



**HAL**  
open science

**TRANSFERT DE FRÉQUENCE DE RÉFÉRENCE  
MÉTROLOGIQUE PAR FIBRE OPTIQUE :  
APPLICATION À L'ÉLABORATION  
D'UNE ÉCHELLE DE TEMPS.**

Jad Saalaoui

► **To cite this version:**

Jad Saalaoui. TRANSFERT DE FRÉQUENCE DE RÉFÉRENCE MÉTROLOGIQUE PAR FIBRE OPTIQUE : APPLICATION À L'ÉLABORATION D'UNE ÉCHELLE DE TEMPS.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Franche-Comté, 2005. Français. NNT: . tel-00011172

**HAL Id: tel-00011172**

**<https://theses.hal.science/tel-00011172>**

Submitted on 8 Dec 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée à

L'UFR DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR  
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ  
spécialité Sciences Pour l'Ingénieur**

**TRANSFERT DE FRÉQUENCE DE RÉFÉRENCE  
MÉTROLOGIQUE PAR FIBRE OPTIQUE :  
APPLICATION À L'ÉLABORATION D'UNE  
ÉCHELLE DE TEMPS.**

par

**Jad SAALAOUI**

**Soutenue le 30 Septembre 2005 devant la commission d'examen :**

<b>Président</b>	E. RUBIOLA	Professeur, Université de Franche Comté, dépt.LPMO institut Femto-st
<b>Rapporteurs</b>	C.CHARDONNET	DR CNRS, Laboratoire Physique de Laser, Université Paris XIII
	O.LLOPIS	DR2 CNRS, LAAS, Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systemes, Toulouse
<b>Examineurs</b>	F. VERNOTTE	Professeur, Université de Franche Comté, Observatoire de Besançon
	G.SANTARELLI	IR, SYRTE-LNME, Systèmes de Référence Temps Espace, Observatoire de Paris
	V. GIORDANO	DR2 CNRS, dépt.LPMO institut Femto-st
<b>Invité</b>	J-P AUBRY	DR, Oscilloquartz Neuchâtel, Switzerland

## Résumé

Ce mémoire présente l'étude et la réalisation d'un lien optique performant assurant le transfert de la stabilité des références de fréquence disponibles sur le site de Besançon.

Dans ce cadre, nous avons développé et testé trois dispositifs d'asservissement qui permettent de corriger les fluctuations de phase des signaux qui transitent dans la fibre optique. Ces trois systèmes sont ensuite comparés en termes de performances, de stabilité et de leurs limitations respectives.

Une des applications concrètes de ce système, consiste à réaliser une horloge composite tirant profit des meilleures stabilités accessibles, utilisant un oscillateur à quartz synchronisé simultanément sur une horloge à césium et un maser à hydrogène. La méthode proposée est originale et est basée sur une boucle à verrouillage de fréquence (FLL).

Enfin, nous avons proposé une réalisation physique d'une échelle de temps en intégrant les données de BIPM dans notre algorithme.

**Mot-clés :** Transfert de fréquence par fibre optique, horloge composite, métrologie du temps et des fréquences, bruit de phase, asservissement électronique, boucle à verrouillage de fréquence, traitement du signal, échelle de temps.

---

## Abstract

This work consists of the study and realization of a powerful optical link ensuring the transfer of the references for frequency stability available on the site of Besancon. Within this framework, we developed and tested three electronic systems of control which make it possible to correct the fluctuations of the phase signals which pass in optical fiber. These three systems are then compared in terms of performances, stability and respective limitations. One of the applications of this system, consists in producing a composite clock benefitting from best accessible stabilities, using an quartz oscillator synchronized simultaneously on a cesium clock and a hydrogen maser. The suggested method is original and is based on a frequency locked loop (FLL).

Several other, we proposed a physical realization of a time scale by integrating the data of BIPM in our algorithm.

**Key words :** Optical fiber frequency transfer, composite clock, time and frequency metrology, phase noise, electronic control, frequency locked loop, signal treatment, time scale.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 CADRE DE L'ÉTUDE ET ÉTAT DE L'ART</b>	<b>7</b>
1.1 INTRODUCTION . . . . .	7
1.2 CONTEXTE DE L'ÉTUDE . . . . .	7
1.2.1 Lien inter-laboratoires . . . . .	7
1.3 LIMITATIONS DU LIEN OPTIQUE . . . . .	9
1.3.1 Principe d'une liaisons analogique [1] [2] . . . . .	9
1.3.2 Qualification du bruit de phase du lien optique . . . . .	12
1.3.3 Perturbation thermique [3] . . . . .	17
1.4 ÉTAT DE L'ART DANS LE DOMAINE . . . . .	19
1.4.1 Le laboratoire JPL . . . . .	20
1.4.2 Le laboratoire LNME-SYRTE . . . . .	21
1.4.3 Le laboratoire LAAS-CNRS . . . . .	22
1.4.4 Le laboratoire TF du CNES [4] . . . . .	23
1.4.5 Performances . . . . .	24
1.5 ÉCHELLE DE TEMPS . . . . .	24
1.5.1 État de l'art . . . . .	24
1.5.2 Les principales échelles de temps [5] [6] . . . . .	28
1.5.3 Quelques réalisations d'UTC . . . . .	30
1.6 CONCLUSION . . . . .	32
<b>Annexe 1</b>	<b>35</b>
1 Caractérisation de la stabilité d'un oscillateur [7]. . . . .	35
1.1 Définition. . . . .	35
1.2 Caractérisation dans le domaine spectral . . . . .	36
1.3 Caractérisation dans le domaine temporel. . . . .	39
<b>2 MÉTROLOGIE DU BRUIT DE PHASE</b>	<b>43</b>
2.1 MÉLANGEUR . . . . .	43
2.1.1 Présentation générale . . . . .	43

2.1.2	Principe de fonctionnement en superhétérodyne : . . . . .	44
2.2	TRANSDUCTEUR DE FRÉQUENCE : . . . . .	45
2.2.1	Principe . . . . .	45
2.2.2	Les intermodulations : . . . . .	47
2.3	DÉTECTEUR DE PHASE : . . . . .	51
2.3.1	Mesure du bruit de phase de quadripôle . . . . .	52
2.3.2	Mesure d'un oscillateur . . . . .	55
2.4	MÉTHODES EXPÉRIMENTALES DE CARATÉRISATION... . . . .	56
2.4.1	Mesure par battement . . . . .	56
2.4.2	Mesure de 3 oscillateurs utilisant deux mélangeurs. . . . .	57
2.4.3	Mesure par triangulation . . . . .	58
2.5	Conclusion . . . . .	58
<b>Annexe 2</b>		<b>61</b>
1	Mesure par asservissement de phase . . . . .	61
1.1	Calibrages : . . . . .	62
<b>3 LIEN OPTIQUE ET PERFORMANCES</b>		<b>65</b>
3.1	DESCRIPTION DU LIEN . . . . .	65
3.1.1	Système optique choisi . . . . .	65
3.1.2	Mise en place du réseau de fibres . . . . .	66
3.2	CARACTÉRISATION DE LA STABILITÉ DE LA LIAISON . . . . .	66
3.2.1	Mesures sur un aller-retour . . . . .	67
3.2.2	Mesure de la stabilité à long terme . . . . .	70
3.3	STABILISATION À LONG TERME. . . . .	72
3.3.1	Introduction. . . . .	72
3.3.2	Principe général des correcteurs. . . . .	72
3.3.3	Première version du système de base pour la compensation de phase . . . . .	75
3.3.4	Deuxième version du système de compensation 100-110 . . . . .	90
3.3.5	Troisième version du système de compensation . . . . .	106
3.4	Conclusion . . . . .	116
<b>Annexe 3</b>		<b>119</b>
1	Mise en place du réseau de fibres . . . . .	119
2	Principe d'un lien optique avec suppression du bruit de phase de la source laser. . . . .	120
<b>4 ECHELLE DE TEMPS</b>		<b>123</b>
4.1	Introduction . . . . .	123
4.2	Principe et simulation . . . . .	124
4.2.1	Principe de la boucle à verrouillage de fréquence . . . . .	124
4.2.2	Asservissement d'un oscillateur sur deux références. . . . .	125
4.2.3	Principe de la discrimination des deux horloges de référence. . . . .	125

4.2.4	Simulation de l'asservissement d'un quartz idéal sur deux références idéales . . . . .	129
4.2.5	Intercomparaison des deux références . . . . .	133
4.2.6	Asservissement . . . . .	133
4.2.7	Validation par des simulations . . . . .	136
4.3	Simulation combinant une horloge à césium et un maser à hydrogène . . . . .	139
4.3.1	Simulation des signaux des étalons . . . . .	139
4.3.2	Correction . . . . .	143
4.4	Réalisation physique du système d'asservissement . . . . .	147
4.4.1	Introduction . . . . .	147
4.4.2	Intercomparaison . . . . .	149
4.4.3	Asservissement . . . . .	155
4.5	Conclusion . . . . .	157
<b>Annexe 4</b>		<b>161</b>
1	Transformée en $Z$ . . . . .	161
2	Coefficients $h_\alpha$ . . . . .	162
3	Filtre de Kalman . . . . .	163
3.1	Rappel . . . . .	163
3.2	Modèle mathématique . . . . .	163
3.3	Interpolation : polynômes de Tchebychev . . . . .	164
3.4	Filtre de Kalman . . . . .	166
<b>Conclusion générale</b>		<b>169</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>171</b>



# Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe Temps Fréquence du Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Besançon (LAOB UMR-CNRS/UFC) en collaboration avec l'équipe Physique des Ondes et Métrologie des Oscillateurs (département LPMO) et l'équipe Temps Fréquence (département LCEP) de l'institut FEMTO-ST, UMR-CNRS/UFC.

Monsieur Vincent Giordano, Directeur de Recherche au CNRS et responsable de l'équipe POMO, et Monsieur François Vernotte, Professeur à l'université de Franche-comté et Directeur du Laboratoire LAOB, ont co-dirigé mon travail.

Je tiens ainsi à leur exprimer ma gratitude pour la confiance qu'ils m'ont témoigné et surtout pour leur disponibilité, leur rigueur scientifique et leur contribution à l'aboutissement de ce travail, qu'ils en soient très vivement remerciés.

Je remercie Messieurs Daniel Hauden, Philippe Tuckey et Bernard Cretin anciens Directeurs respectivement du laboratoires LPMO et LAOB et le nouveau directeur du LPMO de m'avoir accueilli dans ces laboratoires afin de faciliter mon intégration.

Par le même, je remercie les membres du jury qui ont voulu examiner mes travaux :

Monsieur Enrico Rubiola, professeur nouvellement nommé à l'université de Franche-comté, pour les nombreuses discussions fructueuses que nous avons eues et pour avoir accepté d'être le président de mon jury de thèse.

Monsieur Christien Chardonnet, Directeur de Recherche au CNRS et Directeur du Laboratoire Physique de Laser, associé à l'université de Paris XIII ainsi que Monsieur Olivier Llopis, Directeur de Recherche au CNRS du LAAS à Toulouse, qui ont gentiment accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Monsieur Giorgio Santarelli, Ingénieur de Recherche du SYRTE à l'Observatoire de Paris, qui a assumé la tâche d'examineur.

Enfin merci vivement à Monsieur J-P Aubry, Directeur de Recherche à Oscilloquartz OSA Neuchâtel, Suisse, qui a accepté de participer au jury pour représenter le monde industriel.

Le fruit de ce travail de thèse n'est que le reflet d'un résultat issu des collaborations d'équipes

efficaces. Je tiens donc à remercier Monsieur F.Lardet-Vieudrin, qui m'a aidé considérablement dans la partie expérimentale de ce travail et qui m'a toujours soutenu le long des expériences effectuées au LPMO.

Je remercie très vivement Monsieur Michel Vincent, Monsieur François Meyer, ancien et nouveau responsable de l'équipe Temps Fréquence du LAOB d'avoir mis tous les moyens et ressources qui ont été nécessaires et utiles à ce travail.

Messieurs Andrez Roger, Vincent Alain, Mohamed Addouche, Hervé Locatelli, Nicolas Gautherot, Joel Petetin, Patrice Salzenstein, Gilles Martin, Yannick Gruson, Nicolas Bazin, David Vernier et Pierre-Yves Bourgeois, Pierre Berthelot et Jean-Claude Baudouy, Philippe et Madame Nathalie pour leur participation active et conséquente à ce travail.

Ma sympathie va également vers Messieurs Yann Kersalé, Rémi Brendel, Serge Galliou, Fabrice Sthal, Raymond Besson, Roger Bourquin, Rajae Banhaila, Olivier Vallet, Farid Chirouf, Naïmi Boubeubeur, Rodolphe Boudot et Adel Douahi et Madame Isabelle Lajoie pour leur bonne humeur. Je remercie également l'ensemble du personnel des trois laboratoires qui m'ont largement témoigné de la sympathie.

A mes parents, A ma grande famille.

# Introduction

Les références de temps et de fréquences sont les instruments de base de la métrologie du temps et de fréquences. On distingue :

- Les références “primaires” provenant directement des étalons atomiques. Elles fournissent un signal dont la fréquence est fixée par l'écart énergétique entre deux niveaux d'une espèce atomique ou moléculaire, comme par exemple l'atome de Césium ou l'atome d'hydrogène.

Cette dernière est l'étalon le plus stable sur des périodes courtes, pour lesquelles il atteint une instabilité relative de fréquence de  $2 \cdot 10^{-15}$  pour une durée de l'ordre d'un jour. Mais sa stabilité à long terme n'est pas aussi bonne que celle de l'horloge à Césium, ce qui explique le choix de celle-ci comme étalon de temps.

Les étalons primaires, choisis par la Conférence Générale des Poids et Mesures de 1967, utilisent le Césium 133. Ces derniers permettent de réaliser la définition de la seconde (unité de temps), et d'élaborer des échelles de temps. Ces échelles atomiques sont obtenues en comptant des périodes de la transition du Césium. Quand le compteur atteint le nombre de 9 192 631 770, par définition une seconde s'est écoulée. Les secondes sont à leur tour dénombrées, et l'on déduit les minutes, les heures et les jours.

- Les références “secondaires ” qui utilisent une référence de fréquence, comme par exemple un résonateur à quartz ou un résonateur diélectrique (par exemple le résonateur saphir à mode de galerie). La fréquence du signal délivrée dépend ici principalement des caractéristiques physiques du résonateur (dimensions, vitesse de propagation des ondes ...). Ces références ne peuvent pas rivaliser en terme d'exactitude avec les précédents, mais présentent généralement une stabilité de fréquence à court terme bien supérieure à celle des étalons atomiques.

Ces étalons sont nécessaires pour de nombreuses applications, civiles ou militaires, allant des télécommunications (positionnement et synchronisation) à la physique fondamentale (vérification de la théorie de la relativité).

De nombreuses recherches ont été effectuées dans le domaine du transfert de temps et de fréquence, de l'analyse et du traitement des signaux de références et de la comparaison entre horloges.

Les premières techniques mises au point utilisaient des liaisons par câbles coaxiaux ou des liaisons en espace libre. Le transfert de fréquence par fibres optiques est le plus récent. Il est né principalement de la mise au point de la fibre optique et du laser à semi-conducteur, au début des années 70.

Il constitue une alternative qui offre de nombreux avantages : en terme de coût (au niveau génie civil), de la réduction sensible du poids et de l'encombrement, en terme de perturbation, de l'excellente isolation du signal (aucune interférence avec les circuits électroniques). Cependant la fibre est sensible à son environnement mécanique (vibration) et thermique. La sensibilité est due au changement du chemin optique qui est de l'ordre de  $7\text{ppm}/^\circ\text{C}$  pour les fibres monomodes. Cette sensibilité est meilleure pour les fibres spéciales qui est de l'ordre de  $0,1\text{ppm}/^\circ\text{C}$ . Les fibres se caractérisent par une très large bande passante et une faible atténuation de l'ordre de  $0,5\text{dB}/\text{km}$  à  $1300\text{nm}$  et  $0,2\text{dB}/\text{km}$  à  $1550\text{nm}$ .

Toutefois, la liaison optique doit respecter certaines contraintes vis à vis de la qualité du signal transféré, en particulier en terme de stabilité.

Un réseau de fibres optiques de qualité métrologique est installé entre les trois laboratoires Bisontins : le **L**aboratoire de **P**hysique et **M**étrologie des **O**scillateurs LPMO, le **L**aboratoire de **C**hronométrie **É**lectronique et **P**iézoélectricité LCEP (c'est deux derniers faisant partie de l'Institut FEMTO-ST) et le **L**aboratoire d'**A**strophysique de l'**O**bservatoire de **B**esançon LAOB. Ces trois laboratoires disposent de références de temps et de fréquence complémentaires : Un Maser à hydrogène au LCEP, des oscillateurs micro-ondes cryogéniques au LPMO et des horloges atomiques à jet de Césium au LAOB. De plus ces dernières horloges sont reliées au **T**emps **A**tomique **F**rançais (T.A.(F)) et au **T**emps **A**tomique **I**nternational (TAI).

L'objectif de l'étude présentée dans ce manuscrit est double :

- mettre en place un lien optique performant assurant le transfert de la stabilité de fréquence de différents horloges et oscillateurs disponibles sur le site bisontin.

Nous cherchons à transférer la fréquence des références à  $100\text{MHz}$  avec une instabilité relative de fréquence de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-15}$  sur la journée et de  $2 \cdot 10^{-14}$  sur quelques semaines. Dans ce cadre, nous avons développé plusieurs dispositifs d'asservissement qui permettent de corriger les fluctuations de phase des signaux qui transitent dans la fibre optique.

- réaliser une horloge composite locale tirant profit des meilleures stabilités accessib-

les. Pour cette raison, nous avons étudié une nouvelle méthode basée sur l'intercomparaison entre les fluctuations relatives de fréquence de trois références : un excellent oscillateur à quartz contrôlé en tension, un Maser à hydrogène et une horloge à césium. Ces différentes sources présentent une stabilité optimale pour des durées différentes : la première est stable à court-terme, la seconde est

stable à moyen-terme et la dernière est stable à long-terme.

A partir d'intercomparaisons croisées on estime l'instabilité de fréquences de ces trois sources. On montre ensuite qu'il est possible de générer un signal qui présente pour chaque durée d'intégration, la stabilité de la meilleure de ces trois sources.

L'aboutissement de ce travail permettra la mise au point d'une nouvelle référence ultra-stable, qui permettra de caractériser la stabilité de fréquence d'un oscillateur avec la meilleure référence possible. Pour les services de métrologie accrédités, cet accès doit permettre à terme d'améliorer les incertitudes et d'étendre la gamme des mesures réalisées. Il est à noter que le système de navigation par satellite européen Galileo (équivalent du GPS), utilise de la même manière une combinaison de différents types d'horloges.

Ce mémoire se divise en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous définirons les objectifs en terme de performances du lien inter-laboratoires. Une étude théorique des limitations d'une liaison analogique par fibre optique sera présentée. On présentera également un état de l'art des différentes solutions proposées par d'autres laboratoires.

Nous décrirons par la suite, les différentes méthodes qui permettent d'estimer des instabilités de fréquences des trois horloges à partir de leurs intercomparaisons. Nous illustrons quelques réalisations des échelles de temps effectuées dans les laboratoires de métrologie du temps.

Le deuxième chapitre est une introduction aux méthodes expérimentales utilisées pour la mesure de bruit de phase du lien optique et de la stabilité des oscillateurs. Nous examinerons les différents modes de fonctionnement d'un mélangeur équilibré qui est l'élément essentiel des montages réalisés. Nous analyserons par la suite, les effets des intermodulations engendrées par cet élément.

Dans le chapitre III, nous présenterons tout d'abord le système optique émetteur-récepteur et les fibres mis en place. Ensuite, nous caractériserons ce lien en terme de stabilité à court et à long terme en mesurant le délai de trajet aller- retour dans les fibres optiques. Une partie importante de cette étude est consacrée à l'analyse des perturbations lentes introduites par la fibre optique. Ces dernières seront corrigées par le développement de trois systèmes d'asservissement électronique.

Nous détaillerons les différents systèmes, leurs résultats et leurs performances en terme de bruit de phase et de la stabilité temporelle et thermique.

Le chapitre IV est consacré à la conception et la réalisation d'une référence composite à partir d'un ensemble constitué d'une horloge atomique à césium et d'un maser à hydrogène possédant une stabilité de fréquence optimale quelque soit la durée d'intégration. Une réalisation physique de l'échelle de temps par l'asservissement d'un oscillateur à quartz commandable en tension sera proposée.

Nous décrirons tout d'abord, les principes de base du dispositif d'asservissement, en développeront une méthode originale basée sur le principe d'une boucle de verrouillage de fréquence, une description des détails de cet asservissement sera étudiée. Nous validerons cette méthode par des simulations d'un oscillateur à quartz sur l'horloge à césium et un maser à hydrogène. Enfin, nous exploiterons tous ces éléments afin de proposer une réalisation de notre dispositif d'asservissement physique d'horloges.

Les conclusions relatives aux résultats de nos travaux seront présentées et des perspectives seront alors avancées.

# Chapitre 1

## CADRE DE L'ÉTUDE ET ÉTAT DE L'ART

### 1.1 INTRODUCTION

Le contenu de ce premier chapitre est le cadre principal de cette thèse. Il décrit les motivations ainsi que les objectifs qui nous ont conduit à réaliser le lien optique inter-laboratoires de transfert de fréquence des signaux de référence.

Les paramètres essentiels dont nous disposons sont les instabilités relatives de fréquence et les bruits de phase des horloges disponibles dans les laboratoires temps-fréquence bisontins.

Nous donnons un aperçu global du principe d'une liaison analogique par fibre optique, ainsi que les différents bruits affectant le signal à transfert, en détaillant les mécanismes dégradant la stabilité de fréquence de ce lien.

Nous décrivons par la suite les travaux réalisés par différents laboratoires dans ce domaine.

Le travail original de cette étude est d'élaborer une horloge composite basée sur les horloges atomiques à césium et sur un maser à hydrogène. Nous présenterons les principales échelles de temps ainsi que leur état de l'art.

### 1.2 CONTEXTE DE L'ÉTUDE

#### 1.2.1 Lien inter-laboratoires

Les trois laboratoires : LPMO, LCEP et LAOB sont situés sur le site universitaire de la Bouloie à Besançon. La figure 1.1 représente schématiquement l'implantation de ces laboratoires.

Ces trois laboratoires mènent des recherches complémentaires dans le domaine de la métrologie

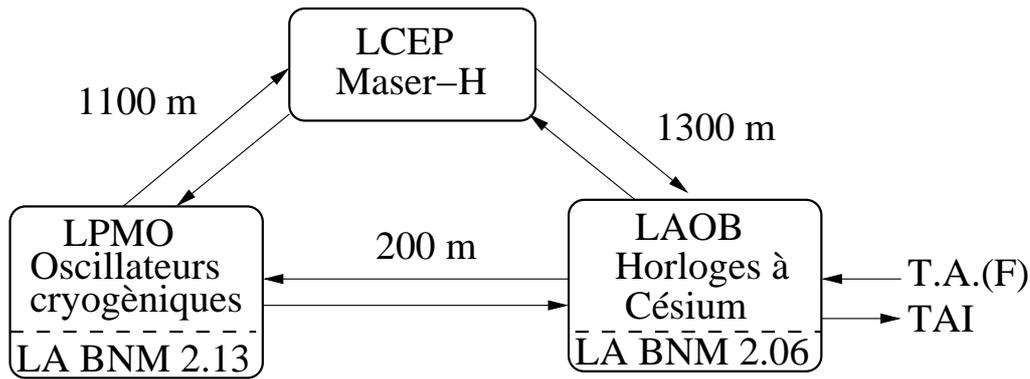


FIG. 1.1 – Lien inter-laboratoires.

du temps et des fréquences. Pour deux d'entre eux, le LPMO et le LAOB, leurs recherches sont relayées par des activités de service en « Métrologie ». Ce sont des centres d'étalonnage agréés dans les domaines de la mesure du bruit de phase, de fréquences et d'intervalle de temps. Ces mesures sont certifiées ISO 17025 et associées à la chaîne d'étalonnage LNME- COFRAC (Laboratoire National de Métrologie et d'Essai Comité Français d'Accréditation) (LA BNM 2.13 et LA BNM 2.06). Ces deux laboratoires délivrent des certificats d'étalonnage attestant de l'exactitude et de la stabilité de fréquence d'oscillateurs, d'horloges atomiques ou encore de synthétiseurs de fréquence. De plus le LAOB participe à la génération du **T.A.(F)** et contribue à l'établissement du **TAI**.

Les différentes références de temps et de fréquence disponibles dans ces trois laboratoires sont complémentaires : Un Maser à hydrogène EFOS-21 au LCEP, deux oscillateurs micro-ondes saphir cryogéniques au LPMO et trois horloges atomiques à jet de Césium HP5071A opt 001 au LAOB. Chacune de ces horloges présente son maximum de stabilité sur des durées différentes. Les performances en terme de stabilité de fréquence et de bruit de phase de ces sources sont représentées sur les figures 1.2 et 1.3. Les définitions de la variance d'Allan  $\sigma_y^2(t)$  et de la densité spectrale de bruit de phase sont données en l'Annexe 1.

Sur le court terme (durées inférieures à une heure), les oscillateurs micro-onde Saphir cryogéniques (11.5 GHz) du LPMO sont les plus stables. Ils présentent une instabilité relative de fréquence de l'ordre  $7 \cdot 10^{-15}$  ( $\tau < 1000$  s) [8]. Sur le moyen terme (quelques dizaines de secondes à un jour), le Maser à Hydrogène du LCEP domine. L'instabilité est de l'ordre  $2 \cdot 10^{-15}$  ( $10^3 < \tau < 10^4$  s). Les signaux générés par le Maser sont à 5 MHz, 10 MHz et 100 MHz.

Enfin sur le long terme (durée supérieures à quelques jours), ce sont les horloges à césium (5 MHz, 10 MHz) du LAOB qui assurent la meilleure stabilité relative de fréquence de l'ordre  $2 \cdot 10^{-14}$  ( $\tau > 10^7$  s) (voir figure 1.2).

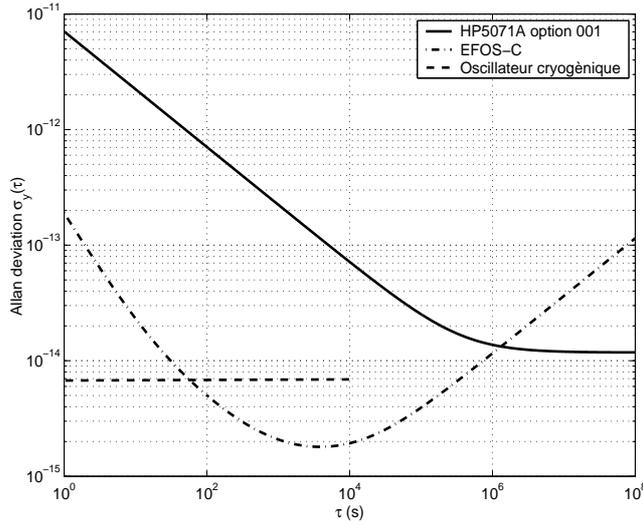


FIG. 1.2 – Comparaison de la stabilité temporelle (déviaton d’Allan  $\sigma_y(t)$ ) des trois références.

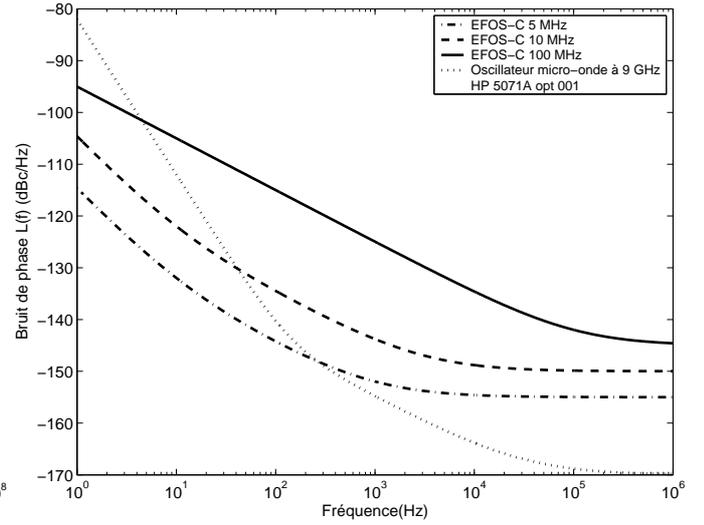


FIG. 1.3 – Comparaison du bruit de phase du MASER à hydrogène à celui des oscillateurs micro-ondes.

Les sources de signaux disponibles au sein de ces laboratoires sont représentatives de l’état de l’art en terme de références de temps et de fréquence.

Ces différentes références ne peuvent pas être déplacées pour des raisons scientifiques (participation aux TAI et T.A.(F)) et surtout techniques. Il convient donc de mettre en place un moyen de transfert permettant à chacun des laboratoires d’accéder à une stabilité de fréquence optimale quelque soit la durée d’intégration.

Dans ce travail nous nous intéresserons principalement au transfert de la stabilité sur des temps long ( $\tau > 10$  s). L’objectif est de pouvoir transférer sans dégradation les trois signaux de référence avec une instabilité relative de fréquence de l’ordre de  $2 \cdot 10^{-15}$  sur la journée et de  $2 \cdot 10^{-14}$  sur quelques semaines.

Nous somme orientés donc naturellement vers un système de transfert par lien optique qui possède la potentialité de réaliser cet objectif. Nous avons choisi de transférer un signal de référence à 100 MHz.

## 1.3 LIMITATIONS DU LIEN OPTIQUE

### 1.3.1 Principe d’une liaisons analogique [1] [2]

Une liaison analogique par fibre optique se compose : d’un émetteur, un récepteur et d’une fibre optique.

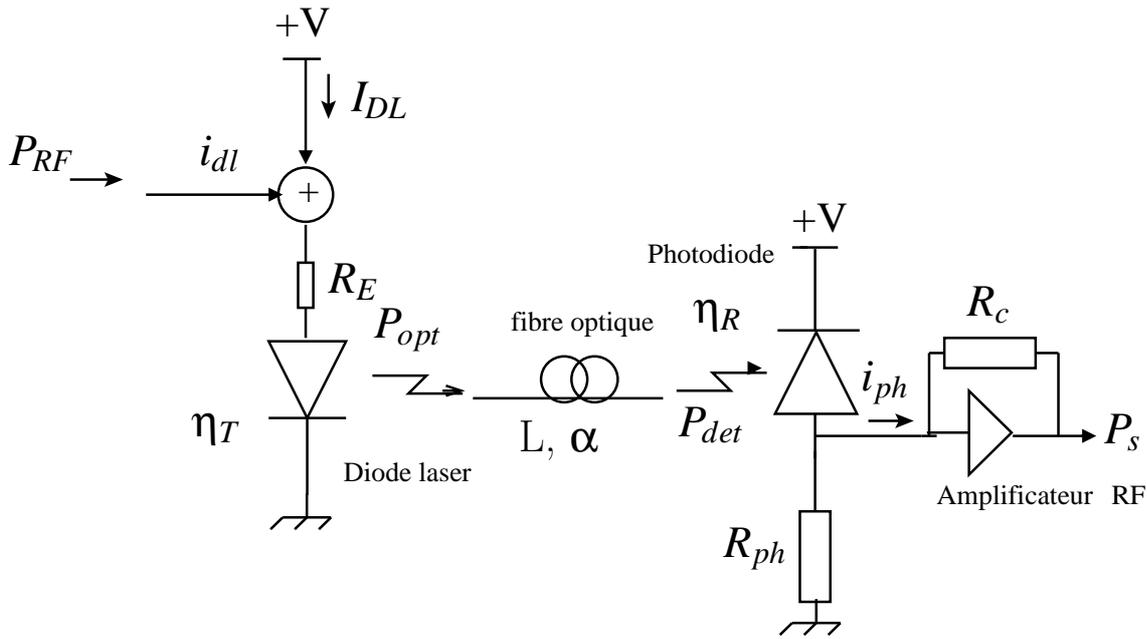


FIG. 1.4 – Lien optique analogique.

### 1.3.1.1 Émetteur

L'émetteur est constitué d'une diode laser monomode et de son circuit de polarisation. Un courant continu  $I_{DL}$  est appliqué à la diode laser. Un signal analogique RF module directement l'intensité de ce courant et ainsi module la puissance optique émise. Un circuit d'adaptation spécifique permet de présenter à l'entrée modulation une impédance  $R_E = 50\Omega$ .

Le courant alternatif RF qui traverse la diode est :

$$i_{dl} = \sqrt{\frac{P_{RF}}{R_E}}. \quad (1.1)$$

On définit l'indice de modulation de la diode laser par :

$$m = \frac{i_{dl}}{I_{DL}},$$

où  $I_{DL}$  est le courant de polarisation. On utilise la linéarité de la caractéristique puissance courant d'une diode laser.

L'amplitude de modulation  $p_{opt}$  du signal optique est alors proportionnelle au courant de modulation (figure 1.5).

$$p_{opt} = \eta_T \cdot i_{dl} = \eta_T \cdot \sqrt{\frac{P_{RF}}{R_E}}, \quad (1.2)$$

avec  $\eta_T$  est la sensibilité de la diode laser qui est de l'ordre de 0,1 W/A.

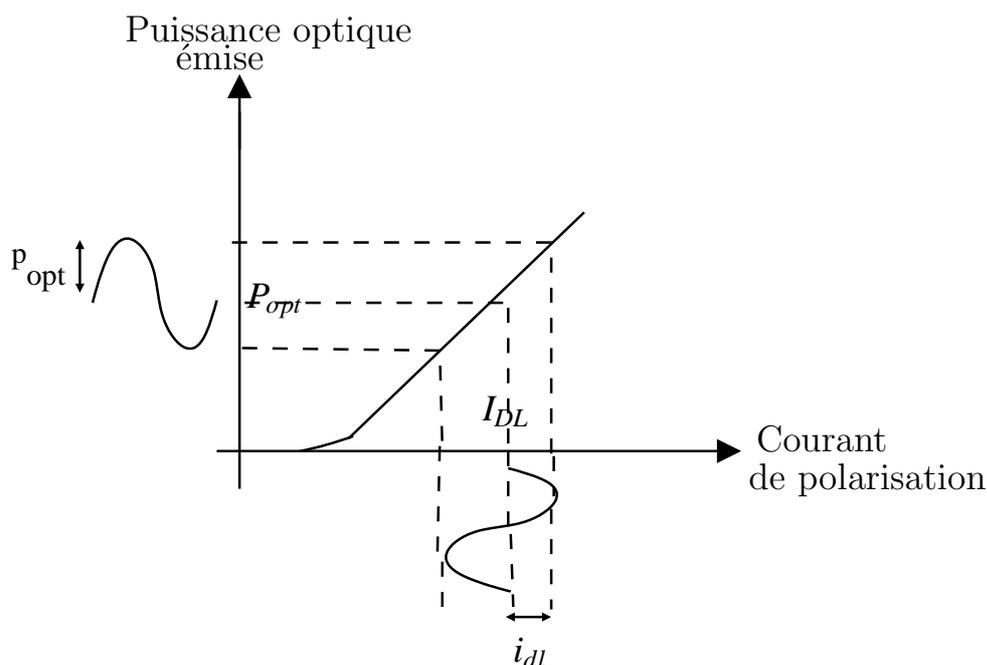


FIG. 1.5 – Caractéristique puissance optique en fonction du courant de polarisation de la diode laser.

### 1.3.1.2 Fibre optique

La fibre optique est un guide diélectrique permettant de conduire la lumière, constitué d'un coeur dans lequel se propage l'onde lumineuse et d'une gaine. On utilise des fibres monomode à  $1,3\mu\text{m}$ . Cette fibre est caractérisée par une longueur  $L$  et une atténuation  $\alpha$  (dB/m) qui est de l'ordre de 0,2 dB/km. En plus des pertes de la fibre, il est nécessaire de prendre en compte :

- Les pertes de couplage diode laser- fibre ( $\gamma_{DL} \simeq 1$  dB),
- Les pertes de couplage fibre- photodiode ( $\gamma_{ph} \simeq 1$  dB),
- Les éventuelles pertes de raccordement, sur le trajet de la fibre sont dûes, entre autres, aux connecteurs (pertes  $\gamma_c \simeq 0,5$  dB/ paire) et aux épissures (pertes  $\gamma_{ep} \simeq 0,1$  dB).

Typiquement sur nos trajets les pertes totales  $\gamma = \alpha L + \gamma_{DL} + \gamma_{ph} + \gamma_c + \gamma_{ep}$  sont de l'ordre de 3 dB. Finalement l'amplitude de modulation vue par la photodiode est :

$$P_{det} = \frac{P_{opt}}{\gamma} \simeq \frac{P_{opt}}{2}. \quad (1.3)$$

### 1.3.1.3 Récepteur

Le récepteur est une photodiode PIN polarisée en inverse (figure 1.4). Elle permet de convertir le signal optique en signal électrique.

Le photocourant généré par la photodiode est proportionnel à la puissance optique transmise :

$$i_{ph} = \eta_R \cdot P_{det}, \quad (1.4)$$

avec  $\eta_R$  la sensibilité de la photodiode, qui est de l'ordre de 0,9 A/W.

La photodiode est associée à un préamplificateur de type transimpédance, munis d'une contre-réaction. La puissance électrique RF à la sortie de l'amplificateur est alors :

$$P_s = \frac{R_c}{2} \cdot i_{ph}^2.$$

avec  $R_c$  impédance de contre réaction.

Combinant les équations (1.2), (1.3) et (1.4) dans cette dernière :

$$P_s = \frac{R_c}{2} \left( \eta_R P_{opt} \cdot 10^{-\frac{\gamma}{10}} \right)^2,$$

$$P_s = \frac{R_c}{2} \eta_R^2 \eta_T^2 10^{-\frac{2\gamma}{10}} \frac{P_{RF}}{R_E}. \quad (1.5)$$

### 1.3.2 Qualification du bruit de phase du lien optique

Les trois différents modules : émetteur, récepteur et la fibre optique, contribuent au bruit du système de transfert.

#### 1.3.2.1 Bruit de l'émetteur

- Le bruit de l'émetteur est principalement dû au bruit d'amplitude ou d'intensité de la diode laser

(RIN) :

Il existe à l'émission un bruit de grenaille, dû au caractère aléatoire des interactions photon-électrons. Il se caractérise par le bruit relatif d'intensité ou *RIN* "relative intensity noise" défini par [9] [10] :

$$RIN(f) = \frac{\langle \Delta P(f) \rangle^2}{P_{opt}^2}. \quad (1.6)$$

avec  $\langle \Delta P(f) \rangle$  fluctuation moyenne de la puissance optique  $P_{opt}$ , mesurée dans une bande de 1 Hz, et il s'exprime en dB Hz<sup>-1</sup>.

Le spectre des fluctuations relatives de puissance n'est pas celui d'un bruit blanc. La valeur de  $RIN(f)$  n'est pas constante en fonction de la fréquence [11] : aux basses fréquences (de DC à 10 kHz) le bruit RIN est un bruit de flicker en f<sup>-1</sup> [12]. Il est suivi d'un palier jusqu'à plusieurs centaines

de mégahertz, puis d'un pic (au delà de 1 GHz) dont le maximum correspond à la fréquence de résonance de la diode laser, puis une décroissance rapide. Dans le plancher du bruit blanc de phase, RIN atteint sa plus faible valeur.

Le bruit en courant du au RIN est :

$$\langle i_{rin}^2 \rangle = RIN(f) I_{ph}^2 \Delta f, \quad (1.7)$$

$\Delta f$  est la bande passante de bruit.

Le rapport signal sur bruit SNR 'Signal to Noise Ratio' à l'entrée du récepteur est :

$$\frac{S}{N} = \frac{i_{dl}^2}{\langle i_{rin}^2 \rangle} = \frac{m^2 I_{DL}^2}{RIN I_{ph}^2 \Delta f}. \quad (1.8)$$

### 1.3.2.2 Bruit du récepteur

Trois différents bruits sont à considérer :

- Bruit de grenaille (Schottky) :

Il est dû à la fluctuation du courant dans la jonction PN. Le courant généré par la photodiode est :

$$I(t) = i_{ph} + i_{sh}(t), \quad (1.9)$$

$i_{sh}(t)$  correspond au courant de bruit Schottky.

La valeur quadratique moyenne du courant de bruit Schottky est :

$$\langle i_{sh}^2 \rangle = 2q(I_{ph} + I_d) \Delta f, \quad (1.10)$$

où  $I_d$  est le courant d'obscurité qui est en général peut être négligé par rapport au courant  $I_{ph}$  et  $q$  est la charge de l'électron,  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

- Bruit thermique (Johnson) :

Le bruit thermique est dû à l'agitation des électrons dans la résistance de charge de la photodiode, sous l'effet de la chaleur. Cette résistance génère un bruit thermique se traduisant par un courant supplémentaire.

La valeur quadratique moyenne du courant de bruit thermique s'écrit :

$$\langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kT}{R_{ph}} \Delta f, \quad (1.11)$$

Avec la constante de Boltzman  $k = 1,37 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $T$  la température à l'équilibre thermodynamique en K,  $R_{ph}$  la résistance de la photodiode.

De plus, l'amplificateur placé en aval du photodétecteur apporte un bruit supplémentaire qui est pris en compte en introduisant son facteur de bruit  $F_n$  dans l'équation précédente (1.11).

**1.3.2.2.1 Bruit total dans le récepteur :** Le bruit blanc du courant total généré dans le récepteur est la somme de chaque bruit, la puissance s'écrit :

$$P_B = [\langle i_{sh}^2 \rangle + \langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_{rin}^2 \rangle + \langle i_{amp}^2 \rangle] R_c. \quad (1.12)$$

où ,  $\langle i_{amp}^2 \rangle$  est le bruit d'amplificateur qui provient de sa source de courant.

$$P_B = \left[ 2qI_{ph} + 4kT \left( \frac{1}{R_{ph}} + \frac{F_n - 1}{R_c} \right) + RIN(f) I_{ph}^2 \right] \Delta f R_c.$$

Avec  $R_c$  l'impédance d'entrée de l'amplificateur.

Le rapport signal sur bruit est donné par :

$$SNR = \frac{P_s}{P_B} = \frac{R_c \eta_R^2 \eta_T^2 10^{-\frac{2\gamma}{10} \frac{P_{RF}}{R_E}}}{\left[ 2qI_{ph} + 4kT \left( \frac{1}{R_{ph}} + \frac{F_n - 1}{R_c} \right) + RIN(f) I_{ph}^2 \right] \Delta f R_c}.$$

La densité spectrale du bruit blanc de phase est alors :

$$S_\phi(SNR[\text{dB}]) = 10^{\frac{-SNR[\text{dB}]}{10}}. \quad (1.13)$$

La figure (1.6) représente la densité spectrale de bruit de phase à la sortie du récepteur en fonction des pertes optiques.

Celle-ci a été obtenue avec les paramètres suivants :  $P_{RF} = 8$  dB,  $P_{opt} = 3$  mW,  $\eta_R = 0,9$  W/A,  $\eta_T = 100$  mW/A,  $R_E = 50\Omega$ ,  $RIN = -155$  dB/Hz.

Cette simulation montre qu'à partir de quelque 13 dB et jusqu'à 20 dB d'atténuation de la fibre optique, le bruit grenaille est dominant, au delà de cette limite, c'est le bruit thermique qui prend le dessus. Dans le cas des faibles atténuations (longueurs de câble relativement courtes introduisant moins de 3 dB d'atténuation), le bruit d'intensité de la diode laser (RIN) reste la principale cause de la dégradation du rapport signal sur bruit SNR de notre lien optique en court terme qui est de l'ordre de 137 dB rad<sup>2</sup>/Hz.

La figure (1.7) représente les variations du SNR pour différentes valeurs de la puissance RF. Elle montre que l'augmentation de la puissance RF permet d'améliorer le SNR.

Calculons maintenant la déviation d'Allan correspondant :

Le calcul de la déviation d'Allan pour un bruit blanc (voir tableau 2 en l'Annexe 1), montre que :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{0,276 \cdot \sqrt{S_\phi(SNR)}}{\tau \nu_0} \sqrt{f_h}, \quad (1.14)$$

$\nu_0$  et  $f_h$  sont respectivement la fréquence du signal RF et la fréquence de coupure haute du système de mesure.

Remplaçant l'équation (1.13) dans cette dernière :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{0,276 \sqrt{10^{\frac{-SNR[dB]}{10}}}}{\tau \nu_0} \sqrt{f_h}. \quad (1.15)$$

Pour un SNR = 137dB donne une stabilité temporelle de l'ordre de :

$$\sigma_y(\tau) = 1,23 \cdot 10^{-14} \tau^{-1}. \quad (1.16)$$

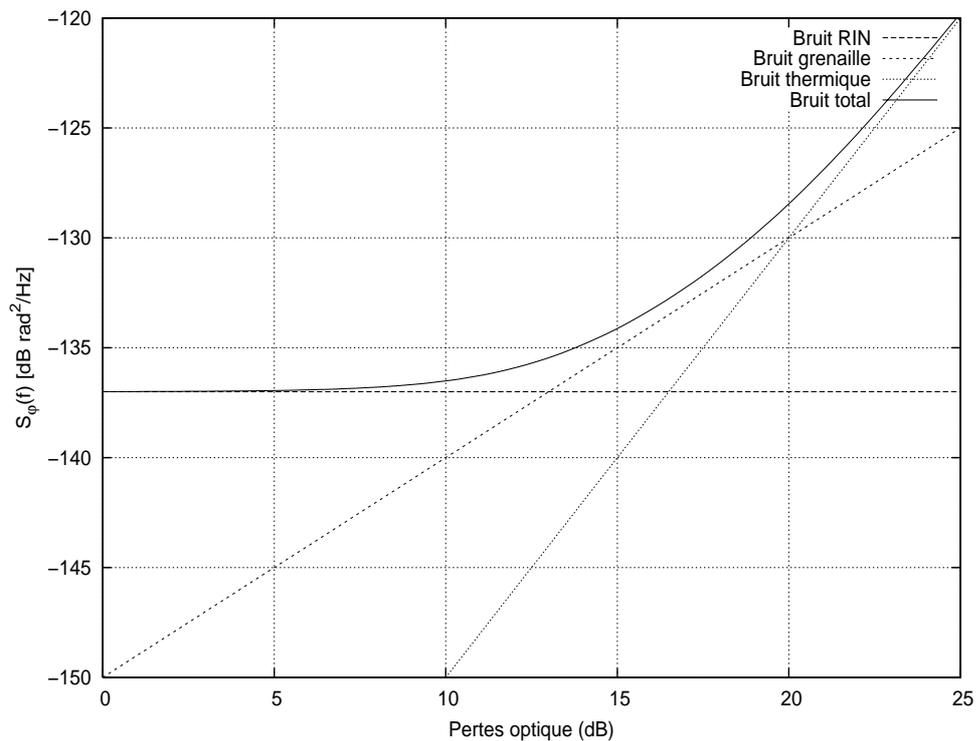


FIG. 1.6 – Densité spectrale de bruit de phase en fonction des pertes optique.

### 1.3.2.3 Conversion du FM-AM dans la fibre optique

Une conversion du bruit de phase optique en bruit d'intensité se produit lorsqu'il existe des réflexions multiples du signal émis. Celles-ci provoquent des interférences entre les signaux réfléchis sur les

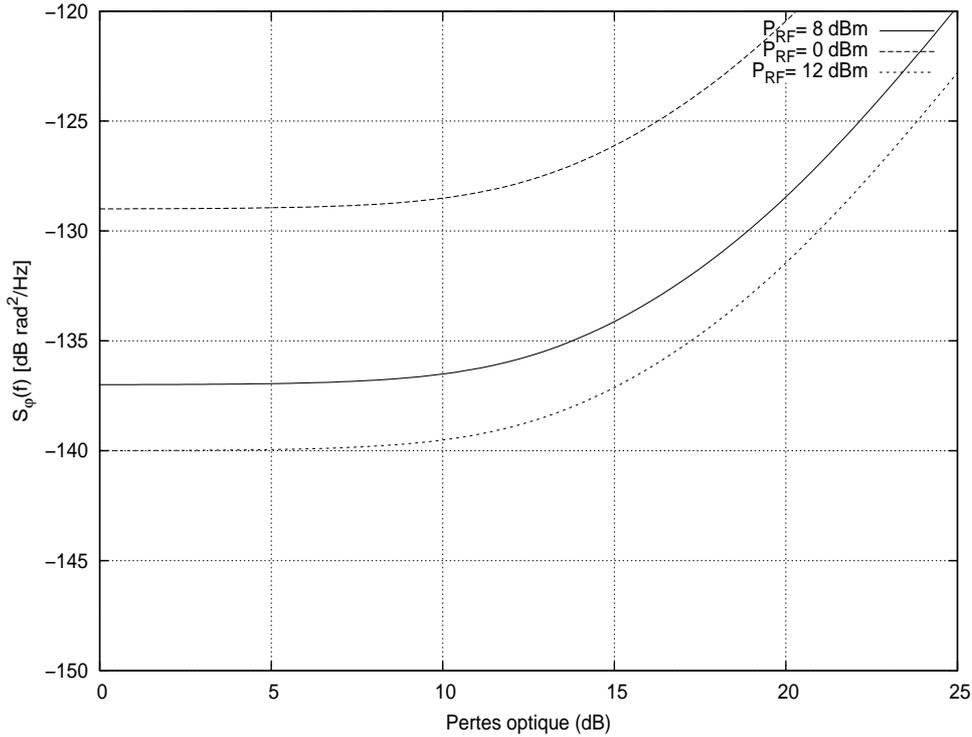


FIG. 1.7 – Densité spectrale de bruit de phase en fonction des pertes optique et de la Puissance RF.

connecteurs d'extrémités [13] [14], qui sont retardés les uns par rapport aux autres (figure 1.8).

Ces multiples réflexions fournissent un photocourant qui a pour expression :

$$i_{ph}(t) = \eta_R \cdot P_{det} [1 + R_1 + 2\sqrt{R_1} \cos(2\pi\tau\nu(t))],$$

avec  $R_1$ , le coefficient de réflexion de l'onde optique,  $\tau$  est le retard différentiel entre deux signaux qui interfèrent.

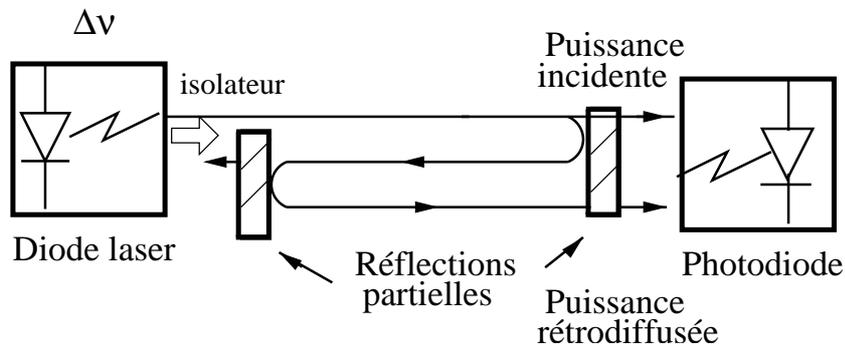


FIG. 1.8 – Phénomène de double réflexion dans une fibre monomode.

Ce bruit est provoqué par le mélange sur le photodiode de la lumière provenant directement du laser avec la lumière réfléchiée deux fois sur des discontinuités. Dans la pratique ce bruit est produit par des réflexions multiples dans des connecteurs. À la fréquence  $f$ , le bruit relatif d'intensité

supplémentaires  $rin_f(f)$  est fonction de la largeur de raie  $\Delta\nu$  du laser, du temps d'aller-retour  $\tau$  de la lumière entre les discontinuités et des coefficients de réflexion  $R_1$  et  $R_2$  aux discontinuités :

$$rin_f(f) = \frac{16}{\pi} R_1 R_2 \tau^2 \Delta\nu \quad (\tau \Delta\nu \ll 1),$$

$$rin_f(f) = \frac{4}{\pi} R_1 R_2 \frac{\Delta\nu}{f^2 + (\Delta\nu)^2} \quad (\tau \Delta\nu \gg 1) \quad [\text{Hz}^{-1}].$$

La valeur des fluctuations maximales d'intensité converties sont respectivement proportionnelles à  $\tau^2 \Delta\nu$  et à  $1/\Delta\nu$ . Dans notre cas, ce type de bruit est proportionnel à  $\tau^2 \Delta\nu$  (courte distance).

Pour diminuer l'influence de bruit  $rin_f$ , nous avons utilisé des connecteurs FC/APS (angle polished connector) qui présente un coefficient de réflexion de 70 dB.

Soulignons ici l'augmentation significative de  $rin_f$  lorsqu'une fraction de la lumière émise est renvoyée dans la diode laser. Ce retour de la lumière dans la diode est désigné par le terme de "feedback" optique. Pour éliminer ce phénomène optique l'utilisation d'un isolateur optique entre la diode laser et la fibre s'impose dans le cadre d'une transmission de haute performance.

#### 1.3.2.4 Limite fondamentale

On cherche à évaluer la performance ultime du lien.

Pour simplifier les calculs, nous considérons seulement les pertes du lien optique et le bruit thermique du récepteur qui dégrade le rapport signal sur bruit SNR d'un lien.

Soit :

$$SNR = \frac{P_s}{P_B} = \frac{R_c P_{opt} \eta_R^2 / \gamma^2}{R_c \frac{4kT}{R_{ph}} \Delta f}, \quad (1.17)$$

avec  $T=300$  K,  $\gamma = 3$  dB,  $P_{opt} = 3$  mW et pour une largeur de bande de 1 Hz, le rapport signal-sur-bruit est de l'ordre de 164 dB qui correspond à une limitation de stabilité temporelle de :  $\sigma_y(\tau) = 5,36 \cdot 10^{-16} \tau^{-1}$  (voir figure 1.9), la fréquence de coupure haute est de  $f_h = 1,9$  MHz est la fréquence de filtre la plus haut de notre dispositif.

#### 1.3.3 Perturbation thermique [3]

La phase  $\phi$  d'une onde optique se propageant dans une fibre de longueur  $L$  est donnée par :  $\phi = \beta L$ , où  $\beta$  représente le nombre d'onde dans la fibre d'indice de réfraction  $n$  et de longueur d'onde  $\lambda$ . Avec  $\beta = \frac{2\pi n}{\lambda}$ .

Les fluctuations thermiques sur la fibre optique entraînent une modification de  $n$  et  $L$ , si bien qu'en

sortie, le déphasage de l'onde optique s'écrit :

$$\Delta\phi = \beta\Delta L + L\Delta\beta.$$

Le premier terme est dû au changement de longueur de fibre (coefficient de dilatation thermique) tandis que le second correspond au changement de l'indice de réfraction du coeur. En exprimant les variations de phase relative induite par une variation de température par :

$$\frac{\Delta\phi}{\phi\Delta T} = \left[ \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \right] \simeq \frac{1}{L} \frac{dL}{dT}. \quad (1.18)$$

La fibre optique standard a une sensibilité thermique  $\alpha = \frac{\Delta L}{L\Delta T}$  de l'ordre de  $7 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ , ainsi un changement de la température d'un degré sur une fibre de un mètre cause un changement  $L$  de  $7\mu\text{m}$ .

Pour une fibre de longueur  $L$ , une variation de température  $\Delta T$  occasionne une variation de phase  $\Delta\phi$  :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi n}{\lambda} \alpha L \Delta T. \quad (1.19)$$

Il est intéressant de simuler l'effet des fluctuations de température qui peuvent avoir lieu au cours de la journée. Pour cela nous modélisons la variation de température comme [15] :

$$\Delta T(t) = dT \sin \frac{2\pi t}{T_p},$$

$dT$  et  $T_p$  sont respectivement l'amplitude et la période de la modulation.

$$\Delta\phi = \frac{2\pi n}{\lambda} \alpha L dT \sin \frac{2\pi t}{T_p}.$$

Par définition, la densité spectrale de bruit de phase est :

$$\begin{aligned} S_{\phi}(f) &= \lim_{\tau \rightarrow +\infty} \frac{1}{\tau} \left[ \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \Delta\phi(t) \exp^{-j2\pi ft} dt \right]^2 \\ &= \frac{4\pi^2 n^2 \alpha^2 L^2 dT^2}{\lambda^2} \left[ \frac{\delta(f - 1/T_p) + \delta(f + 1/T_p)}{2} \right]^2. \end{aligned}$$

La densité spectrale bilatérale d'écart de fréquence est :

$$S_y(f) = \frac{\pi^2 n^2 \alpha^2 L^2 dT^2 f^2}{\lambda^2 v_0^2} [\delta(f - 1/T_p) + \delta(f + 1/T_p)]^2.$$

La densité spectrale unilatérale est alors :

$$S_y^{1S}(f) = \frac{2\pi^2 n^2 \alpha^2 L^2 dT^2 f^2}{\lambda^2 v_0^2} [\delta(f - 1/T_p)]^2.$$

La variance d'Allan est donc :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau) &= 2 \int_0^\infty \frac{\sin^4(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2} \frac{2\pi^2 n^2 \alpha^2 L^2 dT^2 f^2}{\lambda^2 v_0^2} [\delta(f - 1/T_p)]^2 df \\ &= \frac{4 \sin^4\left(\frac{\pi\tau}{T_p}\right) n^2 \alpha^2 L^2 dT^2}{\lambda^2 v_0^2 \tau^2}. \end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\sigma_y(\tau) = \frac{2L \cdot \alpha \cdot dT \cdot n}{c\tau} \left[ \sin^2\left(\frac{\pi\tau}{T_p}\right) \right]. \quad (1.20)$$

$c$  est la vitesse de la lumière.

Pour une distance de 1 km de fibre, et un indice de réfraction de 1,429, avec une variation sinusoïdale d'amplitude de la température de  $dT=10^\circ\text{C}$ , et une sensibilité de la fibre  $\alpha$  de 7 ppm/ $^\circ\text{C}$ , la déviation d'Allan est :

$$\sigma_y(\tau) = 3,33 \cdot 10^{-10} \tau^{-1} \cdot \left[ \sin^2\left(\frac{\pi\tau}{T_p}\right) \right]. \quad (1.21)$$

Une évaluation théorique de la déviation d'Allan d'un lien optique a été réalisée, en effectuant une combinaison des fluctuations à court terme dues à la dégradation du SNR du signal RF reçu et ceux à long terme dues à des variations de la température (1.16 et 1.21).

La figure (1.9) représente la limitation du système optique des deux fluctuations citées au paravent, pour des périodes de modulation thermique d'une heure et de quatre heures.

Les limitations à court terme, sont dues principalement au bruit d'intensité de la diode laser, alors qu'à long terme ( $\tau > 100$  s) elles proviennent des fluctuations thermiques de la fibre optique.

Dans ce travail nous nous intéressons uniquement à corriger les fluctuations de la fibre à long terme. Pour cette raison, nous avons réalisé des dispositifs de correction qui seront détaillés dans le chapitre 3.

## 1.4 ÉTAT DE L'ART DANS LE DOMAINE

Plusieurs laboratoires ont réalisés des systèmes de transfert par fibre optique, citons :

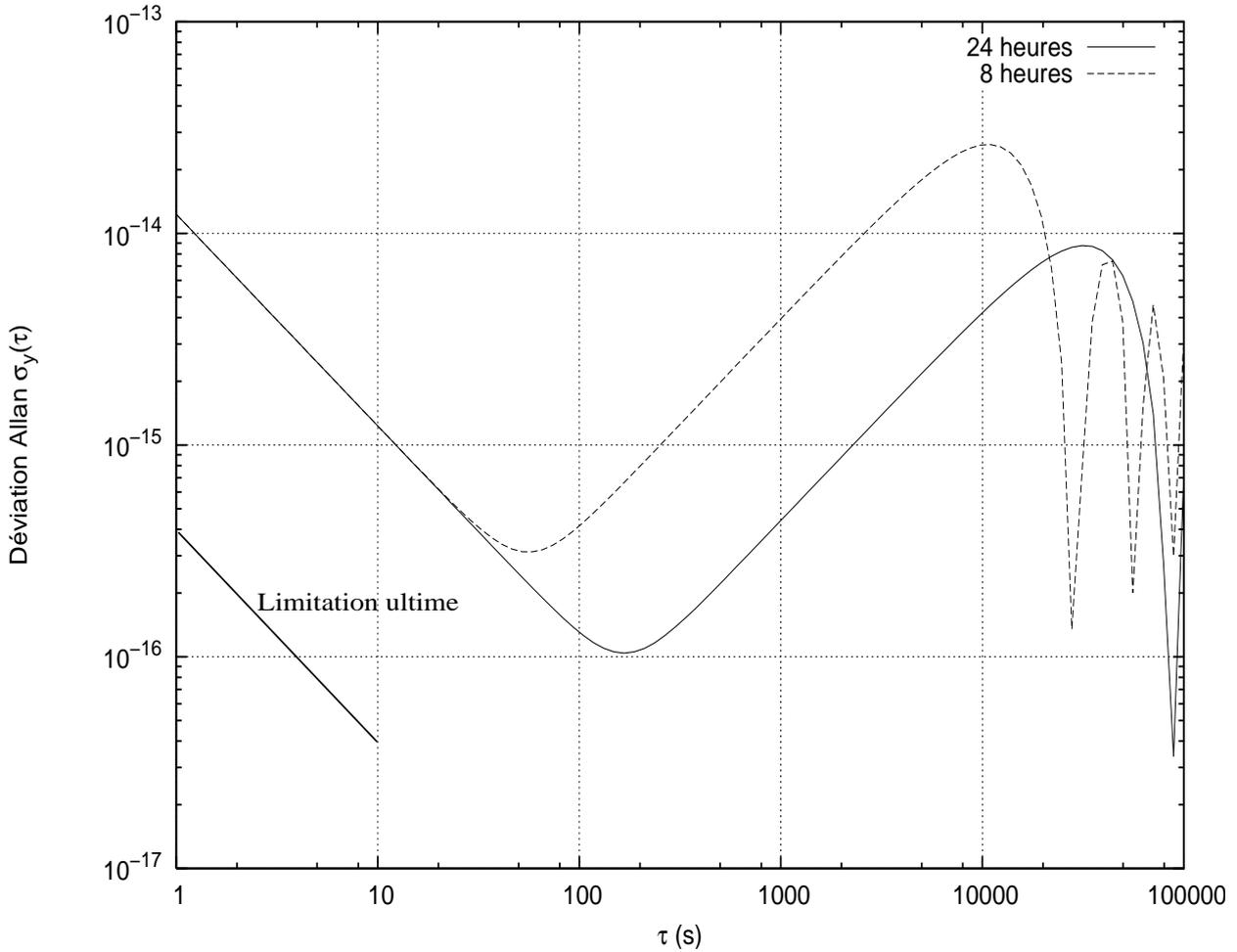


FIG. 1.9 – Évaluation théorique de la déviation d'Allan d'un lien optique, sous l'effet de perturbations thermiques sinusoïdales.

#### 1.4.1 Le laboratoire JPL

Les premiers systèmes de transfert de référence par fibre optique ont été développés aux USA dans le laboratoire JPL 'Jet Propulsion Laboratory' vers les années 1970. L'objectif est de transmettre le signal de référence à 100 MHz d'un maser à hydrogène sur une distance allant de 16 à 29 km, pour l'expérience Cassini et le Deep Space Network DSN de JPL/NASA, pour des applications à la physique relativiste et à la navigation spatiale [15].

Les premières performances de ce lien optique en terme de déviation d'Allan obtenues en 1987, sont de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-14}$  pour un temps d'intégration de 1 s [16] [17]. Ces systèmes utilisent des dispositifs de compensation des variations de phase dans la fibre [17], (voir chapitre 3). Une dégradation de la stabilité transférable du maser à hydrogène est constatée à partir d'une minute. En 1989, une amélioration est obtenue la stabilité est alors de  $8 \cdot 10^{-15}$  pour un temps d'intégration de 1 s [18].

Par la suite, le lien optique a été modifié pour transmettre des signaux de fréquence micro-onde [19]

sur une distance de 29 km. Dans cette version l'émetteur est constitué d'une source laser (Nd : YAG) pompée par une diode laser suivie d'un modulateur externe (réalisé en  $\text{LiNbO}_3$ ). Ce modulateur externe introduit beaucoup moins de conversion AM/FM.

