



**HAL**  
open science

# Etude de la distribution de matière noire par ses effets de lentille gravitationnelle dans les régimes des distorsions faibles et fortes.

Raphael Gavazzi

► **To cite this version:**

Raphael Gavazzi. Etude de la distribution de matière noire par ses effets de lentille gravitationnelle dans les régimes des distorsions faibles et fortes.. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2004. Français. NNT : . tel-00011228

**HAL Id: tel-00011228**

**<https://theses.hal.science/tel-00011228>**

Submitted on 16 Dec 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*UNIVERSITE PARIS 7 – DENIS DIDEROT*  
*UFR de PHYSIQUE*

**DOCTORAT**

Astrophysique & Méthodes Associées

**Raphaël Gavazzi**

**ETUDE DE LA DISTRIBUTION DE MATIÈRE NOIRE PAR SES  
EFFETS DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE DANS LES  
RÉGIMES DES DISTORSIONS FAIBLES ET FORTES.**

**Thèse dirigée par Bernard Fort**

Soutenue le 27 octobre 2004  
dans l'amphithéâtre de l'Institut d'Astrophysique de Paris

**JURY**

M. Bartlett James,	président
M. Silk Joseph,	rapporteur
Mme Soucail Geneviève,	rapporteur
M. Bartelmann Matthias,	examineur
M. Fort Bernard,	examineur
M. Mellier Yannick,	examineur



*A mes parents*



# Remerciements

Je souhaite remercier Bernard Fort, mon directeur de thèse qui m'a proposé ce sujet de recherche et m'a accompagné durant ces trois dernières années. Je suis également très reconnaissant à Yannick Mellier pour avoir aussi encadré ce travail de thèse. En m'accordant à tous moments une grande disponibilité, en partageant avec moi leur expérience scientifique et leur enthousiasme, ils ont su me communiquer le dynamisme et la rigueur si utiles pour mener à bien ce travail. Que tous deux soient également remerciés pour leur précieux souci des relations humaines.

Merci à Geneviève Soucaïl et Joe Silk pour avoir accepté de rapporter cette thèse ainsi qu'à Jim Bartlett et Matthias Bartelmann pour avoir été membres de mon jury.

Merci à Mireille Dantel-Fort qui m'a beaucoup aidé lors du traitement des données ainsi qu'à Jordi Miralda-Escudé avec qui j'ai entrepris une collaboration passionnante et à Ramana Athreya que j'ai rencontré lors de mon séjour à Santiago du Chili.

Je voudrais vivement remercier Stéphane Colombi, Gary Mamon, Emmanuel Bertin et toutes les personnes de l'IAP qui m'ont aidé ces dernières années, créant ainsi un climat convivial et stimulant. Mes collègues de bureau ont été pour moi d'agréables compagnons. Merci en particulier à Ismael avec qui j'ai partagé le bureau durant plus de trois années. Mes études des grands champs ont tiré profit de la visite de Takashi Hamana que je salue amicalement. Merci aussi à Samaya pour ses précieuses corrections d'anglais.

Je serais certainement resté à l'écart de ce vaste terrain de jeu qu'est l'astrophysique sans l'enthousiasme que m'a communiqué Henri Reboul durant les débuts de mes études à Montpellier. Je lui exprime ici ma sincère gratitude.

Enfin, je remercie tout particulièrement Marta, ma famille, Manu et Esther pour leur soutien permanents. Je voudrais tous les saluer chaleureusement pour avoir endossé courageusement mes sautes d'humeur graduellement plus importantes à mesure que la soutenance approchait.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Résumé</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>13</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>15</b>
1.1 Le paradigme $\Lambda$ CDM : un consensus . . . . .	16
1.2 La matière noire . . . . .	19
1.2.1 Distribution à grande échelle & biais . . . . .	19
1.2.2 Nature . . . . .	22
1.2.3 Distribution à petite échelle : les halos . . . . .	23
1.3 Plan de travail . . . . .	26
<b>2 L'optique gravitationnelle</b>	<b>29</b>
2.1 Introduction & historique . . . . .	29
2.2 Arcs, arclets et amas de galaxies . . . . .	31
2.3 Les diverses échelles du cisaillement gravitationnel . . . . .	34
2.4 Théorie des lentilles . . . . .	37
2.4.1 Equations de base . . . . .	37
2.4.2 Cisaillement faible, approche statistique . . . . .	40
<b>3 Relation Matière – Lumière &amp; Cisaillement</b>	<b>45</b>
3.1 Introduction . . . . .	45

3.2	Etude du superamas de galaxies MS0302+17 . . . . .	47
3.2.1	Le superamas MS0302+17 et les données . . . . .	48
3.2.2	Corrélation Matière-Lumière . . . . .	49
3.2.3	Grandes structures : Filaments & Vides . . . . .	53
3.3	Le champ F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS . . . . .	57
3.3.1	Cisaillement faible & fonction de sélection . . . . .	57
3.3.2	Reconstruction et comptages . . . . .	60
3.3.3	Discussion et Perspectives . . . . .	61
3.4	Conclusion . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Profil des halos</b>	<b>67</b>
4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Distorsions fortes & profil dans MS2137-23 . . . . .	69
4.2.1	Introduction . . . . .	69
4.2.2	Modélisation des arcs multiples . . . . .	73
4.2.3	Discussion . . . . .	76
4.3	Couplage arcs et cisaillement faible . . . . .	78
4.4	Couplage distorsions fortes/faibles & dynamique . . . . .	82
4.4.1	Dynamique des étoiles . . . . .	82
4.4.2	Application à MS2137-23 . . . . .	86
4.5	L'image de cœur dans MS2137-23 . . . . .	90
4.6	Discussion . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>
5.1	Relation matière – lumière . . . . .	98
5.2	Profil des halos . . . . .	99
	<b>Bibliographie</b>	<b>102</b>
<b>A</b>	<b>Liste des publications</b>	<b>113</b>

<b>B Exemples de lentilles simples</b>	<b>163</b>
B.1 Point masse . . . . .	163
B.2 Sphère isotherme . . . . .	164
B.3 Profil universel NFW . . . . .	167
<b>C Lentilles fortes : outils et méthodes</b>	<b>171</b>
C.1 Des images multiples au modèle de lentille . . . . .	171
C.1.1 Transformation du plan – maillage . . . . .	171
C.1.2 Inversion : méthode ponctuelle . . . . .	174
C.2 Des pixels au couple (modèle ;source) . . . . .	176
C.2.1 Principe . . . . .	176
C.2.2 Simulations . . . . .	180
C.2.3 Application à Abel 1201 . . . . .	182
<b>D Lentilles faibles : outils et méthodes</b>	<b>187</b>
D.1 Traitement des données et correction de PSF . . . . .	187
D.2 Décalages spectraux, photométrie . . . . .	193
D.2.1 Introduction . . . . .	193
D.2.2 Magnitudes, couleurs et $z_{\text{phot}}$ . . . . .	194
D.3 Reconstructions de masse . . . . .	196
D.3.1 Méthode directe . . . . .	196
D.3.2 Remarques sur la méthode gradient . . . . .	197
D.3.3 Maximum de vraisemblance et régularisation . . . . .	198
D.3.4 Choix de la méthode . . . . .	199
D.4 Profils, $\zeta$ -statistique, ajustements de modèles . . . . .	201
D.4.1 Profil de cisaillement et $\zeta$ -statistique . . . . .	202
D.4.2 Ajustement de modèles paramétrés . . . . .	204



# Résumé

L'émergence récente d'un modèle d'univers, dit de concordance, bouleverse le paysage de la cosmologie. La nécessité d'admettre l'existence d'une énergie noire modifie notre cadre de pensée. Dans ce scénario, l'univers est dominé à 70% par cette énergie noire (ou constante cosmologique) et à 30% par une matière noire, mais toutes deux de nature inconnue! Malgré un étrange paradoxe d'absence de fondement physique, ce modèle est capable d'expliquer remarquablement la plupart des propriétés de notre univers à grande échelle. L'observation des supernovae lointaines, l'avènement des études du fond diffus cosmologique et la distribution des galaxies fournissent les meilleures preuves. Aux plus petites échelles de croissance non-linéaire des structures, l'accord entre théorie et observations n'est pas aussi bien établi. Il faut reconnaître qu'à ces échelles, la nature même de la matière noire peut jouer un rôle important et que la physique des processus dissipatifs des composantes baryoniques est très complexe à modéliser. Il est nécessaire de confronter les prédictions du  $\Lambda$ CDM avec un maximum d'observations.

Depuis une vingtaine d'années, l'optique gravitationnelle s'affirme comme un outil privilégié pour sonder les composantes massives indépendamment de leur nature, de leur état dynamique et de leurs propriétés lumineuses. Le travail présenté dans ce mémoire de thèse tente d'apporter quelques lumières nouvelles pour éclairer le débat en précisant la distribution de la matière noire dans les structures cosmiques au moyen de leurs propriétés de lentille gravitationnelle.

Mon séjour à l'Institut d'Astrophysique de Paris, au voisinage de l'équipe Terapix notamment, m'a naturellement orienté vers une exploitation du cisaillement gravitationnel faible pour cartographier la distribution de masse projetée. Il m'est apparu qu'une première voie de recherche à explorer sur la matière noire est la mise en regard de sa distribution vis à vis de celle des galaxies visibles. Nous avons mis en évidence une intime relation, quasi-linéaire, entre les contrastes de densité de masse et de luminosité. Plus précisément, nous avons montré que la lumière des galaxies elliptiques trace les contrastes de masse dans le champ du superamas de galaxies MS0302+17 et porte même l'essentiel de la masse totale. Ce résultat se base sur une analyse des reconstructions de masse et des fonctions de corrélation associées. Un rapport masse/luminosité moyen  $M/L_{E/SO} \sim 300$  permet de préciser que les spirales du champ contribuent dans une moindre mesure au bilan de masse. Une extension de notre analyse sur des champs plus grands permettra bientôt de contraindre la contribution de ces galaxies spirales qu'il n'a pas été possible d'étudier ici. A la corrélation entre cartes de masse et de lumière (significative à  $\gtrsim 10\sigma$ ),

on peut ajouter une remarquable similitude morphologique qui a été établie à partir d’une étude originale du squelette de chacune des cartes. Les résultats sont préliminaires mais laissent penser que l’exploitation des squelettes permet de caractériser la géométrie type “*cosmic web*” de la distribution même de la matière noire, renforçant ainsi l’assertion “*la lumière des galaxies E/SO trace la masse*”. Le biais éventuel entre masse et galaxies a aussi été étudié en menant un relevé d’amas de galaxies basé sur le cisaillement gravitationnel qui a l’avantage de faire directement une sélection en masse des amas. Nous avons commencé une telle analyse sur le champ F02 du relevé VIRMOS-CFH12k. À terme, l’objectif final est de comparer les propriétés X, optiques et “lensing” de tous les amas du champ.

Nous avons également porté notre attention sur les plus petites échelles, au niveau des halos de galaxies et d’amas de galaxies. En effet, les prédictions des simulations numériques basées sur le paradigme  $\Lambda$ CDM sont apparemment opposées à un certain nombre d’observations, conduisant ainsi à une “pseudo-crise du CDM”. Pour tenter d’y apporter des éléments de réponse nouveaux, nous avons mené une étude des deux systèmes d’arcs multiples (radial et tangentiel) de l’amas de galaxies MS2137-23, permettant de contraindre le profil de densité projeté entre  $10 \lesssim r \lesssim 200$  kpc. En y ajoutant des contraintes de cisaillement faible des galaxies lointaines à plus grande distance, et des contraintes sur la dynamique interne des étoiles de la galaxie cD centrale, nous avons étendu notre connaissance du profil entre  $1 \text{ kpc} \lesssim r \lesssim 1 \text{ Mpc}$ . Sur trois ordres de grandeur en rayon, le profil NFW est compatible avec les données lentille, dynamique (et X par ailleurs). Ce résultat s’inscrit en opposition aux conclusions de Sand et al. (2004) qui affirment que les amas doivent avoir un profil de densité plus plat que celui déduit des simulations numériques. Nous discutons les hypothèses simplificatrices faites par ces auteurs qui peuvent expliquer ce désaccord. Sur MS2137-23 et sur d’autres observations d’amas menées par ailleurs, les résultats récents ne semblent pas conforter “la crise du CDM à petite échelle”.

# Abstract

A concordance cosmological model for the universe has recently emerged. Within this paradigm, the universe is dominated by 70% of dark energy and 30% of dark matter, but the physical nature of both of them are poorly known. Although this common picture may look puzzling, the so called  $\Lambda$ CDM model is able to explain most of the large scale properties of our universe. The observations of type Ia supernovae, the advent of modern CMB experiments and the galaxies distribution provide the main evidence. At smaller non-linear scales, the agreement between theory and observations is not so well established. At those scales, the nature of dark matter can play a major role. The details of the dark matter distribution within haloes are still controversial and provide appealing attempts to test the  $\Lambda$ CDM paradigm.

Over the last twenty years, gravitational lensing has proved an efficient tool to probe all the massive components of the universe, whatever their nature, their dynamical state or their ability to emit light. The aim of this thesis work, resumed in this dissertation, is to shed light on the actual debate using gravitational lensing. We attempt to derive the precise distribution of dark matter into large scale structures.

I was naturally inclined to use weak lensing through shear analysis on wide fields to infer projected mass reconstructions due to the fact that I was working close to the Terapix team at IAP. At first, I compared the dark matter map and the light map deduced from early-type galaxies. It turns out that a strong linear relation with a global mass-to-light ratio of  $M/L_{E/SO} \sim 300$  is consistent with a correlation analysis of mass and light maps. Most of the mass can thus be associated to early-type galaxies. An extension of this analysis on wider fields will make a detailed study of the contribution of late-type galaxies possible. We were able to add preliminary results of an original morphological comparison to the overall correlation using the skeleton of maps. It will therefore be possible to probe the cosmic-web structure of dark matter itself. This will enhance the conclusion “light of early-type galaxies traces the mass faithfully”. The bias between mass and galaxies has also been investigated by beginning a weak lensing survey of galaxies clusters in the VIRMOS-CFH12k F02 field. A clusters catalogue built on weak lensing has the advantage that it is selective in mass. Consequently, a comparison between both ongoing X rays and optical surveys and weak lensing will be very useful in order to cross-calibrate each method.

In addition, we also focused on smaller scales, at the level of dark matter haloes of galaxies and clusters of galaxies.  $\Lambda$ CDM numerical simulations predict density profiles that have been claimed to be inconsistent with some observations, leading to the so-called

“small scale CDM crisis”. In order to add new hints to this controversy, we studied the strong lensing configuration of the MS2137-23 cluster of galaxies, which simultaneously exhibits both a tangential and a radial arc systems. We were able to derive the density profile between  $10 \lesssim r \lesssim 200$  kpc. By adding weak lensing constraints in the outer parts and the internal kinematics of stars in the central cD galaxy, we have improved our lens model which is found to be consistent with a NFW profile from  $r \sim 1$  kpc to  $r \gtrsim 1$  Mpc. This result seems to contradict the previous analysis of Sand et al. (2004) who claim that the density profile inner slope of clusters must be shallower than that inferred from numerical simulations. We argue that a few simplifying assumptions led these authors to this conflicting result. On MS2137-23 and a few other examples, recent results do not support the apparent “small scale crisis of CDM”.

# Chapitre 1

## Introduction générale

En moins d'une dizaine d'années, notre conception globale de l'univers s'est sensiblement modifiée avec l'irruption de quelques faits observationnels majeurs comme l'accélération de l'expansion de l'univers. Les motivations théoriques et les observations semblent maintenant converger vers un modèle d'univers, souvent qualifié de “*Concordance Model*”. Ce chapitre décrit les principales caractéristiques conceptuelles et chronologiques qui fondent ce modèle, dit  $\Lambda$ CDM, lequel semble créer un quasi consensus au sein de la communauté en ce début de vingt-et-unième siècle. Le travail de cette thèse s'inscrit dans ce paradigme. Il a pour but de comparer quelques prédictions théoriques du  $\Lambda$ CDM qui font l'objet de débats à un certain nombre d'observations dans le régime non-linéaire de croissance des structures cosmiques.

Comme nous allons le voir, ce modèle s'est vu conforté par de nombreuses prédictions vérifiées au niveau observationnel. Il permet d'expliquer remarquablement bien la plupart des propriétés de l'univers à grande échelle. Il peut se révéler intellectuellement insatisfaisant voire audacieux pour certains car il fait intervenir  $\sim 96\%$  de constituants dont la nature reste fondamentalement inconnue. En effet, nous n'avons toujours pas identifié la matière noire. Par ailleurs, la manifestation de l'énergie noire est introduite sous une forme *ad hoc* de champ de quintessence dans la distribution de masse-énergie ou dans la géométrie via  $\Lambda$ , c'est-à-dire respectivement dans le membre de droite ou de gauche des équations d'Einstein. Les baryons ne forment quant à eux que les  $\sim 4\%$  restants.

La section 1.1 dresse un tableau de nos connaissances sur ces composantes en mettant l'accent sur la matière noire qui se trouve être l'objet principal de ce travail de thèse. Dans ce contexte, nous nous intéressons aux 30% du contenu en masse-énergie de l'univers qui est supposé être constitué de matière noire essentiellement froide comme nous le verrons ci-après. Cette masse sombre a le défaut de n'être observable qu'à travers ses effets gravitationnels. Pour cette raison précise, les lentilles gravitationnelles sont supposées apporter des éléments de réponse uniques quant à sa nature et sa distribution. C'est la voie d'étude empruntée dans ce travail de thèse.

Après avoir exposé les principaux avancements sur notre connaissance de la matière noire (section 1.2), je présente le plan du mémoire puis les étapes de mon analyse de la

distribution de la matière noire par ses effets de lentille gravitationnelle (section 1.3).

## 1.1 Le paradigme $\Lambda$ CDM : un consensus

Les deux piliers de la cosmologie moderne sont certainement le principe cosmologique qui propose un univers homogène et isotrope à grande échelle (en supposant notamment que l'être humain n'y occupe pas une place privilégiée) et la relativité générale comme lien entre les propriétés géométriques de l'espace-temps et son contenu en masse-énergie. Munis de ces prescriptions, les modèles d'univers de Friedmann – Lemaître ont rapidement vu le jour dans les années 20 à 30 et caractérisent encore le comportement global de notre univers.

Une conséquence de ces équations est l'existence d'une singularité pour une classe importante de modèles (domaine non-grisé de la figure 1.1). Le modèle du Big Bang "chaud" qui en résulte est étayé principalement par le fond diffus cosmologique et la nucléosynthèse primordiale des éléments légers. De cette singularité à l'origine découlent les problèmes de l'horizon et de la platitude, lesquels trouvent une justification théorique élégante avec l'hypothèse d'une période d'inflation où l'univers connaît une phase précoce d'expansion accélérée. Ces modèles inflationnaires prédisent aussi des fluctuations de densité dont la statistique est gaussienne avec un spectre de puissance invariant d'échelle ( $n_s \sim 1$ , spectre Harrison – Zel'dovich).

En ce qui concerne la matière noire, Zwicky (1933) propose le premier son existence pour rendre compte de la dynamique interne de l'amas de Coma. Les observations des courbes de rotation plates des galaxies dans les années 70 viennent ensuite fortement renforcer cette hypothèse qui gagna encore du crédit avec les observations X d'amas de galaxies et les premières évidences observationnelles d'effets de lentilles gravitationnelles (cf section 2.1). Ces évidences croissantes de présence de matière noire, auxquelles on peut ajouter les observations du fond diffus par COBE, nous conduisent au début des années 90 où, pour satisfaire la platitude induite par l'inflation, le modèle généralement admis est plutôt un univers Einstein – de Sitter avec  $\Omega_M = 1$  et  $\Lambda = 0$ . Avec la nucléosynthèse primordiale, le contenu en baryons se précise alors autour d'une valeur proche de  $\Omega_b h^2 \sim 0.02$  alors que les observations d'amas de galaxies montrent des rapports masse/luminosité avec  $\Omega_M$  convergeant autour 0.2 – 0.3. Ce dernier résultat fait néanmoins l'objet de sérieuses interrogations car il faut renoncer à un univers plat.

La situation commence à évoluer au milieu des années 90 lorsque l'idée d'une constante cosmologique ou d'énergie sombre gagne du terrain pour permettre un âge de l'univers compatible avec les observations d'amas globulaires, notamment, et lorsque les valeurs de la constante de Hubble semblent converger vers  $h \sim 0.7$  (Freedman et al. 2001). Il est cependant indiscutable que la plus directe indication de l'existence d'une composante "énergie noire" vient de l'observation des supernovae de type Ia (Riess et al. 1998; Perlmutter et al. 1999). L'existence d'une constante cosmologique est souvent vue comme un problème car il n'y a pas de raison simple pour qu' $\Omega_M$  et  $\Omega_\Lambda$  ( $\sim 0.3$  et  $\sim 0.7$  respectivement) soient du même ordre aujourd'hui. Ce problème d'ajustement, dit du "*why now*", reste

une source de perplexité. Pour expliciter simplement cette question, retraçons la genèse de l'univers actuel. A mesure que le facteur d'échelle augmente, l'univers passe d'une ère radiative ( $\rho_r \propto a^{-4}$ ), à une ère de matière ( $\rho_M \propto a^{-3}$ ) pour se retrouver actuellement dans une ère d'expansion accélérée qui serait dominée par l'énergie noire ( $\rho_Q \sim \text{Cte}$ ). Comment se fait-il que l'équivalence matière-énergie noire se produise justement autour de  $z = 0$ ? Pour en fournir une interprétation, on propose généralement un cadre conceptuel plus général. Il suffit que l'équation d'état de l'énergie noire  $p = w\rho$  satisfasse  $w < -1/3$  pour observer la phase d'accélération actuelle. Une modélisation de l'énergie noire par un champ scalaire  $\Phi$ , de "quintessence", peut en effet imiter le comportement d'une constante cosmologique avec, en plus, un possible comportement dynamique  $\dot{w} \neq 0$ .

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi)}{\frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V(\Phi)} \longrightarrow -1 \quad \text{si le potentiel domine.} \quad (1.1)$$

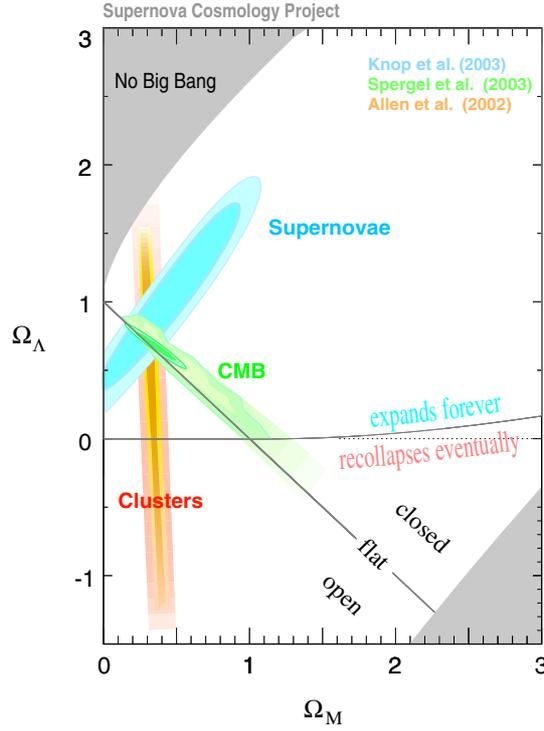
Il existe de fait une large gamme de solutions qui permettent au terme potentiel de dominer le terme cinétique lorsque  $t$  augmente.

Les observations récentes du fond diffus cosmologique avec les expériences ballon Boomerang+Maxima puis le satellite WMAP (de Bernardis et al. 2000; Spergel et al. 2003) confirment, entre-autres, la platitude ( $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1.02 \pm 0.02$ ) avec un haut niveau de précision. Ces mesures sur le rayonnement fossile ouvrent définitivement la voie vers une nouvelle ère de la cosmologie observationnelle, aujourd'hui capable de commencer à donner des éléments de réponse uniques sur les grandes questions de la cosmologie et de la physique moderne.

La figure 1.1 résume les principales contraintes observationnelles sur le couple  $\Omega_M, \Lambda$ . A l'instar des recherches archéologiques où l'emplacement du trésor est marqué d'un X, on peut voir sur cette figure que les domaines de confiance des expériences WMAP et supernovae Ia définissent la zone de convergence  $\Omega_M \sim 0.3$  et  $\Lambda \sim 0.7$ , le "*concordance model*". Le paradigme  $\Lambda$ CDM va néanmoins bien au delà d'une simple convergence d'un couple de paramètres cosmologiques autour à partir de deux observations clef (SNIa, WMAP). La puissance du modèle tient justement au fait qu'aux grandes échelles linéaires, les observations des anisotropies du rayonnement fossile, des supernovae de type Ia, les structures à grande échelle des galaxies (Hawkins et al. 2003; Tegmark et al. 2004a), le cisaillement cosmologique, les amas de galaxies, pointent tous vers le même modèle cosmologique. Cette cohérence entre les observations suggère que nous commençons à atteindre une vision correcte de l'univers. Pour résumer disons que le noyau dur du modèle de concordance  $\Lambda$ CDM peut se réduire aux données suivantes :

- un univers plat âgé d'environ  $13.4 \pm 0.3$  milliards d'années, actuellement en expansion accélérée. Il est composé d'environ 4% baryons, de  $\sim 28\%$  de matière noire froide et de  $\sim 68\%$  d'énergie noire dont l'équation d'état est proche de celle d'une constante cosmologique  $w \lesssim -0.8$ .
- un spectre de fluctuations primordiales essentiellement gaussien qui peut être décrit par l'inflation ( $P_\delta(k) \propto k^{n_s}$  avec  $n_s \simeq 1$ ).

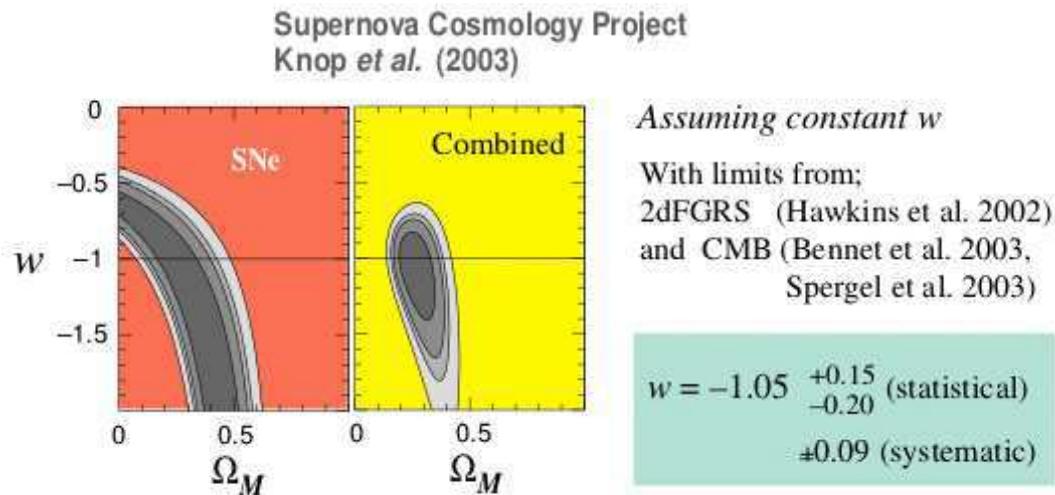
Le tableau 1.1 rassemble les principaux paramètres cosmologiques et en donne une



**Fig. 1.1:** Contours de confiance dans l'espace  $(\Omega_M, \Lambda)$  issus de plusieurs observations. *En vert* : le satellite WMAP contraignant surtout  $\Omega_M + \Lambda \sim 1$  à partir des anisotropies du fond diffus cosmologique (la position du premier pic acoustique autour de  $l \sim 200$ , c'est-à-dire une échelle angulaire  $\theta \sim 1$ deg) (Bennett et al. 2003; Spergel et al. 2003). *En bleu* : les observations des supernovae de type Ia contraignant approximativement le paramètre de "décélération"  $q_0 = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda \sim -0.55$ . Elles traitent les SNIa comme des "chandelles standard" servant ainsi d'indicateur de distance (Knop et al. 2003). *En orange* : le contenu en masse noire des amas indirectement déduit de leur contenu en baryons supposé représentatif du rapport  $\Omega_M/\Omega_b$  moyen de l'univers (Allen et al. 2002). Noter que ces dernières contraintes sont très indirectes. Elles dépendent notamment d'hypothèses sur la normalisation du spectre de puissance  $\sigma_8$  et sur  $h$ .

paramètre		valeur	expériences	ref
constante de Hubble	$h$	0.72	WMAP, HST Key project	1, 2
densité de matière noire	$\Omega_M$	0.3	SNIa, WMAP, amas, 2dF, SDSS	3, 1, 4, 5, 6
densité d'énergie noire	$\Omega_\Lambda$	0.7	SNIa, WMAP ( $\Omega_k \sim 1$ )	3, 1
densité de baryons	$\Omega_b$	0.04	WMAP, nucléosynthèse	1, 7
normalisation $P(k)$	$\sigma_8$	0.9	WMAP, cisaillement cosmique, amas	1, 8, 9
pente $P(k)$	$n_s$	0.97	WMAP, 2dF, Ly- $\alpha$	1, 4, 5, 10, 11

**Tab. 1.1:** Tableau indicatif des principaux paramètres cosmologiques constituant le paradigme  $\Lambda$ CDM. Les barres d'erreurs associées à différentes expériences ont été omises pour plus de clarté. Se reporter aux citations. Ni les références, ni même le choix des observations reportées ici, ne sont exhaustifs. (1) Spergel et al. (2003), (2) Freedman et al. (2001), (3) Knop et al. (2003), (4) Allen et al. (2002), (5) Hawkins et al. (2003), (6) Tegmark et al. (2004a), (7) Kirkman et al. (2003) (8) van Waerbeke et al. (2004), (9) Bahcall & Bode (2003), (10) Croft et al. (2002), (11) Gnedin & Hamilton (2002).



**Fig. 1.2:** Contraintes actuelles sur le paramètre  $w$  de l'équation d'état de l'énergie noire. Sont combinées les expériences SNIa, 2dFGRS et WMAP (Knop *et al.* 2003; Hawkins *et al.* 2003; Spergel *et al.* 2003). Toutes convergent vers une valeur proche d'une "pure" constante cosmologique  $w = -1$ . Figure extraite du site <http://www.supernova.lbl.gov/>.

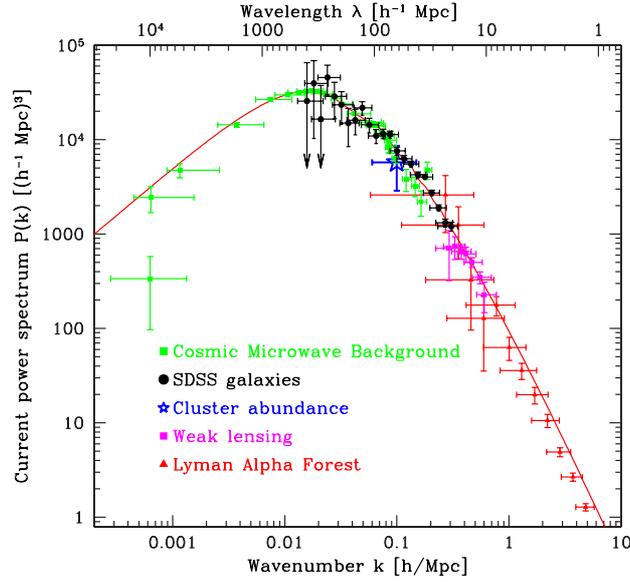
valeur caractéristique. Le modèle actuel reste cependant assez paradoxal et peut paraître insatisfaisant puisque le  $\Lambda$ CDM fait intervenir 30% de matière noire froide et 70% d'énergie noire, toutes deux de nature inconnue. Par ailleurs, si ce modèle d'univers est capable de rendre compte de la plupart des observations aux grandes échelles, il reste à vérifier qu'il explique aussi les propriétés des structures aux petites échelles non-linéaires pour lesquelles la nature de la matière noire peut jouer un rôle essentiel. Le chapitre 1.2.2 aborde cette question d'un point de vue général. Examinons cependant la cohérence du modèle cosmologique avec la structure à grande échelle.

## 1.2 La matière noire

### 1.2.1 Distribution à grande échelle & biais

Le modèle de "concordance" fournit un cadre géométrique et une évaluation du contenu global de l'univers qui donne une excellente description des échelles de croissance linéaire. Cela constitue un des principaux succès du  $\Lambda$ CDM. Pour s'en convaincre, on peut regarder les observations rassemblées sur la figure 1.3 (WMAP, 2dF & SDSS, amas, cisaillement cosmique, forêt Ly- $\alpha$ ).

Les simulations cosmologiques confirment la structure en vides-filaments-amas de l'univers avec les caractéristiques attendues. On peut comparer une simulation numérique du consortium VIRGO sur le bas de la figure 1.5 et les observations de galaxies du relevé SDSS sur le panneau de gauche de la figure 1.4. Précisons, au passage, que la première figure représente la distribution de matière noire alors que la seconde montre celle des



**Fig. 1.3:** Résumé des principales sources d’information sur le spectre de puissance. La forme globale est parfaitement caractérisée par le modèle  $\Lambda$ CDM aux grandes échelles. Aux plus petites échelles non-linéaires ( $\lambda \gtrsim$  quelques megaparsecs), on n’observe pas de chute exponentielle du spectre comme attendu avec une matière noire chaude HDM ou tiède WDM. Extrait de Tegmark et al. (2004a).

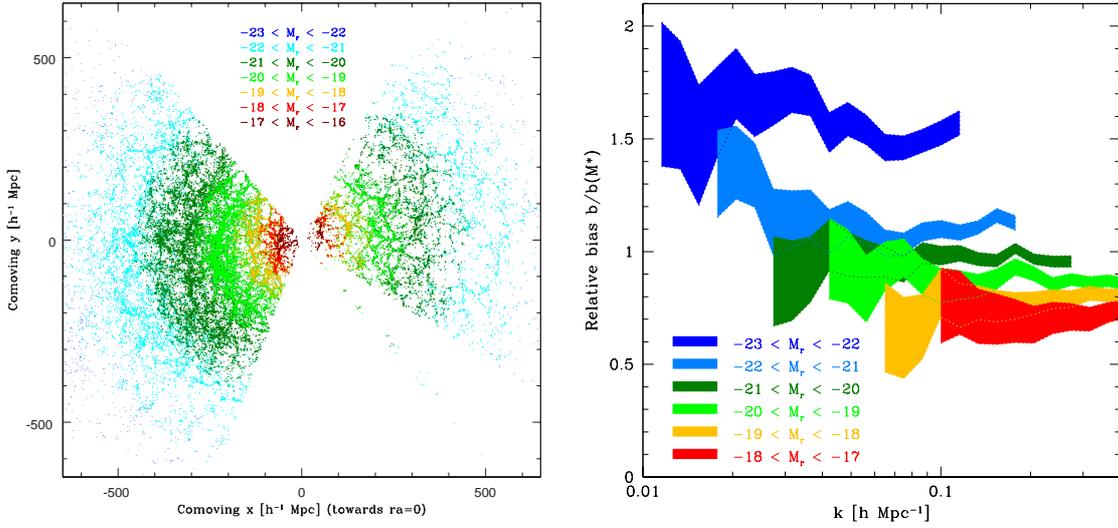
galaxies. Il est important de bien comprendre le lien entre ces deux distributions, l’une directement visible et l’autre indirectement accessible.

La partie droite de la figure 1.4 montre le biais relatif entre plusieurs sous-échantillons de galaxies sélectionnées en magnitude absolue dans le SDSS. Pour obtenir ce type de résultat, on exprime souvent le spectre de puissance  $P_{g_i g_i}(k)$  d’une classe de galaxies  $g_i$  en fonction du spectre de puissance  $P_{\delta\delta}(k)$  du contraste total de densité<sup>1</sup>.

$$P_{g_i g_i}(k) = b_i(k) P_{\delta\delta}(k), \quad (1.2)$$

où  $b_i(k)$  est le biais propre attaché à la population de galaxies  $g_i$ . Puisque  $P_{\delta\delta}(k)$  n’est pas connu, les diverses courbes  $b_i(k)$  de la figure 1.4 sont normalisées à la courbe  $b_*(k)$  pour les galaxies de luminosité  $L_*$ . Cette approche est l’une des plus fréquemment adoptées dans la communauté astronomique qui prend néanmoins de plus en plus conscience de ses limitations. Le formalisme introduit pour l’étude de la statistique des champs gaussiens a naturellement encouragé une telle approche (Kaiser 1984; Bardeen et al. 1986). Toutefois, un modèle de ce genre ne peut tout simplement pas espérer décrire de manière réaliste la relation entre la formation des galaxies et l’environnement, dont les condensations de matière noire. La formation d’une galaxie ne peut pas se réduire à la définition d’un seuil critique dans le contraste de densité au-delà duquel une galaxie peut se former. Une multitude de phénomènes physiques interviennent localement et non-localement. Il

<sup>1</sup> $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$  généralement dominé par la matière noire. S’il n’y a pas d’ambiguïté, on désigne souvent  $P_{\delta\delta}(k)$  par  $P(k)$ .



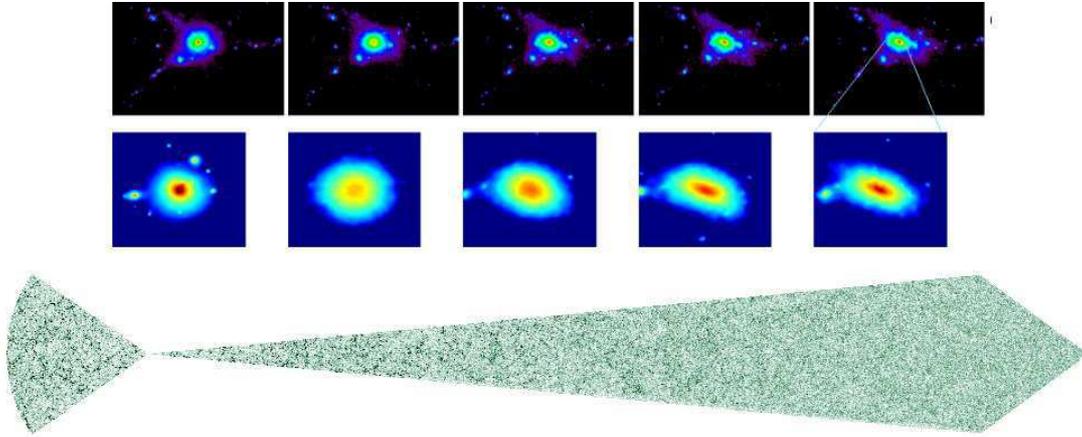
**Fig. 1.4:** Extrait du relevé SDSS (Tegmark et al. 2004a). *A gauche* : distribution spatiale des galaxies. On constate la structuration en vides, filaments et amas. Plus les galaxies sont intrinsèquement faibles (du bleu vers le brun) moins le volume correctement échantillonné est grand. *A droite* : Biais relatif entre plusieurs sous-échantillons de galaxies sélectionnées en magnitude absolue. Ce biais est rapporté au spectre de puissance des galaxies de magnitude  $M_*$ . Il montre aussi que, si les galaxies ne sont identiquement structurées, il est prévisible qu’elles n’aient pas strictement la même structuration que la matière noire.

peut donc sembler plus intéressant de chercher à déterminer directement  $P_{\delta\delta}(k)$  sans faire d’hypothèses sur le biais. Aux très grandes échelles, il est possible de relier les informations des relevés comme le SDSS ou le 2dF avec les mesures du fond diffus cosmologique insensibles au biais. De même, aux petites échelles ( $\lambda \sim 20$  Mpc), les données du cisaillement cosmologique sont elles-aussi indépendantes de prescriptions sur le lien matière – galaxies et permettent donc d’accéder directement à  $P_{\delta\delta}(k)$  (cf figure 1.3). Si, l’on tient compte de ces normalisations, les observations tendent à montrer que le biais est faible et quasi-linéaire aux grandes échelles (Hawkins et al. 2003; Tegmark et al. 2004a). Sachant que  $b \sim \frac{\sigma_8(\text{galaxies})}{\sigma_8(\text{masse})}$ , on trouve  $b \sim 1/0.9 \sim 1.1$ .

En définitive, le paramètre  $b$  occupe un statut quelque peu ambigu dans le domaine de la formation des structures. La meilleure manière de l’envisager n’est pas de le voir comme une description stricte et déterministe reliant la lumière et la masse (ou  $\delta g$  et  $\delta$ ) mais plutôt comme une paramétrisation de notre incapacité à synthétiser l’ensemble des processus de formation des galaxies. Comprendre comment tout les mécanismes physiques sont connectés nécessite non seulement de décrire les aspects purement gravitationnels de la matière noire mais aussi toute la physique du gaz conduisant à la formation des étoiles et des galaxies. Tous ces phénomènes complexes sont en fait encapsulés dans le paramètre  $b = b(\mathbf{r}, z, Z, M, L, \dots)$  où  $\mathbf{r}$  est la position,  $z$  le décalage spectral,  $Z$  la métallicité du gaz,  $M$  la masse de la structure,  $L$  sa luminosité...

Il faut noter pour la suite de cet exposé qu’il est souvent pratique de considérer le rapport masse/luminosité  $M/L \equiv \Upsilon$  plutôt que  $b$  qui relie des quantités théoriques car il est plus aisé de mesurer une luminosité qu’une masse. Nous allons utiliser et discuter

cette approche au chapitre 3 pour étudier localement la relation matière – lumière dans les grandes structures intermédiaires entre les régimes de croissance linéaires et non-linéaires, c’est-à-dire au niveau des amas et superamas de galaxies.



**Fig. 1.5:** *Partie supérieure :* Simulations numériques d’un halo de matière noire avec une section efficace d’interaction qui décroît de gauche à droite rendant les halos de moins en moins sphériques et laissant apparaître de plus en plus de sous-structures (Yoshida et al. 2000a,b). *Partie inférieure :* Simulation cosmologique de la taille d’un volume de Hubble (Evrard et al. 2002). Figures extraites du site du consortium VIRGO <http://www.mpa-garching.mpg.de/Virgo/>.

## 1.2.2 Nature

De ce qui précède, nous pouvons comprendre que les succès du  $\Lambda$ CDM aux grandes échelles sont essentiellement indépendants de la nature de la matière noire. Il n’en est pas de même aux petites échelles du régime non linéaire de formation des structures. En particulier, le comportement asymptotique du spectre de puissance pour  $k \gtrsim 0.5 \text{ Mpc}^{-1}$  est différent si la matière noire est chaude (HDM), tiède (WDM) ou froide (CDM). Dans les deux premiers cas, les modes de grand nombre d’onde ne sont pas associés à des structures suffisamment massives devant la masse de Jeans pour se condenser. Ces modes ne croissent donc pas et l’on doit observer une coupure exponentielle dans le comportement asymptotique du spectre de puissance. A partir des observations, on constate que  $P(k)$  décroît comme  $k^{-3}$  et s’apparente plutôt au cas de matière noire froide (cf figure 1.3). Les résultats de WMAP montrent qu’une quantité négligeable de la masse noire est actuellement sous forme de composante chaude HDM, correspondant essentiellement aux neutrinos ( $\Omega_\nu h^2 < 0.0072$ ). Par ailleurs, en montrant une réionisation précoce de l’univers ( $z_r = 17 \pm 5$ ), les anisotropies du fond diffus permettent aussi d’exclure une composante tiède (Spergel et al. 2003).

Outre une classification matière noire chaude – froide, dont le choix semble maintenant tranché, d’autres attributs sont considérés dans la littérature : matière noire collisionnelle ou non-collisionnelle, auto-interagissante ou non, se désintégrant ou pas, etc... Le modèle standard serait une matière noire non collisionnelle et n’interagissant pas ou peu avec

elle-même. La plupart des autres candidats ont été introduits pour tenter de résoudre l'apparente “*crise du CDM*” aux petites échelles que je discute à la section 1.2.3. A ce jour, il n’y a aucune détection en laboratoire de l’existence de matière noire. Elle doit donc avoir une section efficace d’interaction avec la matière baryonique très faible<sup>2</sup>.

Avant d’avoir une contrainte forte sur la quantité de baryons dans l’univers, notamment grâce aux données fond diffus et à l’abondance du deutérium (Kirkman et al. 2003), l’hypothèse avait été avancée que la masse manquante dans les halos de galaxies pouvait être d’origine baryonique mais invisible car sous forme d’objets compacts peu lumineux (naines brunes, “Jupiters”). Les expériences EROS et MACHOS ont donc surveillé les étoiles des nuages de Magellan pour tenter d’y déceler la signature d’un évènement de microlentille susceptible d’être produit par un tel objet compact invisible de notre halo (Alcock et al. 2000; Afonso et al. 2003). Il apparait maintenant que moins de 25% du halo de notre galaxie peut être composé d’objets dont la masse est entre  $2 \times 10^{-7} M_{\odot}$  et  $1 M_{\odot}$ . Ce domaine de masses ne peut donc pas fournir un bon candidat pour la matière noire, qu’elle soit baryonique ou non. La signature microlentille d’objets plus massifs a lieu sur une échelle de temps supérieure et pourrait échapper aux recherches standard. On ne peut donc pas exclure l’hypothèse d’une matière noire “granulaire”, constituée de trous noirs de masse  $M \sim 10^5 - 10^6 M_{\odot}$  (Mao et al. 2004).

Enfin mentionnons que certains astrophysiciens proposent d’expliquer l’effet de la matière noire à l’échelle des halos par une modification de la gravitation (*e.g.* MOND Milgrom 1983; Sanders & McGaugh 2002). Ces phénoménologies n’ont malheureusement pas été construits sur un cadre théorique ferme permettant de relier le comportement global de l’univers, la croissance des structures et la formation des galaxies. Dans la suite de cette thèse, je me restreindrai à l’hypothèse de l’existence de matière noire froide.

### 1.2.3 Distribution à petite échelle : les halos

Si le paradigme  $\Lambda$ CDM parvient à expliquer la majeure partie des observations cosmologiques aux échelles linéaires – disons pour  $\lambda \gtrsim 10$  Mpc – il n’en est pas de même des observations aux plus petites échelles pour lesquelles la théorie linéaire de croissance des structures n’est plus valable. Les états dynamiques les plus avancés des fluctuations de densité produisent des halos dont les propriétés sont intimement liées à la nature de la matière noire qui les constitue (cf discussion de la section 1.2.2).

Le modèle admis actuellement correspond à une matière noire froide non collisionnelle dont la section efficace d’auto-interaction est négligeable. Les simulations numériques à N-corps dans des conditions cosmologiques prédisent des halos avec un profil de densité caractéristique et universel dont la forme analytique s’applique à toutes les échelles de masse. Navarro et al. (1995, 1996, 1997) ont les premiers avancé un profil en moyenne

<sup>2</sup>Bien qu’encore débattue, l’émission  $\gamma$  du centre de la Galaxie (Boehm et al. 2004) pourrait être une signature non purement gravitationnelle de l’existence de matière noire de masse  $M \sim 1 - 100$  MeV et se désintégrant en photons  $\gamma$  d’énergie  $\sim 511$  keV.

voisin de la forme (cf annexe B.3) :

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{r/r_s (1 + r/r_s)^2}. \quad (1.3)$$

Des simulations plus récentes proposent un comportement en  $r^{-\alpha}$  au centre avec la pente  $\alpha$  généralement  $1 \leq \alpha \leq 1.5$  (e.g Moore et al. 1998; Ghigna et al. 2000; Jing & Suto 2000). Le fait remarquable est que dans tous les cas, les simulations numériques prédisent une densité au centre des halos piquée. Ils sont concentrés et ce comportement asymptotique est une conséquence forte des modèles de matière noire non interagissante. Dans le débat “*cusp-core*”, on oppose actuellement cette prédiction au cas inverse d’un cœur plat avec  $\rho(r) \rightarrow \rho_0$  lorsque  $r \rightarrow 0$ . Des particules de matière noire auto-interagissantes réduisent les petites échelles et donc les sous-structures au sein même des halos, tout en générant des halos moins concentrés. Le haut de la figure 1.5 illustre les différences dans la structure d’un halo de galaxie pour une section efficace d’interaction décroissante de gauche à droite (Yoshida et al. 2000a,b; Spergel & Steinhardt 2000). En résumé, trois conséquences découlent d’un cas de matière noire auto-interagissante :

- les halos sont plus circulaires,
- le pic de densité est plus plat (existence d’un rayon de cœur),
- le nombre de sous-halos est moins important.

Si le premier effet n’est pas en accord avec les observations (voir par exemple les discussions de Miralda-Escudé (2002) et de Meneghetti et al. (2001) en rapport avec l’optique gravitationnelle), les deux derniers ont justifié des tentatives d’introduction de matière noire collisionnelle pour améliorer l’accord avec les observations aux petites échelles. Ainsi, c’est donc l’excès de sous-structures et des halos trop concentrés qui constituent “*la crise du  $\Lambda$ CDM*”. Je reviendrai dans la suite sur chacun de ces faits avec une attention particulière pour le dernier problème qui constitue l’un des principaux axes de recherche de ce travail de thèse. Revenons donc sur ces deux points qui génèrent un débat au niveau de l’interprétation des observations.

## Les sous-structures

Les simulations numériques prédisent presque toutes un excès de sous-halos qui peut être dix fois supérieur au nombre de galaxies satellites que l’on connaît dans le halo de la Voie Lactée, par exemple. Pour les amas, les prédictions de sous-structures (des galaxies en l’occurrence) sont plutôt en bon accord avec les observations. Il s’agirait donc d’un problème frappant les très petites échelles. La discussion sur l’origine du désaccord général fait intervenir des arguments aussi divers qu’une mauvaise estimation du nombre vrai de satellites dans notre halo (complétude pour des galaxies naines très faibles et dont près de 30% peuvent être masquées par le disque de la Voie Lactée) ou une efficacité moindre pour le gaz des sous-halos à former des étoiles (sous-halos obscurs : galaxies naines avortées) (Hayashi et al. 2003; Willman et al. 2004; Kravtsov et al. 2004; Kazantzidis et al. 2004b). Paradoxalement, il apparait que les discussions les plus vives se concentrent surtout sur le voisinage de notre Galaxie. Il n’est donc pas encore certain que la statistique des sous-structures constitue un réel problème pour le CDM. Cette interrogation a néanmoins

suscité l'idée d'une coupure possible dans le spectre de puissance. Ainsi Kamionkowski & Liddle (2000) montrent qu'une réduction d'un facteur deux de la puissance en-deça de quelques centaines kiloparsec peut résoudre ce problème.

Les lentilles gravitationnelles peuvent déjà tenter de donner quelques éléments de réponse, en particulier si les sous-structures se sont pas lumineuses. Ainsi les premiers travaux concluent que les rapports de flux anormaux observés entre les images de quasars multiples ne pourraient être expliqués que par l'existence de sous-structures dont le spectre de masse est compatible avec les résultats des simulations (*e.g.* Dalal & Kochanek 2002; Chen et al. 2003; Bradač et al. 2004; Kochanek & Dalal 2004). Bien sûr, les rapports de flux anormaux pourraient être interprétés non pas comme la manifestation de sous-halos mais peut-être comme des signatures d'évènements de type microlentilles<sup>3</sup> de longue période donc quasi stables pour l'observateur (Schechter & Wambsganss 2002). Mao et al. (2004) ont ainsi avancé l'hypothèse selon laquelle les rapports de flux pourraient être expliqués par des trous noirs de masse  $M \sim 10^5 - 10^6 M_\odot$ .

### La pente au centre

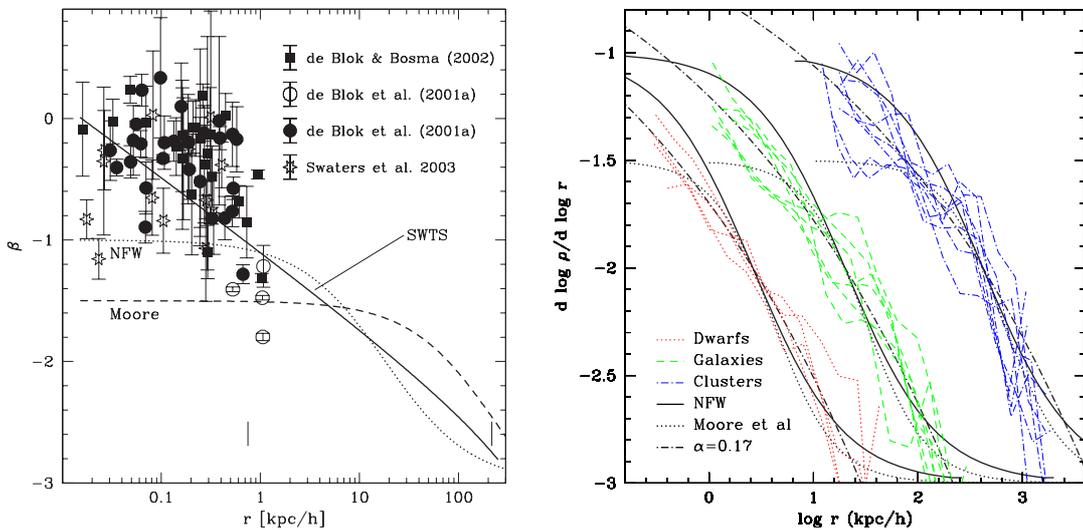
Revenons aussi sur l'autre désaccord avec le CDM aux petites échelles non-linéaires. Il réside dans le comportement asymptotique du profil de densité d'un halo de matière noire lorsque  $r \rightarrow 0$ . L'observation des courbes de rotation des galaxies à faible brillance de surface (LSB) est supposée donner une contrainte forte sur la distribution de masse de ces objets qui sont dominés à toutes les échelles par la contribution du halo de matière noire. En effet, il devient alors possible de comparer directement ces observations aux prédictions des simulations numériques N-corps. Le "cusp/core debate" se révèle avec force au niveau de l'interprétation des courbes de rotation qui semblent favoriser un cœur plat  $\rho(r) \propto r^{-0.2 \pm 0.2}$  (de Blok & Bosma 2002; de Blok et al. 2003) en désaccord assez net avec les simulations qui prédisent  $1 \leq \alpha \leq 1.5$ . La véracité de cet apparent aplatissement du profil au centre a donné lieu à de vifs échanges entre observateurs et simulateurs et le débat n'est certainement pas clos. Burkert & Silk (1997) donnent un excellent exemple d'une incompatibilité entre la courbe de rotation de la galaxie LSB DD0154 et un profil de halo NFW.

Plusieurs pistes de réflexion et de travail sont envisagées pour réconcilier les résultats des simulations avec ces observations. Il faut avant tout noter que les échelles spatiales contraintes par les courbes de rotation dans les galaxies LSB sont souvent d'un ordre de grandeur inférieures à la limite de résolution actuelle des simulation de ce type de halo  $r_{\text{in}} \sim 0.5$  kpc. Il est donc prématuré d'avancer des conclusions définitives sur l'accord entre les observations et une extrapolation des résultats de simulations jusqu'à des échelles qui ne sont pas encore résolues. Pour le moment la difficulté semble subsister comme on peut le voir sur le panneau de gauche de la figure 1.6 qui montre une série d'observations de pente du profil de densité de galaxies LSB déduites des courbes de rotation (de Blok & Bosma 2002; de Blok et al. 2003). Les profils NFW, de Moore ne sont pas compatibles avec les observations alors qu'un profil plus récent (Stoehr et al. 2002; Stoehr 2004), qui

<sup>3</sup>On parle aussi de "milli-lensing" ou de "meso-lensing".

s'apparente au profil de Navarro et al. (2004), ne révèle pas un désaccord aussi flagrant. L'ensemble des observations favorise quand-même un profil relativement plat au centre. Par ailleurs, Hayashi et al. (2004) montrent que les mesures de courbes de rotation peuvent être modifiées par un halo de matière noire triaxial similaire à ceux obtenus dans les simulations. Si l'on prend en compte ce degré de liberté supplémentaire dans la modélisation des courbes de rotation, on parvient, selon ces auteurs, à réconcilier les résultats des simulations numériques avec les observations jusqu'à des échelles de quelques centaines de parsecs.

En résumé, il semble bien que les ajustements de profils universels plus récents "s'extrapolent" assez bien et montrent un meilleur accord avec les observations que les profils NFW ou Moore, plus anciens. Nous verrons dans notre travail que, pour les amas de galaxies, la crise est peut-être pas encore moins évidente pour le CDM.



**Fig. 1.6:** *Panneau de gauche :* Dérivée logarithmique du profil de densité des profils NFW, Moore et du profil de Stoehr et al. (2002) proche du nouveau profil universel Navarro et al. (2004). Sont superposées les mesures déduites des courbes de rotations des galaxies naines/LSB (de Blok & Bosma 2002; de Blok et al. 2003). *Panneau de droite :* Dérivée logarithmique (pente) du nouveau profil de densité nav04 (Navarro et al. 2004) de la forme  $\ln(\rho(r)/\rho_{-2}) = -\frac{2}{\alpha}((r/r_{-2})^\alpha - 1)$  avec  $\alpha \approx 0.17$ . Les propriétés de ce profil sont assez similaires au profil NFW (Navarro et al. 1997) excepté près du centre où la pente n'atteint jamais de valeur asymptotique et s'aplatit continuellement vers  $d \ln \rho / d \ln r \rightarrow 0$ .

### 1.3 Plan de travail

Les nombreux succès du paradigme  $\Lambda$ CDM que nous avons présenté dans cette introduction nous donnent une vision précise de la géométrie et de l'évolution de l'univers. Le modèle fournit aussi une explication satisfaisante de la formation des structures. Nous nous placerons donc résolument dans ce strict cadre de travail par la suite. Une étude de la distribution de la matière noire dans les structures est une étape indispensable pour

notre compréhension globale de l'univers. Un des moyens d'analyse privilégiés pour sonder le contenu en masse sombre est certainement l'optique gravitationnelle. Le chapitre 2 fait un exposé de ses principes et retrace un bref historique de cette voie de recherche dans laquelle nous nous sommes engagés.

Une analyse pertinente de la distribution de la matière noire passe d'abord par la clarification de sa relation avec la matière visible tracée par les galaxies. En particulier, nous avons vu la nécessité de corriger d'un certain biais  $b$  les mesures de  $P_{gg}(k)$  pour accéder au spectre de puissance de la matière noire  $P(k)$ . Nous avons aussi insisté sur le fait que le biais ou le rapport  $M/L$  cache une physique complexe et difficile à appréhender dans toute sa généralité. Il faut tenter d'approfondir notre connaissance sur cette relation, d'abord localement puis à plus grande échelle. Cela permettrait de mieux comprendre le lien entre la formation des étoiles et des galaxies en fonction de leur environnement au sein des structures et des halos et de pouvoir déduire la distribution et les propriétés statistiques de l'une en fonction de l'autre. Nous nous aborderons ces deux derniers points en comparant la structuration projetée dans le plan du ciel de la matière noire déduite du cisaillement gravitationnel avec la distribution des galaxies dans un superamas de galaxies. Nous verrons que la statistique des pics de densité issus du cisaillement gravitationnel peut être comparée aux comptages d'amas de galaxies effectués aussi bien en X qu'en optique. Ces travaux feront l'objet du chapitre 3.

