HAL
open science

Ecoulements de type rotor-stator soumis à un flux axial: de Batchelor à Stewartson

Sébastien Poncet

To cite this version:

Sébastien Poncet. Ecoulements de type rotor-stator soumis à un flux axial: de Batchelor à Stewartson. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2005. Français. NNT : . tel-00010993v1

HAL Id: tel-00010993

https://theses.hal.science/tel-00010993v1

Submitted on 16 Nov 2005 (v1), last revised 25 Nov 2005 (v3)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PROVENCE AIX-MARSEILLE I

Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Équilibre

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE

Discipline : Systèmes Complexes : phénomènes hors équilibre, micro et nano électronique

École doctorale 353 : Physique, modélisation et sciences pour l'ingénieur

par Sébastien Poncet

le 3 octobre 2005

Écoulements de type rotor-stator soumis à un flux axial : de Batchelor à Stewartson

Directeurs de thèse : M. Marie-Pierre CHAUVE et M. Roland SCHIESTEL

JURY :

M. Claude **CAMBON**	*Président*
M. Marie-Pierre **CHAUVE**	*Directeur*
M. Georges A. **GEROLYMOS**	*Rapporteur*
M. Jean-François **PINTON**	*Rapporteur*
M. Claude **REY**	*Examinateur*
M. Roland **SCHIESTEL**	*Directeur*

Ce manuscript repésente le fruit de trois ans de travail et d'inquiétudes. Il est dédié à ces quelques personnes qui méritent plus que des remerciements :

À Célia et Séverine,

à mes parents,

à mes grands-parents.

Remerciements

La liste des personnes à remercier est aussi longue que ces trois ans ont été courts. Je remercie tout d'abord Paul Clavin et Alain Pocheau pour m'avoir accueilli au sein de l'IRPHE.

Comment ne pas remercier Marie-Pierre Chauve et Roland Schiestel pour m'avoir guidé, épaulé, soutenu, pour leur compétence, leur patience et leur disponibilité. Je m'excuse d'ailleurs d'en avoir parfois abusé, ce qui est dû, à ma décharge, à la grande proximité de nos bureaux. Un merci particulier à Marie-Pierre dont les chansons auront égaillé la période de rédaction de ce manuscrit.

Toute ma gratitude va également à Patrice Le Gal et Anthony Randriamampianina avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pendant ma thèse. Je n'oublie pas Jacky Minelli, Raymond Vaudo, Frank Dutertre, Matthieu Roy, Sylvain Faguet et Fabrice Dumas sans qui un disque ne tournerait pas rond et qui ont été, eux aussi, plus que disponibles, tout comme Judith Hannoun, la documentaliste la plus rapide de Marseille.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Messieurs Claude Cambon et Claude Rey, qui m'ont fait l'honneur de participer à mon jury de thèse et Messieurs Jean-François Pinton et Georges Gérolymos pour avoir accepté la charge de rapporteur.

Je remercie également le groupe Snecma Moteurs, qui a financé le banc expérimental et l'IDRIS, pour m'avoir attribué des centaines d'heures de calcul sur le NEC-SX5 et m'avoir permis ainsi de traiter une multitude d'écoulements.

Enfin, mille mercis à mes amis Olivier, Christophe, François C, Mat, Sabrina, Fabien, Delphine, Tom, Christelle, François G, Alexandre et sa petite famille qui ont tous la grande qualité de ne jamais parler d'écoulements tournants et qu'il en soit toujours ainsi.

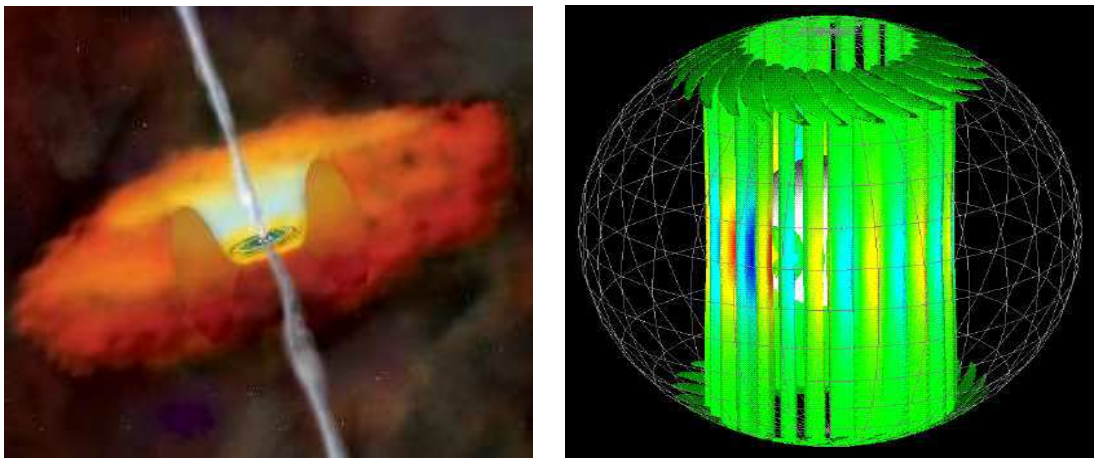
Avant-propos

Les équations qui gouvernent les mouvements des fluides ont été écrites pour la première fois par Claude Navier en 1823. Elles permettent la description de deux types de mouvement : l'un "régulier", l'autre "tumultueux". Les mouvements réguliers sont assez vite compris pour des configurations de type tuyau ou canal à surface libre. Déjà en 1834, Saint-Venant distingue, dans le mouvement tumultueux des fluides, deux échelles : une grande échelle où les grandeurs moyennes varient lentement en temps et en espace et une échelle plus petite où le mouvement peut être très irrégulier. L'anglais Osborne Reynolds introduit par la suite les idées de vitesse moyenne et de tensions turbulentes (devenues les tensions de Reynolds) reprenant ainsi les idées de Saint-Venant dont il ignorait l'existence. Il décompose la vitesse en deux parties : l'une moyenne ("mean-mean velocity") et l'autre fluctuante ("relative-mean velocity"). En moyennant les équations de Navier, il obtient des équations similaires avec un terme ajouté : les tensions de Reynolds [51].

Près de deux siècles après Saint-Venant, la turbulence et plus particulièrement la turbulence en rotation est un sujet toujours d'actualité. Les équations de Navier-Stokes que l'on sait résoudre analytiquement pour certains écoulements laminaires (par exemple l'écoulement au-dessus d'un disque tournant de rayon infini dans un fluide initialement au repos [231]) n'admettent pas toujours des solutions dont on sache établir mathématiquement l'existence et l'unicité, dans des cas plus complexes (écoulement turbulent, géométrie finie). Hormis la rotation, la présence de parois, un flux imposé et la géométrie complexe du domaine d'étude sont autant de facteurs rendant l'étude des écoulements turbulents parfois périlleuse. Dans ce contexte, la modélisation des écoulements de type rotor-stator offre une situation géométrique "simple" pour l'étude des effets de la rotation sur la turbulence tout en constituant également un véritable challenge.

Cette thèse a pour but de contribuer à la compréhension des écoulements "tumultueux" en présence de rotation. On se propose, en particulier, d'étudier l'influence d'un flux imposé sur l'écoulement confiné entre un disque fixe et un disque tournant d'extension finie. Les écoulements en cavité fermée sont assez bien connus, alors que les écoulements pour lesquels on superpose un flux axial centrifuge ou centripète sont, jusqu'à présent, restés peu ou pas explorés. Autour du cadre industriel intéressant SNECMA Moteurs, nous nous proposons d'étudier ces écoulements selon deux axes : expériemental et numérique, pour essayer d'atteindre par l'une de ses voies le sommet du pic de la turbulence [75] en rotation.

Outre l'intérêt purement académique, les écoulements de disque(s) tournant(s) ont de nombreuses applications dans des domaines très variés comme l'astrophysique, la géophysique, la chimie, l'informatique (disque dur), la météorologie, l'océanographie [61] et surtout dans le domaine des turbomachines [137]. En astrophysique, les disques d'accrétion (fig.1a), qui entourent par exemple les trous noirs, sont des objets de taille de l'ordre de la centaine d'unités astronomiques en rotation non uniforme. Leur centre est sujet à une accrétion de matière due à la dissipation turbulente et est traversé par deux jets de matière de sens opposés. Ces disques sont le siège d'instabilités de cisaillement. En géophysique, on peut citer notamment les problèmes liés à la convection tournante : les planètes telluriques sont des objets en rotation rapide, qui possédent un « coeur » de métal liquide ayant la forme d'une coquille sphérique située entre une graine centrale chaude et un manteau externe solide froid. En cas de forte rotation, l'écoulement prend la forme d'ondes de Rossby thermiques colonnaires localisées dans un cylindre tangent à la graine (fig.1b). En chimie, les disques tournants sont utilisés comme électrodes dans le processus d'électro-dissolution, par exemple, du fer dans une solution de sulfate d'hydrogène H_2SO_4 [181]. Les courbes de polarisation de ce processus chimique présentent une région instable pour laquelle il est important d'avoir une description précise du champ hydrodynamique. Les écoulements en cavité tournante ou de type rotor-stator représentent également un modèle de géométrie simple pour les écoulements rencontrés dans les turbomachines. La figure 2 est un schéma d'une turbine haute-pression dans laquelle l'air frais passe dans les espaces interdisques pour venir refroidir les aubes de turbines chauffées par l'air venant de la chambre de combustion.



(a) (b)

FIG. 1 – (a) Représentation du centre d'une galaxie active par M. Weiss (Chandra X-ray Observatory). Le trou noir central est entouré d'un disque de gaz chauds et d'une énorme ceinture de gaz et de poussières plus froide. On aperçoit également deux jets de particules énergétiques ; (b) Ondes de Rossby thermiques colonnaires dans un cylindre tangent à la graine de la Terre (simulation numérique par Dormy [59]).

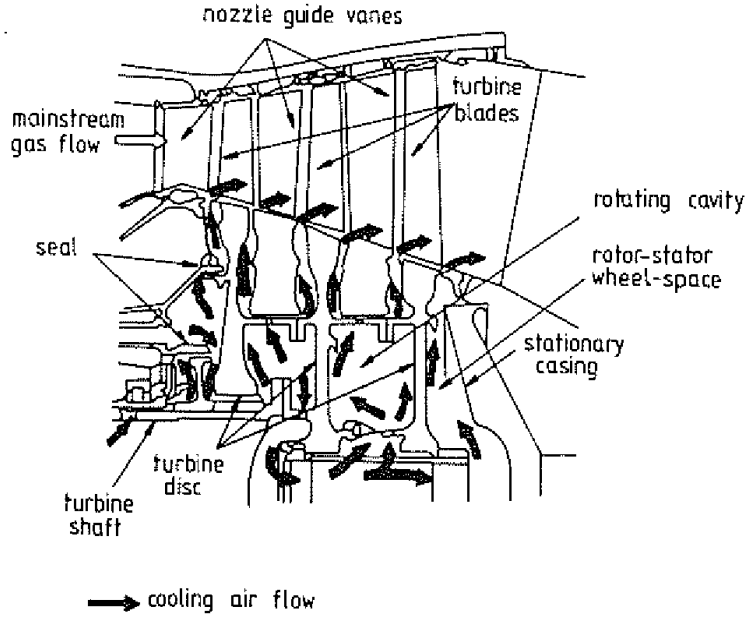


FIG. 2 – Représentation schématique de l'écoulement dans une turbine haute-pression, d'après Phadke et Owen [176].

Les applications des écoulements de disque(s) tournant(s) sont donc nombreuses mais ce sujet reste également un problème de recherche fondamentale (étude de la turbulence inhomogène entre deux disques corotatifs [216]) et la littérature est donc très fournie dans ce domaine. Nous ferons, tout d'abord, un état de l'art non exhaustif de ces écoulements (chap.1) avant de présenter le dispositif expérimental (chap.2) utilisé pour les chapitres 4 à 6. Ce dispositif permet l'étude d'un écoulement turbulent ($Re \rightarrow 4.5 \times 10^6$) avec ou sans flux (centrifuge ou centripète) et avec ou sans mise en prérotation du fluide. Le rapport d'aspect de la cavité est variable et permet d'étudier les écoulements à couches limites jointes ou séparées. Les paramètres étudiés sont la distance interdisque ($3 \leq h \leq 12$ mm), la vitesse de rotation du disque ($\Omega \leq 600$ tr/min), le flux imposé ($-4.5 \leq Q \leq 4.5$ l/s), le

niveau de prérotation du fluide et la géométrie à l'entrée de la cavité. Les mesures sont réalisées par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes et par capteurs de pression.

Le chapitre 3 sera consacré à la présentation du modèle de transport des tensions de Reynolds (RSM) utilisé aux chapitres 4 à 6. Nous montrerons que ce modèle du second ordre est le niveau de fermeture adéquat pour décrire des écoulements aussi complexes comparé à un modèle $k-\epsilon$ classique.

La base de l'étude est un écoulement turbulent à couches limites séparées en cavité rotor-stator fermée. Avant d'introduire un flux, on présentera les caractéristiques de cet écoulement de base en fonction des paramètres de contrôle : h, Ω, Q (chap.4).

Le chapitre 5 sera dédié aux écoulements turbulents lorsqu'un flux centripète est imposé. La structuration de ces écoulements est alors de type Batchelor : deux couches limites séparées par un noyau central en rotation. Dans le cadre de ces écoulements, nous montrerons analytiquement que le taux de rotation du fluide dans le noyau peut être prédit par une loi de puissance. Une attention particulière sera alors portée sur l'influence des conditions aux limites. Cette loi sera ensuite vérifiée expérimentalement et numériquement pour une large gamme des paramètres de contrôle puis étendue aux écoulements laminaires avec flux centripète.

Lorsque l'on impose un flux centrifuge, l'écoulement peut être de type Batchelor à couches limites séparées pour de faibles flux ou de type Stewartson avec une couche limite unique sur le rotor pour des flux plus importants. Pour les écoulements de type Batchelor, la loi trouvée au chapitre précédent, sera étendue aux faibles flux centrifuges (chap.6). On montrera également, que la transition entre ces deux structurations peut être caractérisée à un rayon donné par un nombre de Rossby basé sur l'espace radial e entre le disque tournant et le bandeau extérieur et que cette transition est continue mais aussi indépendante de l'espace interdisque h et de l'espace radial e.

Il est à noter que certains résultats présentés aux chapitres 4 à 6 ont fait l'objet de deux rapports de contrat intéressant la division SNECMA Moteurs.

Enfin dans une dernière partie (chap.7), nous examinerons la stabilité des écoulements de type rotor-stator avec flux forcé. Le dispositif expérimental utilisé est semblable à celui du chapitre 2 mais les dimensions sont réduites et aucun dispositif de prérotation n'est présent. Les mesures se font essentiellement par visualisations de l'écoulement grâce à une caméra CCD placée au-dessus du stator mais certains résultats sont également comparés à des mesures de vitesse par LDA. On se propose d'étudier l'influence d'un flux sur les seuils d'apparition et de disparition des instabilités (rouleaux circulaires, spirales...) existant en cavité fermée et de présenter les caractéristiques de nouvelles instabilités que nous avons mises en évidence. La stabilité de ces écoulements sera étudiée en fonction de l'espace interdisque h, de la vitesse de rotation du rotor Ω et du flux Q centrifuge ou centripète. La gamme des écoulements étudiés comprend les écoulements de type Couette de torsion à couches limites jointes et de type Batchelor à couches limites séparées. Nous présenterons plus en détails une instabilité de type "crossflow", qui se développe sous la forme de spirales positives localisées en périphérie de la cavité et qui est générique des écoulements de type rotor-stator soumis à un flux.

Enfin, la conclusion résumera les principaux résultats issus de cette thèse et dégagera quelques perspectives de travail.

Nomenclature

a_1	paramètre structurel de Townsend
A_2, A_3	deuxième et troisième invariants du tenseur d'anisotropie
c	profondeur de l'épaulement du cylindre extérieur (m)
C_f	coefficient de frottement
c_i	espace radial entre le disque tournant et le bandeau extérieur (m)
$C_M = 2M/(\rho\Omega^2 R_2^2)$	coefficient de moment
$C_p = 2(P(r) - P(0.23))/(\rho\Omega^2 R_2^2)$	coefficient de pression
$Cq_{lam} = QRe_r^{1/3}/(2\pi\Omega r^{10/3})$	coefficient local de débit (cas laminaire)
$Cq_r = QRe_r^{1/5}/(2\pi\Omega r^3)$	coefficient local de débit (cas turbulent)
$Cq_{rug} = Q/(2\pi\Omega r^3)$	coefficient local de débit (cas avec un rotor rugueux)
$C_w = Q/(\nu R_2)$	coefficient global de débit
dP_z	perte de charge axiale (bar)
$e = R_3 - R_2$	espace radial entre le rotor et le cylindre extérieur (chap.2 à 6) (m)
$G = h/R_2$	rapport d'aspect de la cavité
h	espace interdisque (m)
h_i	espace axial entre le rotor et l'épaulement du cylindre extérieur (m)
$j = R_3 - R_2$	espace radial entre le rotor et le cylindre extérieur (chap.7) (m)
k	énergie cinétique de la turbulence (chap.3 à 6)
k	nombre d'onde azimutal des instabilités (chap.7)
$K = V_\theta(z^* = 0.5)/(\Omega r)$	coefficient d'entraînement du fluide
k_s	hauteur effective des rugosités (m)
$K_v = K(r > R_2)$	coefficient de prérotation du fluide
M	moment de torsion exercé par la rotation du fluide sur le rotor $(N.m)$
N	fréquence des instabilités (chap.7) (Hz)
P	pression moyenne (bar)
Q	flux imposé centrifuge $(Q < 0)$ ou centripète $(Q > 0)$ (l/s)
r, θ, z	positions radiale, tangentielle et axiale
r_c	rayon critique (m)
$r_e^* = (r - R_2)/(R_3 - R_2)$	rayon dans l'espace radial sous la forme adimensionnée
R_1, R_2	rayons intérieur et extérieur du disque tournant (m)
R_3	rayon de la cavité (m)
R_4	rayon de l'ouverture située près de l'axe (m)
$R_c = (R_2 + R_1)/(R_2 - R_1)$	rayon de courbure de la cavité
$R_{rr} = \overline{v_r'^2}$, $R_{\theta\theta} = \overline{v_\theta'^2}$, $R_{zz} = \overline{v_z'^2}$	composantes normales du tenseur de Reynolds
$R_{r\theta} = \overline{v_r' v_\theta'}$, $R_{rz} = \overline{v_r' v_z'}$, $R_{\theta z} = \overline{v_\theta' v_z'}$	tensions de cisaillement
$Re = \Omega R_2^2/\nu$	nombre de Reynolds de rotation
$Re_c = \Omega r_c^2/\nu$ ou $\Omega_c R_2^2/\nu$	nombre de Reynolds critique
$Re_h = \Omega h^2/\nu$	nombre de Reynolds basé sur l'espace interdisque h
$Re_K = K\Omega r^2/\nu$	nombre de Reynolds basé sur la vitesse locale du fluide
$Re_r = \Omega r^2/\nu$	nombre de Reynolds local
$Re_t = k^2/(\nu\epsilon)$	nombre de Reynolds de la turbulence
$Ro = Q/(2\pi\rho\Omega R_2^2 e)$	nombre de Rossby basé sur l'espace radial e
$Ro_h = Q/(2\pi\rho\Omega R_2^2 h)$	nombre de Rossby basé sur l'espace interdisque h
t	temps (sec)
T	température de l'eau $(°C)$
V_p	vitesse de phase de la structure (m/s)
V_r, V_θ, V_z	composantes radiale, tangentielle et axiale de la vitesse moyenne (m/s)
v_r', v_θ', v_z'	fluctuations des vitesses radiale, tangentielle et axiale
$V_z = Q/(2\pi j R_2)$	vitesse débitante dans l'espace radial j (chap.7) (m/s)

α	angle d'inclinaison des lignes de courant (°)
δ	recouvrement du rotor sur l'épaulement du cylindre extérieur (m)
$\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$	épaisseur de la couche limite dans le cas d'un disque unique en rotation (m)
δ_B, δ_E	épaisseurs des couches limites de Bödewadt et d'Ekman (m)
ϵ	taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence (chap.3 à 6)
ϵ	angle des structures spirales en ° (chap.7)
$\gamma = \Omega_1/\Omega_2$	rapport des taux de rotation des disques 1 et 2 (ici $\gamma = 0$)
λ_r	longueur d'onde radiale des instabilités (m)
ν	viscosité cinématique de l'eau (cSt)
Ω	taux de rotation du disque (tr/min)
Ω_{cam}	taux de rotation de la caméra (tr/min)
Ψ	fonction de courant
ρ	masse volumique de l'eau (kg/m^3)
τ	durée de vie des instabilités (chap.7) (nombre de tours)
τ_r, τ_θ	composantes radiale et tangentielle du taux de cisaillement τ ($kg.m^{-1}.s^{-2}$)

Il est à noter que l'indice $*$ indique une quantité adimensionnée et l'indice 0 indique, quant à lui, une valeur pour $Q = 0$.

Table des matières

1 État de l'art **17**
1.1 Écoulement au-dessus d'un disque de rayon infini . . . 17
1.2 Écoulement entre deux disques de rayon infini . . . 20
1.2.1 Cas où $\gamma = 0$ . . . 20
1.2.2 Cas où $\gamma = -1$ . . . 22
1.2.3 Cas où $\gamma > 0$ . . . 22
1.3 Écoulement interdisque en milieu confiné . . . 23
1.4 Position de l'étude . . . 23
1.4.1 Le moteur Vulcain et la problématique appliquée . . . 24
1.4.2 Les aspects fondamentaux . . . 25
1.4.3 Les objectifs de cette thèse . . . 25

2 Dispositif expérimental **27**
2.1 Caractéristiques du système rotor-stator . . . 27
2.1.1 Caractéristiques géométriques . . . 27
2.1.2 Paramètres de l'écoulement . . . 28
2.1.3 Influence d'ajutages supérieurs en présence d'un flux centripète . . . 29
2.1.4 Prérotation du fluide : cas d'un flux centripète . . . 29
2.1.5 Prérotation du fluide : cas d'un flux centrifuge . . . 30
2.2 Appareillage . . . 30
2.3 Système de mesure de vitesse . . . 31
2.3.1 Principe de l'anémométrie laser Doppler . . . 31
2.3.2 Validation des mesures . . . 33
2.4 Mesures de pression . . . 34

3 Modélisation de la turbulence en présence de rotation **35**
3.1 Travaux antérieurs . . . 35
3.2 Choix du modèle . . . 37
3.3 Les équations de transport des tensions de Reynolds . . . 38
3.4 Fermeture du premier ordre . . . 39
3.5 Fermeture du second ordre . . . 40
3.5.1 Modélisation de la corrélation pression-déformation . . . 40
3.5.2 Modélisation des termes de diffusion . . . 41
3.5.3 Modélisation du taux de dissipation du tenseur de Reynolds . . . 42
3.5.4 Modélisation des termes prenant en compte les effets implicites de la rotation . 42
3.5.5 Équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence 44
3.5.6 Équation de transport de l'énergie cinétique de la turbulence . . . 44
3.5.7 Constantes de modélisation . . . 44
3.6 Méthode numérique . . . 44
3.6.1 Discrétisation . . . 45
3.6.1.1 Définition du maillage . . . 45
3.6.1.2 Schéma de convection-diffusion - Traitement des termes sources . . . 45
3.6.2 Algorithme de résolution du couplage vitesse-pression . . . 46
3.6.3 Techniques de stabilisation . . . 46
3.6.3.1 Pseudo-viscosité . . . 47

3.6.3.2 Résolution des équations de transport des tensions de Reynolds . . . 47
3.6.3.3 Sous-relaxations . . . 47
3.6.4 Aspects numériques . . . 47
3.6.4.1 Initialisation du calcul . . . 47
3.6.4.2 Contrôle de la convergence . . . 47
3.6.4.3 Conditions aux limites . . . 48
3.6.4.4 Traitement des frontières mixtes . . . 49
3.6.4.5 Maillage . . . 50
3.7 Performances du modèle RSM . . . 51
3.7.1 Champ moyen . . . 51
3.7.2 Champ turbulent . . . 51
3.8 Conclusion . . . 53

4 Écoulement turbulent en cavité fermée 55
4.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants en cavité fermée . . . 55
4.2 Écoulement de transition : $Re \simeq 10^5$ . . . 57
4.2.1 Comparaison avec une simulation numérique directe . . . 57
4.2.2 Champ moyen . . . 57
4.2.3 Champ turbulent . . . 58
4.3 Écoulement pleinement turbulent : $Re \geq 5 \times 10^5$ . . . 59
4.3.1 Structure de l'écoulement . . . 60
4.3.1.1 Influence de la position radiale . . . 60
4.3.1.2 Influence du nombre de Reynolds . . . 60
4.3.1.3 Influence du rapport d'aspect de la cavité . . . 64
4.3.1.4 Influence de la rugosité . . . 65
4.3.2 Champ de pression . . . 67
4.3.3 Champ turbulent . . . 69
4.4 Conclusion . . . 75

5 Écoulements turbulents avec flux centripète 77
5.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants avec flux centripète . . . 77
5.2 Prérotation du fluide . . . 78
5.3 Structure de l'écoulement . . . 79
5.3.1 Influence de la position radiale . . . 80
5.3.2 Influence du coefficient de débit . . . 80
5.3.3 Influence du nombre de Reynolds . . . 83
5.3.4 Influence du rapport d'aspect de la cavité . . . 83
5.4 Comparaison des mesures de vitesse et de pression . . . 85
5.4.1 Mise en équation . . . 85
5.4.2 Champ de pression . . . 87
5.4.3 Influence des conditions d'entrée . . . 89
5.4.3.1 Pertes de charge axiales . . . 89
5.4.3.2 Pertes de charge radiales . . . 89
5.5 Prévision du coefficient d'entraînement du fluide . . . 91
5.5.1 Modèle analytique . . . 91
5.5.2 Validation de la loi . . . 93
5.5.3 Influence de la prérotation . . . 95
5.5.4 Influence des conditions aux limites . . . 95
5.5.5 Influence de la rugosité . . . 96
5.5.6 Extension aux écoulements laminaires . . . 98
5.6 Champ turbulent . . . 99
5.7 Conclusion . . . 103

6 Écoulements turbulents avec flux centrifuge 107
6.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants avec flux centrifuge 107
6.2 Structure de l'écoulement 108
6.2.1 Influence de la position radiale 108
6.2.2 Influence du coefficient de débit 109
6.2.3 Influence du nombre de Reynolds 112
6.2.4 Influence du rapport d'aspect de la cavité 113
6.3 Champ de pression 115
6.4 Étude du coefficient d'entraînement du fluide 118
6.5 Prérotation du fluide 120
6.6 Diagramme de transition entre les structurations de Batchelor et de Stewartson 121
6.7 Champ turbulent 123
6.8 Conclusion 129

7 Stabilité des écoulements interdisques avec flux 131
7.1 Travaux antérieurs sur les instabilités de disques tournants 131
7.1.1 Instabilités au-dessus d'un disque infini 131
7.1.1.1 L'écoulement de Bödewadt 132
7.1.1.2 L'écoulement de Von Kármán 133
7.1.1.3 L'écoulement d'Ekman 134
7.1.2 Instabilités de l'écoulement entre deux disques de rayon infini 134
7.1.3 Instabilités de l'écoulement dans une cavité rotor-stator 135
7.1.3.1 Cas d'une cavité rotor-stator fermée 135
7.1.3.2 Cas d'une cavité rotor-stator avec flux centripète 137
7.2 Dispositif expérimental 137
7.2.1 Cavité rotor-stator et dispositif annexe 137
7.2.2 Techniques de mesure 138
7.3 Instabilités des écoulements à couches limites jointes 140
7.3.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0171$ 140
7.3.2 Réseau de spirales RS3 141
7.3.3 Spirales turbulentes ST 144
7.3.4 Spots 146
7.4 Instabilités des écoulements à couches limites mixtes 150
7.4.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0429$ 150
7.4.2 Description des structures spirales RSJ2 151
7.4.3 Description des structures spirales RS2 157
7.5 Instabilités des écoulements à couches limites séparées 158
7.5.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0857$ 159
7.5.2 Description des structures spirales RSJ2 159
7.5.3 Coexistence des cercles concentriques RC et des structures spirales RS1 162
7.6 Conclusion 167

8 Conclusions et perspectives 169

A Banc expérimental 185

B Récapitulatif des cas étudiés 187

C Simulation numérique directe 189
C.1 Modèle mathématique 189
C.2 Modèle numérique 189
C.2.1 Méthode de calcul 189
C.2.2 Approximation spatiale 190
C.2.3 Schéma temporel 191
C.2.4 Schéma de projection 191

D Effet d'ajutages supérieurs sur les pertes de charge radiales 193

E Profils axiaux des vitesses moyennes pour un écoulement avec flux centrifuge 197

Chapitre 1

État de l'art

Le problème d'un écoulement de disque(s) tournant(s) a engendré de nombreux travaux depuis le début du siècle dernier. L'intérêt est d'abord théorique : pour des géométries infinies, des solutions exactes en similitude des équations de Navier-Stokes peuvent être obtenues pour un écoulement de base laminaire, axisymétrique et stationnaire. Les écoulements se sont ensuite peu à peu complexifiés : écoulement entre deux disques parallèles infinis, géométries finies, turbulence, flux imposé. Les écoulements turbulents dans des cavités de type rotor-stator sont devenus des cas tests pour étudier l'influence de la rotation sur la turbulence. Ces études purement académiques vont également trouver rapidement des applications dans des domaines comme l'astrophysique, l'océanographie physique [61], la géophysique, l'informatique, la biomécanique, les transferts de chaleur et de masse et surtout les turbomachines [137].

1.1 Écoulement au-dessus d'un disque de rayon infini

Le premier à s'intéresser à l'écoulement engendré par la rotation d'un disque de rayon infini dans un fluide visqueux a été Ekman [61] en 1905, lorsqu'il a étudié l'effet de la rotation de la Terre sur les courants marins en regardant, en un point de la surface de la Terre, l'écoulement modèle dans le β-plan. Il introduit alors la solution analytique de couche limite qui porte maintenant son nom.

Von Kármán [231], en 1921, propose une étude analytique décrivant les solutions en similitude d'un écoulement laminaire, axisymétrique, stationnaire, au dessus d'un disque tournant infini mais sans supposer, contrairement à Ekman, une rotation en bloc : le fluide infini est au repos.

Soit $\mathbf{v}(u, v, w)$ le vecteur vitesse. Les équations régissant un écoulement stationnaire ($\partial/\partial t = 0$) avec l'hypothèse d'une axisymétrie azimutale ($\partial/\partial\theta = 0$) s'écrivent, en coordonnées cylindriques (r, θ, z) :

$$u\frac{\partial u}{\partial r} + w\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \nu(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r}(\frac{u}{r}) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}) \tag{1.1}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial r} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \nu(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r}(\frac{v}{r}) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}) \tag{1.2}$$

$$u\frac{\partial w}{\partial r} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \nu(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}) \tag{1.3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1.4}$$

P désigne la pression, ρ et ν sont respectivement la masse volumique et la viscosité cinématique du fluide.

Les conditions aux limites sur le disque, avec Ω la vitesse de rotation du disque en $rad.s^{-1}$, sont :

$$u(z = 0) = w(z = 0) = 0, v(z = 0) = \Omega r \tag{1.5}$$

Et à l'infini, si le fluide est au repos, les conditions aux limites sont :

$$u(z \to \infty) = v(z \to \infty) = 0 \tag{1.6}$$

Von Kármán [231] fait l'hypothèse que la vitesse normale au plan du disque est indépendante de la distance r à l'axe de rotation, on a donc $w = w(z)$. La vitesse axiale à l'infini $w(z \to \infty)$ prend une valeur limite finie solution du problème. L'équation de continuité s'écrit alors :

$$u = -\frac{r}{2}\frac{dw}{dz} \tag{1.7}$$

Si on injecte cette équation dans le système 1.1, on obtient :

$$\frac{P}{\rho} = \nu\frac{dw}{dz} - \frac{w^2}{2} + \frac{\kappa}{2}\Omega^2 r^2 \tag{1.8}$$

où κ est une constante. On en déduit également que v/r ne dépend que de z.

Les solutions des équations de Navier-Stokes s'écrivent alors :

$$u(r,z) = r\Omega F(\zeta) \tag{1.9}$$
$$v(r,z) = r\Omega G(\zeta) \tag{1.10}$$
$$w(r,z) = (\nu\Omega)^{\frac{1}{2}} H(\zeta) \tag{1.11}$$
$$\frac{P}{\rho} = \nu\Omega P_0(\zeta) + \frac{1}{2}\kappa\Omega^2 r^2 \tag{1.12}$$

avec $\zeta = z/\delta$ et $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$. La signification physique de δ a été donnée par Ekman [61] et confirmée par Cochran [38] : il s'agit de la longueur au-dessus de la surface du disque sur laquelle le vecteur vitesse varie de sa valeur en $z = 0$ à sa valeur en $z \to \infty$.

Les équations de Navier-Stokes stationnaires se réduisent alors à un système d'équations différentielles ordinaires :

$$F^2 + HF' - G^2 = -\kappa + F'' \tag{1.13}$$
$$2FG + HG' = G'' \tag{1.14}$$
$$HH' = H'' - P_0^{'} \tag{1.15}$$
$$2F + H' = 0 \tag{1.16}$$

F' et F'' sont respectivement les dérivées première et seconde de F par rapport à ζ. Les conditions aux limites, sachant que $s = \Omega_f/\Omega$ et que Ω_f est la vitesse de rotation du fluide, sont :

$$F(0) = H(0) = 0, G(0) = 1 \tag{1.17}$$
$$F(\infty) = 0, G(\infty) = s \tag{1.18}$$

D'après les relations 1.7 et 1.8, le système se réduit à :

$$\frac{1}{4}H'^2 - \frac{1}{2}HH'' - G^2 = -\kappa - \frac{1}{2}H'' \tag{1.19}$$
$$-GH' + G'H = G'' \tag{1.20}$$

La résolution de ce système permet d'atteindre une solution exacte des équations de Navier-Stokes, contrairement au modèle d'Ekman. L'écoulement dit de Von Kármán a eu donc un grand écho par

la suite. Cet écoulement est représenté figure 1.1. Notamment, Cochran [38], en 1934, reformule et intègre ce système pour obtenir la première solution précise. Il met en évidence par cette intégration, le phénomène dit de "pompage d'Ekman" : dans la configuration du disque tournant de rayon infini dans un fluide au repos, une fine couche de fluide est entraînée en rotation par viscosité. Une particule de cette couche limite est expulsée en spiralant sous l'action des forces centrifuge et de Coriolis. Ce flux radial doit être compensé par l'aspiration axiale de particules vers la couche limite.

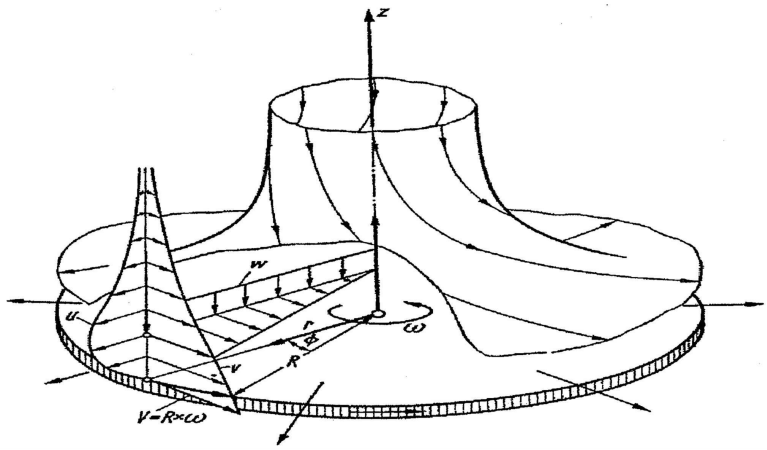


Fig. 1.1 – Écoulement d'un fluide initialement au repos sur un disque en rotation, d'après Schlichting [208].

Bödewadt [15], en 1940, étend l'analyse de Von Kármán [231] au cas d'un disque fixe (stator) de rayon infini dans un fluide en rotation en bloc à l'infini. La couche limite se développant sur le disque porte désormais son nom. La structure de l'écoulement correspondant est détaillée figure 1.2. Dans cette configuration, la force centrifuge est exactement compensée par le gradient de pression radial, donc les particules en rotation rigide loin du disque sont en équilibre. En se rapprochant du disque, la vitesse tangentielle diminue donc la force centrifuge aussi. Le fluide est alors entraîné dans un mouvement radial centripète et spiralé par l'action de la force de Coriolis. Le débit radial centripète est compensé par un flux axial de particules fluides vers la couche limite. Un tel écoulement est difficile à réaliser, ce qui explique le peu d'études qui s'y consacrent. Hannah [94] reprend l'analyse de Von Kármán pour un écoulement laminaire, irrotationnel, stationnaire, à symétrie axiale au-dessus d'un disque fixe de rayon infini. Rogers et Lance [197] sont en désaccord avec la première intégration menée par Bödewadt. En fait, selon Owen et Rogers [170], cette différence est due à un problème de précision du calcul, d'autant plus que Nydahl [165] confirme les résultats de Bödewadt. Les mesures de vitesse de Savaş [204], dans un liquide remplissant un cylindre circulaire en rotation uniforme autour de son axe, montrent que, pendant un court instant suivant l'arrêt de la rotation et en dehors de la couche limite se développant sur la paroi du cylindre, l'écoulement quasi-stationnaire à proximité de l'un des fonds, est une bonne approximation de la solution numérique de Bödewadt. Lopez [144] puis Lopez et Weidman [146] proposent en 1996, une expérience où seule la rotation d'un des fonds est stoppée à l'instant initial. Leurs résultats numériques montrent qu'une meilleure approximation de l'écoulement décrite par la solution de Bödewadt est ainsi réalisée.

Batchelor [9], en 1951, décrit qualitativement, pour la première fois, les différents écoulements symétriques en rotation, généralisant ainsi l'analyse en similitude pour des rotations du fluide et du disque quelconques. Il montre que, sous l'hypothèse de Von Kármán, les équations de Navier-Stokes peuvent se réduire à un système d'équations identiques à celui de Von Kármán [231] sauf apparition d'un terme issu du gradient de pression radial. D'autres chercheurs se sont intéressés plus tard au sujet. On peut citer notamment Zandbergen et Dijkstra [238], qui, dans la même configuration que Cochran [38], ont mis en évidence numériquement l'existence de solutions multiples. Owen et Rogers [170] étudient les mesures de champ de vitesse réalisées par différents auteurs et montrent que la similitude de la vitesse parallèle au plan est bien assurée et que le champ de vitesse concorde avec la solution de Cochran [38], ce qui est confirmé par Corke et Knasiak [40] et Lingwood [141].

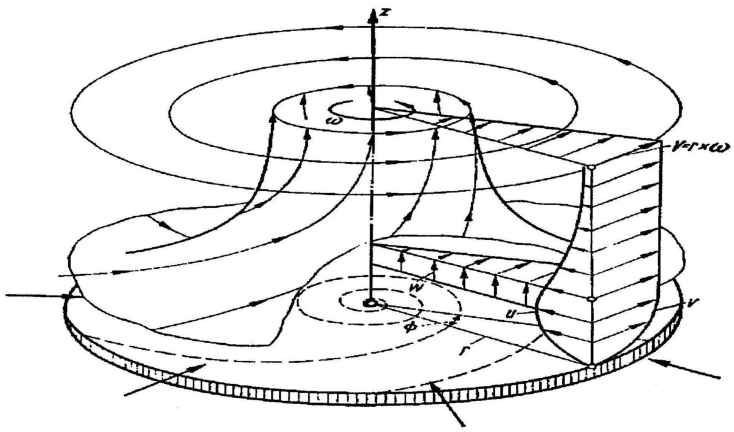


FIG. 1.2 – Écoulement d'un fluide en rotation solide à l'infini sur un disque fixe, d'après Schlichting [208].

1.2 Écoulement entre deux disques de rayon infini

L'écoulement entre deux disques de rayon infini est caractérisé par le paramètre $\gamma = \Omega_1/\Omega_2$, où Ω_1 et Ω_2 sont les vitesses de rotation des disques 1 et 2. Pour étudier un tel écoulement, trois cas sont à distinguer :

- $\gamma = 0$: un des disques est fixe,
- $\gamma = -1$: les disques sont contrarotatifs avec une vitesse de rotation égale ($|\Omega_1| = |\Omega_2|$),
- $\gamma > 0$: les disques sont corotatifs avec une vitesse de rotation différente ($\Omega_1 > \Omega_2$),

Seul le cas où $\gamma = 0$ nous intéresse ici et sera réellement développé. Une synthèse des différents travaux sur la structure de l'écoulement, dans ces trois cas, a été réalisée par Holodniok et *al.* [97, 98], Cousin-Rittemard [41] et Schouveiler [209].

1.2.1 Cas où $\gamma = 0$

Un an avant Batchelor, Casal [26] est le premier à s'intéresser à ce sujet. Il montre que le système des équations de Navier-Stokes se ramène à un système de deux équations différentielles et que la solution est une série entière convergente du nombre de Reynolds $Re_h = \Omega h^2/\nu$ basé sur l'espace interdisque h. Batchelor [9], en 1951, généralise l'analyse en similitude de Von Kármán pour décrire les écoulements axisymétriques et stationnaires entre deux disques coaxiaux de rayon infini. Il met en évidence des solutions exactes en similitude des équations du mouvement stationnaire axisymétrique dont les fonctions de similitude sont solutions d'un système d'équations ordinaires. Les équations de base sont celles du système 1.1, avec les conditions aux limites suivantes ($z = 1$ correspond au disque tournant) :

$$u(r, z = 0) = v(r, z = 0) = w(r, z = 0) = 0, \tag{1.21}$$

$$u(r, z = 1) = w(r, z = 1) = 0;\ v(r, z = 1) = \Omega r \tag{1.22}$$

La vitesse axiale w est uniforme dans les plans parallèles aux disques (hypothèse de Von Kármán) :

$$w = w(z) = 2H(z) \tag{1.23}$$

En supposant que u prend une valeur finie en $r = 0$, l'équation de continuité 1.4 implique :

$$u(r, z) = -rH'(z) \tag{1.24}$$

Il est à noter que $H'(z)$ correspond à la dérivée par rapport à z de la fonction H. On injecte ensuite les relations de u et w dans l'équation de Navier-Stokes pour la composante axiale (éq.1.3) et en considérant les conditions aux limites, on obtient :

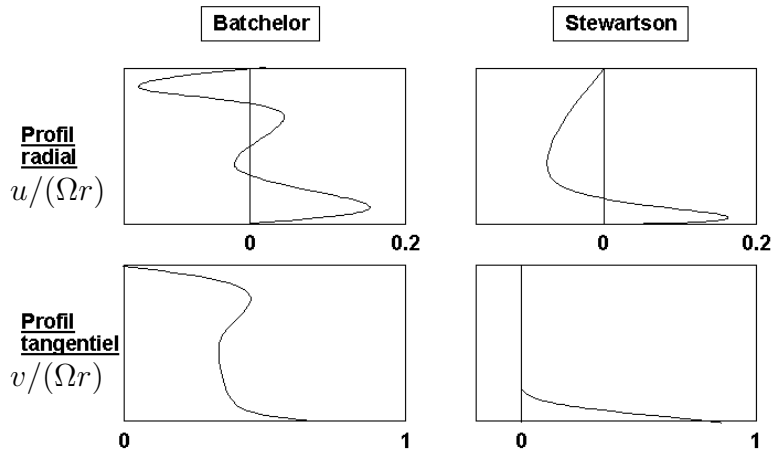


FIG. 1.3 – Structurations de type Batchelor et Stewartson, d'après Cousin-Rittemard [41] pour $Re_h = 400$.

$$v(r,z) = rG(z), \tag{1.25}$$
$$P(r,z) = \chi(z) + \kappa r^2 \tag{1.26}$$

où χ est une fonction définie par la relation 1.31 et κ est une constante. Les fonctions de similitude H et G de z sont alors solutions du système suivant :

$$\frac{1}{Re_h}H^{'''} - 2HH^{''} + H^{'2} = G^2 - \kappa, \tag{1.27}$$
$$\frac{1}{Re_h}G^{''} - 2HG^{'} + 2H^{'}G = 0 \tag{1.28}$$

avec les conditions aux limites :

$$H(z=0) = H^{'}(z=0) = G(z=0) = 0, \tag{1.29}$$
$$H(z=1) = H^{'}(z=1) = 0;\ G(z=1) = 1 \tag{1.30}$$

On a de plus :

$$\chi^{'} = \frac{2}{Re_h}H^{''} - 4HH^{'} \tag{1.31}$$

Il observe à grand nombre de Reynolds Re_h, un écoulement divisé en trois régions (fig. 1.3) : deux couches limites où il y a un écoulement radial centrifuge ($u > 0$) sur le disque en rotation (rotor) et un écoulement radial centripète ($u < 0$) sur le disque fixe (stator) et une région centrale qui est un coeur non-visqueux en rotation solide à une vitesse angulaire Ω_c, telle que $0 < \Omega_c < \Omega_1$. Dans cette région, la vitesse tangentielle est indépendante de la direction axiale z et la vitesse radiale est nulle (fig. 1.3).

Stewartson [222], en 1953, calcule, à petit nombre de Reynolds, les solutions du problème aux limites sous la forme d'un développement en série de puissance de Re_h et en déduit que la vitesse tangentielle est nulle en dehors de la couche limite du rotor (fig. 1.3). Pour les deux solutions, l'écoulement axial est dirigé du disque fixe vers le disque tournant ($w(z) > 0$).

Il s'en suit le début d'une controverse Batchelor / Stewartson, qui prend fin en 1983, lorsque Kreiss et *al.* [126] étudient l'existence et l'unicité des solutions pour deux disques infinis de vitesses de rotation quelconques. Ils montrent l'existence d'une classe de solutions multiples dépendant des conditions initiales. NGuyen et *al.* [164], Roberts et Shipman [194] et Holodniok et *al.* [97, 98] observent une

solution unique à Re_h petit. Pour $Re_h > 220$, les solutions deviennent multiples. Les simulations numériques de Cousin-Rittemard [41] confirment l'existence des deux branches de solutions : une première branche stable à partir de $Re_h = 0$, où le profil est de type Batchelor et une seconde branche instable à partir de $Re_h = 217$, où le profil est de type Stewartson. La première branche a également été calculée par Szeto [225] et Mellor et *al.* [156]. Ces derniers ont montré la dépendance de la solution en Re_h. Ils ont trouvé des arborescences de la solution où deux solutions unicellulaires, une solution bicellulaire ou une solution tricellulaire peuvent apparaître. Une cellule est une région de l'écoulement limitée par deux plans parallèles aux disques avec une vitesse axiale nulle entre les plans. Les résultats de Roberts et Shipman [194] sur les différentes branches sont en accord avec ceux de Mellor et *al.* mais ils trouvent, en plus, que le nombre de cellules est constant sur une branche particulière. Lance et Rogers [130] résolvent numériquement le problème aux limites pour des valeurs de Re_h modérées et déterminent une solution de type Batchelor.

On retrouve, dans les structurations de Batchelor et de Stewartson, les structurations rencontrées dans les écoulements au-dessus d'un disque unique. La solution de la couche de Von Kármán (disque tournant dans un fluide au repos) obtenue par Cochran [38], apparaît comme solution limite de celle de Stewartson pour Re_h assez grand. L'écoulement de Batchelor peut être vu comme la connexion de deux écoulements de disque unique à travers une région de vitesse radiale nulle et de vitesse tangentielle constante selon z. Lance et Rogers [130] ont montré que les couches limites se séparent pour $25 < Re_h < 100$ et que l'épaisseur de la couche liée au disque fixe est toujours plus grande que celle liée au disque tournant. Rasmussen [185], en 1971, trouve une relation entre la vitesse de rotation du coeur et celle du disque : $\Omega_c = 0.313\ \Omega_1$, ce qui est confirmé numériquement par Pearson [174], Cooper et *al.* [39] et Bailly [5] pour Re_h grand. Marchand [154] montre que la vitesse du coeur croît avec Re_h pour atteindre sa valeur asymptotique en $Re_h = 400$, qui est celle prédite par Rasmussen [185].

Des études sur l'écoulement purement visqueux dit de "Couette de torsion" entre deux disques infinis avec $\gamma = 0$ ont également été réalisées. L'espace interdisque h est petit, de sorte que les couches limites sont jointes. Le profil de la vitesse azimutale est presque linéaire. Ce problème ne sera pas évoqué ici [45, 86, 130, 154]. Serre et *al.* [213] ont mis en évidence l'existence d'un régime mixte caractérisé par des couches limites jointes pour des rayons inférieurs à des rayons critiques et séparées au-delà.

1.2.2 Cas où $\gamma = -1$

Batchelor [9] observe un écoulement avec deux couches limites, deux régions où la vitesse tangentielle est constante et une région intermédiaire. Les simulations numériques d'Holodniok et *al.* [98] ne rendent pas compte d'une telle configuration. Selon Stewartson [222], le coeur de l'écoulement a une vitesse tangentielle nulle et une vitesse radiale négative.

Pearson [174] obtient à $Re_h = 100$ une solution symétrique. Il trouve une solution, pour $Re_h = 1000$, où la partie principale du fluide est en rotation avec une vitesse angulaire supérieure à $|\Omega_1|$. Greenspan [85] mène une même étude en faisant varier Re_h. Ses résultats pour $Re_h = 1000$ et $Re_h = 2000$ ne concordent pas avec ceux de McLeod et *al.* [152]. Ces derniers ont fait l'hypothèse, pas toujours vérifiée, de symétrie de la solution, tout comme Pesch et *al.* [175].

Les simulations numériques de Cousin-Rittemard [41] révèlent, comme pour le cas où $\gamma = 0$, l'existence de deux branches de solutions : une première branche à partir de $Re_h = 0$, où la solution est bicellulaire symétrique et stable jusqu'au point de bifurcation supercritique à $Re_h = 119.8$. Dans la seconde branche, la solution est bicellulaire asymétrique (branche $n°2$ de Szeto [225]). Pearson [174] obtient deux branches pour $Re_h = 100$ et $Re_h = 1000$ comme solutions asymptotiques en temps des équations instationnaires.

1.2.3 Cas où $\gamma > 0$

Batchelor [9] pense que le disque qui a la plus grande vitesse de rotation a un effet centrifuge, alors que l'autre disque crée un effet de suction, ce qui est confirmé par Stewartson [222] puis par Holodniok et *al.* [98]. A fort nombre de Reynolds, l'écoulement entre les couches limites a une vitesse tangentielle constante. La solution est de type Batchelor. Holodniok et *al.* [98] obtiennent cette branche de solutions pour $\gamma = 0.8$. Pour $1 < Re_h < 169$ et $\gamma = 0.5$, selon Lance et Rogers [130], l'écoulement est composé de deux couches limites et d'une région où la vitesse du fluide est quasi-nulle. Dijkstra et

Van Heijst [56] ont résolu le système d'équations différentielles dans le cas de deux disques en rotation limités par un bandeau cylindrique. Ils montrent que l'écoulement de base dépend de γ mais aussi du rayon d'observation. Pour $\gamma > 0$, ils mettent en évidence un écoulement de base de type Batchelor.

1.3 Écoulement interdisque en milieu confiné

Lance et Rogers [130] montrent numériquement que les écoulements en cavité rotor-stator fermée ou partiellement fermée, se classent en deux grandes familles selon la taille de l'espace interdisque h, ce qui sera confirmé expérimentalement par Sirivat [217]. Lorsque h est assez grand, les couches de Bödewadt (liée au stator) et d'Ekman (liée au rotor) sont séparées. Pour h assez faible, elles sont jointes, l'écoulement est de type "Couette de torsion". Pour chaque famille, l'écoulement pouvant être laminaire ou turbulent, Daily et *al.* [49] déterminent quatre régimes d'écoulement grâce à deux paramètres adimensionnels : le nombre de Reynolds de rotation $Re_d = \Omega R_d^2/\nu$ et le rapport de forme de la cavité $G = h/R_d$ où R_d est le rayon du disque tournant. Mais leurs frontières ne sont pas clairement établies. A partir de cela, Owen et Rogers [170] proposent le diagramme présenté à la figure 1.4. Dans les systèmes rotor-stator soumis à un flux, on observe toujours quatre régimes mais les seuils sont différents du fait de l'introduction d'un nouveau paramètre : le débit Q.

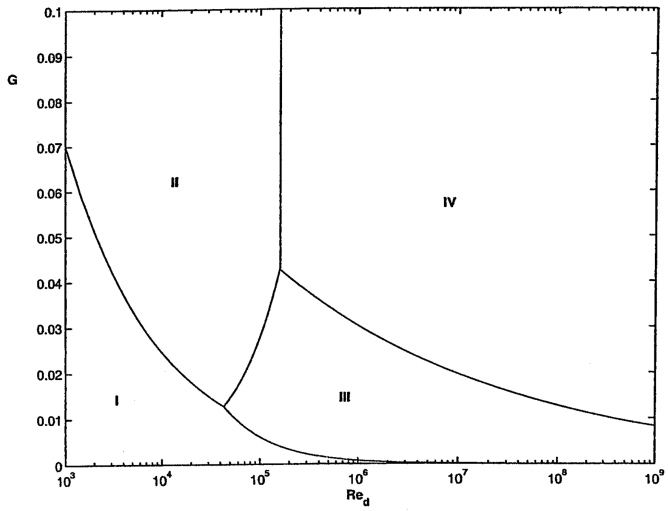


FIG. 1.4 – Les 4 régimes d'écoulement rencontrés dans une cavité de type rotor-stator fermée, selon Owen et Rogers [170] - le régime I correspond à un écoulement laminaire à couches limites jointes, le régime III à un écoulement turbulent à couches limites jointes. Dans les régimes II et IV, les couches limites sont séparées, et l'écoulement est respectivement laminaire et turbulent.

Picha et Eckert [177] ont mis en évidence l'influence des conditions aux limites sur la structuration de l'écoulement dans le cas d'une cavité rotor-stator. Les géométries fermées favorisent une structuration de type Batchelor, alors que les géométries ouvertes ou semi-fermées favorisent la structuration de type Stewartson. Nguyen et *al.* [164] ont montré que les cavités de grand rapport d'aspect favorisent les écoulements de type Stewartson et celles de plus faible rapport d'aspect des écoulements de type Batchelor.

Une bonne synthèse des différentes études est présentée par Owen et Rogers [169, 170]. Le but n'est pas ici de dresser une liste exhaustive de l'ensemble des travaux sur les systèmes rotor-stator. Un bref état de l'art en début de chaque chapitre rappellera les principales études sur le sujet.

1.4 Position de l'étude

Cette étude a été motivée à la fois par les besoins industriels formulés par SNECMA Moteurs (Vernon) et le peu voire pas de travaux dédiés aux écoulements tournants avec flux imposé. Les écoulements turbulents de type rotor-stator avec flux centrifuge ou centripète sont ceux rencontrés

notamment dans les turbomachines (moteur Vulcain par exemple). Ce travail est dans la continuité des travaux menés à l'IRPHE, depuis 1981, sur les écoulements entre deux disques [154], en cavité rotor-stator avec ou sans flux centripète [77] ou sur la stabilité des écoulements en cavité rotor-stator fermée [45, 209]. Le but est d'étendre ces travaux au cas avec flux centrifuge ou centripète selon deux angles : écoulement turbulent et stabilité.

1.4.1 Le moteur Vulcain et la problématique appliquée

SNECMA Moteurs a développé le moteur Vulcain (et plus récemment le moteur Vulcain II qui possède une charge utile accrue), qui assure la propulsion de l'étage principal cryotechnique d'Ariane V. Sa conception est basée sur le cycle à flux dérivé. La chambre de combustion est alimentée par deux turbopompes : l'une à oxygène liquide (comburant) et l'autre à hydrogène liquide (carburant). Ces turbopompes sont entraînées par les gaz produits par la combustion, dans un générateur de gaz, des ergols prélevés sur le circuit principal. La poussée est ensuite obtenue par éjection à grande vitesse du débit de gaz produit par la combustion à haute pression et haute température des ergols dans la chambre de combustion. C'est dans la turbopompe à hydrogène liquide (TPH) que se situent les écoulements sujets de l'étude (fig.1.5).

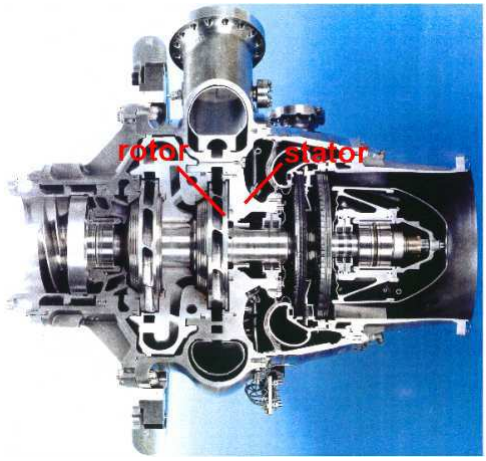


FIG. 1.5 – Coupe de la TPH du moteur Vulcain.

Les turbopompes produisent des surpressions d'ergols qui créent d'importants efforts axiaux sur les rotors. Les écoulements interdisques sont responsables pour 90% de ces efforts. Pour un bon fonctionnement des turbopompes, il faut rendre leur résultante totale nulle et ce quelque soit le régime d'écoulement. Différents types d'équilibrage axial du rotor peuvent être mis en place afin de minimiser les efforts axiaux. Ils contrôlent ces efforts à travers le gradient de pression radial et l'effet centrifuge. Il est donc capital de prévoir les distributions radiales de pression dans ces écoulements [137] en fonction de la vitesse de rotation du rotor, du flux imposé et de l'espace entre le rotor et le stator. C'est pourquoi des mesures de pression P seront présentées puis comparées avec des mesures de vitesse orthoradiale V_θ.

Notre banc d'essai reprend les caractéristiques géométriques de la turbopompe à hydrogène liquide. Connaissant sa vitesse de rotation Ω et la viscosité ν de l'hydrogène liquide, le nombre de Reynolds à considérer serait de $Re_d = 2.8 \times 10^8$. Travaillant avec l'eau comme fluide et le disque ne pouvant tourner plus vite que 600 tr/min, le nombre de Reynolds maximum que l'on peut étudier est d'environ $Re_d = 4.2 \times 10^6$. Par conséquent, la similitude en Reynolds par rapport aux machines réelles ne peut être respectée. Le nombre de Mach est également différent. Le nombre de Mach maximum dans notre expérience vaut $M_{exp} = 0.01 << 0.3$. L'écoulement est subsonique et le fluide est donc incompressible. Dans la turbine à hydrogène liquide, le nombre de Mach vaut environ 8, l'écoulement est donc hypersonique. On travaille cependant à iso-Rossby $Ro_h = Q/(2\pi\rho\Omega R_d^2 h)$ (ρ la masse volumique du fluide) pour respecter la dynamique et la structure de l'écoulement. Le nombre de Rossby typique est ici proche de 0.02.

1.4.2 Les aspects fondamentaux

Les écoulements de type rotor-stator avec flux sont très riches d'un point de vue physique mais ils sont restés, jusqu'à présent, assez peu étudiés. Cela peut s'expliquer notamment par les difficultés numériques que la présence d'un flux imposé engendre : stabilité, choix des conditions aux limites ...

Certains travaux antérieurs ont mis en évidence des aspects très intéressants qui n'ont pas été exploités. On peut citer notamment Daily et *al.* [48], qui ont mesuré des profils de vitesse tangentielle de type Stewartson (une couche limite unique sur le rotor) dans le cas d'un écoulement turbulent avec flux radial centrifuge mais sans faire une étude paramétrique complète afin de caractériser la transition entre cette structuration et la structuration de type Batchelor à couches limites séparées. Gassiat [77] a montré analytiquement et expérimentalement que le coefficient d'entraînement du fluide K suit une loi simple en fonction des paramètres de contrôle, lorsqu'il est très grand devant 1 mais sans étendre cette loi au cas plus général des écoulements de type Batchelor. Elena et Schiestel [65] ont mis au point un modèle de transport des tensions de Reynolds capable de modéliser les écoulements turbulents avec ou sans flux radial centrifuge. Ce modèle n'a pas encore été testé dans le cas d'un flux centripète ou d'un flux centrifuge axial. L'influence du rapport d'aspect n'a également jamais été étudiée. De nombreuses études concernant la stabilité des écoulements de type rotor-stator en cavité fermée ou avec flux centripète ont été menées mais personne ne s'est intéressé à l'influence d'un flux centrifuge.

Certains challenges restent donc à relever.

1.4.3 Les objectifs de cette thèse

L'écoulement principal étudié est un écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator de faible rapport d'aspect avec flux axial imposé. Pour une cavité fermée ou dans le cas d'un flux centripète, l'écoulement est de type Batchelor avec deux couches limites séparées par un noyau en rotation. À contrario, dans le cas d'un flux centrifuge, l'écoulement peut être de type Batchelor ou de type Stewartson avec une couche limite unique sur le rotor selon les paramètres de l'écoulement : taux de rotation Ω, flux Q, espace interdisque h, position radiale et prérotation du fluide. L'un des objectifs de ce travail est de caractériser la transition entre ces deux types d'écoulement et de déterminer pour chacun d'eux les champs moyen et turbulent selon deux angles : expérience et modélisation. On souhaite plus particulièrement dégager une relation simple entre le taux de rotation du fluide et les paramètres de contrôle de l'écoulement. Une attention particulière sera portée à l'influence des conditions aux limites. On montre que le modèle de transport des tensions de Reynolds RSM permet de décrire précisément des écoulements aussi complexes et de mener une étude paramétrique complète des deux types de structuration.

Pour atteindre ces objectifs, il faut modifier le banc expérimental existant [77] suivant les besoins contractuels formulés par Snecma Moteurs : deux nouveaux stators permettant le placement des capteurs de pression, un nouveau cylindre extérieur et 12 disques supplémentaires pour l'étude de l'influence des chicanes sur les pertes de charge radiales et axiales. D'autres modifications comme la table de déplacement du dispositif de mesures de vitesse doivent être apportées pour faciliter la maintenance de l'installation (montage et démontage de la cavité). Un dispositif de prérotation en cas de flux centrifuge doit être imaginé pour forcer le fluide en entrée de la cavité à tourner à la vitesse du disque. Enfin, dans l'optique d'étudier l'influence des rugosités sur l'écoulement, une solution pour rendre le rotor rugueux doit être apportée.

Numériquement, les modèles de turbulence sont nombreux et le choix du modèle est délicat. La complexité des écoulements rencontrés nous impose un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds. Parmi eux, le modèle RSM développé par Elena et Schiestel [66] a montré sa supériorité dans le cas d'une cavité fermée. Dans le cadre de cette thèse, nous l'avons adapté aux écoulements avec flux : géométrie et choix des conditions aux limites (flux, niveau de turbulence, prérotation). Des tests de maillage sont également nécessaires pour compléter ceux effectués préalablement par Elena [63]. Enfin, le flux imposé nous oblige à développer une méthode pour traiter les frontières mixtes (avec entrée et sortie du fluide), qui engendrent des problèmes de stabilité du calcul.

Une dernière partie est consacrée à l'étude de la stabilité des écoulements de type rotor-stator avec flux axial imposé. L'introduction d'un débit crée des écoulements très riches où plusieurs instabilités peuvent coexister selon leurs positions radiale et axiale. Il faudrait plusieurs thèses pour comprendre tous les mécanismes mis en jeu. On se contentera de dresser la "zoologie" de ces nouvelles instabilités

et on se concentrera en particulier sur une instabilité de type "crossflow", qui se développe sous la forme de spirales localisées en périphérie du disque. Cette instabilité est générique des écoulements de type rotor-stator avec flux axial.

Le dispositif développé par Schouveiler [209] pendant sa thèse sur la stabilité des écoulements de type rotor-stator en cavité fermée, est devenu progressivement inutilisable à cause des fortes contraintes mécaniques imposées à la cavité, qui est en pléxiglas. Elle doit donc être entièrement refaite. Il est également nécessaire d'imaginer un dispositif annexe permettant d'introduire un débit centripète ou centrifuge. L'étude portant sur la stabilité de l'écoulement, on ne peut imposer un débit avec une pompe comparable à celle du dispositif consacré aux écoulements turbulents car elle engendrerait d'importantes perturbations. Le débit doit donc se faire par gravité et le dispositif reste à être pensé puis réalisé.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

Le système (fig.2.1) est une version sensiblement modifiée de celui développé par R. Gassiat lors de sa thèse [77]. Il permet l'étude d'écoulements interdisques de type rotor-stator avec ou sans flux (centrifuge ou centripète) et avec ou sans mise en prérotation du fluide. Un plan de l'ensemble du dispositif est présenté en annexe A.

Un système de mesures de vitesse par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes est utilisé pour déterminer la structure de l'écoulement et une partie du champ turbulent. Le dispositif est complété par six capteurs de pression placés sur le stator et de deux capteurs de pression placés sur le cylindre extérieur.

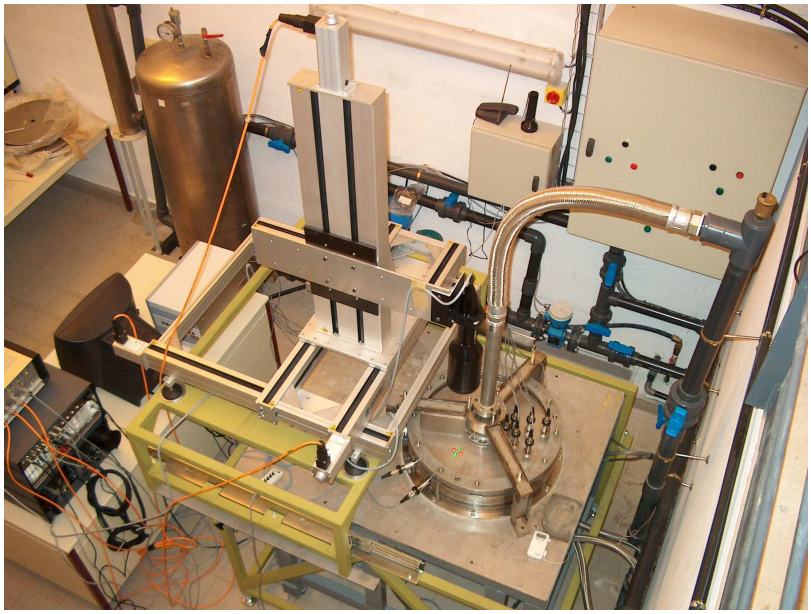


FIG. 2.1 – Vue globale du dispositif expérimental instrumenté.

2.1 Caractéristiques du système rotor-stator

2.1.1 Caractéristiques géométriques

La cavité correspond à deux disques lisses (fig.2.2), l'un en rotation (le rotor) et l'autre fixe (le stator), dans un domaine annulaire d'étendue radiale $\Delta R = R_2 - R_1 = 212$ mm, où $R_1 = 38$ mm et $R_2 = 250$ mm sont les rayons intérieur et extérieur du disque tournant. Le rayon extérieur de la cavité est $R_3 + c$ avec $R_3 = 253$ mm et c la profondeur de l'épaulement, qui peut varier entre 0 et 5 mm. Le domaine est borné par deux cylindres coaxiaux ($z = 0$) de hauteur h variable entre 1 et

12 mm. L'origine de l'axe z est située sur le disque tournant. Le rotor et le moyeu central qui lui est attaché sont en rotation uniforme de vitesse $\mathbf{\Omega} = \Omega.\mathbf{e_z}$, où $\mathbf{e_z}$ est le vecteur unité selon l'axe z et Ω la vitesse angulaire ($\Omega \leq 600$ tr/min). Le moyeu central est faiblement conique et par la suite, on supposera qu'il s'agit d'un cylindre. L'erreur maximale ainsi commise sur ΔR est de 0.7%. Les deux espaces radiaux en entrée et en sortie de la cavité ($R_4 = 55$ mm, $e = R_3 - R_2 = 3$ mm) permettent d'imposer un flux Q centrifuge ($Q < 0$) ou centripète ($Q > 0$) ($-4.5 \leq Q \leq 4.5$ l/s). Dans le cas d'un flux centripète, le fluide est entraîné en prérotation par une couronne percée liée au rotor (la mise en prérotation du fluide fera l'objet d'un paragraphe particulier).

Du point de vue métrologie, l'espace interdisque h varie en dynamique sur un tour de 0.15 mm, ce qui représente 1.7% dans le cas où $h = 9$ mm. Cela est sans conséquence (sauf légère modulation à basse fréquence) sur la dynamique de l'écoulement. L'épaulement de profondeur c et le rotor sont alignés à ± 0.15 mm.

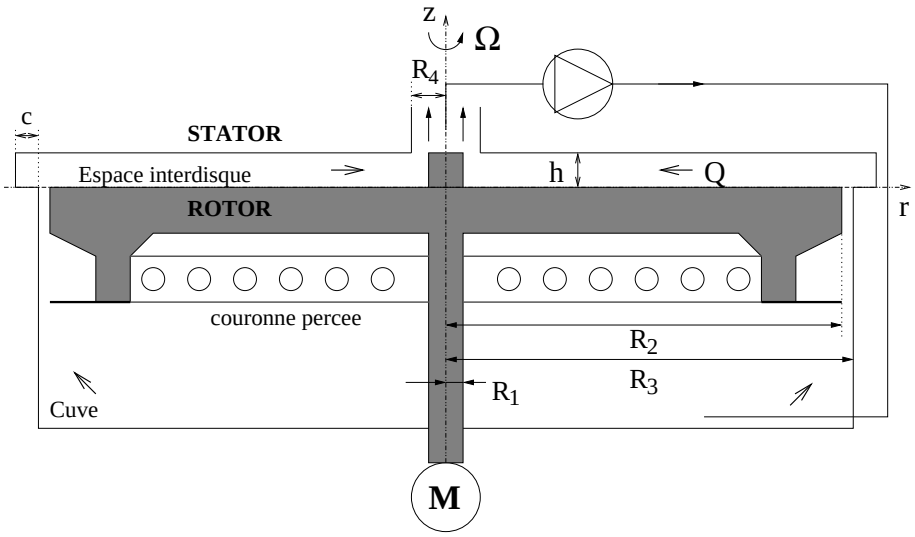


FIG. 2.2 – Caractéristiques géométriques du dispositif rotor-stator : $R_1 = 38$, $R_2 = 250$, $R_3 = 253$, $R_4 = 55$, $1 \leq h \leq 12$ et $0 \leq c \leq 5$ mm.

2.1.2 Paramètres de l'écoulement

On définit une cavité selon deux paramètres géométriques :

- le rapport d'aspect G que l'on assimilera à $G = h/R_2$ compte tenu du fait que $R_2 \simeq R_3$ et $R_2 \gg R_1$,
- le paramètre de courbure $R_c = (R_2 + R_1)/(\Delta R)$.

Ici G est variable entre 0.004 et 0.048 et $R_c = 1.4$ est fixe. Le paramètre de courbure est donc faible, ce qui garantit des effets de courbure importants. L'influence de la courbure ne sera pas discutée. Outre G et R_c, l'écoulement dépend de deux autres paramètres de contrôle :

- un nombre de Reynolds global : $Re = \Omega R_2^2/\nu$, défini selon le rayon extérieur du rotor R_2 et
- un coefficient de débit volumique $C_w = Q/(\nu R_2)$ utilisé classiquement dans les études numériques.

On note ν la viscosité cinématique de l'eau. D'autres nombres de Reynolds $Re_h = \Omega h^2/\nu$ ou $Re_{R_2 h} = \Omega R_2 h/\nu$ existent mais on choisit le nombre de Reynolds basé sur le rayon extérieur du rotor pour n'avoir qu'un paramètre variable Ω. On peut regrouper le rapport d'aspect, le nombre de Reynolds et le coefficient de débit sous la forme d'un nombre de Rossby basé sur l'espace interdisque h et un débit massique : $Ro_h = Q/(2\pi\rho\Omega R_2^2 h)$, où ρ est la masse volumique de l'eau. Par rapport aux écoulements industriels rencontrés dans les turbopompes, la similitude en nombre de Rossby Ro_h est respectée. Les différents cas étudiés et présentés dans ce mémoire sont répertoriés en annexe B.

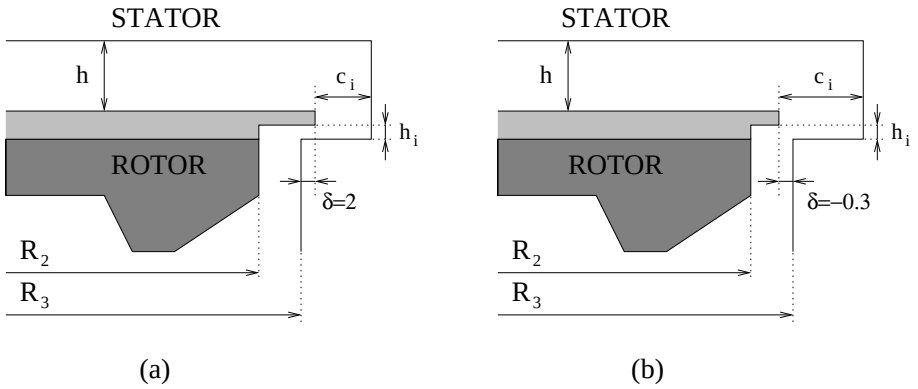


FIG. 2.3 – Géométrie en entrée de la cavité : (a) recouvrement positif $\delta = 2$ mm, (b) recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm.

2.1.3 Influence d'ajutages supérieurs en présence d'un flux centripète

On dispose de 12 disques (rotor) et 2 viroles (stator) qui peuvent nous permettre d'étudier l'influence des conditions d'entrée (chicanes) du fluide sur l'écoulement. Selon les valeurs de $\delta = [-0.3, 2]$, le recouvrement en entrée est négatif ou positif (fig.2.3). Pour la valeur de δ positive, on dispose de 6 disques de rayon 255 mm et d'épaisseur 5 mm qui ont été usinés et successivement superposés au disque tournant pour disposer de 6 hauteurs h_i : $0.34, 0.45, 0.58, 0.85, 0.97, 1.09$ mm. Pour la valeur de δ négative, on dispose également de 6 disques mais de rayon 252.7 mm et d'épaisseur 5 mm qui ont été usinés pour disposer de 6 hauteurs h_i : $0.3, 0.45, 0.6, 0.78, 0.94, 1.15$ mm. On peut donc étudier 12 configurations d'écoulement en entrée en dehors du cas de base. Les deux viroles ont un épaulement différent de sorte que, dans toutes ces configurations, l'espace radial c_i est maintenu à une valeur constante de 3 mm.

L'usinage des ajutages sur les disques qu'on superpose au disque tournant, c'est à dire la hauteur h_i, est précis à ± 0.05 mm.

2.1.4 Prérotation du fluide : cas d'un flux centripète

Dans le cas d'un flux centripète, la prérotation du fluide est assurée par une couronne de prérotation solidaire du rotor (fig.2.2), qui agit comme une pompe Pitot : le fluide entrant est entraîné en rotation en passant à travers les trous, ce qui augmente la vitesse tangentielle du fluide. Elle a été calibrée lors de la thèse de Gassiat [77] pour répondre à des besoins contractuels du groupe Snecma Moteurs. En supposant que le temps mis par une particule fluide pour parcourir le conduit l d'un trou à la vitesse débitante $V_{deb} = 4Q/(N\pi\phi^2)$ doit être supérieur au temps mis par une particule pour parcourir le diamètre ϕ du trou à la vitesse ΩR_{int} (R_{int} est le rayon intérieur de la couronne et N le nombre de trous), la condition de mise en rotation du fluide s'écrit :

$$Nl\phi \geq \frac{4Q}{\pi R_{int}\Omega} \tag{2.1}$$

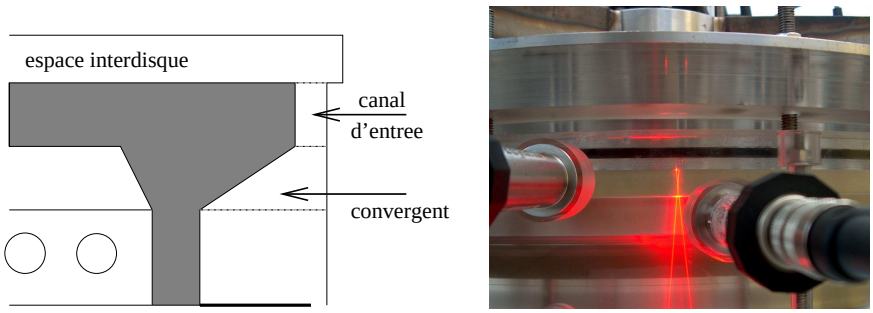
Gassiat [77] a obtenu $N = 48$, $\phi = 10$ mm, $l = 40$ mm et $R_{int} = 185$ mm comme valeurs optimales pour $Q = 2.5$ l/s et $\Omega = 10$tr/s. La condition de mise en rotation du fluide s'exprime alors plus simplement :

$$\Omega \geq 359 \;\; Q \tag{2.2}$$

Cette condition est toujours réalisée dans nos expériences, ce qui signifie que tout le fluide est entraîné à la vitesse de rotation Ωr du disque (r est le rayon local) à la sortie de la couronne.

On définit alors le coefficient de prérotation K_v comme le rapport entre la vitesse tangentielle V_θ du fluide au coeur du canal d'entrée (fig.2.4), en $r_e = (R_2 + R_3)/2$ et celle qu'aurait le disque au même rayon Ωr_e. Sans l'influence du bandeau extérieur fixe, la prérotation devrait être de 1 ($K_v = 1$). Des mesures de K_v ont été effectuées dans le canal d'entrée et dans le convergent (fig.2.4) et nous verrons qu'il y a une perte de prérotation en entrée de la cavité et que $K_v < 1$. Gassiat [77] a mesuré

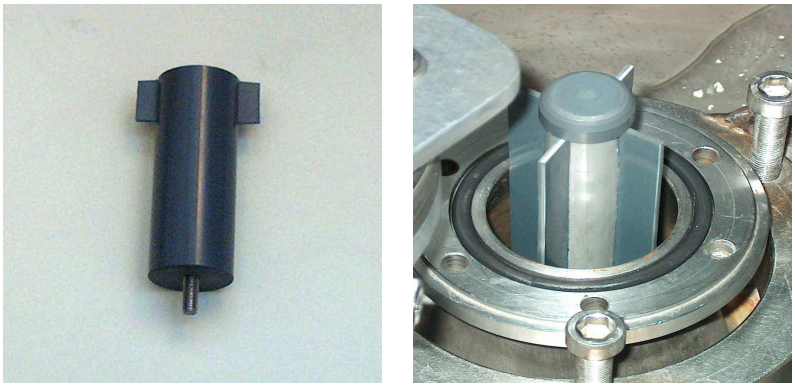
l'efficacité de la couronne percée en effectuant une série de mesures de K_v avec les trous bouchés. Il a obtenu une différence sur la valeur de K_v de l'ordre de 0.2 pour les différents écoulements étudiés. Il est à noter, que, dans les turbopompes, K_v est compris entre 0.65 et 0.75.



(a) (b)

FIG. 2.4 – Géométrie de l'entrée de la cavité : (a) schéma, (b) exemple de mesure du K_v par LDA.

2.1.5 Prérotation du fluide : cas d'un flux centrifuge



(a) (b)

FIG. 2.5 – Deux dispositifs de prérotation du fluide : (a) cylindre double pale, (b) cylindre quadruple pale.

Dans le cas d'un flux centrifuge, la prérotation naturelle du fluide est difficile à mesurer. Cependant le moyeu central tournant à la vitesse du disque et la paroi opposée étant fixe, elle peut être estimée entre 0.4 et 0.5. Afin que le fluide soit complètement entraîné à l'entrée de la cavité (prérotation proche de 1), deux dispositifs (fig.2.5) ont été montés successivement sur le moyeu central (on rappelle qu'il tourne à la même vitesse Ω que le rotor) : le premier est constitué d'un cylindre de 9 cm de long et 2 cm de diamètre qui possède à son extrémité deux ailettes de 2 cm de long et de 1.4 cm de large placées à 180 degrés. Le second est constitué d'un cylindre qui mesure 16.5 cm de long et 2 cm de diamètre et qui possède 4 ailettes de 13 cm de long et de 1.4 cm de large placées à 90 degrés. Les performances de ces deux dispositifs seront discutées au chapitre 5 mais on peut s'attendre d'ores et déjà, à ce que le second dispositif permette un meilleur gain sur le taux de prérotation K_v.

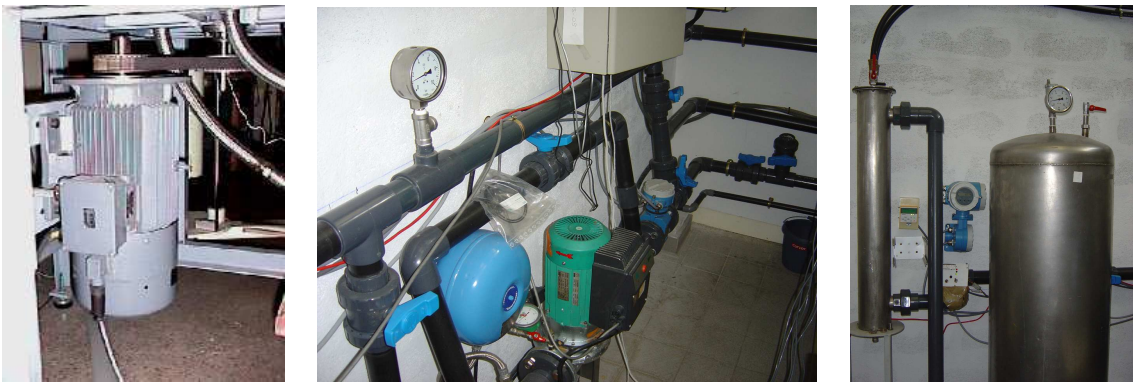
2.2 Appareillage

Le rotor est entraîné par un moteur asynchrone triphasé d'une puissance de 5.5 kW équipé d'un variateur de vitesse à contrôle numérique Alspa MV 1000. Ce système permet d'atteindre une vitesse de rotation de 600 tr/min avec une précision supérieure à 1 %.

Le débit est créé par une pompe Wilo (IP-E50/5-28) centrifuge monocellulaire basse pression

(fig.2.6a) qui permet d'assurer un débit d'au moins 4.5 $l.s^{-1}$. Elle est dotée d'un variateur de fréquence qui assure une pression différentielle régulée. Pour mesurer le débit de fluide, nous disposons d'un débimètre électro-magnétique capable de fonctionner dans tous les liquides d'une conductivité minimale de 5 $\mu S.cm^{-1}$. L'erreur sur la mesure du débit est de l'ordre de 1 %.

Il est à noter que le système est maintenu, au repos, à une pression constante de 2 bars pour éviter les effets de cavitation. Le système de pressurisation est composé notamment d'une cuve tampon (fig.2.6b). La pression est contrôlée par un vase d'expansion, un régulateur et deux manomètres. L'alimentation en eau permet de pressuriser le dispositif jusqu'à 6 bars.



(a) (b) (c)

FIG. 2.6 – Appareillage : (a) moteur asynchrone, (b) pompe Wilo centrifuge et système de vannes, (c) cuve tampon (à droite) et dispositif de refroidissement (à gauche).

Un point important est la mesure et le contrôle de la température afin de garder constantes les propriétés physiques de l'eau. Pour cela, un thermomètre électronique a été disposé sur le socle de la cavité. Il est capital que la température T de fonctionnement soit quasi-constante pour avoir une valeur précise de la viscosité cinématique ν de l'eau. Nous travaillons à $T = 23 \pm 0.5\ °C$, ce qui implique que $\nu = 0.946 \pm 0.011\ cSt$. Lorsque $\Omega = 300$ tr/min et $Q = 0$, la température augmente de $0.2°C$ en 10 min contre $2.4°C$ à $\Omega = 600$ tr/min dans le même temps. Pour éviter cela, un système de refroidissement annexe a été installé sur le dispositif. Il comprend un échangeur thermique d'où part un circuit primaire alimenté par une centrale de refroidissement (fig.2.6c) et un circuit secondaire directement connecté à la circulation principale de l'eau dans le dispositif.

Le point nominal de fonctionnement de l'ensemble du système est obtenu pour $\Omega = 62.8\ rad.s^{-1}$, $Q = 2.5\ l.s^{-1}$, $h = 9$ mm. Pour un tel débit, les pertes de charges atteignent 12.8 m de hauteur d'eau [77].

2.3 Système de mesure de vitesse

Les mesures de vitesse se font par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes (Dantec Dynamics). Cette technique présente de nombreux avantages : elle est non intrusive, on peut déterminer le sens de l'écoulement et enfin elle permet des mesures absolues de vitesse indépendantes des fluctuations de température. Les mesures par LDA à deux composantes se font par dessus le stator en pléxiglas (fig.2.9b). Elles donnent accès aux vitesses moyennes radiale V_r et orthoradiale V_θ et aux composantes du tenseur de Reynolds associées $\overline{v_r'^2}$, $\overline{v_\theta'^2}$ et $\overline{v_r' v_\theta'}$ dans le plan vertical (r, z) à un azimut donné.

2.3.1 Principe de l'anémométrie laser Doppler

Deux sources laser (fig.2.7) émettent chacune une lumière cohérente séparée en deux faisceaux : une source émettant une paire de faisceaux de couleur verte (longueur d'onde $\lambda_v = 532$ nm) et une source émettant deux faisceaux de couleur rouge (longueur d'onde $\lambda_r = 632.8$ nm). Ces paires de faisceaux permettent d'obtenir deux composantes de la vitesse.

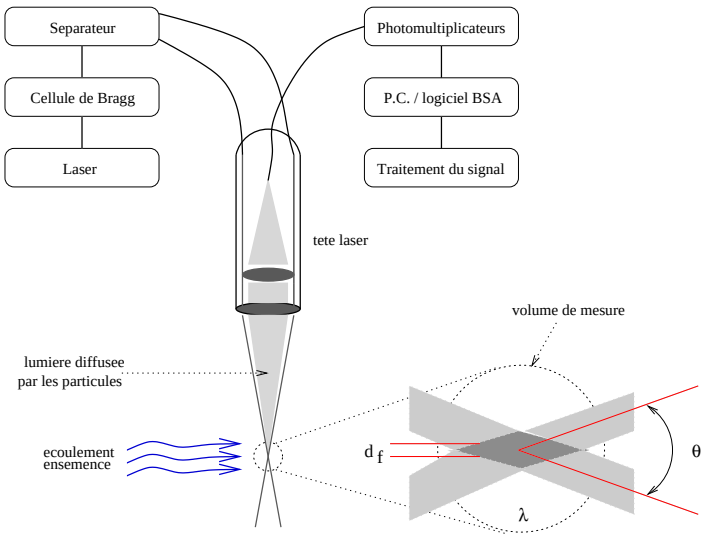


FIG. 2.7 – Principe de la LDA.

Après le séparateur, les faisceaux sont acheminés vers la tête laser placée au-dessus du système rotor-stator. Les paramètres communs aux faisceaux sont :

- leur diamètre : 1.35 mm,
- leur demi-angle : 6.815°,
- leur espacement : 38 mm.

La tête laser est montée sur un banc motorisé de déplacement 3D, précis à 0.01 mm près. Ce système de déplacement permet de programmer des profils radiaux et verticaux. Pour faciliter le montage et le démontage du rotor et préserver les réglages, une table glissière a été conçue (fig.2.1).

Un écarteur de faisceaux ("beam expander") est installé sur la tête laser pour réduire le volume de mesure. Une lentille convergente de 310 mm de distance focale est ajoutée au "beam expander". Les dimensions du volume de mesure varient selon les faisceaux. Selon $(dr, d\theta, dz)$, elles sont de $0.096 \times 0.095 \times 0.8$ mm pour les faisceaux rouges et de $0.08 \times 0.08 \times 0.672$ mm pour les faisceaux verts. En réalité, on distingue donc deux volumes de mesure quasi-confondus et de dimensions quasi-équivalentes.

Le point de focalisation définit donc un volume de mesure en créant deux réseaux d'interfranges orthogonaux placés selon la direction radiale. Le nombre de franges est de 35 par réseau. Leur espacement est de 2.241 μm pour les faisceaux verts et de 2.666 μm pour les faisceaux rouges. Contrairement à Gassiat [77] et à ce que préconise Djeridane [58], les réseaux n'ont pas été placés à 45° de la direction radiale, car, lors d'essais, l'acquisition des données de vitesse ne s'est pas révélée meilleure en mode coïncidant. Pour chaque réseau, l'interfrange vérifie :

$$d_f = \frac{\lambda}{2n \sin \frac{\theta}{2}} \tag{2.3}$$

où n est l'indice du milieu, θ est l'angle formé par deux faisceaux d'une même couleur et $\lambda = \lambda_r, \lambda_v$.

Les faisceaux se propageant dans l'air impactent avec une incidence sur le couvercle en plexiglas dont les faces sont parallèles, le traversent pour arriver dans l'eau. La loi optique de Descartes, qui conserve la quantité $n \sin i$ (i l'incidence), implique que l'interfrange soit la même dans l'air et dans l'eau. Par contre, chaque déplacement de la tête laser dans l'air (indice $n = 1$) ne correspond pas au même déplacement du volume de mesure dans l'eau (indice $n = 1.33$) [58]. Tout déplacement de la tête laser de 1 cm occasionne donc un déplacement du volume de mesure de 1.33 cm.

Chaque réseau d'interfranges va illuminer alternativement toutes les particules qui vont y pénétrer. Une partie de la lumière diffusée par les particules est récupérée par des détecteurs (photomultiplicateurs) à une fréquence dite Doppler f_D directement reliée à la vitesse des particules V_p par : $d_f f_D = V_p$. Notre écoulement présente des zones où la vitesse des particules est faible ou change de signe. Pour

récupérer la totalité du signal, on crée un défilement des réseaux de franges dans le volume de mesure en introduisant un décalage en fréquence f_0 par rapport au signal initial de fréquence f_D à l'aide du système optoacoustique constitué par la cellule de Bragg (il s'agit d'un cristal en verre avec un piézocristal vibrant qui génère des ondes acoustiques agissant comme une grille optique) et son alimentation. La fréquence totale f vaut $f = f_D + f_0$. Les vitesses valent alors :

$$U_{vert} = 2\frac{f_D^{vert} - f_0}{\lambda_v}\sin\frac{\theta}{2} \tag{2.4}$$

$$U_{rouge} = 2\frac{f_D^{rouge} - f_0}{\lambda_r}\sin\frac{\theta}{2} \tag{2.5}$$

Les vitesses sont ensuite analysées, filtrées et enregistrées par deux analyseurs de spectres de bouffées Doppler ou B.S.A. Ils se comportent comme des filtres passe-bande, dont les bornes sont fixées par l'expérimentateur. L'optimisation des acquisitions se fait en réglant le gain ($0 - 30$ dB), l'alimentation en tension ($0 - 1500$ V) des photomultiplicateurs et la bande passante ($m.s^{-1}$). Le nombre de points et le temps d'acquisition sont des paramètres que l'on peut également ajuster. Le transfert et l'enregistrement des fréquences Doppler mesurées et le premier traitement des acquisitions sont réalisés par un processor BSA Flow processor F80 et le logiciel BSA Flow Software V2. Nous avons alors accès aux vitesses moyennes, aux fluctuations de ces vitesses, à la skewness, à la flatness et à toutes les métadata : taux d'acquisition, de validation .... Le système d'acquisition et de traitement des données laser est présenté sur la figure 2.8.

FIG. 2.8 – Acquisition des données de pression (à gauche) et de vitesse (à droite).

Buchhave et *al.* [19] présente une étude très complète sur les mesures de turbulence par LDA.

2.3.2 Validation des mesures

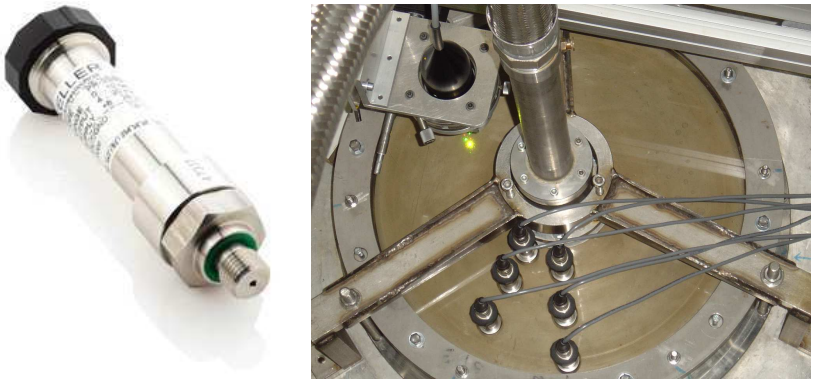
Les mesures sont rendues très délicates près des parois à cause de la taille du volume de mesure selon la direction axiale z (0.8 mm pour les faisceaux rouges et 0.672 mm pour les verts), qui n'est pas négligeable comparée à l'épaisseur des couches limites et à l'espace interdisque h (on rappelle que les mesures sont faites par dessus le stator). Pour $h = 3$ mm, les mesures donnent des valeurs intégrées sur 0.8 (0.672) mm, soit 26.7% (22.4%) de l'espace interdisque. On peut donc s'attendre à obtenir des vitesses sous-estimées pour cette valeur de h. Les mesures dans les couches limites sont difficiles également à cause de l'agglomération de particules qui sédimentent et à la difficulté d'ensemencer correctement l'écoulement. A la sortie des couches limites, un fort écho dû au disque est enregistré en plus du vrai signal, ce qui nous contraint soit à faire un post-traitement des données, soit à affiner les réglages et à allonger le temps d'acquisition pour valider suffisamment de données. Djeridane [58] montre que 12000 points sont nécessaires pour une convergence des moments d'ordre inférieur ou égal à 4 et qu'aucune pondération n'est à prendre en compte pour le calcul de ces moments. Nos mesures montrent que 1000 points sont suffisants pour une bonne convergence des vitesses moyennes V_r et V_θ

et 5000 pour les fluctuations $\overline{v_r'^2}$, $\overline{v_\theta'^2}$ et $\overline{v_r' v_\theta'}$, ce qui confirme des résultats déjà connus [10]. Toutefois, pour des spectres de vitesse, 20000 points seraient nécessaires [1]. Toutes les mesures sont effectuées en mode coïncidant dans la majeure partie de l'écoulement ou en mode pseudo-coïncidant près des disques. En mode coïncidant, on valide un point lorsqu'une particule passe simultanément dans les deux volumes de mesure. En mode pseudo-coïncidant, on autorise un décalage en temps maximum de l'ordre de 10 ms, ce qui compte tenu de la taille des volumes de mesure et de la vitesse des particules est tout à fait acceptable.

Il est à noter qu'on ne mesure pas directement la vitesse du fluide mais celle des particules diffusantes. La taille de ces particules (30 μm) a été choisie dans la gamme conseillée par Dantec Dynamics. Elle est supérieure à l'échelle du mouvement brownien (5 μm) et inférieure à l'échelle de Kolmogorov (50 μm). Ces traceurs sont des "Optimage PIV Seeding Powder" de la société Optimage. Il s'agit de particules anisotropes, réflectives et à sédimentation lente. Elles sont donc parfaitement adaptées aux mesures par LDA.

2.4 Mesures de pression

Les mesures sont effectuées à l'aide de 8 capteurs de la série $33S$ (fig.2.9a) de la société Keller. On dispose de 6 stations de mesures de pression disposées radialement sur le stator en $r = [93, 110, 140, 170, 200, 230]$ mm (fig.2.9b) selon deux rayons à cause de leur encombrement. Deux autres capteurs sont situés sur le cylindre extérieur pour effectuer des mesures de pertes de charge au passage des ajutages (chicanes) présentés au paragraphe 2.1.3 (la n°7 en $z = 6.9$ mm et la n°8 en $z = -10.6$ mm au niveau du canal d'entrée, fig.2.4b). Des mesures de pression par capteurs embarqués [77] ont montré que la pression sur le rotor et celle sur le stator sont en fait les mêmes à 2.5% près (conséquence du théorème de Taylor-Proudman).



(a) (b)

FIG. 2.9 – Mesures de pression : (a) capteur de pression de chez Keller, (b) positionnement des 6 capteurs de pression selon la direction radiale.

Ces capteurs sont des transmetteurs de pression piézorésistifs de haute précision qui combinent à la fois mesure de pression et compensation électronique de la température. L'élément de mesure est un chip en silicium monté flottant. Un capteur de température indépendant est associé à l'élément de mesure de pression.

Ces transmetteurs numériques et programmables possèdent des sorties analogiques et numériques permettant une lecture quasi-immédiate de la valeur de pression dans l'écoulement (fig.2.8). Leur sensibilité est de 2 V/bar. Ils supportent une pression maximale de 20 bars. Leur précision globale est de 0.05% entre 10 et 40°C avec une stabilité à long terme de 0.5 mbar. Ils donnent accès à la pression relative dans l'écoulement (pression par rapport à la pression atmosphérique P_0). Par la suite, nous nous intéresserons uniquement aux valeurs de la pression moyennées en temps, qui sont lues directement sur le boîtier présenté à la figure 2.8. L'affichage des données de pression est à 1 mbar près.

Chapitre 3

Modélisation statistique de la turbulence en présence de rotation

Après une brève présentation des problèmes de modélisation en écoulements turbulents inter-disques, ce chapitre sera consacré à la présentation d'un modèle d'équations de transport des tensions de Reynolds (modèle RSM) capable de modéliser l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator avec flux axial imposé. La procédure numérique sera ensuite détaillée. Les performances de ce modèle seront alors comparées aux performances du modèle $k-\epsilon$ de Launder et Sharma [134] et aux mesures par LDA. On montrera que le modèle de fermeture au second ordre prévoit de manière beaucoup plus satisfaisante l'écoulement par rapport au modèle $k-\epsilon$ et qu'il semble donc être le niveau de fermeture adéquat pour effectuer la prévision d'écoulements aussi complexes.

3.1 Travaux antérieurs

Les premières modélisations de la turbulence, qui s'appuyaient sur les travaux de Boussinesq, sont apparues vers 1910. Mais ce n'est que dans les années 1970, que les premiers modèles pour la turbulence en rotation ont vu le jour. Les écoulements en cavité rotor-stator sont alors devenus des écoulements tests pour étudier l'effet de la rotation sur la turbulence. Mais modéliser l'écoulement dans ce type de géométrie est particulièrement délicat. Un fort taux de rotation, un débit imposé, la présence de parois et des zones de transition introduisent, en effet, des degrés supplémentaires de complexité par rapport à la modélisation d'écoulements classiques. Ce challenge a enthousiasmé de nombreux chercheurs mais peu se sont encore intéressés au cas d'un écoulement en rotation avec flux axial imposé.

Morse [159] a utilisé un modèle de type $k-\epsilon$ à faible nombre de Reynolds. Mais l'auteur déplore une zone laminaire anormalement importante. Il propose ensuite une version modifiée qui prend en compte l'anisotropie de la turbulence près des parois [161]. Les résultats sont alors en bon accord avec les résultats expérimentaux mais l'inconvénient du modèle est qu'il fait intervenir la distance à la paroi, ce qui limite son champ d'application. L'étude de Iacovides et Toumpanakis [106], dans laquelle quatre modèles de turbulence sont testés, montre que le modèle de transport des tensions de Reynolds est le niveau de fermeture approprié pour prévoir des écoulements aussi complexes. Ils ont introduit également une modification empirique de l'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence afin de prendre en compte les effets de la rotation solide sur ce taux de dissipation. Schiestel et al. [207] ont utilisé à la fois un modèle $k-\epsilon$ à faible nombre de Reynolds près des parois et un modèle algébrique (ASM) dans le coeur central de l'écoulement. Un modèle du second ordre s'avère alors nécessaire pour obtenir un degré d'universalité suffisant pour prévoir des écoulements en rotation rapide. Plus tard, Elena et Schiestel [65] ont proposé également quelques calculs d'écoulements tournants basés sur une approche zonale. Ils ont ensuite utilisé un modèle de transport des tensions de Reynolds dérivé du modèle de Launder et Tselepidakis [135]. Ce modèle est plus satisfaisant que celui de Hanjalic et Launder [93] et que le modèle ASM. Mais là aussi, les auteurs notent une trop grande laminarisation de l'écoulement comparée aux résultats expérimentaux de Itoh et al. [112]. Un an plus tard, Elena et Schiestel [66] proposent une variante du modèle d'équations de transport des tensions de Reynolds (RSM), qui prend en compte les effets implicites de la rotation sur le champ turbulent

et qu'ils comparent à des modèles plus classiques. Iacovides et *al.* [104] ont comparé deux modèles à faible nombre de Reynolds : un modèle $k-\epsilon$ classique et un modèle RSM qui prend en compte les effets de la rotation. Raisee et *al.* [183] ont récemment comparé les performances des modèles $k-\epsilon$ linéaire de Launder et Sharma [134] et $k-\epsilon$ non linéaire de Craft et *al.* [43] avec les données expérimentales de Itoh et *al.* [113] et de Cheah et *al.* [30]. Le champ moyen est raisonnablement prévu mais les modèles ne rendent pas compte du champ turbulent de manière satisfaisante.

