



**HAL**  
open science

# Prédiction de signatures électriques dans un actionneur en prenant en compte les lois de matériaux

Fabien Sixdenier

► **To cite this version:**

Fabien Sixdenier. Prédiction de signatures électriques dans un actionneur en prenant en compte les lois de matériaux. Energie électrique. Université Claude Bernard - Lyon I, 2005. Français. NNT : . tel-00011188

**HAL Id: tel-00011188**

**<https://theses.hal.science/tel-00011188>**

Submitted on 12 Dec 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée

devant l'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD - LYON1

UFR de Génie Electrique et des procédés

pour l'obtention

du **DIPLOME DE DOCTORAT**

arrêté du 30 Mars 1992

**Spécialité : Génie Electrique**

**Ecole doctorale EEA**

Par

**Fabien SIXDENIER**

**Prédiction de signatures électriques dans un actionneur en  
prenant en compte les lois de matériaux**

**Soutenue le 24 Novembre 2005 devant la commission d'examen :**

Jury Présidé par Mr B. Multon :

Mr C. ESPANET

Mr J. GYSELINK

Mme A. KEDOUS-LEBOUC (Rapporteur)

Mr J.P. MASSON

Mr L. MOREL

Mr B. MULTON (Rapporteur)



# UNIVERSITE CLAUDE BERNARD - LYON1

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| <b>Président de l'université</b>                                | <b>M. le Professeur D. DEBOUZIE</b> |
| Vice-président du conseil scientifique                          | M. le Professeur J.F. MORNEX        |
| Vice-président du conseil d'administration                      | M. le Professeur R. GARRONE         |
| Vice-président du conseil des études et de la vie universitaire | M. le Professeur G. ANNAT           |
| Secrétaire général  | M. J.P. BONHOTAL                    |

## SECTEUR SANTE

### *Composantes*

|   |  |
|---|--|
| UFR de Médecine Lyon R.T.H Laennec  | Directeur : M. le professeur D. VITAL-DURAND |
| UFR de Médecine Lyon Grange-Blanche   | Directeur : M. le professeur X. MARTIN       |
| UFR de Médecine Lyon-Nord   | Directeur : M. le professeur F. MAUGUIERE    |
| UFR de Médecine Lyon-Sud  | Directeur : M. le professeur F.N. GILLY      |
| UFR d'Odontologie   | Directeur : M. O. ROBIN                      |
| Institut des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques  | Directeur : M. le professeur F. LOCHER       |
| Institut Techniques de Réadaptation   | Directeur : M. le professeur L. COLLET       |
| Département de Formation et Centre de Recherche en Biologie Humaine                         | Directeur : M. le professeur P. FARGE        |
| Département de Production et Réalisation Assistance Conseil en Technologie pour l'éducation | Directrice : Mme. le professeur M. HEYDE     |

## SECTEUR SCIENCES

### *Composantes*

|  |   |
|--|---|
| UFR de Physique  | Directeur : M. le professeur A. HOAREAU     |
| UFR de Biologie  | Directeur : M. le professeur H. PINON       |
| UFR de Mécanique   | Directeur : M. le professeur H. BEN HADID   |
| UFR de Génie Electrique et des Procédés                        | Directeur : M. le professeur A. BRIGUET     |
| UFR Sciences de la Terre                                       | Directeur : M. le professeur H. HANTZPERGUE |
| UFR de Mathématiques   | Directeur : M. le professeur M. CHAMARIE    |
| UFR d'Informatique   | Directeur : M. le professeur M. EGEA        |
| UFR de Chimie Biochimie  | Directeur : M. le professeur J.P. SCHARFF   |
| UFR STAPS  | Directeur : M. le professeur R. MASSARELLI  |
| Observatoire de Lyon   | Directeur : M. le professeur R. BACON       |
| Institut des sciences et des techniques de l'ingénieur de Lyon | Directeur : M. le professeur J. LIETO       |
| IUT A  | Directeur : M. le professeur M.C. COULET    |
| IUT B  | Directeur : M. le professeur R. LAMARTINE   |
| Institut de Science Financière et d'Assurance                  | Directeur : M. le professeur J.C. AUGROS    |



## Remerciements

*Ce travail de thèse s'est déroulé au sein du Centre de Génie Electrique de LYon (CEGELY) sur le site de l'Université Claude Bernard Lyon1.*

*Je tiens, tout d'abord, à remercier le professeur Guy Clerc pour m'avoir accueilli sur le site.*

*Je tiens à exprimer toute ma gratitude à M. Jean-Pierre Masson, professeur au CEGELY, qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Au cours de ces trois années, j'ai pu apprécier, en plus d'un encadrement scientifique de qualité, ses qualités humaines et sa gentillesse.*

*Je remercie vivement M. Laurent Morel, maître de conférences au CEGELY qui a coencadré et animé cette thèse. Qu'il trouve ici, tout mon respect et mon amitié*

*Je suis très honoré que Mme Afef Kedous-Lebouc, Chargé de Recherches au Laboratoire d'électrotechnique de Grenoble et M. Bernard Multon, professeur à l'école normale supérieure antenne de Bretagne aient accepté de être rapporteurs de ce travail. Je les remercie pour l'ensemble de leurs remarques et suggestions.*

*J'adresse à M. Johan Gyselink, professeur à l'université libre de Bruxelles et M. Christophe Espagnet, maître de conférences à l'université de technologie de Belfort-Montbéliard mes plus vifs remerciements pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour l'honneur qu'ils m'ont fait en participant au jury.*

*Je suis également très reconnaissant à M. Bruno Lefebvre de la société ABB de m'avoir permis de travailler sur le capteur de courant avec une totale liberté et pour les échanges toujours très cordiaux que nous avons eu.*

*J'adresse à toute l'équipe du Laboratoire de Génie Industriel et Production Mécanique de Metz (LGIPM) et plus particulièrement à M. Christophe Sauvey, maître de conférences, mes sincères remerciements pour m'avoir permis de visiter et de travailler avec son équipe pendant une trop courte période.*

*Que tous les membres du laboratoire soient aussi remerciés pour l'ambiance de travail agréable qui y règne. Je tiens à remercier tout particulièrement M. Riccardo Scoretti, Chargé de Recherche, pour son aide qu'il ne refuse jamais et pour ses intarissables qualités humaines.*

*Que mes camarades doctorants, que j'ai pu cotoyé, trouvent ici mes remerciements pour l'esprit de grande camaraderie et de solidarité qui régnaient entre nous.*

*Ces dernières lignes sont pour mes parents et mes amis. Je leur dis merci pour tout le soutien et tous les encouragements qu'ils ont su me donner tout au long de ce travail et jusqu'au dernier instant.*



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introduction générale</b>   | <b>3</b>  |
| <b>1 Méthodes de modélisation des dispositifs électrotechniques</b>                  | <b>7</b>  |
| 1.1 Introduction   | 8         |
| 1.2 Outils de calculs de champs  | 8         |
| 1.2.1 Les équations locales de l'électromagnétisme                                   | 8         |
| 1.2.2 Méthodes numériques  | 10        |
| 1.2.3 Couplage avec les équations électriques et mécaniques                          | 11        |
| 1.3 Formulations à partir de grandeurs globales                                      | 12        |
| 1.3.1 Introduction   | 12        |
| 1.3.2 Utilisation de la méthode d'inductance   | 12        |
| 1.3.3 Circuit magnétique équivalent  | 14        |
| 1.3.4 Les graphes de liens   | 19        |
| 1.4 Bilan et choix d'une méthode ou de plusieurs méthodes couplées                   | 20        |
| <b>2 Modélisations du comportement des matériaux magnétiques</b>                     | <b>23</b> |
| 2.1 Généralités sur les matériaux magnétiques  | 24        |
| 2.1.1 Introduction   | 24        |
| 2.1.2 D'un point de vue microscopique  | 24        |
| 2.1.3 D'un point de vue macroscopique  | 25        |
| 2.2 Comportement statique et dynamique   | 28        |
| 2.2.1 Comportement statique  | 29        |
| 2.2.2 Comportement dynamique   | 30        |
| 2.3 Implantation des modèles existants dans les systèmes de représentation           | 32        |
| 2.4 Modèle statique et dynamique du laboratoire                                      | 37        |
| 2.4.1 Modèle dynamique   | 37        |
| 2.4.2 Modèle statique  | 39        |
| 2.5 Représentation d'un système électrique comportant un circuit magnétique          | 41        |
| 2.5.1 Entrée en courant  | 41        |
| 2.5.2 Entrée en tension  | 43        |
| 2.6 Identification des paramètres  | 44        |
| <b>3 Validation d'association de tubes de flux sur un capteur de courant asservi</b> | <b>47</b> |
| 3.1 Introduction   | 48        |
| 3.2 Problématique et choix d'une représentation                                      | 48        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.3      | Prise en compte des effets dus à la géométrie . . . . .                        | 50         |
| 3.4      | Prise en compte des effets dus au comportement du matériau magnétique . .      | 57         |
| 3.5      | Représentation du système dans un logiciel de type circuit . . . . .           | 59         |
| 3.6      | Résultats . . . . .  | 61         |
| 3.7      | Conclusion . . . . .   | 66         |
| <b>4</b> | <b>Couplage des méthodes globales et locales</b>                               | <b>69</b>  |
| 4.1      | Introduction . . . . .   | 70         |
| 4.2      | Couplage tube de flux - Zone EF élémentaire . . . . .                          | 72         |
| 4.2.1    | Introduction . . . . .   | 72         |
| 4.2.2    | Transformation des grandeurs globales en grandeurs locales . . . . .           | 72         |
| 4.2.3    | Transformation des grandeurs locales en grandeurs globales . . . . .           | 75         |
| 4.2.4    | Quelle taille pour le domaine EF ? . . . . .                                   | 76         |
| 4.3      | Résultats . . . . .  | 77         |
| 4.3.1    | Descriptif de la manipulation . . . . .  | 77         |
| 4.3.2    | Comparaison simulation versus mesures . . . . .                                | 79         |
| 4.4      | Conclusion . . . . .   | 84         |
| <b>5</b> | <b>Validation du couplage EF - tubes de flux sur un actionneur</b>             | <b>85</b>  |
| 5.1      | Introduction . . . . .   | 86         |
| 5.2      | Présentation du système étudié . . . . .                                       | 87         |
| 5.3      | Couplage EF Tubes de flux . . . . .  | 88         |
| 5.4      | Représentation simplifiée du convertisseur statique . . . . .                  | 92         |
| 5.5      | Couplage magnétique-mécanique . . . . .  | 93         |
| 5.6      | Optimisation de la taille du domaine EF . . . . .                              | 95         |
| 5.7      | Résultats . . . . .  | 99         |
| 5.8      | Conclusion . . . . .   | 109        |
|          | <b>Conclusion générale</b>   | <b>111</b> |
|          | <b>Bibliographie</b>   | <b>115</b> |
| <b>A</b> | <b>Optimisation multicritères par la méthode de Pareto</b>                     | <b>121</b> |
| A.1      | Principe de base . . . . .   | 121        |
| A.2      | Ensemble des meilleures solutions . . . . .                                    | 122        |
| A.3      | Optimisation multicritères par la méthode de pondération des objectifs . . . . | 123        |

# Introduction générale

La compétition économique actuelle impose aux industriels spécialisés dans le génie électrique de réduire leurs coûts de conception tout en améliorant les performances de leurs produits.

La réalisation de prototypes s'est sensiblement réduite ces dernières années en raison du coût de fabrication d'une part et des progrès des logiciels de représentation des systèmes électriques d'autre part. L'utilisation de ces logiciels permet à moindre coût et en un temps réduit de simuler le comportement du système étudié sans danger ni pour les utilisateurs ni pour le matériel. L'aptitude de ces outils à représenter fidèlement la réalité dépend des modèles utilisés pour décrire telle ou telle partie du dispositif.

L'électronique de puissance associée à des lois de commande, découlant de l'automatique, de plus en plus sophistiquées et efficaces a permis ces dernières années de piloter les systèmes de manière à ce qu'ils réagissent à la sollicitation en des temps de réponse de plus en plus courts et d'augmenter la puissance massique des actionneurs.

Les modes de fonctionnement du système sont alors transitoires et les phénomènes physiques (électriques, magnétiques, mécaniques) d'habitude séparés par leurs constantes de temps respectives sont alors grandement couplés. Ajoutons également que ces sollicitations se placent quelquefois à la limite des contraintes supportées par le système.

Aussi de plus en plus souvent, le système formé par la chaîne source électrique - circuit magnétique - charge en régime dynamique doit pouvoir être représenté dans son ensemble et non plus séparément. De ce fait, les logiciels de simulation ou d'aide à la conception doivent prendre en compte aujourd'hui des phénomènes autrefois négligés.

Dans un actionneur électromagnétique, le circuit magnétique joue le rôle indispensable de canalisateur de flux pour diriger l'énergie magnétique dans la zone souhaitée (l'entrefer).

Au sein de ce circuit magnétique, des énergies de différente nature, sont transformées, stockées, échangées et dissipées. Les performances de l'outil informatique pour représenter les régimes transitoires et les pertes sont liées à la précision avec laquelle sont évaluées simultanément toutes ces formes d'énergie. Ce constat impose au modèle d'être à même de décrire, en régime dynamique, tout l'historique de l'aimantation du matériau.

Selon le domaine physique étudié, certaines méthodes sont plus appropriées ou quelquefois plus confortables à utiliser. L'association de différentes méthodes de représentation des phénomènes physiques est une possibilité pour décrire tel ou tel phénomène avec le compromis précision/temps de calcul en faisant les hypothèses simplificatrices nécessaires au couplage de ces méthodes.

Notre travail a consisté à développer des outils de simulation dans lesquels le circuit magnétique est au coeur de la conversion énergétique. Des hypothèses simplificatrices ou/et des couplages de méthodes a priori ou en temps réel nous autorisent à étudier les régimes transitoires à l'intérieur de ces circuits et à en évaluer les pertes.

Nous rappellerons dans le premier chapitre quelques méthodes constituant l'état de l'art des modèles de représentation des systèmes du génie électrique en soulignant les avantages et inconvénients de chacun.

Nous aborderons dans le deuxième chapitre, la description sommaire des phénomènes statiques et dynamiques intervenant au sein des matériaux magnétiques. Quelques modèles présents dans la littérature seront présentés brièvement et comparés. Les modèles statiques et dynamiques développés au laboratoire seront ensuite un peu plus détaillés ainsi que leur utilisation pour décrire la géométrie du circuit magnétique et l'identification des paramètres nécessaires aux modèles.

Le troisième chapitre présentera la validation des modèles de comportement des matériaux magnétiques du laboratoire sur un exemple industriel. Il s'agit en l'occurrence d'un capteur de courant asservi

Le quatrième chapitre sera consacré à la validation d'un couplage de méthodes sur un exemple de type "cas d'école"

Le cinquième chapitre présentera l'utilisation de ce couplage sur un actionneur très grande vitesse où son utilisation se révélera particulièrement nécessaire pour l'étude du fonctionnement de cet actionneur ainsi que pour prédire ses performances.



# Chapitre 1

## Méthodes de modélisation des dispositifs électrotechniques

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Introduction . . . . .</b>   | <b>8</b>  |
| <b>1.2</b> | <b>Outils de calculs de champs . . . . .</b>                                    | <b>8</b>  |
| 1.2.1      | Les équations locales de l'électromagnétisme . . . . .                          | 8         |
| 1.2.2      | Méthodes numériques . . . . .   | 10        |
| 1.2.3      | Couplage avec les équations électriques et mécaniques . . . . .                 | 11        |
| <b>1.3</b> | <b>Formulations à partir de grandeurs globales . . . . .</b>                    | <b>12</b> |
| 1.3.1      | Introduction . . . . .  | 12        |
| 1.3.2      | Utilisation de la méthode d'inductance . . . . .                                | 12        |
| 1.3.3      | Circuit magnétique équivalent . . . . .   | 14        |
| 1.3.4      | Les graphes de liens . . . . .  | 19        |
| <b>1.4</b> | <b>Bilan et choix d'une méthode ou de plusieurs méthodes couplées . . . . .</b> | <b>20</b> |

---

## 1.1 Introduction

Les méthodes de modélisation des dispositifs électrotechniques sont nombreuses et variées. Celles-ci peuvent être classées dans une des trois catégories suivantes : les modèles de connaissance, de représentation et les modèles énergétiques. Selon l'application, l'utilisation de ces modèles devra se justifier par rapport à la nature des résultats recherchés et la précision souhaitée.

Selon qu'il s'agisse de concevoir une machine électrique, de déterminer une loi de commande, de déterminer les pertes et donc le rendement d'un système ou bien de diagnostiquer un défaut de fonctionnement, l'ingénieur ou le chercheur devra se poser toutes ces questions afin de choisir la ou les méthodes qui sont nécessaires pour résoudre le problème posé.

Les outils informatiques sont aujourd'hui à la disposition de l'ingénieur ou du chercheur pour l'aider dans une certaine mesure à décider d'une solution. Ceux-ci permettent, à coûts réduits, de prédire les phénomènes en résolvant les équations de la physique.

Nous décrirons, sommairement, dans ce chapitre, une liste non exhaustive des méthodes les plus utilisées dans les logiciels de simulation avec les hypothèses inhérentes à chaque méthode et les équations qui en découlent.

Un bilan de ces méthodes sera fait en fin de ce chapitre pour nous situer par rapport à celles-ci et faire un choix quand à nos préoccupations.

## 1.2 Outils de calculs de champs

### 1.2.1 Les équations locales de l'électromagnétisme

Les équations locales de l'électromagnétisme ou «équations de Maxwell» datant du XIX<sup>e</sup> siècle décrivent le comportement local dans le temps et dans l'espace des grandeurs électriques et magnétiques et leurs interactions mutuelles.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (1.4)$$

Avec :

- $\vec{H}$  : Champ d'excitation magnétique
- $\vec{B}$  : Induction magnétique
- $\vec{J}$  : Densité de courant
- $\vec{E}$  : Champ électrique
- $\vec{D}$  : Induction électrique
- $\rho$  : Densité de charges

Pour pouvoir résoudre ces équations, il est nécessaire de les compléter par les relations de comportement des matériaux.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{M} \quad (1.6)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (1.7)$$

Avec :

- $\sigma$  : Conductivité électrique
- $\mu$  : Perméabilité magnétique
- $\varepsilon$  : Permittivité diélectrique

Les modèles pour représenter ces comportements sont nombreux et variés et fait toujours l'objet de développements. Pour résoudre les équations de Maxwell, on fait souvent appel aux méthodes numériques [CS00]. L'utilisation de ces méthodes impose plusieurs choses. Tout d'abord une équation unique qu'elle soit scalaire ou vectorielle ainsi que des condi-

tions d'interface entre les différents milieux et matériaux. Ensuite un domaine de résolution bien défini et borné avec des conditions aux limites sur ces frontières. Enfin des conditions initiales pour les problèmes dépendant du temps.

Dans la pratique, selon le problème que l'on veut résoudre, des simplifications peuvent être faites à plusieurs niveaux. Tout d'abord, des phénomènes dynamiques peuvent être négligés et les lois de comportement des matériaux peuvent être simplifiées. La géométrie du problème peut également conduire à des simplifications. Par exemple, l'étude des phénomènes dans une machine électrique est souvent ramenée à une étude bidimensionnelle en négligeant les phénomènes dans la troisième dimension. Les symétries du système peuvent également réduire la taille du problème.

### 1.2.2 Méthodes numériques

Pour résoudre les équations vues précédemment, il existe plusieurs méthodes. Quelle que soit celle-ci, l'ingénieur ou le chercheur doit, au préalable, définir la nature du problème (2D, 3D, statique, dynamique, linéaire, non-linéaire,...) et les éventuelles symétries du problème. Une discrétisation en un nombre de points ou surfaces élémentaires du domaine d'étude doit ensuite être effectuée.

Les méthodes numériques les plus utilisées dans les logiciels commerciaux ou universitaires sont la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des équations intégrales de frontière.

La méthode des différences finies est la plus ancienne. Le principe de cette méthode consiste à découper le domaine en une grille de points. En chacun de ces points, la solution est approximée grâce à un développement en série de Taylor d'une fonction. Cette méthode présente deux inconvénients majeurs. Le fait d'appliquer un maillage régulier rend difficile l'étude de géométries complexes sans rendre déraisonnable le nombre de noeuds. De plus la prise en compte des conditions d'interfaces entre milieux entraînant des dérivées normales est difficile surtout pour des interfaces angulaires.

La méthode des éléments finis est une évolution de la méthode précédente. Le principe succinct est de dire que pour la plupart des équations différentielles de l'électromagnétisme, il existe une formulation variationnelle correspondante. Certaines grandeurs scalaires comme par exemple l'énergie peuvent être minimisées et les solutions des équations différentielles sont les conditions de cette minimisation. D'un point de vue mathématique, la minimisation de cette fonctionnelle conduit à un système d'équations à  $N$  inconnues,  $N$  étant le nombre de noeuds du problème, qui peut être résolu de nombreuses façons (Gauss, Choleski, ICCG,...).

La méthode des équations intégrales de frontière [Nic83] est la plus récente des méthodes citées ici. Cette méthode consiste à transformer les équations aux dérivées partielles en une équation intégrale de surface liant les fonctions inconnues et certaines de leurs dérivées. Ainsi, un problème 3D est résolu à partir d'une formulation 2D. Toutefois d'autres problèmes théoriques et pratiques limitent encore l'emploi de cette méthode à quelques cas particuliers.

Notons que des couplages entre ces méthodes ont été réalisés ces dernières années.

### 1.2.3 Couplage avec les équations électriques et mécaniques

Le couplage des équations de champ avec les équations algèbro-différentielles électriques du circuit d'alimentation et avec les équations mécaniques [SLNC96], [DPBMC96] pour prendre en compte la déformation relative de la géométrie du système dans le cas d'une modélisation bidimensionnelle a été réalisé et validé depuis une vingtaine d'années.

Les logiciels de calcul de champs commerciaux actuels permettent donc de modéliser un système complet. Quelques synthèses de méthodes se trouvent dans [TKMS93]. Ce type de couplage permet l'observation des régimes transitoires électriques et mécaniques lorsque le phénomène d'hystérésis peut être négligé. Malgré la performance de ces outils et des moyens informatiques disponibles aujourd'hui, une modélisation complète est rarement envisagée dans une phase de conception ou bien alors comme ultime test (prototypage virtuel) avant la fabrication d'un premier prototype.

## 1.3 Formulations à partir de grandeurs globales

### 1.3.1 Introduction

Dans une formulation de type global, les hypothèses émises permettent de considérer que les phénomènes, décrits par les équations de Maxwell, intégrées sur un volume sont uniformes dans le volume considéré. Ceci évite la résolution d'équations aux dérivées partielles et permet donc de définir des grandeurs macroscopiques. Ceci permet en général de réduire considérablement le nombre d'inconnues au détriment de la précision.

On peut distinguer parmi les formulations de type globale deux familles. La première consiste à utiliser la notion d'inductance, ce qui permet d'utiliser des variables provenant uniquement du domaine électrique. La deuxième consiste à modéliser le circuit magnétique par un schéma magnétique équivalent.

### 1.3.2 Utilisation de la méthode d'inductance

Cette approche est la plus utilisée pour modéliser un actionneur de manière globale. L'actionneur est vu comme un ensemble de circuits électriques couplés magnétiquement. Les grandeurs mécaniques (couples, forces) sont déterminées à partir des variations de l'énergie magnétique stockée ou de la coénergie magnétique par rapport à la position.

Le comportement du système s'exprime donc sous la forme de la loi d'Ohm généralisée qui peut s'écrire sous la forme d'un système matriciel :

$$\{V\} = [R] \cdot \{I\} + \frac{d\{\phi\}}{dt} \quad (1.8)$$

- $\{I\}$  est le vecteur représentatif des courants dans chaque branche du circuit.
- $\{V\}$  est le vecteur représentatif des sources de tension dans chaque branche du circuit.
- $\{\phi\}$  est le vecteur représentatif des flux totaux dans les divers enroulements.
- $[R]$  est une matrice faisant intervenir la topologie des circuits et les valeurs des résistances de chaque branche.

Pour représenter la totalité du couplage électrique-magnétique par des grandeurs uniquement électriques, les notions d'inductances, propres à un bobinage, mutuelles entre deux bobinages et de fuites doivent être introduites. Le couplage électrique magnétique peut alors s'écrire :

$$\{\phi\} = [L] \cdot \{I\} \quad (1.9)$$

–  $[L]$  est la matrice inductance représentative du couplage électrique-magnétique.

En réalité, le flux dans les enroulements, à un instant donné, dépend de la répartition spatiale de ces enroulements, de la géométrie du circuit magnétique et de la nature des matériaux constitutifs. Les coefficients de la matrice inductance sont donc fonction de la partie mobile du circuit magnétique vis-à-vis de la partie fixe. En toute rigueur, cette matrice inductance, devrait également traduire la relation non-linéaire existant entre courants et flux due à la saturation, à l'hystérésis et aux courants induits. Le comportement des matériaux magnétiques est donc ignoré. Pour autant, la loi d'Ohm généralisée s'écrit alors :

$$\{V\} = [R] \cdot \{I\} + \frac{d([L(\theta, I)] \cdot \{I\})}{dt} \quad (1.10)$$

Dans de nombreux cas, la relation entre flux et courants est considérée comme linéaire et univoque, la matrice inductance ne dépend plus alors que de la position. L'équation précédente se simplifie :

$$\{V\} = [R] \cdot \{I\} + [L(\theta)] \cdot \frac{d\{I\}}{dt} + \frac{\partial [L(\theta)]}{\partial \theta} \cdot \{I\} \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (1.11)$$

Les travaux de Kron dans les années 30 ont encore simplifié l'équation précédente. Le principe consiste à projeter les grandeurs physiques du système d'équations dans un repère approprié où la matrice inductance ne dépend plus de la position. Aucune information physique n'est ajoutée à la modélisation, cependant ces transformations permettent une résolution analytique ou numérique beaucoup plus aisée. La transformation de Park, basée sur le même principe, est la plus utilisée car elle permet à partir d'une seule matrice orthogonale de transformer toutes les grandeurs (tensions, courants, flux) en respectant les conservations énergétiques. Ce formalisme est particulièrement adapté pour définir des lois

de commande avancées. Ces lois pouvant aisément être implantées dans des composants de type microcontrôleur ou DSP.

Ces approches ont permis, malgré les hypothèses simplificatrices, de représenter avec succès le fonctionnement en régime permanent et transitoire de transformateurs ou des machines électriques à partir d'un nombre réduit de paramètres. Notons que les données relatives à ces modèles peuvent être déterminées par la mesure de grandeurs externes (courants, tensions, vitesse,...) ou de plus en plus à partir de calculs de champs.

Certains travaux [Gre77], [Mak96] ont réussi à prendre en compte le phénomène de saturation avec succès. Le principe employé est en général de réactualiser certains coefficients de la matrice inductance grâce à un coefficient de saturation. Ce coefficient de saturation est évalué différemment selon les auteurs (schéma équivalent magnétique, inductance dynamique).

Ces modèles ne permettent pas de représenter la totalité des effets au sein d'un matériau magnétique et sont par conséquent limités dans la prédiction précise des formes d'ondes d'une part et des pertes d'autre part.

### 1.3.3 Circuit magnétique équivalent

La description d'un actionneur par schéma magnétique équivalent rentre dans le cadre plus général de la modélisation des systèmes dynamiques à l'aide de constantes localisées. Cette méthode est souvent associée à la théorie des réseaux de Kirchhoff [BN83]. Cette méthode très utilisée pour décrire les circuits électriques permet la représentation de systèmes dans d'autres domaines physiques [Juf79] (mécanique, thermique, magnétique...).

Un système, quel que soit son domaine physique, se représentera à partir de sept éléments de base connectés entre eux et différenciés par leur comportement énergétique. Le tableau 1.1 présente les sept éléments de base.

Chaque élément de base est caractérisé par :

- un certain nombre de bornes ou noeuds (au moins deux)
- un potentiel et un flux de particules pour chaque borne

| Comportement énergétique |                            | Formalisme électrique                      |
|--------------------------|----------------------------|--|
| Energétique passif       | Dissipation<br>Stockage    | Résistance R<br>Inductance L<br>Capacité C |
| Energétique actif        | Source                     | Source de tension<br>Source de courant     |
| Non-énergétique          | Pas d'action sur l'énergie | Transformateur parfait<br>Gyrateur parfait |

TAB. 1.1 – Décomposition en éléments de base dans le formalisme de Kirchhoff

– un modèle (ou loi comportementale) reliant les grandeurs vues précédemment

Le flux de particules est un concept inhérent au modèle, il peut être fictif comme dans le domaine magnétique. La représentation mathématique du système découle de la conservation de l'énergie relative aux noeuds du réseau construit.

Rentrons maintenant un peu plus dans les détails de la méthode pour voir le cheminement permettant d'aboutir à une représentation d'un circuit magnétique par un réseau à constantes localisées avec les hypothèses nécessaires pour y parvenir.

La méthode de modélisation par schéma magnétique équivalent suppose que l'on peut «découper» le système en tube d'induction ou tubes de flux. Un tube d'induction est une région de l'espace formée par les lignes du champ vectoriel d'induction s'appuyant sur un contour fermé.

#### **Tube de flux et différence de potentiel magnétique**

Si l'on considère un tube de flux (cf. figure 1.1) de section variable  $S_t$  et de perméabilité  $\mu$ . Si nous supposons qu'aucun courant n'est présent dans le tube, on peut écrire qu'en tout point dans le volume du tube :

$$\text{rot}\vec{H} = 0 \quad (1.12)$$

Dans ces conditions, on peut écrire que le champ magnétique  $\vec{H}$  au sein du tube dérive d'un potentiel  $\varepsilon$ . Par conséquent, la circulation de  $\vec{H}$  entre les bornes A et B du tube de flux s'écrit comme une différence de potentiel magnétique [Ost89] :

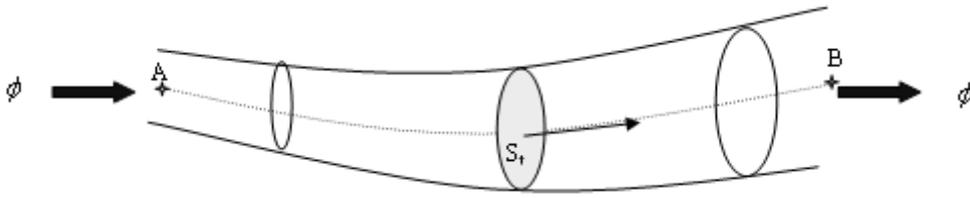


FIG. 1.1 – Tube de flux élémentaire dans un champ magnétique

$$\int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_A - \varepsilon_B = \varepsilon_{AB} \quad (1.13)$$

### Notion de réluctance

Si de plus, on se place dans le cas où  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  sont colinéaires et si l'induction est supposée uniforme, on peut écrire sur une section du tube de flux :

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot S_t = \phi \quad (1.14)$$

L'équation (1.13) peut alors être exprimée :

$$\int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{\phi}{\mu \cdot S_t} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_{AB} \quad (1.15)$$

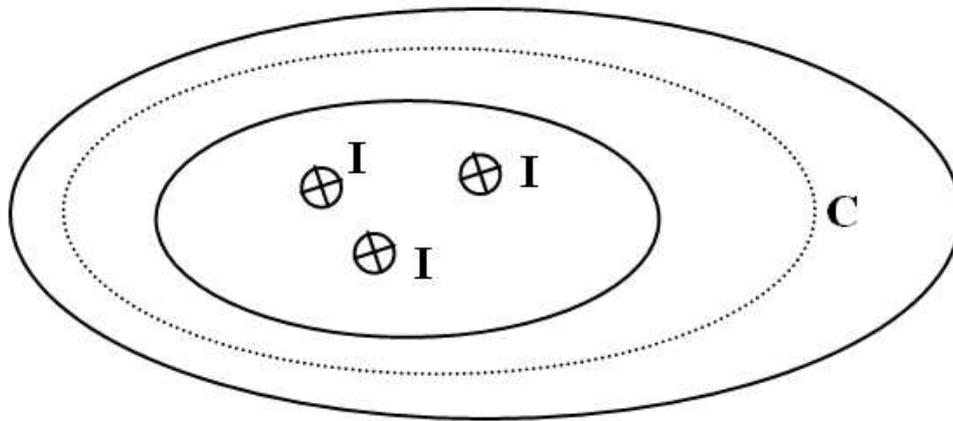
Par définition, le flux est conservatif le long d'un tube de flux :

$$\int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_{AB} = \mathfrak{R} \cdot \phi \quad (1.16)$$

On définit  $\mathfrak{R}$  comme la réluctance du tube de flux, elle a pour expression :

$$\mathfrak{R} = \int_A^B \frac{d\vec{l}}{\mu \cdot S_t} \quad (1.17)$$

Cette dernière est fonction du matériau et de la géométrie du tube de flux et varie en fonction du flux présent dans le tube dans le cas d'un matériau magnétique. On se sert quelque fois de la notion de perméance qui est définie comme l'inverse de la réluctance.

**Notion de force magnétomotrice**FIG. 1.2 – Tube de flux fermé entourant  $N$  conducteurs parcourus par un courant  $I$ 

Si ce tube de flux est fermé sur lui-même et qu'il entoure  $N$  conducteurs parcourus par un courant  $I$  comme le montre la figure 1.2. L'application du théorème d'Ampère sur le contour fermé  $C$  situé à l'intérieur du tube de flux permet d'écrire :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N.I \quad (1.18)$$

Le produit  $N.I$  est donc équivalent à une différence de potentiel magnétique. Il est très souvent appelé force magnétomotrice (fmm) par analogie avec la force électromotrice.

**Exemple**

Considérons le circuit magnétique représenté sur la figure 1.3 autour duquel sont bobinés deux enroulements.

Avec les hypothèses et les lois définies précédemment, ce système peut être modélisé à l'aide d'éléments passifs (les réluctances) et d'éléments actifs (les sources de fmm). Chaque branche ne comportant pas d'enroulement est modélisée par sa réluctance. A contrario, les branches comportant un enroulement sont modélisées par une source de fmm en série avec une réluctance.

L'utilisation de l'analyse nodale ou de la méthode des mailles conduit à l'élaboration du système d'équations représentatif du système. Si l'on se place dans l'hypothèse d'un régime quasi-statique, nous nous trouvons en présence d'un système d'équations algébriques

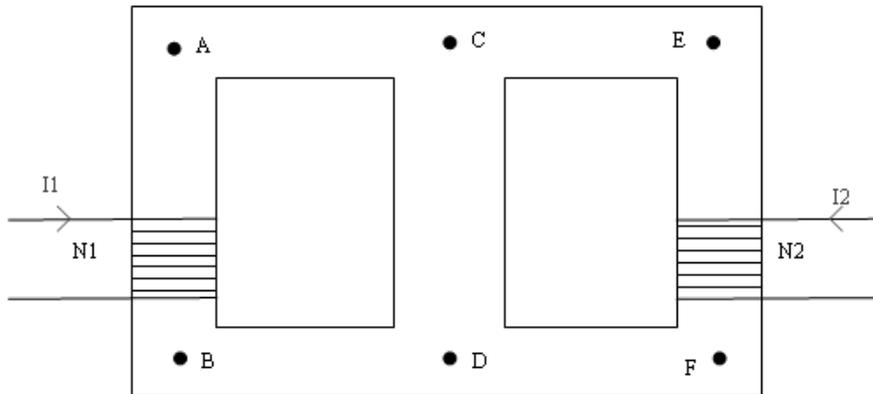


FIG. 1.3 – Circuit magnétique à trois colonnes avec deux enroulements

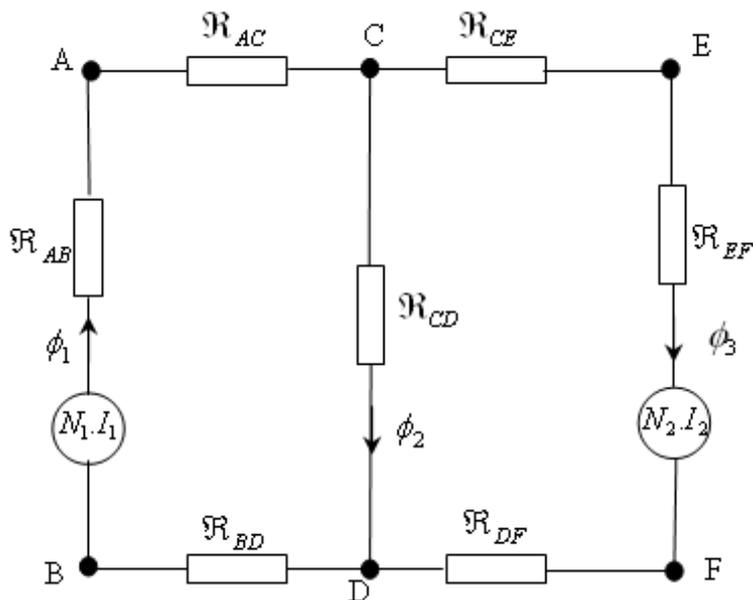


FIG. 1.4 – Schéma magnétique équivalent du circuit magnétique et des enroulements

simple à résoudre analytiquement ou numériquement. En revanche, si l'on étudie le système dans un fonctionnement dynamique en tenant compte des couplages inter domaines physiques (électrique-magnétique, magnétique-mécanique, magnétique-thermique,...), il est indispensable de rendre compte de l'évolution progressive de l'énergie dans le système, c'est-à-dire prendre en compte la continuité temporelle et spatiale de l'énergie. Ces échanges d'énergies sont décrits en introduisant dans le système d'équations, les équations différentielles représentatives du couplage inter-domaines physiques. On obtient alors, un système d'équations différentielles et algébriques.

