



HAL
open science

**Etude de quelques problèmes liés à l'analyse d'images :
Recherche de direction privilégiée et projection d'images
- Application au dénombrement et à la mesure de
structures en domaine ferroélectrique**

Claire Rubat Du Mérac

► **To cite this version:**

Claire Rubat Du Mérac. Etude de quelques problèmes liés à l'analyse d'images : Recherche de direction privilégiée et projection d'images - Application au dénombrement et à la mesure de structures en domaine ferroélectrique. Interface homme-machine [cs.HC]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG; Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1977. Français. NNT : . tel-00010660

HAL Id: tel-00010660

<https://theses.hal.science/tel-00010660>

Submitted on 17 Oct 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

Université Scientifique et Médicale de Grenoble
Institut National Polytechnique de Grenoble

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE
Informatique

par

Claire RUBAT du MERAC



**ETUDE DE QUELQUES PROBLEMES
LIES A L'ANALYSE D'IMAGE :
RECHERCHE DE DIRECTION PRIVILEGIEE
ET PROJECTION D'IMAGES**

**Application au dénombrement et à la mesure de structures
en domaines ferroélectriques**



Thèse soutenue le 13 mai 1977 devant la Commission d'Examen

Président : N. GASTINEL

Examineurs : J. BORNAREL

S. CASTAN

J. WOLF

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

Monsieur Gabriel CAU : Président

Monsieur Pierre JULLIEN : Vice Président

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	AMBLARD Pierre	Clinique de dermatologie
	ARNAUD Paul	Chimie
	ARVIEU Robert	I.S.N.
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme.	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOU Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BEAUDOING André	Clinique de pédiatrie et puériculture
	BELORIZKY Elie	Physique
	BERNARD Alain	Mathématiques pures
Mme.	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques pures
	BEZEZ Henri	Pathologie chirurgicale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques pures
	BOLLINET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Clinique gastro-entérologique
Mme.	BONNIER Marie-Jeanne	Chimie générale
MM.	BOUCHERLE André	Chimie et toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques appliquées
	BOUTET DE MONVEL Louis	Mathématiques pures
	BRAVARD Yves	Géographie
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologique
	CALAS François	Anatomie
	CARLIER Georges	Biologie végétale
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques pures
	CHARACHON Robert	Clinique oto-rhino-laryngologique
	CHATEAU Robert	Clinique de neurologie
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COEUR André	Pharmacie chimique et chimie analytique
	CONTAMTIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie pathologique

Mme.	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DELORMAS Pierre	Pneumophtisiologie
	DEPORTES Charles	Chimie minérale
	DESRE Pierre	Métallurgie
	DESSAUX Georges	Physiologie animale
	DODU Jacques	Mécanique appliquée (IUT I)
	DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALVANI Octave	Mathématiques pures
	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GEINDRE Michel	Electroradiologie
	GERBER Robert	Mathématiques pures
	GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
	GIRAUD Pierre	Géologie
	JANIN Bernard	Géographie
	KAHANE André	Physique générale
	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques pures
	KLEIN Joseph	Mathématiques pures
	KRAVICHENKO Julien	Mécanique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques appliquées
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
Mme.	LAJZEROWICZ Janine	Physique
MM.	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre-Jean	Mathématiques Appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LE ROY Philippe	Mécanique (IUT I)
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOISEAUX Pierre	Sciences nucléaires
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique nucléaire
	LOUP Jean	Géographie
Melle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques pures
MM.	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Clinique cardiologique
	MAZARE Yves	Clinique médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et pétrographie
	MICOUD Max	Clinique maladies infectieuses
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NOZIERES Philippe	Spectrométrie physique
	OZENDA Paul	Botanique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET Jean	Semeiologie médicale (Neurologie)
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REVOL Michel	Urologie
	RINALDI Renaud	Physique
	DE ROUGEMONT Jacques	Neuro-chirurgie
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SIBILLE Robert	Construction mécanique (IUT I)

MM.	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	TRAYNARD Philippe	Chimie générale
	VAILLANT François	Zoologie
	VALENTIN Jacques	Physique nucléaire
	VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme.	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
MM.	VERAIN André	Physique
	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	CRABBE Pierre	CERMO
	DEMBICKI Eugéniuz	Mécanique
	JOHNSON Thomas	Mathématiques appliquées
	PENNEY Thomas	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Melle	AGNIUS-DELDORD Claudine	Physique pharmaceutique
	ALARY Josette	Chimie analytique
MM.	AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
	ARMAND Gilbert	Géographie
	BENZAKEN Claude	Mathématiques appliquées
	BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
	BILLET Jean	Géographie
	BOUCHET Yves	Anatomie
	BRUGEL Lucien	Energétique (IUT I)
	BUISSON René	Physique (IUT I)
	BUTEL Jean	Orthopédie
	COHEN ADDAD Pierre	Spectrométrie physique
	COLOMB Maurice	Biochimie
	CONTE René	Physique (IUT I)
	DELOBEL Claude	M.I.A.G.
	DEPASSEL Roger	Mécanique des fluides
	FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques pures
	GAUTRON René	Chimie
	GIDON Paul	Géologie et minéralogie
	GLENAT René	Chimie organique
	GROULADE Joseph	Biologie médicale
	HACQUES Gérard	Calcul numérique
	HOLLARD Daniel	Hématologie
	HUGONOT Robert	Hygiène et médecine préventive
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	JOLY Jean-René	Mathématiques pures
	JULLIEN Pierre	Mathématiques appliquées
Mme.	KAHANE Josette	Physique
MM.	KRAKOWIACK Sacha	Mathématiques appliquées
	KUHN Gérard	Physique (IUT I)
	LIU DUC Cuong	Chimie organique
	MAYNARD Roger	Physique du solide
Mme.	MINIER Colette	Physique (IUT I)
MM.	PELMONT Jean	Biochimie
	PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
	PFISTER Jean-Claude	Physique du solide
Melle	PIERY Yvette	Physiologie animale

MM.	RAYNAUD Hervé	M.I.A.G.
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	RICHARD Lucien	Biologie végétale
Mme.	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	ROBERT André	Chimie papetière
	SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme.	SOUTIF Jeanne	Physique générale
MM.	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	VIALON Pierre	Géologie
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques appliquées

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

MM.	ARMAND Yves	Chimie (IUT I)
	BACHELOT Yvan	Endocrinologie
	BARGE Michel	Neuro-chirurgie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
Mme	BERIEL Hélène	Pharmacodynamie
MM.	BOST Michel	Pédiatrie
	BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie adultes
Mme.	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BRODEAU François	Mathématiques (IUT B) (Personne étrangère habilitée à être directeur de thèse)
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHARDON Michel	Géographie
	CHERADAME Hervé	Chimie papetière
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	CONTAMIN Charles	Chirurgie thoracique et cardio-vasculaire
	CORDONNIER Daniel	Néphrologie
	COULOMB Max	Radiologie
	CROUZET Guy	Radiologie
	CYROT Michel	Physique du solide
	DENIS Bernard	Cardiologie
	DOUCE Roland	Physiologie végétale
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme.	ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	FAURE Gilbert	Urologie
	GAUTIER Robert	Chirurgie générale
	GIDON Maurice	Géologie
	GROS Yves	Physique (IUT I)
	GUIGNIER Michel	Thérapeutique
	GUILTON Jacques	Chimie
	HICTER Pierre	Chimie
	JALBERT Pierre	Histologie
	JULIEN-LAVILLAVROY Claude	O.R.L.
	KOLODIE Lucien	Hématologie
	LE NOC Pierre	Bactériologie-virologie
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et médecine préventive
	MALLION Jean-Michel	Médecine du travail
	MARECHAL Jean	Mécanique (IUT I)
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
	MICHOULLIER Jean	Physique (IUT I)

MM.	NEGRE Robert	Mécanique (IUT I)
	NEMOZ Alain	Thermodynamique
	NOUGARET Marcel	Automatique (IUT I)
	PARAMELLE Bernard	Pneumologie
	PECCOUD François	Analyse (IUT B) (Personnalité étrangère habilité à être directeur de thèse)
	PEFFEN René	Métallurgie (IUT I)
	PERRIER Guy	Géophysique-Glaciologie
	PHELIP Xavier	Rhumatologie
	RACHAIL Michel	Médecine interne
	RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
	RAMBAUD André	Hygiène et hydrologie (Pharmacie)
	RAMBAUD Pierre	Pédiatrie
	RAPHAEL Bernard	Stomatologie
Mme.	RENAUDET Jacqueline	Bactériologie (Pharmacie)
MM.	ROBERT Jean-Bernard	Chimie physique
	Romier Guy	- Mathématiques (IUT B) (Personnalité étrangère habilité à être directeur de thèse)
	SCHAERER René	Cancérologie
	SHOM Jean-Claude	Chimie générale
	STOEBNER Pierre	Anatomie pathologie
	VRIOUSOS Constantin	Radiologie

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM.	DEVINE Roderick	Spectro physique
	HODGES Christopher	Transition de phases

Fait à SAINT MARTIN D'HERES, NOVEMBRE 1976.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Monsieur Philippe TRAYNARD : Président

Monsieur Pierre-Jean LAURENT : Vice Président

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BESSION Jean	Electrochimie
	BLOCH Daniel	Physique du solide
	BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
	BONNIER Etienne	Electrochimie et électrometallurgie
	BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
	BRISSONNEAU Pierre	Physique du solide
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	COUMES André	Radioélectricité
	DURAND Francis	Métallurgie
	FELICI Noël	Electrostatique
	FOULARD Claude	Automatique
	LESPINARD Georges	Mécanique
	MOREAU René	Mécanique
	PARIAUD Jean-Charles	Chimie-Physique
	PAUTHENET René	Physique du solide
	PERRET René	Servomécanismes
	POLOUJADOFF Michel	Electrotechnique
	SILBER Robert	Mécanique des fluides

PROFESSEUR ASSOCIE

M.	ROUXEL Roland	Automatique
----	---------------	-------------

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.	BLIMAN Samuel	Electronique
	BOUVARD Maurice	Génie mécanique
	COHEN Joseph	Electrotechnique
	LACOUME Jean-Louis	Géophysique
	LANCIA Roland	Electronique
	ROBERT François	Analyse Numérique
	VEILLON Gérard	Informatique fondamentale et appliquée
	ZADWORNÝ François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES

MM.	ANCEAU François	Mathématiques appliquées
	CHARTIER Germain	Electronique
	GUYOT Pierre	Chimie minérale
	IVANES Marcel	Electrotechnique
	JOUBERT Jean-Claude	Physique du solide
	MORET Roger	Electrotechnique nucléaire
	PIERRARD Jean-Marie	Mécanique
	SABONNADIÈRE Jean-Claude	Informatique fondamentale et appliquée
Mme.	SAUCIER Gabrièle	Informatique fondamentale et appliquée

MAITRE DE CONFERENCES ASSOCIE

M.	LANDAU Ioan	Automatique
----	-------------	-------------

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maîtres de Recherche)

MM.	FRUCHART Robert	Directeur de Recherche
	ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
	CARRE René	Maître de Recherche
	DRIOLE Jean	Maître de Recherche
	MATHIEU Jean-Claude	Maître de Recherche
	MUNIER Jacques	Maître de Recherche

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur N. Gastinel pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour les conseils qu'il m'a prodigués, ainsi que pour la liberté et l'initiative qu'il a su me laisser.

Je remercie Monsieur J. Wolf qui m'a permis de débiter ce travail dans un domaine peu développé jusqu'alors à l'Université de Grenoble.

Je remercie Monsieur J. Bornarel qui est à l'origine de ce travail et dont les remarques et critiques ont largement contribué à son aboutissement.

Je remercie également le Professeur S. Castan qui a bien voulu s'intéresser à mes résultats et accepter de faire partie du jury.

Je n'oublie pas surtout Monsieur M. Lucas pour sa contribution à la mise au point du matériel et à la prospection de sujets permettant son utilisation par d'autres laboratoires de recherche grenoblois. Je n'oublie pas non plus Monsieur A. Eberhard ainsi que tous ceux qui ont participé à la maintenance du matériel.

Ce travail a en outre bénéficié, lors de quelques moments un peu difficiles, du soutien et du réconfort de quelques uns de mes collègues du laboratoire. Je tiens à leur exprimer ici ma plus vive gratitude.

Je remercie enfin Madame F. Blanc, ainsi que Messieurs Anguille, Iglesias, Mollier, Mounet pour la qualité de ce document.

TABLE DES MATIERES

PREMIERE PARTIE

TRAITEMENTS D'IMAGES - PROBLEMES GENERAUX

CH1 - DEFINITIONS FORMELLES GENERALES. REPRESENTATION

- I Les images
- II Rappels : métriques sur \mathbb{Z}^2
 - d_1 consécuitivité, d_∞ consécuitivité
 - contiguité
- III Objets
- IV Bords d'un objet
- V Squelette d'un objet
- VI Opérateurs de transformations d'images

CH2 - ETAPES NECESSAIRES A L'ANALYSE D'UNE IMAGE

- I Saisie
- II Réalisation pratique au C.I.C.G.
- III Les prétraitements
- IV Segmentation d'une image
- V Identification des objets

DEUXIEME PARTIE

PROBLEME PRATIQUE SOUMIS : EXPLOITATION DE PHOTOGRAPHIES DE DOMAINES FERROELECTRIQUES

CH1 - LE PHENOMENE PHYSIQUE

CH2 - LES PHOTOGRAPHIES A TRAITER

TROISIEME PARTIE

MESURES DE CARACTERISTIQUES DE DOMAINES

CH1 - LES SQUELETTES : REDUCTION D'OBJETS LONGILIGNES

- I Définition dans le plan réel. Exemples.
- II Représentation du squelette dans \mathbb{Z}^2 . Algorithmes existants.
 - II.1 Par pelage
 - II.2 Par distance des points au fond de l'image
 - II.3 Par voisinage variable
 - II.4 Etude comparative
- III Définition du squelette par des cordes
 - III.1 Définitions complémentaires : Cordes
épaisseur
 - III.2 Algorithme associé : critère de sélection des points
 - III.2.1 *Relation entre les valeurs de l'image des distances d_1 et les centres de cordes minimales.*
 - III.2.2 *Utilisation*
 - III.3 Exemples

CH2 - "SEGMENTS DE DROITES" DISCRETS

- I Aspect d'un segment de droite sur une image digitale
- II Equation d'un segment de droite dans \mathbb{Z}^2
- III Existence de paliers sur cet ensemble

CH3 - RECHERCHE DE LA PENTE DES DOMAINES PAR LEUR SQUELETTE

- I Premier algorithme parcours de ligne
- II Problèmes particuliers
- III Algorithme de calcul utilisé
- IV Résultats rendus

CH4 - PROJECTION D'UNE IMAGE PLANE

- I D'une image continue
- II D'une image discrète
- III Partitionnement de \mathbb{Z}^2 à l'aide de raies
- IV Partitionnement du support
- V Projection d'une image discrète

CH5 - UTILISATION DE PROJECTIONS POUR LA RECHERCHE ET LES MESURES
DE DOMAINES

- I Représentation digitale. Rappel
- II Caractérisation d'une aiguille à l'aide de deux projections
- III Application à l'analyse d'une image binaire de domaines
- IV Exploitation des résultats
- V Résolution des cas particuliers

CH6 - RESULTATS OBTENUS. DISCUSSION

Introduction et Rappel des résultats attendus

- I Enoncé des causes d'erreur et résolution de ces causes
 - 1. *Qualité de l'échantillon*
 - 2. *Eclairage de l'échantillon*
 - 3. *Problème physique lui-même : cas particuliers*
 - 4. *Limites du film (contraste) ou du capteur*
- II Exploitation systématique

CONCLUSION : Amélioration à apporter par les physiciens
Insuffisance de qualité du capteur et utilité d'une amélioration

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

Au cours de ces vingt dernières années, le traitement et l'analyse d'images par ordinateur s'est énormément développé dans des domaines d'application variés. Les différentes étapes intervenant depuis la saisie des images jusqu'aux résultats recherchés ont permis de classer les problèmes posés et donc, par la même occasion, les outils utilisés pour les résoudre le cas échéant.

Dans un premier temps, toute image doit subir un certain nombre de transformations destinées à la préparer de façon à faire ressortir au mieux ce qui nous permettra d'en extraire les informations utiles. Au cours de la première partie de notre exposé, nous présenterons les différentes notions utiles dans ce travail, ainsi que les outils permettant les transformations et leur fonctionnement.

Dans la seconde partie, nous exposons le type très particulier de problème qui nous a été posé. Il s'agissait d'énumérer des domaines ferroélectriques apparaissant sur les photographies comme des aiguilles rectilignes toutes parallèles.

Cela nous a influencé dans le choix des méthodes d'extraction des caractéristiques des objets représentés. Nous avons à déterminer leur pente pour l'utiliser en projetant l'image dans cette direction, et en considérant cette projection comme un diagramme de densité optique permettant de localiser les domaines sur les photographies.

Ceci nous a conduit à développer plus particulièrement deux notions que nous exposons dans la troisième partie :

- * la notion de squelette, qui, en réduisant le nombre de points sur lesquels travailler, peut conserver intacte l'information de direction et de longueur de l'objet ainsi traité.

- * la notion de projection dans une direction et de raie de pente quelconque sur une image digitale. Le calcul d'une telle projection a pour résultat d'une image binaire un histogramme des points situés dans un domaine raie par raie.

Nous montrons comment, à l'aide de deux directions, on peut obtenir une identification des domaines représentés et une mesure de leur longueur et de leur épaisseur.

Dans la dernière partie, nous tirons les conclusions sur les traquenards rencontrés, leur résolution le cas échéant et les limites de cette résolution, avant de présenter un tableau des résultats rendus sur une cinquantaine de photographies exploitables parmi les deux cent que nous avons dépouillées, et dont certaines ne présentaient pas les qualités requises pour un traitement automatique.

On détaille ensuite en montrant en exemple une photographie caractéristique présentant un certain nombre des problèmes exposés auparavant, les possibilités de résolution ou non.

P R E M I E R E P A R T I E**T R A I T E M E N T D ' I M A G E S - P R O B L E M E S G E N E R A U X****CHI - DEFINITIONS FORMELLES GENERALES - REPRESENTATION.**

- I - Les images
- II - Rappels : métriques sur \mathbb{Z}^2
- III - Objets
- IV - bords d'un objet
- V - Squelette d'un objet
- VI - opérateurs de transformation

CHII - ETAPES NECESSAIRES

- I - Saisie
- II - Réalisation pratique au C.I.C.G.
- III - Les prétraitements
- IV - Segmentation d'une image
- V - Identification des objets

CHI - DEFINITIONS FORMELLES GENERALES

REPRESENTATION

Nous allons commencer par présenter le formalisme adopté par la suite, et destiné à nous permettre de nommer les différents outils que nous devons utiliser dans notre travail. Le formalisme devra représenter depuis l'image d'origine que nous avons à exploiter, jusqu'aux informations que nous devons en extraire, en passant par toutes les transformations et les fonctions de mesures nécessaires pour ce travail.

I - LES IMAGES

Nous pouvons nous définir quatre types d'images différents. Ces différents types interviennent dans différentes phases de l'évolution d'une image au cours de son traitement.

1 - Une *image réelle* φ est une application réelle de deux variables à support D borné dans \mathbb{R}^2 , continue par morceaux, à valeur dans un intervalle réel $[0, 1]$, et définie de la façon suivante (\mathbb{R}^2 est rapporté à un système orthonormal) :

si $(x, y) \in D \implies \varphi(x, y) = \text{intensité lumineuse au point } (x, y)$

Nous appellerons la valeur prise *niveau de gris* en ce point. Une telle image sera fournie par une photographie, un dessin etc [1, 2].

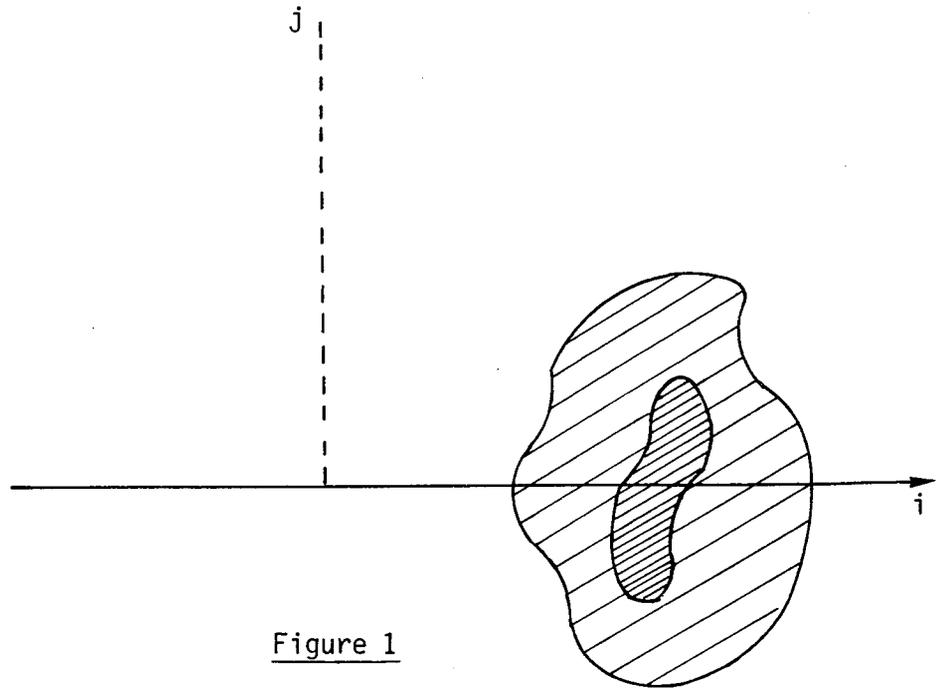


Figure 1

```

0 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 1 1 2 2 1 1 1
1 1 1 2 2 1 1 1
1 1 1 1 2 2 1 1 1
1 1 1 2 2 1 1 1 1
1 1 1 2 2 1 1 1 1
1 1 2 2 1 1 1 1
1 1 2 2 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1

```

Figure 2

2 - Cette intensité est prélevée par un capteur optique qui ne peut la mesurer que sur un voisinage de (x, y) . Ne pouvant, d'autre part, emmagasiner qu'un nombre fini de valeurs en machine, nous sommes conduits à échantillonner le plan de l'image. Cet échantillonnage se fera plus ou moins finement. Il consiste souvent en un quadrillage de l'image à l'aide d'une grille rectangulaire construite parallèlement au support rectangulaire de l'image.

Soit h la distance séparant les parallèles constituant la grille.

En supposant que nous utilisons un faisceau lumineux homogène pour éclairer la photographie de départ, nous pouvons prendre l'hypothèse qu'en chaque point de l'échantillonnage, si f représente l'intensité lumineuse captée en (h_i, h_j)

$$f(i, j) = \frac{1}{S} \iint_{(x,y) \in r} \varphi(x, y) dx dy \quad (1)$$

$$\text{où } r = [j_i - \frac{h}{2}, j_i + \frac{h}{2}] \times [h_j - \frac{h}{2}, h_j + \frac{h}{2}]$$

h sera appelé *pas de discrétisation*.

Nous pouvons, à l'aide de ceci, nous définir un deuxième type d'image, *l'image discrète*, définie comme une application f de \mathbb{Z}^2 dans $[0, \ell]$, toujours à support borné, dont la définition sera donnée par (1).

3 - Nous nous définissons alors une image digitale comme une application I de \mathbb{Z}^2 dans $\{0, 1, 2, \dots, \ell\} \subset \mathbb{N}$, toujours à support borné où

$$I(i, j) = \text{entier}(f(i, j))$$

avec $\text{entier}(x) = y$ tel que $y \in \mathbb{Z}$ et $y \leq x < y+1$.

4 - le quatrième type d'image dont nous verrons l'utilité ultérieurement est l'image binaire définie comme étant une application de \mathbb{Z}^2 dans $\{0, 1\}$.

La représentation des deux derniers types d'image est immédiate à l'aide de tableaux à deux dimensions (n_1 lignes et n_2 colonnes où n_1 est le nombre de lignes horizontales de la grille et n_2 le nombre de lignes verticales).

Nous donnons, figure 1, un exemple de discrétisation d'un objet en trois niveaux de gris avec la superposition de la grille sur l'image réelle et le tableau de valeurs associé.

On représentera une image binaire par un tableau défini de façon analogue.

II - RAPPELS : METRIQUES SUR \mathbb{Z}^2 [1, 2, 5, 11, 14]

1. Soient x et $y \in \mathbb{Z}^2$ deux points que nous pourrions représenter par :

$$x = (i_x, j_x) \text{ et } y = (i_y, j_y).$$

Les deux fonctions

$$d_1(x, y) = |i_x - i_y| + |j_x - j_y|$$

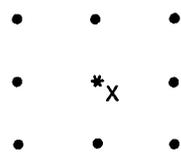
$$d_\infty(x, y) = \text{Max} (|i_x - i_y|, |j_x - j_y|)$$

sont deux métriques qui nous permettent de définir la notion de *continuité*.

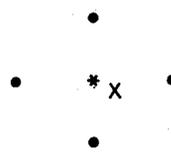
Considérons :

$$V_1(x) = \{y \text{ tel que } d_1(x, y) \leq 1\}$$

$$V_\infty(x) = \{y \text{ tel que } d_\infty(x, y) \leq 1\}$$



$V_\infty(x)$



$V_1(x)$

Figure 3

Prop : Il est évident que si $d_1(x, y) = a$, alors il existe au moins une suite minimale de points $y_0, y_1, y_2, \dots, y_a$ telle que

$$y_i \in V_1(y_{i-1})$$

On peut énoncer la même propriété pour $d_\infty(x, y)$.

2. Si $d_1(x, y) < 1$, on dira que y et x sont d_1 -consécutifs.
Si $d_\infty(x, y) < 1$, on dira que y et x sont d_∞ -consécutifs.

Nous pouvons à l'aide de ceci nous définir la relation d'équivalence suivante sur un ensemble de point E : soient (i, j) et (i', j') deux points de E . $(i, j) \sim (i', j')$ ssi il existe $(i_0, j_0), (i_1, j_1), (i_2, j_2), \dots, (i_n, j_n)$ suite de points de E tels que :

$$(i_0, j_0) = (i, j)$$

$$(i_n, j_n) = (i', j')$$

$$(i_p, j_p) \in V_\infty(i_{p-1}, j_{p-1})$$

Des classes de cette relation seront appelées *composantes contigues*.

3. Distance d'un point à un ensemble :

Soit $E \subset \mathbb{Z}^2$ et $x = (i_x, j_x) \in \mathbb{Z}^2$.

$$d(x, E) = \min_{y \in E} (d(x, y))$$

Une telle distance existe et $\exists y \in E$ $d(x, y) = d(x, E)$.

En effet $\forall y \in E, d(x, y) \in \mathbb{N} \Rightarrow d(x, y) \geq 0$.

Le minimum de ces valeurs $d(x, y)$, lorsque y parcourt E existe donc.

D'autre part, E sous ensemble du support de l'image est donc un ensemble fini de points.

Donc $\{d(x, y), y \in E\}$ est un ensemble fini de valeurs entière ; il possède donc un plus petit élément ou plusieurs, et $\exists y \in E, d(x, y) = d(x, E)$.

III - OBJETS OU FORMES

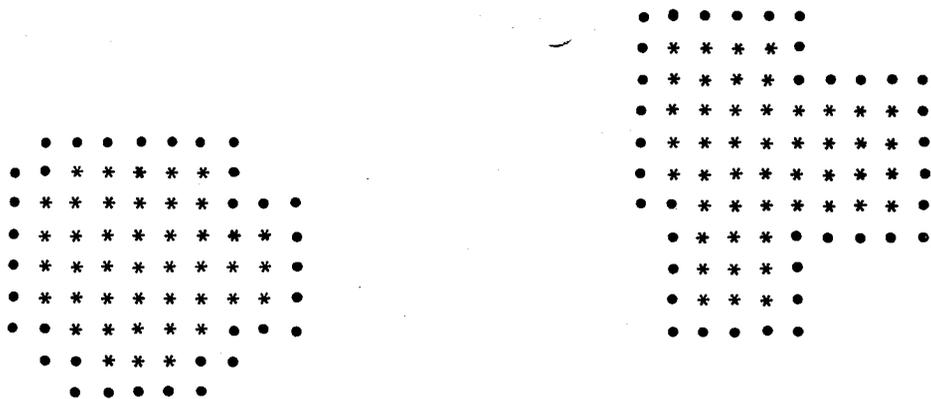
1. Sur une photographie l'oeil trie les points en utilisant leur intensité lumineuse et les regroupe pour constituer des surfaces avec les points ainsi associés. Il en extrait un certain nombre d'informations, concernant la taille, la forme, la direction, et tire de ces informations topologiques une valeur sémantique permettant de caractériser les objets ainsi sélectionnés.
2. Dans le cas d'images d'objets noirs sur fond blanc, nous le ferons à l'aide d'un seuil s d'intensité lumineuse, qu'il faudra déterminer, et nous nous définirons l'appartenance à un objet θ d'un point x de coordonnées (i_x, j_x) du support par

$$x \in \theta \iff I(i_x, j_x) \leq s \quad (2)$$

Le complément de l'ensemble de ces points dans le support sera le *fond* de l'image.

Un *objet* sera une composante contigue des points x du support vérifiant (2)

3. Un point de bord sera un point x d'un objet tel qu'il existera y situé dans le fond et x contigu à y .



* point \in objet
 • point borduré

Figure 4

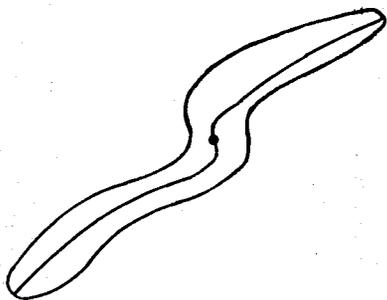
Un bord sera une composante contigue de tels points.

