordre supérieur	23
2.1 Les fonctionnelles simples	23
2.2 Les fonctionnelles d'ordre supérieur	25
2.3 Les énergies quadratiques	25
2.4 Exemple d'une énergie géométrique quadratique	26
2.4.1 Une fonction de pondération différente	31
2.5 Conclusion	32
3 Minimisation de l'énergie	35
3.1 Les courbes de niveau	36
3.1.1 « Bande Étroite »	37
3.1.2 (Ré)initialisation	39
3.1.3 Extraction du contour et calcul de F sur le contour	41
3.1.4 Calcul de F pour tous les points du domaine	47

3.2	Quelques précisions numériques	48
3.2.1	Discrétisation des dérivées spatiales	48
3.2.2	Discrétisation des quantités géométriques	49
3.2.3	Évolution de la fonction de courbes de niveau	50
3.3	Conclusion	51
4	Application à l'extraction de linéiques	53
4.1	État de l'art en extraction de linéiques	53
4.1.1	Les contours actifs	56
4.1.2	La programmation dynamique	58
4.1.3	Filtrage	59
4.1.4	Théorie de l'information	60
4.1.5	Suivi par homogénéité directionnelle	60
4.1.6	Champs de Markov sur graphe et processus ponctuels marqués . . .	60
4.1.7	Détecteurs de lignes	61
4.1.8	Bancs de filtres	62
4.1.9	Morphologie mathématique	63
4.1.10	Géométrie différentielle	64
4.1.11	Les réseaux de neurones	65
4.1.12	Approches multi-résolution	66
4.1.13	Systèmes d'interprétation	67
4.1.14	Apport de données cartographiques	68
4.1.15	Conclusion	69
4.2	Contours actifs d'ordre supérieur : modèle proposé pour l'extraction de li- néiques	70
4.2.1	Fonctionnelle énergétique proposée	70
4.2.2	Résultats	72
4.2.3	Un terme image plus spécifique	72
4.2.4	Résultats	77
4.3	Conclusion	78
5	Les contours actifs d'ordre supérieur pour la gestion des occultations	81
5.1	Introduction	81
5.2	Identification des interruptions	84
5.3	Première solution : la force d'attraction	88
5.3.1	Modèle proposé	88
5.3.2	Résultats	89

5.4	Définition d'une énergie de continuité	91
5.4.1	Modèle proposé	91
5.4.2	Évolution du contour	94
5.4.3	Résultats	96
5.5	Conclusion	98
6	Modèle de champ de phase	101
6.1	Introduction	101
6.1.1	Les champs de phase	102
6.2	Modèle de champ de phase simple	104
6.3	Contours actifs d'ordre supérieur et modèles de champ de phase	110
6.3.1	Expériences	112
6.3.2	Relation avec les équations couplées de réaction-diffusion	113
6.3.3	Considérations sur la stabilité	115
6.4	Détection de linéiques avec un modèle de champ de phase	115
6.4.1	Modèle proposé	115
6.4.2	Résultats sur des images de télédétection réelles	116
6.4.3	Autres résultats	117
6.5	Conclusion	118
	Conclusion et Perspectives	127
	Synthèse des travaux effectués	127
	Introduction des contours actifs d'ordre supérieur	127
	Minimisation des énergies	128
	Modèles d'extraction de linéiques dans des images de télédétection	128
	Moélisation des régions avec un champ de phase	129
	Perspectives	129
	Modélisation avec des fonctionnelles énergétiques d'ordre supérieur	130
	Optimisation	130
	Extension à d'autres applications	131
A	Dérivation de l'énergie géométrique quadratique	133
B	Dérivation de l'énergie quadratique image	135
	Publications et activités de recherche et d'enseignement	137
	Bibliographie	140

Table des figures

1	Comment identifier un objet présent dans une image ?	2
1.1	Évolution géométrique selon l'équation (1.26). Le contour initial est quelconque, et représenté en haut à gauche. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas. La courbe tend vers un cercle puis disparaît.	14
1.2	Évolution selon l'équation (1.28). L'image sur laquelle l'objet est recherché est montrée en haut à gauche. Le contour initial est un carré arrondi. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.	15
1.3	Image aérienne (©IGN).	17
2.1	La fonction Ψ	27
2.2	Effets de l'énergie géométrique quadratique : (a) des vecteurs tangents parallèles sont favorisés ; (b) deux vecteurs normaux anti-parallèles se repoussent s'ils se rapprochent plus qu'une distance minimum.	28
2.3	Exemples d'évolutions géométriques utilisant l'équation (2.15). Les trois premières lignes correspondent à des valeurs différentes du paramètre d , tandis que les deux dernières lignes correspondent à des valeurs différentes du paramètre α	30
2.4	Autre fonction de pondération.	32
2.5	Évolutions géométriques à partir d'un cercle pour une fonction de pondération différente.	33
3.1	Les différentes étapes de l'évolution.	38
3.2	Illustration de la Bande Étroite : les points noirs sont les seuls pour lesquels la valeur de ϕ est changée.	39
3.3	Réinitialisation nécessaire : (a) le contour se rapproche trop des frontières de la Bande Étroite ; (b) les courbes de niveau sont trop resserrées ; (c) les courbes de niveau sont trop éloignées.	40
3.4	Points de la grille pour lesquels ϕ change de signe.	41

3.5	Directions de recherche (a) et configurations possibles (b).	44
3.6	Configuration courante (à gauche) et configuration ambiguë (à droite).	44
3.7	Interpolation du vecteur normal.	45
3.8	Calcul de la force non locale.	45
3.9	Redistribution des points sur le contour : en blanc, points préalablement extraits ; en noir, points redistribués.	47
3.10	Comment étendre la force ?	48
4.1	Exemples de réseaux observés sur des images de télédétection : (a) réseau routier en milieu rural sur une image satellitaire ©CNES, (b) réseau routier en milieux urbain et péri-urbain sur une image satellitaire ©CNES, (c) réseau hydrographique avec des forêts galeries, repérables par la végétation en bordure de rivière ©BRGM, (d) réseau routier en milieu urbain sur une image radar ©ESA.	54
4.2	Les deux configurations favorisées par le terme « image » quadratique.	71
4.3	Évolutions (de haut en bas) sur les deux images satellitaires SPOT de la première ligne (©CNES).	73
4.4	Résultat sur une partie plus grande de l'image SPOT (©CNES).	74
4.5	Laplacien de gaussienne orienté.	76
4.6	Masque pour les tests de Student.	77
4.7	Image aérienne (©IGN).	78
4.8	Résultats d'extraction avec les deux fonctions G (en haut : filtrage orienté, en bas : tests d'hypothèses).	79
5.1	Images aériennes (©IGN) montrant des occultations.	84
5.2	Images aériennes (©IGN) et résultats d'extraction en présence d'occultations avec le modèle développé dans le chapitre 4.	85
5.3	Identification des « extrémités ».	86
5.4	Identification de la proximité.	86
5.5	Identification de l'extériorité.	87
5.6	La fonction H .	87
5.7	La fonction H et ses dérivées jusqu'à l'ordre 3. De gauche à droite, et de haut en bas : $d = \alpha = 0.8$, $d = \alpha = 1$, $d = \alpha = 2$.	88
5.8	La fonction Ψ_A pour $r_a = 35$.	89
5.9	Deux expériences purement géométriques, une sans la force d'attraction (en haut) et une avec (en bas). Le temps s'écoule de gauche à droite.	90
5.10	Résultats d'extraction avec la force d'attraction.	91

5.11	Contour présentant une interruption.	94
5.12	Courbures calculées avant (en haut) et après (en bas) lissage.	95
5.13	Deux évolutions purement géométriques : une sans (en haut) et une avec (en bas) la nouvelle énergie de continuité.	97
5.14	En haut et de gauche à droite : image aérienne, résultat d'extraction avec le premier modèle, et superposition du résultat sur l'image ; au milieu : contour initial, contour final avec la nouvelle énergie de continuité, et superposition du résultat final sur l'image ; en bas : initialisation générique, résultat d'extraction avec le nouveau modèle, et superposition du résultat sur l'image.	98
5.15	En haut : force dérivée de l'énergie de continuité calculée sur le contour initial ; en bas : identification des extrémités.	99
5.16	En haut : image aérienne présentant des occultations et résultat d'extraction. En bas à gauche : contour initial ; en bas à droite : contour final.	99
5.17	Images aériennes et résultats d'extraction avec l'énergie de continuité.	100
6.1	Le potentiel V	104
6.2	Modèle simplifié de ϕ_R utilisé pour dériver $E_{\gamma,0}$	105
6.3	Évolutions géométriques de la fonction de champ de phase ϕ à partir de deux initialisations différentes : en haut, avec une initialisation au maximum du potentiel α/λ auquel a été rajouté un bruit gaussien de variance très faible ; en bas, avec un cercle. Le temps s'écoule de gauche à droite.	108
6.4	Initialisation neutre au maximum local.	109
6.5	Changements de topologie.	109
6.6	Évolutions illustrant les changements de topologie. En haut : image de données ; au milieu : évolution avec une initialisation par un cercle ; en bas : évolution avec une initialisation neutre (l'image de départ apparaît entièrement blanche). Le temps s'écoule de gauche à droite.	110
6.7	Évolutions géométriques avec E (en haut) et E_γ (en bas).	113
6.8	Évolution géométrique avec une initialisation aléatoire autour du maximum α/λ . Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.	114
6.9	De haut en bas, et de gauche à droite : image satellitaire (©CNES), deux étapes de l'évolution, et résultat d'extraction.	120
6.10	Image aérienne (©IGN) et résultat d'extraction.	121
6.11	Résultats d'extraction sur l'image satellitaire sans terme quadratique dans l'énergie.	122
6.12	Résultat d'extraction sur une image aérienne plus grande (©IGN).	123
6.13	Résultat d'extraction sur une image SPOT XS2 (©BRGM).	124

6.14 Image d'angiographie rétinienne et résultat d'extraction.	125
6.15 Deuxième image d'angiographie rétinienne et résultat d'extraction.	125

Introduction

Nous nous intéressons dans l'introduction à l'image et au traitement d'image et nous abordons la problématique générale de la reconnaissance d'objets dans une scène. Nous présentons également le propos et l'articulation de cette thèse.

Image. Représentation d'un univers composé d'entités. Routes, bâtiments, arbres, fleuves dans une image de télédétection ; cellules, molécules dans une image biologique ; organes, vaisseaux dans une image médicale ; table, chaises dans une image d'intérieur ; ...

Le traitement d'image et la reconnaissance d'objets

Le traitement d'image voit son origine en physique des particules, dans les années 1950, lorsque les scientifiques cherchent à déterminer les trajectoires de particules en analysant des milliers d'images par expérience dans des chambres à bulles. Jusqu'à la fin des années 1960, les images acquises sont généralement de mauvaise qualité et très volumineuses. Leur traitement consiste, en premier lieu, à les restaurer pour corriger les défauts liés à l'acquisition ; les améliorer pour rendre l'image plus « belle » à l'affichage ; et les compresser pour réduire leur volume. Très vite, il est apparu nécessaire d'interpréter les images et l'analyse de scènes est devenue un aspect essentiel du traitement. Comment comprendre les images, analyser leur contenu, stocker l'information utile, traiter le nombre grandissant d'images dans les diverses applications ? Les premiers travaux d'analyse de scènes ont concerné l'extraction de primitives, comme les points d'intérêts de l'image. Mais pour comprendre les images, il faut avant tout reconnaître les objets présents dans celles-ci. Se pose alors la question de comment définir ces objets que l'on souhaite reconnaître. Par leur couleur, leur forme ? Est-ce suffisant ? Les premiers modèles de segmentation voient le jour. Initialement, les modèles proposés détectent les changements rapides de contraste dans l'image, les ombres et les lumières, les régions homogènes en intensité, couleur, ou texture. Mais ces informations qui sont fondées sur le niveau de gris d'un pixel (ou ses composantes couleurs), ou bien sur une texture locale ignorent l'information essentielle qu'est la géométrie de l'objet à extraire. En effet, pour la tâche difficile qu'est la reconnaissance d'objets dans une image, les informations sur la couleur, le contraste, la texture, que nous qualifierons de

photométriques, sont nécessaires, mais sont seulement capables de définir un objet simple dans un environnement simple. Si la scène de l'image devient complexe, ce qui est généralement le cas des images réelles, ces informations sont insuffisantes pour définir correctement l'objet recherché. Prenons l'exemple du dalmatien de Marr (1982) montré sur la figure 1. Il devient évident que l'objet « chien » ne peut être défini uniquement par des informations photométriques, et l'idée de forme devient inhérente à la reconnaissance de l'objet.



FIG. 1 – Comment identifier un objet présent dans une image ?

Convaincu de la nécessité d'introduire dans les modèles des informations sur la forme de l'objet à détecter, il est cependant utile de réfléchir sur le type de « forme » que l'on souhaite définir dans le modèle. Créer des modèles spécifiques qui détecteraient un type d'objets et un seul, à la forme bien définie, pourrait certes être utile dans certaines applications médicales pour rechercher une structure anatomique particulière ou en télédétection pour rechercher un type précis de bâti par exemple, mais ces modèles deviendraient vite limités si ces objets variaient trop par rapport au modèle de référence, ou bien si plusieurs instances de cet objet apparaissaient dans l'image. De plus, dans un souci de ré-utilisation du modèle pour d'autres applications, cette stratégie ne semble guère adaptée. Ce que nous avons souhaité apporter dans cette thèse, c'est la création de nouveaux modèles permettant l'incorporation d'informations géométriques fortes définissant plutôt qu'une forme spécifique, une famille générale de formes.

Contributions et articulation de cette thèse

Nous avons décidé de travailler tout d'abord dans le cadre des contours actifs, qui ont été largement utilisés en traitement d'image pour l'extraction d'objets. L'idée est de définir dans un premier temps une énergie sur l'ensemble des courbes d'un sous-ensemble Ω de \mathbb{R}^2 (le domaine de l'image). Les minima de cette énergie délimitent les objets d'intérêt de l'image. Dans un second temps, il faut trouver un minimum de cette énergie. La plupart du

temps, le minimum de l'énergie est trouvé par une méthode de descente de gradient : un contour initial est donné, puis l'on fait évoluer ce contour vers un minimum.

C'est dans ce cadre que nous introduisons une nouvelle classe de contours actifs, que nous appelons contours actifs d'ordre supérieur, dans la perspective d'obtenir une meilleure modélisation de la forme de l'objet que l'on souhaite détecter. Les énergies s'expriment avec des intégrales multiples sur le contour et la nouvelle classe de contours actifs permet ainsi de définir des interactions complexes entre des paires, des triplets, . . . , des n-uplés de points du contour, selon l'ordre choisi. Ces interactions apportent une information sophistiquée sur la géométrie de l'objet, ce qui n'est pas possible avec les fonctionnelles énergétiques classiques utilisées auparavant. En effet, ces dernières permettent uniquement la définition d'une information locale, et les différents points du contour n'interagissent pas ensemble. Ces nouvelles énergies offrent de nombreuses possibilités et l'on peut facilement imposer à celles-ci d'être invariantes par rotation et translation, ce qui est souhaitable lorsque l'on veut modéliser la forme d'un objet. Ceci est un réel avantage par rapport aux méthodes existantes qui tentent d'incorporer de l'information géométrique dans les modèles et pour lesquelles l'invariance euclidienne crée des difficultés : le modèle doit être recalé par rapport à une forme de référence ou alors la position et l'orientation de l'objet doivent être estimées.

Nous étudions, dans un premier temps, un cas particulier d'énergie quadratique (définie avec une double intégrale sur le contour) qui favorise les structures à plusieurs bras de largeur à peu près constante et connectés entre eux. Cet exemple démontre bien la capacité de la nouvelle classe de contours actifs à modéliser une famille générale de formes. En particulier, nous utilisons le modèle étudié comme connaissance a priori pour modéliser les réseaux de linéiques.

Nous utilisons également le pouvoir des contours actifs d'ordre supérieur pour modéliser d'autres types de comportements ; nous tentons de modéliser la continuité d'un réseau en définissant une interaction permettant à deux points sur des extrémités voisines et opposées de s'attirer. Cette interaction est relativement complexe car l'on cherche à pénaliser les extrémités libres non connectées et l'identification de ces extrémités se fait notamment par des termes avec des dérivées d'ordre élevé comme la courbure. Nous proposons alors une force d'attraction qui permet à deux extrémités se faisant face de se rejoindre pour former un réseau connecté. On voit bien ici le caractère quadratique de cette force, puisque deux points doivent être mis en jeu pour modéliser l'attraction. Nous définissons ensuite une fonctionnelle énergétique pénalisant les extrémités se faisant face et favorisant ainsi la complétude du réseau. Cette modélisation n'est encore réalisable qu'à partir de contours actifs d'ordre supérieur.

L'introduction de cette nouvelle classe de contours actifs ne va pas sans quelques difficultés algorithmiques pour la minimisation des fonctionnelles d'énergie. En effet, les forces dérivées des énergies d'ordre supérieur sont des forces non locales : une énergie quadratique donnera une force s'exprimant avec une intégrale sur le contour dans l'équation d'évolution. Nous développons alors une méthodologie pour faire face aux spécificités de ces forces non locales, et ainsi résoudre l'équation d'évolution correspondante. Nous choisissons d'utiliser la méthodologie des courbes de niveau en raison de sa simplicité et de sa facilité à gérer les changements de topologie. Nous utilisons les algorithmes classiques développés dans ce

cadre comme l'algorithme de la « bande étroite » qui permet de faire évoluer la fonction de courbes de niveau uniquement dans une bande autour du niveau zéro, ainsi qu'un algorithme de ré-initialisation précis avec une contrainte de conservation de l'aire pour chaque pixel. Pour le calcul de la force, nous réalisons une extraction du niveau zéro à partir de la fonction de courbes de niveau et nous calculons la force non locale sur le contour en effectuant une intégration numérique des quantités nécessaires sur les points extraits. Cette force est ensuite étendue à l'ensemble de la fonction de courbe de niveau en utilisant un algorithme de « vitesse étendue » : la force est propagée de manière constante sur la normale au contour de façon à ce que toutes les courbes de niveau se déplacent avec la même vitesse. Cette stratégie paraît la meilleure puisqu'un calcul de la force effectué directement sur la fonction de courbes de niveau nécessiterait, pour chaque point, une intégration sur la courbe de niveau correspondante, et donc, un trop grand nombre de calculs.

Afin de résoudre certaines difficultés des contours actifs standards ainsi que des nouveaux modèles, comme l'initialisation ou les changements de topologie, nous proposons de travailler dans un autre cadre pour l'extraction d'objets dans des images. Nous utilisons les modèles de champ de phase, qui offrent une alternative avantageuse aux méthodes classiques de contours actifs. Ils permettent, en outre, de simplifier grandement l'implantation des contours actifs d'ordre supérieur. En effet, les modèles sont simples à décrire et la descente de gradient est directement issue de l'énergie. Cette dernière est fondée sur une équation aux dérivées partielles unique et il n'y a pas besoin de réinitialisation ou de régularisation ad hoc. Aucun contour initial n'est requis pour les évolutions et il est possible d'utiliser une initialisation complètement neutre. Le modèle bénéficie, en outre, d'une grande liberté topologique avec le changement possible du nombre de composantes connexes d'une région, la formation de contours intérieurs ou la création de nouvelles régions. Nous définissons, dans ce cadre, des modèles similaires aux contours actifs géométriques classiques ainsi qu'aux contours actifs d'ordre supérieur et illustrons leur simplicité d'utilisation.

Nous avons choisi comme application l'extraction des réseaux linéiques dans des images de télédétection. Les réseaux linéiques comprennent principalement les réseaux routiers, mais aussi les réseaux hydrographiques, les canaux, ou les voies ferrées. Les images sur lesquelles nous travaillons sont des images satellitaires ou aériennes. L'extraction des linéiques est un problème difficile et de nombreux auteurs s'y sont intéressés depuis une vingtaine d'années, notamment avec l'émergence, puis l'importance grandissante des Systèmes d'Informations Géographiques (SIG). Nous proposons, dans cette thèse, un vaste panorama des techniques existantes en matière d'extraction de linéiques, et plus particulièrement de réseaux routiers : de nombreuses méthodes ont été proposées ; beaucoup sont des méthodes semi-automatiques et nécessitent l'intervention d'un opérateur humain pour la donnée d'une information a priori très importante, comme la position des points de départ ou d'arrivée, ou une initialisation proche de la route à détecter. Au départ, les routes sont principalement modélisées par des lignes, mais avec l'augmentation de la résolution des images, il devient nécessaire de considérer la route comme une région surfacique : la largeur ne peut plus être négligée pour obtenir une extraction précise.

La cartographie reste une étape coûteuse et minutieuse, nécessitant la participation d'un

expert humain. L'étendue des surface à cartographier et les délais de mise à jour ont donc fait de l'extraction des réseaux un enjeu important. Dans cette thèse, nous proposons plusieurs modèles automatiques pour l'extraction de linéiques dans des images satellitaires et aériennes, et nous montrons des résultats d'extraction sur des images réelles. Ces modèles utilisent la nouvelle classe de contours actifs que nous avons introduite pour la modélisation de la forme. Ils permettent une extraction automatique grâce à une initialisation très générique dans le cadre des contours actifs, voire complètement neutre avec les méthodes de champ de phase. L'extraction est réalisée de manière très précise et le réseau linéique est extrait comme une région surfacique. L'utilisation de fonctionnelles énergétiques quadratiques augmente la robustesse de l'extraction : l'énergie quadratique géométrique permet de modéliser les réseaux tandis que l'énergie quadratique image permet de lier les points du contour et les données. Le cadre des contours actifs d'ordre supérieur nous permet également de définir une force, puis une fonctionnelle permettant de gérer les occultations fréquentes sur les images réelles et qui sont créées par des objets comme des arbres, des bâtiments ou leur ombre, situés près des routes. Nous illustrons les différents modèles en effectuant l'extraction de linéiques à partir d'images réelles, donc complexes.

Cette thèse est organisée de la façon suivante :

- Dans le **chapitre 1**, nous introduisons la méthodologie classique des contours actifs ; nous présentons également les travaux proposés dans ce cadre pour introduire des informations sur la forme des objets à détecter dans les modèles.
- Le **chapitre 2** présente la nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur ainsi que l'étude d'une énergie quadratique particulière.
- La minimisation de l'énergie est abordée dans le **chapitre 3**, qui décrit l'algorithme mis en place dans le cadre d'équations d'évolution non locales.
- Le **chapitre 4** présente un modèle pour l'extraction de linéiques en utilisant la nouvelle classe de contours actifs. En début de chapitre, un état de l'art sur l'extraction des réseaux linéiques à partir d'images satellitaires et aériennes est également proposé.
- Nous abordons dans le **chapitre 5** le problème des occultations présentes dans les images de télédétection et proposons un modèle quadratique pour les gérer.
- Enfin, nous proposons dans le **chapitre 6** d'utiliser les modèles de champ de phase pour le problème général de l'extraction d'objets dans des images et nous proposons un modèle quadratique pour l'extraction des linéiques dans ce cadre-là.

Chapitre 1

Les contours actifs pour la reconnaissance d'objets

Dans ce chapitre, nous proposons un bref résumé des grandes techniques classiques de contours actifs pour le traitement d'image, et plus précisément pour l'extraction d'objet(s) dans des images. Puis, nous détaillons une méthode de minimisation des fonctionnelles énergétiques. Enfin, nous nous intéressons aux techniques existantes proposées dans le cadre des contours actifs, qui permettent d'introduire dans le modèle de l'information a priori sur la forme du ou des objets que l'on souhaite détecter. Nous concluons sur la nécessité d'introduire dans les modèles une information géométrique forte et sophistiquée afin de permettre une extraction robuste.

1.1 Les contours actifs

Les contours actifs ont été initialement décrits par Kass et al. (1988) pour extraire des objets présents dans des images. Ils offrent de nombreuses possibilités en termes de modélisation et sont associés à des algorithmes simples et rapides. L'idée en est relativement simple : il s'agit, dans un premier temps, de définir une fonctionnelle ou « énergie » sur l'espace des courbes (le plus souvent fermées) dans le domaine de l'image dont les minima (locaux) délimitent les objets d'intérêt de l'image ; puis de trouver un minimum de cette fonctionnelle. L'énergie définie dans Kass et al. (1988) s'écrit comme la somme d'une énergie interne et d'une énergie image. Considérons un contour γ et une image I définis

dans un sous-ensemble Ω de \mathbb{R}^2 . La fonctionnelle proposée peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} E(\gamma) &= E_{\text{interne}}(\gamma) + E_{\text{image}}(\gamma; I) \\ &= \int_{\gamma} \{ \alpha |\gamma_p(p)|^2 + \beta |\gamma_{pp}(p)|^2 \} dp - \int_{\gamma} |\nabla I(\gamma(p))|^2 dp \quad . \end{aligned} \quad (1.1)$$

avec $\gamma_p(p)$ le vecteur tangent à la courbe, $|\gamma_{pp}(p)|$ la courbure et $\nabla I(\gamma(p))$ le gradient de l'image ; toutes ces quantités étant évaluées au point $\gamma(p)$. Plus généralement, on considèrera l'énergie interne ou énergie géométrique comme une énergie d'a priori, définissant des propriétés intrinsèques au contour. Les deux termes définis ici ont un effet régularisant, c'est-à-dire qu'ils permettent au contour de rester lisse pendant l'évolution. L'énergie image est une énergie de vraisemblance qui permet de prendre en compte les caractéristiques des données. Elle s'exprime ici comme une intégrale proportionnelle à l'amplitude du gradient de l'image. Ce modèle suppose que les objets que l'on souhaite détecter sont définis par des contours relativement réguliers et contrastés. Le principal problème de l'énergie telle qu'elle est définie par Kass et al. (1988) est qu'elle dépend de la paramétrisation du contour.

Cohen (1991), Cohen et Cohen (1993) modifient le modèle originel en introduisant les forces « ballons ». En effet, le modèle proposé par Kass et al. (1988) est très sensible à la définition du contour initial : si la courbe de départ n'est pas assez proche d'un point de fort gradient, elle n'est pas attirée par ce dernier ; et si la courbe n'est soumise à aucune force, elle va se rétrécir puis disparaître. De plus, si l'image considérée présente des points isolés de fort gradient en raison du bruit, il y a de fortes chances pour que la courbe soit stoppée par ces points. Au vu de ces remarques, Cohen (1991), Cohen et Cohen (1993) proposent de modifier le modèle en ajoutant une force, définie comme une pression constante (positive ou négative) imposée au contour. La courbe peut alors « se gonfler » ou « se dégonfler », et augmenter ainsi sa zone de recherche pour les contours à détecter. Cette force « ballon » peut être également vue comme un terme d'aire ajouté à l'énergie géométrique du contour actif. Elle permet d'améliorer la stabilité des résultats : elle évite au contour de rester bloqué dans des minima locaux « évidents » de l'énergie causés par des points de fort gradient isolés dans l'image ; elle permet également une plus grande flexibilité dans l'initialisation du contour, le contour pouvant, par exemple, être placé à l'intérieur de l'objet à détecter.

Les contours actifs « géométriques » ou « géodésiques » (Caselles et al., 1993, Kichenassamy et al., 1995, Malladi et al., 1995, Caselles et al., 1997, Sapiro, 2001) suppriment le problème de paramétrisation dont souffrent les premiers modèles. L'énergie devient alors la longueur du contour dans une métrique non euclidienne dépendant de l'image. L'énergie prend la forme suivante :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} g(|\nabla I(\gamma(p))|) |\gamma_p(p)| dp \quad , \quad (1.2)$$

où $g : [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^+$ est une fonction positive monotone strictement décroissante qui tend vers 0 à l'infini.

L'un des défauts des contours actifs concerne la minimisation de l'énergie et en particulier la sensibilité aux minima locaux. Cohen et Kimmel (1997b) suggèrent d'utiliser une approche de chemin minimal pour trouver un minimum global de l'énergie entre deux points. L'énergie est définie de manière intrinsèque par :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} \tilde{P}(\gamma) ds \quad , \quad (1.3)$$

où s est l'abscisse curviligne et le potentiel \tilde{P} s'écrit comme la somme d'un potentiel classique P qui dépend de l'image et d'une constante w . Une surface d'action minimale U_0 est calculée à partir d'un point de départ $p_0 = \gamma(0)$:

$$U_0(p) = \inf_{\gamma(L)=p} \left\{ \int_{\gamma} \tilde{P} ds \right\} \quad , \quad (1.4)$$

où L est la longueur du contour γ . Les auteurs présentent trois méthodes pour calculer cette surface d'action minimale, notamment une méthode mettant en oeuvre la méthode très rapide de « Fast Marching » introduite dans (Sethian, 1996). Le chemin minimal entre deux points p_0 et p_1 est alors calculé en effectuant une rétropropagation depuis p_1 jusqu'à p_0 . Une méthode utilisant les points de selle de U_0 est également introduite pour extraire les contours fermés.

Alors que la plupart des énergies s'écrivent comme l'intégrale d'une fonction sur un contour, Cohen et al. (1993) introduisent une énergie faisant intervenir des intégrales sur des régions dans le cadre de la reconstruction de surface. L'idée est de reconstruire une surface pouvant être segmentée en deux régions de régularité différente : une première région constante associée à un lac et une deuxième région avec une régularisation classique. Les auteurs définissent une énergie qui dépend de la surface à reconstruire u et de la frontière séparant les deux régions γ :

$$\begin{aligned} E(\gamma) = & \int_{\gamma} \left\{ \alpha |\gamma_p(p)|^2 + \beta |\gamma_{pp}(p)|^2 + P(\gamma(p)) \right\} dp + \int_{\gamma} ((u(\gamma(p)) - u_0)^-)^2 dp \\ & + \int_{\text{intérieur}(\gamma)} (u_0 - I(x)) dx + \int_{\text{extérieur}(\gamma)} (u - I(x)) dx + \lambda^2 \int_{\text{extérieur}(\gamma)} |\nabla u|^2 dx \quad , \end{aligned} \quad (1.5)$$

où I est l'image considérée, u_0 est la moyenne des niveaux de gris à l'intérieur du lac, $(x)^-$ désigne la partie négative de x , et P est un potentiel d'attraction défini par :

$$P(\gamma(p)) = - \left| \frac{\nabla I \cdot \nabla(|\nabla I|)}{|\nabla I|} \right|^2 \quad . \quad (1.6)$$

L'énergie est minimisée successivement par rapport à la courbe γ et par rapport à la surface u . L'utilisation des intégrales sur les régions permet d'être moins sensible à l'initialisation et de mieux prendre en compte les données lorsque l'information sur la frontière est insuffisante.

Dans le cadre des contours actifs, Chan et Vese (2001) introduisent une énergie définie comme l'intégrale sur la région intérieure ou extérieure au contour. Leur modèle favorise l'homogénéité des niveaux de gris des pixels à l'intérieur et à l'extérieur du contour. En plus d'une énergie géométrique composée d'un terme de longueur et d'un terme d'aire, ils définissent leur énergie image comme :

$$E_{\text{image}}(\gamma) = \lambda_1 \int_{\text{intérieur}(\gamma)} |I(x) - c_{\text{in}}|^2 dx + \lambda_2 \int_{\text{extérieur}(\gamma)} |I(x) - c_{\text{out}}|^2 dx , \quad (1.7)$$

où I est l'image considérée et $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ sont des paramètres fixés. Les constantes c_{in} et c_{out} sont calculées à chaque étape de l'évolution, pour γ fixé, comme les moyennes à l'intérieur et à l'extérieur du contour. Ils étendent également leur modèle à des images vectorielles (couleur, hyperspectrales, ...) dans Chan et al. (2000). L'intérêt de ces modèles est qu'ils permettent de détecter des objets dont le contour n'est par forcément bien défini par un fort gradient.

Paragios et Deriche (2002a) introduisent les régions actives géodésiques pour segmenter les images. L'énergie proposée est non seulement composée de termes « contour » prenant en compte les propriétés des frontières, mais aussi de termes régions, qui maximisent la probabilité de la segmentation a posteriori. Dans le cas de N régions R_i à segmenter, l'énergie à minimiser s'écrit :

$$E(\partial R) = \sum_{i=1}^N \alpha \iint_{R_i} r_i(I(x, y)) dx dy \quad (1.8)$$

$$+ \sum_{i=1}^N (1 - \alpha) \int_{\partial R_i} b_i(I(\partial R_i(p))) |\partial R_i(p)| dp , \quad (1.9)$$

où r_i mesure les caractéristiques « régions » pour les différentes classes, et b_i les caractéristiques « contour ». Les deux fonctions retournent des valeurs minimum pour les pixels appartenant réellement à la classe considérée. Le cadre des régions actives géodésiques permet donc de prendre en compte les propriétés des régions et a été appliqué avec succès à la segmentation supervisée d'images texturées (Paragios et Deriche, 2002b) et à la détection et au suivi d'objets animés (Paragios et Deriche, 2000).

Jehan-Besson et al. (2003) introduisent un cadre très général pour les contours actifs basés régions. Ils considèrent le critère énergétique général suivant :

$$E(\Omega_{\text{out}}, \Omega_{\text{in}}, \gamma) = \iint_{\Omega_{\text{out}}} k^{(\text{out})}(x, y, \Omega_{\text{out}}) dx dy \quad (1.10)$$

$$+ \iint_{\Omega_{\text{in}}} k^{(\text{in})}(x, y, \Omega_{\text{in}}) dx dy + \int_{\gamma} k^{(b)}(\gamma(p)) dp , \quad (1.11)$$

où le domaine de l'image est constitué de Ω_{in} qui représente les objets à détecter, et de Ω_{out} qui représente l'arrière-plan ; γ est une courbe qui définit la frontière entre les deux domaines. Les fonctions $k^{(\text{out})}$, $k^{(\text{in})}$ et $k^{(b)}$ sont respectivement des descripteurs pour l'arrière-plan, les objets à segmenter, et la frontière. Remarquons que les deux premiers critères

peuvent dépendre eux-mêmes de la région considérée. Dans (Jehan-Besson et al., 2003), les auteurs proposent une formulation pour la dérivation de ce critère énergétique et calculent ainsi l'équation d'évolution pour le contour.

Bien que les fonctionnelles sur les régions puissent se réécrire comme une intégrale sur le contour, elles facilitent la description des propriétés sur une région et sont moins sensibles au bruit. Elles ont été utilisées avec succès pour des applications aussi diverses que la segmentation d'image et de texture, l'estimation et l'analyse de mouvements.

Les énergies définies sur les régions sont moins sensibles aux conditions initiales, mais il est nécessaire de connaître une information a priori sur l'objet que l'on souhaite détecter pour les définir. Récemment, Paragios et al. (2003) ont proposé une technique combinant les « gradient vector flow » (Xu et Prince, 1998) et les contours actifs afin de permettre une évolution bi-directionnelle, sans information a priori et peu dépendante des conditions initiales. Un « gradient vector flow » est un champ de vecteurs qui permet de capturer les frontières des objets d'un côté ou de l'autre et de gérer les régions concaves. Dans (Paragios et al., 2003), ce champ de vecteurs \mathbf{u} est intégré aux contours actifs au niveau de l'équation d'évolution :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = g(p) (\beta \kappa(p) + (1 - |H(p)|) \mathbf{u}(p) \cdot \hat{\mathbf{n}}(p) + H(p)) \hat{\mathbf{n}}(p) . \quad (1.12)$$

La fonction g est une fonction décroissante et monotone qui permet d'identifier les contours, elle vaut 1 en l'absence de contours, et 0 sinon. En l'absence de contours, la courbe γ se propage donc selon un terme de courbure $\kappa(p)$ pour la régularité et le produit scalaire entre le champ de vecteur $\mathbf{u}(p)$ et le vecteur normal $\hat{\mathbf{n}}(p)$. La fonction $H(p)$ est ajoutée afin de permettre une propagation lorsque le champ de vecteur est orthogonal au vecteur normal et peut être vue comme une force ballon adaptative. Ce modèle permet de propager la courbe γ vers l'intérieur ou l'extérieur et permet donc d'être moins sensible aux conditions initiales.

1.2 La minimisation des fonctionnelles d'énergie

Une fois le modèle défini, il est nécessaire de trouver un minimum de l'énergie qui est censé délimiter les structures recherchées. D'un point de vue algorithmique, les premières méthodes développées pour trouver un minimum de l'énergie sont les méthodes de descente de gradient. À partir de l'énergie $E(\gamma)$, on calcule les équations d'Euler-Lagrange. On obtient une équation du type $\frac{\delta E}{\delta \gamma} = 0$, que l'on résout en posant $\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{\delta E}{\delta \gamma}$. On obtient alors une équation aux dérivées partielles qui modifie la forme de la courbe courante avec une vitesse qui est la direction de descente du critère énergétique. Étant donné une courbe fermée initiale, on calcule alors la solution de l'équation aux dérivées partielles pour cette condition initiale. La famille de courbes intermédiaires correspondante diminue le critère énergétique et converge vers un minimum (le plus souvent local) de l'énergie, délimitant ainsi (du moins l'espère-t-on) les objets d'intérêt de l'image. Dans ce qui suit, nous développons

une méthode particulière pour calculer l'équation de descente de gradient. Considérons une fonctionnelle à minimiser de la forme :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} F(\gamma(p), \gamma_p(p), \gamma_{pp}(p)) dp . \quad (1.13)$$

Un petit changement $\delta\gamma$ du contour donne un changement correspondant δE à l'énergie :

$$E + \delta E = \int_{\gamma} F(\gamma + \delta\gamma, \gamma_p + \delta\gamma_p, \gamma_{pp} + \delta\gamma_{pp}) dp , \quad (1.14)$$

et, utilisant l'expansion de Taylor en ignorant les termes du second ordre, il vient :

$$E + \delta E = \int_{\gamma} \left\{ F + \frac{\partial F}{\partial \gamma} \cdot \delta\gamma + \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} \cdot \delta\gamma_p + \frac{\partial F}{\partial \gamma_{pp}} \cdot \delta\gamma_{pp} \right\} dp , \quad (1.15)$$

et finalement, en intégrant par partie (remarquons que, comme la courbe γ est fermée, les termes de frontière sont ignorés) :

$$\delta E = \int_{\gamma} \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma} - \frac{d}{dp} \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} + \frac{d^2}{dp^2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_{pp}} \right) \cdot \delta\gamma dp . \quad (1.16)$$

Pour un extremum de l'énergie E , on obtient l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma} - \frac{d}{dp} \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} + \frac{d^2}{dp^2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_{pp}} = 0 . \quad (1.17)$$

En particulier, pour le potentiel suivant :

$$F = \alpha |\gamma_p|^2 + \beta |\gamma_{pp}|^2 , \quad (1.18)$$

on a :

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma} = 0 , \quad \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} = 2\alpha \gamma_p , \quad \frac{\partial F}{\partial \gamma_{pp}} = 2\beta \gamma_{pp} , \quad (1.19)$$

et la condition d'énergie minimale devient :

$$-\alpha \gamma_{pp} + \beta \gamma_{pppp} = 0 . \quad (1.20)$$

Cependant, ces équations sont difficiles à résoudre analytiquement et l'on préfère résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial \gamma} + \frac{d}{dp} \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} - \frac{d^2}{dp^2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_{pp}} , \quad (1.21)$$

ou dans notre cas

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \alpha \gamma_{pp} - \beta \gamma_{pppp} , \quad (1.22)$$

qui vaut zéro à l'équilibre, lorsqu'un minimum de l'énergie est trouvé. Le contour γ peut être discrétisé par $\{\gamma_j, j = 0, 1, \dots, N - 1\}$, et en utilisant un schéma de discrétisation explicite, l'équation (1.22) devient :

$$\frac{\partial \gamma_j^t}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \gamma_j^t}{\partial p^2} - \beta \frac{\partial^4 \gamma_j^t}{\partial p^4} . \quad (1.23)$$

Les dérivées de l'équation (1.23) sont alors estimées par des différences finies :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma_j^t}{\partial t} &\simeq \frac{\gamma_j^{t+1} - \gamma_j^t}{\Delta t} , & \frac{\partial^2 \gamma_j^t}{\partial p^2} &\simeq \frac{\gamma_{j+1}^t - 2\gamma_j^t + \gamma_{j-1}^t}{\Delta p^2} , \\ \frac{\partial^4 \gamma_j^t}{\partial p^4} &\simeq \frac{\gamma_{j+2}^t - 4\gamma_{j+1}^t + 6\gamma_j^t - 4\gamma_{j-1}^t + \gamma_{j-2}^t}{\Delta p^4} , \end{aligned} \quad (1.24)$$

et un minimum de l'énergie est trouvé lorsque $\gamma_j^{t+1} = \gamma_j^t$.

Pour résumer, reprenons un exemple simple. Nous avons un terme de longueur :

$$E(\gamma) = L(\gamma) = \int_{\gamma} |\gamma_p(p)| dp . \quad (1.25)$$

Le calcul des équations d'Euler-Lagrange donne l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t}(s) = -\kappa(s) \hat{\mathbf{n}}(s) , \quad (1.26)$$

où s est l'abscisse curviligne, $\kappa(s)$ est la courbure au point $\gamma(s)$ et $\hat{\mathbf{n}}(s)$ est le vecteur unitaire normal à la courbe au point $\gamma(s)$. Une évolution (purement géométrique) selon cette équation est montrée sur la figure 1.1.

Un second exemple très simple mettant en oeuvre un terme image est le suivant :

$$E(\gamma) = L(\gamma) - \int_{\gamma} |\nabla I(p)|^2 dp . \quad (1.27)$$

Le calcul des équations d'Euler-Lagrange donne l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t}(s) = -\kappa(s) \hat{\mathbf{n}}(s) + 2 \nabla \nabla I(s) \cdot \nabla I(s) , \quad (1.28)$$

avec $\nabla I(s)$ le gradient de l'image au point $\gamma(s)$, et $\nabla \nabla I(s)$ le hessien de l'image au point $\gamma(s)$:

$$\nabla I(s) = \begin{pmatrix} I_x(s) \\ I_y(s) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \nabla \nabla I(s) = \begin{pmatrix} I_{xx}(s) & I_{xy}(s) \\ I_{xy}(s) & I_{yy}(s) \end{pmatrix} . \quad (1.29)$$

Une évolution selon l'équation (1.28) est montrée sur la figure 1.2. L'image représente un objet homogène de couleur noire sur un fond plus clair. La courbe initiale se déforme

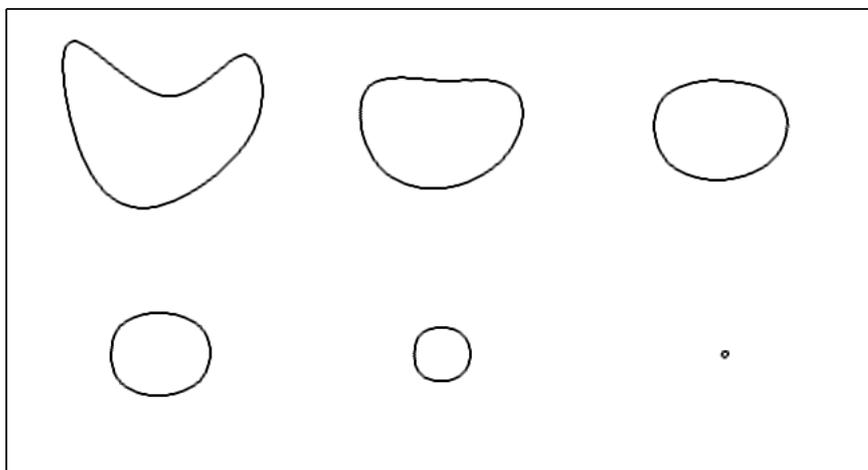


FIG. 1.1 – Évolution géométrique selon l'équation (1.26). Le contour initial est quelconque, et représenté en haut à gauche. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas. La courbe tend vers un cercle puis disparaît.

pour venir déliméer l'objet recherché.

D'autres méthodes de minimisation sont possibles. En particulier, Aubert et al. (2003) opposent deux méthodes pour trouver les minima d'une large gamme de fonctionnelles énergétiques. Ils considèrent une énergie qui serait composée de termes définis sur le contour et de termes définis sur la région, ce qui en pratique est le plus souvent le cas. Deux stratégies peuvent alors être adoptées. La première calcule l'équation d'évolution par une approche « contour ». Les termes énergétiques étant définis comme des intégrales sur une région sont transformés en intégrales sur le contour, en utilisant le théorème de Green-Riemann. Si R est un ouvert borné, ∂R sa frontière régulière, et $f : \bar{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue, alors :

$$\int_R f(\mathbf{x}, R) d\mathbf{x} = \int_{\partial R} \nabla u \cdot \mathbf{n} d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \quad (1.30)$$

où \mathbf{n} est le vecteur normal intérieur à ∂R , $d\mathbf{a}(\mathbf{x})$ son élément surfacique (si ∂R est paramétrisée par une fonction C^2 , $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, telle que lorsque le paramètre p varie de 0 à 1, le bord de la région ∂R est parcouru entièrement dans le sens direct, alors $d\mathbf{a}(\mathbf{x}) = |\gamma_p(p)| dp$), et u est la solution unique de l'équation de Poisson :

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans } R , \\ u|_{\partial R} = 0 . \end{cases} \quad (1.31)$$

Ainsi, une fonctionnelle énergétique définie sur une région peut toujours être écrite comme une fonctionnelle sur le bord de cette région.

À partir de l'énergie ré-écrite uniquement avec des fonctionnelles sur le contour, la dérivée de Gâteaux est calculée (pour une définition de la dérivée de Gâteaux, on peut, par

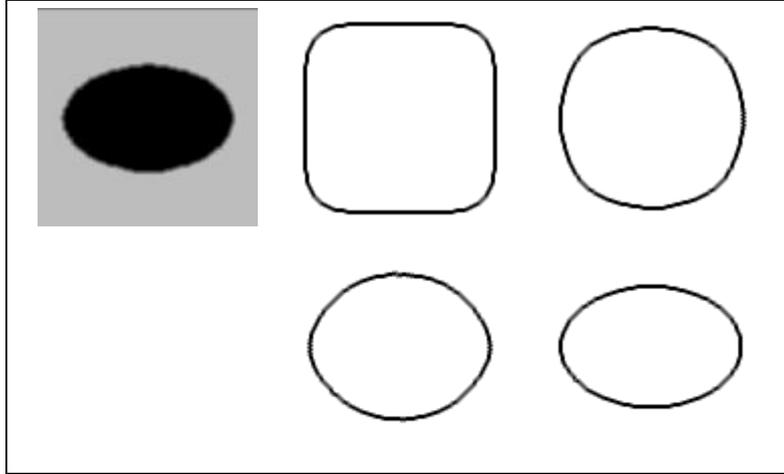


FIG. 1.2 – Évolution selon l'équation (1.28). L'image sur laquelle l'objet est recherché est montrée en haut à gauche. Le contour initial est un carré arrondi. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.

exemple, se référer au livre de Aubert et Kornprobst (2002)). Un champ de force est alors construit pour faire évoluer le contour actif initial vers un minimum de l'énergie.

Cette méthode peut s'appliquer dans le cas de fonctionnelles « région » dont l'intégrand dépend lui-même de la région et ce, sur plusieurs niveaux. Cependant, la transformation en fonctionnelles « contour », puis la dérivation, deviennent relativement lourdes. On peut alors utiliser la seconde stratégie proposée par Aubert et al. (2003). Cette stratégie utilise l'outil de dérivée de forme et s'affranchit de l'étape de transformation des fonctionnelles « région » en fonctionnelles « contour », restant ainsi dans une formulation « région ».

La première étape consiste en la définition d'un schéma dynamique. Comme l'ensemble de toutes les régions de l'image ne constitue pas un espace vectoriel, il est difficile de calculer la dérivée par rapport au domaine R . Une famille de transformations T_τ est alors définie, avec τ un paramètre réel positif. Ces transformations sont appliquées à la région R et $R(\tau) = T_\tau(R)$. La fonctionnelle sur la région peut alors s'écrire comme une fonction de τ , $E(\tau) = E(R(\tau))$. L'énergie E est alors dérivée par rapport à τ en utilisant le principe de la dérivée de forme. L'équation d'évolution est ensuite calculée pour permettre au contour d'évoluer vers un minimum de l'énergie.

Dans notre cas, toutes les fonctionnelles énergétiques que nous développons s'expriment comme des intégrales sur le contour à l'exception d'un terme image défini dans le paragraphe 4.2.3 du chapitre 4. Nous avons donc opté pour le calcul direct de la dérivée de Gâteaux sur les fonctionnelles. Notamment, des détails sur le calcul de la dérivée de Gâteaux pour des fonctionnelles quadratiques que nous proposons sont donnés en annexe.

1.3 Énergie a priori et modélisation de la forme

Les modèles classiques, présentés en début de ce chapitre, utilisent essentiellement des critères photométriques pour reconnaître les objets présents dans une image. Tout d'abord, le gradient de l'image qui permet de situer les points de fort contraste où se trouvent vraisemblablement les bords des objets. Les critères énergétiques sont également définis grâce à des informations basées sur la région intérieure voire extérieure au contour, comme l'homogénéité à l'intérieur ou l'extérieur d'une région, la texture caractérisant les objets d'intérêt, ... L'information sur la géométrie de l'objet à détecter se limite principalement aux deux termes linéaires invariants par rotation et translation : la longueur du contour et son aire intérieure,

$$E_{\text{géom}}(\gamma) = L(\gamma) + \alpha A(\gamma) \quad , \quad (1.32)$$

où

$$\begin{aligned} L(\gamma) &= \int_{\gamma} |\gamma_p(p)| dp \quad , \\ A(\gamma) &= \int_{R(\gamma)} dx = \frac{1}{2} \int_{\gamma} \gamma_p(p) \times \gamma(p) dp \quad . \end{aligned} \quad (1.33)$$

Ces termes de connaissance a priori sont des termes régularisants et permettent au contour de rester lisse pendant l'évolution. Ils sont très importants pour obtenir un contour régulier, mais apportent peu d'information spécifique sur la forme de l'objet puisque deux contours ayant une longueur et une aire semblables sont équiprobables. Or, les images réelles sont complexes et l'utilisation seule de critères photométriques s'avère souvent insuffisante pour une extraction robuste. Une information géométrique forte sur la forme de l'objet à détecter paraît nécessaire pour obtenir une bonne extraction. Prenons l'exemple d'une image de télédétection sur laquelle l'on voudrait extraire des routes (cf. la figure 1.3 par exemple), la route est définie par des bords contrastés par rapport à son environnement, mais c'est aussi le cas des bordures des champs et des bâtiments ; de plus, les routes apparaissent de manière claire et relativement homogène, il en est de même pour les champs clairs. Il est alors nécessaire pour distinguer les routes des autres objets de définir un critère énergétique incluant les propriétés géométriques de l'objet d'intérêt.