### 1.3.4 Les graphes de liens

Pour certains systèmes, il est difficile de représenter correctement, avec le formalisme de Kirchhoff, les phénomènes intra-domaines et les couplages inter-domaines physiques. Ceci est principalement dû à l'analogie réluctance/résistance. C'est pourquoi, le formalisme des graphes de lien peut, dans certains cas, répondre à ces difficultés.

Le formalisme des graphes de lien se base sur l'analogie perméance - capacitance [KR91] pour représenter le domaine magnétique. En effet une représentation de type réluctance signifierait que l'on est en présence d'une dissipation d'énergie, ce qui n'est pas correct. Au sein d'un matériau magnétique, il y a bien dissipation dû à la circulation de courants induits microscopiques et macroscopiques mais il y a surtout échange d'énergie. L'analogie perméance/capacitance permet de mieux représenter ce comportement. D'autre part, les couplages inter domaines physiques s'intègrent naturellement dans le formalisme et conduisent à une représentation graphique unique permettant de modéliser le système dans son intégralité.

Un autre avantage des graphes de lien est de fournir une méthode systématique d'analyse de la causalité. Autrement dit, de fournir la réponse à la question : «Se trouve-t-on dans le cas d'un système déterministe ?» et si oui, de donner l'ordre dans lequel doivent être résolues les équations.

Notons que cette méthode a servi à modéliser plusieurs systèmes comme une machine asynchrone [Del95] et une machine synchrone [RHB00] dans le laboratoire LEEP de Lille. Certaines applications où les méthodes ont intégré les comportements des matériaux magnétiques seront citées dans le prochain chapitre.

## 1.4 Bilan et choix d'une méthode ou de plusieurs méthodes couplées

Commençons par dire que toutes les méthodes de représentation qui sont résumées ici ont toutes leur intérêt suivant le but à atteindre.

Toutefois, un grand nombre de méthodes représente le comportement des circuits magnétiques par une courbe anhystérique moyenne, même si nous verrons quelques contre-exemples dans le chapitre suivant, ce qui n'autorise pas une évaluation des pertes et des régimes transitoires dans la même simulation.

Notre but étant de prévoir le fonctionnement d'un système en transitoire en prenant en compte le comportement dynamique des matériaux magnétiques nous verrons, dans le prochain chapitre, quelques méthodes de représentation du comportement des matériaux magnétiques ainsi que leur implantation respective dans les modèles de représentation que nous venons de voir.

Nous pouvons d'ores et déjà dire que la méthode globale utilisant la notion d'inductance n'est pas satisfaisante vu les objectifs que nous nous sommes fixés. Les outils de calcul de champ donnent la description la plus fine d'un système électrique, mais l'implantation de modèles de représentation du comportement dynamique des matériaux magnétiques se révèle compliquée et le temps de calcul risque d'être prohibitif dans le cas d'un problème complexe. Le formalisme des tubes de flux se révèle assez bien adapté en ce qui concerne l'implantation des lois de matériaux dans un circuit magnétique comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Cependant, ce formalisme est mal adapté pour la description fine de zones à forts gradients géométriques et comportementaux comme un entrefer par exemple.

C'est pourquoi un couplage entre une méthode de calcul de champs de type éléments finis et une méthode utilisant le formalisme des tubes de flux nous semble judicieux. La méthode des éléments finis sera employée uniquement pour représenter les phénomènes où les gradients géométriques et comportementaux sont les plus importants et le formalisme des tubes de flux sera, lui, employé uniquement dans les zones où les grandeurs magnétiques sont canalisées, c'est-à-dire le circuit magnétique.



# Chapitre 2

## Modélisations du comportement des matériaux magnétiques

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Généralités sur les matériaux magnétiques . . . . .</b>                      | <b>24</b> |
| 2.1.1      | Introduction . . . . .  | 24        |
| 2.1.2      | D'un point de vue microscopique . . . . .                                       | 24        |
| 2.1.3      | D'un point de vue macroscopique . . . . .                                       | 25        |
| <b>2.2</b> | <b>Comportement statique et dynamique . . . . .</b>                             | <b>28</b> |
| 2.2.1      | Comportement statique . . . . .   | 29        |
| 2.2.2      | Comportement dynamique . . . . .  | 30        |
| <b>2.3</b> | <b>Implantation des modèles existants dans les systèmes de représentation .</b> | <b>32</b> |
| <b>2.4</b> | <b>Modèle statique et dynamique du laboratoire . . . . .</b>                    | <b>37</b> |
| 2.4.1      | Modèle dynamique . . . . .  | 37        |
| 2.4.2      | Modèle statique . . . . .   | 39        |
| <b>2.5</b> | <b>Représentation d'un système électrique comportant un circuit magnétique</b>  | <b>41</b> |
| 2.5.1      | Entrée en courant . . . . .   | 41        |
| 2.5.2      | Entrée en tension . . . . .   | 43        |
| <b>2.6</b> | <b>Identification des paramètres . . . . .</b>                                  | <b>44</b> |

---

## 2.1 Généralités sur les matériaux magnétiques

### 2.1.1 Introduction

On s'intéresse depuis l'antiquité au magnétisme et ses effets d'attraction et de répulsion. Ce phénomène est une manifestation évidente de la présence de forces d'interactions qui nous poussent à nous interroger sur le monde qui nous environne et sur les lois physiques qui le régissent. Près de trois siècles avant J.C, Aristote avait lui-même constaté que la magnétite (ou pierre d'aimant) aimante le fer.

Depuis plus d'un siècle, l'intérêt des matériaux magnétiques est allé croissant. Tout d'abord, au début du XX<sup>e</sup> siècle, les propriétés remarquables du fer ont permis de construire les premières applications du génie électrique [Mul88] à rendement élevé. Les premières machines électriques, datant, elles, d'environ 1850. On peut considérer les machines de PACCINOTI et GRAMME comme les ancêtres des machines à courant continu que nous connaissons aujourd'hui. A peu près à la même époque, on peut trouver les machines construites par le français FROMENT, l'américain DAVENPORT et l'écossais DAVIDSON fonctionnant sur le principe des machines à réluctance variable.

De nos jours, l'intérêt des physiciens pour le magnétisme n'a pas faibli. Comprendre les propriétés magnétiques des solides, l'origine et l'arrangement naturel des moments magnétiques, mobilise toujours les efforts de nombreux scientifiques. Les systèmes électromagnétiques sont omniprésents dans le milieu industriel et de plus en plus dans des lieux communs de la vie quotidienne (la voiture, la maison). Ces systèmes tels que les moteurs électriques, les transformateurs et les inductances de stockage font quasiment tous appel aux matériaux magnétiques pour transformer, transférer ou stocker l'énergie avec les meilleurs rendements possibles.

### 2.1.2 D'un point de vue microscopique

Nous rappellerons dans cette section quelques notions sur le magnétisme et sur les matériaux magnétiques issue de la littérature [Bri97] [Rob79].

D'un point de vue microscopique, un matériau magnétique (comme une tôle ou un tore) est constitué d'atomes. Ces atomes sont eux-mêmes constitués d'un noyau et d'un certain nombre d'électrons satellites répartis en couches. Le mouvement orbital des électrons autour du noyau de l'atome peut être vu comme le déplacement d'une charge électrique et donc un courant électrique. Ce courant électrique circulant sur un parcours de longueur  $l$  donne naissance à un moment magnétique. De plus, les électrons possèdent également un mouvement de rotation propre qui donne également naissance à un moment magnétique. Ce mouvement de rotation est appelé spin de l'électron. Le moment magnétique propre d'un atome est la résultante de tous les moments créés par les spins et les mouvements orbitaux des électrons.

### 2.1.3 D'un point de vue macroscopique

Les matériaux magnétiques sont des matériaux qui à l'échelle mésoscopique (quelques atomes) ont la propriété de présenter un moment d'aimantation résultant spontané. L'organisation entre les atomes permet de distinguer :

- Les matériaux ferromagnétiques ont une organisation inter atomes qui conduit à ce que chaque moment magnétique atomique soit de même sens, de même direction et de même norme (Nickel, Fer, Cobalt).
- Les matériaux ferrimagnétiques se distinguent des ferromagnétiques de par le fait que tous les moments magnétiques des atomes n'ont pas le même sens.

Ces deux types de matériaux sont les plus usités dans le domaine du génie électrique. Nous ne détaillerons pas ici les autres matériaux (anti-ferromagnétiques, diamagnétiques, paramagnétiques,...)

Si l'on augmente encore l'échelle (quelques centièmes de millimètres), la matière est organisée en structure cristalline et l'ensemble des motifs répétitifs formé par le réseau cristallin est appelé grain. Le Physicien Pierre Weiss a montré qu'à l'intérieur d'un même grain un corps aimanté est divisé en domaines dans lesquels les moments magnétiques atomiques sont ordonnés (même direction). Cette séparation en domaines découle du principe suivant :

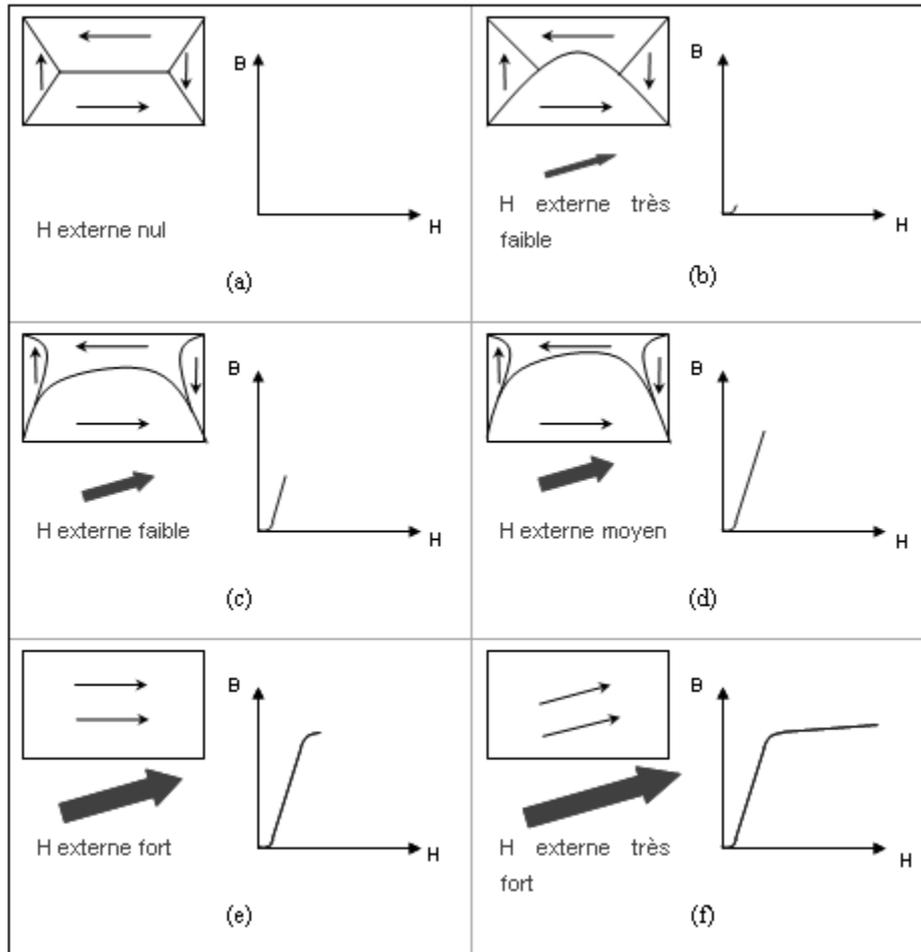


FIG. 2.1 – Exemple de déplacements des parois de Bloch, à l'intérieur d'un monocristal et visualisation des effets sur la forme du diagramme  $B(H)$

«Tout système physique se place, s'il est permis dans un état correspondant à une énergie minimale».

En l'absence de champ magnétique, il y a équipartition du volume des domaines représentant une direction et le moment magnétique résultant est nul. Une zone de transition sépare un domaine de son voisin. A l'intérieur de celle-ci, l'orientation des moments magnétiques varie graduellement de la direction régnant dans le premier domaine, à celle régnant dans son voisin. Cette zone est communément appelée «paroi de Bloch». On peut voir sur la figure 2.1, l'évolution du volume des domaines avec le déplacement des parois de Bloch pour un champ  $H$  de plus en plus fort.

Partant d'un état désaimanté, en l'absence de champ magnétique (figure 2.1(a)), la résultante des moments des différents domaines est nulle. Un champ très faible (figure 2.1(b))

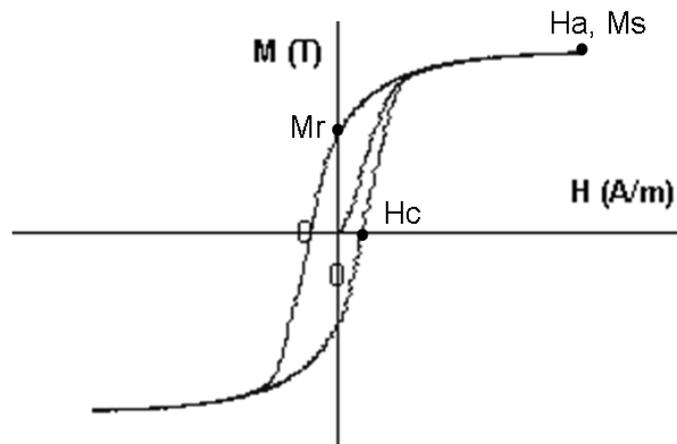


FIG. 2.2 – Première aimantation et cycle d'hystérésis

provoque une déformation réversible des parois qui se comportent comme des membranes élastiques. A champ faible et moyen (figure 2.1(c), (d)), les parois se déplacent par sauts successifs, passant d'un point d'ancrage à un autre. Ces mouvements sont irréversibles. Si le champ appliqué augmente encore, (figure 2.1(e)), il ne subsiste plus que les domaines dont la direction et le sens de facile aimantation sont les plus proches du champ appliqué. Enfin quand le champ est très fort (figure 2.1(f)), l'aimantation à l'intérieur du matériau tend à s'aligner sur le champ appliqué et le matériau est complètement saturé.

A présent, l'état magnétique du matériau est à saturation  $M_s$ ,  $H_a$ . C'est l'état correspondant à la fin de la première aimantation décrite précédemment. Si nous faisons, maintenant, décroître le champ appliqué jusqu'à l'annuler, les domaines ne retrouvent pas leur configuration initiale représentée figure (figure 2.1(a)). Le matériau se trouve à la valeur de l'aimantation rémanente  $M_r$ . Pour annuler l'aimantation dans le matériau, il faut faire décroître le champ  $H$  jusqu'à la valeur du champ coercitif  $H_c$ . Il faut ensuite atteindre la valeur  $-H_a$  pour obtenir l'aimantation à saturation opposée. Cette phase décrit la partie descendante du cycle d'hystérésis à saturation. Par symétrie, nous pouvons représenter le cycle d'hystérésis à saturation (cf figure 2.2).

Ce cycle d'hystérésis n'est pas unique, il dépend des conditions d'excitations (valeurs max, harmoniques, déphasages,...). Il existe donc une infinité de cycles qui dépendent de l'état magnétique antérieur.

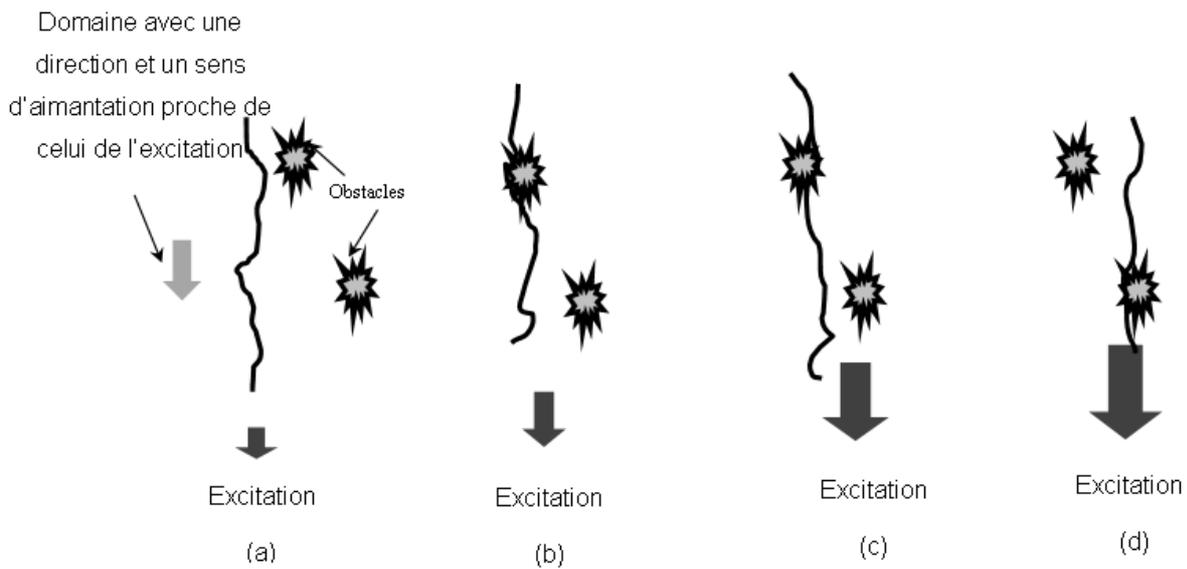


FIG. 2.3 – Illustration du mouvement d'une paroi

## 2.2 Comportement statique et dynamique

Comme nous l'avons vu, les différents domaines de Weiss sont séparés par les parois de Bloch. En présence d'un champ magnétique extérieur, la taille des domaines varie en fonction de l'énergie qu'apporte ce champ extérieur. Si le volume des domaines varie, les parois sont donc à même de se mouvoir et de changer de taille.

Le mouvement des parois est fonction de nombreux paramètres. On distingue entre autres : la conductivité du matériau, l'intensité et la vitesse de l'excitation et le nombre d'obstacles (impuretés, joints de grains), présents dans la tôle. Le mouvement d'une paroi est donc un phénomène discontinu qui peut être illustré comme le montre la figure 2.3.

En présence d'un champ magnétique extérieur, les domaines dont la direction et le sens d'aimantation sont le plus proche du champ extérieur vont voir leur volume augmenter (figure 2.3(a)) et par conséquent les parois entourant ce domaine vont se déplacer. Lorsque la paroi rencontre un obstacle (figure 2.3(b)), celle-ci vient s'ancrer sur celui-ci. Si le champ extérieur augmente encore, la paroi continue à se déformer mais reste fixée (figure 2.3(c)) localement à l'obstacle. Enfin si le champ extérieur continue d'augmenter, la paroi, qui a emmagasiné beaucoup d'énergie, se libère de l'obstacle avec une grande vitesse (figure 2.3(d)) jusqu'à rencontrer un autre défaut et les étapes (a), (b), (c) et (d) sont répétées.

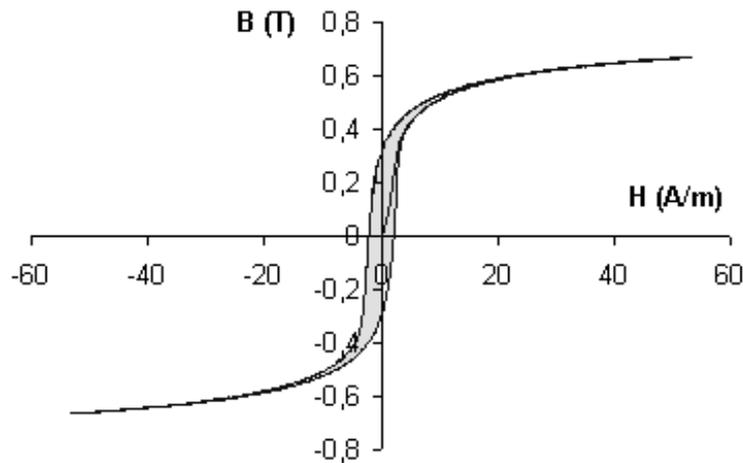


FIG. 2.4 – Cycle d'hystérésis quasi-statique pour un matériau Fer-Nickel

Lorsqu'elles s'ancrent ou échappent à un obstacle, le mouvement des parois est la conséquence d'échanges énergétiques importants. Si l'on entoure la tôle excitée d'un capteur constituée d'une fine bobine, comportant un nombre de spires conséquent, que l'on filtre et amplifie le signal obtenu aux bornes du capteur, on observe un bruit appelé «Bruit de Barkhausen», du nom de celui qui fut le premier à mettre en évidence la discontinuité que présente l'aimantation d'un matériau ferromagnétique [HMM03] soumis à un champ magnétique continûment variable.

### 2.2.1 Comportement statique

En excitation alternative, en dessous d'une certaine vitesse d'excitation (en général inférieur à 1Hz), pour la même intensité du champ magnétique appliqué, la forme du cycle n'évolue plus. On dit alors que le matériau est dans un état quasi-statique. Le cycle obtenu est alors appelé cycle d'hystérésis quasi-statique (cf figure 2.4).

L'aire grisée sur la figure 2.4 représente l'énergie dissipée par quantité de volume pendant une période d'excitation. A l'origine de cet effet dissipatif, on trouve des courants induits à travers la matière. Ces courants ont pour origine une variation de flux magnétique créée par le déplacement de la paroi. En régime quasi-statique, les courants induits, que l'on nommera par la suite courants induits microscopiques sont peu dépendants de la fréquence

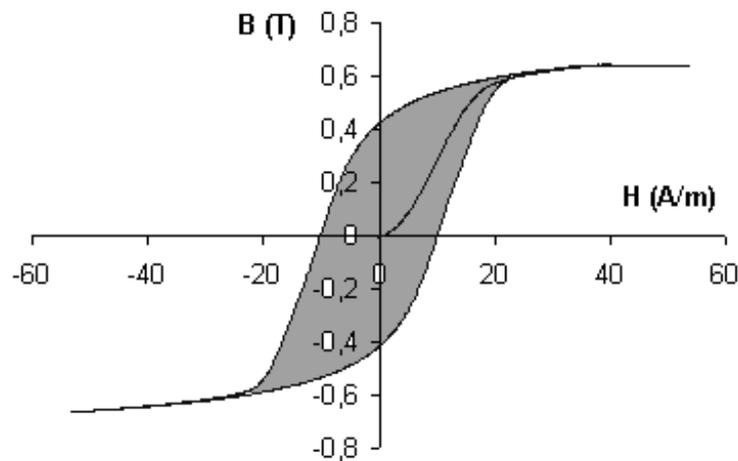


FIG. 2.5 – Cycle d’hystérésis dynamique (50Hz) pour un matériau Fer-Nickel

d’excitation de la tôle, car la vitesse des parois est principalement imposée par la nature et les propriétés du matériau considéré.

## 2.2.2 Comportement dynamique

En régime dynamique, comme on peut le voir sur la figure 2.5, le cycle, pour la même intensité de champ externe appliqué voit son aire devenir beaucoup plus importante qu’en régime quasi-statique. L’énergie dissipée s’en trouve donc augmentée.

Cette augmentation de l’énergie dissipée provient de deux origines que l’on va séparer de façon arbitraire pour les représenter plus facilement.

### *Les courants induits macroscopiques*

Ces courants induits ont pour origine la variation de flux engendrée (cf figure 2.6) par le champ appliqué. Cette contribution est fonction des dimensions du circuit magnétique, de la conductivité, et de l’épaisseur de peau du matériau. Ainsi, plus la fréquence de l’excitation est grande, plus ces courants induits vont avoir un effet prépondérant dans la forme du cycle d’hystérésis.

### *Les courants induits microscopiques*

Comme en régime quasi-statique, les parois, en se déplaçant, donnent naissance à une variation localisée de l’aimantation. Cette variation donne, elle-même, naissance à des cou-

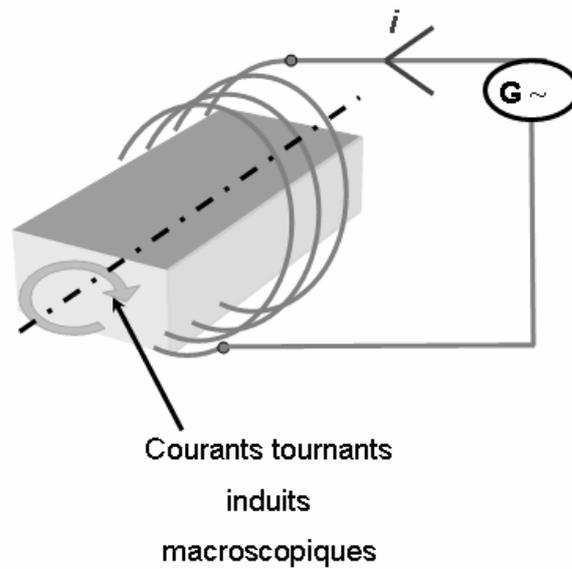


FIG. 2.6 – Illustration courants induits macroscopiques

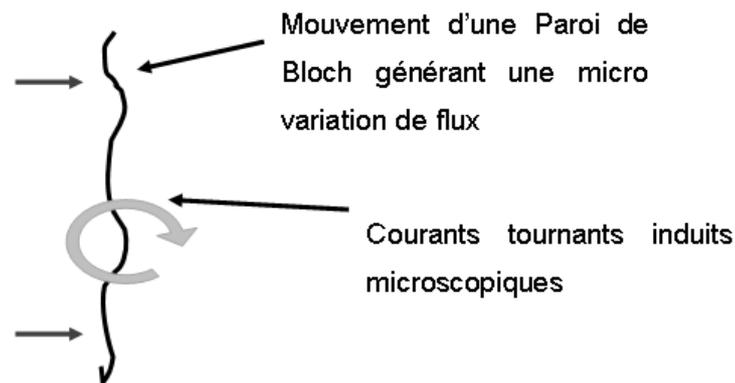


FIG. 2.7 – Illustration courants induits microscopiques

rants induits microscopiques autour de la paroi (figure 2.7) pour s'opposer à cette variation. Ces courants vont imposer une vitesse limite de déplacement des parois.

Traditionnellement, en électrotechnique, les pertes d'énergie dues à ce phénomène sont appelés «pertes supplémentaires». Bertotti [Ber88] a justifié leur origine par des considérations physiques.

Maintenant que nous avons vu quelques considérations sur la physique de l'aimantation, nous allons présenter un bilan non exhaustif des méthodes de représentation de l'hystérésis statique et dynamique présentes dans la littérature.

## 2.3 Implantation des modèles existants dans les systèmes de représentation

Une grande famille de modèles se base sur la séparation des effets statiques et dynamiques. Bruno Lefebvre mentionne dans sa thèse [Lef92] un grand nombre de modèles pour représenter l'hystérésis statique. Il ressort de son analyse qu'une grande quantité de modèles basé sur des considérations mathématiques sont plus ou moins complexes dans leur mise en oeuvre puisque la détermination de coefficients ou fonctions mathématiques est souvent délicate et faite de manière empirique.

Les modèles les plus rencontrés dans la communauté du génie électrique et basés sur des considérations physiques sont les modèles de Jiles-Atherton [JA86] et le modèle de Preisach-Néel [Pre35].

### *Modèle de Jiles-Atherton*

Le modèle de Jiles-Atherton est issu de considérations énergétiques à partir du mécanisme d'aimantation décrit précédemment et plus particulièrement sur le déplacement réversible et irréversible des parois. Des logiciels de type circuit (Cadence, SABER, SMASH,...) se basent sur ce modèle pour représenter les inductances ou les transformateurs. Malheureusement, ce modèle, bien que basé sur des considérations physiques solides, possède deux inconvénients majeurs. D'une part, celui-ci nécessite l'identification de six paramètres. D'autre part, ce modèle n'intègre aucune mémorisation des phénomènes ; de fait, la limite essentielle réside dans la difficulté à décrire un processus d'aimantation quelconque.

### *Modèle de Preisach-Néel*

La théorie développée par Preisach et poursuivie par Néel réalise efficacement l'interaction entre le processus de magnétisation et l'histoire du matériau. Biorci et Pescetti [BP58] ont également grandement contribué à la popularisation de cette méthode en donnant une technique pour calculer les densités. Cette théorie suppose que le matériau est assimilé à un ensemble d'éléments ou dipôles élémentaires, chacun caractérisé par un cycle rectangulaire. La figure 2.8 montre le cycle correspondant à un élément.

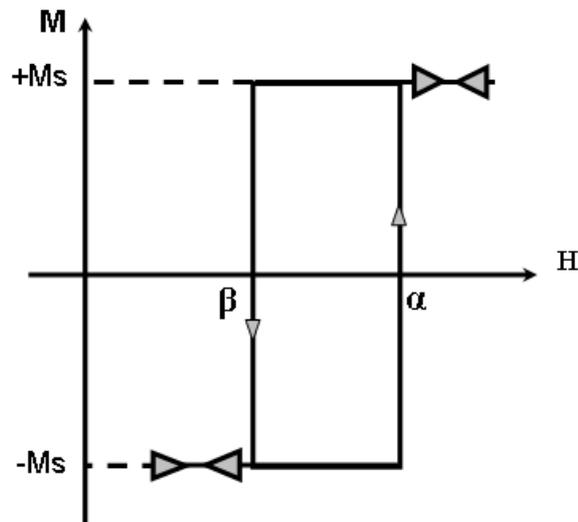


FIG. 2.8 – Cycle caractéristique de l'aimantation d'un élément

Avec :

- $M$  : Aimantation de l'élément.
- $H$  : Champ magnétique moyen de l'élément.
- $M_s$  : Aimantation à saturation de l'élément.
- $H_s$  : Aimantation à saturation de l'élément.
- $\alpha$  et  $\beta$  : Aimantation à saturation de l'élément.

Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  varient d'un élément à l'autre. Le matériau n'évoluant plus (saturation donc plus d'hystérésis), une fois le champ  $H_s$  à saturation atteint, les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  sont bornées par  $H_s$  et  $-H_s$ . L'ensemble des couples  $(\alpha, \beta)$  sont contenus dans un triangle, rectangle isocèle, du plan  $[\alpha, \beta]$ . A l'état désaimanté, le nombre de dipôles aimantés à  $+M_s$  est égal au nombre de dipôles aimantés à  $-M_s$ .

L'évolution de l'aimantation macroscopique du matériau sous l'action d'un champ magnétique appliqué, résulte du changement d'état d'aimantation des dipôles élémentaires et est représentée par la variation des surfaces  $S+$  et  $S-$  dans le triangle de Preisach. Nous ne détaillerons pas plus la méthode ici, mais donnerons quelques exemples d'applications présents dans la littérature.

On trouve dans la littérature plusieurs travaux faisant appel au modèle de Preisach [KPP00]. Dans [CTT03], les auteurs utilisent le modèle de Preisach pour modéliser les phénomènes quasi statiques et donc les pertes par hystérésis sur un inducteur de forme torique en utilisant une méthode type tube de flux. Les pertes par courants de Foucault et les pertes

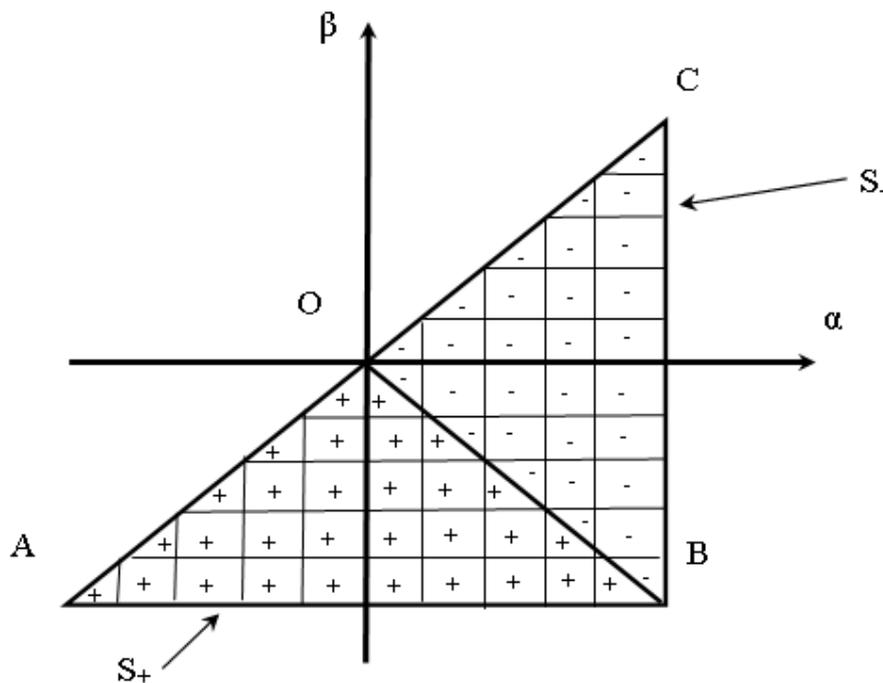


FIG. 2.9 – Triangle de Preisach à l'état désaimanté

par excès sont calculées à partir des formules analytiques classiques faisant intervenir la fréquence.

Dans [LH99] et [LKH00], les auteurs utilisent le modèle de Preisach couplé à une simulation éléments finis (EF) pour simuler le fonctionnement d'une machine synchrone à aimant permanent alimentée par MLI.

Un autre modèle basé sur la séparation des phénomènes d'hystérésis et de courants de Foucault a été proposé par S. Allano [All87]. Le couplage consiste à considérer dans le modèle statique, non pas le champ magnétique externe  $H_{ext}$ , pour la détermination de la variation d'aimantation, mais un champ interne  $H_i$  défini par la relation :

$$H_i = H_{ext} - \alpha'' \cdot \frac{dB}{dt} \quad (2.1)$$

Avec :

- $\alpha''$  coefficient de proportionnalité
- $\frac{dB}{dt}$  Variation temporelle de l'induction imposée par les conditions extérieures

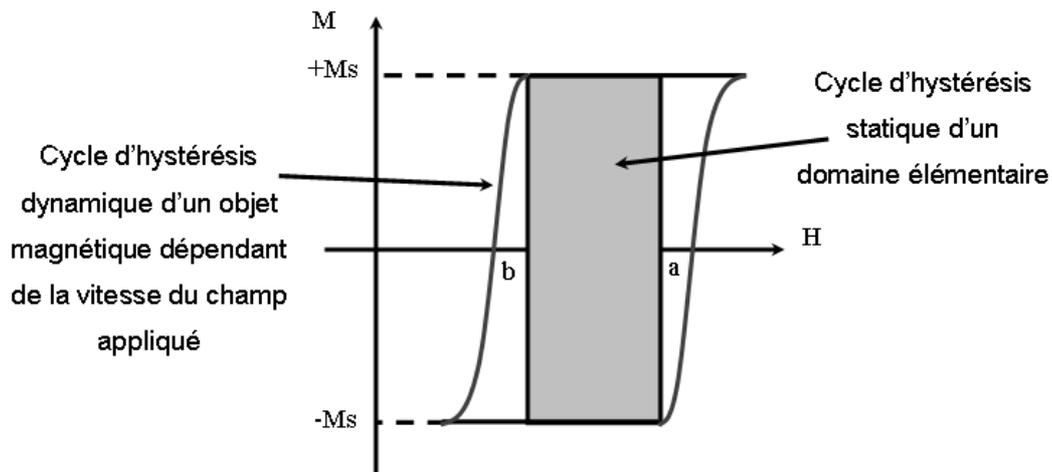


FIG. 2.10 – Cycle d'hystérésis d'un objet magnétique élémentaire

Le coefficient  $\alpha''$  peut-être aisément déterminé expérimentalement à partir de comparaisons de cycles statiques et dynamiques pour un échantillon donné. L'inconvénient de cette méthode est la variation du coefficient  $\alpha''$  en fonction de l'aimantation instantanée pour un échantillon donné et également la reproductibilité de cette variation.