4. Couronne d'un objet :

y sera point couronne d'un objet si :

$$\left\{ \begin{array}{l} * y \in F \\ * \text{ et } \exists x \in \theta \text{ tel que } x \text{ d}_1 \text{ consécutif à } y. \end{array} \right.$$

5. Cette notion de bord est intéressante dans certains cas où la physionomie du bord permet de tirer des conclusions sur l'objet représenté [6,14]. Lorsque la surface est "étalée", représenter les seuls bords dans l'image constitue une simplification importante, permettant d'extraire des renseignements suffisants. Dans d'autres cas, où nous avons des représentations d'objets longilignes ou bien de tracés de lignes, nous avons un contour des objets représentés par deux ensembles de points de physionomie analogue (fig.).



ACB et ADB ne présentent pas de différences topologiques importantes

Figure 5

On préfère alors simplifier l'objet en considérant la ligne médiane de ACB et ADB, AMB que nous appellerons *squelette* de l'objet représenté sur l'image.

Ce squelette permet de connaître :

- la position et l'orientation de l'objet dans le support
- les caractéristiques essentielles de la forme de cet objet
- sa longueur

Cette notion a trouvé beaucoup d'applications en traitement de caractères alphabétiques, en analyse de chromosomes et en cartographie [17 - 23].

Il y a donc un certain nombre de méthodes d'obtentions décrites dans la littérature. Nous détaillons les propriétés d'une telle notion dans un des chapitres suivants.

IV - OPERATEURS DE TRANSFORMATION D'UNE IMAGE

Un opérateur de transformation d'une image discrète ou binaire sera une fonction qui, appliquée à une telle image aura pour résultat une nouvelle image discrète ou binaire.

Ces transformations consisteront en amélioration de l'image (suppression de défauts, lissage de l'intensité lumineuse, etc.) ou en une simplification, par réduction, de l'information inutile (séparation des objets du fond, squelette, contour).

Ces opérateurs, qui servent à obtenir des résultats globaux sur l'image, sont obtenus par l'utilisation d'opérateurs *locaux* ; ces opérateurs agissent sur chaque point, en ne faisant intervenir que quelques points du voisinage ou encore le seul point auquel ils sont appliqués [3,11].

Dans certains cas, les opérateurs globaux recherchés peuvent être réalisés à l'aide de l'application séquentielle ligne par ligne d'un ou deux opérateurs locaux propageant le résultat sur le tableau de départ lui-même [11].

Nous allons en détailler un certain nombre qui nous ont été utiles dans le travail effectué.

CHII - ETAPES NECESSAIRES DANS L'EXPLOITATION D'UNE IMAGE

L'analyse d'une image doit nous permettre d'obtenir, à partir de la photographie de départ, la description de ses composants et les relations existant entre ces composants [3, 4].

Elle commence donc à la saisie de l'image, par un capteur optique, à l'aide duquel on mesurera les intensités lumineuses en chaque point d'un échantillonnage et d'organiser ces mesures en tableaux à deux dimensions.

Les résultats obtenus à ce moment-là ne sont pas le plus souvent satisfaisants. En effet, un certain nombre de défauts peuvent apparaître au cours des diverses étapes qui nous ont permis de passer des objets à l'image digitale rentrée en machine (objet lui-même, photographie, éclairage, défauts du capteur, défaut de transmission). Une amélioration est donc rendue nécessaire et sera effectuée à l'aide d'opérateurs de transformation, tels que lissage de l'image, séparation des objets du reste de l'image.

Par la suite, le traitement choisi identifiera les objets à partir de traits caractéristiques, essentiellement fournis par la connaissance a priori des objets et par un apprentissage permettant une adaptation des paramètres avec les cas présentés.

I - LA SAISIE DE L'IMAGE

Cette étape est une étape très importante dans le travail. Elle détermine en effet la qualité de l'image discrète sur laquelle nous devons travailler par la suite. Le choix du capteur et les conditions d'éclairage conditionnent en effet la confiance que l'on peut avoir dans les mesures effectuées sur les intensités lumineuses. L'éclairage devra entre autre être obtenu en lumière blanche en faisceaux parallèles, de façon à ne pas introduire d'irrégularités dans la lumière transmise au capteur.

La saisie elle-même se fait en général par un balayage ligne par ligne de la photographie par un capteur video, connecté à un convertisseur analogique-digital permettant l'échantillonnage de l'image.

Le fonctionnement du capteur pourra être programmable ou non. L'avantage de la première solution est qu'elle permet une utilisation plus souple du dispositif d'entrée visuelle, puisque l'on pourra alors élaborer un logiciel permettant une intervention dans le choix de la surface à balayer, du nombre de points intervenant dans l'échantillonnage, d'une zone privilégiée sur une photographie, etc.

II - ACQUISITION DES IMAGES AU C.I.C.G.

Le capteur optique utilisé est une caméra de télévision Thomson à balayage en deux trames entrelacées. On peut choisir entre l'utilisation d'une seule trame (312 x 350 points) ou des deux (624 x 350). L'échantillonnage est commandé à partir d'un PDP8, par programme, donnant pour chaque colonne son numéro et le nombre de points à sélectionner sur chaque colonne. Chaque colonne est constituée pendant un balayage ligne par ligne en prélevant sur les lignes les valeurs des points appartenant à la colonne attendue (Simulation d'une "caméra lente" dont le balayage s'effectuerait colonne par colonne).

Grâce à un crayon optique, nous pouvons faire parvenir les coordonnées du coin supérieur gauche et du coin inférieur droit, ce qui permet donc au programme de sélectionner des portions d'images rectangulaires et d'éliminer ainsi les régions sans intérêt.

Les intensités lumineuses sont réparties en huit niveaux de gris allant de 0 à 7.

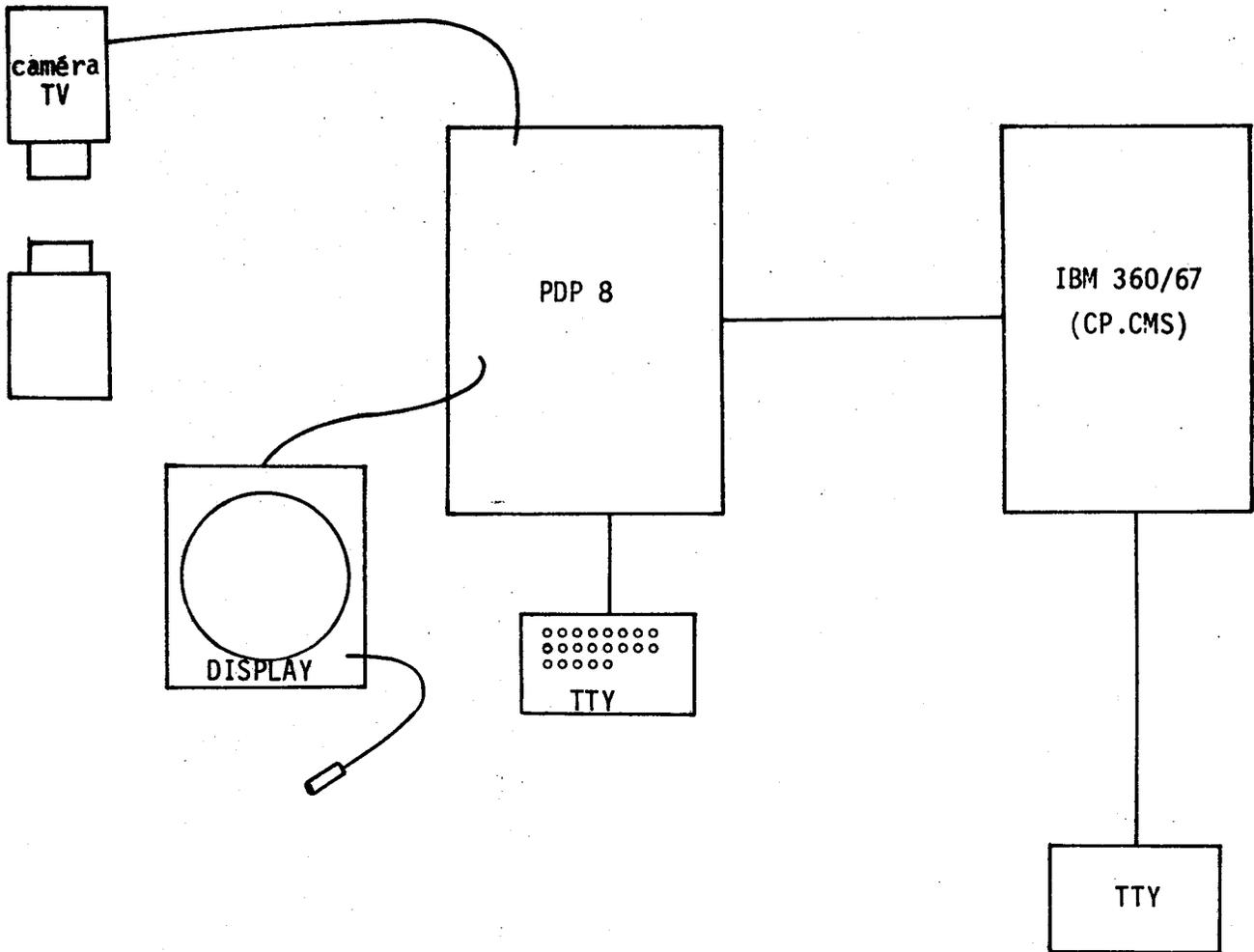


Figure 5

Schéma de l'organisation des dispositifs
d'acquisition, de traitement et
d'analyse des images au C.I.C.G.

Un télétype servant de console moniteur permet d'envoyer des commandes de réception d'image, de construction de contours, de transfert au 360/67 auquel le PDP 8 est connecté par liaison rapide.

L'intérêt essentiel de ce dispositif réside dans le fait que les différents composants sont utilisés interactivement, ce qui permet de juger immédiatement les résultats obtenus, entre autre sur l'écran.

Ne disposant que d'un jeu d'instructions limité sur le PDP 8, ne permettant pas de calcul numérique, les images sont transférées sur le 360/67 où l'on effectuera les traitements numériques nécessaires :

- prétraitements utiles
- identification des objets et mesures nécessaires sur ces objets éventuellement.

La première action est systématique sur toute image à traiter.

La détermination des objets, leur identification requiert des programmes de traitement plus adaptés au cas à résoudre utilisant une connaissance a priori du sujet.

III - LES PRETRAITEMENTS

Une des premières idées d'amélioration consistera à atténuer les discontinuités parasites, introduites dans l'image (Valeurs isolées très différentes de la moyenne environnante, etc.), et à essayer de faire ressortir au contraire les éléments importants (rehaussement des contrastes, par exemple).

Les modifications successives à faire subir à l'image sont parfaitement associées à la notion d'opérateurs tels que nous les avons définis au chapitre précédent puisque la modification nous permet de passer d'une image à une autre image sur laquelle nous aurons apporté quelques améliorations ou simplifications sur les objets représentés.

Pour commencer, on souhaitera atténuer les discontinuités intempestives de luminosité. Ce sera obtenu à l'aide d'un lissage de l'image en faisant intervenir plus ou moins de points de l'environnement de chaque point dont on recalcule l'intensité lumineuse.

Ce lissage cependant aboutit à une atténuation des contrastes qu'il faudra donc éventuellement rehausser. Ces deux opérations contradictoires, semble-t-il, sont donc complémentaires et souvent associées [2, 3, 4, 10], la deuxième permettant de faire "ressortir" les objets d'un fond, au moyen d'un ou plusieurs seuils utilisés pour "segmenter" notre image.

IV - LISSAGE D'UNE IMAGE

La fonction de lissage couramment choisie est [3, 6, 8] :

$$L(i,j) = \frac{1}{4} (I(i, j-1) + I(i-1, j) + I(i+1, j) + I(i, j+1))$$

faisant intervenir les points du voisinage au sens de d_1 .

V - SEGMENTATION D'UNE IMAGE

Cette opération est destinée à séparer les "régions de points" caractérisées par la valeur de leur niveau de gris.

Dans le plus simple des cas, il s'agira d'isoler les objets par rapport à un fond en choisissant un seuil approprié à l'image traitée.

Le choix de ce seuil est délicat puisqu'il peut amener à une prise en compte d'un trop grand ou au contraire trop petit nombre de points. Cela conduit, dans ce cas, à une déformation des surfaces représentant les objets, déformation amenant parfois à rendre les objets en question méconnaissables.

V.1 Par l'étude des histogrammes de niveaux de gris : [8, 10]

L'étude des histogrammes d'un certain nombre d'images permettent en fait de déterminer ce seuil de façon satisfaisante.

Ces histogrammes présentent l'allure donnée figure 6 (page suivante).

La valeur λ_0 où il est minimal semble approprié. Elle correspond, en effet, à une valeur prise par un nombre faible de points, donc à une discontinuité de l'intensité lumineuse en cette valeur.

Dans le cas de photographies très contrastées où les objets ressortent très nettement en "blanc" (intensité maximale) sur fond "noir" (intensité minimale) ou vice versa, nous aurons un histogramme présentant l'allure représentée figure 6.

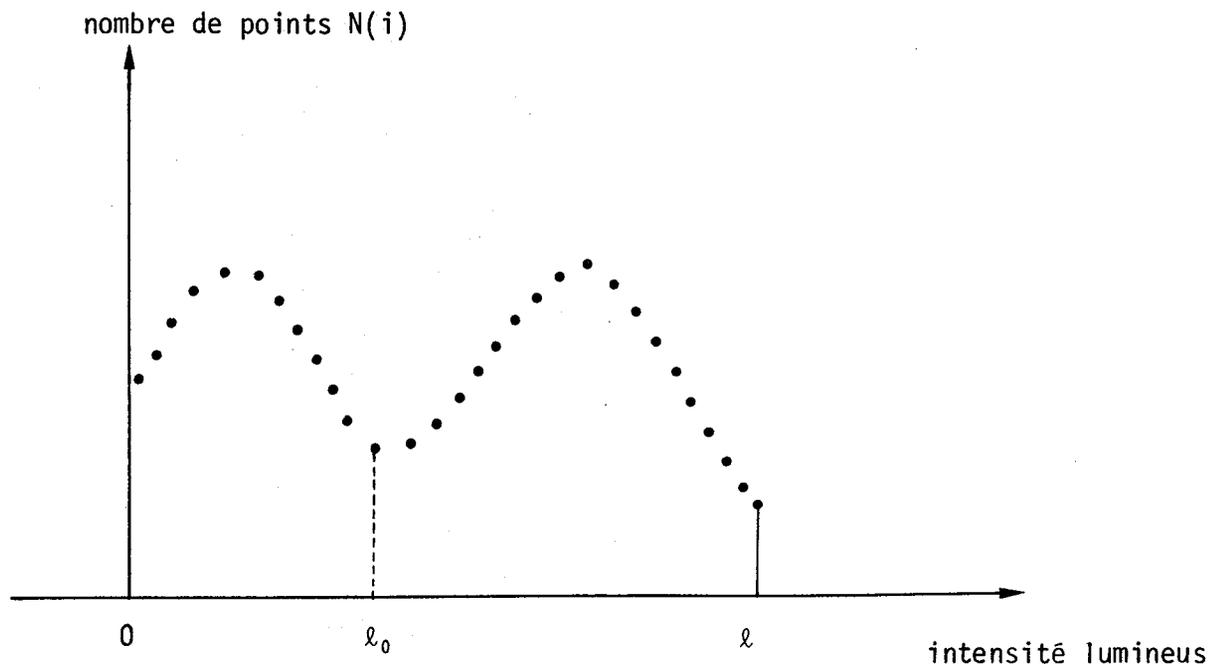


Figure 6

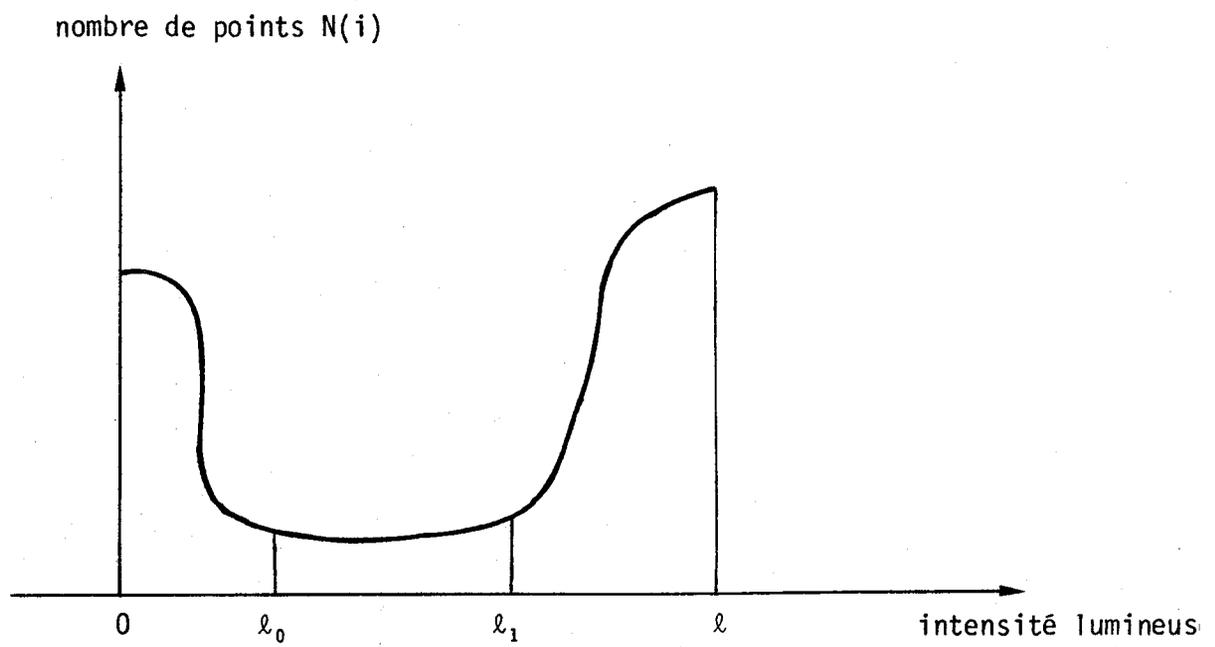
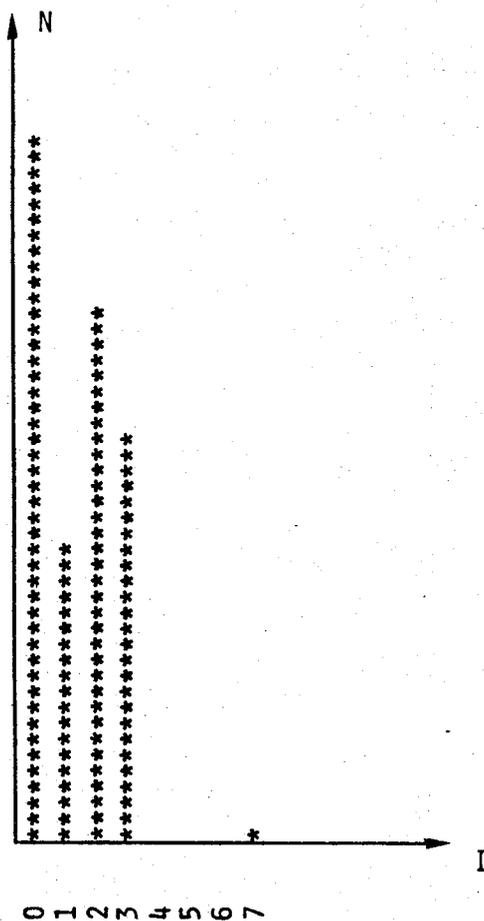


Figure 7

Si le 0 correspond au noir et ℓ au blanc, nous pourrions nous définir le seuil comme étant à la valeur ℓ_0 pour des objets noirs sur fond blanc et ℓ_1 pour des objets blancs sur fond noir, ou encore à $\frac{\ell_0 + \ell_1}{2}$.

Bien entendu, un objet blanc sur fond noir sera constitué de points (i,j) tels que $I(i,j) > \ell_1$, et un objet noir sur fond blanc sera constitué de points (i,j) tels que $I(i,j) < \ell_0$.

Les expérimentations faites sur les images qui nous ont été données ont fourni des histogrammes ayant la physionomie suivante :



Cet histogramme est ramassé à cause du petit nombre de valeurs prise par les niveaux de gris (0 à 7) et du faible contraste d'intensité entre les points du fond et les points situés sur les objets représentés. On remarque le minimum à la valeur 1 d'intensité lumineuse que nous prendrons donc comme seuil pour l'image considérée.

- en abscisse : I intensité lumineuse.
- en ordonnée : nombre de points prenant l'intensité I.

Figure 8

On peut se demander s'il est utile de travailler avec la totalité des points d'une photographie pour obtenir le seuil.

Une partie de l'image ne peut pas non plus suffire, car il faudrait avoir un moyen de choisir la partie de façon à ne pas y avoir que des points du fond, ce qui est le risque. On peut accélérer par contre ce premier passage en n'opérant que sur un point sur quatre par exemple, pour mieux répartir sur la totalité de l'image la perte d'information due à la perte des points.

V.2 Sélection d'un seuil variable par une méthode adaptative : [10]

La précédente méthode ne convient en fait que pour des images bien régulières avec une intensité lumineuse moyenne homogène tant pour les points du fond que pour les points des objets.

Il apparaît parfois des variations locales d'intensité générale moyenne. Dans ce cas, un objet situé dans une partie "plus claire" de l'image sera éliminé par la méthode précédente.

On peut alors procéder par une "fenêtre" centrée sur chaque point. On appellera ainsi l'ensemble W_x de points y tels que

$$d(x, y) < m$$

x et m étant fixés.

x sera le centre de la fenêtre.

$2m-1$ sera la largeur de la fenêtre.

La transformation en image binaire de I se fera de la façon suivante :

$x \in D$, support de I ,

$$I(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } I(x) \geq \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{y \in W_x} I(y) \\ 1 & \text{si } I(x) < \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{y \in W_x} I(y) \end{cases}$$

Cette transformation permet à la fois d'accroître les contrastes locaux et d'obtenir une image binaire sur laquelle les objets seront séparés du fond.

VI - RECONNAISSANCE ET IDENTIFICATION DES OBJETS

La description d'un objet consiste, naturellement, en l'énumération d'un certain nombre de traits déterminants, considérés comme caractéristique de l'objet en question.

L'importance des différents traits n'est pas la même pour tous, et certains d'entre eux seront plus important que d'autres.

Il existe une littérature nombreuse cherchant à rationaliser le choix des traits caractéristiques de chaque objet, mais il n'existe pas de théorie permettant d'établir un choix mathématiquement rationnel.

Le choix des traits caractéristiques est essentiellement dû à une connaissance a priori des objets représentés.

A partir de mesures, nous pouvons associer à chaque trait choisi une valeur numérique réelle, correspondant à une mesure.

Nous pouvons à chaque objet apparaissant sur l'image associer un vecteur de caractéristique dont chaque composante représente la mesure faite pour la caractéristique correspondante. Une fonction discriminante permet d'affecter l'objet à une classe construite à partir d'études statistiques préalables (apprentissage [3, 4]).

L'extraction des caractéristiques est faite en fonction de celles-ci. Il n'existe pas de procédé de recherche universel. Chaque catégorie de problème sera résolue par une méthode appropriée. Mais un regroupement des différents problèmes par des analogies entre les caractéristiques recherchées est possible, et de fait on commencera toujours par rapprocher le type d'image à exploiter d'une catégorie où l'investigation de méthodes de travail sont déjà définies et développées.

Les procédés d'extraction utilisés dans notre cas sont donc exposés à la suite de la présentation du problème, pour permettre une meilleure justification intuitive des méthodes choisies.

DEUXIEME PARTIE

PROBLEME PRATIQUE SOUMIS : EXPLOITATION
DE PHOTOGRAPHIES DE DOMAINES FERROELECTRIQUES

CHI - LE PHENOMENE PHYSIQUE

- I - Présentation
- II - Les informations désirées
- III - Exemples et cas particuliers

CHII - LES PHOTOGRAPHIES A TRAITER

- I - Structure visuelle
- II - Utilisation de particularités des photographies

CHI - LE PHENOMENE PHYSIQUE

I - PRESENTATION

I.1 - Les matériaux observés sont des ferroélastiques - ferroélectriques : ces cristaux possèdent une déformation spontanée U_s et une polarisation spontanée P_s (qui peuvent être considérées comme proportionnelles).

L'action d'une contrainte extérieure σ (ou d'un champ électrique E) permet de faire passer le cristal d'un état de déformation macroscopique à un autre. Cette contrainte σ est appelée contrainte de cisaillement.

Le renversement de la déformation est schématiquement représenté sur la figure 1. Sous l'action d'une contrainte de cisaillement σ positive, de petites régions de déformations $+U_s$ sont créées à l'intérieur du cristal initialement déformé de façon homogène $-U_s$. Ces régions sont appelées *domaines* en ferroélectricité, *macles* en métallurgie. Si la contrainte appliquée est suffisante, les domaines $+$ augmentent en volume jusqu'à ce que le cristal soit entièrement déformé $+$.

Dans le cas précis qui nous intéresse, les domaines ont une forme particulière à cause de la symétrie du cristal. Dans une section perpendiculaire à l'axe C, ils apparaissent sous forme d'aiguilles allongées parallèles à une même direction. La largeur de chaque aiguille reste constante le long du grand axe de l'aiguille, mais elle peut varier d'une aiguille à l'autre.

Dans la suite nous appellerons :

l_i : la longueur d'une aiguille observée d'indice i .

ω_i : la largeur de cette même aiguille.

I.2 - L'expérience effectuée correspondant aux images à traiter :

Cette expérience est la suivante : sur un cristal possédant une certaine texture en domaines, la contrainte extérieure appliquée est modifiée. Il peut s'ensuivre :

1. Une variation de déformation locale : si l'augmentation de contrainte est, par exemple, positive, la déformation à l'intérieur d'un domaine + est accrue ; elle est par contre diminuée à l'intérieur d'un domaine -. L'étude de ce phénomène est faite, par ailleurs, indépendamment de celle de l'image qui nous intéresse.
2. Une variation des volumes des domaines : dans notre exemple, ce volume augmente pour les domaines + et diminue pour les domaines -.

Le physicien est donc intéressé par la connaissance :

- * des longueurs des divers domaines : l_i pour le domaine i
- * des largeurs des domaines : ω_i pour le domaine i .

Les études antérieures ont démontré que les extrémités de domaine (c'est-à-dire l'arrêt d'un domaine à l'intérieur du cristal) jouent un rôle particulier : elles sont constituées d'une assemblée de dislocations qui créent un champ de déformation à des distances importantes dans le cristal (de l'ordre de son épaisseur suivant c).

Cette déformation est visualisée entre analyseur et polariseur croisé sur la figure 2. La position de cette singularité de déformation est donc nécessaire pour le physicien qui désire :

- * *les coordonnées des extrémités de domaines* pour en déduire leurs déplacements relatifs, etc.