Ce lien est caractérisé par un bruit de phase  $S_\phi(f) = -112 \text{ dBc/Hz @ } 8,1 \text{ GHz}$  et une instabilité relative de fréquence de  $\sigma_y(\tau) = 1,5 \cdot 10^{-16}$  sur  $10^3 \text{ s}$  à  $10^4 \text{ s}$ . Ces systèmes utilisent aussi des dispositifs de compensation des variations de phase dans la fibre.

Cependant leur dernière réalisation de système de transfert développé pour le DSN utilise la méthode de conjugaison de phase [20]. Il présente les performances en terme de stabilité temporelle de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-17}$  à  $10^5 \text{ s}$ .

La même méthode a été mise en application par l'Observatoire de Mizusana au Japon, pour des mesures de VLBI 'Very Long Baseline Interferometry' [21].

#### 1.4.2 Le laboratoire LNME-SYRTE

Dans le cadre d'un contrat européen, le LNME-SYRTE réalise une étude d'un lien optique spatial en espace libre ultra-stable pour l'échange de signaux de comparaison et de référence entre oscillateurs locaux et horloges. Partager ces oscillateurs locaux, cela signifie pouvoir choisir celui qui présente le plus faible bruit de phase et permet un accès répondant aux moyens de comparaison avec les horloges terrestre afin d'obtenir une lecture directe de fréquence relative des différents étalons.

Un système de contrôle de phase a été réalisé au LNME-SYRTE [22] (voir chapitre 3) utilisant deux fréquences de modulation à 100 MHz pour l'aller et 110 MHz pour le retour, dans le but d'isoler ces deux voies. Le système optique utilise une modulation directe de la diode laser pour transmettre le signal RF. A la réception ce signal est démodulé grâce à une photodiode InGaAs connectée à un télescope.

Parmi les objectifs visés par ce système :

- Transférer une stabilité de fréquence relative de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-14}$  sur une seconde,
- la densité spectrale de bruit de phase doit être inférieure à :
 
$$S_\phi(f) = 10^{-12} f^{-1} + 10^{-14} f^0 \quad [\text{rad}^2/\text{Hz}] \text{ à } 100 \text{ MHz},$$
- la stabilité de phase à long terme du lien doit être de l'ordre de 10ps par jour. Un coefficient de température de l'ordre de 1ps/°C doit être obtenu pour avoir une stabilité à long terme de cet ordre.

Au-delà du spatial, cette étude est reprise pour une application terrestre permettant de relier par fibre optique de nombreux laboratoires (de métrologie ou autres), pour disposer de signaux de référence de fréquence comprise entre 100 MHz et 1 GHz. Ce type de transfert par fibre optique

se fait entre le LNME-SYRTE et le Laboratoire Physique du Laser LPL (distance : 44 km) [23]; LNME-SYRTE et le Laboratoire Kastler Brossel LKB pour une distance de 4 km.

L'objectif de ces liens est de transférer des signaux issus d'un maser à hydrogène et d'un oscillateur à saphir cryogénique (4 K LHE) du LNME-SYRTE sans dégradation en terme de stabilité de phase pour des applications de la physique fondamentale.

Le LNME-SYRTE a développé ces deux dernières années des systèmes de compensation des variations de phase dans la fibre (vibrations mécaniques, fluctuations de distance...) utilisant le même principe que celui du JPL. Les performances de ce lien ont une meilleure stabilité de phase à long terme, en effet, en terme de la stabilité thermique, un taux de rejection de l'ordre de 400 (46 dB) a été mesuré [24]. La figure 1.13 représente les performances de ces liens optiques en terme de stabilité temporelle.

### 1.4.3 Le laboratoire LAAS-CNRS

L'étude présentée au LAAS concerne la réalisation et la caractérisation de systèmes de transfert de fréquence RF et micro-ondes (10 MHz, 800 MHz et 3,5 GHz) sur des temps courts. L'application vise à distribuer les signaux de référence à bord d'un satellite de télécommunication. Ces liaisons ont été testées avec plusieurs systèmes de réception : liaison simple, photo-oscillateur (oscillateur synchronisé par l'onde optique modulée) à réception indirecte et directe. Les avantages de l'utilisation d'un photo-oscillateur assure un filtrage naturel du bruit de phase loin de la porteuse et maintient une puissance de sortie constante, dans le but d'améliorer le bruit de phase de la liaison optique [25].

Le photo-oscillateur à réception indirecte, consiste à détecter le signal optique modulé à l'aide d'une photodiode rapide et à utiliser ce signal électrique pour le verrouillage par injection d'un oscillateur [26].

L'autre solution, à réception directe, consiste à réaliser l'oscillateur lui même à l'aide d'un transistor sensible à l'onde optique (photo-transistor), et à contrôler l'élément actif de l'oscillateur.

La partie émission adoptée est une diode laser modulée directement, de longueur d'onde  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ , et d'une performance en RIN de  $-155 \text{ dBc/Hz}$  entre 0,5 GHz 3 GHz.

Les tests des mesures du bruit de phase à 10 MHz pour les trois configurations : photodiode+amplificateur, photodiode+amplificateur+filtre (figure 1.10) et photodiode+amplificateur+filtre+photo-oscillateur (figure 1.11) ont montré que l'on obtient le meilleur résultat avec la dernière configuration, un plancher de bruit de l'ordre de  $-165 \text{ dBc/Hz}$  à 10 kHz de la porteuse [25].

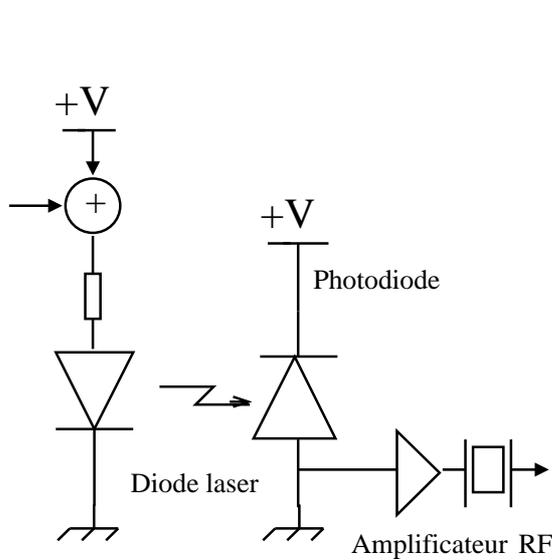


FIG. 1.10 – Lien optique analogique avec un amplificateur et un filtre de quartz.

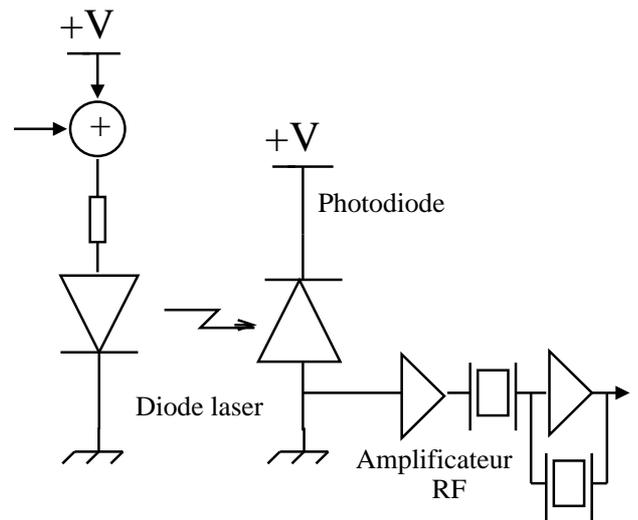


FIG. 1.11 – Lien optique analogique avec un amplificateur, un filtre de quartz et un photo-oscillateur.

fréquence (MHz)	5	10	100
$S_{\phi}(f)$	$-107 f^{-4} -127 f^0$	$-107 f^{-3} -137 f^0$	$-59 f^{-3} -137 f^0$
$\sigma_y(\tau)$	-	$3.10^{-13} \tau^{-1} + 3.10^{-14} \tau^{\frac{-1}{2}}$	-

TAB. 1.1 – Les performances en terme de stabilité du lien optique pour les trois fréquences du maser.

#### 1.4.4 Le laboratoire TF du CNES [4]

Un système de transfert de fréquences du maser à hydrogène EFOS 16 par fibre optique monomode de longueur de 1 km est réalisée dans le cadre de la future intégration du Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite (PHARAO) par le CNES à Toulouse.

Le système optique de transmission de type RFO/201000-DFB est réalisé par RFPA, commercialisé par la société Matech. Nous avons dans le cadre de ce travail de thèse testé le même système utilisé par le CNES (voir chapitre 3).

Les évaluations ont été réalisées à trois fréquences, 5, 10 et 100 MHz. Ces trois fréquences sont celles susceptibles d'être transmises.

Trois tests ont été effectués dans ce cadre : mesures du bruit rajouté sur le transfert de fréquence par comparaison entre 1 et 1000 secondes, mesures de sensibilité thermique et enfin des mesures comparatives du bruit de phase sans et avec la transmission par fibre.

Le tableau (1.1) résume les résultats obtenus avec les trois fréquences du maser, de la stabilité temporelle et de la densité spectrale de bruit de phase.

Les mesures de sensibilité thermique de la fibre entre +10 et +30 °C ont montré une rotation de phase de  $-0.15^\circ/\text{°C}$  pour 1 km. Cette mesure a été réalisée à 10 MHz sans système de contrôle.

### 1.4.5 Performances

Les meilleures performances en stabilité du lien par fibre optique dans les différents laboratoires sont résumées dans les deux figures (1.12) et (1.13) :

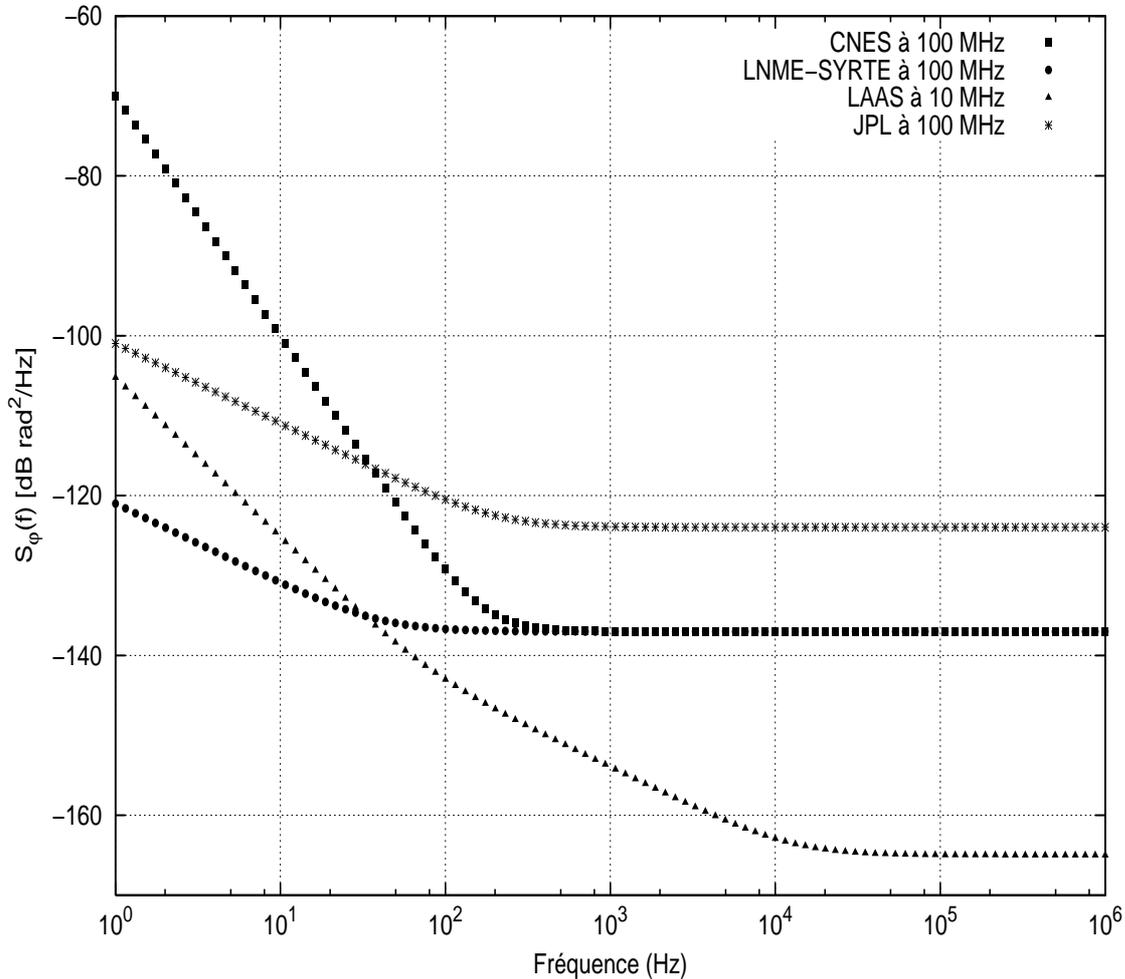


FIG. 1.12 – Etat de l'art du transfert de fréquence par fibre optique en terme de bruit de phase.

## 1.5 ÉCHELLE DE TEMPS

### 1.5.1 État de l'art

Le transfert de signaux de référence dans les différents laboratoires bisontins n'est pas la seule application envisagée. Nous souhaitons également utiliser ces horloges pour élaborer une échelle de temps locale basée sur l'horloge à césium de l'Observatoire et le maser à hydrogène du LCEP. Pour l'instant l'oscillateur cryogénique ne fonctionnant que périodiquement ne sera pas intégré dans cette échelle.

Le principe général consiste à comparer la fréquence d'un VCO à quartz à celles délivrées par

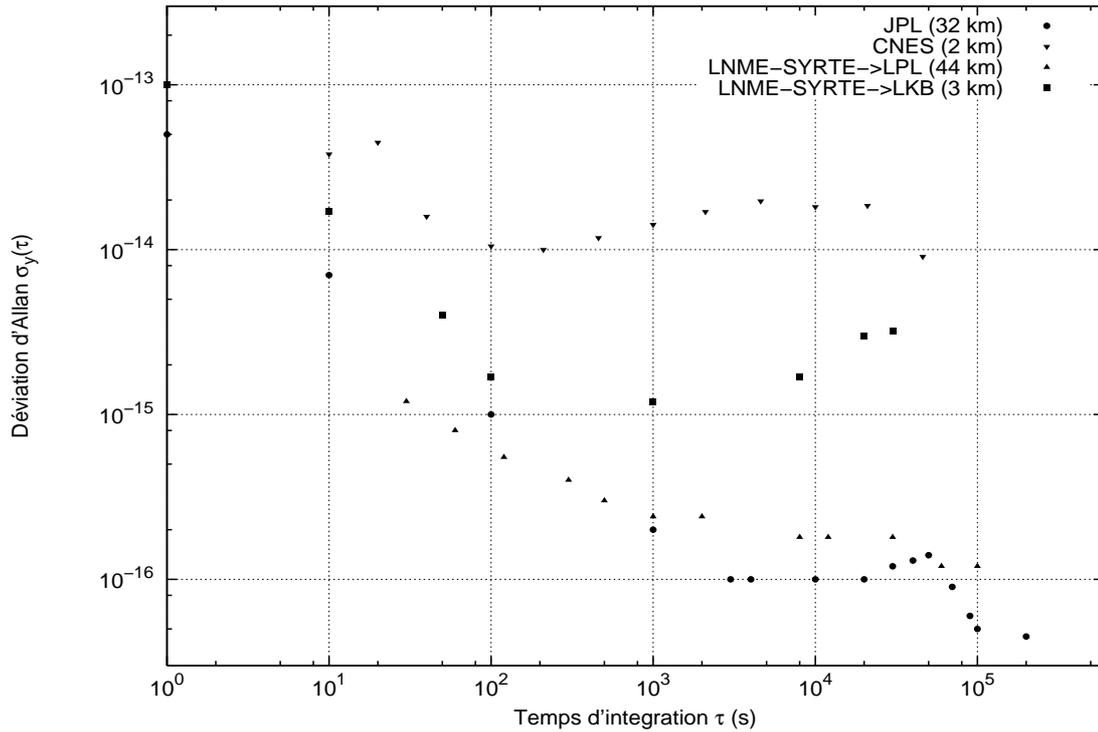


FIG. 1.13 – Etat de l’art du transfert de fréquence par fibre optique en terme de la déviation d’Allan.

l’horloge à Césium et par le maser à hydrogène par un dispositif de triangulation. Avec quelques hypothèses que nous détaillerons par la suite, il est possible de tirer de ces inter-comparaisons un signal de correction utilisable pour contrôler l’oscillateur à quartz.

En choisissant correctement les paramètres de l’algorithme de traitement du signal on peut obtenir un signal qui combine les performances de l’oscillateur à quartz, du Césium et du maser.

La méthode que nous proposons s’apparente à la “Three cornered-hat method” (ou méthode de triangulation) utilisée pour la mesure d’oscillateurs ou horloges [27] [28]. La triangulation est ici

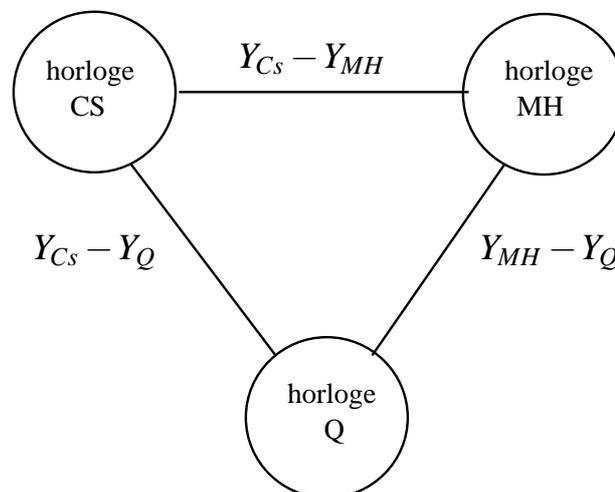


FIG. 1.14 – Méthode de triangulation.

réalisée par la méthode utilisant 2 mélangeurs et dénommée DMTD (Dual Mixer Time Difference) [29] car elle permet d'accéder à la stabilité d'un seul oscillateur par des mesures dans le domaine temporel.

La méthode DMTD compare simultanément les instabilités relatives de fréquence de deux références par l'intermédiaire d'un excellent oscillateur.

Cette méthode effectue des inter-comparaisons d'un ensemble de 3 horloges (un VCO, un maser et une horloge à césium). On obtient les instabilités relatives de fréquence  $y_Q - y_{mh}$ ,  $y_{cs} - y_Q$  et  $y_{mh} - y_{cs}$ .

La dernière inter-comparaison est liée aux deux précédentes et n'apporte donc aucune information supplémentaire :

$$y_{mh} - y_{cs} = -(y_{cs} - y_Q) - (y_Q - y_{mh}). \quad (1.22)$$

Nous obtenons un système sous-déterminé de deux grandeurs indépendantes  $y_Q - y_{mh}$ ,  $y_{cs} - y_Q$  avec les trois instabilités de fréquences des 3 horloges  $y_Q$ ,  $y_{mh}$  et  $y_{cs}$  inconnues.

L'objectif de cette partie du travail consiste donc à utiliser une méthode qui permet d'obtenir une estimation des instabilités de fréquence des 3 horloges à partir des inter-comparaisons d'horloges.

Plusieurs techniques peuvent être utilisée dans cette perspective :

- La première méthode proposée par Gray et Allan [30] consiste à estimer les variances d'Allan des 3 horloges à partir des inter-comparaisons de ces 3 horloges.

Soient  $\sigma_{y_Q - y_{mh}}^2$ ,  $\sigma_{y_{cs} - y_Q}^2$  et  $\sigma_{y_{mh} - y_{cs}}^2$  les variances d'Allan des différentes d'instabilités de fréquence de l'oscillateur et le maser ; de l'horloge à césium et l'oscillateur ; enfin celle du maser et l'horloge à césium respectivement.

Si on admet l'indépendance des instabilités de fréquence des 3 horloges (bruits non corrélés), ces variances vont s'écrire :

$$\begin{cases} \sigma_{y_Q - y_{mh}}^2(\tau) = \sigma_{y_Q}^2(\tau) + \sigma_{y_{mh}}^2(\tau). \\ \sigma_{y_{cs} - y_Q}^2(\tau) = \sigma_{y_{cs}}^2(\tau) + \sigma_{y_Q}^2(\tau). \\ \sigma_{y_{mh} - y_{cs}}^2(\tau) = \sigma_{y_{mh}}^2(\tau) + \sigma_{y_{cs}}^2(\tau). \end{cases} \quad (1.23)$$

Dans le second membre du système d'équation (1.23) figurent les variances propres à chaque référence, la résolution de ce système linéaire, donne accès à la stabilité d'un seul oscillateur :

$$\begin{cases} \sigma_{y_Q}^2(\tau) = \frac{1}{2} \left( \sigma_{y_Q - y_{mh}}^2 + \sigma_{y_{cs} - y_Q}^2 - \sigma_{y_{mh} - y_{cs}}^2 \right). \\ \sigma_{y_{mh}}^2(\tau) = \frac{1}{2} \left( \sigma_{y_Q - y_{mh}}^2 + \sigma_{y_{mh} - y_{cs}}^2 - \sigma_{y_{cs} - y_Q}^2 \right). \\ \sigma_{y_{cs}}^2(\tau) = \frac{1}{2} \left( \sigma_{y_{mh} - y_{cs}}^2 + \sigma_{y_{cs} - y_Q}^2 - \sigma_{y_Q - y_{mh}}^2 \right). \end{cases} \quad (1.24)$$

Toutefois, les résultats du calcul ne sont valables que si les mesures des variances des inter-

comparaisons sont réalisées de façon simultanée.

- La seconde méthode proposée par Fest, Gros Lambert et Gagnepain [31] [32] similaire à la première qui s'appuie sur la méthode de la co-variance d'Allan, permet d'atteindre le même objectif.

Par définition la co-variance d'Allan de  $y_{cs}$  et  $y_{mh}$  est :

$$Cov_{y_{cs}, y_{mh}} = \frac{1}{2} \langle (y_{cs}(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k)) (y_{mh}(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k)) \rangle. \quad (1.25)$$

En appliquant cette co-variance d'Allan à des inter-comparaisons d'un ensemble de 3 références, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} Cov_{y_Q - y_{mh}, y_{mh} - y_{cs}} = \frac{1}{2} \langle (y_Q(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k + \tau) - y_Q(t_k) + y_{mh}(t_k)) (y_{mh}(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k) + y_{cs}(t_k)) \rangle. \\ Cov_{y_{mh} - y_{cs}, y_{cs} - y_Q} = \frac{1}{2} \langle (y_{mh}(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k) + y_{cs}(t_k)) (y_{cs}(t_k + \tau) - y_Q(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k) + y_Q(t_k)) \rangle. \\ Cov_{y_{cs} - y_Q, y_Q - y_{mh}} = \frac{1}{2} \langle (y_{cs}(t_k + \tau) - y_Q(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k) + y_Q(t_k)) (y_Q(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k + \tau) - y_Q(t_k) + y_{mh}(t_k)) \rangle. \end{array} \right. \quad (1.26)$$

Nous considérons que les 3 références sont décorrélées. Le système (1.26) devient plus simple :

$$\left\{ \begin{array}{l} Cov_{y_Q - y_{mh}, y_{mh} - y_{cs}} = \frac{1}{2} \langle (-y_{mh}(t_k + \tau) + y_{mh}(t_k)) (y_{mh}(t_k + \tau) - y_{mh}(t_k)) \rangle. \\ Cov_{y_{mh} - y_{cs}, y_{cs} - y_Q} = \frac{1}{2} \langle (-y_{cs}(t_k + \tau) + y_{cs}(t_k)) (y_{cs}(t_k + \tau) - y_{cs}(t_k)) \rangle. \\ Cov_{y_{cs} - y_Q, y_Q - y_{mh}} = \frac{1}{2} \langle (-y_Q(t_k + \tau) + y_Q(t_k)) (y_Q(t_k + \tau) - y_Q(t_k)) \rangle. \end{array} \right. \quad (1.27)$$

Nous obtenons les résultats souhaités.

$$\left\{ \begin{array}{l} Cov_{y_Q - y_{mh}, y_{mh} - y_{cs}} = -\frac{1}{2} \sigma_{y_{mh}}^2. \\ Cov_{y_{mh} - y_{cs}, y_{cs} - y_Q} = -\frac{1}{2} \sigma_{y_{cs}}^2. \\ Cov_{y_{cs} - y_Q, y_Q - y_{mh}} = -\frac{1}{2} \sigma_{y_Q}^2. \end{array} \right. \quad (1.28)$$

Il faut bien distinguer les deux premières méthodes de la nôtre :

Ces deux premières méthodes fournissent bien une estimation du  $\sigma_{y_Q}^2(\tau)$ ,  $\sigma_{y_{mh}}^2(\tau)$  et  $\sigma_{y_{cs}}^2(\tau)$  mais pas celle de  $y_Q$ ,  $y_{mh}$  et  $y_{cs}$ , alors que dans notre étude, on souhaite estimer directement  $y_Q$ ,  $y_{mh}$  et  $y_{cs}$ . Pour cela, on fait l'hypothèse que le bruit BF est dû au maser (MH) et le bruit HF à l'horloge à césium (Cs) dans  $y_{mh} - y_{cs}$ .

Il faut donc réaliser un filtre récursif sur  $y_{mh} - y_{cs}$  pour séparer la contribution de MH de celle du Cs.

- Nous avons proposé une nouvelle technique tirant profit des meilleures stabilités accessibles à partir des inter-comparaisons des 3 références. On asservit un oscillateur sur les 2 horloges (Cs et MH) [33].

On estime  $y_Q(t)$  à partir de  $y_Q - y_{mh}$  et  $y_{cs} - y_Q$  à  $t-\tau$ ,  $t-2\tau \dots$

avec  $y_{Q0}$ ,  $y_{mh}$  et  $y_{cs}$  représentées les instabilités relatives de fréquences de l'oscillateur libre, du maser et de l'horloge à césium respectivement.

$$y_{mh}(f) = H(f)y_{mh-cs}(f), \quad (1.29)$$

où  $H(f)$  la fonction de transfert passe-bas et  $y(f)$  la TF de  $y(t)$  (voir chapitre 4).

### 1.5.2 Les principales échelles de temps [5] [6]

Le fonctionnement d'étalons atomiques permet dès 1955 le calcul de références de temps atomique. En 1958, Markowitz et al avaient montré que le temps atomique d'un étalon à jet de césium est plus stable que l'échelle de temps astronomique alors en vigueur, le temps des Ephémérides.

Cette conclusion a été confirmée ultérieurement par d'autres expériences et le TAI fut adopté en 1967. La seconde reçut une nouvelle définition lors de la 13<sup>ème</sup> conférence générale des poids et mesures : la seconde est la durée de 9 192 631 770 période de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Chaque horloge atomique fournit son propre temps, sa propre échelle de temps. Il existe plusieurs échelles de temps atomiques : locales, nationales et internationales.

La réalisation de ces échelles consiste à comparer régulièrement les horloges participant à l'échelle de temps, les lectures de ces horloges sont introduites dans un algorithme de calcul de l'échelle moyenne.

Nous allons illustré quelques réalisations des échelles de temps effectué dans les laboratoires de métrologie du temps.

#### 1.5.2.1 TAI

La définition du TAI est sous la responsabilité de la section "temps" du Bureau International des Poids et Mesures. Le TAI correspond à une moyenne pondérée de plus de 250 horloges réparties dans les laboratoires de métrologie du monde.

Le TAI est une échelle de temps dite 'papier', qui consiste en une correction diffusée périodiquement par courrier à appliquer aux datations effectuées grâce à une échelle de temps locale. Ce calcul est

effectué à l'aide de l'algorithme ALGOS. En France, le TAI est disponible sous la forme TAI-T.A.(F) ou TAI-UTC(OP). Ce dernier écart doit rester inférieur à 0.9 secondes, afin de rester en phase avec le temps lié à la rotation de la terre.

**1.5.2.1.1 Le calcul du TAI** L'algorithme de calcul du TAI se compose de trois étapes comme l'indique schématiquement la figure 1.15 : En premier lieu, on obtient une échelle atomique libre

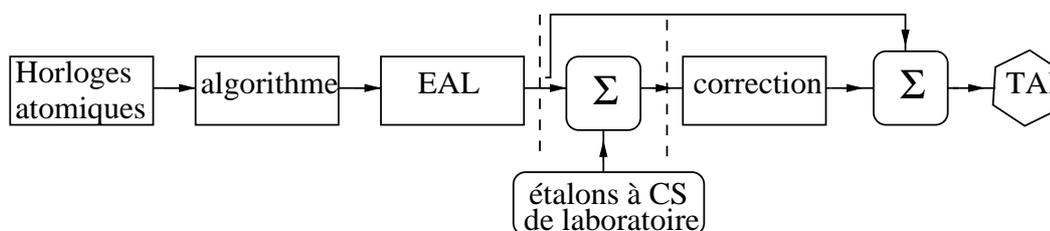


FIG. 1.15 – Les trois étapes du calcul du TAI.

EAL à partir des lectures des horloges atomiques fonctionnant dans divers laboratoires, pondérées en fonction de leur stabilité. Puis l'inexactitude de l'échelle EAL est estimée par rapport aux étalons primaires des laboratoires. La dernière étape du calcul est constituée par l'application d'une correction d'inexactitude à l'échelle EAL.

### 1.5.2.2 UTC

Le Temps universel coordonné UTC 'Coordinated universal time' est une échelle de temps, maintenue par le BIPM et le Service international de la rotation terrestre (IERS), qui constitue la base d'une diffusion coordonnée, des fréquences étalons et des signaux horaires. L'UTC a la même marche que le TAI, mais il en diffère par un nombre entier de secondes. On ajuste l'échelle UTC par insertion ou omission de secondes (secondes intercalaires positives ou négatives) pour assurer sa concordance approximative avec l'échelle UT1 'Temps universel'.

### 1.5.2.3 T.A.(F)

L'Observatoire de Paris maintient deux échelles de temps atomique UTC(OP) et T.A.(F) :

- UTC(OP) est une réalisation physique d'UTC (Temps Universel Coordonné), matérialisé par les impulsions-secondes d'un étalon de césium qui est associé à un 'micro-phase stepper' à haute résolution et à une horloge numérique.

L'écart de temps  $|\text{UTC} - \text{UTC(OP)}|$  est maintenu à moins de 100 ns. Des corrections de fréquence de l'étalon qui génère UTC(OP) sont appliquées par l'intermédiaire du micro-déphaseur afin de satisfaire la coordination avec UTC.

– L'échelle de T.A.(F) est une échelle de temps scientifique qui vise les qualités de stabilité et d'exactitude.

Elle est calculée mensuellement, en comparant un ensemble d'horloges qui fonctionnent dans les laboratoires de métrologie Français par la méthode de vue commune des signaux du GPS, avec l'horloge maîtresse du LNME-SYRTE, UTC(OP).

Les données relatives de ces horloges sont introduites dans un algorithme de Temps Atomique Calculé TAC qui a pour objectif d'assurer la stabilité de fréquence à moyen terme (environ un mois) de T.A.(F).

L'algorithme TAC est utilisé pour calculer une Echelle de Temps Atomique Libre EAL. Le T.A.(F) est déduite de celle-ci.

### 1.5.3 Quelques réalisations d'UTC

Le temps UTC est à la base de la plupart des temps légaux. La synchronisation des réalisations physique d'UTC dans chacun de ces pays : UTC(OP) pour la France, UTC(USNO) pour les États-Unis et UTC(IEN) pour l'Italie, etc.

#### 1.5.3.1 UTC(OP)

La fréquence du T.A.(F) est ajustée pour compenser sa dérive et ramener son exactitude, après comparaison à celle des meilleurs étalons primaires de laboratoire (fontaine atomique à atomes de césium et rubidium et l'horloge PHARAO) [34], (voir figure 1.16). Le LNME-SYRTE est équipé

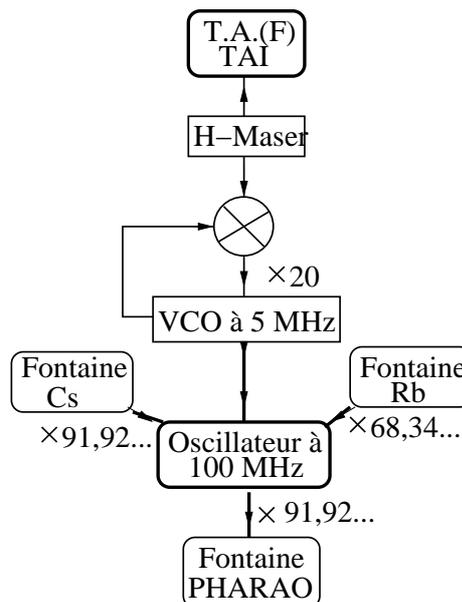


FIG. 1.16 – Les comparaisons entre la fontaine de Cs et Rb utilisent l'ensemble des horloges.

d'un maser à hydrogène relié aux autres laboratoires de métrologie grâce à un lien utilisant la phase des porteuses du GPS (en cours d'étude). Le maser délivre un signal à 100 MHz qui sert de point de départ pour la synthèse des fréquences d'interrogation des fontaines. Sa stabilité de fréquence (voir figure 1.2) est insuffisante pour une utilisation directe sur les fontaines.

L'utilisation d'un filtre suiveur remédie à ce problème. Un oscillateur possédant une très bonne stabilité à court terme, est asservi en phase sur le maser. En optimisant la bande passante de l'asservissement, on obtient un signal qui combine la bonne stabilité à court terme de l'oscillateur et la stabilité à long terme et l'exactitude du maser à hydrogène.

La sortie du maser à hydrogène est corrigée de manière presque continue grâce à un micro-déphaseur à haute résolution pour corriger ses variations à long terme. Ces variations sont mesurées par rapport à l'oscillateur de filtrage asservi sur le maser qui joue le rôle d'un oscillateur d'interrogation commun aux trois fontaines.

En synchronisant le fonctionnement des fontaines, on peut rejeter efficacement les fluctuations de cet oscillateur et faire une comparaison directe entre fontaines.

Les données obtenues par comparaison entre maser et les horloges  $i$  dans les laboratoires  $L$  sont :  $H(L, t) - H(i, t)$ .

L'équation de définition de T.A.(F) est la suivante :

$$X(t) = X(t_1) + \sum_{i=1}^N p(i, t) \cdot H(i, t) - H(i, t_1) + (t - t_1) \cdot \frac{d}{dt} [X(t) - H(i, t)]_{t-t_1},$$

où  $X(t)$  est l'écart de temps entre l'échelle de la référence et celle de laboratoire à l'instant  $t$ ,  $H(i, t) - H(i, t_1)$  changement de l'horloge  $i$  dans le temps,  $p(i, t)$  est le poids normalisé de l'horloge  $i$  à l'instant  $t$ ,  $N$  est la moyenne des données des horloges qui participent à l'échelle et  $\frac{d}{dt} [X(t) - H(i, t)]_{t-t_1}$  est la prédiction de la différence d'horloge et l'échelle.

$X(t)$  est constitué de deux termes, le premier caractérisera la stabilité à court terme et le seconde caractérisera la stabilité à long terme.

La fonction de l'algorithme est de minimiser la divergence de  $|X(t) - X(0)|$ .

Le T.A.(F) est accessible par l'écart  $|T.A.(F) - UTC(OP)|$ .

Néanmoins, cette méthode présente l'inconvénient de présenter des micro-sauts de phase qui, malgré leur très faible valeur, correspondent à des discontinuités qui posent des sérieux problèmes, notamment pour les mesures de fréquence basées sur cette échelle de temps.

A côté de ces références françaises, il existe des références internationales.

### 1.5.3.2 UTC(USNO)

L'USNO (US Naval Observatory) de Washington maintient en fonctionnement continu un ensemble important d'horloges à jet de césium et de masers à hydrogène, sur lequel est basée l'échelle de temps UTC(USNO).

L'algorithme de calcul de cette échelle destiné à prendre en compte les performances respectives des deux types d'horloges, qui est décrit par L.A.Breakiron [35] :

$$X(t) = X(t_1) + \sum_{i=1}^N p(i,t) \cdot \left[ H(i,t) - H(i,t_1) + (t - t_1) \cdot r(i,t_1) - \frac{1}{2}(t - t_1)^2 d(i,t_1) \right],$$

$d(i,t - t_1)$  est la dérivée de fréquence de l'horloge  $i$ .

La particularité du calcul de cette échelle par rapport au T.A.(F), concerne la modélisation des marches moyennes des différences horloges-échelle. Elles sont caractérisées par leurs variances à deux échantillons calculées en négligeant les dérives de fréquence des masers.

### 1.5.3.3 UTC(IEN)

L'institut national d'électrotechnique du département temps-fréquence IEN Impliqué aussi dans le projet européen GALILEO,

Un algorithme de calcul d'échelle de temps basé sur le filtrage de Kalman apporte une grande souplesse [36].

Ces filtres fournissent une estimation optimale selon les critères définis de l'état du système qui est étudié. Cette estimation est basée sur un modèle et sur les propriétés statistiques liées aux systèmes et aux mesures effectuées.

## 1.6 CONCLUSION

Cette étude bibliographique nous montre tout le potentiel des systèmes de transfert de fréquence par fibre optique et des nouvelles générations d'échelles de temps.

Le tableau (1.2) résume des possibilités typiques de raccordement et démontre les performances des autres moyens de transfert de temps (câble coaxial, micro-onde...). Les systèmes optiques de transfert par fibres optiques présentent de meilleures stabilités que les autres moyens de transfert pour une durée d'observation d'une journée.

Le transport d'horloge permet une très bonne incertitude de comparaison mais cette technique ne permet pas le raccordement permanent.

Service	incertitude du temps	de fréquence
navigation satellite - vue commune	3 – 20 ns	$10^{-13}$ à $10^{-15}$ (> 1 jours)
navigation satellite, porteuse phase carrier		$10^{-14}$ ( $\tau > 1h$ )
communication satellite, aller-retour (two-way)	0,8 – 10 ns	$10^{-14}$ à $10^{-15}$
fibres optiques	10 – 50 ps	$10^{-16}$ à $10^{-17}$
lien micro-onde	1 – 10 ns	$10^{-14}$ à $10^{-15}$
câble coaxial	1 – 10 ns	$10^{-14}$ à $10^{-15}$

TAB. 1.2 – Les performances en terme des incertitude du temps et de fréquence des moyens de transfert de temps et de fréquence.



# Annexe 1

## 1 Caractérisation de la stabilité d'un oscillateur [7].

### 1.1 Définition.

Le signal généré par un oscillateur de fréquence instantanée nominale  $\nu_0$  peut être représenté par :

$$V(t) = [V_0 + \varepsilon(t)] \sin [2\pi\nu_0 t + \varphi(t)], \quad (1)$$

ou  $\varepsilon(t)$  est le bruit d'amplitude autour de la valeur nominale  $V_0$  et  $\varphi(t)$  qui représente les variations de phase du signal qui peuvent traduire des phénomènes de dérives, des variations périodiques, et de fluctuations aléatoires.

Le bruit d'amplitude dépend de la sensibilité à la modulation d'amplitude. Il ne contribue pas directement aux instabilités de fréquence. Toutefois des conversions de modulation d'amplitude en modulation de phase peuvent se produire notamment dans les composants de type mélangeur utilisés pour la mesure de la stabilité [37]. Dans la description qui suit on néglige  $\varepsilon(t)$ .

La fréquence instantanée de ce signal s'écrit alors :

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi\nu_0 t + \varphi(t)) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \nu_0 + \Delta\nu(t), \quad (2)$$

où  $\Delta\nu$  représente les fluctuations de fréquence instantanées.

À partir de cette relation on définit la variation relative de fréquence  $y(t)$  :

$$y(t) = \frac{\Delta\nu(t)}{\nu_0}. \quad (3)$$

La relation (1) peut être écrite de la façon suivante :

$$V(t) = V_0 \left\{ \sin \left[ 2\pi\nu_0 \left( t + \frac{\varphi(t)}{2\pi\nu_0} \right) \right] \right\}.$$

Où le deuxième terme en temps représente l'erreur de marche temporelle, qui est définie par :

$$x(t) = \frac{\varphi(t)}{2\pi\nu_0}. \quad (4)$$

C'est cette quantité, qui a la dimension d'un temps, est utilisée pour caractériser les fluctuations de phase de notre lien optique.

Les deux grandeurs  $x$  et  $y$  se déduisent l'une de l'autre, grâce à la relation (4) :

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (5)$$

Toutefois, une fréquence instantanée n'est pas une grandeur observable. Seule sa valeur  $\bar{y}_k$  sur un intervalle de temps  $\tau$  commençant à l'instant  $t_k$  peut être atteinte. Celle-ci est donnée par :

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt. \quad (6)$$

La caractérisation d'un signal s'effectue à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine spectral :

- Dans le domaine temporel, on utilise :  $\sigma_y(\tau)$  la déviation d'Allan des variations relatives de fréquence  $y(t)$  moyennées sur un temps  $\tau$  et  $\sigma_x(\tau)$  la déviations des écarts de temps  $x(t)$  moyennée sur un temps  $\tau$ . Ces représentations sont utilisées pour caractériser les fluctuations à moyen et à long terme ( $\tau > 1$  s).
- Dans le domaine spectral, on utilise la densité spectrale de puissance des fluctuations relatives de fréquence  $S_y(f)$ , la densité spectrale de puissance d'erreur de marche temporelle  $S_x(f)$  ou la densité spectrale du bruit de phase  $S_\varphi(f)$ , ces trois densités spectrales étant mesurées dans 1 Hz de bande.

Ces représentations sont utilisées pour caractériser les fluctuations rapides ( $f > 1$  Hz).

## 1.2 Caractérisation dans le domaine spectral

Travailler dans le domaine spectral avec les grandeurs définies au paravent, revient à effectuer les transformées de Fourier de ces grandeurs. Un inconvénient majeur de cette méthode est qu'est utilise une fonction aléatoire (le bruit  $b(t)$ ) et redonne une fonction aléatoire. Pour pallier ce défaut, nous utilisons la fonction d'autocorrélation  $R_b(t)$  (équation 7) de cette grandeur, ainsi la fonction obtenue n'est plus aléatoire. De plus, la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation

d'une grandeur aléatoire est la densité spectrale d'énergie de cette grandeur  $S_b^E(f)$

$$R_b(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(t)b^*(t-\tau)dt, \quad (7)$$

avec  $b^*(t)$  le complexe conjugué de  $b(t)$ .

$$S_b^E(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_b(t)e^{-2i\pi ft} dt. \quad (8)$$

Toutefois l'énergie pouvant être infinie et donc entraîner une divergence de la densité, nous considérerons plus volontiers les densités spectrales de puissance  $S_b(f)$  (voir équation 9) qui représentent, grâce à l'hypothèse d'ergodicité, une moyenne temporelle de la densité spectrale d'énergie.

$$S_b^{TS}(f) = \frac{1}{T} \left| \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} b(t)e^{-2i\pi ft} dt \right|^2, \quad (9)$$

avec  $T$  le temps de mesure total. Il est encore utile de noter que la fonction d'autocorrélation est une fonction réelle, ceci permet de travailler sur une densité spectrale bilatérale (two-sided). À ce moment, il est judicieux d'introduire la densité unilatérale définie par :

$$S_b(f) = \begin{cases} 2S_b^{TS}(f) & \text{si } 0 < f < +\infty \\ 0 & \text{si } -\infty < f < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Il est encore assez évident de monter que :

$$S_b^{TS}(f) = \frac{1}{T} |T.F.(b(t))|^2. \quad (11)$$

Nous définirons toutes les densités bilatérales par l'équation (11) que nous transformerons grâce au système (10), et comme pour les grandeurs temporelles, ces fonctions fréquentielles sont reliées entre elles. Ainsi, avec toutes les formules de liaison entre les différentes grandeurs précédents, nous pouvons relier les  $S_b(f)$  entre elles. Nous écrivons donc pour  $S_x(f)$  et  $S_\varphi(f)$ , les densités d'écart de marche temporelle et de phase,

$$S_x(f) = \frac{1}{T} |T.F.(x(t))|^2. \quad (12)$$

et avec l'équation (3)

$$S_x(f) = \frac{1}{T} \left| T.F.\left(\frac{\varphi(t)}{2\pi v_0}\right) \right|^2 = \frac{1}{4\pi^2 v_0^2} S_\varphi(f). \quad (13)$$

Il en va évidemment de même pour les autres relations :

Type de bruit	$S_y(f)$
Bruit blanc de phase	$h_2 f^2$
Bruit de scintillation de phase	$h_1 f^1$
Bruit blanc de fréquence	$h_0$
Bruit de scintillation de fréquence	$h_{-1} f^{-1}$
Marche aléatoire de fréquence	$h_{-2} f^{-2}$

TAB. 1 – Les différent types de bruit du modèle en lois de puissance.

Pour les densités d'écart de fréquence et d'écart de marche temporelle.

$$S_y(f) = 4\pi^2 f^2 S_x(f). \quad (14)$$

Pour les densités d'écart de fréquence et de phase.

$$S_y(f) = \frac{f^2}{v_0^2} S_\varphi(f). \quad (15)$$

On admet en général qu'un oscillateur présente une densité spectrale de puissance  $S_y(f)$  peut être représentée par la somme de cinq bruits indépendants, chaque un correspondant à une loi de puissance différente décrit par une loi de puissance.

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha f^\alpha \quad \alpha \text{ entier.}$$

pour  $f_b \leq f \leq f_h$ ,  $f_b$  les basses fréquences et  $f_h$  les hautes fréquences.

A chacun des coefficients  $\alpha$  correspond un type de bruit spécifique. La dénomination de ces différents bruits est donnée dans le tableau (1).

Le spectre de phase qui est le plus souvent utilisé présente alors l'allure :

$$S_\varphi(f) = \sum_{\beta=-4}^{\beta=0} k_\beta f^\beta,$$

où  $\beta = \alpha - 2$ ,  $k_\beta = v_0^2 h_\alpha$

On utilise également le spectre radiofréquence (ou pureté spectrale)  $S_v(f)$ , mis en évidence lorsque le signal est caractérisé au moyen d'un analyseur de spectre.

$S_v(f)$  caractérise les fluctuations d'amplitude et de fréquence, qui correspond à la densité spectrale

du signal  $V(t)$  délivré par l'oscillateur (1).

On démontre que la pureté spectrale du signal est estimée par :

$$S_v(f) = \frac{V_0^2}{2} [\delta(f - \nu_0) + S_\phi^{TS}(f - \nu_0) + S_A^{TS}(f - \nu_0)].$$

La pureté spectrale du signal est la somme d'un pic de Dirac  $\delta(f)$  centré sur sa fréquence nominale  $\nu_0$  (la porteuse) et de sa densité spectrale de phase  $S_\phi^{TS}(f)$  et d'amplitude  $S_A^{TS}(f)$  de façon à être aussi centrées sur  $\nu_0$ .

### 1.3 Caractérisation dans le domaine temporel.

La variance vraie est une autre représentation de la stabilité d'un oscillateur. Elle correspond au carré de l'écart moyen à la moyenne d'une grandeur (voir équation 16). De plus, grâce à la variance vrai ainsi qu'à la valeur moyenne de cette grandeur, nous pouvons décrire totalement la distribution gaussienne du bruit.

$$\sigma^2(x) = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2. \quad (16)$$

$$\sigma^2(x) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M (x_j - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i)^2 \right]. \quad (17)$$

$N$  représente le nombre d'échantillons pris pour calculer la variance et  $x_i$  les différents échantillons de la variable aléatoire  $x$ .

Nous utilisons comme estimateur de cette variance, la variance de Allan. Elle peut être calculée dans le domaine temporel par :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 \rangle, \quad (18)$$

avec  $\bar{y}_1$  et  $\bar{y}_2$  définis par l'équation (6). Ou encore dans le domaine des fréquences par :

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty S_y(f) \frac{2 \sin^4(\pi \tau f)}{(\pi \tau f)^2} df. \quad (19)$$

On peut ainsi la définir soit par sa séquence de calcul temporelle soit par sa fonction de transfert : elle agit comme un filtre.

Il est possible de modéliser la variance d'Allan par une loi de puissance en  $\tau$  incluant les coefficients  $h_\alpha$ . Ainsi, par l'étude des différentes pentes de la variance, nous pourrions remonter aux coefficients du modèle de la densité spectrale et ainsi caractériser ses différents bruits. On définit une loi de

puissance pour la variance :

$$\sigma_y^2(\tau) = C_\mu \tau^\mu \text{ avec } \mu = -1 - \alpha \text{ et } C_\mu \text{ définis dans le tableau 2.} \quad (20)$$

Il est à noter qu'un des facteurs limitant de la variance d'Allan est : La variance de Allan est très sensible aux basses fréquences, elle semble l'être beaucoup moins aux hautes fréquences. La variance de Allan est lié au fait que le bruit blanc de phase et le bruit de scintillation de phase suivent tous les deux une loi en  $\tau^{-2}$ . On définira  $f_h$  dans le tableau 2 comme la fréquence de Shannon, une fréquence de coupure haute :  $f_h = \frac{N}{2\tau_0}$ .

Pour caractériser les bruits basses et hautes fréquences. Il est possible d'utiliser d'autres estimateurs de la variance vraie, dont les résultats pour chaque type de bruit suivent une loi de puissance différente, permettant ainsi de mesurer simultanément tous les types de bruits. Nous ne citerons que les principaux utilisés dans cette étude.

– La variance de Allan modifiée [38] [39] [40] :

Elle constitue une amélioration de la variance de Allan classique, en effet la variance d'Allan modifiée distingue les bruits de fréquence en  $f^{+1}$  et en  $f^{+2}$ , et converge pour ces deux types de bruits sans prendre en compte la fréquence de coupure haute.

Elle est définie par la séquence de calcul suivante :

$$Mod\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2n^2} \left\langle \sum_{i=1}^n (\bar{y}_{i+n} - \bar{y}_i)^2 \right\rangle. \quad (21)$$

et sa fonction de transfert est :

$$|H_{yM}(f)|^2 = 2 \cdot \frac{\sin^6(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2 n^2 \sin^2(\pi\tau f)}, \quad (22)$$

où  $\tau_0$  étant le pas d'échantillonnage des écarts de fréquence et  $n = \tau/\tau_0$ .

La réponse de la variance d'Allan modifiée pour les différents type de bruit est donnée dans le tableau 2.

– La variance temporelle [41] :

Elle constitue un estimateur de la stabilité temporelle basé sur la variance d'Allan modifiée.

La variance temporelle est définit par :

$$\sigma_x^2(\tau) = \frac{\tau^2}{3} Mod\sigma_y^2(\tau). \quad (23)$$

$S_y(f)$	$h_{-2}f^{-2}$	$h_{-1}f^{-1}$	$h_0f^0$	$h_{+1}f^{+1}$	$h_{+2}f^{+2}$
$\sigma_y^2(\tau)$	$\frac{2\pi^2 h_{-2}\tau}{3}$	$2\ln(2)h_{-1}$	$\frac{h_0}{2\tau}$	$\frac{h_{+1} [1,038 + 3\ln(2\pi f_h \tau)]}{4\pi^2\tau^2}$	$\frac{3h_{+2}f_h}{4\pi^2\tau^2}$
$Mod\sigma_y^2(\tau)$	$\frac{11\pi^2 h_{-2}\tau}{20}$	$\frac{h_{-1} [27\ln 3 - 32\ln 2]}{8}$	$\frac{h_0}{4\tau}$	$\frac{h_{+1} [24\ln 2 - 9\ln 3]}{8\pi^2\tau^2}$	$\frac{3h_{+2}}{8\pi^2\tau^3}$
$\sigma_x^2(\tau)$	$\frac{11\pi^2 h_{-2}\tau^3}{60}$	$\frac{h_{-1}\tau^2 [27\ln 3 - 32\ln 2]}{24}$	$\frac{h_0\tau}{12}$	$\frac{h_{+1} [24\ln 2 - 9\ln 3]}{24\pi^2}$	$\frac{h_{+2}}{8\pi^2\tau}$

TAB. 2 – Réponses de la variance d'Allan classique, de la variance d'Allan modifiée et de la variance temporelle pour les différents types de bruit du modèle en lois de puissance.

Elle est définie par la séquence de calcul suivante :

$$\sigma_x^2(\tau) = \frac{1}{6n^2(N-3n+1)} \left[ \sum_{i=0}^{N-3n-1} \sum_{j=0}^{n-1} x_{i+2n+j} - 2x_{i+n+j} + x_{i+j} \right]^2. \quad (24)$$

La réponse de la variance temporelle pour les différents type de bruit est donnée dans le tableau 2.

En pratique, la méthode de calcul basé sur la dernière équation a été appliquée. Nous avons vérifié la concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux suivant la variance employée.



## Chapitre 2

# MÉTROLOGIE DU BRUIT DE PHASE

Avant d'aborder l'étude de notre lien optique en bruit de phase, nous allons examiner dans ce chapitre les différents modes de fonctionnement d'un mélangeur équilibré "mixer" qui est l'élément principal des différents dispositifs employés pour cette étude. Nous analysons les effets des intermodulations engendrés par cet élément, qui seront mis en évidence par une série d'expériences.

Nous introduisons par la suite les principales méthodes de mesure de stabilité du lien optique en employant le mélangeur comme détecteur de phase.

Enfin, nous décrivons les méthodes de mesure de stabilité des oscillateurs. Nous présentons plus particulièrement les imperfections inhérentes à la méthode utilisée pour comparer nos horloges entre elles.

### 2.1 MÉLANGEUR

Le mélangeur est un composant essentiel des différents montages que nous avons réalisés. Il nous paraît important d'en rappeler le principe et les limitations.

Nous l'utilisons suivant deux modes de fonctionnement : en transducteur de fréquence et en détecteur de phase.

#### 2.1.1 Présentation générale

La figure (2.1) représente le principe d'un mélangeur doublement équilibré (Double Balanced Mixer DBM) : Il est constitué d'un pont de diodes de caractéristiques aussi voisines que possible et de deux transformateurs. Le nombre des spires des transformateurs est dans le rapport 1 à 2 entre

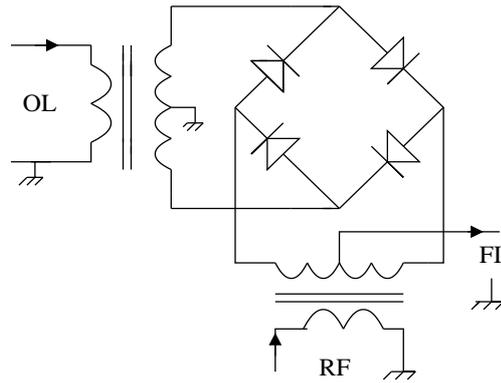


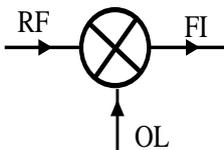
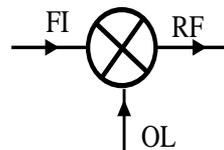
FIG. 2.1 – Schéma interne du mélangeur équilibré.

primaire et secondaire, la prise intermédiaire s'effectuant au milieu.

Le mélangeur se présente donc comme un dispositif à trois bornes d'accès (2 entrées, 1 sortie). L'application principale de ce composant est la détection superhétérodyne. Dans ce type de fonctionnement, l'accès "oscillateur local" (accès OL) est celui sur lequel on applique le signal de niveau le plus élevé. L'accès d'entrée RF est celui sur lequel on applique le signal radiofréquence de faible puissance. L'accès FI est celui où l'on obtient le signal résultant : signal à fréquence intermédiaire (figure 2.2).

Comme nous le verrons par la suite, nous utilisons les mélangeurs dans des modes de fonctionnement différents de la détection superhétérodyne. En pratique les deux accès d'entrée sont dans nos applications toujours saturés. D'autre part dans certains cas il est possible d'inverser les fonctions de deux bornes comme montré sur la figure (2.3).

La borne FI est différente des autres bornes OL et RF par le fait qu'elle laisse passer le continu.

FIG. 2.2 – 1<sup>ère</sup> configuration.FIG. 2.3 – 2<sup>ème</sup> configuration.

### 2.1.2 Principe de fonctionnement en superhétérodyne :

Bien que n'étant pas le mode de fonctionnement utilisé dans nos expériences, le mode superhétérodyne à l'avantage d'être le plus simple à analyser. Sur cette base il est aisé de comprendre le fonctionnement du mélangeur dans d'autres conditions. Le mode superhétérodyne est utilisé pour transposer un signal de faible puissance  $V_{RF}(t) = \sqrt{P_{RF}R_0} \cos \omega_{RF}t$ ,  $R_0 = 50\Omega$  de fréquence  $\omega_{RF}$  à une fréquence intermédiaire  $\omega_{FI}$ . Ce signal est appliqué sur l'accès RF. Un signal de pulsation  $\omega_{OL}$  et

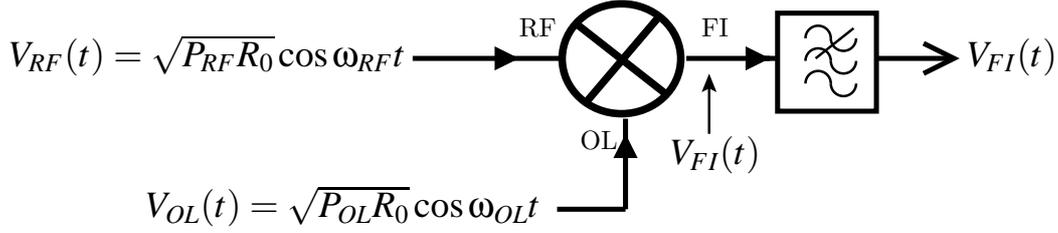


FIG. 2.4 – Fonctionnement d'un mélangeur comme un superhétérodyne.

d'amplitude suffisante pour bloquer les diodes :  $V_{OL} = \sqrt{P_{OL}R_0} \cos \omega_{OL}t$  est appliqué sur l'accès OL.

La tension de sortie FI est :

$$V_{FI}(t) = V_{RF}(t) \cdot \text{sign}[V_{OL}(t)], \quad (2.1)$$

où  $\text{sign}[V_{OL}(t)]$  est la signe de la tension  $V_{OL}$  (c'est à dire +1 ou -1)

En décomposant en série de Fourier, On peut écrire :

$$\text{sign}[V_{OL}(t)] = \frac{4}{\pi} \left[ \cos \omega_{OL}t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_{OL}t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_{OL}t - \dots + \dots \right].$$

Soit :

$$V_{IF}(t) = \frac{4}{\pi} V_{RF}(t) \cdot \left[ \cos \omega_{OL}t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_{OL}t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_{OL}t - \dots + \dots \right]. \quad (2.2)$$

Le mélangeur est équivalent à un multiplicateur analogique. La tension de sortie  $V_{IF}(t)$  est la superposition de signaux centrés sur les pulsations  $(2n+1)\omega_{OL}$ ,  $n$  est un entier :

$$V_{IF}(t) = \frac{2}{\pi} \sqrt{P_{FI}R_0} \sum_{n=0}^{\infty} \cos[(2n+1)\omega_{OL} \pm \omega_{RF}]t. \quad (2.3)$$

Dans le cas de la détecteur superhétérodyne, la seule composante utile est :

$$V_{IF}(t) = \frac{2}{\pi} \sqrt{P_{FI}R_0} \cos(\omega_{OL} - \omega_{RF})t.$$

Elle est extraite par filtrage.

## 2.2 TRANSDUCTEUR DE FRÉQUENCE :

### 2.2.1 Principe

Dans les différents montages que nous avons mis au point il est nécessaire d'effectuer des transpositions de fréquence. La figure (2.5) montre un exemple de transducteur de fréquence réalisé avec un mélangeur. Deux signaux de puissance suffisante pour saturer les diodes sont appliqués aux accès

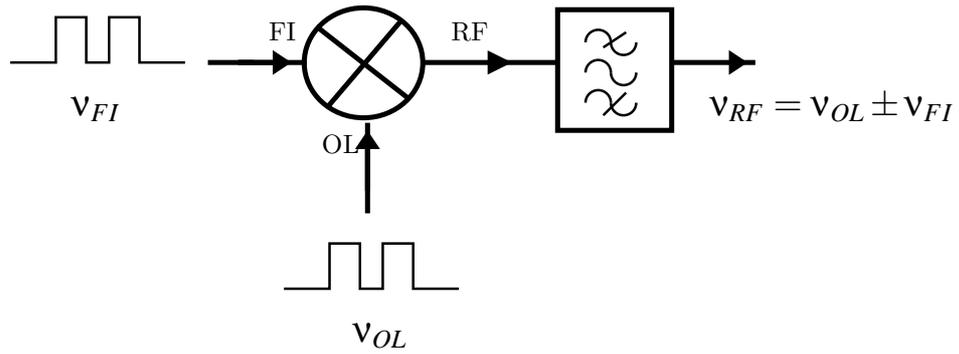


FIG. 2.5 – Fonctionnement d'un transducteur de fréquence.

OL et FI :

$$V_{FI}(t) = \sqrt{P_{FI}R_0} \cos[\omega_{FI}t + \varphi_{FI}(t)],$$

$$V_{OL}(t) = \sqrt{P_{OL}R_0} \cos[\omega_{OL}t + \varphi_{OL}(t)],$$

En présence de deux signaux de forte puissance, l'analyse des fonctionnements est beaucoup plus complexe que précédemment et en particulier l'équation (2.3) doit être modifiée.

En première approximation, on peut assimiler la fonction du mélangeur à la multiplication analogique des signaux d'entrée :

$$V_{RF}(t) = \sqrt{P_{RF}R_0} \cos[(-\omega_{OL} + \omega_{FI})t - \varphi_{OL}(t) + \varphi_{FI}(t)] + \sqrt{P_{RF}R_0} \cos[(\omega_{OL} + \omega_{FI})t + \varphi_{OL}(t) + \varphi_{FI}(t)].$$

La puissance  $P_{RF}$  dépend des puissances d'entrée et des pertes de conversion du mélangeur. L'équation précédente ne tient pas compte des harmoniques d'ordre élevé générés dans le mélangeur par les non linéarités des diodes.

Finalement le signal utile est extrait par filtrage :

$$\begin{cases} V_s = \sqrt{P_{RF}R_0} \cos[(\omega_{OL} + \omega_{FI})t + \varphi_{OL}(t) + \varphi_{FI}(t)]. & (up\ mixer) \\ V_s = \sqrt{P_{RF}R_0} \cos[(-\omega_{OL} + \omega_{FI})t - \varphi_{OL}(t) + \varphi_{FI}(t)]. & (down\ mixer) \end{cases} \quad (2.4)$$

Dans le premier cas on parle de 'up mixer', la fréquence est transposée à une valeur supérieure. Inversement le 'down mixer' abaisse la fréquence du signal.

(n,m)	$V_{RF}(t)$
(1,1)	$V_{11} \cos [2\pi (\omega_{FI} + \omega_{OL}) + \varphi_{FI}(t) + \varphi_{OL}(t)]$ .
(1,-1)	$V_{1-1} \cos [2\pi (\omega_{FI} - \omega_{OL}) + \varphi_{FI}(t) - \varphi_{OL}(t)]$ .
(3,-1)	$V_{3-1} \cos [2\pi (3\omega_{FI} - \omega_{OL}) + 3\varphi_{FI}(t) - \varphi_{OL}(t)]$ .
(1,-3)	$V_{1-3} \cos [2\pi (\omega_{FI} - 3\omega_{OL}) + \varphi_{FI}(t) - 3\varphi_{OL}(t)]$ .
(5,-3)	$V_{5-3} \cos [2\pi (5\omega_{FI} - 3\omega_{OL}) + 5\varphi_{FI}(t) - 3\varphi_{OL}(t)]$ .
$\vdots$	$\vdots$

TAB. 2.1 – Les effets des intermodulations sur le signal de sortie du transducteur.

### 2.2.2 Les intermodulations :

Dans l'analyse du comportement réel, il est nécessaire de tenir compte des harmoniques des signaux d'entrée [42]. Seules les harmoniques impaires sont à prendre en compte. On obtient :

$$V_{RF}(t) = \sum_{n \in N_{\text{impaire}}} \sum_{m \in Z_{\text{impaire}}} V_{nm} \cos [(n\omega_{FI} + m\omega_{OL})t + n\varphi_{FI}(t) + m\varphi_{OL}(t)]. \quad (2.5)$$

Les  $V_{nm}$  dépendent de la puissance de signaux d'entrée et des pertes de conversion du mélangeur. L'analyse approximative précédente ne retient que les harmoniques tels que  $n = 1$  et  $m = 1$ . Nous voyons que d'autres harmoniques peuvent participer au signal de sortie (voir Tab 2.1).

