

La pompe à paire de Cooper, un read-out pour le Qubit Josephson

David Schaeffer

▶ To cite this version:

David Schaeffer. La pompe à paire de Cooper, un read-out pour le Qubit Josephson. Matière Condensée [cond-mat]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005. Français. NNT: . tel-00011227

HAL Id: tel-00011227 https://theses.hal.science/tel-00011227

Submitted on 4 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

présentée par

David Schaeffer

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I en Physique

La pompe à paire de Cooper, un read-out pour le Qubit Josephson



Soutenue publiquement le 07 novembre 2005 devant le jury : B. Pannetier, président T. Martin, rapporteur P. Martinoli, rapporteur A. Shnirman, examinateur A.B. Zorin, examinateur P. Lafarge, codirecteur de thèse L.P. Lévy, directeur de thèse

Thèse préparée au Grenoble High Magnetic Field Laboratory

Ce qui est important est-il plus important que ce qui ne l'est pas ? Wislawa Szymborska

Souffrir pour apprendre. Eschyle

4_____

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire des Champs Magnétiques Intenses de Grenoble, à l'époque, CNRS-MPI. Je tiens à remercier toutes celles et ceux qui sont intervenus, à différents titres, dans l'élaboration de cette thèse (techniquement, financièrement ...), le personnel de l'atelier et le personnel administratif et informatique du LCMI.

Je remercie mon jury de thèse pour leur participation. Un grand merci à mes rapporteurs, qui ont eu tous deux la gentillesse d'accepter de l'être, Thierry Martin et Piero Martinoli, une mention spéciale à ce dernier pour qui j'ai dû un peu insister et utiliser un stratagème diabolique, bien malgré moi. Merci à Bernard Pannetier, qui m'a fait l'honneur d'être président du jury, et, à Alexander Shnirman et à Alexander Zorin, mes examinateurs qui ont lu attentivement le manuscrit en français. Sacha Zorin nous a avoué pendant les questions, que son français n'a cessé de s'améliorer durant la lecture de la thèse.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse, Laurent Lévy et à mon co-directeur de thèse, Philippe Lafarge, sans qui cette thèse ne serait pas ce qu'elle est devenue. Je les remercie sincèrement pour leur disponibilité, leur compétence, leur passion et leur patience avec moi. J'accorde mes félicitations à Laurent qui a dû, pu, su me supporter le plus longtemps. Il a su m'encourager dans les derniers moments importants. Une des qualités humaines de Laurent que j'apprécie le plus, est qu'il offre à ses thésards, la possibilité d'exprimer leur personnalité véritablement et librement.

Je n'aurais certainement jamais commencé une thèse en physique sans plusieurs professeurs que j'ai eu l'opportunité de croiser lors de ma carrière d'étudiant. A ce titre, je salue cordialement et respectueusement, Thierry Martin (déjà cité) et Thierry Meyer.

Une partie importante de cette thèse a consisté en la fabrication des échantillons à trois jonctions tunnel en série, entièrement réalisés dans les installations de NANOFAB. Pendant ce travail de nano-fabrication, Thierry Crozes et ses échantillons m'ont permis de réaliser les mesures expérimentales traitées dans cette thèse. Je n'oublie certainement pas Julien Delahaye qui a passé beaucoup de temps en salle blanche, lors de son poste d'ATER, afin d'optimiser les paramètres de lithographie.

Ce travail n'aurait pu être finalisé sans les discussions du MOT-MesoG (Meeting Of The Mesoscopic Group) : Wiebke Guichard, Aurélien Fay, Julien Claudon, Olivier Buisson, et Frank Hekking. Historiquement, la version précédente des réunions de discussion était le Journal Club, administré admirablement par Jukka Pekola, lors de son séjour à Grenoble. J'ai aussi bénéficié des séminaires de mésoscopie organisé au CRTBT par Laurent Saminadayar et Christopher Bauerle.

La cryogénie a joué un rôle important concernant mes activités pratiques au laboratoire. Je remercie ainsi Peter van der Linden, Gilbert Arnaud et Laurent Lévy (encore une fois cité) pour leurs conseils, leur disponibilité et leur talent.

J'ai passé de très bons moments au bureau d'études avec Hans Dresler, en compagnie de Catia (le logiciel).

Le travail est une chose, et se sentir bien en est une autre. Je dédie cette thèse au club germanique, sans ordre, Daniel et Delphine, Markus et Véronique, Clemens et Loubna et Jazil, Cornélius, "mon" Roman et Anne et Valerij, Sebastian,

je n'oublie pas le club des yougos, Vesna, Dušan, Vojislav, éléments incontournables des nombreuses soirées à thèmes,

ni les cafés, thés et gâteaux du LCMI, en compagnie, outre des personnes déjà citées, de Carole, Anne-Laure, Fran, Oleh, Marcin, Amélie, Rita, Markus ...

ni les cours d'italien que j'ai suivis avec assiduité pendant trois ans de ma thèse à la maison des langues, ni Raffaella ma prof d'italien préférée,

ni Patrick, Séverine, Jérôme, Véronique, Sophie, Caroline ...

Jérôme, qui a accepté de relire ma thèse pour en ôter les dernières coquilles françaises.

Je tiens à remercier mes parents (sans qui je ne serais pas arrivé là), ma soeur Catherine Fernandez et son mari Dominique et leurs enfants (pour l'instant) Pauline et Noémie. Ils ont en plus accepté d'organiser le pot de thèse, et s'en sont brillamment tirés. (comme d'hab', quoi!)

Table des matières

Introduction

1

 $\mathbf{2}$

Fon	damen	taux	13
1.1	Dispositifs à base de jonctions Josephson		13
	1.1.1	La jonction Josephson et la non-linéarité	15
	1.1.2	Le Qubit de charge	17
	1.1.3	Le circuit à double île et son hamiltonien	21
	1.1.4	Diagramme de stabilité	24
	1.1.5	Diagonalisation de l'hamiltonien et états propres de la	
		double île	27
1.2	Environnement électromagnétique et stratégie de mesure		30
	1.2.1	Effet de l'environnement électromagnétique	30
	1.2.2	Bruit de l'environnement, relaxation et décohérence	35
	1.2.3	Mesure de l'état d'un Qubit	37
	1.2.4	Être e ou 2e périodique	39
1.3	Pompage		42
	1.3.1	Pompage à l'état normal	42
	1.3.2	2 Pompage à l'état supraconducteur et mesure de l'état	
		du Qubit	46
Tec	hnique	s expérimentales	55
2.1	Fabric	ation des échantillons	55
	2.1.1	Lithographie électronique et bi-couche	56
	2.1.2	Evaporation par ombrages	57
2.2	Capacités parasites et compensation		61
	2.2.1	Tensions de grille continues	61
	2.2.2	Tensions de grille alternatives de pompage	63
2.3	Appareillage technique		64
	2.3.1	Connectique, précautions et thermalisation	64
	2.3.2	Bruit et filtrage des signaux radio-fréquences	67
	2.3.3	Quelques principes de mesures électriques	69

9

7

71
71
73
79
79
82
83
85
86
99
100
104
106
115
117
120
122
127
132
135
135
137
139
140
140
142
143
149
151
153
155

Introduction

Au cours de ces dix dernières années, l'accent a été mis sur l'utilisation des systèmes quantiques à deux niveaux (appelés plus communément Qubits ou Quantum Bits) pour coder l'information, permettant l'émergence d'une nouvelle discipline appelée l'information quantique [Nielsen Chuang 00, Mermin 99, Haroche 96]. La fonction d'ondes d'un tel ordinateur quantique consiste en une superposition de calculs simultanés; ce genre de parallélisme peut être exploité pour résoudre des problèmes algorithmiques tels la factorisation des nombres entiers naturels en nombres premiers. L'achèvement d'un tel calculateur nécessite la réalisation expérimentale de systèmes quantiques macroscopiques [DiVincenzo 95].

La superposition des états est bien connue dans le monde quantique microscopique comme la physique des atomes ou des noyaux. L'observation de superposition d'états quantiques d'objets macroscopiques est plus difficile à réaliser. C'est pourtant ce que les physiciens ont commencé à faire depuis une dizaine d'années dans des systèmes semi-classiques dont les paramètres sont contrôlés à l'aide de sources de tension et de courant permettant de se trouver à la frontière entre le monde classique et le monde quantique [Haroche 98].

Deux tactiques sont employées à cet effet. La première provient des systèmes microscopiques qui, par leurs interactions, deviennent macroscopiques (ions piégés dans une cavité, par exemple). La seconde part de systèmes macroscopiques qui exhibent, dans certains cas, des propriétés quantiques (circuits à jonctions Josephson, circuits utilisant des points quantiques [Hayashi 03], etc.) [Houches 03].

Dans un métal supraconducteur, les niveaux d'énergie des quasiparticules sont séparés de l'état fondamental par un gap d'énergie Δ . De cette manière, un système à base de jonctions supraconductrices peut être ainsi un bon système quantique macroscopique à basse température, en particulier pour la définition de son état fondamental. Cependant, le couplage du système quantique avec son environnement électromagnétique limite la cohérence du système, cohérence caractérisée par un temps t_{ϕ} . Les modes TEM¹ des photons couplent le circuit aux plasmons se propageant le long des fils connectés

¹Electro-Magnétiques Transverses.



FIG. 1: Schéma du circuit à double île : trois jonctions Josephson en série formant les deux îles. Chaque île est couplée capacitivement à une tension de grille. La tension de polarisation est appliquée à travers les trois jonctions.

au circuit, ces modes transverses sont appelés communément l'environnement électromagnétique du circuit. La force du couplage et le nombre élevé de degrés de liberté de l'environnement empêchent le système de rester un objet quantique après un temps t_{ϕ} . Les manipulations des états quantiques doivent donc être exécutées rapidement par rapport à ce temps de décohérence t_{ϕ} .

Plusieurs stratégies ont été développées depuis une dizaine d'années afin de limiter la décohérence des circuits électriques. De nombreuses expériences ont démontré le caractère quantique de circuits à base de petites jonctions Josephson [Nakamura 99, Bouchiat 98, Vion 02, Martinis 02, Pashkin 03, McDermott 05, Chiorescu 03, Claudon 04, Bibow 02, Wallraff 04].

Dans ce travail, on s'est attaché à étudier la cohérence quantique macroscopique d'un circuit composé d'une double île supraconductrice et aux stratégies possibles pour mesurer cette cohérence. Le circuit de la double île supraconductrice (appelée aussi pompe à paires de Cooper) est un circuit macroscopique, composé de trois petites jonctions Josephson en série, schématisé sur la figure 1. La capacité typique des jonctions tunnel est suffisamment petite ($C \sim 1$ fF) pour que son énergie de charge, associée à une paire de Cooper,

$$E_C = \frac{(2e)^2}{4C} \tag{1}$$

soit supérieure aux fluctuations thermiques. L'état du circuit peut ainsi être décrit par le nombre de paires de Cooper en excès n_1 et n_2 sur chacune des deux îles et par le nombre total de paires de Cooper p ayant traversées le circuit dans son entièreté. La superposition des états de charges induite par le couplage Josephson E_J , établit les états quantiques du système "la double île". E_J peut être relié à la résistance tunnel R_T de la jonction grâce à la formule d'Ambegaokar-Baratoff

$$E_J = \frac{h}{8} \frac{\Delta}{e^2 R_T} \ . \tag{2}$$

Le 1^{er} chapitre résume le bagage théorique "pré-requis".

Des processus de transport faisant intervenir uniquement des paires de Cooper sont observés aux petites tensions de polarisation ($\Delta > eV_B$) (cf. chapitre 4). Le transport de paires de Cooper peut être décrit comme une série de transitions entre les différentes configurations de charges. Un des processus de cette série est la superposition cohérente entre deux états de charges dégénérés, couplés entre eux par une énergie δ , conduisant à un transport résonnant [Haviland 94]. Le second élément constitutif est une transition incohérente (un processus de relaxation) de taux Γ_r entre d'autres états de charge. Les processus de relaxation sont dominés par les effets de l'environnement électromagnétique qui absorbent l'énergie de la polarisation $2eV_B$ du système quantique. Si la relaxation est le facteur limitant dans le transfert de paires de Cooper, alors la relaxation détermine le courant $I = 2e\Gamma_r$. Par contre, si la relaxation devient plus importante que le couplage, la dynamique change radicalement, le couplage devient le facteur limitant conduisant à un courant $I \sim 2e\delta^2/(\hbar^2\Gamma_r)$. Aux tensions de polarisation suffisamment basses $(V_B < 60 \ \mu V)$, on identifie le supercourant à travers les trois jonctions Josephson en série.

Le point crucial restant la détection des états cohérents, au cours de cette thèse, on a étudié l'effet d'un cycle d'évolution adiabatique sur le circuit de "la double île". Le cycle adiabatique engendre un courant de pompage à travers le circuit. Le pompage adiabatique des charges, portées par les paires de Cooper, est déclenché par l'application de deux tensions de grille alternatives de même fréquence et d'amplitude en quadrature de phase. On discute l'utilisation possible du pompage adiabatique comme read-out d'un Qubit Josephson. Le pompage adiabatique est en effet sensible à l'occupation de l'état quantique. Le courant de pompage réalisant la projection de l'état est un courant positif $I_{|f\rangle} \approx 2ef$ pour l'état fondamental $|f\rangle$, et un courant négatif $I_{|e\rangle} \approx -4ef$ pour le premier état excité $|e\rangle$, dans la limite d'un régime de charge où $E_J/E_C \sim 0.1$ (cf. chapitre 5).

Le second et le troisième chapitres rappellent les techniques expérimentales utilisées dans ce travail et la caractérisation d'un échantillon à trois jonctions Josephson à l'aide de mesures de transport effectuées à l'état normal sous champ magnétique.

Chapitre 1

Fondamentaux

Ce premier chapitre présente les fondements, les bases et le contexte des dispositifs comportant des jonctions Josephson pouvant réaliser un système quantique présentant deux niveaux d'énergie, appelés communément Qubit, ou bit quantique, système modèle de la mécanique quantique. Le Qubit de charge étudié, à savoir le circuit à deux îles, est ainsi décrit dans cette partie, en abordant l'hamiltonien, le diagramme de stabilité. Un système macroscopique répondant aux caractéristiques d'un système quantique doit vérifier certaines exigences vis-à-vis de l'environnement électromagnétique, exigences présentées dans la seconde partie. La dernière partie est consacrée à l'utilisation de la topologie du circuit et du spectre énergétique pour mesurer la phase géométrique acquise par le système. La charge transportée au travers du circuit au cours de l'évolution adiabatique est sensible à l'occupation de l'état fondamental ou de l'état excité réalisant la mesure projective de l'état quantique du système.

1.1 Dispositifs à base de jonctions Josephson

La quantification de la charge a été démontrée pour la première fois expérimentalement en 1911 par Millikan [Millikan 11], en mesurant la charge de petites gouttelettes d'huile en suspension. Il a été ainsi montré que la charge est quantifiée en électrons d'unité élémentaire de $-e = -|e| = -1.602 \, 10^{-19}$ coulomb. Cependant, dans un dispositif électronique classique, l'aspect granulaire du fluide électrique n'apparaît pas en pratique. Les métaux sont composés d'électrons de charge négative -e et d'un fond ionique positif assurant la neutralité électronique du solide. Les électrons sont écrantés à l'intérieur du solide. La quasi-particule apparaît ainsi naturellement, constituée d'un électron habillé, c'est-à-dire une charge -e, une statistique fermionique (pour la plupart des solides), où les interactions avec les électrons sont écrantées, et avec une masse effective traduisant les interactions allant de 0.001 à 500 fois la masse de l'électron libre suivant le solide considéré (dépendant des interactions et par conséquent de la forme de la surface de Fermi). Les charges électroniques ne sont apparentes qu'au niveau des bords (modèle du Jellium), où le nuage électronique n'est plus écranté. Aussi le courant traversant un métal constitue un déplacement collectif (plasmons, conséquence de la réponse diélectrique) des charges négatives par rapport à un fond d'ions positifs statiques (ou considérés comme tels), et non pas un déplacement individuel d'électrons. Comme conséquence, la charge induite sur une capacité peut aussi varier continûment, d'une fraction de e.

Pour mettre en évidence la quantification de la charge, il faut s'affranchir de l'écrantage réalisé par le solide. Pour ce faire, "il suffit" de créer des zones désordonnées dans le solide jusqu'à ce que le fluide électronique ne puisse plus conserver sa continuité de part et d'autre de la zone désordonnée. Pour traverser cette fine barrière par effet tunnel, l'électron doit reprendre son caractère de particule élémentaire, de spin 1/2 et de charge e. La taille de ces zones désordonnées ne doit pas excéder la longueur d'onde de Fermi, λ_F , la longueur caractéristique de la fonction d'onde électronique, qui s'étend de part et d'autre de la zone désordonnée, afin que l'effet tunnel puisse avoir une probabilité suffisante. Les événements tunnel successifs à travers les zones désordonnées sont non corrélés et constituent un processus poissonnien.

La partie située entre deux zones "suffisamment" désordonnées est appelée "île", étant ainsi pratiquement isolée du reste du solide. Quasi-isolée, l'île ne peut contenir qu'un nombre entier d'électrons. Sa charge totale, quantité macroscopique, est ainsi quantifiée en un multiple entier du quantum de charge e. L'effet de l'addition d'un électron supplémentaire sur une île peut être calculé sous la forme de la variation d'énergie électrostatique associée à l'accroissement de la charge totale de l'île, soit $Q^2/2C$, où C est la capacité entre l'île et le reste de monde, et Q est la charge du porteur de charge.

Les premières manifestations des phénomènes de charge ont été observées dans les années cinquante, dans des matériaux granulaires dans lesquels le taux d'événements tunnel des électrons de grain en grain pouvait être diminué si les grains étaient de très petites tailles, si bien que l'énergie électrostatique $e^2/2C$ d'un électron en excès sur un grain de capacité C était plus importante que les fluctuations thermiques [Devoret 92].

Depuis une vingtaine d'années, grâce au développement de la lithographie réduisant les tailles des structures, les effets de charge peuvent être mis en évidence par l'intermédiaire de jonctions tunnel où deux électrodes sont séparées par une fine couche d'oxyde isolante. La hauteur de la barrière tunnel créée par la couche d'oxyde isolante varie entre 0.1eV à 8.6eV, avec une valeur typique de 2eV [Gloos 03]. Quand les tailles des jonctions sont de l'ordre de $0.1 \times 0.1 \ \mu m^2$, la capacité associée entre les deux électrodes formant la jonction tunnel est de l'ordre de 1 fF. L'énergie électrostatique $E_C = e^2/2C$ nécessaire pour charger la capacité d'un électron est alors de l'ordre de 1 K k_B . A très basses températures (100 mK), les fluctuations thermiques de charge à travers la jonction tunnel sont gelées, faisant apparaître le blocage de Coulomb, résultant de la répulsion électrostatique des électrons (l'addition d'un second électron coûte $4E_C$!) limitant ainsi l'effet tunnel et par conséquence la conductance (cf. section 3.1). En résumé, une seule charge peut modifier de manière importante la conductance du circuit, justifiant le terme d'électronique à un électron.

Justifions maintenant le terme de zones "suffisamment" désordonnées. Expérimentalement, l'apparition du désordre se manifeste par l'apparition d'une résistance tunnel R_T et d'un temps τ qui caractérise la relaxation de la charge (typiquement $\tau = R_T C$). A cette constante de temps, on y associe une largeur ΔE , provenant du principe d'incertitude de Heisenberg, qui doit être plus petite que l'énergie électrostatique d'un électron en excès

$$\Delta E = \frac{h/2}{R_T C} < \frac{e^2}{2C} . \tag{1.1}$$

Ainsi la condition sur les barrières tunnel pour avoir un blocage de Coulomb est

$$R_T > \frac{h}{e^2} = R_K = 25.8k\Omega . (1.2)$$

La résistance tunnel doit ainsi être supérieure au quantum de résistance.

Les effets de charge ont été aussi mis en évidence dans les boîtes quantiques dans lesquels le nombre d'électrons d'un gaz d'électrons à deux dimensions peut être contrôlé en confinant les électrons par des grilles de Schottky [Livermore 96].

1.1.1 La jonction Josephson et la non-linéarité

En dessous de 1 K, le métal préféré des fabricants des jonctions tunnel, à savoir l'aluminium, devient supraconducteur. D'après la théorie BCS de la supraconductivité, trois phénomènes nouveaux apparaissent : i) l'appariement des électrons en paires de Cooper de charge 2e, ii) l'existence d'un gap d'énergie Δ dans le spectre des excitations électroniques, iii) la fonction d'onde supraconductrice est décrite par une phase macroscopique associé à l'état fondamental unique [Tinkham 75].

La jonction Josephson est un élément de circuit électrique quantique qui se comporte comme un atome auquel on peut attacher des fils. B.D. Josephson a



FIG. 1.1: Schéma d'une jonction Josephson, sandwich Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur polarisée en tension. n paires de Cooper traversent la jonction, et la différence de phase entre les deux supraconducteurs est φ .



FIG. 1.2: Circuit électrique équivalent modélisant une jonction Josephson polarisée en tension, à savoir, une partie capacitive, et un élément purement Josephson.

découvert que le transfert de charges à travers une jonction tunnel composée de deux électrodes supraconductrices entraîne un couplage macroscopique et qu'il s'exprime en fonction de la différence de phase φ_1 et φ_2 des deux électrodes supraconductrices.

La charge $n \times (2e)$ des paires de Cooper qui traversent la jonction et la différence de phase φ à ses bornes sont deux variables conjuguées, dont le commutateur est $[2en, \varphi] = 2ei$.

La jonction Josephson peut être modélisée par la somme d'un hamiltonien électrostatique et d'un hamiltonien Josephson. L'hamiltonien Josephson s'écrit $H_J = -E_J \cos\varphi$, où E_J est relié à Δ et à R_T par la formule d'Ambegaokar-Baratoff [Steinbach 01]

$$E_J = \frac{h}{8} \frac{\Delta}{e^2 R_T} \quad , \tag{1.3}$$

où Δ est le gap supraconducteur à température nulle, et R_T est la résistance tunnel de la jonction. L'hamiltonien électrostatique est donné par H_{ch} = $\frac{(2en)^2}{2C}$, l'expression de l'énergie électrostatique d'une capacité chargée. On définit $E_C = e^2/2C$, l'énergie de charge, la grandeur caractéristique d'une capacité chargée par un électron.

Si $E_J \gg E_C$, la phase fluctue peu et un développement quadratique de la fonction cosinus est possible. Autour de $\varphi = 0$, par exemple, l'hamiltonien prend la forme

$$\widehat{H} = 4E_C \widehat{n}^2 + E_J \widehat{\varphi}^2 / 2 . \qquad (1.4)$$

On retrouve ainsi l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique dont l'énergie propre est $\hbar\omega = \sqrt{8E_JE_C}$. La fonction d'onde de l'état fondamental Ψ_f est une fonction gaussienne de largeur $(8E_C/E_J)^{1/4}/\sqrt{2}$. En représentation charge, la fonction d'onde prend des valeurs discrètes données par la transformée de Fourier de ψ_f prise aux valeurs entières de n. Cette superposition prend en compte un très grand nombre d'états $|2n\rangle$ dans la limite $E_J \gg E_C$.

A l'inverse, en diminuant la taille de la jonction, la capacité diminue, l'énergie de charge croît, augmentant d'autant les fluctuations de la phase : l'approximation quadratique n'est plus valable. On réécrit alors l'hamiltonien Josephson sous la forme $H_J = -E_J(e^{-i\varphi} + e^{i\varphi})/2$. L'opérateur $e^{-i\varphi}$ est un opérateur de translation de la variable conjuguée à la phase, à savoir la charge (le porteur de charge est une paire de Cooper), qui translate la charge de 2etel que

$$e^{-i\varphi}|2n\rangle = |2n+2\rangle . \tag{1.5}$$

Aussi l'hamiltonien peut s'écrire dans la base des états de charge comme

$$H = \sum_{n} 4E_C n^2 |2n\rangle \langle 2n| - \frac{E_J}{2} \sum_{n} \left(|2n+2\rangle \langle 2n| + |2n\rangle \langle 2n+2| \right). \quad (1.6)$$

Cet hamiltonien est aisément diagonalisable dans la base des états de charge. Les états propres constitués sont des superpositions cohérentes de plusieurs états de charge décrivant un nombre différent de paires de Cooper. Le nombre d'états de charge nécessaire dépend essentiellement du rapport E_J/E_C .

On appelle un Qubit de charge, un Qubit dont les échelles d'énergie sont dominées par l'énergie de charge. En d'autres termes, $E_C \ge E_J$, où E_J constitue la non-linéarité nécessaire au système pour différencier les fréquences des différentes transitions entre les états quantiques. Si $E_J \ge E_C$, alors le Qubit sera considéré soit comme Qubit de flux, soit comme Qubit de phase, suivant les cas.

1.1.2 Le Qubit de charge

La base naturelle pour décrire les effets à un électron est la base des états de charge en unités élémentaires de charge -|e|. La première expérience dans ce domaine avec un système lithographié fut réalisée par T. Fulton et G.



FIG. 1.3: Le transistor à un électron (Single Electron Transistor). Le circuit de deux jonctions tunnel normales est polarisé en tension. Le courant mesuré résultant de la polarisation dépend fortement du potentiel de grille. Le système conducteur devient isolant aux faibles tensions de polarisation pour des variations de la tension de grille induisant une charge $C_S U$ de l'ordre d'une fraction de la charge électronique e, d'où l'appellation de transistor à un électron.

Dolan [Fulton 87] où un transistor à un électron (Single Electron Transistor) était polarisé en tension et la charge en excès de l'île était contrôlée via une capacité de grille (cf. fig. 1.3).

Le Qubit de charge modèle et historique est la boîte à paires de Cooper, topologiquement plus simple que le SET. Elle est constituée d'une jonction Josephson en série avec une capacité de grille C_g polarisée par une tension U. La grille permet de varier localement le potentiel électrostatique de l'île ainsi formée, le transfert tunnel de charge à travers la capacité de grille étant impossible (figure 1.4). L'électrode entre la jonction tunnel et la capacité représente l'île ou la boîte, où les paires de Cooper sont confinées après avoir traversé la jonction par effet tunnel. Son hamiltonien s'écrit

$$H = \sum_{n} 4E_C \left(n - \frac{C_g U}{2e} \right)^2 |2n\rangle \langle 2n| - \frac{E_J}{2} \sum_{n} \left(|2n+2\rangle \langle 2n| + |2n\rangle \langle 2n+2| \right),$$
(1.7)

avec $E_C = \frac{e^2}{2(C+C_g)}$, $C + C_g$ étant la capacité totale de l'île par rapport au reste du circuit (vis à vis de l'île centrale, les deux capacités sont en parallèle). $E_C \ge E_J$, les états du Qubit sont des états de superposition des états de charge classiques $|2n\rangle$, n étant le nombre de paires de Cooper en excès. Les premières expériences de Qubits Josephson ont été réalisées à l'aide de Qubits de charge [Nakamura 99, Bouchiat 98].

Pour avoir un système à deux niveaux, il faut se placer à la dégénérescence électrostatique entre états de charge, qui est levée par le couplage Josephson. La différence d'énergie minimale entre les deux états propres est alors égale au couplage E_J . A la dégénérescence, la non-linéarité entre les différents fréquences de transition est la plus grande, les autres états du système sont



FIG. 1.4: La boîte à paires de Cooper. La jonction Josephson et la capacité sont polarisées en série avec une source de tension. Des paires de Cooper en excès, en nombre fini, s'établissent sur l'île quasi-isolée, formée entre la capacité et la jonction tunnel. Le nombre de paires de Cooper en excès est déterminé par la charge induite par la tension de grille $C_s U$, de l'ordre d'une charge électronique e.



FIG. 1.5: Un anti-croisement universel de deux niveaux. Le diagramme d'énergie d'un système à deux niveaux d'énergie E_+ et E_- , constituant l'état fondamental $|f\rangle$ et l'état excité $|e\rangle$. $|f\rangle$ et $|e\rangle$ sont des superpositions des états $|0\rangle$ et $|2\rangle$, d'énergie E_0 et E_2 , superposition contrôlée par l'application d'un paramètre extérieur (à savoir une tension de grille dans notre cas).

à plus haute énergie, on peut sans approximation réduire le système à deux états. On obtient ainsi un anti-croisement de niveaux 1.5.

Les deux niveaux sont séparés par un gap d'énergie $h\nu_{01}$, de l'ordre de 10 GHz, typique pour ce genre de circuit. On retrouve ainsi un système bien connu d'un spin 1/2 dans un champ magnétique fictif de module $B = \hbar\omega_{01}$



FIG. 1.6: Une sphère de Bloch pour le spin 1/2, soumis à un champs fictif de direction z' faisant un angle $\theta' = \arctan\left(\frac{E_J}{E_C(1-\frac{C_SU}{e})}\right)$ avec z.

(cf. fig. 1.6), et l'hamiltonien s'écrit

$$H = Tr(H) - \frac{1}{2}\overrightarrow{B}(U)\cdot\overrightarrow{\sigma} , \qquad (1.8)$$

où $\overrightarrow{\sigma}$ est le vecteur des matrices de Pauli. Pour induire des transitions cohérentes de l'état $|f\rangle$ (fondamental) à l'état $|e\rangle$ (excité), il suffit d'appliquer sur la grille, en plus de la tension continue, un signal micro-onde de fréquence $\nu_{\mu w} \sim \nu_{01}$, d'amplitude ΔN_g (soit $\Delta N_g \cos(2\pi\nu_{\mu w})$), une technique développée en Résonance Magnétique Nucléaire, et de considérer le référentiel tournant (x',y',z') à la pulsation $\nu_{\mu w}$.

L'état quantique $|\psi(t)\rangle$ commence à osciller entre l'état fondamental et l'état excité à la fréquence ν_{rabi} , proportionnelle à ΔN_g :

$$|\psi(t)\rangle = \cos(\pi\nu_{rabi}t)|f\rangle - i\sin(\pi\nu_{rabi}t)|e\rangle .$$
(1.9)

Si les oscillations sont interrompues en stoppant l'application de micro-ondes pendant une durée τ , les oscillations cohérentes deviennent

$$|\psi(t)\rangle = \cos(\pi\nu_{rabi}t)|f\rangle - ie^{i2\pi\nu_{ramsey}\tau}\sin(\pi\nu_{rabi}t)|e\rangle , \qquad (1.10)$$

où ν_{ramsey} est le désaccord $\nu_{\mu w} - \nu_{01}$. Observer les oscillations quantiques de Rabi et de Ramsey nécessite de s'attarder à la mesure et à la projection de l'état quantique du Qubit. Ce point sera discuté un peu plus loin.



FIG. 1.7: Schéma du circuit de la double île, formée de trois jonctions tunnel en série. Chacune des deux îles est couplée capacitivement par une grille. Le circuit est polarisé en tension à travers les trois jonctions.

1.1.3 Le circuit à double île et son hamiltonien

Le système que nous avons étudié est un circuit ressemblant au SET auquel on a ajouté une troisième jonction tunnel en série et une seconde capacité de grille (cf. fig. 1.7). Ce circuit est polarisé en tension via V_B .

L'état quantique du système, dans le régime de charge, peut être décrit par un ensemble de nombres quantiques donnés par le nombre de charge en excès sur chacune des îles (n_1, n_2) et le nombre p de charges ayant traversé le circuit en entier. L'énergie électrostatique du système est la somme des énergies accumulées sur chacune des capacités des jonctions tunnel et du travail de la source de tension $-p2eV_B$, qui abaisse l'énergie lorsqu'une paire de Cooper a traversé le circuit.

En utilisant les lois de Kirchhoff, l'énergie peut être exprimée en fonction des trois nombres quantiques n_1 , n_2 et p ainsi que les charges induites dans les deux îles par les sources de tensions V_{g1} , V_{g2} et V_B couplées capacitivement.

$$E\left(\{n_{\alpha}\},p\right) - E\left(\{0\},0\right) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} \tilde{C}_{\alpha,\beta}^{-1} \Big(n_{\alpha}(2e) + \tilde{n}_{\alpha}\Big) \Big(n_{\beta}(2e) + \tilde{n}_{\beta}\Big) - p2eV_B ,$$
(1.11)

où n_{α} sont les nombres de charge n_1 et n_2 , et \tilde{n}_{α} les charges induites sur les îles 1 et 2.

Exprimons la matrice des capacités \tilde{C} du circuit de la double île :

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + C_{g1} & -C_2 \\ -C_2 & C_2 + C_3 + C_{g2} \end{bmatrix} .$$
(1.12)

Inversons et simplifions la matrice des capacités en négligeant les capacités de grille $(C \gg C_g)$,

$$\tilde{C}^{-1} = \frac{1}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} \begin{bmatrix} C_2 + C_3 & C_2 \\ C_2 & C_1 + C_2 \end{bmatrix} .$$
(1.13)

Aussi, l'expression de l'énergie totale du système est donnée par [Lafarge 93c, Bibow 01, Toppari 03, van der Wiel 03] :

$$E_{n_1,n_2,p}(V_{g1}, V_{g2}, V_B) = E_1 \left(n_1 - \frac{C_{g1}V_{g1}}{2e} - \frac{C_1V_B}{2e} \right)^2 + E_{12} \left(n_1 - \frac{C_{g1}V_{g1}}{2e} - \frac{C_1V_B}{2e} \right) \left(n_2 - \frac{C_{g2}V_{g2}}{2e} \right) + E_2 \left(n_2 - \frac{C_{g2}V_{g2}}{2e} \right)^2 - p2eV_B , \qquad (1.14)$$

où

$$E_1 = \frac{(2e)^2(C_2 + C_3)}{2(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)} = \frac{(2e)^2}{2}\tilde{C_{11}}, \qquad (1.15)$$

$$E_2 = \frac{(2e)^2(C_1 + C_2)}{2(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)} = \frac{(2e)^2}{2}\tilde{C_{22}^{-1}}, \qquad (1.16)$$

et,

$$E_{12} = \frac{(2e)^2(C_2)}{(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)} = \frac{(2e)^2}{2}\tilde{C_{12}} + \frac{(2e)^2}{2}\tilde{C_{21}} .$$
(1.17)

Si on considère les trois capacités égales, alors l'énergie de charge se résume à $(2e)^2/(3\bar{C})$, où \bar{C} est la capacité moyenne des trois jonctions. L'énergie de charge totale du circuit, lorsque chacune des deux îles est chargée, est ainsi de l'ordre de $(2e)^2/\bar{C}$. Le premier terme peut être interprété comme étant l'énergie de charge de l'île de gauche, le troisième terme celui de l'île de droite, et le second terme l'expression du couplage entre les charges des deux îles, un terme d'énergie dipolaire. Le dernier terme est le travail effectué par la source de tension. On remarquera que la polarisation asymétrique du circuit a un effet sur l'expression de l'hamiltonien électrostatique devenant lui-même asymétrique. L'hamiltonien électrostatique s'écrit dans la base des états de charge :

$$H_{ch} = \sum_{n_1, n_2, p} E_{n_1, n_2, p} |2n_1, 2n_2, 2p\rangle \langle 2n_1, 2n_2, 2p| .$$
(1.18)

Les états quantiques $|2n_1, 2n_2, 2p\rangle$ en nombre de charges sont spécifiés par les nombres n_1, n_2, n_s, n_d et p de paires de Cooper correspondants.