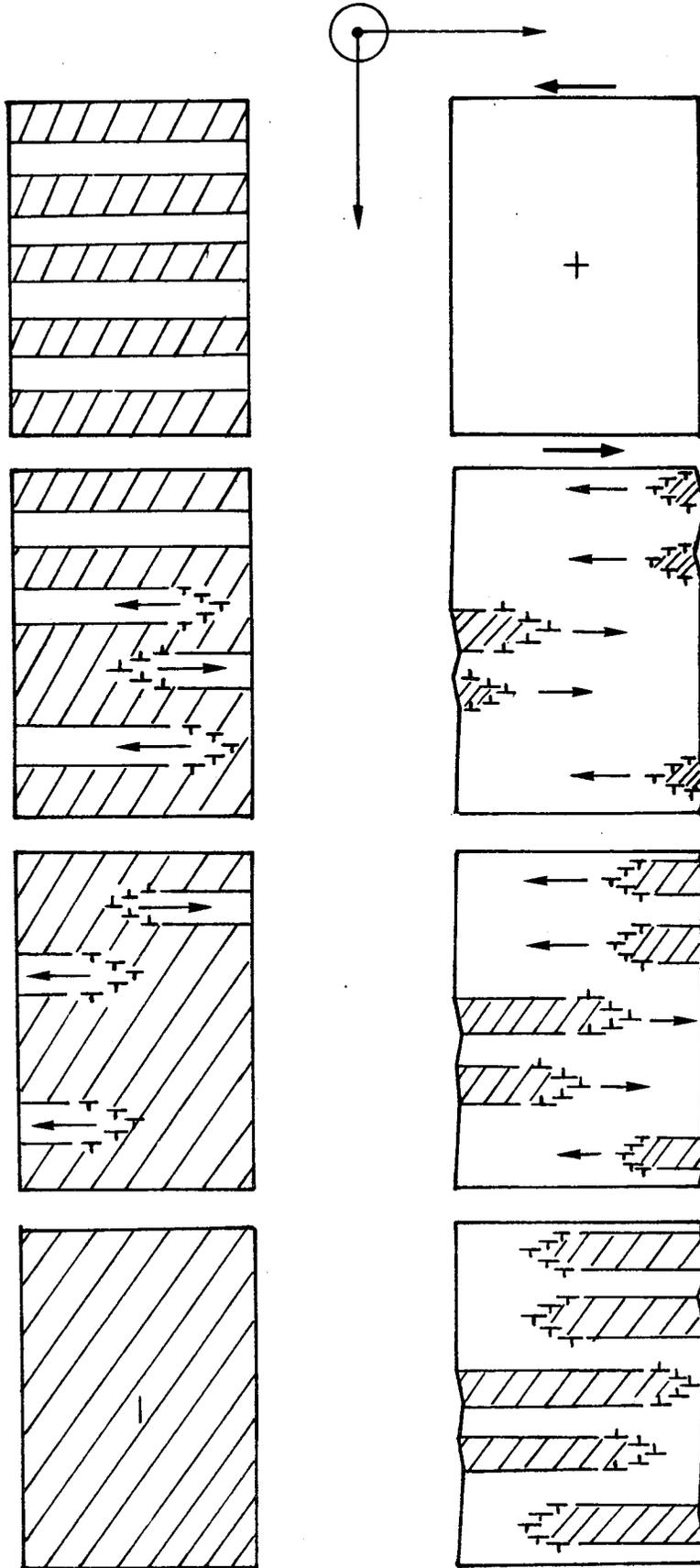


Figure 1

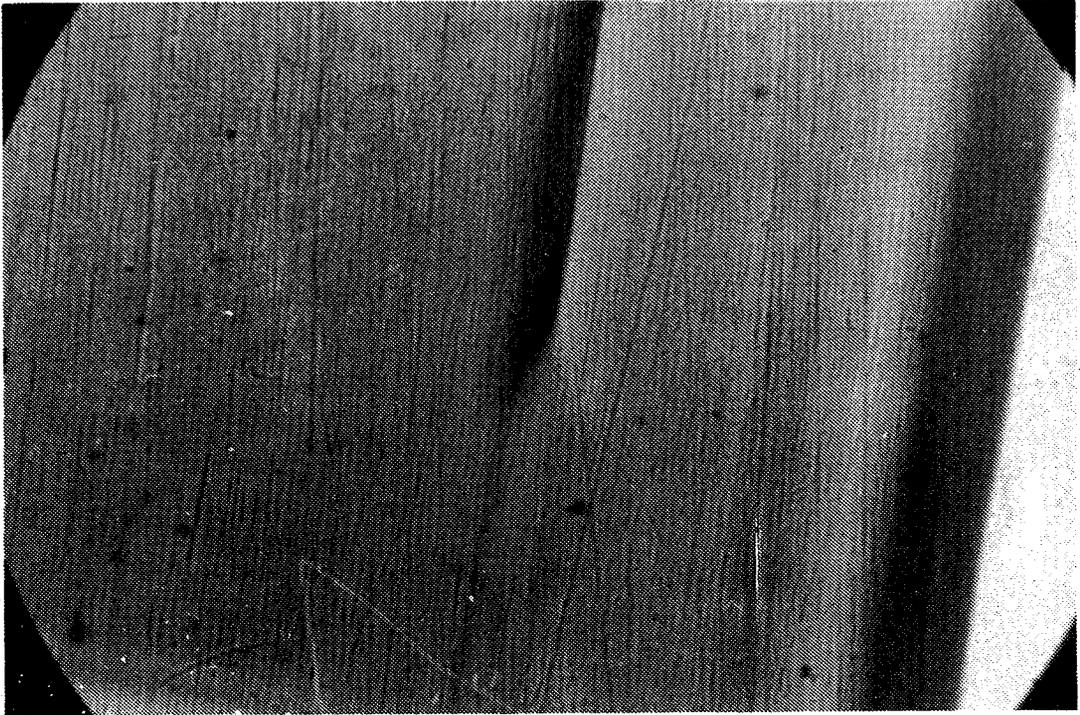


Figure 2

II - LES INFORMATIONS DESIREES

Le physicien espère relier à la structure en domaines trouvée des paramètres qu'il impose (températures, champ électrique appliqué, contrainte mécanique appliquée) ou qu'il mesure par ailleurs (constante diélectrique, constante de perte, déformation...). La somme des longueurs d'aiguilles, $\sum_i l_i$, lui donne la surface latérale totale de parois dans l'échantillon, la longueur moyenne \bar{l}_i lui permet de juger de l'influence de la longueur des domaines sur le déplacement latéral des parois, et la distance entre une extrémité et les voisines des interactions entre extrémités.

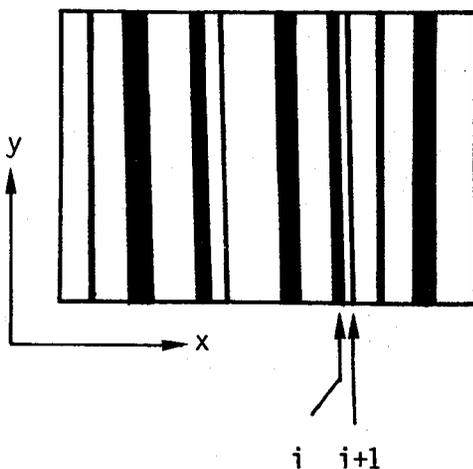
Pour ce qui intéresse le physicien, l'image sera traitée si on lui fournit :

- * Les coordonnées des extrémités de domaines
- * Leurs longueurs
- * Leurs largeurs

III - ETUDE DE QUELQUES EXEMPLES SUR DES CAS PARTICULIERS

On en profitera pour fournir encore quelques informations annexes qui se sont avérées utiles dans le travail fait.

* Aiguilles traversant entièrement le cristal :



L'image sera exploitée si l'on connaît :

- le nombre total d'aiguilles
- la loi des intervalles suivant l'axe des x.

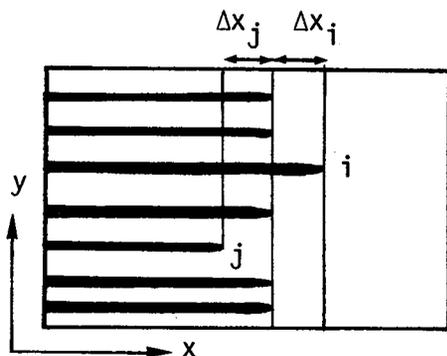
Le problème le plus délicat sera la dissociation de deux domaines latéralement très proches.

Les limites dans ce cas seront donc :

- la plus petite largeur d'aiguilles isolées détectable, mais elle peut être donnée par le physicien.

- la plus petite distance latérale détectable entre deux aiguilles.

* Aiguilles en front.:



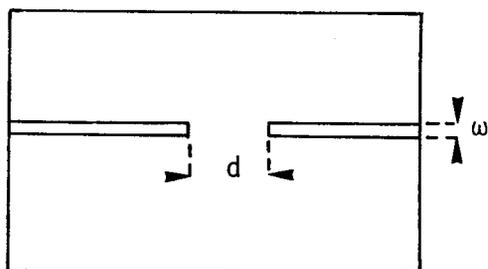
L'image sera exploitée si l'on connaît :

- le nombre total d'aiguilles
- leur longueur
- leur largeur (souvent identique pour toutes les aiguilles dans un tel cas).

Les limites risquent d'être les écarts de longueur (Δx_i , Δx_j) de telle aiguille par rapport à l'ensemble des aiguilles en front.

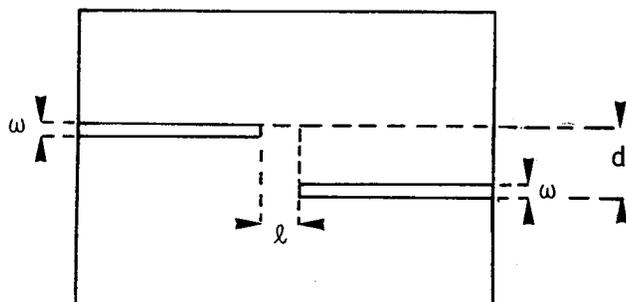
* Deux aiguilles dans l'alignement l'une de l'autre, face à face.

(Cas souvent observé dans une structure en aiguilles plus complexes).



Le physicien peut affirmer dans cas que si $d < 10\omega$ les deux aiguilles ne peuvent être dissociées et n'en constituent donc qu'une seule.

* Deux aiguilles "de sens opposé", mais situées sur des parallèles distantes de d :

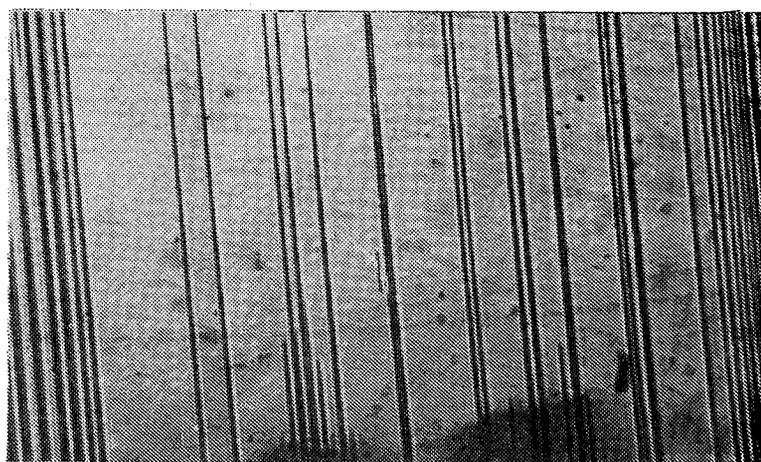


Les extrémités sont "distantes" de ℓ . Le physicien peut affirmer que d ne sera jamais inférieur à $\frac{3\omega}{2}$ et $\omega \geq d$ pour tout $d < 5\omega$.

CHII - LES PHOTOGRAPHIES A TRAITER

I - ASPECT VISUEL

Sur les photographies qu'on nous a demandé d'exploiter, les domaines apparaissent comme des aiguilles rectilignes, parallèles entre elles et ressortant en contraste sur un fond uniforme.



Lorsque les cristaux sont bien polis, l'éclairage du cristal lui-même établi de telle sorte que l'ombre des parois des domaines soit nettement marquée, nous pouvons sur des films très contrastés assimiler la détection des domaines à la détection de cette ombre dont la longueur sera identique à celle du domaine.

Le problème revient donc à la recherche de ces ombres dans la photographie qui sont donc des aiguilles sombres rectilignes et parallèles à une seule direction.

II - UTILISATION DES PARTICULARITES DES PHOTOGRAPHIES

Cette utilisation se fait à partir d'une remarque intuitive sur l'apparence visuelle constatée.

On pense en effet que si on trace une droite D traversant l'image parallèlement aux domaines, ou bien cette droite ne traversera que des points du fond, ou bien elle traversera chaque domaine rencontré sur toute sa longueur.

On peut donc émettre l'hypothèse suivante : si l'image réelle, à support continu, est une image en noir et blanc (blanc pour le fond, noir pour les domaines), sur laquelle on a découpé une bande B entre deux droites D1 et D2 parallèles aux domaines.

$$\iint_B \varphi(x,y) \, dx \, dy = \begin{cases} 0 & \text{si B traverse le fond sans rencontrer de} \\ & \text{domaines} \\ d \neq 0 & \text{si B traverse au moins un domaine.} \end{cases}$$

Il nous faut donc chercher à représenter, en fonction de cette remarque, une telle fonction dans le cas d'une image discrète, de façon à obtenir un résultat exploitable de la même façon.

C'est ce qui nous a conduit à définir des projections d'images discrètes que nous voyons par la suite.

Ceci nous conduit à décomposer le problème en deux étapes :

1. Le calcul de la pente des domaines représentés
2. L'énumération de ces domaines en utilisant la "projection" de l'image dans la direction des domaines.

T R O I S I E M E P A R T I E**MESURES DE CARACTERISTIQUES DES DOMAINES**

- CH1 - SQUELETTE : REDUCTION D'OBJETS LONGILIGNES
- CH2 - "SEGMENTS DE DROITE" DISCRETS
- CH3 - RECHERCHE DE LA PENTE DES DOMAINES PAR LEUR SQUELETTE
- CH4 - PROJECTION D'UNE IMAGE PLACE
- CH5 - UTILISATION DE PROJECTIONS POUR LA RECHERCHE ET LES MESURES DE DOMAINES
- CH6 - RESULTATS OBTENUS. DISCUSSION

CH1 - LES SQUELETES :

REDUCTION D'OBJETS LONGILIGNES

Dans un certain nombre d'applications du traitement des images, les objets à identifier sont des objets présentant localement une certaine "élongation" (notion visuelle intuitivement évidente) : chromosomes, caractères alphabétiques, tracés cartographiques, etc.

Les bords de ces objets longilignes sont localement parallèles, et l'on peut en définir un "axe médian", dont le tracé représentera le chemin suivi par la forme, "information" utile à l'oeil pour identifier l'objet représenté. On peut d'autre part, pour de tels objets, parler de leur épaisseur, dans les parties où les bords seront parallèles, et de longueur en considérant que de tels objets ont une origine et une extrémité.

Nous avons rencontré un certain nombre de définitions dans \mathbb{R}^2 donnant une représentation à peu près satisfaisante de ce qu'on recherche. Dans \mathbb{Z}^2 , apparaît un certain nombre de difficultés dues à l'échantillonnage rectangulaire du support de l'image. Les définitions sont données comme résultat d'algorithmes, cherchant à obtenir cet ensemble de points médians. Les algorithmes décrits sont plus ou moins performants et les résultats obtenus ont une physionomie plus ou moins satisfaisante. Néanmoins, ils s'avèrent souvent suffisants pour un type d'application plutôt qu'un autre. Nous allons dans ce chapitre présenter les diverses approches de définition dans \mathbb{R}^2 , puis les différents types d'algorithmes dans \mathbb{Z}^2 dont nous ferons une étude comparative, et enfin notre choix de critères d'obtention d'un squelette, que nous justifions ensuite par rapport aux propriétés souhaitées pour le résultat.

I - DEFINITION DU SQUELETTE SUR LE PLAN REEL

Un certain nombre de définitions ont été données dans la littérature, plus ou moins simples et traduisibles sur un support discret.

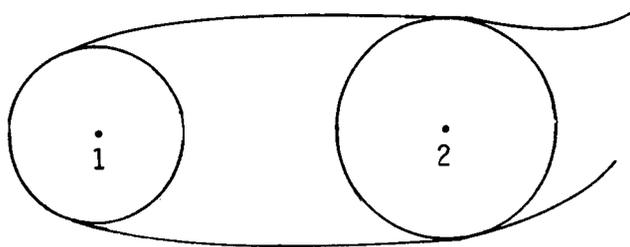
Nous nous contenterons de présenter celle qui nous a paru la plus réaliste d'une part dans le plan continu, et la plus transposable à des algorithmes travaillant sur le support discret.

Soit θ un objet sur l'image. θ est un ensemble contigu de contour fermé. On peut toujours raisonner en considérant que le fond est $C\theta$. Sa frontière sera $\bar{\theta} \cap C\theta = T$

Pour tout point (x,y) de θ on peut calculer $r = d((x,y), T)$, et considérer $\Gamma_{xy} = \{(z,t) \in \mathbb{Z}^2, d((x,y), (z,t)) = r\}$.

On définira alors le squelette par $S(\theta)$, l'ensemble des points (x,y) tels que $\Gamma_{xy} \subset \theta$ et Γ_{xy} a soit un point de contact avec T d'ordre supérieur à 1, soit au moins deux points d'ordre égal à 1.

On donne une représentation de ces deux types de point :



1 : centre d'un cercle ayant un point de contact d'ordre ≥ 1 .

2 : centre d'un cercle ayant deux points de contacts d'ordre 1.

Figure 1

Exemple de points squelette

L'ensemble des points obtenus est connexe et son tracé est une représentation suffisante de l'ensemble de départ : c'est celle qui semble être utilisée dans les mécanismes de la vision humaine permettant de suivre le tracé de tels objets, et capable de plus d'évaluer l'épaisseur de tels ensemble.

On définira cette épaisseur comme étant le diamètre des cercles tels que ceux qu'on a représenté sur la figure précédente.

Quelques exemples de squelettes dans \mathbb{R}^2

1. Squelette d'un rectangle (exemple) :

Aux extrémités du rectangle, nous aurons des branches supplémentaires, mais le squelette est constitué principalement d'une partie de sa médiane la plus longue.

2. Squelette d'un cercle : le squelette d'un cercle est réduit à son seul centre.

3. Squelette d'une forme quelconque :

- contour simple

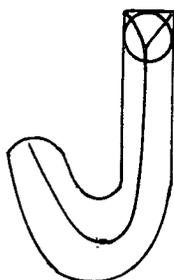


Figure 2

- contour présentant une intersection

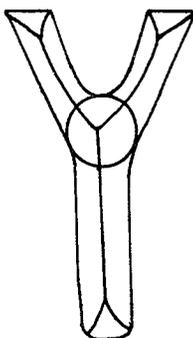


Figure 3

II - REPRESENTATION DU SQUELETTE DANS \mathbb{Z}^2

Les définitions données dans le plan discret sont en fait dans la majorité des cas des résultats d'algorithmes, définis pour essayer d'obtenir des ensembles de points intuitivement proche des ensembles définis au paragraphe précédent. On trouve deux types de méthode essayant de construire ces points d'axes médians, dont il est souhaitable, pour être une réduction correcte des ensembles contigus, qu'ils soient eux-mêmes contigus.

Le premier type d'algorithme procède par "pelage" des objets, en supprimant de l'objet les points du contour, à chaque pas d'un processus itératif [17,18,19,29].

Une seconde catégorie utilise la distance de chaque point d'un objet au fond [11, 23], appelée aussi ordre d'un point [21, 22].

Nous allons présenter ces différents types d'algorithmes, avant d'en faire une étude comparative permettant de justifier notre choix.

II.1 Algorithmes par pelage

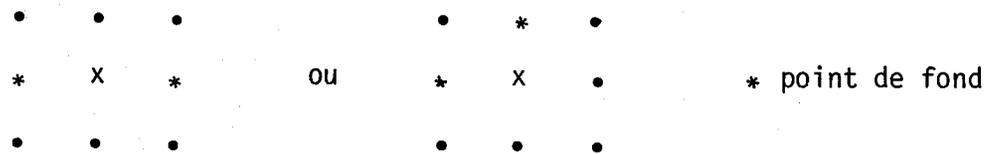
Ces algorithmes sont des algorithmes itératifs dont chaque étape transforme un objet en enlevant les points de son bord, et en reprenant à l'étape suivante le nouvel objet ainsi obtenu.

Un certain nombre de critères ont été pris pour ne pas supprimer un point contour, ces critères servant en fait à définir des points squelette. Les algorithmes s'arrêtent sur un objet lorsque celui-ci devient stable pour la transformation. Les critères étant choisis en fonction du maintien de la contiguïté [17, 20], ces algorithmes nous assurent un résultat contigu.

Voici les conditions de non rejet des points du squelette à l'étape k de l'algorithme : θ_{k-1} est le résultat de l'étape précédente sur lequel on opère le nouveau pelage :

1. x a un seul voisin dans θ_{k-1} (il s'agit alors d'une extrémité)
2. Si x est supprimé, on aura un ensemble θ_k non contigu.

Ceci nous donne donc au moins la configuration suivante pour le voisinage $V_\infty(x)$.



L'inconvénient majeur de tels algorithmes est qu'ils sont particulièrement longs. L'ensemble de points obtenu peut par contre permettre des vérifications de contiguïté sur des ensembles obtenus différemment [21, 22].

II.2 Squelettes définis par la distance des points d'un objet au fond

II.2.1 Image des distances des points au fond :

Soit une image binaire $I(i,j)$. La caractérisation d'un point intérieur à un objet se fait par $I(i,j) = 1$, celle du fond par $I(i,j) = 0$.

La distance d'un point x au fond est donc la distance de ce point à l'ensemble de points sur lequel I est nulle. Nous noterons cette valeur d_x .

$$I(i_x, j_x) = 0 \iff d_x = 0$$

Soit x un point tel que $I(i_x, j_x) = 1$ et θ l'objet auquel il appartient.

Nous savons donc que $d_x \neq 0$ et réciproquement et nous avons à cause de la contiguïté de l'objet :

$$d_x = \min(p/x_0, x_1, \dots, x_p \text{ séquence de points } x_i \in 0 \text{ (} x \in 0 \text{) et } x_0 = x, x_p \in F).$$

On considère donc la transformation DT qui, à l'image binaire I , associe l'image des distances $D = DT.I$ ou $V(i_x, j_x)$ du support de I :

$$D(i_x, j_x) = d_x$$

Une étude détaillée de cet opérateur au sens de d_1 est faite dans [11].

On y démontre que cet opérateur peut être obtenu comme produit des deux opérateurs séquentiels $F1$ et $F2$ définis par :

$$F1 = \begin{cases} 0 & \text{si } I(i,j) = 0 \\ \min(I(i,j-1) + 1, I(i-1,j) + 1) & \text{si } (i,j) \neq (1,1) \text{ et } I(i,j) \neq 0 \\ m + n & \text{si } I(i,j) = 1 \text{ et } (i,j) = (1,1) \end{cases}$$

II.3 Squelette obtenu par des "voisinages" variables [21]

II.3.1 Cette définition de squelette passe par une nouvelle notion appelée "voisinage d'ordre n" par les auteurs. Il faut définir deux sortes de voisinage d'ordre pair et impair, permettant de représenter des carrés "centrés" sur le point examiné.

$$V_{2m+1}(x) = \{y / d(y,x) \leq m\}$$

et $x' = (i_x + \frac{1}{2}, j_x + \frac{1}{2})$

$$V_{2m+2}(x) = \{y / d(y,x') \leq m + \frac{1}{2}\}$$

La définition de l'ordre d'un point est alors la suivante :

$$n = \min(k / V_k \cap F \neq \emptyset) \text{ avec } F = \text{fond de l'image.}$$

La définition des points squelette est alors donnée par les propriétés de l'intersection de la couronne de V_{n+1} , si n est l'ordre du point : cette intersection doit être soit non connexe, soit contenir deux points sur des bords opposés. On notera $S_1(\theta)$ le squelette ainsi obtenu d'un objet θ , constitué des points de θ non éliminés par l'algorithme.

II.3.2 Une telle définition présente un intérêt certain : elle permet en effet d'obtenir un squelette contigu [21,22] et dont le tracé suit assez correctement l'axe médian des objets longilignes sur lesquels on le construit. Ceci dans les limites bien entendu de l'approche de l'image réelle par un maillage discret.

Le temps d'obtention d'un squelette en utilisant directement cette définition est long, et il présente l'inconvénient de dépendre de l'épaisseur des objets. Si, de plus, la photographie à analyser est dense en objets, on aura un temps de traitement très important.

On peut donc considérer qu'on a ici un moyen de définition d'ensemble de points auquel se référer lorsqu'on voudra étudier la propriété des résultats d'algorithmes plus performants.

$$F2 = \min(I(i,j), I(i,j+1) + 1, I(i+1,j) + 1)$$

F1 est appliqué dans l'ordre croissant des lignes en balayant chacune d'elle de gauche à droite, F2 dans le sens inverse.

Pour obtenir la transformation au sens de d_∞ , nous prendrons les deux opérateurs :

$$F1 = \begin{cases} 0 & I(i,j) = 0 \\ \min(I(i,j-1) + 1, I(i-1,j-1) + 1, I(i-1,j) + 1) & \text{si } (i,j) \neq (1,1) \\ m + n & (i,j) = (1,1) \end{cases} \quad \text{et } I(i,j) \neq 0$$

$$F2 = \min(I(i,j), I(i,j+1) + 1, I(i+1,j+1) + 1, I(i+1,j)).$$

Ces deux opérateurs étant appliqués de la même façon que dans le cas de l'opérateur au sens de d_1 .

II.2.2 Utilisation de cette image de distance d_1 :

On choisit comme image squelette de l'image de départ, l'image S définie par :

$$S_1(i_x, j_x) = \begin{cases} dx & \text{si } \forall (y) \in V_1(x) \quad dy \leq dx \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Lorsqu'on utilise le tableau des distances au sens de d_∞ , $S_\infty(i_x, j_x)$ sera construite de la même façon, mais nous n'avons pas jugé utile cette seconde définition. Ceci revient à considérer les centres de ce qui tient lieu de "cercles" bitangents au contour de l'objet, et la valeur donnée est l'épaisseur de l'objet en ce point ($2dx + 1$ ou $2dx + 2$).

On notera $S_1(\theta) = \{(i,j) \in \theta, S_1(i,j) \neq 0\}$.

II.2.3 Remarques sur le squelette obtenu à l'aide de d_1 :

Lorsque cette épaisseur réduit localement, on n'a alors aucun maximum local sur V_1 . Cela introduit des discontinuités dans l'ensemble des points obtenus (cf. Listing présenté).

Il faut donc remédier à cet inconvénient lorsqu'on veut une réduction efficace de la représentation des objets.

Un autre défaut d'un tel processus d'obtention est que le résultat est fonction de l'orientation de l'objet par rapport au maillage de l'image digitale.

II.4 Etude comparative

L'obtention du précédent ensemble, en utilisant le tableau des distances associées au tableau image, est possible [24]. En effet :

Prop. 1 : Si l'ordre d'un point x est $2m$, alors $d(x, F) = m$

Si l'ordre d'un point x est $2m+1$, alors $d(x, F) = m+1$

1. x ordre $2m$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{2m-1}(x) \cap F = \emptyset \implies d(x, F) > m-1 \\ V_{2m}(x) \cap F \neq \emptyset \implies \exists y \in F : d(x, F) \leq m + \frac{1}{2} \end{array} \right\} \implies d(x, F) = m$$

2. x ordre $2m+1$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{2m}(x) \cap F = \emptyset \implies d(x, F) > m + \frac{1}{2} \implies d(x, F) \geq m+1 \\ V_{2m+1}(x) \cap F \neq \emptyset \implies d(x, F) \leq m+1 \end{array} \right\} \implies d(x, F) = m+1$$

Prop. 2 : Si m est la distance d'un point au fond, alors l'ordre de ce point sera $2m$ ou $2m+1$.

$d(x, F) = m \implies$ considère $\{y \in F \mid d(x, y) = m\}$

si $\exists y : i_y < i_x$ ou $j_y < j_x \implies$ on a besoin des côtés C3 et C4, donc l'ordre du point est impair $\implies O(x) = 2m+1$.

si $\forall y : i_y > i_x$ ou $j_y > j_x \implies V_{2m} \cap F \neq \emptyset \implies O(x) = 2m$.

Prop. 3 : Le squelette $S_1(\theta) \subseteq S_1(\theta)$, obtenu par l'ordre d'un point.

Cette propriété est démontrée en [24].

III - DEFINITION DU SQUELETTE PAR DES CORDES

III.1 Définitions complémentaires

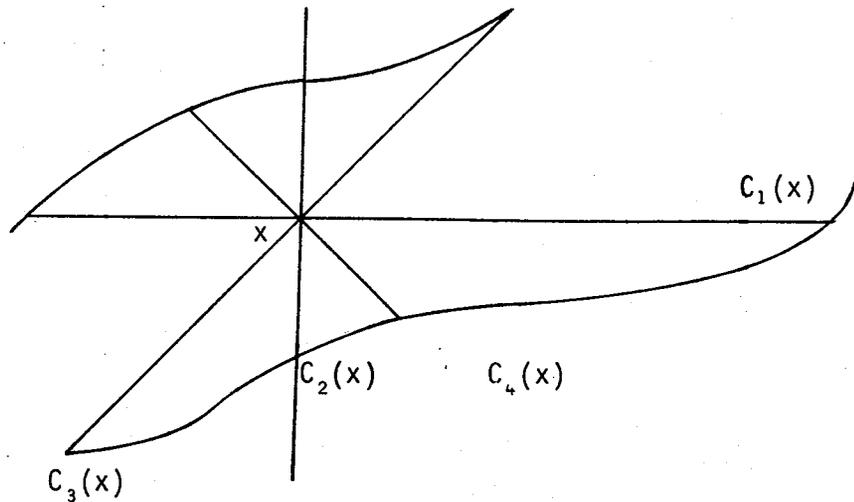
La définition que nous allons présenter est celle que nous avons choisie et développée dans notre travail. Nous allons tout d'abord donner quelques

définitions complémentaires nécessaires à la suite.

1. Une *corde* passant par un point x intérieur à un objet sera l'un des quatre segments de droite définis par :

$$\textcircled{1} \begin{cases} C_1(x) = \{y \in \theta, i_y = i_x\} \\ C_2(x) = \{y \in \theta, j_y = j_x\} \\ C_3(x) = \{y \in \theta, i_y + j_y = i_x + j_x\} \\ C_4(x) = \{y \in \theta, i_y - j_y = i_x - j_x\} \end{cases}$$

- $\textcircled{2} \quad x \in C_k(x)$ et $C_k(x)$ ensemble contigu $\forall k = 1, 2, 3, 4$.



2. Pour chacune de ces cordes, on peut définir une longueur l_k :

$$l_k(x) = \text{card}(C_k(x)) \quad \forall k = 1, 2, 3, 4.$$

On définira alors l'épaisseur en x d'un objet par :

$$e(x) = \min l_k(x) \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

3. Pour chaque corde, nous pourrions nous définir un milieu :

- * si $e(x) = 2m+1$ ce milieu sera réel et distant de m des extrémités
- * si $e(x) = 2m$, ce milieu sera virtuel (n'appartenant pas à l'échantillonnage de l'image et distant de $m + \frac{1}{2}$ de ses extrémités (un des deux points appartenant à l'intersection de la corde et du bord)).

Par contre, il existe y_1 et y_2 distants tous deux de m de chaque extrémité.

On peut toujours noter y_1 et y_2 de sorte que

$$\text{ou } \begin{cases} i_{y_1} \leq i_{y_2} \\ j_{y_1} \leq j_{y_2} \end{cases}$$

On choisira alors y_1 comme *quasi milieu* de la corde considérée.

4. Le squelette sera alors constitué des milieux et quasi milieux des cordes de longueur minimal en chaque point d'un objet.

III.2 Algorithme associé : critères de sélection des points squelette

L'application au pied de la lettre de la définition ci-dessus pour la recherche d'un squelette serait très onéreuse, longue et fastidieuse à écrire, et aboutirait à une redondance de calculs. On ne calculera donc pas en chaque point l'épaisseur de l'objet auquel il appartient. Nous avons en fait cherché à utiliser le tableau des distances d_1 -associées en chaque point de l'image et nous allons étudier les possibilités d'établir un critère de sélection des points squelette à l'aide de ces valeurs.