Par exemple, supposons que l'on désire transposer un signal à 10 MHz portant une information sous forme d'une modulation de phase à une fréquence double de 20 MHz.

Différentes intermodulations vont engendrer un signal à 20 MHz dans la bande du filtre.

Le signal de sortie est la somme vectorielle de ces différentes composantes. Seul le mélange  $n=1$  et  $m=1$  est intéressant, il transforme l'information  $\varphi_{FI}(t)$ . Les autres mélanges viennent perturber la transmission de l'information en rajoutant des termes supplémentaires  $3\varphi_{FI}, 5\varphi_{FI} \dots$

#### 2.2.2.1 Mise en évidence expérimentale d'effet des intermodulations :

Après avoir introduit le fonctionnement d'un transducteur, une série des expériences nous permet de le mettre en évidence.

Un signal de battement de l'ordre de 20 kHz est obtenu par mélange entre les deux synthétiseurs identiques pilotés par la même référence (voir figure 2.6).

A la sortie du mélangeur le spectre du signal à 20 MHz, contient un signal à  $20 \text{ MHz} + \Delta f$  qui correspond au signal souhaité  $n = 1, m = 1$ . Mais l'on observe également des raies à  $20 \text{ MHz} - \Delta f$   $n = 1, m = -1$  et  $3\Delta f$   $n = 3, m = -1$  ( $-\Delta f, 3\Delta f, \dots$ ). Les deux tableaux (2.2 et 2.3) représentent la pureté spectrale mesurée à l'aide d'un analyseur de spectre pour les deux configurations possibles (figure 2.2 et 2.3).

LO (dBm)	RF (dBm)	20 MHz $-\Delta f$	20 MHz $+\Delta f$	20 MHz $+3 \Delta f$
8	8	-19,8	-4,2	-18,8
8	0	-20,3	-7,3	-39,9
8	-5	-23,6	-11,6	-46,75

TAB. 2.2 – Pureté spectrale mesurée à l'aide de la 1ère configuration : entrées LO et RF.

Le meilleur taux de réjection est constaté pour la deuxième configuration où les accès d'entrée sont OL et FI. Il est de l'ordre de 19,7 dB (ordre  $n = 1$ ,  $m = -1$ ) et 26,4 dB ( $n = 3$ ,  $m = -1$ ). Dans la première configuration, le taux de réjection est de l'ordre de 15,6 dB ( $n = 1$ ,  $m = -1$ ) et 14,6 dB ( $n = 3$ ,  $m = -1$ ).

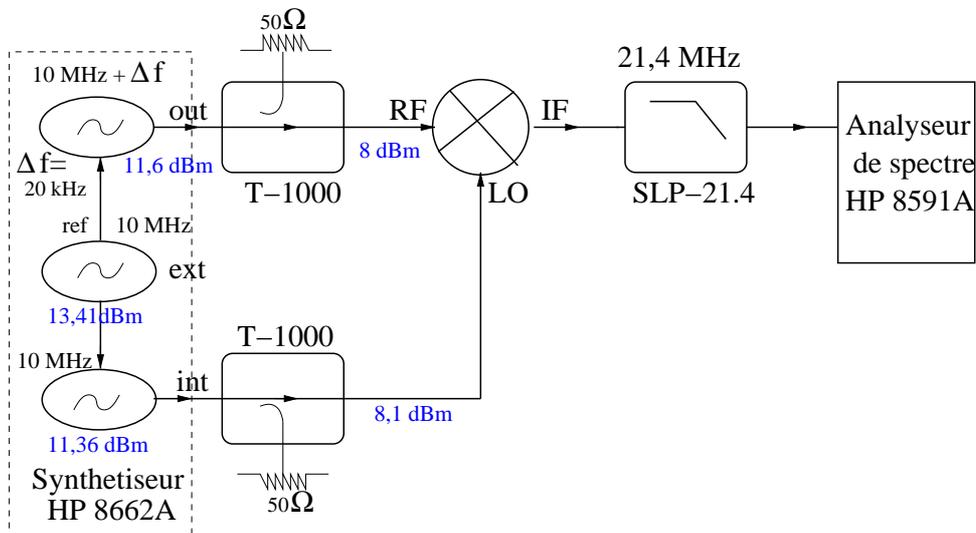


FIG. 2.6 – Les effets d'intermodulation d'un transducteur de fréquence.

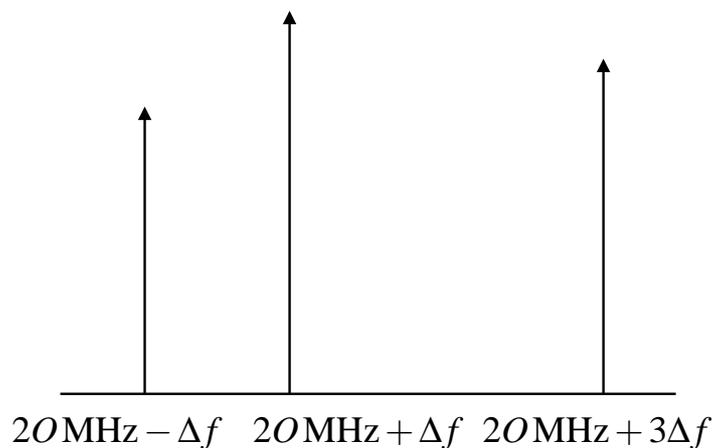


FIG. 2.7 – Spectre à la sortie du mélangeur (20 MHz).

Pour mettre en évidence l'influence de ces intermodulations [42] sur les performances de nos systèmes de contrôle du trajet optique, nous avons réalisé l'expérience décrite sur la figure (2.8). Ce

LO (dBm)	IF (dBm)	20 MHz $-\Delta f$	20 MHz $+\Delta f$	20 MHz $+3 \Delta f$
8	8	-22,3	-2,58	-29,3
8	0	-26,5	-6,96	-38,7
8	-5	-35,4	-11,5	-48,38

TAB. 2.3 – Pureté spectrale mesurée à l'aide de la 2<sup>ème</sup> configuration : entrées OL et FI.

montage simule l'un des correcteurs que nous avons étudiés (voir chapitre 3).

La fibre optique est simulée par un déphaseur commandable en tension (DCT) au quel on applique une modulation. Le premier mélangeur est un transducteur de fréquence qui permet de porter l'information utile à 20 MHz. Le deuxième mélangeur démodule le signal. À sa sortie la tension doit être une recopie de la modulation appliquée au DCT.

Les deux courbes (2.9) et (2.10) représentent les effets des intermodulations engendrées dans le premier mélangeur (M1). Dans la première configuration où le signal RF de faible puissance (0 dBm) est appliqué au l'accès d'entrée FI du mélangeur M1 (mode en superhétérodyne), on constate que le signal démodulé à la même forme que le signal modulé. Cependant lorsqu'on applique une puissance RF de 8 dB (mode en transducteur), nous constatons une déformation du signal démodulé.

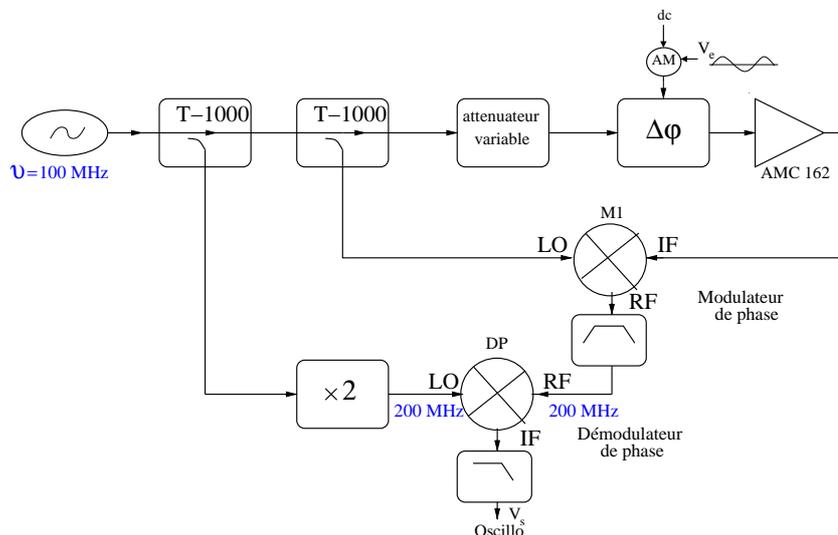


FIG. 2.8 – Modulation et démodulation de la phase.

Cette analyse très simple nous a permis de mettre en évidence l'influence des intermodulations. Nous verrons au chapitre 3 que même dans le cas de la configuration 2, ces intermodulations vont limiter les performances des systèmes de contrôle de variation de phase de la fibre.

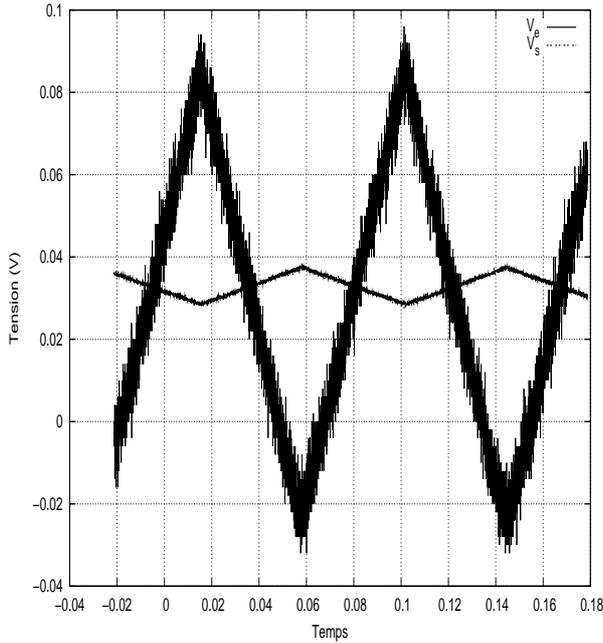


FIG. 2.9 – Effets d’intermodulations, 1 ère configuration : mode en superhétérodyne.

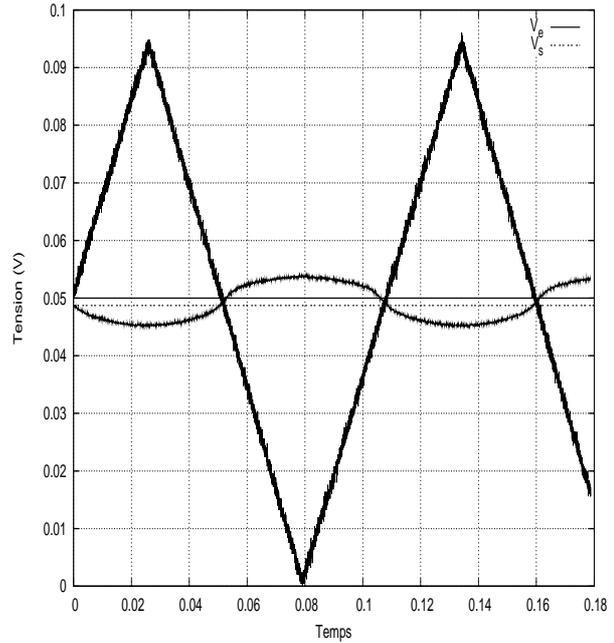


FIG. 2.10 – Effets d’intermodulations, 2 ème configuration : mode en transducteur.

### 2.2.2.2 Propriétés de conversion

Par définition, les pertes de conversion  $\gamma$  du mélangeur sont définies comme le rapport entre la puissance du signal obtenu à la fréquence intermédiaire et celle du signal RF :

$$\gamma = \frac{P_{FI}}{P_{RF}} = \frac{4}{\pi^2} \equiv 3,9\text{dB}.$$

En pratique les pertes sont supérieures à cette valeur. D’une part la fonction qui multiplie le signal  $V_{RF}$  diffère de la fonction  $\text{sign}(V_{OL}(t))$ . La saturation des diodes n’est en effet pas toujours complète. D’autre part il faut également tenir compte des pertes des diodes et des transformateurs.

Le graphe suivant présente les pertes d’un mélangeur mesuré à 200 MHz en fonction de la puissance  $P_{RF}$ . Dans nos montages pratiques les mélangeurs sont utilisés en mode saturé :

$5 \text{ dBm} \leq P_{RF} \leq 11 \text{ dBm}$ . Les pertes de conversion du mélangeur sont donc de l’ordre de 8,5 à 9 dB.

### 2.2.2.3 Isolation :

C’est le rapport des puissances appliquées à l’une des voies et la résiduelle existante sur les autres voies, on l’exprime en dB. Le meilleur isolement s’obtient entre les voies OL et RF.

Ces isolements sont de l’ordre de 57 dB entre les voies LO-RF et 54 dB entre LO-IF pour une fréquence de fonctionnement à 100 MHz.

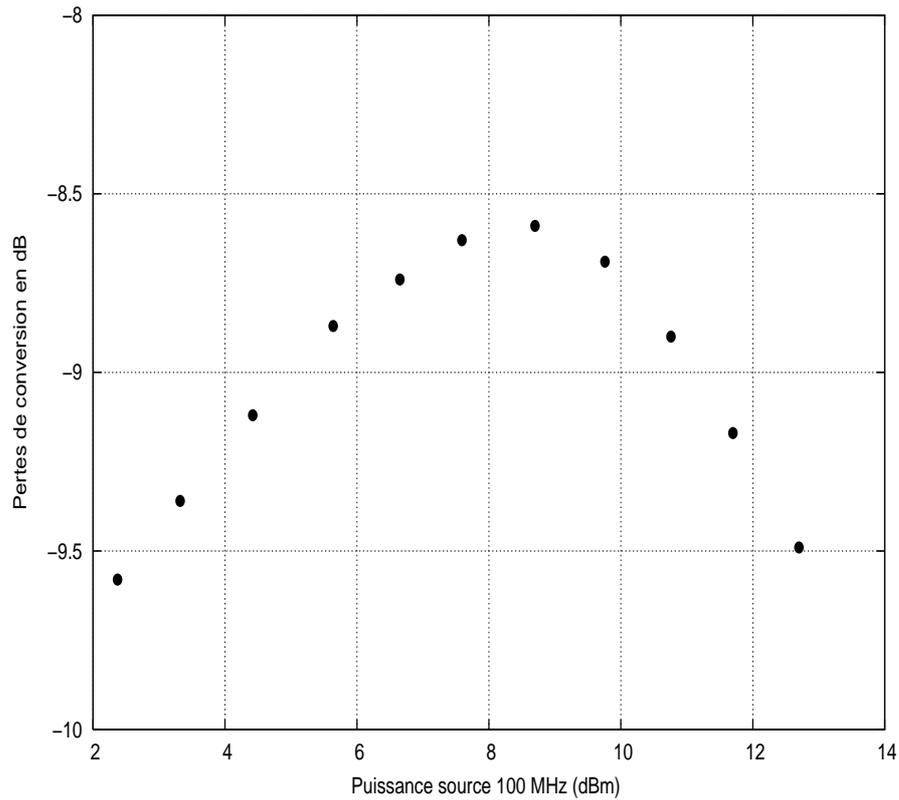


FIG. 2.11 – Les pertes de conversion d'un mélangeur.

## 2.3 DÉTECTEUR DE PHASE :

Les deux signaux d'entrée appliqués au mélangeur sur les accès RF et LO sont de même fréquence et en quadrature de phase (figure 2.12).

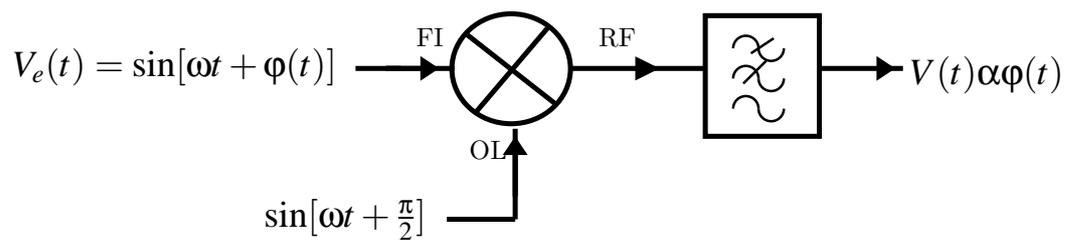


FIG. 2.12 – Fonctionnement d'un mélangeur comme un détecteur de phase.

Un filtrage passe-bas élimine les termes centrés sur les pulsations  $2n\omega_{OL}$ .

Si  $\varphi \ll 1$  rad on obtient alors le signal démodulé :

$$V(t) = k_{\varphi} \sin \varphi(t) \simeq k_{\varphi} \varphi(t). \quad (2.6)$$

$k_{\varphi}$  est la sensibilité du mélangeur, elle s'exprime en V/rad, elle dépend des puissances d'attaque du mélangeur.

La sortie du détecteur de phase est donc directement proportionnelle à la déviation de phase  $\varphi$  de son entrée. Le détecteur de phase a également une sensibilité à la modulation d'amplitude due au déséquilibre des diodes, en effet la tension  $V_s(t)$  dépend à la fois de l'amplitude  $A(t)$  et de  $\varphi(t)$ .

### 2.3.1 Mesure du bruit de phase de quadripôle

#### 2.3.1.1 Synoptique du banc

Considérons un quadripôle (DST) dont on souhaite caractériser le bruit de phase. On utilise le montage suivant :

La puissance d'une source stable est partagée entre les deux bras du banc de mesure. Dans l'un de ces bras on place le DST. Dans l'autre un déphaseur manuel permet d'assurer la quadrature des signaux aux accès du détecteur de phase. Il est parfois nécessaire de placer des amplificateurs pour isoler les deux bras et pour fournir une puissance suffisante pour saturer le mélangeur.

Après filtrage passe-bas, les fluctuations de phase  $\Delta\varphi$  apportées par le DST sont converties en fluctuations de tension  $\Delta V$ .

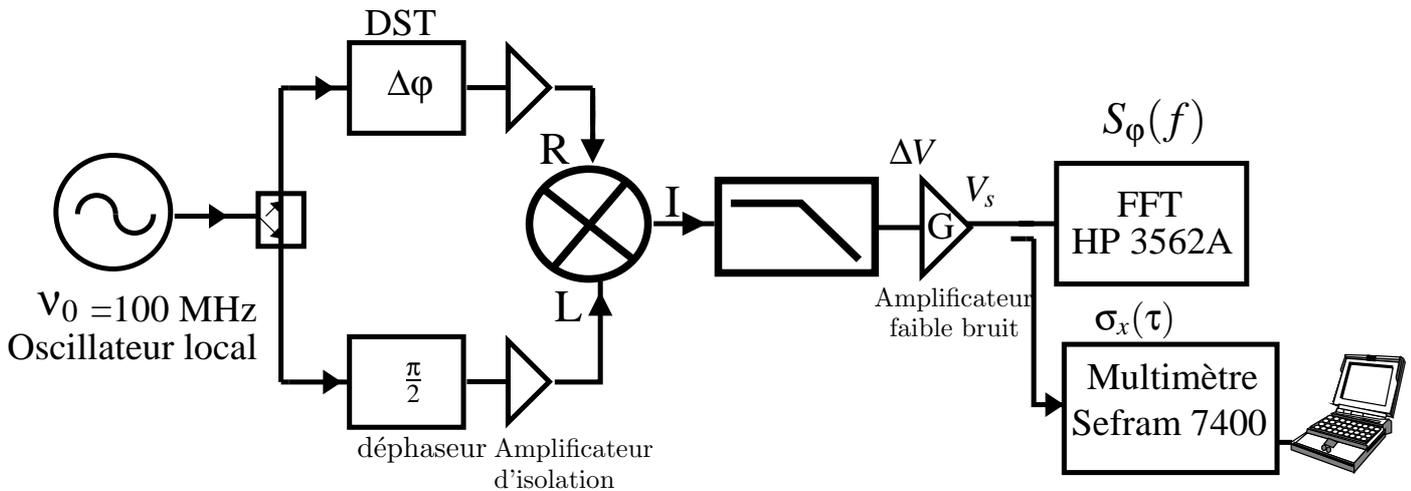


FIG. 2.13 – Le banc de mesure du bruit de phase.

Cette tension est ensuite amplifiée par un amplificateur faible bruit, à sa sortie le signal  $V_s$  s'écrit :

$$V_s(t) = G [k_\varphi \Delta\varphi(t) + e_n(t)], \quad (2.7)$$

avec  $G$  est le gain de l'amplificateur faible bruit et  $e_n(t)$  le bruit de tension provenant du mélangeur et de l'amplificateur. Ce bruit va limiter la sensibilité de la détection.

Deux méthodes de mesure spectrale et temporelle permettent de caractériser la stabilité du DST à court et à long terme, en mesurant la tension à la sortie de l'amplificateur faible bruit, soit par

l'analyseur FFT (transformée de Fourier rapide) on obtient alors directement la densité spectrale de puissance de fluctuations de phase  $S_\phi(f)$ , soit à l'aide d'un voltmètre on mesure les variations de tension  $V_s$ , qui sont traduits en variation de phase  $\Delta\phi$ , on obtient après la déviation des écarts de temps  $\sigma_x(\tau)$ .

### 2.3.1.2 Calibrage du $k_\phi$

Pour mesurer la sensibilité du mélangeur  $k_\phi$ , on utilise le montage (Fig. 2.14) :

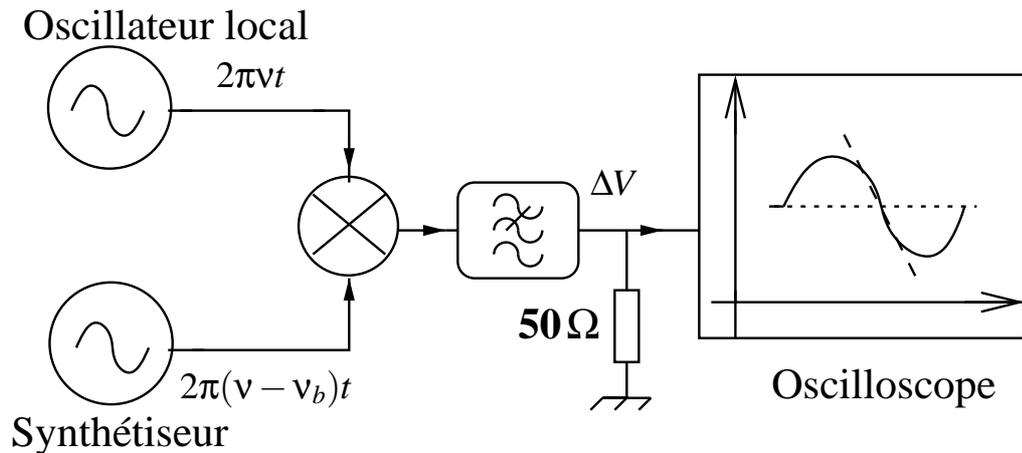


FIG. 2.14 – Calibrage de la sensibilité du mélangeur.

On réalise un battement de fréquence  $\nu_b$  entre les deux signaux d'entrée. On obtient alors en sortie un signal périodique dont on détermine la pente  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$  au passage par zéro. On en déduit

$$k_\phi = \frac{1}{2\pi\nu_b} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Typiquement pour les mélangeurs que nous utilisons  $k_\phi$  est de l'ordre de 0,2 V/rad.

### 2.3.1.3 Bruit du banc

Pour déterminer la limite de sensibilité du banc, on réalise une mesure sans DST. Un exemple de mesure de palier est donné figure (2.15). Le palier de bruit blanc de ce banc pour des fréquences de Fourier supérieures à 1 kHz est de  $-162$  dB rad<sup>2</sup>/Hz. Pour les faibles fréquences de Fourier ce palier est dégradé par un bruit en  $1/f$  avec  $S_{\phi_0} = -134$  dB rad<sup>2</sup>/Hz à 1Hz.

$$S_{\phi_0}(f) = 3,98 \cdot 10^{-14} f^{-1} + 1 \cdot 10^{-16} \quad [\text{rad}^2/\text{Hz}], \quad (2.8)$$

ce qui correspond à une densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence de :

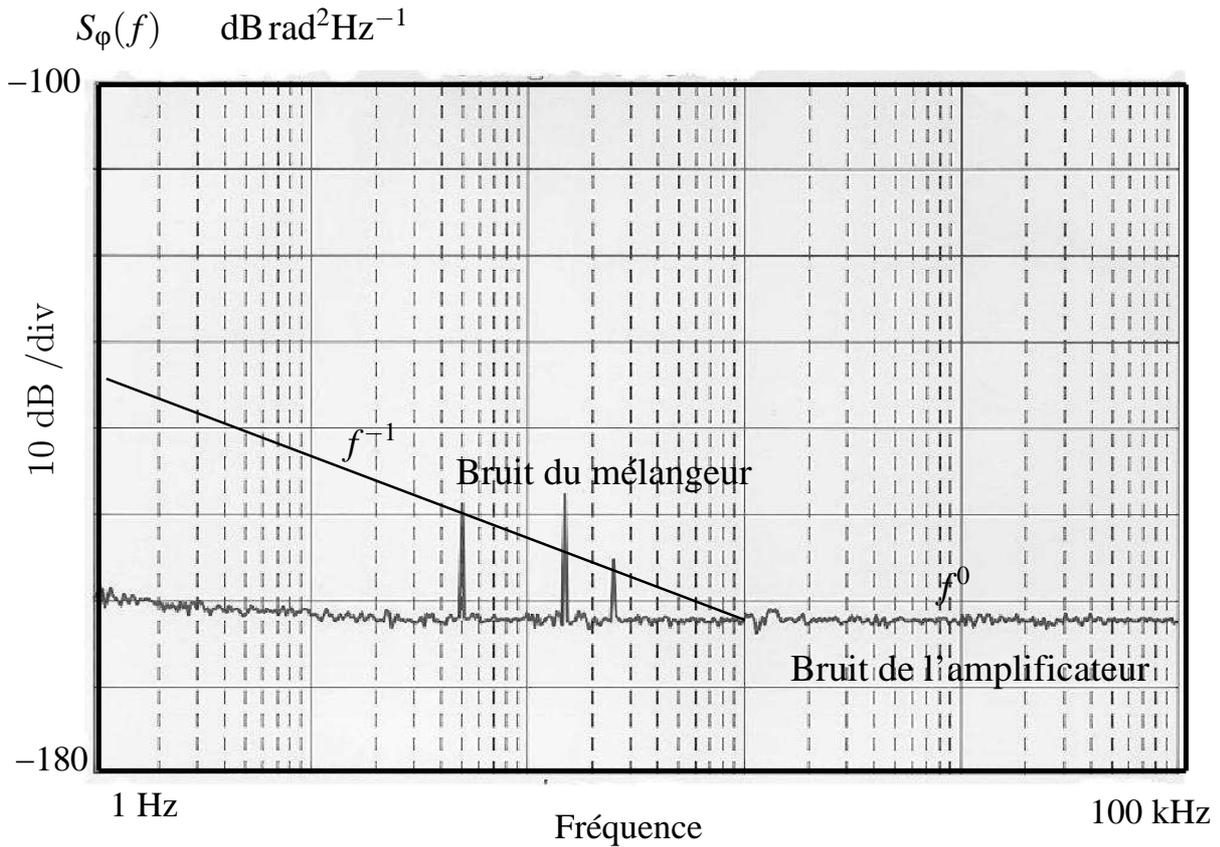


FIG. 2.15 – Bruit de phase du mélangeur et de l'amplificateur UFB.

$$S_y(f) = 3,98 \cdot 10^{-30} f + 1 \cdot 10^{-23} f^2.$$

En considérant les résultats du tableau (Tab.2, Annexe1), la déviation des écarts de temps pour ces différents types de bruit est :

$$\sigma_x(\tau) = 3,56 \cdot 10^{-13} \tau^{-\frac{3}{2}} + 4,92 \cdot 10^{-16}. \quad (2.9)$$

Dans nos expériences nous utilisons un amplificateur faible bruit (UFB) conçu par F.Lardet-Vieudrin [43].

Nous avons mesuré le bruit de tension de l'amplificateur à faible bruit, qui se traduit par un bruit blanc de phase ramène à l'entrée de l'ordre de 1,58 nV/rad, équivalent à 7,92 nrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  compte tenu de la sensibilité du mélangeur (voir Fig. 2.15) :

La sensibilité ultime d'un tel banc est donnée par le bruit de l'amplificateur faible bruit dont l'impédance d'entrée est égale à l'impédance de sortie du mélangeur équilibré.

### 2.3.2 Mesure d'un oscillateur

La méthode de mesure par asservissement de phase est très utilisée (figure 2.16). Elle consiste à démoduler le signal pour avoir accès aux fluctuations de  $\varphi(t)$  ou aux fluctuations de fréquence  $\frac{d\varphi}{dt}$  de l'oscillateur à étudier.

La boucle de phase consiste à asservir un oscillateur de référence de même fréquence que le signal à tester dont la fréquence puisse être commandée électroniquement, au moyen d'une boucle de verrouillage de phase. L'asservissement de phase maintient en quadrature les signaux issus des deux oscillateurs [44].

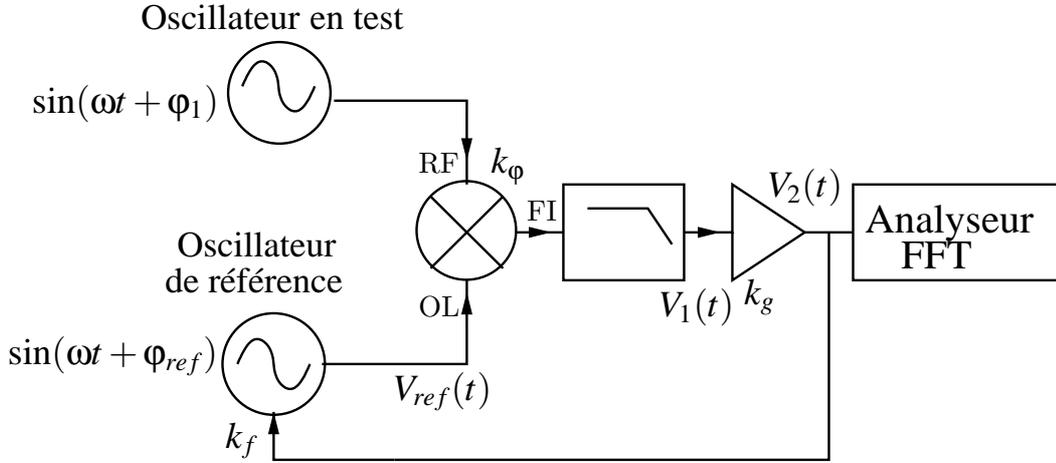


FIG. 2.16 – Maintient de la quadrature par une boucle de verrouillage de phase.

Le détecteur de phase délivre une tension  $V_1$  :

$$V_1(t) = k_\varphi [\varphi_1(t) - \varphi_{ref}(t)], \quad (2.10)$$

$\varphi_1$  et  $\varphi_{ref}$  sont respectivement les fluctuations de phase du signal à mesurer et de la référence.

Ce signal d'erreur est amplifié,  $V_2$  est proportionnel aux fluctuations de fréquence des deux oscillateurs pour les fréquences de Fourier situées à l'intérieur de la bande passante d'asservissement et proportionnel aux fluctuations de phase à l'extérieur. En notation de Laplace, le signal  $V_2$  est de la forme :

$$V_2(p) = \frac{k_g k_\varphi}{1 + H} [\varphi_1(p) - \varphi_{ref}(p)], \quad (2.11)$$

où  $k_g$  le gain de l'amplificateur et  $H = \frac{k_f k_g k_\varphi}{p}$ , avec  $k_f$  la sensibilité de l'oscillateur VCO. Cette équation est démontrée dans l'Annexe 2.

La densité spectrale des fluctuations de phase ou des fluctuations de fréquences s'obtient à partir du spectre de la tension  $V_2$  et en tenant compte de l'équation (2.11).

La limitation de la pureté spectrale mesurable est évidemment celle de l'oscillateur de référence, mais si l'on tient compte du bruit de l'amplificateur faible bruit et de la sensibilité du mélangeur, il apparaît que dans le meilleur des cas le palier de bruit  $S_{\phi}(f)$  mesurable est de l'ordre de  $-170$   $\text{dBrad}^2\text{Hz}^{-1}$ .

## 2.4 MÉTHODES EXPÉRIMENTALES DE CARATÉRISATION DES OSCILLATEURS DANS LE DOMAINE TEMPOREL.

Nous examinons dans ce paragraphe les méthodes de mesure faisant appel soit à deux oscillateurs (asservissement, battement), soit à trois oscillateurs (méthode qui utilise 2 mélangeurs et une triangulation). Les comparaisons de trois oscillateurs réalisées simultanément, donnent la possibilité d'obtenir le bruit propre de chaque oscillateur.

### 2.4.1 Mesure par battement

On peut décaler les deux oscillateurs de façon à obtenir une fréquence de battement  $\nu_b$  (voir figure 2.17). Cette fréquence  $\nu_b$  sera comptée avec une résolution de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-9} \tau^{-1}$  (horloge interne du compteur réciproques est de 500 MHz) si l'on augmente la pente du signal BF par une amplification suffisante ( $G=1000$  typiquement). Cependant, cette fréquence  $\nu_b$  étant une fraction de la fréquence de l'oscillateur, la résolution sera augmentée d'autant, si bien que la résolution du compteur n'est plus une limite de mesure. En effet, si l'on considère la mesure de deux oscillateurs à 100 MHz pouvant être décalés de 1 kHz, l'amplification est alors de 5000 et la résolution compteur de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-13} \tau^{-1}$ .

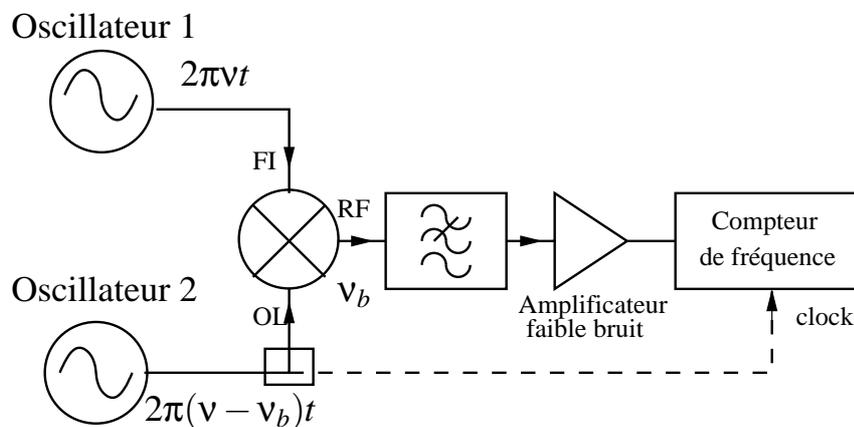


FIG. 2.17 – Mesure par battement.

### 2.4.2 Mesure de 3 oscillateurs utilisant deux mélangeurs.

La méthode de mesure DMTD (dual mixer time difference) a été développée au NIST 'National Institut of Standards and Technology' [45]. Ce dispositif, qui permet la caractérisation dans le domaine temporel, nécessite une paire d'oscillateurs de même fréquence et un synthétiseur. Le schéma de principe de comparaison est présenté dans la figure (2.18).

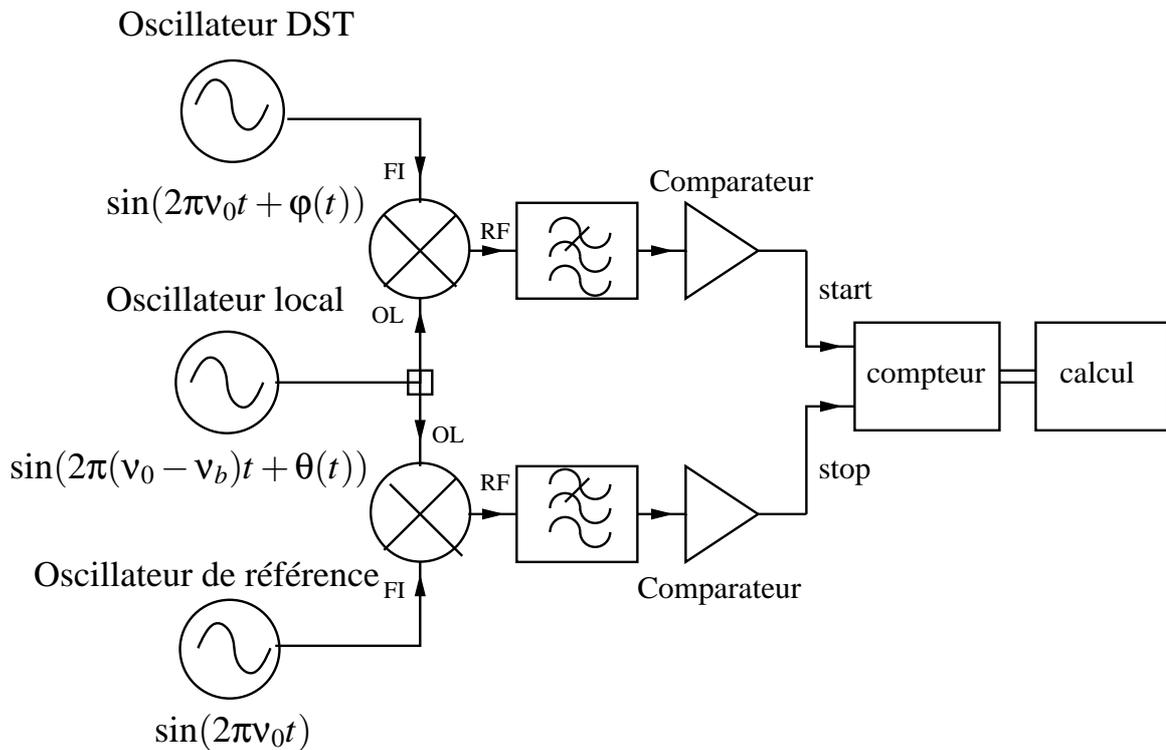


FIG. 2.18 – Schéma de principe du système de mesure à deux mélangeurs.

L'oscillateur de référence et l'oscillateur sous test (DST) génèrent respectivement des signaux à la fréquence  $\nu_0$  :  $\sin(2\pi\nu_0t)$  et  $\sin(2\pi\nu_0t + \varphi(t))$ . Un oscillateur local génère le signal à la fréquence  $\nu_0 - \nu_b$  :  $\sin(2\pi(\nu_0 - \nu_b)t + \theta(t))$ . Deux transducteurs de fréquence "down-mixer" délivrent respectivement chacun un signal  $\sin(2\pi\nu_b t - \theta(t))$  et  $\sin(2\pi\nu_b t + \varphi(t) - \theta(t))$ .

Ces deux signaux de battement  $\nu_b$  sont amplifiés et des impulsions sont engendrées à chaque passage à zéro du signal. Les impulsions ainsi produites sont utilisées pour déclencher un compteur utilisé en intervallo-mètre. L'écart de temps entre les passages à zéro de deux signaux de battement est donné par :

$$x(t) = \Delta t \frac{\nu_b}{\nu_0} + \frac{\Phi}{2\pi\nu_0},$$

où  $\Delta t = t_1 - t_2$  est le temps affiché par le compteur,  $\Phi$  est la différence de phase totale entre les deux voies introduites par le système.

Le bruit de ce système de mesure est donné par :

$$\sigma_y(\tau) = 10^{-13}\tau^{-1}, \text{ pour } 0,1 \leq \tau \leq 10^3.$$

Les différents systèmes de mesures précédemment décrits ne permettent pas de caractériser un seul oscillateur mais seulement une paire d'oscillateurs. Pour déterminer la stabilité d'un seul oscillateur, si ces oscillateurs sont de construction identiques, alors le résultat doit être divisé par  $\sqrt{2}$ . Si l'un des deux est meilleur que l'autre, il ne peut donc pas être mesuré. Nous proposons dans la suite une méthode qui permet d'avoir accès aux fluctuations d'un seul oscillateur.

### 2.4.3 Mesure par triangulation

La méthode de mesure par triangulation consiste à effectuer des mesures par couple de deux oscillateurs, en utilisant le schéma de principe de la figure (1.14 chapitre 1). Elle permet d'avoir accès aux caractéristiques de chaque oscillateur et, ce qui est le plus important, au meilleur d'entre eux. Chacune des sorties est mesurée simultanément par un compteur qui fournit des échantillons de fréquence relative  $y$  et l'on calcule la variance d'Allan  $\sigma_y(\tau)$ .

La non simultanée des mesures conduit à des résultats erronés comme par exemple des variances négatives [46].

Si les sources de bruit sont corrélés, un algorithme de "cross-variance" a été développé par J.Groslobert [47].

La méthode de triangulation s'apparente à la méthode DMTD, car la 3<sup>ème</sup> comparaison est implicite pour le banc de la figure (2.18).

## 2.5 Conclusion

Après avoir examiné les deux modes de fonctionnement d'un mélangeur comme un transducteur de fréquence et comme un détecteur de phase, nous avons mis en évidence des effets des intermodulations engendrés par un transducteur de fréquence. Ces phénomènes limiteront les performances des systèmes de contrôle de variation de phase de la fibre optique.

Nous avons introduit, par la suite des méthodes de mesure de bruit de phase permettant de caractériser notre lien optique. Une sensibilité ultime du banc de mesure est de l'ordre de  $-162$  dB  $\text{rad}^2/\text{Hz}$  est donné par le bruit de l'amplificateur UFB.

Enfin, nous avons étudié des méthodes expérimentales de caractérisation des oscillateurs permettant de restituer directement les variations relatives de fréquence de chaque oscillateur à partir de leurs

inter-comparisons.



# Annexe 2

## 1 Mesure par asservissement de phase

Les signaux attaquant le mélangeur équilibré sont en quadrature, le signal  $V_1$  à la sortie du filtrage est :

$$V_1(p) = k_\varphi[\varphi_1(p) - \varphi_{ref}(p)],$$

La tension de sortie  $V_2$  de l'amplificateur est :

$$V_2(p) = k_g k_\varphi[\varphi_1(p) - \varphi_2(p) - \varphi_c(p)],$$

$k_g$  le gain de l'amplificateur.

La correction appliquée à l'oscillateur de référence est :

$$\varphi_c = \frac{k_f}{p} V_2(p),$$

avec  $k_f$  la sensibilité de l'oscillateur VCO,

soit

$$\varphi_c = \frac{H}{1+H} [\varphi_1(p) - \varphi_2(p)],$$

avec  $H = \frac{k_f k_g k_\varphi}{p}$ . ce qui conduit à :

$$V_2(p) = \frac{k_g k_\varphi}{1+H} [\varphi_1(p) - \varphi_2(p)].$$

En termes de densité spectrale :

$$S_{V_2}(f) = \left( \frac{k_g k_\varphi}{1+H} \right)^2 [S_{\varphi_1}(f) - S_{\varphi_2}(f)].$$

Pour les fréquences de Fourier situées à l'extérieur de la bande passante de l'asservissement

$(k_f k_g k_\phi \gg p) : H \rightarrow \infty$

$$S_{V_2}(f) \simeq \frac{4\pi^2}{k_f^2} f^2 [S_{\phi_1}(f) - S_{\phi_2}(f)].$$

Pour les fréquence de Fourier situées à l'intérieur de la bande passante de l'asservissement

$(k_f k_g k_\phi \ll p) : H \rightarrow 0$

$$S_{V_2}(f) \simeq k_g^2 k_\phi^2 [S_{\phi_1}(f) - S_{\phi_2}(f)].$$

La connaissance du spectre de phase  $S_{\phi_1}$  à mesurer passe par la mesure de la densité spectral de tension  $S_{V_2}$  au moyen d'un analyseur de spectre et par la connaissance des coefficients :  $k_g$ ,  $k_\phi$  et la fonction du transfert  $\frac{1}{1+G}$ .

## 1.1 Calibrages :

### 1.1.1 Coefficient $k_g$ :

La détermination du gain de l'amplificateur de contre réaction fait appel à la mesure de sa fonction de transfert. Dans une bande de 100 kHz, correspond à un bruit blanc de phase.

### 1.1.2 Coefficient $k_\phi$ :

En boucle ouverte, on mesure la sensibilité du mélangeur de la même façon que décrit dans le paragraphe précédent.

### 1.1.3 La fonction $1/(1+H)$ :

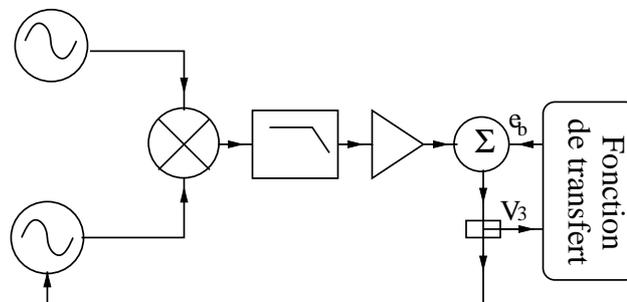


FIG. 1 – Injection du bruit dans la boucle.

À la sortie de l'amplificateur de la boucle on insère un sommateur et à l'aide d'un FFT on introduit une tension  $e_b$  de bruit blanc dans la boucle.

$$S_{V_3} = \left( \frac{1}{1+H} \right)^2 S_{e_b}(f) + \left( \frac{k_g k_\phi}{1+H} \right)^2 [S_{\phi_1}(f) - S_{\phi_2}(f)].$$

On mesure entre les deux voies de l'analyseur la fonction de transfert  $\frac{S_{V_3}}{S_{e_b}}$ , comme il montre le montage (1).



## Chapitre 3

# LIEN OPTIQUE ET PERFORMANCES

Nous présentons tout d'abord le système émetteur-récepteur et les fibres mis en place pour réaliser notre lien optique.

Ensuite, nous avons caractérisé ce lien sur un aller-retour en terme de stabilité à court et à long terme. La stabilisation à long terme du lien sera analysée, en développant trois systèmes électroniques de contrôle. Les descriptions détaillées de ces systèmes, leurs résultats expérimentaux et leurs performances seront présentés en terme de bruit de phase et de stabilité temporelle et thermique. Enfin nous proposerons des perspectives futures.

### 3.1 DESCRIPTION DU LIEN

#### 3.1.1 Système optique choisi

Le système d'émission-réception utilisé est composé d'un émetteur et d'un récepteur commercial de type RFO 51000-DFB de RFPA [48].

L'émetteur est constitué d'une diode laser à contre réaction distribuée DFB 'Distributed Feed Back' "fibrée", de type FU-4365SDF de chez Mitsubishi. Elle présente les caractéristiques suivantes : longueur d'onde  $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ , courant de modulation  $I_{mod}$  typiquement de l'ordre de 20 mA, puissance optique typiquement de l'ordre de  $P_{opt} = 3 \text{ mW}$  et un rendement  $\eta_T = 100 \text{ mW/A}$ . Son spectre d'émission est monomode. Un circuit spécialement conçu permet la modulation directe du courant de la diode dans la gamme 5 MHz-1 GHz.

Les fibres optiques utilisées sont des fibres standard télécom SMF 28 monomode à  $1,3 \mu\text{m}$ , munies de connecteurs FC/APC ou SC/APC. Elles sont caractérisées par un diamètre de coeur de  $9 \mu\text{m}$ ,

Plage de fréquence (MHz)	5-1000
Longueur d'onde (nm) :	1360
Typ.	1310
Min.	1290
Puissance optique de sortie (mW)	$2 < P_{\text{opt}} < 4$
Puissance maximale d'entrée (dBm)	20
Bruit d'intensité relatif RIN (dB/Hz)	-135
Type de connecteurs optique	SC/APS ou FC/APC
Perte dûe à la fibre optique (dB/km)	0,4
Perte dûe aux connecteurs optiques (dB/paire)	0,5
Plage de température ( C )	-20 C + -60 C

TAB. 3.1 – Caractérisation du module d'émission-réception de chez RFPA.

et une gaine de 125  $\mu\text{m}$ .

Le récepteur est constitué d'une photodiode PIN InGaAs polarisée en inverse, munie d'un circuit de polarisation et d'un amplificateur RF à faible bruit.

Le tableau ci dessous récapitule les principales caractéristiques de ces dispositifs.

### 3.1.2 Mise en place du réseau de fibres

Un réseau de fibres optiques reliant les trois laboratoires Bisontins a été installé sur le site universitaire par l'entreprise RSI. Les fibres optiques sont enterrées à une profondeur de 30 cm dans une gaine qui passe dans une canalisation.

Nous avons schématisé les connections optiques existantes entre les laboratoires (voir Annexe 3), en prenant le soins de tester les fibres optiques ainsi que les épissures, nous avons mesuré les pertes des lignes ainsi que les coefficients de réflexion du système optique. Par ailleurs, nous avons vérifié les systèmes optiques en terme de réflexion  $S_{11}$  et en transmission  $S_{21}$ . Le résultat de ces tests est présentée dans les figures ( 3.1).

Sur chaque lien optique, il existe trois épissures, une à chaque bout et une intermédiaire.

Le nombre de fibres du faisceau est 24 et autorise d'autres applications (par exemple : application au réseau informatique entre ces mêmes laboratoires) qui peuvent être étendues à d'autres projets.

## 3.2 CARACTÉRISATION DE LA STABILITÉ DE LA LIAISON

Nous exploitons la méthode de mesure du bruit de phase décrite dans le chapitre 2, pour caractériser la stabilité de notre lien.

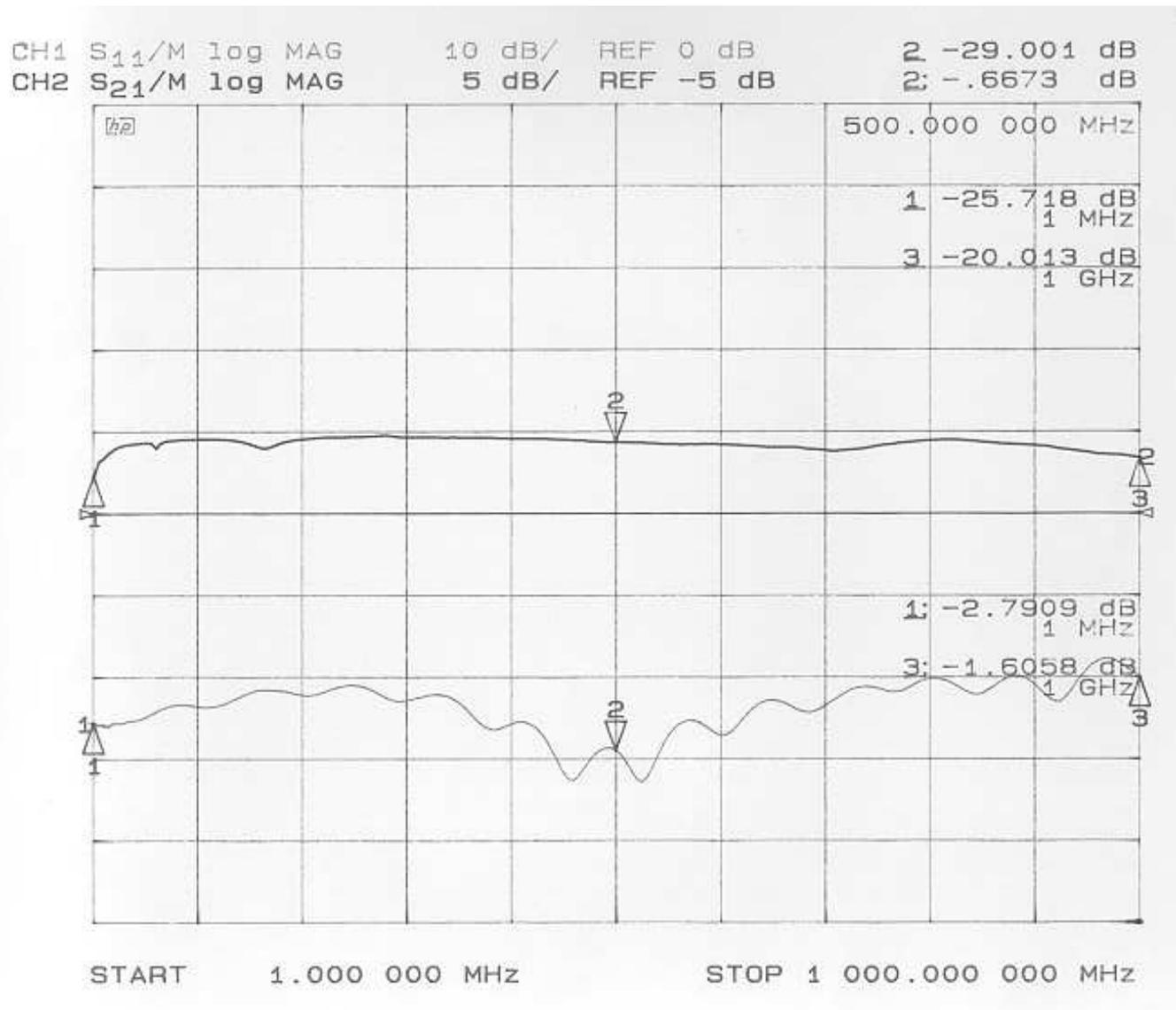


FIG. 3.1 – Les paramètres S<sub>12</sub> et S<sub>21</sub> du système optique (à 100 MHz S<sub>11</sub>=-29 dB et S<sub>21</sub>=-4,5 dB).

### 3.2.1 Mesures sur un aller-retour

La caractérisation d'un lien optique a été réalisée grâce au montage suivant :

L'émetteur situé au LPMO est modulé par un signal de référence à 100 MHz. Ce signal est démodulé au LAOB puis réinjecté dans une autre fibre. En sortie du récepteur du LPMO, le signal à 100 MHz aura effectué un aller-retour. On suppose que le déphasage  $\phi_f$  apporté par une fibre est le même pour tout le faisceau car les fibres sont identiques et installées dans la même gaine.

Le détecteur de phase 'DP' fournit une tension  $V_s$  proportionnelle à  $2\phi_f$  (voir chapitre 2 section 2).

En pratique, il est nécessaire de respecter les niveaux de puissance de chaque composant. Pour cela on ajoute des amplificateurs et des atténuateurs, afin de saturer l'entrée du mélangeur avec des signaux de l'ordre de 8 dBm.

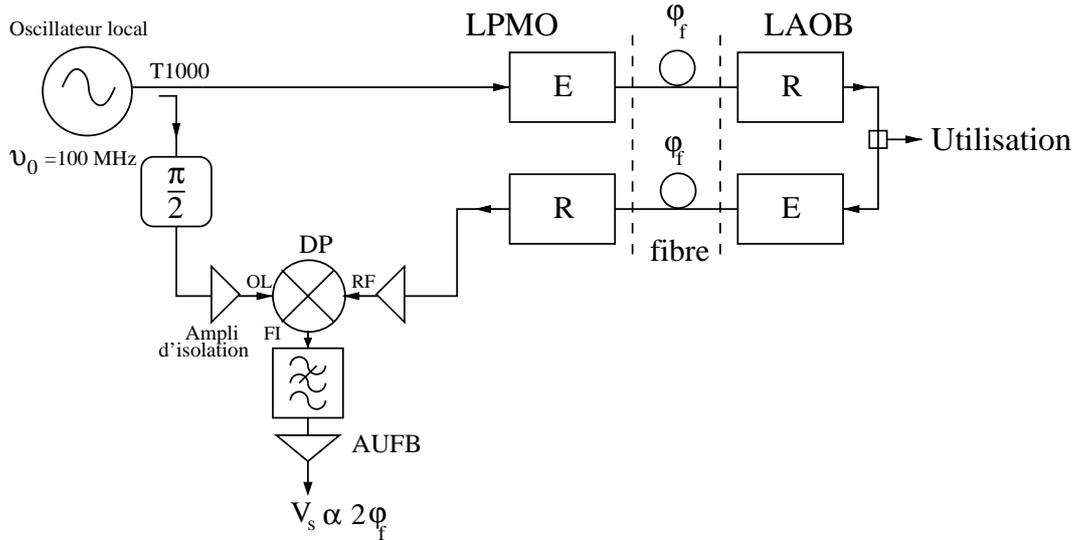


FIG. 3.2 – Banc de mesure de bruit de phase d'un lien optique entre le LPMO et le LAOB.

Un oscillateur de référence à la fréquence 100 MHz de marque AR électronique délivre un signal d'une puissance de l'ordre de 9 dBm. Ce signal est réparti en deux voies par un diviseur de puissance de type T-1000 (Mini-circuits) qui présente une atténuation 3,4 dB. Le signal issu de l'une de ces voies effectue un aller-retour entre le LPMO et le LAOB via la liaison optique. Le système optique émetteur-récepteur présente une perte de 3 dB sur une longueur de 1 km. Ce signal est alors amplifié par un amplificateur à faible bruit (type AM de Macom), de gain 12 dB afin de saturer la voie RF du mélangeur. Cet amplificateur joue aussi le rôle d'isolateur. L'autre signal de sortie du diviseur de puissance est utilisé comme référence pour la mesure de bruit de phase. Un déphaseur manuel permet de régler la quadrature de phase. À la sortie de déphaseur, le signal est amplifié pour attaquer la voie LO du mélangeur qui est alors saturée.

Le signal BF délivré par le mélangeur est filtré (filtre passe-bas à 1,9 MHz), puis amplifié par un amplificateur ultra faible bruit (UFB) avant d'attaquer le système de mesure (FFT ou voltmètre). Nous avons mesuré les fluctuations rapides de phase avec et sans le lien optique (voir figure 3.3).

Sans le système optique, on trouve le plancher du banc de mesure qui correspond au bruit du mélangeur : bruit flicker de phase de l'ordre de  $-134$  dB  $[\text{rad}^2/\text{Hz}]$  à 1 Hz et un bruit blanc de phase  $-162$  dB  $[\text{rad}^2/\text{Hz}]$ .

Avec le système optique, le bruit de phase est donnée par :

$$S_{\varphi}(f) = 7,94 \cdot 10^{-13} f^{-1} + 1,99 \cdot 10^{-14} [\text{rad}^2/\text{Hz}]. \quad (3.1)$$

La limitation du bruit blanc de phase à  $-137$  dB  $\text{rad}^2/\text{Hz}$  est due au RIN de la diode laser (voir

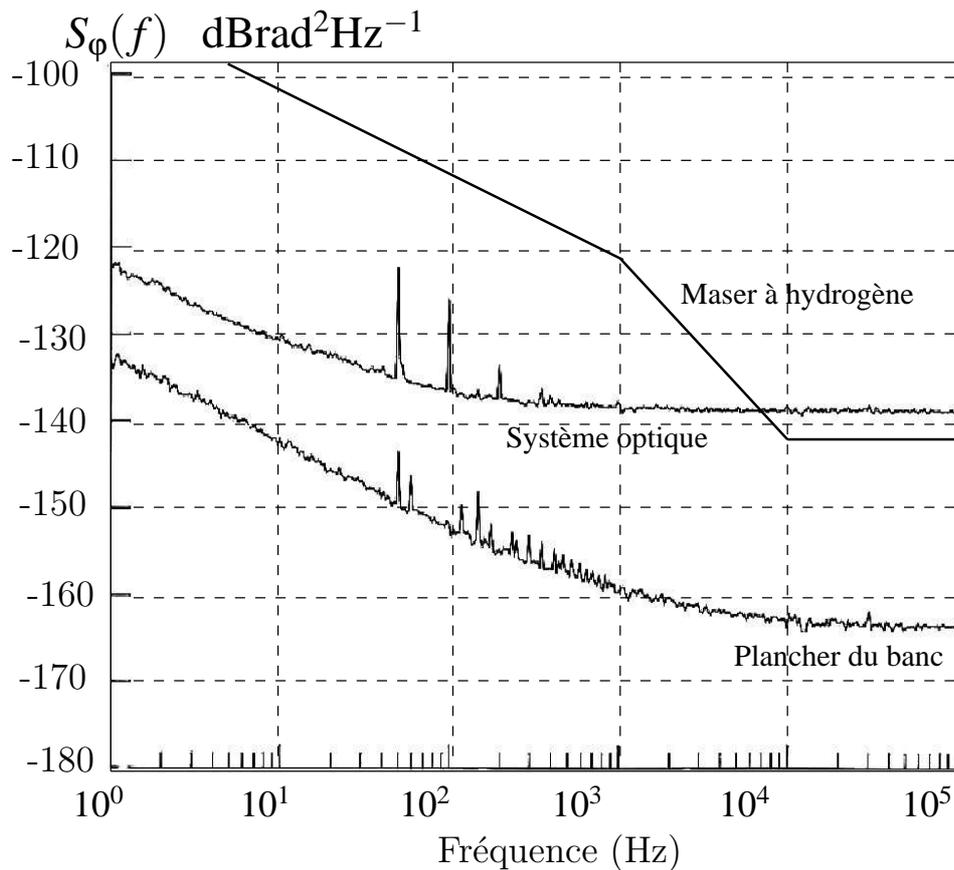


FIG. 3.3 – Comparaisons du bruit de phase avec et sans liaison optique.

figure dans chapitre I), à partir des fréquences de Fourier ( $f > 10$  kHz) on dégrade la stabilité de transfert du maser à hydrogène (figure 3.3).

Le bruit flicker de phase à 1 Hz est de l'ordre de  $-121$  dB rad<sup>2</sup> /Hz. Ces fluctuations proviennent essentiellement du bruit d'intensité du laser (RIN) (voir chapitre 1). Cette limitation est jugée acceptable. En effet, nous cherchons à transmettre la stabilité à moyen et long terme. L'amélioration de la stabilité à court terme (bruit de phase) passera par l'utilisation de sources laser plus performantes.

La densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence est :

$$S_y(f) = 7,94 \cdot 10^{-29} f^{+1} + 1,99 \cdot 10^{-30} f^2.$$

ce qui correspond à une déviation des écarts de temps :

$$\sigma_x(\tau) = 1,5 \cdot 10^{-15} + 1,59 \cdot 10^{-16} \tau^{-\frac{3}{2}}. \quad (3.2)$$

Par la même, nous avons effectué un relevé de la température sur la fibre optique durant une semaine entre le LPMO et le LAOB. La figure (3.4) représente la mesure des fluctuations thermique de la

fibres optiques. On note des variations journalières de l'ordre de 1°C et également une dérive à long terme de plusieurs °C. Ces résultats sont donnés ici seulement à titre d'exemple. Suivant la période de l'année des variations plus importantes peuvent avoir lieu.

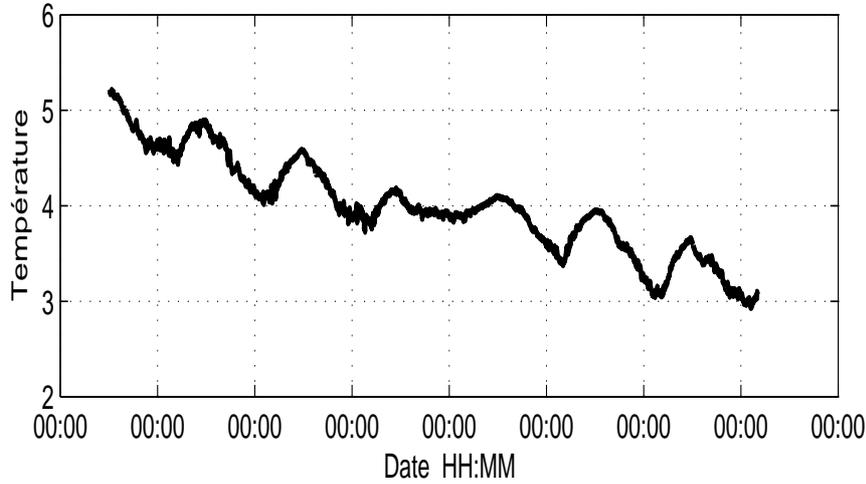


FIG. 3.4 – Fluctuations thermique de la fibre optique.