Chew [31] a été l'un des premiers à étudier numériquement l'écoulement dans une cavité tournante avec flux centrifuge à partir d'un modèle $k-\epsilon$ à faible nombre de Reynolds. Mais le traitement des parois n'était pas adapté et les caractéristiques de l'écoulement n'étaient donc pas rendues correctement. Il a utilisé ensuite [32] l'hypothèse de longueur de mélange de Koosinlin et *al.* [125] pour modéliser l'ensemble de l'écoulement et ses résultats sont en bon accord avec les mesures de Pincombe [180]. Des problèmes de stabilité l'ont empêché encore d'obtenir des résultats satisfaisants. Il a modifié, en 1987 [33], la méthode numérique employée et a obtenu des résultats suffisants pour que son code soit utilisé industriellement. Chew et Vaughan [34] ont étudié l'écoulement à l'intérieur d'une cavité rotor-stator avec ou sans flux imposé en utilisant une hypothèse de longueur de mélange dans l'ensemble de la cavité. Leurs résultats sont en bon accord avec les mesures de Daily et Nece [49] et Daily et al. [48] en dehors d'une zone de relaminarisation près de l'axe de rotation. Iacovides et Theofanopoulos [105] ont utilisé une approche basée sur un modèle algébrique des tensions de Reynolds dans la zone de turbulence pleinement développée et une hypothèse de longueur de mélange près de parois. Ce modèle prévoit bien l'écoulement en cavité rotor-stator avec ou sans flux même si l'épaisseur de la couche d'Ekman et le coefficient d'entraînement du fluide le sont moins bien. Ils ont montré également les limitations des modèles basés sur l'hypothèse d'une longueur de mélange pour la prévision de la zone de relaminarisation près de l'axe. Debuchy [53] a comparé ses résultats expérimentaux relatifs à l'écoulement en cavité rotor-stator avec flux centripète avec des calculs issus d'un modèle numérique développé à partir d'une approche asymptotique. Mais les limitations inhérentes au modèle de turbulence et le mauvais choix des conditions aux limites n'ont pas permis de prévoir correctement l'écoulement étudié. Elena et Schiestel [65] ont proposé quelques résultats de calcul avec flux centrifuge. Les résultats obtenus à partir des modèles $k-\epsilon$ et RSM sont comparés aux données expérimentales de Daily et *al.* [48]. Le modèle RSM améliore sensiblement la prévision de la couche d'Ekman et du coefficient d'entraînement. Une revue complète des différentes études concernant les modèles de turbulence pour les écoulements en rotation a été faite par Schiestel [205] et Elena [63].

De nombreux autres modèles du second ordre ont été développés pour d'autres types d'écoulement. On peut citer notamment Speziale [219] qui a modifié le modèle du second ordre de Haworth et Pope [95] afin qu'il soit consistant avec le théorème de Taylor-Proudman dans le cas d'un écoulement pleinement turbulent en canal dans un repère en rotation rapide. Craft et Launder [44] ont mis au point un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds pour des géométries complexes sans quantité spécifique à la géométrie (distance à la paroi par exemple), qu'ils ont appliqué notamment aux écoulements en canal plan. Gérolymos et *al.* [79, 80] ont développé, par exemple, un modèle de transport des tensions de Reynolds (RSM) proche paroi qui améliore la prévision des écoulements de type rotor-stator résultant de l'interaction de deux ailettes, l'une fixe et l'autre en rotation. On peut citer également le modèle RSM proche paroi de Gerolymos et Vallet [81] utilisé pour simuler les écoulements de type rampes de compression supersoniques 2D ou dans une tuyère transsonique 3D. Sinon la plupart des modèles ont été mis au point à partir d'écoulements de couches limites. Le point délicat est de prendre en compte les effets implicites de la rotation. De nombreux travaux sur les effets de la rotation sur la turbulence ont été menés par Cambon et *al.* [21, 22, 23, 24] et Bertoglio et *al.* [13] notamment.

Depuis les premières simulations de Fromm [76], des méthodes DNS (Simulation Numérique Directe) ou LES (Large Eddy Simulation) ont été mises en oeuvre pour étudier les écoulements en rotation. Toutefois, vu la complexité de ces écoulements, des simplifications sont presque toujours nécessaires : hypothèse de bidimensionnalité [115], volume de contrôle limité [148]. Les autres DNS se sont limitées à l'étude de la transition vers la turbulence des écoulements en cavité fermée pour des faibles nombres de Reynolds [115, 212]. La contribution numérique majeure est celle de Lygren et Andersson [148], qui ont simulé un écoulement pour un faible nombre de Reynolds $Re = 4.6 \times 10^5$ dans un domaine de taille limitée : $(3.5h, 7h, h)$ selon les directions (r, θ, z). Leur calcul nécessite également un très grand nombre de points de discrétisation : plus de 4.7 millions de points. Leur approche numérique utilise une approximation pseudo-spectrale basée notamment sur un développement

en série de Fourier dans les directions radiale et tangentielle. Ils ont ensuite comparé ces résultats à des prévisions issues de trois LES [149], dont une basée sur une approche “no model”. L'approche “no model” s'avère être l'approche fournissant des résultats les plus conformes à ceux de la DNS, ce qui suggère que des modèles de sous-maille plus performants doivent être mis au point. Séverac et *al.* [215] ont développé une technique de stabilisation basée sur une viscosité spectrale evanescente (Spectral Vanishing Viscosity) comme premier pas vers les LES. Cette technique stabilise et préserve la précision spectrale d'une DNS. Elle élimine, de plus, les effets d'aliasing qui produisent l'accumulation d'énergie aux hautes fréquences dans une solution DNS obtenue pour une faible résolution. Ils ont utilisé la technique SVV pour un nombre de Reynolds de 5×10^4 et un grand rapport d'aspect $G = 0.2$. Cette étude préliminaire montre un bon accord avec une DNS bien résolue. Toutes ces méthodes s'avèrent toutefois encore très lourdes et difficiles à mettre en oeuvre dans le cas d'écoulements confinés dans une cavité tournante avec flux. Il serait, en outre, irréaliste de prétendre effectuer des études paramétriques fouillées de ces écoulements. Les DNS et LES restent donc réservées, pour l'instant, à des études fondamentales en situation géométrique simplifiée et pour des nombres de Reynolds modérés (environ 10^5). Les modèles de turbulence, de type RSM notamment, semblent donc être le meilleur moyen d'étudier les écoulements à fort nombre de Reynolds $Re \geq 10^6$.

3.2 Problèmes posés par la modélisation de la turbulence dans les systèmes rotor-stator - Choix du modèle

Les écoulements turbulents en cavité rotor-stator de faible rapport d'aspect avec flux axial imposé sont des écoulements complexes sous bien des aspects [21, 116] :

- la rotation et le confinement font se développer de très fines couches limites sur le rotor et sur le stator. Cela nécessite donc d'avoir un maillage très fin près des parois pour décrire les couches limites correctement. Les raccordements logarithmiques utiles pour éviter les discontinuités dues au moyeu ou simplement à la géométrie ne sont donc pas applicables. Cela impose l'utilisation d'un modèle à faible nombre de Reynolds.
- on peut trouver, dans ces écoulements, des zones fortement turbulentes et des zones faiblement turbulentes voire parfois laminarisées. Le modèle à faible nombre de Reynolds doit donc pouvoir aussi bien décrire des zones laminarisées dans le coeur de l'écoulement que les sous-couches visqueuses près des parois.
- le confinement engendre de forts différentiels de vitesse dans certaines zones. Le flux imposé génère également de forts gradients près des zones d'entrée et de sortie du fluide.
- la présence d'une forte rotation influe sur la turbulence. Il y a, d'une part, les effets explicites (termes de Coriolis qui apparaissent dans les équations du mouvement) et d'autre part, les effets implicites (action subtile de la rotation directement sur les interactions tourbillonnaires). Les modèles simples de type longueur de mélange ou $k - \epsilon$ ne sont pas sensibles aux effets de la rotation (il n'y a aucun terme nouveau dans la formulation de ces modèles lorsqu'on se place en repère tournant ou il y a juste une correction empirique). L'utilisation de fermetures d'ordre plus élevé permet de mieux prendre en compte les effets de la rotation. Un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds semble donc être le mieux adapté pour l'étude de ces écoulements.
- les conditions aux limites sont délicates à choisir lorsqu'un flux est imposé. Ce problème est rencontré notamment en cas de flux centripète, pour lequel il y a, pour certaines valeurs du flux, réentrée du fluide en sortie de la cavité.

On ne peut pas utiliser des modèles trop simples si on souhaite déterminer autre chose que le champ moyen pour des écoulements aussi complexes. Les modèles à zéro équation de type longueur de mélange, sont simples mais présentent l'inconvénient de nécessiter des corrections empiriques et de mal décrire le champ turbulent. Ils sont souvent limités à l'usage industriel pour une première approche.

La même constatation peut être faite pour les modèles à une équation (nombre d'équation de transport à résoudre). L'équation de transport permet d'obtenir l'énergie cinétique de la turbulence. Ces modèles utilisent, en général, une hypothèse de viscosité effective, la viscosité de la turbulence étant donnée par une expression de type Prandtl-Kolmogoroff et l'échelle de longueur est donnée

algébriquement.

Il y a également des modèles à deux équations de transport qui sont soit des modèles utilisant une loi de comportement basée sur l'hypothèse de viscosité effective, soit des modèles algébriques du second ordre. La viscosité de la turbulence est déterminée, dans le premier cas, à l'aide d'une échelle de vitesse (à partir de l'équation de l'énergie cinétique) et d'une échelle de longueur de la turbulence obtenue à partir d'une équation de transport d'une fonction qui est soit une échelle de longueur (modèle $k-l$), soit le rotationnel (modèle $k-w$), ou l'énergie cinétique (modèle $k-\epsilon$). Les modèles $k-\epsilon$ sont les plus simples mais reproduisent assez mal les écoulements complexes. Celui de Launder et Sharma [134] offrant le meilleur compromis entre simplicité et précision [63], sera choisi pour des comparaisons avec un modèle plus élaboré. Dans les modèles algébriques, on rajoute des hypothèses aux deux équations de transport des tensions de Reynolds pour les réduire à six équations algébriques. Cela constitue un premier pas vers les modèles du second ordre. Elena et Schiestel [65] ont implémenté un modèle basé sur celui de Launder et *al.* [132] et sur l'hypothèse de Rodi [196] utilisable pour des forts taux de rotation et couplé avec un modèle $k-\epsilon$ près des parois. Ce type de modèle est souvent moins stable du point de vue numérique et décrit moins précisément les écoulements complexes que les modèles du second ordre. À l'heure actuelle, une attention particulière est portée sur le développement de modèles $k-\epsilon$ non linéaires [43, 162, 183]. Mais là encore, Raisee et *al.* [183] n'obtiennent pas de meilleurs résultats qu'avec le modèle $k-\epsilon$ de Launder et Sharma [134].

Les derniers modèles sont les modèles du second ordre à sept équations. Les tensions de Reynolds sont obtenues à partir de leur équation de transport et l'échelle de longueur est déterminée à partir de l'équation de l'énergie cinétique. Compte tenu de la complexité des écoulements que l'on étudie (rotation, confinement, flux, zone laminarisée, anisotropie ...), il s'agit du niveau de fermeture adéquat. Elena [63] a utilisé successivement trois modèles du second ordre de type RSM (Reynolds Stress Model). La dernière version est un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds, qui rend mieux compte des effets de la rotation et de la physique de ces écoulements. Il sera donc choisi pour des comparaisons avec les mesures par LDA et par capteurs de pression.

3.3 Les équations de transport des tensions de Reynolds

On peut se demander avant de présenter les modèles $k-\epsilon$ et RSM comment on aboutit aux équations de Reynolds et pourquoi on a recours à une modélisation.

On décompose d'abord les grandeurs instantanées (vitesse et pression) en une partie moyenne statistique (majuscule) et une partie fluctuante (minuscule) : $\tilde{V}_i = V_i + v_i$ et $\tilde{P} = P + p$. On remplace ces grandeurs dans les équations de Navier-Stokes. On prend ensuite la moyenne statistique pour obtenir les équations de Reynolds. Les équations des vitesses fluctuantes s'écrivent alors par différence :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + V_j v_{i,j} = -v_j V_{i,j} - v_j v_{i,j} - (\frac{p}{\rho})_{,i} + (\nu v_{i,j} + \overline{v_i v_j})_{,j} \tag{3.1}$$

On multiplie l'équation de v_i par v_j qu'on somme avec l'équation de v_j multipliée par v_i. On obtient, après avoir pris la moyenne statistique, les équations pour les tensions de Reynolds $R_{ij} = \overline{v_i v_j}$. On peut regrouper les termes de manière à faire apparaître les différents processus d'interactions turbulentes qui contribuent au bilan de R_{ij} :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + A_{ij} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + D_{ij} \tag{3.2}$$

avec :

$$A_{ij} = V_k R_{ij,k} \tag{3.3}$$

$$P_{ij} = -R_{ik} V_{j,k} - R_{jk} V_{i,k} \tag{3.4}$$

$$\Phi_{ij} = \overline{\frac{p}{\rho}(v_{i,j} + v_{j,i})} \tag{3.5}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{v_{i,k} v_{j,k}} \tag{3.6}$$

$$D_{ij} = \left[-\overline{v_i v_j v_k} - \overline{\frac{p}{\rho}(v_i \delta_{jk} + v_j \delta_{ik})} + \nu R_{ij,k} \right]_{,k} \tag{3.7}$$

où A_{ij} est le terme d'advection. P_{ij} est le travail des tensions de Reynolds soumises au gradient de vitesse moyenne. N'introduisant pas de nouvelle corrélation, il n'a pas besoin d'être modélisé. Φ_{ij} est le terme de corrélation pression-déformation, qui représente une redistribution de l'énergie suivant les diverses composantes du tenseur de Reynolds par l'effet des fluctuations de la pression. ε_{ij} est le terme de dissipation visqueuse et D_{ij} contient les termes de diffusion turbulente et moléculaire.

Le problème est de déterminer 10 inconnues (6 composantes du tenseur de Reynolds, 3 composantes de la vitesse et la pression) à partir de 4 équations (3 équations pour v_i et l'équation de continuité), d'où la nécessité de modéliser certains termes pour résoudre le système. On pourrait cependant former de nouvelles équations pour ces corrélations mais on introduirait alors de nouvelles corrélations d'ordre plus élevé. Il faut donc décider du niveau de fermeture des équations. Plus l'ordre est élevé, plus la turbulence est bien décrite mais aussi plus le nombre d'équations, la mise en oeuvre du code et le coût de résolution sont élevés. La modélisation devient alors plus complexe. Les modèles du second ordre semblent offrir le meilleur compromis entre performance et coût de calcul.

3.4 Fermeture du premier ordre : le modèle $k-\epsilon$ de Launder et Sharma

Le modèle $k-\epsilon$ utilisé est un modèle à faible nombre de Reynolds développé par Launder et Sharma [134] en 1974. Il est plus amplement détaillé dans [63]. Les tensions de Reynolds R_{ij} sont modélisées par la loi de comportement :

$$R_{ij} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} - \nu_t(V_{i,j} + V_{j,i}) \tag{3.8}$$

où k est l'énergie cinétique de la turbulence, δ_{ij} le symbole de Kronecker et $V_{i,j}$ la dérivée selon la direction j de la ième composante du vecteur vitesse. La viscosité de la turbulence $\nu_t = 0.09 f_\mu k^2/\varepsilon$ est fonction de k et de la forme isotrope $\tilde{\varepsilon}$ du taux de dissipation ε : $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu(\sqrt{k})^2_{,i}$. Cette forme est utilisée pour que k et $\tilde{\varepsilon}$ varient en y^2 près des parois, y étant la distance à la paroi. La fonction f_μ modélise l'effet direct de la viscosité moléculaire ν sur les tensions de cisaillement. Elle est définie par :

$$f_\mu = e^{\frac{-3.4}{(1+Re_t/50)^2}} \tag{3.9}$$

avec $Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$ le nombre de Reynolds de la turbulence.

Les équations de transport de l'énergie cinétique de la turbulence k et de son taux de dissipation $\tilde{\varepsilon}$ s'écrivent :

$$\frac{dk}{dt} = \nu_t(V_{i,j} + V_{j,i})V_{i,j} + ((\nu + \nu_t)k_{,i})_{,i} - (\tilde{\varepsilon} + 2\nu(\sqrt{k}_{,i})^2) \tag{3.10}$$

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}}{dt} = 1.44\nu_t\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}(V_{i,j} + V_{j,i})V_{i,j} - 1.92 f_\varepsilon\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + ((\nu + \frac{\nu_t}{1.21})\tilde{\varepsilon}_{,i})_{,i} + E \tag{3.11}$$

L'expression de f_ε est donnée par :

$$f_\varepsilon = 1 - 0.3e^{-Re_t^2} \tag{3.12}$$

Cette fonction prend en compte les effets des faibles nombres de Reynolds sur le terme de destruction de l'équation de transport de $\tilde{\varepsilon}$. E est une correction du comportement de k près de la paroi. Ce terme, introduit par Jones et Launder [120], augmente le taux de dissipation de l'énergie cinétique dans la zone tampon. Il est défini par :

$$E = 2\nu\nu_t V_{i,jl}V_{i,jl} \tag{3.13}$$

Les équations de transport de l'énergie cinétique de la turbulence k et de son taux de dissipation $\tilde{\varepsilon}$ écrites en repère relatif tournant conservent exactement la même forme, ce qui montre que ce modèle n'est pas directement sensible aux effets de la rotation.

3.5 Fermeture du second ordre : le modèle de transport des tensions de Reynolds (RSM)

Notre approche est basée sur une modélisation statistique en un point utilisant une fermeture du second ordre à faible nombre de Reynolds dérivée du modèle de Launder et Tselepidakis [135] et qui est sensible aux effets de la rotation [66]. Le modèle RSM ("Reynolds Stress Model"), présenté ici, permet une description détaillée du champ turbulent dans tout le domaine, y compris près des parois et présente l'avantage de ne pas introduire d'hypothèse de viscosité de la turbulence.

L'équation générale pour les composantes du tenseur de Reynolds R_{ij} s'écrit, en repère relatif :

$$\frac{dR_{ij}}{dt} = P_{ij} + \Omega_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + O_{ij} \tag{3.14}$$

Ω_{ij} est un terme source de Coriolis provenant des termes de convection et de production dans le changement de repère. Il redistribue l'énergie suivant les différentes composantes du tenseur de Reynolds. Il s'exprime par :

$$\Omega_{ij} = -2\epsilon_{jpq}\Omega_p R_{qi} - 2\epsilon_{ipq}\Omega_p R_{qj} \tag{3.15}$$

où Ω_p sont les composantes du vecteur rotation $\mathbf{\Omega}$ et ϵ_{ipq} le pseudo-tenseur d'orientation.

Le terme O_{ij} regroupe la part des corrélations pression-déformation et du blocage spectral provenant des effets implicites de la rotation, qui seront définis par la suite.

On rappelle que P_{ij} représente le travail des tensions de Reynolds soumises au gradient de vitesse moyenne. N'introduisant pas de nouvelle corrélation, il ne nécessite pas d'être modélisé.

$$P_{ij} = -R_{ik}V_{j,k} - R_{jk}V_{i,k} \tag{3.16}$$

3.5.1 Modélisation de la corrélation pression-déformation

$\Phi_{ij} = \overline{p/\rho(v_{i,j} + v_{j,i})}$ est le terme issu de la corrélation pression-déformation. Chou [35] a montré que ce terme pouvait se décomposer en trois contributions : l'une contenant uniquement des interactions turbulentes, la deuxième étant engendrée par des interactions entre la turbulence et le gradient de vitesse moyenne et la troisième n'intervenant qu'en présence de parois. En prenant la divergence de l'équation de la vitesse fluctuante, on obtient une équation de Poisson pour la fluctuation de pression :

$$\frac{1}{\rho}p_{,ii} = -2v_{i,j}V_{j,i} - (v_i v_j - R_{ij})_{,ij} \tag{3.17}$$

En intégrant cette équation sur le domaine de l'écoulement υ, on obtient une relation exprimant p comme deux intégrales de volume sur le domaine υ et une intégrale de surface sur la frontière σ de celui-ci. Il en résulte que Φ_{ij} en un point A peut être exprimée par :

$$\overline{(\tfrac{p}{\rho}(v_{i,j} + v_{j,i}))^A} = \frac{1}{4\pi}\iiint_\upsilon \overline{(v_l^B v_m^B)_{,lm}(v_{i,j}^A v_{j,i}^A)}\frac{d\upsilon}{r} \tag{3.18}$$

$$+\frac{1}{2\pi}\iiint_\upsilon V_{l,m}^B \overline{v_{m,l}^B(v_{i,j}^A v_{j,i}^A)}\frac{d\upsilon}{r} \tag{3.19}$$

$$+\frac{1}{2\pi\rho}\iint_\sigma \overline{(\frac{1}{r}\frac{\partial p^B}{\partial n} - p^B\frac{\partial}{\partial n}(\frac{1}{r}))(v_{i,j}^A v_{j,i}^A)}d\sigma \tag{3.20}$$

Le point B est le point courant dans les intégrales.

Le terme Φ_{ij} se décompose donc en trois parties :

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij}^{(1)} + \Phi_{ij}^{(2)} + \Phi_{ij}^{(W)} \tag{3.21}$$

Le premier terme $\Phi_{ij}^{(1)}$ est un terme non linéaire dit "lent". Il redistribue l'énergie dans le sens de l'isotropie. Il est modélisé par un développement quadratique par rapport au tenseur d'anisotropie a_{ij} avec des coefficients sensibles aux invariants de l'anisotropie. Ce terme, qui contient les interactions turbulentes, est amorti près des parois.

$$\Phi_{ij}^{(1)} = -(\tilde{c_1} a_{ij} + c_1^{'}(a_{ik}a_{kj} - \frac{1}{3}A_2\delta_{ij}))\varepsilon \tag{3.22}$$

où a_{ij}, $\tilde{c_1}$ et $c_1^{'}$ sont définis comme ci-dessous :

$$a_{ij} = \frac{R_{ij}}{k} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \tag{3.23}$$

$$\tilde{c_1} = (3.1\sqrt{AA_2} + 1)(1 - e^{-Re_t^2/40}) \tag{3.24}$$

$$c_1^{'} = 3.72\sqrt{AA_2}(1 - e^{-Re_t^2/40}) \tag{3.25}$$

$\tilde{c_1}$ et $c_1^{'}$ ont été choisies de façon à ce qu'elles s'annulent à la paroi. $A = 1 - 9/8(A_2 - A_3)$ est le paramètre d'aplatissement de Lumley et A_2 et A_3 sont les deuxième et troisième invariants du tenseur d'anisotropie.

Le deuxième terme de la corrélation pression-déformation $\Phi_{ij}^{(2)}$ représente la partie linéaire ("terme rapide"). Il est engendré par des interactions entre la turbulence et le gradient de vitesse et contient des termes cubiques.

$$\begin{aligned}\Phi_{ij}^{(2)} &= -c_2(P_{ij} - \frac{1}{3}P_{kk}\delta_{ij}) + 0.3\varepsilon a_{ij}\frac{P_{kk}}{\varepsilon} \\ &- 0.2[\frac{R_{kj}R_{li}}{k}(V_{k,l} + V_{l,k}) - \frac{R_{lk}}{k}(R_{ik}(V_{j,l} + \epsilon_{jml}\Omega_m) + R_{jk}(V_{i,l} + \epsilon_{iml}\Omega_m))] \\ &- min(0.6, A)(A_2(P_{ij} - \mathcal{D}_{ij}) + 3a_{mi}a_{nj}(P_{mn} - \mathcal{D}_{mn}))\end{aligned} \tag{3.26}$$

où $\mathcal{D}_{ij} = -(R_{ik}V_{k,j} + R_{jk}V_{k,i})$ et la constante c_2 est fixée à 0.6, valeur utilisée en turbulence isotrope.

$\Phi_{ij}^{(W)}$ est un terme nécessaire en présence de parois . Il est appliqué uniquement à la partie linéaire $\Phi_{ij}^{(2)}$ de la corrélation pression-déformation car $\Phi_{ij}^{(1)}$ est associé à des interactions turbulentes d'échelles plus fines que $\Phi_{ij}^{(2)}$ et est donc moins influencé par les parois. Il est modélisé selon la forme classique proposée par Gibson et Launder [82] avec cependant une légère modification : l'échelle de longueur communément utilisée $k^{3/2}\epsilon^{-1}$ est remplacée par l'échelle de longueur des fluctuations parallèles à la paroi $k/\epsilon(R_{ij}n_in_j)^{1/2}$.

$$\begin{aligned}\Phi_{ij}^{(W)} &= c_2^{'}[(\Phi_{km}^{(2)} + \Phi_{km}^{(R)})n_kn_m\delta_{ij} - \frac{3}{2}(\Phi_{ik}^{(2)} + \Phi_{ik}^{(R)})n_kn_j \\ &- \frac{3}{2}(\Phi_{kj}^{(2)} + \Phi_{kj}^{(R)})n_in_k]\frac{k\sqrt{R_{pq}n_pn_q}}{\varepsilon y}\end{aligned} \tag{3.27}$$

$c_2^{'}$ est une constante dont la valeur est relativement faible 0.2 par rapport à celle utilisée dans les modèles plus anciens, n_i est le vecteur normal unité selon la composante i et y est la distance à la paroi. Le rôle de $\Phi_{ij}^{(W)}$ est de redistribuer l'énergie selon les composantes orthogonales du tenseur de Reynolds. Son influence s'étend à une distance de la paroi de l'ordre de l'échelle intégrale.

3.5.2 Modélisation des termes de diffusion

Le terme de diffusion $D_{ij} = [-\overline{v_iv_jv_k} - \overline{p/\rho(v_i\delta_{jk} + v_j\delta_{ik})} + \nu R_{ij,k}]_{,k}$ se décompose en deux parties :

$$D_{ij} = D_{ij}^T + D_{ij}^\nu \tag{3.28}$$

La diffusion turbulente, due aux termes de convection au niveau des fluctuations, comprend à la fois la somme des corrélations triples des vitesses fluctuantes $\overline{v_iv_jv_k}$ et la diffusion due aux fluctuations de pression $\overline{p/\rho(v_i\delta_{jk} + v_j\delta_{ik})}$. Ce dernier terme est peu connu à cause d'un manque de données expérimentales et est négligé dans la plupart des modèles. La diffusion turbulente ne comprend donc plus que $\overline{v_iv_jv_k}$, qui est modélisée suivant la forme proposée par Daly et Harlow [50] :

$$D_{ij}^T = (c_s\frac{k}{\varepsilon}R_{kl}R_{ij,l})_{,k} \tag{3.29}$$

La constante c_s est fixée à 0.22 pour que le terme D_{ij}^T soit compatible avec l'expression du terme de diffusion dans l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence.

La diffusion visqueuse ne nécessite pas d'être modélisée. Elle peut être négligée aux grands nombres de Reynolds mais ne peut l'être dans les régions à faible nombre de Reynolds et notamment près des parois. Elle s'écrit :

$$D_{ij}^{\nu} = -\nu R_{ij,kk} \tag{3.30}$$

3.5.3 Modélisation du taux de dissipation du tenseur de Reynolds

Le terme $\varepsilon_{ij} = 2\nu\overline{v_{i,m}v_{j,m}}$ est le taux de dissipation du tenseur de Reynolds. À la paroi, ce terme est très inhomogène. Loin des parois, ε_{ij} varie de $2\varepsilon\delta_{ij}/3$ pour les forts nombres de Reynolds à $\varepsilon R_{ij}/k$ pour les faibles nombres de Reynolds. ε_{ij} est modélisé, comme ci-dessous, afin de se conformer aux limites des parois obtenues à partir des développements en série de Taylor des vitesses fluctuantes [133] :

$$\varepsilon_{ij} = f_A\varepsilon_{ij}^* + (1-f_A)(f_s\frac{\varepsilon R_{ij}}{k} + \frac{2}{3}(1-f_s)\varepsilon\delta_{ij}) \tag{3.31}$$

Le terme $\varepsilon R_{ij}/k$ suppose que les tourbillons dissipateurs ont la même structure que les tourbillons porteurs d'énergie et le terme $2/3\varepsilon\delta_{ij}$ traduit l'isotropie locale de la microturbulence. Le taux de dissipation du tenseur de Reynolds ε_{ij} est modélisé en pondérant ces deux effets à l'aide des fonctions f_A et f_s et de ε_{ij}^* pour les zones de paroi définies par :

$$f_A = e^{-20A^2}e^{-Re_t^2/20} \tag{3.32}$$

$$f_s = e^{-Re_t^2/40} \tag{3.33}$$

$$\varepsilon_{ij}^* = \frac{\varepsilon}{k}\frac{(R_{ij} + R_{ik}n_jn_k + R_{jk}n_in_k + R_{kl}n_kn_ln_in_j)}{1+\frac{3}{2}\frac{R_{pq}}{k}n_pn_q} \tag{3.34}$$

Cette forme de ε_{ij}^* assure qu'en dehors de la zone de proche paroi et des très faibles nombres de Reynolds de la turbulence, la dissipation est un phénomène isotrope. Le choix des fonctions f_A et f_s permet d'obtenir un modèle remplissant certaines contraintes de réalisabilité (fig.4.22).

3.5.4 Modélisation des termes prenant en compte les effets implicites de la rotation

La majorité des modèles ont été implémentés pour des écoulements de couches limites et ne prend donc pas en compte les effets implicites de la rotation sur la turbulence. De nombreux travaux ont été effectués sur le sujet par Cambon et *al.* [24, 21, 22, 23], Bertoglio et *al.* [13] et Reynolds [193].

Dans la présente approche, le terme O_{ij} prenant en compte les effets implicites de la rotation sur la turbulence se décompose en quatre parties :

$$O_{ij} = \Phi_{ij}^{(R)} + D_{ij}^R + B_{ij} + J_{ij} \tag{3.35}$$

$\Phi_{ij}^{(R)}$ est un terme issu de la corrélation pression-déformation. Il est obtenu en supposant que Φ_{ij} est fonction également du tenseur de dimensionnalité C_{ij} et donc que Φ_{ij} est modifié par la rotation, qui agit sur la structure de la turbulence. Il s'agit d'un effet linéaire. Sa modélisation est déduite d'un modèle de tenseur spectral [206] :

$$\Phi_{ij}^{(R)} = -0.6[(\mathcal{D}_{cij} + \frac{1}{2}\mathcal{D}_{c\Omega ij}) - \frac{2}{3}P_c\delta_{ij}] - \frac{2}{5}k(V_{i,j} + V_{j,i}) \tag{3.36}$$

où $\mathcal{D}_{cij}$, $\mathcal{D}_{c\Omega ij}$ et P_c sont définis comme ci-dessous :

$$\mathcal{D}_{cij} = -C_{ip}V_{p,j} - C_{jp}V_{p,i} \tag{3.37}$$

$$\mathcal{D}_{c\Omega ij} = -2(\epsilon_{ipl}\Omega_pC_{lj} - \epsilon_{jpl}\Omega_pC_{li}) \tag{3.38}$$

$$P_c = -C_{ip}V_{i,p} \tag{3.39}$$

On propose une loi de comportement simple pour C_{ij} :

$$C_{ij} = \frac{2}{3}(1+\frac{f_c}{2})k\delta_{ij} - f_c k\frac{\Omega_i^*\Omega_j^*}{\Omega^{*2}} \tag{3.40}$$

$$f_c = \frac{Ro_t^{-1}}{5+Ro_t^{-1}} \tag{3.41}$$

Cette loi, qui traduit l'effet de bidimensionnalisation, contient en quelque sorte les effets non-linéaires de la rotation. $Ro_t = \varepsilon/(k\Omega^*)$ désigne le nombre de Rossby de la turbulence et $\Omega^* = ||\Omega_i^*||$ la rotation intrinsèque. C_{ij} est le tenseur de dimensionnalité. Il représente les propriétés spatiales des structures, comme l'élongation des tourbillons. Il est défini, dans le cas de la turbulence homogène (voir Reynolds [193] pour l'extension dans le cas inhomogène), par :

$$C_{ij} = \int \frac{\kappa_i\kappa_j}{\kappa^2}E(\vec{\kappa})d\vec{\kappa} \tag{3.42}$$

où $E(\vec{\kappa})$ est le spectre d'énergie.

Le deuxième terme D_{ij}^R est un terme inhomogène de diffusion, qui, en présence de parois, freine la tendance à la bidimensionnalisation :

$$D_{ij}^R = (c_s\frac{k^2}{\varepsilon}f_{Ro}Y_{lm}R_{ij,l})_{,m} \tag{3.43}$$

avec f_{Ro} et Y_{lm} définis comme ci-dessous :

$$f_{Ro} = \frac{2Ro_t^{-1/2}}{1+15Ro_t^{-1/2}} \tag{3.44}$$

$$Y_{lm} = \frac{\Omega_l^*\Omega_m^*}{\Omega^{*2}} \tag{3.45}$$

$c_s = 0.22$ est une constante empirique et $\Omega_i^* = \Omega_i - 0.5\epsilon_{ijk}V_{j,k}$ le vecteur rotation intrinsèque évoqué précédemment. Le second terme $0.5\epsilon_{ijk}V_{j,k}$ correspond à la rotation des particules fluides sur elles-mêmes. Ce terme subsiste en l'absence de rotation ($Re = 0$) mais son effet reste négligeable. L'influence de Ω^* est sensible en cas de forte rotation et si $\Omega^* >> \partial V_z/\partial r$.

Le terme B_{ij} est un terme source homogène, correctif de Φ_{ij}, qui agit uniquement en cas de forte rotation et dont le rôle est de produire le brouillage spectral (dispersion angulaire). Il a été pris en compte notamment par Cambon et *al.* [22] pour la modélisation de la turbulence homogène soumise à une rotation rapide. Il s'écrit :

$$B_{ij} = -\alpha_B(R_{ij} - k\delta_{ij} + \frac{1}{2}C_{ij}) \tag{3.46}$$

avec α_B défini par :

$$\alpha_B = \frac{1}{2}\Omega^*\frac{C_{pq}}{2k}\frac{\Omega_p^*\Omega_q^*}{\Omega^{*2}} \tag{3.47}$$

En effet, la théorie de la distorsion rapide montre que les forces de Coriolis produisent, dans l'espace spectral, une rotation des modes de Fourier $\hat{u}_i$ autour de leur vecteur d'onde κ_i à une fréquence qui dépend de l'angle entre κ_i et Ω_i, ce qui amène la décorrélation des modes tournants à des vitesses différentes. Dans ces conditions, R_{ij} tend vers $-1/2C_{ij} + k\delta_{ij}$.

Le transfert d'énergie des grandes échelles turbulentes vers les petites échelles dissipatrices est aussi réduit par la rotation. Pour tenir compte de cet effet, Aupoix [3] propose de modifier la constante de modélisation du terme de destruction de l'équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence. Elena [63] propose d'introduire un flux inverse J dans l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence et de ne pas modifier l'équation de ε. On définit le flux inverse par :

$$J = \frac{f_J}{1+f_J}\tilde{\varepsilon} \tag{3.48}$$

Comme il n'existe pas d'information sur le blocage de la cascade d'énergie pour les écoulements à faible nombre de Reynolds, Elena [63] a proposé la fonction f_J définie ci-dessous :

$$f_J = \frac{0.12Ro_t^{-2} + 0.015Ro_t^{-1} - 0.3\ e^{(-Re_t^2)}(0.4Ro_t^{-2} + 0.05Ro_t^{-1})}{0.254Ro_t^{-2} + 0.1567Ro_t^{-1} + 1} \tag{3.49}$$

Cette fonction correspond à la formule d'Aupoix [3] pour les forts nombres de Reynolds et ne modifie pas la dissipation dans la sous-couche visqueuse. Le flux inverse pour les tensions de Reynolds J_{ij} est modélisé par :

$$J_{ij} = \frac{2}{3}[(1 - f_T)\delta_{ij} + f_T\frac{3R_{ij}}{2k}]J \tag{3.50}$$

avec f_T définie par :

$$f_T = \frac{1}{1 + Re_t/10} \tag{3.51}$$

J_{ij}, qui est donc un terme correctif de ε_{ij}, a pour effet d'augmenter le niveau de turbulence dans la partie centrale de l'écoulement.

3.5.5 Équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence

L'équation régissant l'évolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence ε, proposée par Launder et Tselepidakis [135], s'écrit :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -c_{\varepsilon_1}\frac{\varepsilon}{k}R_{ij}V_{i,j} - c_{\varepsilon_2}f_\varepsilon\frac{\tilde{\varepsilon}\varepsilon}{k} + (c_\varepsilon\frac{k}{\varepsilon}R_{ij}\varepsilon_{,j} + \nu\varepsilon_{,i})_{,i} + c_{\varepsilon_3}\nu\frac{k}{\varepsilon}R_{jk}V_{i,jl}V_{i,kl} + (c_{\varepsilon_4}\nu\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}k_{,i})_{,i}$$

où $c_\varepsilon = 0.15$, $c_{\varepsilon_1} = 1$, $c_{\varepsilon_2} = 1.92$, $c_{\varepsilon_3} = 2$, $c_{\varepsilon_4} = 0.92$ sont des constantes empiriques et f_ε est définie par : $f_\varepsilon = 1/(1+0.63\sqrt{AA_2})$. L'équation est sensible à l'anisotropie des tenseurs de Reynolds à travers le terme de destruction de ε.

Le terme source de forme diffusive $(c_{\varepsilon_4}\nu\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}k_{,i})_{,i}$ a été proposé par Launder et Tselepidakis [135] pour prendre en compte les effets de la diffusion due aux fluctuations de pression. Ce terme est négligeable en dehors de la couche limite. À l'intérieur de celle-ci, il est positif et a tendance à augmenter ε.

3.5.6 Équation de transport de l'énergie cinétique de la turbulence

L'équation régissant l'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence est obtenue par contraction tensorielle de l'équation des tensions de Reynolds. Elle s'écrit :

$$\frac{dk}{dt} = -R_{ij}V_{i,j} + J - \varepsilon + 0.22(\frac{k}{\varepsilon}R_{ij}k_{,j} + \nu k_{,i})_{,i} + 0.22(\frac{k^2}{\varepsilon}\frac{2Ro_t^{-1/2}}{1 + 15Ro_t^{-1/2}}\frac{\Omega_i^*\Omega_j^*}{\Omega^{*2}}k_{,i})_{,j}$$

Cette équation est redondante par rapport aux équations des tensions de Reynolds.

3.5.7 Constantes de modélisation

Les constantes numériques de modélisation ont été déterminées antérieurement soit par optimisation numérique soit expérimentalement pour certains écoulements types : couche limite turbulente, canal plan, décroissance d'une turbulence isotrope derrière une grille ... Les constantes fondamentales c_2, $c_2^{'}$, c_s, c_ε, c_{ε_1}, c_{ε_2}, c_{ε_3}, c_{ε_4} sont, pour la plupart, utilisées par la communauté scientifique. Il est à noter qu'aucune optimisation spécifique n'a été effectuée dans notre étude. Les constantes n'ont, en effet, pas été recalées pour un meilleur accord avec les données expérimentales pour avoir un modèle le plus universel possible.

3.6 Méthode numérique

La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations aux dérivées partielles. Les équations de transport des tensions de Reynolds sont résolues en bloc pour conserver les forts couplages. La procédure est basée sur un maillage semi-décalé pour les composantes de la vitesse moyenne avec l'hypothèse d'axisymétrie et un maillage non décalé pour les composantes du tenseur de Reynolds. Le couplage vitesse-pression est résolu à l'aide de l'algorithme SIMPLER. On introduit enfin des techniques de stabilisation dans le cas d'une forte rotation avec flux.

3.6.1 Discrétisation

La méthode choisie est celle des volumes finis. On intègre pour cela les équations aux dérivées partielles sur des volumes entourant chaque point du maillage. Les avantages sont nombreux : la conservation de la masse est assurée dans chaque volume, elle permet de traîter des équations non-linéaires avec des termes sources complexes et elle permet enfin d'obtenir des solutions réalistes avec un maillage même grossier, quoique des maillages plus fins soient nécessaires pour une bonne précision.

3.6.1.1 Définition du maillage

Les vitesses (V_r, V_θ, V_z) ne sont connues qu'aux points de discrétisation (P,N,W,S,E). L'utilisation d'un tel maillage nécessiterait d'interpoler les vitesses en (n,w,s,e). Patankar [171] préconise l'utilisation d'un maillage décalé, comme défini figure 3.1, qui permet d'éviter la diffusion d'erreurs numériques dues à ces interpolations. Elle permet, de plus, d'éviter les aberrations numériques en cas de champ de vitesse en damier [172].

On définit les maillages pour V_r et V_z. Dans un deuxième temps, la vitesse tangentielle V_θ est discrétisée aux mêmes points que la pression, c'est à dire aux milieux des segments $[sn]$ et $[we]$.

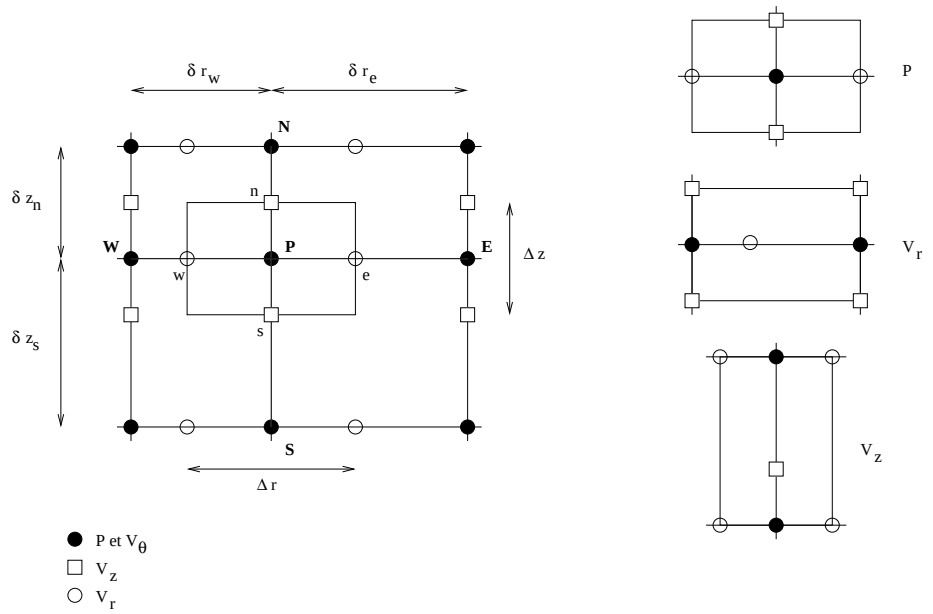


FIG. 3.1 – Maillage décalé

Les variations brusques des variables près des parois nécessitent de resserrer le maillage près de celles-ci. En pratique, le domaine est découpé en 3 régions selon chaque direction r et z, avec un maillage plus lâche dans la région centrale et de plus en plus dense lorsqu'on s'approche des parois. Dans les zones près des parois, le maillage est généré à l'aide de séries géométriques permettant un pas très faible (typiquement la première maille vaut : $\Delta r/R_3 = 1.946 \times 10^{-4}$ et $\Delta z/h = 1.529 \times 10^{-4}$). Un exemple de cellule frontière est présenté figure 3.2. Les points de discrétisation de V_z à la paroi ouest sont confondus avec ceux pour la pression P et de même pour ceux de V_r à la paroi sud.

3.6.1.2 Schéma de convection-diffusion - Traitement des termes sources

Le schéma de convection-diffusion choisi est le schéma puissance (PLDS) [171]. Il découle de la solution exacte des problèmes de convection-diffusion à une dimension. Il est presque aussi précis que le schéma QUICK mais il est plus stable et moins coûteux [63].

La méthode nécessite la linéarisation des termes sources, qui sont généralement non-linéaires. Pour les linéariser, on adopte la décomposition proposée par Patankar [171] qui force k et ε à rester positifs. La résolution du nouveau système linéaire se fait par l'algorithme tridiagonal de Thomas [171], algorithme récursif de balayage ligne par ligne et colonne par colonne. Dans le cas des tensions de

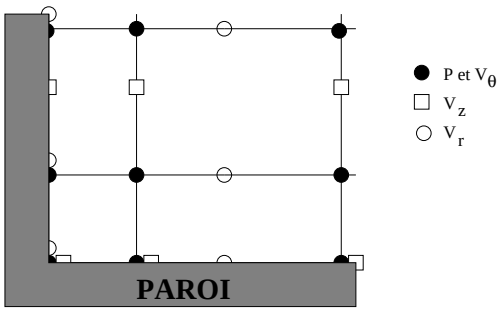


FIG. 3.2 – Points de discrétisation près d'une paroi

Reynolds, on utilise l'algorithme tridiagonal par bloc que l'on présentera dans le paragraphe concernant les techniques de stabilisation.

3.6.2 Algorithme de résolution du couplage vitesse-pression

Pour résoudre le couplage vitesse-pression, Patankar et Spalding [173] ont d'abord proposé l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), avant de l'améliorer et qu'il devienne SIMPLER (SIMPLE Revised) [171]. Theofanopoulos [227] a montré la faible performance de SIMPLE, qui converge lentement. Dans le cas d'écoulements complexes et d'utilisation de modèles avancés, SIMPLER s'est avéré préférable. Cet algorithme a donc été choisi dans le cas présent.

L'algorithme se résume en 8 étapes :

1. On se donne un champ de vitesse V_r et V_z.
2. On calcule les pseudo-vitesses $\widehat{V_r}$ et $\widehat{V_z}$ [171] grâce aux équations de V_r et V_z discrétisées en e et n, qui peuvent s'écrire sous la forme :

$$(V_z)_e = (\widehat{V_z})_e + \alpha_e(P_p - P_e) \tag{3.52}$$

$$(V_r)_n = (\widehat{V_r})_n + \alpha_n(P_p - P_n) \tag{3.53}$$

3. On calcule la pression P à partir de l'équation de Poisson de la pression obtenue en injectant les relations précédentes de $(V_z)_e$ et $(V_r)_n$ dans l'équation de continuité.
4. On choisit comme pression arbitraire $P^* = P$ et on calcule ainsi les vitesses arbitraires V_r^* et V_z^* à partir des équations du mouvement.
5. On calcule la correction de la pression $P^{'}$ par résolution d'une deuxième équation de Poisson, comme dans l'algorithme SIMPLE classique.
6. On calcule ensuite V_r et V_z, vitesses corrigées à l'aide de $P^{'}$ par :

$$V_z = V_z^* + \beta_e(P_p^{'} - P_e^{'}) \tag{3.54}$$

$$V_r = V_r^* + \beta_n(P_p^{'} - P_n^{'}) \tag{3.55}$$

7. On calcule les autres variables.
8. On revient à l'étape 2 jusqu'à la convergence.

3.6.3 Techniques de stabilisation

La rotation a un effet déstabilisant numériquement sur l'écoulement. Le flux imposé est ici un facteur tout aussi déstabilisant compte tenu des très faibles dimensions des espaces axiaux par lesquels il passe. Il faut donc user de certaines techniques, comme celles proposées par Huang et Leschziner [100], pour stabiliser le calcul : le traitement semi-implicite des forces de Coriolis, une résolution en bloc pour les tensions de Reynolds et l'introduction de sous-relaxations.

3.6.3.1 Pseudo-viscosité

Huang et Leschziner [100] proposent une technique visant à introduire une pseudo-viscosité anisotrope dans les relations issues de la forme discrétisée des équations de Reynolds. Le but est de redonner une formulation diffusive au modèle RSM plus stable numériquement.

3.6.3.2 Résolution des équations de transport des tensions de Reynolds

Les 6 équations de transport des tensions de Reynolds peuvent s'écrire sous la forme d'un système linéaire, permettant ainsi une résolution en bloc de matrice tridiagonale. La discrétisation se fait sur un maillage non décalé et toutes les composantes du tenseur de Reynolds sont évaluées aux points de pression. Cette résolution est effectuée par une méthode directe de type Gauss (algorithme tridiagonal par bloc). Elle stabilise l'algorithme en présence de rotation car elle maintient les couplages entre les équations.

3.6.3.3 Sous-relaxations

La troisième technique est d'introduire des coefficients de sous-relaxation. Les variations brutales des variables en début de calcul sont très déstabilisantes et il faut donc les atténuer. On introduit alors des sous-relaxations régulières pour toute variable Φ. En notant Φ^k la valeur de Φ à l'itération k et Φ^* la valeur calculée au cours de l'itération $k+1$. Pour atténuer les variations de Φ, on introduit un facteur de relaxation α, tel que $0 < \alpha < 1$ et :

$$\Phi^{k+1} = \Phi^k + \alpha(\Phi^* - \Phi^k) \tag{3.56}$$

La valeur de α dépend de la variable considérée et du degré de convergence atteint. Une valeur faible de α a un effet stabilisant mais ralentit la convergence. Voici les valeurs de α, qui ont été utilisées dans la plupart de nos calculs :
- pour V_r, V_θ, V_z : $\alpha = 0.2$,
- pour P : $\alpha = 0.5$,
- et pour k, ϵ, R_{ij} : $\alpha = 0.1$.

3.6.4 Aspects numériques

Tous les calculs, présentés dans cette thèse, ont été réalisés sur le NEC SX-5 à l'IDRIS (Orsay, France). Le calcul d'un écoulement typique avec un maillage 140×80 nécessite environ 10 heures de calcul sur le NEC SX-5. On peut noter aussi que l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence, quoique redondante dans le modèle RSM, est quand même résolue numériquement à chaque itération. Cette pratique renforce le couplage avec l'équation de ϵ. On vérifie à postériori que $R_{jj} = 2k$.

3.6.4.1 Initialisation du calcul

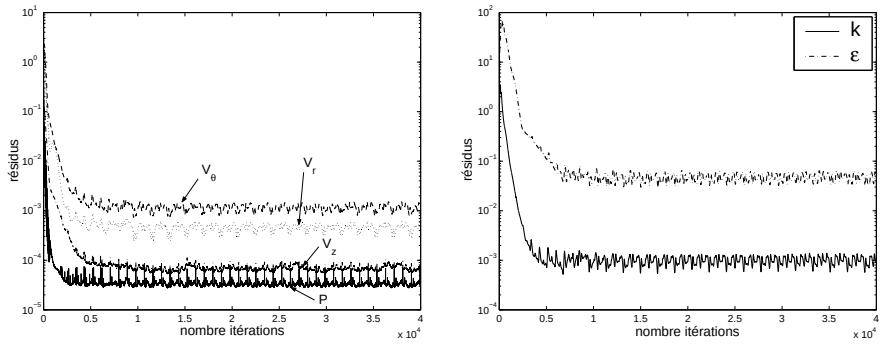
Pour initialiser un calcul, le recours à une résolution préalable avec le modèle $k - \epsilon$ n'est pas nécessaire dans le cas présent. On choisit des conditions arbitraires vérifiant les conditions aux limites comme, par exemple, la conservation du débit. Pour l'énergie cinétique de la turbulence k, on impose un profil constant dans le noyau de l'écoulement se raccordant à la valeur de paroi selon une loi en y^2 (y étant la distance à la paroi). On fait de même pour $\tilde{\varepsilon}$.

3.6.4.2 Contrôle de la convergence

La convergence est atteinte lorsque la somme des résidus (défaut de bilan de chaque équation résolue) dans tout le domaine devient inférieure à une valeur test suffisamment petite. Les résidus sont adimensionnés par le résidu à la première itération. Les figures 3.3 et 3.4 montrent l'évolution des résidus en fonction du nombre d'itérations dans le cas où $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ avec et sans flux imposé.

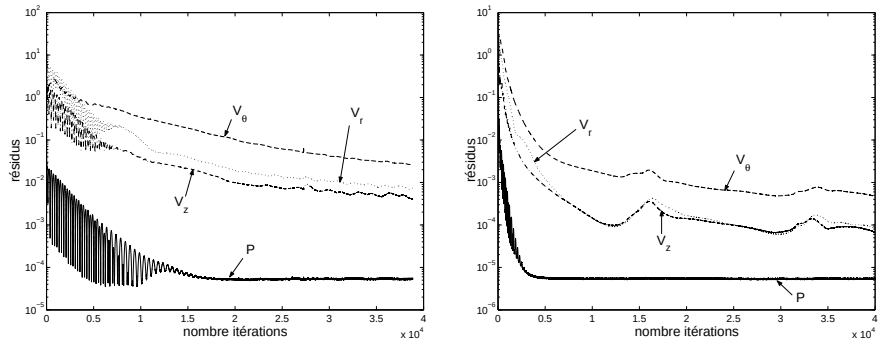
En cavité fermée ($C_w = 0$), les résidus pour les champs moyen (fig.3.3a) et turbulent (fig.3.3b) ont convergé après 5000 itérations.

La convergence des résidus est plus difficile à obtenir dans le cas avec flux centripète (fig.3.4a). Cette difficulté apparaît lorsqu'une réentrée de fluide se produit à la sortie de la cavité. En effet, si



(a) (b)

FIG. 3.3 – Évolution des résidus en fonction du nombre d'itérations pour $C_w = 0$, $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$: (a) champ moyen, (b) champ turbulent.



(a) (b)

FIG. 3.4 – Évolution des résidus du champ moyen en fonction du nombre d'itérations pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ (a) avec flux centripète ($C_w = 5929$), (b) avec flux centrifuge ($C_w = -5929$).

le point du maillage, pour lequel il y a réentrée du flux en sortie, change, on observe un pic dans l'évolution des résidus et le calcul n'est pas encore considéré comme convergé même si les résultats sont physiques et identiques partout ailleurs (à moins de 1% près) à ceux du calcul convergé. En sous-relaxant plus, après 30000 itérations, les résidus ont convergé. Avec flux centrifuge (fig.3.4b), 30000 itérations suffisent pour obtenir la convergence statistique.

Pour savoir si le calcul a convergé, il est nécessaire de contrôler également l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable en un point de contrôle. Le calcul a convergé lorsque les résidus et les évolutions des valeurs au point de contrôle ont convergé. La figure 3.5 montre la convergence des quantités moyennes et turbulentes pour $C_w = -5929$, $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ au point de contrôle ($r/R_2 = 0.321, z/h = 0.182$). L'indice f désigne la valeur à la dernière itération. La convergence est atteinte au bout de 20000 itérations pour la composante tangentielle de la vitesse et après 5000 itérations pour les autres quantités (cas d'un maillage 140×80).

On peut également ajouter à ces deux critères, l'observation de l'évolution d'autres grandeurs pour juger de la convergence des calculs comme la valeur et la localisation du maximum de l'énergie cinétique de la turbulence ou l'écart de débit entre l'entrée et la sortie. La figure 3.6 montre l'évolution du rapport entre le débit d'entrée D_e et le débit de sortie D_s pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et deux valeurs de C_w. Après 5000 itérations, la conservation du débit est assuré dans les deux cas : centrifuge et centripète.

On vérifie également, après la convergence du calcul, que k vaut exactement $0.5R_{jj}$.

3.6.4.3 Conditions aux limites

Sur les parois, toutes les variables sont fixées à zéro, exceptée la vitesse tangentielle V_θ fixée à Ωr (vitesse du disque au rayon r) sur les parois tournantes et à zéro sur les parois fixes et le taux de

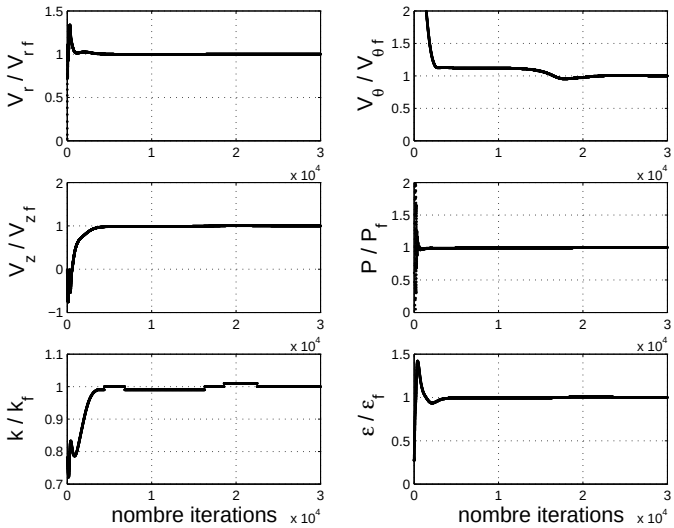


FIG. 3.5 – Convergence des quantités moyennes et turbulentes pour $C_w = -5929$, $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ au point de contrôle ($r/R_2 = 0.321$, $z/h = 0.182$).

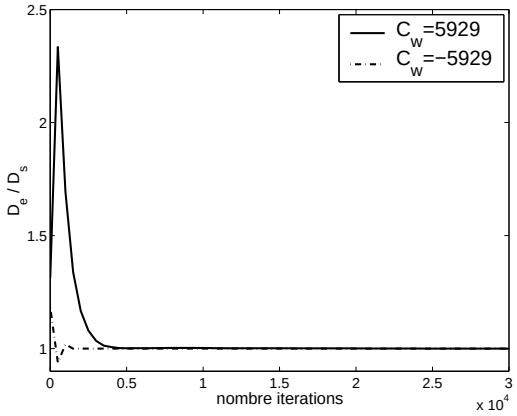


FIG. 3.6 – Convergence du rapport entre le débit d'entrée D_e et le débit de sortie D_s pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et deux valeurs de C_w.

dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence ϵ qui prend une valeur finie. Pour tenir compte de la prérotation du fluide en entrée, on impose un profil linéaire pour V_θ allant de zéro sur le stator à Ωr sur le rotor. Lorsqu'on ajoute un flux forcé, on impose un profil parabolique pour la vitesse axiale V_z en entrée de la cavité avec une faible intensité de turbulence. En sortie, on fixe la valeur de la pression P. On annule également toutes les dérivées des autres grandeurs (sauf V_z qui est obtenue par l'équation de continuité) si le flux est sortant et si le flux réentre dans la cavité, on impose des valeurs extérieures. Un test est effectué sur la vitesse de sortie pour le savoir. Le niveau d'intensité de turbulence imposé en entrée n'a que très peu d'influence sur les champs moyen et turbulent dans l'ensemble de la cavité. En effet, lorsque l'on impose une valeur pour l'énergie cinétique de la turbulence k comprise entre $0.075k_{max}$ et $0.746k_{max}$ (k_{max} est la valeur maximale de k dans la cavité après la convergence du calcul), l'écart maximal sur k_{max} est de 0.082% (obtenu pour $Re \leq 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$, $C_w = -5929$ et un maillage 140×80).

3.6.4.4 Traitement des frontières mixtes

Lorsqu'on impose un flux centripète, il peut se produire, selon la valeur du débit, une réentrée du fluide $V_z < 0$ en sortie de la cavité (près de l'axe de rotation). Dans ce cas, on impose aux grandeurs Φ des valeurs extérieures Φ_e, alors que si le fluide sort ($V_z > 0$), on rappelle qu'on fixe la valeur de la

pression et on annule toutes les dérivées des autres grandeurs (sauf V_z). Lorsque V_z change de signe au cours des calculs, ce changement sévère de condition aux limites peut engendrer des problèmes de stabilité du calcul.

Cela nécessite un traitement particulier des frontières mixtes (avec entrée et sortie du fluide) que nous avons résolu de la façon suivante.

On considère l'équation advective régissant l'évolution d'une grandeur Φ, supposée s'appliquer dans la zone externe immédiatement à la sortie de la cavité :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_z \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \tag{3.57}$$

On discrétise cette équation entre le premier point à l'intérieur du maillage (indice 1) à la position axiale z_1 et un point extérieur (indice e) à la position axiale z_e :

$$\frac{\Phi_1^n - \Phi_1}{\delta t} + V_z \frac{\Phi_1 - \Phi_e}{z_1 - z_e} = 0 \tag{3.58}$$

où Φ_1^n est la valeur régularisée de la grandeur Φ_1 au premier point du maillage. Elle s'exprime par :

$$\Phi_1^n = \Phi_1 (1 - \frac{V_z \delta t}{z_1 - z_e}) + \frac{V_z \delta t}{z_1 - z_e} \Phi_e \tag{3.59}$$

On choisit δt, tel que :

$$\frac{V_z \delta t}{z_1 - z_e} = \alpha | \frac{V_z}{V_{ztw}} | \tag{3.60}$$

où V_{ztw} est la vitesse moyenne de débit et α un coefficient de proportionnalité choisi pour que la condition suivante soit toujours vérifiée :

$$0 \leq \alpha | \frac{V_z}{V_{ztw}} | \leq 1 \tag{3.61}$$

On choisit $\alpha = 0.05$ et Φ_1^n est donné par :

$$\Phi_1^n = (1 - \alpha | \frac{V_z}{V_{ztw}} |) \Phi_1 + \alpha | \frac{V_z}{V_{ztw}} | \Phi_e \tag{3.62}$$

Cette procédure permet de tempérer l'évolution des grandeurs calculées près de la frontière et stabiliser le calcul.

3.6.4.5 Maillage

Tous les calculs à nombre de Reynolds $Re \leq 1.04 \times 10^6$ ont été réalisés avec un maillage 140×80 dans le plan (r, z). Dans des géométries semblables, Elena [63] a montré qu'un tel maillage est suffisant pour obtenir des solutions indépendantes du maillage choisi. Des tests ont néanmoins été faits pour le confirmer (tableau 3.1). Pour des nombres de Reynolds plus élevés ($Re = 4.15 \times 10^6$), un maillage 200×100 est cependant nécessaire.

% d'écart par rapport à la solution 140×80	100×50	200×100
champ moyen	3.5	1.5
champ turbulent	2.1	0.2

TAB. 3.1 – Influence du maillage pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -5929$ (référence : maillage 140×80).

Il faut vérifier également que le maillage est suffisamment fin près des parois pour que les sous-couches visqueuses soient décrites correctement. On définit alors $y^+ = z_1 u^* / \nu$, où z_1 est la taille de la première maille selon la direction axiale. Typiquement, z_1/h vaut 1.529×10^{-4} pour un maillage 140×80. u^* est la vitesse de frottement à la paroi, définie par :

$$u^* = \sqrt{\nu} \left[(\frac{\partial V_r}{\partial z})^2 + (\frac{\partial V_\theta}{\partial z})^2 + (\frac{\partial V_z}{\partial z})^2 \right]^{1/4} \tag{3.63}$$

La figure 3.7 présente les profils radiaux de y^+ pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$, trois valeurs de C_w et un maillage 140×80. Que ce soit du côté du rotor ou du côté du stator, y^+ ne dépasse guère 0.2 et est donc bien en-dessous de la valeur limite $y^+ = 1$. Un maillage 140×80 est donc suffisant pour obtenir une solution indépendante du maillage mais il permet, de plus, une bonne description des sous-couches visqueuses.

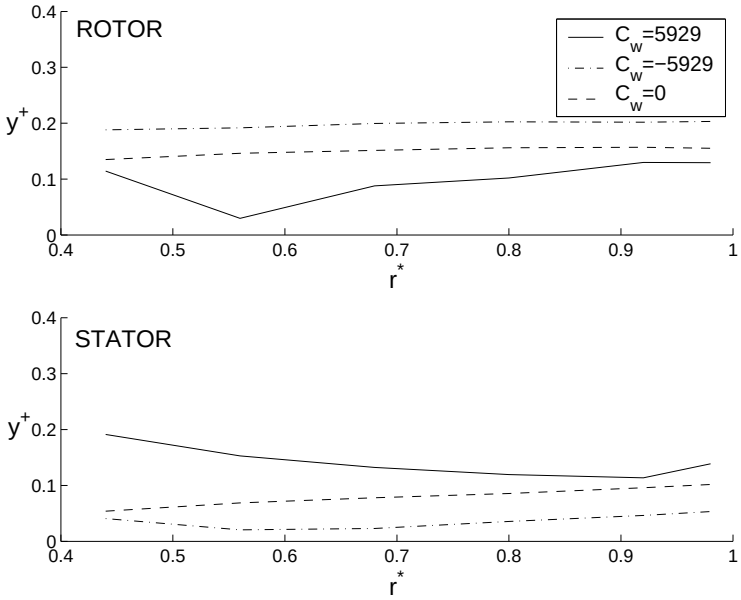


FIG. 3.7 – Profils radiaux de y^+ pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois valeurs de C_w, (maillage 140×80).

3.7 Performances du modèle RSM en tant qu'outil de prévision numérique

Afin de tester les performances détaillées du modèle RSM, on considère un écoulement typique (turbulent à couches limites séparées) : $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et sept valeurs du coefficient de débit C_w et on compare les mesures par LDA aux prévisions des modèles RSM et $k - \epsilon$ (maillage 140×80 pour les deux modèles).

3.7.1 Champ moyen

Les profils axiaux des vitesses moyennes tangentielle $V_\theta^* = V_\theta/(\Omega r)$ et radiale $V_r^* = V_r/(\Omega r)$ obtenus à partir des modèles RSM et $k - \epsilon$ sont présentés figures 3.8 et 3.9 et comparés aux mesures par LDA à un rayon donné $r^* = r/R_2 = 0.56$.

Dans le cas d'un flux centripète (fig.3.8), le modèle $k - \epsilon$ sous-estime la vitesse de rotation du fluide dans le coeur central de l'écoulement. Le modèle RSM améliore également les prévisions dans la couche d'Ekman liée au rotor ($z^* = z/h \simeq 0$) et donne des résultats en très bon accord avec les données expérimentales hormis pour la vitesse radiale dans la couche de Bödewadt liée au stator ($z^* \simeq 1$) en cas de fort flux.

Dans les cas avec flux centrifuge (fig.3.9), le modèle RSM fournit toujours de meilleurs résultats que le modèle $k - \epsilon$. En effet, ce dernier surestime la vitesse tangentielle en dehors de la couche d'Ekman.

3.7.2 Champ turbulent

Les comparaisons pour trois composantes du tenseur de Reynolds $R_{rr}^* = \overline{v_r'^2}/(\Omega r)^2$, $R_{r\theta}^* = \overline{v_r' v_\theta'}/(\Omega r)^2$ et $R_{\theta\theta}^* = \overline{v_\theta'^2}/(\Omega r)^2$ sont données figure 3.10 pour trois flux différents à $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $r^* = 0.56$.

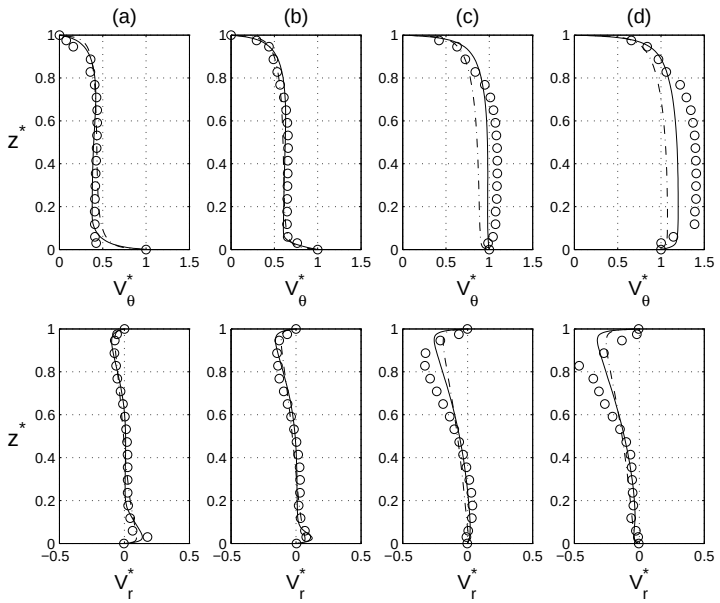


FIG. 3.8 – Profils axiaux des vitesses moyennes à $r^* = 0.56$ pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ avec flux centripète : (a) $C_w = 0$, (b) $C_w = 1976$, (c) $C_w = 5929$, (d) $C_w = 9881$; Comparaison entre le modèle RSM $(-)$, le modèle $k - \epsilon$ $(--)$ et les mesures par LDA $(\circ)$.

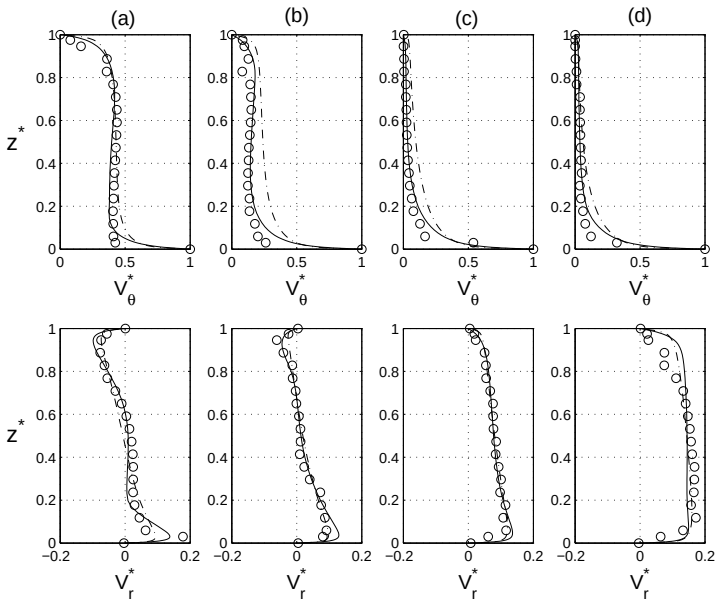


FIG. 3.9 – Profils axiaux des vitesses moyennes à $r^* = 0.56$ pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ avec flux centrifuge : (a) $C_w = 0$, (b) $C_w = -1976$, (c) $C_w = -5929$, (d) $C_w = -9881$; Comparaison entre le modèle RSM $(-)$, le modèle $k - \epsilon$ $(--)$ et les mesures par LDA $(\circ)$.

Le modèle $k-\epsilon$, qui surestime les intensités des trois tensions, ne parvient pas à rendre compte des bons profils. Le modèle RSM donne de bons résultats même dans les couches limites et modélise de façon précise les tensions de Reynolds. Le comportement du tenseur $R^*_{r\theta}$ est moins bien prédit dans la couche de Bödewadt dans le cas d'un écoulement centripète.

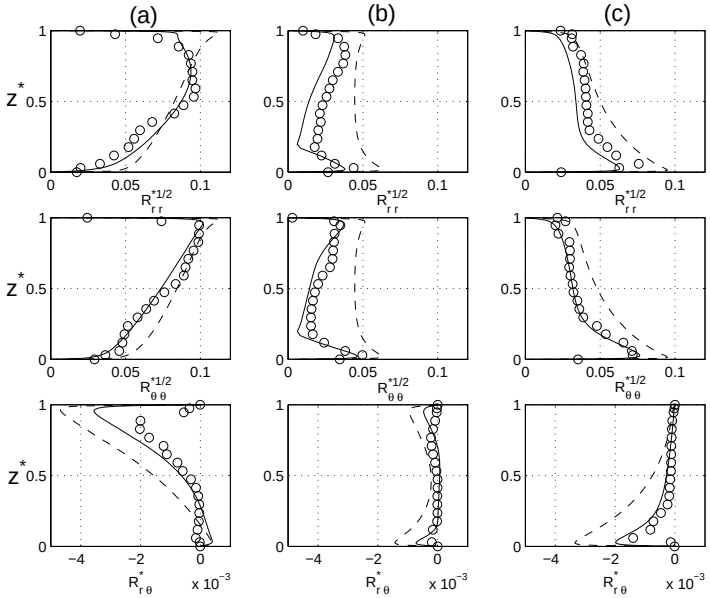


FIG. 3.10 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds à $r^* = 0.56$ pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$: (a) $C_w = 9881$, (b) $C_w = 0$, (c) $C_w = -9881$; Comparaison entre le modèle RSM $(-)$, le modèle $k - \epsilon$ $(--)$ et les mesures par LDA $(\circ)$.

3.8 Conclusion

La modélisation de la turbulence et l'expérimentation des écoulements turbulents en cavité rotor-stator est un vrai challenge à fortiori lorsque l'on impose un flux centrifuge ou centripète. Dans ce chapitre, nous avons comparé quelques résultats issus d'un modèle du second ordre avec des prévisions issus d'un modèle $k - \epsilon$ classique et avec des mesures par LDA pour un nombre de Reynolds égal à 1.04×10^6, une géométrie fixée $G = 0.036$ et plusieurs coefficients de débit C_w. La dynamique de l'écoulement sera discutée dans les chapitres 4 à 6. Le modèle RSM améliore significativement les prévisions de l'épaisseur de la couche d'Ekman, du coefficient d'entraînement du fluide et surtout des intensités turbulentes par rapport au modèle $k - \epsilon$, qui ne rend pas compte des effets de la rotation. En effet, un bon accord entre les mesures et les résultats du modèle RSM a été trouvé dans tous les cas considérés ici, confirmant ainsi que le modèle RSM offre un niveau de fermeture adéquat pour décrire les champs moyen et turbulent d'écoulements aussi complexes. On peut maintenant utiliser en toute confiance le modèle RSM même pour des forts flux centripètes et centrifuges et des forts taux de rotation.

Chapitre 4

Écoulement turbulent en cavité rotor-stator fermée

Le but principal de cette section est de décrire l'écoulement de base dans une cavité rotor-stator fermée. Il s'agit d'un écoulement turbulent de type Batchelor : deux couches limites séparées par un noyau central en rotation. Les prévisions issues du modèle RSM sont comparées aux mesures par LDA et aux mesures de pression. Ainsi trois valeurs du rapport d'aspect $G = 0.012$, 0.036 et 0.0464 et quatre valeurs du nombre de Reynolds : $Re = 9.5 \times 10^4$, 5.19×10^5, 1.04×10^6 et 4.15×10^6 ont été étudiées. Pour un écoulement à couches limites séparées, la transition laminaire-turbulent se produit à un nombre de Reynolds critique qui dépend sensiblement des conditions initiales et aux limites. Elena [63] prévoit une transition pour un nombre de Reynolds local $Re_r = \Omega r^2/\nu = 10^5$ ($Re_r = 3 \times 10^3$ pour un écoulement à couches limites jointes) inférieur à celui déterminé par Daily et Nece [49] ($Re_r = 1.5 \times 10^5$). Pour $Re = 9.5 \times 10^4$, l'écoulement est donc un écoulement de transition qui peut être laminaire comme faiblement turbulent suivant les conditions initiales ou aux limites. En augmentant le nombre de Reynolds $Re \geq 5 \times 10^5$, l'écoulement devient pleinement turbulent hormis près de l'axe où une zone de relaminarisation peut subsister.

Après avoir rappelé les principaux travaux sur les écoulements turbulents en cavité rotor-stator fermée, on étudiera les écoulements faiblement turbulents $Re = 9.5 \times 10^4$ puis les écoulements pleinement turbulents $Re \geq 5 \times 10^5$ en comparant les mesures de vitesse et de pression avec les prévisions du modèle RSM.

4.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants en cavité fermée

Les écoulements turbulents de type rotor-stator en cavité fermée ont largement été étudiés depuis les premiers travaux de Stépanoff [221], en 1932. Il détermina le rapport $K = V_\theta/(\Omega r)$ entre la vitesse azimutale V_θ de l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator, et celle du disque au même rayon Ωr. Il recommanda une valeur de K égale à 0.5 et indépendante de la position radiale. Schultz-Grunow [211] proposa une structure de l'écoulement divisée en trois couches : deux étant localisées près des parois et une troisième, le coeur, située entre les deux précédentes. Il calcula alors, à partir d'un modèle analytique, une valeur de K égale à 0.512 et il mesura une valeur expérimentale égale à 0.357. Il interpréta cette différence par l'existence d'une tension de cisaillement dans l'espace radial ($2\,mm$) entre le disque tournant et la paroi cylindrique fixe. L'étude expérimentale et théorique de Daily et Nece [49] fournit une contribution majeure pour la compréhension de ces écoulements. Ils ont étudié les effets de la vitesse de rotation du disque et de l'espace interdisque h sur la structure de l'écoulement turbulent par des mesures de vitesse et de pression. Ils proposèrent une valeur constante de K le long d'un rayon et montrèrent que K est sensible aux variations de h. Selon Cooper et Reshotko [39], K tend vers 0.5 dans le cas d'un écoulement turbulent entre un disque fixe et un disque tournant de rayon infini. Dans les années 1980, Szeri et *al.* [224] puis Marchand [154] ont étudié l'écoulement dans une cavité rotor-stator présentant un large espace radial et ont montré que la valeur 0.313 est une bonne estimation de K pour $0.3 < r/R_2 < 0.5$ et que pour des rayons plus

grands, K est une fonction croissante de r. Les mesures faites par Dijkstra et Van Heijst [56] étendent la zone d'écoulement auto-similaire pour les rayons inférieurs à 0.75 et montrent aussi que K dépend fortement de la position radiale au-delà de ce rayon. En ajoutant une prérotation du fluide égale à la vitesse du disque en périphérie, la dépendance radiale de K est plus marquée. Il apparaît ainsi que l'évolution du coefficient d'entraînement du fluide en rotation le long d'un rayon est largement influencée par les conditions aux limites.

Itoh et *al.* [112] ont étudié de manière très complète l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator fermée de rapport d'aspect $G = 0.08$. Ils ont mesuré les vitesses moyennes et les six composantes du tenseur de Reynolds. Ils ont montré en particulier qu'il existe une zone relaminarisée de l'écoulement près de l'axe. Ils ont observé également que la couche limite liée au stator est plus turbulente que celle liée au rotor. Ils ont mis en évidence une similarité des profils de vitesses moyennes à l'intérieur de chaque couche limite pour des nombres de Reynolds locaux, ainsi qu'une zone où les profils de la vitesse tangentielle suivent la loi logarithmique établie dans le cas d'une couche limite au-dessus d'un disque infini, pour des grands nombres de Reynolds. Une seconde étude expérimentale approfondie est celle de Cheah et *al.* [30], qui ont considéré une cavité rotor-stator fermée de rapport d'aspect $G = 0.127$ et ont fait des mesures du champ moyen et de certaines quantités turbulentes pour des nombres de Reynolds compris entre 3×10^5 et 1.6×10^6. Ils ont montré que l'écoulement est influencé par le taux de rotation du disque et la position radiale, ce qui contredit l'hypothèse de similarité des profils de vitesses moyennes faite par Itoh et *al.* [112].

Les écoulements en cavité rotor-stator fermée sont devenus également des écoulements tests pour les simulations numériques directes (DNS) et les méthodes LES (Large Eddy Simulation). La plupart des DNS se sont limitées à l'étude des instabilités ou de la transition vers la turbulence des écoulements en cavité fermée pour des faibles nombres de Reynolds [115, 212]. Randriamampianina et *al.* [184] ont étudié la transition vers la turbulence des écoulements à couches limites jointes puis séparées à partir d'une DNS basée sur une méthode spectrale de type Tau-Chebyshev puis les écoulements turbulents pour les mêmes rapports d'aspect à partir d'un modèle de transport des tensions de Reynolds (RSM). Ils ont ainsi couvert une grande gamme de nombres de Reynolds $10^3 \leq Re \leq 10^7$ et de rapports d'aspect $0.0127 \leq G \leq 0.217$ et ont également regardé l'effet de l'enveloppe extérieure, qui est soit fixe soit tournante. Lygren et Andersson [148] ont simulé un écoulement dans une cavité de faible rapport d'aspect $G = 0.02$ (basé sur le rayon moyen) pour un nombre de Reynolds de 4.6×10^5. Ils ont obtenu une solution en bon accord avec les mesures de Itoh [111] pour le champ moyen. Les intensités de la turbulence sont, par contre, légèrement surestimées dans les couches limites. Ils ont ensuite comparé ces résultats à des prévisions issues de trois simulations aux grandes échelles (LES) [149]. Le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect sont les mêmes mais cette approche présente l'avantage de nécessiter 20 fois moins de points de discrétisation que pour une DNS et un temps de calcul dix fois inférieur. Ils ont testé trois codes LES : le premier est basé sur le modèle dynamique de Lilly [139], le deuxième sur le modèle dynamique mixte de Vreman et *al.* [233] et le troisième sur une approche "no model". Les deux modèles dynamiques utilisent une viscosité de sous-maille de type Smagorinsky. Dans le modèle dynamique mixte, on associe, en plus du modèle de Smagorinsky, un modèle de similitude, qui introduit les tensions de Léonard. Le champ moyen est bien prédit quelque soit le modèle. Par contre, les simulations aux grandes échelles surestiment les intensités de la turbulence. Le modèle de Vreman et *al.* [233] apparaît être plus performant que celui de Lilly [139] mais l'approche "no model" demeure la meilleure. L'écoulement près du stator est mieux simulé que celui près du rotor. Cette première tentative de LES pour les écoulements en cavité rotor-stator fermée s'est limitée à un faible nombre de Reynolds. Les DNS ou LES ne sont donc pas encore des outils suffisamment performants pour décrire des écoulements industriels. Les modèles de turbulence restent, pour le moment, le meilleur moyen de prévoir des écoulements à fort nombre de Reynolds. La dernière étude numérique est celle de Raisee et *al.* [183], qui ont récemment comparé les performances des modèles $k-\epsilon$ linéaire de Launder et Sharma [134] et $k-\epsilon$ non linéaire de Craft et *al.* [43] pour les deux configurations rencontrées dans les expériences de Itoh et *al.* [113] ($G = 0.08$, $Re = 10^6$) et de Cheah et *al.* [30] ($G = 0.127$, $Re = 1.644 \times 10^6$). Le champ moyen est raisonnablement prédit mais les modèles ne rendent pas compte des niveaux des intensités de la turbulence.

Ces écoulements ont été de nombreuses fois étudiés mais l'intérêt, qui leur est porté, reste donc constant. Cependant, à ce jour, aucune étude ne s'est concentrée sur une cavité avec un si faible rapport d'aspect et pour un nombre de Reynolds aussi élevé.

4.2 Écoulement de transition : $Re \simeq 10^5$

Daily et Nece [49] ont déterminé une valeur du nombre de Reynolds local critique pour la transition vers la turbulence $Re_r = 1.5 \times 10^5$ pour des rapports d'aspect $G = h/R_2 \geq 0.04$. Cooper et Reshotko [39] ont trouvé, à partir d'une approche mixte (solution numérique des équations elliptiques et technique intégrale), que la transition se produit pour $1.6 \times 10^5 < Re_r < 2.5 \times 10^5$, ce qui est confirmé par Randriamampianina et *al.* [184] ($1.75 \times 10^5 < Re_r < 2 \times 10^5$). Morse [160] a obtenu numériquement une transition vers la turbulence à partir de $Re_r = 5 \times 10^5$. Cependant, des expériences plus récentes ont mentionné que la turbulence peut apparaître pour des valeurs plus faibles du taux de rotation le long du disque fixe, bien que l'écoulement soit laminaire sur le disque tournant [30, 113]. Durant leur expérience dans un système fermé de type rotor-stator, Itoh et *al.* [113] ont observé le développement du régime turbulent le long du stator à $Re_r \simeq 8 \times 10^3$, tandis que sur le rotor, la turbulence apparaît plus tard, pour $3.6 \times 10^5 < Re_r < 6.4 \times 10^5$. L'écoulement étudié ici est donc un écoulement de transition ($Re = 9.5 \times 10^4$) dans une cavité de type rotor-stator de rapport d'aspect $G = 0.0464$. Les mesures par LDA sont comparées aux prévisions du modèle RSM et aux résultats issus d'une simulation numérique directe.

4.2.1 Comparaison avec une simulation numérique directe

Ce code a été développé par Isabelle Raspo [186] et Sandrine Hugues [101] puis adapté par Anthony Randriamampianina (IRPHE). L'écoulement est gouverné par les équations incompressibles de Navier-Stokes, formulées en variables primitives dans un repère fixe. Les échelles de référence utilisées pour adimensionner les composantes de la vitesse et le temps sont respectivement ΩR_2 et $h/(2R_2\Omega)$. L'approche numérique utilise une approximation pseudo-spectrale, basée sur un développement en polynômes de Chebyshev dans les directions axiale et radiale et en séries de Fourier dans la direction azimutale, associée à un schéma temporel semi-implicite d'ordre deux. Le couplage vitesse-pression est résolu par une méthode de projection efficace [102, 187]. Une résolution spatiale de $N \times M \times K = 300 \times 80 \times 100$, respectivement dans les directions radiale, axiale et azimutale, et un pas de temps adimensionné $\delta t = 2,75 \times 10^{-3}$ ont été utilisés. L'approche numérique est plus amplement détaillée en annexe C.

4.2.2 Champ moyen

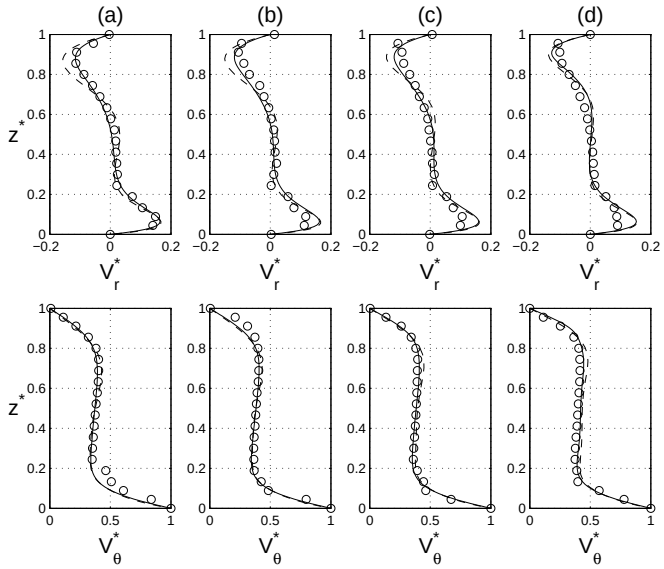


FIG. 4.1 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale V_r^* et azimutale V_θ^* pour quatre positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.68$, (d) $r^* = 0.8$; Comparaison entre la DNS (−), les prévisions du modèle RSM (−−) et les mesures par LDA (∘).

On définit préalablement les quantités suivantes : $r^* = r/R_2$, $z^* = z/h$, $V_r^* = V_r/(\Omega r)$, $V_\theta^* =$

$V_\theta/(\Omega r)$. Il est à noter que $z^* = 0$ correspond au côté du rotor et $z^* = 1$ à celui du stator. On présente sur la figure 4.1 les profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour quatre positions radiales. L'écoulement est de type Batchelor : deux couches limites développées sur chaque disque, séparées par un noyau en rotation solide. La couche limite du rotor (couche d'Ekman) est centrifuge. Son épaisseur et le maximum de la vitesse radiale dans cette couche sont quasi constants pour les quatre rayons considérés, ce qui est caractéristique d'un régime laminaire. Par contre, l'épaisseur de la couche limite liée au stator (couche de Bödewadt) augmente de la périphérie vers le centre de la cavité. Le coefficient d'entraînement du fluide $K = V_\theta/(\Omega r)$ défini comme le rapport entre la vitesse tangentielle moyenne dans le noyau et celle du disque au même rayon, est quasi constant : $K \simeq 0.4$, proche de la valeur théorique 0.44 pour les écoulements pleinement turbulents que nous verrons à la section suivante et au chapitre 5. La vitesse radiale dans le noyau est quasi nulle.

Les données expérimentales et les résultats de la simulation sont en excellent accord. De la même façon, le modèle RSM est en très bon accord avec les mesures par LDA. Cependant, on peut noter que la vitesse radiale dans la couche de Bödewadt est légèrement surestimée par le modèle.

4.2.3 Champ turbulent

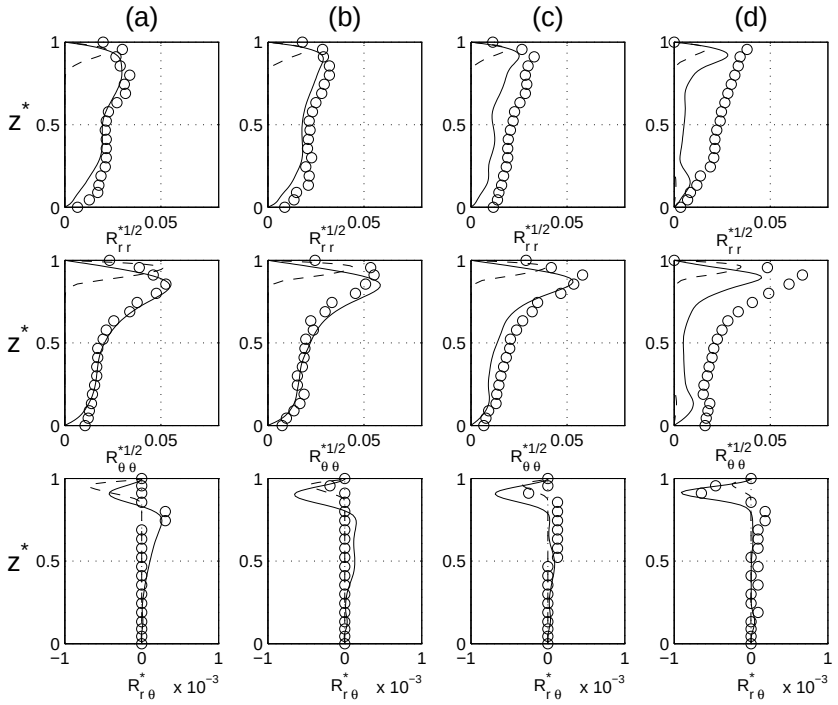
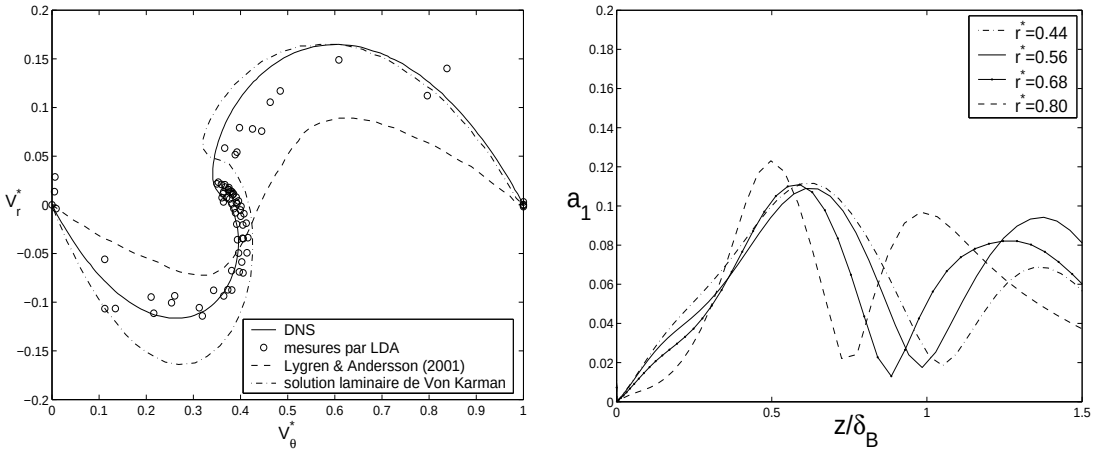


FIG. 4.2 – Profils axiaux des tensions de Reynolds R^*_{rr}, $R^*_{\theta\theta}$ et $R^*_{r\theta}$ pour quatre positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.68$, (d) $r^* = 0.8$; Comparaison entre la DNS (−), les prévisions du modèle RSM (−−) et les mesures par LDA (∘).

Sur la figure 4.2, les profils axiaux des composantes du tenseur de Reynolds $R^*_{rr} = \overline{v_r'^2}/(\Omega r)^2$ et $R^*_{\theta\theta} = \overline{v_\theta'^2}/(\Omega r)^2$ montrent que les intensités de la turbulence sont globalement faibles. La composante $R^*_{r\theta} = \overline{v_r' v_\theta'}/(\Omega r)^2$ du tenseur de Reynolds vaut pratiquement zéro dans toute la cavité, indiquant l'absence de tension de cisaillement turbulente pour le taux de rotation considéré. La couche limite liée au stator est plus turbulente que celle du rotor. Les intensités de la turbulence augmentent dans la couche limite de Bödewadt du centre vers la périphérie. Le comportement du champ turbulent est bien prédit par la simulation numérique, particulièrement pour la composante $R^*_{\theta\theta}$ dont les niveaux sont deux fois plus élevés que pour la composante R^*_{rr}. Les différences sur cette composante peuvent provenir de la prise en compte de la jonction entre le disque tournant et le cylindre externe fixe. Une régularisation est introduite pour la simulation tandis qu'un faible écartement est présent dans le dispositif expérimental. Les mesures par LDA, les prévisions du modèle RSM et de la DNS montrent

que l'écoulement est faiblement turbulent dans la couche liée au stator et que la couche liée au rotor est laminaire. Par contre, le modèle RSM prévoit des intensités de la turbulence dans l'ensemble de la cavité plus faibles que les mesures ou la simulation. La transition laminaire-turbulent semble donc se produire, dans le cas du modèle, pour un nombre de Reynolds plus important, ce qui est en accord avec les résultats de Daily et Nece [49] et d'Owen et Rogers [170] (fig.1.4). L'influence des conditions initiales prises pour la DNS et des conditions aux limites peuvent expliquer ces écarts.



(a) (b)

FIG. 4.3 – (a) Hodographe des composantes azimutale et radiale de la vitesse dans l'ensemble de la cavité ; (b) Variation axiale du paramètre structurel de Townsend a_1 dans la couche limite du stator.

La figure 4.3a montre un hodographe des vitesses moyennes azimutale et radiale. Nous observons un profil qui se situe entre le profil pleinement turbulent rapporté par Lygren et Andersson [148] et la solution laminaire de Von Kármán [231]. La distribution indique que l'écoulement obtenu correspond à un régime faiblement turbulent, avec des niveaux plus élevés de turbulence se développant le long du stator. Ce comportement est à comparer avec les résultats expérimentaux obtenus par Itoh et *al.* [113].

Une des caractéristiques de la couche limite turbulente tridimensionnelle provient de la diminution du paramètre structurel de Townsend, défini par :

$$a_1 = (\overline{v'_r v'_\theta}^2 + \overline{v'_z v'_\theta}^2)^{\frac{1}{2}}/(2k) \tag{4.1}$$

avec k l'énergie cinétique de la turbulence. La variation de a_1 en fonction de z/δ_B est présentée du côté de la couche limite du stator sur la figure 4.3b, avec δ_B l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt. Nous observons la décroissance de a_1 au-dessous de la valeur limite 0.15 bien au-delà de la couche limite. Ce comportement est en accord avec les profils reportés dans la littérature, et confirme la nature turbulente de la couche limite du stator [113, 143, 148]. Cela n'a pas été observé du côté du disque tournant.

Les résultats de la simulation numérique directe montrent un bon accord avec les mesures par LDA pour les champs moyen et turbulent. Pour $Re = 9.5 \times 10^4$, l'écoulement est faiblement turbulent dans la couche de Bödewadt et laminaire dans la couche d'Ekman. Le modèle RSM prévoit des intensités de la turbulence plus faibles laissant penser que la transition laminaire-turbulent se produit pour des nombres de Reynolds plus élevés, ce qui est en accord avec [49] et [170]. Le nombre de Reynolds critique dépend fortement des conditions initiales et aux limites imposées dans la simulation, le modèle ou l'expérience, ce qui peut expliquer ces écarts.

4.3 Écoulement pleinement turbulent : $Re \geq 5 \times 10^5$

L'écoulement étudié ici est un écoulement pleinement turbulent dans une cavité rotor-stator fermée. Deux valeurs du rapport d'aspect $G = 0.012$ et $G = 0.036$ et trois valeurs du nombre de Reynolds : $Re = 5.19 \times 10^5$, 1.04×10^6 et 4.15×10^6 sont étudiées.

4.3.1 Structure de l'écoulement

Selon Schultz-Grunow [211], l'écoulement est divisé en trois zones distinctes : deux couches limites se développant sur chacun des disques séparées par un coeur central en rotation. La vitesse tangentielle dans ce noyau est quasi constante et égale à $K\Omega r$, avec K le coefficient d'entraînement du fluide. Le tableau 4.1 rappelle les valeurs de K pour diverses configurations.

auteurs	K	commentaires
Schultz-Grunow [211]	0.538	valeur analytique
Daily et Nece [49]	0.47	valeur analytique
Daily et Nece [49]	0.444	valeur empirique
Rott et Lewellen [199]	0.5184	valeur empirique $K = (1 + 2.29(1 - r^{4/3}))^{-3/4}$
Dijkstra et Van Heijst [56]	0.313	disques de rayon infini
Marchand [154]	0.313	cavité rotor-stator avec large espace radial
Owen [166]	0.4944	valeur analytique $K = (1 + 2.52(1 - r^{4/3}))^{-3/4}$
Randriamampianina et *al.* [184]	0.4615	$Re = 1.75 \times 10^5$ (DNS)

TAB. 4.1 – Valeurs du coefficient d'entraînement K en cavité fermée pour $G = 0.0909$ en $r^* = 0.765$.

4.3.1.1 Influence de la position radiale

La figure 4.4 montre la structure de l'écoulement dans une cavité fermée de rapport d'aspect $G = 0.036$ pour un nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois positions radiales. L'écoulement est de type Batchelor. Il est, en effet, clairement divisé en trois zones distinctes : une couche limite centripète sur le stator (couche de Bödewadt), un noyau central en rotation et une couche limite centrifuge liée au rotor (couche d'Ekman ou de Von Kármán). Dans la couche de Bödewadt, la vitesse radiale moyenne est négative et la vitesse tangentielle moyenne est comprise entre 0 et $K\Omega r$. Lorsque l'on s'approche de l'axe de la cavité, l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt diminue et le minimum de la vitesse radiale augmente. Le noyau est caractérisé par une vitesse centrale quasi nulle et une vitesse tangentielle quasi constante $K\Omega r$. Il occupe presque 80% de l'espace interdisque. Pour les trois rayons considérés ici, K est presque constant proche de 0.45. La couche d'Ekman est toujours centrifuge : la vitesse radiale moyenne est positive et la vitesse tangentielle moyenne est comprise entre Ωr et $K\Omega r$. Lorsque r^* diminue, l'épaisseur de la couche limite d'Ekman décroît et le maximum de la vitesse radiale dans cette couche augmente. Les lignes de courant correspondantes sont montrées sur la figure 4.7b. Il est à noter que, pour ces trois positions radiales, les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les mesures de vitesse (fig.4.4). Ces résultats sont comparables avec les prévisions de Iacovides et al. [104], qui ont utilisé un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds et avec les mesures de Cheah et al. [30] pour $Re = 1.6 \times 10^6$ et $G = 0.127$. Itoh et al. [110] ont montré que K est sensible à la position radiale pour $Re = 10^6$ et $G = 0.08$. Il varie de 0.31 pour $r^* = 0.4$ à 0.42 pour $r^* = 0.94$. Ces auteurs notent également que, pour $r^* \leq 0.6$, la couche limite d'Ekman n'est pas pleinement turbulente et que le coefficient K est alors inférieur à 0.4.

4.3.1.2 Influence du nombre de Reynolds

Les figures 4.5 et 4.7 montrent l'influence du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement dans le cas d'une cavité de rapport d'aspect $G = 0.036$. À $r^* = 0.44$, la structure de l'écoulement ne change pas de manière significative. L'écoulement est toujours de type Batchelor. Le coefficient d'entraînement du fluide K augmente légèrement avec le nombre de Reynolds. Il est proche de 0.45 pour $Re = 4.15 \times 10^6$. La vitesse axiale est quasi nulle quelque soit le nombre de Reynolds : l'écoulement est donc bidimensionnel. La vitesse radiale dans le noyau est nulle. Le maximum de la vitesse radiale atteint dans la couche de Bödewadt est constant avec le nombre de Reynolds. Il est à noter que la force centrifuge diminue avec Re pour cette position radiale. En effet, lorsque le nombre de Reynolds augmente, le maximum de la vitesse radiale dans la couche d'Ekman décroît. Les profils ne montrent pas de maximum local pour la vitesse radiale, ce qui est caractéristique d'un écoulement turbulent. Ces résultats sont en accord avec les prévisions du modèle algébrique de Iacovides et Theofanopoulos [105] ($Re = 4.4 \times 10^6, G = 0.0255, r^* = 0.765$). Ils ont également mis en évidence l'existence d'un noyau avec une vitesse radiale nulle mais ils prévoient un coefficient d'entraînement proche de $K = 0.55$.