Si la distribution à grande échelle est peu dépendante de la nature de la matière noire, il n'en est pas de même des propriétés à petite échelle des halos de matière noire. Nous tenterons donc de voir comment nous pouvons contribuer à éclaircir le débat sur quelques désaccords apparents entre certaines observations et les simulations qui surviennent aux petites échelles. De même que les halos des galaxies naines/LSB ont l'avantage de ne pas être trop perturbés par la physique des baryons, les amas de galaxies, au-moins au-delà de quelques dizaines de kiloparsecs, sont peu affectés par les composantes baryoniques. Diverses techniques aux spécificités propres permettent d'estimer le profil de masse des amas : émissivité X du gaz intra-amas, cinématique des galaxies, effet Sunyaev-Zel'dovitch, lentilles gravitationnelles. La plupart des modélisations d'amas de galaxies semble compatible avec des profils universels du type NFW. Cependant, à partir de modélisations d'effets de lentilles fortes, Tyson et al. (1998); Sand et al. (2002, 2004) affirment que certains amas de galaxies doivent avoir un profil de densité central relativement plat, faisant ainsi ressurgir le problème "*cusp-core*" aux échelles des amas. Nous allons donc mener une analyse précise du profil de densité des amas de galaxies depuis les parties les plus centrales  $r \gtrsim 10$  kpc jusqu'au rayon de viriel ( $\sim 1$  Mpc) au moyen de l'optique gravitationnelle. Les détails de ce travail sont rassemblés dans le chapitre 4. Nous y développons diverses méthodes pour réduire le rayon interne en-deçà duquel on ne peut plus contraindre le profil de densité à partir des effets classiques de lentille forte. Par ailleurs, peu d'observations donnent une mesure précise du profil de densité des halos à grande distance et en particulier de la rupture de pente prédite par les simulations ( $\rho \sim r^{-2} \rightarrow r^{-3}$ ). Ce problème est abordé au chapitre 4 où nous couplons les contraintes d'optique gravitationnelle dans les régimes des distorsions fortes (resp. faible) au centre (resp. à la périphérie) des amas pour tenter de déterminer les profil de densité au voisinage du rayon de viriel.

Le chapitre 5 de ce mémoire présente les conclusions de ce travail. Il résume les principaux résultats de ce travail et présente un certain nombre de prolongements qu'il serait possibles d'envisager avec les outils que j'ai développé.

# Chapitre 2

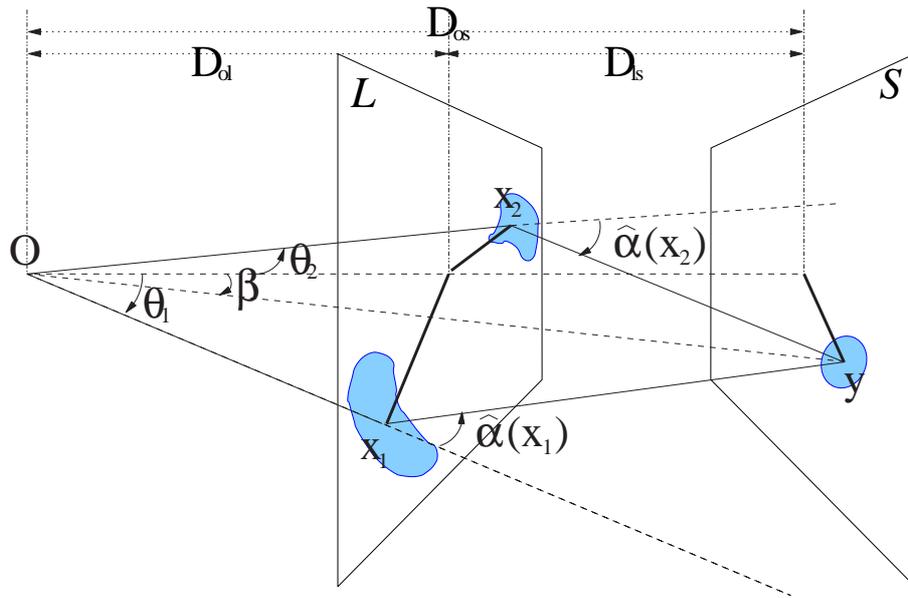
## L'optique gravitationnelle

### 2.1 Introduction & historique

Avant de présenter les bases théoriques de l'optique gravitationnelle sur lesquelles repose mon travail et ses derniers développements observationnels, il est bon d'en rappeler les principes et de préciser quelques définitions optiques. Cette section s'inspire des exposés de revue de Schneider et al. (1992), Mellier (1999) et Bartelmann & Schneider (2001) et reprend leur notations. Elle s'efforce de citer des références plus récentes pour les faits observationnels. Le banc d'optique représenté sur la Fig. 2.1 résume le principe de base de la déviation des rayons lumineux et de la formation des images gravitationnelles. Elle fait apparaître un plan lentille (L) dans lequel se trouve un défecteur massif où se produit la déviation des rayons lumineux issus d'une source située dans le plan source (S). Nous supposons que, dans ce cas particulier, deux rayons partant du point  $\vec{y}$  de (S) traversent la lentille aux points  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$  de (L) et sont focalisés vers l'observateur en (O). La source en  $\vec{y}$  donne donc naissance à deux images correspondant aux angles de déflexion  $\hat{\alpha}(\vec{x}_1)$  et  $\hat{\alpha}(\vec{x}_2)$ . Sur la figure, la source est étendue et les images résultantes sont à la fois amplifiées (surface plus grande) et déformées. On peut introduire les distances observateur-lentille  $D_{ol}$ , observateur-source  $D_{os}$  et lentille-source  $D_{ls}$ . Un point du plan image se repère par ses coordonnées angulaires  $\vec{\theta}$  et son antécédant dans le plan source source par le vecteur  $\vec{\beta}$ . Pour une telle lentille, on peut considérer une transformation du plan source vers le plan image. Mathématiquement, il est plus facile de considérer la transformation inverse – surjective et non injective – qui à un point du plan image associe un point unique du plan source  $\vec{\beta} = T(\vec{\theta})$ . Cette relation constitue l'équation des lentilles. Elle est explorée plus en détail dans la section 2.4 car c'est l'équation de base sur laquelle se construit l'optique gravitationnelle.

Cette équation prend des formes simples dès que quelques hypothèses, généralement vérifiées, sont satisfaites :

- La lentille est *mince*. L'extension le long de l'axe optique de la structure massive qui dévie les rayons lumineux est très petite devant les distances mises en jeu. Par exemple, pour un amas de galaxies situé à un décalage spectral  $z \sim 0.3$  et une source



**Fig. 2.1:** Schéma de principe d'un système optique de lentille gravitationnelle. On peut voir le plan lentille ou image L et le plan source S. L'observateur est en O et voit une source étendue unique sous la forme de deux images dans les directions  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . En l'absence de lentille, il verrait la source dans la direction  $\beta$ . Les images multiples diffèrent de la source en terme de surface (ou flux total), de forme et de parité. On définit les distances observateur-lentille  $D_{ol}$ , observateur-source  $D_{os}$  et lentille-source  $D_{ls}$ .

à un décalage  $z \sim 1.5$ , les distances  $D_{ol}$ ,  $D_{os}$  et  $D_{ls}$  sont de l'ordre du Gpc alors que la taille caractéristique de l'amas est le Mpc.

- Les *champs gravitationnels* sont faibles devant  $c^2$ . La valeur du potentiel dans un amas est comparable au carré de sa dispersion de vitesse typiquement  $\sigma^2 \sim (1000 \text{ km s}^{-1})^2 \ll c^2$ .
- Les *champs gravitationnels* sont *stationnaires* en comparaison du temps mis par un photon pour traverser la lentille. Un photon traverse l'amas en un temps  $t_{\text{cross}} \sim 1 \text{ Mpc}/c \sim 10^6$  ans alors que le temps caractéristique d'évolution d'une structure dynamique est son temps dynamique  $t_{\text{dyn}} \sim \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \sim r/\sigma \sim 10^9$  ans.
- Les *angles de déflexion* sont *petits*. Les angles observés sont typiquement inférieurs à la minute d'arc et satisfont donc aux conditions de Gauss pour l'optique géométrique.
- Globalement, l'univers est gouverné par la métrique FLRW (principe cosmologique) et satisfait aux équations de Fridmann-Lemaître sauf au voisinage de la lentille qui peut se traiter comme une perturbation localisée de la métrique.
- La *lentille* est *transparente* et n'engendre pas d'effets de diffusion ou d'absorption de la lumière par des processus autres que gravitationnels.

Une théorie géométrique de la gravitation, telle que la théorie de la Relativité Générale formulée par Albert Einstein avant les années 1920, rend compte du comportement des rayons lumineux dans un champ gravitationnel. Les photons suivent une géodésique nulle de l'espace-temps et sont donc déviés par une masse déflectrice. Cette prédiction donna lieu à l'une des premières et des plus éclatantes validations de cette nouvelle théorie

quand, en 1919, on observa les déviations apparentes des rayons lumineux issus d'étoiles lointaines au voisinage du limbe du Soleil.

De nombreuses prévisions théoriques furent proposées pour des effets de lentille gravitationnelle dans lesquelles on considérait l'effet d'amplification du flux et de dédoublement d'étoiles lorsqu'une seconde étoile vient s'interposer sur la ligne de visée. Malheureusement ces observations étaient impossible à réaliser à l'époque où ces tests observationnels furent proposés. On avait cependant introduit le concept de "*Lentille Gravitationnelle*". Vers 1937 l'astronome suisse Fritz Zwicky montra que les galaxies et plus particulièrement les amas de galaxies pouvaient être de bien meilleures lentilles gravitationnelles que les étoiles pour les observations envisageables. D'une part, Zwicky avait montré que ces structures extragalactiques sont bien plus massives que leur contenu en étoile ne le laissait penser (Zwicky 1933). D'autres part, les distances mises en œuvre dans un banc optique aux échelles cosmologiques sont très favorables. Enfin, la densité d'objets d'arrière-plan est importante et n'a quasiment de limite que la profondeur des observations (Zwicky 1937a,b). De telles galaxies d'arrière-plan, que nous qualifierons de sources par la suite, sont par ailleurs susceptibles d'être déformées de façon spectaculaire. Une autre prévision de Zwicky fut l'intérêt des lentilles gravitationnelles extragalactiques pour sonder les zones les plus distantes de l'Univers, la lentille jouant le rôle de télescope gravitationnel naturel amplifiant des sources qui seraient restées inobservables sans la lentille.

Faute de techniques d'observation suffisamment performantes ce domaine de recherche fut mis de côté jusque dans les années 60-70 au cours desquelles les travaux de Klimov (1963), Liebes (1964), Refsdal (1964b) et Chang & Refsdal (1979), entre autres, dressèrent le tableau des principaux effets de lentilles. En particulier, Refsdal (1964a) mit en évidence la possibilité de mesurer le taux d'expansion  $H_0$  au moyen des décalages temporels du même évènement détecté dans deux images multiples d'une source unique. Il fallut pourtant attendre la première évidence observationnelle d'un effet de lentille gravitationnelle dans lequel une galaxie lointaine dédouble l'image d'un quasar encore plus lointain (Walsh et al. 1979) pour que l'optique gravitationnelle commence à émerger en astronomie. Moins d'une dizaine d'années plus tard on observa les premiers arcs gravitationnels issus d'une déformation très forte de galaxies situées derrière un amas de galaxies (Soucaïl et al. 1987; Lynds & Petrosian 1986; Soucaïl et al. 1988). Ces observations donnèrent une seconde impulsion décisive à ce champ de recherche. Les propriétés, l'historique et les développements de cette dernière classe de lentilles à laquelle je me suis le plus intéressé sont détaillés dans les sections suivantes.

## 2.2 Arcs, arclets et amas de galaxies

L'étude de ce type de lentilles commence avec la détection des premiers arcs géants aux centre des amas de galaxies (Lynds & Petrosian 1986; Soucaïl et al. 1987, 1988) avec en particulier le cas d'Abell370. Nombre d'arcs furent découvert au centre d'amas depuis le sol (Fort & Mellier 1994; Gladders et al. 2003) et plus récemment observés depuis l'espace avec le télescope spatial Hubble (Smail et al. 1996; Kneib et al. 1996).

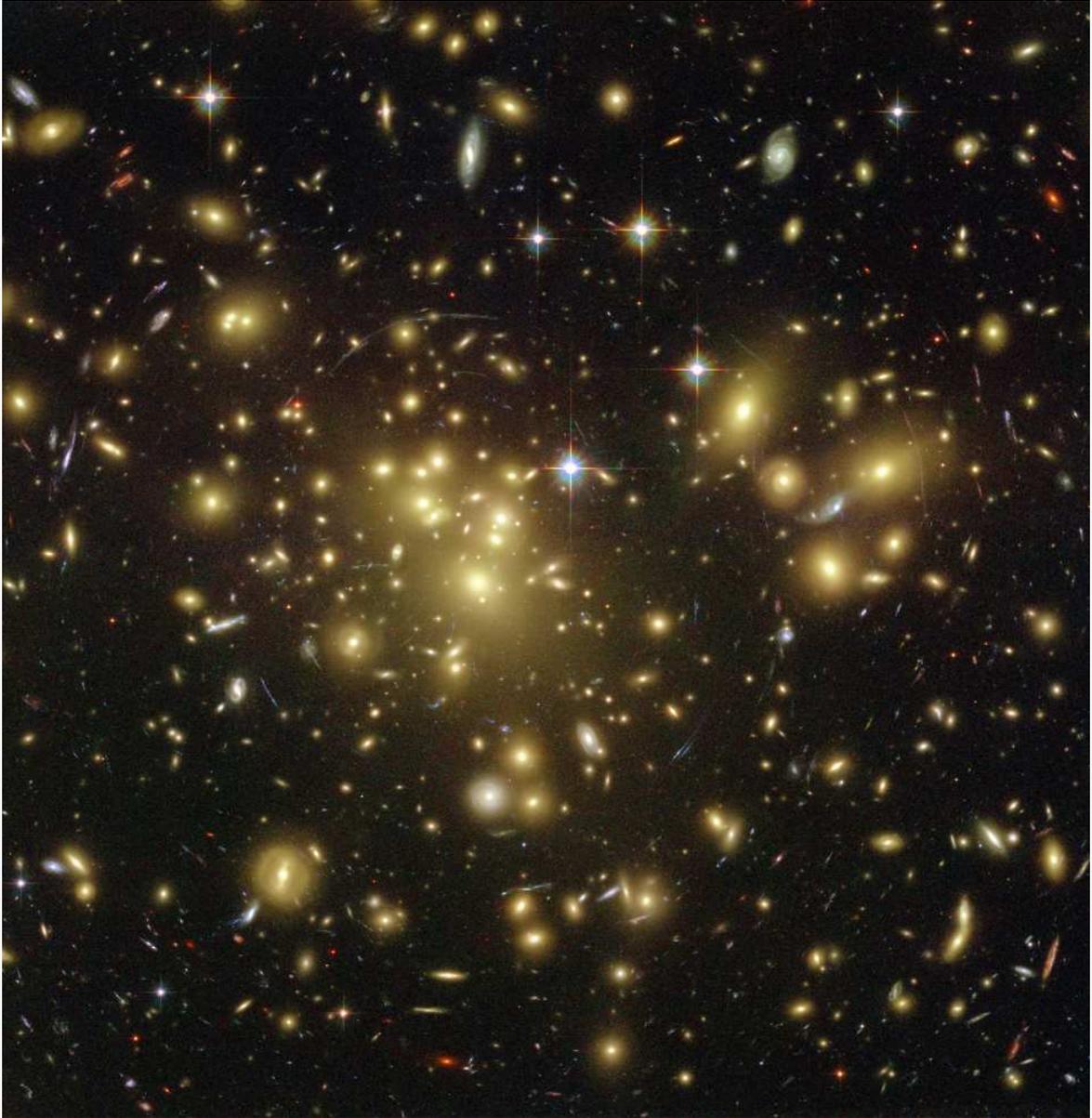
Citons l'exemple spectaculaire d'A1689, réobservé avec la nouvelle caméra ACS du HST et représenté sur la Fig. 2.2. La profondeur du cliché (comparable au *Hubble Deep Field*) ainsi que l'exceptionnelle résolution angulaire en font un système à part. Près d'une centaine d'arcs sont présents, soit une trentaine de sources à différents décalages spectraux et multiples fois imagées. Le nombre impressionnant de contraintes sur les propriétés d'une telle lentille permet, on va le voir plus loin, de déterminer la masse du déflecteur avec une précision incomparable. Toutes les autres méthodes d'estimation de masse sont près d'un ordre de grandeur moins précises que celle des tracés de rayon dans le régime de distorsions fortes : *strong lensing*. L'étude de la distribution de masse dans les amas au moyen des distorsions fortes est une des composantes principales de ce manuscrit et le chapitre 4 lui est presque entièrement dédié.

Dans ce commentaire général introductif, il faut revenir un peu sur la possibilité d'étudier les sources amplifiées. Les lentilles considérées ici jouent un rôle de télescope gravitationnel et permettent ainsi de détecter des sources très ténues au voisinages des lieux de forte amplification, les lignes critiques (cf section 2.4.1 et annexe B). Les galaxies les plus lointaines détectées à ce jour sont observées par cette méthode (Hu et al. 2002; Pelló et al. 2004; Kneib et al. 2004). Cette course au décalage spectral record est justifiée par l'intérêt d'observer des galaxies à très grand décalage spectral car l'époque de formation des premières étoiles et galaxies est encore peu connue. On ne sait pas bien à partir de quel décalage spectral l'univers est transparent au point de permettre au rayonnement des proto-galaxies de nous parvenir. Bien que la mesure soit encore incertaine, WMAP prédit une époque de réionisation  $z = 17 \pm 5$  (Spergel et al. 2003). On comprend donc clairement l'intérêt du télescope gravitationnel repousser la limite de détection des premières galaxies. Avec des instruments comme ALMA ou le JWST, le télescope gravitationnel jouera un rôle majeur pour la détection d'objets aussi lointains.

Il existe aussi un domaine d'étude particulièrement intéressant pour la cosmologie que nous n'aborderons pas directement dans cette thèse mais qu'il faut mentionner. Il s'agit de la statistique des arcs, intimement liée au problème de la distribution de masse au sein des déflecteurs. Nous verrons que beaucoup d'amas de galaxies<sup>1</sup> agissent comme des lentilles fortes et produisent des arcs géants. Dans de nombreux cas, on observe même plusieurs arcs de sources distinctes dans le même amas. Bartelmann et al. (1998) montrèrent alors que l'on observait apparemment dans le ciel beaucoup trop d'arcs que le nombre prédit par les simulations numériques issues d'une cosmologie  $\Lambda$ CDM (environ un facteur 10). Cela favoriserait un modèle d'univers ouvert (oCDM) avec  $\Omega_m \approx 0.2$  et  $\Omega_\Lambda = 0$  en contradiction avec les résultats de WMAP, entre autres. Depuis d'autres études, parfois très récentes, ont montré que le désaccord avec le  $\Lambda$ CDM est moindre si l'on tient compte de nombreux effets de sous-structures, de triaxialité des halos, d'effets transitoires de fusions de groupes et amas, d'une distribution des sources s'étendant plus loin en décalage spectral ( $z \geq 1$ ), etc (Meneghetti et al. 2003; Torri et al. 2004; Dalal et al. 2004; Wambsganss et al. 2004; Oguri & Keeton 2004). Ces références récentes illustrent le dynamisme du domaine pour l'étude du  $\Lambda$ CDM. Plus précisément, les comptages d'amas du EMSS prévoient

---

<sup>1</sup>on se réfère souvent au relevé X *Extended Medium-Sensitivity Survey* (EMSS) pour la statistique des arcs autour de ces amas (Le Fèvre et al. 1994; Luppino et al. 1999)



**Fig. 2.2:** Image ACS/HST de l'amas de galaxies A1689 (Broadhurst et al. 2004).

environ 900 arcs “géants” sur tout le ciel. Les simulations de Dalal et al. en attendent environ 1000<sup>2</sup>, ce qui semble en excellent accord avec un univers  $\Lambda$ CDM. Une plus grande connaissance de la statistique de ces arcs devrait nous donner des informations essentielles sur la cosmologie (modèles de quintessence par exemple) et sur le profil de densité des lentilles. Les observations futures telles que le *Massive Clusters Survey* (MACS; Ebeling et al. 2001) ou le *CFHT Legacy Survey*<sup>3</sup> permettront d’aborder le problème avec une bien meilleure statistique.

A la périphérie des amas à arcs, on a observé que les autres galaxies de fond étaient étirées en forme d’arcs avec une déformation qui diminue si l’on s’éloigne du centre (Fort et al. 1988; Tyson et al. 1990). Cet effet fût en fait une confirmation supplémentaire de la réalité du phénomène de lentille gravitationnelle. Les galaxies d’arrière-plan ne se trouvent plus démultipliées mais sont déformées tangentiellement (perpendiculairement à la direction de l’amas défecteur). Lorsque l’alignement tangentiel systématique des ellipticités des images est inférieur à l’ellipticité intrinsèque de la source, l’effet n’est plus mesurable sur une galaxie unique. Néanmoins, en moyennant sur un grand nombre de galaxies d’arrière-plan on parvient à mesurer cette polarisation systématique : c’est le régime des distorsions faibles ou *weak lensing* que je détaille dans la section suivante.

## 2.3 Les diverses échelles du cisaillement gravitationnel

L’excès systématique d’alignement tangentiel des arcs porte communément le nom de cisaillement gravitationnel ou d’effet de “*shear*”. L’hypothèse sous-jacente pour la mise en œuvre de l’interprétation du “*shear*” est qu’en moyenne les galaxies d’arrière-plan n’ont pas d’orientation privilégiée et sont décorrélées les unes des autres (*isotropie du plan source*). Nous discuterons plus loin la validité de cette hypothèse. Il se peut aussi que l’orientation des galaxies soit artificiellement polarisée par des effets observationnels parasites cohérents. De tel effets sont en fait présents et une grande partie du travail de réduction de données effectué actuellement a pour objectif de les contrôler et les corriger. Ces problèmes techniques sont abordés dans l’appendice D. L’identification des sources et des lentilles est une difficulté additionnelle liée à la mesure du signal de cisaillement gravitationnel. Pour cela, on est contraint d’avoir une information relativement précise sur la distribution en décalage spectral des galaxies afin de déterminer “*lesquelles créent et lesquelles portent le signal*”. C’est pour cela que le développement des techniques liées au cisaillement gravitationnel s’est rapidement rapproché de l’essor des méthodes de “*redshifts photométriques*” car la plupart des objets faibles qui portent le signal de cisaillement sont hors de portée des mesures spectroscopiques.

Il est possible de relier le cisaillement gravitationnel à la distribution de masse qui l’a généré. Kaiser & Squires (1993) établissent la relation entre la distribution bidimension-

---

<sup>2</sup>il s’agit d’une limite supérieure car les effets observationnels liés à la difficulté de détecter un arc ne sont pas prises en compte ici (faible brillance de surface, encombrement du aux galaxies dans l’amas défecteur...).

<sup>3</sup><http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHLS/>

nelle de masse  $\kappa(\vec{\theta})$  et le cisaillement  $\gamma(\vec{\theta})$  et reconstruisent la première carte de masse à partir des ellipticités induites sur les objets d'arrière-plan. A partir de ce moment, il devient possible de mesurer le contenu total en masse des amas de galaxies indépendamment de la nature et de l'état dynamique de cette masse. Les reconstructions de masse ont connu un important développement tant au niveau des observations qu'au niveau théorique. Dans le dernier cas citons l'émergence de méthodes plus sophistiquées qui tiennent compte de la taille finie des champs sur lesquels on reconstruit la carte de masse, mais aussi des effets non-linéaires<sup>4</sup>. D'importants efforts théoriques ont été entrepris pour minimiser le bruit des reconstructions (régularisation, maximum de vraisemblance, maximum d'entropie, filtrages de Wiener, etc...). Outre la méthode originale de Kaiser & Squires, citons les travaux de Bartelmann et al. (1996), Seitz et al. (1998), Lombardi & Bertin (1998b,a) ou encore Marshall et al. (2002). D'un point de vue des observations, depuis la détection pionnière de Tyson et al. (1990), un grand nombre de cartes de masse ont été construites dans des amas de galaxies avec des données sol (*e.g.* Clowe & Schneider 2001, 2002) ou spatiales (Hoekstra et al. 1998, 2000), mais aussi dans des champs en apparence vides (Wilson et al. 2001) ou dans des superamas de galaxies (Kaiser et al. 1998; Gray et al. 2002). Dans tous ces cas et dans bien d'autres non cités ici, les auteurs se sont efforcés de comparer la distribution de matière, sombre pour l'essentiel, à la distribution de matière baryonique visible tracée par les galaxies appartenant aux structures. Nous reviendrons longuement sur cet aspect au chapitre 3. Quand cela est possible, il est utile aussi de comparer les reconstructions de masse obtenues à la distribution en émissivité X. Cette dernière se réduit nécessairement aux régions centrales avec les contrastes de densité les plus forts alors que les cartes de masse peuvent tracer la masse jusqu'à quelques megaparsecs du centre d'un amas (Kneib et al. 2003).

Sous l'hypothèse de lentilles à symétrie circulaire, Fahlman et al. (1994) introduisent la  $\zeta$ -statistique qui n'est autre que l'expression du contraste de densité (densitométrie) en fonction de la composante tangentielle du cisaillement (voir appendice D). Ceci permet de mesurer le profil radial de masse et de le comparer par exemple à la distribution de lumière des galaxies de l'amas mais aussi à la distribution en masse déduite des observations X. Allen (1998) et Wu (2000) montrèrent qu'il y a en général un bon accord entre ces deux types de mesures, les quelques désaccords pouvant venir de mauvaises hypothèses pour la physique du gaz intra-amas et son équilibre dynamique (courants de refroidissements, chocs) (Clowe & Schneider 2001, 2002; Kneib et al. 2003; Markevitch et al. 2004). Mellier (1999) fait un inventaire des mesures de masse d'amas déduites du cisaillement gravitationnel. Sur un échantillon d'environ 20 amas, un rapport masse sur luminosité moyen semble converger sur des valeurs entre 150 et 300  $h_{70} (M/L)_{\odot}$ . Ce qui a pour conséquence, entre-autres, de confirmer le faible contenu en masse de l'univers  $\Omega_m \lesssim 0.3$  si, bien-sûr, le rapport M/L des amas de galaxies est représentatif de celui de l'univers dans son ensemble.

Deux développements de l'analyse du cisaillement faible ont connu un essor exceptionnel ces dernières années. Tous deux se situent à la limite du périmètre de cet exposé mais ont inspiré ce travail tant par les techniques d'analyse des catalogues de galaxies avec mesure

<sup>4</sup>lorsqu'on essaie de reconstruire la distribution de masse près des zones centrales des amas où la relation entre cisaillement et densité de masse projetée n'est plus linéaire

d’ellipticités, correction d’effets observationnels liés à la PSF, la photométrie, mesures de corrélations que par le sujet cosmologique abordé.

Le premier s’attache à mesurer le signal de cisaillement gravitationnel du aux galaxies d’avant-plan sur les galaxies plus lointaines. Il s’agit là d’un effet extrêmement faible qu’il convient de traiter de façon statistique. Le nom consacré pour désigner ce type d’analyse est le “*Galaxy-Galaxy Lensing*”. Nous parlerons ici de corrélation cisaillement-galaxie. En mesurant l’excès de polarisation des galaxies lointaines perpendiculairement à l’axe qui les relie à une galaxie proche, on parvient à contraindre le profil de densité des galaxies. Plus rigoureusement, on mesure en fait la fonction de corrélation cisaillement - densité d’objets d’avant-plan convoluée par le profil de densité des galaxies lentilles. La première détection est due à Brainerd et al. (1996). Les résultats les plus probants à ce jour sont ceux de Hoekstra et al. (2004); Kleinheinrich et al. (2004); Seljak et al. (2004). Ils posent des contraintes fortes sur le profil de densité des halos de galaxies, sur leur forme<sup>5</sup> et sur leur relation avec la lumière et/ou la densité numérique de galaxies. En d’autres termes, la corrélation cisaillement-galaxie est capable de donner des contraintes fortes sur le biais des galaxies. Elle permet, par là-même, de tester les modèles non-linéaires (modèles de halos entre-autres) de croissance des structures et de formation des galaxies. Nous serons donc amenés à reparler de corrélations cisaillement-galaxies au chapitre 3.

Enfin le second champ d’étude qui s’ouvre à l’analyse du cisaillement gravitationnel faible s’oriente vers les échelles plus grandes que les amas de galaxies ou les superamas. En mesurant la cohérence des champs de cisaillement gravitationnels sur des échelles angulaires dépassant bientôt quelques degrés, on parvient à contraindre le spectre de puissance des fluctuations de densité de *matière noire* sans avoir à se soucier d’une quelconque relation de biais (Blandford et al. 1991; Miralda-Escudé 1991b; Kaiser 1992; Jain & Seljak 1997; Bernardeau et al. 1997). Les contraintes sur les paramètres cosmologiques peuvent être fortes et complémentaires des mesures sur le fond diffus cosmologique (cf section 1.1). Les mesures de cisaillement cosmique (“*cosmic shear*”) font en effet intervenir tous les contrastes de densité entre les galaxies sources (à  $z_s \approx 1$ ) et l’observateur. Les derniers états d’avancement de la croissance des structures sont ainsi sondés. Voir van Waerbeke & Mellier (2003) ou Réfrégier (2003) pour de revues récentes. L’intérêt majeur que suscitent ces questions justifie l’important effort observationnel et informatique pour traiter des images toujours plus profondes et couvrant une zone du ciel toujours plus grande. Les derniers résultats de van Waerbeke et al. (2004) sur le relevé VIRMOS-DESCART donnent pour les paramètres cosmologiques les mieux contraints  $\sigma_8 = (0.83 \pm 0.07) \left(\frac{\Omega_m}{0.3}\right)^{-0.49}$ , avec  $\sigma_8$  l’amplitude du spectre de puissance. Le relevé CFHTLS, en cours de réalisation, s’inscrit parfaitement dans cette optique et devrait donner prochainement des contraintes fortes sur la normalisation du spectre de puissance  $\sigma_8$ , sur  $\Omega_m$  ainsi que sur l’équation d’état de l’énergie noire.

Notons cependant qu’une condition préalable à l’interprétation des observations de cisaillement gravitationnel, est la complète maîtrise des effets systématiques jusqu’à des valeurs très inférieures au pourcent. Plus les signaux que l’on espère mesurer sont faibles

---

<sup>5</sup>Hoekstra et al. montrent que l’ellipticité des halos de matière noire n’est pas nulle et que son orientation est corrélée à celle de la galaxie contenue dans le halo.

plus le contrôle des systématiques est prépondérant. A l'heure actuelle ces effets sont dominants puisque la profondeur et la taille des catalogues, et encore plus les observations spatiales viendront à bout du bruit statistique. Les effets systématiques peuvent être classés en deux catégories : une polarisation cohérente d'origine instrumentale ou la corrélation intrinsèque et physique des ellipticités des galaxies dans les grandes structures de l'univers. La première source pose les plus gros problèmes. En décomposant le champ de cisaillement en une partie issue d'un gradient (mode E) et une autre issue d'un rotationnel (mode B), lequel ne peut pas avoir une origine gravitationnelle, on peut quand-même se rendre compte de la quantité d'effets systématiques non-maîtrisés dans le champ étudié. Plusieurs origines possibles de ces biais sont en cours d'étude. On réussit à en supprimer une partie. Ces problèmes impliquent l'optique et le guidage des télescopes, les conditions atmosphériques pour les données sol, la taille du champ, la qualité photométrique des détecteurs CCD, le masquage des défauts sur les images (étoiles brillantes saturées, astéroïdes...), les méthodes de coaddition des poses individuelles en une image finale à haut rapport signal/bruit, l'astrométrie, la connaissance et la correction de la PSF, etc... L'autre source de systématiques est la possible corrélation intrinsèque entre les ellipticités de galaxies physiquement proches. Cette hypothèse a été avancée pour expliquer la présence de modes B dans les images grand champ destinées à la mesure du cisaillement cosmologique (Jing 2002; King & Schneider 2003; Heymans et al. 2004). Après une étude plus quantitative de ces effets, on s'est rendu compte qu'ils sont faibles à petite échelle angulaire et négligeables à plus grande échelle. Notons qu'une méthode simple pour minimiser encore ces effets de corrélations intrinsèques, est de sous-pondérer les paires de galaxies physiquement proches l'une de l'autre. Il faut pour cela avoir une information sur le décalage spectral des sources et des lentilles. On met à nouveau le doigt sur l'intérêt des décalages spectraux photométriques.

## 2.4 Théorie des lentilles

### 2.4.1 Equations de base

#### De la distribution de masse à l'équation des lentilles

En considérant les solutions données par la relativité générale pour la trajectoire d'un photon en champ faible paramétré par le potentiel Newtonien  $\Phi$ , on peut démontrer que l'angle de déflexion d'un rayon lumineux s'écrit :

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int \nabla_{\perp} \Phi dl. \quad (2.1)$$

Ici  $\nabla_{\perp}$  représente l'opérateur gradient dans le plan orthogonal à la trajectoire orientée selon  $z$ . Comme les angles de déviation sont faibles, on peut identifier  $dz$  et l'élément d'abscisse curviligne  $dl$ . Si on suppose le potentiel généré par une source ponctuelle,

$\Phi(\vec{r}) = -GM/|\vec{r}|$ , on en déduit la relation fondamentale :

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^2}, \quad (2.2)$$

dans laquelle  $\vec{x}$  est un point du plan image (voir Fig. 2.1). L'angle de déflexion provoqué par une distribution surfacique de masse  $\Sigma(\vec{x})$  occupant le plan image se déduit donc en intégrant la relation (2.2) sur tous les éléments de masse  $\Sigma(\vec{x})d^2\vec{x}$ . Pour un photon suivant une géodésique de longueur nulle, le temps d'arrivée est :

$$ct = \int \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) dl. \quad (2.3)$$

En considérant le banc optique de la Fig. 2.1 dans l'approximation des petits angles, on a la relation géométrique :

$$D_{\text{os}}\beta + D_{\text{ls}}\hat{\alpha} = D_{\text{os}}\theta. \quad (2.4)$$

Définissons le potentiel gravitationnel projeté (intégré le long de la ligne de visée  $z$ )  $\phi = \int \Phi dz$ , vérifiant l'équation de Poisson projetée :

$$\Delta\phi(\vec{\theta}) = 4\pi G\Sigma(\vec{\theta}). \quad (2.5)$$

Introduisons une quantité caractéristique, la densité critique :

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_{\text{os}}}{D_{\text{ol}}D_{\text{ls}}}. \quad (2.6)$$

Nous pouvons alors définir le potentiel de la lentille  $\psi$ , homogène au carré d'un angle et tel que :

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{\text{ls}}D_{\text{ol}}}{D_{\text{os}}} \phi(\vec{\theta}). \quad (2.7)$$

A une constante près le temps d'arrivée d'un photon issu de la source située en  $\beta$  passant par l'image en  $\vec{\theta}$  et arrivant à l'observateur s'écrit :

$$ct = \frac{D_{\text{ol}}D_{\text{ls}}}{D_{\text{os}}} \left( (\vec{\theta} - \vec{\beta})^2 - \psi(\vec{\theta}) \right). \quad (2.8)$$

Il fait intervenir un terme géométrique et un terme d'origine purement gravitationnelle. Cette définition du temps d'arrivée nous permet d'appliquer le principe de Fermat. Les trajectoires effectivement suivies par les rayons lumineux seront celles qui rendent ce temps d'arrivée extrémal (Blandford & Narayan 1986; Kovner 1990; Schneider et al. 1992; Kneib 1993), c'est-à-dire vérifiant  $\nabla_{\vec{\theta}}t = 0$  ou encore :

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha} \equiv \vec{\theta} - \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}). \quad (2.9)$$

Cette équation des lentilles est bien la relation entre le plan source et le plan image évoquée à la section 2.1. Dans la relation (2.9), l'angle  $\alpha = \frac{D_{\text{ls}}}{D_{\text{os}}}\hat{\alpha}$  est l'angle de déflexion réduit. On peut observer plusieurs images d'un même point du plan source  $\beta$  lorsque la

densité projetée  $\Sigma$  est surcritique, c'est-à-dire lorsque la convergence  $\kappa \equiv \Sigma/\Sigma_{\text{crit}} \geq 1$ . On a aussi les relations entre des quantités propres aux lentilles :

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vartheta \kappa(\vec{\vartheta}) \frac{\vec{\theta} - \vec{\vartheta}}{|\vec{\theta} - \vec{\vartheta}|^2}, \quad (2.10)$$

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vartheta \kappa(\vec{\vartheta}) \ln|\vec{\theta} - \vec{\vartheta}|. \quad (2.11)$$

Pour ces quantités, l'équation de Poisson s'écrit simplement  $\Delta\psi = 2\kappa = \vec{\nabla} \cdot \vec{\alpha}$ .

### Déformations locales & Amplification

Les solutions  $\vec{\theta}$  de l'équation des lentilles donnent la position des images d'une source en  $\vec{\beta}$ . La forme des images sera différente de celle de la source car les rayons lumineux sont défléchis de façon différentielle. L'existence des arcs géants en est une illustration frappante. Le théorème de Liouville et l'hypothèse de transparence de la lentille impliquent la conservation de la brillance de surface (Etherington 1933). Ainsi, si  $I_s(\vec{\beta})$  est la brillance de surface dans le plan source, la brillance de surface observée dans le plan image est :

$$I(\vec{\theta}) = I_s(\vec{\theta} - \vec{\nabla}(\vec{\theta})). \quad (2.12)$$

Si une source est beaucoup plus petite que l'échelle angulaire caractéristique sur laquelle varient les propriétés de la lentille, l'équation des lentilles peut être dérivée et linéarisée localement. La distorsion d'une image est donc décrite par le jacobien de la transformation

$$\mathcal{A}_{ij}(\vec{\theta}) = \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} = (\delta_{ij} - \psi_{,ij}) \equiv \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Par la suite, la virgule en indice signifie une dérivation partielle  $\psi_{,ij} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$ . Nous avons introduit les composantes du cisaillement  $\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2 = |\gamma|e^{2i\varphi}$  et  $\kappa$  est la convergence définie plus haut. La convergence et le cisaillement s'expriment en fonction du potentiel :

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{2}(\psi_{,11} + \psi_{,22}) \\ \gamma_1 &= \frac{1}{2}(\psi_{,11} - \psi_{,22}) \\ \gamma_2 &= \psi_{,12} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ainsi, si  $\vec{\theta}_0$  est un point associé au point  $\vec{\beta}_0 = \vec{\beta}(\vec{\theta}_0)$  d'une image étendue, on peut réécrire l'équation (2.12) :

$$I(\vec{\theta}) = I_s \left[ \vec{\beta}_0 - \mathcal{A}(\vec{\theta}_0)(\vec{\theta} - \vec{\theta}_0) \right]. \quad (2.15)$$

On voit donc que l'image d'une source circulaire devient une ellipse. Le rapport d'axes est le rapport des valeurs propres de  $\mathcal{A}$ ,  $1 - \kappa \pm |\gamma|$  et le rapport des angles solides sous-tendus

par l'image et la source est l'inverse du déterminant de  $\mathcal{A}$ . On l'appelle amplification  $\mu$ .  $\mathcal{A}$  est la matrice d'amplification inverse.

$$\mu^{-1} = \det \mathcal{A} = (1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2 . \quad (2.16)$$

Les images sont donc changées en taille et en forme. Le premier changement est caractérisée par la partie isotrope  $(1 - \kappa)$  et la partie anisotrope  $\gamma$  de  $\mathcal{A}$ . Le second l'est uniquement par la partie anisotrope sans-trace  $\gamma$ . Cette dernière est représentée par un nombre complexe mais n'est pas un vecteur au sens strict. Il s'agit plutôt d'un spinner d'ordre 2, d'où le facteur 2 dans la définition de la phase de  $\gamma$  qui garantit qu'un champ de cisaillement reste inchangé après rotation du système de coordonnées d'un angle  $\pi$ .

### Lignes critiques et caustiques

Les points du plan image pour lesquels le jacobien  $\mathcal{A}$  s'annulent forment des courbes fermées, les *lignes critiques*. C'est le lieu d'une amplification infinie. Leurs antécédants dans le plan source forment les *lignes caustiques*. Même si les images ne sont jamais amplifiées de façon infinie du fait que les sources sont de taille finie et que l'optique géométrique n'est plus strictement valable dans ces cas-là, on peut observer une amplification substantielle. Les arcs géants en témoignent, de même que la possibilité de voir des objets très lointains près des lignes critiques des amas de galaxies. Si l'on ramène par la pensée une source très lointaine de l'axe optique vers le centre de la lentille, cette source va traverser des lignes caustiques. A la croisée de chacune d'elles, le nombre d'images observées change de  $\pm 2$  et les deux images se forment<sup>6</sup> de part et d'autre de la ligne critique correspondante. Elles se forment avec des parités opposées de telle sorte qu'elles apparaissent comme symétriques l'une de l'autre par rapport à la ligne critique. Ainsi, seules les sources à l'intérieur d'une caustique sont imagées de façon multiple. Des exemples de lignes critiques et caustiques sont donnés dans la figure 2.3 et dans l'appendice B.

### 2.4.2 Cisaillement faible, approche statistique

Précisons maintenant le cas particulier des distorsions faibles dans lequel la simplification entre les équations (2.12) et (2.15) s'applique. Dans le dernier cas où les variations des propriétés de la lentille (l'angle de déflexion  $\alpha$  pour l'essentiel) ne varient pas sensiblement sur la surface d'une image, l'image d'une source circulaire est une ellipse. En fait, ce résultat est plus général et l'image d'une source elliptique est aussi une ellipse. Notons  $\bar{\theta}_i$  le barycentre et  $Q_{ij}$  le tenseur des moments d'ordre 2 d'une image :

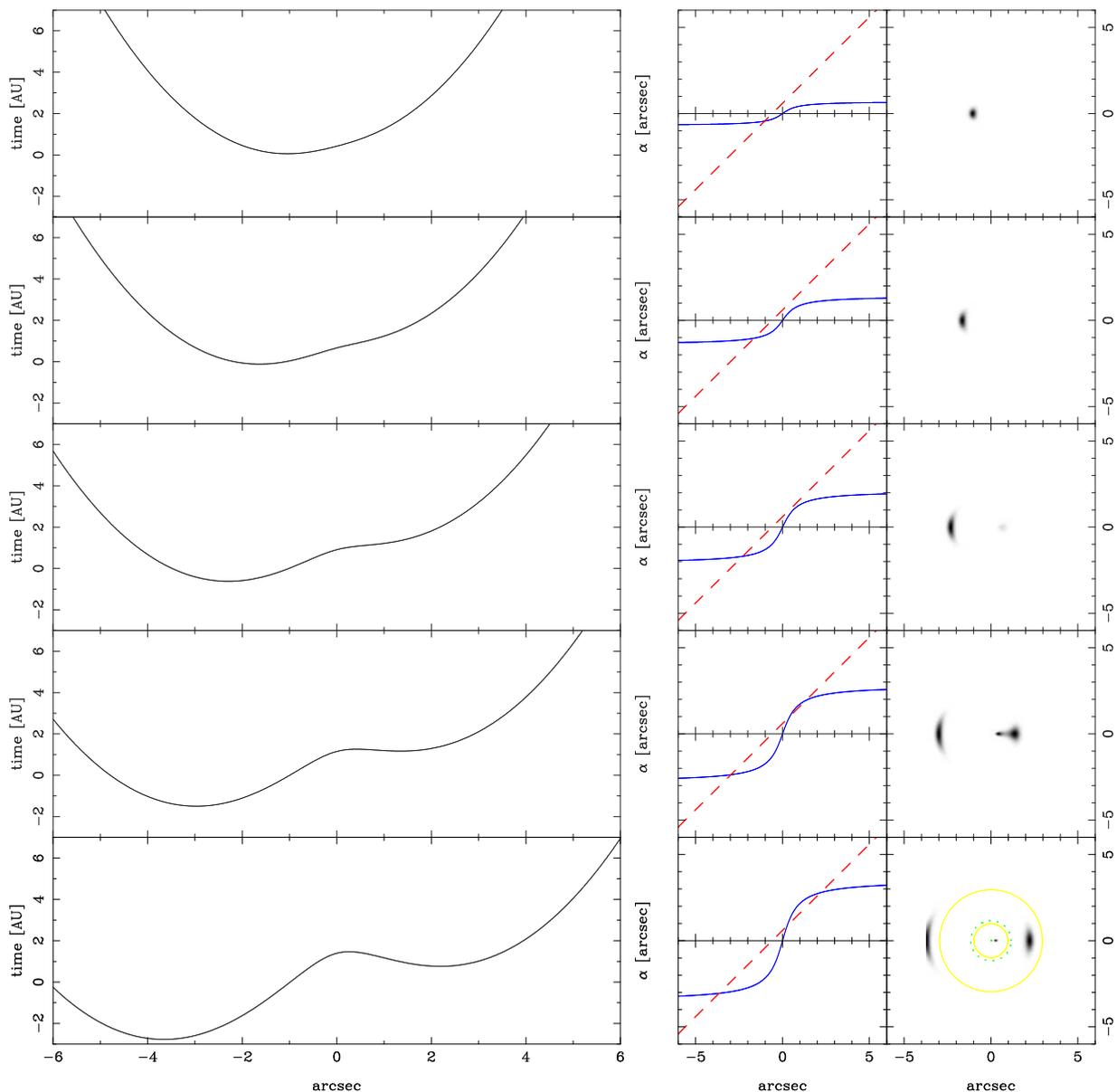
$$Q_{ij} = \frac{\int d^2\theta I(\theta)(\theta_i - \bar{\theta}_i)(\theta_j - \bar{\theta}_j)}{\int d^2\theta I(\theta)} . \quad (2.17)$$

On peut démontrer en utilisant (2.15) qu'il existe une relation simple entre les moments de l'image et ceux de la source  $Q^s$  correspondante :

$$Q^s = \mathcal{A}Q\mathcal{A}^T . \quad (2.18)$$

---

<sup>6</sup>si l'on rentre dans la caustique, se détruisent si l'on en sort



**Fig. 2.3:** Calcul du temps d'arrivée pour une source située en  $\vec{\beta} = (-0.6'', 0.0'')$  (gauche), de l'angle de déflexion (centre) et de l'image de cette source dans le plan image. Le modèle de lentille est une sphère isotherme avec rayon de cœur ( $r_c = 0.5''$ ) et la dispersion de vitesse de augmente de haut en bas  $\sigma_v = (155, 220, 270, 310, 350) \text{ km s}^{-1}$  (voir appendice B). On a tracé les lignes critiques (jaune continu) et caustiques (vert pointillé) pour le dernier cas seulement. A mesure que la lentille passe de sous-critique à surcritique, le nombre d'images augmente, la séparation entre celles-ci augmente aussi. Les images très amplifiées se situent près des lignes critiques. Sur la ligne critique radiale (la plus centrale), les images sont étirées radialement alors que c'est l'inverse sur la ligne critique tangentielle. La colonne du centre illustre une méthode graphique fréquemment utilisée pour déterminer la position des images multiples. On trace la courbe  $y = \alpha(\theta)$  (bleu continu) et la courbe  $y = \theta - \beta$  (rouge tirets). Les intersections de ces deux courbes donnent la position des images. Ces positions correspondent, on le voit sur la colonne de droite, aux extrema de la courbe de temps d'arrivée. L'image qui ne disparaît jamais (qui s'identifie à la source quand la lentille disparaît) est celle qui arrive la première. L'image la plus centrale, qui se forme sur un maximum du temps d'arrivée est celle qui arrive la dernière. Elle est aussi déamplifiée (plus faible et plus petite que la source).

Introduisons la polarisation complexe  $\chi$  :

$$\chi = \frac{Q_{11} - Q_{22} + 2iQ_{12}}{Q_{11} + Q_{22}}. \quad (2.19)$$

Si l'on note  $a$  et  $b$  les demi-grand et demi-petit axes des ellipses d'isophotes, la polarisation s'écrit  $|\chi| = (a^2 - b^2)/(a^2 + b^2)$ . On peut définir aussi le cisaillement réduit

$$g = \frac{\gamma}{1 - \kappa}, \quad (2.20)$$

qui exprime le fait que l'ellipticité induite sur une source circulaire n'est fonction du cisaillement et de la convergence qu'à travers cette quantité réduite  $g$ . On le voit aisément si l'on écrit la matrice d'amplification  $\mathcal{A} = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 - g_1 & -g_2 \\ -g_2 & 1 + g_1 \end{pmatrix}$ . Une relation importante relie  $\chi^s$ ,  $\chi$  et  $g$  (Schneider & Seitz 1995; Kochanek 1990; Miralda-Escudé 1991a).

$$\chi^s = \frac{\chi - 2g + g^2\chi^*}{1 + |g|^2 - 2\mathcal{R}(g\chi^*)}, \quad (2.21)$$

où  $*$  signifie la conjugaison complexe. Si l'on définit la taille d'une image comme  $\omega = \sqrt{\det Q}$ , alors on a  $\omega = \mu\omega_s$ .

La littérature contient en fait plusieurs définitions et notations pour différentes quantités qui s'apparentent à la polarisation  $\chi$ . On parle d'ellipticité, de distorsion, de déformation, de cisaillement... Par la suite nous ne considérerons que les quantités cisaillement  $\gamma$  et cisaillement réduit  $g$ . Nous utiliserons aussi les observables polarisation  $\chi = (a^2 - b^2)/(a^2 + b^2)$  et ellipticité au sens de Bonnet & Mellier (1995) notée aussi bien  $\epsilon$  que  $\varepsilon$  ou encore  $e$  mais qui désignera toujours le rapport  $(a - b)/(a + b)$ . Ainsi l'équation (2.19) se traduit ici par  $\epsilon = \frac{Q_{11} - Q_{22} + 2iQ_{12}}{Q_{11} + Q_{22} + 2\omega}$ . Ellipticité et polarisation sont reliées par :

$$\epsilon = \frac{\chi}{1 + \sqrt{1 - |\chi|^2}}; \quad \chi = \frac{2\epsilon}{1 + |\epsilon|^2}. \quad (2.22)$$

La transformation entre ellipticité de la source et de l'image s'écrit :

$$\epsilon^s = \begin{cases} \frac{\epsilon - g}{1 - g^*\epsilon} & \text{si } |g| \leq 1 \\ \frac{1 - g\epsilon^*}{\epsilon^* - g^*} & \text{si } |g| > 1 \end{cases} \quad (2.23)$$

(Seitz & Schneider 1997) et la transformation inverse s'obtient simplement en permutant  $\epsilon$  et  $\epsilon^s$  et en changeant  $g$  en  $-g$ .

Dans le cas généralement considéré des cisaillements faibles, les relations (2.21) et (2.23) se simplifient en  $\epsilon \approx \epsilon^s + g$  et  $\chi \approx \chi^s + 2g$ .

Etant donné qu'un régime de cisaillement faible est en général un régime dans lequel on n'observe pas d'images multiples, il est impossible de connaître le cisaillement

réduit en mesurant seulement l'ellipticité de l'image puisqu'on n'a pas accès à l'ellipticité de la source. Il faut donc aborder cette question statistiquement en faisant l'hypothèse fondamentale qu'en moyenne l'ellipticité des sources est nulle<sup>7</sup>. Autrement dit,  $E\{\epsilon^s\} = \langle \epsilon^s \rangle = 0$ . Cette relation permet de moyenner localement l'ellipticité des images pour obtenir un estimateur non-biaisé du cisaillement  $g$  (on suppose la lentille sous-critique telle que  $|g| < 1$ ).

$$\hat{g} = \frac{\sum_i a_i \epsilon_i}{\sum_i a_i} = \langle \epsilon \rangle = \langle \epsilon^s \rangle + g = g, \quad (2.24)$$

où l'on a introduit des poids  $a_i$  susceptibles de tenir compte d'erreurs de mesure. La variance de cet estimateur dépend de la dispersion en ellipticité des sources et des erreurs de mesures. On peut généralement supposer qu'elles s'ajoutent quadratiquement  $\sigma_\epsilon^2 = \sigma_{\epsilon_s}^2 + \sigma_{\text{obs}}^2$  en supposant les erreurs gaussiennes et la distribution intrinsèque en ellipticité des sources gaussienne

$$p_s(\epsilon_s) = \frac{1}{\pi \sigma_{\epsilon_s}^2 (1 - e^{1/\sigma_s^2})} e^{-\frac{|\epsilon_s|^2}{\sigma_{\epsilon_s}^2}}. \quad (2.25)$$

La distribution en ellipticité dans le plan image est donnée par le changement de variable  $\epsilon = f(\epsilon_s, g)$  inverse de (2.23). Ainsi

$$p(\epsilon) = p_s(\epsilon_s(\epsilon, g)) \left| \frac{\partial \epsilon_s}{\partial \epsilon} \right|. \quad (2.26)$$

Le jacobien de la transformation (2.23) peut se trouver dans Geiger & Schneider (1998). La dispersion sur la mesure de  $g$  peut s'écrire approximativement comme  $\sigma_g = \sigma_\epsilon (1 - |g|^2)/\sqrt{N}$ ,  $N$  étant le nombre d'objets d'arrière-plan sur lesquels on moyenne les ellipticités. Typiquement  $\sigma_\epsilon \approx \sigma_{\epsilon_s} = 0.3$  quand les erreurs de mesures sont très faibles (images spatiales). En général on observe plutôt  $\sigma_\epsilon = 0.4$ . Ainsi, pour un rapport signal/bruit de 3 et un signal  $g = 0.1$ , il faudra disposer d'environ 100 sources et de 10000 sources pour mesurer un signal 10 fois plus faible.

Il faut noter que, jusqu'ici, nous avons fait implicitement l'hypothèse que toutes les galaxies d'arrière-plan sont situées au même décalage spectral. Ceci nous permet de moyenner les ellipticités de chacune puisqu'elles sont soumises au même cisaillement  $g$ . Cependant, les galaxies sont distribuées en  $z$ . Si l'on introduit le poids géométrique de la convergence optique  $w(z) = D_{\text{ls}}/D_{\text{os}}$ , on peut écrire la convergence  $\kappa \rightarrow w(z)\kappa_\infty$  et le cisaillement  $\gamma = \gamma(z) = w(z)\gamma_\infty$ . Les quantités indicées par  $\infty$  se rapportent aux propriétés des lentilles pour une source à l'infini. Comme le cisaillement réduit n'est pas une fonction linéaire de  $w$ , cela complique l'analyse des systèmes pour lesquels  $g \gtrsim 1$ . Précisons cet effet en  $z$  en ne considérant que le cas des cisaillements faibles  $g \approx \gamma \ll 1$ . Voir Bartelmann & Schneider (2001) pour un exposé plus général. A l'extérieur de toute ligne critique,  $E\{\epsilon(z)\} = \frac{w(z)\gamma_\infty}{1-w(z)\kappa_\infty}$ . Posons

$$\overline{w^n} = \frac{\int_{z_l}^{\infty} dz p(z) w(z)^n}{\int_{z_l}^{\infty} dz p(z)} \quad (2.27)$$

<sup>7</sup>on parle ici de l'ellipticité complexe et algébrique, n'ayant pas d'orientation privilégiée. On suppose qu'il n'existe pas d'alignement intrinsèque entre les galaxies sources.

les moments de la distribution en rapport de distances angulaires et  $\sigma_w^2 = \overline{w^2} - \overline{w}^2$ . Si le décalage spectral de chacune des source est inconnu individuellement, l'espérance de  $\epsilon$  s'obtient en intégrant la distribution en  $z$  :  $E\{\epsilon\} = \gamma_\infty \overline{w}$ . L'estimateur s'écrit  $\hat{\gamma}_1 = \langle \epsilon \rangle / \overline{w}$  et sa variance est  $\sigma_{\hat{\gamma}_1}^2 = \frac{\sigma_w^2 |\gamma|^2 + \sigma_\epsilon^2}{N \overline{w}^2}$ . Si le décalage spectral est connu pour chaque source, alors  $\hat{\gamma}_2 = \sum_i w_i \epsilon_i / \sum_i w_i^2$  et sa variance  $\sigma_{\hat{\gamma}_2}^2 \approx \frac{\sigma_\epsilon^2}{N \overline{w}^2}$ .

Un dernier aspect l'analyse des cisaillements faibles concerne le problème de la correction de PSF de l'instrument qui arrondit et/ou polarise les images. Nous le traitons dans l'annexe D.1.

# Chapitre 3

## Relation Matière – Lumière & Cisaillement

### 3.1 Introduction

Les théories de formation des structures cosmiques prévoient que la matière dans l'univers doit se concentrer le long de murs et de filaments à l'intersection desquels se forment les amas de galaxies. Ces structures séparent de vastes zones sous-denses, les vides. La plupart des évidences observationnelles de cette “*Cosmic Web*” vient des relevés de galaxies (Vogeley et al. 1994; de Lapparent et al. 1986; Pogosyan et al. 1996). Baugh et al. (2004) et Doroshkevich et al. (2004) présentent des résultats plus récents sur la structuration des comptages de galaxies dans le 2dFGRS et le SDSS, respectivement. Les caractéristiques spatio-temporelles des structures filamentaires peuvent être utilisées pour tester un modèle cosmologique. La gravitation dirige la croissance des structures et modifie les propriétés statistiques du contraste de densité  $\delta(\mathbf{r}) = (\rho(\mathbf{r}) - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ . En particulier, il cesse d'être un champ gaussien, le fût-il au départ. Le champ de fluctuations ne peut donc pas se réduire à la simple donnée de son spectre de puissance  $P_\delta(\mathbf{k})$ . Plusieurs observables, complémentaires et chacune non-exhaustive, donnent des informations sur la non-gaussianité du champ de densité. L'écart de la fonction de distribution de  $\delta$  à une loi normale en est un exemple. En particulier, l'évolution gravitationnelle implique une forte asymétrie de la distribution avec des zones qui couvrent une petite surface mais ayant une densité très élevée (amas, galaxies...) et des zones très vastes et ayant un contraste de densité borné inférieurement  $\delta \geq -1$  (vides). Des statistiques d'ordre supérieur telles que les fonctions de corrélation à  $N$  points ( $N \geq 3$ ) renseignent aussi sur l'évolution tardive des structures.

Au-delà de la connaissance de  $P_\delta(\mathbf{k})$ , il est aussi nécessaire d'avoir une bonne représentation spatiale de la distribution réelle de la matière dans l'univers. Les propriétés topologiques (forme des vides, murs, filaments, halos des amas et des galaxies...) renseignent sur des niveaux plus fins de l'évolution des structures mais ne sont à ce jour connues qu'à travers l'utilisation des relevés de galaxies. Comme ces derniers tracent seulement la distribution

de matière lumineuse (baryonique) une extension à toutes les formes de matière adopte souvent l'hypothèse additionnelle que la lumière trace fidèlement la distribution totale de matière. Il est malheureusement difficile de connaître les propriétés du biais ou du rapport masse/luminosité sur des échelles comparables aux structures dont on cherche à étudier la morphologie. Ce chapitre propose une investigation originale sur cette problématique. Il essaie de répondre successivement aux deux questions suivantes :

- *Sur les échelles typiques des grandes structures, allant de quelques centaines de kiloparsecs à quelques dizaines de megaparsecs, peut-on dresser une cartographie précise de la distribution de la lumière et de la matière noire ?*
- *Peut-on raisonnablement (qualitativement et/ou quantitativement) déduire une des deux distributions à partir de l'autre ?*

L'observation du cisaillement gravitationnel des galaxies distantes peut apporter de nombreux éléments de réponse. Depuis quelques années, le développement d'outils sophistiqués pour l'analyse des lentilles couplé avec une nouvelle génération d'imageurs grand champ a ouvert une porte vers des études de ce type sur des échelles encore jamais explorées. Des halos de galaxies jusqu'au cisaillement cosmologique, toutes les échelles sont accessibles aux méthodes d'optique gravitationnelle. Les méthodes et outils du cisaillement gravitationnel ont acquis une maturité suffisante depuis une dizaine d'années pour aborder des questions nouvelles. Peu d'études de cisaillement gravitationnel ont jusqu'ici exploré les échelles au-delà du megaparsec (typique des amas de galaxies). Les distributions de masse dans les superamas de galaxies qui sont les plus grands systèmes connus dans l'univers sont donc encore largement inexplorées. Ces ensembles d'amas de galaxies, supposés connectés par des ponts de matière ou filaments, correspondent à un régime de croissance particulièrement intéressant, à cheval entre les régimes linéaires et non-linéaires. Il se trouve dans un état dynamique vraisemblablement hors d'équilibre (non virialisé). Les superamas forment donc un terrain privilégié pour tester des théories cosmologiques, la croissance des structures, la formation des galaxies... et la relation matière – lumière. Une étude d'un superamas en cisaillement faible permet de directement cartographier la matière noire et de déterminer la relation entre la distribution de lumière observable et la distribution de masse sous-jacente dans des régions où l'on s'attend à trouver des vides et des filaments. Ce type de champs semble être un cadre idéal pour une étude morphologique des distributions de masse et de lumière. Ils sont maintenant accessibles à l'observation avec les grandes mosaïques de CCD.