### 3.2.2 Mesure de la stabilité à long terme

Un multimètre est placé à la sortie de l'amplificateur UFB. Il permet de mesurer les fluctuations de tension proportionnelles aux fluctuations de phase introduites par la fibre optique.

$$\varphi_f = \frac{V(t)}{2k_\varphi G}, \text{ à } 2k\pi \text{ près} \quad (3.3)$$

D'après la relation (4) en annexe 1, l'écart de temps est :

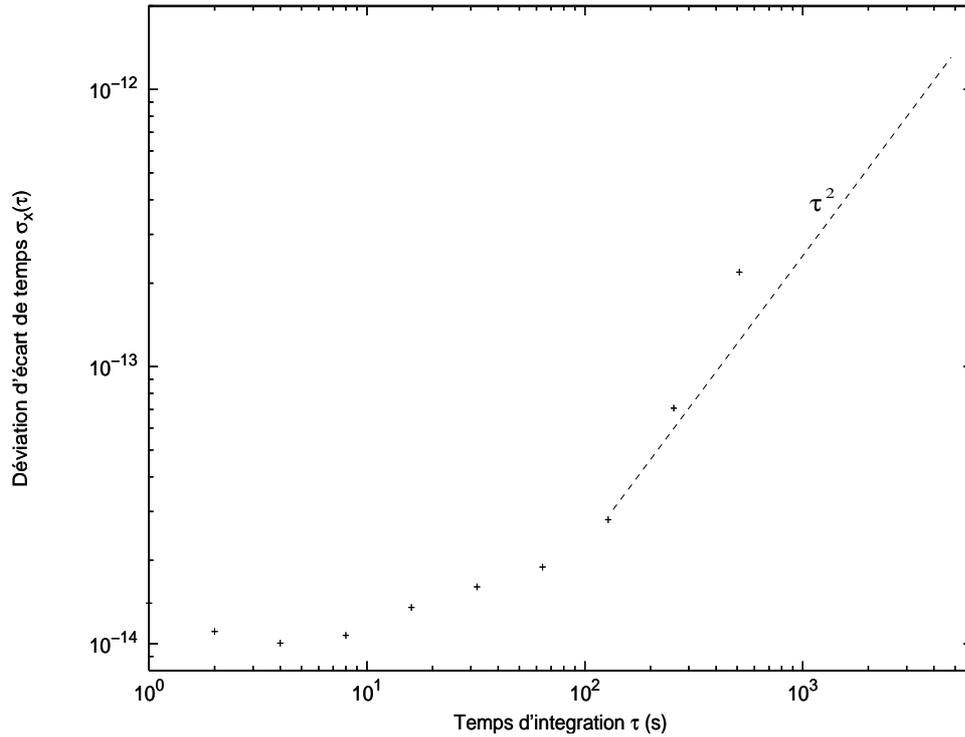
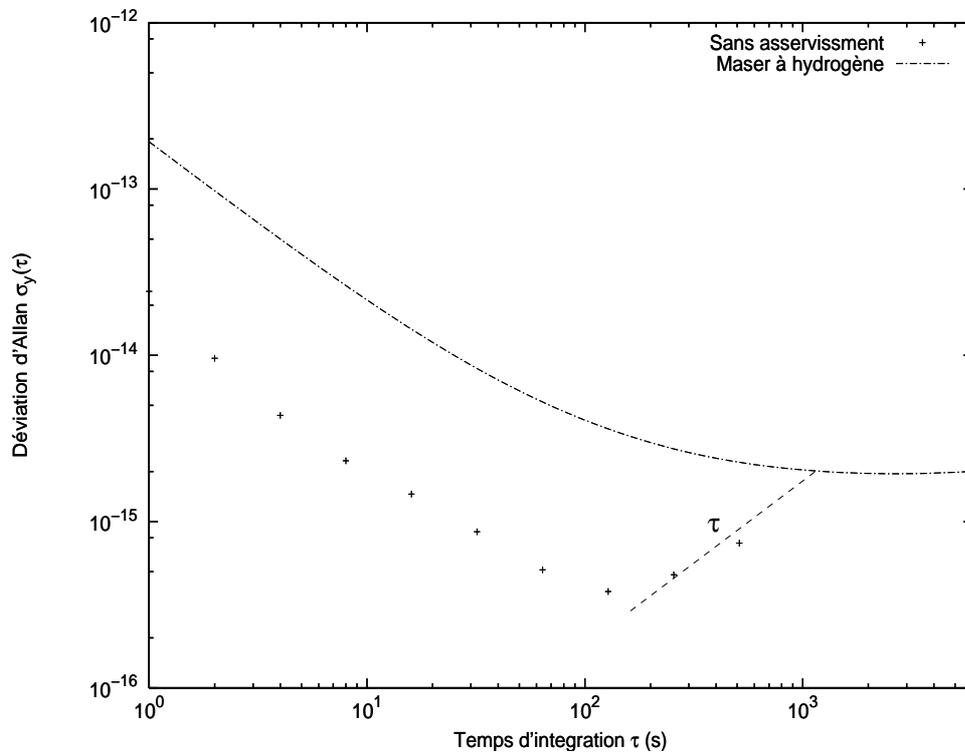
$$x(t) = \frac{V(t)}{4\pi k_\varphi v_0 G} = 7,942 \cdot 10^{-12} \cdot V(t). \quad (3.4)$$

avec  $k_\varphi = 0,2 \text{ V/rad}$   $v_0 = 100 \text{ MHz}$  et  $G = 501$ .

L'écart type des fluctuations temporelles "Time deviation"  $\sigma_x(t)$  est présenté dans la figure (3.5) sans correction en fonction du temps d'intégration. Ces fluctuations temporelles vont limiter la "stabilité transférable". Cette limitation est présentée sur la figure (3.6).

A partir de 100 s, le lien sans correction entraîne une dérive, qui sera corrigée lorsque l'asservissement de phase est activé.

Le passage du domaine temporel au domaine spectral nous conduit à vérifier la mesure du bruit de phase  $S_\varphi(f)$  du système optique donnée dans la figure 3.3.

FIG. 3.5 – Stabilité temporelle (déviaton d'écart de temps  $\sigma_x(\tau)$ ) sans correction.FIG. 3.6 – Stabilité temporelle (déviaton d'Allan  $\sigma_y(\tau)$ ) sans correction.

La figure 3.7 représente le transformée de Fourier rapide (FFT) des données temporelle brutes et son dérive. Un filtrage de Kalamn a été utilisé pour supprimer la dérive quadratique de phase.

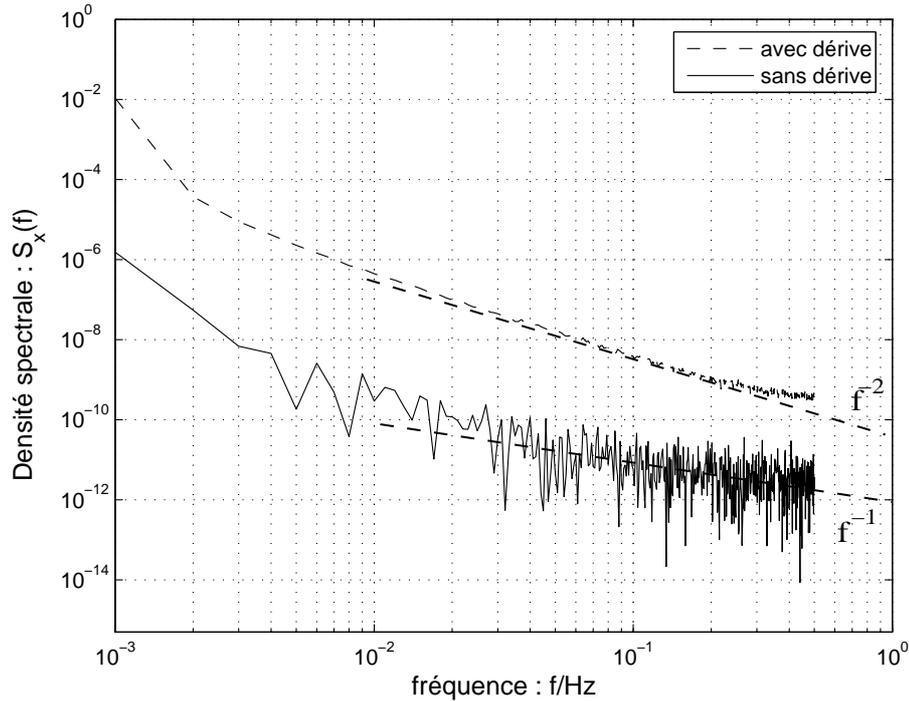


FIG. 3.7 – Bruit de phase sans la correction.

Il semble que le spectre de la dérive déterministe masque le bruit. Si l'on considère le spectre des résidus après élimination de la dérive on trouve un bruit de phase en  $f^{-1}$  tel que  $S_{\varphi}(f) = -120 \text{ dB rad}^2/\text{Hz}$  à 1 Hz ce qui à 2 dB près est cohérent avec la mesure de bruit de phase présenté sur la figure 3.4.

### 3.3 STABILISATION À LONG TERME.

#### 3.3.1 Introduction.

La stabilité à long terme du lien optique est essentiellement limitée par les variations de la phase du chemin optique du réseau fibré. Pour corriger ces variations, il est nécessaire de compléter le dispositif par un système électronique de contrôle qui corrige les fluctuations de phase introduites par la fibre. Evidemment, ce système de compensation ne doit en aucun cas ajouter des bruits supplémentaires. Plusieurs systèmes de contrôle peuvent être envisager. Nous avons testé trois techniques de correction qui sont décrites dans la suite.

#### 3.3.2 Principe général des correcteurs.

Les deux premiers correcteurs sont basés sur le principe suivant :

Le signal de référence est envoyé au site de réception via une fibre. Le signal reçu est divisé en

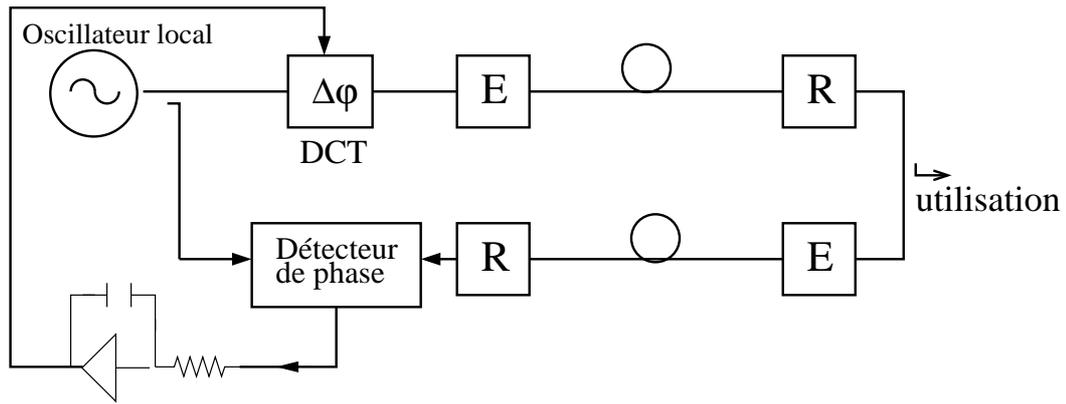


FIG. 3.8 – Le principe du compensateur de phase.

deux voies : une pour l'utilisation, l'autre est envoyée au site émetteur via une deuxième fibre optique. Au site émetteur, la phase du signal qui a effectué un aller-retour est comparée à celle de l'oscillateur de référence. Un dispositif de détection de phase (voir figure 3.8) qui sera détaillé par la suite génère une tension d'erreur qui après intégration, commande un déphaseur commandable en tension inséré dans la voie principale.

On admet que les variations de phase pour les deux fibres qui sont positionnées dans la même gaine sont identiques et complètement corrélées. Le détecteur de phase ne peut pas être un simple mélangeur. En effet le schéma de la figure (3.10) utilisant une détection directe à 100 MHz ne peut pas fonctionner.

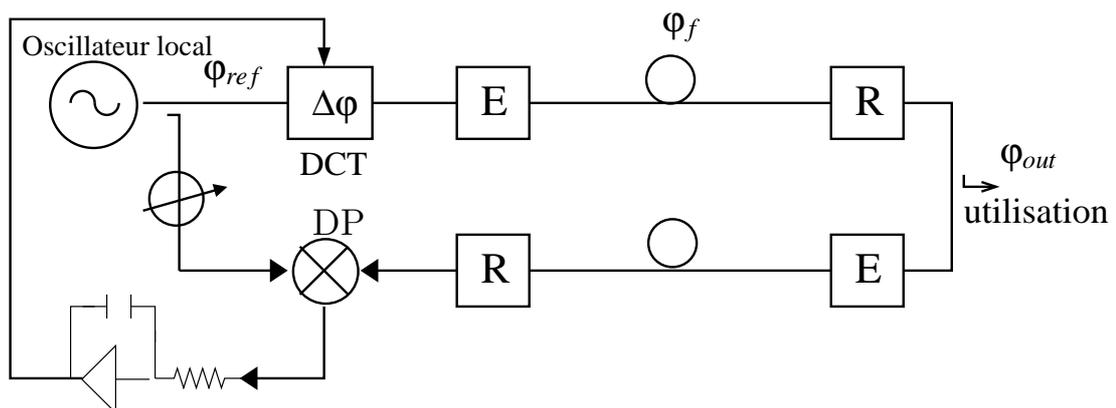


FIG. 3.9 – Le principe du compensateur de phase qui utilise un DP à 100 MHz.

On peut représenter les variations de phase par le schéma de la figure (3.10) :

La phase du signal reçu est :

$$\varphi_{out} = \varphi_{ref} + \Delta\varphi + \varphi_f. \quad (3.5)$$







Pour des faibles variations de phase ( $\varphi_f \gg 1$  rad), on obtient :

$$V_2(t) \simeq -2k_\varphi(\varphi_f + \Delta\varphi). \quad (3.16)$$

Cette tension est intégrée puis injectée au niveau de la commande électronique du DCT.

$$\Delta\varphi = k_v g V_2(t) \simeq -2k_v k_\varphi g (\varphi_f + \Delta\varphi),$$

$$\Delta\varphi = \frac{-2k_v k_\varphi g}{1 + 2k_v k_\varphi g} \varphi_f.$$

On a donc dans le site récepteur :

$$\varphi_{out} = \varphi_{ref} + \frac{1}{1 + 2k_v k_\varphi g} \varphi_f. \quad (3.17)$$

Sa densité spectrale est alors :

$$S_{\varphi_{out}}(f) = S_{\varphi_{ref}}(f) + \left| \frac{1}{1 + 2k_v k_\varphi g} \right|^2 S_{\varphi_f}(f). \quad (3.18)$$

pour les basses fréquences  $k_v k_\varphi g \gg 1$ , La condition d'asservissement :  $\Delta\varphi = -\varphi_f$ .

$$S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}}. \quad (3.19)$$

Par conséquent, la fluctuation  $\varphi_f$  est compensée.

### 3.3.3.2 Les tests de la boucle d'asservissement

Nous avons procédé à une série de tests de l'ensemble des fonctions RF caractérisant les différents éléments constituant la boucle d'asservissement.

**3.3.3.2.1 Déphaseur de correction de phase :** Le déphaseur électronique utilisé est de type JSPHS-150 de chez-Mini-circuit. Il fonctionne dans une gamme de fréquences allant de 100 à 150 MHz, et sur une plage de tensions allant de 0 à 12 V, ce qui correspond à une gamme de l'ordre de 200° en terme de déphasage.

Les deux figures (3.13 et 3.14) représentent respectivement la phase en fonction de la tension de commande  $\varphi=f(V)$  et les pertes. Ces mesures sont obtenues à la fréquence 100 MHz. On remarque que nous avons une zone linéaire de fonctionnement se situant dans une gamme de 5 à 7 V, correspondant à une sensibilité  $k_v$  de 0,733 rad/V. Au cours de cette étude nous avons polarisé

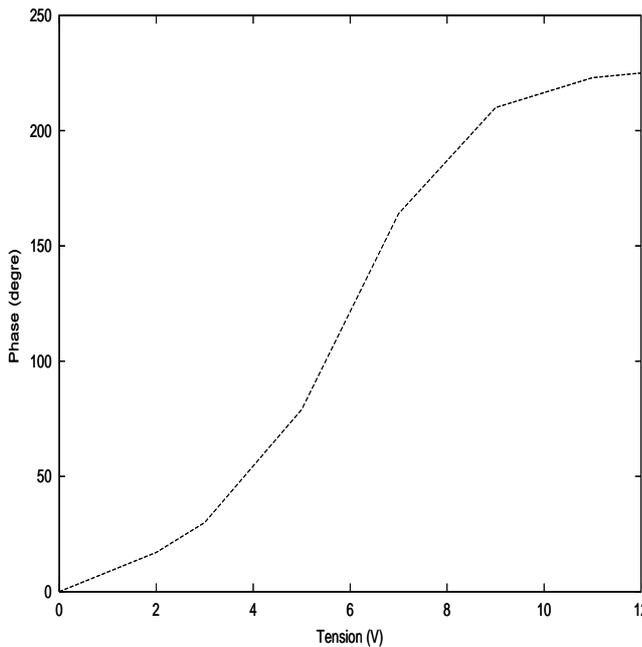


FIG. 3.13 – Phase en fonction de la tension de commande.

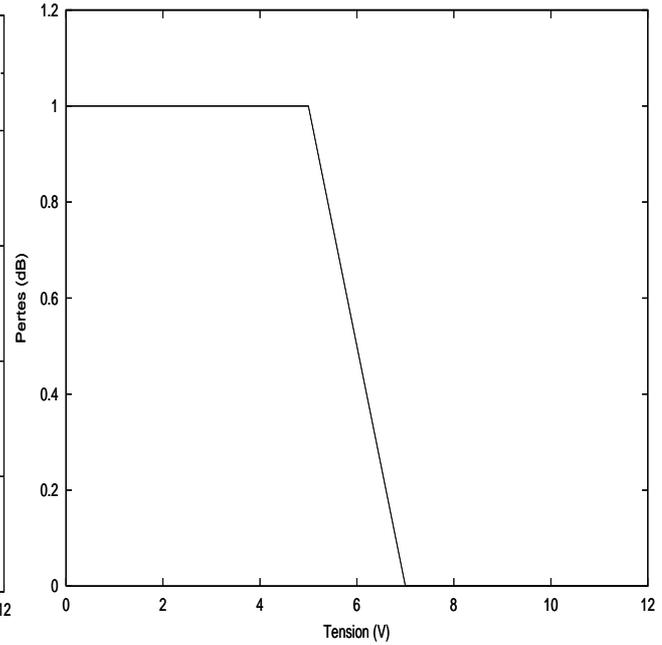


FIG. 3.14 – Les pertes de déphaseur électronique.

le déphaseur autour de 6 V. Dans ces conditions les pertes sont de 0,5 dB.

**3.3.3.2.2 Multiplicateur de fréquence par 2 :** Le schéma du multiplicateur de fréquence par 2 [49]<sup>1</sup> que nous avons adopté est présenté dans la figure (3.15) :

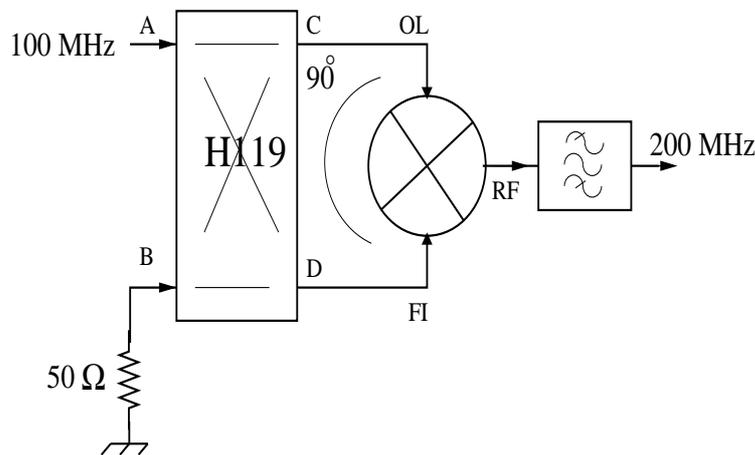


FIG. 3.15 – Schéma synoptique du multiplicateur de fréquence par 2.

Le signal d'entrée 100 MHz (voie A de l'hybride H119) est présenté avec une version déphasée de  $90^\circ$  à l'entrée d'un mélangeur de type TFM-2. Après élimination par filtrage des raies supplémentaires à 100 MHz à la sortie du mélangeur, on récupère le signal à 200 MHz. La figure (3.16) représente le bruit de phase de notre multiplicateur qui a été mesurée à 200 MHz.

<sup>1</sup>Ce type de multiplicateur a été mis en point par F. Lardet-Vieudrin

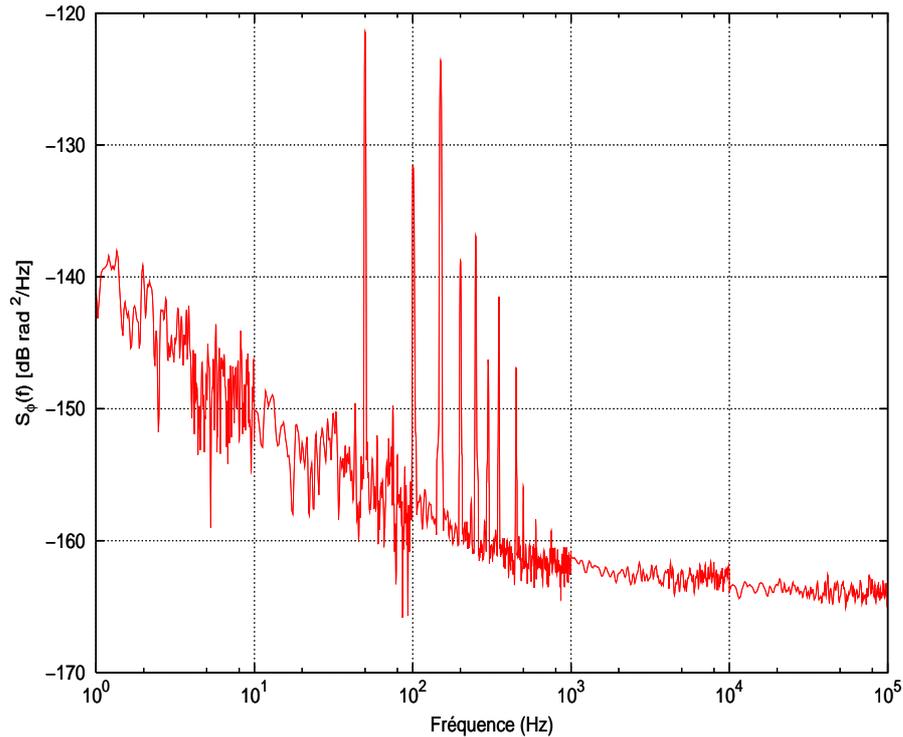


FIG. 3.16 – Bruit de phase du multiplicateur de fréquence par 2.

Cette mesure a été réalisée à l'aide du banc d'interférométrie développé par le LPMO [50], car les niveaux de bruit ramenés à 100 MHz du multiplicateur sont très faible.

**3.3.3.2.3 Intégrateur :** L'asservissement de la phase est réalisé par un intégrateur classique qui ajuste son signal de sortie jusqu'à obtenir une tension nulle au niveau de son entrée. Pour éviter que le système d'asservissement ne se mette à osciller, il faut ajuster le gain de l'intégrateur pour obtenir la fonction de transfert adéquate. Au départ, nous avons remplacé le système optique émetteur/récepteur par un câble. Cette expérience a permis de mettre en évidence les points de fonctionnement de l'asservissement.

Le schéma (3.17) représente le montage de test de la boucle de l'asservissement. Une tension aléatoire (bruit blanc)  $V_e(t)$  est générée par l'analyseur FFT, puis appliquée au déphaseur électronique DCT. Il en résulte une modulation aléatoire de phase dans la boucle, avec  $\Delta\phi = k_v V_e(t)$ .

A partir de l'équation (3.16), la tension à la sortie du détecteur de phase s'écrit :

$$V_2 = 2 k_\phi \Delta\phi = 2 k_v k_\phi V_e(t). \quad (3.20)$$

Le calcul de la fonction de transfert  $V_2(t)/V_e(t)$  est réalisé directement par l'analyseur de spectre FFT, en tenant compte de la sensibilité  $k_v$  du DCT, et celle du détecteur de phase  $k_\phi$  à 200 MHz. Pour une sensibilité  $k_\phi$  de l'ordre de 0,17 V/rad,  $k_v$  à 0,73 rad/V et un gain  $G_{amp}$  de l'amplificateur

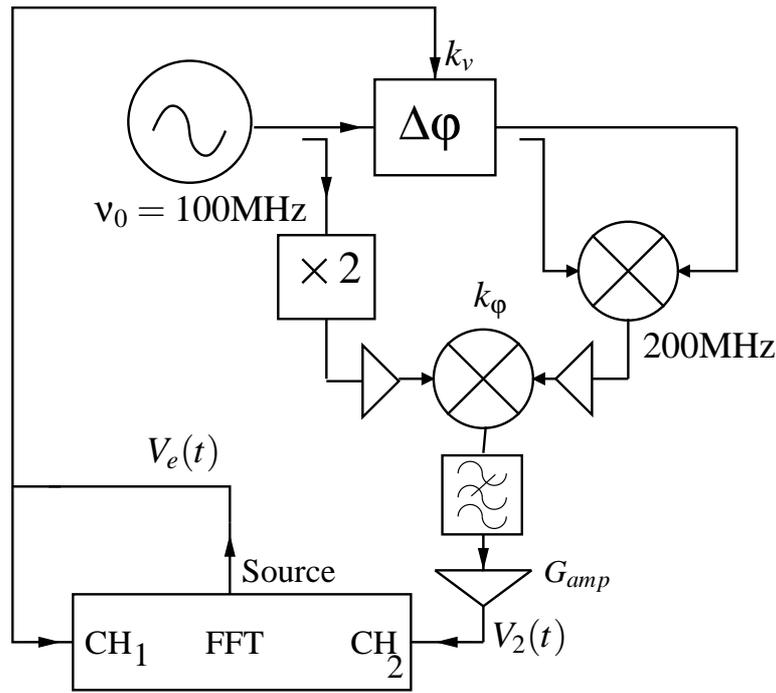


FIG. 3.17 – Schéma de test de la boucle d'asservissement.

à faible bruit de l'ordre de 40 dB.

Le gain du système d'asservissement théorique en boucle ouverte est :

$$G_{dB} = 20 \log(2 k_v k_\phi) + G_{amp} = 27,8 \text{ dB.} \quad (3.21)$$

La figure (3.18) montre le diagramme de Bode d'asservissement en boucle ouverte. La première courbe représente le gain de la boucle alors que la deuxième représente la phase en fonction de la fréquence.

La fréquence de coupure du système est de l'ordre de 10 kHz avec un gain constant sur la plage de fréquence [1 Hz ; 50 kHz] de l'ordre de 25,2 dB et une phase nulle. Ces résultats sont concordant avec la théorie. Au delà de cette plage le système est instable et se met à osciller.

La figure (3.19) montre le diagramme de bode de l'intégrateur (figure 3.20), où la pente de gain est de 20 dB/décade.

La figure (3.21) montre l'ensemble des éléments constituant la boucle. Nous y avons ajouté des amplificateurs afin de respecter les niveaux de fonctionnement des différents composants et la saturation des entrées des 3 mélangeurs. Le déphaseur électronique DCT fonctionne avec des signaux d'entrée faibles de l'ordre de 0 dBm.

Nous avons caractérisé l'ensemble des fonctions RF indépendamment l'une de l'autre en fonction

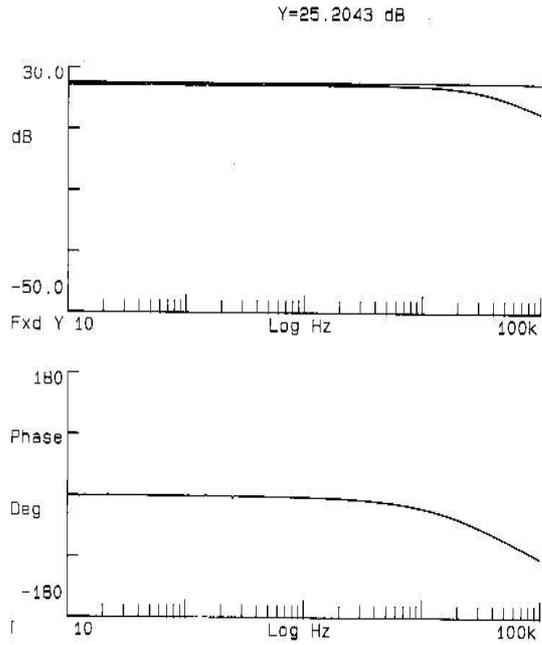


FIG. 3.18 – Diagramme de Bode du système d’asservissement en boucle ouverte.

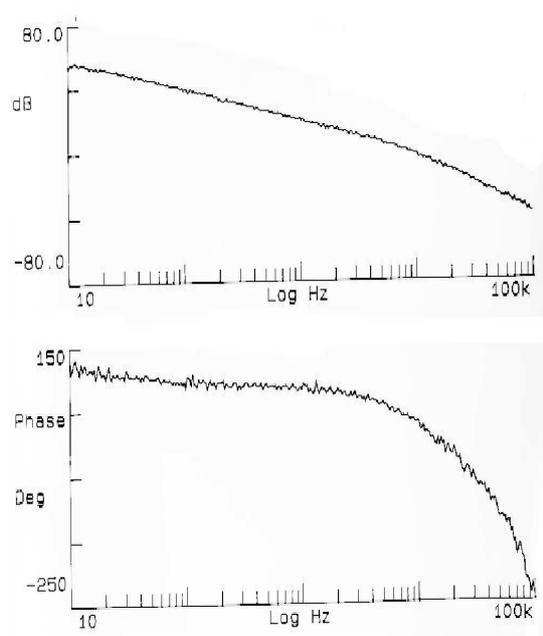


FIG. 3.19 – Diagramme de Bode de l’intégrateur.

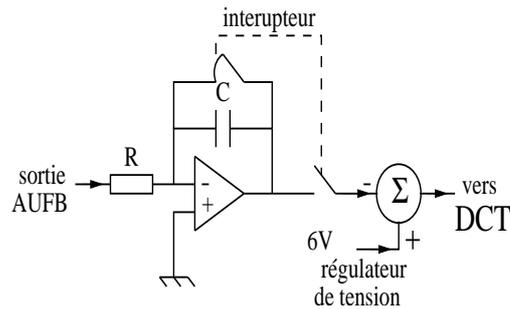


FIG. 3.20 – Schéma synoptique de l’intégrateur.

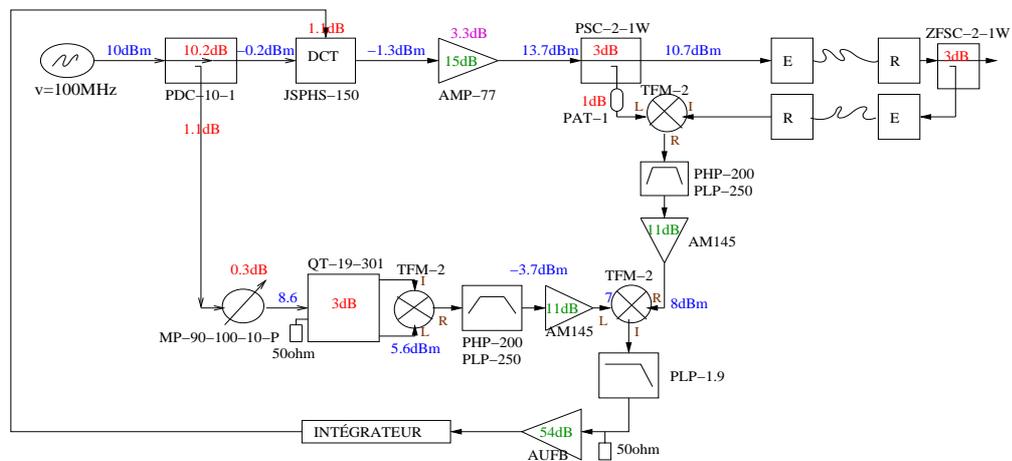


FIG. 3.21 – Les différents éléments constituant le compensateur de phase de base.

du bruit de phase. Ces tests ont montré que le seul élément du banc de mesure qui nous limitait était le mélangeur.

### 3.3.3.3 Bruit de phase

Pour évaluer les performances de la correction, quatre trajets fibrés sont ici nécessaires pour comparer le signal utile au signal de référence sur le même site (voir figure 3.22).

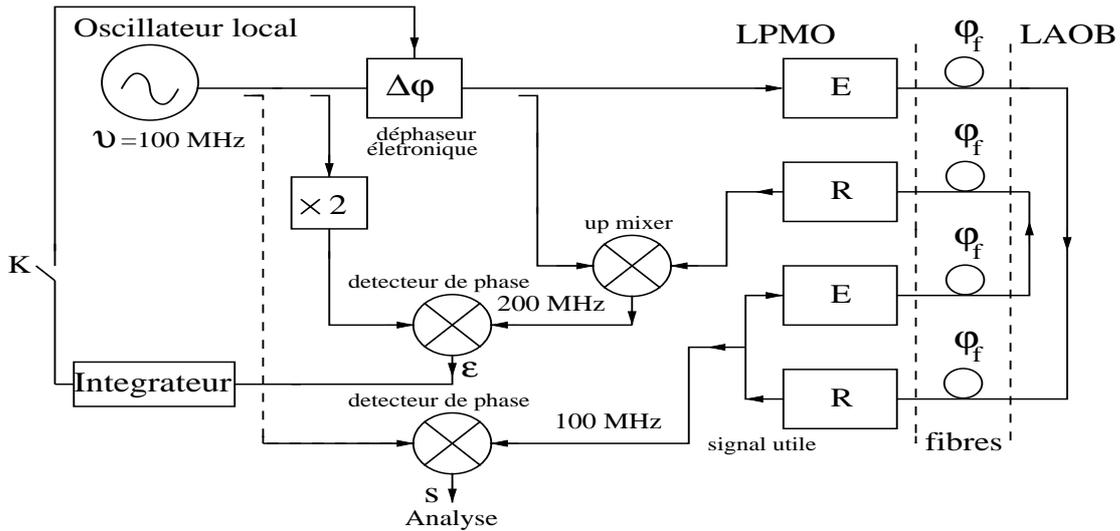


FIG. 3.22 – Schéma du performance du compensateur de phase.

Par un raisonnement similaire à celle du principe de fonctionnement du compensateur de base, nous démontrons que le signal en sortie du détecteur de phase  $\epsilon$  est :  $V_2(t)\alpha - 2k_\phi(\Delta\phi + 2\phi_f)$ .

La condition d'asservissement devient :

$$\Delta\phi = -2\phi_f. \quad (3.22)$$

L'équation (3.19) reste valide.

Une vue globale du système de compensation est représentée par le figure (3.23).

On caractérise le signal d'erreur  $\epsilon$  (voir figure 3.22) du système optique en effectuant une analyse fréquentielle :

Cette analyse spectrale de la tension à la sortie du détecteur de phase à 200 MHz est ramenée à 100 MHz. La figure (3.24) représente les niveaux de bruits mesurés en boucle ouverte (interrupteur K figure 3.22 ouvert) et en boucle fermée (K fermé).

On remarque dans cette figure qu' en boucle ouverte on a les même niveaux de bruit de phase (l'amplitude à 100Hz est de l'ordre de  $-137 \text{ dBrad}^2\text{Hz}^{-1}$ ) que l'on avait obtenus grâce au banc représenté dans la figure (3.3). Cela prouve que le dispositif d'asservissement de la figure (3.22)

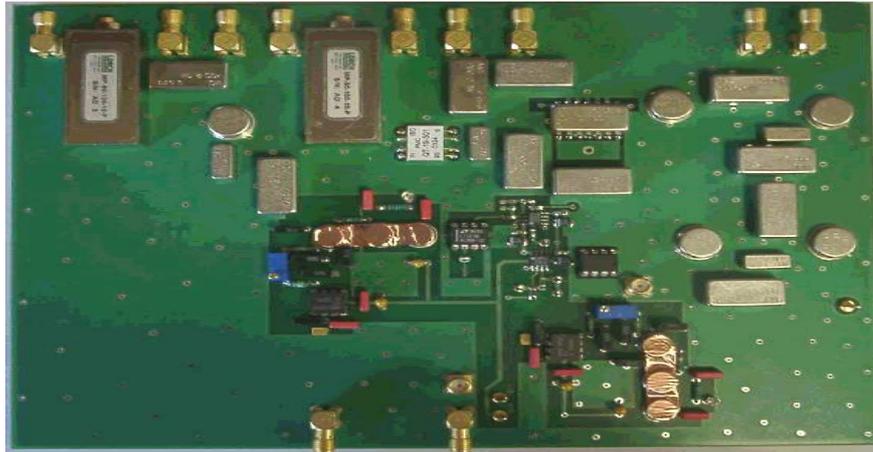


FIG. 3.23 – Vue globale du système de compensation de base.

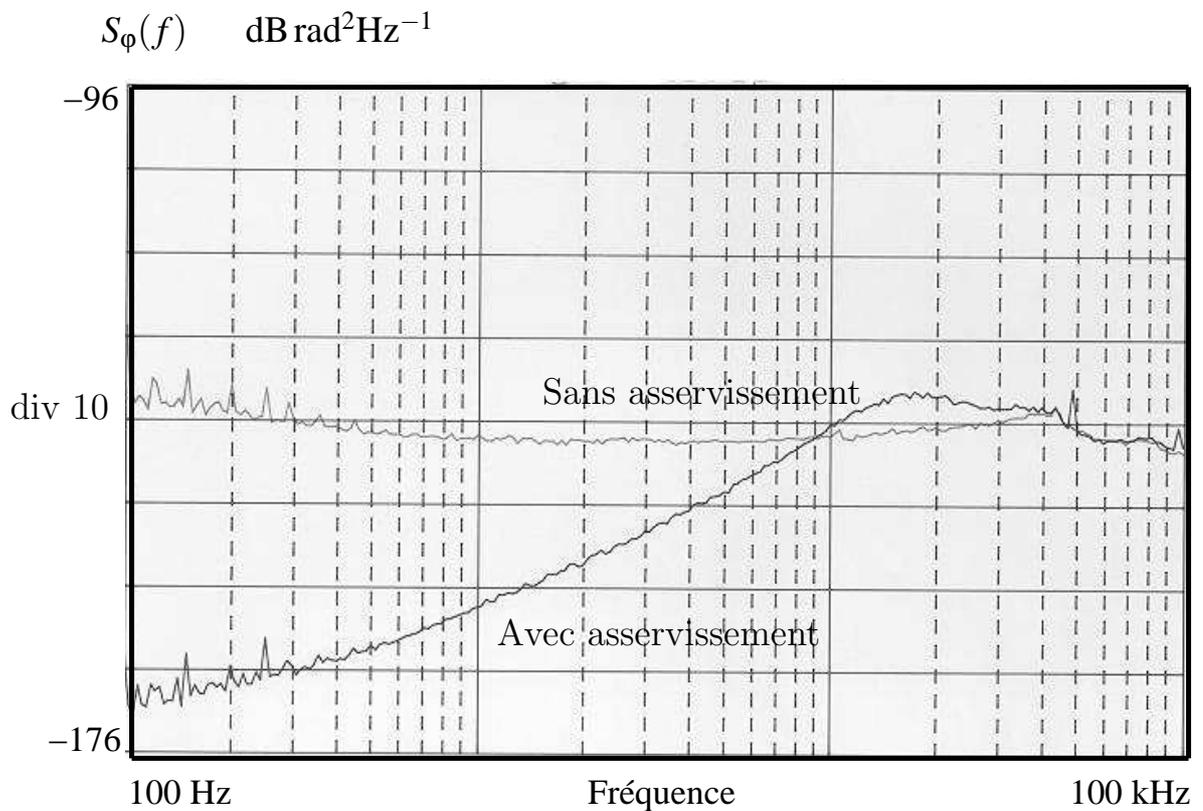


FIG. 3.24 – Signal d'erreur avec et sans asservissement.

n'introduit pas d'autres sources de bruit.

En boucle fermée, l'erreur sur la correction est réduite à des niveaux inférieurs à  $-166 \text{ dB rad}^2\text{Hz}^{-1}$  dans la bande de fréquence de fonction de l'électronique de compensation. La fréquence de coupure du système correspond à celle de l'intégrateur, qui est de l'ordre de 20 kHz.

Le bruit de phase mesuré à la sortie utile du détecteur de phase (signal d'erreur  $S$  figure 3.22) avec et sans la correction est le même que celui représentés dans la figure (3.2). Cela montre une corrélation des fluctuations de phase  $\varphi_f$ . Les niveaux de bruits de phase restent valables (voir 3.3).

Il est évident, que la mesure de bruit de phase ne permet pas de caractériser le comportement du dispositif à long terme. Il est nécessaire alors d'effectuer des mesures de la stabilité temporelle et de la stabilité thermique.

### 3.3.3.4 Stabilité temporelle

Une analyse temporelle du signal de comparaison  $s$  (voir figure 3.22) permet de caractériser le comportement du système de compensation à long terme.

La figure (3.44) présente l'écart type des fluctuations temporelles "Time deviation"  $\sigma_x(t)$  en boucle ouverte et en boucle fermée en fonction du temps d'intégration. Nous constatons une amélioration par rapport au système sans correction (figure 3.6). Avec la correction, le système optique entraîne une marche aléatoire de fréquence à partir de 200 s (fig.3.26).

En boucle ouverte, il est impossible de réaliser des acquisitions de mesure sur des temps longs, car l'entrée de l'amplificateur UFB est rapidement saturé ( $\tau < 1000$  s).

A partir de  $2 \cdot 10^4$ , le lien optique dégrade la stabilité du maser à hydrogène qui représente une instabilité relative de fréquence de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-15}$ .

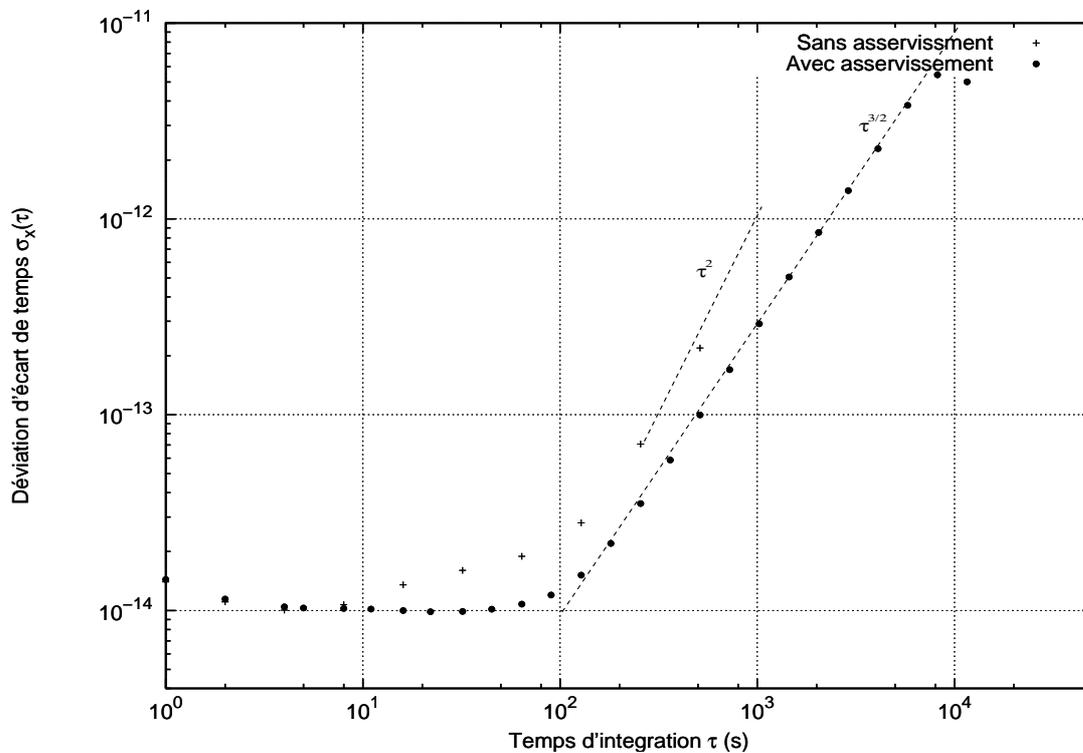


FIG. 3.25 – Stabilité temporelle (déviaton d'écart de temps  $\sigma_x(\tau)$ ) avec et sans la correction.

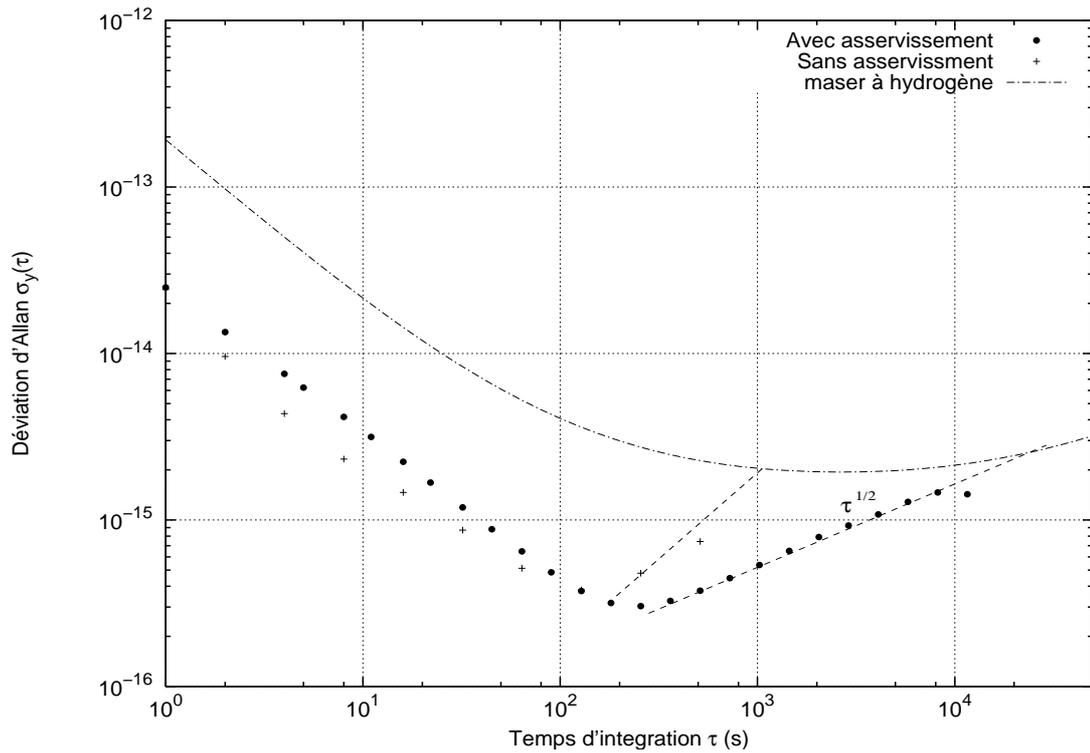


FIG. 3.26 – Stabilité temporelle (déviatiion d'Allan  $\sigma_y(\tau)$ ) avec et sans la correction.

### 3.3.3.5 Sensibilité thermique

**3.3.3.5.1 Principe de mesure de la sensibilité thermique des fibres optiques.** La mesure consiste à faire varier d'une manière sinusoïdale (sur une période d'une heure par exemple), dans une plage de  $+10$  à  $+30^\circ\text{C}$  la température de l'étuve (enceinte thermostatée) où deux bobines de fibres de 1 km sont placées.

La mesure proprement dite a été réalisée par comparaison de phase entre le signal de référence et le signal corrigé (voir figure 3.27). À partir de ces mesures de phase ont été reconstituées des mesures temporelles qui ont ensuite été traitées.

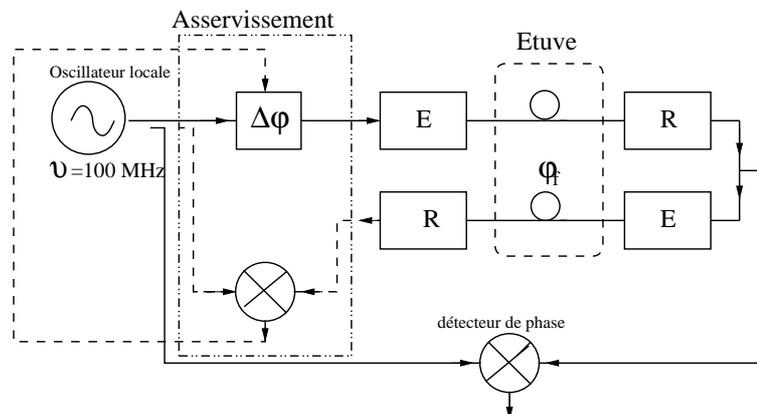


FIG. 3.27 – Banc de mesure de la sensibilité thermique.

**3.3.3.5.2 Mesure de la sensibilité :** D'après la relation (1.18 chapitre 1), les fluctuations de phase de la fibre sont directement proportionnelles aux variations de la température de la fibre. En effet une longueur de fibre de 1 km correspond à une variation de phase de  $\Delta\phi = 22 \cdot 10^{-3} \Delta T$ .

Ces fluctuations se traduisent en variation de tension à la sortie du détecteur de phase.

$$V_s \propto k_\phi(\Delta\phi + \phi_f) = k_\phi[\Delta\phi + \frac{2\pi n}{\lambda} \alpha L \Delta T].$$

Deux configurations, avec et sans l'asservissement sont réalisées, pour déterminer la sensibilité thermique.

On observe qu'en l'absence de l'asservissement, une variation de la température moyenne de 15 °C se traduit en variation de phase de 0,27 rad au lieu de 0,33 rad (voir figures 3.29 et 3.30).

Alors qu'avec l'asservissement, on constate une amélioration de l'ordre de 10, mais avec une opposition de phase (figure 3.30).

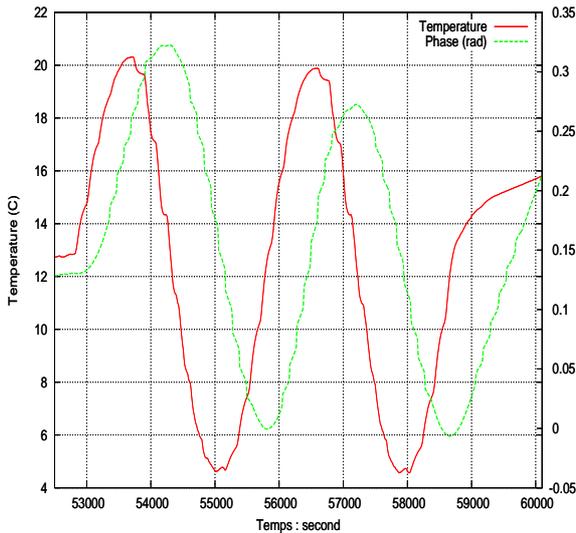


FIG. 3.28 – Sensibilité thermique en BO.

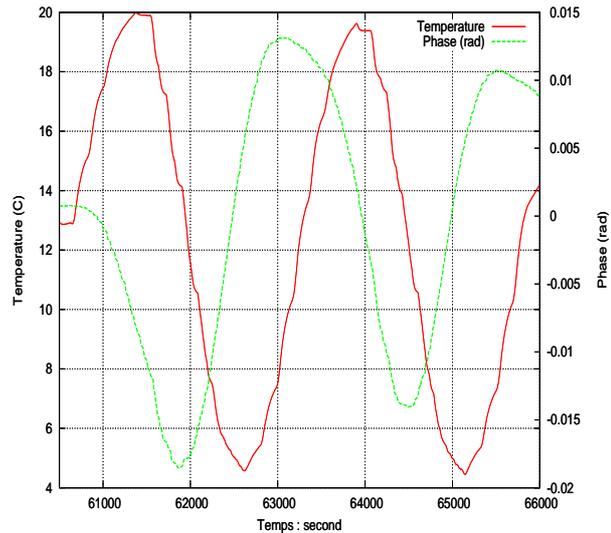


FIG. 3.29 – Sensibilité thermique en BF.

**3.3.3.5.3 Simulation de phase du lien :** Cette étape nous permet de mettre en évidence sur le fonctionnement de l'asservissement.

Nous avons simulé le déphasage introduit par le système optique, en remplaçant les deux couples émetteur-récepteur par deux déphaseurs électroniques. C'est deux déphaseurs sont contrôlables en tension. Ils sont polarisés par une tension continues de 6 V à la quelle est superposée une tension de bruit blanc  $e_b$ .

Le signal de comparaison  $V_s$  entre la référence et le signal utile, est traité par un analyseur FFT qui calcule la fonction de transfert  $\frac{V_s}{e_b}$ .

On remarque, qu'en boucle ouverte, le gain est de l'ordre de 37 dB V<sup>2</sup>/Hz, alors qu'en boucle fermée

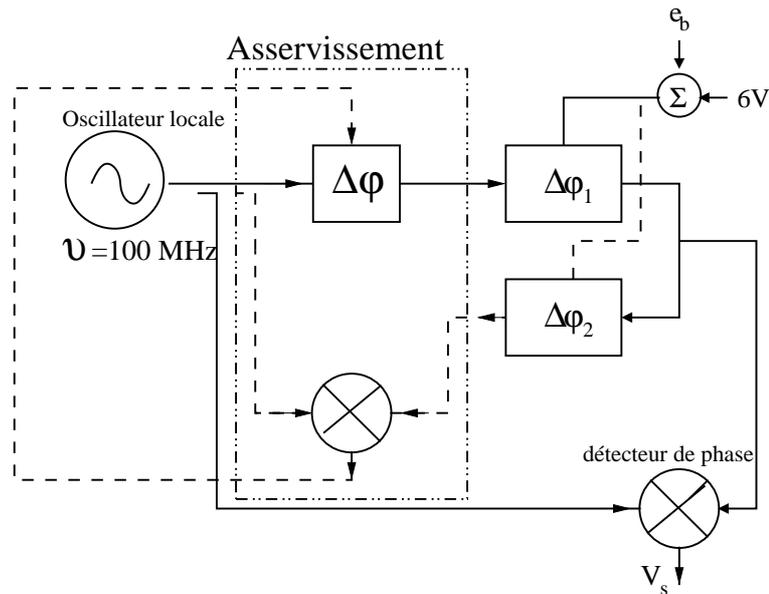


FIG. 3.30 – Simulation de phase du lien optique.

le gain est constant et de l'ordre de  $25 \text{ dB V}^2/\text{Hz}$  sur une plage de fréquence allant jusqu'à 10 kHz.

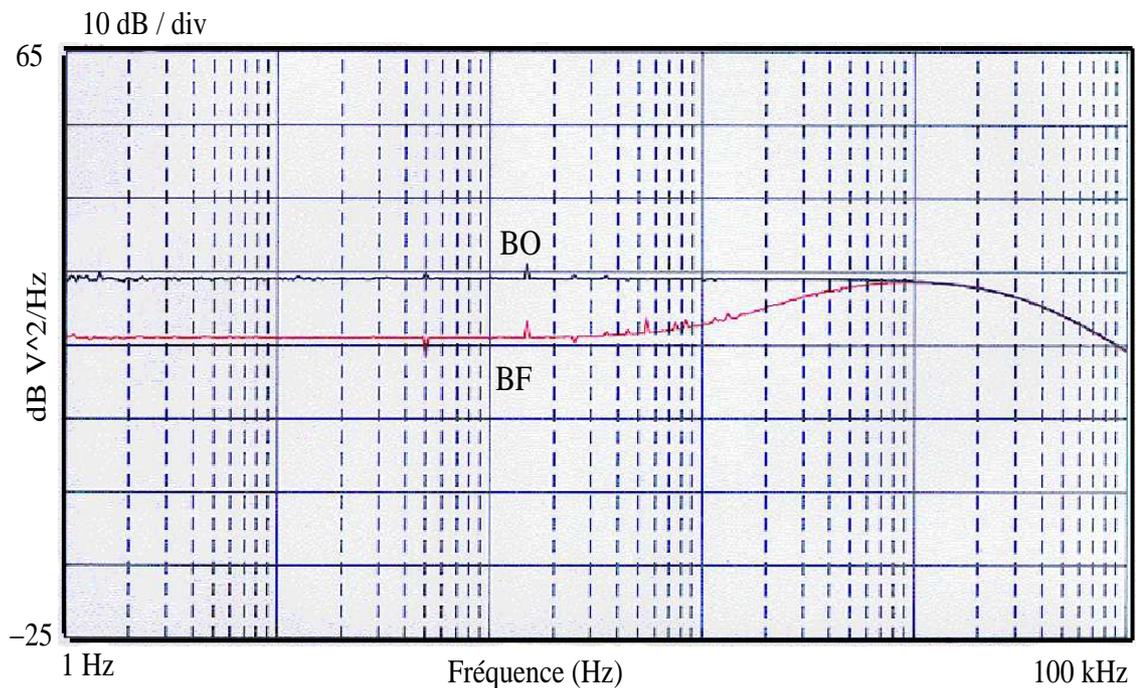


FIG. 3.31 – Correction apportée par le système de contrôle.

L'asservissement ne corrige pas parfaitement les fluctuations de phase de la fibre. Le gain de 12 dB observé ici corrobore les différents tests effectués sur le système de base en terme de stabilité temporelle et thermique qui montrent une amélioration d'un facteur 10 quand l'asservissement est activé. Pour comprendre la cause de cette limitation il est nécessaire d'analyser plus finalement le

fonctionnement du transducteur à 200 MHz et en particulier tenir compte des intermodulations. Ce système n'est donc pas optimal dans le long terme puisque la stabilité du maser à hydrogène est dégradé dès  $10^4$  s.

### 3.3.3.6 Effets des intermodulations dû au mélangeur :

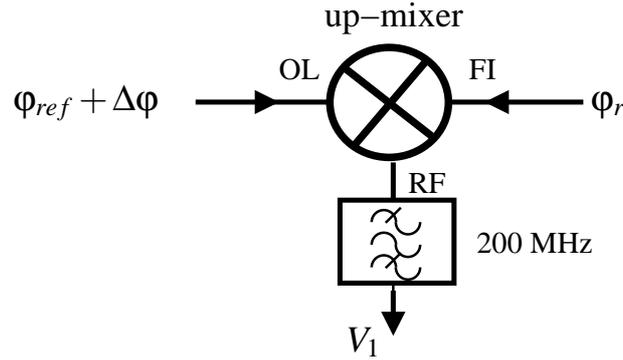


FIG. 3.32 – 1 er mélangeur : transducteur à 200 MHz.

Le premier mélangeur “up-mixer” à 200 MHz génère l'information fondamentale souhaitée (équation 3.14).

$$2\Delta\varphi + \varphi_{ref} + \varphi_f.$$

En réalité, il est nécessaire de tenir compte des harmoniques des signaux d'entrée. La figure (3.32) représente l'élément qui limite les performances du dispositif de base.

La phase du signal dans le site émetteur  $\varphi_r$  est mélangé dans le premier mélangeur 'up-mixer' (M1) avec la phase de référence  $\varphi_{ref} + \Delta\varphi$ . Ce mélangeur délivre après filtrage un signal  $V_1(t)$  à 200 MHz :

$$V_1(t) \propto V_{11} \cos [2\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi + \varphi_r] + V_{3,-1} \cos [2\omega_0 t + 3\varphi_{ref} + 3\Delta\varphi - \varphi_r] + V_{-1,3} \cos [2\omega_0 t - \varphi_{ref} - \Delta\varphi + 3\varphi_r]. \quad (3.23)$$

Dans cette analyse, nous nous sommes limité à l'ordre 3 des harmoniques, le tableau (3.2) donne les contributions des harmoniques d'ordre supérieur.

Le signal  $V_1$  est comparé par l'intermédiaire d'un détecteur de phase avec le signal de référence  $\sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref})$ . Le détecteur de phase fournit alors après filtrage une tension  $V_2(t)$  :

$$\frac{V_2(t)}{k_\varphi} \propto \frac{V_{11}}{2} \sin(\varphi_r - \varphi_{ref} + \Delta\varphi) - \frac{V_{3,-1}}{2} \sin(\varphi_{ref} + 3\Delta\varphi - \varphi_r) - \frac{V_{-1,3}}{2} \sin(3\varphi_r - 3\varphi_{ref} - \Delta\varphi).$$

(n,m)	$V_1(t)$
(1,1)	$V_{11} \sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref} + 2\Delta\varphi + 2\varphi_f)$ .
(3,-1)	$V_{3,-1} \sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref} + 2\Delta\varphi + 6\varphi_f)$ .
(1,-3)	$V_{-1,-3} \sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref} + 2\Delta\varphi - 2\varphi_f)$ .
(5,-3)	$V_{5,-3} \sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref} + 2\Delta\varphi + 10\varphi_f)$ .
(3,-5)	$V_{-3,-5} \sin(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref} + 2\Delta\varphi - 6\varphi_f)$ .
$\vdots$	$\vdots$

TAB. 3.2 – Contribution des harmoniques à 200 MHz.

On remplace l'expression de  $\varphi_r$  (équation 3.13) dans cette dernière équation et on obtient :

$$\frac{V_2(t)}{k_\varphi} \alpha - \frac{V_{11}}{2} \sin(2\varphi_f + 2\Delta\varphi) - \frac{V_{3,-1}}{2} \sin(-2\varphi_f + 2\Delta\varphi) - \frac{V_{-1,3}}{2} \sin(6\varphi_f + 2\Delta\varphi). \quad (3.24)$$

Le premier terme,  $-\frac{V_{11}}{2} \sin(2\varphi_f + 2\Delta\varphi)$  est l'information souhaitée, alors que les deux autres termes correspondent aux perturbations de l'information.

Pour des faibles variations de phase ( $\varphi_f \ll 1\text{rad}$ ), on obtient :

$$\frac{V_2(t)}{k_\varphi} = -V_{11}(\varphi_f + \Delta\varphi) - (V_{3,-1} + V_{-1,3})\Delta\varphi + (V_{3,-1} - 3V_{-1,3})\varphi_f, \quad (3.25)$$

qui peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{V_2(t)}{k_\varphi} = -V_{11}[a\varphi_f + b\Delta\varphi],$$

avec  $a = 1 - \frac{V_{3,-1} - 3V_{-1,3}}{V_{11}}$  et  $b = 1 + \frac{V_{3,-1} + V_{-1,3}}{V_{11}}$ .

Cette tension est intégrée puis appliquée au DCT. Le déphasage  $\Delta\varphi$  qui compense les fluctuations de la fibre est donné par :

$$\Delta\varphi = -V_{11}k_\nu k_\varphi g[a\varphi_f + b\Delta\varphi],$$

$$\Delta\varphi = \frac{-ak_\nu k_\varphi g V_{11}}{1 + bk_\nu k_\varphi g V_{11}} \varphi_f.$$

La phase du signal utile est donc :

$$\varphi_{out} = \varphi_{ref} + \Delta\varphi + \varphi_f = \varphi_{ref} + \frac{1 + bk_\nu k_\varphi g V_{11} \left(1 - \frac{a}{b}\right)}{1 + bk_\nu k_\varphi g V_{11}} \varphi_f. \quad (3.26)$$

Sa densité spectrale est alors :

$$S_{\varphi_{out}}(p) = S_{\varphi_{ref}}(p) + \left| \frac{1 + bk_\nu k_\varphi g(p) V_{11} \left(1 - \frac{a}{b}\right)}{1 + bk_\nu k_\varphi g(p) V_{11}} \right|^2 S_{\varphi_f}(p). \quad (3.27)$$

Pour les basses fréquences :  $k_v k_\phi g \gg 1$ , l'équation (3.27) devient alors :

$$S_{\phi_{out}} = S_{\phi_{ref}} + \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2 S_{\phi_f} \quad (3.28)$$

On définit le facteur du taux de réjection de la boucle par :  $1 - \frac{a}{b}$ ,

si  $a = b$  alors  $S_{\phi_{out}} = S_{\phi_{ref}}$ .

Nous avons donné dans le chapitre 2 (tableau 2.2 et 2.3), la puissance relative des différents harmoniques en sortie d'un mélangeur à 10 MHz. En admettant qu'à 100 MHz ces résultats ne sont pas modifiés, on a pour un mélangeur saturé aux entrées OL et FI

On trouve ici une limitation à la rejection des fluctuations de phase de la fibre de l'ordre de  $-20$  dB. Expérimentalement la réjection est de 10 dB. La différence entre ces deux valeurs peut s'expliquer par la différence de comportement du mélangeur à 10 MHz et à 100 MHz et/ou par la présence d'harmoniques d'ordre supérieur. D'autre part, dans le modèle très simple que nous avons adopté, nous n'avons pas pris en compte les phases relatives des différents harmoniques.

### 3.3.3.7 Problèmes rencontrés et solutions

Les effets d'intermodulations constituent l'inconvénient majeur de ce type de systèmes de contrôle de phase. Ces effets d'intermodulation peuvent être sensiblement réduites en faisant en sorte d'avoir à l'entrée du mélangeur deux fréquences décalées.

## 3.3.4 Deuxième version du système de compensation 100-110

### 3.3.4.1 Principe de fonctionnement du compensateur de phase à 110 MHz

Pour remédier au problème des effets d'inter-modulation du mélangeur, nous avons développé un système de compensation de phase à 110 MHz [22] plus performant que celui du système de compensation de base même s'il est basé sur le même principe (figure 3.8). Ce dispositif a été proposé par LNME-SYRTE pour les mêmes objectifs que les nôtres, qui sont d'obtenir un contrôle de la phase indépendamment des effets d'inter-modulation.