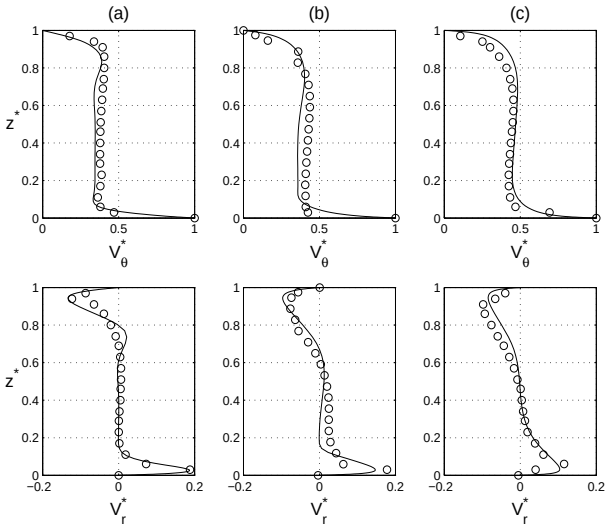


FIG. 4.4 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $G = 0.036$ en trois positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

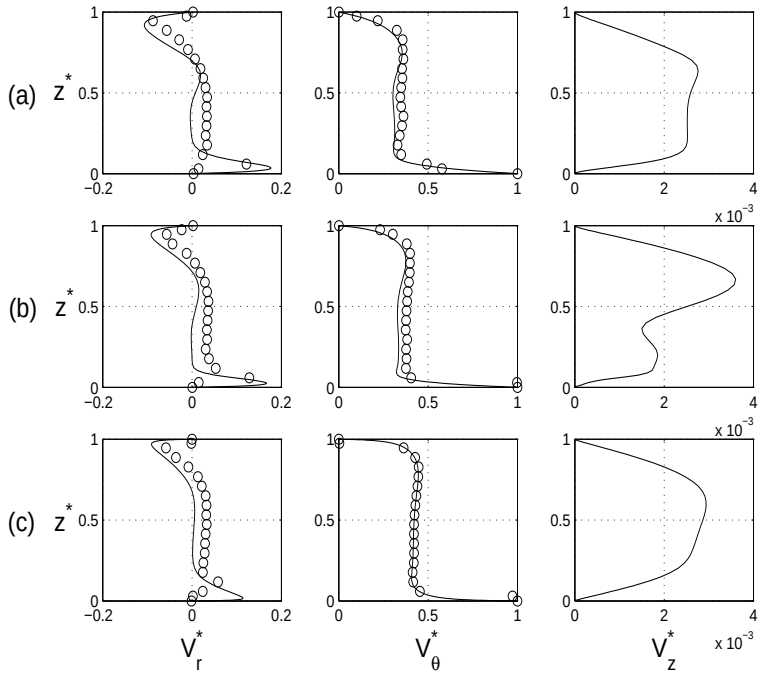


FIG. 4.5 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $G = 0.036$ en $r^* = 0.44$ et trois nombres de Reynolds : (a) $Re = 5.19 \times 10^5$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, (c) $Re = 4.15 \times 10^6$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

La figure 4.6 compare l'évolution radiale du coefficient d'entraînement du fluide K pour $G = 0.036$ et différents nombres de Reynolds. Pour $Re = 5.19 \times 10^5$, la valeur de 0.313 obtenue par Szeri et *al.* [224] et Marchand [154] est une bonne approximation pour $r^* \leq 0.5$. Pour des rayons supérieurs, K est une fonction croissante de r^*. Pour $Re = 1.04 \times 10^6$, la zone où $K \simeq 0.313$ est restreinte aux rayons inférieurs à 0.4. Pour des nombres de Reynolds plus importants et de manière générale, K augmente de l'axe de la cavité vers la périphérie. Ce résultat est en accord avec les calculs numériques d'Elena [63] pour des écoulements turbulents. Il constate également que, dans le cas turbulent, K ne dépend pas du nombre de Reynolds. Nos résultats confirment les prévisions d'Elena [63] en périphérie de la

cavité. Proche de l'axe, K augmente pour des valeurs croissantes de Re. Cette dépendance de K en Re est caractéristique d'un écoulement laminaire.

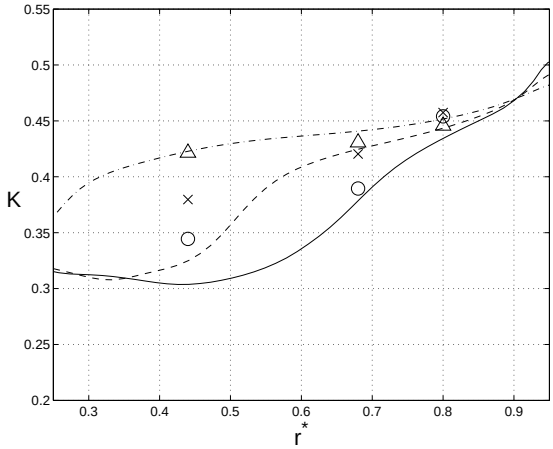


FIG. 4.6 – Évolutions radiales du coefficient d'entraînement K pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds : $(-,\circ)$ $Re = 5.19 \times 10^5$, $(--,\times)$ $Re = 1.04 \times 10^6$, $(-.-,\triangle)$ $Re = 4.15 \times 10^6$; (lignes) modèle RSM, (symboles) mesures par LDA.

La figure 4.7 montre les lignes de courant correspondantes. Pour un écoulement à couches limites séparées ($G = 0.036$), le nombre de Reynolds n'influe que modérément sur la structure de l'écoulement. En augmentant Re de 5.19×10^5 à 4.15×10^6, la zone de recirculation à la périphérie de la cavité diminue, alors qu'une zone de recirculation apparaît près de l'axe. Il est à noter la présence d'une couche de cisaillement axisymétrique et cylindrique (couche de type Stewartson) sur le bandeau périphérique. Le cisaillement se fait entre le fluide en rotation et le bandeau fixe.

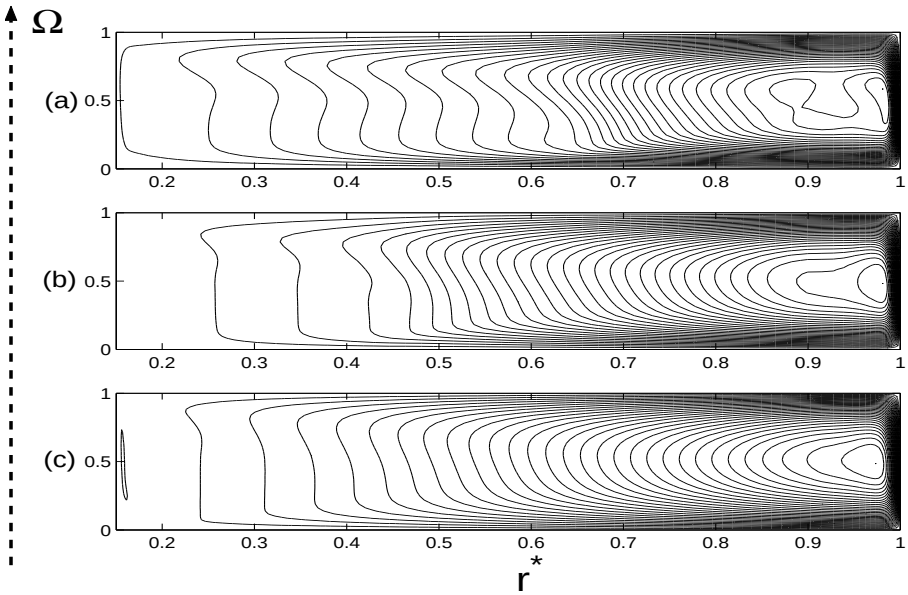


FIG. 4.7 – Lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $G = 0.036$ et différents nombres de Reynolds (RSM), 30 intervalles réguliers : (a) $Re = 5.19 \times 10^5$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.017$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.017$, (c) $Re = 4.15 \times 10^6$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.014$.

On s'intéresse maintenant à l'épaisseur des couches limites d'Ekman δ_E et de Bödewadt δ_B. Le tableau 4.2 rappelle quelques expressions pour la détermination des épaisseurs des couches limites.

Sur la figure 4.8, on compare la valeur de l'épaisseur de la couche limite d'Ekman δ_E (ou de Von

expression	auteurs
$\delta_B = 1.7r/Re_r^{1/5} f(G)$	Daily et Nece [49]
$\delta_B = \sqrt{\nu/\Omega} \times (6.9 - 5.3(r/R_2))$	Gauthier et *al.* [78]
$\delta_E = 0.1025r/Re_r^{1/5}$	Schultz-Grunow [211]
$\delta_E = r/Re_r^{1/5} f(G)$	Daily et Nece [49]
$\delta_E = 2.2\sqrt{\nu/\Omega}$	Gauthier et *al.* [78]

TAB. 4.2 – Expressions des couches limites en cavité fermée.

Kármán) issue du modèle RSM avec l'épaisseur de la couche d'Ekman dans le cas d'un écoulement au-dessus d'un disque unique en rotation de rayon infini $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$ et avec la valeur calculée à partir de la formule de Schultz-Grunow [211] pour trois nombres de Reynolds et $G = 0.036$. On considère que δ_E est l'ordonnée pour laquelle la vitesse tangentielle du fluide atteint 110% de la vitesse tangentielle du noyau. δ_E augmente du centre vers la périphérie de la cavité. δ_E est environ deux fois supérieure à l'épaisseur de la couche limite dans le cas d'un disque infini. La formule de Schultz-Grunow [211] décrit assez bien l'évolution radiale de δ_E pour la plus grande valeur du nombre de Reynolds $Re = 4.15 \times 10^6$ mais pour des nombres de Reynolds plus faibles, nos mesures sont en désaccord avec les mesures de Schultz-Grunow [211]. Pour $Re = 5.19 \times 10^5$, l'évolution radiale de δ_E est légèrement fonction de la position radiale mais peut être considérée comme constante : $\delta_E \simeq 0.1 \simeq 2.5 \times \sqrt{\nu/\Omega}$. Ceci est en accord avec les mesures de Gauthier et *al.* [78] pour des nombres de Reynolds Re compris entre 2.2×10^5 et 3.83×10^5 et $G = 0.0479$. Ils montrent, en effet, que la couche d'Ekman est constante selon le rayon r pour cette gamme de nombre de Reynolds : $\delta_E = 2.2 \times \sqrt{\nu/\Omega}$. Il est à noter que les régions $r^* \leq 0.3$ et $r^* \geq 0.9$ sont fortement influencées par les conditions aux limites.

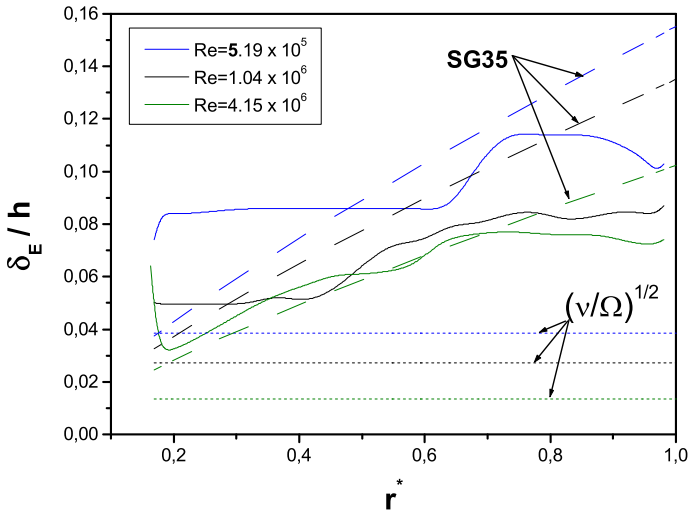


FIG. 4.8 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite d'Ekman δ_E pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds (modèle RSM) ; Comparaison avec la loi de Schultz-Grunow (SG35) [211].

On s'intéresse maintenant à l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt δ_B. δ_B est l'ordonnée pour laquelle la vitesse tangentielle du fluide atteint 90% de la vitesse tangentielle du noyau. La figure 4.9 montre l'évolution radiale de δ_B pour trois nombres de Reynolds et $G = 0.036$. Le modèle prévoit que l'épaisseur de la couche liée au stator diminue sensiblement lorsque l'on s'approche de l'axe de la cavité ou lorsque le nombre de Reynolds augmente. L'épaisseur δ_B vaut environ 0.145 pour $Re = 5.19 \times 10^5$, 0.12 pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et 0.8 pour $Re = 4.15 \times 10^6$. On peut remarquer que la couche de Bödewadt est en moyenne 1.5 fois plus grande que la couche d'Ekman. Ce résultat est proche de celui de Daily et Nece [49], qui ont mesuré $\delta_B \simeq 1.7\delta_E$, alors que Daily et *al.* [48] ont mesuré $\delta_B \simeq 2\delta_E$ dans le cas

d'une cavité fermée ($Re = 2.95 \times 10^5$, $G = 0.069$).

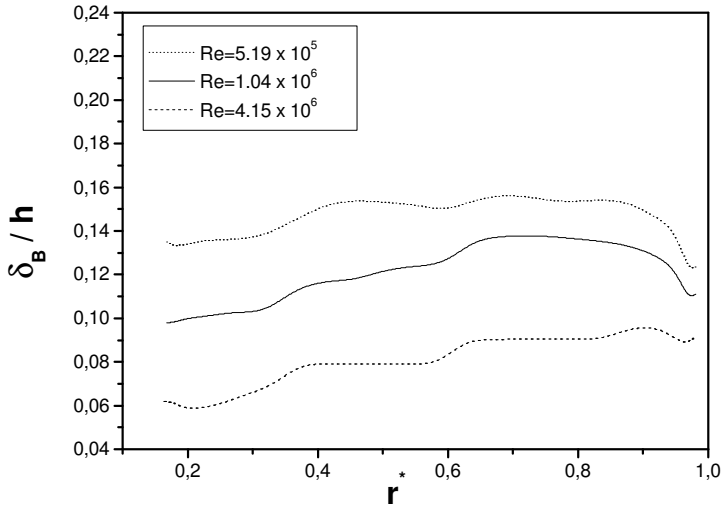
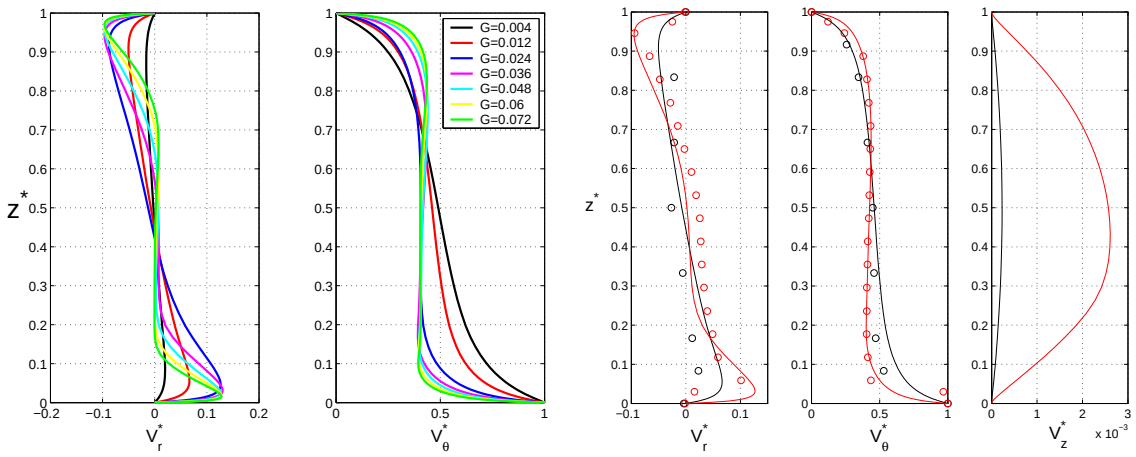


FIG. 4.9 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt δ_B pour $G = 0.036$, $C_w = 0$ et trois nombres de Reynolds (modèle RSM).

On peut donc conclure de l'étude de l'épaisseur des couches limites que l'épaisseur de la couche d'Ekman augmente pour des valeurs croissantes de r^*, alors que l'épaisseur de la couche de Bödewadt est quasi constante selon r^* pour $Re \geq 5.19 \times 10^5$ et $G = 0.036$. La hauteur du noyau diminue donc de l'axe vers la périphérie de la cavité. Ceci est en accord avec les modélisations de Raisee et *al.* [183].

4.3.1.3 Influence du rapport d'aspect de la cavité



(a) (b)

FIG. 4.10 – Influence du rapport d'aspect sur les vitesses moyennes pour $Re = 1.04 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$: (a) pour $0.004 \leq G \leq 0.072$ (modèle RSM). - (b) pour $G = 0.012$ (noir) et $G = 0.036$ (rouge) ; Comparaison entre le modèle RSM ($-$) et les mesures par LDA ($\circ$).

Le modèle RSM a été utilisé pour étudier l'influence du rapport d'aspect sur le champ moyen pour $Re = 1.04 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$ (fig.4.10). D'après Elena [63], pour des grandes valeurs du rapport d'aspect de la cavité $G > G_{max} = 1.05 \times Re^{-0.2}$, les couches limites se développant sur chaque disque

sont séparées. Pour $G < G_{max}$, les couches limites interagissent. Si $G < G_{min} = 0.23 \times Re^{-0.2}$, l'écoulement devient de type Couette de torsion et les couches limites sont jointes [63]. Dans le cas présent, $G_{min} = 0.0144$ et $G_{max} = 0.0657$. Nos résultats numériques (fig.4.10a) rendent compte de la transition entre un écoulement à couches limites jointes et un écoulement à couches limites séparées. Pour $G \leq 0.012$, l'écoulement est de type Couette de torsion : il n'y a pas de région centrale où la vitesse tangentielle est constante et la vitesse radiale quasi nulle. En diminuant G de 0.012 à 0.004, dV_θ/dz augmente et la vitesse radiale tend à être nulle partout selon l'axe z. Au contraire, pour $G \geq 0.06$, l'écoulement est de type Batchelor à couches limites séparées. Chaque couche limite occupe environ 8% de l'espace interdisque. Entre les couches limites, il y a une zone où la vitesse tangentielle est constante ($K = 0.4$) et la vitesse radiale nulle. Cette zone occupe donc environ 84% de l'espace interdisque. Pour un rapport d'aspect intermédiaire $0.012 < G < 0.06$, les couches limites interagissent d'après le critère d'Elena [63]. Les profils restent néanmoins très similaires à ceux d'un écoulement à couches limites séparées. On note juste que l'épaisseur des couches limites augmente et donc la taille du noyau diminue. La vitesse radiale est non nulle et son profil axial est linéaire et caractéristique d'un écoulement de type Couette. Les extrema de la vitesse radiale sont quasi constants pour $G \geq 0.024$.

Les prévisions du modèle RSM ont été comparées aux mesures de vitesse pour $Re = 1.04 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$ et deux rapports d'aspect : $G = 0.012$ pour lequel l'écoulement est à couches limites jointes et $G = 0.036$ pour lequel les couches limites sont considérées comme étant séparées. On peut remarquer tout d'abord que le rapport d'aspect influe sur la vitesse axiale qui reste néanmoins négligeable pour les deux valeurs de G. Les résultats numériques sont en bon accord avec les mesures par LDA pour les deux valeurs de G. On peut cependant noter, qu'en diminuant G, c'est à dire l'espace interdisque h, le volume de mesure du laser (0.8 mm) devient non négligeable devant h : 27% de l'espace interdisque pour $h = 3$ mm ($G = 0.012$). On obtient donc des mesures intégrées sur un volume trop important par rapport à h et à l'épaisseur des couches limites. Cela explique pourquoi les mesures donnent des valeurs de la vitesse sous-estimées dans les couches limites par rapport au modèle. Le modèle RSM permet donc de prévoir des écoulements dans des configurations où les limites des techniques de mesure sont atteintes.

On voit clairement la différence entre les écoulements de type Batchelor (couches limites séparées) et les écoulements de type Couette de torsion (couches limites jointes) sur la structure des lignes de courant (fig.4.11). Pour $Re = 1.04 \times 10^6$, les couches limites sont jointes pour $G \leq 0.012$. Pour $G = 0.024$, l'écoulement devient de type Batchelor près de l'axe de la cavité et préserve la structure des écoulements à couches limites jointes en périphérie. En augmentant encore le rapport d'aspect G, les couches limites sont séparées dans l'ensemble de la cavité. On peut noter que Ψ^*_{max} diminue pour des valeurs croissantes de G.

4.3.1.4 Influence de la rugosité

On étudie maintenant l'influence de la rugosité sur l'écoulement de base. On compare nos résultats pour un écoulement entre deux disques lisses avec les résultats d'Owen et Rogers [170] sur le coefficient de moment C_M, défini par :

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho\Omega^2 R_2^2} \tag{4.2}$$

avec M le moment de torsion exercé par la rotation du fluide sur le rotor. Il s'exprime par :

$$M = -2\pi \int_{R_1}^{R_2} r^2 \tau_\theta dr \tag{4.3}$$

où τ_θ est la composante tangentielle du taux de cisaillement dans la couche limite d'Ekman, qui est donnée par la formule de Blasius. Nous verrons au chapitre 5 que τ_θ et δ_E l'épaisseur de la couche limite d'Ekman peuvent s'exprimer ainsi :

$$\tau_\theta \sim \rho(\frac{K_0+1}{2}\Omega r)^{7/4}(\frac{\nu}{\delta_E})^{1/4} \tag{4.4}$$

$$\delta_E \sim r(\frac{K_0+1}{2})^{7/5}(\frac{\Omega r^2}{\nu})^{-1/5} \tag{4.5}$$

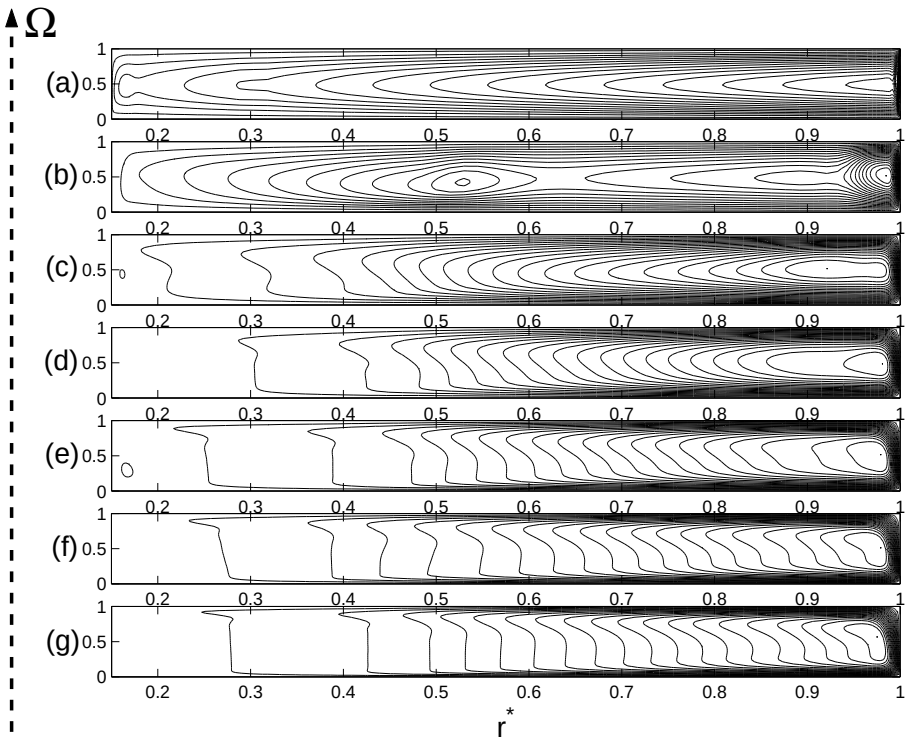


FIG. 4.11 – Lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $Re = 1.04\times10^6$ et sept rapports d'aspect (RSM), 20 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $-0.0327 \leq \Psi^* \leq 0.3558$, (b) $G = 0.012$, $-0.003 \leq \Psi^* \leq 0.1488$, (c) $G = 0.024$, $-0.0005 \leq \Psi^* \leq 0.0432$, (d) $G = 0.036$, $-0.0002 \leq \Psi^* \leq 0.017$, (e) $G = 0.048$, $-0.0001 \leq \Psi^* \leq 0.0078$, (f) $G = 0.06$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.0044$, (g) $G = 0.072$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.0027$.

où K_0 est le coefficient d'entraînement pour un écoulement turbulent dans une cavité fermée. On prendra ici $K_0 \simeq 0.45$. On en déduit ainsi l'expression du coefficient de moment :

$$C_M = a \times Re^{-1/5}(\frac{K_0+1}{2})^{7/5}(1-\frac{R_1}{R_2})^{23/5} \tag{4.6}$$

où a est une constante expérimentale, qui vaut ici $a = 0.683$. On compare, sur la figure 4.12, la loi (4.6) obtenue pour les écoulements turbulents dans une cavité de rapport d'aspect $G = 0.036$ composée de deux disques lisses, avec les résultats expérimentaux d'Owen et Rogers [170] obtenus pour différents rapports d'aspect et différentes rugosités. Pour des nombres de Reynolds importants $Re \geq 2.5 \times 10^5$, ils remarquent que le coefficient C_M augmente avec la rugosité et est indépendant du nombre de Reynolds. Ils proposent ainsi la formule suivante :

$$C_M^{-1/2} = -5.37 \log \frac{k_s}{R_2} - 3.4G^{1/4} \tag{4.7}$$

où k_s est la hauteur effective des rugosités. Trois rugosités et trois rapports d'aspect ont été étudiés et comparés à notre configuration où les deux disques sont lisses (en magenta sur la figure 4.12). On peut noter que le coefficient de moment augmente, en effet, avec la rugosité et également avec le rapport d'aspect. Dans le cas où $k_s = 0$, le coefficient C_M décroît avec le nombre de Reynolds et le niveau est bien inférieur au cas avec rugosités. Les rugosités augmentent le cisaillement tangentiel dans la couche d'Ekman et augmentent donc le coefficient d'entraînement K.

Kurokawa et *al.* [128] ont montré que la configuration la meilleure pour augmenter le taux de rotation du fluide est celle où le stator est lisse ($k_s^* = k_s/R_2 = 3.7 \times 10^{-6}$) et le rotor est rugueux ($k_s/R_2 = 1.7 \times 10^{-4}$). Au contraire, la configuration la plus défavorable est celle où le rotor est lisse et le stator est rugueux. La figure 4.13 représente les profils de la vitesse tangentielle moyenne pour $G = 0.078$, $Re = 3.1 \times 10^6$, $r^* = 0.79$ et différentes configurations. Ils obtiennent les valeurs de K suivantes :

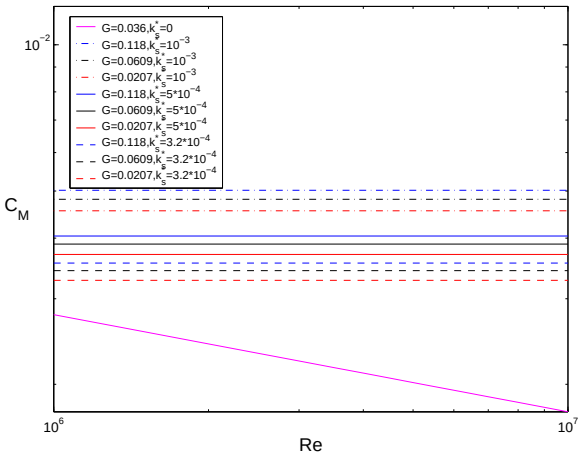


FIG. 4.12 – Influence de la rugosité sur le coefficient de moment C_M pour différentes rugosités et différents rapports d'aspect ; Comparaison avec les résultats expérimentaux d'Owen et Rogers [170].

- rotor lisse et stator rugueux : $K \simeq 0.4$,
- rotor et stator lisses : $K \simeq 0.44$,
- rotor et stator rugueux : $K \simeq 0.46$,
- rotor rugueux et stator lisse : $K \simeq 0.5$.

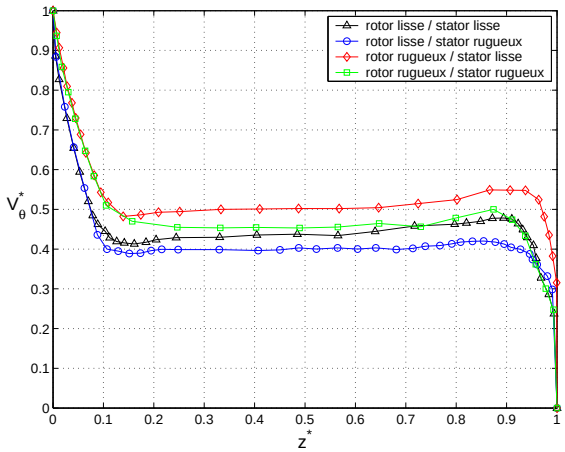


FIG. 4.13 – Effet de la rugosité sur la vitesse tangentielle moyenne pour $Re = 3.1 \times 10^6$ et $G = 0.078$ en $r^* = 0.79$, d'après Kurokawa et *al.* [128].

4.3.2 Champ de pression

Pour compléter les comparaisons, on a également fait des mesures de pression à l'aide de 6 capteurs de pression placés sur le stator selon la direction radiale. On choisit de prendre, comme pression de référence, la pression mesurée à la position radiale extérieure $r^* = 0.92$. On définit ainsi le coefficient de pression suivant : $C_p = P^*(r^*) - P^*(0.92)$. La pression adimensionnée est donnée par : $P^* = 2P/(\rho\Omega^2 R_2^2)$. La figure 4.14 montre la distribution radiale du coefficient de pression pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds. La pression décroît naturellement de la périphérie vers le centre de la cavité : C_p est donc toujours négatif. À un rayon donné, on peut noter que C_p diminue légèrement, en valeur absolue, lorsque Re diminue. Les pressions mesurées ici sont vraiment très faibles. Les différences entre les prévisions et les mesures sont de l'ordre de 1 mbar, ce qui correspond à la précision de la mesure. Ceci explique que les mesures sont moins bien ordonnées et montre à la fois la pertinence du modèle et la limite du système de mesures. Le modèle prévoit bien la distribution de C_p, qui est une

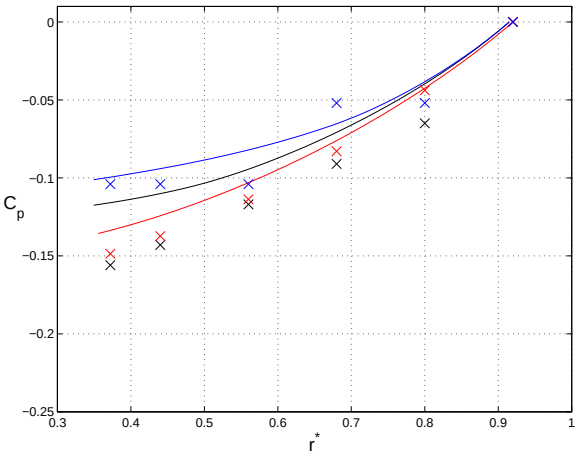


FIG. 4.14 – Évolutions radiales du coefficient de pression C_p pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds : (bleu) $Re = 5.19 \times 10^5$, (noir) $Re = 1.04 \times 10^6$, (rouge) $Re = 4.15 \times 10^6$ ($\times$ mesures, $-$ modèle RSM).

quantité très sensible pour la modélisation.

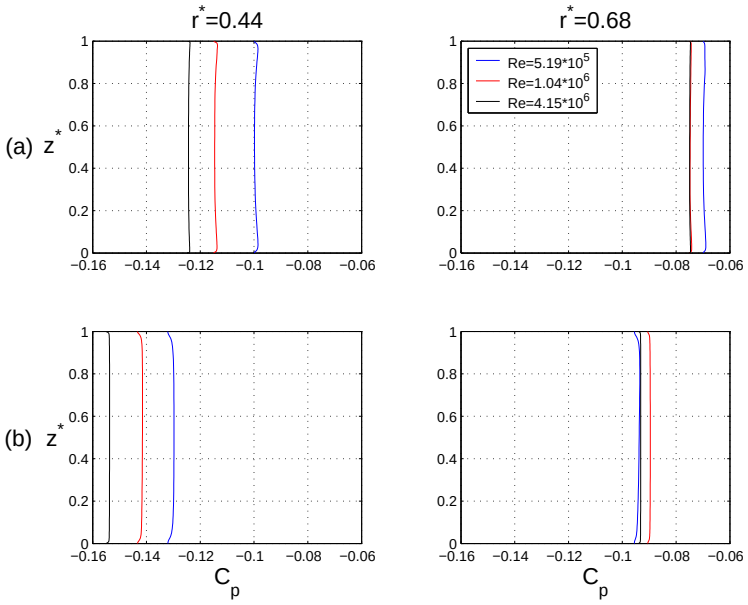


FIG. 4.15 – Profils axiaux du coefficient de pression C_p en $r^* = 0.44$ et 0.68 pour trois nombres de Reynolds et deux rapports d'aspect : (a) $G = 0.012$ - (b) $G = 0.036$ (RSM).

La figure 4.15 représente les profils axiaux du coefficient de pression C_p en deux positions radiales, pour trois nombres de Reynolds et deux rapports d'aspect. On peut noter que la pression est quasi constante selon la direction axiale. Pour $G = 0.012$ (fig.4.15a), la pression est légèrement plus forte dans les couches limites que dans le noyau et la situation inverse se produit pour $G = 0.036$ (fig.4.15b). On peut également remarquer que la pression est plus sensible au nombre de Reynolds près de l'axe en $r^* = 0.44$ qu'en $r^* = 0.68$. En $r^* = 0.44$, le coefficient de pression augmente, en valeur absolue, lorsque Re augmente. À un rayon donné et pour un nombre de Reynolds fixé, C_p augmente, en valeur absolue, pour des valeurs croissantes du rapport d'aspect G.

Globalement, les variations du coefficient d'entraînement K suivent les variations de dC_p/dr^* et de C_M. En augmentant le nombre de Reynolds Re ou la hauteur effective des rugosités k_s ou en s'approchant de la périphérie du disque, K augmente. Par contre, le rapport d'aspect de la cavité G

n'a que peu d'influence.

4.3.3 Champ turbulent

Les prévisions du modèle RSM sont comparées aux mesures par LDA pour deux valeurs du nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et $Re = 4.15 \times 10^6$ et un rapport d'aspect donné $G = 0.036$.

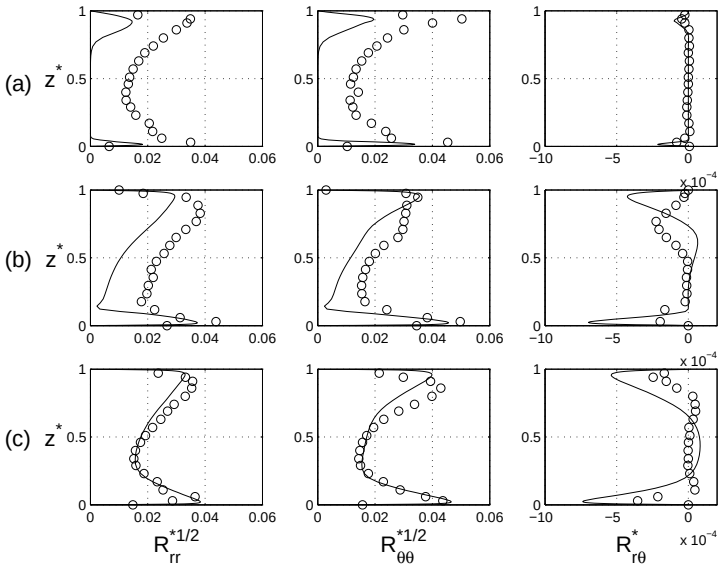


FIG. 4.16 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ en trois positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (○) mesures par LDA.

La figure 4.16 montre une comparaison entre les mesures par LDA et les prévisions du modèle RSM pour les tensions normales R^*_{rr}, $R^*_{\theta\theta}$ et une tension de cisaillement $R^*_{r\theta}$, pour un nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et un rapport d'aspect $G = 0.036$ donnés et trois positions radiales. Le modèle RSM et les mesures par LDA sont en bon accord y compris dans les couches limites. On note cependant certaines différences dans les régions où l'intensité de la turbulence est faible et où la relaminarisation est attendue ($r^* = 0.44$). Il est à noter que les intensités de la turbulence sont globalement faibles, dans les cas considérés ici, dans l'ensemble de la cavité. L'intensité de la turbulence est principalement concentrée dans les couches limites. La couche d'Ekman est d'ailleurs plus turbulente que la couche de Bödewadt. Dans le noyau central, les composantes du tenseur de Reynolds sont faibles. $R^*_{r\theta}$ est, en effet, quasiment égale à zéro, ce qui signifie qu'il n'y a pas de tension de cisaillement turbulente dans cette zone. De la même façon, il n'y a pas de tension de cisaillement visqueuse puisque le gradient axial de la vitesse radiale est nul dans le noyau (fig.4.4). Près de l'axe de rotation ($r^* = 0.44$), on note une zone où l'écoulement est laminaire. Il devient turbulent en s'approchant de la périphérie de la cavité.

La figure 4.17 donne une vue d'ensemble du champ turbulent pour $Re = 4.15 \times 10^6$ et à la position radiale $r^* = 0.56$. Les prévisions du modèle RSM sont ici en excellent accord avec les mesures de corrélations de vitesse. En augmentant le nombre de Reynolds (fig.4.16b,4.17), les intensités de la turbulence augmentent naturellement sauf dans la couche d'Ekman où elles restent globalement constantes. Les trois composantes du tenseur de Reynolds $R^*_{r\theta}$, $R^*_{rz} = \overline{v'_r v'_z}/(\Omega r)^2$ et $R^*_{\theta z} = \overline{v'_\theta v'_z}/(\Omega r)^2$ sont négligeables dans le noyau. Cela signifie que les gradients $\partial V_\theta/\partial z$ et $\partial V_\theta/\partial r$ sont faibles dans cette zone, ce qui confirme l'existence d'un coeur non visqueux en rotation. Cela signifie également que la production de la turbulence est presque nulle dans cette zone et que la turbulence est seulement due au phénomène de diffusion. La composante $R^*_{zz} = \overline{v'^2_z}/(\Omega r)^2$ est également très faible.

La figure 4.18 représente les iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds. On constate tout d'abord que l'énergie cinétique est contenue essentiellement dans les couches limites qui se développent sur chacun des disques, où les gradients de vitesse sont importants. Elle se concentre également dans la couche de Stewartson qui se développe

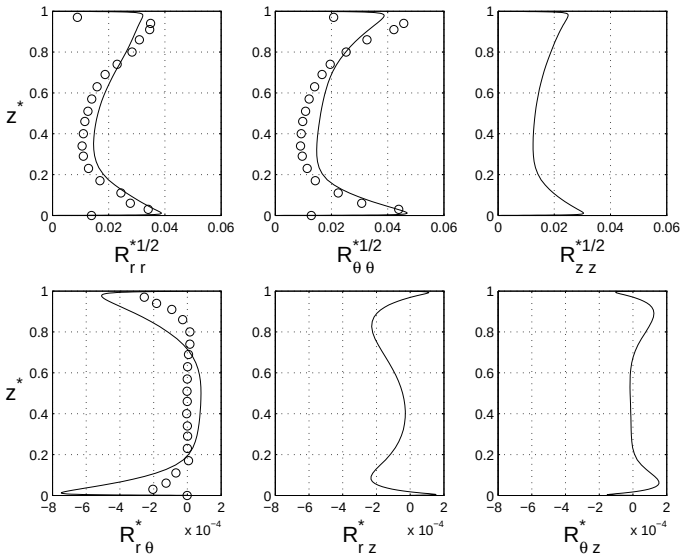


FIG. 4.17 – Profils axiaux des six composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$ et $Re = 4.15 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

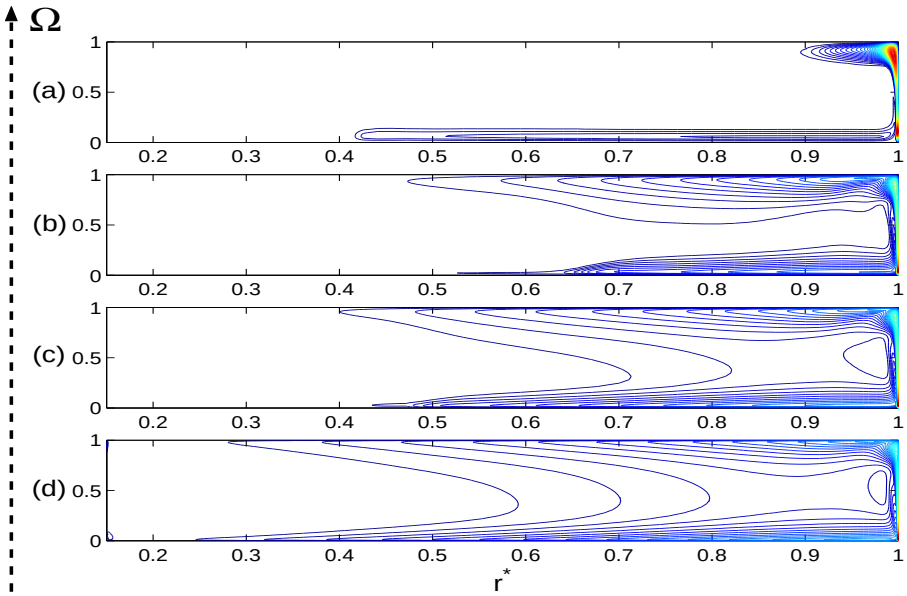


FIG. 4.18 – Iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $G = 0.036$ et différents nombres de Reynolds (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $Re = 10^5$, $k^* \leq 0.0063$, (b) $Re = 5.19 \times 10^5$, $k^* \leq 0.0077$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $k^* \leq 0.0074$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $k^* \leq 0.0059$.

sur le bandeau périphérique. Les extrema de k^* sont quasi constants pour les nombres de Reynolds considérés ici. Pour $Re = 10^5$ (fig.4.18a), la couche limite d'Ekman devient turbulente avant celle de Bödewadt, ce qui est un peu surprenant. Cependant les valeurs de l'énergie cinétique de la turbulence k^* sont faibles et elle est essentiellement concentrée dans la couche de Stewartson. Par contre, pour $Re = 5.19 \times 10^5$ (fig.4.18b), la couche limite du stator devient turbulente en $r^* = 0.48$ avant celle du rotor en $r^* = 0.53$. Cheah et *al.* [30] explique cela par les effets de transport convectif de la turbulence. La situation est identique pour $Re = 1.04 \times 10^6$ (fig.4.18c) mais les rayons pour lesquels les couches limites deviennent turbulentes diminuent, ce qui est en accord avec les résultats de Cheah et *al.* [30], qui ont constaté que la couche d'Ekman est laminaire sur plus de la moitié de la cavité pour $Re = 1.6 \times 10^6$ et $G = 0.127$. En augmentant encore le nombre de Reynolds $Re = 4.15 \times 10^6$ (fig.4.18d),

les rayons diminuent toujours mais la couche d'Ekman devient turbulente avant celle de Bödewadt. Globalement, la turbulence apparaît dans les couches limites pratiquement pour les mêmes rayons, ce qui peut s'expliquer par la présence du moyeu en rotation qui engendre des forts gradients de vitesse et donc favorise l'apparition de la turbulence. Elena [63] a étudié l'influence du moyeu sur l'écoulement.

On s'intéresse maintenant à la contribution des différents termes sur l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence :

$$\frac{dk}{dt} = P + D^T + D^\nu + D^R - \epsilon + J \tag{4.8}$$

On rappelle que P est le terme de produtions, D^T la diffusion turbulente, D^ν la diffusion moléculaire, D^R un terme de diffusion qui freine la tendance à la bidimensionnalisation à cause de la présence de parois, ϵ la dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence et J le flux inverse.

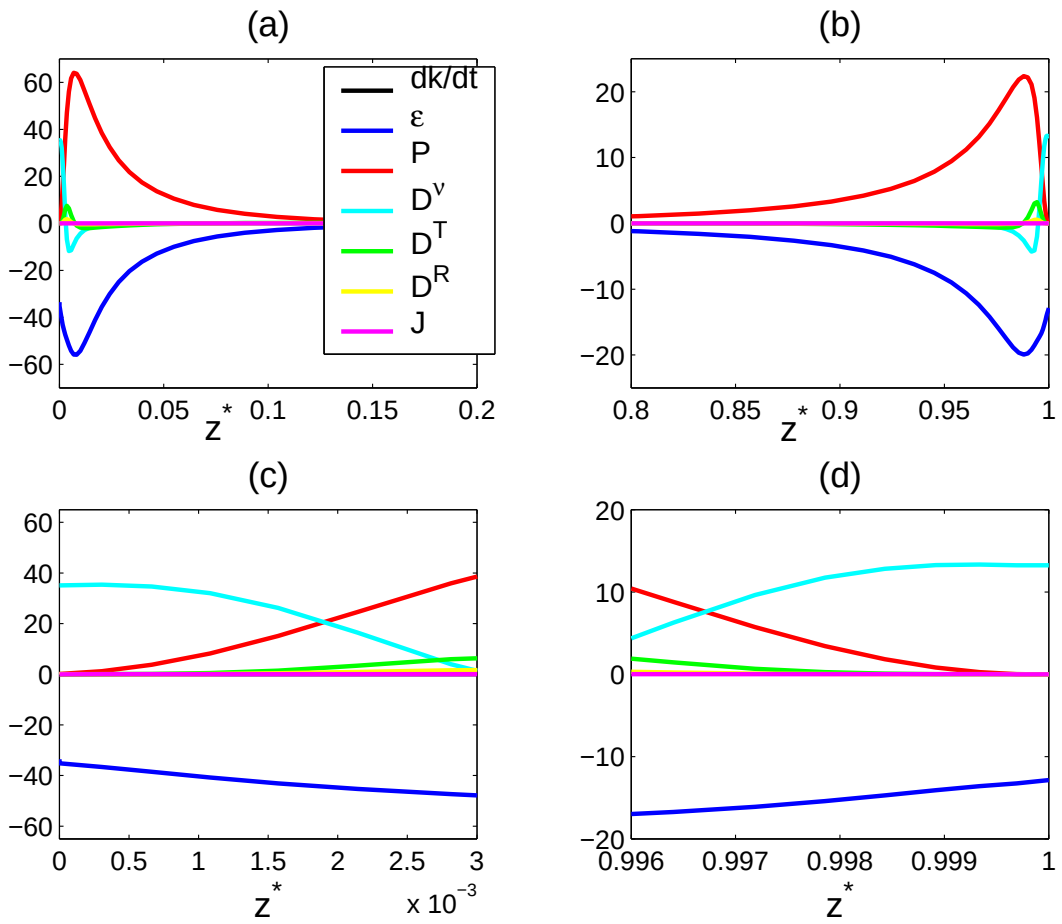


FIG. 4.19 – Contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k (adimensionnée ici par $(\Omega h)^2$) dans les couches limites (a) d'Ekman et (b) de Bödewadt et dans les sous-couches visqueuses (c) d'Ekman et (d) de Bödewadt pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $G = 0.036$ en $r^* = 0.68$.

La figure 4.19 présente la contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence dans les deux couches limites pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $G = 0.036$ en $r^* = 0.68$. Le transport de l'énergie cinétique de la turbulence est guidé à la fois par le terme de production P et par le terme de dissipation ϵ qui se compensent. Les autres contributions sont très faibles sauf celles des termes de diffusion D^T et D^R dans les zones proches des parois. Ceci est vrai dans la couche limite d'Ekman (fig.4.19a) mais aussi dans la couche de Bödewadt (fig.4.19b). Il est à noter que du côté du stator les valeurs des différents termes sont environ trois fois plus faibles que du côté du rotor. Les figures 4.19c et 4.19d sont des grossissements des figures 4.19a et 4.19b et donc présentent la contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence mais dans

les sous-couches visqueuses du côté du rotor ($z^* \leq 0.003$) et du stator ($z^* \geq 0.996$), toujours pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $G = 0.036$ en $r^* = 0.68$. Ainsi on peut remarquer que dans ces deux sous-couches, le terme de diffusion moléculaire D^ν compense la dissipation ϵ au niveau des parois. Les autres termes de diffusion D^T et D^R prennent des valeurs beaucoup plus faibles. La diffusion moléculaire D^ν, qui joue un rôle pour les faibles nombres de Reynolds, est très supérieure à la diffusion turbulente D^T, ce qui est en accord avec les prévisions de Launder [131]. Habituellement, le terme D^R a un effet d'aplatissement de l'énergie cinétique de la turbulence par diffusion le long de l'axe de rotation. Sa contribution est ici limitée. De la même façon, les valeurs du flux inverse J sont également très faibles. Le flux inverse J augmente le niveau de turbulence dans la partie centrale de l'écoulement mais ne joue quasiment pas de rôle dans le transport de l'énergie cinétique de la turbulence. Il est à noter que J prend des valeurs plus élevées du côté du rotor que du côté du stator.

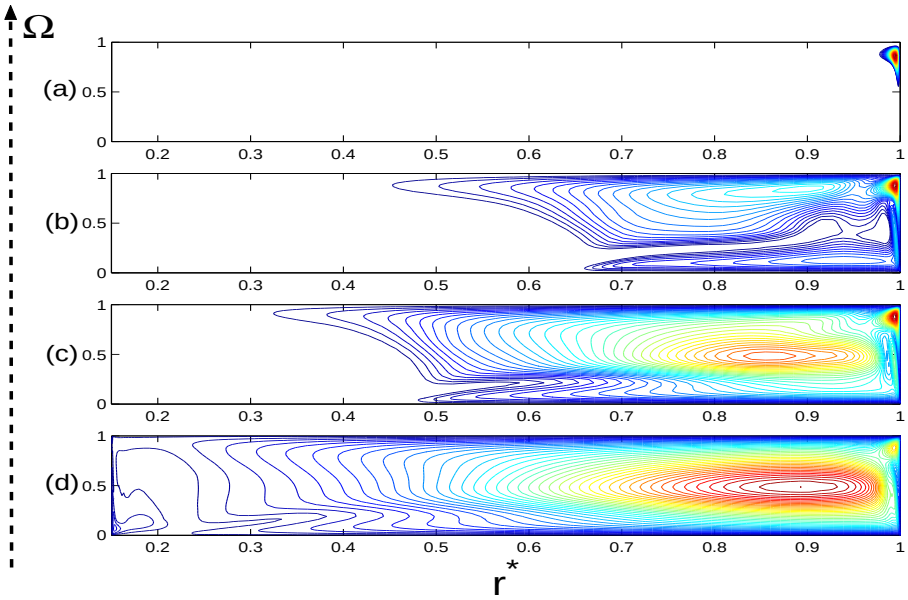


FIG. 4.20 – Iso-nombres de Reynolds de la turbulence $Re_t = k^2/(\nu\epsilon)$ pour $G = 0.036$ et différents nombres de Reynolds (RSM), 40 intervalles réguliers : (a) $Re = 10^5$, $Re_t \leq 48$, (b) $Re = 5.19 \times 10^5$, $Re_t \leq 196$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $Re_t \leq 352$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $Re_t \leq 1845$.

La représentation des iso-nombres de Reynolds de la turbulence permet de mieux visualiser les zones turbulentes de l'écoulement. L'écoulement est considéré comme laminaire pour $Re_t \leq 1/c_\mu \simeq 11$ ($c_\mu = \nu_t\epsilon/k^2 = 0.09$, où ν_t est la viscosité de la turbulence). La figure 4.20 montre la transition laminaire - turbulent pour une cavité de rapport d'aspect $G = 0.036$ et quatre nombres de Reynolds. La première ligne d'iso-nombre de Reynolds de la turbulence en bleu foncé correspond à la valeur $Re_t = 11$, donc à la transition laminaire-turbulent. Pour $Re = 10^5$, l'écoulement est partout laminaire sauf sur le bandeau extérieur. En augmentant le nombre de Reynolds, la zone laminaire se réduit naturellement et le nombre de Reynolds de la turbulence maximum augmente. Pour $Re = 4.15 \times 10^6$, l'écoulement est pleinement turbulent dans l'ensemble de la cavité.

La figure 4.21 montre l'influence du rapport d'aspect G sur la répartition de l'énergie cinétique de la turbulence pour $Re = 1.04 \times 10^6$. Pour $G \geq 0.024$, l'écoulement est de type Batchelor à couches limites séparées : l'énergie cinétique de la turbulence est concentrée dans les couches limites. La couche de Bödewadt devient turbulente avant la couche d'Ekman. Les rayons pour lesquels les couches limites deviennent turbulentes sont indépendants du rapport d'aspect G. Par contre, pour un écoulement à couches limites jointes $G < 0.012$, l'énergie cinétique de la turbulence est répartie selon toute la direction axiale. Elle est essentiellement concentrée dans la couche de Stewartson sur le bandeau et elle s'atténue de la périphérie vers l'axe de la cavité. Le maximum de l'énergie cinétique de la turbulence est beaucoup plus important pour un écoulement de type Couette de torsion que pour un écoulement de type Batchelor et il diminue pour des valeurs croissantes de G.

Avant d'étudier la structure de la turbulence, on rappelle sur la figure 4.22 les conditions de réalisabilité de Lumley [147]. Lumley a introduit le facteur d'aplatissement $A = 1 - 9/8(A_2 - A_3)$

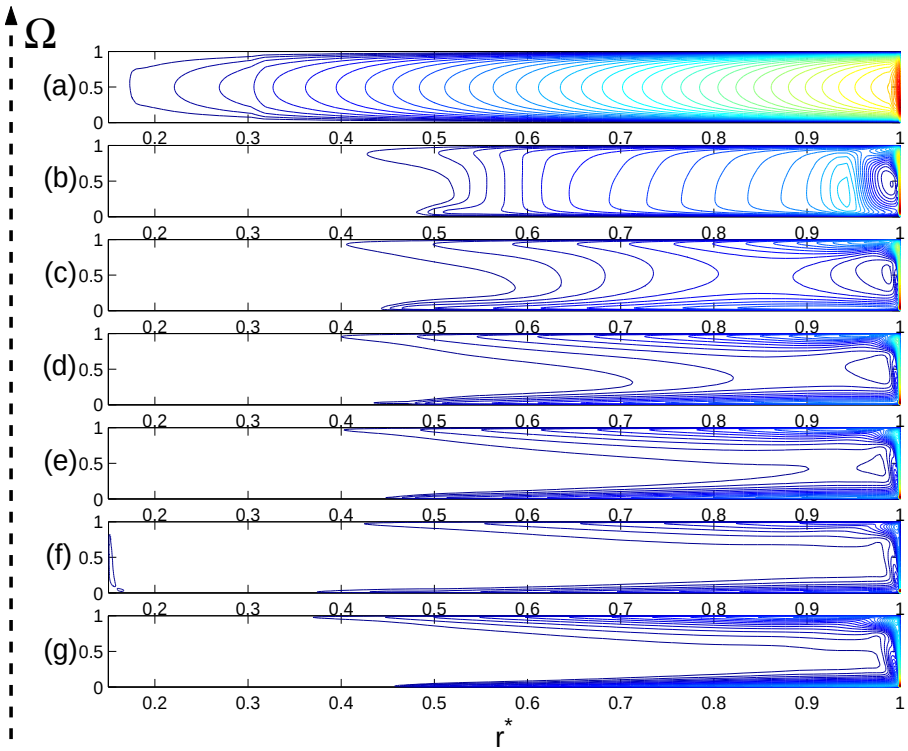


FIG. 4.21 – Iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et sept rapports d'aspect (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $k^* \leq 0.4374$, (b) $G = 0.012$, $k^* \leq 0.0695$, (c) $G = 0.024$, $k^* \leq 0.0166$, (d) $G = 0.036$, $k^* \leq 0.0071$, (e) $G = 0.048$, $k^* \leq 0.0041$, (f) $G = 0.06$, $k^* \leq 0.0041$, (g) $G = 0.072$, $k^* \leq 0.0017$.

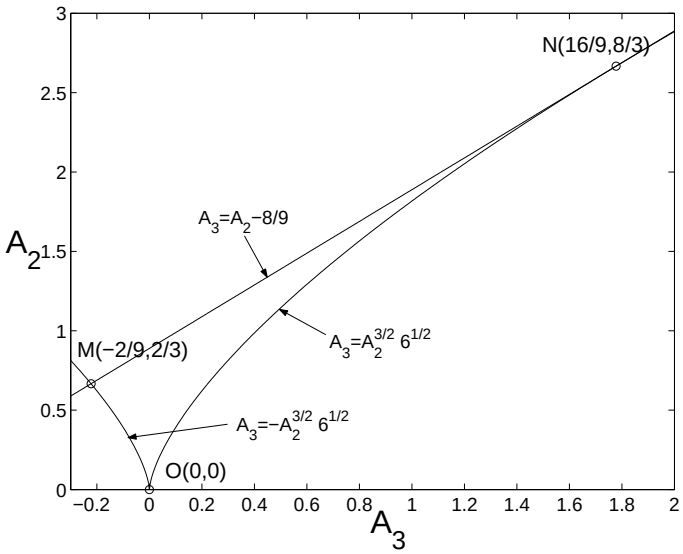


FIG. 4.22 – Diagramme de réalisabilité selon Lumley [147].

(A_2 et A_3 étant les deuxième et troisième invariants du tenseur d'anisotropie). A vaut 1 en turbulence isotrope et a pour limite 0 lorsque la turbulence devient bidimensionnelle. Lumley définit un diagramme de réalisabilité (fig.4.22) qui détermine l'ensemble des valeurs permises pour les couples (A_2,A_3). Celles-ci sont contenues dans la zone limitée par les points M, N, O.

Sur la figure 4.23, le second invariant A_2 du tenseur d'anisotropie est tracé en fonction du troisième

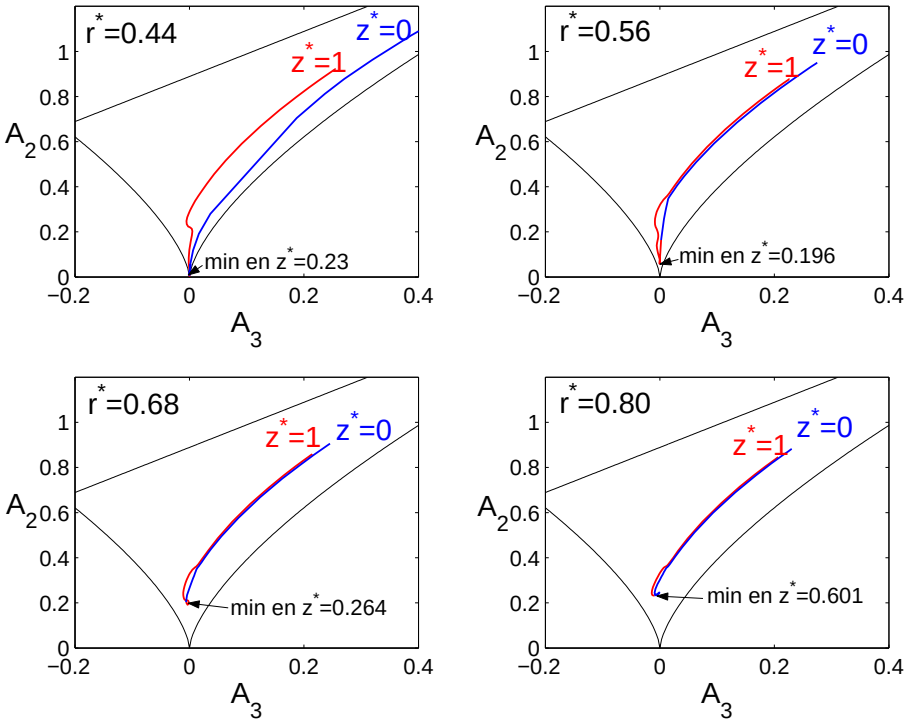


FIG. 4.23 – Tenseur d'anisotropie : deuxième invariant A_2 en fonction du troisième invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $G = 0.036$ en quatre positions radiales.

invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et quatre positions radiales. Pour les quatre rayons, on voit clairement la forte anisotropie des tensions de Reynolds, ce qui valide notre choix du modèle RSM. Le modèle respecte la limite de la turbulence à deux composantes près des parois. A l'approche des parois, les fluctuations normales à celles-ci sont, en effet, atténuées beaucoup plus rapidement que les fluctuations parallèles, ce qui est une conséquence directe de l'équation de continuité. L'anisotropie diminue avec la distance à la paroi et la turbulence devient quasiment isotrope au sens des vitesses dans le coeur de l'écoulement. Le minimum de la courbe se situe en dehors des couches limites et dépend de la position radiale.

Il existe en fait deux types d'anisotropie : Reynolds [193] définit la "componentality" et la "dimensionality", que Cambon et Jacquin [21] appellent respectivement la polarisation et la directivité. La "componentality" représente la répartition de l'énergie sur les composantes du tenseur de Reynolds R_{ij} (fig.4.23). La "dimensionality" permet de connaître la structure de la turbulence. Le tenseur d'anisotropie directionnelle ou structurelle (directivité) est défini par : $a_{cij} = (C_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij})/k$, où :

$$C_{ij} = \frac{2}{3}(1 + \frac{f_c}{2})k\delta_{ij} - f_c k \frac{\Omega_i^* \Omega_j^*}{\Omega^{*2}} \qquad et \qquad f_c = f(Ro_t)$$

En cas de forte rotation, on a : $\Omega_i^* = \Omega_i - 0.5\epsilon_{ijk}V_{j,k} \simeq \Omega_i$ et sachant que $\Omega_1 \neq 0$ et $\Omega_2 = \Omega_3 = 0$, on obtient :

$$C_{11} = \frac{2}{3}(1 + \frac{f_c}{2})k - f_c k \qquad et \qquad C_{22} = C_{33} = \frac{2}{3}(1 + \frac{f_c}{2})k$$

$$\Rightarrow a_{c11} = -\frac{2}{3}f_c \qquad et \qquad a_{c22} = a_{c33} = \frac{f_c}{3}$$

Les deuxième et troisième invariants sont définis par :

$$A_{C2} = a_{c11}^2 + a_{c22}^2 + a_{c33}^2 \qquad et \qquad A_{C3} = a_{c11}^3 + a_{c22}^3 + a_{c33}^3$$

D'où finalement, quelque soit la valeur des paramètres physiques (Ω, Q, r, h), on obtient :

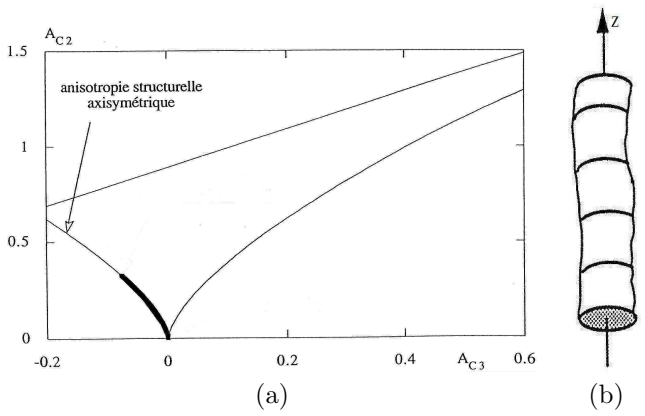


FIG. 4.24 – (a) Tenseur d'anisotropie directionnelle : deuxième invariant A_{C2} en fonction du troisième invariant A_{C3}, (b) Exemple de vortex bidimensionnel.

$$A_{C2}^{3/2} = -6^{1/2} A_{C3} \tag{4.9}$$

La figure 4.24a représente le deuxième invariant A_{C2} en fonction du troisième invariant A_{C3}. L'anisotropie directionnelle ou structurelle est axisymétrique, la turbulence est donc bidimensionnelle quelque soit la valeur des paramètres physiques. Les structures ont donc la forme d'un "cigare" orienté selon l'axe de rotation du disque tournant (fig.4.24b). Ceci est essentiellement une conséquence du choix de C_{ij}. Une des améliorations possibles du modèle RSM serait d'écrire une équation de transport pour C_{ij} [22] dont les différents termes devront être modélisés.

4.4 Conclusion

Nous avons étudié les écoulements turbulents dans une cavité rotor-stator fermée pour plusieurs nombres de Reynolds et rapports d'aspect. Pour $G \geq 0.024$, l'écoulement est de type Batchelor à couches limites séparées. Pour $Re = 9.5 \times 10^4$, la couche limite liée au stator est turbulente alors que celle du rotor est laminaire. À plus grands nombres de Reynolds $Re \geq 5.19 \times 10^5$, l'écoulement est pleinement turbulent, excepté dans une zone près de l'axe dont la taille diminue quand Re augmente. La turbulence est essentiellement concentrée dans les couches limites. La couche de Bödewadt devient turbulente avant celle d'Ekman et les intensités de la turbulence y sont toujours plus importantes. Dans la région turbulente, le coefficient d'entraînement K ne dépend que du rayon r^* et pas du nombre de Reynolds Re. Dans la région laminaire, K est une fonction de Re et r^*.

Les principaux résultats peuvent être résumés sous la forme de profils polaires. La figure 4.25 représente les hodographes des vitesses moyennes radiale et azimutale pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds. On voit clairement qu'en augmentant le nombre de Reynolds, l'effet centrifuge sur le rotor disparaît. En effet, le maximum de la vitesse radiale diminue. On peut noter également que la vitesse dans le noyau augmente pour des valeurs croissantes de Re.

Les cas considérés ici sont des cas déjà plus ou moins connus. Ils constituent des cas de base et ont permis de mettre en évidence que les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les mesures de vitesse et de pression, hormis pour des faibles nombres de Reynolds dans la zone près de l'axe où l'écoulement est relaminarisé. On peut donc maintenant étendre les comparaisons aux cas avec flux centripète puis centrifuge.

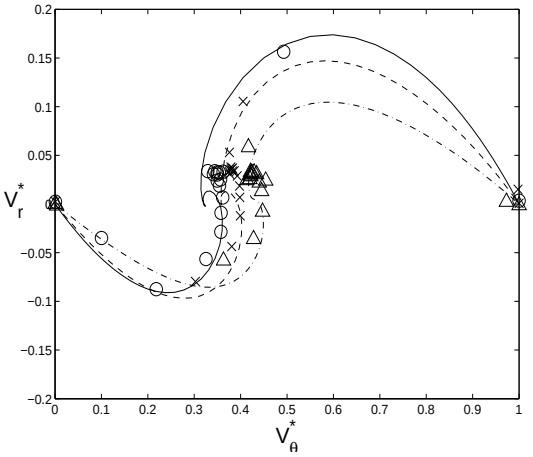


FIG. 4.25 – Hodographe des composantes azimutale et radiale de la vitesse ; Comparaison entre le modèle RSM (lignes) et les mesures par LDA (symboles) pour $G = 0.036$ et trois nombres de Reynolds : $(-,\circ)$ $Re = 5.19 \times 10^5$, $(--,\times)$ $Re = 1.04 \times 10^6$, $(-.-,\triangle)$ $Re = 4.15 \times 10^6$.

Chapitre 5

Écoulements turbulents de type Batchelor avec flux centripète

On étudie l'écoulement de type Batchelor dans une cavité de type rotor-stator lorsqu'un flux centripète est imposé et avec mise en prérotation du fluide. Les mesures sont réalisées aux moyens de la LDA et de huit capteurs de pression puis comparées aux prévisions du modèle RSM pour une large gamme des paramètres de contrôle (G, Re, C_w). Par une étude analytique, on montre également que le coefficient d'entraînement K du fluide dépend d'un nouveau paramètre de similarité Cq_r, appelé coefficient local de débit, selon une loi de puissance en 5/7 dont les deux coefficients dépendent de la prérotation. L'influence des conditions aux limites fera l'objet d'une étude spécifique. Une description complète des champs moyen et turbulent sera donnée.

5.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants avec flux centripète

Peu de résultats sont, à ce jour, publiés pour des écoulements avec flux centripète. Jimbo [119] a étudié l'effet d'un flux centripète sur un écoulement turbulent en cavité rotor-stator. Il n'a pas noté d'influence de l'espace interdisque h sur le gradient de pression radial et sur le coefficient d'entraînement du fluide. Des industriels de la société Pratt et Whitney [182] ont essayé de prévoir la valeur du coefficient d'entraînement K pour de nombreuses configurations entre deux disques lisses ou dans le cas de disques munis d'ailettes. L'équation caractéristique s'écrit : $Kr^{n+1} = cte$, où $n = -1$ dans le cas d'une cavité fermée et $n > 0$ en présence d'un flux centripète. Ils proposent des lois empiriques reliant K aux paramètres de l'écoulement mais leur validité est limitée. Kurokawa et Toyokura [127] ont proposé un modèle à une dimension pour calculer K et ont introduit un nouveau coefficient global de débit. Les auteurs ont montré l'influence dominante du flux centripète sur la détermination de K et sur la distribution radiale de la pression. Le modèle reste cependant complexe et difficile à utiliser.

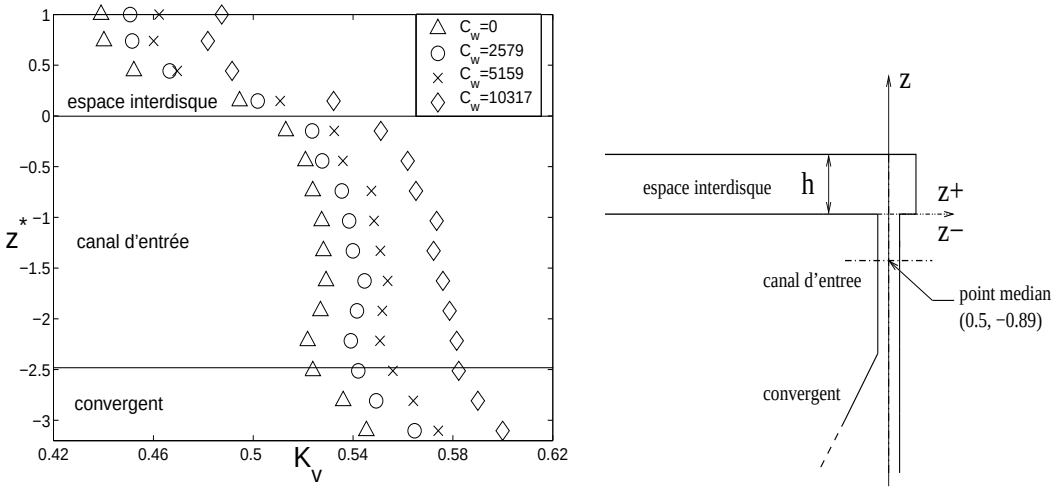
Owen et Rogers [170] ont proposé une représentation qualitative des pseudo-lignes de courant moyennes obtenues à partir de simulations numériques. Ils montrent que, dans le cas d'un écoulement turbulent de type Batchelor avec un faible flux centripète, l'écoulement à la périphérie de la cavité conserve les propriétés de l'écoulement sans flux avec le flux traversant la couche de Bödewadt et compressant le coeur central. En s'approchant du centre du disque, la couche d'Ekman, qui était centrifuge, devient centripète à un certain rayon. Un point d'arrêt est ainsi créé sur le rotor. Cette situation est similaire à celle observée par Dijkstra et Van Heijst [56], Lopez et *al.* [145] ou Moisy et *al.* [158], même si dans le cas présent, aucune couche de cisaillement interne ne lui est associée. Le coeur central, proche du rotor à la périphérie du disque, se rapproche du stator au centre. Lorsqu'un fort flux centripète est imposé, les deux couches limites sont centripètes. Debuchy [53] a réalisé une étude comparative entre des résultats expérimentaux et un modèle numérique basé sur une approche asymptotique dans le cas avec flux centripète. Mais du fait des limitations inhérentes au modèle de turbulence et à la bonne représentation des conditions aux limites, il n'est pas parvenu à obtenir des prévisions satisfaisantes. Debuchy et *al.* [54] ont étudié les écoulements turbulents en cavité rotor-

stator lorsqu'un flux radial avec sortie axiale est imposé. Ils ont comparé un modèle analytique simple à des mesures de vitesse et de pression dans un écoulement d'air. Ils ont montré les fortes influences du flux centripète et de l'espace axial d'entrée du fluide sur le coefficient d'entraînement, le coefficient de pression et sur les flux passant dans chaque couche limite.

Gassiat [77] a proposé une loi déduite d'une analyse asymptotique permettant de prévoir le coefficient d'entraînement du fluide K lorsqu'un flux centripète est imposé. Il introduit un nouveau paramètre de similarité Cq_r (coefficient local de débit) proche du coefficient global de débit de Kurokawa et Toyokura [127]. Cette loi est valide lorsque K est grand devant 1. Il a également étudié l'effet d'ailettes afin de réduire la variation de pression radiale dans la cavité.

5.2 Prérotation du fluide

Une couronne percée liée au rotor et située à 42 mm en-dessous de la surface du disque tournant (fig.2.2), assure une prérotation du fluide. La vitesse tangentielle du fluide est accrue et l'influence de la paroi verticale est ainsi limitée. La prérotation est caractérisée par $K_v = V_\theta(r_e^*)/(\Omega R_2)$, où r_e^* est le rayon adimensionné à l'intérieur de l'espace radial e. La position radiale $r_e^* = 0$ correspond au rayon externe du rotor R_2 et $r_e^* = 1$ à R_3. Cela donne la condition d'entrée du fluide dans la cavité. $K_v = 1$ correspond à un fluide complètement entraîné et $K_v = 0$ à un fluide sans prérotation comme dans l'expérience de Debuchy [53].



(a) (b)

FIG. 5.1 – Mesures par LDA du niveau de prérotation pour $G = 0.036$ et $Re = 4.15 \times 10^6$: (a) Profils axiaux de K_v en fonction de C_w - (b) Position du point médian.

La figure 5.1 représente les profils axiaux de K_v à l'entrée de la cavité (le long de la ligne verticale de la figure 5.1b, en $r_e^* = 0.5$) pour un nombre de Reynolds $Re = 4.15 \times 10^6$ et quatre valeurs du coefficient de débit C_w. Entre le convergent et l'espace interdisque, la perte de prérotation est d'environ 0.1, ce qui correspond à 18% de la valeur maximum. Cette perte est la même pour toutes les valeurs de C_w. On peut également remarquer que K_v augmente pour des valeurs croissantes de C_w. Il n'y a pas de perte de prérotation dans le canal d'entrée : K_v reste en effet constant. La perte de prérotation est due essentiellement à l'entrée du fluide dans l'espace interdisque.

La figure 5.2 montre des profils radiaux (le long de la ligne pointillée horizontale de la figure 5.1b) de la vitesse tangentielle moyenne à l'intérieur du canal d'entrée ($z^* = -0.89$) pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et quatre coefficients de débit. Pour $C_w = 0$, on peut noter que, par viscosité, au milieu du canal, on atteint environ 50% de la vitesse du rotor. Pour des débits centripètes croissants (valeurs croissantes de C_w), le gain en rotation est relativement modéré puisque, pour $C_w = 10317$, K dépasse à peine 57%. Il est à noter que le profil de V_θ dans l'espace radial e est proche de l'aspect d'un profil de Batchelor à couches limites séparées.

Les figures 5.3a et 5.3b résument respectivement les effets de la vitesse de rotation et du flux centripète sur le coefficient de prérotation du fluide au point médian ($r_e^* = 0.5$, $z^* = -0.89$) du

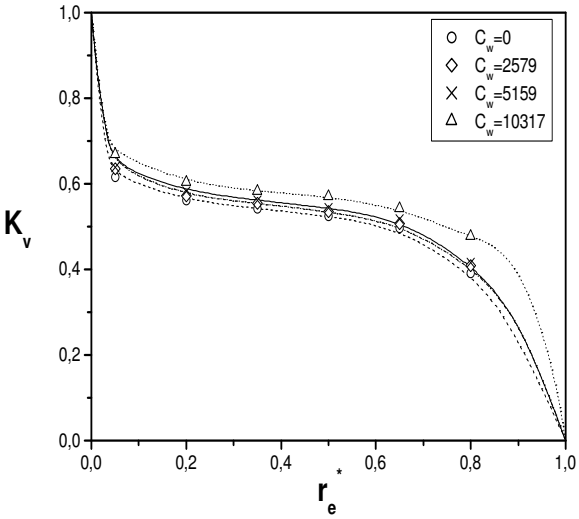
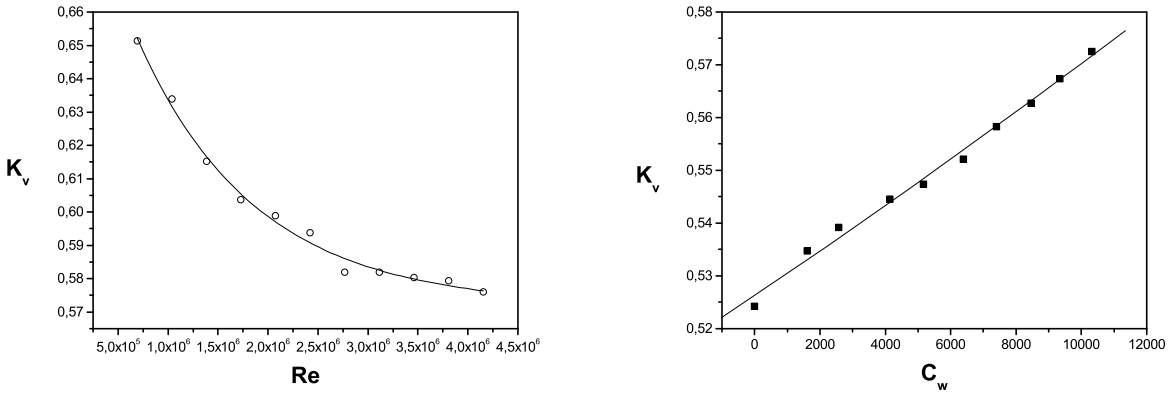


FIG. 5.2 – Profils radiaux du niveau de prérotation K_v en $z^* = -0.89$ pour $G = 0.036$ et $Re = 4.15\times10^6$ en fonction de C_w.



(a) (b)

FIG. 5.3 – Niveau de prérotation au point médian ($r_e^* = 0.5$, $z^* = -0.89$) du canal d'entrée ($G = 0.036$) : (a) Influence du nombre de Reynolds Re pour $C_w = 10317$ - (b) Influence du coefficient de débit C_w pour $Re = 4.15 \times 10^6$.

canal d'entrée pour $G = 0.036$. Pour $C_w = 10317$ (fig.5.3a), aux faibles nombres de Reynolds, K est maximum, proche de 0.65 pour $Re = 6.5\times10^5$. Il diminue d'environ 12% quand le nombre de Reynolds augmente de l'ordre d'un facteur 10. L'effet de la vitesse de rotation est donc relativement modéré.

Lorsque le nombre de Reynolds est fixé ($Re = 4.15 \times 10^6$) et que l'on fait varier le coefficient de débit C_w de 0 à 10317, au point médian, on trouve une augmentation sensible de K avec C_w. Toutefois, cette augmentation ne dépasse pas 8% de sa valeur initiale à $C_w = 0$.

5.3 Structure de l'écoulement

On étudie la structure de l'écoulement turbulent lorsqu'un flux centripète est imposé selon les paramètres de l'écoulement r^*, C_w, Re et G. L'espace interdisque est suffisamment grand pour que

l'écoulement soit de type Batchelor à couches limites séparées.

5.3.1 Influence de la position radiale

La figure 5.4 montre les profils axiaux des vitesses moyennes pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ en trois positions radiales. Lorsqu'un flux centripète est imposé, la structure de l'écoulement à la périphérie de la cavité préserve les propriétés de l'écoulement dans une cavité fermée. Ceci avait déjà été observé par Owen et Rogers [170]. En $r^* = 0.8$, l'écoulement est en effet de type Batchelor avec deux couches limites séparées par un noyau central en rotation. Lorsque l'on se rapproche de l'axe de la cavité, la couche limite d'Ekman, qui était centrifuge, devient centripète et le noyau tourne plus vite que le disque tournant. L'écoulement est alors presque partout centripète selon la position axiale. Le coefficient d'entraînement du fluide K augmente près de l'axe de rotation à cause de la conservation du moment cinétique ($V_r \simeq 0$). Le cas limite est obtenu pour $r^* = 0.56$. Un point de recollement se crée sur le rotor : la couche limite d'Ekman disparaît et le noyau tourne à la même vitesse que le disque tournant (fig.5.7b). Ce cas est similaire à celui observé par Dijkstra et Van Heijst [56] et par Iacovides et Theofanopoulos [105]. Lorsqu'un flux radial centripète $C_w = 3795$ est imposé à l'écoulement turbulent de base pour $Re = 6.9 \times 10^5$ et $G = 0.0685$, ces derniers auteurs prévoient un cas limite pour $r^* = 0.47$.

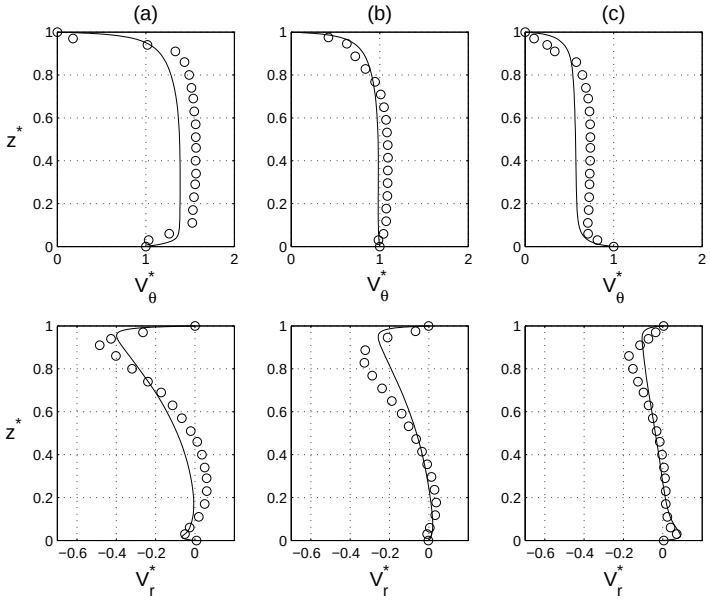


FIG. 5.4 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$ et trois positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (○) mesures par LDA.

5.3.2 Influence du coefficient de débit

À une position radiale donnée $r^* = 0.56$ et pour un nombre de Reynolds égal à $Re = 1.04 \times 10^6$, la figure 5.5 montre l'influence d'un flux centripète sur la structure de l'écoulement moyen. Pour $C_w = 1976$, l'écoulement est de type Batchelor. La couche d'Ekman est centrifuge et le noyau tourne moins vite que le rotor. Si l'on s'intéresse aux lignes de courant (fig.5.7a), pour $r^* \geq 0.4$, on retrouve la structure de l'écoulement turbulent en cavité rotor-stator fermée. En augmentant la valeur du coefficient de débit, la couche d'Ekman disparaît ($C_w = 5929$) puis devient centripète ($C_w = 9881$). Lorsque la couche limite du rotor a disparu, cela signifie qu'un point de recollement s'est créé et que le noyau tourne à la même vitesse que le disque tournant (fig.5.5b et 5.7b). Pour un flux centripète fort ($C_w = 9881$), le noyau tourne plus vite que le rotor (fig.5.5c). On voit clairement, qu'hormis une zone de recirculation en entrée de la cavité et une réentrée du flux en sortie, l'écoulement est partout ailleurs centripète (fig.5.7c). La vitesse radiale moyenne est alors négative partout. L'accord entre les données expérimentales et les prévisions du modèle est très satisfaisant sauf pour le coefficient d'entraînement

du fluide K et le maximum de la vitesse radiale dans la couche de Bödewadt, qui sont légèrement sous-estimés par le modèle RSM. Ceci peut s'expliquer par le fait que le taux de prérotation imposé au fluide dans le modèle est constant quelque soit le flux imposé. Dans l'expérience, nous avons vu que ce n'est pas le cas. Le choix d'imposer V_θ^* variant linéairement de 0 à 1 dans l'espace radial ($K_v \simeq 0.5$) se justifie par le souhait d'avoir un modèle aussi universel et simple que possible. Nous reviendrons par la suite sur ces écarts. Debuchy et *al.* [54] ont montré l'influence d'un flux centripète pour $Re = 1.47 \times 10^6$, $G = 0.08$ et des coefficients de débit compris entre 0 et 12340. Pour un espace radial d'entrée du fluide égal à l'espace interdisque, ils ont montré que le coefficient d'entraînement K du fluide et les maxima de la vitesse radiale dans les couches limites augmentent avec le coefficient de débit. L'influence de C_w est moins marquée en périphérie qu'au centre de la cavité.

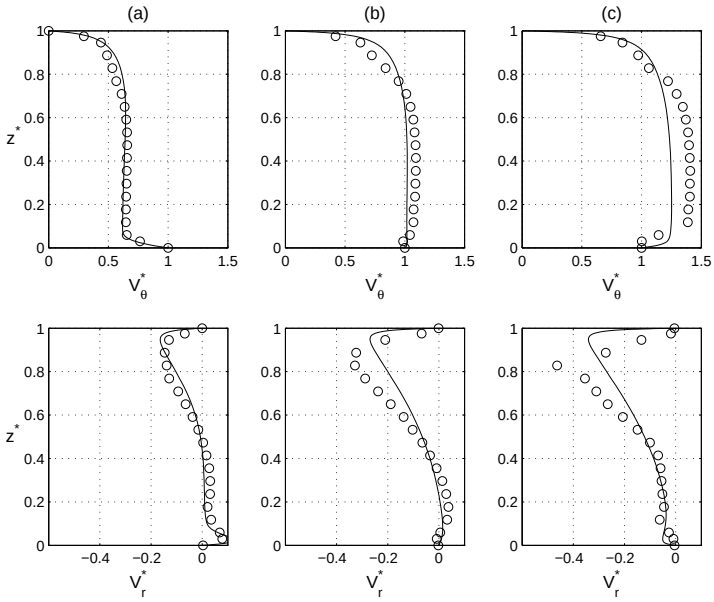


FIG. 5.5 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$, $r^* = 0.56$ et trois flux centripètes : (a) $C_w = 1976$, (b) $C_w = 5929$, (c) $C_w = 9881$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

L'influence du coefficient de débit C_w sur la vitesse tangentielle dans le noyau est résumée sur la figure 5.6 pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et à la position radiale $r^* = 0.56$. On note que le coefficient d'entraînement du fluide K augmente pour des valeurs croissantes de C_w : de 0.45 pour $C_w = 785$ à 1.88 pour $C_w = 30731$.

Debuchy et *al.* [54] ont étudié l'influence de la taille de la zone d'entrée axiale du fluide sur le coefficient d'entraînement du fluide K, pour des valeurs allant de h (les deux disques ne sont alors pas fermés par un cylindre extérieur fixe) à $h/4$. Le coefficient K augmente quand cet espace axial diminue pour $Re = 1.47 \times 10^6$, $G = 0.08$ et $C_w = 12340$. Bayley et Owen [11] ont montré l'importance de la section de sortie sur l'écoulement en cas de flux centrifuge. Ils proposent une relation liant le débit minimum et le nombre de Reynolds pour éviter la réentrée du fluide : $C_{wmin} = 0.61 \times SRe/R_2$, où S est la section de sortie. Owen et Phadke [167] proposent également une valeur de C_{wmin} issue de mesures de pression et de visualisations : $C_{wmin} = c(S/R_2)^n Re$, avec c et n deux constantes. Pour $2 \times 10^5 < Re < 10^6$, ils proposent $c = 0.14$ et $n = 0.66$. Si l'on applique ces relations au cas centripète avec $Re = 1.04 \times 10^6$, on obtient $C_{wmin} = 12604$ [11] et $C_{wmin} = 10963$ [167]. La figure 5.7 présente les lignes de courant pour différentes configurations avec flux centripète. Pour la plus forte valeur du coefficient de débit $C_w = 9881$, on observe toujours une réentrée du fluide pour ce nombre de Reynolds, ce qui est en accord avec les formules de Bayley et Owen [11] et de Owen et Phadke [167] et ce qui confirme leur validité.

On s'intéresse maintenant à l'épaisseur de la couche limite d'Ekman (ou de Von Kármán), notée δ_E, que l'on adimensionne par l'espace interdisque h. La manière dont δ_E et δ_B sont calculées a été précisée au chapitre précédent. La figure 5.8 montre l'évolution radiale de δ_E obtenue par le modèle RSM pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centripètes. Ces résultats sont comparés au cas

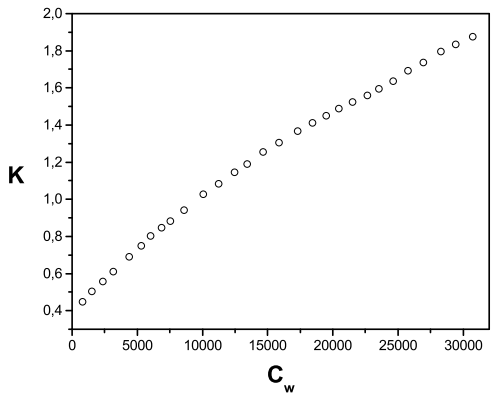


FIG. 5.6 – Influence du coefficient de débit C_w sur K pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et $r^* = 0.56$ (LDA).

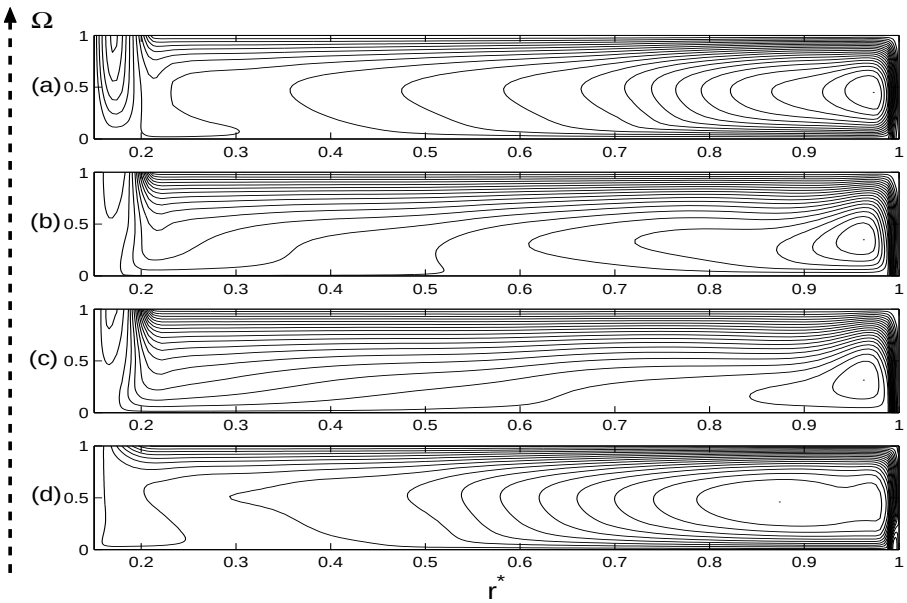


FIG. 5.7 – Lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $G = 0.036$ et différents flux centripètes (RSM), 20 intervalles réguliers : (a) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 1976$, $-0.009 \leq \Psi^* \leq 0.016$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$, $-0.027 \leq \Psi^* \leq 0.012$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 9881$, $-0.045 \leq \Psi^* \leq 0.007$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $C_w = 5929$, $-0.009 \leq \Psi^* \leq 0.008$.

sans flux et à l'épaisseur de la couche d'Ekman dans le cas d'un écoulement au-dessus d'un disque unique en rotation de rayon infini : $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$. L'épaisseur de la couche d'Ekman δ_E tend vers zéro lorsque le noyau tourne à une vitesse qui tend vers celle du disque tournant ($K \to 1$). Ces points ne sont pas représentés sur la courbe ce qui explique les cassures. Pour $C_w = 5929$, δ_E s'annule deux fois : une première fois à cause de la recirculation près de l'axe de rotation et une seconde fois parce que la couche d'Ekman se renverse et devient centripète. Les points à droite du point où δ_E s'annule, sont synonymes d'une couche d'Ekman centrifuge et ceux à gauche d'une couche d'Ekman centripète. Quelque soit le flux, δ_E décroît avec r^* jusqu'à s'annuler puis augmente. On considère que les régions où $r^* \leq 0.3$ et $r^* \geq 0.9$ sont fortement influencées par les conditions aux limites (paroi, entrée ou sortie du flux). On peut noter que pour les trois valeurs de C_w, δ_E est toujours supérieure à la valeur théorique dans le cas d'un disque unique de rayon infini $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$ et toujours inférieure au cas d'une cavité de type rotor-stator fermée ($C_w = 0$). Un flux centripète influe peu sur l'épaisseur de la couche

d'Ekman mais, par contre, il change le rayon pour lequel la couche se renverse et passe de centrifuge à centripète. On voit clairement que, pour des valeurs croissantes de C_w, ce rayon augmente.

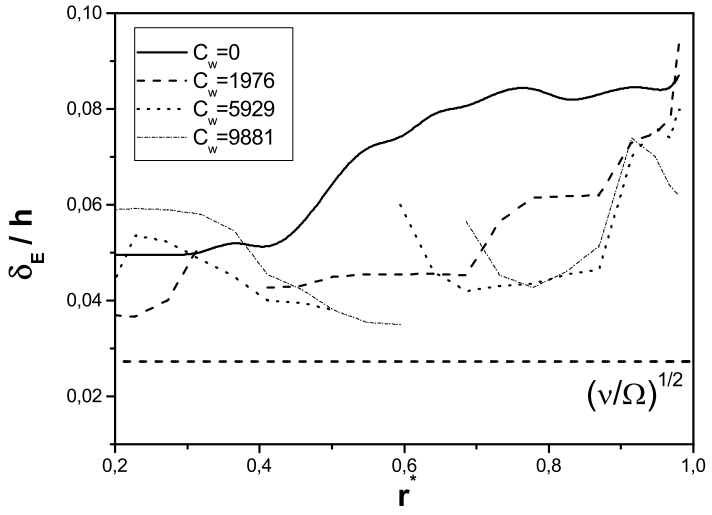


FIG. 5.8 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite d'Ekman δ_E pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centripètes (modèle RSM).

La figure 5.9 montre l'évolution radiale de l'épaisseur de la couche limite liée au stator pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$ en fonction du coefficient de débit C_w. Jusqu'en $r^* = 0.8$, pour un flux donné, l'épaisseur de la couche de Bödewadt augmente avec le rayon. Pour des rayons supérieurs, elle diminue. Très près de la paroi, δ_B réaugmente à cause de la recirculation du fluide. Pour $r^* \geq 0.25$ (en dehors de la zone de recirculation en sortie), l'épaisseur de la couche de Bödewadt augmente pour des valeurs croissantes de C_w. Pour $0.4 \leq r^* \leq 0.8$, δ_B dépend peu du rayon et augmente avec C_w. À un coefficient de débit et un rayon donnés, l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt est quatre fois plus grande que celle d'Ekman. On peut noter que le profil radial de δ_B est insensible au passage par $K = 1$.

5.3.3 Influence du nombre de Reynolds

On étudie maintenant l'influence du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement. Lorsque le nombre de Reynolds augmente de $Re = 1.04 \times 10^6$ (fig.5.5b, $C_w = 5929$, $r^* = 0.56$) à 4.15×10^6 (fig.5.10), le coefficient d'entraînement K décroît de 1 à 0.64. La figure 5.10 montre les profils des vitesses moyennes pour $Re = 4.15 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ au rayon $r^* = 0.56$. L'écoulement est de type Batchelor : la couche limite d'Ekman devient à nouveau centrifuge et le noyau tourne plus lentement que le rotor. La composante axiale de la vitesse est presque nulle. Les lignes de courant correspondantes sont représentées sur la figure 5.7d. Pour $r^* \geq 0.4$, on retrouve la structure de l'écoulement turbulent en cavité rotor-stator fermée. On observe une légère réentrée du fluide à la sortie de la cavité ($C_{wmin} = 50294$ [11]).

L'influence du nombre de Reynolds sur la vitesse tangentielle du fluide dans le noyau K est présentée sur la figure 5.11 pour $G = 0.036$, $C_w = 10317$ et à rayon donné $r^* = 0.68$. La vitesse tangentielle moyenne du fluide dans le noyau décroît pour des valeurs croissantes de Re : de 1.22 pour $Re = 6.9 \times 10^5$ à 0.64 pour $Re = 4.15 \times 10^6$.

5.3.4 Influence du rapport d'aspect de la cavité

On rappelle que, pour $G < G_{max} = 1.05 \times Re^{-0.2}$, les couches limites interagissent et le débit entraîné est réduit. Si $G < G_{min} = 0.23 \times Re^{-0.2}$, l'écoulement devient de type Couette de torsion, les couches limites sont jointes [63]. La figure 5.12 présente les profils axiaux des vitesses moyennes

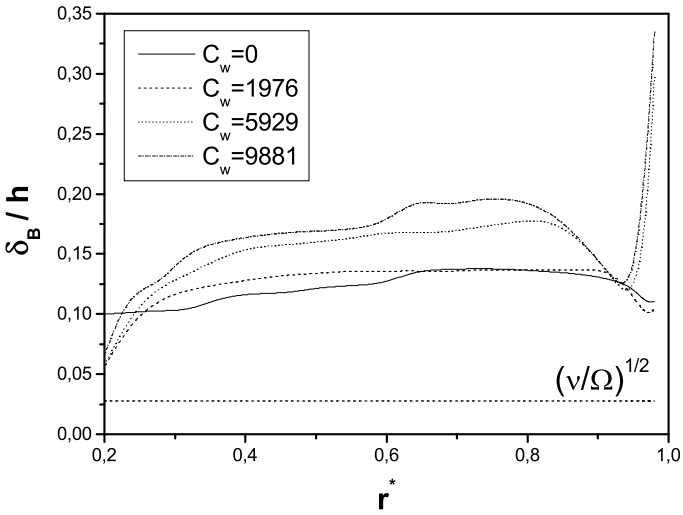


FIG. 5.9 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt δ_B pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centripètes (modèle RSM).

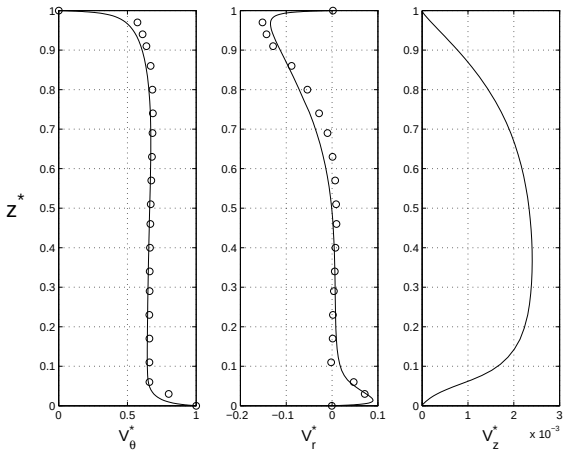


FIG. 5.10 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 5929$ en $r^* = 0.56$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

radiale et tangentielle pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$ et différents rapports d'aspect. À ce nombre de Reynolds, $G_{min} = 0.0144$ et $G_{max} = 0.0656$. Pour $G \leq 0.012$, l'écoulement est à couches limites jointes : il n'y a pas d'écoulement radial ($V_r^* \simeq 0$ quelque soit z^*) et les profils de V_θ^* s'inclinent. Le noyau a disparu. Pour toutes les valeurs de G supérieures à 0.024, l'écoulement est clairement à couches limites séparées par un noyau en rotation à la vitesse $K\Omega r$ quasi constante.

La figure 5.13 montre l'influence du rapport d'aspect de la cavité sur le taux de rotation du fluide pour $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 10317$. Pour $0.024 \leq G \leq 0.048$, on ne note aucune influence de G sur la distribution radiale de K, tant que l'écoulement est à couches limites séparées. De plus, on peut remarquer, une nouvelle fois, que K diminue pour des valeurs croissantes du rayon r^*, ce qui est une conséquence de la conservation du moment cinétique (sachant que $V_r^* \simeq 0$).

La structure des écoulements de type Couette de torsion (à couches limites jointes), lorsqu'un flux centripète est imposé, est présentée sur les figures 5.14a ($G = 0.004$) et 5.14b ($G = 0.012$). Hormis près de l'axe de la cavité dans la zone de réentrée de l'écoulement, l'écoulement préserve les propriétés du cas sans flux. Il est à noter d'ailleurs, que la quasi intégralité du flux centripète réentre dans

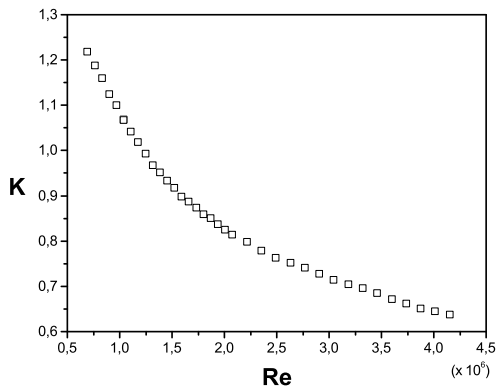


FIG. 5.11 – Influence du nombre de Reynolds Re sur K pour $G = 0.036$, $C_w = 10317$ et $r^* = 0.68$ (LDA).

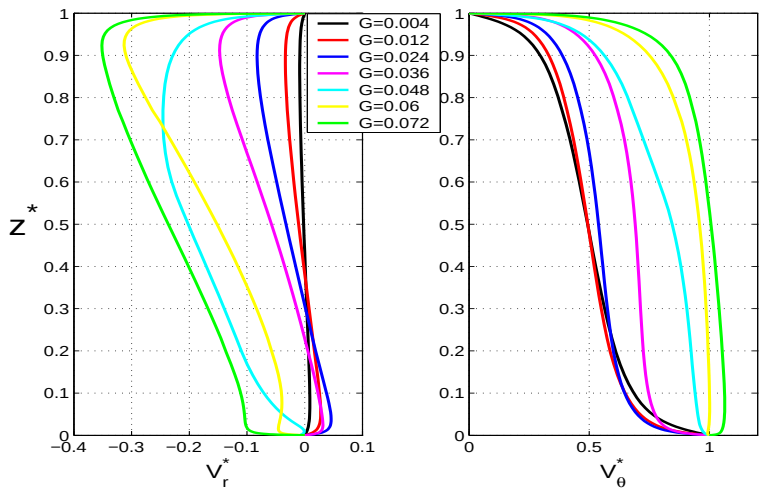


FIG. 5.12 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle en $r^* = 0.56$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$ et différentes valeurs de G (RSM).

la cavité. Pour $G = 0.024$, l'écoulement devient à couches limites séparées. Le flux centripète passe principalement dans la couche de Bödewadt. La couche d'Ekman se renverse et devient centripète près de l'axe, en $r^* \simeq 0.3$. En augmentant le rapport d'aspect G de la cavité (fig. 5.14c à 5.14g), le rayon pour lequel la couche du rotor se renverse augmente. Une zone de recirculation liée au rotor en périphérie de la cavité apparaît puis grandit. L'écoulement devient centripète dans l'ensemble de la cavité, quelque soit la position axiale. Enfin la zone de réentrée du fluide près de l'axe diminue puis disparaît pour $G = 0.072$.

5.4 Comparaison des mesures de vitesse et de pression

5.4.1 Mise en équation

L'écoulement est gouverné par les équations de Navier-Stokes écrites en coordonnées cylindriques (r, θ, z). On note (V_r, V_θ, V_z) les composantes du champ de vitesse et P la pression. Nous avons vu précédemment, que pour un large espace interdisque h comparé aux épaisseurs des couches limites, l'écoulement moyen est de type Batchelor avec deux couches limites séparées par un noyau central [49]. Le but de cette analyse est de décrire l'écoulement dans ce coeur central.