Les états (0,2) et (2,0) sont séparés par un seul événement tunnel à travers la jonction centrale. Intuitivement, la différence des tensions de grille contrôle la dégénérescence entre les états électrostatiques (0,2) et (2,0) alors que la somme contrôle la charge totale de la double île. C'est pourquoi on va exprimer l'hamiltonien électrostatique en fonction de la somme et de la différence des tensions de grille et, la charge totale et la charge relative de la double île. On suppose les capacités des jonctions externes égales telles que $C_1 = C_3 = C$, et on pose

$$V_s = V_{g1} + V_{g2} \quad et \quad V_d = V_{g1} - V_{g2} \tag{1.19}$$

$$n_s = n_1 + n_2$$
 et $n_d = n_1 - n_2$. (1.20)

On considère les capacités des grilles identiques, notées C_g . Ainsi l'énergie électrostatique s'exprime dans la limite des faibles tensions de polarisation :

$$E_{n_s,n_d}(V_s, V_d) = E_C \left(\left(n_s - \frac{C_g V_s}{2e} \right)^2 + \kappa \left(n_d - \frac{C_g V_d}{2e} \right)^2 \right) |2n_1, 2n_2\rangle \langle 2n_1, 2n_2|, (1.21)\rangle$$

où $\kappa = \frac{C}{2C_2+C}$, et $E_C = \frac{(2e)^2}{4C}$, l'énergie de charge (cette définition est légèrement différente à des facteurs numériques près et elle remplace la définition précédente de E_C).

L'hamiltonien Josephson du circuit de la double île est donné en fonction des variables conjugués φ_k par :

$$H_J = -\sum_{k=1}^{3} E_{Jk} cos(\varphi_k)$$
 (1.22)

Les φ_k sont les différences de phase aux bornes de chacune des jonctions Josephson. Dans la base des états de charge, l'hamiltonien H_J peut s'écrire

$$H_{J} = -\frac{E_{J1}}{2} \sum_{n_{1},n_{2}} e^{i\kappa_{0}\varphi} |2n_{1}+2,2n_{2}\rangle \langle 2n_{1},2n_{2}| -\frac{E_{J2}}{2} \sum_{n_{1},n_{2}} e^{i\kappa\varphi} |2n_{1}-2,2n_{2}+2\rangle \langle 2n_{1},2n_{2}\rangle$$

$$(1.23)$$

$$-\frac{E_{J3}}{2} \sum_{n_{1},n_{2}} e^{i\kappa_{0}\varphi} |2n_{1},2n_{2}-2\rangle \langle 2n_{1},2n_{2}| + h.c.$$

 φ est le conjugué de l'indice p de transfert des porteurs de charge, le terme $e^{i\varphi}$ est un opérateur de translation augmentant l'index p de 1. Les couplages Josephson dépendent chacun des résistances tunnel des jonctions, couplages déterminés grâce à la relation d'Ambegaokar-Baratoff [Steinbach 01]

$$E_J = \frac{h}{8} \frac{\Delta}{e^2 R_T} \ . \tag{1.24}$$

Les paramètres $\kappa_0 = \frac{C_2}{2C_2+C}$ et κ sont des paramètres sans dimension décrivant les sauts de phase aux bornes de chacune des capacités des jonctions tunnel. Notons que $\kappa_0 + \kappa + \kappa_0 = 1$. L'hamiltonien total de la double île est $H(n_i, \varphi_k) = H_{ch} + H_J$, où la charge et la phase sont complexe-conjugués.

1.1.4 Diagramme de stabilité

Considérons le diagramme de stabilité du circuit de la double île à l'état normal. Il s'agit de schématiser les configurations $(2n_1, 2n_2)$ minimisant l'énergie électrostatique en fonction des paramètres des tensions de grille, à polarisation nulle. Les lignes définissant les hexagones sont les lignes de dégénérescence de l'énergie électrostatique des différents états adjacents connectés par un événement tunnel. On remarque ainsi l'existence de points triples, où trois états électrostatiques adjacents sont dégénérés, et l'existence de lignes, où deux états de charge ont la même énergie. Les diagrammes de stabilité du circuit à l'état normal sont présentés dans la section de caractérisation du circuit (cf. section 3.3.2). A tension de polarisation proche de zéro, en pratique, on peut mesurer un courant aux seuls points triples. A tension de polarisation finie, des zones triangulaires remplacent les points triples où aucun des trois états adjacents ne définissent l'état fondamental. Dans ces triangles, la charge 2p transférée au travers du circuit augmente continûment afin de minimiser l'état d'énergie du système. Pour chaque état, on peut définir la probabilité de trouver le système dans un état à un temps donné.

Dans la limite où le couplage Josephson est faible par rapport aux énergies de charge, le diagramme de stabilité (de taille double provenant de la 2e périodicité) reste valable tant que les états propres du système sont des superpositions d'états électrostatiques. Les configurations $(2n_1, 2n_2)$ déterminent la composante dominante de la superposition d'états décrivant l'état fondamental du système en fonction des tensions de grille. Au centre des hexagones, les états électrostatiques sont les états propres du système avec une bonne approximation.

Sur la figure 1.8, on montre le diagramme de stabilité appelé "honey combs" à cause de sa forme d'alvéoles des nids d'abeilles. On a superposé le diagramme de stabilité du circuit dans l'état normal sur celui de l'état supraconducteur, pour $V_B = 0$ [Geerligs 91, Pothier 92, van der Wiel 03]. Les



FIG. 1.8: Diagramme de stabilité (lignes épaisses) dans le plan de la somme et de la différence des tensions de grille de la double île dans l'état supraconducteur à tension de polarisation nulle. Les configurations $(2n_1, 2n_2)$ de l'état fondamental imposées par les tensions de grille sont en gras en unité de *e* minimisant l'énergie électrostatique. Pour pouvoir comparer, on rappelle les configurations dans l'état normal de la double île en lignes pointillées. On remarquera la 2e périodicité du diagramme de stabilité dans l'état supraconducteur. Les lignes horizontales correspondent aux lignes de dégénérescence entre les états connectés par un événement tunnel à travers la jonction centrale, couplés par le couplage Josephson E_J . Les ligne inclinées décrivent des résonances au travers des jonctions externes (couplage Josephson E'_J). Les états quantiques sont des superpositions des états de charge considérés.

lignes de dégénérescence entre deux états de charges sont simplement déterminées par les conditions de résonance entre les énergies électrostatiques :



FIG. 1.9: Diagramme de stabilité de la double île à tension de polarisation finie (lignes épaisses) décrivant la stabilité électrostatique. Les configurations $(2n_1, 2n_2)$ stables concernent seulement les aires hexagonales blanches. Dans les aires triangulaires, l'état fondamental ne peut être défini par trois états adjacents. Pour chacune des trois configurations, on peut toujours trouver une configuration de plus basse énergie, en incrémentant l'indice de transfert de charge p, qui n'apparaît pas dans ce diagramme.

$$E_{n_1,n_2}(V_s, V_d, V_B) = E_{n'_1,n'_2}(V_s, V_d, V_B) , \qquad (1.25)$$

en prenant par exemple les états électrostatiques $n_1 = 0, n_2 = 1$ et $n'_1 = 0, n'_2 = 0$. Cette condition définit une droite en fonction de V_d et V_s , les termes quadratiques se compensant.

En polarisant en tension le circuit de la double île, le diagramme de stabilité se trouve déformé par l'apparition de triangles au niveau des points triples de dégénérescence (cf. fig. 1.9).



FIG. 1.10: Énergie des deux états propres de plus basses énergies en fonction des deux tensions de grille. Dans ce cas présent, le rapport $E_J/E_C = 0.2$. Le point O représente le point triple entre les états de charge $|0,0\rangle$, $|0,2\rangle$ et $|2,0\rangle$. Le point P est le point sur la ligne de dégénérescence entre les deux états de charge $|0,2\rangle$ et $|2,0\rangle$ à équidistance de deux points triples, la configuration des tensions de grille idéale pour retrouver un anti-croisement habituel.

1.1.5 Diagonalisation de l'hamiltonien et états propres de la double île

Les états propres $|m\rangle$ de l'hamiltonien complet sont des superpositions des états $|2n_1, 2n_2\rangle$. A basse température, pour une configuration donnée de tensions de grille et de tension de polarisation, à cause du blocage de Coulomb, seuls quelques états de charge voisins sont pertinents. En particulier autour d'un point triple O, où trois états de charge sont en résonance, nous ne considérons que les trois états de charge correspondants $|0,0\rangle$, $|0,2\rangle$ et $|2,0\rangle$. La superposition de ces trois états de charge forme les états propres du système, qui dépendent de la configuration des tensions de grille. Parmi ces superpositions, l'état fondamental $|f\rangle$ et le premier état excité $|e\rangle$ forment le Qubit de charge. Leurs énergies respectives E_f et E_e sont tracées en fonction des tensions de grille, sur la figure 1.10 pour un rapport $E_J/E_C = 0.2$.

Les coordonnées du point triple O est dans le plan $\left(\frac{V_sC_g}{2e}, \frac{V_dC_g}{2e}\right) = \left(\frac{1+\kappa}{2}, 0\right)$, sera pris pour origine du repère (V_s, V_d) dans la discussion (cf. fig. 1.12). Le plan $\left(\frac{V_sC_g}{2e}, \frac{V_dC_g}{2e}\right)$ peut être décrit en coordonnées sphériques par $\left(\frac{1+\kappa}{2} + \frac{V_sC_g}{2e}, \frac{V_dC_g}{2e}\right)$



FIG. 1.11: Énergie des trois états propres en fonction des deux tensions de grille pour un rapport $E_J/E_C = 0.2$. Au niveau du point P, le point d'opération, le troisième niveau d'énergie est suffisamment élevé pour être négligé.

 $r\cos\theta, r\sin\theta$). Le point O correspond à r = 0. Le point P de fonctionnement, où on retrouve un anti-croisement universel, a pour coordonnées cartésiennes (1,0) et sphériques ($r_{max}, 0$), le rayon r ne devant pas excéder $r_{max} = \frac{1-\kappa}{2}$, sinon d'autres états de charge doivent être pris en compte dans la superposition.

Aux alentours du point P, le point équidistant des deux points triples, sur la ligne de dégénérescence des états électrostatiques $|0,2\rangle$ et $|2,0\rangle$, la base de l'hamiltonien peut être réduite à ces deux états. Le troisième niveau d'énergie se trouve en effet à une énergie beaucoup plus élevée, grâce à la non-linéarité provenant des jonctions Josephson (cf. fig. 1.11). L'hamiltonien, dans la base de charge, s'écrit ainsi comme celui d'un spin 1/2 dans un champ magnétique fictif $(\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{\sigma})$.

$$H = \varepsilon_P(\theta) \mathbf{1} - 2r E_C \kappa \sin \theta \sigma_z - \frac{E_{J2}}{4} (e^{\kappa \varphi} \sigma^+ + e^{-\kappa \varphi} \sigma^-) , \qquad (1.26)$$

où $\sigma^{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$ et $\overrightarrow{\sigma}$ est la vecteur des matrices de Pauli. Dans cette expression, φ représente la différence de phase (conjuguée à p) au travers de la double île. $\varepsilon_P(\theta)$ est l'énergie moyenne telle que

$$\varepsilon_P(\theta) = E_C\left(\left(\frac{1-\kappa}{2} - r\cos\theta\right) + \kappa\left(1 + r^2\sin^2\theta\right)\right)$$
(1.27)



FIG. 1.12: Représentation graphique dans le plan (V_s, V_d) . θ est l'angle par rapport l'axe de V_s , et r est le rayon. O est l'origine du repère en coordonnées sphériques.

Le champ magnétique fictif est défini par

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} -E_{J2} \\ 0 \\ 4rE_C\kappa\sin\theta \end{pmatrix} , \qquad (1.28)$$

Les valeurs propres sont $\pm \frac{\Delta E}{2}$, où

$$\Delta E = \sqrt{(4rE_C\kappa\sin\theta)^2 + E_{J2}^2} \tag{1.29}$$

est le gap de l'anti-croisement au niveau du point P en fonction de r et de $\theta.$

L'approximation des états propres $|f\rangle$ et $|e\rangle$ autour du point P est ainsi calculée (de façon habituelle) en utilisant l'angle η entre le champ fictif et l'axe z (l'axe de charge), défini comme

$$\tan \eta = \frac{E_{J2}}{4rE_C\kappa\sin\theta} . \tag{1.30}$$

Les états propres sont les superpositions symétrique et anti-symétrique des états de charge $|0, 2\rangle$ et $|2, 0\rangle$. On a également tenu compte du troisième état $|0, 0\rangle$ en théorie des perturbations.

$$|f\rangle = \sqrt{1 - a^2} \Big(e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |2,0\rangle + e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |0,2\rangle \Big) + E_J \frac{e^{-i\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} + e^{i\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2}}{4rE_C \cos\theta + \frac{E_{J2}}{|\sin\eta|}} |0,0\rangle$$
(1.31)

$$|e\rangle = \sqrt{1 - a^2} \left(-e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |2,0\rangle + e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |0,2\rangle \right) + E_J \frac{e^{i\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} - e^{-i\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2}}{4rE_C \cos\theta - \frac{E_{J2}}{|\sin\eta|}} |0,0\rangle$$
(1.32)

Le facteur a est de l'ordre de $\frac{E_J}{4rE_C}$ et provient du mélange de l'état fondamental et de l'état excité hors du sous-espace 2 x 2, où l'hamiltonien est diagonalisé. L'énergie des deux états les plus bas, au voisinage du point P sont

$$E_{f,e}^{P} = \varepsilon_{P}(\theta) \pm \Delta E = \varepsilon_{P}(\theta) \pm \frac{E_{J}}{2|\sin \eta|} . \qquad (1.33)$$

Le Qubit doit fonctionner à polarisation nulle, pour éviter que la phase globale φ évolue linéairement avec le temps ($\dot{\varphi} = \frac{2e}{\hbar}V_B$). Jusqu'à présent, la polarisation en tension n'a pas été évoquée dans la composition des états propres. Nous verrons que la polarisation change la superposition dans le chapitre 4, faisant intervenir les états de charge à nombre p différent, soit $|2n_1, 2n_2, 2p\rangle$, mais aussi $|2n_1, 2n_2, 2p - 2\rangle$, $|2n_1, 2n_2, 2p + 2\rangle$, etc., suivant la valeur de la polarisation.

1.2 Environnement électromagnétique et stratégie de mesure

1.2.1 Effet de l'environnement électromagnétique

On peut identifier quatre bains thermiques différents lors d'une expérience à blocage de Coulomb à basses températures [Glattli 97]. La température des phonons T_{ph} imposée par la chambre de mélange du réfrigérateur à dilution, est aisément mesurable par un thermomètre. La température des électrons T_e du conducteur peut être reliée par $T_e^5 = T_{ph}^5 + P_{out}/\Sigma V$, où Σ décrit la force du couplage électron-phonon (de l'ordre du $nW.\mu m^{-3}.K^{-5}$), P_{out} la puissance de chauffage provenant de l'extérieur nécessaire à la mesure (courant, signaux radio-fréquences ...) et V le volume de la terminaison où les éléments du circuit sont thermalisés (de l'ordre de $10^4 \mu m^3$) [Wellstood 94]. La température T_e des électrons détermine le bruit Johnson des conducteurs ohmiques. La température des photons de radiation T_R est la température des photons des modes TE et TM, température de la boîte où l'échantillon est monté. La température T_E des modes des photons TEM se propageant le long des fils de mesure jusqu'à l'échantillon, est la température de ce qu'on appelle l'environnement électromagnétique. Les modes électromagnétiques TEM sont couplés fortement aux modes des plasmons qu'on mesure à l'aide d'un voltmètre.

La propagation des ondes électromagnétiques des appareils de mesure au circuit est contrôlée principalement par l'impédance caractéristique des câbles

1.2. Environnement électromagnétique et stratégie de mesure 31

connectés au circuit. Prenons le cas d'un câble coaxial qui a une impédance réelle Z, et qui donc se comporte comme une résistance (alors qu'aucune résistivité du conducteur n'a été prise en compte). On remarque, en effet, que le courant le long de l'âme du câble et la tension entre la gaine et l'âme, I_z et U, sont en phase et leur rapport s'exprime tel que

$$Z = U/I_z = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c} \ln(\frac{b}{a}) , \qquad (1.34)$$

où a et b sont les diamètres respectifs de l'âme et de la gaine du câble. L'environnement électromagnétique est aussi caractérisé par son impédance $Z(\omega)$ à l'origine de la dissipation. Comme pour le câble coaxial, l'impédance $Z(\omega)$ peut être représentée phénoménologiquement par un ensemble d'oscillateurs harmoniques modélisés par des circuits LC série. En faisant tendre le nombre d'oscillateurs N vers l'infini, l'environnement électromagnétique fournit un modèle de dissipation, spécifié par un bain d'oscillateurs harmoniques de fréquences caractéristiques $\omega_n = 1/\sqrt{L_n C_n}$ qui sont les degrés de liberté indépendants permettant d'absorber ou d'émettre les photons.

Il est bien établi que l'environnement électromagnétique vu par une jonction influence de manière exponentielle les taux de transfert tunnel Γ si $T_E \gg T_e$ [Devoret 92]. La théorie de l'environnement inclut d'une part les effets de fluctuations de point zéro, d'autre part la température des photons de l'environnement. Cette théorie justifie ainsi les exigences strictes pour observer des effets de charge pour des dispositifs à une jonction. La capacité de la jonction faisant partie intégralement de l'environnement électromagnétique, l'impédance effective $Z_t(\omega)$ à prendre en compte, vue par l'élément Josephson, s'écrit

$$Z_t(\omega) = \frac{1}{i\omega C + Z^{-1}(\omega)} , \qquad (1.35)$$

l'impédance $Z(\omega)$ et la capacité C en parallèle (cf. fig. 1.13).

L'hamiltonien du bain de bosons est un ensemble d'oscillateurs harmoniques [Leggett 87]. On pose $\varphi_r = \frac{2eV_0t}{\hbar} - \varphi$, la phase aux bornes de l'impédance de l'environnement¹, φ étant la phase aux bornes de l'élément Josephson ($V_j = \frac{\hbar}{2e}\dot{\varphi}$, relation Josephson). Le premier terme est le terme de charge sur la capacité C_n , le second couple les degrés de liberté de la phase au bain d'oscillateurs

$$H_B = \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{q_n^2}{2C_n} + (\frac{\hbar}{e})^2 \frac{1}{2L_n} (\varphi_r - \varphi_n)^2 \right] .$$
(1.36)

Les charges q_n et les phases φ_n sont des opérateurs complexes conjugués avec la relation $[\varphi_n, q_n] = 2ie$. La tension aux bornes du nième oscillateur est $U_n = \hbar/e\dot{\varphi}_n$.

¹La loi des mailles donne $V_0 = V_i + V_r$.



FIG. 1.13: Gauche : Une jonction tunnel Josephson, caractérisée par sa capacitance C et sa résistance tunnel R_t , polarisée en tension via l'impédance $Z(\omega)$. Droite : Le système est réarrangé comme un élément purement Josephson avec un environnement effectif afin d'inclure la capacité de la jonction dans l'environnement.

L'hamiltonien du circuit à une jonction Josephson se résume à un terme Josephson H_J , un terme capacitif H_C et un terme de bain thermique d'oscillateurs harmoniques

$$H = -E_J \cos \varphi + \frac{Q^2}{2C} + H_B = H_J + H_{env} .$$
 (1.37)

Cet hamiltonien est aisément généralisable à plusieurs jonctions, à condition d'adapter l'impédance effective $Z_t(\omega)$ au nouveau circuit.

Quand on calcule le courant Josephson d'un tel dispositif polarisé en tension, il suffit d'utiliser l'opérateur courant I défini par

$$I = -2e\frac{dN}{dt} = \frac{-2e}{i\hbar}[N, H] = \frac{-2e}{\hbar}\frac{\partial H_J}{\partial\varphi} = I_C \sin\varphi , \qquad (1.38)$$

où $I_C = \frac{2e}{\hbar} E_J$ est le courant critique. On retrouve la seconde relation Josephson. La valeur moyenne du courant $\langle I_S \rangle_\beta$ est la trace du produit de l'opérateur statistique ρ_β à une température T avec l'opérateur courant $I_C \sin \varphi(t) = \exp(\frac{iH_{env}t}{\hbar})I_C \sin \varphi \exp(\frac{-iH_{env}t}{\hbar})$ (écrit en représentation d'interaction) par rapport aux degrés de liberté de l'environnement

$$\langle I_S \rangle_\beta = Tr\{\rho_\beta \ U^+(t, -\infty)I_C \sin\varphi(t)U(t, -\infty)\} \ . \tag{1.39}$$

 ρ_{β} est défini de manière habituelle telle que

$$\rho_{\beta} = Z_{\beta}^{-1} \exp(-\beta H_{env}) , \qquad (1.40)$$

où

$$Z_{\beta} = Tr\{\exp(-\beta H_{env})\} . \qquad (1.41)$$

 $U(t, -\infty)$ est l'opérateur d'évolution en représentation d'interaction où dans la limite $E_J \ll E_C$ (au premier ordre)

$$U(t, -\infty) = \mathbf{1} + \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{t} dt_1 E_J \cos \varphi(t_1) . \qquad (1.42)$$

Le courant $\langle I_S \rangle_\beta$ est alors

$$\langle I_S(t=0) \rangle_\beta = \frac{i I_C E_J}{\hbar} \int_{-\infty}^0 dt_1 \langle \sin \varphi(t=0) \cos \varphi(t_1) - \cos \varphi(t_1) \sin \varphi(t=0) \rangle_\beta$$
(1.43)

On recherche le régime permanent du courant supraconducteur, aussi la borne de l'intégrale change quelque peu, la division par 2 provient de la symétrie du courant par rapport au temps

$$\langle I_S \rangle_\beta = \frac{I_C E_J}{2\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \left(\langle e^{\frac{2eiV_0 t_1}{\hbar}} e^{i\varphi_r(t_1)} e^{i\varphi_r(0)} \rangle - \langle e^{\frac{-2eiV_0 t_1}{\hbar}} e^{i\varphi_r(t_1)} e^{i\varphi_r(0)} \rangle \right).$$
(1.44)

On peut montrer que cette moyenne thermique se simplifie en posant

$$\langle e^{i\varphi_r(t_1)}e^{i\varphi_r(0)}\rangle = e^{\langle\varphi_r(t_1)\varphi_r(0)\rangle - \langle\varphi_r^2(0)\rangle} = e^{J(t_1)} , \qquad (1.45)$$

où $J(t_1)$ est la fonction de corrélation phase-phase [Ingold 92]. Sa transformée de Fourier de la fonction de corrélation est notée P(E)

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp\left[J(t) + \frac{i}{\hbar}Et\right] \,. \tag{1.46}$$

En posant $E = 2eV_0$, on trouve un courant supraconducteur proportionnel à la fonction P(E) qui caractérise la dissipation à l'aide de la fonction de corrélation J(t), qui intègre toutes les informations de température et d'impédance de l'environnement

$$\langle I_S \rangle_\beta = \frac{\pi e E_J^2}{\hbar} \Big[P(2eV_0) - P(-2eV_0) \Big] . \tag{1.47}$$

La fonction de corrélation caractérisant les fluctuations de la phase induites par l'environnement électromagnétique est directement liée à l'impédance $\operatorname{Re}[Z_t(\omega)]$, via le théorème fluctuation-dissipation [Callen 51]. Notons que la composante charge H_C de l'hamiltonien de départ n'intervient pas explicitement dans le calcul du supercourant, mais détermine les temps de relaxation et les fréquences de coupure ($\omega_C = 1/RC$) à partir desquelles l'environnement électromagnétique n'est plus pertinent.

Appelons $S_V(\omega)$, la densité spectrale de bruit en tension aux bornes de l'impédance de l'environnement

$$S_V(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \langle V_r(t) V_r(0) \rangle e^{i\omega t} . \qquad (1.48)$$

L'environnement électromagnétique est un ensemble d'oscillateurs harmoniques. $S_V(\omega)$ s'exprime alors comme le produit de la densité du nombre de photons de l'environnement (statistique Bose-Einstein plus les fluctuations du vide $\times 2$, la polarisation), de l'énergie du photon et de la partie réelle de l'impédance (partie dissipative) [Landau-Lifshitz part 1, Landau-Lifshitz part 2]

$$S_V(\omega) = 2\hbar\omega \left(\frac{1}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} + \frac{1}{2}\right) \mathbf{Re}[Z_t(\omega)] . \qquad (1.49)$$

On retrouve ainsi l'expression du bruit de Johnson-Nyquist², en posant $\mathbf{Re}[Z_t(\omega)] = R$, à $\omega = 0$ ($|\hbar\omega| \ll k_B T$),

$$S_V(\omega) = 2k_B T R . (1.50)$$

Les fluctuations en tension deviennent, par transformée de Fourier

$$\langle V_r(t)V_r(0)\rangle = \hbar \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\omega \coth(\frac{\beta\hbar\omega}{2})\mathbf{Re}[Z_t(\omega)]e^{-i\omega t}$$
 (1.51)

En utilisant la relation entre la phase et la tension aux bornes de l'impédance, $\dot{\varphi}_r = \frac{2e}{\hbar}V_r$, on trouve les fluctuations en phase suivantes, en posant le quantum de résistance supraconducteur $R_Q = \frac{\hbar}{(2e)^2}$

$$\langle \varphi_r(t_1)\varphi_r(0)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\operatorname{Re}[Z_t(\omega)]}{R_Q} \operatorname{coth}(\frac{\beta\hbar\omega}{2}) e^{-i\omega t_1}$$
(1.52)

$$\langle \varphi_r(0)\varphi_r(0)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\mathbf{Re}[Z_t(\omega)]}{R_Q} \coth(\frac{\beta\hbar\omega}{2}) .$$
 (1.53)

On connaît maintenant le lien entre les fluctuations et la dissipation engendrée par l'impédance de l'environnement

$$J(t_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\operatorname{Re}[Z_t(\omega)]}{R_Q} \coth(\frac{\beta\hbar\omega}{2}) \Big(\cos\omega t_1 - 1 - i\sin\omega t_1\Big) . \quad (1.54)$$

Ce modèle est généralisable à plusieurs environnements possédant chacun une température différente en faisant la somme des contributions avec des facteurs pondérant dans la fonction de corrélation J(t).

Dans les circuits à multiples jonctions (cf. fig. 1.14), les fluctuations de point zéro et les fluctuations thermiques ont des effets négligeables à condition d'utiliser des filtres suffisamment efficaces (cf. subsection 2.3.2), les impédances des jonctions tunnel étant beaucoup plus grandes que l'impédance

²Dans le cas présent, les fréquences sont intégrées de $-\infty$ à $+\infty$ signifiant absorption pour les fréquences négatives et émission pour les fréquences positives et non comme les électroniciens de 0 à $+\infty$ où les densités spectrales des fluctuations sont les même dans les deux cas.



FIG. 1.14: Le circuit de la double île polarisée en tension, en série avec un ensemble d'oscillateurs harmoniques indépendants.

 $Z(\omega)$ de l'environnement. Pour des jonctions identiques, le bruit en tension provenant de la source est divisée par N^2 , N, le nombre de jonctions en série [Martinis 93]. Il faut cependant inclure l'effet de l'environnement électromagnétique absorbé par le circuit provoquant l'effet tunnel assisté par les photons (Photon-Assisted Tunneling) où les photons de fréquence 10 GHz ont une énergie comparable à l'énergie de charge E_C (cf subsection 2.3.2).

1.2.2 Bruit de l'environnement, relaxation et décohérence

On a vu que l'environnement électromagnétique, via l'impédance $Z(\omega)$, provoque des fluctuations de phase et de tensions aux bornes du système quantique, caractérisées par la densité spectrale de bruit $S_X(\omega)$, X étant le paramètre de l'environnement du circuit qui le couple au système quantique via σ_z .

$$S_X(\omega) = 1/2TF[\Delta X(t_0)\Delta(X(t_0+t))], \qquad (1.55)$$

où ΔX est l'écart à la moyenne. A l'équilibre thermique, la transformée de Fourier de la fonction de corrélation s'écrit

$$S_X(\omega) = J_X \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} , \qquad (1.56)$$

où $J_X = 2\pi\hbar\alpha\omega$, dans le cas ohmique où $Z(\omega) = R$, α étant un coefficient de dissipation sans dimension. Notons la dépendance linéaire en ω , la fréquence angulaire du Qubit.

Ces fluctuations sont responsables de la relaxation permettant l'observation du supercourant d'un circuit polarisé en tension. L'environnement électromagnétique, constitué d'un ensemble de degrés de liberté mal contrôlés, est responsable de la relaxation et de la perte de cohérence de phase du
système. Relaxation et perte de cohérence ont deux temps caractéristiques respectivement T_1 et T_2 , définis en RMN à partir des équations de Bloch.

Prenons le système modèle de spins 1/2 dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_{\parallel}} + \overrightarrow{\delta B_{\perp}}$, $\overrightarrow{\delta B_{\perp}}$ étant une petite perturbation réalisant des spins-flips. Les équations de Bloch décrivent la dynamique de l'aimantation

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{M} = -\overrightarrow{B}\times\overrightarrow{M} - \frac{1}{T_1}(M_z - M_0)\overrightarrow{z} - \frac{1}{T_2}(M_x\overrightarrow{x} + M_y\overrightarrow{y}) , \qquad (1.57)$$

et caractérisent son retour à l'équilibre à M_0 .

Pour un système à deux niveaux, l'état quantique $|\Psi\rangle$ est caractérisé par un temps de relaxation T_1 de la transition de l'état $|e\rangle$ à l'état $|f\rangle$. Les fluctuations des paramètres ont pour effet de faire fluctuer la fréquence de transition ν_{01} et d'introduire un facteur de phase aléatoire $\delta\phi$ dans l'expression de $|\Psi\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = a|f\rangle + be^{i[\phi(t)+\delta\phi(t)]}|e\rangle , \qquad (1.58)$$

avec $\phi(t) = 2\pi\nu_{01}t$ et $\delta\phi(t) = \int_0^t dt' 2\pi\delta\nu_{01}(X(t'))$. La perte de cohérence de phase T_2 caractérise le temps de diffusion des informations sur la phase $(\langle \delta\phi \rangle = 0)$.

L'hamiltonien de la pompe à paire de Cooper, au voisinage du point P, est analogue à celui du modèle spin-boson :

$$H_0 = -\frac{1}{2}\Delta E(\cos\eta\sigma_z + \sin\eta\sigma_x) , \qquad (1.59)$$

où on remarque que seul le terme transverse peut causer des transitions.

Dans le cas de faible dissipation ($\alpha \ll 1$), l'hamiltonien H_0 domine la dynamique. Il est naturel de décrire l'hamiltonien totale dans la base $|f\rangle$, $|e\rangle$, la base propre de H_0 :

$$H = -\frac{1}{2}\Delta E\rho_z + \frac{X}{2}(\cos\eta\rho_z - \sin\eta\rho_x) + H_{osc} , \qquad (1.60)$$

où $\overrightarrow{\rho}$ sont les vecteurs de matrices de Pauli qui opèrent dans la base propre $|f\rangle$, $|e\rangle$. On présume un couplage linéaire avec l'environnement [Makhlin 01]. Pour $\alpha k_B T \ll \Delta E$, on peut utiliser la règle d'or de Fermi. Le taux de relaxation de $|e\rangle \rightarrow |f\rangle$ est

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{\sin^2 \eta}{4} \sum_{i,j} \rho_i |\langle i|X|j \rangle|^2 \delta(E_i + \Delta E - E_j) , \qquad (1.61)$$

où les états $|i\rangle$ et $|j\rangle$ sont les états initiaux et finaux du bain d'oscillateurs et ρ_i est la probabilité d'être dans l'état initial $|i\rangle$.

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{\sin^2 \eta}{4} \sum_{i,j} \rho_i \langle i | X | j \rangle \langle j | X | i \rangle \frac{1}{2\pi\hbar} \int dt e^{i\frac{t}{\hbar}(E_i + \Delta E - E_j)}$$
(1.62)

$$\frac{1}{T_1} = \frac{\sin^2 \eta}{4\hbar^2} \int dt \sum_{i,j} \rho_i \langle i | XX | i \rangle \frac{1}{2\pi\hbar} e^{i\frac{t}{\hbar}\Delta E}$$
(1.63)

$$\frac{1}{T_1} = \frac{\sin^2 \eta}{2\hbar^2} S_X(\omega = \Delta E = \hbar \omega_{01}) .$$
 (1.64)

La relaxation, faiblement dissipative, $\alpha \ll 1$, dépend du bruit à la fréquence de transition. Le bruit quantique à hautes fréquences est dû à un environnement ohmique, proportionnel à ν_{01} , les fluctuateurs de charge (produisant un bruit télégraphique en 1/f [Zorin 96, Bouchiat 97]) n'étant plus thermiquement activés ($k_BT \ll h\nu_{01}$). Notons que T_1 est minimum au point de dégénérescence, $\sin^2 \eta$ étant égal à 1 [Astafiev 04b].

De la même façon, on peut évaluer la perte de cohérence de phase T_2

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{2\hbar^2} \cos^2 \eta S_X(\omega = 0) . \qquad (1.65)$$

Le premier terme correspond aux transitions entre les deux états du Qubit (bruit transverse), le second, appelé taux de déphasage pur, est associé au bruit longitudinal à fréquence nulle et implique des transitions dans le bain d'oscillateurs harmoniques sans transfert d'énergie. Le bruit en charge est très pertinent pour T_2 car il diverge en 1/f aux faibles fréquences [Nakamura 02].

Dans le cas opposé d'un couplage avec l'environnement fort, où l'environnement détermine l'évolution, l'hamiltonien est trop faible pour fixer la base propre, le couplage à l'environnement est dominant, le système va être décrit dans la base des états de charge. Pour $\Delta E \ll \alpha k_B T$, on peut montrer que

$$\frac{1}{T_1} \propto \frac{1}{\alpha k_B T} , \qquad (1.66)$$

$$\frac{1}{T_2} \propto \alpha k_B T \ . \tag{1.67}$$

Dans ce régime, plus est rapide la perte de cohérence de phase, plus est lente la relaxation de σ_z [Makhlin 01]. Un tel comportement est une indication de l'effet Zéno quantique, l'environnement en observant de manière incessante σ_x "bloque" la relaxation de σ_z .

1.2.3 Mesure de l'état d'un Qubit

Au début de ma thèse, le point crucial était de trouver une manière de lire l'état du Qubit (read-out) réalisé dans le circuit de la double île. Un "amplificateur de signaux quantiques" doit satisfaire plusieurs exigences que je vais énumérer. La difficulté de ce problème est d'ouvrir un canal de couplage au Qubit pour en extraire suffisamment d'information sans pour autant le soumettre à un bruit supplémentaire [Devoret 00]. Autrement dit, le readout doit pouvoir distinguer l'état fondamental $|f\rangle$ de l'état excité $|e\rangle$ du Qubit, mais le comportement du read-out ne doit pas déteindre sur le système quantique lui-même quand cette lecture n'est pas utilisée. L'action en retour du détecteur sur le système quantique ("back action") doit être suffisamment petite pour que la cohérence quantique du système soit préservée et que ce dernier puisse évoluer librement lorsqu'aucune mesure n'est réalisée. De même, l'information quantique du système ne doit pas être détruite avant la fin de la mesure de l'état du système, avant que le détecteur puisse discriminer entre les deux états. La sensibilité du read-out (nécessairement importante) et le back-action (nécessairement faible) étant quelque peu antinomiques, il s'agit donc de trouver un compromis, souvent réalisé par un "interrupteur" qui peut découpler le système quantique du read-out, cet interrupteur devant, bien entendu, pouvoir être actionné suffisamment rapidement et efficacement.