Le principe du compensateur 100-110 est présenté dans la figure (3.33).

**3.3.4.1.1 Détermination des équations du système :** Au niveau des variations de phase, le dispositif de la figure (3.33) est symboliquement représenté par le schéma de la figure (3.33) :

Le signal reçu dans le site émetteur est :  $V_r \propto \cos[\omega_0 t + \phi_{ref} + \Delta\phi + 2\phi_f]$ . Ce signal à 100 MHz est converti à 110 MHz à l'aide d'un convertisseur de fréquence (figure 3.33).

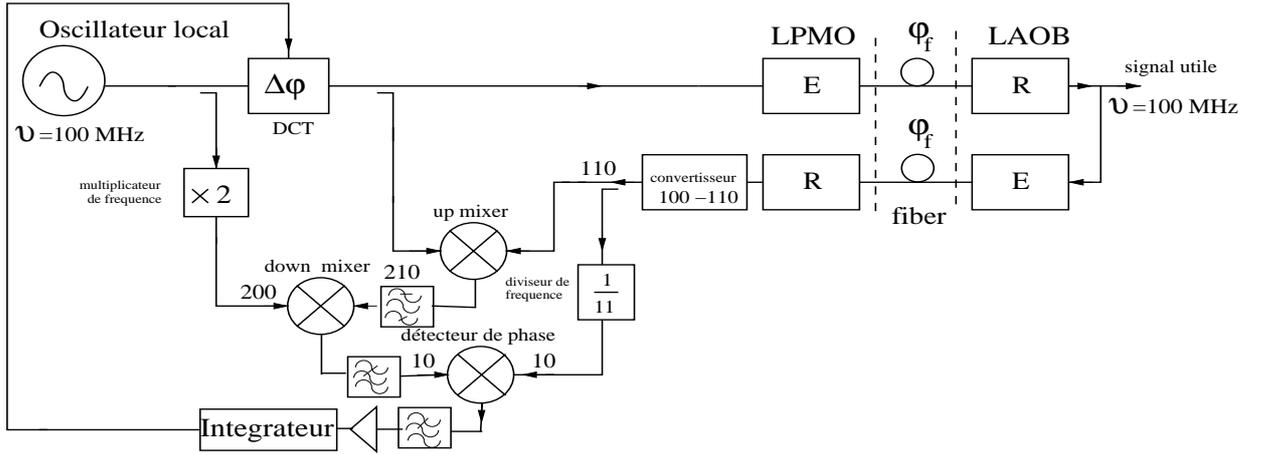


FIG. 3.33 – Principe du compensateur de phase 100-110 MHz.

Nous démontrons par la suite, que ce convertisseur génère le signal suivant :

$$V_{cv} \propto \cos \left[ \frac{11}{10} \omega_0 t + \frac{11}{10} \varphi_{ref} + \frac{11\Delta\varphi}{10} + \frac{22\varphi_f}{10} \right]. \quad (3.29)$$

Ce signal est mélangé dans le premier mélangeur “up mixer” au signal de référence :

$$V_0 \cos (\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi).$$

Ce mélangeur délivre alors après filtrage un signal donné par :

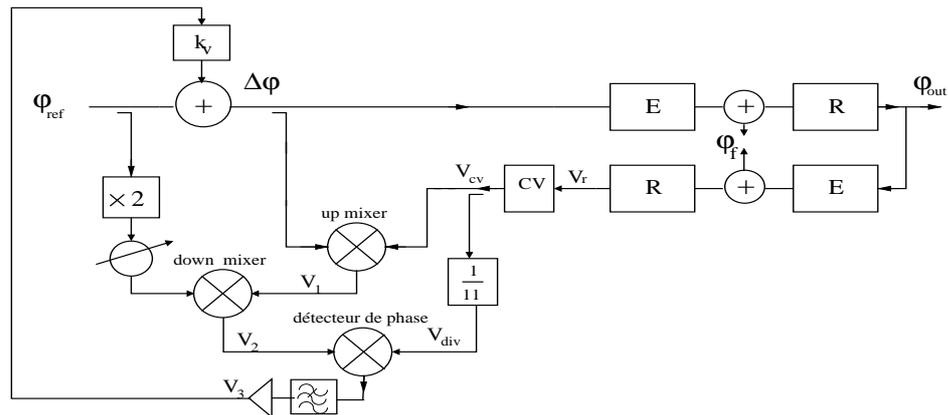


FIG. 3.34 – Représentation symbolique de la variation de phase du compensateur de phase 100-110 MHz.

$$V_1 \propto \cos \left[ \frac{21}{10} \omega_0 t + \frac{21}{10} \varphi_{ref} + \frac{21\Delta\varphi}{10} + \frac{22\varphi_f}{10} \right]. \quad (3.30)$$

Ce signal est mélangé ensuite dans le deuxième mélangeur “down mixer” au signal de référence

multiplié par  $2 V_0 \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_{ref})$  Ce mélangeur délivre alors après filtrage le signal suivant :

$$V_2 \propto \cos \left[ \frac{1}{10} \omega_0 t + \frac{1}{10} \varphi_{ref} + \frac{21\Delta\varphi}{10} + \frac{22\varphi_f}{10} \right]. \quad (3.31)$$

Celui-ci est comparé avec le signal généré par le convertisseur 110 MHz (équation 3.29) divisé par 11 :

$$V_{div} \propto \cos \left[ \frac{1}{10} \omega_0 t + \frac{1}{10} \varphi_{ref} + \frac{\Delta\varphi}{10} + \frac{2\varphi_f}{10} \right]. \quad (3.32)$$

Le détecteur de phase à 10 MHz fournit alors après filtrage la tension :

$$V_3 \propto k_\varphi \sin [2\Delta\varphi + 2\varphi_f]. \quad (3.33)$$

$$V_3 \propto 2k_\varphi \alpha (\Delta\varphi + \varphi_f).$$

Ce signal est alors utilisé pour contrôler un déphaseur électronique commandable en tension.

$$\Delta\varphi = k_\varphi k_v g V_3(t) \simeq 2k_v k_\varphi g (\varphi_f + \Delta\varphi).$$

$$\Delta\varphi = \frac{2k_v k_\varphi g}{1 - 2k_v k_\varphi g} \varphi_f.$$

On a donc au site récepteur la phase :

$$\varphi_{out} = \varphi_{ref} + \frac{1}{1 - 2k_v k_\varphi g} \varphi_f. \quad (3.34)$$

Sa densité spectrale est donnée par :

$$S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}} + \left| \frac{1}{1 - 2k_v k_\varphi g} \right|^2 S_{\varphi_f}. \quad (3.35)$$

pour les basses fréquences  $k_v k_\varphi g \gg 1$ , On a alors :

$$S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}}. \quad (3.36)$$

La condition d'asservissement est :  $\Delta\varphi = -\varphi_f$  La fluctuation  $\varphi_f$  donc ce cas est compensée.

**3.3.4.1.1.1 Le convertisseur 100-110 MHz :** Le VCO à 110 MHz est asservi sur le signal reçu dans le site émetteur. La figure (3.35) schématise le convertisseur de fréquence 100 à 110 MHz.

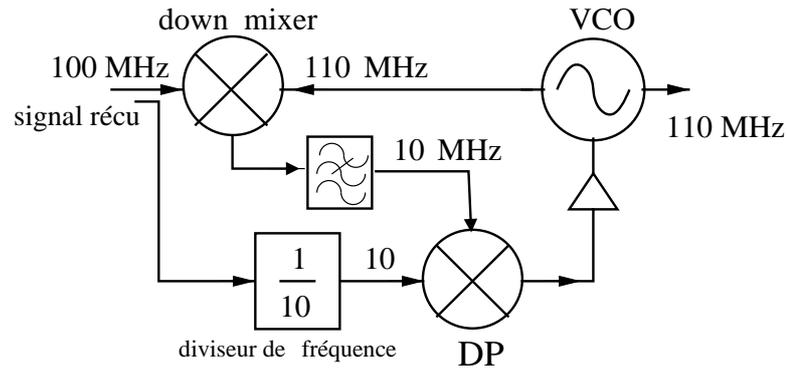


FIG. 3.35 – Schéma du convertisseur 100-110 MHz.

Nous allons maintenant démontrer l'équation (3.29). Détermination des équations du convertisseur :

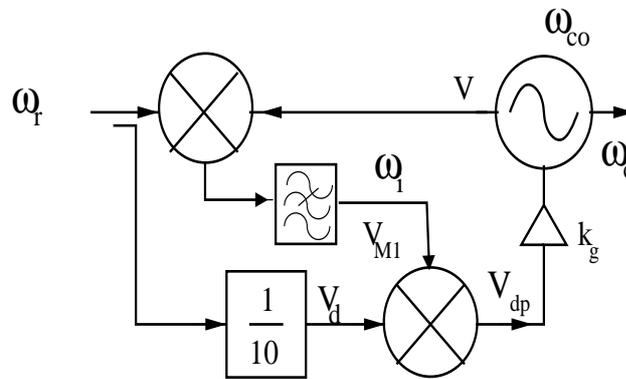


FIG. 3.36 – Représentation symbolique de la variation de phase du convertisseur 100-110 MHz.

Le signal délivré par le VCO en boucle ouverte s'écrit :

$$V(t) \propto V_0 \cos(\omega_{co}t + \varphi_{co}) \quad (3.37)$$

avec  $\omega_{co}$  et  $\varphi_{co}$  respectivement la pulsation et la phase de l'oscillateur libre.

Ce signal est mélangé dans le premier mélangeur 'down-mixer' au signal reçu dans le site émetteur.

Ce mélangeur délivre alors après filtrage un signal à la pulsation intermédiaire  $\omega_i = \omega_{co} - \omega_0$  qui est donné par :

$$V_{M1} \propto \cos(\omega_i t - \varphi_r + \varphi_{co}). \quad (3.38)$$

A son tour, ce signal est comparé avec le signal reçu divisé par 10  $V_d$ , par l'intermédiaire d'un détecteur de phase.

$$V_d \propto \cos\left(\frac{\omega_0 t}{10} + \frac{\varphi_r}{10}\right)$$

Le détecteur de phase à 10 MHz fournit alors une tension proportionnelle à :

$$V_{DP} \propto -k_{\varphi} \sin \left( \frac{11\varphi_f}{10} - \varphi_{co} \right) \propto -k_{\varphi} \left( \frac{11\varphi_f}{10} - \varphi_{co} \right). \quad (3.39)$$

Cette tension d'erreur qui après intégration est appliquée au VCO.

La condition d'asservissement est alors :

$$\varphi_{co} = 11 \frac{\varphi_r}{10} = \frac{11}{10} (\Delta\varphi + 2\varphi_f + \varphi_{ref}). \quad (3.40)$$

Donc le signal délivré par le VCO est donné par l'équation (3.29)

### 3.3.4.2 Tests de la boucle d'asservissement :

Deux éléments sont introduits de plus dans le système de compensation : le convertisseur de fréquence 100-110 et le diviseur de fréquence par 11 (les composantes du convertisseur 110).

Les deux figures (3.37) et (3.38) représentent le bruit de phase respectivement une paire d'oscillateurs à 110 MHz et d'une paire de diviseurs de fréquence par 10 type SP 8401 (chez Zarlink).

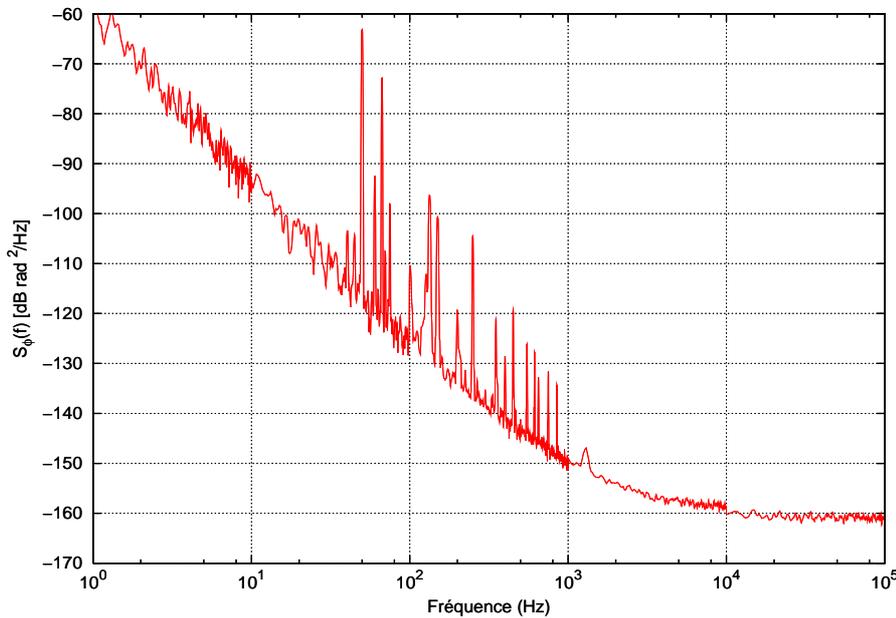


FIG. 3.37 – Bruit de phase de l'oscillateur libre à 110 MHz.

**3.3.4.2.1 Bruit de phase du VCO 110 MHz asservi :** Maintenant, nous cherchons à déterminer la configuration optimale de la chaîne de synthèse de conversion de fréquence. Nous avons pour cela développé un programme de simulation dans lequel on associe à chaque élément (oscillateur, diviseurs, mélangeurs, amplificateur faible bruit.) de son propre bruit. Le programme calcule

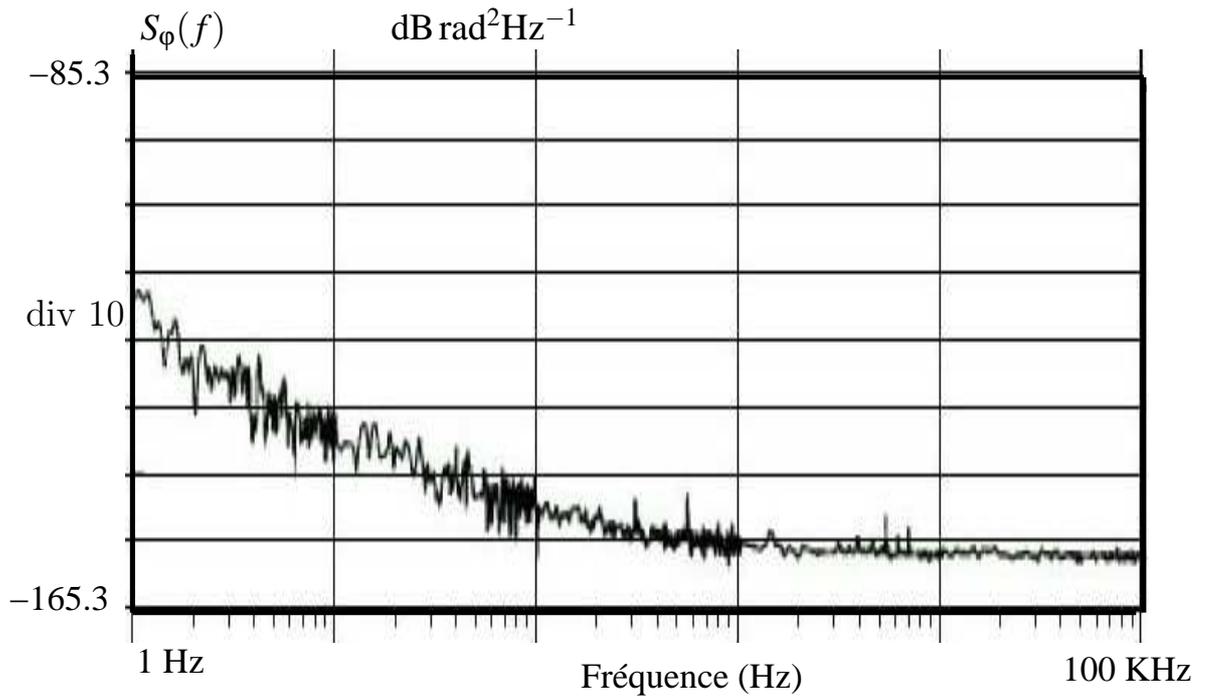


FIG. 3.38 – Bruit diviseur de fréquence par 10 de type Zarlink.

alors les contributions de chaque module aux fluctuations de phase du signal de sortie. En déduisant la constante de temps optimale de la boucle d'asservissement.

**3.3.4.2.2 Modélisation de la boucle d'asservissement du VCO :** Nous avons modélisé des spectres de phase des convertisseurs de fréquence en considérant deux schémas classiques d'une boucle d'asservissement à verrouillage de phase PLL comme l'illustre dans les deux figures (3.39) et (3.35).

**3.3.4.2.2.1 Première version du PLL (figure 3.38) :** La fréquence de sortie est fournie par un VCO libre est  $\omega_{co}$ . Un détecteur de phase compare la phase du signal de sortie du VCO, divisé par  $M$ , avec une fréquence de référence  $\omega_{ref}$ , divisé par  $N$ . Le signal de sortie du détecteur est un signal d'erreur qui, après filtrage et amplification, est appliqué au VCO dans le sens réduisant la différence de phase entre le signal de référence et le VCO.

Déterminons le spectre de bruit de phase du VCO asservi :

Les différents facteurs de la division sont :  $M = 11$  et  $N = 10$ .

La fréquence du VCO s'écrit :

$$\omega_c(p) = \omega_{co}(p) + \frac{k_f}{p} V(p), \quad \text{avec } p = j\omega \quad (3.41)$$

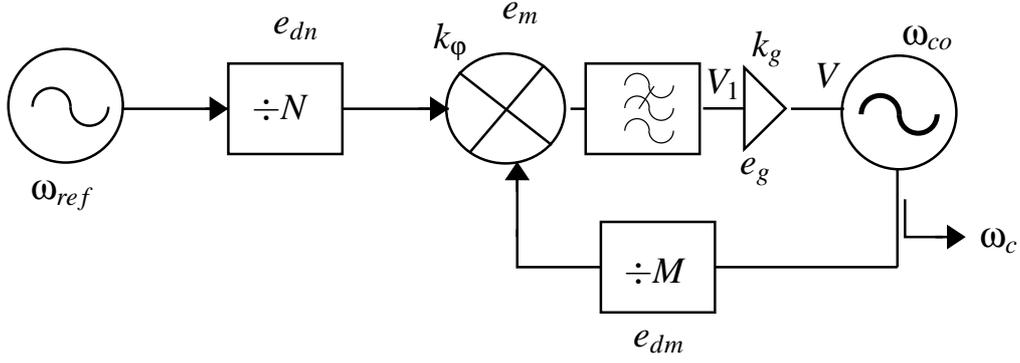


FIG. 3.39 – Schéma synoptique d'une PLL 100-110.

$k_f$  la sensibilité de VCO et  $V$  est la tension de correction appliqué au VCO, égale à :

$$V(p) = k_g [e_g + V_1(p)], \quad (3.42)$$

$k_g$  est le gain de l'amplificateur de la boucle,  $e_g$  le bruit de l'amplificateur BF et  $V_1$  est la tension de sortie de détecteur de phase, qui s'écrit :

$$V_1(p) = e_m + k_\phi \left[ \frac{\omega_{ref}(p)}{N} + e_{dn} - \frac{\omega_c(p)}{M} + e_{dm} \right]. \quad (3.43)$$

où  $e_m$ ,  $e_{dn}$  et  $e_{dp}$  sont les bruits du mélangeur, diviseur de fréquence par  $N$  et  $M$  respectivement.

On remplace l'équation (3.43) dans les équations (3.41) et (3.42), nous obtenons :

$$\omega_c(p) = \omega_{co}(p) + \frac{k_f}{p} k_g \left[ e_g + e_m + k_\phi \left( \frac{\omega_{ref}(p)}{N} - \frac{\omega_c(p)}{M} + e_{dp} + e_{dm} \right) \right]. \quad (3.44)$$

Après arrangement,

$$\omega_c(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p} \omega_{co}(p) + \frac{M}{N} \frac{1}{1 + \tau p} \omega_{ref}(p) + \frac{\tau}{1 + \tau p} k_f k_g [e_g(p) + e_m(p)] + \frac{M}{1 + \tau p} [e_{dn}(p) + e_{dp}(p)]. \quad (3.45)$$

avec  $\tau = \frac{M}{k_v k_g k_\phi}$  est la constante de la boucle.

La densité spectrale des fluctuations de phase du VCO corrigé est :

$$S_{\phi_c}(f) = \frac{4\pi^2 \tau^2 f^2}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} S_{\omega_{co}}(f) + \frac{M^2}{N^2} \frac{1}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} S_{\phi_{ref}}(f) + \frac{k_f^2 k_g^2 \tau^2}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} [S_{e_g}(f) + S_{e_m}(f)] +$$

$$+ \frac{M^2}{1 + 4\pi^2\tau^2 f^2} [S_{edn}(f) + S_{edp}(f)]. \quad (3.46)$$

où  $S_{\omega_{co}}(f)$ ,  $S_{\omega_{ref}}(f)$ ,  $S_{eg}(f)$ ,  $S_{em}(f)$ ,  $S_{edn}(f)$  et  $S_{edp}(f)$  sont les densités spectrales de puissance (DSP) des fluctuations du VCO libre, les fluctuations de la référence (le signal reçu dans le site émetteur), les fluctuations du mélangeur et les fluctuations introduites par les diviseurs par  $N$  et  $M$  respectivement.

Le programme calcule à partir des caractéristiques spectrales du VCO et du signal de référence la constante de temps optimale de la boucle d'asservissement. Puis par une procédure analogue à celle qui vient d'être décrite, il calcule le spectre de bruit de phase du signal de sortie en tenant compte des différentes sources de bruit présentes dans le circuit. La figure 3.40 donne le bruit de phase du VCO asservi.

Cette figure est obtenue avec les paramètres suivants :  $k_g = 60$  ;  $k_\phi = 0,2\text{V/rad}$  ;  $k_f = 200\text{ Hz/V}$  et  $e_g = 3,5\text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (op 27).

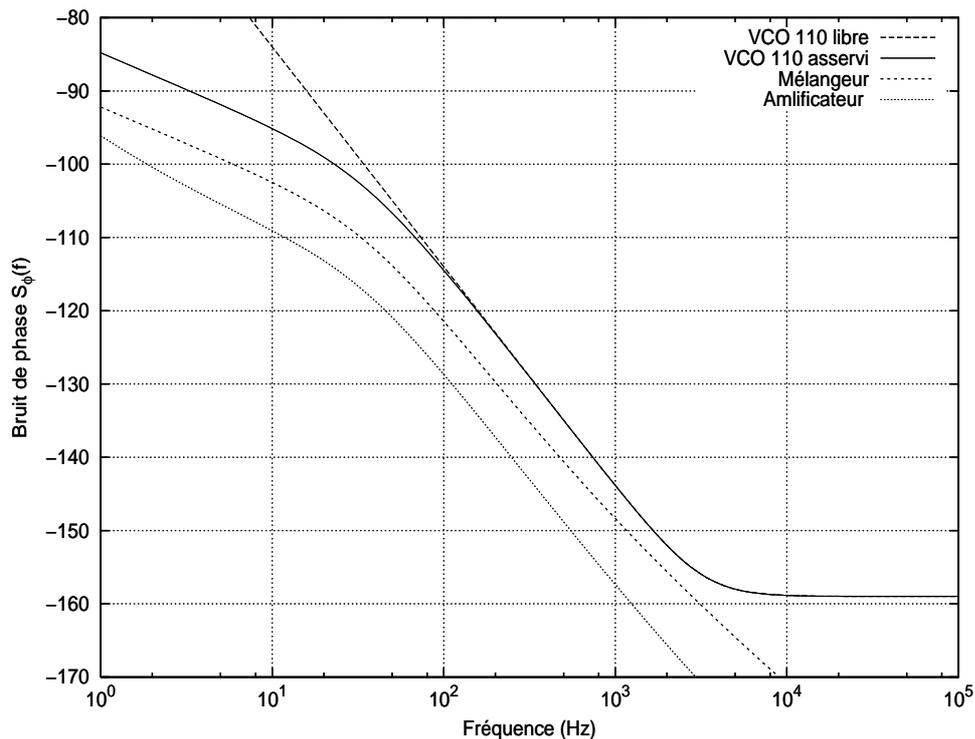


FIG. 3.40 – Bruit de phase de VCO à 110 asservi.

La constante de temps est de l'ordre de 4,6 ms :

**3.3.4.2.2 Deuxième version du PLL :** On ce qui concerne la deuxième méthode d'asservissement du VCO, nous améliorons le bruit de phase par la technique de la figure (3.36).

La tension de sortie de détecteur de phase s'écrit :

$$V_{DP} = e_m + k_\phi \left( \frac{\omega_{ref}}{N} + e_d - \omega_i \right),$$

On remplaçant cette équation dans les équations (3.41) et (3.42), nous obtenons la fréquence du VCO asservi qui s'écrit alors :

$$\omega_c(p) = \omega_{co}(p) + \frac{k_f}{p} k_g e_g + e_m + k_\phi \left[ \frac{\omega_{ref}(p)}{N} + e_d - \omega_c(p) + \omega_{ref}(p) \right].$$

Après arrangement :

$$\omega_c(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p} \omega_{co}(p) + \frac{1}{1 + \tau p} \left( 1 + \frac{1}{N} \right) \omega_{ref}(p) + \frac{1}{1 + \tau p} \frac{1}{k_\phi} [e_g(p) + e_m(p)] + \frac{1}{1 + \tau p} e_d(p). \quad (3.47)$$

avec  $\tau = \frac{1}{k_f k_g k_\phi}$

La densité spectrale des fluctuations de phase du VCO corrigé est alors :

$$S_{\phi_c}(f) = \frac{4\pi^2 \tau^2 f^2}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} S_{\phi_{co}}(f) + \left( 1 + \frac{1}{N} \right)^2 \frac{1}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} S_{\phi_{ref}}(f) + \frac{k_f^2 k_g^2 \tau^2}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} [S_{\phi_g}(f) + S_{\phi_m}(f)] + \frac{1}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2} S_{\phi_d}(f). \quad (3.48)$$

La figure (3.41) donne le spectre de bruit de phase du signal du VCO asservi.

Celle-ci est obtenue avec les paramètres suivants :  $k_g = 20$  ;  $k_\phi = 0,2\text{V/rad}$  ;  $k_f = 200 \text{ Hz/V}$  et  $e_g = 3,5 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (op 27), la constante de temps de la boucle est de l'ordre de 1,25 ms.

Après validation du modèle, nous optons pour l'intégration de celui-ci dans notre système de compensation.

Nous avons réalisé les mêmes tests du dispositif de contrôle que précédemment, en terme de bruit de phase ainsi que de la stabilité temporelle et thermique.

### 3.3.4.3 Bruit de phase

Les évaluations des performances de la correction, nécessiteront quatre trajets fibrés en comparant le signal utile au signal de référence (voir figure 3.43).

L'équation (3.36) devient :

$$S_{\phi_{out}} = 2S_{\phi_{ref}}. \quad (3.49)$$

L'analyse spectrale du signal d'erreur ( $\epsilon$  voir figure 3.43) à la sortie du détecteur de phase à 10

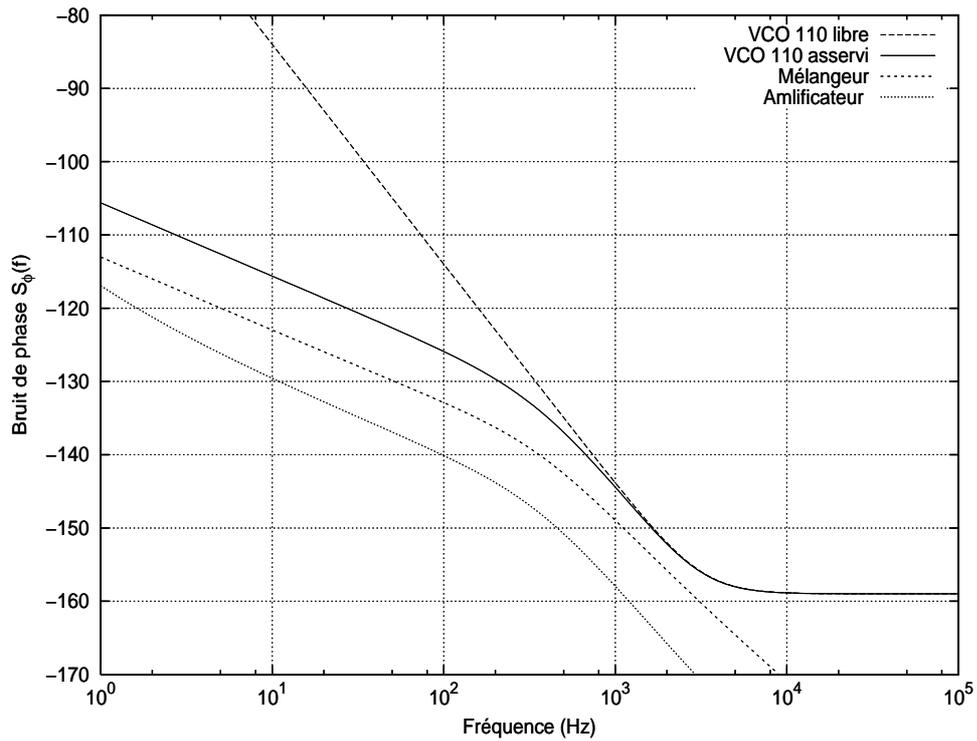


FIG. 3.41 – Bruit de phase de VCO à 110 asservi.



FIG. 3.42 – Vue global du système de compensation.

MHz montre qu'on garde les mêmes niveaux de bruit de phase sans et avec asservissement qu'avait obtenu grâce à la première version du système de compensation de phase (voir figure 3.24).

Ainsi, le bruit mesuré à la sortie du deuxième détecteur (signal  $S$  figure 3.43) montre aussi une corrélation des fluctuations de phase  $\phi_f$  qu'on avait constaté au première version. Les niveaux de bruits de phase représentés dans la figure (3.2) restent valables. Donc notre dispositif de correction



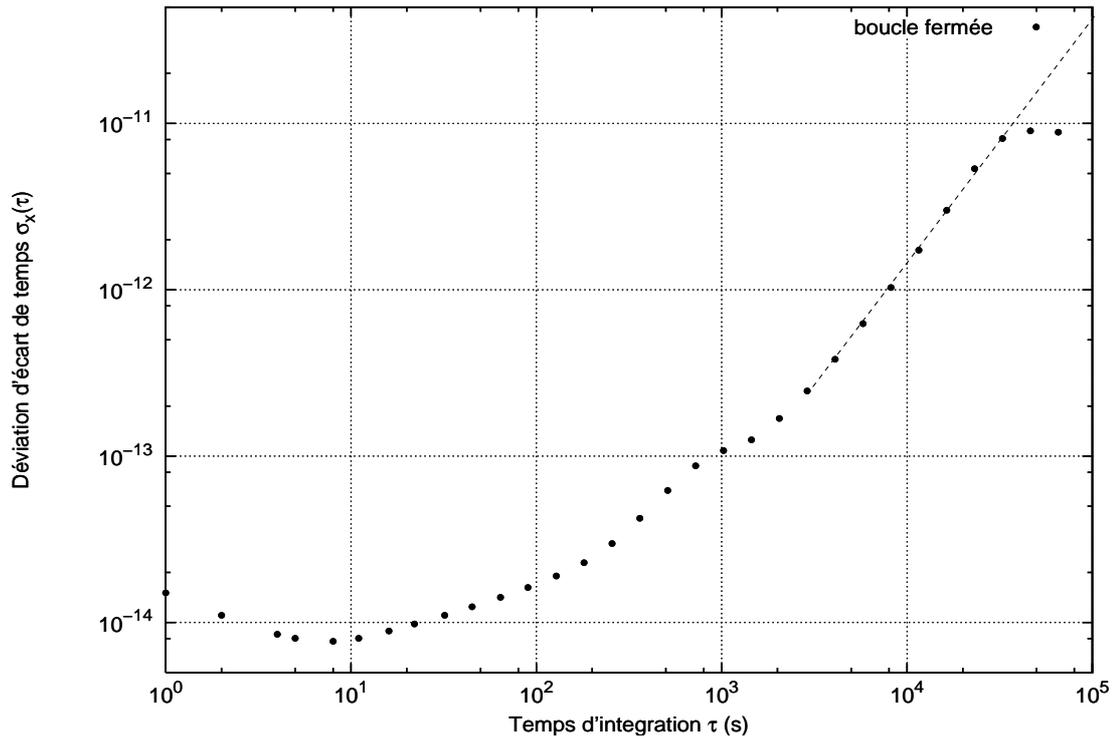
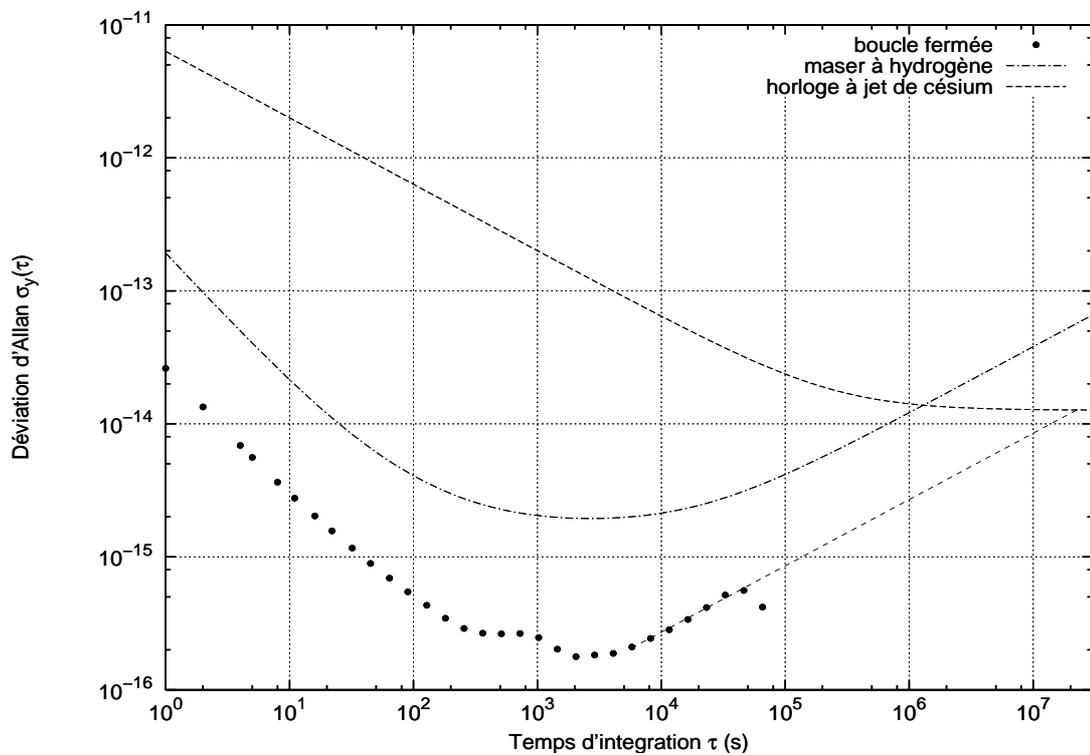
FIG. 3.44 – stabilité temporelle (déviation d'écart de temps  $\sigma_x(\tau)$ ) avec correction.FIG. 3.45 – stabilité temporelle (déviations d'Allan  $\sigma_y(\tau)$ ) avec correction.

figure (3.27). Nous avons mesuré la densité spectrale du signal de comparaison  $V_s$  entre la référence et le signal utile. La figure (3.45) montre qu'en boucle ouverte, un gain est de l'ordre de

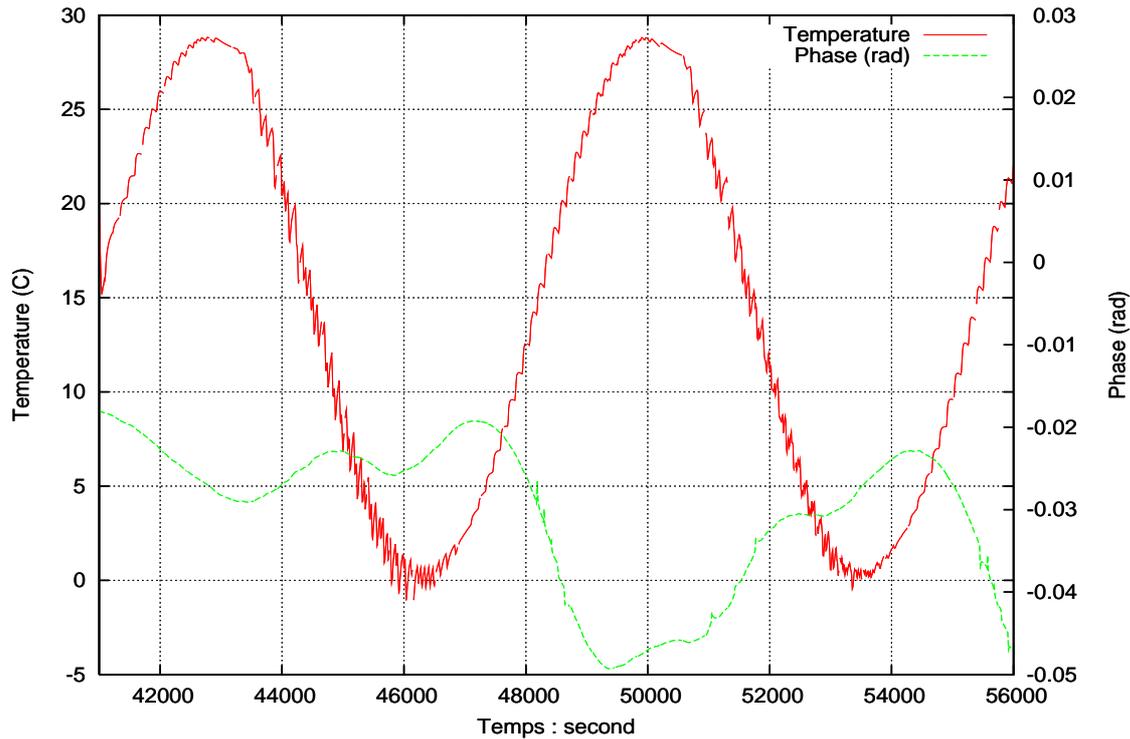


FIG. 3.46 – Sensibilité thermique en BF.

37 dB  $V^2$  /Hz qu'avait obtenu grâce du banc (figure 3.28), alors qu'en boucle fermée une amélioration d'un facteur 20 du gain est constaté.

La même amélioration est observée aussi pour les autres tests sur le système de contrôle en terme de stabilité temporelle et thermique.

Malgré cette amélioration d'un facteur 10 par rapport au système de base (premier version), ce système n'est donc pas optimal dans le long terme puisque la stabilité du maser est dégradé dès 5 jours.

### 3.3.4.7 Effets des intermodulations dû aux mélangeurs :

Le spectre en sortie du premier mélangeur "up-mixer" saturé aux entrées OL et FI après filtrage à 210 MHz, contient des raies à 190 MHz, 210 MHz et 230 MHz de puissance respectivement  $-40$  dBm,  $-1,5$  dBm et  $-35$  dBm (figure 3.48).

La raie à 190 MHz se mélange avec le 200 MHz par l'intermédiaire du deuxième mélangeur "down mixer" pour introduire une erreur de phase supplémentaire à 10 MHz, qui est détecté par le détecteur de phase.

La raie à 230 MHz se mélange avec 200 MHz pour fournit  $230 - 200 = 30$  MHz. Il en est de même pour l'harmonique 3 de la raie à 190 MHz  $3 \times 200 - 3 \times 190 = 30$  MHz. Ces fréquences à 30 MHz vont être comparée avec l'harmonique issu du diviseur par 11. Elles vont détectées par le détecteur

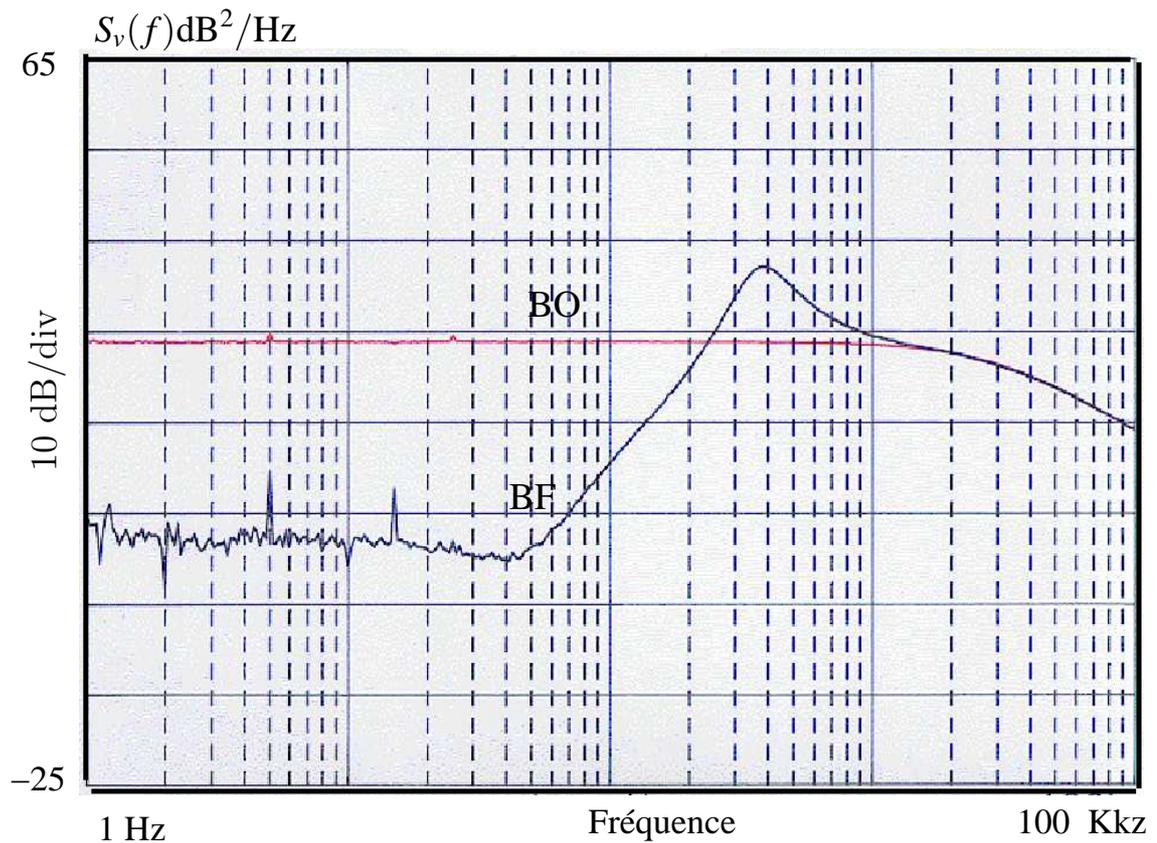
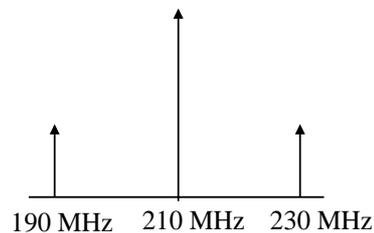


FIG. 3.47 – Correction apportée par le système de contrôle.

FIG. 3.48 – Spectre en sortie du 1<sup>er</sup> mélangeur après filtrage.

de phase. Le tableau (3.3), donne les termes de phase supplémentaire à la sortie du premier et deuxième mélangeur.

L'amélioration du système de contrôle passe par la conception, la réalisation d'un filtre réjecteur à 210 MHz qui filtre les fréquences non souhaitables.

Nous avons fabriqué le filtre passe-bande à 210 MHz qui suit le premier mélangeur en cascade un filtre passe-bas et un filtre passe-haut. Cette solution n'est pas optimale, car ces filtres possédant une pente de coupure de 20 dB /dec, laissent passer d'autres fréquences autour de la fréquence 210 MHz en particulier les fréquences 230 et 210 MHz ne sont pas filtrées efficacement.

Afin de montrer simplement l'effet de ces termes supplémentaires nous tiendrons compte des intermodulations seulement dans le premier mélangeur.

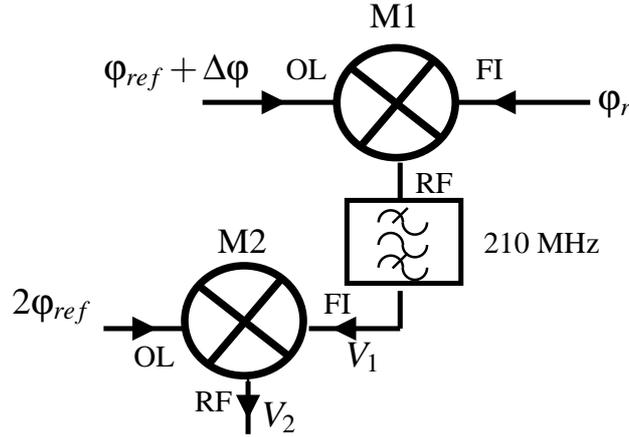


FIG. 3.49 – Effets des intermodulations dû aux Mélangeurs.

(n,m)	$V_{M1}(t)$	$V_{M2}(t)$	$V_D(t)$
(1,1)	$\frac{21}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi) + \frac{22}{10}\varphi_f$	$\frac{1}{10}(\omega_0 t) + \varphi_{ref} + \frac{21}{10}\Delta\varphi + \frac{22}{10}\varphi_f$	$\frac{20}{10}\Delta\varphi + \frac{20}{10}\varphi_f$
(3,-1)	$\frac{23}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi) + \frac{66}{10}\varphi_f$	$\frac{3}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref}) + \frac{23}{10}\Delta\varphi + \frac{66}{10}\varphi_f$	
(-1,3)	$\frac{19}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi) - \frac{22}{10}\varphi_f$	$-\frac{1}{10}(\omega_0 t) + \varphi_{ref} + \frac{19}{10}\Delta\varphi - \frac{22}{10}\varphi_f$	$-\frac{20}{10}\Delta\varphi + \frac{20}{10}\varphi_f$
(5,-3)	$\frac{25}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi) + 11\varphi_f$	$\frac{5}{10}(\omega_0 t) + \varphi_{ref} + \frac{25}{10}\Delta\varphi + 11\varphi_f$	
(-3,5)	$\frac{17}{10}(\omega_0 t + \varphi_{ref} + \Delta\varphi) - \frac{66}{10}\varphi_f$	$-\frac{3}{10}(\omega_0 t) + \varphi_{ref} + \frac{17}{10}\Delta\varphi - \frac{66}{10}\varphi_f$	
⋮	⋮	⋮	⋮

TAB. 3.3 – Contribution des harmoniques.

Le signal délivré par M1 est alors :

$$\begin{aligned}
V_1(t) \propto & V_{11} \cos \left[ \frac{21}{10}\omega_0 t + \frac{21}{10}\varphi_{ref} + \frac{21}{10}\Delta\varphi + \frac{22}{10}\varphi_f \right] + \\
& + V_{3,-1} \cos \left[ \frac{23}{10}\omega_0 t + \frac{23}{10}\varphi_{ref} + \frac{23}{10}\Delta\varphi + \frac{66}{10}\varphi_f \right] + \\
& + V_{-1,3} \cos \left[ \frac{19}{10}\omega_0 t + \frac{19}{10}\varphi_{ref} + \frac{19}{10}\Delta\varphi - \frac{22}{10}\varphi_f \right]. \tag{3.50}
\end{aligned}$$

Comme dans le paragraphe (3.3.3.6), nous nous sommes limités à l'ordre 3 des harmoniques, le tableau (3.3) donne les contributions d'ordre supérieur.

Ce signal  $V_1$  est mélangé dans le 2ème mélangeur “down mixer” au signal de référence multiplié par 2. Ce mélange délivre alors après filtrage le signal suivant :

$$\begin{aligned}
V_2(t) \propto & V_{11} \cos \left[ \frac{1}{10}\omega_0 t + \frac{1}{10}\varphi_{ref} + \frac{21}{10}\Delta\varphi + \frac{22}{10}\varphi_f \right] + \\
& + V_{3,-1} \cos \left[ \frac{3}{10}\omega_0 t + \frac{3}{10}\varphi_{ref} + \frac{23}{10}\Delta\varphi + \frac{66}{10}\varphi_f \right] +
\end{aligned}$$

$$+V_{-1,3} \cos \left[ \frac{1}{10} \omega_0 t + \frac{1}{10} \varphi_{ref} - \frac{19}{10} \Delta\varphi + \frac{22}{10} \varphi_f \right]. \quad (3.51)$$

Une comparaison de phase de ce signal  $V_2$  avec le signal reçu dans le site émetteur divisé par 11.

$$\frac{V_3(t)}{k_\varphi} \alpha \frac{V_{11}}{2} \sin [2\Delta\varphi + 2\varphi_f] + \frac{V_{3,-1}}{2} \sin [-2\Delta\varphi + 2\varphi_f]. \quad (3.52)$$

Le premier terme de tension  $V_3$  est l'information souhaitée, alors que l'autre terme vient perturber cette information. Après approximation, l'équation (3.53) devient :

$$\frac{V_3(t)}{k_\varphi} \alpha V_{11} (\varphi_f + \Delta\varphi) + V_{-1,3} (\varphi_f - \Delta\varphi). \quad (3.53)$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{V_3(t)}{k_\varphi} = V_{11} [a \Delta\varphi + b \varphi_f], \quad (3.54)$$

avec  $a = 1 + \frac{V_{-1,3}}{V_{11}}$ ,  $b = 1 - \frac{V_{-1,3}}{V_{11}}$ .

Cette tension  $V_3$  est intégrée, puis appliquée au DCT. Le déphaseur  $\Delta\varphi$  s'écrit alors :

$$\Delta\varphi = V_3 k_\nu k_\varphi g = \frac{b V_{11} k_\nu k_\varphi g}{1 - a V_{11} k_\nu k_\varphi g} \varphi_f.$$

La phase du signal utile est donc :

$$\varphi_{out} = \varphi_{ref} + \Delta\varphi + \varphi_f = \varphi_{ref} + \frac{1 - a k_\nu k_\varphi g V_{11} (1 - \frac{b}{a})}{1 - a k_\nu k_\varphi g V_{11}} \varphi_f. \quad (3.55)$$

Sa densité spectrale est alors :

$$S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}} + \left| \frac{1 - a k_\nu k_\varphi g V_{11} (1 - \frac{b}{a})}{1 - a k_\nu k_\varphi g V_{11}} \right|^2 S_{\varphi_f}. \quad (3.56)$$

Pour Les basses fréquences,  $k_\nu k_\varphi g \gg 1$ , l'équation (3.57) devient alors :

$$S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}} + \left( 1 - \frac{b}{a} \right)^2 S_{\varphi_f}. \quad (3.57)$$

Le facteur de taux de réjection est  $1 - \frac{b}{a}$ , si  $a = b$  alors :  $S_{\varphi_{out}} = S_{\varphi_{ref}}$ .

On trouve une limitation à la rejection des fluctuations de phase de la fibre de l'ordre de  $-33$  dB. Expérimentalement la réjection est de 20 dB. La différence entre ces deux valeurs peut s'expliquer

par la présence d'harmoniques d'ordre supérieur.

### 3.3.5 Troisième version du système de compensation

#### 3.3.5.1 Principe de fonctionnement du conjugaison de phase

Le troisième système de compensation utilise la méthode du conjugaison de phase qui a été développée par le JPL [17].

Ce principe de fonctionnement est schématisé sur la figure (3.50)

L'oscillateur contrôlé en tension VCO est asservi sur le signal de référence, permet de maintenir la conjugaison de phase (antisymétrique) des signaux aller et retour dans le site émetteur.

La phase de correction modulo ( $2\pi\varphi_c$ ) apportée par le système est :

$$\alpha(\varphi_c - \varphi_f) + \frac{(\varphi_c + \varphi_f) - (\varphi_c - \varphi_f)}{2} = \varphi_c. \quad (3.58)$$

La relation de conjugaison est réalisée (équation 3.58), la phase du signal utile est la même que la phase de la référence.

Le système de conjugaison de phase est divisé en trois principaux modules (figure 3.50) :

- un module de synthèse de fréquence RF générant les fréquences 110 MHz et 90 MHz,
- un module d'asservissement de l'oscillateur intermédiaire à 100 MHz,
- Enfin, un dernier module, le système optique.

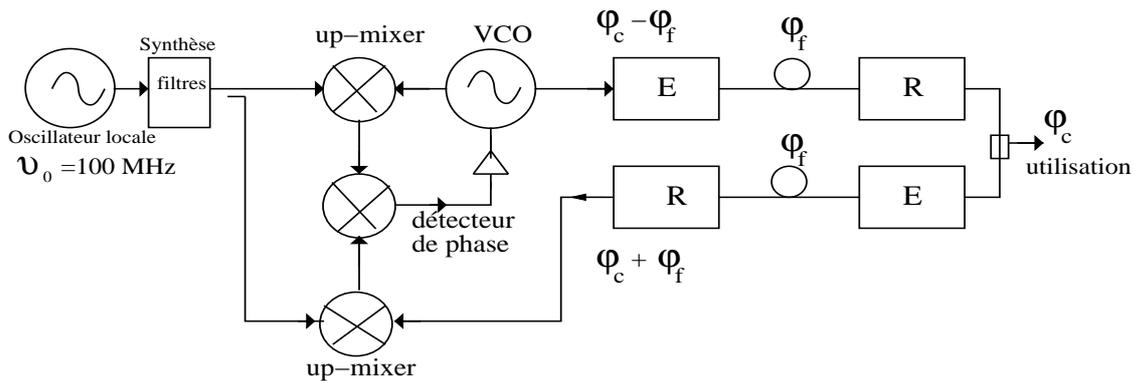


FIG. 3.50 – Le principe du conjugaison de phase.

La figure (3.51) schématise le compensateur de phase.

L'oscillateur local fournit un signal à 100 MHz, divisé par 10.

Le mélange de ces deux signaux produisant l'ensemble des signaux à 90 MHz et 110 MHz.

Un diviseur de puissance réparti en deux voies le signal délivré par le premier mélangeur.



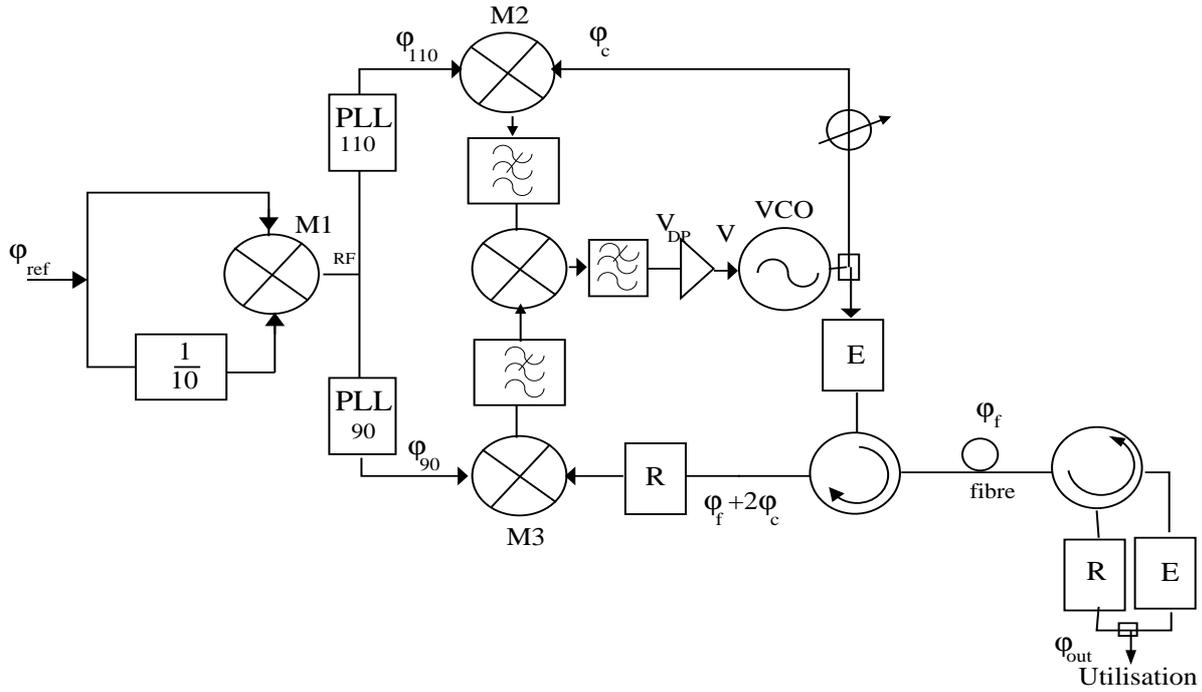


FIG. 3.52 – Représentation symbolique de la variation de phase du compensateur.

Le signal de référence fournit par un oscillateur et divisé par 10 est :

$$V_{10} \propto \cos \left[ \frac{\omega_0}{10} t + \frac{1}{10} \varphi_{ref} \right]. \quad (3.59)$$

Ce signal est mélangé dans le premier mélangeur M1 au signal de référence.

Ce mélangeur délivre alors après filtrage sélectif PLL deux signaux séparés, s'écrivent :

$$V_{90}(t) \propto \cos \left[ \frac{9}{10} (\omega_0 t + \varphi_{ref}) \right] \quad (3.60)$$

$$V_{110}(t) \propto \cos \left[ \frac{11}{10} (\omega_0 t + \varphi_{ref}) \right]. \quad (3.61)$$

Le signal délivré par l'oscillateur libre VCO s'écrit :

$$\cos(\omega_{co} t + \varphi_c) \quad (3.62)$$

$\omega_{co}$  et  $\varphi_c$  sont respectivement, la fréquence angulaire et la phase de l'oscillateur libre.

Ce signal est mélangé dans le deuxième mélangeur M2 au signal  $V_{90}$ .

Ce mélange délivre après filtrage passe-bas un signal proportionnel à :

$$V_{M2} \propto \cos \left[ \frac{1}{10} \omega_0 t + \frac{11}{10} \varphi_{ref} - \varphi_{co} \right]. \quad (3.63)$$

Le signal reçu dans le site émetteur est :

$$\propto \cos [\omega_0 t + \varphi_c + 2\varphi_f].$$

Le mélange de ce signal avec le signal  $V_{110}$  dans le troisième mélangeur M3 fournit un signal proportionnel à :

$$V_{M3} \propto \cos \left[ \frac{1}{10} \omega_0 t + \varphi_c + 2\varphi_f - \frac{9}{10} \varphi_{ref} \right]. \quad (3.64)$$

On comparant les deux signaux générés par les mélangeurs M2 et M3 par l'intermédiaire de détecteur de phase à 10 MHz. Ce détecteur fournit alors une tension proportionnelle à :

$$\frac{V_{DP}}{k_\varphi} \propto \sin(2\varphi_f + 2\varphi_c - 2\varphi_{ref}). \quad (3.65)$$

Par approximation, l'équation (3.65) devient :

$$\frac{V_{DP}}{k_\varphi} \propto 2(\varphi_f + \varphi_c - \varphi_{ref}). \quad (3.66)$$

Cette tension est intégrée puis appliquée au VCO,

$$V = 2k_\varphi g(\varphi_f + \varphi_c - \varphi_{ref}),$$

$g$  est la fonction de transfert d'un pseudo-intégrateur. Comme  $\varphi_c(p) = \frac{k_\varphi}{p} \cdot V(p)$ ,

La phase du VCO est donc :

$$\varphi_c(p) = \frac{2k_f k_\varphi g}{p} (\varphi_f + \varphi_c - \varphi_{ref}).$$

Après arrangement,

$$\varphi_c(p) = \frac{\frac{2k_f k_\varphi g}{p} (\varphi_f - \varphi_{ref})}{1 - \frac{2k_f k_\varphi g}{p}}. \quad (3.67)$$

La phase du signal utile est donc :

$$\varphi_{out} = \varphi_c + \varphi_f = \frac{\varphi_f - \frac{2k_f k_\varphi g}{p} \varphi_{ref}}{1 - \frac{2k_f k_\varphi g}{p}}.$$

Longueur d'onde de fonctionnement	1310 nm
configuration de propagation	port 1->2, 2->3
perte d'insertion dB	0,48
perte de retour dB	60
isolation	55

TAB. 3.4 – Caractérisation du circulateur optique.

Sa densité spectrale est :

$$S_{\varphi_{out}} = \frac{1}{\left|1 - \frac{2k_f k_{\varphi g}}{p}\right|^2} \left\{ S_{\varphi_f} - \left| \frac{2k_f k_{\varphi g}}{p} \right|^2 S_{\varphi_{ref}} \right\}.$$

Pour les basses fréquences, l'équation (3.67) devient :

$$\varphi_c(p) \simeq \varphi_f - \varphi_{ref}.$$

La phase du signal utile est donc :

$$\varphi_{out} = \varphi_c + \varphi_f = \varphi_{ref}.$$

### 3.3.5.3 Tests de la boucle d'asservissement :

Trois nouveaux éléments sont introduits dans le système de compensation : un oscillateur à 90 MHz et à 100 MHz, ainsi qu'un circulateur optique.

**3.3.5.3.1 Circulateur optique :** Le circulateur à fibre optique est un composant passif d'entrée multi-port et de sortie qui dirige un signal optique entrant du port 1 au 2 et un signal séparé du port 2 au port 3. Le circulateur optique utilisé est de type CIR-3-131-P-09 de Accelink. Elle présente les caractéristiques suivantes :

des pertes optique de l'ordre de 1 dB, une puissance optique maximale de 500 mW.

**3.3.5.3.2 Bruit de phase :** Les deux figures 3.53 et 3.54 représentent le bruit de phase d'une paire d'oscillateur libre respectivement à 90 MHz et à 100 MHz.

Nous avons calculé les constantes de temps optimales de la boucle d'asservissement, en utilisant le programme de simulation décrit dans le paragraphe (3.3.4.2.2).

Les constantes de temps de la boucle sont :  $\tau_1 = 1,1 \text{ ms}$  (PLL 110),  $\tau_2 = 0,625 \text{ ms}$  (PLL 90) et  $\tau_3 = 20 \text{ ms}$  (PLL 100).

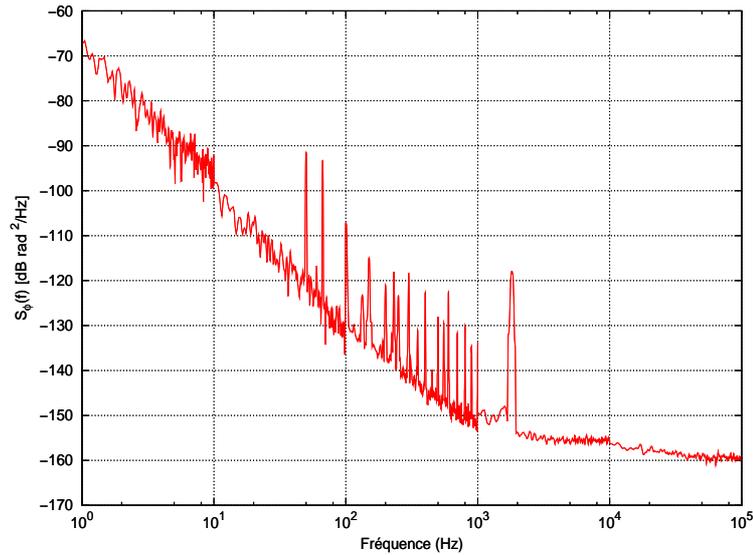


FIG. 3.53 – Bruit de phase de l'oscillateur AR libre à 90 MHz.

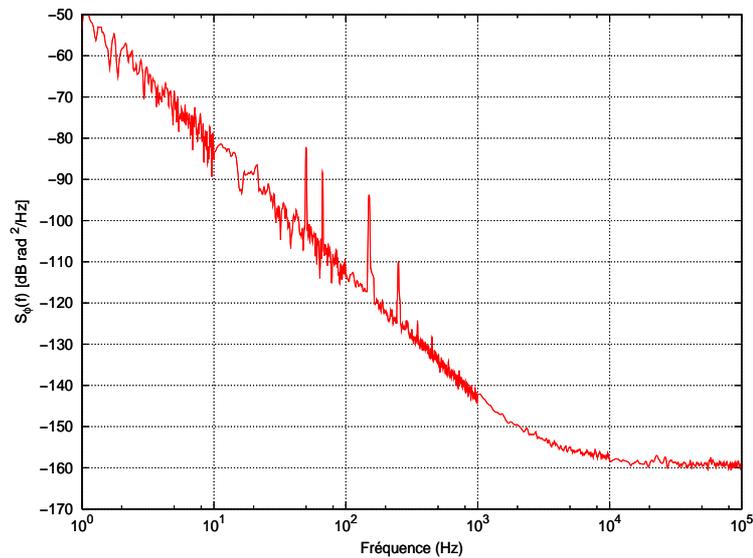


FIG. 3.54 – Bruit de phase de l'oscillateur AR libre à 100 MHz.