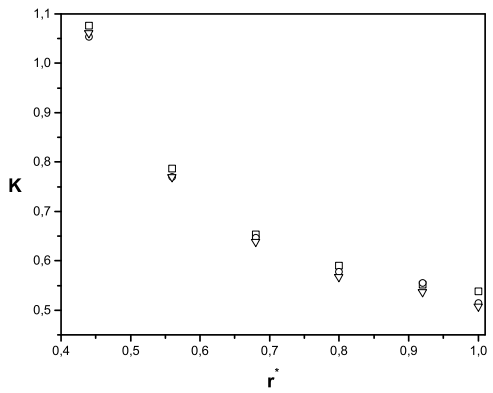


FIG. 5.13 – Profils radiaux de K pour $Re = 4.15 \times 10^6$, $C_w = 10317$ et différentes valeurs de G : (□) $G = 0.024$, (○) $G = 0.036$, (▽) $G = 0.048$ (LDA).

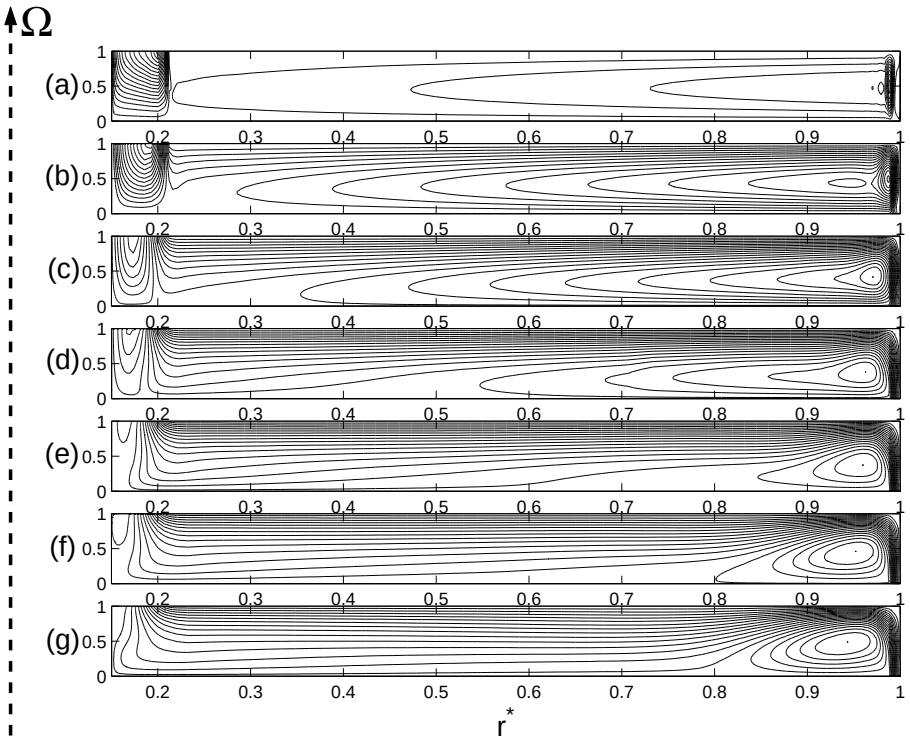


FIG. 5.14 – Lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$ et sept rapports d'aspect (RSM), 20 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $-0.0686 \leq \Psi^* \leq 0.7708$, (b) $G = 0.012$, $-0.0272 \leq \Psi^* \leq 0.0799$, (c) $G = 0.024$, $-0.0269 \leq \Psi^* \leq 0.0225$, (d) $G = 0.036$, $-0.0268 \leq \Psi^* \leq 0.0094$, (e) $G = 0.048$, $-0.0268 \leq \Psi^* \leq 0.0062$, (f) $G = 0.06$, $-0.027 \leq \Psi^* \leq 0.0091$, (g) $G = 0.072$, $-0.027 \leq \Psi^* \leq 0.0106$.

Dans cette région, nous avons montré que $V_r \simeq 0$ et $V_z \simeq 0$ en dehors des couches limites (fig.5.10). De plus, la vitesse tangentielle reste constante selon la direction axiale z et dépend seulement de la position radiale. Ainsi, la totalité du flux passant dans la cavité est confinée dans les couches limites. L'équation de Navier-Stokes pour la composante tangentielle se réduit donc, dans le noyau, à l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression radial :

$$\rho V_\theta^2/r = \partial P/\partial r \tag{5.1}$$

Si on définit les quantités adimensionnées suivantes : $r^* = r/R_2$, $P^* = 2P/(\rho\Omega^2 R_2^2)$, on obtient alors :

$$dP^*/dr^* = 2K^2 r^* \tag{5.2}$$

Comme nous sommes intéressés par l'évolution radiale de la pression, on choisit de prendre comme référence la pression mesurée à la position radiale $r^* = 0.92$. On définit ainsi un coefficient de pression : $C_p(r^*) = P^*(r^*) - P^*(r^* = 0.92)$. L'équation finale liant le gradient de pression radial au coefficient d'entraînement K qui permettra de faire le lien entre les champs de pression et de vitesse, s'écrit :

$$\frac{dC_p(r^*)}{dr^*} = 2K^2 r^* \tag{5.3}$$

5.4.2 Champ de pression

Des mesures de pression à l'aide de 6 capteurs positionnés sur le stator selon deux lignes à cause de contraintes géométriques, ont été effectuées et comparées aux mesures de vitesse. On voit clairement sur la figure 5.15 que les isobares sont parallèles à l'axe de rotation de la cavité pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois coefficients de débit. En dehors des zones de recirculation dues à l'entrée et à la sortie du fluide, la pression mesurée sur le stator est la même que celle mesurée sur le rotor, ce qui justifie le placement de nos capteurs sur le disque fixe. Ce résultat est en accord avec les mesures de Gassiat [77], qui a montré que la pression sur le stator et celle sur le rotor sont identiques à 2.5% près. Ceci est une conséquence directe du théorème de Taylor-Proudman, qui interdit les gradients axiaux dans le cas d'écoulements en rotation rapide. Par la suite, les données numériques concernant la pression seront les valeurs intégrées sur tout l'espace interdisque.

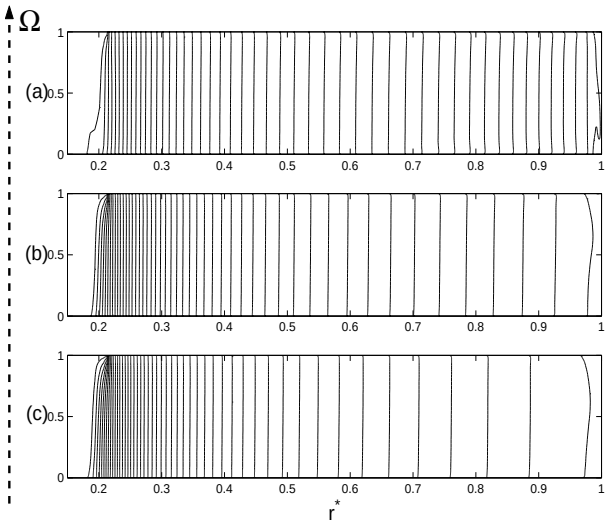


FIG. 5.15 – Lignes isobares pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois coefficients de débit, 50 intervalles réguliers : (a) $C_w = 1976$, $P^* \leq 0.529$, (b) $C_w = 5929$, $P^* \leq 1.541$, (c) $C_w = 9881$, $P^* \leq 2.589$.

Sur la figure 5.16, on représente le coefficient C_p en fonction de la position radiale r^* pour trois flux centripètes. Logiquement, la pression décroît de la périphérie vers le centre de la cavité : C_p est donc toujours négatif. De plus, à un rayon donné et pour un nombre de Reynolds donné, on peut observer que C_p décroît pour des valeurs croissantes du coefficient de débit C_w. Ceci est en accord avec les mesures et le modèle de Debuchy et *al.* [54]. On peut noter un excellent accord entre les approches expérimentale et numérique pour les deux valeurs de C_w les plus faibles. Cependant, un faible écart apparaît pour $C_w = 9881$. Cet écart est en fait le même que celui observé précédemment sur les profils de la vitesse tangentielle dans le coeur de l'écoulement puiqu'on rappelle que K et C_p sont liés par

l'équation (5.3). Cela peut s'expliquer en partie par les incertitudes sur les mesures et sur le modèle et par une somme de petites erreurs. Nous reviendrons par la suite sur ce point.

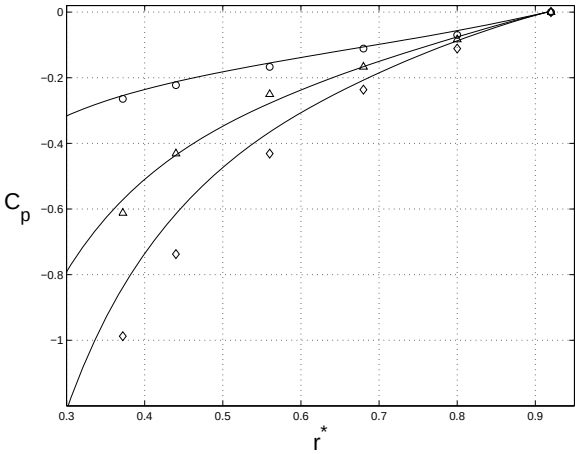
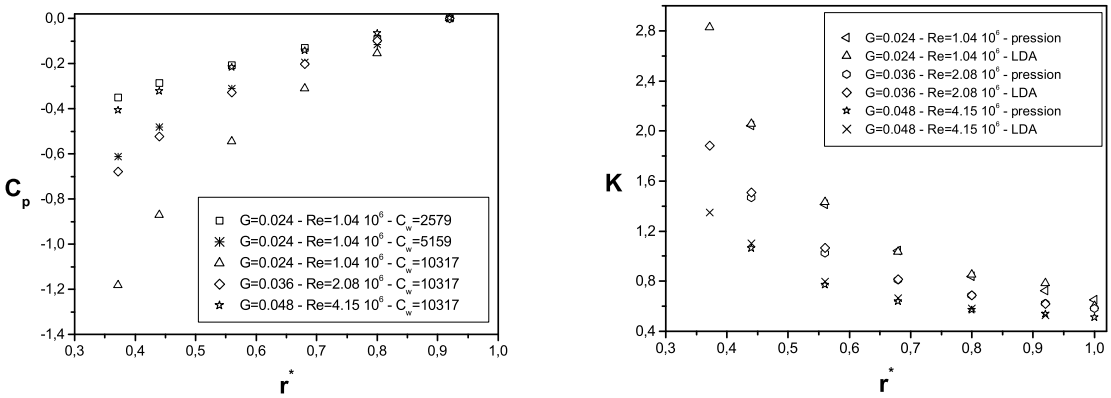


FIG. 5.16 – Distributions radiales du coefficient de pression C_p pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois valeurs du coefficient de débit ; Comparaison entre le modèle RSM (−) et les mesures par LDA pour (○) $C_w = 1976$, (△) $C_w = 5929$, (◇) $C_w = 9881$.

Sur la figure 5.17a, on représente le coefficient C_p en fonction de la position radiale r^* pour quelques cas significatifs. À un rayon donné et pour un nombre de Reynolds donné, on peut encore observer que C_p décroît pour des valeurs croissantes du coefficient de débit C_w. Mais, à contrario, pour une valeur donnée de C_w, C_p croît pour des valeurs croissantes de Re. Ces résultats sont en accord avec les mesures de Debuchy et *al.* [54].



(a) (b)

FIG. 5.17 – (a) Distributions radiales du coefficient de pression C_p pour diverses conditions d'écoulement (LDA) - (b) Profils radiaux de K : comparaison entre les valeurs de K obtenues à partir des mesures de pression et celles obtenues à partir des mesures de vitesse pour $C_w = 10317$.

Selon la relation (5.3), on peut déterminer le coefficient d'entraînement K à partir de la valeur de C_p. Pour calculer la dérivée de C_p, il est d'abord nécessaire de faire une approximation polynomiale de la courbe de C_p en fonction de r^*. On calcule alors la dérivée par morceaux de C_p par différences finies en choisissant le degré du polynôme le plus adapté pour obtenir la valeur de K. La figure 5.17b compare les variations de K selon la position radiale r^* pour des données obtenues par mesures de pression et de vitesse. Les résultats sont en excellent accord. Les légères différences viennent du calcul de la dérivée de C_p à partir de seulement six points et de l'hypothèse de vitesse radiale nulle, qui

est moins pertinente pour des forts flux centripètes. Le coefficient de pression C_p permet alors de déterminer les efforts axiaux sur le rotor.

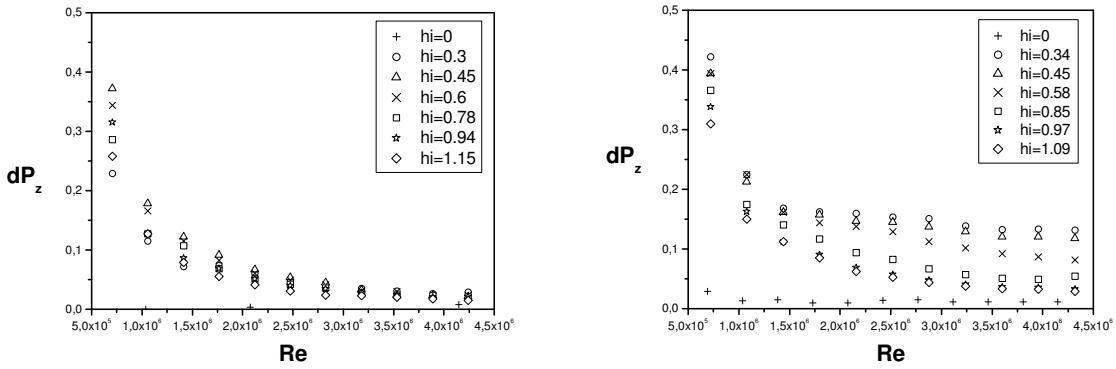
5.4.3 Influence des conditions d'entrée

On s'intéresse maintenant à l'influence des ajutages supérieurs (chicanes) en entrée de la cavité, présentés au chapitre 2 (fig.2.3) sur les pertes de charge axiales puis radiales. L'ensemble des résultats concernant les pertes de charge radiales est présenté en annexe D.

5.4.3.1 Pertes de charge axiales

Deux capteurs de pression ont été placés dans le canal d'entrée à -6.9 mm du disque tournant pour le capteur 7 et -10.6 mm pour le capteur 8. On peut donc mesurer la perte de charge due aux chicanes pour les recouvrements négatif et positif. La perte de charge adimensionnée entre les capteurs 7 et 8 s'exprime par : $dP_z = P_8^* - P_7^*$. La simple hauteur d'eau donne, à l'arrêt, une différence de pression de 175 Pa.

Les figures 5.18a et 5.18b montrent les écarts de pression dP_z en fonction du nombre de Reynolds pour $G = 0.036$, $C_w = 10317$ et pour les deux recouvrements. Dans le cas du recouvrement positif, la perte de charge axiale tend asymptotiquement vers une valeur constante variant de 0.03 à 0.13 quand h_i varie de 1.09 mm à 0.34 mm. Par contre, dans le cas du recouvrement négatif, la perte de charge axiale décroît vers une même valeur 0.02 pour toutes les valeurs de h_i.



(a) (b)

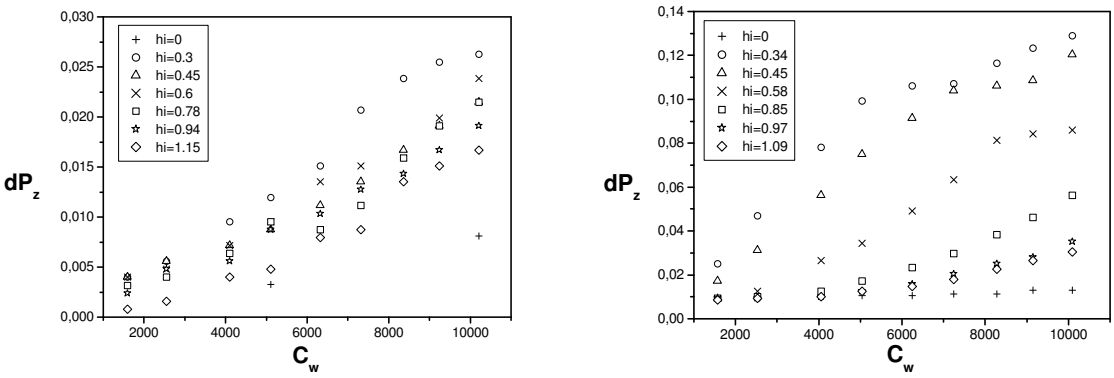
FIG. 5.18 – Pertes de charge à l'entrée de la cavité en fonction du nombre de Reynolds Re pour $G = 0.036$ et $C_w = 10317$: (a) Recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm - (b) Recouvrement positif $\delta = 2$ mm.

À nombre de Reynolds fixé $Re = 4.15 \times 10^6$, l'influence d'un débit centripète sur les pertes de charge axiales est présentée sur les figures 5.19a et 5.19b. L'effet de la variation du coefficient de débit C_w est faible dans le cas d'un recouvrement négatif comparé au cas du recouvrement positif à h_i donnée.

Aucun effet significatif sur les pertes de charge axiales en fonction des hauteurs h_i des chicanes d'entrée n'a été constaté. À nombre de Reynolds et coefficient de débit fixés, les pertes de charge axiales dP_z décroissent pour des valeurs de h_i croissantes dans le cas du recouvrement positif $\delta = 2$ mm mais l'influence est faible. Dans le cas du recouvrement négatif, dP_z est quasiment constant (fig.5.20) et aucune influence n'est remarquée.

5.4.3.2 Pertes de charge radiales

On s'intéresse maintenant aux pertes de charge radiales dues aux chicanes, c'est à dire l'influence de h_i et δ sur la distribution radiale du coefficient de pression C_p. La figure 5.21 montre l'évolution radiale de C_p pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 10317$ pour les recouvrements négatif et positif et l'ensemble des valeurs h_i considérées. Il en ressort toujours que C_p décroît de la périphérie



(a) (b)

FIG. 5.19 – Pertes de charge à l'entrée de la cavité en fonction du coefficient de débit C_w pour $G = 0.036$ et $Re = 4.15 \times 10^6$: (a) Recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm - (b) Recouvrement positif $\delta = 2$ mm.

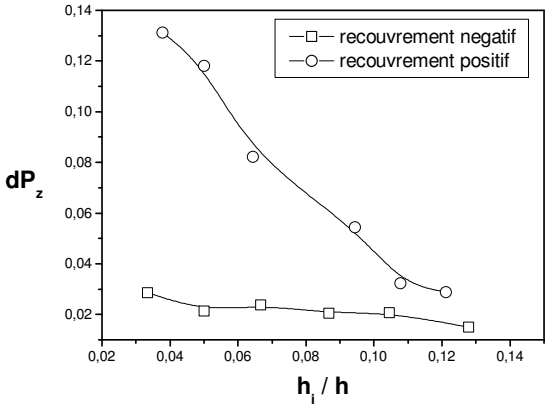
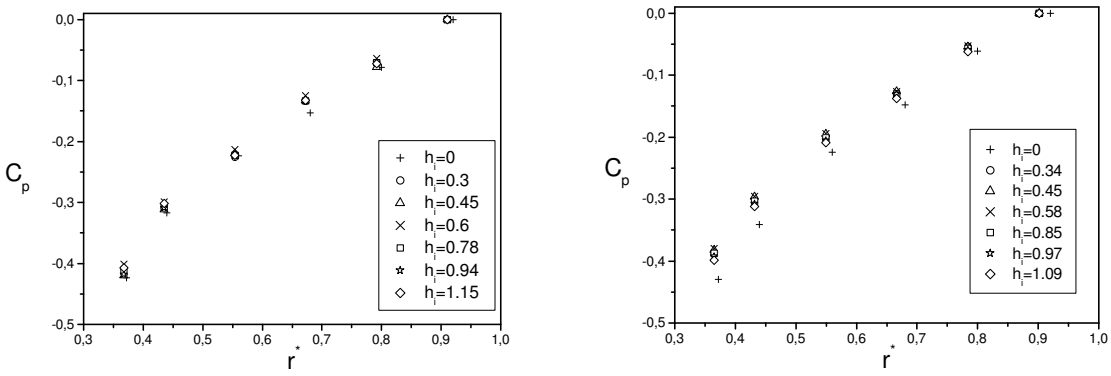


FIG. 5.20 – Pertes de charge axiales en fonction de h_i pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 10317$.

vers le centre du disque. Pour les deux recouvrements, l'influence de la hauteur h_i est très limitée. Un recouvrement négatif ne crée pas non plus de perte de charge radiale. Par contre, un recouvrement positif accroît le coefficient de pression. Dans ce dernier cas, une hauteur h_i minimale de 0.34 mm suffit à créer cette perte de charge. Au-delà, toute augmentation de h_i ne joue aucun rôle. Le coefficient de pression vaut, au plus, -0.43 contre -0.2 à $C_w = 2579$ et -0.25 à $C_w = 5159$ dans les mêmes configurations. La différence de pression atteint donc, au maximum 43% de l'énergie cinétique fournie à l'entrée de la cavité pour $C_w = 10317$.

Seuls les résultats pour $C_w = 10317$ sont représentés sur la figure 5.21 mais les conclusions sont identiques pour les valeurs du coefficient de débit $C_w = 2579$ et $C_w = 5159$ avec des courbes translatées vers le haut.

La figure 5.22 résume l'influence des hauteurs h_i des chicanes sur les pertes de charge radiales C_p à r^* et Re donnés et pour différents flux centripètes. Si l'effet du flux sur le coefficient C_p est net, on note, aussi bien pour le recouvrement négatif (RN) que pour le recouvrement positif (RP), aucune influence de h_i sur les pertes de charge radiales. Les seuls paramètres pertinents pour la distribution radiale de pression sont le nombre de Reynolds et le coefficient de débit. On peut s'attendre à ce que les variations du coefficient d'entraînement K dans la cavité ne dépendent pas de la géométrie en entrée mais de la vitesse de rotation du disque et du flux centripète pour une hauteur h fixée.



(a) (b)

FIG. 5.21 – Distributions radiales du coefficient de pression C_p en fonction de la hauteur des chicanes h_i pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 10317$: (a) Recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm - (b) Recouvrement positif $\delta = 2$ mm.

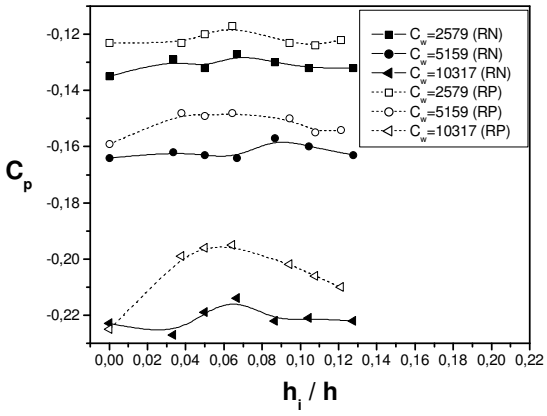


FIG. 5.22 – Pertes de charge radiales en fonction de h_i en $r^* = 0.56$ pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$, trois valeurs de C_w et deux recouvrements.

5.5 Prévision du coefficient d'entraînement du fluide

Le challenge de cette étude est de trouver une relation liant le coefficient d'entraînement du fluide K et les différents paramètres de l'écoulement h, Ω et Q. On rappelle qu'on considère un écoulement avec deux couches limites turbulentes séparées par un coeur central : la couche d'Ekman sur le rotor et celle de Bödewadt sur le stator.

5.5.1 Modèle analytique

On recherche premièrement une expression pour l'épaisseur de la couche d'Ekman δ_E. Reprenant l'analyse de Schlichting [208] dans le cas d'un disque unique, on suppose que les profils de vitesse évoluent selon une loi de puissance classique en 1/7 de type Blasius dans les couches limites. Ainsi, le coefficient de frottement Cf, égal par définition à la tension de cisaillement normalisée τ_0, peut être donné par la formule de Dean [163] : $Cf_{mean} = 0.073\ Re_{mean}^{-1/4}$, où Re_{mean} est le nombre de Reynolds basé sur U_{mean} la vitesse moyenne sur la section. Dans notre cas, on considère que la vitesse tangentielle moyenne dans la couche d'Ekman est $U_{mean} = (K+1)\Omega r/2$ et que la longueur caractéristique est

l'épaisseur de la couche d'Ekman δ_E. Ainsi, le coefficient de frottement est donné par :

$$Cf \propto (\frac{\frac{(K+1)\Omega r}{2}\delta_E}{\nu})^{-1/4} \tag{5.4}$$

On note α l'angle formé par la tension de cisaillement à la paroi τ et la direction tangentielle. La composante tangentielle de τ s'exprime par :

$$\tau_\theta = \tau \cos\alpha \propto \rho(\frac{K+1}{2}\Omega r)^{7/4}(\frac{\nu}{\delta_E})^{1/4} \tag{5.5}$$

La composante radiale de la tension de cisaillement est obtenue en équilibrant la force centrifuge et la tension de cisaillement dans un élément de volume de hauteur δ_E :

$$\tau_r = \tau \sin\alpha = \rho\Omega^2 r\delta_E \tag{5.6}$$

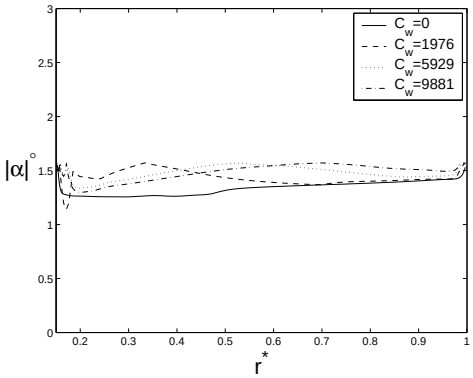


FIG. 5.23 – Variations radiales de l'angle d'inclinaison α des lignes de courant dans la couche d'Ekman en $z^* = 0.028$, pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et quatre valeurs de C_w (modèle RSM).

Comme l'angle α d'inclinaison des lignes de courant reste constant le long d'un rayon r^* (fig.5.23), on obtient l'expression suivante pour l'épaisseur de la couche d'Ekman :

$$\delta_E \sim r(\frac{K+1}{2})^{7/5}(\frac{\Omega r^2}{\nu})^{-1/5} \tag{5.7}$$

La figure 5.24 montre une comparaison entre l'épaisseur de la couche d'Ekman δ_E obtenue par le modèle RSM et celle issue de la loi (5.7) dans le cas d'une cavité fermée (fig.5.24a) et dans le cas d'un flux centripète (fig.5.24b). Pour les six différents cas considérés, il y a un bon accord entre les deux approches, ce qui conforte la démarche analytique.

Dans un deuxième temps, on suppose que le frottement radial est contrôlé dans la couche de Bödewadt par le flux radial Q_B, avec $Q_B < 0$. En considérant alors que la vitesse radiale dans le coeur central est nulle, l'équation de continuité s'écrit :

$$\overline{V_E}\delta_E = \frac{Q - Q_B}{2\pi r} \tag{5.8}$$

Q est le flux total imposé. $\overline{V_E}$ est la vitesse moyenne dans la couche d'Ekman, proportionnelle au maximum de la vitesse atteint dans cette couche, avec le coefficient de proportionnalité β : $\overline{V_E} = \beta\Omega r$. En utilisant l'équation de continuité (5.8) et l'expression de δ_E, on obtient finalement :

$$(\frac{K+1}{2})^{7/5} = \frac{Re_r^{1/5}}{\beta 2\pi r^3\Omega}(Q - Q_B) \tag{5.9}$$

où $Re_r = \frac{\Omega r^2}{\nu}$ est le nombre de Reynolds local. On a donc :

$$K = 2 \times (\frac{Re_r^{1/5}}{\beta 2\pi r^3\Omega}(Q - Q_B))^{5/7} - 1 \tag{5.10}$$

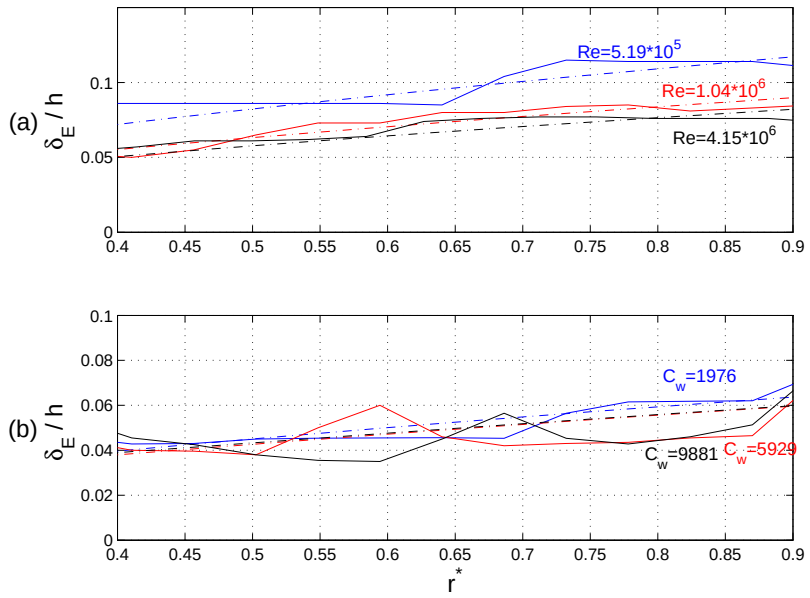


FIG. 5.24 – Épaisseur de la couche d'Ekman - comparaison entre les prévisions du modèle RSM (−) et la loi (5.7) (−−) pour : (a) $G = 0.036$, $C_w = 0$ et trois nombres de Reynolds, (b) $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois coefficients de débit C_w.

Le coefficient d'entraînement K s'exprime donc par une loi de puissance en 5/7 de la forme :

$$K = 2 \times (a \times Cq_r + b)^{5/7} - 1 \tag{5.11}$$

avec a et b deux constantes expérimentales. La constante b est obtenue à partir du cas sans flux $Q = 0$. La constante a contient le coefficient de proportionnalité β, le coefficient de la loi de Dean et les diverses approximations.

Le nouveau paramètre de similarité est un coefficient local de débit défini par :

$$Cq_r = \frac{Q}{2\pi r^3 \Omega} Re_r^{1/5} \tag{5.12}$$

Il est à noter que, pour $r = R_2$, l'expression de Cq_r est la même que celle définie par Kurokawa et Toyokura [127].

De la loi (5.11), on peut déduire une loi pour le taux de cisaillement tangentiel τ_θ. L'expression de τ_θ (relation (5.5)) donne :

$$\tau_\theta = \tau_{\theta 0} (\frac{K+1}{K_0+1})^{7/4} (\frac{\delta_{E0}}{\delta_E})^{1/4} \tag{5.13}$$

On remplace l'épaisseur de la couche d'Ekman δ_E par son expression (5.7) pour obtenir :

$$\tau_\theta = \tau_{\theta 0} (\frac{K+1}{K_0+1})^{7/20} \tag{5.14}$$

Cette relation peut s'écrire en fonction de Cq_r :

$$\tau_\theta = 0.88 \tau_{\theta 0} (9.37 Cq_r + 1)^{7/20} \tag{5.15}$$

Pour la valeur maximale de Cq_r obtenue ici, $Cq_r = 0.25$, le frottement tangentiel dans la couche d'Ekman augmente de 34% par rapport au cas sans flux.

5.5.2 Validation de la loi

La relation (5.11), qui lie le coefficient d'entraînement K aux paramètres de l'écoulement a été testée pour différentes valeurs de Q, Ω et r et pour trois valeurs de l'espace interdisque h. La figure 5.26

montre que tous les résultats expérimentaux sont en excellent accord avec l'approximation polynomiale (fig.5.25) :

$$\boxed{K = 2 \times (0.63 + 5.9 \times Cq_r)^{5/7} - 1} \tag{5.16}$$

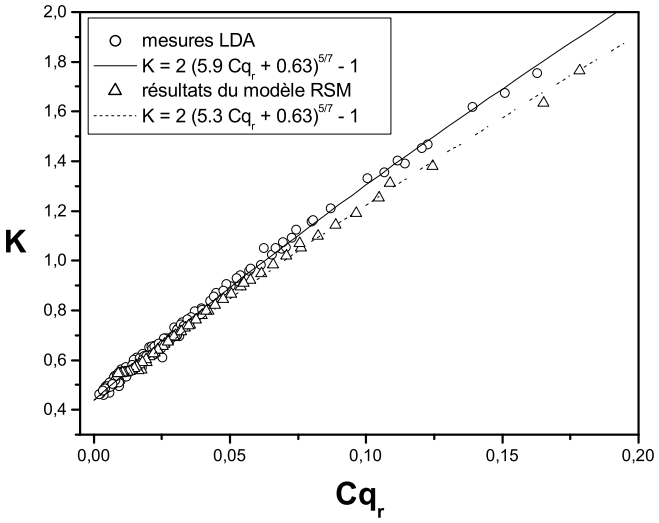


FIG. 5.25 – Loi de puissance en 5/7 liant K à Cq_r ; Comparaison entre les mesures par LDA et les prévisions du modèle RSM.

La figure 5.25 regroupe les mesures de vitesse et de pression pour différents rapports d'aspect, nombres de Reynolds, coefficients de débit et positions radiales. On montre que K est indépendant du rapport d'aspect de la cavité G puisque trois valeurs de G ont été étudiées : 0.024, 0.036, 0.048. L'explication de ce comportement vient du fait que l'écoulement moyen reste dans le régime des écoulements turbulents de type Batchelor à couches limites séparées. La loi en 5/7 a été validée dans une large gamme du nombre de Reynolds $[6.92 \times 10^5 - 4.15 \times 10^6]$ et du coefficient de débit $[1247 - 30731]$. À cause de contraintes expérimentales, il était impossible d'obtenir une valeur de Cq_r plus grande que 0.25 tout en gardant des couches limites turbulentes.

Pour des faibles flux ou de larges valeurs du rayon (faibles valeurs de Cq_r), l'écoulement tend à être un écoulement auto-similaire de type Batchelor, où le coefficient d'entraînement K est une constante. La valeur asymptotique de K pour $C_w = 0$ est 0.438. Cette valeur est plus grande que celle obtenue dans le cas d'un large espace radial $K = 0.313$ [224, 154], essentiellenment à cause de l'influence de la prérotation du fluide. À contrario, lorsque l'on s'approche du centre du disque ou lorsque le rotor tourne moins vite (dans la limite d'un écoulement turbulent) ou dans le cas de forts flux (fortes valeurs de Cq_r), la dépendance de la puissance 5/7 devient dominante : cela peut s'expliquer par le phénomène d'étirement tourbillonaire. Le noyau tourne plus vite que le disque tournant ($K > 1$). Dans nos expériences, le noyau peut tourner jusqu'à plus de deux fois plus vite que le rotor.

La loi a été aussi testée numériquement (fig.5.25). Le modèle RSM fournit également une loi de puissance en 5/7 liant K à Cq_r mais avec des coefficients légèrement différents : $a = 5.3$ et $b = 0.63$. On retrouve donc le bon comportement pour le coefficient d'entraînement avec cette tendance du modèle à sous-estimer K lorsque $K > 1$. L'écart maximum reste néanmoins faible (inférieur à 9%) et reste dans le domaine d'incertitude des approches numérique et expérimentale. Ceci peut s'expliquer par le fait que, dans l'expérience, le niveau de prérotation varie avec le flux (fig.5.1), alors qu'il est fixe dans le modèle. On impose, en effet, un profil linéaire pour la vitesse tangentielle V_θ entre 0 sur le cylindre fixe et 1 sur le disque tournant, ce qui donne une valeur numérique pour K_v égale à 0.5 quelque soit le flux. Cette différence est sans doute due, en fait, à une somme de faibles erreurs sur le taux de prérotation, sur la description des couches limites ou sur la définition du coefficient d'entraînement du fluide.

5.5.3 Influence de la prérotation

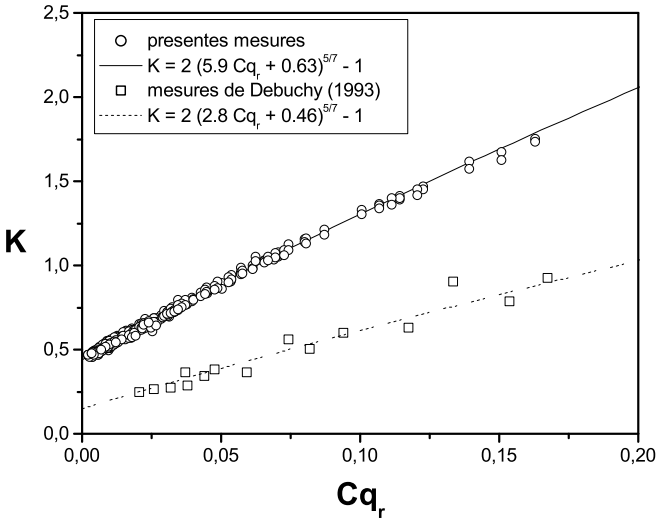


FIG. 5.26 – Influence de la prérotation sur la loi de puissance en 5/7 liant K à Cq_r.

On reporte sur la figure 5.26 les mesures de vitesse de Debuchy [53] dans le cas d'un écoulement d'air centripète dans une cavité rotor-stator avec une faible prérotation du fluide. Ses données suivent également une loi de puissance en 5/7 avec cependant deux constantes expérimentales plus faibles ($a = 2.8$, $b = 0.46$) ce qui est dû à la faible prérotation du fluide dans sa configuration. La prérotation est donc un paramètre prépondérant pour déterminer les constantes a et b de la loi (5.11).

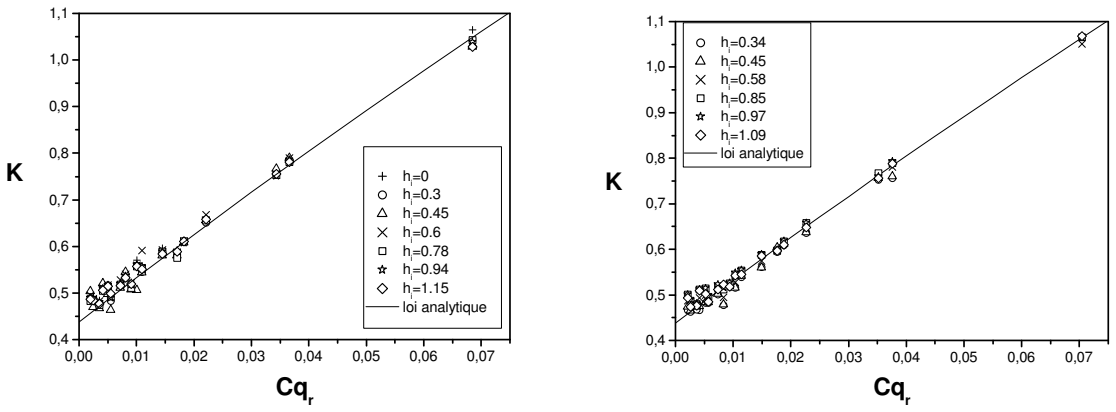
5.5.4 Influence des conditions aux limites

Nous avons vu que la seconde équation de quantité de mouvement peut s'écrire : $dC_p/dr^* = 2K^2r^*$. Comme nous l'avons déjà mentionné, les variations de pression le long d'un rayon à taux de rotation et flux fixés sont pratiquement indépendantes des valeurs de δ et h_i (fig.2.3). Ceci impose que les valeurs de K doivent se distribuer sur la même loi analytique (5.16) que dans le cas de la cavité simple. Nous l'avons vérifié en mesurant V_θ^* en $z^* = 0.5$ pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$, différents rayons et trois coefficients de débit. Les figures 5.27a et 5.27b montrent les variations de K en fonction de Cq_r pour les recouvrements négatif et positif et différentes valeurs de h_i.

Le coefficient d'entraînement du fluide n'est effectivement pas sensible aux conditions d'entrée. Ce résultat est en accord avec les mesures de Daily et *al.* [48].

Debuchy et al. [54] ont étudié l'écoulement turbulent ($Re = 1.47 \times 10^6$) dans une cavité rotor-stator de grand rapport d'aspect ($G = 0.08$) lorsqu'un faible flux centripète ($C_w = 188$) est imposé. Le coefficient d'entraînement est alors très sensible à l'espace radial e. Pour de faibles valeurs de e, K est proche de 0.38 en périphérie de la cavité et dépend légèrement de C_w. Au contraire, en $r^* = 0.53$, K dépend fortement de C_w et atteint 0.9 pour $C_w = 188$.

Nous avons aussi regardé l'influence du dispositif de la figure 2.5b (chap.2) sur la loi analytique (5.16). Le dispositif force l'écoulement en sortie à tourner à la vitesse du disque. La figure 5.28 illustre l'effet du dispositif. Sans le dispositif, K tend vers 3 pour des grandes valeurs de Cq_r. Le noyau tourne alors trois fois plus vite que le disque tournant. Avec le dispositif, l'effet d'étirement tourbillonaire est freiné : pour des grandes valeurs du coefficient local de débit Cq_r, le coefficient d'entraînement du fluide K tend vers 2.1. On peut également noter que pour $Cq_r > 0.25$, la loi (5.16) n'est plus valide. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'hypothèse d'écoulement pleinement turbulent n'est pas réellement vérifiée. De plus, l'ordre 1 n'est pas suffisant, il faut introduire un terme en Cq_r^2 dans la loi (5.16) pour un meilleur accord : $K = 2 \times (0.63 + 5.9 \times Cq_r - Cq_r^2)^{5/7} - 1$.



(a) (b)

FIG. 5.27 – Influence de la géométrie en entrée de la cavité sur la loi analytique (5.16) pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et $C_w = 2579, 5159, 10317$ (mesures par LDA) : (a) Recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm - (b) Recouvrement positif $\delta = 2$ mm.

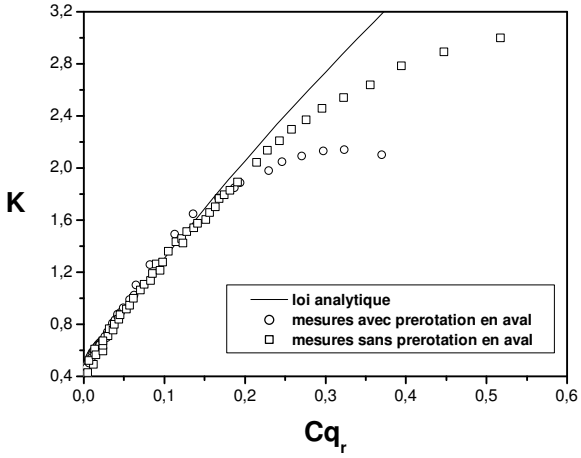


FIG. 5.28 – Influence de la "post-rotation" sur la loi (5.16).

5.5.5 Influence de la rugosité

On rappelle que la loi analytique qui lie le coefficient d'entraînement K aux paramètres de l'écoulement est déterminée notamment à partir des frottements dans la couche limite d'Ekman. Il est donc intéressant d'étudier l'influence de la rugosité sur cette loi. Kurokawa et *al.* [128] ont montré que la configuration la meilleure pour augmenter le taux de rotation du fluide est celle où le stator est lisse ($k_s^* = k_s/R_2 = 3.7 \times 10^{-6}$ avec k_s la hauteur moyenne des rugosités) et le rotor rugueux ($k_s^* = 1.7 \times 10^{-4}$). Du papier abrasif a donc été collé sur un des disques utilisés pour étudier les conditions d'entrée du fluide (fig.2.3), lequel a été fixé au rotor. La hauteur moyenne des rugosités vaut environ $k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$ et la rugosité est supposée homogène. Kurokawa et *al.* [128] donnent une expression pour la valeur limite de $k_s^* = 180/Re$ au-dessous de laquelle la surface du disque peut être considérée comme hydrauliquement lisse. La configuration étudiée est donc un rotor rugueux et un stator lisse. On rappelle que l'écoulement est turbulent à couches limites séparées.

La figure 5.29 compare les mesures par LDA du coefficient K pour $k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$ avec la loi analytique obtenue dans la configuration rotor lisse - stator lisse. En cavité fermée ($Cq_r = 0$), on

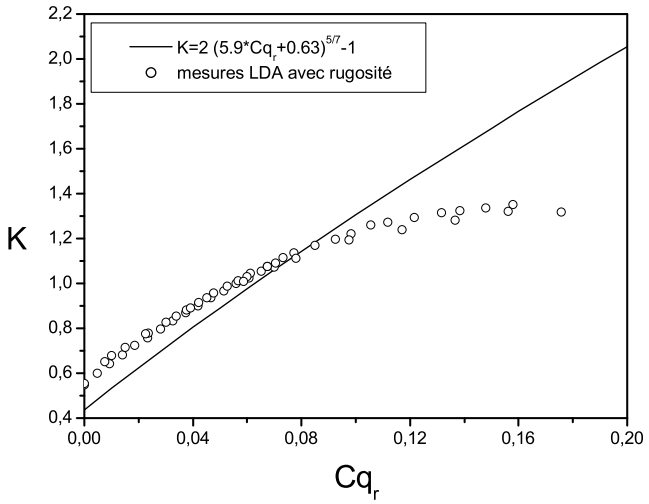


FIG. 5.29 – Influence de la rugosité sur le coefficient d'entraînement du fluide K : comparaison entre les mesures par LDA pour $k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$ et la loi analytique obtenue pour $k_s^* = 0$.

note que K augmente de 25% en présence des rugosités, ce qui confirme les résultats de Kurokawa et *al.* [128] pour $k_s^* = 1.7 \times 10^{-4}$ (fig.4.13). Cela montre, de plus, qu'au-delà d'une certaine valeur de k_s^*, l'influence de la rugosité est faible. Jusqu'à environ $K \simeq 1.1$, le noyau tourne plus vite dans la configuration rotor rugueux - stator lisse. Au-delà de cette valeur, K est, par contre, plus faible que dans la configuration rotor et stator lisses. En effet, les rugosités imposent au fluide de tourner à la vitesse du disque sur une épaisseur plus importante que dans le cas hydrauliquement lisse et contrôlent ainsi la rotation du noyau, en le ralentissant.

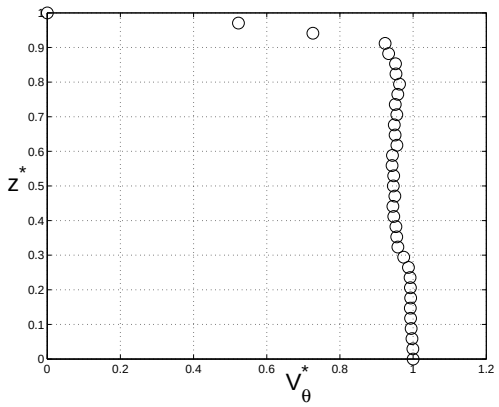


FIG. 5.30 – Profil axial de la composante tangentielle de la vitesse pour $G = 0.036$, $Re = 1.38 \times 10^6$, $C_w = 8457$ et $k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$ (rotor) en $r^* = 0.68$.

La figure 5.30 présente le profil axial de la composante tangentielle de la vitesse V_θ^* pour $G = 0.036$, $Re = 1.38 \times 10^6$, $C_w = 8457$ et $k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$ (rotor) en $r^* = 0.68$. Le coeur central de l'écoulement tourne ici à la même vitesse que le disque tournant, alors que dans le cas du rotor lisse, K vaut 0.85. Les rugosités imposent encore au fluide de tourner à la vitesse du disque sur une épaisseur plus importante que dans le cas du rotor lisse. L'écoulement est donc toujours turbulent de type Batchelor avec $K = 1$. On peut alors appliquer la même démarche que dans le cas avec rotor et stator lisses. La "harpe" de Nikuradze [18] donne, pour cette valeur de k_s^*, un coefficient de frottement constant pour $Re \geq 10^4$ dans le cas de conduites rugueuses. On en déduit par la même analyse que précédemment,

un coefficient de débit Cq_{rug}, défini par :

$$Cq_{rug} = \frac{Q}{2\pi\Omega r^3} \tag{5.17}$$

La loi finale s'exprime alors de la manière suivante :

$$K = 2 \times (a \times Cq_{rug} + b)^{1/2} - 1 \tag{5.18}$$

où a et b sont deux constantes déduites de l'expérience.

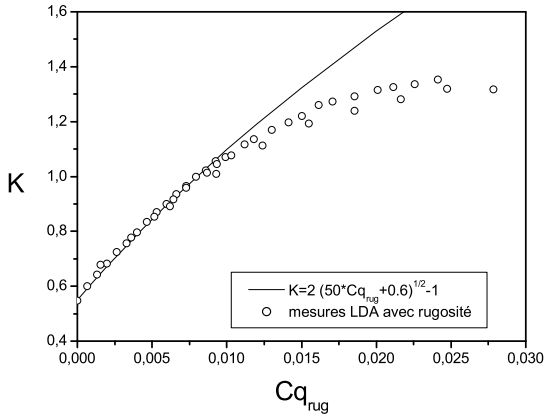


FIG. 5.31 – Loi analytique K-Cq_{rug} dans la configuration rotor rugueux ($k_s^* = 1.2 \times 10^{-3}$) - stator lisse.

La figure 5.31 compare les mesures par LDA et la loi (5.18), avec les deux constantes $a = 50$ et $b = 0.6$. Jusqu'à $K \simeq 1.1$, la loi (5.18) est validée et au-delà, elle sous-estime les valeurs de K mesurées. Les rugosités bloquent la rotation du noyau pratiquement à une vitesse de rotation qui ne dépasse pas de 20% celle du rotor.

5.5.6 Extension aux écoulements laminaires

La même démarche peut être appliquée aux écoulements laminaires à couches limites séparées dans la configuration où le rotor et le stator sont lisses. Le coefficient de frottement vaut alors : $Cf_{mean} = 1.328 \times Re_{mean}^{-1/2}$ [208]. L'analyse, qui en découle, est alors la même que dans le cas turbulent. On obtient un coefficient de débit différent de celui du cas turbulent : Cq_{lam}, qui est défini par :

$$Cq_{lam} = \frac{Q}{2\pi r^3 \Omega} \frac{Re_r^{1/3}}{r^{1/3}} \tag{5.19}$$

La loi finale s'exprime alors de la manière suivante :

$$K = a \times Cq_{lam} + b \tag{5.20}$$

où a et b sont deux constantes déduites de l'expérience.

La dépendance linéaire de K en ce coefficient de débit Cq_{lam} est vérifiée expérimentalement (fig.5.32). Ici $a = 0.88$ et $b = 0.59$ dans le cas avec prérotation. La loi (5.20) a également été testée, dans le cas sans prérotation (voir le dispositif expérimental du chapitre 7). Lorsque $K_v = 0$, le coefficient a est inchangé mais b diminue : $b = 0.41$. Le comportement est donc identique au cas turbulent. Il est cependant à noter une grande dispersion des valeurs de K pour $Cq_{lam} = 0$. En effet, pour un écoulement laminaire en cavité fermée, K est très sensible aux variations de r^*. Le coefficient d'entraînement varie comme l'inverse du carré du rayon [77]. La loi (5.20) a été validée pour $Cq_{lam} < 0.6$. Au-delà, le flux est trop fort par rapport à la rotation et K est alors constant.

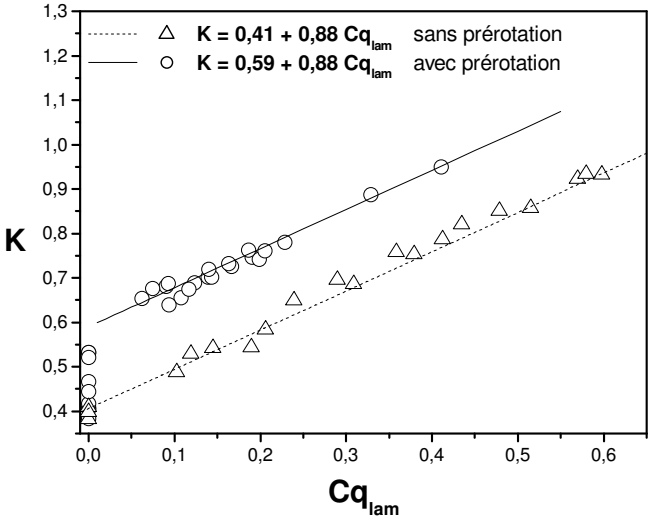


FIG. 5.32 – Loi liant K à Cq_{lam} dans le cas d'écoulements laminaires avec ou sans prérotation.

5.6 Champ turbulent

La figure 5.33 montre les profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds : deux tensions normales $R^*_{rr} = \overline{v_r'^2}/(\Omega r)^2$ et $R^*_{\theta\theta} = \overline{v_\theta'^2}/(\Omega r)^2$ et une tension de cisaillement $R^*_{r\theta} = \overline{v_r' v_\theta'}/(\Omega r)^2$ pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$ et trois positions radiales. Les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les données expérimentales. Les intensités de la turbulence sont bien prédites mise à part la composante $R^*_{r\theta}$, qui est sous-estimée dans la couche limite de Bödewadt. À nombre de Reynolds et coefficient de débit fixés, l'écoulement est plus turbulent près de l'axe de rotation qu'à la périphérie de la cavité. La couche limite de Bödewadt est d'ailleurs plus turbulente que la couche d'Ekman. La tension de cisaillement est quasi nulle dans cette couche, alors qu'elle est grande sur le stator. La valeur des composantes normales du tenseur de Reynolds sont comparables dans l'ensemble de la cavité. En $r^* = 0.8$, toutes les tensions de Reynolds sont très faibles en dehors de la couche de Bödewadt.

L'effet du coefficient de débit sur le champ turbulent est présenté sur la figure 5.34. Un flux centripète augmente l'intensité de la turbulence. Les niveaux de turbulence sont plus élevés lorsqu'un fort flux entrant ($C_w = 9881$) est imposé en dehors de la couche d'Ekman. En effet, les maxima des composantes du tenseur de Reynolds dans la couche de Bödewadt et les niveaux de turbulence dans le noyau augmentent lorsque C_w augmente. Debuchy et *al.* [54] ont montré que les intensités de la turbulence sont peu affectées par un écoulement turbulent $Re = 1.47 \times 10^6$ avec un flux radial centripète $C_w = 12340$ dans une cavité de rapport d'aspect $G = 0.08$ et un espace axial d'entrée du fluide égal à l'espace interdisque. Au contraire, les prévisions numériques de Iacovides et *al.* [104] montrent que les intensités de la turbulence augmentent avec le flux centripète pour $r^* \leq 0.5$.

Comme attendu, en augmentant le nombre de Reynolds de $Re = 1.04 \times 10^6$ à 4.15×10^6, les intensités de la turbulence augmentent de manière notable (fig.5.35). La forme des profils turbulents ne change pas : la couche limite de Bödewadt est toujours plus turbulente que la couche d'Ekman. Mais les valeurs des composantes du tenseur de Reynolds ont augmenté d'un facteur deux. On a tracé également les profils axiaux des trois autres composantes $R^*_{zz} = \overline{v_z'^2}/(\Omega r)^2$, $R^*_{rz} = \overline{v_r' v_z'}/(\Omega r)^2$ et $R^*_{\theta z} = \overline{v_\theta' v_z'}/(\Omega r)^2$. Ces trois composantes sont négligeables : $R^{*1/2}_{zz}$ atteint au maximum 0.04 dans la couche de Bödewadt et est donc bien inférieure aux deux autres composantes normales et les composantes R^*_{rz} et $R^*_{\theta z}$ sont proches de zéro quelque soit la position axiale. Les effets combinés du confinement, de la rotation et du flux centripète engendrent finalement une turbulence à deux composantes.

Le comportement des trois composantes du tenseur de Reynolds dans la couche d'Ekman est

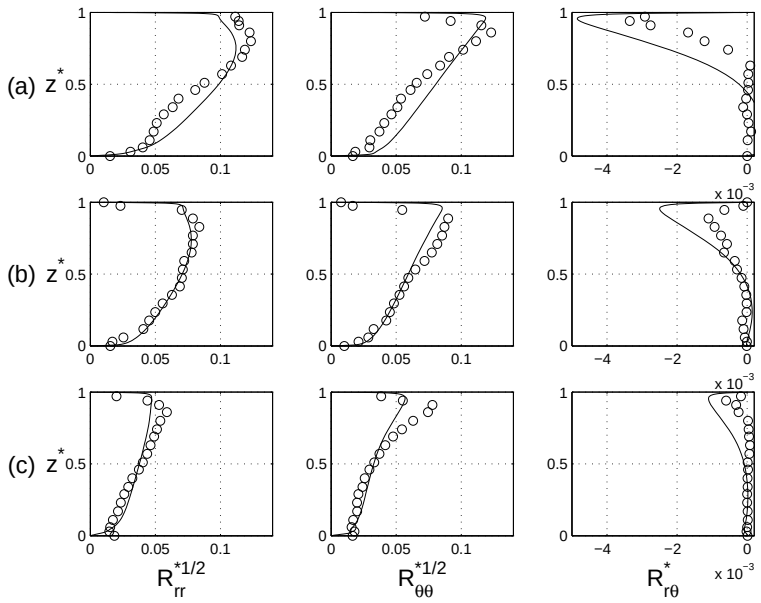


FIG. 5.33 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $Re = 1.04\times10^6$ et $C_w = 5929$ pour différentes positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

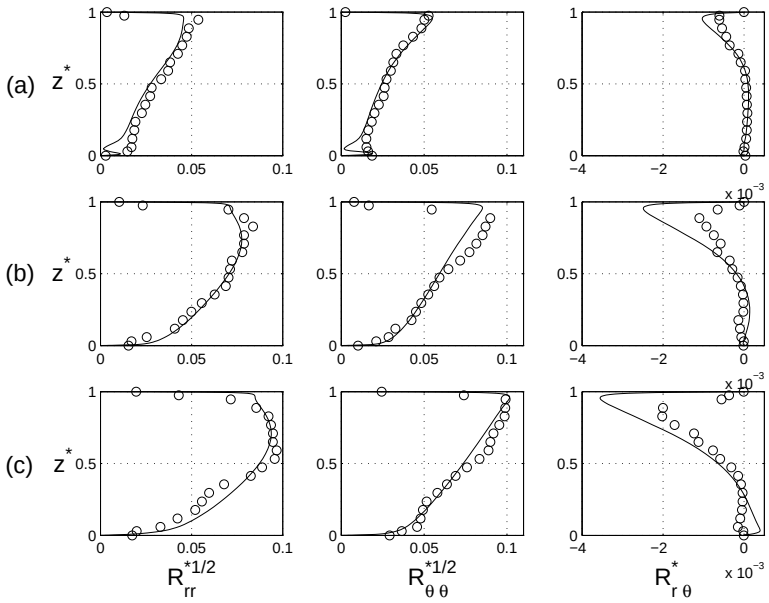


FIG. 5.34 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds en $r^* = 0.56$ pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et différents coefficients de débit : (a) $C_w = 1976$, (b) $C_w = 5929$, (c) $C_w = 9881$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

résumé sur la figure 5.36a. Pour $r^* \geq 0.5$, les intensités de la turbulence sont quasi constantes avec le rayon. L'effet du flux centripète est également limité. Il est à noter que la composante $R^*_{r\theta}$ est nulle pour $r^* \geq 0.5$.

Les valeurs des composantes du tenseur de Reynolds sont plus fortes dans la couche de Bödewadt que dans la couche d'Ekman. La figure 5.36b le montre clairement. Pour $0.4 \leq r^*$, les intensités de la turbulence décroissent du centre vers la périphérie de la cavité. L'effet du flux centripète se fait sentir. Les valeurs des composantes du tenseur de Reynolds augmentent avec le flux centripète. Il est à noter

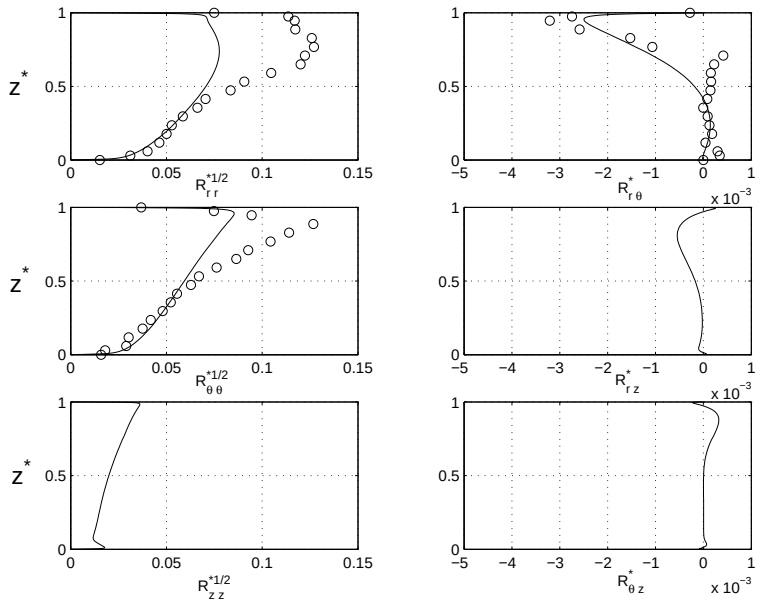


FIG. 5.35 – Profils axiaux des six composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $Re = 4.15\times10^6$ et $C_w = 5929$ en $r^* = 0.56$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

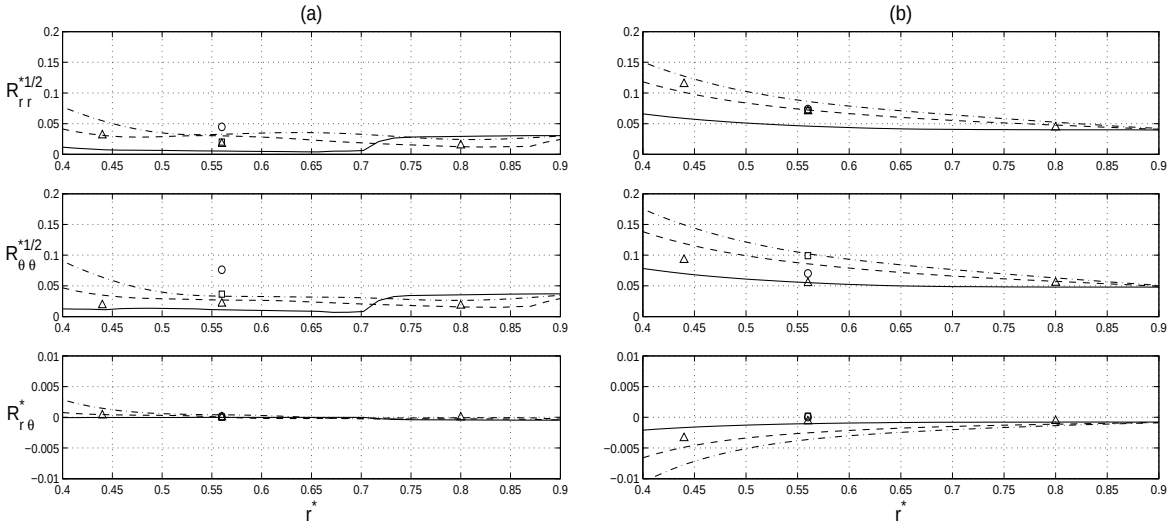


FIG. 5.36 – Profils radiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centripètes : (−,∘) $C_w = 1976$, (−−,△) $C_w = 5929$, (−.,□) $C_w = 9881$; (a) dans la couche d'Ekman ($z^* = 0.03$), (b) dans la couche de Bödewadt ($z^* = 0.945$).

que les mesures ont tendance à sous-estimer les niveaux de turbulence dans les couches limites, ce qui est dû à la technique de mesure par LDA.

La figure 5.37 présente les iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois coefficients de débit. Contrairement au cas de la cavité fermée où la turbulence est concentrée dans les couches limites, l'énergie cinétique de la turbulence est ici concentrée en entrée et surtout à la sortie de la cavité, près de l'axe. Le maximum de l'énergie cinétique augmente avec le coefficient de débit. En augmentant le nombre de Reynolds $Re = 4.15 \times 10^6$ (fig.5.37d), pour un flux intermédiaire, l'énergie cinétique est concentrée dans la couche de Stewartson du bandeau périphérique, ce qui est dû aux perturbations causées par l'arrivée du fluide sur la paroi.

On s'intéresse maintenant à la contribution des différents termes intervenant dans l'équation de

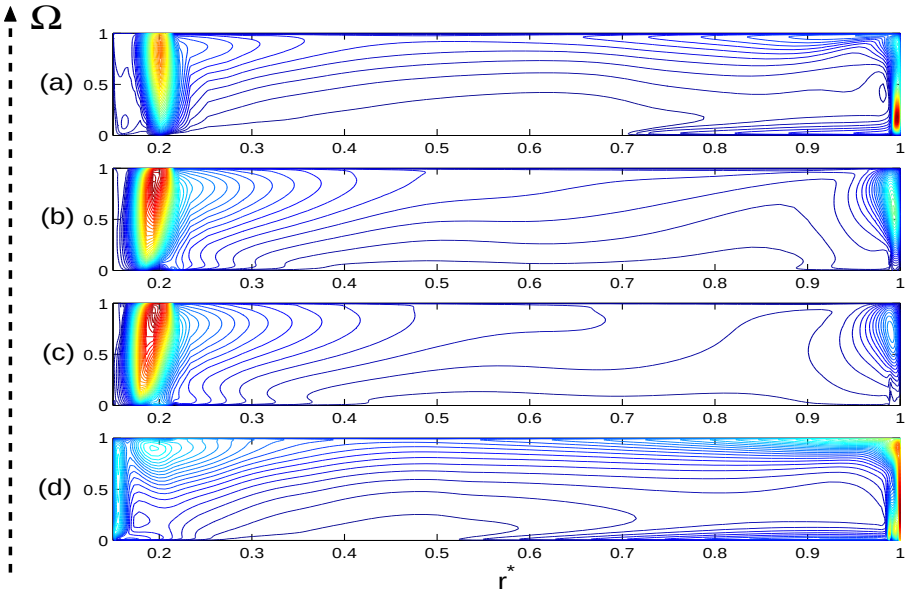


FIG. 5.37 – Iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $G = 0.036$ (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 1976$, $k^* \leq 0.0095$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 5929$, $k^* \leq 0.0267$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = 9881$, $k^* \leq 0.0524$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $C_w = 5929$, $k^* \leq 0.0052$.

l'énergie cinétique de la turbulence k sur le transport de dk/dt. Les figures 5.38a et 5.38b présentent la contribution de ces termes dans les deux couches limites pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ en $r^* = 0.68$. Comme dans le cas de la cavité fermée, le transport de l'énergie cinétique de la turbulence dans la couche d'Ekman (fig.5.38a) et dans la couche de Bödewadt (fig.5.38b) est guidé à la fois par le terme de production P et par le terme de dissipation ϵ, qui se compensent. Cependant les valeurs atteintes sont 20 fois inférieures au cas sans flux. La diffusion turbulente D^T n'est ici pas négligeable. Les autres contributions sont, quant à elles, très faibles. Dans la couche de Bödewadt (fig.5.38b), les termes P et ϵ sont les contributions majeures. Les valeurs atteintes sont ici 10 fois supérieures au cas sans flux et 60 fois supérieures à celles obtenues pour la couche d'Ekman.

Les figures 5.38c et 5.38d sont des grossissements des figures 5.38a et 5.38b et donc présentent la contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence dans les sous-couches visqueuses du côté du rotor ($z^* \leq 0.008$) et du stator ($z^* \geq 0.998$), toujours pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ en $r^* = 0.68$. Ainsi on peut remarquer que dans ces deux sous-couches, le terme de diffusion moléculaire D^ν n'est pas négligeable et compense le terme de dissipation aux parois. Par contre, les autres termes de diffusion D^R et D^T et de flux inverse J prennent des valeurs très faibles. Il est à noter une diffusion turbulente plus forte dans la zone proche du stator.

La répartition de l'énergie cinétique de la turbulence est différente selon le type d'écoulement : à couches limites jointes ou séparées. La figure 5.39 présente les iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence pour $C_w = 5929$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et sept rapports d'aspect. Pour $G \leq 0.012$ (fig.5.39a et 5.39b), l'écoulement est de type Couette et l'énergie cinétique est concentrée en périphérie de la cavité dans la couche de Stewartson. Elle est advectée avec l'écoulement et son intensité diminue en se rapprochant de l'axe. En augmentant le rapport d'aspect (fig.5.39c à 5.39g), l'écoulement devient de type Batchelor et on retrouve la même répartition que sur la figure 5.37 : l'énergie cinétique de la turbulence est cantonée principalement en entrée et en sortie de la cavité.

Sur la figure 5.40, le deuxième invariant A_2 du tenseur d'anisotropie est tracé en fonction du troisième invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$, $C_w = 5929$ et quatre positions radiales. De la même façon que dans le cas de la cavité fermée, l'anisotropie des tensions de Reynolds reste forte pour les quatre rayons. Le modèle respecte la limite de la turbulence à deux composantes près des parois sauf pour $r^* = 0.56$ où la turbulence est axisymétrique sur le rotor. L'anisotropie diminue avec la distance à la paroi et la turbulence devient quasiment isotrope au sens des vitesses près de la couche

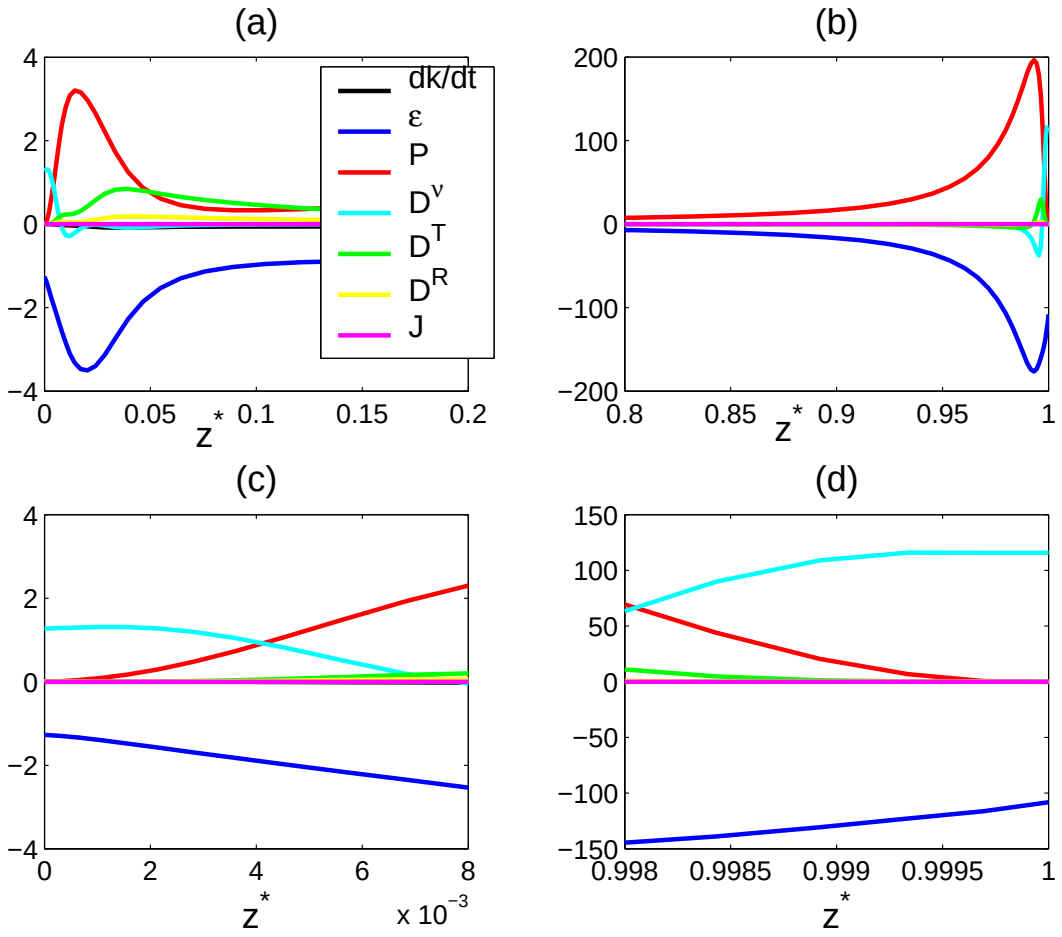


FIG. 5.38 – Contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k (adimensionnée ici par $(\Omega h)^2$) dans les couches limites (a) d'Ekman et (b) de Bödewadt et dans les sous-couches visqueuses (c) d'Ekman et (d) de Bödewadt pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ en $r^* = 0.68$.

limite du rotor. Pour tous les rayons considérés, le troisième invariant A_3 est positif presque partout selon la direction axiale et les composantes R^*_{rr} et $R^*_{\theta\theta}$ sont plus importantes que la composante R^*_{zz} (voir par exemple la figure 5.35). Ceci semble indiquer que la turbulence a la forme d'une "soucoupe" orientée selon la direction radiale.

5.7 Conclusion

Nous avons déterminé la structure de l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator lorsqu'un flux centripète est imposé. Pour une faible valeur du flux, l'écoulement en périphérie préserve les propriétés du cas sans flux : la couche limite d'Ekman est centrifuge, alors que celle de Bödewadt est centripète. Ces couches limites sont séparées par un noyau en rotation solide. Pour des flux plus forts, l'écoulement dans la couche limite d'Ekman devient centripète et un point d'arrêt se crée : le noyau tourne alors à la même vitesse que le rotor. Si le flux augmente encore, le noyau peut tourner jusqu'à plus de deux fois la vitesse du disque tournant. Les influences du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect ont également été discutées. Nous avons étudié, en particulier, le comportement du coefficient d'entraînement K du fluide en fonction du nombre de Reynolds Re, du coefficient de débit C_w et du rapport d'aspect de la cavité G. Nous sommes parvenus, notamment, à déterminer une loi analytique simple permettant de calculer le coefficient K à partir d'un coefficient local de débit Cq_r. Cette loi a été validée expérimentalement par des centaines de mesures de vitesse et de pression

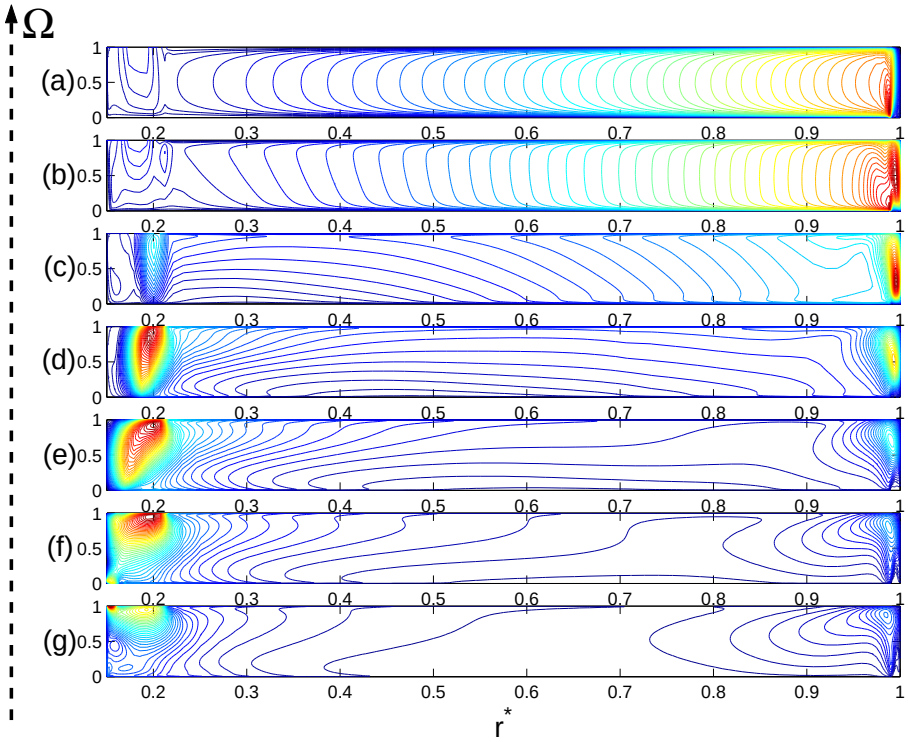


FIG. 5.39 – Iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $C_w = 5929$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et différents rapports d'aspect (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $k^* \leq 0.7081$, (b) $G = 0.012$, $k^* \leq 0.0572$, (c) $G = 0.024$, $k^* \leq 0.0231$, (d) $G = 0.036$, $k^* \leq 0.0217$, (e) $G = 0.048$, $k^* \leq 0.0295$, (f) $G = 0.06$, $k^* \leq 0.0409$, (g) $G = 0.072$, $k^* \leq 0.0812$.

et numériquement pour une large gamme des paramètres de contrôle. L'influence des conditions aux limites (géométrie, niveau de prérotation, rugosité) a également été étudiée : la loi est robuste à de faibles changements dans la géométrie en entrée de la cavité. Le niveau de prérotation fixe, par contre, les valeurs des deux constantes contenues dans la loi analytique.

L'étude du champ turbulent a montré que la couche de Bödewadt s'avère plus turbulente que la couche d'Ekman. Les intensités de la turbulence dans la couche du stator décroissent du centre vers la périphérie de la cavité. En augmentant le flux centripète, la turbulence augmente dans cette couche. À contrario, les profils radiaux des composantes du tenseur de Reynolds sont quasi constants dans la couche d'Ekman et le flux centripète n'a que peu d'influence.

Pour tous les cas considérés dans ce chapitre, les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les mesures aussi bien pour le champ moyen que pour le champ turbulent. Les seuls écarts notables se portent sur le coefficient d'entraînement du fluide K, pour $K > 1$. Ceux-ci sont dûs sans doute à la somme de faibles erreurs et restent dans le domaine d'incertitude des approches numérique et expérimentale. On peut néanmoins penser que la raison principale est la non prise en compte dans le modèle du fait que la prérotation du fluide varie en fonction du flux imposé.

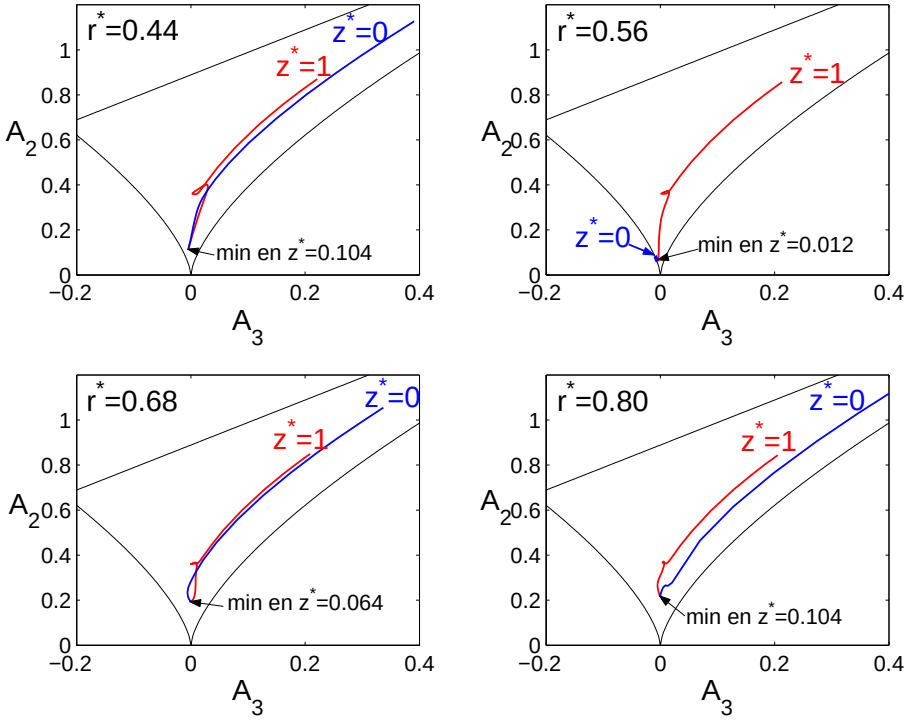


FIG. 5.40 – Tenseur d'anisotropie : deuxième invariant A_2 en fonction du troisième invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = 5929$ en quatre positions radiales.

Chapitre 6

Écoulements turbulents avec flux centrifuge : de Batchelor à Stewartson

Nous avons déjà vu au chapitre 1, que deux types de structuration sont possibles dans les écoulements interdisques : les structurations de type Batchelor [9] et de type Stewartson [222]. La structuration de Batchelor, où l'écoulement est à couches limites séparées par un noyau en rotation, a été rencontrée dans le cas de la cavité rotor-stator fermée (chap.4) et dans le cas d'un flux centripète (chap.5). L'écoulement de type Stewartson est confiné dans la couche limite du disque tournant. La vitesse tangentielle du fluide est nulle partout ailleurs. Lorsqu'un flux radial centrifuge est imposé, Daily et *al.* [48] ont observé les deux types de structuration sans en caractériser la transition.

Afin de caractériser expérimentalement et numériquement la transition entre les écoulements de type Batchelor et Stewartson en géométrie finie, on se propose d'étudier l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator avec flux centrifuge imposé pour des espaces interdisques suffisamment grands qui correspondent selon la classification de Daily et Nece [49] à des couches limites séparées (régime IV). Les mesures par LDA et par capteurs de pression seront comparées aux prévisions du modèle RSM pour une large gamme du nombre de Reynolds, du rapport d'aspect et du coefficient de débit.

6.1 Travaux antérieurs sur les écoulements de disques tournants avec flux centrifuge

La principale étude concernant les écoulements de type rotor-stator avec flux centrifuge est celle de Daily et *al.* [48]. Ils ont mesuré les profils axiaux des vitesses moyennes et ont mis en évidence l'importance du flux centrifuge sur le développement de la couche d'Ekman et sur le coefficient d'entraînement du fluide K. Ils ont montré que la géométrie d'entrée affecte sensiblement la vitesse moyenne dans la cavité mais pas la distribution de pression et le coefficient de moment. Ils ont observé la même structure de l'écoulement dans le cas avec et sans flux, jusqu'à une certaine valeur du flux à partir de laquelle l'écoulement devient de type Stewartson. Le taux de rotation du fluide K est fonction du rayon et est réduit par l'augmentation du débit. Aucun effet du rapport de forme de la cavité G n'a été observé sur K. Pour un tel écoulement, ils gardent la même classification que celle utilisée par Owen et Rogers [170] dans le cas d'une cavité fermée mais avec des seuils différents. Owen et Pincombe [168] ont comparé les écoulements avec flux centrifuge purement radial et ceux avec flux centrifuge axial et sortie radiale. Hormis près de l'axe, les structures de ces écoulements sont très proches : un noyau dans lequel la vitesse tangentielle est constante et la vitesse radiale est nulle et deux couches limites centrifuges. La taille de cette zone varie en fonction du flux. Pincombe [180] a étudié expérimentalement l'écoulement dans une cavité en rotation en bloc avec flux centrifuge axial et sortie radiale. Firouzian et *al.* [73] ont fait des mesures de pression et de vitesse pour une large gamme du flux centrifuge et de la vitesse de rotation du disque. Ils ont également testé l'effet de la géométrie en entrée de la cavité sur l'écoulement entre deux disques fermés par un cylindre fixe.

Numériquement, on peut rappeler l'étude de Chew [31], qui a été le premier à étudier l'écoulement

en cavité rotor-stator soumis à un flux centrifuge avec un modèle $k-\epsilon$ à faible nombre de Reynolds. Il a observé un écoulement de type Stewartson pour un très fort flux centrifuge axial à sortie radiale ($C_w = -5.4 \times 10^4$ et $Re = 3.4 \times 10^6$). On peut citer également les travaux de Chew et Vaughan [34] et Iacovides et Theofanopoulos [105]. Ces derniers ont comparé leurs prévisions issues d'un modèle $k-\epsilon$ et d'un modèle ASM aux mesures de Daily et *al.* [48]. Pour $Re = 6.9 \times 10^5$, $C_w = -3795$ et $G = 0.0685$, l'écoulement est confiné près du rotor et devient instable près de l'axe. Elena et Schiestel [64] ont proposé des résultats numériques d'écoulements en cavité rotor-stator avec flux centrifuge axial et sortie radiale à partir d'un modèle ASM, qu'ils ont comparés aux mesures de Daily et *al.* [48]. Pour $G = 0.069$, $Re = 10^5$ et $C_w = -3530$, ils observent un écoulement centrifuge avec une zone de recirculation près de l'axe. En augmentant le nombre de Reynolds, cette zone diminue et l'écoulement devient, à partir d'un rayon critique, proche du cas d'une cavité fermée. À $Re = 10^7$, la rotation tue l'effet du flux centrifuge à partir de $r^* = 0.3$. Plus tard, ces mêmes auteurs [65] ont étudié ces écoulements mais à partir d'un modèle RSM. Les auteurs regrettent une trop forte laminarisation de l'écoulement en comparaison avec les résultats attendus. Le modèle RSM améliore néanmoins les prévisions par rapport à un modèle $k-\epsilon$ classique. Ils ont montré que, pour un flux centrifuge donné, en augmentant le nombre de Reynolds jusqu'à 10^7, l'écoulement tend à retrouver une structure proche de celle rencontrée dans une cavité fermée.

Nous avons vu au chapitre 1, que beaucoup de chercheurs ont observé soit un écoulement de type Batchelor soit un écoulement de type Stewartson arrivant à la conclusion que les deux types de structuration sont possibles en fonction des conditions aux limites et initiales (géométrie ouverte ou fermée [126, 156, 238]). Dans le cas d'un écoulement laminaire entre deux disques de rayon fini, Brady et Durlofsky [16] ont montré que les écoulements de type Batchelor se rencontrent dans le cas de géométries fermées, alors que les écoulements de type Stewartson se rencontrent pour des géométries ouvertes, ce qui avait déjà été mis en évidence par l'expérience de Picha et Eckert [177] en 1958. Gori [84] a étudié la transition entre les solutions de Batchelor et de Stewartson pour des écoulements laminaires en cavité rotor-stator fermée. La transition se produit soit lorsque le nombre de Reynolds diminue, soit lorsque le rapport d'aspect de la cavité augmente.

Le but de ce chapitre est de caractériser la transition entre les structurations de Batchelor et de Stewartson pour un écoulement turbulent confiné et dans une large gamme du rapport d'aspect, du nombre de Reynolds et du coefficient de débit centrifuge.

6.2 Structure de l'écoulement

Le but de ce paragraphe est de décrire la structure des écoulements de type rotor-stator soumis à un flux centrifuge et d'observer la transition entre les structurations de Batchelor et Stewartson en fonction du rayon r, du coefficient de débit C_w, du nombre de Reynolds Re et du rapport d'aspect G de la cavité. Les mesures par LDA et par capteurs de pression sont comparées aux prévisions du modèle RSM. Les profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour l'ensemble des cas considérés sont présentés en annexe E.

6.2.1 Influence de la position radiale

La figure 6.1 montre l'influence de la position radiale sur l'écoulement moyen, lorsqu'un flux centrifuge axial est imposé pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -5929$. À la périphérie $r^* = 0.8$, l'écoulement conserve les propriétés de l'écoulement en cavité fermée ($C_w = 0$) : deux couches limites séparées par un noyau en rotation. Mais dans le cas présent, le noyau tourne plus lentement que le rotor et que dans le cas sans flux : ici $K \simeq 0.2$. La couche d'Ekman est centrifuge ($V_r > 0$), alors que la couche de Bödewadt est légèrement centripète ($V_r < 0$). L'écoulement est donc toujours de type Batchelor. On peut considérer cet écoulement comme la jonction de deux écoulements au-dessus d'un disque unique : un écoulement de type Bödewadt (au-dessus d'un disque fixe) et un écoulement de type Von Kármán (au-dessus d'un disque en rotation). En s'approchant de l'axe de la cavité ($r^* = 0.56$), le noyau disparaît et la couche de Bödewadt devient centrifuge. L'écoulement est alors pleinement centrifuge ($V_\theta \simeq 0$ et $V_r > 0$ partout), quelque soit la position axiale z : l'écoulement est de type Stewartson. La structuration de type Stewartson est composée d'une couche limite unique sur le rotor et d'une zone où la vitesse tangentielle est quasi nulle. En $r^* = 0.44$, l'épaisseur de la couche d'Ekman est plus faible. Le profil axial de la vitesse radiale tend à devenir symétrique : le flux passe alors

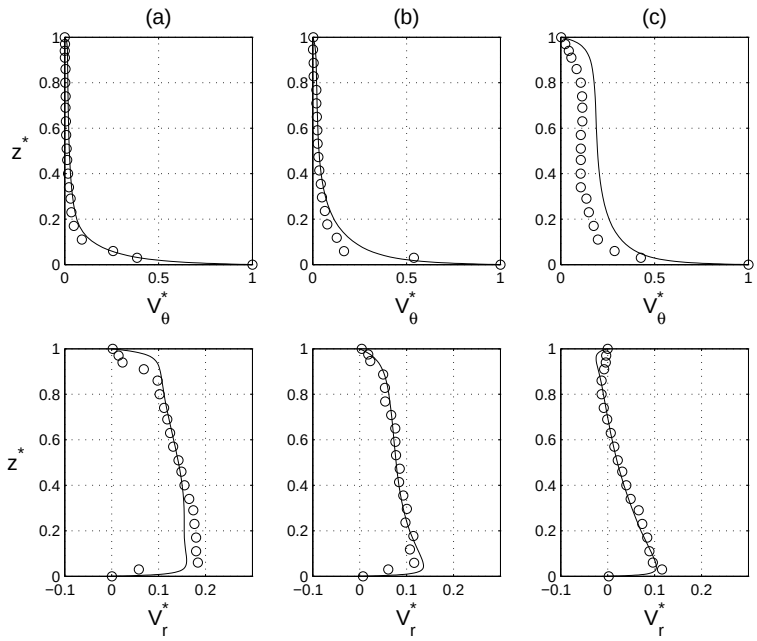


FIG. 6.1 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -5929$ en trois positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

pratiquement de manière identique quelque soit la position axiale. Cette structuration a été observée numériquement par Chew [31] pour $Re = 3.4 \times 10^6, C_w = -5.4 \times 10^4$ en $r^* = 1$.

Les lignes de courant correspondantes sont données figure 6.3b. Elles sont parallèles aux disques, ce qui confirme que l'écoulement est purement centrifuge. L'effet du flux est prépondérant par rapport à l'effet de la rotation. On peut noter qu'une zone de recirculation du fluide s'est créée à la périphérie de la cavité, à la jonction du stator et du bandeau extérieur.

6.2.2 Influence du coefficient de débit

On étudie maintenant l'influence d'un flux centrifuge pour un rapport d'aspect $G = 0.036$ et un nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ donnés, en $r^* = 0.56$. Lorsqu'un faible flux centrifuge $C_w = -1976$ est imposé à l'écoulement de base (fig.6.2a et 6.3a), l'écoulement garde les mêmes caractéristiques que dans le cas d'une cavité fermée : deux couches limites séparées par un noyau central, ce qui est connu pour être une structuration de type Batchelor. Le coefficient d'entraînement du fluide K est cependant plus faible : $K \simeq 0.2$. La vitesse radiale est positive sur 60% de l'espace interdisque mais il subsiste une couche de Bödewadt centripète, ce qui est la condition pour que les profils soient de type Batchelor. En augmentant le flux centrifuge, c'est à dire en diminuant le coefficient de débit $C_w = -5929$ (fig.6.2b et 6.3b), le noyau central disparaît et l'écoulement devient purement centrifuge ($V_r > 0$). Le profil axial de la vitesse tangentielle est alors de type Stewartson. Le profil axial de la vitesse radiale est asymétrique : V_r est plus importante près du rotor que près du stator. Cela indique qu'il subsiste un léger effet de la rotation. Pour des flux plus forts $C_w = -9881$ (fig.6.2c et 6.3c), le profil axial de la vitesse radiale devient symétrique et se rapproche de ceux rencontrés dans un écoulement en canal. L'effet du flux a alors annihilé l'effet de la rotation. On a $V_{rmax} = 0.15\Omega r$, et comme $V_{rmoy} \simeq 0.9V_{rmax}$, la vitesse radiale moyenne est proche de 0.33 m/s. Le flux passe à travers une surface S qui vaut $S = 2\pi rh = 0.0079\ m^2$. On retrouve alors la valeur du flux imposé $Q \simeq 0.0024$ m^3/s ($C_w = -9881$).

Sur la figure 6.3, sont représentées les lignes de courant correspondantes. Elles mettent en évidence l'effet du flux centrifuge sur l'écoulement. Pour $C_w = -1976$, l'effet du flux, en se basant sur l'étendue de la zone recirculée, est dominant sur celui de la rotation pour $r^* \leq 0.5$: l'écoulement est de type Stewartson. Au-delà de ce rayon, l'écoulement est de type Batchelor et préserve les caractéristiques du cas sans flux. En augmentant le flux, la rotation n'influe plus sur l'écoulement. La zone de recirculation

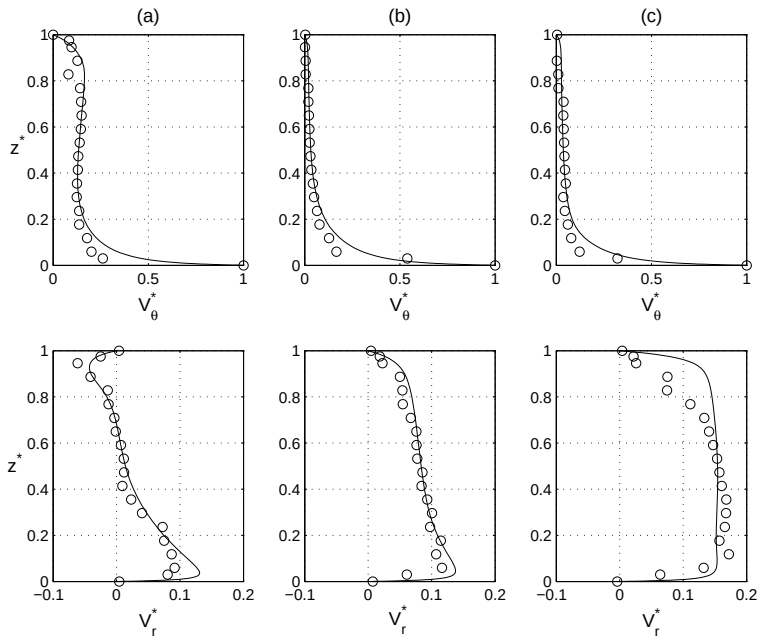


FIG. 6.2 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$, en $r^* = 0.56$ et en fonction du coefficient de débit : (a) $C_w = -1976$, (b) $C_w = -5929$, (c) $C_w = -9881$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

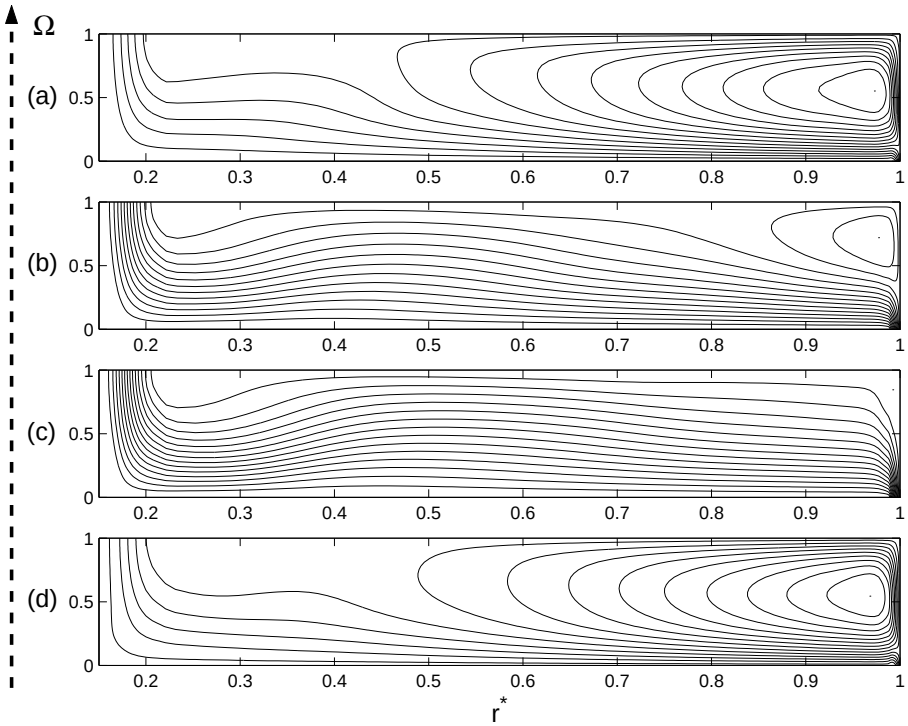


FIG. 6.3 – Effet du coefficient de débit sur les lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $G = 0.036$ (RSM), 15 intervalles réguliers : (a) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -1976$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.024$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5929$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.032$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -9881$, $0 \leq \Psi^* \leq 0.046$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $C_w = -5929$, $-0.001 \leq \Psi^* \leq 0.019$.

en périphérie de la cavité qui s'est créée pour $C_w = -5929$, disparaît pour $C_w = -9881$.

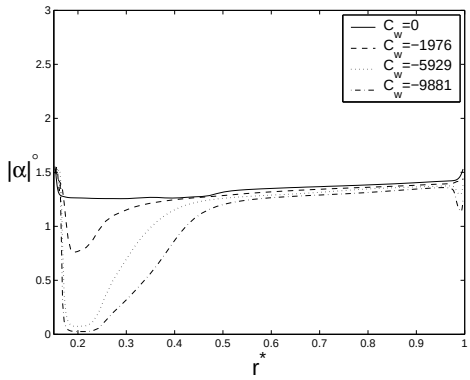
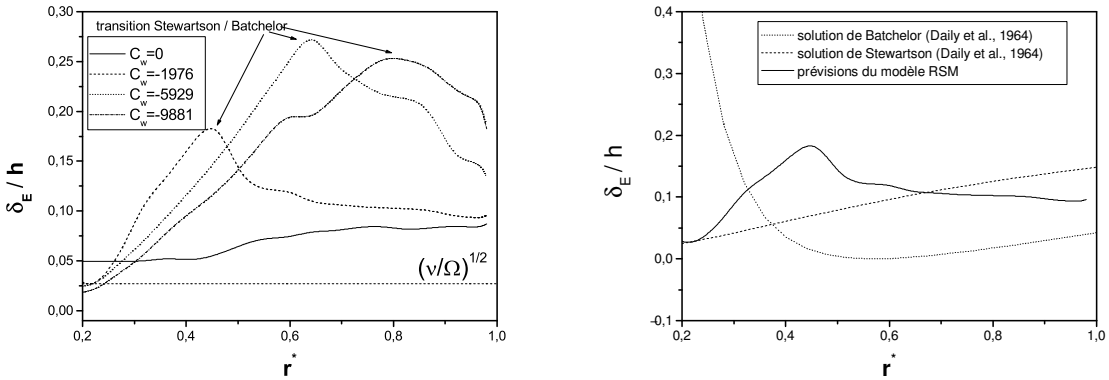


FIG. 6.4 – Angle d'inclinaison α des lignes de courant dans la couche d'Ekman ($z^* = 0.028$) en fonction de r^* pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois valeurs de C_w (modèle RSM).

La figure 6.4 reporte l'évolution radiale de l'angle d'inclinaison des lignes de courant en fonction du coefficient de débit pour $G = 0.036$ et $Re = 1.04 \times 10^6$. Au-delà de $r^* = 0.5$, l'angle d'inclinaison reste constant $|\alpha| \simeq 1.5°$. Proche de l'axe, il varie avec la position radiale et se rapproche de 0 pour des valeurs croissantes du flux. On peut en déduire que la composante radiale du taux de cisaillement tend donc à s'annuler.



(a) (b)

FIG. 6.5 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite d'Ekman δ_E pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centrifuges (modèle RSM) : (a) influence du flux, (b) comparaison avec la formule de Daily et *al.* [48] pour $C_w = -1976$.

Daily et al. [48] ont remarqué deux effets notables d'un flux centrifuge ($C_w = -3510$) axial à sortie radiale sur l'écoulement turbulent ($Re = 6.9 \times 10^5$) dans une cavité rotor-stator de grand rapport d'aspect ($G = 0.069$) : la diminution du taux de rotation du fluide, que nous avons déjà notée et l'augmentation de la couche d'Ekman lorsqu'on se rapproche de l'axe. On se propose maintenant de vérifier ce dernier point. La figure 6.5a montre l'évolution radiale de l'épaisseur de la couche limite d'Ekman pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centrifuges, que nous comparons au cas de la cavité fermée et à l'épaisseur de la couche d'Ekman dans le cas d'un disque infini en rotation $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$. La manière dont δ_E est calculée a été précisée au chapitre 4. Lorsqu'un flux centrifuge est imposé, les courbes adoptent le même comportement : δ_E augmente pour des valeurs croissantes du rayon jusqu'à une valeur critique, qui correspond au rayon à partir duquel la structuration de l'écoulement passe de la structuration de type Stewartson à celle de type Batchelor. Au-delà de ce rayon critique $r_c^* = r_c/R_2$, l'épaisseur de la couche d'Ekman diminue pour des valeurs croissantes de r^*.

Ce rayon critique se déplace de l'axe vers la périphérie de la cavité, lorsque la valeur du flux augmente ($r_c^* \simeq 0.45$ pour $C_w = -1976$, $r_c^* \simeq 0.64$ pour $C_w = -5929$ et $r_c^* \simeq 0.8$ pour $C_w = -9881$) : la transition est retardée. Globalement, les valeurs de δ_E sont plus fortes avec flux centrifuge $\delta_E \simeq 0.15h$ que dans le cas sans flux $\delta_E \simeq 0.07h$ et que $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$. Si un flux centripète tend à faire disparaître la couche d'Ekman $\delta_E \simeq 0.04h$, un flux centrifuge tend à la faire grossir.