Il y a donc plusieurs conditions que le système et le read-out doivent remplir ensemble. Appelons T_{meas} , le temps de mesure nécessaire pour pouvoir discriminer l'état du Qubit, c'est-à-dire le moment où le rapport signal sur bruit est de l'ordre de 1. Pour être utile, ce temps de détection doit être plus court que le temps de relaxation intrinsèque Γ_r^{int} du système quantique,

$$T_{meas} \ll (\Gamma_r^{int})^{-1} = T_1$$
 . (1.68)

Ensuite, l'interrupteur doit être un bon interrupteur, la relaxation Γ_r^{off} associée au read-out découplé, doit être beaucoup plus petite que la relaxation du read-out Γ_r^{on} lorsqu'il lit le système quantique

$$\Gamma_r^{off} \ll \Gamma_r^{on} \quad . \tag{1.69}$$

Le read-out ne doit pas perturber le système quantique quant il est découplé du système

$$\Gamma_{\varphi}^{off} \ll \Gamma_{\varphi}^{int} = T_2^{-1} \quad , \text{et}$$
 (1.70)

$$\Gamma_r^{off} \ll \Gamma_r^{int} \quad . \tag{1.71}$$

Lorsque toutes ces conditions sont remplies, il faut considérer la condition dite de "one-shot", c'est-à-dire mesurer le système quantique avec une grande efficacité, si possible en une seule fois, qui se traduit par

$$\left(\Gamma_r^{on} T_{meas}\right) < 1 . \tag{1.72}$$

Dans ce cas, le système de mesure ne cause pas de relaxation et le temps de mesure nécessaire pour discriminer est court, la mesure causant une décohérence totale du système durant la mesure de l'état du Qubit [Houches 03, Cottet 03, Buisson 03]. Une solution permettant de s'affranchir de cette condition est de stocker l'information obtenue de l'état quantique dans une "mémoire", afin de prendre le temps nécessaire de mesure pour discriminer suffisamment le signal du read-out du bruit [Astafiev 04a].

Nous pouvons inclure une dernière échelle de temps, le temps T_{reset} nécessaire pour ré-initialiser le système quantique après une mesure de l'état quantique. En effet, le read-out perturbe fortement le Qubit en amplifiant suffisamment le signal quantique pour être détecté par un multimètre classique. Il est alors nécessaire de remettre le système à son état initial. La condition $T_{meas} \sim T_{reset}$ permet de caractériser entièrement le Qubit avant que les paramètres du circuit ne dérivent (saut de charges offset, par exemple).

Expérimentalement, la démarche consistant à projeter les états quantiques de manière brutale après l'évolution du système quantique seul est la méthode qui a été la plus fructueuse jusqu'à présent. La première expérience essayant de mettre en oeuvre ces principes est celle du Quantronium. Le point de fonctionnement est le point de dégénérescence où le gap est le plus faible. A cet endroit, la pente $\frac{\partial \nu_{01}}{\partial X} = 0$, X étant les paramètres de contrôle extérieurs. Le système est ainsi immunisé du bruit en charge et du bruit en flux qui dominent l'environnement. Le temps de relaxation est $T_1 = 1.8\mu s$ et le temps de perte de cohérence de phase $T_2 = 0.5\mu s$. Ces temps restent des références dans le domaine depuis. La mesure est effectuée par l'échappement d'une jonction Josephson. Elle est complètement découplée du système quantique pendant la manipulation, mais fortement couplée au système lors de la mesure par l'intermédiaire d'une polarisation rapide (switch rapide) de la jonction en courant, qui place le système où la pente $\frac{\partial \nu_{01}}{\partial X}$ est la plus forte, pour avoir la plus forte sensibilité.

Une approche radicalement différente a été proposé par Alexander Korotkov. Il propose de mesurer l'état quantique continûment avec un détecteur faiblement couplé au Qubit réalisant une mesure non-destructive de l'état. Il devient alors possible de corriger le back-action par une rétroaction quantique réduisant la perte de cohérence de phase. La seule condition à satisfaire est d'avoir un couplage entre le détecteur et le Qubit plus fort qu'avec l'environnement électromagnétique [Korotkov]. Dans ce cas, le postulat de la réduction du paquet d'onde lors de la mesure devrait être considéré plus comme un processus continu que comme un événement instantané où l'état quantique est détruit brutalement par la mesure de l'état.

1.2.4 Etre e ou 2e périodique

Dans un Qubit de charge, une échelle d'énergie supplémentaire doit être prise en compte, l'énergie minimale d'excitation d'une quasiparticule de charge e. En effet, pour une île supraconductrice, où le nombre de charge est contrôlé par une grille polarisée en tension, si le nombre de charge e est pair, tous les électrons s'apparient en paires de Cooper, qui se condensent dans l'état fondamental au niveau de Fermi. Par contre, si le nombre de charge e est impair, alors une quasiparticule ne peut être appariée avec une autre et reste ainsi une quasiparticule d'excitation d'énergie supérieure au gap Δ du supraconducteur de l'électrode. Son énergie libre (température fixée) est donnée par [Tuominen 92, Lafarge 93a, Averin 92b]

$$D(T) = \Delta - k_B T \ln N_{deg} , \qquad (1.73)$$

où Δ est le gap supraconducteur à T = 0 et N_{deg} est une mesure de la dégénérescence des états de charge dans l'île à énergie Δ . Typiquement, $N_{deg} \simeq n(E_F)\Delta V$, où V est le volume de l'île. D(T) est appelée la différence d'énergie libre de parité.

La charge de l'île est quantifiée en nombre pair d'électrons tant que $D(T) > E_C$. Le système ne faisant ainsi intervenir que des paires de Cooper est dit 2e périodique, la charge de l'île étant incrémentée par unité de 2e périodiquement par une tension de grille de période $2e/C_g$. Si $D(T) < E_C$, alors une quasiparticule peut entrer dans l'île et le système est e périodique, la charge de l'île étant incrémentée par unité de e³ (cf. fig.1.15).

La condition de la 2e périodicité, à température où les expériences sont réalisées (T \sim 10-100 mK), se résume à

$$\Delta > E_C , \qquad (1.74)$$

condition supprimant la possibilité de toute quasiparticule, à l'équilibre thermique et à tension de polarisation inférieure à Δ/e , de charger l'île supraconductrice [Lafarge 93b]⁴.

Cependant, ces précautions n'immunisent pas le système d'éventuelles quasiparticules hors-équilibre, même à tension de polarisation proche de zéro. On parle d'empoisonnement de quasiparticule, provoqué par la charge d'une seule quasiparticule non appariée hors-équilibre dans le système. Plus nombreuses sont les expériences, souvent non publiées, présentant une e périodicité, même en absence de quasiparticules thermiques. L'effet tunnel d'une quasiparticule ouvre un canal de dissipation puissant provoquant relaxation et décohérence, réduisant significativement les échelles de temps de cohérence.

³Le signal résultant de la tension de grille peut être, strictement parlant, de période $2e/C_g$, cependant un signal faisant apparaître l'effet tunnel de la quasiparticule est mesuré à la période de e/C_g de la tension de grille, visible par exemple dans la largeur alternative des marches de l'escalier de Coulomb concernant les expériences de boites à paires de Cooper.

⁴Ce résultat est quelque peu inattendu, historiquement, le réflexe premier était d'augmenter l'énergie de charge du circuit.



FIG. 1.15: Diagramme d'énergie d'une boite à paires de Cooper en fonction de la polarisation $C_g U/e$, pour différentes configurations n d'électrons en excès. E_C est l'énergie de charge d'un électron à U = 0. Les paraboles des énergies électrostatiques sont décalées verticalement par la différence d'énergie libre de parité D(T). Dans la figure du dessus a), $D(T) > E_C$, cela implique que la valeur moyenne de la charge sur l'île $\langle n \rangle$ est quantifiée en unité de 2e. c) Pour $D(T) < E_C$, les états impaires deviennent thermodynamiquement possible. d) La valeur moyenne $\langle n \rangle$ montre des petites marches pour $\langle n \rangle$ impair et des marches plus grandes pour $\langle n \rangle$ pair.

Responsables de la e périodicité, les quasiparticules hors-équilibre provenant des électrodes supraconductrices extérieures peuvent être thermalisées par des électrodes en métal normal proches des jonctions, en vue de filtrer les quasiparticules non thermalisées [Joyez 95, Lang 03]. Si les filtres de quasiparticules ont augmenté la probabilité d'être 2e périodique, plusieurs expériences dépourvues de filtre exhibent une 2e périodicité dans certains échantillons, et une e périodicité dans d'autres, malgré les même processus de fabrication, les même motifs, et les même systèmes de mesures. Ils existent même des cas où l'empoisonnement augmente en diminuant la température. La périodicité change pour le même échantillon en fonction de l'environnement électromagnétique [Männik 04], un environnement de haute impédance étant favorable à la 2e périodicité [Corlevi 04].

Pour garantir une 2e périodicité, il peut suffire d'augmenter le gap des îles par rapport au gap des électrodes extérieures afin d'empêcher les quasiparticules hors équilibre crées dans les électrodes extérieures d'entrer dans les îles [Aumentado 04].

L'expérience de Philippe Lafarge dans les systèmes de jonctions Josephson ultra-petites a permis de constater que les échantillons dont les îles sont de très petites tailles (100 $nm \times 500$ $nm \times 5 - 10$ nm) exhibent plus facilement la 2e périodicité. Notons que le gap supraconducteur dépend du volume du métal. Le gap supraconducteur est légèrement augmenté en diminuant la taille de l'île. Ce sera notre stratégie pour le design de nos échantillons.

1.3 Pompage

1.3.1 Pompage à l'état normal

La double île, à l'état normal⁵ peut être utilisée comme une pompe à un électron en appliquant un signal RF déphasé de 90° sur chacune des grilles [Pothier 92]. Il est en effet possible, en exploitant le blocage de Coulomb, de faire traverser les électrons un par un à travers le circuit à trois jonctions. La modulation des tensions de grilles permet de contrôler les niveaux énergétiques de chacune des îles séparément pour faire passer un électron à la fois par effet tunnel (cf fig. 1.16).

La pompe opère à tension de polarisation très inférieure à la tension du gap de Coulomb, où les deux électrodes extérieures sont soumises à un potentiel électrique fixe. Il s'agit de placer l'état du circuit proche d'un point triple du diagramme de stabilité, où trois configurations sont dégénérées, près des domaines (0,1), (1,0) et (0,0) (cf fig. 1.17).

⁵Il est conseillé de lire le chapitre 3 sur la caractérisation de l'échantillon à l'état normal, si le lecteur n'est pas familiarisé avec le sujet, avant de poursuivre la lecture de ce chapitre.



FIG. 1.16: Diagramme d'énergie pour un cycle de pompage d'une pompe à électrons. Les tensions de grille sont déphasées de $\pi/2$. Dans a), un électron entre dans la première île à travers la première jonction extérieure par effet tunnel. Dans b), au milieu du cycle, l'électron traverse la jonction centrale par effet tunnel pour la seconde île. Dans c), l'électron traverse la troisième jonction. Ainsi à chaque cycle, un électron transite par le circuit à trois jonctions, il en résulte un courant DC, dépendant proportionnellement de la fréquence.

Ensuite, deux signaux périodiques de même fréquence f déphasés de 90° sont appliqués aux grilles. Le circuit suit alors une trajectoire circulaire fermée autour du point triple, passant par les configurations électrostatiques (0,0), (0,1), (1,0) les unes après les autres. Supposons que le circuit va premièrement de (0,0) à (0,1), un électron a traversé la jonction tunnel de droite ; ensuite de (0,1) à (1,0), l'électron en excès (pas forcément le même) passe de l'île de droite à l'île de gauche ; de (1,0) à (0,0), l'électron en excès traverse la



FIG. 1.17: Diagramme de stabilité de la double île dans le plan des tensions de grille à tension de polarisation zéro. La configuration (n_1, n_2) est celle qui minimise l'énergie électrostatique. Le cercle décrit la trajectoire des tensions de grille en fonction du temps. Le système traduit cette trajectoire cyclique en transférant de manière séquentielle de droite à gauche un électron à travers tout le circuit.

jonction de gauche, laissant le système à sa configuration initiale $(0,0)^*$, mais en augmentant -p d'une unité. Il en résulte un courant DC I = ef, le nombre de charge transmise par cycle. Le circuit transfère un électron pendant un cycle pour rester dans l'état fondamental accomplissant une évolution adiabatique, ici l'électron traverse l'échantillon de droite à gauche. Si le sens de rotation dans l'espace des tensions de grille est inversé (en pratique on ajoute 180° à la phase relative 90° pour atteindre -90°), alors le sens de transfert de l'électron est inversé I = -ef. En résumé, un cycle permet le transfert net d'un électron, un courant de pompage I = ef résulte du cycle produit à la fréquence f. La fréquence doit être suffisamment basse pour conserver la condition d'adiabaticité, $f \ll R_T C$, en pratique l'échelle de fréquence de pompage est la dizaine de MHz. Le système surfe sur l'état fondamental qui change le long de la trajectoire, le courant ainsi produit est un courant non dissipatif et la pompe est un dispositif réversible. Le sens du courant est déterminé par le déphasage relatif des deux signaux RF, et non par le sens de la polarisation en tension du circuit, la trajectoire dans l'espace des paramètres devant enclore une zone de conduction d'un point triple (ou d'un triangle de conduction à tension de polarisation finie). Le courant et la tension peuvent donc avoir des signes différents.

Depuis que des pompes à électrons sont réalisées, ce système est pressenti pour servir à un standard de courant avec une précision métrologique de 10^{-8} .



FIG. 1.18: Triangle métrologique quantique. L'effet Josephson permet une correspondance entre la fréquence et le volt. L'effet Hall quantique permet une correspondance entre le volt et l'ampère via la résistance de Hall au facteur de remplissage $\nu = 1$.

Le système métrique est basé sur la définition très précise du kilogramme et de la seconde. La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium. Baser le système métrique uniquement sur la définition de la seconde permettrait de remplacer la relique du kilogramme, masse du prototype en platine iridié datant de la révolution française, qui présente quelques déviations de plusieurs dizaines de microgrammes [Métrologie 04]. Pour ce faire, il suffit de connaître l'ampère avec une précision métrologique à partir de la définition de la seconde. L'ampère, en effet, défini par la force de Laplace entre deux fils infinis parallèles placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, permet de remplacer le kilogramme, si on compare un watt mécanique réalisé par le déplacement d'une masse dans un champ gravitationnel (celui de la terre) avec un watt électrique. Les métrologistes ont adopté une représentation de l'ampère donné par la combinaison d'effets quantiques macroscopiques, à savoir, l'effet Hall quantique entier au facteur de remplissage $\nu = 1$ $(I = e^2/h \cdot V)$, et l'effet Josephson AC $(V = h/2e \cdot f)$, ne faisant intervenir que des constantes universelles. L'ampère est ainsi obtenu indirectement par la combinaison de l'effet Josephson AC (relation entre la fréquence et le volt) et l'effet Hall quantique entier (relation entre le volt et l'ampère). Aussi la question de la consistance d'une telle représentation de l'ampère se pose. Une manière de fermer le triangle métrologique quantique (cf fig. 1.18) (composé de la fréquence, du volt, et de l'ampère) est, à partir de la définition de la fréquence, de comparer le courant obtenu par la combinaison de l'effet Josephson AC, et de l'effet Hall quantique entier, avec le courant obtenu directement par pompage paramétrique d'une charge à travers un dispositif à cette même fréquence [Likharev 85].

En général, les pompes à électrons ont une précision de l'ordre de 10^{-3} , erreur attribuée au cotunneling (événements tunnel d'ordre supérieur non désirés) [Averin 92a], aux effets d'électrons chauffés par application de pulses radiofréquences et surtout à l'effet tunnel assisté par les photons de l'environnement électromagnétique ayant une température plus élevée que la température des électrons [Martinis 94, Keller 96, Keller 98, Covington 00]. L'erreur de mesure est aussi assimilée à la faiblesse du courant de pompage qui est de l'ordre du pico-ampère, aux fréquences utilisées, la dizaine de MHz. Plusieurs directions ont été proposées pour améliorer les performances de la pompe à électrons. Il suffit, par exemple, d'augmenter le nombres d'îles dans le circuit de la pompe pour diminuer la contribution du cotunneling au courant. De plus, le bruit de l'environnement en tension est divisé par le nombre N^2 de jonctions tunnel utilisées pour la pompe [Martinis 93]. Cette démarche a notamment été utilisée avec succès avec une précision de 10^{-7} dans le groupe du NIST de J. Martinis, où la pompe était composée de sept jonctions en série [Keller 99]. Dans cette expérience, la pompe servait à charger une capacité avec un nombre connu de charges, et d'en mesurer la tension dans un second temps. Une autre solution imaginée est de placer le circuit dans l'état supraconducteur pour pomper non pas des électrons, mais des paires de Cooper, afin de doubler le courant de pompage et d'en diminuer d'autant l'erreur de pompage en augmentant ainsi la sensibilité. La fréquence d'opération pourrait aussi être supérieure.

Il est à noter que le pompage paramétrique de charges peut être réalisé dans différents types de dispositifs, en particulier, les points quantiques réalisés à l'aide de gaz électroniques bidimensionnels spatialement délimités par des capacités de grille polarisées en tension [Kouwenhoven 98], et les canaux balistiques de conduction unidimensionnels dans une pompe-SAW (ondes de surface acoustiques), où le transport est induit par une onde acoustoélectrique de surface [Pekola 94].

1.3.2 Pompage à l'état supraconducteur et mesure de l'état du Qubit

Le diagramme de stabilité dans l'état supraconducteur, s'il est deux fois plus grand que celui à l'état normal (si le circuit est 2e périodique), est topologiquement identique. Or l'événement tunnel d'un électron et l'événement d'une paire de Cooper sont sensiblement différents. Les paires de Cooper sont condensées dans un état fondamental commun, et ainsi une paire de Cooper ne peut pas augmenter son énergie cinétique comme un électron peut le faire.



FIG. 1.19: Diagramme de stabilité pour l'état fondamental $|f\rangle$. Le sens de pompage est **direct dans le plan** (V_s, V_d) .

Aussi le passage par effet tunnel d'une paire de Cooper n'est possible que si les énergies électrostatiques sont égales entre l'état initial et l'état final. Si la trajectoire de pompage décrit un cycle suffisamment lentement, c'est-à-dire que le signal RF des grilles est à fréquence suffisamment petite par rapport à l'écart entre niveaux, alors le système suit adiabatiquement l'état de plus basse énergie. En faisant une analogie avec le pompage à l'état normal, à chaque cycle, classiquement une paire de Cooper est transférée à travers le système, aussi le courant de pompage dans l'état supraconducteur est 2ef, f restant la fréquence de pompage.

Pour mieux décrire la charge pompée par cycle, prenons le cas de l'état fondamental $|f(t)\rangle$ au temps t. C'est une superposition des trois états de charge

$$|f(t_0)\rangle = x_0(t_0)|0,0\rangle + y_0(t_0)|0,2\rangle + z_0(t_0)|2,0\rangle .$$
(1.75)

Après un cycle de pompage de durée T, l'état fondamental revient à la même superposition

$$|f(T+t_0)\rangle = e^{-i\gamma_0} \Big(x_0(t_0)|0,0\rangle + y_0(t_0)|0,2\rangle + z_0(t_0)|2,0\rangle \Big) .$$
(1.76)

Prenons le cas du schéma de la figure 1.21 a) : les amplitudes de probabilité (x_0, y_0, z_0) suivent l'évolution des tensions de grille pour réaliser le pompage adiabatique. Selon l'hamiltonien Josephson, la phase de la fonction d'onde du système augmente de $-\kappa\varphi$ à chaque événement tunnel à travers une jonction Josephson. Ainsi on a une séquence $|0,0\rangle \rightarrow e^{-i\kappa_0\varphi}|0,2\rangle \rightarrow$ $e^{-i(\kappa_0+\kappa)\varphi}|2,0\rangle \rightarrow e^{-i\varphi}|0,0\rangle$, pour une évolution séquentielle entre états purs (cf fig. 1.19 et fig. 1.20). Pour ce pompage parfait, l'état fondamental devient, après un cycle d'évolution adiabatique,

$$|f(T+t_0)\rangle = e^{-i\varphi} \Big(x_0(t_0)|0,0\rangle + y_0(t_0)|0,2\rangle + z_0(t_0)|2,0\rangle \Big) , \qquad (1.77)$$

où $\gamma_0 = \varphi$, et la charge pompée par cycle est 2e.

Si le pompage n'est pas parfait, on se retrouve dans le cas du schéma de la figure 1.21 b) et l'état fondamental est

$$|f(T+t_0)\rangle = e^{-i\Delta P\varphi} \Big(x_0(t_0)|0,0\rangle + y_0(t_0)|0,2\rangle + z_0(t_0)|2,0\rangle \Big) , \quad (1.78)$$

où $\Delta P < 1$. La charge pompée par cycle est inférieure à 2*e*, ce qui tient compte des corrections quantiques, le système restant toujours dans un état de superposition au cours de son évolution. Ce degré de superposition dépend du chemin Γ suivi dans l'espace des paramètres des deux tensions de grille (donc surtout du rayon) et du couplage E_J .

Représentons l'évolution des états de charge en fonction des valeurs absolues des amplitudes de probabilité d'occupation de l'état fondamental. Cette



FIG. 1.20: Énergie de l'état fondamental $|f\rangle$ en fonction des deux tensions de grille. On distingue trois cols où la superposition d'états change de majorité (de (0,0) à (2,0), etc...).



FIG. 1.21: Photos des diagrammes d'énergie pour l'état fondamental $|f\rangle$ avec des amplitudes de probabilités $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{z}(t)$ dépendant des tensions de grille, photos prises à un instant t_0 puis à $t_0 + T$ où le système rejoint son état initial après un cycle de période T. Les lignes pointillées correspondent au moment où on compte les charges transférées lors du cycle dans une expérience "gedanken". Après chaque cycle, un bilan de la charge transférée est réalisé. Dans a), le pompage réalisé est parfait et idéal, transférant une paire de Cooper par cycle $\Delta P = 1$. Dans b), le pompage est incomplet, $\Delta P \neq 1$, la différence ΔP par rapport à l'unité correspond à la correction au transfert séquentiel des paires de Cooper à travers le système.

évolution des états de charge est représentée sur 1/8 d'une sphère de rayon unité, la somme des carrés des amplitudes de probabilité d'occupation étant normalisée à 1.

On remarque sur l'évolution de la figure 1.22 que la trajectoire réalise une exploration "complète" des trois états de charge, "conformément" au



FIG. 1.22: Evolution de l'état fondamental $|f\rangle$ lors d'un cycle pour une trajectoire circulaire des tensions de grille ayant **un rayon de 2/3** autour du point triple O. La trajectoire, calculée en fonction des valeurs absolues des amplitudes de probabilités d'occupation $|x_0|$, $|y_0|$, $|z_0|$ respectivement des états $|0,0\rangle$, $|0,2\rangle$, $|2,0\rangle$, formant la superposition de $|f\rangle$, se déroule dans le sens **indirect** sur la figure, soit $|x_0| \rightarrow |y_0| \rightarrow |z_0| \rightarrow |x_0|$.

schéma 1.19. On peut noter que des points "manquent" sur la trajectoire sur la sphère. Ce sont des périodes de points où la norme de l'état composé des trois états de charge n'est pas strictement égale à 1. Pour avoir une norme unitaire, il faudrait inclure la contribution de l'état $|2, 2\rangle$ dans la représentation graphique. Cet état a été inclus dans la diagonalisation de l'hamiltonien autour du point triple mais n'apparaît pas dans la représentation graphique. Cette hypothèse est presque toujours pertinente, excepté au voisinage du point P.

La figure 1.22 et la figure 1.23 diffèrent par le rayon de pompage employé. Le rayon de pompage est l'amplitude du signal radio-fréquence de pompage qui décrit un cercle dans le plan des tensions de grille $(C_gV_s/e, C_gV_d/e)$ centré sur un point triple, la position par exemple (4/3, 0). En diminuant le rayon de pompage, la superposition d'états formant $|f\rangle$ est de plus en plus un état de superposition d'états de charge, le système ne "saute" plus d'une



FIG. 1.23: Evolution de l'état fondamental $|f\rangle$ lors d'un cycle pour une trajectoire circulaire des tensions de grille ayant **un rayon de 0.1** autour du point triple O. La trajectoire, calculée en fonction des valeurs absolues des amplitudes de probabilités d'occupation $|x_0|$, $|y_0|$, $|z_0|$ respectivement des états $|0,0\rangle$, $|0,2\rangle$, $|2,0\rangle$, formant la superposition de $|f\rangle$, se déroule dans le sens **indirect** sur la figure.

configuration "pure" à l'autre, mais "glisse lentement" d'une superposition à une autre. Sur la figure 1.23, le système est proche du point triple, d'une superposition comportant les trois états de charge considérés avec un poids équivalent. La difficulté de la pompe à paire de Cooper est que l'effet tunnel Josephson n'est pas séquentiel comme c'est le cas pour les électrons.

Pour réaliser une mesure de l'état du Qubit de la double île, on exploite la topologie périodique du spectre énergétique du circuit de la double île. Dans la limite où le couplage Josephson est faible par rapport à l'énergie de charge, et si le système est dans l'état fondamental, la rotation autour du point triple O, grossièrement, fait évoluer la superposition du fondamental de $|0, 0\rangle \rightarrow |0, 2\rangle \rightarrow |2, 0\rangle \rightarrow |0, 0\rangle$. Le courant de pompage est alors 2ef.

Dans le premier état excité, la topologie du spectre énergétique est différente de celle de l'état fondamental. En regardant attentivement une coupe du spectre énergétique du premier état excité $|e\rangle$, son évolution passe par les états de charge majoritaires $|0,0\rangle \rightarrow |2,0\rangle \rightarrow |0,2\rangle \rightarrow |0,0\rangle \rightarrow |2,0\rangle \rightarrow$



FIG. 1.24: Diagramme de stabilité pour le premier état excité $|e\rangle$. Le sens de pompage est direct dans le plan (V_s, V_d) .



FIG. 1.25: Spectre énergétique du premier état excité $|e\rangle$ en fonction des deux tensions de grille. On distingue trois cols et trois vallées où la superposition d'états change de majorité.

 $|0,2\rangle \rightarrow |0,0\rangle$, au cours d'un seul cycle (cf fig. 1.24 et fig. 1.25). Cette succession des états de charge pour $|e\rangle$ donne un courant de pompage $I_1 = -4ef$, tout processus de relaxation étant négligé.



FIG. 1.26: Evolution du premier état excité $|e\rangle$ lors d'un cycle pour une trajectoire circulaire des tensions de grille ayant respectivement à gauche **un rayon de 2/3** et à droite **un rayon de 0.1** autour du point triple O. La trajectoire, calculée en fonction des valeurs absolues des amplitudes de probabilités d'occupation $|x_1|$, $|y_1|$, $|z_1|$ respectivement des états $|0,0\rangle$, $|2,0\rangle$, $|0,2\rangle$, formant la superposition de $|e\rangle$, se déroule dans le sens **direct** sur la figure, soit $|z_1| \to |y_1| \to |x_1| \to |z_1| \to$ $|y_1| \to |x_1| \to |z_1|$.

Représentons l'évolution des états de charge en fonction des valeurs absolues des amplitudes de probabilité d'occupation du premier état excité (x_1, y_1, z_1) qu'on écrit

$$|e(t_0)\rangle = x_1(t_0)|0,0\rangle + y_1(t_0)|0,2\rangle + z_1(t_0)|2,0\rangle .$$
(1.79)

Cette évolution des états de charge peut aussi être représentée sur 1/8 d'une sphère de rayon 1.

On remarque sur l'évolution de la figure 1.26 que la trajectoire réalise deux fois plus de tours que pour le pompage de l'état fondamental $|f\rangle$, conformément au schéma 1.24, provoquant un courant de pompage deux fois plus important. Il faut aussi noter que le sens du courant de pompage I_1 concernant $|e\rangle$ est opposé à I_0 , courant de pompage de $|f\rangle$. Comme pour l'état fondamental, en augmentant le rayon de pompage, rayon de l'évolution des tensions de grille dans le plan des tensions de grille, la superposition d'états formant $|e\rangle$ est de plus en plus une succession d'états de charge purs.

Le pompage adiabatique devient une mesure projective de l'état du Qubit de charge dont le courant de pompage permet de discriminer si l'état du Qubit est projeté selon l'état fondamental (2ef) ou l'état excité (-4ef). Ce dispositif a l'avantage de ne pas rajouter un read-out supplémentaire modifiant l'environnement (sans "back-action"). Il remplit ainsi les exigences pour être une stratégie possible et viable. De plus, par rapport aux expériences précédentes, le signal de sortie n'est pas seulement une détection de seuil : la mesure du courant pompé dans l'état excité ou dans l'état fondamental produit un signal dans les deux cas. Dans le dernier chapitre, une étude plus précise de la charge pompée par cycle est réalisée. Un certain nombre de subtilités ont été omises pour clarifier la présentation.

Chapitre 2

Techniques expérimentales

Les études expérimentales présentées au chapitre 4 font appel à de nombreuses techniques. Dans la première partie, on décrit brièvement la nano fabrication, à savoir la lithographie électronique et le dépôt métallique par ombrage du circuit de la double île. Dans la seconde partie, l'installation de mesure, la connectique, le filtrage du bruit et la cryogénie sont discutés.

2.1 Fabrication des échantillons

Les échantillons utilisés sont des circuits composés de trois petites jonctions $(100 \times 100 \text{ nm}^2)$ Josephson en série. La capacité typique de ce type de jonctions est de 1 fF, autrement dit, les énergies de charge mises en jeu sont de l'ordre de 1 K. De telles jonctions Josephson sont généralement fabriquées par lithographie électronique et par dépôt métallique par ombrage d'aluminium sur un substrat de silicium oxydé ou non [Dolan 77]. Dans notre cas, le CIME (centre inter-universitaire de microélectronique) nous fournit un substrat légèrement dopé n, puis oxydé.

Le circuit utilise des jonctions tunnel extérieures plus résistives que la jonction centrale. Ceci peut être réalisé par deux étapes d'oxydation des électrodes d'aluminium à des pressions d'oxygène différentes ou à des temps d'oxydation différents, séparant trois séquences d'évaporation d'aluminium réalisées à trois angles d'évaporation différents. Il est alors nécessaire d'avoir une large surgravure sous le masque suspendu de 250 nm (cf fig. 2.2 et fig. 2.3).

Ces parties ont été surtout développées par Enno Bibow, ensuite simplifiées par Julien Delahaye, préférant une technique bi-couche à une technique tri-couche nécessitant plus d'étapes [Bouchiat 97, Lafarge 93c]. Les process



FIG. 2.1: Esquisse de lithographie électronique. Deux couches de résine électronsensible ont été successivement déposées sur le substrat d'oxyde de silicium.

étant bien au point, les échantillons sont maintenant fabriqués principalement par Thierry Crozes, technicien de la salle blanche *NANOFAB*.

2.1.1 Lithographie électronique et bi-couche

Deux couches de résine sont déposées sur le substrat : une couche d'un mélange de résine de poly-méthyl-métha-acrylate et de poly-méthyl-métaacrylic-acide (PMMA/MAA) puis une couche de résine de PMMA par dessus. Les deux couches de résine sont chacune étalées par rotation, l'épaisseur du dépôt de résine dépend essentiellement de la vitesse de rotation exercée sur le substrat. Les solvants inclus dans les résines sont ensuite totalement évaporés, pour chaque couche, par recuit du substrat [Rai-Choudhury]. Le principe du processus de fabrication est schématisé dans les figures suivantes (2.1, 2.2, 2.3, et 2.4), les détails du "process" sont donnés dans un tableau la résumant à la fin de cette section.

On utilise le faisceau d'électrons d'un microscope électronique à balayage pour définir le modèle du masque sur la résine supérieure. Le faisceau électronique casse les longues chaînes organiques de la résine, ce qui augmente grandement leur solvabilité. Le faisceau est localisé, cependant les électrons pénètrent assez profondément dans la résine et la résine inférieure est aussi "attaquée" par le faisceau électronique. Les doses de charge électronique lors de l'exposition doivent donc être ajustées aux tailles des motifs et aux épaisseurs des résines. Après l'insolation, l'échantillon est plongé dans une solution de méthyl-isobutyl-cétone (MIBK) et d'isopropanol (IPA) [Rai-Choudhury] pour dissoudre les sections exposées de la couche de résine supérieure.

La couche de résine inférieure, plus épaisse, indirectement insolée, est aussi soluble dans la solution de MIBK/IPA; contrôler le temps où l'échantillon est plongé dans le solvant permet de contrôler la taille de la surgravure sous le masque, ici environ 250 nm (cf fig. 2.2). Un masque est ainsi obtenu (cf fig. 2.5), le point essentiel est de parvenir à construire un pont suspendu en



FIG. 2.2: Esquisse du masque en résine après développement dans une solution MIBK :IPA et esquisse de l'évaporation sous angle pour la fabrication d'une jonction tunnel. La première évaporation crée une image du masque décalée latéralement de 200 nm.

résine de PMMA suffisamment solide et laissant suffisamment de place sous les motifs du masque, conditions nécessaires pour la fabrication de jonctions tunnel par évaporations successives de métal sous angle.

2.1.2 Evaporation par ombrages

La prochaine étape de fabrication est la déposition de métal sur le substrat à travers le masque de résine pour la formation de la jonction. On dépose un mince film d'aluminium de l'ordre de 100 Å par l'intermédiaire d'un canon à électron évaporateur dans une enceinte ultra-vide (UHV) [Courtois 94]. La pression de la cloche durant l'étape d'évaporation est de l'ordre de 10^{-8} mbars. Le métal est évaporé à une vitesse moyenne de 1 Å/s.

Entre deux évaporations dans le bâti UHV, l'échantillon est transféré dans une enceinte de vide primaire. De l'oxygène est introduit dans l'enceinte en quantité contrôlée (par l'intermédiaire d'une vanne "pointeau"). La pression d'oxygène peut varier entre 10^{-3} et plusieurs mbars. Cette étape va créer une très fine couche (mono atomique) d'oxyde d'aluminium (isolant) à la surface des électrodes d'aluminium [Gloos 03]. La résistance tunnel par unité de surface de chaque jonction dépend de la durée de l'oxydation et de la pression d'oxydation.

Selon cette dernière étude statistique des oxydes d'aluminium utilisés dans la fabrication des jonctions tunnel en aluminium, où les échantillons composés d'une douzaine de jonctions tunnel sont polarisés en tension à 4.2 K, l'épaisseur de l'oxyde possède une valeur minimale de 0.54 nm correspondant à une double couche d'atomes d'oxygène sur l'électrode d'aluminium à oxyder puis, augmente de façon discrète de 0.38 nm correspondant à l'addition d'une couche d'atomes d'oxygène sur l'électrode. Il faut noter, par ailleurs, que se-



FIG. 2.3: Oxydation des premières électrodes d'aluminium. On contrôle la pression d'oxygène et la durée de l'oxydation, ce qui permet de faire varier de plusieurs ordres de grandeur l'épaisseur d'oxyde. Ensuite, l'angle de l'échantillon est modifié pour le second dépôt métallique, on peut produire ainsi un recouvrement entre les deux électrodes pour former la jonction tunnel.