La section 3.2 présente un tel travail sur le superamas de galaxies MS0302+17. A partir d'une reconstruction de masse (cf annexe D.3), et de la distribution des galaxies E/SO dans le champ du superamas, nous étudions la relation matière – lumière. Nous montrons à la section 3.2.2 comment la relation masse – luminosité peut se déduire globalement d'une étude de la corrélation entre les cartes de masse et de luminosité. Ce travail a donné lieu à une publication (Gavazzi et al. 2004) dans laquelle je discute aussi de la nécessité observationnelle de bien caractériser les populations de galaxies dans le superamas... Enfin, nous développons dans la section 3.2.3 une étude topologique originale liée à la détection de filaments et vides dans les cartes de masse et de lumière. Cette partie de l'analyse de MS0302+17 n'est pas encore publiée.

Une seconde voie de recherche sur les propriétés de structuration de l'univers est la

statistique (ou le comptage) des amas de galaxies. Il est bien connu que l'abondance des amas en fonction du décalage spectral est une conséquence directe de l'état d'évolution tardif de la croissance des structures. Les amas X fournissent un puissant test de la densité moyenne de matière noire (Refregier et al. 2002; Allen et al. 2004). La variation d'abondance entre  $z = 0$  et  $z \sim 1.5-2$  apporte des contraintes originales sur les paramètres cosmologiques ( $\Omega_m$ ,  $\sigma_8$ ,  $\Gamma$ ). La plupart des méthodes de comptages d'amas est basée sur leur propriétés d'émission optique ou X (ou sur l'effet Sunyaev-Zel'dovich). Elles souffrent toutes de la nécessité d'hypothèses sur le lien entre la masse baryonique (gaz, galaxies) et la masse totale qui laissent place à des incertitudes liées à notre méconnaissance du biais. Comme nous l'avons dit plus haut, le cisaillement gravitationnel s'affranchit de cette difficulté en sondant le contenu en masse des structures indépendamment de leurs propriétés émissives ou de leur état dynamique. Par conséquent, un relevé d'amas en cisaillement faible est directement comparable aux prédictions des simulations numériques qui, à ce jour, ne sont pas encore capables de décrire dans le détail la physique complexe des baryons.

Après un exposé des propriétés attendues d'un tel relevé en cisaillement faible, la section 3.3 présente une étude en cours du champ F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS<sup>1</sup>. Le but est de comparer les résultats d'un relevé en cisaillement faible avec ceux du relevé XMM/LSS<sup>2</sup>. Ces travaux sont encore exploratoires. Le champ étudié reste relativement petit. L'objectif n'est pas tellement de construire immédiatement un relevé en cisaillement faible mais est surtout d'analyser les propriétés X par comparaison aux effets de lentilles, de préciser les outils d'analyse à mettre en œuvre et bien-sûr de commencer à mieux comprendre les effets de sélection des amas selon tel critère ou tel autre.

La section 3.4 dresse un bilan provisoire des éléments de réponse fournis par le cisaillement faible sur la question de la relation matière – lumière.

## 3.2 Etude du superamas de galaxies MS0302+17

L'étude en cisaillement faible des superamas de galaxies en est à ses débuts. Outre notre propre analyse, un petit nombre seulement de travaux a déjà été publié. L'analyse de Kaiser et al. (1998), axée aussi sur le superamas de galaxies MS0302+17, fut un précurseur. Citons ensuite le travail de Gray et al. (2002, 2004) basé sur le superamas de galaxies Abell901/902 à  $z = 0.16$ . Clowe et al. (1998) ont aussi étudié une paire d'amas lointains (MS1137+66 et RXJ1716+67 à  $z \approx 0.8$ ) et Dietrich et al. (2004) la paire d'amas A222/223 à  $z = 0.21$ .

<sup>1</sup><http://terapix.iap.fr/cplt/oldSite/Descart/>

<sup>2</sup>couvrant le même champ et une zone beaucoup plus large (64 deg<sup>2</sup>) l'englobant. [http://vela.astro.ulg.ac.be/themes/spatial/xmm/LSS/index\\_e.html](http://vela.astro.ulg.ac.be/themes/spatial/xmm/LSS/index_e.html)

### 3.2.1 Le superamas MS0302+17 et les données

Le premier des trois amas connus du superamas MS0302+17 situé à  $z = 0.42$  a été détecté avec des données visible par Dressler & Gunn (1992) (le plus à l'est dans nos cartes et noté Cl-E). Suivirent deux autres amas associés Cl-N et Cl-S au nord et au sud<sup>3</sup> détectés en X dans le relevé EMSS (Fabricant et al. 1994). Les propriétés physiques individuelles de ces amas que l'on peut déduire du cisaillement ne sont pas abordées ici. Elles font l'objet d'une section dans notre publication sur MS0302+17 (Gavazzi et al. 2004) (cf page 115). Kaiser et al. (1998) avaient déjà produit sur MS0302+17 une étude en partie comparable à la notre mais basée sur des données observationnelles différentes. Cette caractéristique a fortement orienté notre choix d'observation sur ce champ afin de contrôler les éventuels effets systématiques résiduels complètement indépendants de l'analyse de Kaiser et al.

Notre travail s'appuie sur des données grand champ ( $40 \times 30$  arcmin<sup>2</sup>) BVR de la caméra CFH12k du CFHT, le filtre R étant le plus profond ( $R \leq 25.6$ ). Je ne présente pas en détail le traitement des données qui permet de construire les catalogues des galaxies d'arrière-plan et les galaxies E/SO du superamas. L'obtention du premier (cs) est en effet identique en tous points à la méthode détaillée à l'appendice D. Le second catalogue (cl) ne fait pas exactement usage des décalages spectraux photométriques pour déterminer les objets du superamas mais utilise le fait que les E/SO de la structure se localisent très bien sur le diagramme couleur-couleur ( $B - V$ ) ( $V - R$ ). De même, les E/SO situées entre  $z = 0.2$  et  $z = 0.4$  sont aussi facilement repérables. Il faut noter au passage que trois filtres B, V et R ne seraient pas suffisants pour exploiter de façon raisonnable les techniques de décalage spectral photométrique. Ils peuvent toutefois nous aider à décider aisément si une galaxie est devant ou derrière le superamas. C'est ainsi que nous avons choisi d'éliminer du catalogue des sources, tous les objets ayant un  $z_{\text{phot}} \leq 0.6$ . Au final, nous avons généré successivement un échantillon de 22125 sources pour lesquelles les paramètres de forme ont été mesurés dans la bande R et un catalogue de 1550 lentilles E/SO dont une moitié est au décalage spectral du superamas et l'autre moitié est au voisinage dans des structures autour de  $z = 0.3 \pm 0.1$ .

Le résultat d'une reconstruction de masse  $\kappa_M(\vec{\theta})$  par la méthode directe KS93 est visible en niveaux sombres sur la figure 3.1. Les trois amas sont clairement visibles. De plus on peut voir en niveaux clairs une reconstruction de masse déduite de la distribution des galaxies E/SO. Pour obtenir cette carte, nous avons procédé de la façon suivante :

- Chaque galaxie E/SO est associée à son décalage spectral  $z = 0.3$  ou  $z = 0.42$  suivant qu'elle est d'avant-plan ou dans le superamas. Il est alors possible de lui assigner une luminosité  $L_B$  à partir de sa magnitude apparente  $R$ .
- On fait l'hypothèse que chaque galaxie lentille de (cl) est entourée d'un halo de matière noire sphérique et que *toute* la matière noire se trouve dans ces halos individuels. De plus on suppose que la masse du halo est proportionnelle à la masse visible. Autrement dit,  $M = (M/L)L_B$ , avec  $M/L \equiv \Upsilon_B$  indépendant de  $z$ , de  $L$  et de l'environnement, est supposé constant. Cette hypothèse simple de biais linéaire est discutée plus en

---

<sup>3</sup>on peut voir des effets de distorsions fortes au centre de cet amas (Mathez et al. 1992)

détail à la section suivante.

- Ainsi chaque halo crée un champ de cisaillement propre

$$\gamma_{0j}(\vec{\theta}) = (M/L) \frac{L}{\pi \Sigma_{\text{crit}}} f(|\vec{\theta}|), \quad (3.1)$$

où  $f(x)$  est une fonction normalisée qui caractérise le profil de densité du halo. Nous supposons ici que le halo est d'extension très inférieure aux échelles qui nous intéressent. Ainsi le halo peut s'identifier à un point masse :  $f(\theta) = \theta^{-2}$  (cf appendice B.1). Si les lentilles sont à des décalages spectraux différents, comme c'est le cas ici, la présence du terme  $\Sigma_{\text{crit}}$  au dénominateur garantit une renormalisation correcte des efficacités de chacune des lentilles.

- On somme ensuite le cisaillement induit par chaque lentille  $j$  de (cl) à la position de chaque source de (cs) et on convolue par un filtre identique à celui appliqué sur le champ de cisaillement observé dans (cs). Ainsi

$$\gamma(\vec{\theta}) = \left[ \sum_j \gamma_{0,j}(\vec{\theta} - \vec{\theta}_j) \right] * W(\vec{\theta}). \quad (3.2)$$

- Enfin, on applique le même algorithme de reconstruction de masse que pour les sources de (cs). Si cet algorithme présente des artefacts, ils sont présents aussi dans la reconstruction de masse déduite de la lumière, que nous noterons  $\kappa_L(\vec{\theta})$ .

Les deux cartes reproduites sur la figure 3.1 sont remarquablement ressemblantes. Le niveau de bruit est évidemment plus élevé dans  $\kappa_M$  que dans  $\kappa_L$  qui en est quasiment dépourvue<sup>4</sup>. On établit déjà que la lumière des E/SO trace remarquablement bien la distribution de matière noire. Ce résultat nous a encouragé à essayer de mieux caractériser cette exceptionnelle similitude par une étude de la corrélation (section 3.2.2) et une étude morphologique (section 3.2.3).

### 3.2.2 Corrélation Matière-Lumière

La première méthode d'analyse est basée sur le calcul des fonctions d'autocorrélation  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ ,  $\langle \kappa_L^2 \rangle$  et de corrélation croisée  $\langle \kappa_M \kappa_L \rangle$ , définies par :

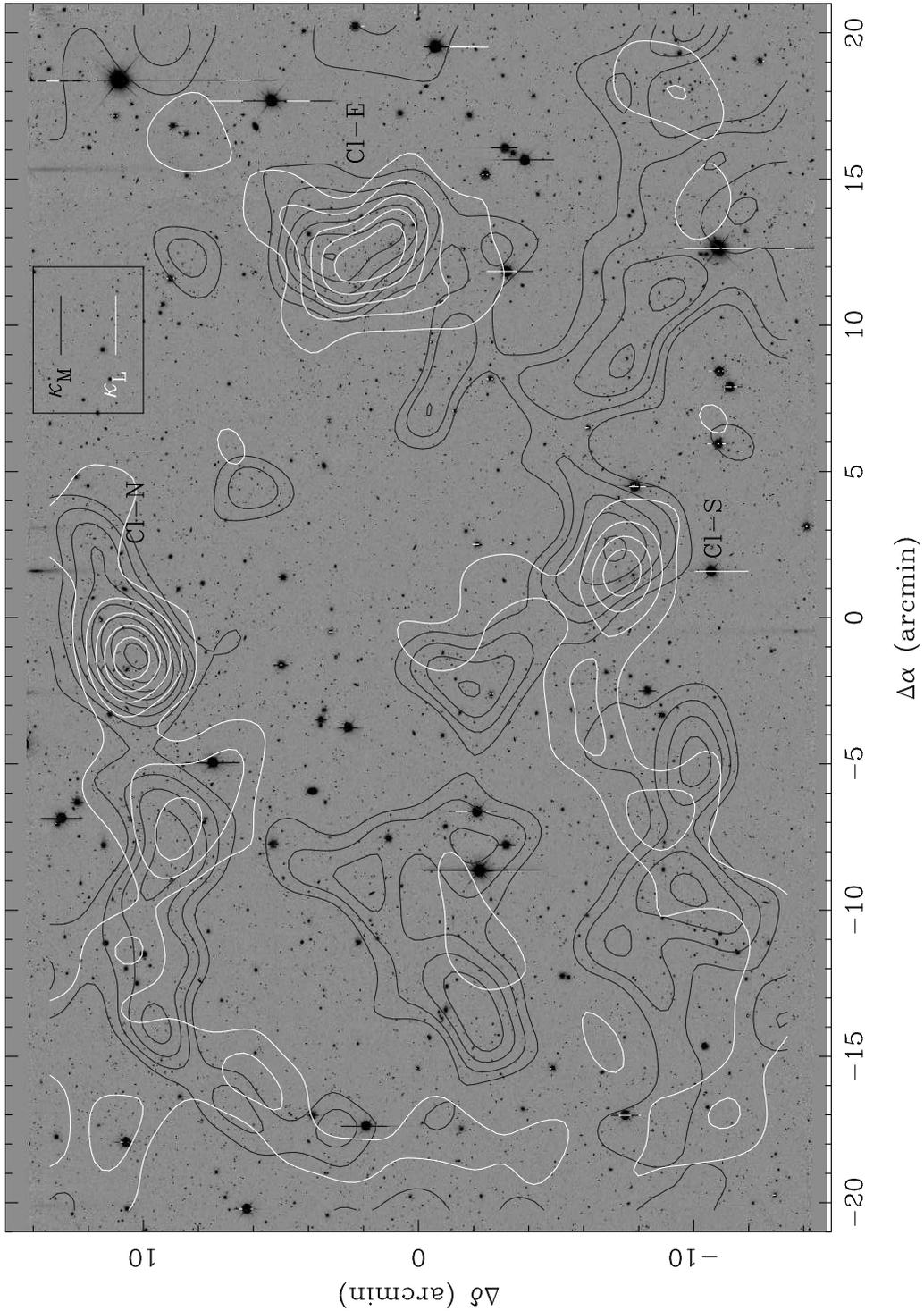
$$\langle \kappa_A \kappa_B \rangle(\vec{\theta}) \equiv \langle \kappa_A(\vec{\vartheta}) \kappa_B(\vec{\vartheta} + \vec{\theta}) \rangle = \langle \kappa_A \kappa_B \rangle(|\vec{\theta}|). \quad (3.3)$$

La dernière égalité vient du fait que nous ne considérons que le profil radial de ces fonctions de corrélation. Nous avons d'ailleurs vérifié leur isotropie. Il devient alors facile de tester l'hypothèse de biais linéaire (ou de rapport M/L constant)  $\kappa_M = \Upsilon_B \kappa_L$  au moyen des fonctions de corrélation. Cela s'écrit :

$$\langle \kappa_M^2 \rangle = \Upsilon_B^2 \langle \kappa_L^2 \rangle + \langle \kappa_n^2 \rangle, \quad (3.4a)$$

$$\langle \kappa_M \kappa_L \rangle = \Upsilon_B \langle \kappa_L^2 \rangle, \quad (3.4b)$$

<sup>4</sup>dans l'article nous avons montré que les résultats sont presque inchangés si l'on se restreint aux galaxies E/SO du superamas ou si l'on intègre les galaxies d'avant-plan à  $z \approx 0.3$ . Ce qui montre que notre filtrage en décalage spectral des lentilles est raisonnable. Les E/SO à  $z < 0.2$  et  $z > 0.5$  ont en effet un faible poids à cause du terme  $D_{ol} D_{ls} / D_{os}$



**Fig. 3.1:** Reconstructions de masse dans le champ du superamas de galaxies MS0302+17. Le cliché R de la caméra CFH12k est apparent dans le fond. Les contours correspondent aux isoconvergences  $\kappa = 0.005, 0.010, \dots 0.085$ . La figure 8 de la publication associée page 124 montre cette même carte en niveaux de gris. Les contours sombres représentent la carte de convergence  $\kappa_M$  déduite du catalogue de galaxies d'arrière-plan alors que les contours clairs sont associés à la carte de convergence  $\kappa_L$  déduite de la distribution en luminosité des galaxies E/SO du superamas à  $z = 0.42$  et d'avant-plan à  $z \approx 0.3$ . Les trois amas connus Cl-N, Cl-S et Cl-E sont représentés. Les pics de densité qui leur correspondent sont très nets.

où  $\langle \kappa_n^2 \rangle$  est l'autocorrélation du bruit dans la carte de masse. Son expression est donnée par l'équation (D.10). Il est cependant plus prudent et rigoureux d'utiliser des techniques de *bootstrap* pour évaluer  $\langle \kappa_n^2 \rangle$  car la relation (D.10) ne tient pas parfaitement compte des variations locales du niveau de bruit sur les bords, dans les zones masquées... Plus précisément, en mélangeant le catalogue des sources (cs) de manière à détruire les corrélations dues au signal, on parvient à reproduire un échantillon de bruit pur. Nous avons donc réalisé 32 catalogues aléatoires de manière à pouvoir soustraire l'autocorrélation du bruit  $\langle \kappa_n^2 \rangle$  mais aussi pour transposer la variance de  $\langle \kappa_n^2 \rangle$  en variance de  $\langle \kappa_M^2 \rangle$  et la variance de  $\langle \kappa_n \kappa_L \rangle$  en variance de  $\langle \kappa_M \kappa_L \rangle$ . Ces techniques ont aussi été employées par Kaiser et al. (1998) et Gray et al. (2002) pour l'étude de la corrélation masse-lumière, dans MS0302+17 et dans le superamas de galaxies Abell901a/901b/902 respectivement. Wilson et al. (2001) ont aussi utilisé cette approche dans des champs vides.

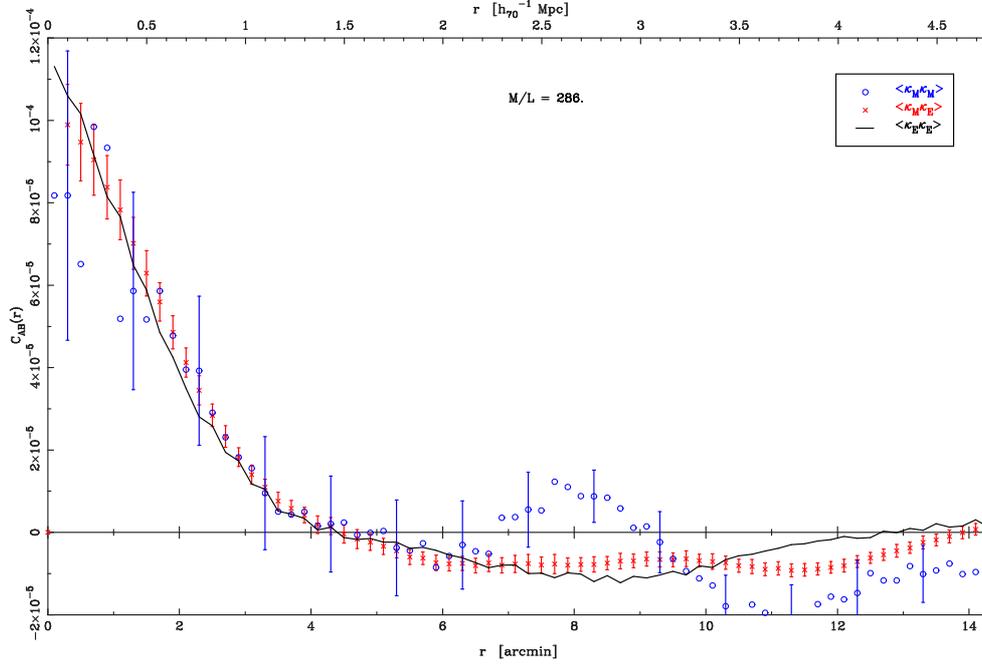
Le système (3.4) en  $\Upsilon_B$  se résoud facilement. Si l'on indice par  $j = 1 \dots N_{\text{bins}}$ , les valeurs  $\langle \kappa_A \kappa_B \rangle(\vec{\theta}_j)$  mutuellement *indépendantes*, pour lesquelles on a une estimation de la fonction de corrélation, on peut écrire :

$$\hat{\Upsilon}_B = \frac{\sum_j \langle \kappa_M \kappa_L \rangle_j \langle \kappa_L^2 \rangle_j}{\sum_j \langle \kappa_L^2 \rangle_j^2}. \quad (3.5)$$

On trouve ainsi  $\Upsilon_B = 286_{-39}^{+34} h_{70} (M/L)_\odot$  avec  $\chi^2/\text{dof} \simeq 0.88$ . Le résultat de l'ajustement est représenté sur la figure 3.2. L'hypothèse d'un rapport M/L constant est en très bon accord avec les données de MS0302+17 jusqu'à une échelle  $\theta \approx 6 - 8$  arcmin  $\approx 2 - 2.5 h_{70}^{-1}$  Mpc. Au-delà le bruit est trop important et l'hypothèse de linéarité est difficilement testable. Il faut noter que la valeur du rapport M/L intègre seulement la contribution des galaxies E/SO brillantes. Notre échantillon n'est d'ailleurs complet qu'au-delà de  $L \gtrsim 0.5 L_*$ . On peut conclure que la lumière des E/SO brillantes trace la masse avec un rapport  $M/L \approx 300 h_{70} (M/L)_\odot$ . Cette dernière valeur est en fait une limite supérieure car elle dépend malheureusement de la complétude du catalogue des galaxies E/SO .

A la section précédente, nous avons supposé que la taille des halos est très petite devant les échelles qui nous concernent ici. Néanmoins la fonction de corrélation croisée  $\langle \kappa_M \kappa_L \rangle$  contient une information sur le profil de densité des halos. En effet, si l'on suppose que toute la matière noire est sous forme de halos et que chaque halo abrite une et une seule galaxie, la fonction de corrélation masse – lumière peut se voir comme la fonction de corrélation à deux points des galaxies lentilles convoluée par le profil de densité du halo d'une galaxie de luminosité moyenne. Partant de cette remarque, nous avons montré qu'il est assez facile de borner supérieurement l'extension d'un halo. En considérant des profils de densité du type sphère isotherme tronquée (TIS, cf appendice B.2). Pour une galaxie de luminosité  $L^* = 2.2 \times 10^{10} h_{70}^{-2} L_\odot$ , le rayon de troncature  $r_t^* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc. Ce résultat est encourageant et montre la puissance du cisaillement faible pour investiguer les propriétés des profils de halos de galaxies. Des analyses du types "*galaxy-galaxy lensing*" sont néanmoins plus efficaces pour une telle étude. Elles ne souffrent pas de la nécessité de lisser le signal à petite échelle comme c'est le cas ici et font directement usage de l'observable ellipticité  $\epsilon$  plutôt que de la convergence. En utilisant les 45.5 deg<sup>2</sup> du Red-Sequence Cluster Survey, Hoekstra et al. (2004) montrent en outre qu'une loi d'échelle

entre la masse et la luminosité des halos d’une galaxie moyenne<sup>5</sup> doit être de la forme  $M \propto L^\alpha$  avec  $\alpha = 0.84_{-0.25}^{+0.28}$ . Ils montrent aussi qu’une galaxie moyenne possède un rayon de coupure apparent  $r_t^* = 185 \pm 30 h^{-1} \text{ kpc}$ <sup>6</sup>.



**Fig. 3.2:** Fonctions de corrélation masse-masse  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ , masse-lumière  $\langle \kappa_M \kappa_L \rangle$  et lumière-lumière  $\langle \kappa_L^2 \rangle$  pour un rapport  $M/L = 300 h_{70} (M/L)_\odot$ . On peut voir que l’hypothèse de biais linéaire est compatible avec les données de cisaillement gravitationnel. On n’a plus vraiment d’information sur la linéarité au-delà de 2 à 2.5  $h_{70}^{-1} \text{ Mpc}$ , échelle à partir de laquelle le bruit commence à dominer. Sur cette figure, nous avons ajusté le rapport  $M/L = 286 \pm 35 h_{70} (M/L)_\odot$  de manière à superposer au mieux les trois courbes. Noter que les barres d’erreur sont corrélées.

Il est bon de noter un étrange paradoxe de la méthode. Dans toute notre analyse, nous voulons comparer la distribution de masse lumineuse avec la masse totale. Mais nous avons négligé la présence des galaxies spirales “late-type” (essentiellement parce qu’elles se localisent difficilement dans un diagramme couleur – couleur en fonction de leur décalage spectral). Nous avons par conséquent considéré uniquement les galaxies E/S0. Kaiser et al. (1998), Wilson et al. (2001) et Gray et al. (2002) ont été conduits à en faire autant. Ces trois analyses, ainsi que la notre, semblent indiquer qu’un faible contraste de masse peut être associé aux galaxies spirales. Pour tenter de comprendre ce résultat, nous avons mené la même analyse de la corrélation en excluant la région des amas plus denses et plus riches en E/S0. Dans les zones moins denses, le signal est beaucoup plus faible : l’amplitude des fonctions de corrélation chute d’un facteur trois. Un possible écart à la linéarité entre la lumière des E/S0 et la masse pourrait survenir dans ces régions. Cependant une telle analyse nécessite des champs plus larges que celui de MS0302+17. La contribution des

<sup>5</sup>les auteurs ne font pas de distinction entre galaxies E/S0 et spirales et ont très peu d’information sur le décalage spectral des lentilles.

<sup>6</sup>voir aussi Lanzoni et al. (2004) pour une discussion sur l’évolution du rapport M/L dans les galaxies et les amas.

galaxies spirales, que l'on sait moins structurées que les E/SO, pourrait se faire sentir à basse fréquence spatiale  $\lambda \geq 2$  Mpc. Notre travail ne peut donc pas donner de conclusions définitives sur les grandes échelles et sur la contribution des spirales à ces échelles.

### 3.2.3 Grandes structures : Filaments & Vides

#### Introduction

L'analyse de la corrélation matière – lumière a mis en évidence une intime connexion quasi-linéaire entre l'une et l'autre. Forts de cette similitude globale, on peut maintenant envisager une étude comparative des propriétés morphologiques des grandes structures. L'information contenue dans la topologie des distributions de masse et de lumière est complémentaire des propriétés de corrélation de chacune. Le but de cette section est de mettre en évidence les propriétés géométriques dans les reconstructions  $\kappa_M$  et  $\kappa_L$ . On essaiera de voir s'il existe des structures filamentaires et comment elles s'apparentent sur les deux types de cartographies  $\kappa_M$  et  $\kappa_L$ .

L'étude des filaments en tant que tels est aussi très intéressante. Par exemple on attend une fraction de matière piégée dans les filaments d'autant plus grande que  $\Omega_m$  est petit (Colberg et al. 1999). On pense aussi que ces filaments sont susceptibles d'abriter une grande fraction de baryons sous forme de gaz chaud (Miralda-Escudé et al. 1996; Cen & Ostriker 1999) ce qui suscite des tentatives de détection en rayons X (Pierre et al. 2000). Cependant, l'émissivité X dépend du carré de la densité électronique, laquelle est faible dans les filaments. A ce jour peu d'observations X sont concluantes (*e.g.* Tittley & Henriksen 2001; Zappacosta et al. 2002; Durret et al. 2003). Voir aussi Möller & Fynbo (2001) ou Ebeling et al. (2004) pour quelques candidats filaments optiques. De plus, l'analyse du contenu en baryons, gaz chaud ou galaxies, risque fort de ne pas tracer de façon évidente le contenu en masse des filaments. On ne connaît pas vraiment le rapport M/L de ces structures. En effet, espérer mesurer la masse des filaments sur la base d'arguments dynamiques reste une entreprise très hasardeuse car les structures filamentaires ne sont pas en équilibre dynamique et sont non-virialisées. Les prédictions théoriques suggèrent que la matière s'écoule le long des filaments vers les amas de galaxies qui accrètent selon ces directions privilégiées.

La recherche et l'analyse des filaments en cisaillement faible est vraisemblablement une des meilleures méthodes pour tracer la morphologie projetée des grandes structures et pour essayer d'en estimer le contenu en masse indépendamment de prescriptions sur le lien matière noire/baryons ou masse/lumière. Grâce à leur analyse en cisaillement faible, Kaiser et al. (1998) affirment avoir détecté un filament dans le champ de MS0302+17, connectant Cl-N et Cl-S. Nous sommes plus réservés dans notre article sur MS0302+17. Nous ne signalons qu'une évidence significative de l'existence d'une zone sous-dense, un vide, dans le triangle formé par Cl-N, Cl-S et Cl-E (cf Fig. 3.1 et la figure 8 page 124). Gray et al. (2002) rapportent aussi la découverte d'un filament dans une reconstruction de masse centrée sur le superamas de galaxies Abell 901/902. La mesure reste cependant marginale et la contrepartie lumineuse n'est pas évidente. Il se pourrait que ce filament soit

un effet de projection lié au halo d'un groupe de galaxies sur une ligne de visée voisine. De même, Clowe et al. (1998) semblent voir un pont de matière entre deux amas très lointains ( $z=0.809$ ). Cependant, à grande distance, la résolution angulaire est très faible et il est en fait difficile de dire s'il s'agit d'un filament ou tout simplement de l'effet de la superposition du halo de chacun des deux amas. L'ensemble de ces pseudo – détections pose le problème épineux de la définition exacte d'un filament. Quelle mesure quantitative peut-on associer à un filament ? La réponse à cette question est une étape nécessaire pour affirmer une détection et y associer un niveau de confiance. Dietrich et al. (2004) utilisent les moments multipolaires de la *Map statistic* (voir appendice D.4) dans des simulations et dans le voisinage des amas A222 et A223 (voir aussi Dietrich et al. 2002). Leur méthode semble pouvoir donner une idée de la présence de masse entre deux amas. Elle reste cependant dégénérée vis-à-vis de la contribution des halos des amas proprement dits et souffre d'une faible sensibilité<sup>7</sup>.

Nous proposons donc une approche originale de la recherche de filaments de façon statistique. Je précise ici que cette section constitue un travail qui ne fait pas partie de notre article sur MS0302+17 déjà publié. Le pauvre contenu en masse des filaments prévu par les simulations laisse pressentir un faible rapport signal sur bruit. Une approche morphologique globale de l'ensemble des structures filamentaires du champ du superamas MS0302+17 semble donc plus indiquée.

## Le Squelette

Considérons les points caractéristiques d'un champ quelconque  $\psi(\mathbf{x})$  pour lesquels les dérivées du champ s'annulent  $\nabla\psi = 0$ . A deux dimensions, considérons le hessien  $H_{ij} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\partial x_j}$  ayant deux valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  telles que  $\lambda_1 \geq \lambda_2$  associées aux vecteurs propres  $\mathbf{p}_1$  et  $\mathbf{p}_2$  respectivement. Les extrema peuvent être de trois types : maximum ( $0 > \lambda_1 \geq \lambda_2$ ), minimum ( $0 < \lambda_2 \leq \lambda_1$ ) et ensellement ( $\lambda_1 > 0 > \lambda_2$ ). Le squelette est défini comme le bord des zones sous-denses. Il passe par tous les points d'ensellement et les maxima locaux. Il a en outre les propriétés suivantes :

- les nœuds du squelette sont les maxima locaux, où plusieurs lignes du squelette peuvent converger. En général, comme  $\lambda_1 > \lambda_2$ , ces lignes convergent préférentiellement le long de la direction portée par  $\mathbf{p}_1$ .
- Deux maxima locaux ne peuvent jamais être connectés directement. Il y a toujours un point d'ensellement entre les deux.
- Les ensellemments ne peuvent pas être des nœuds du squelette. Il y a seulement deux lignes de champs connectées aux ensellemments : deux, instables, arrivant de directions opposées, localement portées par  $\mathbf{p}_2$  et se dirigeant vers des minima locaux, et les deux autres, stables, opposées portées par  $\mathbf{p}_1$ . Ces deux dernières lignes coïncident avec le squelette et sont dirigées vers des maxima locaux.

Ainsi, le squelette peut être vu comme l'ensemble des paires de lignes de champ stables partant des points d'ensellement et joignant les maxima locaux. En partant des points d'ensellement dans la direction donnée par  $\mathbf{p}_1$ , le squelette est tracé en intégrant *l'équation*

---

<sup>7</sup>voir par exemple Jain et al. (2000) pour une étude de simulations cosmologiques allant dans ce sens

du mouvement :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \nabla\psi. \quad (3.6)$$

Voir Novikov et al. (2003) pour plus de détails sur l'implémentation pratique de la méthode.

La figure 3.3 montre les squelettes des deux reconstructions de masse et de lumière. La correspondance morphologique est remarquable. Le bruit dans  $\kappa_M$  crée des motifs qui ne se retrouvent pas exactement dans  $\kappa_L$  mais l'accord global entre les tracés est bon. Notons que les zones où la correspondance est la moins bonne sont celles où la présence de masques rend la reconstruction de masse incertaine (cf figure 4 de la publication page 119). Le bas de la figure 3.3 montre aussi que les régions dans lesquelles la construction du squelette est très robuste sont finalement assez limitées.

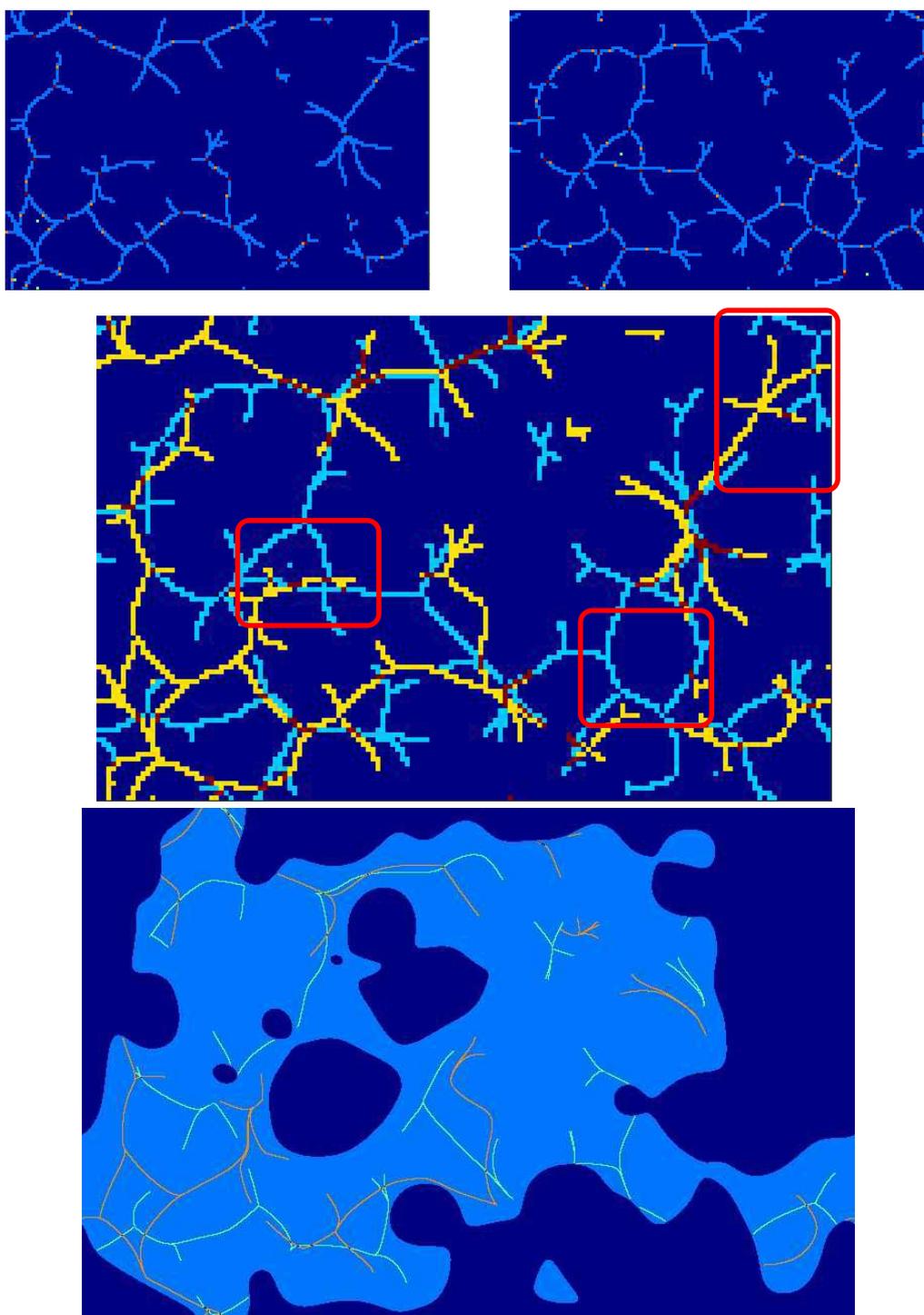
### Discussion & perspectives

Notre analyse topologique des cartes de masse et de lumière est encore dans une phase d'exploration et beaucoup de travail reste à faire. Il faudra certainement par la suite s'intéresser à des champs plus grands et il semble essentiel de bien contrôler l'impact des zones masquées sur les reconstructions de masse et a fortiori sur les squelettes.

Une conclusion importante de ce travail est que même sur un champ aussi petit que celui de MS0302+17, nous avons été capables de détecter des structures filamenteuses qui semblent connecter les amas entre-eux. Ces structures sont observées aussi bien dans la carte de lumière<sup>8</sup> que dans la carte de masse. On peut donc en conclure que les propriétés topologiques de la masse et de la lumière sont similaires. Cette information n'était pas a priori contenue dans l'étude des fonctions de corrélation. On détecte de la masse presque partout où il y a de la lumière. Le niveau d'avancement de notre analyse donne aussi des indications en faveur de la réciproque. Autrement dit, il semblerait qu'on n'observe pas de structures massives autres que celles associées aux galaxies.

Une extension de ce travail devrait consister à mesurer la masse des structures filamenteuses objectivement définies grâce au squelette. Avec la mesure de leur luminosité, ceci permettra, entre autres, d'en estimer le rapport M/L et de voir s'il est différent du rapport M/L moyen dans le champ mesuré à la section 3.2.2. Il est probable que les lentilles gravitationnelles soient la seule méthode viable pour effectuer une telle mesure, au moins de manière statistique. D'une part, l'état dynamique de ces structures n'est pas virialisé et interdit une approche basée sur la cinématique des galaxies. D'autre part, le gaz intergalactique y est ténu et donc difficilement détectable. Il n'a de plus aucune raison d'être en équilibre hydrostatique. Pour cette raison, il est important de tenter de poursuivre plus avant l'étude des filaments au moyen du cisaillement gravitationnel.

<sup>8</sup> ceci n'est pas surprenant puisque l'on observe déjà le *cosmic web* dans les relevés de galaxies



**Fig. 3.3:** *En haut à gauche :* (bleu clair) squelette de la carte de lumière  $\kappa_L$ . Les maxima sont en brun et les points d'ensellement en orange. *En haut à droite :* squelette de la carte de masse  $\kappa_M$ . *Au milieu :* Superposition des deux squelettes (bleu ciel :  $\kappa_M$  et jaune :  $\kappa_L$ ). On peut constater une excellente correspondance entre les squelettes sauf peut-être dans les rectangles rouges où les reconstructions sont les plus affectées par les masques. La figure du bas montre la superposition de squelettes de masse (bleu ciel) et de lumière (gris) avec une meilleure résolution et tenant compte des zones censurées par les masques.

### 3.3 Le champ F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS

Je présente dans cette section les résultats encore préliminaires d'une analyse en cisaillement faible du champ profond (1.2 deg<sup>2</sup>) F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS. Ce champ a fait l'objet d'importants efforts observationnels dans un large domaine de longueurs d'ondes (McCracken et al. 2003). En particulier, il est inclu dans le relevé XMM-LSS<sup>9</sup> (Pierre et al. 2001). Le champ F0226-04 (F02 par la suite) est aussi au centre du relevé VIRMOS-DESCART (van Waerbeke et al. 2001, 2004) plus large (6.5 deg<sup>2</sup>) et moins profond ayant conduit à une analyse du cisaillement cosmologique. Je me contenterai d'étudier ici les données visibles prises au CFHT avec la caméra CFH12k dans les filtres B, V, R et I. L'objectif de ce travail est de tester sur un champ profond et de taille relativement réduite les propriétés d'amas de galaxies susceptibles d'être détectés grâce au cisaillement, aux données X et optiques.

Dans la section 3.3.1, j'exposerai les motivations pour la recherche d'amas de galaxies avec le cisaillement et montrerai quelles sont les attentes théoriques en terme de fonction de sélection, complétude et efficacité. La section suivante 3.3.3 présente mes résultats sur le champ F02.

#### 3.3.1 Cisaillement faible & fonction de sélection

Un relevé d'amas en cisaillement faible a ses propres spécificités et désavantages. Les travaux de Reblinsky & Bartelmann (1999), Kruse & Schneider (1999) posent les bases importantes. Ils mettent l'accent sur une comparaison des sensibilités entre les méthodes optiques (classification d'Abell) et le cisaillement pour la détection d'amas. Ils mettent aussi en évidence quelques problèmes liés à la projection de structures sur la ligne de visée. Voir aussi les travaux de White et al. (2001) ou Padmanabhan et al. (2003). Pour donner des prédictions sur l'efficacité de détection nous suivrons surtout la discussion décrite dans Hamana et al. (2004). On avance souvent l'argument que les comptages d'amas dans des relevés de cisaillement faible ne dépendent que de la masse des déflecteurs. Or l'efficacité de l'effet de lentille varie avec le décalage spectral des sources et des lentilles à travers la densité critique  $\Sigma_{\text{crit}}$ . Elle dépend aussi de la forme de la distribution de masse au sein des amas<sup>10</sup> et dans une moindre mesure de l'ellipticité et des sous-structures dans le déflecteur. Ces derniers effets sont plus faibles et assez difficiles à appréhender analytiquement. Avec les effets de projection sur la ligne de visée<sup>11</sup>, ils sont souvent étudiés dans des simulations numériques. Les étapes pour le calcul du nombre d'amas détectés dans un relevé en fonction de leur masse et de leur décalage spectral et des propriétés de bruit sont les suivantes :

- Nous supposons en général le profil de densité d'un amas comme étant le profil

<sup>9</sup>XMM-Large Scale Structure Survey

<sup>10</sup>A masse constante, plus une structure est concentrée, plus elle est efficace.

<sup>11</sup>Par exemple, (Metzler et al. 2001) donnent une idée des effets de projection dans la détermination de la masse d'un amas plongée dans des structures à plus grande échelle.

universel NFW (Navarro et al. 1997). L’appendice B.3 en donne les principales caractéristiques en rapport avec l’effet de lentille gravitationnelle. Pour une masse et un décalage spectral  $z_l$  donnés et en considérant les sources d’arrière-plan à un décalage spectral moyen  $\langle z_s \rangle \approx 1^{12}$ , on peut calculer  $\kappa_{\text{nfw}}(\theta)$ .

- Un amas est détecté sur la base de l’amplitude du pic associé dans une reconstruction de masse<sup>13</sup> divisé par l’amplitude du bruit :  $\nu = \kappa/\sigma_\kappa$ . Comme les reconstructions sont bruitées du fait de l’ellipticité intrinsèque des sources, il faut lisser les cartes de masse. C’est pourquoi on doit considérer le profil théorique de convergence d’un amas convolué par le filtre, gaussien en général, qui sert à moyenner les ellipticités des galaxies. Ainsi :

$$W(\theta; \theta_G) = \frac{1}{2\pi\theta_G^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\theta_G^2}\right), \quad (3.7a)$$

$$\tilde{\kappa}(\theta; \theta_G) = \int d^2\vartheta W(\theta - \vartheta; \theta_G) \kappa_{\text{nfw}}(\vartheta). \quad (3.7b)$$

- La variance du bruit est donnée par le préfacteur de l’équation (D.10). Pour  $\theta_G = 1$  arcmin on obtient  $\sigma_\kappa = 0.02$ . Le choix de  $\theta_G$  doit être du même ordre que la taille des structures que l’on cherche à mettre en évidence, c’est-à-dire  $\theta_G \sim \theta_s$  le rayon d’échelle NFW projeté. Celui-ci dépend du décalage spectral et de la masse de la lentille.  $\theta_G \approx 1$  arcmin semble être le meilleur compromis pour détecter les amas autour de  $z \approx 0.2 - 0.5$ .
- Il faut calculer le nombre de halos de masse  $M$  par unité de volume comobile  $dV$  au décalage spectral  $z_d$  et dans un angle solide unité. Ce nombre s’obtient grâce au formalisme de Press & Schechter (1974) ou Sheth & Tormen (1999) et au modèle cosmologique d’entrée (spectre de puissance, normalisation...). On peut écrire le nombre cumulé de halos  $N(> \nu; \theta_G, z_s)$  dont le pic de convergence au-dessus d’un certain rapport signal/bruit  $\nu$  :

$$N(> \nu_0; \theta_G, z_s) = \int d\chi \frac{dV}{d\chi} \int dM \frac{dn(M, z_d(\chi))}{dM} \mathcal{H}(\nu(M, z_d) - \nu_0). \quad (3.8)$$

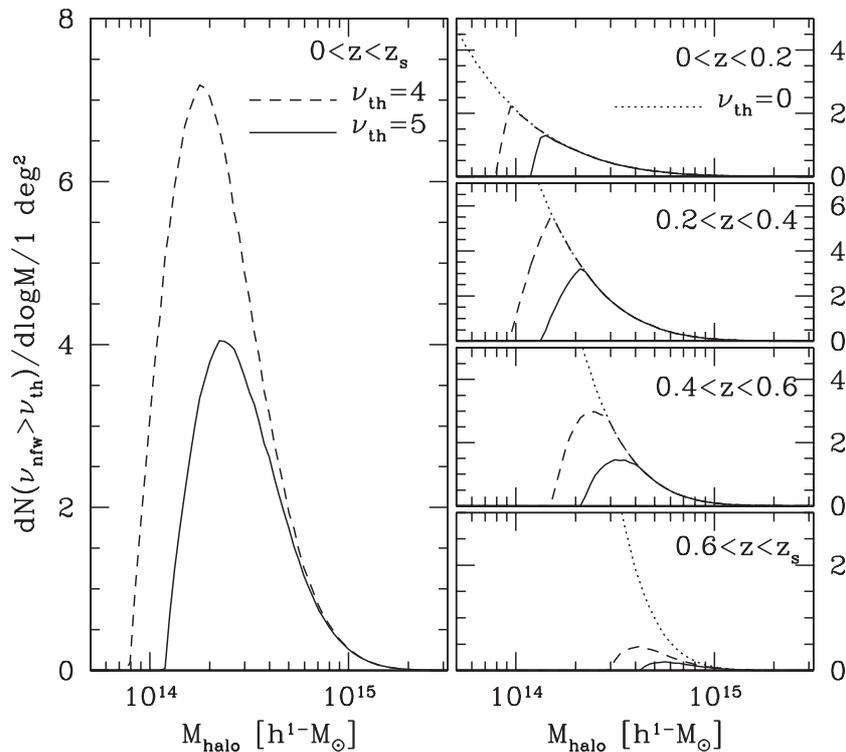
La figure 3.4 montre le nombre d’amas de masse  $M$  au-dessus des niveaux  $\nu = 4$  et  $\nu = 5$  pour une cosmologie  $\Lambda$ CDM et situés à un décalage spectral  $z_l < \langle z_s \rangle = 1$ . Elle montre aussi les comptages en fonction de la masse du halo pour différents intervalles de décalage spectral. Les comptages sont presque exhaustifs pour  $M \gtrsim 10^{14} M_\odot$  autour de  $0.2 \lesssim z_l \lesssim 0.4$ . Il faut retenir que, globalement, on devrait obtenir un total de 9.5 (resp. 4, 2) halos au-dessus de  $\nu = 3$  (resp. 4, 5) dans un champ d’un  $\text{deg}^2$ .

En présence de bruit, les comptages sont modifiés. Mathématiquement la densité de probabilité du signal  $p(\nu)$  est convoluée par la densité de probabilité du bruit gaussienne.

<sup>12</sup>On peut vérifier que les calculs présentés ici ne sont que très peu modulés par une distribution en décalage spectral des sources  $n(z_s) \neq \delta(z_s - \langle z_s \rangle)$  mais plutôt de la forme (D.4). Qualitativement, un amas sera une lentille légèrement moins efficace s’il est situé à  $z_l \leq \langle z_s \rangle$  mais continuera à produire un signal pour  $z_l \gtrsim \langle z_s \rangle$ . Les effets de la distribution sont minimes et seront négligés par la suite. Voir aussi Padmanabhan et al. (2003)

<sup>13</sup> ou une carte de *Mass aperture* (cf annexe D.4.1)

Voir Bardeen et al. (1986) et van Waerbeke (2000) pour des prédictions théoriques sur la statistique des pics de bruit issus d'un champ gaussien. Observationnellement, les complications sont de deux types. On va détecter au-dessus d'un seuil  $\nu_0$  un nombre de pics qui ne seront en fait pas associés à des halos mais seront des pics de bruit. La propension d'un relevé à distinguer un vrai pic d'un pic de bruit est souvent appelée efficacité (on cherche le moins de fausses détections possibles). A l'opposé, un pic de bruit négatif peut, en fait, estomper un pic vrai et empêcher sa détection en le faisant passer sous le seuil  $\nu_0$ . Moins on manque de pics attendus, plus le relevé est complet. Hamana et al. (2004) montrent que ces quantités sont difficiles à prédire analytiquement car les effets de projection, le lissage des cartes, etc produisent des fusions de pics et en changent la statistique avant même d'introduire le bruit. Le tableau 3.1 résume les résultats des simulations de Hamana et al.. Dans le champ F02 de  $1.2 \text{ deg}^2$  avec un seuil de détection  $\nu_{\text{obs}} = 3$ , les comptages devraient contenir un grand nombre de fausses détections. On devrait observer environ une trentaine de pics au-dessus de  $\nu_{\text{obs}} = 3$  alors qu'environ 8.3 d'entre-eux sont de vrais amas. Si l'on change le seuil à  $\nu_{\text{obs}} = 4$ , on s'attend à détecter environ 2.5 halos cachés dans un total de 7 pics.



**Fig. 3.4:** *Gauche* : Nombre d'amas de masse  $M$  au-dessus des rapports signal/bruit  $\nu = 4$  et  $\nu = 5$ . Tous les amas entre  $z_l = 0$  et  $z_l \approx \langle z_s \rangle = 1$  sont comptabilisés. *Droite* : Détail de ces comptages pour plusieurs tranches de  $z_l$ . On voit que les relevés en cisaillement faible sont le plus sensibles autour de  $z_l \approx 0.3$  et sont capables de détecter tous les amas de plus de  $10^{14} M_\odot$  environ. *Extrait de Hamana et al. (2004).*

	$\nu_{\text{obs}} \geq 5$	$\nu_{\text{obs}} \geq 4$	$\nu_{\text{obs}} \geq 3$
complétude $\nu_{\text{vrai}} \geq 5$	0.62	0.81	0.94
complétude $\nu_{\text{vrai}} \geq 4$		0.63	0.87
efficacité $\nu_{\text{vrai}} \geq 3$	0.83	0.56	0.28

**Tab. 3.1:** Résumé des propriétés de complétude et d'efficacité pour un relevé ayant les caractéristiques du champ F02. Les calculs sont issus de prédictions numériques de Hamana et al. (2004). *Complétude* : fraction des halos  $\geq \nu_{\text{vrai}}$  et se trouvant effectivement dans des comptages de pics basés sur le critère  $\geq \nu_{\text{obs}}$ . *Efficacité* : fraction des pics observés  $\geq \nu_{\text{obs}}$  et correspondant effectivement à des halos  $\geq \nu_{\text{vrai}}$ .

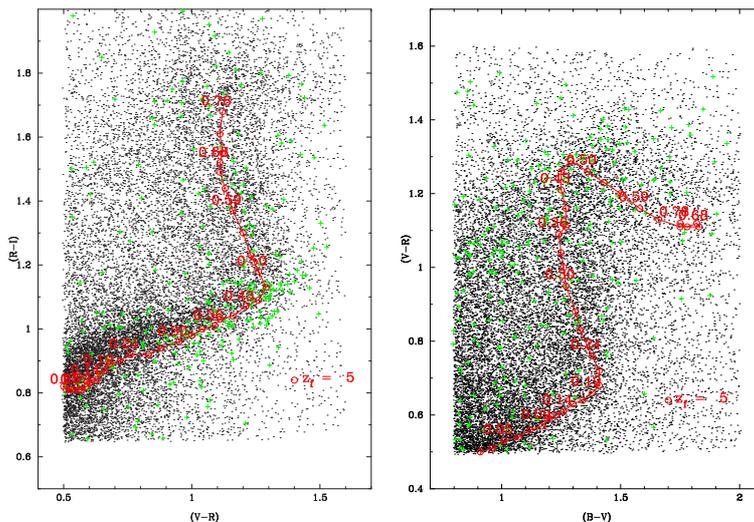
### 3.3.2 Reconstruction et comptages

Forts des prédictions présentées à la section précédente, nous pouvons à présent décrire la phase préparatoire des données. La constitution du catalogue d'objets d'arrière-plan à partir des images  $R$  et  $I$  est décrite entièrement dans l'annexe D.1. Cela inclue l'extraction des sources et la correction de la PSF. Je me limiterai donc par la suite à l'étude du catalogue des sources dans le filtre  $R$  ayant  $23 \leq R \leq 25$  et une ellipticité corrigée  $|\epsilon| \leq 0.7$ . De même les objets du catalogue en bande  $I$  sont conservés s'ils satisfont au critère  $21.5 < I < 24.5$  et  $|\epsilon| \leq 0.7$ . Etant donné le schéma de pondération décrit dans l'annexe D.1, peu d'objets sont en fait perdus par le seuillage en ellipticité. La sélection des sources dans la bande  $I$  n'étant pas encore optimale, je présente seulement dans la suite les résultats relatifs à l'image  $R$  seulement. La figure 3.6 présente les iso-contours  $\nu = 2, 3, 4$  du rapport signal/bruit dans la reconstruction de masse. En niveaux de gris, la densité numérique de galaxies E/SO d'avant-plan lissée à la même échelle. Tous les pics avec  $\nu \geq 3$  sont marqués par un signe + rouge. Les galaxies elliptiques sont déterminées grâce à la photométrie  $BVRI$ . J'ai défini un critère de couleur comparable au critère utilisé pour le superamas MS0302+17. Une galaxie est de type E/SO, si :

$$0.8 < B - V < 2 \quad ; \quad 0.5 < V - R < 1.6 \quad \text{et} \quad 0.6 < R - I < 2. \quad (3.9)$$

Les étoiles rouges en sont exclues sur la base de leur largeur à mi-hauteur (cf annexe D.1). Il n'y a pas de sélection en magnitude apparente et l'on peut donc identifier ainsi les E/SO jusqu'à  $z_l \approx 0.8$ .

Une comparaison visuelle des pics de la reconstruction de masse et des pics de densité de galaxies E/SO est possible. Les surdensités de galaxies sont presque toutes associées à un pic de la carte de masse. Certains extrema sont parfois légèrement décalés les uns des autres. Des décalages de plus d'une minute d'arc rendent l'association plus suspecte. D'autres rares pics de galaxies n'ont pas du tout de contrepartie dans la carte de masse comme par exemple cette forte surdensité de galaxies autour de  $\Delta\alpha \approx -31$  arcmin et  $\Delta\delta \approx -5$  arcmin. Toutefois, vue son extension angulaire, cette structure doit se trouver à très bas décalage spectral ( $z_l < 0.1$ ) et n'a qu'un faible signal de cisaillement associé. Il est important de noter que la comparaison des deux cartes (en niveaux de gris et en contours) ne peut qu'être qualitative puisqu'il faut tenir compte des effets de distance et d'efficacité relative. On voit de nombreux pics de convergence ne passant pas le seuil critique  $\nu = 3$  mais qui pourraient être associés à un pic de densité sous-jacent. Si l'on s'en tient pour



**Fig. 3.5:** Diagrammes couleur-couleur des galaxies classées comme E/SO en points noirs. Les galaxies situées dans un rayon de 3 minutes d’arc autour du pic numéro 8 sont représentées avec un signe + vert. J’ai superposé le parcours d’une galaxie elliptique dans ces diagrammes en fonction du décalage spectral. On a supposé un décalage spectral de formation  $z_f = 5$  mais les résultats ne changent pas de façon significative si l’on suppose  $z_f = 2$  ou 10. Bien que très dispersés les + verts semblent se regrouper autour du tracé d’évolution au niveau du décalage spectral  $z_{\text{track}} \approx 0.35$ . L’effet est plus visible sur le diagramme de gauche  $(V - R) - (R - I)$  que celui de droite  $(B - V) - (V - R)$ .

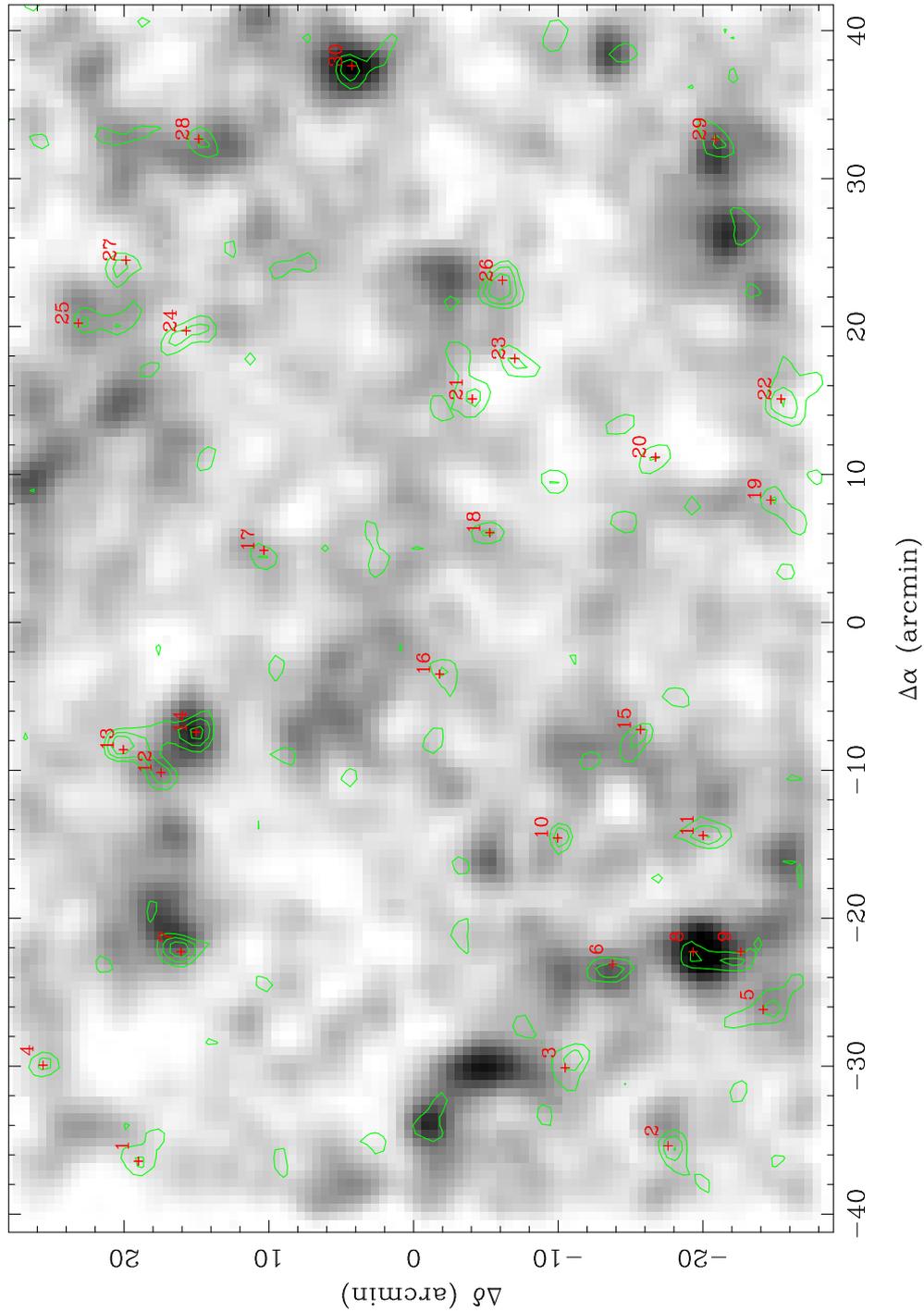
le moment aux pics déduits du critère objectif  $\nu \geq 3$ , on constate que la statistique des pics est en excellent accord avec l’analyse des simulations numériques de Hamana et al. (2004). Nous comptons entre 27 et 30 pics (les pics (12,13,14) et (8,9) pourraient n’en former qu’un), là où Hamana et al. en prédisent également 30. Par ailleurs, six d’entre-eux ont un seuil de détection à  $4\sigma$  comme attendu des prédictions théoriques.