Pour cette raison, plusieurs approches ont été proposées afin de permettre l'incorporation dans les modèles d'une information géométrique plus sophistiquée. Cependant, la plupart des approches proposées jusqu'à présent se concentrent sur l'extraction d'objets aux formes particulièrement remarquables, comme des structures anatomiques précises dans des images médicales par exemple. Les méthodes proposées imposent alors au contour final d'être très proche d'une forme de référence donnée. Cela pose inévitablement de nombreuses questions comme la définition d'une forme de référence, les variations autorisées autour de cette forme, l'invariance aux rotations et aux translations, ... Beaucoup de méthodes ont cependant été proposées et dans ce qui suit, nous décrivons différentes techniques rentrant dans ce cadre.

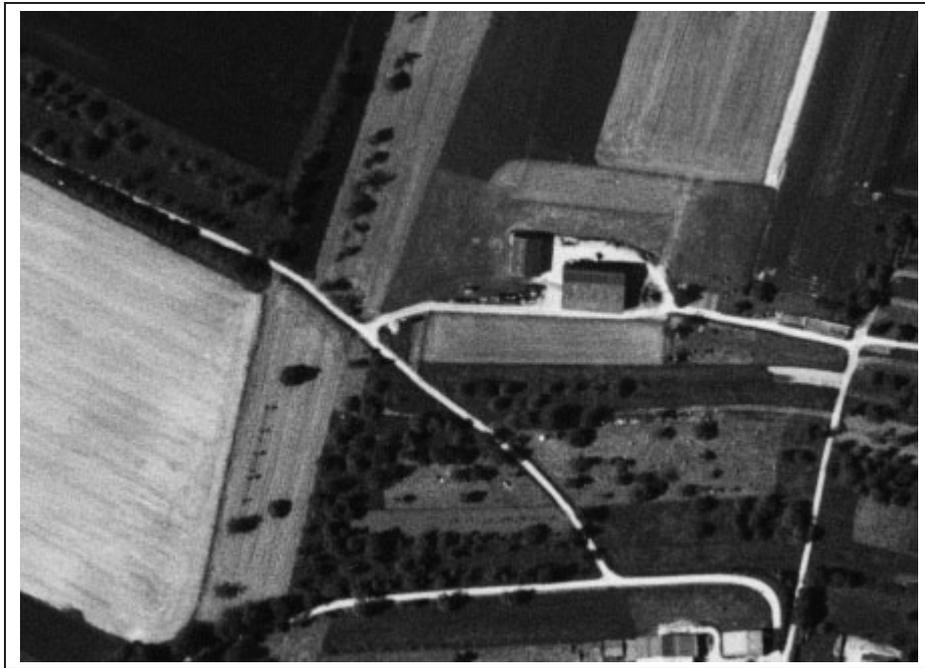


FIG. 1.3 – Image aérienne (©IGN).

Yuille et al. (1992) proposent une méthode pour détecter les caractéristiques d'un visage à l'aide de modèles déformables. Des modèles de forme très spécifiques avec un certain nombre de paramètres sont définis pour l'oeil et pour la bouche. Une énergie est ensuite définie et minimisée comme une fonction des paramètres du modèle : cette énergie dépend des caractéristiques de l'image comme les gradients ou les vallées, mais contient aussi des termes de contraintes géométriques sur les paramètres. L'algorithme de minimisation utilise une stratégie de recherche basée sur une descente de gradient : les différents termes de l'énergie ne sont pas utilisés en même temps ; cela permet de détecter les parties les plus significatives de l'objet recherché dans l'ordre. Ces modèles sont très spécifiques et spécialement conçus pour une forme bien particulière. L'initialisation doit être proche du résultat final pour obtenir une bonne délimitation de l'objet recherché.

Cootes et Taylor (1992) décrivent les « Modèles de Forme Actifs » (« Active Shape Model » en anglais) qui permettent de raffiner les estimées de la position, de l'échelle et de la forme d'un modèle donné pour un objet recherché dans une image. La forme de l'objet est donnée par un « Modèle de Distribution de Points » : différents points étiquetés représentent le contour de l'objet ou des positions internes remarquables. Le modèle est défini par les positions moyennes des points et les principaux modes de variations calculés à partir d'exemples de formes. À partir d'une estimation initiale de la position, de l'orientation, de l'échelle et des paramètres de forme d'un objet dans une image, un mouvement est calculé pour chaque point : ce mouvement est proportionnel au gradient de l'image le plus fort dans

la direction normale au modèle. Une fois ces mouvements calculés, une translation, une rotation et un facteur d'échelle sont trouvés pour bien s'ajuster au nouvel ensemble de points. Des ajustements supplémentaires sont enfin calculés en déformant le modèle de forme, mais en respectant les contraintes admissibles. Les étapes sont ensuite répétées jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de mouvements significatifs. Ce modèle donne de bons résultats lorsque l'initialisation est très proche de l'objet recherché. Les contours doivent être également bien définis car les propriétés radiométriques sont uniquement basées sur les gradients de l'image.

Cohen et Cohen (1996) proposent un modèle hyperquadrique hybride permettant la modélisation d'un grand nombre de formes et en particulier de formes lisses non convexes. La surface est dans un premier temps initialisée par une hyperquadrique classique définie par une équation implicite. Cette surface est ensuite déformée à l'aide d'une minimisation en deux étapes : des forces normales dérivées d'un potentiel qui dépend des données sont appliquées, puis les paramètres de l'hyperquadrique sont retrouvés. L'ajustement entre les données et la surface trouvée est testé : s'il est insuffisant des termes de puissance et des termes exponentiels sont rajoutés pour l'améliorer, permettant par exemple l'ajout de concavités sur la forme. Des résultats sont montrés sur une image médicale IRM.

Vinson et al. (2001) proposent une méthode pour extraire des bâtiments rectangulaires à partir d'images aériennes. Les bâtiments sont modélisés par un rectangle représenté par cinq paramètres : le centre, l'orientation, la longueur et la largeur. Ces paramètres sont tout d'abord estimés pour les éléments sursol à l'aide des moments du premier et du second ordre. Les rectangles admissibles sont ensuite sélectionnés par une mesure de Hausdorff. L'extraction est alors réalisée de manière précise en minimisant une énergie définie sur les côtés du rectangle et mettant en oeuvre le gradient de l'orthoimage. Les paramètres du rectangle sont donc ajustés jusqu'à atteindre un minimum de l'énergie. Cette méthode permet d'extraire les bâtiments de manière très contrainte puisque la seule forme admissible est le rectangle. Elle donne de bons résultats mais il est nécessaire d'avoir à disposition des modèles numériques d'élévation et des orthoimages.

Leventon et al. (2000) représentent les formes par des distances signées au contour et calculent une fonction représentant la forme moyenne à partir d'un ensemble de formes d'entraînement. Ils supposent une distribution gaussienne sur les composantes principales de variation autour de la forme moyenne, et estiment la forme finale ϕ^* à partir de la forme moyenne, de la forme courante et de l'image. Un terme de force, dans la direction de cette forme finale estimée ϕ^* , est rajouté dans l'équation d'évolution qui s'écrit alors :

$$\phi(t+1) = \phi(t) + \lambda_1 (g(|\nabla I|^2) (c + \kappa) |\nabla \phi(t)| + \nabla \phi(t) \cdot \nabla g) + \lambda_2 (\phi^*(t) - \phi(t)) , \quad (1.34)$$

où $\phi(t)$ est une fonction de dimension supérieure représentant la distance signée au contour γ à l'instant t (nous revenons sur ce point dans le chapitre 3 avec la méthodologie des courbes de niveau). La première partie de l'équation (1.34) est classique et nous retrouvons les composantes usuelles : g est une fonction du gradient de l'image (généralement de la forme $1/(1 + |\nabla I|^2)$), c est une force « ballon » constante et κ est la courbure au point considéré. ϕ^* est la forme finale estimée à l'aide de la moyenne et de la variance de la forme de

référence, ainsi que de la position du contour courant et de l'image. Les paramètres λ_1 et λ_2 sont utilisés pour équilibrer l'influence du modèle « gradient-courbure » et du modèle sur la forme.

Cremers et al. (2001) modifient la fonctionnelle de Mumford-Shah (Mumford et Shah, 1989, Morel et Solimini, 1995) afin d'y incorporer une connaissance a priori statistique. Le contour est paramétrisé de façon explicite par un « spline » fermé, et une distribution de probabilité gaussienne est apprise pour les points de contrôle du « spline » à partir d'un ensemble d'entraînement : un vecteur moyenne $z_0 = (x_1, y_1, \dots, x_N, y_N)^t$ pour les points de contrôle et une matrice de covariance Σ sont calculés. Une énergie d'a priori est alors définie sur les points de contrôle z à partir de la distribution de probabilité :

$$E(z) = \frac{1}{2} (z - z_0)^t \Sigma^* (z - z_0) , \quad (1.35)$$

où Σ^* est l'inverse de la matrice de covariance pour laquelle les valeurs propres nulles ont été remplacées par la plus petite valeur propre non nulle. Cette énergie est alors rajoutée aux termes énergétiques classiques, et une équation d'évolution est dérivée pour les coordonnées des points de contrôle. L'utilisation des « splines » permet d'avoir une représentation plus compacte de la forme, mais ne permet plus les changements de topologie de manière aisée.

Paragios et Rousson (2002) proposent une fonctionnelle qui prend en compte les propriétés locales et globales de l'objet recherché. Un modèle de forme a priori est construit à partir d'exemples de formes alignés. Les formes alignées sont construites en cherchant une transformation globale A et un facteur d'échelle s qui minimisent l'énergie suivante :

$$E(\phi_i, \phi_r, A) = \int_{\Omega} (s\phi_r(x) - \phi_i(A(x)))^2 dx , \quad (1.36)$$

où ϕ_i est la distance signée à la forme d'entraînement i et ϕ_r est la distance signée à la forme de référence, et Ω est le domaine de l'image considérée. Le modèle comprend une image de la forme ϕ_M et la variabilité des déformations possibles σ_M qui sont trouvées en résolvant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_M}{\partial t} = \alpha \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i - \phi_M}{2\sigma_M^2} , \\ \frac{\partial \sigma_M}{\partial t} = \alpha \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{\sigma_M} + \frac{(\phi_i - \phi_M)^2}{\sigma_M^3} \right) + (1 - \alpha) \nabla^2 \sigma_M , \end{cases} \quad (1.37)$$

puis, pour garder le critère de distance signée, en résolvant :

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial t} = (1 - \text{sgn}(\phi_M^0)) (1 - |\nabla \phi_M|) , \quad (1.38)$$

où ϕ_M^0 est la représentation initiale. Pour l'initialisation, la fonction ϕ_M^0 est donnée par la forme de référence ϕ_r , et σ_M^0 est pris égal à 1 partout. Une représentation par courbes de niveaux ϕ (Osher et Sethian, 1988, Sethian, 1999) est alors recherchée conjointement avec une transformation linéaire globale entre cette représentation et le modèle de forme construit, de façon à maximiser la probabilité a posteriori de ϕ étant donné le modèle de forme (ϕ_M, σ_M) .

Chen et al. (2001) définissent une fonctionnelle d'énergie dépendant du gradient de l'image et de la forme moyenne de l'objet recherché modulo un facteur d'échelle μ , une rotation R et une translation T :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} \left(g(|\nabla I|) + \frac{\lambda}{2} d^2(\mu R\gamma(p) + T) \right) |\gamma'(p)| dp , \quad (1.39)$$

où g est une fonction inversement proportionnelle au gradient de l'image, λ est un paramètre positif, et $d(\gamma(p)) = d(\gamma^*, \gamma(p))$ est la distance du point $\gamma(p)$ à la forme de référence γ^* . La distance est calculée, en pratique, avec la méthode « Fast Marching » de Sethian (1996). Le terme d'a priori évalue la similarité entre la forme du contour à un instant donné et la forme de référence. La fonctionnelle est minimisée par rapport au contour et aux paramètres de transformation de γ^* (facteur d'échelle, angle de rotation, vecteur de translation).

Gastaud et al. (2004) définissent un terme énergétique d'a priori sur la forme, fonction de la mesure de dissimilarité entre le contour à un instant donné et un contour de référence donné soit par un atlas, soit par un opérateur, ou déduit d'une segmentation précédente :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} \psi(d(\gamma(p), \gamma^{\text{ref}})) dp , \quad (1.40)$$

où $d(\gamma(p), \gamma^{\text{ref}})$ est une fonction de distance entre le contour courant et une forme de référence γ^{ref} , choisie comme $d(\gamma(p), \gamma^{\text{ref}}) = \min_{x_{\text{ref}} \in \gamma^{\text{ref}}} |\gamma(p) - x_{\text{ref}}|$; et ψ est une fonction différentiable, paire et croissante sur \mathbb{R}^+ .

Cremers et Soatto (2003) proposent une mesure de dissimilarité différente entre deux formes γ_1 et γ_2 . En considérant ϕ_1 et ϕ_2 les distances signées aux deux formes γ_1 et γ_2 définies sur le domaine de l'image Ω , la mesure de dissimilarité symétrique et normalisée s'écrit :

$$d^2(\phi_1, \phi_2) = \int_{\Omega} (\phi_1 - \phi_2)^2 \frac{h(\phi_1) + h(\phi_2)}{2} dx , \quad (1.41)$$

avec h la fonction de Heaviside normalisée, définie à l'aide de la fonction de Heaviside H par :

$$h(\phi) = \frac{H(\phi)}{\int_{\Omega} H(\phi) dx} . \quad (1.42)$$

L'avantage de cette mesure de distance est, premièrement, qu'elle ne dépend pas de l'aire de la région considérée en raison de la normalisation, et, deuxièmement, qu'elle est symétrique : $d(\phi_1, \phi_2) = d(\phi_2, \phi_1)$.

Foulonneau et al. (2003) proposent des descripteurs de forme, $\{\lambda_{p,q}^{\text{ref}}, p + q \leq N\}$ jusqu'à l'ordre N , invariants aux translations et aux facteurs d'échelle, à l'aide de moments de Legendre normalisés. Ils introduisent un terme d'a priori dans le cadre des régions actives

géodésiques (Paragios et Deriche, 2002a), fonction de la distance quadratique entre les moments du contour à un instant donné et les moments du contour de référence :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma_{\text{in}}} \sum_{\substack{p+q \leq N \\ p,q}} (\lambda_{p,q}(\gamma_{\text{in}}) - \lambda_{p,q}^{\text{ref}})^2 dx \quad , \quad (1.43)$$

où γ_{in} désigne l'intérieur de la courbe γ et $\lambda_{p,q}(\gamma_{\text{in}})$ le moment de Legendre normalisé d'ordre (p, q) calculé sur l'intérieur de γ .

Récemment, Nain et al. (2004) ont proposé une méthode de segmentation pour les vaisseaux faisant intervenir une information a priori « douce » sur la forme. Le modèle n'est pas contraint à une forme pré-définie comme pour les modèles décrits précédemment, mais il est pénalisé lorsqu'il dévie fortement d'une structure tubulaire. L'énergie sur le contour γ s'écrit de la manière suivante :

$$E(\gamma) = - \int_R I(x) dx + \int_{\gamma} ds + \alpha \int_{\text{intérieur}(\gamma)} \epsilon_1^p(x) dx \quad , \quad (1.44)$$

où I est l'image à segmenter, R la région intérieure au contour γ , s représente l'abscisse curviligne et $\epsilon_1(x)$ est la mesure du pourcentage de points qui sont à la fois compris dans une boule $\mathcal{B}(x, r)$ de rayon r centrée sur x et à l'intérieur du contour :

$$\epsilon_1(x) = \int_{\mathcal{B}(x,r)} \chi(y) dy \quad , \quad (1.45)$$

avec

$$\chi(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } y \in R \quad , \\ 0 & \text{si } y \notin R \quad . \end{cases} \quad (1.46)$$

Si l'on considère une image constante, l'évolution montre qu'un cercle se déforme en une structure tubulaire dont le rayon est directement lié à celui de la boule utilisée pour le calcul de ϵ_1 . Pour des images représentant des vaisseaux, le modèle permet d'éviter des « fuites » notamment dans les zones où le gradient est mal défini. Le terme d'a priori améliore les résultats mais l'initialisation se fait sous la forme d'un petit cercle à l'intérieur du vaisseau à extraire. De plus, les « fuites » peuvent donner naissance à des contours supplémentaires qui doivent être supprimés par un utilisateur. La méthode reste cependant très intéressante puisque l'information a priori n'est pas contrainte à une forme moyenne mais relève plutôt de la description d'une famille de formes. La discussion qui suit ne s'applique donc pas à ce travail-là.

Ce que tous les modèles présentés ci-dessus ont en commun, c'est qu'ils cherchent une seule instance d'une forme spécifique dans l'image. Etant donné un ou plusieurs exemples, et une représentation donnée pour la forme, une forme « moyenne » est calculée. L'évolution du contour est alors contrainte par cette forme « moyenne » et les déformations

possibles autour de cette forme. Si ces modèles présentent un intérêt dans certaines circonstances spécifiques comme l'extraction d'un corpus callosum en imagerie médicale ou le suivi d'un visage pour la segmentation vidéo, ils deviennent quand même très vite restrictifs si plusieurs instances de l'objet doivent être détectées dans l'image, ou si les régions à extraire ne peuvent être définies comme de petites variations autour d'une forme d'origine. Considérons les réseaux linéiques par exemple. Ils possèdent des propriétés géométriques fortes (on peut considérer qu'ils sont formés de « bras » à peu près parallèles, de largeur pouvant varier, connectés de différentes façons), mais leur variabilité ne peut être réduite à des perturbations autour d'une forme de référence définie par quelques paramètres ; de plus, ils peuvent être composés de plusieurs composantes connexes. Il est donc nécessaire de pouvoir incorporer dans les modèles des propriétés géométriques complexes que certaines familles de formes partagent. C'est donc dans le but de modéliser ce type de familles, et de façon plus générale dans le but d'étendre le pouvoir des contours actifs en introduisant un moyen cohérent de construire des fonctionnelles de complexité grandissante, que nous introduisons une nouvelle classe de contour actifs : les contours actifs d'ordre supérieur. Au chapitre suivant, nous définissons cette nouvelle classe et étudions un cas particulier d'énergie quadratique capable de modéliser les réseaux linéiques.

Chapitre 2

Les contours actifs d'ordre supérieur

Dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser des fonctionnelles d'ordre supérieur, afin de modéliser une information géométrique plus sophistiquée. Nous présentons et étudions un cas particulier d'énergie quadratique pour illustrer les propriétés des fonctionnelles proposées. Nous proposons une énergie capable de modéliser une famille de réseaux : les simulations font apparaître des formes aux bras de largeur à peu près constante et connectés entre eux. Nous concluons sur la formidable possibilité qu'offrent les contours actifs d'ordre supérieur pour modéliser des informations géométriques complexes en définissant des interactions non locales entre les différents points du contour.

2.1 Les fonctionnelles simples

Les fonctionnelles énergétiques présentées dans le chapitre 1 peuvent être considérées comme des fonctionnelles simples, s'écrivant avec une seule intégrale sur le contour ou sur l'intérieur d'une région. Ces fonctionnelles saisissent une information essentiellement locale, car un seul point est mis en jeu dans la définition de l'intégrale. Une possibilité pour écrire une fonctionnelle simple sur le contour γ est la suivante :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} \|\gamma_p(p)\|_g f(\gamma(p)) dp , \quad (2.1)$$

où $\|v\|_g$ représente la norme du vecteur v dans la métrique g . Dans notre cas, nous voulons introduire dans les modèles une information sur la géométrie de l'objet à détecter. Comme nous ne savons pas quelle sera la position de l'objet que nous recherchons, ni son orientation, il paraît normal d'imposer à l'énergie d'*a priori* d'être invariante par rotation

et translation. Une fonctionnelle simple de la forme (2.1) et préservant l'invariance voulue, est la longueur du contour, définie par :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} |\gamma_p(p)| dp . \quad (2.2)$$

Une autre possibilité pour créer une fonctionnelle simple est d'intégrer un champ vectoriel A sur Ω :

$$E(\gamma) = \int_{\gamma} \gamma_p(p) \cdot A dp , \quad (2.3)$$

où $v \cdot A$ représente le produit scalaire du champ vectoriel A sur le vecteur v . De même, si nous imposons l'invariance par rotation et translation, la fonctionnelle simple correspondante sera l'aire de l'intérieur du contour considéré :

$$E(\gamma) = -\frac{1}{2} \int_{\gamma} \gamma_p(p) \times \gamma(p) dp , \quad (2.4)$$

où $a \times b \equiv \epsilon_{ij} a_i b_j$.

Grâce au théorème de Green-Riemann, une fonctionnelle simple sur une région R peut être réécrite avec une intégrale simple sur la frontière de cette région. N'importe quelle énergie de la forme $\int_R F$, où R est une région du plan, peut alors se réécrire :

$$\int_R F(x, y, R) dx dy = \int_{\partial R} \nabla u \cdot \mathbf{n} da(x, y) , \quad (2.5)$$

et, si ∂R est paramétrisé par une fonction C^2 , $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, telle que lorsque le paramètre p varie de 0 à 1, le bord de la région ∂R est parcouru entièrement dans le sens direct, on obtient :

$$\int_R F(x, y, R) dx dy = \int_{\gamma} \nabla u \cdot \mathbf{n} |\gamma_p(p)| dp , \quad (2.6)$$

avec u la solution unique de l'équation de Poisson :

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans } R , \\ u|_{\partial R} = 0 . \end{cases} \quad (2.7)$$

En conséquent, les énergies simples décrites par l'équation (2.3) englobent la plupart des fonctionnelles énergétiques (définies sur une région ou sur un contour) de la littérature. Ce type de fonctionnelles intervient notamment dans les énergies définies par Jermyn et Ishikawa (2001) comme des rapports de fonctionnelles, ou bien pour définir des « flux maximizing flows » (Vasilevskiy et Siddiqi, 2003), tandis que Kimmel et Bruckstein (2003) et Kimmel (2003) montrent la relation entre certaines instances d'énergies de la forme (2.3) et des détecteurs de contours courants. Les fonctionnelles de la forme (2.1) englobent la plupart des autres modèles proposés comme, par exemple, les contours actifs géométriques

ou géodésiques.

Si l'on s'intéresse au cas particulier des termes d'*a priori*, il semble nécessaire qu'ils soient invariants par rotation et translation. Sous cette condition, il ne reste plus que deux fonctionnelles simples possibles de la forme (2.1) ou (2.3) : la longueur du contour et son aire intérieure. Ceci signifie que les fonctionnelles simples n'offrent pas la possibilité de définir des énergies géométriques complexes, et que la seule information sur la forme qui peut être introduite dans les modèles est une information sur la régularité du contour. C'est pour dépasser cette contrainte que nous proposons d'utiliser des fonctionnelles d'ordre supérieur que nous décrivons dans le sous-chapitre suivant.

2.2 Les fonctionnelles d'ordre supérieur

Les fonctionnelles d'ordre supérieur, que nous proposons dans ce travail de thèse, sont des fonctionnelles qui s'expriment avec des intégrales multiples sur le contour. L'intérêt d'une fonctionnelle d'ordre arbitraire peut être intuitivement vu comme le moyen d'exprimer une information arbitraire sur la géométrie de la région. En effet, contrairement aux fonctionnelles simples qui apportent une information seulement locale, les fonctionnelles d'ordre supérieur permettent de définir des interactions entre un nombre de points du contour arbitraire.

On peut créer facilement une fonctionnelle d'ordre n , en définissant :

$$E(\gamma) = \int_{(\gamma)^n} F . \quad (2.8)$$

Dans ce qui suit et pour comprendre le type d'interaction que l'on peut définir avec des fonctionnelles d'ordre supérieur, nous nous intéressons plus particulièrement au cas $n = 2$. Une fonctionnelle d'ordre 2, ou quadratique, permet la définition d'une interaction entre les paires de points du contour. Les énergies d'*a priori* que nous pouvons définir apportent une information sur la géométrie du contour beaucoup plus sophistiquée que celle apportée par les fonctionnelles simples. Nous étudions des exemples spécifiques d'énergies quadratiques qui seront utilisés plus tard comme modèles *a priori* pour notre application.

2.3 Les énergies quadratiques

Dans le cas $n = 2$, l'équation (2.8) devient :

$$E(\gamma) = \int_{(\gamma)^2} F , \quad (2.9)$$

fonctionnelle qui peut toujours être réécrite en fonction des coordonnées (p, p') sur $(\gamma)^2$:

$$E(\gamma) = \iint_{(\gamma)^2} \vec{t}(p) \cdot F(\gamma(p), \gamma(p')) \cdot \vec{t}(p') dpdp' , \quad (2.10)$$

où $\vec{t}(p) = \gamma_p(p)$ (respectivement $\vec{t}(p')$) représente le vecteur tangent au point $\gamma(p)$ (respectivement $\gamma(p')$), et F est une application de $\Omega \times \Omega$ vers les matrices 2×2 . Cet opérateur F permet de définir une interaction non triviale entre les différents points du contour. Contrairement aux énergies avec une intégrale simple qui ne permettent de définir qu'une interaction locale (c'est-à-dire ponctuelle, ou alors dans un voisinage de dimension fixée par l'intermédiaire des dérivées), cette interaction non locale donne toute sa puissance au modèle.

Pour le cas des termes *a priori* pour lesquels F ne dépend pas de l'image, l'énergie doit être invariante par rotation et translation. L'équation (2.10) se simplifie car la matrice $F(\gamma(p), \gamma(p'))$ devient proportionnelle à la matrice identité et est fonction de la distance euclidienne entre les deux points $\gamma(p)$ et $\gamma(p')$. L'équation (2.10) s'écrit alors :

$$E(\gamma) = \iint_{(\gamma)^2} \vec{t}(p) \cdot \vec{t}(p') \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) dpdp' . \quad (2.11)$$

Nous pouvons remarquer que, contrairement aux modèles décrits dans le sous-chapitre 1.3 qui tentent d'incorporer une information sur la géométrie du contour, les énergies que nous proposons incorporent naturellement l'invariance euclidienne et ne nécessitent pas l'estimation de la position ou de l'orientation du contour recherché. L'invariance de l'énergie ne contraint cependant pas les configurations d'énergie minimum à être invariantes par rotation et translation. Bien que l'ensemble de ces minima soit quand même invariant, la symétrie en est généralement « brisée ».

Remarquons également que le fait d'utiliser des énergies quadratiques ouvre de facto d'importantes possibilités de modélisation, puisque c'est désormais une famille entière d'énergies que nous pouvons utiliser pour modéliser la géométrie des régions, et non plus seulement la longueur du contour et son aire intérieure.

Dans le sous-chapitre suivant, nous étudions un cas particulier d'énergie géométrique quadratique en vue d'illustrer nos propos. L'énergie proposée permet de modéliser une géométrie complexe grâce à la définition d'une interaction entre chaque paire de points du contour.

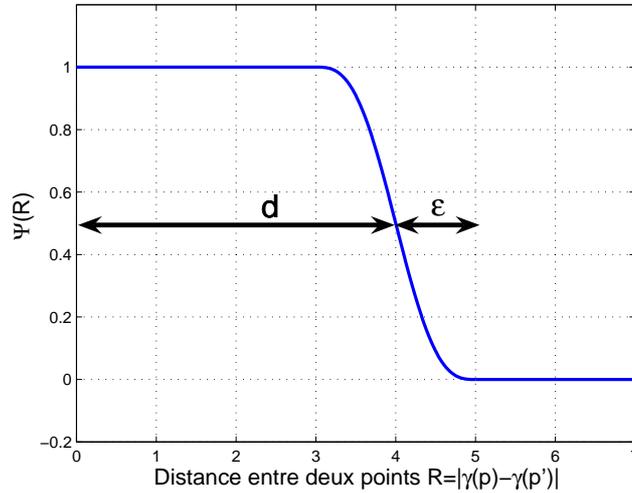
2.4 Exemple d'une énergie géométrique quadratique

L'énergie que nous étudions dans ce sous-chapitre est une énergie quadratique invariante par rotation et translation et sera utilisée plus tard comme modèle *a priori* pour l'extraction de réseaux linéiques ; cependant, nous la présentons ici dans le but d'illustrer les possibilités inhérentes aux énergies d'ordre supérieur.

L'énergie totale que nous étudions est définie comme la somme de deux fonctionnelles simples (la longueur du contour et son aire intérieure) et un terme quadratique caractéristique de la nouvelle classe d'énergie que nous avons introduite précédemment. Elle s'écrit :

$$E_g(\gamma) = L(\gamma) + \alpha A(\gamma) - \frac{1}{2} \beta \iint \vec{t}(p) \cdot \vec{t}(p') \Psi(R(p, p')) dpdp' , \quad (2.12)$$

où $L(\gamma)$ est la longueur du contour dans la métrique euclidienne sur Ω , $A(\gamma)$ est l'aire de l'intérieur du contour, et $R(p, p') = |\gamma(p) - \gamma(p')|$ est la distance euclidienne entre les points

FIG. 2.1 – La fonction Ψ .

$\gamma(p)$ et $\gamma(p')$. Le terme de longueur a un effet régularisant et permet au contour de rester lisse, tandis que le terme d'aire contrôle l'expansion de la région. Le terme quadratique introduit et définit les interactions et le choix de la fonction Ψ est très important puisque c'est elle qui définit la nature même de l'interaction entre les points. Nous la choisissons de la façon suivante :

$$\Psi(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z < d - \epsilon , \\ 0 & \text{si } z > d + \epsilon , \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z-d}{\epsilon} - \frac{1}{\pi} \sin\left(\pi \frac{z-d}{\epsilon}\right) \right) & \text{sinon} . \end{cases} \quad (2.13)$$

Cette fonction est décrite sur la figure 2.1, où les paramètres d et ϵ sont également illustrés. Un point $\gamma(p)$ du contour interagit avec tous les autres points du contour présents dans un rayon $d + \epsilon$. Au-delà d'une certaine distance ($d + \epsilon$), nous considérons que les points n'interagissent plus entre eux. La fonction Ψ est toujours positive, donc d'après l'équation (2.12), la partie quadratique de l'énergie est minimum lorsque les points interagissant entre eux ont des vecteurs tangents parallèles. L'énergie quadratique favorise ainsi des contours droits à une échelle déterminée par le paramètre d (cf. la partie gauche de la figure 2.2). D'autre part, pour des paires de points aux vecteurs tangents anti-parallèles, la partie quadratique de l'énergie est nulle, sauf si les points s'approchent plus qu'une distance $d + \epsilon$, où elle commence à croître rapidement. Une répulsion est alors créée, et les points aux vecteurs tangents anti-parallèles se repoussent, contraints de rester à une distance minimum d l'un de l'autre (cf. la partie droite de la figure 2.2).

L'énergie de l'équation (2.12) est minimisée grâce à une descente de gradient. L'évolu-

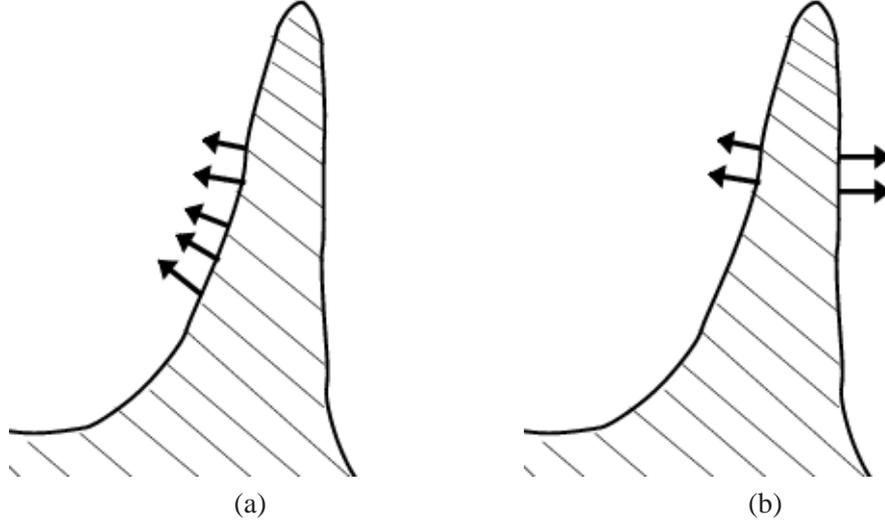


Fig. 2.2 – Effets de l'énergie géométrique quadratique : (a) des vecteurs tangents parallèles sont favorisés ; (b) deux vecteurs normaux anti-parallèles se repoussent s'ils se rapprochent plus qu'une distance minimum.

tion du contour est alors déterminée par :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{\delta E}{\delta \gamma}(\gamma) , \quad (2.14)$$

où $\delta E/\delta \gamma$ est la dérivée fonctionnelle de E par rapport au contour γ . Le calcul de la dérivation est donné en annexe A. L'équation de descente de gradient résultante s'écrit alors :

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\kappa(s) - \alpha - \beta \int_{\gamma} \hat{\mathbf{R}}(s, s') \cdot \hat{\mathbf{n}}(s') \Psi'(R(s, s')) ds' , \quad (2.15)$$

où s est l'abscisse curviligne, $\hat{\mathbf{n}}$ est le vecteur normal extérieur unitaire, $\kappa(s)$ est la courbure au point $\gamma(s)$, et $\hat{\mathbf{R}}(s, s') = (\gamma(s) - \gamma(s'))/|\gamma(s) - \gamma(s')|$ le vecteur unitaire pointant du point $\gamma(s')$ vers $\gamma(s)$. Pour les évolutions, nous considérons uniquement la composante normale de $\partial \gamma/\partial t$, le mouvement dans la direction tangente étant équivalent à un difféomorphisme du domaine de γ . Cette remarque vaut pour toutes les équations de descente de gradient ; notons tout de même que pour l'énergie (2.12), la dérivée ne donne aucune composante tangentielle.

Le comportement précis de l'énergie (2.12) dépend des valeurs des paramètres et en particulier de l'importance du paramètre β , qui décrit la force du terme quadratique. En prenant ce paramètre relativement large, nous pouvons exagérer l'effet du terme quadratique afin d'avoir une idée claire de l'information qu'il apporte. La figure 2.3 montre plusieurs exemples d'évolution selon l'équation (2.15), avec pour contour initial un cercle de rayon 25 pixels. Toutes les évolutions montrent la formation de structures allongées avec

des « bras » parallèles de largeur à peu près constante. La largeur des bras est directement contrôlée par le paramètre d de la fonction Ψ et les trois premières lignes de la figure 2.3 montrent des évolutions pour différentes valeurs de ce paramètre ($d = 3, 5, 7$); nous remarquons que les bras formés sont effectivement de la largeur décidée (3, 5, 7 pixels). Les deux dernières lignes illustrent le rôle du paramètre α . Dans la quatrième ligne, α vaut 0.05, tandis que dans la cinquième ligne, α vaut 0.1. Ce paramètre contrôle le nombre de bras formés au début de l'évolution. Plus α est grand, et plus l'expansion des bras est contenue. En effet, le terme d'aire donne une force constante d'amplitude α dans la direction normale intérieure au contour. Bien qu'à convergence, les bras finissent pas recouvrir tout le domaine de l'image Ω en laissant une largeur constante entre eux, ce paramètre a une incidence sur le nombre total de jonctions formées.

Deux étapes peuvent être soulignées pour décrire la croissance de ces structures labyrinthiques aux « bras » allongés. Premièrement, une analyse linéaire de la stabilité d'un cercle à de petites perturbations sinusoidales montrent que pour un β plus grand qu'une certaine valeur, le cercle devient un point de selle de l'énergie (2.12). Pour une certaine gamme de fréquences, les petites perturbations, au lieu d'être régularisées comme dans le cas des fonctionnelles simples, sont amplifiées. La fréquence la plus instable contrôle alors le mouvement à partir du cercle initial. Ainsi, au lieu de lisser toutes les irrégularités, cette énergie permet à certaines de se développer, encourageant ainsi des formes plus complexes. Il est cependant important de noter que les hautes fréquences sont toujours régularisées, et qu'ainsi, aucun bruit incontrôlé ne se développe sur le contour. C'est ce qui se passerait si l'on considérait une évolution avec une énergie de longueur négative ($E(\gamma) = -\mathcal{L}(\gamma)$). Intuitivement, cela peut s'expliquer par le fait que deux pics ne peuvent pas s'approcher plus que la distance d en raison de la répulsion contenue dans l'énergie.

La deuxième étape intervient lorsque de petits bras sont juste formés. Avec la valeur de β choisie dans les expériences, chaque unité de longueur d'un bras ajoute une quantité négative à l'énergie totale. Ainsi, une fois les bras créés, ils continuent de s'allonger. Les bords parallèles des bras sont stables aux petites perturbations, mais les extrémités, qui sont plutôt semi-circulaires, possèdent le même type d'instabilités que le cercle de départ. Ainsi, les extrémités peuvent se ramifier, avec un nombre de bras toujours contrôlés par β (et α). Puisque les bras ont une énergie négative, dans un domaine infini, l'énergie n'a pas de borne inférieure, et les bras continueraient à grandir et se ramifier indéfiniment. Dans un domaine fini, comme c'est le cas pour une image, cela ne peut pas arriver en raison de la répulsion existante entre les bras; et l'on peut éventuellement atteindre des configurations stables.

Pour les expériences de la figure 2.3, le cercle initial n'est pas parfait en raison de la discrétisation, et ce sont ces irrégularités qui entraînent la formation des bras. Il est clair que de petites perturbations dans les conditions initiales (comme un autre type de discrétisation par exemple) entraîneront un résultat différent à convergence, et les formes observées seront peut-être différentes; cependant, elles auront des propriétés communes tant au point de vue qualitatif que quantitatif. En effet, bien que l'énergie soit invariante par translation et rotation, il y a aussi un fort degré de symétrie locale: les bras peuvent se contorsionner de manières différentes, tout en laissant l'énergie identique. Ceci est raisonnable, puisque les réseaux routiers (ou n'importe quel autre type de réseaux) ont un grand nombre de configurations possibles qui, bien que différentes dans le détail, sont pareillement probables en

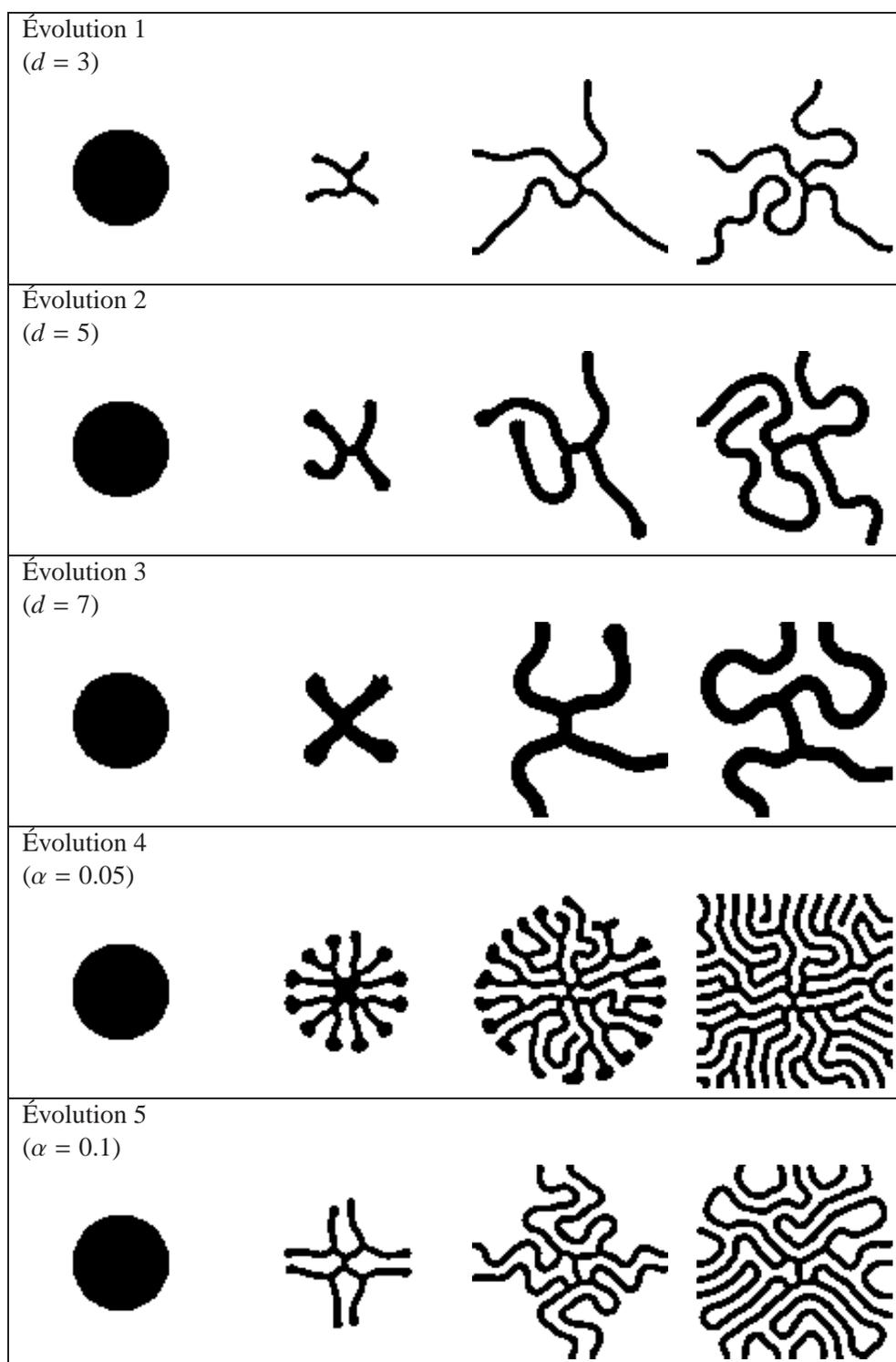


Fig. 2.3 – Exemples d'évolutions géométriques utilisant l'équation (2.15). Les trois premières lignes correspondent à des valeurs différentes du paramètre d , tandis que les deux dernières lignes correspondent à des valeurs différentes du paramètre α .

termes de réseaux *a priori*. L'énergie géométrique ne différencie pas vraiment toutes ces possibilités, et avec les paramètres choisis, et en l'absence de données, les petites perturbations choisissent une des configurations possibles.

Les expériences présentées ici servent à illustrer la plus grande complexité de l'information contenue dans les énergies d'ordre supérieur par rapport à l'information contenue dans les énergies simples, et à montrer que l'énergie quadratique particulière de l'équation (2.12) est adaptée à la modélisation de réseaux de linéiques. Il est cependant important de noter que la valeur du paramètre β utilisée dans ces expériences n'est pas la même que celle utilisée pour l'extraction des réseaux routiers. Dans les résultats que nous montrons plus tard, β est ajusté de façon à ce que chaque unité de longueur d'un bras ajoute à l'énergie une petite quantité positive. Le cercle devient alors stable et ce sont les données qui conduisent la production, la croissance et la ramification des bras. Le terme géométrique d'*a priori* favorise alors les structures allongées et en réseaux, comparé à d'autres formes, en réduisant l'énergie des configurations de type « réseaux ».

Cependant, même avec les valeurs des paramètres utilisées pour générer la figure 2.3, la situation n'est pas la même en présence de données. Les termes dépendant de l'image définissent des directions privilégiées de telle sorte que n'importe quelle petite perturbation causée par la discrétisation ou autre soit éliminée (bien sûr, cela dépend de l'importance relative du terme d'*a priori* par rapport au terme de vraisemblance). La présence des termes d'ordre supérieur a maintenant l'effet de pénaliser beaucoup de configurations du contour et d'éliminer ainsi de nombreux minima locaux.

2.4.1 Une fonction de pondération différente

Dans un premier temps, nous avons utilisé une fonction de pondération différente de celle décrite en (2.13) pour l'énergie quadratique :

$$\Psi(z) = \sinh^{-1}(1/z) + z - \sqrt{1+z^2} . \quad (2.16)$$

Cette fonction est décroissante, a le même comportement que $1/(2z)$ lorsque z devient grand et devient moins singulière pour $z < 1$, elle se comporte alors en $\ln(2/z)$. Elle est illustrée sur la figure 2.4.

L'énergie quadratique définie avec cette fonction de pondération a déjà été utilisée en physique pour décrire la formation de motifs labyrinthiques ; en particulier pour étudier l'évolution d'une goutte de ferrofluide emprisonnée entre deux plaques de verre horizontales et plongée dans un champ magnétique vertical. Cette énergie fait apparaître des formes fines et allongées (Langer et al., 1992, Goldstein et al., 1996, Goldstein, 1997).

La minimisation de cette énergie en partant d'un cercle donne les motifs montrés sur la figure 2.5. Nous observons encore la formation de structures branchées avec des bras de largeur à peu près constante. Cependant, cette fonction de pondération pose plusieurs problèmes par rapport à la fonction de pondération proposée précédemment. En effet, cette fonction est non nulle pour tous les points. Il est donc nécessaire de réaliser l'intégration pour tous les points du contour contrairement à l'autre fonction qui devient nulle à partir d'une certaine distance entre les points. De plus, la fonction devient infinie en zéro et lorsque deux points extraits sont très proches, cela génère de très grandes valeurs pour la force. En

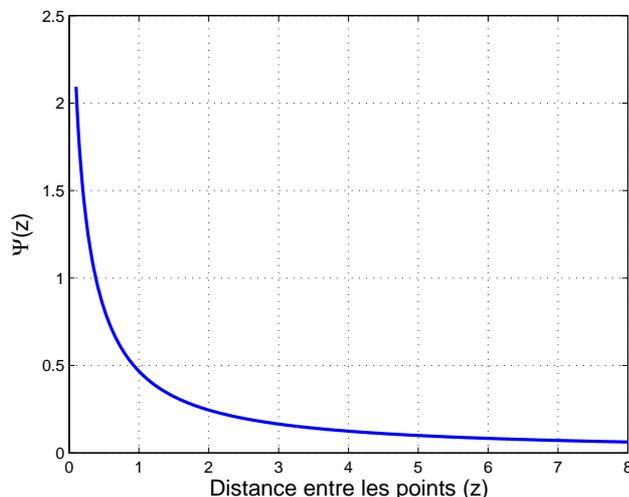


FIG. 2.4 – Autre fonction de pondération.

outre, la largeur des bras et le nombre de bras formés sur le cercle initial ne sont plus aussi facilement ajustables. C'est pourquoi nous avons proposé la fonction décrite par l'équation (2.13).

2.5 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre, un cadre pour une nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur. Ces contours actifs vont au-delà des possibilités des contours actifs classiques en les généralisant et en permettant la définition d'une interaction longue portée entre un certain nombre de points du contour. Cette interaction permet d'introduire dans les modèles une information spécifique sur la forme de l'objet, et la définition d'énergies invariantes par rotation et translation permet de modéliser des familles de formes.

L'étude d'un cas particulier d'énergie quadratique a montré le pouvoir de ces énergies d'ordre supérieur : l'énergie considérée a permis, en effet, de modéliser une géométrie complexe avec des structures composées de bras allongés connectés entre eux. L'information contenue dans ce type d'énergie surpasse largement les possibilités des énergies classiques qui ne permettent pas de définir une information géométrique aussi spécifique.

Ces nouvelles énergies entraînent des forces non locales dans l'équation de descente de gradient et afin de faire évoluer le contour, nous avons développé un cadre pour minimiser ces fonctionnelles d'ordre supérieur. Nous utilisons la méthodologie des courbes de niveaux et ses techniques classiques, tout en adoptant une démarche particulière pour traiter le calcul des forces non locales. Les détails de la minimisation sont décrits dans le chapitre suivant.

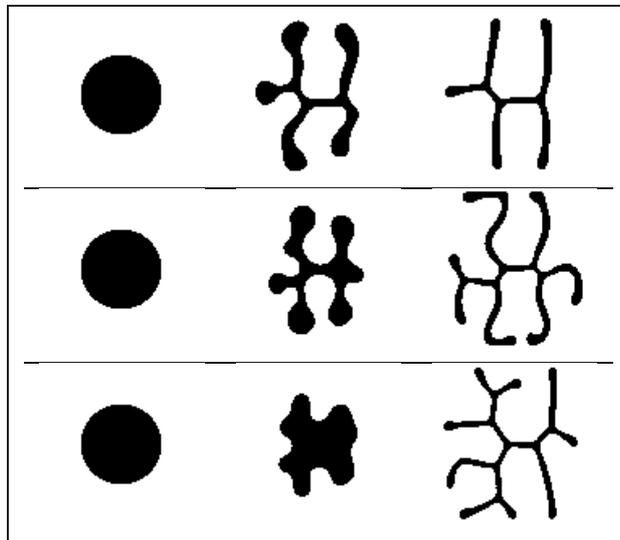


FIG. 2.5 – Évolutions géométriques à partir d'un cercle pour une fonction de pondération différente.

Chapitre 3

Minimisation de l'énergie

Dans ce chapitre, nous mettons en oeuvre la minimisation de l'énergie. Nous avons choisi d'utiliser la méthodologie des courbes de niveau car elle présente de nombreux avantages. Les fonctionnelles d'ordre supérieur donnent des forces non locales dans l'équation d'évolution et nous devons adapter les méthodes de courbes de niveau à la spécificité ces forces. Nous mettons en place un algorithme complet pour la résolution de ces équations de descente de gradient particulières.

La minimisation de l'énergie se fait sur l'espace des frontières des régions. Afin d'effectuer cette minimisation, nous utilisons une méthode de descente de gradient, en faisant évoluer le contour grâce à la méthodologie des courbes de niveau introduite par Osher et Sethian (1988). Cette méthodologie a, en effet, de nombreux avantages pour l'évolution du contour. Elle ne pose pas de problèmes de paramétrisation et les quantités géométriques simples, comme la normale ou la courbure en un point, s'expriment très facilement en fonction de la courbe de niveau. De plus, les changements de topologie se font automatiquement, ce qui permet au contour de fusionner ou de se diviser. Plusieurs objets peuvent donc être détectés simultanément, contrairement à d'autres méthodes où la détection serait contrainte par la topologie de la courbe initiale. Pour une revue des méthodes existantes utilisant la méthodologie des courbes de niveaux, on peut se référer à l'ouvrage de Osher et Paragios (2003). Dans ce qui suit, nous rappelons le principe des courbes de niveau, puis nous décrivons les algorithmes développés dans le cadre de cette méthode. Nous décrivons également les adaptations faites pour effectuer des évolutions dérivées d'énergies d'ordre supérieur, qui introduisent des forces non locales dans l'équation de descente de gradient. Nous évoquons, enfin, les divers schémas de discrétisation que nous utilisons pour l'évolution.