FIG. 2.4: Après le "lift-off", il ne reste que les électrodes qui ont adhéré sur le substrat.

lon cette étude, la constante diélectrique déterminée par la capacité entre les électrodes des jonctions dépend essentiellement de la géométrie de la capacité et non du matériau explicitement et prend des valeurs entre $\epsilon = 4 - 9$.

Après l'oxydation, l'échantillon retourne dans l'enceinte UHV pour le dépôt métallique suivant à un angle opposé au premier dépôt. On obtient une superposition $Al/Al_2O_3/Al$ qui forme ainsi une jonction tunnel, au niveau du pont suspendu.

La dernière étape est le "lift-off", étape pendant laquelle toute la résine est dissoute dans de l'acétone à 40°C. Il ne reste que le dépôt métallique qui a adhéré sur le substrat de silicium. Cette étape se déroule à l'air libre, et n'a aucun effet direct significatif sur les résistances des jonctions : l'échelle de temps pour que les résistances tunnel d'un échantillon restant à l'air libre augmente de la dizaine de % est l'année.

Le principe du masque réalisé pour former le circuit de la pompe est schématisé à la figure 2.5. La première structure est donnée directement par le masque. Après trois évaporations faites à des angles différents, on obtient



FIG. 2.5: Structure du masque et du circuit qui en résulte, après trois ombrages successifs. La structure en dégradé constitue le masque qui peut être aussi vu comme le premier dépôt à travers celui-ci. Après trois dépôts à des angles différents entrecoupés de deux oxydations permettant d'ajuster séparément la résistance tunnel de la jonction centrale, et les résistances tunnel des jonctions extérieures de manière indépendante, on aperçoit le circuit encadré. Les électrodes horizontales constituent les grilles.

un circuit à trois jonctions avec trois différents ombrages.

Une image de la partie centrale du circuit est donnée à la figure 2.6. Les éléments superflus, ici relativement nombreux, sont des "ombres" des structures réalisées à chaque évaporation et ne perturbent pas, en principe, les mesures. Les îles supplémentaires reliées aux réservoirs sont les seules parties potentiellement "gênantes". Ces îles peuvent, en effet, se charger et donc influencer les oscillations de Coulomb en fonction des tensions de grille auxquelles elles sont très bien couplées, et jouent le rôle de grille parasite. Nous verrons dans le prochain paragraphe comment les compenser de manière effective.

Process de fabrication du bi-couche

Wafer	
substrat	2"-Si wafer couvert par
	500nm d'oxyde de Silicium
couche inférieure	PMMA/MAA $(33\%$ MAA) 6% dans
	éthyl-lactate ref. All Resist AR-P 619.06
vitesse de rotation	$3000 \text{ t/min}, 60 \text{ s} \Rightarrow 350 \text{ nm}$
recuit	200°C, 5 min
couche supérieure	PMMA 950K 2% dans éthyl-lactate AR-P 679.02
vitesse de rotation	2000 t/min, 60 s \Rightarrow 100 nm
recuit	180°C, 5 min
Lithographie	
insolation par faisceau électronique	haute resolution (champ de $100\mu m$) : 6.1 pA
	250 à 280 $\mu\mathrm{C/cm^2},$ 20 kV
	petite res.(champ de $1mm$) : 3.34 nA
	$300 \ \mu C/cm^2, \ 20 \ kV$
développement	MIBK :IPA 1 :3 pendant 30 s
	ethanol / isopropanol $2:1$ pendant 1 min
	rinçage 5 s dans IPA, 25 s dans IPA
Evaporation	
aluminium	200 Å , angle : -26°
oxydation	5 min à pression statique
	$3.10^{-2} \text{ mbar} : \approx 20 \text{ k}\Omega$
aluminium	250 Å , angle : $+26^{\circ}$
oxydation	5 min à pression statique
	$6.10^{-2} \text{ mbar} : \approx 35 \text{ k}\Omega$
aluminium	300 Å , angle : 0°
Lift-off N Methyl de pyrolidonne 30 min, 80°C	



FIG. 2.6: Image prise par microscopie électronique à balayage. On distingue les trois jonctions tunnel en série que le courant traverse, discernables par les trois points de recouvrement des îles, les deux grilles qui sont les électrodes verticales pour chacune des deux îles. Aussi visibles et parallèles aux grilles se trouvent deux lignes connectées à la masse dont le rôle est de réduire les capacités parasites croisées entre les deux îles. Chaque jonction présente une surface approximative de $80 \times 100 \text{ nm}^2$, ce qui lui confère une capacité nominale de 0.8 fF. Les îles sont volontairement petites, de l'ordre de 600 nm de long et 100 nm de large.

2.2 Capacités parasites et compensation

2.2.1 Tensions de grille continues

En principe, le courant doit être mesuré en fonction des charges Q_{g1} et Q_{g2} induites sur chacune des îles 1 et 2 par les tensions de grille V_{j1} et V_{j2} via les grilles C_{g1} et C_{g2} respectivement, indépendamment l'une de l'autre

$$\begin{cases}
Q_{g1} = C_{g1}V_{j1} \\
Q_{g2} = C_{g2}V_{j2}
\end{cases}$$
(2.1)

Or, de par la géométrie du circuit à deux îles, la tension de grille V_{j1} (resp V_{j2}) n'est pas seulement couplée via la capacité C_{g1} (resp C_{g2}) à l'île 1 (resp île 2) mais est aussi couplé à l'île 2 (resp île 1) via une capacité parasite C_{t1} (resp C_{t2}), non désirée

$$\begin{cases} Q_{g1} = C_{g1}V_{j1} + C_{t2}V_{j2} \\ Q_{g2} = C_{g2}V_{j2} + C_{t1}V_{j1} \end{cases}$$
(2.2)

En conséquence, varier une tension de grille ne fait pas seulement varier la charge induite sur l'île correspondante, mais sur les deux îles à la fois. Une polarisation adéquate peut compenser, de manière effective, ces capacités parasites. Il s'agit d'appliquer une tension sur la seconde grille afin d'annuler la charge induite via la capacité parasite par la première tension de grille. Dans ce travail, une telle compensation a été incorporée dans un programme informatique contrôlant l'expérience. Maintenant, sur chacune des grilles, nous appliquons V_i , à savoir la première tension de grille V_j additionnée d'une composante de la seconde tension de grille :

$$\begin{cases} V_{i1} = V_{j1} + \alpha_{12}V_{j2} \\ V_{i2} = V_{j2} + \alpha_{21}V_{j1} \end{cases}$$
(2.3)

Les charges induites par les tensions de grille sont :

$$\begin{cases}
Q_{g1} = C_{g1}(V_{j1} + \alpha_{12}V_{j2}) + C_{t2}(V_{j2} + \alpha_{21}V_{j1}) \\
Q_{g2} = C_{g2}(V_{j2} + \alpha_{21}V_{j1}) + C_{t1}(V_{j1} + \alpha_{12}V_{j2})
\end{cases}$$
(2.4)

En regroupant les termes, on trouve :

$$\begin{cases} Q_{g1} = V_{j1}(C_{g1} + \alpha_{21}C_{t2}) + V_{j2}(C_{t2} + \alpha_{12}C_{g1}) \\ Q_{g2} = V_{j2}(C_{g2} + \alpha_{12}C_{t1}) + V_{j1}(C_{t1} + \alpha_{21}C_{g2}) \end{cases}$$
(2.5)

Les coefficients α sont choisis ad hoc, de manière à annuler les seconds termes, de telle sorte que

$$\begin{cases} \alpha_{12} = -C_{t2}/C_{g1} \\ \alpha_{21} = -C_{t1}/C_{g2} \end{cases}$$
 (2.6)

Ainsi, en appelant C_{g1}^{cor} et C_{g2}^{cor} , les capacités de grille corrigées définies par

$$\begin{cases} C_{g1}^{cor} = C_{g1} + \alpha_{21}C_{t2} \\ C_{g2}^{cor} = C_{g2} + \alpha_{12}C_{t1} \end{cases},$$
(2.7)

on obtient :

$$\begin{cases} Q_{g1} = C_{g1}^{cor} V_{j1} \\ Q_{g2} = C_{g2}^{cor} V_{j2} \end{cases}$$
(2.8)

Les coefficients de compensation α , ne dépendant que de la géométrie du circuit, peuvent donc être déterminés à l'état normal. En pratique, ils sont de l'ordre de -20 %, déterminés phénoménologiquement et peuvent différer entre les grilles. D'autres détails seront donnés dans le prochain chapitre 3.

Pour les mesures de courant en fonction des tensions de grille, mais aussi en fonction de la somme et de la différence des tensions de grille, on compense toujours, de manière effective, les capacités parasites par l'addition de tensions de compensation. Ainsi les données montrées dans les prochains chapitres sont en fonction des tensions de grilles V_{j1} et V_{j2} (qui polarisent des grilles de capacité C_{g1}^{cor} et C_{g2}^{cor}) mais mesurées en fonction de V_{i1} et V_{i2} . Pour des raisons de notation et pour simplifier la discussion, les capacités corrigées seront présentées comme les capacités réelles (il existe une différence de 5%).

2.2.2 Tensions de grille alternatives de pompage

Le principe de pompage est de transférer des porteurs de charge en appliquant un signal alternatif déphasé de 90° sur les deux grilles. La trajectoire, pour réaliser un pompage propre, doit décrire un cercle autour du point triple O dans le plan des charges induites (Q_{g1}, Q_{g2}) . Avec les capacités parasites citées auparavant dans le paragraphe précédent, la trajectoire correspondante dans le plan des tensions de grille (V_{g1}, V_{g2}) n'est plus un cercle, mais une ellipse. En effet, pour retrouver de manière effective une trajectoire circulaire dans le plan (Q_{g1}, Q_{g2}) , les tensions de grille V_i alternatives appliquées sont déphasées de Φ par rapport à 90° :

$$\begin{cases} V_{i1} = V_1 \cos(\omega t) \\ V_{i2} = V_2 \sin(\omega t + \Phi) \end{cases}$$
(2.9)

 Φ est déterminé tel que, en considérant les capacités parasites, on trouve :

$$\begin{cases} Q_{g1} = C_{g1}^{cor} [W_1 \cos(\omega t + \Phi)] \\ Q_{g2} = C_{g2}^{cor} [W_2 \sin(\omega t + \Phi)] \end{cases},$$
(2.10)

avec en plus la condition $C_{g1}^{cor}W_1 = C_{g2}^{cor}W_2$, le rayon effectif du cercle dans le plan $(Q_{g1}, Q_{g2}), \Phi$ n'étant qu'un décalage dans l'origine des temps, et C_g^{cor} les capacités corrigées déterminées par la compensation DC des capacités parasites . Le déphasage Φ ne dépend que des capacités de grille C_g et des facteurs de compensations α . Avec des facteurs de compensation de l'ordre de 20%, et des capacités de grille identiques, on trouve un déphasage Φ de l'ordre de 20°. En pratique, Φ est déterminé expérimentalement, en pompant des électrons à l'état normal. Varier le rayon de pompage revient à faire varier les deux amplitudes V_1 et V_2 avec le même facteur de proportionnalité.



FIG. 2.7: Image du circuit intégré prise au microscope électronique, montrant principalement les plots de contacts de taille de $150 \times 150 \ \mu m^2$. Le circuit se trouve au centre de l'image. Les deux plots en haut à droite ne sont pas connectés au circuit mais à une jonction-test fabriquée selon les mêmes étapes de fabrication et d'oxydation que celles de la jonction centrale. Les plots dans les coins en haut à gauche et en bas à droite sont les deux électrodes de grille. Les deux plots horizontaux sont les plots du circuit à trois jonctions tunnel, où la tension de polarisation y est appliquée et le courant mesuré. Les plots verticaux restants sont connectés à la masse, afin de réduire les capacités parasites en écrantant les électrodes de grille.

2.3 Appareillage technique

2.3.1 Connectique, précautions et thermalisation

Le circuit décrit dans les paragraphes précédents se présente à plus grande échelle sur une puce en silicium visible à la figure 2.7.

L'échantillon est connecté au circuit de mesure par des fils d'aluminium de 25 μ m soudés aux plots d'un support en céramique *Kyocera-LCC32* (cf. fig. 2.8) par une technique ultrasonique (wedge bonding) [Nordic Electronics], support sur lequel la puce en silicium est collée à l'aide de vernis *General Electric*. Le support en céramique *Kyocera* est placé lui-même dans un support normalisé *LCC32-IC-support*, où les quatre fils de mesure (les deux grilles, la tension de polarisation, et le courant) ainsi que la masse électrique du circuit



FIG. 2.8: Photographie du support en céramique *Kyocera-LCC32*. Les plots de contacts sont en nickel plaqué or. La base centrale de surface $7 \times 10 \text{ mm}^2$ accueille l'échantillon. Seules six connections sont utilisées pour un circuit (quatre fils de mesure, et deux contacts à la masse) (figure 2.7).

de mesure sont soudés.

Le substrat en silicium étant recouvert par une fine couche isolante d'oxyde de silicium, la résistance tunnel des trois jonctions en série, et la résistance tunnel de la jonction test simulant la résistance tunnel de la jonction centrale peuvent être mesurées à température ambiante. L'utilisation d'un substrat en silicium non oxydé aurait nécessité, pour connaître les résistances tunnel, un refroidissement à 4 K afin de le rendre isolant.

La moindre décharge électrostatique traverse nécessairement le circuit métallique et peut endommager les jonctions tunnel, les jonctions étant très proches les unes des autres, et les épaisseurs des barrières d'oxyde très minces. Le champ électrique nécessaire pour détruire la couche d'oxyde des jonctions tunnel approche les 5 GV/m pour des jonctions transparentes [Gloos 03]. La destruction de la (ou des) couche(s) d'oxyde se manifeste par un circuit ouvert, mais peut aussi se déclarer par un court circuit d'une ou plusieurs jonctions. Aussi, les micro soudures sont réalisées seulement après avoir mis tous les contacts du support en céramique au potentiel électrique de la microsoudeuse. Lors de la mesure des résistances tunnel à l'aide d'un testeur sous pointes mis à notre disposition par le CRTBT, une boite de test est utilisée



FIG. 2.9: Schéma de la boîte de test pour mesurer une résistance tunnel à température ambiante. L'échantillon est d'abord connecté avec la position "masse", le potentiomètre étant en position de court-circuit. Ensuite, le multimètre est allumé, l'échantillon est connecté à "mesure" et la résistance du potentiomètre est mise au maximum. Le multimètre mesure ainsi la résistance du potentiomètre (1 M Ω) en parallèle avec l'échantillon, le tout en série avec la résistance de 1.5 M Ω .

(cf fig. 2.9) afin de limiter les décharges dues aux connections.

Des précautions sont prises également lors de la connection de l'échantillon au système de mesure. Une fois les contacts réalisés par "wedge bonding" sur le support *Kyocéra*, l'échantillon est court-circuité au niveau des plots en or du support. Les lignes du système de mesure sont mises à la masse par l'intermédiaire de deux interrupteurs situés au sommet du cryostat. Le support *Kyocéra* peut ainsi être placé sur le support normalisé *LCC32-ICsupport*, l'échantillon est ainsi partout au même potentiel. Le court-circuit est enlevé à l'aide de pincettes avant de fermer le cryostat, l'échantillon est ainsi connecté au circuit de mesure. Les interrupteurs restent dans leur position "masse" tant que les appareils de mesure ne sont pas connectés au cryostat et allumés.

Les mesures ont été pratiquées dans un cryostat à dilution de type Joule-Thompson dont la température de base avoisine les 60 mK (en fin de thèse 40 mK). Le support normalisé *LCC32-IC-support* a été vissé sur un doigt froid en cuivre, à l'intérieur d'une boite en cuivre, doigt froid vissé à la chambre de mélange en laiton du réfrigérateur à dilution. Ce réfrigérateur à dilution est appelée diluette en raison de sa petite taille due à l'absence de pot à 1 K. Étant en partie consacrée à des expériences en champ magnétique intense produit par les bobines résistives du laboratoire, la chambre de mélange est en laiton, et non en cuivre pour atténuer les courants de Foucault qui apparaissent lorsque le champs magnétique varie en fonction du temps, et donc le chauffage qui en résulte. Le thermalisation de l'échantillon et de la puce en silicium se réalise via le support en céramique où sur la base centrale, l'échantillon est collé. La métallisation du support en céramique, et le blindage de chacun des fils de mesure en cuivre sont connectés à la masse en cuivre du doigt froid, conférant une masse thermique importante au système.

Les quatre contacts sont filtrés par des filtres placés à froid, appelés thermocoaxes (cf. paragraphe suivant) qui viennent se brancher directement à la sortie de la boîte de l'échantillon en cuivre par l'intermédiaire de connecteurs coaxiaux *Microdot*. Les filtres thermocoaxes sont ensuite fixés le long des tubes d'aspiration et d'injection du mélange d'He3 - He4 par du fil de pêche pour la thermalisation depuis la chambre de mélange jusqu'au début des échangeurs à 200 mK. Concernant les grilles, les filtres sont suivis de cables coaxiaux en inox (gaine et âme). Concernant les fils de polarisation de tension et de mesure du courant, les thermocoaxes sont connectés à une paire de fils de manganin torsadés.

La température de la boîte en cuivre est mesurée par une résistance en oxyde de ruthénium RuO_2 soigneusement collée sur l'extérieur de la boîte de mélange, dont le comportement exponentiel en fonction de la température est bien connu et calibré.

2.3.2 Bruit et filtrage des signaux radio-fréquences

Les fils de mesure transmettent le bruit électromagnétique "thermique" des parties chaudes du cryostat vers l'échantillon. Les modes électromagnétiques du circuit extérieur augmentent exponentiellement le taux d'événements tunnel des électrons. L'effet est d'autant plus gênant que nous voulons nous placer dans le régime de blocage de Coulomb. Le couplage électronphoton est certes beaucoup plus faible que le couplage électron-phonon, mais le nombre de photons arrivant sur l'échantillon via les câbles de mesure est exponentiellement plus grand, auquel cas les électrons se thermalisent aux photons. Il est donc primordial que l'échantillon baigne dans un environnement électromagnétique dont la température soit la plus proche de la température du réseau cristallin imposé par la température de base de la dilution.

Le bruit électromagnétique peut être représenté par la puissance de bruit thermique d'une impédance R connectée à l'échantillon par des fils parfaits (en notation d'électronicien) [Kogan 96]

$$S_V/R = \frac{4\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_BT}) - 1} . \tag{2.11}$$

Aux basses fréquences ($\hbar \omega \ll k_B T$), on retrouve bien le bruit thermique Johnson-Nyquist donné par :

$$S_V/R = 4k_BT$$
 . (2.12)

A fréquence donnée, pour thermaliser les photons des parties chaudes du cryostat à la température de l'échantillon [Saminadayar 97], l'atténuation vaut :

$$A(\omega) = \frac{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T_{ech}}) - 1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T_{amb}}) - 1} .$$
(2.13)

Tant que les fréquences restent petites ($\hbar\omega \ll k_B T_{ech} \ll k_B T_{amb}$), l'atténuation se réduit à :

$$A(\omega) = \frac{T_{amb}}{T_{ech}} . \tag{2.14}$$

Par contre, aux fréquences élevées $(k_B T_{ech} \ll \hbar \omega \ll k_B T_{amb})$, le rapport d'atténuation devient exponentiel avec la fréquence :

$$A(\omega) = \frac{k_B T_{amb}}{\hbar \omega} \exp(\frac{\hbar \omega}{k_B T_{ech}}) . \qquad (2.15)$$

Les filtres à hautes fréquences deviennent ainsi cruciaux, et doivent fournir des facteurs d'attenuations d'au moins 100 dB [Vion 95].

Des câbles coaxiaux servant de câble chauffant permettent de réaliser une série de filtres continus. Des études complètent de ces thermocoaxes monofilaires ont été réalisées par Zorin [Zorin 95]. Le thermocoax utilisé, de longueur de 1 m est composé d'une gaine de diamètre extérieur 0.5 mm et de diamètre intérieur 0.35 mm en inox. L'âme du thermocoax, en nickel chrome, a pour diamètre 0.17 mm, et sa résistance DC est de l'ordre de 50 Ω . Le diélectrique entre le fil et la gaine est composé d'une poudre très fine de MgO de constante diélectrique $\epsilon = 6.3$. Le diélectrique étant très hydrophile, le thermocoax est livré à longueur désirée, scellé aux extrémités avec de la résine. L'atténuation est celle d'une ligne propagative RLC dont la résistance, l'inductance, et la capacité du thermocoax sont respectivement r=50 Ω/m , l=0.14 μ H/m, c=490 pF/m [Balestro 03]. L'atténuation dépend très peu de la température et peut s'écrire de la forme

$$A(\omega) = \exp\left(-\frac{r}{2z}\right), \qquad (2.16)$$

où $z = \sqrt{l/c}$ est l'impédance de la ligne.

A hautes fréquences, le courant se répartit à l'intérieur d'un cylindre creux d'épaisseur δ , l'épaisseur de peau :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu}} , \qquad (2.17)$$

où μ est la perméabilité magnétique et σ la conductivité à fréquence nulle.

Lorsque δ devient petit devant le rayon du conducteur, la section de conduction devient proportionnelle à δ et la résistance varie donc comme $\sqrt{\omega}$. L'atténuation A(ω) /m devient alors :

$$A(\omega) = \exp\left(-\frac{r}{2z}\sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}}\right), \qquad (2.18)$$

où ω_0 est la fréquence de coupure qui correspond au moment où l'épaisseur de peau est comparable au rayon du conducteur central. L'atténuation augmente ainsi naturellement avec la fréquence de manière exponentielle.

Lorsque la longueur d'onde devient de l'ordre de la section de l'âme conductrice, la plus basse fréquence de coupure des différents modes électromagnétiques est atteinte, et on s'attend à ce que les pertes diminuent aux fréquences supérieures au THz, fréquences qui se révèlent être inopérantes pour ce genre de circuit. Aux fréquences relevantes (1-100 GHz), l'atténuation de ces câbles coaxiaux, est de l'ordre de plusieurs centaines de décibels.

2.3.3 Quelques principes de mesures électriques

Le schéma électrique complet se trouve à la figure 2.10. Le but de l'expérience est la mesure du courant traversant l'échantillon à tension de polarisation fixée, en fonction des tensions de grille. Les tensions sont appliquées par l'intermédiaire de ponts diviseurs. Ils ont pour effet de diviser les tensions de grille par 50, et la tension de polarisation par 1000. Pour appliquer les tensions de grille alternatives pour le pompage, des "bias-tees" sont placés aux niveaux de chacune des grilles permettant la somme des signaux AC et DC.

Pour mesurer le courant, il existe plusieurs méthodes dont je vais résumer les points forts. La première méthode pour mesurer et la plus simple est l'utilisation d'un convertisseur courant-tension, principalement un amplificateur opérationnel qui permet de mettre l'échantillon à la masse virtuellement [Horowitz 80]. Ceci est vrai tant que le gain de l'amplificateur peut être considéré comme infini. Nous avons utilisé des préamplificateurs commerciaux *Femto* qui présentent des gains importants 10^9 à 10^{12} et un minimum de bruit (4.3 fA/ \sqrt{Hz}). Ils sont alimentés par un transformateur relié au secteur. Aux fréquences supérieures à la fréquence de coupure (la centaine de kHz), le gain de l'amplificateur n'est plus infini, l'échantillon n'est plus virtuellement connecté à la masse, l'échantillon n'est donc plus soumis à une différence de potentiel fixe. Cette caractéristique n'est pas un problème tant que le courant est mesuré en DC, avec des tensions de grille DC. Pour mesurer le courant de pompage, c'est un problème. Les tensions de grille sont, en effet, autant couplées aux îles qu'aux électrodes de mesure. Ceci n'est pas



FIG. 2.10: Schéma électrique du circuit de mesure. Le circuit et la boîte en cuivre protégeant le circuit du rayonnement thermique à 4K du calorimètre sont thermalisés sur le doigt froid en cuivre. Les filtres *thermocoaxes* (F) sont connectés directement sur la boîte via des connecteurs microdot (Malco) vissés sur la boite. Ces filtres en inox sont thermalisés à 50 mK sur la boite de mélange et à 200 mK sur le dernier échangeur. Les autres éléments passifs (ponts diviseurs et bias-tees) sont à température ambiante, faute de place dans le calorimètre, dans une boîte de mesure directement vissée sur le frigo. Le potentiel de l'échantillon peut être mis à la masse afin de le protéger des décharges électrostatiques.

gênant si le potentiel de chaque électrode est bien défini. Si la tension est un signal alternatif de plusieurs MHz, le potentiel de l'électrode où est branché le convertisseur courant-tension fluctue à la fréquence de la tension de grille, la masse effective n'est plus assurée.

La seconde méthode, beaucoup plus efficace et simple, consiste à connecter une résistance de l'ordre du M Ω entre l'échantillon et la masse. On mesure la tension directement aux bornes de la résistance et une division nous permet de trouver le courant. C'est simple, mais la différence de potentiel appliquée dépend alors du courant qui traverse l'échantillon. Le point fort est que le potentiel de chaque électrode est bien défini à chaque instant.

Une troisième méthode, sans doute la plus élégante, correspond à l'utilisation d'un réseau de SQUIDs configuré en amplificateur de courant [Steinbach 01]. Le courant à mesurer traverse une inductance, transformant le courant en flux, couplée par une mutuelle au réseau de SQUIDs. L'utilisation d'un réseau augmente d'autant le nombre de SQUIDs, la tension à mesurer aux bornes du réseau, permettant l'utilisation d'une électronique à température ambiante installée à plusieurs mètres du SQUID. En connectant le transformateur de flux à la masse de la diluette, les potentiels électriques sont bien définis, sans tension thermo-électrique. Cette méthode permet de grands gains (Gain = 10 nV/pA), est peu bruyante (bruit blanc 2 pA/ \sqrt{Hz}) (sauf à la fréquence Josephson) et possède une grande bande passante (5 MHz) [HYPRES Inc]. Il s'agit toutefois de développer l'électronique à température ambiante, ce qui n'a pas été réalisé.

Afin de limiter les fluctuations de potentiel provoquées par les tensions de grille, les électrodes sont connectées capacitivement à la masse par une capacité de 1 μ F.

2.4 Développement technique, et améliorations lors de la construction d'un nouveau réfrigérateur à dilution

La manipulation des états quantiques nécessitant l'application de tensions à très hautes fréquences (la dizaine de GHz), de l'ordre de l'écart entre niveaux, il est nécessaire d'équiper le réfrigérateur à dilution de câbles coaxiaux semi-rigides ou même de guides d'ondes d'impédance caractéristique 50Ω , s'adaptant ainsi à l'impédance de la majorité des appareils à hautes fréquences. En règle générale, ces câbles coaxiaux sont propices à la conduction de chaleur souvent incompatible à la réalisation de basses températures où il s'agit d'isoler thermiquement chacune des parties constituant le réfrigérateur. Pour thermaliser les câbles coaxiaux pour atteindre les très basses températures, la puissance de refroidissement nécessaire n'est plus de quelques micro-watts à 100 mK, mais de plusieurs centaines de micro-watts.

La diluette utilisée jusqu'à présent dans le groupe avait les désavantages d'une température de base élevée et d'une faible puissance de refroidissement. En outre, étant consacrée aux champs intenses, le diamètre du calorimètre est de petite taille, à savoir 38 mm, adapté ainsi aux trous des bobines de champs magnétiques intenses résistives et supraconductrices. Une unité de dilution (bouilleur, échangeurs et boîte de mélange) a donc été achetée à Leiden Cryo-


FIG. 2.11: Photographie du nouveau porteur de puce développé par Kyocéra. Il a les avantages d'avoir une base métallique permettant une meilleure thermalisation par rapport à la céramique, de posséder deux contacts 50 Ω pour l'application des signaux hyper-fréquence. La très petite taille de l'emplacement (2 mm x 2 mm) pour la puce peut être un problème pratique pour le découpage du wafer, elle reste un avantage pour éviter les résonances éventuelles à hautes fréquences.

genics avant mon arrivée au laboratoire, pour la dédier aux expériences de manipulations cohérentes d'états quantiques.

Lors de ma thèse, j'ai ainsi contribué à la conception (dessin CAO à l'aide du logiciel CATIA V5) et à la construction du réfrigérateur à dilution (cf. fig. 2.13 et fig. 2.14), à savoir la partie haute entre le pot 1 K et les parties à température ambiante ainsi que le doigt froid (cf fig. 2.15) et le porteéchantillon supportant le support de la puce (cf fig. 2.12). La dilution est fixée sur un trépied vissé au sol, rehaussé par une table installée sur coussins d'air permettant d'isoler les vibrations à hautes fréquences provenant du banc de pompage. J'ai fait construire un cryostat sur mesure chez Precision Cryogenic Systems et dessiné un ascenseur afin de hisser le cryostat autour de la dilution fixe à travers le plancher du laboratoire (cf fig. 2.16).

Le porte-échantillon (cf fig. 2.12) a été conçu afin de pouvoir courtcircuiter l'échantillon in situ afin de les protéger d'éventuelles décharges électrostatiques lors des connections de l'échantillon au système de mesure. Le court-circuit est réalisé par un ressort en cuivre-beryllium vissé à la masse pouvant être appliqué ou non aux contacts du nouveau support *Kyocéra* (photographie à la figure 2.11). Le court-circuit peut ainsi être retiré lorsque tout le système de mesure est connecté, au moment de fermer le calorimètre de la dilution, sans avoir à enlever un fil de wedge bonding dans des situations impossibles.

Le câblage réalisé se compose de 24 paires torsadées en fils de manganin, douze câbles coaxiaux en inox (gaine et âme) pour les mesures DC, et quatre câbles semi-rigides en cuivre beryllium (gaine et âme) dont la surface de l'âme est recouverte de fritté d'argent spécialement pour le passage de signaux hautes fréquences (1-18 GHz).

2.5 Conclusion

Beaucoup de temps a été consacré à la cryogénie. Cela fait partie du volet "formation par la thèse". Malheureusement, cette étape est très gourmande en temps, en recherche de fuite et de défauts éventuels toujours à constater lors de la mise en route d'un prototype. Un temps non négligeable a été passé à l'instrumentation, à l'achat de matériel, et au choix et à l'achat d'appareils scientifiques.



FIG. 2.12: Dispositif II-02-00 (cf figure 2.15) pour le support de puce Kyocéra placé au centre de l'habitacle pour l'utilisation de tensions à hautes fréquences appliquées via des connecteurs SMA situés sur les côtés. Le ressort (4) est appliqué sur les pattes de contacts du support Kyocéra pour réaliser le court-circuit, la position du ressort (4) est maintenu fermement dans la bonne position grâce au ressort (5) jouant le rôle d'interrupteur.



FIG. 2.13: Vue en coupe et en perspective du réfrigérateur à dilution construit à l'atelier du laboratoire par Jürgen Spitznagel.



FIG. 2.14: Coupe de la partie inférieure du réfrigérateur. On distingue le calorimètre (II-06-98), le pot 1 K en cuivre (II-06-91), le système conçu par M.Frossati de Leiden Cryogenics (échangeurs et boîte de mélange), un écran thermique en cuivre thermalisé à 50 mK, le doigt froid, et le port échantillon. La bobine supraconductrice est représentée pour visualiser le centre du champs magnétique de la bobine supraconductrice.



FIG. 2.15: Doigt froid spécialement destiné pour éviter les courants de Foucault lors de balayages du champ magnétique produit par la bobine supraconductrice. Les plaques II-03-02 et II-03-06 sont en argent, la tenue mécanique est assurée par trois tiges vissées en argent silicium (choisi pour sa rigidité, son absence de magnétisme et pour sa disponibilité), la thermalisation par trois tiges en argent pur soudées par TIG, tiges recuites à 250°C en atmosphère contrôlée en oxygène pour oxyder les impuretés magnétiques. L'argent a été préféré au cuivre pour sa chaleur spécifique nucléaire plus petite (rapport gyromagnétique du spin nucléaire g(argent) = -0.11 n.m. alors que g(cuivre)=2.5 n.m. .



FIG. 2.16: Ascenseur du cryostat traversant le sol du laboratoire. L'ascenseur est fixé au sous-sol au niveau du sol et du plafond via la plaque inférieure 08 et la plaque supérieure 09 bloquant les deux axes verticaux de l'ascenseur.

Chapitre 3

Caractérisation du circuit de pompe à l'état normal

Une fois l'échantillon fabriqué, connecté et mesuré à température ambiante pour en extraire les résistances tunnel, il est refroidi à une température de 60 mK. Après avoir vérifié que l'échantillon possède bien trois jonctions, les premières mesures sont destinées à calibrer de façon précise les paramètres de l'échantillon, à savoir, les capacités des jonctions tunnel, les capacités des grilles, les coefficients de compensation, et les résistances des jonctions tunnel. A partir des résistances tunnel, il est ensuite possible de déterminer les couplages Josephson par la formule d'Ambegaokar-Baratoff [Steinbach 01]. Les mesures de courant sont pratiquées à l'état normal et sont ensuite simulées par le modèle de tunneling séquentiel.

Le champ critique de l'aluminium massique est de 99 gauss. Lorsque les dimensions des échantillons diminuent, le champ critique nécessaire pour supprimer la supraconductivité augmente. Le champ étant appliqué dans la direction z de l'échantillon, perpendiculaire à la surface du substrat, le champ critique de l'échantillon dépend aussi de la forme des électrodes et donc de l'épaisseur du film et de la largeur des électrodes : plus la largeur des électrodes est petite, plus le champ critique est élevé. Nous nous affranchissons des ces questions en appliquant un champ magnétique de 0.5 T par l'intermédiaire d'une bobine supraconductrice.

3.1 Mesures de I- V_B à l'état normal

La première courbe $I-V_B$ à l'état normal nous indique la capacité moyenne des jonctions si la température de l'échantillon est suffisamment basse. Si la



FIG. 3.1: Courbes $I-V_B$. La courbe présentant un plateau correspond à une configuration des tensions de grille qui maximise le blocage de Coulomb. La courbe présentant l'anomalie la plus légère autour de la polarisation zéro correspond à une configuration des tensions de grille proche du point triple où les trois états de charge sont dégénérés. L'intersection des asymptotes sur l'axe des X nous donne la valeur du gap de Coulomb ΔV_B , ainsi que la valeur moyenne des capacités des jonctions $\bar{C} \approx 1.2$ fF ($|\Delta V_B| = |2e|/\bar{C}$).

température est plus petite que l'énergie de charge $(k_B T \ll e^2/\bar{C})$, la courbe $I - V_B$ doit présenter un gap de Coulomb, gap qu'on va essayer de maximiser en fonction des tensions de grille. A partir du gap de Coulomb maximum, on peut établir une première estimation des capacités des jonctions, en déterminant la moyenne des trois capacités.

Sur la figure 3.1, sont montrées quatre courbes $I-V_B$ pour quatre jeux de tensions de grille différents. La résistance de l'échantillon augmente aux faibles tensions de polarisation, à cause du blocage de Coulomb. A partir d'une valeur seuil, la caractéristique courant-tension devient linéaire de pente, l'inverse de la valeur de la résistance tunnel totale du circuit, $R_T \approx 75 \text{ k}\Omega$, conforme à la valeur mesurée à température ambiante. Pour un circuit à trois jonctions, le seuil est donné par $|V_B| > |e|/\bar{C}$. De cette valeur de seuil peut être déduite la capacité moyenne \bar{C} des trois jonctions tunnel [Wahlgren 95].