Nous noterons ce tableau D dans la suite.

III.2.1 Relation entre les valeurs de l'image des distances d_1 et les centres de cordes minimales

Pour simplifier dans un premier temps le raisonnement, nous n'avons considéré que des objets d'épaisseur partout impaire, ce qui nous donne des ensembles de maxima locaux d'épaisseur 1.

Nous avons à considérer deux sortes de points $x = (i, j)$:

- a. x tel que $D(i, j)$ soit maximum sur $V_1(x)$
- b. $x / \left\{ \begin{array}{l} D(i, j) \text{ non maximum sur } V_1(x) \\ \text{et} \\ \exists k, D(i, j) \text{ maximum strict sur } V_\infty(x) \cap C_k(x) \end{array} \right.$

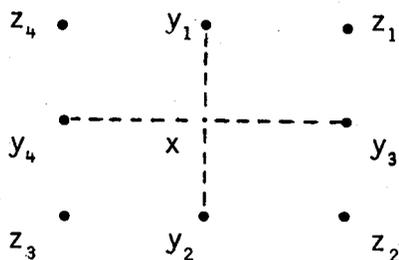
- a. $x = (i, j)$, $D(i, j)$ maximum sur $V_1(x)$.

Cet ensemble de points constituent ce que nous avons noté plus haut le squelette S_1 d'un objet. Il n'est pas contigu et présente des coupures dans des réductions d'épaisseurs suivant un des deux axes (à cause de la définition).

Supposons $D(i, j) = a$.

Nous considérons alors les quatre points :

$$\begin{cases} y_1 = (i-a, j) \\ y_2 = (i+a, j) \\ y_3 = (i, j-a) \\ y_4 = (i, j+a) \end{cases}$$



- 1) $\forall k = 1, 2, 3, 4, y_k$ est un point du fond de l'image.
 $\Rightarrow y_1 y_2$ et $y_4 y_3$ sont deux cordes minimales dont x est le milieu. x est un maximum strict sur ces deux cordes.
- 2) $\exists k = \text{unique}$ tel que y_k n'est pas un point du fond.
 Prenons par exemple $k = 1$.
 $y_3 y_4$ constitue une corde dont x est le milieu (donc maximum strict sur cette corde).
 Donc x sera un point squelette défini par les cordes.
- 3) Il existe deux valeurs de k, k_1 et k_2 telles que y_{k_1} et y_{k_2} soient tous deux dans l'objet.

Ici nous avons deux types de configuration :

* $k_1 = 1$ et $k_2 = 2$ (resp. $k_1 = 3, k_2 = 4$).

x est donc sur une corde minimale $y_3 y_4$ dont il est le milieu.

x est donc un point squelette comme centre de corde (donc maximum sur cette corde).

* $k_1 = 1, k_2 = 3$ (resp. $k_1 = 3, k_2 = 2$)

Ceci veut dire que le point est à une distance minimale d'une partie du bord droit et d'une partie du bord supérieur.

Il nous faut donc examiner les deux cordes diagonales.

On peut considérer que les objets auquel nous nous intéressons ont un contour assez régulier, et dans la plupart des cas, nous aurons un maximum strict sur la corde $z_2 z_4$: nous le prendrons alors comme point squelette.

b. Considérons maintenant un point non maximum local sur ses d_∞ voisins mais maximum strict sur une des quatre cordes.

* $D(i, j)$ maximum strict sur $V_\infty(x) \cap C_1(x)$:

i.e. $D(i, j-1) < D(i, j)$ et $D(i, j+1) < D(i, j)$

Par construction des valeurs, nous avons $\forall y \in V_\infty(x)$:

$$|D(i_y - j_y) - D(i, j)| \leq 1.$$

Ce qui permet de déduire la configuration de valeurs suivante pour

D (les valeurs $D(i, j)$ sont notées entre parenthèses).

$$\begin{array}{ccc}
 & (a+1) & \\
 (a) \bullet & * & \bullet (a) \\
 & x & \\
 * & * & * \\
 (a-1) & (a) & (a+1) \\
 & * \left\{ \begin{array}{l} (a) \\ (a-1) \\ (a+1) \end{array} \right. &
 \end{array}$$

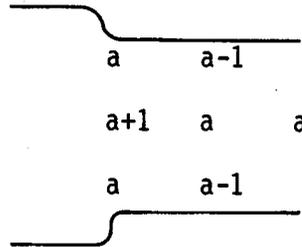
$D(i, j-1) = a+1$ est due au fait que a n'est pas maximale sur $V_1(x)$. Nous en déduisons que en $(i-1, j)$ la valeur prise par D est maximale sur la corde C_1 passant par ce point.

Si la valeur $D(i, j-1) = a+1$ est un maximum local sur $V_1(i, j-1)$, nous avons donc un point squelette d_1 -consécutif à un point de l'ensemble des maxima locaux.

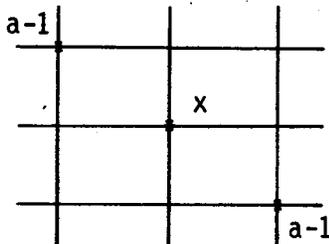
Sinon, étant donné les valeurs de trois des d_1 -consécutifs, nous pouvons déduire qu'au point $(i-2, j)$ la distance associée sera $a+2$ et nous pourrons y appliquer le même raisonnement que pour $(i-1, j)$. On en déduira donc que lui aussi est milieu de la corde C_1 à laquelle il appartient.

De ceci nous pouvons déduire qu'en cas de rétrécissement local de l'épaisseur d'un objet suivant l'un des axes d'échantillonnage, nous pouvons relier ces milieux aux ensembles de maxima locaux par une séquence de points d_∞ consécutifs.

En réalité un tel point correspond au schéma suivant pour la partie de l'objet auquel il appartient.

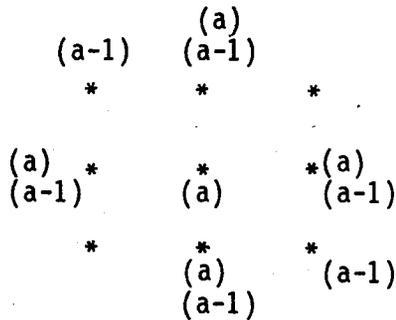


* Supposons que $D(i, j) = a$ soit maximum strict sur $C_3(x)$ ou $C_4(x)$ une des deux cordes diagonales :



(1)

De la propriété déjà énoncée plus haut, nous pouvons déduire la configuration (2).



(2)

On voit donc que (a) est à ce moment là un maximum local sur $V_1(x)$. On trouve entre autre les points pour lesquels nous ne pouvons pas nous prononcer dans l'étude des maxima locaux.

L'examen des points peut donc se faire séquentiellement en examinant une couronne réduite de points ayant un nombre constant ne dépendant donc pas de l'épaisseur locale de l'objet en cours de squelettisation.

L'algorithme résultant s'avère amplement suffisant pour les différents types de problèmes abordés, en tout cas très certainement satisfaisant pour les problèmes qui nous préoccupaient, comme on peut le constater sur les exemples illustrant la fin de ce chapitre.

IV - IMAGE SQUELETTE

IV.1 Définition

C'est l'image S définie en $x = (i,j)$ par :

$$S(i,j) = \begin{cases} dx & \text{si } (i,j) \text{ est milieu ou quasi milieu} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

IV.2 Utilisation de l'image squelette

Un tel procédé de réduction et de compression des points utiles pour la représentation offre un certain nombre d'avantages :

1. Par une application à nouveau de deux fonctions inverses des précédentes, de la même façon, on peut retrouver la surface totale des points représentant l'objet, à partir des seuls points squelettes dont on connaît la distance au bords [11].
2. En plus du tracé de l'axe médian de l'objet, que nous considérerons comme le tracé de la forme elle-même, nous connaissons l'épaisseur de l'objet le long du tracé.

La conservation de cette information peut s'avérer utile lorsqu'elle présente une certaine importance dans les problèmes analysés.

En effet cette information peut être utile pour donner un critère d'élimination de certaines tâches, lorsque leur squelette n'a pas la physionomie attendue : celle-ci peut être connue par un rapport entre la longueur et la largeur (épaisseur) de la tâche étudiée par exemple.

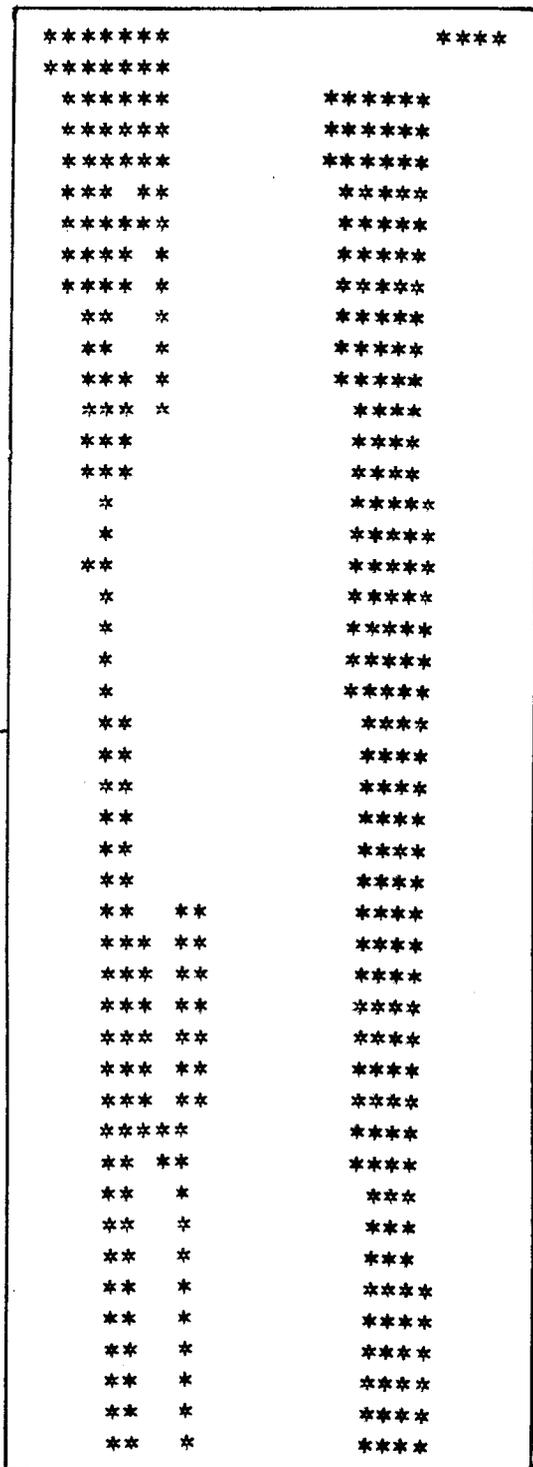
De nombreuses applications et utilisations des squelettes sont faites permettant de construire des fichiers réduits des objets apparaissant sur une image, fichiers destinés à une utilisation ultérieure.

Les domaines ferro-électriques étant assimilables à des surfaces rectangulaires, leur squelette sera donc constitué d'une partie de la plus longue médiane (segment de droite). Les branches obtenues par les bissectrices des angles aux extrémités sont très courtes par rapport à la longueur totale et donc peut significatives dans la suite des traitements (recherche de direction principale).

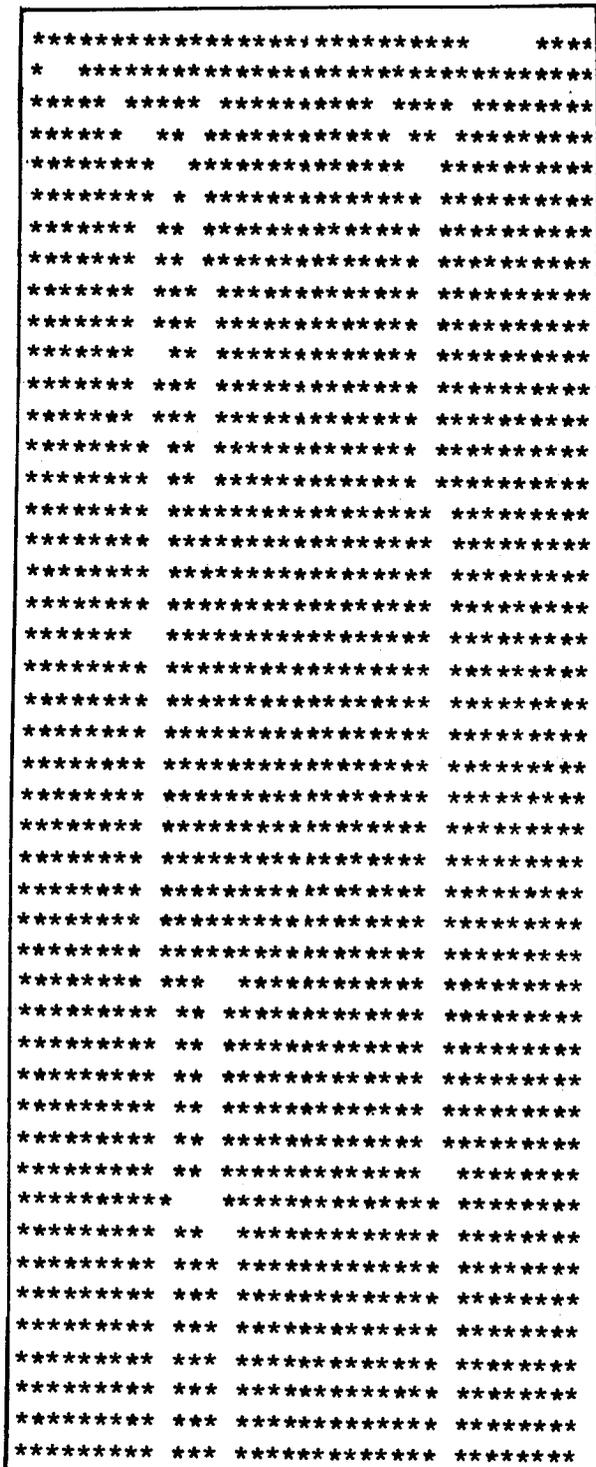
Nous avons donc utilisé cette réduction de domaines pour chercher leur pente générale par rapport aux axes de référence et nous avons détaillé ceci dans la suite de notre travail.

V - EXEMPLES

Nous présentons quelques résultats obtenus par le programme que nous avons écrit, utilisant ces critères ainsi que le programme lui-même, écrit en AlgolW et travaillant séquentiellement sur l'image.



a - image binaire



b - image squelette

```

COMMENT RECHERCHE DU SQUELETTE DES OBJETS SUR UNE IMAGE;
PROCEDURE DISTRANSFORM(INTEGER ARRAY A(*,*);INTEGER VALUE M,N);
BEGIN INTEGER PROCEDURE F1(INTEGER VALUE I,J);
  BEGIN INTEGER S;S:=0;
    IF A(I,J)=0 THEN S:=0
    ELSE IF (I=1) OR (J=1) THEN
      S:=(IF A(I-1,J)<=A(I,J-1)
        THEN A(I-1,J)+1 ELSE A(I,J-1)+1)
    ELSE S:=M+N;
  S
END;
INTEGER PROCEDURE F2(INTEGER VALUE I,J);
  BEGIN INTEGER S;
    S:=IF A(I,J)<=A(I+1,J)+1 THEN A(I,J) ELSE A(I+1,J)+1;
    S:=IF A(I,J+1)+1<=S THEN A(I,J+1)+1 ELSE S;
  S
END;
FOR I:=1 UNTIL M DO   FOR J:=1 UNTIL N DO A(I,J):=F1(I,J);
FOR I:=M STEP -1 UNTIL 1 DO FOR J:=N STEP -1 UNTIL 1 DO
  A(I,J):=F2(I,J);
END DISTRANSFORM;
PROCEDURE SQUEL(INTEGER ARRAY IMAGE(*,*);INTEGER VALUE N1,N);
BEGIN INTEGER K,L,M,I,J;
STRING(1) S;
INTEGER V;
  K:=1;L:=I;M:=J;
  FOR I:=1 UNTIL N1 DO FOR J:=1 UNTIL N DO
  BEGIN
    V:=IMAGE(I,J);
    IF ((V>IMAGE(I,J-1)) AND (V>IMAGE(I,J+1)))
    OR
      ((V>IMAGE(I-1,J)) AND (V>IMAGE(I+2,J)))
    OR
      ((V>IMAGE(I-1,J-1)) AND (V>IMAGE(I+1,J+1)))
    OR
      ((V>IMAGE(I-1,J+1)) AND (V>IMAGE(I+1,J-1)))
    THEN S:="1" ELSE S:="0";
    IF (((I-1)*N+J) REM 80)=1 THEN IOCONTROL(2);
    WRITEON(S);
  END;
END SQUEL;

```

CHII - "SEGMENTS DE DROITE"

Cette notion va nous être utile par la suite. En effet, nous aurons à déterminer des directions d'objets rectilignes et d'autres part à construire des bandes de plans dans Z^2 , délimitées par des "droites".

Nous avons donc à considérer deux abords de ce problème :

1. Aspect d'un tracé de segment de droite dans une image digitale. (Utilisable en vue de son identification en tant que tel).
2. Equations d'un segment de droite joignant deux points I_1 et I_2 de Z^2 .

Bien entendu, le dessin d'un tel segment doit offrir des similitudes avec le premier cas.

I - ASPECT D'UN SEGMENT DE DROITE SUR UNE IMAGE DIGITALE

Supposons que nous ayons digitalisé une image continue représentant le dessin d'une droite. Qu'avons nous obtenu ?

Sur la figure 1, nous représentons la droite dessinée sur le plan \mathbb{R}^2 et le maillage superposé correspondant à l'échantillonnage du support. Les carrés représentés proviennent de l'hypothèse prise au chapitre I, première partie, et sont ceux qui ont une intersection non vide avec la droite.

En fonction de cette hypothèse, l'image n'aura une valeur différente du fond qu'aux centres de ces carrés. On peut donc considérer le segment de droite représenté par l'ensemble de ces points (figure 1).

Nous avons donc une représentation par paliers successifs, situés sur des lignes successives du maillage de l'image.

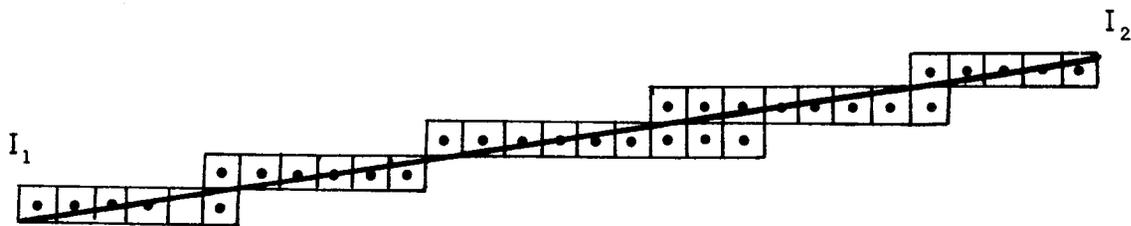


Figure 1
Représentation digitale d'une "droite continue"

II - EQUATION D'UN SEGMENT DE DROITE DANS \mathbb{Z}^2

1. Nous voulons à l'inverse être capable d'affirmer l'appartenance ou non d'un point de \mathbb{Z}^2 au segment de droite I_1I_2 .

Nous cherchons bien entendu à retrouver un ensemble de points pas trop écarté de l'ensemble considéré.

Etant donné $I_1 = (i_1, j_1)$ et $I_2 = (i_2, j_2)$ deux points de \mathbb{Z}^2 ($i_1 \leq i_2$), soit l'ensemble des points définis par :

1. Une pente $p = \frac{j_2 - j_1}{i_2 - i_1}$
2. L'une des deux équations :
 - si $|p| \leq 1$ alors $j = j_1 + \text{entier}((i - i_1)p)$, $\forall i, i_1 \leq i \leq i_2$
 - ou
 - si $|p| > 1$ alors $i = i_1 + \text{entier}((j - j_1)/p)$,
 - $\forall j, \min(j_1, j_2) \leq j \leq \max(j_1, j_2)$.

Cette définition a deux raisons d'être :

- * les coordonnées des points considérés sont entières,
- * les ensembles de points obtenus doivent être d_∞ -consécutifs pour permettre de traduire la continuité des droites dans \mathbb{R}^2 .

Quelle fonction entier(x) prendre ?

Prenons $\text{entier}(x) = y$ tel que $y - \frac{1}{2} < x < y + \frac{1}{2}$

2. Y-a-t-il alors une borne supérieure à l'écart de l'ensemble des points obtenus à la droite réelle et quelle est-elle ?

Considérons $0 < p < 1$.

Les coordonnées (réelles) du point (h_i, y_c) de $I_1 I_2$ dans \mathbb{R}^2

$$d(I, I_1 I_2) \leq d(I, C)$$

en prenant $d(I, c) = \sqrt{(x_I - x_c)^2 + (y_I - y_c)^2}$

$$\begin{aligned} d(I, c) &= (y_I - y_c) = h(j_1 + \text{entier}((i - i_1)p)) - (hj_1 + (hi - hi_1)p) \\ &= h(\text{entier}(i - i_1)p - (i - i_1)p) \\ &\leq \frac{h}{2} \end{aligned}$$

2. Distance d'un point de l'ensemble de représentation à la droite réelle :

Soit I un tel point ;

$$I = (hi, hj) ;$$

$$d(I, I_1 I_2) < d(I, C) \quad C \in I_1 I_2 ;$$

en particulier si nous considérons $C \in [hi - \frac{h}{2}, hi + \frac{h}{2}] \times [hj - \frac{h}{2}, hj + \frac{h}{2}]$

$$d(I, C) \leq \frac{h}{2}$$

donc $d(I, I_1 I_2) \leq \frac{h}{2}$.

3. Pente d'un tel segment :

Dans \mathbb{R}^2 la pente de $I_1 I_2$ sera $p = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ avec $\begin{cases} I_1 = (x_1, y_1) \\ I_2 = (x_2, y_2) \end{cases}$

Par analogie, nous prendrons dans \mathbb{Z}^2 la définition suivante :

$$P = \frac{j_2 - j_1}{i_2 - i_1} \quad \text{avec } I_1 = (i_1, j_1) \text{ et } I_2 = (i_2, j_2).$$

III - EXISTENCE DES PALLIERS SUR CET ENSEMBLE

* Supposons toujours $0 < p < 1$.

Nous prenons donc comme équation d'une droite

$$j = j_1 + \text{entier}((i - i_1)p)$$

Il existe un ensemble de valeurs consécutives de i pour lesquelles $\text{entier}((i - i_1)p) = \text{cste}$.

En effet, deux telles valeurs i et $i+k$ seront telles que ($k \in \mathbb{Z}$)

$$|(i+k - i_1)p - (i - i_1)p| < 1$$

$$\Rightarrow |k|_p < 1$$

$$|k| < \frac{1}{p}$$

$$p < 1 \Rightarrow \frac{1}{p} > 1$$

Donc, si nous considérons $i_3 = \min(i/\text{entier}((i - i_1)p) = c, j_1 < c < j_2)$

$i_3, i_{3+1} \dots i_{3+k}$ seront les abscisses de points situés sur une même colonne, avec $k < \frac{1}{p} < k+1$.

$p = i \Rightarrow k = 0$ donc un seul point sur chaque ligne et chaque colonne.

* Avec $p > 1$, les palliers suivront alors les lignes.

Nous pouvons donc considérer que nous avons une bonne représentation fonctionnelle des droites dans \mathbb{Z}^2 , tant à l'identification de tels objets sur l'image étudiée qu'à leur construction.

CHIII - RECHERCHE DE LA DIRECTION DE SEGMENTS

REPRESENTES SUR UNE IMAGE

Nous avons étudié précédemment l'aspect qu'ont les segments de droite dans une image digitale : celles-ci se présentent en pallier suivant les lignes (lorsque $p \leq 1$) ou les colonnes (lorsque $p \geq 1$). Nous devons donc utiliser ceci pour reconnaître les segments de droite et en trouver la pente.

Dans le cas des domaines ferroélectriques dont nous avons à rechercher la direction commune, nous chercherons en fait celle de leurs squelettes, dont la forme est rectiligne. Cette direction est définie par rapport aux axes de référence de l'image.

Nous devons trouver un algorithme qui associe l'extrémité de chacun de ces segments à son origine.

Il faudra éliminer de l'image squelette les éléments qui ne constituent pas des squelettes de tâches, résidus existant encore après les divers prétraitements d'amélioration d'image.

Cette élimination peut se faire à deux niveaux :

- soit dans l'image elle-même en reconnaissant les ensembles de points qui n'ont pas la forme voulue,
- soit parce que leur intervention dans les mesures faites est négligeable statistiquement et que les erreurs introduites par les différents parasites se compensent.

Les algorithmes recherchés ne doivent retenir que les ensembles de points constitués de pallier de points en colonne (resp. en ligne) et situés sur des colonnes (lignes) successives, un pallier d'une colonne étant contigu à chacun de ceux situés sur les deux colonnes adjacentes.

I - PREMIER ALGORITHME : PARCOURS DE LIGNE

Une première idée de fonctionnement assez répandue sera un balayage ligne par ligne de la matrice jusqu'à la rencontre d'un point X situé sur un squelette, puis la poursuite du squelette ainsi rencontré jusqu'à son extrémité, en marquant ou en effaçant les points de ce squelette à leur rencontre, et la reprise du balayage linéaire au point X ainsi rencontré, tant qu'on n'a pas balayé la totalité de l'image.

Nous avons commencé par cet algorithme. L'avantage de cet algorithme est qu'il prend en considération tous les segments de droite sans a priori sur leur orientation générale (disposition des palliers). Il est utilisable en fait dans toute poursuite de "ligne", rectiligne ou non, telle que contour de tache, squelette d'objet de forme quelconque, dessin etc. On peut l'utiliser à des fins diverses : codification [14,11], calcul de courbure [11, 14] , d'angle, etc.

L'inconvénient est qu'il devient très coûteux si le nombre de lignes à parcourir est important (en m^3) ce qui est le cas dans les types de photographie à décrire.

Nous avons donc recherché un algorithme plus rapide, fonctionnant si possible dans un seul balayage de l'image, c'est-à-dire en m^2 . Il nous a fallu pour ceci partir d'hypothèses a priori, faisant intervenir d'une part le parallélisme du faisceau de lignes recherchées, et d'autre part la direction générale des lignes que nous pouvons choisir à la présentation de l'image sous la caméra.

En effet : supposons que nous ayons affaire à la photographie suivante :

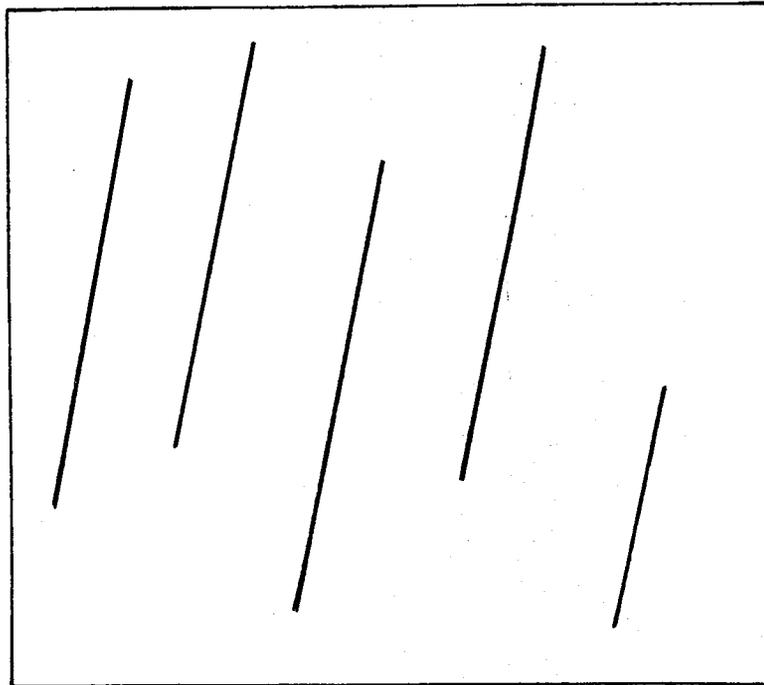


Figure 1

La direction des domaines est plus "proche" de la verticale que de l'horizontale.

Un balayage horizontal donnera donc (cf. chapitre précédent) des palliers verticaux pour les droites représentées, alors que pour des droites plus "proches" de l'horizontale ce même balayage donnera des palliers horizontaux.

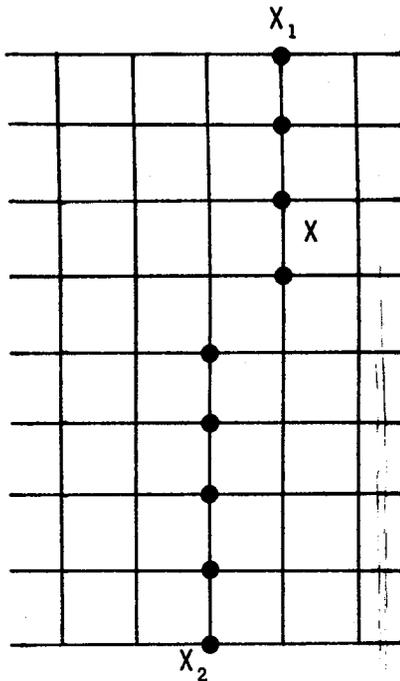
D'autre part, l'échantillonnage des points nous a conduit à placer les photographies systématiquement de façon à ce que les domaines aient une direction plus proche du sens du balayage, ce qui rend une meilleure qualité sur le résultat de la digitalisation.