3.1 Les courbes de niveau

La méthodologie des courbes de niveau permet de représenter un contour fermé $\gamma : S^1 \rightarrow \Omega \in \mathbb{R}^2$ par une fonction de dimension supérieure ϕ , appelée fonction de courbes de niveau. Cette fonction ϕ est définie comme étant la distance signée au contour fermé γ :

$$\phi(x, y) = \pm d((x, y), \gamma) \quad , \quad (3.1)$$

où $d((x, y), \gamma)$ est la distance d'un point (x, y) du plan au contour γ , et le signe plus (moins) est choisi selon que le point (x, y) se trouve à l'intérieur (extérieur) de γ . Ainsi, la fonction de courbes de niveau $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ satisfait la propriété suivante :

$$\gamma(x, y) = \{(x, y) \mid \phi(x, y) = 0\} \quad . \quad (3.2)$$

Considérons un contour fermé γ que nous voulons faire évoluer jusqu'à un minimum de l'énergie, considérant qu'il se propage selon la direction normale extérieure au contour¹. L'idée de la méthodologie par courbes de niveau est de faire évoluer ce contour à travers la fonction de courbes de niveau ϕ .

Le but est de produire une équation qui décrit l'évolution de la fonction $\phi((x, y), t)$. Le mouvement de $\gamma((x, y), t)$ est alors celui du niveau zéro de $\phi((x, y), t)$. Notons ϕ_t la dérivée partielle de ϕ par rapport au temps. Nous pouvons écrire :

$$\phi(\gamma((x, y), t), t) = 0 \Rightarrow \nabla \phi \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad . \quad (3.3)$$

Supposons que la courbe se propage avec la vitesse F selon sa direction normale, nous avons $\frac{\partial \gamma}{\partial t} = F[\gamma](x, y) \hat{\mathbf{n}}$, où le vecteur normal extérieur à la courbe est donné par $\hat{\mathbf{n}} = -\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$. Nous obtenons alors l'équation d'évolution suivante pour ϕ :

$$\begin{aligned} \phi_t &= -\langle \nabla \phi, F \hat{\mathbf{n}} \rangle \\ &= -F \langle \nabla \phi, -\nabla \phi / |\nabla \phi| \rangle \\ &= F |\nabla \phi| \quad . \end{aligned} \quad (3.4)$$

C'est l'équation de courbe de niveau introduite par Osher et Sethian (1988).

En principe, la fonction de courbe de niveau ϕ doit évoluer pour tous les points (x, y) du domaine $\Omega \in \mathbb{R}^2$, mais ceci devient très vite coûteux en temps de calcul. Pour limiter les coûts, l'utilisation d'une « Bande Étroite » autour du contour a été initialement proposée par Chopp (1993). De plus, il est nécessaire que ϕ reste une fonction de distance signée, fonction à laquelle elle a été initialisée, mais il est difficile de le garantir en général. Cependant, puisque l'évolution exacte de ϕ en dehors du contour importe peu du moment que la fonction se comporte relativement bien, on peut choisir de réinitialiser ϕ aussi souvent que nécessaire

¹Ici, nous ne considérons pas la direction tangentielle de la force, qui ne change pas la géométrie du contour et peut être considérée comme un changement de paramétrisation. En effet, nous sommes intéressés par les classes d'équivalence $[\gamma] = \{\gamma \circ \epsilon : \epsilon \in \text{Diff}(S^1)\}$. Une force tangentielle ne change pas la classe d'équivalence de γ , et n'a donc aucun effet.

pour garder une distance signée. En particulier, Sussman et al. (1994) proposent de résoudre une équation aux dérivées partielles pour réinitialiser la fonction de courbes de niveau. Enfin, un choix typique pour l'évolution est d'appliquer l'expression de $F[\gamma]$ pour chaque courbe de niveau et de faire évoluer ϕ en conséquence. Mais d'après l'équation (2.15), les équations d'évolution dérivées des énergies quadratiques contiennent des termes non locaux qui créent de nouvelles difficultés. Appliquer l'expression de $F[\gamma]$ à chaque courbe de niveau devient alors difficile, puisque cela signifie extraire, puis intégrer sur la courbe de niveau correspondante à chaque point du domaine Ω discrétisé. Il est également envisageable pour calculer la force en un point x_0 , de remplacer $\int dp$ par $\int \delta(\phi, \phi(x_0)) |\nabla \phi| dx dy$ comme cela est fait par Chang et al. (1996). Cependant, quelques expériences que nous avons réalisées semblent indiquer que cette méthode n'est pas assez précise pour des énergies d'ordre supérieur. Au vu de ces observations et afin de construire la vitesse pour tous les points de Ω à partir de la vitesse des points du contour $F[\gamma]$, nous avons décidé d'utiliser la méthode de la « Vitesse Étendue » (Adalsteinsson et Sethian, 1999). Nous faisons donc évoluer la courbe de niveau en cinq étapes. Premièrement, une « Bande Étroite » est construite autour du niveau zéro (partie 3.1.1), la fonction ϕ est (ré)initialisée (partie 3.1.2), puis le niveau zéro est extrait et la vitesse est calculée pour les points du contour (partie 3.1.3). La vitesse est alors étendue aux points du domaine Ω situés autour du niveau zéro, et la fonction ϕ est mise à jour (partie 3.1.4). La figure 3.1 résume les différentes étapes de l'évolution.

3.1.1 « Bande Étroite »

Afin de limiter les calculs lors de l'utilisation d'une fonction de courbe de niveau, Sethian (1999) propose d'utiliser une « Bande Étroite » autour du contour. En effet, puisque l'évolution qui nous intéresse est celle du niveau zéro, il est possible de se limiter uniquement aux valeurs de ϕ qui se situent près du front et de ne faire évoluer ϕ que pour les points proches du contour qui sont situés dans une « Bande Étroite » autour du niveau zéro. Une illustration de cette Bande Étroite est donnée sur la figure 3.2. Lorsque le front se rapproche de la bordure de la bande, l'évolution de ϕ est stoppée et une nouvelle « Bande Étroite » est construite. La méthode consiste donc en la boucle suivante :

- La « Bande Étroite » est (re)construite : $BE = \{p \in \Omega, d(p, \gamma) \leq D\}$, où $d(p, \gamma)$ est la distance positive du point $p = (x, y)$ au contour γ , et D est une largeur fixée. Typiquement, D peut valoir 5 ou 6 pixels et la largeur de la bande ainsi construite vaut $2D$. Tous les points appartenant à la « Bande Étroite » sont alors marqués *actifs*.
- Les points proches des bords sont étiquetés *postes avancés*. Ils sont définis comme $\{p \in BE, d(p, \gamma) > D_{pa}\}$, où D_{pa} est une longueur fixée et peut valoir 4 ou 5 pixels par exemple. Ils permettent d'indiquer la proximité des bords.
- Les points extérieurs à la « Bande Étroite » sont initialisés comme des points *éloignés*.
- L'équation de courbe de niveau est résolue pour les points *actifs* jusqu'à ce qu'un des points du niveau zéro de ϕ coïncide avec un *poste avancé*. La « Bande Étroite » est alors reconstruite.

L'utilisation de cet algorithme de « Bande Étroite » permet de réduire considérablement les temps de calcul, puisque la fonction de courbe de niveau évolue uniquement autour du

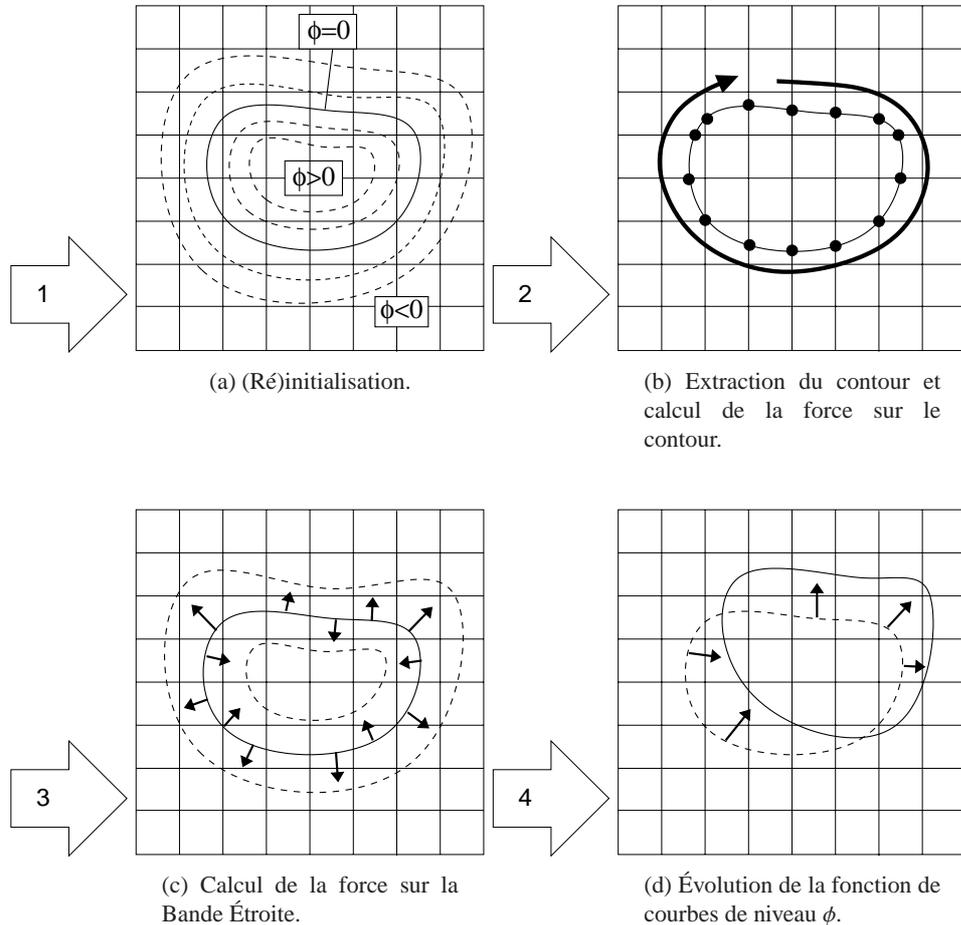


FIG. 3.1 – Les différentes étapes de l'évolution.

niveau zéro. Il est également intéressant de noter la modification proposée par Han et al. (2003) et qui permet de préserver la topologie du ou des contours initiaux. Ceci peut être très utile pour certaines applications (médicales par exemple). Cette modification se fonde sur l'interdiction de changer le signe de la fonction de courbes de niveau pour des points *actifs* qui ne sont pas simples, c'est-à-dire, qui entraînent un changement de topologie.

D'autres algorithmes ont été proposés pour améliorer la vitesse de propagation du front. En particulier, Sethian (1996) propose la méthode de « Fast Marching » qui permet de mettre à jour la fonction de courbes de niveau de manière très rapide. Cependant, cette méthode n'est valable que pour des vitesses entièrement positives (ou entièrement négatives). Un autre algorithme nommé « Hermès » a été proposé par Paragios et Deriche (2000). Il s'inspire des méthodes de la « Bande Étroite » et du « Fast Marching » pour calculer l'évolution du front. L'idée est de repérer le point du front qui a la plus grande vitesse à chaque étape, et de faire évoluer la fonction de courbe de niveau, localement, dans un cercle autour

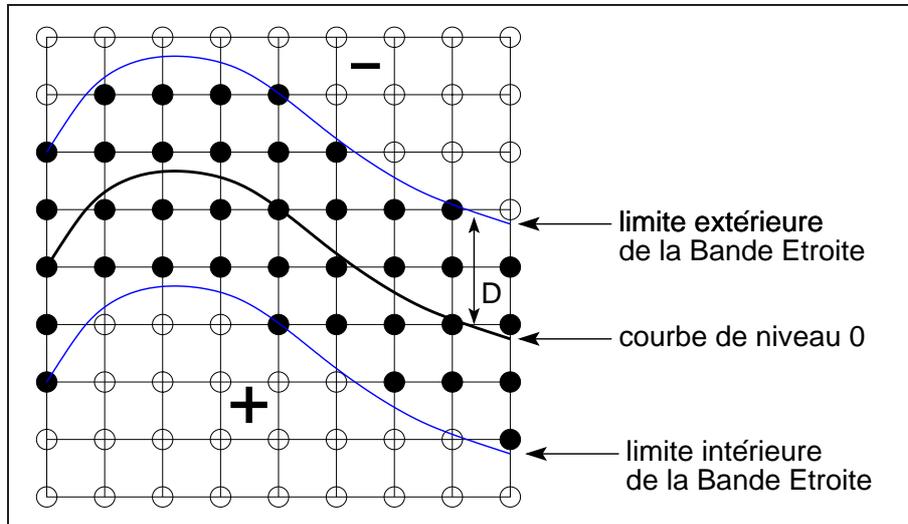


FIG. 3.2 – Illustration de la Bande Étroite : les points noirs sont les seuls pour lesquels la valeur de ϕ est changée.

du pixel de plus grande vitesse. Le gain en temps de calcul est important mais l'hypothèse que les vitesses ne sont pas affectées par un changement local du front est nécessaire.

3.1.2 (Ré)initialisation

La réinitialisation est une étape très importante de l'évolution. L'idée est de stopper le calcul de la fonction de courbe de niveau à un certain moment et de reconstruire cette dernière comme étant la distance signée au niveau zéro courant. Il y a plusieurs raisons de vouloir faire cette réinitialisation :

- premièrement, lors de l'utilisation de la « Bande Étroite », si le niveau zéro se rapproche trop de la bande, il est nécessaire de stopper le calcul et de reconstruire une nouvelle « Bande Étroite ».
- deuxièmement, si l'on utilise une vitesse de propagation qui ne conserve pas la distance signée, on doit réinitialiser la fonction ϕ afin d'éviter que les courbes de niveau ne deviennent ni trop proches, ni trop éloignées. Le cas le plus sensible étant lorsque les courbes de niveau se rapprochent trop l'une de l'autre ; car, dans ce cas-là, des singularités peuvent se développer.

L'évolution est stoppée et la fonction de courbes de niveau courante est notée ϕ_0 . Pour réinitialiser cette fonction de courbe de niveau, Sussman et al. (1994) proposent de résoudre l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\phi_t = \text{sign}(\phi_0) (1 - |\nabla\phi|) , \quad (3.5)$$

où $\text{sign}(\phi_0)$ donne le signe de ϕ_0 . La fonction ϕ est initialisée avec la fonction ϕ_0 courante. Une fois résolue, l'équation (3.5) donne une nouvelle valeur pour la fonction de courbes

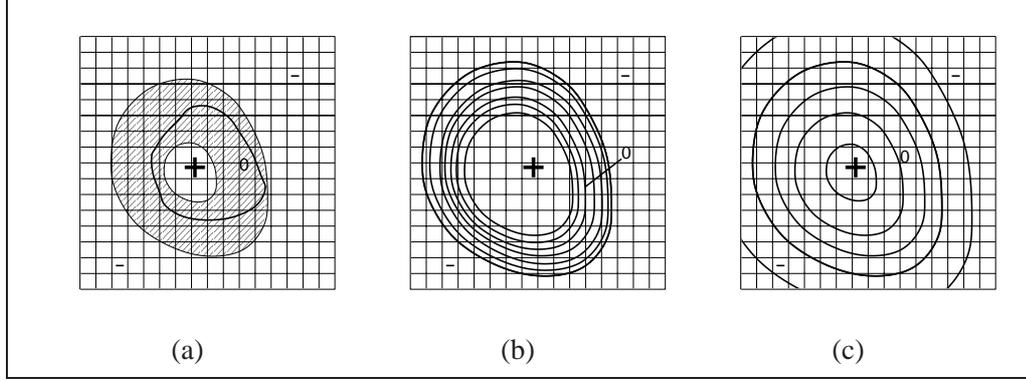


FIG. 3.3 – Réinitialisation nécessaire : (a) le contour se rapproche trop des frontières de la Bande Étroite ; (b) les courbes de niveau sont trop resserrées ; (c) les courbes de niveau sont trop éloignées.

de niveau ϕ qui conserve la courbe de niveau zéro et telle que $|\nabla\phi| = 1$. Si l'étape de ré-initialisation est réalisée suffisamment souvent, la fonction ϕ_0 initiale est souvent proche d'une distance signée et peu d'itérations sont alors nécessaires.

Cependant, un désavantage de l'équation (3.5) est qu'un mouvement du niveau zéro peut apparaître, en raison des approximations numériques de calcul lors du schéma itératif de ré-initialisation. Et, comme le font remarquer Sussman et Fatemi (1997), plus le nombre d'itérations est grand, plus le niveau zéro va dévier de sa position initiale. Nous avons réalisé des expériences avec un terme énergétique simple de conservation de l'aire qui donne une force non locale dans l'équation d'évolution, et nous avons remarqué qu'un cercle initial, au lieu de rester stable, voyait son rayon diminuer. Nous avons donc décidé d'utiliser la solution proposée par Sussman et Fatemi (1997) pour ré-initialiser la fonction de courbe de niveau et l'équation (3.5) est modifiée en imposant une contrainte locale de conservation de l'aire. Pour chaque cellule (pixel) Ω_{ij} du domaine Ω , l'équation devient :

$$\phi_t = \text{sign}(\phi_0) (1 - |\nabla\phi|) + \lambda_{ij} H'(\phi) |\nabla\phi| , \quad (3.6)$$

où H est une approximation lisse de la fonction Heaviside, et :

$$\lambda_{ij} = \frac{-\int_{\Omega_{ij}} H'(\phi) \text{sign}(\phi_0) (1 - |\nabla\phi|)}{\int_{\Omega_{ij}} H'(\phi) |\nabla\phi|} . \quad (3.7)$$

L'équation (3.6) respecte la contrainte de conservation de l'aire pour chaque cellule :

$$\partial_t \int_{\Omega_{ij}} H(\phi) = \int_{\Omega_{ij}} H'(\phi) \phi_t = 0 \quad (3.8)$$

Nous pouvons remarquer que l'équation (3.6) diffère de l'équation (3.5) seulement pour les points très proches du contour où une correction supplémentaire est ajoutée : l'aire intérieure du contour est conservée pour chaque cellule. On peut prendre comme condition

initiale pour l'équation (3.6) la valeur courante de la fonction ϕ . Dans le cas de l'initialisation de départ, pour créer la première fonction de distance signée, la fonction ϕ est initialisée à $+1$ à l'intérieur du contour et à -1 à l'extérieur.

3.1.3 Extraction du contour et calcul de F sur le contour

Afin de calculer avec précision la vitesse F du niveau zéro, nous localisons, dans un premier temps, les intersections du contour avec la grille en utilisant une interpolation « Essentially Non Oscillatoire (ENO) » (Siddiqi et al., 1997). L'idée des techniques ENO est d'utiliser une fenêtre adaptable pour calculer les coordonnées d'un point afin d'éviter les régions à fort gradient chaque fois que cela est possible et construire ainsi une approximation lisse, tout en conservant les discontinuités.

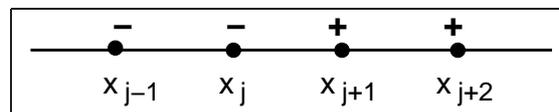


FIG. 3.4 – Points de la grille pour lesquels ϕ change de signe.

Pour ce qui suit, nous ne considérons que les lignes horizontales de la grille, mais le raisonnement est exactement le même pour les lignes verticales. Le point recherché est le point pour lequel la fonction ϕ est nulle, et nous supposons que le changement de signe se fait de manière horizontale. La première étape de l'algorithme d'interpolation ENO consiste à construire le polynôme de degré 1, $P_{j+1/2}^{\phi,1}(x)$, qui interpole la fonction $\phi(x)$ entre les deux points de la grille x_j et x_{j+1} (cf. figure 3.4). Nous obtenons alors une approximation monotone du premier ordre. Pour obtenir une interpolation d'ordre supérieur, il est nécessaire de rajouter un point à la fenêtre utilisée. Ce point est choisi parmi les voisins immédiats, et tel qu'il engendre le polynôme de degré supérieur le plus lisse (c'est-à-dire tel que le coefficient du terme de degré maximal soit le plus faible possible). En considérant les données discrètes $\phi(x_j)$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ d'une fonction (en général lisse) $\phi(x)$ aux points d'abscisses x_j , nous construisons un polynôme $P_{j+1/2}^{\phi,r}$ de degré r pour chaque intervalle $[x_j; x_{j+1}]$. Notons que l'abscisse j représente ici les lignes, mais cela marche aussi pour les colonnes, lorsque l'intersection des points avec la grille se fait de manière verticale. L'algorithme complet d'interpolation ENO est résumé dans le tableau 3.1. En pratique, nous calculons un polynôme d'ordre 2 sur l'intervalle du changement de signe et nous calculons la coordonnée x_j pour laquelle le polynôme s'annule. Nous obtenons ainsi les coordonnées des points du contour qui intersectent la grille.

Les points du contour sont extraits dans le même temps avec un algorithme de tracé performant décrit par Pavlidis (1982). Cet algorithme permet d'obtenir une liste ordonnée des points du contour qui intersectent la grille $R = \{\gamma(p_i); i = 1, \dots, n\}$. Il est décrit dans le tableau 3.2 dans le cadre du tracé d'un contour fermé : on part d'un point A et on revient un point A . En pratique, le premier point est trouvé en balayant les colonnes de l'image et en repérant le premier changement de signe de la fonction de courbes de niveau ϕ .

<p>1. Construction du polynôme $P_{j+1}^{f,l}(x)$ de degré 1 et initialisation de la première fenêtre pour le point j ($l = 1$) :</p> $P_{j+1/2}^{f,l}(x) = f[x_j] + f[x_j, x_{j+1}](x - x_j)$ $k_{min}^l = j$ <p>2. $l = l + 1$.</p> <p>3. Si $P_{j+1}^{f,l-1}(x)$ et k_{min}^{l-1} sont définis :</p> $P_{j+1/2}^{f,l}(x) = P_{j+1/2}^{f,l-1}(x) + c^l \prod_{i=k_{min}^{l-1}}^{i=k_{min}^{l-1}+l-1} (x - x_j)$ <p>où</p> $c^l = \begin{cases} b^l & \text{si } a^l \geq b^l \\ a^l & \text{sinon} \end{cases}$ $k_{min}^l = \begin{cases} k_{min}^{l-1} - 1 & \text{si } a^l \geq b^l \\ k_{min}^{l-1} & \text{sinon} \end{cases}$ <p>et</p> $a^l = f[x_{k_{min}^{l-1}}, \dots, x_{k_{min}^{l-1}+l}]$ $b^l = f[x_{k_{min}^{l-1}-1}, \dots, x_{k_{min}^{l-1}+l-1}]$ <p>$f[\dots]$ représente les différences divisées de Newton.</p> $f[x_j] = f(x_j)$ $f[x_j, x_{j+1}] = \frac{f[x_{j+1}] - f[x_j]}{x_{j+1} - x_j}$ $f[x_j, \dots, x_{j+2}] = \frac{f[x_{j+1}, x_{j+2}] - f[x_j, x_{j+1}]}{x_{j+2} - x_j}$ $f[x_j, \dots, x_{j+k}] = \frac{f[x_{j+1}, \dots, x_{j+k}] - f[x_j, \dots, x_{j+k-1}]}{x_{j+k} - x_j}$

TAB. 3.1 – L'algorithme d'interpolation ENO.

Dans le cas où le contour à extraire n'est pas forcément fermé, on s'arrête pour le contour courant lorsque l'on arrive sur un bord du domaine de l'image Ω . Si plusieurs contours sont présents dans l'image, une fois le premier contour trouvé, on recherche à nouveau des contours et l'on balaye l'image jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement

Notation : A est le point de départ du contour qui est formé par l'ensemble de points R , C le point courant, S la direction de recherche, $first$ est un indicateur mis à 1 quand le tracé commence et $found$ est un indicateur mis à 1 quand un nouveau point est trouvé.

1. Choisir un point de départ A . $C = A$ et $S = 6$.
2. Tant que C est différent de A ou $first = 1$, faire les étapes 3 à 9.
3. $found = 0$.
4. Tant que $found = 0$, faire les étapes 5 à 8, au plus 3 fois.
5. Si ϕ change de signe sur la ligne $(S - 1)$, et B est le point correspondant de $R : C = B$, $S = S - 2$, $found = 1$.
6. Sinon, si ϕ change de signe sur la ligne S , et B est le point correspondant dans $R : C = B$ et $found = 1$.
7. Sinon, si ϕ change de signe sur la ligne $(S + 1)$, et B est le point correspondant dans $R : C = B$ et $found = 1$.
8. Sinon, $S = S + 2$.
9. $first = 0$.
10. Fin de l'algorithme.

TAB. 3.2 – L'algorithme de tracé.

de signe dans la fonction ϕ . Dans l'algorithme de tracé, on considère six directions de recherche pour le prochain point. Ces directions sont ensuite adaptées aux différents types de configurations que l'on peut trouver : selon que le changement de signe de la fonction ϕ s'effectue horizontalement (le point du contour est alors situé sur une arête verticale), verticalement (le point est situé sur une arête horizontale) ou sur un point de la grille (figure 3.5). Lorsqu'un point du contour coïncide exactement avec un point de la grille, il y a plus de directions de recherche à explorer. Certaines directions sont alors dédoublées (1 devient 1+ et 1- par exemple) de façon à ce que le test du changement de signe se fasse bien sur toutes les directions possibles.

Il est important de remarquer que la situation réelle est parfois plus compliquée et qu'il est possible de rencontrer des cas ambigus. La plupart du temps, la configuration trouvée ressemble à celle illustrée sur la gauche de la figure 3.6 : deux points sont trouvés et reliés ; ils constituent une partie du contour. Cependant, il peut arriver qu'une configuration comme celle illustrée sur la droite de la figure 3.6 apparaisse : le contour est alors indéfini, il y a plusieurs possibilités de relier les points. Il est donc nécessaire d'adopter une convention : soit l'objet, soit le fond (mais pas les deux) supporte des voisins diagonaux (ou en d'autres termes, peut avoir une largeur subcellulaire). Dans notre cas, nous avons opté pour la première solution. En effet, les structures que nous voulons modéliser et que nous recherchons

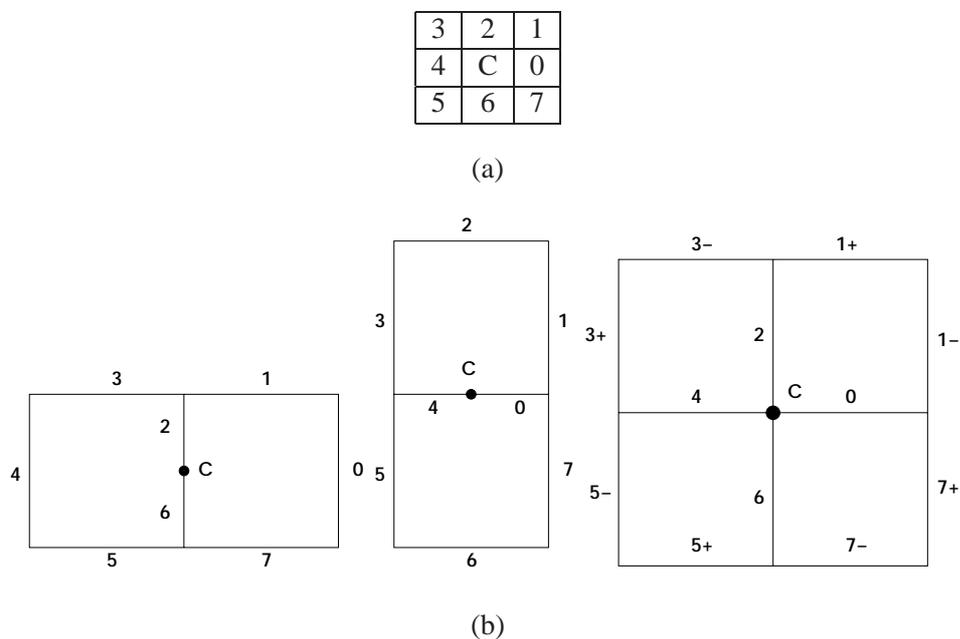


FIG. 3.5 – Directions de recherche (a) et configurations possibles (b).

sont fines et l'objet a donc plus de chances d'avoir une largeur subcellulaire que le fond.

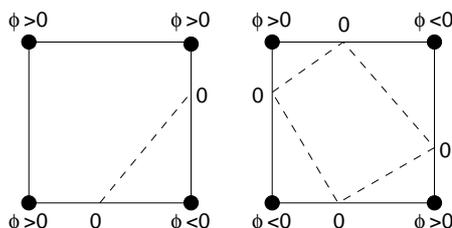


FIG. 3.6 – Configuration courante (à gauche) et configuration ambiguë (à droite).

Après avoir extrait le contour, nous interpolons linéairement les valeurs géométriques (courbure, normale, ...) et radiométriques (gradient, hessien, ...) nécessaires au calcul de la force à partir des points de la grille. Pour le calcul de la normale, c'est l'angle du vecteur normal unitaire qui est interpolé entre les deux points de la grille encadrant le point extrait (cf. figure 3.7). Soient θ_1 et θ_2 , les angles du vecteur normal avec l'horizontale pour deux points de la grille p_1 et p_2 . L'angle de la normale avec l'horizontale pour un point intermédiaire p du segment $[p_1 p_2]$ s'écrit :

$$\theta(\lambda) = \theta_2 + \lambda(2\pi m - \theta_2 + \theta_1) \quad , \quad (3.9)$$

avec m , un entier vérifiant $-\pi < 2\pi m - \theta_2 + \theta_1 < \pi$, et $\lambda = \frac{pp_2}{p_1 p_2}$, la distance normalisée du

point p au point p_2 .

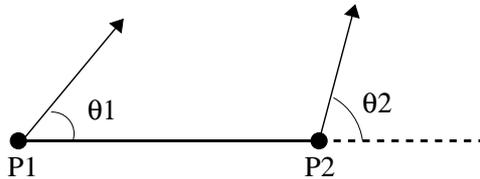


FIG. 3.7 – Interpolation du vecteur normal.

Nous effectuons ensuite le calcul de la vitesse $F[\gamma]$ pour chaque point extrait, en faisant une somme numérique sur le contour pour les forces non locales. Cette somme est pondérée par la distance entre les différents points du contour comme illustré sur la figure 3.8. Pour le calcul de la force en un point p donné, la contribution du point p_i est pondérée par $\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$, λ_1 et λ_2 étant respectivement les distances du point p_i au point précédent et au point suivant sur le contour.

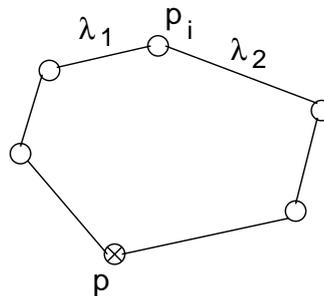


FIG. 3.8 – Calcul de la force non locale.

Nous revenons ici sur un point de l'extraction du contour et du calcul de la force. Lorsque nous réalisons une expérience purement géométrique avec un modèle comportant uniquement des énergies géométriques dépendant du contour, nous nous sommes rendus compte que la disposition des points extraits a une réelle influence sur le calcul de la force non locale. En effet, la force fait intervenir des quantités comme la distance entre deux points $\gamma(p)$ et $\gamma(p')$ du contour ou encore le vecteur liant ces deux points, et ces quantités sont sensibles à la géométrie des points extraits. Ainsi, pour avoir une bonne approximation pour la force, nous effectuons une redistribution des points du contour afin d'obtenir des points équidistants pour le calcul de force non locale. Le fait d'avoir des points équidistants permet d'augmenter la précision du calcul de la force.

Considérons une fonction f que nous voulons intégrer sur l'intervalle $[a, b]$. Nous connaissons les valeurs de f pour les points $\{x_i, i = 0 \dots n\}$ avec $x_0 = a$ et $x_n = b$. Pour approcher

l'intégrale de f sur $[a, b]$ à l'ordre 2, nous écrivons :

$$\int_a^b f(x) dx \simeq I = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \frac{f(x_i) + f(x_{i-1})}{2} . \quad (3.10)$$

Si $x_i - x_{i-1} = h_i = h = \text{constante}$, nous obtenons :

$$I = h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right) . \quad (3.11)$$

Si maintenant, nous considérons l'approximation à l'ordre 4, nous approchons la fonction f que nous voulons intégrer par un polynôme du troisième ordre H_3 sur chaque intervalle $[x_{i-1}, x_i]$:

$$H_3(x) = a_3(x - x_{i-1})^3 + a_2(x - x_{i-1})^2 + a_1(x - x_{i-1}) + a_0 . \quad (3.12)$$

Nous supposons :

$$\begin{aligned} H_3(x_{i-1}) &= a_0 = f(x_{i-1}) , \\ H_3'(x_{i-1}) &= a_1 = f'(x_{i-1}) , \\ H_3(x_i) &= a_3 h^3 + a_2 h^2 + a_1 h + a_0 = f(x_i) , \\ H_3'(x_i) &= 3a_3 h^2 + 2a_2 h + a_1 = f'(x_i) . \end{aligned} \quad (3.13)$$

En résolvant le système, nous obtenons :

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{1}{h^3} (-2 \Delta f + 2 h \bar{f}') , \\ a_2 &= \frac{1}{h^2} (3 \Delta f - h (f'(x_i) + 2f'(x_{i-1}))) , \\ a_1 &= f'(x_i) , \\ a_0 &= f(x_i) , \end{aligned} \quad (3.14)$$

avec $\Delta f = f(x_i) - f(x_{i-1})$ et $\bar{f}' = \frac{1}{2}(f'(x_i) + f'(x_{i-1}))$. Nous avons :

$$\begin{aligned} I_i &= \int_{x_{i-1}}^{x_i} H_3(x) dx , \\ &= \int_0^{x_i - x_{i-1}} H_3(x - x_{i-1}) dx , \\ &= a_3 \frac{h^4}{4} + a_2 \frac{h^3}{3} + a_1 \frac{h^2}{2} + a_0 h , \\ &= h \bar{f} + \frac{h^2}{12} (f'(x_{i-1}) - f'(x_i)) . \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ainsi,

$$I = \sum_{i=1}^n I_i ,$$

$$= h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right) + \frac{h^2}{12} (f'(a) - f'(b)) . \quad (3.16)$$

Pour une fonction périodique, ou une fonction définie sur un contour fermé dans notre cas, nous avons $f'(a) = f'(b)$, et l'approximation à l'ordre quatre est la même que l'approximation à l'ordre deux. Ainsi, avoir des points équidistants permet d'avoir une précision d'ordre quatre sans effort supplémentaire.

La redistribution des points se fait de la manière suivante. Nous choisissons un point de départ p , ainsi que la distance Δ voulue entre chaque point du contour. À partir du point p , nous construisons les nouveaux points équidistants en laissant une distance Δ entre chacun, comme illustré sur la figure 3.9.

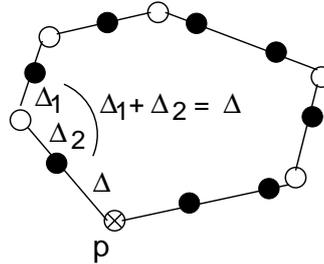


FIG. 3.9 – Redistribution des points sur le contour : en blanc, points préalablement extraits ; en noir, points redistribués.

3.1.4 Calcul de F pour tous les points du domaine

Afin de faire évoluer la fonction de courbes de niveau ϕ dans son ensemble, une expression de la vitesse F est également nécessaire pour tous les points du domaine Ω . Comme mentionné plus tôt, nous avons adopté la méthode de la « Vitesse Étendue » (« Extension Velocity » en anglais) proposée par Peng et al. (1999). L'idée est de construire la force F en tout point x du domaine Ω vérifiant $\lim_{x \rightarrow a} F(x) = F[\gamma](a)$, pour tout point a appartenant au contour γ . Dans un premier temps, les points de la grille les plus proches du contour extrait héritent de la force calculée au point extrait le plus proche ; tous les autres points de la grille sont initialisés à zéro. Puis, nous résolvons l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$F_\tau + \text{sign}(\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot \nabla F = 0 . \quad (3.17)$$

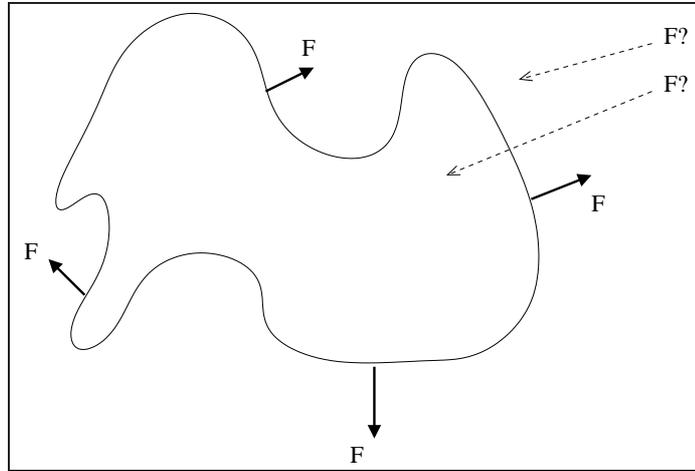


FIG. 3.10 – Comment étendre la force ?

Notons que sur le niveau zéro, lorsque $\phi = 0$, la force F reste inchangée et préserve ainsi les conditions sur le contour. À convergence, $F_\tau = 0$, et la solution satisfait $\nabla\phi \cdot \nabla F = 0$, ce qui signifie que la vitesse F reste constante sur les normales aux courbes de niveau. Chaque courbe de niveau évolue alors avec la même vitesse, et la distance entre chaque courbe de niveau est en principe préservée, empêchant ϕ de mal se comporter (les courbes de niveau gardent un espacement à peu près constant entre elles).

3.2 Quelques précisions numériques

Nous donnons dans ce paragraphe quelques précisions sur les schémas numériques que nous avons utilisés pour discrétiser les quantités géométriques et radiométriques utilisées lors de l'évolution du contour.

3.2.1 Discrétisation des dérivées spatiales

Les schémas les plus directs et les plus simples pour le calcul des dérivées sont des schémas au premier ordre. Trois schémas différents sont possibles :

- le schéma avant :

$$D_{ij}^{+x} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta x}$$

- le schéma arrière :

$$D_{ij}^{-x} = \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta x}$$

- le schéma centré

$$D_{ij}^{0x} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

Les mêmes schémas peuvent être utilisés pour calculer les dérivées en y .

Un schéma d'ordre supérieur peut être utilisé pour calculer les dérivées. Si la fonction reste lisse tout le temps, la précision additionnelle offerte par un schéma numérique d'ordre supérieur peut valoir la peine de faire ces calculs. Mais il est possible que ce schéma lisse les coins de façon indésirable. Dans notre cas, nous avons utilisé des schémas du premier ordre pour calculer les dérivées de la fonction ϕ et de l'image (sauf mention contraire). Le schéma centré paraît le plus équitable. Cependant, nous nous sommes rendus compte qu'il pouvait provoquer de la perte d'information. Pour le calcul du gradient de l'image par exemple, pour une structure très fine de largeur un pixel, le schéma centré donne une valeur nulle, ce qui ne reflète pas la réalité des données. Nous avons donc utilisé le schéma arrière pour calculer le gradient de l'image.

3.2.2 Discrétisation des quantités géométriques

Nous devons également calculer des approximations pour les variables géométriques. Le terme de courbure est approché selon Zhao et al. (1996) par :

$$\kappa = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) = \left(\frac{\phi_x}{|\nabla \phi|} \right)_x + \left(\frac{\phi_y}{|\nabla \phi|} \right)_y, \quad (3.18)$$

avec

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)_{ij} = \left[\left(\frac{\phi_x}{|\nabla \phi|} \right)_{i+1/2,j} - \left(\frac{\phi_x}{|\nabla \phi|} \right)_{i-1/2,j} \right] / \Delta x + \left[\left(\frac{\phi_y}{|\nabla \phi|} \right)_{i,j+1/2} - \left(\frac{\phi_y}{|\nabla \phi|} \right)_{i,j-1/2} \right] / \Delta y, \quad (3.19)$$

où

$$\left(\frac{\phi_x}{|\nabla \phi|} \right)_{i+1/2,j} = \frac{(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta x}{\sqrt{[(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta x]^2 + \left\{ \frac{1}{2} [(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}) / 2\Delta y + (\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j-1}) / 2\Delta y] \right\}^2}}$$

$$\left(\frac{\phi_x}{|\nabla \phi|} \right)_{i-1/2,j} = \frac{(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta x}{\sqrt{[(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta x]^2 + \left\{ \frac{1}{2} [(\phi_{i-1,j+1} - \phi_{i-1,j-1}) / 2\Delta y + (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}) / 2\Delta y] \right\}^2}}$$

$$\left(\frac{\phi_y}{|\nabla\phi|} \right)_{i,j+1/2} = \frac{(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j})/\Delta y}{\sqrt{[(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j})/\Delta y]^2 + \{\frac{1}{2}[(\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j})/2\Delta x + (\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i-1,j+1})/2\Delta x]\}^2}}$$

$$\left(\frac{\phi_y}{|\nabla\phi|} \right)_{i,j-1/2} = \frac{(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1})/\Delta y}{\sqrt{[(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1})/\Delta y]^2 + \{\frac{1}{2}[(\phi_{i+1,j-1} - \phi_{i-1,j-1})/2\Delta x + (\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j})/2\Delta y]\}^2}}$$

La construction de la normale intervenant dans la force d'interaction nécessite également un schéma plus sophistiqué (cf. Sethian et Strain (1992)). Dans un premier temps, les approximations par différences finies dans toutes les directions possibles sont calculées. Puis, les quatre normales sont moyennées pour produire une approximation à la normale. Ainsi, nous calculons :

$$\begin{aligned} n_{ij}^* &\equiv \frac{\phi_x, \phi_y}{(\phi_x^2 \phi_y^2)^{1/2}} , \\ &= \frac{D_{ij}^{+x}, D_{ij}^{+y}}{[(D_{ij}^{+x})^2 + (D_{ij}^{+y})^2]^{1/2}} + \frac{D_{ij}^{-x}, D_{ij}^{+y}}{[(D_{ij}^{-x})^2 + (D_{ij}^{+y})^2]^{1/2}} \\ &\quad + \frac{D_{ij}^{+x}, D_{ij}^{-y}}{[(D_{ij}^{+x})^2 + (D_{ij}^{-y})^2]^{1/2}} + \frac{D_{ij}^{-x}, D_{ij}^{-y}}{[(D_{ij}^{-x})^2 + (D_{ij}^{-y})^2]^{1/2}} , \end{aligned}$$

que nous normalisons tel que $n_{ij} = n_{ij}^*/|n_{ij}^*|$.

3.2.3 Évolution de la fonction de courbes de niveau

Une fois que nous avons calculé les quantités géométriques et radiométriques, puis l'expression de la force F pour les points de la bande étroite, nous faisons évoluer la fonction de courbes de niveau ϕ ($\phi_t = F|\nabla\phi|$) selon le schéma suivant (Sethian, 1999) :

$$\phi_{ij}^{n+1} = \phi_{ij}^n - \Delta t [\max(F_{ij}, 0)\nabla^+ + \min(F_{ij}, 0)\nabla^-] , \quad (3.20)$$

avec

$$\nabla^+ = [\max(D_{ij}^{-x}, 0)^2 + \min(D_{ij}^{+x}, 0)^2 + \max(D_{ij}^{-y}, 0)^2 + \min(D_{ij}^{+y}, 0)^2] , \quad (3.21)$$

et

$$\nabla^- = [\max(D_{ij}^{+x}, 0)^2 + \min(D_{ij}^{-x}, 0)^2 + \max(D_{ij}^{+y}, 0)^2 + \min(D_{ij}^{-y}, 0)^2] . \quad (3.22)$$

Le pas de temps temporel Δt est fixé à chaque itération par

$$\Delta t = \frac{0.5}{\max_{ij} F_{ij}} , \quad (3.23)$$

le pas de temps spatial $\Delta x = \Delta y$ étant fixé à 1.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié en détail la minimisation de l'énergie et, en particulier, des énergies d'ordre supérieur. Nous avons rappelé, dans un premier temps, le principe de la méthodologie par courbes de niveau qui offre de nombreux avantages en termes de paramétrisation et de changement de topologie, et pour laquelle de nombreux algorithmes ont été proposés. En plus des algorithmes standards de la Bande Étroite et une ré-initialisation précise, nous avons adopté une démarche particulière pour le calcul de la force. Le contour est d'abord extrait et les forces sont calculées sur les points extraits. Une équation aux dérivées partielles est ensuite résolue pour calculer la force sur tout le domaine de l'image ou plus précisément sur la Bande Étroite, et la fonction de courbes de niveau ϕ est mise à jour avec cette force. Cette technique de minimisation est particulièrement bien adaptée aux énergies d'ordre supérieur pour lesquelles l'équation de descente de gradient présente des forces non locales. En effet, l'intégration sur le contour n'est réalisée que pour la courbe de niveau zéro, contrairement à un algorithme qui ne passerait pas par l'étape d'extraction du contour. Nous avons également présenté les schémas de discrétisation utilisés pour l'évolution.

Dans le chapitre suivant, nous abordons l'application pour laquelle nous avons choisi d'utiliser les modèles proposés. Nous nous intéressons à l'extraction de linéiques sur des images de télédétection qui est un problème difficile en raison de la grande variabilité de ce type de réseaux et qui nécessite une connaissance géométrique a priori forte pour permettre une extraction robuste.

Chapitre 4

Application à l'extraction de linéiques

Dans ce chapitre, nous abordons le problème de l'extraction de linéiques (réseau de routes, de rivières, ...) dans les images de télédétection. Dans un premier temps, nous donnons un vaste aperçu des techniques d'extraction de linéiques proposées dans la littérature : le problème est difficile et les méthodes proposées sont nombreuses. La liste des méthodes décrites ici n'est donc pas exhaustive, mais donne une bonne illustration des techniques existantes. Dans un second temps, nous proposons un modèle d'extraction utilisant la nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur que nous avons introduite au chapitre 2. Nous définissons des énergies d'ordre supérieur faisant intervenir l'image et nous montrons des résultats d'extraction sur des images satellitaires et aériennes réelles.

4.1 État de l'art en extraction de linéiques

L'extraction de linéiques et plus particulièrement de réseaux routiers, à partir d'images satellitaires ou aériennes, a été l'objet de nombreuses recherches depuis une bonne vingtaine d'années et une grande variété de méthodes ont été proposées pour s'attaquer au problème. En effet, l'enjeu est important puisque l'étendue des surfaces à cartographier est immense et les délais de mise à jour des cartes déjà existantes sont considérables. Cependant, malgré toute l'attention portée au problème, l'extraction de linéiques reste aujourd'hui un challenge en raison de la grande variabilité des objets concernés, et en conséquence, de la difficulté à les caractériser.

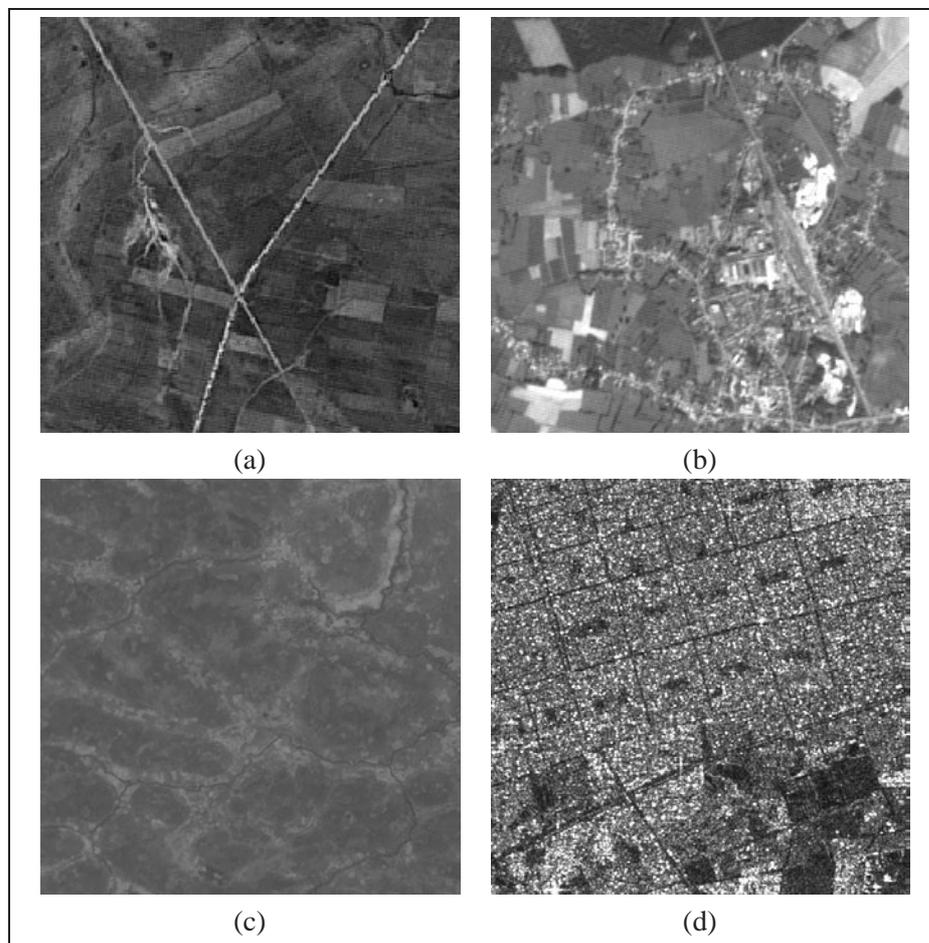


FIG. 4.1 – Exemples de réseaux observés sur des images de télédétection : (a) réseau routier en milieu rural sur une image satellitaire ©CNES, (b) réseau routier en milieux urbain et péri-urbain sur une image satellitaire ©CNES, (c) réseau hydrographique avec des forêts galeries, repérables par la végétation en bordure de rivière ©BRGM, (d) réseau routier en milieu urbain sur une image radar ©ESA.