Le modèle de Preisach a ensuite été amélioré par Bertotti [Ber91] dans le sens où les effets dynamiques ont été pris en compte. Le procédé d'aimantation des matériaux doux est décrit en termes d'action d'un certain nombre de régions en corrélation statistiquement indépendantes, correspondant aux groupes des parois de domaines se déplaçant de concert sous l'action du champ appliqué  $H_a$ . L'auteur définit une nouvelle entité physique appelée «objet magnétique» (figure 2.10) pour décrire le cycle d'hystérésis dynamique relatif à un domaine élémentaire. Le concept d'objet magnétique est justifié par le fait que le déplacement d'une paroi ne peut s'effectuer de manière indépendante.

Avec  $a$  et  $b$ , les seuils de basculement du cycle d'hystérésis statique d'un objet magnétique élémentaire. Le champ effectif  $H$  en action sur le cycle élémentaire, en fonction de l'aimantation  $M$  décrit l'objet magnétique. Ce champ magnétique  $H$  est défini par l'équation :

$$H = H_a + K_m \cdot M \quad (2.2)$$

Où  $H_a$  est le champ appliqué et  $K_m \cdot M$  est l'expression du champ moyen proportionnel à l'aimantation  $M$ .

L'objet magnétique, remplaçant le cycle d'hystérésis statique d'un domaine élémentaire, n'est pas de forme rectangulaire, mais, est calculé comme la conséquence de l'équation de la dérivée du flux représentant les déplacements de parois :

$$\frac{d\phi(a, b, H(t))}{dt} = K \cdot (h(t) - h) \quad (2.3)$$

Avec  $h = a$  quand  $H(t) > a$  et  $h = b$  quand  $H(t) < b$ .  $K$  est un coefficient inversement proportionnel à la fréquence de magnétisation.

Ce type de modèle a été très développé ces dernières années par plusieurs auteurs. Dans [KDM98], les auteurs ont implanté ce modèle dans un code de calcul éléments finis avec succès avec l'équation de diffusion, dans le but d'étudier la répartition du champ dans une tôle ferromagnétique. Ce travail a également été réalisé par Bottauscio [BCC00], [BBCL03], [BCCR03], mais lui s'est appliqué à imposer des signaux non sinusoïdaux plutôt que de se concentrer sur la diffusion.

Le modèle Loss Surface (LS) [CKLCC00] développé au LEG permet de prendre en compte tous les effets dynamiques. Ce modèle nécessitait, au départ, un nombre important de données expérimentales, mais ce nombre a pu être réduit grâce à des modèles analytiques. Ce modèle donne une estimation du champ de surface  $H(t)$  en fonction de l'induction moyenne  $B(t)$  et de sa dérivée temporelle  $dB/dt$ . Le tout forme un système à 3 dimensions. Supposons que nous ayons à un instant  $t$  la valeur de l'induction  $B(t)$  et sa dérivée  $dB(t)/dt$ , l'algorithme de calcul recherche les trois points de mesure ( $B_i, dB_i/dt$ ) les plus proches puis retrouve la valeur  $H(t)$  en interpolant par le plan passant par ces trois points. Cette méthode a permis entre autre d'étudier en simulation [CKLC00] les pertes fer d'une machine asynchrone.

Le CEGELY a utilisé pendant très longtemps le modèle de Preisach associé au modèle global de Jean Pierre Masson [Mas90] et développé par la suite par F. Marthouret [Mar95] et H. Fraisse [Fra97] pour représenter les phénomènes statiques et dynamiques intervenant

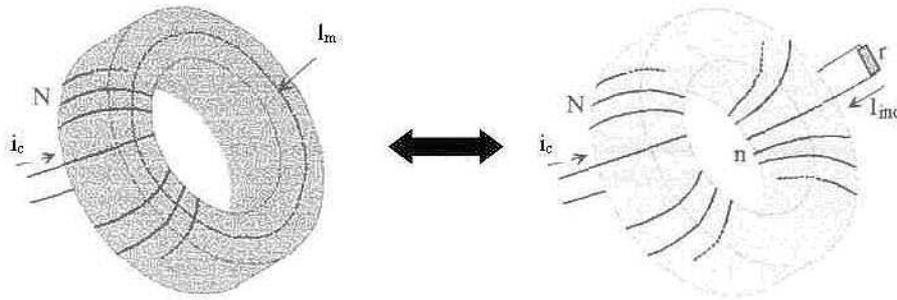


FIG. 2.11 – Equivalence entre un tore conducteur avec des courants induits distribués (à gauche) et un tore isolant avec des courants induits localisés dans un enroulement fictif (à droite)

au sein d'un matériau magnétique. Après quelques années d'utilisation, il est apparu que ce modèle a un défaut majeur, il nécessite le stockage de deux vecteurs contenant un nombre conséquent de points pour stocker l'historique du matériau. Un nouveau modèle d'hystérésis statique, développé par Benjamin Ducharme [Duc03] au cours de sa thèse, a vu le jour et nous nous proposons de consacrer la prochaine section aux hypothèses et explications de ce modèle en rappelant avant le modèle global de prise en compte des phénomènes dynamiques du CEGELY.

## 2.4 Modèle statique et dynamique du laboratoire

### 2.4.1 Modèle dynamique

Pour expliquer le modèle dynamique, nous prendrons l'exemple d'un tore représenté figure 2.11. Ce tore a une section constante  $S_{ec}$  et une longueur moyenne  $l_m$ . Ce tore est excité par un bobinage de  $N$  spires où circule un courant  $i_c$ .

La méthode substitue à ce dispositif réel supposé sans fuite, un circuit magnétique de mêmes dimensions géométriques, mais sans propriété de conduction. La méthode suppose l'équivalence des effets macroscopiques des courants induits locaux et des Ampères-tours localisés dans un enroulement fictif de  $n$  spires débitant un courant  $I_{ind}$  sur une résistance  $r$ .

Si nous appliquons le théorème d'Ampère au circuit magnétique non conducteur, nous obtenons :

$$\oint_{l_m} H_{sta} \cdot dl = \sum N \cdot I = N \cdot i_c + n \cdot I_{ind} \quad (2.4)$$

$H_{sta}$  est le champ magnétique résultant des courants d'excitation  $i_c$  et des courants induits  $I_{ind}$ . En faisant l'hypothèse que dans ce circuit, les lignes de champ sont homogènes dans la section, nous pouvons simplifier l'équation :

$$H_{sta} \cdot l_m = \sum N \cdot I = N \cdot i_c + n \cdot I_{ind} \quad (2.5)$$

En exprimant le courant  $I_{ind}$  en fonction du flux à travers la section du circuit magnétique, il vient :

$$H_{sta} \cdot l_m = N \cdot i_c - \frac{n^2}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.6)$$

Le tube étant non conducteur, on peut remplacer le champ magnétique  $H_{sta}$  par la recherche de l'induction correspondant à ce champ sur le cycle quasi statique tel que  $H_{sta} = F^{-1}(B)$ . L'équation devient alors :

$$l_m \cdot F^{-1} \left( \frac{\varphi}{S_{ec}} \right) = N \cdot i_c - \frac{n^2}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.7)$$

Les valeurs de  $n$  et de  $r$ , ne sont pas identifiables indépendamment. Nous posons donc  $\gamma = \frac{n^2}{r}$ . Il en résulte l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\gamma} \cdot \left[ N \cdot i_c - l_m \cdot F^{-1} \left( \frac{\varphi}{S_{ec}} \right) \right] \quad (2.8)$$

Le paramètre  $\gamma$  est identifié à l'aide d'un essai en régime dynamique jusqu'à minimiser l'erreur entre le cycle d'hystérésis mesuré et simulé. La valeur instantanée du flux  $\varphi(t)$  peut donc être obtenue, avec une bonne approximation, par une représentation d'état à retour statique non linéaire. Auparavant, pour résoudre cette équation, la fonction  $F^{-1}$  faisait appel à la méthode de Preisach. Un modèle plus économe en taille mémoire et en gestion de l'historique du matériau a été développé par Benjamin Ducharne [Duc03] lors de sa thèse.

Nous nous proposons d'exposer dans la prochaine section le principe et les hypothèses sous-jacentes à ce modèle d'hystérésis statique.

## 2.4.2 Modèle statique

### *Hypothèses*

De nombreux essais expérimentaux réalisés sur plusieurs matériaux doux (Fe, FeSi 3% NO et GO) ont montré que la dérivée  $dB/dH$  (ou  $dH/dB$ ) pour chaque point interne au cycle d'hystérésis statique à saturation peut être considérée comme dépendant uniquement du champ d'excitation  $H$ , du champ d'induction  $B$  et de la direction de l'excitation (montée, descente). Pour tous les matériaux testés, la zone dite de Rayleigh est, à notre connaissance, la seule où cette hypothèse se vérifie mal.

La validité ou la justification physique de cette hypothèse n'a pas encore été étudiée. Nous limiterons donc cette méthode aux matériaux déjà testés.

### *Stockage de l'information*

Pour des simulations en pas à pas dans le temps, le modèle  $H(B)$  ou  $B(H)$  nécessite d'être renseigné à chaque pas de temps sur la pente  $dH/dB$  ou  $dB/dH$  respectivement. Pour stocker cette information, nous utilisons une table d'interpolation.

Les pentes sont calculées, échantillonnées puis stockées dans une matrice. En toute rigueur, nous devrions utiliser deux matrices, une pour les excitations croissantes et une autre pour les excitations décroissantes. Cependant, les propriétés de symétries d'un cycle d'hystérésis nous permettent de dire que la valeur de la dérivée au point  $(B, H)$  pour une excitation croissante est exactement l'opposée de la pente du point  $(-B, -H)$  pour une excitation décroissante. Cette propriété est illustrée sur la figure 2.12.

Cette propriété constitue un véritable avantage. En effet, en connaissant la direction de l'excitation ou de l'induction, selon le fait que l'on désire avoir une loi  $B(H)$  ou  $H(B)$ , nous pouvons décrire l'hystérésis quasi statique à l'aide d'une seule matrice. Un exemple de la table  $(B, H, dB/dH)$  est montré sur la figure 2.13. La table est stockée dans une matrice où

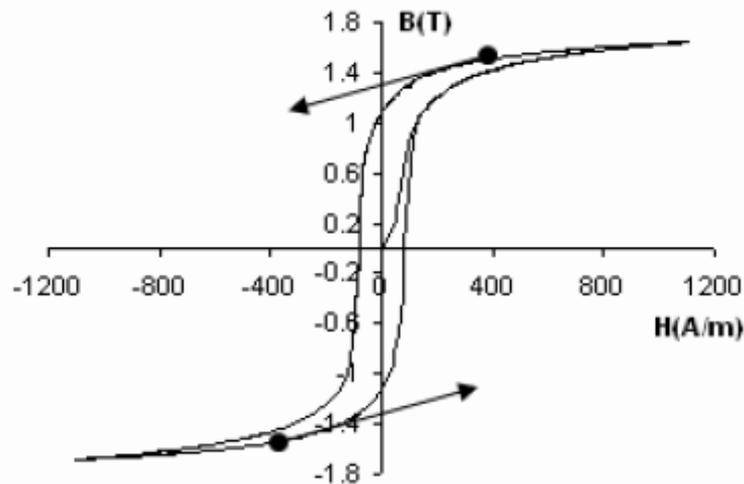


FIG. 2.12 – Illustration de la réversibilité des pentes liée aux propriétés de symétrie de l'hystérésis

respectivement les colonnes et les lignes correspondent aux pas de champ d'excitation et aux pas d'induction.

Comme donnée de départ pour remplir cette table, il faut un certain nombre de courbes de renversement du premier ordre. Ce nombre dépend du matériau proprement dit. Pour un matériau FeSi, une douzaine de courbes de renversements suffit à obtenir une précision meilleure que 5%. Pour des matériaux ayant un cycle d'hystérésis étroit, le nombre de courbes de renversements sera supérieur car les pentes de ces matériaux sont très importantes.

L'écriture de la matrice des pentes, nécessaire à la résolution temporelle de notre modèle d'hystérésis statique nécessite l'obtention de courbes de renversements. Il existe plusieurs façons d'obtenir ces courbes de renversement. La première est de les mesurer directement sur le circuit magnétique à caractériser. La deuxième technique qui demande moins de données de départ consiste à passer par l'intermédiaire de la densité de Preisach. Il est possible, à partir de cette densité et des propriétés du modèle de Preisach de déterminer les courbes de renversement nécessaires à l'écriture de la matrice d'interpolation. Nous continuons de développer ces techniques pour limiter le nombre de données de départ.

Ces modèles de comportement des matériaux, s'inscrivent parfaitement dans le formalisme des tubes de flux dynamiques. Nous allons détailler dans la prochaine section com-

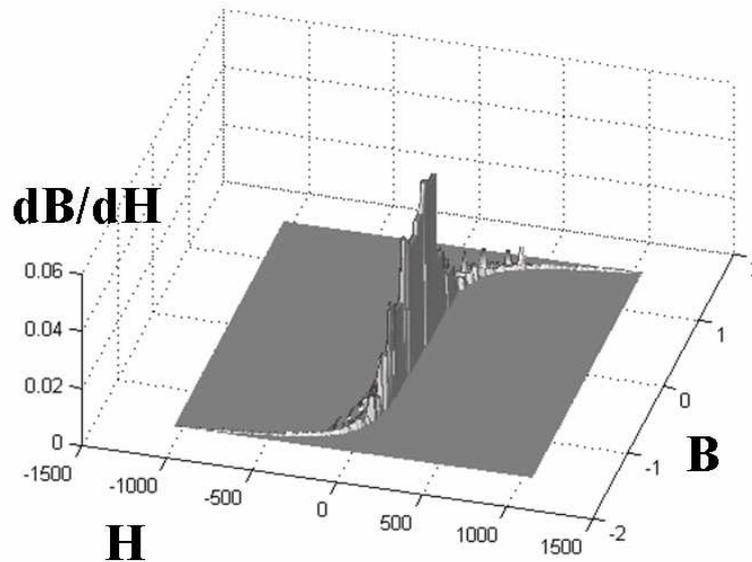


FIG. 2.13 – Illustration de la réversibilité des pentes liée aux propriétés de symétrie de l'hystérésis

ment représenter un système électrique comportant un circuit magnétique avec une sollicitation électrique de type courant et de type tension.

## 2.5 Représentation d'un système électrique comportant un circuit magnétique

### 2.5.1 Entrée en courant

L'objectif de cette partie est de représenter sur un système simple (tore isolant fermé vu au paragraphe 2.4.1) comment le modèle peut être aisément mis en application à l'aide du logiciel Simulink de Matlab. Le logiciel Matlab a été choisi pour sa grande diffusion au sein du monde scientifique et aussi pour sa facilité de gestion des matrices.

Le schéma bloc représenté figure 2.14 est en fait la transcription de l'équation (2.8) avec les hypothèses du modèle statique que nous utilisons. Nous pouvons voir que ce dernier requiert la valeur de  $B(t)$  mais également celle de  $dB/dt$  (en fait le signe uniquement) pour retourner la valeur du champ  $H_{sta}$  qui est le champ d'excitation lu sur le cycle d'hystérésis statique. La fonction  $F^{-1}(B)$  statique est détaillée sur la figure 2.15.

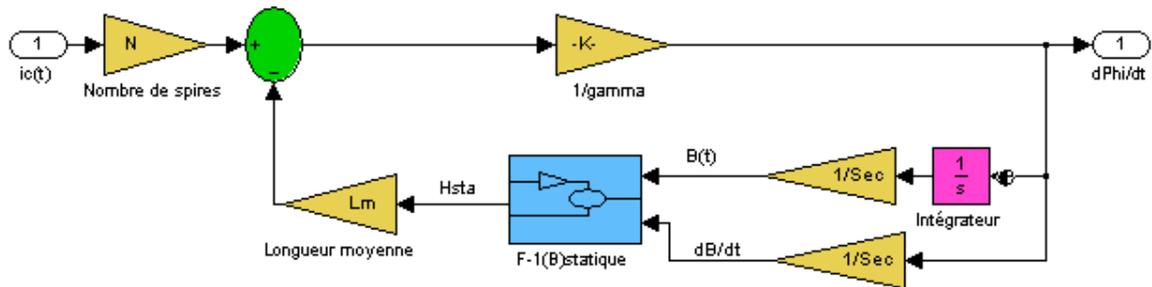


FIG. 2.14 – Illustration de représentation d’un tore fermé à l’aide du logiciel Matlab avec une entrée en courant

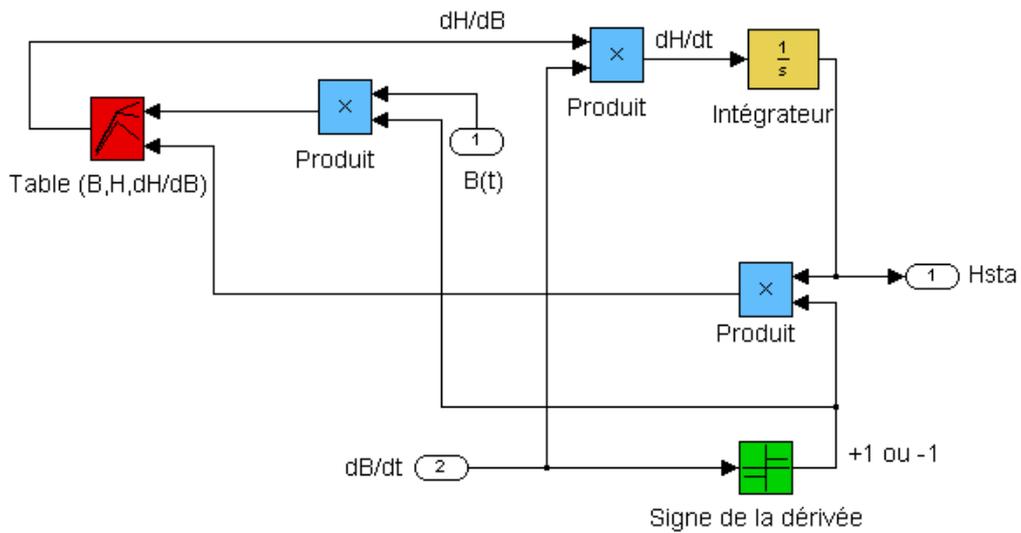


FIG. 2.15 – Détail de la fonction  $F^{-1}(B)$  statique

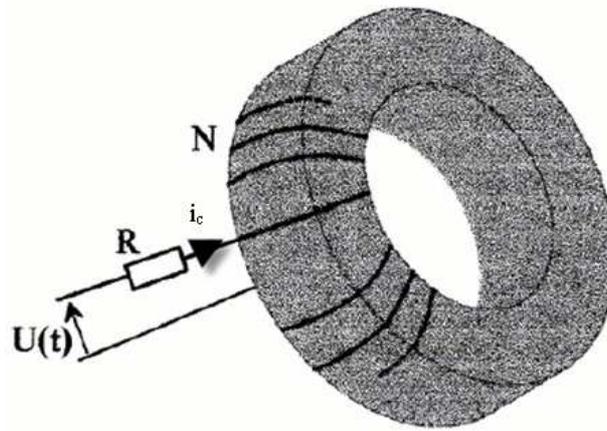


FIG. 2.16 – Représentation d'un circuit magnétique avec une excitation en tension

Nous avons vu que la programmation d'un système électrique avec une alimentation en courant était très aisée. La prochaine section traite le même système, mais cette fois-ci avec une sollicitation en tension.

## 2.5.2 Entrée en tension

Le système est modifié dans le sens où, c'est maintenant une source de tension qui l'alimente, comme le montre la figure 2.16.

L'équation électrique sur le circuit primaire nous donne :

$$U(t) = R \cdot i_c + N \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.9)$$

Nous pouvons extraire de l'équation (2.8) la valeur de  $i_c$  :

$$i_c = \frac{\gamma}{N} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{l_m}{N} \cdot F^{-1} \left( \frac{\varphi}{S_{ec}} \right) \quad (2.10)$$

En remplaçant  $i_c$  dans l'équation (2.9) par son expression trouvée dans (2.10), il vient :

$$U(t) = N \cdot \frac{d\varphi}{dt} \left( 1 + \frac{\gamma \cdot R}{N} \right) + \frac{R}{N} \cdot l_m \cdot F^{-1} \left( \frac{\varphi}{S_{ec}} \right) \quad (2.11)$$

Un schéma bloc représentant l'équation (2.11) se trouve sur la figure 2.17.

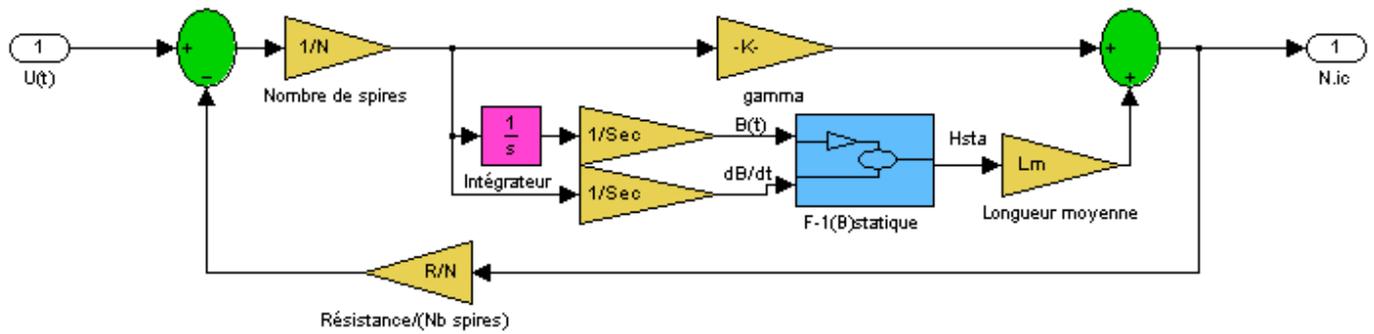


FIG. 2.17 – Illustration de représentation d'un tore fermé avec une entrée en tension

Que ce soit pour une entrée en courant ou pour une entrée en tension, le coefficient comportemental  $\gamma$  et la fonction  $F^{-1}(B)$  sont les deux paramètres suffisants pour la simulation. Ils doivent, au préalable, subir une étape d'identification. Il est à noter que plusieurs tubes de flux peuvent être associés avec ce formalisme dans le cas de géométries plus complexes. Un large éventail d'associations de tubes de flux dynamiques se trouve dans les thèses d'Hervé Fraisse [Fra97] et Daniel Gaude [Gau99].

## 2.6 Identification des paramètres

L'identification de la fonction  $F^{-1}(B)$  se fait quasiment immédiatement puisque le modèle se base sur des données expérimentales. La précaution principale à respecter est le nombre de courbes de renversements utilisé et le pas de discrétisation (de 1 à 10 A/m pour des matériaux ayant des champs coercitifs importants) de la table d'interpolation.

Le coefficient comportemental  $\gamma$  requiert, lui, plus d'attention. Des essais en régime dynamique (généralement 50Hz pour les FeSi ou FeNi) sont effectués et le coefficient comportemental  $\gamma$  est ajusté jusqu'à ce qu'il y ait le moins d'écart entre le cycle mesuré et le cycle simulé.

Sur la figure 2.18 sont présentés les cycles mesurés ainsi que plusieurs essais pour différentes valeurs de  $\gamma$ , le coefficient comportemental, pour un matériau Fer-Silicium à grains orientés.

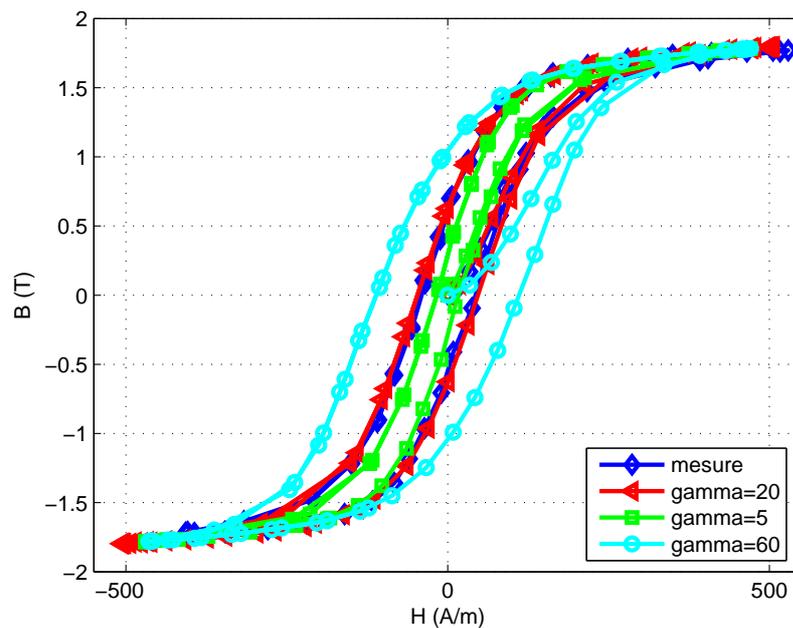


FIG. 2.18 – Réglage du coefficient  $\gamma$  par comparaison avec la mesure pour un matériau en Fer-Silicium à grains orientés. Essai en sinusoïdal  $H_{max} = 500 A/m$ ,  $f = 50 Hz$

Une fois le paramètre  $\gamma$  calé, nous disposons de toutes les données nécessaires pour prendre en compte le comportement des matériaux dans un système électrique modélisé par des tubes de flux.

Ce paramètre  $\gamma$  est représentatif de la globalité des effets intervenant au sein du circuit magnétique. Pour autant, l'hypothèse attendant à cette représentation est limitée. La limite d'utilisation de ce modèle est atteinte lorsque les effets diffusifs apparaissent. Ceux-ci dépendent de l'épaisseur du matériau de la conductivité et de la dynamique d'excitation. La limite change donc pour chaque type de matériau. Des modèles plus élaborés prenant en compte ces effets existent au laboratoire et continuent d'être développés. Nous n'avons pas utilisé ces modèles dans ce travail, pour autant, nous comptons l'appliquer prochainement pour repousser les limites de validité du modèle utilisé dans cette thèse lorsque l'outil informatique le permet.

Ce que nous avons dit ici pour un tore fermé est valable également pour un tube de flux ouvert. Ainsi, il est possible d'associer des tubes de flux entre eux de manière à modéliser des systèmes de géométrie plus complexe ou non-homogènes. Le prochain chapitre est donc

consacré à la validation du modèle précédemment décrit sur un exemple industriel où la connaissance instantanée de l'aimantation est primordiale.

# Chapitre 3

## Validation d'association de tubes de flux sur un capteur de courant asservi

### Sommaire

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 3.1 | Introduction . . . . .  | 48 |
| 3.2 | Problématique et choix d'une représentation . . . . .                           | 48 |
| 3.3 | Prise en compte des effets dus à la géométrie . . . . .                         | 50 |
| 3.4 | Prise en compte des effets dus au comportement du matériau magnétique . . . . . | 57 |
| 3.5 | Représentation du système dans un logiciel de type circuit . . . . .            | 59 |
| 3.6 | Résultats . . . . .   | 61 |
| 3.7 | Conclusion . . . . .  | 66 |

---

### 3.1 Introduction

Le capteur de courant asservi, considéré dans ce chapitre, est fabriqué par la société ABB. Le bureau d'étude de cette société cherche à supprimer la phase de prototypage. L'outil de conception et d'étude du capteur qu'utilise l'industriel est un logiciel de type circuit (CADENCE). Cet industriel veut être capable de fournir une réponse à faible coût et en un temps réduit pour n'importe quel type de sollicitations à l'aide de ce logiciel pour un fonctionnement régulé ou non (bobinage secondaire uniquement raccordé à la résistance de charge). Une fois le modèle validé, l'industriel souhaite pouvoir tester de nouvelles solutions technologiques (géométries, composants électroniques, matériaux...)

### 3.2 Problématique et choix d'une représentation

Le capteur se présente sous la forme d'un tore entourant un conducteur primaire autour duquel est bobiné uniformément un enroulement secondaire raccordé à une résistance de charge à travers un circuit électronique de régulation. Le circuit magnétique présente un entrefer dans lequel est placée une sonde à effet Hall destinée à mesurer l'induction. C'est cette grandeur qui est asservie en injectant un courant de compensation dans un bobinage secondaire. L'idée est de maintenir l'induction au sein du capteur la plus faible possible afin de retrouver, dans ce courant, l'image du courant primaire, au rapport de transformation près, quelles que soient les conditions d'excitations. On peut voir figure 3.1, un schéma descriptif avec les constituants du système.

Le courant présent dans le bobinage secondaire doit être l'image du courant présent dans le conducteur primaire. Or les non-linéarités dues à la saturation [Jan03] et aux fuites déforment le courant secondaire. La forme d'onde du courant secondaire n'est alors plus celle du courant primaire. C'est pourquoi, l'adjonction d'un courant supplémentaire dans le bobinage secondaire permet de corriger les effets dus aux non-linéarités. Cette technologie permet en outre de mesurer des courants continus.

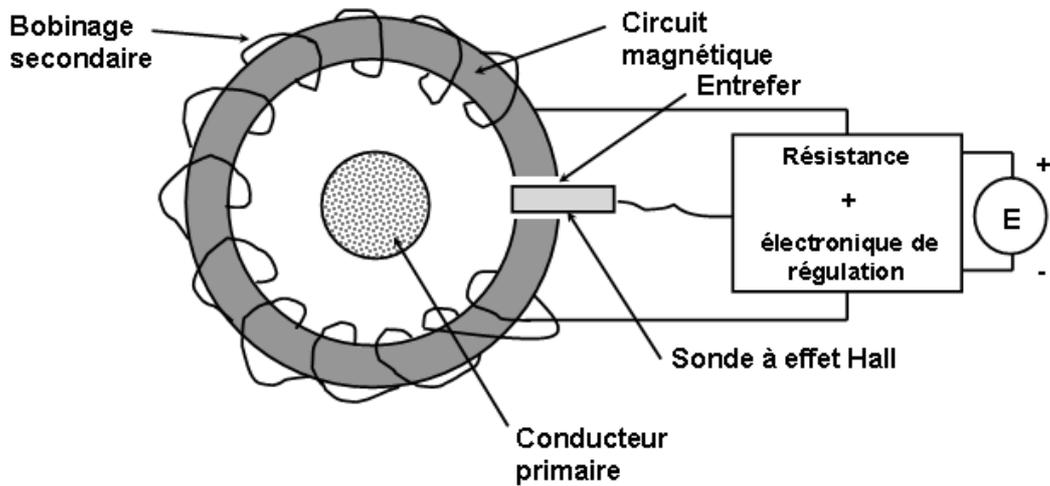


FIG. 3.1 – Descriptif des constituants du capteur

**Problématique n°1**

L'entrefer nécessaire pour pouvoir implanter la sonde à effet Hall, destinée à mesurer l'induction, devrait linéariser le système. En réalité celui-ci perturbe le système en créant des lignes de fuites supplémentaires (cf figure 3.2) et par conséquent des zones de saturation locales, ce qui rend le circuit magnétique non homogène.

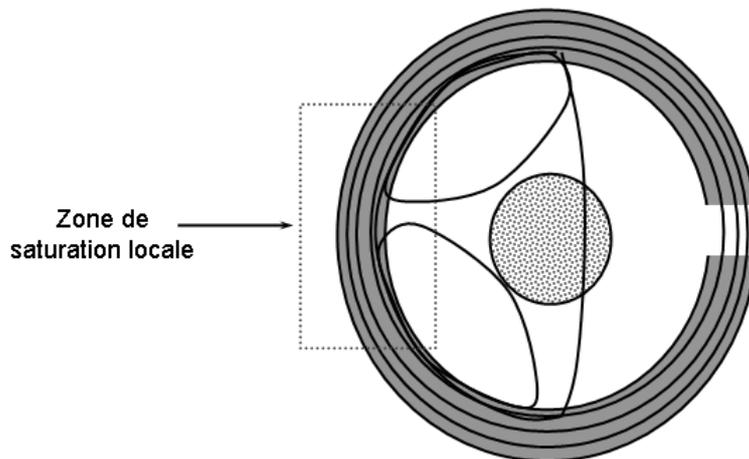


FIG. 3.2 – Représentation des lignes de champ et de la zone de saturation locale principale

**Conséquence n°1**

Pour pouvoir modéliser le capteur correctement, il faut donc prendre en compte les phénomènes rendant le circuit magnétique inhomogène.

tel-00011188, version 1 - 12 Dec 2005

**Problématique n°2**

L'électronique de régulation fonctionne grâce à la connaissance instantanée de l'induction dans l'entrefer.

**Conséquence n°2**

*Le modèle doit être capable de reproduire tout l'historique de l'aimantation au sein du circuit magnétique.*

Pour pouvoir modéliser le capteur correctement, il faut donc prendre en compte deux sortes de phénomènes, ceux causés par la géométrie (fuites) et ceux causés par le comportement dynamique du matériau. Dans le Tableau 3.1 se trouve un récapitulatif du cahier des charges et les solutions retenues pour y répondre.

| <b>Cahier des charges</b>  | <b>Solutions retenues</b>  |
|--|--|
| Le modèle du capteur doit prendre en compte les effets dus à la géométrie.   | Prise en compte des effets dus à la géométrie grâce à une association de tubes de flux.  |
| Le modèle du capteur doit être temporel (sollicitations, asservissement) et reproduire l'historique de l'aimantation.      | Les tubes de flux décriront l'historique de l'aimantation du circuit magnétique.   |
| Le modèle doit être rapide et intégrable dans un logiciel de type circuit. (Test de différentes chaînes d'asservissement). | L'association des tubes de flux dynamiques est intégrée dans un logiciel de type circuit grâce à une analogie électrique magnétique. |

TAB. 3.1 – Cahier des charges et solutions retenues

### 3.3 Prise en compte des effets dus à la géométrie

Pour étudier correctement le comportement inhomogène du circuit magnétique avec l'entrefer, nous avons réalisé des calculs de champs 3D en magnétostatique, avec le logiciel

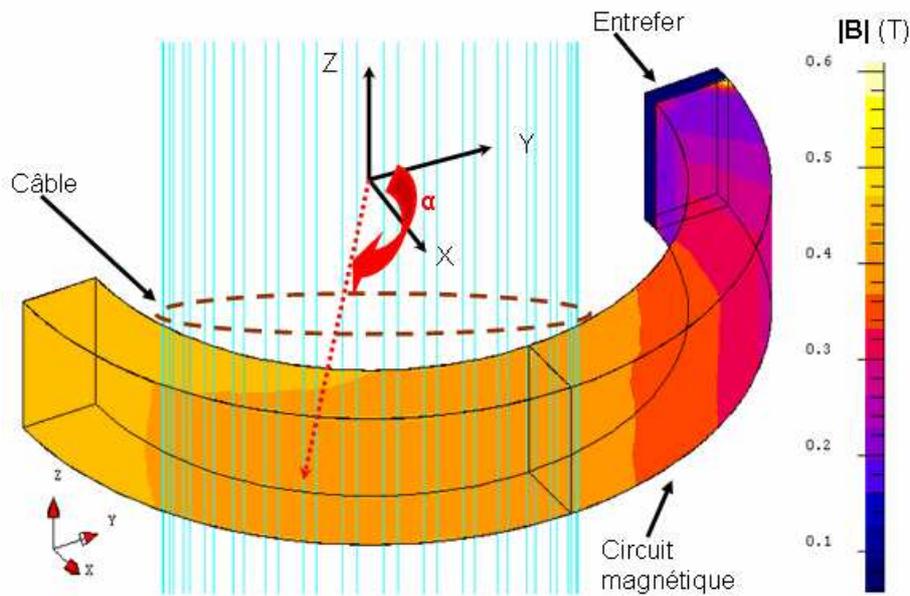


FIG. 3.3 – Géométrie 3D d'un demi-tore avec le câble excitateur

Flux3D, en faisant l'hypothèse que les fuites dépendent uniquement du champ appliqué instantané. Sur la figure 3.3, nous pouvons voir la géométrie de la moitié du tore avec le câble excitateur au centre et un demi-entrefer.