FIG. 3.2: Diagramme d'énergie de la double île. Sur la figure du dessus, la tension de polarisation ainsi que les tensions de grille sont maintenues à zéro. Les états (1,0) et (0,1) sont des états d'énergie plus haute que les états (0,0) et $(0,0)^*$ (l'état $(0,0)^*$ décrit la double île après le transfert d'un électron à travers le circuit). Le circuit est ainsi en situation de blocage de Coulomb. Sur la figure du dessous, les tensions de grille sont toujours maintenues à zéro mais la tension de polarisation est finie. Dans cette configuration des tensions de grille, le système se "débloque" aux tensions de polarisation V_B supérieure à $\approx |e|/\overline{C}$. En effet, l'état (1,0) est à ce moment énergétiquement accessible et le système passe successivement de l'état (1,0) à l'état (0,1).

Le diagramme d'énergie des états de charge de la double île au voisinage de la tension seuil $|e|/\bar{C}$ est représenté sur la figure 3.2.

La courbe avec le plus grand plateau correspond à la configuration des tensions de grille du centre des hexagones sur le diagramme de stabilité à polarisation zéro. Le courant mesuré à des tensions de polarisation inférieures à la tension seuil ($|V_B| < |e|/\bar{C}$) est dû aux fluctuations thermiques qui augmentent le taux tunnel. La courbe montrant le plus petit blocage de Coulomb correspond à une position des tensions de grille dans le diagramme de stabilité à un point triple, ou au centre d'un triangle remplaçant le point triple à polarisation finie lorsque les électrons peuvent transiter à travers les états de charge en diminuant à chaque fois l'énergie du système (cf. fig. 3.11).

3.2 Oscillations de Coulomb

Tout d'abord, pour réaliser des mesures du courant en fonction des tensions de grille, les coefficients de compensation doivent être déterminés. Le courant est mesuré en fonction de chacune des grilles (l'autre étant maintenue à zéro) à une tension de polarisation V_B où l'amplitude des oscillations est la plus grande. Pour l'échantillon étudié, l'amplitude des oscillations est maximum à $V_B = 150 \ \mu V$. C'est donc à cette polarisation que nous allons chercher les coefficients de compensation.

Les coefficients de compensation sont mis une première fois à zéro. Le courant oscille en fonction des tensions de grille. On remarque, par l'apparition de battements, que l'oscillation présente deux fréquences.



FIG. 3.3: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=150 \ \mu \text{V}$ en fonction de la tension de grille V_{g1} avec les coefficients de compensation α nuls. La tension de grille V_{g2} est nulle. Les capacités directe C_{g1} et parasite C_{t1} sont données par les fréquences de modulation du courant, $C_{g1} = e/\Delta V_{g1} \approx e/16 \text{ mV}=10 \text{ aF}$ et $C_{t1} \approx 1.5 \text{ aF}$.

Sur les figures 3.3 et 3.4, on peut noter l'influence directe de la grille 1 (resp.2) sur l'île 1 (resp. 2) induisant les oscillations de fréquence rapide. La fréquence lente correspond à l'effet indirect de la grille 1 (resp. 2) sur l'île 2 (resp. 1). Les coefficients retenus sont les coefficients qui font disparaître les battements dans les oscillations de Coulomb (cf. fig. 3.5 et fig. 3.6). En

général, les coefficients α varient entre -0.1 et -0.35 pour les différentes configurations géométriques réalisées.



FIG. 3.4: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=150 \ \mu \text{V}$ en fonction de la tension de grille V_{g2} avec les coefficients de compensation α nuls. La tension de grille V_{g1} est nulle. Les capacités directe C_{g2} et parasite C_{t2} sont données par les fréquences de modulation du courant, $C_{g2} = e/\Delta V_{g2} \approx e/15 \text{ mV}=10.5 \text{ aF}$ et $C_{t1} \approx 1.6 \text{ aF}$.

A partir des oscillations de Coulomb, les capacités des grilles sont déterminées. La période ΔV_g correspond à la capacité $C_g = e/(\Delta V_g)$. Les capacités parasites sont cinq à six fois moins grandes que les capacités des grilles, pour ce type d'échantillons.

On peut noter que la période des oscillations est plus grande lorsque les coefficients de compensation sont pris en compte (cf. section 2.2.1). Les capacités de grille du circuit sont maintenant C_{g1} et C_{g2} , valant chacune 8.8 aF sans capacité parasite.

3.3 Mesure dans le plan des tensions de grille

A partir de maintenant, on va comparer les valeurs expérimentales des capacités et des résistances tunnel des jonctions aux simulations, afin de les déterminer avec plus de précision.



FIG. 3.5: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=150 \ \mu\text{V}$ en fonction de la tension de grille V_{g1} avec le coefficient de compensation $\alpha_{21} = -0.22$. $C_{g1}^{cor} = e/\Delta V_{g1} \approx e/18 \text{ mV}=8.8 \text{ aF}.$



FIG. 3.6: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=150 \ \mu\text{V}$ en fonction de la tension de grille V_{g2} avec le coefficient de compensation $\alpha_{12} = -0.23$. $C_{g2}^{cor} = e/\Delta V_{g2} \approx e/18 \text{ mV}=8.8 \text{ aF}.$



FIG. 3.7: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=80 \ \mu V$ en fonction des tensions de grille V_{g1} et V_{g2} , à l'état normal.

3.3.1 Mesure à l'état normal

Le courant est mesuré, à tension de polarisation fixée, soit en fonction de V_{g1} et V_{g2} (cf. fig. 3.7, et fig. 3.8), soit en fonction de la somme et la différence des deux tensions de grille, définies par $V_s = V_{g1} + V_{g2}$ et $V_d = V_{g1} - V_{g2}$ (cf. fig. 3.9).

La forme du courant en fonction des tensions de grille reproduit très bien à faible tension de polarisation le diagramme de stabilité (cf fig. 3.10). Les lignes du diagramme correspondent à la configuration des tensions de grille, où deux états de charge adjacents ont la même énergie. Aux points triples, trois états de charge ont la même énergie. A tension de polarisation finie, les points triples sont remplacés par des zones triangulaires dont l'aire augmente avec la tension de polarisation (cf fig. 3.11). Ces zones indiquent qu'aucun des trois états de charge adjacents n'est l'état fondamental du système. Dans ces triangles, le système évolue à travers ces trois états de charge successivement et les charges sont transportées dans le circuit afin d'en diminuer l'énergie.

Lorsque le système est stable, le courant est nul. Si la configuration dans



FIG. 3.8: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=30 \ \mu V$ en fonction des tensions de grille V_{g1} et V_{g2} , à l'état normal.

le plan des tensions de grille place le système proche d'une ligne de dégénérescence, le courant devient non nul. L'effet est d'autant plus marqué que le système est proche d'un point triple.

3.3.2 Taux de transfert par effet tunnel et équation maîtresse pour le tunnelling séquentiel

Pour chaque état, on peut définir la probabilité moyenne stationnaire de trouver le système dans un état défini à un temps donné.

Une fois la résistance tunnel R_T de la jonction connue, le courant moyen qui passe à travers la jonction peut être déterminé par la densité d'état et le nombre d'états électroniques occupés par activation thermique des deux électrodes formant la jonction. Le courant moyen est la somme des courants tunnel allant dans un sens et dans l'autre, à toutes les énergies.

$$I(\Delta E) = \frac{1}{eR_T} \int_{-\infty}^{\infty} dE \Big(f(E) [1 - f(E - \Delta E)] - [1 - f(E)] f(E - \Delta E) \Big) . \quad (3.1)$$



FIG. 3.9: Oscillations de Coulomb à tension de polarisation $V_B=15 \ \mu V$ en fonction des tensions de grille V_s et V_d , à l'état normal.

où f est la distribution de Fermi Dirac, et ΔE est la différence d'énergie entre l'état final et l'état initial des états de charge :

$$\Delta E = E_{\text{final}} - E_{\text{initial}} = -eV_B , \qquad (3.2)$$

qui dépend de l'énergie électrostatique. Il faut noter que cette expression ne s'applique qu'aux impédances faibles par rapport à l'impédance de l'environnement électromagnétique.

L'énergie électrostatique du système est la somme des énergies accumulées sur chacune des capacités des jonctions tunnel, à laquelle il faut ajouter le travail de la source de tension $-peV_B$. L'énergie peut être exprimée en fonction des trois nombres quantiques n_1 , n_2 et p. L'expression de l'énergie électrostatique totale du système est donnée à l'équation 1.14 :

$$E_{n_1,n_2,p}(V_{g1}, V_{g2}, V_B) = E_1 \left(n_1 - \frac{C_{g1}V_{g1}}{e} - \frac{C_1V_B}{e} \right)^2 + E_{12} \left(n_1 - \frac{C_{g1}V_{g1}}{e} - \frac{C_1V_B}{e} \right) \left(n_2 - \frac{C_{g2}V_{g2}}{e} \right) + E_2 \left(n_2 - \frac{C_{g2}V_{g2}}{e} \right)^2 - peV_B , \qquad (3.3)$$



FIG. 3.10: Diagramme de stabilité de la double île dans le plan des tensions de grille à tension de polarisation zéro. La configuration (n_1, n_2) est celle qui minimise l'énergie électrostatique. Les lignes horizontales correspondent aux lignes de dégénérescence des états électrostatiques qui sont connectés par un événement tunnel à travers la jonction centrale. Les lignes inclinées correspondent à des résonances avec les jonctions de droite ou de gauche.

où

$$E_1 = \frac{e^2(C_2 + C_3)}{2(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)} , \qquad (3.4)$$

$$E_2 = \frac{e^2(C_1 + C_2)}{2(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)} , \qquad (3.5)$$

et,

$$E_{12} = \frac{e^2(C_2)}{(C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3)} .$$
(3.6)

Le taux tunnel à travers une jonction $(I=-e\Gamma)$ peut ainsi être calculé [Averin 86] :

$$\Gamma(-eV_B) = \frac{1}{e^2 R_T} \frac{-eV_B}{\exp[-eV_B/k_B T] - 1} .$$
(3.7)

Ce taux vérifie le principe de bilan détaillé suivant la direction du transfert

de charge thermiquement activé,

$$\Gamma(-eV_B)/\Gamma(eV_B) = \exp[eV_B/k_BT] . \qquad (3.8)$$

A très basses températures, $k_B T \ll |\Delta E|$, le taux de transfert se linéarise

$$\begin{cases} \Gamma(-eV_B) = \frac{1}{e^2 R_T} (eV_B) & -eV_B \le 0 \ , \ T \to 0 \ , \\ \Gamma(-eV_B) = 0 & -eV_B \ge 0 \ , \ T \to 0 \ . \end{cases}$$
(3.9)

On remarque que si l'énergie de l'état final est supérieure à celle de l'état initial, le taux de transfert tend vers zéro, conforme à l'image physique.

Pour calculer le courant qui traverse les trois jonctions, on va utiliser une série d'équations maîtresses pour décrire le tunnelling séquentiel [Averin 91]. Le taux tunnel de transfert des électrons décrit un processus stochastique d'événements tunnel, donc de transitions incohérentes entre les différents états du système noté (n_1, n_2, p) , où n_1 et n_2 sont le nombre d'électrons en excès sur respectivement l'île 1 et l'île 2 et p est le nombre d'électrons qui ont été transférés à travers le circuit entier. Le nombre de charge p peut augmenter (ou diminuer) successivement. A l'équilibre thermique, on peut définir des probabilités $P(n_1, n_2, t)$ de trouver le système dans telle ou telle configuration au temps t, à polarisation donnée, indépendamment du nombre de charges ayant traversé le système (les transitions étant incohérentes et stochastiques).

Le diagramme de stabilité est présenté à polarisation nulle à la figure 3.10. A tension de polarisation finie, les lignes dans le diagramme de stabilité sont décalées verticalement le long de V_d . Comme le montre la figure 3.11, des aires triangulaires "poussent" sur le diagramme de stabilité au niveau des points triples. Sur ces parties, le système n'est plus en situation de blocage de Coulomb, il n'y a plus d'état fondamental stable. En augmentant l'index p du nombre de charges transférées à travers le circuit, le système trouve un état de plus basse énergie (cf. texte de la figure 3.11).

L'évolution temporelle de la probabilité $P(n_1, n_2, t)$ peut s'écrire

$$\frac{d}{dt}P(n_1, n_2, t) = -P(n_1, n_2, t) \sum \Gamma_{L,M,R}^{+,-}(n_1, n_2)$$
(3.10)

$$+P(n_1-1,n_2,t)\Gamma_L^+(n_1-1,n_2)+P(n_1+1,n_2,t)\Gamma_L^-(n_1+1,n_2)$$

$$+P(n_1, n_2 - 1, t)\Gamma_R^-(n_1, n_2 - 1) + P(n_1, n_2 + 1, t)\Gamma_R^+(n_1, n_2 + 1)$$

$$+P(n_1+1, n_2-1, t)\Gamma_M^+(n_1+1, n_2-1)+P(n_1-1, n_2+1, t)\Gamma_M^-(n_1-1, n_2+1),$$



FIG. 3.11: Diagramme de stabilité de la double île à tension de polarisation finie (lignes épaisses) à l'état normal. Les configurations (n_1, n_2) concernent seulement les aires hexagonales blanches. Dans les aires triangulaires, l'état fondamental ne peut être défini par un des trois états adjacents. Pour chacune des trois configurations, on peut toujours trouver une configuration adjacente de plus basse énergie, en prenant en compte l'indice de transfert de charge p, qui n'apparaît pas dans ce genre de diagramme. Le système évolue ainsi successivement à travers ces états en faisant transférer des électrons à travers le dispositif : $(0,0,0) \rightarrow (1,0,0) \rightarrow (0,1,0) \rightarrow (0,0,1) \rightarrow (1,0,1) \rightarrow \ldots \rightarrow (0,0,2)$. Le courant macroscopique résultant dépend principalement des résistances tunnel et de la température. On peut remarquer la correspondance entre ce diagramme de stabilité et la mesure du courant de la figure 3.9.

où les lettres L, M, R correspondent aux jonctions respectivement de gauche, du milieu, de droite, les signes + et - aux deux directions de transfert possibles des électrons. La somme est prise sur toutes les taux qui permettent à l'électron de quitter l'état (n_1, n_2) soit, les trois jonctions et dans les deux sens. On recherche alors le régime stationnaire $\frac{d}{dt}P(n_1, n_2, t) = 0$.

Le système d'équations maîtresses peut alors être résolu en ajoutant la

condition de normalisation de conservation de la charge

$$\sum_{n_1, n_2} P(n_1, n_2) = 1 .$$
 (3.11)

Le courant à travers le circuit peut ainsi être déterminé par le produit de ces probabilités d'occupation avec les différents taux de transfert correspondants :

$$I(t) = -e \sum_{n_1, n_2} P(n_1, n_2, t) \left(\Gamma_M^+(n_1, n_2) - \Gamma_M^-(n_1, n_2) \right) .$$
 (3.12)

En connaissant les probabilités stationnaires, et les taux tunnel en fonction des tensions de grille, on peut ainsi déterminer le courant et extraire les caractéristiques du circuit.

En pratique, on va résoudre une série d'équations maîtresses dans la base restreinte de quatre états de charge (1,-1), (1,0), (0,1) et (0,0) avec les probabilités P(1,-1), P(1,0), P(0,1) et P(0,0). Dans le diagramme de stabilité, cela correspond au voisinage d'une ligne de dégénérescence limitée par deux points triple. Les autres probabilités d'occupation, celles des états adjacents à l'hexagone (0,0) (-1,0), (0,-1), et (-1,1) tendent vers zéro au voisinage de la ligne de dégénérescence considérée, en se plaçant dans le régime de blocage de Coulomb.

En considérant quatre états, il faut déterminer dix taux de transfert (Γ_1 - Γ_{10})¹ entre ces états, cinq directions (cinq lignes de dégénérescence) à calculer dans les deux sens de transfert.

Appelons	$\Gamma_1 = \Gamma_L^+(\Delta E_1)$	le transfert	(0,0)	\rightarrow	(1,0)
	$\Gamma_2 = \Gamma_L^{-}(\Delta E_2)$	le transfert	(1,0)	\rightarrow	(0,0)
	$\Gamma_3 = \Gamma_R^{-}(\Delta E_3)$	le transfert	(0,0)	\rightarrow	(0,1)
	$\Gamma_4 = \Gamma_R^+(\Delta E_4)$	le transfert	(0,1)	\rightarrow	(0,0)
1	$\Gamma_5 = \Gamma_M^-(\Delta E_5)$	le transfert	(0,0)	\rightarrow	(1,-1)
	$\Gamma_6 = \Gamma_M^+(\Delta E_6)$	le transfert	(1, -1)	\rightarrow	(0,0)
	$\Gamma_7 = \Gamma_M^+(\Delta E_7)$	le transfert	(1,0)	\rightarrow	(0,1)
	$\Gamma_8 = \Gamma_M^{-}(\Delta E_8)$	le transfert	(0,1)	\rightarrow	(1,0)
	$\Gamma_9 = \Gamma_R^+(\Delta E_9)$	le transfert	(1,0)	\rightarrow	(1,-1)
	$\Gamma_{10} = \overline{\Gamma_R^-}(\Delta E_{10})$	le transfert	(1, -1)	\rightarrow	(1,0), où

$$\Delta E_1 = E_{1,0,p} - E_{0,0,p} \quad , \quad \Delta E_2 = -\Delta E_1 \tag{3.13}$$

$$\Delta E_3 = E_{0,1,p} - E_{0,0,p+1} \qquad , \qquad \Delta E_4 = -\Delta E_1 \tag{3.14}$$

$$\Delta E_5 = E_{1,-1,p} - E_{0,0,p} \qquad , \qquad \Delta E_6 = -\Delta E_5 \tag{3.15}$$

 $\Delta E_7 = E_{0,1,p} - E_{1,0,p} \qquad , \qquad \Delta E_8 = -\Delta E_7 \tag{3.16}$

$$\Delta E_9 = E_{1,-1,p+1} - E_{1,0,p} \qquad , \qquad \Delta E_{10} = -\Delta E_9 \ . \tag{3.17}$$



FIG. 3.12: Zoom du diagramme de stabilité dans le plan des tensions de grille. Ici l'espace de Hilbert est restreint à quatre états de charge : il est nécessaire de considérer dix taux de transfert différents.

En se restreignant aux quatre états de charge, on obtient les équations maîtresses pour les quatre probabilités considérées :

$$\frac{d}{dt}P(0,0) = 0 = \Gamma_2 P(1,0) + \Gamma_4 P(0,1) + \Gamma_6 P(1,-1) - (\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5) P(0,0) ,$$
(3.18)

$$\frac{d}{dt}P(0,1) = 0 = \Gamma_3 P(0,0) + \Gamma_7 P(1,0) - (\Gamma_4 + \Gamma_8) P(0,1) , \qquad (3.19)$$

$$\frac{d}{dt}P(1,0) = 0 = \Gamma_1 P(0,0) + \Gamma_8 P(0,1) + \Gamma_{10} P(1,-1) - (\Gamma_2 + \Gamma_7 + \Gamma_9) P(1,0) ,$$
(3.20)

$$\frac{d}{dt}P(1,-1) = 0 = \Gamma_5 P(0,0) + \Gamma_9 P(1,0) - (\Gamma_6 + \Gamma_{10})P(1,-1) .$$
(3.21)

L'expression des équations maîtresses est assez intuitive. Elles s'annulent en régime stationnaire. Les taux positifs indiquent les transitions qui favorisent l'état considéré, les taux négatifs, le contraire, les taux étant pondérés par la probabilité d'occupation de l'état initial et de l'état final de la transition. Les probabilités d'occupation P peuvent ainsi être déterminées par ce système d'équation, en ajoutant la conservation des probabilités

$$P(1,-1) + P(0,1) + P(1,0) + P(0,0) = 1.$$
(3.22)

Les taux de transfert dépendent des capacités et des résistances tunnel des jonctions du circuit, des tensions de grille et de la tension de polarisation, suivant l'expression 3.7. En régime stationnaire, le courant ne dépend pas de la jonction considérée (conservation du courant), la jonction centrale est donc choisie de manière arbitraire pour calculer le courant.

$$I = -e \Big(\Gamma_7 P(1,0) + \Gamma_6 P(1,-1) - \Gamma_8 P(0,1) - \Gamma_5 P(0,0) \Big)$$
(3.23)

Le courant est ainsi la différence entre les contributions positives et négatives des événements tunnel de l'île de droite à l'île de gauche à travers la jonction centrale suivant le sens du transfert des charges (cf. fig. 3.12).

Cette expression est valide dans la région couverte par les états (1,-1), (0,0), (0,1), (1,0) soit approximativement dans le plan des tensions de grille situé entre $e/3C_g < V_s < 5e/3C_g$ et $-e/3C_g < V_d < 4e/3C_g$, où C_g est la capacité de grille. Le résultat est e périodique en fonction des tensions de grille.

Le courant calculé est comparé au courant mesuré en faisant un zoom des mesures précédentes, présenté à la figure 3.13, ce qui permet d'ajuster les



FIG. 3.13: Mesure du courant I en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation V_B fixée, à l'état normal sous un champ magnétique de 0.5 T.

paramètres de l'échantillon considéré.

Les capacités de grille sont connues, et valent chacune $C_{g1} = C_{g2} = 8.8$ aF. Les capacités des jonctions sont déterminées par les pentes² des lignes des hexagones provenant du diagramme de stabilité, et en connaissant le gap de Coulomb qui nous donne la capacité moyenne des trois jonctions.

$$\begin{cases}
\Delta V_{g1} / \Delta V_{g2} = (-2C_{g2}E_2) / (E_3C_{g1}) \\
\Delta V_{g1} / \Delta V_{g2} = (-E_3C_{g2}) / (2E_1C_{g1}) \\
\Delta V_{g1} / \Delta V_{g2} = (C_{g2}E_3 - 2C_{g2}E_2) / (C_{g1}E_3 - 2C_{g1}E_1) \\
E_1 + E_2 + E_3 = e\Delta V_B
\end{cases}$$
(3.24)

On trouve ainsi numériquement le courant à la figure 3.14, sachant la dépendance de E_1 , E_2 , et E_3 en fonction de C_1 , C_2 , et C_3 .

La connaissance de la résistance tunnel totale des trois jonctions R_T permet de donner une condition supplémentaire sur la résistance de chacune des trois jonctions :

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 . (3.25)$$

Sur la figure 3.15, on montre les oscillations de Coulomb du courant à l'état normal. Les valeurs des capacités des jonctions et des résistances tunnel qui donnent la meilleure adéquation entre les simulations et l'expérience sont résumées dans le tableau suivant.

Résumé des paramètres de l'échantillon

Grilles	Jonctions			
$C_{g1} = C_{g2} = 8.8 \text{ aF}$	$C_1 = 0.84 \text{ fF}$	$R_1 = 35 \text{ k}\Omega$		
	$C_2 = 0.74 \; \text{fF}$	$R_2 = 25 \text{ k}\Omega$		
	$C_3 = 1.59 \; {\rm fF}$	$R_3 = 15 \text{ k}\Omega$		

Nous voulions trois jonctions tunnel de capacité identique. Malheureusement, la surface de recouvrement entre les deux électrodes pour réaliser la jonction 3 est deux fois plus grande que pour les deux autres jonctions, il en découle une résistance tunnel deux fois plus petite qu'envisagée pour la troisième jonction.

 $^{^2 \}mathrm{Deux}$ pentes suffisent, la troisième étant redondante des deux premières (le déterminant est nul).



FIG. 3.14: Courant I en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} , calculé en fonction des capacités des trois jonctions prises telles que $C_1 = 0.84$ fF $C_2 = 0.74$ fF et $C_3 = 1.59$ fF. Le décalage entre les valeurs des tensions de grille entre le calcul et l'expérience provient de l'existence de charges à proximité de l'échantillon agissant comme un offset aléatoire des tensions de grille, non pris en compte dans le calcul.



FIG. 3.15: Oscillations de Coulomb du courant à l'état normal en fonction de la tension de grille V_{g1} pour deux valeurs de tensions de grille V_{g2} correspondant à un pic et au col à $V_B = 21 \ \mu V$ sur la figure 3.13. Les lignes pleines sont les mesures de courant à l'état normal, les fits sont en lignes pointillées utilisant le modèle d'effet tunnel séquentiel où l'environnement n'est pas pris en compte.

Résumé des échelles d'énergie

Température				
$T = 65 \text{ mK} = 5.6 \ \mu e \text{V}$				
Gap supraconducteur (cf. chapitre suivant)				
$\Delta = 184 \ \mu e \mathrm{V}$				
Énergies Josephson				
$E_{J1} = 4.1 \text{ GHz} \sim 17 \ \mu e \text{V}$				
$E_{J2} = 5.8 \text{ GHz} \sim 24 \ \mu e \text{V}$				
$E_{J3} = 9.6 \text{ GHz} \sim 40 \ \mu e \text{V}$				
Énergies de charge d'une ou deux charges électroniques sur chacune des îles				
$E_{0,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 0 \ \mu e V$				
$E_{0,1,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 40 \ \mu e V$				
$E_{1,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 60 \ \mu e V$				
$E_{1,1,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 138 \ \mu e V$				
$E_{0,2,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 161 \ \mu e V$				
$E_{2,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 238 \ \mu e V$				
$E_{2,2,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 550 \ \mu e V$				

Chapitre 4

Mesures de transport en continu

Dans ce chapitre, on étudie le comportement du circuit à trois jonctions par des mesures de transport. Le courant est mesuré à l'aide d'un pré-amplificateur de courant en fonction des deux tensions de grille et de la tension de polarisation à une température de base de 60 mK. Le courant mesuré présente différents régimes de transport en fonction de la tension de polarisation.

Le premier régime correspond aux tensions de polarisation $|eV_B| > 2\Delta$, où les quasiparticules jouent un rôle important dans le transport. Un second régime est présenté pour $\Delta > |eV_B| > 60 \ \mu V$ à partir duquel le courant mesuré en fonction des tensions de grille est 2e périodique. La compétition entre le couplage entre les états quantiques et la relaxation permet de retrouver les caractéristiques principales du transport en fonction des tensions de grille : nous présentons, en particulier, des évidences pour une transition entre les régimes quantiques et Zéno. Un troisième régime est extrait pour $60 \ \mu V > |eV_B| > 0$, où le supercourant des trois jonctions Josephson en série est identifié. Dans la dernière partie, on revient à une tension de polarisation $2\Delta > |eV_B| > \Delta$, où la tension V_B est suffisante pour l'apparition de quasiparticules hors-équilibre rendant le courant e périodique en fonction des tensions de grille. Pourtant il semble que le transport y est toujours dominé par le courant de paires de Cooper.



FIG. 4.1: Courbe $I - V_B$ dans l'état supraconducteur. La pente linéaire correspond à une résistance tunnel série de 75 k Ω . Le plateau en courant provient du gap supraconducteur et la largeur du plateau en tension est égale à $12 \times \Delta$. On trouve un gap supraconducteur $\Delta = 184 \ \mu eV$.

4.1 Tensions de polarisation $|eV_B| > 2\Delta$

La figure 4.1 montre une courbe $I - V_B$ sur une large plage de tension. Elle présente un large plateau caractéristique des circuits à jonctions Josephson. Sa largeur en tension est égale à $3 \times 2 \times 2\Delta^1$. On suppose ici, que les gaps supraconducteurs sont identiques (ou voisins) pour les électrodes et les deux îles. Avec la formule *largeur du plateau* = 12Δ , on retrouve un gap supraconducteur pour l'aluminium $\Delta \approx 184 \ \mu eV$, cohérent avec des expériences similaires. Le gap supraconducteur est déduit du plateau de courant, alors que le gap du blocage de Coulomb est à son minimum en fonction des tensions de grille.

En traçant la caractéristique à plus petite échelle en tension de polarisa-

¹Le 3 provient du nombre de jonctions, $2 \times \Delta$ de la polarisation en tension nécessaire pour atteindre la branche des quasiparticules dans une jonction Josephson, et le dernier 2 correspond au fait que le plateau est mesuré à la fois dans la direction de V_B positif et de V_B négatif.



FIG. 4.2: Courbes $I - V_B$ dans l'état supraconducteur pour différents couples de tensions de grille en fonction de la tension de polarisation $|eV_B| < 6\Delta$. Le transport est ici dominé par des résonances JQPs indiquées par des flèches. Il y a deux familles de processus JQPs pour un système à trois jonctions, principalement le JJQP se produisant à $e^2/\bar{C} + 2\Delta > |eV_B| > e^2/3\bar{C} + 2\Delta$ et le JQPQP à $e^2/\bar{C} + 4\Delta > |eV_B| > e^2/3\bar{C} + 4\Delta$.

tion, on remarque plusieurs résonances correspondant à différents mécanismes dit de JQPs (Josephson-plus-QuasiParticules) lorsque $2\Delta < |eV_B| < 6\Delta$. Ces résonances sont indiquées par des flèches sur la figure 4.2. Les processus JQPs ont déjà été observés dans les SET supraconducteur [Fulton 89, Nakamura 96]. Leur mécanisme de base est une combinaison de passage de paires de Cooper et de quasiparticules. La position de ces pics est modulée linéairement par les tensions de grille.

Ce schéma est adapté pour le circuit à trois jonctions avec un nombre de combinaisons possibles plus important. Pour $2\Delta < |eV_B| < 4\Delta$, le mécanisme de transport JQP est le transfert d'une paire de Cooper à travers deux jonctions tunnel suivi d'un transfert séquentiel de deux quasiparticules à travers la troisième jonction (cycle J-J-QP). A $4\Delta < |eV_B| < 6\Delta$, les résonances sont créées par des cycles de transport qui combinent un transfert tunnel d'une



FIG. 4.3: Six différentes variations du processus JQP pour le circuit de la double île. La première série à droite correspond au processus J-QP-QP. La seconde série de gauche correspond au processus J-J-QP.

paire de Cooper à travers une jonction et des transferts tunnel séquentiels de deux quasiparticules à travers les deux autres jonctions (cycle J-QP-QP).

Les six processus sont résumés sur la figure 4.3. Considérons les valeurs seuil en tension de polarisation pour les processus JQP correspondant à la création de quasiparticules à l'équilibre. Le transfert tunnel d'une paire de Cooper se fait à énergie électrostatique constante. Prenons l'exemple du transfert tunnel de paire de Cooper à travers la jonction de gauche puis ensuite à travers la jonction centrale (processus J-J-QP), on a :

$$E_{n_1, n_2, p} = E_{n_1+2, n_2, p} = E_{n_1, n_2+2, p} .$$
(4.1)

L'étape suivante d'un processus JQP nécessite une polarisation en tension suffisante pour la création de deux quasiparticules et le transfert d'une des quasiparticules :

$$2\Delta < E_{n_1, n_2+2, p} - E_{n_1, n_2+1, p+1} .$$
(4.2)

Avec la seconde quasiparticule transférée, le système retrouve l'énergie 2Δ . Puisque l'indice p de charge a augmenté de p à p+2, l'énergie totale dissipée est $2eV_B$ soit

$$|2eV_B| = E_{n_1, n_2, p} - E_{n_1, n_2, p+2} . (4.3)$$

Le cycle se produit pour une fenêtre de valeurs de la tension de polarisation telles que

$$2\Delta + e^2/3\bar{C} < |eV_B| < 2\Delta + 3 \cdot e^2/3\bar{C} , \qquad (4.4)$$

pour compenser l'énergie de charge totale du circuit pour une quasiparticule. Cette description explique qualitativement le cycle J-J-QP.



FIG. 4.4: Mesure du courant en fonction de la tension de polarisation V_B et de la tension de grille V_{g1} . On remarque que le courant e périodique en fonction de la tension de grille est dominant en amplitude sur cette échelle. Le courant relevé à 400 μ V et le courant à 550 μ V sont tous deux des processus J-J-QP, décalés en tension de polarisation par l'asymétrie de la troisième jonction.

Le même raisonnement sur le cycle J-QP-QP donne la même fenêtre de tensions de polarisation décalée de 2Δ :

$$4\Delta + e^2/3\bar{C} < |eV_B| < 4\Delta + e^2/\bar{C} .$$
(4.5)

Les cycles JQPs, nécessitant l'apparition de quasiparticules, sont naturellement e périodiques dans les structures du courant, c'est-à-dire ont la même période en fonction des tensions de grille que les oscillations de Coulomb à l'état normal (cf. fig. 4.4). Expérimentalement, le processus J-J-QP commence à se profiler pour des tensions de polarisation $V_B > 360 \ \mu V$ (cf. fig. 4.2 et fig. 4.4).

Sur la figure 4.4 et dans une moindre mesure sur la figure 4.2, deux pics de courants, e périodiques, distincts apparaissent, l'un centré à la tension de polarisation $V_B = 400 \ \mu V$ et l'autre centré à la tension de polarisation $V_B = 500 \ \mu V$. Ce processus JQP provient de l'asymétrie de la jonction 3 dont la capacité est deux fois plus grande que la capacité des deux autres jonctions. La conséquence est la diminution significative de l'énergie électrostatique $E_{n_1, n_2, p}$ d'une charge en excès sur la seconde île $(E_{0, 1, 0} = 40 \ \mu\text{eV})$, alors que $E_{1, 0, 0} = 60 \ \mu\text{eV}$). Le JQP apparaissant à $V_B > 360 \ \mu\text{V}$ correspond au processus faisant intervenir l'énergie électrostatique $E_{0, 1, 0}$ et la fenêtre d'observation est compris entre $2\Delta + E_{0, 1, 0} < |eV_B| < 2\Delta + 3E_{0, 1, 0}$, soit $370 \ \mu\text{V} < V_B < 450 \ \mu\text{V}^2$. Il existe aussi une tension offset en V_B de $-35 \ \mu\text{V}$ qui est prise en compte. C'est un problème récurrent de l'utilisation d'un amplificateur-convertisseur courant-tension, avec un offset qui dérive avec le temps.

Le processus JQP reproduit qualitativement les observations du courant pour des tensions de polarisation $V_B > 2\Delta$. Cette analyse ne prétend pas expliquer quantitativement la valeur du courant. L'analyse est focalisée sur le courant de paires de Cooper en absence de quasiparticules, source importante de dissipation.

4.2 Relaxation versus couplage

Le transport à tension de polarisation finie implique dissipation d'énergie. Étant expérimentalement parfaitement 2e périodiques à tension de polarisation suffisamment basse ($eV_B < \Delta \sim 184 \,\mu eV$, cf. section 4.4), ces expériences ne mettent pas en jeu de quasiparticules de charge e. Elles permettent l'étude de l'influence de l'environnement électromagnétique, à savoir son impédance effective $Z(\omega)$ attachée aux électrodes extérieures du circuit.

Dans le régime qui nous intéresse, le transport de paires de Cooper à travers le circuit peut être décrit comme une succession de transitions entre les différentes configurations de charges. Dans cette description, on doit distinguer deux types de transitions pouvant contribuer au transfert d'une paire de Cooper. Le premier type est une paire d'états de charges dégénérés, caractérisés par un couplage δ entre eux. Le second élément constitutif est une transition incohérente (un processus de relaxation) caractérisé par un taux Γ_r entre deux états de charge d'énergie différente [Shnirman 03].