Daily et al. [48] proposent une expression analytique pour l'épaisseur de la couche limite d'Ekman : $\delta_E = 0.526(1-K)^2 r Re_r^{1/5}$, dans le cas d'un flux centrifuge axial avec sortie radiale. Pour calculer K, on utilise deux formules suivant que l'écoulement est de type Batchelor (relation (5.16)) ou de type Stewartson (relation (6.2)). On en déduit deux formules pour δ_E en fonction de r. La figure 6.5b compare les deux expressions de δ_E issues de la formule de Daily et *al.* [48] avec les prévisions du modèle RSM pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -1976$. Nos résultats sont en accord satisfaisants avec la solution calculée pour un écoulement de type Stewartson. Les prévisions de Daily et *al.* ne rendent pas compte de la transition entre les deux types de structuration. La couche d'Ekman semble, d'après leurs résultats, insensible à la transition. Ce désaccord avec nos prévisions peut venir de la définition même de l'épaisseur de la couche d'Ekman.

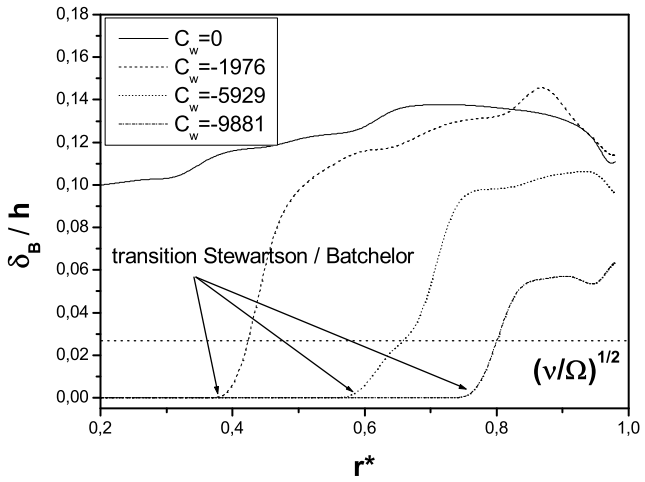


FIG. 6.6 – Évolutions radiales de l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt δ_B pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centrifuges (modèle RSM).

On s'intéresse à présent à l'évolution de l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt δ_B pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centrifuges. Nous avons déjà vu que, pour un rapport d'aspect, un nombre de Reynolds et un coefficient de débit donnés, l'écoulement peut être de type Stewartson à couche limite unique sur le rotor, près de l'axe de la cavité et de type Batchelor à couches limites séparées, en périphérie. Si l'écoulement est de type Stewartson, il n'y a pas de couche de Bödewadt et δ_B vaut, de fait, zéro. Au-delà du rayon critique que nous venons de déterminer pour la couche d'Ekman, l'écoulement devient de type Batchelor et δ_B augmente pour des valeurs croissantes de r^*. La valeur maximale atteinte par δ_B augmente quand le flux diminue (C_w augmente). Globalement, un flux centrifuge tend à faire disparaître la couche de Bödewadt et donc δ_B est plus fine que dans le cas sans flux. À contrario, un flux centripète fait épaissir la couche liée au stator.

6.2.3 Influence du nombre de Reynolds

L'effet du nombre de Reynolds Re sur l'écoulement moyen se voit en comparant les figures 6.7 et 6.1. En augmentant Re, la couche de Bödewadt devient centripète et un noyau apparaît. Le coefficient d'entraînement du fluide vaut alors $K \simeq 0.2$. Cela retarde donc la transition entre les structurations de Batchelor et de Stewartson, comme quand r^* décroît (fig.6.2a, fig.6.7). Il est à noter que la vitesse axiale est quasiment nulle.

Les lignes de courant sont présentées sur la figure 6.3d. L'écoulement pour $Re = 4.15 \times 10^6$ et

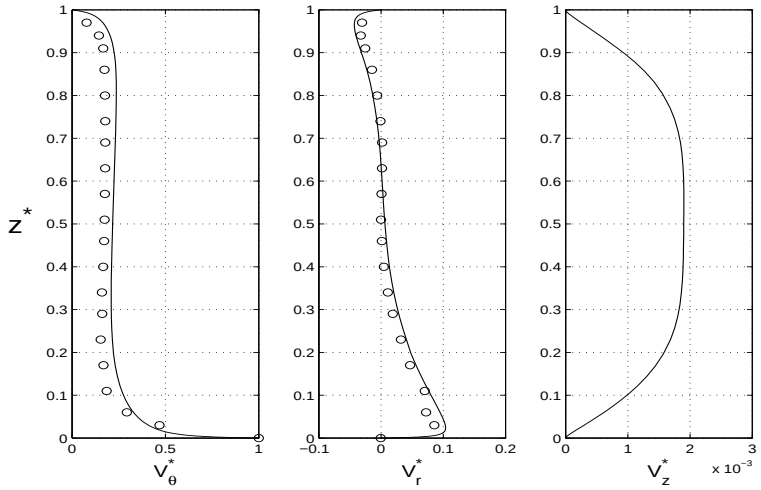


FIG. 6.7 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $G = 0.036$, $C_w = -5929$ et $Re = 4.15 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

$C_w = -5929$ est tout à fait comparable à celui pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -1976$: l'écoulement est de type Batchelor, proche du cas sans flux pour $r^* \geq 0.5$. Proche de l'axe, l'écoulement est purement centrifuge. On peut en conclure, que réduire le flux à taux de rotation donné produit le même effet qu'augmenter le taux de rotation à flux fixé : cela retarde la transition entre la structuration de Batchelor et celle de Stewartson.

6.2.4 Influence du rapport d'aspect de la cavité

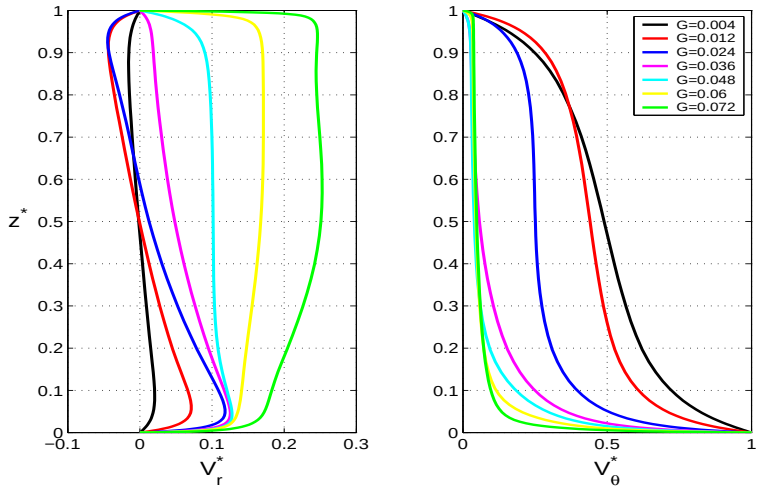


FIG. 6.8 – Profils axiaux des vitesses moyennes en $r^* = 0.56$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5929$ et différentes valeurs de G (RSM).

Daily et *al.* [48] ont montré, dans le cas d'un flux centrifuge axial avec sortie radiale, que le coefficient d'entraînement du fluide K n'est pas sensible au rapport d'aspect de la cavité, tant que l'espace interdisque est suffisamment grand pour que les couches limites soient séparées. Nous allons le vérifier et étudier l'influence du rapport d'aspect sur les profils des composantes radiale et tangentielle de la vitesse moyenne pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5929$ en $r^* = 0.56$. La figure 6.8 montre que, pour $G = 0.004$, la vitesse radiale de l'écoulement est quasi nulle et le profil de la vitesse tangentielle tend à être linéaire. Nous avons vu, aux chapitres précédents, que cela caractérise un écoulement de type Couette de torsion à couches limites jointes. Pour $G = 0.012$, des couches limites essaient de se

développer sur chaucun des disques : un écoulement centrifuge apparaît sur le rotor et un écoulement centripète apparaît sur le stator. La vitesse tangentielle est encore proche du cas $G = 0.004$, ce qui laisse penser que l'écoulement est toujours de type Couette de torsion. En augmentant encore le rapport d'aspect, l'écoulement devient peu à peu purement centrifuge et la vitesse tangentielle tend à s'annuler en dehors de la couche liée au rotor. Pour des grands rapports d'aspect, l'écoulement est de type Stewartson.

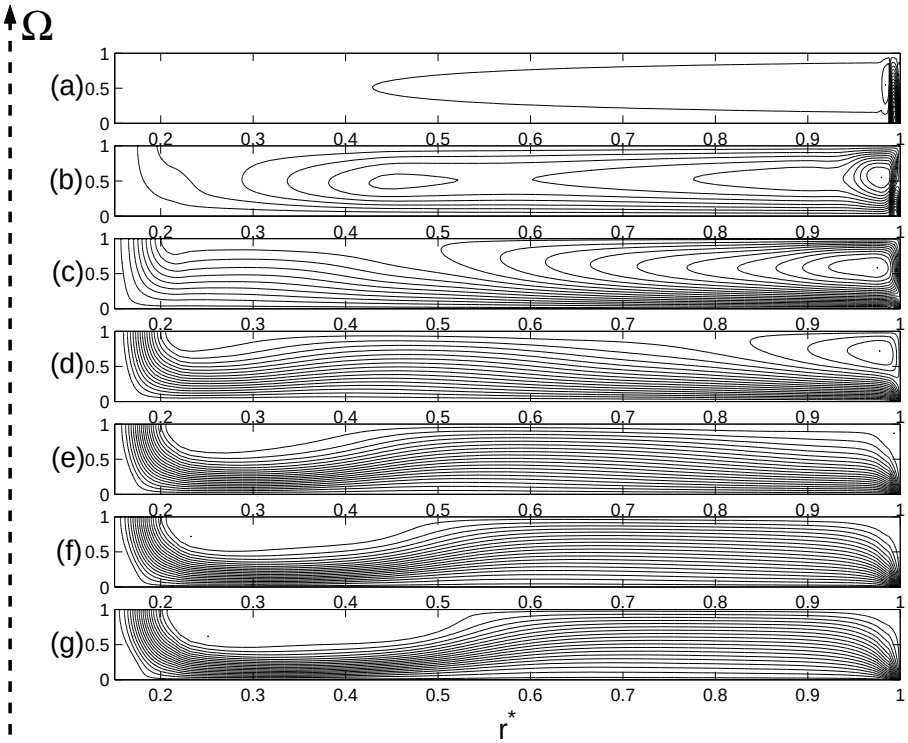


FIG. 6.9 – Lignes de courant $\Psi^* = \Psi/(\Omega R_2^2)$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5929$ et sept rapports d'aspect (RSM), 20 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $-3.2992 \leq \Psi^* \leq 0.5152$, (b) $G = 0.012$, $-0.1076 \leq \Psi^* \leq 0.1519$, (c) $G = 0.024$, $-0.0021 \leq \Psi^* \leq 0.0562$, (d) $G = 0.036$, $-0.0001 \leq \Psi^* \leq 0.0319$, (e) $G = 0.048$, $-0.0004 \leq \Psi^* \leq 0.027$, (f) $G = 0.06$, $-0.0007 \leq \Psi^* \leq 0.0271$, (g) $G = 0.072$, $-0.001 \leq \Psi^* \leq 0.0274$.

La figure 6.9 représente les lignes de courant pour les cas qui viennent d'être évoqués. Pour le plus faible rapport d'aspect $G = 0.004$ (fig.6.9a), on retrouve la structuration d'un écoulement à couches limites jointes. La forme des lignes de courant indique que l'écoulement est laminaire. Si on considère que l'écoulement est purement radial et que l'effet de la rotation est négligeable, l'écoulement s'apparente à un écoulement de type canal. La vitesse moyenne en $r^* = 0.8$ vaut environ 0.371 m/s. Le nombre de Reynolds équivalent est alors $Re \simeq 1100$, ce qui est caractéristique d'un écoulement laminaire. Pour $G = 0.012$ (fig.6.9b), l'écoulement est toujours de type Couette de torsion. Pour $G = 0.024$ (fig.6.9c), l'écoulement est de type Stewartson jusqu'en $r^* \simeq 0.5$. Au-delà, les couches limites se séparent et l'écoulement devient de type Batchelor. Pour $G = 0.036$ (fig.6.9d), cette zone est repoussée en périphérie de la cavité et l'écoulement est purement centrifuge pratiquement partout. Pour $G \geq 0.048$ (fig.6.9e), les lignes de courant deviennent parallèles aux disques et l'écoulement est alors uniquement radial. Une cellule de décollement, où le fluide semble être au repos, se développe sur le stator près de l'axe de la cavité. Sa taille augmente pour des valeurs croissantes de G.

La figure 6.10 compare les prévisions du modèle RSM avec les mesures par LDA pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5159$, deux valeurs de $G = 0.012$, 0.036 et en trois positions radiales. On rappelle, qu'en se déplaçant de l'axe vers la périphérie de la cavité, l'écoulement passe d'une structuration de type Stewartson ($r^* = 0.44$) à une structuration de type Batchelor ($r^* = 0.92$). Le cas limite est obtenu pour $r^* = 0.68$. On remarque qu'en $r^* = 0.44$, le profil de la vitesse radiale montre l'effet de la rotation par rapport à celui du flux : V_r est, en effet, plus forte près du rotor que près du stator pour

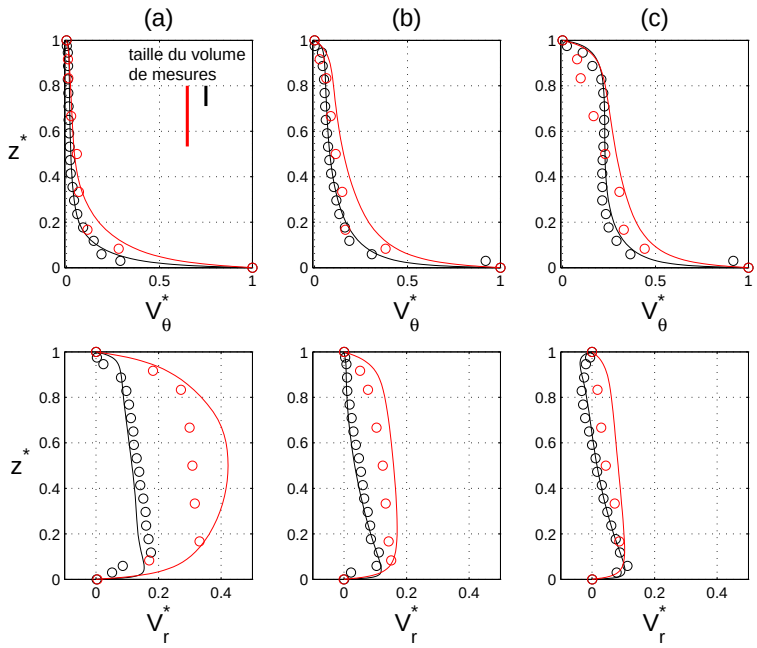


FIG. 6.10 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5159$, deux valeurs de G : (rouge) $G = 0.012$, (noir) $G = 0.036$ et trois rayons : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.68$, (c) $r^* = 0.92$.

$G = 0.036$. Par contre, en réduisant le rapport d'aspect $G = 0.012$, l'écoulement devient symétrique et se rapproche d'un écoulement de type Poiseuille en canal plan ($V_\theta \simeq 0$).

La figure 6.10 met également en avant le principal inconvénient des mesures par LDA. Lorsque l'espace interdisque h vaut 3 mm ($G = 0.012$), la taille du volume de mesure dans la direction axiale (0.8 mm pour les faisceaux rouges) n'est plus négligeable et les mesures sont alors mises en défaut. Il aurait fallu effectuer des mesures sur le côté de la cavité mais cela est ici impossible à cause du cylindre extérieur opaque, trop épais et dans lequel il aurait été très difficile de faire des fenêtres de mesure. La taille du volume de mesure est représentée sur la figure 6.10a pour les deux rapports d'aspect : le volume de mesure représente 8.9% de l'espace interdisque pour $h = 9$ mm mais 26.7% pour $h = 3$ mm. Si on intègre, selon la direction z, le profil de la vitesse radiale moyenne obtenue numériquement, on retrouve la valeur du flux imposé mais ce n'est pas le cas avec les données expérimentales. Pour $G = 0.012$, les mesures sous-estiment les valeurs des vitesses moyennes radiale et tangentielle, parce qu'elles sont intégrées sur un volume de mesure trop important comparé à l'espace interdisque. Le volume de mesure est également trop grand pour bien rendre compte de l'écoulement dans les couches limites. Il est à noter, que les mesures sont rendues délicates près des parois à cause d'échos et de réflexions parasites.

La transition entre les structurations de Batchelor et Stewartson est observée soit lorsqu'on se rapproche de l'axe de la cavité (r^* décroît), soit lorsque le coefficient de débit C_w diminue (en augmentant le flux centrifuge) ou soit quand le nombre de Reynolds diminue (en diminuant le taux de rotation). Cette transition est principalement due à la vitesse radiale, qui est positive quelque soit la position axiale pour un écoulement de type Stewartson et, qui s'annule au moins en un point pour un écoulement de type Batchelor. Il est à noter que l'ensemble des prévisions numériques sont en excellent accord avec les données expérimentales dans le cas d'un flux centrifuge.

6.3 Champ de pression

De la même manière que dans le cas centripète, nous avons fait des mesures de pression à l'aide de 6 capteurs disposés sur le stator. On prend toujours comme référence la pression au rayon extérieur

$r^* = 0.92$ et on rappelle la définition du coefficient de pression $C_p = P^*(r^*) - P^*(0.92)$, avec la pression adimensionnée $P^* = 2P/(\rho\Omega^2 R_2^2)$. Des profils radiaux de C_p ont été mesurés pour des nombres de Reynolds inférieurs à 1.04×10^6 et pour trois coefficients de débit $C_w = -1976$, -5929 et -9881. Dans ces cas là, C_p vaut quasiment zéro à la précision de la mesure près et ces profils ne seront pas présentés ici.

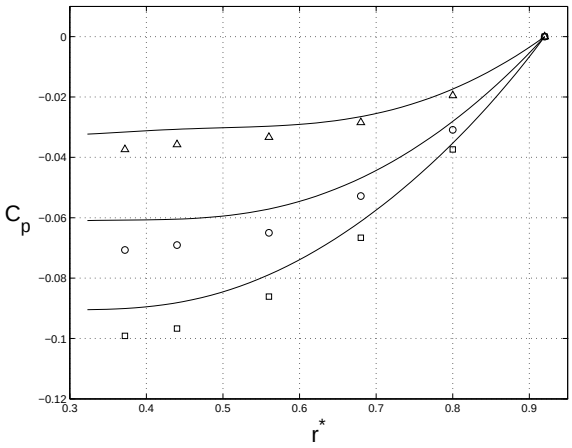


FIG. 6.11 – Évolutions radiales du coefficient de pression C_p en fonction de C_w pour $Re = 4.15 \times 10^6$: $(-)$ modèle RSM et données expérimentales pour $(\square)$ $C_w = -1976$, $(\circ)$ $C_w = -5929$, $(\triangle)$ $C_w = -9881$.

La figure 6.11 montre l'évolution radiale du coefficient de pression C_p pour $Re = 4.15 \times 10^6$, $G = 0.036$ et trois flux centrifuges. Comme pour les écoulements avec flux centripète, la pression décroît du centre vers la périphérie de la cavité. À contrario, C_p décroît en valeur absolue pour des valeurs croissantes du débit centrifuge (valeurs décroissantes de C_w). Pour le flux centrifuge maximum $C_w = -9881$, le gradient radial de C_p tend vers 0 pour des rayons inférieurs à 0.7, ce qui signifie que le coefficient d'entraînement est alors quasi nul et l'écoulement est donc de type Stewartson. Ce rayon critique diminue lorsque le flux diminue. Par exemple, pour $C_w = -1976$, le gradient radial de C_p tend vers 0 pour $r^* \leq 0.5$ et donc K tend vers 0 et l'écoulement est de type Stewartson. Pour $r^* \geq 0.5$, le gradient de C_p est plus fort et donc la valeur de K augmente et l'écoulement devient de type Batchelor. Ceci confirme ce que montrent les lignes de courant (fig. 6.3) et ce qui a été observé à partir des divers profils axiaux de la composante tangentielle de la vitesse moyenne (fig. 6.1,6.2,6.7).

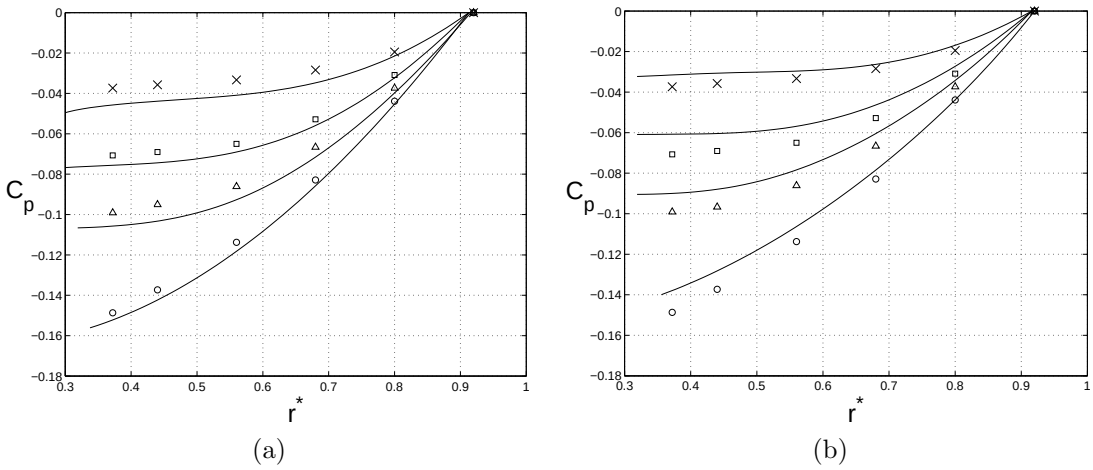


FIG. 6.12 – Évolutions radiales du coefficient de pression C_p en fonction de C_w pour $Re = 4.15 \times 10^6$: $(-)$ modèle RSM et données expérimentales pour $(\times)$ $C_w = -10317$, $(\square)$ $C_w = -5159$, $(\triangle)$ $C_w = -2579$, $(\circ)$ $C_w = 0$ et deux rapports d'aspect (a) $G = 0.012$, (b) $G = 0.036$.

L'influence du rapport d'aspect de la cavité sur la distribution radiale du coefficient de pression

C_p a également été étudiée. Les figures 6.12a et 6.12b montrent les profils radiaux de C_p pour $Re = 4.15 \times 10^6$, quatre flux centrifuges et deux valeurs du rapport d'aspect $G = 0.012$ et $G = 0.036$. Si aucune différence n'est à noter sur les profils expérimentaux, le modèle RSM semble légèrement sensible aux variations de G. Cependant, la pression est une quantité très sensible dans les modélisations d'écoulements turbulents en rotation. La différence peut venir des termes visqueux à la paroi. Il faut savoir également que l'écart maximum entre les prévisions du modèle et les mesures de pression ne représente qu'un millibar, ce qui correspond à la précision des mesures. L'adimensionnement de la pression peut induire en erreur. Par rapport au cas avec flux centripète, le maximum de C_p en valeur absolue, pour des mêmes paramètres, est dix fois inférieur dans le cas centrifuge.

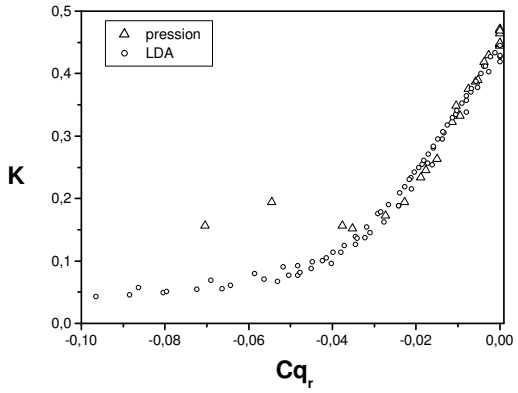


FIG. 6.13 – Comparaison des mesures de vitesse et de pression pour $G = 0.036$ et différents flux centrifuges.

Nous avons vu, au chapitre précédent, que le coefficient K peut être calculé à partir du gradient de pression radial. Nous avons appliqué la même démarche dans le cas centrifuge. La figure 6.13 montre les variations de K avec Cq_r pour des valeurs de K mesurées par LDA et d'autres mesurées par capteurs de pression. Pour $Cq_r \geq -0.025$, il y a un bon accord entre les deux types de mesure. L'écoulement est alors de type Batchelor. Au-delà, le coefficient d'entraînement calculé à partir des mesures de pression est surestimé par rapport aux mesures de vitesse. Cela correspond au moment où la courbe C_p en fonction de r^* a une pente faible (fig.6.11). Le gradient de pression radial est presque nul et il devient donc difficile de déterminer K. L'écoulement est alors de type Stewartson.

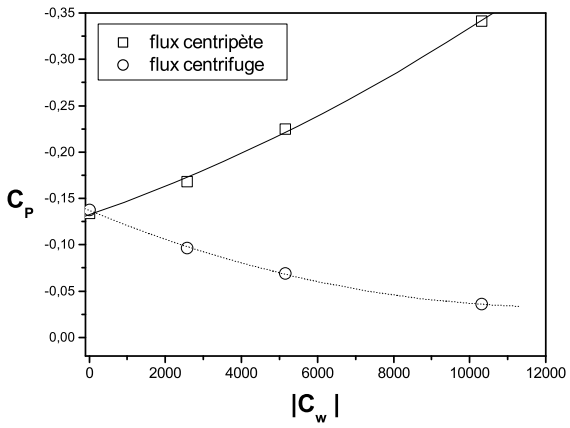


FIG. 6.14 – Influence du coefficient de débit sur le coefficient de pression en $r^* = 0.44$, pour $G = 0.036$ et $Re = 4.15 \times 10^6$: comparaison flux centrifuge / centripète (mesures).

L'influence d'un flux centrifuge ou centripète sur le coefficient de pression C_p est résumée à la figure 6.14 pour $r^* = 0.44$, $G = 0.036$ et $Re = 4.15 \times 10^6$. On remarque clairement que $|C_p|$ décroît quand $|C_w|$ croît pour le cas avec flux centrifuge et que $|C_p|$ croît quand $|C_w|$ croît pour le cas avec flux centripète. Un flux centrifuge réduit donc le gradient de pression radial, les efforts axiaux sur le disque sont alors plus faibles. Au contraire, un flux centripète accroît les efforts sur le rotor.

6.4 Étude du coefficient d'entraînement du fluide

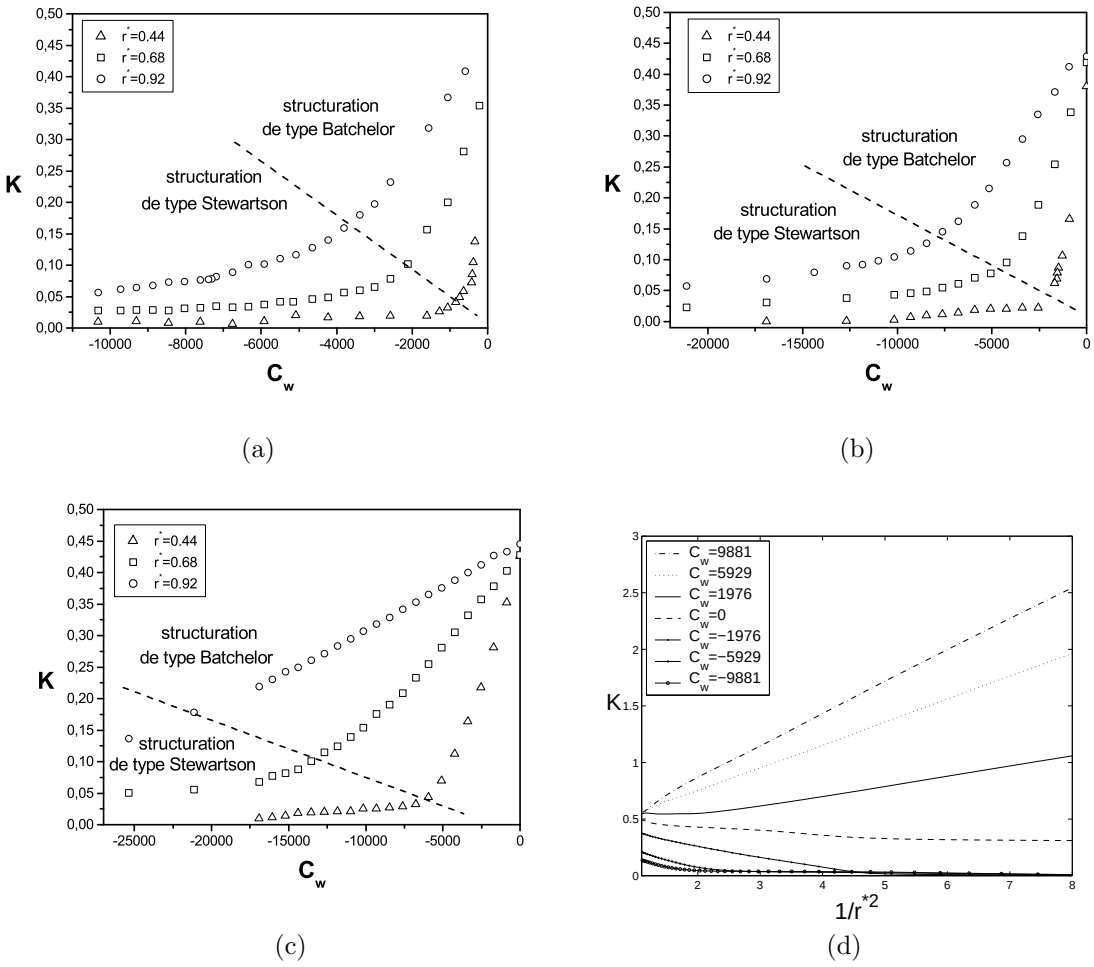


FIG. 6.15 – Évolutions radiales de K en fonction de C_w pour $G = 0.036$: (a) $Re = 5.19 \times 10^5$ - (b) $Re = 1.04 \times 10^6$ - (c) $Re = 4.15 \times 10^6$ - (d) K en fonction de $1/r^{*2}$ pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et sept valeurs de C_w (symboles : LDA, lignes : modèle RSM).

La figure 6.15 montre l'évolution du coefficient d'entraînement du fluide K en fonction du coefficient de débit volumique C_w pour $G = 0.036$, trois rayons et trois nombres de Reynolds. Pour les écoulements de type Batchelor (faibles valeurs négatives de Cq_r), K décroît rapidement quand C_w diminue. Pour les écoulements de type Stewartson (fortes valeurs négatives de Cq_r), K décroît également avec C_w mais tend asymptotiquement vers une valeur qui dépend du rayon et du nombre de Reynolds. Le changement de structuration se produit au niveau de la courbure. Cette transition sera étudiée par la suite. On peut noter qu'à un coefficient de débit et un nombre de Reynolds donnés, K augmente pour des valeurs croissantes du rayon.

La figure 6.15d résume l'effet d'un flux centripète ou centrifuge sur le coefficient d'entraînement K du fluide. Pour un nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et un rapport d'aspect $G = 0.036$ fixés, K est une fonction croissante en $1/r^{*2}$ dans le cas d'un flux centripète [77]. Si le coefficient de débit

volumique C_w diminue, la pente de la droite diminue. Dans une cavité fermée, K est pratiquement constant, augmente légèrement en s'approchant de la périphérie de la cavité. Lorsqu'un flux centrifuge est imposé, le coefficient K est une fonction décroissante de $1/r^{*2}$, tant que l'écoulement est de type Batchelor. K est ensuite proche de 0.

Pour conclure, on passe d'un écoulement de type Batchelor à un écoulement de type Stewartson lorsque :

- à une position radiale r et un taux de rotation Ω donnés, le flux Q centrifuge augmente,
- à une position radiale r et un flux Q centrifuge donnés, le taux de rotation Ω diminue,
- à un taux de rotation Ω et un flux Q centrifuge donnés, on se rapproche de l'axe de la cavité, r diminue.

L'objectif est maintenant double :

1. vérifier, si dans le cas de faibles flux centrifuges pour lesquels l'écoulement est de type Batchelor, la loi (5.16) reste applicable,
2. caractériser la transition entre les deux types de structuration.

Sur la figure 6.16, on représente l'ensemble des points expérimentaux et numériques obtenus dans le cas d'un flux centrifuge pour $G = 0.036$ et différents flux, rayons et nombres de Reynolds. Sur cette représentation en log-log, on remarque premièrement un bon accord entre nos mesures et les prévisions du modèle. Pour des faibles valeurs de $|Cq_r|$, les écoulements sont de type Batchelor : les données expérimentales et numériques se regroupent sur la loi analytique (5.16) jusqu'à $|Cq_r| \simeq 0.02$. À partir de $|Cq_r| \simeq 0.03$, l'écoulement est de type Stewartson.

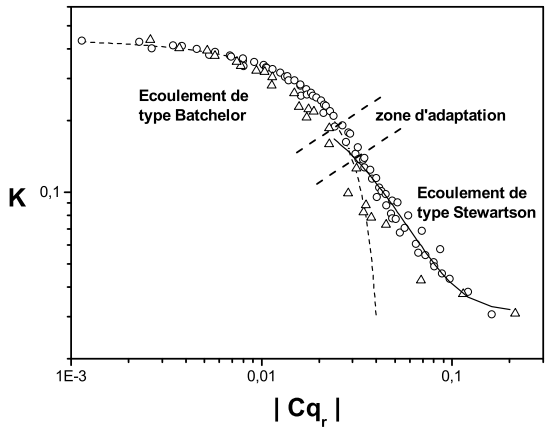


FIG. 6.16 – K en fonction de $|Cq_r|$: ($\triangle$) modèle RSM, ($\circ$) données expérimentales, ($--$) loi analytique (5.16) et ($-$) loi empirique (6.1).

Pour un écoulement de type Stewartson, K décroît exponentiellement pour des valeurs croissantes de $|Cq_r|$ suivant la loi d'interpolation :

$$K = 0.032 + 0.32 \times e^{-|Cq_r|/0.028} \tag{6.1}$$

Entre ces deux structurations, il existe une zone d'adaptation où il est difficile de distinguer l'une ou l'autre, et les deux lois (5.16) et (6.1) ne s'appliquent pas.

Nos résultats ont été comparés avec ceux de Daily et *al.* [48]. Les deux configurations étudiées sont présentées sur la figure 6.17. Dans notre cas, la sortie du fluide est axiale et pour Daily et *al.* [48], la sortie est radiale. Ces derniers proposent une loi d'évolution de K en fonction d'un coefficient global de débit $C_q = Q/(\Omega R_2^3)Re^{1/5}$, qu'ils ont vérifiée pour un écoulement turbulent d'air, un nombre de Reynolds $Re = 6.9 \times 10^5$, deux rapports d'aspect $G = 0.055$ et 0.069 et de nombreux flux axiaux avec sortie radiale :

$$K = \frac{K_0}{12.74\ C_q (R_2/r)^{13/5} + 1} \tag{6.2}$$

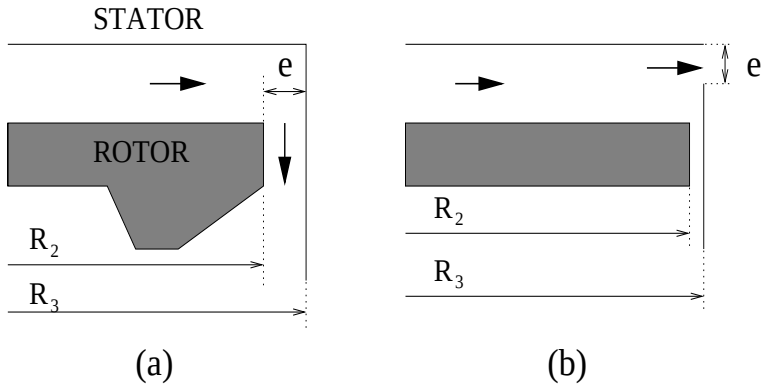


FIG. 6.17 – (a) Configuration de cette étude, (b) configuration étudiée par Daily et *al.* [48].

Nous avons comparé nos résultats expérimentaux et numériques avec la loi (6.2). Cette loi sous-estime le coefficient d'entraînement K dans le cas des écoulements de type Batchelor, ce qui peut s'expliquer par le fait que la sortie du fluide est radiale dans l'expérience de Daily et *al.* [48], alors que la sortie est axiale dans notre cas. Elle décrit, par contre, de manière très satisfaisante le comportement de K pour des écoulements de type Stewartson.

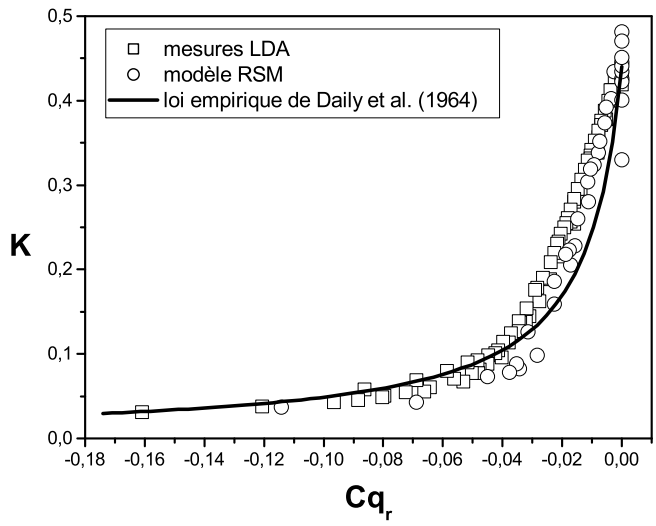


FIG. 6.18 – Loi d'évolution de K en fonction de Cq_r ; Comparaison entre les mesures par LDA, les prévisions du modèle RSM et la loi empirique (6.2) de Daily et *al.* [48].

6.5 Prérotation du fluide

Naturellement, la prérotation du fluide n'est pas nulle. La vitesse tangentielle du fluide est, en effet, comprise entre celle du moyeu en rotation à la vitesse du disque et celle du stator qui est nulle. Sans dispositif particulier, on estime que la prérotation amont est comprise entre 0.4 et 0.5 selon le flux et la vitesse du disque. Le but ici est d'obtenir une prérotation du fluide proche de 1 : le fluide serait alors complètement entraîné. Le premier dispositif sur la figure 2.5a a été testé mais aucune différence notable n'est à relever par rapport au cas sans dispositif. Il n'a donc pas été retenu.

Par contre, le dispositif présenté sur la figure 2.5b a été un peu plus efficace. La figure 6.19 compare l'évolution du coefficient d'entraînement du fluide K en fonction de Cq_r pour $G = 0.036$ entre le cas

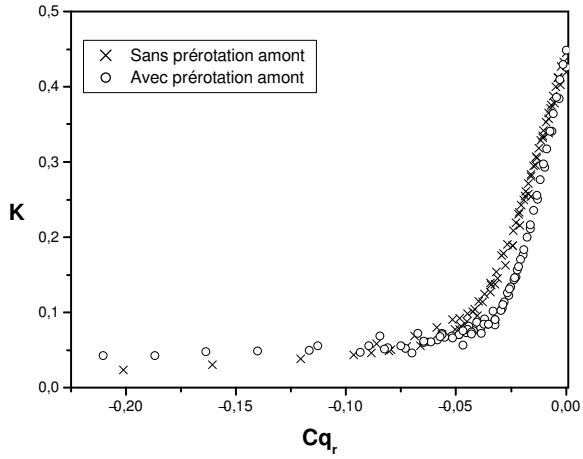


FIG. 6.19 – K en fonction de Cq_r pour $G = 0.036$, avec et sans prérotation.

avec le dispositif de la figure 2.5b et celui sans dispositif. Sur ce graphique, sont inclus les résultats concernant les écoulements de type Batchelor et Stewartson. Dans les configurations avec et sans prérotation, K décroît d'abord exponentiellement pour des valeurs croissantes de Cq_r (écoulement de type Batchelor) : pour ces faibles valeurs négatives de Cq_r, le second dispositif a, de manière surprenante, comme effet de ralentir le taux de rotation du fluide. Pour des flux centrifuges forts, l'écoulement est de type Stewartson et K tend asymptotiquement vers une valeur proche de 0 dans le cas sans dispositif et 0.04 dans le cas avec le dispositif. On peut en conclure que l'influence de ce dispositif reste donc limitée. Il est à noter que les mesures de K présentées sur la figure 6.19 n'incluent que des rayons r^* supérieurs à 0.4. On peut s'attendre à ce que l'influence soit plus marquée plus près de l'axe.

6.6 Diagramme de transition entre les structurations de Batchelor et de Stewartson

La transition entre un écoulement de type Batchelor et un écoulement de type Stewartson est observée lorsque l'on se rapproche du centre de la cavité (r^* diminue), en diminuant le nombre de Reynolds (Ω diminue) ou en diminuant le coefficient de débit (le flux centrifuge augmente). Cette transition se fait surtout sur la vitesse radiale qui est positive quelque soit la position axiale pour un écoulement de type Stewartson et qui s'annule au moins en une position axiale donnée pour un écoulement de type Batchelor.

Dans les cas sans flux ou avec flux centripète, l'écoulement est uniquement de type Batchelor. Par contre, lorsqu'un flux centrifuge est imposé, les deux types de structuration ont été observés. La transition entre un écoulement de type Batchelor et un écoulement de type Stewartson peut être caractérisée par un nombre de Rossby Ro à une position radiale donnée. Ce nombre de Rossby est défini à partir de l'espace radial entre le rotor et l'enveloppe fixe $e = R_3 - R_2$. Il est défini par :

$$Ro = \frac{Q}{2\pi R_2^2 e\Omega} \tag{6.3}$$

Ce nombre compare les forces d'inertie (la vitesse due à l'entrée du fluide à travers l'espace e) et le terme de Coriolis (vitesse du disque). La figure 6.20 montre la dépendance de Ro en r^*. On voit que les prévisions du modèle RSM et les mesures par LDA sont en excellent accord et se regroupent sur une seule ligne. La dépendance de Ro en r^* s'exprime, en fait, empiriquement par un polynôme du troisième degré, qui regroupe en une seule loi tous nos résultats :

$$\boxed{Ro = 0.0088 - 0.0998r^* + 0.3048r^{*2} - 0.4646r^{*3}} \tag{6.4}$$

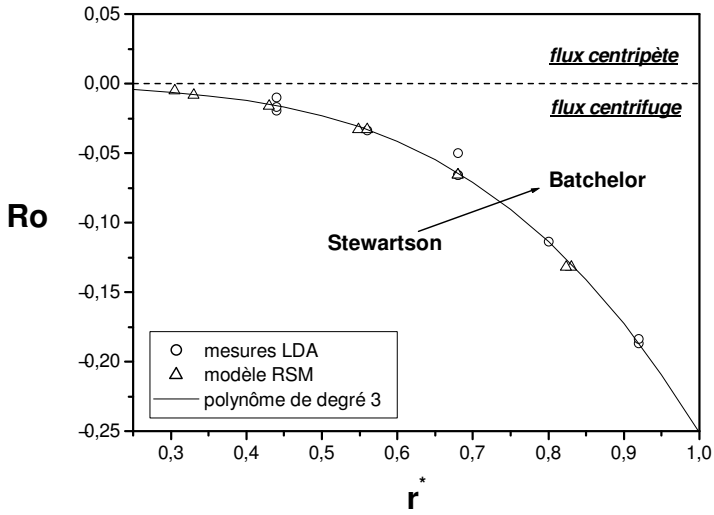


FIG. 6.20 – Diagramme de transition entre les écoulements de type Batchelor et Stewartson dans le plan (r^*, Ro) pour $G = 0.036$.

Pour un rapport d'aspect donné $G = 0.036$, la transition entre la structuration de Stewartson et celle de Batchelor se produit, à un nombre de Rossby donné, en se déplaçant de l'axe vers la périphérie de la cavité.

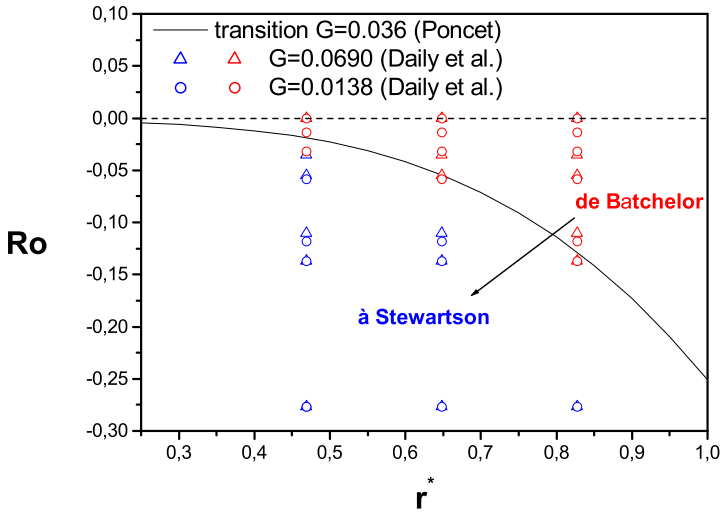


FIG. 6.21 – Diagramme de transition entre les écoulements de type Batchelor et Stewartson dans le plan (r^*, Ro) pour trois rapports d'aspect ; Comparaison avec les mesures de Daily et *al.* [48].

Nous avons comparé notre diagramme de transition entre les structurations de Batchelor et de Stewartson, obtenu pour un rapport d'aspect $G = 0.036$ aux mesures de Daily et *al.* [48] (fig.6.21) faites pour deux valeurs du rapport d'aspect $G = 0.0138$ et $G = 0.069$. Leur cavité est de type rotor-stator avec un espace radial de 1.59 mm qui permet d'imposer un flux d'air centrifuge axial avec sortie radiale. On peut néanmoins utiliser le même nombre de Rossby basé sur cet espace axial. On reporte, sur la figure 6.21, les mesures de Daily et *al.* [48] que l'on compare avec la loi (6.4). Leurs

mesures sont en bon accord avec notre interpolation polynomiale. Les points rouges correspondent à une structuration de type Batchelor et les points bleus à une structuration de type Stewartson. La transition semble s'opérer dans leur expérience à un nombre de Rossby donné pour des rayons légèrement inférieurs à ceux que nous avons obtenus. Mais les résultats sont en bon accord, ce qui montre que cette transition est indépendante du rapport d'aspect de la cavité, puisque la figure 6.21 regroupe des mesures pour trois rapports d'aspect différents $0.038 \leq G \leq 0.069$. La transition ne dépend pas non plus de la géométrie en sortie de la cavité : sortie axiale ou radiale.

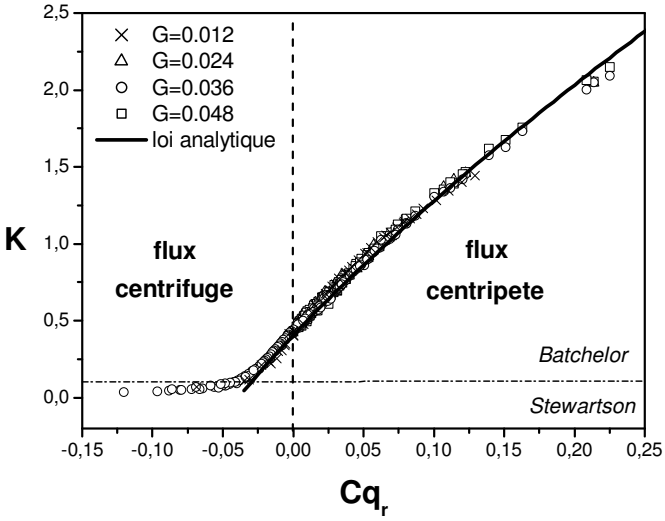


FIG. 6.22 – Loi expérimentale K - Cq_r pour différents rapports d'aspect : ($\times$) $G = 0.012$, ($\triangle$) $G = 0.024$, ($\circ$) $G = 0.036$, ($\square$) $G = 0.048$, ($-$) loi analytique.

Nous avons montré analytiquement, au chapitre précédent, que le coefficient d'entraînement K du fluide peut être relié, dans le cas d'un flux centripète, à un coefficient local de débit $Cq_r = Q(\Omega r^2/\nu)^{1/5}/(2\pi r^3\Omega)$ selon une loi de puissance en 5/7. On reporte sur la figure 6.22, des centaines de points expérimentaux obtenus pour des écoulements turbulents avec flux centripète et flux centrifuge et 4 rapports d'aspect G, sous la forme d'une courbe donnant les variations de K en fonction de Cq_r. La loi (5.16) a été validée dans le cas des écoulements de type Batchelor à couches limites séparées avec flux centripète imposé. Pour de faibles flux centrifuges (faibles valeurs négatives de Cq_r), l'écoulement est toujours de type Batchelor et la loi (5.16) est encore vérifiée. Pour de plus fortes valeurs négatives de Cq_r, la symétrie de l'écoulement de Batchelor se brise et l'écoulement est alors de type Stewartson. Il est confiné dans la couche d'Ekman. La loi de variation de K change. Le coefficient K tend vers une valeur asymptotique proche de 0. On peut noter que la transition entre ces deux types d'écoulement s'opère vers $Cq_r \simeq -0.025$, de manière continue et est indépendante du rapport d'aspect.

Nguyen et *al*. [164] ont montré numériquement qu'une cavité de grand rapport d'aspect favorise un écoulement de type Stewartson, alors qu'une cavité de faible rapport d'aspect favorise un écoulement de type Batchelor. Nos expériences pour $G = 0.012$ et $G = 0.036$ n'ont pas révélé de différence dans la structure de l'écoulement et la loi (5.16) reste valide dans les deux cas. Le rapport d'aspect G ne semble pas être un paramètre pertinent dans la présente étude et pour la gamme considérée.

6.7 Champ turbulent

On s'intéresse maintenant au champ turbulent pour un écoulement à couches limites séparées dans une cavité de rapport d'aspect $G = 0.036$. On rappelle les définitions des trois composantes du tenseur de Reynolds, que nous allons particulièrement étudier : deux tensions normales $R^*_{rr} = \overline{v_r'^2}/(\Omega r)^2$ et $R^*_{\theta\theta} = \overline{v_\theta'^2}/(\Omega r)^2$ et une tension de cisaillement $R^*_{r\theta} = \overline{v_r' v_\theta'}/(\Omega r)^2$.

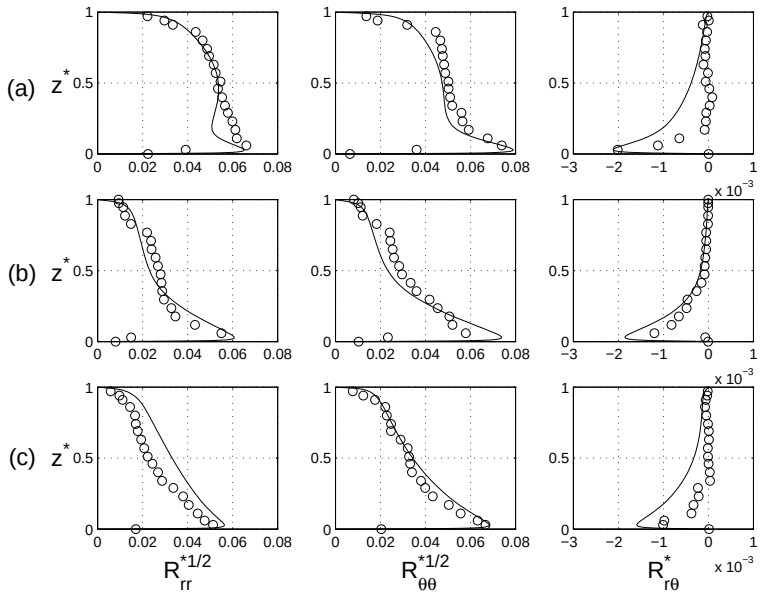


FIG. 6.23 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $Re = 1.04\times10^6$ et $C_w = -5929$ en trois positions radiales : (a) $r^* = 0.44$, (b) $r^* = 0.56$, (c) $r^* = 0.8$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

La figure 6.23 montre les profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $C_w = -5929$ en trois positions radiales. Comme pour le cas avec flux centripète, on peut remarquer que les intensités de la turbulence augmentent de la périphérie vers l'axe de la cavité. Ce résultat est assez contre intuitif, puisque le nombre de Reynolds local $Re_r = \Omega r^2/\nu$ diminue. Si l'effet de la rotation est plus faible près de l'axe, l'effet du flux centrifuge y est plus important qu'à la périphérie. On peut donc penser que la turbulence est guidée principalement par le flux centrifuge plutôt que par la rotation. En $r^* = 0.44$, les tensions normales R^*_{rr} et $R^*_{\theta\theta}$ sont presque constantes dans le noyau, alors que les profils sont quasi linéaires pour des rayons supérieurs. Contrairement au cas avec flux centripète, la turbulence est principalement concentrée dans la couche d'Ekman, alors que la couche de Bödewadt est laminaire. La tension de cisaillement est nulle en dehors de la couche liée au rotor et est pratiquement constante avec le rayon.

La figure 6.24 présente l'effet du flux centrifuge sur les profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds à nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et rapport d'aspect $G = 0.036$ donnés et à la position radiale $r^* = 0.56$. L'influence d'un flux centrifuge sur le champ turbulent semble limitée pour cette gamme de coefficient de débit C_w considérée. Les tensions normales $R^{*1/2}_{rr}$ et $R^{*1/2}_{\theta\theta}$ sont respectivement proches de 0.06 et 0.07 dans la couche d'Ekman et n'augmentent que très peu pour des valeurs croissantes de C_w. En dehors de cette couche, les intensités de la turbulence augmentent avec C_w. La turbulence diminue en allant du rotor vers le stator : elle est presque constante dans le noyau et tend vers zéro dans la couche de Bödewadt. La tension de cisaillement $R^*_{r\theta}$ est maximale dans la couche liée au rotor et atteint -0.002 quelque soit la valeur de C_w. Par rapport au cas sans flux, la turbulence en dehors de la couche d'Ekman a diminué et s'est concentrée principalement dans cette couche.

L'influence du nombre de Reynolds sur le champ turbulent est assez évidente qualitativement : si le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement est plus turbulent. La figure fig.6.25, en comparaison avec la figure 6.23b, permet de quantifier cet effet. Lorsqu'un flux centrifuge intermédiaire $C_w = -5929$ est imposé à un écoulement turbulent de type Batchelor ($G = 0.036$), les profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds restent pratiquement inchangés pour $Re = 1.04 \times 10^6$ et $Re = 4.15 \times 10^6$ au milieu de la cavité $r^* = 0.56$. Néanmoins, on peut noter que les intensités de la turbulence sont constantes dans le noyau pour $Re = 4.15 \times 10^6$ et ont globalement augmenté par rapport au cas où $Re = 1.04 \times 10^6$. La tension normale $R^*_{zz} = \overline{v_z'^2}/(\Omega r)^2$ se comporte comme R^*_{rr} et $R^*_{\theta\theta}$ mais son intensité est plus faible. Les deux autres tensions de cisaillement $R^*_{rz} = \overline{v_r' v_z'}/(\Omega r)^2$ et

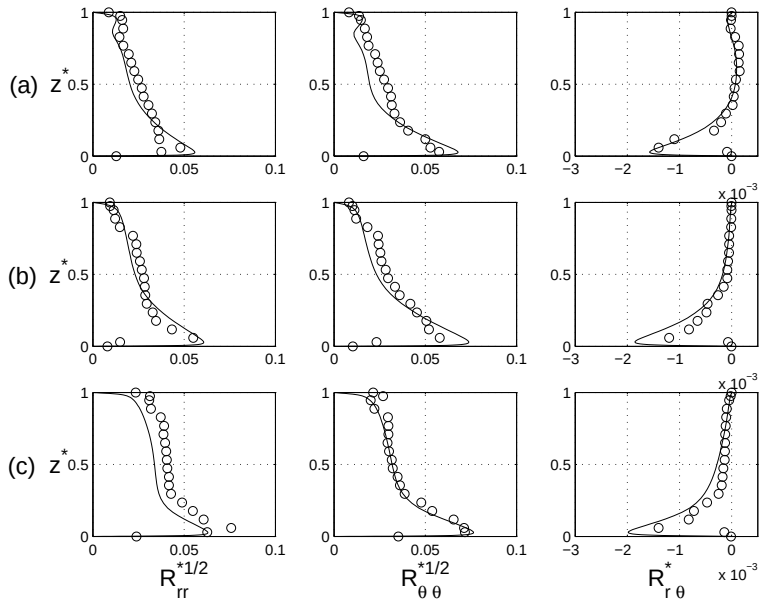


FIG. 6.24 – Profils axiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $Re = 1.04\times10^6$ en $r^* = 0.56$: (a) $C_w = -1976$, (b) $C_w = -5929$, (c) $C_w = -9881$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

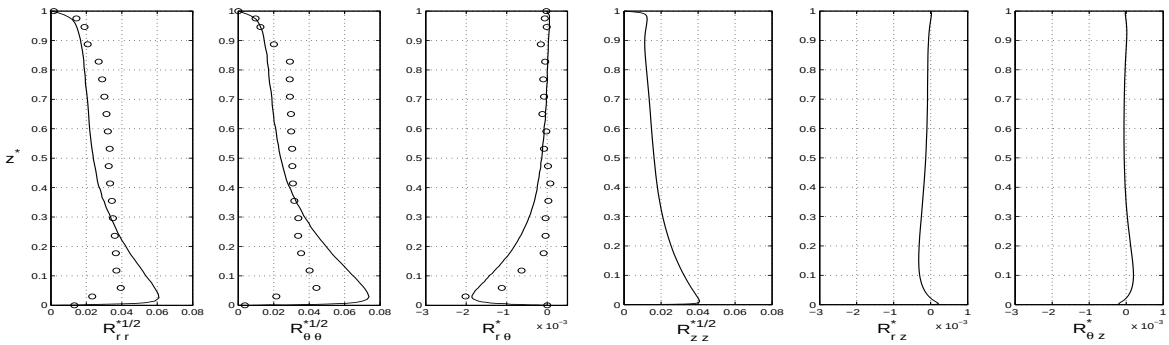


FIG. 6.25 – Profils axiaux des six composantes du tenseur de Reynolds pour $G = 0.036$, $C_w = -5929$ et $Re = 4.15 \times 10^6$ en $r^* = 0.56$; (−) modèle RSM, (∘) mesures par LDA.

$R^*_{\theta z} = \overline{v'_\theta v'_z}/(\Omega r)^2$ sont quasi nulles même pour un nombre de Reynolds aussi élevé $Re = 4.15 \times 10^6$.

Pour conclure, les intensités de la turbulence dépendent essentiellement de la position radiale. L'écoulement est plus turbulent proche de l'axe de la cavité. Pour $C_w = -1976$, l'effet du flux domine celui de la rotation et toute augmentation de C_w au-delà de cette valeur n'a que peu d'incidence sur le champ turbulent. Il est à noter que les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les mesures par LDA, y compris dans les couches limites.

Le comportement dans les couches limites des trois composantes du tenseur de Reynolds principalement étudiées ici est résumé sur la figure 6.26. Il apparaît que les intensités de la turbulence R^*_{rr} et $R^*_{\theta\theta}$ décroissent légèrement de l'axe de la cavité vers sa périphérie dans la couche d'Ekman (fig.6.26a). On observe la même tendance, mais plus marquée, dans la couche de Bödewadt (fig.6.26b). La composante $R^*_{r\theta}$ est presque nulle dans la couche liée au stator et décroît également (en valeur absolue) pour des valeurs croissantes de r^* dans la couche du rotor.

La représentation des iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence k^* (fig.6.30) pour un nombre de Reynolds $Re = 1.04 \times 10^6$ et un rapport d'aspect $G = 0.036$ fixés indique les zones où la turbulence se développe en fonction du coefficient de débit volumique C_w. L'énergie cinétique de la turbulence a deux sources : le cisaillement dans les couches limites dû en grande partie à la rotation et l'entrée du fluide et son arrivée sur la paroi. Pour une faible valeur de $C_w = -1976$, l'énergie cinétique est princi-

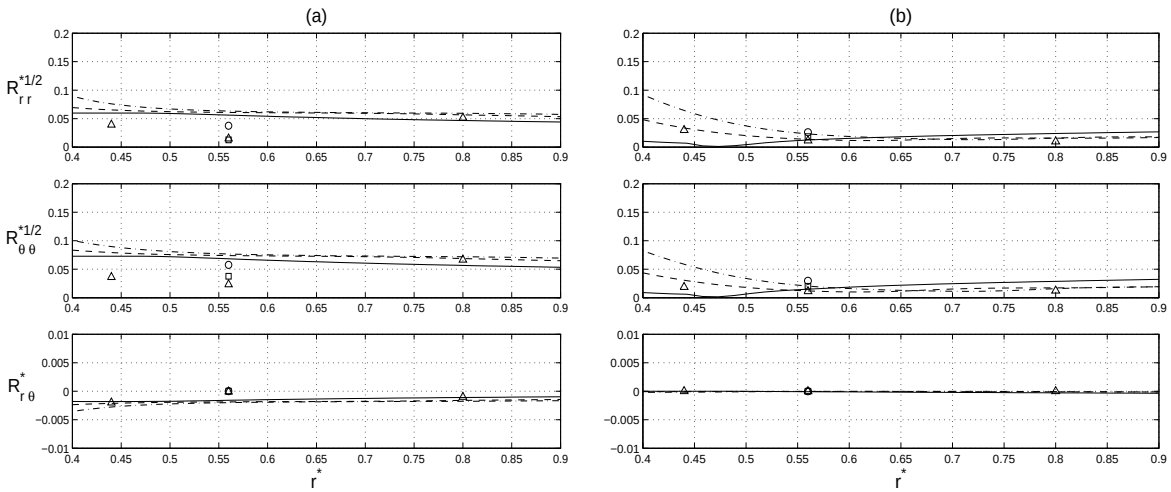


FIG. 6.26 – Profils radiaux de trois composantes du tenseur de Reynolds dans les couches limites pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux centrifuges : (−,○) $C_w = -1976$, (−−,△) $C_w = -5929$, (−.,□) $C_w = -9881$: (a) couche d'Ekman ($z^* = 0.03$), (b) couche de Bödewadt ($z^* = 0.945$)

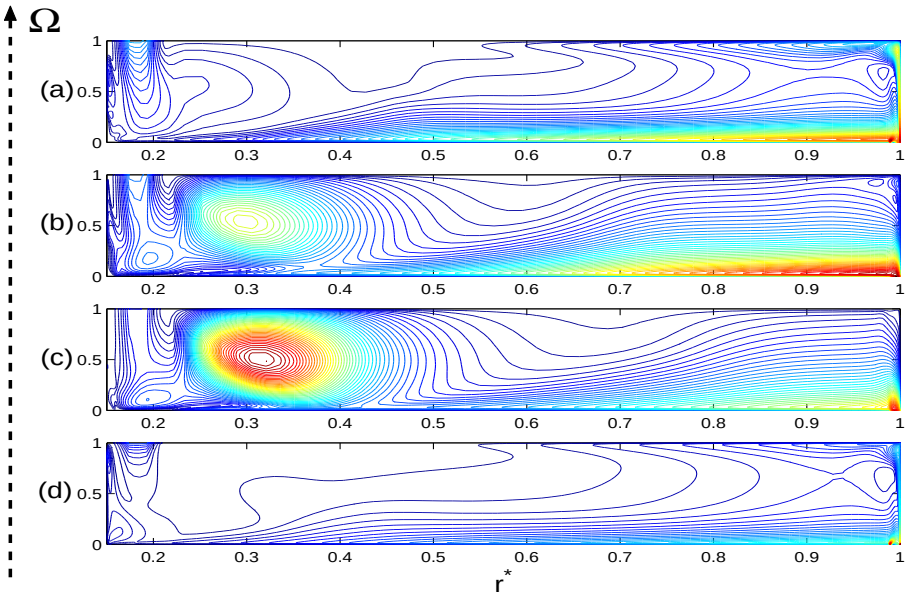


FIG. 6.27 – Lignes d'iso-énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $G = 0.036$ (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -1976$, $k^* \leq 0.0032$, (b) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -5929$, $k^* \leq 0.004$, (c) $Re = 1.04 \times 10^6$, $C_w = -9881$, $k^* \leq 0.0071$, (d) $Re = 4.15 \times 10^6$, $C_w = -5929$, $k^* \leq 0.0051$.

palement contenue dans la couche liée au rotor en périphérie de la cavité. La rotation est prépondérante vis à vis du flux et génère cette cellule turbulente. Si on augmente le flux $C_w = -5929$, il se crée une cellule proche de l'axe, qui occupe tout l'espace interdisque et où k^* est maximale. L'intensité de k^* dans la couche d'Ekman pour $r^* \geq 0.7$ augmente également fortement. Pour cette valeur du flux, les deux effets coexistent mais dans des zones différentes. Pour le flux le plus important $C_w = -9881$, cette zone ne s'étend pas mais l'intensité de k^* est accrue. La turbulence est générée par le cisaillement dans la cellule de recirculation en entrée de la cavité et l'effet du flux est prépondérant. Pour un nombre de Reynolds plus élevé $Re = 4.15 \times 10^6$ et le flux intermédiaire (fig.6.30d), le maximum de l'énergie cinétique de la turbulence se trouve à la sortie de la cavité et dans la couche d'Ekman. La turbulence est ici initiée par le cisaillement dans la couche limite liée au rotor et aux perturbations

dues à la sortie du fluide.

Elena [63] a montré que, pour un flux centrifuge donné $C_w = -3530$, l'effet de la rotation domine pour $Re \geq 1.5 \times 10^6$. Pour $Re \leq 5 \times 10^5$, l'effet du flux est alors dominant. Pour des valeurs intermédiaires, les deux effets coexistent. Ceci confirme donc nos résultats numériques.

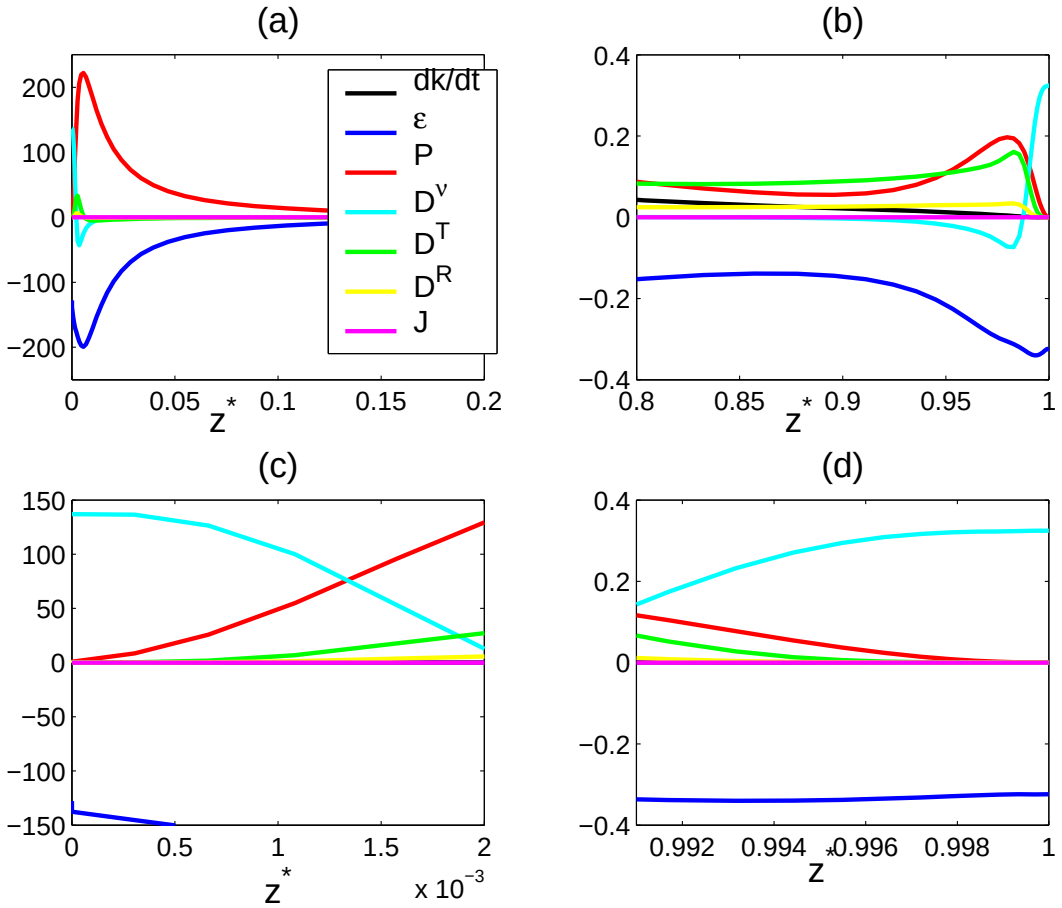


FIG. 6.28 – Contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k (adimensionnée ici par $(\Omega h)^2$) dans les couches limites (a) d'Ekman et (b) de Bödewadt et dans les sous-couches visqueuses (c) d'Ekman et (d) de Bödewadt pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = -5929$ en $r^* = 0.68$.

On s'intéresse maintenant à la contribution des différents termes intervenant dans l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k. Les figures 6.28a et 6.28b présentent la contribution de ces termes dans les deux couches limites pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = -5929$ en $r^* = 0.68$. Comme pour $C_w \geq 0$, le transport de l'énergie cinétique de la turbulence dans la couche d'Ekman (fig.6.28a) est guidé à la fois par le terme de production P et par le terme de dissipation ϵ, qui se compensent. Cependant les valeurs atteintes sont 4 fois supérieures au cas sans flux. Les autres contributions sont quant à elles très faibles. Dans la couche de Bödewadt (fig.6.28b), les termes P et ϵ sont les contributions majeures mais dans ce cas là, les diffusions turbulente et moléculaire sont tout à fait comparables à la production. Les valeurs atteintes sont ici 100 fois inférieures au cas sans flux et 500 fois inférieures à celles obtenues pour la couche d'Ekman. Les comportements des différents termes sont semblables pour les trois valeurs de C_w étudiées mais les valeurs des différentes contributions dépendent fortement de la présence de flux. Les figures 6.28c et 6.28d sont des grossissements des figures 6.28a et 6.28b et donc présentent la contribution des différents termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence dans les sous-couches visqueuses du côté du rotor ($z^* \leq 0.002$) et du stator ($z^* \geq 0.991$), toujours pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = -5929$ en $r^* = 0.68$. Ainsi on peut remarquer que dans ces deux sous-couches, le terme de diffusion moléculaire D^ν n'est pas négligeable. Par contre, les autres termes de diffusion D^T et D^R et de flux inverse J sont très faibles.

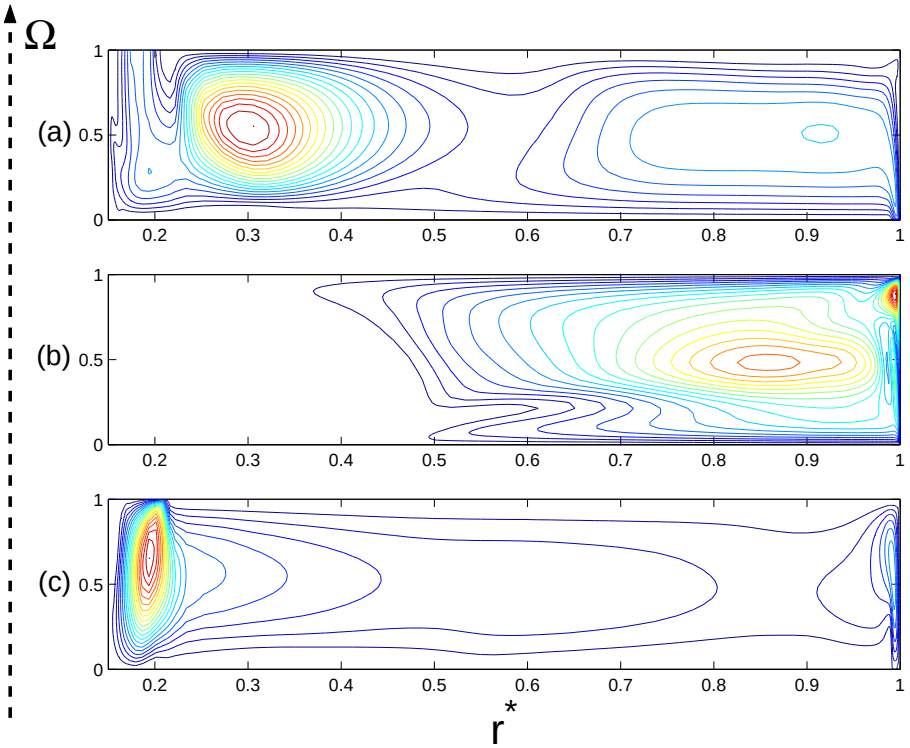


FIG. 6.29 – Iso-nombres de Reynolds de la turbulence $Re_t = k^2/(\nu\epsilon)$ pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois coefficients de débit (RSM), 20 intervalles réguliers : (a) $C_w = -5929$, $Re_t \leq 1942$, (b) $C_w = 0$, $Re_t \leq 352$, (c) $C_w = 5929$, $Re_t \leq 7206$.

La représentation des iso-nombres de Reynolds de la turbulence $Re_t = k^2/(\nu\epsilon)$ (fig.6.29) pour $G = 0.036$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et trois flux montre l'influence d'un flux centrifuge ou centripète sur le champ turbulent. L'écoulement est considéré comme laminaire pour $Re_t < 11$. Dans le cas d'une cavité fermée (fig.6.29b), l'écoulement est laminaire près de l'axe de la cavité : la couche de Bödewadt devient turbulente en $r^* = 0.37$, alors que la couche d'Ekman devient turbulente plus tard, en $r^* = 0.5$. En présence d'un flux centrifuge (fig.6.29a) ou centripète (fig.6.29c), il n'y a pas de zone laminaire. La turbulence est concentrée dans les zones d'entrée et de sortie du fluide.

La figure 6.30 montre l'effet du rapport d'aspect sur la distribution de l'énergie cinétique de la turbulence pour un flux centrifuge $C_w = -5929$ et un nombre de Reynolds donnés $Re = 1.04 \times 10^6$. Pour un écoulement à couches limites jointes $G \leq 0.012$, l'énergie cinétique k^* est concentrée dans la couche de Stewartson sur le bandeau périphérique. À $G = 0.004$, k^* est répartie uniformément selon la direction axiale et diminue lorsqu'on se rapproche de l'axe de la cavité. Pour $G = 0.012$, la couche d'Ekman devient plus turbulente que la couche de Bödewadt. En augmentant encore le rapport d'aspect, une zone proche de l'axe, dans laquelle l'énergie cinétique est maximale, se crée ($G = 0.036$) puis grandit. Pour le cas que nous avons le plus étudié $G = 0.036$ (fig.6.30d), la turbulence se concentre dans deux régions : cette poche près de l'axe qui se développe et la couche d'Ekman pour $r^* \geq 0.7$.

Cette zone de forte énergie cinétique, qui se développe près de l'axe, s'étend donc radialement pour des valeurs croissantes du rapport d'aspect. Par contre, l'augmentation du flux centrifuge a pour effet, non pas de faire grandir cette zone mais d'augmenter l'intensité maximale de l'énergie cinétique.

Sur la figure 6.31, le deuxième invariant A_2 du tenseur d'anisotropie est tracé en fonction du troisième invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$, $C_w = -5929$ et quatre positions radiales. De la même façon que pour $C_w \geq 0$, l'anisotropie des tensions de Reynolds reste forte pour les quatre rayons. Le modèle respecte la limite de la turbulence à deux composantes près des parois. L'anisotropie diminue avec la distance à la paroi et la turbulence devient quasiment isotrope au sens des vitesses dans le coeur de l'écoulement. En $r^* = 0.44$, le troisième invariant A_3 devient négatif dans le coeur de l'écoulement mais les comportements des composantes normales R_{ii} du tenseur de Reynolds ne permettent pas de conclure quant à la structure de la turbulence.

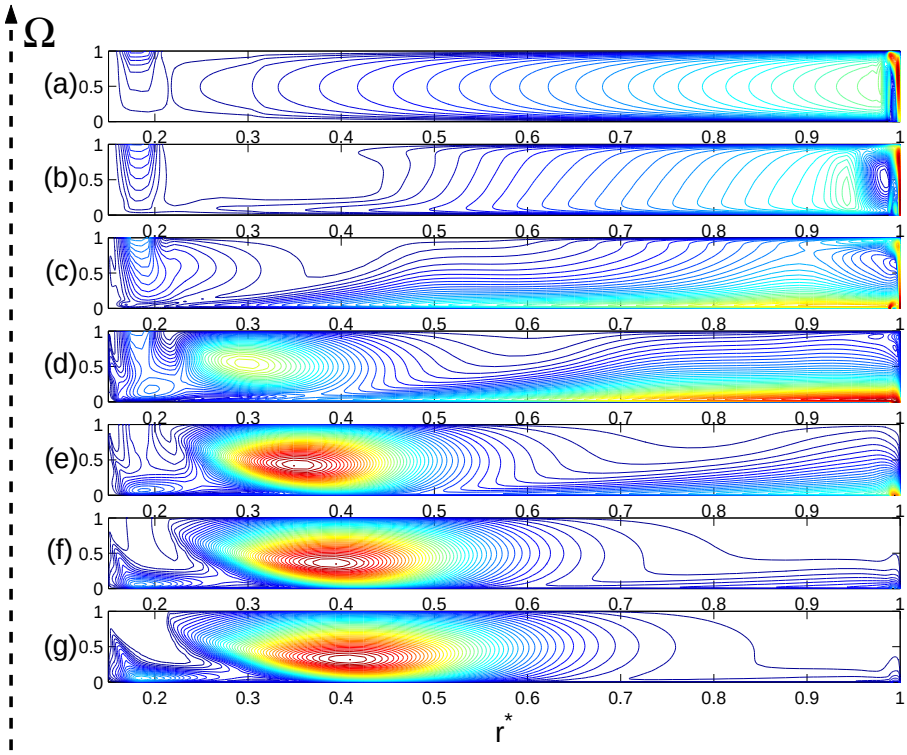


FIG. 6.30 – Iso-lignes d'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k/(\Omega R_2)^2$ pour $C_w = -5929$, $Re = 1.04 \times 10^6$ et différents rapports d'aspect (RSM), 50 intervalles réguliers : (a) $G = 0.004$, $k^* \leq 0.5624$, (b) $G = 0.012$, $k^* \leq 0.0494$, (c) $G = 0.024$, $k^* \leq 0.0077$, (d) $G = 0.036$, $k^* \leq 0.004$, (e) $G = 0.048$, $k^* \leq 0.0062$, (f) $G = 0.06$, $k^* \leq 0.0124$, (g) $G = 0.072$, $k^* \leq 0.0221$.

6.8 Conclusion

Les structures des écoulements de type Batchelor et Stewartson ont été étudiées expérimentalement et numériquement dans le cas d'une cavité de type rotor-stator avec flux centrifuge imposé. Pour de faibles flux centrifuges, l'écoulement garde les caractéristiques de l'écoulement en cavité fermée : il est de type Batchelor à couches limites séparées par un noyau central en rotation. Si le flux centrifuge augmente, l'écoulement devient de type Stewartson avec une couche limite unique sur le rotor. Le débit établit un écoulement parallèle aux disques et fait disparaître la couche limite de Bödewadt. Pour la première fois, la transition entre ces deux types d'écoulement a été caractérisée selon un nombre de Rossby basé sur l'espace radial entre le rotor et le bandeau périphérique. Nous avons montré que cette transition continue est indépendante du rapport d'aspect de la cavité.

Contrairement au cas avec flux centripète, la couche d'Ekman est plus turbulente que la couche de Bödewadt. La turbulence est générée par le flux centrifuge dont le rôle est prépondérant par rapport à celui de la rotation : les intensités de la turbulence augmentent en se rapprochant de l'axe et l'énergie cinétique de la turbulence est d'ailleurs concentrée dans cette région. Pour l'ensemble des cas étudiés dans ce chapitre, les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les mesures de vitesse et de pression.

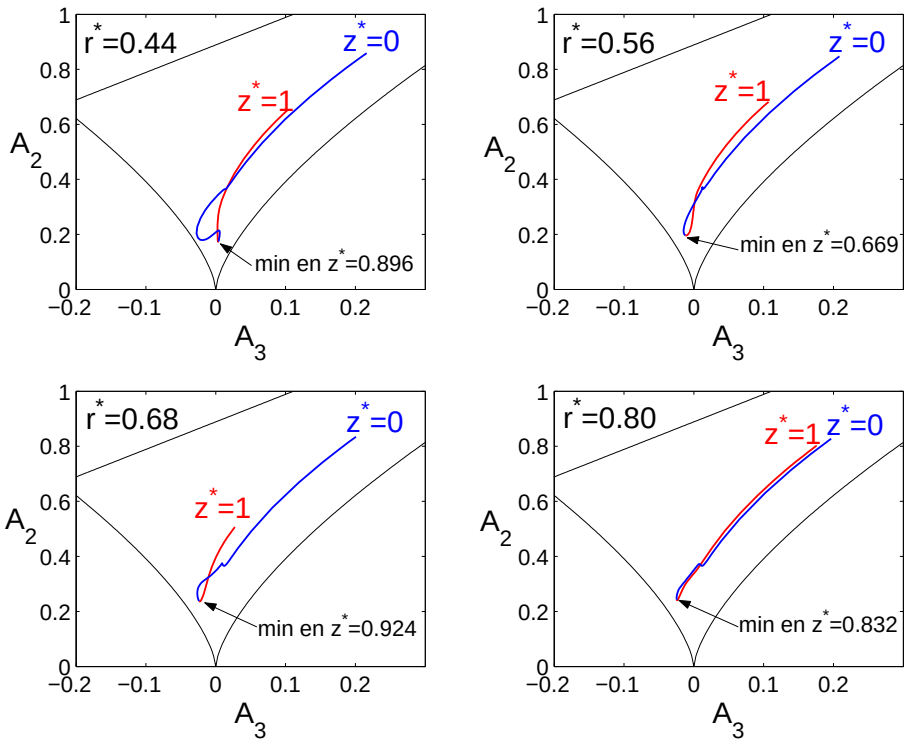


FIG. 6.31 – Tenseur d'anisotropie : deuxième invariant A_2 en fonction du troisième invariant A_3 pour $Re = 1.04 \times 10^6$, $G = 0.036$ et $C_w = -5929$.

Chapitre 7

Stabilité des écoulements de type rotor-stator avec flux forcé

Nous avons vu lors des chapitres précédents que le coefficient d'entraînement K du fluide augmente lorsque l'on impose un flux centripète et diminue lorsque l'on impose un flux centrifuge. Or les seuils d'apparition et de disparition des structures dépendent du nombre de Reynolds $Re_K = K\Omega r^2/\nu$ basé sur la vitesse locale du fluide. On peut donc s'attendre à ce que ces seuils soient inférieurs dans le cas centripète et supérieurs dans le cas centrifuge par rapport au cas sans flux. Les instabilités qui se développent dans une cavité fermée sont dues uniquement à la rotation du disque. L'ajout d'un flux introduit une composante radiale qui peut engendrer des défauts dans les réseaux de spirales ou de cercles concentriques. Enfin, on peut s'attendre, en introduisant un nouveau paramètre de débit Q, à observer des instabilités non identifiées pour $Q = 0$.

Le but de ce chapitre est d'étudier les instabilités qui se développent dans une cavité rotor-stator avec flux axial centripète ou centrifuge pour les trois types d'écoulement : écoulement de type Batchelor à couches limites séparées (grand rapport d'aspect $G > 7.14 \times 10^{-2}$ d'après [209]), écoulement de type Couette de torsion à couches limites jointes ($G < 1.79 \times 10^{-2}$) et écoulement de type mixte (valeurs intermédiaires : $1.79 \times 10^{-2} \leq G \leq 7.14 \times 10^{-2}$). Dans une cavité fermée, il existe déjà une grande diversité d'instabilités. En présence d'un flux, l'écoulement se complexifie et de nombreuses instabilités peuvent coexister. Toutes les étudier en détails nécessiterait sans doute plus d'une thèse. C'est pourquoi nous nous limiterons ici à étudier l'effet du flux sur les instabilités déjà répertoriées et à faire la "zoologie" des nouvelles instabilités.

Après avoir fait un rapide rappel des instabilités génériques dans les écoulements de disques tournants, nous présenterons le dispositif expérimental. La cavité est sensiblement la même que celle étudiée aux chapitres précédents avec des dimensions réduites. L'étude expérimentale se fait essentiellement par des visualisations de l'écoulement (caméra CCD et caméra rapide) puis traitement d'images. Les résultats seront également comparés, pour certaines instabilités, avec des mesures de vitesse par LDA. Nous étudierons successivement les instabilités rencontrées dans les écoulements de type Couette de torsion ($G \leq 0.0214$), de type mixte ($G = 0.0429$) et de type Batchelor ($G = 0.0857$), avant de conclure.

7.1 Travaux antérieurs sur les instabilités de disques tournants

Les instabilités de disques tournants (au-dessus d'un disque infini, entre deux disques infinis ou dans une cavité de type rotor-stator...) ont suscité un intérêt constant de la part des chercheurs depuis les années 1950 et la littérature sur le sujet est donc particulièrement fournie.

7.1.1 Instabilités au-dessus d'un disque infini

Les différentes études [41, 209] sur les écoulements au-dessus d'un disque mettent en évidence que l'écoulement de base est sujet à deux types d'instabilités : les instabilités de type I et II, dénomination

introduite par Faller et Kaylor en 1966 [70] qui repose sur leur ordre chronologique de découverte. Greenspan [87] les rebaptise deux ans plus tard en instabilités de type A et B suivant leur ordre d'apparition en fonction du nombre de Reynolds. Des travaux plus récents [69, 140, 142, 179] montrent que ces deux instabilités sont génériques des écoulements au-dessus d'un disque. Par la suite, les indices I et II feront référence aux instabilités de types I et II.

Instabilité de type I (B) Elle est caractérisée par l'apparition de spirales équi-angulaires attachées au disque tournant et donc stationnaires dans le repère tournant. Elles forment un angle $14 \leq \epsilon_I \leq 17°$ avec la direction azimutale, compté positivement lorsqu'elles s'enroulent vers le centre dans le sens de rotation du disque tournant (fig.7.1). Elles naissent à la position radiale $r_{Ic} = r/\delta \simeq 285$, où $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$ est l'épaisseur de la couche limite d'Ekman. Leur longueur d'onde vaut $\lambda_I \simeq 16\delta$. L'étude théorique de Grégory et *al.* [88], en 1955, montre que l'instabilité de type I est non-visqueuse et est due aux points d'inflexion instables [60] dans les profils de vitesse (J-profils). Cette instabilité de type I est connue sous le nom d'instabilité inviscide ou inflexionnelle ou sous le nom d'instabilité "crossflow" car les profils présentant un point d'inflexion résultent de la superposition d'un écoulement azimutal et d'un autre radial.

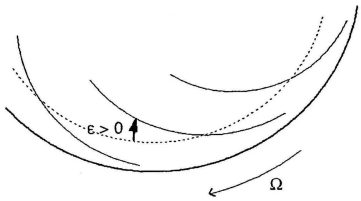


FIG. 7.1 – Spirales d'angle positif $\epsilon > 0$.

Instabilité de type II (A) Elle se caractérise par l'apparition sur le disque tournant de cercles concentriques ou de spirales très enroulées sur elles-mêmes. Celles-ci forment un angle négatif $\epsilon_{II} \simeq -19°$ avec la direction tangentielle. Leur longueur d'onde vaut $\lambda_{II} \simeq 22\delta$. Lilly [138] montre qu'elle est liée aux effets conjugués des forces de Coriolis et de viscosité. Le rayon critique d'apparition r_{IIc} vaut 70. Elle est dite de type visqueux et Lilly la désigne sous le nom d'instabilité parallèle.

Pour discuter de la stabilité de l'écoulement au-dessus d'un disque, trois cas sont à considérer :

1. l'écoulement de Bödewadt : le disque est fixe dans un fluide en rotation solide.
2. l'écoulement d'Ekman : la rotation est quasi-rigide.
3. l'écoulement de Von Kármán : le disque est en rotation et le fluide est au repos.

7.1.1.1 L'écoulement de Bödewadt

Peu d'études concernant cet écoulement ont été menées du fait de la difficulté à les réaliser en laboratoire. Seul Savaş [203, 204] s'est intéressé expérimentalement à la déstabilisation de ce type d'écoulement. Le confinement de son dispositif ne permet pas de réaliser réellement un écoulement de Bödewadt. Cependant, il observe expérimentalement des spirales instationnaires résultant de l'instabilité de type I. Elles forment un angle ϵ_I entre 12° et 18° avec la direction tangentielle. Il montre l'existence de modes axisymétriques qui apparaissent sous la forme de tourbillons circulaires ($\epsilon_{II} \simeq 0°$) qui se forment en périphérie et se déplacent vers le centre. Il suggère que ces modes résultent d'un nouveau type d'instabilité. Ceci est confirmé par une analyse de stabilité spatiale de la solution autosimilaire de Bödewadt faite par Fernandez-Feria [72]. Selon lui, les ondes circulaires observées expérimentalement et numériquement dans la couche limite se développant sur la paroi fixe du cylindre avec un fluide en rotation solide, correspondent à un mode particulier d'instabilité (mode 2) de cette solution autosimilaire. Si ce mode instable est présent à Re_∞, l'instabilité est inertielle. Il n'observe pas de mode 1. Des modes identiques à ceux de Savaş sont observés par Lopez [144] et Lopez et Weidman [146]. Dans ces deux études, les résultats numériques sont proches des résultats expérimentaux de Savaş et

montrent que les modes axisymétriques observés sont bien le résultat d'une instabilité de la couche de Bödewadt et non d'une instabilité centrifuge de la couche limite de la paroi cylindrique. L'étude de stabilité linéaire de Pikhtov et Smirnov [179] suggère que ces modes axisymétriques résulteraient d'une instabilité de type II.

7.1.1.2 L'écoulement de Von Kármán

De nombreuses études de stabilité de la couche de Kármán ont été menées et sont particulièrement détaillées dans [117, 188]. L'étude de Gregory et *al.* [88] rend compte de l'existence de l'instabilité de type I. Ils montrent que l'apparition des spirales répond au critère de stabilité inviscide de Fjørtøft mais le nombre de spirales prédit $(113 - 140)$ est largement supérieur à celui observé par Gregory et Walker [89] $(28 - 32)$. Ceci est dû selon Gregory et *al.* [88] à la non prise en compte de la viscosité dans l'étude de stabilité. Brown [17] en tient compte et obtient en utilisant la théorie temporelle un nombre de spirales en accord avec l'expérience mais le rayon critique r_{Ic} vaut alors 178, alors que la valeur expérimentale est de 290. Cebeci et Stewartson [28] et Cebeci et Keller [27] par une théorie spatiale, étendent également l'étude de Grégory et *al.* [88] au cas visqueux. Ils obtiennent grâce à la méthode de l'enveloppe une valeur critique du nombre de Reynolds $Re_{Ic} = 176$, tout à fait comparable à celle obtenue par Brown ($Re_{Ic} = 178$) mais qui sous-estime fortement les résultats expérimentaux. Kobayashi et *al.* [123] et Malik et *al.* [153] s'inspirant des travaux de Lilly [138] et de Faller et Kaylor [70] sur la couche d'Ekman, montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte le terme de Coriolis, les effets de courbure des lignes de courant et la viscosité. Les résultats de Kobayashi et *al.* [123] ($r_{Ic} = 261$, $\epsilon_I = 14°$, $n_I = 23$ est le nombre de spirales) obtenus par une théorie linéaire temporelle de stabilité sont en accord avec les expériences de Smith [218] ($r_{Ic} = 297$, $\epsilon_I = 14°$, $n_I = 26 - 33$), ce qui sera confirmé plus tard par [88, 123, 153]. Faller [69] observe cette instabilité à partir de $r_{Ic} = 285$ et propose $\lambda_I = 16.6\delta$ et $\epsilon_I \simeq 13.9°$. Malik et *al.* [153] obtiennent, par une théorie spatiale, $r_{Ic} = 294$ et mettent en évidence une dépendance du nombre de spirales à la valeur du rayon ($n_I = 21$ pour $r_{Ic} = 294$ et $n_I = 28$ à $r_{Ic} = 507$). A grand nombre de Reynolds, en plus du mode non-visqueux de Gregory et *al.* [88], Hall [92] détermine un mode stationnaire de faible longueur d'onde dont la structure est déterminée par le rapport des forces visqueuse et de Coriolis. La nature de la bifurcation associée à l'instabilité de type I a été étudiée par Itoh [108] et Vonderwell et Riahi [232]. Itoh [108] montre par une analyse de l'équation d'Orr - Sommerfeld, qu'elle est super-critique. Vonderwell et Riahi [232], en étudiant les modes stationnaires instables de l'équation de stabilité introduite par Kobayashi et al. [123], montrent au contraire qu'elle est sous-critique.

Les analyses de stabilité linéaire montrent que les modes associés à l'instabilité de type I les plus amplifiés sont instationnaires, mais les méthodes expérimentales ne rendent souvent compte que de phénomènes stationnaires. De plus, le traitement des signaux filtre parfois tout caractère instationnaire [141, 235]. Wilkinson et Malik [235] puis Jarre et *al.* [118] ont étudié la naissance des spirales stationnaires émanant d'un défaut de rugosité de la surface du disque. Ce défaut génère des paquets d'ondes qui s'amplifient en étant convectés et qui s'étalent puis fusionnent, jusqu'à occuper tout le disque et à constituer un motif d'une trentaine de tourbillons en spirale avec ϵ_I compris entre 11 et 14°. Corke et Knasiak [40] révèlent que le même mécanisme est à l'origine de la formation des modes instationnaires. Tout cela confirme les simulations numériques de Mack [150] qui soulignent la nature localement convective de l'écoulement. A l'aide d'une théorie spatiale de stabilité linéaire et par une transformation de Gaster, il étudie le paquet d'ondes généré par un bruit blanc. Ses résultats expliquent les modulations d'amplitude décelées sur les signaux résultant des instabilités de type I [141] et les défauts dans ces signaux causés par les déphasages entre les paquets d'ondes.

Clarkson et *al.* [37] sont les premiers à observer des instabilités secondaires des modes de type I pour des nombres de Reynolds légèrement inférieurs au seuil de transition vers la turbulence pour l'écoulement de Von Kármán. En 1984, Kohama [124] les interprète comme des tourbillons corotatifs s'enroulant autour des spirales stationnaires de Grégory et *al.* [88], tourbillons responsables de la transition vers la turbulence. Balachandar et *al.* [6] confirment numériquement l'existence d'une instabilité secondaire mais par une analyse de Floquet, ils montrent qu'elle est formée de paires de rouleaux contrarotatifs, se propageant le long des structures primaires de Grégory et *al.* [88] et inclinées par rapport à l'axe des tourbillons.

Peu de travaux sont consacrés à l'instabilité de type II. Faller et Kaylor [70] sont les premiers à observer expérimentalement ce second type d'instabilité dans la couche de Kármán qui apparaît sous

la forme d'un réseau de tourbillons en spirales instationnaires et de longueur 2 à 3 fois plus grande que celle de l'instabilité de type I. Les analyses asymptotiques non linéaires de McKerrel [151] puis Bassom et Seddougui [8] montrent l'existence d'un seuil en amplitude au-dessous duquel les modes linéairement instables de type II relaxent non-linéairement. Malik et *al.* [153] ont également mis en évidence une instabilité de type II ($r_{IIc} = 49$, $\epsilon_{II} \simeq -23°$). Faller [69] a noté que l'apparition des spirales est liée à la présence de bruit résiduel dans l'expérience. Il propose les caractéristiques suivantes : $r_{IIc} = 69$, $\lambda_{II} = 22.5\delta$, $\epsilon_{II} \simeq -19°$. Fedorov et *al.* [71] et Lingwood [141] expérimentalement et Mack [150] numériquement observent des modes progressifs instables pour des valeurs du nombre de Reynolds inférieures à la valeur critique de l'instabilité de type I.

L'étude la plus complète concernant l'écoulement de Von Kármán est celle de Balamukar et Malik [7] qui examinent la courbe de stabilité marginale. Cette courbe de stabilité se compose d'une branche non-visqueuse pour des rayons élevés avec un minimum en $r_c = 284$ (vitesse de phase $V_p = -2.9$, angle d'inclinaison des spirales $\epsilon = 14.4°$) et d'une branche visqueuse qui possède un minimum en $r_c = 64$ ($V_p = 7.4$ et $\epsilon \simeq -35.3°$). Les résultats sont confirmés, en 1998, par Turkyilmazoglu et Gajjar [229].

7.1.1.3 L'écoulement d'Ekman

Les diverses études de la stabilité de la couche d'Ekman [67, 70, 226, 234] montrent l'existence des instabilités de type I et II. Seuls les modes de type II ont été observés par Caldwell et Van Atta [20] mais selon Cerasoli [29], pour ces derniers, les modes ne seraient dus qu'à des perturbations induites par leur système de mesure. Les travaux expérimentaux de Faller [67], Faller et Kaylor [70] et ceux théoriques de Lilly [138] révèlent que, comme pour l'écoulement de Von Kármán, la naissance de spirales stationnaires était due à l'instabilité inflexionnelle. Faller [68] donne comme valeurs critiques $r_{Ic} = 125 \pm 5$, $\lambda_I \simeq 10.5\delta$ et $\epsilon_I \simeq 16°$ pour l'instabilité de type I puis plus tard [69] $r_{II_c} = 54$, $\lambda_{II} = 20.1\delta$, $\epsilon_{II} \simeq -23.1°$ pour l'instabilité de type II. Lilly [138] entreprend une analyse de stabilité linéaire en résolvant deux systèmes d'équations différentielles régissant l'évolution des perturbations. Il met alors en évidence l'instabilité parallèle liée au terme de Coriolis. Il obtient, par le calcul, un rayon critique pour l'apparition des structures $r_{IIc} = 55$ et $r_{Ic} = 115$. Même si pour des nombres de Reynolds élevés l'instabilité parallèle peut disparaître, il intuite qu'elle ait un rôle dans la transition vers la turbulence. Spooner et Criminale [220] calculent l'évolution linéaire d'une perturbation dans la couche d'Ekman et confirment l'existence d'une instabilité visqueuse et d'une instabilité non-visqueuse. En 1978, Ioss et *al.* [107] ont montré par une analyse de stabilité faiblement non-linéaire que la première bifurcation est supercritique.

Faller et Kaylor [70] observent deux mécanismes de transition : une interaction des modes de types I et II, pour des ondes d'amplitude suffisante et une apparition de petites structures ("gills") dues à une instabilité secondaire des ondes de type II, ce qui a été confirmé numériquement par Marlatt et Biringen [155]. Dans son étude de stabilité linéaire, Faller [69] dénombre quatre scenarii de transition vers la turbulence :

- une interaction de plusieurs modes de type II (perturbation de grande amplitude),
- une interaction non linéaire d'un mode de type II avec l'écoulement de base pour donner une instabilité secondaire, qui interagit avec les premières spirales pour transiter vers la turbulence (perturbation faible),
- une interaction de modes de types I et II,
- une interaction d'un mode de type I avec l'écoulement de base pour donner une instabilité secondaire.

Lingwood [140] montre l'existence, par une analyse non-visqueuse, d'une instabilité locale absolue apparaissant pour un nombre de Reynolds critique de 510. Cette instabilité n'est due ni aux effets de Coriolis, ni aux effets de courbure. Elle serait responsable de la transition vers la turbulence.

7.1.2 Instabilités de l'écoulement entre deux disques de rayon infini

Seules des études portant sur les instabilités de l'écoulement entre deux disques de rayon infini dont l'un est fixe et l'autre en rotation ont été menées jusqu'à présent. Les instabilités se développent sous la forme de rouleaux dont les axes forment, dans un plan parallèle aux disques, des spirales logarithmiques d'angle ϵ.

San'Kov et Smirnov [201] réalisent une analyse de stabilité linéaire de la solution de Batchelor sur

une large gamme de nombre de Reynolds. Ils observent alors quatre instabilités primaires différentes selon la valeur du nombre de Reynolds $Re_h = \Omega h^2/\nu$ basé sur l'espace interdisque h :

- $Re_h < 21$: instabilité de type I, où la vitesse de phase V_p est positive et ϵ_c, l'angle critique, est petit. Elle apparaît lorsque les couches limites sont jointes.
- $21 < Re_h < 112.5$: instabilité de type II, où $V_p < 0$ et $-30° < \epsilon_c < -15°$. Elle apparaît lorsque les couches limites se séparent.
- $112.5 < Re_h < 190$: instabilité de type III, où V_p décroît et devient négative à $Re_h = 140$ et ϵ_c décroît de 30° à 4°. Elle apparaît lorsque les couches limites sont séparées.
- $Re_h > 190$: instabilité de type IV, où $V_p < 0$ et $\epsilon_c \sim -21°$. Elle apparaît également lorsque les couches limites sont séparées.

Szeri et *al.* [223] ont étudié la stabilité des multiples solutions de similitude obtenues par Holodniok et *al.* [97, 98] pour $Re_h = 100$ et 275. Il existe, à $Re_h = 100$, une solution unique de type Batchelor et à $Re_h = 275$, il y a trois solutions dont une est de type Batchelor. Ces deux solutions de type Batchelor sont linéairement instables quelque soit le rayon, c'est pourquoi elles n'ont pas été observées expérimentalement. Pour les solutions de type Batchelor, ils déterminent comme seuils de stabilité :

- $Re_h = 100 \Rightarrow Re_{r_c} = \Omega r_c^2/\nu = (500)^2$, $\epsilon_c \sim 17 - 20°$.
- $Re_h = 275 \Rightarrow Re_{r_c} = (748.4)^2$, $\epsilon_c = 25°$.