Pour différentes valeurs de courant dans le câble, nous avons évalué le module de l'induction le long de la ligne moyenne du tore. La valeur du courant dans le câble représente en fait la force magnétomotrice résultante du courant primaire et du courant secondaire. Nous avons représenté ces valeurs d'induction en fonction de l'angle  $\alpha$  que forme la position le long de la ligne moyenne du tore et l'axe Y. Les résultats pour différentes valeurs de courants se trouvent sur la Figure 3.4.

Les angles proches de  $180^\circ$  représentent les positions proches de l'entrefer. Nous pouvons voir que l'induction dans l'entrefer est loin d'être la même qu'au sein du tore, a fortiori à courant élevé. Nous pouvons également observer qu'à courant élevé, le tore a une zone de saturation locale du côté opposé à l'entrefer. Cette représentation est peu modifiée par une augmentation de courant. Pour représenter correctement l'état magnétique du tore, nous devons avoir une modélisation capable de reproduire le comportement magnétique moyen du tore.

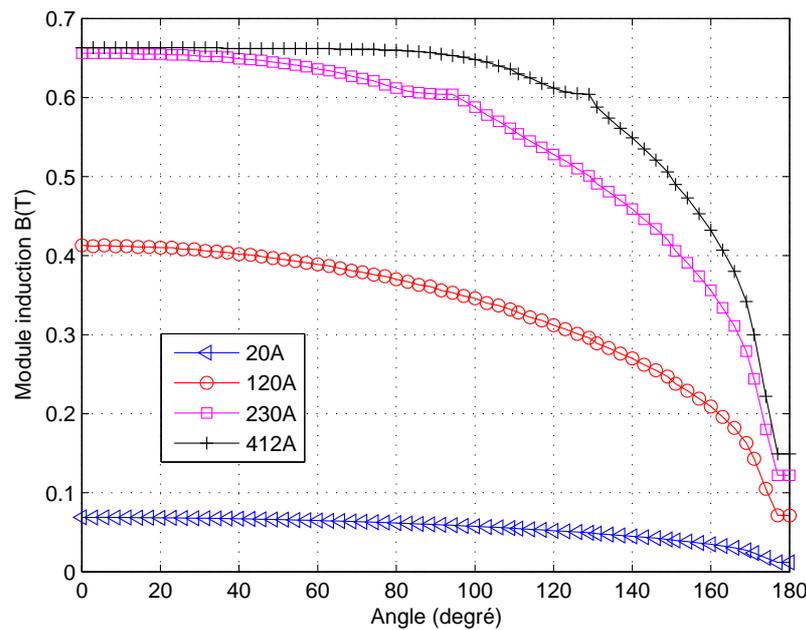


FIG. 3.4 – Evolution du module de l'induction le long de la ligne moyenne du tore pour différentes valeurs de courant

Pour ce faire, nous avons découpé le système en cinq tubes de flux élémentaires. Trois tubes représentent une partie du circuit magnétique, un tube représente l'entrefer et le dernier tube représente les fuites. On peut voir figure 3.5 une représentation du capteur découpé en tubes de flux.

Dans la représentation du capteur, deux tubes de flux sont composés d'air et ont une grande influence sur le fonctionnement global du capteur. Les paramètres tels que la section du tube de fuite, la position de ce dernier et la section du tube d'entrefer sont les paramètres les plus influents pour représenter l'état du capteur à un niveau de courant donné comme on peut le voir figure 3.6.

L'induction le long de la ligne moyenne du tore donnée par le modèle est une fonction comportant trois paliers. Les paramètres ayant une forte interdépendance, nous avons choisi d'identifier ces paramètres par un processus d'optimisation. Les discontinuités excluent le choix de méthodes de type gradient. Nous avons choisi d'utiliser l'algorithme du simplexe. Le processus d'identification utilise un réseau de ré reluctances paramétrable, prenant en compte la saturation, couplé à l'algorithme du simplexe [NM65], afin de reproduire le plus fidèlement possible le comportement local du module de l'induction le long de la

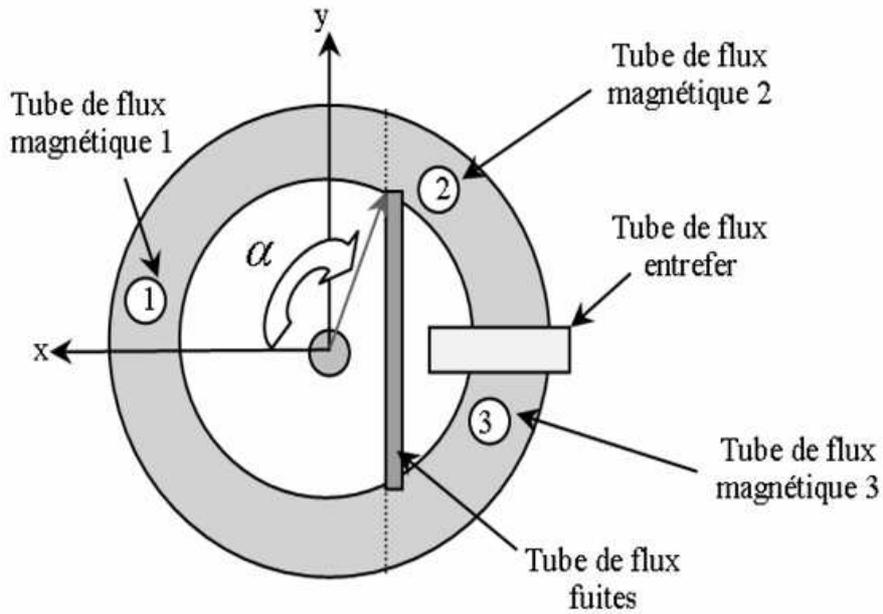


FIG. 3.5 – Représentation du capteur en tubes de flux

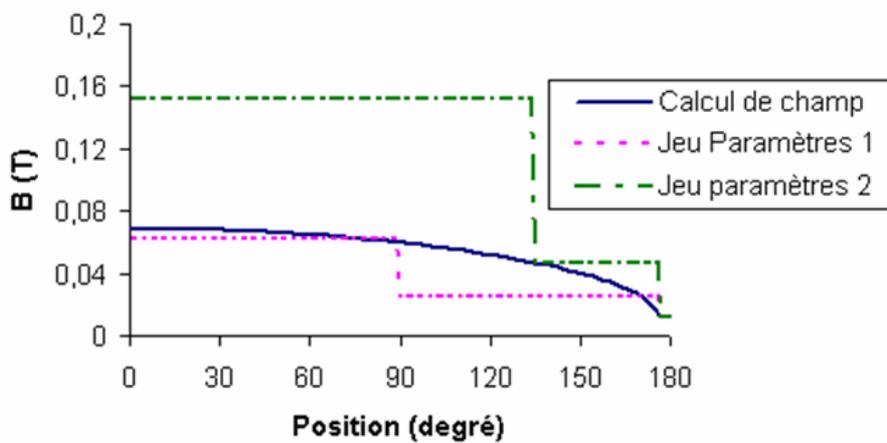


FIG. 3.6 – Profil de l'induction le long de la ligne moyenne du tore pour deux jeux de paramètres

ligne moyenne du tore. Le critère à minimiser utilisé pour l'algorithme du simplexe est l'erreur quadratique moyenne entre le module de l'induction donné par le calcul de champ et celui donné par le réseau de ré reluctances. Pour une discrétisation en  $n$  points, le critère s'écrit :

$$f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(B\alpha_i - B\mathfrak{R}_i)^2]}{n}} \quad (3.1)$$

Avec,  $f$  le critère à minimiser,  $n$  le nombre de points de calcul,  $B\alpha_i$  le module de l'induction locale donné par le calcul de champ,  $B\mathfrak{R}_i$  le module de l'induction donné par le réseau de ré reluctances.

La figure 3.4 montre que les régimes de fonctionnement sont très différents les uns des autres. En effet, lorsqu'il circule un courant de 20A, le circuit magnétique est sollicité dans sa partie linéaire. En revanche, lorsqu'il circule un courant de 412A, nous constatons qu'une grande partie du circuit magnétique est saturé. Les paramètres que nous avons à déterminer doivent représenter correctement les phénomènes quel que soit le comportement du matériau. Pour palier cette disparité de comportement, nous avons décidé d'effectuer l'identification selon une optimisation multicritères [Par11] en utilisant l'optimum de Pareto. On trouvera de plus amples explications sur l'optimum de Pareto en annexe A. L'objectif est de minimiser les deux critères à la fois. Un critère sera évalué lorsque le comportement du matériau est linéaire (faible valeur de courant) et l'autre critère sera évalué lorsque le comportement du matériau est saturé (forte valeur de courant). Les critères sont toujours l'écart moyen entre la courbe calculée par calcul de champ et son homologue calculée par schéma ré luctant correspondant à une valeur de courant. De même que vu précédemment, les deux critères s'écrivent :

$$f_{\text{linéaire}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(B\alpha_{\text{linéaire}_i} - B\mathfrak{R}_{\text{linéaire}_i})^2]}{n}} \quad (3.2)$$

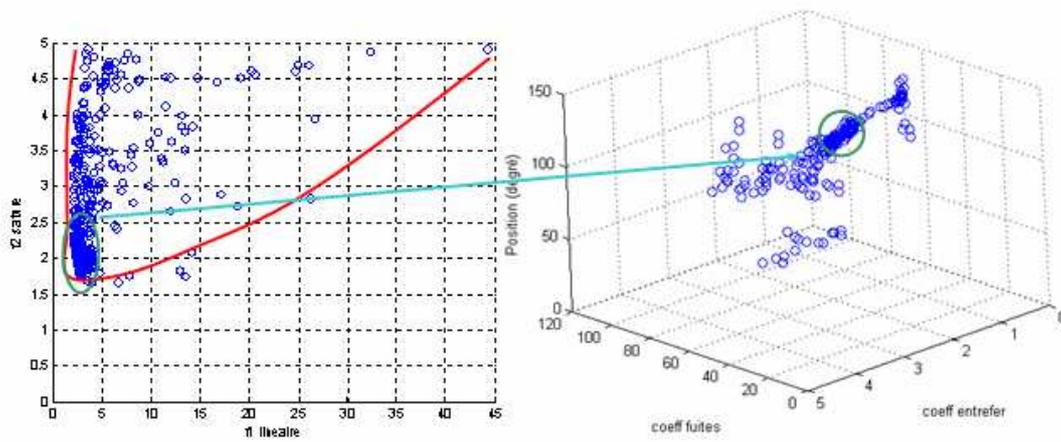


FIG. 3.7 – Espace des paramètres (à droite) et plan des objectifs (à gauche)

$$f_{sature} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(B\alpha_{sature_i} - B\mathfrak{R}_{sature_i})^2]}{n}} \tag{3.3}$$

Pour minimiser ces deux critères à la fois, la méthode la plus simple est d'en construire un troisième de manière à transformer le problème vectoriel en un problème scalaire. On définit, alors le nouveau critère  $F$  comme la somme des deux critères avec des coefficients de pondération.

$$F = \omega_1 \cdot f_{1\_lineaire} + \omega_2 \cdot f_{2\_sature} \tag{3.4}$$

Avec  $\omega_1, \omega_2$  les coefficients de pondération. Pour ne pas favoriser l'un ou l'autre régime de fonctionnement, nous avons choisi de fixer les coefficients de pondération à l'unité.

Nous pouvons voir sur la figure 3.7, à droite, les points définis dans l'espace des paramètres. Sur cette figure, «coeff entrefer» et «coeff fuites» sont les coefficients multiplicateurs par rapport à la section du circuit magnétique qui sont implantés pour définir la section d'un tube de fuites ou d'entrefer. La position est en degré. Sur la figure de gauche, nous pouvons voir les points définis par les objectifs  $f_{1\_lineaire}$  et  $f_{2\_sature}$ , la frontière de Pareto en rouge et l'ensemble de points vers lequel converge l'algorithme d'optimisation.

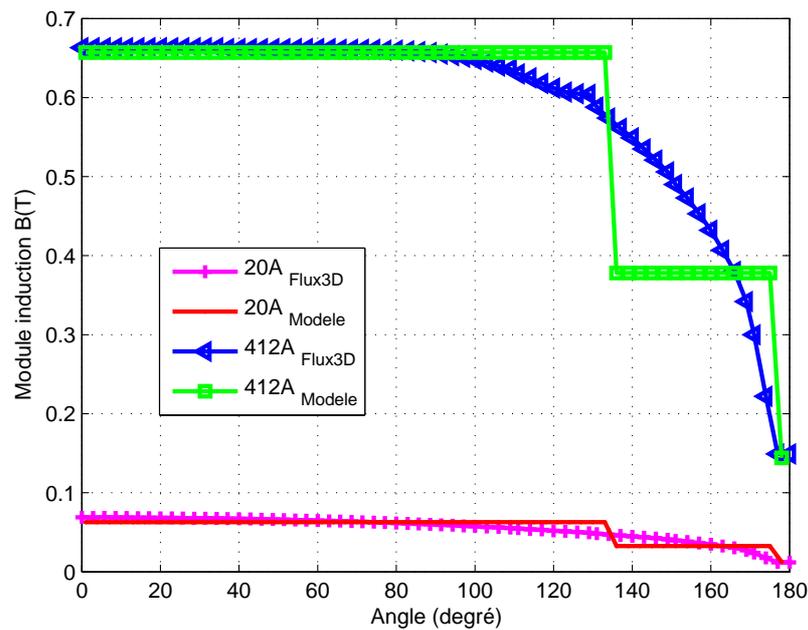


FIG. 3.8 – Induction le long de la ligne moyenne donnée par le calcul de champ (Régime linéaire et saturé) et le réseau de réluctances avec les paramètres optimisés

Nous pouvons voir que la position du tube de fuites a été évaluée à environ  $130^\circ$ . Une fois la longueur connue, la longueur de ce tube peut facilement être déterminée par une relation trigonométrique simple, la section de ce tube équivaut à 30 fois celle du circuit magnétique et la section du tube représentant l'entrefer équivaut à 3 fois celle du circuit magnétique.

Au final, une fois les paramètres identifiés, nous obtenons les profils magnétiques représentés figure 3.8.

Cette identification réalisée grâce à l'aide de calculs de champs, d'un réseau de réluctances et d'un algorithme d'optimisation de type simplexe nous a permis de déterminer sans a priori les dimensions des tubes de flux représentant les fuites et l'entrefer. Maintenant que nous connaissons les paramètres dimensionnels nécessaires à la bonne représentation géométrique, nous devons maintenant nous préoccuper de l'historique de l'aimantation dans les tubes de flux.

### 3.4 Prise en compte des effets dus au comportement du matériau magnétique

Pour reproduire l'historique de l'aimantation, nous utilisons le même formalisme que celui qui est exposé au chapitre 2. Le matériau utilisé est un Fer-Nickel 80-20. On peut trouver dans le tableau 3.2 quelques informations sur ce matériau et sur le tore.

| Caractéristiques du tore et du matériau |   |
|---|---|
| <b>Induction à saturation</b>           | $B_{max} = 0.66T$ pour $H_{max} = 200A/m$ |
| <b>Induction rémanente à 50Hz</b>       | $B_{max} = 0.4T$                          |
| <b>Champ coercitif à 50Hz</b>           | $H_c = 15A/m$                             |
| <b>Longueur moyenne du tore</b>         | $L_m = 108mm$                             |
| <b>Section du tore</b>                  | $S = 24mm^2$                              |
| <b>Epaisseur du tore</b>                | $ep = 4mm$                                |
| <b>Hauteur du tore</b>                  | $h = 6mm$                                 |
| <b>Nombre de spires secondaires</b>     | $N_s = 2000$                              |
| <b>Résistance bobinage secondaire</b>   | $R_s = 30\Omega$                          |
| <b>Résistance de charge</b>             | $R_c = 56\Omega$                          |

TAB. 3.2 – Caractéristiques du capteur

Ce matériau ayant un champ coercitif statique très faible ( $H_c \cong 2,5A/m$ ) pour le cycle à saturation, l'hystérésis statique sera considérée comme négligeable par rapport aux autres effets intervenant au sein du tube de flux. On prendra une courbe anhystérétique pour représenter les phénomènes quasi statiques intervenant au sein du matériau. La modélisation du comportement magnétique du matériau s'appuie sur l'équation différentielle suivante :

$$l_{moy} \cdot \left( H_{dyn} - F^{-1} \left( \frac{\phi}{S} \right) \right) = \frac{\beta \cdot l_{moy}}{S} \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (3.5)$$

Avec  $l_{moy}$  la longueur moyenne du tube de flux,  $H_{dyn}$  le champ d'excitation magnétique appliqué au tube de flux,  $\phi$  le flux à travers la section du tube,  $F^{-1}$  la fonction retournant la valeur lue sur la courbe d'aimantation moyenne du matériau,  $S$  la section de ce tube et  $\beta$  un coefficient comportemental déterminé à partir d'une mesure dynamique du matériau considéré. Cette équation avait été illustrée au chapitre 2 sur un tore fermé. Celle-ci reste

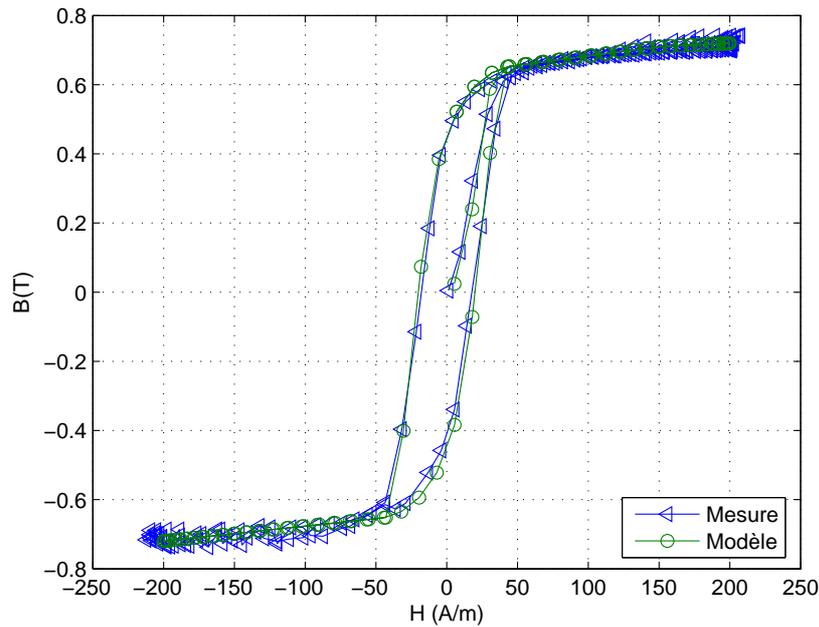


FIG. 3.9 – Cycle mesuré et simulé après identification du coefficient  $\beta$  pour un essai à  $H_{max}=200$ A/m et  $f=50$ Hz

valable sur un tube de flux ouvert comme dans le cas présent. On présente figure 3.9 un test de validation après identification du coefficient  $\beta$ . La mesure est, elle, réalisée sur un tore de même dimensions et matériau que celui du capteur, mais sans entrefer.

Le coefficient  $\beta$ , une fois identifié ( $\beta = 149000$ ), reste constant pour n'importe quel type de sollicitation. Nous pouvons transformer l'équation (3.5) en la mettant sous la forme :

$$NI_{prim} - NI_{sec} - NI_{stat} = \gamma \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (3.6)$$

Avec  $NI_{prim}$ , la force magnétomotrice due au courant primaire,  $NI_{sec}$ , la force magnétomotrice due au courant secondaire,  $NI_{stat}$  est en fait égal à  $l_{moy} \cdot F^{-1} \left( \frac{\phi}{S} \right)$  et  $\gamma$  est égal au terme  $\frac{\beta \cdot l_{moy}}{S}$ . Cette équation est tout à fait adaptée à la représentation du capteur de courant.

### 3.5 Représentation du système dans un logiciel de type circuit

D'ordinaire, l'analogie avec les circuits électriques définit les sources de force magnéto-motrice (fmm) comme des sources de tension et les flux comme des courants et les réluctances sont associés à des résistances. Karnopp [KR91] préconise plutôt d'associer la notion de perméance/capacitance, ce qui rend mieux compte des échanges énergétiques. En revanche, quand on associe plusieurs tubes de flux et qu'on applique la loi des noeuds, cela revient à sommer des variations temporelles de flux, ce qui peut conduire à des problèmes de fortes non-linéarités. Nous avons donc choisi d'associer les différents tubes de flux avec un formalisme dual de celui défini par Karnopp.

La formulation duale impose de définir les sources de fmm comme des sources de courant et les variations temporelles de flux comme des tensions. Avec cette formulation, la loi des noeuds revient à sommer des ampère-tours, ce qui ne pose aucun problème de non-linéarité.

En toute rigueur, le produit  $l_{moy} \cdot F^{-1} \left( \frac{\phi}{S} \right)$  ou  $NI_{stat}$  est censé représenter un stockage d'énergie, si on ne prend pas en compte l'hystérésis statique, ce qui est notre cas pour ce système. Karnopp [KR91] recommande de modéliser un tel stockage par un élément capacitif, ce qui en formulation duale deviendrait un élément inductif. Nous n'avons pas à notre disposition d'inductance non-linéaire et fabriquer un composant de cette manière s'avérerait difficile. Nous avons donc reproduit son comportement conformément aux équations grâce à une source commandée. Nous avons représenté la contribution statique par une source commandée de FMM non-linéaire car avec les éléments disponibles dans la bibliothèque du logiciel, il était très facile de la représenter ainsi.

Le modèle développé pour le capteur nous a amené à construire deux composants magnétiques distincts de par leur comportement vis-à-vis des variables. Ceux-ci sont les tubes représentant une partie du circuit magnétique (Tube CM) et les tubes représentant l'air (tube de fuites, entrefer). Nous pouvons voir la topologie de l'association de tubes de flux transformée par le formalisme dual sur la figure 3.10.

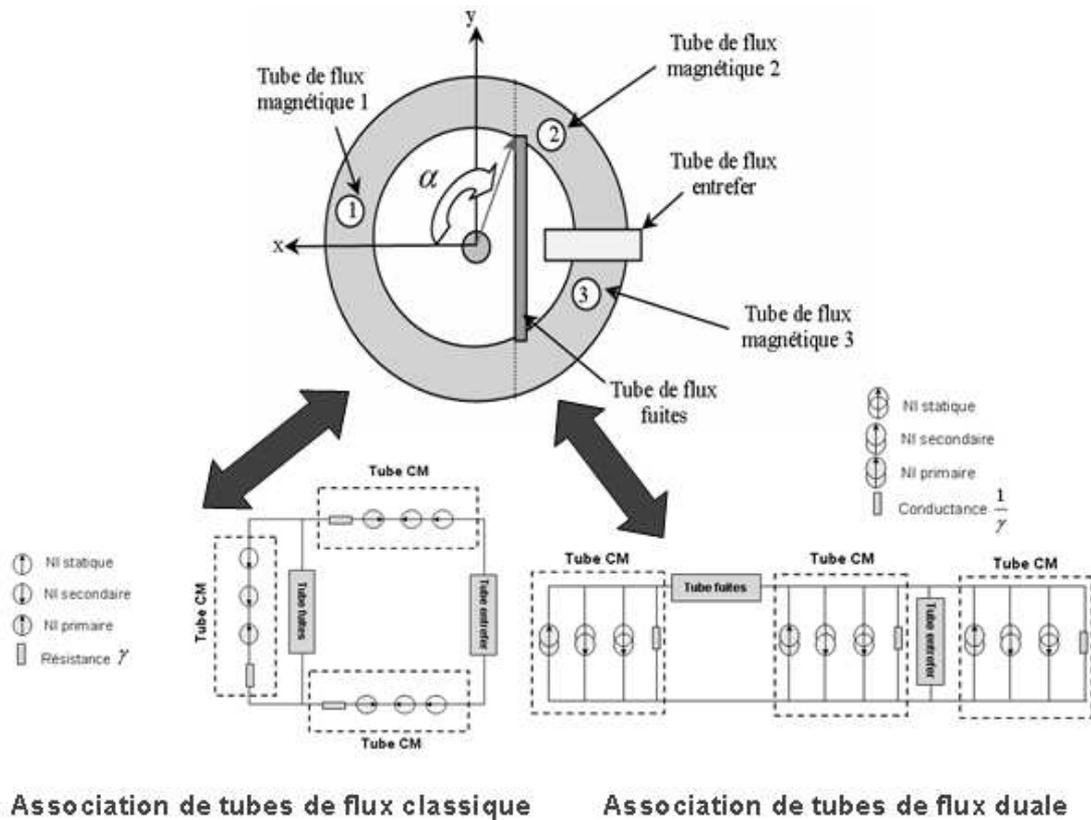


FIG. 3.10 – Architecture du schéma réductant du capteur (à gauche) et son dual (à droite)

On retrouve les cinq tubes de flux, mais assemblés de manière duale. Nous allons détailler le fonctionnement des tubes dénommés «tube CM» représentant une partie du circuit magnétique et les tubes dénommés «tube de fuites» et «entrefer» qui représentent des tubes de flux composés d'air.

Le tube de flux dénommé «Tube CM» représente une partie du circuit magnétique et est donc sujet à l'équation (3.6). Cette dernière, peut se représenter avec le formalisme dual comme le montre la figure 3.10.

Vis-à-vis de l'extérieur un tube de flux dénommé «Tube CM» est équivalent à trois sources de courant et une résistance. Les sources de courants  $NI_{prim\_tube\_i}$ ,  $NI_{sec\_tube\_i}$  et  $NI_{stat\_tube\_i}$  représentent respectivement la partie des ampère-tours primaires, secondaires et statiques propre à chaque tube.

Si l'on veut respecter l'analogie électrique/magnétique vue précédemment, un composant tube de flux a une tension  $(d\phi/dt)$  à ses bornes et il circule un courant équivalent à une

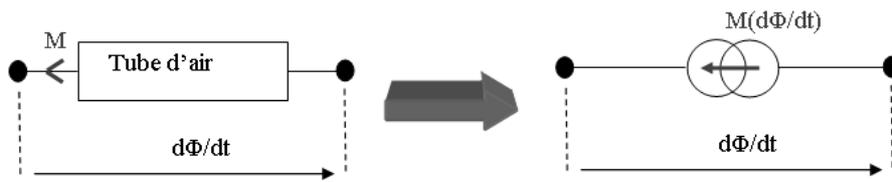


FIG. 3.11 – Représentation d'un tube d'air en formalisme dual

fmm. Nous avons donc modélisé le tube d'air comme une source commandée de «contre force magnétomotrice» fonction du  $(d\phi/dt)$  à ses bornes (cf figure 3.11).

$M$  est la force contre magnétomotrice. Elle est définie par la relation :

$$M = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{L}{S} \cdot \phi \quad (3.7)$$

Avec  $L$  la longueur du tube d'air,  $S$  la section du tube de flux,  $\mu_0$  la perméabilité du vide et  $\phi$  le flux instantané à l'intérieur du tube de flux d'air. Nous aurions pu nous abstenir de passer par une source commandée pour les tubes d'air, mais nous avons préféré gardé la même représentation que pour les effets statiques dans un tube du circuit magnétique ( $NI_{stat}$ ) pour garder l'homogénéité entre chaque tube.

Avec ce formalisme, nous avons pu, à partir des éléments de base de la bibliothèque PSPICE (sources de courants, gain, résistances, intégrateurs,...) fabriquer un nouveau composant représentant le capteur. L'étude de la chaîne complète (capteur+électronique de régulation) peut donc se faire à l'aide du même logiciel.

### 3.6 Résultats

Nous avons pris comme exemple d'application un capteur de calibre 300A. Après avoir identifié tous les paramètres requis par le modèle, nous avons pu tester le modèle pour différents niveaux de courant et de fréquences avec et sans son électronique de régulation (bobinage secondaire uniquement raccordé à la résistance de charge).

Nous présentons tout d'abord un essai en régime quasi-statique, pour une valeur de courant primaire maximale de 45A et une fréquence de 10Hz, pour un fonctionnement non régulé, c'est-à-dire que le bobinage secondaire est uniquement raccordé à une résistance de charge. Nous faisons ce test pour vérifier si notre modèle arrive à prédire le fonctionnement du capteur lorsqu'il fonctionne en transformateur d'intensité.

Nous pouvons tout d'abord voir figure 3.12 que le courant secondaire mesuré est loin d'être l'image du courant primaire. Ceci est dû à la faible fréquence du courant primaire, ceci impose de travailler en régulation. Ne disposant que de mesures en régime permanent, nous vérifions sur ce dernier que le courant secondaire simulé devient similaire à celui mesuré après un très court régime transitoire. Ce régime transitoire est dû au fait que la simulation part de l'état désaimanté alors que les mesures sont faites en régime permanent. Les conditions initiales de la mesure sont inconnues. En choisissant un état initial désaimanté et des conditions d'établissement de l'excitation particulières, la simulation décrit un régime transitoire que l'on ne retiendra pas, mais qui conduit plus ou moins rapidement au régime permanent que l'on peut mesurer. Nous allons constater que le mode de fonctionnement régulé améliore très sensiblement les résultats.

Nous pouvons vérifier figure 3.13 que le fonctionnement en régulation permet de retrouver au rapport de transformation près l'image du courant primaire dans le courant secondaire avec une grande précision. Nous pouvons ensuite constater que le modèle n'a nullement été affecté par l'électronique de régulation ajoutée et retrouve par conséquent parfaitement le courant secondaire. Ce qui répond à l'attente de l'industriel, d'avoir un modèle permettant de tester le fonctionnement du capteur lorsqu'il n'y a qu'une résistance de charge raccordé au bobinage secondaire et lorsque le capteur est asservi. Le deuxième essai, lui, est un essai à fort courant, pour voir l'influence de la saturation du matériau magnétique.

Là encore, la figure 3.14 montre que le courant secondaire n'est pas l'image du courant primaire. Le modèle conserve pour cet essai une précision acceptable même s'il est un peu moins bon que le précédent. On peut voir clairement l'influence de la saturation dans cet essai qui est bien pris en compte par notre modèle.

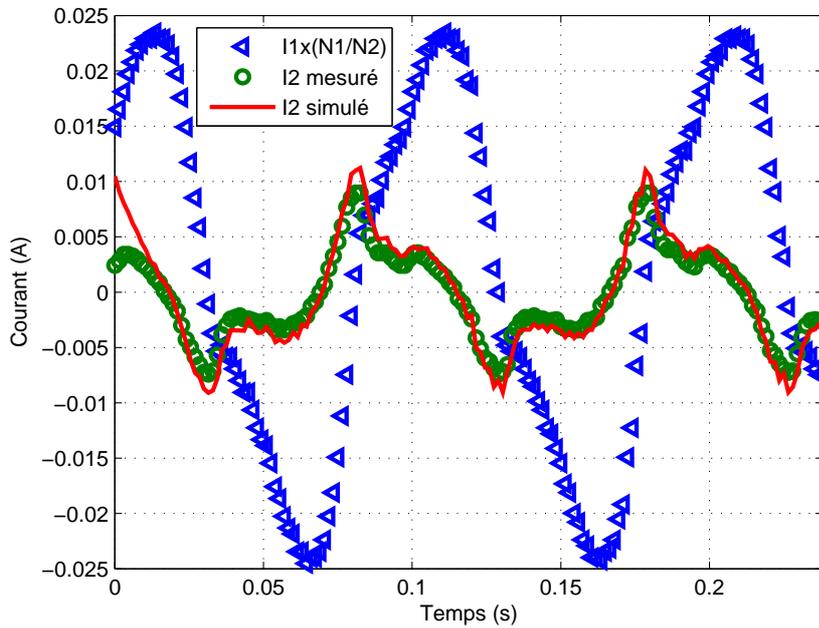


FIG. 3.12 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement non régulé ( $I_{1max} = 45A, f = 10Hz$ )

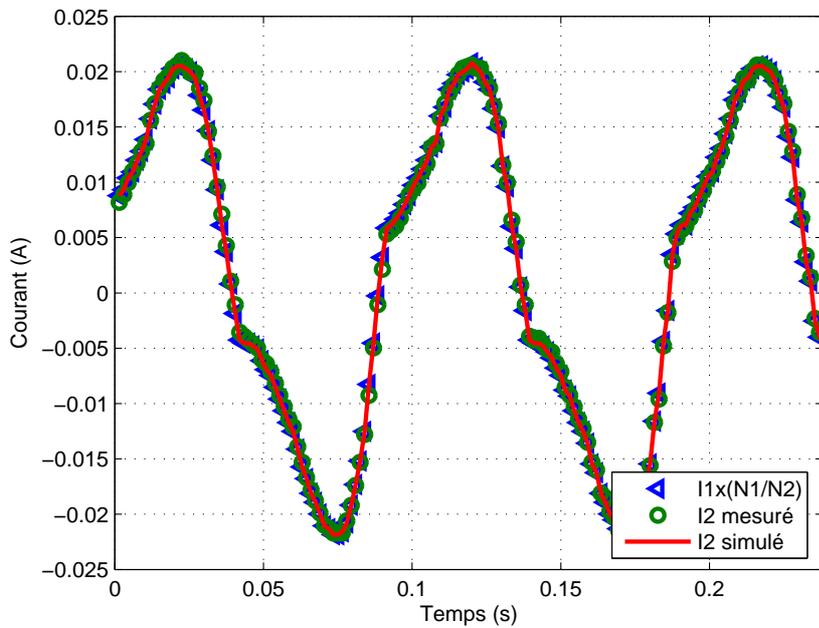


FIG. 3.13 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement régulé ( $I_{1max} = 40A, f = 10Hz$ )

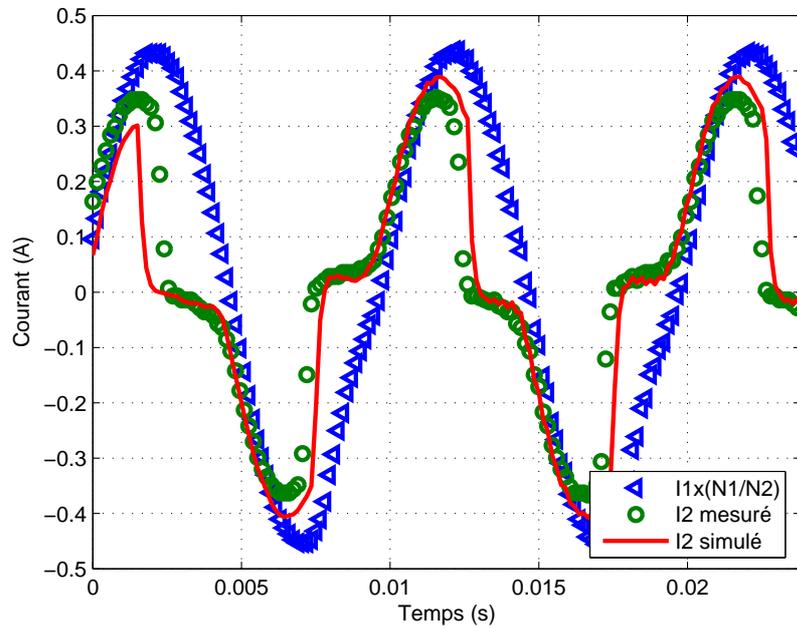


FIG. 3.14 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement non-régulé ( $I_{1max}=800A$ ,  $f=100Hz$ )

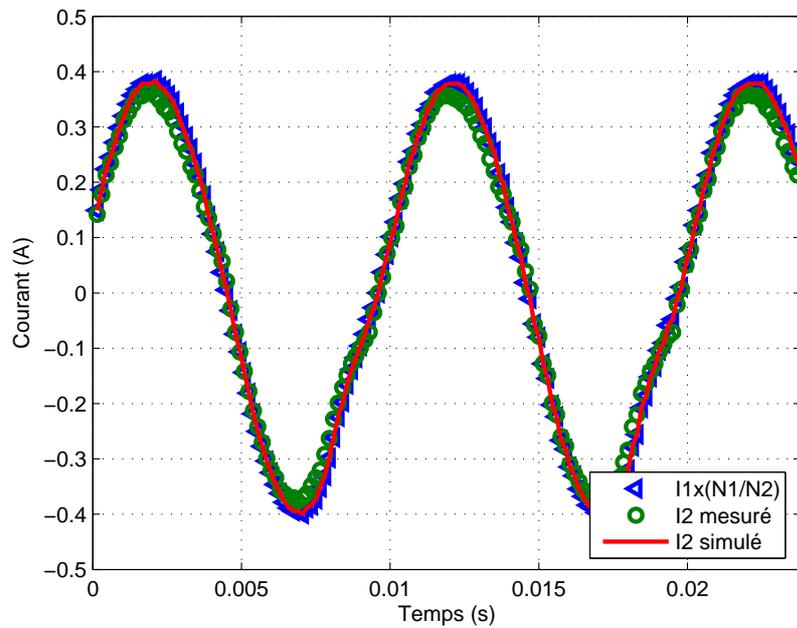


FIG. 3.15 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement régulé ( $I_{1max}=800A$ ,  $f=100Hz$ )

la figure 3.15 montre que la régulation a parfaitement joué son rôle en corrigeant le courant secondaire de manière à ce que celui-ci soit l'image du courant primaire. Là encore, l'électronique de régulation n'a nullement perturbé le modèle.