Les figures (3.55), (3.56) et (3.57) donne des simulations de spectre de bruit de phase des signaux du VCO asservi respectivement à 110, 90 et 100 MHz.

Nous avons vérifié à l'aide d'un synthétiseur de fréquence, utilise comme référence, que les signaux délivré par les trois oscillateurs 90, 110 et 100 MHz sont asservi sur la référence.

La figure (3.58) représente le schéma du performance de la correction.

L'analyse spectrale de la tension à la sortie du détecteur de phase avec et sans asservissement est représentée dans les figures (3.59) et 3.60).

**3.3.5.3.3 Pureté spectrale de la boucle d'asservissement :** Des modifications ont été effectuées après analyse des spectres sur différents endroits de la boucle d'asservissement (voir figure

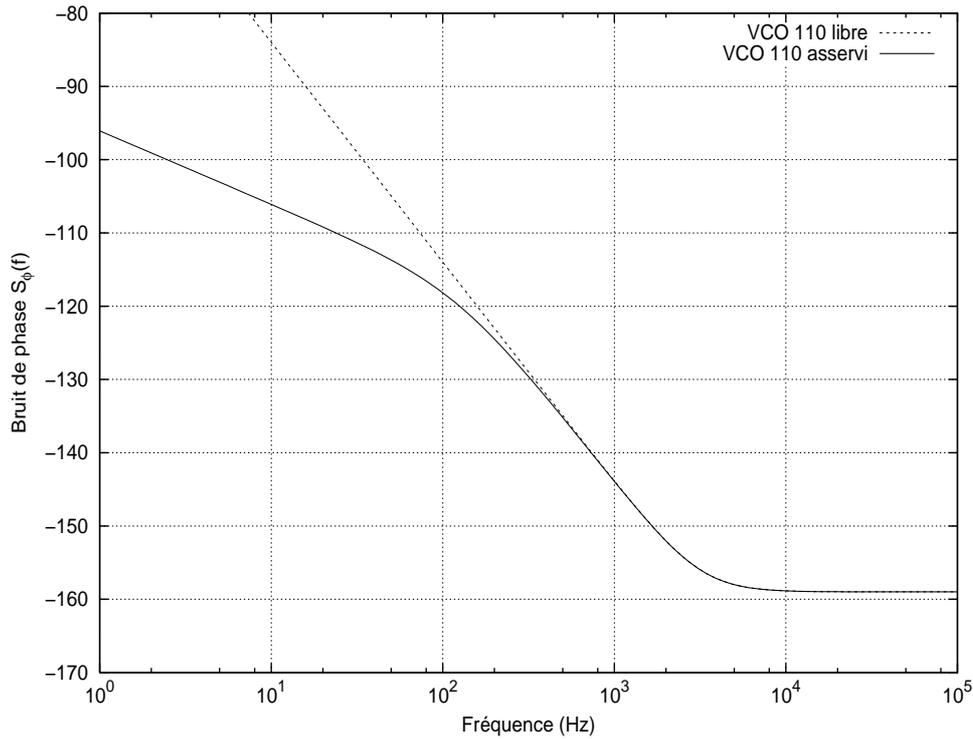


FIG. 3.55 – Bruit de phase simulé de VCO à 110 asservi.

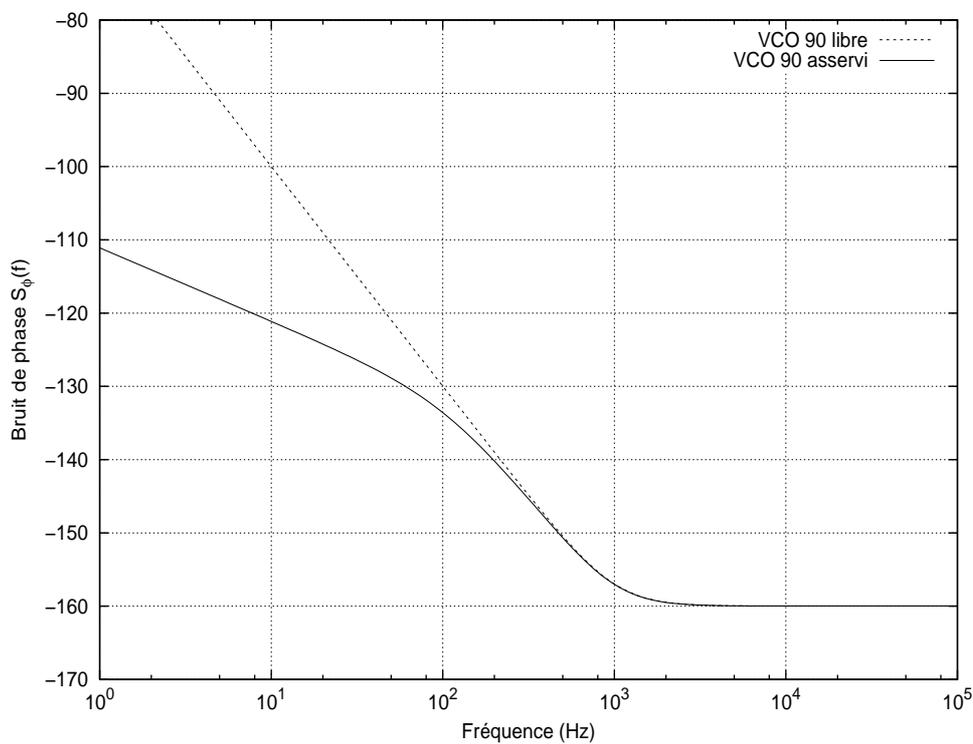


FIG. 3.56 – Bruit de phase simulé de VCO à 90 asservi.

3.61). Sur les tableaux (3.5, 3.6, 3.7), nous remarquerons que : les oscillateurs VCO présentent des harmoniques autour de la fréquence 100 MHz, au niveau des mélangeurs, ces harmoniques contribuent à des effets d'intermodulation.

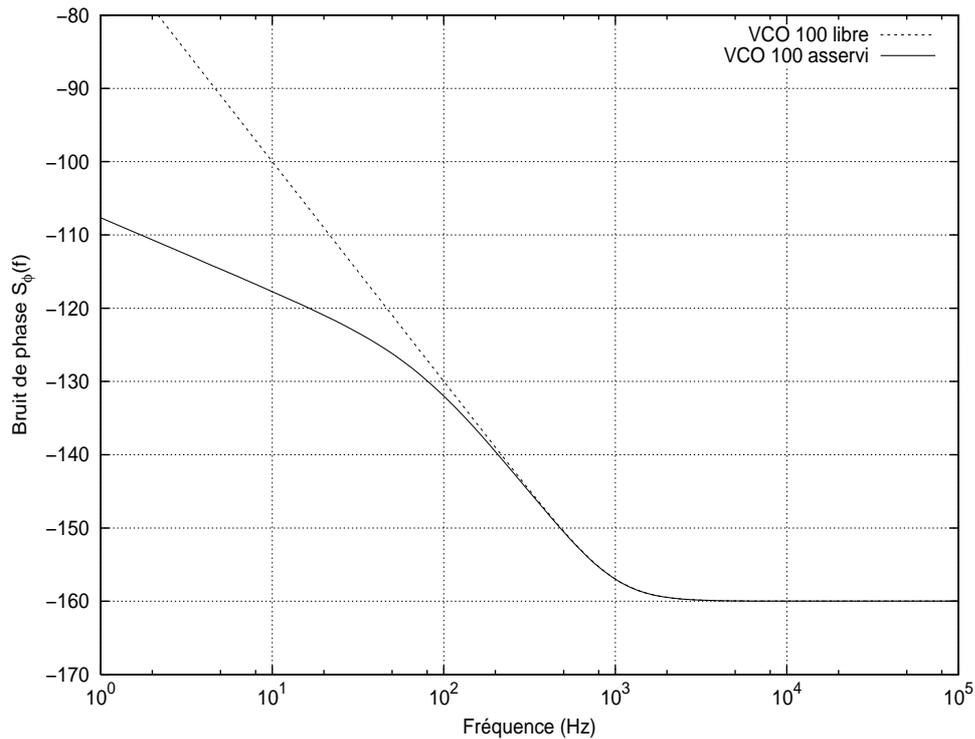


FIG. 3.57 – Bruit de phase simulé de VCO à 100 asservi.

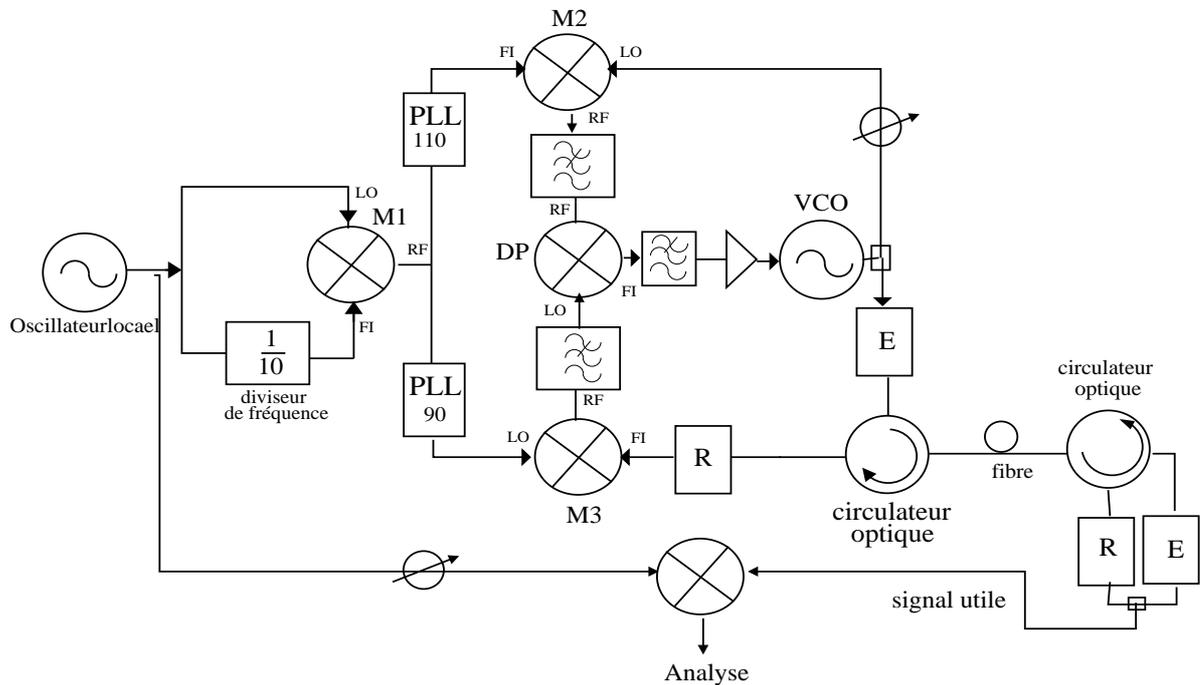


FIG. 3.58 – Schéma du performance du compensateur de phase.

Ces mesures sont effectuées à l'aide d'un analyseur de spectre HP 8591E, avec un 'span' de 50 kHz, une atténuation de 10 dB dans une bande passante de 300 Hz. Un soin particulier est apporté à notre système. Pour éliminer les raies harmoniques indésirables qui sont générés dans le processus non linéaire de mélangeur. Il faut utiliser des filtres, en prenant en compte des variations de la

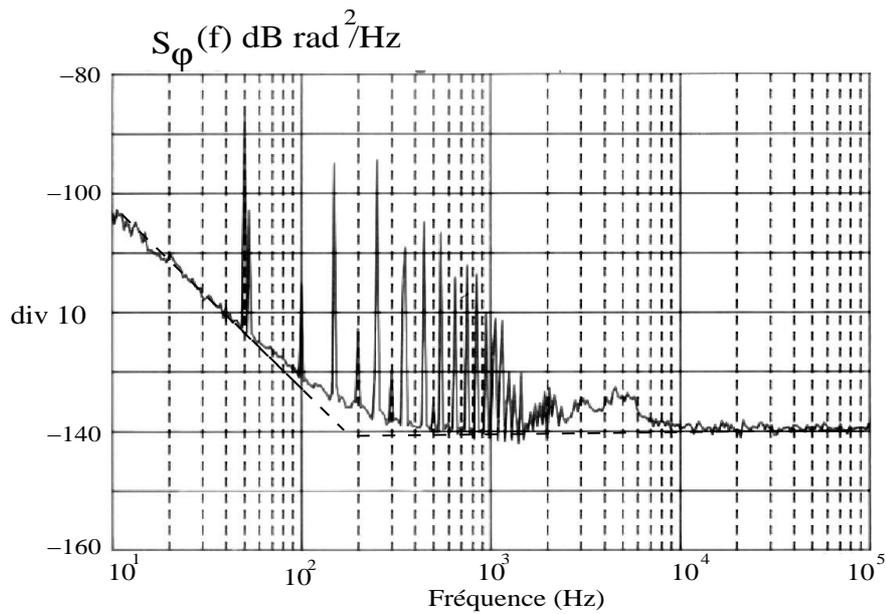


FIG. 3.59 – Bruit de phase avec asservissement.

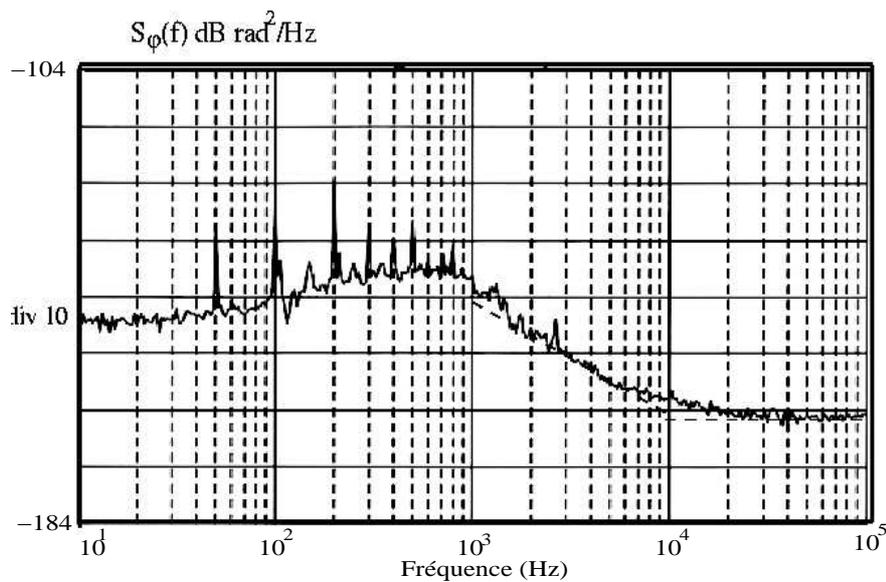


FIG. 3.60 – Signal d'erreur avec asservissement.

Position	100 MHz	200 MHz	300 MHz	400 MHz	500 MHz	600 MHz	700 MHz
$E_1$	11,6	-27	-28	-43,4	-41,4	-48,3	-50,2
$E_{11}$	11	-29,7	-28,6	-62,7	-62,7	-87,4	-88,3
$E_2$	7,7	-28,6	-22	-28,4	-35	-35,7	-33
$E_{22}$	8,4	-26	-35,1	-46	-41,3	-50	-46,9
$E_3$	7,85	-33	-34,2	-45,9	-34,4	-52,7	-43,7

TAB. 3.5 – analyse de la pureté spectrale de la carte d'asservissement.

température, au vieillissement, la fréquence centrale de ces filtres cela entraîne une dérive de phase.



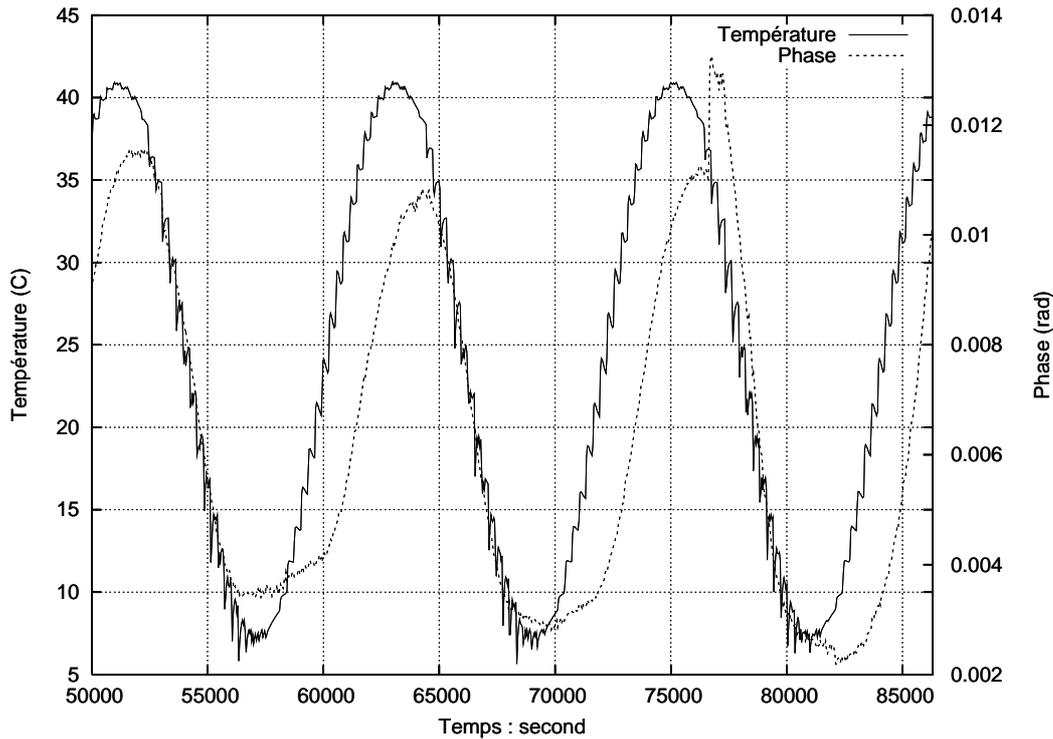


FIG. 3.62 – Sensibilité thermique en BF pour une variation de la température de l'ordre de  $35^\circ$

	$\sigma_y(\tau)$ ( $10^3 s$ )	$\tau_M$	Gain thermique
Sans contrôle	$2 \cdot 10^{-15}$	$\sim 10^3 s$	1
1	$6 \cdot 10^{-16}$	$\sim 10^4 s$	10
2	$2 \cdot 10^{-16}$	$> 10^7 s$	20
3	-	-	77

TAB. 3.8 – Les performances des trois systèmes de compensation.

### 3.4 Conclusion

Nous avons testé 3 systèmes de compensation des effets thermiques sur les fibres. Ces 3 systèmes de complexité et de performances croissantes. Le tableau 3.8 résume ces performances.

Le premier dispositif limite le transfert de la stabilité du maser sur des durées supérieures à  $10^4$  s.

Plusieurs améliorations sont envisageables pour la suite de ce travail :

- L'amélioration de la pureté spectrale des oscillateurs à quartz à 90, 100 et 110 MHz.
- La réduction des effets d'intermodulation des mélangeurs. Ceci nécessite une étude approfondie du comportement réel du mélangeur. En particulier nous devons inclure dans le modèle les déphasages respectifs des différents harmoniques.
- Enfin, pour transmettre la stabilité à court terme de l'oscillateur cryogénique, il sera nécessaire d'utiliser une source laser plus performante qui possède un bruit d'intensité RIN de l'ordre de  $-165$  dB/Hz. Il est également possible de corriger en partie le bruit de phase provient des émet-

teurs (voir figure 3 de l'Annexe 3).



# Annexe 3

## 1 Mise en place du réseau de fibres

Chaque laboratoire est équipé d'un rack de 24 fibres, avec des connections de type SC/SC où FC/FC à chaque bout de fibre.

Le schéma suivant montre la connexion optique inter-laboratoires réalisée.

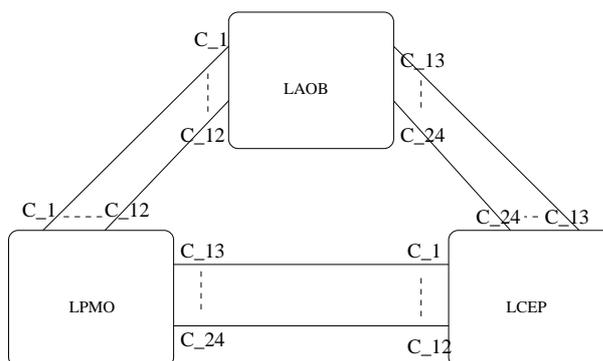


FIG. 1 – Numérotation du réseau de fibre optique.

Chaque laboratoire se départage à part égale de 12 fibres, pour être connectés aux autres laboratoires. Une plaque désigne leur bifurcation avec l'indication de la destination, qui sont notées comme suite de  $C_1$  à  $C_{24}$ .

Par exemple les fibres  $C_1$  à  $C_{12}$  partant de l'observatoire respectivement vers  $C_1$  à  $C_{12}$  du LPMO (chacune avec celle qui correspond  $C_1$  avec  $C_1$ ).

Les fibres  $C_{13}$  à  $C_{24}$  partent du LPMO respectivement vers  $C_{13}$  à  $C_{24}$  du LCEP.

Par contre, vers la destination LPMO, les fibres arrivants  $C_1$  à  $C_{12}$  du LCEP sont reliés à  $C_{13}$  à  $C_{24}$ .

Seules les deux fibres  $C_{13}$  et  $C_{14}$  du LPMO ont des connecteurs de type FC/APC/ FC/APC.

$C_1$  à  $C_{12}$  LPMO

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24

$C_{13}$  à  $C_{24}$  ENSMM

FIG. 2 – Carte fibre optique.

## 2 Principe d'un lien optique avec suppression du bruit de phase de la source laser.

Pour être indépendants du bruit de phase générés par la diode laser nous proposons un schéma amélioré de lien légèrement plus complexe, qui est décrit en figure (3).

Au niveau du site émetteur, nous allons prélever à la sortie de l'émetteur via le récepteur pour attaquer le premier mélangeur. Ce signal contient le bruit de phase induit par l'émetteur et il va être corrigé par la boucle de contrôle. Une fois corrigé le bruit de l'émetteur il reste à supprimer le bruit introduit par la source laser de renvoi qui peut être vu comme un amplificateur optique. Pour réaliser cela nous allons ajouter une boucle d'asservissement au récepteur.

Le signal reçu est comparé au signal prélevé à la sortie de l'émetteur par un mélangeur. Avec cette information nous commandons un DCT, qui va compenser le bruit et les fluctuations de phase de l'émetteur. Les seuls bruits qui ne seront pas corrigés sont ceux associés aux récepteur et à leur amplificateurs.

$$\Delta\phi_2 = -\Delta\phi_{laser2}.$$

$$\Delta\phi_1 = -\Delta\phi_{laser1} - \phi_f.$$





# Chapitre 4

## ECHELLE DE TEMPS

### 4.1 Introduction

Le transfert de fréquence des signaux des références des horloges à césium et du maser à hydrogène n'est pas la seule application envisagée. Nous souhaitons également exploiter ces deux types de références pour réaliser une échelle de temps physique unique locale qui présente la meilleure stabilité de fréquence accessible quelque soit la durée d'intégration. Pour cette raison, nous avons étudié et développé une méthode nouvelle et originale basée sur le principe d'une boucle à verrouillage de fréquence 'Frequency locked loop' FLL.

Cette méthode consiste à asservir un oscillateur contrôlé en tension VCO simultanément sur une horloge à césium et un maser à hydrogène. Les deux horloges disponibles dans chaque laboratoire sont libres (on ne peut pas asservir le maser sur le césium ni le césium sur le maser <sup>2</sup>).

Dans ce chapitre, nous définissons d'abord, les principes de base du dispositif d'asservissement. A partir d'un schéma de principe, nous présentons d'une part, les outils de simulation utilisés pour modéliser ces éléments et d'autre part, la description des détails de l'asservissement d'un oscillateur idéal sur deux références idéales, en validant la méthode par des simulations montrant la stabilité de l'oscillateur asservi.

Une simulation réaliste d'oscillateur à quartz, césium et maser à hydrogène sera effectuée, afin d'intégrer tous ces éléments pour proposer une réalisation physique d'un dispositif d'asservissement.

---

<sup>2</sup>Le maser est utilisé pour mesurer la stabilité d'oscillateur à quartz et le césium participe au TAI et au T.A.(F).

## 4.2 Principe et simulation

### 4.2.1 Principe de la boucle à verrouillage de fréquence

Nous avons défini dans le chapitre 2, section 2.3.2, le principe de la boucle à verrouillage de phase. Une PLL permet d'asservir la phase d'un oscillateur local à celle d'une référence. Le comparateur de phase compare la phase de l'oscillateur local  $\varphi_{osc}$  à la phase de la référence  $\varphi_{ref}$ . Lorsque la boucle est verrouillée, soit  $v_{osc} = v_{ref}$  les fréquences de l'oscillateur et de la référence sont égales, la tension en sortie du comparateur de phase est filtrée, seule la composante basse fréquence à l'image du déphasage sera directement appliquée au VCO.

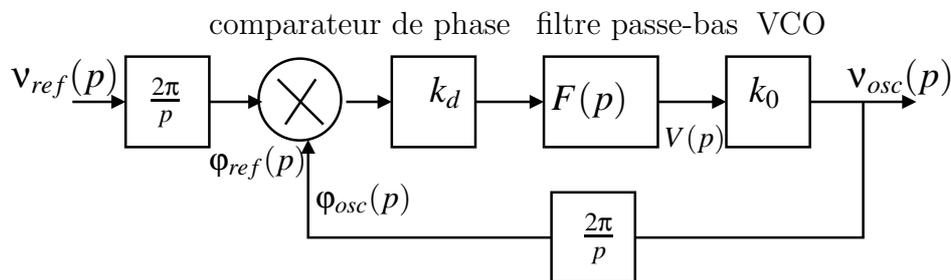


FIG. 4.1 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de phase d'un oscillateur par rapport à une référence.

Le passage de la fréquence à la phase se fait en multipliant par  $\frac{2\pi}{p}$  figure (4.1). Le déplacement des blocs permet d'aboutir à la figure (4.2). La boucle à verrouillage de phase (PLL) permet également un asservissement de fréquence (FLL).

La différence avec une PLL, consiste en un bloc de traitement du signal d'erreur, correcteur (partie 'intelligente' de la boucle). Ce bloc est constitué d'un traitement numérique et d'un convertisseur numérique analogique CNA.

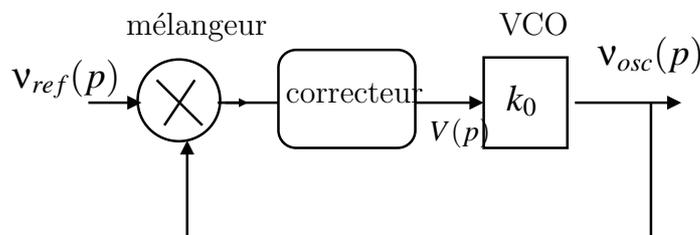


FIG. 4.2 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de fréquence d'un oscillateur sur une référence.

La tension de la commande délivrée par ce dernier, permet de contrôler l'oscillateur VCO qui fournit ainsi un signal de fréquence corrigée  $v_{osc}$  doit converger en régime établi vers celle de la référence  $v_{ref}$ .

Le signal à la sortie de l'oscillateur peut combiner la stabilité à court terme de l'oscillateur libre, et l'exactitude de la référence à long terme.

#### 4.2.2 Asservissement d'un oscillateur sur deux références.

Pour asservir un oscillateur sur deux références, on peut réaliser deux boucles à verrouillage de fréquence (Fig.4.3). Cette boucle d'asservissement est réalisée de façon à actionner l'oscillateur VCO pour minimiser les signaux  $v_{ref1} - v_{osc}$  et  $v_{ref2} - v_{osc}$  dans leur gamme respective de meilleure stabilité. Si par exemple la référence 1 est stable à long terme, alors en cherche à minimiser les variations  $v_{ref1} - v_{osc}$ , dans le cas où la référence 2 est stable à court terme, alors en minimise les variances  $v_{ref2} - v_{osc}$ .

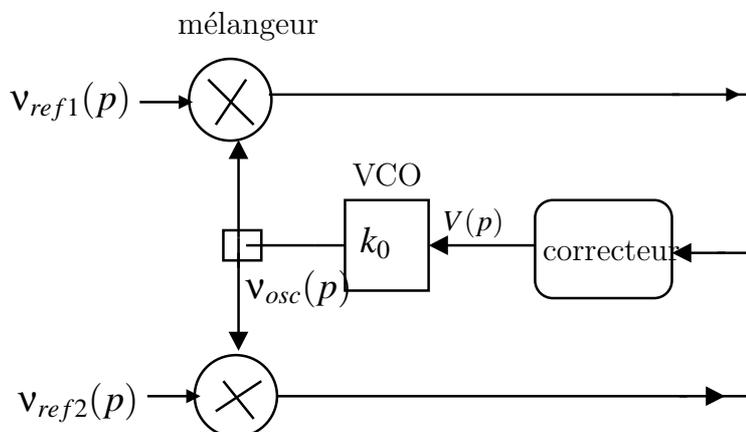


FIG. 4.3 – Système d'asservissement d'un oscillateur sur les deux fréquences de références.

Expliquons comment faire pour que la boucle actionne l'oscillateur de manière intelligente : l'asservissement comporte quatre étapes comme l'indique schématiquement la figure (4.4) :

1. génération de deux signaux d'erreur  $y_{ref1} - y_{osc}$  et  $y_{ref2} - y_{osc}$ ,
2. signal d'erreur des deux références par soustraction,
3. discrimination de  $y_{ref1}$  et  $y_{ref2}$  par filtrage, (décrit dans 4.4.1)
4. génération du signal d'erreur final  $\hat{y}_{osc}$  par soustraction, action sur l'oscillateur.

#### 4.2.3 Principe de la discrimination des deux horloges de référence.

##### 4.2.3.1 Simulation d'horloges de référence.

On modélise comme le montre la figure (4.5)<sup>3</sup> les fluctuations relatives de fréquence de deux horloges de références dont l'une est stable à moyen terme  $y_{ref2}$ , et l'autre est stable à long terme  $y_{ref1}$ . La

<sup>3</sup>Une translation est appliqué au courbe pour avoir une bonne lisibilité.

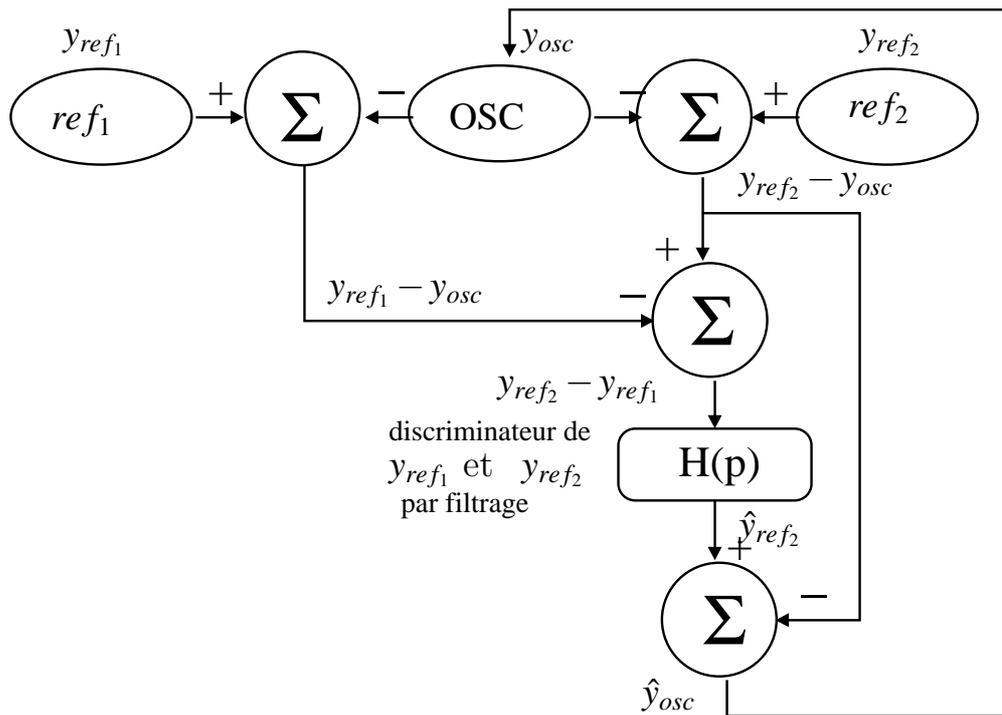


FIG. 4.4 – Les quatre étapes d'asservissement.

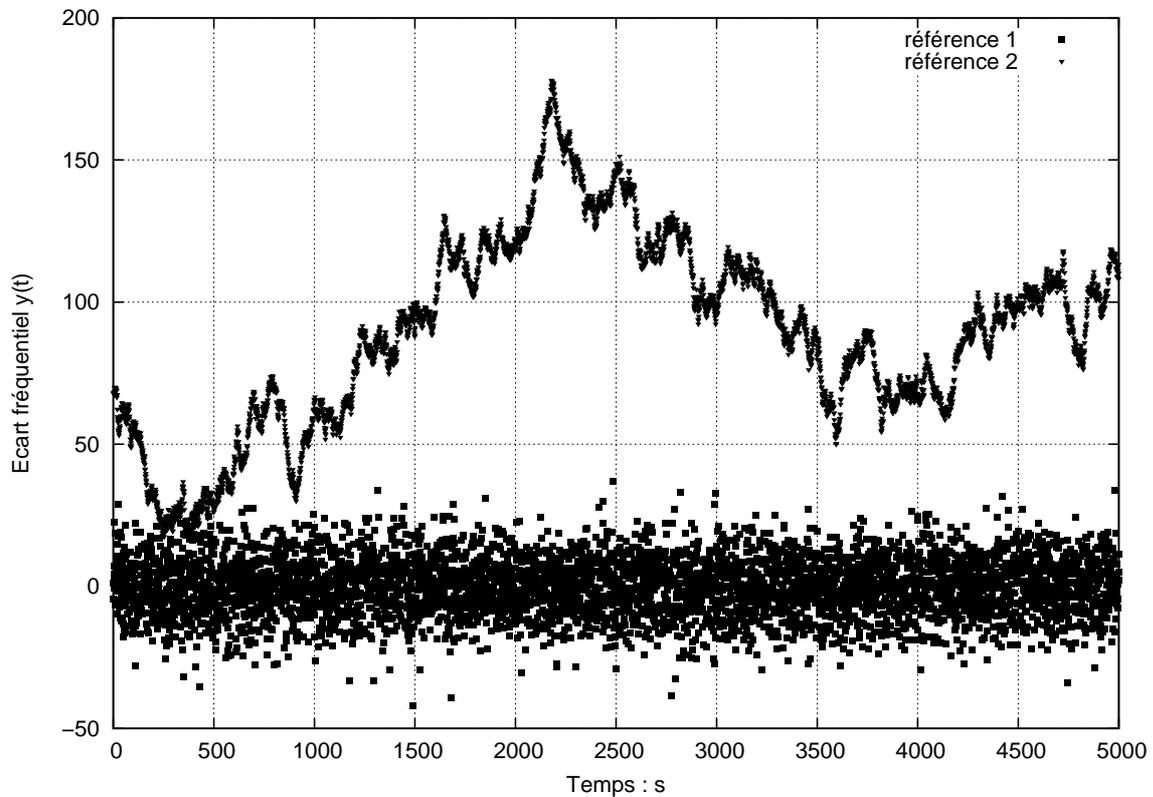


FIG. 4.5 – Bruit blanc et marche aléatoire.

comparaison des deux références, nous permet de connaître la différence  $y_{ref2} - y_{ref1}$  (figure 4.6).

En transformant les séquences temporelles simulées, en densités spectrales, l'intersection des deux

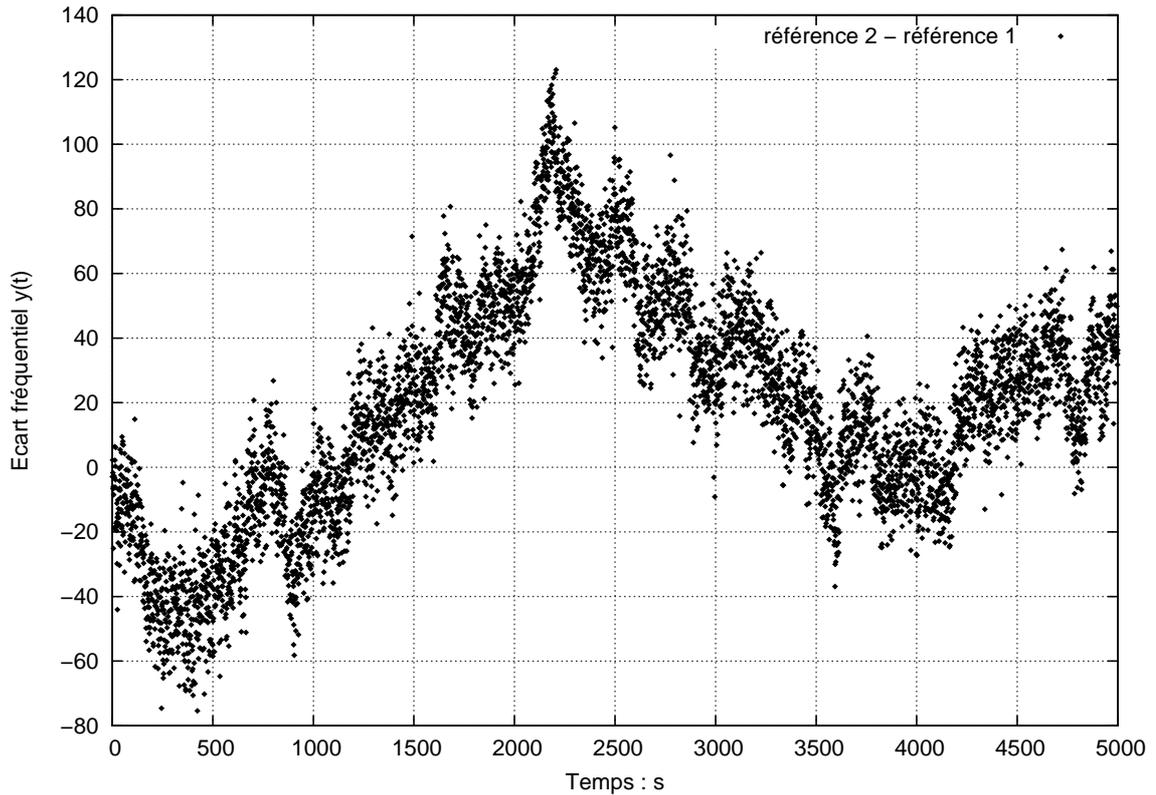


FIG. 4.6 – Différence d'écart de fréquence du bruit blanc et la marche aléatoire.

courbes donne la fréquence de coupure (voir Fig : 4.7).

L'application d'un filtre récursif passe-bas au signal d'écart fréquentiel à la fréquence  $f_c = 0,03\text{Hz}$ , permet d'isoler les fluctuations à long terme d'intercomparaison d'instabilité des deux références, référence 1 et référence 2. Nous obtenons alors le signal de l'oscillateur présentant de fortes instabilités à long terme.

#### 4.2.3.2 Calcul du filtre numérique de discrimination

L'objet de ce filtre est d'estimer  $y_{ref_2}$  connaissant  $y_{21} = y_{ref_2} - y_{ref_1}$ . On note  $\hat{y}_{ref_2}$  cette estimation. Nous nous intéresserons ici aux filtres numériques récursifs, capables de discriminer les horloges des références.

Représentant la séquence discrète <sup>4</sup> du signal d'entrée par  $Y_{21}(p)$  et celle du signal filtré par  $\hat{Y}_{ref_2}(p)$ , on a :

$$\hat{Y}_{ref_2}(p) = G(p)Y_{21}(p) \quad (4.1)$$

avec  $G(p)$  la fonction de transfert d'un filtre et  $p = j\omega = j2\pi f$  ( $j^2 = -1$ ).

Prenons par exemple la fonction de transfert d'un filtre passe-bas et celle d'un filtre passe-haut qui

<sup>4</sup>échantillonné par le discriminateur

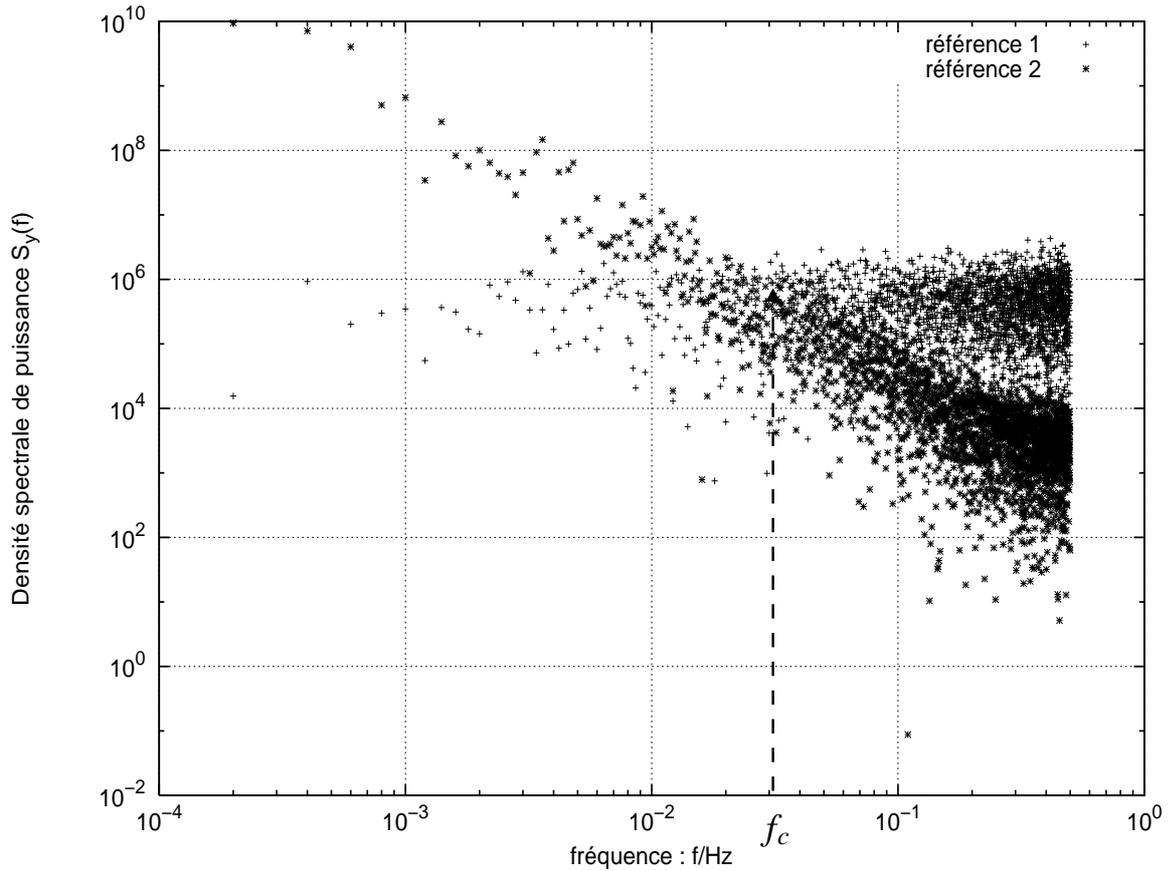


FIG. 4.7 – Densité spectrale d’horloges de référence.

s’écrivent respectivement comme suit :

$$G_1(p) = \frac{2\pi f_c}{p + 2\pi f_c}.$$

Et

$$G_2(p) = \frac{p}{p + 2\pi f_c}.$$

**Rq** : Les critères de stabilité de la boucle d’asservissement dépendent essentiellement du choix des fonctions de transfert du filtre.

On choisit de filtrer  $y_{21}$  par un passe-bas de façon à estimer  $\hat{y}_{ref_2}$ .

Pour programmer ces fonctions de transfert et ainsi filtrer la différence des signaux d’erreurs, nous introduisons les fonctions de transfert en Z (voir Annexe 4).

L’équation (4.1) devient alors :

$$\hat{y}_{ref_2}(t_n) = \frac{p_c}{1 + p_c} y_{21}(t_n) + \frac{p_c}{1 + p_c} y_{21}(t_{n-1}) + \frac{1 - p_c}{1 + p_c} \hat{y}_{ref_2}(t_{n-1}). \quad (4.2)$$

Pour calculer la valeur filtrée à l’instant  $i$ , on a besoin de cette valeur à l’instant  $i-1$ , ainsi des valeurs

non filtrée à l'instant  $i$  et  $i-1$ .

C'est cette dernière équation récursive que nous programmons par la suite.

### 4.2.3.3 Simulation du discriminateur

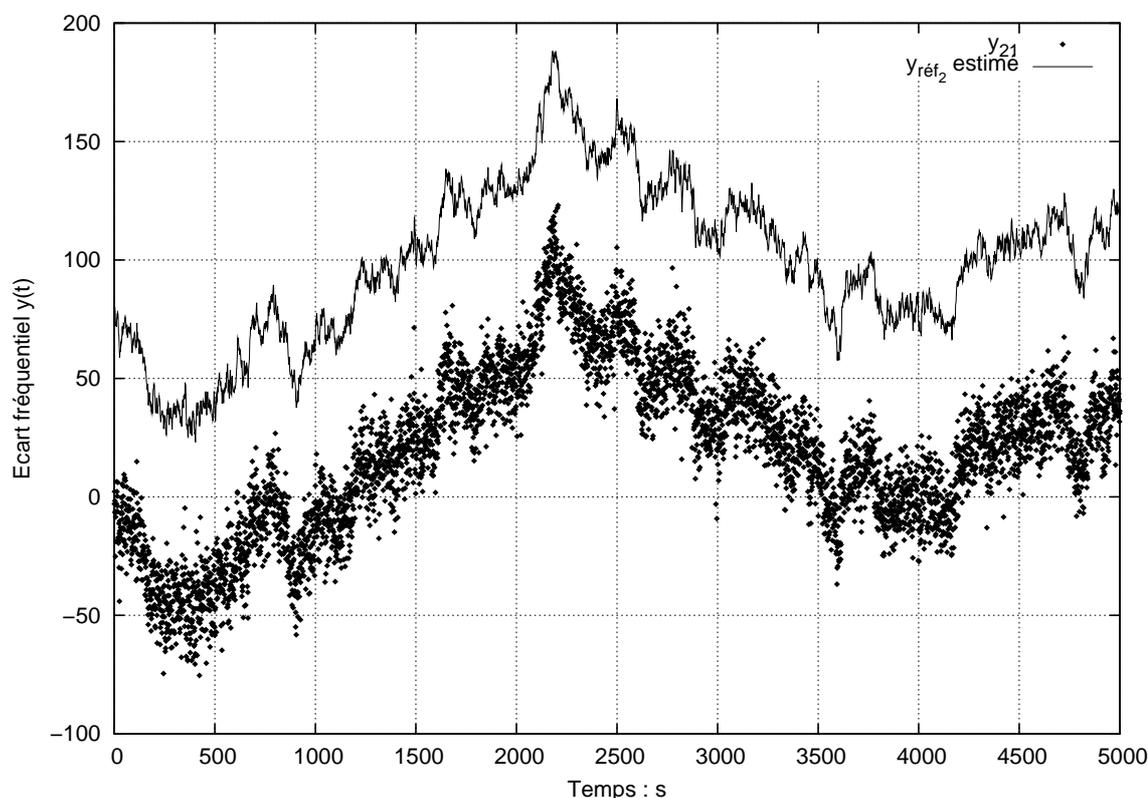


FIG. 4.8 – Signal d'erreur et signal d'erreur filtré passe-bas.

On appliquant un filtre passe-bas, on constate une diminution d'amplitude du signal haute fréquence tout en gardant le bruit basse fréquence (figure 4.8).

De même, si on applique un filtre passe-haut, on diminue le bruit BF mais on garde l'amplitude du bruit HF (inverse du cas précédent) figure (4.9).

À la sortie du filtre passe-bas numérique on trouve  $y_{ref_2}$  estimé (voir figure 4.10).

### 4.2.4 Simulation de l'asservissement d'un quartz idéal sur deux références idéales

On appelle  $y_{ref_1}$ ,  $y_{ref_2}$  et  $y_{osc}$  (ou  $y_{cs}$ ,  $y_{mh}$  et  $y_q$ ) les écarts relatifs de fréquence respectivement de la référence 1, la référence 2 et l'oscillateur à quartz. On modélise :

- $y_{ref_1}$  par un bruit en  $f^{+2}$  (bruit blanc dérivé),
- $y_{ref_2}$  par un bruit en  $f^0$  (bruit blanc de fréquence),
- $y_{osc}$  par une marche aléatoire (bruit blanc intégré).

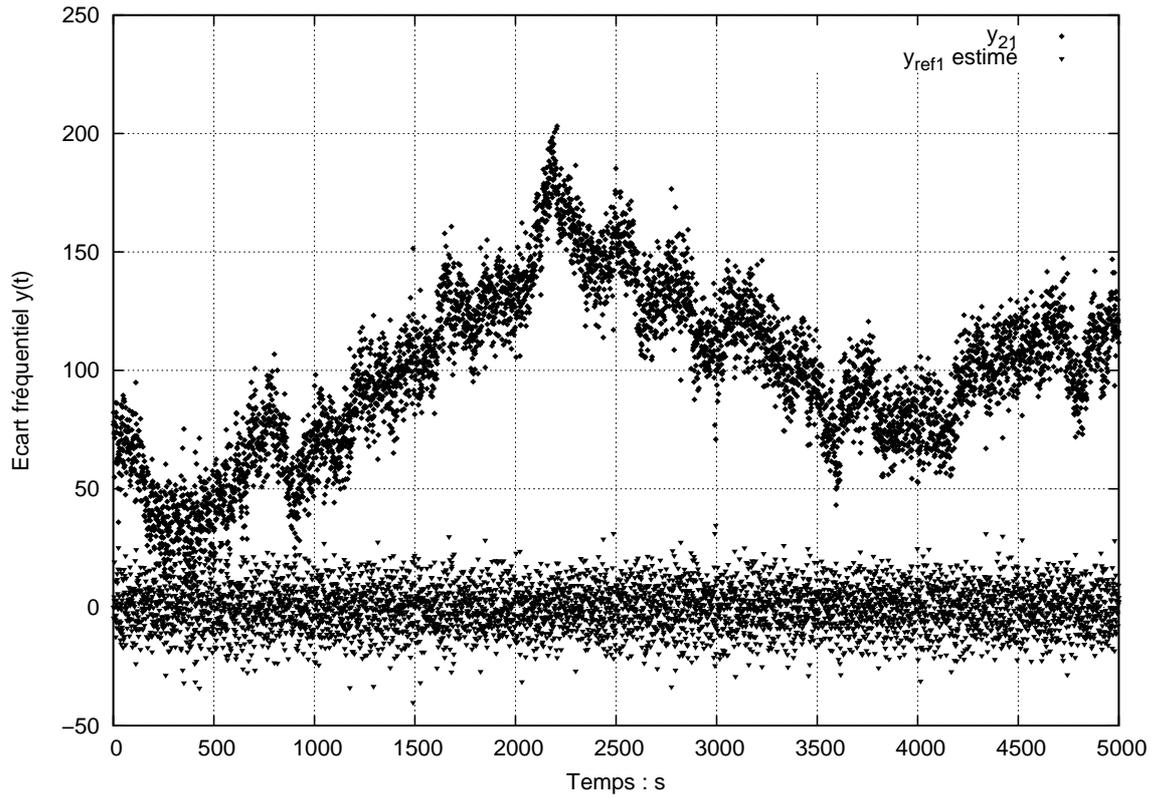


FIG. 4.9 – Signal d'erreur et signal d'erreur filtré passe-haut.

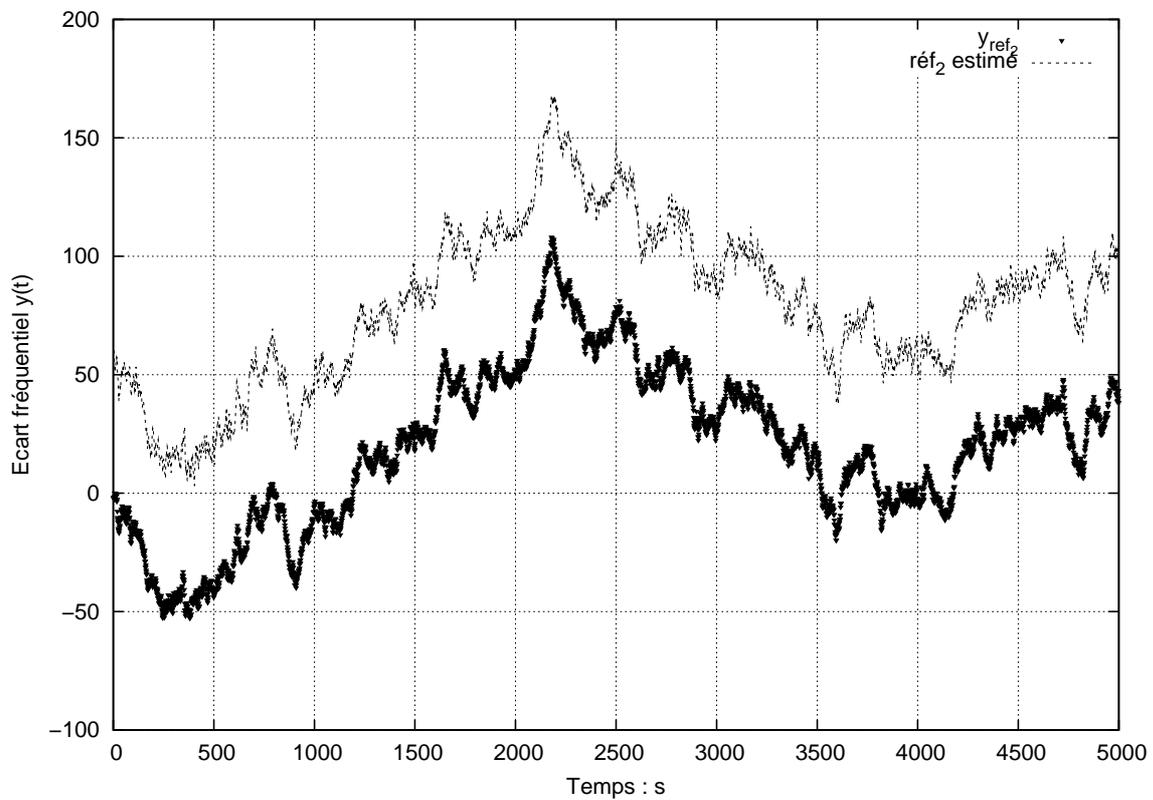


FIG. 4.10 – Signal estimé.

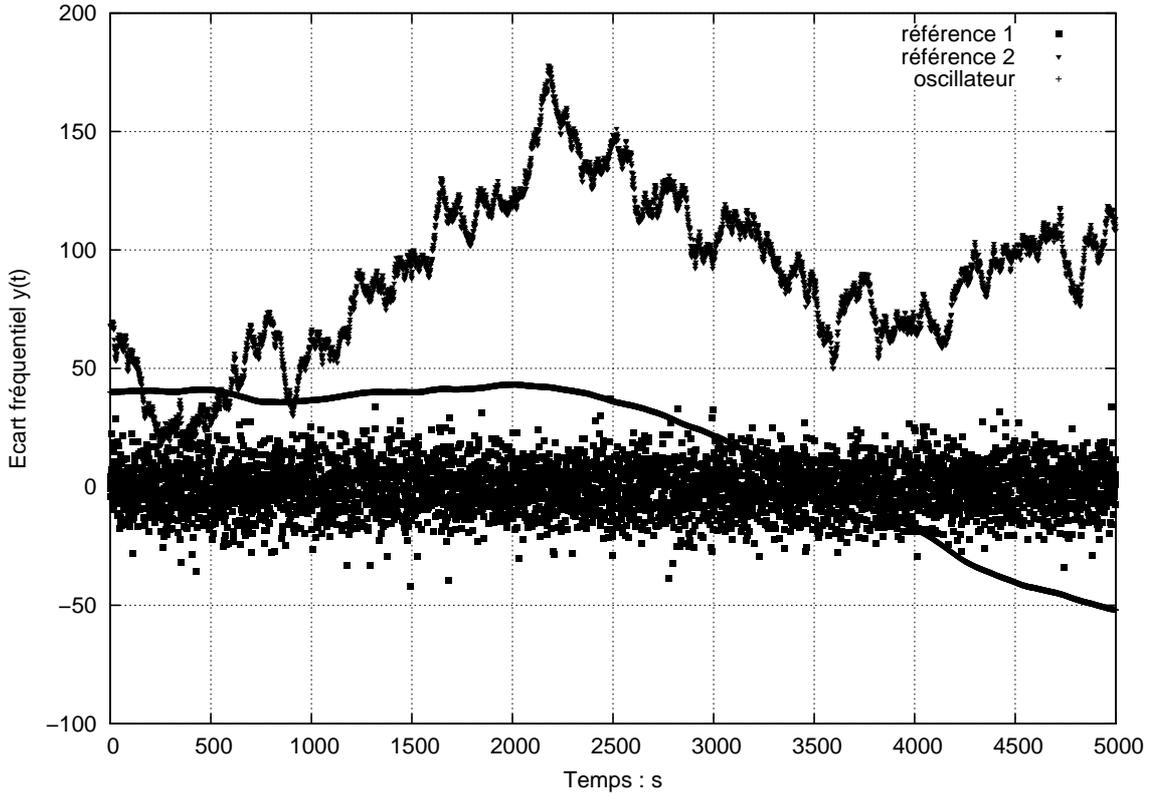


FIG. 4.11 – Bruit blanc, marche aléatoire et intégrale de la marche.

Cette modélisation est une représentation très idéalisée du bruit de fréquence d'un césium ( $y_{ref_1}$ ) stable à long terme, d'un maser à hydrogène  $y_{ref_2}$  stable à moyen terme et d'un oscillateur à quartz  $y_{osc}$  stable à court terme (voir figure 4.11).

Pour des données réelles, aucun de ces signaux n'est accessible. Seule l'intercomparaison entre deux oscillateurs est accessible : on ne peut observer que la différence des instabilités de fréquence entre deux oscillateurs,  $y_{ref_1} - y_{osc}$ ,  $y_{ref_2} - y_{osc}$  et  $y_{ref_2} - y_{ref_1} = -[y_{ref_2} - y_{osc} - (y_{ref_1} - y_{osc})]$ .

Nous obtenons ainsi, les deux signaux d'erreur  $y_{ref_1} - y_{osc}$  et  $y_{ref_2} - y_{osc}$  (voir figure 4.12) en comparant respectivement, la référence 1 avec l'oscillateur, et la référence 2 avec l'oscillateur. On finit par une troisième comparaison entre les deux signaux d'erreurs obtenues, pour trouver l'erreur  $y_{21}$  de la façon suivante :

$$y_{21} = y_{ref_2} - y_{osc} - (y_{ref_1} - y_{osc}) = y_{ref_2} - y_{ref_1}. \quad (4.3)$$

#### 4.2.4.1 Critère de choix de la fréquence du filtre

Pour atteindre notre objectif, obtenir un oscillateur qui combine les performances de l'oscillateur à quartz (oscillateur), du césium (référence 1) et du maser à hydrogène (référence 2), deux fréquences

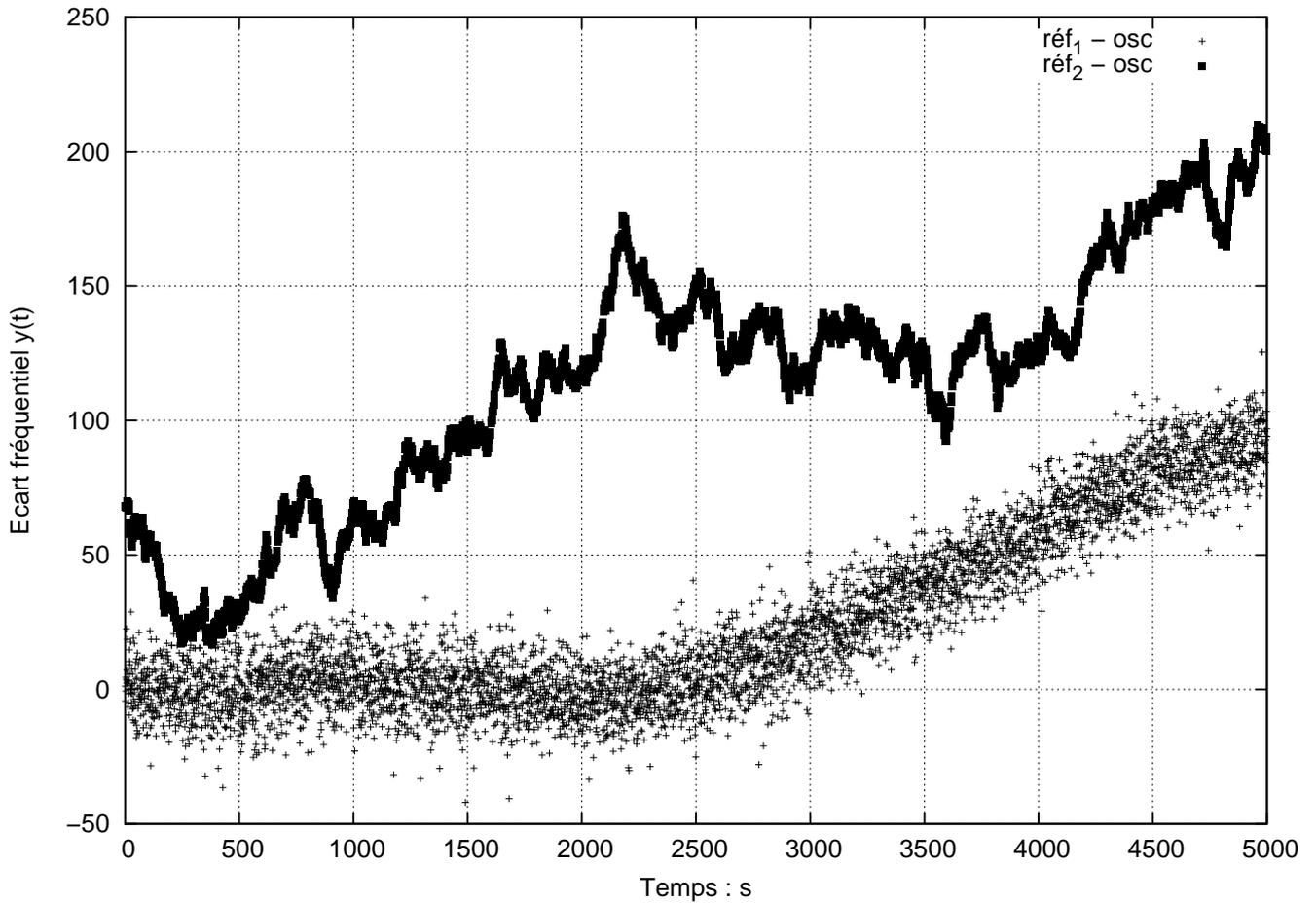


FIG. 4.12 – Générations des signaux d'erreurs.

de coupure doivent être judicieusement choisies :

- fréquence échantillonnage (la 1ère fréquence de coupure)  $\frac{1}{\tau_0}$ ,  $\tau_0$  est le pas d'échantillons. Pour les fréquences supérieures à la fréquence d'échantillonnage ( $f = \frac{1}{\tau_0}$ ), l'oscillateur est libre.
- fréquence de coupure du filtre (voir figure 4.7).

La fréquence d'application du filtre doit être comprise entre la fréquence de coupure basse  $f_{min}$  et celle de la fréquence haute  $f_{max}$ .

$$\text{avec } f_{min} = \frac{1}{N\tau_0} \text{ et } f_{max} = \frac{1}{2\tau_0},$$

où  $N$  définit la taille des échantillons.