Cette variabilité s'exprime, en premier lieu, au niveau du réseau observé lui-même. Les réseaux présentent des apparences bien diverses selon le type considéré (réseau autoroutier, réseau routier, chemins, réseau hydrographique, ...), leur contexte (rural, péri-urbain, urbain ou forestier) ou leur date de construction. Une illustration en est donnée sur la figure 4.1. Un réseau urbain dans une grande ville d'Amérique aura de fortes chances d'apparaître comme un réseau avec une structure de grille, alors que des routes sinueuses de la campagne française auront une structure bien moins définie. La figure 4.1 montre des réseaux dans différents contextes : le réseau rural avec peu d'habitations (en haut à gauche) contraste avec le réseau urbain très dense en forme de grille de la ville de Mexico (en bas à droite). De même, le réseau hydrographique (en bas à gauche) présente des contours sinueux bien

différents de ceux des réseaux routiers.

L'apparence du réseau est également directement liée aux différents modes d'acquisition de l'image. Ainsi, un même réseau apparaîtra différemment selon l'angle de prise de vue, le type de capteur, la résolution spatiale ou encore la bande spectrale considérée. Par exemple, une image radar présentera un bruit granulaire, appelé chatoiement, fort différent du bruit présent dans les images optiques, qui elles, sont plus sensibles aux perturbations atmosphériques. De même, selon la résolution du capteur, le réseau présentera une largeur et un détail variables : alors que sur des images moyenne résolution, le réseau sera relativement homogène avec une largeur de quelques pixels, sur des images haute résolution, le réseau apparaîtra de manière beaucoup plus complexe avec le détail des différents types de carrefours, les voitures, ...

Malgré la grande variabilité de l'apparence des réseaux, on peut dégager un certain nombre de caractéristiques communément admises pour l'extraction. Ces caractéristiques sont de plusieurs ordres ; les plus importantes concernent la géométrie et la radiométrie de l'objet. Les hypothèses généralement émises pour les contraintes **géométriques** sont les suivantes :

- les bords d'un réseau sont parallèles (*i.e.* la largeur est à peu près constante) ;
- la courbure du réseau est faible par rapport à sa largeur (sauf au niveau des carrefours) ;
- Un réseau linéique est composé de plusieurs objets de forme allongée et connectés entre eux.

Les hypothèses généralement utilisées pour caractériser la **radiométrie** sont les suivantes :

- la surface radiométrique du réseau est localement homogène ;
- le réseau contraste fortement avec son environnement.

D'autres caractéristiques sont également énoncées pour définir les réseaux, comme les caractéristiques **topologiques** (le réseau présente des intersections et peu d'extrémités non connectées, ...), **contextuelles** (les véhicules se trouvent sur les routes, en milieu urbain des bâtiments se trouvent le long des routes, ...) et **fonctionnelles** (les routes sont des voies carrossables qui relient plusieurs agglomérations, ...). Ces différentes caractéristiques sont plus ou moins exploitées selon les techniques utilisées.

Les différents travaux proposés dans la littérature peuvent être caractérisés de diverses manières. Une différenciation classique est de séparer les techniques existantes entre méthodes semi-automatiques et méthodes automatiques. En effet, certaines méthodes se situent dans le cadre de l'aide à la saisie des interprètes d'image et sont considérées comme semi-automatiques. Elles nécessitent une information sur la position de la route comme, par exemple, la donnée des points de départ et d'arrivée, ou bien une initialisation très proche de la route finale. D'autres méthodes tentent une approche complètement automatique, bien qu'à notre connaissance, il n'existe aucune méthode entièrement automatique, puisqu'il y a toujours des paramètres à régler. Généralement, les méthodes semi-automatiques sont plus précises en termes de fausses alarmes car elles disposent de contraintes très fortes comme la désignation des points de départ et des points d'arrivée. Elles restent cependant limitées

car toutes les amorces doivent être données pour obtenir un réseau complet. Cependant, la notion de « semi-automatisation » s'amenuise car certains auteurs proposent ou suggèrent une détection automatique des points d'amorce pour automatiser le processus et faire intervenir le moins possible un opérateur humain. Entre autres, nous pouvons citer les travaux de Zlotnick et Carnine (1993), Barzohar et Cooper (1996), Bicego et al. (2003). On peut également s'intéresser au nombre de méthodes combinées pour obtenir une méthode d'extraction complète. En effet, plusieurs méthodes font intervenir des étapes de bas niveau comme une détection locale du réseau, suivies de méthodes de plus haut niveau définissant plus précisément la structure du réseau. On peut également distinguer les méthodes selon le niveau de connaissance a priori introduite dans le modèle : quelles sont les contraintes géométriques considérées, comment sont-elles imposées, la structure du réseau (grille, hiérarchie, ...) est-elle précisément prise en compte, etc. Avec l'augmentation de la résolution des images de télédétection, nous pouvons plutôt fonder la distinction des méthodes sur la capacité à extraire un réseau 1D (*i.e.* les lignes, ou l'axe central du réseau), ou bien une région surfacique 2D représentant le réseau. En effet, les images devenant de plus en plus précises, l'extraction de la région entière représentant le réseau paraît importante pour obtenir une extraction correcte. On peut se rendre compte que, jusqu'à présent, la plupart des méthodes extraient une structure linéaire à une dimension. Certains travaux tentent de tenir compte de la largeur des routes, mais les bords sont étroitement liés (par exemple, extraction de la ligne centrale de la route et définition d'une largeur faiblement variable). Nous avons choisi de présenter les méthodes existantes en les classant par techniques différentes ; nous rappelons à chaque fois succinctement en début de sous-chapitre le principe de la méthode. Nous soulignons, dans les résumés, les méthodes qui prennent en compte le côté surfacique du réseau à extraire.

4.1.1 Les contours actifs

Les contours actifs ont été largement utilisés en traitement d'image et constituent une méthode simple et rapide pour l'extraction d'objets. Une énergie sur le contour dépendant de la géométrie de l'objet à détecter et de l'image est définie, puis minimisée, généralement par une méthode de descente de gradient. Le contour d'énergie minimum est censé délimiter le ou les objets d'intérêt de l'image. Un des principaux désavantages des contours actifs classiques est que le contour final dépend de l'initialisation du contour, qui doit être choisie proche de la solution. Cependant, la précision des contours actifs permet de prendre en compte la largeur de la route pour la plupart des modèles.

Neuenschwander et al. (1997) introduisent une méthode originale de contours actifs, appelée « ziplock snakes » en anglais. Un point initial et un point final sont donnés et fixés, et les forces dérivées de l'image sont progressivement appliquées aux différents points pour ajuster la position du contour actif, depuis les extrémités jusqu'à son centre. Les extrémités sont positionnées sur chaque côté de la route et les deux bordures de la route sont extraites. Cette méthode prend donc en compte le côté surfacique de la route puisque chaque bord est extrait séparément ; cependant le résultat ne constitue pas une région à proprement parler.

Fua et Leclerc (1990) et Laptev et al. (2000) proposent d'extraire les routes à l'aide de contours actifs-rubans (« ribbon snakes » en anglais), qui sont des contours actifs définis par des points centraux successifs et une troisième composante qui correspond à la largeur du ruban. Laptev et al. (2000) proposent l'utilisation conjointe d'une stratégie multi-échelle : une première détection de lignes est faite à une échelle grossière où les petites perturbations comme les voitures sur la route, les marques au sol, ou les occultations partielles disparaissent, puis le résultat est amélioré à une échelle plus fine. De plus, les intersections sont extraites à l'aide de contours actifs fermés optimisés séparément. Ici encore, la largeur de la route est considérée bien qu'elle reste fortement contrainte par la définition de l'axe central.

Péteri et Ranchin (2003) s'intéressent à l'extraction des routes en tant qu'éléments surfaciques et proposent une méthode d'extraction sur des images haute résolution. La route n'est pas extraite directement en tant que surface mais plutôt comme une paire de bords. À partir d'un graphe dont les sommets représentent les carrefours et les arcs des polygones figurant les routes, une extraction plus fine est réalisée. Dans un premier temps, les polygones sont dédoublés et placés de chaque côté de l'arc de départ. Elles sont optimisées conjointement en tant que deux contours actifs ouverts et à des résolutions de plus en plus fines. L'optimisation conjointe permet de garder un parallélisme local entre chaque bord de la route, et l'utilisation d'une approche multi-résolution permet de limiter les effets du bruit géométrique. Une fois les polygones optimisés, les carrefours sont extraits avec des contours actifs simples dont les extrémités sont fixées. Cette méthode permet une extraction très précise des deux bords de la route mais nécessite une très bonne initialisation du contour.

Bobillet et al. (2003) proposent un modèle de contours actifs pour la localisation précise de rangs de vigne (*i.e.* de linéiques) sur des images de télédétection haute résolution. L'étude est simplifiée car les auteurs travaillent sur des images contenant uniquement des rangs de vignes et avec une seule orientation. Le modèle est composé de N segments traversant l'image d'un bord à l'autre. Le calcul de la densité spectrale de puissance fait apparaître deux pics qui sont utilisés pour estimer l'orientation et l'espacement des rangs de vignes. Les segments sont alors initialisés en utilisant ces mesures. L'énergie de l'image est proportionnelle à l'intensité des points des segments (les rangs étant caractérisés par une faible intensité), tandis que l'énergie géométrique maintient un espacement aussi régulier que possible et un angle constant entre les segments. L'énergie totale est alors minimisée par un algorithme de descente de gradient.

Cohen et Kimmel (1997a) proposent une approche intéressante pour détecter le minimum global d'un contour actif entre deux points. Une surface d'action minimale est calculée à partir d'un point de départ. Cette surface peut être notamment calculée rapidement grâce à la méthode de « Fast Marching » de Sethian (1996). Le chemin minimal est trouvé en effectuant une rétro-propagation depuis le point d'arrivée. L'initialisation est donc simplifiée par rapport aux méthodes classiques et le résultat est moins sensible aux minima locaux. Un potentiel image simple basé sur l'intensité est défini pour extraire les routes sur une image aérienne. D'autres résultats sont également montrés sur des images médicales. Cette

méthode est étendue dans (Deschamps et Cohen, 2001) à des images 3D et pour une application d'endoscopie virtuelle. Plusieurs améliorations sont également proposées, notamment pour rendre plus rapide la propagation du front, pour définir uniquement un point de départ et pour permettre l'extraction d'un chemin centré à l'intérieur d'une structure tubulaire. De plus, un système complet pour définir un chemin en endoscopie virtuelle est décrit. Plus de détails sur les chemins minimaux et leurs applications sont donnés dans (Cohen, 2005).

Dans une perspective plus générale d'extraction de linéiques dans des images 3D, Lorigo et al. (2000) s'intéressent à l'extraction de structures tubulaires en utilisant des contours actifs géodésiques de co-dimension 2. La force utilisée dans l'équation de descente de gradient se fonde sur le centre du vaisseau plutôt que sur sa surface et permet ainsi l'extraction de structures très fines. De très bons résultats d'extraction sont montrés sur des images médicales.

4.1.2 La programmation dynamique

La programmation dynamique permet de minimiser, de manière efficace, une fonction de coût dans un graphe. Une première étape consiste à définir une fonction de coût. Puis, dans un second temps, le chemin de coût minimal est recherché entre un point initial et un point final fixés, le plus souvent, par un utilisateur. Cette méthode permet uniquement l'extraction d'une structure linéaire et les modèles ne considèrent donc pas la route comme une région.

Fischler et al. (1981) utilisent cette technique d'optimisation pour extraire de manière précise les linéiques dans des images aériennes et satellitaires basse résolution. Ils combinent les résultats de différents opérateurs de détection de lignes et de contours spécialement adaptés en un tableau de coûts inversement reliés à la vraisemblance de la présence d'une route pour chaque point donné. L'algorithme de programmation dynamique proposé, appelé F^* , est alors appliqué et le chemin de coût minimal est sélectionné.

Merlet et Zerubia (1996) améliorent l'algorithme de Fischler et al. (1981) en ajoutant une modélisation sous-jacente par champs de Markov, et en introduisant la courbure locale de la route. Les coûts sont définis en tenant compte du voisinage des points considérés : le contraste de la route par rapport à son environnement est pris en compte par l'intermédiaire d'un potentiel défini sur des cliques de deux points et des voisinages de taille supérieure sont considérés afin de mieux prendre en compte la courbure locale du réseau. Toute l'information est synthétisée avec une fonction de coût unique définie sur l'image originale.

Barzohar et Cooper (1996) proposent une méthode automatique de détection de routes. Dans un premier temps, ils réalisent une estimation au sens du Maximum A Posteriori des routes sachant les points extrémaux, dans de petites fenêtres, en utilisant la programmation dynamique. Les estimations de ces fenêtres sont à leur tour combinées en utilisant, encore, la programmation dynamique. Le modèle prend en compte la faible variance de la largeur de la route, le contraste des routes par rapport à leur environnement et l'homogénéité de la

route. Les deux bords de la route sont explicitement extraits.

Grün et Li (1995) proposent un système semi-automatique d'extraction de routes en plusieurs étapes. Dans un premier temps, l'image originale est améliorée par un filtre de Wallis et une transformée en ondelette est effectuée. L'ondelette est proposée afin de rehausser le profil des routes. À l'aide de l'image pré-traitée, un opérateur humain désigne plusieurs points d'amorce à partir desquels la route est recherchée. L'extraction se fait par programmation dynamique et une énergie prenant en compte plusieurs hypothèses sur les routes (la route est plus claire que son environnement, elle est homogène, a une structure linéaire, est lisse, ne change pas brutalement de direction et sa largeur varie peu) est minimisée. Le résultat final est donné sous la forme d'un polygone contrôlé par un nombre fini de points représentant la route. Nous pouvons remarquer que, contrairement aux autres méthodes, les points de contrôle ne forment pas une chaîne de pixels, mais une suite de segments. Le polygone de départ est initialisé grossièrement par l'opérateur, et des points de contrôle sont rajoutés ou supprimés avant optimisation.

4.1.3 Filtrage

Le filtrage peut être considéré comme un type particulier d'algorithme de suivi. Étant donnée une trajectoire dans l'espace d'état et les observations passées, le filtrage correspond à un processus d'estimation de l'état courant sachant son passé et les observations courantes.

Vosselman et de Knecht (1995) utilisent un filtre de Kalman récursif pour prédire la position et la forme de la route. Un opérateur donne un segment initial qui permet de construire un profil de référence. La prédiction d'un nouveau segment est faite à partir du segment précédent, et le profil de la route estimée est mis en correspondance avec le profil de référence. La distance entre les deux profils est alors utilisée par le filtre de Kalman pour mettre à jour les paramètres de position et de forme de la route.

Pérez et al. (2001) proposent d'utiliser une technique de filtrage particulière pour effectuer un suivi de route dans des images aériennes. L'intérêt du filtrage particulière qui se base sur des simulations séquentielles de type Monte Carlo, est de pouvoir approcher des distributions *a posteriori* avec peu de restrictions et de pouvoir maintenir plusieurs hypothèses de suivi en même temps. Les distributions *a posteriori* sont estimées par un ensemble d'échantillons (appelés particules), qui sont successivement pondérés (en général selon la vraisemblance aux observations) et propagés. La flexibilité de l'approche permet à Pérez et al. (2001) de prendre en compte dans le modèle la régularité du contour (en particulier par rapport au gradient de l'image), la gestion des coins, et la largeur faiblement variable de la route. Le processus est initialisé par la donnée d'un point d'amorce.

Bicego et al. (2003) modifient l'algorithme de Pérez et al. (2001) en le rendant automatique grâce à l'extraction de segments d'amorce à l'aide de la transformée de Hough et de considérations topologiques. Une information tenant compte de l'homogénéité de la route est ajoutée ainsi que la gestion des petites occultations. Enfin, les auteurs proposent

de fusionner plusieurs résultats selon une mesure quantitative de la qualité d'extraction de la route.

4.1.4 Théorie de l'information

La théorie de l'information introduite par Claude Shannon en 1948 fournit une mesure quantitative de la notion d'information apportée par un message (ou une observation).

Geman et Jedynak (1996) proposent une méthode originale de suivi de route fondée sur cette théorie. Étant donné un point de départ et une orientation, l'algorithme cherche à suivre la route dans la direction donnée. Les directions possibles sont limitées et les pixels candidats pour la route sont sélectionnés en utilisant des tests d'hypothèses. Les meilleurs tests à effectuer sont choisis de façon à réduire l'incertitude sur la position de la route selon les résultats des premiers. Ce choix est effectué de manière dynamique selon la distribution jointe des tests et des hypothèses, le problème d'optimisation correspondant à un problème de minimisation d'entropie.

4.1.5 Suivi par homogénéité directionnelle

Airault et Jamet (1994) proposent un algorithme de suivi de route se fondant sur l'hypothèse d'une route homogène. À partir d'un point d'amorce, un arbre de chemins possibles est généré et le meilleur chemin est choisi grâce à une fonction de coût proportionnelle à la variance de l'image calculée dans les différentes directions de propagation possibles. Un chemin est donc composé de segments de droite choisis localement selon le critère d'homogénéité. De plus, l'algorithme empêche un trop grand changement de direction entre deux segments consécutifs et maximise la longueur des segments trouvés. Le résultat du suivi de route donne un graphe du réseau imprécis qui est ensuite optimisé par une méthode de contours actifs.

4.1.6 Champs de Markov sur graphe et processus ponctuels marqués

Les champs de Markov sur graphe permettent de rentrer dans le cadre d'une approche objet, dans laquelle le réseau est modélisé dans sa totalité par un graphe où chacun des arcs correspond à une section du réseau. Cette modélisation permet d'introduire des contraintes géométriques fortes sur le réseau, mais nécessite une phase d'initialisation exhaustive : un arc non détecté dans la phase d'initialisation ne pourra pas faire partie du réseau. Les processus ponctuels marqués définissent quant à eux des interactions géométriques fortes entre les objets (segments dans le cas de l'extraction de linéiques), tout en permettant une initialisation aléatoire et la proposition ou la suppression d'objets (position et caractéristiques) dans tout le domaine de l'image. De façon similaire aux approches par champs de Markov sur graphe, les processus ponctuels marqués, encore appelés processus objet, reposent sur une modélisation de la scène par une collection d'objets et la minimisation globale d'une énergie définie sur l'ensemble du réseau.

Tupin et al. (1998) génèrent, dans un premier temps, un ensemble de segments candidats à partir des résultats de deux détecteurs de lignes différents. Un graphe est construit sur les

segments trouvés et les segments reliant deux segments trouvés avec de bonnes propriétés : chaque sommet est un segment, et deux sommets sont reliés par un arc si les segments ont une extrémité commune. Un champ de Markov est défini sur ce graphe, et un recuit simulé permet de trouver le réseau.

Géraud (2003) propose une méthode rapide d'extraction composée de quatre étapes. La première étape consiste à appliquer une fermeture par l'aire au canal rouge d'une image Landsat. Ce type de fermeture permet de supprimer les minima dont l'aire est inférieure à un seuil donné ; contrairement à une fermeture avec un élément structurant, les lignes de crêtes ne sont pas déplacées. Une sur-segmentation de l'image est ensuite réalisée grâce à la transformée de « ligne de partage des eaux » (« watershed » en anglais) et un graphe d'adjacence de courbes est construit à partir du résultat. Un champ de Markov est alors défini sur le graphe, favorisant les lignes de courbure faible et connectées à d'autres parties de la route.

Stoica et al. (2004), Lacoste et al. (2003) considèrent le réseau routier comme un ensemble de segments connectés. Ils le modélisent par un processus objet où des segments sont aléatoirement jetés, puis déplacés dans l'image jusqu'à ce qu'ils délimitent le réseau. Les segments sont caractérisés par leur centre, leur orientation, leur largeur et leur longueur. Une énergie est définie sur les segments, puis minimisée par un recuit simulé intégré dans une simulation MCMC (« Markov Chain Monte Carlo » en anglais). Cette énergie est définie comme une somme de potentiels d'interaction qui vont pénaliser les segments isolés ou une trop grande courbure entre deux segments, favoriser la colinéarité, etc, et un terme image qui favorise un segment homogène et contrasté par rapport à son environnement. Cette méthode donne de bons résultats dans différents types d'images moyenne et haute résolution : aérienne, satellitaire et radar. Son intérêt réside dans le fait qu'elle est automatique, *i.e.* elle ne nécessite aucune initialisation particulière. Mais, bien sûr, des paramètres sont à régler.

4.1.7 Détecteurs de lignes

Les détecteurs de lignes recherchent localement dans l'image les pixels présentant les caractéristiques d'une route, d'une rivière ou d'une structure linéaire en général. En raison du caractère essentiellement local de la détection, ces méthodes sont très sensibles au bruit et n'assurent pas l'exhaustivité, ni l'absence de fausses alarmes. Elles sont donc plutôt utilisées en pré-traitement pour obtenir les pixels ayant une probabilité plus ou moins forte d'appartenir au réseau.

Un opérateur très connu pour la détection de lignes est l'opérateur proposé par Duda et Hart (1973). Quatre masques sont définis et associés à une fonction de score mesurant conjointement l'homogénéité des niveaux de gris le long de la structure et le contraste avec le voisinage. Chaque masque, représentant des directions différentes, est convolué à l'image originale et le score maximum est assigné au pixel central du masque. Cet opérateur reste cependant sensible à l'orientation de la route car seulement quatre directions possibles sont évaluées.

Huber et Lang (2001) modifient le masque et la fonction de score de l'opérateur de Duda et Hart (1973) pour l'adapter aux images SAR haute résolution : les pixels du masque sont remplacés par des sous-régions et un pixel de l'image reçoit un score élevé lorsque que la partie centrale du masque est uniforme et les points du voisinage contrastés. Le résultat de l'opérateur constitue un ensemble de points candidats pour la route et un contour actif est ensuite optimisé sur ces points pour trouver la route.

Nevatia et Babu (1980) commencent par convoluer l'image par six masques de taille 5x5 pixels pour déterminer l'amplitude et la direction des contours ; les contours sont ensuite affinés et filtrés en tenant compte des résultats du filtre, avant d'être reliés en fonction de leur proximité et de leur orientation. Finalement, les chaînes de pixels sont interpolées par des segments linéaires par morceaux.

Gurney (1980) propose un détecteur de lignes à base de 14 masques représentant toutes les directions possibles pour des lignes de longueur 3 pixels et de largeur 1 pixel. Un pixel est considéré comme appartenant à une ligne lorsqu'il vérifie un critère d'inégalité sur son niveau de gris et celui de ses voisins. Une méthode pour sélectionner de manière adéquate le seuil du critère est proposée ; elle se fonde sur le pourcentage de ligne présent dans un pixel donné et la corrélation des données. Cette méthode est utilisée pour détecter la Tamise sur une image Landsat très basse résolution.

Wang et al. (1996) proposent un pré-traitement à l'aide de deux filtres morphologiques pour réduire le bruit présent dans l'image : une ouverture, puis une fermeture sont réalisées à l'aide de huit élément structurants linéaires. Ils modifient également le détecteur de lignes de Gurney (1980) pour prendre en compte des routes de largeurs différentes pouvant présenter des courbes prononcées (coins et intersections). Les lignes trouvées sont lissées puis affinées pour donner des lignes de largeur un pixel, les lignes très courtes étant supprimées.

Haverkamp (2002) combine plusieurs sources d'information pour détecter les routes sur des images haute résolution IKONOS. Un masque de végétation est tout d'abord établi à partir de données multi-spectrales pour limiter la recherche des pixels candidats pour la route. Un profil de texture est réalisé pour chaque pixel grâce au calcul de la variance sur des fenêtres rectangulaires dans différentes orientations possibles. Pour chaque pixel présentant au moins une variance faible (et donc considéré à ce titre comme faisant partie de la route), le nombre de vallées dans le profil de texture ainsi que l'orientation correspondante sont gardés. Ces informations sont ensuite utilisées pour grouper les pixels en des objets qui correspondent à des segments de routes ou des intersections, qui sont ensuite utilisés pour déduire la structure du réseau routier existant, supposée être en forme de grille.

4.1.8 Bancs de filtres

L'utilisation d'une collection de filtres par l'intermédiaire des bancs de filtres permet une analyse multi-échelle et donc une extraction plus robuste, ainsi que la possibilité d'ex-

traire des lignes d'épaisseur très variable. Pour certains types de réseaux présentant une grande variabilité (fleuves, vaisseaux sanguins, . . .), cela peut s'avérer très utile.

Koller et al. (1995) utilisent une combinaison non-linéaire de filtres linéaires pour mettre en évidence les structures allongées et symétriques de l'image. Pour une échelle donnée, la réponse au filtre est calculée comme le minimum des deux réponses aux deux bords potentiels, supprimant ainsi les bords simples. L'opération est réalisée pour toute une gamme d'échelles et la valeur maximale est gardée. Ce filtrage est intéressant car il ne nécessite pas de paramétrisation et fournit une description locale du contraste, la position de la ligne centrale, la largeur et l'orientation de la ligne.

Poli et Valli (1996) proposent un algorithme pour améliorer et détecter les vaisseaux sanguins sur des images médicales de manière très rapide. Ils proposent un filtre décomposé en plusieurs filtres gaussiens très simples et très efficaces. Le filtre est appliqué pour différentes orientations, longueurs et largeurs possibles et chaque pixel hérite de la réponse maximale. Une étape de validation est réalisée pour supprimer d'éventuels bords simples détectés en vérifiant que le niveau de gris d'un pixel central est supérieur à celui de ses voisins. Pour extraire les vaisseaux, un seuillage par hystérésis (Canny, 1986) est finalement réalisé.

4.1.9 Morphologie mathématique

Un des traitements les plus importants réalisés sur une image binaire consiste à filtrer et/ou partitionner les objets dans un but de représentation ou de modélisation. La morphologie mathématique est une manière d'aborder ce problème. L'aspect de description de formes est fourni par la définition de formes géométriques élémentaires, appelées éléments structuraux. Ceux-ci définissent des primitives de base dont on pourra confirmer ou infirmer la présence dans la forme étudiée, au moyen d'opérations ensemblistes. Les outils proposés ont été développés au départ pour traiter des images binaires. Leur utilisation a été ensuite étendue aux images en niveaux de gris : on parle alors de morphologie mathématique fonctionnelle.

Serendero (1989) propose une détection locale des structures fines de l'image par l'opération dite du « chapeau haut de forme ». Cet opérateur est une ouverture suivie d'une soustraction de l'image d'origine. L'ouverture d'une image par un élément structurant B consiste en une érosion par B (en chaque pixel, on prend la valeur minimum sur le domaine défini par B), suivie d'une dilatation par B (en chaque pixel, on prend la valeur maximum sur le domaine défini par B). Cette transformation permet de détecter les pics d'intensité de l'image, mais le résultat présente beaucoup de bruit. Les pixels pré-détectés sont alors chaînés et les chaînes de longueur insuffisante sont éliminées. Enfin, le réseau est prolongé à partir de ces chaînes d'amorce.

Destival (1987) propose une méthode entièrement fondée sur la morphologie mathématique. Dans un premier temps, l'image est « binarisée », puis les structures recherchées sont

reconstruites. La binarisation consiste à extraire une image binaire sur laquelle figurent les pixels susceptibles d'appartenir à l'entité étudiée. Les routes sont d'abord extraites par la transformation du chapeau haut de forme sur l'image fermée (l'image est érodée puis dilatée, et retranchée à l'image de départ), permettant de mettre en évidence les structures fines et claires. L'image résultat est ensuite seuillée pour former l'image binarisée. Le réseau est finalement reconstruit en effectuant une dilatation, puis une squelettisation.

Zhang et al. (1999) proposent une combinaison d'opérations de morphologie mathématique pour détecter les routes dans des images haute résolution. Dans un premier temps, l'image originale est segmentée et les routes sont séparées grossièrement de leur environnement. Une analyse granulométrique est réalisée pour déterminer la distribution de la taille et de la forme des objets dans l'image. Cette étape permet de sélectionner un seuil qui sera utilisé pour l'opération suivante. Une ouverture triviale est ensuite effectuée ; elle permet de garder uniquement les composantes connexes de l'image dont l'axe principal de l'ellipse minimale incluante est supérieur au seuil déterminé précédemment. Le réseau principal est alors extrait, et plusieurs opérations de morphologie mathématique sont à nouveau réalisées pour améliorer le résultat.

Nous pouvons également citer ici le travail de Géraud (2003), développé dans le paragraphe 4.1.6 sur les champs de Markov, car il utilise, dans une première étape, une fermeture par l'aire et une transformée de « ligne de partage des eaux », avant de définir un champ de Markov pour obtenir l'extraction du réseau.

4.1.10 Géométrie différentielle

Une autre façon d'extraire les lignes est de considérer l'image comme une hypersurface et d'utiliser ses propriétés géométriques différentielles. L'extraction des lignes revient à localiser les positions des crêtes et des ravins qui sont considérés comme les maxima et minima locaux des courbures principales de l'hypersurface. En particulier, Eberly et al. (1994) donnent une formule explicite de la courbure et de sa direction et recherchent les maxima de l'image de courbure.

Lindeberg (1998) introduit la sélection automatique d'une échelle lors de la détection des bords ou des lignes de crêtes. L'échelle est ainsi adaptée localement selon les caractéristiques de l'image : des échelles fines seront choisies pour des bords bien marqués alors qu'une échelle plus large sera utilisée pour des bords diffus. Pour la détection de lignes, l'échelle sera choisie en fonction de la largeur de la ligne.

Steger (1998) propose une méthode pour extraire les lignes et leur largeur avec une grande précision. Il utilise des masques gaussiens pour la détection des crêtes, en choisissant une variance appropriée qui permet d'extraire les lignes d'une largeur donnée. De plus, les points de lignes sont localisés de manière subpixelique grâce à l'utilisation du polynôme de Taylor du second ordre. Les points de lignes sont donc extraits très précisément, en même temps que la direction perpendiculaire à la ligne (vecteur propre (n_x, n_y) correspondant à la

valeur propre maximale du Hessien), et l'importance de la ligne (amplitude de la dérivée seconde dans la direction (n_x, n_y)). Les points sont ensuite chaînés entre eux grâce à un algorithme similaire à un seuillage par hystérésis. La largeur des lignes est également extraite en recherchant les maxima du gradient de l'image dans la direction (n_x, n_y) , et la position des points de lignes est corrigée lorsque le profil de la ligne est asymétrique, *i.e.* les gradients sont inégaux de chaque côté et introduisent un biais sur la position et la largeur de la ligne, qui est supprimé.

4.1.11 Les réseaux de neurones

Les réseaux de neurones (Dreyfus et Samuelides, 2004) sont un outil de classification caractérisés par la combinaison d'éléments simples capables de réaliser quelques calculs élémentaires. L'exemple le plus simple de réseau de neurones est donné par le perceptron multi-couche, chaque couche contenant une ou plusieurs cellules. La première couche est appelée couche d'entrée. Elle reçoit les données que l'on veut utiliser pour l'analyse. La seconde couche est une couche cachée, en ce sens qu'elle n'a qu'une utilité intrinsèque pour le réseau de neurones et n'a pas de contact direct avec l'extérieur (en général, il peut y avoir plus d'une couche cachée, mais nous décrivons ici le cas d'une seule couche cachée). Les fonctions d'activation sont en général non linéaires sur cette couche. La troisième couche est appelée couche de sortie. Elle donne le résultat obtenu après compilation par le réseau des données entrées dans la première couche.

L'extraction des structures linéaires de l'image peut être vue comme un problème de classification où les pixels de l'image doivent être classifiés en pixels « route » ou en pixels « fond ». Bhattacharya et Parui (1997) utilisent un réseau de neurones de type perceptron multi-couche pour classifier les pixels. L'utilisation d'un tel outil est intéressant puisqu'une fois entraîné, il permet une classification en temps réel. Une petite fenêtre carrée autour du pixel considéré est présentée à la couche d'entrée, le réseau calcule des valeurs discriminantes dans la couche cachée et la classification est réalisée au niveau du noeud de sortie. La phase d'entraînement du réseau est cruciale. Un certain nombre d'échantillons représentatifs sont sélectionnés par un opérateur humain pour former un ensemble d'entraînement et un ensemble de test. Une descente de gradient est effectuée sur l'erreur de sortie et chaque poids du réseau est modifié en accord avec un taux d'apprentissage adaptatif. Les erreurs sont calculées sur les deux ensembles et l'apprentissage se termine lorsque l'erreur sur l'ensemble de test commence à augmenter (pour éviter un sur-entraînement). Pour que le réseau soit performant, l'apprentissage doit se faire avec des échantillons de la même image, de même que la taille de la fenêtre considérée en entrée dépend du type de l'image.

Les cartes auto-organisatrices de Kohonen (1984) sont un type particulier de réseau de neurones qui ont pour objectif de préserver les informations de nature topologique. Doucette et al. (2001) proposent d'extraire les lignes centrales des routes à l'aide d'une méthode inspirée par ces cartes auto-organisatrices. Dans un premiers temps, ils supposent que les pixels ont été classifiés et il appliquent un algorithme K-médian sur les pixels étiquetés « routes ». Dans un second temps, les centres sont optimisés séquentiellement (avec un algorithme

MST « minimum spanning tree » en anglais) de façon à préserver une information topologique. Des centres peuvent être ajoutés, si besoin, au cours de l'optimisation pour améliorer la précision tout en respectant un critère angulaire pour garder une ligne lisse.

4.1.12 Approches multi-résolution

Avec l'augmentation de la résolution des images, des éléments de plus en plus petits apparaissent et il est possible d'extraire des structures très fines. Cependant cette précision est à double tranchant puisqu'en plus du bruit du capteur, vient s'ajouter un bruit géométrique très fort (présence d'arbres et de bâtiments au bord de la route, véhicules sur la route, ombres portées, marquages au sol, ...). Certains auteurs proposent alors d'utiliser des techniques multi-échelles afin de réduire cette sensibilité au bruit. Une première extraction est souvent réalisée à basse résolution pour obtenir l'axe central du réseau, puis une localisation précise est effectuée à haute résolution.

Heipke et al. (1995) proposent une approche multi-résolution où une résolution grossière et une résolution fine sont utilisées. Dans un premier temps, les lignes centrales des routes sont extraites à partir de l'image de résolution basse. Seuls les pixels plus clairs que leur environnement sont considérés, puis des contours de huit pixels connectés présentant un certain nombre de maxima locaux dans la direction perpendiculaire au contour sont gardés. Sur l'image de résolution plus fine, les contours sont d'abord détectés par l'opérateur de Deriche (1987), puis substitués par des segments polygonaux. Les segments parallèles et présentant une zone homogène entre eux, sont gardés. Les résultats des deux détections sont ensuite combinés selon un certain nombre de règles pour obtenir un meilleur résultat. L'utilisation de plusieurs résolutions permet d'une part d'extraire un réseau précis avec la haute résolution, et d'autre part d'éviter des perturbations locales avec la basse résolution.

Baumgartner et al. (1999) définissent un système complexe qui combine l'approche multi-résolution à l'utilisation d'une information contextuelle. Le réseau routier est décrit comme un ensemble de segments de routes reliés par des intersections, les routes ayant une apparence différente selon leur contexte global (urbain, forestier, rural), leur contexte local (présence d'arbres ou de bâtiments à proximité, marquages au sol, panneaux routiers, véhicules sur la chaussée, ...) et leur résolution. L'image de départ est segmentée pour séparer les zones selon leur contexte global. L'extraction se fait ensuite dans les zones rurales à deux résolutions différentes : extraction de lignes à basse résolution et extraction des bords de la route à haute résolution. Les résultats sont fusionnés pour donner des segments de routes candidats, qui sont ensuite groupés en segments plus longs. La proposition de nouveaux segments est d'abord vérifiée radiométriquement et géométriquement, et si nécessaire par l'utilisation de contextes locaux comme l'occultation possible du réseau par des arbres ou des bâtiments. Les intersections sont ensuite construites pour relier les segments de route. Les résultats dépendent du contexte global : si les routes sont bien extraites en milieu rural, il y a encore des difficultés pour les autres milieux qui nécessitent une meilleure information contextuelle.

Couloigner et Ranchin (2000), Péteri et al. (2001) s'intéressent plus particulièrement à l'extraction des rues dans un milieu urbain haute résolution. Les bords de la rue et la ligne centrale sont extraits grâce à l'analyse des profils transversaux des rues à différentes résolutions obtenues par un algorithme à trous. La détection du réseau est effectuée en deux étapes : la première étape se focalise sur l'extraction de la topologie du réseau à une échelle grossière, tandis que la deuxième étape consiste en l'extraction précise des bords de la route. La méthode est semi-automatique car elle utilise des données externes, soit issues d'une base de données cartographiques, soit données par un utilisateur.

Nous pouvons également citer le travail de Laptev et al. (2000) déjà décrit dans la partie sur les contours actifs qui utilise une stratégie multi-échelle pour la détection des routes. L'idée reste la même : une première détection des lignes est réalisée à une échelle grossière, puis le résultat est affiné à une échelle plus fine grâce à l'utilisation de contours actifs.

4.1.13 Systèmes d'interprétation

Les systèmes d'interprétation fonctionnent sur le principe de pensée d'un photo-interprète. Le spécialiste reconstruit le réseau à travers l'interprétation de la scène donnée et c'est cette démarche qui est « imitée » pour obtenir un système performant d'extraction.

Ruskoné (1996) propose un système d'extraction du réseau routier basé sur l'interprétation de la scène observée. Le système repose sur deux phases : la première utilise une extraction de bas niveau, tandis que la seconde propose une validation grâce à des critères de plus haut niveau. La première étape consiste en la détection de points d'amorce grâce au calcul du gradient de l'image (Deriche, 1987) et une segmentation par la transformée de ligne de partage des eaux. Un suivi de route fondé sur l'homogénéité est ensuite réalisé à partir des points d'amorce, puis un groupement perceptuel permet la reconstruction du réseau, notamment en établissant les connexions manquantes. La deuxième phase commence alors avec l'étape de « valuation » qui attribue des mesures aux différents segments composant le réseau détecté. Ces mesures sont ensuite utilisées pour classifier les segments selon plusieurs classes d'objets possibles : route, carrefour, ombre, champ, arbre. Enfin, l'étape de validation permet de vérifier la liste d'hypothèses de l'étape précédente.

Hinz et Baumgartner (2003) s'attaquent au problème difficile de l'extraction des routes dans un environnement urbain en proposant un modèle flexible et détaillé des routes et de leur contexte. Les parties spécifiques du modèle et la stratégie d'extraction sont automatiquement adaptées à la situation contextuelle et durant l'extraction, une évaluation des hypothèses est réalisée en permanence. Une segmentation globale est faite pour identifier les zones urbaines, rurales et forestières. Toujours dans un souci d'analyse contextuelle, une extraction des contours des bâtiments et des vallées les séparant est réalisée, ainsi qu'une détection des zones d'ombre. Des régions d'intérêt sont ensuite recherchées dans les zones non bâties, en repérant les marquages au sol et les bords de route potentiels. Les régions sont groupées pour former des segments de voies en testant leur homogénéité. Une détection des véhicules est également réalisée pour permettre certains groupements. Des segments

de routes sont ensuite construits à partir des segments de voies et le réseau est finalement complété grâce à la génération et à la vérification d'hypothèses de connexion. Les résultats montrent que le système est capable d'extraire les routes dans des environnements complexes mais il reste des faiblesses, notamment au niveau de la modélisation des jonctions.

Zhang (2004) utilise plusieurs sources de connaissance pour extraire les routes, en particulier les informations d'une base de données géographiques et des images aériennes couleur. Dans un premier temps, des bords 3D sont extraits à partir d'une paire stéréo d'images aériennes. Une classification des images est ensuite réalisée pour séparer les régions « routes » des autres objets. Des modèles de surface sont utilisés pour déterminer les objets au sol (routes, ...) et hors-sol (bâtiments, arbres, ...) et les bords 3-D situés dans les régions hors-sol sont éliminés. Les marquages au sol des zones urbaines comme les lignes centrales en pointillé ou les passages piétons sont détectés selon des critères colorimétriques et géométriques pour corroborer la présence d'une route. Enfin, le réseau est reconstruit en recherchant des bords parallèles près des axes fournis par la base de données, et en les reliant en maximisant une fonction de mérite par programmation dynamique. Les interruptions du réseau sont spécifiquement étudiées et prises en compte dans le processus d'obtention de la route. Une évaluation de la performance globale (sur tout le réseau) et locale (sur chaque segment) est également proposée.

4.1.14 Apport de données cartographiques

L'utilisation de cartes déjà existantes pour l'extraction du réseau est un véritable atout mais peut engendrer des erreurs en raison des distortions introduites par les cartographes pour simplifier et/ou souligner certains détails. Deux stratégies peuvent alors être adoptées pour l'extraction du réseau : soit le réseau initial est recalé sur l'image disponible, soit il est divisé en une collection d'objets linéaires qui sont ensuite utilisés pour initialiser un algorithme d'extraction.

Rellier et al. (2002) proposent une méthode de recalage de données cartographiques sur des images satellitaires SPOT. Ils construisent tout d'abord un graphe dont les sommets sont les points caractéristiques du réseau (jonctions ou points de forte courbure) et les arêtes des sections de routes. Un champ de Markov est ensuite défini sur le graphe et l'objectif est de trouver les attributs (position des sommets et des arêtes) qui minimisent une fonction de coût. Cette fonction pénalise une trop grande distorsion par rapport aux données cartographiques (la distance entre les sommets et l'angle entre les arêtes doit rester le même), pénalise l'appartenance d'un pixel à des arêtes différentes et favorise l'homogénéité des pixels sur les arêtes et le contraste par rapport à leur environnement. Les arêtes sont au préalable initialisées en recherchant le chemin minimal entre deux sommets par programmation dynamique (Merlet et Zerubia, 1996). Cette méthode donne un résultat très précis, mais le temps de calcul est élevé en raison du calcul fréquent du chemin entre deux sommets.

Baumgartner et al. (1996) proposent une mise à jour de données cartographiques en effectuant tout d'abord une vérification des données, puis une extraction similaire à celle de

Heipke et al. (1995). La vérification se fait, dans un premier temps, en recherchant les bords les plus marqués autour des axes fournis. Une estimation de la largeur de la route est ensuite réalisée pour permettre de supprimer les fausses détections. Des mesures de colinéarité, parallélisme et homogénéité sont également effectuées pour évaluer la pertinence des axes qui sont ensuite classés « vérifiés », « rejetés », ou « inexacts ».

Dhéréte et Desachy (1999) fusionnent plusieurs sources de données pour extraire les linéiques sur des images SPOT. Plusieurs détecteurs de lignes sont appliqués à différentes images (SPOT-XS3 et SPOT-Panchromatic) et leurs résultats sont combinés en une seule image. Cette image est ensuite fusionnée avec des données cartographiques grâce à la règle orthogonale de Dempster-Shafer (Dempster, 1968, Shafer, 1976). Des régions d'intérêt sont définies autour des vecteurs de la base de données cartographiques et un chemin optimal est trouvé par programmation dynamique dans ces régions. Le chemin est ensuite lissé en utilisant un modèle de contour actif. Une mesure de qualité est également donnée à la route extraite.

Guigues et Viglino (2000) proposent une méthode originale d'extraction guidée par un réseau imprécis. Le réseau donné initial est découpé en plusieurs longs segments, puis une zone de recherche est définie autour de chaque segment pour construire une bande rectangulaire avec le segment initial en son centre. Une détection de contours utilisant l'opérateur de Canny-Deriche est réalisée dans cette bande. Les structures parallèles sont ensuite mises en évidence à l'aide d'une propagation de rayon. L'idée est de simuler la propagation de plusieurs rayons dans des directions différentes et de considérer le centre de leurs réflexions successives sur les contours préalablement extraits. La validité des structures parallèles est donnée par des tests sur la direction de propagation et la géométrie des formes. Un chemin entre le bord gauche et le bord droit de la bande est ensuite recherché par programmation dynamique en utilisant la détection précédente et en imposant une contrainte de régularité ; une mesure de qualité est attribuée à chaque chemin. Les routes sont finalement retenues grâce à un critère d'homogénéité et de largeur constante. Les jonctions sont reconstruites pour obtenir le réseau final.

4.1.15 Conclusion

Nous avons tenté, dans ce qui précède, de présenter un vaste panorama des méthodes proposées dans le cadre de l'extraction de linéiques et nous pouvons constater que beaucoup de techniques ont été appliquées pour résoudre le problème. Dans cette thèse, nous nous plaçons dans le cadre de l'extraction précise du réseau en tant qu'élément surfacique, c'est-à-dire que nous nous intéressons à la région entière représentant le réseau et non à l'axe central ou aux deux bords de la route. La méthode que nous proposons est également automatique et ne nécessite aucune initialisation des points d'amorce ou d'un contour proche du réseau final. Le modèle proposé est décrit en détail dans le sous-chapitre suivant.

4.2 Contours actifs d'ordre supérieur : modèle proposé pour l'extraction de linéiques

4.2.1 Fonctionnelle énergétique proposée

Afin d'extraire les réseaux linéiques présents dans les images de télédétection (routes, rivières, canaux ...), nous proposons un modèle dans le cadre de la nouvelle classe de contours actifs que nous avons définie au chapitre 2 : les contours actifs d'ordre supérieur. L'extraction n'est pas celle du réseau 1-D mais celle de la région, *i.e.* l'ensemble des pixels constituant la route, définie ainsi de manière précise. Le modèle doit bien sûr prendre en compte les deux aspects fondamentaux de l'entité à détecter : la géométrie et la radiométrie, correspondant aux termes de connaissance a priori et de vraisemblance. L'énergie que nous définissons contient donc deux parties :

$$E(\gamma) = E_g(\gamma) + \lambda E_i(\gamma) , \quad (4.1)$$

où λ pondère les contributions du terme image E_i par rapport au terme géométrique E_g . Le terme géométrique est celui défini dans l'équation (2.12) et décrit dans le sous-chapitre 2.4. Il contient deux termes linéaires qui sont la longueur et l'aire intérieure du contour, ainsi qu'un terme quadratique favorisant les structures aux bras parallèles, de largeur à peu près constante et connectés entre eux. L'énergie image est quant à elle composée de deux termes :

$$E_i(\gamma) = \int \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla I \, dp - \iint \vec{\mathbf{t}} \cdot \vec{\mathbf{t}}' (\nabla I \cdot \nabla I') \Psi(R(p, p')) \, dp \, dp' , \quad (4.2)$$

où les variables primées et non primées désignent respectivement les quantités évaluées au point p (ou $\gamma(p)$) et au point p' (ou $\gamma(p')$). $I : \Omega \rightarrow [0, 255]$ représente l'image considérée, ∇ désigne le gradient, et $R(p, p')$ la distance euclidienne entre les deux points $\gamma(p)$ et $\gamma(p')$. La fonction Ψ est la même que celle utilisée pour la définition de l'énergie géométrique (cf. équation (2.13)), à savoir une fonction échelon lisse.

Le premier terme de l'énergie image est un terme linéaire qui favorise les situations où le vecteur normal extérieur est opposé au gradient de l'image, ou en d'autres termes, où la route est plus claire que son environnement. Si la route apparaît de manière plus sombre que son environnement dans les images considérées, il suffit alors de changer le signe de ce terme. Le premier terme favorise également de larges amplitudes de gradient au niveau du contour. Il a notamment été décrit et utilisé par Kimmel et Bruckstein (2003) et Jermyn et Ishikawa (2001) pour de la détection de contours.

Le second terme est un exemple de terme quadratique prenant en compte les propriétés de l'image : il décrit une relation entre la géométrie du contour et les données de l'image qui ne peut pas être incorporée dans une fonctionnelle linéaire. Ce terme a deux effets, illustrés sur la figure 4.2. Premièrement, il favorise les configurations où les paires de points, dont les vecteurs tangents sont parallèles et qui ne sont pas trop distants l'un de l'autre, reposent sur des points dont le gradient de l'image est dans la même direction et dont l'amplitude est grande (*i.e.* des points sur le même bord de la route). Deuxièmement, le terme favorise les configurations où les paires de points ayant des vecteurs tangents anti-parallèles reposent

sur des points de l'image ayant un gradient dans des directions opposées et dont l'amplitude est large (*i.e.* des points sur les bords opposés de la route). Ce deuxième aspect est très important puisqu'il permet au modèle de saisir le comportement joint des deux bords de la route. Le fait de pouvoir associer des paires de points dans l'énergie permet ainsi de définir un modèle non local bien plus robuste que les modèles définis à l'aide de fonctionnelles linéaires.

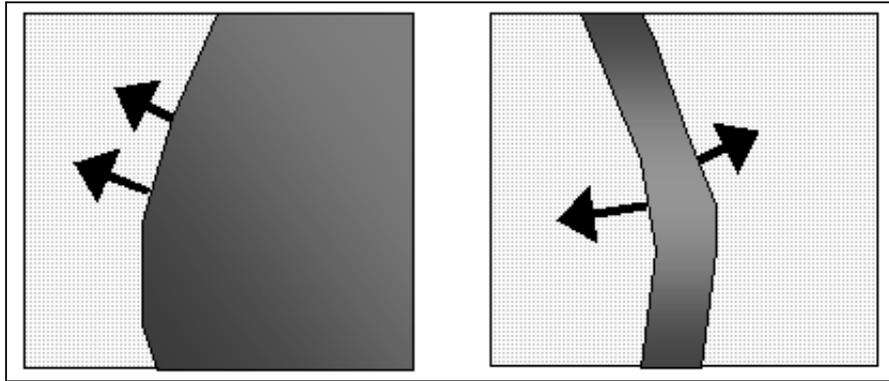


FIG. 4.2 – Les deux configurations favorisées par le terme « image » quadratique.

L'énergie totale de l'équation (4.1) est alors minimisée avec une descente de gradient effectuée grâce à la méthodologie des courbes de niveaux comme décrit au chapitre 3. Le calcul de la dérivation du terme quadratique image est donné en annexe B. L'équation d'évolution s'écrit de la manière suivante au point $\gamma(p)$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = & -\kappa - \alpha - \lambda \nabla^2 I + 2\lambda \int_{\gamma} (\nabla I' \cdot \nabla \nabla I \cdot \hat{\mathbf{n}}') \Psi(R(s, s')) ds' \\ & + 2 \int_{\gamma} (\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') (\beta + \lambda \nabla I \cdot \nabla I') \Psi_x(R(s, s')) ds' , \end{aligned} \quad (4.3)$$

où s est l'abscisse curviligne, κ est la courbure au point $\gamma(s)$, $\hat{\mathbf{R}} = (\gamma(s) - \gamma(s')) / |\gamma(s) - \gamma(s')|$ est le vecteur unitaire pointant du point $\gamma(s')$ au point $\gamma(s)$, et Ψ_x désigne la dérivée de la fonction de pondération Ψ . On remarque que, dans cette équation, il y a des termes locaux issus des fonctionnelles linéaires ainsi que des termes non locaux avec une intégrale sur le contour issus des fonctionnelles quadratiques.