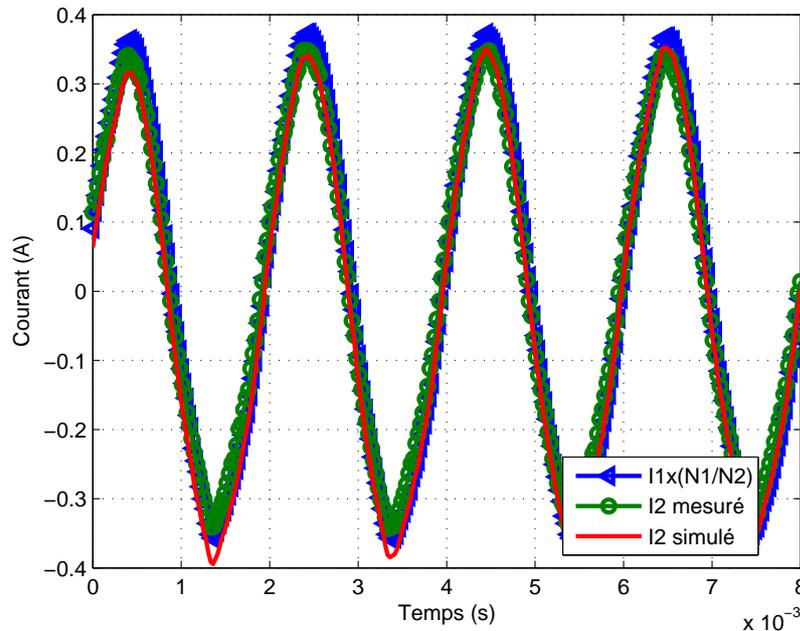


FIG. 3.16 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement régulé ( $I_{1\max}=750\text{A}$ ,  $f=500\text{Hz}$ )

Les deux derniers essais sont des essais en régime «grande dynamique». La valeur maximale du courant est de 750A et la fréquence est de 500Hz pour le premier et le courant de 300A et la fréquence de 2kHz pour le second. Comme nous sommes en grande dynamique, la variation de flux sera suffisante pour que la somme des ampères tours secondaires égale les ampères tours primaires après un régime transitoire de quelques périodes.

Nous pouvons constater figure 3.16 et 3.17 qu'à partir d'un certain domaine de fréquence, la régulation du courant secondaire n'est plus nécessaire, la variation de flux étant suffisante pour générer une force magnétomotrice secondaire sensiblement égale à celle du primaire.

Une brève étude de sensibilité du modèle aux paramètres, nous amène les commentaires suivants. Nous avons fait varier de 20% les valeurs des paramètres géométriques que nous avons optimisés et regardé les changements que cela provoquait sur le courant secondaire. Il s'avère qu'en fonctionnement régulé, les différences ne sont pas flagrantes si l'on observe

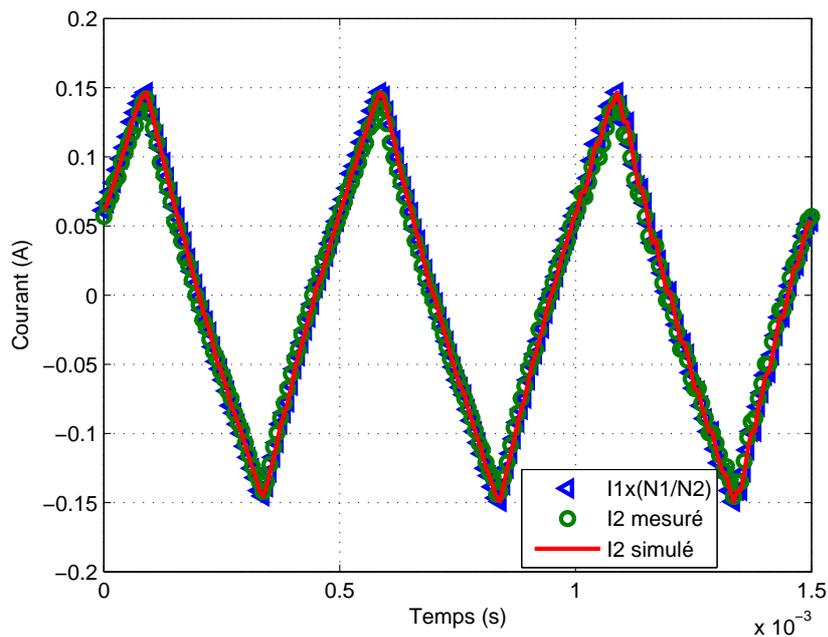


FIG. 3.17 – Courant primaire ramené et les courants secondaires mesurés et simulés pour un fonctionnement régulé ( $I_{1max} = 300A$ ,  $f = 2kHz$ )

uniquement le courant secondaire pour la simple et bonne raison que c'est la régulation qui fixe principalement le courant. Celles-ci sont plus prononcées si l'on se trouve dans un fonctionnement non-régulé. L'étude de sensibilité a révélé que c'est le paramètre définissant la position du tube de fuites qui modifiait le plus la forme du courant secondaire. Une variation de 20% de ce paramètre conduit à des erreurs d'environ 16% en valeur crête.

### 3.7 Conclusion

Nous pouvons dire que le modèle répond aux exigences attendues du cahier des charges. Le modèle est implanté dans un logiciel de type circuit, il répond correctement pour les deux types de fonctionnement (régulé, non régulé) et prend en compte deux types de phénomènes (saturation, hystérésis dynamique) déformant le signal.

Nous avons pu voir que pour prédire les formes d'ondes d'un tel système, il était nécessaire de décrire les phénomènes faisant intervenir la géométrie pour la prise en compte des fuites ainsi que le comportement dynamique et le phénomène de saturation du matériau magnétique du système de mesure.

Avec la démarche adoptée ici, ce modèle ne nécessite que les données géométriques du tore et des données comportementales du matériau magnétique. Une fois les paramètres du modèle identifiés, il ne faut que quelques secondes de calcul sur un ordinateur personnel pour obtenir la réponse à une sollicitation quelconque.

Ainsi une réponse à faible coût et en un temps réduit est fournie quel que soit le signal à mesurer et quel que soit le mode de fonctionnement. De nouveaux matériaux magnétiques, de nouvelles lois de commande, d'autres dimensions peuvent ainsi être testés sans fabriquer de prototypes.

Certains systèmes (contacteur, moteur) possèdent un entrefer. Cet entrefer est une zone à fort gradient de champ et a pour conséquence de rendre la modélisation par tube de flux moins aisée. La raison en est que l'on peut difficilement prédire les trajectoires du flux magnétique et par conséquent définir avec certitude une longueur moyenne et une section où le champ est homogène. Sur la base de ces considérations, nous avons décidé de coupler deux méthodes de représentation bien connues des systèmes électriques. Celles-ci sont la méthode des éléments finis et la représentation par tube de flux dynamiques que nous venons de voir. Le prochain chapitre présente la méthodologie de couplage que nous avons adopté sur un cas d'école.



# Chapitre 4

## Couplage des méthodes globales et locales

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>4.1</b> | <b>Introduction</b> . . . . .  | <b>70</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Couplage tube de flux - Zone EF élémentaire</b> . . . . .         | <b>72</b> |
| 4.2.1      | Introduction . . . . .   | 72        |
| 4.2.2      | Transformation des grandeurs globales en grandeurs locales . . . . . | 72        |
| 4.2.3      | Transformation des grandeurs locales en grandeurs globales . . . . . | 75        |
| 4.2.4      | Quelle taille pour le domaine EF? . . . . .                          | 76        |
| <b>4.3</b> | <b>Résultats</b> . . . . .   | <b>77</b> |
| 4.3.1      | Descriptif de la manipulation . . . . .                              | 77        |
| 4.3.2      | Comparaison simulation versus mesures . . . . .                      | 79        |
| <b>4.4</b> | <b>Conclusion</b> . . . . .  | <b>84</b> |

---

## 4.1 Introduction

De nombreux systèmes du génie électrique présentent un entrefer. Cette zone d'entrefer est une zone de fort gradient de champ. Cette propriété rend la modélisation par tubes de flux difficile [SMM05]. En effet, prévoir les trajectoires du flux magnétique et ainsi définir une longueur moyenne et une section où le champ est homogène s'avère difficile. Pour pallier à cette difficulté, nous avons décidé de coupler deux méthodes [Meu81] de représentation. Celles-ci sont la méthode des éléments finis et le formalisme des tubes de flux dynamiques vu dans le chapitre précédent.

Nous présentons une méthode de couplage entre des méthodes dites locales (éléments finis) et des méthodes dites globales [SDMM03] (tubes de flux dynamiques) sur un exemple simple. Le système se compose d'un circuit magnétique roulé [ETN96], [ES99] composé de FeSi 3% à grains orientés dans lequel est ménagé un entrefer.

Ci-dessous se trouve un tableau récapitulatif avec quelques informations sur la géométrie et sur le système étudié.

| Caractéristiques du circuit magnétique |                |
|--|----------------|
| Longueur moyenne du circuit magnétique | $L_m = 184mm$  |
| Section du circuit magnétique          | $S = 3,71cm^2$ |
| Nombre de spires primaire              | $N_p = 200$    |
| Nombre de spires secondaire            | $N_s = 5$      |

TAB. 4.1 – Caractéristiques du circuit magnétique et des bobinages

Un bobinage primaire en série avec une résistance alimenté par une source de tension excite le circuit magnétique. Un bobinage secondaire est présent pour mesurer l'induction moyenne au sein du circuit magnétique. On peut voir un schéma de ce système sur la figure 4.1.

Pour étudier localement le comportement de l'entrefer et ses environs, nous utilisons la méthode des éléments finis. Nous choisissons de ne mailler qu'une partie du système comme le montre la Figure 4.2.

Nous pouvons voir que la zone maillée ne prend en compte que l'entrefer et ses environs. Le fait de prendre une partie du circuit magnétique autorise d'imposer des conditions aux

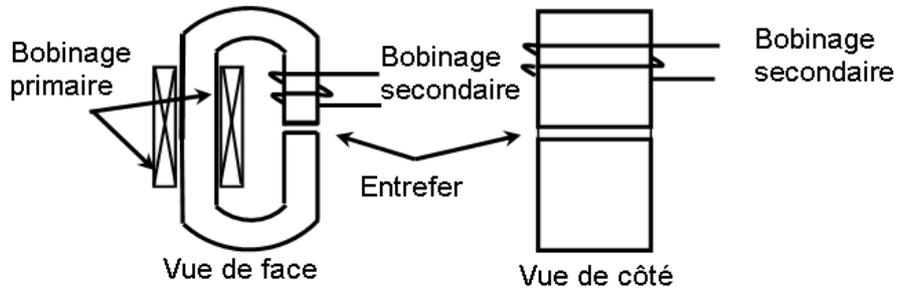


FIG. 4.1 – Schéma descriptif du système étudié

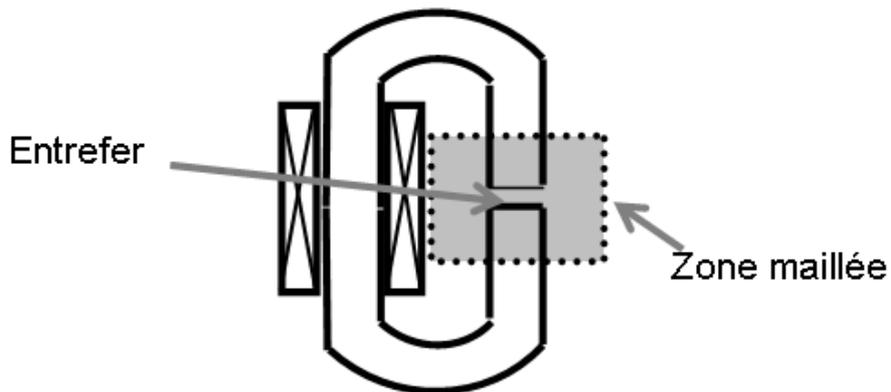


FIG. 4.2 – Zone maillée du système pour étudier localement l'entrefer

limites de type Dirichlet et Neumann pour représenter les phénomènes à l'intérieur de cette zone. Nous détaillerons par la suite ces conditions aux limites ainsi que les hypothèses sous-jacentes.

## 4.2 Couplage tube de flux - Zone EF élémentaire

### 4.2.1 Introduction

Nous avons vu, à la fin du chapitre précédent, que notre modèle de tubes de flux utilise les grandeurs telles que la différence de potentiel magnétique appliquée au tube ( $Ni$ ) comme variable d'entrée et la variation temporelle du flux magnétique ( $\frac{d\varphi}{dt}$ ) comme variable de sortie pour une sollicitation en courant. Pour une sollicitation en tension, les variables d'entrée-sortie sont inversées (entrée :  $\frac{d\varphi}{dt}$ , sortie :  $Ni$ ). Pour coupler les deux méthodes de représentation, l'idéal serait que la zone EF ait les mêmes variables d'entrée-sortie ; c'est ce que nous avons fait moyennant quelques hypothèses simplificatrices. Nous sommes ici en présence d'une sollicitation en tension. Nous expliquerons uniquement ce cas car il est le plus fréquent et le plus réaliste. Si nous reprenons le schéma bloc figure 2.17 et son équation correspondante d'un circuit magnétique sollicité en tension, ceux-ci vont s'en trouver peu modifiés par l'adjonction d'un entrefer. En effet l'équation devient :

$$U(t) = N \cdot \frac{d\varphi}{dt} \left( 1 + \frac{\gamma \cdot R}{N^2} \right) + \frac{R}{N} \left[ l_m \cdot F^{-1} \left( \frac{\varphi}{S_{ec}} \right) + NI_{EF}(\varphi) \right] \quad (4.1)$$

Le schéma bloc correspondant devenant celui de la figure 4.3.

Le terme  $NI_{EF}$  désigne la différence de potentiel magnétique scalaire de la zone EF. Nous allons maintenant voir quelles conditions aux limites nous avons dû affecter au domaine EF pour pouvoir représenter correctement les phénomènes intervenant dans ce dernier.

### 4.2.2 Transformation des grandeurs globales en grandeurs locales

Reprenons l'équation de Maxwell-Ampère vue au deuxième chapitre :

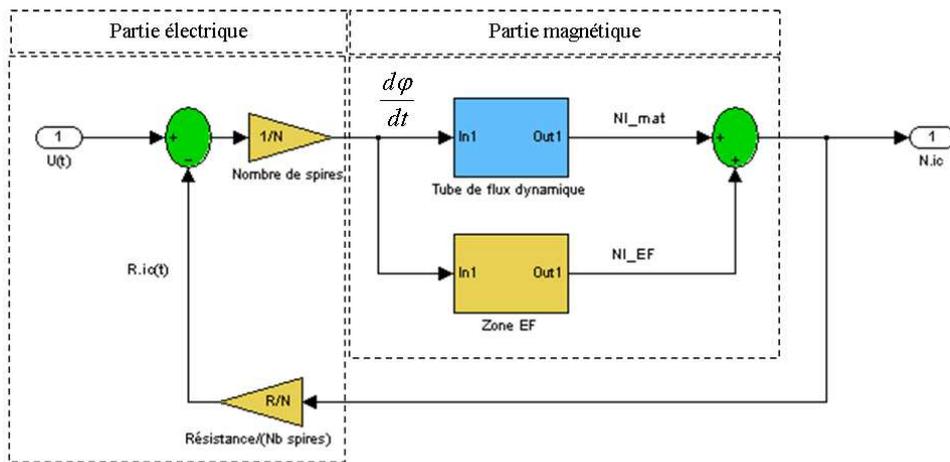


FIG. 4.3 – Schéma bloc d'un circuit magnétique avec un entrefer sollicité en tension

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (4.2)$$

Comme le montre la figure 4.2, la zone maillée ne comporte pas de régions avec une quelconque densité de courant. Vu les matériaux considérés et le type de sollicitation nous pouvons négliger les courants de déplacements. Nous pouvons donc simplifier l'équation ainsi :

$$\text{rot}\vec{H} = 0 \quad (4.3)$$

Le flux étant conservatif, il existe un potentiel vecteur magnétique tel que :

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (4.4)$$

L'équation à résoudre peut donc s'écrire :

$$\text{rot} \left[ \frac{1}{\mu(\vec{A})} \cdot \text{rot}\vec{A} \right] = 0 \quad (4.5)$$

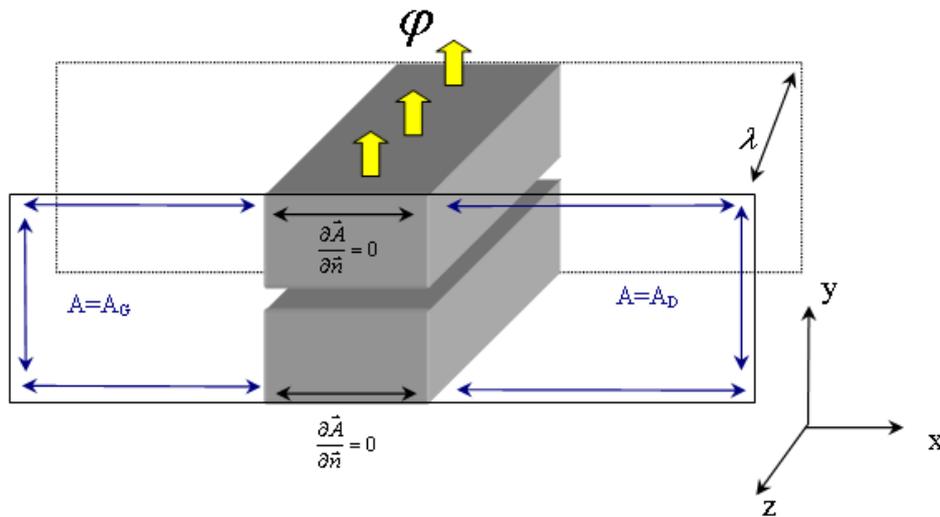


FIG. 4.4 – Illustration pour définir un flux avec deux potentiels vecteurs

Les dimensions du système étudié ici (rapport largeur/profondeur du circuit magnétique), nous autorisent à étudier le système en 2D. Les conditions à imposer à notre domaine EF sont :

- *L'induction  $\vec{B}$  est perpendiculaire à la section du circuit magnétique sur la frontière du domaine EF*
- *Le flux magnétique est conservatif*

La première condition est imposée en appliquant des conditions de Neumann homogènes ( $\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = 0$ ) sur la section du circuit magnétique et des conditions de Dirichlet sur la gauche ( $A = A_G$ ) et sur la droite ( $A = A_D$ ) de la dent du circuit magnétique (cf figure 4.4).

Ceci justifie qu'une partie du circuit magnétique soit maillée. La conservation du flux est assurée en imposant une différence de potentiel entre  $A_G$  et  $A_D$  telle que :

$$A_G - A_D = \frac{\varphi(t)}{\lambda} \quad (4.6)$$

Où  $\lambda$  est la profondeur du circuit magnétique.

Les conditions de Neumann appliquées sur les dents du circuit magnétique peuvent être considérées comme des «portes de flux» et les conditions de Dirichlet comme des «murs de flux» [GVM98], [dGH00], [dGHW04]. On peut voir sur la figure 4.5 un exemple de la géométrie maillée avec les conditions aux limites que nous venons de voir.

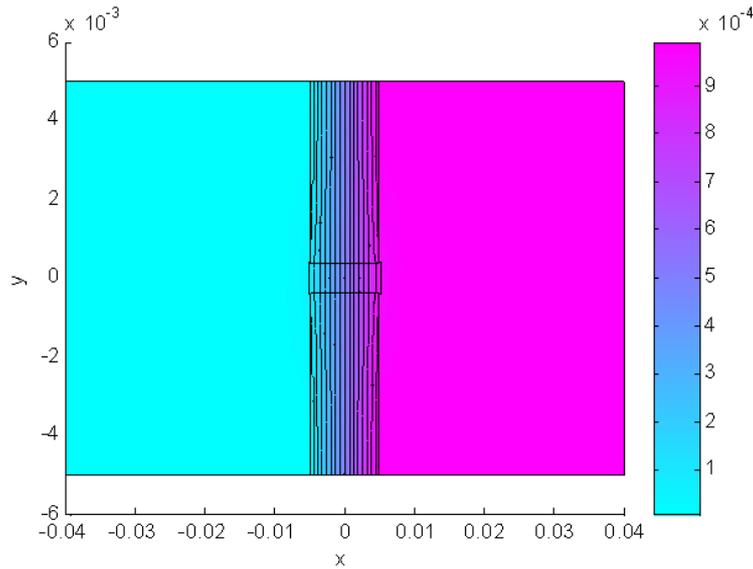


FIG. 4.5 – Illustration pour définir un flux avec deux potentiels vecteurs

### 4.2.3 Transformation des grandeurs locales en grandeurs globales

Nous avons pu voir dans l'équation (4.1) que le modèle a pour variable d'entrée  $\frac{d\varphi}{dt}$  et pour variable de sortie  $Ni$ . La variable globale d'entrée a été transformée en une différence de potentiels vecteurs (paragraphe 4.2.2). Une fois la solution exprimée en chaque noeud, il faut maintenant exprimer cet ensemble de solutions locales en une solution globale exploitable par le modèle. C'est-à-dire trouver la différence de potentiel magnétique scalaire global correspondant à l'ensemble des solutions locales.

L'énergie électromagnétique, présente dans la zone EF, exprimée à partir de grandeurs globales ou locales doit être la même. L'énergie présente dans la zone EF peut s'exprimer à partir des grandeurs locales de la manière suivante :

$$W_{em} = \iiint_{vol} \int_0^B H(B).dB.dv \tag{4.7}$$

A partir du calcul de l'énergie électromagnétique, nous pouvons déterminer la différence de potentiel scalaire équivalente du domaine EF par :

$$NI_{EF} = \left. \frac{\partial W_{em}}{\partial \varphi} \right|_{x,y=cte} \tag{4.8}$$

Nous avons à présent toutes les informations requises pour coupler un domaine EF avec des tubes de flux dynamiques. Nous avons simulé ce dispositif et comparé les résultats de la simulation avec ceux donnés par la mesure.

#### 4.2.4 Quelle taille pour le domaine EF ?

Avant de présenter les résultats obtenus avec ce couplage, il nous semble important de préciser certaines considérations. Nous avons vu qu'en modélisant par EF une partie du circuit magnétique, il nous était possible de décrire convenablement les phénomènes intervenant dans la zone d'entrefer. Les questions légitimes que nous pouvons alors nous poser sont :

- A partir de quelles dimensions le domaine EF et les conditions aux limites associées décrivent-ils correctement les phénomènes ?
- Y a-t-il un ensemble de solutions pour les dimensions qui satisfasse la représentation des phénomènes ?
- Existe-t-il des dimensions qui permettent de réaliser le meilleur couplage possible ?

Nous nous sommes posés toutes ces questions et bien d'autres encore quant à la taille que devait avoir le domaine EF. A ces questions, seule une étude automatique avec une recherche d'objectif permet de répondre correctement. Nous nous ramenons donc à un problème d'optimisation. Le cas que nous traitons, dans ce chapitre, n'a pas fait l'objet d'une telle étude. Dans le cas présent, les dimensions sont telles que représentées sur la figure 4.5. La hauteur des dents du circuit magnétique représente environ cinq fois la longueur d'entrefer et la largeur du domaine EF est environ de huit fois la largeur du circuit magnétique. Une analyse plus poussée, sur un actionneur où cette fois-ci l'importance des dimensions du domaine EF est double car celui-ci servira au couplage magnétique-électrique, mais également au couplage magnétique-mécanique, se fera dans le prochain chapitre. Nous y décrirons alors l'algorithme d'optimisation ainsi que le critère à minimiser utilisés.

## 4.3 Résultats

Après avoir caractérisé le circuit magnétique, déterminé les paramètres nécessaires au modèle de comportement du circuit magnétique, nous avons mis en place une manipulation destinée à mesurer comment se comporte le système (circuit magnétique + entrefer) et le matériau (circuit magnétique seul).

### 4.3.1 Descriptif de la manipulation

La manipulation mise en place utilise le dispositif de caractérisation des matériaux magnétiques du CEGELY en mode multivoies. Ce dispositif est composé d'un amplificateur de type KEPCO raccordé à une première résistance appelée «résistance série», suivie de l'enroulement primaire du système à exciter et enfin d'une résistance de shunt destinée à mesurer le courant dans cet enroulement primaire. L'application du théorème d'Ampère, nous servira ensuite à calculer le champ magnétique exciteur appliqué au système.

Un enroulement secondaire est utilisé pour mesurer le flux circulant à travers la section du circuit magnétique. La force électromotrice obtenue aux bornes de cet enroulement est intégrée analogiquement.

Une mesure en deux temps est effectuée. Dans un premier temps, l'alimentation du circuit primaire permet l'acquisition de l'ensemble signal plus dérive de l'intégrateur. Dans un deuxième temps, le circuit est ouvert et le signal récolté ne correspond alors plus qu'à la dérive de l'intégrateur.

Nous faisons l'hypothèse que la dérive des intégrateurs (lié à la température) n'a pas évolué entre les deux mesures. On réalise ensuite numériquement la différence entre les deux signaux acquis pendant les deux temps de chaque mesure.

Cette technologie mixte (analogique-numérique) confère à la manipulation une aisance toute particulière dans le domaine des basses fréquences par rapport aux bancs de caractérisation dits «tout numérique».

L'ouverture du circuit primaire est assurée par un relais de puissance au passage par zéro du courant.

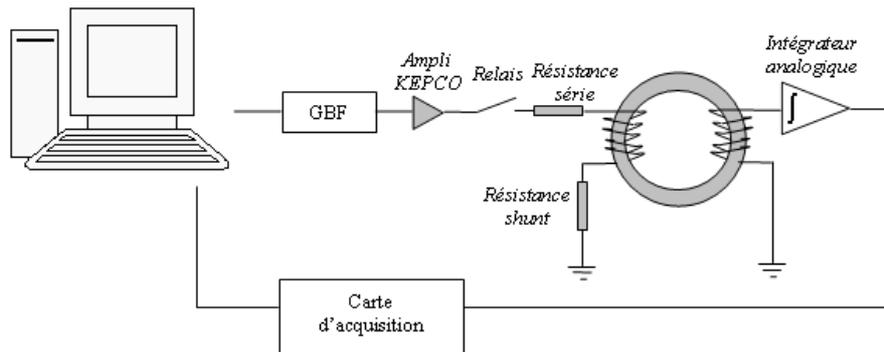


FIG. 4.6 – Schéma représentatif du banc de caractérisation

L'ensemble de la manipulation, à savoir, l'ouverture des relais, la remise à zéro des intégrateurs, la désaimantation, le pilotage de la carte d'acquisition est géré grâce à un logiciel programmé en Visual basic. Ce logiciel dispose d'une interface graphique conviviale où un certain nombre de paramètres (nombre de spires, dimensions, fréquence,...) sont donnés pour renseigner le logiciel sur les conditions expérimentales à réaliser.

On peut voir sur la figure 4.6 le schéma de principe du banc de caractérisation magnétique du CEGELY.

Pour se rapprocher le plus possible du dispositif vu figure 4.1, nous avons utilisé un circuit roulé, composé de FeSi à 3%, découpé en son milieu. Les pièces qui font le "joint" entre les deux parties de circuit magnétique sont d'un côté un morceau d'une tôle de FeSi à grains non orientés pour ne pas perturber les lignes de champ et de l'autre côté une câle amagnétique de même épaisseur que la tôle.

Pour pouvoir mesurer l'excitation effective au sein du matériau magnétique, nous avons ajouté à cette manipulation une voie supplémentaire destinée à cet effet. Grâce à un Gaussmètre, nous mesurons l'induction dans l'air à la périphérie du circuit magnétique. La perméabilité de l'air étant égale à celle du vide on peut revenir facilement au champ d'excitation magnétique. Le champ d'excitation que nous mesurons est assimilé au champ d'excitation de surface du matériau. Sur la figure 4.7, on peut voir une photo présentant le circuit magnétique enroulé avec les bobinages primaires et secondaires, l'entrefer est réalisé avec un morceau de carton et la sonde à effet Hall appuyée contre le circuit magnétique.

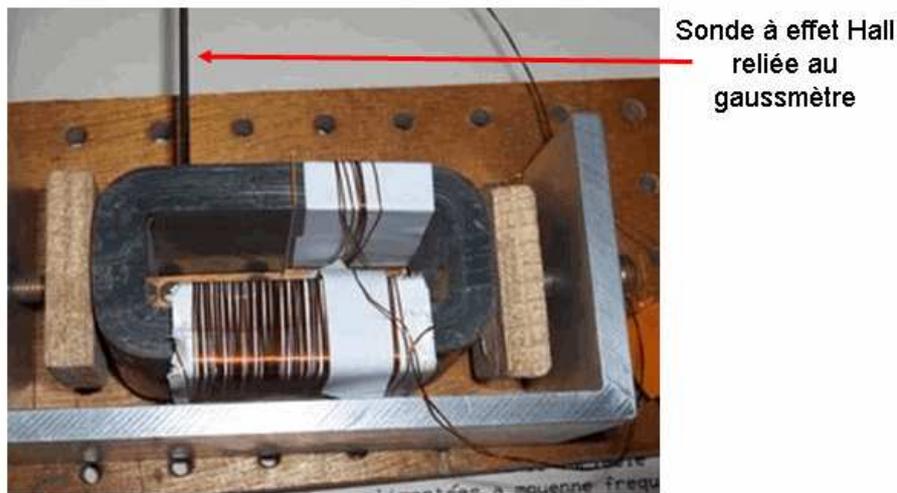


FIG. 4.7 – Photo du circuit magnétique inhomogène avec la sonde à effet Hall

Nous allons donc mesurer deux types de champs d'excitations, le champ magnétique excitant le système (circuit magnétique + entrefer) et le champ magnétique nécessaire au matériau et comparer les mesures aux résultats donnés par la simulation.

### 4.3.2 Comparaison simulation versus mesures

Comme comparaison, nous nous sommes d'abord intéressés aux formes d'ondes temporelles des trois grandeurs que nous mesurons pour les fréquences de 50Hz et 100Hz. Celles-ci sont le champ exciteur du système, le champ nécessaire au matériau ainsi que l'induction moyennée à travers la section du circuit magnétique. Les cycles d'hystérésis formés par l'induction moyennée à travers la section du circuit magnétique en fonction du champ exciteur appliqué au système sont ensuite comparés. Puis, nous avons comparé les cycles donnés par la même induction moyennée et le champ magnétique propre au circuit magnétique seul pour les mêmes fréquences. Enfin, une comparaison des aires des cycles est effectuée afin de connaître l'erreur que ce modèle fait lors d'une estimation des pertes fer.

Globalement, le modèle (cf figure 4.8) retrouve assez bien les grandeurs que ce soit l'excitation ou l'induction en terme d'amplitude. On observe toutefois un déphasage entre les résultats de simulation et ceux issus de la mesure. Nous pouvons observer que le champ

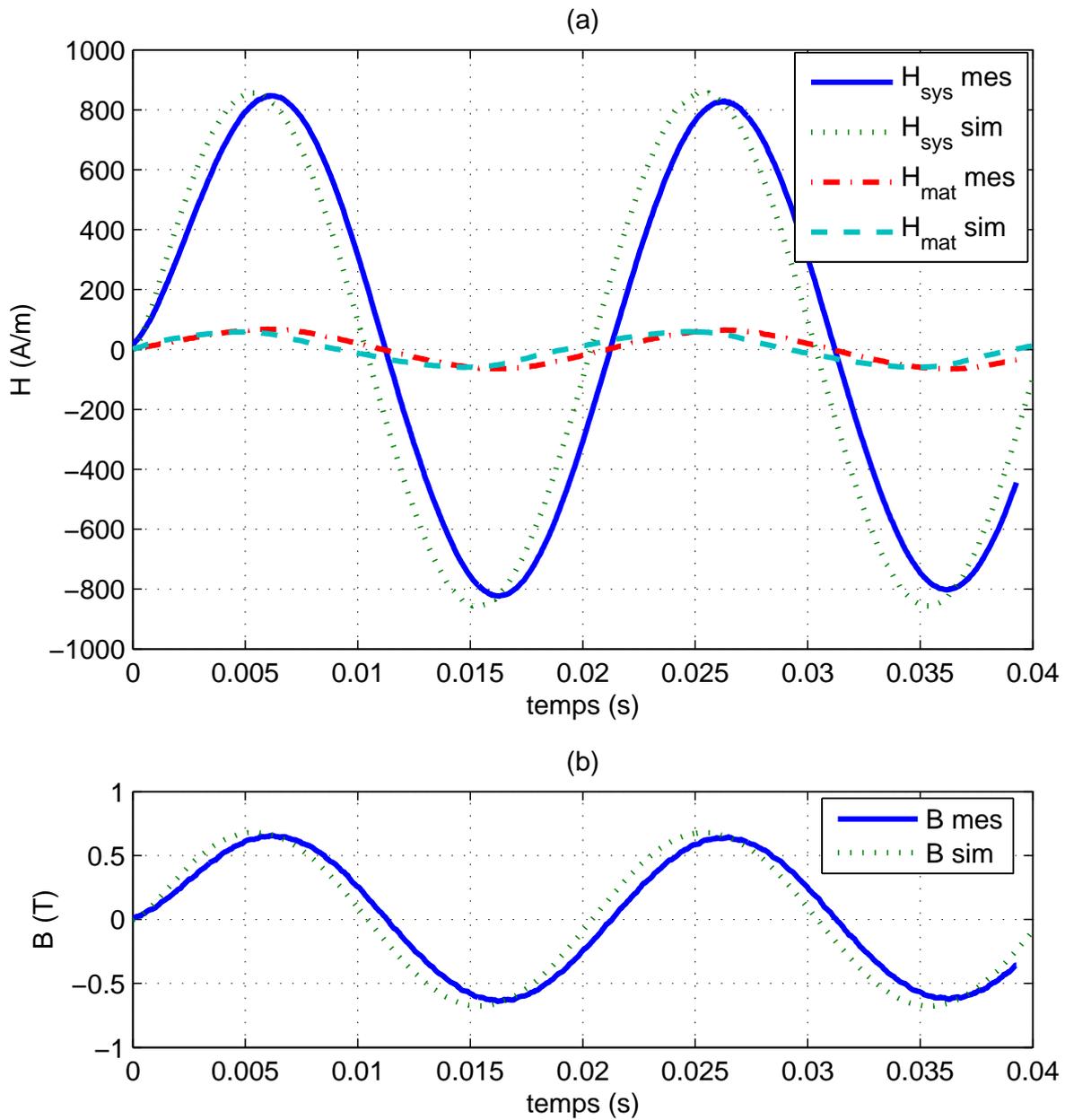


FIG. 4.8 – Formes d'ondes temporelles du champ exciteur du système et du champ nécessaire au matériau(a), et de l'induction moyennée du circuit magnétique (b) pour une fréquence de 50Hz.