Nous avons donc en fonction de toutes ces remarques élaboré l'algorithme que nous allons présenter.

II - PROBLEMES PARTICULIERS

Nous avons vu que nous avons deux cas à distinguer dans les situations susceptibles de se présenter.

1. $p \leq 1$. Les palliers suivent alors les colonnes.



Ici la résolution du problème semble évidente :

- tout point X du segment autre que les extrémités aura ses deux voisins sur le segment situé bien sur la ligne immédiatement au dessus et l'autre sur la ligne immédiatement au dessous de celle à laquelle il appartient.
- X_1 et X_2 n'ont qu'un voisin sur le segment situé pour $X_1 = (i_1, j_1)$ sur la ligne $i + 1$ et pour $X_2 = (i_2, j_2)$ sur la ligne $i_2 - 1$.

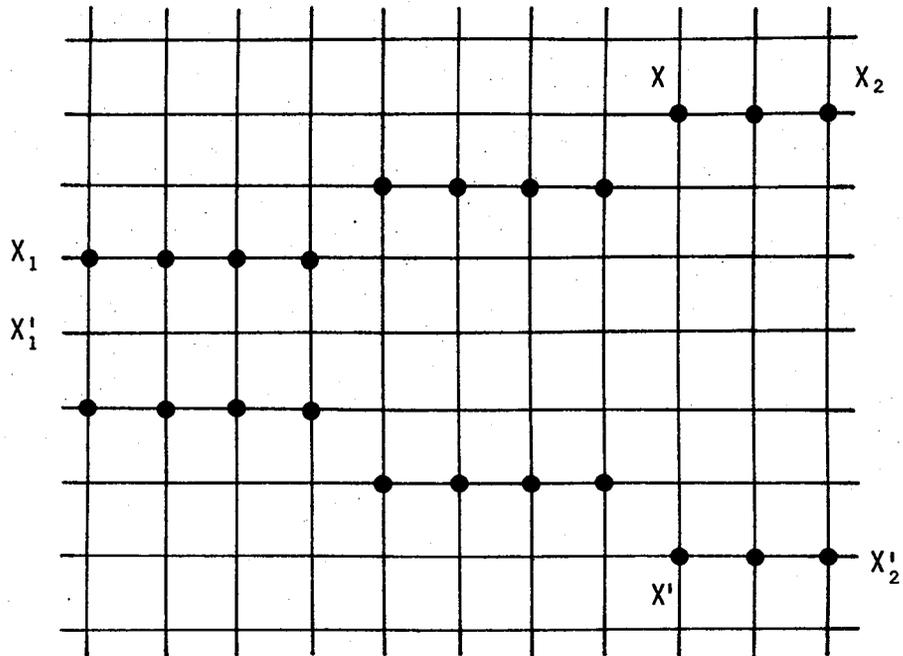
Donc, lors d'un balayage linéaire du tableau, la rencontre d'un point du segment pourra avoir trois significations :

- un seul voisin sur la ligne du dessous \Rightarrow rencontre de X_1
- deux voisins : $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur la ligne précédente} \\ \text{sur la ligne suivante} \end{array} \right. \Rightarrow$ rencontre de X
- un seul voisin sur la ligne précédente \Rightarrow rencontre de X_2 .

Nous prendrons ces trois propriétés qui s'avèrent vérifiées dans le cas présenté comme hypothèses de travail lorsque nous définirons notre algorithme.

2. Les palliers suivent les lignes.

Dans un algorithme ligne par ligne, nous ne pouvons tirer aucun renseignement intéressant : en effet, en X il faudrait propager les coordonnées de X_2 , alors qu'en X' on propagerait les coordonnées de X_1' vers X_2' , puisqu'on propage l'origine vers l'extrémité ligne par ligne.

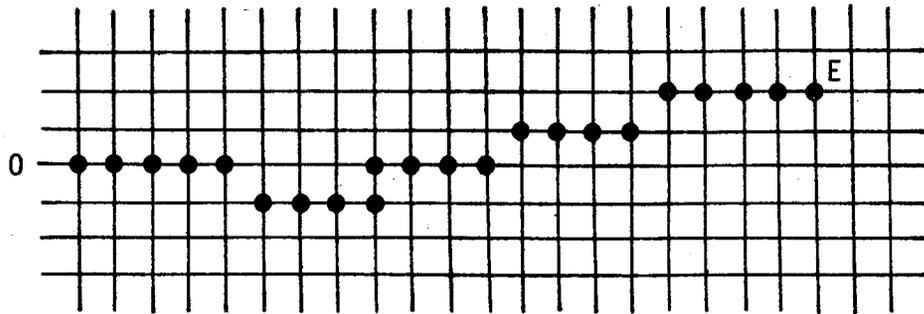


La rencontre d'un point tel que X ne nous suffit pas à connaître le sens de propagation à choisir. Il faut fournir des éléments supplémentaires, alors qu'un balayage et une propagation colonne par colonne de X_1 ou X_1' vers respectivement X_2 ou X_2' ramène le problème à la situation précédente.

Nous en avons déduit l'algorithme de calcul présenté dans la suite. Une autre justification est fournie par le type de travail à faire qui consiste à rechercher en fait la direction commune d'un faisceau de droites parallèles pratiquement jamais très "écartées" de la direction des colonnes.

3. Aspects des squelettes eux-mêmes.

Pour un domaine dont la digitalisation donnera une représentation parfaite, c'est-à-dire de bords rigoureusement rectilignes, les squelettes des domaines seront effectivement représentés par des segments de droites telles que nous les avons décrits. Cependant, les irrégularités de largeur le long du domaine peuvent conduire à des palliers dont la répartition ressemblera plutôt au schéma suivant :



Cependant, les palliers resteront ligne par ligne si la pente générale est inférieure à 1. Cela permettra de suivre le squelette de son origine à son extrémité de la même façon qu'un segment de droite.

III - ALGORITHME DE CALCUL

Si les objets sont éparpillés sur l'image, nous pouvons prendre comme hypothèse que leurs squelettes sont disjoints. Donc un point (i, j) ne pourra être situé que sur un squelette au plus.

On considère que nous avons à faire au tableau dont les éléments ont leur valeur définie de la façon suivante :

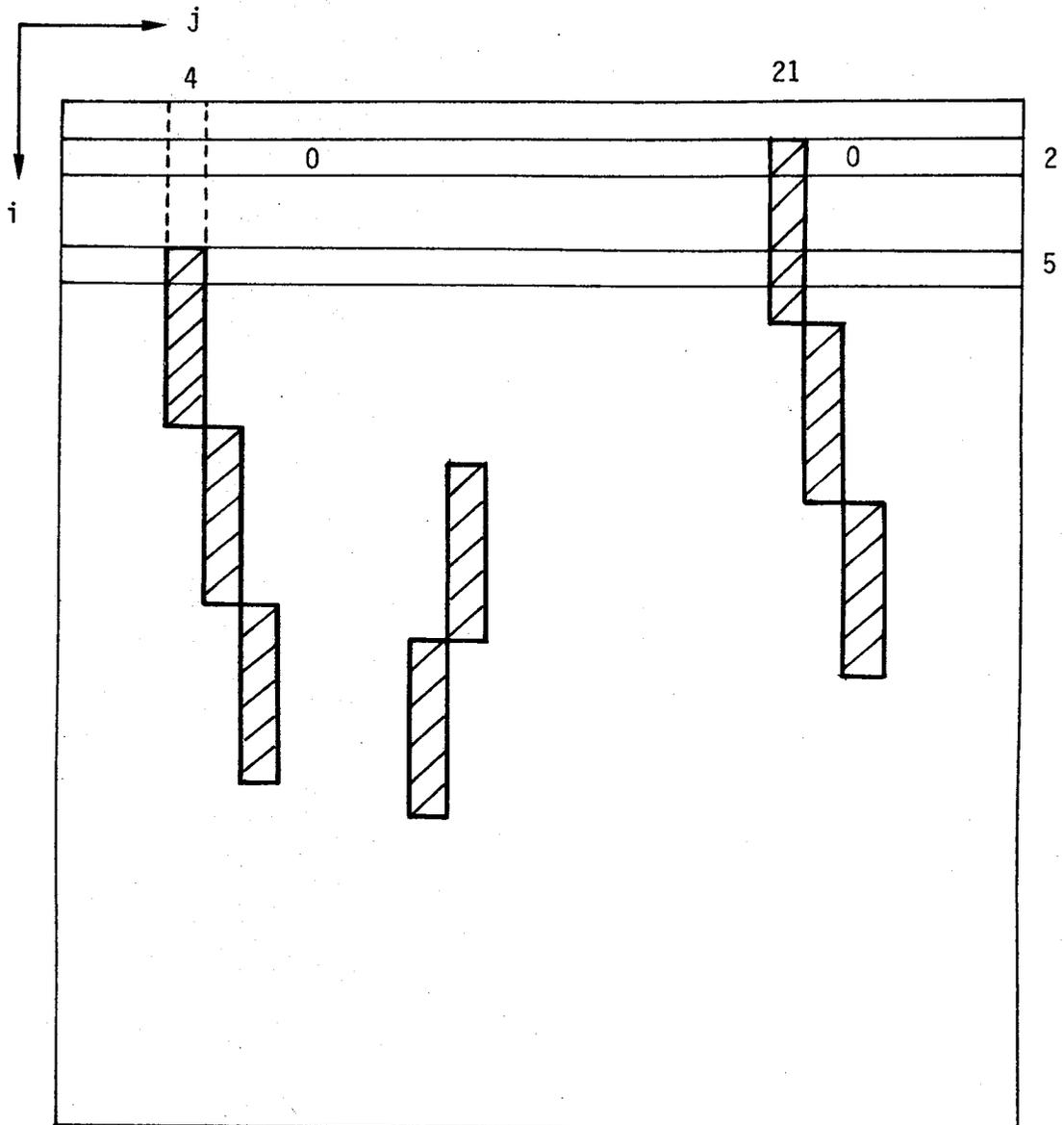
$$I(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in \text{squelette d'un objet} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Nous utiliserons un vecteur d'état, Q_i , rendant compte de ce qui se passe à la ligne i : Q_i sera un vecteur à n_1 éléments (= nombre de colonnes). Ce vecteur permet d'indiquer où l'on en est dans la poursuite des segments.

$$Q_i(j) = \begin{cases} 0 & \text{si } I(i, j) = 0 \\ 1 & \text{si } I(i, j) = 1 \\ & \text{et } I(i-1, j-1) + I(i-1, j) + I(i-1, j+1) = 0 \\ 2 & \text{si } I(i, j) = 1 \\ & \text{et } \exists k, j-1 \leq k \leq j+1, I(i-1, k) \neq 0 \end{cases}$$

Figure 2

Représentation de fonctionnement de
l'automate



$$Q_2(21) = 1$$

$$Q_5(21) = 2$$

$$Q_5(4) = 1$$

$$\lambda Q_2(21) = (2, 21)$$

$$\lambda Q_5(21) = (2, 21)$$

$$\lambda Q_5(4) = (5, 4)$$

Interprétation : (Figure 2)

$Q_i(j) = 0$ signifie que en (i, j) nous ne rencontrons aucun vecteur ;

$Q_i(j) = 1$ signifie que nous avons rencontré l'origine (i, j) d'un segment ;

$Q_i(j) = 2$ signifie que nous sommes en cours de poursuite de segment.

Ceci découle directement des hypothèses de travail précédemment définies. Il nous faut utiliser ceci pour propager l'origine de chaque segment vers son extrémité. On le fera à l'aide d'un tableau à deux lignes et n_2 colonnes destiné à recevoir ces origines

La fonction de propagation des origines des squelettes rencontrés sera définie de la façon suivante :

$$\lambda Q_i(j) \left\{ \begin{array}{l} = (i, j) \quad \text{si } Q_i(j) = 1 \\ = \lambda Q_{i-1}(k) \quad \text{si } Q_i(j) = 2 \text{ et } k \text{ est l'indice tel que } I(i-1, k) \neq 0 \\ = (j-j_q, i-i_q) \quad \text{si } \left\{ \begin{array}{l} (Q_i(j) = 0) \text{ et } Q_{i-1}(j) \neq 0 \\ \text{et } Q_i(j-1) = Q_i(j+1) = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

IV - RESULTATS RENDUS

Cet algorithme calcule la pente de segments de droite dont les palliers suivent les colonnes du tableau de représentation ($p \leq 1$). On aura donc besoin des automates "symétriques" investigant l'image colonne par colonne pour les segments de pente $p > 1$.

Démontrons le résultat. Soit $p \leq 1$.

1. $Q_i(j) = 0$ signifie que le point n'est pas situé sur un segment de droite.
2. $Q_i(j) = 1$ signifie que le point est l'origine d'un segment de points constituant le squelette d'un objet.

La fonction λ permet la mémorisation des coordonnées (i, j) du point examiné.

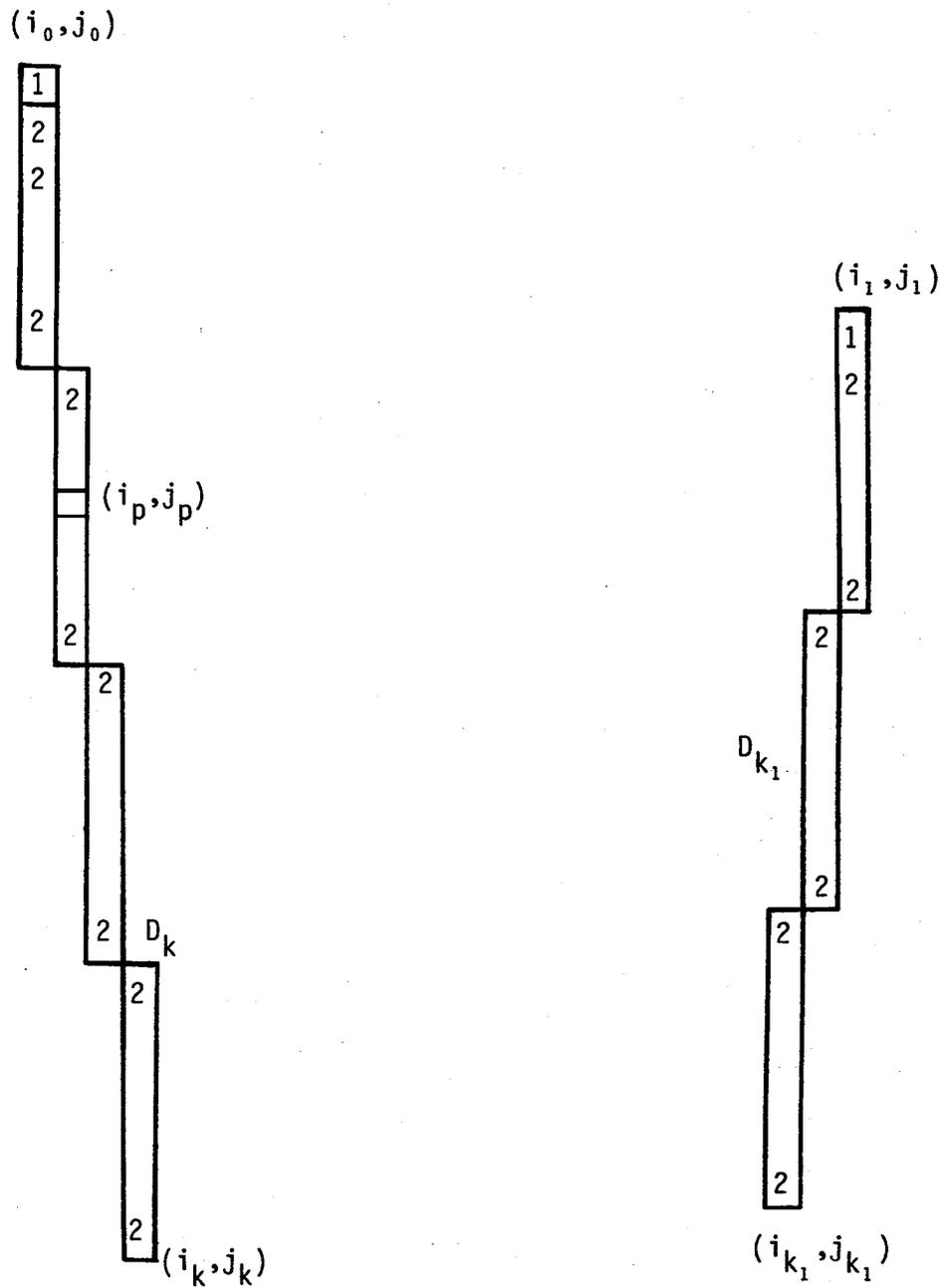


Figure 3

Sur cette figure nous représentons l'état des automates le long du segment D_k de pallier suivant les colonnes.

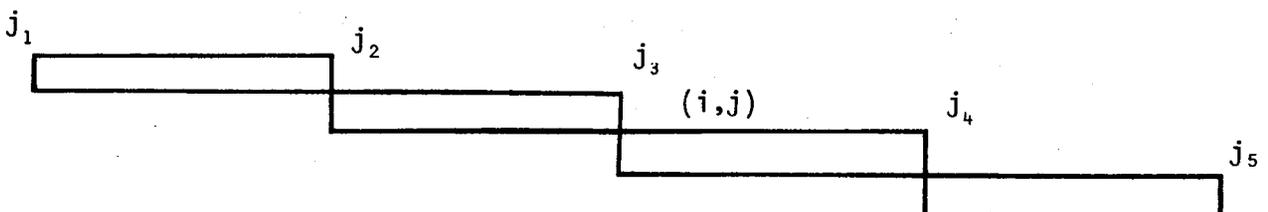


Figure 4

3. $Q_i(j) = 2$ signifie que le point est sur un des segments de droites représentant les squelettes des objets. Soit D_k ce segment.
 $(i, j) \in D_k$ et D_k étant contigu \Leftrightarrow il existe une droite suite finie de points (i_p, j_p) tels que : $p = 0, 1, 2, \dots, m$ (m nombre de points de la suite).

* (i_0, j_0) est l'origine de D_k

* (i_p, j_p) vérifie $\begin{cases} i_p = i_{p+1} - 1 \\ j_p \in \{j_{p+1} - 1, j_{p+1}, j_{p+1} + 1\} \end{cases}$

* $(i_m, j_m) = (i, j)$

Sur cette suite :

$$\lambda_{j_p} Q_{j_p}(i_p) = \lambda_{j_{p+1}} Q_{j_{p+1}}(i_{p+1})$$

$$\text{donc } \lambda_{j_{p+1}} Q_{j_{p+1}}(i_{p+1}) = (i_0, j_0)$$

Ce qui signifie bien que λ_j propage le long de D_k les coordonnées de son origine.

4. $Q_{i+1}(j) = 0$ et $Q_i(j) \neq 0$ et $Q_{i+1}(j-1) = Q_{i+1}(j+1) = 0$.

Ces trois conditions simultanées nous permettent de conclure que (i, j) est un point extrémité du segment sur lequel il est situé.

Nous nous retrouvons en effet dans la situation :

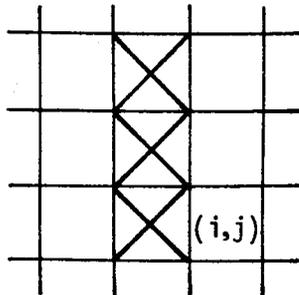


Figure 5

La condition sur les états des automates voisins nous permettent de prendre en compte les deux cas représentés sur la grille suivante.

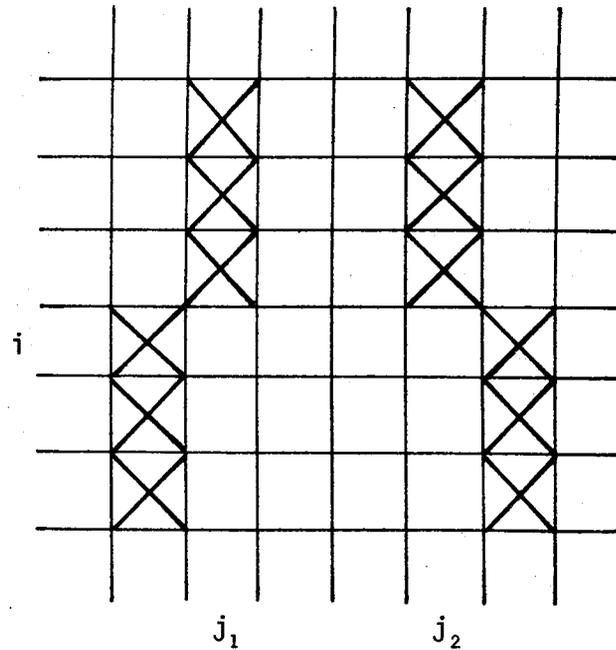


Figure 6

Si ces conditions n'étaient pas introduites cela amènerait à considérer (i, j_1) et (i, j_2) comme étant des extrémités de segments.

Lorsque toutes ces conditions sont remplies :

$$\lambda_j Q_j(i+1) = (j - j_0, i - i_0)$$

$$\text{puisque } \lambda_j Q_j(i) = (i_0, j_0)$$

De ce couple de valeur nous pouvons calculer $p = \frac{j - j_0}{i - i_0}$, pente du segment D_k .

* Que nous donne cet algorithme sur des segments de droite dont les palliers suivent les lignes du tableau de représentation ?

Examinons le cas dont nous avons la représentation (figure 4).

Considérons un point (i, j) situé sur un tel segment de droite :

1. $j = j_2, j_3, j_4$, (i, j) considéré sera l'extrémité d'un segment ayant commencé à la ligne précédente au sens de l'algorithme défini.
2. $\forall j, j_1 \leq j \leq j_5$ et $j \neq j_2, j_3, j_4 \Rightarrow (i, j)$ est à la fois origine et extrémité d'un segment au sens de l'algorithme défini.

Nous constatons donc que dans le cas de droites ayant des palliers suivant les lignes, l'algorithme ne détecte que des segments de longueur 1 ou 2.

En ne prenant pas en considération de tels éléments, comme non susceptibles de représenter quelque chose, nous pouvons aboutir à un automate ne calculant la pente que pour des segments dont la pente est ≤ 1 .

En cas de besoin de prise en compte de tels objets, il suffit de définir l'algorithme symétrique où il suffit d'invertir les rôles des indices i et j , pour obtenir un algorithme fonctionnant dans un balayage colonne par colonne.

* Erreur introduite par les courbes non rectilignes dans un tel algorithme.

De la remarque précédente, nous déduisons que dans l'automate de balayage ligne par ligne, seuls les morceaux de courbe en paliers le long des colonnes sont pris en compte. Si ces morceaux ont une certaine longueur, ils seront pris en considération et leur pente calculée. Dans le cas que nous traitons, nous verrons que ceci est sans conséquence fâcheuse sur le résultat.

Application à la recherche de la direction d'un faisceau de ligne parallèles

Dans le cas qui nous a été proposé, le problème consiste à rechercher la direction commune d'un ensemble de droites parallèles. Ces droites sont les axes des domaines représentés sur l'image, ces axes ayant été obtenus par une application de la fonction construisant les squelettes des domaines.

Nous utilisons cet algorithme pour rechercher les pentes de tous les axes et faire une moyenne de ces valeurs que nous considérons comme étant la pente de l'ensemble des domaines.

Dans cette moyenne interviennent en plus les segments parasites qui ont été pris en considération par l'automate. Avec l'hypothèse que ces parasites sont aléatoires et donc n'ont pas de direction privilégiées, on peut penser que la moyenne de leur direction sera nulle ou du moins faible.

Implémentation de l'automate

On représente l'ensemble des états à chaque ligne par un seul tableau à n_1 élément, appelé ETAT, et la mémorisation de l'origine de chaque segment se fera dans un tableau à 2 lignes et n_1 colonne, appelé POINT.

A chaque ligne :

1. $\forall j = 1, 2 \dots n$

si $(i, j) \in D_k$ alors $\text{état}(j) \leftarrow 1$

$$\text{point}(j) \begin{cases} \leftarrow \text{point}(j-1) & \text{si } \text{point}(j-1) \neq 0 & (1) \\ \leftarrow \text{point } j & \text{si } \text{point } (j) \neq 0 & (2) \\ \leftarrow \text{point}(j+1) & \text{si } \text{point } (j+1) \neq 0 & (3) \end{cases}$$

si (1) alors $\text{point } (j-1) \leftarrow 0$

si (2) alors $\text{point } (j+1) \leftarrow 0$

2. pour $j = 1, 2, \dots n$ faire :

Si $\text{état } (j) = 1$, alors $\text{état } (j) \leftarrow 0$

Sinon si $\text{point } (j) \neq 0$ alors segment terminé : rendre pente
 $\text{point } (j) \leftarrow (0, 0)$

Remarque sur l'algorithme présenté :

Le test sur les deux points situés de part et d'autre sur la ligne du point examiné est implicite :

- d'une part, lors de la propagation des coordonnées d'un point, on annule le point ayant servi à la mémorisation au coup précédent.
- Donc, à cette étape, si $\text{point}(j) \neq 0$ et $\text{état}(j) = 1$, il y a eu propagation de la ligne $i-1$ à la ligne i (ou apparition d'un nouveau segment). La remise à 0 de $\text{état}(j)$ sera utile à l'étape $i+1$.
 Si $\text{point}(j) \neq 0$ et $\text{état}(j) = 0$, cela signifie qu'il n'y a eu aucune propagation lors de la première phase de cette étape(i). Par contre il y a eu mémorisation d'un point à l'étape $i-1$.
 Il s'agit donc d'une extrémité de segment dont nous pouvons donc calculer la pente.

```

BEGIN COMMENT CALCUL DE LA PENTE MOYENNE DES AIGUILLES;
PROCEDURE LECTIM(INTEGER ARRAY IMAGE(*,*);INTEGER VALUE NBLIG,NBCOL);
BEGIN INTEGER I,V,J,IJ,K;STRING(80) CARTE;
CARTE:=" ";
FOR I:=0 UNTIL NBLIG-1 DO
BEGIN J:=0;
  WHILE JK=NBCOL-1 DO
  BEGIN IJ:=I*NBCOL+J;K:=IJ REM 80;
    IF K=0 THEN READCARD(CARTE);
    IF J REM 2=0 THEN
    BEGIN V:=DECODE(CARTE(K|1))-240;
      IMAGE(I DIV 2 +1,J DIV 2 +1):=
        IF V<1 THEN 1 ELSE 0;
    END;
    J:=J+2;
  END;
END;
END;
END LECTIM;
PROCEDURE RECHP(INTEGER ARRAY IMAGE(*,*);INTEGER VALUE N,N1);
BEGIN REAL P,DP,DPA;
  INTEGER I,J,NBAR,K;
  INTEGER ARRAY DIR(1::N1,1::3);
RECORD PI(REAL X;REFERENCE(PI) LI);
REFERENCE(PI) TL,PC;
LOGICAL PROCEDURE MAXILOCAL(INTEGER VALUE I,J);
BEGIN INTEGER V,L,M,K;
  V:=0;
  V:=IMAGE(I,J);
  ((V>IMAGE(I,J-1)) AND (V>IMAGE(I,J+1)))
  OR
  ((V>IMAGE(I-1,J)) AND (V>IMAGE(I+2,J)))
  OR
  ((V>IMAGE(I-1,J-1)) AND (V>IMAGE(I+2,J+1)))
  OR
  ((V>IMAGE(I-1,J+1)) AND (V>IMAGE(I+2,J-1)))
END MAXILOCAL;
DPA:=DP:=P:=0;NBAR:=0;
TL:=PC:=PI(0,NULL);
FOR J:=1 UNTIL N1 DO FOR I:=1 UNTIL 3 DO DIR(J,I):=0;
  COMMENT DIR CONTIENT LES COORDONNEES DES DEBUT D'ARETE
  ET INDICATIF D'ARETE EN COURS;
FOR I:=2 UNTIL N-1 DO
BEGIN
  FOR J:=2 UNTIL N1-1 DO
  BEGIN COMMENT ARETE DEJA EN COURS OU NVELLE ARETE;
    IF MAXILOCAL(I,J) THEN
    BEGIN
      IF DIR(J,1)*DIR(J,2)~=0 THEN DIR(J,3):=1
      ELSE IF DIR(J-1,1)*DIR(J-1,2)~=0 THEN
      BEGIN DIR(J,1):=DIR(J-1,1);
        DIR(J,2):=DIR(J-1,2);
        DIR(J,3):=1;DIR(J-1,1):=DIR(J-1,2):=0
      END
      ELSE IF DIR(J+1,1)*DIR(J+1,2)~=0 THEN
      BEGIN DIR(J,1):=DIR(J+1,1);
        DIR(J,2):=DIR(J+1,2);
        DIR(J+1,1):=DIR(J+1,2):=0;
        DIR(J,3):=1
      END
    END
  END
END

```

```

        END
        ELSE COMMENT NOUVELLE ARETE;
        BEGIN DIR(J,1):=I;DIR(J,2):=J;DIR(J,3):=1
        END;
    END;
END;
FND;
FOR J:=1 UNTIL N1 DO
    BEGIN COMMENT RECHERCHE DE FIN D'ARETE;
        IF DIR(J,3)=1 THEN DIR(J,3):=0
        ELSE IF DIR(J,1)*DIR(J,2)≠0 THEN
            BEGIN COMMENT FIN D'ARETE;
                P:=P+(J-DIR(J,2))/(I-DIR(J,1));
                NBAR:=NBAR+1;
                X(PC):=(J-DIR(J,2))/(I-DIR(J,1));
                LI(PC):=PI(0,NULL);PC:=LI(PC);
                DIR(J,1):=DIR(J,2):=0;
            END;
        END;
    END;
    END;
    IF P≠0 THEN
        BEGIN P:=P/NBAR;WRITE("PENTE MOYENNE ",P);
        PC:=TL;WHILE LI(PC)≠NULL DO BEGIN DP:=DP+(X(PC)-P)/P;
            DPA:=DPA+X(PC)-P;
            PC:=LI(PC) END
        END
    END
    ELSE BEGIN PC:=TL;WHILE LI(PC)≠NULL DO BEGIN DPA:=DPA+X(PC)-P;
        PC:=LI(PC) END END;
    DP:=DP/NBAR;WRITE("ERREUR MOYENNE RELATIVE ",DP);
    DPA:=DPA/NBAR;WRITE("ERREUR ABSOLUE ",DPA);
END RECHP;
PROCEDURE DISTRANSFORM(INTEGER ARRAY A(*,*) ;INTEGER VALUE M,N);
BEGIN INTEGER PROCEDURE F1(INTEGER VALUE I,J);
    BEGIN INTEGER S;S:=0;
        IF A(I,J)=0 THEN S:=0
        ELSE IF (I≠1) OR (J≠1) THEN
            S:=(IF A(I-1,J)≤A(I,J-1)
                THEN A(I-1,J)+1 ELSE A(I,J-1)+1)
            ELSE S:=M+N;
        S
    END;
    INTEGER PROCEDURE F2(INTEGER VALUE I,J);
    BEGIN INTEGER S;
        S:=IF A(I,J)≤A(I+1,J)+1 THEN A(I,J) ELSE A(I+1,J)+1;
        S:=IF A(I,J+1)+1≤S THEN A(I,J+1)+1 ELSE S;
        S
    END;
    FOR I:=1 UNTIL M DO FOR J:=1 UNTIL N DO A(I,J):=F1(I,J);
    FOR I:=M STEP -1 UNTIL 1 DO FOR J:=N STEP -1 UNTIL 1 DO
        A(I,J):=F2(I,J);
    END;
    INTEGER NBLIG,NBCOL,NL,NC;READ(NBLIG,NBCOL);
    NL:=NBLIG DIV 2;NC:=NBCOL DIV 2;
    BEGIN INTEGER ARRAY IMAGE(0::NL+1,0::NC+1);
        INTEGER P1,Q1;
        I_W:=1;
        LECTIM(IMAGE,NBLIG,NBCOL);
        FOR J:=0 UNTIL NC+1 DO IMAGE(0,J):=IMAGE(NL+1,J):=0;
        FOR I:=0 UNTIL NL+1 DO IMAGE(I,0):=IMAGE(I,NC+1):=0;
        DISTRANSFORM(IMAGE,NL,NC);
        RECHP(IMAGE,NL,NC);
    END;
END;

```

CHIV - PROJECTION D'UNE IMAGE PLANE

Une telle notion est d'abord apparue dans des traitements d'images bidimensionnelles d'objets en trois dimensions, traversés par des rayons X ou autre source lumineuse, où l'on considère l'image plane comme une projection de l'objet en relief, où chaque point reçoit une accumulation de l'intensité lumineuse qui aura pu passer le long du rayon aboutissant en ce point, sans être arrêté par un élément "opaque".