Le modèle défini ci-dessus possède un certain nombre de paramètres. Dans les expériences que nous allons présenter, ces paramètres ont été ajustés de manière empirique à l'exception des paramètres d et ϵ de la fonction de pondération, qui ont une signification physique précise et peuvent être ajustés en fonction de la résolution de l'image et de l'examen des routes qu'elle contient.

L'initialisation est un autre point important pour les méthodes de descente de gradient. Les résultats peuvent dépendre fortement de l'initialisation choisie, et en réalité un grand nombre de méthodes utilisées pour la détection de routes dans les images nécessitent une

initialisation très proche de la solution finale. Pour tous les résultats que nous allons présenter, le contour initial choisi pour la descente de gradient est un rectangle arrondi défini dans le domaine de l'image Ω . L'initialisation est toujours très éloignée du contour final et ceci est possible en raison de la grande spécificité du modèle qui élimine de nombreux contours candidats, évitant ainsi une grande partie des minima locaux. Toutes les expériences ont été réalisées jusqu'à convergence.

4.2.2 Résultats

Nous avons testé le modèle ci-dessus sur des images satellitaires réelles. Deux images satellitaires sont montrées sur la première ligne de la figure 4.3. Ces images présentent plusieurs difficultés. Certaines régions de l'image possèdent des bords avec des gradients dont l'amplitude est élevée, mais elles correspondent à des champs et non des routes ; les champs présentent également une géométrie similaire à celle des routes avec des formes aux bords parallèles. Dans la première image, on observe une discontinuité sur la route.

Plusieurs étapes de l'évolution sont montrées sur les lignes deux à quatre de la figure 4.3 et la dernière ligne montre le résultat final. Les parties noires correspondent à l'intérieur du contour (et donc le réseau détecté) et les parties blanches à l'extérieur. Nous pouvons remarquer que, sur ces deux premières images, les routes sont parfaitement extraites de manière précise en tant qu'éléments surfaciques.

La figure 4.4 montre un autre résultat sur un morceau plus grand et plus complexe de la même image satellitaire. Le résultat est imparfait mais reste très encourageant. En effet, le réseau présente des lignes plus ou moins sinueuses ; de plus, certaines parties du réseau ne sont pas très contrastées par rapport à leur environnement. L'extraction permet de mettre en évidence les parties les plus rectilignes qui correspondent à des routes, comme les parties plus tortueuses, ainsi que les morceaux où la largeur du réseau varie.

Le terme de vraisemblance de l'énergie, bien qu'il prenne en compte certains aspects de l'apparence des linéiques dans les images, en particulier le fait que les routes soient contrastées par rapport à leur environnement, peut être amélioré. Par exemple, certains bords isolés sont parfois détectés à tort car ils présentent un gradient élevé. En effet, le terme image linéaire favorise le contour sur des points de fort gradient. Mais, c'est également le cas du terme image quadratique : si plusieurs points de fort gradient sont alignés, le terme $\vec{t} \cdot \vec{t}' (\nabla I \cdot \nabla I')$ est positif, et, comme la fonction de pondération Ψ est positive, la contribution de la fonctionnelle quadratique est négative ($-\iint \vec{t} \cdot \vec{t}' (\nabla I \cdot \nabla I') \Psi(R(p, p')) dp dp'$). Ainsi, l'énergie est diminuée et des contours indésirés de fort gradient sont détectés. Afin d'obtenir une extraction plus robuste, nous proposons donc d'ajouter un autre terme image à notre modèle, plus spécifique à la radiométrie d'un réseau linéique.

4.2.3 Un terme image plus spécifique

Considérons une fonction G définie sur le domaine de l'image Ω qui soit représentative de l'entité à détecter, dans notre cas le réseau linéique. Par exemple, cela pourrait être la probabilité que chaque point (x, y) de Ω appartienne au réseau, obtenue par un détecteur

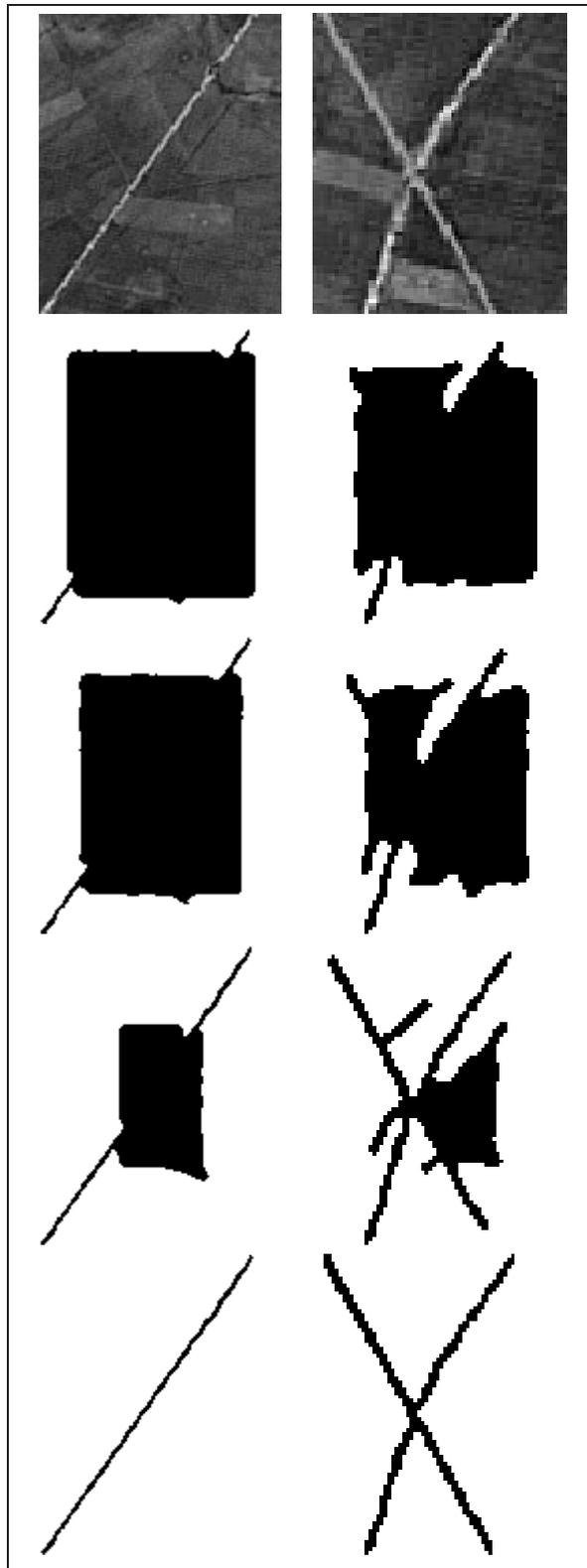


FIG. 4.3 – Évolutions (de haut en bas) sur les deux images satellitaires SPOT de la première ligne (©CNES).

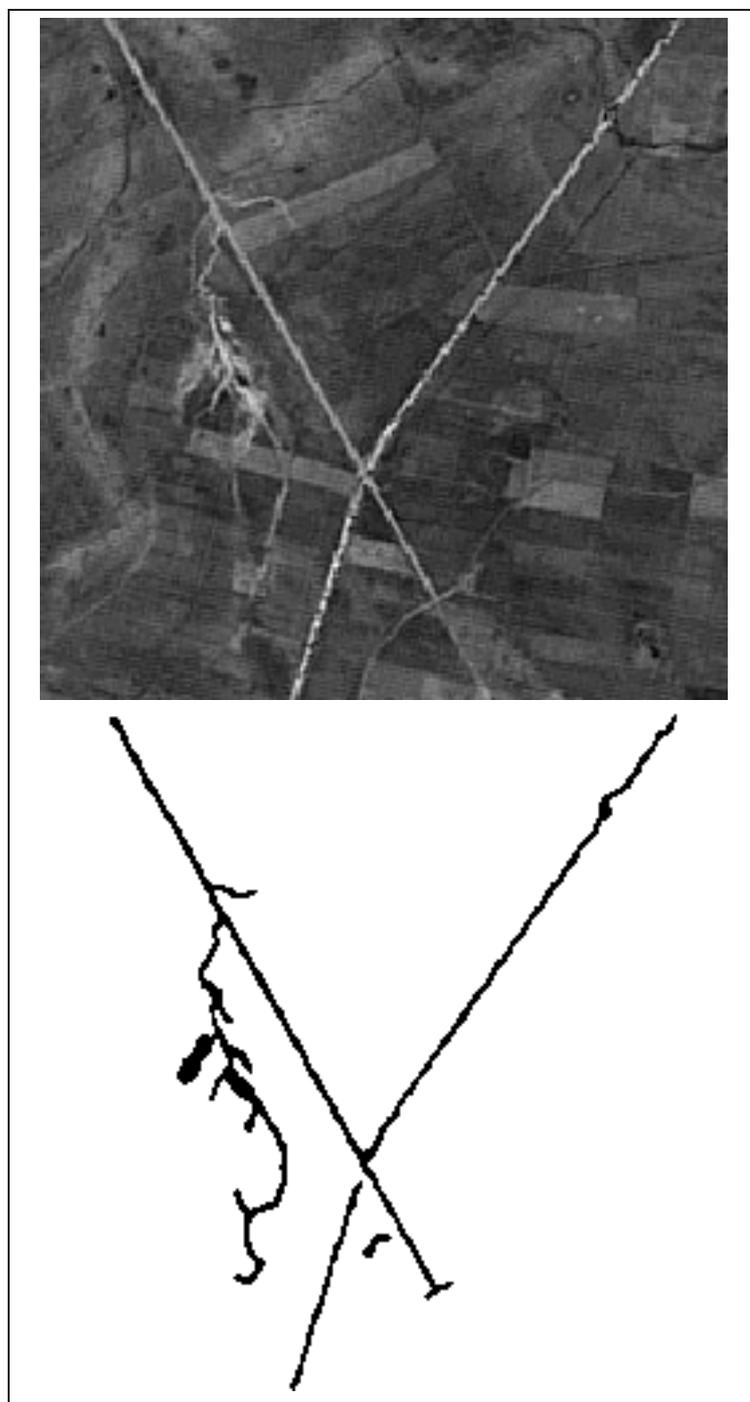


FIG. 4.4 – Résultat sur une partie plus grande de l'image SPOT (©CNES).

local de lignes. Il est alors possible de définir une énergie à partir de cette fonction :

$$E(\gamma) = \int_R G(x, y) dx dy = \int_\gamma \gamma_s(s) \cdot V(\gamma(s)) ds , \quad (4.4)$$

où R est la région intérieure définie par le contour γ et V vérifie $\nabla \times V = G$. En dérivant l'énergie, il vient :

$$\begin{aligned} \delta E &= \int_\gamma V(\gamma(s)) \cdot \delta \gamma_s(s) ds + \int_\gamma \gamma_s(s) \cdot \delta V(\gamma(s)) ds \\ &= - \int_\gamma \frac{d}{ds} [V(\gamma(s))] \cdot \delta \gamma(s) ds + \int_\gamma \gamma_s(s) \cdot (\nabla V \cdot \delta \gamma(s)) ds \\ &= - \int_\gamma (\nabla V \cdot \gamma_s(s)) \cdot \delta \gamma(s) ds + \int_\gamma \gamma_s(s) \cdot (\nabla V \cdot \delta \gamma(s)) ds \\ &= - \int_\gamma V_i^k \gamma_s^i \delta \gamma^k ds + \int_\gamma V_k^i \gamma_s^i \delta \gamma^k ds \\ &= \int_\gamma \nabla \times V(\gamma(s)) \hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \gamma ds , \end{aligned} \quad (4.5)$$

on obtient l'équation d'évolution suivante :

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\nabla \times V(\gamma(s)) = G(\gamma(s)) . \quad (4.6)$$

Dans les sous-chapitres suivants, nous décrivons deux façons de construire la fonction G . Nous proposons deux méthodes qui sont en réalité des détecteurs de lignes locaux. La première méthode utilise un filtrage orienté, tandis que la seconde s'appuie sur des tests d'hypothèses.

Filtrage orienté

Considérons la fonction suivante :

$$\mathcal{F}_\theta = R_\theta (\nabla^2 N_{\sigma_x \sigma_y}) , \quad (4.7)$$

où $N_{\sigma_x \sigma_y}$ est une fonction gaussienne 2D elliptique, avec σ_x et σ_y , les écarts-types selon x et y , ∇^2 désigne le laplacien, et R_θ une rotation d'angle θ . Cette fonction est illustrée sur la figure 4.5. On peut alors définir la fonction G comme :

$$G(x) = Q \left(\min_{\theta \in \Theta} (\mathcal{F}_\theta * I(x)) \right) , \quad (4.8)$$

où $*$ désigne l'opération de convolution. Les rotations possibles sont choisies dans l'ensemble discret $\Theta = \{0, \frac{\pi}{8}, \dots, \frac{7\pi}{8}\}$. La fonction Q convertit les valeurs pour avoir des réponses dans l'intervalle $[-1, 1]$:

$$Q(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < s_1 , \\ 1 - 2 \frac{x-s_1}{s_2-s_1} & \text{si } s_1 \leq x \leq s_2 , \\ -1 & \text{si } x > s_2 , \end{cases} \quad (4.9)$$

où s_1 et s_2 ($s_1 < s_2$) sont deux seuils choisis empiriquement.

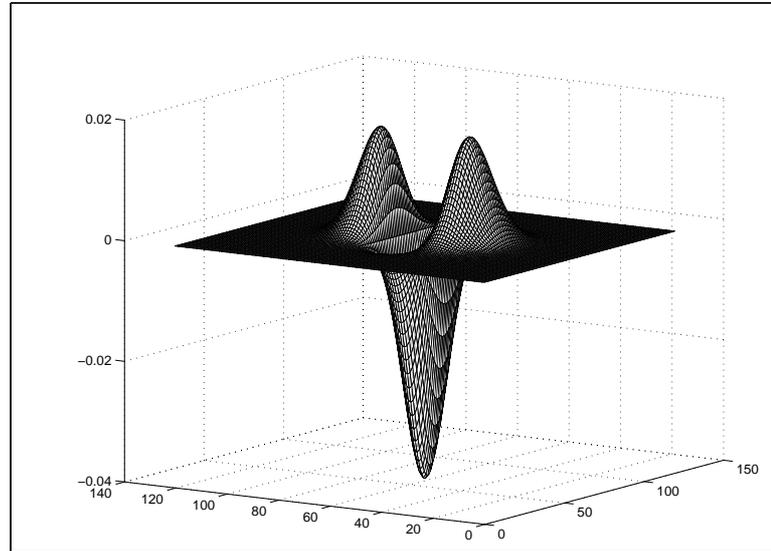


FIG. 4.5 – Laplacien de gaussienne orienté.

Tests d'hypothèses

Lacoste et al. (2005) utilisent des tests de Student pour la détection de linéiques et nous adaptons ici cette approche dans notre contexte. Nous supposons que les routes sont homogènes et contrastées par rapport à leur environnement. Un test de Student permet de différencier deux populations x et y . Un tel test effectué sur des populations de pixels (niveaux de gris) à l'intérieur d'une route potentielle permet donc de vérifier le critère d'homogénéité. Un test de Student sur des populations de pixels à l'intérieur et à l'extérieur de la route potentielle permet de vérifier le critère de contraste. Afin de mettre en oeuvre ces tests d'hypothèses, nous utilisons le masque représenté sur la figure 4.6.

Le test de Student est un quotient dont le numérateur est la différence entre les moyennes des deux échantillons de population, et le dénominateur est une mesure de la variabilité des échantillons :

$$\text{t-test}(x, y) = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x}{n_x} + \frac{\sigma_y}{n_y}}} , \quad (4.10)$$

où $\bar{\cdot}$, σ , et n représentent respectivement la moyenne des échantillons, l'écart-type et le nombre d'observations. Lorsque la valeur de ce test dépasse un certain seuil, on peut considérer que les échantillons proviennent de deux populations différentes (implicitement gaussiennes, avec des moyennes et des variances différentes). Pour tester la première hypothèse H_1 d'homogénéité d'une ligne, nous prenons la valeur maximum du test entre les différentes bandes b_i de la région intérieure :

$$H_1 = \max_{j,k \in \{1, \dots, n_b\}, j \neq k} [\text{t-test}(b_j, b_k)] , \quad (4.11)$$

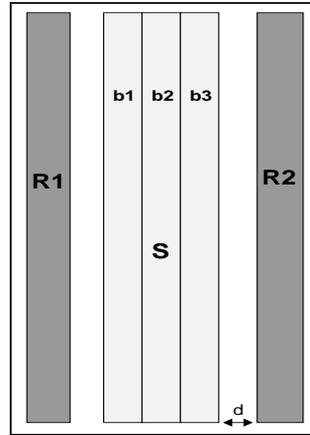


FIG. 4.6 – Masque pour les tests de Student.

où n_b est le nombre de bandes b_i considérées. Pour la seconde hypothèse H_2 de contraste, nous prenons la valeur minimum du test entre toute la région intérieure S et les régions extérieures R_i :

$$H_2 = \min_{l \in \{1,2\}} [\text{t-test}(R_l, S)] . \quad (4.12)$$

Pour une position x et une orientation θ données du masque, nous combinons ces deux résultats sous forme d'un quotient, avec la condition que H_1 soit plus petit que 1 pour éviter de diviser par l'infini et de favoriser des régions excessivement homogènes :

$$T_\theta(x) = Q\left(\frac{H_2}{\min\{1, H_1\}}\right) . \quad (4.13)$$

La fonction G est alors définie comme

$$\begin{aligned} \theta_{\max}(x) &= \arg \max_{\theta \in \Theta} |T_\theta(x)| , \\ G(x) &= T_{\theta_{\max}(x)}(x) . \end{aligned} \quad (4.14)$$

Les deux fonctions G définies ci-dessus agissent comme des détecteurs de lignes simples, mettant en évidence les structures allongées de l'image pour lesquelles la moyenne des intensités de la région intérieure est différente de la moyenne des intensités du voisinage. Ces fonctions constituent de bons indicateurs de la présence d'une route ou non.

4.2.4 Résultats

Nous ajoutons la nouvelle énergie définie dans l'équation (4.4) au modèle (4.1) et testons le modèle sur l'image aérienne haute résolution de la figure 4.7. Cette image présente



FIG. 4.7 – Image aérienne (©IGN).

plusieurs difficultés en raison des forts gradients observés sur le bord des champs, ou des occultations présentes à de nombreux endroits et dues à la présence d'arbres à proximité. Nous obtenons deux résultats d'extraction correspondant aux deux fonctions G définies ci-dessus. Les résultats sont similaires et montrés sur la figure 4.8.

La plus grande partie du réseau est extraite, et les bordures des champs avec leur fort gradient ne sont pas détectées dans le réseau final. Le résultat est d'autant plus remarquable que le contour initial utilisé est un rectangle arrondi sur l'image, très éloigné du contour final. Dans la partie supérieure droite du premier résultat, une route encerclant un bâtiment est extraite comme une région complète. Ceci arrive en raison du fait que des « trous » ne peuvent pas se former au centre d'une région déjà existante avec la méthodologie utilisée. Le problème principal de cette extraction reste cependant la présence des occultations (arbres et leurs ombres près des routes) qui interrompent le réseau. Ce résultat n'est pas surprenant car le modèle proposé ne tient pas compte de la possibilité de telles configurations et reste essentiellement basé sur la présence de gradient le long des routes, hypothèse qui devient fautive lors de la présence d'occultations.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord donné un vaste aperçu des techniques existantes en matière de détection de linéiques dans les images de télédétection et nous avons pu

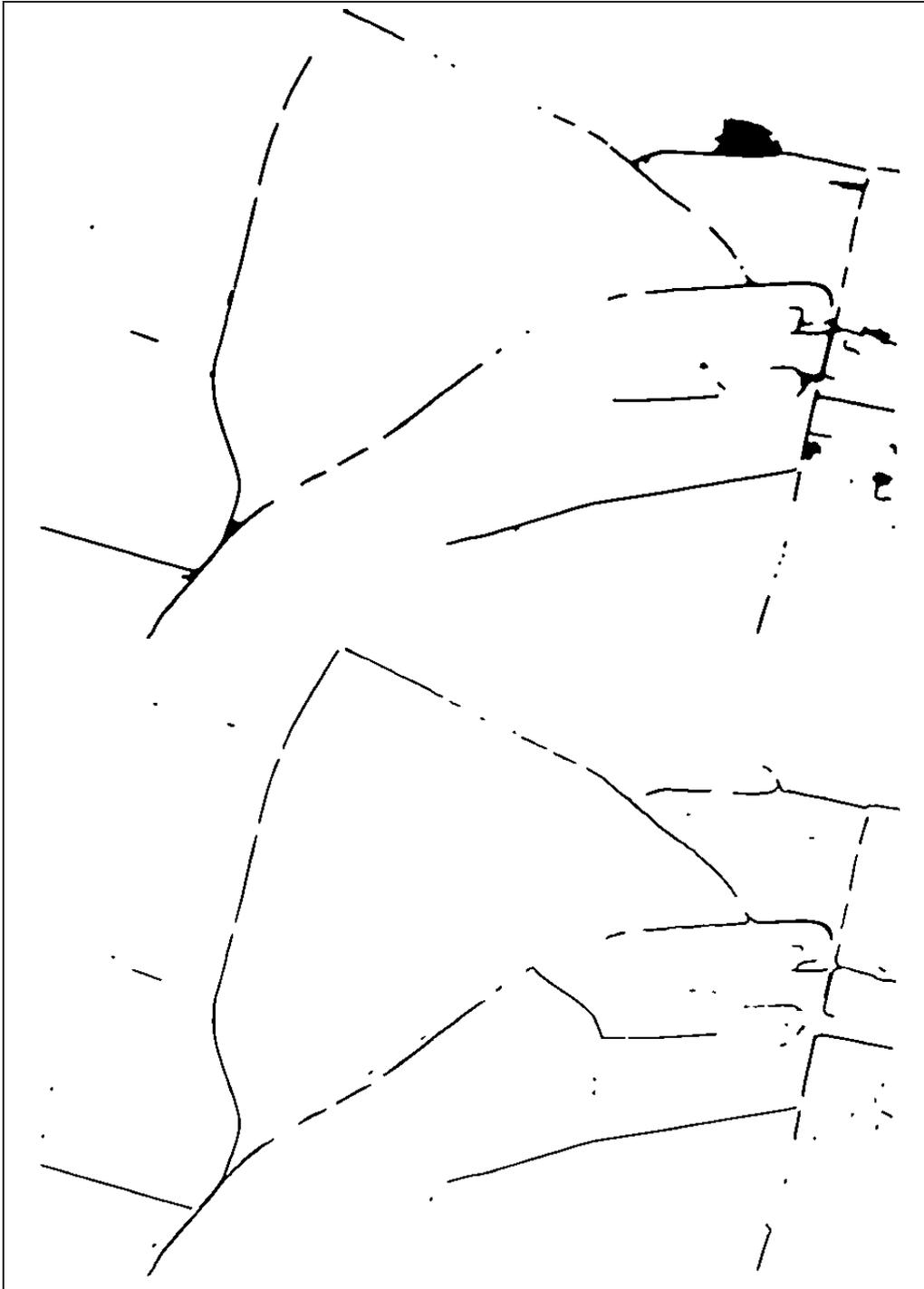


FIG. 4.8 – Résultats d'extraction avec les deux fonctions G (en haut : filtrage orienté, en bas : tests d'hypothèses).

constater que de nombreuses méthodes ont été proposées pour s'attaquer à ce problème difficile. Nous avons, dans un second temps, présenté un modèle complet pour la détection de linéiques dans des images satellitaires et aériennes en utilisant les contours actifs. L'originalité du modèle que nous proposons réside dans l'utilisation de contours actifs quadratiques qui permettent d'introduire une information spécifique sur la forme et la géométrie de l'entité à détecter. Ces modèles sont beaucoup plus puissants que les modèles classiques et permettent une extraction beaucoup plus robuste, notamment en utilisant une initialisation très générale pour la descente de gradient. Il reste cependant quelques imperfections dans le modèle, et en particulier avec la présence d'occultations qui introduisent des omissions dans le réseau extrait. C'est ce problème que nous traitons dans le chapitre suivant, où nous proposons un modèle capable de faire face à ces situations et de surmonter le problème des occultations.

Chapitre 5

Les contours actifs d'ordre supérieur pour la gestion des occultations

Dans ce chapitre, nous exposons le problème des occultations qui arrive fréquemment dans les images haute résolution de télédétection en raison des arbres ou des bâtiments présents le long des routes. Nous proposons d'utiliser l'outil puissant que sont les contours actifs d'ordre supérieur pour les prendre en compte spécifiquement. Dans un premier temps, nous définissons une force que nous introduisons directement dans l'équation d'évolution. Cette force permet à deux extrémités se faisant face de s'attirer. Dans un second temps, nous définissons un nouveau modèle énergétique pour l'extraction de linéiques en présence d'occultations. L'énergie favorise alors un réseau continu. Des résultats d'extraction sont à nouveau montrés sur des images réelles et comparés aux résultats obtenus avec le modèle complet décrit dans le chapitre 4.

5.1 Introduction

Le modèle présenté dans le chapitre précédent pour l'extraction des linéiques dans les images de télédétection donne de bons résultats en encourageant les structures aux bras de largeur à peu près constante. Cependant, la présence de bruit géométrique, comme les arbres ou leur ombre à proximité de la route, ou sur la route, modifie l'apparence du réseau, et dans ce cas-là, l'extraction échoue : les résultats montrent un réseau interrompu, ce qui n'est guère désirable lors de la réalisation de cartes topographiques. Il y a plusieurs raisons à ces interruptions. D'un point de vue du modèle, une des informations a priori les plus

importantes, la continuité du réseau, n'a pas été prise en compte. Les interruptions du réseau ne sont pas pénalisées en tant que telles. En réalité, le modèle ne fait pas de distinction entre deux extrémités libres et deux extrémités se faisant face et formant une interruption. Le modèle ne tient donc pas compte du fait qu'un réseau ne devrait pas posséder ce type d'interruptions. De plus, d'un point de vue algorithmique, l'utilisation d'une descente de gradient ne permet pas de fermer une interruption, à cause du maximum local de l'énergie entre les deux configurations, même si le réseau fermé a une énergie plus faible.

Dans la littérature, la présence d'occultations lors de l'extraction de réseaux est gérée de diverses manières, la plupart du temps sans traiter le problème explicitement. Les méthodes semi-automatiques requièrent la définition de points de départ et d'arrivée par un opérateur humain, qui sont ensuite connectés entre eux. Puisque la topologie reste fixée et ne peut pas changer, les interruptions du réseau ne peuvent pas exister ; en contrepartie, l'espace exploré des configurations possibles reste très limité. Cette classe de méthodes englobe les méthodes de minimisation du chemin optimal entre deux points (Fischler et al., 1981, Grün et Li, 1995, Merlet et Zerubia, 1996, Barzohar et Cooper, 1996), et les modèles de contours actifs tels les « ziplock snakes » (Neuenschwander et al., 1997) qui nécessitent une initialisation très proche du réseau final et pour lesquels les points de départ et d'arrivée sont fixés. D'autres méthodes comme les processus ponctuels marqués (Lacoste et al., 2005) pénalisent les extrémités isolées. La méthode proposée par Bicego et al. (2003) met en oeuvre un terme d'inertie qui permet à la route d'exister sur une courte distance malgré l'absence de données radiométriques corroborantes.

Certains auteurs se sont intéressés plus spécifiquement à la manière de connecter un ensemble de points, de segments ou de régions entre eux. Ces méthodes interviennent donc après une première étape de détection des contours/régions. Williams et Jacobs (1995) s'intéressent à la complétion de contours et proposent de modéliser la distribution de probabilité a priori des contours connectés par une marche aléatoire sur une grille dont les points représentent les positions et les orientations. Cette marche aléatoire est définie par des équations de mouvement qui décrivent les changements de position et d'orientation ainsi que par une constante de vie qui correspond à l'âge de vie moyen de la particule. Le champ stochastique de complétude représentant la vraisemblance qu'une particule partant d'une source passe par un point donné puis rejoint un point d'arrivée avant de disparaître, s'exprime alors comme le produit du champ des sources et du champ des points d'arrivée. Ces deux champs représentent respectivement la probabilité qu'une particule quittant une source passe par un point donné et la probabilité qu'une source quittant un point donné arrive sur un point d'arrivée. Les points dont nous parlons ici sont définis par leur position et leur orientation. Les résultats montrent que les contours sont complétés de manière satisfaisante grâce à ce champ de complétude. Citons également le travail de Guy et Medioni (1996) qui s'intéressent à la complétion de contours à partir d'un ensemble de segments orientés ou de points. Chaque segment ou point d'entrée génère un « champ d'extension » qui définit une orientation et une vraisemblance pour chaque point. Ces mesures sont ensuite accumulées pour chaque point sous la forme d'une ellipse et une mesure de signifiante est calculée. Les jonctions sont également traitées et les contours sont complétés en reliant les points de forte signifiante. Nous avons également le travail de Cohen et Deschamps (2001) qui proposent

une méthode faisant intervenir des chemins minimaux entre les régions préalablement détectées. À partir des régions trouvées, une distance pondérée par un potentiel P similaire à un modèle de contour actif classique est obtenue par un algorithme de « Fast Marching ». Les points des régions de départ sont initialisés à zéro. Lorsque deux fronts de propagation se rencontrent en un point, ce dernier est considéré comme faisant partie du chemin minimal entre les deux régions, et le chemin est retrouvé en effectuant une rétropropagation vers chaque région mère. Tous les points de rencontre ne sont pas systématiquement choisis et certaines contraintes désignent ceux qui sont réellement utilisés. Le résultat final est un ensemble de régions connectées entre elles.

Contrairement à la plupart des méthodes citées ci-dessus, nous proposons une méthode qui traite spécifiquement le problème de l'interruption du réseau lors de l'extraction, en permettant aux paires d'extrémités proches l'une de l'autre de s'attirer et de se joindre. Nous répondons donc au problème des occultations en modifiant le terme d'a priori du modèle.

Dans une première tentative décrite dans le sous-chapitre 5.3, nous introduisons une force de « continuité » qui permet aux extrémités proches et se faisant face de s'attirer. Cette force est directement introduite dans l'équation d'évolution et permet aux extrémités de se joindre, fermant ainsi un « trou » éventuel existant entre elles. Cependant, ce terme de force ne peut pas être dérivé d'une énergie, et ainsi, ne rentre pas complètement dans le cadre des contours actifs d'ordre supérieur, compliquant l'analyse et ne garantissant pas la convergence vers un minimum de l'énergie. C'est pourquoi nous introduisons dans le sous-chapitre 5.4, une énergie quadratique de « continuité » dans le cadre des contours actifs d'ordre supérieur, pénalisant les extrémités proches et opposées.

Ce nouveau terme énergétique inclut un terme de courbure qui produit une force complexe, fonction de dérivées d'ordre élevé dans l'équation de descente de gradient. Le calcul de ces termes nécessite un traitement numérique particulier afin de garder l'évolution stable. Nous adaptons donc notre méthodologie de courbes de niveau à la spécificité de ces termes de force introduit par la nouvelle énergie de continuité afin d'effectuer la descente de gradient.

Dans un premier temps (sous-chapitre 5.2), nous nous intéressons à la géométrie des configurations qui causent les interruptions du réseau. Ces extrémités sont identifiées par des paires de points de forte courbure, se faisant face, et relativement proches. Nous proposons dans la partie 5.3 une première solution sous la forme d'une force directement définie dans l'équation d'évolution, puis nous définissons dans le même esprit une énergie de continuité dans la partie 5.4. La conséquence est la suivante : les extrémités du réseau qui sont proches l'une de l'autre, s'attirent et se rejoignent, remplissant ainsi les interruptions. Dans la partie 5.4.2, nous décrivons la méthodologie mise au point pour effectuer une descente de gradient de manière stable. Des résultats sont montrés dans les deux cas sur des images aériennes réelles pour illustrer les bénéfices de ces nouveaux termes.

5.2 Identification des interruptions

Sur les images satellitaires ou aériennes haute résolution, il arrive souvent que des arbres, des bâtiments, ou leurs ombres obscurcissent le réseau. Plusieurs exemples sont montrés sur la figure 5.1 où des arbres modifient l'apparence de routes sur des images aériennes. Au niveau des occultations, les propriétés radiométriques de la route sont complètement changées et les hypothèses dont on se sert pour construire les modèles n'ont plus lieu d'être. En effet, les bords de la route ne sont plus contrastés par rapport à leur environnement et l'hypothèse d'homogénéité de l'intérieur de la route n'est plus valide.

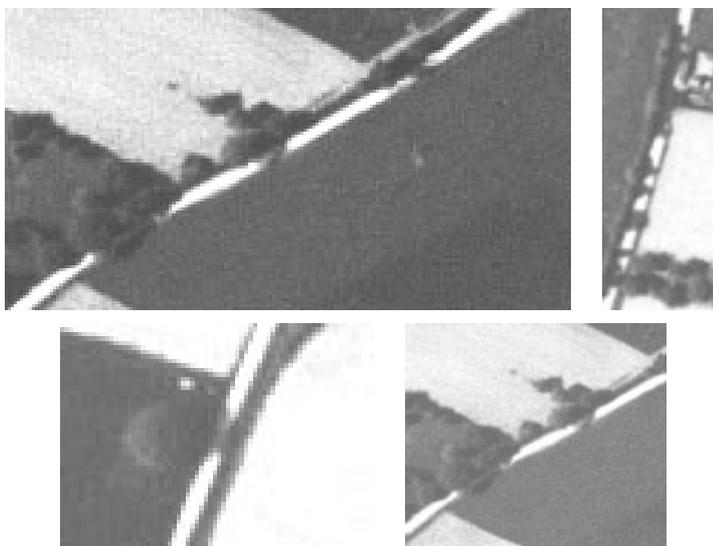


FIG. 5.1 – Images aériennes (©IGN) montrant des occultations.

Lorsque l'on tente d'extraire le réseau sur ce type d'images, le premier modèle présenté dans le chapitre 4 échoue et n'est pas capable de trouver le réseau dans son intégralité. Ceci pour deux raisons. Premièrement, les termes énergétiques qui dépendent de l'image utilisent principalement des informations comme le gradient de l'image et le contraste. Ces termes basés sur des hypothèses idéales qui ne sont plus valides en présence d'occultations, ne permettent pas de combler les ou les interruption(s) qui apparaissent sur l'image et le contour s'arrête sur les extrémités visibles de la route : l'énergie est minimum lorsque le contour déliné les points de fort gradient du réseau interrompu. Deuxièmement, une fois séparés, les points des extrémités, qui ont des vecteurs tangents anti-parallèles, se repoussent en raison du terme énergétique quadratique d'a priori. Il est donc impossible d'extraire le réseau de manière connectée non seulement à cause des termes image mais aussi à cause du terme géométrique d'a priori. Ceci est illustré sur les deux images de la figure 5.2 où la luminance de la route change brutalement. A cause des occultations, le réseau extrait avec le modèle du chapitre 4 montre des interruptions.

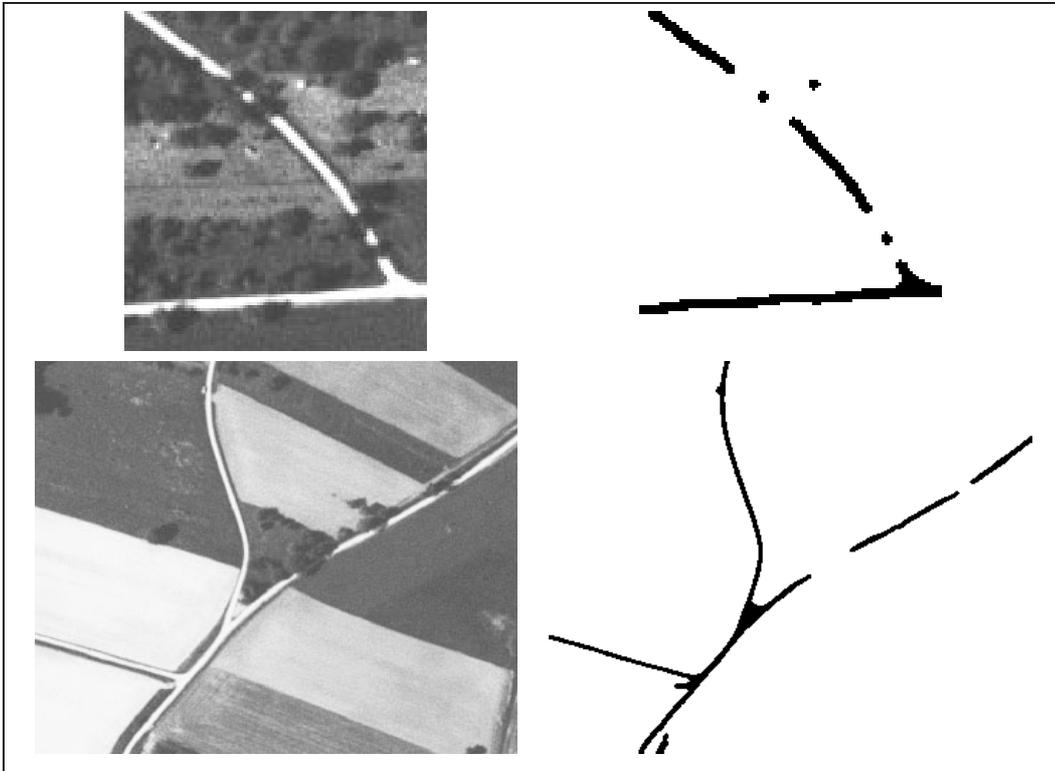


FIG. 5.2 – Images aériennes (©IGN) et résultats d'extraction en présence d'occultations avec le modèle développé dans le chapitre 4.

Les occultations sont donc un problème réel qui doit être spécifiquement pris en compte. Au vu de ces observations, nous essayons d'identifier les situations où la propriété de continuité du réseau est violée. Nous identifions un échec de continuité à la présence d'« extrémités proches et se faisant face », et, pour chaque paire de points $(\gamma(s), \gamma(s'))$ du contour, nous identifions s'ils appartiennent à des « extrémités », « proches », et « se faisant face ». Nous construisons donc trois fonctions identifiantes qui prennent des valeurs importantes lorsque ces conditions sont réunies.

La première fonction identifie les extrémités comme des points de courbure forte et positive, nous la définissons comme :

$$S_e(s) = H(\kappa(s) - \epsilon) , \quad (5.1)$$

où $\kappa(s)$ désigne la courbure signée au point $\gamma(s)$, ϵ un seuil fixé, et H une fonction de Heaviside régularisée. La fonction S_e est donc non nulle lorsque l'amplitude de la courbure au point s est supérieure au seuil ϵ . Cette condition est illustrée sur la figure 5.3. Nous supposons que le reste des points du réseau, qui ne sont pas des extrémités et sont assimilés aux

parties droites de la route, ont une courbure faible, positive ou négative.

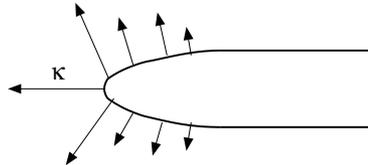


FIG. 5.3 – Identification des « extrémités ».

La deuxième condition nécessaire est que les extrémités doivent être proches l'une de l'autre. Seules les extrémités plus proches qu'une certaine distance doivent être connectées. Nous définissons donc la deuxième fonction d'identification comme :

$$S_n(s, s') = \Psi_A(|R|) \quad , \quad (5.2)$$

où $|R|$ représente la distance euclidienne entre les deux points $\gamma(s)$ et $\gamma(s')$. La figure 5.4 illustre le rayon d'interaction de la fonction. En pratique, nous prenons une distance d'interaction d'environ 35 pixels. Si l'interruption est plus large, nous considérons qu'il n'est pas approprié de la refermer. Cela empêche de créer des connections qui n'ont pas lieu d'être entre certaines extrémités. Sur la figure 5.4, la fonction de pondération Ψ (cf. équation (2.13)) du modèle présenté dans le chapitre 3 est dessinée en ligne pointillée. Nous pouvons remarquer que le rayon d'interaction de la fonction de proximité est beaucoup plus grand que celui du modèle (2.12) qui est d'environ 3 pixels en pratique.

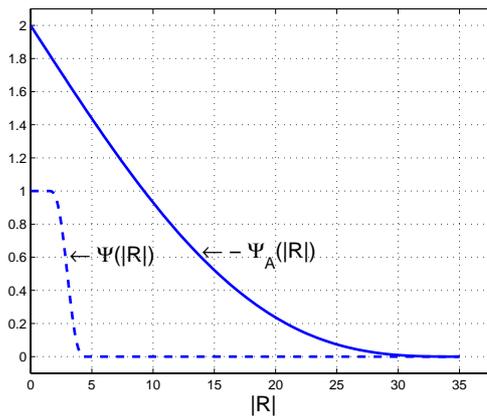


FIG. 5.4 – Identification de la proximité.

Enfin, les extrémités doivent se faire face, ce qui signifie en particulier que les deux points ne doivent pas appartenir à la même portion du contour. Nous définissons alors la

troisième fonction :

$$S_o(p, p') = H(\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}(s)) , \quad (5.3)$$

où $\hat{\mathbf{R}}$ est le vecteur unitaire pointant de $\gamma(s)$ à $\gamma(s')$. Cette fonction est non nulle lorsque le point $\gamma(s')$ est à peu près situé le long de la direction normale extérieure du point $\gamma(s)$. Les extrémités doivent être, en effet, grossièrement alignées.

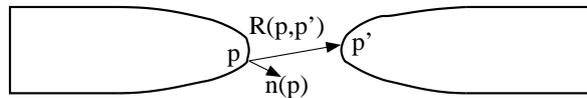


FIG. 5.5 – Identification de l'exteriorité.

Pour la fonction H intervenant dans la définition des fonctions d'identification (équations (5.1) et (5.3)), nous choisissons l'expression suivante :

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < d - \alpha , \\ 1 & \text{si } x > d + \alpha , \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x-d}{\alpha} + \frac{1}{\pi} \sin \left(\pi \frac{x-d}{\alpha} \right) \right) & \text{sinon} . \end{cases} \quad (5.4)$$

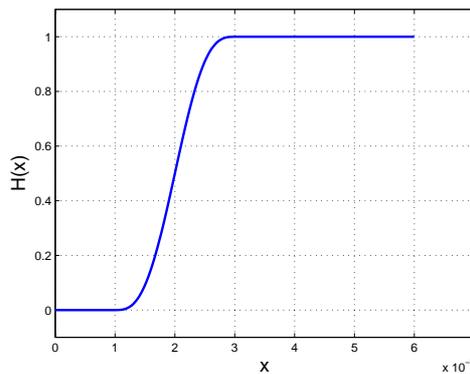


FIG. 5.6 – La fonction H.

Idéalement, pour avoir une bonne identification, la fonction H devrait se rapprocher d'une fonction échelon unité (nulle pour x négatif, 1 pour x positif), ce qui signifie que les paramètres d et α devraient être choisis de manière très faible (*e.g.* $\alpha = d = 0.0001$). Cependant, si l'on considère les dérivées de la fonction H jusqu'à l'ordre trois, nous remarquons qu'une petite valeur de α signifie des dérivées de très forte amplitude. Ceci est illustré sur la figure 5.7 où pour $\alpha = 0.8$, l'amplitude de $H^{(3)}(x)$ est déjà environ dix

fois plus élevée que l'amplitude de $H(x)$. Or, nous verrons plus tard que pour l'énergie de continuité proposée, l'équation de descente de gradient fait intervenir des dérivées jusqu'à l'ordre trois. En raison de considérations numériques, nous avons donc choisi de prendre pour α des valeurs supérieures ou égales à 1, afin de garder le même ordre de grandeur pour la fonction H et ses dérivées.

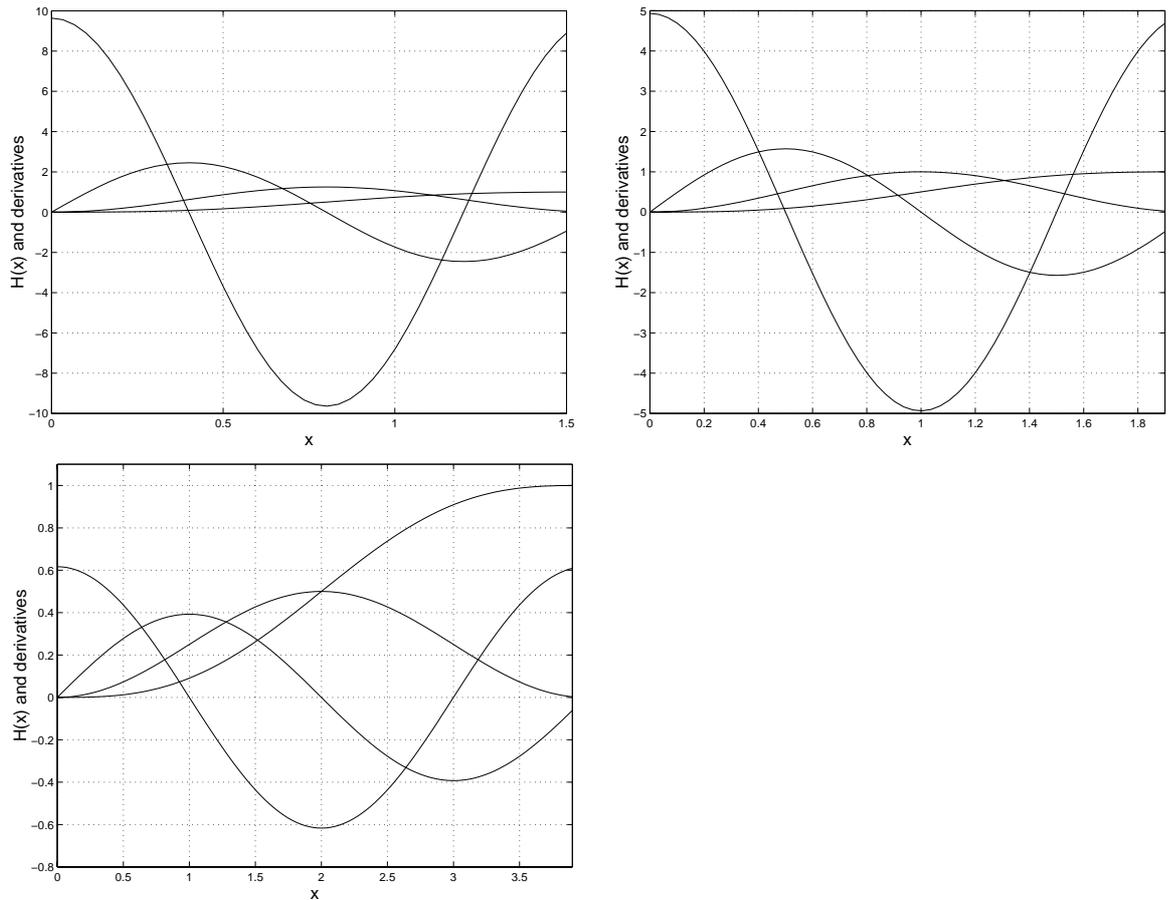


FIG. 5.7 – La fonction H et ses dérivées jusqu'à l'ordre 3. De gauche à droite, et de haut en bas : $d = \alpha = 0.8$, $d = \alpha = 1$, $d = \alpha = 2$.

5.3 Première solution : la force d'attraction

5.3.1 Modèle proposé

Pour éviter les interruptions lors de l'extraction du réseau, nous proposons dans un premier temps d'introduire une force d'attraction directement dans l'équation d'évolution. Nous utilisons les fonctions d'identification définies dans la partie précédente pour définir

la force au point $\gamma(p)$:

$$F_{\text{attraction}}(s) = -\beta \int_{\gamma} (\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') \Psi_2(R(s, s')) S_e(s) S_e(s') (S_o(s, s') + S_o(s', s)) ds' . \quad (5.5)$$

Lorsque la force d'attraction est non nulle, *i.e.* des extrémités proches et se faisant face ont été détectées, la force de répulsion causée par l'énergie géométrique quadratique de l'équation (2.12) doit être annulée et remplacée par une force attractive. Nous choisissons donc la fonction de pondération suivante :

$$\Psi_2 = \Psi_A - \Psi' , \quad (5.6)$$

avec

$$\Psi_A(x) = \begin{cases} 2 \left(\frac{x}{r_a} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{r_a}\right) - 1 \right) & \text{si } x < r_a , \\ 0 & \text{sinon} . \end{cases} \quad (5.7)$$

Le paramètre r_a détermine le rayon d'interaction de la force d'attraction. La fonction Ψ_A est illustrée sur la figure 5.8 avec $r_a = 35$. En pratique, le paramètre r_a est choisi dans cette gamme de valeurs (de l'ordre de 30 à 40 pixels).

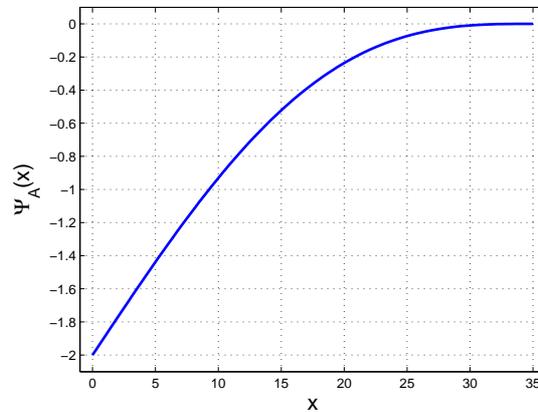


FIG. 5.8 – La fonction Ψ_A pour $r_a = 35$.

5.3.2 Résultats

Tout d'abord, nous testons le modèle de manière purement géométrique. Nous prenons un contour initial formé de deux barres verticales se faisant face, censé imiter deux extrémités proches et se faisant face. Nous comparons deux évolutions géométriques : la première réalisée avec l'équation d'évolution (2.15) du premier modèle géométrique proposé, et la

seconde réalisée avec la même équation d'évolution à laquelle a été ajoutée la force d'attraction $F_{\text{attraction}}$ définie ci-dessus.

Les expériences sont montrées sur la figure 5.9. Sur la première ligne, l'expérience réalisée sans la force d'attraction montre nettement la répulsion des deux extrémités et l'extension des barres en deux sous-réseaux distincts. Sur la deuxième ligne, la force d'attraction permet aux deux barres de s'attirer et de fusionner : un seul réseau connecté se développe. Il est intéressant de noter que ce type de force est seulement possible dans le contexte de contours actifs d'ordre supérieur, où deux points (voire plus) peuvent interagir l'un avec l'autre. Cette notion d'interaction ne peut pas être défini dans le cadre de fonctionnelles linéaires classiques.