Les processus de relaxation sont dominés par les effets de l'environnement électromagnétique. Le transfert d'une paire de Cooper à travers le circuit dissipe dans l'environnement électromagnétique une quantité d'énergie $2eV_B$, correspondant à la polarisation en tension. Le transport permet d'estimer les échelles de temps typiques de la dynamique du système. La densité spectrale de bruit en tension $S_{V_B}(\omega)$ provenant de la tension de polarisation au niveau

²Une explication alternative pour les pics apparaissant vers 360 μ V pourrait mettre en jeu le processus 3e suggéré dans la littérature [Nakamura 96].

de l'impédance de l'environnement est

$$S_{V_B}(\omega) = 2\hbar\omega \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \mathbf{Re}[Z(\omega)] . \qquad (4.6)$$

En utilisant la règle d'or de Fermi, le taux de relaxation entre l'état initial $|\psi_i\rangle$ et l'état final $|\psi_f\rangle$ d'une transition incohérente s'écrit [Maassen van den Brink 91]

$$\Gamma_r = \frac{e^2}{\hbar^2} |\langle \psi_f | \ \hat{p} \ |\psi_i \rangle|^2 S_{V_B}(\omega) \ , \tag{4.7}$$

où p est l'indice du nombre de paires de Cooper ayant traversés le circuit entièrement, et \hat{p} son opérateur associé. Dans le cas où le processus de relaxation se produit à la jonction centrale (soit une transition incohérente entre $|2, 0\rangle \rightarrow |0, 2\rangle$), le taux de relaxation générique devient, en considérant $\hbar\omega = 2eV_B$,

$$\Gamma_r = \frac{4\pi}{9\hbar} \frac{\mathbf{Re}[Z(\omega)]}{R_Q} \frac{E_{J2}^2}{2eV_B} , \qquad (4.8)$$

où on présume que $2eV_B\beta \gg 1$ [Shnirman 03].

Nous pouvons maintenant distinguer deux situations différentes pour la dynamique du système. Dans le cas où la relaxation est l'étape la plus lente dans le transfert de paires de Cooper à travers le dispositif, soit $\delta > \hbar\Gamma_r$, l'amplitude du courant à la résonance est $I = 2e\Gamma_r$. La dynamique est décrite en termes de transitions incohérentes entre les états propres de l'hamiltonien non dissipatif.

Dans le cas où le couplage est le facteur limitant dans le transport de paires de Cooper, c'est-à-dire $\delta < \hbar\Gamma_r$, alors la dynamique change radicalement. Les fluctuations de tension (via l'environnement électromagnétique) fournissent une perturbation importante, les états propres sont ainsi fortement couplés entre eux. Le transport est plus aisément décrit en termes non plus d'états propres de l'hamiltonien non-dissipatif mais en termes d'états de charge [Neumann 94]. L'observation fréquente par les transitions incohérentes détruit la cohérence et ralentit l'évolution. C'est ce qu'on appelle l'effet Zéno quantique [Kofman 01, Barone 04]. Le système est "bloqué" dans un état de charge pendant un temps de l'ordre de $\sim \Gamma_r \hbar^2/\delta^2$. Ceci diminue sensiblement l'amplitude du courant à $I \sim 2e\delta^2/(\hbar^2\Gamma_r)$, provenant de la théorie des perturbations au second ordre [Shnirman 03].

On rappelle que les énergies Josephson de l'échantillon principalement étudié dans ce chapitre sont du même ordre de grandeur (entre 20 et 40 μ eV, voir chapitre 3), aussi tous les processus tunnel doivent être considérés sur un pied d'égalité.

4.2.1 Cotunneling de paires de Cooper

Dans cette section, on se concentre sur des tensions de polarisation comprises entre $V_B = 180 \ \mu\text{V}$ et $V_B = 120 \ \mu\text{V}$, beaucoup plus grandes que les couplages Josephson mais plus petites que les énergies de charge correspondantes. Une fois 2e périodique, en fonction de la tension de polarisation, le courant ne change pas de nature dans cette gamme de tensions de polarisation. Nous allons montrer que dans ce régime, ce sont les processus de cotunneling qui dominent. Le cotunneling est un processus tunnel d'ordre supérieur dans lequel une charge traverse plusieurs jonctions tunnel en passant par des états intermédiaires virtuels.

Les formes du courant présenté en contour-plot ne changent pas et l'amplitude du courant varie peu en fonction de la tension de polarisation. Pour illustrer, le courant représenté sur la figure 4.5 à $V_B = 150 \ \mu\text{V}$ et le courant à $V_B = 180 \ \mu\text{V}$ (cf. fig. 4.22) sont du même ordre de grandeur. Le courant observé en fonction des deux tensions de grille reproduit des lignes d'amplitude $\sim 20 - 30 \text{ pA}$, qui peuvent rappeler le diagramme de stabilité caractérisant la dégénérescence des états électrostatiques (cf. fig. 1.9 et éq. 1.14).

Dans une description en terme d'états de charge, on peut utiliser les conditions de résonance électrostatique de la forme

$$E_{2n_1,2n_2,2p}(V_{g1}, V_{g2}, V_B) = E_{2n'_1,2n'_2,2p'}(V_{g1}, V_{g2}, V_B) .$$
(4.9)

Cette condition permet le transfert résonnant d'une paire de Cooper entre les différents états de charge $|2n_1, 2n_2, 2p\rangle$ et augmente ainsi la probabilité de transport de paires de Cooper à travers le dispositif entier [Maassen van den Brink 91].

Supposons que les lignes visibles sur le diagramme de la figure 4.5 proviennent d'un effet tunnel direct entre les états électrostatiques voisins dans le diagramme de stabilité, alors il faut considérer les résonances suivantes : une paire de Cooper entrant sur l'île de gauche par la jonction 1

$$E_{0, 0, 0} = E_{2, 0, 0} , \qquad (4.10)$$

une paire de Cooper passant de l'île de gauche à l'île de droite via la jonction 2

$$E_{2,0,0} = E_{0,2,0} , \qquad (4.11)$$

une paire de Cooper sortant de l'île de droite par la jonction 3

$$E_{0,2,0} = E_{0,0,2} . (4.12)$$

Notons qu'ici l'indice p est augmenté quand une paire de Cooper quitte le système après l'avoir traversé entièrement.



FIG. 4.5: Mesure du courant en fonction des deux tensions de grille à $V_B = 150 \ \mu V$. Le courant est mesuré en balayant la tension de grille 1 pour chaque valeur de tension de grille 2. On remarque un seul saut de charge offset ayant lieu à $V_{g2} = 0$ et $V_{g1} = 40$ mV. Ceci témoigne de la grande stabilité en charge du diagramme de stabilité du circuit, étant donné que sa mesure a nécessité 45 heures.


FIG. 4.6: Mesure précédente superposée par deux tentatives d'ajustement du diagramme de stabilité polarisé en tension sur les lignes de courant. Les triangles sont les vertex où l'état électrostatique n'est pas un état stable, à tension de polarisation V_B finie. (Haut) Les lignes proviennent de la résonance directe entre deux états connectés par un événement tunnel à travers une seule jonction. (Bas) Les lignes proviennent de la résonance entre deux états connectés par un événement tunnel à travers deux jonctions simultanément (cotunneling).

Les lignes du diagramme de stabilité obtenues à partir des trois dernières conditions de résonance 4.10, 4.11 et 4.12 devraient pouvoir se superposer avec les lignes de courant sur la figure 4.5. Cependant l'ajustement représenté sur la figure 4.6 (haut) n'est pas complètement satisfaisant. Les triangles formés aux niveaux des points triples ne sont pas dans le bon sens. De plus, il n'y a pas de courant sur toute la ligne complète de résonance.

En revanche, si on considère que les lignes observées dans le courant proviennent du cotunneling (effet tunnel combiné ou corrélé ou conjoint) entre les différents états de charge, l'ajustement est bien meilleur (cf. fig. 4.6) et on retrouve les triangles au niveau des points triples dans la bonne direction [Geerligs 91]. Le terme de cotunneling décrit un effet tunnel d'une paire de Cooper à travers deux jonctions [Averin 89, Averin 92a, Lotkhov 03], le couplage δ a donc lieu à travers deux jonctions. Ce couplage n'est considéré qu'à la résonance, il s'agit donc de cotunneling élastique. On doit considérer les résonances suivantes :

une paire de Cooper entrant sur l'île de droite au travers des jonctions 1 et 2

$$E_{0,0} = E_{0,2} , \qquad (4.13)$$

une paire de Cooper passant de l'île de gauche à l'île de droite via la jonction 1 et la jonction 3 et non pas via la jonction 2

$$E_{0,2} = E_{2,0} , \qquad (4.14)$$

une paire de Cooper sortant directement du dispositif de l'île de gauche via la jonction 2 et la jonction 3

$$E_{2,0} = E_{0,0} . (4.15)$$

Ici, l'indice p a été omis parce qu'il est incrémenté lors du processus de transition incohérente qui vient compléter le cotunneling et qui achève de transférer une paire à travers l'ensemble des trois jonctions. L'incrément se réalise au niveau de la jonction où se réalise la relaxation, phénomène irréversible. Cela dépend alors de la résonance considérée. Les trois types de processus associés aux conditions 4.13, 4.14 et 4.15 sont représentés à la figure 4.7.

Les processus de transport impliquant le cotunneling ne nécessitent qu'une seule étape de relaxation se produisant au niveau d'une seule jonction. Ce processus est donc du premier ordre. L'amplitude du courant est définie par le processus de relaxation assisté par l'environnement, tant que le processus de relaxation est le phénomène limitant dans le transport de paires de Cooper. Le processus tunnel résonnant direct aurait nécessité deux étapes de relaxation à travers deux jonctions différents, il est donc du second ordre, et le courant résultant serait plus faible d'un facteur ~ $(E_J/E_C)^2$.



FIG. 4.7: Niveaux de trois états de charge à la résonance (pour les trois lignes différentes de cotunneling). Le transport fait intervenir un processus tunnel cohérent du second ordre (cotunneling) a) $|0, 2, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2p\rangle$ et un processus de relaxation $|2, 0, 2p\rangle \rightarrow |0, 2, 2(p+1)\rangle$. b) $|2, 0, 2p\rangle \rightarrow |0, 0, 2p\rangle$ et un processus de relaxation $|0, 0, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2(p+1)\rangle$. c) $|0, 0, 2p\rangle \rightarrow |0, 2, 2p\rangle$ et un processus de relaxation $|2, 0, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2(p+1)\rangle$. c) $|0, 0, 2p\rangle \rightarrow |0, 2, 2p\rangle$ et un processus de relaxation $|2, 0, 2p\rangle \rightarrow |0, 0, 2(p+1)\rangle$.

Le couplage δ du second ordre entre $|0, 2, 2p\rangle$ et $|2, 0, 2p\rangle$ est $\sim E_{J1}E_{J3}/\Delta E$, où ΔE dénote la distance en énergie avec l'état $|0, 0, 2p\rangle$ et dépend des tensions de grille et de la tension de polarisation. Le courant provenant de la relaxation reste constant le long de la ligne de résonance jusqu'à ce que le couplage cohérent soit plus petit que le taux de relaxation (cf. discussion du processus Zéno décrit précédemment) si on s'écarte suffisamment de la ligne de résonance à l'aide des tensions de grille. A partir du seuil $\delta \sim \hbar \Gamma_r$ pour le régime Zéno, l'amplitude du courant diminue sensiblement. Il en résulte donc une plage des tensions de grille dans laquelle le courant est déterminé par le taux de relaxation. Les lignes de courant ont ainsi une largeur finie en fonction des tensions de grille, provenant de la constante compétition entre le couplage cohérent δ et le taux de relaxation Γ_r . Cette largeur dépend linéairement de la tension de polarisation (cf. fig. 4.5 et fig. 4.22). De plus, l'énergie de l'état virtuel doit être supérieure aux énergies de l'état initial et de l'état final, sinon le système est en situation de blocage. Il y a donc une plage d'énergie ΔE où ce processus a lieu, soit $0 < \Delta E < E_{max}$. E_{max} doit être de l'ordre de l'énergie de charge soit 10^{-4} eV à 10^{-5} eV.

Dans ce schéma (cf. fig. 4.7 a)), l'amplitude du courant $I = 2e\Gamma_r$ est estimée grâce à l'équation 4.8, en supposant un environnement ohmique dont la partie réelle de l'impédance est $\mathbf{Re}[Z(\omega)] = 100 \ \Omega^3$. Avec un couplage $E_{J2} = 24 \ \mu eV$, pour $V_B = 150 \ \mu V$, le courant moyen sur cette ligne est $I \sim$ 20 pA (c'est la ligne de pente positive dans le plan (V_{g2}, V_{g1}) de la figure 4.6 en bas).

Il est intéressant de comparer ces résultats avec ceux obtenus sur un échantillon bis dont les caractéristiques de couplage Josephson sont très différentes, à savoir celui de la référence [Bibow 01] dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau suivant. Le courant se comporte de la même manière dans le plan des deux tensions de grille (dépendant des caractéristiques électrostatiques) ([Lafarge 03] et fig. 4.8). L'amplitude du courant est, en revanche, très différente car elle dépend du couplage E_I^2 .

Résumé des paramètres et des échelles d'énergie du circuit bis de la référence [Bibow 01]

Grilles	Jonctions		
$C_{g1} = C_{g2} = 8.5 \text{ aF}$	$C_1 = 0.78 \text{ fF}$	$R_1 = 205 \text{ k}\Omega$	
	$C_2 = 0.69 \; \text{fF}$	$R_2 = 15 \text{ k}\Omega$	
	$C_3 = 0.51 \text{ fF}$	$R_3 = 225 \text{ k}\Omega$	
Température			
$T = 75 \text{ mK} = 6.5 \ \mu e \text{V}$			
Énergies Josephson			
$E_{J1} = 5 \text{ GHz} \sim 3.1 \ \mu e \text{V}$			
$E_{J2} = 69 \text{ GHz} \sim 43 \ \mu e \text{V}$			
$E_{J3} = 4.6 \text{ GHz} \sim 2.9 \ \mu e \text{V}$			
Énergies de charge d'une ou deux charges électroniques			
$E_{0,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 0 \ \mu e V$			
$E_{0,1,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 75 \ \mu e V$			
$E_{1,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 91 \ \mu e \mathbf{V}$			
$E_{1,1,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 252 \ \mu eV$			
$E_{0,2,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 298 \ \mu eV$			
$E_{2,0,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 365 \ \mu eV$			
$E_{2,2,0}(V_{g1} = V_{g2} = V_B = 0) = 1006 \ \mu e V$			

³L'impédance de l'environnement n'est pas vraiment contrôlée, elle est donc comprise entre 50 Ω , l'impédance caractéristique habituelle d'un câble coaxiale, et 377 Ω , l'impédance du vide.



FIG. 4.8: Mesure du courant en fonction de la somme et de la différence des tensions de grille à une tension de polarisation $V_B = 140 \ \mu V$ sur le circuit bis dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant. Les lignes de courant (~ 0.3 pA) sont superposées par le diagramme de stabilité des énergies électrostatiques où les lignes correspondent aux résonances du cotunneling.

On reconnaît à la figure 4.8 les deux lignes en diagonale provenant des processus de cotunneling explicités à la figure 4.7 b) et c). Dans ces deux processus, les jonctions pertinentes pour la relaxation sont les deux jonctions extérieures pour chacune des lignes. Pour une tension de polarisation $V_B = 140 \ \mu\text{V}$, avec un couplage Josephson extérieur de l'ordre de $3 \ \mu\text{eV}$, et une impédance de l'environnement de 100 Ω , on trouve un courant $I \sim 0.3$ pA, vérifié expérimentalement. Dans ce cas, les échelles d'énergie caractéristiques pour la relaxation et le couplage sont respectivement $\Gamma_r \hbar \sim 0.61 \ neV$ et $\delta \sim 13 \ neV$, avec $\Delta E \approx 10^{-2}$ eV. Ces deux valeurs confirment que la relaxation est le facteur limitant, le long de ces lignes diagonales de courant.



FIG. 4.9: Mesure du courant I en nA en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation $V_B = 130 \ \mu\text{V}$. Cette mesure correspond à un zoom au voisinage de deux points triples. La figure du bas est la même mesure du courant en fonction de V_{g2} , décalée à chaque trace en fonction de la tension de grille V_{g1} .

On peut noter que la ligne horizontale caractérisant la résonance de $|0, 2, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2p\rangle$ (cotunneling), explicitée à la figure 4.7 a), est absente. Pour ce processus, le couplage δ est de l'ordre $\delta \sim E_{J1}E_{J3}/\Delta E$ et la relaxation Γ_r de l'ordre de $\Gamma_r \sim \frac{E_{J2}^2}{V_B}$. Dans ce cas, $\Gamma_r \hbar \sim 0.14 \ \mu \text{eV}$. Le système est dans le régime Zéno, à savoir, $\delta < \Gamma_r \hbar$. Le goulet d'étranglement dans le transfert de paires de Cooper n'est plus la relaxation mais le couplage du second ordre de $|0, 2, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2p\rangle$. Il en résulte un courant $I \sim 2e\delta^2/(\hbar^2\Gamma_r) \approx 0.002 \ pA$, trop petit pour être détecté. On peut diminuer ΔE , en agissant sur V_B pour en augmenter d'autant le couplage, mais ensuite la fenêtre dans laquelle la relaxation est le facteur limitant du transport est si petite en fonction des tensions de grille, que la ligne de courant de cotunneling est trop fine pour être mesurée expérimentalement.

Le cotunneling de paires de Cooper est un processus mis ainsi en évidence dans deux dispositifs très différents. Pourtant, le courant dessiné en contourplot est très similaire dans les deux cas.

Revenons à notre échantillon principal. On semble détecter du courant au niveau du point triple. Une mesure beaucoup plus fine réalisée à une tension de polarisation $V_B = 130 \ \mu\text{V}$ (cf. fig. 4.9) illustre ces structures au niveau des triangles (à l'intérieur des triangles). Il apparaît ici que l'effet tunnel inélastique de paires de Cooper, où l'énergie est interchangée entre la paire de Cooper et l'environnement électromagnétique (contribution du processus tunnel direct), n'est pas dominant (comme annoncé), mais pas nul pour autant. Le système suit le cycle suivant $|0, 0, 2p\rangle \rightarrow |2, 0, 2p\rangle \rightarrow$ $|0, 2, 2p\rangle \rightarrow |0, 0, 2p + 2\rangle \rightarrow ...,$ où une paire de Cooper a été transférée à travers le circuit. Ces phénomènes doivent se manifester principalement à l'intérieur des triangles où les états électrostatiques ne sont plus des états stables.

Des structures plus complexes sont présentes : des lignes supplémentaires sur un seul côté des triangles, et des trous dans les lignes de courant provenant du cotunneling. Le "zoom" confirme l'existence de courant sur les lignes des triangles. De même, les "trous" dans les lignes de cotunneling ne sont pas liés à des problèmes de résolution dans les incréments des tensions de grille. Pour l'instant, ces structures ne sont pas comprises. L'amplitude de ce courant est le même que dans le processus du cotunneling avec relaxation. Il doit donc faire intervenir une relaxation de même type. Il est surprenant d'avoir une unique contribution sur un seul côté (sur le bas de chacun des triangles).



FIG. 4.10: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 95 \ \mu\text{V}$. On peut reconnaître les deux lignes diagonales du cotunneling mais plus la ligne horizontale. La taille des triangles est considérablement réduite, comme estimé. En fonction de la tension de polarisation, le courant est maximum, l'amplitude est de 70 pA.

4.2.2 États quantiques macroscopiques de la double île

Jusqu'à présent le courant était présenté en contour-plot en fonction des tensions de grille. Sur les figures suivantes 4.10 à 4.20, le courant de transport est représenté en fonction de la somme et de la différence des tensions de grille. Il suffit de faire une rotation de 45° pour retrouver les correspondances avec les figures précédentes à tensions de polarisation supérieures à 120 μ V.

Les lignes de courant diagonales ou horizontales observées dans les graphes s'expliquent par des processus de cotunneling de paires de Cooper. Cependant sur les figures en contour-plot 4.5, 4.9 et 4.10, on observe également des pics de courant au bout des lignes. Les pics indiquent que le processus tunnel associé dépend de deux conditions de résonance réalisées dans le plan des tensions de grille. Ces pics de courant sont proches des triangles provenant



FIG. 4.11: Schéma des niveaux d'énergie des états propres de la double île en résonance. Le transfert résonnant de paires de Cooper nécessite deux conditions dans le plan des tensions de grille entre chacun des états propres et "l'état sonde". Dans ce cas précis de superposition, la relaxation se produit à la troisième jonction.

des points triples.

Autour des points triples, la différence d'énergie de charge U entre les différents états de charge est donc petite. Il est ainsi préférable de travailler dans la base propre de la double île. Nous allons traiter un exemple de processus de transport mettant en jeu ces états propres. Prenons les états $|0, 0, 2p\rangle$ et $|0, 2, 2p + 2\rangle$ couplés fortement entre eux par le couplage E_{J3} . Les états de la double île sont

$$|f, 2p+2\rangle = \cos\gamma|0, 2, 2p\rangle + \sin\gamma|0, 0, 2p+2\rangle , \qquad (4.16)$$

$$|e,2p\rangle = -\sin\gamma|0,2,2p\rangle + \cos\gamma|0,0,2p+2\rangle , \qquad (4.17)$$

où $\tan 2\gamma = E_J/U$.

Le processus de transfert à travers tout le circuit implique alors l'état $|2,0\rangle$ et les deux états $|f,2p+2\rangle$ et $|e,2p\rangle$. Le transfert de charge est réalisé par un processus tunnel résonnant de l'état $|2,0\rangle$ vers l'état excité, suivi d'un processus de relaxation de $|e\rangle$ vers $|f\rangle$, suivi d'un autre processus tunnel résonnant. Ces trois étapes et les résonances avec les états propres considérés sont résumées à la figure 4.11. Ce genre de processus n'est possible que pour des tensions de polarisation telles que $2eV_B > E_J$, car le gap minimum entre $|f\rangle$ et $|e\rangle$ est égal à E_J .

Le couplage entre $|2,0\rangle$, $|e\rangle$ et $|f\rangle$ est de l'ordre de $(E_J/2) \sin \gamma$. La position de la résonance considérée est positionnée sur un des côtés du triangle (point triple)(cf. fig. 4.12) [Shnirman 03]. La polarisation en tension déplace



FIG. 4.12: Positions des pics de résonance. Les lignes pointillées indiquent les résonances de cotunneling. La flèche indique l'évolution de la position en augmentant la tension V_B .

la résonance jusqu'au bout des lignes de cotunneling comme nous pouvons l'observer dans les figures 4.5, 4.9 et 4.10.

Le taux de relaxation définissant l'amplitude du courant est défini par l'équation 4.8 et se produit au niveau de la jonction 3. En diminuant la tension, le courant augmente progressivement car $I \sim 1/V_B$; le courant maximum à $V_B = 130 \ \mu\text{V}$ est égal à 38 pA, et le courant maximum à $V_B = 95 \ \mu\text{V}$ est égal à 70 pA, du même ordre de grandeur que les lignes de courant du cotunneling.

Notons qu'il peut exister d'autres superpositions d'états de charge, puisque les couplages Josephson sont du même ordre. Il suffit pour cela de permuter les couplages Josephson.

4.2.3 Crossover vers un régime Zéno

Dans cette section, on considère le comportement à des tensions de polarisation plus faibles que précédemment mais supérieures au couplage Josephson $(20 - 40 \ \mu eV)$ soit 95 $\mu eV > eV_B > E_J$. En diminuant la tension de polarisation, le taux de relaxation est censé augmenter en $1/V_B$ jusqu'à l'écart entre les deux niveaux quantiques correspondants. De plus, les lignes de cotunneling doivent s'affiner en diminuant la tension V_B (cf. fig. 4.10, fig. 4.13, fig. 4.15, et fig. 4.16 dans l'ordre).

Cependant, on constate un comportement inverse de celui attendu puisque



FIG. 4.13: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 75 \ \mu\text{V}$. Le comportement du courant est identique au courant à $V_B = 95 \ \mu\text{V}$, mais l'amplitude est réduite de moitié (le courant maximum est 47 pA).

l'amplitude du courant maximum à $V_B = 75 \ \mu V$ (47 pA) (cf. fig. 4.13) a fortement diminué par rapport à $V_B = 90 \ \mu V$ (70 pA)(cf. fig. 4.10). Il semble que la relaxation devient suffisamment importante pour que le couplage ne soit plus le facteur limitant du transport de paires de Cooper. La relaxation est devenue plus forte que le couplage entre les états, conduisant le système à un régime Zéno. Le courant n'est plus seulement déterminé par le temps de relaxation, mais aussi par le couplage, $I \approx 2e\delta^2/(\hbar^2\Gamma_r)$. Le courant devient ainsi linéaire en tension de polarisation. L'amplitude du courant à $V_B = 70 \ \mu V$ est encore inférieure pour atteindre 36 pA (cf. fig. 4.15).

La configuration des résonances possibles entre l'état sonde $|2,0\rangle$ et les états propres est montrée à la figure 4.14. On remarque que pour le même processus de relaxation, suivants les tensions de grille appliquées, il peut se produire deux couplages différents (toujours à condition que $2eV_B > E_J$). La



FIG. 4.14: Deux couplages sont possibles entre l'état sonde et les états propres en fonction de la position dans le plan des tensions de grille, soit un couplage du premier ordre • et un couplage du second ordre \circ . En fonction de la tension de polarisation, les deux résonances se détachent l'une de l'autre dans des directions opposées en augmentant la tension de polarisation à partir de $2eV_B = E_J$.

différence d'énergie entre les états propres du système est définie par

$$E_{|e\rangle} - E_{|f\rangle} = E_{J3} / \sin 2\gamma = 2eV_B . \qquad (4.18)$$

Pour $0 < \gamma < \pi/2$, il y a donc deux solutions. Ceci explique sans doute pourquoi à la figure 4.15, au niveau des triangles, on distingue plusieurs pics de courant.



FIG. 4.15: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 70 \ \mu\text{V}$. Il a plusieurs lignes visibles correspondant à la diagonalisation de l'hamiltonien à tension de polarisation finie. Plusieurs pics sont visibles au niveau des points triples. Le courant maximum est 36 pA, c'est le minimum en fonction de la tension de polarisation.

4.2.4 Lignes multiples

En examinant le courant en contour-plot sur les figures 4.10 à 4.20, on observe que les lignes de résonances associées au cotunneling se dédoublent voire triplent suivant la tension de polarisation appliquée. Comme les structures observées dépendent de la polarisation, on s'attend à ce qu'elles soient associées à une compétition entre le couplage Josephson effectif $E_{J_{eff}}$ à travers les trois jonctions et la polarisation. L'effet du couplage pour cet échantillon est manifeste aux faibles tensions de polarisation où un supercourant est observé (cf. fig. 4.16, fig. 4.19 et fig. 4.20). Ce couplage $E_{J_{eff}}$ tend à "aligner" la phase de part et d'autre de la double île, alors que la polarisation favorise les états de charge de plus basse énergie. Lorsque $V_B = 0$, le couplage Josephson



FIG. 4.16: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 60 \ \mu V$. Le maximum de courant est de 54 pA. C'est la tension à partir de laquelle on observe le supercourant.

effectif est pour cet échantillon de l'ordre du plus petit couplage $E_{J_{eff}} = E_{J1}$ car les couplages Josephson E_J sont assez différents. Sur les lignes de résonances, ce couplage effectif est réduit par un facteur de l'ordre de $E_J/\Delta E$ où ΔE est l'écart d'énergie avec le troisième état de charge (non-résonnant). Dans ces conditions, la polarisation n'est pas toujours suffisante pour définir des états de charge $|0, 0, 2p\rangle$ purs et les transitions correspondantes aux lignes observées peuvent mettre en jeux des superpositions quantiques d'états $|0, 0, 2p\rangle$ (par exemple), un état portant le supercourant étant décrit par la superposition $|0, 0, \varphi\rangle = \sum_p e^{-ip\varphi} |0, 0, 2p\rangle$.

Pour illustrer qualitativement cette physique, nous avons diagonalisé numériquement l'hamiltonien complet \mathcal{H} (éq. 1.14 + éq. 1.23) sur la base de charge $|2n_1, 2n_2, 2p\rangle$ en incluant jusqu'à quatre valeurs de p différentes. Sur la figure 4.17, nous avons tracé les deux niveaux d'énergie les plus bas au voisinage du point triple O, pour une tension de polarisation de 35 μ V avec des énergies Josephson comparables à ceux de l'échantillon. On observe des lignes



FIG. 4.17: Les deux niveaux d'énergie les plus bas pour une tension de polarisation $V_B = 35 \ \mu$ V. On observe une répulsion de niveau sur plusieurs lignes voisines décalées les unes par rapport aux autres d'une quantité dépendant de $2eV_B$ et des couplages Josephson E_J .

de répulsion de niveaux décalées les unes par rapport aux autres d'une valeur qui dépend de V_B et de E_J . Les lignes horizontales ne se dédoublent que lorsque $2eV_B > E_{J2}$. Si un troisième niveau est tracé, une troisième ligne parallèle apparaît si la polarisation est suffisamment élevée. On constate qu'en construisant les états quantiques complets (avec des valeurs de p différentes) du circuit, il est possible de rendre compte qualitativement des dédoublements des lignes de résonances. Néanmoins, les valeurs de V_B nécessaires à ces dédoublements sont sensiblement plus faibles dans les simulations (un facteur 2) qu'observés expérimentalement. Ce modèle reste simpliste puisqu'il ignore la dissipation qui contribue certainement à décaler les points de résonance (cf. effet Zéno discuté précédemment).

D'un point de vue physique, ces lignes multiples signifient sans doute que le transport de paires au travers du circuit n'est pas complètement incohérent, mais se fait par paquets corrélés de deux, trois paires ou plus. Ce n'est pas surprenant puisqu'on est dans une limite où des évidences de supercourant existent aux faibles tensions de polarisation.

4.3 Supercourant

On mesure le supercourant des trois jonctions en série polarisées en tension en fonction des tensions de grille à partir des tensions 60 $\mu V > V_B$ (cf.



FIG. 4.18: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 55 \ \mu$ V. La structure reste identique à la figure 4.16 avec un courant plus important au niveau des points triples (74 pA) et un courant identique au niveau des lignes (15 pA).

fig. 4.16 à fig. 4.21 pour la mesure du courant en fonction de V_d et V_s à différentes polarisations et fig. 4.27 pour la mesure du courant en fonction de V_B), ce qui est possible dans un environnement dissipatif. Le courant critique I_C d'une jonction Josephson est déterminé par la relation d'Ambegaokar-Baratoff [Steinbach 01]

$$I_C = \frac{\pi\Delta}{2eR_T} \ . \tag{4.19}$$

Dans le cas présent, Δ est le gap supraconducteur de la double île (Δ = 184 μ eV), et R_T est la résistance tunnel totale du circuit ($R_T = 75 \ k\Omega$). Le circuit de la double île peut être considéré comme une seule jonction vis-à-vis du circuit extérieur, en particulier aux points triples où les états de charge de chacune des îles sont dégénérés.

Le courant critique pour ce circuit à trois jonctions est de l'ordre de



FIG. 4.19: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 40 \ \mu$ V. Le supercourant entre les deux pics commence à apparaître avec la ligne horizontale. De plus, la ligne diagonale faiblement visible devient de plus en plus visible. Le supercourant au niveau des points triples est de l'ordre de 95 pA.

 $I_C \approx 3.85$ nA. On mesure $I \sim 0.1$ nA au niveau des points triples. C'est typique de la réduction du courant critique habituellement observée pour les jonctions Josephson de petites tailles, à savoir un faible pourcentage du courant critique [Haviland 94]. Il s'agit d'un effet thermodynamique horséquilibre purement classique [Joyez 99]. La dynamique de la phase φ est très perturbée par les degrés de l'environnement électromagnétique, (ici, comme souvent par ailleurs) mal contrôlés. Dans l'expérience de [Steinbach 01], un environnement ad hoc est contrôlé on-chip afin d'amortir à toutes les fréquences les degrés de liberté de l'environnement. Le courant maximum de la jonction polarisée en tension approche ainsi très sensiblement le courant critique I_C théorique [Ivanchenko 69].

Au niveau des lignes de dégénérescence où seuls deux états de charge ont



FIG. 4.20: Mesure du courant I en fonction de la somme V_s et de la différence V_d des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 35 \ \mu\text{V}$. L'amplitude et la structure du courant ne dépendent guère de la tension de polarisation dans la fourchette comprise entre 40 μV et 10 μV . La ligne faisant apparaître le supercourant entre l'île de gauche et l'île de droite est très visible, il vaut 50 pA. Le courant au niveau des points triples est de 90 pA

la même énergie, le courant est sensiblement réduit, mais toujours détectable (cf. fig. 4.16, fig. 4.18 et fig. 4.19). Ces lignes peuvent se dédoubler comme nous l'avons vu dans la subsection précédente. Une ligne de courant (ligne horizontale) est observée plus particulièrement, à partir de $V_B = 40 \ \mu\text{V}$ au milieu de deux points triples (cf. fig. 4.19) qui caractérise la ligne de dégénérescence entre les états de charge $|0, 2\rangle$ et $|2, 0\rangle$. Cette ligne domine bientôt toutes les autres en amplitude (en diminuant la polarisation) et s'élargit conséquemment dès $V_B = 35 \ \mu\text{V}$ (cf. fig. 4.20) pour conserver ce comportement jusqu'au zéro de polarisation (cf. fig. 4.21 à $V_B = 25 \ \mu\text{V}$). L'amplitude du courant y reste constante à ~ 45 pA.

Pourquoi le supercourant sur la ligne de dégénérescence horizontale est-



FIG. 4.21: Mesure du courant I en fonction de la différence V_d pour différentes sommes V_s des tensions de grille à tension de polarisation $V_B = 25 \ \mu\text{V}$. La mesure du courant en fonction de V_d est décalée à chaque trace en fonction de la tension de grille V_s . L'amplitude et la structure du courant ne dépendent guère de la tension de polarisation dans l'intervalle compris entre 40 μ V et 10 μ V. La ligne faisant apparaître le supercourant entre l'île de gauche et l'île de droite est très visible, il vaut 50 pA. Le maximum de courant critique est mesuré au niveau des points triples est vaut 95 pA.

elle si dominant ? Le couplage entre les états $|0, 2\rangle$ et $|2, 0\rangle$ est à son maximum, justifiant le terme de la double île, la paire de Cooper est délocalisée dans les deux îles par le couplage E_{J2} . Sur les deux autres lignes de dégénérescence, l'état de superposition sont les couples ($|0, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$ via E_{J1}) et ($|0, 2\rangle$ et $|0, 0\rangle$ via E_{J3}). Dans ces deux autres cas, la paire de Copper est délocalisée entre une île et le circuit extérieur. L'environnement vu par les états de superposition doit certainement être différent dans le premier cas que dans les deux autres suivants.



FIG. 4.22: Mesure du courant en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation à $V_B = 180 \ \mu\text{V}$. Le courant est 2e périodique. Les largeurs des lignes étant fines, ces lignes peuvent apparaître en pointillées par manque de finesse dans l'acquisition des données. On reconnaît les lignes de cotunneling décrites à la figure 4.6. Le maximum du courant est 36 pA.

4.4 Quid de la 2e périodicité à $2\Delta > |eV_B| > \Delta$?

La périodicité des oscillations de courant en fonction des tensions de grille dépend de la tension de polarisation du circuit et de la valeur du gap supraconducteur. Les mesures suivantes sont effectuées à champ magnétique nul (cf. fig. 4.22, 4.23, 4.24, 4.25, 4.26).