Ici on prend donc comme fréquence d'application du filtre, approximativement  $f_c = 0,03\text{Hz}$  pour  $\tau_0 = 1\text{s}$ .

### 4.2.5 Intercomparaison des deux références

Les deux signaux observables directement sont les intercomparaisons de chacun des deux références avec l'oscillateur à quartz :  $y_{ref2} - y_{osc}$  et  $y_{ref1} - y_{osc}$ . L'intercomparaison des deux références  $y_{ref2} - y_{ref1}$  peut donc être obtenue par :  $y_{ref2} - y_{ref1} = -[y_{ref2} - y_{osc} - (y_{ref1} - y_{osc})]$  (voir figure 4.6).

#### 4.2.5.1 Discriminateur

Supposant que les instabilités à long terme sont dues seulement à la référence 1, par application d'un filtre passe-bas à  $y_{ref2}(t) - y_{ref1}(t)$ , nous pouvons évaluer la quantité  $\hat{y}_{ref2}(t)$ . La fréquence de coupure  $f_c$  est choisie de telle manière que  $S_{y_{ref2}}(f) > S_{y_{ref1}}(f)$  pour les fréquences de Fourier inférieures à  $f_c$  (voir figure 4.7).

### 4.2.6 Asservissement

On soustrait l'estimation  $\hat{y}_{ref2}$ , à l'intercomparaison  $y_{ref2} - y_{osc}$ . On obtient ainsi une estimation de la fréquence instantanée du quartz  $\hat{y}_{osc}$  :  $\hat{y}_{osc} = \hat{y}_{ref2} - (y_{ref2} - y_{osc})$ .

Nous obtenons alors  $\hat{y}_{osc}$  qui peut être employé pour corriger le VCO (voir figure 4.13).

Appelons  $\epsilon_s$  ce signal de correction. A la sortie du correcteur, nous avons donc :

$$\epsilon_s = [y_{ref2} - y_{ref1}] * g_1(t) - [y_{ref2} - y_{osc}] \quad (4.4)$$

où  $g_1$  est la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas.

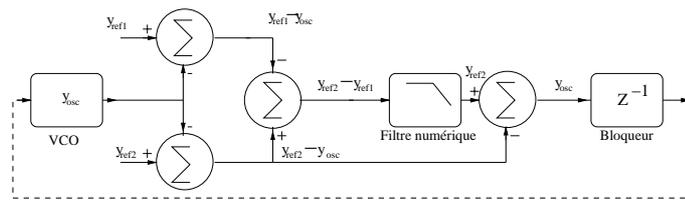


FIG. 4.13 – L'asservissement d'un oscillateur VCO sur deux références.

Nous obtenons donc par traitement numérique, la correction qu'on applique à l'oscillateur, qui est commandable en tension (voir Fig 4.14).

La qualité de la discrimination entre les instabilités de la référence 1 et de la référence 2 dépend de la pertinence du choix de la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre passe-bas. Si  $f_c$  est trop faible, on perd les fluctuations à moyen terme de la référence 1 ; si  $f_c$  est trop grande, on attribue les fluctuations à moyen terme de la référence 1 à la référence 2.

Le paragraphe suivant décrit une méthode permettant d'ajuster la fréquence de coupure  $f_c$ .

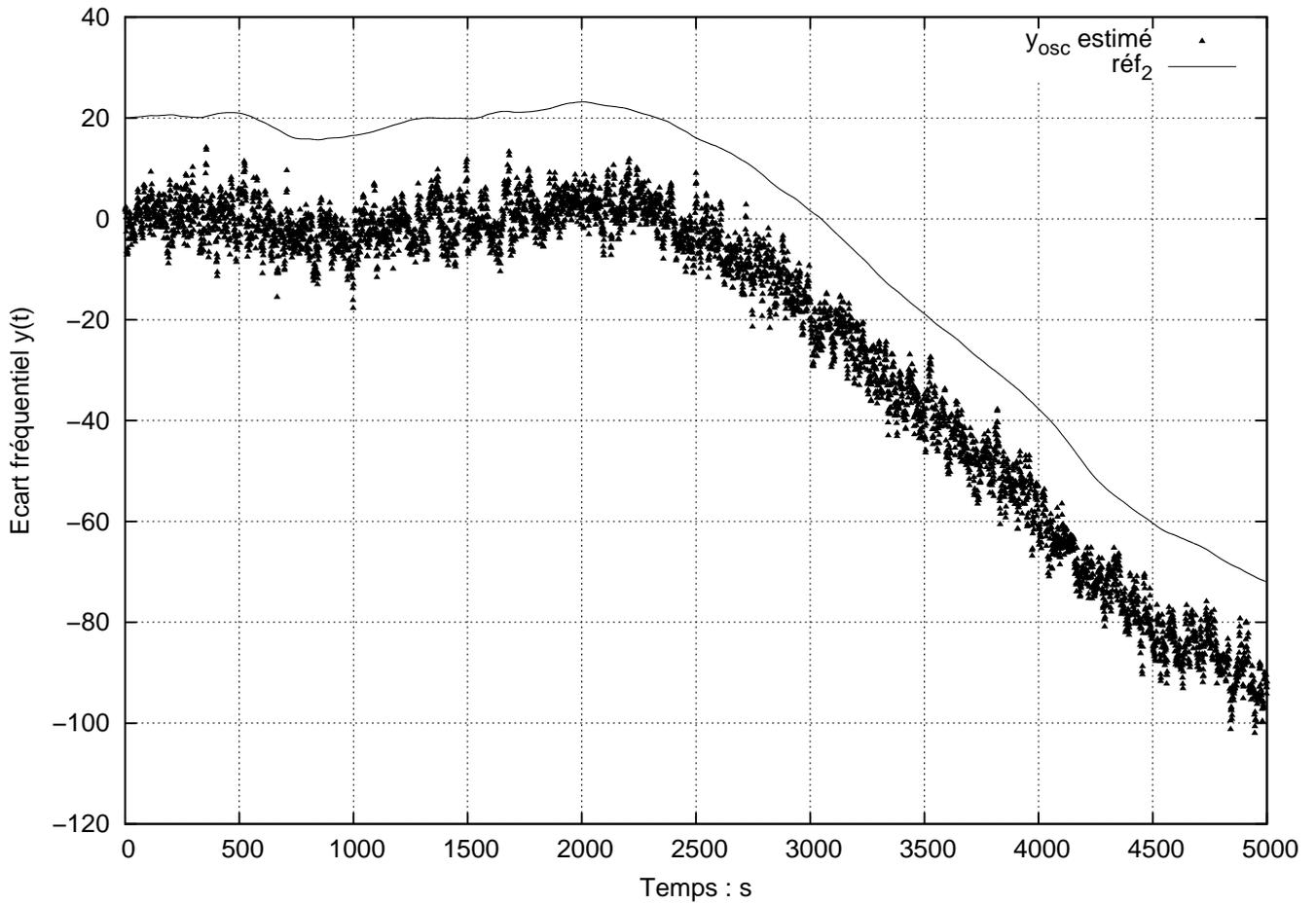


FIG. 4.14 – La correction appliquée à l'oscillateur.

#### 4.2.6.1 Méthode

On considère un VCO commandé par un signal électrique appliqué à son entrée.

Notons  $y_{osc0}$  la fréquence relative propre, qui peut évoluer librement, et  $V$  la tension de commande du VCO.

La fréquence relative de sortie s'écrit à tout instant  $t$  sous la forme :

$$y_{osc}(t) = y_{osc0}(t) + k_f \int_0^t v(\theta) d\theta, \quad (4.5)$$

où  $k_f$ , représente la sensibilité du VCO et  $v(t)$ , la tension à la sortie du correcteur.

Grâce à 4.4, cette tension de correction s'écrit :

$$v(t) = k_d \{ [y_{ref_2} - y_{ref_1}] * g_1(t) - [y_{ref_2} - y_{osc}] \}, \quad (4.6)$$

où  $k_d$  est exprimée en rad/V.

Le signal de sortie du filtre récursif, est (voir (4.3)) :

$$\hat{y}_{21}(t_n) = \frac{p_c}{1+p_c} [y_{ref_2}(t_n) - y_{ref_1}(t_n)] + \frac{p_c}{1+p_c} [y_{ref_2}(t_{n-1}) - y_{ref_1}(t_{n-1})] + \frac{1-p_c}{1+p_c} \hat{y}_{21}(t_{n-1}) , \quad (4.7)$$

où  $p_c$  est la pulsation de coupure basse.

Le développement d'équations d'asservissement reliant l'oscillateur asservi, celui libre et les deux autres oscillateurs passera par deux analyses : une analyse spectrale par une transformée de Laplace, et une analyse temporelle par une transformée en Z.

#### 4.2.6.2 Transformée de Laplace :

La transformée de Laplace de l'équation (4.5) donne :

$$Y_{osc}(p) = Y_{osc_0}(p) + \frac{k_f}{p} V(p) . \quad (4.8)$$

On remplaçant la transformée de Laplace de l'équation (4.4) dans l'équation précédente, nous obtenons :

$$Y_{osc}(p) = Y_{osc_0}(p) + \frac{k_f k_d}{p} \cdot \{ [Y_{ref_2} - Y_{ref_1}] \cdot G_1(p) - [Y_{ref_2} - Y_{ref_1}] \} \quad (4.9)$$

Après arrangement :

$$Y_{osc}(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p} Y_{osc_0}(p) + \frac{G_1(p)}{1 + \tau p} Y_{ref_1}(p) + \frac{1 - G_1(p)}{1 + \tau p} Y_{ref_2}(p) , \quad (4.10)$$

avec  $\tau = \frac{1}{k_f k_d}$ , et  $G_1(p)$  est la fonction de transfert du filtre.

Cette équation montre deux cas limite :

- À long terme ( $p \rightarrow 0$ ), l'équation (4.10) devient :

$$Y_{osc}(p) \rightarrow G_1(0) Y_{ref_1} + [1 - G_1(0)] Y_{ref_2} \simeq Y_{ref_1} , \quad (4.11)$$

par ce que  $G_1(0) = \frac{p_c}{p+p_c} \rightarrow 1$ .

- À court terme ( $p \rightarrow \infty$ ), l'équation (4.10) devient :

$$Y_{osc}(p) \rightarrow +Y_{osc_0} \frac{G_1(p)}{\tau p} \cdot Y_{ref_1} + \frac{1 - G_1(p)}{\tau p} Y_{ref_2} \simeq Y_{osc_0} . \quad (4.12)$$

Condition pour trouver  $p_c$  :  $y_{ref_1}(p_c) = y_{ref_2}(p_c) = y_{osc}(p_c)$ .

### 4.2.6.3 Transformée en Z

La transformée en Z de l'équation (4.9) est :

$$y_{osc}(z) = y_{osc0}(z) + \frac{k_f}{p} [(y_{ref1}(z) - y_{ref2}(z)) G_1(p) + y_{ref2}(z) - y_{osc}(z)] . \quad (4.13)$$

on pose  $p = \frac{z-1}{z+1}$ ,

$$y_{osc}(z) = y_{osc0}(z) + k_f \frac{z+1}{z-1} [(y_{ref1}(z) - y_{ref2}(z)) G_1(p) + y_{ref2}(z) - y_{osc0}(z)] .$$

Par définition :  $z^{-1}y(z)$  par  $y(t_{n-1})$

Après arrangement :

$$\begin{aligned} y_{osc}(t_n) = & \frac{1+p_c}{1+k_f+p_c k_f} y_{osc0}(t_n) - \frac{2}{1+k_f+p_c k_f} y_{osc0}(t_{n-1}) - \frac{1-p_c}{1+k_f+p_c k_f} y_{osc0}(t_{n-2}) + \frac{k_f}{1+k_f+p_c k_f} y_{ref2}(t_n) + \\ & - \frac{k_f}{1+k_f+p_c k_f} y_{ref2}(t_{n-2}) + \frac{k_f p_c}{1+k_f+p_c k_f} [y_{ref1}(t_n) + 2y_{ref1}(t_{n-1}) + y_{ref1}(t_{n-2})] + \frac{2(1-p_c k_f)}{1+k_f+p_c k_f} y_{osc}(t_{n-1}) + \\ & + \frac{p_c + k_f - k_f p_c - 1}{1+k_f+p_c k_f} y_{ref1}(t_n) . \end{aligned} \quad (4.14)$$

C'est cette équation que nous utilisons par la suite, en calculant la variance d'Allan des trois oscillateurs, ainsi que l'oscillateur asservi présenté par la dernière équation.

Quand la fréquence de Fourier est supérieure à la fréquence de coupure  $f_c$ , le quartz est verrouillé sur la référence 1. Si elle est inférieure à  $f_c$ , le quartz est verrouillé sur la référence 2. Nous obtenons la stabilité de l'oscillateur qui est stable à moyen et long terme.

Si la fréquence de Fourier est supérieure à la fréquence d'échantillonnage  $f_s$  alors l'oscillateur libre reste stable à court terme.

## 4.2.7 Validation par des simulations

### 4.2.7.1 Procédure :

Pour valider notre méthode, nous avons procédé par quatre étapes :

1. Nous générons des instabilités de fréquence des trois oscillateurs  $y_{ref1}$ ,  $y_{ref2}$  et  $y_{osc}$ .
2. par soustraction deux à deux de ces oscillateurs, nous obtenons des intercomparaisons :

$$y_{ref1} - y_{osc}, y_{ref2} - y_{osc} \text{ et } y_{ref2} - y_{ref1} .$$

3. La 3ème étape se compose d'un filtre passe-bas numérique récursif. À la sortie du filtre on trouve :  $\hat{y}_{ref_2}$ .
4. Nous fournissons la correction de fréquence qu'on soustrait à  $y_{ref_2} - y_{osc}$  :

$$\hat{y}_{osc} = \hat{y}_{ref_2} - (y_{ref_2} - y_{osc}).$$

#### 4.2.7.2 Stabilité de l'oscillateur asservi :

Le signal de sortie (fréquence asservie) que nous obtenons est décrit par l'équation (4.10).

$$y_{corrig} = y_{osc} - \hat{y}_{osc}. \quad (4.15)$$

C'est la stabilité de ce signal que nous allons étudier.

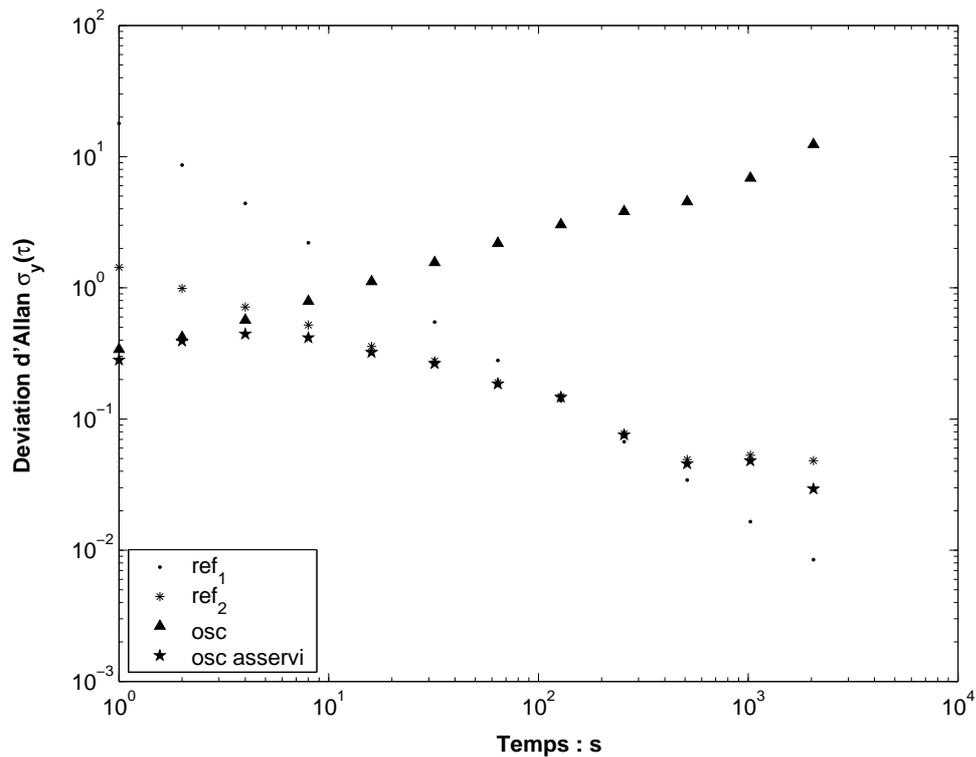


FIG. 4.15 – Oscillateur stable à moyen terme et instable à long terme.

Nous constatons que la stabilité du signal de sortie est fonction de la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre numérique et de la sensibilité d'oscillateur  $k_f$ . La fréquence de coupure  $f_c$  permet de choisir sur quelle source le VCO est verrouillé. L'équation (4.8) montre que la fréquence verrouillée  $y_{osc}(p)$  est l'intégrale du signal  $v(p)$  de correction. Elle est ainsi liée à la fréquence base, qui dépend de  $k_f$ . Les trois oscillateurs ont été simulés directement à partir de différent bruit blanc. Nous avons varié les valeurs de  $k_f$  et  $f_c$  et puis calculé  $y_{corrig}$  (équation 4.15), aussi bien que la déviation d'Allan de

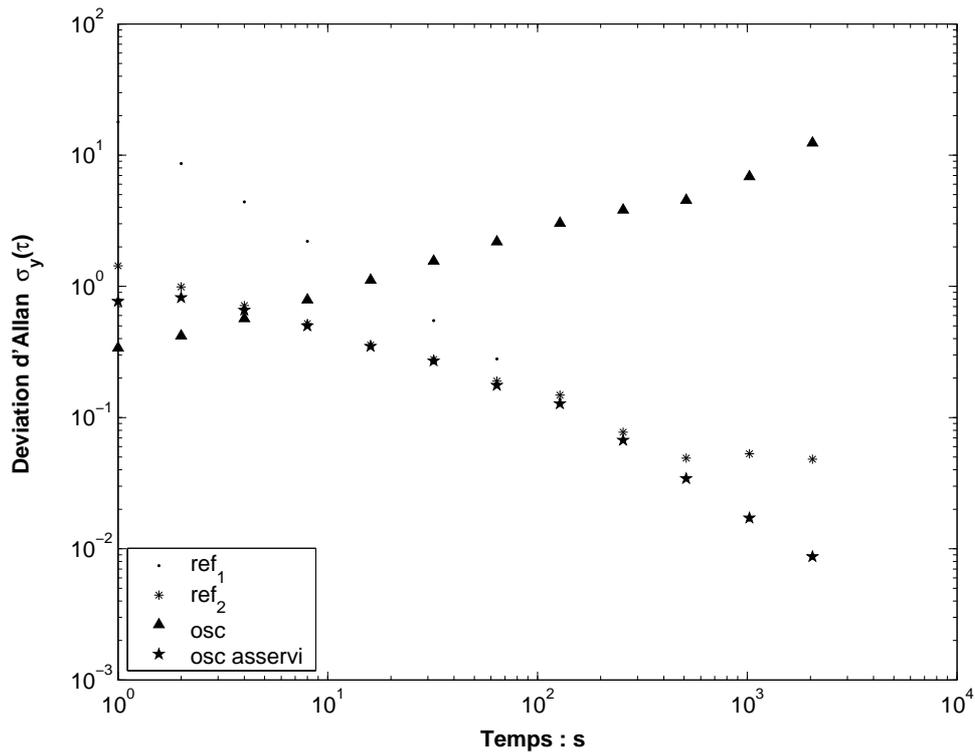


FIG. 4.16 – Oscillateur instable à moyen terme et stable à long terme.

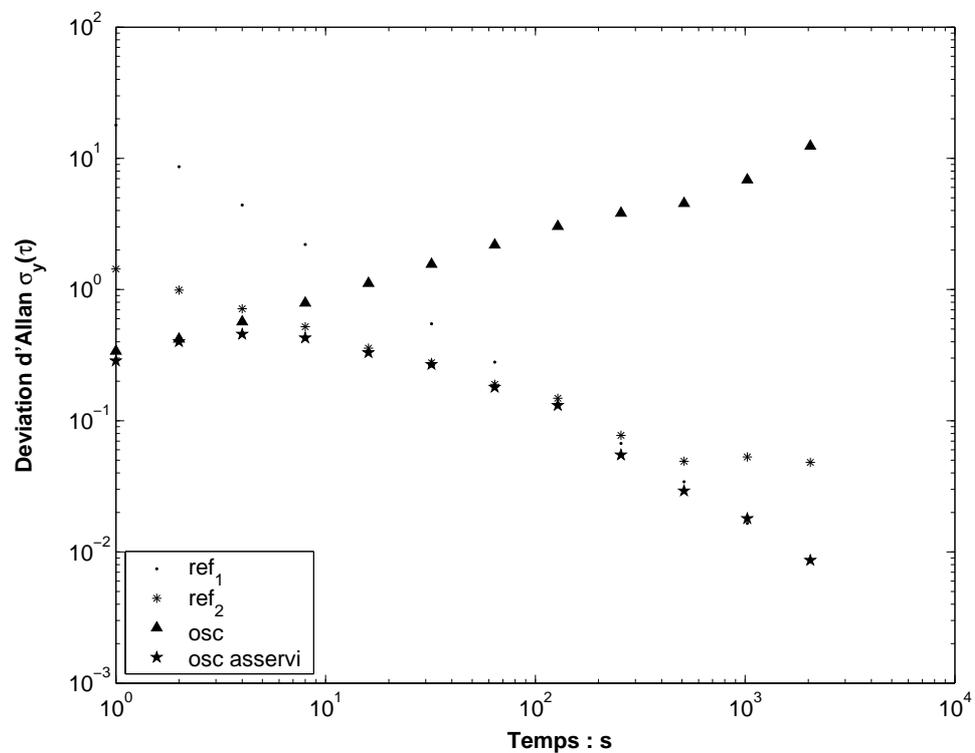


FIG. 4.17 – Oscillateur stable à moyen et long terme.

l'oscillateur corrigé. Les deux figure 4.15 et 4.16 représentent les plus mauvais résultats, nous avons obtenu ces deux courbes pour les valeurs des couples  $(k_f, f_c)$  respectivement  $(0,2, 0,08)$  et  $(0,5,$

0,03). Le meilleur résultat (figure 4.17) est obtenu quand  $f_c = 0,03Hz$  et  $k_f = 0,2$ .

D'après la figure (4.17), on constate que l'oscillateur corrigé prend la stabilité à court terme de l'oscillateur libre, sa stabilité au moyen terme en suivant le deuxième oscillateur, enfin sa stabilité à long terme est basée sur la dernière référence.

**Remarque :**

- Nous considérons lors des générations des séquences temporelles, que le pas d'échantillonnage est invariable au cours du temps. Cette hypothèse n'est pas toujours vraie dans la réalité, il est lié à la mesure d'horloge et au délai introduit par les appareillages de mesure.

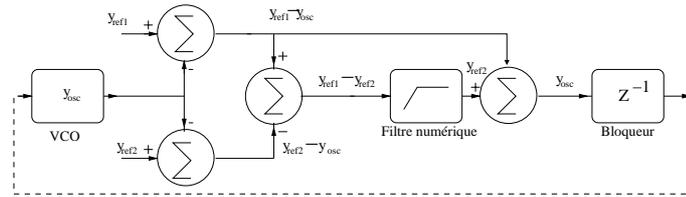


FIG. 4.18 – Les 4 étapes d'asservissement.

- Nous avons également testé par des simulations, qu'il est possible de calculer le signal de correction, en appliquant un filtre passe-haut numérique récursifs, permet d'estimer  $y_{ref1}$  connaissant  $y_{21}$  (voir figure 4.18). On soustrait cette estimation  $\hat{y}_{ref1}$  à l'intercomparaison  $y_{ref1} - y_{osc}$ . On obtient ainsi une estimation de la fréquence instantanée du quartz  $\hat{y}_{osc}$ . Les résultats de ces simulations sont données dans les figures 4.19, 4.20 et 4.21.

## 4.3 Simulation combinant une horloge à césium et un maser à hydrogène

Nous appliquons la méthode précédente sur des simulations réalisant d'oscillateur à quartz (VCO), d'horloge à Césium et du Maser à hydrogène.

### 4.3.1 Simulation des signaux des étalons

Il a été montré expérimentalement que les fréquences des étalons atomiques de fréquence avaient des variations bien modélisées par :

$$Y(t) = Dt + y(t)$$

où  $D$  est la constante de dérive linéaire de fréquence et les  $y(t)$  représentent le bruit aléatoire de  $Y(t)$ <sup>5</sup>.

<sup>5</sup>L'horloge à césium ne présente pas la dérive donc  $D=0$ .

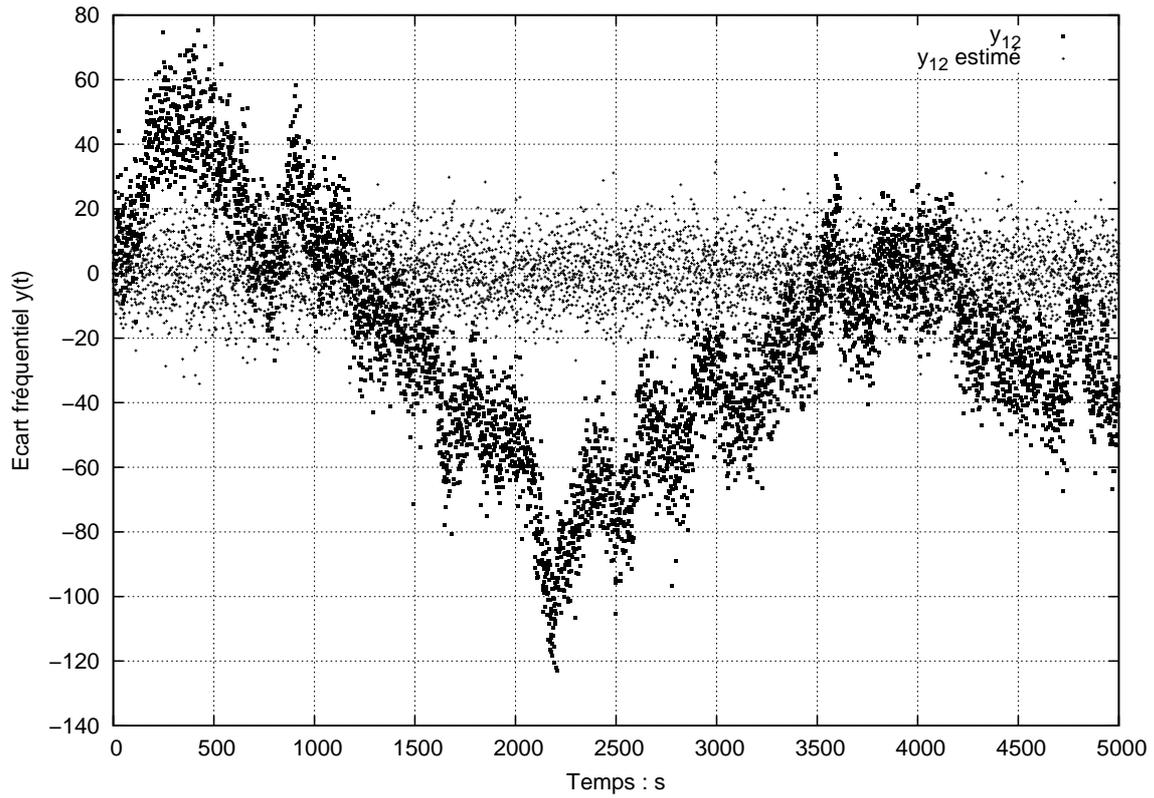


FIG. 4.19 – Signal d’erreur et signal d’erreur filtré passe-haut.

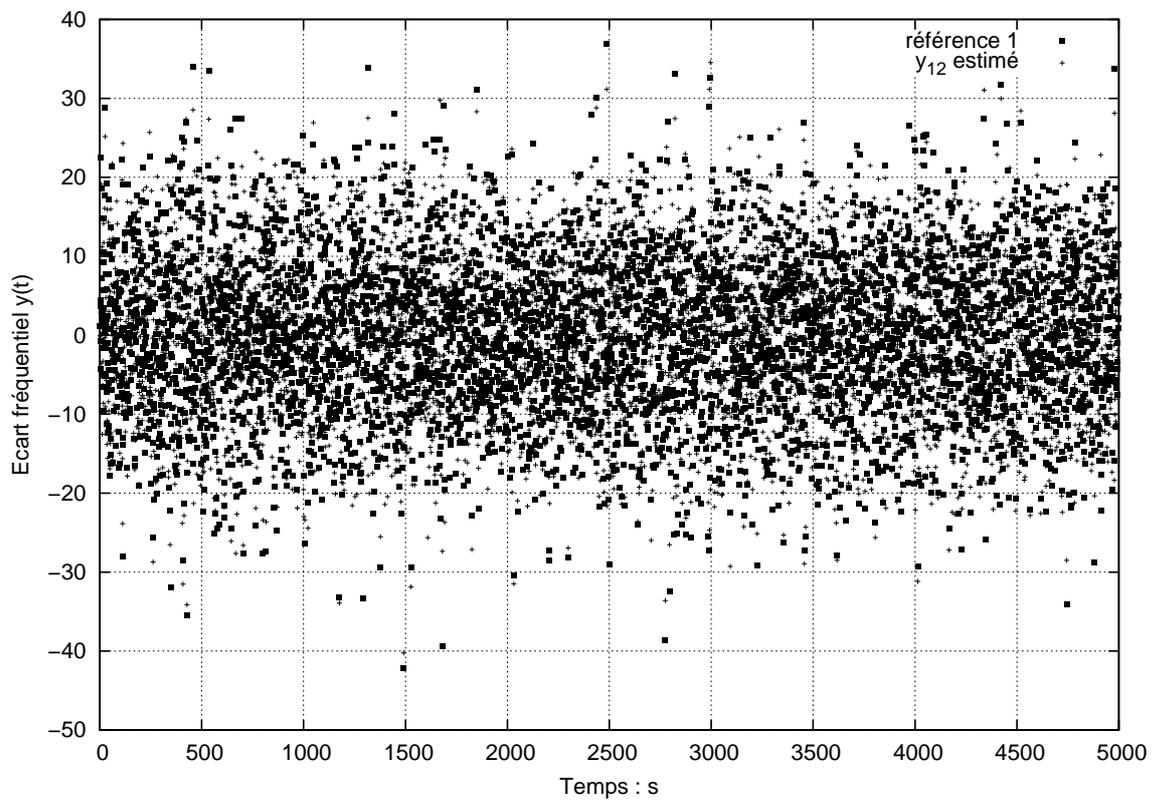


FIG. 4.20 – Signal d’erreur et signal d’erreur filtré passe-haut.

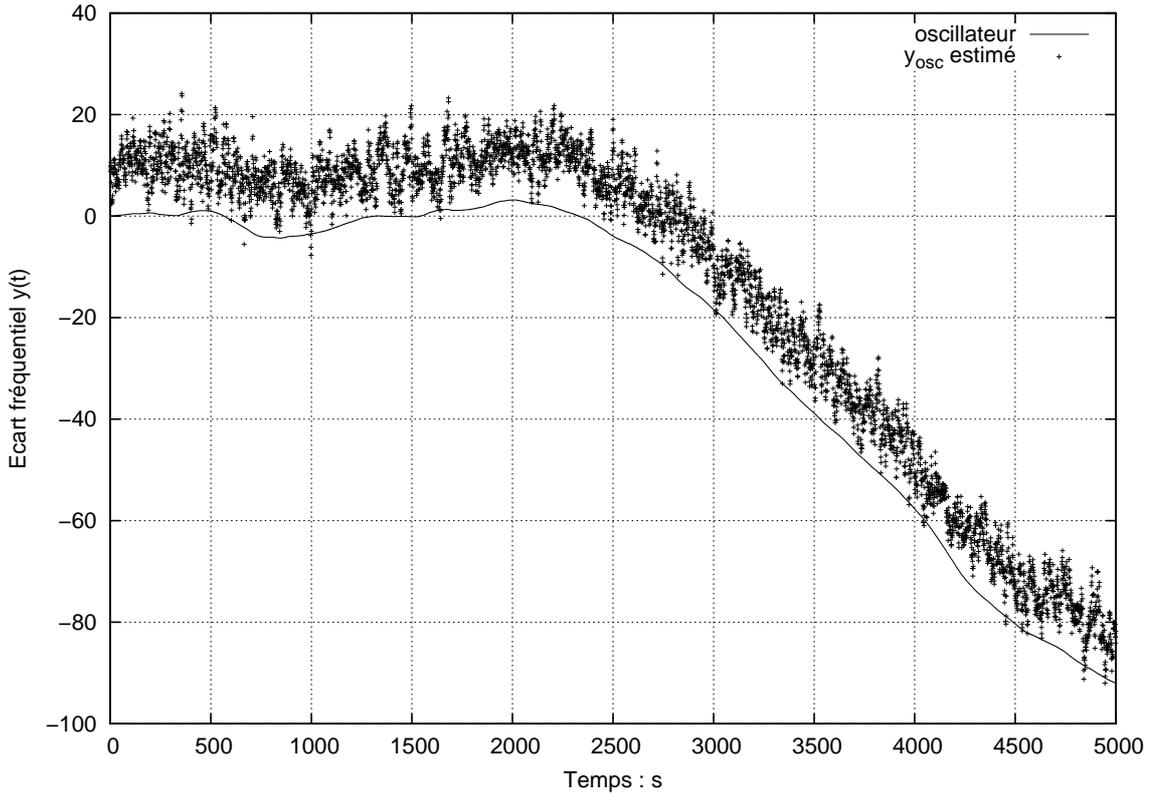


FIG. 4.21 – La correction appliquée à l'oscillateur.

Identifions d'abord les différents types de bruit, puis estimons les niveaux de bruit  $h_\alpha$  caractérisant la stabilité de chaque étalon à partir des courbes de déviation d'Allan (Fig : 4.22).

La première courbe HP5071A, correspond à l'horloge à césium, la deuxième EFOS-C correspond au maser à hydrogène avec dérive, tandis que la courbe EFOS-C (drift removed) est obtenue à partir de la dernière courbe, en soustrayant la dérive. Enfin la dernière courbe VCXO est celle d'un oscillateur à quartz commandé en tension.

En terme de stabilité, l'oscillateur le VCXO est le plus stable à court terme (durées inférieures à la seconde), le maser présente la meilleure stabilité à moyen terme jusqu'à environ quatre jours ( $3 \cdot 10^5$  secondes). Enfin le Césium prend le relais à long terme (supérieures à  $3 \cdot 10^5$  seconde).

#### 4.3.1.1 Calcul des coefficients $h_\alpha$

On peut associer à  $\sigma_y(\tau)$  un tracé asymptotique de pente variant entre  $-1$  et  $\frac{1}{2}$  ( $\tau^{-1}$ ,  $\tau^{\frac{1}{2}}$ ,  $\tau^0$  et  $\tau^{\frac{1}{2}}$ ). Ces différents modèles de bruit en loi de puissance nous permettant facilement de distinguer les instabilités de fréquence de nos références, en mesurant l'intersection des courbes avec la verticale correspond à  $\tau = 1$  s. On calcule ensuite les coefficients  $h_\alpha$  correspondants (voir Annexe 4). On déduit facilement le spectre des fluctuations relatives de fréquence à partir de la variance d'Allan (voir Tableau 1.1 de l'Annexe 1).

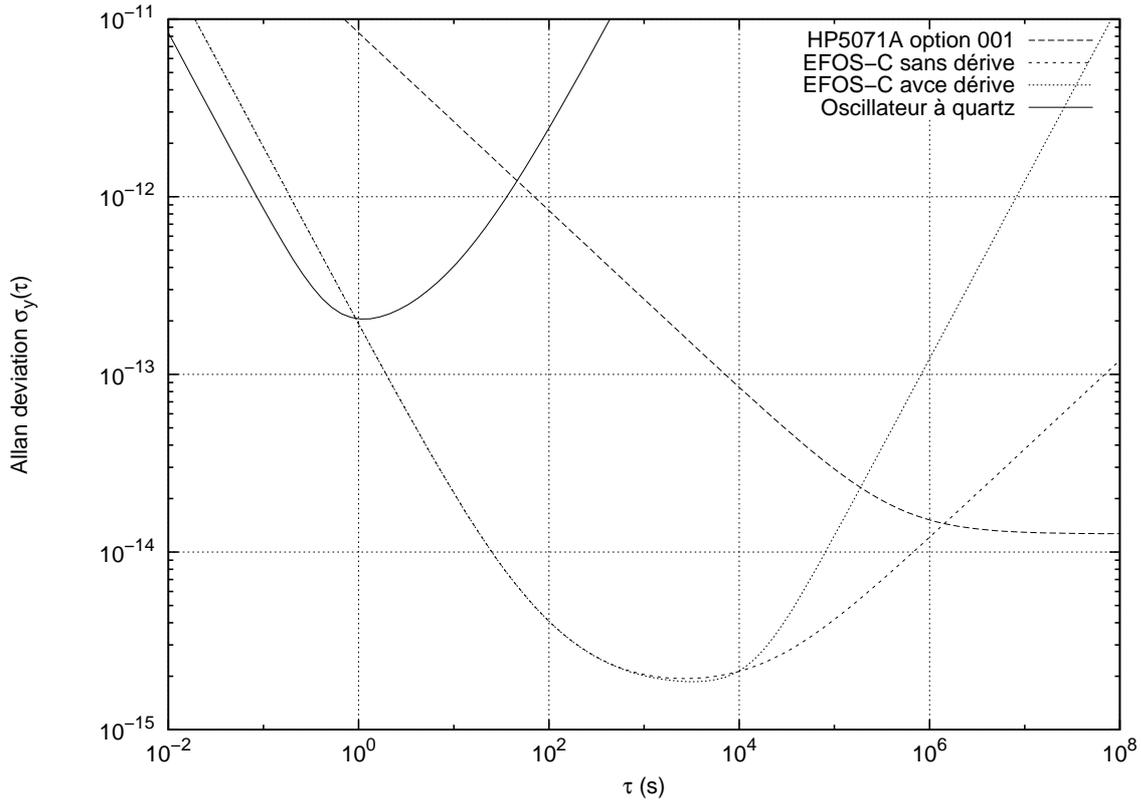


FIG. 4.22 – Déviation d'Allan des horloges de fréquence.

	VCO	MH	Cs
$h_{-1}$	$9 \cdot 10^{-26}$	$1,44 \cdot 10^{-24}$	$7 \cdot 10^{-23}$
$h_0$	$2,5 \cdot 10^{-25}$	$3 \cdot 10^{-30}$	$1,6 \cdot 10^{-29}$
$h_1$	$6,25 \cdot 10^{-26}$	$1 \cdot 10^{-27}$	
$h_2$	$4 \cdot 10^{-28}$	$3,6 \cdot 10^{-26}$	

TAB. 4.1 – Modélisation des horloges.

A partir de ces différents coefficients  $h_\alpha$ , il est possible de recalculer la déviation d'Allan théorique de chaque référence, à partir du tableau 1.1.

On génère deux séquences avec deux pas d'échantillonnage de 0,1 s et 10<sup>3</sup> s pour éviter d'avoir un temps de traitement plus long.

Les deux courbes d'Allan qui nous intéressent sont les courbes des pas  $\tau$  compris entre 1 · 10<sup>-1</sup> s et 5 s, 1 · 10<sup>5</sup> et 1 · 10<sup>6</sup> correspondant aux intersections des courbes de stabilité des différentes horloges. Cette méthode n'est pas satisfaisante lorsqu'il y a dans le signal en plus du bruit aléatoire, une dérive (bruit déterministe), (voir figures 4.25 et 4.26).

Afin de soustraire en temps réel, la dérive présente dans le signal du Maser on utilise, un filtre de Kalman [51] [52] qui est analysé dans l'Annexe 4.

En appliquant le filtre de Kalman sur toute la séquence, nous obtenons le tracé des écarts fréquentiels  $y(t)$  de la figure (4.27). La courbe intéressante en  $\tau$  devient une courbe en  $\tau^{1/2}$ , ce qui prouve que

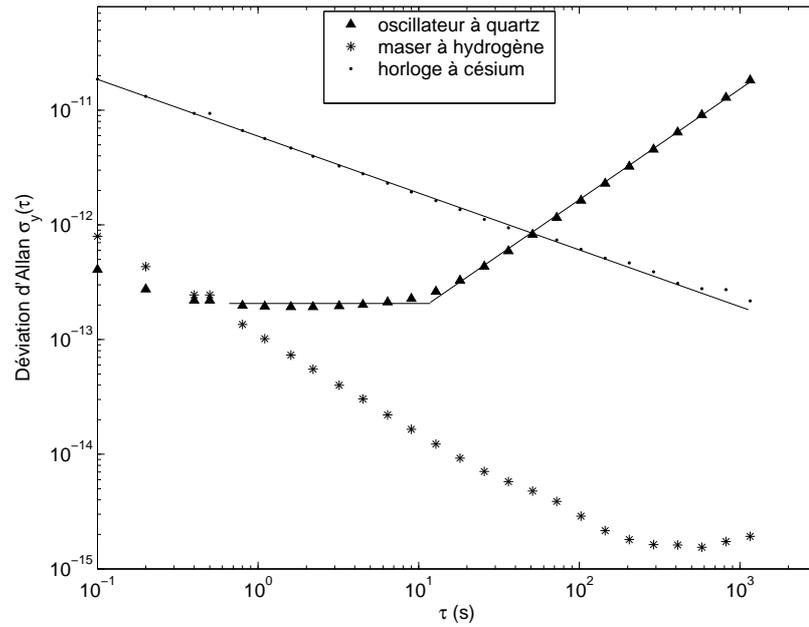


FIG. 4.23 – Stabilité à court terme de l’horloge à Césium, du Maser et de l’Oscillateur VCO.

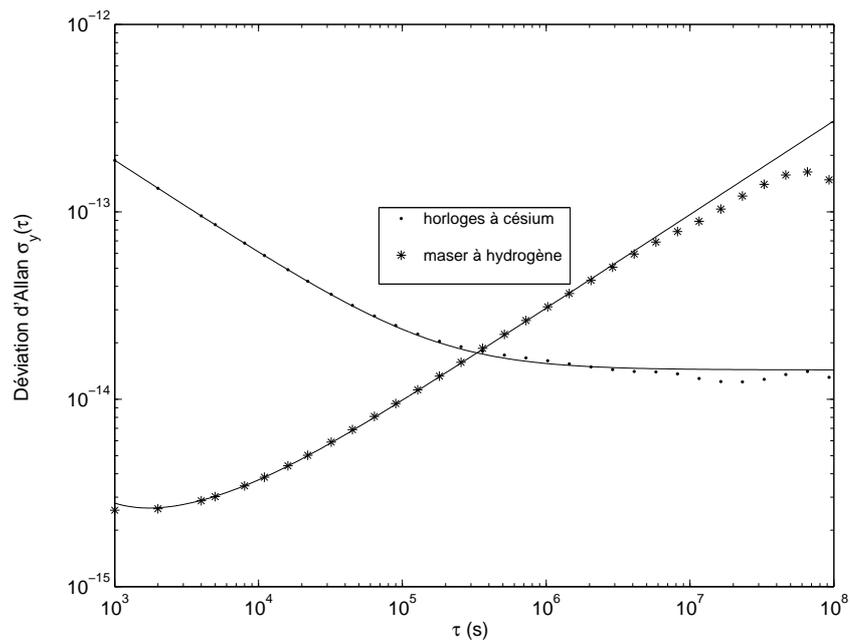


FIG. 4.24 – Stabilité à long terme de l’horloge à Césium et du Maser.

la dérive du maser à été éliminée par filtrage.

Réalisons maintenant l’asservissement, après soustraction de la dérive du Maser.

### 4.3.2 Correction

Une fois la dérive enlevée, il suffit alors de calculer la correction à appliquer à l’oscillateur commandable en tension (VCO), comme nous l’avons faite au paragraphe précédent.

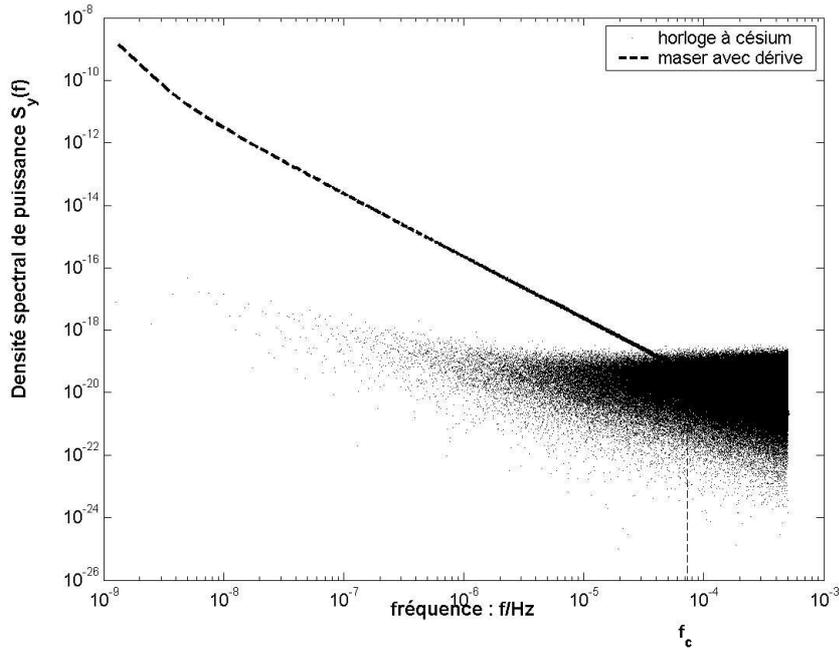


FIG. 4.25 – Densité spectrale d’horloge à césium et maser à hydrogène avec la dérive.

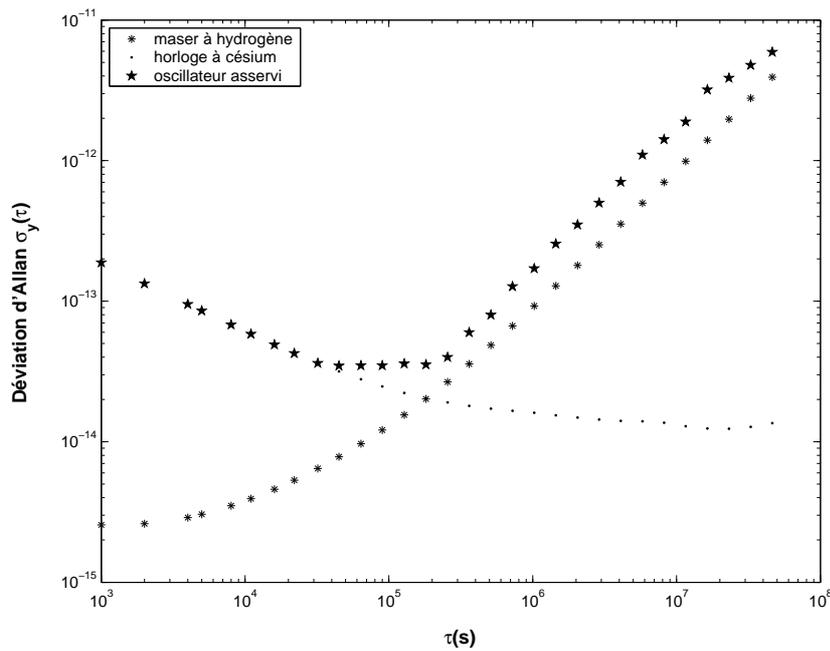


FIG. 4.26 – Oscillateur instable à moyen et long terme.

On considère que les instabilités d’un oscillateur à quartz sont essentiellement à moyen terme, celles d’un maser le sont à long terme alors que celles d’un césium le sont à court terme (voir figure 4.28). Il suffit alors de filtrer l’intercomparaison entre l’horloge à césium et le maser grâce à un filtre passe-bas, dont la fréquence de coupure a été judicieusement choisie pour séparer les fluctuations à long terme, que l’on assimile au bruit du maser à hydrogène (voir figure 4.29).

La stabilité de l’oscillateur asservi comparé à la stabilité du maser et à celle du césium est présentée

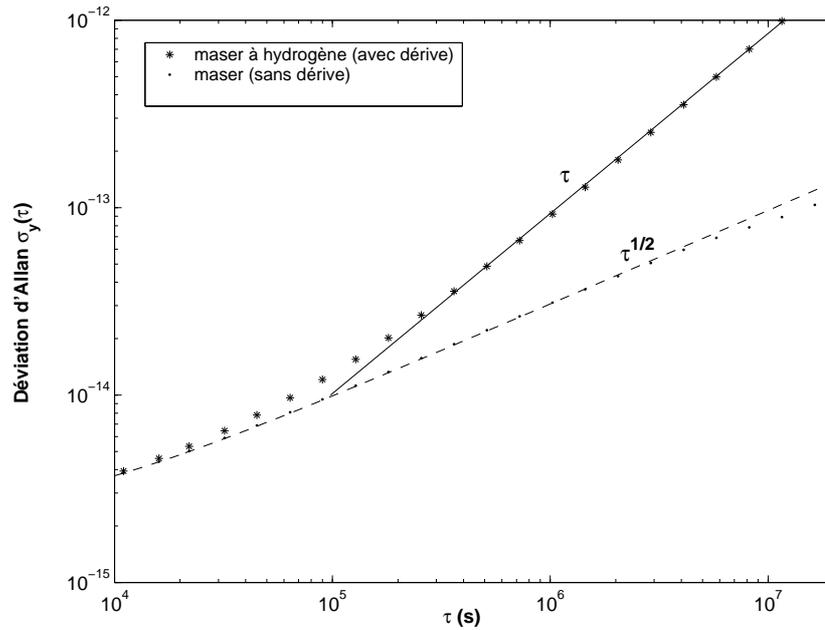
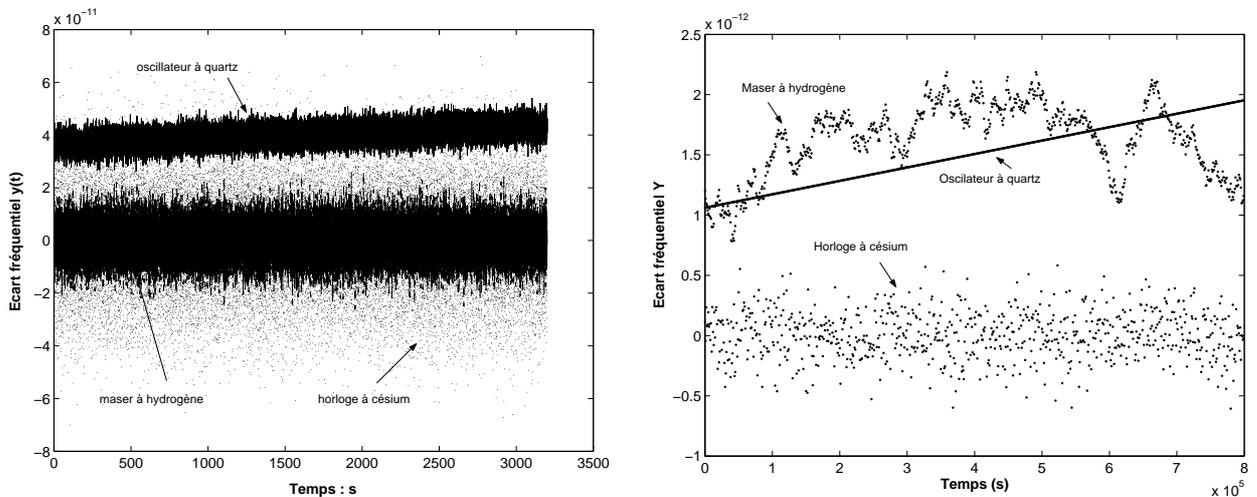


FIG. 4.27 – Dérive enlevée du maser.

dans la figure 4.30 pour des valeurs de  $k_f = 5$  (courbe à gauche) et de  $k_f = 2$  (courbe à droite).

FIG. 4.28 – Instabilités de fréquence du césium, du maser et de l'oscillateur à quartz avec un pas échantillonnage 0,1 s (à gauche) et un pas de  $10^3$  s (à droite).

Pour choisir la fréquence de coupure, connaissant les coefficients  $h_\alpha$ , nous pouvons tracer la densité spectrale de fréquence théorique du maser sans dérive, et tracer la densité spectrale de fréquence du maser et de césium.

D'après la figure (4.31), on voit que la fréquence de coupure doit se situer entre  $1 \cdot 10^{-7}$  et  $1 \cdot 10^{-6}$  Hz.

La meilleure fréquence de coupure est celle pour laquelle la courbe de la variance d'Allan de l'horloge corrigée est la plus satisfaisante 4.33. En faisant plusieurs fois la correction avec des fréquences de

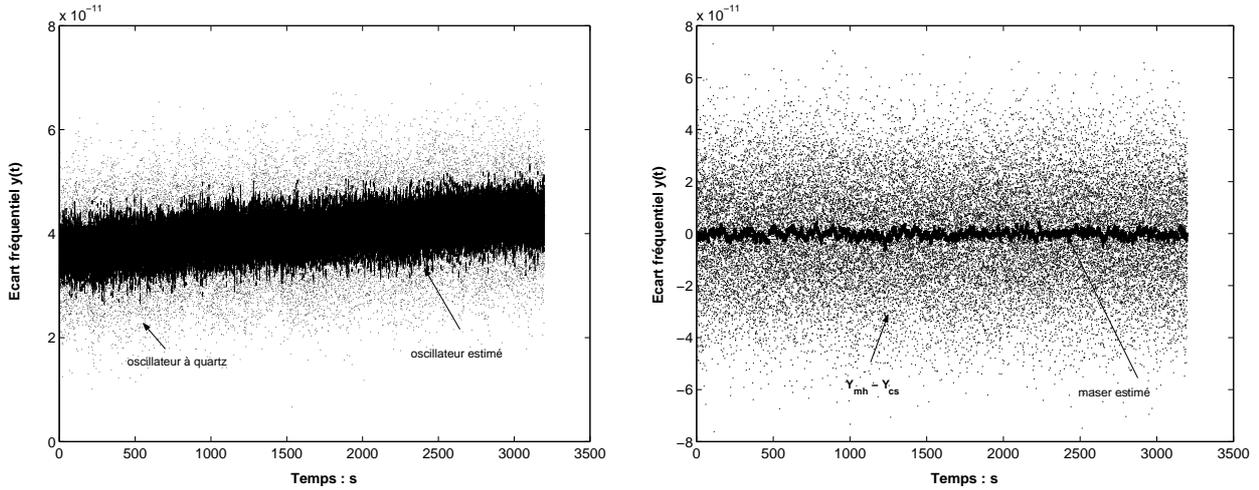


FIG. 4.29 – Intercomparaison entre les horloges, intercomparaison filtrée (à gauche), oscillateur corrigé (à droite).

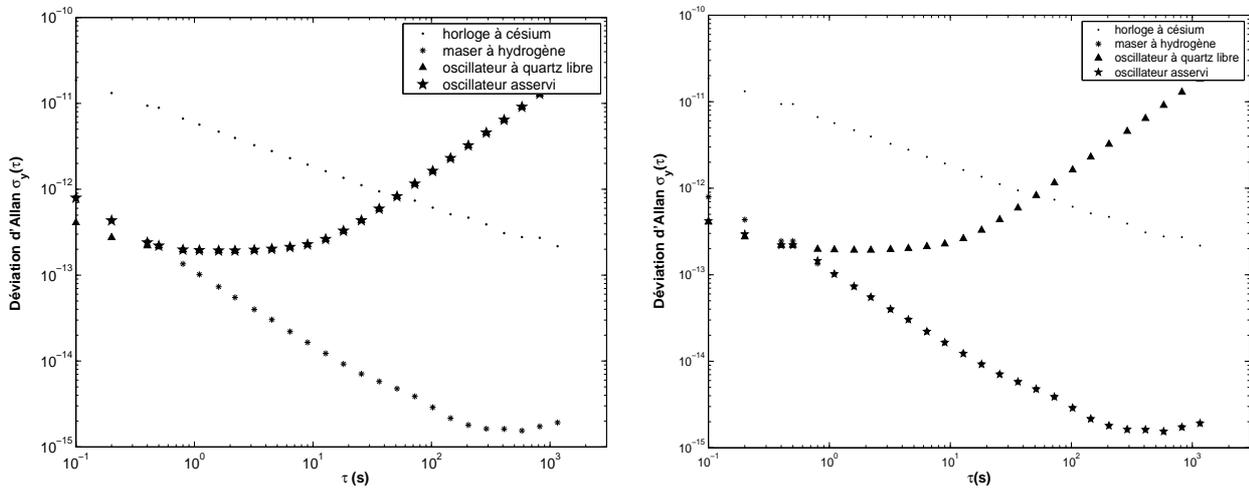


FIG. 4.30 – Oscillateur instable à moyen et à long terme (à gauche), oscillateur stable à moyen et long term (à droite).

coupures différentes, on choisit  $f_c = 5 \cdot 10^{-6}$  Hz (estimée la meilleure).

#### 4.3.2.1 Résultats et discussion

Une fois l'asservissement effectué, on obtient une horloge dont la courbe de déviation d'Allan est tracée sur la figure 4.33. Nous avons obtenu cette courbe pour les valeurs de  $f_c$  et  $k_f$  respectivement de l'ordre de  $f_c = 5 \cdot 10^{-6}$  Hz et  $k_f = 2$ .

On voit clairement que l'horloge corrigée prend les caractéristiques à court terme du maser et à long terme du césium.

L'influence des paramètres de filtrage (type de filtrage, gain de filtre et fréquence de coupure) nécessite encore une étude exhaustive, notamment dans le cas de signaux présentant une forte dérive.

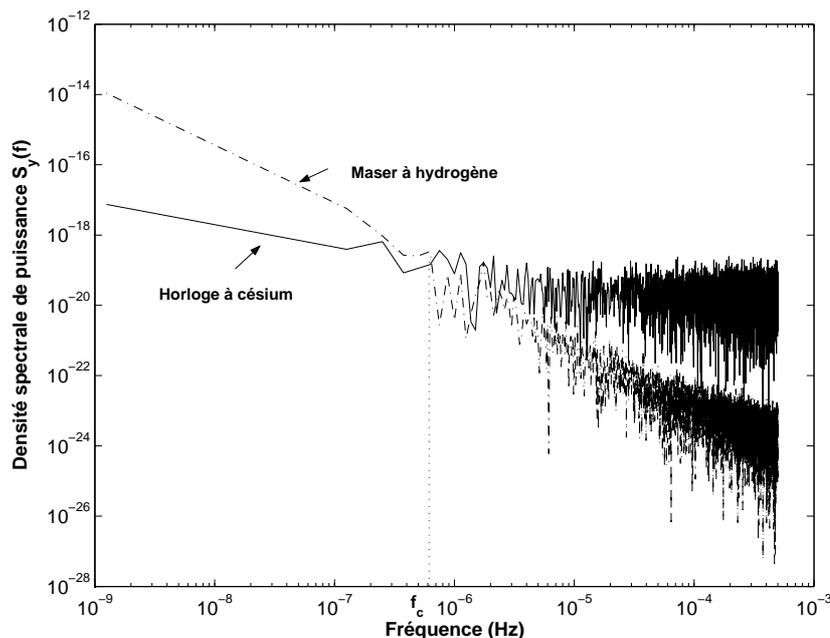


FIG. 4.31 – Densité spectrale d'horloges à césium et de maser à hydrogène.

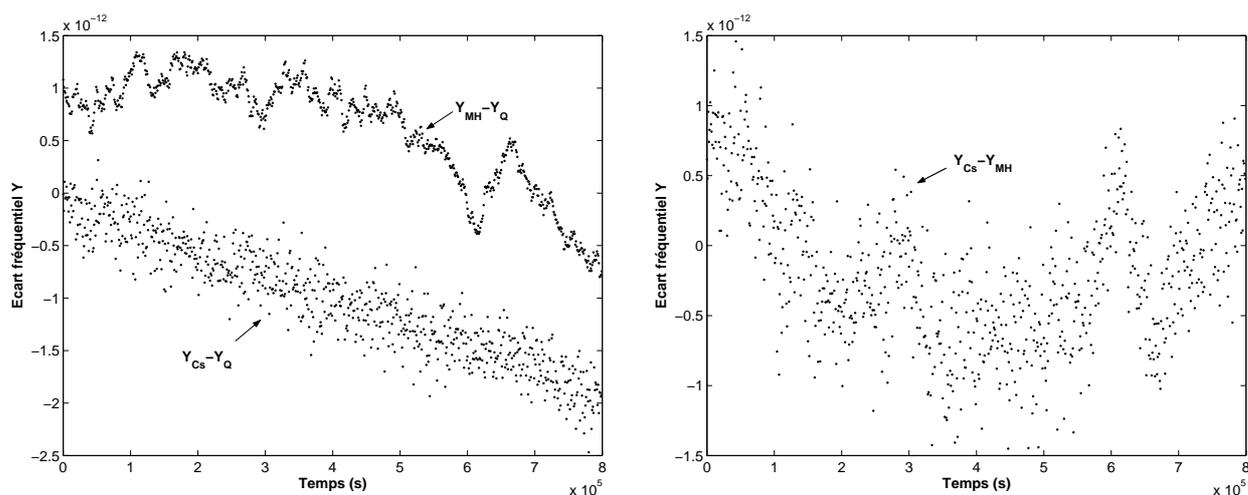


FIG. 4.32 – Générations des signaux d'erreurs (à gauche), intercomparaisons des 2 signaux d'erreurs (à droite).

## 4.4 Réalisation physique du système d'asservissement

### 4.4.1 Introduction

Dans l'intérêt d'élaborer une échelle de temps physique, nous proposons des solutions techniques à la méthode exposée précédemment.

Il est possible de générer physiquement à partir des inter-comparaisons des trois oscillateurs (horloge à césium, maser à hydrogène et oscillateur à quartz) un signal de correction utilisable pour contrôler l'oscillateur à quartz.

En choisissant correctement les paramètres de l'algorithme de traitement du signal, on peut obtenir

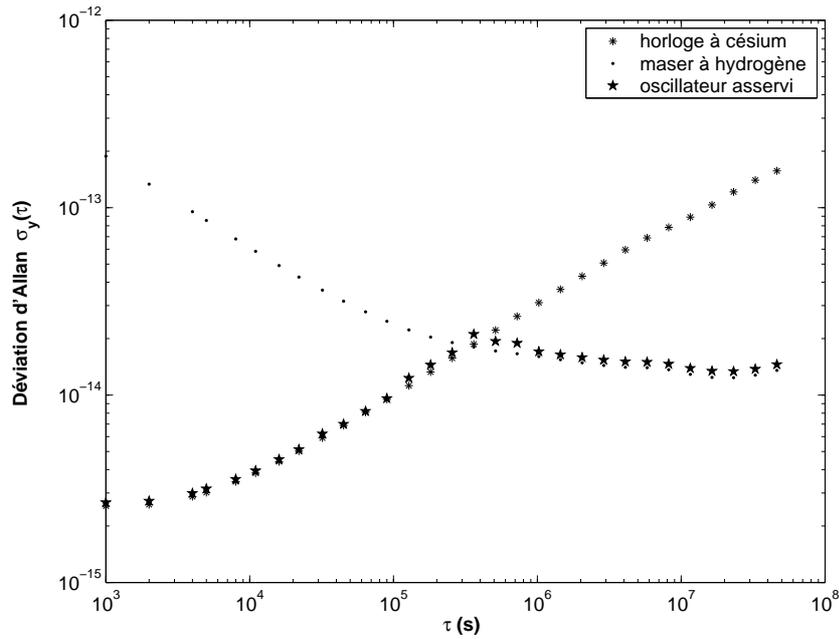


FIG. 4.33 – Oscillateur stable à moyen et long terme.

un signal qui combine les performances de l'oscillateur libre, du maser à hydrogène et du césium.

À partir de la méthode DMTD "Dual Mixer Time Difference" [référence], on propose la méthode DMFD "Dual Mixer Frequency Difference", compare simultanément les instabilités relatives de fréquence de deux références (en l'occurrence horloge à césium et maser à hydrogène) par l'intermédiaire d'un oscillateur contrôlable en tension.

Pour des besoins de comparaisons de l'horloge à césium avec le maser à hydrogène à 100 MHz, nous avons étudiés deux méthodes d'asservissement, dont le schéma général est représenté dans la figure 4.34.