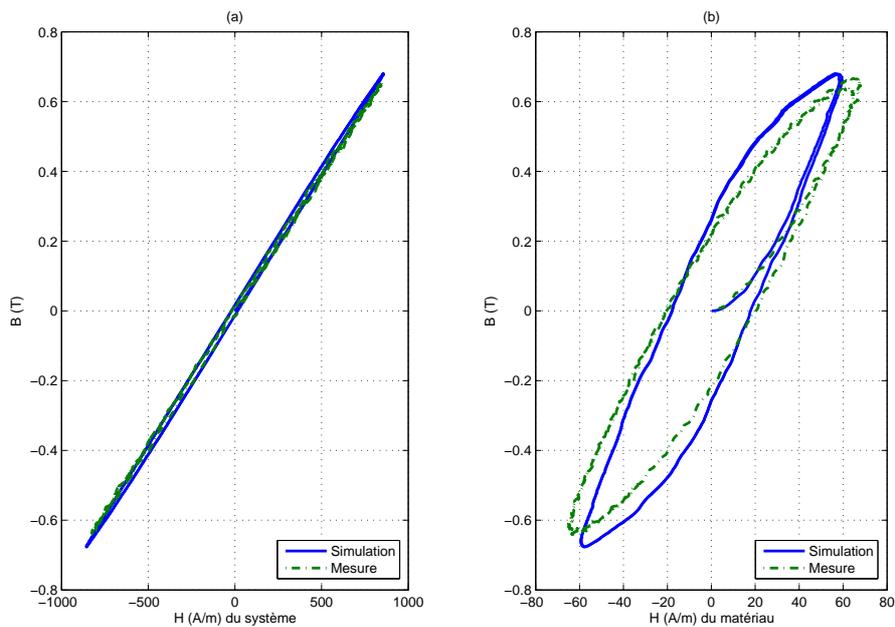


FIG. 4.9 – Cycles d’hystérésis formés par l’induction moyennée versus le champ magnétique excitateur du système (a) et par l’induction moyennée versus le champ magnétique nécessaire au matériau (b) pour une fréquence de 50Hz.

excitateur du système est environ dix fois supérieur à celui nécessaire au matériau, ce qui est conforme au fait que le champ magnétique est concentré dans l’entrefer.

Nous pouvons constater figure 4.9 que l’entrefer, comme on pouvait s’y attendre, linéarise fortement le comportement du système, ce qui là aussi confirme que le champ magnétique se concentre dans l’entrefer. De plus, ici, nous pouvons voir que la forme du cycle donné par le modèle est conforme à celle du cycle mesuré bien que ce dernier apparaît comme moins «penché» que celui du modèle. Les aires des cycles, simulés et mesurés, de l’induction moyennée en fonction du champ nécessaire au matériau, qui est une image des pertes fer, une fois le régime permanent établi, semblent égales. Nous comparerons numériquement ces aires un peu plus loin dans le paragraphe. Nous allons maintenant réaliser le même essai, mais pour une fréquence d’alimentation de 100Hz.

Les mêmes remarques que pour l’essai précédent sont valables ici, mais nous pouvons en ajouter certaines autres. Nous pouvons observer figure 4.10 que pour une sollicitation sinusoïdale en sortie de l’amplificateur, ni l’excitation, ni l’induction ne sont sinusoïdales, de plus, cette fois-ci le modèle a réagi correctement quant au régime transitoire observable, ceci

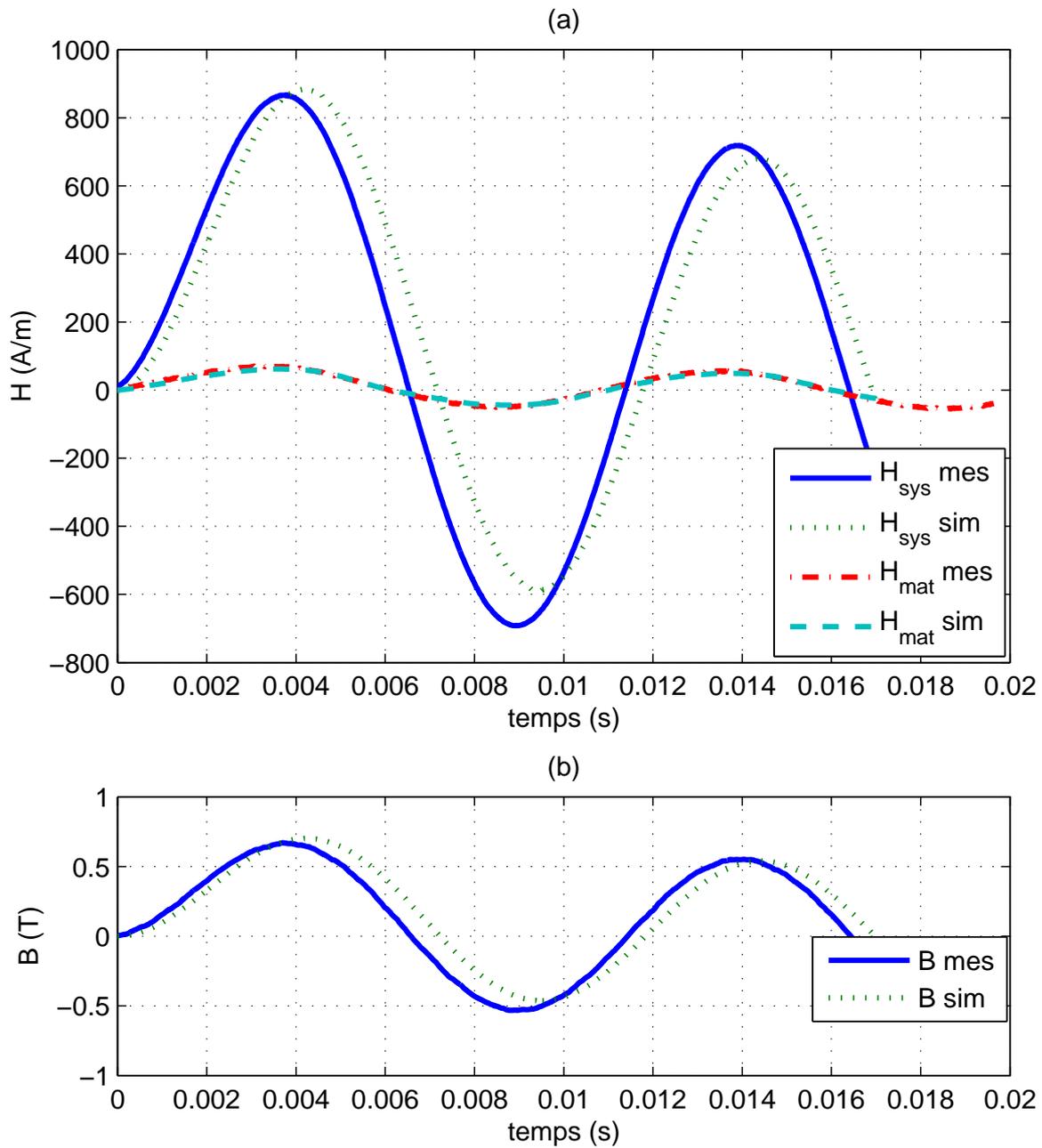


FIG. 4.10 – Formes d’ondes temporelles du champ excitateur du système et du champ nécessaire au matériau(a), et de l’induction moyennée du circuit magnétique (b) pour une fréquence de 100Hz.

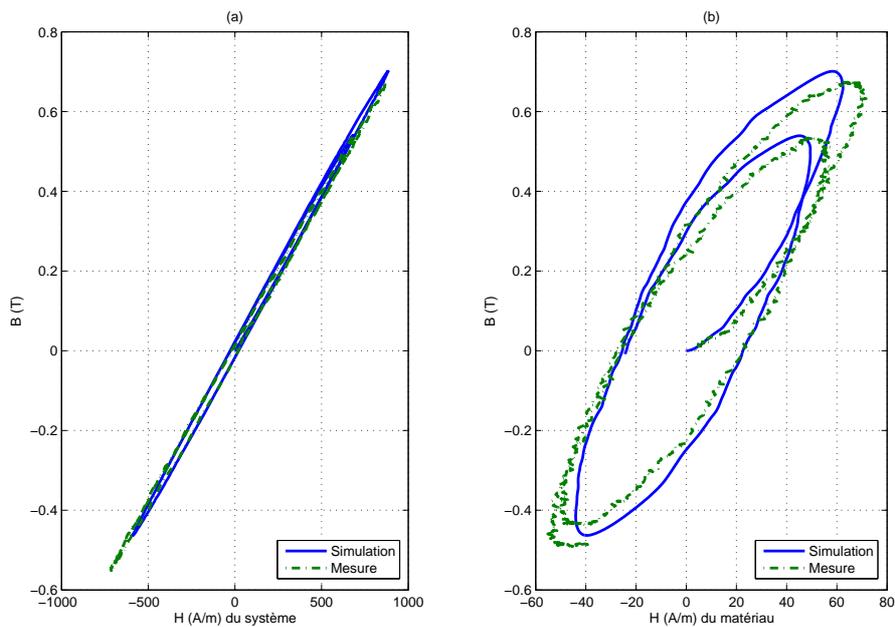


FIG. 4.11 – Cycles d’hystérésis formés par l’induction moyennée versus le champ magnétique exciteur du système (a) et par l’induction moyennée versus le champ magnétique nécessaire au matériau (b) pour une fréquence de 100Hz.

justifie d’employer un modèle temporel plutôt que fréquentiel. Ces courbes montrent également que pour une même amplitude du champ maximum exciteur, l’induction maximale, une fois le régime permanent établi, est plus faible dans le cas de l’essai à 100Hz. Ceci est complètement dû au comportement du matériau qui, pour un même champ exciteur mais à fréquence plus élevée, réduit l’induction.

Les formes des cycles pour l’essai à 100Hz sont similaires à celles de l’essai à 50Hz et on retrouve les mêmes tendances entre la simulation et la mesure. Ceci peut s’expliquer pour les mêmes raisons que précédemment. Sur la figure 4.11(b), on voit très nettement le régime transitoire à la fois de la mesure et de la simulation.

Nous allons, pour donner un ordre d’idée de précision du modèle, effectuer une comparaison entre les aires des cycles (représentatif des pertes fer) mesurés et simulés une fois le régime permanent établi. Celui-ci n’est pas forcément représenté sur les figures précédentes pour plus de lisibilité.

Nous pouvons voir sur ce tableau que la simulation retrouve pour les deux essais effectués une bonne concordance avec la mesure. L’erreur reste inférieure à 5% dans le pire

| Fréquence<br>(Hz) | Max(B(T))<br>simulé | Max(B(T))<br>mesuré | erreur<br>(%) | Cycle<br>simulé<br>( $J/m^3$ ) | Cycle<br>mesuré<br>( $J/m^3$ ) | erreur<br>(%) |
|-------------------|---------------------|---------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|
| 50                | 0.67                | 0.64                | 4.48          | 88.6                           | 86.7                           | 2             |
| 100               | 0.53                | 0.54                | 1.89          | 53.9                           | 54.5                           | 1             |

TAB. 4.2 – Tableau comparant les mesures et les simulations

des cas, ce qui reste acceptable. Les pertes ont donc pu être prédites avec une assez bonne précision.

## 4.4 Conclusion

Nous avons pu voir que le formalisme des tubes de flux permet de prendre en compte tout l'historique de l'aimantation du matériau magnétique et ainsi de pouvoir prédire le comportement de systèmes comportant un circuit magnétique. Ce formalisme était mal adapté lorsque des entrefers étaient présents dans ces systèmes. Avec un couplage entre la méthode des éléments finis et le formalisme des tubes de flux, nous avons montré la faisabilité d'un tel couplage dans un premier temps et la bonne concordance entre la réalité et les résultats issus des simulations dans un deuxième temps.

L'intérêt de ce couplage sera encore plus évident dans le cas où les parties ferromagnétiques sont mobiles dans l'espace (le rotor d'une machine tournante par exemple). Une autre application sera décrite par la suite où, nous semble-t-il, il est capital de prendre en compte le comportement du matériau et une description géométrique assez fine. Le couplage que nous venons de voir sera alors utilisé en rajoutant un domaine physique supplémentaire à la simulation. Celui-ci étant le domaine mécanique.

# Chapitre 5

## Validation du couplage EF - tubes de flux sur un actionneur

### Sommaire

---

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 5.1 | Introduction . . . . .  | 86  |
| 5.2 | Présentation du système étudié . . . . .                      | 87  |
| 5.3 | Couplage EF Tubes de flux . . . . .                           | 88  |
| 5.4 | Représentation simplifiée du convertisseur statique . . . . . | 92  |
| 5.5 | Couplage magnétique-mécanique . . . . .                       | 93  |
| 5.6 | Optimisation de la taille du domaine EF . . . . .             | 95  |
| 5.7 | Résultats . . . . .   | 99  |
| 5.8 | Conclusion . . . . .  | 109 |

---

Nous présentons dans ce chapitre les résultats donnés par le couplage EF - tubes de flux dynamiques pour une machine à réluctance variable ultrarapide. Notre but n'est pas l'étude complète de ce système, mais de valider la ou les méthodes ainsi que les hypothèses simplificatrices attendant à ces méthodes ou à leur couplage.

Toutefois, les résultats de simulation obtenus seront, soit comparés à des résultats expérimentaux lorsque ceux-ci sont à notre disposition, soit à des résultats «tout numérique» lorsque des essais expérimentaux ne sont pas disponibles.

## 5.1 Introduction

Les actionneurs à vitesse de rotation élevée sont de plus en plus utilisés dans de nombreux secteurs. Que ce soit pour l'usinage grande vitesse [Fay99], le stockage d'énergie [MP96], les centrifugeuses ou les pompes. Ces actionneurs sont soumis à des sollicitations multi physiques (électrique, magnétique, mécanique et thermique) très contraignantes [SLNC96]. Les sollicitations mécaniques en particulier imposent des contraintes très fortes sur la conception [DEM04] [WEBK98], ce qui complique la réalisation de prototypes. Un autre type de problèmes réside dans les pertes fer très importantes [KK03] de ce genre de machine.

Un outil prenant en compte la géométrie, la loi de commande et le comportement des matériaux magnétiques permettant de prédire l'évolution des grandeurs mécaniques, électriques et les dissipations des matériaux dès le bureau d'études, serait très utile pour valider toute la phase de conception. Dans ce genre d'actionneur, les constantes de temps de différents domaines physiques sont du même ordre de grandeur. En conséquence, le découplage habituel des domaines physiques donnerait des résultats trop imprécis ; il faut donc résoudre un problème complet incluant la machine, son alimentation, sa commande et sa charge mécanique.

## 5.2 Présentation du système étudié

Dans le but de l'intégrer à une électrobroche pour l'usinage à grande vitesse, l'équipe «Conception d'Éléments de Machines et Actionneurs» du Laboratoire de Génie Industriel et Production Mécanique de Metz (LGIPM) développe une machine à réluctance variable (MRV) 6/2 à double saillance. Cette structure a l'avantage de présenter généralement de faibles pertes au rotor, un assez fort couple et une puissance massique intéressante. La réalisation du moteur avec une bobine concentrique par pôle au stator et un seul paquet de tôles au rotor est très simple [MFVF00]. On peut voir sur la figure 5.1 la géométrie de cette machine. Le tableau 5.1 donne quelques informations sur la géométrie et sur quelques caractéristiques de la machine qui nous ont été données généreusement par le LGIPM.

| Caractéristiques de la machine     |                              |
|------------------------------------|------------------------------|
| Longueur axiale                    | $L_a = 15mm$                 |
| entrefer                           | $L_e = 0,4mm$                |
| Nombre de spires par phase         | $N = 220$                    |
| Rayon extérieur du stator          | $R_{extS} = 22,5mm$          |
| Rayon intérieur du stator          | $R_{intS} = 19,5mm$          |
| Épaisseur de la culasse du stator  | $Ep_S = 3mm$                 |
| Longueur d'une dent stator         | $L_{dS} = 9,5mm$             |
| Largeur d'une dent stator          | $l_{dS} = 4,6mm$             |
| Angle d'arc d'une dent Stator      | $\alpha = 25^\circ$          |
| Rayon extérieur du rotor           | $R_R = 9,6mm$                |
| Largeur d'une dent rotor           | $L_{dR} = 4,6mm$             |
| Matériau magnétique                | $FeSi(3\%)GNO$               |
| Épaisseur de tôles                 | $Ep_t = 0,2mm$               |
| Vitesse maximale                   | $N_s = 200000tr.min^{-1}$    |
| Puissance mécanique sur l'arbre    | $P_u = 1kW$                  |
| Moment d'inertie                   | $J = 1,05.10^{-6}kg.m^2$     |
| Couple de frottement sec           | $C_s = 3,25.10^{-5}N.m$      |
| Coefficient de frottement visqueux | $f = 2,72.10^{-6}N.s.m^{-1}$ |

TAB. 5.1 – Caractéristiques de la machine

De nombreuses études existent, portant sur la modélisation des pertes fer dans les tôles ferromagnétiques. Certains auteurs ont appliqué ces résultats à l'étude des moteurs à réluctance variable utilisés dans un domaine de vitesses classique. La vitesse de rotation particulièrement élevée (200000 tr/min) du moteur considéré nous conduit à étudier le problème

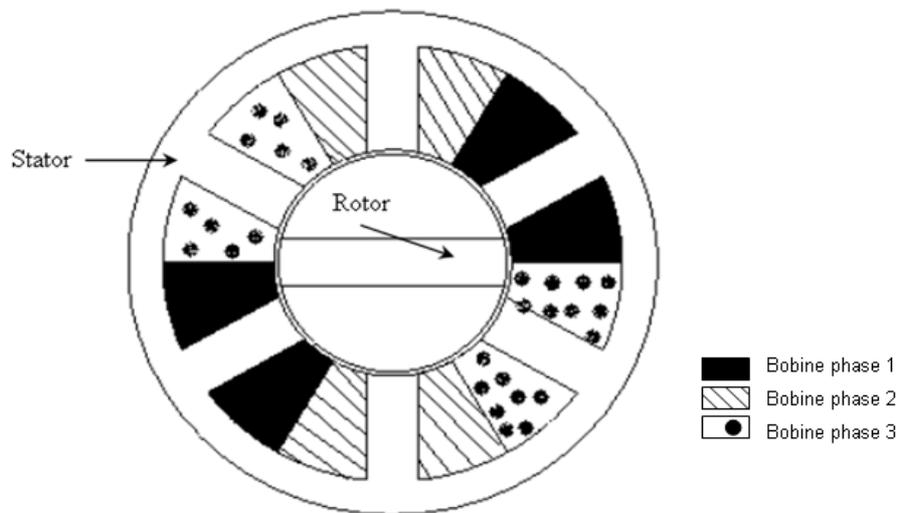


FIG. 5.1 – Géométrie de la MRV 6/2

de la modélisation des pertes fer de manière différente de ce qui est usuellement pratiqué à basse vitesse. Pour modéliser ce système, nous nous servons ici du couplage vu au chapitre 4. La méthode des éléments finis servira à représenter les phénomènes dans la zone d'entrefer et les tubes de flux représenteront les phénomènes dans les parties ferromagnétiques où le flux est bien canalisé. On peut voir sur la figure 5.2 une association de tubes de flux et un domaine EF

### 5.3 Couplage EF Tubes de flux

Supposons qu'une bobine de la machine soit alimentée par une source de tension et qu'à chaque instant nous connaissons la valeur de la tension  $E_C(t)$  à ses bornes. Le flux ainsi créé peut être obtenu en intégrant cette tension :

$$\phi(t) = \frac{1}{N_c} \int_{-\infty}^t E_c(t') dt' \quad (5.1)$$

Où  $N_C$  est le nombre de spires de la bobine. Le couplage entre cette bobine et le domaine EF, comme au chapitre 4, se fait en imposant :

- *L'induction  $\vec{B}$  est perpendiculaire à la section du circuit magnétique sur la frontière du domaine EF*

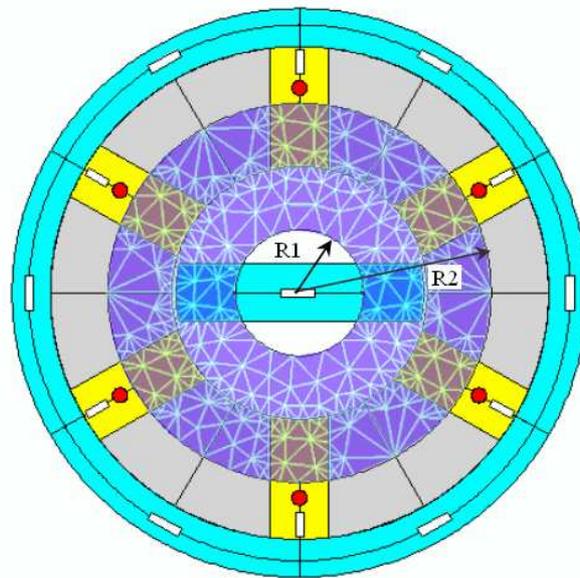


FIG. 5.2 – Association de tubes de flux et un modèle EF

– *Le flux magnétique est conservatif*

Nous utilisons toujours la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que  $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ . La première condition est imposée en utilisant des conditions de Neumann homogènes  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = 0$  sur la section droite de la dent autour de laquelle la bobine se trouve, et deux conditions de Dirichlet du côté gauche ( $A = A_G$ ) et du côté droit ( $A = A_D$ ) de la dent. La conservation du flux est assurée à chaque instant en fixant la différence de potentiel entre  $A_G$  et  $A_D$  telle que :

$$A_G - A_D = \frac{\phi(t)}{\lambda} \quad (5.2)$$

Où  $\lambda$  est la profondeur du système. La figure 5.3 représente un exemple de résolution avec ce type de conditions aux limites.

Contrairement à l'exemple vu au chapitre 4, les conditions aux limites imposées ici permettent de prendre en compte les fuites, comme le montre la figure 5.3. Cependant, une propriété majeure est respectée. Celle-ci est : «la somme des flux entrants dans le domaine EF est égale à la somme des flux sortants». En effet sur la frontière extérieure (qui fait le lien avec le stator), le flux rentre par une dent et sort par celle qui est en face d'elle. Algébriquement, on peut dire la même chose pour les fuites. Du point de vue du stator, on peut

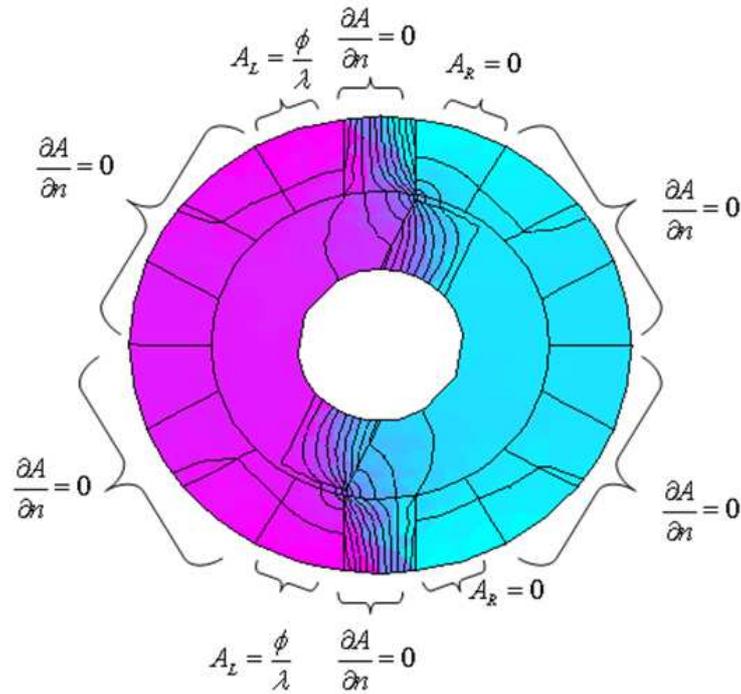


FIG. 5.3 – Conditions aux limites et affichage des lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique A pour le modèle EF 2D de l’entrefer et de ses environs

donc assimiler le domaine EF comme un noeud magnétique. Du point de vue du rotor, on peut considérer le flux entrant comme une «borne d’entrée» et le flux sortant comme une «borne de sortie» d’un tube de flux. Ceci amène une propriété très importante que nous verrons plus tard. Si nous voulions faire un schéma équivalent magnétique du point de vue du stator et du rotor, ceux-ci seraient ceux présentés figure 5.4.

Soit  $[Z]$ , la matrice de topologie de l’association des tubes de flux du point de vue du stator, qui peut prendre les valeurs  $Z_{ij} = +1(-1)$  : quand le flux provenant de la  $i$ ème branche arrive (part) au noeud  $j$ , ou 0 dans les autres cas (l’orientation des branches peut être choisi arbitrairement). La loi de conservation du flux peut être écrite en chaque noeud avec le formalisme matriciel :  $[Z] \cdot \{\phi\} = 0$  où le vecteur  $\{\phi\}$  représente les flux dans chaque tube. Le vecteur peut être séparé en deux sous vecteurs :  $\{\phi\} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$  où  $\phi_1$  contient les flux de branches liés au modèle EF (portes de flux), et  $\phi_2$  contient les flux dans tous les autres tubes (ceux représentant la culasse par exemple). La loi de conservation du flux s’écrit alors :

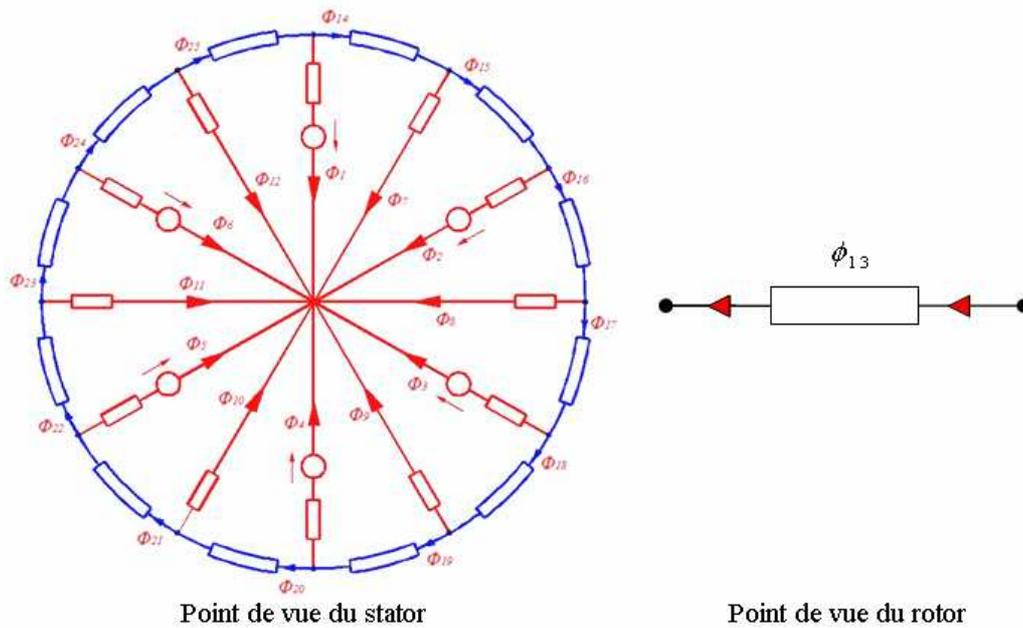


FIG. 5.4 – Schéma équivalent du point de vue du stator (à gauche) et du rotor (à droite)

$$\begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = 0 \tag{5.3}$$

Or  $\phi_1$  est connu puisque nous venons de résoudre la partie EF, nous pouvons donc déduire  $\phi_2$  de  $\phi_1$  grace à l'équation précédente. Les flux dans chaque partie ferromagnétique de la machine sont donc connus. Notre modèle de tubes de flux magnétiques a pour variable d'entrée non pas le flux mais sa dérivée temporelle. Nous faisons donc l'hypothèse que la répartition des flux dans les tubes ferromagnétiques est la même que celle de la dérivée temporelle des flux.

Dans chaque tube ferromagnétique une ddp magnétique fonction de la dérivée temporelle du flux est calculée. La ddp magnétique équivalente du domaine EF est également calculée. Pour réaliser le couplage magnétique électrique, nous sommes les différentes ddp magnétiques de manière à respecter le théorème d'Ampère comme le montre la figure 5.5.

La valeur obtenue par ce calcul est renvoyée au circuit électrique et multipliée par le gain  $R/N$  comme vu au chapitre 4 sur la figure 2.17.

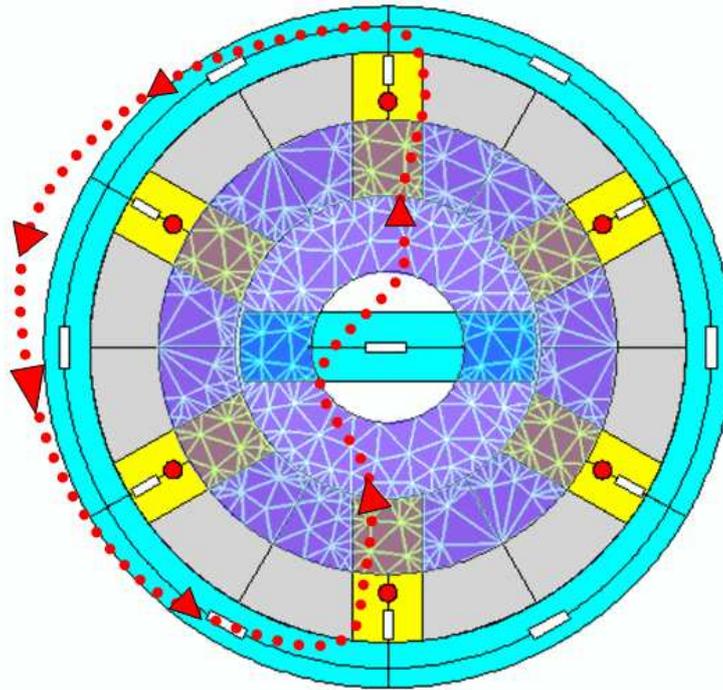


FIG. 5.5 – Illustration du chemin du calcul du théorème d'Ampère

## 5.4 Représentation simplifiée du convertisseur statique

Cette machine est alimentée par un convertisseur du type demi-pont asymétrique, car le courant dans les bobines peut être unidirectionnel. La loi de commande de ce convertisseur utilise deux variables. Celles-ci sont le courant dans une phase et la position angulaire du rotor comme le montre la figure 5.6.

En effet, une phase du rotor est alimentée entre deux positions distinctes et le courant ne doit pas dépasser une certaine valeur pour éviter un échauffement trop important qui pourrait dans le pire des cas détruire la bobine. Une mauvaise commande peut également entraîner une perte de couple. Avec ce type de convertisseur, la bobine ne peut voir que trois valeurs de tension à ses bornes :  $E$ ,  $0$  et  $-E$ . Comme représentation simplifiée du convertisseur, nous avons choisi d'alimenter, selon la valeur du courant et la position, la bobine avec l'une des trois valeurs possibles de tension. Ce qui justifie, un peu plus, que le modèle doit être temporel.

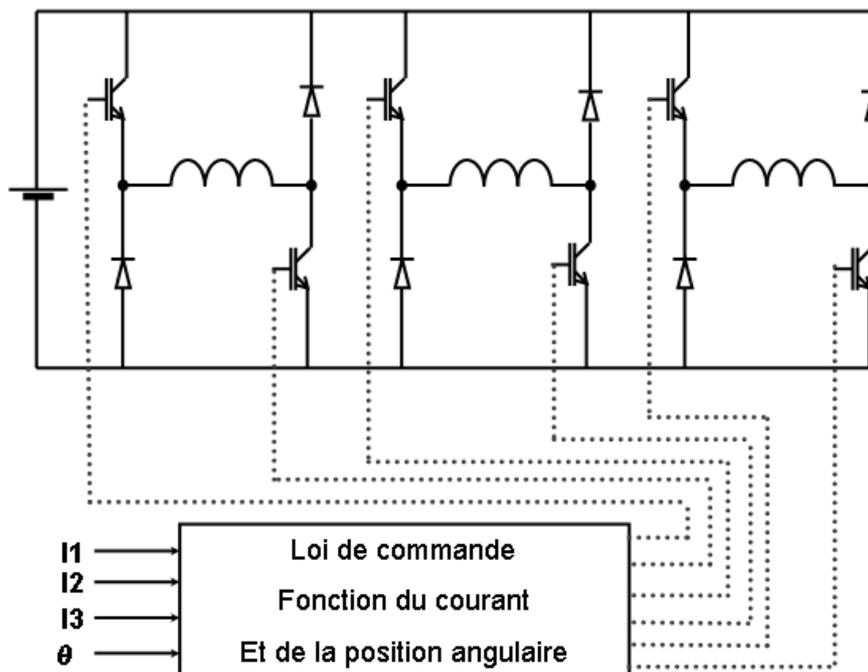


FIG. 5.6 – Exemple de demi-pont asymétrique

## 5.5 Couplage magnétique-mécanique

Les variables telles que l'accélération, la vitesse, la position et le couple ont été simulées en utilisant la méthode des travaux virtuels :

$$T_{em} = - \left. \frac{\partial W_{em}}{\partial \theta_m} \right|_{\phi=cte} \quad (5.4)$$

$$T_{em} - T_r = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega \quad (5.5)$$

Où  $T_{em}$  est le couple électromagnétique,  $T_r$  le couple résistant,  $J$  le moment d'inertie,  $f$  le coefficient de frottement visqueux,  $\Omega$  la vitesse angulaire.

Nous avons utilisé le logiciel Matlab/Simulink avec le partial derivative equation (PDE) Toolbox pour simuler le fonctionnement de la MRV.