Les trente pics sont répertoriés dans le tableau 3.2. On peut y voir les coordonnées, le niveau de détection  $\nu$ , un code 1 (resp. 0) si le pic est (resp. n’est pas) associé à un pic de densité de galaxies évident. Pour certains pics, j’ai pu placer dans un diagramme couleur-couleur les galaxies d’avant-plan situées dans le voisinage du pic ( $\theta \leq 3'$ ). Les colonnes  $\langle B - V \rangle$ ,  $\langle V - R \rangle$  et  $\langle R - I \rangle$  donnent la valeur vers laquelle les galaxies du déflecteur semblent s’accumuler. La dispersion est grande mais si l’on superpose un chemin d’évolution typique<sup>14</sup> d’une galaxie elliptique dans le diagramme couleur-couleur, il devient possible d’extraire le décalage spectral du déflecteur à  $\pm 0.1$ . La figure 3.5 illustre la méthode. Lorsque nous aurons calculé les décalages spectraux photométriques, les résultats seront plus sûrs et intégreront la contribution des galaxies spirales.

### 3.3.3 Discussion et Perspectives

Déterminer la masse de chaque pic (qu’il soit ou non associé à un pic de densité de galaxies) et approfondir la comparaison aux données optiques restent deux étapes impor-

<sup>14</sup>tirés du programme `pegase2` et mis à disposition par D. Leborgne. <http://www2.iap.fr/pegase/>



**Fig. 3.6:** *Niveaux de gris* : Densité numérique lissée des galaxies E/SO d'avant-plan. *Contours verts* : Iso-contours de rapport signal/bruit  $\nu = 2, 3, 4$  dans la reconstruction de masse basée sur le catalogue de sources dans le filtre  $R$ . Les pics au-delà de  $3\sigma$  sont marqués d'une croix rouge et reportés dans le tableau 3.2. On voit un bon accord entre les pics de chacune des cartes. Il ne faut cependant pas comparer l'amplitude relative de chacun qui doit être renormalisée par les termes de distance et d'efficacité d'effet de lentille gravitationnelle. Le nombre de pics est  $N(\nu \geq 3) = 30$  et  $N(\nu \geq 4) = 6$ , en excellent accord avec les prédictions théoriques. Le centre du repère a pour coordonnées :  $02^{\text{h}} 26^{\text{m}} 00^{\text{s}}$  et  $-4^{\circ} 30' 04''$ . L'échelle de lissage gaussien est d'une minute d'arc.

Id	RA(2000)	DEC(2000)	$\nu$	Voisin(?)	$\langle B - V \rangle$	$\langle V - R \rangle$	$\langle R - I \rangle$	$z_{\text{track}}$
1	02 :23 :34.22	-4 :11 :02.9	3	0	-	-	-	-
2	02 :23 :38.34	-4 :47 :38.3	4	1	-	-	-	-
3	02 :23 :59.46	-4 :40 :31.7	3	0	-	-	-	-
4	02 :24 :00.14	-4 :04 :27.5	3	0	-	-	-	-
5	02 :24 :15.18	-4 :54 :13.7	3	1	1.30	1.10	1.00	0.35
6	02 :24 :27.46	-4 :43 :49.7	3	1	1.30	1.30	1.10	0.45
7	02 :24 :30.86	-4 :13 :59.9	4	1	1.35	0.70	0.80	0.20
8	02 :24 :30.86	-4 :49 :22.7	3	1	1.35	1.30	1.05	0.45
9	02 :24 :30.86	-4 :52 :40.1	3	1	1.35	1.30	1.05	0.45
10	02 :25 :01.58	-4 :40 :00.5	3	0	-	-	-	-
11	02 :25 :02.26	-4 :50 :04.1	4	0	-	-	-	-
12	02 :25 :19.30	-4 :12 :36.5	3	1	1.05	0.55	0.85	0.05
13	02 :25 :25.46	-4 :10 :00.5	3	0	-	-	-	-
14	02 :25 :30.22	-4 :15 :02.3	4	1	1.05	0.55	0.85	0.05
15	02 :25 :30.90	-4 :45 :44.3	3	0	-	-	-	-
16	02 :25 :45.90	-4 :31 :51.5	3	0	-	-	-	-
17	02 :26 :19.34	-4 :19 :43.1	3	1	-	-	-	-
18	02 :26 :24.14	-4 :35 :19.7	3	1	-	-	-	-
19	02 :26 :32.98	-4 :54 :44.9	3	0	-	-	-	-
20	02 :26 :44.58	-4 :46 :46.7	3	0	-	-	-	-
21	02 :27 :00.30	-4 :34 :07.1	3	0	-	-	-	-
22	02 :27 :00.30	-4 :55 :26.9	4	0	-	-	-	-
23	02 :27 :11.22	-4 :37 :03.5	3	0	-	-	-	-
24	02 :27 :18.70	-4 :14 :20.9	3	1	-	-	-	-
25	02 :27 :20.78	-4 :06 :53.3	3	1	1.30	1.15	1.00	0.40
26	02 :27 :32.38	-4 :36 :11.9	4	1	1.35	0.70	0.90	0.25
27	02 :27 :37.82	-4 :10 :10.7	3	0	-	-	-	-
28	02 :28 :10.58	-4 :15 :12.5	3	1	1.30	0.60	0.85	0.10
29	02 :28 :10.58	-4 :50 :56.3	3	1	1.35	0.80	0.95	0.25
30	02 :28 :30.38	-4 :25 :47.3	3	1	1.25	1.10	1.00	0.35

**Tab. 3.2:** Tableau résumant les propriétés du catalogue construit grâce au cisaillement faible dans le champ F0226-04. Une trentaine de pics dans la reconstruction de masse sont détectés avec un rapport signal/bruit  $\nu \geq 3$  (6 d'entre-eux ont un  $\nu \geq 4$ ). Les pics ayant ('ayant pas) un excès de densité numérique de galaxies E/SO voisin assimilable à un amas de galaxies sont indiqués par un 1 (ou 0). Si c'est le cas et si cet excès de galaxies est localisable dans un diagramme couleur-couleur, j'en indique la position moyenne. De cette localisation une estimation grossière du décalage spectral  $z_{\text{track}}$  de l'amas est donnée.

tantes de ce travail. Nous allons aussi comparer les caractéristiques de ce catalogue aux données X du relevé XMM-LSS. Pour le moment, disons seulement que la statistique des pics dans le champ de F0226-04 est en très bon accord avec les prédictions théoriques. Bien que provisoire, la distribution en décalage spectral des amas est bien centrée autour de  $z \approx 0.35$  avec une forte chute pour  $z \gtrsim 0.7$ . Le champ est malheureusement trop petit pour espérer contraindre un scénario cosmologique ou un autre. Cependant, une telle analyse permettra de mieux comprendre les propriétés des amas de galaxies et vérifier que les comptages en X ne sélectionnent pas une population d’amas particulièrement brillante pour des raisons non directement liées à la masse des amas (fusions, non-équilibre dynamique, etc). Je n’ai pas présenté ici les résultats de l’analyse du cliché *I*. Ce travail reste à faire. De même, je n’ai pas encore cherché à exploiter d’autres types de filtrages du champ de cisaillement tels que l’*Aperture Mass* ou encore une technique de filtrage optimal de Wiener qui pourrait donner un meilleur rapport signal/bruit (Padmanabhan et al. 2003). Enfin, comme nous l’avons dit plus haut, une analyse plus poussée de la distribution en décalage spectral des galaxies et amas de galaxies doit passer par un usage plus rigoureux des décalages spectraux photométriques. Dans le cas du champ F0226-04, la disponibilité prochaine de la photométrie U et K devrait rendre possible l’analyse des décalages spectraux photométriques avec les données BVRI de la caméra CFH12k déjà à disposition.

### 3.4 Conclusion

A travers l’ensemble de ce chapitre, nous avons pu constater plusieurs aspects des nombreuses potentialités du cisaillement gravitationnel pour étudier la structuration de l’univers. Parce que le cisaillement donne directement accès à la distribution de matière noire, il permet une comparaison unique avec la distribution des composantes visibles depuis quelques dizaines de kiloparsecs jusqu’à une dizaine de megaparsecs. Cette cartographie a un caractère unique dans le sens qu’elle n’est pas biaisée par le contenu en baryons des structures et encore moins par leurs propriétés émissives.

Une fois le travail de préparation des catalogues de sources accompli dans le champ du superamas MS0302+17 et dans le champ F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS, nous avons réalisé des reconstructions de masse à partir du champ de polarisation cohérent observé sur les galaxies d’arrière-plan.

Nous avons mené une analyse de la corrélation matière – lumière dans le superamas de galaxies MS0302+17. Cette dernière a montré qu’une relation de biais linéaire (ou de rapport M/L constant) reproduisait bien les observations. Il semblerait qu’une valeur  $M/L_B \approx 300 h_{70} (M/L)_\odot$  émerge de l’analyse. En d’autres termes, *“la distribution des galaxies E/SO semble tracer fidèlement la masse”*.

Outre l’analyse de la corrélation masse – lumière, nous avons conduit dans MS0302+17 une étude topologique inédite des propriétés du champ de convergence déduit des galaxies d’arrière-plan et de la distribution de lumière. Le but poursuivi est de mettre en évidence la structuration type *“cosmic web”* de la distribution de masse elle-même. L’analyse du

squelette des cartes conduite à la section 3.2.3 confirme que la structuration en amas, filaments et vides bien connue dans la distribution des galaxies est bien traduite dans la distribution de la matière noire. Ce résultat donne une bien meilleure légitimité à l’assertion “*la distribution des galaxies trace la masse*” et l’assertion inverse “*la masse trace la distribution de galaxies E/SO*”. Cela peut ne pas paraître surprenant au vu de l’étude de la corrélation mais il n’en est rien car une excellente corrélation n’implique pas une similitude morphologique.

Cette comparaison matière – lumière dans le champ de MS0302+17 n’inclue pas la contribution des galaxies spirales. Cette dernière reste à déterminer précisément. Néanmoins, il est clair qu’elle doit rester sous-dominante sur des échelles inférieures à  $2 - 3 h_{70}^{-1}$  Mpc. Légitimés par une analyse de la topologie, les développements de l’étude de la corrélation des cartes de masse et de lumière sont nombreux et promus à un avenir certain. Avec une statistique meilleure (un champ plus large que celui de MS0302) et la connaissance des distributions des galaxies E/SO et spirales, il est possible de contraindre des modèles plus compliqués de biais non-linéaire du type  $\kappa_L = b\kappa_M(1 + \kappa_M/\kappa_0)$  par exemple. Gray et al. (2002) affirment avoir observé des indications de stochasticité dans le rapport matière – lumière dans le superamas Abell 901/902. Notre étude de MS0302+17 ne donne aucun indice d’un tel indéterminisme. A titre d’exemple aussi, nous avons montré que les fonctions de corrélation contiennent une information exploitable sur le profil de densité des galaxies lentilles. Cette approche s’apparente aux techniques de type *galaxy-galaxy lensing* certainement plus appropriées à l’étude du profil des halos de galaxies. A la fin de la section 3.2.2, nous avons signalé que les zones les moins denses du champ de MS0302+17 pouvaient présenter des propriétés de biais sensiblement différentes des zones les plus denses que constituent les amas, lesquels dominent l’ensemble du signal. Ce résultat dépend du contenu en galaxies spirales de ces régions. Le champ est de toute façon trop petit pour une investigation plus fine.

Enfin, sur le champ F0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS, nous avons montré la viabilité de relevés d’amas de galaxies en cisaillement faible. Cette analyse montre que les comptages d’amas sont en très bon accord avec les attentes théoriques. Ce travail en est encore à ses débuts et le relevé n’a pas encore révélé tous ses potentialités. Etant donnée la petitesse du champ, ce travail de permettra pas une exploitation directe des comptages. A terme, il aidera à comprendre les effets de sélection des amas menés avec des observations X ou optiques en se basant sur un échantillon homogène d’amas de galaxies situés entre  $z \approx 0.05$  et  $z \approx 0.6$ . Les comptages attendus par le relevé XMM-LSS (Refregier et al. 2002) semblent plus performants que le cisaillement, en particulier entre  $z \sim 0.6$  et  $z \sim 1.1$ . Au-delà les relevés SZ prendront certainement le relais dans le futur<sup>15</sup>. Néanmoins, il est essentiel de réaliser de tels relevés en cisaillement et d’étudier les propriétés d’optique gravitationnelle des amas détectés par d’autres méthodes. On pourra ainsi contrôler le biais et s’assurer par exemple que les relations masse – température et/ou masse – luminosité X sur lesquelles reposent les relevés sont vérifiées à grand décalage spectral. L’analyse de la relation matière – lumière menée tout au long de ce chapitre a clairement montré

<sup>15</sup>voir par exemple les projets AMiBA <http://www.asiaa.sinica.edu.tw/amiba>, SPT <http://astro.uchicago.edu/spt/> ou Planck Surveyor <http://astro.estec.esa.nl/Planck/>

l'intérêt du couplage cisaillement propriétés optiques.

# Chapitre 4

## Profil des halos

### 4.1 Introduction

En introduction, nous avons souligné l'importance de valider observationnellement les prédictions théoriques du modèle CDM. Dans le chapitre précédent, nous avons commencé par étudier quelques aspects de la distribution de la matière noire à grande échelle. Il se trouve que les simulations numériques à N-corps sont maintenant capables de prédire la forme et le profil de densité des halos de toutes tailles, depuis la masse des galaxies naines (quelques  $10^9 M_\odot$ ) jusqu'aux amas de galaxies (quelques  $10^{14} - 10^{15} M_\odot$ ). Ce formidable progrès en résolution de masse nous conduit naturellement à étudier la structure des halos individuels avec la précision atteinte par les simulations.

Le chapitre 1 a présenté un inventaire des tests observationnels possibles mais en laissant de côté ceux faisant intervenir les lentilles gravitationnelles que nous allons aborder en détail maintenant. Nous avons vu que la mesure de la pente du profil de densité au centre des halos est un des tests les plus importants pour les résultats des simulations. Par exemple, les courbes de rotation des galaxies naines à faible brillance de surface (LSB) semblent favoriser des cœurs plats alors que les simulations prévoient une pente  $r^{-\alpha}$  avec  $\alpha \sim 1 - 1.5$ . Cet apparent désaccord du CDM, parfois appelée le “*cusp/core debate*” dans la littérature, peut aussi être étudié avec les lentilles gravitationnelles sur d'autres types de halos. Si les observations des courbes de rotation se sont préférentiellement focalisées sur les galaxies naines, cela est dû au fait que la contribution des baryons (gaz+étoiles) est quasi négligeable dans ces systèmes au point que les prévisions des simulations faisant intervenir exclusivement la matière noire deviennent moins dépendantes de la distribution des baryons. Comme nous allons le voir par la suite, les amas de galaxies satisfont aussi à ce critère au-delà des 30 kiloparsecs et ce n'est qu'en deçà que la contribution des baryons peut dominer.

Le régime des distorsions fortes au centre des amas de galaxies peut donner des contraintes précises sur le profil de densité à différentes distances radiales. La section 4.2 et l'annexe C montrent comment on parvient à déduire la distribution de masse dans une lentille

forte capable de créer plusieurs images très déformées de la même source d’arrière-plan. La section 4.2 présente une étude détaillée de MS2137-23, qui est un amas de galaxie particulièrement bien adapté à l’analyse du profil radial de densité du halo de matière noire (Gavazzi et al. 2003, noté G03 par la suite). Dans ce travail, je mets l’accent sur la force de la contrainte apportée par l’existence simultanée d’un arc radial et d’un arc tangentiel (et leurs contre-images respectives) pour déterminer le profil radial de densité. Je fais aussi état d’une possible première détection de la “cinquième” image centrale associée au système tangentiel et discute ses implications sur le profil de densité pour  $r \lesssim 5$  kpc. Cet ensemble de contraintes, issues directement des distorsions fortes, est utilisé pour mener une étude comparative de la qualité des ajustements de modèles NFW et de modèles plus généraux avec des pentes internes et externes libres.

Le cisaillement faible peut évidemment fournir des informations complémentaires sur le profil de densité des amas aux plus grandes échelles, typiquement  $100 \leq r \lesssim 1000$  kpc. Outre une pente caractéristique au centre, les simulations numériques prédisent que les halos de matière noire ont un profil  $\rho(r) \propto r^{-3}$  au-delà d’un rayon caractéristique  $r_s$  de l’ordre de 100 à 400 kpc. Les mesures en cisaillement faible étant beaucoup plus bruitées que les mesures des distorsions fortes, l’approche standard est de comparer statistiquement les résultats d’ajustements de profils universels sur un nombre important d’amas (*e.g.* Clowe & Schneider 2001, 2002; Dahle et al. 2003). Il peut s’avérer néanmoins plus intéressant pour un amas donné de coupler une mesure externe du cisaillement faible avec les données issues des arcs géants multiples. Dans l’article G03, nous avons conduit une telle analyse conjointe sur MS2137-23 et en présentons les résultats à la section 4.3. En utilisant une mosaïque d’images HST dans l’amas de galaxies CL0024+26, Kneib et al. (2003) parviennent à mesurer le profil de cisaillement de cet amas jusqu’à environ 5 megaparsecs. Combinées à la connaissance d’un arc géant à environ 30 minutes d’arc du centre de l’amas, ces auteurs parviennent à discriminer entre divers profils et affirment qu’un profil NFW semble mieux s’ajuster aux données.

Par ailleurs, Sand et al. (2002, 2004) (S0204 par la suite) ont récemment mené une analyse des distorsions fortes de six amas de galaxies dont MS2137-23. Sur la base d’une méthode proposée par Miralda-Escudé (1995) combinant distorsions fortes et cinématique interne des étoiles dans la galaxie cD au centre des amas, ces auteurs affirment que le profil de densité des amas est moins piqué que les prédictions des simulations numériques et favorisent une pente centrale proche de  $r^{-1/2}$ . Leurs résultats concernant MS2137-23 sont en apparence contradiction avec notre analyse détaillée menée dans G03, laquelle montre qu’un profil NFW est tout à fait compatible avec les données. En ne considérant que les distorsions fortes dans MS2137-23 et dans A383, qui fait aussi partie de l’échantillon de S0204, Dalal & Keeton (2003) et Bartelmann & Meneghetti (2003) ont montré que l’analyse de S0204 souffre d’hypothèses simplificatrices qui limitent la portée de leur conclusion. Ces auteurs prétendent que les données de S0204 ne supportent pas leurs conclusions et ils affirment qu’au contraire les amas<sup>1</sup> ont un profil raisonnablement proche du modèle NFW. Dans la section 4.4, je présente donc une nouvelle analyse en distorsions fortes et en cisaillement faible de l’amas MS2137-23 incluant aussi une analyse conjointe et détaillée des

---

<sup>1</sup>MS2137-23 et A383, du moins !

données cinématiques de S0204. Ce travail fera l'objet d'une publication en préparation (Gavazzi & Miralda-Escudé 2004). Il montre qu'une utilisation correcte des données de cinématique des étoiles dans les amas de galaxies nécessite d'aller au-delà d'une simple intégration de l'équation de Jeans si l'on veut des résultats robustes.

## 4.2 Distorsions fortes & profil dans MS2137-23

### 4.2.1 Introduction

MS2137-23 est un amas de galaxies situé à  $z = 0.313$ . Il est probablement l'un des amas les plus étudiés pour ses propriétés exceptionnelles de lentille. Il présente deux systèmes d'images multiples en son centre (Fort et al. 1992). Un système tangentiel de "fold" : l'arc A0 est composé de deux images de parité opposée qui fusionnent A01-A02 et est associé à deux autres images multiples A2 et A4. Un système d'arc radial : l'arc A1 (divisé en deux sous-parties de parité opposée qui fusionnent) associé à une contre-image A5<sup>2</sup>. Les deux panneaux de gauche de la figure 4.1 font apparaître le cliché F702/HST (Hammer et al. 1997) sur lequel je me suis appuyé pour la modélisation des distorsions fortes.

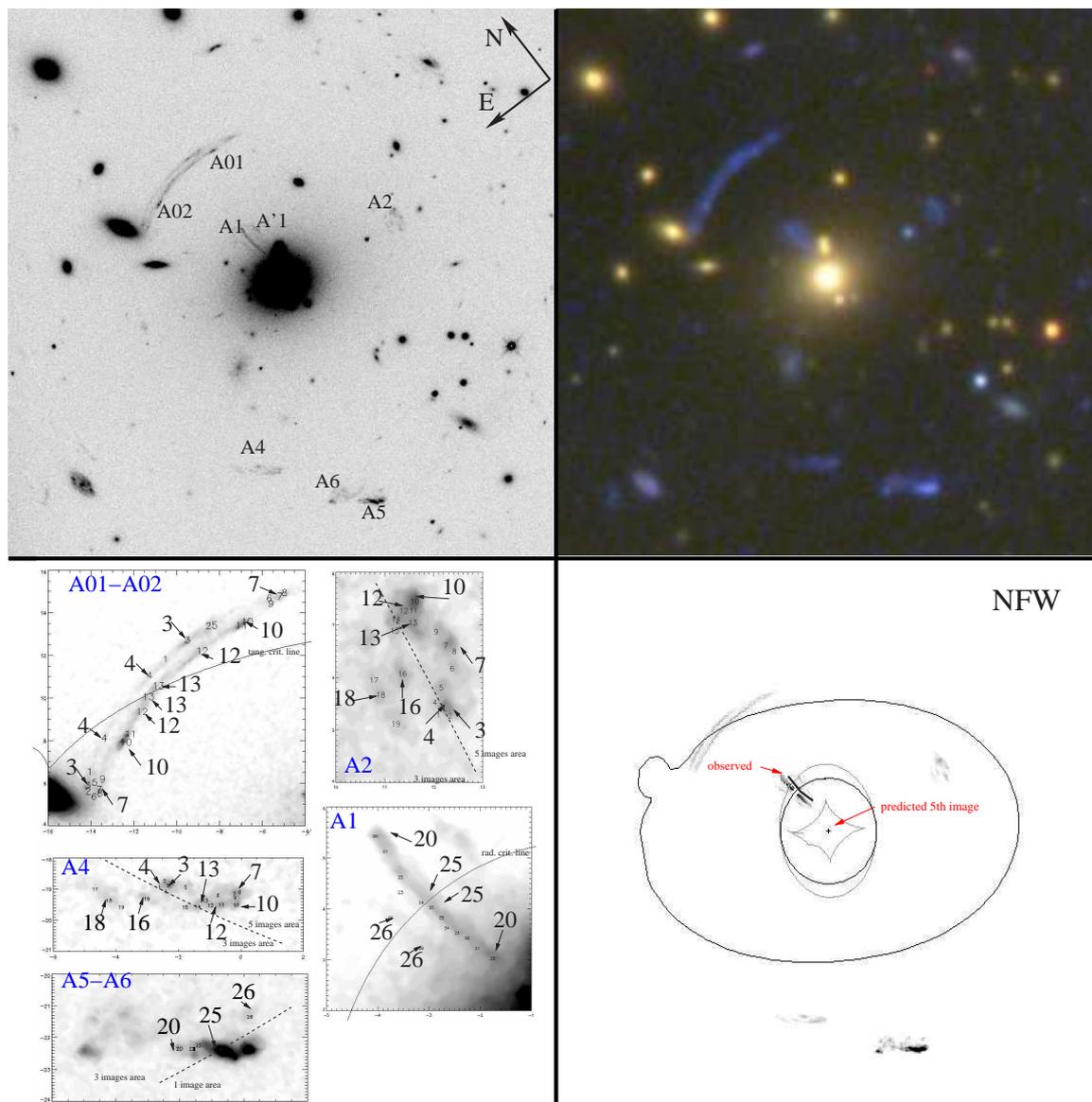
La richesse de ce système a motivé de nombreux travaux de modélisation (Mellier et al. 1993; Miralda-Escudé 1995; Hammer et al. 1997). Tous concluent que le profil de densité devrait présenter un cœur relativement plat ou plus précisément que le profil doit décroître moins vite que  $r^{-2}$  au centre. C'est une conséquence immédiate de l'existence de l'arc radial. Le profil universel NFW n'était en effet pas ou peu connu. Bartelmann (1996) montra rapidement que la position des lignes critiques dans MS2137-23 était compatible avec un profil NFW<sup>3</sup>. Ce résultat restait cependant subordonné à la connaissance du décalage spectral des sources responsables de chacun des arcs. Ceux-ci étaient alors inconnus.

### Décalages spectraux des arcs

Le manque d'information sur le décalage spectral des sources nous a encouragé à entreprendre une estimation photométrique des décalages spectraux à partir des données FORS2/VLT dans les bandes UBVR<sub>IJK</sub>. Ces données seront d'ailleurs utilisées à la section 4.3 pour une étude du cisaillement faible. La distribution spectrale en énergie (SED) des arcs et de la galaxie cD centrale sont présentées sur la figure 4.2. L'ajustement avec le programme `hyperz` (Bolzonella et al. 2000) de la SED d'une galaxie spirale à  $z = 1.6$  est superposé à la photométrie VLT. On peut en conclure que les sources sont toutes les deux à  $z_{\text{phot}} = 1.6 \pm 0.1$ . Par ailleurs, l'étude de la galaxie A6 donne plutôt un décalage spectral  $z_{\text{phot}} \approx 1.1$ . Entre-temps, Sand et al. (2002) ont publié une estimation spectroscopique

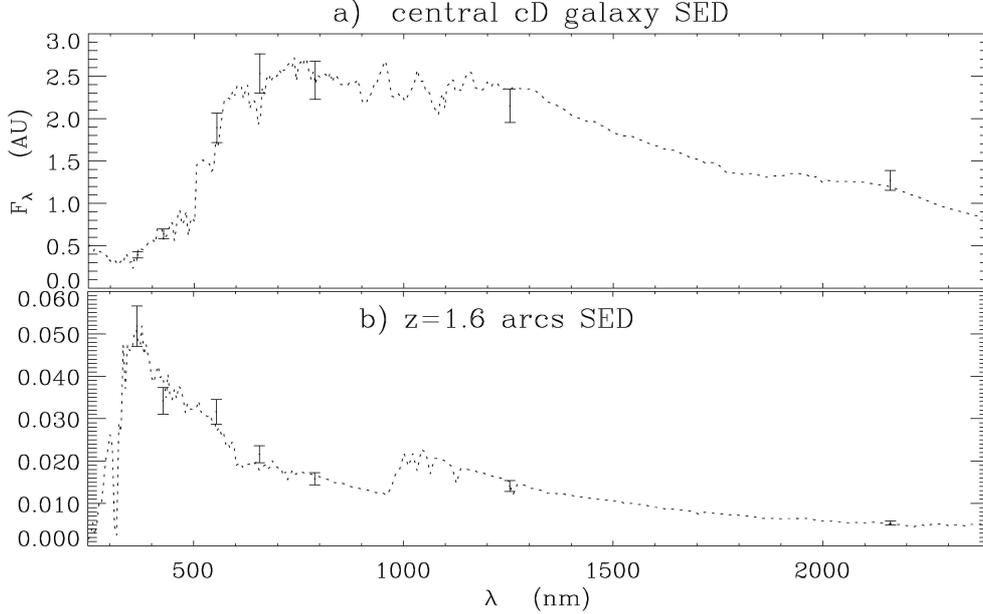
<sup>2</sup>La composante A'1 plus diffuse autour de A1 est associée à la partie moins brillante de A6 mais n'est pas incluse dans l'analyse

<sup>3</sup>les propriétés optiques d'un profil NFW ont été dérivées par cet auteur et sont résumées dans l'appendice B.3



**Fig. 4.1:** Configuration d'images multiples dans l'amas de galaxies MS2137-23. *en haut à gauche* : image F702/HST du centre de l'amas montrant la position des arcs. *en bas à gauche* : zoom sur chacun des arcs et description des multiplets conjugués. *en haut à droite* : image composite couleur  $U + B$ ,  $V$  et  $I$  du VLT (cf 4.3). Les arcs apparaissent clairement comme plus bleus que les galaxies elliptiques du cœur de l'amas. *en bas à droite* : système d'arcs reconstruit à partir du meilleur ajustement d'un modèle NFW (cf. section 4.2.2).

du décalage spectral des deux arcs. Ces déterminations sont en bon accord avec notre estimation photométrique :  $z_{\text{spec}} = 1.501$  (resp. 1.502) pour l'arc tangentiel (resp. radial). Nous considérerons donc ces valeurs-là par la suite. La densité critique correspondante est donc  $\Sigma_{\text{crit}} = 2.39 \times 10^9 h_{70} M_{\odot} \text{kpc}^{-2}$ .



**Fig. 4.2:** Distributions spectrales d'énergie (SED) de l'arc A5 (galaxie spirale à  $z = 1.6 \pm 0.1$ ) et de la galaxie cD centrale à  $z = 0.313$ .

### Propriétés optiques de MS2137-23

Une galaxie cD géante occupe le centre de l'amas. Il est indispensable d'en tenir compte dans la modélisation des deux systèmes d'arcs pour l'étude de la pente au centre. Nous avons donc effectué un ajustement des propriétés lumineuses de la composante stellaire de la cD. Le profil radial de brillance est bien ajusté par un profil de Hernquist, lui-même une bonne approximation du profil de de Vaucouleurs. Pour effectuer l'ajustement, j'ai intégré les profils de Hernquist et de Jaffe dans le programme d'ajustement bidimensionnel *galfit* (Peng et al. 2002) :

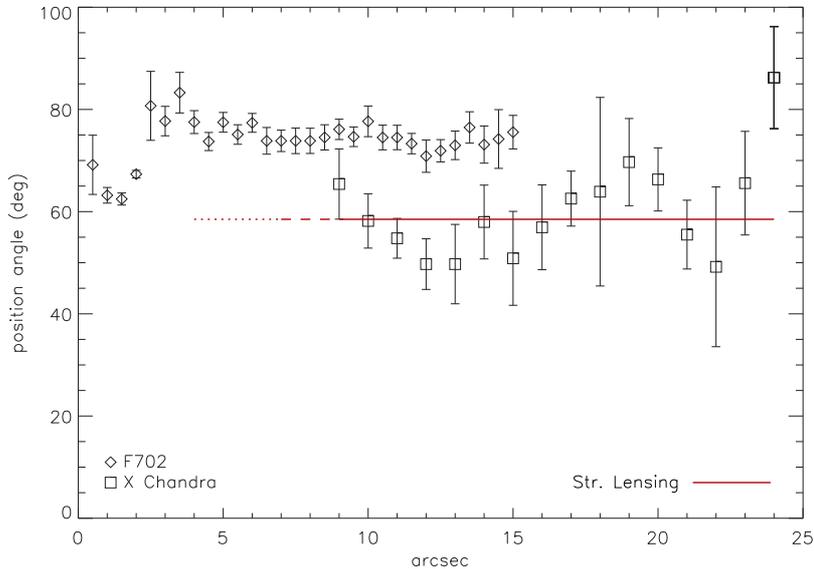
$$l(r) = \frac{L_*}{2\pi} \frac{1}{r(r+r_{s*})^3} \quad (\text{Hernquist}), \quad (4.1)$$

$$l(r) = \frac{L_*}{4\pi} \frac{1}{r^2(r+r_{s*})^2} \quad (\text{Jaffe}), \quad (4.2)$$

avec  $L_*$  la luminosité totale de la cD. Ramenée à  $z = 0$ , cette galaxie a une luminosité V :  $L_V = 4.77 \pm 0.44 \times 10^{11} h_{70}^{-2} L_{\odot}$ . Le profil de Hernquist donne un bien meilleur ajustement ( $\chi^2/\nu = 10.2$ ) que le profil de Jaffe ( $\chi^2/\nu = 99$ ). Nous considérerons donc par la suite que la distribution d'étoiles dans la cD suit un profil de Hernquist avec un rayon d'échelle  $r_{s*} = 11.1 \pm 1.9 h_{70}^{-1} \text{kpc} = 2.4 \pm 0.1 \text{arcsec}$ . La masse en étoiles est normalisée par un rapport M/L purement stellaire, noté classiquement  $\Upsilon_V$  et indépendant du rayon<sup>4</sup>. La

<sup>4</sup>pas de ségrégation en masse des étoiles massives vers le centre par friction dynamique

composante stellaire est elliptique. Le rapport croît sensiblement avec le rayon et ne varie plus au-delà de 3 secondes d’arc. La valeur moyenne du rapport d’axe  $q = b/a = 0.88 \pm 0.12$ . L’orientation du grand axe des ellipses d’iso-luminosité a, elle aussi, une valeur relativement constante au-delà de trois secondes d’arc  $PA = 71 \pm 4$  deg.



**Fig. 4.3:** Orientation de la composante stellaire de la galaxie cD centrale (losanges) en fonction du rayon. On peut voir aussi l’orientation du grand axe de l’émissivité X donnée par CHANDRA (Allen et al. 2001). Une différence d’orientation est visible. De plus, ce décalage angulaire est aussi mesuré à l’aide de la modélisation des arcs multiples (cf section 4.2.2). L’orientation du potentiel de la lentille (trait rouge continu) s’aligne bien avec celle des X mais présente un décalage d’environ  $\Delta PA = 11$  deg par rapport à la composante stellaire.

La figure 4.3 montre la variation de cet angle en fonction de la distance au centre de la cD. Elle montre aussi l’orientation du grand axe des ellipses d’iso-émissivité X dans une image CHANDRA (Allen et al. 2001). On constate une différence d’angle relativement stable  $\Delta PA \approx 11$  deg entre l’orientation des étoiles et l’orientation du potentiel gravitationnel tracé par les X. L’angle du grand axe du potentiel déduit de la modélisation des arcs (cf section 4.2.2) correspond à la valeur donnée par les X. La variation d’angle dans la partie centrale pourrait s’interpréter comme une conséquence de la projection d’une distribution de masse triaxiale. Le but de ce chapitre étant l’étude du profil radial de densité dans les halos de matière noire, je ne détaille pas la discussion à ce sujet (voir G03 page 127). Disons seulement que la modélisation du potentiel au centre suggère une possible rotation du grand axe du potentiel projeté en fonction du rayon. En effet, si la composante stellaire domine le bilan en masse dans les 10 kiloparsecs centraux, on s’attend à ce que le grand axe du potentiel s’aligne progressivement sur celui de la composante stellaire pour  $r \leq 10$  kpc (Romanowsky & Kochanek 1998; Buote et al. 2002). Notons que Miralda-Escudé (2002) a utilisé les propriétés azimuthales de la configuration d’arc radial pour montrer que la distribution de masse noire dans l’amas est nécessairement elliptique. Précisons que ces effets azimuthaux que nous avons commencé à étudier n’ont pas une grande influence sur l’analyse du profil radial de densité qui suit.

### 4.2.2 Modélisation des arcs multiples

La modélisation des systèmes d’arcs multiples est basée sur l’unicité de la source responsable des images multiples ponctuelles. En utilisant un modèle de lentille  $\psi(\vec{\theta}; \mathbf{P})$  fonction d’un vecteur de paramètres  $\mathbf{P}$ , on peut définir un  $\chi^2$  à minimiser dans le plan image (ou dans le plan source). La définition du  $\chi^2$ , les étapes de la minimisation et les méthodes d’estimation des erreurs sur la valeur des paramètres du meilleur modèle sont présentés dans l’appendice C.1.

Je présente toutefois dans l’appendice C.2 une méthode qui permet d’exploiter l’information sur la brillance de surface de chaque pixel pour déduire à la fois le modèle de la lentille et la brillance de surface de la source. Une telle technique n’a pas encore été utilisée dans toute sa généralité dans MS2137-23 car à l’époque de ce travail je n’avais pas encore développé un tel outil de modélisation. Nous avons plutôt essayé d’associer des points conjugués plus brillants à l’intérieur des arcs. Plus précisément, en identifiant des zones caractéristiques dans les arcs (régions HII, bulbe, trous...), nous sommes capables de traiter chacune d’elles comme une source nouvelle. Le panneau en-bas à gauche de la figure 4.1 montre l’ensemble des 26 points caractéristiques répartis entre le système radial et le système tangential. Dans ce cas, on peut dire qu’il y a dans le système tangential 13 points imagés 5 fois (dans A01, A02, A2, A4 et une hypothétique cinquième image au centre (cf section 4.5)) et 6 points imagés 3 fois (dans A2, A4 et la cinquième image). De plus, les correspondances dans le système radial donnent 6 points imagés 3 fois<sup>5</sup>.

Dans notre premier travail (G03), nous avons utilisé le programme `lensmodel`<sup>6</sup> pour inverser le problème et déterminer le meilleur ajustement  $\mathbf{P}_0$  du potentiel. Plus récemment, j’ai implémenté la plupart des modèles proposés par `lensmodel` dans mon propre code. Ses principales caractéristiques sont présentées dans l’annexe C.1. Mon programme est utilisé dans les sections 4.3 et 4.4.2 lorsque nous couplons les contraintes fournies par les arcs multiples aux données de cisaillement faible et la cinématique respectivement.

Le nouveau choix de la modélisation de MS2137-23 s’écarte sensiblement de la modélisation initiale dans G03 car nous sommes obligés de considérer deux composantes : la masse stellaire et la masse noire (+X). Dans les deux modèles considérés, nous intégrons la galaxie cD centrale à travers un profil de Hernquist dont le rayon caractéristique est fixé par le profil de brillance  $r_{s*} = 11.1 h_{70}^{-1} \text{ kpc} = 2.4''$ . Pour les étoiles, le seul paramètre libre est le rapport masse/luminosité stellaire tel que  $M_* \equiv \Upsilon_V L_V$ . Nous considérons successivement les deux profils de densité suivants pour la matière noire :

- un profil NFW de la forme  $\rho(r) = \rho_s x^{-1} (1+x)^{-2}$  avec  $x = r/r_s$  (cf annexe B.3). Dans G03, nous avons considéré une distribution de masse projetée elliptique  $\kappa(\vec{\theta}) = \kappa(\xi)$  avec  $\xi^2 = \theta_1^2 + \theta_2^2/q^2$  alors qu’ici, nous utilisons directement un potentiel elliptique  $\psi = \psi(\xi)$ . La première méthode est plus réaliste car la seconde peut conduire à une convergence  $\kappa$  non-physique si l’ellipticité du potentiel est trop importante. Cependant, nous allons vérifier que celle-ci est suffisamment faible pour que l’approximation soit raisonnable (Golse & Kneib 2002; Meneghetti et al. 2003). Cette seconde approche

<sup>5</sup>Une grande partie de l’arc A5 n’est en fait imagée qu’une fois et ne peut pas être exploitée.

<sup>6</sup><http://astro.uchicago.edu/~ckeeton/gravlens/>. Voir aussi Keeton (2001a,b)

est justifiée car l'introduction d'un potentiel elliptique est numériquement beaucoup moins lourde que l'utilisation d'un  $\kappa$  elliptique dans le cas des profils NFW. Outre le rapport d'axe  $q$  et l'orientation du potentiel  $PA$ , le profil NFW a deux autres paramètres libres :  $\kappa_s$  et  $r_s$  que nous reconvertirons en quantités plus familières : la masse viriel  $M_{200}$ , le paramètre de concentration  $c$  et le rayon de viriel  $r_{200}$ .

- un profil plus général que nous appellerons “*cusp*” de la forme

$$\rho(r) = \rho_s x^{-\alpha} (1 + x^2)^{(\alpha-\beta)/2}, \quad (4.3)$$

qui inclue le profil isotherme adouci utilisé dans G03. Ce profil diffère légèrement des profils universels du type NFW ou Moore (Moore et al. 1998) à cause de la rapide transition ( $r^2$ ) entre une pente interne  $\alpha$  et une pente externe  $\beta$ . Muñoz et al. (2001) donnent les principales propriétés de lentille d'un tel profil. Les calculs numériques deviennent assez simples grâce à des approximations efficaces (Chae et al. 1998; Chae 2002). Ce profil possède lui aussi un rayon d'échelle  $r_s$  et une convergence caractéristique  $\kappa_s = \rho_s r_s / \Sigma_{\text{crit}}$ .

En résumé, le modèle NFW de référence possède 5 paramètres libres :  $\kappa_s$ ,  $r_s$ ,  $q$ ,  $PA$  et  $M_*$ . Le modèle “*cusp*” possède ces mêmes paramètres auxquels s'ajoutent les pentes interne  $\alpha$  et externe  $\beta$ . Le modèle isotherme adouci étudié dans G03 correspond au cas  $\alpha = 0$  et  $\beta = 2$ .

Le tableau 4.1 présente les paramètres les plus intéressants qui optimisent l'ajustement aux données issues des 26 points multiples dans les arcs et leurs contre-images respectives. Les erreurs (pour un niveau de confiance de 95.4%) sont déduites de l'analyse de chaînes de Markov (cf annexe C.1).  $\Upsilon_V$  est déduit de  $M_*$  et de la valeur  $L_V = 4.77 \pm 0.44 \times 10^{11} h_{70}^{-2} L_{\odot}$ . Le panneau en-bas à droite de la figure 4.1 ainsi que la figure C.2 dans l'annexe C.1 illustrent la qualité de l'ajustement avec le modèle NFW. Pour les deux modèles, on trouve une orientation de la composante matière noire légèrement décalée par rapport à la lumière ( $\Delta PA \approx 11$  deg, voir fin de la section 4.2.1). Dans le cas NFW, on trouve un rapport d'axe pour le potentiel  $q = 0.899 \pm 0.004$  et dans le cas “*cusp*” on obtient  $q = 0.765 \pm 0.007$ . Ces deux valeurs diffèrent car l'ellipticité du potentiel n'est pas égale à celle de la distribution de masse projetée<sup>7</sup>.

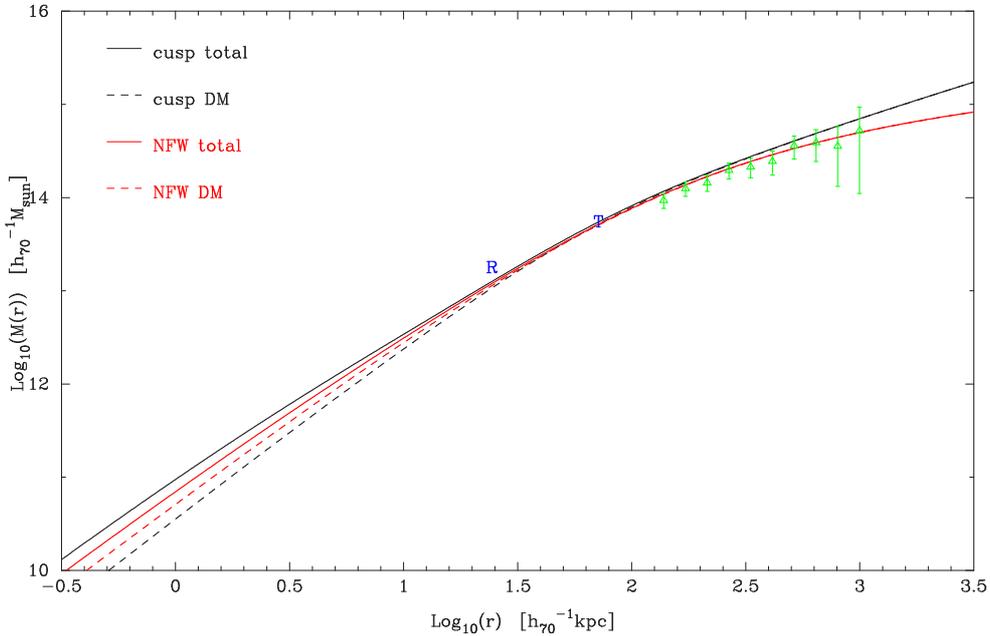
	$r_s$ $h_{70}^{-1}$ kpc	$M_*$ $10^{12} h_{70}^{-1} M_{\odot}$	$\Upsilon_V$ $h_{70} (M/L)_{\odot}$	$\alpha$	$\beta$	$r_{200}$ $h_{70}^{-1}$ kpc	$M_{200}$ $10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}$	$c$	$\chi^2/\nu$
“ <i>cusp</i> ”	$56_{-10}^{+16}$	$3.4 \pm 0.6$	$7.2_{-1.6}^{+2.0}$	$0.89_{-0.08}^{+0.10}$	$2.26_{-0.14}^{+0.22}$	-	-	-	0.9
NFW	$126_{-12}^{+14}$	$1.1_{-0.4}^{+0.3}$	$2.3 \pm 0.9$	-	-	$1239_{-60}^{+68}$	$2.2_{-0.3}^{+0.4}$	$9.9 \pm 0.5$	1.2

**Tab. 4.1:** Résultats de l'ajustement des modèles NFW et “*cusp*” sur les données de distorsions fortes seulement (les images multiples). Les erreurs sont données à  $2\sigma$ . Les dégénérescences entre les paramètres sont illustrées dans la figure 4.5.

Les résultats de l'ajustement pour les deux types de profil sont représentés sur la figure 4.4. Les deux profils de masse projetée sont similaires entre 10 et 200  $h_{70}^{-1}$  kpc, c'est-à-dire sur la zone convertie par les arcs multiples. Evidemment, cela signifie que le potentiel est

<sup>7</sup>En toute rigueur, quand l'un est elliptique, l'autre ne l'est pas strictement (Kneib 1993; Golse & Kneib 2002; Meneghetti et al. 2003).

bien modélisé dans les régions qui sont sondées par les arcs. Les deux profils donnent un ajustement de qualité comparable avec  $\chi^2/\nu = 0.9$  pour le profil “*cusp*” et  $\chi^2/\nu = 1.2$  pour le profil NFW. Il n’est cependant pas étonnant que le profil NFW aie un  $\chi^2$  supérieur puisque le profil “*cusp*” a deux paramètres libres de plus. Les différences entre les deux modèles apparaissent en-deça de  $10 h_{70}^{-1}$  kpc ( $2.4''$ ) et au-delà du megaparsec ( $3.6'$ ). Cela illustre bien qu’il faut compléter la modélisation par d’autres informations au centre ou à grand rayon. Je propose donc dans la section 4.3 d’utiliser le cisaillement faible à grand rayon  $200 \geq r \geq 1000 h_{70}^{-1}$  kpc pour mesurer le profil de densité dans les zones externes. Dans le même esprit, la section 4.4 montre comment on peut utiliser la dynamique des étoiles au centre de la galaxie cD pour contraindre les régions les plus centrales. Egalement, la section 4.5 propose d’utiliser la cinquième image désamplifiée associée au système tangentiel comme une information originale sur le profil de densité dans les quelques kiloparsecs centraux.



**Fig. 4.4:** Profil de masse projeté pour les deux modèles “*cusp*” (noir) et NFW (rouge). En trait plein le profil de masse totale et en tirets la composante matière noire seulement. La position des arcs radiaux et tangentiels est représenté par un *R* et un *T* respectivement. Les 2 profils sont ressemblants sur la zone sondée par les arcs, *i.e.* de 20 à 200 kpc. Les barres d’erreur vertes illustrent les contraintes issues du cisaillement faible. Les paramètres du modèle ne sont cependant pas ajustés sur ces mesures. Ces points représentent la  $\zeta$ -statistic et sont en fait une limite inférieure au profil de masse. Noter enfin que les barres d’erreur sont corrélées. Voir texte à la section 4.3.

Le modèle NFW est consistant avec les ajustements des données X de Allen et al. (2001). Ces auteurs trouvent  $c = 8.71_{-0.92}^{+1.22}$ ,  $r_s = 160 \pm 30 h_{70}^{-1}$  kpc et  $r_{200} = 1390_{-380}^{+490}$ . Les valeurs reportées dans le tableau 4.1 sont statistiquement consistantes avec celles de Allen et al. On remarque cependant que les incertitudes “*lentille*” sont beaucoup plus petites que les incertitudes X. Ce qui est une illustration de la précision des observations d’arcs multiples au centre des amas. Le modèle donne une masse stellaire  $M_* = 1.1 \pm 0.4 \times 10^{12} h_{70}^{-1} M_\odot$  ou encore un rapport M/L visible  $\Upsilon_V = 2.3 \pm 0.9 h_{70} (M/L)_\odot$ . Cette valeur est en bon

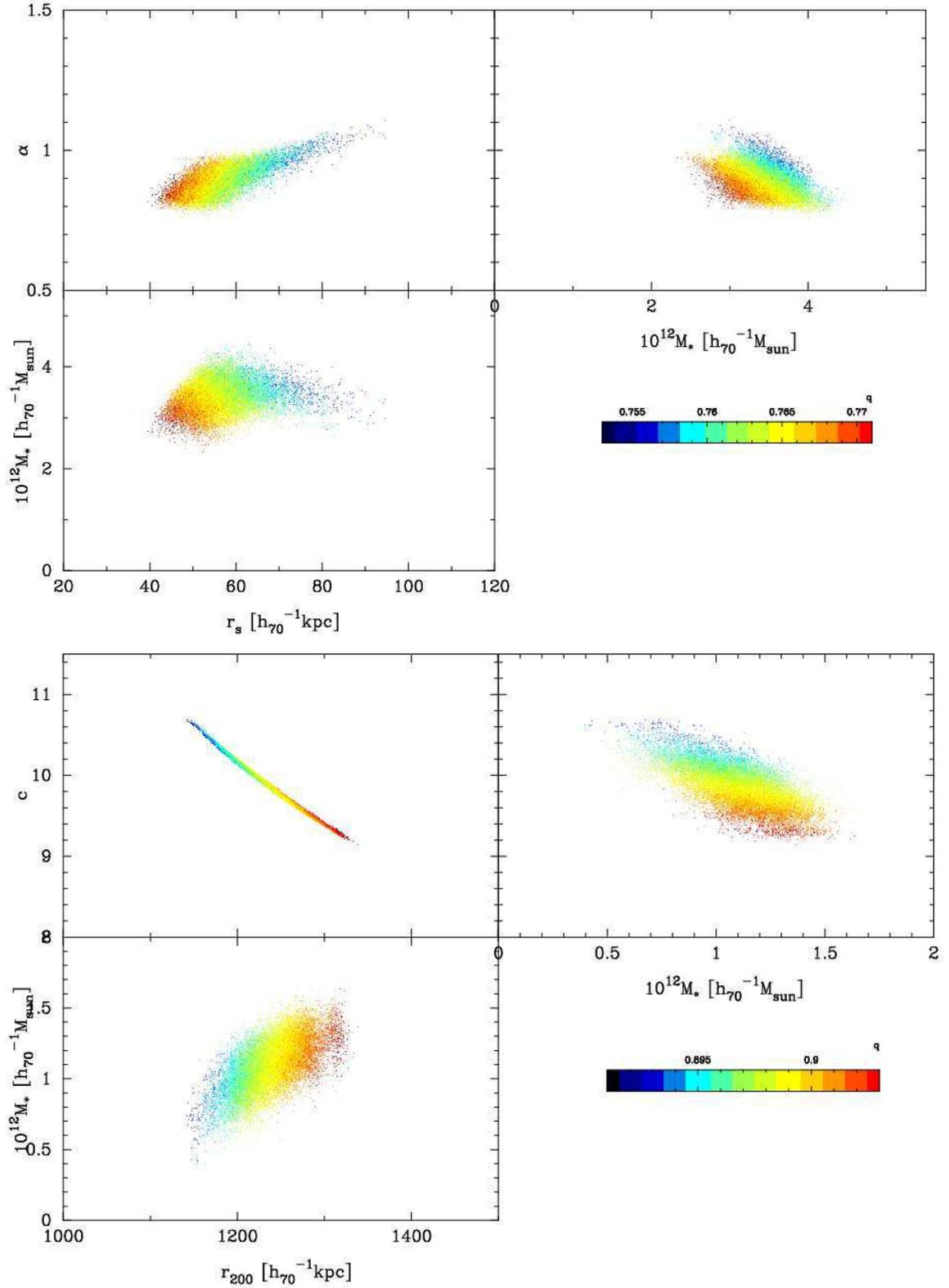
accord avec un scenario d'évolution stellaire classique pour une population d'étoiles âgées de 3.5 à 5 milliards d'années.

Le modèle “*cusp*” présente une pente centrale  $\alpha = 0.89_{-0.08}^{+0.10}$ . Cette valeur est en accord avec le profil universel NFW, quoique les profils ne soient pas strictement équivalents : la transition entre la pente interne  $\alpha$  et la pente externe  $\beta$  est plus rapide avec le profil “*cusp*”. On observe aussi une forte contribution de la composante stellaire au centre. Toutefois, pour le modèle “*cusp*”, le rapport masse/luminosité stellaire atteint  $\Upsilon_V = 7.2_{-1.6}^{+2.0} h_{70} (M/L)_{\odot}$ , difficilement conciliable avec une population d'étoiles âgées de moins de 14 milliards d'années. Dans ce modèle, la pente externe,  $\beta = 2.26_{-0.14}^{+0.22}$  est presque isotherme. Noter toutefois que le profil NFW, avec une variation externe en  $r^{-3}$ , est aussi compatible avec les observations.

### 4.2.3 Discussion

L'analyse des distorsions fortes dans MS2137-23 nous a conduit à considérer deux profils de densité. Un modèle NFW avec peu de paramètres libres et un modèle “*cusp*” plus générique. Les deux modèles s'ajustent bien aux données. La pente au centre est finalement relativement bien définie : l'amas est consistant avec un profil universel du type NFW avec  $\alpha \simeq 1$ . Le modèle “*cusp*” donne une valeur voisine  $\alpha \approx 0.9$  mais semble nécessiter une quantité de masse sous forme d'étoiles excessive. Nous voyons finalement que les arcs multiples sont capables de donner une contrainte forte sur la forme du profil de masse totale projetée. Au-delà de  $r = 10 h_{70}^{-1}$  kpc, le profil masse totale s'identifie presque au profil de matière noire dont la figure 4.4 en donne aussi la forme. En d'autres termes, pour  $10 < r < 200 h_{70}^{-1}$  kpc, les distorsions fortes parviennent à elles-seules à concilier le profil de densité projetée avec un modèle NFW. Cette conclusion provisoire est confortée par l'utilisation du profil “*cusp*” qui donne des résultats comparables sur ces échelles et par les données X de Allen et al. (2001).

Comment se fait-il que S0204 aient des conclusions différentes et si peu nuancées sur le profil de densité dans MS2137-23 ? L'essentiel des désaccords vient d'hypothèses trop simplificatrices faites par ces auteurs. Comme on vient de le voir, la principale source d'incertitudes dans un amas aussi riche que MS2137-23 vient d'effets systématiques et d'hypothèses de travail. Point par point, S0204 ont seulement considéré la position des lignes critiques dans un modèle de lentille à symétrie circulaire. D'une part, ils ont perdu une information très riche contenue dans la position des contre-images, la taille et la forme des images... D'autre part, l'hypothèse de symétrie circulaire est critique et si on la relâche, les contraintes données par la position des lignes critiques sur la forme du profil tombent (Bartelmann & Meneghetti 2003; Dalal & Keeton 2003). Egalement, S0204 ont modélisé le profil de densité de la galaxie par un profil de Jaffe, alors que notre ajustement d'un profil de Hernquist est nettement meilleur. Ceci a pour effet d'augmenter la fraction de masse sous forme d'étoiles au centre et par la-même de réduire la fraction de matière noire en imposant une pente plus faible  $\rho \approx r^{-0.5}$ . De plus, les auteurs ont arbitrairement fixé le rayon d'échelle  $r_s = 400 h_{70}^{-1}$  kpc alors que nous trouvons  $r_s \approx 126 h_{70}^{-1}$  kpc avec notre modèle NFW et qu'Allen et al. (2001) mesurent  $r_s = 160 \pm 30 h_{70}^{-1}$  kpc sur des données X.



**Fig. 4.5:** Projections de chaînes de Markov dans plusieurs sous-espaces des paramètres pour mettre en évidence les dégénérescences. Chaque itération de la chaîne est représentée par un point dans le plan associé à un couple de paramètres. La couleur code pour la valeur de l'ellipticité de la distribution de matière noire. Les échelles de couleur sont différentes entre le haut et le bas. *Série du haut* : Modèle “cusp” montrant les couples  $(r_s, \alpha)$ ,  $(M_*, \alpha)$  et  $(r_s, M_*)$  de gauche à droite et de haut en bas. *Série du bas* : Modèle NFW montrant les couples  $(r_{200}, c)$ ,  $(M_*, c)$  et  $(r_{200}, M_*)$  de gauche à droite et de haut en bas.

Finalement, S0204 utilisent la cinématique des étoiles dans la cD comme une information additionnelle sur le profil de masse totale.

La section 4.4 est entièrement consacrée à la discussion de ces aspects dynamiques et la section 4.5 discute l’apport de la possible détection d’une 5ème image désamplifiée au centre de la galaxie cD. Ces deux sections permettent d’étendre la modélisation du profil de densité de l’amas en-deça de 10 kiloparsec.

Les arcs multiples ne donnent aucun renseignement sur le profil au delà d’environ 200 kpc. Pour extrapoler les modèles à des échelles plus grandes, il faut utiliser une information supplémentaire. Nous voyons sur la figure 4.4 que les profils NFW et “*cusp*” sont compatibles avec les données de cisaillement faible entre  $200 h_{70}^{-1}$  kpc et 1 megaparsec. Nous discutons ce point dans la section 4.3.

En parallèle de ce travail qui s’inscrit dans le paradigme CDM et vise à l’éprouver aux échelles non-linéaires, j’ai aussi écrit une contribution sur les contraintes qu’apporte l’amas de galaxies sur l’alternative de théories de gravité modifiée MOND (Gavazzi 2002). Ce travail se base sur nos modèles de profil de matière noire pour voir s’ils sont compatibles avec les prédictions de MOND. En voici la conclusion principale. Pour que MOND soit consistant avec la configuration d’arcs observée dans MS2137-23, il faudrait que l’amas contienne une masse de baryons 3 à 4 fois supérieure à la quantité que l’on observe soit sous forme d’étoiles soit sous forme de gaz X intra-amas. Un tel résultat est rapporté dans d’autres travaux sur les régions centrales d’amas de galaxies et constitue un des plus gros écueils observationnels de la phénoménologie MOND qui explique avec succès la forme des courbes de rotation de galaxies, notamment.

### 4.3 Couplage arcs et cisaillement faible

Les mêmes images sol FORS/VLT et ISAAC/VLT de MS2137-23, qui ont servi à estimer le décalage spectral photométrique des arcs, sont exploitées ici pour analyser le profil de densité de l’amas au-delà du rayon des arcs multiples. La taille ( $6.4' \times 6.4'$ ) du champ de FORS permet en effet d’analyser le cisaillement faible dans MS2137-23 entre  $200 h_{70}^{-1}$  kpc et un megaparsec.