Les seuils obtenus sont très supérieurs à ceux déterminés par San'Kov et Smirnov [201].

Itoh [110] mène une analyse de stabilité linéaire dans le cas d'un écoulement à couches limites séparées. Il se ramène au problème de deux disques uniques. Il montre que la stabilité de l'écoulement de Batchelor à couches limites séparées est déterminée par la stabilité de la couche de Bödewadt, ce qui est en accord avec San'Kov et Smirnov [201].

7.1.3 Instabilités de l'écoulement dans une cavité rotor-stator

Parmi les principales études concernant la stabilité des écoulements en cavité rotor-stator, on peut citer notamment celle de Schouveiler [209] et celle de Cros [45], qui, lors de leurs thèses menées à l'IRPHE, ont étudié en détails les diverses instabilités qui se développent dans une cavité fermée. A notre connaissance, les seuls travaux concernant les instabilités en cavité rotor-stator avec flux sont ceux de Rémy et *al.* [189, 190, 191].

7.1.3.1 Cas d'une cavité rotor-stator fermée

Instabilités principales Les mesures de vitesse de Itoh et *al.* [114] et Itoh [109] montrent que les premières instabilités dans un système rotor-stator se développent près du disque fixe, ce qui est confirmé par les simulations de Cousin-Rittemard [41] et par les analyses de stabilité linéaire qui ont révélé que la couche limite du stator est plus instable que celle du rotor. Il existe un bon accord entre l'analyse de stabilité d'Itoh [110] pour l'écoulement de type Batchelor à couches limites séparées et celle de Pikhtov et *al.* [179] dans le cas d'un disque unique en rotation avec un fluide en rotation solide. Ceci peut nous permettre de comparer les écoulements dans les deux couches limites avec les écoulements au-dessus d'un disque unique.

Schouveiler [209] a établi le diagramme de transition pour ce type d'écoulement dans le plan (G, Re) (fig.7.2). Si le rapport d'aspect $G \geq 7.14 \times 10^{-2}$ est grand, la bifurcation primaire peut être associée à la déstabilisation de base de l'écoulement de Batchelor à couches limites séparées. La première instabilité est une instabilité visqueuse, qui se développe dans la couche de Bödewadt et qui consiste en un réseau de rouleaux circulaires RC se déplaçant de la périphérie vers le centre de la cavité. En augmentant le nombre de Reynolds, une seconde bifurcation conduit à l'apparition de spirales positives ($\epsilon \simeq 25°$), notées RS1, localisées à la périphérie de la cavité. Lorsque le nombre de Reynolds augmente encore, ces deux instabilités coexistent.

Pour des valeurs intermédiaires du rapport d'aspect $1.79 \times 10^{-2} \leq G < 7.14 \times 10^{-2}$, l'écoulement est de type mixte : pour des faibles rayons, les couches limites sont jointes et près de la périphérie, elles sont séparées. Schouveiler [209] a observé, alors, une autre instabilité toujours sous la forme de spirales positives ($12 \leq \epsilon \leq 15°$), notées RS2.

Pour des rapports d'aspect plus faibles, l'écoulement est de type Couette de torsion à couches limites jointes. Cet écoulement a été largement traîté par Cros [45]. La bifurcation primaire est associée à la perte de stabilité d'un écoulement de cisaillement pur. En augmentant le nombre de Reynolds, elle observe sucessivement trois bifurcations conduisant à la formation de spirales négatives ($-5 \leq$

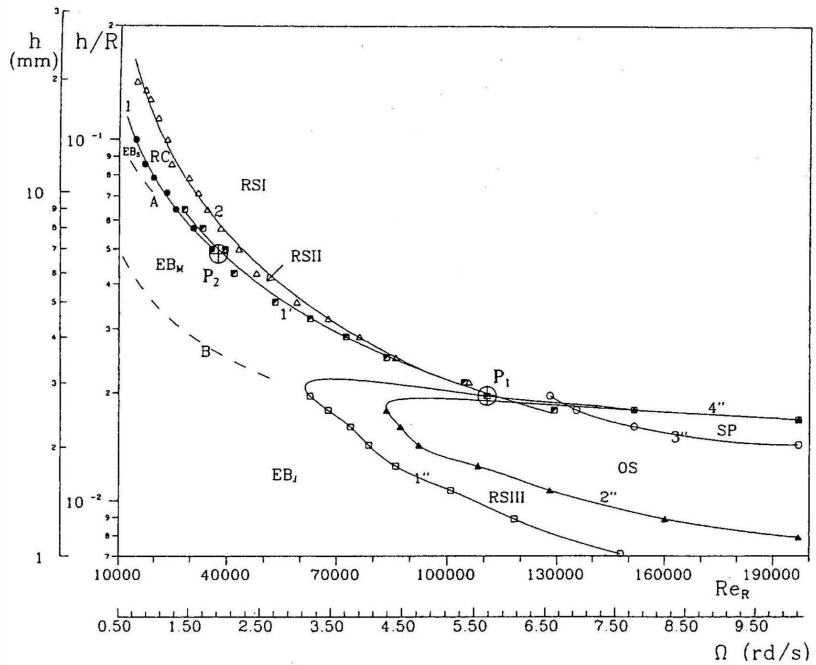


FIG. 7.2 – Diagramme de transition établi par Schouveiler [209]. Le rayon du disque R vaut 140 mm. EB_S,EB_M et EB_J correspondent aux états de base de l'écoulement, respectivement à couches limites séparées, de type mixte et à couches limites jointes. Les lignes A et B délimitent ces états. Les instabilités RC correspondent au réseau de cercles, RSI au réseau de spirales I, $RSII$ au réseau de spirales II, $RSIII$ au réseau de spirales III. Pour les instabilités secondaires, OS indique les ondes solitaires et SP les spots.

$\epsilon \leq -3°$), notées RS3, d'ondes solitaires (spirales turbulentes ST) puis de spots turbulents.

Pour une géométrie identique à Schouveiler [209] et Cros [45], Lopez [144] observe, pour $G = 0.11$, un régime de base stable jusqu'à $Re_r = 8 \times 10^4$, alors que, pour un même paramètre G, Schouveiler observe une transition à l'instationnaire dès $Re_r = 1.23 \times 10^4$. Cousin-Rittemard [41] montre une déstabilisation de la solution stationnaire conduisant à l'apparition de structures dans la couche de Bödewadt à $Re_r = 10^5$ pour $G = 0.1$ et à $Re_r = 2.7 \times 10^4$ pour $G = 1/3$. Elle obtient pour $G = 0.5$ une bifurcation à une solution monopériodique (bifurcation de Hopf), alors que Daube et *al.* [52] observent une bifurcation primaire, associée à une transition directe de la solution stationnaire à une solution chaotique. Hadid [90] et Randriamampianina et *al.* [184] ont étudié les écoulements de type rotor-stator mais dans une cavité torique à G fixé. Pour $G = 0.0255$, Hadid [90] observe une première bifurcation à $Re_r = 3.5 \times 10^5$, associée au passage du régime stationnaire à un régime périodique de tourbillons au voisinage du stator. A partir de $Re_r = 8 \times 10^5$, une seconde instabilité survient conduisant à un état quasipériodique. A $Re_r = 10^6$, il observe un régime faiblement turbulent. Randriamampianina et *al.* [184] montrent qu'une transition de stationnaire à instationnaire se produit à $Re_r \in [1.75 - 2 \times 10^5]$ pour $G = 1/11$.

Instabilités secondaires et transition vers la turbulence Schouveiler [209] a mis en évidence une instabilité secondaire de type Eckhaus aux frontières des rouleaux stationnaires, ce que montrent également Hoffmann et *al.* [96]. Ces derniers calculent les domaines de stabilité des solutions primaires puis décrivent les instabilités secondaires et tertiaires résultant de ces déstabilisations. Cousin-Rittemard [41, 42] étudie numériquement cette transition à l'aide d'un code bidimensionnel. Elle observe une transition directe au chaos depuis l'état stationnaire. L'origine de cette transition pourrait être le caractère convectif de l'instabilité de la couche limite de Bödewadt soumise continuellement au bruit provenant du maillage. Pour des effets de courbure plus faibles (cavités toriques), elle observe une succession d'états mono puis quasi-périodiques. Serre et *al.* [213] puis Tuliska-Sznitko et *al.* [228] déterminent les valeurs du nombre de Reynolds pour une transition convectif-absolu pour

les deux couches limites, en cherchant des singularités dans les relations de dispersion. Ces derniers trouvent des valeurs du nombre de Reynolds pour une transition convectif-absolu égales aux seuils expérimentaux de transition vers la turbulence, suggérant ainsi ce mécanisme pour le développement de la turbulence dans les deux couches limites. Floriani et *al.* [74] montrent par le calcul et Le Gal [136] par l'observation, qu'une telle transition intervient à un nombre de Reynolds pour lequel un réseau de spirales mieux organisé se développe.

Une étude très complète a été menée par Cros [45], qui a caractérisé les différents processus de transition vers la turbulence dans le cas d'un écoulement de type Couette de torsion à couches limites jointes (turbulence de défauts, intermittence spatiotemporelle) et dans le cas d'un écoulement de type Batchelor à couches limites séparées. Dans cette dernière configuration, deux réseaux de spirales interagissent non-linéairement. Par une analyse des trajectoires dans l'espace des phases généré par des modes propres de la décomposition biorthogonale des signaux spatiotemporels, elle met en évidence une bifurcation par doublement de tore.

7.1.3.2 Cas d'une cavité rotor-stator avec flux centripète

A notre connaissance, les seules études portant sur les instabilités qui se développent dans une cavité rotor-stator avec flux centripète ont été menées par Rémy et *al.* [189, 190, 191]. Ils ont étudié par la PIV stéréoscopique et par tomographie, deux types de structures spirales qui naissent en périphérie d'une cavité de grand rapport d'aspect $G \geq 0.088$: les spirales RS1 déjà observées par Schouveiler [209] en cavité fermée et des spirales notées 2. Lorsqu'on augmente la valeur du flux entrant, les seuils d'apparition et de disparition des spirales RS1 décroissent rapidement. Cette instabilité est due à la déstabilisation de la couche de Bödewadt. Ils montrent que les structures 2 découlent d'une instabilité de type "crossflow" qui se développe dans la couche limite de Stewartson du cylindre extérieur. Ce résultat est confirmé par une analyse de stabilité [189]. Cette instabilité apparaît au-dessus d'un seuil absolu $Re_{Qj} = V_z j/\nu$ (où V_z est la vitesse axiale du fluide dans l'espace radial j) indépendant de la géométrie de la cavité (moyeu central).

Aucune étude n'a porté pour l'instant sur les instabilités en cavité rotor-stator avec flux sortant.

7.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est sensiblement le même que celui présenté au chapitre 2. Les dimensions de la cavité rotor-stator sont réduites et les mesures se font essentiellement par des visualisations de l'écoulement complétées par des mesures de vitesse par LDA.

7.2.1 Cavité rotor-stator et dispositif annexe

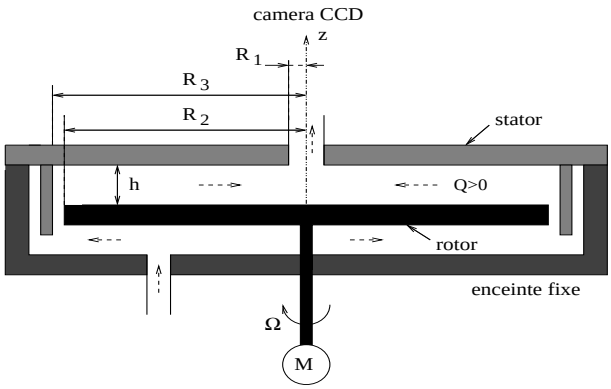


FIG. 7.3 – Schéma de la cavité étudiée et notations.

L'ensemble du dispositif est présenté sur la photo 7.4a. La cavité étudiée (fig.7.3) correspond à deux disques lisses parallèles et coaxiaux, dont l'un est en rotation et l'autre est fixe. Le rotor est un disque en acier de 8 mm d'épaisseur et de rayon $R_2 = 140$ mm. Il est monté sur un axe moteur vertical et est entraîné en rotation à une vitesse angulaire Ω uniforme, via une courroie crantée, par un moteur

électrique à courant continu. La vitesse de rotation Ω peut être ajustée entre 0 et 250 $rad.s^{-1}$ à 0.2% près en faisant varier la tension d'alimentation du moteur électrique. La cavité interdisque est fermée par un bandeau cylindrique fixe de rayon $R_3 = 140.85\ mm$. Le fluide utilisé est de l'eau maintenue à une température constante de $20°C$, ce qui correspond à une viscosité cinématique $\nu \simeq 10^{-6}\ m^2/s$. Le stator et l'enceinte cylindrique sont en pléxiglas pour permettre les visualisations et les mesures de vitesse. Les deux espaces en entrée $R_1 = 8\ mm$ et en sortie $j = R_3 - R_2 = 0.85\ mm$ de la cavité permettent d'imposer un flux Q. Un dispositif de butée à billes et vis micrométrique permet de faire varier continûment l'espace interdisque h entre 0 et 21 mm avec une précision de 0.02 mm. Les défauts de planéité en périphérie du rotor sont inférieurs à 0.1 mm sur un tour.

(a) (b) (c)

FIG. 7.4 – Dispositif expérimental : (a) vue d'ensemble, (b) cavité rotor-stator et caméra, (c) cuve et système de vannes.

Outre la distance h et la vitesse de rotation du disque Ω, un troisième paramètre est ajustable dans notre étude : le flux Q. Il peut être centripète ($Q > 0$), comme sur la figure 7.3, ou centrifuge ($Q < 0$) grâce à un système de vannes (fig.7.4c). Le débit de fluide est obtenu par gravité : une pompe permet au fluide contenu dans le bac (fig.7.4c) situé au pied de la cavité rotor-stator d'être remonté dans un système de trois cuves concentriques situé près de 3 mètres au-dessus. Dans les trois cuves, le niveau reste constant. La cuve intermédiaire se remplit et se déverse à la fois dans les cuves centrale et périphérique. La cuve centrale alimente la cavité pendant que la cuve périphérique sert de surverse. Un rotamètre permet de faire varier ce débit Q entre 0 et 360 l/h dans le cas d'un flux centripète. Lorsqu'on impose un flux centrifuge, le débit maximum que l'on peut imposer est d'environ 100 l/h. En effet, au-delà de cette valeur, la cavité se vide plus rapidement qu'elle ne se remplit. Un second problème survient dans le sens centrifuge : le flux entrant est directement ejecté sur le rotor. Au-delà de $Q \simeq 40\ l/h$, le jet ainsi créé est turbulent. Pour palier à cela, des tubes capillaires de 50 mm de long et de 0.1 mm de rayon ont été placés dans le tube en entrée de la cavité.

L'écoulement est contrôlé par trois paramètres : le rapport d'aspect de la cavité $G = h/R_2$, le nombre de Reynolds $Re = \Omega R_2^2/\nu$ basé sur le rayon du rotor et la vitesse axiale $V_z = Q/(2\pi j R_2)$ (m/s) dans l'espace radial entre le disque tournant et le bandeau périphérique. Cette définition de V_z est valable sous l'approximation $j << R_3$, qui est ici vérifiée. Les positions radiale $r^* = r/R_2$ et axiale $z^* = z/h$ sont également deux paramètres locaux importants pour caractériser les instabilités dans une cavité de type rotor-stator ouverte.

7.2.2 Techniques de mesure

Les mesures se font essentiellement par des visualisations de l'écoulement. Afin de visualiser les structures présentes dans l'écoulement, on ajoute à l'eau des particules réfléchissantes de kalliroscope. Ce sont, en fait, des paillettes en suspension de taille $30 \times 6 \times 0.07 \mu m$, ayant un fort indice de réflexion de la lumière et une sédimentation lente. Ces particules présentent l'avantage de s'aligner selon les lignes de courant. Andereck et *al.* [2] ont montré que la présence de ces particules augmente la viscosité

du fluide de l'ordre de 1%, ce qui sera négligé par la suite. Le disque tournant a également été peint en noir pour obtenir un meilleur contraste.

L'écoulement est visualisé par une caméra CCD placée à 1 m au-dessus du stator et dans l'axe des disques. Elle permet d'acquérir 25 images par seconde avec une résolution de 768 par 576 pixels, ce qui est suffisant pour observer des structures apparaissant à des taux de rotation faibles $\Omega \leq 30\ tr/min$. Pour étudier des structures qui naissent au-delà de $\Omega \geq 30\ tr/min$ (spots ou spirales turbulentes), la caméra CCD est mise en rotation, à une vitesse Ω_{cam}, pour pouvoir étudier ces structures en se plaçant dans leur référentiel. Une caméra rapide a également été utilisée pour étudier plus en détails certaines structures (1500 images par seconde pour une résolution de 1024 par 1024 pixels).

La principale difficulté pour visualiser correctement les structures et pour traiter efficacement les images est d'éclairer uniformément l'écoulement. Suivant la valeur de l'espace interdisque h, différents éclairages sont utilisés : pour $h \leq 3\ mm$, une guirlande d'ampoules (fig.7.4b) disposée au niveau de la caméra CCD est préférable, alors que pour $h \geq 3\ mm$, un néon circulaire (fig.7.4b) positionné et centré sur le stator est plus efficace. Ce néon sans jointure a été conçu pour minimiser les défauts d'éclairage.

La caméra CCD est reliée à un écran et à un logiciel d'acquisition d'images (MATROX Inspector). On enregistre des séquences de 16 secondes (400 images) qu'on transforme en images pour pouvoir les traiter. Les images sont d'abord recontrastées si nécessaire avant d'effectuer des diagrammes spatio-temporels qui permettent d'étudier la dynamique des instabilités.

Les résultats issus des visualisations sont comparés, dans certains cas, à des mesures de vitesse par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes (voir chapitre 2). On mesure, cette fois, uniquement les vitesses moyennes radiale V_r et orthoradiale V_θ dans le plan vertical (r, z) à un azimut donné. Les particules utilisées comme traceurs sont les mêmes que pour les visualisations, tant que les taux de rotation sont faibles.

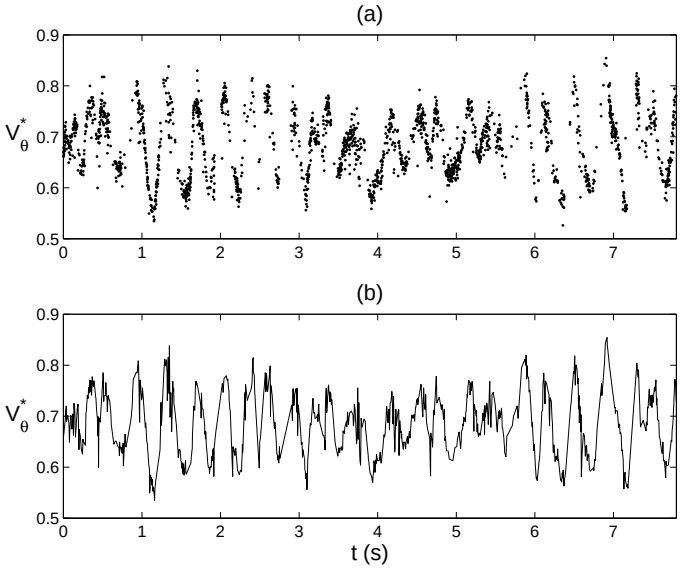


FIG. 7.5 – Évolution temporelle de la composante tangentielle de la vitesse pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$ au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.567$) : (a) signal brut, (b) signal reéchantillonné.

L'objectif est de pouvoir comparer la fréquence des structures à partir des mesures de vitesse et de les comparer aux valeurs déduites des visualisations. La figure 7.5a représente un exemple de signal brut de la vitesse tangentielle $V_\theta^* = V_\theta/(\Omega r)$ en fonction du temps t au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.567$), pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$. On peut noter le caractère périodique du signal de faible longueur d'onde qui correspond au passage des structures. Le signal est ensuite rééchantillonné (fig.7.5b) par une méthode d'interpolation d'ordre 1 [178] à la fréquence moyenne de passage des particules. À partir de ce signal rééchantillonné, on calcule la densité spectrale de puissance DSP du signal en fonction de la fréquence N (Hz) pour un signal brut d'environ 6×10^4 points divisé en blocs de 512 points.

7.3 Instabilités des écoulements de type rotor-stator à couches limites jointes

On étudie l'influence d'un flux axial centripète ou centrifuge sur les instabilités qui se développent dans une cavité de faible rapport d'aspect $G \leq 0.0214$ ($h \leq 3$ mm). L'écoulement est alors de type Couette de torsion à couches limites jointes. Une revue détaillée des instabilités de ce type d'écoulement est faite par Cros [45] dans le cas d'une cavité rotor-stator fermée. En augmentant le nombre de Reynolds, elle observe successivement trois bifurcations différentes conduisant respectivement à la formation de spirales négatives ($-5 \leq \epsilon \leq -3°$), notées RS3, d'ondes solitaires (spirales turbulentes ST) et de spots turbulents. À notre connaissance, il n'existe pas, à ce jour, d'étude portant sur l'influence d'un flux sur les instabilités de l'écoulement de Couette de torsion.

7.3.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0171$

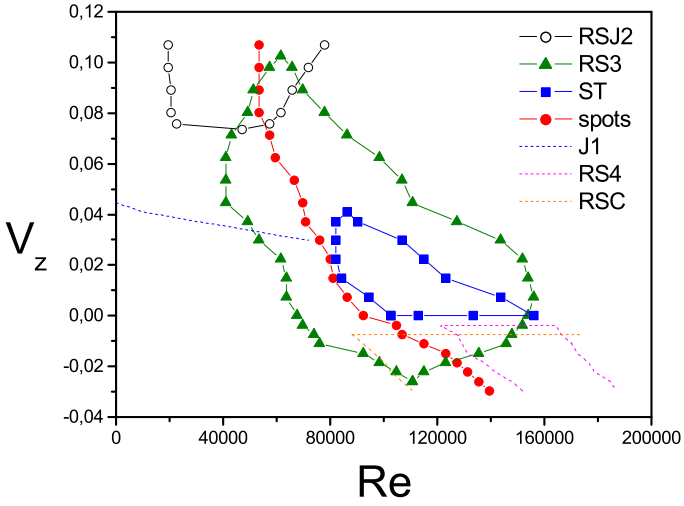


FIG. 7.6 – Diagramme de stabilité dans le plan (Re,V_z) pour une cavité de rapport d'aspect $G = 0.0171$.

La figure 7.6 présente le diagramme de stabilité de l'écoulement de Couette de torsion obtenu pour $G = 0.0171$ dans le plan (Re,V_z) par visualisations de l'écoulement. En cavité fermée (V_z=0), Schouveiler [209] a mis en évidence l'existence de trois instabilités qui apparaissent successivement en augmentant le nombre de Reynolds : le réseau de spirales RS3 (fig.7.7a et 7.7b), des ondes solitaires sous la forme de spirales turbulentes ST (fig.7.7c) et les spots turbulents (fig.7.7d). En imposant un flux axial, ces trois types d'instabilités subsistent et l'effet d'un flux centripète ou centrifuge sur ces structures sera étudié plus en détails aux paragraphes suivants. De nouvelles instabilités apparaissent également et l'écoulement devient très vite complexe.

Lorsque l'on impose un flux centripète $V_z > 0$, deux nouvelles instabilités apparaissent. La première instabilité, notée J1, apparaît sous la forme d'un bourrelet de fluide stationnaire (fig.7.22a), localisé en périphérie du disque. Cette instabilité est présente à partir d'une certaine valeur seuil de V_z qui diminue lorsque le nombre de Reynolds Re augmente. Elle prend naissance dans l'espace radial j et est due à l'impact du flux sur le stator. Elle est difficilement observable pour des fortes valeurs de Re mais semble être encore présente au-delà du seuil d'apparition des spots. Une seconde instabilité apparaît lorsqu'un fort flux centripète est imposé et pour une faible vitesse de rotation du disque. Cette instabilité se développe sous la forme de spirales positives, notées RSJ2 (fig.7.22a), localisées en périphérie de la cavité et qu'on retrouve également pour d'autres valeurs du rapport d'aspect. Elle sera étudiée en détails à la section suivante.

En présence d'un flux centrifuge, deux nouvelles instabilités apparaissent sous la forme de spirales. La première est constituée de spirales négatives, notées RSC (fig.7.7e) localisées au centre de la cavité.

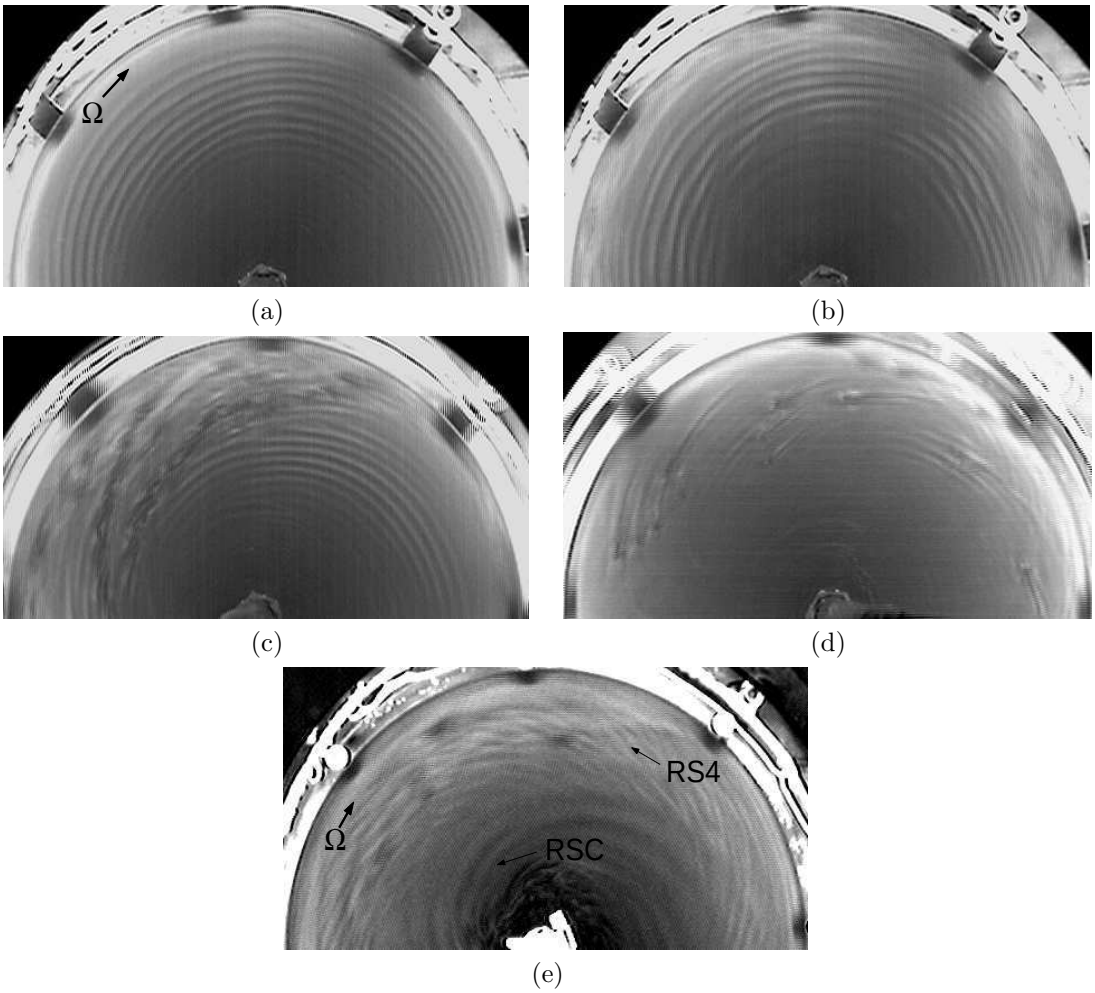


FIG. 7.7 – Visualisations des instabilités pour $G = 0.0171$: (a) spirales RS3 pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et $V_z = 0.0149$, (b) spirales RS3 pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et $V_z = 0.0372$, (c) ST pour $Re = 1.25 \times 10^5$ et $V_z = 0.0074$, (d) spots pour $Re = 1.54 \times 10^5$ et $V_z = 0.0074$, (e) spirales RS4 et RSC pour $Re = 1.54 \times 10^5$ et $V_z = -0.0193$.

Pour $Re = 1.54 \times 10^5$ et $V_z = -0.0193$, ces spirales sont au nombre de 10 et forment un angle $\epsilon \simeq -38°$ avec la direction tangentielle. Elles se déplacent essentiellement radialement à une vitesse $V_r^* \simeq 0.07$ ($V_\theta^* \simeq 0$). En augmentant le flux centrifuge (valeurs décroissantes de V_z), le domaine radial d'existence des spirales RSC augmente, leur vitesse radiale et leur angle d'inclinaison augmentent également. Cette instabilité est générique des écoulements de type rotor-stator avec flux centrifuge puisqu'elle est présente également pour des rapports d'aspect plus grands.

La seconde instabilité, qui coexiste avec les spirales RSC, se développe sous la forme de spirales positives, notées RS4, au nombre de 68 et qui forment un angle $\epsilon \simeq 17°$ avec la direction tangentielle. Ces spirales sont localisées en périphérie de la cavité pour $r^* \geq 0.65$ (toujours pour $Re = 1.54 \times 10^5$ et $V_z = -0.0193$).

7.3.2 Réseau de spirales RS3

Les spirales RS3 (fig.7.7b) ont déjà été observées par Schouveiler [209] et Cros [45] dans le cas d'une cavité fermée ($V_z = 0$). Dans l'expérience de Schouveiler [209], l'espace radial j/R_2 est nul et les spirales RS3 apparaissent pour $6.7 \times 10^4 \leq Re \leq 1.39 \times 10^5$. Dans le cas de Cros [45], l'espace radial vaut $j/R_2 = 0.0033$ et les seuils d'apparition et de disparition des spirales sont décalés vers les nombres de Reynolds plus élevés : $8.25 \times 10^4 \leq Re \leq 1.93 \times 10^5$. Nos résultats pour $j/R_2 = 0.0061$ et $V_z = 0$ sont en bon accord avec les précédentes études : $6.75 \times 10^4 \leq Re \leq 1.53 \times 10^5$ (fig.7.8).

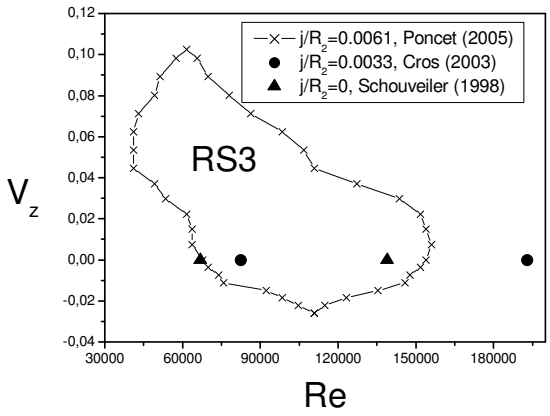


FIG. 7.8 – Domaine d'existence du réseau de spirales RS3 pour $G = 0.0171$.

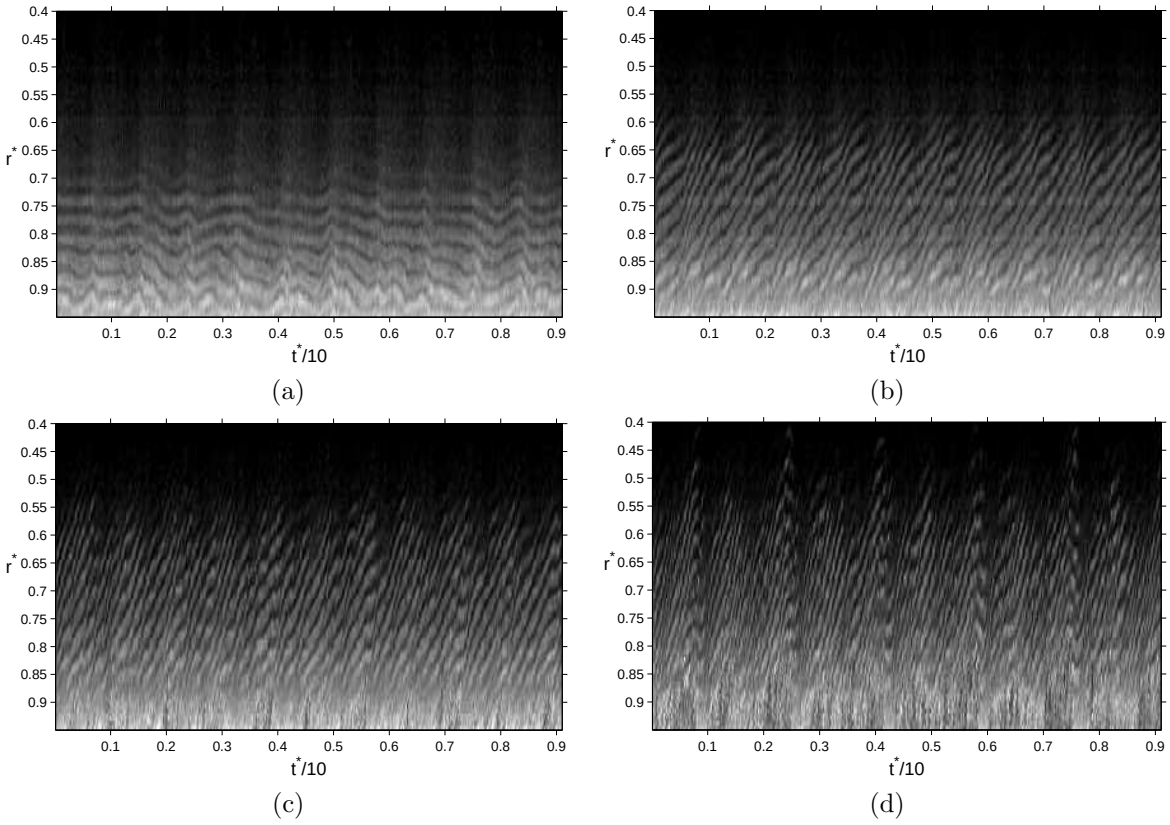


FIG. 7.9 – Diagrammes espace-temps selon un rayon pour $Re = 8.21 \times 10^4$, $G = 0.0171$ et différents flux centripètes : (a) $V_z = 0$, (b) $V_z = 0.0149$, (c) $V_z = 0.026$, (d) $V_z = 0.0372$.

Au fur et à mesure qu'on impose un flux centripète de plus en plus fort (valeurs croissantes de V_z), les seuils d'apparition et de disparition des spirales RS3 sont décalés vers les nombres de Reynolds plus faibles. A l'inverse, en imposant un flux centrifuge, ces seuils sont décalés vers les nombres de Reynolds plus grands. Ce résultat est générique des instabilités apparaissant en cavité fermée et qui subsistent en présence de flux. Ceci s'explique en considérant un nombre de Reynolds basé sur le coefficient d'entraînement du fluide K : $Re_K = K\Omega r^2/\nu$. Nous avons vu aux chapitres précédents, que le coefficient K augmente pour des valeurs croissantes du flux centripète et diminue pour des

valeurs croissantes du flux centrifuge. En résumé, K augmente pour des valeurs croissantes de V_z. Les instabilités sont évidemment guidées par la vitesse du fluide qui prend en compte la rotation et le flux et non simplement par la vitesse du disque qui ne prend en compte que la rotation.

Les figures 7.9a à 7.9d représentent des diagrammes spatio-temporels selon un rayon $r^* = r/R_2$ pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et différentes valeurs de V_z. Le temps adimensionné $t^* = 2\pi t/\Omega$ est le temps réel comparé au temps nécessaire au disque pour faire un tour. Les lignes correspondent au passage des spirales RS3 et permettent de déterminer la vitesse de phase des structures $V_p^* = V_p/(\Omega r)$. Ces diagrammes permettent également de déterminer la longueur d'onde radiale λ_r, l'angle d'inclinaison ϵ, le rayon d'apparition r_c^* et le nombre n de spirales RS3. Pour $V_z = 0$ (fig.7.9a), la vitesse de phase est positive mais presque nulle : elle n'excède pas 3% de la vitesse locale du disque tournant. On peut noter l'apparition d'une oscillation de période quasi égale à celle du disque tournant. Sur une partie de cette période, V_p^* est presque nulle puis sur l'autre, V_p^* augmente faiblement. En présence de flux (fig.7.9b à 7.9d), les lignes s'inclinent et la vitesse de phase augmente. V_p^* est en fait quasi constante quelque soit V_z différente de zéro et vaut environ $V_p^* \simeq 0.1$. La longueur d'onde radiale des spirales RS3 est elle aussi presque constante : $\lambda_r \simeq 1.26h$.

On peut remarquer également sur les figures 7.7b ou 7.9a, par exemple, que le reséau de spirales RS3 présente des défauts : en $t^* = 2$, une spirale disparaît et entre $t^* = 3$ et $t^* = 4$, une spirale apparaît. Ceci est classique lors de bifurcations secondaires dans différents systèmes hydrodynamiques [55, 129]. Cros [45] a étudié en détails la turbulence de défauts dans le réseau de spirales RS3 pour $V_z = 0$. Elle observe l'apparition de ces défauts pour le même taux de rotation du disque : $\Omega = 40$ tr/min. Elle montre notamment qu'en augmentant Ω, les ondes deviennent centripètes et le nombre moyen de défauts $\overline{N}$ augmente. En imposant un flux centripète, il est donc logique que l'on observe un nombre de défauts qui augmente par rapport au cas sans flux. Son étude montre que l'évolution du nombre moyen de défauts $\overline{N}(\Omega)$ suit une loi de type Arrhenius.

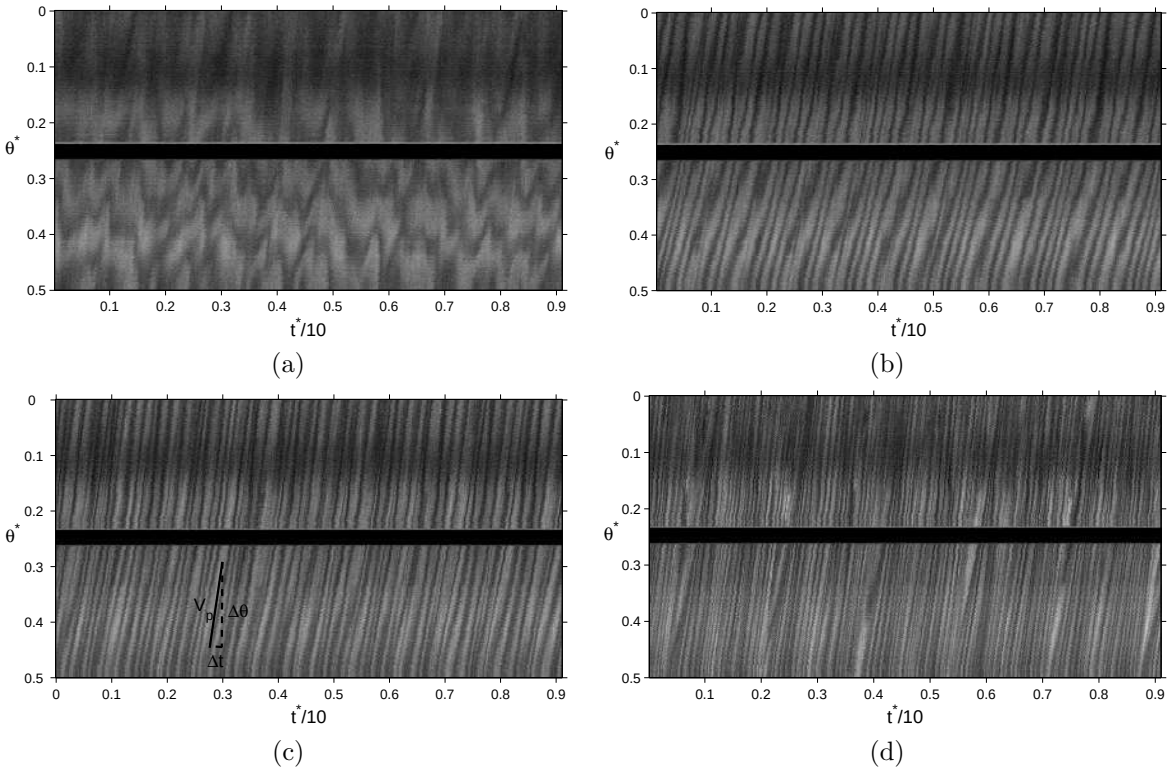


FIG. 7.10 – Diagrammes espace-temps selon un demi-cercle fixe en $r^* = 0.776$ pour $Re = 8.21 \times 10^4$, $G = 0.0171$ et différents flux centripètes : (a) $V_z = 0$, (b) $V_z = 0.0149$, (c) $V_z = 0.026$, (d) $V_z = 0.0372$.

Les figures 7.10a à 7.10d représentent des diagrammes spatio-temporels selon un demi-cercle fixe $\theta^* = \theta/(2\pi)$ pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et différentes valeurs de V_z. Elles confirment les résultats obtenus à partir des diagrammes espace-temps (fig.7.9a à 7.9d). On voit plus clairement que la vitesse de phase V_p^* est positive mais faible en présence d'un flux centripète. Les défauts apparaissent également plus

nettement. Il est à noter que le bandeau horizontal noir correspond au tuyau qui alimente la cavité en son centre.

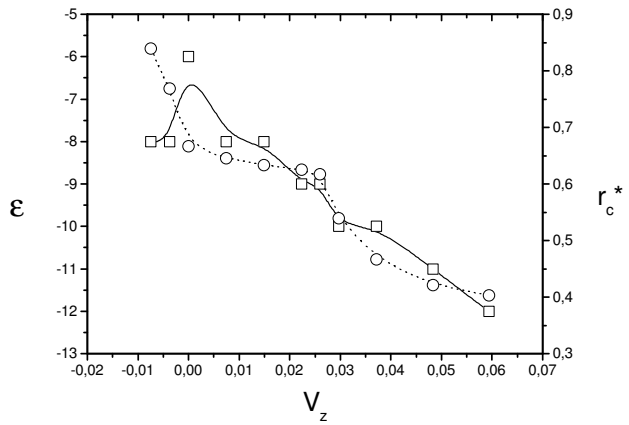


FIG. 7.11 – Caractéristiques des spirales RS3 : (○) angle d'inclinaison ϵ en $^\circ$ et (□) rayon critique d'apparition r_c^* en fonction de V_z pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et $G = 0.0171$.

La figure 7.11 montre l'influence d'un flux sur le rayon critique d'apparition r_c^* et l'angle ϵ des spirales pour $Re = 8.21 \times 10^4$ et $G = 0.0171$. Les spirales RS3 forment un angle faible mais toujours négatif. Cet angle est minimum en valeur absolue pour $V_z = 0$ et augmente lorsque l'on impose un flux centripète ou centrifuge. Ceci s'explique simplement par le fait que le flux introduit une composante radiale qui incline les spirales. Le rayon critique r_c^* diminue continûment pour des valeurs croissantes de V_z. Le même raisonnement que pour les seuils d'apparition des spirales RS3 permet d'expliquer ce résultat. Pour $V_z = 0$, les spirales apparaissent pour $Re_c = \Omega r_c^2/\nu = 3.7 \times 10^4$, ce qui est en accord avec les résultats de Cros [45] : $3.7 \leq Re_c \leq 4.5 \times 10^4$ pour $\Omega = 47$ tr/min. Comme la longueur d'onde λ_r est quasi constante, le nombre de bras de spirale n selon un rayon s'ajuste en fonction de r_c^*. Par exemple, $n = 3$ pour $V_z = -0.0074$ et $n = 10$ pour $V_z = 0.0372$.

Ce même type d'ondes a déjà été observé notamment par San'kov et Smirnov [200]. Ils rapportent des ondes stationnaires formant un angle faible $-5 \leq \epsilon \leq 4^\circ$ et dont la longueur d'onde radiale varie entre $1.8h$ et $2.7h$. Leur vitesse de phase est positive et n'excède pas 3% de la vitesse du disque. Sirivat [217] rend compte d'un mode 2 correspondant aux spirales RS3 : $-3.1 \leq \epsilon \leq 5.6^\circ$ et $\lambda_r \simeq 2h$. Il montre qu'elles sont dues à une instabilité visqueuse ou de type II. Enfin, Cros [45] rapporte l'existence du même réseau de spirales RS3 presque concentriques $-5 \leq \epsilon \leq 4^\circ$ et se propageant au seuil de leur apparition vers la périphérie du disque.

7.3.3 Spirales turbulentes ST

Les spirales turbulentes, notées ST (fig.7.7c), sont des ondes solitaires inclinées qui apparaissent uniquement pour des valeurs positives ou nulles de la vitesse axiale $V_z \geq 0$. Elles n'ont, en effet, jamais été observées dans le cas d'un flux centrifuge (fig.7.12). Elles constituent un régime d'intermittence spatio-temporelle pour des grandes valeurs du nombre de Reynolds. Dans le cas d'une cavité fermée ($V_z = 0$) de rapport d'aspect $G = 0.0171$, Schouveiler [209] et Cros [45] observent ces spirales turbulentes respectivement pour $8.4 \times 10^4 \leq Re \leq 1.39 \times 10^5$ et $1.11 \times 10^5 \leq Re \leq 1.82 \times 10^5$ (fig.7.12). Nos observations rapportent un seuil d'apparition $Re = 1.03 \times 10^5$ en très bon accord avec les résultats de Cros [45]. Cependant le seuil de disparition des ST est inférieur dans notre cas : $Re = 1.56 \times 10^5$. Cet écart entre les différents résultats peut s'expliquer par une valeur de l'espace radial j différente entre les configurations : $j/R_2 = 0$ pour Schouveiler [209], $j/R_2 = 0.0033$ pour Cros [45] et $j/R_2 = 0.0061$ dans notre étude. Ces seuils dépendent également de la procédure expérimentale : si on augmente Ω par pas de 1 tr/min, le seuil sera plus élevé que si on passe de 0 à Ω_c, le taux de rotation critique pour l'apparition des ST.

Cros [45] pense que ces spirales pourraient être la forme d'une instabilité secondaire du réseau

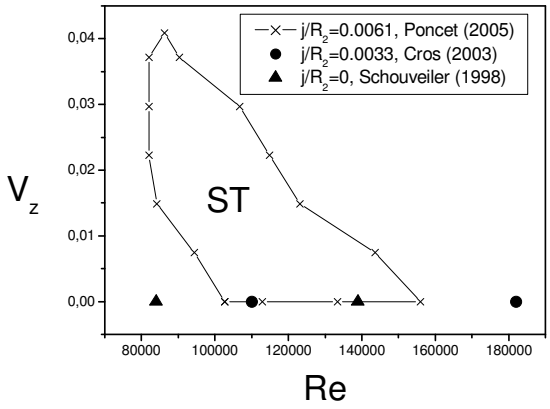


FIG. 7.12 – Domaine d'existence des spirales turbulentes pour $G = 0.0171$.

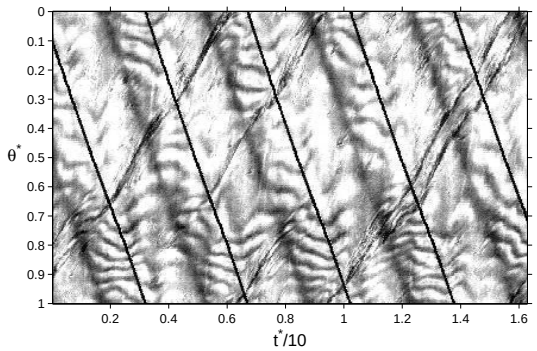


FIG. 7.13 – Diagramme espace-temps selon un cercle en $r^* = 0.733$ pour $G = 0.0171$, $Re = 1.25 \times 10^5$, $V_z = 0.0074$ et $\Omega_{cam} = 17$ tr/min.

de spirales RS3. Elle montre que l'apparition des spirales turbulentes est liée à la fréquence des défauts dans le réseau RS3. Elles apparaissent en fait dès que le temps de vie d'un défaut est égal au temps entre deux défauts. La figure 7.13 représente un diagramme spatio-temporel selon un cercle en $r^* = 0.733$ pour $Re = 1.25 \times 10^5$ et $V_z = 0.0074$ dans le repère tournant à une vitesse $\Omega_{cam} = 17$ tr/min. Les spirales RS3 (lignes horizontales) et ST (lignes diagonales) coexistent alors. Le réseau de spirales présente des défauts environ tous les deux tours et la durée de vie de ces défauts est également de deux tours environ. A partir de ce diagramme, on peut en déduire la vitesse de phase V_p des ST, leur nombre d'onde azimutal $k^* = kR_2$ et leur angle d'inclinaison ϵ.

Les figures 7.14a à 7.14d montrent l'influence du nombre de Reynolds sur les principales caractéristiques des ST pour un flux centripète donné $V_z = 0.0149$. Ces spirales forment un angle ϵ toujours positif avec la direction tangentielle (fig.7.14a). Cet angle diminue pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds Re : de 34° à 28° pour $8.5 \times 10^4 \leq Re \leq 1.15 \times 10^5$. En effet, en augmentant le taux de rotation du disque, la composante tangentielle de l'écoulement augmente. Le rayon critique d'apparition $r_c^* = r_c/R_2$ (fig.7.14b) des ST décroît faiblement avec Re. Contrairement aux autres instabilités, le flux centripète n'a pas pour effet de faire se développer les ST plus près du centre de la cavité. Le nombre de structures k^* (fig.7.14c) semble être fixé par la valeur du flux : il varie par paliers de 3 à 5 pour cette plage du nombre de Reynolds et pour $V_z = 0.0149$. Naturellement, la vitesse de phase V_p de ces structures augmente avec la vitesse de rotation du disque (fig.7.14d). La durée de vie τ des spirales turbulentes dépend fortement du taux de rotation disque : $\tau \simeq 3$ tr pour $Re = 9.03 \times 10^4$ et $\tau \simeq 13$ tr pour $Re = 1.13 \times 10^5$ ($V_z = 0.0149$). On peut noter que les spirales ST ne sont pas réparties uniformément sur le disque pour $8.5 \times 10^4 \leq Re \leq 1.15 \times 10^5$ et $V_z = 0.0149$, ce qui rappelle les observations de Cros et Le Gal [47] pour $V_z = 0$ et $Re \simeq 1.77 \times 10^5$. Elles apparaissent et

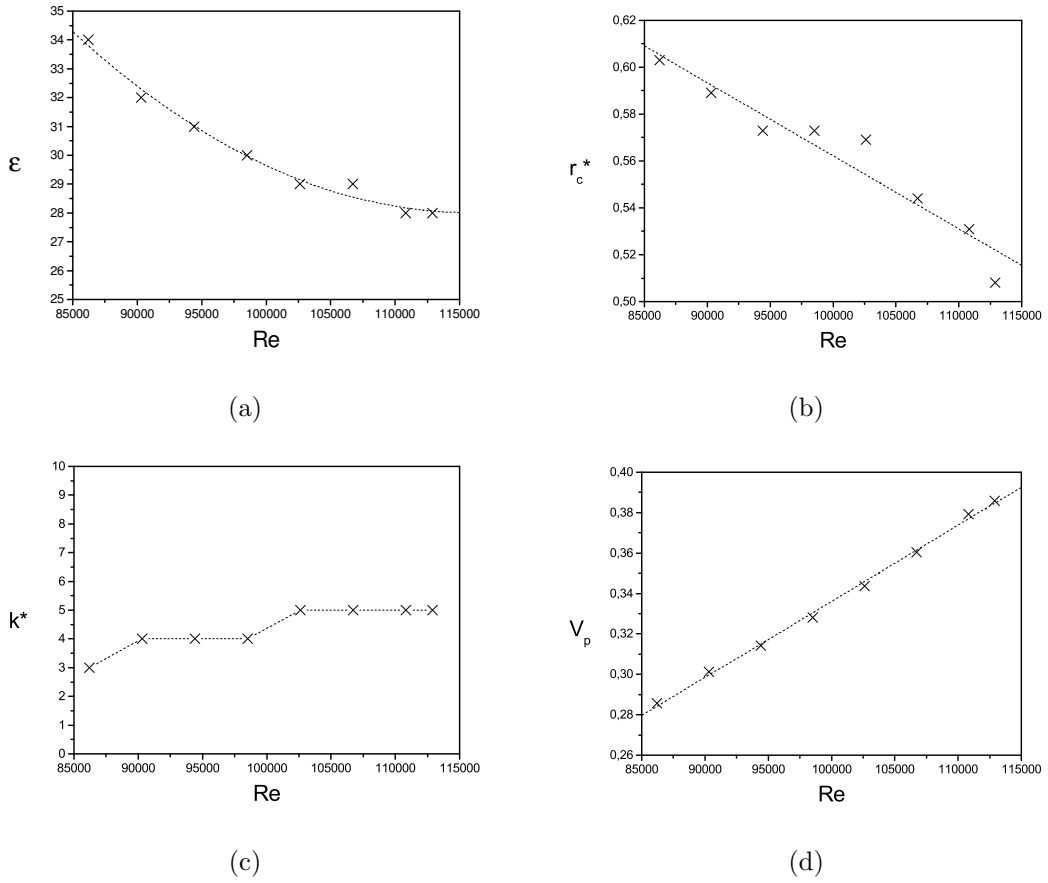


FIG. 7.14 – Caractéristiques des spirales turbulentes pour $G = 0.0171$ et $V_z = 0.0149$ en fonction de Re : (a) angle ϵ, (b) rayon critique r_c^*, (c) nombre d'onde azimutal k^*, (d) vitesse de phase V_p.

évoluent par paquets. Pour des nombres de Reynolds plus faibles $Re \simeq 1.07 \times 10^5$, elles sont réparties uniformément.

Pour un rapport d'aspect $G = 0.0147$ et $V_z = 0$, Cros et Le Gal [47] observent des spirales turbulentes positives qui forment un angle plus faible que dans notre cas et quasi constant en fonction du nombre de Reynolds : $\epsilon \simeq 19°$. Ils rapportent un nombre de spirales qui croît de 7 pour $Re = 1.08 \times 10^5$ à 10 pour $Re = 1.37 \times 10^5$ puis décroît de 10 toujours pour $Re = 1.37 \times 10^5$ à environ 4 pour $Re = 1.77 \times 10^5$ et un nombre de Reynolds critique $Re_c = \Omega r_c^2/\nu \simeq 4.5 \times 10^4$ constant avec Re. Cela signifie que le rayon critique d'apparition des spirales diminue pour des valeurs croissantes de Re, ce qui est en accord avec nos résultats avec flux. Ils mesurent un temps de vie des ST qui augmente de 1 tr pour $Re = 10^5$ à 12 tr pour $Re = 1.08 \times 10^5$. Ce dernier résultat est en accord avec nos observations pour le même nombre de Reynolds.

7.3.4 Spots

La transition vers la turbulence de l'écoulement de Couette de torsion se fait par l'invasion progressive de spots (fig.7.7d). La figure 7.15 rappelle le domaine d'existence des spots turbulents pour $G = 0.0171$. Pour des valeurs croissantes de V_z, le seuil d'apparition des spots diminue. Pour $V_z = 0$, nos résultats sont en bon accord avec les observations de Cros [45]. L'écart avec les mesures de Schouveiler [209] s'explique par la présence dans notre expérience d'un espace radial entre le disque tournant et le bandeau périphérique.

Ces spots sont des structures turbulentes très localisées, qui naissent en périphérie de la cavité, sont transportés par l'écoulement moyen puis disparaissent à proximité du centre du disque. Le reste de l'écoulement est d'aspect laminaire.

La figure 7.16 représente la structure en fausses couleurs d'un spot capturé par la caméra rapide,

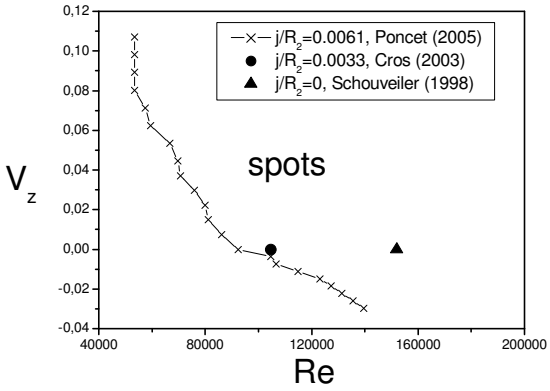


FIG. 7.15 – Domaine d'existence des spots turbulents pour $G = 0.0171$.

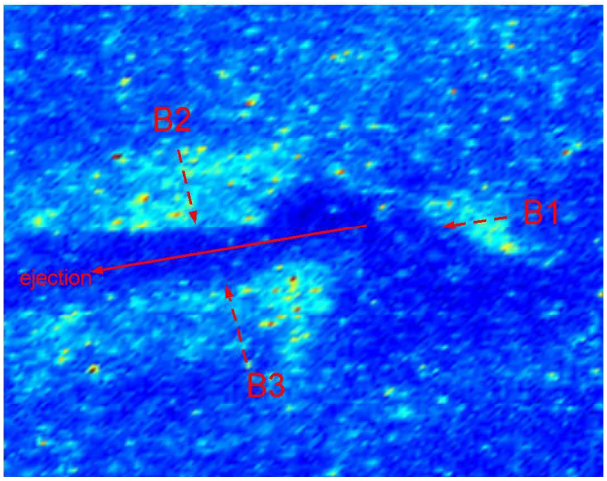
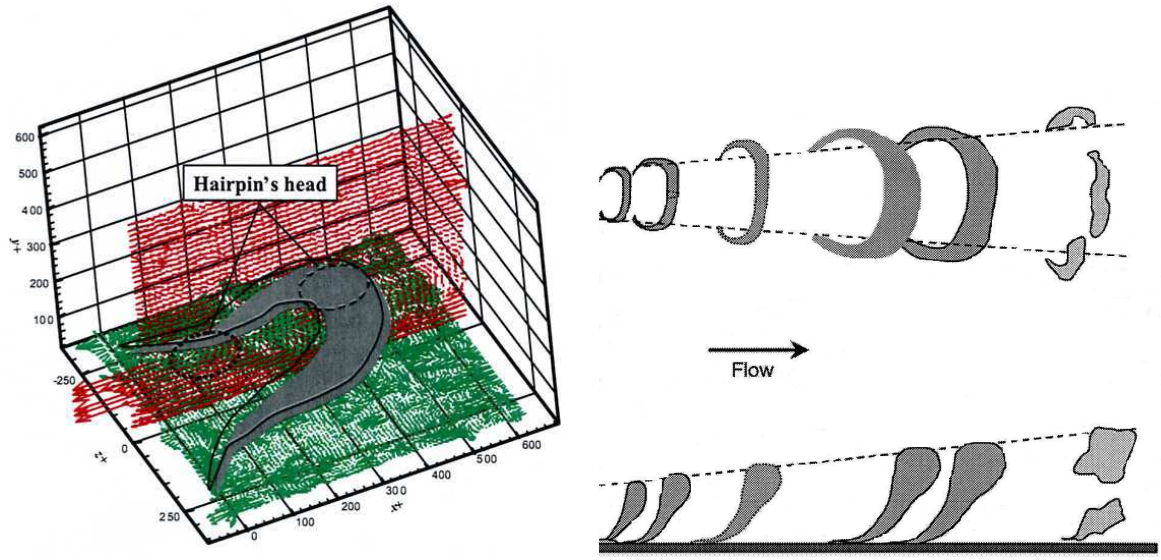


FIG. 7.16 – Structure d'un spot turbulent pour $G = 0.0214$, $Re = 1.108 \times 10^5$ et $V_z = 0$.

pour $G = 0.0214$, $Re = 1.108 \times 10^5$ et $V_z = 0$. Il est difficile de montrer sur papier la dynamique de ces structures. Cependant, il apparaît sur les films qu'un spot se décompose en trois parties (B1-B3) : deux branches longitudinales (B2 et B3) en contrarotation (comme indiqué par les flèches sur la figure 7.16) séparées par une zone d'éjection et la branche B1, qui tourne dans le sens de rotation du disque.

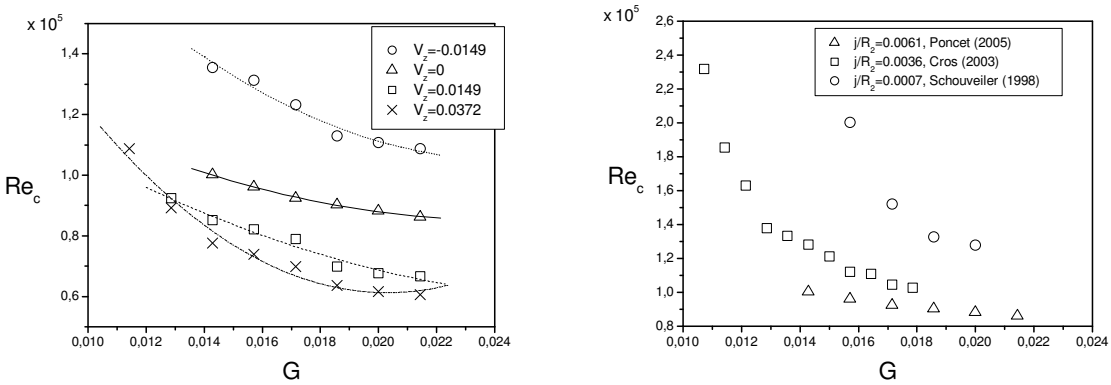
Cette structure rappelle celle d'un vortex en "fer à cheval" ("arch vortex" ou "horseshoe vortex", voir fig.7.17a) qui apparaît pour des nombres de Reynolds faibles : une paire de "jambes" en contrarotation et la tête en rotation dans le sens de l'écoulement. Ces vortex se développent, par exemple, dans une couche limite turbulente (fig.7.17a) ou sur une plaque plane dans le sillage d'une table battante (fig.7.17b). Les deux jambes glissent le long de la plaque fixe et la tête est advectée par l'écoulement moyen. Une revue complète de ce type de structure a été faite par Robinson [195]. Nos observations laissent penser, que la tête du vortex (branche B1) est attachée au disque fixe et donc que le spot se développe dans la couche limite de Bödewadt. Il est toutefois difficile de l'affirmer dans la mesure où nos visualisations se font par dessus le disque fixe et intègre donc la dimension axiale. Notre situation est donc un peu différente puisque la tête du vortex serait en rotation et glisserait le long du stator et les deux jambes seraient alors advectées par l'écoulement principal. Christensen et Adrian [36] ont montré que la vorticité des deux jambes est assez forte pour induire une éjection locale entre ces deux rouleaux contrarotatifs. Le fait que, sur la figure 7.16, la tête soit séparée des jambes peut s'expliquer par un problème d'éclairage non uniforme ou par le fait que la caméra était légèrement inclinée. L'hypothèse la plus probable est cependant que le spot capturé par la caméra rapide (fig.7.16) correspond à la forme dégénérée d'un vortex en "fer à cheval" comme le suggère l'illustration 7.17b. Ce type de



(a) (b)

FIG. 7.17 – (a) Structure d'un vortex en "épingle" dans une couche limite turbulente, d'après [122]- (b) Illustration de l'évolution d'un vortex en "épingle" dans le sillage d'une table battante, vue de dessus puis de côté , d'après [62].

vortex a déjà été observé par Littell and Eaton [143] dans la couche limite turbulente qui se développe au-dessus d'un disque en rotation de rayon infini.



(a) (b)

FIG. 7.18 – Nombre de Reynolds critique $Re_c = \Omega_c R_2^2/\nu$ d'apparition des spots pour $0.0114 \leq G \leq 0.0214$: (a) influence du flux V_z pour $j/R_2 = 0.0061$, (b) influence de l'espace radial j pour $V_z = 0$.

On s'intéresse maintenant à l'influence d'un flux centripète $V_z > 0$ et centrifuge $V_z < 0$ sur le seuil d'apparition des spots pour des rapports d'aspect $0.0114 \leq G \leq 0.0214$ et un espace radial donné $j/R_2 = 0.0061$. La figure 7.18a montre que, quelque soit la valeur de V_z, le nombre de Reynolds critique $Re_c = \Omega_c R_2^2/\nu$ d'apparition des spots diminue pour des valeurs croissantes de G. Ce résultat est en accord avec les observations de Cros [45] dans le cas où $V_z = 0$. Logiquement, lorsque l'on impose un flux centripète, Re_c augmente. Au contraire, l'apparition des spots est retardée (Re_c diminue), lorsque l'on impose un flux centrifuge. Ceci n'est pas surprenant puisque nous avons déjà montré que le nombre de Reynolds important est celui basé sur le coefficient d'entraînement du fluide K et que K augmente en présence d'un flux centripète et diminue en présence d'un flux centrifuge.

Le second paramètre important dans l'étude des spots turbulents est l'espace radial j. Schouveiler

[209] et Cros [45] ont montré que la naissance des spots est due à ce paramètre. La figure 7.18b montre l'influence de j sur le seuil d'apparition des spots pour des rapports d'aspect $0.0114 \leq G \leq 0.0214$ et dans le cas d'une cavité fermée $V_z = 0$. Pour un rapport d'aspect donné, le nombre de Reynolds critique Re_c d'apparition des spots diminue pour des valeurs croissantes de j/R_2, ce qui est en accord avec les observations de Cros [45]. Un espace radial important entre la paroi cylindrique fixe et le disque tournant favorise donc l'apparition des spots à des valeurs du nombre de Reynolds plus petites. Un fort cisaillement retarde donc l'apparition des spots. Cros et *al.* [46] ont étudié l'influence d'une surface élastique sur le seuil d'apparition des spots mais l'effet d'une telle surface reste limité : le seuil en nombre de Reynolds est légèrement plus élevé.

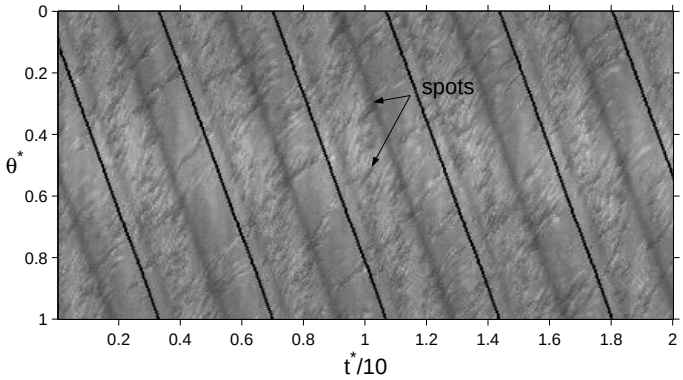


FIG. 7.19 – Diagramme espace-temps selon un cercle en $r^* = 0.819$ pour $G = 0.0171$, $Re = 1.54 \times 10^5$, $V_z = 0.0074$ et $\Omega_{cam} = 17.2$ tr/min.

Le nombre de spots est difficile à évaluer. La figure 7.19 représente un diagramme espace-temps selon un cercle en $r^* = 0.819$ pour $G = 0.0171$, $Re = 1.54 \times 10^5$, $V_z = 0.0074$ et $\Omega_{cam} = 17.2$ tr/min. Cette figure permet d'avoir une idée du temps de vie et du nombre moyen de spots. Cros [45] a montré qu'ils apparaissent par bouffées tous les x tours de disque, où x dépend de la vitesse de rotation du disque Ω. Leur nombre moyen n dépend de Ω : $n \propto (\Omega - \Omega_c)^m$, où m dépend de Ω et Ω_c est la vitesse critique pour l'apparition des spots. Autant dire, que pour une valeur de flux ($V_z = 0$ pour Cros [45]), il existe de nombreuses lois d'évolution du nombre moyen de spots en fonction de la gamme de Ω considérée. En introduisant un nouveau paramètre de débit, la situation se compléxifie affreusement et l'intérêt de telles lois devient très restreint. On peut noter cependant que pour un nombre de Reynolds $Re = 1.54 \times 10^5$ et un rapport d'aspect $G = 0.0171$ donnés, le nombre moyen de spots n augmente rapidement pour des valeurs croissantes de la vitesse axiale : $n = 16$ pour $V_z = 0$ et $n = 39$ pour $V_z = 0.00743$. Au-delà, il est impossible de les compter "à la main". Yamaguchi et *al.* [237] ont mis au point une technique de traitement d'images sophistiquée qui permet de compter le nombre de spots en regardant la surface occupée par ces spots comparée à la surface totale du disque.

On rappelle que les spots naissent près de la périphérie du disque et qu'ils se déplacent vers son centre. Ils disparaissent à un rayon critique noté r_c^* qui varie en fonction de la vitesse axiale V_z comme le montre la figure 7.20 pour $G = 0.0171$ et $Re = 1.54 \times 10^5$. Le rayon critique de disparition des spots vaut 0.73 dans le cas d'une cavité fermée. En imposant un faible flux centripète, les spots sont advectés plus rapidement vers le centre et meurent donc pour des valeurs de r_c^* plus faibles. r_c^* diminue linéairement pour des valeurs non nulles croissantes de V_z. Il est à noter que, dans le cas d'un flux centrifuge $V_z = -0,01486$, le rayon de disparition des spots est proche de celui du cas où $V_z = 0$. Il vaut alors $r_c^* = 0.701$.

Leur temps de vie $t^* = 2\pi t/\Omega$ est de l'ordre de 1.75 pour $Re = 1.54 \times 10^5$ et $V_z = 0$ et il diminue lorsqu'on impose un flux centripète : $t^* \simeq 1.25$ pour $V_z = 0.0074$. Le flux centripète introduit une composante radiale qui advecte plus rapidement les spots vers le centre où ils disparaissent, réduisant ainsi leur temps de vie.

Par des visualisations, nous avons pu étudier la stabilité de l'écoulement de type Couette de torsion à couches limites jointes ($G = 0.0171$) lorsqu'un flux centripète ou centrifuge est imposé. L'influence du paramètre de débit V_z sur les caractéristiques des instabilités déjà observées en cavité fermée (spirales RS3, spirales turbulentes, spots) a été mise en évidence. La présence d'un flux fait également

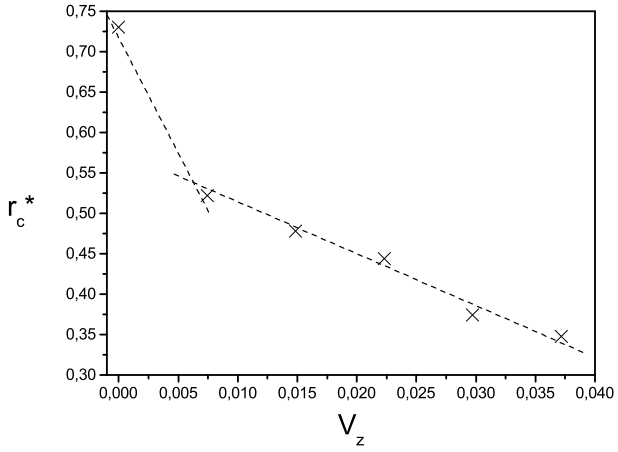


FIG. 7.20 – Influence d'un flux centripète sur le rayon critique de disparition des spots turbulents pour $G = 0.0171$ et $Re = 1.54 \times 10^5$.

se développer de nouvelles instabilités sous la forme de réseaux de spirales (RSC, RS4, RSJ2) ou d'un bourrelet fluide (J1). Le processus de transition vers la turbulence n'est pas modifié par un flux : l'écoulement est envahi progressivement par un nombre croissant de spots turbulents.

7.4 Instabilités des écoulements de type rotor-stator à couches limites mixtes $G = 0.0429$

Schouveiler [209] montre que, pour un rapport d'aspect $G = 0.0429$ ($h = 6$ mm), l'écoulement est de type mixte. Cela signifie que, jusqu'à un certain rayon (non précisé), l'écoulement est de type Couette de torsion à couches limites jointes et qu'au-delà, l'écoulement est de type Batchelor à couches limites séparées. Pour un tel rapport d'aspect, il observe successivement les réseaux de spirales, notés RS2 et RS1, qui peuvent coexister. L'objectif est d'étudier l'effet d'un flux centripète ou centrifuge sur ces spirales et sur de nouvelles instabilités en introduisant un paramètre de débit : la vitesse axiale V_z dans l'espace radial j.

7.4.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0429$

La figure 7.21 représente le diagramme de transition de l'écoulement avec flux centripète $V_z > 0$ et centrifuge $V_z < 0$ pour $G = 0.0429$ dans le plan (Re,V_z).

Pour un flux centripète donné $V_z = 0.03$ m/s, l'écoulement de base est stable puis perd sa stabilité au-delà d'un premier seuil $Re \simeq 2000$. Au-delà, une nouvelle instabilité, notée J1 (fig.7.22a), apparaît sous la forme d'un bourrelet fluide stationnaire localisé en périphérie de la cavité ($r_c^* \simeq 0.89$). La rotation est alors quasi nulle et les effets du flux dominent. À partir de $Re \simeq 1.64 \times 10^4$, une seconde instabilité, notée RSJ2 (fig.7.22e,7.22f), se développe à la périphérie de la cavité sous la forme d'un réseau de spirales. Ces structures seront étudiées plus en détails par la suite. En augmentant une nouvelle fois le nombre de Reynolds $Re \simeq 2.89 \times 10^4$, le réseau de spirales RS2 (fig.7.22b), déjà observé par Schouveiler [209], apparaît et coexiste avec les spirales RSJ2. Chaque type de structures possède son propre domaine radial. Pour $4.29 \times 10^4 \leq Re \leq 4.52 \times 10^4$, l'écoulement est turbulent dans l'ensemble de la cavité sauf à la périphérie où les spirales RSJ2 subsistent. Pour des très forts taux de rotation, les structures RSJ2 semblent encore être présentes mais sont très difficilement observables. Au-delà de $Re \geq 4.52 \times 10^4$, l'écoulement est purement turbulent (fig.7.22d).

De la même façon, pour un flux centrifuge donné $V_z = -0.03$ m/s, l'écoulement de base perd sa stabilité au-delà d'un premier seuil $Re \simeq 2.98 \times 10^4$. Une instabilité se développe alors au centre de la cavité sous la forme de spirales négatives, notées RSC (fig.7.22c). À partir d'un second seuil

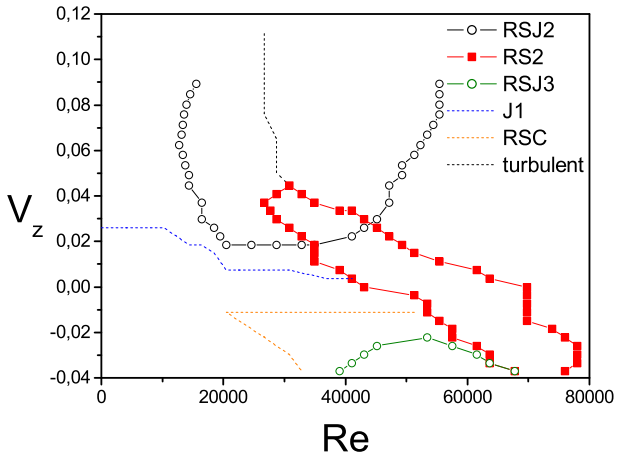


FIG. 7.21 – Diagramme de stabilité dans le plan (Re,V_z) pour le rapport d'aspect $G = 0.0429$.

$Re \simeq 4.31 \times 10^4$, nait un réseau de spirales positives, noté RSJ3 (fig.7.22c), localisé en périphérie de la cavité, dans la couche limite d'Ekman. Pour $Re = 5.34 \times 10^4$ et $V_z = -0.0298$, le réseau de spirales RSJ3 est constitué de 56 spirales qui forment un angle positif $\epsilon \simeq 36°$ avec la direction tangentielle et dont la vitesse de phase est $V_p^* = 0.394$ et la fréquence vaut $N/\Omega = 4.4$. Des mesures par LDA au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.567$) ont permis de montrer que cette instabilité se développe dans la couche limite d'Ekman. La vitesse de phase des spirales RSJ3 est égale à la vitesse tangentielle du fluide $V_\theta^* = 0.392$ ($V_r^* = -0.073$). Les deux instabilités RSC et RSJ3 peuvent coexister. Pour $6.36 \times 10^4 \leq Re \leq 7.8 \times 10^4$, on retrouve le réseau de spirales RS2 déjà observé dans le cas centripète. Au-delà, l'écoulement est pleinement turbulent.

Les instabilités notées RSJ2 et RS2 vont être étudiées maintenant plus en détails et les autres resteront des perspectives de travail.

7.4.2 Description des structures spirales RSJ2

La figure 7.23 rappelle le domaine d'existence des spirales RSJ2 pour $G = 0.0429$, qui n'apparaissent que pour des flux centripètes forts.

Les figures 7.24a et 7.24b représentent deux diagrammes spatio-temporels respectivement selon un cercle ($\theta^* = \theta/2\pi$) et selon un rayon ($r^* = r/R_2$) pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$. Le temps adimensionné $t^* = 2\pi t/\Omega$ est le temps réel comparé au temps nécessaire au disque pour faire un tour. Les lignes diagonales sur la figure 7.24a correspondent au passage des spirales RSJ2 et permettent de déterminer la vitesse de phase V_p des structures. Le diagramme spatio-temporel selon un rayon (fig.7.24b) permet de déterminer le rayon d'apparition des spirales $r_c^* = r_c/R_2$, leur fréquence N (Hz), le nombre d'onde azimutal $k^* = kR_2$, qui est aussi le nombre de structures sur un tour et l'angle d'inclinaison des spirales ϵ. D'après la figure 7.24b, on voit clairement que le réseau de spirales RSJ2 est localisé en périphérie de la cavité.

Les figures 7.25a à 7.25d montrent les principales caractéristiques des spirales RSJ2 selon la vitesse axiale V_z et le nombre de Reynolds Re de rotation. Il existe une forte compétition entre les effets de la rotation (selon la direction tangentielle) et ceux du flux axial (selon la direction radiale). La figure 7.25a confirme que ces structures apparaissent à la périphérie de la cavité et montre que le rayon critique d'apparition de ces structures dépend faiblement de V_z et Re. Les spirales RSJ2 apparaissent pour $r_c^* \geq 0.82$ dans la gamme des paramètres considérée ici. r_c^* augmente pour des valeurs croissantes de V_z ou décroissantes de Re. Pour $r_c \leq r \leq R_3$, l'écoulement est de type Batchelor à couches limites séparées d'après la figure 7.30. Des mesures de vitesse par LDA, en $r^* = 0.964$ et pour différentes conditions d'écoulement (voir par exemple fig.7.5), ont montré que les structures sont localisées sur une majeure partie de l'espace interdisque $z^* \geq 0.35$, ce qui est confirmé par les prévisions d'un code laminaire aux volumes finis (fig.7.30). Cette instabilité ne résulte donc pas d'une déstabilisation de la

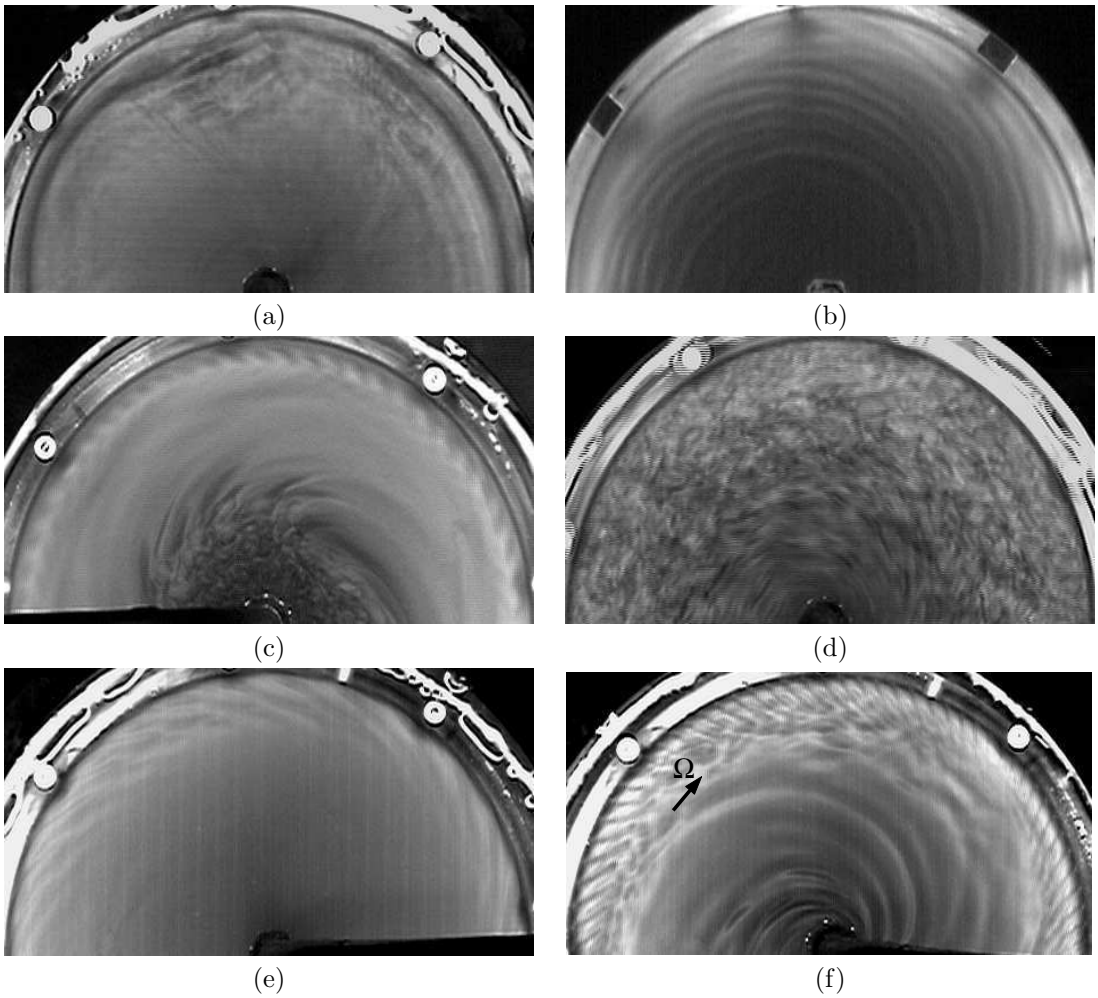


FIG. 7.22 – Visualisations des instabilités pour $G = 0.0429$: (a) J1 pour $Re = 4.11\times10^3$ et $V_z = 0.0759$, (b) RS2 pour $Re = 5.13 \times 10^4$ et $V_z = 0.0074$, (c) RSC au centre et RSJ3 en périphérie pour $Re = 5.34 \times 10^4$ et $V_z = -0.0298$, (d) écoulement turbulent pour $Re = 7.39 \times 10^4$ et $V_z = 0.0917$, (e) RSJ2 pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.026$, (f) RSJ2 pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$.

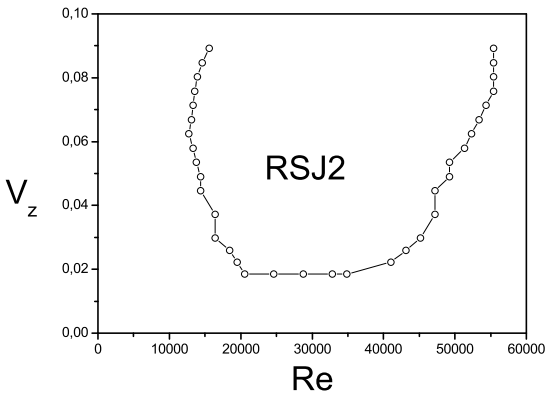
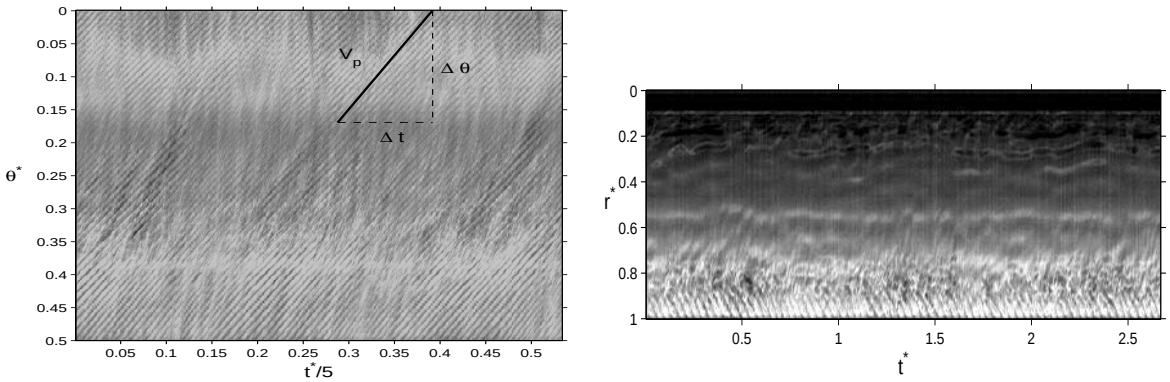


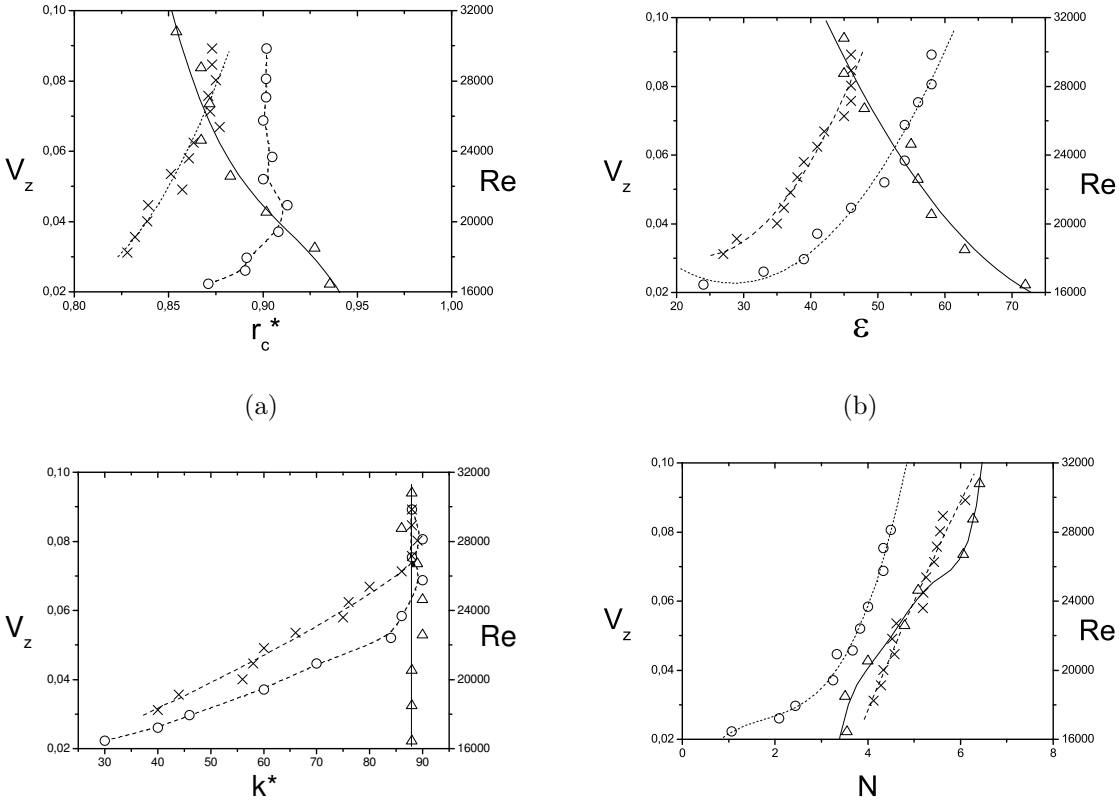
FIG. 7.23 – Domaine d'existence des spirales RSJ2 pour $G = 0.0429$.



(a) (b)

FIG. 7.24 – Diagrammes spatio-temporels pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$: (a) selon un demi-cercle fixe pour $r^* = 0.935$, (b) selon un rayon.

couche limite de Bödewadt. Cette instabilité est attachée à la paroi cylindrique extérieure (fig.7.28a) et donc, vu sa localisation, semble être proche de la structure 2 de Rémy [189]. L'analyse de stabilité de Blackburn [14] tente d'expliquer l'apparition d'instabilités près d'une paroi cylindrique verticale dans le cas d'une cavité rotor-stator de rapport d'aspect $G > 1$. Il s'agit d'une instabilité inflexionnelle du jet sur la couche limite de Stewartson liée au bandeau fixe.



(a) (b)

(c) (d)

FIG. 7.25 – Caractéristiques des spirales RSJ2 selon (○) V_z ($Re = 2.05 \times 10^4$), (×) V_z ($Re = 2.87 \times 10^4$) et (△) Re ($V_z = 0.0892$) : (a) rayon critique d'apparition r_c^*, (b) angle d'inclinaison ϵ, (c) nombre d'onde azimutal k^*, (d) fréquence N (Hz).

Pour un nombre de Reynolds donné $Re = 2.05 - 2.87 \times 10^4$, en augmentant la vitesse axiale V_z, la composante radiale de l'écoulement augmente. Par conséquent, l'angle d'inclinaison ϵ (fig.7.25b) augmente aussi et on observe le développement de plus en plus de structures k^* jusqu'à une valeur seuil $k^* = 90$ (fig.7.25c). Au contraire, pour une vitesse axiale donnée $V_z = 0.0892$, en augmentant le nombre de Reynolds Re, la composante tangentielle de l'écoulement augmente et l'angle d'inclinaison ϵ (fig.7.25b) diminue. Le nombre d'onde azimutal $k^* = 90$ est fixé par la vitesse axiale V_z et ne dépend pas de Re pour cette forte valeur du flux. En augmentant la valeur du flux ou en diminuant celle de la rotation, nous avons vu que le coefficient d'entraînement du fluide augmente selon la relation 7.1 déterminée au chapitre 5 :

$$K = 0.88 \times Cq_{lam} + 0.41 \tag{7.1}$$

La vitesse tangentielle des spirales doit également augmenter. Ceci est confirmé par la figure 7.25d. En effet, la fréquence N des spirales augmente pour une rotation du disque plus rapide ou un flux entrant plus fort. Dans certains cas, la fréquence des spirales est obtenue de deux façons. La densité spectrale de puissance DSP (fig.7.26a) calculée à partir des mesures par LDA pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$ au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.567$) donne une fréquence maximale $N_{max} = 3.18\ Hz$ qui correspond à la fréquence des spirales RSJ2. On calcule également la corrélation C des niveaux de gris pris sur une ligne, en $r^* = 0.964$, du diagramme spatio-temporel de la figure 7.24b. Le premier pic de fréquence (fig.7.26b) correspond à la fréquence des structures $N_{max} = 3.15\ Hz$. La fréquence des spirales RSJ2 obtenue ici pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$ par les deux méthodes est identique à moins de 1% près. De la même façon, on calcule la DSP pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0457$ au point ($r^* = 0.964$,$z^* = 0.475$) (fig.7.27). La fréquence obtenue $N_{max} = 3.74$ Hz est proche de celle obtenue à partir des visualisations $N_{max} = 3.67$ Hz (fig.7.25d) à moins de 2% près. Ces résultats sont d'autant plus satisfaisants que les visualisations donnent une valeur intégrée selon la direction axiale z, alors que les mesures par LDA sont ponctuelles.

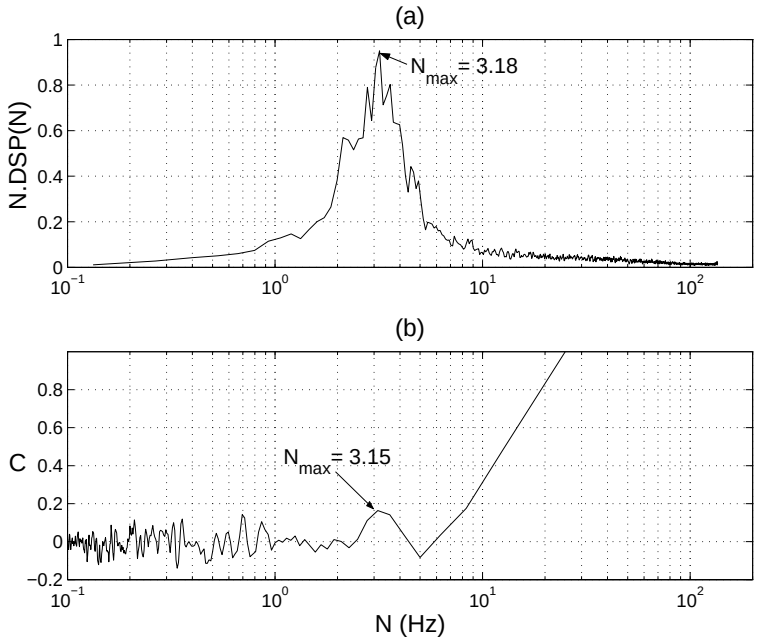


FIG. 7.26 – Fréquence des spirales RSJ2 pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$ en $r^* = 0.964$: (a) densité spectrale de puissance DSP des mesures par LDA, (b) corrélation de la densité de gris obtenue à partir des visualisations.

Pour un faible flux centripète, les caractéristiques des spirales sont comparables à celles des spirales RS1 observées par Schouveiler [209]. L'écoulement est principalement gouverné par la rotation. La seule différence réside dans le fait que les structures sont localisées en périphérie de la cavité. Pour des plus fortes valeurs de la vitesse axiale V_z, l'écoulement est gouverné par le flux axial et les spirales RSJ2 sont alors comparables aux structures notées 2 par Rémy [189] et Rémy et *al.* [190]. Les caractéristiques

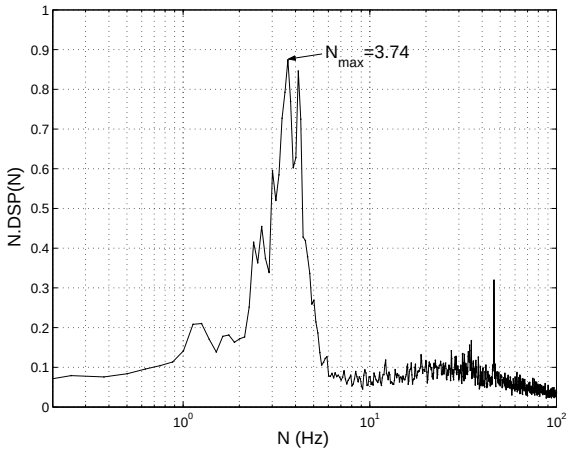
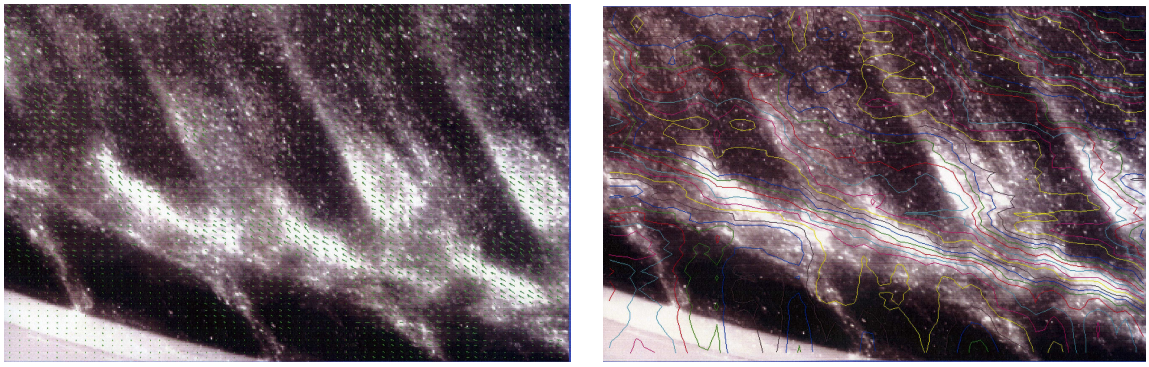


FIG. 7.27 – Densité spectrale de puissance DSP des mesures par LDA pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0457$ au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.475$).

principales de ces structures 2 sont en effet un nombre d'onde azimutal important $40 \leq k^* \leq 70$ et une fréquence faible $N \leq 3.5$ Hz. On rappelle également qu'elles sont localisées à la périphérie de la cavité.



(a) (b)

FIG. 7.28 – Visualisations des spirales RSJ2 en périphérie de la cavité pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0892$: (a) vecteur vitesse - (b) iso-lignes de courant (PIV).

Les figures 7.28a et 7.28b montrent la structure des spirales RSJ2 obtenue par PIV à partir du logiciel DPIV SOFT 2004 développé à l'IRPHE par P. Meunier, T. Leweke et R. Lebescond. Cela confirme que les spirales RSJ2 sont attachées au bandeau extérieur. Le champ de vitesse (fig.7.28a) et les lignes de courant (fig.7.28b) ne rendent pas compte de l'écoulement radial mais indiquent que les spirales sont entraînées par l'écoulement azimutal moyen en bordure du disque $r^* \simeq 1$.

Pour une vitesse axiale donnée $V_z = 0.0829$, nous avons comparé la vitesse de phase V_p des spirales RSJ2 à une vitesse moyenne à la périphérie de la cavité $V_f = 0.5K\Omega r_c$ pour différents nombres de Reynolds (fig.7.29). V_f est en fait la moyenne entre la vitesse tangentielle moyenne $V_\theta(r_c) = K\Omega r_c$ dans le noyau de l'écoulement au rayon critique d'apparition des structures et la vitesse du bandeau périphérique $V_\theta(R_3) = 0$. Le coefficient d'entraînement du fluide K est donné par la relation (7.1) pour $r = r_c$. Comme le montre la figure 7.29, les deux vitesses V_f et V_p sont tout à fait comparables. Cependant la vitesse de phase V_p est légèrement inférieure et spécialement pour les valeurs les plus élevées du nombre de Reynolds pour lesquelles V_p est constante. Les spirales RSJ2 tournent à une vitesse plus faible que l'écoulement moyen. Les spirales se déplacent également radialement à une vitesse radiale $V_r^* = V_r/(\Omega r) = -0.221$ pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.0754$ au point ($r^* = 0.964$, $z^* = 0.567$).

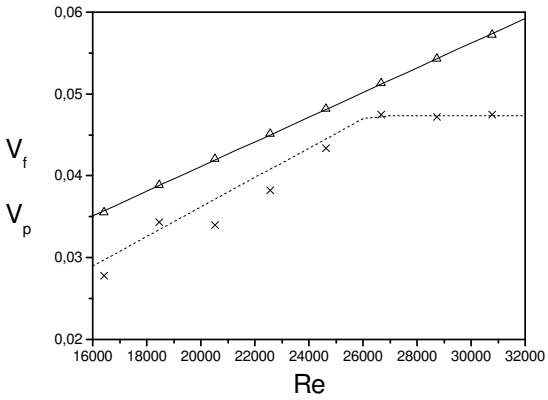


FIG. 7.29 – Vitesse de phase V_p ($\times$) des spirales RSJ2 comparée à la vitesse tangentielle moyenne du fluide V_f ($\triangle$) à la périphérie de la cavité pour $V_z = 0.0829$ et différents nombres de Reynolds.

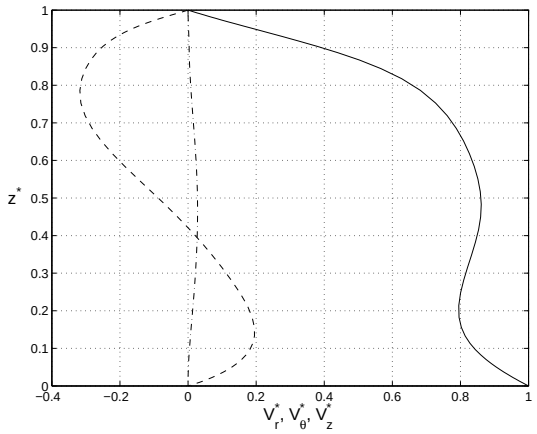


FIG. 7.30 – Profils axiaux des vitesses moyennes pour $V_z = 0.0829$ et $Re = 2.5\times10^4$ en $r^* = 0.919$ (code aux volumes finis) : ($--$) composante radiale V_r^*, ($-$) composante tangentielle V_θ^*, ($-.$) composante axiale V_z^*.

On rappelle que les spirales RSJ2 sont comparables aux structures notées 2 par Rémy [189] et Rémy et *al.* [190] : instabilité attachée au jet, grand nombre d'onde $40 \leq k^* \leq 70$ et faible fréquence $N \leq 3.5Hz$. Rémy et *al.* [190] ont montré que les structures 2 sont dues à une instabilité de type "crossflow" : un écoulement azimutal dû à la rotation est en compétition avec un écoulement radial dû au flux entrant. De plus, ils montrent que les profils des vitesses axiale et azimutale présentent des points d'inflexion, ce qui est aussi caractéristique d'une instabilité de type "crossflow". La figure 7.30 présente les profils axiaux des vitesses moyennes calculés à partir de la version laminaire du modèle RSM pour $V_z = 0.0829$ et $Re = 2.5\times10^4$ en $r^* = 0.919$. Si la vitesse axiale moyenne est quasi nulle, les profils axiaux des vitesses radiale V_r^* et tangentielle V_θ^* présentent des points d'inflexion. Elle montre également que deux écoulements sont effectivement en compétition : un écoulement azimutal et un écoulement radial entrant (fig.7.30). Ces éléments confirment que, de la même manière que pour les structures 2 de Rémy et *al.* [190], les spirales RSJ2 sont dues à une instabilité de type "crossflow". Par contre, l'angle d'inclinaison de ces spirales est beaucoup plus fort, jusqu'à 72°, que celui des structures 2 de Rémy et *al.* [190].