Nous pouvons voir sur la figure 5.7 le schéma global simulant le fonctionnement de la MRV. On peut y voir, à gauche, les blocs représentant les circuits électriques de chaque phase

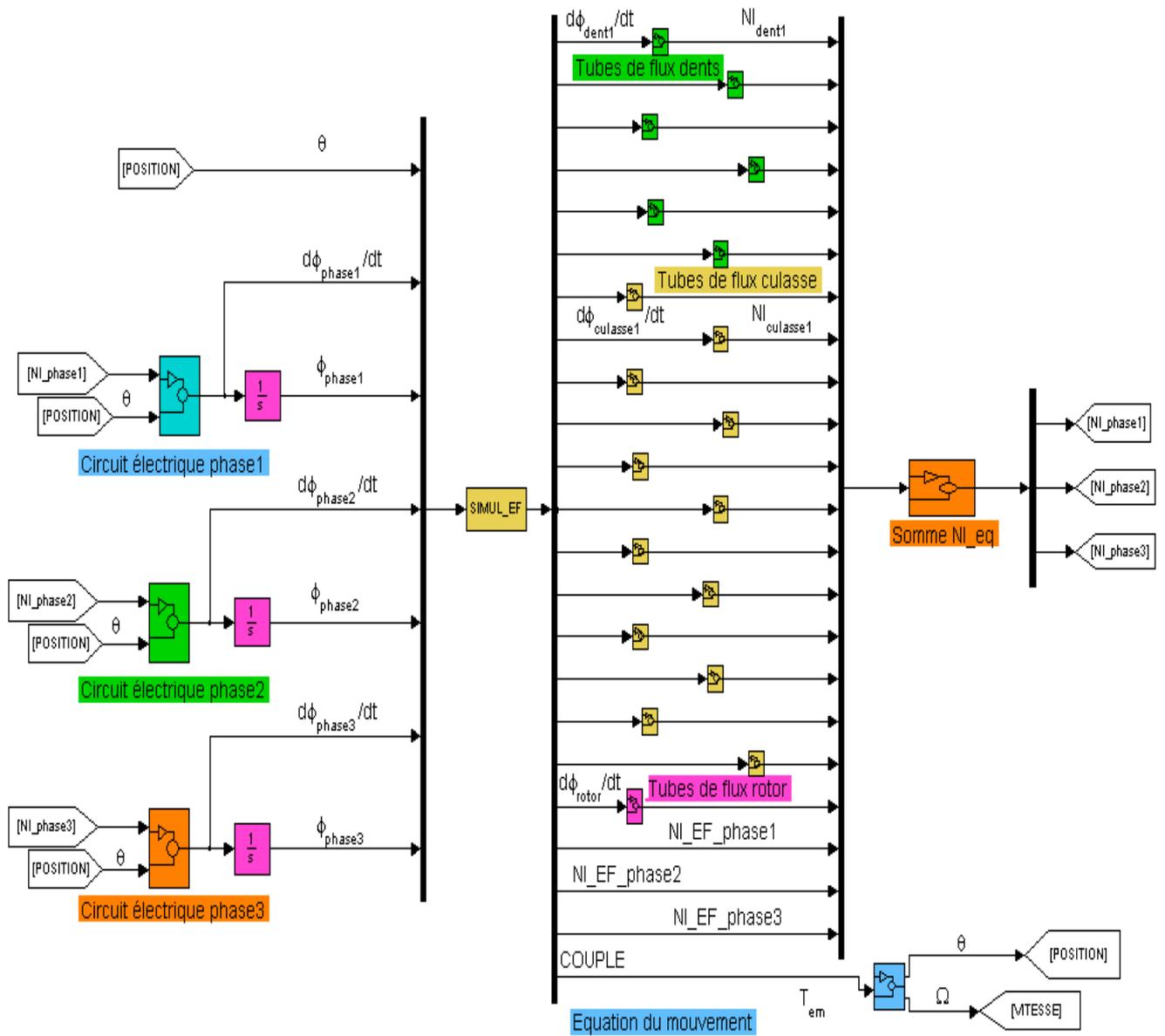


FIG. 5.7 – Schéma blocs SIMULINK simulant le fonctionnement de la MRV

où la tension d'alimentation de la bobine de chaque phase est déterminée grâce à la position mécanique et au courant de la phase considérée.

Le bloc dénommé «Simul\_EF» sert à définir les conditions aux limites du domaine EF, mailler la géométrie, résoudre le système... En bref, il calcule toutes les variables nécessaires aux couplages.

Les blocs représentant les dents de la machine par un tube de flux sont en couleur verte, ceux représentant la culasse en jaune et celui représentant le rotor est en magenta. Ils ont comme variable d'entrée, une variation temporelle de flux et comme variable de sortie une ddp magnétique.

A partir du couple électromagnétique calculé grâce aux éléments finis, nous calculons les autres variables mécaniques avec le bloc «Equation du mouvement». La somme des ddp magnétiques qui représente la force magnétomotrice totale est réalisée avec le bloc «Somme NI\_eq».

## 5.6 Optimisation de la taille du domaine EF

Avant de visualiser les résultats, il nous semble opportun de revenir sur le rôle du domaine EF dans notre simulation. Nous avons détaillé notre méthodologie de couplage entre les tubes de flux et ce domaine. Mais, nous n'avons toujours aucune idée précise quant à la taille que doit avoir ce domaine par rapport à toute la géométrie de l'actionneur. La taille de ce domaine influe-t-elle fortement sur la précision ? Y a-t-il des dimensions optimales ?

Pour répondre à ces questions, nous avons utilisé un algorithme d'optimisation du type simplexe qui recherche les dimensions optimales du domaine EF. C'est-à-dire les dimensions qui correspondent le mieux aux conditions aux limites que nous avons imposé. Cet algorithme fera varier les rayons R1 et R2 (figure 5.8) du domaine EF et ajustera ces rayons par rapport à un objectif que nous détaillerons par la suite.

Nous avons besoin d'un critère efficace qui traduise le fait que le domaine EF de notre modèle représente bien les phénomènes. Dans notre couplage, nous avons vu que nous faisons appel à l'énergie électromagnétique du domaine, soit pour calculer une ddp magné-

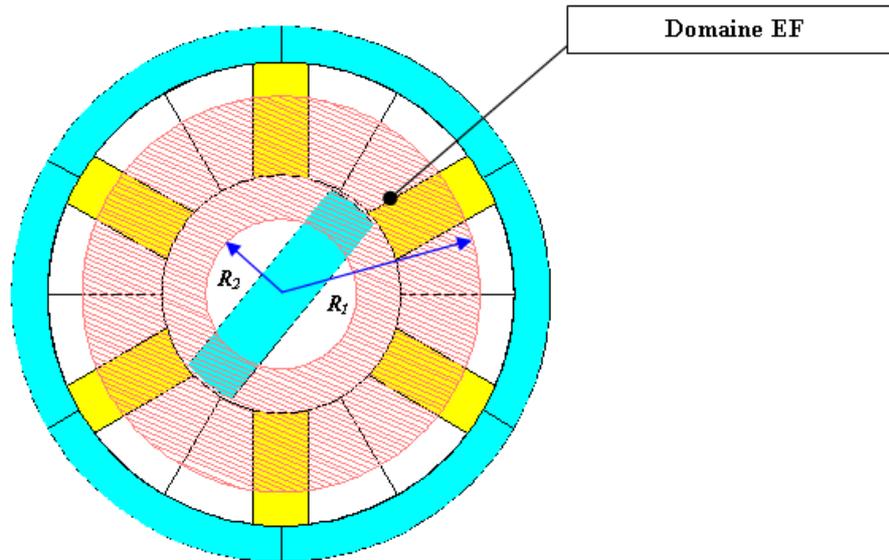
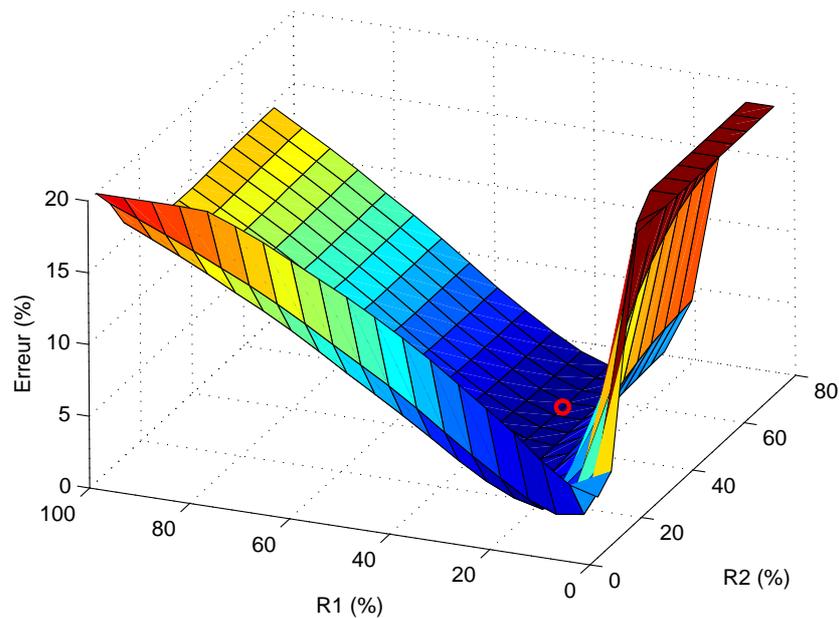


FIG. 5.8 – Le domaine éléments finis avec les rayons  $R_1$  et  $R_2$

tique équivalente, soit pour calculer le couple. Nous allons donc comparer l'énergie électromagnétique de la bande de roulement de notre modèle et celle contenue dans la bande de roulement où la géométrie est complètement maillée. Ce choix se justifie par le fait que dans les deux cas, le nombre de noeuds et le volume de cette zone ne changeront pas lorsque nous ferons varier les rayons  $R_1$  et  $R_2$ .

Pour ce faire, nous avons réalisé deux essais avec toute la géométrie maillée. L'un avec une force magnétomotrice de 200At et l'autre à 1000At et nous avons fait varier la position du rotor de la position d'opposition à la position de conjonction. Le premier essai correspond à un essai en régime linéaire et l'autre à un essai en régime saturé. Nous nous sommes assurés du fait que le nombre de noeuds dans les bandes de roulement respectives soient approximativement les mêmes pour ne pas générer d'erreur numérique supplémentaire

Nous allons tout d'abord étudier la sensibilité vis à vis des deux paramètres  $R_1$  et  $R_2$ . Nous présentons figure 5.9 l'erreur quadratique moyenne entre l'énergie électromagnétique contenue dans la bande de roulement de notre modèle et celle donnée par Flux2D pour un essai à 1000At. Les rayons  $R_1$  et  $R_2$  sont en valeur relative. Quand  $R_1$  tend vers 100%, cela signifie que la frontière extérieure du domaine est quasiment conjointe avec la culasse. A contrario quand  $R_1$  tend vers sa valeur minimale, cela signifie que la frontière extérieure du domaine tend à se rapprocher de l'entrefer. Quand  $R_2$  tend vers 100%, la frontière intérieure

FIG. 5.9 – Erreur quadratique en fonction de  $R1$  et  $R2$ 

du domaine tend vers l'entrefer et quand  $R2$  tend vers  $0\%$ , cette frontière tend vers un rayon nul.

Nous pouvons voir que le modèle est très sensible vis à vis du paramètre  $R1$  qui représente la frontière où les conditions aux limites sont appliquées, il n'est donc pas étonnant que le modèle ait une sensibilité très grande vis à vis de ce paramètre. Nous pouvons également observer que mailler une grande partie de l'entrefer et de ses environs n'est pas la solution la plus juste quant au critère que nous nous sommes fixés. Les conditions aux limites que nous avons fixées représentent bien la réalité des phénomènes pour un certain couple de paramètres  $R1$  et  $R2$ . C'est pourquoi, nous avons cherché le meilleur couple de paramètres à l'aide d'un outil d'optimisation de type simplexe. Précisons que nous aurions obtenu quasiment le même graphe pour un essai à  $200\text{At}$ .

Comme pour la première application (cf refCapt-courant), nous avons cherché à minimiser les deux critères correspondant à chacun des essais à la fois. Nous présentons figure 5.10, l'évolution de l'énergie dans la bande de roulement en fonction de la position mécanique du rotor à courant constant. Sont représentées sur le graphe, l'énergie donnée par Flux2D où

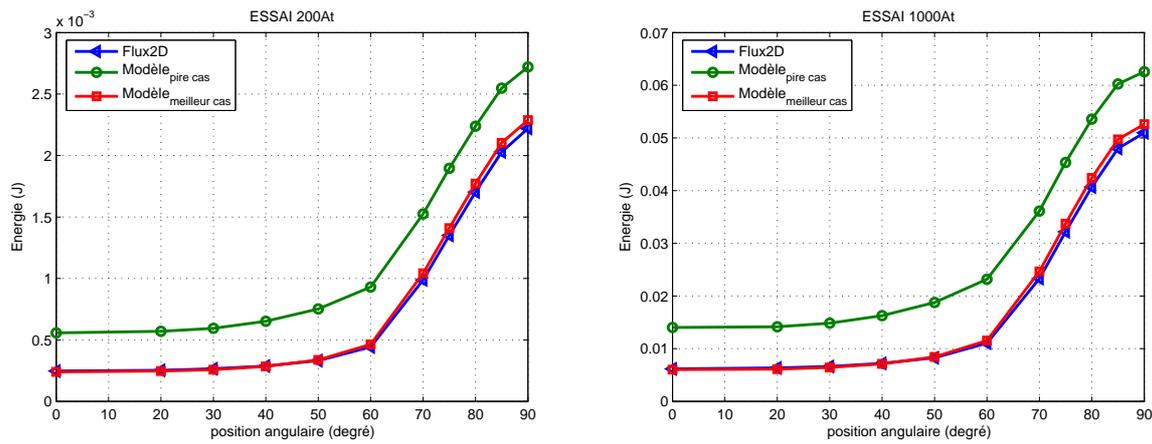


FIG. 5.10 – Energie dans la bande de roulement dans le pire et dans le meilleur des cas pour les deux essais

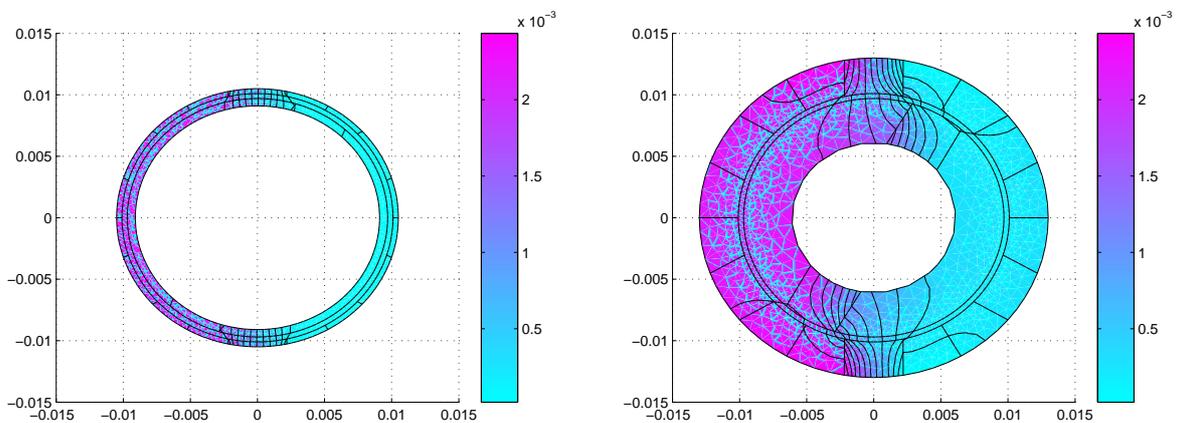


FIG. 5.11 – Géométries correspondant au pire (à gauche) et au meilleur cas (à droite)

toute la géométrie est maillée, l'énergie donnée par notre modèle avec les rayons R1 et R2 donnant les pires résultats et ceux donnant le meilleur résultat après optimisation.

Nous pouvons voir que les paramètres ont bel et bien une influence sur la représentativité des phénomènes et dans notre cas sur l'énergie. Le pire des cas correspond à une erreur quadratique moyenne d'environ 20% pour les deux essais. Le meilleur cas a une erreur inférieure à 1% pour les deux essais également.

On retrouve, figure 5.11, le fait qu'il faille nécessairement une part suffisante de matériau magnétique pour pouvoir appliquer nos conditions aux limites. Tous les résultats présentés par la suite, utilisent les dimensions des rayons R1 et R2 optimisés. Une étude plus poussée aurait pu être menée, mais, avec le logiciel utilisé, nous n'avons qu'un accès restreint aux

conditions de maillage. L'important était pour nous de trouver une configuration qui ne produise pas d'erreur trop importante.

## 5.7 Résultats

Les résultats se décomposent en deux parties. Les premiers résultats sont comparés à des simulations «tout numérique» effectuées avec le logiciel Flux2D en mode magnéto évolutif. Nous avons rentré une courbe d'aimantation moyenne pour la modélisation du matériau magnétique dans Flux2D. La précaution que le nombre de noeuds de la bande de roulement des deux simulations soient sensiblement le même (différence < 10%) a été prise. nous avons fixé également le même pas de temps pour les deux simulations. Ces deux précautions ont été prises de manière à ce que les différences observables soient dues aux hypothèses de notre modèle et non pas à l'une des deux conditions que nous venons de citer. Nous visualiserons quelques grandeurs globales comme les courants et les tensions des bobines pour les grandeurs électriques, viendront ensuite les grandeurs mécaniques et enfin les grandeurs magnétiques. Ces dernières nous permettront de tracer les cycles d'hystérésis locaux présents [KDM98] dans une partie de la machine (dent, culasse, rotor,...).

La deuxième partie comparera un bilan de puissance mesuré et simulé et nous observerons la répartition des pertes [Hoa95] pour connaître où les échauffements sont les plus importants dans la machine.

Les résultats [SMM04] que nous présentons ici correspondent à une tension d'alimentation de 39V, la régulation du courant se fait autour de 4A et pour une vitesse initiale de 5000tr/mn avec les angles naturelles pour le pilotage. Commençons par visualiser les tensions et les courants des phases figure 5.12.

Les formes d'ondes données par le modèle sont similaires en particulier les temps de conduction d'une bobine sont très proches. Pour mieux comparer les formes d'ondes nous avons superposé les courants en fonction de la position angulaire sur la figure 5.13.

Nous pouvons observer que les courants sont très similaires au début de la simulation. Lorsque le courant commence à décroître dans la phase 1, un léger écart intervient lors de la

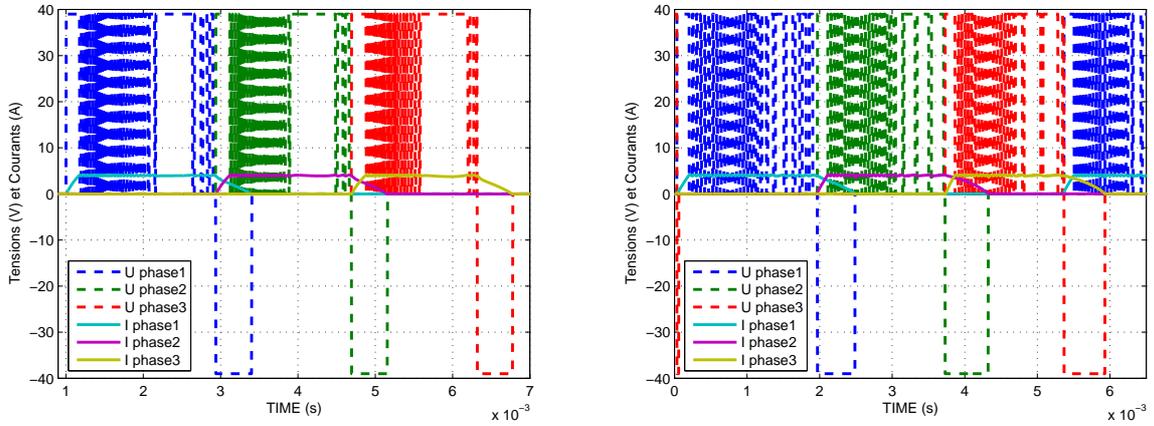


FIG. 5.12 – Visualisation des tensions et courants des phases avec Flux2D (à gauche) et notre modèle (à droite)

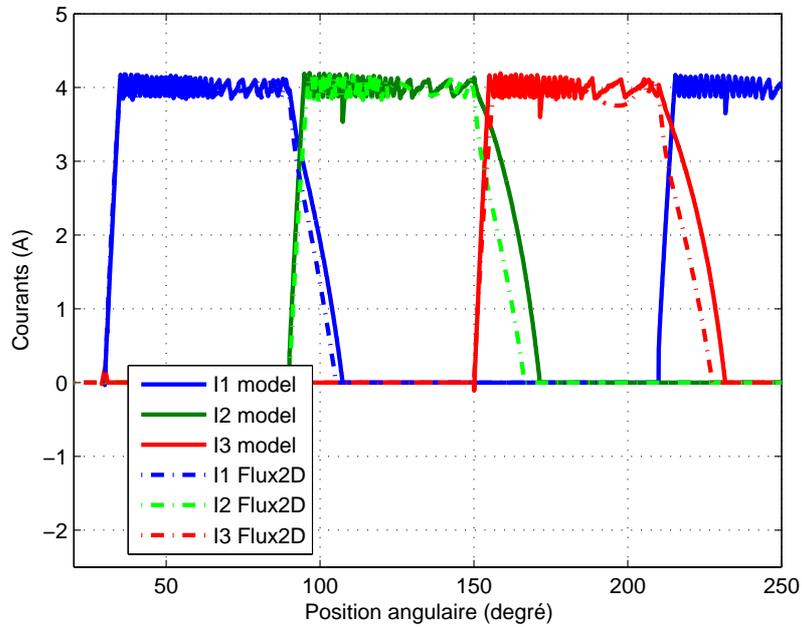


FIG. 5.13 – Courants de phase du modèle et de Flux2D

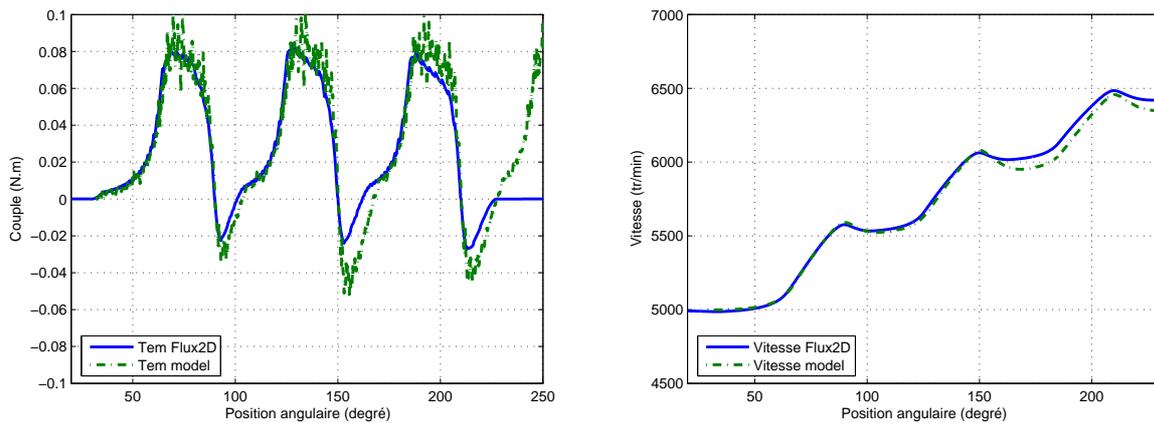


FIG. 5.14 – Couple (à gauche) et vitesse (à droite) en fonction de la position angulaire

décroissance du courant et cet écart a tendance à s'accroître, nous pouvons penser que cet écart est dû au comportement du matériau magnétique. Ce délai d'annulation de courant aura bien entendu des effets sur le couple et donc sur la vitesse comme on peut le voir sur la figure 5.14.

Comme nous avons pu le constater pour les courants, les couples sont très similaires au début de la simulation, puis du fait que le modèle prévoit une présence de courant plus longue que Flux2D, la partie négative du couple est beaucoup plus importante et par conséquent le moteur accélère moins vite.

Ces premiers résultats permettent de valider le couplage EF tubes de flux. Nous nous sommes volontairement placés dans un cas basse vitesse où les différences ne sont pas trop visibles bien qu'elles commencent toutefois à apparaître. Avant de visualiser les cycles d'hystérésis dans les différentes parties du moteur, nous allons visualiser le régime permanent de cet essai figure 5.15.

Nous pouvons voir que les formes d'ondes du régime permanent sont très différentes du régime transitoire précédent. En effet, ici, le courant ne dépasse jamais la limite de 4A, en conséquence, les formes d'ondes de tension sont constituées d'un créneau positif et d'un créneau négatif. Comme pour l'essai précédent, nous allons superposer, figure 5.16, les formes d'ondes de courant afin de mieux les comparer.

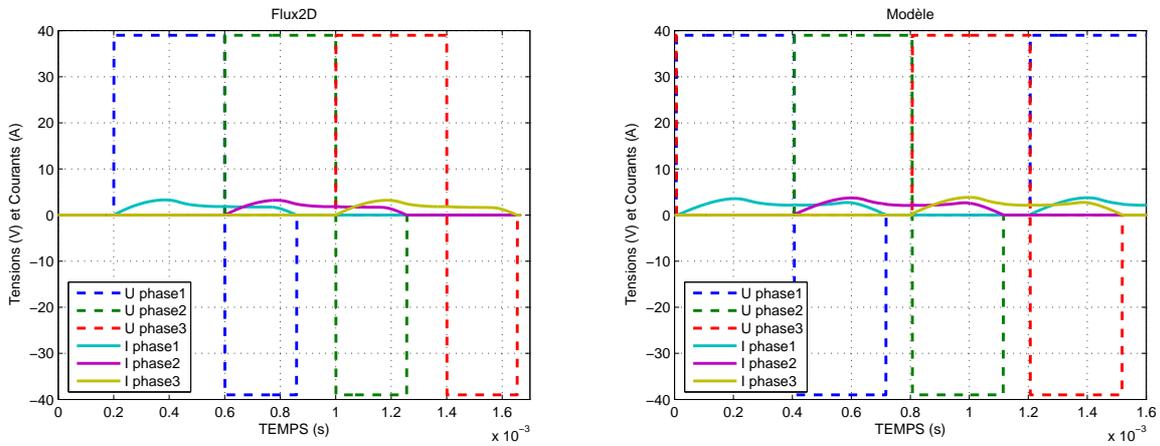


FIG. 5.15 – Visualisation des tensions et courants des phases avec Flux2D (à gauche) et notre modèle (à droite)

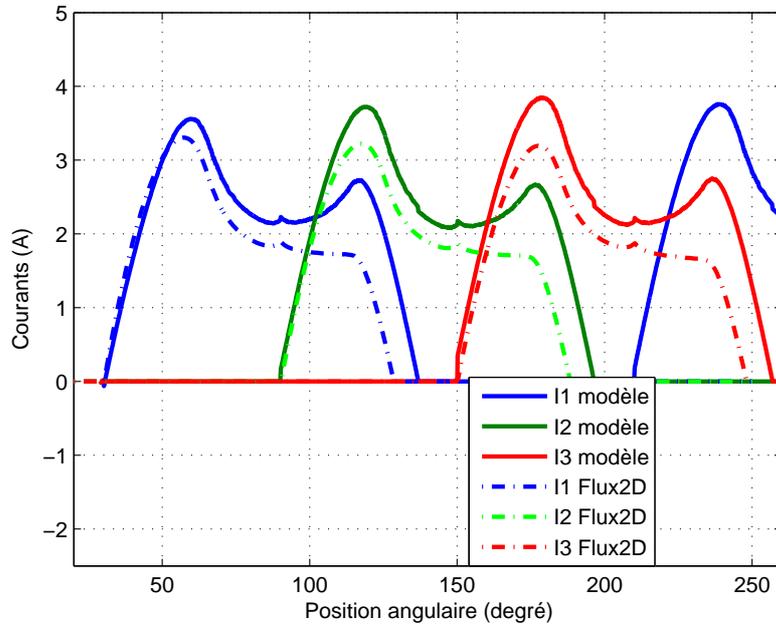


FIG. 5.16 – Courants de phase du modèle et de Flux2D

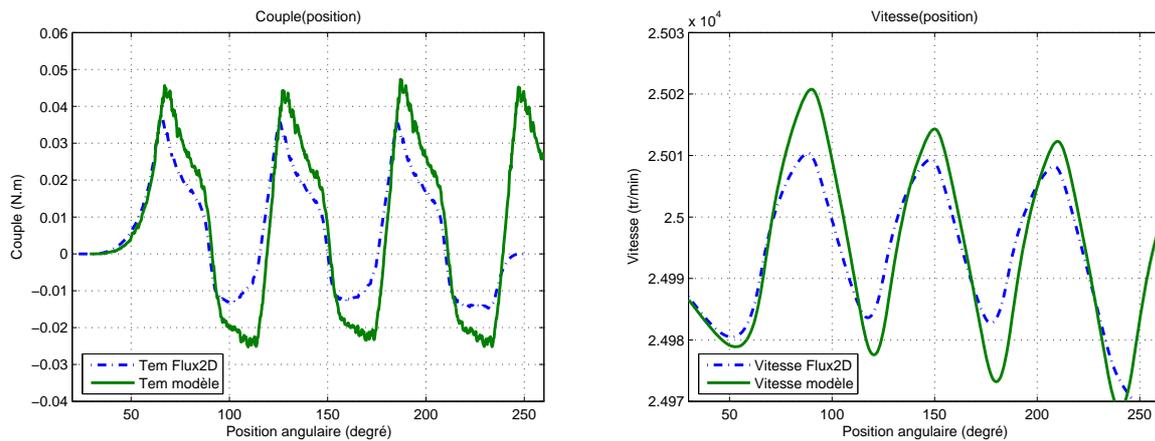


FIG. 5.17 – Couple (à gauche) et vitesse (à droite) en fonction de la position angulaire

Les différences entre les courants issus des deux types de simulation sont beaucoup plus flagrantes pour cet essai. Tout d'abord, la valeur maximale du courant est plus importante dans le cas de notre modèle, mais la différence fondamentale se trouve surtout dans la partie où l'on cherche à annuler le courant. Les courants donnés par le modèle sont non seulement plus importants mais mettent plus de temps à s'annuler. De grandes différences devraient s'en ressentir sur le couple et donc la vitesse sur la figure 5.17.

Du fait que notre modèle produit une valeur maximale de courant plus élevée, la valeur maximale du couple s'en trouve, elle aussi, plus élevée. Il en va de même pour la partie négative du couple. L'ondulation du couple plus importante de notre modèle se retrouve sur la vitesse. Les simulations donnés par notre modèle et Flux2D montrent également que la commande joue un rôle crucial dans l'efficacité énergétique de ce type de machine. Les résultats précédents peuvent grandement être améliorés en ajustant la commande, notamment en donnant l'ordre d'extinction du courant plus tôt. Le modèle le permet, mais les résultats ne seront pas montrés ici. Nous allons maintenant tracer les cycles correspondants aux essais précédents dans différentes parties du moteur.

Nous pouvons tout d'abord observer que pour l'essai en régime transitoire pour  $n_0 = 5000 \text{tr/min}$  (figure 5.18), le matériau sature très fortement. De plus la régulation du courant par MLI crée des boucles mineures dans les cycles d'hystérésis des différentes parties de la

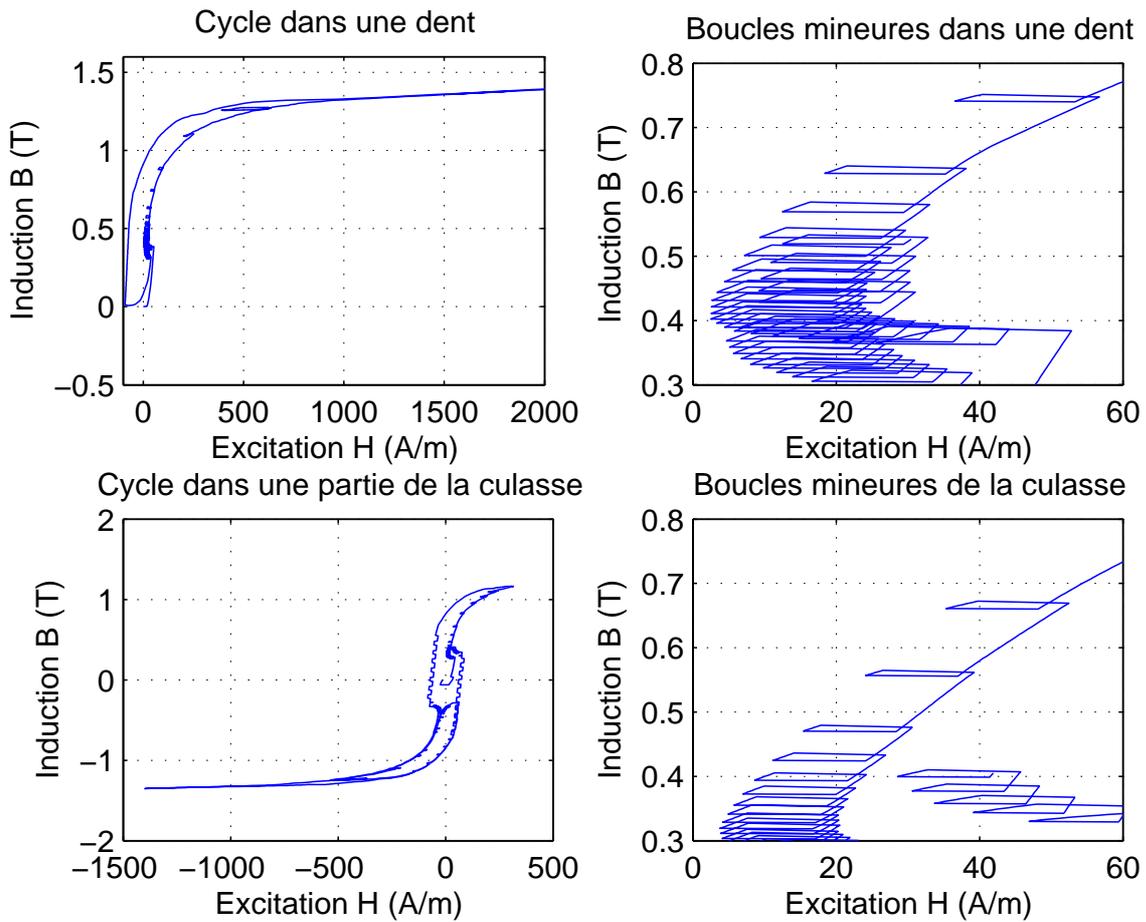


FIG. 5.18 – Cycles d’hystérésis dans la dent et la culasse (à gauche) et zoom sur les boucles mineures respectives (à droite) pour l’essai en régime transitoire

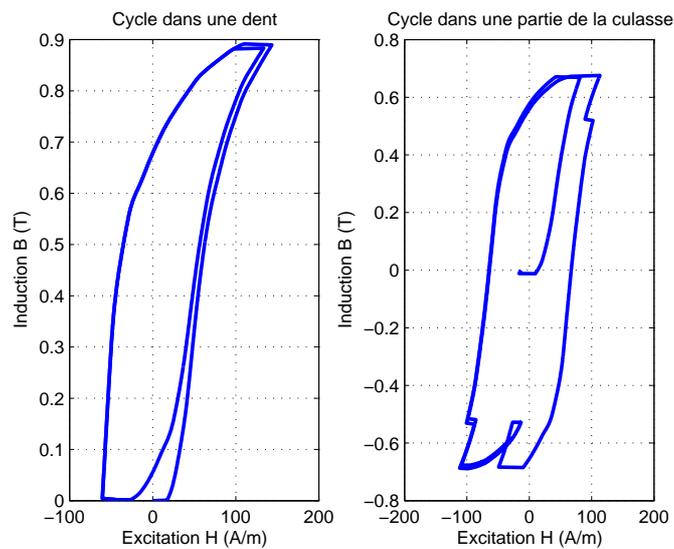


FIG. 5.19 – Cycles dans une dent et la culasse pour le régime permanent

machine. Nous pouvons également observer que le cycle d'une dent ne peut se trouver que dans deux quadrans ( $H > 0$ ), le courant étant unidirectionnel, contrairement au cycle dans la culasse qui lui peut se trouver dans les quatre quadrans.

Nous pouvons également constater que les cycles pour le régime permanent pour  $n_0 = 25000 \text{tr/min}$  (figure 5.19) sont radicalement différents de ceux du régime transitoire. Le matériau ne sature plus et il n'y a plus de boucles mineures provoquées par l'alimentation par MLI.