Pour conduire cette analyse, nous avons construit un catalogue de galaxies d’arrière-plan à partir des clichés  $I$  et  $V$  donnant le meilleur compromis résolution angulaire – profondeur. Le traitement des catalogues de sources, avec en particulier la correction de PSF, est en tous points comparable au traitement décrit dans l’appendice D.1. Par ailleurs, l’abondante photométrie multibande permet de calculer des décalages spectraux photométriques fiables ( $\Delta z \approx 0.1$ ) pour un grand nombre de galaxies jusqu’à  $I \lesssim 22.5$ . Nous avons donc pu séparer les galaxies de l’amas à  $z_l = 0.313$  et les sources. Ainsi, nous avons peu de contamination du catalogue de sources par des galaxies de l’amas ou d’avant-plan. Le signal de cisaillement n’est donc pas artificiellement biaisé comme dans certaines études plus standard qui n’utilisent pas de photométrie multi-couleur. La distribution en  $z$  des sources est représentée sur la figure D.5. Nous avons par ailleurs adopté la démarche

suivante. Toutes les galaxies ayant un  $z_{\text{phot}} \geq 0.45$  sont conservées et on leur attribue ce décalage spectral propre. Les galaxies n'en ayant pas sont conservées si elles satisfont  $22 < I < 25.5$  mais elles sont toutes placées au décalage spectral médian de la population  $\bar{z} = 1$ . Les deux catalogues de sources  $I$  et  $V$  contiennent chacun 1200 galaxies<sup>8</sup>. L'annexe D.3.4 présente les résultats d'une reconstruction de masse bidimensionnelle avec ces données observationnelles. Nous nous intéressons ici au profil radial de masse centré sur la galaxie cD de l'amas.

Une estimation simple du profil de masse projeté est donnée par la  $\zeta$ -statistique détaillée dans l'annexe D.4.1. En toute rigueur, la  $\zeta$ -statistique est une mesure densitométrique en ce sens qu'elle s'exprime comme la différence entre la densité projetée moyenne entre le centre et le rayon  $\theta$  et la densité projetée moyenne entre le rayon  $\theta$  et un rayon externe  $\theta_{\text{out}}$ . Elle est donnée par (D.15). L'équation (D.16) donne une limite inférieure à la masse contenue dans le rayon projeté  $\theta$ . Plus le rayon  $\theta_{\text{out}}$  est grand, plus la différence entre la masse déduite de la  $\zeta$ -statistique et la masse vraie sera petite. Cette estimation de la masse projetée est tracée sur la figure 4.4. On voit d'ores et déjà que les données de cisaillement faible semblent compatibles avec les profils déduits des arcs multiples seulement.

Pour être plus rigoureux, nous avons adopté une méthode de maximum de vraisemblance pour adjoindre un terme de cisaillement faible au  $\chi^2$  donné par les arcs multiples. On peut ainsi tenter de contraindre les modèles NFW et “*cusp*” définis plus haut à partir de l'analyse simultanée des arcs et du cisaillement faible. La fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}_{\text{wl}}$  à maximiser dans le cas d'un modèle paramétrique est décrite dans l'annexe D.4.2. Mon programme d'ajustement de modèles minimise le pseudo- $\chi^2$  :

$$\chi_{\text{tot}}^2 = \chi_{\text{sl}}^2 - 2 \ln \mathcal{L}_{\text{wl}}. \quad (4.4)$$

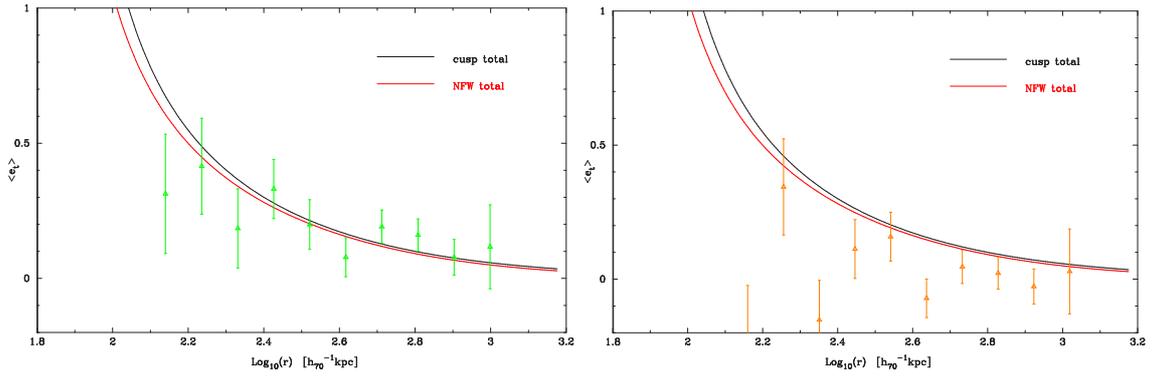
$\chi_{\text{sl}}^2$  contient l'information issue des arcs multiples (cf section précédente). Le second terme de droite fait intervenir le cisaillement faible seulement<sup>9</sup>.

En pratique, l'apport des données de cisaillement faible sur la connaissance du profil de densité de MS2137-23 peut sembler décevante. Deux raisons principales peuvent l'expliquer. La première, et sans doute la plus importante, vient du fait que l'observation simultanée d'arcs radiaux et tangentiels permet de déduire le prolongement du profil de masse d'une façon suffisamment précise pour rester dans les barres d'erreur des données de cisaillement beaucoup plus bruitées. Comme on peut le voir sur la figure 4.4 et le panneau de gauche de la figure 4.6, les profils déduits des arcs multiples passent bien au milieu des mesures de la  $\zeta$ -statistique. La taille réduite du champ FORS constitue l'autre limitation. En effet, sur nos clichés les galaxies d'arrière-plan les plus lointaines du centre de l'amas sont observées à environ 1 megaparsec. La figure 4.4 montre que les écarts susceptibles d'apparaître à grande distance entre le profil “*cusp*” et le profil NFW ne deviennent significatifs qu'au delà d'environ 3 megaparsecs.

Dans une étude similaire, Kneib et al. (2003) ont utilisé une mosaïque HST dans le

<sup>8</sup>Dont environ 460 ont un  $z_{\text{phot}}$  individuel. La densité des sources est donc  $n_{\text{bg}} = 32 \text{ arcmin}^{-2}$ .

<sup>9</sup> Il s'identifie à un  $\chi^2$  dans le cas où les distorsions subies par les galaxies d'arrière-plan sont relativement faibles et que le jacobien de la transformation entre l'ellipticité de la source et celle de l'image est proche de l'unité (cf annexes D.3.3 et D.4.2).

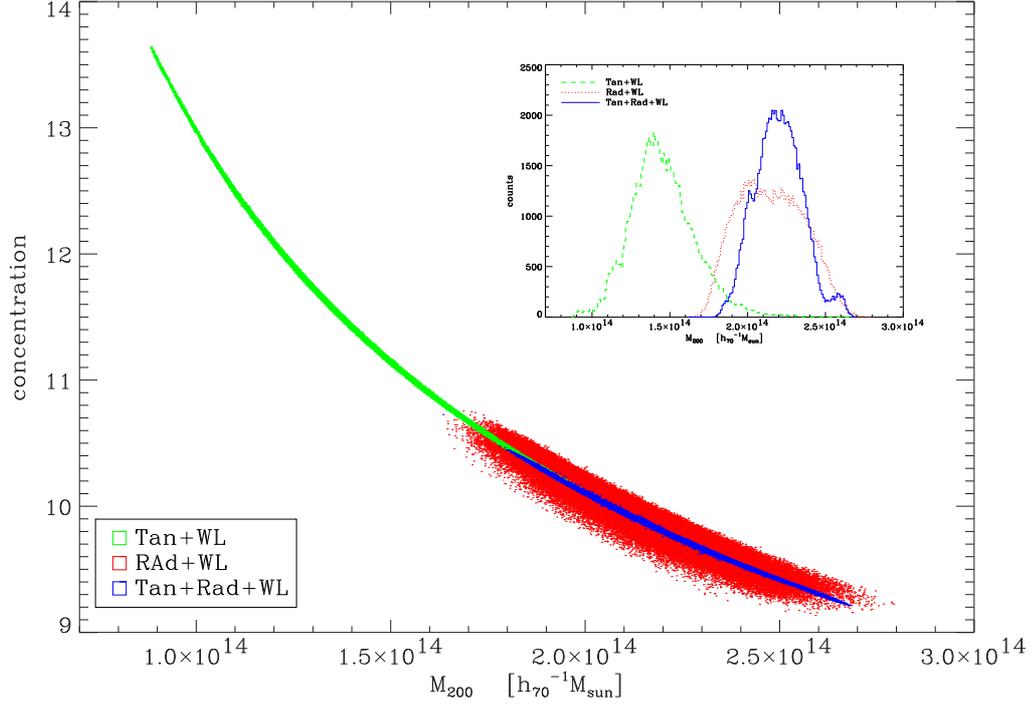


**Fig. 4.6:** *Gauche* : Profil radial de cisaillement  $\langle \epsilon_t \rangle(r)$  avec les profils “cusp” et NFW ajustés sur les données des images multiples. *Droite* : Profil radial de la composante rotationnelle  $\langle \epsilon_x \rangle(r)$  statistiquement consistant avec aucun signal.

champ de l’amas de galaxies CL0024+16 pour tester si le couple (arc tangentiel géant + cisaillement faible) permet de décider lequel d’un profil NFW ou d’un profil isotherme donne une meilleure description de la distribution de masse. Quoique clairessemées, ces images spatiales permettent selon ces auteurs de favoriser un profil NFW à grande distance. Typiquement, le profil de densité projeté est contraint jusqu’à environ  $5 h_{70}^{-1}$  Mpc. Sur ces échelles, les auteurs affirment que la pente externe du profil  $\rho \propto r^{-\beta}$  avec  $\beta \geq 2.4$ . Un profil isotherme est donc rejeté alors qu’un profil NFW avec  $M_{200} = (6.6 \pm 1.2) \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  et  $c = 22_{-5}^{+9}$  reproduit mieux les données. Cette conclusion est renforcée par l’utilisation conjointe de l’arc tangentiel et du cisaillement. Il est bon de remarquer que les analyses couplées cisaillement faible – arcs reposent sur une normalisation délicate des données cisaillement. Les arcs n’ont aucune raison d’être au décalage spectral moyen des galaxies d’arrière-plan. Pour comparer l’efficacité relative des lentilles sur ces différents plans source, il faut se ramener à un décalage spectral identique ( $z = \infty$  en général). La distribution en décalage spectral des sources et plus précisément la valeur moyenne  $\bar{w}$  du rapport  $w = D_{\text{ls}}/D_{\text{os}}$  interviennent donc directement dans le couplage arcs – cisaillement. Kneib et al. (2003) discutent peu cette source d’incertitude associée à la méconnaissance de  $\bar{w}$ . Ils supposent  $\bar{w} = 0.56 \pm 0.11$ , soit une incertitude de 20% sur la calibration du signal cisaillement faible qui peut sensiblement détruire une partie de l’information sur le profil densité. Cette tentative mérite néanmoins d’être renouvelée et, si possible, sur un amas qui ne présente pas comme CL0024+16 un alignement sur la ligne de visée de deux sous-structures en voie de fusion (Czoske et al. 2002).

Afin de mieux comprendre l’intérêt du couplage distorsions fortes au centre et cisaillement faible à la périphérie, j’ai représenté sur la figure 4.7 la distribution des éléments d’une chaîne de Markov pour la minimisation du  $\chi^2$  pour le modèle NFW. Je me concentre ici sur le couple des deux paramètres  $c - M_{200}$ . Je considère trois situations : on utilise le cisaillement faible et les deux arcs (Tan+Rad+WL), le cisaillement faible et seulement l’arc radial (Rad+WL) ou l’arc tangentiel (Tan+WL). Je n’ai pas représenté le cas où l’on ne dispose que du cisaillement faible car les paramètres sont dans ce cas trop faiblement déterminés et les points de la chaîne se répandent presque uniformément sur le graphe. Le couplage (Tan+WL) pourrait sembler être suffisant mais, en fait, les dégénérescences sont

telles que le couplage (Rad+WL) semble plus efficace pour réduire l'espace des paramètres autorisé. Typiquement, tous les modèles dans le domaine vert donnent la même masse dans le rayon de l'arc tangentiel, principale information fournie par un système tangentiel. Le système radial, quant à lui, introduit plutôt une information sur la pente du profil de masse au niveau de l'arc. Cette dernière information, couplée au cisaillement faible, donne le domaine tracé en rouge. Le domaine bleu caractérise le résultat final (Tan+Rad+WL).



**Fig. 4.7:** Dégénérescences dans les paramètres  $c - M_{200}$  du profil NFW. Sont représentés les éléments de trois chaînes de Markov. *en rouge* : (Rad+WL) on ne considère que le cisaillement faible et le système radial. *en vert* : (Tan+WL) idem avec le système tangentiel. *en bleu* : on considère toutes les contraintes (Rad+Tan+WL). Le système tangentiel présente une forte dégénérescence. Le système radial semble en fait plus efficace. Tout l'intérêt des arcs radiaux apparaît ici.

En conclusion, il apparaît judicieux d'exploiter les arcs radiaux pour déterminer le profil de densité dans les amas de galaxies. Le couplage entre la grande portée (mais un faible rapport signal/bruit) du cisaillement faible et la grande précision des distorsions fortes (mais une information assez locale) semble être une technique des plus prometteuses pour mesurer plus précisément le profil de densité des amas de galaxies sur quasiment trois ordres de grandeur allant de quelques kiloparsecs jusqu'à quelques megaparsecs.

## 4.4 Couplage distorsions fortes/faibles & dynamique

Il est possible de coupler l'utilisation d'informations dynamiques sur le profil de dispersion de vitesses des étoiles dans une galaxie cD au centre d'un amas avec les contraintes fournies par les arcs multiples. Miralda-Escudé (1995) a montré l'intérêt d'une telle association de données dans le cas de MS2137-23 sans toutefois disposer à cette époque des données spectroscopiques sur la cinématique des étoiles dans la cD centrale. Plus récemment, Treu & Koopmans (2002); Koopmans & Treu (2002, 2003); Treu & Koopmans (2004) (LSD) ont exploité ce couplage en mesurant la cinématique interne de galaxies elliptiques générant des images multiples de galaxies ou QSOs d'arrière-plan. Ceci permet, entre autres, de briser une certaine dégénérescence entre les contenus en matière noire et en étoiles des galaxies elliptiques lentilles. Il est ainsi possible, en principe, de dériver le profil de densité des halos de matière noire des galaxies et de donner de nouvelles informations sur le plan fondamental des galaxies elliptiques (voir aussi Rusin et al. 2003). Par ailleurs, Sand et al. (2002, 2004) (que je continuerai à abréger par S0204) ont adopté une approche similaire dans 6 amas à arcs multiples, dont MS2137-23. Leur travail semble montrer que le profil de densité au centre doit décroître moins vite qu'un profil NFW. Dans la section 4.2.3, j'ai mis en évidence l'ensemble des hypothèses dans leur traitement des données de distorsions fortes qui conduisent à ce résultat différent du notre. Dans la suite de cette section, je développe la méthode à suivre pour coupler plus efficacement la dynamique des étoiles aux données d'optique gravitationnelle.

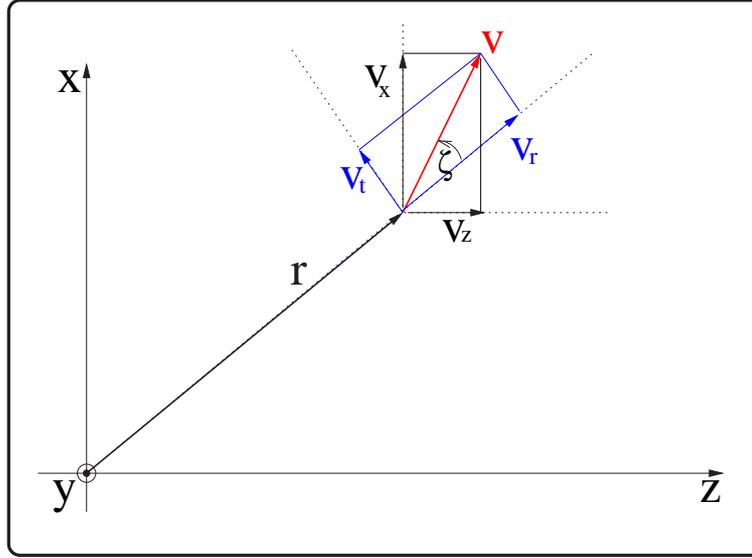
### 4.4.1 Dynamique des étoiles

Nous nous intéressons ici aux propriétés dynamiques des étoiles de la galaxie cD au centre de l'amas. Ces dernières sont des traceurs du potentiel gravitationnel global au même titre que les galaxies tracent le potentiel de l'amas dans les régions plus externes. Dans la suite,  $r$  sera la coordonnée radiale tridimensionnelle alors que  $R$  est le rayon projeté dans le plan du ciel. On choisit  $z$  le long de la ligne de visée comme représenté sur la figure 4.8. On suppose aussi que le système est à symétrie sphérique.

En général, on utilise l'équation de Jeans pour dériver le potentiel gravitationnel  $\Phi(r)$  (ou la distribution totale de masse  $M_{\text{tot}}(r)$ ) à partir de la densité de traceurs (ici identifiée à la distribution de lumière  $\rho_*$ ), de la vitesse quadratique radiale moyenne  $\overline{v_r^2}$  et du profil d'anisotropie  $\eta(r) = 1 - \frac{\overline{v_t^2}}{\overline{v_r^2}}$ . L'équation de Jeans s'écrit (Binney & Tremaine 1987) :

$$\frac{1}{\rho_*} \frac{d(\rho_* \overline{v_r^2})}{dr} + 2 \frac{\eta \overline{v_r^2}}{r} = - \frac{d\Phi}{dr} = - \frac{GM_{\text{tot}}}{r^2}. \quad (4.5)$$

L'étape suivante consiste à projeter cette équation selon  $z$  pour faire apparaître la dispersion de vitesse le long de la ligne de visée  $\sigma_{\text{los}}$  ( $v_{\parallel} = v_z$  est la vitesse selon  $z$ ). Mamon & Lokas (2004a,b), par exemple, donnent l'ensemble des relations nécessaires. Cette méthode est donc basée sur les moments de la distribution en vitesse  $p(R, v_{\parallel})$  à un rayon projeté  $R$ . Les analyses de la dynamique des galaxies font souvent l'hypothèse que  $p(R, v_{\parallel})$  est



**Fig. 4.8:** Schéma explicitant les notations pour les calculs de la distribution en vitesse des étoiles.  $z$  s'identifie à la ligne de visée. Dans le texte, je note aussi  $v_{\perp}^2 = v_x^2 + v_y^2$  et  $v_{||} = v_z$ . Pour plus de clarté, la figure représente le cas particulier où  $\mathbf{v}$  est dans le plan  $\widehat{xOz}$ .

une loi gaussienne de la forme

$$p(R, v_{||}) \propto \exp\left(-\frac{v_{||}^2}{2\sigma_{\text{los}}^2(R)}\right). \quad (4.6)$$

Si tel était le cas, le profil d'une raie d'absorption, dans une galaxie elliptique par exemple, serait une gaussienne convoluée par la largeur naturelle de la raie. Or, en général, la distribution de vitesse n'est pas gaussienne (van der Marel & Franx 1993). Par conséquent, il est important de faire les bonnes hypothèses sur la distribution  $p(R, v_{||})$  pour retrouver  $\overline{v_r^2}$  qui est la seule quantité que l'on peut légitimement introduire dans l'équation de Jeans.

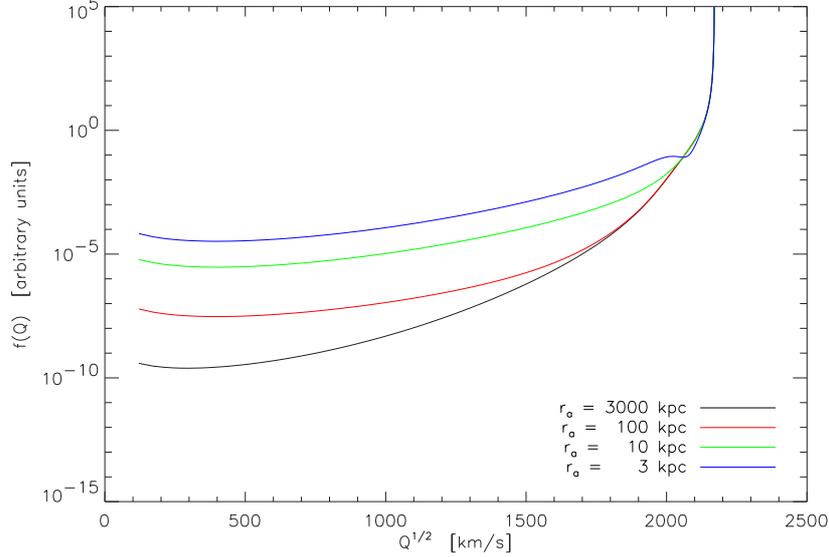
Nous nous proposons donc de calculer semi-numériquement  $p(R, v_{||})$  dans le cas d'une galaxie cD ayant des propriétés dynamiques décrites par un modèle d'Osipkov-Merritt (Osipkov 1979; Merritt 1985b). Introduisons les quantités communément utilisées telles que le potentiel réduit<sup>10</sup>  $\Psi(r) = \Phi(r_{\text{max}}) - \Phi(r)$ , l'énergie réduite  $\mathcal{E} = \Psi(r) - \mathbf{v}^2/2$ , le moment cinétique  $L$ , un rayon d'anisotropie  $r_a$  et une variable énergétique  $Q = \mathcal{E} - \frac{L^2}{2r_a^2}$ .  $r_{\text{max}}$  est le rayon maximum à partir duquel on considère que les étoiles sont gravitationnellement liées au système, c'est-à-dire qu'elles satisfont  $\mathcal{E} \geq 0$ . De façon générale, les orbites des étoiles sont plutôt isotropes pour  $r < r_a$  et radiales au-delà, de sorte que  $\eta(r) = \frac{r^2}{r^2 + r_a^2}$ . On se ramène au cas particulier d'un tenseur des vitesses isotrope lorsque  $r_a \rightarrow \infty$ .

Pour passer de la densité  $\rho_*$  et du potentiel  $\Psi$  à la fonction de distribution  $f(Q)$ , on utilise la formule d'Eddington (Binney & Tremaine 1987) :

$$f(Q) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left[ \int_0^Q \frac{d^2\tilde{\rho}_*}{d\Psi^2} \frac{d\Psi}{\sqrt{Q-\Psi}} + \frac{1}{\sqrt{Q}} \left( \frac{d\tilde{\rho}_*}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} \right]. \quad (4.7)$$

<sup>10</sup>qui vérifie l'équation de Poisson :  $\Delta\Psi = -4\pi G\rho_{\text{tot}}$ .

avec  $\tilde{\rho}_* = (1 + \frac{r^2}{r_a^2})\rho_*$ . L'équation (4.7) peut facilement s'intégrer numériquement. La figure 4.9 illustre le comportement de  $f(Q)$  lorsque l'anisotropie du tenseur des vitesses augmente (lorsque  $r_a$  décroît).



**Fig. 4.9:** Distribution  $f(Q)$  pour plusieurs valeurs du rayon d'anisotropie  $r_a$  dans le cas de MS2137-23. Le modèle du potentiel est le potentiel NFW déduit des distortions fortes (cf section 4.2). Nous avons supposé  $r_{\max} = 2 h_{70}^{-1}$  Mpc. On observe que lorsque l'anisotropie croît, plus de particules vont peupler des états avec une grande vitesse radiale  $Q \rightarrow 0$ .

On peut maintenant intégrer (4.7) selon  $z$  et  $v_{\perp}$  pour obtenir  $p(R, v_{\parallel})$  en se rappelant que

$$Q = \Psi(r) - \frac{v^2}{2} \left[ 1 + \frac{r^2}{r_a^2} \sin^2 \zeta \right], \quad (4.8)$$

où  $\zeta$  est l'angle polaire entre le rayon vecteur  $\mathbf{r}$  et le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  (voir figure 4.8). On peut donc écrire formellement :

$$p(R, v_{\parallel}) = 2\pi \int_{v_{\parallel}^2}^{2\Psi(R)} dv^2 \int_0^{z_m(v)} dz \int_{-1}^1 d(\cos \zeta) f(Q). \quad (4.9)$$

$z_m(v)$  est la valeur maximale possible de  $z$  et satisfait  $2\Psi(\sqrt{R^2 + z_m^2}) = v^2$ .

L'intégration numérique de (4.9) dans un temps raisonnable n'est possible que pour le cas isotrope où l'intégrale sur  $\zeta$  disparaît. Même dans le cas isotrope, l'intégration de (4.9) n'est pas une chose aisée. D'autant plus que  $p(R, v_{\parallel})$  déduit de (4.9) ne tient pas encore compte des conditions observationnelles dans lesquelles on enregistre un spectre de galaxie avec une résolution finie. Il faut en général convoluer le profil  $p(R, v_{\parallel})$  par la PSF de l'image et par la largeur de la fente de dispersion.

J'ai donc été amené à envisager une autre méthode d'intégration beaucoup plus efficace basée sur une technique de type Monte-Carlo. Elle s'inspire en partie des travaux de Kuijken & Dubinski (1994) et de Kazantzidis et al. (2004a). Nous avons créé

un échantillon simulé d'étoiles dans la galaxie cD. Elles sont distribuées radialement selon  $dp(r) \propto r^2 \rho_*(r) dr$ <sup>11</sup>. Il est de plus trivial de les répartir selon des coordonnées  $(x, y, z)$  telles que l'isotropie soit conservée. Chaque étoile est ensuite déplacée d'un mouvement aléatoire gaussien  $dx, dy$  de dispersion donnée par la PSF. Cela permet de simuler l'étalement du à la PSF. On peut restreindre  $y$  à être dans l'intervalle  $y \in [-\delta/2, \delta/2]$  avec  $\delta$  la largeur de la fente du spectrographe orientée selon  $x$ <sup>12</sup>. Les grandeurs déterminées jusqu'ici sont indépendantes du modèle de potentiel. Il suffit maintenant d'utiliser les relations (4.7) et (4.8) dans un algorithme du type “*acceptance-rejection*” (Press et al. 1992) pour attribuer une valeur de  $Q$  à chaque étoile. En effet, on peut écrire la densité de probabilité conditionnelle pour une étoile au rayon  $r$  :

$$\tilde{f}(Q|r) \propto f(Q) \sqrt{2(\Psi - Q)}. \quad (4.10)$$

Définissons l'orientation du vecteur vitesse telle que  $\mathbf{v} = v(\sin \zeta \cos \tau, \sin \zeta \sin \tau, \cos \zeta)$ <sup>13</sup>. Dans le cas anisotrope, la densité de probabilité de  $\zeta$  est :

$$\tilde{f}(\zeta|r) = \frac{1}{2} \frac{\sin \zeta}{\left[1 + \frac{r^2}{r_a^2} \sin^2 \zeta\right]^{3/2}}, \quad (4.11)$$

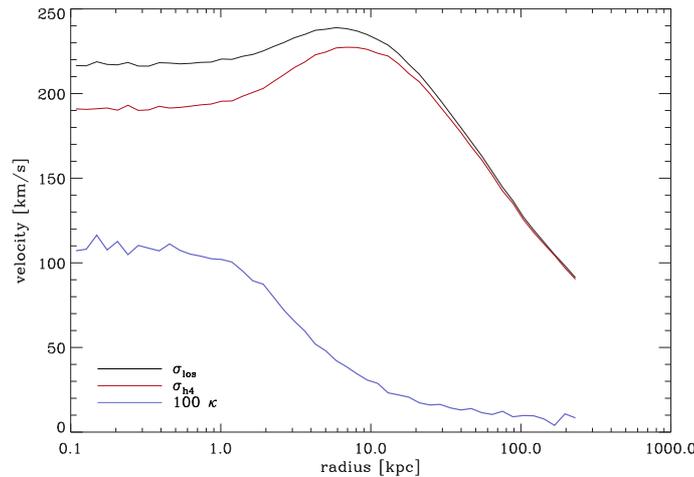
alors que  $\tau$  est évidemment distribué uniformément entre 0 et  $\pi$ . Une fois ces angles tirés aléatoirement, on peut enfin calculer  $v^2$  grâce à (4.8) et  $v_{||}$ . On aboutit à une série de couples  $(x_i, v_{||,i})$  qui échantillonnent  $p(x, v_{||})$ .

Pour comparer la distribution  $p(x, v_{||})$  à la loi gaussienne généralement admise, je définis une pseudo-dispersion de vitesse  $\sigma_{h_4}$  qui caractérise les écarts au premier ordre à une loi gaussienne. Elle se déduit du paramètre  $h_4$  de van der Marel & Franx (1993). Lorsque l'on ajuste un profil gaussien sur une raie qui ne l'est pas, à la place de la vraie dispersion de vitesse  $\sigma_{\text{los}}$ , on mesure  $\sigma_{h_4} = \frac{\sigma_{\text{los}}}{1 + \kappa/8}$ . La kurtosis (ou aplatissement)  $\kappa = \frac{\overline{v_{||}^4}}{v_{||}^2} - 3$  doit être nulle dans le cas gaussien. La figure 4.10 illustre le profil de dispersion de vitesse projetée  $\sigma_{\text{los}}$ , de vitesse  $\sigma_{h_4}$  et de kurtosis  $\kappa$  dans un cas typique d'une galaxie ayant un profil stellaire de Hernquist et un rapport M/L total constant  $M/L_B = 30$ . Le tenseur des vitesses est supposé isotrope. Dans le cas d'un halo de galaxie de masse  $M = 7 \times 10^{11} h_{70}^{-1} M_{\odot}$ , des différences entre  $\sigma_{\text{los}}$  et  $\sigma_{h_4}$  sont visibles près du centre. Elles décroissent et  $\sigma_{h_4}$  tend à s'aligner sur  $\sigma_{\text{los}}$  en même temps que la kurtosis tend vers zéro. Les non-gaussianités s'interprètent facilement comme la conséquence de l'existence d'une population d'étoiles se déplaçant à grande vitesse radiale et créant une queue importante dans la distribution des vitesses  $p(R, v_{||})$ . On s'attend à ce que ces effets soient d'autant plus importants que le potentiel gravitationnel est profond. Le cas particulier d'une galaxie cD plongée dans le potentiel d'un amas va donner des écarts à la gaussianité que je présente dans la section suivante.

<sup>11</sup>Si l'on connaît  $M_*(r)/M_*$  alors la fonction de répartition  $P(< r) = M_*(r)/M_*$ . Dans le cas de distributions en étoiles du type  $\rho_*(x) = x^{-\alpha}(1+x)^{\alpha-4}$ , on peut montrer que  $\hat{x} = \frac{u^{1/(3-\alpha)}}{1+u^{1/(3-\alpha)}}$  suit la distribution souhaitée, avec  $u$  distribué selon la loi uniforme  $\mathcal{U}[0, 1]$ . Le profil de Hernquist (resp. Jaffe) correspond au cas particulier  $\alpha = 1$  (resp. 2).

<sup>12</sup>Le cas d'une ouverture circulaire est évidemment traitable de la même manière.

<sup>13</sup>Dans le cas isotrope, l'orientation est indépendante du potentiel et peut donc être calculée en amont. Elle ne dépend pas de l'azimut  $\tau$ .

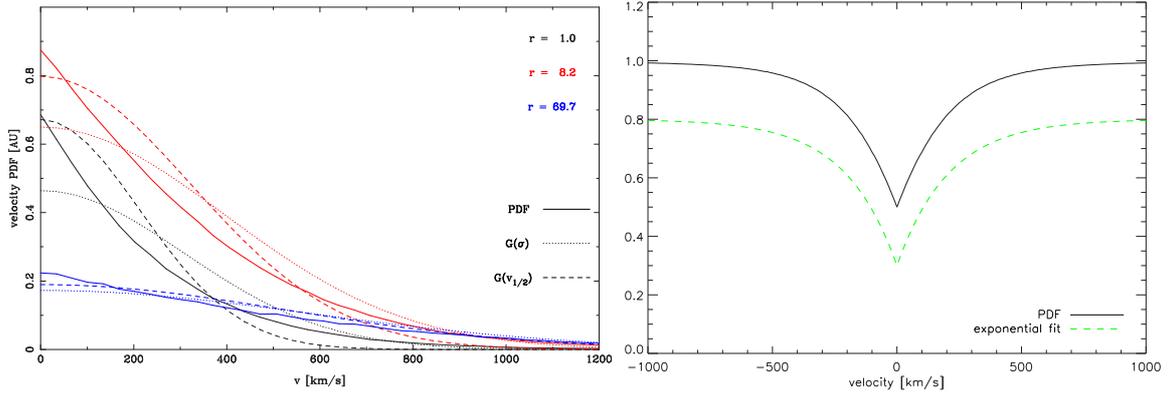


**Fig. 4.10:** Profils de dispersion de vitesse le long de la ligne de visée  $\sigma_{\text{los}}$ , de dispersion  $\sigma_{h_4}$  (voir texte) et de kurtosis  $\kappa$  (Attention l'échelle pour  $\kappa$  est dilatée d'un facteur 100!). Les étoiles suivent un profil de Hernquist  $r_{s,*} = 20 h_{70}^{-1}$  kpc. Le système est une galaxie de masse  $M = 7 \times 10^{11} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  selon un profil de Hernquist avec rapport M/L constant. Pour ces échelles de masse, on voit déjà apparaître des écarts à une distribution gaussienne, particulièrement vers le centre. L'erreur relative commise entre  $\sigma_{\text{los}}$  et  $\sigma_{h_4}$  est d'environ d'environ 10% au centre. Les conditions d'observations sont les suivantes : PSF :  $0.6''$  FWHM =  $2.8 h_{70}^{-1}$  kpc, largeur de la fente :  $\delta = 5.8 h_{70}^{-1}$  kpc =  $1.25''$ .

#### 4.4.2 Application à MS2137-23

Dans la suite de cette analyse, j'applique le même calcul de la fonction de distribution des vitesses  $p(R, v_{||})$  dans le cas des observations menées par S0204 dans l'amas MS2137-23. On s'attend à des écarts à une distribution gaussienne encore plus marqués que dans l'exemple de la galaxie de la section précédente. Il est important de les quantifier avant d'interpréter dynamiquement les données cinématiques. S0204 ont observé au Keck le spectre de la galaxie cD de MS2137 et reportent le *profil radial de dispersion de vitesse* qu'ils ont tenté d'interpréter comme une contrainte sur la distribution de masse dans l'amas. Il faut noter que S0204 ne rapportent pas de détection d'écart des profils de raies à une gaussienne. Une telle mesure est délicate et généralement observable sur des spectres à très haut rapport signal/bruit (van der Marel & Franx 1993; Rix & White 1992). En partant des meilleurs modèles NFW et “*cusp*” déduits de l'analyse des distorsions fortes, je calcule le profil de distribution en vitesse  $p(R, v_{||})$  en reproduisant les conditions d'observations de S0204, à savoir une PSF de largeur  $0.6$  arcsec FWHM et une fente de spectrographe de largeur  $\delta = 1.25''$ . Il est important de noter que je ne réalise ici aucun ajustement sur les données cinématiques. Je ne fais que projeter les résultats de notre analyse “*lentille*” sur des observations cinématiques.

Les résultats de différents calculs de  $p(R, v_{||})$  sont résumés sur les figures 4.11 et 4.12. Dans le cas du modèle NFW, j'ai représenté la distribution en vitesse  $p(R_i, v_{||})$  pour trois rayons  $R_i = 1, 8, 70 h_{70}^{-1}$  kpc sur le panneau de gauche de la figure 4.11. Le tenseur des vitesses est pour le moment supposé isotrope. Pour comparaison, j'ai aussi tracé des distributions gaussiennes ayant la même dispersion ou la même largeur à mi-hauteur.



**Fig. 4.11:** *Gauche* : (trait plein) tracé de  $p(R_i, v_{ii})$  pour trois valeurs  $R_i = 1, 8, 70 h_{70}^{-1}$  kpc (noir, rouge, bleu respectivement). Sont superposées des distributions gaussiennes ayant la même dispersion de vitesse (pointillés) et la même largeur à mi-hauteur (tirets). On voit nettement que les distributions ne sont pas gaussiennes. Les écarts réduisent lorsque  $R$  augmente. Nous avons utilisé le modèle NFW déduit de la modélisation des arcs multiples. Les conditions d’observation de S0204 (*seeing* 0.6” FWHM, et largeur de la fente du spectrographe :  $\delta = 1.25'' = 5.8 h_{70}^{-1}$  kpc) sont reproduites. *Droite* : Pour ces mêmes conditions, élargissement Doppler d’une raie d’absorption infiniment finie. Nous avons intégré toute la lumière dans les 2 kiloparsec les plus centraux. La distribution  $p(R < 2 h_{70}^{-1}$  kpc,  $v_{ii})$  est bien approximée par une loi exponentielle plutôt que par une loi gaussienne.

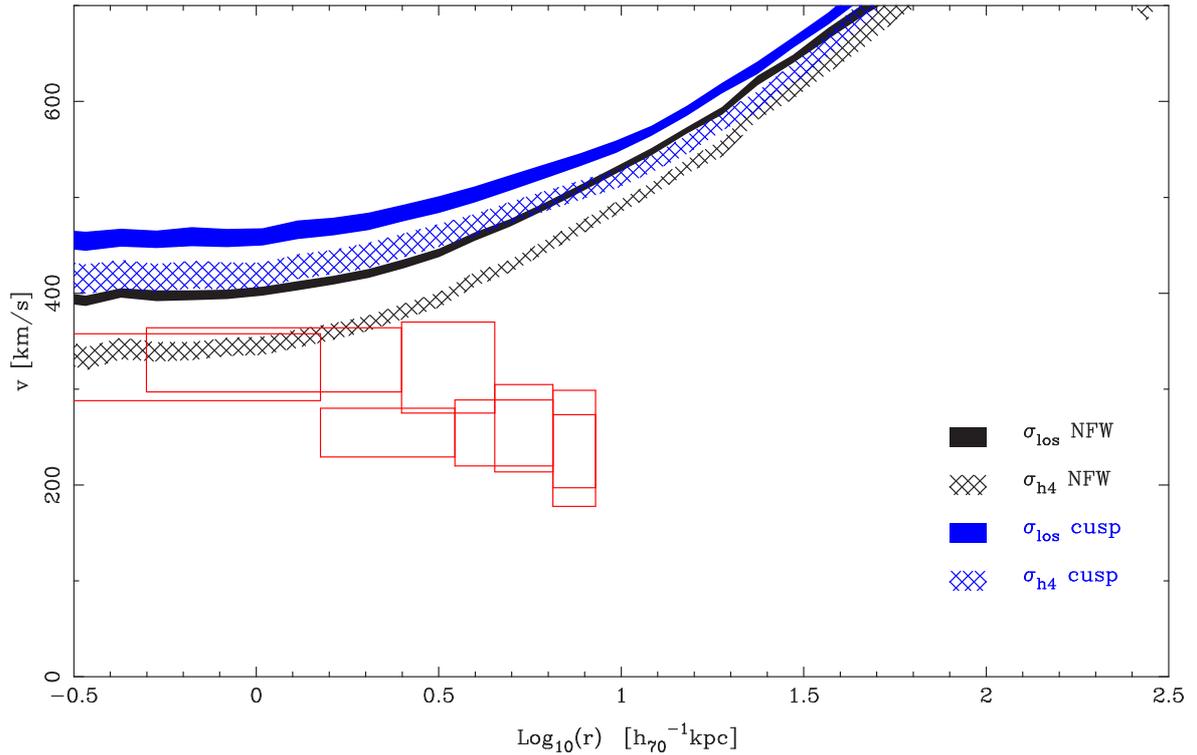
On voit clairement que des écarts à une distribution gaussienne (ou maxwellienne) sont importants. Ces écarts décroissent lorsque  $R$  augmente. Sur la partie de droite, j’ai tracé le profil d’une raie d’absorption tel qu’on l’observerait dans les 2 kiloparsecs les plus centraux. J’ai aussi tracé un profil de raie exponentiel de la forme :

$$p(v_{ii}) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|v_{ii}|}{\sigma}\right). \quad (4.12)$$

Il semble que l’ajustement d’un tel profil donne une meilleure estimation de la dispersion de vitesse vraie  $\sigma$  que l’ajustement d’un profil gaussien.

La figure 4.12 appelle plusieurs commentaires. Nous avons représenté le profil radial de dispersion de vitesse  $\sigma_{\text{los}}(R)$  et de pseudo-dispersion de vitesse  $\sigma_{h_4}(R)$  dans le cas des modèles NFW et “*cusp*” déduits de la modélisation des arcs. Dans tous les cas, on observe d’importants écarts entre les profils  $\sigma_{\text{los}}$  et  $\sigma_{h_4}$  ( $\gtrsim 15\%$ ). Il est intéressant de remarquer que, malgré la similitude des modèles entre 10 et  $200 h_{70}^{-1}$  kpc, des différences sensibles dans la dispersion de vitesse existent pour  $R \lesssim 20 h_{70}^{-1}$  kpc. C’est principalement du au fait que même si les profils de masse projetés sont comparables entre les deux modèles, les profils de masse tridimensionnels peuvent présenter quelques écarts qui se traduisent par des différences de dispersion de vitesse<sup>14</sup>. Le couplage des contraintes de type lentille gravitationnelles et des données dynamiques peut donc briser des dégénérescences. La largeur des courbes  $\sigma_{\text{los}}(r)$ ,  $\sigma_{h_4}(r)$  et de kurtosis est caractéristique des incertitudes sur la modélisation des arcs. Elles sont spectaculairement plus petites que les erreurs sur les mesures cinématiques de S0204 (rectangles rouges dans la figure 4.12). Par conséquent,

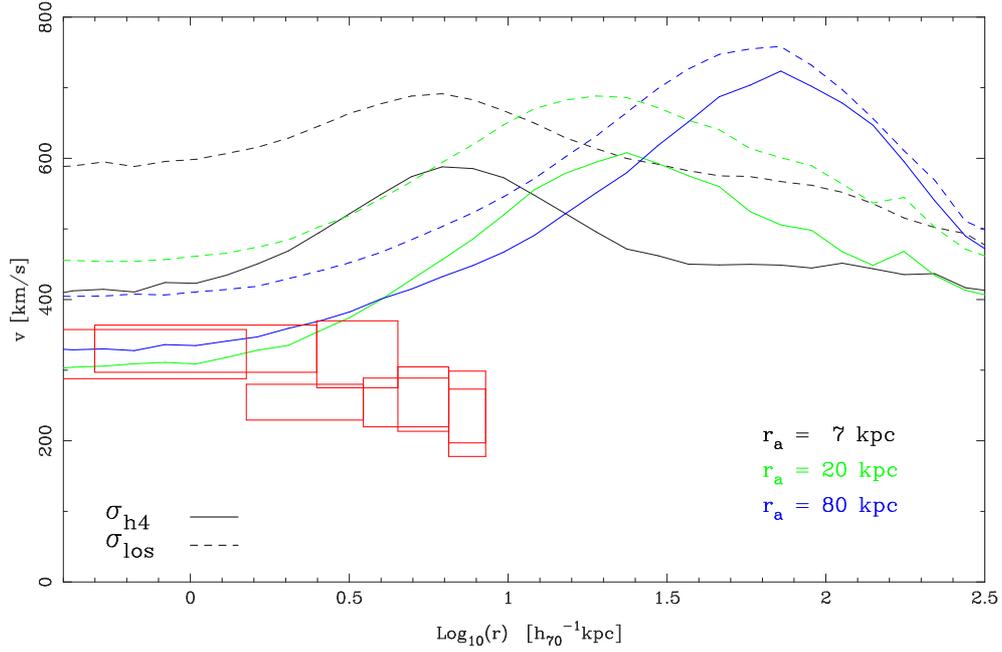
<sup>14</sup>Rappelons que la dispersion de vitesse se comporte sensiblement comme la vitesse de rotation circulaire  $v_c = \sqrt{GM(r)/r}$ .



**Fig. 4.12:** Profils de vitesse pour un cas de tenseur des vitesses **isotrope**. *En noir* : vitesses déduites de l’ajustement d’un modèle NFW aux données “lentilles” seulement (paramètres du tableau 4.1). *En bleu* : les mêmes résultats pour le meilleur modèle “cusp”. La largeur des courbes  $\sigma_{1os}(r)$  et  $\sigma_{h4}(r)$  est caractéristique des incertitudes sur le modèle de lentille. On voit au passage que les erreurs statistiques issues de la modélisation des arcs sont faibles ! Les courbes  $\sigma_{1os}(r)$  (remplissage plein) et  $\sigma_{h4}(r)$  (hachures) sont différentes pour un même modèle de distribution de masse (écarts relatifs de 10 à 25%). Cela met clairement en évidence les écarts important à une distribution  $p(R, v_i)$  gaussienne. J’ai aussi tracé les données de S0204 (rectangles rouges). Dans l’approximation de premier ordre du formalisme de van der Marel & Franx (1993), les courbes  $\sigma_{h4}(r)$  (et non les courbes  $\sigma_{1os}(r)$ ) devraient correspondre à leurs mesures. Sans ajustement sur les données cinématiques, la projection de l’ajustement “lentille” du modèle NFW est relativement satisfaisante.

on s’attend à ce qu’un ajustement des modèles ne réduise pas significativement les incertitudes sur les paramètres mais qu’il permette d’exclure une classe de profils ou une autre. Il reste cependant à déterminer quelle quantité ( $\sigma_{1os}$  ou  $\sigma_{h4}$  ou autre-chose ?) peut-on légitimement tenter d’ajuster sur les données de S0204. Sur la figure 4.12 on voit clairement que les résultats seront différents si l’on considère l’une ou l’autre. S0204 n’ont pas tenu compte des non-gaussianités. Leur mesure est certainement biaisée. Il est même plus probable qu’ils aient mesuré une quantité proche de  $\sigma_{h4}$  mais qu’ils l’aient identifiée à  $\sigma_{1os}$ . Les courbes  $\sigma_{h4}$  déduites des modèles NFW et “cusp” isotropes sont raisonnablement en accord avec les mesures de S0204 sans qu’il ait été nécessaire d’ajuster les paramètres du modèle. Ce travail reste à faire mais on peut s’attendre à ce qu’en jouant sur les valeurs du rapport M/L stellaire, sur la pente du profil de matière noire, etc, on pourra trouver un modèle satisfaisant pour les données de S0204.

Jusqu’ici, nous avons supposé le tenseur des vitesses isotrope ( $r_a = \infty$ ). La figure 4.13 montre le profil de pseudo-dispersion de vitesse  $\sigma_{h4}(R)$  pour le modèle initial NFW



**Fig. 4.13:** Profils radiaux de vitesse  $\sigma_{\text{los}}(r)$  (tirets) et  $\sigma_{h_4}(r)$  (traits continus) pour le modèle NFW. Je considère ici trois rayons d’anisotropie  $r_a = 7, 20$  et  $80 h_{70}^{-1}$  kpc (noir, vert, bleu respectivement). Dans le cas d’orbites fortement radiales, les différences entre  $\sigma_{\text{los}}$  et  $\sigma_{h_4}$  sont importantes. Le modèle NFW déduit des arcs ne reproduit pas mieux les données cinématiques de S0204 avec un tenseur des vitesses anisotrope.

en considérant successivement des rayons d’anisotropie  $r_a = 7, 20$  et  $80 h_{70}^{-1}$  kpc. On voit qu’un rayon d’anisotropie fini n’améliore pas la qualité de l’ajustement des données cinématiques de S0204 avec le modèle NFW directement déduit de la modélisation des arcs. En particulier, une valeur de  $r_a$  inférieure à une vingtaine de kiloparsecs semble exclue. Cela favorise des orbites isotropes, en accord avec les observations à bas décalage spectral de profils de vitesse de Dressler (1979) dans la galaxie cD A2029 et plus récemment de Kelson et al. (2002) dans NGC6166. Lorsque la procédure d’ajustement sur les données cinématiques sera opérationnelle, on pourra simultanément déterminer le profil de densité (déjà majoritairement contraint par les arcs) et le profil d’anisotropie. Il serait intéressant de savoir si, à décalage spectral intermédiaire  $z \sim 0.3$ , les propriétés dynamiques des galaxies cD sont différentes des mesures locales de Dressler (1979) et Kelson et al. (2002). Les conséquences sur l’origine dynamique des galaxies cD seraient intéressantes (Dressler 1979; Lin & Mohr 2004). Notamment, on avance plusieurs hypothèses parfois contradictoires : fusion rapide de galaxies moins massives (Merritt 1985a; Dubinski 1998), cannibalisme par chute des galaxies les plus lourdes (friction dynamique) au centre de l’amas (Hausman & Ostriker 1978), formation stellaire dans les courants de refroidissement (Cowie & Binney 1977), etc... Il est bon remarquer qu’une extension souhaitable de ce travail serait de chercher des familles de modèles dynamiques  $f(\mathcal{E}, L)$ , différents des modèles Osipkov-Merritt, mais donnant des profils d’anisotropie plus lisses (Mamon & Lokas 2004b).

## 4.5 L'image de cœur dans MS2137-23

La section 4.4.1 a présenté la dynamique des étoiles au centre des galaxies cD d'amas comme une source d'information complémentaire des distorsions gravitationnelles fortes. Moyennant les précautions exposées plus haut, on peut obtenir des contraintes puissantes sur la densité dans les régions les plus centrales. Durant ma thèse, j'ai aussi étudié la possibilité d'utiliser une classe particulière d'images gravitationnelles que certains modèles prédisent dans les régions centrales des lentilles. On les qualifie généralement de “*core images*” ou “*odd images*”. Le premier qualificatif est du au fait qu'on attend ces images au centre des lentilles. On peut démontrer que tout potentiel d'une lentille non singulière crée un nombre impair d'images (Burke 1981; Schneider et al. 1992). L'une des  $2N + 1$  images multiple est située sur un maximum du décalage temporel au voisinage de l'axe optique. Elle est en général très désamplifiée, donc difficilement observable. De plus, elle est souvent masquée par la présence d'une galaxie déflectrice beaucoup plus brillante. A ce jour, aucune observation ferme d'une telle image n'est connue, que la source responsable de l'image soit une galaxie ou un quasar brillant. Keeton (2003) fait un exposé sur la possibilité d'observer des images de cœur dans des galaxies elliptiques lentilles.

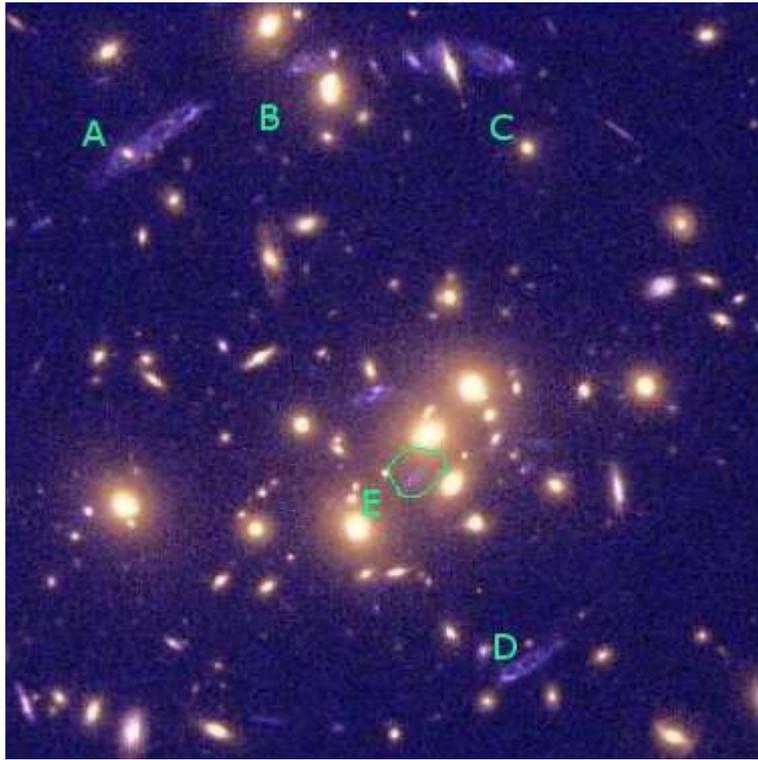
Les amas de galaxies ont souvent une structure trop complexe pour que l'existence et l'amplification de l'image centrale donnent des indications fortes sur le profil de densité au centre. CL0024+16 donne un exemple d'une telle image de cœur (image E dans la figure 4.14). Dans cette configuration, son amplification dépend de la présence des galaxies voisines et de la définition relativement incertaine du centre du potentiel. CL0024 n'est pas un candidat idéal pour exploiter l'image de cœur.

Dans G03, nous faisons état d'une possible détection de l'image de cœur associée au système tangentiel de MS2137-23. La plupart des modèles de lentilles que j'ai pu établir pour les arcs prédit une telle image que je nommerai par la suite la 5ème image du système tangentiel<sup>15</sup>. L'amplification et la position de cette image sont sensiblement variables d'un modèle à l'autre  $\mu_5 \lesssim 0.2$  et  $\theta_5 \lesssim 1$  arcsec. Connaître précisément la position, la forme et le flux de la 5ème image serait évidemment d'un grand intérêt pour compléter notre analyse du profil de densité dans l'amas jusque dans les régions les plus centrales  $r \approx 1$  kpc.

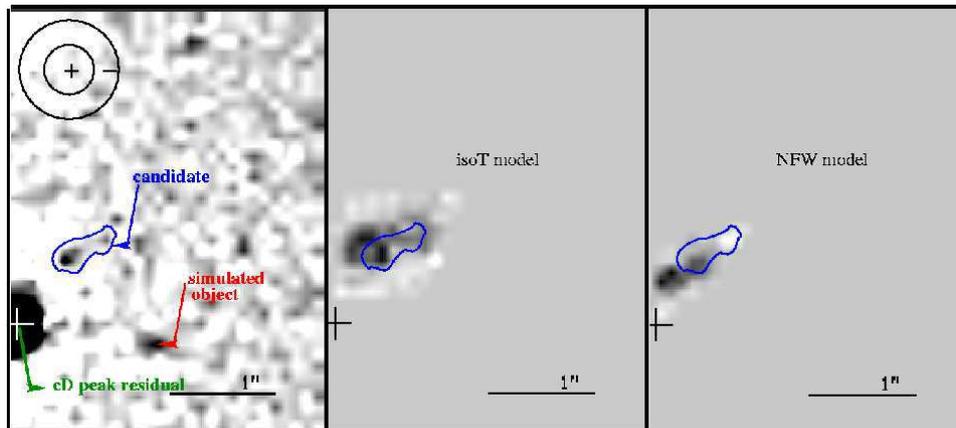
On peut voir sur le panneau en bas à droite de la figure 4.1 que la position de la 5ème image prédite par un modèle NFW est très proche du centre de la galaxie cD. Pour observer la 5ème image il faut donc soustraire le continu de la galaxie d'avant-plan. J'ai essayé plusieurs méthodes : ajustement d'un modèle de brillance de surface (type Sersic), filtrage passe-haut avec filtres gaussiens ou compensés (types chapeau mexicain). Cette dernière technique donne les meilleurs résultats. Le résidu est représenté sur la figure 4.15. Parmi les pics de bruit, un candidat avec un rapport signal/bruit d'environ 2 - 3 se situe approximativement à la position attendue par les modèles. Sur les deux panneaux du centre et de droite, je montre la forme et la position de la 5ème telle qu'elle est prédite par les modèles isothermes adoucis et NFW proposés dans G03<sup>16</sup>. Noter que ce candidat

<sup>15</sup>A01,A02,A2,A4 constituant les quatre autres. Voir figure 4.1.

<sup>16</sup>Noter que ces modèles étaient alors moins élaborés que ceux que je présente à la section 4.2. Notamment, nous n'avions pas tenu compte de la composante stellaire pour construire les images sur la figure



**Fig. 4.14:** Configuration d'images multiples du système d'arc tangentiel ABCDE (dit arc de cusp) dans l'amas de galaxies CL0024+16. L'image E est un candidat d'image de cœur. Elle est quelque peu atypique dans le sens que le centre du potentiel est mal défini et la présence de multiples galaxies elliptiques au centre complique son analyse. L'image composite HST fait environ une minute d'arc de côté. L'amas est à  $z_l = 0.39$  et la source à  $z_s = 1.675$ .



**Fig. 4.15:** *Gauche* : Résidu d'un filtrage compensé du centre de la galaxie cD de MS2137-23. On voit apparaître avec un rapport signal/bruit d'environ 2 - 3 un pic localisé là où l'on attend la cinquième image associée au système d'arc tangentiel. Sur le panneau *du centre* (resp. *de droite*), on voit la position et la forme de la 5ème image telle qu'elle est prédite par un modèle de lentille isotherme adoucie (resp. NFW). Pour estimer la robustesse de notre détection, nous avons immergé des images simulées dans la galaxie cD et nous essayé de les retrouver par la même méthode. Un exemple de résidu est visible sur la gauche. Après traitement (soustraction de la cD, filtrage...), le candidat arc a donc l'aspect attendu. Ce qui est un argument en faveur de la détection.

5ème image est unique dans le sens qu’il constitue la première détection possible d’une image de cœur au centre d’une galaxie d’amas. Le rapport signal/bruit étant faible, nous avons proposé une observation spatiale au HST en bande U ou B<sup>17</sup> afin de confirmer ou d’infirmer la mesure. Il est bon de remarquer que même une limite supérieure sur la détection de cette image est une information importante pour la modélisation du profil de densité autour de  $r \approx 1 h_{70}^{-1}$  kpc. Pour le moment, nous pouvons seulement dire que la position observée de la 5ème image favorise un cœur relativement plat dans le profil de densité. Notons aussi que la possibilité d’observer la 5ème dépendra des propriétés de transparence de la lentille aux longueurs d’onde visibles. On observe en général peu de gaz et de poussières dans les galaxies elliptiques et les cD. Cependant, l’extinction due à la cD peut changer l’amplification effective de la 5ème image ou même l’absorber complètement...

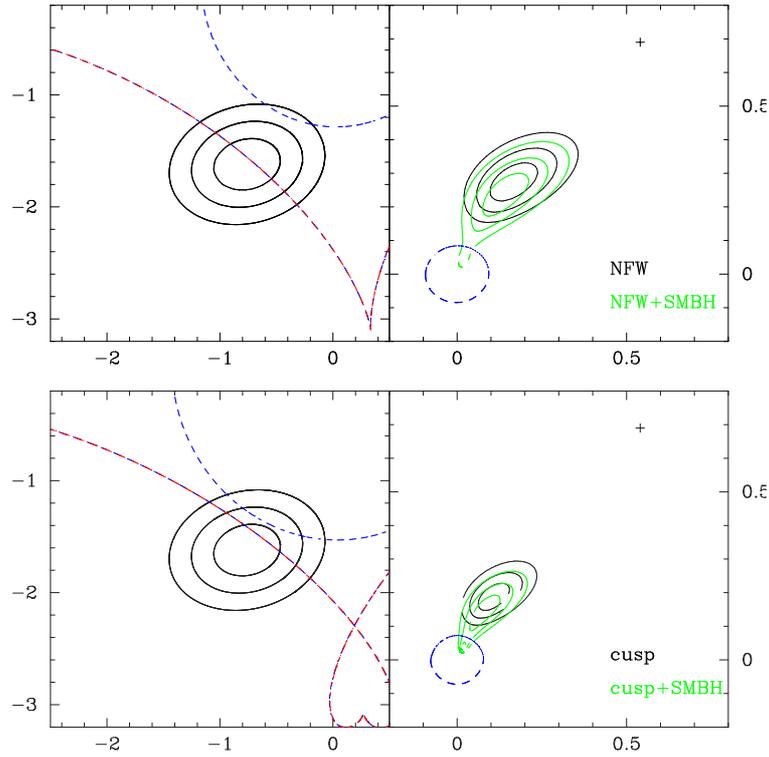
La figure 4.16 montre les différences attendues dans la cinquième pour les modèles “*cusp*” et NFW des sections précédentes. A titre illustratif, j’ai aussi considéré l’effet d’un trou noir supermassif au centre pour chacun des profils. La présence d’un trou noir ne change significativement les résultats sur la cinquième image qu’au-delà de  $1.4 \times 10^{10} h_{70}^{-1} M_{\odot}$ . Cette limite est rassurante car dans une telle cD, on ne s’attend pas à trouver un trou noir supermassif de plus de quelques  $10^9 h_{70}^{-1} M_{\odot}$ . Ces deux modèles prédisent une 5ème image plus près du centre que la position observée du candidat (représenté par une croix en-haut à droite du plan image). Le profil “*cusp*” prévoit une image encore plus proche du centre et plus démagnifiée. On a  $\mu_{cusp} \approx 0.02$  et  $\mu_{NFW} \approx 0.03$ . On voit l’importance d’une validation fiable de l’existence de la 5ème image car, indépendamment de données dynamiques telles que l’anisotropie des orbites, elle permettrait de discriminer entre un modèle “*cusp*” et NFW. Si l’on confirme qu’elle est située aussi loin du centre que notre candidat, cela imposerait une limite supérieure forte sur la masse totale dans le kiloparsec central. Aucun des deux modèles “*cusp*” ou NFW ne serait compatible avec cette image qui favoriserait un profil avec un cœur relativement plat.