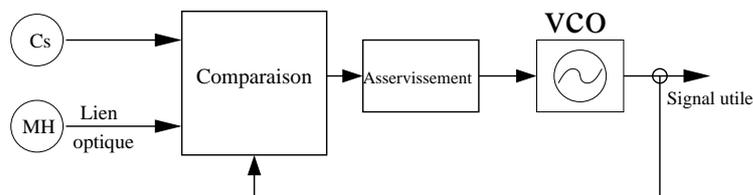


FIG. 4.34 – Asservissement d'un oscillateur à quartz sur 2 références.

Nous divisons ce paragraphe en deux sous-paragraphe : Intercomparaison et asservissement.

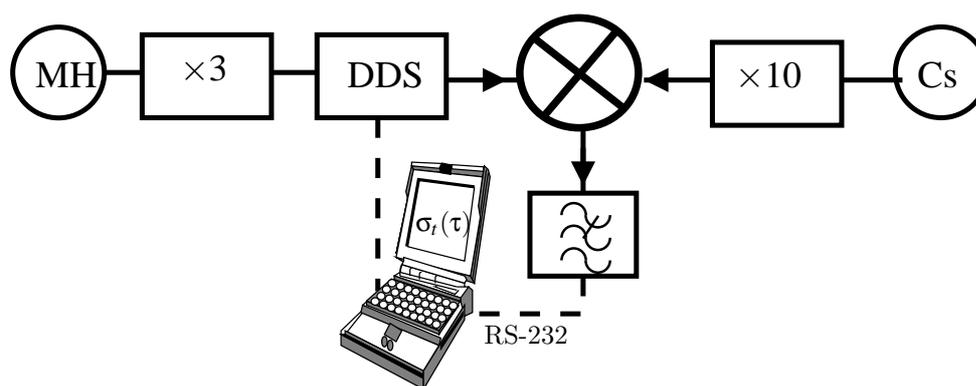


FIG. 4.35 – Synthèse numérique direct de fréquence.

## 4.4.2 Intercomparaison

### 4.4.2.1 Synthétiseur numérique direct DDS

A l'aide d'un multiplicateur par trois, le signal d'horloge du Maser fournit un signal à 300 MHz qui sert d'horloge au synthétiseur numérique DDS délivrant un signal à 100 MHz.

Le mélange de ce signal avec le signal de référence de l'horloge à Césium multiplié par dix permet après filtrage d'asservir le DDS 'Direct Digital Synthesizer'.

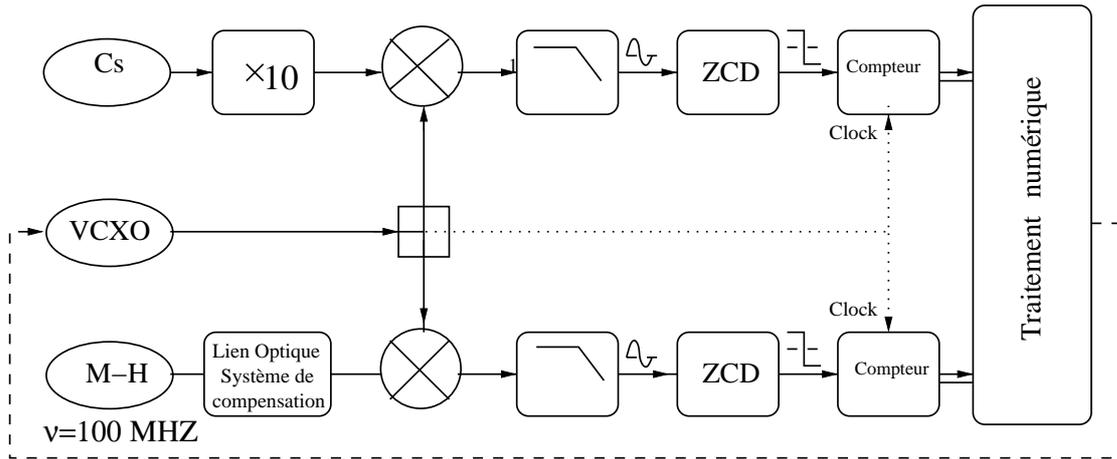
Cette première méthode a certes l'avantage d'être simple, mais le grand inconvénient réside dans l'apparition de nombreuses raies parasites du DSS [53]. L'autre inconvénient majeur est le niveau de bruit trop élevé. Nous n'avons donc pas utilisé cette méthode.

### 4.4.2.2 Système à 2 mélangeurs avec oscillateur décalé

Le système à 2 mélangeurs avec oscillateur décalé (voir chapitre 2, section 3) est un banc de mesure très commode pour mesurer la stabilité de fréquence des horloges. Toutefois, les performances usuelles de ce type de banc de mesure se situent au mieux à quelques  $10^{-13}\tau^{-1}$  en court terme, lorsqu'on effectue la comparaison entre 2 signaux à la fréquence de 100 MHz [54].

**4.4.2.2.1 La méthode de comparaison de temps : DMTD** Cette méthode consiste à comparer à la fois l'écart temporel entre l'oscillateur et le Césium d'une part, et l'oscillateur et le Maser d'autre part. Les fluctuations de l'oscillateur, intervenant de la même façon sur les deux comparaisons, sont éliminées par soustraction. Un compteur mesure sur sa propre échelle de temps, l'intervalle de temps  $\Delta\tau$ , qui s'écoule entre le passage à zéro du battement césium-quartz et le passage à zéro de battement maser-quartz.

Ce système est indéterminé : la connaissance  $x_{cs} - x_{mh} = (x_{cs} - x_Q) - (x_{mh} - x_Q)$  ne permet pas d'obtenir  $x_Q$ , l'écart temporel de l'oscillateur.



$\nu_{b1}$

FIG. 4.36 – Comparaison d’une horloge à Césium, d’un maser et d’un Oscillateur à quartz.

**4.4.2.2.2 La méthode de comparaison de fréquence : DMFD** Cette méthode est identique à la précédente, à cette différence près que la partie intelligente du correcteur numérique prend en compte les écarts des fréquences  $y_{mh} - y_Q$  d’une part et  $y_{cs} - y_Q$  d’autre part, mesurés par deux fréquencemètre.

À partir du schéma de principe (figure 4.36), nous allons détailler et analyser les différents blocs le constituant.

#### 4.4.2.3 Description détaillé des différents modules :

**4.4.2.3.1 Asservissement de phase 10-100 MHz (multiplicateur par dix)** Le premier problème que l’on doit résoudre au cours de cette réalisation est l’asservissement de phase de l’oscillateur à quartz à 100 MHz sur l’horloge à césium à 10 MHz. Ce dispositif permet de transmettre sur notre lien optique la stabilité du césium. Nous avons réalisé une chaîne de synthèse PLL (figure 4.37).

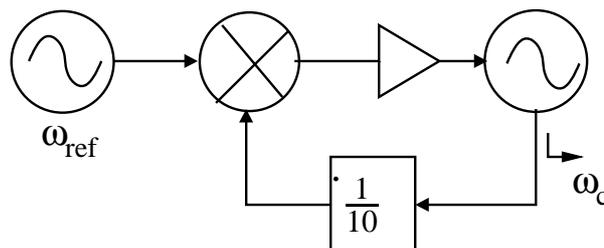


FIG. 4.37 – Schéma synoptique d’une PLL 10-100.

La figure (4.38) montre la comparaison de la densité spectrale de bruit de phase  $S_{\phi}(f)$  d'un multiplicateur commercial 10-100 MHz Wenzel [référence] et les spectres de bruit de phase calculés pour une boucle optimale, comme nous avons pu réaliser dans le chapitre 3, section 5.

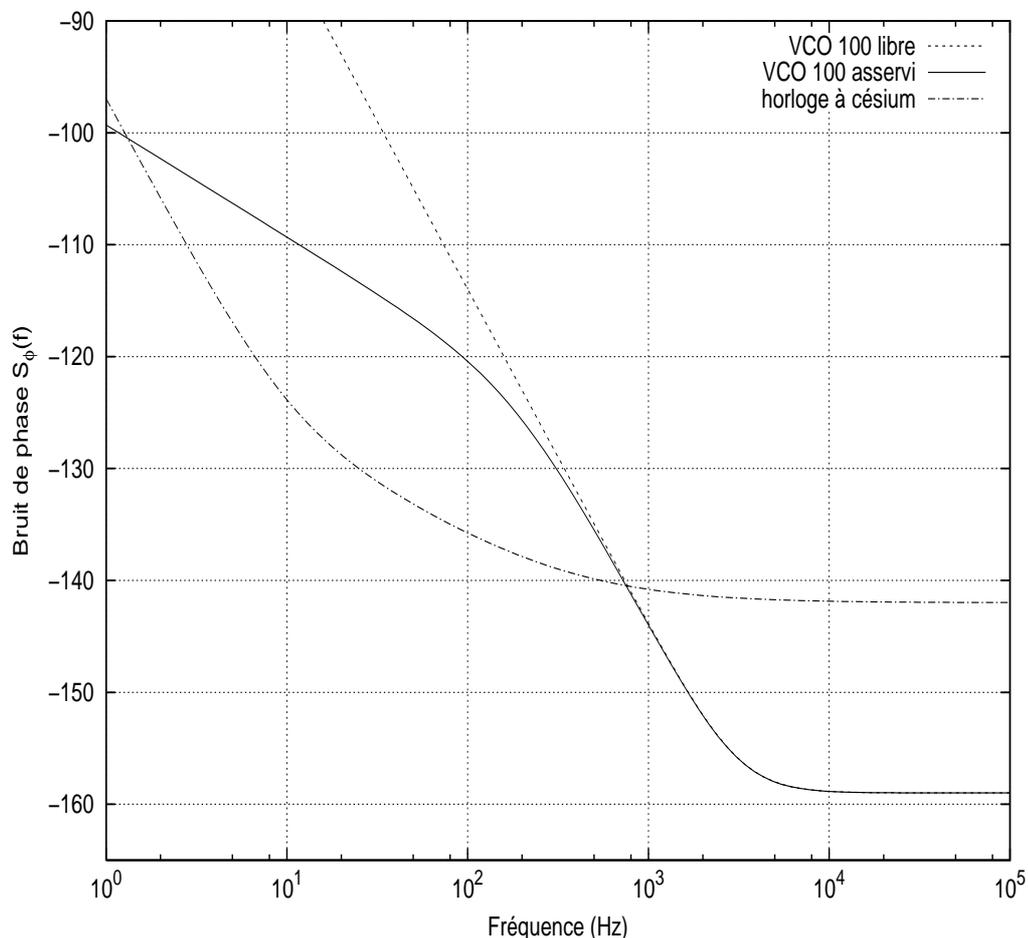


FIG. 4.38 – L'oscillateur VCO asservi comparé au césium à 100 MHz.

#### 4.4.2.4 Oscillateur VCO à décalage :

Un dispositif automatique de recalage en fréquence, permet de recaler l'oscillateur sur une référence (chapitre 2, section 3). La fréquence de battement  $\nu_b$  est de l'ordre de quelques 100 MHz (la fréquence de coupure du bruit blanc du mélangeur).

#### 4.4.2.5 Electronique de traitement du signal de battement ZCD :

La figure 4.39 représente la chaîne électronique de traitement du signal de battement ZCD (Zero-Crossing detector) délivré par le mélangeur.

L'électronique de traitement du signal de battement ZCD a pour fonction :

- accroître la pente du signal de battement  $P_E$ , en transformant, un signal sinus d'entrée en un

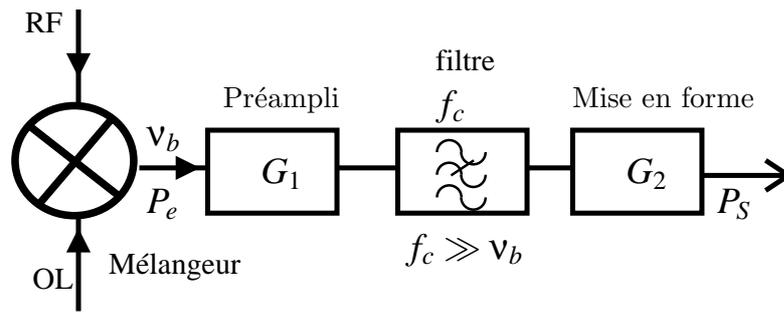


FIG. 4.39 – Traitement du signal BF délivré par le mélangeur.

signal carré avec des temps de montée courts afin de rendre négligeable l'erreur de trigger du compteur,

- délimiter la bande de fréquence  $f_c$ , car la mesure effectuée prendra en compte la totalité du bruit superposé au signal utile de 100 MHz de bande large (le compteur qui effectue la mesure, à une bande passante très élevée de l'ordre de 100 MHz) et pas seulement dans la bande  $v_b$ . Un filtrage associé à la mise en forme permettra de réduire cette bande passante.

La figure suivante représente la répartition spectrale du bruit existant à la sortie de l'électronique de traitement (entrée du compteur) lorsque le signal est au voisinage de zéro.

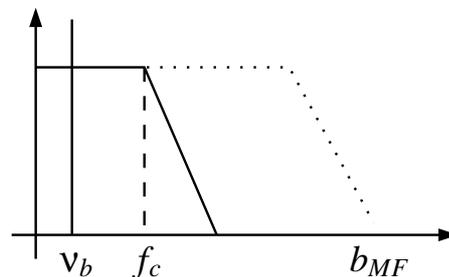


FIG. 4.40 – Répartition spectrale du bruit existant au voisinage de zéro sur le signal d'attaque du compteur.

#### 4.4.2.6 Limites liée au banc de mesure :

Ce banc de mesure, comporte plusieurs éléments susceptibles d'introduire des bruits additifs, donc de limiter le plancher de bruit du système.

#### 4.4.2.7 Effet du bruit de l'oscillateur décalé :

On montre que la contribution de bruit de l'oscillateur à quartz est notablement rejetée sous réserve que le temps  $\delta t$ , séparant les fronts (montants par exemple) des deux battements, soit très petit par rapport à la période  $T_B$  de ces battements. Dans une configuration réelle de mesure,  $\delta t$  varie et

surtout dérive lentement en raison des écarts de fréquence des horloges.

$$|v_Q - v_{cs}| \gg |v_{cs} - v_{mh}|,$$

$$|v_Q - v_{mh}| \gg |v_{cs} - v_{mh}|.$$

Dans notre cas, l'oscillateur décalé est asservi sur l'échelle de temps élaborée à partir des deux horloges, afin de réduire l'effet du bruit de l'oscillateur.

#### 4.4.2.8 Effet du bruit de l'électronique de traitement du signal de battement :

On simplifie le raisonnement en considérant uniquement les bruits BF blancs de tension, et en supposant que l'erreur de trigger du compteur est négligeable.

**4.4.2.8.1 Limitation ultime du système de mesure :** Soient  $\sigma_M^2$ ,  $\sigma_f^2$  et  $\sigma_{MF}^2$  les niveaux de bruit blanc des densités spectrales, respectivement du mélangeur, du filtre et de la mise en forme. Le signal d'attaque du compteur possède une pente  $P_s = G_1 G_2 P_e$  où  $P_e$  est la pente du signal de

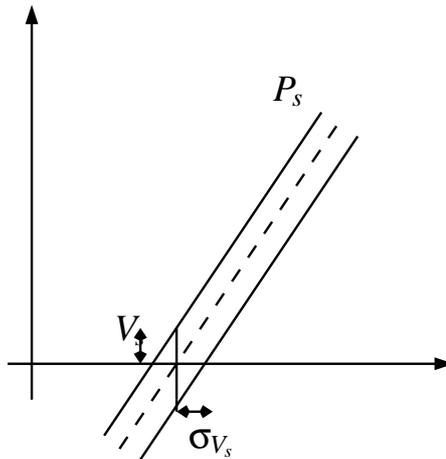


FIG. 4.41 – répartition spectrale du bruit existant au voisinage de zéro sur le signal d'attaque du compteur.

battement,  $G_1$  et  $G_2$  les gains respectifs du préamplificateur et du dispositif de mise en forme ce qui permet d'explicitier  $\Delta t_s$ , lequel contient les fluctuations des instants de passage à zéro, donc la limitation du système de mesure.

Les fluctuations des instants de passage à zéro sont alors :

$$\Delta t_s = \frac{V_s}{P_s} = \frac{\sqrt{(G_1 G_2)^2 \sigma_M^2 f_c + G_2^2 \sigma_{MF}^2 B_{MF} + G_2^2 \sigma_f^2 f_c}}{G_1 G_2 P_e}$$

soit

$$\Delta t_s = \frac{\sqrt{\sigma_M^2 f_c}}{P_e} \sqrt{1 + \frac{1}{G_1^2} \frac{\sigma_{MF}^2 B_{MF} + \sigma_f^2 f_c}{\sigma_M^2 f_c}} \quad (4.16)$$

avec  $f_c B_{MF}$  la bande passante de la mesure et celle de la mise en forme.

Le premier facteur de la relation (4.16) correspond au bruit  $\sqrt{\sigma_M^2 f_c}$  associé à la pente  $P_e$ . On constate que s'il n'y a pas de préamplificateur avant le filtre  $G_1 = 1$ , le facteur prépondérant devient  $\sqrt{1 + \frac{\sigma_{MF}^2 B_{MF} + \sigma_f^2 f_c}{\sigma_M^2 f_c}}$  au lieu de l'unité.

Dans l'hypothèse où  $f_c = 100$  Hz,  $b_f = 13nV/\sqrt{Hz}$ ,  $b_f$ ,  $b_{MF}$ , on constate une dégradation théorique de dB par rapport à l'effet du bruit blanc.

L'utilisation d'une fréquence de signal  $\nu_0$  plus élevée va réduire d'autant la contribution du banc au plancher de stabilité. En effet dans ces conditions, la perturbation de phase équivalente au bruit du banc ramené à la fréquence  $\nu_0$  (via le gain  $k_\phi$  du mélangeur) donnera une densité spectrale relative de phase inversement proportionnelle à  $\nu_0^2$ , ce qui correspond à une amélioration du "plancher de stabilité" proportionnel à  $1/\nu_0$ .

La limitation théorique de la stabilité est :

$$\sigma_y(\tau) \simeq \frac{\sqrt{3h_2 f_h}}{4\pi^2 \tau^2} \sqrt{1 + \frac{1}{G_1^2} \frac{\sigma_{MF}^2 B_{MF} + \sigma_f^2 f_c}{\sigma_M^2 f_c}}.$$

#### 4.4.2.9 Réalisation de la carte ZCD [54] [55] :

Le dispositif est constitué d'un amplificateur à un étage et d'un limiteur qui sera connectés à la sortie du mélangeur RF. La bande passante ainsi que le front montant (slew rate) de chaque limiteur sont supérieurs à ceux du limiteur précédent.

L'analyse ZCD est basée sur la détermination du front montant (slow rate  $SR$ ). Le calcul de ce paramètre est réalisé par simulation grâce à un simulateur type SPICE (voir circuit électronique 4.42 4.43).

Les résultats de simulation et de mesures sont données dans les figures (4.45 et 4.46).

La réalisation d'un tel système électronique doit se conformer à certaines exigences :

L'étanchement du boîtiers aux signaux RF, la bonne adaptation des filtres d'alimentation, la suppression des signaux "hors bande" sur les éléments actifs, l'équipotentialité optimum de l'ensemble du montage et l'utilisation éventuelle d'une alimentation sur batteries (régulateurs) pour réduire le "50 Hz" résiduel.

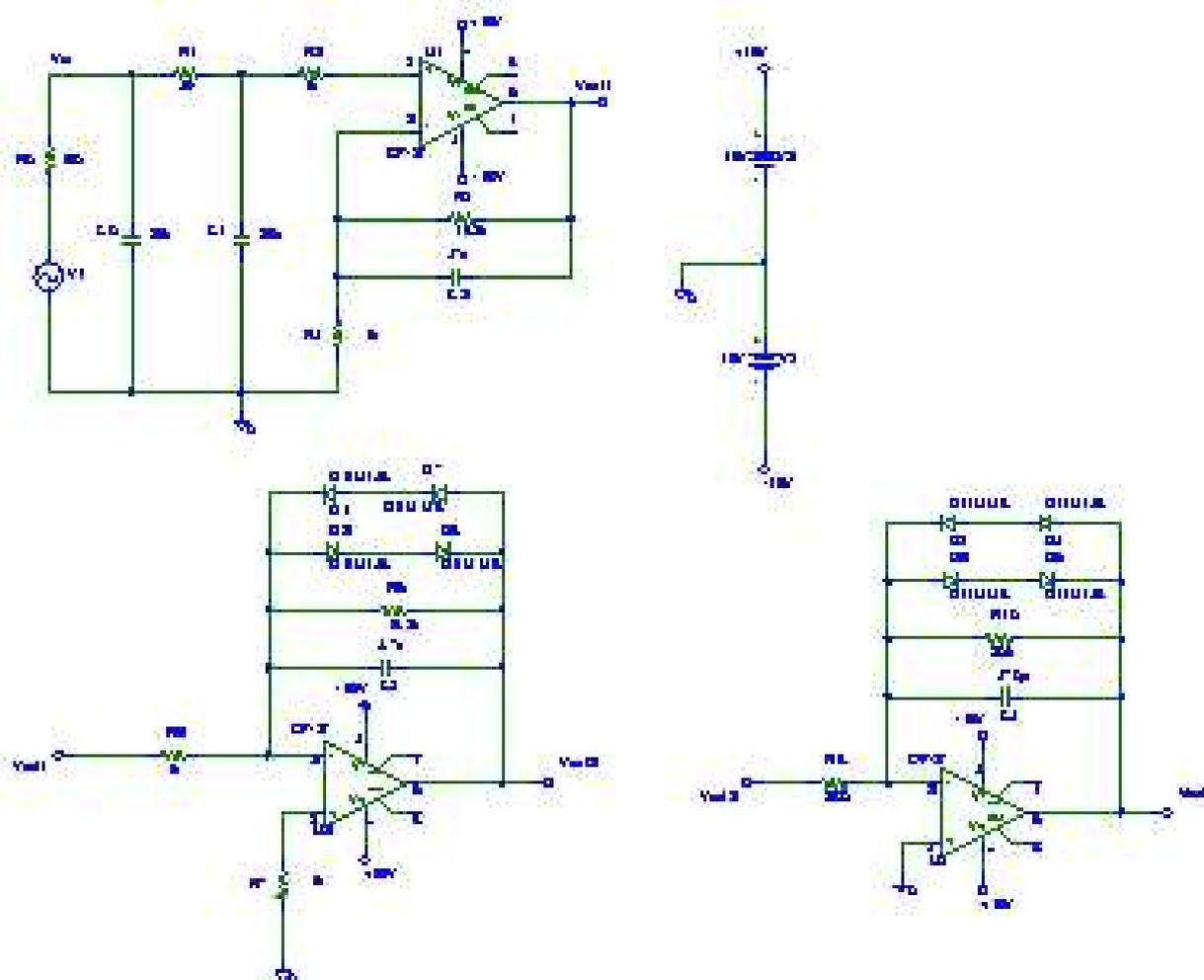


FIG. 4.42 – Simulation d'un circuit électronique ZCD (1 ère version).

### 4.4.3 Asservissement

#### 4.4.3.1 Numérisation et filtrage de boucle

Les deux signaux analogiques sont envoyés sur une carte d'acquisition insérée dans un PC. Après traitement, on génère le signal d'erreur. Ce signal d'erreur généré est ensuite envoyé sur un convertisseur analogique afin de le rendre exploitable. Un filtre passe bas permet de lisser la sortie du convertisseur. On obtient alors le signal de correction qui est enfin appliqué au varactor de l'oscillateur à quartz à 100 MHz.

#### 4.4.3.2 Distorsion due à la conversion numérique analogique

La conversion numérique analogique va entraîner une dégradation du signal délivré. En effet la tension de sortie ne peut prendre que  $2^n$  valeurs,  $n$  étant le nombre de bits du convertisseur.

Des raies parasites vont naître aux fréquences  $f$  telles que [réf] :  $f = \frac{if_p}{2^{n-1}}$ ,  $f_p$  est la fréquence d'échantillonnage  $i = 1, 2, 3 \dots$

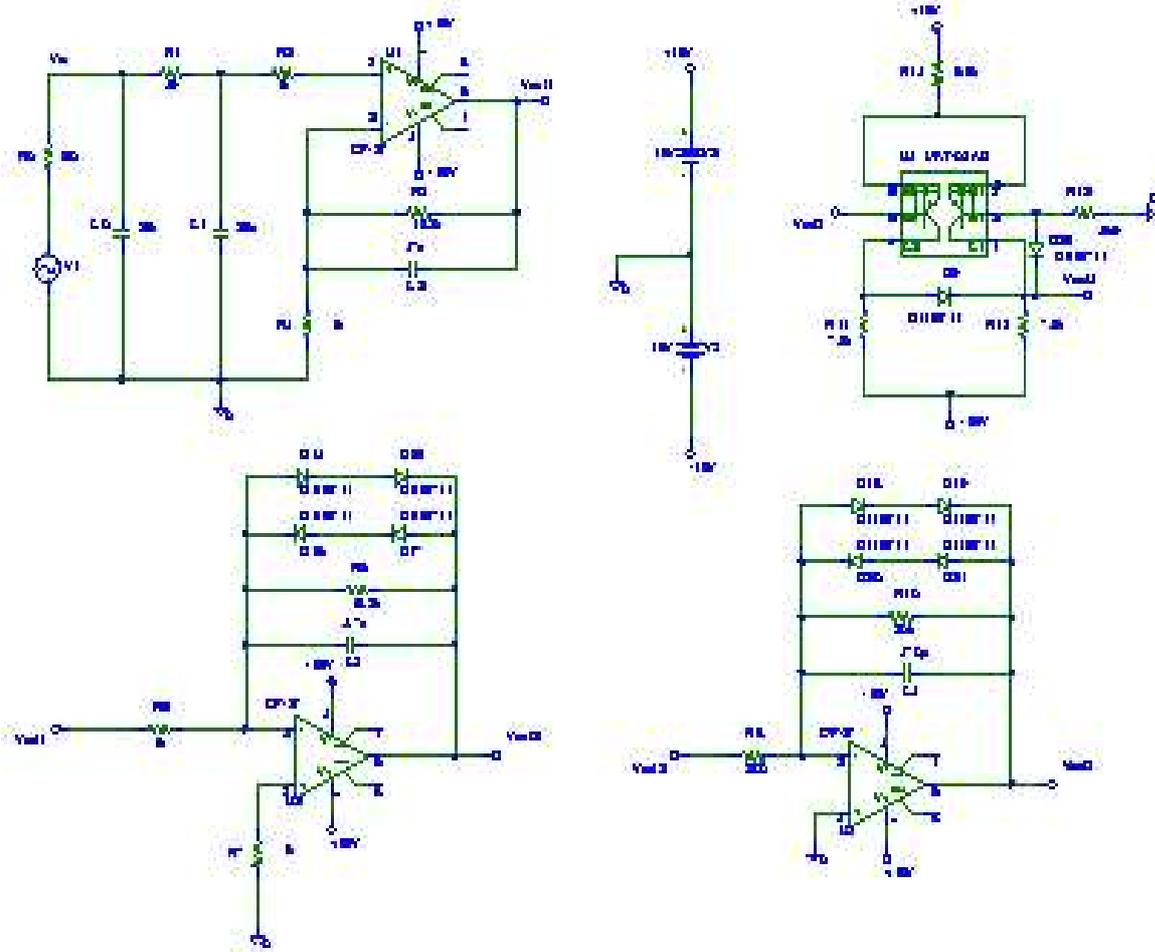


FIG. 4.43 – Simulation d'un circuit électronique ZCD (1<sup>ème</sup> version).

Pour notre réalisation pratique, nous devons vérifier expérimentalement que le spectre du signal généré est compatible avec de spectre de l'oscillateur à quartz.

#### 4.4.3.3 Limitation ultime

L'oscillateur à quartz VCO dispose une commande en tension permettant une variation relative de fréquence  $\frac{\Delta f}{f}$  de l'ordre de  $10^{-7}$  pour une tension continue variant de 1 à 10 V.

Le VCO étant légèrement décalé en fréquence (environ 1kHz), on mesure la fréquence des battements grâce à un ZCD relié à un compteur de fréquence. Ce dernier transmet la mesure sous forme numérique à un ordinateur qui calcule le signal de correction.

La résolution d'un convertisseur numérique analogique CNA est de 24 bits, et de tension de sortie :

$\frac{U_{max}}{2^n} = \frac{1}{2^4} \cdot 10 = 5,96 \cdot 10^{-7}$  V. pour avoir une instabilité relative de fréquence  $y$  de  $1 \cdot 10^{-15}$  nous devons pouvoir mesurer des fluctuations de tension :

$$\Delta V = \frac{\Delta v}{k_f} = \frac{v_0}{K}, \text{ avec } k_f \text{ la sensibilité de l'oscillateur VCO.}$$

Pour  $k_f = 50$  Hz/V  $\Delta V = 2\mu\text{V}$ .

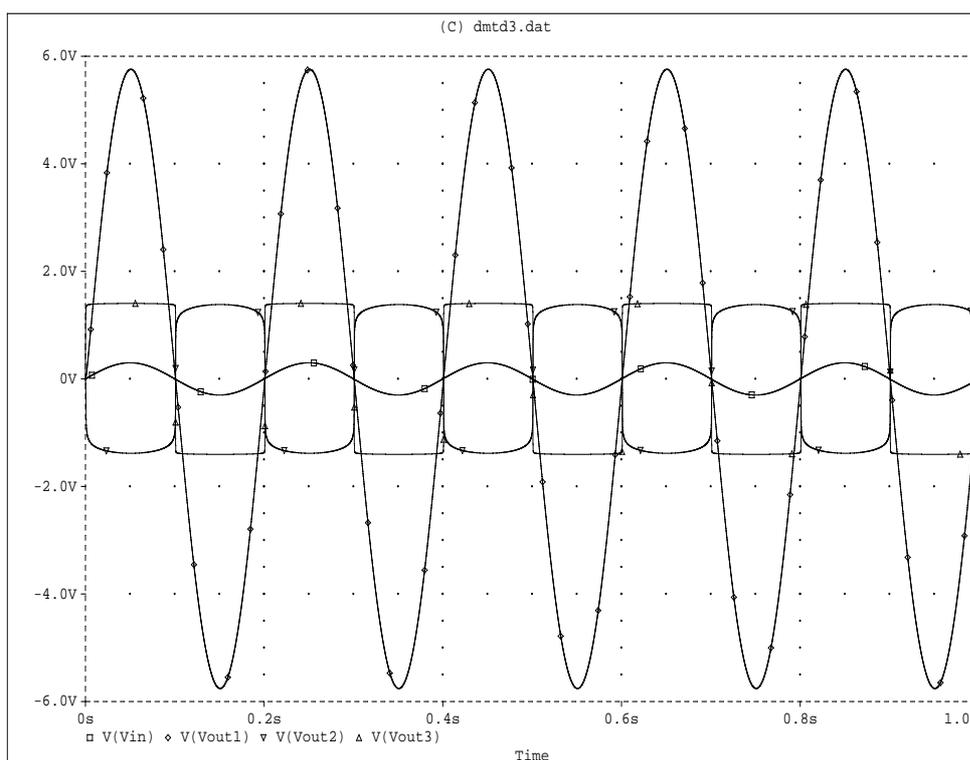


FIG. 4.44 – Résultat de la simulation de la carte ZCD.

Nous avons adopté les CNA de type : BB 149 chez Philips SC et BB 833 chez Infinea technologie.

## 4.5 Conclusion

La réalisation physique de l'échelle de temps repose sur l'asservissement d'un oscillateur à quartz commandable en tension VCO sur un signal de correction calculé par notre algorithme et réalisé physiquement par un convertisseur numérique analogique à très haute résolution. Il faut donc augmenter les niveaux de quantification de ce dernier. La sensibilité de l'oscillateur et la résolution de la fréquence nominale doivent également être amélioré afin d'obtenir des sauts de phase plus faibles.

Il a été démontré dans ce travail que l'asservissement d'un VCO simultanément sur un césium et sur un maser grâce à la boucle de verrouillage de fréquence (FLL) est une technique permettant de mettre en oeuvre une échelle de temps qui répond aux exigences d'une introduction dans le TAI.

En effet, les simulations que nous avons réalisées ont permis de valider cette technique.

Le travail qui reste à faire concerne le choix des éléments de ce dispositif d'asservissement, d'une part, et le développement du circuit et l'élimination de toutes les sources de bruit potentielles,

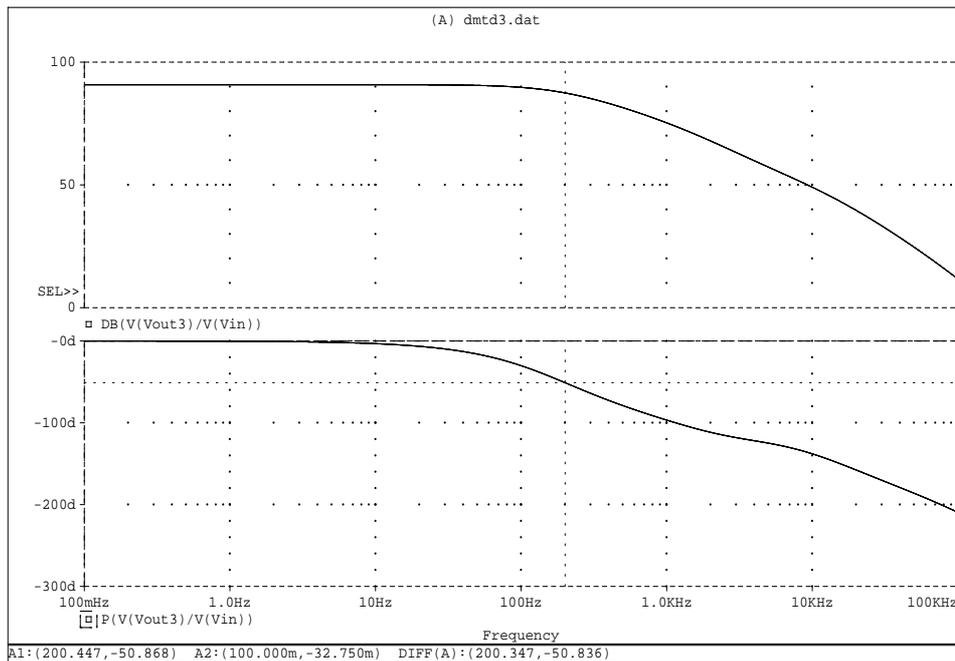


FIG. 4.45 – Résultat de la simulation de la carte ZCD.

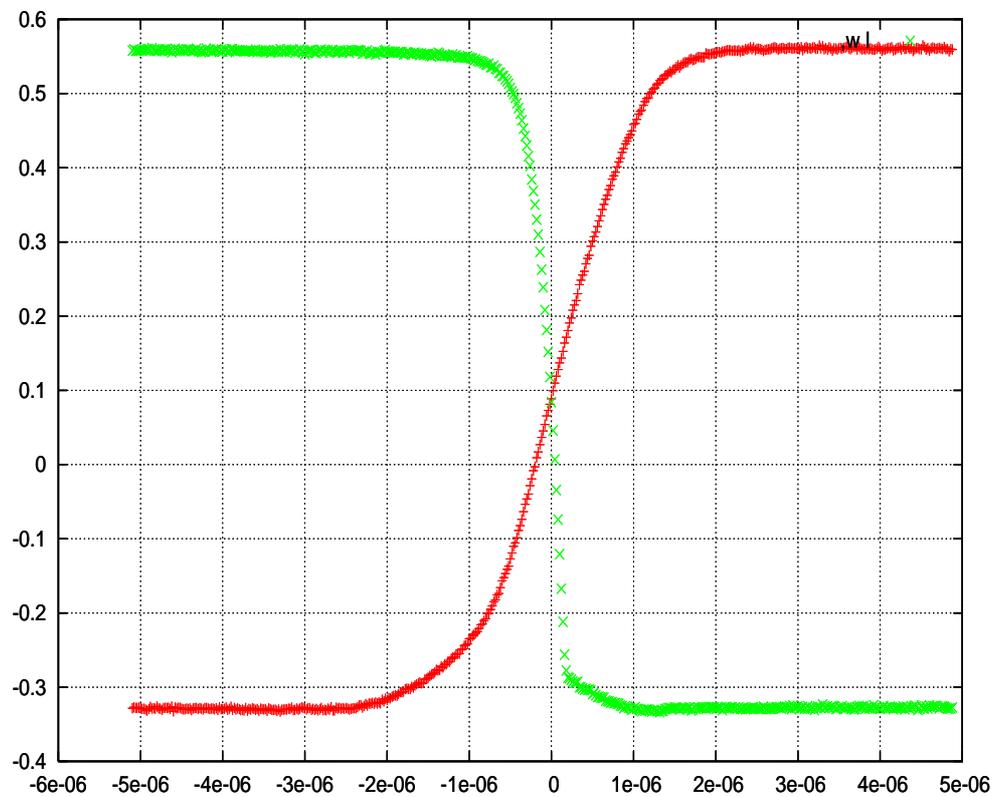


FIG. 4.46 – Les tests effectués sur de la carte ZCD.

d'autre part. La mesure des performances de notre système en terme d'exactitude et de stabilité pourra être effectuée par l'introduction d'une horloge composite participant au TAI. Cela permettra de suivre ses caractéristiques sur le très long terme.

Il est possible de généraliser cette étude, afin de concevoir des horloges composites (constituées de plusieurs oscillateurs ou horloges de même type où complémentaires).



# Annexe 4

## 1 Transformée en Z

On transforme les fonctions de transfert  $G_1$  et  $G_2$  de  $p$  en fonctions de transfert Z. L'équation (4.2) devient alors :

$$y(z) = G(z)x(z).$$

En posant  $p = \frac{z-1}{z+1}$  et en effectuant la transformation sur la fonction de transfert d'un filtre passe-bas  $G_1(p)$ , on obtient :

$$G_1(z) = \frac{p_c}{\frac{z-1}{z+1} + p_c}, \quad \text{avec } p_c = 2\pi f_c,$$

$$\text{et } Y(z) = \frac{(z+1)p_c}{z-1 + (z+1)p_c} X(z).$$

Après développement, nous obtenons :

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) + p_c Y(z) + p_c z^{-1}Y(z) = p_c X(z) + p_c z^{-1}X(z).$$

Sachant que :

$$z^{-1}Y(z) = Tz^{-1} [y(t_{n-1})], \quad \text{et } z^{-1}X(z) = Tz^{-1} [x(t_{n-1})].$$

On obtient :

$$y(t_n) = \frac{p_c}{1+p_c} x(t_n) + \frac{p_c}{1+p_c} x(t_{n-1}) + \frac{1-p_c}{1+p_c} y(t_{n-1}).$$

De la même manière nous démontrons que dans le cas d'un filtre récursif passe-haut, l'équation s'écrit :

$$y(t_n) = \frac{1}{1+p_c}x(t_n) - \frac{1}{1+p_c}x(t_{n-1}) + \frac{1}{1-p_c^2}y(t_{n-1}).$$

## 2 Coefficients $h_\alpha$

**Césium** : On distingue deux bruits :

1. Le bruit blanc de fréquence  $\tau^{-\frac{1}{2}}$  correspond au coefficient  $h_0(f^0)$ , coupe l'axe des ordonnées à  $\tau = 1$ , on prélève la valeur de  $6 \cdot 10^{-12}$ .

D'après le tableau ( Tab :1, Annexe 2),

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau}.$$

On en déduit donc la valeur  $h_0$ .

Le même procédure sera effectuée sur les autres bruits.

2. Le bruit de flicker de fréquence  $\tau^0$  correspondant au coefficient  $h_{-1}$ .

**Maser** : On distingue quatre bruits :

1. un bruit flicker de phase  $\tau^{-1}$  correspond au coefficient  $h_1$ ,
2. un bruit blanc de fréquence  $\tau^{-\frac{1}{2}}$  qui correspond au coefficient  $h_0$ ,
3. un flicker de fréquence en  $\tau^0$  qui correspond au coefficient  $h_{-1}$ ,
4. une marche aléatoire de fréquence  $\tau^{\frac{1}{2}}$  correspondant au coefficient  $h_{-2}$ . Il y a aussi une dérive linéaire de fréquence.

**Oscillateur** : On distingue aussi quatre bruits comme le précédant :

un bruit flicker de phase  $\tau^{-1}$ , un bruit blanc de fréquence  $\tau^{-\frac{1}{2}}$ , un bruit de flicker de fréquence  $\tau^0$  et une marche aléatoire de fréquence  $\tau^{\frac{1}{2}}$ .

La dérive de fréquence du maser est en  $\tau^1$  car  $\sigma_y^2(\tau) = 2C_2^2\tau^2$  avec  $C_2$  le coefficient de dérive linéaire de fréquence.

Nous avons les coefficients :

pour le césium :  $h_0 = 7,2 \cdot 10^{-23}$  et  $h_{-1} = 1,6 \cdot 10^{-29}$

pour le maser :  $h_1 = 2,3 \cdot 10^{-26}$ ,  $h_0 = 2,5 \cdot 10^{-27}$ ,  $h_{-1} = 4 \cdot 10^{-30}$  et  $h_{-2} = 1,4 \cdot 10^{-34}$  et  $C_2 = 5 \cdot 10^{-20}$

pour l'oscillateur :  $h_1 = 4 \cdot 10^{-28}$  et  $h_0 = 6,3 \cdot 10^{-26}$ ,  $h_{-1} = 2,5 \cdot 10^{-25}$  et  $h_{-2} = 9 \cdot 10^{-26}$

### 3 Filtre de Kalman

Rappelons les systèmes linéaires décrivons ce filtre.

#### 3.1 Rappel

Le filtrage de Kalman est un procédé de traitement du signal.

Il consiste à estimer les valeurs de  $X(t)$  (vecteur d'état) à l'instant  $t$ , alors qu'il a été mesuré ou observé durant l'intervalle de temps  $[0, t]$  à l'aide du vecteur d'observation  $Z(t)$ .

Les deux vecteurs  $X(t)$  et  $Z(t)$  sont gouvernés par les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases} X(t+1) = \phi(t)X(t) + Q(t). & \text{(Système d'état)} \\ Z(t+1) = H(t)X(t) + V(t). & \text{(Système d'observation)} \end{cases} \quad (1)$$

Retrouvant ces systèmes d'état et d'observation dans notre cas précis.

#### 3.2 Modèle mathématique

On assimile la dérive d'écart temporel du Maser par une dérive linéaire de fréquence d'une forme quadratique.

L'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{d^3x(t)}{dt^3} = 0. \quad (2)$$

L'intégrale de cette équation donne :

$$\begin{cases} X(t_2) = X(t_1) + Y(t_1) \cdot \delta t + W(t_1) \frac{\delta t^2}{2} + \epsilon(t_1). \\ Y(t_2) = Y(t_1) + W(t_1) \delta t + \eta(t_1). \\ W(t_2) = W(t_1) + \alpha(t_1). \end{cases} \quad (3)$$

Nous définissons le vecteur d'état par :

$$\begin{cases} X = x & \text{phase quadratique} \\ Y = \dot{x} & \text{fréquence linéaire} \\ W = \ddot{x} & \text{vieillessement} \end{cases}$$

En adoptant le système précédant sous la forme :

$$\begin{bmatrix} X(t_2) \\ Y(t_2) \\ W(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_2 - t_1 & \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \\ 0 & 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X(t_1) \\ Y(t_1) \\ W(t_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon(t_1) \\ \eta(t_1) \\ \alpha(t_1) \end{bmatrix}$$

On note par  $\Phi$  la matrice de transition entre l'instant  $t_1$  et l'instant  $t_2$  :

$$\Phi(t_2, t_1) = \begin{pmatrix} 1 & t_2 - t_1 & \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \\ 0 & 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Par simplification de calcul, on prend  $\delta = t_2 - t_1 = 1s$

Le système d'observation réduit est le suivant :

$$\begin{bmatrix} Z_1(t_1) - Z_1(t_2)/\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta(t_1) \\ \zeta(t_2) \\ \zeta(t_3) \end{bmatrix}$$

Car seulement l'écart temporel qui nous intéresse, avec  $H$  est la matrice de mesure s'écrit :  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Les autres valeurs d'état  $Y$  et  $W$  seront nuls.

Avant d'exécuter ce filtre, utilisant la méthode d'interpolation de polynômes de Tchebychev.

### 3.3 Interpolation : polynômes de Tchebychev

L'interpolation nous permet d'estimer les  $N$  premières valeurs de  $X(t)$ , qui est approximé par une dérive linéaire de fréquence qui s'écrit :  $x(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2$  et de calculer leur coefficients  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  ainsi que la variance de l'erreur  $R$ .

Nous utilisons les trois premiers polynômes de Tchebychev comme fonction d'interpolations :

$$\phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{N}}.$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{3}{(N-1)N(N+1)}} \left( 2\frac{t}{\tau_0} - (N-1) \right).$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{5}{(N-2)(N-1)N(N+1)(N+2)}} \left( 6\frac{t^2}{\tau_0^2} - 6(N-1)\frac{t}{\tau_0} + (N-2)(N-1) \right).$$

Le polynôme d'interpolation est le suivant :

$$x(t) = P_0\phi_0(t) + P_1\phi_1(t) + P_2\phi_2(t), \quad (4)$$

avec  $P_i = \sum_{j=1}^N \phi_i(t_j)x(t_j)$ , ou  $t_j = j\tau_0$

Ensuite, nous calculons les coefficients  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  à l'aide des formules suivantes :

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{N}}P_0 - \sqrt{\frac{3(N-1)}{N(N+1)}}P_1 + \sqrt{\frac{5(N-2)(N-1)}{N(N+1)(N+2)}}P_2.$$

$$C_1 = \frac{2}{\tau_0} \sqrt{\frac{3}{(N-1)N(N+1)}}P_1 + \frac{6}{\tau_0} \sqrt{\frac{5(N-1)}{(N-2)N(N+1)(N+2)}}P_2.$$

$$C_2 = \frac{6}{\tau_0^2} \sqrt{\frac{5}{(N-2)(N-1)N(N+1)(N+2)}}P_2.$$

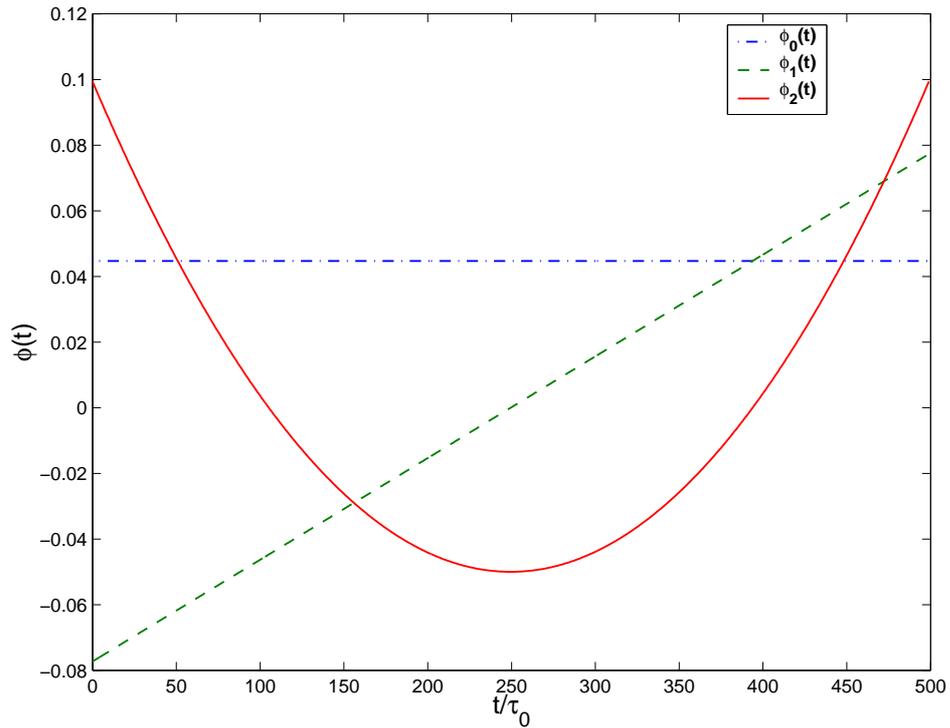


FIG. 1 – Les trois 1<sup>er</sup>é termes du polynôme de Tchebychev.

Soient  $X_m(t)$  et  $X_{int}$ , l'écart temporel respectivement mesuré et calculé.

La variance de la différence entre ces deux écarts est noté par  $R = var(X_m - X_{int})$

On note aussi par  $X_0$  la valeur mesuré avant le filtrage et par  $\hat{X}_0$  la valeur estimée par l'interpolation.

On défini la matrice de covariance de l'erreur  $P(t)$  :

$$P_0 = E(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{bmatrix}$$

ces valeurs propres sont :

$$\begin{cases} v_1 = (X_m(N) - [C_0 + C_1 \times N + C_2 \times (N)^2])^2. \\ v_2 = (0 - [C_1 + 2C_2 \times (N)^2])^2. \\ v_3 = (0 - 2C_2)^2. \end{cases}$$

Rq  $P(0) = CovX_0$

### 3.4 Filtre de Kalman

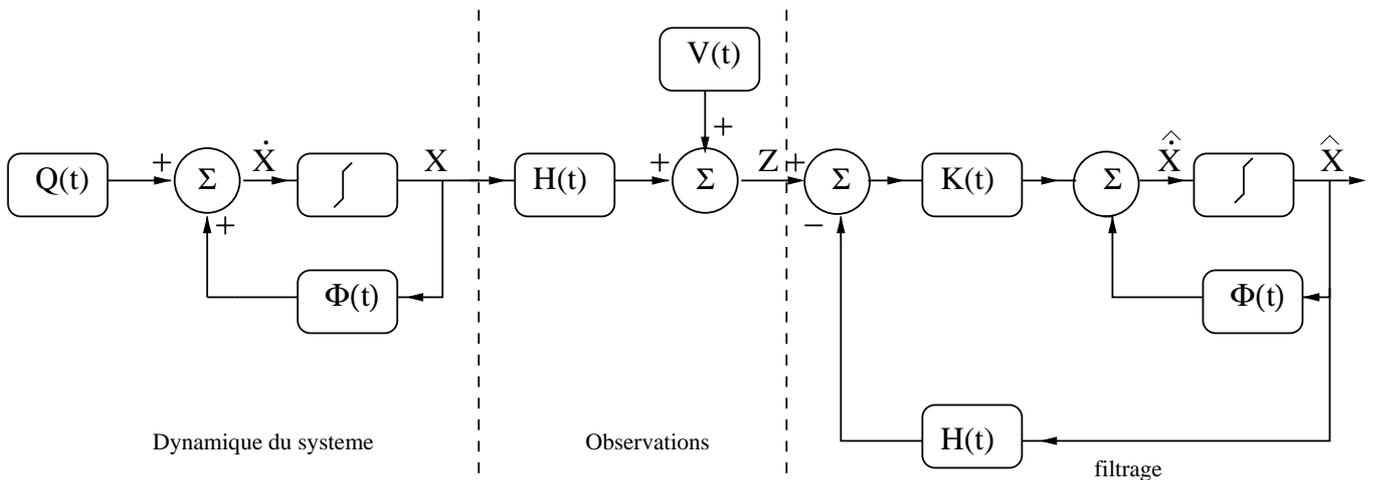


FIG. 2 – Schéma de principe du filtre de Kalman.

On part de  $\hat{X}_{k-1/k-1}$  et l'on aboutit à  $\hat{X}_{k/k}$ . Pour calculer la valeur au temps  $t+1$  de  $x(t)$  (voir figure 2). On utilise :

$$\begin{cases} P_{t+1/t} = \Phi P_{t/t} \Phi^T. \\ K_{t+1} = P_{t+1/t} H^T (H P_{t+1/t} H^T + R)^{-1}. \\ P_{t/t} = P_{t+1/t} - K_{t+1} H P_{t+1/t}. \\ \hat{X}_{t+1/t+1} = \Phi \hat{X}_{t/t} + K (X_m(t) - H \hat{X}_{t/t}). \end{cases}$$

La matrice  $K$  s'appelle gain de Kalman.

$$\text{On part } \hat{X}_0 = \begin{pmatrix} X_m(N) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

---

On soustrait à la valeur mesurée au temps  $t + 1$  la valeur calculée avec le filtre de Kalman  $\hat{X}_{t+1/t+1}(1)$ .



# Conclusion générale

L'objectif de l'étude présentée dans le cadre de cette thèse est double :

- Tout d'abord, mettre en place un lien optique métrologique performant assurant le transfert de fréquence des différents oscillateurs et horloges disponibles sur le site de Besançon, pour démontrer la faisabilité de ce transfert sans dégradation des signaux de référence à 100 MHz avec une instabilité relative de fréquence de l'ordre de  $2.10^{-15}$  sur une journée et de  $2.10^{-14}$  sur 10 jours.

Ainsi, nous avons construit trois dispositifs de compensation du déphasage dû à l'effet d'instabilités introduit par les fluctuations thermiques au niveau des fibres. Les meilleurs résultats obtenus par ces systèmes montrent une diminution d'un facteur de l'ordre de 46 de la sensibilité thermique de la fibre.

- Enfin, réaliser une échelle de temps physique composite d'un système constitué d'horloges complémentaires d'un maser à hydrogène stable à court terme et d'une horloge à césium qui est stable à long terme. Cet ensemble permet de réaliser une horloge possédant ces deux caractéristiques. La réalisation d'horloge à oscillateurs multiples est un concept extrêmement prometteur en terme de gain de stabilité et d'exactitude. Ce concept peut se décliner de plusieurs manières suivant le type d'oscillateur et les spécifications voulues. On peut constituer une échelle de temps à partir d'un ensemble d'horloges atomiques, ce qui consiste à calculer l'écart de chaque horloge avec l'échelle ainsi constituée. On peut aussi matérialiser cette échelle de temps par une réalisation physique obtenue en asservissant un oscillateurs à quartz pour obtenir une horloge composite alliant stabilité et robustesse.



# Bibliographie

- [1] Irène et MICHEL JOINDOT : Les télécommunications par fibre optique. Dunod, 1996.
- [2] Perre LECOY : Technologie des télécoms. Hermes Science., 1999.
- [3] O.BUZEK : Temperature sensitivity of a fibre optic timing link. European Frequency and Time Forum, 1996. EFTF 96., Tenth (IEE Conf. Publ. 418), pages 471 – 474, 5-7 March 1996.
- [4] Essais d'un système de transmission de fréquence par fibre optique chez rfpa. Réf.secrétariat DTS/AE/TTL/TF/2001-079-CNES, 26/11/2001.
- [5] M.GRANVEAUD : Echelles de temps atomiques. Ed.Chiron, 1987.
- [6] C.AUDOIN et B.GUINOT : Les fondements de la mesure du temps. comment les fréquences atomiques règlent le monde. Ed.Masson, 1998.
- [7] F.VERNOTTE : Stabilité temporelle des oscillateurs : nouvelles variances, leur propriété, leur applications. Thèse de doctorat 1991 Université de Franche-Comté, N° d'ordre 19.
- [8] Pierre-Yves BOURGEOIS : Référence secondaire de fréquence à résonateur saphir cryogénique. Thèse de doctorat 2004 Université de Franche-Comté, N°ordre 1052.
- [9] K.VAHALA et A.YARIV : Semiclassical theory of noise in semiconductor lasers—part i, ii. IEEE Journal of Quantum Electronics, 19:1096 – 1101, June 1983.
- [10] R.PILLAI, E.GARMIRE et P.MENENDEZ-VALDES : Relative intensity noise of laser-diode arrays. Photonics Technology Letters, IEEE, 3:968 – 970, November 1991.
- [11] T. RONALD, JR. LAGAN, F. George LUTES et Lute MALEKI : Impact of semiconductor laser frequency deviations on fiber optic frequency reference distribution systems. Annual Symposium on Frequency Control, 43rd:212–217, 1989.
- [12] M.B.BIBEY, F.DEBORGIES et M. Krakowski D. MONGARDIEN : Very low phase-noise optical links-experiments and theory. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 47:2257 – 2262, December 1999.

- [13] Zuyuan HE, Waqar MAHMOOD, Erin SAHINCI, Nasir AHMAD et Yves PRADIEU : Analysis on the effects of fiber end face scratches on return loss performance of optical fiber connectors. Journal of Lightwave Technology, 22:2749, December 2004.
- [14] A.I.FILIPENKO : Fiber connector end face analysis by interference method. Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, 2000. Proceedings of LFNM 2000. 2nd International Workshop on, pages 74–76, 23 May 2000.
- [15] L.E PRIMAS, R.T LOGAN et G.F LUTES : Applications of ultra-stable fiber optic distribution systems. Symposium on Frequency Control, 43rd Annual:202 – 211, 31 May-2 June 1989.
- [16] G. LUTES : Reference frequency distribution over optical fibers : A progress report. Symposium on Frequency Control, 41st Annual:161–166, May 27-29 1987.
- [17] L. PRIMAS, G. LUTES et R. SYDNOR : Fiber optic frequency transfer link. Frequency Control Symposium, 1988., Proceedings of the 42nd Annual, pages 478 – 484, 1-3 June 1988.
- [18] G.F.LUTES et R.T.LOGAN : Status of frequency and timing reference signal transmission by fiber optics. Symposium on Frequency Control, 45:679 – 686, 29-31 May 1991.
- [19] R.T.LOGAN et G.F. LUTES : High stability microwave fiber optic systems : demonstrations and applications. Frequency Control Symposium, 1992. 46th., Proceedings of the 1992 IEEE, pages 310 – 316, 27-29 May 1992.
- [20] M. CALHOUM, R.SYDNOR et W.DIENER : A stabilized 100-megahertz and 1-gigahertz reference frequency distribution for cassini radio science. 2002.
- [21] K.SATO, T.HARA, M.FUJISHITA, S.KUJI, S.TSURUTA, Y. TAMURA, T. SASAO et S. MANABE : Application of phase-stabilized optical fiber in transmission of reference and if signals in vlbi observation. Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, 41:385 – 389, June 1992.
- [22] F.NARBONNEAU, M.LOURS, C.DAUSSY, O.LOPEZ, A.CLAIRON et G.SANTARELLI : Ultra-stable optical links for metrological applications. Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003. Proceedings of the 2003 IEEE International, pages 1041 – 1047, 4-8 May 2003.
- [23] C.DAUSSY, O.LOPEZ et C.CHARDOUNET : Transmission of an optical frequency standard utilizing an 85 km fiber optic link. Quantum Electronics Conference, 2003. EQEC '03. European, page 253, 22-27 June 2003.
- [24] F.NARBONNEAU, M.LOURS, C.DAUSSY, O.LOPEZ, A.CLAIRON et G.SANTARELLI : Ultra-

- stable ground frequency dissemination via optical fibers. the 17th European Frequency and Time Forum, 2004.
- [25] G.QUADRI, H.MARTINEZ-REYES, B.BENAZET et O.LLOPIS : A low phase noise optical link for reference oscillator signal distribution. Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003. Proceedings of the 2003 IEEE International, 4-8 May:336 – 340, 2003.
- [26] G.QUADRI, H.MARTINEZ-REYES, C.GONZALEZ, B.BENAZET et O.LLOPIS : Etude de photo-oscillateurs rf et micro-ondes pour la transmission optique de porteuses a haute purete spectrale. JNM-Lille, 21-23 May:2C4, 2003.
- [27] A.PREMOLI et P.TRAVELLA : A revisited three-corned hat method for estimating frequency standard instability. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 42(1):7–13, Februrt 1993.
- [28] F.VERNOTTE, J.DELPORTE et M.BRUNET : The three-corned hat method : An attempt to identify some clock correlation. In proceding of IEEE FFC, 2004.
- [29] D.W. ALLAN : Picosecond time difference measurement system. Proc. 29th Annu. Symp. on Freq. Contrl, pages 404–411, May 1975.
- [30] J.E.GRAY et D.ALLAN : A method for estimating the frequency stability of an individual oscillator. In Proceeding of the 28th Annual Symposium on Frequency Control, pages 243–246, May 1974.
- [31] Denis FEST : Caractérisation des oscillateurs de très haue stabilité par une méthode de correlation. Thèse ENSMM, N° ordre 1, 1982.
- [32] D.FEST, J.GROSLAMBERT et J.J.GAGNEPAIN : Individual characterization of an oscillator by means of correlation or cross-variance method. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 32(2):447–450, September 1983.
- [33] J.SAALAOUI, M.ADDOUCHE, V.GIORDANO et F.VERNOTTE : Frequency-locked between a h-maser and cs clock. In proceding of IEEE FFC, 2004.
- [34] G.SANTARELLI, M.ABGRALL, S.ZHANG, P.LEMONDE, Ph. LAURENT et A.CLAIRON : Comparison of two cesium fountain primary frequency standards. Precision Electromagnetic Measurements Digest, pages 309 – 310, 14-19 May 2000.
- [35] L.A. BREAKIRON : Timescale algorithms combining cesium clocks and hydrogen masers. PTTI, 23 rd:297–305, December 1991.
- [36] L GALLEANI et P TAVELLA : On the use of the kalman filter in timescales. Metrologia.

- [37] G.CIBIEL, M.REGIS, E.TOURNIER et O.LLOPIS : am noise impact on low level phase noise measurements. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, 49(6):784–788, June 2002.
- [38] Li RONGCHENG, Zhang AIMIN et Jin ZIYUAN : The modified allan variance and its measurement. Precision Electromagnetic Measurements, CPEM '90 Digest, pages 430 – 431, 11-14 June 1990.
- [39] C.A. GREENHALL : Estimating the modified allan variance. IEEE Freq. Contrl. Symp Proc., pages 346–353, 346-353 1995.
- [40] D.W. ALLAN et J.A. BARNES : "a modified allan variance with increased oscillator characterization ability. Proc. 35th Annu. Symp. on Freq. Contrl, pages 470–474, May 1981.
- [41] D.W. ALLAN et H. HELLOWIG : Time deviation and time prediction error for clock specification, characterization, and application. March 1981.
- [42] E.RUBIOLA, M.OLIVIER et J.GROSLAMBERT : Phase noise in the regenerative frequency dividers. IEEE TIM, 41(3):353–360, June 1992.
- [43] E.RUBIOLA et F.LARDET-VIEUDRIN : Low flicker-noise dc amplifier for 50 /spl omega/ sources. Frequency Control Symposium and Exposition 2004. Proceedings of the 2004 IEEE International, pages 471 – 474, 23-27 Aug 2004.
- [44] GROSLAMBERT : Mesure du bruit de phase et de fréquence des oscillateurs. Formation temps-frequence (FORTEF) du centre de formation de l'ENSMM-Besançon., Volume V.
- [45] R.VESSOT, H.PETERS et J.VANIER : An intercomparaison of hydrogen and cesium frequency standards. TIM, IM-15:165–176, December 1966.
- [46] F.VERNOTTE, J.DELPORTE et M.BRUNET : A re-revisited three cornered hat method for estimating clock instabilites. In 18th European Frequency and Time Forum, mars 2004.
- [47] J.GROSLAMBERT, D.FEST, M.OLIVIER et J.J.GAGNEPAIN : Characterization of frequency fluctuations by crosscorrelations and by using three or more oscillators. Proc.FCS, 35th:458–463, May 1981.
- [48] <http://www.rfpa.com/optical/orl.htm>.
- [49] F. LARDET-VIEUDRIN, P. SALZENSTEIN, D. VERNIER, D. GILLET, M. CHAUBET et V. GIOR-DANO : Design and realisation of a 100 mhz synthesis chain from an x-band reference signal. Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and P A Exhibition, 2003.

- 
- [50] E.RUBIOLA et V.GIORDANO : High sensitivity phase and amplitude measurement of low fourier frequency phenomena. Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, 2002. IEEE International, pages 703 – 709, 29-31 May 2002.
- [51] S.R.TEIN et R.L.S.FILLER : Kalman filter analysis for real time applications of clocks and oscillators. Frequency Control Symposium, 1988., Proceedings of the 42nd Annual, pages 447 – 452, 1-3 June 1988.
- [52] C.A.GREENHALL : An optimal modification of a kalman filter for time scales. Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003. Proceedings of the 2003 IEEE International, pages 228–232, 4-8 May 2003.
- [53] Y.F.KROUPA : Spectral properties of ddfs : computer simulations and experimental verifications. Frequency Control Symposium, IEEE International, 48th:613 – 623, 1-3 June 1994.
- [54] G.BRIDA : The dual mixer time difference at ien. Precision Electromagnetic Measurements Digest, 2000 Conference on, pages 52 – 53, 14-19 May 2000.
- [55] L.SOJDR, J.CERMÁK et R. BARILLET : Optimization of dual-mixer time-difference multiplier. Proc. 18th European Time and Frequency Forum, Guildford UK, 2004.