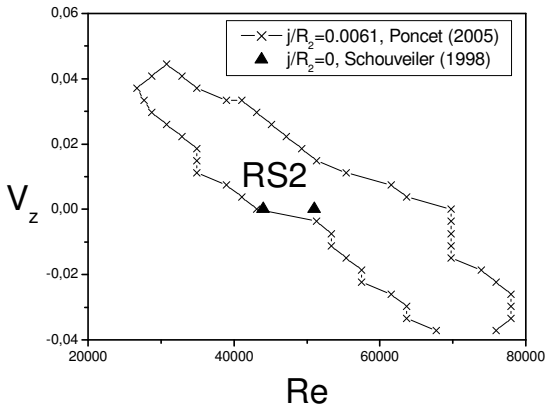


FIG. 7.31 – Domaine d'existence des spirales RS2 pour $G = 0.0429$.

7.4.3 Description des structures spirales RS2

Les spirales RS2 (fig.7.21 et 7.22b) ont été bien décrites par [209, 210] et ne seront pas étudiées ici en détails. Pour une cavité fermée ($V_z = 0$), le seuil d'apparition des spirales RS2 est en excellent accord avec celui obtenu par Schouveiler [209] : $Re \simeq 4.4 \times 10^4$. Le seuil de disparition est, par contre, supérieur, ce qui peut s'expliquer encore par la présence d'un espace radial j dans notre configuration. Schouveiler [209] et Rémy [189] ont, en effet, montré que ce paramètre est prépondérant dans l'étude des instabilités en cavité rotor-stator.

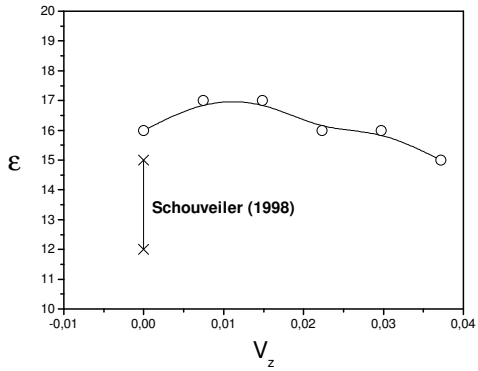
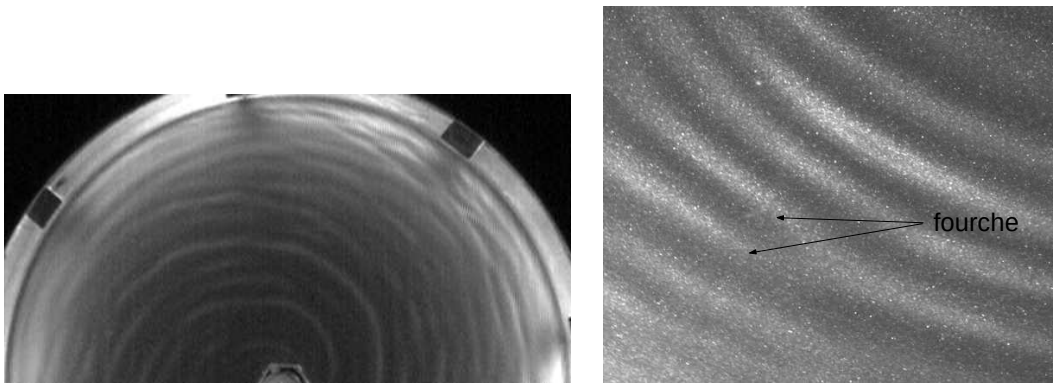


FIG. 7.32 – Angle des spirales RS2 en fonction de V_z pour $G = 0.0429$ et $Re = 4.31 \times 10^4$.

Les spirales RS2 sont toujours observées lorsqu'un flux centripète ou centrifuge est imposé. Ces spirales forment un angle ϵ positif, avec la direction tangentielle, compris entre 15° et 17°, qui dépend faiblement de la vitesse axiale (fig.7.32). Ceci est en accord avec les résultats de Schouveiler [209] pour une cavité fermée. Il a, en effet, observé des spirales formant un angle entre 12° et 15°, sans spécifier les conditions de l'expérience. Ceci peut s'expliquer par le fait que, contrairement à notre expérience, dans celle de Schouveiler [209], l'espace radial j est nul. Avec ou sans flux, ce réseau est stationnaire dans le référentiel du laboratoire et occupe tout l'espace interdisque, ce qui est en accord avec les observations de Schouveiler [209]. Si le flux n'influe pas sur l'angle, la vitesse ou la localisation des spirales RS2, deux effets du flux sont cependant à noter : le premier est la présence de défauts (fig.7.33a) dans le réseau de spirales, dès qu'un flux centripète est imposé. Le nombre de défauts augmente d'ailleurs pour des valeurs croissantes du flux. La figure 7.33b est une photo prise par la caméra rapide montrant un défaut dans le réseau RS2 : la disparition d'une spirale.

Le second effet porte sur les seuils d'apparition et de disparition en nombre de Reynolds des spirales



(a) (b)

FIG. 7.33 – Défauts dans le réseau de spirales RS2 pour $G = 0.0214$: (a) $Re = 4.31\times10^4$ et $V_z = 0.0223$, (b) $Re = 9.03 \times 10^4$ et $V_z = 0.0037$.

RS2. Ces seuils diminuent lorsque la vitesse de débit V_z augmente. Ce dernier point s'explique encore simplement si l'on considère un nombre de Reynolds local basé sur la vitesse tangentielle dans le noyau à la position radiale critique : $Re_K = K\Omega r_c^2/\nu$, où K est le coefficient d'entraînement du fluide. Pour un taux de rotation Ω donné, si on augmente la vitesse de débit V_z, K augmente. Cela signifie que le nombre de Reynolds local Re_K augmente également. Cela explique pourquoi la bifurcation conduisant à l'apparition des spirales intervient pour des nombres de Reynolds de rotation Re plus faibles lorsque la vitesse axiale V_z augmente.

En cas de flux centrifuge, le réseau de spirales RS2 présente plus de défauts que dans le cas centripète. De plus, le domaine radial d'existence des structures est beaucoup plus restreint. La partie centrale du disque est en effet occupée par les spirales RSC. La seule remarque également valable dans le cas centrifuge concerne les seuils d'apparition et de disparition des structures qui augmentent lorsque V_z diminue. L'angle des spirales est positif et comparable à celui du cas centripète (fig.7.32). Par exemple, pour $Re = 6.16 \times 10^4$ et $V_z = -0.0149$, ϵ vaut 20°.

Les spirales ont été observées pour la première fois par Wimmer [236]. San'Kov et Smirnov [200] ont ensuite montré qu'elles résultent d'une bifurcation supercritique. Enfin, Millet [157] a étudié précisément ce réseau de spirales par visualisations de l'écoulement dans un dispositif rotor-stator sans jeu radial ($j = 0$). Il note qu'il s'agit de tourbillons corotatifs présents sur toute l'épaisseur de fluide et que leur nombre $n = 34$ est indépendant du nombre de Reynolds. Ce nombre de spirales est très supérieur à celui que nous avons pu observer. Nous obtenons $n \simeq 17 \pm 1$ pour $Re = 4.31 \times 10^4$ et différentes valeurs de $V_z > 0$. Ce nombre diminue pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds et augmente pour des valeurs croissantes.

Nous avons pu étudier la stabilité de l'écoulement de type mixte ($G = 0.0429$) lorsqu'un flux centripète ou centrifuge est imposé. L'influence du paramètre de débit V_z sur les caractéristiques d'une instabilité déjà observée en cavité fermée (spirales RS2) a été mise en évidence. La présence d'un flux fait également se développer de nouvelles instabilités sous la forme de réseaux de spirales (RSC, RSJ2, RSJ3) ou d'un bourrelet fluide (J1). Le réseau de spirales RS1 rapporté par Schouveiler [209] dans le cas d'une cavité fermée n'a pas été observé ici. Une attention particulière a été portée sur les spirales RSJ2 qui résultent d'une instabilité de type "crossflow" et qui s'apparentent aux structures 2 décrites par Rémy et *al.* [190].

7.5 Instabilités des écoulements de type rotor-stator à couches limites séparées $G = 0.0857$

Dans le cas des écoulements de type Batchelor (grand rapport d'aspect) dans une cavité fermée ($V_z = 0$), Schouveiler [209] rapporte l'existence d'une bifurcation primaire qui se développe sous la forme de rouleaux circulaires (RC) et d'une seconde bifurcation où les rouleaux coexistent avec un réseau de spirales positives, notées RS1, localisées en périphérie du disque. Lorsqu'un flux centripète

est imposé, Rémy et *al.* [190] observent deux types de structures spirales qui apparaissent pour des grands rapports d'aspect $G \geq 0.088$: les spirales RS1 découvertes par Schouveiler [209] et les spirales notées 2 proches des spirales RSJ2 déjà évoquées. On se propose ici d'établir le diagramme de stabilité de l'écoulement dans une cavité de type rotor-stator de rapport d'aspect $G = 0.0857$, en présence d'un flux axial centripète puis centrifuge et d'étudier notamment l'effet de ce flux sur les seuils d'apparition et de disparition des instabilités observées par Schouveiler [209] pour $V_z = 0$.

7.5.1 Diagramme de stabilité pour un rapport d'aspect $G = 0.0857$

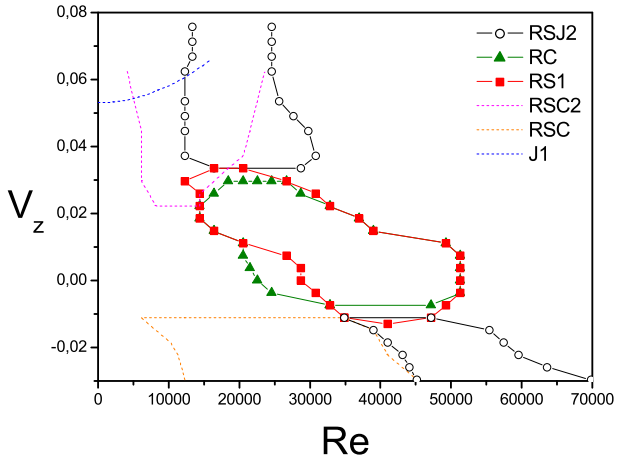


FIG. 7.34 – Diagramme de stabilité dans le plan (Re,V_z) pour l'écoulement de type Batchelor $G = 0.0857$.

La figure 7.34 représente le diagramme de stabilité de l'écoulement de Batchelor dans le plan (Re,V_z) pour $G = 0.0857$. On retrouve le scénario de transition pour $V_z = 0$ avec l'apparition des cercles concentriques RC (fig.7.35c) au-dessus d'un premier seuil en nombre de Reynolds puis celle des spirales RS1 qui coexistent en périphérie du disque avec les cercles (fig.7.35d) au-dessus d'un second seuil. Lorsque l'on impose un flux centripète ou centrifuge, ces deux instabilités subsistent. Il est à noter que les domaines d'existence des rouleaux RC seuls et des spirales RS1 (fig.7.35f) seules sont étroits. En présence de flux, ces rouleaux sont presque toujours associés avec les spirales RS1.

On peut également observer les structures génériques des écoulements de type rotor-stator avec flux déjà évoquées pour les autres valeurs du rapport d'aspect : le bourrelet fluide J1 (fig.7.22a) en cas de fort flux centripète, les spirales RSC (fig.7.35e) en cas de fort flux centrifuge et les spirales RSJ2 (fig.7.35b) présentes ici pour des flux centripètes mais aussi centrifuges. Pour des faibles taux de rotation et un flux centripète fort, une nouvelle structure, notée RSC2 (fig.7.35a), apparaît près du centre du disque, sous la forme de spirales positives.

Les instabilités RSJ2, RC et RS1 vont maintenant être étudiées un peu plus en détails.

7.5.2 Description des structures spirales RSJ2

La figure 7.36 résume les différents domaines d'existence des spirales RSJ2 pour les trois rapports d'aspect G étudiés dans le plan (Re,V_z). Quelque soit la valeur de G, les spirales RSJ2 apparaissent lorsqu'on impose un flux centripète. Mais dans le cas des écoulements de type Batchelor ($G = 0.0857$), ces spirales apparaissent également en présence d'un flux centrifuge. Il est à noter que, pour $G = 0.0857$ et $V_z > 0$, les spirales RSJ2 apparaissent dans une gamme de nombre de Reynolds très restreinte.

Les figures 7.37a et 7.37b représentent deux visualisations de l'écoulement pour $Re = 1.64 \times 10^4$ et $V_z = 0.0446$ et pour $Re = 2.05 \times 10^4$ et $V_z = 0.1025$. En augmentant simultanément Re et V_z, le coefficient K augmente et le nombre de Reynolds Re_K augmente donc aussi. Si on compare les deux

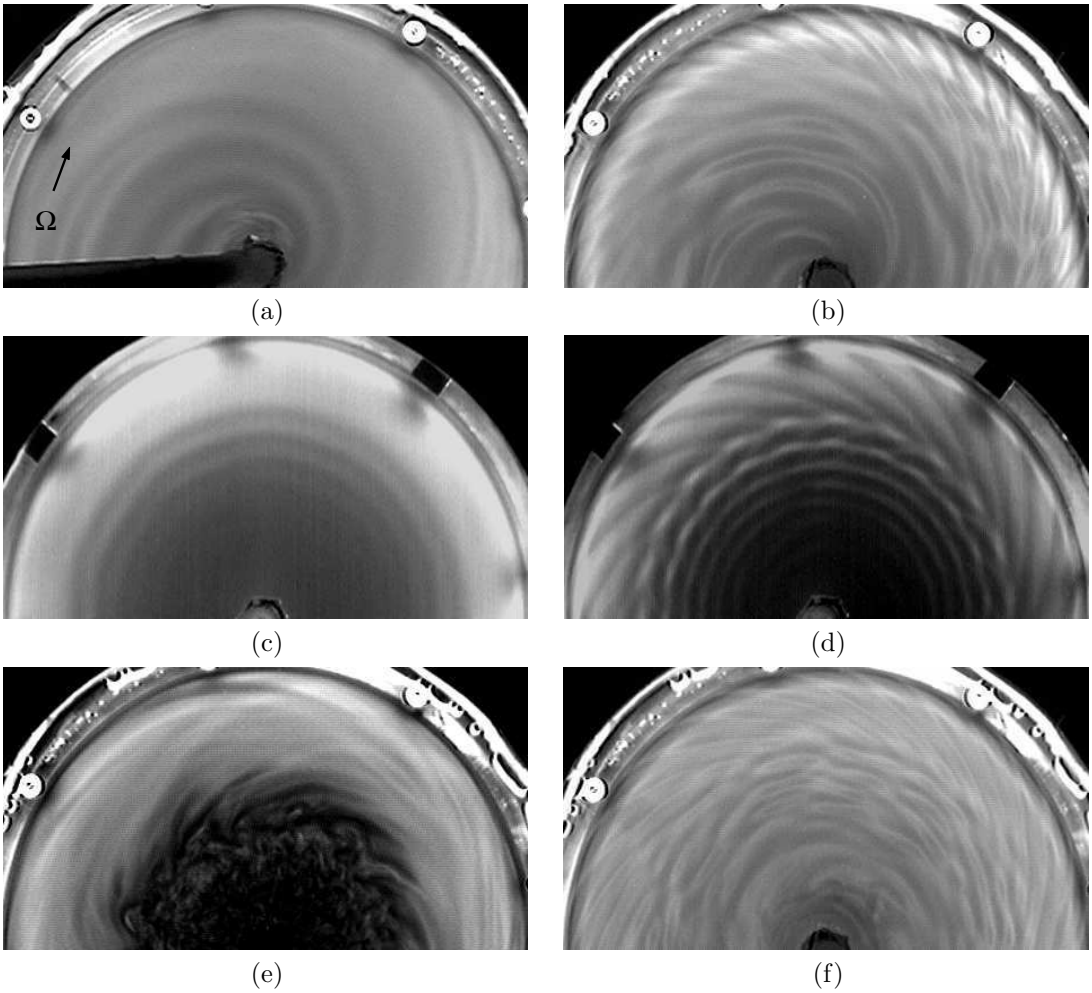


FIG. 7.35 – Visualisations des instabilités pour $G = 0.0857$: (a) spirales RSC2 pour $Re = 6.16 \times 10^3$ et $V_z = 0.026$, (b) spirales RSJ2 pour $Re = 1.64 \times 10^4$ et $V_z = 0.0372$, (c) cercles concentriques RC pour $Re = 2.26 \times 10^4$ et $V_z = 0$, (d) cercles concentriques RC et spirales RS1 pour $Re = 4.31 \times 10^4$ et $V_z = 0$, (e) spirales RSC pour $Re = 3.28 \times 10^4$ et $V_z = -0.0297$, (f) spirales RS1 pour $Re = 4.52 \times 10^4$ et $V_z = -0.0074$.

visualisations, les deux réseaux de spirales RSJ2 sont assez similaires mais on voit qu'au centre du disque, l'écoulement est turbulent et qu'il affecte les spirales.

Les diagrammes espace-temps correspondants à ces deux écoulements (fig.7.38a à 7.38d) confirment les caractéristiques des spirales RSJ2 déjà étudiées pour $G = 0.0429$: ce sont des spirales positives, localisées en périphérie du disque et ayant une vitesse de phase positive. On voit, de plus, en comparant les deux diagrammes 7.38c et 7.38d, qu'en augmentant le nombre de Reynolds et le flux centripète, le réseau de spirales RSJ2 très régulier est envahi par le reste de l'écoulement qui est turbulent. En étudiant systématiquement ce type de diagramme, on peut en déduire les caractéristiques des spirales RSJ2 et étudier l'influence des paramètres Re et V_z sur celles-ci. Les résultats sont regroupés sur les figures 7.39 et 7.40.

Sur les figures 7.39a à 7.39d sont regroupées les différentes caractéristiques des spirales RSJ2 (rayon critique d'apparition r_c^*, angle d'inclinaison ϵ, nombre d'onde azimutal $k^* = kR_2$ et fréquence N) pour deux nombres de Reynolds en fonction de la valeur du flux centripète $V_z > 0$. On rappelle également certains résultats obtenus pour un autre rapport d'aspect afin d'étudier les effets de V_z, Re mais aussi de G.

Premièrement, pour un rapport d'aspect donné $G = 0.0857$, l'effet du nombre de Reynolds Re sur les spirales RSJ2 est limité du fait de leur domaine d'existence en Re restreint. On peut cependant noter qu'en augmentant le nombre de Reynolds, la composante tangentielle de l'écoulement augmente

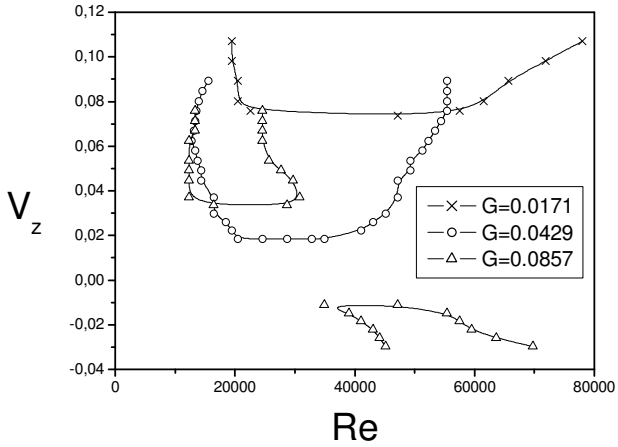
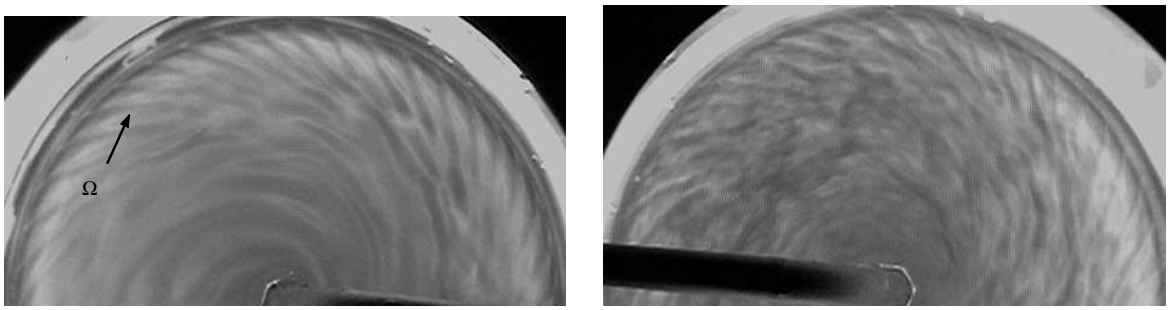


FIG. 7.36 – Domaines d'existence des spirales RSJ2 pour les trois rapports d'aspect G étudiés.



(a) (b)

FIG. 7.37 – Spirales RSJ2 pour $G = 0.0857$ et (a) $Re = 1.64 \times 10^4$, $V_z = 0.0446$ et (b) $Re = 2.05 \times 10^4$, $V_z = 0.1025$.

et donc les spirales sont moins inclinées par rapport à la direction orthoradiale (ϵ diminue, voir figure 7.39b). De la même façon, la fréquence N des spirales (fig.7.39d) augmente lorsque la vitesse de rotation du disque augmente. Le nombre de structures k^* (fig.7.39c) et le rayon critique d'apparition r_c^* (fig.7.39a) des structures changent peu.

L'effet du rapport d'aspect est beaucoup plus remarquable que celui du nombre de Reynolds. Pour $Re = 2.05 \times 10^4$, le comportement des spirales RSJ2 est différent pour $G = 0.0857$ et $G = 0.0429$. Lorsque l'écoulement est de type mixte ($G = 0.0429$), le nombre de structures k^* (fig.7.39c) augmente pour des valeurs croissantes de V_z jusqu'à une valeur seuil $k^* \simeq 90$, alors que k^* est constant pour $G = 0.0857$ et vaut environ 50. Deuxièmement, la fréquence N des spirales (fig.7.39d) augmente de 1 Hz à environ 4.5 Hz pour des valeurs croissantes de V_z pour $G = 0.0429$, alors que N est quasi constante pour $G = 0.0857$ et vaut environ 2 Hz. Les autres caractéristiques ont un comportement similaire quelque soit le rapport d'aspect de la cavité : le rayon critique d'apparition r_c^* (fig.7.39a) des spirales RSJ2 est quasi constant et vaut entre 0.85 et 0.9. L'angle des spirales ϵ (fig.7.39b) augmente lorsque V_z augmente. Les spirales sont plus inclinées lorsque le rapport d'aspect est plus faible. En effet, la composante radiale introduite par le flux est elle-même plus faible pour une même vitesse V_z lorsque G est petit.

L'influence de la vitesse axiale V_z sur la vitesse de phase V_p des structures est représentée sur la figure 7.40 pour deux nombres de Reynolds et deux rapports d'aspect. L'évolution de V_p est sensiblement la même que celle de la fréquence N. En effet, le nombre azimutal k^* étant constant quelque soit le nombre de Reynolds, V_p varie donc comme N. Pour $G = 0.0857$, V_p augmente donc pour des valeurs croissantes de Re mais à nombre de Reynolds donné, V_p varie peu avec V_z. Par contre, pour

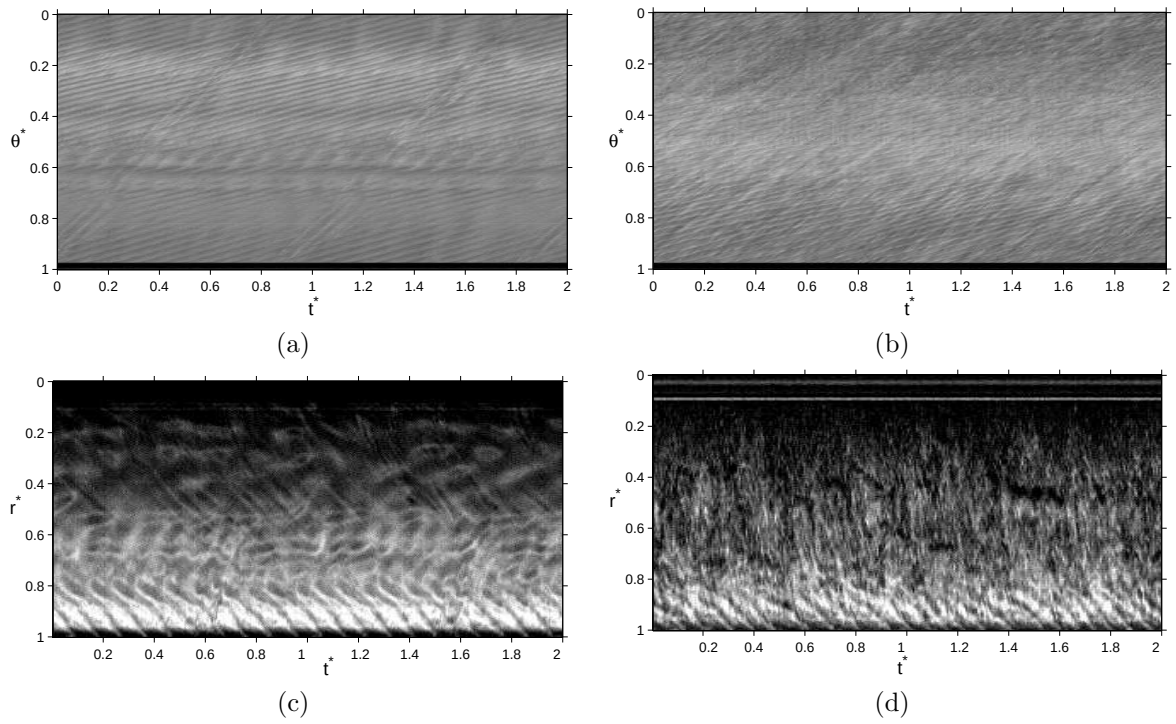


FIG. 7.38 – Diagrammes espace-temps selon un cercle en $r^* = 0.935$ pour (a) $Re = 1.64 \times 10^4$, $V_z = 0.0446$ et (b) $Re = 2.05 \times 10^4$, $V_z = 0.1025$ et selon un rayon pour (c) $Re = 1.64 \times 10^4$, $V_z = 0.0446$ et (d) $Re = 2.05 \times 10^4$, $V_z = 0.1025$.

$G = 0.0429$, V_p augmente fortement avec V_z jusqu'à $V_z \simeq 0.04$ m/s puis diminue légèrement.

Nous avons vu que cette instabilité est de type "crossflow". Mais le mécanisme qui conduit à la formation de ce réseau de spirales RSJ2 est encore flou. Nous savons qu'elles naissent dans la couche limite de Stewartson sur le bandeau périphérique. On peut alors considérer l'écoulement dans cette zone comme un écoulement de Taylor-Couette entre deux cylindres (le bandeau cylindrique fixe et le disque tournant) de faible hauteur. Les spirales RSJ2 ressemblent en effet beaucoup au mode de vortex dit "twisting vortex" qui peut se développer dans l'espace j et être emporté dans l'espace interdisque h avant de disparaître pour $r^* \leq 0.8$. Le point de départ du second scénario est l'instabilité J1 déjà observée. On rappelle qu'il s'agit d'un bourrelet fluide oscillant qui se développe dans l'espace radial j pour de forts flux et de faibles valeurs du taux de rotation. Cette instabilité correspond à "l'anneau du fumeur". L'instabilité secondaire de cet anneau est un anneau fortement irrégulier. On peut penser alors qu'en augmentant la vitesse de rotation du disque, cet anneau est brisé par la rotation et que ces spirales sont la forme géométrique la plus simple qui conserve l'axisymétrie du problème.

7.5.3 Coexistence des cercles concentriques RC et des structures spirales RS1

Les figures 7.41a et 7.41b représentent les diagrammes de stabilité respectivement des cercles concentriques RC et des spirales RS1. Les seuils d'apparition de ces instabilités sont en accord avec les observations de Schouveiler [209] pour $j = 0$. Les légèrs écarts peuvent s'expliquer par l'absence d'espace radial dans son expérience.

Les rouleaux circulaires RC (fig.7.35c) sont instationnaires et centrés sur l'axe des disques ($\epsilon \simeq 0$). Ils apparaissent à la proximité de la périphérie du système ($r^* = 0.9$) et se déplacent vers le centre ($V_p < 0$). L'axisymétrie est donc conservée par cette première instabilité. Par des mesures par ultrasons, Schouveiler [209] observe que l'instabilité RC se développe à proximité du disque fixe $z^* > 0.5$ et résulte donc de la déstabilisation de la couche limite de Bödewadt. Il montre de plus que cette instabilité est une instabilité de type II (instabilité parallèle), confirmant ainsi les études

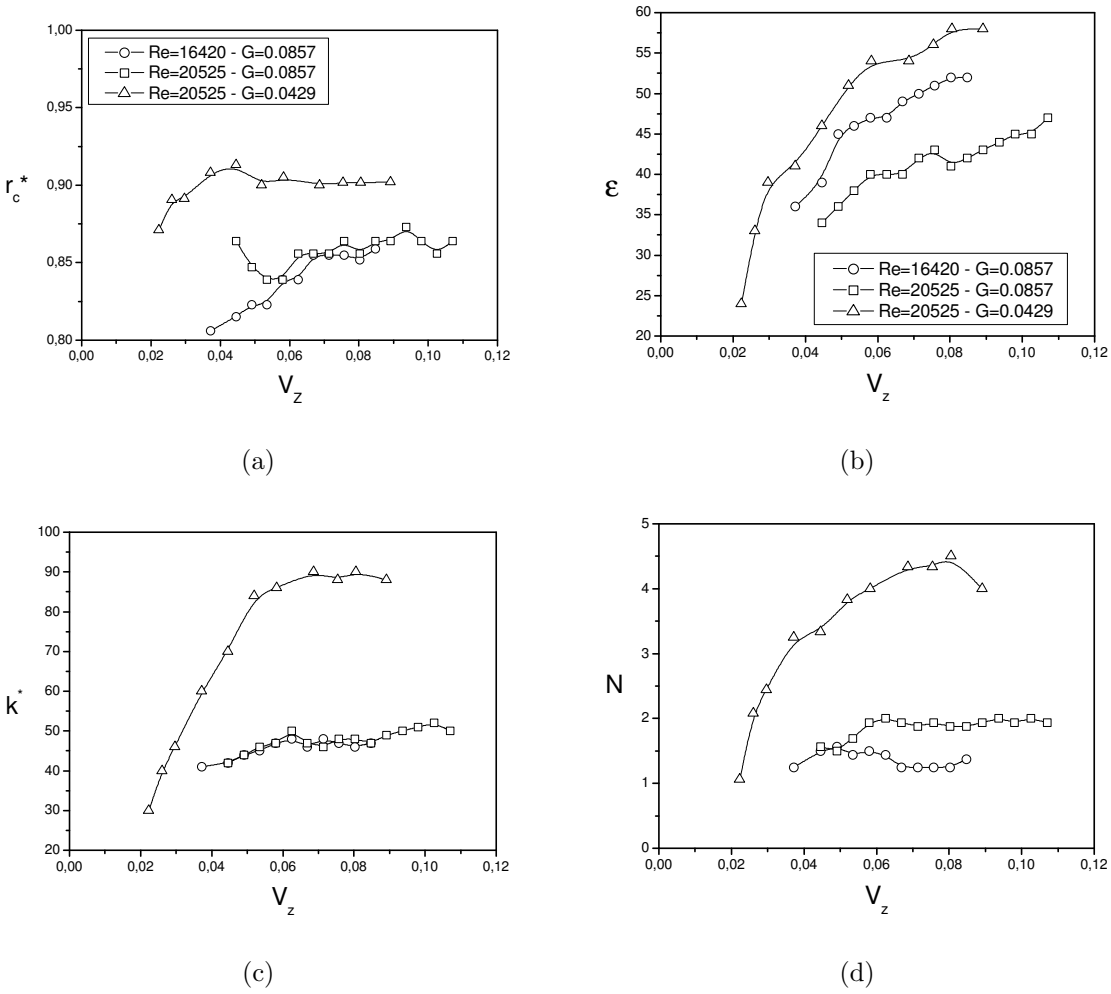


FIG. 7.39 – Caractéristiques des spirales RSJ2 selon V_z pour (○) $Re = 1.64 \times 10^4$ et $G = 0.0857$, (□) $Re = 2.05 \times 10^4$ et $G = 0.0857$ et (△) $Re = 2.05 \times 10^4$ et $G = 0.0429$: (a) rayon critique d'apparition r_c^*, (b) angle d'inclinaison ϵ, (c) nombre d'onde azimutal k^*, (d) fréquence N (Hz).

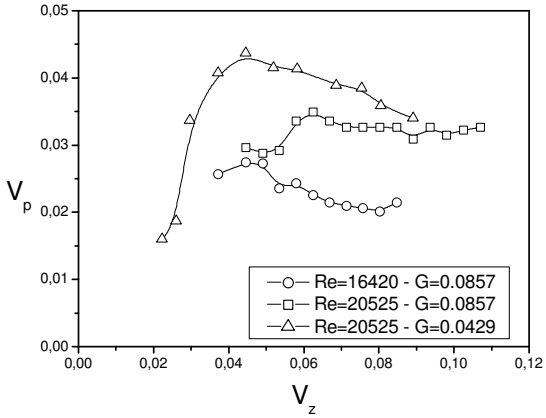
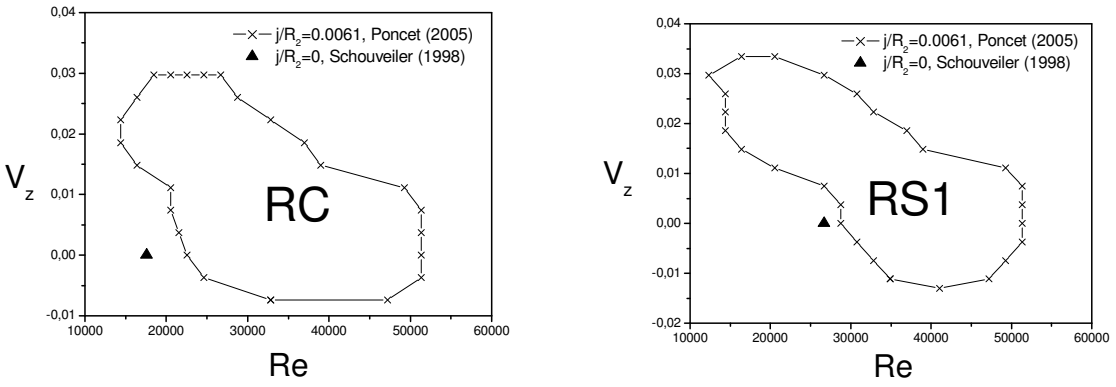


FIG. 7.40 – Vitesse de phase V_p des spirales RSJ2 en fonction de V_z pour différentes configurations.



(a) (b)

FIG. 7.41 – Domaines d'existence (a) des cercles concentriques RC et (b) des spirales RS1 pour $G = 0.0857$.

de Itoh [110] et San'Kov et Smirnov [201]. Schouveiler [209] a montré également, pour $V_z = 0$, que la fréquence des structures est fortement corrélée à celle du disque et varie avec le rayon à cause des deux appariements successifs des structures (par exemple, $V_p \simeq 0.007$ m/s en $r^* = 0.9$ et $V_p \simeq 0.005$ m/s en $r^* = 0.4$), qui conduisent à la disparition d'un rouleau sur trois ($r^* = 0.7$) puis d'un rouleau sur deux ($r^* \simeq 0.5$), ce qui est en accord avec les simulations numériques de Cousin-Rittemard [41] et les observations expérimentales de Cros [45]. Cousin-Rittemard [41] explique ce phénomène par un ajustement local de la vitesse de phase des ondes à la vitesse convective, celle-ci diminuant pour des valeurs de r décroissantes. Daube et *al.* [52] ajoutent que la longueur d'onde étant liée à l'épaisseur de la couche limite et ne pouvant, par conséquent, varier fortément, la vitesse de phase des ondes reste une fraction constante de la vitesse locale du fluide grâce à un ajustement de la fréquence des ondes.

En imposant un flux axial, la figure 7.41a montre que les cercles RC apparaissent pour des valeurs décroissantes du nombre de Reynolds Re lorsque V_z augmente. La même explication que pour les autres instabilités peut être avancée : le nombre de Reynolds basé sur le coefficient d'entraînement du fluide K guide la stabilité des écoulements interdisques et on rappelle que le coefficient K diminue pour des valeurs croissantes du flux centrifuge (valeurs décroissantes de V_z) et augmente pour des valeurs croissantes du flux centripète (valeurs croissantes de V_z).

La seconde instabilité se développe sous la forme de spirales notées RS1. Elle a déjà été observée par Itoh [109]. En cavité fermée ($V_z = 0$), il y a un bon accord sur le seuil d'apparition de ces structures (fig.7.41b) avec les observations de Schouveiler [209]. Ce système de spirales positives ($\epsilon \simeq 25°$) apparaît en périphérie du disque. Les spirales sont instationnaires par rapport au référentiel du disque fixe et à celui du disque tournant et progressent vers l'extérieur (composante radiale de la vitesse de phase positive). Schouveiler [209] a montré que ces spirales sont des rouleaux corotatifs et que cette bifurcation est supercritique. Par des mesures par ultrasons, Schouveiler [209] a montré également que l'instabilité RS1 se développe, tout comme l'instabilité RC, à proximité du disque fixe $z^* > 0.5$ et résulte donc de la déstabilisation de la couche limite de Bödewadt, ce qui confirme les mesures de Itoh et *al.* [114] et Itoh [109] réalisées par anémométrie à fil chaud. Schouveiler [209] a déterminé, par un modèle faiblement non linéaire et par ses observations, la courbe de stabilité marginale et le domaine de stabilité du réseau de spirales RS1. Il montre en partie que ce domaine de stabilité résulte d'une instabilité de type Eckhaus. Il existe, en effet, un fort hystérisis : les spirales peuvent apparaître, pour un rapport d'aspect donné G, pour des valeurs du nombre de Reynolds différentes selon que les mesures sont faites en augmentant ou en diminuant la vitesse de rotation du disque et que les changements de vitesse sont brusques ou non.

Le premier effet du flux sur les instabilités RS1 porte sur leurs seuils d'apparition et de disparition (fig.7.41b) qui, comme pour les cercles RC, sont décalés vers les faibles valeurs du nombre de Reynolds pour des valeurs croissantes de la vitesse V_z. Il est à noter que les domaines d'existence des spirales RS1 et des cercles RC sont quasiment confondus.

La figure 7.42a est une visualisation de l'écoulement pour $Re = 3.49 \times 10^4$ et $V_z = 0$. Les spirales

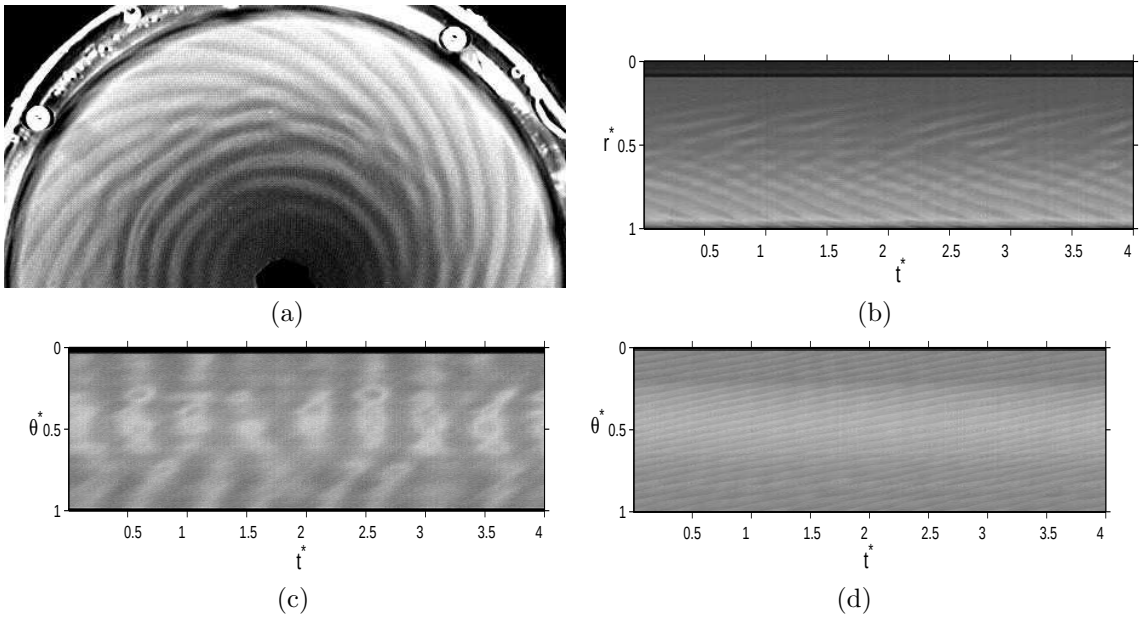


FIG. 7.42 – Coexistence des cercles concentriques RC et des spirales RS1 pour $Re = 3.49 \times 10^4$ et $V_z = 0$: (a) visualisation, (b) diagramme espace-temps selon un rayon, (c) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.435$ et (d) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.826$.

RS1 et les cercles RC coexistent alors. Les spirales forment un angle positif avec la direction tangentielle $\epsilon \simeq 24°$ qui est en excellent accord avec la valeur obtenue par Schouveiler [209] ($\epsilon \simeq 25°$). Le diagramme espace-temps selon un rayon correspondant (fig.7.42b) confirme que chaque instabilité a son propre domaine radial : $0.25 \leq r^* \leq 0.68$ pour les cercles et $0.68 \leq r^* \leq 1$ pour les spirales. On peut aussi en déduire la vitesse de phase V_p des cercles et la fréquence N des spirales. Les cercles se propagent avec une vitesse de phase négative très faible : $V_p = 0.006$ m/s qui est en accord avec les résultats de Schouveiler [209] : $V_p \simeq 0.007$ m/s en $r^* = 0.9$. La fréquence des spirales vaut, quant à elle : $N \simeq 0.93$ Hz. De la même façon, le diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.435$ (fig.7.42c) permet de connaître la fréquence des cercles et celui pour $r^* = 0.826$ (fig.7.42d), la vitesse de phase des spirales. La fréquence des cercles est plus faible que celle des spirales : $N \simeq 0.63$ Hz (les cercles sont les bandes verticales blanches sur la figure 7.42c). Les spirales ont une vitesse de phase positive qui vaut $V_p = 0.0264$ m/s.

Toujours pour une cavité fermée $V_z = 0$, en augmentant le nombre de Reynolds de $Re = 3.49 \times 10^4$ à $Re = 4.31 \times 10^4$, la structure de l'écoulement est inchangée (fig.7.35d) : les cercles RC coexistent avec les spirales RS1. Cependant, on peut noter, que si les caractéristiques de ces deux instabilités sont inchangées, on voit clairement que les spirales RS1 tendent à essayer de briser le réseau de cercles RC. Ceci est confirmé par les diagrammes espace-temps (fig.7.43a à 7.43d). Pour $r^* = 0.826$ (fig.7.43b), on observe seulement le réseau RS1 et pour $r^* = 0.435$ (fig.7.43d), seulement le réseau RC. Par contre, en $r^* = 0.609$ (fig.7.43c), les bandes blanches verticales correspondant au passage des cercles sont coupées par des lignes obliques correspondant au passage des spirales RS1. Progressivement, en augmentant le nombre de Reynolds, le domaine radial d'existence des spirales augmente au détriment de celui des cercles.

Lorsque l'on impose un flux axial centripète, nous savons que les cercles RC et les spirales RS1 subsistent. Cependant pour une faible valeur de la vitesse axiale $V_z = 0.0223$ et pour $Re = 3.49 \times 10^4$, les réseaux RC et RS1 sont largement influencés par le flux centripète et on voit clairement sur la figure 7.44a que ces deux réseaux présentent de nombreux défauts. La transition vers la turbulence pour l'écoulement de Batchelor se produit par l'apparition d'un nombre de défauts croissant dans les réseaux RC et RS1 à un nombre de Reynolds donné et pour des valeurs croissantes de V_z. Les diagrammes espace-temps correspondants (fig.7.44b à 7.44d) confirment cela et permettent d'en déduire les caractéristiques de ces deux instabilités. Les caractéristiques des cercles concentriques sont résumées dans le tableau 7.1 et celles des spirales RS1 dans le tableau 7.2. Ces caractéristiques changent peu :

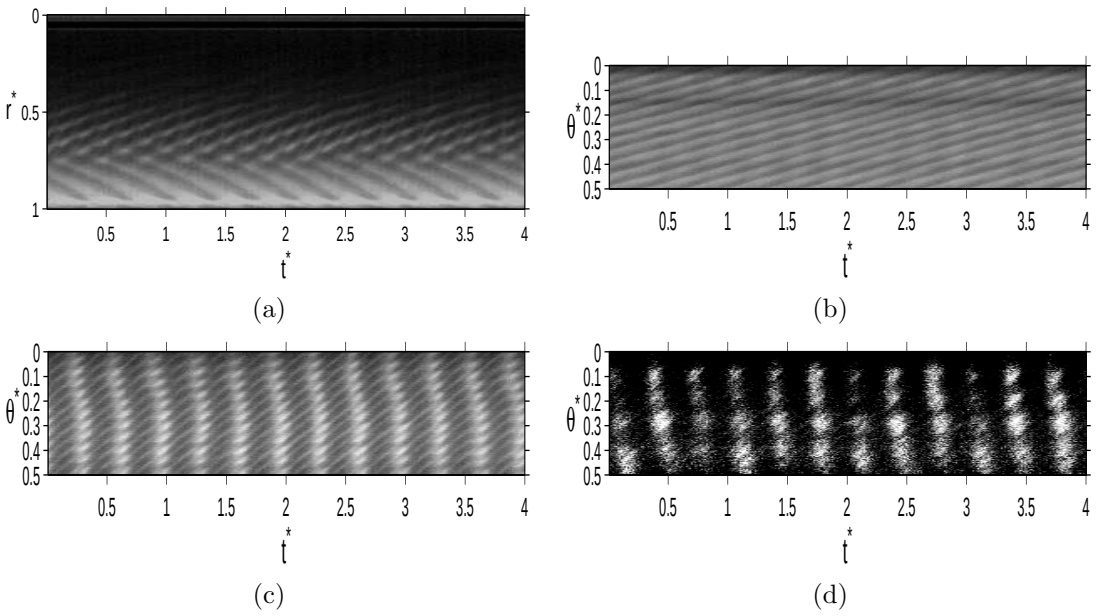


FIG. 7.43 – Diagrammes spatio-temporels pour $Re = 4.31 \times 10^4$ et $V_z = 0$ suivant (a) un rayon et suivant un demi-cercle fixe en (b) $r^* = 0.826$, (c) $r^* = 0.609$ et (d) $r^* = 0.435$.

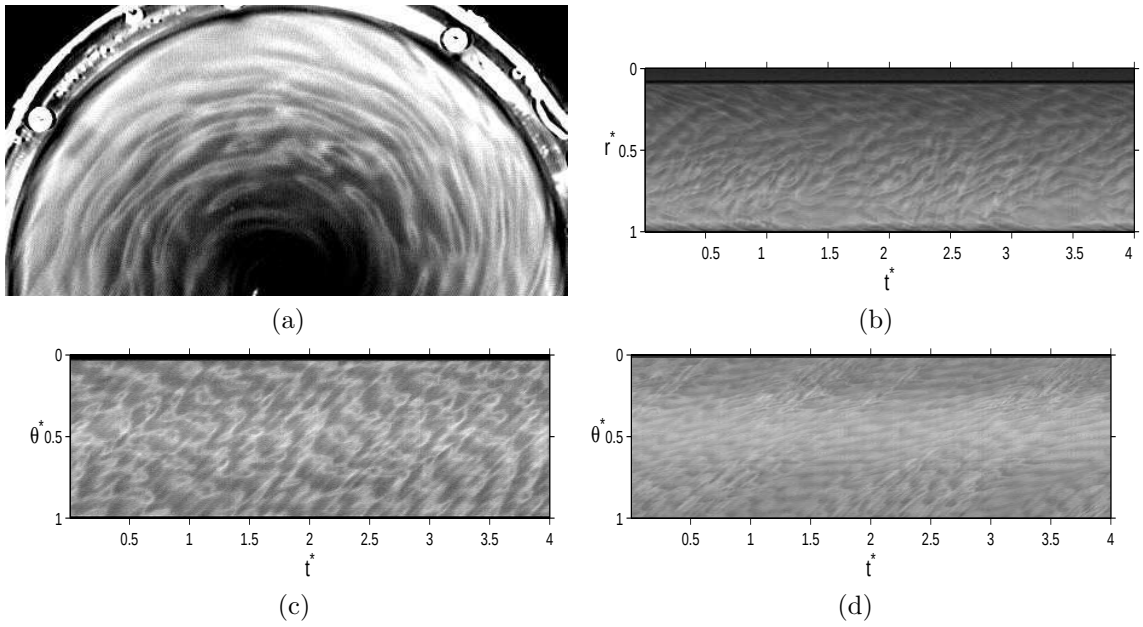


FIG. 7.44 – Coexistence des cercles concentriques RC et des spirales RS1 pour $Re = 3.49 \times 10^4$ et $V_z = 0.0223$: (a) visualisation, (b) diagramme espace-temps selon un rayon, (c) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.435$ et (d) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.826$.

on peut cependant noter que le domaine radial des cercles et la vitesse de phase des cercles et des spirales augmentent lorsque l'on impose un flux centripète.

De la même façon, lorsque l'on impose un faible flux centrifuge $V_z = -0.0074$, les cercles concentriques RC et les spirales RS1 subsistent (fig.7.45a). Cependant, ces deux réseaux se détériorent à cause de la présence du flux qui introduit une composante radiale supplémentaire dans l'écoulement et qui engendre de nombreux défauts. Le domaine d'existence de ces deux instabilités pour des valeurs négatives de V_z est très restreint et l'écoulement au centre du disque transite vers la turbulence pour des valeurs faibles de V_z même si les spirales RSJ2 apparaissent en périphérie. Les figures 7.45b à 7.45d

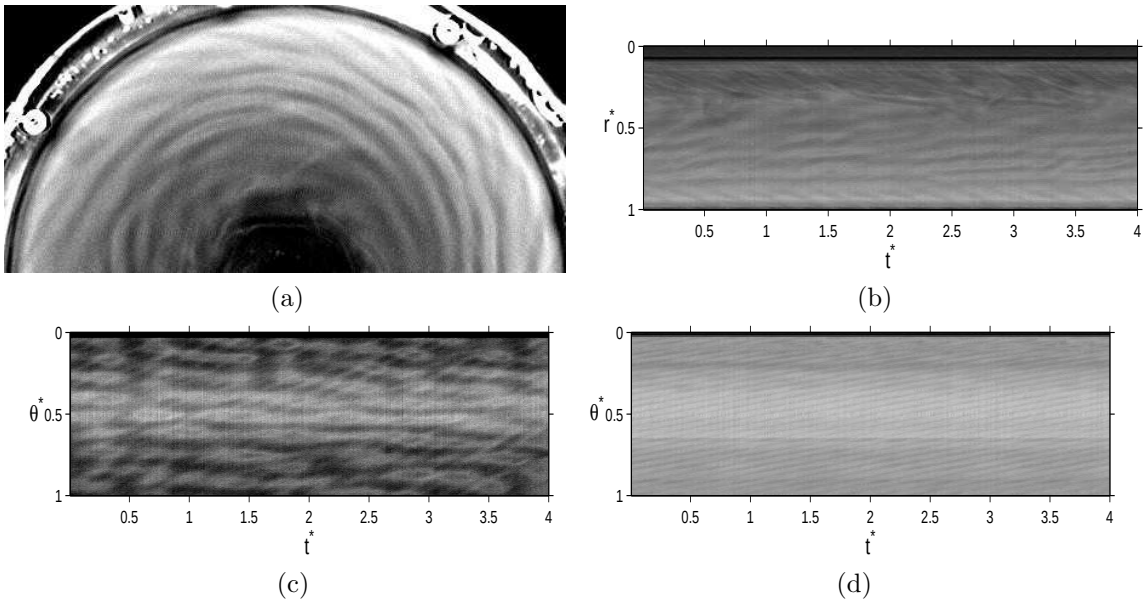


FIG. 7.45 – Coexistence des cercles concentriques RC et des spirales RS1 pour $Re = 3.49 \times 10^4$ et $V_z = -0.0074$: (a) visualisation, (b) diagramme espace-temps selon un rayon, (c) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.647$ et (d) diagramme espace-temps selon un cercle pour $r^* = 0.905$.

représentent les diagrammes spatio-temporels correspondant à l'écoulement pour $Re = 3.49 \times 10^4$ et $V_z = -0.0074$. Les caractéristiques des cercles RC et des spirales RS1 qui en sont déduites sont résumées respectivement dans les tableaux 7.1 et 7.2. Un flux centrifuge a pour premier effet de produire un motif au centre du disque. Par conséquent, le domaine radial d'existence des cercles est décalé vers des rayons plus élevés. Le second effet est de faire diminuer la vitesse moyenne de l'écoulement. La conséquence est donc de faire diminuer la fréquence et la vitesse de phase des cercles. Les spirales RS1 apparaissent donc aussi pour des valeurs plus élevées du rayon, puisqu'on rappelle que le nombre qui guide l'apparition des structures est le nombre de Reynolds basé sur le coefficient d'entraînement du fluide : $Re_K = K\Omega r_c^2/\nu$. Si K diminue en présence d'un flux centrifuge pour un taux de rotation Ω donné, r_c doit augmenter. Les autres caractéristiques des structures changent peu en présence d'un faible flux centrifuge.

V_z (m/s)	domaine radial	r^*	nombre de structures	N (Hz)	V_p (m/s)
-0.0074	$0.31 \leq r^* \leq 0.84$	0.647	5	0.47	0.0032
0	$0.25 \leq r^* \leq 0.68$	0.435	4	0.63	0.0063
0.0223	$0 \leq r^* \leq 0.73$	0.435	5	0.81	0.0071

TAB. 7.1 – Influence du flux sur les caractéristiques des cercles concentriques RC pour $Re = 3.49 \times 10^4$.

V_z (m/s)	domaine radial	angle (°)	nombre de structures	N (Hz)	V_p (m/s)
-0.0074	$0.84 \leq r^* \leq 1$	24	26	0.93	0.0309
0	$0.68 \leq r^* \leq 1$	25	26	0.93	0.0264
0.0223	$0.73 \leq r^* \leq 1$	27	21	0.81	0.0334

TAB. 7.2 – Influence du flux sur les caractéristiques des spirales RS1 pour $Re = 3.49 \times 10^4$.

7.6 Conclusion

Par des visualisations, nous avons établi les diagrammes de stabilité des écoulements de type Batchelor, de type mixte et de type Couette de torsion lorsqu'un flux axial centripète ou centrifuge

est imposé. Les effets d'un tel flux sont multiples :

- La stabilité de ces écoulements est en fait régi par un nombre de Reynolds basé sur le coefficient d'entraînement K du fluide : $Re_K = K\Omega r^2/\nu$, qui prend en compte les effets de la rotation (Ω), les effets du flux (Q) à travers K et la dimension spatiale (r, z). Lorsqu'on impose un flux centrifuge, nous savons que K diminue et au contraire, lorsqu'on impose un flux centripète, K augmente. Le premier effet d'un flux centripète ou centrifuge est donc de déplacer les seuils d'apparition et de disparition des instabilités vers des valeurs plus faibles du nombre de Reynolds pour un flux centripète et vers des valeurs plus élevées pour un flux centrifuge. De la même façon, en cas de flux sortant (respectivement entrant), les instabilités apparaissent pour des rayons r supérieurs (respectivement inférieurs).
- Le second effet est d'introduire un écoulement radial qui est alors en compétition avec l'écoulement tangentiel. Les diverses instabilités qui se développent sous la forme de spirales sont donc plus inclinées en présence d'un flux radial.
- Cet écoulement radial introduit également des défauts dans les différents réseaux.
- Enfin, de nouvelles instabilités apparaissent essentiellement sous la forme de spirales localisées soit au centre du disque (RSC, RSC2) soit en périphérie (RS4, RSJ2, RSJ3).

Nous avons notamment mis en évidence la structure des spots turbulents à l'origine de la transition vers la turbulence de l'écoulement de type Couette de torsion. Ces spots sont en fait des vortex en "fer à cheval" localisés dans la couche limite du stator et composés d'une "tête" en rotation dans le sens de rotation du disque et de deux "jambes" en contrarotation.

Nous nous sommes surtout intéressés à une nouvelle instabilité, notée RSJ2, qui se développe sous la forme de spirales positives localisées en périphérie du disque pour $z^* \geq 0.35$. Nous avons montré que cette instabilité est de type "crossflow" et est due à un point d'inflexion dans les profils axiaux des composantes radiale et tangentielle de la vitesse moyenne. Elle est proche de l'instabilité notée 2 observée par Rémy [189].

Chapitre 8

Conclusions et perspectives

Conclusions du mémoire Cette étude expérimentale et numérique a permis de contribuer à la compréhension des écoulements entre un disque lisse tournant (rotor) et un disque lisse fixe (stator) soumis à un flux axial centrifuge ou centripète. Des mesures de vitesse par LDA et de pression par capteurs embarqués sur le stator ont été comparées aux prévisions d'un modèle RSM (Reynolds Stress Model) pour les écoulements turbulents. Ce type d'écoulement est caractéristique des écoulements rencontrés dans les turbomachines. La cavité étudiée représente d'ailleurs une partie de la turbopompe à hydrogène liquide présente dans le moteur Vulcain d'Ariane V (Snecma Moteurs). L'objectif industriel est de pouvoir prévoir les efforts axiaux sur le rotor. Lorsque la distance h entre les deux disques est suffisamment grande, les couches limites qui se développent sur chacun des disques sont séparées par un coeur central en rotation et l'écoulement est dit de type Batchelor. La vitesse radiale est quasi nulle dans le coeur et la vitesse tangentielle est alors proportionnelle à celle du disque tournant avec un coefficient de proportionnalité K, qui est le coefficient d'entraînement du fluide. Dans ce cas là, l'équation de Navier-Stokes pour la composante radiale de la vitesse se réduit à deux termes : le gradient de pression radial (efforts axiaux sur le rotor) et le coefficient K. Pour déterminer les efforts axiaux, il faut donc pouvoir prévoir K. L'objectif premier était d'établir une loi simple permettant de déterminer K pour un écoulement turbulent dans une cavité de type rotor-stator avec flux axial centripète à partir des paramètres de l'écoulement : taux de rotation du disque tournant Ω, espace interdisque h, flux imposé Q, prérotation K_v, position radiale r et géométrie des zones d'entrée et de sortie.

Nous avons montré analytiquement, en reprenant l'analyse de Schlichting [208] dans le cas d'un disque infini en rotation, que K dépend d'un coefficient local de débit Cq_r qui est une fonction du flux Q, du taux de rotation Ω et de la position radiale r, selon une loi de puissance 5/7 dont les deux coefficients sont déduits de l'expérience et dépendent uniquement du taux de prérotation du fluide K_v. Dans nos expériences, K_v a été mesuré et vaut autour de 0.5, ce qui est proche de la valeur rencontrée dans la turbopompe à hydrogène liquide du moteur Vulcain ($K_v \simeq 0.65$). L'espace interdisque h ainsi que la géométrie en entrée de la cavité ne sont ici pas des paramètres pertinents pour déterminer K. Cette loi a été confirmée numériquement par les prévisions du modèle RSM avec un bon accord par rapport aux mesures de vitesse. Les valeurs de K obtenues par mesures de vitesse ont été également comparées aux valeurs obtenues à partir des mesures de pression à travers l'équation de Navier-Stokes pour la composante radiale de la vitesse avec encore un bon accord entre les deux techniques. Dans une cavité fermée, K est constant et vaut environ 0.44. La présence de rugosité sur le rotor modifie naturellement le coefficient de frottement et donc modifie K qui augmente lorsque le rotor est un disque rugueux. En présence d'un flux centripète, K augmente pour des valeurs croissantes du flux et donc le gradient de pression radial augmente également. Lorsque K vaut 1, le fluide tourne à la même vitesse que le disque, un point d'arrêt apparaît et la couche d'Ekman du disque tournant disparaît. Il est à noter que le coeur de l'écoulement peut tourner jusqu'à près de trois fois plus vite que le disque. La loi est alors valide quelque soit la valeur du flux, tant que les couches limites sont turbulentes. Cette loi étant valide tant que l'écoulement est turbulent à couches limites séparées (régime IV selon [49]), elle a été étendue au cas avec faible flux centrifuge. Pour des flux centrifuges plus forts, l'écoulement devient de type Stewartson. Il est concentré dans la couche limite d'Ekman sur le rotor. Le coeur de l'écoulement et la couche limite de Bödewadt sur le stator ont disparu. L'écoulement est alors purement centrifuge et les lignes de courant deviennent parallèles aux disques. Le gradient de

pression radial est dans ce cas proche de zéro. La transition entre ces deux types de structuration est continue, indépendante de h et peut être caractérisée par un nombre de Rossby basé sur l'espace radial entre le disque tournant et le bandeau périphérique selon un polynôme du troisième degré en r. Des comparaisons avec les mesures de Daily et *al.* [48] ont permis de confirmer que cette transition est indépendante de h et de montrer qu'elle est également indépendante de la zone de sortie du flux (axiale ou radiale). Dans une moindre mesure, nous nous sommes intéressés aux écoulements laminaires à couches limites séparées avec flux centripète. En appliquant la même démarche que pour le cas turbulent mais avec un coefficient de frottement différent, nous avons montré analytiquement que K dépend linéairement d'un autre coefficient local de débit Cq_{lam} toujours fonction de Q, r et Ω avec deux coefficients qui dépendent du taux de prérotation K_v.

Le modèle RSM a permis de mener une étude paramétrique des écoulements interdisques pour une large gamme du taux de rotation Ω, de flux Q centrifuge ou centripète et d'espace interdisque h. Pour l'ensemble des cas considérés, les prévisions du modèle RSM sont en excellent accord avec les données expérimentales et nous avons montré que ce modèle du second ordre améliore nettement les prévisions d'un modèle $k-\epsilon$ classique qui est incapable de rendre compte de manière satisfaisante des champs moyen et turbulent. Pour des valeurs de h faibles ($h \simeq 3$ mm), le modèle a montré sa supériorité sur les mesures par LDA qui donnent des valeurs intégrées selon la direction axiale à cause de la taille du volume de mesure qui n'est alors plus négligeable devant l'espace interdisque et surtout devant l'épaisseur des couches limites. Nous avons pu également simuler des écoulements turbulents de type Couette de torsion à couches limites jointes et étudier l'influence du flux sur la structure de cet écoulement. De la même façon, nous avons simulé des écoulements dans des cavités pour lesquelles l'espace interdisque h est très grand ($h \geq 12$ mm). Lorsqu'un flux centrifuge est imposé, il apparaît un décollement du fluide sur le stator près de l'axe de rotation et la zone où le fluide est au repos augmente pour des valeurs croissantes de h.

Le champ turbulent a été également étudié. Dans le cas d'une cavité fermée, même pour des forts taux de rotation, une zone relaminarisée subsiste près de l'axe. La couche limite liée au stator devient turbulente pour des valeurs du rayon plus faibles que celle liée au rotor. Les intensités de la turbulence sont concentrées dans les couches limites et augmentent lorsque l'on se rapproche de la périphérie. Lorsque l'on impose un flux, la zone relaminarisée disparaît. En cas de flux centrifuge, la couche limite du rotor est plus turbulente que celle du stator et les intensités de la turbulence décroissent pour des valeurs croissantes du rayon. Au contraire, en cas de flux centripète, la couche limite liée au stator est plus turbulente que celle du rotor et les intensités de la turbulence décroissent pour des valeurs croissantes du rayon. Dans les deux cas, le maximum de l'énergie cinétique de la turbulence est concentré près de l'axe où les gradients de vitesse sont les plus forts et dans la couche limite de Stewartson du bandeau périphérique. Dans tous les cas considérés ici, l'étude du champ turbulent a montré que la turbulence est fortement anisotrope et tend vers une turbulence à deux composantes lorsqu'on se rapproche des parois. En regardant les contributions des différents termes intervenants dans l'équation de transport de l'énergie cinétique de la turbulence, il est apparu que ce transport est guidé essentiellement par les termes de production et de dissipation dans les couches limites et que la diffusion moléculaire intervient dans les sous-couches visqueuses. Les autres termes de flux inverse ou de diffusion turbulente ne jouent qu'un rôle mineur. Les comparaisons entre les mesures par LDA et les prévisions du modèle ont montré un bon accord également pour le champ turbulent, ce qui prouve que les modèles du second ordre constituent le niveau de fermeture approprié pour décrire les écoulements rendus complexes par les effets combinés de la rotation, du flux et du confinement. Ils constituent, de plus, la seule approche numérique, pour l'instant, capable de simuler des écoulements fortement turbulents et capable de mener des études paramétriques fouillées. Ils peuvent également servir pour des modèles hybrides ou comme modèles de sous-maille en LES.

Dans une dernière partie, nous nous sommes intéressés à l'effet d'un flux axial centrifuge ou centripète sur les instabilités qui naissent dans les écoulements de type rotor-stator à couches limites séparées (écoulement de Batchelor), à couches limites mixtes et à couches limites jointes (écoulement de type Couette de torsion). La stabilité de ces écoulements a été étudiée essentiellement à partir de visualisations de l'écoulement par une caméra CCD. Lorsque l'on impose un flux centripète, on observe les mêmes instabilités que dans le cas d'une cavité fermée : cercles concentriques, réseaux de spirales RS1, RS2, RS3, spirales turbulentes et spots turbulents. Cependant, le seuil d'apparition de ces instabilités est plus faible que dans le cas d'une cavité fermée puisque le flux a pour effet d'augmenter la vitesse tangentielle du fluide (K), et donc d'augmenter le nombre de Reynolds basé

sur la vitesse du fluide $Re_K = K\Omega r^2/\nu$. En cas de flux centrifuge, on observe les mêmes instabilités sauf les spirales turbulentes qui disparaissent dès qu'on impose le moindre flux centrifuge. Les seuils d'apparition changent et sont plus élevés que dans le cas sans flux pour les mêmes raisons.

De nouvelles instabilités essentiellement sous la forme de spirales apparaissent aussi. Notre attention s'est portée principalement sur un réseau de spirales positives, notées RSJ2, qui se développe en périphérie de la cavité pour les trois types d'écoulement. Par des visualisations et des mesures par LDA, les diverses caractéristiques de ces spirales (fréquence, nombre d'onde, vitesse de phase, angle, rayon d'apparition, position axiale) ont été mises en évidence. Ce sont des spirales positives qui forment un angle important avec la direction tangentielle (jusqu'à 72°), qui ont une fréquence faible $N \leq 7$ Hz et un nombre d'onde azimutal grand $k^* \leq 90$. Cette instabilité est proche des structures 2 observées par Rémy [189]. Nous avons montré par un calcul numérique de l'écoulement que les profils axiaux de la composante radiale de la vitesse présentent des points d'inflexion, prouvant ainsi que les spirales RSJ2 résultent d'une instabilité de type "crossflow", tout comme les spirales 2 observées par Rémy [189]. Par des visualisations par caméra rapide, nous avons pu également mettre en évidence la structure des spots turbulents qui apparaissent dans le processus de transition vers la turbulence des écoulements de type Couette de torsion. Ce sont en fait des vortex en "fer à cheval" ("horseshoe vortex") composé de deux "jambes" advectées par l'écoulement moyen et d'une "tête" attachée à la couche limite du stator.

Perspectives de travail Tout n'a pas encore été exploré concernant les écoulements de type rotor-stator.

D'un point de vue modélisation et expérimentation des écoulements turbulents, plusieurs axes de travail peuvent être dégagés. Le modèle RSM a montré qu'il pouvait prévoir de façon précise les écoulements turbulents avec ou sans flux pour une large gamme des paramètres de contrôle : nombre de Reynolds, coefficient de débit, rapport d'aspect de la cavité. Il n'a pas été réellement exploité pour décrire les écoulements de type Couette de torsion à couches limites jointes essentiellement par manque de données expérimentales. Il me semble intéressant de poursuivre dans ce sens afin notamment de caractériser la transition entre les écoulements turbulents de type Batchelor (régime IV [49]) et les écoulements turbulents de type Couette de torsion (régime III).

Les transferts de chaleur dans ce type d'écoulement ont été assez peu abordés jusqu'à présent [12, 57, 103]. Si d'un point de vue expérimental, des modifications importantes de la cavité seraient à apporter et un dispositif de mesure et de contrôle de la température serait à mettre en oeuvre, d'un point de vue numérique, l'étude des transferts de chaleur est plus abordable. Comme première approche, on peut rester dans la limite d'un fluide faiblement compressible (approximation de Boussinesq) [207], ce qui permet de découpler les effets thermiques et dynamiques, avant de considérer les écoulements à masse volumique variable plus proches des écoulements présents dans les turbomachines. Les équations pour les écoulements compressibles sont présentées dans [4, 192]. Sauret [202] propose, dans sa thèse, quelques modèles pour ce type d'écoulement.

Le dernier point qui peut être abordé est l'influence du paramètre de courbure sur la turbulence. Toute cette étude a été menée avec un rapport de courbure fixé à 1.4. Une campagne de mesures est prévue dans le cadre d'une collaboration avec l'équipe d'Eric Serre au MSNM-GP (Marseille). Le but est de comparer nos mesures avec leurs calculs issus d'un code LES [215] pour un nombre de Reynolds égal à 10^6 dans une cavité de type rotor-stator fermée de rapport de courbure 1.8. La cavité utilisée pour l'étude des instabilités a été modifiée pour celà et permet de faire varier le paramètre de courbure comme on le souhaite. Pour des rapports de courbure grands, l'effet du moyeu central en rotation peut devenir important et changer la structure de la turbulence.

Nous avons vu que l'introduction d'un paramètre de débit complexifie l'étude de la stabilité des écoulements interdisques. Nous avons fait la "zoologie" des nouvelles instabilités de type spirales qui apparaissent en présence de flux sans les étudier en détails par manque de temps. Elles mériteraient qu'on s'y attarde. Il serait également intéressant de confirmer la structure des spots turbulents par des visualisations selon la direction axiale et d'étudier leur naissance et leur dynamique plus précisément.

Enfin, au détour d'une expérience, nous avons pu observer une instabilité de type Kelvin-Helmholtz dans le cas d'un écoulement de type rotor-stator à surface libre sans flux. La figure 8.1 présente les modes 3 à 8 que nous avons observés. Les modes les plus élevés sont obtenus pour des forts taux de rotation qui font que la surface libre est une parabole très marquée. A cause de l'espace interdisque h

limité, on ne peut obtenir des modes plus élevés sous peine de ne plus avoir d'eau sur une grande partie du disque. Pour pouvoir étudier cette instabilité proprement, certaines modifications sont à faire sur le dispositif dont la course de l'axe du disque. Cette instabilité rappelle l'instabilité de cisaillement observée par Moisy et *al.* [158] pour l'écoulement entre deux disques contrarotatifs, qui est aussi une instabilité de type Kelvin-Helholtz. Elle se présente sous la forme d'un réseau polygonal de tourbillons entouré de spirales négatives. Pour des grands rapports d'aspect $G \geq 0.15$, seul le motif polygonal est visible. Les modes $m = 2$ à $m = 5$ sont obtenus. Le champ de vitesse présente une importante couche de cisaillement annulaire possédant m côtés, séparant deux régions du fluide tournant en sens inverse. Cette couche de cisaillement devient instable vis-à-vis de perturbations 2D brisant l'axisymétrie.

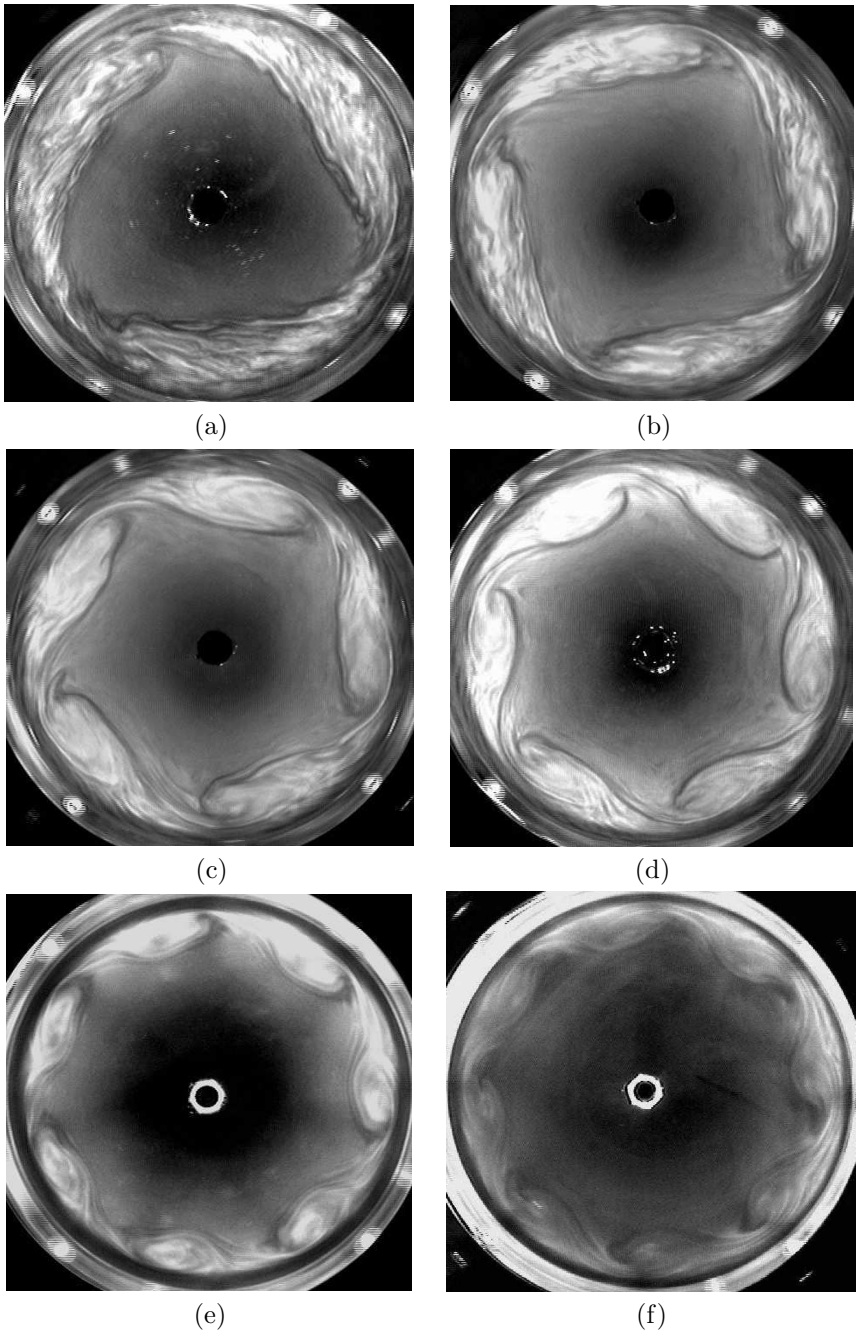


FIG. 8.1 – Instabilités de type Kelvin-Helmholtz dans un écoulement de type rotor-stator à surface libre : modes (a) $m = 3$, (b) $m = 4$, (c) $m = 5$, (d) $m = 6$, (e) $m = 7$, (f) $m = 8$.

Bibliographie

[1] R.J. Adrian and C.S. Yao. Power spectra of fluid velocities measured by laser doppler velocimetry. *Experiments in Fluids*, 5 :17–28, 1987.

[2] C.D. Andereck, S.S. Liu, and H.L. Swinney. Flow regimes in a circular couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid. Mech.*, 164 :155–183, 1986.

[3] B. Aupoix. *Application de modèles dans l'espace spectral à d'autres niveaux de fermeture en turbulence homogène*. PhD thesis, Univ. de Lyon, 1987.

[4] T. Aurier and C. Rey. Sur la modélisation des écoulements compressibles subsoniques. In *XI Congrès français de mécanique*, Lille, 1993.

[5] C. Bailly. *Modélisation asymptotique et numérique de l'écoulement dû à des disques en rotation*. PhD thesis, Univ. des Sciences et Technologies de Lille, 1995.

[6] S. Balachandar, C.L. Street, and M.R. Malik. Secondary instability in rotating-disk flow. *J. Fluid. Mech.*, 242 :323–347, 1992.

[7] P. Balakumar and M.R. Malik. Travelling disturbances in rotating-disk flow. *Theoret. Comput. Fluid Dyn.*, 2 :125–137, 1990.

[8] A.P. Bassom and S.I. Seddougui. The effects of suction on the nonlinear stability of the three-dimensional boundary layer above a rotating disc. In *ICASE Rep. 91-81*, 1991.

[9] G.K. Batchelor. Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow. *Quat. J. Mech. and Appl. Math.*, 4(1) :29–41, 1951.

[10] C.J. Bates and T.D. Hughes. Real-time statistical ldv system for the study of a high reynolds number, low turbulence intensity flow. *J. Phys. E. Sci. Instrum.*, 9 :955–958, 1976.

[11] F.J. Bayley and J.M. Owen. The fluid dynamics of the shroud disk system with a radial outflow of coolant. *J. Eng. Power*, 92 :335–346, 1970.

[12] G.P. Beretta and E. Malfa. Flow and heat transfer in cavities between rotor and stator disks. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 :2715–2726, 2003.

[13] J.P. Bertoglio, G. Charnay, and J. Mathieu. Effets de la rotation sur un champ turbulent cisaillé : application au cas de turbomachines. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 4(4) :421–443, 1980.

[14] H.-M. Blackburn. Three-dimensional instability and state selection in an oscillatory axisymmetric swirling flow. *J. Fluid. Mech.*, 14(11) :3983–3996, 2002.

[15] U.T. Bödewadt. Die Dehströmung uber festem Grunde. *Z. Angew. Math. Mech.*, 20 :241–253, 1940.

[16] J.F. Brady and L. Durlofsky. On rotating disk flow. *J. Fluid. Mech.*, 175 :363–394, 1987.

[17] W.E. Brown. Numerical calculation of the stability of crossflow profiles in laminar boundary layers on a rotating disk and on a swept-back wing and an exact calculation of the stability of the Blasius velocity profile. *Northrop Aircraft*, NAI-59-5, 1959.

[18] E.A. Brun, A. Martinot-Lagarde, and J. Mathieu. *Mécanique des fluides 2*. Dunod, Paris, 1968.

[19] P. Buchhave and W.K. George. The measurement of turbulence with laser-Doppler anemometer. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 11 :443–503, 1979.

[20] D.R. Caldwell and C.W. Van Atta. Characteristics of Ekman boundary layer instabilities. *J. Fluid. Mech.*, 44 :79–95, 1970.

[21] C. Cambon and L. Jacquin. Spectral approach to non isotropic turbulence subjected to rotation. *J. Fluid. Mech.*, 202 :295–317, 1989.

[22] C. Cambon, L. Jacquin, and J.L. Lubrano. Towards a new Reynolds stress model for rotating turbulent flow. *Phys. Fluids A*, 4 :812–824, 1992.

[23] C. Cambon, R. Rubinstein, and F.S. Godeferd. Advances in wave turbulence : rapidly rotating flows. *New Journal of Physics*, 6 :73–102, 2004.

[24] C. Cambon, C. Teissedre, and D. Jeandel. Etude d'effets couplés de déformations et de rotation sur une turbulence homogène. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 4(5) :629–657, 1985.

[25] C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni, and T.A. Zang. *Spectral Methods in Fluids Dynamics*. Springer, New-York, 1988.

[26] P. Casal. Mouvement permanent d'un fluide visqueux entre deux disques en rotation. *C.R. Acad. Sci.*, 230 :178–179, 1950.

[27] T. Cebeci and H.B. Keller. Stability calculations for a rotating disk. In *AGARD CP 224, 7.1*, 1980.

[28] T. Cebeci and K. Stewartson. On stability and transition in three dimensional flows. *AIAA J.*, 18(4) :398–405, 1980.

[29] C.P. Cerasoli. Free shear layer instability due to probes in rotating source-sink flows. *J. Fluid. Mech.*, 72(3) :559–586, 1975.

[30] S.C. Cheah, H. Iacovides, D. C. Jackson, H. Ji, and B. E. Launder. Experimental investigation of enclosed rotor-sator disk flows. *Exp.Thermal Fluid Sci.*, 9 :445–455, 1994.

[31] J.W. Chew. Prediction of flow in rotating disc systems using the $k-\epsilon$ turbulence model. In *ASME 84-GT-229, Gas Turbine Conference*, Amsterdam, 1984.

[32] J.W. Chew. Prediction of flow in rotating cavity with radial outflow using a mixing length turbulence model. In *Proc. 4th Int. Conf. on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*. Pineridge Press, 1985.

[33] J.W. Chew. Computation of flow and heat transfer in rotating disk systems. In *Proc. 2nd ASME-JSME Thermal Engng Conf., vol.3*, Hawaï, 1987.

[34] J.W. Chew and C.M. Vaughan. Numerical Predictions of Flow Induced by an Enclosed Rotating Disk. In *ASME Paper 88-GT-127, 33rd Gas Turbine and Aeroengine Congress*, Amsterdam, 1988.

[35] P.Y. Chou. On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation. *Q. Appl. Math.*, 3 :38–54, 1945.

[36] K.T. Christensen and R.J. Adrian. Statistical evidence of hairpin vortex packets in wall turbulence. *J. Fluid. Mech.*, 431 :433–443, 2001.

[37] M.H. Clarkson, S.C. Chin, and P. Shacter. Visualization of flow instabilities on a rotating disk. *AIAA J.*, 18(12) :1541–1543, 1980.

[38] W.G. Cochran. The flow due to a rotating disk. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 30 :365–375, 1934.

[39] P. Cooper and E. Reshotko. Turbulent flow between a rotating disk and a parallel wall. *AIAA J.*, 13(5), 1975.

[40] T.C. Corke and K.F. Knasiak. *Cross-flow instability with periodic distributed roughness*. Springer, Berlin, 1988.

[41] N. Cousin-Rittemard. *Contribution à l'étude des instabilités des écoulements axisymétriques en cavité interdisques de type rotor-stator*. PhD thesis, Univ. de Paris VI, juillet 1996.

[42] N. Cousin-Rittemard, O. Daube, and P. Le Quéré. Sur la nature de la première bifurcation des écoulements interdisques. *C.R. Acad. Sci. Paris IIb*, 326 :359–366, 1998.

[43] T.J. Craft, H. Iacovides, and J.H. Yoon. Progress in the use of non-linear two-equation models in the computation of convective heat transfer in impinging and separeted flows. *Turbulence Flow and Combustion*, 63 :59–80, 1999.

[44] T.J. Craft and B.E. Launder. A Reynolds stress closure designed for complex geometries. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17 :245–254, 1996.

[45] A. Cros. *Étude de la transition vers la turbulence d'un écoulement de disque tournant*. PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 2003.

[46] A. Cros, R. Ali, P. Le Gal, P.J. Thomas, L. Schouveiler, P.W. Carpenter, and M.P. Chauve. Effects of wall compliance on the laminar-turbulent transition of torsional couette flow. *J. Fluid. Mech.*, 481 :177–186, 2003.

[47] A. Cros and P. Le Gal. Spatiotemporal intermittency in the torsional couette flow between a rotating and a stationary disk. *Phys. Fluids*, 14(11) :3755–3765, 2002.

[48] J.W. Daily, W.D. Ernst, and V.V. Asbedian. Enclosed rotating disks with superposed throughflow. report 64, M.I.T, department of civil engineering, 1964.

[49] J.W. Daily and R.E. Nece. Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks. *ASME J. Basic Eng.*, 82 :217–232, 1960.

[50] B.J. Daly and F.H. Harlow. Transport equation for turbulence. *Phys. Fluids A*, 13(11) :2634–2649, 1970.

[51] O. Darrigol. Turbulence in 19th century hydrodynamics. *HSPS*, 32(2) :207–262, 2002.

[52] O. Daube, N. Cousin, P. Le Quéré, and Pécheux J. Sur l'influence des effets de courbure sur la transition à l'instationnarité des écoulements interdisques. *Notes et documents LIMSI*, 94-19, 1994.

[53] R. Debuchy. *Écoulement turbulent avec aspiration radiale entre un disque fixe et un disque tournant.* PhD thesis, Univ. des Sciences et Technologies de Lille, Janvier 1993.

[54] R. Debuchy, A. Dyment, H. Muhe, and P. Micheau. Radial inflow between a rotating and a stationary disc. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 17(6) :791–810, 1998.

[55] M.M. Degen, I. Mutabazi, and C.D. Andereck. Transition to weak turbulence via spatiotemporal intermittency in the taylor-dean system. *Phys. Rev. E*, 53 :3505, 1996.

[56] D. Dijkstra and G.J.F. Van Heijst. The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder. *J. Fluid. Mech.*, 128 :123–154, 1983.

[57] M. Djaoui, A. Dyment, and R. Debuchy. Heat transfer in a rotor-stator system with a radial inflow. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 20 :371–398, 2001.

[58] T. Djeridane. *Contribution à l'étude expérimentale de jets turbulents axisymétriques à densité variable.* PhD thesis, Univ. d'Aix-Marseille II, 1994.

[59] E. Dormy. *Modélisation numérique de la dynamo terrestre.* PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 1997.

[60] P.G. Drazin and W.H. Reid. *Hydrodynamic stability.* Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[61] V.W. Ekman. On the influence of the Earth's rotation on ocean currents. *Arkiv. Mat. Astr. Fys.*, 2(11) :1–52, 1905.

[62] R. Elavarasan and H. Meng. Flow visualization study of role of coherent structures in a tab wake. *Fluid. Dyn. Research*, 27(3) :183–197, 2000.

[63] L. Elena. *Modélisation de la turbulence inhomogène en présence de rotation.* PhD thesis, Univ. Aix-Marseille I-II, 1994.

[64] L. Elena and R. Schiestel. Prévision numérique de l'écoulement turbulent dans les cavités en rotation et les systèmes rotor-stator soumis à un flux. In *Actes du* 30eme *Colloque d'Aérodynamique Appliquée*, 1993.

[65] L. Elena and R. Schiestel. Turbulence modeling of confined flow in rotating disk systems. *AIAA J.*, 33(5) :812–821, 1995.

[66] L. Elena and R. Schiestel. Turbulence modeling of rotating confined flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17 :283–289, 1996.

[67] A.J. Faller. An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer. *J. Fluid. Mech.*, 15(4) :560–576, 1963.

[68] A.J. Faller. Large eddies in the atmospheric boundary layer and their possible role in formation of clouds. *J. Atm. Sci.*, 22 :176–184, 1965.

[69] A.J. Faller. Instability and transition of disturbed flow over a rotating disk. *J. Fluid. Mech.*, 230 :245–269, 1991.

[70] A.J. Faller and R.E. Kaylor. *Investigations of stability and transition in rotating boundary layers.* Academic Press, New-York, 1966.

[71] B.I. Fedorov, G.Z. Plavnik, I.V. Prokhorov, and L.G. Zhukhovitskii. Tansitional flow conditions on a rotating disk. *J. Eng. Phys.*, 31 :1448–1453, 1976.

[72] R. Fernandez-Feria. Axisymmetric instabilities of Bödewadt flow. *Phys. Fluids*, 12(7) :1730–1739, 2000.

[73] M. Firouzian, J.M. Owen, Pincombe J.R., and R.H. Rogers. Flow and heat transfer in a rotating cylindrical cavity with a radial inflow of fluid. part 2 : Velocity, pressure and heat transfer measurements. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 7(1) :21–27, 1986.

[74] E. Floriani, T. Dubock de Wit, and P. Le Gal. Nonlinear interactions in a rotating disk flow : from a Volterra model to the Ginzburg-Landau equation. *Chaos*, 10(4) :834, 2000.

[75] U. Frisch. *Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov.* Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[76] J. Fromm. Understanding turbulence through Navier-Stokes computation of flow between rotating disks. Technical report, IBM Almaden Research Center, 1987. IBM Research Report 5999 RJ Mathematics/Physics.

[77] R.M. Gassiat. *Étude expérimentale d'écoulements centripètes avec prérotation d'un fluide confiné entre un disque tournant et un carter fixe.* PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, avril 2000.

[78] G. Gauthier, P. Gondret, and M. Rabaud. Axisymmetric propagating vortices in the flow between a stationary and a rotating disk enclosed by a cylinder. *J. Fluid. Mech.*, 386 :105–126, 1999.

[79] G.A. Gerolymos, G.J. Michon, and J. Neubauer. Analysis and application of chorochronic periodicity in turbomachinery rotor-stator interaction computations. *J. of Propulsion and Power*, 18(6) :1139–1152, 2002.

[80] G.A. Gerolymos, J. Neubauer, V.C. Sharma, and I. Vallet. Improved prediction of turbomachinery flows using near-wall Reynolds-Stress Model. *J. of Turbomachinery*, 124 :86–99, 2002.

[81] G.A. Gerolymos and I. Vallet. Wall-Normal-Free Near-Wall Reynolds-Stress Closure for Three-Dimensional Compressible Separated Flows. *AIAA J.*, 39(10) :1833–1842, 2001.

[82] M. Gibson and B.E. Launder. Ground Effects on Pressure Fluctuattions in the Atmospheric Boundary Layer. *J. Fluid. Mech.*, 86(3) :491–511, 1978.

[83] K. Goda. A multistep technique with implicit difference schemes for calculating two or three dimensional cavity flows. *J. Comput. Phys.*, 30 :76–95, 1979.

[84] F. Gori. Is laminar flow in a cylindrical container with a rotating cover a Batchelor or Stewartson-type solution ? *J. Fluid. Eng.*, 107 :436–437, 1985.

[85] D. Greenspan. Numerical studies of flow between rotating coaxial disks. Univ. Wisconsin - Madison - Tech. Rep. 110, 1971.

[86] D. Greenspan. Numerical studies of flow between rotating coaxial disks. *J. Inst. Maths Applics*, 9 :370–377, 1972.

[87] H.P. Greenspan. *The theory of rotating fluids.* Cambridge University Press, Cambridge, 1968.

[88] N. Gregory, J.T. Stuart, and W.S. Walker. On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk. *Phil. Trans. R. Soc. London*, 248(A) :155–199, 1955.

[89] N. Gregory and W.S. Walker. Experiments on the effects of suction on the flow due to a rotating disk. *J. Fluid. Mech.*, 9 :225–234, 1960.

[90] A.H. Hadid. Chaotic flow in rotating lid cavities. *Phys. Fluids A*, 5(8), 1993.

[91] P. Haldenwang, G. Labrosse, S. Abboudi, and M. Deville. Chebyshev 3D spectral and 2D pseudospectral solvers for the Helmholtz equation. *J. Comput. Phys.*, 55 :115–128, 1984.

[92] P. Hall. An asymptotic investigation of the stationary modes of instability of the boundary layer on a rotating disc. *Proc. R. Soc. London A*, 406 :93–106, 1986.

[93] K. Hanjalic and B.E. Launder. Contribution towards a Reynolds-stress closure for low-Reynolds number turbulence. *J. Fluid. Mech.*, 74(4) :593–610, 1976.

[94] D.M. Hannah. Forced flow against a rotating disc. Reports and Memoranda 2772, 1947.

[95] D.C. Haworth and S.B. Pope. A generalized Langevin model for turbulent flows. *Phys. Fluids*, 29(2) :387–405, 1986.

[96] N.P. Hoffmann, F.H. Busse, and W.L. Chen. Transitions to complex flows in the Ekman-Couette layer. *J. Fluid. Mech.*, 366 :311, 1998.

[97] M. Holodniok, M. Kubícek, and V. Hlavácek. Computation of the flow between two rotating coaxial disks. *J. Fluid. Mech.*, 81(4) :689–699, 1977.

[98] M. Holodniok, M. Kubícek, and V. Hlavácek. Computation of the flow between two rotating coaxial disks : multiplicity of steady-state solutions. *J. Fluid. Mech.*, 108 :227–240, 1981.

[99] K. Horiuti. Comparison of conservative and rotationnal forms in large eddy simulation of turbulent channel flow. *J. Comput. Phys.*, 71 :343–370, 1987.

[100] P.G. Huang and M.A. Leschziner. Stabilization of recirculating flow computations performed with second moments closures and third order discretization. In *5th Int. Symp. On Turbulent Shear Flow*, Cornell University, 7-9 August 1985.

[101] S. Hugues. *Développement d'un algorithme de projection pour méthodes pseudospectrales : application à la simulation d'instabilités tridimensionnelles dans les cavités tournantes. Modélisation d'écoulements turbulents dans les systèmes rotor-stator.* PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 1998.

[102] S. Hugues and A. Randriamampianina. An improved projection scheme applied to pseudospectral methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 28 :501–521, 1998.

[103] H. Iacovides and J.W. Chew. The computation of convective heat transfer in rotating cavities. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 14(2) :146–154, 1993.

[104] H. Iacovides, K.S. Nikas, and M.A.F. Te Braak. Turbulent flow computations in rotating cavities using low-Reynolds-number models. In *ASME 96-GT-159, Int. Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition*, Birmingham, UK, 1996.

[105] H. Iacovides and I.P. Theofanopoulos. Turbulence modeling of axisymmetric flow inside rotating cavities. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 12(1) :2–11, 1991.

[106] H. Iacovides and P. Toumpanakis. Turbulence Modelling of Flow in Axisymmetric Rotor-Stator Systems. In Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, editor, *5th Int. Symp. On Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Paris, 7-10 sept. 1993.

[107] G. Ioss, H.B. Nielsen, and H. True. Bifurcation of the stationnary Ekman flow into a stable periodic flow. *Arch. Rat. Mech. Anal*, 68 :227–256, 1978.

[108] M. Itoh. *Stability calculations of three-dimensional boundary layer on a rotating disk*. Springer, Ed. V.R. Kozlov, Berlin, 1984.

[109] M. Itoh. Instability and transition of the flow around a rotating disk in a casing. *Toyota*, 36 :28–36, 1988.

[110] M. Itoh. On the instability of flow between coaxial rotating disks. In *ASME, FED 114, Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence*, 1991.

[111] M. Itoh. Experiments on the turbulent flow in the narrow clearance between a rotating and a stationary disk. In T. Kobayashi B.F. Carroll and M.J. Morris, editors, *Turbulent Flows*, volume ASME-FED 208, pages 27–32, 1995.

[112] M. Itoh, Y. Yamada, S. Imao, and M. Gonda. Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk. In W. Rodi and E.N. Ganic, editors, *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*, pages 659–668, New-York, 1990.

[113] M. Itoh, Y. Yamada, S. Imao, and M. Gonda. Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk. *Exp.Thermal Fluid Sci.*, 5 :359–368, 1992.

[114] M. Itoh, Y. Yamada, and K. Nishioka. Transition of the flow around an enclosed rotating disk. *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, 51 :452–460, 1985.

[115] R. Jacques, P. Le Quéré, and O. Daube. Axisymmetric numerical simulations of turbulent flow in a rotor stator enclosures. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 23 :381–397, 2002.

[116] L. Jacquin, O. Leuchter, C. Cambon, and J. Mathieu. Homogeneous turbulence in the presence of rotation. *J. Fluid. Mech.*, 220 :1–52, 1990.

[117] S. Jarre. *Etude expérimentale des instabilités sur disque tournant*. PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 1993.

[118] S. Jarre, P. Le Gal, and M.P. Chauve. Experimental study of rotating disk instability - 2. Forced flow. *Phys. Fluids*, 8(11) :2985–2994, 1996.

[119] H. Jimbo. Investigation of the interaction of windage and leakage phenomena in a centrifugal compressor. *ASME Paper*, 56-A-47, 1956.

[120] W. Jones and B.E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equations model of turbulence. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, 15 :301–314, 1972.

[121] G.E. Karniadakis, M. Israeli, and S.A. Orszag. High order splitting methods for the incompressible navier-stokes equations. *J. Comput. Phys.*, 97 :414–443, 1991.

[122] K.C. Kim and S.H. Kwon. Three-dimensional topology of hairpin packet structure in turbulent layer. In 12th *Int. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 12- 15 July 2004.

[123] R. Kobayashi, Y. Kohama, and C. Takamadate. Spiral vortices in boundary layer transition regime on a rotating disk. *Acta Mech.*, 35 :79–82, 1980.

[124] Y. Kohama. Study on boundary layer transition of a rotating disk. *Acta Mech.*, 50 :193–199, 1984.

[125] M.L. Koosinlin, B.E. Launder, and B.I. Sharma. Prediction of momentum, heat and mass transfer in swirling turbulent boundary layers. In *ASME J. Heat Transfer*, 1974.

[126] H.O. Kreiss and S.V. Parter. On the swirling flow between rotating coaxial disks : existence and uniqueness. *Commun. Pure Appl.Math.*, 36 :55–84, 1983.

[127] J. Kurokawa and T. Toyokura. Study on axial thrust of radial flow turbomachinery. In 2nd *International JSME Symposium*, Tokyo, 1972.

[128] J. Kurokawa, T. Toyokura, M. Shinjo, and K. Matsuo. Roughness effects on the flow along an enclosed rotating disk. *Bull. JSME*, 21 :1725–1732, 1978.

[129] A. La Porta and C.M. Surko. Phase defects as a measure of disorder in traveling-wave convection. *Phys. Rev. Lett.*, 77(13) :2678, 1996.

[130] G.N. Lance and M.H. Rogers. The axially symetric flow of a viscous fluid between two infinite rotating disks. *Proc. R. Soc. London A*, 266 :109–121, 1962.

[131] B.E. Launder. Second moment closure : present ... and future ? *Int. J. Heat Fluid Flow*, 10(4) :282–296, 1989.

[132] B.E. Launder, G.J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid. Mech.*, 68(3) :537–566, 1975.

[133] B.E. Launder and W.C. Reynolds. Asymptotic near-wall stress dissipation rates in a turbulent flow. *Phys. Fluids A*, 26(5) :1157–1158, 1983.

[134] B.E. Launder and B.I. Sharma. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1 :131–138, 1974.

[135] B.E. Launder and D.P. Tselepidakis. Application of a new second-moment closure to turbulent channel flow rotating in orthogonal mode. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 15(1) :2–10, 1994.

[136] P. Le Gal. Complex demodulation applied to the transition to turbulence of the flow over a rotating disk. *Phys. Fluids A*, 4(11) :2523–2528, 1992.

[137] P. Le Moal, R.M. Gassiat, P. Le Gal, M.P. Chauve, and Andlauer M. Ecoulements centripètes inter-disques avec prérotation : efforts axiaux induits sur le disque tournant. *La Houille Blanche*, 3 :51–55, 2001.

[138] D.K. Lilly. On the instability of Ekman boundary layer. *J. Atm. Sci.*, 23 :481–494, 1966.

[139] D.K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, 4 :633–635, 1992.

[140] R.J. Lingwood. Absolute instability of the boundary layer on a rotating disk. *J. Fluid. Mech.*, 299 :17–33, 1995.

[141] R.J. Lingwood. An experimental study of absolute instability of the rotating-disk boundary-layer flow. *J. Fluid. Mech.*, 314 :373–405, 1996.

[142] R.J. Lingwood. Absolute instability of the Ekman layer and related rotating flows. *J. Fluid. Mech.*, 331 :405–428, 1997.

[143] H. S. Littell and J. K. Eaton. Turbulence characteristics of the boundary layer on a rotating disk. *J. Fluid. Mech.*, 266 :175–207, 1994.

[144] J.M. Lopez. Flow between a stationnary and a rotating disk shrouded by a corotating cylinder. *Phys. Fluids*, 8(10) :2605–2613, 1996.

[145] J.M. Lopez, J.E. Hart, F. Marques, S. Kittelman, and J. Shen. Instability and mode interactions in a differentially driven rotating cylinder. *J. Fluid. Mech.*, 462 :383–409, 2002.

[146] J.M. Lopez and P.D. Weidman. Stability of stationnary endwall boundary layers during spin-down. *J. Fluid. Mech.*, 326 :373–398, 1996.

[147] J.L. Lumley. Computationnal modelling of turbulent flows. *Adv. Appl. Mech.*, 18 :123, 1978.

[148] M. Lygren and H.I. Andersson. Turbulent flow between a rotating and a stationary disk. *J. Fluid. Mech.*, 426 :297–326, 2001.

[149] M. Lygren and H.I. Andersson. Large eddy simulations of the turbulent flow between a rotating and a stationary disk. *Z. Angew. Math. Phys.*, 55 :268–281, 2004.

[150] L.M. Mack. The wave pattern produced by point source on a rotating disk. *AIAA J.*, 85-0490, 1985.

[151] L.M. Mack. A nonlinear, asymptotic investigation of the stationnary modes of instability of the three-dimensional boundary layer on a rotating disc. *Proc. R. Soc. London A*, 413 :497–513, 1987.

[152] J.B. MacLeod and S.V. Parter. On the flow between two counter-rotating infinite plane disks. *Arch. Rat. Mech. Anal*, 54 :301, 1974.

[153] M.R. Malik, S.P. Wilkinson, and S.A. Orszag. Instability and transition in rotating-disk flow. *AIAA J.*, 19(9) :1131–1138, 1981.

[154] O. Marchand. *Sur l'écoulement entre deux disques.* PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 1986.

[155] S.W. Marlatt and S. Biringen. Numerical simulation of spatially evolving Ekman layer instability. *Phys. Fluids*, 7(2) :449–451, 1995.

[156] G.L. Mellor, P.J. Chapple, and V.K. Stokes. On the flow between a rotating and a stationary disk. *J. Fluid. Mech.*, 31(1) :95–112, 1968.

[157] F. Millet. Etude expérimentale d'instabilités hydrodynamiques entre deux disques tournants en géométrie fermée. rapport de DEA, Univ. Pierre et Marie Curie, 1995.

[158] F. Moisy, O. Doaré, T. Pasutto, O. Daube, and M. Rabaud. Experimental and numerical study of the shear layer instability between two counter-rotating disks. *J. Fluid. Mech.*, 507 :175–202, 2004.