La 2e périodicité apparaît à tension de polarisation $|eV_B| < \Delta = 184 \ \mu eV$ (cf. fig. 4.22 et fig. 4.23). Pour vérifier l'hypothèse que la 2e périodicité dépend explicitement du gap supraconducteur, un champ magnétique est appliqué perpendiculairement à l'échantillon pour diminuer continûment le gap supraconducteur Δ . On étudie alors la valeur seuil de la tension de polarisation en dessous de laquelle apparaît la 2e périodicité. En supposant la valeur du gap constante pour les électrodes et pour les îles, on détermine le gap supraconducteur grâce aux courbes $I - V_B$ à différents champs magnétiques de la même manière qu'à la figure 4.1, résumées dans le tableau suivant.



FIG. 4.23: (Haut)Mesure du courant en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation à $V_B = 200 \ \mu\text{V}$. Le courant dans le plan des tensions de grille est e périodique. Le maximum du courant est 19 pA. (Bas) On peut y reconnaître les hexagones des deux diagrammes de stabilité concernant le cotunneling 2e périodique avec un décalage d'une demi-période dans la direction de V_{q2} .

Gap de l'aluminium	Seuil de V_B de 2e périodicité
$\Delta(B=0\ G) = 184\ \mu V$	$V_B = 180 \ \mu V$
$\Delta(B = 80 \ G) = 180 \ \mu V$	$V_B = 175 \ \mu V$
$\Delta(B = 700 \ G) = 170 \ \mu V$	$V_B = 150 \ \mu V$

Le seuil de la polarisation à partir duquel la périodicité 2e est observée décroît plus rapidement que le gap supraconducteur moyen en fonction du champ magnétique. On peut donc se demander si cette valeur du gap des électrodes est la valeur pertinente pour se prémunir des quasiparticules horséquilibre.

Il faut noter que le seuil de la 2e périodicité (à champ magnétique nul) pour cet échantillon est le même (la valeur du gap supraconducteur) que pour un échantillon ayant une énergie de charge plus importante d'un facteur ~ 1.5 [Bibow 01]. Ce seuil ne dépend donc pas du rapport de l'énergie de charge par rapport au gap supraconducteur (tant que l'énergie de charge soit inférieure au gap).



FIG. 4.24: Mesure du courant en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation à $V_B = 240 \ \mu\text{V}$. Le maximum de courant est 40 pA. Le courant est e périodique en fonction des tensions de grille.

Pour une tension de polarisation telle que $eV_B > \Delta$, la structure des hexagones est contaminée par l'existence de quasiparticules hors-équilibre.

Le courant mesuré en fonction des tensions de grille a une période deux fois plus petite que pour $V_B < \Delta$. Pourtant, le comportement du courant n'est pas décrit par l'effet tunnel pur de quasiparticules : la topologie du courant devenu e périodique reste fondamentalement la même que pour le courant 2e périodique. L'effet des quasiparticules entrant et sortant d'une des deux îles est de changer la charge induite par l'une des grilles d'une seule charge électronique et de déplacer le diagramme en hexagones 2e périodique provenant du cotunneling d'une demi-période (c'est-à-dire e périodique).



FIG. 4.25: Le courant mesuré en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation à $V_B = 240 \ \mu V$ est superposé aux hexagones provenant du cotunneling. Le diagramme de stabilité est placé dans les quatre positions décalées d'une demi-période dans les deux directions des tensions de grille provenant de l'apparition de quasiparticules hors-équilibre dans le système.

On en conclut que les quasiparticules hors-équilibre ne contribuent pas au transport qui reste fondamentalement dominé par le courant de paires de Cooper. Les processus de cotunneling 2e périodique expliquent ainsi qualitativement le comportement du courant pour les tensions plus importantes



FIG. 4.26: Mesure du courant en fonction des deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} à tension de polarisation $V_B = 260 \ \mu\text{V}$. Le courant maximum est 60 pA. Le courant est e périodique en fonction des tensions de grille. Le diagramme de stabilité se superpose au courant en fonction des tensions de grille. Les trois autres possibilités pour positionner le diagramme de stabilité ne sont pas représentées, mais cela fonctionne de la même façon que pour la figure 4.25, dans les deux directions des tensions de grille.

que le seuil de la 2e périodicité. Notons que dans la gamme de tension de polarisation 185 μ V < V_B < 260 μ V, le courant reste du même ordre de grandeur. Le courant est légèrement plus important à partir de $V_B = 260 \ \mu$ V, les quasiparticules fournissant un canal de dissipation supplémentaire augmentant par là-même la relaxation. Cependant, pour 180 μ V < V_B < 210 μ V, le courant diminue toujours en $1/V_B$, le courant n'augmente véritablement grâce à ce nouveau canal de dissipation qu'à partir de $V_B = 210 \ \mu$ V. Les hexagones restent principalement les mêmes, à part que la taille des triangles provenant des points triples à tension de polarisation finie augmente en fonction de la tension de polarisation (cf. fig. 4.23 pour $V_B = 200 \ \mu$ V et fig. 4.26 pour $V_B = 260 \ \mu$ V), ce qui est attendu et qui est également visible lors des mesures de courant 2e périodique (comparer par exemple la figure 4.22 pour $V_B = 180 \ \mu$ V et la figure 4.6 pour $V_B = 150 \ \mu$ V).

Pour une tension de polarisation telle que 180 $\mu V < V_B < 210 \ \mu V$, il suffit de superposer au courant en fonction des deux tensions de grille, deux diagrammes de stabilité provenant du cotunneling (cf fig. 4.23). Une fois le premier diagramme tracé, le second est décalé d'une demi-période de charge (par rapport à la périodicité 2e) dans la direction de la tension de grille V_{g2} . Le système n'est "empoisonné qu'à moitié".

Pour une tension de polarisation supérieure 210 μ V < V_B , il est possible de décaler le diagramme dans les deux directions V_{g1} et V_{g2} , il est ainsi possible de placer quatre diagrammes déplacés d'une demi-période dans chacune des

deux directions correspondantes aux tensions de grille (cf fig. 4.25 et fig. 4.26).

On suppose que le système de la double île ne produit pas de quasiparticules par lui-même. Les quasiparticules hors-équilibre pourraient provenir plus facilement de l'extérieur du circuit via la troisième jonction, la seconde île étant plus vite contaminée. La troisième jonction a, en effet, une capacité deux fois plus grande que les deux autres.

4.5 Conclusion

Sur la figure 4.28, le courant est présenté en fonction de la différence V_d des tensions de grille à différentes tensions de polarisation V_B . Sur la figure 4.27, le maximum de courant est présenté en fonction de la tension de polarisation V_B . On peut reconnaître plusieurs régimes :

le régime de cotunneling de paires de Cooper où le courant est e périodique en fonction des tensions de grille et où le taux de relaxation est guidé par les quasiparticules hors-équilibre $(V_B > 210 \ \mu\text{V})$;

le régime de cotunneling de paires de Cooper où le courant est e périodique en fonction des tensions de grille et où le taux de relaxation ne dépend pas des quasiparticules hors-équilibre mais de l'environnement électromagnétique menant à un courant en $1/V_B$ (210 $\mu V > V_B > 180 \ \mu V$);

un régime où le courant est 2e périodique et où l'amplitude du courant dépend principalement de la relaxation provenant de l'environnement électromagnétique en $1/V_B$ (180 $\mu V > V_B > 95 \mu V$);

un régime Zéno où le courant n'est pas seulement déterminé par la relaxation mais aussi par le couplage entre les états qui devient le facteur limitant dans le transfert de paires de Cooper (95 μ V > V_B > 60 μ V);

un régime où le supercourant à travers les trois jonctions Josephson en série polarisées en tension est visible dans la gamme 60 $\mu V > V_B$.

Beaucoup de phénomènes physiques font intervenir les transitions dissipatives possibles en fonction des tensions de polarisation V_B et des couplages Josephson des jonctions. La plupart des phénomènes ont pu être décrit qualitativement dans ce chapitre même si le comportement dans le voisinage des triangles d'instabilité n'est pas complètement compris.



FIG. 4.27: Amplitude maximum du courant en fonction de la tension de polarisation V_B obtenue grâce à la figure 4.28. On peut y reconnaître plusieurs régimes décrit auparavant. En diminuant progressivement la tension V_B , le régime de cotunneling e périodique ($V_B > 180 \ \mu V$) laisse place au régime de cotunneling 2e périodique dont le comportement est en $1/V_B$ (180 $\mu V > V_B > 95 \ \mu V$). Le régime Zéno est atteint à $V_B = 95 \ \mu V$, seuil à partir duquel le courant croît linéairement en tension de polarisation ($95 \ \mu V > V_B > 60 \ \mu V$). Le supercourant se détache à partir de $V_B = 60 \ \mu V$ pour atteindre 96 pA à $V_B = 40 \ \mu V$ où il reste principalement constant quasiment jusqu'au zéro en tension.



FIG. 4.28: Mesure du courant en fonction de la différence des tensions de grille V_d à différentes tensions de polarisation V_B . Ces traces croisent les points triples dans le plan des tensions de grille afin d'en maximiser le courant. En raison de certaines instabilités de charges offset, les maxima peuvent ne pas correspondre aux mêmes valeurs des tensions de grille.

Chapitre 5

Pompage, phases et courants adiabatiques

Une étude théorique sur le pompage dans l'état supraconducteur permet de préciser certains résultats classiques. Nous travaillerons toujours dans la limite de $E_J < E_C$ où les effets de charge dominent pour se restreindre à des développements au premier ou au second ordre en E_J/E_C . Le principe de l'évolution adiabatique de l'état quantique est présenté dans la première partie. Dans la seconde partie sont décrites les méthodes utilisées pour calculer la charge pompée par cycle, pour l'état fondamental $|f\rangle$ (dans la troisième partie) et pour le premier état excité $|e\rangle$ (la quatrième partie).

5.1 Evolution adiabatique et pompage de charges

Nous sommes intéressés par le transfert de charges à travers le circuit de la pompe à paire de Cooper soumis à une modulation périodique de fréquence f des tensions de grille V_{g1} et V_{g2} . On considère une modulation suffisamment lente de l'ordre de $f \ll E_J^2/(4\hbar E_C)$ pour se prémunir des transitions Landau-Zener : l'évolution est ainsi adiabatique. Les charges n_g induites par les tensions de grille sont notées

$$\begin{cases}
 n_{g1} = \frac{C_{g1}V_{g1}}{2e} \\
 n_{g2} = \frac{C_{g2}V_{g2}}{2e}
 \end{cases}$$
(5.1)

L'évolution est circulaire autour du point triple (cf. fig. 1.12) permet de différencier n_g par rapport à l'angle θ

$$dn_q = rd\theta , \qquad (5.2)$$

où r est le rayon du cercle en unité de 2e, et θ l'angle par rapport à l'axe $n_{s_q} = n_{g1} + n_{g2}$. En fonction du temps, θ augmente linéairement

$$\theta = 2\pi f \cdot t \ . \tag{5.3}$$

Une pompe à paire de Cooper incrémente p adiabatiquement au cours d'une évolution cyclique des tensions de grille (p a été défini dans la section 1.1.3). L'opérateur \hat{p} est canoniquement conjugué à la phase φ présente aux bornes de la pompe.

L'évolution de l'état quantique $|\psi(t)\rangle$ peut être déterminée en utilisant la base des états instantanés $\{|m(t)\rangle\}$ d'énergies $\{E_m(t)\}$ de l'hamiltonien total du système à chaque instant t. Si l'état quantique $|\psi\rangle$ du système au temps t_0 est égal à $|m(t_0)\rangle$, il est possible, en utilisant la théorie des perturbations dépendant du temps, d'estimer l'état $|\psi\rangle$ au temps $t_0 + \delta t$,

$$\begin{aligned} |\psi_m(t_0 + \delta t) \rangle &= e^{-iE_m(t_0)\delta t/\hbar} |m(t_0)\rangle + \\ &+ \sum_{l \neq m} \frac{e^{-iE_l(t_0)\delta t/\hbar} - e^{-iE_m(t_0)\delta t/\hbar}}{i(E_l(t_0) - E_m(t_0))/\hbar} \langle l(t_0) | \nabla_{n_g} m(t_0)\rangle \cdot (\partial n_g/\partial t) |l(t_0)\rangle . \end{aligned}$$
(5.4)

où le terme $|\nabla_{n_g} m(t_0)\rangle \cdot (\partial n_g/\partial t)$ est la dérivée "spatiale" de l'état $|m(t_0)\rangle$ par rapport au changement temporel des tensions de grille.

De proche en proche, l'état quantique $|\psi_m(t)\rangle$, solution de l'équation de Schrödinger $i\hbar \partial |\psi_m(t)\rangle/\partial t = H(t)|\psi_m(t)\rangle$, après une évolution adiabatique (suffisamment lente) cyclique de période de pompage T, acquiert une phase qui s'exprime de la forme

$$|m(T+t_0)\rangle = e^{\frac{-i}{\hbar}\int_{t_0}^{t_0+T} dt E_m(t)} e^{i\gamma_m(C)} |m(t_0)\rangle , \qquad (5.5)$$

par définition de la base des états instantanés. Au bout d'une période, l'état quantique diffère de l'état initial par un facteur de phase. Cette phase a deux contributions. La phase $\eta_m = \frac{-1}{\hbar} \int_{t_0}^{t_0+T} dt E_m(t)$ est de nature dynamique, alors que la phase $\gamma_m(C)$ a une nature géométrique, car elle dépend du contour C parcouru au cours de l'évolution cyclique de période T sur le niveau $|m\rangle$. On parle de phase adiabatique ou phase de Berry.

On suppose qu'un circuit externe à la pompe à paire de Cooper maintient une différence de phase φ constante à ses bornes. Un tel circuit est le siège d'un supercourant I_S et la charge Q_S transmise par le supercourant dans l'état stationnaire $|m\rangle$ peut être déterminée comme la dérivée de la phase dynamique $\eta_m = \frac{-1}{\hbar} \int_{t_0}^{t_0+T} dt E_m(t)$ par rapport à la phase totale φ ,

$$Q_S = \frac{-2e}{\hbar} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \frac{\partial E_m(t)}{\partial \varphi} .$$
 (5.6)

On retrouve sa filiation au supercourant

$$I_S = \frac{dQ_S}{dt} = \frac{-2e}{\hbar} \frac{\partial E_m}{\partial \varphi} , \qquad (5.7)$$

grâce à l'expression habituelle de l'opérateur courant I déterminé grâce aux équations d'Hamilton, à savoir la dérivée de l'hamiltonien par rapport à la phase φ totale aux bornes du circuit, variable conjuguée de la charge transférée,

$$I = \frac{-2e}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial \varphi} . \tag{5.8}$$

La phase géométrique $\gamma_m(C)$ est non intégrable et n'est pas uni-valuée. Elle ne peut être écrite en fonction des paramètres n_g , et s'exprime comme [Berry 84]

$$\gamma_m(C) = i \oint_C \langle m(n_g) | \nabla_{n_g} m(n_g) \rangle \cdot dn_g .$$
(5.9)

Elle dépend du chemin dans l'espace des paramètres n_g . De façon générale, on écrit la phase de Berry le long d'un chemin fermé de contour C comme

$$\gamma_m(C) = i \oint_C \langle m | dm \rangle .$$
 (5.10)

Les chemins parcourus dans l'espace des paramètres n_g sont des trajectoires circulaires de centre O, le point triple, et de rayon r (cf. chapitre des fondamentaux). La position sur le contour C est ainsi spécifiée par l'angle θ . Pour un incrément de $d\theta$, l'incrément $|dm\rangle$ est défini par

$$|dm\rangle = \Omega_m |m\rangle d\theta + \sum_{n \neq m} \tau_{mn} |n\rangle d\theta , \qquad (5.11)$$

où les états $|n\rangle$ sont tous orthogonaux à $|m\rangle$. La phase de Berry ne dépend donc que de la composante colinéaire avec $|m\rangle$ de $|dm\rangle$

$$\gamma_m(C) = i \int_0^{2\pi} d\theta \Omega_m . \qquad (5.12)$$

5.1.1 Calcul de la charge pompée avec les états propres instantanés

La charge transférée, la quantité physique qui évolue lors d'une transformation adiabatique d'un état propre $|m\rangle$, est décrite par l'évolution de l'indice opérateur \hat{p} , le nombre de paires de Cooper traversant le circuit. Aussi, la quantité transmise δQ_m résultant de l'évolution de l'état $|m(\theta)\rangle$ à l'état $|m(\theta + d\theta)\rangle$ s'écrit naturellement

$$\delta Q_m = \langle m(\theta + d\theta) | \hat{p} | m(\theta + d\theta) \rangle - \langle m | \hat{p} | m \rangle$$
(5.13)

$$= \langle m(\theta + d\theta) | \hat{p} | m(\theta + d\theta) \rangle - \langle m(\theta + d\theta) | \hat{p} | m(\theta) \rangle + \langle m(\theta + d\theta) | \hat{p} | m(\theta) \rangle - \langle m | \hat{p} | m \rangle$$

$$= \langle m + dm | \hat{p} | dm \rangle + \langle dm | \hat{p} | m \rangle .$$
(5.14)
(5.15)

$$= \langle m + dm | \bar{p} | dm \rangle + \langle dm | \bar{p} | m \rangle .$$
(5.15)

En supprimant les corrections du second ordre, on trouve

$$= \langle m|\hat{p}|dm\rangle + \langle m|\hat{p}^+|dm\rangle^* . \qquad (5.16)$$

L'opérateur \hat{p} est hermitique, la charge transférée de $|m(\theta)\rangle$ à $|m(\theta + d\theta)\rangle$ est alors

$$\delta Q_m = 2\mathbf{Re} \langle m | \hat{p} | dm \rangle . \tag{5.17}$$

En intégrant sur le contour C, la charge pompée en un cycle complet autour du point triple est

$$Q_m(C) = 2\mathbf{Re} \oint_C \langle m | \hat{p} | dm \rangle .$$
 (5.18)

L'opérateur \hat{p} et la phase φ étant deux variables conjuguées, le commutateur $[\hat{p}, \varphi] = i$ et

$$\hat{p} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi} . \tag{5.19}$$

La charge pompée peut donc s'écrire

$$Q_m = \oint [\langle m | \hat{p} | dm \rangle + \langle dm | \hat{p} | m \rangle]$$
(5.20)

$$Q_m = \frac{1}{i} \oint \left[\langle m | \frac{\partial | dm \rangle}{\partial \varphi} + \langle dm | \frac{\partial | m \rangle}{\partial \varphi} \right]$$
(5.21)

$$Q_m = \frac{1}{i} \oint \left[\langle m | \frac{\partial |dm\rangle}{\partial \varphi} - \frac{\partial \langle m |}{\partial \varphi} |dm\rangle \right] \,. \tag{5.22}$$

L'opérateur courant est antisymétrique (de façon habituelle) et on note cet opérateur *,* ,

$$\langle \alpha | \overline{\frac{\partial}{\partial \varphi}} | \beta \rangle = \langle \alpha | \frac{\partial | \beta \rangle}{\partial \varphi} - \frac{\partial \langle \alpha |}{\partial \varphi} | \beta \rangle .$$
 (5.23)

Il est ainsi possible d'exprimer la charge pompée comme la dérivée par rapport à son complexe conjugué, la différence de phase φ aux bornes du dispositif

$$Q_m(C) = \frac{2e}{i} \oint_C \langle m | \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial \varphi} | dm \rangle , \qquad (5.24)$$

notée cette fois-ci en unité de coulomb.

Dans ce calcul, on ne retrouve **pas** que la charge pompée Q_m par application d'une évolution cyclique des tensions de grille sur le niveau m est la dérivée de la phase de Berry par rapport à la phase totale aux bornes de l'échantillon ($Q_m = 2e\frac{\partial\gamma_m}{\partial\varphi}$!), par analogie avec l'expression de la charge transférée par le supercourant [Aunola 03]. La phase de Berry n'est sensible qu'à la composante parallèle de $|m\rangle$ dans $|dm\rangle$, c'est-à-dire à Ω_m . Le pompage est sensible à la variation de l'état quantique dans le sous-espace perpendiculaire à $|m\rangle$, soit à τ_{mn} les composantes tangentielles de $|dm\rangle$. Une paire de Cooper est transférée par pompage adiabatique principalement aux lignes d'anti-croisement alors que l'incrément de la phase de Berry est essentiellement réalisé entre deux lignes d'anti-croisement dans le diagramme de stabilité.

La charge totale transférée lors d'un cycle de pompage se résume alors à la somme entre la charge transférée par le supercourant et la charge pompée, dépendant seulement du chemin choisi caractérisé par son contour C déterminé par la combinaison des tensions de grille,

$$Q_S + Q_m = 2e \frac{\partial \eta_m}{\partial \varphi} - 2ei \oint_C \langle m | \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial \varphi} | dm \rangle .$$
 (5.25)

5.1.2 Connection avec la représentation d'état virtuel

Une autre démarche a été réalisée auparavant notamment dans les références [Pekola 99] et [Fazio 03] pour calculer la même quantité physique, à savoir la charge pompée, via l'opérateur courant I. La valeur moyenne de Q_m dans l'état $|\psi_m(t)\rangle$ s'écrit

$$Q_m = \langle \hat{p} \rangle_m = \langle \psi_m(t) | \hat{p} | \psi_m(t) \rangle = \langle m(t) | \hat{p} | m(t) \rangle .$$
 (5.26)

On obtient le courant de pompage en dérivant Q_m par rapport au temps

$$\langle \dot{\hat{p}} \rangle_m = 2\mathbf{Re} \langle m | \hat{p} | \dot{m} \rangle = 2\mathbf{Re} \langle m | \hat{p} \frac{\partial | m \rangle}{\partial \theta} \dot{\theta} .$$
 (5.27)

On intercale la relation de fermeture, et on trouve

$$\dot{Q}_m = 2\mathbf{Re} \sum_{n \neq m} \langle m | \hat{p} | n \rangle \langle n | \frac{\partial | m \rangle}{\partial \theta} \dot{\theta} , \qquad (5.28)$$

en omettant le cas n = m, étant donné que la normalisation de $|m\rangle$ implique que $\langle m | \frac{\partial |m\rangle}{\partial n_g}$ soit imaginaire. On peut obtenir le courant I aussi directement en utilisant le théorème d'Ehrenfest, à savoir

$$\langle m|I|n\rangle = \frac{i}{\hbar} \langle m|[H,\hat{p}]|n\rangle = \frac{i}{\hbar} (E_m - E_n) \langle m|\hat{p}|n\rangle .$$
 (5.29)

On regroupe toutes ces expressions pour écrire la charge pompée en terme de l'opérateur courant (évidemment), dépendant des états orthogonaux à $|m\rangle$

$$\langle \dot{\hat{p}} \rangle_m = 2\hbar \mathbf{Im} \sum_{m \neq n} \frac{\langle m|I|n \rangle}{E_m - E_n} \langle n| \frac{\partial |m \rangle}{\partial \theta} \dot{\theta}$$
 (5.30)

La charge pompée par cycle dans l'état $|\psi_m\rangle$, en coulomb, est l'intégrale du courant de pompage pendant la durée du cycle, en remplaçant l'opérateur courant par son expression

$$Q_m = \int_{t_0}^{t_0+T} dt \langle \dot{\hat{p}} \rangle_m = -4e \mathbf{Im} \sum_{m \neq n} \oint_C \frac{\langle m | \frac{\partial H}{\partial \varphi} | n \rangle}{E_m - E_n} \langle n | \frac{\partial | m \rangle}{\partial \theta} d\theta .$$
 (5.31)

5.2 États p et états φ

Suivant la nature du circuit externe, soit les fluctuations de phase sont importantes, soit ce sont les fluctuations de charge qui dominent. Il y a alors deux stratégies différentes pour calculer la charge pompée par cycle : le modèle dit de bandes où la phase φ est imposée (états p étendus) et le modèle de charges p localisées où le nombre d'états p est confiné à un petit nombre, par le circuit externe.

Le comptage de paires de Cooper traversant le circuit est opéré par un détecteur de charge fictif positionné aux bornes de la pompe à paire de Cooper. Le flux de paires de Cooper n'est pas considéré comme un processus séquentiel faisant traverser les électrons un à un au travers des barrières tunnel, mais comme tout un fluide électronique se déplaçant collectivement, incrémentant par là-même la quantité de charge pompée en un cycle. La charge est incrémentée principalement aux points d'anti-croisement, d'où un profil de Q_m en marches d'escalier en fonction de l'angle θ (cf. par exemple, fig. 5.3).

5.2.1 Modèle de charges *p* localisées

Dans le premier cas, on peut considérer que la charge $2e \times p$ est effectivement transférée par incrément à chaque cycle. Nous appellerons ce modèle de "charges p localisées" car le nombre d'états p intervenant dans le processus de transfert adiabatique est effectivement restreint à un petit nombre. On peut alors utiliser la représentation matricielle de \hat{p} sur la base des états $|2n_1, 2n_2, 2p\rangle$. Explicitement, en se restreignant aux états $|0, 0, 2p\rangle$, $|0, 2, 2(p + \kappa_0)\rangle$, $|2, 0, 2(p + \kappa_0 + \kappa)\rangle$ et $|0, 0, 2(p + 1)\rangle$ intervenant dans l'évo-



FIG. 5.1: Représentation graphique du chemin circulaire dans le plan (n_s, n_d) . θ est l'angle par rapport à l'axe de n_s , et r est le rayon. O est l'origine du repère en coordonnées sphériques. Les points P, Q et R sont les points d'anti-croisement entre l'état fondamental et le premier état excité. Les points p, q et r sont les points d'anti-croisement entre le premier état excité et le second état excité (cf. fig. 5.2).

lution au cours d'un cycle complet, on a

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p + \kappa_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p + \kappa_0 + \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p + 1 \end{pmatrix} .$$
(5.32)

Remarquons que dans ce modèle, l'évolution dans l'espace de Hilbert n'est pas cyclique puisque p augmente à chaque période. Les paramètres $\kappa_0 = \frac{C_2}{2C_2+C}$ et $\kappa = \frac{C}{2C_2+C}$ sont des paramètres¹ sans dimension décrivant les différences de phase aux bornes de chacune des capacités des jonctions tunnel (cf. fig. 5.1 et éq. 1.23).

L'hamiltonien est naturellement exprimé dans la base des charges trans-

¹Notons que $\kappa_0 + \kappa + \kappa_0 = 1$.

férées $|p\rangle$ et il s'écrit, à tension de polarisation nulle,

$$H\Big|_{n=0} = \begin{pmatrix} \epsilon_{00} & -\frac{E_{J3}}{2}e^{i\kappa_{0}\varphi} & 0 & 0 & \vdots \\ -\frac{E_{J3}}{2}e^{-i\kappa_{0}\varphi} & \epsilon_{02} & -\frac{E_{J2}}{2}e^{i\kappa\varphi} & 0 & \vdots \\ 0 & -\frac{E_{J2}}{2}e^{-i\kappa\varphi} & \epsilon_{20} & -\frac{E_{J1}}{2}e^{i\kappa_{0}\varphi} & \vdots \\ 0 & 0 & -\frac{E_{J1}}{2}e^{-i\kappa_{0}\varphi} & \epsilon_{00} & -\frac{E_{J3}}{2}e^{i\kappa_{0}\varphi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$
(5.33)

La charge transférée est alors calculée grâce à l'équation 5.18. En décomposant l'état fondamental comme $|f\rangle = \sum_p x_p |0, 0, 2p\rangle + y_p |0, 2, 2(p + \kappa_0)\rangle + z_p |2, 0, 2(p + \kappa_0 + \kappa)\rangle$ dans cette base, la charge transférée dans l'état fondamental Q_0 est

$$Q_0 = \sum_p \oint 2\mathbf{Re} \left[p \ x_p^* dx_p + (p + \kappa_0) y_p^* dy_p + (p + \kappa_0 + \kappa) z_p^* dz_p \right] .$$
 (5.34)

Pour le calcul numérique de la charge transférée lors d'un cycle, on retient 4 périodes de charge (p=-1,0,1,2) et la charge est obtenue en intégrant θ de 0 à 2π .

5.2.2 Modèle de bandes

Alternativement, le circuit externe peut imposer une différence de phase φ et il est alors plus judicieux d'utiliser un modèle de "bandes" défini comme transformée de Fourier des états p, à savoir,

$$|2n_1, 2n_2, \varphi\rangle = \sum_p e^{-ip\varphi} |2n_1, 2n_2, 2p\rangle$$
 (5.35)

Dans cette situation, il est toujours possible de transférer des charges au cours d'une évolution adiabatique cyclique car les trois bandes principales $|0, 0, \varphi\rangle$, $|0, 2, \varphi\rangle$ et $|2, 0, \varphi\rangle$ se mélangent séquentiellement à chaque anti-croisement de niveau (cf. fig. 5.1). Notons que le fait de travailler avec des états de phase oblige le système à évoluer à états p étendus.

L'hamiltonien de la pompe est exprimé en imposant la phase φ aux bornes de la pompe

$$H\Big|_{\varphi} = \begin{pmatrix} \epsilon_{00} & -\frac{E_{J3}}{2}e^{i\kappa_0\varphi} & -\frac{E_{J1}}{2}e^{-i\kappa_0\varphi} \\ -\frac{E_{J3}}{2}e^{-i\kappa_0\varphi} & \epsilon_{02} & -\frac{E_{J2}}{2}e^{i\kappa\varphi} \\ -\frac{E_{J1}}{2}e^{i\kappa_0\varphi} & -\frac{E_{J2}}{2}e^{-i\kappa\varphi} & \epsilon_{20} \end{pmatrix} .$$
(5.36)

En diagonalisant cet hamiltonien, on obtient les états de bandes $|m, \varphi\rangle$ en fonction de l'angle θ autour du point O (cf. fig. 5.2). Il suffit de recourir à l'équation 5.24, où l'opérateur \hat{p} est écrit comme la dérivée de la phase, pour obtenir la charge pompée au cours d'un cycle en intégrant θ de 0 à 2π .



FIG. 5.2: Bandes d'énergie de trois états propres de la pompe à paire de Cooper en fonction de l'angle θ autour du point triple O pour un rayon r_{max} pour deux rapports d'énergie E_J/E_C . Les anti-croisements entre le fondamental et le premier état excité sont noté P, Q et R, alors que les points de répulsion entre le second niveau et le troisième niveau sont à p, q et r. E_J fixe les échelles des gaps entre les niveaux, alors que E_C fixe la distance moyenne entre les bandes d'énergie.

5.3 Pompage dans l'état fondamental $|f\rangle$

Le circuit de pompe possède les caractéristiques suivantes :

les couplages Josephson extérieurs sont légèrement plus faibles que le couplage interne soit $E_J/E_{J2} = 0.7$,

la géométrie des jonctions est légèrement asymétrique soit $\kappa=0.362$ et $\kappa_0=0.319.$

Le paramètre variable pertinent est le rapport du couplage Josephson avec l'énergie de charge E_J/E_C . Le calcul est réalisé pour une variation des tensions de grille de rayon $r_{max} = \frac{1-\kappa}{2}$ autour du point triple O.

On calcule numériquement la charge pompée dans l'état fondamental à l'aide du modèle de charges p localisées présenté dans la section 5.2. La


FIG. 5.3: Charge pompée à travers une pompe à paire de Cooper. Pour un rapport $E_J/E_C = 0.04$ (en rouge), "l'erreur" dans le transfert est de 510^{-5} . Si le rapport $E_J/E_C = 0.2$ (en bleu), l'erreur atteint 310^{-3} . La charge pompée est calculée dans l'espace des charges p localisées avec 4 périodes de charge.

charge pompée obtenue est représentée sur la figure 5.3. Une charge de 2e est transférée par pompage lors d'un cycle.

Ensuite la charge est calculée, sur la figure 5.4, dans le modèle de bande (cf. section 5.2) où six bandes d'énergie sont utilisées. Il y a une dépendance de Q_0 avec la phase globale φ . Ceci est la signature de la délocalisation de la charge de plusieurs valeurs de p. Une charge de 2e est transférée par cycle, à des corrections près ne pouvant pas être négligées. Le pompage conserve toutefois la même direction et le même ordre de grandeur.

Comme annoncé précédemment, la contribution la plus importante dans le transport adiabatique se présente aux endroits où la superposition entre les niveaux est la plus importante, soit proche des anti-croisements. Les points de répulsion sont au nombre de trois, P Q et R (cf. fig. 5.1) pour l'état fondamental.

Maintenant on calcule la charge pompée dans l'état fondamental, soit $|m\rangle = |f\rangle$ en utilisant la méthode exposée dans la section 5.1, de manière "pédestre". Dans ce cas, on peut se limiter à l'influence d'un seul état $|n\rangle$, à savoir le premier état excité $|e\rangle$. La décomposition en charge s'écrit (en



FIG. 5.4: Charge pompée à travers une pompe à paire de Cooper pour deux rapports, $E_J/E_C = 0.04$ pour le graphe du dessus et $E_J/E_C = 0.2$ pour celui du dessous en utilisant le modèle de bande. Le résultat dépend fortement de la différence de phase φ aux bornes du circuit.

rappel du chapitre $1^{\rm er}$)

$$|f\rangle = \sqrt{1 - a^2} \left(e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |2,0\rangle + e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |0,2\rangle \right) + \chi_{|f\rangle} |0,0\rangle , \text{ et} \quad (5.37)$$

$$|e\rangle = \sqrt{1 - a^2} \left(-e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |2,0\rangle + e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |0,2\rangle \right) + \chi_{|e\rangle} |0,0\rangle .$$
 (5.38)

On différencie d'abord l'état fondamental $|f\rangle$ par rapport à η (défini dans la section 1.1.3) et on intégrera $|f\rangle$ par rapport à θ pour le calcul final. Le calcul est opéré pour chaque anti-croisement, la superposition n'étant principalement pas la même.

On commence à considérer le système autour du point P (cf. fig. 5.1). En négligeant la dépendance en $|0,0\rangle$, on trouve

$$|df\rangle = \frac{\sqrt{1-a^2}}{2} \Big(-e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |2,0\rangle + e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |2,0\rangle \Big) d\eta = |e\rangle \frac{d\eta}{2} . \quad (5.39)$$

Les dépendances des états propres en fonction de la phase globale deviennent

$$\frac{\partial |f\rangle}{\partial \varphi} = \frac{i\kappa\sqrt{1-a^2}}{2} \left(e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}} \cos\frac{\eta}{2} |2,0\rangle - e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}} \sin\frac{\eta}{2} |0,2\rangle \right) \,. \tag{5.40}$$

Ces états portant le courant peuvent s'écrire dans la base des états propres :

$$\frac{\partial |f\rangle}{\partial \varphi} = \frac{i\kappa}{2} (\cos \eta |f\rangle - \sin \eta |e\rangle) . \qquad (5.41)$$

Il faut noter qu'au niveau de l'anti-croisement, où $\eta = \frac{\pi}{2}$, l'état portant le courant de pompage est orthogonal à l'état propre du système. Le système n'accumule donc pas de phase géométrique aux lignes de dégénérescence. Cependant l'incrément de charge par le pompage est maximum en ces points. Avec cette décomposition, il est aisé de déterminer l'incrément de charge pompée dans l'état fondamental

$$\langle f | \frac{\partial |df\rangle}{\partial \varphi} - \frac{\partial \langle f |}{\partial \varphi} | df \rangle = -i\kappa (1 - a^2) \sin \eta \frac{d\eta}{2} . \qquad (5.42)$$

Pour déterminer la charge pompée en passant au voisinage du point P, il suffit d'intégrer $\delta Q_0(P) = 2e\kappa(1-a^2)\sin\eta\frac{d\eta}{2}\sin\theta \,\mathrm{de} -\theta_0/2 \ \mathrm{a} \ \theta_0/2$. L'angle θ_0 est défini à la figure 5.1 et s'exprime comme $\theta_0 = \pi - \operatorname{arcot} \kappa_0$. On trouve

$$\Delta Q_0(P) = 2e\kappa(1-a^2) \int_{\eta(-\frac{\theta_0}{2})}^{\eta(\frac{\theta_0}{2})} \frac{d\eta}{2} \sin\eta , \qquad (5.43)$$

soit, en séparant l'intégrale en deux de $-\theta_0/2$ à 0 et de 0 à $\theta_0/2$,

$$\Delta Q_0(P) = 2e\kappa \cos\eta(\theta_0/2) , \qquad (5.44)$$

en négligeant les dépendances en $(E_J/E_C)^2$.