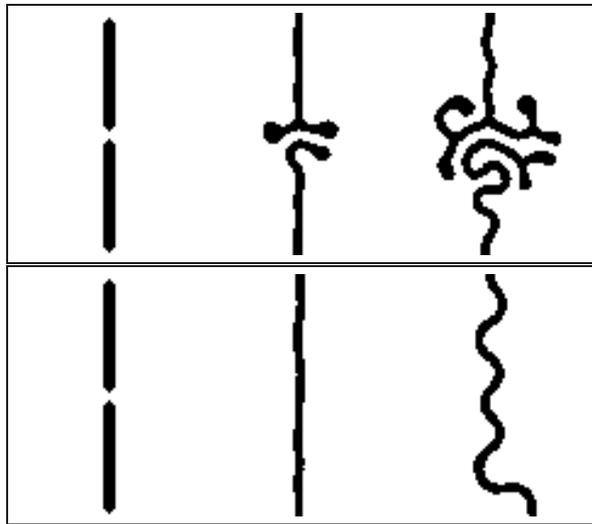


FIG. 5.9 – Deux expériences purement géométriques, une sans la force d'attraction (en haut) et une avec (en bas). Le temps s'écoule de gauche à droite.

Nous avons également testé la force d'attraction sur les images réelles de la figure 5.2. De même que pour les résultats de cette figure, nous avons initialisé le contour à l'aide d'un rectangle arrondi couvrant toute l'image de départ, sans se soucier de la configuration réelle du réseau. L'initialisation est donc très générique et le modèle ne nécessite pas une initialisation très proche du résultat final. Les résultats avec la force d'attraction sont montrés sur la figure 5.10. Sur la première image, la route est parfaitement extraite : les interruptions de la figure 5.2 sont comblées. Pour la deuxième image, l'extraction est plus difficile en raison des occultations qui obscurcissent une bonne partie de la route, mais aussi à cause des jonctions. De plus, les champs possèdent des propriétés géométriques et radiométriques similaires à celles des routes : ils ont des bords parallèles et marqués par de forts gradients. Néanmoins, le réseau est entièrement retrouvé, sans aucune interruption.

La force d'attraction non locale introduite dans l'équation d'évolution du modèle (4.1)

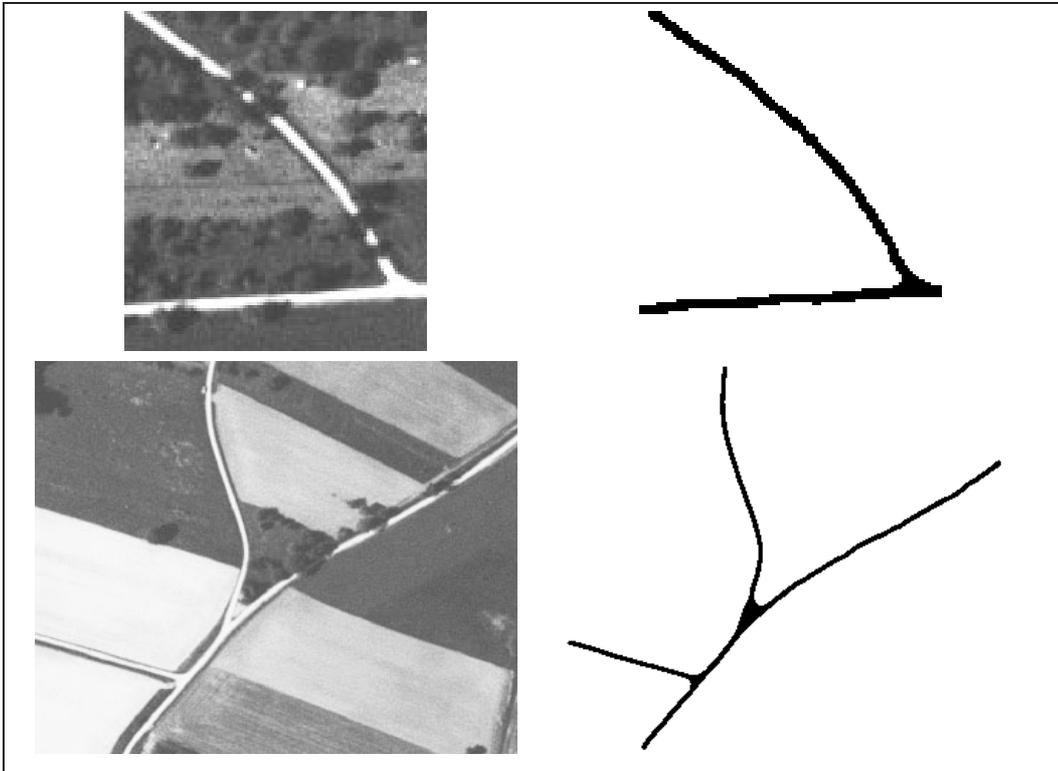


FIG. 5.10 – Résultats d'extraction avec la force d'attraction.

est donc concluante et permet l'extraction d'un réseau connecté même en présence d'occultations. Bien que cette force entre dans le contexte des contours actifs d'ordre supérieur en raison de sa non-localité, elle n'est pas la dérivée d'une fonctionnelle énergétique et le contour n'est pas assuré de converger vers un minimum. C'est pourquoi nous proposons dans la partie suivante une énergie quadratique, pénalisant les extrémités proches et extérieures, et bien définie dans le cadre des contours actifs d'ordre supérieur afin de résoudre le même problème.

5.4 Définition d'une énergie de continuité

5.4.1 Modèle proposé

L'énergie de continuité que nous proposons pour gérer les occultations est également construite à l'aide des fonctions d'identification définies dans la partie 5.2. Cette énergie s'écrit sous la forme de deux énergies :

$$E_{\text{continuité}}(\gamma) = E_{\text{annulation}}(\gamma) + E_{\text{pénalité}}(\gamma) . \quad (5.8)$$

Le premier terme, $E_{\text{annulation}}$, permet d'annuler la répulsion causée par le terme géométrique quadratique de l'équation (2.12). Nous rappelons qu'à cause de ce terme, des paires de points aux vecteurs tangents anti-parallèles se repoussent.

$$E_{\text{annulation}} = \frac{\beta}{2} \int \int (\vec{\mathbf{t}} \cdot \vec{\mathbf{t}}') \Psi(R(p, p')) S_e(p) S_e(p') S_o(p, p') S_o(p', p) dp dp' . \quad (5.9)$$

Le second terme, $E_{\text{pénalité}}$, pénalise les extrémités proches et se faisant face :

$$E_{\text{pénalité}} = -\frac{\beta_2}{2} \int \int (\vec{\mathbf{t}} \cdot \vec{\mathbf{t}}') \Psi_A(R(p, p')) S_e(p) S_e(p') S_o(p, p') S_o(p', p) dp dp' . \quad (5.10)$$

Notons que le terme énergétique de l'équation (5.9) est exactement l'opposé du terme quadratique défini dans l'équation (2.15), à l'exception des fonctions identificatrices S_i qui identifient la configuration non désirée. Le second terme, défini dans l'équation (5.10), prend une forme similaire, mais diffère pour la fonction de pondération utilisée qui est Ψ_A , plutôt que Ψ . Cette fonction (illustrée sur la figure 5.8) définit l'interaction. Elle est croissante et minimum pour $R(p, p') = 0$ de façon à assurer que la nouvelle énergie augmente avec la taille de l'interruption jusqu'à un certain point après lequel, elle reste constante.

La dérivation de l'énergie $E_{\text{continuité}}$ est donnée dans l'équation (5.11) (les termes tangentiels sont omis). Cette dérivation est délicate et donne de nombreux termes non locaux dans l'équation d'évolution. Ces termes non locaux peuvent présenter des dérivées d'ordre élevé : dérivées de la fonction H jusqu'à l'ordre trois et dérivées de la courbure jusqu'à l'ordre deux. Ces termes, sources d'instabilités, doivent faire l'objet d'une attention particulière pendant l'évolution du contour, et c'est ce que nous décrivons dans la partie suivante.

$$\begin{aligned}
\frac{\delta E_{\text{continuité}}}{\delta \gamma(s)} = & - \int \Psi'_C(R) S_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}' \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& - \int \Psi_C(R) S'_o(s, s') \frac{d\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{ds} S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \mathbf{t}' ds' \\
& - \int \Psi_C(R) S_o(s, s') S'_o(s', s) \frac{d\hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}'}{ds} S_e(s) S_e(s') \mathbf{t}' ds' \\
& - 2 \int \Psi_C(R) S_o(s, s') S_o(s', s) S'_e(s) \frac{d\kappa}{ds} S_e(s') \mathbf{t}' ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S'_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \frac{\hat{\mathbf{n}}}{R} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S'_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \frac{\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{R} \hat{\mathbf{R}} ds' \\
& - \int \mathbf{t}_{ss} \cdot \mathbf{t}' S'_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{t} S'_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S''_o(s, s') \frac{d\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{ds} S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S'_o(s, s') S'_o(s', s) \frac{d\hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}'}{ds} S_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S'_o(s, s') S_o(s', s) S'_e(s) \frac{d\kappa}{ds} S_e(s') \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S'_o(s, s') S_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \frac{\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{t}}{R} \hat{\mathbf{R}}_{\times} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') S'_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \frac{\hat{\mathbf{n}}'}{R} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') S'_o(s', s) S_e(s) S_e(s') \frac{\hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}'}{R} \hat{\mathbf{R}}' ds' \\
& + \int \mathbf{t}_{sss} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') S_o(s', s) S'_e(s) S_e(s) \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& - \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \left(\Psi''_C(R) \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{t} + \Psi'_C(R) \frac{d\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{t}}{ds} \right) S_o(s, s') S_o(s', s) S'_e(s) S_e(s) \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) \left(S''_o(s, s') \frac{d\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{ds} + S'_o(s, s') \frac{d^2\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{ds^2} \right) S_o(s', s) S'_e(s) S_e(s) \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') \left(S''_o(s', s) \frac{d\hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}'}{ds} + S'_o(s, s') \frac{d^2\hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}'}{ds^2} \right) S'_e(s) S_e(s') \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') S_o(s', s) \left(S_e^{(3)}(s) \frac{d\kappa}{ds} + S'_e(s) \frac{d^2\kappa}{ds^2} \right) S_e(s') \hat{\mathbf{n}} ds' \\
& + \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}' \Psi_C(R) S_o(s, s') S_o(s', s) S'_e(s) S_e(s') \kappa_{\times} ds' . \tag{5.11}
\end{aligned}$$

avec $\Psi_C = \Psi - \Psi_A$, $\hat{\mathbf{R}}' = -\hat{\mathbf{R}}$, $\hat{\mathbf{R}}_x = (-y' + y, x' - x)/R$, $\kappa_x = (-\kappa_s)_y, (\kappa_s)_x$, $\kappa_s = ((\kappa_s)_x, (\kappa_s)_y) = d(\kappa \hat{\mathbf{n}})/ds$. Les variables primées représentent les quantités évaluées au point $\gamma(s') = (x', y')$, sauf pour les fonctions, où le prime désigne la dérivée.

5.4.2 Évolution du contour

Les énergies quadratiques du modèle donnent des contributions non locales dans l'équation d'évolution et la présence d'intégrales sur le contour imposent des étapes spécifiques lors de l'évolution du contour. Nous nous plaçons dans le cadre de la méthodologie des courbes de niveau et décrivons les différentes étapes de l'évolution que nous utilisons pour résoudre le problème de minimisation dans le chapitre 3. Cependant, la nouvelle énergie de continuité apporte ses propres complications. La dérivée fonctionnelle de $E_{\text{continuité}}$ contient de nombreux termes, tous non locaux. Certains comportent les dérivées premières et secondes de la courbure du contour, ce qui se traduit par des dérivées d'ordre trois et quatre en termes de la fonction de courbe de niveau. Nous adoptons donc des mesures spécifiques pour améliorer les difficultés numériques que ces termes peuvent causer.

Filtrage gaussien

Avant de calculer les quantités géométriques comme la courbure et ses dérivées qui font partie de la dérivée fonctionnelle de $E_{\text{continuité}}$ et sont donc présentes dans l'équation d'évolution, nous appliquons un filtrage gaussien à la fonction de courbes de niveau ϕ . Nous définissons un noyau gaussien avec $\sigma_x = \sigma_y = 1$. Ce filtrage permet de faire le calcul des quantités géométriques à partir d'une fonction lissée, plus homogène. Notons ici que les quantités sont transformées par rapport aux quantités calculées directement sur la fonction ϕ , mais comme elles servent à l'identification des extrémités, cela n'a pas d'importance, au contraire. Par exemple, la courbure est lissée et les extrémités sont mieux reconnues. Considérons le contour de la figure 5.11. A partir de ce contour, les courbures sont calculées avant, puis après que la fonction de courbes de niveau ait été lissée (figure 5.12). La courbure calculée directement sur la fonction brute souffrent de nombreuses irrégularités. Au contraire, la courbure calculée après le filtrage gaussien de la fonction de courbes de niveau est beaucoup plus lisse et révèle deux pics bien nets correspondant aux deux extrémités de la figure 5.11. Parce qu'ici le but est d'identifier les extrémités qui devraient être connectées, le filtrage de la fonction de courbes de niveau apparaît comme une bonne solution avant d'effectuer le calcul de la courbure et de ses dérivées pour les forces de l'équation de descente de gradient dérivées de $E_{\text{continuité}}$.



FIG. 5.11 – Contour présentant une interruption.

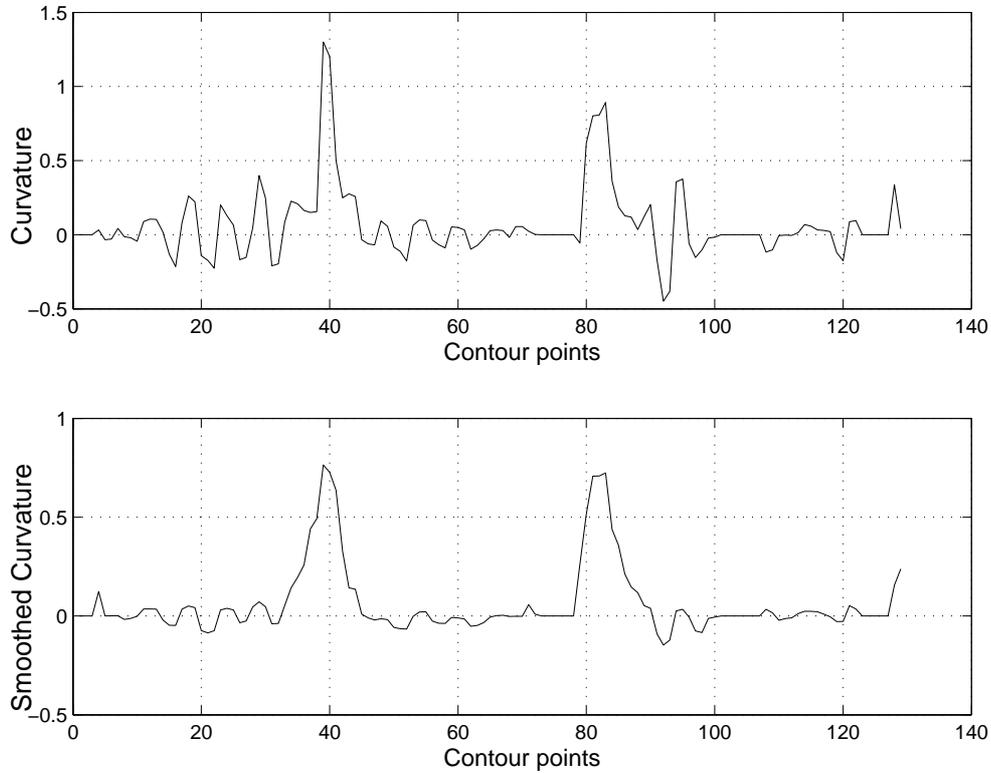


FIG. 5.12 – Courbures calculées avant (en haut) et après (en bas) lissage.

Dérivées d'ordre quatre

De plus, nous calculons toutes les dérivées avec des différences finies d'ordre quatre afin de bénéficier d'une bonne précision pour le calcul des quantités géométriques sensibles. La dérivée d -ième d'ordre p de la fonction de courbes de niveau ϕ est obtenue par :

$$\phi^{(d)}(x) = \frac{d!}{h^d} \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} c_i \phi(x + ih) , \quad (5.12)$$

où h est l'espacement entre deux points de la grille. Les coefficients c_i sont déterminés avec la condition suivante :

$$\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} i^n c_i = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq d + p - 1 \text{ et } n \neq d \\ 1, & n = d \end{cases} , \quad (5.13)$$

et, i_{\min} et i_{\max} sont choisis selon le type de dérivée que l'on souhaite. Une approximation avant est obtenue avec $i_{\min} = 0$ et $i_{\max} = d + p - 1$, une approximation arrière avec $i_{\min} = -(d + p - 1)$ et $i_{\max} = 0$, et une approximation centrée avec $i_{\max} = -i_{\min} = (d + p - 1)/2$. Cette approximation donne un degré raisonnable de lissage pour le calcul des dérivées.

Des points équidistants

Afin de calculer les termes non locaux de la force, nous approchons les intégrales par une somme numérique sur tous les points extraits du contour. Dans notre cas, où nous travaillons avec un contour fermé, nous pouvons augmenter la précision de l'approximation et obtenir une précision d'ordre quatre si nous effectuons la sommation sur des points équidistants (cf. sous-chapitre 3.1.3).

Afin de calculer la force non locale pour chaque point $\gamma(p)$ du contour extrait, nous commençons donc d'abord par redistribuer les points du contour autour de $\gamma(p)$ de manière équidistante comme expliqué dans le sous-chapitre 3.1.3 ; nous calculons, ensuite, les quantités géométriques nécessaires pour le calcul de la force en ces points ; et finalement, nous effectuons l'intégration numérique pondérée par la distance choisie entre chaque point.

5.4.3 Résultats

Dans un premier temps, nous effectuons des expériences purement géométriques afin de mieux comprendre le comportement de la nouvelle énergie de continuité. L'énergie que nous voulons minimiser est la somme de l'énergie géométrique de l'équation (2.12) $E_g(\gamma)$ et de l'énergie de continuité $E_{\text{continuité}}(\gamma)$. Plusieurs étapes de l'évolution sont montrées sur la figure 5.13, le contour initial représentant deux barres verticales se faisant face. En l'absence d'énergie de continuité, les deux extrémités se repoussent et le réseau se développe en deux parties bien distinctes. Cet effet est très indésirable lors de l'extraction d'un réseau, puisqu'il est plus probable que les deux barres soient connectées. L'addition du nouveau terme énergétique permet l'extension des deux barres l'une vers l'autre et leur jonction, induisant le développement d'un seul réseau. L'énergie de continuité permet donc de fermer l'interruption non désirée. Nous remarquons qu'après la fermeture de l'interruption, le réseau continue de se développer en s'allongeant ; ceci est dû au choix des paramètres : β est fort, et chaque portion rajoutée au réseau diminue l'énergie.

Considérons, maintenant, l'extraction de routes sur des images aériennes réelles. Nous commençons d'abord avec une image simple figurant une route obscurcie par la présence d'un arbre et de son ombre (figure 5.14 en haut à gauche). Un résultat d'extraction avec le modèle $E(\gamma)$ de l'équation (4.1) (en haut de la figure 5.14) présente naturellement une interruption en raison des données non corroborantes et l'absence de connaissance a priori sur la continuité dans le modèle. Nous ajoutons maintenant l'énergie $E_{\text{continuité}}(\gamma)$ au modèle et réalisons deux évolutions. La première utilise le résultat non connecté comme contour initial et l'évolution montre que les deux extrémités s'attirent et se rejoignent, fermant ainsi l'interruption (ligne du milieu de la figure 5.14). La seconde évolution utilise une initialisation générique sous la forme d'un rectangle arrondi recouvrant l'image ; l'algorithme converge vers la même solution : la route extraite est fermée comme prévu (en bas de la figure 5.14).

Afin de mieux comprendre le comportement de l'énergie, nous considérons le contour initial de l'expérience illustrée au milieu de la figure 5.14 constitué de deux extrémités non

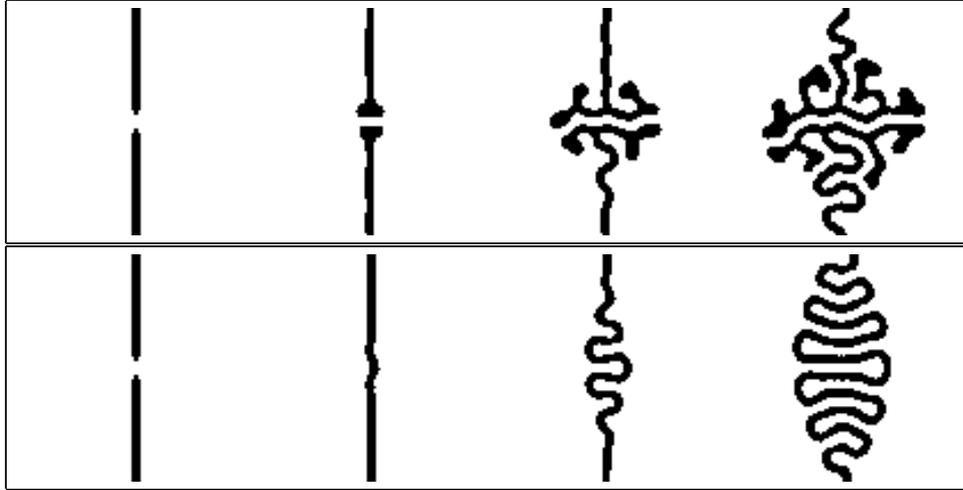


FIG. 5.13 – Deux évolutions purement géométriques : une sans (en haut) et une avec (en bas) la nouvelle énergie de continuité.

connectées. Si nous regardons les fonctions d'identification et la force dérivée de l'énergie de continuité pour ce contour-là, nous avons le comportement illustré sur la figure 5.15. En bas de la figure, pour chaque point $\gamma(p)$ du contour extrait, la somme des fonctions d'identification est tracée :

$$S(p) = \sum_{p'} S_e(p)S_e(p')S_o(p, p')S_o(p', p) . \quad (5.14)$$

Les extrémités sont parfaitement identifiées par les fonctions d'identification : $S(p)$ est nul partout, sauf pour les points des extrémités se faisant face. En haut de la figure, le tracé de la force dérivée du nouveau terme énergétique est comme prévu : pour les points des extrémités, nous avons une force positive selon la direction normale extérieure au contour, ce qui signifie que les points bougent en direction les uns des autres, forçant les extrémités à se rejoindre. Notons que les extrémités reconnues sont bien celles se faisant face et non les extrémités situées sur les bords de l'image, qui ne sont pas pertinentes.

Un autre résultat d'extraction avec l'énergie proposée est montré sur la figure 5.16. Malgré la présence des arbres qui modifient l'apparence du réseau, la route est parfaitement reconstruite. Le contour initial pour la descente de gradient est à nouveau pris comme un rectangle arrondi recouvrant l'image, ce qui représente une initialisation générique très éloignée du contour final. Le modèle prouve sa robustesse en évitant les minima locaux comme les forts gradients sur le bord des champs.

Enfin, des résultats d'extraction à partir des images aériennes de la figure 5.2 sont montrés sur la figure 5.17. Contrairement aux résultats obtenus avec le modèle complet du chapitre 4, les réseaux extraits sont connectés. L'énergie de continuité que nous avons introduite

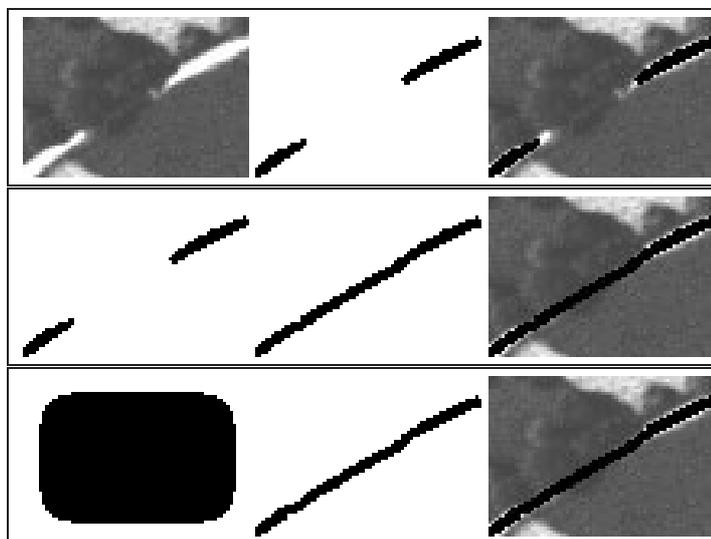


FIG. 5.14 – En haut et de gauche à droite : image aérienne, résultat d'extraction avec le premier modèle, et superposition du résultat sur l'image ; au milieu : contour initial, contour final avec la nouvelle énergie de continuité, et superposition du résultat final sur l'image ; en bas : initialisation générique, résultat d'extraction avec le nouveau modèle, et superposition du résultat sur l'image.

permet de surmonter les interruptions causées par les occultations. Les extrémités proches et se faisant face sont pénalisées de manière spécifique et une configuration connectée est préférée. Nous noterons que pour ces résultats, nous avons pris la même initialisation générique que pour les résultats de la figure 5.2, c'est-à-dire un rectangle arrondi recouvrant l'image.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une solution spécifique au problème des occultations, problème fréquemment rencontré sur les images de télédétection haute résolution. Le premier modèle proposé ne prenait pas en compte les occultations et les résultats montraient un réseau interrompu, ce qui est indésirable lors de la construction de cartes topographiques. La nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur, que nous avons introduite au chapitre 2, permet d'incorporer dans le modèle une connaissance a priori sur la continuité des réseaux. La force, puis l'énergie de continuité que nous définissons dans ce chapitre sont un nouvel exemple de la puissance des contours actifs quadratiques. Les termes rajoutés au modèle original permettent de surmonter les occultations de dimension raisonnable et d'extraire le réseau dans son intégralité.

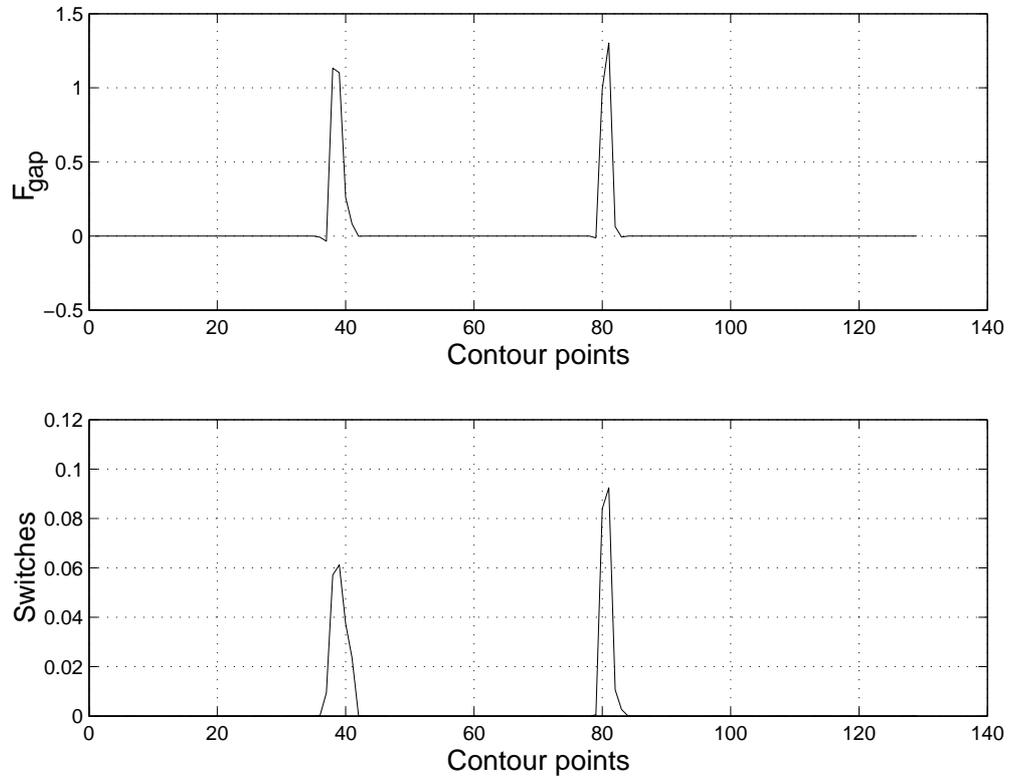


FIG. 5.15 – En haut : force dérivée de l'énergie de continuité calculée sur le contour initial ; en bas : identification des extrémités.

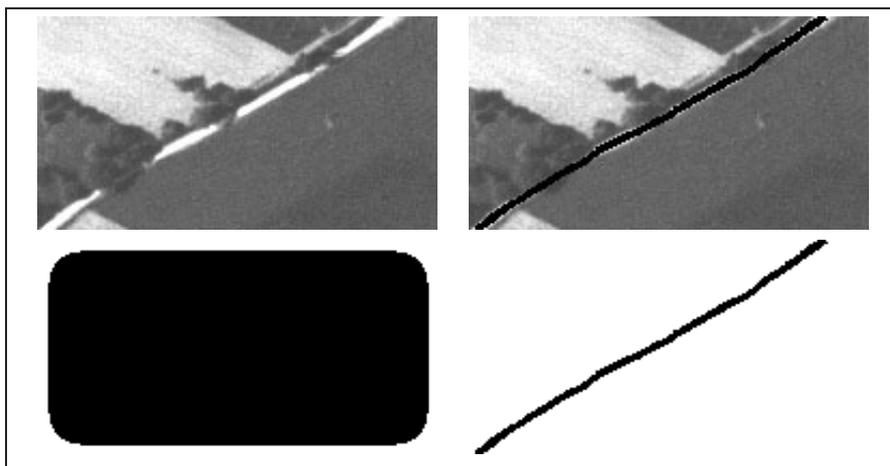


FIG. 5.16 – En haut : image aérienne présentant des occultations et résultat d'extraction. En bas à gauche : contour initial ; en bas à droite : contour final.

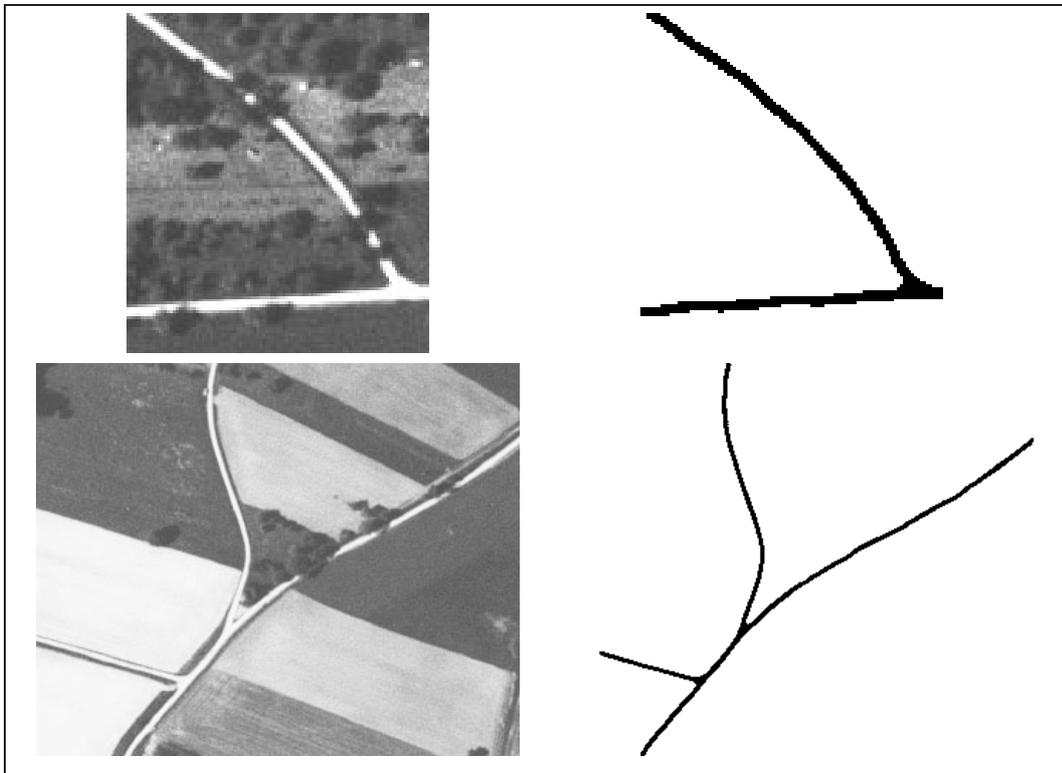


FIG. 5.17 – Images aériennes et résultats d'extraction avec l'énergie de continuité.

Chapitre 6

Modèle de champ de phase

Dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser un nouveau cadre pour la modélisation des régions, dans le but de résoudre certains problèmes des contours actifs (initialisation, changements de topologie). Nous utilisons les modèles de champ de phase pour construire des modèles similaires aux contours actifs standards, ainsi qu'aux contours actifs d'ordre supérieur. L'utilisation de cette méthodologie offre de nombreux avantages, notamment pour la simplicité d'implantation et la possibilité d'utiliser une initialisation neutre. Un modèle de champ de phase est proposé pour l'extraction de linéiques et des résultats d'extraction sont montrés une fois de plus sur des images réelles.

6.1 Introduction

Les contours actifs souffrent de plusieurs problèmes, notamment concernant l'initialisation et les changements de topologie. En effet, pour trouver un minimum de l'énergie, il est nécessaire de définir une courbe initiale, dont le résultat final dépendra. D'ailleurs, dans beaucoup de cas, cette courbe initiale doit être choisie proche de la solution finale pour obtenir une bonne détection. De plus, les changements de topologie ne sont pas aisés. Bien que ces derniers soient en partie résolus par l'utilisation des courbes de niveau, il n'est toujours pas possible de former des contours à l'intérieur d'une région déjà existante, ou bien de former des contours dans n'importe quelle partie de l'image. En effet, la forme de la fonction de courbes de niveau et la réinitialisation fréquemment effectuée l'en empêchent. Une exception, cependant, est à noter dans le travail de Chan et Vese (2001) qui utilisent des fonctions régularisées ayant un support infini pour les fonctions Heaviside H et Dirac δ entrant dans la définition de l'énergie. Ces fonctions permettent alors d'agir sur toutes les courbes de niveau, et non plus celles proches du niveau zéro, donnant ainsi la possibilité de

détecter des contours intérieurs ou de créer des régions n'importe où dans l'image. Cependant, dans le cas où le contour ne peut pas changer de topologie, l'espace des régions qui peuvent être explorées à partir d'une initialisation donnée reste très limité, et la dépendance du résultat au contour de départ en est augmentée.

De plus, l'utilisation des contours actifs quadratiques entraîne des forces non locales dans l'équation d'évolution, dont l'évaluation requière l'extraction du contour des régions et l'intégration sur le contour, suivies de l'extension de la force sur tout le domaine de l'image, comme décrit dans le chapitre 3. Ces étapes sont complexes et coûteuses en temps de calcul.

Le but de ce chapitre est de montrer que toutes ces difficultés peuvent être surmontées grâce à un autre type de représentation des régions et de cadre de modélisation, connu sous le nom de « modélisation par champ de phase ». Nous utilisons donc les modèles de champs de phase pour construire des modèles similaires aux contours actifs standards et aux contours actifs quadratiques, et surmontant les difficultés énoncées ci-dessus.

6.1.1 Les champs de phase

Les champs de phase proviennent du domaine de la physique où ils ont été principalement utilisés pour modéliser les régions et les interfaces. Dans un certain sens, ils peuvent être considérés comme des courbes de niveau : le champ de phase ϕ est une fonction définie sur le domaine de l'image Ω . Étant donné un seuil z , cette fonction définit une région R dans l'espace des régions \mathcal{R} , par l'intermédiaire d'une application ζ_z qui associe à ϕ , une région $R : \zeta_z(\phi) \in \mathcal{R} = \{x \in \Omega : \phi(x) \geq z\}$. Cependant, contrairement aux autres méthodes qui utilisent un espace de représentation isomorphe à l'espace des régions (*e.g.* les fonctions de distance signée, les contours ou les fonctions caractéristiques), aucune contrainte n'est placée sur ϕ : l'ensemble des fonctions considérées, Φ , est un espace linéaire. Ainsi, beaucoup de fonctions ϕ correspondent à la même région R .

La littérature physique sur le sujet est très vaste. Ici, nous citons uniquement le travail original de Ginzburg et Landau (1950). Dans le domaine de la vision par ordinateur, des champs de phase complexe ont été utilisés pour deux types d'application. La première est une application de « restauration-inpainting » (Grossauer et Scherzer, 2003) : l'équation de Ginzburg-Landau complexe est résolue sur le domaine de l'image à restaurer avec des conditions de bords dépendant des données. La deuxième application est la détection des objets de co-dimension 2 dans le domaine de l'image (Aubert et al.) : un terme de données est ajouté à l'équation de Ginzburg-Landau, elle-même modifiée par un coefficient de diffusion qui dépend de l'image. Dans (Samson et al., 2000), un modèle de champ de phase avec des minima multiples, correspondant aux différentes classes de l'image, est utilisé pour construire une approximation constante par morceaux d'une image. Des modèles de champs de phase simples se ramènent à des équations de réaction-diffusion lorsqu'une descente de gradient est utilisée pour la minimisation de l'énergie. Des équations de réaction-diffusion ont été utilisées pour effectuer de la synthèse de texture : Witkin et Kass (1991) proposent de modifier une équation de réaction-diffusion pour créer une diffusion anisotrope et variant selon la position, le modèle permet alors la synthèse d'un grand nombre de textures allant

de la génération de zébrures à celle de champignons ; Turk (1991) utilise des systèmes de réaction-diffusion avec 2 ou 5 substances chimiques, et les combine pour obtenir des motifs complexes comme des cercles de différentes tailles, des bandes irrégulières, ... Les équations de réaction-diffusion sont directement résolues sur une grille non uniforme représentant la surface considérée. Dans (Zhu et Mumford, 1997), les équations de réaction-diffusion sont issues d'énergies de Gibbs définies sur des images naturelles et apprises en minimisant un critère d'entropie. Elles sont utilisées dans plusieurs perspectives, notamment pour de la synthèse de texture et de la restauration d'images. Price et al. (1990) dérivent des équations de réaction-diffusion pour améliorer la qualité d'images quasi-périodiques (comme des images d'empreintes digitales ou de texture par exemple).

Les modèles de champ de phase présentent un certain nombre d'avantages, notamment dans le cadre des contours actifs standards, mais ils sont particulièrement avantageux pour les modèles d'ordre supérieur :

- les modèles sont simples à décrire et à analyser en raison de la nature linéaire de l'espace de représentation ;
- la descente de gradient est directement issue de l'énergie, et est seulement fondée sur une équation aux dérivées partielles. Il n'y a pas besoin d'une régularisation *ad hoc* ou d'une réinitialisation ; l'implémentation numérique est simple pour la même raison ;
- aucun contour initial n'est requis pour les évolutions, une initialisation complètement neutre est possible ;
- en plus du changement possible du nombre de composantes connexes d'une région, des « trous » peuvent se former à l'intérieur de régions déjà existantes, et il est possible de créer de nouvelles régions à n'importe quel endroit de l'image ;
- les termes d'ordre supérieur ne requièrent pas de traitement complexe, comme l'extraction du contour ; en fait, les termes géométriques d'a priori sont locaux dans le domaine de Fourier.
- il y a également d'autres avantages potentiels, dont nous parlerons dans les perspectives de cette thèse.

Dans la partie 6.2, nous introduisons le modèle de champ de phase de base et son équivalence approchée avec les énergies classiques des contours actifs. La partie 6.3 présente une fonctionnelle énergétique d'ordre supérieur en fonction du champ de phase et montre sa relation avec les contours actifs d'ordre supérieur présentés dans le chapitre 2, ainsi que sa simplicité algorithmique ; nous illustrons la connaissance a priori incluse dans le modèle avec un exemple particulier. Dans la partie 6.4, nous construisons des termes images en vue de la modélisation des réseaux de linéiques dans les images satellitaires et aériennes, et montrons des exemples d'extraction sur des images réelles.

6.2 Modèle de champ de phase simple

Notons ϕ , une fonction définie sur le domaine de l'image, et définissons l'énergie suivante¹ :

$$E_0(\phi) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{D}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + V(\phi) \right\} d^2x , \quad (6.1)$$

où le potentiel V est une fonction polynômiale de ϕ . Le terme de gradient de l'énergie $\nabla \phi \cdot \nabla \phi$ est équivalent à un terme de tension entre l'intérieur et l'extérieur de la région. L'information sur l'équilibre du système est contenue dans la forme du potentiel V . Nous choisissons :

$$V(\phi) = \lambda \left(\frac{1}{4} \phi^4 - \frac{1}{2} \phi^2 \right) + \alpha \left(\phi - \frac{1}{3} \phi^3 \right) . \quad (6.2)$$

Pour $\lambda \geq |\alpha|$, il y a deux minima pour le potentiel V , chacun correspondant à un équilibre du système. Le potentiel possède deux minima en $+1$ et -1 , et un maximum en α/λ . Pour $\alpha > 0$, le minimum en -1 a l'énergie la plus basse et est donc privilégié. La forme de ce potentiel est montrée sur la figure 6.1.

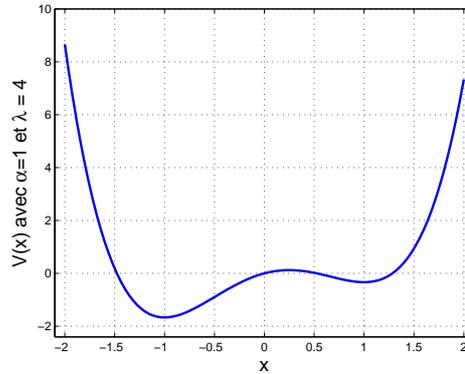


FIG. 6.1 – Le potentiel V .

L'énergie de l'équation (6.1) peut être minimisée avec pour contrainte $\zeta_z(\phi) = R$, qui définit une fonction $\phi_0 : \mathcal{R} \rightarrow \Phi$. Cette fonction est celle pour laquelle l'énergie E_0 est minimum. La forme du potentiel fait que, lorsque l'on se trouve loin de la frontière de la région ∂R , $\phi_R = \phi_0(R)$ prend la valeur $+1$ à l'intérieur de R et -1 à l'extérieur. En l'absence du terme de gradient, la fonction ϕ_R aurait une discontinuité sur ∂R , où elle passerait de -1 à $+1$. Cependant, la présence du terme de gradient l'en empêche, et la compétition entre les deux parties de l'énergie résulte en une transition lisse entre l'intérieur et l'extérieur. À

¹Il est intéressant de noter que lorsque l'équation (6.1) avec $\alpha = 0$ est définie sur une grille avec les différences finies standard, et que la limite $\lambda \rightarrow \infty$ est prise tandis que l'on rééchelonne d'un facteur $\sqrt{\lambda/\pi} e^{-\lambda/4}$, le modèle d'Ising est retrouvé.

un facteur d'échelle et une translation près, la fonction ϕ_R peut donc être vue comme une version lisse de la fonction caractéristique de la région R . La fonction ϕ_0 définit une énergie $E_{\gamma;0} = E_0 \cdot \phi_0$ qui peut être décrite approximativement en termes de la longueur du contour de la région R , $L(R)$, et de son aire intérieure, $A(R)$.

Nous pouvons « dériver » la forme de $E_{\gamma;0}$ heuristiquement en utilisant un modèle simplifié $\tilde{\phi}_R$ pour la fonction ϕ_R . Nous divisons le domaine de l'image Ω en trois parties : une interface relativement étroite R_γ contenant la frontière de la région ∂R ; une région intérieure $R_+ = R \setminus R_\gamma$; et une région extérieure $R_- = \bar{R} \setminus R_\gamma$, avec $\bar{R} = \Omega \setminus R$. La situation est illustrée sur la figure 6.2. Nous supposons que $\phi_R = +1$ sur R_+ , -1 sur R_- , et qu'elle change linéairement de -1 à $+1$ le long de la normale à ∂R . La largeur de l'interface R_γ peut varier selon la position sur ∂R .

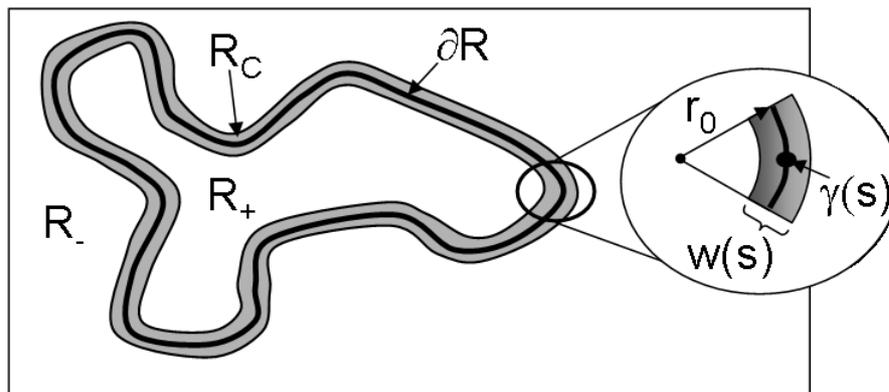


FIG. 6.2 – Modèle simplifié de ϕ_R utilisé pour dériver $E_{\gamma;0}$.

Pour un segment de ∂R assez petit pour que la courbure puisse être supposée constante, et en utilisant les coordonnées polaires construites sur le centre de courbure, nous pouvons écrire pour ϕ dans R_γ :

$$\tilde{\phi}_R(r, \theta) = -\frac{2}{w}(r - r_0) + z, \quad (6.3)$$

où w et r_0 sont illustrés sur la figure 6.2. Notons que $\tilde{\phi}(r_0, \theta) = z$. L'énergie de cette fonction pour une région donnée R peut maintenant être calculée. Il y a trois contributions pour chaque élément $ds = r_0 d\theta$ du contour dans la région R_γ . La première contribution $dE_1(\tilde{\phi}_R)$ est la contribution du terme de gradient, et les deux autres $dE_2(\tilde{\phi}_R)$ et $dE_3(\tilde{\phi}_R)$ sont les

contributions des parties symétrique et antisymétrique du potentiel V :

$$\begin{aligned} dE_1(\tilde{\phi}_R) &= ds \frac{D}{w} \left(2 + \frac{wz}{r_0} \right) , \\ dE_2(\tilde{\phi}_R) &= -ds \frac{7\lambda w}{120} \left(2 + \frac{wz}{r_0} \right) , \\ dE_3(\tilde{\phi}_R) &= ds \frac{2\alpha w^2}{15r_0} . \end{aligned} \quad (6.4)$$

Les contributions énergétiques pour les régions R_+ et R_- sont les suivantes :

$$dE_{R_+} = d^2x \left(\frac{2\alpha}{3} - \frac{\lambda}{4} \right) , \quad (6.5)$$

$$dE_{R_-} = d^2x \left(-\frac{2\alpha}{3} - \frac{\lambda}{4} \right) . \quad (6.6)$$

Le calcul de l'énergie totale donne :

$$\begin{aligned} E_0(\tilde{\phi}_R) &= \int_0^{L(R)} \left\{ \frac{2D}{w} + w \left(\frac{2\lambda}{15} + \frac{2\alpha z}{3} \right) + w^2 \kappa \left(\frac{2\alpha}{15} - \frac{7\lambda z}{120} \right) \right\} ds + 2\pi \alpha D z \\ &\quad + \frac{4\alpha}{3} A(R) - A_0 \left(\frac{\lambda}{4} + \frac{2\alpha}{3} \right) , \end{aligned} \quad (6.7)$$

avec $\kappa = 1/r_0$ la courbure au point considéré et A_0 l'aire du domaine Ω . La contribution de la région R_γ donne donc une intégrale sur le contour, fonction de la largeur w ; et les contributions de R_+ et R_- sont proportionnelles à leurs aires, qui sont les aires de R et \bar{R} moins leur intersection avec R_γ . En minimisant l'énergie E_0 par rapport à la largeur w et en supposant que $w|\kappa| \ll 1$, nous obtenons la largeur optimale w_\star en fonction des paramètres :

$$-\frac{2D}{w_\star^2} + \left(\frac{2\lambda}{15} + \frac{2\alpha z}{3} \right) = 0 , \quad (6.8)$$

avec :

$$w_\star^2 = \frac{15D}{\lambda + 5\alpha z} . \quad (6.9)$$

En substituant w par w_\star , nous obtenons pour l'énergie $E_{\gamma,0}$:

$$E_{\gamma,0}(R) \cong \tilde{E}_{\gamma,0}(R) = \lambda_\gamma L(R) + \alpha_\gamma A(R) , \quad (6.10)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha_\gamma &= \frac{4\alpha}{3} , \\ \lambda_\gamma^2 &= \frac{16}{15} D (\lambda + 5\alpha z) . \end{aligned} \quad (6.11)$$

Nous voyons donc que l'énergie $\tilde{E}_{\gamma,0}$ peut s'écrire comme la somme d'un terme de longueur et d'un terme d'aire. Il y a bien entendu des termes de correction dépendant de la courbure dans $E_{\gamma,0}$, ce qui signifie que E_0 n'imité pas exactement le comportement de $\tilde{E}_{\gamma,0}$. Pour un comportement identique, il faudrait que la largeur de l'interface soit aussi petite que possible, ce qui signifierait une discrétisation très fine et/ou adaptative, c'est-à-dire un temps de calcul très important. Ce dilemme constitue communément une objection pour les méthodes de champ de phase. Cependant, cette objection est justifiée seulement si l'on sait que $\tilde{E}_{\gamma,0}$ est l'énergie réelle. Ceci est effectivement le cas pour certains systèmes physiques réels pour lesquels les méthodes de champ de phase ont été appliquées. En vision par ordinateur cependant, les énergies ne sont pas dérivées de principes fondamentaux, mais sont plutôt définies pour représenter la connaissance a priori sur la géométrie de l'objet à détecter. Si la courbure maximum attendue est κ_{\max} , alors la largeur de l'interface w doit être inférieure à κ_{\max}^{-1} pour que les termes de correction soient négligeables. Donc, si $\kappa_{\max} \gtrsim 1$ en pixels, la largeur w doit être $\lesssim 1$, et il faut fournir un effort particulier de discrétisation. Si ce n'est pas le cas, il n'y a pas de bonne raison pour que l'on utilise $\tilde{E}_{\gamma,0}$ plutôt que $E_{\gamma,0}$, d'autant plus que le terme d'ordre le plus bas dans la différence est de la forme κ^2 , qui a été utilisée en vision par ordinateur. Dans ce qui suit, nous définirons simplement l'énergie du champ de phase comme étant notre modèle de région, définissant ainsi implicitement une énergie sur les régions.