Pour se faire une idée de la précision du modèle, nous avons réalisé différents essais à plusieurs vitesses répertoriés dans le tableau 5.2 et avec des angles de commande sans avance à la magnétisation. Nous avons comparé les temps de conduction d'une phase, les valeurs efficaces des courants et les couples moyens.

| U (V) | N (tr/min) | $T_{cond}$ Flux2D (ms) | $T_{cond}$ Modèle (ms) | $I_{eff}$ Flux2D (A) | $I_{eff}$ Modèle (A) | $T_{em}$ Flux2D (N.m) | $T_{em}$ Modèle (N.m) |
|-------|------------|------------------------|------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 39    | 5000       | 2,17                   | 2,39                   | 2,7                  | 2,307                | $2,96 \cdot 10^{-2}$  | $2,64 \cdot 10^{-2}$  |
| 60    | 10000      | 1,31                   | 1,34                   | 2,27                 | 2,34                 | $2,79 \cdot 10^{-2}$  | $2,39 \cdot 10^{-2}$  |
| 45    | 15000      | 0,995                  | 1,06                   | 2,12                 | 2,29                 | $1,52 \cdot 10^{-2}$  | $1,16 \cdot 10^{-2}$  |
| 70    | 20000      | 0,756                  | 0,795                  | 2,34                 | 2,46                 | $1,56 \cdot 10^{-2}$  | $1,22 \cdot 10^{-2}$  |
| 39    | 25000      | 0,658                  | 0,71                   | 1,58                 | 1,91                 | $6,65 \cdot 10^{-3}$  | $5,6 \cdot 10^{-3}$   |
| 110   | 30000      | 0,512                  | 0,525                  | 2,15                 | 2,45                 | $2,1 \cdot 10^{-2}$   | $1,63 \cdot 10^{-2}$  |
| 120   | 35000      | 0,443                  | 0,493                  | 2,1                  | 2,41                 | $1,87 \cdot 10^{-2}$  | $1,5 \cdot 10^{-2}$   |

TAB. 5.2 – Comparaison de Flux2D et du modèle

La cause des différences constatées ne peut pas être due uniquement au comportement dynamique des matériaux même si ceux-ci ont une influence malgré tout. En diminuant le paramètre  $\gamma$ , nous avons constaté que les écarts avaient tendance à se réduire, mais pas suffisamment pour reproduire les résultats donnés par Flux2D. La forte inter dépendance des trois domaines physiques (électrique, magnétique, mécanique) peut justifier l'écart aussi important par un effet cumulatif. Une petite différence sur une variable peut se trouver amplifiée et agir sur toutes les autres par rebouclage très facilement. N'oublions pas non plus que nous avons réalisé un couplage entre deux méthodes de représentation. Ce couplage a posé des hypothèses, nous avons essayé de leur donner un domaine de validité (paragraphe 5.6). Dans le meilleur des cas, l'erreur moyenne était inférieure à 1%, mais pour certains points

de fonctionnement, celle-ci peut s'en trouver augmentée et conduire à des écarts importants toujours par effet cumulatif. Même si il y a des différences observées, nous possédons quand même une information non négligeable. Celle-ci étant l'historique de l'aimantation dans toutes les parties ferromagnétiques de la machine.

Ceci va nous être très utile pour donner pour réaliser un bilan de puissance global et local des différentes pertes de la machine. Nous avons réalisé un bilan de puissance (puissance active, pertes joules, pertes mécaniques et pertes fer) en comparant celui-ci avec des mesures, fournies par le LGIPM, à différentes vitesses. Nous ne possédons que très peu d'informations sur les mesures fournies. Nous avons donc réglé les paramètres (Tension d'alimentation,  $\theta_{on}$  et  $\theta_{off}$ ) de manière à nous placer dans les mêmes conditions de puissance absorbée. La tension d'alimentation est toujours réglée de manière à atteindre la consigne limite de courant (4A). De cette manière, nous reproduisons de manière assez bonne l'évolution des pertes joules. La séparation des pertes mécaniques et des pertes fer mesurées étant assez peu rigoureuse, nous n'exposerons que la séparation des pertes que donne le modèle. La commande ( $\theta_{on}$  et  $\theta_{off}$ ) est réglée de manière à avoir les angles naturels, sans retard à l'allumage. Notre but est ici de montrer les potentialités du modèle quant à prédire l'évolution des pertes dans la machine. La vitesse sert ici de variable commune aux puissances que nous comparons. Précisons que tous les essais ont été réalisés à vide (sans charge mécanique ajoutée). Sur la figure 5.20, les suffixes -mes et -sim désignent respectivement la mesure ou la simulation, la puissance active moyenne se nomme  $P_{moy}$ , les pertes joules P-j, les pertes mécaniques P-mec et les pertes fer P-fer.

Le modèle retrouve les tendances de l'évolution de toutes les puissances à mesure que la vitesse augmente. Nous nous sommes arrêtés de comparer les résultats à la vitesse de 35 000 tr/min car à cette vitesse, le modèle de comportement dynamique des matériaux sort de son domaine de validité. La fréquence équivalente que voit un tube de flux à cette vitesse est d'environ 1kHz. A cette fréquence, l'hypothèse d'homogénéité du champ magnétique de ce modèle n'est plus valable. Malgré tout, nous pouvons déjà avoir une tendance de l'évolution des puissances et pouvons extrapoler certains résultats. Comme nous sommes à vide nous

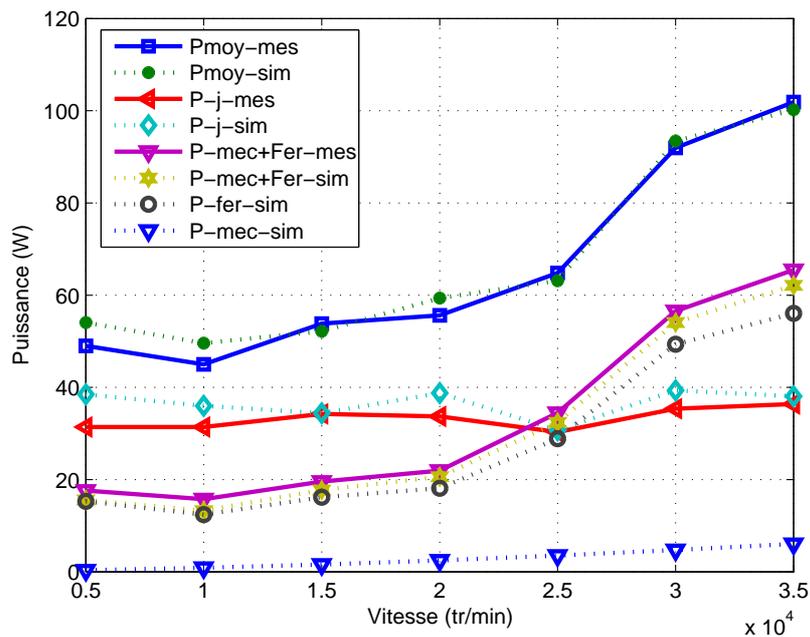


FIG. 5.20 – Bilan de puissance pour différentes vitesses

allons voir quel type de pertes est prépondérant suivant la vitesse de fonctionnement sur la figure 5.21.

Nous pouvons tout d'abord voir figure 5.21 que les pertes mécaniques sont négligeables devant les autres pertes. Nous pouvons également observer qu'aux faibles vitesses les pertes joules consomment plus de la moitié de la puissance fournie, les pertes fer, elles, représentent environ un tiers de la puissance fournie. A partir de 25000tr/min les pertes fer deviennent majoritaires devant les pertes joules. Cette augmentation se poursuit à mesure que la vitesse augmente. Ceci justifie le développement d'un outil pouvant prédire les pertes, le problème d'évaluation des pertes devenant critique pour les vitesses élevées. Nous pouvons de plus réaliser une cartographie des pertes fer et étudier en particulier les pertes fer dans le rotor pour vérifier que nous avons un rotor «froid».

On peut voir figure 5.22, le ratio des pertes fer dans la culasse, dans les dents et dans le rotor par rapport aux pertes fer totales. Nous pouvons tout d'abord observer que le ratio des pertes dans différents endroits varie peu, ce qui signifie que la répartition spatiale des pertes fer n'évolue pas. De plus, nous pouvons dire que la majorité des pertes fer (environ 80%) se situe dans la culasse et que le reste se partage de manière à peu près égale entre

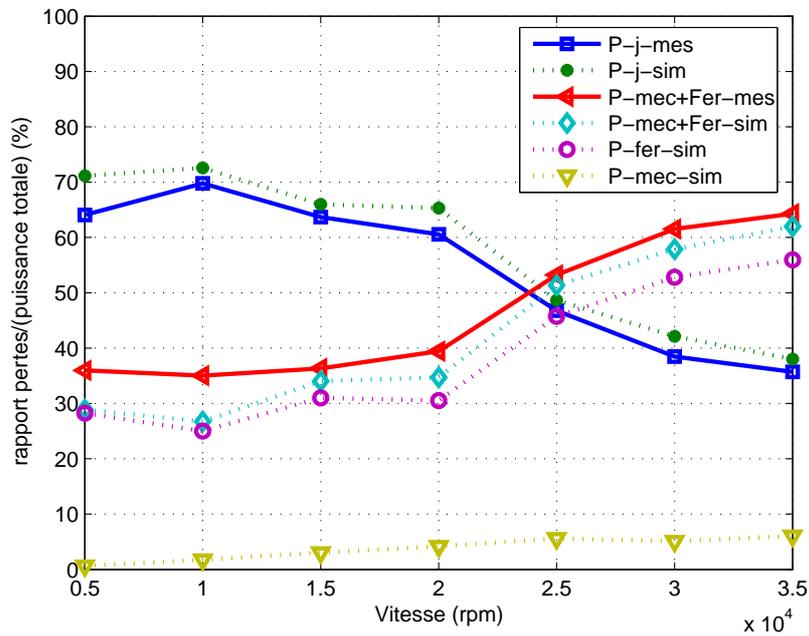


FIG. 5.21 – Ratio des pertes par rapport à la puissance fournie en fonction de la vitesse mécanique

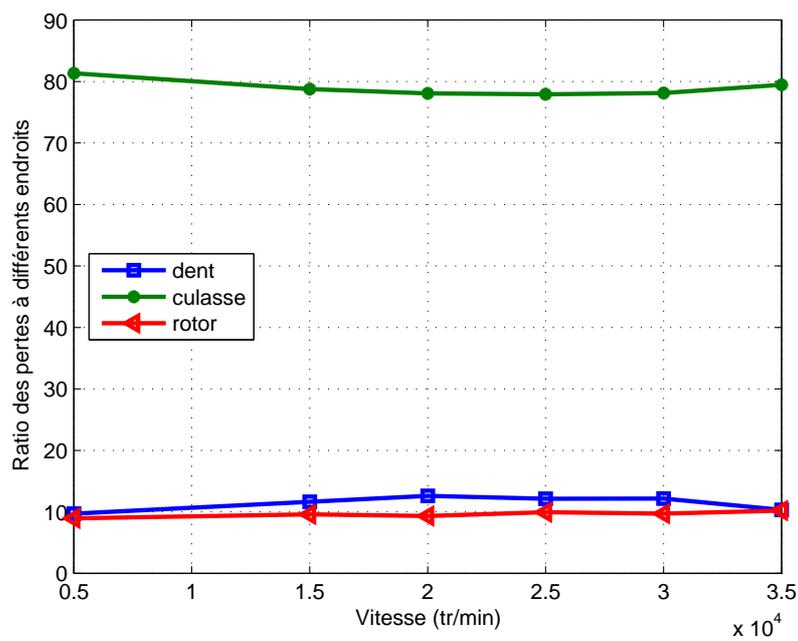


FIG. 5.22 – Evolution du ratio des pertes fer locales par rapport aux pertes fer globales

le rotor et les dents (10% pour chaque partie). Ici, le ratio des pertes tient compte du volume des éléments considérés. La culasse ayant un volume prédominant par rapport aux autres parties de la machine explique en partie pourquoi les pertes fer dans les dents sont si faibles. Cette analyse montrerait que le rotor reste «froid» par rapport aux autres parties ferromagnétiques. Néanmoins, il est difficile d'évaluer, à l'heure actuelle, quelle puissance et pendant combien de temps, celui-ci est capable de dissiper en fonctionnement réel. Une étude thermique, voire magnéto-thermique est certainement nécessaire.

## 5.8 Conclusion

Cette dernière application reflète la complexité des tâches que doit effectuer un concepteur d'actionneurs. Cette application où les variables électriques, magnétiques et mécaniques sont fortement couplées demande des outils de prédiction et d'analyse particuliers.

Nous avons pu, grâce à un couplage EF-tubes de flux dynamiques, fournir des informations capitales pour la conception et vérifier certaines solutions technologiques.

Les hypothèses simplificatrices faites à cet effet ne nuisent pas à la précision et permettent de retrouver les grandes tendances vis-à-vis des différents paramètres. Ainsi plusieurs solutions (commande, matériau, géométrie,...) permettant d'améliorer le fonctionnement de cet actionneur peuvent être simulées avant d'être adoptées ou rejetées.



# Conclusion générale

Il existe, actuellement, une forte demande industrielle d'outils de conception et d'optimisation des systèmes du génie électrique.

Le progrès des composants de puissance a permis la réalisation de convertisseurs à même de conditionner l'énergie électrique fournie aux systèmes, en fonction du besoin. Les commutations électriques engendrées par de telles alimentations placent le système dans des modes de fonctionnement transitoire où les contraintes mécaniques, électriques, magnétiques sont maximales.

Dans ce contexte, de nombreux efforts de modélisation visant à prédire les régimes transitoires et les pertes des actionneurs sont réalisés de par le monde.

Le circuit magnétique, qui est au cœur de la conversion énergétique, doit ainsi être représenté le plus finement possible. Les phénomènes régissant le comportement dynamique du circuit magnétique d'un actionneur sont complexes et variés. Pour pouvoir obtenir, dans la même simulation, les régimes transitoires et les pertes dans le système, il est nécessaire de décrire simultanément le phénomène d'hystérésis et les courants induits microscopiques et macroscopiques qui se développent dans le circuit magnétique. Selon le système étudié, on donnera plus d'importance soit aux formes d'ondes, soit aux pertes.

Le capteur de courant est un exemple où la priorité est donnée aux formes d'ondes. Le fait que l'étude du système doive se faire avec une électronique associée complexe, les modèles d'études, d'analyses et de conception sont nécessairement temporels. Un tel système, simple en apparence, nécessite une description fine des aspects géométriques et comportementaux du circuit magnétique. Dans cette optique, par un développement de nouveaux composants fabriqués à partir des composants basiques d'un logiciel de type circuit, nous

avons pu prendre en compte les phénomènes dynamiques au sein du circuit magnétique du système. Ces nouveaux composants, étant modulaires, nous avons pu les raccorder entre eux, ainsi qu'à tout autre circuit électronique extérieur, et ainsi représenter la totalité du comportement inhomogène du circuit magnétique après une identification de certains paramètres géométriques pour représenter les fuites. Cet outil logiciel permet de tester virtuellement le système et ainsi analyser, comprendre et réagir. Plusieurs changements de technologie peuvent ainsi être étudiés (circuit électronique de régulation, dimensions géométriques du tore, matériau magnétique du tore).

Pour pouvoir simuler des systèmes de géométrie complexe, tout en gardant une description fine du comportement du matériau magnétique, en faisant un compromis entre la précision, le temps de calcul et le volume d'information à stocker, nous avons mis en place un couplage entre deux méthodes de représentation. Celles-ci sont la méthode des éléments finis et la description par tubes de flux dynamiques. La philosophie de ce couplage, pourrait se résumer ainsi : «Appliquer la méthode la plus apte à décrire les phénomènes à la zone considérée». Les résultats de simulation de ce couplage appliqué sur un système simple ont été validés par l'expérience. Cette validation a permis de montrer que le couplage permettait d'observer les phénomènes à différentes échelles. Les formes d'ondes du système et du matériau, ainsi que l'image des pertes fer ont pu être observées et être corroborées par l'expérience.

Après la validation du couplage sur un système simple, nous avons appliqué le couplage à un actionneur où le niveau des pertes fer nous semblait de première importance. Pour simuler correctement cet actionneur, nous avons du mettre en place, en plus du couplage proprement dit, des représentations simplifiées du convertisseur statique permettant de prendre en compte sa loi de commande associée. Les formes d'ondes des grandeurs globales électriques et mécaniques obtenues ont été corroborées par la simulation du système avec un logiciel commercial éléments finis où, cette fois, toute la géométrie est maillée. L'instrumentation pour réaliser l'acquisition de cycles d'hystérésis locaux (dents, culasse) n'ayant pas été prévu à la conception, nous n'avons pas pu valider les cycles d'hystérésis que nous fournissait le modèle. Néanmoins, un bilan de puissance expérimental nous a permis de va-

ligner que la totalité des pertes fer dissipées dans cet actionneur prévue par le modèle était correcte. Avec cet outil, nous avons pu donner une cartographie sommaire de la répartition de ces pertes fer.

La méthode de couplage étant suffisamment générale, nous pouvons implanter dans les tubes de flux des lois de matériaux plus complexes prenant en compte la diffusion pour repousser les limites en dynamique du modèle présenté dans cette thèse. Ceci est notre premier objectif.

Le couplage de méthodes peut être étendue à d'autres types de machines moyennant quelques adaptations. Par exemple, pour une machine à induction, une difficulté supplémentaire se présente pour représenter des conducteurs en mouvement. Les lois de conversion de l'énergie magnétique en énergie mécanique propres à chaque type de machine doivent également être définies. L'extension du couplage à d'autres types de machines est un objectif à moyen terme.

Si un autre prototype de la machine exposée dans ce manuscrit, ou que tout autre actionneur rapide projette d'être construit, une instrumentation adéquate pour acquérir les grandeurs permettant de tracer les cycles d'hystérésis locaux doit être prévu dès la conception. Nous nous attacherons à développer des capteurs capables de réaliser cette tâche pour donner une cartographie des pertes. Ceci est un objectif à plus long terme.

Pour faciliter l'exportabilité et la pérennité du couplage de méthodes, une plate-forme logicielle permettant de définir la géométrie du système, le type de matériaux, le type de modèle comportementale de ces matériaux, la taille du domaine maillé et générant automatiquement les équations propres au couplage doit être pensée. Cet objectif est un objectif à long terme, mais peut être initié dès maintenant.



# Bibliographie

- [All87] S. Allano. *Etude de machines à réluctances variables polyentrefers alimentées à moyenne fréquence*. Thèse d'état, Université Paris6, 1987.
- [BBCL03] A. Boglietti, O. Bottauscio, M. Chiampi, and M. Lazzari. Modelling high frequency phenomena in the rotor of induction motors under no-load test conditions. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume 254-255) :244–246, 2003.
- [BCC00] O. Bottauscio, M. Chiampi, and D. Chiarabaglio. Iron losses in soft magnetic materials under periodic non-sinusoidal supply conditions. *Physica B*, (Volume 275) :191–196, 2000.
- [BCCR03] O. Bottauscio, A. Canova, M. Chiampi, and M. Repetto. Rotational hysteresis and eddy current losses in electrical motor stators under non-conventional supply. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume 34) :241–243, 2003.
- [Ber88] G. Bertotti. General properties of power losses in soft magnetic materials. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 24) :621–630, 1988.
- [Ber91] G. Bertotti. Generalized preisach model for the description of hysteresis and eddy current effects in metallic ferromagnetic materials. *Journal of applied physics*, (Volume 69) :277–302, 1991.
- [BN83] R. Boite and J. Neiryneck. *Théorie des réseaux de Kirchoff. Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique tome4*. Dunod, 1983.

- [BP58] G. Biorci and D. Pescetti. Analytical theory of the behaviour of ferromagnetic materials. *Il nuovo cimento*, (Volume 7) :829–842, 1958.
- [Bri97] P. Brissoneau. *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*. Hermes, Paris, 1997.
- [CKLC00] T. Chevalier, A. Kadous-Lebouc, and B. Cornut. A method to evaluate effects of eccentricity and anisotropy on iron losses of electrical machines. application to an induction motor. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume 215-216) :604–606, 2000.
- [CKLCC00] T. Chevalier, A. Kadous-Lebouc, B. Cornut, and C. Cester. A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet. *Physica B*, (Volume 275) :197–201, 2000.
- [CS00] M.V.K. Chari and S.J. Salon. *Numerical methods in electromagnetism*. Academic press, 2000.
- [CTT03] K.W.E. Cheng, C.Y. Tang, and L.C. Tang. Dynamic modelling of magnetic materials for high frequency applications. *Journal of materials processing technology*, (Volume 139) :578–584, 2003.
- [Del95] C. Delforge. *Modélisation d'un actionneur asynchrone et de sa commande vectorielle par réseaux de perméances*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 1995.
- [DEM04] F. Dubas, C. Espanet, and A. Miraoui. Maximization of no-load flux density in surface mounted permanent magnet motors. *IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation 2004*, 2004.
- [dGH00] H. de Gersem and K. Hameyer. Electrodynamics finite element coupled to a magnetic equivalent circuit. *The European Physical Journal Applied Physics*, (Volume 12(2)) :105–108, 2000.
- [dGHW04] H. de Gersem, K. Hameyer, and T. Weiland. Field-circuit coupled models in electromagnetic simulation. *Journal of computational and applied mathematics*, (Volume 168) :125–133, 2004.

- [DPBMC96] T. Dreher, R. Perrin-Bit, G. Meunier, and J.L. Coulomb. A three dimensional finite element modelling of rotating machines involving movement and external circuit. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 32) :1070–1073, 1996.
- [Duc03] B. Ducharne. *Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers le local*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon1, 2003.
- [ES99] M. Enokizono and N. Soda. Core loss analysis of transformer by improved fem. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (196), 1999.
- [ETN96] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Nakamura. Flux distribution in a wound core of a single-phase transformer. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume 160) :61–62, 1996.
- [Fay99] H. Fayard. *Procédés à réluctance variable pour la conversion d'énergie électromécanique directe - Application à l'usinage grande vitesse*. Thèse de doctorat, Université de Metz, 1999.
- [Fra97] Hervé Fraisse. *Contribution à la modélisation dynamique des circuits magnétiques d'actionneurs*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon1, 1997.
- [Gau99] Daniel Gaude. *Modélisation et simulation de systèmes électromagnétiques à induction avec prise en compte des matériaux magnétiques et formulation par graphe de liens*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon1, 1999.
- [Gre77] Guy Grellet. *Etude générale de l'effet de saturation sur le fonctionnement des moteurs d'induction alimentés en ondes sinusoïdales*. Thèse d'état, Ecole centrale de Lyon, 1977.
- [GVM98] J. Gyselink, L. Vandeveldel, and J. Melkebeek. Coupling finite elements and magnetic and electrical networks in magnetodynamics. *Proceedings of ICEM*, 1998.
- [HMM03] K. Hartmann, A.J. Moses, and T. Meydan. A system for measurement of ac barkhausen noise in electrical steels. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume) :318–320, 2003.

- [Hoa95] Emmanuel Hoang. *Etude, modélisation et mesure des pertes magnétiques dans les moteurs à réluctance variable à double saillance*. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan, 1995.
- [JA86] D.C. Jiles and D.L. Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of magnetism and magnetic materials*, (Volume 61) :48–60, 1986.
- [Jan03] F. Janet. *Modélisation de dispositifs électromagnétiques hautement saturables par la méthode des moments magnétiques*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 2003.
- [Juf79] M. Jufer. *Electromécanique*. Dunod, 1979.
- [KDM98] R. Van Keer, L.R Dupré, and J.A.A. Melkebeek. A computational model for the iron losses in rotating electrical machines. *International Journal of engineering science*, (36) :699–709, 1998.
- [KK03] G. Kalokiris and A. Kladas. New magnetic material impact in electric machine design : high speed operation and reduction of losses. *Sensors and actuators A*, (Volume 106) :292–297, 2003.
- [KPP00] B.I Kwon, S.J. Park, and S.C. Park. Forward converter analysis by the method of coupling electromagnetic field with hysteresis and circuit equations. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 36) :1426–1430, 2000.
- [KR91] D. Karnopp and R. Rosenberg. *System dynamics : A unified approach*. John Wiley, 1991.
- [Lef92] B. Lefebvre. *Modélisation dynamique de composants passifs magnétiques prenant en compte le phénomène d'hystérésis*. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 1992.
- [LH99] J.H. Lee and D.S. Hyun. Hysteresis analysis for the permanent magnet assisted synchronous reluctance motor by coupled fem and preisach modelling. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 35) :1203–1206, 1999.

- [LKH00] J.H. Lee, J.C. Kim, and D.S. Hyun. Hysteresis modeling of synchronous reluctance motor considering pwm input voltage. *Physica B*, (Volume 275) :238–247, 2000.
- [Mak96] Ali Makki. *Modélisation des moteurs asynchrones monophasés à condensateur avec saturation et harmoniques d'espace*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon1, 1996.
- [Mar95] F. Marthouret. *Développement de modèles dynamiques comportementaux de circuits magnétiques. Prise en compte de l'hystérésis et de la géométrie*. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 1995.
- [Mas90] J.P. Masson. *Développement d'un modèle de simulation du comportement dynamique de circuits magnétiques*. Thèse d'état, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 1990.
- [Meu81] Gérard Meunier. *Application de la méthode des éléments finis à la modélisation des micromoteurs*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1981.
- [MFVF00] L. Morel, H. Fayard, and R. Vives-Fos. A new rotor solution for a high speed machine. *Proceedings of ICEM, Espoo, Finland*, (Volume 2/3) :664–668, 2000.
- [MP96] B. Multon and J.M. Peter. Le stockage d'énergie électrique. moyens et applications. *Revue 3EI*, (Volume 3) :59–64, 1996.
- [Mul88] B. Multon. Historique des machines électromagnétiques et plus particulièrement des machines à réluctance variable. *Revue 3EI*, (Volume 3) :3–8, 1988.
- [Nic83] Alain Nicolas. *Application de la méthode des opérations intégrales de frontières à la modélisation des phénomènes d'induction*. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1983.
- [NM65] J.A.. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The computational journal*, (Volume 7) :308–313, 1965.
- [Ost89] V. Ostovic. *Dynamics of saturated electric machines*. Springer-Verlag, 1989.

- [Par11] V. Pareto. Economie mathématique. *Encyclopédie des sciences mathématiques*, 1911.
- [Pre35] F. Preisach. Uber die magnetische nachwirkung. *Z. Phys*, (Volume 94) :277–302, 1935.
- [RHB00] H. Roisse, M. Hecquet, and P. Brochet. Simulations of synchronous machines using a electric-magnetic coupled network model. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 34) :3656–3659, 2000.
- [Rob79] P. Robert. *Matériaux de l'électrotechnique*. Georgi, 1979.
- [SDMM03] F. Sixdenier, B. Ducharne, L. Morel, and J.P. Masson. Coupled programming : Finite elements - dynamical hysteresis flux tubes for non homogeneous circuit modeling. *Proceedings of Compumag 2003, Saratoga Springs, New York*, 2003.
- [SLNC96] N. Sadowski, Y. Lefebvre, C.G.C. Neves, and R. Carlson. Finite elements coupled to electrical circuits equations in the simulation of switched reluctance drives : attention to mechanical behaviour. *IEEE Transactions on magnetics*, (Volume 32) :1086–1089, 1996.
- [SMM04] F. Sixdenier, L. Morel, and J.P. Masson. fast and original modeling of actuators : example on a switched reluctance motor. *Proceedings of ICEM 2004, Cracow, Poland*, (Volume 2/3) :255–256, 2004.
- [SMM05] F. Sixdenier, L. Morel, and J.P. Masson. Une méthode originale de calcul hybride. *Revue internationale de génie électrique*, (Volume 1) :77–85, 2005.
- [TKMS93] I. Tsukerman, A. Konrad, G. Meunier, and J.C. Sabonnadière. Coupled field-circuit problems : trends and accomplishments. *IEEE Transactions on magnetics*, (29) :1701–1704, 1993.
- [WEBK98] F. Wurtz, C. Espanet, J. Bigeon, and J.M. Kauffmann. Methodological guidelines for the use of analytical and numerical methods in a design process of an electromagnetic device. *IEEETM*, (Volume 35), 1998.

# Annexe A

## Optimisation multicritères par la méthode de Pareto

### A.1 Principe de base

L'optimisation multicritères concerne la minimisation d'un vecteur qui a pour objectifs  $F(X)$ . Ce vecteur peut être soumis à un certain nombre de contraintes ou de frontières. Dans le cas où les composantes du vecteur  $F(X)$  seraient peu compatibles, il n'y aurait pas de solution unique au problème. Cependant, le concept d'un ensemble de solutions équivalentes appelé «optimum de Pareto» peut être utilisé pour caractériser les objectifs. Un ensemble de solutions équivalentes est établi lorsque l'amélioration d'un objectif entraîne la dégradation d'un autre objectif. Pour définir ce concept plus précisément, il faut considérer une région  $\Omega$ , dans laquelle l'espace correspondant à l'ensemble des solutions satisfait toutes les contraintes. L'espace correspondant à l'ensemble des solutions  $x_1, x_2$  est tracé dans le plan des objectifs  $f_1, f_2$ . Le plan prend la forme montrée figure A.1 si le vecteur des objectifs a deux dimensions.

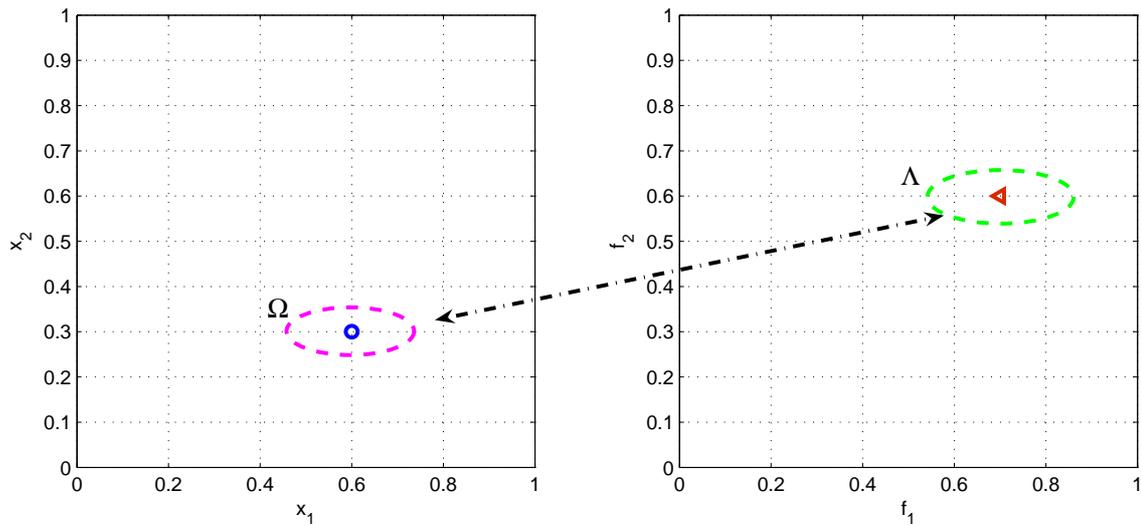


FIG. A.1 – Passage de l'espace des solutions à l'espace des objectifs

## A.2 Ensemble des meilleures solutions

Dans une représentation à deux dimensions, l'ensemble des meilleures solutions équivalentes se situe sur la courbe montrée figure A.2. Cette courbe est généralement appelée «frontière de Pareto». Tous les points se trouvant sur la courbe font partie de l'ensemble des meilleures solutions puisque l'amélioration de l'objectif  $f_1$  entraîne la dégradation de l'objectif  $f_2$  et vice-versa.

Il est évident qu'un point de l'espace  $\Omega$  n'appartient pas à l'ensemble des meilleures solutions si tous les objectifs peuvent être améliorés. L'optimisation multicritères concerne la génération et la sélection de l'ensemble des meilleures solutions. Les techniques d'optimisation multicritères sont nombreuses et variées. Nous expliquerons ici la technique de pondération des différents critères.

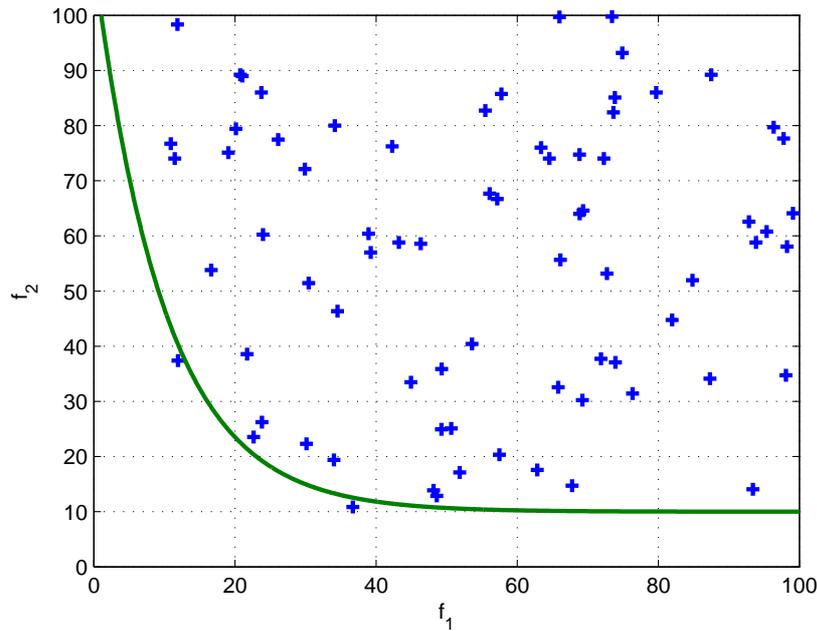


FIG. A.2 – Frontière de Pareto

### A.3 Optimisation multicritères par la méthode de pondération des objectifs

La méthode de pondération convertit le problème multicritères de minimisation d'un vecteur  $F(X)$  en un problème scalaire par la construction de la somme pondérée des composantes du vecteur. Dans un plan à deux dimensions :

$$F(X) = \omega_1 \cdot f_1 + \omega_2 \cdot f_2 \quad (\text{A.1})$$

Le problème peut être optimisé en utilisant des algorithmes d'optimisation sans contrainte. La difficulté consiste à répartir les coefficients de pondération selon les objectifs. La pondération des coefficients n'est pas directement proportionnelle à l'importance relative aux objectifs. De plus, la frontière de l'ensemble des solutions n'est pas forcément harmonieuse, donc certaines solutions ne sont pas accessibles. Ceci peut être illustré géométriquement. Il faut considérer un plan de deux objectifs tel que la figure A.3.

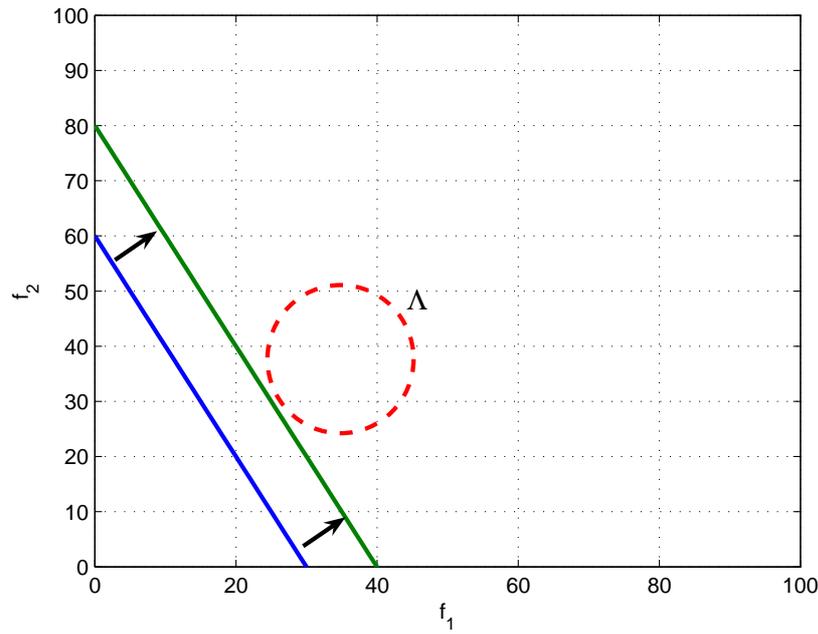


FIG. A.3 – Recherche de l'intersection de la droite et de l'objectif

Dans l'espace du plan des objectifs, une droite est dessinée. La minimisation peut être interprétée en cherchant la valeur de la pente pour laquelle la droite joint la frontière de l'espace  $\Lambda$ . La droite se déplace depuis l'origine vers l'extérieur. La sélection des coefficients  $\omega_1$  et  $\omega_2$  définit la pente de la droite. Ces coefficients  $\omega_1$  et  $\omega_2$  conduisent à la solution où la droite joint la frontière de l'espace  $\Lambda$