## 4.6 Discussion

Ce chapitre a montré les grandes potentialités mais aussi les difficultés de mise en œuvre de la modélisation des lentilles gravitationnelles pour sonder le profil de densité des halos de matière noire. Mon exposé s’est principalement focalisé sur les amas de galaxies en présentant les différentes sources d’information utiles et en détaillant les étapes de la modélisation. L’objectif précis était de voir dans quelle mesure les données observées dans l’amas de galaxies MS2137-23 étaient compatibles avec les profils universels du type NFW qui émergent des simulations cosmologiques. Nous avons été guidés dans notre choix d’amas par l’extraordinaire richesse d’information présente dans MS2137-23. En particulier, nous disposons de données cisaillement faible dans un rayon  $r \leq 1 h_{70}^{-1}$  Mpc, d’arcs multiples entre 10 et 200 kiloparsecs, de mesures de cinématique interne des étoiles

4.15

<sup>17</sup>pour augmenter le contraste entre l’image plutôt bleue et la galaxie cD plutôt rouge. Voir figure 4.1 et la distribution spectrale en énergie dans la figure 4.2.



**Fig. 4.16:** *Haut* : Reconstruction de la 5ème image déduite du modèle NFW. Le plan image est à droite et le plan source à gauche. En noir la source et sa 5ème image associée. En rouge les lignes critiques et caustiques pour ce modèle. Bien que l'échelle du plan image soit dilatée par rapport au plan source, on peut s'apercevoir de l'effet de désamplification qui rend l'image plus petite que la source. J'ai superposé les prédictions pour la 5ème image dans le cas où l'on ajoute un trou noir supermassif de masse  $M_{\text{BH}} = 1.4 \times 10^{10} h_{70}^{-1} M_{\odot}$ . La source est évidemment inchangée (toujours en noir) et l'image en vert subit une déformation radiale additionnelle. Le trou noir crée une nouvelle ligne caustique - critique en bleu. Il crée aussi une nouvelle image près du centre et de l'autre côté de la nouvelle ligne critique. La position du pic candidat est représentée par un signe + en haut à droite du plan image. *Bas* : Idem pour le modèle "cusp". On observe une différence notable entre les prédictions des deux modèles. L'amplification du premier est  $\mu_{\text{NFW}} = 0.03$  et celle du second est  $\mu_{\text{cusp}} = 0.02$ . L'addition d'un trou noir ne change pas sensiblement les propriétés globales de ces cinquièmes images.

au centre de la galaxie cD ( $r \leq 10 h_{70}^{-1}$  kpc) et enfin d’une possible image gravitationnelle, dite de cœur, dont la détection est encore incertaine mais qui permet de contraindre la masse projetée à l’intérieur des cinq kiloparsec les plus centraux.

J’ai insisté sur la puissance des mesures associées aux deux systèmes d’arcs multiples dont un système radial (près d’un ordre de grandeur supérieure à n’importe quelle autre technique). Ce dernier permet de restreindre fortement la gamme des modèles possibles. En effet, nous avons montré que, contrairement aux résultats de S0204, le halo de matière noire de l’amas est tout à fait consistant avec un profil universel NFW entre  $10 h_{70}^{-1}$  kpc et  $1 h_{70}^{-1}$  Mpc. Dans ce chapitre, j’ai expliqué les raisons de ce désaccord. On se rend ainsi compte des paramètres clef dans la modélisation d’un amas. Les effets systématiques liés aux choix de la méthodes sont plus importants que les erreurs de mesures. Même pour notre étude, il est bon de rester prudent sur les conclusions de l’analyse<sup>18</sup>. Nous avons donc conduit deux modélisations en parallèle : un modèle NFW et un modèle plus générique que nous avons appelé “*cusp*” dont les pentes interne et externe de son profil sont traitées comme des paramètres libres. Ainsi, nous avons pu vérifier que le meilleur ajustement des deux modèles donne un profil de densité projetée comparable sur la zone des arcs. Broadhurst et al. (2004) ont mené une modélisation “semi-paramétrique” de l’amas de galaxies A1689 grâce à des observations très profondes réalisées avec la caméra ACS du HST (cf figure 2.2). Ils montrent que cet amas est bien modélisé par un profil NFW et trouvent aussi un paramètre de concentration relativement élevé  $c = 8.2^{+2.1}_{-1.8}$  en excellent accord avec notre modèle de MS2137-23 qui est, par ailleurs, consistant avec les données CHANDRA de Allen et al. (2001).

Aux plus petites échelles près du centre de l’amas, la dynamique des étoiles dans la galaxie cD fournit des informations additionnelles intéressantes. Il est cependant délicat de les interpréter rigoureusement. Nous avons calculé l’amplitude du biais  $\sigma_{\text{los}} \rightarrow \sigma_{h_4}$  dans le profil de dispersion de vitesse car la fonction de distribution  $p(R, v_{||})$  n’est pas gaussienne. A partir de ces informations, il est possible de sonder les régions les plus centrales de l’amas  $r \lesssim 10 h_{70}^{-1}$  kpc. Le profil de densité NFW déduit des distorsions multiples est relativement consistant avec les données cinématiques de S0204 mais il nous reste encore à explorer plus quantitativement la qualité des ajustements de modèles. Au lieu de fournir un contre-exemple embarrassant pour le CDM, comme avancé par S0204, l’amas de galaxies MS2137-23 montre au contraire toute une série d’indications plutôt en accord avec le profil universel NFW. Il est vrai qu’un profil plus piqué en  $r^{-1.5}$ , type Moore et al. (1998), semble plus difficilement conciliable avec les systèmes d’arcs multiples de MS2137-23. Toutefois les simulations numériques ont encore un faible pouvoir prédictif sur les échelles  $r \leq 10$  kpc dans le cas de halos de la taille d’un amas de galaxies. Quand bien même ces échelles seraient résolues dans des simulations de matière noire, ces dernières sont encore loin d’inclure tous les processus de la physique complexe des baryons, des étoiles et des galaxies cD (voir aussi la discussion de Dalal & Keeton (2003) à ce sujet). Par conséquent, il est impossible de déterminer le profil de matière noire au centre des amas sans faire d’hypothèses sur le contenu en baryons (prior sur le rapport M/L stellaire

---

<sup>18</sup>Par exemple, nous avons “absorbé” la composante de gaz en supposant que son profil suivait celui de la matière noire dans un rapport d’amplitude d’environ 17%.

par exemple). Le couplage lentilles - dynamique permet en principe de briser certaines dégénérescences et d'accéder au profil d'anisotropie des orbites stellaires  $\eta(r)$ . On peut ainsi espérer en tirer une information sur les processus de formation des galaxies cD (Lin & Mohr 2004).

La figure 4.4 montre qu'au-delà d'un megaparsec (sensiblement le rayon de viriel) des écarts mesurables peuvent apparaître entre les modèles NFW et “*cusp*”. Ce dernier a une pente externe asymptotique  $\rho \propto r^{-2.26^{+0.22}_{-0.14}}$  alors que le profil NFW décroît comme  $r^{-3}$  à grand rayon. L'utilisation des données de cisaillement faible permet en théorie de sonder le profil de densité bien plus loin que le rayon typique des arcs. Dans le cas de MS2137-23, notre champ est malheureusement trop petit pour que le cisaillement faible apporte une information pertinente. On ne peut que confirmer que le couplage cisaillement faible – arcs multiples semble être un outil puissant pour contraindre le profil de densité d'un amas individuel. Comme nous l'avons mentionné à la section 4.3, le couplage “*strong/weak lensing*” dépend néanmoins d'une bonne connaissance de la distribution en décalage spectral des sources. Une analyse statistique du profil de plusieurs amas de galaxies, basée sur un catalogue homogène de sources, s'affranchit de ce problème de calibration relative (*e.g.* Dahle et al. 2003). Il faut aussi signaler qu'une approche statistique pour mesurer le profil de densité à grande distance dans un grand nombre d'amas a l'avantage de réduire le problème de la variance cosmique qui peut être une source d'erreur importante sur un amas unique (Hoekstra 2003).

En conclusion, il semble que nous sommes loin d'avoir épuisé nos capacités d'investigation d'un halo d'amas comme MS2137-23. Il serait intéressant de compléter ce travail en introduisant rigoureusement les données dynamiques dans mon programme de modélisation de lentilles pour calculer un  $\chi^2$  global à minimiser (cf annexe C). Cette opération est quasiment terminée et devrait bientôt livrer ses résultats. Encore du côté de la modélisation, il serait intéressant de chercher à ajuster un modèle de profil universel plus récent (Navarro et al. 2004)<sup>19</sup> bien que les propriétés dans les régions centrales ne soient que légèrement différentes du profil NFW classique (Navarro et al. 1997). D'un point de vue observationnel, nous avons déjà abondamment mentionné l'importance de chercher précisément la 5ème image dans une image spatiale en bande U ou B. Enfin, il serait aussi déterminant d'étendre la portée des mesure de cisaillement faible. Pour cela, il faudrait observer jusqu'à un rayon d'environ  $3 - 4 h_{70}^{-1}$  Mpc (*i.e.* un champ d'environ  $30' \times 30'$ ) pour pouvoir déterminer plus efficacement la pente externe du profil.

Dans ce travail de thèse, je me suis concentré sur l'étude du profil radial de densité des amas. Jusqu'ici, nous n'avons pas vraiment discuté la possibilité de caractériser la distribution de masse dans les zones centrales des galaxies ( $r \lesssim 10$  kpc) en utilisant les arcs (ou quasars) multiples. L'étude de l'amas MS2137-23 nous a montré qu'il est possible d'accéder au contenu en matière noire des galaxies (une galaxie cD, en l'occurrence). En utilisant la cinématique des nébuleuses planétaires à la périphérie de galaxies elliptiques proches ( $r \lesssim 10 R_e$ ), Romanowsky et al. (2003) et Peng et al. (2004) ont pourtant observé que la contribution de la matière noire est très faible au centre de ces galaxies. Cela semble élever un nouveau désaccord avec les résultats des simulations numériques

<sup>19</sup>de la forme  $\ln(\rho(r)/\rho_{-2}) = -\frac{2}{\alpha}((r/r_{-2})^\alpha - 1)$ .

qui prévoient des halos plus concentrés. Ces observations relancent le débat “*cusp-core*” dans les galaxies elliptiques. Une différence notable est qu’ici la contribution dominante au bilan global de masse vient des étoiles de la galaxie, ce qui rend difficile une comparaison directe aux simulations, lesquelles n’incorporent pas la physique des baryons. Il est néanmoins important de clarifier ce résultat. Les lentilles gravitationnelles peuvent fournir des éléments de réponse précieux. Les travaux de Rusin et al. (2003) ou de Treu & Koopmans (2004), qui mêlent aussi des contraintes dynamiques, vont dans le même sens. Sur un petit échantillon de quasars multiples, Rusin et al. semblent confirmer la faible fraction de matière noire dans les galaxies elliptiques en deça de quelques rayons effectifs. Il serait donc intéressant de prolonger ces études avec nos outils de modélisation couplée des arcs (avec notamment la modélisation pixel par pixel décrite dans l’annexe C.2) et de la cinématique des étoiles. Cela enrichirait par ailleurs notre connaissance des galaxies elliptiques, du plan fondamental sur lequel elles se localisent et de la relation masse du halo – luminosité.

# Chapitre 5

## Conclusion

En une vingtaine d'années, l'optique gravitationnelle a acquis une maturité suffisante pour aborder de façon originale les questions importantes de la cosmologie moderne. Avec le progrès des techniques d'observation, tant au sol avec l'imagerie CCD très grand champ que dans l'espace avec le HST, il est maintenant possible d'élargir le spectre des applications astrophysiques.

Le chapitre 1 a dressé le tableau des principaux questionnements actuels sur la matière noire. Nous avons par ailleurs présenté les éléments de base de l'optique gravitationnelle dans le chapitre 2, montrant ainsi que tous les constituants massifs de l'univers contribuent à l'effet de lentille quelqu'en soient leur nature et leur état dynamique. Les lentilles apparaissent donc comme un outil d'analyse privilégié pour analyser les propriétés de la matière noire, dont l'abondance universelle semble converger vers une valeur  $\Omega_M \sim 0.3$ .

L'existence d'énergie noire, qui vient de surgir très récemment dans le paysage de la cosmologie, provoque un bouleversement majeur de notre cadre de réflexion. Elle contribue pour  $\sim 70\%$  à la densité critique, si bien que la géométrie de l'univers est plane. Le paradoxe de la cosmologie actuelle est donc que nous construisons un modèle  $\Lambda$ CDM, qui s'affirme chaque jour de plus en plus cohérent avec les observations, mais qui repose sur deux entités dont on ignore la véritable nature physique.

L'objet de cette thèse n'a pas été de travailler directement sur cette grande énigme de la physique mais plus simplement de tenter de vérifier si le  $\Lambda$ CDM était véritablement défaillant au niveau de l'interprétation des observations astrophysiques, aux petites échelles. Ainsi, dans le chapitre introductif, nous avons expliqué comment certaines propriétés de la matière noire (chaude, froide, collisionnelle ou non, etc...) pouvaient influencer sa distribution au sein des halos qui se forment à toutes les échelles. Ma contribution à cet immense chantier s'est finalement portée sur un petit nombre de points touchant aux halos de matière noire, qui sont encore sujets à controverse.

## 5.1 Relation matière – lumière

La première utilisation de l’optique gravitationnelle que j’ai conduite a concerné une question qui vient naturellement à l’esprit. Quelle est la relation entre la distribution de la lumière des galaxies et celle de la matière noire (relation matière – lumière)? J’ai donc mené une étude du biais entre le contraste de masse déduit du cisaillement gravitationnel systématique produit sur les galaxies lointaines et la distribution des galaxies défectrices d’avant-plan dans le superamas de galaxies MS0302+17. Une conclusion définitive s’impose : *“la distribution de la matière noire est fidèlement tracée par la distribution des galaxies E/SO ”*. Plus quantitativement, une étude globale des fonctions de corrélation masse-masse  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ , lumière-lumière  $\langle \kappa_L^2 \rangle$  et masse-lumière  $\langle \kappa_M \kappa_L \rangle$  suggère au premier ordre une relation linéaire simple entre le contraste de masse et celui de la luminosité des galaxies avec une valeur moyenne du rapport masse/luminosité  $M/L_B \sim 300 h_{70} (M/L)_\odot$ . Bientôt, avec les grands champs du CFHTLS, il sera possible d’étudier une relation non-linéaire plus complexe du type  $M \propto L^\alpha$ . Les données photométriques sur le champ de MS0302+17 ne nous ont pas permis d’extraire le poids relatif des populations de galaxies spirales. On peut néanmoins conclure qu’elles sont associées à une quantité de masse bien moindre que les galaxies E/SO . Pour chiffrer la contribution des spirales, il faut attendre d’avoir des observations grand champ et multibande pour pouvoir explorer des échelles supérieures ( $\gtrsim 3$  Mpc). En supposant que chaque galaxie E/SO porte un halo de matière noire dont la masse est proportionnelle à la luminosité de la galaxie, nous avons aussi vu qu’il devient possible de contraindre le profil de densité du halo. Si l’on modélise le profil par une sphère isotherme tronquée, on peut déjà estimer le rayon de troncature ( $r_t \lesssim 200$  kpc) pour les galaxies E/SO . Ces résultats sont légèrement subordonnés à une meilleure description de la contribution des galaxies spirales.

Nous avons également commencé une étude topologique originale des cartes de masse et de lumière dans MS0302+17. Leurs squelettes montrent une similitude encourageante. Couplée à l’analyse de la corrélation, cette remarquable ressemblance morphologique confirme bien que la masse trace la lumière et réciproquement. S’il est bien établi que les galaxies se distribuent aux interstices entre de grandes régions vides formant ainsi des filaments dont les intersections constituent les amas de galaxie (*“cosmic web”*), cela n’avait jamais été observé directement pour la distribution de matière noire. Bien que relativement bruitées, les reconstructions de masse déduites du cisaillement faible permettent donc de cartographier cette distribution sur des échelles allant de quelques centaines de kiloparsec jusqu’à la limite des observations (10 Mpc dans le cas de MS0302+17). L’observation du squelette des cartes de masse et de lumière est encore dans une phase exploratoire mais les potentialités sont nombreuses puisqu’elles contiennent une information sur la non-gaussianité du contraste de densité. Une importante difficulté à surmonter pour l’exploitation future du squelette sur des champs plus larges réside dans la maîtrise des effets systématiques induits par les zones masquées.

En résumé, j’ai montré que l’étude de la corrélation matière – lumière avec le cisaillement faible conjugué à la fois des aspects *“cosmic shear”* via le calcul et l’exploitation des fonctions de corrélation et des aspects *“galaxy-galaxy lensing”*. Elle devrait à terme

permettre de contraindre le profil de densité moyen des halos de galaxies. Elle s'apparente finalement aux analyses plus locales des amas de galaxies avec calculs du rapport M/L et aux reconstructions de masse. La visualisation de la distribution bidimensionnelle des composantes massives ouvre la porte à des études topologiques du contraste de densité. L'extension de ce genre d'analyse en cisaillement faible à des champs plus grands avec une photométrie plus riche (multibande) et plus profonde devra être poursuivie activement.

Les perspectives ouvertes commencent à se révéler sur le champ F02 du relevé VIRMOS-CFH12k. Nous avons confirmé qu'un relevé systématique d'amas est réalisable avec le cisaillement gravitationnel. Le champ étudié est encore trop étroit pour être exploité à des fins statistiques (comptages d'amas et conséquences sur l'équation d'état de l'énergie noire par exemple). Il va cependant permettre de comparer les propriétés des amas détectés avec le cisaillement gravitationnel avec leurs propriétés optiques et X. Ce travail débute et conduira à une évaluation des biais de sélection des autres types de relevés d'amas en réalisant une vraie sélection en masse grâce au cisaillement faible.

## 5.2 Profil des halos

Dans la période où j'ai effectué ce travail de thèse, il est apparu que le  $\Lambda$ CDM semblait être battu en brèche aux petites échelles en particulier parce que l'on n'observait pas la forte concentration centrale des halos de matière noire prédite par les simulations cosmologiques.

J'ai donc porté mon attention sur l'amas de galaxies MS2137-23 pour ses remarquables propriétés. La présence simultanée d'un système d'arc tangentiel et d'un système radial, ajoutée aux données de cisaillement faible jusqu'à un megaparsec du centre fournissent un ensemble de contraintes exceptionnelles sur le profil de densité pour  $10 \text{ kpc} \lesssim r \lesssim 1 \text{ Mpc}$ . Une première étude de pure optique gravitationnelle m'a permis à elle-seule d'établir que le profil de densité de la composante matière noire est bien compatible avec un profil universel du type NFW. On obtient une masse viriel  $M_{200} = 2.2_{-0.3}^{+0.4} \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  et un paramètre de concentration  $c = 9.9 \pm 0.5$ . Ce résultat tient compte de la composante stellaire de la galaxie cD au centre de l'amas qui est parfois négligée. De ces études détaillées de MS2137-23, nous tirons d'importantes conclusions. Tout d'abord, la modélisation est en désaccord avec les résultats de Sand et al. (2002, 2004) qui clament l'existence d'un profil de densité plus plat ( $\sim r^{-0.5}$ ) au centre des amas. En reconsidérant plusieurs hypothèses faites par ces auteurs, nous avons montré que les données sur cet amas ne sont pas compatibles avec leur conclusion (voir aussi les discussions de Bartelmann & Meneghetti 2003; Dalal & Keeton 2003).

Nous rapportons une possible détection de l'existence d'une image centrale (dite de cœur) associée au système d'arc tangentiel et montrons comment sa position, sa taille et sa forme conditionnent les zones centrales du profil de densité. Nous avons mentionné l'importance de confirmer cette détection encore marginale de la 5ème image désamplifiée au centre de la galaxie cD avec de nouvelles observations spatiales en bande U ou B. Il est clair que l'observation (ou la non-détection) d'une telle image est susceptible d'apporter

des éléments de réponse forts sur le débat “*cusp-core*”.

Nous avons ensuite examiné les conséquences du profil de densité sur la cinématique interne des étoiles dans la cD. La connaissance de la dispersion de vitesse des étoiles permet d’étendre les contraintes jusqu’en-deça du kiloparsec central, comme initialement proposé par Miralda-Escudé (1995). De surcroît, cette technique brise des dégénérescences éventuelles entre les paramètres du modèle (les lentilles renseignent sur le profil de masse 2D alors que la dynamique donne une information sur le profil 3D). Le travail d’intégration dans mon programme de modélisation de lentilles des contraintes dynamiques, corrigées du biais important lié à la non-gaussianité de la fonction de distribution  $p(R, v_{||})$ , est maintenant quasiment terminé. À terme, on devrait pouvoir briser définitivement une seconde dégénérescence inhérente aux méthodes dynamiques qui vient de l’anisotropie du tenseur des vitesses. Il est d’ailleurs tout à fait possible d’utiliser non pas les étoiles de la galaxie centrale comme traceurs du potentiel mais les galaxies plus distantes pour étudier la dynamique externe des galaxies de l’amas<sup>1</sup>. Dans la même idée, je souhaiterais par la suite explorer le couplage des distorsions gravitationnelles et des données d’émissivité X. Cela permettrait de tester des hypothèses parfois criticables d’isothermalité et/ou d’équilibre hydrostatique du gaz intra-amas.

J’ai aussi été amené à considérer au cours de ce travail la problématique du couplage des effets de cisaillement faible avec la modélisation des distorsions fortes. Dans le cas de MS2137-23, j’ai montré que cela apportait une contrainte globale supplémentaire sur le profil de densité mais à la condition d’observer le cisaillement dans les régions plus lointaines. Avec les outils que j’ai développés, je voudrais ainsi tenter dans le futur de mettre en évidence le comportement asymptotique  $\rho \propto r^{-3}$  du profil des halos prédit par les simulations.

Dans la section 4.2.1, nous avons évoqué la possibilité qu’une légère rotation des isopotentielles au centre de l’amas MS2137-23 perturbe la modélisation des arcs multiples (l’arc radial en particulier). On peut interpréter une telle rotation comme la signature de la triaxialité des distributions d’étoiles et de matière noire. Nous envisageons d’utiliser les distorsions gravitationnelles pour étudier les propriétés azimuthales de la distribution de masse dans l’amas Abell370. Rappelons, au passage, que la triaxialité des halos est une conséquence des modèles de matière noire froide non-collisionnelle. Peu d’observations donnent aujourd’hui de contraintes fortes sur la forme des halos qui porte une information cruciale pour les tests à petite échelle du  $\Lambda$ CDM.

Tout ce travail sur les halos d’amas de galaxies m’a conduit à mettre au point mon propre programme de modélisation des arcs. Il est structuré pour ajuster rapidement les paramètres d’un modèle de lentille. Les entrées du programme sont des coordonnées de zones caractéristiques quasi-ponctuelles dans les arcs étendus (cf annexe C.1). Par ailleurs, nous avons développé un autre programme qui exploite plus efficacement la brillance de surface de chaque pixel des arcs et de leurs contre-images pour contraindre simultanément le potentiel de la lentille et la forme de la source. L’appendice C.2 en a montré une appli-

---

<sup>1</sup>Ici aussi, on pourrait contraindre le profil d’anisotropie des galaxies, qui est souvent méconnu dans les études dynamiques classiques basées sur l’équation de Jeans.

---

cation sur le mystérieux arc unique de l'amas Abell1201. Un travail futur sera d'utiliser une telle méthode sur des lentilles d'amas plus complexes.

L'étude de la corrélation matière – lumière a également montré qu'il est possible de déterminer le profil de densité des galaxies E/SO du superamas MS0302+17. Le champ dont nous disposions n'était pas suffisamment large pour obtenir une statistique qui autorise une modélisation poussée du profil de densité des halos de galaxies. Il donne cependant des résultats très encourageants. J'ai par ailleurs construit tous les outils pour l'analyse du cisaillement galaxie-galaxie. Leur mise en pratique sur des champs plus larges du type CFHTLS sera aisée et me tente beaucoup. Avec une bonne information sur le décalage spectral des galaxies lentilles, on pourra explorer la relation matière – lumière aux échelles des halos en testant des lois d'échelles du type  $M \propto L^\alpha$ . On pourra éprouver les prédictions des simulations numériques CDM sur la pente asymptotique du profil de densité des galaxies (*e.g.* Hoekstra et al. 2004). Une telle analyse est complémentaire de l'observation de la distribution en vitesse des galaxies satellites (Prada et al. 2003; Brainerd 2004).

Pour le mot de la fin, je dirais que j'ai vérifié que le  $\Lambda$ CDM est finalement robuste aux petites échelles. Et si je peux avoir accès à des échantillons de données plus vastes, j'aspire à utiliser tous les outils que j'ai développé pour poursuivre dans cette voie puisque les résultats me semblent maintenant à portée de main.



# Bibliographie

- Afonso, C., Albert, J. N., Andersen, J., et al. 2003, *A&A*, 400, 951
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D. R., et al. 2000, *ApJ*, 542, 281
- Allen, S. W. 1998, *MNRAS*, 296, 392
- Allen, S. W., Schmidt, R. W., Ebeling, H., Fabian, A. C., & van Speybroeck, L. 2004, *MNRAS*, 258
- Allen, S. W., Schmidt, R. W., & Fabian, A. C. 2001, *MNRAS*, 328, L37
- . 2002, *MNRAS*, 334, L11
- Athreya, R. M., Mellier, Y., van Waerbeke, L., et al. 2002, *A&A*, 384, 743
- Bahcall, N. A. & Bode, P. 2003, *ApJ*, 588, L1
- Bardeen, J. M., Bond, J. R., Kaiser, N., & Szalay, A. S. 1986, *ApJ*, 304, 15
- Bartelmann, M. 1996, *A&A*, 313, 697
- . 2003, [astro-ph/0304162](#)
- Bartelmann, M., Huss, A., Colberg, J. M., Jenkins, A., & Pearce, F. R. 1998, *A&A*, 330, 1
- Bartelmann, M. & Meneghetti, M. 2003, [astro-ph/0312011](#)
- Bartelmann, M., Narayan, R., Seitz, S., & Schneider, P. 1996, *ApJ*, 464, L115+
- Bartelmann, M. & Schneider, P. 2001, *Phys. Rep.*, 340, 291
- Baugh, C. M., Croton, D. J., Gaztañaga, E., et al. 2004, *MNRAS*, 351, L44
- Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., et al. 2003, *ApJS*, 148, 1
- Bernardeau, F., van Waerbeke, L., & Mellier, Y. 1997, *A&A*, 322, 1
- Bertin, E. & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, *Galactic dynamics* (Princeton University Press, 1987)
- Blandford, R. & Narayan, R. 1986, *ApJ*, 310, 568

- Blandford, R. D., Saust, A. B., Brainerd, T. G., & Villumsen, J. V. 1991, *MNRAS*, 251, 600
- Boehm, C., Hooper, D., Silk, J., Casse, M., & Paul, J. 2004, *Physical Review Letters*, 92, 101301
- Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, *A&A*, 363, 476
- Bonnet, H. & Mellier, Y. 1995, *A&A*, 303, 331
- Bradač, M., Schneider, P., Lombardi, M., et al. 2004, *A&A*, 423, 797
- Brainerd, T. G. 2004, astro-ph/0409381
- Brainerd, T. G., Blandford, R. D., & Smail, I. 1996, *ApJ*, 466, 623
- Bridle, S. L., Hobson, M. P., Lasenby, A. N., & Saunders, R. 1998, *MNRAS*, 299, 895
- Broadhurst, T., Benitez, N., Coe, D., et al. 2004, astro-ph/0409132
- Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., et al. 2001, *MNRAS*, 321, 559
- Buote, D. A., Jeltema, T. E., Canizares, C. R., & Garmire, G. P. 2002, *ApJ*, 577, 183
- Burke, W. L. 1981, *ApJ*, 244, L1+
- Burkert, A. & Silk, J. 1997, *ApJ*, 488, L55+
- Cen, R. & Ostriker, J. P. 1999, *ApJ*, 514, 1
- Chae, K. 2002, *ApJ*, 568, 500
- Chae, K., Khersonsky, V. K., & Turnshek, D. A. 1998, *ApJ*, 506, 80
- Chang, K. & Refsdal, S. 1979, *Nature*, 282, 561
- Chen, J., Kravtsov, A. V., & Keeton, C. R. 2003, *ApJ*, 592, 24
- Clowe, D., Luppino, G. A., Kaiser, N., Henry, J. P., & Gioia, I. M. 1998, *ApJ*, 497, L61+
- Clowe, D. & Schneider, P. 2001, *A&A*, 379, 384
- . 2002, *A&A*, 395, 385
- Colberg, J. M., White, S. D. M., Jenkins, A., & Pearce, F. R. 1999, *MNRAS*, 308, 593
- Cowie, L. L. & Binney, J. 1977, *ApJ*, 215, 723
- Croft, R. A. C., Weinberg, D. H., Bolte, M., et al. 2002, *ApJ*, 581, 20
- Czoske, O., Moore, B., Kneib, J.-P., & Soucail, G. 2002, *A&A*, 386, 31
- Dahle, H., Hannestad, S., & Sommer-Larsen, J. 2003, *ApJ*, 588, L73
- Dalal, N., Holder, G., & Hennawi, J. F. 2004, *ApJ*, 609, 50
- Dalal, N. & Keeton, C. R. 2003, astro-ph/0312072

- Dalal, N. & Kochanek, C. S. 2002, *ApJ*, 572, 25
- de Bernardis, P., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2000, *Nature*, 404, 955
- de Blok, W. J. G. & Bosma, A. 2002, *A&A*, 385, 816
- de Blok, W. J. G., Bosma, A., & McGaugh, S. 2003, *MNRAS*, 340, 657
- de Lapparent, V., Geller, M. J., & Huchra, J. P. 1986, *ApJ*, 302, L1
- Dietrich, J. P., Clowe, D. I., & Soucail, G. 2002, *A&A*, 394, 395
- Dietrich, J. P., Schneider, P., Clowe, D., Romano-Diaz, E., & Kerp, J. 2004, *astro-ph/0406541*
- Doroshkevich, A., Tucker, D. L., Allam, S., & Way, M. J. 2004, *A&A*, 418, 7
- Dressler, A. 1979, *ApJ*, 231, 659
- Dressler, A. & Gunn, J. E. 1992, *ApJS*, 78, 1
- Dubinski, J. 1998, *ApJ*, 502, 141
- Durret, F., Lima Neto, G. B., Forman, W., & Churazov, E. 2003, *A&A*, 403, L29
- Ebeling, H., Barrett, E., & Donovan, D. 2004, *ApJ*, 609, L49
- Ebeling, H., Edge, A. C., & Henry, J. P. 2001, *ApJ*, 553, 668
- Edge, A. C., Smith, G. P., Sand, D. J., et al. 2003, *ApJ*, 599, L69
- Eke, V. R., Navarro, J. F., & Steinmetz, M. 2001, *ApJ*, 554, 114
- Erben, T., Van Waerbeke, L., Bertin, E., Mellier, Y., & Schneider, P. 2001, *A&A*, 366, 717
- Etherington, I. M. H. 1933, *Phil. Mag.*, 15, 761
- Evrard, A. E., MacFarland, T. J., Couchman, H. M. P., et al. 2002, *ApJ*, 573, 7
- Fabricant, D. G., Bautz, M. W., & McClintock, J. E. 1994, *AJ*, 107, 8
- Fahlman, G., Kaiser, N., Squires, G., & Woods, D. 1994, *ApJ*, 437, 56
- Fort, B., Le Fevre, O., Hammer, F., & Cailloux, M. 1992, *ApJ*, 399, L125
- Fort, B. & Mellier, Y. 1994, *A&A Rev.*, 5, 239
- Fort, B., Prieur, J. L., Mathez, G., Mellier, Y., & Soucail, G. 1988, *A&A*, 200, L17
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al. 2001, *ApJ*, 553, 47
- Gavazzi, R. 2002, *New Astronomy Review*, 46, 783
- Gavazzi, R., Fort, B., Mellier, Y., Pelló, R., & Dantel-Fort, M. 2003, *A&A*, 403, 11
- Gavazzi, R., Mellier, Y., Fort, B., Cuillandre, J.-C., & Dantel-Fort, M. 2004, *A&A*, 422, 407

- Gavazzi, R. & Miralda-Escudé, J. 2004, *A&A* in preparation, x, x
- Geiger, B. & Schneider, P. 1998, *MNRAS*, 295, 497
- Ghigna, S., Moore, B., Governato, F., et al. 2000, *ApJ*, 544, 616
- Gladders, M. D., Hoekstra, H., Yee, H. K. C., Hall, P. B., & Barrientos, L. F. 2003, *ApJ*, 593, 48
- Gnedin, N. Y. & Hamilton, A. J. S. 2002, *MNRAS*, 334, 107
- Golse, G. & Kneib, J.-P. 2002, *A&A*, 390, 821
- Gray, M. E., Taylor, A. N., Meisenheimer, K., et al. 2002, *ApJ*, 568, 141
- Gray, M. E., Wolf, C., Meisenheimer, K., et al. 2004, *MNRAS*, 347, L73
- Hamana, T., Takada, M., & Yoshida, N. 2004, *MNRAS*, 350, 893
- Hammer, F., Gioia, I. M., Shaya, E. J., et al. 1997, *ApJ*, 491, 477
- Hausman, M. A. & Ostriker, J. P. 1978, *ApJ*, 224, 320
- Hawkins, E., Maddox, S., Cole, S., et al. 2003, *MNRAS*, 346, 78
- Hayashi, E., Navarro, J. F., Jenkins, A., et al. 2004, *astro-ph/0408132*
- Hayashi, E., Navarro, J. F., Taylor, J. E., Stadel, J., & Quinn, T. 2003, *ApJ*, 584, 541
- Heymans, C., Brown, M., Heavens, A., et al. 2004, *MNRAS*, 347, 895
- Hoekstra, H. 2003, *MNRAS*, 339, 1155
- . 2004, *MNRAS*, 347, 1337
- Hoekstra, H., Franx, M., & Kuijken, K. 2000, *ApJ*, 532, 88
- Hoekstra, H., Franx, M., Kuijken, K., & Squires, G. 1998, *ApJ*, 504, 636
- Hoekstra, H., Yee, H. K. C., & Gladders, M. D. 2004, *ApJ*, 606, 67
- Hu, E. M., Cowie, L. L., McMahon, R. G., et al. 2002, *ApJ*, 568, L75
- Jain, B. & Seljak, U. 1997, *ApJ*, 484, 560
- Jain, B., Seljak, U., & White, S. 2000, *ApJ*, 530, 547
- Jing, Y. P. 2000, *ApJ*, 535, 30
- . 2002, *MNRAS*, 335, L89
- Jing, Y. P. & Suto, Y. 2000, *ApJ*, 529, L69
- Kaiser, N. 1984, *ApJ*, 284, L9
- . 1992, *ApJ*, 388, 272

- . 1995, *ApJ*, 439, L1
- Kaiser, N. & Squires, G. 1993, *ApJ*, 404, 441
- Kaiser, N., Squires, G., & Broadhurst, T. 1995, *ApJ*, 449, 460
- Kaiser, N., Wilson, G., Luppino, G., et al. 1998, astro-ph/9809268
- Kamionkowski, M. & Liddle, A. R. 2000, *Physical Review Letters*, 84, 4525
- Kayser, R., Surdej, J., Condon, J. J., et al. 1990, *ApJ*, 364, 15
- Kazantzidis, S., Magorrian, J., & Moore, B. 2004a, *ApJ*, 601, 37
- Kazantzidis, S., Mayer, L., Mastropietro, C., et al. 2004b, *ApJ*, 608, 663
- Keeton, C. 2001a, astro-ph/0102341
- . 2001b, astro-ph/0102340
- Keeton, C. R. 2003, *ApJ*, 582, 17
- Kelson, D. D., Zabludoff, A. I., Williams, K. A., et al. 2002, *ApJ*, 576, 720
- King, L. J. & Schneider, P. 2001, *A&A*, 369, 1
- . 2003, *A&A*, 398, 23
- Kirkman, D., Tytler, D., Suzuki, N., O'Meara, J. M., & Lubin, D. 2003, *ApJS*, 149, 1
- Kleinheinrich, M., Rix, H. ., Erben, T., et al. 2004, astro-ph/0404527
- Klimov, Y. G. 1963, *AZh*, 40, 874
- Kneib, J.-P. 1993, Ph.D. Thesis
- Kneib, J.-P., Ellis, R. S., Santos, M. R., & Richard, J. 2004, *ApJ*, 607, 697
- Kneib, J.-P., Ellis, R. S., Smail, I., Couch, W. J., & Sharples, R. M. 1996, *ApJ*, 471, 643
- Kneib, J.-P., Hudelot, P., Ellis, R. S., et al. 2003, *ApJ*, 598, 804
- Knop, R. A., Aldering, G., Amanullah, R., et al. 2003, *ApJ*, 598, 102
- Kochanek, C. S. 1990, *MNRAS*, 247, 135
- . 1991, *ApJ*, 373, 354
- Kochanek, C. S. & Dalal, N. 2004, *ApJ*, 610, 69
- Koopmans, L. V. E. & Treu, T. 2002, *ApJ*, 568, L5
- . 2003, *ApJ*, 583, 606
- Kovner, I. 1990, *ApJ*, 351, 114

- Kravtsov, A. V., Gnedin, O. Y., & Klypin, A. A. 2004, *ApJ*, 609, 482
- Kruse, G. & Schneider, P. 1999, *MNRAS*, 302, 821
- Kuijken, K. & Dubinski, J. 1994, *MNRAS*, 269, 13
- Lanzoni, B., Ciotti, L., Cappi, A., Tormen, G., & Zamorani, G. 2004, *ApJ*, 600, 640
- Le Fèvre, O., Hammer, F., Angonin, M. C., Gioia, I. M., & Luppino, G. A. 1994, *ApJ*, 422, L5
- Liebes, S. 1964, *Physical Review*, 133, 835
- Lin, Y. & Mohr, J. J. 2004, *astro-ph/0408557*
- Lombardi, M. & Bertin, G. 1998a, *A&A*, 335, 1
- . 1998b, *A&A*, 330, 791
- Luppino, G. A., Gioia, I. M., Hammer, F., Le Fèvre, O., & Annis, J. A. 1999, *A&AS*, 136, 117
- Luppino, G. A. & Kaiser, N. 1997, *ApJ*, 475, 20
- Lynds, R. & Petrosian, V. 1986, *BAAS*, 18, 1014
- Möller, P. & Fynbo, J. U. 2001, *A&A*, 372, L57
- Mamon, G. A. & Lokas, E. L. 2004a, *astro-ph/0405466*
- . 2004b, *astro-ph/0405491*
- Mao, S., Jing, Y., Ostriker, J. P., & Weller, J. 2004, *ApJ*, 604, L5
- Markevitch, M., Gonzalez, A. H., Clowe, D., et al. 2004, *ApJ*, 606, 819
- Marshall, P. J., Hobson, M. P., Gull, S. F., & Bridle, S. L. 2002, *MNRAS*, 335, 1037
- Mathez, G., Fort, B., Mellier, Y., Picat, J.-P., & Soucaïl, G. 1992, *A&A*, 256, 343
- McCracken, H. J., Radovich, M., Bertin, E., et al. 2003, *A&A*, 410, 17
- Mellier, Y. 1999, *ARA&A*, 37, 127
- Mellier, Y., Fort, B., & Kneib, J. 1993, *ApJ*, 407, 33
- Meneghetti, M., Bartelmann, M., & Moscardini, L. 2003, *MNRAS*, 340, 105
- Meneghetti, M., Yoshida, N., Bartelmann, M., et al. 2001, *MNRAS*, 325, 435
- Merritt, D. 1985a, *ApJ*, 289, 18
- . 1985b, *AJ*, 90, 1027
- Metzler, C. A., White, M., & Loken, C. 2001, *ApJ*, 547, 560
- Milgrom, M. 1983, *ApJ*, 270, 371

- Miralda-Escudé, J. 1991a, *ApJ*, 370, 1
- . 1991b, *ApJ*, 380, 1
- . 1995, *ApJ*, 438, 514
- . 2002, *ApJ*, 564, 60
- Miralda-Escudé, J., Cen, R., Ostriker, J. P., & Rauch, M. 1996, *ApJ*, 471, 582
- Moore, B., Governato, F., Quinn, T., Stadel, J., & Lake, G. 1998, *ApJ*, 499, L5+
- Muñoz, J. A., Kochanek, C. S., & Keeton, C. R. 2001, *ApJ*, 558, 657
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1995, *MNRAS*, 275, 56
- . 1996, *ApJ*, 462, 563
- . 1997, *ApJ*, 490, 493
- Navarro, J. F., Hayashi, E., Power, C., et al. 2004, *MNRAS*, 349, 1039
- Novikov, D., Colombi, S., & Doré, O. 2003, *astro-ph/0307003*
- Oguri, M. & Keeton, C. R. 2004, *ApJ*, 610, 663
- Osipkov, L. P. 1979, *Pis ma Astronomicheskii Zhurnal*, 5, 77
- Padmanabhan, N., Seljak, U., & Pen, U. L. 2003, *New Astronomy*, 8, 581
- Pelló, R., Schaerer, D., Richard, J., Le Borgne, J.-F., & Kneib, J.-P. 2004, *A&A*, 416, L35
- Peng, C. Y., Ho, L. C., Impey, C. D., & Rix, H. 2002, *AJ*, 124, 266
- Peng, E. W., Ford, H. C., & Freeman, K. C. 2004, *ApJ*, 602, 685
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999, *ApJ*, 517, 565
- Pierre, M., Alloin, D., Altieri, B., et al. 2001, *The Messenger*, 105, 32
- Pierre, M., Bryan, G., & Gastaud, R. 2000, *A&A*, 356, 403
- Pogosyan, D., Bond, J. R., Kofman, L., & Wadsley, J. 1996, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 28, 1289
- Prada, F., Vitvitska, M., Klypin, A., et al. 2003, *ApJ*, 598, 260
- Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing* (Cambridge University Press, 1992, 2nd ed.)
- Reblinsky, K. & Bartelmann, M. 1999, *A&A*, 345, 1
- Réfrégier, A. 2003, *astro-ph/0307212*

- Refregier, A., Valtchanov, I., & Pierre, M. 2002, *A&A*, 390, 1
- Refsdal, S. 1964a, *MNRAS*, 128, 307
- . 1964b, *MNRAS*, 128, 295
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, *AJ*, 116, 1009
- Rix, H. & White, S. D. M. 1992, *MNRAS*, 254, 389
- Romanowsky, A. J., Douglas, N. G., Arnaboldi, M., et al. 2003, *Science*, 301, 1696
- Romanowsky, A. J. & Kochanek, C. S. 1998, *ApJ*, 493, 641
- Rusin, D., Kochanek, C. S., & Keeton, C. R. 2003, *ApJ*, 595, 29
- Sand, D. J., Treu, T., & Ellis, R. S. 2002, *ApJ*, 574, L129
- Sand, D. J., Treu, T., Smith, G. P., & Ellis, R. S. 2004, *ApJ*, 604, 88
- Sanders, R. H. & McGaugh, S. S. 2002, *ARA&A*, 40, 263
- Schechter, P. L. & Wambsganss, J. 2002, *ApJ*, 580, 685
- Schneider, P. 1996, *MNRAS*, 283, 837
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. E. 1992, *Gravitational Lenses* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York)
- Schneider, P., King, L., & Erben, T. 2000, *A&A*, 353, 41
- Schneider, P. & Seitz, C. 1995, *A&A*, 294, 411
- Schneider, P., van Waerbeke, L., Jain, B., & Kruse, G. 1998, *MNRAS*, 296, 873
- Seitz, C. & Schneider, P. 1997, *A&A*, 318, 687
- Seitz, S. & Schneider, P. 1996, *A&A*, 305, 383
- Seitz, S., Schneider, P., & Bartelmann, M. 1998, *A&A*, 337, 325
- Seljak, U., Makarov, A., Mandelbaum, R., et al. 2004, *astro-ph/0406594*
- Sheth, R. K. & Tormen, G. 1999, *MNRAS*, 308, 119
- Smail, I., Dressler, A., Kneib, J., et al. 1996, *ApJ*, 469, 508
- Soucail, G., Fort, B., Mellier, Y., & Picat, J. P. 1987, *A&A*, 172, L14
- Soucail, G., Mellier, Y., Fort, B., Mathez, G., & Cailloux, M. 1988, *A&A*, 191, L19
- Spergel, D. N. & Steinhardt, P. J. 2000, *Physical Review Letters*, 84, 3760
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al. 2003, *ApJS*, 148, 175
- Squires, G. & Kaiser, N. 1996, *ApJ*, 473, 65

- Stoehr, F. 2004, astro-ph/0403077
- Stoehr, F., White, S. D. M., Tormen, G., & Springel, V. 2002, MNRAS, 335, L84
- Tegmark, M., Blanton, M. R., Strauss, M. A., et al. 2004a, ApJ, 606, 702
- Tegmark, M., Strauss, M. A., Blanton, M. R., et al. 2004b, Phys. Rev. D, 69, 103501
- Terenó, I., Dore, O., van Waerbeke, L., & Mellier, Y. 2004, astro-ph/0404317
- Tittley, E. R. & Henriksen, M. 2001, ApJ, 563, 673
- Torri, E., Meneghetti, M., Bartelmann, M., et al. 2004, MNRAS, 349, 476
- Treu, T. & Koopmans, L. V. E. 2002, ApJ, 575, 87
- . 2004, ApJ, 611, 739
- Tyson, J. A., Kochanski, G. P., & dell’Antonio, I. P. 1998, ApJ, 498, L107+
- Tyson, J. A., Wenk, R. A., & Valdes, F. 1990, ApJ, 349, L1
- van der Marel, R. P. & Franx, M. 1993, ApJ, 407, 525
- van Waerbeke, L. 2000, MNRAS, 313, 524
- van Waerbeke, L. & Mellier, Y. 2003, astro-ph/0305089
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., & Hoekstra, H. 2004, astro-ph/0406468
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., Radovich, M., et al. 2001, A&A, 374, 757
- Vogele, M. S., Geller, M. J., Park, C., & Huchra, J. P. 1994, AJ, 108, 745
- Wallington, S., Kochanek, C. S., & Narayan, R. 1996, ApJ, 465, 64
- Walsh, D., Carswell, R. F., & Weymann, R. J. 1979, Nature, 279, 381
- Wambsganss, J., Bode, P., & Ostriker, J. P. 2004, ApJ, 606, L93
- Warren, S. J. & Dye, S. 2003, ApJ, 590, 673
- White, L., Van Waerbeke, L., & Mackey, J. 2001, astro-ph/0111490
- Willman, B., Governato, F., Dalcanton, J. J., Reed, D., & Quinn, T. 2004, astro-ph/0403001
- Wilson, G., Kaiser, N., & Luppino, G. A. 2001, ApJ, 556, 601
- Wright, C. O. & Brainerd, T. G. 2000, ApJ, 534, 34
- Wu, X. 2000, MNRAS, 316, 299
- Yoshida, N., Springel, V., White, S. D. M., & Tormen, G. 2000a, ApJ, 535, L103
- . 2000b, ApJ, 544, L87

## BIBLIOGRAPHIE

---

Zappacosta, L., Mannucci, F., Maiolino, R., et al. 2002, *A&A*, 394, 7

Zwicky, F. 1933, *Helv. Phys Acta*, 6, 110

—. 1937a, *Physical Review*, 51, 290

—. 1937b, *Physical Review*, 51, 679

# Annexe A

## Liste des publications

- A) Mass and light in the supercluster of galaxies : MS0302+17
- B) A radial mass profile analysis of the lensing cluster of galaxies : MS2137-23
- C) Constraints on MOND from the lensing cluster MS2137-23
- D) Lensing & Dynamics in the galaxy cluster MS2137-23



## Mass and light in the supercluster of galaxies MS0302+17<sup>★,★★</sup>

R. Gavazzi<sup>1</sup>, Y. Mellier<sup>1,2</sup>, B. Fort<sup>1</sup>, J.-C. Cuillandre<sup>3</sup>, and M. Dantel-Fort<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institut d'Astrophysique de Paris, UMR 7095, 98 bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France  
e-mail: gavazzi@iap.fr

<sup>2</sup> Observatoire de Paris, LERMA, UMR 8112, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

<sup>3</sup> Canada-France-Hawaii Telescope, 65-1238 Mamalahoa Highway, Kamuela, HI 96743, USA

Received 20 January 2004 / Accepted 8 April 2004

**Abstract.** We investigate the supercluster MS0302+17 ( $z \approx 0.42$ ) using weak lensing analysis and deep wide field *BVR* photometry with the CFH12K camera. Using  $(B-V)$  vs.  $(V-R)$  evolution tracks we identify early-type members of the supercluster, and foreground ellipticals. We derive a *R* band catalogue of background galaxies for weak lensing analysis. We compute the correlation functions of light and mass and their cross-correlation and test if light traces mass on supercluster, cluster and galaxy scales.

We show that the data are consistent with this assertion. The  $\zeta$ -statistic applied in regions close to cluster centers and global correlation analyses over the whole field converge toward the simple relation  $M/L = 300 \pm 30 h_{70} (M/L)_{\odot}$  in the *B* band. This independently confirms the earlier results obtained by Kaiser et al. (1998).

If we model dark matter halos around each early-type galaxy by a truncated isothermal sphere, we find that a linear relation  $M \propto L$  still holds. In this case, the average halo truncation radius is  $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc close to clusters cores whereas it reaches a lower limit of  $\sim 300 h_{70}^{-1}$  kpc at the periphery. This change of  $s_*$  as a function of radial distance may be interpreted as a result of tidal stripping of early type galaxies. Nevertheless the lack of information on the spatial distribution of late-type galaxies affects such conclusions concerning variations of  $s_*$ .

Though all the data at hand are clearly consistent with the assumption that mass is faithfully traced by light from early-type galaxies, we are not able to describe in detail the contribution of late type galaxies. We however found it to be small. Forthcoming wide surveys in UV, visible, and near infrared wavelengths will provide large enough samples to extend this analysis to late-type galaxies using photometric redshifts.

**Key words.** cosmology: large-scale structure of Universe – gravitational lensing – cosmology: dark matter

### 1. Introduction

Detailed investigations of superclusters of galaxies help to understand the late evolution of large scale structures in the transition phase between the linear and non-linear regime. In contrast to wide field cosmological surveys that primarily draw the global structure formation scenario, supercluster studies focus on more detailed descriptions of the physical properties of baryonic and non-baryonic matter components on tens of kiloparsec to tens of megaparsec scales. Within the evolving cosmic web, numerical simulations predict that gas cooling or dark halos and galactic interaction processes start prevailing against large scale gravitational clustering and global expansion of the

universe (Vogeley et al. 1994; Bond et al. 1996; Kauffmann et al. 1999). Small scale dissipation processes transform early relations between the apparent properties of large scale structures and those of the underlying matter content. The comparison of mass-to-light ratios and of the mass and light distributions as a function of local environment between supercluster and cluster scales may therefore reveal useful imprints on the physical processes involved in the generation of linear and non-linear biasing (Kaiser 1984; Bardeen et al. 1986).

The properties of large scale structures (LSS) can be characterized by optical, X-ray, Sunyaev-Zeldovitch effect and weak lensing observations. These techniques are widely used on clusters and groups of galaxies (see e.g., Hoekstra et al. 2001; Carlberg et al. 1996; Bahcall et al. 1995), but their use is still marginal at larger scales. Superclusters of galaxies are therefore still poorly known systems. Besides early investigations (Davis et al. 1980; Postman et al. 1988; Quintana et al. 1995; Small et al. 1998), all recent studies on Abell901/902 (Gray et al. 2002, hereafter G02), Abell222/223 (Proust et al. 2000; Dietrich et al. 2002), MS0302+17 (Fabricant et al. 1994;

\* Based on observations obtained at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) which is operated by the National Research Council of Canada, the Institut des Sciences de l'Univers of the Centre National de la Recherche Scientifique and the University of Hawaii.

\*\* Catalogue is only available in electronic form at the CDS via anonymous ftp to cdsarc.u-strasbg.fr (130.79.128.5) or via <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/422/407>

Kaiser et al. 1998, hereafter K98), C11604+4304/C11604+4321 (Lubin et al. 2000) or RX J0848.9+4452 (Rosati et al. 1999) show that superclusters of galaxies are genuine physical systems where gravitational interactions between clusters of galaxies prevail. There is however no conclusive evidence that superclusters are gravitationally bound systems.

Numerical simulations show that supercluster properties may be best characterised by the shape and matter content of the filamentary structures connecting neighboring groups and clusters. Unfortunately, the physical properties of these filaments are still poorly known, though their existence at both low and very high redshift seems confirmed by a few optical and X-ray observations (Möller & Fynbo 2001; Durret et al. 2003).

An alternative approach has been proposed by K98, G02 and Clowe et al. (1998) who used weak lensing analyses. While gravitational lensing has been used on a large sample of clusters of galaxies (see e.g., Mellier 1999; Bartelmann & Schneider 2001, and references therein), its use at supercluster scales is still in its infancy. It has been pioneered by K98 and Kaiser et al. (1999) who used  $V$  and  $I$  band data obtained at CFHT to probe the matter distribution in the MS0302+17 supercluster. Similar analyses were done later by G02 for the A901/902 system using wide field images obtained with the WiFi instrument mounted at the MPG/ESO 2.2 telescope in La Silla Observatory. Wilson et al. (2001b) applied similar techniques to “empty” fields. In these papers, the projected mass density, as reconstructed from the distortion field of background galaxies, has been compared to the light distribution on several scales. All these studies conclude that there is a strong relation between the light of early type galaxies and the dark matter distributions as if all the mass was traced by early type galaxies.

Over scales of a few megaparsecs, K98 found that the dark matter does not extend further than the light emission derived from the early-type galaxies sample. According to their study, there is almost no mass associated with late type galaxies. In contrast, G02 argued that there is some, but its fraction varies from one cluster to another, leading to a lower and more scattered  $M/L$  than K98 found. This discrepancy may be explained if either the two superclusters are at different dynamical stages, or their galaxy populations differ (fraction of early/late type galaxies).

The reliability of their results may however strongly depend on systematic residuals. It is worth noticing that the weak lensing signal produced by filaments is indeed expected to be difficult to detect because projection effects may seriously dilute the lensing signal (Jain et al. 2000). Therefore, systematics produced by technical problems related to the way both groups analyzed their data may also be a strong limitation. It is therefore important to confirm early K98 conclusions from an independent analysis, and possibly go further in order to take into account the properties of dark halos. In particular, it is interesting to compare the halo properties (size, velocity dispersion) of cluster galaxies with those of field galaxies. MS0302+17 seems a generic and almost ideal  $z \approx 0.42$  supercluster configuration for such an astrophysical study because it is composed of three very close rich clusters (mean projected distance  $\sim 15'$ ).

In this paper, we describe the investigation of this system. Using new data sets obtained in  $B$ ,  $V$  and  $R$  at the CFHT with the CFH12K CCD camera, we explore the mass and light distributions in the supercluster area. Since the CFH12K field of view is 1.7 times larger than the UH8k camera, the three clusters and most of their periphery are totally encompassed in the CFH12K field and we can even explore whether other clusters lie in the field at the same redshift. A quick visual inspection of the southern cluster (CIS) reveals that it is very dense. The giant arc discovered by Mathez et al. (1992) is visible. Similar arc(let) features are also visible in the northern (CIN) and eastern (CIE) systems, making the MS0302+17 supercluster a unique spectacular lensing configuration, where strong and weak lensing inversions can be done.

This paper is organized as follows. In Sect. 2 we describe the observations that were carried out and reduced. We include details on how both astrometric and photometric solutions were computed. We present a detailed quality assessment of the catalogues, where comparisons to existing deep catalogues are made. In Sect. 3 we explain how object catalogues were produced for supercluster members identification. Section 4 presents the weak lensing signal produced by the dark matter component. Section 5 shows how these two components cross-correlate. Results are discussed in Sect. 6 and our conclusions and summary are presented in Sect. 7. Throughout this paper we adopt the cosmology  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $H_0 = 70 h_{70} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , leading to the scaling relation  $1' = 333 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$  at  $z = 0.42$ .

## 2. The data

### 2.1. Observations and data reduction

The observations of the MS0302+17 supercluster area were obtained on October 12, 1999. They were carried out with the CFH12K camera mounted at the prime focus of the Canada-France-Hawaii Telescope. The CFH12K mosaic device is composed of  $6 \times 2$  thinned backside illuminated MIT Lincoln Laboratories CCID20  $2048 \times 4096$  CCDs with a  $15 \mu\text{m}$  pixel size. The wide field corrector installed at the prime focus provides an average pixel scale of  $0''.205$  and the whole field of view of the CFH12K camera is  $43'.2 \times 28'.9$ . Useful details on the camera can be found in Cuillandre et al. (2000) and in McCracken et al. (2003, hereafter McC03).

The pointings were centered at the reference position  $\text{RA}(2000) = 03^{\text{h}} 05^{\text{m}} 26.00^{\text{s}}$  and  $\text{Dec}(2000) = +17^\circ 17' 54''$ , so that the CFH12K field of view encompasses the three major clusters of galaxies. Sequences of dithered exposures were obtained in  $B$ ,  $V$  and  $R$  filters using small shifts of about 30 arcsec to fill the gaps between the CCDs and to accurately flat field each individual image frame. Table 1 summarizes and assesses the useful observations used in this paper.

The  $B$ ,  $V$  and  $R$  data were processed and calibrated at the TERAPIX data center located at IAP. The pre-calibration process was done using the `flips` package<sup>1</sup>. Photometric and astrometric calibrations, as well as image stacking and catalogue

<sup>1</sup> <http://www.cfht.hawaii.edu/~jcc/Flips/flips.html>

**Table 1.** Summary of the observations with total exposure time (+the number of dithered pointings), seeing and limiting magnitude. Following McCracken et al. (2003), the  $AB$  limiting magnitude corresponds to a 50% completeness limit.

Filter	Exp. time (s)	Seeing (arcsec)	Limiting (mag)
$B_{AB}$	$6 \times 600 = 3600$	0.9	25.75
$V_{AB}$	$6 \times 600 = 3600$	0.9	25.50
$R_{AB}$	$10 \times 720 = 7200$	0.7	26.50

production were done using the current software package available at TERAPIX<sup>2</sup>. The overall pre-reduction (bias and dark subtraction, flat-field calibration), photometric and astrometric calibration as well as image resampling and co-addition follow exactly the same algorithms and steps as in McC03. We refer to this paper for further details.