A cause de la digitalisation des images nous sommes obligés d'adapter la notion de rayon en *raie*, ayant donc une surface, mais plus aisée à matérialiser sur une image discrète puisque les points d'une image discrète représentent eux-même une surface sur le support de l'image réelle.

Nous allons tout d'abord présenter cette notion dans le cas continu, pour essayer de faire un inventaire des entités utiles dont nous aurons à transposer la définition dans le cas d'images discrètes. Après quoi nous en étudierons l'application au type de forme ou de composantes continue sur une image, telle que celles qui nous ont été soumises en tant qu'extracteur de caractéristiques.

I - PROJECTION D'UNE IMAGE CONTINUE

Soit I une image continue sur \mathbb{R}^2 et R le support rectangulaire de cette fonction. Nous pouvons toujours étendre cette fonction à :

$$f(x,y) = \begin{cases} I(x,y) & \text{si } (x,y) \in R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Prenons maintenant une droite D de \mathbb{R}^2 de pente p (Sa position dans le plan est sans importance). Les bandes de plan délimitées par les perpendiculaires à cette droite D en chaque point d'une séquence $x_0, x_1, x_2, \dots, x_p, \dots$ ($x_i \in D \forall i$) constituent une partition du plan.

Chacune de ces bandes sera appelée une *raie* du plan.

Et si l_i est la longueur de $x_i x_{i+1}$, l_i sera alors l'*épaisseur de la raie*, notée R_i , délimitée par les perpendiculaires en x_i et x_{i+1} .

Considérons maintenant la séquence de valeurs $p_0, p_1, p_2, \dots, p_i, \dots$ p_p où :

$$p_i = \iint_{R_i} f(x,y) dx dy = \int_{y \in \mathbb{R}} \int_{x \in [x_i, x_{i+1}]} f(x,y) dx dy$$

Nous pouvons faire deux remarques :

1. Si $R_i \cap R = \emptyset$ alors $p_i = 0$
2. Si XY est la projection de R sur D (figure 1) alors il existe k_0 et k_1 tels que $XY \subset x_{k_0} x_{k_1}$, et la séquence $p_{k_0}, p_{k_0+1}, \dots, p_i, \dots, p_{k_1-1}$ suffit pour représenter la projection de f sur D .

De ces deux remarques découlent immédiatement la propriété suivante :

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} p_k = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y) dx dy = \iint_R I(x,y) dx dy$$

et représente donc une valeur constante, indépendante de la direction choisie pour D .

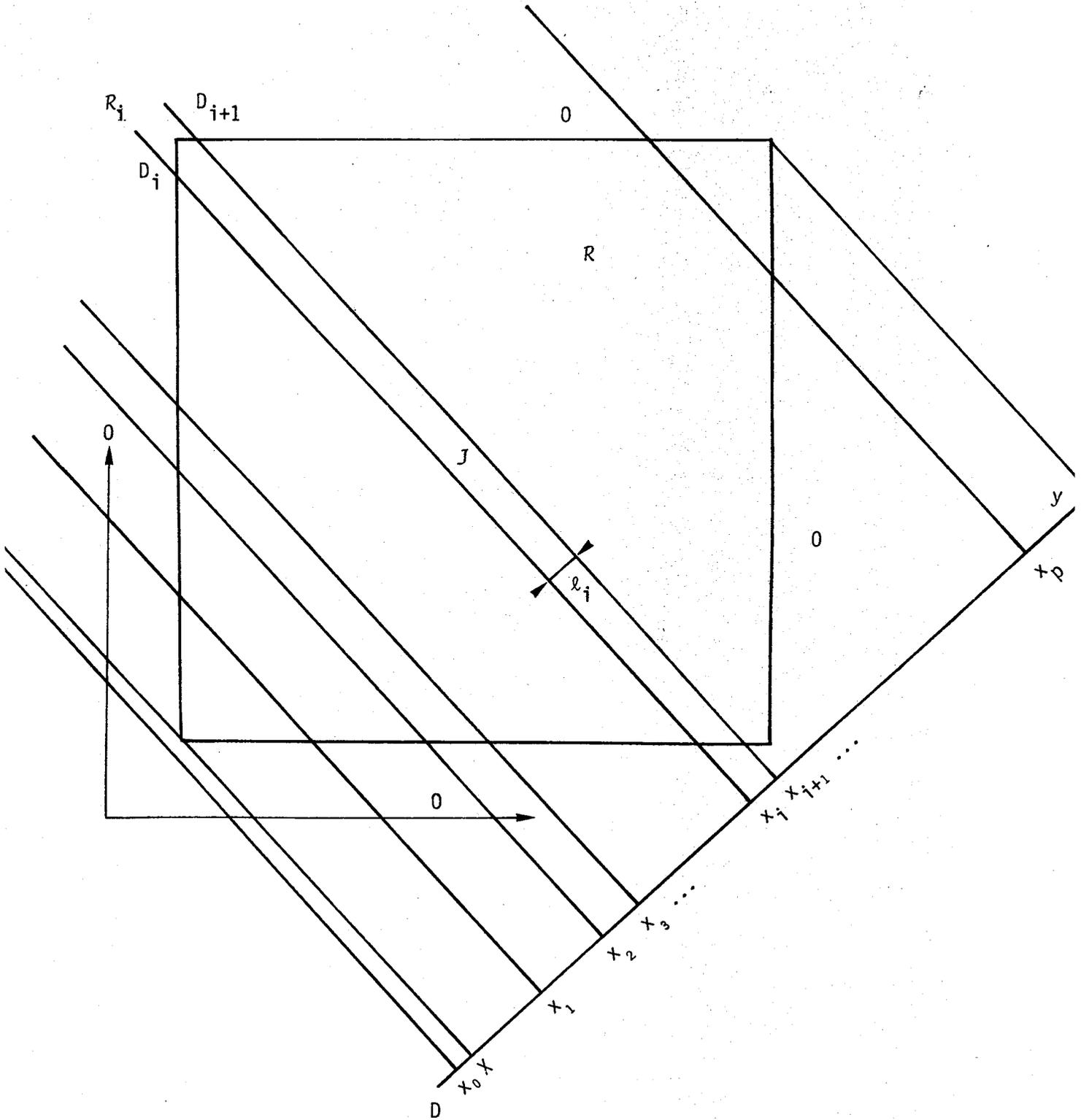


Figure 1

II - PROJECTION D'UNE IMAGE DISCRETE

L'entité à définir avec le plus de précision pour calculer notre fonction de projection est la notion de raie. Il nous faut en effet pouvoir construire une partition des points de la matrice en introduisant la notion de direction de ces raies.

Deux approches possibles s'offrent à nous. On peut d'une part fixer le nombre de points, identique pour toutes les raies, d'autre part fixer au contraire l'épaisseur des raies et construire alors des raies d'épaisseur constante et de nombre variable de points.

II.1 - Raies de nombre de points fixes [28]

La droite D est choisie de telle sorte que $(1, 1)$ appartienne à D (Figure 2).

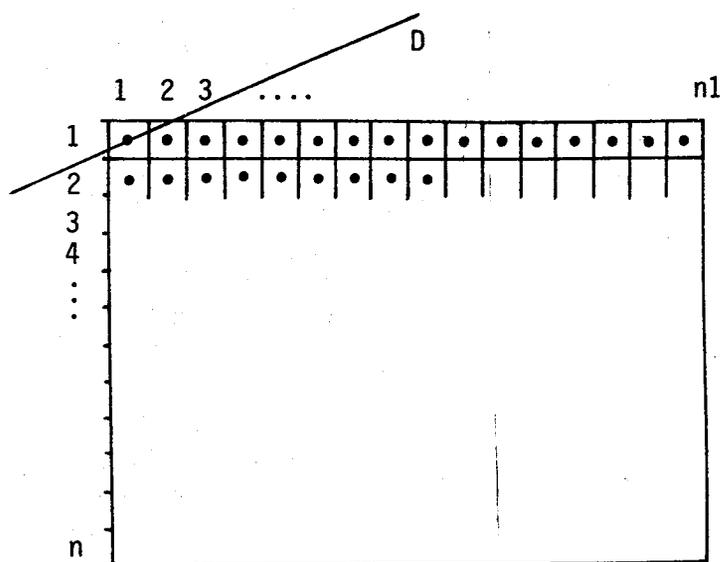


Figure 2

Nous choisissons de fixer à $n1$ (nombre de colonnes) le nombre de points de chaque raie. Nous pouvons classer les points de la matrice par leur distance à D . Sur l'ensemble ordonné ainsi obtenu, nous considérons les groupes de $n1$ points, et appelons chacun de ces groupes une raie parallèle à D .

II.2 - Raies de largeur fixe

II.2.1 - Segments de droite discrète : on rappelle la définition déjà présentée
Soit $I_1 = (i_1, j_2)$ et $I_2 = (i_2, j_2)$ deux points de \mathbb{N}^2 .

Nous pouvons toujours considérer $i_1 < i_2$.

Le segment de droite $I_1 I_2$ sera défini par :

1. sa pente $p = (j_1 - j_2)/(i_1 - i_2)$, $p \in \mathbb{Q}$
2. l'ensemble de ses points pour lequel nous avons le choix entre deux alternatives (1) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } |p| \leq 1 \text{ alors } \{(i, j) \in \mathbb{N}^2 \text{ tels que } j = j_1 + \text{entier}((i - i_1)p) \\ \quad \forall i, i_1 \leq i \leq i_2 \} \\ \text{ou} \\ \text{si } |p| > 1 \text{ alors } \{(i, j) \in \mathbb{N}^2 \text{ tels que } i = i_1 + \text{entier}((j - j_1)/p) \\ \quad \forall j, \min(j_1, j_2) \leq j \leq \max(j_1, j_2) \} \end{array} \right.$$

Cette définition est due au fait que les coordonnées des points du segment sont des coordonnées entières. On cherche de plus à construire des ensembles de points contigus, permettant de traduire la notion de continuité des segments du plan réel. On a donné la représentation de tels segments figure 3.

La longueur du segment sera le cardinal de l'ensemble de points représentant ce segment :

$$l = \begin{cases} i_2 - i_1 + 1 & \text{si } |p| \leq 1 \\ |j_2 - j_1| + 1 & \text{si } |p| > 1 \end{cases}$$

Dans la suite nous nous limiterons à des segments de droite de pente p , $0 \leq p \leq 1$, les autres cas se déduisant par symétrie par rapport à la verticale ou à la première diagonale.

(1) $\text{entier}(x) = r \in \mathbb{N}$ tel que $r - \frac{1}{2} \leq x \leq r + \frac{1}{2}$.

II.2.2 - Etant donnée $p \in \mathbb{Q}$, $0 \leq p < 1$, une droite passant par I ($I_0 = (i_0, j_0)$) de pente p sera l'ensemble de points D_{j_0} défini par :

$$D_{j_0} = \{(i, j) \in \mathbb{Z}^2, j = j_0 + \text{entier}((i - i_0)p) \quad \forall i \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

II.2.3 - Raies dans \mathbb{Z}^2

A partir de telles droites, nous allons nous définir ce qu'est une raie dans \mathbb{Z}^2 :

Considérons deux points $(1, j_k)$, $(1, j_{k+1})$ j_k et $j_{k+1} \in \mathbb{Z}$.

Par ces deux points passent deux droites D_k et D_{k+1} de pente p (donc "parallèles") définies par :

$$D_{j_k} : j = j_k + \text{entier}((i - 1)p)$$

$$D_{j_{k+1}} : j = j_{k+1} + \text{entier}((i - 1)p)$$

Ces deux droites nous permettent de considérer l'ensemble de points

$$R_k = \{(i, j) \text{ tels que } i \in \mathbb{Z}, \text{ et } j = j' + \text{entier}((i - 1)p) \\ \forall j', j_k \leq j' \leq j_{k+1}\}$$

que nous appellerons une *raie de \mathbb{Z}^2* .

On remarque qu'en fait :

$$R_k = \bigcup_{j_k \leq j' < j_{k+1}} D_{j'}$$

où $D_{j'}$ est une droite de pente p passant par $(1, j')$.

On donne une représentation d'un tel ensemble figure 4.

La *largeur* d'une raie sera la quantité $j_{k+1} - j_k$.

Cas particulier :

Lorsque $j_{k+1} = j_k + 1$ nous avons des raies de largeur 1, constituée seulement d'une droite.

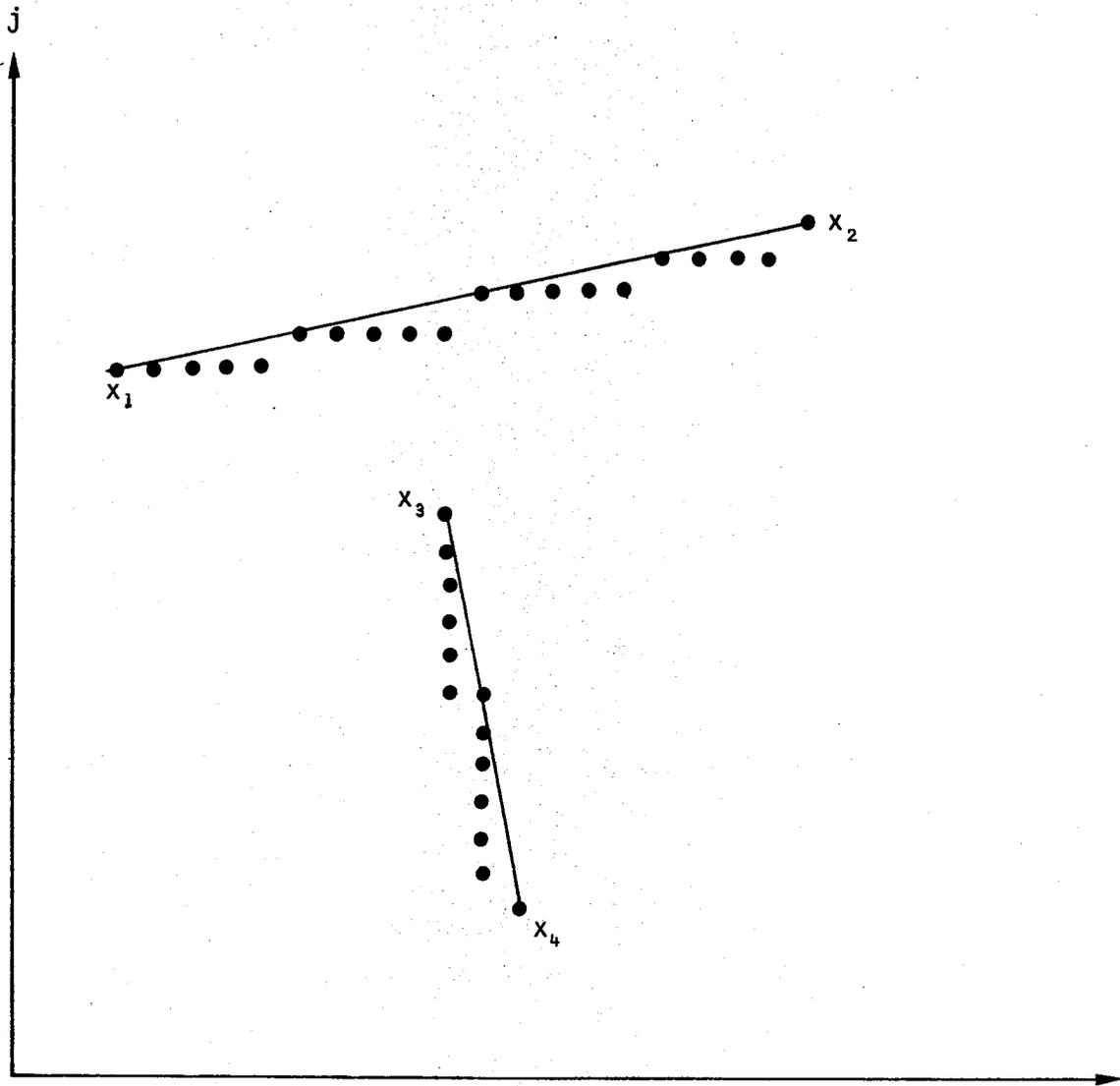


Figure 3

Exemples de segments de droites dans \mathbb{Z}^2

Le trait continu représente la valeur obtenue si l'on avait pris :

$$j = j_1 + (i - i_1) \cdot p \text{ pour le segment } X_1 X_2$$

$$i = i_1 + (j - j_1) / p \text{ pour le segment } X_3 X_4$$

IV - PARTITIONNEMENT DE \mathbb{Z}^2 A L'AIDE DE RAIES

IV.1 - Pour commencer nous allons faire la remarque suivante :

$\forall (i, j) \in \mathbb{Z}^2$, il existe $j_0 \in \mathbb{Z}$ tel que $(i, j) \in D_{j_0}$, droite de pente p et passant par le point $(1, j_0)$ de \mathbb{Z}^2 .

En effet une telle droite D_{j_0} sera définie par :

$$j' = j_0 + \text{entier}((i' - 1)p)$$

Pour le point considéré on recherche donc j_0 tel que $j = j_0 + \text{entier}((i-1)p)$; on a immédiatement $j_0 = j - \text{entier}((i-1)p)$.

Et cette valeur est unique pour une pente p donnée.

IV.2 - Considérons maintenant la séquence de point de \mathbb{Z}^2

$$(1, j_0), (1, j_1), \dots, (1, j_k), \dots \quad j_k \in \mathbb{Z}.$$

Par chacun de ces points passe une droite $D_k : j = j_k + \text{entier}((i-1)p)$ (nous noterons ceci dans la suite $j = J(i, j_k)$).

Ces droites "découpent" sur \mathbb{Z}^2 des raies ; nous noterons R_k la raie définie par $D_k \cap D_{k+1}$.

Proposition :

Les raies R_k partitionnent \mathbb{Z}^2 .

En effet : $\forall (i, j) \exists j'$ tel que $(i, j) \in D_{j'}$, de pente p passant par $(1, j')$; pour ce j' , $\exists k$ tel que $j_k \leq j' < j_{k+1}$ (et ce k est unique).

$\Rightarrow \exists R_k \ni (i, j)$, et cette raie est unique.

Nous avons donc bien une partition de \mathbb{Z}^2 .

V - PARTITIONNEMENT DU SUPPORT DE L'IMAGE

Nous avons vu, en présentant la projection d'une image continue, que les seules raies ayant une intersection non vide avec le support de l'image suffisent à la représentation de cette projection.

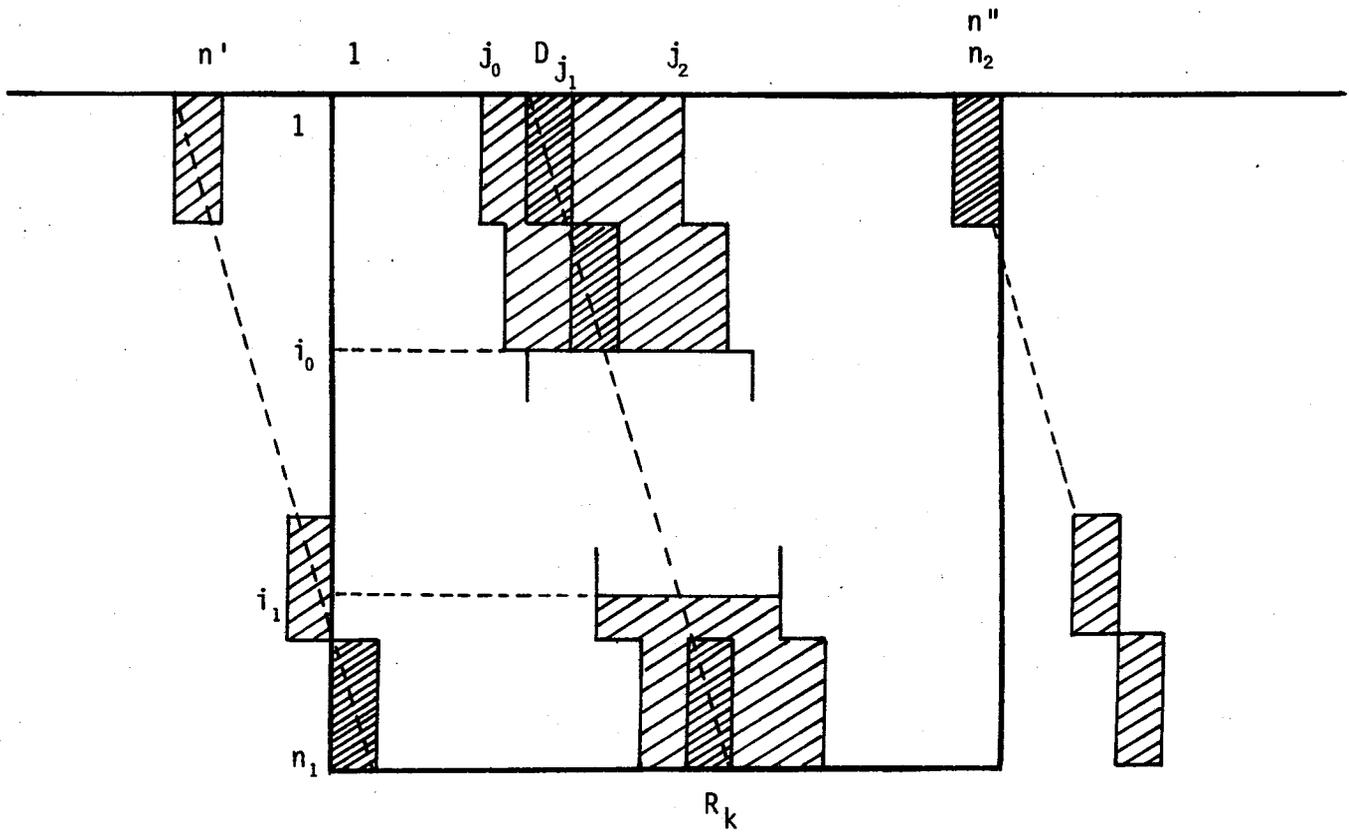


Figure 4

En pratique, nous n'utiliserons donc que ces raies.

En rappelant que le support est $[1, n_1] \times [1, n_2] \subset \mathbb{Z}^2$, il nous faut donc connaître :

$$\text{et } \begin{cases} n' = \min(j_0) \\ n'' = \max(j_0) \end{cases}$$

tels que la droite D_{j_0} passant par $(1, j_0)$ ait une intersection non vide avec le support de l'image.

$$D_{j_0} \text{ est définie par } j = j_0 + \text{entier}((i-1)p) \\ \Rightarrow j = j - \text{entier}((i-1)p).$$

$$1 \leq j \leq n_2 \Rightarrow 1 - \text{entier}((i-1)p) \leq j_0 \leq n_2 - \text{entier}((i-1)p)$$

$$1 \leq i \leq n_1 \Rightarrow -\text{entier}((n_1-1)p) \leq -\text{entier}((i-1)p) \leq 0$$

Ce qui nous conduit à

$$1 - \text{entier}((n_1-1)p) \leq j_0 \leq n_2$$

Ceci nous permet donc de connaître le nombre de raies nécessaires pour la projection de l'image dans la pratique. Nous illustrons figure 4 la signification des définitions données.

V - PROJECTION D'UNE IMAGE DISCRETE

Nous pouvons à l'aide de tout ceci nous définir une projection d'une image suivant une direction p :

Soit r une largeur de raie et p la direction choisie, à partir desquels on construit une partition de l'image à l'aide de m raies R_k ($k = n', n'+1, \dots, n''$) avec $m = n'' - n' + 1$.

Une *projection* P est une application de l'ensemble des images dans celui des séquences sur \mathbb{N} définies de la façon suivante :

$$I \xrightarrow{p(p, r)} (P_{n'}, P_{n'+1}, \dots, P_{n''}) \text{ avec } \begin{cases} n' = 1 - \text{entier}((n_1-1)p) \\ n'' = n_2 \end{cases}$$

avec $p_k = \sum_{(i,j) \in R_k} I(i,j)$ $k = n', \dots, n''$.

Nous la noterons $P(d, r).I$.

Propriété :

Etant donnée une image I , $\forall d, \forall r$

si $(p_{n'}, \dots, p_{n''}) = P(d, r)I$

alors nous avons $\sum_{k=n'}^{n''} p_k = \text{cste} = \sum_i \sum_j I(i,j)$

Ceci est immédiat, du fait de la partition du support par les raies R_k .

Nous pouvons donc penser que nous avons réussi ici à traduire dans \mathbb{Z}^2 les notions présentées au début du chapitre dans le cas d'une image à support continu.

VI - UTILISATION DE CES PROJECTIONS COMME HISTOGRAMME DE DENSITE OPTIQUE D'UNE IMAGE BINAIRE I

Soit la séquence de projection $p_0, p_1, p_2, \dots, p_k, \dots$

Si $p_k = 0$, cela voudra dire que dans la raie R_k il n'y a que des points du fond. Par contre, si $p_k \neq 0$, on aura alors un simple renseignement sur le nombre de points intérieurs à un quelconque objet, ce nombre étant p_k . Il faudra des renseignements supplémentaires, sur les objets représentés, pour pouvoir utiliser cet outil efficacement. Ces renseignements seront fournis par la connaissance a priori de la nature des objets représentés, permettant de faire des hypothèses supplémentaires et de donner une signification à la séquence de valeurs $p_0, p_1, \dots, p_k, \dots$ et par d'autres projections dans des directions différentes. C'est dans cette optique que nous avons utilisé cet outil.

Des études ont par ailleurs été faites [26-30] sur l'utilisation de projections dans la reconstitution d'image en deux dimension, dans la reconstruction surtout d'objets en trois dimensions examinés par rayon X : l'image obtenue étant en fait considérée comme une projection de tranches planes de l'objet perpendiculaire au plan de l'écran.

Dans l'analyse d'images de radiographies pulmonaires, elles ont été utilisées en tant qu'histogramme pour calculer des superficies cardiaques et pulmonaires.

Dans toute ces applications les angles de projections sont des angles où la définition des raies est aisée : le plus souvent on ne prend que des raies suivant 4 directions : celles des lignes, colonnes et diagonales.

Dans notre cas, nous avons eu besoin de pouvoir calculer des projections dans des directions ne correspondant à aucune des directions privilégiées dans le plan Z^2 , puisqu'il s'agit de la direction des domaines visualisés sur le photographie, dont la direction est aléatoire.

La méthode utilisée donne de bons résultats et permet effectivement une partition correcte de Z^2 , et nous avons pu exploiter ces projections de façon satisfaisante pour les photographies que nous avons eues à analyser.

CH5 - UTILISATION DE PROJECTIONS POUR LA RECHERCHE
ET LA MESURE DE DOMAINES

I - REPRESENTATION DIGITALE D'UN DOMAINE FERROELECTRIQUE

a) Rappel :

Soit I1 et I2 les extrémités de la ligne droite considérée.