La minimisation de l'énergie de l'équation (6.1) est réalisée grâce à une descente de gradient, et la fonction de champ de phase ϕ évolue selon :

$$\phi_t(x) = -\frac{\delta E_0}{\delta \phi(x)} . \quad (6.12)$$

Ainsi, nous avons l'équation d'évolution suivante pour le champ de phase ϕ :

$$\phi_t = D \nabla^2 \phi - \lambda (\phi^3 - \phi) - \alpha (1 - \phi^2) . \quad (6.13)$$

La figure 6.3 représente la fonction de champ de phase ϕ pour différentes étapes d'évolutions géométriques réalisées avec l'énergie de l'équation (6.1). En haut, ϕ est initialisée à son maximum α/λ plus un bruit gaussien de très faible variance. Sur la figure (en haut à gauche), une image entièrement blanche apparaît, mais ceci est dû au fait que les valeurs sont quasiment constantes et égales au maximum local. L'évolution montre que les différents pixels s'agglomèrent en régions, dont les frontières deviennent de plus en plus lisses, puis disparaissent. En bas, la fonction de champ de phase ϕ est initialisée avec $+1$ à l'intérieur d'un cercle de rayon 25 pixels, et -1 à l'extérieur. Lors de l'évolution, le rayon du cercle diminue, jusqu'à disparaître. Pour les deux évolutions, le contour (correspondant aux points x tels que $\phi(x) = \alpha/\lambda$) est lissé puis disparaît. Qualitativement, on reconnaît bien là des évolutions similaires à celles des contours actifs standards évoluant avec un critère énergétique de longueur et d'aire.

Pourvu que les paramètres soient tels que la largeur de l'interface ne soit pas trop petite comparée à la discrétisation, l'équation (6.13) peut être implantée en utilisant de simples

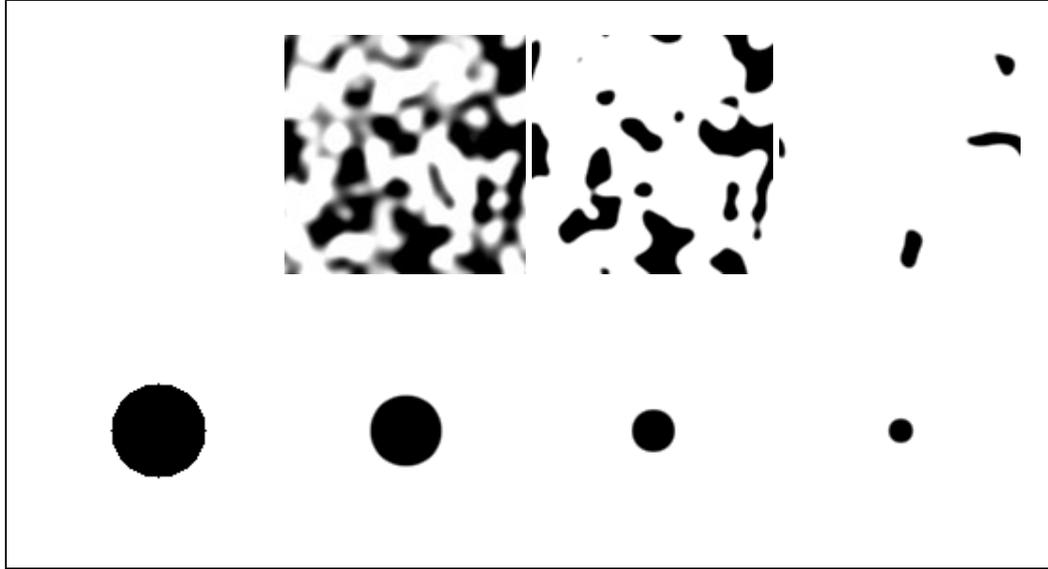


FIG. 6.3 – Évolutions géométriques de la fonction de champ de phase ϕ à partir de deux initialisations différentes : en haut, avec une initialisation au maximum du potentiel α/λ auquel a été rajouté un bruit gaussien de variance très faible ; en bas, avec un cercle. Le temps s'écoule de gauche à droite.

différences finies. Aucune réinitialisation ou régularisation *ad hoc* n'est requise. Pour initialiser la descente de gradient, on peut choisir la fonction $\phi_{\text{init}} \equiv \alpha/\lambda$. Si nous choisissons l'application $\zeta_{\alpha/\lambda}$ pour retrouver la région à partir de la fonction de champ de phase, c'est une initialisation totalement neutre (cf. figure 6.4). Premièrement, ϕ_{init} correspond au maximum du potentiel, et n'est pas biaisée vers l'un des deux minima. Deuxièmement, ϕ_{init} n'est pas biaisée vers l'intérieur ou l'extérieur puisque les deux ensembles $\{x \in \Omega : \phi_{\text{init}} > \alpha/\lambda\}$ et $\{x \in \Omega : \phi_{\text{init}} < \alpha/\lambda\}$ sont vides. Pour les évolutions purement géométriques que nous avons montré sur la figure 6.3, nous avons dû ajouter un bruit gaussien à très faible variance car l'initialisation à $\phi_{\text{init}} \equiv \alpha/\lambda$ représente un extremum de l'énergie et aucune évolution n'était constatée.

Pour ce qui est des changements de topologie, la méthodologie des courbes de niveau permet de gérer automatiquement la scission ou la fusion de deux régions, comme illustré sur la figure 6.5. C'est également le cas des modèles de champs de phase, mais pour obtenir le type de configurations observé à droite de la figure 6.5, il n'est pas forcément nécessaire de passer par une étape de scission ou de fusion : de nouvelles régions peuvent se développer à n'importe quel endroit de l'image et des contours intérieurs peuvent se former à l'intérieur d'une région déjà existante.

Nous avons réalisé deux expériences pour illustrer ce propos (figure 6.6). Nous considérons une image de données représentant un anneau noir (en haut). La première expérience

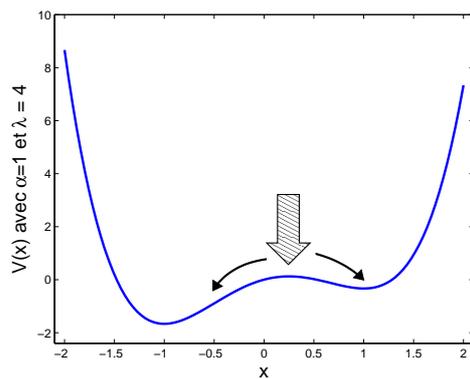


FIG. 6.4 – Initialisation neutre au maximum local.

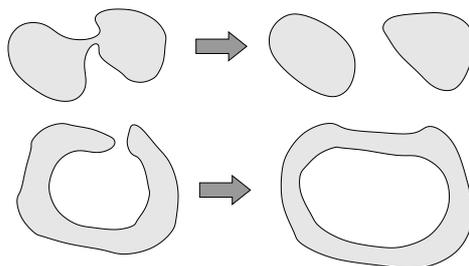


FIG. 6.5 – Changements de topologie.

utilise une initialisation par un cercle (au milieu) tandis que la seconde utilise une initialisation neutre (en bas). Sur la première expérience, on peut voir la création de contours intérieurs avec la création d'une nouvelle région (blanche) à l'intérieur du cercle de départ (noir). Sur la deuxième expérience, on voit deux nouvelles régions (noires) qui se créent, puis se rejoignent pour trouver la forme finale.

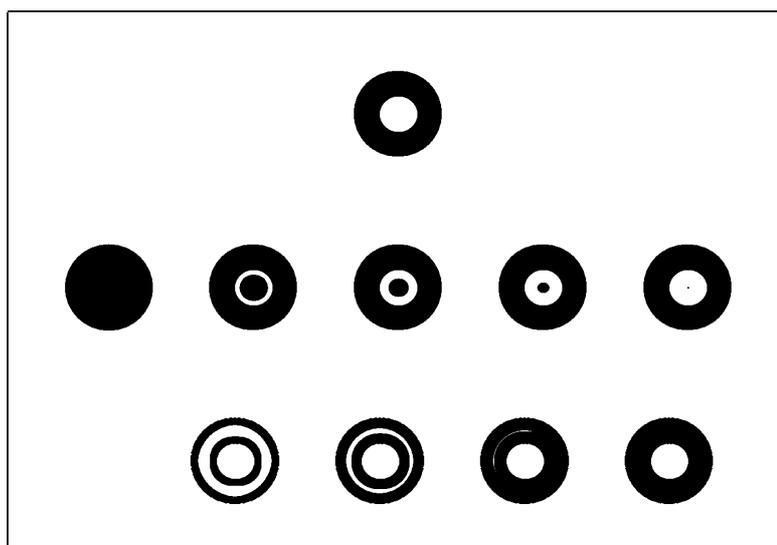


FIG. 6.6 – Évolutions illustrant les changements de topologie. En haut : image de données ; au milieu : évolution avec une initialisation par un cercle ; en bas : évolution avec une initialisation neutre (l'image de départ apparaît entièrement blanche). Le temps s'écoule de gauche à droite.

Nous pouvons donc conclure que les modèles de champ de phase offrent une alternative avantageuse aux contours actifs standards, que ceux-ci soient utilisés avec des courbes paramétrées ou une représentation par courbes de niveau. Tous ces avantages, voire plus, sont également valables pour les modèles de champ de phase correspondant aux contours actifs d'ordre supérieur, que nous détaillons dans la partie suivante.

6.3 Contours actifs d'ordre supérieur et modèles de champ de phase

Nous avons décrit ci-dessus le modèle de champ de phase standard correspondant aux énergies classiques d'a priori des contours actifs. Dans cette partie, nous montrons comment étendre l'énergie E_0 à $E = E_0 + E_{NL}$, de telle sorte que $E_\gamma(R) = E(\phi_0(R))$ soit une énergie d'ordre supérieur. Ainsi, nous pouvons utiliser les modèles de champ de phase pour introduire une connaissance a priori sophistiquée sur les régions. De plus, l'utilisation des modèles de champ de phase simplifie grandement l'analyse et le traitement algorithmique

des termes d'ordre supérieur.

Nous rappelons que la forme générale d'une énergie quadratique peut s'écrire de la manière suivante :

$$E_Q(R) = -\frac{\beta_\gamma}{2} \int_{S^1 \times S^1} \vec{\mathbf{t}}(p) \cdot \mathbf{F}_\gamma(\gamma(p), \gamma(p')) \cdot \vec{\mathbf{t}}(p') dp dp' , \quad (6.14)$$

où $\gamma : S^1 \rightarrow \Omega$ est une paramétrisation de ∂R , et \mathbf{F}_γ est une application de Ω^2 vers des matrices 2×2 .

Nous pouvons alors définir l'énergie de champ de phase :

$$E_{\text{NL}}(\phi) = -\frac{\beta}{2} \int_{\Omega^2} \nabla \phi(x) \cdot \mathbf{F}(x, x') \cdot \nabla \phi(x') d^2 x d^2 x' , \quad (6.15)$$

où \mathbf{F} est le même type d'opérateur que \mathbf{F}_γ . Si nous remplaçons la fonction ϕ par son modèle simplifié de l'équation (6.3), les régions R_+ et R_- ne contribueront pas à l'énergie car le gradient de ϕ est nul dans ces régions, et seule la double intégrale sur R_γ sera non nulle. Nous avons alors :

$$E_{\text{NL}}(\phi) = -\frac{\beta}{2} \int_{R_\gamma^2} \nabla \phi(x) \cdot \mathbf{F}(x, x') \cdot \nabla \phi(x') d^2 x d^2 x' . \quad (6.16)$$

Le gradient de ϕ dans R_γ vaut $\nabla \phi = -(2/w) \mathbf{n}$, avec \mathbf{n} le vecteur extérieur dans la direction normale de ∂R étendu à R_γ . Les intégrales de l'équation (6.16) sont faciles à réaliser si l'on considère que \mathbf{F} est à peu près constant sur des distances de l'ordre de la largeur w . Sur la région R_γ , chaque intégrale sur le rayon a alors la même contribution, et l'intégration sur la largeur donne cette contribution multipliée par la largeur w , qui s'annule avec le w du terme de gradient. Il reste alors deux intégrales sur la frontière ∂R :

$$E_{\text{NL}}(\phi) = -\frac{\beta}{2} \int_{\partial R \times \partial R} \frac{4}{w^2} \mathbf{n}(x) \cdot \mathbf{F}(x, x') \cdot \mathbf{n}(x') w^2 d^2 x d^2 x' , \quad (6.17)$$

et l'on retrouve la forme de l'équation (6.14) avec :

$$\begin{aligned} \beta_\gamma &= 4\beta , \\ \mathbf{F}_\gamma &= \epsilon^\dagger \mathbf{F} \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{pmatrix}^\dagger \mathbf{F} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (6.18)$$

où \dagger représente la transposition. Cette conclusion est confirmée par l'analyse plus sophistiquée de Langer et al. (1992). Le modèle de champ de phase $E = E_0 + E_{\text{NL}}$ est donc approximativement équivalent au contour actif d'ordre supérieur $E_\gamma = \tilde{E}_{\gamma,0} + E_Q$, et peut être utilisé à sa place, profitant ainsi de tous les avantages des modèles de champ de phase.

Afin d'effectuer la descente de gradient, nous calculons la dérivée fonctionnelle de E_{NL} :

$$\frac{\delta E_{\text{NL}}}{\delta \phi(x)} = \beta \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{F}(x, x') \cdot \nabla \phi(x') d^2 x' . \quad (6.19)$$

Cela donne un terme non local. Cependant, pour les termes d'a priori, l'énergie E_{NL} est euclidiennement invariante, ce qui veut dire que \mathbf{F} est invariant par rotation et translation :

$$\mathbf{F}(x, x') = G(x - x') \delta = \Psi(|x - x'|) \delta \quad , \quad (6.20)$$

avec δ la matrice identité 2x2. L'invariance par translation signifie que l'opérateur \mathbf{F} peut être diagonalisé dans le domaine de Fourier ; son action sur ϕ peut donc être calculée trivialement. L'équation d'évolution dans le domaine de Fourier est donc locale et s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_t(k) = & - D k^2 \hat{\phi}(k) - \lambda (\hat{\phi}^3(k) - \hat{\phi}(k)) \\ & - \alpha (1 - \hat{\phi}^2(k)) + \beta k^2 \hat{\mathbf{F}}(k) \hat{\phi}(k) \quad . \end{aligned} \quad (6.21)$$

En pratique, nous calculons la partie linéaire $(\lambda + k^2 (\beta \hat{\mathbf{F}}(k) - D)) \hat{\phi}(k)$ dans le domaine de Fourier, et le reste dans le domaine spatial. La localité du terme d'interaction dans le domaine de Fourier montre l'avantage particulier des modèles de champs de phase pour les contours actifs d'ordre supérieur. Tandis que l'utilisation de la représentation par courbes de niveau requière l'extraction du contour, la sommation sur les points extraits, et l'extension de la force à tout le domaine de l'image ; pour le calcul de la force non locale, ici, la non localité est traitée trivialement dans le domaine de Fourier. L'implantation en est grandement facilitée.

6.3.1 Expériences

Pour illustrer la connaissance a priori contenue dans l'énergie (6.15), nous montrons des résultats de la descente de gradient en utilisant l'énergie E , et nous les comparons aux résultats obtenus avec l'énergie E_γ . Nous choisissons pour la fonction Ψ la même que pour les contours actifs d'ordre supérieur (cf. équation (2.13)). Avec cette fonction d'interaction, l'énergie $E = E_0 + E_{NL}$ favorise les régions composées de bras de largeur à peu près constante, qui se rejoignent au niveau de jonctions.

Sur la figure 6.7, nous avons choisi un disque comme région initiale. L'évolution du haut utilise l'énergie E , tandis que l'évolution du bas utilise E_γ pour des paramètres choisis de manière « équivalente » selon les égalités données plus haut. Les évolutions sont plutôt similaires avec la formation de huit bras à partir du disque, d'une largeur d'environ cinq pixels. Certaines différences sont cependant notables. L'évolution avec le modèle de champ de phase préserve la symmétrie de la condition initiale, alors que l'évolution avec le contour actif brise cette symmétrie. Cette « brisure » est due aux étapes d'extraction et de sommation effectuées durant la descente de gradient, qui introduisent de petites erreurs numériques, qui sont ensuite amplifiées par l'énergie E_γ elle-même. Bien que cela ait un effet mineur pour les applications en vision par ordinateur où l'effet des termes images domine les effets de la discrétisation, les expériences montrent que la méthode du champ de phase est numériquement plus stable.

La figure 6.8 représente la fonction de champ de phase ϕ pour différentes étapes de la descente de gradient en utilisant l'énergie E . La fonction ϕ est initialisée par un bruit aléatoire gaussien de faible variance ajouté au maximum local α/λ du potentiel. Des structures

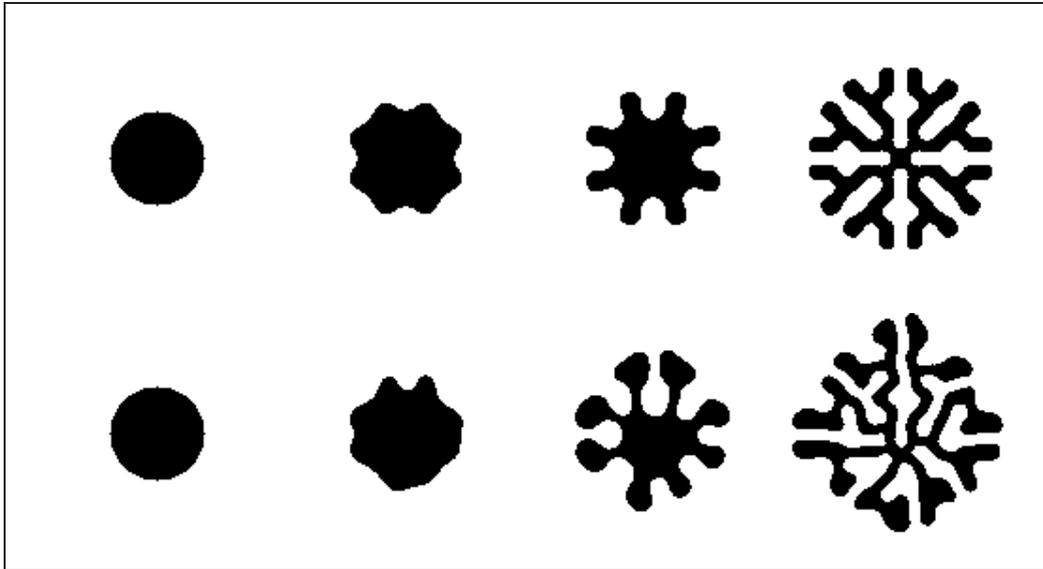


FIG. 6.7 – Évolutions géométriques avec E (en haut) et E_γ (en bas).

allongées apparaissent durant l'évolution et ont une largeur d'environ trois pixels contrôlée par l'opérateur \mathbf{F} . Nous pouvons également noter la présence d'anneaux : ce type de structures, qui ne peut pas apparaître en utilisant les contours actifs, représente d'intéressantes possibilités de modélisation (par exemple, cela pourrait être utile pour détecter les rond-points dans des images de télédétection très haute résolution).

L'énergie E encourageant la formation de bras de largeur à peu près constante et connectés entre eux constitue clairement un meilleur modèle que l'énergie E_0 seule pour la géométrie des réseaux routiers. Nous l'utilisons donc pour l'extraction des linéiques dans les images de télédétection dans la partie 6.4.

6.3.2 Relation avec les équations couplées de réaction-diffusion

L'équation de descente de gradient dérivée de l'énergie E est une équation de réaction-diffusion non locale. Pour des formes spécifiques de \mathbf{F} , l'énergie E_{NL} peut être réécrite en termes d'opérateurs locaux en utilisant un champ auxiliaire. Une descente de gradient en utilisant E est alors équivalente à deux équations couplées de réaction-diffusion dans la « limite esclave », c'est-à-dire lorsque le champ auxiliaire réagit instantanément aux changements du champ de phase ϕ . En particulier, Goldstein et al. (1996) étudient le système d'équations couplées suivant :

$$\begin{aligned} u_t &= D \nabla^2 u - u(u - r)(u - 1) - \rho(v - u) , \\ \epsilon v_t &= \nabla^2 v - v + u , \end{aligned} \quad (6.22)$$

où u et v représentent respectivement un activateur et un inhibiteur ; D est la constante de diffusion de l'activateur, normalisée par rapport à celle de l'inhibiteur ; r est un paramètre

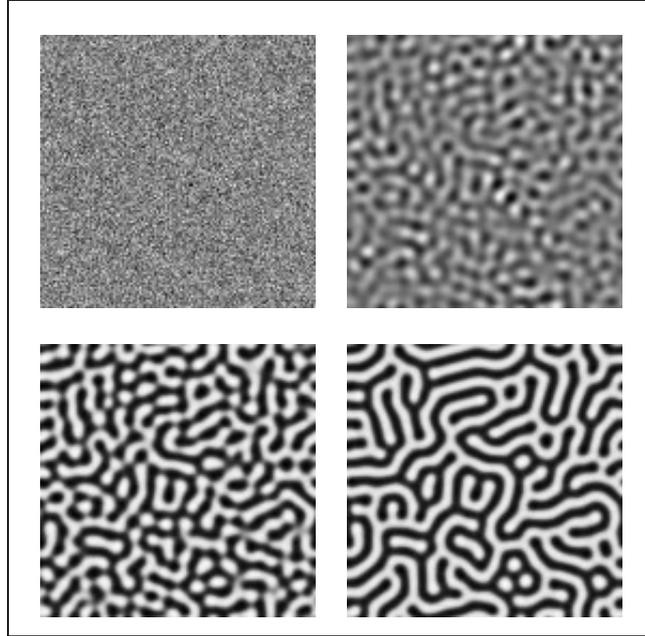


FIG. 6.8 – Évolution géométrique avec une initialisation aléatoire autour du maximum α/λ . Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.

compris entre 0 et 1 qui contrôle la symétrie entre les deux états et ρ est un paramètre qui contrôle un aspect plus global de la dynamique du front. Dans la limite d'un inhibiteur rapide $\epsilon = 0$, la deuxième équation dégénère en une relation entre u et v , instantanée en temps, et devient :

$$(\nabla^2 - 1)v = -u \quad , \quad (6.23)$$

qui peut être résolue avec une fonction de Green :

$$v(x, t) = \int \mathcal{G}(x - x') u(x') dx' \quad , \quad (6.24)$$

où, en deux dimensions, la fonction de Green s'écrit :

$$\mathcal{G}(x - x') = \frac{1}{2\pi} K_0(|x - x'|) \quad , \quad (6.25)$$

avec K_0 , une fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. On retrouve bien une équation non locale en u similaire à l'équation de descente de gradient associée à l'énergie $E = E_0 + E_{NL}$.

Les équations couplées de réaction-diffusion ont été également utilisées pour de la synthèse de texture (Turk, 1991, Witkin et Kass, 1991) et pour de la restauration d'image (Price et al., 1990). Avec des conditions initiales appropriées, les modèles utilisés ici peuvent produire des motifs similaires à ceux produits dans les travaux cités (cf. figure 6.8); il y a cependant plusieurs différences importantes. Premièrement, les équations qu'ils utilisent

sont très loin de la « limite esclave ». Deuxièmement, les équations sont ici dérivées d'une énergie, ce qui simplifie leur analyse. La troisième différence est que la génération des motifs dans ces travaux repose sur l'instabilité de Turing de solutions homogènes. De telles solutions se dégradent naturellement en des motifs périodiques, ce qui permet la création spontanée de régions dans des zones homogènes, même en l'absence de données. Cela peut être utile dans certaines applications, mais cela n'a pas d'utilité dans notre contexte, où nous voulons décrire des régions localisées. Les solutions homogènes doivent donc être stables pour éviter une dégradation du fond.

6.3.3 Considérations sur la stabilité

Nous pouvons remarquer que les minima de l'équation (6.19) sont obtenus pour des valeurs de ϕ constantes données par $\phi_{\pm} = \pm 1$. En prenant la dérivée seconde, nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(x, x') &\triangleq \frac{\delta^2 E_{\text{NL}}}{\delta\phi(x') \delta\phi(x)} \\ &= \left[-D \nabla^2 + \lambda (3\phi^2(x) - 1) - 2\alpha \phi(x) \right] \delta(x, x') + \beta \nabla^2 F(x - x') . \end{aligned} \quad (6.26)$$

Pour ϕ_{\pm} , la dérivée seconde devient :

$$\mathbf{G}(x, x')(\phi_{\pm}) = \left[-D \nabla^2 + 2\lambda \mp 2\alpha \right] \delta(x, x') + \beta \nabla^2 F(x - x') . \quad (6.27)$$

La dérivée fonctionnelle seconde est invariante par translation lorsque l'opérateur \mathbf{F} est une fonction de $(x - x')$; elle peut être ainsi diagonalisée dans le domaine de Fourier. En calculant ses éléments dans la base de Fourier, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{G}}(k, k')(\phi_{\pm}) &= \delta(k, k') \left\{ k^2 (D - \beta \hat{F}(k)) + 2(\lambda \mp \alpha) \right\} \\ &= \delta(k, k') \hat{\mathbf{G}}(k) . \end{aligned} \quad (6.28)$$

Cette quantité doit être positive pour éviter une instabilité de Turing à des perturbations de Fourier. Cela donne une condition sur les paramètres D , β , λ et α utilisés pour l'évolution : ils doivent être choisis dans un certain intervalle pour garder l'évolution stable. Toutes les expériences que nous montrons sont réalisées avec un jeu de paramètres qui satisfait ces conditions.

6.4 Détection de linéiques avec un modèle de champ de phase

6.4.1 Modèle proposé

Afin d'extraire les réseaux de linéiques sur des images, nous devons définir des termes de vraisemblance en fonction du champ de phase ϕ . Nous définissons deux termes linéaires

et un terme quadratique similaires à ceux décrit dans le chapitre 4 :

$$E_I(\phi) = - \int_{\Omega} \left\{ \lambda_I \nabla I \cdot \nabla \phi + \alpha_I \left(\frac{\phi + 1}{2} \right) G[I] \right\} d^2x - \frac{\beta_I}{2} \int_{\Omega^2} \nabla I \cdot \nabla I' \nabla \phi \cdot \nabla \phi' \mathbf{F} d^2x d^2x' , \quad (6.29)$$

où les quantités (non) primées sont évaluées à $x'(x)$, et où \mathbf{F} est donné par l'équation (6.20). Nous pouvons remarquer que le vecteur $\nabla \phi$ est nul partout sauf au niveau de l'interface, où il pointe vers l'intérieur. Le premier terme favorise donc au niveau du bord de la région des gradients de l'image larges et pointant vers l'intérieur. La quantité $(\phi + 1)/2$ peut être approximativement considérée comme la fonction caractéristique de la région R . G est un détecteur de lignes simple, semblable à ceux utilisés au chapitre 4 ; le second terme prédit alors de larges valeurs lorsque la sortie du filtre est intégré sur l'intérieur de la route. Le troisième terme de vraisemblance est un terme quadratique qui décrit des interactions non locales entre la région et les données (contrairement aux interactions entre la région et elle-même pour les termes d'a priori). Si $\nabla \phi(x)$ et $\nabla \phi(x')$ sont parallèles et proches (*i.e.* pour des points x et x' sur le même côté de la route), le terme prédit des valeurs larges et parallèles pour $\nabla I(x)$ et $\nabla I(x')$. Si $\nabla \phi(x)$ et $\nabla \phi(x')$ sont anti-parallèles et proches (*i.e.* pour des points x et x' sur les côtés opposés de la route), le terme prédit des valeurs larges et anti-parallèles pour $\nabla I(x)$ et $\nabla I(x')$ (cf. figure 4.2).

Nous utilisons l'énergie $E + E_I$ comme modèle pour les réseaux linéiques dans des images satellitaires et aériennes. Pour minimiser l'énergie, nous effectuons une descente de gradient avec une initialisation neutre $\phi_{\text{init}} \cong \alpha/\lambda$. Notons que le terme quadratique de E_I n'est pas diagonalisable dans le domaine de Fourier. Pour le moment, nous le calculons en effectuant, pour chaque point du domaine de l'image, une convolution, mais ce calcul peut sûrement être amélioré, car, pour beaucoup de points (dans les régions R_+ et R_-), le terme $\nabla \phi$ est nul (nous reviendrons sur ce point dans les perspectives de la thèse).

6.4.2 Résultats sur des images de télédétection réelles

Le premier exemple d'extraction est effectué sur une image satellitaire. L'image et le réseau extrait sont montrés sur la figure 6.9 avec deux étapes de l'évolution. La deuxième extraction est réalisée sur une image aérienne et le résultat est montré sur la figure 6.10. Les images sont les mêmes que celles utilisées au chapitre 4. Les valeurs des paramètres ont été choisies de façon ad hoc, mais ont été contraintes par la relation avec w et la stabilité de Turing. Pour les deux expériences, nous avons choisi $(D, \lambda, \alpha, \beta, \lambda_I, \alpha_I, \beta_I) = (1, 3.5, 0.55, 0.16, 1.8, 0, 3)$ et $(1.1, 5, 1.7, 0.3, 2, 0.4, 1.5)$ respectivement. Dans les deux cas, et malgré une initialisation complètement neutre, le réseau est extrait dans sa majeure partie, alors que des caractéristiques trompantes comme les gradients élevés des bords des champs sont ignorées. Comme pour les modèles définis dans le chapitre 4, le modèle de champ de phase proposé ici ne gère pas les occultations et les résultats présentent donc des parties non connectées dues, entre autre, à l'absence de données corroborantes. La gestion des occultations pour les modèles de phase fait partie des perspectives de ce travail de thèse.

Les deux termes quadratiques sont très importants puisqu'ils permettent d'introduire une information complexe sur la géométrie de l'objet à détecter. Nous avons réalisé des expériences en prenant $\beta = \beta_l = 0$ sur l'image satellitaire de la figure 6.9. Deux des meilleurs résultats sont montrés sur la figure 6.11. Typiquement les zones de fort gradient sont intégrées dans la région car la connaissance a priori sur la forme de l'objet n'est pas suffisante.

Un autre résultat d'extraction est également montré sur une image aérienne plus grande sur la figure 6.12. Le réseau est extrait dans sa majeure partie. Les routes n'ont pas été confondues avec les champs. Il reste cependant des imperfections notamment au niveau des occultations où les propriétés radiométriques de l'image sont modifiées et où le modèle reste insuffisant. C'est le même problème que pour le premier modèle proposé dans le chapitre 4. Il faut définir un critère énergétique capable de gérer ce problème d'occultations. C'est un travail que nous nous proposons d'effectuer dans les perspectives.

Nous avons également appliqué ce modèle à des réseaux plus sinueux. Sur la figure 6.13, nous montrons une image satellitaire de la Guinée-Conakry sur laquelle se trouve un réseau hydrographique et le résultat d'extraction. Ce dernier est encourageant car l'image est très difficile : le réseau est très sinueux et les zones sont peu contrastées. La majeure partie du réseau est détecté mais il manque quelques parties à cause du manque de contraste. Le résultat pourrait être, dans ce cas-là également, amélioré avec un critère énergétique favorisant la continuité du réseau.

6.4.3 Autres résultats

Nous avons réalisé d'autres simulations sur des images médicales présentant un réseau de vaisseaux sanguins. Le modèle utilisé est le même que celui proposé pour la détection de linéiques sur des images de télédétection, à savoir $E + E_l$. Le filtre F utilisé est un détecteur plus spécifique aux vaisseaux proposé par Frangi et al. (1998). Le calcul de l'image filtrée est décrit dans ce qui suit. Cependant, on peut remarquer que ce détecteur est très similaire à celui que nous avons proposé dans le sous-chapitre 4.2.3.

Le Hessien (la matrice des dérivées secondes) est tout d'abord calculé en convoluant l'image par la dérivée appropriée d'une fonction gaussienne. Par exemple, la dérivée seconde selon la direction x de l'image à l'échelle s est obtenue par :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} I(\mathbf{x}, s) = s^l I(\mathbf{x}) \star \frac{\partial^2}{\partial x^2} G(\mathbf{x}, s) , \quad (6.30)$$

avec

$$G(\mathbf{x}, s) = \frac{1}{2\pi s^2} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2s^2}\right) . \quad (6.31)$$

Le paramètre l permet de définir une famille de dérivées normalisées. Cette normalisation est particulièrement importante pour effectuer une comparaison juste entre les réponses

des opérateurs différentiels à des échelles différentes. Lorsqu'aucune échelle n'est préférée, le paramètre l est fixé à l'unité.

Les valeurs propres de la matrice hessienne sont ensuite calculées et rangées par ordre croissant : $|\lambda_1| \leq |\lambda_2|$, et une mesure de dissimilarité est définie :

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} . \quad (6.32)$$

Pour un pixel appartenant à un vaisseau, on devrait avoir λ_1 petit (idéalement 0), et λ_2 très grand devant λ_1 . Dans le cas idéal, la valeur propre λ_2 correspond à la réponse maximale du filtre orienté du sous-chapitre 4.2.3. L'image filtrée à l'échelle s est ensuite donnée par :

$$\mathcal{V}(s) = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda_2 > 0 , \\ \exp\left(-\frac{\mathcal{R}}{2\beta^2}\right)\left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2c^2}\right)\right) & \text{sinon} . \end{cases} \quad (6.33)$$

où β et c sont deux paramètres à fixer. Remarquons que, lorsque λ_1 est nul, $\mathcal{V}(s)$ consiste en un seuillage similaire à celui effectué au sous-chapitre 4.2.3.

La mesure est calculée pour différentes échelles s , la réponse du filtre étant maximum pour une échelle approximativement égale à la taille du vaisseau à détecter. La réponse finale du filtre est obtenue par :

$$F = \max_{s_{\min} \leq s \leq s_{\max}} \mathcal{V}(s) . \quad (6.34)$$

Les paramètres s_{\min} et s_{\max} sont les échelles minimum et maximum auxquelles on espère trouver des structures pertinentes.

Deux résultats d'extraction avec le modèle $E + E_I$ sont montrés sur les figures 6.14 et 6.15. La plupart du réseau est extrait et, en particulier, les plus gros vaisseaux. La figure 6.14 illustre bien le fait que l'on peut détecter des vaisseaux de différentes largeurs avec l'extraction de vaisseaux plus ou moins larges. On peut également noter que des contours intérieurs se sont formés (anneaux), ce qui n'aurait pas été possible avec l'utilisation des contours actifs. Les résultats sur ces images médicales montrent que le modèle peut facilement s'adapter à d'autres types d'images que celles issues de la télédétection.

6.5 Conclusion

Les modèles de champ de phase offrent une alternative avantageuse aux méthodes classiques de contours actifs : l'espace de représentation est linéaire ; les modèles sont faciles à implanter puisqu'il consiste en une équation aux dérivées partielles sans réinitialisation nécessaire ; l'initialisation peut être choisie de manière complètement neutre ; et l'on peut bénéficier d'une plus grande liberté topologique. De plus, des modèles équivalents aux contours actifs d'ordre supérieur peuvent être construits, ce qui signifie qu'une connaissance géométrique a priori sophistiquée peut être incluse dans les modèles, tout en retenant les avantages cités précédemment. La méthodologie des champs de phase simplifie également le traitement algorithmique des termes d'ordre supérieur. Les champs de phase

peuvent être utilisés pour construire des termes image standards mais également des termes équivalents aux contours actifs d'ordre supérieur dépendant de l'image. Les résultats d'extraction sur des images satellitaires et aériennes confirment l'efficacité des modèles et des algorithmes : en partant d'une initialisation neutre, le réseau est largement extrait tout en ignorant certaines structures qui pourraient mettre en défaut des modèles n'incluant pas d'information géométrique a priori sur la forme de l'objet à détecter, ou de termes images non locaux. Les résultats obtenus sont au moins égaux en qualité à ceux obtenus au chapitre 4, mais les temps de calcul sont réduits. D'autres résultats sur des images médicales montrent que le modèle peut facilement être transféré à d'autres champs d'applications. Il reste encore le problème des occultations, mais il pourrait certainement être géré dans le cadre de la méthodologie des champs de phase.

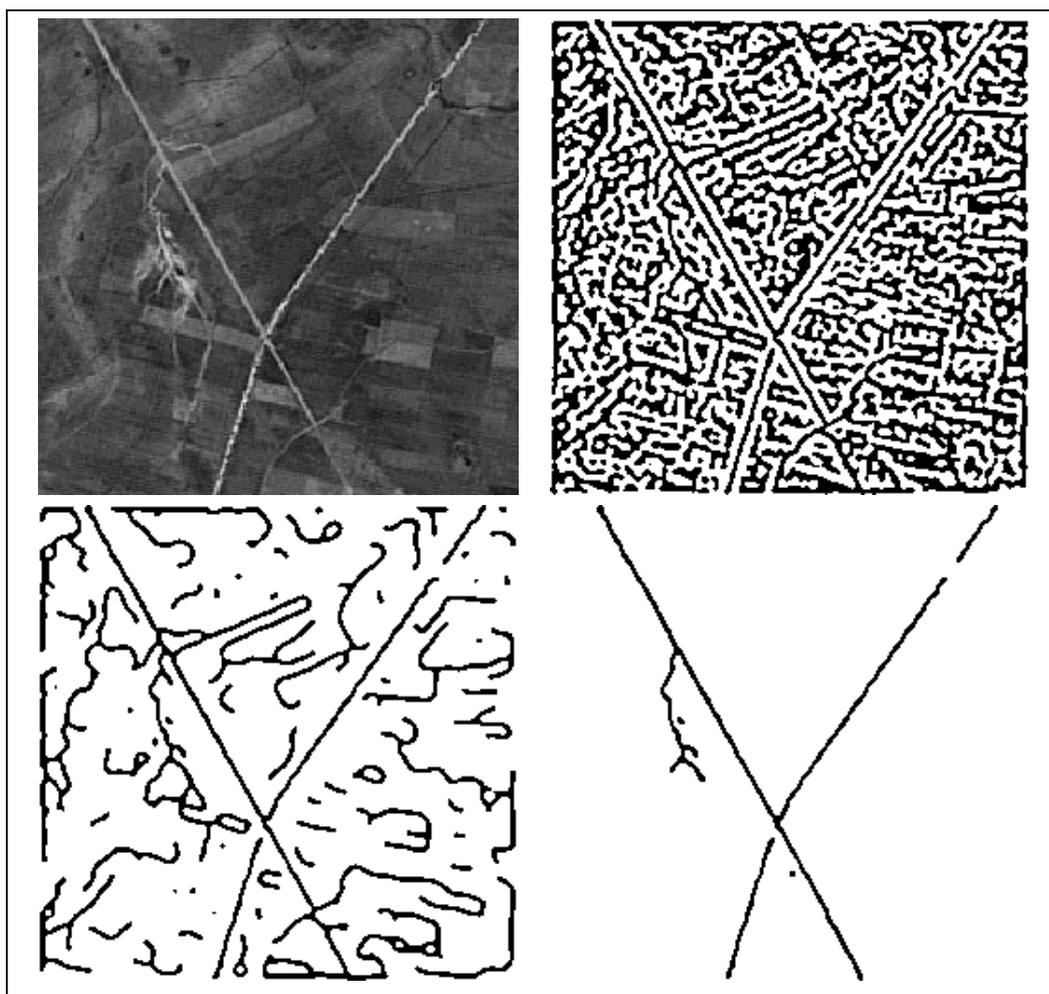


FIG. 6.9 – De haut en bas, et de gauche à droite : image satellitaire (©CNES), deux étapes de l'évolution, et résultat d'extraction.

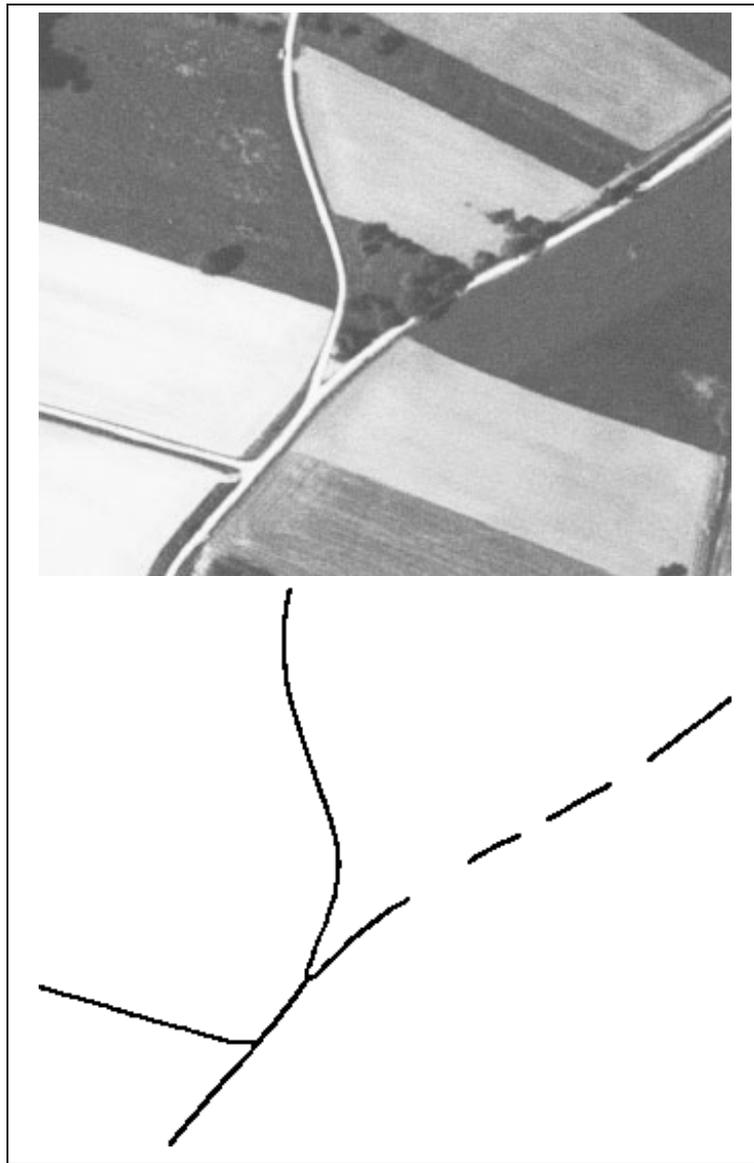


FIG. 6.10 – Image aérienne (©IGN) et résultat d'extraction.

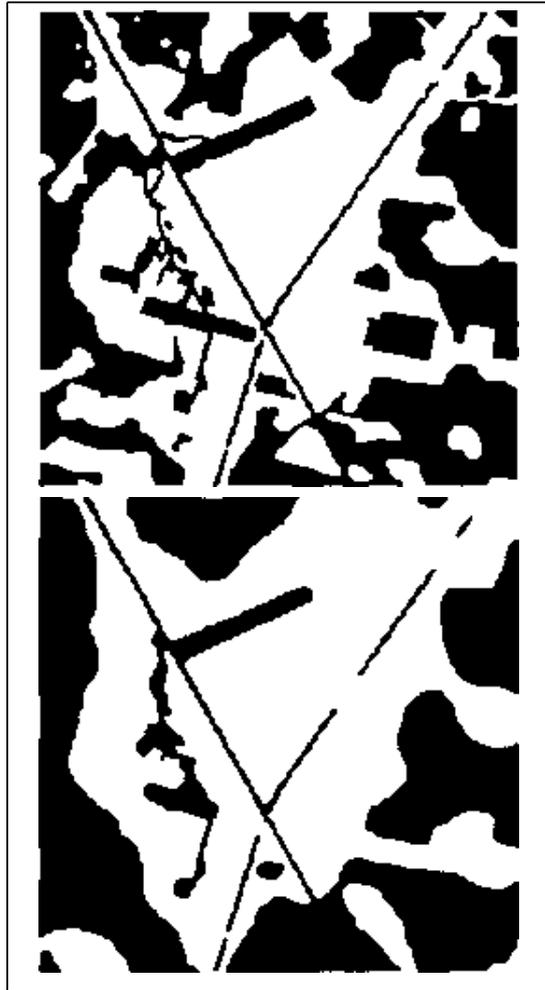


FIG. 6.11 – Résultats d'extraction sur l'image satellitaire sans terme quadratique dans l'énergie.

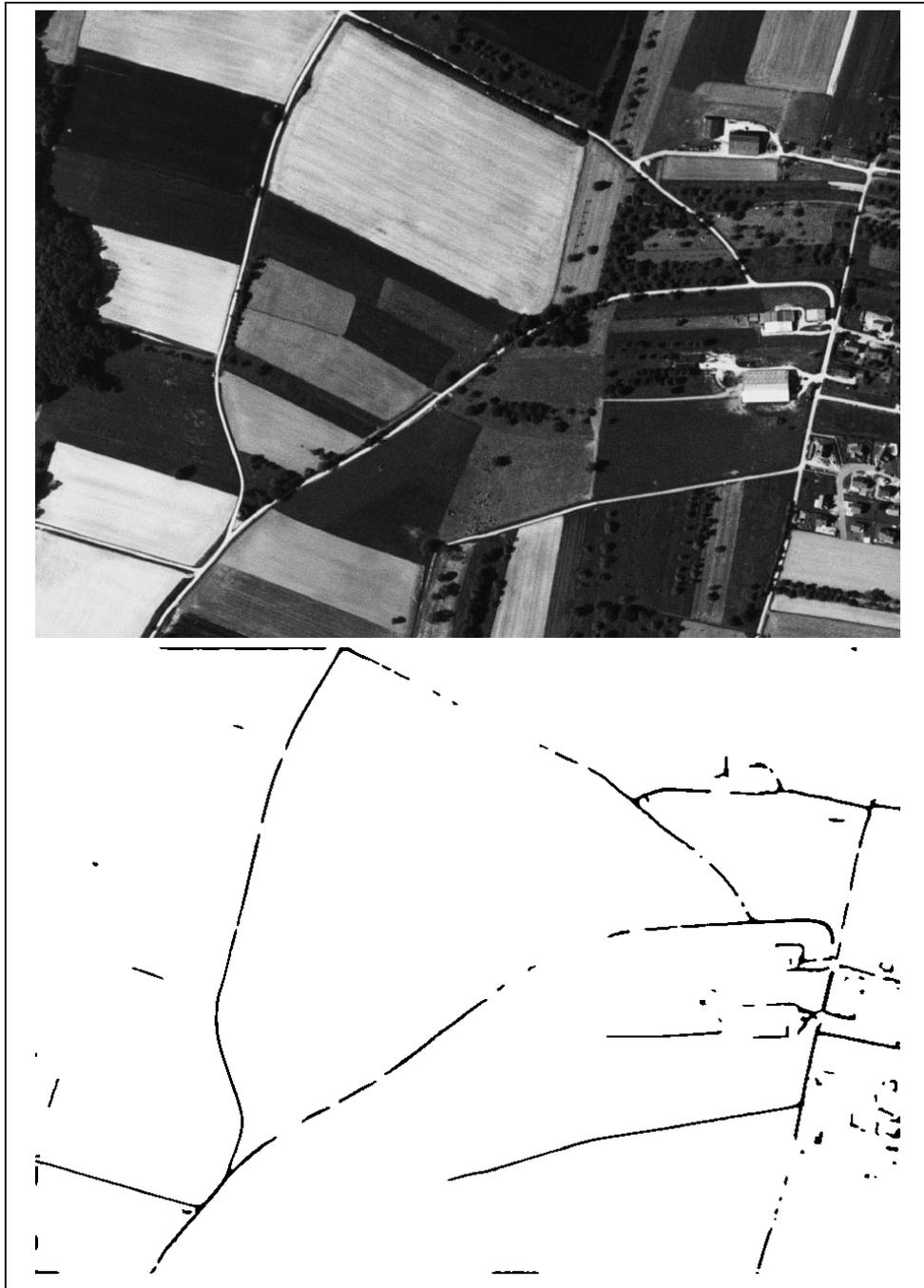


FIG. 6.12 – Résultat d'extraction sur une image aérienne plus grande (©IGN).

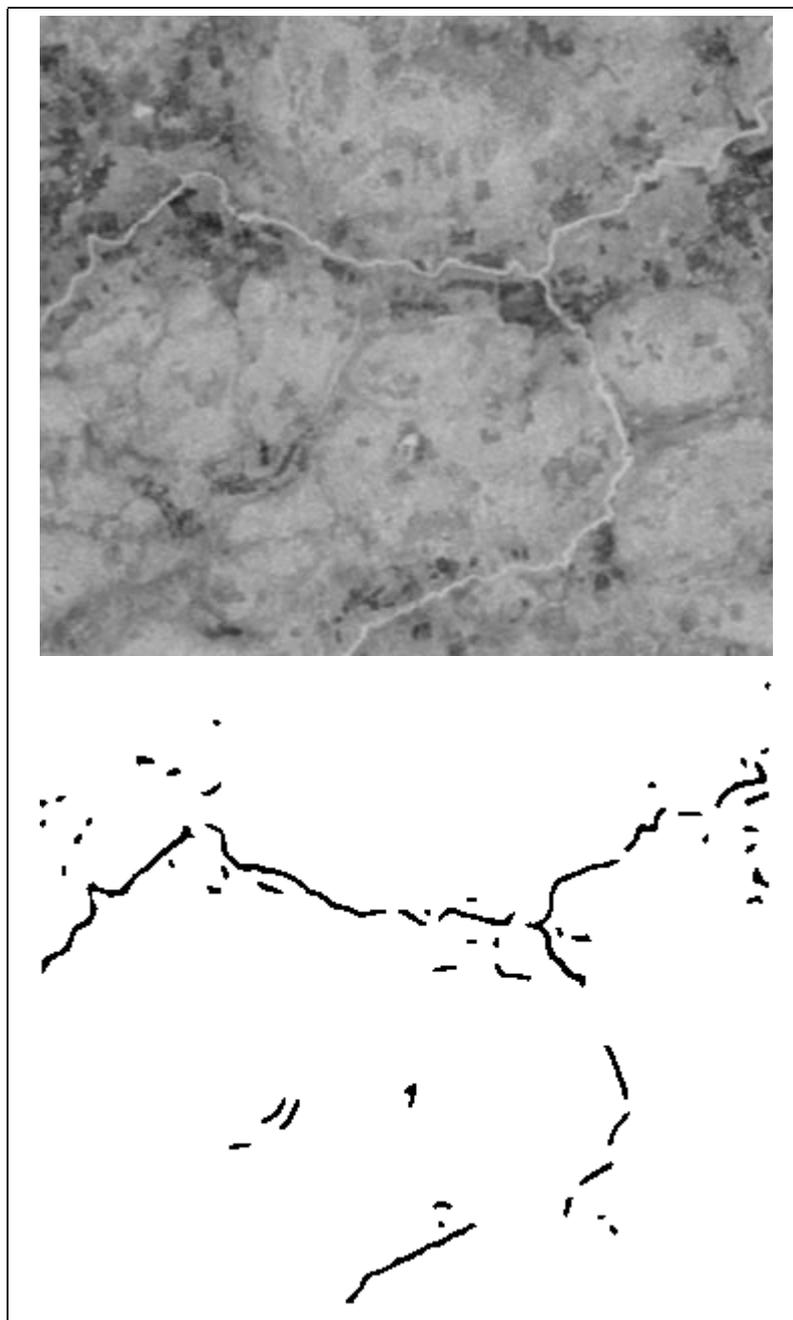


FIG. 6.13 – Résultat d'extraction sur une image SPOT XS2 ©BRGM.