## 2.2. Photometric calibration

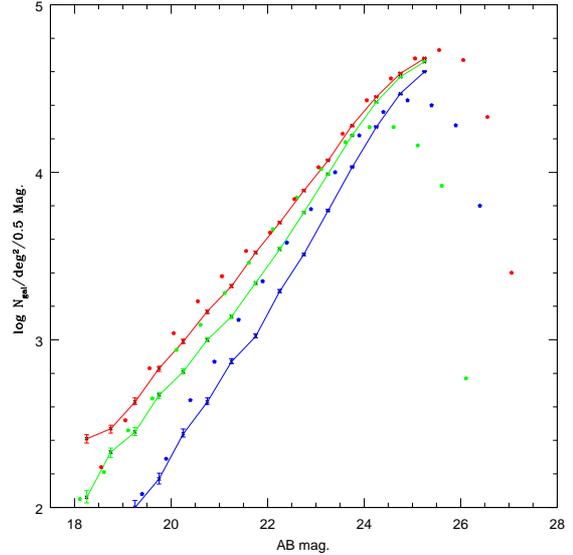
The photometric calibration was done using Landolt star fields SA95 and SA113 (Landolt 1992). The IRAS maps (Schlegel et al. 1998) show that the Galactic extinction is important in this field. The average  $E(B - V) = 0.125$ , leading to extinction corrections in  $B$ ,  $V$  and  $R$  of 0.508, 0.384 and 0.285 respectively. We adopted the  $AB$  magnitude corrections provided by McC03:  $B_{AB} = B - 0.097$ ,  $V_{AB} = V - 0.007$  and  $R_{AB} = R + 0.218$ .

The object photometry was derived using the Magauto parameter of SExtractor (Bertin & Arnouts 1996) for the magnitude and Magaper for the color index, with the  $V$  catalogue as reference position, inside a 2 arcsec aperture. The galaxy number counts derived from this photometry peak at  $B_{AB} = 24.9$ ,  $V_{AB} = 24.3$  and  $R_{AB} = 25.6$ . As in McC03, we derived the limiting magnitude by adding simulated stellar sources in the field. The limiting depths at which 50% of these sources are recovered are  $B_{AB} = 24.9$ ,  $V_{AB} = 24.3$  and  $R_{AB} = 25.6$ , in good agreement with the expectations from the McC03 F02 deep exposures, once rescaled to a similar exposure time (see Fig. 1).

The reliability of the photometric calibration was checked by comparing the  $B$ ,  $V$  and  $R$  galaxy counts to those published for the VIRMOS F02 field by McC03. The supercluster galaxy population contaminates the galaxy number counts. However, as the  $B - (B - V)$  and  $R - (B - R)$  color-magnitude diagrams show, the bright-end and faint-end galaxy populations are dominated by field galaxies, so we expect the data of the MS0302+17 supercluster and the VIRMOS F02 data to be comparable for these populations. We checked that the counts agree within 0.05 mag with McC03 for the three filters.

We also checked the  $(B - V)$  versus  $(V - R)$  color-color magnitude of stars, as selected from the SExtractor stellar index. To avoid mixing of galaxies in the sample, we only used bright objects that have a reliable stellar index. The colors are plotted in Fig. 2 (yellow dots) and compared to selected stars on the main sequence and giant-star  $(B - V)/(V - R)$  tracks from

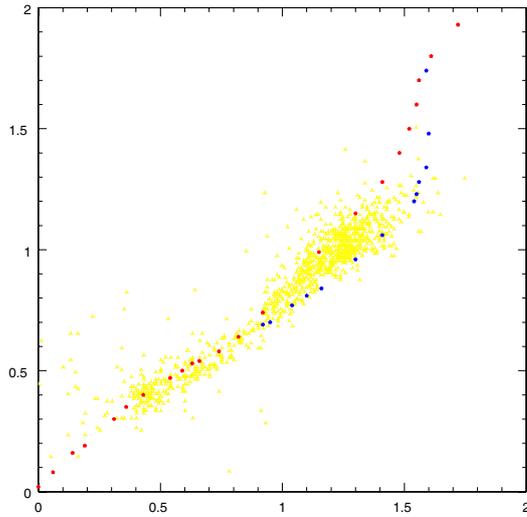
<sup>2</sup> <http://terapix.iap.fr/>



**Fig. 1.**  $BVR$  galaxy counts in the MS0302+17 supercluster field. The red, green and blue dots show the galaxy number density in  $R$ ,  $V$  and  $B$ , respectively. The solid red, green and blue lines show the same counts obtained with the same filters on the deep VIRMOS F02 field by McC03. For the bright and faint magnitudes the agreements are excellent. In between, the MS0302+17 counts show a systematic excess that reveals the supercluster populations at  $z = 0.42$ .

Johnson (1966). Two populations are clearly visible: the blue stars ( $B - V < 1.0$ ) are halo stars, the red ones ( $(B - V) \simeq 1.3$ ) are disk M-dwarf stars. The blue population perfectly matches the Main Sequence, but for the red sample we found a systematic offset of 0.1 in the  $(B - V)$  term. A similar discrepancy has already been mentioned by Prandoni et al. (1999). It is likely due to the color correction, which is no longer linear for those stars. The dispersion is easily explained by the intrinsic dispersion of stellar colors and likely from statistical magnitude measurement errors. We therefore conclude that our  $(B - V)$  and  $(V - R)$  colors have an internal error of  $\pm 0.05$  mag.

The CCD to CCD calibration errors are in principle minimized since all CCDs are rescaled with respect to the reference CCD#4 that contains several Landolt stars. However, residuals from illumination correction may still bias the calibration. We checked the CCD to CCD stability by comparing the  $B$ ,  $V$  and  $R$  galaxy counts. The contamination by cluster galaxies in the field makes this approach difficult. Their effects were minimized by removing the cluster regions from the count estimates. However, since the diffuse supercluster filaments also contaminate the signal, large CCD to CCD fluctuations of the counts still remain. We therefore focused on the faint end part of the magnitude distribution, where the supercluster populations should be negligible. Using these constraints, the average CCD to CCD galaxy count fluctuations in  $B$ ,  $V$  and  $R$  are 2.5% in each filter, with peaks of 7.5%. When clusters fields are included and the magnitude range is broadened, the peaks reach 16%. This clearly reveals the presence of clusters populations. Possible residuals from calibration



**Fig. 2.** Color-color diagram of bright stellar objects in the MS0302+17 supercluster field. The horizontal and vertical axes are the Johnson  $(B - V)$  and  $(V - R)$  color indices, respectively. The red and blue dots show the stellar tracks for Main Sequence and Giant stars, as predicted by Johnson (1966). The yellow dots are the color positions of the bright star sample. The figure clearly shows two populations: the blue halo stars ( $(B - V) < 1.0$ ) and the red disk M-dwarf stars.

problems are therefore negligible compared to fluctuations expected from Poisson or cosmic variance.

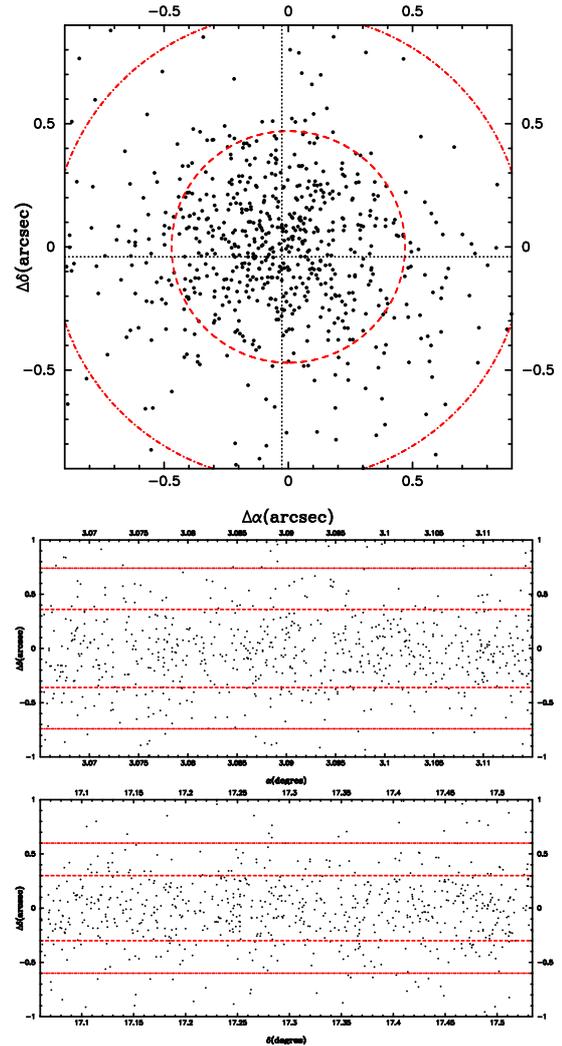
Possible color variations of stars from one CCD to another were checked using a color analysis of 100 stars per chip. We found that they all show similar average  $(B - V)$  and  $(V - R)$  colors inside the 12 CCDs, within  $\pm 0.1$  (i.e.  $2\sigma$ ) and without any systematic color gradient. This confirms, independently of the galaxy counts, that the photometry and our  $(B - V)$  and  $(V - R)$  colors are stable enough across the field to meet our scientific goals.

### 2.3. Astrometric calibration

The astrometric calibration was done using the *Astrometric* package developed jointly by the TERAPIX center and Osservatorio di Capodimonte in Naples for wide field images<sup>3</sup>. The algorithms are extensively described in McC03 and Radovich et al. (2003), so we refer to these two papers for further details.

For the MS0302+17 data, the calibration was done using the USNO-A2.0 reference star catalogue (Monet 1998). The astrometric center and tangent point of the CFH12K is  $\alpha_{2000} = 03^{\text{h}} 05^{\text{m}} 25.8^{\text{s}}$  and  $\delta_{2000} = +17^{\circ} 17' 54''$ . Since the  $V$  image has much fewer saturated stars than the  $R$  image, we preferred to use it as the reference astrometric data, although the  $R$  is deeper and has a better seeing. We then cross-correlated the  $V$  input catalogue generated by SExtractor to the USNO-A2.0. After rejection of saturated objects, we found 731 stars common to

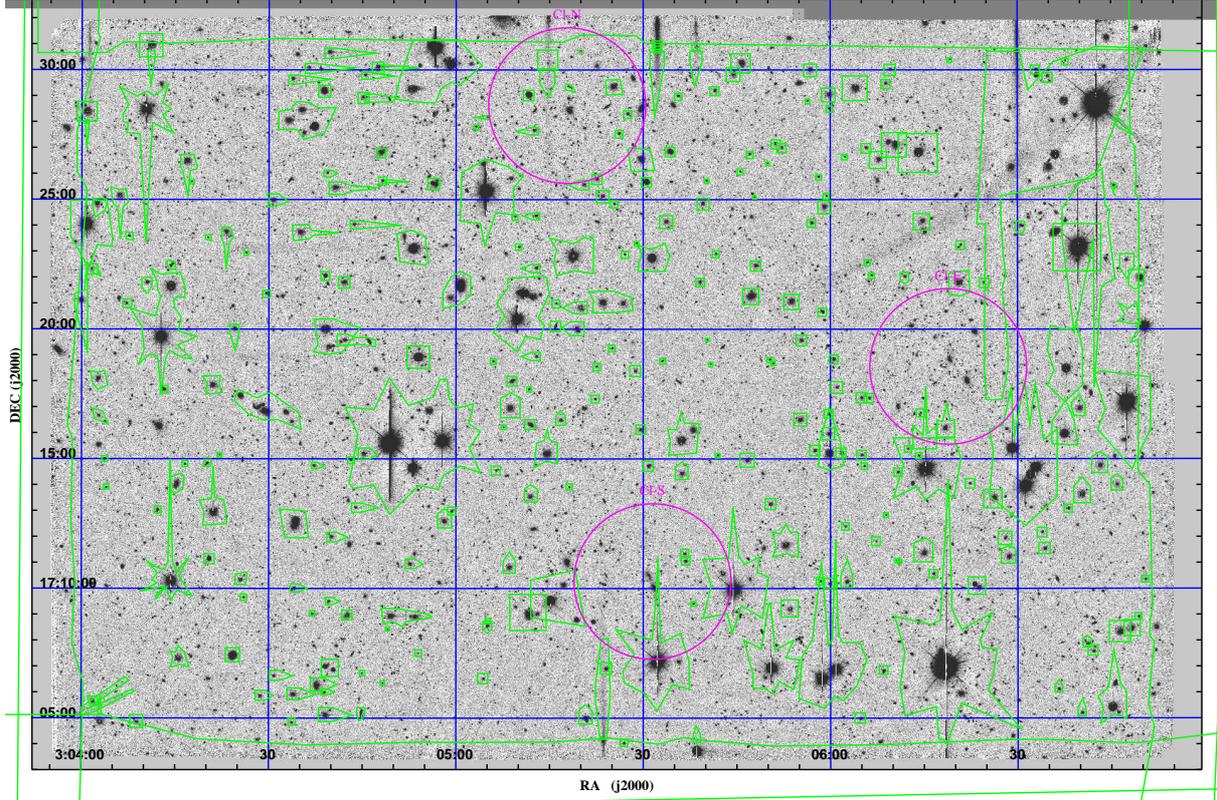
<sup>3</sup> <http://www.na.astro.it/~radovich/>



**Fig. 3.** Astrometric calibration of the MS0302+17 field. The top panel shows the residual  $\Delta\alpha$  and  $\Delta\delta$  between the USNO reference star position and the astrometric solution. The two bottom panels show the RA and Dec residual star position difference as a function of the RA and Dec in the MS0302+17 supercluster field. No trend is visible, showing that astrometry is stable across the whole field of view.

both catalogues. The star sample is homogeneously spread over the CCDs, so that we used 50 to 70 stars per CCD. Figure 3 shows the residuals between the reference USNO-A2.0 star positions and positions derived from the astrometric solution. The rms coordinate error is  $0''.45$  (68%) and is similar in both RA and Dec directions ( $\Delta\alpha = 0''.36$ ,  $\Delta\delta = 0''.30$ , respectively). No systematic shift or position gradient is visible. Each  $V$  frame was resampled according to the astrometric calibration and then stacked to produce the final  $V$  image.

The  $B$  and  $R$  images are calibrated with respect to the  $V$  image. The matching uses detection catalogues generated by SExtractor so the cross-correlation can be done using several thousands of stars and galaxies. Since the  $B$ ,  $V$  and  $R$  data were



**Fig. 4.** *R* band image of the MS0302+17 supercluster field used for the light and mass analysis. Coordinates are in J2000. The center point is RA = 03<sup>h</sup> 05<sup>m</sup> 25.79<sup>s</sup> and Dec = +17° 17′ 54.02″. The field size is 42.9′ × 29.0′ (i.e. 14.2  $h_{70}^{-1}$  Mpc × 9.6  $h_{70}^{-1}$  Mpc at  $z = 0.42$ ). The 3 arcmin radius circles show the cluster positions of the X-ray emission peaks: CIN, North 03<sup>h</sup> 05<sup>m</sup> 17.81<sup>s</sup>, +17° 28′ 37.6″,  $z = 0.425$ , CIE, East 03<sup>h</sup> 06<sup>m</sup> 18.89<sup>s</sup>, +17° 18′ 33.9″,  $z = 0.418$  and CIS, South 03<sup>h</sup> 05<sup>m</sup> 31.49<sup>s</sup>, +17° 10′ 16.3″,  $z = 0.426$ . Green polygons define the masked areas that have been removed from the image analysis.

obtained during the same night, systematic offsets only correspond to small shifts imposed by the observer, and rotation between each image is negligible. Across such a small field, the atmospheric differential refraction for an airmass ranging between 1.0 to 1.5 produces shifts smaller than 0′.4 between the *B*, *V* and *R* image and a chromatic residual that is less than 0′.04 between the *B* and *R* image. The rms coordinate errors between the *B* and *R* catalogue and the *V* reference are 0′.05 (68% CL).

#### 2.4. Final catalogues

Using the calibrated *B*, *V*, and *R* images, we then produced the final *BVR* objects catalogue. It contains 28 600 galaxies and 1100 stars, as defined according to the SExtractor stellarity index. The common area is composed of 12 500 × 8500 pixels and is 0.343 deg<sup>2</sup> wide. It corresponds to an angular size of 42.7′ × 28.9′ (i.e. 14.2  $h_{70}^{-1}$  Mpc × 9.6  $h_{70}^{-1}$  Mpc at  $z = 0.42$ ).

For weak lensing analysis we produced another catalogue that only uses the *R* band image without regard of the *B* and *V* data. This image is the deepest one and has the best

seeing. The weak lensing catalogue contains more objects than the joined *B*, *V* and *R* one. Its properties are detailed in Sect. 4.

CCD defects, gaps or overlap areas between CCDs, bright stellar halos, saturated stars and asteroid track residuals generate spurious features. They are removed from the catalogue using the manual masking process described in van Waerbeke et al. (2000, 2001) as shown in Fig. 4. Field boundaries are also masked, and we finally end up with an effective area of 0.228 deg<sup>2</sup>. The catalogues discussed in the following will only concern this common unmasked part of the field.

### 3. Supercluster galaxies and light distribution

As shown above, the color information is stable across the field within 0.05 mag accuracy which is sufficient to make a reliable selection of cluster and non-cluster galaxies using colors. The supercluster member selection and the redshift distribution of foreground and background lensed sources were done using color-color diagrams together with the measurement of photometric redshifts.

### 3.1. Photometric redshifts vs. color–color relation

We first attempted to use  $B$ ,  $V$  and  $R$  photometry to derive photometric redshifts using the `hyperz`<sup>4</sup> package (Bolzonella et al. 2000). Details of the method applied to clusters or deep multi-color wide field surveys can be found in Athreya et al. (2002); van Waerbeke et al. (2002); Gavazzi et al. (2003). However, compared to these previous analyses, we only have three bands, which severely reduces the reliability of photometric redshift information. When compared to an “empty” region located westward on the field, the photometric redshifts show an excess of galaxies in the redshift range  $[0.25–0.65]$ . The photometric redshift uncertainty ( $\sim \pm 0.2$ ) hampers any detailed redshift investigation of the supercluster galaxies. This noisy redshift information can partially be used for the distinction between foreground and supercluster objects and background lensed galaxies (see Sect. 4).

Fortunately, at redshift  $z \approx 0.4$  the typical 4000 Å break spectral feature lies between the  $B$  and  $R$  filters and can easily reveal early type galaxies. The cluster selection was therefore primarily focused on the red cluster sequence in the color–magnitude diagrams. By using a  $B$ ,  $V$  and  $R$  color–color diagram of well-defined magnitude limited sample of galaxies for the selection of the supercluster members, one can easily isolate co-eval early-type cluster galaxies. We first flagged objects within a 1.5 arcmin radius from the center of each cluster. Figure 5 shows the  $(B - V)$  versus  $(V - R)$  color–color diagram. Early-type galaxies concentrate around  $1.1 \leq (B - V) \leq 1.42$ , the supercluster elliptical galaxies at  $z = 0.42$  having also  $0.47 \leq (V - R) - 0.5(B - V) \leq 0.77$ . Objects with a  $(V - R)$  color bluer than that band are elliptical galaxies with a lower redshift. Most are in the redshift range  $0.1 < z < 0.4$ . Passive evolution tracks for elliptical galaxies kindly provided by D. Leborgne (see Fioc & Rocca-Volmerange 1997) are in excellent agreement with our observations.

The following set of equations summarizes our selection criteria for early-type galaxies. Equations (1a)–(1c) are criteria for supercluster members, whereas (1a)–(1b) and (1d) stand for the selection of foreground early-type galaxies.

$$19 \leq R \leq 23, \quad (1a)$$

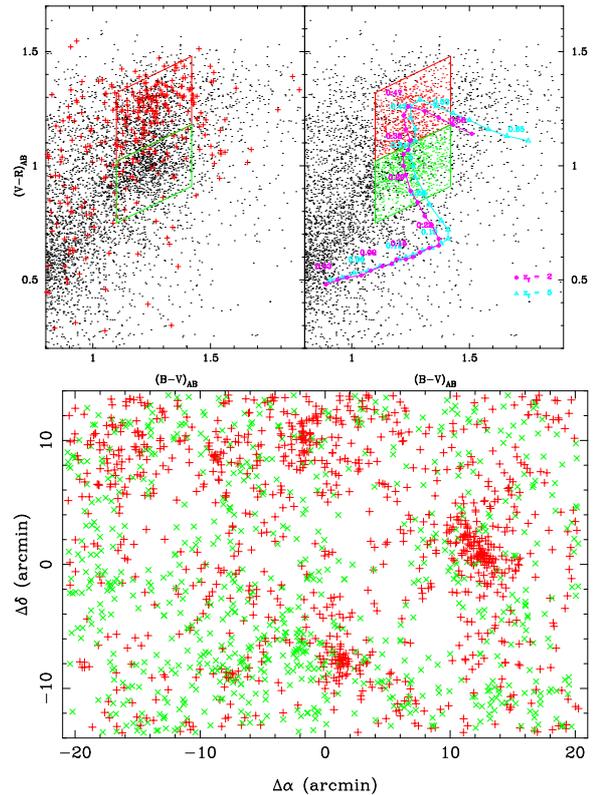
$$1.1 \leq (B - V) \leq 1.42 \quad (1b)$$

$$0.47 \leq (V - R) - 0.5(B - V) \leq 0.77 \quad (1c)$$

$$0.2 \leq (V - R) - 0.5(B - V) \leq 0.47. \quad (1d)$$

The foreground sample has a mean redshift  $z \approx 0.3$  and contains 770 galaxies, and the supercluster sample contains 750 galaxies. Their luminosity distribution is well centered around  $L_*$ . We did not select ellipticals with  $z < 0.2$  since they are very few and provide a negligible lensing signal. Elliptical galaxies at  $z \geq 0.6$  also have a poor lensing efficiency compared to those at the supercluster redshift.

Our color–color selection method fails to localize bluer late-type galaxies. Thus, we have to keep in mind that the light due to cluster spirals is not taken into account. K98 and Fabricant et al. (1994) argued that  $\approx 30\%$  of the total  $B$  band



**Fig. 5.** *Upper left panel:* color–color diagram. The red + signs code for the supercluster objects that lie within 1.5 arcmin of individual clusters. The early-types are concentrated around  $(B - V)_{AB} \approx 1.2$ . The additional knowledge of  $(V - R)$  color provides an efficient selection of supercluster objects at  $z \sim 0.4$ . *Upper right panel:* color–color diagram that explicitly makes the distinction between supercluster and foreground ellipticals along the  $(V - R)$  axis. The variation of  $(V - R)$  with redshift along the  $(B - V)_{AB} \approx 1.2$  line is well reproduced by predicted passive evolution tracks for ellipticals whatever their formation redshift. We define a foreground subsample centered around  $z \approx 0.3$  i.e. inside the lower green lozenge whereas the upper red one encompasses the supercluster ellipticals. The lower panel shows the corresponding spatial distribution. Supercluster members (red + symbols) are clearly clustered around the three known clusters. Foreground objects (green × symbols) are clearly less clustered although some clumps are also visible.

rest-frame luminosity is due to late-types, so their contribution, though sizeable, is not expected to be dominant.

We estimated the contamination by field galaxies inside the color–color region of supercluster members. We selected similar galaxies satisfying (1a)–(1c) far from the regions around the three clusters and plotted them in the color–color diagram. The fraction of field galaxies inside the cluster color–color region turns out to be negligible. This efficient selection process expresses the fact that for this redshift ( $z \approx 0.4$ ), the  $(B - V)$  and  $(V - R)$  colors are reliable filters. In contrast, the lower  $(V - R)$  limit used for the foreground subsample selection is more questionable, so we may miss some of the nearest ellipticals. However, since their lensing contribution is small,

<sup>4</sup> <http://webast.ast.obs-mip.fr/hyperz/>

it has no impact on the interpretation of the weak lensing signal.

### 3.2. Spatial distribution of light and associated convergence

In this section, we investigate the spatial distribution of supercluster galaxies. We also estimate the foreground contribution to light. The apparent  $B_{AB}$  magnitudes are converted into rest-frame luminosities using K-corrections also provided by D. Leborgne. For  $z = 0.42$  supercluster members, we used  $K_B = 1.88$ , and for  $z \approx 0.3$  foreground early-types  $K_B = 1.14$ . As detailed in Sect. 4.2, the redshift distribution of lensed sources implies the following critical surface densities:  $\Sigma_{\text{crit}}(z_d = 0.42) = 2.72 \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}/\text{arcmin}^2$  and  $\Sigma_{\text{crit}}(z_d = 0.3) = 1.95 \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}/\text{arcmin}^2$ .

Instead of computing a filtered luminosity map with Gaussian smoothing, we follow the method of K98, G02 and Wilson et al. (2001b). It consists of weighting the luminosity map by its lensing efficiency (different for foreground and supercluster components). Assuming a constant mass-to-light ratio for supercluster galaxies, the luminosity field at a given position  $\theta$  is converted into a mass density field,  $\Sigma_{\mathcal{L}}(\theta)$ . Then it is translated into a convergence  $\kappa_{\mathcal{L}}(\theta) = \Sigma_{\mathcal{L}}(\theta)/\Sigma_{\text{crit}}$  field. We finally convert it into a shear field  $\gamma(\theta)$  and derive a supercluster shear pattern that samples the field according to the source catalogue positions (see Sect. 4.2). From this shear field a new convergence field can be drawn. It has the same field size and shape, the same masking and the same sampling properties as the  $\kappa$ -map we construct in Sect. 4.3.

The inferred shear field reads:

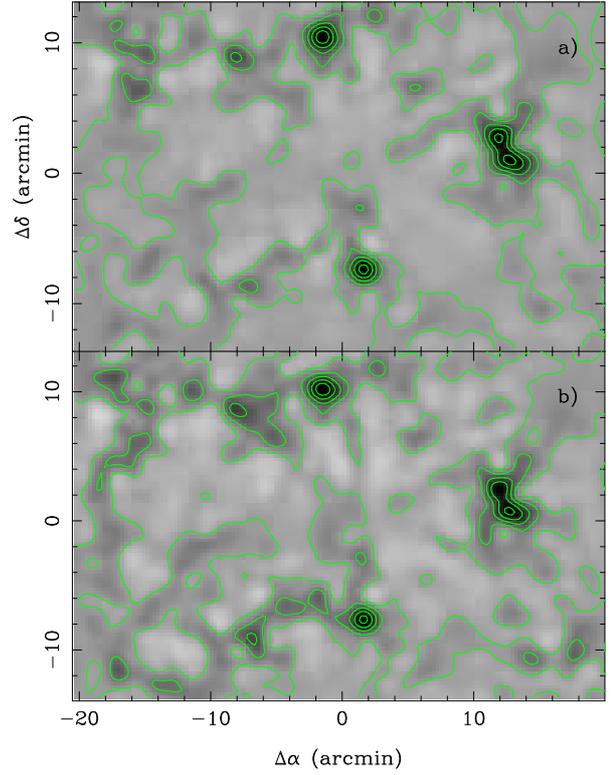
$$\gamma(\theta) = \left[ \sum_{i=1}^{N_{\text{lens}}} \gamma_0(\theta - \theta_i) \right] * W(\theta), \quad (2)$$

where  $W$  is a 40 arcsec Gaussian smoothing filter, and  $\gamma_0$  is the shear profile of an individual galaxy. Since we are primarily interested in the collective behavior of galaxies and we are looking at scales  $\geq 1$  arcmin, we do not make a further hypothesis about the radial density profiles of galaxy halos. This means that galaxies are equivalent to point masses, so  $\gamma_0$  simply reads:

$$\gamma_0(\theta) = \frac{M}{L} \times \frac{L}{\pi \Sigma_{\text{crit}} \theta^2} \quad (3)$$

where  $M/L$  is the mass-to-light ratio which is assumed to be the same for all galaxies. The  $\gamma \rightarrow \kappa$  inversion is detailed in Sect. 4.3. It turns out that luminosity-weighted  $\kappa_{\mathcal{L}}$  and number-density-weighted<sup>5</sup>  $\kappa_N$  convergence maps are almost proportional. A small deviation from equality appears for the highest contrast values. In this case,  $\Delta \kappa_N / \kappa_N \lesssim \Delta \kappa_{\mathcal{L}} / \kappa_{\mathcal{L}}$  as we expect if the brightest galaxies lie in the densest regions. The resulting  $\kappa$  from light maps are shown in Fig. 6. The upper panel shows the  $\kappa_{\mathcal{L}}$  convergence map for the supercluster objects only, whereas the lower panel shows the modifications produced by addition of foreground structures. The three known clusters are clearly

<sup>5</sup> in this case,  $\gamma_0(\theta) = \frac{M_0}{\pi \Sigma_{\text{crit}} \theta^2}$  with  $M_0$  the mass of a galaxy halo, which is assumed to be constant from one galaxy to another.



**Fig. 6.** Effective convergence maps derived from the luminosities of early type galaxies. The convergence is expressed as  $\kappa(\theta) = \Sigma(\theta)/\Sigma_{\text{crit}}$  but the supercluster contribution may be contaminated by foreground galaxies. Panel **a**) (top) shows the luminosity weighted convergence map of supercluster objects, as inferred from the positions of galaxies in the color-color diagram. Panel **b**) (bottom) shows the same map with the contribution of the foreground galaxies. The origin coordinate is RA = 03<sup>h</sup> 05<sup>m</sup> 25.79<sup>s</sup> and Dec = +17° 17' 54.02". We applied a 40" wide Gaussian smoothing scale. The two maps are almost similar, confirming that foreground structures along the line of sight do not dominate uncertainties in the error budget. Green levels start at  $\kappa = 0.0$  and increase linearly with step 0.02. We assumed a fiducial mass-to-light ratio  $M/L = 300 h_{70} (M/L)_{\odot}$ .

detected and seem to encircle a large underdense region. A diffuse extension, less dense than the clusters, appears westward from the northern cluster (CIN). This extension encompasses two clumps at  $\Delta\alpha \sim -8'$  and  $\Delta\alpha \sim -15'$ . Another extension toward the North-West of CIS is partly due to foreground structures. Using the spectroscopic redshift of two member galaxies, K98 argued that this clump probably lies at  $z = 0.3$ .

## 4. Weakly Lensed objects sample – Shear analysis

The coherent stretching produced by the weak lensing effect due to the MS0203+17 supercluster is measured using the deep catalogue extracted from the  $R$  band image. Its depth and high image quality allow us to lower the detection threshold and to increase the galaxy number density ( $\approx 25 \text{ arcmin}^{-2}$ ), compared to the  $B$  and  $V$  images. This reduces the Poisson noise of the weak lensing statistics and increases the spatial sampling of

the supercluster mass reconstructions. Close galaxy pairs with angular separations less than 5 arcsec are discarded to avoid blended systems that bias ellipticity measurements. The reliability of shape measurements is expected to be as good as the current cosmic shear survey data (van Waerbeke et al. 2001).

#### 4.1. PSF correction

Blurring and distortion of stars and galaxies produced by instrument defects, optical aberrations, telescope guiding, atmospheric seeing and differential refraction are corrected using the PSF of stars over the whole field. Several correction techniques and control of systematic errors have been proposed over the past 10 years (see e.g., Mellier 1999; Bartelmann & Schneider 2001; van Waerbeke & Mellier 2003; Réfrégier 2003). In the following we use the most popular KSB95 method initially proposed by Kaiser et al. (1995). Several teams have already demonstrated that the KSB95 method can correct systematics residuals down to the lower limit shear amplitude expected on supercluster scales (van Waerbeke & Mellier 2003; Réfrégier 2003).

Following KSB95 method, the observed ellipticity components  $e_{\alpha=1,2}^{\text{obs}}$  are composed of its intrinsic ellipticity components  $e_{\alpha}^{\text{src}}$ , and linear distortion terms that express the instrument and atmospheric contaminations and the contribution of gravitational shear to the galaxy ellipticity. Each ellipticity component is transformed as:

$$e_{\alpha}^{\text{obs}} = e_{\alpha}^{\text{src}} + P_{\alpha\beta}^{\text{g}} g_{\beta} - P_{\alpha\beta}^{\text{sm}} q_{\beta}^* \quad (4a)$$

$$\text{with } P_{\alpha\beta}^{\text{g}} = P_{\alpha\beta}^{\text{sh}} - P_{\alpha\gamma}^{\text{sm}} \left( \frac{P_{\gamma\beta}^{\text{sh}}}{P_{\text{psm}}} \right)^* \quad (4b)$$

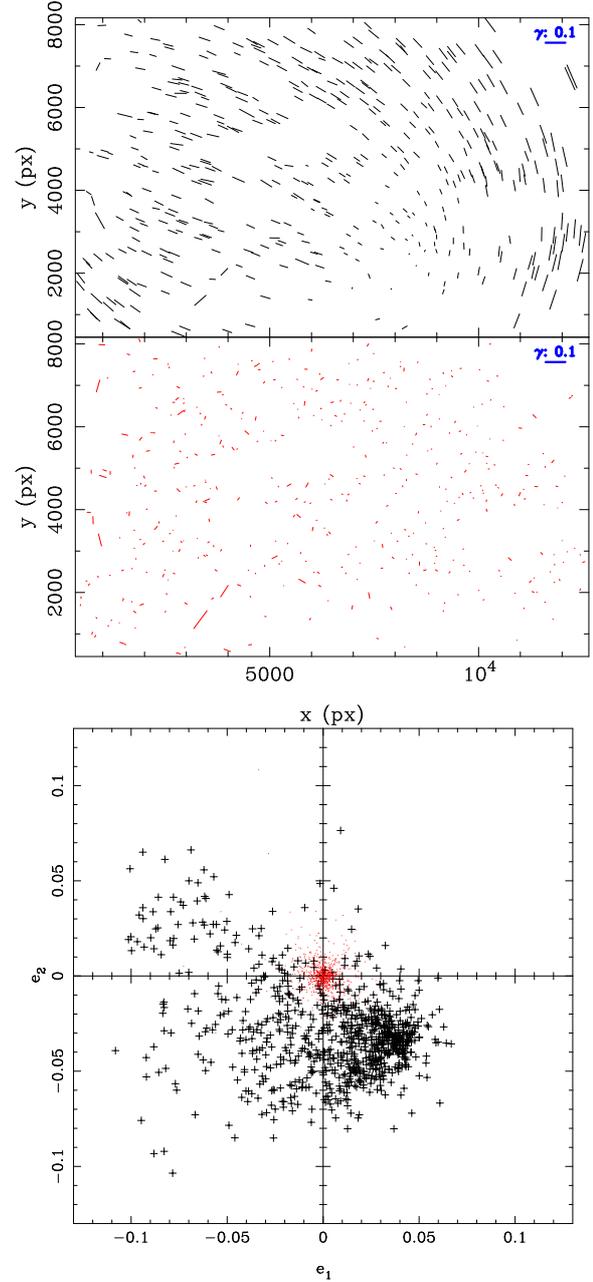
where  $g$  is the reduced gravitational shear,  $P^{\text{sm}}$  is the *smear polarizability*,  $P^{\text{sh}}$  the *shear polarizability* and  $P^{\text{g}}$  the isotropic circularization contribution to the final smearing. In the following, all these tensors are simplified to half their trace and have been calculated with Imcat<sup>6</sup> tools.  $\left( \frac{P^{\text{sh}}}{P^{\text{sm}}} \right)^*$  and  $q^*$  are quantities that are measured from field stars. Their shape is fitted by a second order polynomial, applied individually to each CCD of the CFH12K camera. Stars are selected in the magnitude- $r_h$  plane, as usual.  $q^*$  is the anisotropic part of the PSF, which is subtracted from galaxy ellipticities. The residual is shown in Fig. 7. It does not show any peculiar spatial pattern and is consistent with a one percent rms noise.

The smearing part of the PSF contained in the  $P^{\text{g}}$  term depends on the magnitude of the object and on its size as compared to the seeing disk. To optimally extract  $P^{\text{g}}$ , we derived it from an averaged value over its 70 nearest neighbors in the magnitude- $r_h$  plane. Its variance is then used as a weighting scheme for the shear analysis. The weight assigned to each galaxy is finally the inverse variance  $\sigma_{e_i}^2$  of the observed ellipticities:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_{e_i}^2} = \frac{P^{\text{g}2}}{P^{\text{g}2}\sigma_0^2 + \sigma_i^2}, \quad (5)$$

where  $\sigma_0 = 0.3$  is the intrinsic dispersion in galaxy ellipticities and  $\sigma_i \approx 0.13$  is the observed dispersion of ellipticities over

<sup>6</sup> <http://www.ifa.hawaii.edu/~kaiser/imcat/>



**Fig. 7.** *Upper panel:* spatial distribution of stellar ellipticities before (black) and after (red) PSF correction. *Lower panel:* the same stellar ellipticities in the  $(e_1, e_2)$  plane, uncorrected (black crosses) and corrected (red dots) from PSF anisotropy. The residual rms dispersion around the center is less than one percent.

the 70 closest neighbors. A weighted magnitude histogram of the source sample shows that we can select galaxies down to the limiting magnitude  $R_{AB} = 25.6$ . In this subsample, galaxies with a  $r_h$  smaller than that of stars are discarded.

#### 4.2. Redshift distribution and shear calibration

Because the source sample is deeper than the photometric catalogue, the redshift distribution of background objects cannot be derived from the photometric redshifts calculated with the  $B$ ,  $V$  and  $R$  data. Nevertheless, for the distinction between foreground and background-lensed objects, we can use a rough limiting redshift estimate.

We chose to reject objects with a  $z_{\text{phot}} < 0.5$ . We also discarded the early-type galaxies selected in the color-color diagram of Sect. 3. Finally, we selected background galaxies within the magnitude range:  $22.4 < R_{AB} < 25.6$ . The source catalogue contains 22 125 galaxies. This corresponds to a number density  $n_{\text{bg}} \approx 27 \text{ arcmin}^{-2}$ .

The properties of the resulting sample are roughly comparable with those of the sample of van Waerbeke et al. (2001, 2002), though their magnitude cut  $I_{AB} < 24.5$  instead of  $R_{AB} \leq 25.6$  as in this work. They inferred the redshift distribution:

$$n(z) = \frac{1}{z_s \Gamma(a)} \left( \frac{z}{z_s} \right)^{a-1} e^{-z/z_s}, \quad (6)$$

where  $a = 5/2$ ,  $z_s = 0.44$  leading to  $\bar{z} = az_s = 1.1$  and  $\sigma_z = \sqrt{az_s} = 0.7$ . The median redshift is well approximated by  $\text{Med}(z) \simeq (a - 0.33)z_s \simeq 0.95$ . At the same time, G02 proposed a median redshift  $z = 1$  for their magnitude cut  $R < 26$ . Using the same analytic form as (6), we found that  $a \simeq 1.9$  and  $z_s \simeq 0.55$  provide a good description of our redshift distribution implying a median redshift  $\text{Med}(z) = 1$  and a broader distribution  $\sigma_z \simeq 0.8$ .

For the supercluster redshift  $z_d = 0.42$  we calculated the mean of the ratio  $\beta = \langle D_{\text{ds}}/D_s \rangle$  and the corresponding critical surface density  $\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{\beta^{-1}}{D_d}$ , where  $D_d$ ,  $D_s$  and  $D_{\text{ds}}$  are angular distances between the observer and deflector, observer and sources and deflector and sources, respectively. We found:

$$\begin{aligned} \beta &= 0.49, \\ \Sigma_{\text{crit}} &= 2.72 \times 10^{15} h_{70} M_{\odot} \text{Mpc}^{-2} \\ &= 3.02 \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot} \text{arcmin}^{-2}. \end{aligned} \quad (7)$$

For foreground galaxies at  $z \sim 0.3$ , we found  $\beta = 0.63$ ,  $\Sigma_{\text{crit}} = 1.95 \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot} \text{arcmin}^{-2}$ . The redshift distribution of sources is indeed equivalent to a single source plane configuration with redshift  $z_{\text{sheet}} \approx 0.95$ . The depth and the source plane redshift we use are in good agreement with previous ground based analyses like those of Clowe & Schneider (2001, 2002). The uncertainty in the gravitational convergence produced by the redshift distribution of the sources is about 5%, which is much smaller than the error bars we expect from statistical noise due to intrinsic galaxy ellipticities.

#### 4.3. Mass map

Our mass reconstruction is based on the Kaiser & Squires (1993) (KS93) algorithm. The convergence  $\kappa(\theta) = \Sigma(\theta)/\Sigma_{\text{crit}}$  is related to the observed shear field  $\gamma(\theta)$  through:

$$\kappa(\theta) = \int_{\mathbb{R}^2} D(\theta - \boldsymbol{\vartheta})^* \gamma(\boldsymbol{\vartheta}) d^2\boldsymbol{\vartheta}, \quad (8)$$

where  $\gamma$  and  $D(\theta) = \frac{1}{\pi} \frac{-1}{(\theta_1 - i\theta_2)^2}$  are complex quantities. On the physical scales we are exploring the lensing signal is weak enough so that  $\langle e \rangle = \frac{\gamma}{1-\kappa} \simeq \gamma$ . The ellipticity catalogue is smoothed with a  $\theta_s = 40''$  Gaussian filter:

$$\hat{\gamma}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_i w_i e_i : \exp\left(-\frac{(\theta - \theta_i)^2}{2\theta_s^2}\right), \quad (9)$$

where  $w_i$  are the weights defined in Eq. (5) and  $N \simeq 2\pi n_{\text{bg}} \theta_s^2 \approx 170$  can be viewed as the mean number of sources inside the filter. The resulting convergence map presents correlated noise properties:

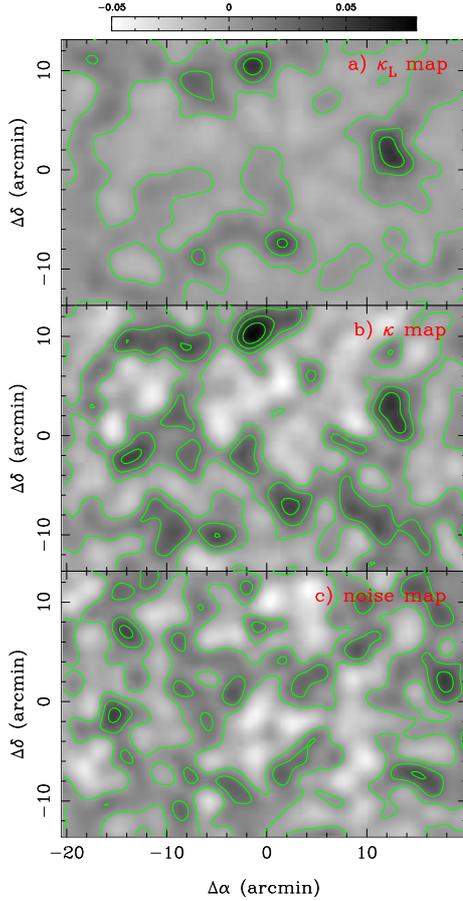
$$\langle \kappa_n(\boldsymbol{\vartheta}) \kappa_n(\boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{\theta}) \rangle = \frac{\sigma_i^2}{8\pi n_{\text{bg}} \theta_s^2} \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\vartheta})^2}{4\theta_s^2}\right). \quad (10)$$

$\sigma_i \approx 0.42$  is the dispersion in ellipticities of our galaxy sample.  $\frac{\sigma_i}{\sqrt{8\pi n_{\text{bg}} \theta_s^2}} \simeq 0.016$  characterizes the noise level. The  $\kappa$ -map reconstruction result is shown in the middle panel of Fig. 8. The bottom panel shows the reconstruction applied to the same galaxy sample, but with the orientation rotated by  $45^\circ$ . It represents the imaginary part of Eq. (8), which should be a pure noise realization if the coherent distortion field is only produced by gravitational lensing.

The three main clusters CIN, CIS and CIE are detected with a high significance. A few substructures with a lower detection significance are also visible. We detail in Sect. 4.4 the various quantities measured for the clusters. A comparison with the X-ray emissivity map displayed in Fig. 1 of K98 shows an excellent agreement. See also Fig. 1 of Fabricant et al. (1994). The clusters are also detected in the  $\kappa$ -from-light map shown in the top panel of Fig. 8. The clumpy extension detected westward from CIN can be seen in the light map. Another clump located at  $03^{\text{h}} 04^{\text{m}} 30^{\text{s}}, +17^\circ 15' 00''$  may be either a foreground structure or an extension toward the west from CIS. This luminous component is visible in the lower panel of Fig. 6 but not in the  $\kappa$ -map of the top panel. From spectroscopic data, K98 argued that this structure may lie at  $z \approx 0.3$ . A large void region between the clusters is also apparent in the mass map. When decreasing the smoothing scale, the core of CIE splits into two maxima that are also visible in the higher resolution light map of Fig. 6.

#### 4.4. Properties of clusters

The global properties of the three clusters are explored using integrated physical quantities enclosed within the radius  $r_0 = 1 h_{70}^{-1} \text{Mpc} (=3')$ . For each cluster the center is set to the X-ray emissivity center. Table 2 summarizes the main quantities: the total mass from weak lensing estimates (row 3), the total rest-frame  $B$  luminosity emitted by the supercluster early-type galaxy sample (row 4), the inferred mass-to-light ratio (row 5), the ‘‘spectroscopic’’ velocity dispersion compiled from Dressler & Gunn (1992); Fabricant et al. (1994); Carlberg et al. (1996) (row 6), and the velocity dispersion derived from a fit of the weak lensing data to a Singular Isothermal Sphere (SIS) model (row 7):  $\kappa(\theta) = \theta_E/2\theta$ , where  $\theta_E = 4\pi \left(\frac{r_0}{c}\right)^2 \beta$  is the Einstein radius. Rows (8) and (9) are X-ray ROSAT



**Fig. 8.** *Upper panel:* mass reconstruction derived from the light distribution emitted by clusters+foreground elliptical galaxies  $\kappa_L$ . This map is almost a reproduction of the **b)** panel of Fig. 6 with one arcminute filtering scale. *Middle panel:* reconstructed dark matter surface density  $\kappa(\theta)$  using the KS93 inversion technique. *Lower panel:* same reconstruction after 45° rotation of source galaxies. No noticeable patterns due to systematics are visible. In all maps, the shear has been sampled at the observed position of background source galaxies, and the maps suffer the same (edge+mask)-effects. The Gaussian smoothing scale is 1'. Levels are the same as in Fig. 6. The overall agreement between panels **a)** and **b)** is good.

HRI/IPC and ASCA data (Gioia & Luppino 1994; Fabricant et al. 1994; Henry 2000)<sup>7</sup>. Row (3) is computed using the densitometric  $\zeta$ -statistic:

$$\begin{aligned} \zeta(\theta, \theta_0) &= \langle \kappa(\theta' < \theta) \rangle - \langle \kappa(\theta < \theta' < \theta_0) \rangle. \\ &= \frac{2}{1 - (\theta_0/\theta)^2} \int_{\theta}^{\theta_0} \langle \gamma_t(\theta') \rangle d \ln \theta'. \end{aligned} \quad (11)$$

$\tilde{M}(\theta) = \sum_{\text{crit}} \pi (D_d \theta)^2 \zeta(\theta, \theta_0)$  gives a lower bound on the mass contained in the cylinder of radius  $\theta$ .  $\langle \gamma_t(\theta) \rangle$  is the average

<sup>7</sup> Possible corrections to these values and larger error bars may be found in Ellis & Jones (2002); Yee & Ellingson (2003). Since the following analysis does not deal with these data, we refer to these papers for further information concerning the supercluster's X-ray properties.

tangential shear.  $\theta_0$  is set to 7 arcmin. In practice we used the estimator

$$\hat{\zeta}(\theta, \theta_0) = \frac{\sum_{i \in I} w_i e_{t,i} \left(\frac{\theta_0}{\theta_i}\right)^2}{\sum_{i \in I} w_i} \quad (12a)$$

$$\text{Var}(\hat{\zeta}) = \frac{\sum_{i \in I} w_i^2 \sigma_i^2 \left(\frac{\theta_0}{\theta_i}\right)^4}{\left(\sum_{i \in I} w_i\right)^2}, \quad (12b)$$

with  $I = \{i \mid \theta < \theta_i < \theta_0\}$ . The SIS  $\theta_E$  value is obtained by a  $\chi^2$  minimisation:

$$\chi^2 \approx \sum_i w_i \left( e_{t,i} - \frac{\theta_E}{2\theta_i} \right)^2, \quad (13)$$

where  $e_t$  is the tangential ellipticity relative to the cluster center. A trivial estimator for  $\theta_E$  is:

$$\hat{\theta}_E = 2 \frac{\sum_i w_i e_{t,i} / \theta_i}{\sum_i w_i / \theta_i^2}. \quad (14)$$

Note however that this estimator is no longer valid when  $\kappa \sim 1$ . This means that we have to select galaxies far enough from centers of clusters. Typically, we set  $1' < \theta < 7'$ .

Finally, the rest-frame  $B$ -band luminosity is obtained by adding up the luminosities of cluster galaxies with increasing radius. Systematics due to the selection of supercluster members or to contamination dominate the error budget but are small (of order 5% when changing the limits of Eqs. (1) by 10%). To account for cosmic variance, we increased the Poisson noise error by a factor of 1.3, as suggested by Longair & Seldner (1979).

The three clusters differ from one another in terms of mass and luminosity. CIN is the most massive and has the highest mass-to-light ratio. CIS shows apparent properties of a well relaxed cluster. It is highly concentrated with strong lensing features between the two brightest cluster galaxies (Mathez et al. 1992) and a rather high X-ray luminosity. CIE seems more complex: it is the most luminous in the  $R$ -band although it is the least massive and the least X-ray luminous. Table 2 shows that its kinematical velocity dispersion is much higher than what we infer from weak lensing. The latter estimate is more typical of a cluster mass than the value derived from kinematic data. Hence, CIE is likely not relaxed. We attempted to describe its bimodal structure (see Fig. 6) by fitting two individual isothermal spheres at the location of the luminosity peaks CIE1 ( $03^{\text{h}} 06^{\text{m}} 16.5^{\text{s}}, +17^{\circ} 21' 18''$ ) and CIE2 ( $03^{\text{h}} 06^{\text{m}} 19.9^{\text{s}}, +17^{\circ} 18' 21''$ ). We found  $\sigma_{\text{CIE1}} = 312_{-215}^{+100} \text{ km s}^{-1}$  and  $\sigma_{\text{CIE2}} = 473_{-100}^{+84} \text{ km s}^{-1}$ . The fit quality is slightly improved, though the quadratic sum of these individual velocity dispersions is comparable to the single isothermal sphere fit in Table 2. Note that CIE is at  $z = 0.418$  which is a rather high radial distance to the other clusters. The previous studies of Fabricant et al. (1994) and K98 demonstrated that CIE might not be gravitationally bound to the supercluster system.

The X-ray luminosity presents a better correlation with mass than with  $B$ -band luminosity. The mass-to-light ratios are rather different but the mean value within 1 megaparsec is  $M/L = 249_{-32}^{+41} h_{70} (M/L)_{\odot}$ . Within  $500 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$  we

**Table 2.** Summary of cluster properties.  $\tilde{M}$  is a lower bound on the cluster mass.  $L_B$  is the rest-frame blue band luminosity.  $M/L$  is the mass-to-light ratio. These three quantities are calculated inside  $r_0 = 1 h_{70}^{-1}$  Mpc.  $\sigma_{\text{vel}}$  is the kinematic velocity dispersion compiled from spectroscopic data (Dressler & Gunn 1992; Fabricant et al. 1994; Carlberg et al. 1996) whereas  $\sigma_{\text{SIS}}$  is the velocity dispersion deduced from weak lensing when fitting an isothermal profile for the cluster dark matter halo. Note the two distinct values of  $\sigma_{\text{vel}}$  for CIS. The lower value from Carlberg et al. (1996) is based on a larger galaxy sample. It is also in better agreement with our estimate.  $L_{\text{X,bol}}$  is the bolometric X rays luminosity and  $T_X$  the gas temperature (Gioia & Luppino 1994; Fabricant et al. 1994; Henry 2000).

		CIN	CIS	CIE
(1)	$\alpha_{2000}$	03 <sup>h</sup> 05 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	03 <sup>h</sup> 05 <sup>m</sup> 31 <sup>s</sup>	03 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 19 <sup>s</sup>
(2)	$\delta_{2000}$	+17° 28′ 38″	+17° 10′ 16″	+17° 18′ 34″
(3)	$\tilde{M}(< r_0)$ [ $10^{13} h_{70}^{-1} M_{\odot}$ ]	33.1 ± 6.7	17.9 ± 5.0	15.0 ± 5.4
(4)	$L_B(< r_0)$ [ $10^{11} h_{70}^{-2} L_{\odot}$ ]	8.3 ± 1.7	6.7 ± 1.5	11.5 ± 2.0
(5)	$M/L_B$ [ $h_{70} (M/L)_{\odot}$ ]	398 <sup>+136</sup> <sub>-101</sub>	266 <sup>+113</sup> <sub>-85</sub>	130 <sup>+57</sup> <sub>-49</sub>
(6)	$\sigma_{\text{vel}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	821 <sup>+137</sup> <sub>-94</sub>	646 ± 93 (921 <sup>+192</sup> <sub>-123</sub> )	912 ± 200
(7)	$\sigma_{\text{SIS}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	817 <sup>+83</sup> <sub>-107</sub>	635 <sup>+109</sup> <sub>-131</sub>	595 <sup>+110</sup> <sub>-133</sub>
(8)	$L_{\text{X,bol}}$ [ $10^{44} h_{70}^{-2}$ erg s <sup>-1</sup> ]	2.75 ± 0.31	3.47 ± 0.26	1.84 ± 0.36
(9)	$T_X$ [keV]	–	4.6 ± 0.8	–

found  $M/L = 231^{+60}_{-47} h_{70} (M/L)_{\odot}$  showing that no significant variation with radius is observed. It is worth noticing that values of  $M/L$  for individual clusters have a larger scatter.

We found larger errors than K98 for  $\tilde{M}$ , but our estimates are not based on smoothed mass maps from randomly shuffled catalogs. We directly used galaxy ellipticities in Eq. (12). Hence, our error estimates are more conservative and do not suffer edge + smoothing effects (+uncontrolled residual correlations).

## 5. Correlation analysis

### 5.1. Linear biasing hypothesis

The high signal to noise ratios and the good resolutions of the light and mass maps are sufficient to explore how light and mass correlate and how these quantities evolve as a function of angular scale. The statistical properties of the relation between dark and luminous matter components can then be analyzed from the cross-correlation of the  $\kappa$  mass map with the  $\kappa$ -from-light map shown in panels b) and a) of Fig. 8.

Let us first assume a simple linear relation between the luminosity from early-type galaxies (cluster+foreground) and the dark matter component. The construction of the  $\kappa_E$  map for the luminosity of early-type galaxies is detailed in Sect. 3.2. We compute “light” maps again by adopting the same scaling relation as in Eq. (3) with a starting mass-to-light ratio  $M/L = 300 h_{70} (M/L)_{\odot}$ . The linear biasing hypothesis between the dark matter convergence fields  $\kappa_M$  and  $\kappa_E$  simply reads:

$$\kappa_M = \lambda \kappa_E. \quad (15)$$

Hence,  $300\lambda$  is the mean mass-to-light ratio. If we assume that it is constant with scale and redshift,  $\lambda$  is easily constrained by the cross-correlation analysis.

We compute the two-dimensional and azimuthally averaged cross-correlations:

$$C_{AB}(\theta) = \langle \kappa_A(\boldsymbol{\theta}) \kappa_B(\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}) \rangle \equiv \langle \kappa_A \kappa_B \rangle. \quad (16)$$

We have to subtract the noise contributions to the correlation functions. Since noise properties of mass and light are not correlated, we only have to calculate the noise autocorrelations:

$$\langle \kappa_A \kappa_A \rangle \longrightarrow \langle \kappa_A \kappa_A \rangle - \langle \kappa_A \kappa_A \rangle_{\text{noise}}. \quad (17)$$

Noise autocorrelation as well as error bars are calculated by a bootstrap technique. We performed 32 randomizations of background galaxy catalogues that mimic the noise properties in  $\kappa_M$  as predicted by Eq. (10). We also randomly shuffled the shear catalogue calculated with Eq. (2) before smoothing and performing the  $\gamma$ -to- $\kappa$  inversion. Note also that we discarded the pixels of the convergence maps that lie inside masked areas (see Fig. 4). In these regions, the lack of background galaxies severely increases the noise level. Field boundaries are masked in the same way.

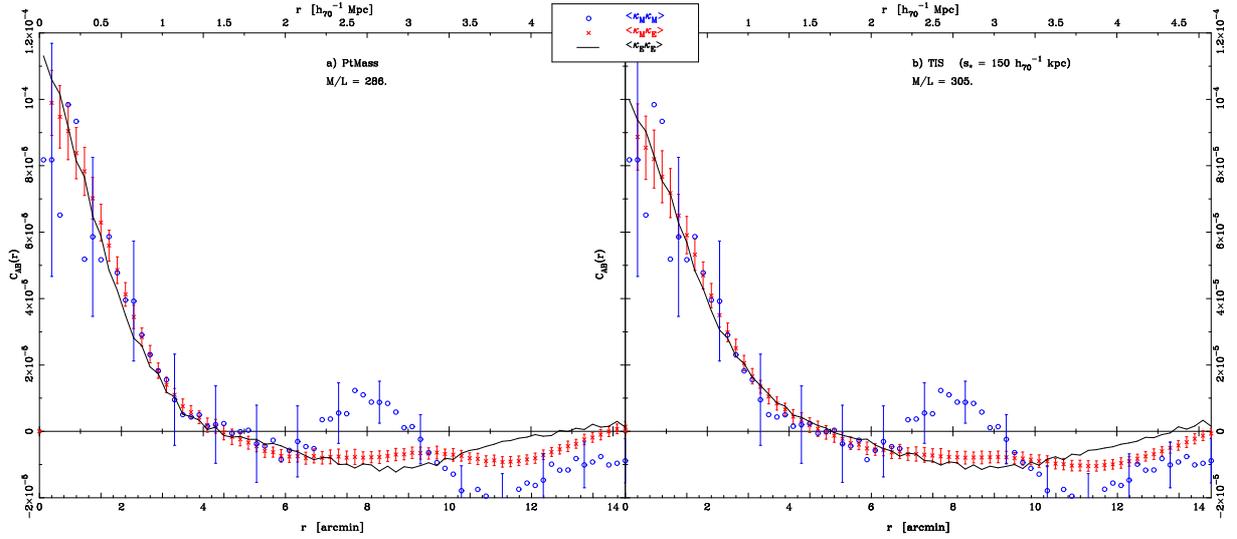
In the following,  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ ,  $\langle \kappa_E^2 \rangle$ , and  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  refer to the mass-mass, light-light and mass-light correlation functions respectively.  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  shows a maximum at zero lag, which is significant at the 10- $\sigma$  confidence level. The cross-correlation peak is fairly isotropic and well centered on the origin. At zero lag, the normalization parameter of Eq. (15) yields  $M/L = 277 \pm 27 h_{70} (M/L)_{\odot}$ .

We thus increased the number of constraints by considering the whole correlation function profile over the 7 inner arcminutes. The  $\lambda$  value is derived by performing a global  $\chi^2$  minimization over the correlation functions, using sufficiently sparse sampling points to reduce the correlations between bins<sup>8</sup>.  $\lambda$  satisfies the system:

$$\begin{aligned} \langle \kappa_M^2 \rangle &= \lambda^2 \langle \kappa_E^2 \rangle \\ \langle \kappa_M \kappa_E \rangle &= \lambda \langle \kappa_E^2 \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

We found  $M/L = 286^{+34}_{-39} h_{70} (M/L)_{\odot}$  with  $\chi^2/\text{d.o.f.} \approx 0.88$ . The left panel of Fig. 9 shows the  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  and  $\langle \kappa_E^2 \rangle$  correlation

<sup>8</sup> 1 arcmin is the characteristic length of our spatial smoothing. We checked that the crossed terms in the covariance matrix drop significantly beyond this scale.



**Fig. 9.** *Left panel a):*  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ ,  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  and  $\langle \kappa_E^2 \rangle$  correlation functions for a mass-to-light ratio  $M/L = 286 \pm 36 h_{70} (M/L)_\odot$  that fits the correlation functions at scales  $\theta \lesssim 8'$ . *Right panel b):* same plot with a TIS halo model (with truncation radius  $s_* = 150 h_{70}^{-1}$  kpc). With the same assumption  $M \propto L$  and a slightly lower  $\chi^2$ , this model also confirms the general conclusion “light traces mass”, provided the truncation radius  $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc. Note that the bins are correlated. For clarity, in both cases one fifth of the error bars is displayed for  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ . This coarser sampling roughly shows the required spacing for independent bins.

profiles with this mass-to-light ratio normalization. We also observe an excess of light autocorrelation at  $\theta \geq 15'$  which is the characteristic distance between clusters. Note that this bump is enhanced if we only consider supercluster early-types and discard the less clustered foreground contribution.