Il s'agit de réaliser les même opérations autour des points Q et R, où se croisent respectivement les états de charge respectivement $|2,0\rangle$ et $|0,0\rangle$ à Q et $|0,0\rangle$ et $|0,2\rangle$ à R, pour pouvoir déterminer ensuite la charge pompée Q_0 en un cycle complet lorsque le système est dans l'état fondamental, en additionnant les contributions

$$Q_0 = \Delta Q_0(P) + \Delta Q_0(Q) + \Delta Q_0(R) .$$
 (5.45)

Au voisinage du point Q, on intègre l'incrément $\delta Q_0(Q)$ sur $\theta \ de \ \theta_0/2$ à π , on trouve

$$\Delta Q_0(Q) = 2e\kappa_0 \int_{\eta(\frac{\theta_0}{2})}^{\eta(\pi)} \frac{d\eta}{2} \sin\eta \qquad (5.46)$$

soit

$$\Delta Q_0(Q) = 2e \frac{\kappa_0}{2} \left(\cos \eta(\theta_0/2) + \cos \eta(\pi) \right) \,. \tag{5.47}$$

De même, au voisinage du point R, $\delta Q_0(R)$ intégré sur θ de π à $2\pi - \theta_0/2$ donne

$$\Delta Q_0(R) = 2e \frac{\kappa_0}{2} \left(\cos \eta (\pi + \cos \eta (\theta_0/2)) \right) . \tag{5.48}$$

On trouve Q_0 en sommant les charges pompées dans les trois régions, dans la limite $\frac{E_J}{E_C}$ petit,

$$Q_0 \approx 2e \Big(\kappa \cos \eta(\theta_0/2) + \kappa_0 \cos \eta(\theta_0/2) + \kappa_0 \cos \eta(\pi)\Big) \approx 2e , \qquad (5.49)$$

conforme à ce à quoi on peut s'attendre classiquement. Si l'angle $\eta = \pi/2$ au point de dégénérescence (soit à $\theta = 0$ et $\theta = \pm \theta_0$), l'angle $\eta = 0$ aux zones de recouvrement des influences des points P, Q et R, soit p, q et r (à $\theta = \pm \theta_0/2$ et à $\theta = \pi$).

Pour des rapports finis de $\frac{E_J}{4rE_C}$, on peut omettre la contribution des états de plus hautes énergies dans les cas où la différence de phase $\varphi = \pi/2$. Ceci est bien illustré à la figure 5.5 où est superposé le calcul numérique de la charge pompée au calcul analytique précédemment réalisé. A différence de phase nulle, l'accord se détériore parce que la contribution cohérente est ignorée dans ce cas limite analytique. De plus la contribution du troisième état de charge a été négligée et l'accord pour un rapport $E_J/E_C = 0.41$ n'est plus aussi bon que pour $E_J/E_C = 0.082$.



FIG. 5.5: Evaluation de la charge pompée via la méthode numérique (modèle de bande) et via la méthode analytique (cf. éq. 5.49) développée dans cette section en fonction de l'angle θ de pompage. Le pompage est réalisé par une variation des tensions de grille de rayon $r_{max} = \frac{1-\kappa}{2}$ autour du point triple O, θ se déployant entre $-\pi$ et π pour accomplir un cycle complet. Dans les deux cas, on applique une différence de phase $\varphi = \pi/2$ pour annuler les contributions cohérentes. Le premier graphe présente l'évolution de la charge pompée pour un faible rapport $E_J/E_C = 0.082$. Dans le second graphe, la charge pompée est calculée pour un plus grand rapport, $E_J/E_C = 0.41$.

On inclut le troisième état de charge, pour l'instant négligé, $\chi_{|f\rangle}|0,0\rangle$ autour du point P. On peut montrer que la correction $\Delta Q_0^1(P)$ s'écrit

$$\Delta Q_0^1(P) \sim -2e \frac{E_J}{4rE_C} \cos \varphi \ . \tag{5.50}$$

De même, concernant la correction autour de Q et de R, on a

$$\Delta Q_0^1(Q) \sim -2e \frac{E_J}{4rE_C} \cos \varphi \,\,, \text{et}$$
(5.51)

$$\Delta Q_0^1(R) \sim -2e \frac{E_J}{4rE_C} \cos \varphi \ . \tag{5.52}$$

On peut noter la dépendance en r et en $\cos \varphi$ de la charge pompée correspondant au recouvrement du troisième état de charge de $|f\rangle$ dans $|e\rangle$ ($|0,0\rangle$ autour de P). La dépendance en $\cos \varphi$ exprime les interférences entre les différentes amplitudes de p. A $\varphi = \pi/2$, de telles interférences sont supprimées.

5.4 Pompage dans le premier état excité $|e\rangle$

On calcule la charge pompée dans le premier état excité $|e\rangle$ comme précédemment en utilisant la méthode exposée dans la section 5.1, la méthode dite pédestre. On va se limiter à l'influence du seul état $|f\rangle$, l'état fondamental, et on va voir ce que cela peut donner comme résultat.

En différenciant le premier état excité $|e\rangle$ autour du point P (cf. fig. 5.1), on obtient

$$|de\rangle = \frac{\sqrt{1-a^2}}{2} \Big(-e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}}\cos\frac{\eta}{2}|2,0\rangle - e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}}\sin\frac{\eta}{2}|2,0\rangle \Big) d\eta = -|f\rangle\frac{d\eta}{2} .$$
(5.53)

De plus, en dérivant $|e\rangle$ par rapport à la phase globale, on a

$$\frac{\partial|e\rangle}{\partial\varphi} = \frac{i\kappa\sqrt{1-a^2}}{2} \left(-e^{i\kappa\frac{\varphi}{2}}\sin\frac{\eta}{2}|2,0\rangle - e^{-i\kappa\frac{\varphi}{2}}\cos\frac{\eta}{2}|0,2\rangle \right) , \qquad (5.54)$$

ce qui peut être réécrit en fonction des états propres $|f\rangle$ et $|e\rangle$,

$$\frac{\partial |e\rangle}{\partial \varphi} = -\frac{i\kappa}{2} (\sin \eta |f\rangle + \cos \eta |e\rangle) . \qquad (5.55)$$

Avec cette décomposition, l'incrément de charge pompée dans le premier état excité $|e\rangle$ est déterminé comme précédemment par

$$\langle e|\frac{\partial|de\rangle}{\partial\varphi} - \frac{\partial\langle e|}{\partial\varphi}|de\rangle = i\kappa(1-a^2)\sin\eta\frac{d\eta}{2}$$
. (5.56)



FIG. 5.6: Charge pompée dans le premier état excité $|e\rangle$ pour un rapport $E_J/E_C = 0.04$ en fonction de l'angle θ en utilisant le modèle de bandes avec six bandes d'énergie. On applique deux différentes phases φ , à savoir 0 et $\pi/2$ aux bornes de la pompe. On peut remarquer l'influence des anti-croisements P, Q et R avec l'état fondamental et des anti-croisements p, q et r avec le second état excité.

Il faut remarquer que l'incrément $\delta Q_1(P) = -\delta Q_0(P)$, ce qui confirme que le courant de pompage dans le premier état excité est bien de signe opposé au courant de pompage dans l'état fondamental.

Cet incrément doit être intégré autour de P. Cependant en négligeant les états de plus hautes énergies (ce qui est plus gênant concernant $|e\rangle$ que $|f\rangle$), la charge transférée est de même magnitude. En effet, la contribution de l'anti-croisement r ne peut être prise en compte sans l'ajout du second état excité. Cela montre bien les limites du calcul du courant de pompage en utilisant seulement deux bandes d'énergie.

Pour calculer plus précisément la charge pompée, on peut calculer numériquement la charge Q_1 en utilisant le modèle de bande (ici six bandes) (cf. fig. 5.6). Après un cycle complet pour le premier état excité, deux paires de Cooper sont transférées dans le sens opposé à celui pour l'état fondamental.



FIG. 5.7: Charge pompée par cycle dans l'état fondamental $|f\rangle$ et dans le premier état excité $|e\rangle$ en fonction de la phase globale φ pour un rapport $E_J/E_C = 0.08$. Le calcul est réalisé par le modèle de bande. L'amplitude en φ est de l'ordre de $2E_J/E_C$ pour $|e\rangle$ et de $4E_J/E_C$ pour $|f\rangle$.

5.5 Métrologie et read-out?

Il faut retenir que le courant dans l'état fondamental est de signe opposé, ce qui devrait être utilisable pour un read-out du Qubit Josephson de la double île. Il s'agit toutefois de travailler avec des rapports $E_J/E_C < 0.1$. Sur la figure 5.7, est présentée l'amplitude de la charge pompée par cycle en fonction de φ pour un rapport $E_J/E_C = 0.08$ pour $|f\rangle$ et pour $|e\rangle$. On y reconnaît d'ailleurs la forme d'un cosinus. Quelle que soit la polarisation en phase, on retrouve plus ou moins la charge transférée classiquement. La charge pompée se résume à un terme classique additionné d'un terme cohérent qui s'écrit

$$Q_0 = 2e + o\left(2e\frac{E_J}{4rE_C}\cos\varphi\right), \text{et}$$
(5.57)

$$Q_1 = -4e + o\left(2e\frac{E_J}{4rE_C}\cos\varphi\right).$$
(5.58)

Mesurer la charge pompée revient à faire une moyenne quantique sur la phase. La dissipation provoquée par le système de mesure via $Z(\omega)$ peut

conduire à l'évanescence de l'information sur la phase. La phase contient une composante continue et une composante fluctuante telle que

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \phi(t) . \tag{5.59}$$

Ces fluctuations sont provoquées par l'impédance de l'environnement, et sa densité spectrale s'exprime [Fazio 03] comme

$$\langle \phi^2(t) \rangle = 8 \int_0^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\mathbf{Re}[Z(\omega)]}{R_Q} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\right) [1 - \cos(\omega t)] .$$
 (5.60)

Prenons le cas d'une impédance réelle $Z(\omega) = R$. On impose une fréquence de coupure ω_c , la fréquence où les fluctuations de l'environnement électromagnétique ne sont plus les processus dominants dans la dissipation du système. De même, la borne inférieure de l'intégrale est remplacée par la fréquence de pompage soit ω_{cycle} . A température nulle, on trouve

$$\langle \phi^2(t) \rangle = \frac{R}{R_Q} \ln \left(\frac{\omega_c}{\omega_{cycle}} \right) \,.$$
 (5.61)

Les fluctuations de phase divergent comme l'impédance $\operatorname{Re}[Z(\omega)]$ de l'environnement électromagnétique. Le terme correctif cohérent du pompage en $\langle \cos \varphi \rangle$ peut être considérablement réduit et il est donc possible de retrouver la charge pompée par cycle dans l'état fondamental comme strictement 2e. Cette perspective permet de penser (à nouveau) à des applications dans la métrologie. Cette stratégie d'augmenter l'impédance de l'environnement jusqu'à un valeur de l'ordre de R_Q peut être réalisée par des résistances en chrome nano-lithographiées et placées directement aux bornes de l'échantillon [Lotkhov 03]. La dissipation procède à l'élimination du cotunneling permettant de rendre ainsi possible l'utilisation d'une pompe à paire de Cooper comme standard de courant.

Les fluctuations de l'environnement provoquent la relaxation du système de $|e\rangle$ à $|f\rangle$. Pour pouvoir discriminer l'un ou l'autre état, il faut avoir suffisamment de temps pour mesurer le courant de pompage correspondant avant que le système ne relaxe et ne fausse l'information détectée par la mesure de l'état quantique. Les temps de relaxation estimés sont de l'ordre de 200 ns, ce qui est assez court pour mesurer un courant de pompage de l'ordre de 3 pA à une fréquence de pompage de 10 MHz. Le salut pourrait venir de la mesure de la charge pompée et non du courant de pompage de la même manière que dans la référence [Astafiev 04a].

Il faut aussi mentionner l'existence du supercourant. Le signe du courant critique dépend de l'état considéré positif dans l'état fondamental et négatif dans l'état excité. Ce courant peut perturber la mesure du courant de pompage, il n'est pas acquis qu'il soit facile d'isoler le supercourant du courant de pompage.

Conclusion

Le système supraconducteur "la double île" exhibe un système à deux niveaux, états quantiques contrôlés par deux tensions de grille V_{g1} et V_{g2} et par la tension de polarisation V_B . L'énergie moyenne des états de la double île peut être déterminée par la somme des tensions de grille $V_s = V_{g1} + V_{g2}$ et le gap entre les deux niveaux, par la différence $V_d = V_{g1} - V_{g2}$.

Dans cette thèse, on s'est efforcé de découvrir un possible read-out du Qubit Josephson "la double île". Le pompage adiabatique de fréquence fremplit les conditions pré requises pour être un read-out efficace et permettant un découplage conséquent avec le Qubit pour une évolution libre de l'état quantique du système. L'affichage de la sortie du read-out réalisant la projection de l'état doit être un courant positif $I_{|f\rangle} = o(2ef)$ et un courant négatif $I_{|e\rangle} = o(-4ef)$ dans la limite où $E_J/E_C \sim 0.1$, où E_J est le couplage Josephson et E_C l'énergie de charge d'une paire de Cooper. En pompant à fréquence suffisamment élevée, il semble possible de lire l'état quantique en un seul coup. Des précautions doivent néanmoins être prises pour se prémunir des transitions Laudau-Zener ($f \ll E_J^2/(4\hbar E_C)$).

En fonction de la tension de polarisation, on distingue différents régimes dans le transport. En dessous de $V_B = 180 \ \mu\text{V}$, ce sont uniquement les paires de Cooper qui sont responsables du transport. L'énergie $2eV_B$ d'une paire de Cooper traversant le circuit polarisé en tension est dissipée dans l'environnement électromagnétique. La relaxation ainsi nécessaire pour le transport est déterminée par les fluctuations de l'environnement électromagnétique conduisant à $\Gamma_r \sim 1/V_B$. De $V_B = 210 \ \mu\text{V}$ jusqu'à $V_B = 95 \ \mu\text{V}$, le transport est seulement déterminé par le taux de relaxation Γ_r , étant le "bottle-neck" des transitions successives pour le transfert de paires de Cooper. Pour 95 $\mu\text{V} > V_B > 60 \ \mu\text{V}$, la relaxation devient suffisamment élevée pour que le transport soit dans un régime Zéno. Le couplage entre les états quantiques devient le facteur limitant le transfert conduisant à une réduction significative du courant, de la forme $1/\Gamma_r$. Pour 60 $\mu\text{V} > V_B > 0$, on observe le supercourant à travers les trois jonctions Josephson en série polarisée en tension.

Le dispositif expérimental de la mesure du courant peut être amélioré en

développant par exemple l'amplificateur de courant à réseau de SQUIDs. Cela permettrait d'améliorer le rapport signal sur bruit, d'augmenter la vitesse d'acquisition et de mieux contrôler les potentiels des électrodes de la pompe à paire de Cooper.

L'expérience de pompage n'est pas très facile à réaliser. Une première étape serait de pomper dans l'état fondamental, ce qui permettrait de mesurer l'influence des quasiparticules résiduelles sur la mauvaise qualité du pompage adiabatique constatée sur toutes les expériences passées jusqu'à ce jour. Il faudrait trouver une solution pour isoler le supercourant du courant de pompage, sans installer pour autant des impédances très résistives.

Bibliographie

- [Astafiev 04a] O. Astafiev, Yu.A. Pashkin, T. Yamamoto, Y. Nakamura, and J.S. Tsai "Single-shot measurement of the Josephson charge Qubit" *Phys. Rev. B* 69, 180507 (2004).
- [Astafiev 04b] O. Astafiev, Yu.A. Pashkin, Y. Nakamura, T. Yamamoto and J.S. Tsai "Quantum noise in the Josephson charge Qubit" *Phys. Rev. Lett.* 93, 267007 (2004).
- [Averin 86] D.V Averin and K.K Likharev "Coulomb blockade of single electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions" J. Low Temp. 62, 345 (1986).
- [Averin 89] D.V. Averin and A.A. Odintsov "Macroscopic quantum tunneling of the electric charge in small tunnel junctions" *Phys. Lett. A* 140, 251 (1989).
- [Averin 91] D.V Averin and K.K Likharev "Single electronics : a correlated transfer of single electrons and Cooper pairs in systems of small tunnel junctions" in "Mesoscopic Phenomena in Solids" edited by B.L. Alshuler, P.A. Lee and R.A. Webb *Elsevier* 1991.
- [Averin 92a] D.V. Averin and Y.V. Nazarov "Macroscopic quantum tunneling of charge and cotunneling" in "Single Charge Tunneling" edited by H. Grabert and M.H. Devoret *Plenum Press* 1992.
- [Averin 92b] D.V. Averin and Y.V. Nazarov "Single-Electron Charging of a Superconducting Island" Phys. Rev. Lett. 69, 1993 (1992).
- [Aumentado 04] J. Aumentado, M.W. Keller, J.M. Martinis and M.H. Devoret "Nonequilibrium quasiparticules and 2e periodicity in single Cooper pair transistors" *Phys. Rev. Lett.* **92**, 066802 (2004).
- [Aunola 03] M. Aunola and J.J Toppari "Connecting Berry's phase and the pumped charge in a Cooper pair pump" *Phys. Rev. B* 68, 020502 (2003).
- [Balestro 03] F. Balestro "Dynamique quantique d'un SQUID DC" *Thèse*, Université Grenoble 1 (2003).
- [Barone 04] A. Barone, G. Kurizki and A.G. Kofman "Dynamical control of macroscopic quantum tunneling" *Phys. Rev. Lett* **92**, 200403 (2004).

- [Berry 84] M.V. Berry "Quantal phase factors accompanying adiabatic changes" Proc. R. Soc. Lond. A 392, 45 (1984).
- [Bibow 01] E. Bibow "Spectroscopie tunnel d'un circuit à deux îlots" *Thèse,* Université Grenoble 1 (2001).
- [Bibow 02] E. Bibow, P. Lafarge and L.P. Lévy "Resonant Cooper pair tunneling through a double island Qubit" *Phys. Rev. Lett.* 88, 017003 (2002).
- [Bouchiat 97] V. Bouchiat "Quantum Fluctuations of the Charge in Single Electron and Single Cooper Pair Devices" Ph. D. Thesis, Université Paris 6 (1997).
- [Bouchiat 98] V. Bouchiat, D. Vion, P. Joyez, D. Esteve and M.H. Devoret "Quantum Coherence with a Single Cooper Pair" *Physica Scripta* **T76**, 165 (1998).
- [Buisson 03] O. Buisson, F. Balestro, J.P. Pekola and F.W.J. Hekking "Oneshot quantum measurement using a hysteretic dc SQUID" *Phys. Rev. Lett.* 90, 238304 (2003).
- [Callen 51] H.B. Callen and T.A. Welton "Irreversibility and Generalized Noise" Phys. Rev. 83, 34 (1951).
- [Chiorescu 03] I. Chiorescu, Y. Nakamura, C.J.P.M. Harmans and J.E. Mooij "Coherent quantum dynamics of a superconducting flux Qubit" *Science* 299, 1869 (2003).
- [Claudon 04] J. Claudon, F. Balestro, F.W.J. Hekking and O. Buisson Phys. Rev. Lett. 93, 187003 (2004).
- [Corlevi 04] S. Corlevi, W. Guichard and D.B. Haviland "Cooper pair transistor in a tunable environment" submitted to the proceedings of MQC2004 (2004).
- [Cottet 03] "Implementation of a quantum bit in a superconducting circuit" Ph. D. Thesis, Université Paris 6 (2003).
- [Courtois 94] H. Courtois "Supraconductivité de proximité dans les nanostructures métalliques artificielles" Chap 2 Ph. D. Thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I (1994).
- [Covington 00] M. Covington, M.W. Keller, R.L. Kautz and J.M. Martinis "Photon assisted tunneling in electron pumps" *Phys. Rev. Lett.* 84, 5192 (2000).
- [Devoret 92] M.H. Devoret and H. Grabert "Introduction to Single Charge Tunneling" in : "Single Charge Tunneling" edited by H. Grabert and M.H. Devoret *Plenum Press* (1992).
- [Devoret 00] M.H. Devoret and R.J. Schoelkopf "Amplifying Quantum Signals with the Single-Electron Transistor" *Nature* **406**, 1039 (2000).

- [DiVincenzo 95] D.P. DiVincenzo "Quantum Computation" Science 270, 255 (1995).
- [Dolan 77] G.J. Dolan "Offset Masks for Lift-off Photoprocessing" Appl. Phys. Lett. 31, 337 (1977).
- [Fazio 03] R. Fazio, F.W.J. Hekking, J.P. Pekola "Measurement of coherent charge transfer in adiabatic Cooper pair pump" *Phys. Rev. B* 68, 054510 (2003).
- [Fulton 87] T.A. Fulton and G.J. Dolan "Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions" *Phys. Rev. Lett.* 59, 109 (1987).
- [Fulton 89] T.A. Fulton, P.L. Gammel, D.J. Bishop, L.N. Dunkleberger and G.J. Dolan "Observation of Combined Josephson and Charging Effects in Small Tunnel Junction Circuits" *Phys. Rev. Lett.* 63, 1307 (1987).
- [Geerligs 91] L.J. Geerligs, S.M. Verbrugh, P. Hadley, J.E. Mooij, H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve and M.H. Devoret "Single Cooper Pair Pump" Z. Phys. B 85, 349 (1991).
- [Glattli 97] D.C. Glattli, P. Jacques, A. Kumr, P. Pari, L. Saminadayar "A noise detection scheme with 10mK noise temperature resolution for semiconductor single electron tunneling devices" J. Appl. Phys. 81, 7350 (1997).
- [Gloos 03] K. Gloos, P. J. Koppinen, J. P. Pekola "Properties of native ultrathin aluminium oxide tunnel barriers" J. Phys. : Conden. Matter 15, 1733-1746 (2003) "Discrete saturation thickness and anomalous potential heigt of native ultrathin aluminium oxide tunnel barriers" Cond. Mat. 0105511 (26 May 2001).
- [Haroche 96] S. Haroche and J.-M. Raimond "Quantum Computing : Dream or Nightmare?" *Physics Today* 08, 51 (1996).
- [Haroche 98] S. Haroche "Entanglement, Decoherence and the Quantum/Classical Boundary" *Physics Today* 07, 36 (1998).
- [Haviland 94] D.B. Haviland, Y. Harada, P. Delsing, C.D. Chen and T. Claeson "Observation of the Resonant Tunneling of Cooper pairs" *Phys. Rev. Lett.* 73, 1541 (1994).
- [Hayashi 03] T. Hayashi, T. Fujisawa, H.D. Cheong, Y.H. Jeong and Y. Hirayama "Coherent manipulations of electronic states in a double quantum dot" *Phys. Rev. Lett.* **91**, 226804 (2003).
- [HYPRES Inc] *http://www.hypres.com/*.
- [Horowitz 80] P. Horowitz and W. Hill "The Art of Electronics" Cambridge University Press 1980.

- [Houches 03] "Quantum Entanglement and Information Processing, Les Houches-2003" edited by D. Estève, J.-M. Raimond and J. Dalibard *El*sevier B.V. 2004.
- [Ingold 92] G.L. Ingold and Y.V. Nazarov "Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions" in : "Single Charge Tunneling" edited by H. Grabert and M.H. Devoret *Plenum Press* 1992.
- [Ivanchenko 69] Yu.M. Ivanchenko and L.A. Zil'berman "The Josephson effect in small tunnel contacts" JETP 28, 1272 (1969).
- [Joyez 95] P. Joyez "Le transistor a une paire de Cooper : un système quantique macroscopique" Ph. D. Thesis, Université Paris 6, (1995).
- [Joyez 99] P. Joyez, D. Vion, M. Gotz, M.H. Devoret, D. Esteve "The Josephson effect in nanoscale tunnel junction" *Journal of Superconductivity* 12, 757 (1999).
- [Keller 96] M.W. Keller, J.M. Martinis, A.H. Steinbach and N.M. Zimmerman "Accuracy of electron counting using a seven-junction electron pump" *Appl. Phys. Lett.* 69, 1804 (1996).
- [Keller 98] M.W. Keller, J.M. Martinis and R.L. Kautz "Rare errors in a well-characterized electron pump : comparison of experiment and theory" *Phys. Rev. Lett.* 80, 4530 (1998).
- [Keller 99] M.W. Keller, A.L. Eichenberger, J.M. Martinis and N.M. Zimmerman "A capacitance standard based on counting electrons" *Science* 285, 1706 (1999).
- [Kofman 01] A.G. Kofman and G. Kurizki "Universal dynamical control of quantum mechanical decay : modulation of the coupling to the continuum" *Phys. Rev. Lett* 87, 270405 (2001).
- [Kogan 96] S.M. Kogan "Electronic Noise and Fluctuations in Solids" Cambridge University Press 1996.
- [Korotkov] Alexander N. Korotkov's Web page *http://* www.ee.ucr.edu/ korotkov .
- [Kouwenhoven 98] L.P. Kouwenhoven and C.M. Marcus "Quantum dots" *Physics World* 6, 35 (1998).
- [Lafarge 93a] P. Lafarge, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina and M.H. Devoret "Measurement of the Even-Odd Free-Energy Difference of an Isolated Superconductor" *Phys. Rev. Lett* **70**, 994 (1993).
- [Lafarge 93b] P. Lafarge, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina and M.H. Devoret "2e-Quantization of the Charge on a Superconductor" *Nature* 365, 422 (1993).
- [Lafarge 93c] P. Lafarge "Macroscopic Charge Quantization in Metallic Nanostructures" Ph. D. Thesis, Universit´e Paris 6, (1993).

- [Lafarge 03] P. Lafarge, D. Schaeffer, E. Bibow and L.P. Lévy "Tunnel spectroscopy of a double superconducting island Qubit" *Physica E* 18, 11 (2003).
- [Landau-Lifshitz part 1] L.D. Landau and E.M. Lifshitz "Statistical Physics Part 1" *Pergamon Press* 1980.
- [Landau-Lifshitz part 2] E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii "Statistical Physics Part 2" Pergamon Press 1980.
- [Lang 03] K.M. Lang, S. Nam, J. Aumentado, C. Urbina and J.M. Martinis "Banishing quasiparticules from Josephson junction Qubits : why and how to do it" *IEEE Trans. on Applied Superconductivity* 13, 989 (2003).
- [Leggett 87] A.J. Leggett, S. Chakraverty, A.T. Dorsey, M.P.A. Fisher, A. Garg and W. Zwerger "Dynamics of the Dissipative Two-State System" *Rev. Mod. Phys.* 59, 1 (1987).
- [Likharev 85] K.K. Likharev and A.B. Zorin "Theory of the Bloch Wave oscillations in small Josephson junctions" *J. Low Temp.* **59**, 347 (1985).
- [Livermore 96] C. Livermore, C.H. Crouch, R.M. Westervelt, K.L. Campman, A.C. Gossard "The Coulomb Blockade in Coupled Quantum Dots" *Science* 274, 1332 (1996).
- [Lotkhov 03] S.V. Lotkhov, S.A. Bogoslovsky, A.B. Zorin and J. Niemeyer "Cooper Pair Cotunneling in single charge transitors with dissipative electromagnetic environmement" *Phys. Rev. Lett.* **91**, 197002 (2003).
- [Maassen van den Brink 91] A. Maassen van den Brink, A.A. Odintsov, P.A. Bobbert and G. Schön "Coherent Cooper Pair Tunneling in Systems of Josephson Junctions : Effect of Quasiparticle Tunneling and of the Electromagnetic Environment" Z. Phys. B 85, 459 (1991).
- [Makhlin 01] Y. Makhlin, G. Schön and A. Shnirman "Quantum State Engineering with Josephson-Junction Devices" *Rev. Mod. Phys.* **73**, 357 (2001).
- [Männik 04] J. Männik and J.E. Lukens "Effect of measurement on the periodicity of the Coulomb staircaise of a superconducting box" *Phys. Rev.* 92, 057004 (2004).
- [Martinis 93] J.M. Martinis and M. Nahum "Effect of environmental noise on the accuracy of Coulomb-blockade devices" *Phys. Rev. B* 48, 18316 (1993).
- [Martinis 94] J.M. Martinis, M. Nahum, H.D. Jensen "Metrological accuracy of the electron pump" *Phys. Rev. Lett.* **72**, 904 (1994).
- [Martinis 02] J.M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado and C. Urbina "Rabi oscillations in a large Josephson junction Qubit" *Phys. Rev. Lett.* 89, 117901 (2002).

- [McDermott 05] R. McDermott, R.W. Simmonds, M. Steffen, K.B. Cooper, K. Cicak, K.D. Osborn, S. Oh, D.P. Pappas and J.M. Martinis "Simultaneous state measurement of coupled Josephson phase Qubits" *Science* 307, 1299 (2005).
- [Mermin 99] N.D. Mermin "Notes for Physicists on the Theory of Quantum Computation" *http://www.lassp.cornell.edu/cew2/QuantComp.pdf* (1999).
- [Métrologie 04] Académie des technologies "Rapport du groupe de travail sur la métrologie du futur avril 2004" http://www.academietechnologie.fr/pdf/rapp_Metrologie_avril2004.pdf (2004).
- [Millikan 11] R.A. Millikan "The Isolation of an Ion, a Precision Measurement of its Charge, and the Correction of Stokes's Law" *Phys. Rev.* 32, 349 (1911).
- [Nakamura 96] Y. Nakamura, C.D. Chen, J.S. Tsai "Quantitative analysis of Josephson-quasiparticule current in S-SET" Phys. Rev. B 53, 8234 (1996).
- [Nakamura 99] Y. Nakamura, Y.A. Pashkin and J.S. Tsai "Coherent Control of Macroscopic Quantum States in a Single-Cooper-Pair Box" *Nature* 398, 786 (1999).
- [Nakamura 02] Y. Nakamura, Y.A. Pashkin, T.Yamamoto and J.S. Tsai "Charge Echo in a Cooper-Pair Box" *Phys. Rev. Lett.* 88, 047901 (2002).
- [Neumann 94] F. Neumann, G.-L. Ingold and H. Grabert "Influence of the Environment on Charge Quantization in Small Superconducting Islands" *Phys. Rev. B* 50, 12811 (1994).
- [Nielsen Chuang 00] M.A. Nielsen and I.L. Chuang "Quantum computation and quantum information" *Cambridge Univ. Press*, 2000.
- [Nordic Electronics] Swedish Institute of Production Engineering Research "The Nordic Electronics Packaging guideline A : Wire Bonding Guidelines" *http ://*extra.ivf.se/ngl/A-WireBonding/ChapterA2.htm.
- [Pashkin 03] Yu. A. Pashkin, T. Yamamoto, O. Astafiev, Y. Nakamura, D.V. Averin and J.S. Tsai "Quantum oscillations in two coupled charge Qubits" *Nature* 421, 823 (2003).
- [Pekola 94] J.P. Pekola, A.B. Zorin and M.A. Paalanen "Control of singleelectron tunneling by surface acoustic waves" *Phys. Rev. B* 50, 11255 (1994).
- [Pekola 99] J.P. Pekola, J.J. Toppari, M. Aunola, M.T. Savolainen and D.V. Averin "Adiabatic transport of Cooper pairs in arrays of Josephson junctions" *Phys. Rev. B* 60, 9931 (1999).
- [Pothier 91] H. Pothier "Blocage de Coulomb et transfert d'électrons un par un" Ph. D. Thesis, Université Paris 6, (1991).

- [Pothier 92] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve and M.H. Devoret "Single-Electron Pump Based on Charging Effects" *Europhys. Lett.* 17, 249 (1992).
- [Rai-Choudhury] P. Rai-Choudhury "Spie Handbook of MicroLithography, Micromachining, and Microfabrication" http://www.cnf.cornell.edu/spiebook/TOC.HTM.
- [Saminadayar 97] L. Saminadayar "Fluctuations temporelles quantiques du courant dans des nanostructures" Ph. D. Thesis, Université Paris 11, (1997).
- [Shnirman 03] A. Shnirman and Y. Makhlin "Quantum Zeno effect in Cooper pair transport through a Double Island Josephson System" JETP 78, 447 (2003).
- [Steinbach 01] A. Steinbach, P. Joyez, A. Cottet, D. Estève, M.H. Devoret, M.E. Huber and J.M. martinis "Direct measurement of the Josephson supercurrent in a ultrasmall Josephson junction" *Phys. Rev. Lett.* 87, 137003 (2001).
- [Tinkham 75] M. Tinkham "Introduction to Superconductivity" Mc Graw-Hill 1975.
- [Toppari 03] J. Toppari "Transport Phenomena and Decoherence in Short Josephson Junction Arrays" *Thèse, University of Jyväskylä* (2003).
- [Toppari 04] J.J. Toppari, J.M. Kivioja, J.T. Karvonen and J.P. Pekola "Turnstile behaviour of the Cooper pair pump" *Jour. of Low Temp. Phys.* 136, 57 (2004).
- [Tuominen 92] M.T. Tuominen, J.M. Hergenrother, T.S. Tighe and M. Tinkham "Experimental Evidence for Parity-Based 2e Periodicity in a Superconducting Single-Electron Tunneling Transistor" *Phys. Rev. Lett.* 69, 1997 (1992).
- [Vion 95] D. Vion, P.F. Orfila, P. Joyez, D. Esteve and M.H. Devoret "Miniature Electrical Filters for Single Electron Devices" J. Appl. Phys. 77, 2519 (1995).
- [Vion 02] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Estève, M.H. Devoret "Manipulating the quantum state of an electrical circuit" *Science* 296, 886 (2002).
- [Wahlgren 95] P. Wahlgren, P. Delsing and D.B. Haviland "Crossover from Global to Local Rule for the Coulomb Blockade in Small Tunnel Junctions" *Phys. Rev. B* 52, 2293 (1995).
- [Wellstood 94] F.C. Wellstood, C. Urbina and J. Clarke "Hot-electron effects in metals" *Phys. Rev. B* **49**, 5942 (1994).

- [van der Wiel 03] W.G. van der Wiel, S. de Franceschi, J.M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, L.P. Kouwenhoven "Electron transport trough double quantum dots" *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1 (2003).
- [Wallraff 04] A. Wallraff, D.I. Schuster, A. Blais, L.Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf "Strong coupling of a single photon to a superconducting Qubit using circuit quantum electrodynamics" *Nature* 431, 162 (2004).
- [Zorin 95] A.B. Zorin "The Thermocoax Cable as the Microwave Frequency Filter for Single Electron Circuits" *Rev. Sci. Instrum.* **66**, 4296 (1995).
- [Zorin 96] A.B. Zorin, F.-J. Ahlers, J. Niemeyer, T. Weimann and H. Wolf "Background Charge Noise in Metallic Single-Electron Tunneling Devices" *Phys. Rev. B* 53, 13682 (1996).