[159] A.P. Morse. Numerical prediction of turbulent flow in rotating cavities. *ASME J. of Turbomachinery*, 110 :202–212, 1988.

[160] A.P. Morse. Assessment of laminar-turbulent transition in closed disc geometries. In *Proc.* 34th *ASME International Gas Turbine Conf.*, Toronto, 1989.

[161] A.P. Morse. Applications of a low-reynolds number $k-\epsilon$ model to high speed rotating cavity flows. *ASME J. of Turbomachinery*, 114, 1992.

[162] Y. Nagano and H. Hattori. An improved turbulence model for rotating shear flows. *Journal of Turbulence*, 3(6) :1–14, 2002.

[163] K. Nakabayashi, O. Kitoh, and Y. Katoh. Similarity laws of velocity profiles and turbulence characteristics of Couette-Poiseuille turbulent flows. *J. Fluid. Mech.*, 507 :43–69, 2004.

[164] N. NGuyen, J.P. Ribault, and P. Florent. Multiple solutions for flow between coaxial disks. *J. Fluid. Mech.*, 68(2) :369–388, 1975.

[165] J.E. Nydahl. Heat transfer for the Bödewadt problem. Colorado State University - Fort Collins - Dissertation, 1971.

[166] J.M. Owen. Air-cooled gas turbine discs : a review of recent research. TFMRC Report - University of Sussex, 1988.

[167] J.M. Owen and U.P. Phadke. An investigation of ingress for a simple shrouded rotating disc system with a radial outflow of fluid. In *Proc. of the 25th ASME Gas Turbine Conf., Paper N80-GT-49*, 1980.

[168] J.M. Owen and J.R. Pincombe. Velocity measurements inside a rotating cylindrical cavity with a radial outflow of fluid. *J. Fluid. Mech.*, 99(1) :111–127, 1980.

[169] J.M. Owen and R.H. Rogers. *Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems : Rotating Cavities*, volume 2. Ed. Morris, W.D. John Wiley and Sons Inc., 1989.

[170] J.M. Owen and R.H. Rogers. *Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems : Rotor-Stator Systems*, volume 1. Ed. Morris, W.D. John Wiley and Sons Inc., 1989.

[171] S.V. Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow.* Mac Graw Hill, New-York, 1980.

[172] S.V. Patankar. A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations. *Num. Heat Transfer*, 4 :409–425, 1981.

[173] S.V. Patankar and D.B. Spalding. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flow. *Int.J. Heat and Mass Transfer*, 15 :1787–1806, 1972.

[174] C.E. Pearson. Numerical solutions for the time-dependent viscous flow between two rotating coaxial disks. *J. Fluid. Mech.*, 21(4) :623–633, 1965.

[175] H.J. Pesch and P. Rentrop. Numerical solution of the flow between two-counter-rotating infinite plane disks by multiple shooting. *Z. Angew. Math. Mech.*, 58 :23, 1978.

[176] U.P. Phadke and J.M. Owen. Aerodynamic aspects of the sealing of gas-turbine rotor-stator systems. part 1 : The behavior of simple shrouded rotating-disk systems in a quiscient environment. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 9(2) :98–105, 1988.

[177] K.G. Picha and E.R.G. Eckert. Study of the air flow between coaxial disks rotating with arbitrary velocities in an open or enclosed space. In *proceedings of* 3rd *U.S. Nat. Cong. Appl. Mech.*, 1958.

[178] L. Piétry. *Étude expérimentale de jets turbulents axisymétriques à densité variable. Analyse des propriétés statistiques des échelles du champ dynamique.* PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 1997.

[179] S.V. Pikhtov and E.M. Smirnov. Boundary layer stability on a rotating disk with corotation of the surrounding fluid. *Izv. Ross. Akad. Nauk. Mekh. Zhidk. Gaza*, 5 :69–77, 1992.

[180] J.R. Pincombe. *Optical measurements of the flow inside rotating cylinder.* PhD thesis, University of Sussex, 1983.

[181] J. Pontes, N. Mangiavacchi, A.R. Conceicao, O.R. Mattos, O.E. Barcia, and B. Tribollet. Instabilities in electrochemical systems with a rotating disc electrode. *J. Braz. Soc. Mech. Sci.*, 24(3) :1–17, 2002.

[182] Pratt and Whitney Aircraft. A study of pressure prediction methods for radial flow impellers. Technical report, Florida research development center, 1966.

[183] M. Raisee, A. Saneei, and H. Iacovides. Numerical study of turbulent flow in rotor-stator cavities using the linear and nonlinear $k-\epsilon$ models. In *Proceedings of the* 6th *European Turbomachinery Conference*, pages 706–715, Lille, 2005.

[184] A. Randriamampianina, L. Elena, J.P. Fontaine, and R. Schiestel. Numerical prediction of laminar, transitional and turbulent flows in shrouded rotor-stator systems. *Phys. Fluids*, 9(6) :1696–1712, 1997.

[185] H. Rasmussen. High Reynolds number flow between two infinite rotating disks. *J. Aust. Math. Soc.*, 12 :483–501, 1971.

[186] I. Raspo. *Méthodes spectrales et de décomposition de domaine pour les écoulements complexes confinés en rotation*. PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, 1996.

[187] I. Raspo, S. Hugues, E. Serre, A. Randriamampianina, and P. Bontoux. A spectral projection method for the simulation of complex three-dimensional rotating flows. *Computers and Fluids*, 31 :745–767, 2002.

[188] H.L. Reed and W.S. Saric. Stability of three-dimensional boundary layers. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 21 :235–284, 1989.

[189] D. Rémy. *Étude expérimentale par la tomographie et la PIV des structures instationnaires dans une cavité rotor-stator avec aspiration*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2004.

[190] D. Rémy, G. Gauthier, and D. Buisine. Instabilities between rotating and stationary parallel disks with suction. *Phys. Fluids*, 17(1), 2005.

[191] D. Rémy, N. Pérenne, J.M. Foucaut, and D. Buisine. étude par la piv des structures à la périphérie d'une cavité rotor-stator aspirée. *C.R. Mécanique*, 332 :195–201, 2004.

[192] C. Rey. Analyse des effets de variation de volume des gaz dans les équations générales de bilan. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 :4311–4326, 2000.

[193] W.C. Reynolds. Towards a structure-based turbulence model. In T.B. Gatski, S. Sarkar, and C.G. Speziale, editors, *Studies in Turbulence*. Springer-Verlag, 1991.

[194] S.M. Roberts and J.S. Shipman. Computation of the flow between a rotating and a stationnary disk. *J. Fluid. Mech.*, 73(1) :53–63, 1976.

[195] S.K. Robinson. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 23 :601–639, 1991.

[196] W. Rodi. A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. *Z. Angew. Math. Mech.*, 56 :219–221, 1976.

[197] R.H. Rogers and G.N. Lance. The rotationally symmetric flow of a viscous fluid in the presence of an infinite rotating disk. *J. Fluid. Mech.*, 7 :617–631, 1960.

[198] E. Rothman. Reducing round-off error in chebyshev pseudospectral computations. In *High Performance Computing II*, pages 423–439. Ed. M. Durand and F. El Dabaghi, North-Holland, 1991.

[199] N. Rott and W.S. Lewellen. Boundary layers and their interactions in rotating flows. *Prog. Aeronaut. Sci.*, 7(111), 1966.

[200] P.I. San'kov and E.M. Smirnov. Bifurcation and transition to turbulence in the gap between rotating and stationary parallel disks. *Fluid. Dyn.*, 26(6) :857, 1984.

[201] P.I. San'kov and E.M. Smirnov. Stability of viscous flow between rotating and stationnary disks. *Mekhanika Zhidkoshi i gaza*, 6 :79–87, 1991.

[202] E. Sauret. *Analyse et développement de modèles de turbulence au second-ordre proche paroi*. PhD thesis, Univ. de Paris VI, 2004.

[203] O. Savas. Circular waves on a staionnary disk in rotating flow. *Phys. Fluids*, 26 :3445–3448, 1983.

[204] O. Savas. Stability of Bödewadt flow. *J. Fluid. Mech.*, 183 :77–94, 1987.

[205] R. Schiestel. *Les écoulements turbulents*. Seconde édition, Hermès, Paris, 1998.

[206] R. Schiestel and Elena. Modeling of anisotropic turbulence in rapid rotation. *Aerospace Science and Technology*, 7 :441–451, 1997.

[207] R. Schiestel, L. Elena, and T. Rezoug. Numerical modeling of turbulent flow and heat transfer in rotating cavities. *Num. Heat Transfer A*, 24(1) :45–65, 1993.

[208] H. Schlichting. *Boundary-layer theory - 7th edition.* McGraw-Hill Book Company, New-York, 1979.

[209] L. Schouveiler. *Sur les instabilités des écoulements entre un disque fixe et un disque en rotation.* PhD thesis, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille I et II, janvier 1998.

[210] L. Schouveiler, P. Le Gal, and M.P. Chauve. Instabilities of the flow between a rotating and a stationary disk. *J. Fluid. Mech.*, 443 :329–350, 2001.

[211] F. Schultz-Grunow. Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehausen. *Z. Angew. Math. Mech.*, 5 :191–204, 1935.

[212] E. Serre, P. Bontoux, and B.E. Launder. Direct numerical simulation of transitional turbulent flow in a closed rotor-stator cavity. *Flow, Turbulence and Combustion*, 69 :35–50, 2002.

[213] E. Serre, E. Crespo Del Arco, and Bontoux P. Annular and spiral patterns in flow between rotating and stationary disks. *J. Fluid. Mech.*, 434 :65–100, 2001.

[214] E. Serre, S. Hugues, E. Crespo del Arco, A. Randriamampianina, and P. Bontoux. Axisymmetric and three-dimensional instabilities in an Ekman boundary layer flow. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 22 :82–93, 2001.

[215] E. Séverac, E. Serre, P. Bontoux, and B.E. Launder. A spectral vanishing viscosity technique as large eddy simulation of transitional rotor-stator flows. In *Proceedings of the* 6th *European Turbomachinery Conference*, pages 740–749, Lille, 2005.

[216] C. Simand, F. Chilla, and J.F. Pinton. Study of inhomogeneous turbulence in the closed flow between corotating disks. *Europhysics Letters*, 49 :336, 2000.

[217] A. Sirivat. Stability experiment of flow between a stationary and a rotating disk. *Phys. Fluids A*, 3(11) :2664–2671, 1991.

[218] N.H. Smith. Exploratory investigation of laminar boundary layer oscillations on a rotating disk. NACA Tech. Note 1227, 1946.

[219] C.G. Speziale. Second-order closure models for rotating turbulent flows. *Quaterly of Applied Mathematics*, 45(4) :721–733, 1987.

[220] G.F. Spooner and W.O. Criminale. The evolution of disturbances in an Ekman boundary layer. *J. Fluid. Mech.*, 115 :327–346, 1982.

[221] A.J. Stepanoff. Pompes centrifuges et pompes hélices. *Trans. ASME*, 54(15), 1932.

[222] K. Stewartson. On the flow between two rotating coaxial disks. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 49 :333–341, 1953.

[223] A.Z. Szeri, A. Giron, S.J. Schneider, and H.N. Kaufman. Flow between two rotating disks - part 2. Stability. *J. Fluid. Mech.*, 134 :133–154, 1983.

[224] A.Z. Szeri, S.J. Schneider, F. Labbe, and H.N. Kaufman. Flow between two rotating disks - part 1. Basic flow. *J. Fluid. Mech.*, 134 :103–131, 1983.

[225] R.K-H. Szeto. *The flow between rotating coaxial disks.* PhD thesis, Caltech - USA, 1978.

[226] P.R. Tatro and E.L. Mollo-Christensen. Experiments on Ekman layer instability. *J. Fluid. Mech.*, 28(3) :531–543, 1967.

[227] I.P. Theofanopoulos. Numerical computation of turbulent flow in rotating disk cavities. MSc Dissertation, Univ. of Manchester, 1988.

[228] E. Tuliska-Sznitko, E. Serre, and P. Bontoux. On the nature of the boundary layers instabilities in a flow between a rotating and a stationary disc. *C.R. Mécanique*, 330 :91–99, 2002.

[229] M. Turkyilmazoglu and J.S.B. Gajjar. Convective and absolute instability in the incompressible boundary layer on a rotating disk. CLSCM, 1998.

[230] J.M. Vanel, P. Peyret, and P. Bontoux. A pseudospectral solution of vorticity-stream function equations using the influence matrix technique. In *Numerical methods for fluid dynamics*, volume 2, pages 463–475. Morton, K.W. and Baines, M.J., editors, 1986.

[231] T. Von Kármán. Uber laminare und turbulente Reibung. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1(4) :233–252, 1921.

[232] M.P. Vonderwell and D.N. Riahi. Weakly non-linear development of rotating disk flow. *Int.J. Engng Sci.*, 31(4) :549–558, 1993.

[233] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model. *Phys. Fluids*, 6 :4057–4059, 1994.

[234] P.D. Weidman. On the spin-up and spin-down of rotating fluid, part.2 measurements and stability. *J. Fluid. Mech.*, 77(4) :709–735, 1976.

[235] S.P. Wilkinson and M.R. Malik. Stability experiments in rotating-disk flow. *AIAA J.*, 83, 1983.

[236] M. Wimmer. Die zähe Strömung im Spalt zwischen einer rotierenden Scheibe und einem ruhenden Gehäuse. *Z. Angew. Math. Mech.*, 58 :350, 1978.

[237] K. Yamaguchi, J. Nagao, Y. Tasaka, P. Le Gal, and Y. Takeda. Behavior of spot like-local structure appearing in torsional Couette flow. In *14th International Couette Taylor Workshop*, Sapporo, Japan, 2005.

[238] P.J. Zandbergen and Dijkstra D. Von Kármán swirling flows. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 19 :465–491, 1987.

[239] T.A. Zang. On the rotation and skew-symmetric forms for incompressible flow simulations. *Appl. Numer. Math*, 19 :465–491, 1990.

Publications

Cette thèse a donné lieu aux publications suivantes :

1. CHAUVE M.-P., PONCET S., LE GAL P. *Campagne de caractérisation des écoulements centripètes aux travers d'ajutages supérieurs*, Rapports intermédiaire (Déc. 2003) et final (Avril 2004) SNECMA n°2003.021.G, 2004.
2. PONCET S., CHAUVE M.-P., LE GAL P. *Experimental study of rotor-stator flows with centripetal fluxes*, XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw, Poland, 15-21 Août 2004.
3. PONCET S., CHAUVE M.-P., LE GAL P. *Turbulent Rotating Disk Flow with Inward Throughflow*, J. Fluid Mech. 522, p.253-262, 2005.
4. PONCET S., CHAUVE M.-P., LE GAL P. *Study of the entrainment coefficient of the fluid in a rotor-stator cavity*, Proc. of the 6th European Conference on Turbomachinery, p.246-256, Ed. G. Bois, C. Sieverding, M. Manna, T. Arts, Lille, France, 7-11 Mars 2005.
5. PONCET S., CHAUVE M.-P., LE GAL P. *Campagne de caractérisation des écoulements centrifuges entre un disque lisse fixe et un disque lisse tournant*, Rapports intermédiaire (Nov. 2004) et final (Mars 2005) SNECMA n°2004.093.G, 2005.
6. PONCET S., SCHIESTEL R., CHAUVE M.-P. *Turbulence modelling and measurements in a rotor-stator system with throughflow*, Engineering Turbulence Modelling and Experiments 6, Ed. W. Rodi & M. Mulas, Elsevier (Paris), p.761-770, 2005.
7. PONCET S., CHAUVE M.-P., SCHIESTEL R. *Batchelor versus Stewartson flow structures in a rotor-stator cavity with throughflow*, Phys. Fluids, 17 (7), 2005.
8. PONCET S., SCHIESTEL R., CHAUVE M.-P. *Centrifugal flow in a rotor-stator cavity*, J. Fluid Eng., 127 (4), p.687-694, 2005.
9. PONCET S., CHAUVE M.-P., SCHIESTEL R. *Écoulements tournants : de Stewartson à Batchelor*, Congrès Français de Mécanique, Troyes, 29 août-2 septembre 2005.
10. PONCET S., CHAUVE M.-P. *Crossflow instability in rotor-stator flows with an axial inward throughflow*, à paraître dans J. Fluid Mech., 2005.
11. PONCET S., RANDRIAMAMPIANINA A. *Écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator fermée de grand rapport d'aspect*, à paraître dans C.R. Mécanique, 2005.
12. RANDRIAMAMPIANINA A., PONCET S. *Turbulence characteristics of the Bödewadt layer in a large enclosed rotor-stator system*, Phys. Fluids, soumis, octobre 2005.

Annexe A

Banc expérimental

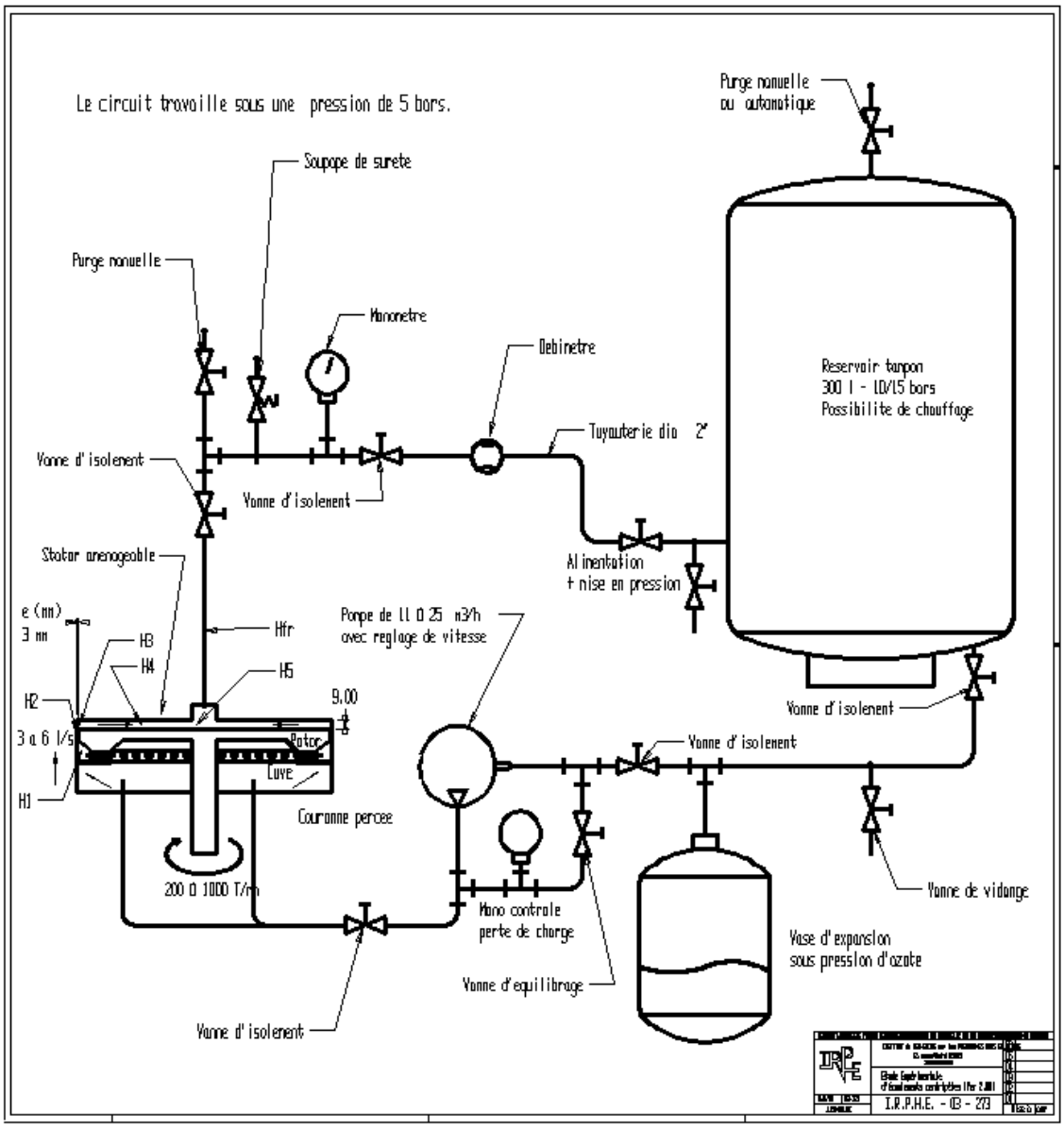


Fig. A.1 – Schéma général de fonctionnement du banc expérimental.

Annexe B

Récapitulatif des cas étudiés

Voici un récapitulatif des divers cas traités dans cette thèse, d'abord sous la forme d'un diagramme (fig.B.1), qui reprend les 4 régimes d'écoulement selon Owen et Rogers [170], puis sous la forme d'un tableau (tab.B.1).

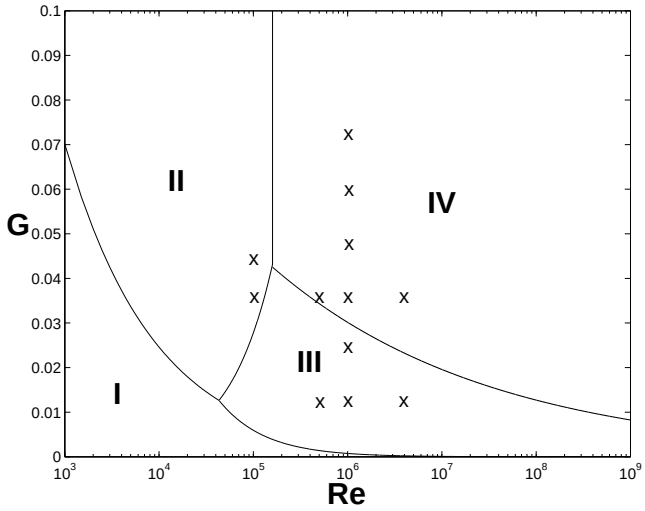


Fig. B.1 – Les 4 régimes d'écoulement rencontrés dans une cavité de type rotor-stator fermée, selon Owen et Rogers [170], avec ($\times$) les cas traités. Le régime I correspond à un écoulement laminaire à couches limites jointes, le régime III à un écoulement turbulent à couches limites jointes. Dans les régimes II et IV, les couches limites sont séparées, et l'écoulement est respectivement laminaire et turbulent

Le tableau B.1 résume les écoulements étudiés soit par des mesures de vitesse (V) ou de pression (P), soit par des prévisions numériques issues du modèle RSM (M), ou par des prévisions numériques issues du modèle $k-\epsilon$ (K) ou soit par les prévisions de la DNS (D). Cette liste est valable pour les chapitres 4 à 6. Elle n'inclue pas les mesures et les calculs d'écoulements laminaires effectués mais peu pertinents ainsi que tous les autres cas traités pour valider le modèle RSM ou pour obtenir seulement un résultat ponctuel. Les résultats obtenus pour des géométries particulières (avec ajutages par exemple) figurent dans le mémoire mais ne sont pas répertoriés ici. Toutes les prévisions du modèle RSM ont été comparées à celles du modèle $k-\epsilon$ mais ces comparaisons ne figurent pas dans ce manuscript pour ne pas l'alourdir.

méthode	h (mm)	G	Ω (tr/min)	Re	Q (l/s)	C_w
M	1	0.004	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
M	1	0.004	150	1.04×10^6	0	0
M	1	0.004	150	1.04×10^6	1.40	5929
V - P - M	3	0.012	75	5.19×10^5	-2.44	-10317
V - P - M	3	0.012	75	5.19×10^5	-1.22	-5159
V - P - M	3	0.012	75	5.19×10^5	-0.61	-2579
V - P - M	3	0.012	75	5.19×10^5	0	0
V - P - M	3	0.012	150	1.04×10^6	-2.44	-10317
M	3	0.012	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
V - P - M	3	0.012	150	1.04×10^6	-1.22	-5159
V - P - M	3	0.012	150	1.04×10^6	-0.61	-2579
V - P - M	3	0.012	150	1.04×10^6	0	0
M	3	0.012	150	1.04×10^6	1.40	5929
V - P - M	3	0.012	600	4.15×10^6	-2.44	-10317
V - P - M	3	0.012	600	4.15×10^6	-1.22	-5159
V - P - M	3	0.012	600	4.15×10^6	-0.61	-2579
V - P - M	3	0.012	600	4.15×10^6	0	0
M	6	0.024	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
M	6	0.024	150	1.04×10^6	0	0
M	6	0.024	150	1.04×10^6	1.40	5929
M	9	0.036	14.5	10^5	0	0
V - P - M	9	0.036	75	5.19×10^5	-2.44	-10317
V - P - M	9	0.036	75	5.19×10^5	-1.22	-5159
V - P - M	9	0.036	75	5.19×10^5	-0.61	-2579
V - P - M	9	0.036	75	5.19×10^5	0	0
V - P - M	9	0.036	150	1.04×10^6	-2.44	-10317
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	-2.34	-9881
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
V - P - M	9	0.036	150	1.04×10^6	-1.22	-5159
V - P - M	9	0.036	150	1.04×10^6	-0.61	-2579
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	-0.47	-1976
V - P - M	9	0.036	150	1.04×10^6	0	0
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	0.47	1976
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	1.40	5929
V - P - M - K	9	0.036	150	1.04×10^6	2.34	9881
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-2.44	-10317
P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-2.34	-9881
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-1.40	-5929
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-1.22	-5159
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-0.61	-2579
P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	-0.47	-1976
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	0	0
V - P - M	9	0.036	600	4.15×10^6	1.40	5929
V - M - D	11.6	0.0464	15.5	9.5×10^4	0	0
M	12	0.048	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
M	12	0.048	150	1.04×10^6	0	0
M	12	0.048	150	1.04×10^6	1.40	5929
M	15	0.06	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
M	15	0.06	150	1.04×10^6	0	0
M	15	0.06	150	1.04×10^6	1.40	5929
M	18	0.072	150	1.04×10^6	-1.40	-5929
M	18	0.072	150	1.04×10^6	0	0
M	18	0.072	150	1.04×10^6	1.40	5929

Tab. B.1 – Ensemble des cas considérés.

Annexe C

Simulation numérique directe

On présente, dans cette annexe, l'approche numérique utilisée pour la simulation numérique directe de l'écoulement de transition dans une cavité de type rotor-stator fermée étudié au chapitre 4.

C.1 Modèle mathématique

Les variables sont adimensionnées en prenant $(R_2 - R_1)/2$ et h comme longueurs caractéristiques dans les directions respectivement radiale et axiale, ΩR_2 comme vitesse caractéristique et $h/(2\Omega R_2)$ comme temps caractéristique. $Re = \Omega R_2^2/\nu$ est le nombre de Reynolds de rotation. Selon les directions (r, θ, z), les composantes de la vitesse sont respectivement (V_r, V_θ, V_z) et P est la pression. En utilisant les échelles de temps et d'espace, les équations à résoudre sont les équations de Navier-Stokes adimensionnées dans un repère de référence tournant à la vitesse Ω avec un terme source $\mathbf{F} = (F_r, F_\theta, F_z)$ calculé à partir d'une solution exacte choisie $(\mathbf{V}_e, P_e)$ et l'équation de continuité. La solution exacte stable définie dans $[-1, 1] \times [0, 2\pi[\times[-1, 1]$ est :

$$V_{r_e}(r, \theta, z) = \frac{1}{2\pi}\ (sin(\pi r))^2\ sin(2\pi z)\ cos(\theta) \tag{C.1}$$

$$V_{\theta_e}(r, \theta, z) = -\frac{1}{2\pi}\ (sin(\pi r))^2\ sin(2\pi z)\ sin(\theta) \tag{C.2}$$

$$V_{z_e}(r, \theta, z) = -\frac{1}{2\pi G}\ sin(\pi r)\ (sin(2\pi z))^2\ cos(\theta) \tag{C.3}$$

$$P_e(r, \theta, z) = [cos(\pi r) + cos(\pi z)]\ cos(\theta) \tag{C.4}$$

Le champ de vitesse V_e est à divergence nulle et satisfait des conditions aux limites homogènes de type Dirichlet.

C.2 Modèle numérique

On résoud les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles, incompressibles et instationnaires avec une formulation en variables primitives en utilisant des approximations spectrales.

C.2.1 Méthode de calcul

La solution $\mathbf{V}^0 = (V_r^0, V_\theta^0, V_z^0))$ qui permet l'initialisation du code axisymétrique est la suivante, pour $i = 1, N$ et $j = 1, M$:

$$V_\theta^0(i, j) = (r(i) + R_c)(1 - e^{(\kappa(1-z(j)))})(1 - e^{(\kappa(1-r(i)))})/(R_c + 1) \tag{C.5}$$

$$V_r^0(i, j) = V_z^0(i, j) = 0 \tag{C.6}$$

où κ est un coefficient qui régularise la solution au niveau des coins de la cavité (ici $\kappa = -250$).

On prend comme conditions aux limites sur la frontière ∂D :

$$V_r^0(i,0) = V_r^0(i,M) = V_r^0(N,j) = V_r^0(0,j) = 0 \tag{C.7}$$
$$V_z^0(i,0) = V_z^0(i,M) = V_z^0(N,j) = V_z^0(0,j) = 0 \tag{C.8}$$
$$V_\theta^0(i,0) = V_\theta^0(0,j) = 0 \tag{C.9}$$
$$V_\theta^0(N,j) = \frac{R_c - 1}{R_c + 1} \tag{C.10}$$
$$V_\theta^0(i,M) = (r(i) + R_c)(1 - e^{(\kappa(1-r(i)))}/(R_c + 1) \tag{C.11}$$

On calcule la solution axisymétrique à partir de cette solution initiale par l'intermédiaire du code axisymétrique. On introduit dans chaque plan azimutal la solution axisymétrique convergée. On ajoute ensuite une perturbation aléatoire $D(i)$, pour $i = 1...K$, de la forme :

$$D(i) = (2A(i) - 1)e^{(\frac{-2(i-1)^2}{3\pi^2})} \tag{C.12}$$

où A est un vecteur de nombres aléatoires compris entre 0 et 1. L'écoulement se tridimensionnalise et on lance le code 3D jusqu'à obtenir une solution convergée. Les conditions aux frontières sont les mêmes que pour la vitesse initiale.

C.2.2 Approximation spatiale

La méthode de résolution est basée sur une méthode pseudospectrale de type Chebyshev-Fourier [25, 187] avec un développement en pôlynomes de Chebyshev dans les directions radiale et axiale et un développement en séries de Fourier dans la direction azimutale. Elle est largement utilisée dans les études d'écoulements en système rotor-stator [213, 214]. Cette approximation est appliquée aux points de collocation, où les équations différentielles sont satisfaites exactement. Nous avons considéré les points de Chebyshev-Gauss-Lobatto, $r_i = cos(i\pi/N)$ pour $i \in [0, N]$ et $z_j = cos(j\pi/M)$ pour $j \in [0, M]$, qui correspondent aux extrema des pôlynomes de Chebyshev de degrés N et M respectivement dans les directions radiale et axiale. Cela permet d'assurer une meilleure précision à l'intérieur des couches limites. Les variables spatiales adimensionnées ont donc été normalisées de $[-1, 1] \times [-1, 1]$ pour l'utilisation de ces pôlynomes.

L'approximation de toute variable de l'écoulement $f = (V_r, V_\theta, V_z, P)$ et de ses dérivées vient de la représentation en séries tronquées :

$$f_{NM}(r,z,t) = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{M} \hat{f}_{nm}(t) T_n(r) T_m(z) \tag{C.13}$$
$$\frac{\partial^q f_{NMK}}{\partial r^q}(r_i, z_j, t) = \sum_{\eta=0}^{N} dr_{i\eta}^{(q)} f_{NMK}(r_\eta, z_j, t) \tag{C.14}$$
$$\frac{\partial^q f_{NMK}}{\partial z^q}(r_i, z_j, t) = \sum_{\xi=0}^{M} dz_{j\xi}^{(q)} f_{NMK}(r_i, z_\xi, t), \tag{C.15}$$

pour $-1 \leq r, z \leq 1$ et où $dr_{ij}^{(q)}$ et $dz_{ij}^{(q)}$ correspondent aux coefficients des matrices des dérivées premières et secondes $(q = 1, 2)$ et où $\theta_k = 2\pi k/K (k = 0, ..., K-1)$ sont les points azimutaux. Une expansion de ces coefficients basée sur la fonction sinus [198] est utilisée pour réduire l'erreur finale.

T_n et T_m sont les polynômes de Chebyshev de degrés n et m et $\hat{f}_{nmp}$ sont les coefficients spectraux définis par :

$$\hat{f}_{nmp}(t) = \frac{1}{K} \frac{1}{c_n'} \frac{1}{c_m'} \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{M} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{c_i c_j'} f(r_i, \theta_k, z_j, t) T_n(r_i) T_m(z_j) e^{-ip\theta_k} \tag{C.16}$$

avec $c_0 = c_N = c_0' = c_M' = 2$ et $c_n = c_m' = 1$ pour $n = 1, N-1$ et $m = 1, M-1$. Les inconnues $f(r_n, \theta_k, z_m)$ sont des réels dans l'espace physique. Des conditions aux limites physiques sont prises aux frontières.

C.2.3 Schéma temporel

Les équations de Navier-Stokes et de continuité sont discrétisées en temps en utilisant un schéma semi-implicite du second ordre [230] : les termes de diffusion sont discrétisés de manière pleinement implicite, alors que les termes de convection sont évalués à l'aide d'un schéma d'Adams-Bashforth. Le schéma temporel s'écrit donc dans le domaine D :

$$\frac{3\mathbf{V}^{n+1} - 4\mathbf{V}^n + \mathbf{V}^{n-1}}{2\delta t} + 2(\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^n - (\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^{n-1} = -\nabla P^{n+1} + \nu\Delta\mathbf{V}^{n+1} + \mathbf{F}^{n+1} \tag{C.17}$$

La partie convective $\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V}$ est remplacée par la forme "skew-symmétrique" $\frac{1}{2}(\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V} + \nabla(\mathbf{VV}))$, qui engendre une erreur d'aliasing plus faible que la forme rotationnelle [99] pour un coût de calcul négligeable [239] lorsque les polynômes de Chebyshev sont utilisés. De plus, elle conserve l'énergie cinétique, ce qui est une condition nécessaire pour que la simulation soit stable en temps.

La condition aux frontières, sur ∂D, est :

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{W}^{n+1} \tag{C.18}$$

L'équation de continuité dans tout le domaine $(D \cup \partial D)$ s'écrit :

$$\nabla.\mathbf{V}^{n+1} = 0 \tag{C.19}$$

Comme conditions initiales, on prend $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}^0$ avec $\nabla.\mathbf{V}^0 = 0$ dans $D \cup \partial D$.

A chaque pas de temps δt, la solution des équations de Navier-Stokes se réduit à une solution des équations de type Helmholtz et Poisson dans l'espace de Fourier. Pour le calcul des termes non-linéaires, les dérivées dans chaque direction spatiale sont calculées dans l'espace spectral et les résultats sont obtenus dans l'espace physique. Un algorithme de FFT relie les deux espaces. Pour les termes diffusifs, on utilise les matrices de différentiation spectrale. Pour résoudre les problèmes de Poisson et d'Helmholtz, un solveur direct basé sur une technique de diagonalisation de matrice pleine proposée par Haldenwang et *al.* [91] est utilisé. Ici, les matrices contenant les opérateurs radial et axial sont diagonalisées avec des valeurs propres réelles. Les détails du solveur 3D sont décrits par Raspo [186].

C.2.4 Schéma de projection

Dans les équations de Navier-Stokes classiques, la pression permet d'assurer la divergence nulle de la vitesse à chaque pas de temps. Il existe donc un couplage vitesse-pression qu'on traite par une méthode de projection. Elle consiste à résoudre les équations du mouvement et l'équation de continuité en plusieurs étapes.

Le fait qu'on ne dispose pas d'équation d'évolution de la pression en fonction du temps induit un manque de précision en temps. La méthode développée par Hugues [101] et reprise par Raspo et *al.* [187] reprend l'algorithme de Goda [83] en introduisant, en plus, une pression préliminaire directement dérivée des équations de Navier-Stokes à l'étape de prédiction, ce qui permet au gradient normal de pression à la frontière de varier avec le temps. Cette méthode consiste en trois étapes :

1. Etape préliminaire : une pression préliminaire $\bar{P}^{n+1}$ est calculée à partir d'une équation de Poisson dérivée de l'équation (C.17) avec la contrainte d'incompressibilité et des conditions aux frontières de type Neumann. Le terme de diffusion $\Delta\mathbf{V}^{n+1}$ est approximé à l'aide d'un schéma d'Adams-Bashforth. Le problème de Poisson à résoudre dans D est donc :

$$\nabla^2\bar{P}^{n+1} = \nabla.\Big[-2(\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^n + (\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^{n-1} + \mathbf{F}^{n+1}\Big] \tag{C.20}$$

avec aux frontières, ∂D :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\bar{P}^{n+1}}{\partial n} &= \mathbf{n}.\Big[\frac{-3\mathbf{W}^{n+1} + 4\mathbf{V}^n - \mathbf{V}^{n-1}}{2\delta t} - 2(\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^n + (\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^{n-1} \\ &\quad + \nu(2\Delta\mathbf{V}^n - \Delta\mathbf{V}^{n-1}) + \mathbf{F}^{n+1}\Big]\end{aligned} \tag{C.21}$$

Pour satisfaire la condition de compatibilité, le Laplacien de la vitesse est décomposé en deux parties, comme proposé par Karniadakis et *al.* [121]. Le terme de diffusion s'écrit donc :

$$2\Delta\mathbf{V}^n - \Delta\mathbf{V}^{n-1} = -2\nabla\times\nabla\times\mathbf{V}^n + \nabla\times\nabla\times\mathbf{V}^{n-1} \tag{C.22}$$

2. Etape de prédiction : comme pour l'algorithme de Goda [83], le champ de vitesse prédit $\mathbf{V}^*$ est calculé implicitement à partir de l'équation (C.17), dans laquelle le gradient de pression au temps actuel t_{n+1} est remplacé par le gradient de pression préliminaire, dans D :

$$\frac{3\mathbf{V}^* - 4\mathbf{V}^n + \mathbf{V}^{n-1}}{2\delta t} + 2(\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^n - (\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V})^{n-1} = -\nabla\bar{P}^{n+1} + \nu\Delta\mathbf{V}^* + \mathbf{F}^{n+1} \tag{C.23}$$

Aux frontières ∂D, on a :

$$\mathbf{V}^* = \mathbf{W}^{n+1} \tag{C.24}$$

3. Etape de projection : le champ de vitesse $\mathbf{V}^*$ est corrigé en tenant compte du gradient de pression à t_{n+1} afin que le champ de vitesse final satisfasse la contrainte d'incompressibilité. On calcule le système suivant :

$$\frac{3}{2\delta t}(\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^*) = -\nabla(P^{n+1} - \bar{P}^{n+1}) \quad \text{dans } D \cup \partial D \tag{C.25}$$

$$\mathbf{V}^{n+1}.\mathbf{n} = \mathbf{W}^{n+1}.\mathbf{n} \qquad \text{sur } \partial D \tag{C.26}$$

$$\nabla.\mathbf{V}^{n+1} = 0 \qquad \text{dans } D \tag{C.27}$$

On introduit alors une variable intermédiaire $\varphi = 2\delta t(P^{n+1} - \bar{P}^{n+1})/3$, telle que :

$$\nabla^2\varphi = \nabla.\mathbf{V}^* \quad \text{dans } D \tag{C.28}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{sur } \partial D \tag{C.29}$$

Les champs de vitesse et de pression dans $D \cup \partial D$ sont alors obtenus à partir des formules suivantes :

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^* - \nabla\varphi \tag{C.30}$$

$$P^{n+1} = \bar{P}^{n+1} + \frac{3}{2\delta t}\varphi \tag{C.31}$$

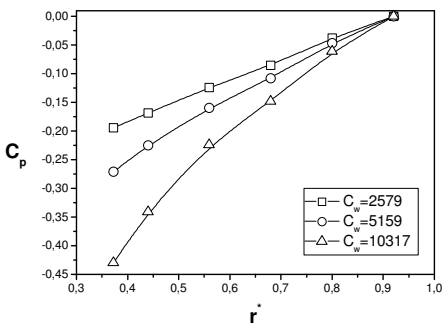
Cela fournit un champ de vitesse consistant et à divergence nulle. Le gradient de pression normal à la frontière varie alors avec le temps. A chaque δt, on a sur la frontière ∂D :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial P^{n+1}}{\partial n} = \frac{\partial\bar{P}^{n+1}}{\partial n} \tag{C.32}$$

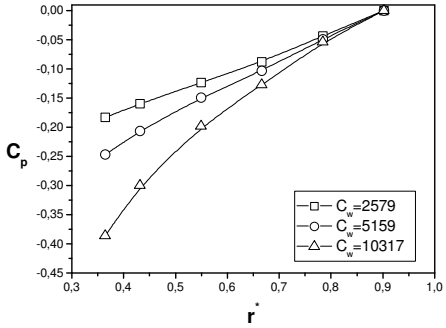
L'erreur sur la vitesse de frottement aux frontières due à la méthode de projection est réduite d'un ordre de grandeur par rapport à la méthode de Goda [83] : elle était en $O(\delta t^2)$ pour la méthode de Goda, alors qu'elle est en $O(\delta t^3)$ pour la méthode de Hugues [101], à condition que la différence $\bar{P}^{n+1} - P^{n+1}$ soit en $O(\delta t^2)$.

Annexe D

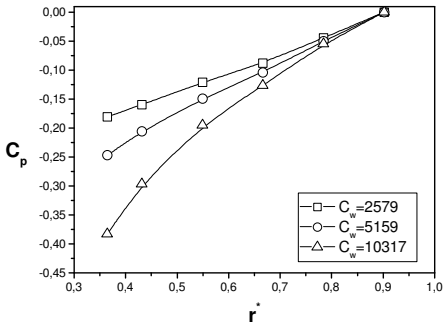
Effet d'ajutages supérieurs sur les pertes de charge radiales



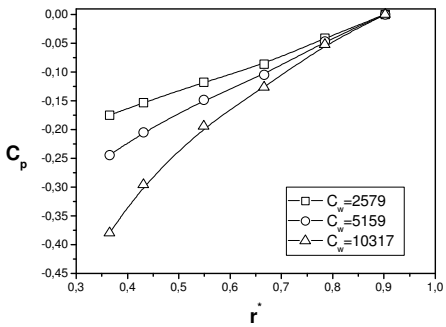
(a)



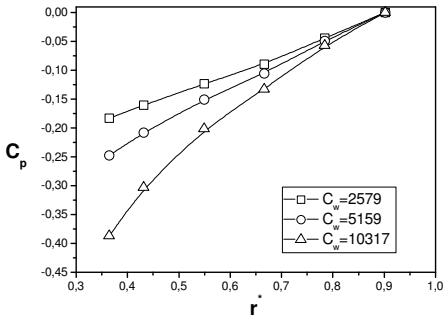
(b)



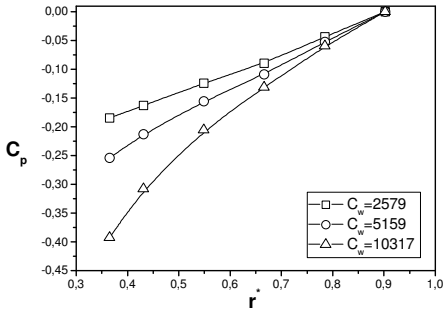
(c)



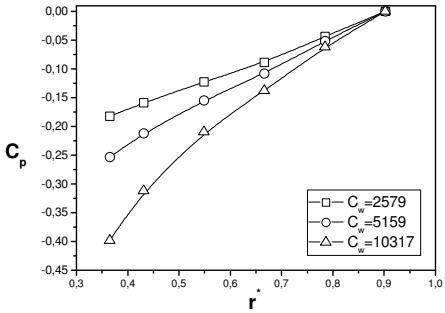
(d)



(e)

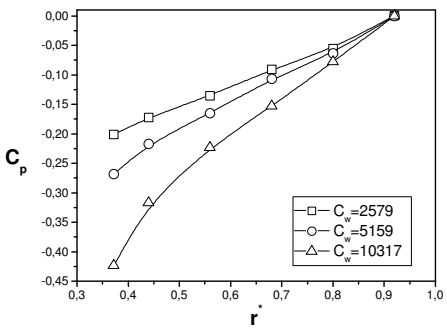


(f)

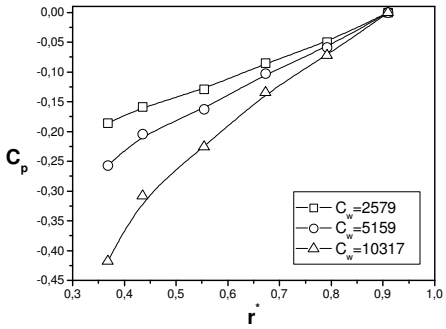


(g)

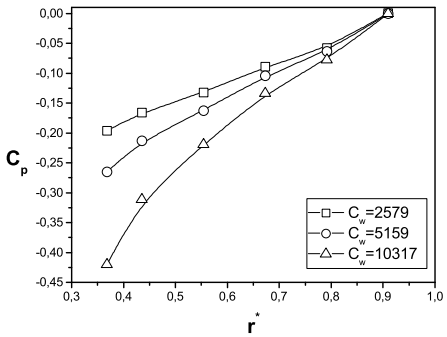
FIG. D.1 – Pertes de charge radiales pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et trois flux centripètes ; Cas du recouvrement positif $\delta = 2$ mm : (a) $h_i = 0$, (b) $h_i = 0.34$ mm, (c) $h_i = 0.45$, (d) $h_i = 0.58$, (e) $h_i = 0.85$, (f) $h_i = 0.97$, (g) $h_i = 1.09$.



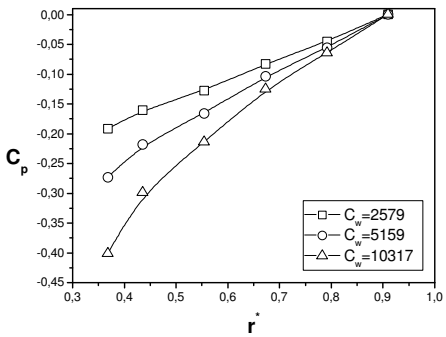
(a)



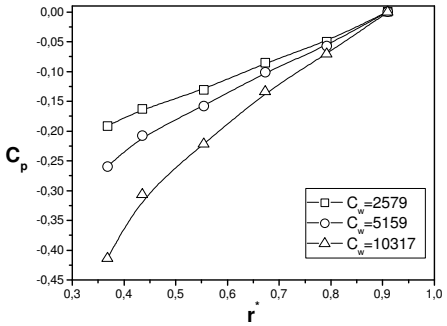
(b)



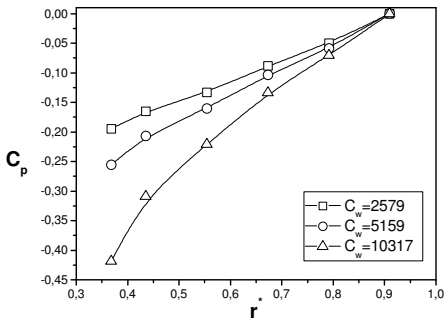
(c)



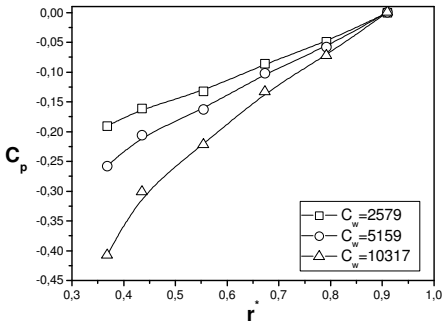
(d)



(e)



(f)



(g)

FIG. D.2 – Pertes de charge radiales pour $G = 0.036$, $Re = 4.15 \times 10^6$ et trois flux centripètes ; Cas du recouvrement négatif $\delta = -0.3$ mm : (a) $h_i = 0$, (b) $h_i = 0.3$ mm, (c) $h_i = 0.45$, (d) $h_i = 0.6$, (e) $h_i = 0.78$, (f) $h_i = 0.94$, (g) $h_i = 1.15$.

Annexe E

Profils axiaux des vitesses moyennes pour un écoulement avec flux centrifuge

On compare les prévisions du modèle RSM (−) et les mesures par LDA (∘) pour trois positions radiales $r^* = 0.44, 0.68, 0.92$. On représente les profils axiaux des vitesses moyennes radiale V_r^* et tangentielle V_θ^* pour diverses configurations.

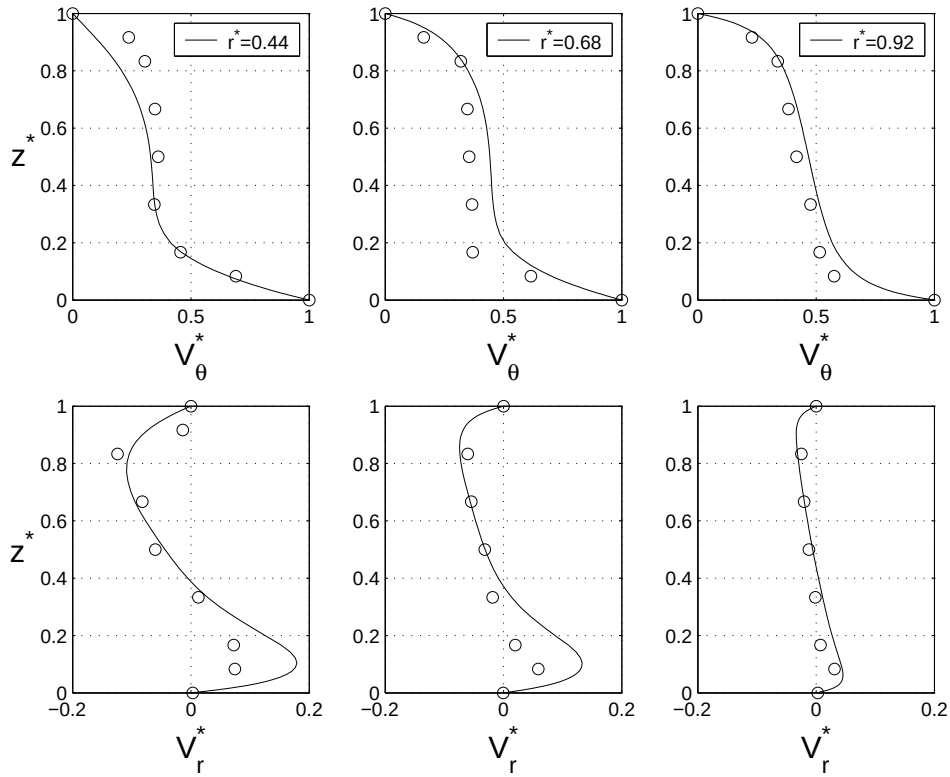


FIG. E.1 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = 0$, $G = 0.012$.

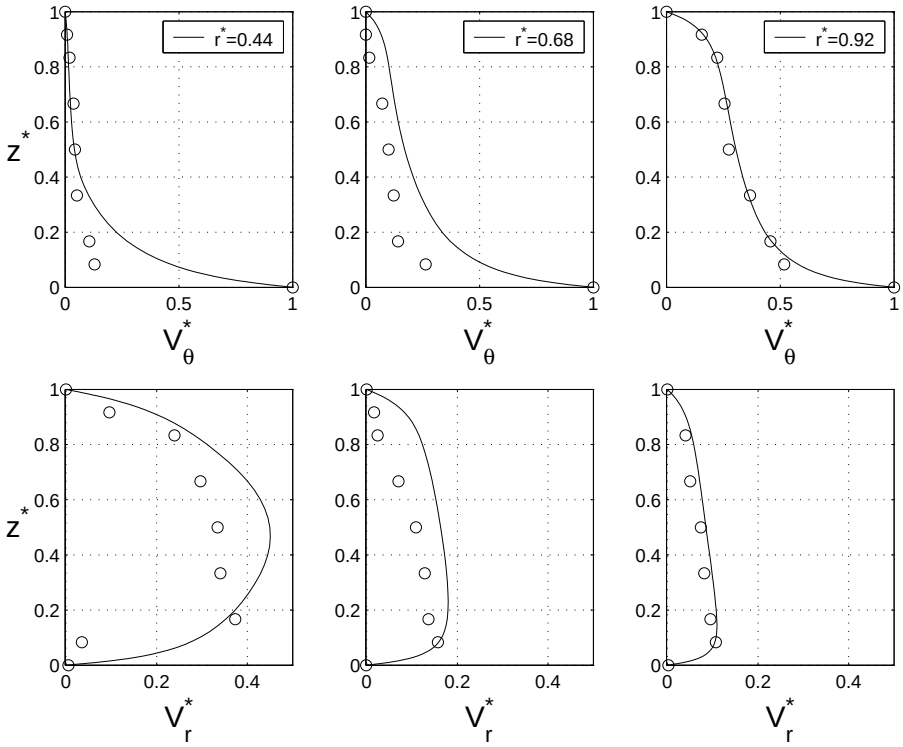


FIG. E.2 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -2579$, $G = 0.012$.

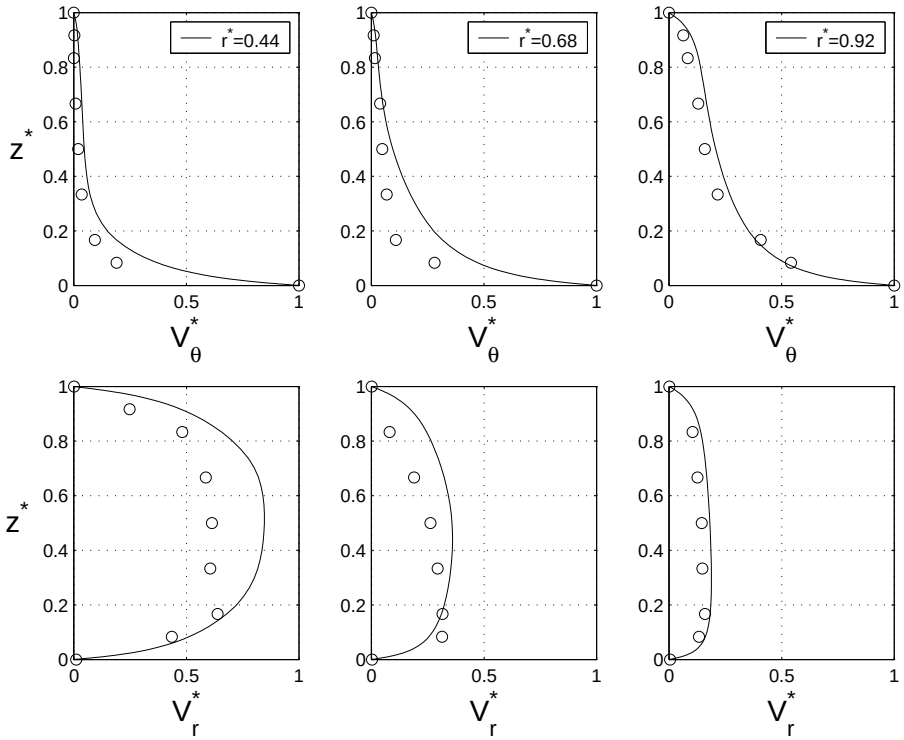


FIG. E.3 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -5159$, $G = 0.012$.

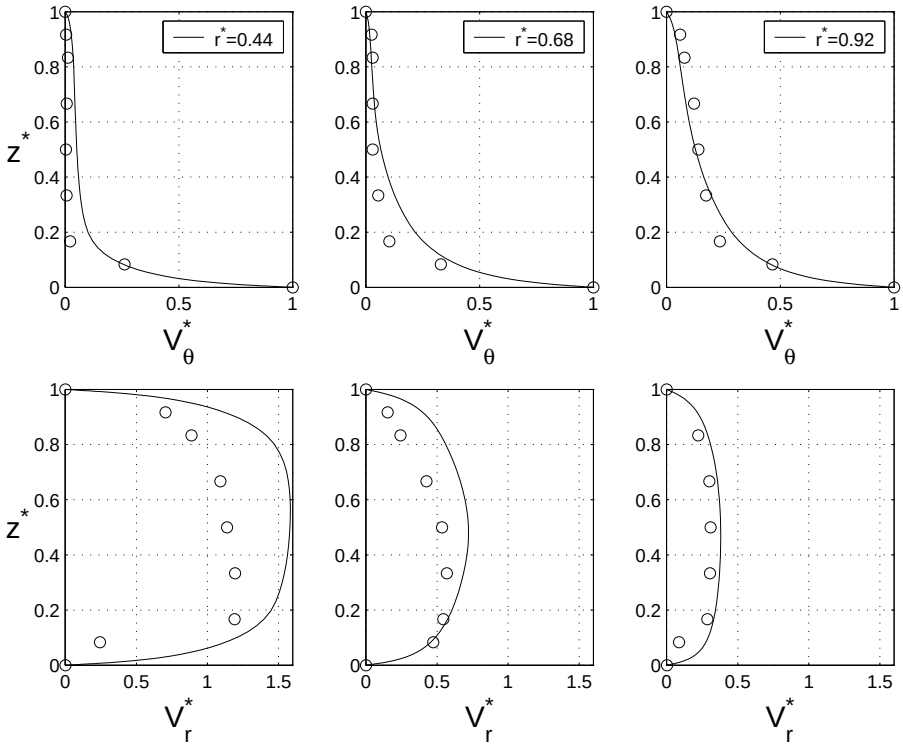


FIG. E.4 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -10317$, $G = 0.012$.

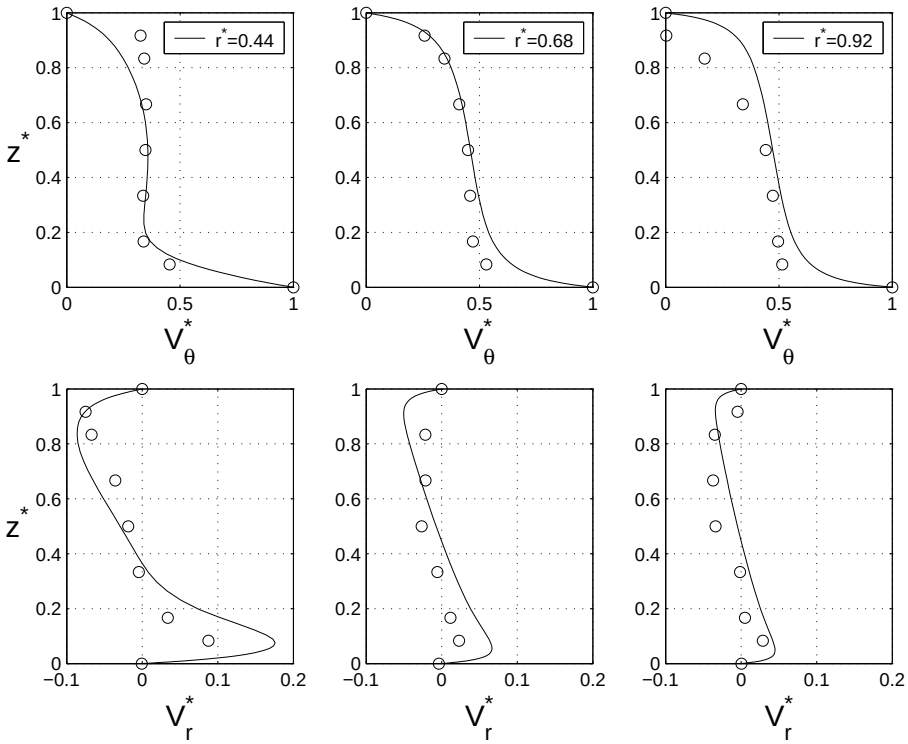


FIG. E.5 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = 0$, $G = 0.012$.

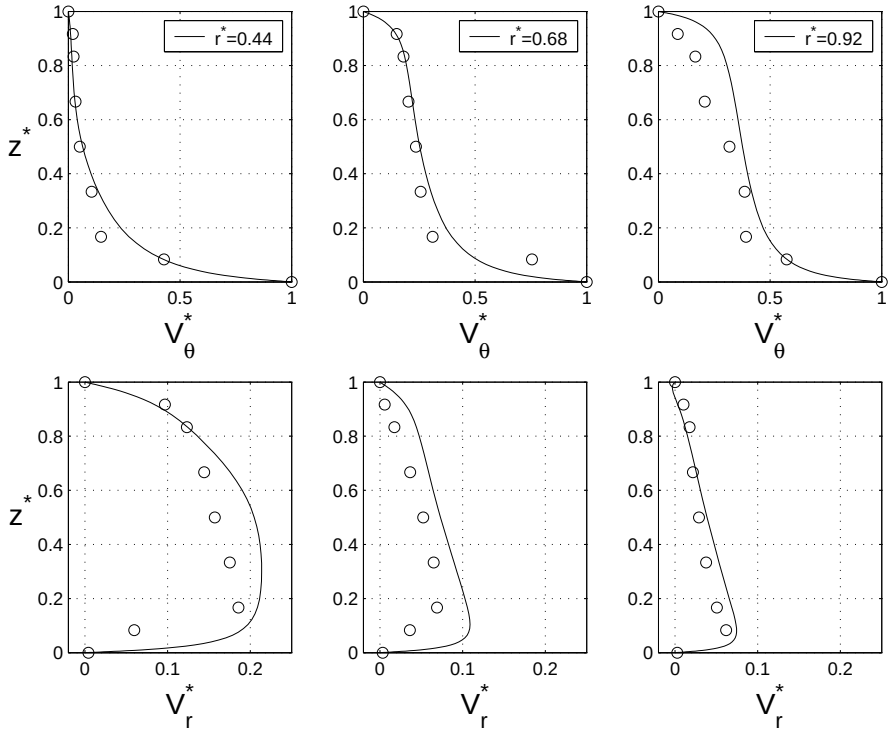


FIG. E.6 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -2579$, $G = 0.012$.

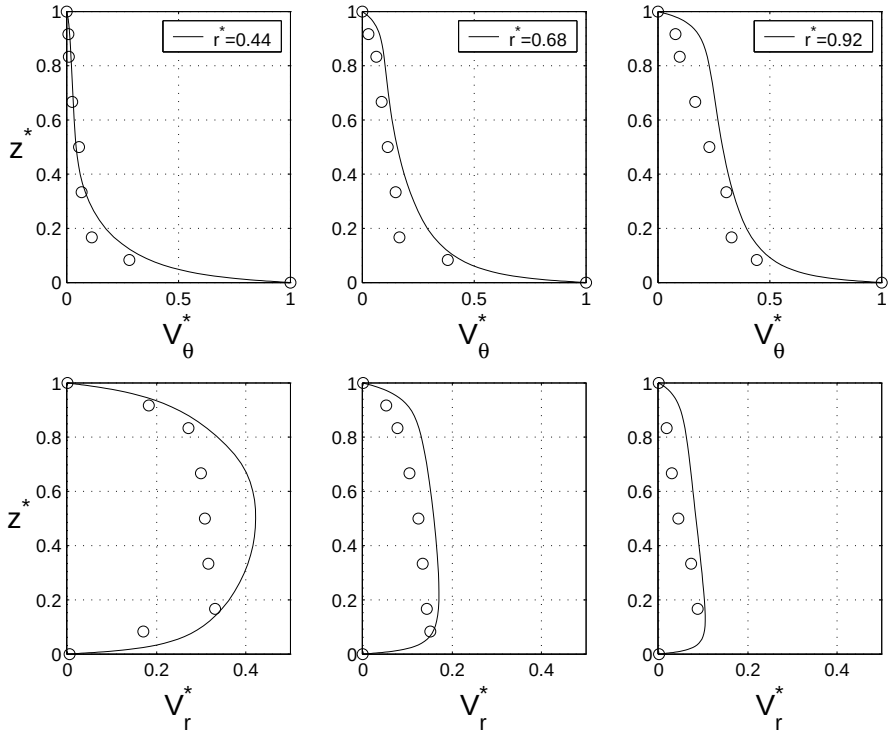


FIG. E.7 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -5159$, $G = 0.012$.

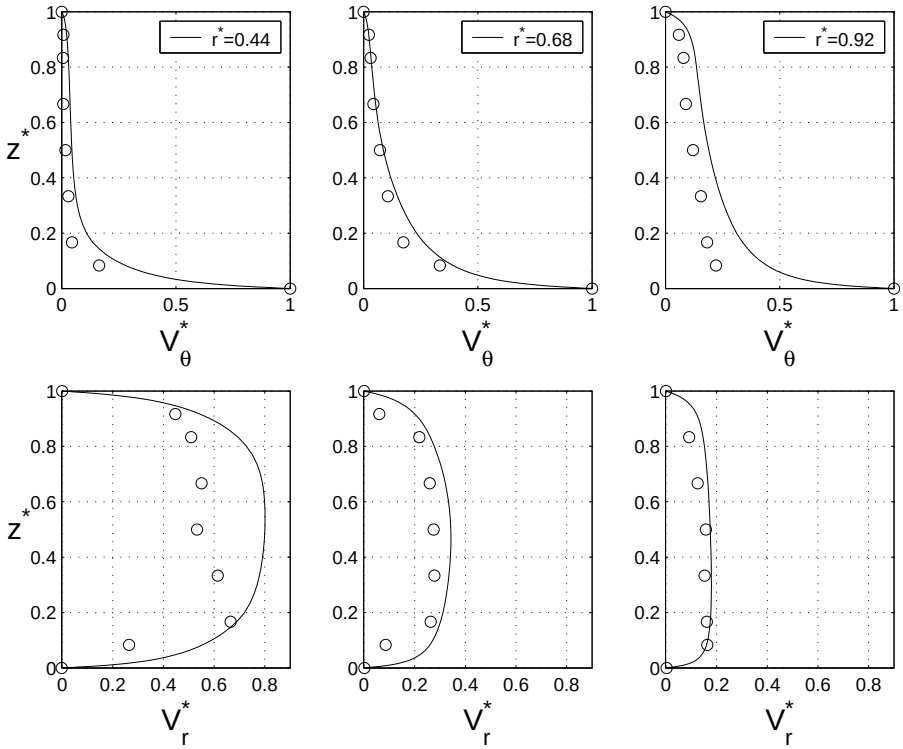


FIG. E.8 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -10317$, $G = 0.012$.

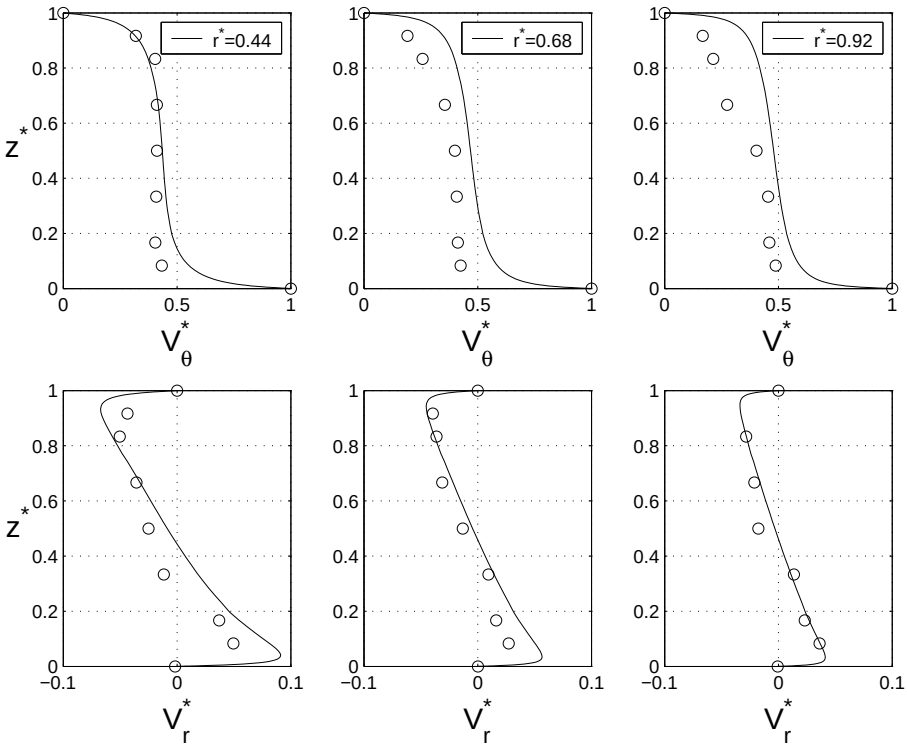


FIG. E.9 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = 0$, $G = 0.012$.

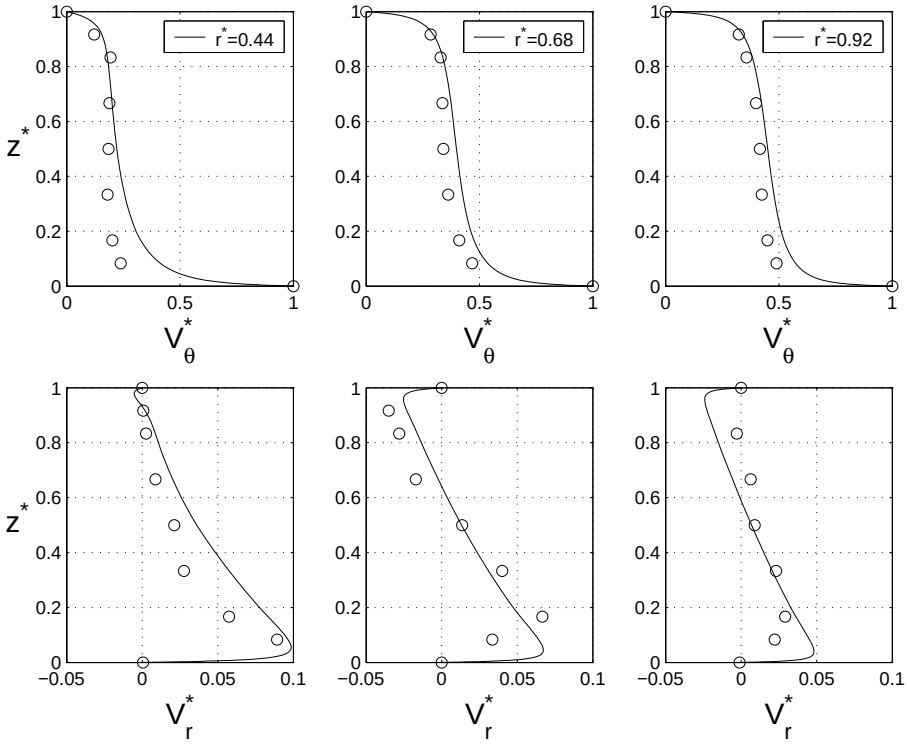


FIG. E.10 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -2579$, $G = 0.012$.

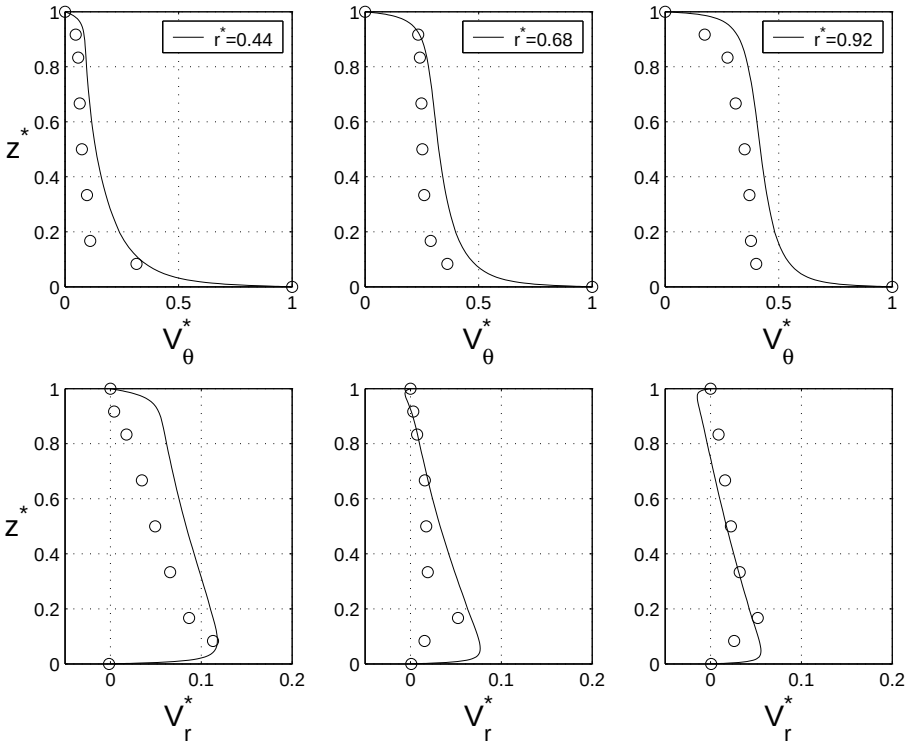


FIG. E.11 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -5159$, $G = 0.012$.

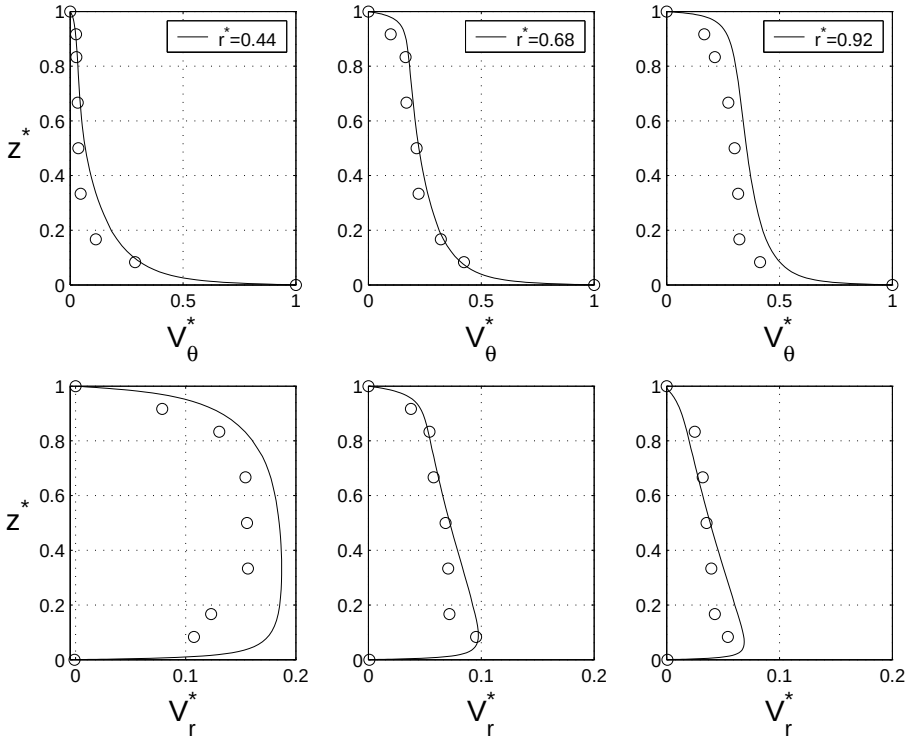


FIG. E.12 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -10317$, $G = 0.012$.

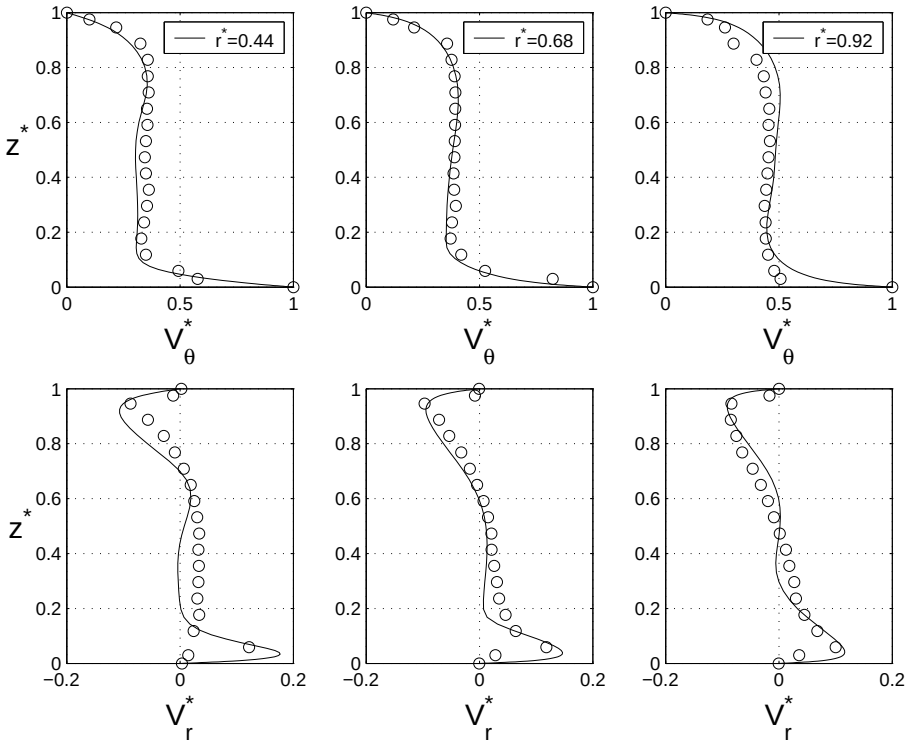


FIG. E.13 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = 0$, $G = 0.036$.

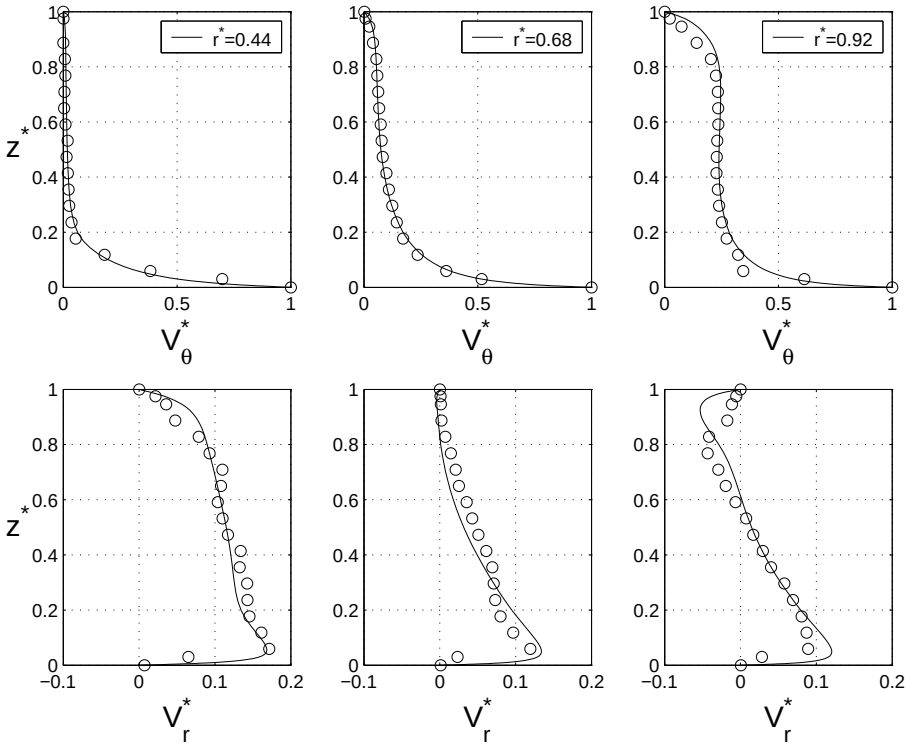


FIG. E.14 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -2579$, $G = 0.036$.

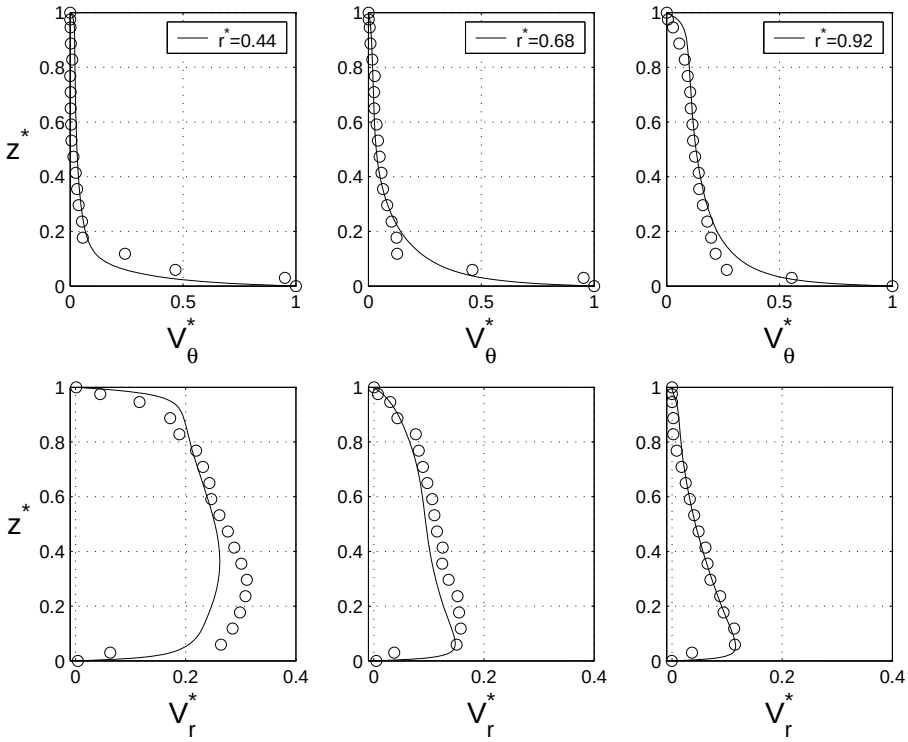


FIG. E.15 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -5159$, $G = 0.036$.

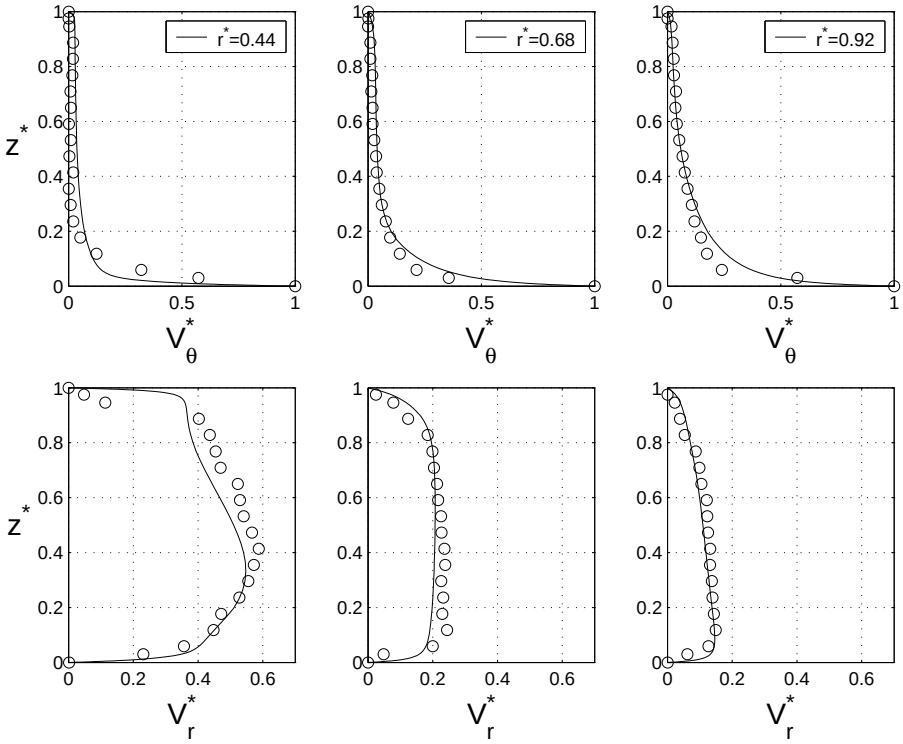


FIG. E.16 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 5.189 \times 10^5$, $C_w = -10317$, $G = 0.036$.

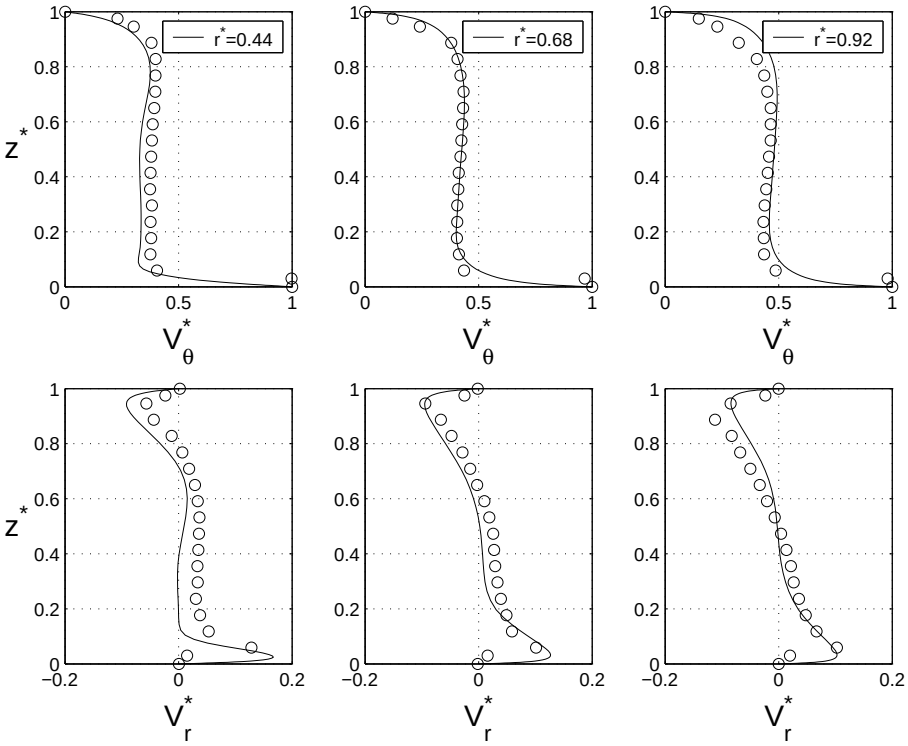


FIG. E.17 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = 0$, $G = 0.036$.

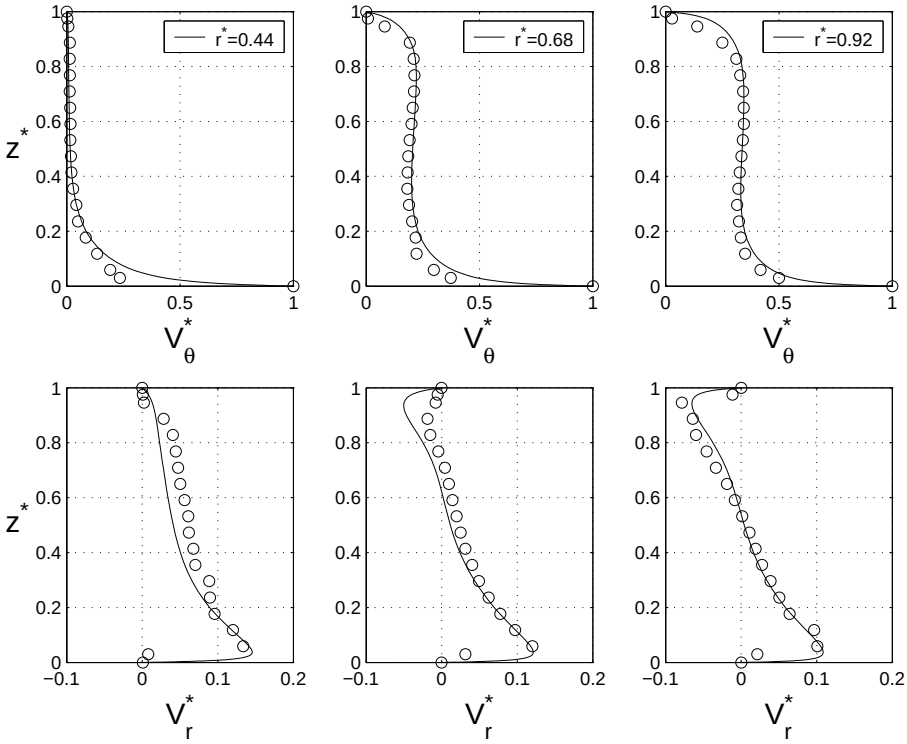


FIG. E.18 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -2579$, $G = 0.036$.

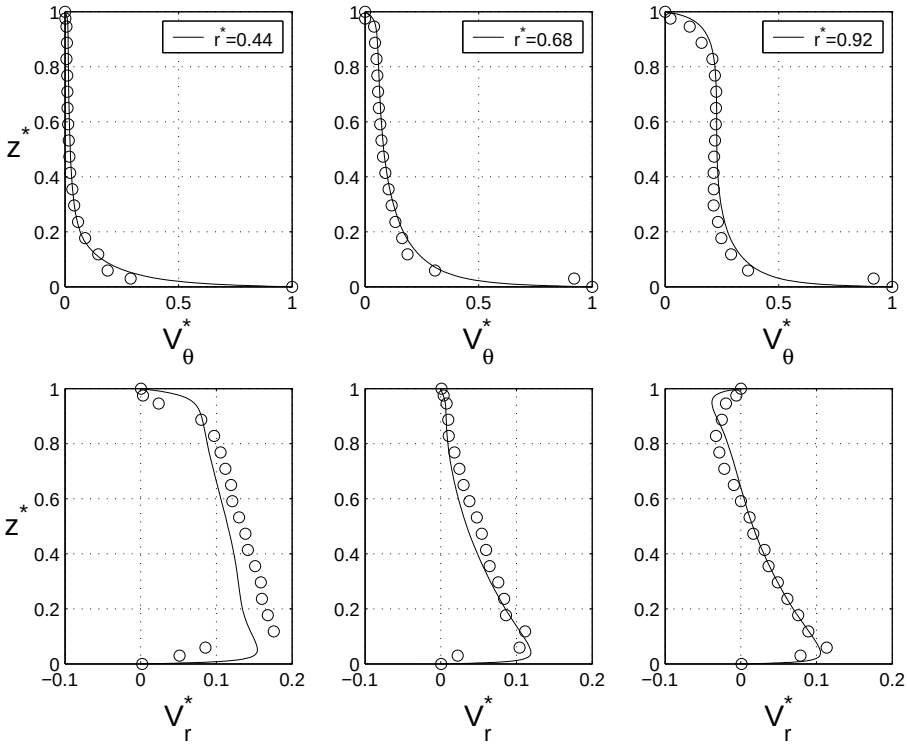


FIG. E.19 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -5159$, $G = 0.036$.

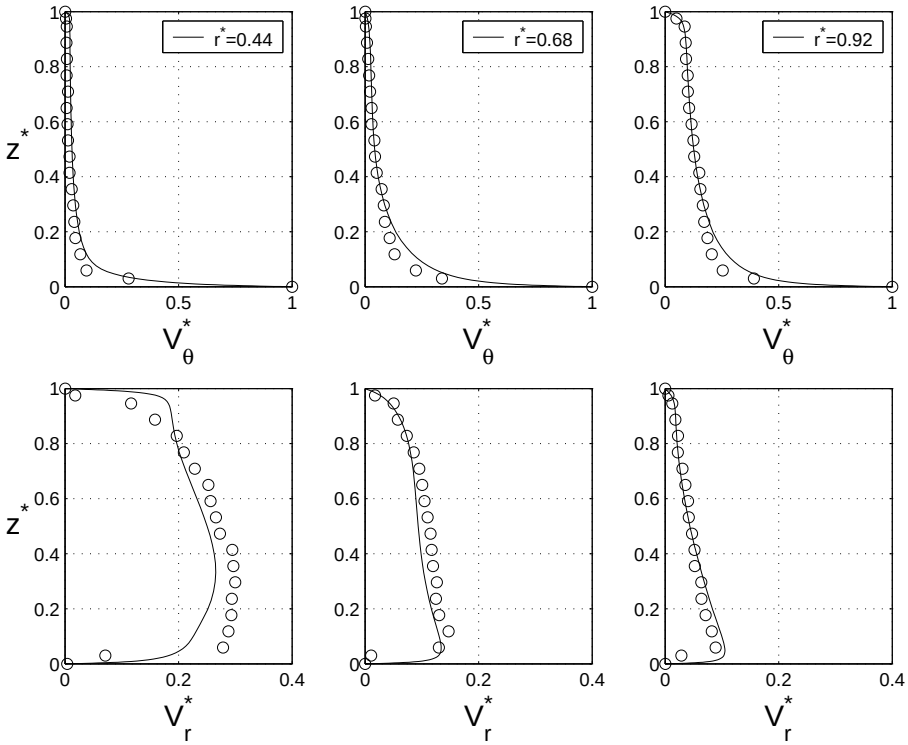


FIG. E.20 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 1.038 \times 10^6$, $C_w = -10317$, $G = 0.036$.

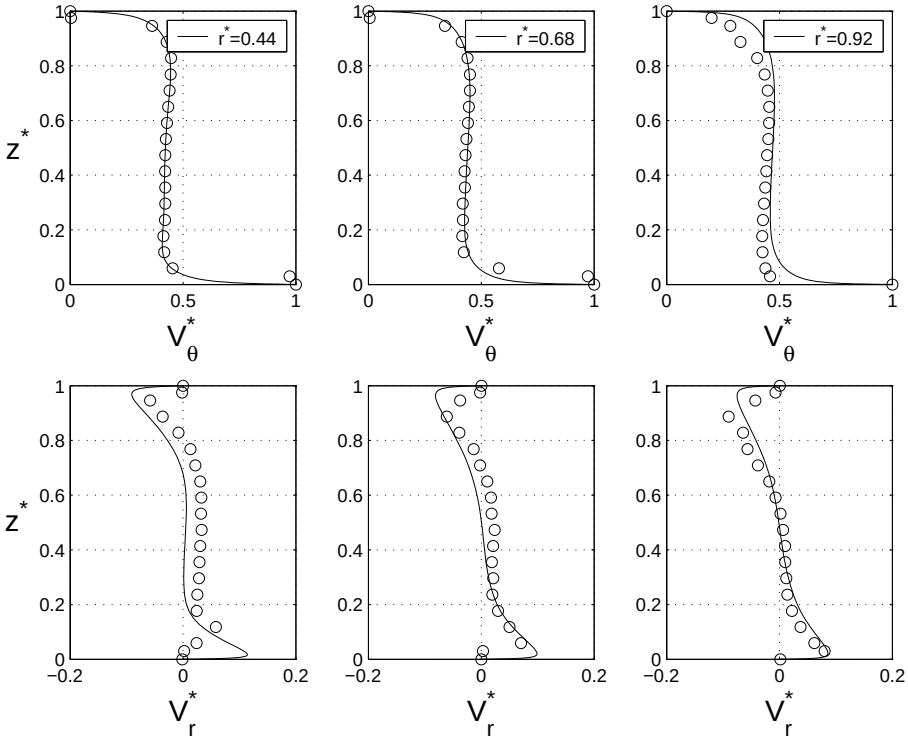


FIG. E.21 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = 0$, $G = 0.036$.

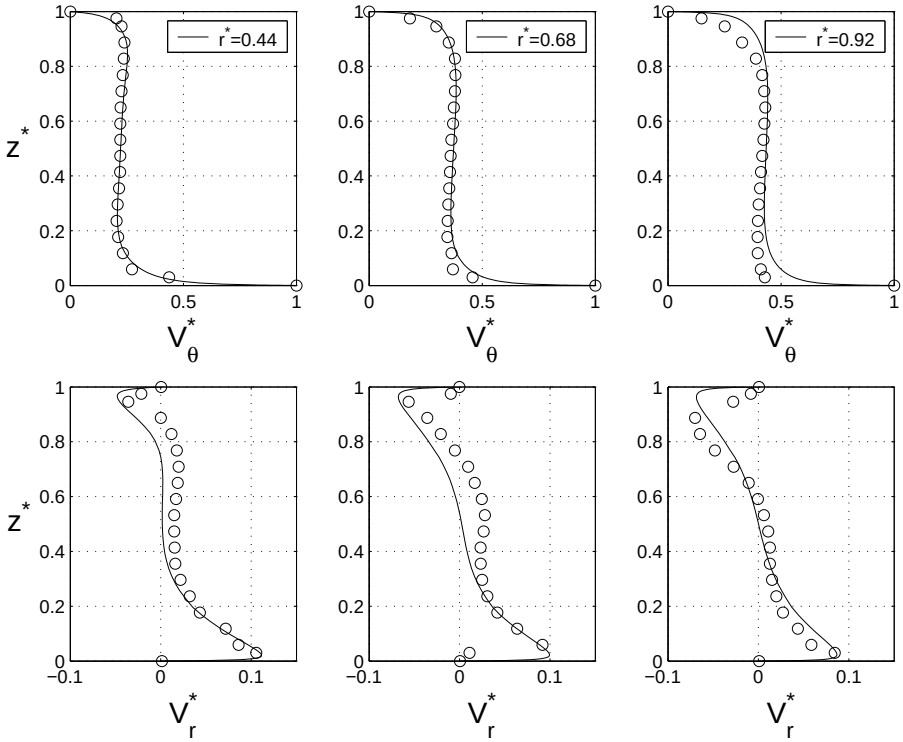


FIG. E.22 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -2579$, $G = 0.036$.

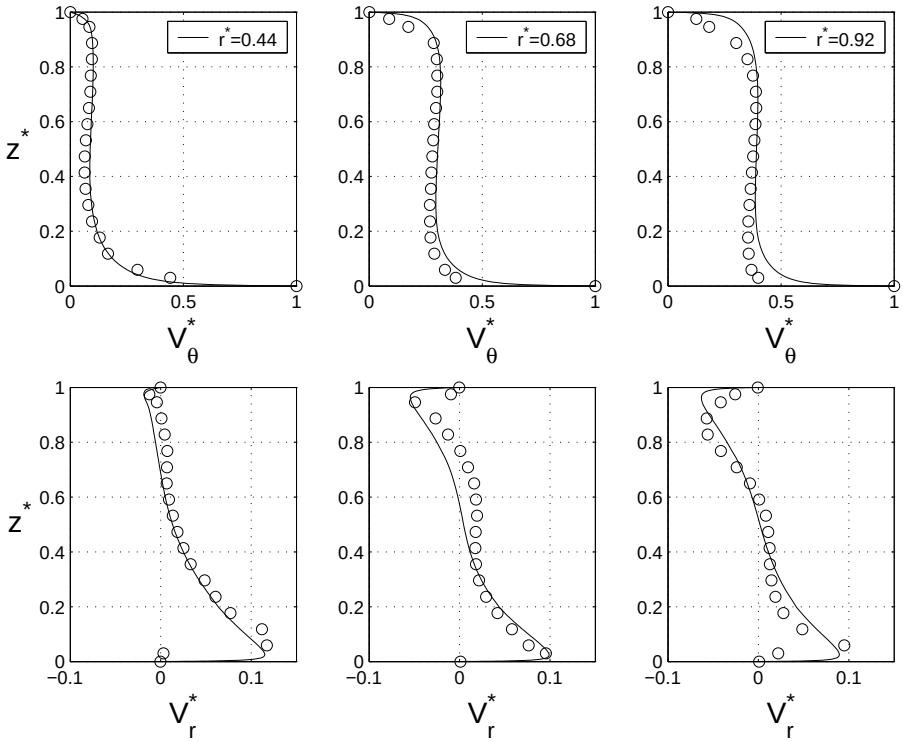


FIG. E.23 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -5159$, $G = 0.036$.

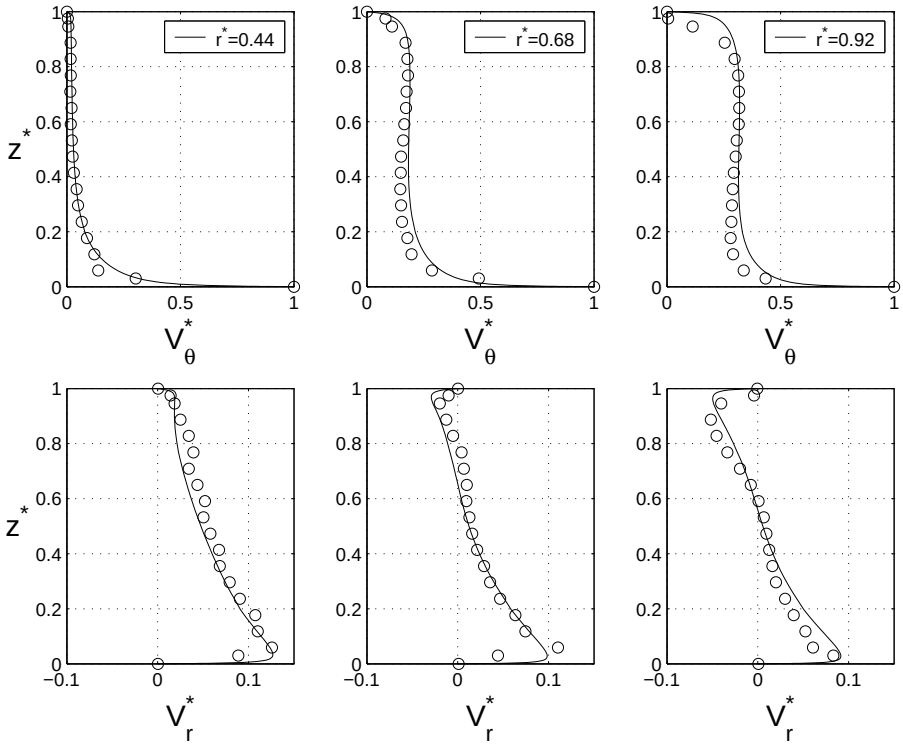


FIG. E.24 – Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $Re = 4.151 \times 10^6$, $C_w = -10317$, $G = 0.036$.