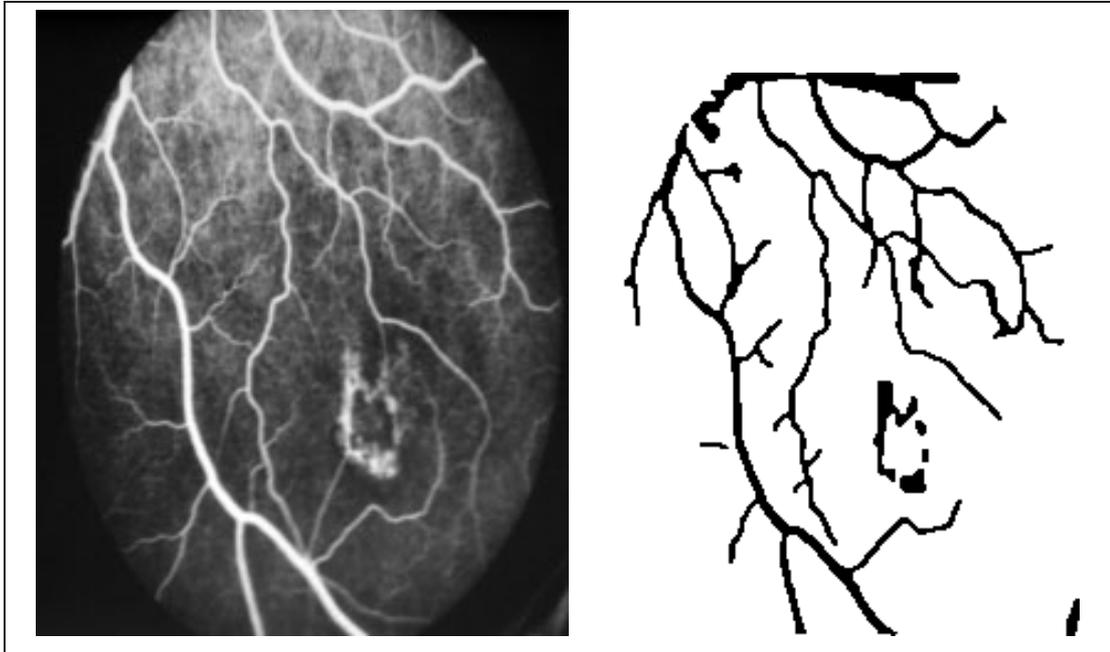


FIG. 6.14 – Image d'angiographie rétinienne et résultat d'extraction.

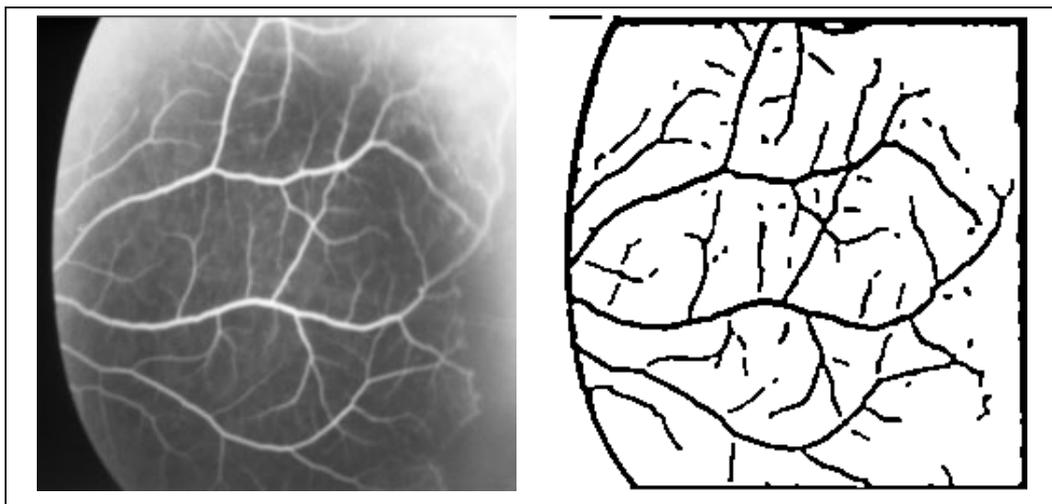


FIG. 6.15 – Deuxième image d'angiographie rétinienne et résultat d'extraction.

Conclusion et Perspectives

Dans cette conclusion, nous présentons les principales contributions de cette thèse, ainsi que les directions futures du travail effectué.

Synthèse des travaux effectués

Nous avons axé cette thèse sur deux points principaux : premièrement, la modélisation de la forme et de la géométrie a priori pour la reconnaissance d'objets dans les images, et deuxièmement, l'extraction de réseaux linéiques à partir d'images de télédétection. Nous avons proposé un ensemble de méthodes originales pour traiter ces deux points dans un cadre variationnel.

Introduction des contours actifs d'ordre supérieur

La principale contribution théorique de cette thèse est l'introduction d'une nouvelle classe de **contours actifs d'ordre supérieur**, qui généralise les contours actifs classiques. Les fonctionnelles énergétiques standards sont linéaires sur l'espace des courbes et peuvent s'exprimer avec une simple intégrale sur le contour. Les nouvelles fonctionnelles énergétiques sont polynômiales et s'expriment avec plusieurs intégrales sur le contour. Ces énergies décrivent des interactions entre plusieurs points plus ou moins éloignés du contour, et peuvent ainsi incorporer à la fois une information géométrique a priori sophistiquée et des interactions complexes entre le contour et les données. Les termes d'a priori peuvent être aisément exprimés de manière invariante, évitant ainsi l'estimation de la position et de l'orientation de l'objet qui est nécessaire avec d'autres techniques proposées pour intégrer de l'information a priori dans les contours actifs classiques.

Nous avons étudié, dans le chapitre 2, un cas particulier d'énergie quadratique décrivant une famille de formes : les réseaux. Les formes modélisées sont des structures composées de plusieurs bras aux bords parallèles, de largeur pouvant varier, et connectés entre eux de différentes manières. Grâce à cet exemple, nous pouvons voir que les énergies d'ordre supérieur surpassent largement les possibilités des énergies classiques pour lesquelles les seuls

termes géométriques invariants par rotation et translation pouvant être définis sont la longueur et l'aire intérieur de la courbe. Ces termes, bien qu'importants puisqu'ils permettent de régulariser le contour, ne peuvent pas définir une information spécifique sur la forme de l'objet à détecter.

Minimisation des énergies

Ces nouvelles énergies entraînent des forces non locales dans l'équation de descente de gradient correspondante. Afin de faire évoluer le contour, nous avons développé un cadre pour minimiser ces fonctionnelles d'ordre supérieur. Nous avons utilisé la méthodologie des courbes de niveaux qui offrent de nombreux avantages, en termes de paramétrisation et de libertés topologiques, et pour laquelle de nombreux algorithmes ont été développés. En plus des algorithmes standards de la bande étroite et une réinitialisation précise, nous avons proposé une démarche particulière pour le calcul de la force sur tout le domaine de l'image Ω . Dans un premier temps, le contour est extrait avec une interpolation ENO et la force est calculée pour les points extraits, en faisant une sommation numérique sur l'ensemble des points pour les forces non locales. Afin de calculer la force pour tous les points du domaine de l'image, nous utilisons la méthode de la « vitesse étendue » (« extension velocity » en anglais) en résolvant une équation aux dérivées partielles. La fonction de courbes de niveau ϕ est alors mise à jour avec cette force calculée. Cette technique de minimisation est particulièrement adaptée aux énergies d'ordre supérieur pour lesquelles l'équation de descente de gradient présente des forces non locales. En effet, l'intégration numérique sur le contour n'est réalisée que pour la courbe de niveau zéro, contrairement à un algorithme qui ne passerait pas par l'étape d'extraction du contour.

Modèles d'extraction de linéiques dans des images de télédétection

Nous avons ensuite abordé le second axe de cette thèse, à savoir l'extraction de linéiques sur des images satellitaires et aériennes. Nous avons exploité les caractéristiques géométriques et topologiques des réseaux d'intérêt ainsi que les propriétés radiométriques des données afin d'effectuer une extraction automatique des réseaux routiers et hydrographiques. Nous avons opté pour une modélisation du réseau par des contours actifs, et notamment l'utilisation de contours actifs d'ordre supérieur qui permettent d'introduire une information spécifique sur la forme et la géométrie du réseau à détecter. Le premier modèle proposé met en oeuvre des contours actifs standards avec des énergies comme la longueur, la courbure, ou l'intégrale du produit scalaire entre le gradient de l'image et le vecteur normal au contour, ainsi que des contours actifs quadratiques : un purement géométrique, et un liant le contour et les données. Le deuxième modèle proposé incorpore à l'énergie le résultat d'un détecteur local de lignes : deux détecteurs de lignes sont proposés dans le chapitre 4 et une troisième possibilité est également donnée au chapitre 6 pour le cas plus particulier de la détection de vaisseaux dans des images médicales. Les deux modèles sont robustes et permettent une initialisation très générale pour l'extraction du réseau.

Le modèle est ensuite amélioré pour permettre la gestion des occultations qui interrompent le réseau : la présence de bruit géométrique sur le réseau perturbe localement les

propriétés radiométriques du réseau et l'extraction échoue avec les premiers modèles ; le réseau extrait présente des interruptions. Deux solutions sont alors proposées. La première consiste en une force directement définie dans l'équation de descente de gradient : les extrémités proches et opposées sont identifiées et la force définie est dirigée l'une envers l'autre afin qu'elles s'attirent et se rejoignent. Afin de définir un modèle correctement dans le cadre des contours actifs quadratiques, nous proposons également une énergie de continuité qui pénalise les extrémités proches et opposées : l'énergie est plus faible lorsque le réseau est connecté. Une attention particulière doit encore être portée à la minimisation de l'énergie et un algorithme est proposé au chapitre 5.

Ce dernier modèle permet non seulement d'améliorer les premiers modèles et d'obtenir une bonne extraction du réseau, mais il illustre également, en donnant un autre exemple, les possibilités des contours actifs d'ordre supérieur pour modéliser les propriétés géométriques des objets que l'on souhaite détecter. Ces derniers s'avèrent beaucoup plus puissants que les contours actifs standards pour l'introduction d'une connaissance a priori forte et ils permettent la définition de modèles robustes pour la reconnaissance d'objets.

Modélisation des régions avec un champ de phase

Afin de surmonter certaines difficultés inhérentes aux contours actifs, comme l'initialisation du contour et les changements de topologie, nous proposons d'utiliser un nouveau cadre pour la modélisation des régions : les modèles de champs de phase. Les champs de phase sont une alternative avantageuse aux contours actifs. En effet, ils sont simples à décrire et à analyser ; la descente de gradient est basée sur une équation aux dérivées partielles unique ; l'initialisation peut être complètement neutre ; des contours intérieurs ainsi que de nouvelles régions peuvent se former ; . . . De plus, l'implantation des contours actifs d'ordre supérieur est grandement simplifiée. En particulier, l'extraction du contour n'est pas nécessaire et le calcul de la force dérivée du terme quadratique d'*a priori* devient local dans le domaine de Fourier. Nous proposons un modèle équivalent aux contours actifs quadratiques pour la détection de linéiques et les résultats obtenus sont similaires. L'utilisation des champs de phase constitue donc une possibilité pratique et simple pour la modélisation des régions et, plus généralement, pour l'extraction d'objets dans une scène.

Perspectives

Plusieurs perspectives peuvent être envisagées dans le prolongement de ces travaux de thèse. Une première réflexion peut se faire au niveau de la modélisation générale et des possibilités offertes par les fonctionnelles d'ordre supérieur. D'autre part, un travail important doit être entrepris au niveau de la minimisation et de l'optimisation des calculs. Enfin, l'utilisation des modèles pour d'autres types d'applications (imagerie biologique ou médicale par exemple) semble relativement aisée.

Modélisation avec des fonctionnelles énergétiques d'ordre supérieur

Beaucoup de questions restent ouvertes et plusieurs directions de recherche peuvent être envisagées. Une des questions les plus importantes est peut-être la suivante : pour une famille donnée de formes, comment construire une fonctionnelle énergétique appropriée ? Nous avons décrit, dans cette thèse, un modèle capable de modéliser des structures allongées et connectées entre elles. On peut se demander comment décrire d'autres types de familles de formes comme des familles de cercles (pour détecter des arbres par exemple), des familles de formes rectangulaires (pour détecter du bâti), . . . Pour modéliser des cercles, il est possible, en choisissant une gamme de paramètres adéquats, d'utiliser l'énergie d'a priori décrite dans le chapitre 3 (ce travail est actuellement en cours). Ce qui est également certain, c'est que l'utilisation des modèles de champs de phase est très pratique lorsque l'on veut créer un nombre arbitraire d'objets.

On peut aussi s'intéresser et étudier des fonctionnelles d'ordre supérieur à deux. Quelles interactions peut-on aisément mettre en place ? Jusqu'à quel ordre peut-on aller ? Le modèle peut également être étendu dans le cadre de surfaces. Comment pourrait-on définir une telle fonctionnelle ?

L'utilisation des modèles de champs de phase ouvre de nombreuses perspectives en raison de la linéarité de l'espace de représentation. La linéarité signifie que l'on peut utiliser des techniques statistiques et d'estimation des paramètres. Les fonctions peuvent être discrétisées sur une grille ou à l'aide d'ondelettes. L'utilisation d'ondelettes pourrait permettre un traitement multi-échelle. Le passage à la 3D paraît également plus aisé avec les champs de phase qu'avec les contours actifs.

Une perspective plus directe concerne la construction d'un modèle similaire à l'énergie de continuité définie au chapitre 5 dans le cadre de la modélisation par champ de phase. L'idée développée dans le cadre des contours actifs peut certainement être étendue afin de gérer le problème des occultations dans les images de télédétection avec les champs de phase, et nous pourrions obtenir ainsi de meilleurs résultats d'extraction avec des réseaux connectés.

Optimisation

D'un point de vue numérique, il reste certainement du travail à faire sur l'efficacité des calculs. En effet, les forces dérivées des énergies d'ordre supérieur sont non locales et entraînent des suppléments de calcul. Bien que nous ayons choisi des fonctions d'interaction ayant un rayon d'interaction fini pour limiter les calculs, le calcul de l'évolution reste long. Peut-on diminuer le nombre de calculs ? De quelle façon ? Peut-on rendre l'algorithme plus rapide ?

D'autre part, les champs de phase peuvent permettre l'utilisation de techniques existantes pour l'optimisation, comme des techniques EDP multi-échelles, ou des méthodes MCMC « Markov Chain Monte Carlo » après discrétisation.

Extension à d'autres applications

En ce qui concerne les applications, et nous avons déjà commencé à travailler dessus, ce travail pourrait être utilisé pour segmenter d'autres types d'images, en particulier les images médicales et biologiques. Beaucoup de structures ont des formes allongées et le modèle pourrait directement être appliqué pour les extraire ; il serait aussi intéressant de définir d'autres fonctionnelles pour extraire d'autres types de structures comme des cellules particulières par exemple.

Le modèle pourrait enfin être utilisé pour des images multi, super ou hyper-spectrales, et l'on pourrait définir des interactions entre les différentes images à disposition pour améliorer la robustesse de l'extraction.

Annexe A

Dérivation de l'énergie géométrique quadratique

Dans cette annexe, nous détaillons le calcul de dérivation de l'énergie géométrique quadratique de l'équation (2.11) faisant intervenir une double intégrale sur le contour. L'énergie que nous nous proposons de dériver s'écrit de la manière suivante :

$$E(\gamma) = \iint \mathbf{t}(p) \cdot \mathbf{t}(p') \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) dp dp' .$$

où $\gamma(p) = (x(p), y(p))$ représente une courbe plane fermée, et $\mathbf{t}(p)$ et $\mathbf{t}(p')$ les vecteurs tangents directs aux points $\gamma(p)$ et $\gamma(p')$.

Nous calculons l'énergie pour une petite variation de la courbe $\delta\gamma$:

$$\begin{aligned} E(\gamma + \delta\gamma) &= \iint (\gamma'(p) + \delta\gamma'(p)) \cdot (\gamma'(p') + \delta\gamma'(p')) \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p') + \delta\gamma(p) - \delta\gamma(p')|) dp dp' \\ &= \iint (\gamma'(p) \cdot \gamma'(p') + \gamma'(p) \cdot \delta\gamma'(p') + \gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p)) \\ &\quad \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')| + (\delta\gamma(p) - \delta\gamma(p')) \cdot \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|}) dp dp' \\ &= \iint (\gamma'(p) \cdot \gamma'(p') + 2\gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p)) \\ &\quad (\Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) + (\delta\gamma(p) - \delta\gamma(p')) \cdot \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|)) dp dp' \\ &= \iint (\gamma'(p) \cdot \gamma'(p')) \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) + 2(\gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p)) \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \\ &\quad + (\gamma'(p) \cdot \gamma'(p')) ((\delta\gamma(p) - \delta\gamma(p')) \cdot \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|}) \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) dp dp' \\ &= E(\gamma) + 2 \iint \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) (\gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p)) dp dp' \\ &\quad + 2 \iint \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) (\gamma'(p) \cdot \gamma'(p')) (\delta\gamma(p) \cdot \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|}) dp dp' . \end{aligned}$$

Notons I_1 la première intégrale et I_2 la seconde. En faisant une intégration par parties sur I_1 , on obtient :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \gamma'(p') \cdot \int \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \delta\gamma'(p) dp dp' \\ &= \int \gamma'(p') \cdot ([\Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \delta\gamma(p)] - \int \delta\gamma(p) \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} \cdot \gamma'(p)) dp dp' \\ &= - \iint \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \left(\frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} \cdot \gamma'(p) \right) (\gamma'(p') \cdot \delta\gamma(p)) dp dp' . \end{aligned}$$

Ainsi,

$$E(\gamma + \delta\gamma) - E(\gamma) = 2 \iint \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) \left[(\gamma'(p) \cdot \gamma'(p')) \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} - \left(\frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} \cdot \gamma'(p) \right) \gamma'(p') \right] \cdot \delta\gamma(p) dp dp' .$$

En notant $\hat{\mathbf{R}} = \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|}$ et \mathbf{n} le vecteur normal extérieur à la courbe, on obtient :

$$\frac{\delta E}{\delta\gamma(p)} = 2 \int \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|) (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{n}(p')) dp' \mathbf{n}(p) .$$

Annexe B

Dérivation de l'énergie quadratique image

Dans cette annexe, nous nous proposons de dériver l'énergie quadratique faisant intervenir les données de l'image de l'équation (4.2).

$$E(\gamma) = - \iint \mathbf{t}(p) \cdot \mathbf{t}(p') \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) dp dp' .$$

Nous calculons l'énergie pour une petite variation de la courbe $\delta\gamma$:

$$\begin{aligned} E(\gamma + \delta\gamma) &= - \iint [(\gamma'(p) + \delta\gamma'(p)) \cdot (\gamma'(p') + \delta\gamma'(p'))] \\ &\quad [\nabla I(\gamma(p) + \delta\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p') + \delta\gamma(p'))] \\ &\quad \Psi(|\gamma(p) - \gamma(p') + \delta\gamma(p) - \delta\gamma(p')|) dp dp' \\ &= - \iint [\gamma'(p) \cdot \gamma'(p') + 2 \gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p)] \\ &\quad [\nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) + 2 \nabla I(\gamma(p')) \cdot (\vec{\nabla}(\nabla I(\gamma(p))) \cdot \delta\gamma(p))] \\ &\quad [\Psi(|\gamma(p) - \gamma(p')|) + 2 \delta\gamma(p) \cdot \frac{\gamma(p) - \gamma(p')}{|\gamma(p) - \gamma(p')|} \Psi'(|\gamma(p) - \gamma(p')|)] dp dp' \\ &= E(\gamma) - 2 \iint \gamma'(p) \cdot \gamma'(p') \nabla I(\gamma(p')) \cdot \vec{\nabla}(\nabla I(\gamma(p))) \cdot \delta\gamma(p) \Psi(p, p') dp dp' \\ &\quad - 2 \iint \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \gamma'(p') \cdot \delta\gamma'(p) \Psi(p, p') dp dp' \\ &\quad - 2 \iint \gamma'(p) \cdot \gamma'(p') \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \Psi'(p, p') \hat{\mathbf{R}} \cdot \delta\gamma(p) dp dp' . \end{aligned}$$

En intégrant par partie la deuxième intégrale, on obtient :

$$\begin{aligned} E(\gamma + \delta\gamma) - E(\gamma) &= - 2 \iint \Psi(p, p') \gamma'(p) \cdot \gamma'(p') (\nabla I(\gamma(p')) \cdot \vec{\nabla}(\nabla I(\gamma(p)))) \cdot \delta\gamma dp dp' \\ &\quad + 2 \iint \Psi(p, p') (\nabla I(\gamma(p')) \cdot \vec{\nabla}(\nabla I(\gamma(p)))) \cdot \gamma'(p) \gamma'(p') \cdot \delta\gamma dp dp' \\ &\quad + 2 \iint \Psi'(p, p') \hat{\mathbf{R}} \cdot \gamma'(p) \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \gamma'(p') \cdot \delta\gamma dp dp' \\ &\quad - 2 \iint \Psi'(p, p') \gamma'(p) \cdot \gamma'(p') \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \hat{\mathbf{R}} \cdot \delta\gamma dp dp' . \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{\delta E}{\delta \gamma(p)} = & - 2 \int \Psi(p, p') (\nabla I(\gamma(p')) \cdot \vec{\nabla}(\nabla I(\gamma(p)))) \cdot \mathbf{n}(p') dp' \mathbf{n}(p) \\ & - 2 \int \Psi'(p, p') \nabla I(\gamma(p)) \cdot \nabla I(\gamma(p')) \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{n}(p') dp' \mathbf{n}(p) . \end{aligned}$$

Publications et activités de recherche et d'enseignement

Journaux internationaux

1. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Phase field models and higher-order active contours. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. En cours de soumission.
2. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Using higher-order active contour energies for gap closure. Journal of Mathematical Imaging and Vision. En cours de soumission.
3. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Higher order active contours. International Journal of Computer Vision, Special Issue on Geometric, Variational and Level Set Methods. À paraître.
4. R. Schapire, M. Rochery, M. Rahim et N. Gupta. Boosting with prior knowledge for call classification. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Volume 13 issue 2, Mars 2005.

Conférences internationales avec actes

1. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Phase Field Models and higher-order active contours. IEEE International Conference on Computer Vision ICCV 2005, Beijing, Chine, Octobre 2005.
2. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. New higher-order active contour energies for network extraction. IEEE International Conference on Image Processing ICIP 2005, Gênes, Septembre 2005.
3. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Gap closure in (road) networks using higher order active contours. IEEE International Conference on Image Processing ICIP 2004, Singapour, Octobre 2004.
4. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Higher order active contours and their application to the detection of line networks in satellite imagery. 2nd IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision VLSM 2003, Nice, France, Octobre 2003.

5. M. Rochery, R. Schapire, M. Rahim, N. Gupta, G. Riccardi, S. Bangalore, H. Alshawi et S. Douglas. Combining prior knowledge and boosting for call classification in spoken language dialogue. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP 2002, Orlando, Floride, Mai 2002.
6. R. Schapire, M. Rochery, M. Rahim et N. Gupta. Incorporating prior knowledge into boosting. Proceedings of the Nineteenth International Conference on Machine Learning ICML 2002, Sydney, Australie, Juillet 2002.
7. M. Rochery, R. Schapire, M. Rahim et N. Gupta. BoosTexter for text categorization in spoken language dialogue. Accepté dans Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop ASRU 2001, Madonna di Campiglio Trento, Italie, Décembre 2001 (mais annulé en raison de restrictions de voyages à la suite du 11 Septembre).

Conférences francophones avec actes

1. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Étude d'une nouvelle classe de contours actifs pour la détection de routes dans des images de télédétection. 19ème colloque GRETSI, Paris, France, Septembre 2003.

Rapports de recherche

1. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Phase field models and higher-order active contours. Rapport de recherche INRIA. À paraître en 2005.
2. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Using higher-order active contour energies for gap closure. Rapport de recherche INRIA. À paraître en 2005.
3. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Higher Order Active Contours. Rapport de Recherche INRIA no 5656, Août 2005.
4. M. Rochery, I. Jermyn, J. Zerubia. Contours actifs d'ordre supérieur appliqués à la détection de linéiques dans des images de télédétection. Rapport de recherche INRIA no 5063, Décembre 2003.

Séminaires

1. Organisation et participation au Séminaire croisé ARIANA/OPALE à l'INRIA Sophia Antipolis, le 9 Novembre 2004.
2. Séminaire au DLR (Agence Spatiale Allemande) à Oberpfaffenhofen, Allemagne, le 6 Août 2004.
3. Séminaire VISSTA (North Carolina State University) le 22 Août 2003.

Séjours à l'étranger

1. chez le Professeur H. Krim du groupe VISSTA de North Carolina State University (Caroline du Nord, Etats-Unis, séjours du 12 au 20 Août 2004 et du 4 au 27 Juillet 2003), avec un financement de l'OTAN (CLG 980107) .
2. chez le Professeur V. Caselles de l'université Pompeu Fabra (Barcelone, Espagne, séjour du 18 au 26 Juillet 2003), avec un financement du GdR ISIS.

Logiciels déposés à l'APP

1. ExtraLine v1.0, déposé en 2005 sous le numéro IDDN.FR.001.230009.000.S.P.2005.000.21000, transféré à l'Université de Szeged en Hongrie et au LIAMA à Pékin.
2. ExtraLinePlus v1.0, déposé en 2005 sous le numéro IDDN.FR.001.230002.000.S.P.2005.000.21000, transféré à l'Université de Szeged en Hongrie et au LIAMA à Pékin.

Enseignements

Dans le cadre de ma thèse, j'ai effectué un monitorat à l'ESINSA (École Supérieure d'Ingénieurs de Nice Sophia Antipolis).

1. En 2002-2003 : 30 heures de TPs d'automatique, 30 heures de TPs de traitement du signal, 37 heures de TPs d'électrotechnique.
2. En 2003-2004 : 9 heures de TPs d'automatique, 75 heures de TPs de traitement du signal, 33 heures de TPs de logique.
3. En 2004-2005 :30 heures de TPs d'automatique, 60 heures de TPs de traitement du signal, 21 heures d'encadrement de projet en traitement d'images.

Autres activités scientifiques

1. Introduction à la Télédétection le 15 Octobre 2004 lors de la Fête de la Science à l'IS-Université de Nice-Sophia Antipolis.
2. Présentation de la thèse et d'une carrière dans la recherche à la clinique médicale et pédagogique des Cadres Solaires à Vence le 16 Octobre 2003 dans le cadre de la Fête de la Science.

Bibliographie

- D. Adalsteinsson et J. A. Sethian. The fast construction of extension velocities in level set methods. *Journal of Computational Physics*, 148 :2–22, 1999.
- S. Airault et O. Jamet. Détection et restitution automatiques du réseau routier sur images aériennes. In *Actes du Congrès Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle*, volume 1, pages 519–531, Paris, France, Janvier 1994.
- G. Aubert et P. Kornprobst. *Mathematical Problems in Image Processing*. Springer-Verlag, 2002.
- G. Aubert, J.-F. Aujol, et L. Blanc-Féraud. Detecting codimension-two objects in an image with Ginzburg-Landau models. *International Journal of Computer Vision*. To appear.
- G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras, et S. Jehan-Besson. Image segmentation using active contours : calculus of variations or shape gradients ? *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 63(6) :2128–2154, 2003.
- M. Barzohar et D. B. Cooper. Automatic finding of main roads in aerial images by using geometric-stochastic models and estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18 - 2 :707–721, 1996.
- A. Baumgartner, C. Steger, C. Wiedemann, H. Mayer, W. Eckstein, et H. Ebner. Update of roads in GIS from aerial imagery : verification and multi-resolution extraction. *International Archive of Photogrammetry and Remote Sensing*, 31(3) :53–58, 1996.
- A. Baumgartner, C. Steger, H. Mayer, W. Eckstein, et H. Ebner. Automatic road extraction based on multi-scale, grouping and context. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 65(7) :777–785, Juillet 1999.
- U. Bhattacharya et S. K. Parui. An improved backpropagation neural network for detection of road-like features in satellite imagery. *International Journal of Remote Sensing*, 18 (16) :3379–3394, 1997.
- M. Bicego, S. Dalfini, G. Vernazza, et V. Murino. Automatic road extraction from aerial images by probabilistic contour tracking. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 585–588, Barcelone, Espagne, Septembre 2003.

- W. Bobillet, J. P. Da Costa, C. Germain, O. Laviolle, et G. Grenier. Contours actifs : application à la détection de rangs de cultures en télédétection haute résolution. In *Actes du colloque GRETSI*, Paris, France, Septembre 2003.
- J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6) :679–698, Novembre 1986.
- V. Caselles, F. Catte, T. Coll, et F. Dibos. A geometric model for active contours. *Numerische Mathematik*, 66 :1–31, 1993.
- V. Caselles, R. Kimmel, et G. Sapiro. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, 22(1) :61–79, 1997.
- T. F. Chan et L.A. Vese. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10-2 :266–277, 2001.
- T. F. Chan, B. Y. Sandberg, et L. A. Vese. Active contours without edges for vector-valued images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 11 :130–141, 2000.
- Y. C. Chang, T. Y. Hou, B. Merriman, et S. Osher. A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows. *Journal of Computational Physics*, 124 :449–464, 1996.
- Y. Chen, S. Thiruvenkadam, H.D. Tagare, F. Huang, D. Wilson, et E.A. Geiser. On the incorporation of shape priors into geometric active contours. In *Proceedings of the IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision*, pages 145–152, Vancouver, BC, Canada, 2001.
- D. Chopp. Computing minimal surfaces via level set curvature flow. *Journal of Computational Physics*, 106(1) :77–91, 1993.
- I. Cohen et L.D. Cohen. A hybrid hyperquadric model for 2-D and 3-D data fitting. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(3) :527–541, May 1996.
- L. D. Cohen. *Mathematical Models in Computer Vision : The Handbook*, chapitre Minimal Paths and Fast Marching Methods for Image Analysis. Springer, 2005.
- L. D. Cohen et I. Cohen. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131–1147, 1993.
- L. D. Cohen et R. Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, 1 :57–78, August 1997a.
- L.D. Cohen. On active contours and balloons. *CVGIP : Image Understanding*, 53 :211–218, 1991.

- L.D. Cohen et T. Deschamps. Grouping connected components using minimal path techniques. application to reconstruction of vessels in 2D and 3D images. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2, pages 102–109, Hawaii, December 2001.
- L.D. Cohen et R. Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, 24(1) :57–78, August 1997b.
- L.D. Cohen, E. Bardinnet, et N. Ayache. Surface reconstruction using active contour models. In *SPIE 93 Conference on Geometric Methods in Computer Vision*, San Diego, CA, July 1993.
- T.F. Cootes et C.J. Taylor. Active shape models - smart snakes. In *British Machine Vision Conference*, pages 266–275, 1992.
- I. Couloigner et T. Ranchin. Mapping of urban areas : a multiresolution modeling approach for semi-automatic extraction of streets. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 66(7) :867–874, Juillet 2000.
- D. Cremers et S. Soatto. A pseudo-distance for shape priors in level set segmentation. In *Proceedings of the 2nd IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods*, pages 169–176, Nice, France, 2003.
- D. Cremers, C. Schnorr, et J. Weickert. Diffusion-snakes : combining statistical shape knowledge and image information in a variational framework. In *Proceedings of the IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision*, pages 137–144, Vancouver, BC, Canada, 2001.
- A. P. Dempster. A generalization of bayesian inference. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 30 :205–247, 1968.
- R. Deriche. Using Canny’s criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- T. Deschamps et L. D. Cohen. Fast extraction of minimal paths in 3D images and applications to virtual endoscopy. *Medical Image Analysis*, 5 :281–299, 2001.
- I. Destival. Recherche automatique des réseaux linéaires sur les images SPOT. *Bulletin de la S.F.P.T*, 105 :5–16, 1987.
- P. Dhérété et J. Desachy. Data fusion for linear geographic feature matching on SPOT images. *Bulletin de la S.F.P.T*, 153 :88–90, Avril 1999.
- P. Doucette, P. Agouris, A. Stefanidis, et M. Musavi. Self-organised clustering for road extraction in classified imagery. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 55 :347–358, 2001.
- G. Dreyfus et M. Samuelides. *Réseaux de neurones : méthodologies et applications*. Algorithmes. Eyrolles, 2004.

- R. O. Duda et P. E. Hart. *Pattern classification and scene analysis*. John Wiley & Sons, NY, USA, 1973.
- D. Eberly, R. Gardner, B. Morse, S. Pizer, et C. Scharlach. Ridges for image analysis. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 4(4) :353–373, Décembre 1994.
- M. A. Fischler, J. M. Tenenbaum, et H. C. Wolf. Detection of roads and linear structures in low-resolution aerial imagery using a multisource knowledge integration technique. *Computer Graphics and Image Processing*, 15 :201–223, 1981.
- A. Foulonneau, P. Charbonnier, et F. Heitz. Geometric shape priors for region-based active contours. *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, 3 : 413–416, 2003.
- A. Frangi, W. Niessen, K.L. Vincken, et M.A. Viergever. Multiscale vessel enhancement filtering. In *Proceedings of Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention*, pages 130–137, Boston, USA, October 1998.
- P. Fua et Y. G. Leclerc. Model driven edge detection. *Machine Vision and Applications*, 3 : 45–56, 1990.
- M. Gastaud, M. Barlaud, et G. Aubert. Combining shape prior and statistical features for active contour segmentation. *IEEE TCSVT special session on Audio and Video Analysis for Interactive Multimedia Services*, 14(5) :726–734, May 2004.
- D. Geman et B. Jedynek. An active testing model for tracking roads in satellite images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18 :1–14, 1996.
- T. Géraud. Fast road network extraction in satellite images using mathematical morphology and Markov random fields. In *IEEE EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, Trieste, Italie, Juin 2003.
- V. Ginzburg et L. Landau. *On the theory of superconductivity*. Zh. Eksper. Teo. Fiz., 1950.
- R. E. Goldstein. Nonlinear dynamics of pattern formation in physics and biology. In *Pattern Formation in the Physical and Biological Sciences*. Addison Wesley Longman, 1997.
- R. E. Goldstein, D. J. Muraki, et D. M. Petrich. Interface proliferation and the growth of labyrinths in a reaction-diffusion system. *Physical Review E*, 53 :3933–3957, 1996.
- H. Grossauer et O. Scherzer. Using the complex Ginzburg-Landau equation for digital inpainting in 2D and 3D. In *Proceedings of Scale-Space*, pages 225–236. LNCS 2695, Springer-Verlag, 2003.
- A. Grün et H. Li. Road extraction from aerial and satellite images by dynamic programming. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 50(4) :11–20, Août 1995.
- L. Guigues et J.-M. Viglino. Automatic road extraction through light propagation simulation. In *International Archive of Photogrammetry and Remote Sensing*, volume XXXIII, Amsterdam, Pays-Bas, 2000.

- C. M. Gurney. Threshold selection for line detection algorithms. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 18(2) :204–211, 1980.
- G. Guy et G. Medioni. Inferring global perceptual contours from local features. *International Journal of Computer Vision and Image Understanding*, 20 :113–133, 1996.
- X. Han, C. Xu, et J. L. Prince. A topology preserving level set method for geometric deformable models. In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 25, pages 755–768, 2003.
- D. Haverkamp. Extracting straight road structure in urban environments using IKONOS satellite imagery. *Optical Engineering*, 41(9) :2107–2110, Septembre 2002.
- C. Heipke, C. Steger, et R. Multhammer. A hierarchical approach to automatic road extraction from aerial imagery. *Integrating Photogrammetric Techniques with Scene Analysis and Machine Vision II, Proceedings of the SPIE*, 2486 :222–231, 1995.
- S. Hinz et A. Baumgartner. Automatic extraction of urban road networks from multi-view aerial imagery. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 58(1-2) :83–98, Juin 2003.
- R. Huber et K. Lang. Road extraction from high-resolution airborne SAR using operator fusion. In *Proceedings of International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, volume 6, pages 2813–2815, Sydney, Australie, Juillet 2001.
- S. Jehan-Besson, M. Barlaud, et G. Aubert. DREAM²S : Deformable regions driven by an Eulerian accurate minimization method for image and video segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 53 :45–70, 2003.
- I. Jermyn et H. Ishikawa. Globally optimal regions and boundaries as minimum ratio weight cycles. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(10) :1075–1068, 2001.
- M. Kass, A. Witkin, et D. Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4) :321–331, 1988.
- S. Kichenassamy, A. Kumar, P. Olver, A. Tannenbaum, et A. Yezzi. Gradient flows and geometric active contour models. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 810–815, Boston, MA, USA, 1995.
- R. Kimmel et A. M. Bruckstein. On regularized Laplacian zero crossings and other optimal edge integrators. *International Journal of Computer Vision*, 53(3) :225–243, 2003.
- Ron Kimmel. *Geometric Level Set Methods in Imaging Vision and Graphics*, chapitre Fast Edge Integration, pages 59–75. Osher et Paragios (éditeurs), 2003.
- T. Kohonen. *Self-organization and associative memory*. Springer, 1984.

- T. M. Koller, G. Gerig, G. Székely, et D. Dettwiler. Multiscale detection of curvilinear structures in 2-D and 3-D image data. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 864–869, Cambridge, Massachusetts, Juin 1995.
- C. Lacoste, X. Descombes, J. Zerubia, et N. Baghdadi. Extraction automatique des réseaux linéiques à partir d'images satellitaires et aériennes par processus Markov objet. *Bulletin de la S.F.P.T.*, 170 :13–22, 2003.
- C. Lacoste, X. Descombes, et J. Zerubia. Point processes for unsupervised line network extraction in remote sensing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(9), Septembre 2005.
- S. A. Langer, R. E. Goldstein, et D. P. Jackson. Dynamics of labyrinthine pattern formation in magnetic fluids. *Physical Review A*, 46-8 :4894–4904, 1992.
- I. Laptev, T. Lindeberg, W. Eckstein, C. Steger, et A. Baumgartner. Automatic extraction of roads from aerial images based on scale space and snakes. *Machine Vision and Applications*, 12 :23–31, 2000.
- M.E. Leventon, W.E.L. Grimson, et O. Faugeras. Statistical shape influence in geodesic active contours. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 316–322, Hilton Head Island, South Carolina, USA, 2000.
- T. Lindeberg. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection. *International Journal of Computer Vision*, 30(2) :117–154, 1998.
- L.M. Lorigo, O. Faugeras, W.E.L. Grimson, R. Keriven, R. Kikinis, A. Nabavi, et C.-F. Westin. Codimension-two geodesic active contours for the segmentation of tubular structures. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 444–451, 2000.
- R. Malladi, J. A. Sethian, et B. C. Vemuri. Shape modeling with front propagation : A level set approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17 :158–175, 1995.
- D. Marr. *Vision : a computational investigation into the human representation and processing of visual information*. W. H. Freeman and Company, 1982.
- N. Merlet et J. Zerubia. New prospects in line detection by dynamic programming. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(4) :426–431, 1996.
- J.-M. Morel et S. Solimini. *Variational methods in image segmentation with seven image processing experiments*. Birkhäuser, 1995.
- D. Mumford et J. Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 42 : 577–684, 1989.

- D. Nain, A. Yezzi, et G. Turk. Vessel segmentation using a shape driven flow. In *MICCAI*, volume 1, pages 51–59, Saint Malo, France, 2004.
- W. M. Neuenschwander, P. Fua, L. Iverson, G. Székely, et O. Kubler. Ziplock snakes. *International Journal of Computer Vision*, 25(3) :191–201, 1997.
- R. Nevatia et K.R. Babu. Linear feature extraction and description. *Computer Graphics and Image Processing*, 13 :257–269, 1980.
- S. Osher et N. Paragios, éditeurs. *Geometric Level Set Methods in Imaging Vision and Graphics*. Springer, 2003.
- S. Osher et J. A. Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1) :12–49, 1988.
- N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(3) :266–230, 2000.
- N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active regions : A new framework to deal with frame partition problems in computer vision. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 13 :249–268, 2002a.
- N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active regions and level set methods for supervised texture segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 46 :223–247, 2002b.
- N. Paragios et M. Rousson. Shape priors for level set representations. In *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, pages 78–92, Copenhagen, Danemark, 2002.
- N. Paragios, O. Mellina-Gottardo, et V. Ramesh. Gradient vector flow fast geometric active contours. In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 26, pages 402–407, 2003.
- T. Pavlidis. *Algorithms for Graphics and Image Processing*, chapitre 7. Springer Verlag, Computer Science Press, Inc., 1982.
- D. Peng, B. Merriman, S. Osher, H. Zhao, et M. Kang. A PDE-based fast local level set method. *Journal of Computational Physics*, 155 :410–438, 1999.
- P. Pérez, A. Blake, et M. Gangnet. Jetstream : probabilistic contour extraction with particles. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 524–531, Vancouver, Canada, 2001.
- R. Péteri et T. Ranchin. Multiresolution Snakes for urban road extraction from IKONOS and Quickbird images. In *23rd EARSeL Annual Symposium "Remote Sensing in Transition"*, pages 141–147, Ghent, Belgium, Juin 2003. Millpress, Rotterdam, Netherlands.

- R. Péteri, T. Ranchin, et I. Couloigner. A multiresolution modelling approach for semi-automatic extraction of streets : application to high-resolution images from the IKONOS satellite. In *Proceedings of the EARSeL/SFPT Symposium, 'Observing our environment from space : new solutions for a new millenium'*, Marne-la-Vallée, France, Mai 2001.
- R. Poli et G. Valli. An algorithm for real-time vessel enhancement and detection. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 52 :1–22, 1996.
- C. B. Price, P. Wambacq, et A. Oosterlinck. Image enhancement and analysis with reaction-diffusion paradigm. *IEE Proceedings I*, 137(3) :136–145, June 1990.
- G. Rellier, X. Descombes, et J. Zerubia. Local registration and deformation of a road cartographic database on a SPOT satellite image. *Pattern Recognition*, 35(10) :2213–2221, Octobre 2002.
- R. Ruskoné. *Extraction automatique du réseau routier par interprétation locale du contexte*. Thèse de Doctorat, Université de Marne la Vallée, 1996.
- C. Samson, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, et J. Zerubia. A variational model for image classification and restoration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(5) :460–472, May 2000.
- G. Sapiro. *Geometric partial differential equations and image analysis*. Cambridge University Press, 2001.
- M. A. Serendero. *Extraction d'informations symboliques en imagerie SPOT : réseaux de communication et agglomérations*. Thèse de Doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, 1989.
- J. A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Geometry Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science*. Cambridge University Press, 1999.
- J. A. Sethian. Fast marching methods. *SIAM Review*, 41-2 :199–235, 1996.
- J. A. Sethian et J. Strain. Cristal growth and dendritic solidification. *Journal of Computational Physics*, 98 :231–253, 1992.
- G. Shafer. *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press, 1976.
- K. Siddiqi, B.B. Kimia, et Chi-Wang Shu. Geometric shock-capturing ENO schemes for subpixel interpolation, computation and curve evolution. *Graphical Models and Image Processing*, 59 :278–301, 1997.
- C. Steger. An unbiased detector of curvilinear structures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(2) :113–125, Février 1998.
- R. Stoica, X. Descombes, et J. Zerubia. A Gibbs point process for road extraction from remotely sensed images. *International Journal of Computer Vision*, 57(2) :121–136, 2004.

- M. Sussman et E. Fatemi. An efficient, interface-preserving level set redistancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(4) :1165–1191, 1997.
- M. Sussman, P. Smereka, et S. Osher. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114 :146–159, 1994.
- F. Tupin, H. Maitre, J-F. Mangin, J-M. Nicolas, et E. Pechersky. Detection of linear features in SAR images : Application to road network extraction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(2) :434–453, 1998.
- G. Turk. Generating textures on arbitrary surfaces using reaction-diffusion. *Computer Graphics*, 25(4) :289–298, July 1991.
- A. Vasilevskiy et K. Siddiqi. Flux maximizing geometric flows. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(12) :1565–1578, 2003.
- S. Vinson, L.D. Cohen, et F. Perlant. Extraction of rectangular buildings using DEM and orthoimage. In *Scandinavian Conference on Image Analysis (SCIA'01)*, Bergen, Norway, June 2001.
- G. Vosselman et J. de Knecht. Road tracing by profile matching and Kalman filtering. In *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images*, pages 265–274, Ascona, Suisse, Avril 1995.
- D. Wang, D. C. He, L. Wang, et D. Morin. L'extraction du réseau routier urbain à partir d'images SPOT HRV. *International Journal of Remote Sensing*, 17(4) :827–833, 1996.
- L. R. Williams et D. W. Jacobs. Stochastic completion fields : a neural model of illusory contour shape and salience. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 408–415, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, USA, June 1995.
- A. Witkin et M. Kass. Reaction-diffusion textures. *Computer Graphics*, 25(4) :299–308, July 1991.
- C. Xu et J. Prince. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :359–369, march 1998.
- A.L. Yuille, P.W. Hallinan, et D.S. Cohen. Feature extraction from faces using deformable templates. *International Journal of Computer Vision*, 8(2) :99–111, 1992.
- C. Zhang. Towards an operational system for automated updating of road databases by integration of imagery and geodata. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 58(3-4) :166–186, Janvier 2004.
- C. Zhang, S. Murai, et E. Baltsavias. Road network detection by mathematical morphology. In *Proceedings of ISPRS Workshop "3D Geospatial Data Production : Meeting Application Requirements"*, pages 185–200, Paris, France, Avril 1999.

- H. K. Zhao, T.F. Chan, B. Merriman, et S. Osher. A variational level set approach to multiphase motion. *Journal of Computational Physics*, 127 :179–195, 1996.
- S. C. Zhu et D. Mumford. Prior learning and Gibbs reaction-diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(11) :1236–1250, November 1997.
- A. Zlotnick et P. D. Carnine. Finding road seeds in aerial images. *CVGIP : Image Understanding*, 57(2) :243–260, 1993.

RÉSUMÉ

Cette thèse aborde le problème de l'introduction d'une connaissance a priori sur la géométrie de l'objet à détecter dans le cadre général de la reconnaissance de formes dans une image. L'application choisie pour illustrer ce problème est la détection de réseaux de linéiques dans des images satellitaires et aériennes. Nous nous plaçons dans le cadre des contours actifs, qui ont été largement utilisés en traitement d'image pour l'extraction d'objets, et nous introduisons une nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur. Cette classe permet la création de nouveaux modèles rendant possible l'incorporation d'informations géométriques fortes définissant plutôt qu'une forme spécifique, une famille générale de formes.

Nous étudions, dans un premier temps, un cas particulier d'énergie quadratique qui favorise des structures à plusieurs bras de largeur à peu près constante et connectés entre eux. Cette énergie démontre les perspectives de modélisation qu'offre la nouvelle classe de contours actifs introduite. L'énergie étudiée ainsi que des termes linéaires de longueur et d'aire sont utilisés comme termes d'a priori pour les modèles d'extraction de linéiques que nous proposons. Plusieurs termes d'attache aux données sont proposés dont un terme quadratique permettant de lier la géométrie du contour et les propriétés de l'image. Un modèle d'extraction permettant de gérer les occultations est également présenté. Pour permettre la minimisation de l'énergie, nous développons un cadre méthodologique utilisant les courbes de niveau. Les forces non locales sont calculées sur le contour extrait avant d'être étendues sur tout le domaine considéré. Finalement, afin de résoudre certaines difficultés rencontrées avec les contours actifs standards ainsi que les nouveaux modèles, nous proposons d'utiliser des modèles de champs de phase pour modéliser les régions. Cette méthodologie offre une alternative avantageuse aux techniques classiques et nous définissons des modèles d'extraction de linéiques similaires aux contours actifs d'ordre supérieur dans ce cadre. La pertinence de tous les modèles proposés est illustrée sur des images satellitaires et aériennes réelles.

Mots clefs : Contours actifs d'ordre supérieur, géométrie a priori, forme, continuité, occultations, courbes de niveaux, champ de phase, extraction de linéiques, images satellitaires et aériennes.

ABSTRACT

This thesis addresses the question of how to introduce prior knowledge about the shape of an object to be detected in the general framework of object recognition from images. We illustrate this idea with the problem of line network extraction from satellite and aerial images. We use the framework of active contours, which has been extensively used in image processing for object extraction. We introduce a whole new class of active contours, named « higher-order active contours ». This class allows us to define new models that incorporate sophisticated prior geometric knowledge describing, rather than a specific shape, a general family of shapes.

We first study a particular case of a geometric quadratic energy that favours network structures composed of arms of roughly constant width joined at junctions. This energy demonstrates the modelling possibilities offered by the new class of active contours. The geometric quadratic energy is added to the linear terms length and area, and is used as a geometric prior for the line network extraction models we propose. Several image terms are defined, one of them being a quadratic term linking the geometry of contour points and the data. A model for extraction in presence of occlusions is also presented. In order to minimize these energies, we develop an algorithm based on the level set methodology. The non-local forces of the gradient descent equation are computed on the extracted contour, before being extended to the whole domain. Finally, in order to solve certain difficulties with both standard active contours and the new models, we propose to use phase field models to model regions. They offer an advantageous alternative to classical techniques and we define line network extraction models similar to higher-order active contours in that framework. All proposed models are tested on real satellite and aerial images.

Keywords : Higher order active contours, prior, geometry, shape, continuation, occlusions, level sets, phase field, line network extraction, satellite and aerial imagery.