Dans l'image continue la pente de cette droite sera $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = m$

et $y = m(x - x_2) + y_2$ définit l'ensemble des points (x, y) de la droite considérée. L'équation d'une droite étant une fonction linéaire, dans l'image digitale, nous avons résolu le problème des coordonnées entière en prenant

$$y = \text{entier}(m(x_0 - x_1) + y) \quad \forall x \in \mathbb{N}$$

pour définir les coordonnées d'une droite sur \mathbb{Z}^2 .

b) Un domaine ferroélectrique est délimité par deux segments de droites parallèles de longueur identique. La surface de points le représentant est donc comprise dans la raie définie par les deux droites support des deux segments et tout point du domaine appartient à une droite parallèle à ces deux droites et de longueur égale à la leur.

Ceci se traduit à la digitalisation par une représentation des domaines à l'aide de sous raies, dans la direction des axes des aiguilles.

II - CARACTERISATION D'UNE AIGUILLE A L'AIDE DE DEUX PROJECTIONS

Etudions tout d'abord le cas d'une image binaire d'un seul domaine A dont nous connaissons la direction p.

Après avoir partitionné l'image digitale à l'aide des raies R_ℓ associées à la projection, de largeur 1, dans la direction p, étudions la séquence de projection obtenue.

Nous avons vu que $A_k \subset \bigcup_{\ell_1 \leq \ell \leq \ell_2} R_\ell$.

Donc $\ell < \ell_1$ ou $\ell > \ell_2 \implies R_\ell \cap A_k = \emptyset \implies P_\ell = 0$

et $\ell_1 \leq \ell \leq \ell_2 \implies R_\ell \cap A_k = D_\ell$, D_ℓ segment de droite

et $P_\ell = \sum_{(i,j) \in R_\ell} I(i,j) = \sum_{D_\ell} I(i,j) + \sum_{R_\ell - D_\ell} I(i,j)$

$R_\ell - D_\ell$ est une partie de points du fond

$\implies P_\ell = \text{Card}(D_\ell)$

pour une image binaire parfaite $\forall \ell, \ell', \ell_1 \leq \ell, \ell' \leq \ell_2 \implies \text{Card}(D_\ell) = \text{Card}(D_{\ell'})$.

Donc nous avons la projection obtenue sur D_ℓ visualisée par l'histogramme montré sur la figure 1.

La projection perpendiculaire sur D_1 nous donne de la même façon :

$$p_k = 0, \quad \forall k, k < k_1 \text{ ou } k > k_2$$

$$p_k = \omega, \quad \forall k, k_1 \leq k \leq k_2, \omega \text{ étant la largeur du domaine A.}$$

Réciproquement :

Nous étudions les deux projections de l'image binaire d'un domaine dont nous connaissons la direction, la première étant faite dans la direction du domaine et la seconde dans une direction perpendiculaire. Nous voulons à partir de deux séquences obtenues localiser le domaine recherché :

Soit $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ la projection dans la direction du domaine et $\{R_\ell\}$ la partition en raie associée.

$$1. \quad a_\ell = 0 \implies \forall (i,j) \in R_\ell \implies I(i,j) = 0$$

$$b_\ell = 0 \implies \forall (i,j) \in R'_\ell \implies I(i,j) = 0$$

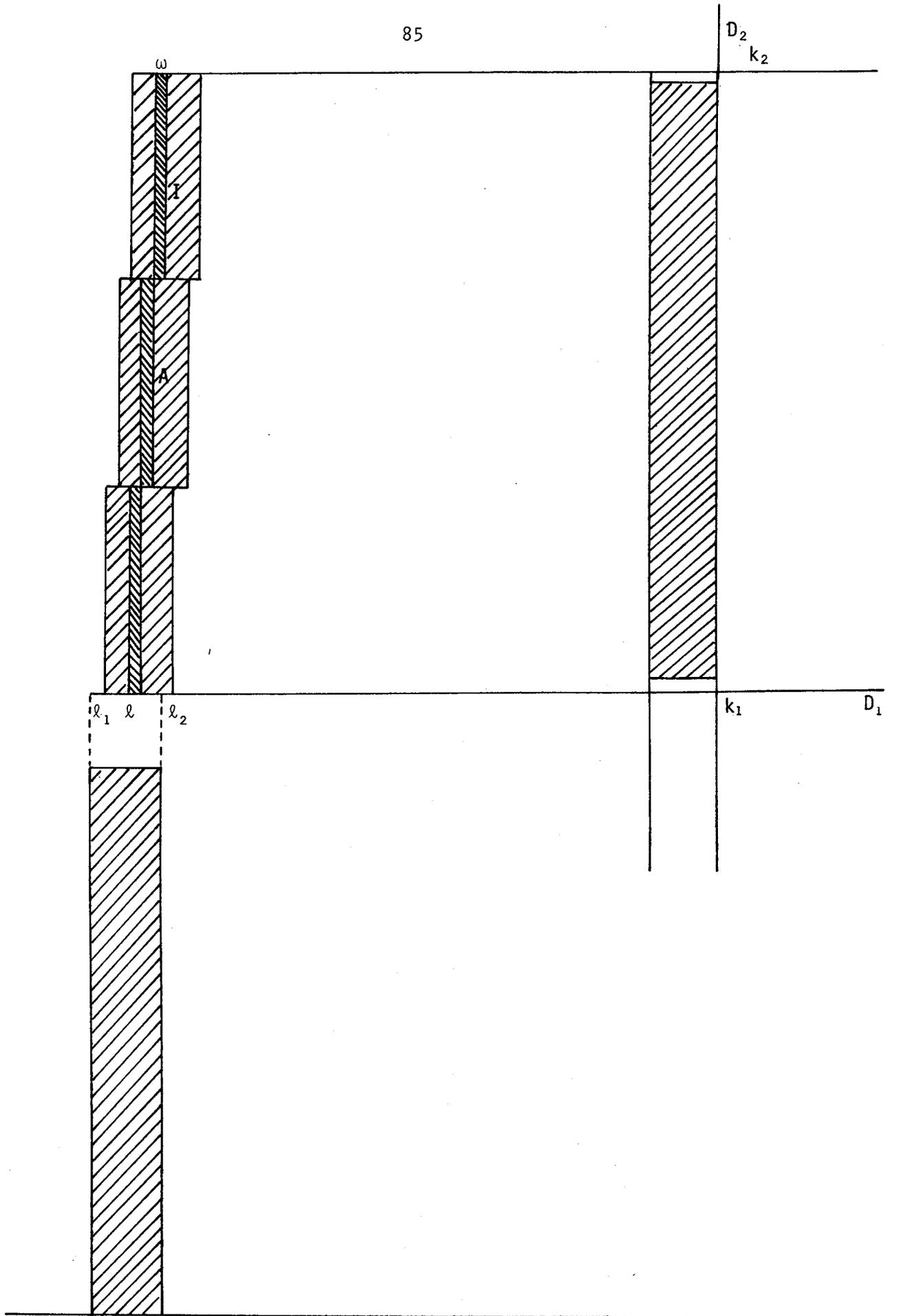


Figure 1

2. $a_\ell \neq 0 \Rightarrow$ la probabilité pour qu'un point (i,j) ait la valeur 1 est $\frac{a_\ell}{n}$, n_ℓ étant le nombre d'éléments intervenant dans la raie ℓ .

Des deux remarques précédentes, nous déduisons que les $a_\ell \neq 0$ nous indiquent la raie R contenant le domaine A_k et sa largeur ω $\omega = \ell_2 - \ell_1 + 1$ si $a_\ell \neq 0$ pour $\ell_1 \leq \ell \leq \ell_2$.

3. Si $b_\ell \neq 0$, la probabilité pour qu'un point de $R' \cap R$ soit sur le domaine est $\frac{b_\ell}{\omega}$.

Donc $b_\ell = \omega \Rightarrow$ cette probabilité est égale à 1.

Nous avons donc démontré qu'un domaine sur une image binaire parfaite est rigoureusement défini par ses deux projections et donc parfaitement localisable sur l'image.

III - APPLICATION A L'ANALYSE D'UNE IMAGE BINAIRE DE DOMAINES

Sur une image de domaines, les raies contenant ces domaines découpent sur le support des bandes d'élément n'appartenant qu'au fond.

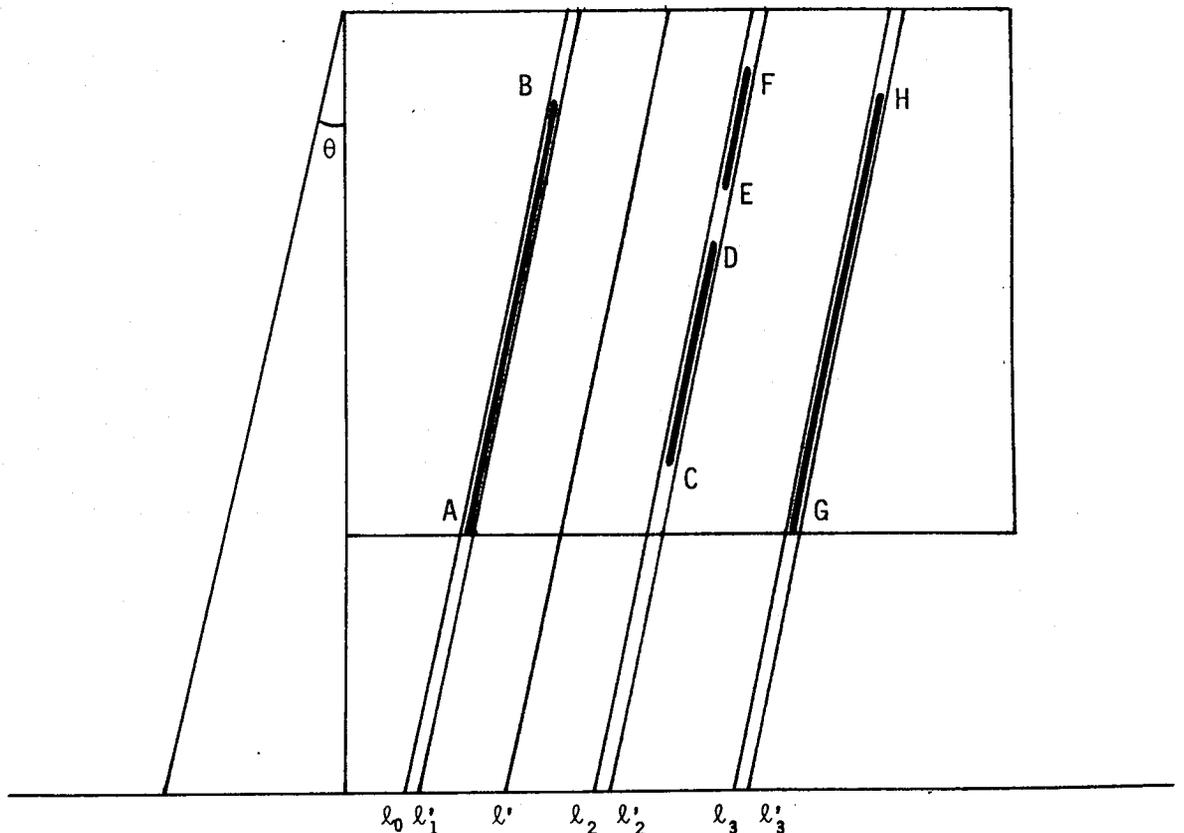


Figure 2

Donc $\exists \ell_1$ et ℓ_2 les indices de deux raies contenant des domaines consécutifs sur l'image,

$$\forall \ell, \ell_1 \leq \ell \leq \ell'_1 \implies P_\ell = AB$$

$$\forall \ell, \ell_2 \leq \ell \leq \ell'_2 \implies P_\ell = CD + EF$$

$$\forall \ell, \ell_3 \leq \ell \leq \ell'_3 \implies P_\ell = EF$$

$P_\ell = 0$ partout ailleurs.

Ce qui nous conduit au diagramme suivant :

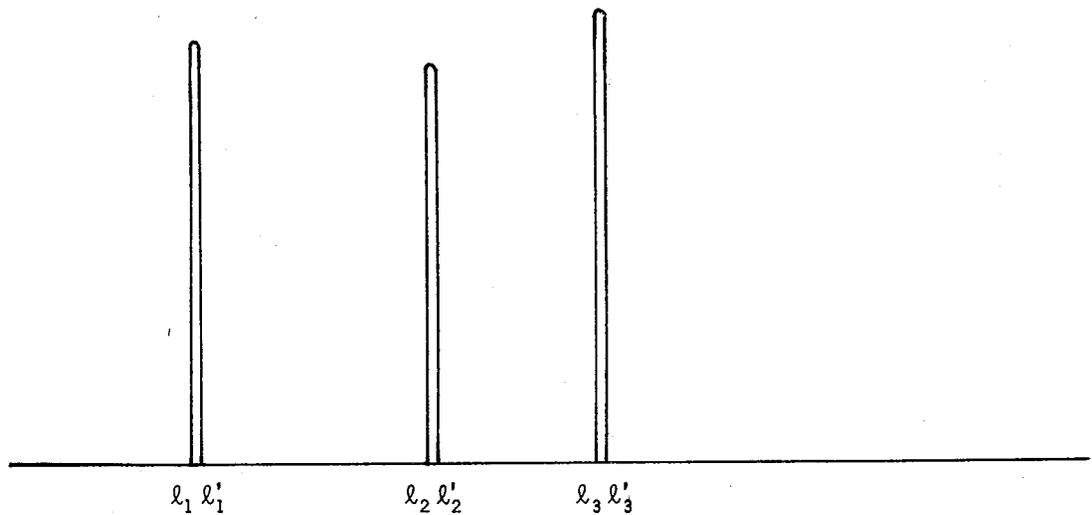


Figure 3

D'après ce que nous avons vu précédemment, nous avons donc à partir d'une telle projection les raies où sont situés les domaines recherchés.

Comme nous sommes capables de retrouver à partir de l'indice d'une raie tous les points la constituant, nous pouvons projeter chacune de ces raies dans une direction perpendiculaire et calculer alors les extrémités du ou des domaines situés sur ces raies.

Nous voyons donc que sur image binaire parfaite, nous pouvons, à partir de deux projections seulement, trouver pour chaque aiguille :

- | | | |
|---------------------------------|---|--|
| - sa position dans l'image | } | à partir de la projection
parallèlement aux domaines. |
| - sa largeur | | |
| - sa longueur | } | à partir de la projection perpendiculaire |
| - ses extrémités I_1 et I_2 | | |

Ces résultats suffiront à donner aux physiciens la totalité des renseignements demandés.

IV - EXPLOITATION DES RESULTATS

Dans la réalité l'histogramme associé à la projection dans la direction des aiguilles aura la physionomie suivante (cf annexe) :

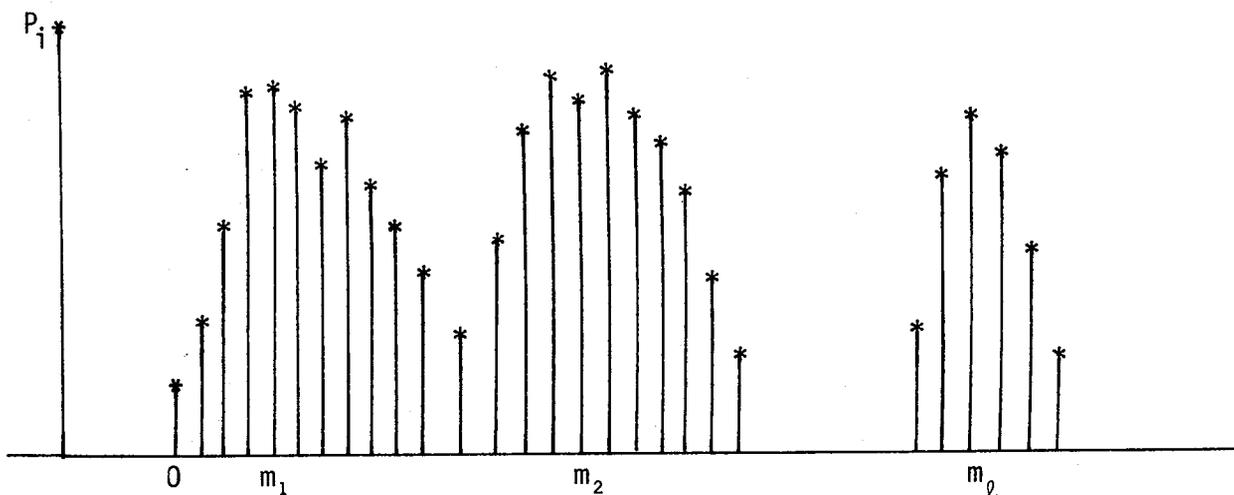


Figure 4

La recherche des maximas se fera à l'aide de différences divisées d'ordre 1 dont les changements de signe correspondent aux maximas et minimas de l'histogramme précédent.

L'indice m_j dans la séquence p_i associé à un maximum est considéré comme correspondant aux numéro de la raie contenant l'axe d'une aiguille.

V - RESOLUTION DES CAS PARTICULIERS

- Le premier cas est le plus simple à traiter. Il peut permettre de vérifier la validité des algorithmes de recherche de pente.

Le deuxième cas n'offre lui non plus pas de grosses difficultés. En fait, ces deux cas pourraient être analysés à l'aide d'une seule des projections, chaque sommet de la projection étant non seulement l'indication de la présence d'un domaine, mais fournissant de plus directement la longueur du domaine.

- Les deux aiguilles en front ne peuvent être dissociées que par la deuxième projection qui permet de connaître les origines et extrémités de chaque domaine.

Il faut dissocier ce cas de celui d'un domaine morcellé en plusieurs parties. Pour ceci, nous avons utilisé le même critère que les physiciens, en comparant la distance de l'extrémité d'un morceau à l'origine du suivant et la largeur moyenne trouvée.

- Pour les aiguilles de sens opposées, nous prenons également le critère des physiciens pour regrouper deux domaines dans des raies proches. Ce cas se présente rarement.

L'expérimentation de nos algorithmes sur les photographies qui nous ont été présentées nous a permis de les valider lorsque la qualité de l'échantillon de cristal et de la photographie le permettait. Elle nous a d'autre part délimité leurs possibilités par l'étude des causes ou de les atténuer. Nous en avons fait une étude plus détaillée dans un autre chapitre.

```

BEGIN COMMENT          PROJECTION D'UNE MATRICE IMAGE
SUIVANT UNE DIRECTION DONNEE ET DE LA DISTANCE TRANSFORMEE DE CELLE CI;
INTEGER NBLIG,NBCOL,ND,NP;REAL P;
INTEGER PROCEDURE NBCOMP(INTEGER VALUE N,N1;REAL VALUE P);
COMMENT DONNE LE NB D'ELEMENTS DE LA SEQUENCE DE PROJECTION SELON LA PEN
TE P D'UNE MATRICE N*N1;
BEGIN INTEGER S;
  S:=IF P> NBLIG THEN NBLIG
      ELSE IF P=0 THEN NBCOL
      ELSE IF ABS(P)>1 THEN N+ENTIER(ABS(N1/P))
      ELSE N1+ENTIER(ABS((N-1)*P))+1;
  S
END NBCOMP;
PROCEDURE LISSAGE(INTEGER ARRAY A,T(*,*);INTEGER VALUE M,N);
BEGIN INTEGER S;
  FOR I:=1 UNTIL M DO FOR J:=1 UNTIL N DO
    BEGIN S:=A(I-1,J)+A(I,J-1)+A(I+1,J)+A(I,J+1);
      T(I,J):=(S DIV 4 +A(I,J)) DIV 2;
    END;
  END LISSAGE;
PROCEDURE PROJEC(INTEGER ARRAY F(*,*);INTEGER ARRAY P2,P3(*);
  INTEGER VALUE N,N1,N2,N3;REAL VALUE P);
COMMENT P2 CONTIENT LA PROJECTION SUIVANT P ET P3 LA PROJECTION PERPENDI
CULAIRE
4 CAS : *P>= NBLIG-----HORIZONTALE
        *P=0-----VERTICALE
        *|P| 1          PALLIER DES RAIES HORIZONTAUX
        *|P|<1         PALLIERS DES RAIES VERTICAUX;
BEGIN INTEGER I,J,KD,KP,L,ID,IP,IO;
I_W:=1;WRITE("NB COMP DS DIRECTION  ",N2,"PERPENDICULAIRE  ",N3);
FOR I:=1 UNTIL N DO FOR J:=1 UNTIL N1 DO
  F(I,J):=IF F(I,J)<1 THEN 1 ELSE 0;
IF P>= NBLIG THEN
  BEGIN FOR J:=1 UNTIL N1 DO P3(J):=0;
    FOR I:=1 UNTIL N DO
      BEGIN P2(J):=0;
        FOR J:=1 UNTIL N1 DO
          BEGIN P2(I):=P2(I)+F(I,J);
            P3(J):=P3(J)+F(I,J);
          END
        END
      END
    END
  END
ELSE
  IF P=0 THEN
    BEGIN FOR J:=1 UNTIL N1 DO P2(J):=0;
      FOR I:=1 UNTIL N DO
        BEGIN P3(J):=0;
          FOR J:=1 UNTIL N1 DO
            BEGIN P3(I):=P3(I)+F(I,J);
              P2(J):=P2(J)+F(I,J)
            END
          END
        END
      END
    END
  END
ELSE
  IF ABS(P)>= 1 THEN
    BEGIN IF P>=0 THEN BEGIN KD:=N2-N-1;
      KP:=0
    END
  END

```

```

ELSE BEGIN KD:=0;KP:=N3-N1-1 END;
FOR IO:=1 UNTIL N2 DO P2(IO):=0 ;
FOR IO:=1 UNTIL N3 DO P3(IO):=0;
FOR I:=1 UNTIL N DO FOR J:=1 UNTIL N1 DO
  BEGIN IO:=I-ENTIER((J-1)/P)+KD;P2(IO):=P2(IO)+F(I,J);
    IO:=J+ENTIER ((I-1)/P)+KP;P3(IO):=P3(IO)+F(I,J);
  END;
END;
ELSE
  BEGIN IF P>=0 THEN BEGIN KD:=N2-N1-1;KP:=0 END
    ELSE BEGIN KD:=0;KP:=N3-N-1 END;
    FOR IO:=1 UNTIL N2 DO P2(IO):=0;
    FOR IO:=1 UNTIL N3 DO P3(IO):=0;
    FOR I:=1 UNTIL N DO FOR J:=1 UNTIL N1 DO
      BEGIN IO:=J-ENTIER((I-1)*P)+KD;
        P2(IO):=P2(IO)+F(I,J);
        IO:=I+ENTIER((J-1)*P)+KP;
        P3(IO):=P3(IO)+F(I,J);
      END
    END;
END PROJEC;
PROCEDURE COMPTAGE(INTEGER ARRAY F(*,*) ;INTEGER ARRAY P2,P3,P4(*) ;
  INTEGER VALUE N,N1,N2);
BEGIN INTEGER MAX,MIN,NBAIG,N3,DV;
INTEGER I,J,II,IL,JL,KD,KP,I1,J1,I2,J2,R,IP,IR;
RECORD AIG (INTEGER NUM,IRATE,ORIG,EXT,LARGEUR;REFERENCE(AIG) SUIV);
REFERENCE(AIG) TAIG,LAIG;
MAX:=MIN:=0;NBAIG:=0;
TAIG:=LAIG:=AIG(0,0,0,0,0,NULL);
N3:=IF ABS(P)<=1 THEN N ELSE N1;
II:=3;
DV:=P2(II-2)+P2(II-1)-P2(II+1)-P2(II+2);
WHILE II<N2-2 DO
  BEGIN
    WHILE (II<N2-2) AND (DV<=0) DO
      BEGIN
        II:=II+1;DV:=P2(II-2)+P2(II-1)-P2(II+1)-P2(II+2);
      END;
    MAX:=P2(II);
    IF MAX>20 THEN
      BEGIN
        COMMENT TRAITEMENT D'UN PIC DE LA PROJECTION;
        I2:=I1:=II;
        IR:=II;
        WHILE P2(I1)>=MAX*7/8 DO I1:=I1-1;
        WHILE P2(I2)>=MAX*7/8 DO I2:=I2+1;
        R:=I2-I1+1;COMMENT R LARGEUR DE LA RAIE;
        FOR L :=0 UNTIL N3 DO P4(L):=0;
        FOR L:=I1 UNTIL I2 DO
          BEGIN
            IF ABS(P)>=NBLIG THEN BEGIN FOR J:=1 UNTIL N1 DO P4(J):=P4(J)+F(L,J)
              END
          END
        ELSE
          IF P=0 THEN BEGIN FOR I:=1 UNTIL N DO P4(I):=P4(I)+F(I,L) END
        ELSE
          IF ABS(P)>=1 THEN
            BEGIN IF P>0 THEN KD:=N2-N-1 ELSE KD:=0;
              FOR J:=1 UNTIL N1 DO

```

```

        BEGIN IL:=L+ENTIER((J-1)/P)-KD;
          IF (IL>=1) AND (IL<=N) THEN
            P4(J):=P4(J)+F(IL,J)
          FND
        END
      ELSE
        BEGIN IF P>0 THEN KD:=N2-N1-1 ELSE KD:=0;
          FOR I:=1 UNTIL N DO
            BEGIN JL:=L+ENTIER((I-1)*P)-KD;
              IF (JL>=1) AND (JL<=N1) THEN
                P4(I):=P4(I)+F(I,JL)
              END
            END;
          END;
        COMMENT RECHERCHE DES AIGUILLES DANS UNE RAIE SELECTIONNEE;
        IP:=0;
        WHILE (IP<N3) AND (P4(IP)=0) DO IP:=IP+1;
        I1:=IP;
        WHILE IP<N3 DO
          BEGIN
            WHILE (IP<N3) AND (P4(IP)≠0) DO IP:=IP+1;
            I2:=IP;
            WHILE (IP<N3) AND (P4(IP)=0) DO IP:=IP+1;
            IF (IP>=N3) OR ((IP-I2)>10*R) THEN
              BEGIN IF (I2-I1)>4*R THEN
                BEGIN NBAIG:=NBAIG+1;
                  NUM(LAIG):=NBAIG;
                  IRAIF(LAIG):=IR;
                  ORIG(LAIG):=I1;
                  EXT(LAIG):=I2;
                  LARGEUR(LAIG):=R;
                  SUIV(LAIG):=AIG(0,0,0,0,0,0,NULL);
                  LAIG:=SUIV(LAIG);
                END;
              I1:=IP;
            END;
          END;
        WHILE (II<N2-2) AND (DV>0) DO
          BEGIN II:=II+1;DV:=P2(II-2)+P2(II-1)-P2(II+1)-P2(II+2) END;
        END;
        WRITE("NOMBRE D'AIGUILLES ",NBAIG);
        COMMENT IMPRESSION DES RESULTATS;
        LAIG:=TAIG;
        WHILE LAIG≠NULL DO
          BEGIN
            WRITE("AIGUILLE NO ",NUM(LAIG),"LARGEUR ",LARGEUR(LAIG));
            IR:=IRAIF(LAIG);
            IF P=NBLIG THEN
              BEGIN I1:=IR;J1:=ORIG(LAIG); I2:=IR;J2:=EXT(LAIG) END
            ELSE IF P=0 THEN
              BEGIN I1:=ORIG(LAIG);J1:=IR;I2:=EXT(LAIG);J2:=IR END
            ELSE IF ABS(P)>=1 THEN
              BEGIN IF P >0 THEN KD:=N2-N-1 ELSE KD:=0;
                J1:=ORIG(LAIG);J2:=EXT(LAIG);
                I1:=IR+ENTIER((J1-1)/P)-KD;
                I2:=IR+ENTIER((J1-1)/P)-KD;
              END
            END
          END
        END
      END
    END
  END

```

```

ELSE
  BEGIN IF P > 0 THEN KD:=N2-N1-1 ELSE KD:=0;
        I1:=ORIG(LAIG);I2:=EXT(LAIG);
        J1:=IR+ENTIER((I1-1)*P)-KD;
        J2:=IR+ENTIER((I2-1)*P)-KD;
  END;
WRITEON("ORIGINE  ",I1,J1,"EXTREMITÉ  ",I2,J2);
LAIG:=SUIV(LAIG);
END;
END COMPTAGE;
READ(P,NBLIG,NBCOL);
ND:=NBCOMP(NBLIG,NBCOL,P);
NP:=NBCOMP(NBLIG,NBCOL,-1/P);
WRITE(P);
BEGIN
  INTEGER ARRAY IMAGE(0::NBLIG+1,0::NBCOL+1);
  INTEGER ARRAY PD(0::ND);INTEGER ARRAY PP,PA(0::NP);
  RECORD AIGUILLE(INTEGER RAIE, LONGUEUR, LARGEUR);
  RECORD LISTE(INTEGER NUM; REFERENCE(AIGUILLE) A1; REFERENCE(LISTE) A2);
  REFERENCE(LISTE) A,B;
  INTEGER I,J,VAL,K,L,IJ;
  STRING(80) CARTE;
  I_W:=1;
  FOR J:=0 UNTIL NBCOL+1 DO IMAGE(0,J):=0;
  WRITE("LECTURE IMAGE");
  CARTE:=" ";
  I:=1;J:=1;
  FOR IJ:=0 UNTIL NBLIG*NBCOL-1 DO
  BEGIN K:=IJ REM 80;
        IF K=0 THEN READCARD(CARTE);
  IMAGE(I,J):=DECODE(CARTE(K|1))-240;
        J:=J+1;IF J=NBCOL+1 THEN BEGIN J:=1;I:=I+1 ;
  IMAGE(I,0):=IMAGE(I,NBCOL+1):=0
  END;
  END;
  FOR J:=0 UNTIL NBCOL+1 DO IMAGE(NBLIG+1,J):=0;
  IF IMAGE(I,J)=0 THEN IMAGE(I,J):=1 ELSE IMAGE(I,J):=0;
  PROJFC(IMAGE,PD,PP,NBLIG,NBCOL,ND,NP,P);
  COMPTAGE(IMAGE,PD,PP,PA,NBLIG,NBCOL,ND);
  END;
END.

```


CHVI - RESULTATS OBTENUS - DISCUSSION

Les algorithmes présentés ont été appliqués sur des photographies décrites en deuxième partie, représentant des domaines ferroélectriques. Sur ces photographies, nous recherchons d'une part la longueur de chaque domaine, d'autre part les coordonnées de leurs extrémités.

Nous avons obtenu un certain nombre de résultats satisfaisants au cours de notre expérimentation qui nous a permis en outre de récapituler un certain nombre de causes d'erreur, intervenant dans le courant de l'expérimentation complète, depuis l'obtention de l'échantillon de cristal lui-même jusqu'au traitement informatique.

La résolution de ces erreurs est plus ou moins aisée et limite la fiabilité du processus. Une étude du pourcentage de réussite dans les résultats rendus, et des causes d'échec est faite ici permettant de tirer des conclusions sur les améliorations à envisager par la suite.

I - CAUSES D'ERREURS ET RESOLUTION DE CES CAUSES

Nous avons essayé de faire un bilan permettant de définir les causes d'erreur à chaque étape de l'expérimentation complète.

1. En premier lieu, il faut incriminer la qualité de l'échantillon du cristal ou de sa préparation. Les impuretés de l'échantillon ou les rayures dues au polissage peuvent provoquer des interruptions de domaines. Lorsque ces interruptions sont importantes, elles peuvent

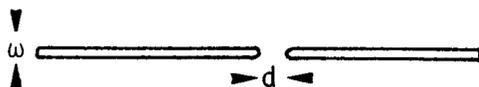
provoquer le **dénombrement** de plusieurs domaines au lieu d'un seul existant en réalité. Un soin attentif doit donc être apporté entre autre au polissage du cristal, qui se fait manuellement.

2. Si l'éclairage de l'échantillon n'est pas réalisé avec un soin suffisant, le faisceau de lumière n'est pas homogène et provoque une zone de luminosité plus importante au centre de la photographie, tandis que les morceaux de domaines apparaissant sur les côtés de la photographie seront noyés dans l'ombre. Là encore on demande à l'expérimentateur physicien de soigner les conditions d'éclairage de la photographie. Néanmoins, lorsque les variations de luminosité du fond ne seront pas trop importantes et surtout lorsque les domaines seront en contraste suffisant par rapport aux parties assombries du fond, on pourra, à l'aide d'une méthode adaptative, obtenir un seuil approprié pour chaque partie de la photographie. Par contre, les zones de fond trop lumineuses provoquent un éblouissement de la caméra introduisant des ruptures intempestives des domaines, n'existant pas sur le négatif lui-même.

3. Cas particuliers du phénomène physique lui-même :

Ces cas particuliers sont plus ou moins difficile à prendre en considération. Ils peuvent en effet présenter des ressemblances avec les erreurs déjà vues.

- 3.1 En premier lieu, nous pourrions avoir deux domaines coaxiaux, ayant des extrémités proches l'une de l'autre.

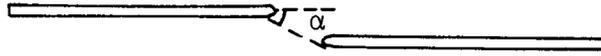


L'interruption ici, n'est alors pas due à une impureté, mais existe réellement. Il faut dénombrer deux domaines

dans ce cas. Le critère physique ($d > 10\omega$) a été utilisé dans les programmes pour différencier ce cas des interruptions décrites au début du paragraphe.

- 3.2 Nous pouvons avoir quasiment la même configuration de domaines en vis-à-vis, mais dont les axes sont différents et à une distance faible

l'un de l'autre.



On peut affirmer physiquement que $\alpha \approx 45^\circ$ et que $d > 2\omega$. Ceci peut introduire des erreurs dans le suivi des squelettes en palier et dans la projection des domaines qui pourraient être mis dans une seule raie si l'angle de projection n'est pas calculé avec soin.

3.3 Il peut apparaître dans une structure en front un domaine légèrement avancé, qu'il faut pouvoir identifier. Ces structures en front étant très denses, on n'a pu traiter ce type de photographie que le capteur transmettait mal.

3.4 Prise de vue et transmission.

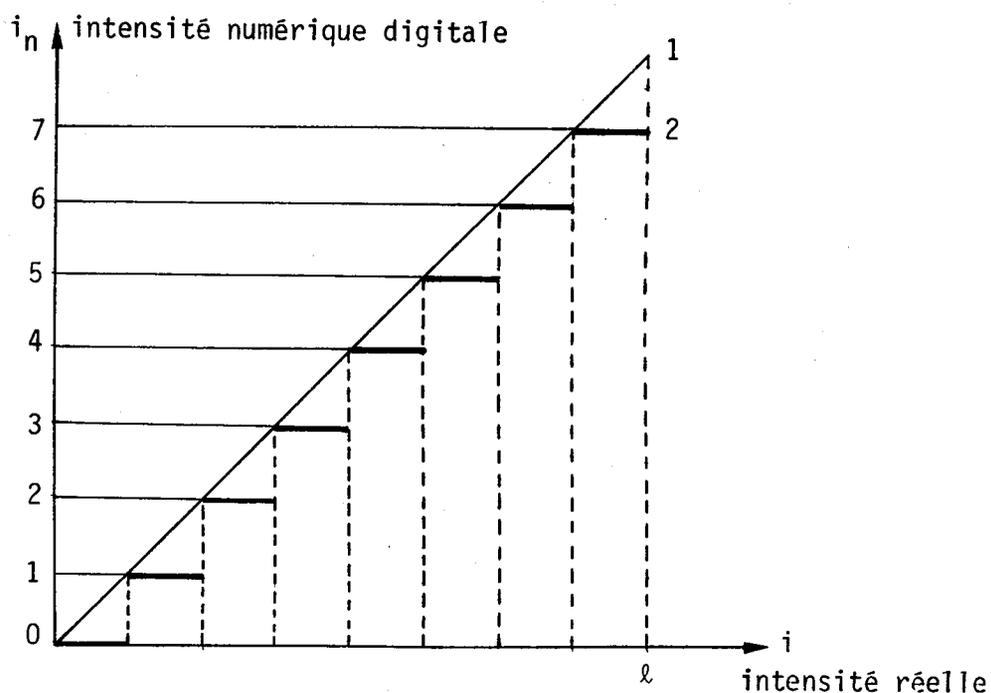
Les contrastes lumineux du phénomène physique lui-même sont légers. Il faut donc accroître ces contrastes en prenant une qualité de films très contrastés, les nuances de luminosité n'étant pas importante dans le problème à résoudre.

Le capteur lui-même, par ses capacités physiques, son pouvoir séparable, sa sensibilité joue un rôle important, mais l'échantillonnage lui-même que l'on aura choisi pour digitaliser la photographie ne sera pas négligeable.

Pour un même capteur, l'échantillonnage de la lumière sur un nombre plus ou moins important de valeurs sélectionnées détermine la qualité de l'image obtenue.

La caméra utilisée au CIGG sélectionne 8 niveaux de gris.

En supposant une variation linéaire de l'intensité lumineuse continue, nous aurons donc le diagramme suivant représentant l'intensité numérique choisie pour l'intensité lumineuse i transmise par la caméra ($0 < i < \ell$), représenté par les paliers de la courbe 2.

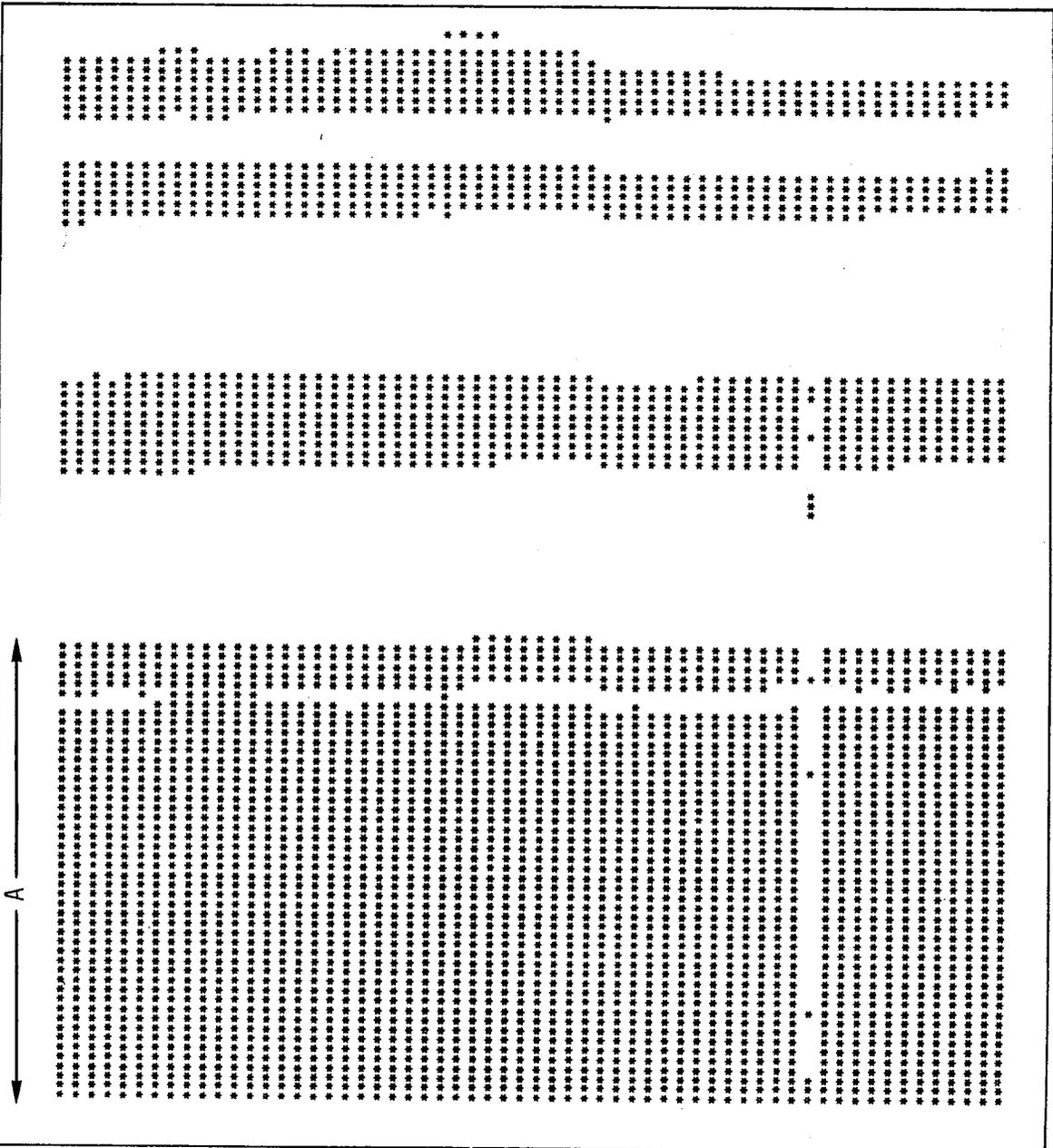
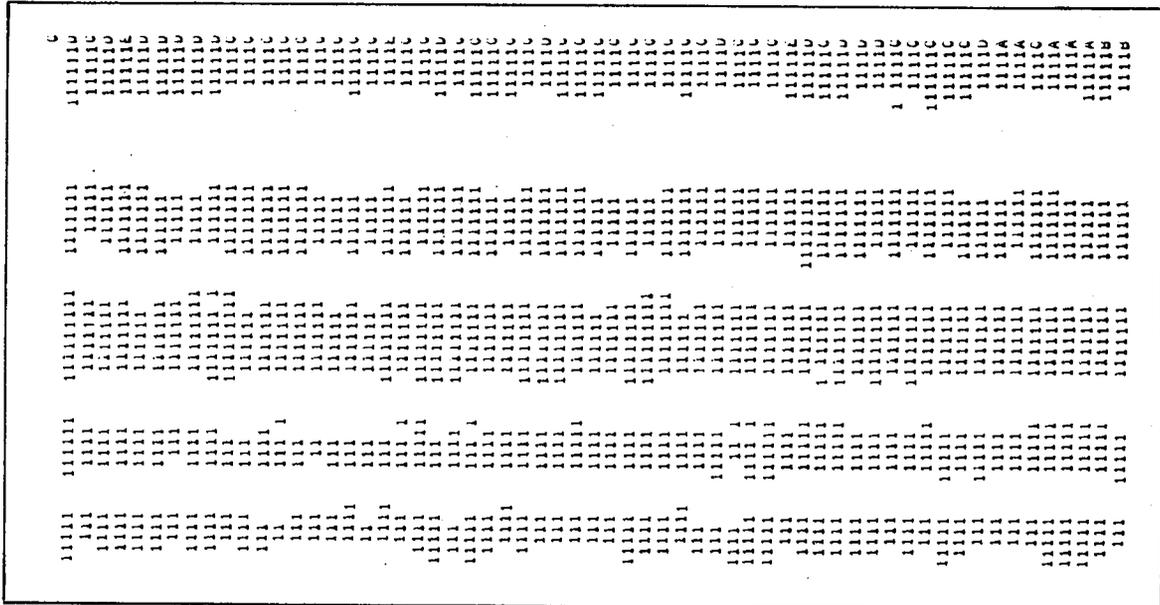


Si nous nous trouvons, comme c'est le cas, en train de traiter des photographies où le contraste entre le fond et l'objet est léger dans certaines parties de la photographie continue, le fond se trouvera aggloméré avec les objets dans les parties correspondantes de l'image digitale transmise.

Nous avons un problème pour les photographies de structures denses qui sont effectivement agglomérées en un seul bloc compact à la digitalisation, mais cela fait aussi intervenir la finesse de l'échantillonnage.

Le nombre de points intervenant dans l'échantillonnage est également important. On cherche évidemment à diminuer le nombre de points à transmettre pour gagner du temps tant à la saisie qu'aux traitements ultérieurs. Mais la prise d'un trop faible nombre de points introduit un flou sur l'image transmise, qui ne peut que renforcer les agglomérats déjà signalés.

Nous avons essayé de digitaliser la même photographie sur un capteur échantillonné sur 240 000 points et 16 niveaux de gris, et la comparaison des résultats obtenus est assez spectaculaire pour inciter à modifier la capacité du dispositif existant (II est l'image digitale de la partie gauche de I).



II en 16 niveaux de gris de A

I digitalisation en 8 niveaux de gris

Néanmoins, nous avons tout de même réussi à traiter un certain nombre de photographies. Sur les 200 qui nous ont été proposées, une cinquantaine ont été retenues. Elles présentaient des qualités optiques suffisantes pour que nous les estimions utilisables pour essayer les algorithmes traités. Nous présentons une étude de ces essais avec les pourcentages de réussite et les causes d'erreur détectées en cas d'échec.

II - EXPLOITATION SYSTEMATIQUE

Cette comparaison a eu lieu sur un échantillonnage assez varié. Il s'agit de vérifier sur les photographies traitées :

1. que le nombre de domaines est correctement rendu, ou bien l'origine des erreurs elles-même,
2. que chaque longueur mesurée l_i est proportionnelle au maximum d'un pic déterminé par programme,
3. que chaque largeur ω_i mesurée est proportionnelle à la demi largeur d'un pic,
4. que les coordonnées des extrémités calculée est correcte sur les images digitalisées.

	présentées	énumération réussie	%	mesure réussie	%
sans-problème	40	35	90 %	35	90 %
aiguilles en front	densité de domaines trop forte pour le capteur				
aiguilles face à face	10	3	30 %		
structure dense	Résultats corrects jusqu'à 30 domaines sur une photographie en 24 x 36 avec le capteur utilisé				

* cause d'échec : ruptures de domaines par irrégularité de luminosité trop importante donc prise en compte de domaines supplémentaires.

III - EXAMEN DES RESULTATS SUR UNE IMAGE PARTICULIERE

Nous présentons une photographie, son image digitale et les résultats rendus. Sur cette photographie les domaines traversent l'image en totalité.

Nous constatons des ruptures sur la digitalisation. Cette rupture est due à des problèmes d'éclairage de la photographie et aux propriétés des domaines aux-mêmes.

Par rapport à l'image nous constatons d'une part que la direction obtenue est admissible : elle conduit à un histogramme où les modes sont à peu près symétriques, ce qui nous permet de penser que la direction de l'axe a été correctement déterminée.

Le nombre des aiguilles lui ne correspond pas tout-à-fait à la réalité. Deux difficultés en effet apparaissent dans cette photographie :

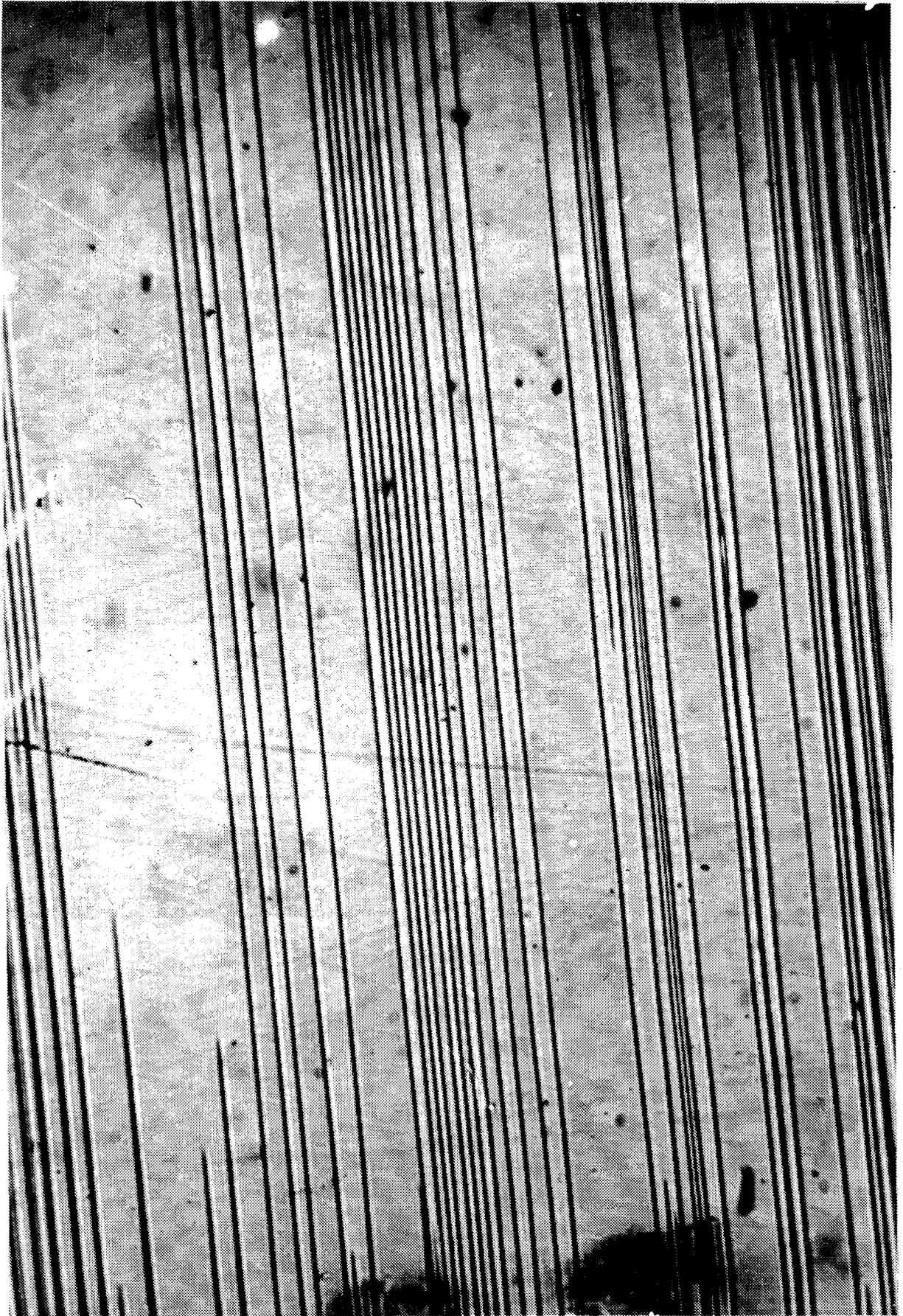
- les aiguilles sectionnées par l'éclairage et les irrégularités du fond de la photographie,
- les aiguilles tres proches qui se trouvent agglomérées en une seule surface à la digitalisation.

Pour le premier cas examinons la succession de tâches alignées marquées d'*

Dans la réalité elles ne constituent qu'une seule aiguille, mais ne sont pas dénombrées comme des aiguilles, en fonction du critère introduit sur le rapport entre la distance minimale séparant deux aiguilles en front et la largeur des aiguilles.

Etant donné par contre l'éparpillement des éléments constituant le deuxième domaine, on peut s'estimer satisfait du critère utilisé. Ce critère ne peut être supprimé sans perdre la possibilité de séparer deux aiguilles en front.

L'erreur provient des perturbations dues à l'éclairage et la transmission, et le critère choisi permet déjà d'ignorer une grande partie de ces perturbations.



- 1 - Ci-dessus photographie présentée
- 2 - Ci-contre digitalisation du quart supérieur gauche

NOMBRE D'AIGUILLES 12											
AIGUILLE NO	1	LARGEUR	3	ORIGINE	2	1	EXTREMITÉ	108	4		
AIGUILLE NO	2	LARGEUR	4	ORIGINE	7	30	EXTREMITÉ	207	43		
AIGUILLE NO	7	LARGEUR	5	ORIGINE	1	74	EXTREMITÉ	220	77		
AIGUILLE NO	4	LARGEUR	6	ORIGINE	2	105	EXTREMITÉ	220	101		
AIGUILLE NO	5	LARGEUR	7	ORIGINE	1	120	EXTREMITÉ	221	120		
AIGUILLE NO	6	LARGEUR	6	ORIGINE	1	107	EXTREMITÉ	220	140		
AIGUILLE NO	7	LARGEUR	10	ORIGINE	1	150	EXTREMITÉ	220	162		
AIGUILLE NO	8	LARGEUR	10	ORIGINE	1	165	EXTREMITÉ	220	160		
AIGUILLE NO	9	LARGEUR	7	ORIGINE	1	100	EXTREMITÉ	220	160		
AIGUILLE NO	10	LARGEUR	42	ORIGINE	1	100	EXTREMITÉ	220	201		
AIGUILLE NO	11	LARGEUR	42	ORIGINE	1	223	EXTREMITÉ	220	227		
AIGUILLE NO	12	LARGEUR	42	ORIGINE	1	220	EXTREMITÉ	220	231		

Résultats obtenus sur la photographie
de la page précédente

Dans le deuxième cas, nous constatons que l'algorithme parvient à dissocier la première aiguille du paquet aggloméré à cause de la séparation légère de cette aiguille du tas. Cette séparation n'est qu'une succession de segments de droite alignés qui ont donc donné lieu à un minimum local dans notre histogramme. Par contre l'agglomérat de domaines lui-même est inexploitable.

Cependant les comparaisons déjà faites avec un autre capteur permettent de penser qu'il est possible d'améliorer sensiblement les résultats en améliorant les performances du capteur.

A partir de là, la comparaison entre les coordonnées rendues comme celles des extrémités, et celles obtenues à la main sont satisfaisantes, puisqu'elles nous rendent des coordonnées correctes pour les objets sélectionnés comme étant des domaines.

CONCLUSION

Pour passer à une phase opérationnelle d'exploitation de ces photographies, il nous faut encore :

- améliorer la qualité des images à traiter : cristal, éclairage, repérage des photographies,
- à l'aide du repérage, établir une comparaison permettant de mesurer l'évolution, entre deux photographies successives de la densité des domaines,
- améliorer la qualité du matériel actuel.

Ceci sera l'objet de quelques travaux encore à réaliser à la suite de celui-ci, permettant de faire un système complet, permettant d'établir la correspondance entre les paramètres physiques et chaque photographie, puis de faire des mesures utilisables pour tirer des conclusions sur le phénomène étudié.

B I B L I O G R A P H I E

I - REFERENCES GENERALES

1. A. Rosenfeld. "Picture processing by computer".
Computing Surveys 1, 3, (Sept. 1969) 147-176.
2. A. Rosenfeld. Picture processing by computer.
Academic Press. N.Y. 1969.
3. G. Coray, G. Stamon. Element de reconnaissance de forme.
Ecole internationale d'été d'informatique (AFCET), juillet 1974.
4. Tzey Y. Young, T.W. Calvert. Classification, Estimation and Pattern
Recognition.
American Elsevier Company INC.
5. G. Stamon, S. Wendling. Méthodes de traitement d'images binaires en
reconnaissance des formes. Etude comparative de deux algorithmes
de traitement global.
Ecole internationale d'été d'informatique (AFCET), juillet 1975,
Rabat, Maroc.
6. J.M. Chassery. Quelques problèmes liés à l'analyse d'images numériques
obtenues par un système automatique de microphotomètre à balayage.
Thèse 3ième cycle, décembre 1976), Université Scientifique et
Médicale de Grenoble.

7. C. Rubat du Merac, M. Lucas. Analysis of TV Pictures.
Proceedings of 10th Decus Europe, sept. 1974, pp. 91-93.
8. J. Camillerapp. Utilisation des ordinateurs en reconnaissance de forme.
Thèse Doctorat 3ième cycle. Faculté des Sciences de Paris.
9. Alan C. Shaw. The Formal Description and Parsing of pictures.
SLAC. Report n° 084, march 1968.
10. S. Castan. Image Enhancement and Restauration.
Ecole d'été OTAN, Bonas, juin 1976.
11. A. Rosenfeld and J.L. Pfalz. Sequential operations in digital picture processing.
J.A.C.M., vol. B, n° 4, oct. 1966, pp. 471-494.
12. D. Bertaux. La reconnaissance des formes. Problèmes, méthodes, résultats.
Automatisme, tome XII, n° 6, juin 1967.
13. R. De Possel. Lecture automatique et problème de reconnaissance de forme. Un capteur optique et les résultats qu'il a permis d'obtenir.
Automatisme, tome XIII, n° 9, Sept. 1968.
14. H. Freeman
On the encoding of arbitrary geometric configuration.
IRE Trans. on Electronic Computers, juin 1960.
15. N. Macon and M. Kiefer
Computer manipulation of digitized mictures.
Proceeding of Spring Joint Computer Conference, 1971, pp. 407-413.
16. P.W. Neurath, B.L. Bablouzian, T.H. Warms, R.C. Serbaggi, A. Falek.
Human chromosome analysis by computer. An optical pattern recognition problem.

II - SQUELETTISATION

17. U. Montanari. A method for obtaining skeletons using a quasi euclidean distance.
J.A.C.M., vol. 15, n° 4, oct. 1968, pp. 600-624.
18. R. Stefanelli and A. Rosenfeld. Some parallel thinning algorithms for digital pictures.
J.A.C.M., vol. 18, n° 2, April 1971, pp. 225-264.
19. U. Montanari. Continuous skeleton from digitized pictures.
J.A.C.M., vol. 16, n° 4, Oct. 1969, pp. 534-549.
20. C. Judith, Hilditch. Linear skeleton from square cupboards.
Machine Intelligence 4, American Elsevier, N.Y., 1969.
21. S. Castan, A. Nabonne. Un algorithme de squelettisation opérant par tests locaux sur des suites de voisinages successifs.
Proceedings Colloque National sur le Traitement Digital et ses Applications, Nice, Juin 1975, pp. 731-736.
22. S. Castan, A. Nabonne. Traitement automatique des plans de réseaux.
Automatisme, tome XXI, n° 3/4, Mars-Avril 1976, pp. 106-111.
23. A. Checroun, C. Roche. La notion de squelette dans les problèmes de reconnaissance des formes.
Automatisme, tome XV, n° 4, Avril 1970.

III - PROJECTION D'IMAGES

24. M. Reynal, C. Gaudean, M. Marchal, M.T. Marchal. Analyse automatique de radiographies thoraciques.
Rev. Informatique Médicale, vol. 4, n° 2, Juin 1973, pp. 99-108.
25. M.L. Mendelsohn, D.A. Hungerford, B.H. Mayall, Benson Perry, T. Conway and J.M.S. Prewitt. Computer-Oriented Analysis of Human Chromosomes II. Integrated optical density as a simple parameter for Karyotype analysis.
Annals of N.Y. Academy of Sciences, 157, 1969, pp. 376-392.
26. R.A. Crowther, Linda A. Amos, J.T. Finch, Dr. D.J. Rosier, A. Klug. Three Dimensional Reconstitutions of Spherical Viruses by Fourier Synthesis from Electron Micrographs.
27. S.K. Chang. The reconstruction of binary patterns from their projections. CACM, vol. 14, n° 1, January 1971, pp. 21-25.
28. R. Gordon and G.T. Herman. Reconstructions of pictures from their projection, CAOM, vol. 14, n° 12, December 1971, pp. 759-768.
29. G.T. Herman. Two direct methods for reconstructing pictures from their projections. A comparative study.
Computer Graphic and Image Processing, 1972, pp. 123-144.
30. J. Wolf. Quelques idées sur la reconstitution d'un objet à partir de ses projections.
Séminaire analyse numérique n° 218, Février 1975, Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
31. C. Rubat du Merac. Application de méthodes de projection en cristallographie.
Séminaire analyse numérique n° 218, février 1975, Université Scientifique et Médicale de Grenoble.

32. R.S. Ledley, H.A. Lubs, F.H. Ruddle. Introduction to chromosomes Analysis.
Comput. Biol. Med., 1972, vol. 2, pp. 107-128.
33. C. Rubat du Merac. Analyse de photographie de domaines ferroélectriques.
Séminaire présenté à l'école d'été AFCET, juillet 1976, Lannion, France.
34. Gérard Bouvier. Système d'acquisition et de reconnaissance de caractères alphanumériques.
Thèse Doctorat 3ième Cycle, 1977, Institut National Polytechnique de Grenoble.