So far, we find an excellent matching between the  $\langle \kappa_M^2 \rangle$ ,  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  and  $\langle \kappa_E^2 \rangle$  correlation functions profiles up to  $\sim 10$  arcmin. The linear relation (15) turns out to be a good model. As already pointed out by K98, the main conclusion is that *early-types galaxies trace the mass*. Oscillating patterns around the light autocorrelation appear for  $r \geq 8'$ . G02 as well as Wilson et al. (2001b) found similar patterns. They are likely noise artifacts.

As compared to the results of Sect. 4.4, the correlation analysis gives a value for the mass-to-light ratio  $\approx 15\%$  higher than that deduced from integrated quantities inside one megaparsec around clusters. The  $M/L$  deduced from  $\kappa$  maps is insensitive to a constant mass sheet (the so-called mass-sheet degeneracy). Therefore, it is necessary to subtract the mean luminosity contribution in the circular aperture of individual clusters analysis and to only consider the excess of luminosity. We find that within 3 arcmin from the center  $M/L = 273 \pm 47 h_{70} (M/L)_\odot$ . Therefore, the agreement with the overall correlation analysis is excellent.

The agreement with the K98 results, after rescaling to a flat  $\Lambda$  cosmology, is also excellent. Their conclusion that early-type galaxies trace the mass faithfully is therefore confirmed by our analysis. Nevertheless, the authors argued that they saw little evidence for any variation of  $M/L$  or “bias” with scale. K98 addressed this issue by performing the correlation analysis in the Fourier space by splitting the data into a low and a high frequency bin. They found an increase

of  $M/L$  ratio with increasing wavelength, ranging from  $\sim 180$  at scales  $\lesssim 2.5 h_{70}^{-1}$  Mpc to  $\sim 280$  beyond. The physical meaning of this trend is not clear. Variations of  $M/L$  ratio with scale likely indicate underlying physical changes in the relations between mass and light that cannot be interpreted from our simple linear scale-free biasing parameter  $\lambda$ . In the following, we investigate some models that may explain the  $M/L$  variations observed by K98.

## 5.2. Changing the dark matter halo profile

In Eq. (3), we assumed that dark matter halos of individual galaxies have a little extension compared to the weak lensing filtering scale, so that they can be modeled as point masses with mass proportional to the galaxy luminosity. In this section we study how a more complex dark matter halo profile may change the conclusions of the previous section.

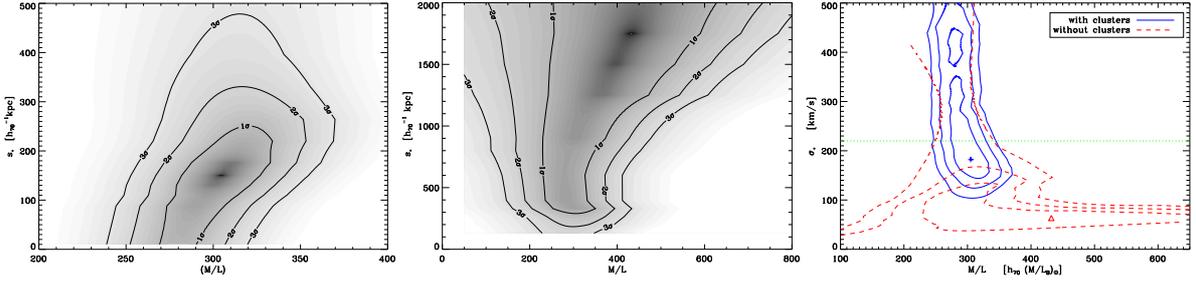
Let us consider a truncated isothermal sphere (TIS) (Brainerd et al. 1996; Schneider & Rix 1997). The convergence reads

$$\kappa_{\text{TIS}}(r) = \frac{b}{2r} \left[ 1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + s^2}} \right], \quad (19)$$

where  $s$  is the truncation radius. When  $s \rightarrow \infty$ ,  $b$  reduces to the Einstein radius  $\theta_E$  of the singular isothermal sphere (SIS). Assuming a  $L \propto \sigma^4$  scaling relation (Faber & Jackson 1976; Fukugita & Turner 1991) and  $M_{\text{tot}} = \pi \Sigma_{\text{crit}} b s \propto L$ , we set

$$\frac{b}{b_*} = \left( \frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^2 = \left( \frac{L}{L_*} \right)^{1/2}, \quad \frac{s}{s_*} = \left( \frac{L}{L_*} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

This empirical parameterization is consistent with Wilson et al. (2001a) who assumed  $b \propto L^{1/2}$ , as well as with



**Fig. 10.** TIS halo modeling. *Left:* contour plot showing constraints of mass-to-light ratio and truncation radius of a  $L_*$  early-type galaxy. The data are consistent with dark matter halos with truncation radius  $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc. *Middle:* same plot when considering the periphery of clusters only, the tendency is reversed and large halos ( $s_* \gtrsim 400 h_{70}^{-1}$  kpc) are favored. *Right:* same constraints interpreted in the  $\sigma_s$ ,  $M/L$  plane. The two cases with/without cluster masking are overlaid (solid blue / dashed red contours respectively). The horizontal straight line  $\sigma_s = 220 \text{ km s}^{-1}$  is a fiducial value for local elliptical galaxies.

Hoekstra et al. (2003) who found  $b \propto L^{0.60 \pm 0.11}$  and  $s \propto L^{0.24^{+0.26}_{-0.22}}$  leading to  $M \propto L^{0.84^{+0.28}_{-0.25}}$ . Given that  $b_* = (M/L) \frac{L_*}{\pi s_* \Sigma_{\text{crit}}}$ , we have to constrain the pair  $(M/L, s_*)$ , or equivalently  $(\lambda = (M/L)/300, s_*)$ .  $\lambda$  no longer contributes linearly to the  $\kappa_E$  expression because of the dependence of  $s$  on  $L$ .

The correlation functions are calculated in the same way as in Sect. 5.1. However, since  $s$  is different from one galaxy to another, the resulting correlation function  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle_{\text{TIS}}$  (resp.  $\langle \kappa_E^2 \rangle_{\text{TIS}}$ ) is no longer the convolution of  $\langle \kappa_M \kappa_E \rangle$  (resp.  $\langle \kappa_E^2 \rangle$ ) by the normalized halo profile (resp. normalized halo profile autocorrelation), making the CPU cost much more important.

Contour plots for  $(M/L, s_*)$  are displayed in the left panel of Fig. 10 yielding  $(M/L)_{\text{TIS}} = 305^{+30}_{-35} h_{70} (M/L)_\odot$  and  $s_* = 150^{+90}_{-150} h_{70}^{-1}$  kpc. This value is smaller but still statistically consistent with  $s_* = 264 \pm 42 h_{70}^{-1}$  kpc derived by Hoekstra et al. (2003). However, Hoekstra et al. (2003) used both early and late type field galaxies and also relaxed the constraint  $M \propto L$ , making a comparison with our sample difficult. However, because we are using a smoothing scale  $\theta_s = 40'' = 220 h_{70}^{-1}$  kpc, it is only possible to put an upper limit  $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc. We therefore cannot rule out that tidal stripping effects in dense environments may decrease the galaxy cut-off radius, as reported by Natarajan et al. (2002). This point will be discussed in more detail in the next sub-section.

It is also interesting to interpret our results in terms of halo velocity dispersion  $\sigma_* = c \sqrt{\frac{b_*}{4\pi D_d}}$  as shown in the right panel of Fig. 10. The Results are consistent with general values for  $\sigma_*$  (see e.g., Seljak 2002, and references therein).

### 5.3. Large scales/Periphery of clusters

The results derived in Sects. 5.1 and 5.2 are in good agreement with those of Sect. 4.4. They confirm that the average mass-to-light ratio of halos is  $M/L \approx 300 h_{70} (M/L)_\odot$  and that early type galaxies are the primary tracers of dark matter on supercluster scales. Their contribution may however depend also on the local density, and the average value we derived could only reflect a biased signature of the mass-to-light ratio dominated by the three clusters. One could conclude equally well either that early-types trace the mass at all scales with a

constant  $M/L = 300 h_{70} (M/L)_\odot$  or that the signal coming from clusters is too strong, and hides more subtle details. This would explain why K98 reported an increasing variation of  $M/L$  ratio with increasing scale using two bins of low and high spatial frequencies.

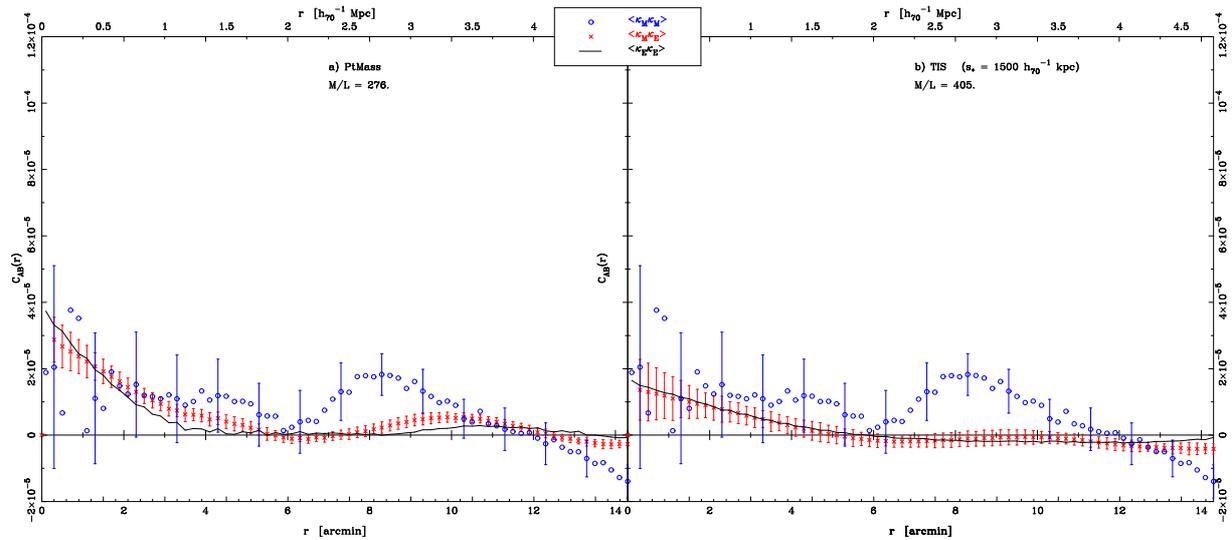
To clarify this, we calculate the correlation functions as above, but we discard the central regions of clusters. More precisely, we set to zero the inner 3 arcmin around each cluster (circles of Fig. 4) to compute the residual correlation produced by the larger scale structures, like filaments and voids. When considering the periphery of clusters only, the amplitude of correlation functions drops by a factor  $\sim 3$  showing that most of the signal comes from the clusters.

The constant  $M/L$  ratio model with point-mass-like dark matter halo provides a rather bad fit:  $\chi^2/\text{d.o.f.} \approx 2.1$ . This is significantly worse than for the whole field analysis. The best fit yields  $M/L = 276 \pm 30 h_{70} (M/L)_\odot$  and is plotted in the left panel of Fig. 11. For a TIS halo model the goodness-of-fit is significantly improved ( $\chi^2/\text{d.o.f.} \approx 0.65$ ) when constraining  $(M/L, s_*)$ . However, it requires  $s_* \gtrsim 300 h_{70}^{-1}$  kpc and  $M/L = 280 \pm 40$ . Note that large values of  $s_* \sim 1.5 h_{70}^{-1}$  Mpc with larger  $M/L \sim 400$  are also consistent with the data (see middle panel of Fig. 10). The right panel of Fig. 11 shows such an extended halo profile. It is worth noting that these solutions appear unphysical and may rather indicate that the input model is not well suited.

The fact that halos are more extended outside the cores of clusters is also consistent with the tidal stripping hypothesis. However, as discussed in the following section, this conclusion depends on the input model  $M \propto L$  and on the fact that we assumed that all the mass is associated with early-type galaxies. In particular, the contribution of late-type galaxies has been neglected again. The small amount of mass located in low frequency modes in the the outer parts of the supercluster may give an indication that these modes are not well traced by early-type galaxies.

## 6. Discussion

The MS0302+17 supercluster mass distribution, derived from weak lensing analysis of background galaxies, matches the



**Fig. 11.** Same as Fig. 9 but with the clusters centers. A large truncation radius TIS model (*right panel*) provides a better fit than the point-mass halo model (*left panel*) which does not fit the data well ( $\chi^2/\text{d.o.f.} \approx 2.1$ ). Notice how compared to Fig. 9, the correlation amplitudes drop when the clusters centers are discarded.

supercluster light distribution of its early type galaxies. The correlation between them is very strong. More precisely the shape of the light-mass cross-correlation profile is in excellent agreement with a simple model where dark matter is directly related to light, assuming a constant mass-to-light ratio.

We confirm the results of K98, with different data sets and a larger field, with different hypotheses to derive lenses samples and as well as background sources catalogues, and by using an independent PSF correction method. Therefore, the strong correlation they found is confirmed and strengthened by this work. In particular we confirm that  $M/L \approx 300 \pm 40 h_{70} (M/L)_{\odot}$  with most matter attached to the early-type galaxies. A generalization of our findings to all supercluster systems is premature but it is worth mentioning that Wilson et al. (2001b) and G02 found similar trends in blank fields and the A901/A902 supercluster, respectively.

When we introduce dark matter halos in the form of truncated isothermal spheres (TIS) we show that the linear relation  $M \propto L$  is still verified and that dark matter halos of early-type galaxies must be rather compact ( $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$ ) near the cluster centers that dominate the signal. We attempted to mask the clusters centers to analyse the remaining signal. Removing these regions before doing the correlation analysis gives indications that galaxy halos are more extended at the periphery of clusters than in the inner regions. Such a behavior is also consistent with the previous result of K98 who measured a different  $M/L$  ratio when considering low and high spatial frequency modes of  $\kappa$  and  $\kappa$ -from-light maps. This result, which does not have a straightforward physical explanation, together with our halo analysis, can be interpreted in two different ways provided  $M/L$  is constant and dark matter halos follow a nearly TIS density profile:

1. either most of the mass is attached to early-type galaxies with  $M/L = 300 h_{70} (M/L)_{\odot}$  and is distributed into halos

that are more compact when located closer to clusters cores (consistent with the tidal stripping hypothesis);

2. or, at the periphery of clusters  $M/L = \text{constant}$  is not completely verified. Late type galaxies (which are more abundant at the periphery of clusters) or a more diffuse dark matter component that does not follow the light from early-types in a simple manner may likely be an increasingly important mass component beyond the cluster scale.

**Do late type galaxies contribute to the supercluster mass?**

The relation between dark matter and light distribution of late type galaxies is difficult to derive from our data only. Late type supercluster galaxies cannot be easily extracted from our galaxy color-color diagrams, because the  $B$  and  $V$  data are not as deep as the  $R$  image. Furthermore, the color-color tracks of late type galaxies are broader than those of early type galaxies and are therefore much more difficult to separate from field galaxies. Nevertheless, we find that the relation between dark matter and late type galaxies is weaker than and possibly different from that of the sample of early-type galaxies. The cross-correlation profile can be interpreted as if only a small amount of matter is associated to these galaxies. A contribution of low frequency modes to the correlation functions is not surprising since there is compelling evidence that late-types are much less clustered and less massive than early-types (Budavári et al. 2003).

From a lensing analysis point of view, it is therefore expected that the convergence  $\kappa_{\text{late-types}}$  is localized in low frequency modes, on scales that could be similar to the CFH12K angular size. A weak lensing analysis on a single field may not be relevant for probing the mass-light cross correlation of late type galaxies on the supercluster scale. A much larger field of view is likely needed. Gray et al. (2003) used COMBO-17 data in the Abell901/902 system and found that

late-types are basically located in underdense regions, a result compatible with the well known segregation effect.

On cluster scales the three systems CIN, CIS and CIE show clear lensing features (arcs or arclets). Their properties show a scatter of mass-to-light ratios with various morphological aspects (with indications that CIS and CIN seem dynamically relaxed and CIE has ongoing merging-like events). Overall, the supercluster dynamical state may indicate that CIE could not be gravitationally bound to the whole system. A large number of redshifts in the field would be useful to confirm the global dynamical stage of this system.

K98 possibly detected a filament of dark matter connecting CIS and CIN. We do not confirm this. We just observe an elongated structure in the  $\kappa$ -maps which is located westward of CIS and is likely due to a casual projection effect creating a bridge between CIS and a clump probably belonging to the supercluster. Another filamentary structure extends toward the West of CIN along the field boundary. We indeed also observe a visible counterpart in the  $\kappa_E$  maps. Finally, there is no conclusive evidence for any detection of filamentary structure in the field of MS0302+17. The detection of K98 may be due to residual systematics in the PSF anisotropy correction process. Note also that G02 observed a filament connecting A901b and A901a but it was not confirmed by an optical counterpart. Indeed, a detection of dark matter dominated filaments similar to what is seen in numerical simulations remains challenging for such lensing studies.

Finally, we also observe a large under-dense region located between the three clusters. Its angular size is about  $\sim 12'$ . The depression amplitude is  $\Delta\Sigma \approx -3 \times 10^{12} h_{70}^{-1} M_{\odot}/\text{arcmin}^2$ .

There is an observational issue that needs clarifications. In A901/A902, G02 derived  $M/L \sim 88 h_{70} (M/L)_{\odot}$  with correlation analysis whereas they found  $M/L \sim 140 h_{70} (M/L)_{\odot}$  in apertures around clusters. Wilson et al. (2001b) derived a constant  $M/L = 210 \pm 53 h_{70} (M/L)_{\odot}$  for their blank fields sample. These values are significantly different from K98 and this work. The reason for this discrepancy is not clear. The large scatter in  $M/L$  found by G02 from one cluster to another may be intrinsic if one assumes that each cluster is in a different dynamical stage. G02 investigated whether the large scatter could be interpreted as a natural scatter in the mass/light relation. Using the Dekel & Lahav (1999) formalism, they claimed they measured a marginal nonzero stochastic component in the Abell901/902 system. In the case of MS0302+17, we are unable to measure such a positive stochastic term in the correlation function profiles. The subcomponents of the A901/902 supercluster are physically closer than those found in MS0302+17. The average projected physical separation of the former is of order  $2 h_{70}^{-1}$  Mpc whereas the MS0302+17 clusters are separated by  $\sim 5 h_{70}^{-1}$  Mpc showing that possible interactions and dynamical stages are different from one supercluster to another.

## 7. Conclusions

We have analyzed the weak lensing signal caused by the supercluster of galaxies MS0302+17 and connected it to its optical properties. Using a *BVR* photometric dataset from CFH12K images, we identified the early type members of the

supercluster. The *R* band image was also used to measure the coherent gravitational shear produced by massive structures of the supercluster and by foreground contaminating field objects.

When considered individually, each cluster has an average rest frame *B* band mass-to-light ratio  $M/L = 249_{-32}^{+41} h_{70} (M/L)_{\odot}$ . The Eastern cluster does not show a well relaxed structure. It can be viewed more likely as a two component cluster system with ongoing gravitational interaction. This may explain the rather poor agreement between lensing and kinematic estimates of the velocity dispersion. It also supports the previous conclusions of Fabricant et al. (1994) and K98 that CIE may not be gravitationally bound to the system made of the other two CIN and CIS clusters.

The mass (or convergence) map shows an excellent agreement with that derived from the distribution of early-type galaxies. Besides the well detected main clusters, one can observe a large underdense region between them. We were unable to confirm the existence of a filament joining CIS and CIN as claimed by K98.

We performed a correlation analysis between “light” and mass aiming at probing whether the linear relation  $M \propto L$  (or more precisely  $\kappa \propto \kappa_{\text{from light}}$ ) is consistent with the data at hand. The results based on mass-mass, mass-light and light-light correlation functions are robust enough to make conclusive statements on the average mass-to-light ratio. We found that  $M/L \approx 300 h_{70} (M/L)_{\odot}$ . In other words, all the mass detected from weak lensing analysis is faithfully traced by the luminosity distribution of early-type galaxies.

Our conclusions are in excellent agreement with those of K98. They only depend slightly on the unknown distribution of late-type galaxies, since their contribution is found to be small. However, when focusing on early types, we were able to put constraints on the density profile of galaxy halos. Despite the rather large spatial smoothing, we conclude that halo truncation radii  $s_* \lesssim 200 h_{70}^{-1}$  kpc for an  $L_*$  galaxy. We also found evidence for a relaxation of this constraint at the periphery of clusters:  $s_* \gtrsim 300 h_{70}^{-1}$  kpc. However, this latter result relies on the fact that late-type galaxies are neglected. Such an hypothesis may not be so evident at large distance from the centers of clusters.

Further investigations of the MS0302+17 supercluster of galaxies may require more photometry (in different optical/NIR bands) in order to identify late-type galaxies in the supercluster and compare their distribution and physical properties with the early-type sample.

*Acknowledgements.* We thank E. Bertin, H. J. McCracken, D. Clowe, N. Kaiser and L. van Waerbeke for useful discussions, and D. Leborgne for providing galaxy evolution tracks and K-corrections. We also thank T. Hamana for fruitful comments and a careful reading of this paper. We are also thankful to the anonymous referee for useful comments. The processing of CFH12K images was carried out at the TERAPIX data center, at the Institut d’Astrophysique de Paris. Y.M. and some processing tools used in this work were partly funded by the European RTD contract HPRI-CT-2001-50029 “AstroWise”.

## References

- Athreya, R. M., Mellier, Y., van Waerbeke, L., et al. 2002, *A&A*, 384, 743
- Bahcall, N. A., Lubin, L. M., & Dorman, V. 1995, *ApJ*, 447, L81
- Bardeen, J. M., Bond, J. R., Kaiser, N., & Szalay, A. S. 1986, *ApJ*, 304, 15
- Bartelmann, M., & Schneider, P. 2001, *Phys. Rep.*, 340, 291
- Bartelmann, M. 2002 [arXiv:astro-ph/0207032]
- Bertin, E., & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
- Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, *A&A*, 363, 476
- Bond, R., Kofman, L., & Pogosyan, D. 1996, *Nature*, 380, 603
- Brainerd, T. G., Blandford, R. D., & Smail, I. 1996, *ApJ*, 466, 623
- Budavári, T., Connolly, A., Szalay, A., et al. 2003, *ApJ*, 595, 59
- Carlberg, R. G., Yee, H. K. C., Ellingson, E., et al. 1996, *ApJ*, 462, 32
- Clowe, D., Luppino, G. A., Kaiser, N., Henry, J. P., & Gioia, I. M. 1998, *ApJ*, 497, L61
- Clowe, D., & Schneider, P. 2001, *A&A*, 379, 384
- Clowe, D., & Schneider, P. 2002, *A&A*, 395, 385
- Cuillandre, J.-C., Luppino, G. A., Starr, B. M., & Isani, S. 2000, *Proc. SPIE*, 4008, 1010
- Davis, M., Tonry, J., Huchra, J., & Latham, D. W. 1980, *ApJ*, 238, L113
- Dekel, A., & Lahav, O. 1999, *ApJ*, 520, 24
- Dietrich, J. P., Clowe, D. I., & Soucail, G. 2002, *A&A*, 394, 395
- Dressler, A., & Gunn, J. E. 1992, *ApJS*, 78, 1
- Durret, F., Lima Neto, G. B., Forman, W., & Churazov, E. 2003, *A&A*, 403, L29
- Ellis, S. C., & Jones, L. R. 2002, *MNRAS*, 330, 631
- Faber, S. M., & Jackson, R. E. 1976, *ApJ*, 204, 668
- Fabricant, D. J., Bautz, M. W., & McClintock, J. E. 1994, *AJ*, 107, 8
- Fioc, M., & Rocca-Volmerange, B. 1997, *A&A*, 326, 950
- Fukugita, M., & Turner, E. L. 1991, *MNRAS*, 253, 99
- Gavazzi, R., Fort, B., Mellier, Y., Pelló, R., & Dantel-Fort, M. 2003, *A&A*, 403, 11
- Gioia, I. M., & Luppino, G. A. 1994, *ApJS*, 94, 583
- Gray, M. E., Taylor, A. N., Meisenheimer, K., et al. 2002, *ApJ*, 468, 141 (G02)
- Gray, M. E., Wolf, C., Meisenheimer, K., et al. 2003 [arXiv:astro-ph/0312106]
- Henry, J. P. 2000, *ApJ*, 534, 565
- Hoekstra, H., Franx, M., Kuijken, K., et al. 2001, *ApJ*, 548, L5
- Hoekstra, H., Yee, H. K. C., & Gladders, M. D. 2003 [arXiv:astro-ph/0306515]
- Jain, B., Seljak, U., & White, S. 2000, *ApJ*, 530, 547
- Johnson, H. L. 1996, *ARA&A*, 4, 193
- Kaiser, N. 1984, *ApJ*, 284, L9
- Kaiser, N., & Squires, G. 1993, *ApJ*, 404, 441 (KS93)
- Kaiser, N., Squires, G., & Broadhurst, T. 1995, *ApJ*, 449, 460 (KSB95)
- Kaiser, N., Wilson, G., Luppino, G., et al. 1998 [arXiv:astro-ph/9809268] (K98)
- Kaiser, N., Wilson, G., Luppino, M., & Dahle, H. 1999 [arXiv:astro-ph/9907229]
- Kauffmann, G., Colberg, J. M., Diaferio, A., & White, S. D. M. 1999, *MNRAS*, 303, 188
- Landolt, A. U. 1992, *AJ*, 104, 340
- Longair, M. S., & Seldner, M. 1979, *MNRAS*, 189, 433
- Lubin, L. M., Brunner, R., Metzger, M. R., Postman, M., & Oke, J. B. 2000, *ApJ*, 531, L5
- Mathez, G., Fort, B., Mellier, Y., Picat, J.-P., & Soucail, G. 1992, *A&A*, 256, 343
- McCracken, H. J., Radovich, M., Bertin, E., et al. 2003, *A&A*, 410, 17 (McC03)
- Mellier, Y. 1999, *ARA&A*, 37, 127
- Möller, P., & Fynbo, J. U. 2001, *A&A*, 372, L57
- Monet, D. G. 1998, in *A&AS Meeting*, 193, 12003
- Natarajan, P., Kneib, J., & Smail, I. 2002, *ApJ*, 580, L11
- Postman, M., Geller, M. J., & Huchra, J. P. 1988, *AJ*, 95, 267
- Prandoni, I., Wichmann, R., da Costa, L., et al. 1999, *A&A*, 345, 448
- Proust, D., Cuevas, H., Capelato, H. V., et al. 2000, *A&A*, 355, 443
- Quintana, H., Ramirez, A., Melnick, J., Raychaudhury, S., & Slezak, E. 1995, *AJ*, 110, 463
- Radovich, M., Arnaboldi, M., Rippepi, V., et al. 2003, *A&A*, 417, 51
- Réfrégier, A. 2003, *ARA&A*, 41, 645
- Rosati, P., Stanford, S. A., Eisenhardt, P. R., et al. 1999, *AJ*, 118, 76
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, *ApJ*, 500, 525
- Schneider, P., & Rix, H. 1997, *ApJ*, 474, 25
- Seljak, U. 2002, *MNRAS*, 334, 797
- Small, T. A., Ma, C., Sargent, W. L. W., & Hamilton, D. 1998, *ApJ*, 492, 45
- Vogeley, M. S., Park, C., Geller, M. J., Huchra, J. P., & Gott, J. R. I. 1994, *ApJ*, 420, 525
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., Erben, T., et al. 2000, *A&A*, 358, 30
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., Radovich, M., et al. 2001, *A&A*, 374, 757
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., Pelló, R., et al. 2002, *A&A*, 393, 369
- van Waerbeke, L., & Mellier, Y. 2003 [arXiv:astro-ph/0305089]
- Wilson, G., Kaiser, N., Luppino, G. A., & Cowie, L. L. 2001, *ApJ*, 555, 572
- Wilson, G., Kaiser, N., & Luppino, G. A. 2001, *ApJ*, 556, 601
- Yee, H. K. C., & Ellingson, E. 2003, *ApJ*, 585, 215

## A radial mass profile analysis of the lensing cluster MS 2137.3–2353<sup>★</sup>

R. Gavazzi<sup>1</sup>, B. Fort<sup>1</sup>, Y. Mellier<sup>1,2</sup>, R. Pello<sup>3</sup>, and M. Dantel-Fort<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institut d’Astrophysique de Paris, UMR 7095, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France

<sup>2</sup> Observatoire de Paris, LERMA, 61 Av. de l’Observatoire, 75014 Paris, France

<sup>3</sup> Observatoire Midi-Pyrénées, UMR 5572, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

Received 4 December 2002 / Accepted 21 February 2003

**Abstract.** We reanalyze the strong lens modeling of the cluster of galaxies MS 2137.3–2353 using a new *UBVR/IK* data set obtained with the ESO Very Large Telescope. We infer the photometric redshifts of the two main arc systems which are both found to be at  $z = 1.6 \pm 0.1$ . After subtraction of the central cD star light in the previous F702/HST imaging we found only one object lying underneath. This object has the expected properties of the fifth image associated to the tangential arc. It lies at the right location, shows the right orientation and has the expected signal-to-noise ratio.

We improve the previous lens modelings of the central dark matter distribution of the cluster, using two density profiles: an isothermal model with a core, and the NFW-like model with a cusp. Without the fifth image, the arc properties together with the shear map profile are equally well fit by the isothermal model and by a sub-class of generalized-NFW mass profiles having inner slope power index in the range  $0.7 \leq \alpha \leq 1.2$ . Adding new constrains on the center lens position provided by the fifth image favors isothermal profiles that better predict the fifth image properties. A detailed model including nearby cluster galaxy perturbations or the effect of the stellar mass distribution to the total mass inward does not change our conclusions but imposes the  $M/L_I$  of the cD stellar component is below 10 at a 99% confidence level.

Using our new detailed strong+weak lensing model together with Chandra X-ray data and the cD stellar component we finally discuss intrinsic properties of the gravitational potential. Whereas X-ray and dark matter have a similar orientation and ellipticity at various radius, the cD stellar isophotes are twisted by  $13^\circ \pm 3^\circ$ . The sub-arc-second azimuthal shift we observe between the radial arc position and the predictions of elliptical models correspond to what is expected from a mass distribution twist. This shift may result from a projection effect of the cD and the cluster halos, thus revealing the triaxiality of the mass components.

**Key words.** dark matter – galaxies: clusters: individual: MS 2137.3–2353 – gravitational lensing

### 1. Introduction

Cosmological  $N$ -body simulations of hierarchical structures formation in a universe dominated by collision-less dark matter predict universal density profiles of halos that can be approximated by the following distribution

$$\rho(r) = \rho_s \left( \frac{r}{r_s} \right)^{-\alpha} \left[ 1 + \frac{r}{r_s} \right]^{\alpha-3}. \quad (1)$$

The early simulations of Navarro et al. (1997) (hereafter NFW) found  $\alpha = 1$ , leading to profiles with a central *cusp*  $\alpha$  and an asymptotic  $r^{-3}$  slope, steeper than isothermal (hereafter IS).

More recently, simulations with higher mass resolution confirmed that the density profile Eq. (1) can fit the dark matter distribution of halos, although different values of  $\alpha$  were

obtained by various authors (see e.g. Ghigna et al. 2000; Bullock et al. 2001b).

While the collision-less  $\Lambda$ CDM cosmology explains observations of the universe on large scales, two issues concerning these halos are still debated. The first one is the apparent excess of sub-halos predicted in numerical simulations, compared to the number of satellites in halos around normal galaxies (Klypin et al. 1999; Moore et al. 1999). This discrepancy may be resolved if some of the sub-halos never formed stars in the past and are therefore dark structures (Bullock et al. 2001a; Verde & Jimenez 2002). Metcalf & Madau (2001); Keeton (2001a,c) or Dalal & Kochanek (2002) argued that we may already see effects of such dark halos through the perturbations they induce on the magnification on the gravitational pairs of distant QSOs.

The second prediction is the existence of a cuspy universal profile which cannot explain the rotation curves of dwarf galaxies (Salucci & Burkert 2000). If these discrepancies are not simply due to a resolution problem of numerical simulations,

Send offprint requests to: R. Gavazzi, e-mail: gavazzi@iap.fr

<sup>★</sup> Based on observations obtained at the Very Large Telescope (VLT) at Cerro Paranal operated by European Southern Observatory.

then, as it was pointed out by several authors, they may illustrate a small-scale crisis for current CDM models (Navarro & Steinmetz 2000). In order to solve these issues, alternatives to pure collision-less cold dark matter particles, have been proposed (Spergel & Steinhardt 2002; Bode et al. 2001). Also several physical mechanisms which could change the inner slope of mass profiles, like central super-massive black holes (Milosavljević et al. 2002; Haehnelt & Kauffmann 2002), tidal-merging processes inward massive halos (Maller & Dekel 2002) or adiabatic compression of dark matter can be advocated (see e.g. Blumenthal et al. 1986; Keeton 2001a).

The demonstration that halos do follow a NFW mass profile over a wide range of mass scale would therefore be a very strong argument in favor of collision-less dark matter particles. Unfortunately, and despite important efforts, there is still no conclusive evidence that observations single out the universal NFW-like profile and rule out other models. Clusters of galaxies studies are among the most puzzling. In general, weak lensing analysis or X-rays emission models show that both singular isothermal sphere (SIS) and NFW fit equally well their dark matter profile, but there are still contradictory results which seem to rule out either NFW or IS models (see for example Allen 1998; Tyson et al. 1998; Mellier 1999; Clowe et al. 2000; Clowe & Schneider 2001; Arabadjić et al. 2002; Athreya et al. 2002). This degeneracy is explained because most observations probe the density profile at intermediate radial distances, where an IS and a NFW profiles have a similar  $r^{-2}$  behavior.

A promising attempt to address the cusp-core debate is to model gravitational lenses with multiple arcs which are spread at different radial distances, where the SIS and the NFW slopes may differ significantly. As emphasized by Miralda-Escudé (1995), ideal configurations are clusters with a simple geometrical structure (no clumps) and with the measurements of the stellar velocity dispersion profile of its central galaxy (see e.g. Kelson et al. 2002). The MS 2137.3–2353 cluster satisfies these requirements and turns out to be an exceptional lensing configuration with several lensed images, including a demagnified one we find out in this work at the very center of the lensing potential. In this paper, we analyze the possibility to break the degeneracy between IS and NFW mass profiles using new data set of MS 2137.3–2353 obtained at the VLT and the properties of this new fifth image.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we review the cluster properties after a summary on previous modelings that claimed for very deep photometric observations. This section also presents the new VLT observations and describes the optical properties of the cluster. Section 3 presents the strong lensing models for softened IS elliptical halos and NFW cuspy profiles. We discuss the global agreement of both approaches within the CDM paradigm in Sect. 4. We stress the importance of the detection of the fifth central demagnified image of the tangential arc system and discuss the observational prospects for the near future in Sect. 5. Throughout this paper, we assume a  $\Omega_0 = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ , and  $H_0 \equiv 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$  cosmology in which case  $1'' = 3.24 h^{-1} \text{ kpc}$  at the cluster redshift  $z = 0.313$ .

## 2. The MS 2137.3–2353 lens configuration

### 2.1. Overview

MS 2137.3–2353 is a rich cD cluster of galaxies located at  $z_1 = 0.313$  (Stocke et al. 1991). The central region ( $\lesssim 4'$ ) does not show any substructures and has a regular visible appearance, as expected for a well dynamically relaxed gravitational system. The discovery of a double arc configuration, among which was the first radial arc (Fort et al. 1992), makes MS 2137.3–2353 a perfect cluster for modeling, without the need for complex mass distribution.

The lens generates a tangential arc (A01–A02, see Fig. 1) associated with two other counter-images A2 and A4 positioned around the cD galaxy. A01 and A02 are twin images with reverse parity. They are two merging “partial” images of the source element located inside the tangential caustic line. The lens potential is expected to produce a fifth demagnified image near the center, but the cD galaxy brightness peak hampers its direct detection. In Sect. 2.5, we investigate in more details the presence of a candidate and the detection probability of this fiducial image.

The lens also gives rise to a radial arc A1 partially buried beneath the stellar diffuse component of the cD. This arc is associated with the elongated image A5. Hammer et al. (1997) argued the diffuse object A6 near A5 is probably another counter-arc associated with the diffuse light A'1 which encompasses A1. The lens configuration is shown in Fig. 1. The radial arc at about 5 arcsec together with the tangential one at 16 arcsec already probe the potential at two different radii and provide a unique way to determine its slope in this region. Furthermore, a radial arc together with its counter-image gives a stronger constraint than a tangential system on the potential ellipticity.

### 2.2. Previous lens models of MS 2137.3–2353

This ideal configuration has early prompted Mellier et al. (1993) and Miralda-Escudé (1995) to show that an isothermal elliptical model with a small core radius ( $r_c < 30 h^{-1} \text{ kpc}$ ) remarkably well reproduces the gravitational images pattern.

Thanks to the high spatial resolution of HST images, Hammer et al. (1997) were able to confirm the lens configuration described by Mellier et al. and to better constrain the location and the shape of the counter image of the radial arc. They derived the properties of the mass distribution, assuming a  $\beta$ -model

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + (r/r_c)^2\right)^{-\beta}, \quad (2)$$

with  $\beta = 0.87 \pm 0.04$ ,  $r_c = 2.25 \pm 0.75''$ . This model confirmed that arc properties observed in lensing clusters dominated by giant elliptical galaxies can be interpreted with potential well centered on their brightest cluster members. This trend is indeed robust enough to be generalized with a fair confidence level on similar clusters. Hence, only small deviations around central galaxy positions may eventually be explored.

For all these models the average orientation and ellipticity of the potential are kept unchanged with radius and match

the stellar light halos of the cD galaxy. Miralda-Escudé (1995) studied the dynamical state of the central stellar halo and predicted their radial velocity dispersion profile. Similar studies were carried out on several clusters of galaxies where a tight correlation is found between the projected dark matter (DM) distribution and the faint stars halo (Kneib et al. 1993, 1996). Later, Miralda-Escudé (2002) argued that the large tangential deviation angle between the radial image of MS 2137.3–2353 and its opposite counter image implies the dark matter distribution to have a large ellipticity. It is worth noticing that self-interacting dark matter models predict central halos must be circular; so Miralda-Escudé’s argument may rule out these particles.

Regarding its radial dark matter profile, despite the tight constraint provided by the radial arc on isothermal models with core, alternative mass profiles can naturally explain its properties. Bartelmann (1996) demonstrated that the radial arc in MS 2137.3–2353 is also consistent with a NFW profile. It can easily produce models as good as isothermal spheres with core radius making the radial arc properties of MS 2137.3–2353 less useful than previously expected. A primary problem was the complete ignorance of the arc redshifts. Models just predicted that the radial and tangential arcs could be at almost the same redshift, if below  $z \approx 1$ , or both at a large redshift. However, any conclusions on the inner slope of the potential are sensitive to these redshifts.

Besides, in order to probe cuspy profiles one need to explore the innermost region of the lens, where a 5th demagnified image associated to a fold arc system is expected to form. This task requires a careful galaxy subtraction and an accurate lens model which can predict whether the differences between the 5th image properties between a NFW profile and an isothermal sphere are significant and measurable. These goals were serious limitations to previous modelings that could use for high resolution imagery. Fortunately, they are no longer restrictions when the recent observations by Chandra (Wise & McNamara 2001) and by the VLT (this work) are used together with HST data. The new constraints provided by these new data sets on the geometry of the baryonic and non-baryonic matter components and on the lensed images properties permit for the first time to probe the mass profile of a cluster over three decades in radius, i.e. from 1 kpc up to 1 Mpc.

### 2.3. New insight on the light distribution

The HST data have been obtained from the Space Telescope archive. They consist in 10 WFPC2 images obtained with the F702W filter<sup>1</sup>. The individual frames were stacked using the IRAF/STSDAS package, leading to a final exposure time of 22 000 s. In addition, we used new data sets obtained during Summer 2001 with the VLT/FORS instrument in optical *UVI* bands and with the VLT/ISAAC instrument in *J* and *K*<sup>2</sup>. The FORS and ISAAC data have been processed at the

**Table 1.** A brief summary of the VLT data. The first column summarizes the seeing of the final stacked images, the total exposure time is given in the second column. Also given the Magnitude Zero Points (Z.P.). The *B* and *R* images were obtained by the FORS team (provided by S. Seitz).

Filter	Seeing (")	Exp. time (s)	Z.P (mag)
<i>U</i>	0.72	5280	30.856
<i>B</i>	1.2	2400	32.888
<i>V</i>	0.64	6900	33.978
<i>R</i>	0.58	300	32.501
<i>I</i>	0.69	12 000	33.484
<i>J</i>	0.49	5880	27.643
<i>K</i>	0.50	6480	26.797

TERAPIX data center<sup>3</sup>. Pre-calibrations, astrometric and photometric calibrations as well as image stacking were done using standard CCD image processing algorithms. We also used the *B* and *R* images kindly provided by S. Seitz that were obtained by the FORS team during the 1999 and 2000 periods. The exposure times of these data are shorter than our *UVI* and *JK* data, but they are still useful for the photometric redshift estimates.

The MS 2137.3–2353 optical data provide the azimuthal stellar light distribution and show that its geometry is elliptical. Its ellipticity<sup>4</sup> increases with radius, starting from an almost circular shape at the center, and reaches quickly a constant value of 0.30 beyond the giant tangential arc location ( $r \geq 15''$ ). The position angle is  $PA \approx (71 \pm 4)^\circ$  at  $r = 15''$  (see Fig. 2). Assuming a fiducial mass-to-light ratio  $\Upsilon_I = 2$  and a *I*-band *K*-correction of 0.23, we evaluate the rest-frame *I* luminosity  $L_I = 1.9 \times 10^{11} h^{-1} L_\odot$ .

The early ROSAT results of Gioia et al. (1990) and Ettori & Fabian (1999) and the recent Chandra observations of Wise & McNamara (2001) provide additional clues on the cluster halo. They confirm it appears as a well relaxed cluster. The X-isophotes are remarkably elliptical<sup>5</sup> and do not show substructures. The orientation of gas is almost constant  $PA_X = 58^\circ \pm 7^\circ$ , (see Fig. 2). A new interesting observational feature is the global misalignment between the diffuse stellar component and the hot intra-cluster gas. It suggests that the stellar light distribution does not match exactly the DM distribution. This point is independently confirmed by strong lensing models and is discussed in Sect. 4.2.

The MS 2137.3–2353 radial properties inferred from X-rays data reveal that the brightness profile presents a  $r_c \sim 7''$  core radius and an asymptotic slope  $\alpha \sim 1.17$ , and an index  $\beta \sim 0.56$ . Ettori & Fabian (1999), Allen et al. (2002) modeled the X-ray emission and derived a gas mass fraction  $f_{\text{gas}} \approx 0.10$ – $0.15$  depending on the inferred cosmology. In both cases, this value is almost constant between 30 and 300  $h^{-1}$  kpc.

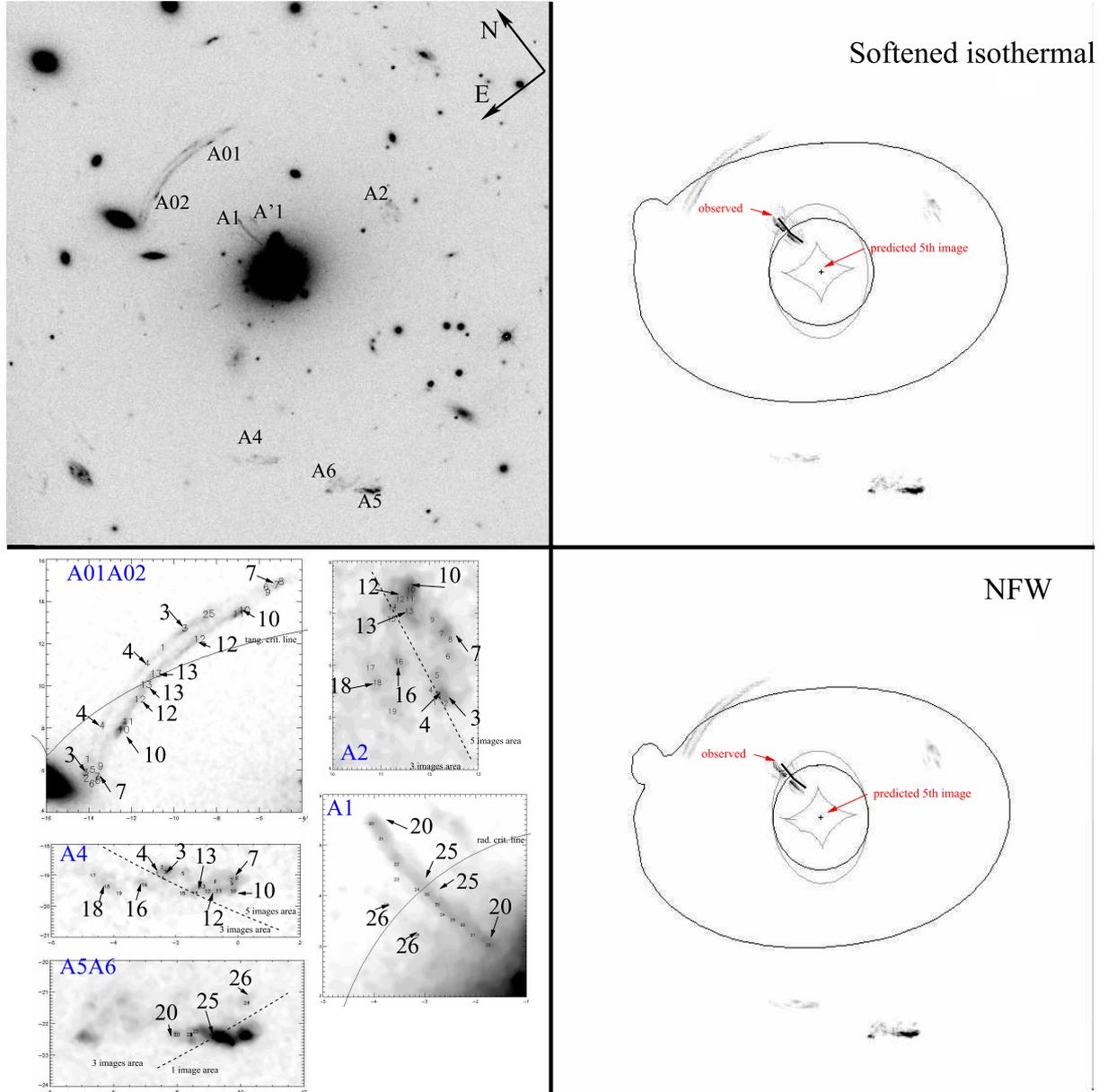
<sup>3</sup> <http://terapix.iap.fr>

<sup>4</sup> All ellipticities discussed here are defined as  $\epsilon = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ , where  $a$  and  $b$  are the major and minor axes.

<sup>5</sup> We used the task *ellipse* in the IRAF/STSDAS package for isophotal fitting.

<sup>1</sup> Program ID: 5402; PI: Gioia.

<sup>2</sup> Program ID: 67.A-0098(A) FORS and 67.A-0098(B) ISAAC; PI: Mellier.



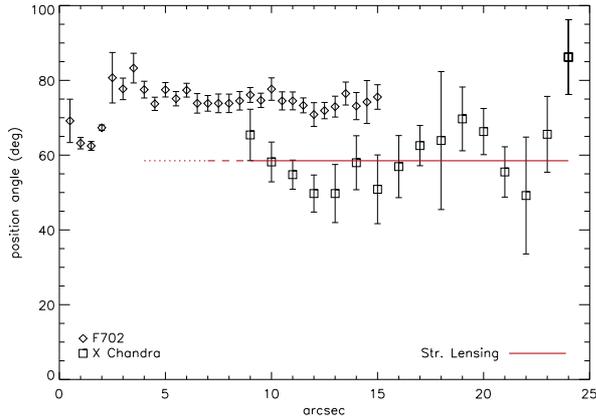
**Fig. 1.** Upper left panel: overview of the lens configuration. The three arcs systems {A01, A02, A2, A4}, {A1, A5} and {A'1, A6}. The central cD galaxy. This F702 HST field is  $56 \times 56$  arcsec wide (i.e.  $180 \times 180 h^{-1}$  kpc). Upper (resp. lower) right panel: reconstruction of arcs deduced from the single component best fit IS (resp. NFW) model (see 3.2). In these panels are reported the observed radial arc location. The small azimuthal offset is discussed in Sect. 4.2. The fifth demagnified image predicted by the models near the center is detailed in Fig. 4. Lower left panel, detail of some dots used for the model fitting (see Table A.1).

Since the geometry of X-ray emission follows the overall potential and represents a small and constant mass fraction, we will not consider separately the gas and the dark matter in the lens modeling of MS 2137.3–2353 in the following. Instead, we will simply reduce both components to an effective dark matter halo as the sum of the gas and true DM model. As a prospect, a good refinement would be the full introduction of this component, independently of the DM halo. Moreover,

a fully 3D deprojected modeling of both the X-ray emissivity and the strong lensing arcs system would certainly be the next requirement for future modelings.

#### 2.4. VLT photometry and redshifts determination

The photometric redshifts of arcs have been measured with the hyperz software (Bolzonella et al. 2000;



**Fig. 2.** Orientation of the isophotal major axis as a function of radius. (squares: intra-cluster gas, diamonds: stars in the F702 band.) The horizontal line represents the average orientation of the DM halo from modeling beyond  $\sim 8''$ . See Sect. 3.

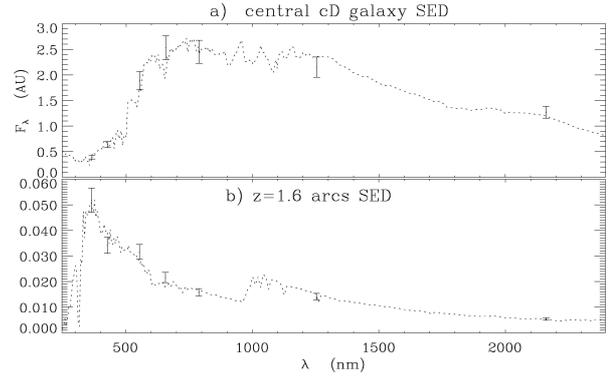
**Table 2.** Photometric redshifts. Uncertainties take into account the scatter in the best fits with different choices for photometric measurements (aperture size, reference filter...). Note that HST data are not used for photometry.

Arc	A01	A02	A2	A4
$z_{\text{ph}}$	$1.64 \pm 0.15$	$1.6 \pm 0.1$	$1.7 \pm 0.2$	$1.58 \pm 0.2$
Arc	A1	A5	A'1	A6
$z_{\text{ph}}$	–	$1.60 \pm 0.1$	–	$1.1 \pm 0.3$

Pelló et al. 2001). The redshift  $z_{\text{ph}}$  is derived from a comparison between the spectral energy distribution of galaxies inferred from the *UBVRIJK* photometry and a set of spectral templates of galaxies which are followed with look-back time according to the evolution models of Bruzual & Charlot (1993) (see Athreya et al. 2002, for details). The validation of hyperz is discussed in Bolzonella et al. (2000) and has been already validated using spectroscopic redshifts on many galaxy samples. With the *UBVRIJK* set of filters, it is possible to measure all redshifts of our selected galaxy sample lying in the range  $0.0 < z < 3.5$ . The expected redshift accuracy is between  $\pm 0.05$  and  $\pm 0.2$ , depending on the magnitude of each arc, which is enough to scale the convergence of a lens model.

For each arc, the *UBVRI* and *JK* photometry was done as follows. We used SExtractor (Bertin & Arnouts 1996) to estimate magnitudes in  $2''$  apertures around a well defined barycenter for each part of the arcs. The *V* frame is taken as the reference since arcs are significantly bluer than the cD light. We also tried to take the *U* and *J* ones to check the robustness of the method. As well, results are stable against variations of aperture.

For the radial arcs A1 and A'1, photometry is strongly sensitive to the foreground cD diffuse stellar component. Furthermore, A1 and A'1 are overlapping, so no estimation of photometric redshifts are really stable for these objects.



**Fig. 3.** Spectral Energy Distributions resulting from photometric redshift analysis. **a)** Central cD galaxy at  $z = 0.313$  and **b)** arc A5 deduced to be at  $z \approx 1.6$ . One can see that contrast between arcs and cD is 15 times higher in *U* than in a redder filter like F702.

A better estimation of their redshift is provided by their counter-arcs which both are free from contamination. Results for all multiple images systems are summarized in Table 2.

Taking the best determination, we conclude that  $z_s = 1.6 \pm 0.1$  for the two sources responsible of the radial and tangential arc systems. The models detailed in Sect. 3.2.2 explain the need for a different redshift of the source responsible of A'1 and A6 and is consistent with the photometric redshift  $z_{s,A'1-A6} \approx 1.1$ . Hence, the critical density at the cluster redshift and with the adopted cosmology is:

$$\Sigma_{\text{crit}} = 3.73 \times 10^9 h M_{\odot} \text{ kpc}^{-2}.$$

Sand et al. (2002) have recently reported a spectroscopic determination of the redshift of arcs which are both found to be at  $z = 1.501$  in remarkably good agreement with our color determination. From a gravitational lensing and mass estimate point of view, the difference between their spectroscopic redshift and our photometric prediction is un-significant. The geometric efficiency term  $D_{\text{ts}}/D_s$  is slowly varying at this redshift. We nevertheless use their redshift estimation and the following value for the critical density:

$$\Sigma_{\text{crit}} = 3.78 \times 10^9 h M_{\odot} \text{ kpc}^{-2}.$$

## 2.5. Detection of the fifth central image

Gravitational optics with a smooth potential and no central singularities predict strong magnification should produce an odd number of lensed images (Burke 1981; Schneider et al. 1992). More generally, the location, the demagnification or even the lack of the central image are in principle clues on the properties of the innermost density profile of lenses.

In the case of MS 2137.3–2353, we expect the large arc A0 to have a fifth demagnified counter-image. Unfortunately, any simple mass models of the lens configuration predicts the fifth image of this fold configuration should lie within one or two arcseconds from the cluster center, that is inside the central cD light distribution. Its detection is therefore uncertain and

depends on its surface brightness, its size and its color with respect to the cD light properties.

In order to check whether the fifth image associated to A0 is technically detectable, we made several lens models using different mass profiles which all successfully reproduce the tangential and radial arcs together with their corresponding counter-images. We predict its position  $\mathbf{r}_5$  and magnification from the softened IS and the NFW profiles of Sect. 3.2. They are respectively  $\mu_{\text{IS}}(\mathbf{r}_5) = 0.2$  and  $\mu_{\text{NFW}}(\mathbf{r}_5) = 0.1$ . The signal-to-noise ratio per HST/F702 pixel yields:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{F702}}^{\text{pix}} = \left(\frac{N_5}{1 + N_{\text{cD}}/N_5 + N_{\text{sky}}/N_5}\right)^{1/2} \simeq 0.7 \quad (3)$$

where  $N_5$ ,  $N_{\text{cD}}$  and  $N_{\text{sky}}$  are the number of photo- $e^-$  from respectively the fifth image, the cD and the sky background close to  $\mathbf{r}_5$ . Taking into account the size of the image, we can express the signal-to-noise in terms of flux,  $(S/N)_{\text{F702}}^F$ , as a function of the magnification  $\mu(\mathbf{r}_5)$  (assuming that the magnification  $\mu(\mathbf{r}_{\text{A2}})$  does not much change with models).

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{F702}}^F \simeq 7 \times \sqrt{\mu(\mathbf{r}_5)}. \quad (4)$$

The expected signal-to-noise ratio is  $\approx 3$  in the IS case and  $\approx 2$  for the NFW profile. So, in principle, the fifth image of the MS 2137.3–2353 lensing configuration is detectable.

Using the counter-image A2 of area  $A_{\text{A2}}$  and flux  $F_{\text{A2}}$ , we reconstructed the predicted fifth image satisfying :

$$\begin{cases} F_5 = \mu(\mathbf{r}_5) \times \mu(\mathbf{r}_{\text{A2}})^{-1} \times F_{\text{A2}} \\ A_5 = \mu(\mathbf{r}_5) \times \mu(\mathbf{r}_{\text{A2}})^{-1} \times A_{\text{A2}} \end{cases}$$

and inserted it inside the cD galaxy at several positions close (but different) to the expected location  $\mathbf{r}_5$ . We then determined the significance of several extraction-detection techniques on the Space Telescope image. A Mexican-hat compensated filter turned out to provide the best cD light subtraction and an optimal detection of the fifth image twins we put inside at different positions. In all cases it was detected exactly at the right position, whatever its location inside the cD and with the expected signal-to-noise.

Because we used a compensated filter which smoothes the signal, this later is not straightforward and we had to compare the amplitude of the flux contained in the extracted object to the variance of the background contained inside independent cells of similar size ranging along concentric annuli located at the radius where simulated fifth image twins are putted ( $0.6'' \lesssim r \lesssim 0.9''$ ). The averaged  $S/N$  found in annuli is 2.6, but it scatters between 1.3 and 3.5 depending on the local noise properties.

The application of the extraction technique on the real data is straightforward. The brightest residual in the filtered frame shown in the right panel of Fig. 4 is detected at the expected location when compared to models and is clearly the most obvious object underneath the cD. The object properties are listed in Table 3. They are remarkably similar to the IS and NFW fifth image predictions. Its coordinates are however closer to the IS fifth image than the NFW model. The signal-to-noise ratio of the candidate is  $\approx 2.5$ , in very good agreement with our

**Table 3.** Properties of the fifth images on real data (R.) and predicted from the best lens modeling (IS or NFW). The positions  $(x, y)$  are given in arcsec, with respect to the cD centroid. Position angles (PA) are given in degrees and  $a/b$  is the axis ratio. The errors are found from the changes when varying some SExtractor parameters. Although both the position angles and the ellipticity of the IS and NFW are compatible with the data, there is a significant difference in positions. The offset  $|\delta\mathbf{x}|$  between the IS and the real position is only  $0.16''$ , whereas it is  $0.36''$  for NFW, which is larger than uncertainties on observations (third column  $|\delta\mathbf{x}| \sim 0.05''$ ).

ID	$(x, y)$	$ \delta\mathbf{x} $	PA	$a/b$	$S/N$
R.	(0.64;0.70)	0.05	$28 \pm 14$	$3.1 \pm 1.3$	2.6
IS	(0.52;0.81)	0.16	15.	2.2	2.6
NFW	(0.33;0.52)	0.36	27.	2.2	2.1

expectations. In the frame of Fig. 1, the centroid position of the candidate is at

$$\mathbf{r}_5 = (0.64''; 0.70''), \quad r_5 = 0.9''. \quad (5)$$

Despite its poorly resolved shape, the candidate exhibits an orientation  $\text{PA} \simeq 28 \pm 14^\circ$  and an axis ratio  $a/b = 3.1 \pm 1.4$ , in good agreement with the values predicted by both models (see Table 3). It is worth noticing that even the morphology of the fifth image shows similarities with the reconstructed images. In particular, it shows a bright extension inward and a smaller faint spot outward as if it would be dominated by two sub-clumps which are also visible on predictions of Fig. 4. In the following, when using the fifth image knowledge, we apply different weights on the detected features for the lens modeling. The brightest part of the fifth image is statistically significant and is associated to the dot labeled (10) in Fig. 1 and Table A.1. The mappings of the other labeled dots are not as significant in the fifth image. Thus, we apply a  $\sim 9$  times smaller weight (i.e. 3 times larger errorbars). In other words, the fifth image is almost reduced to a point-like information without shape measurements.

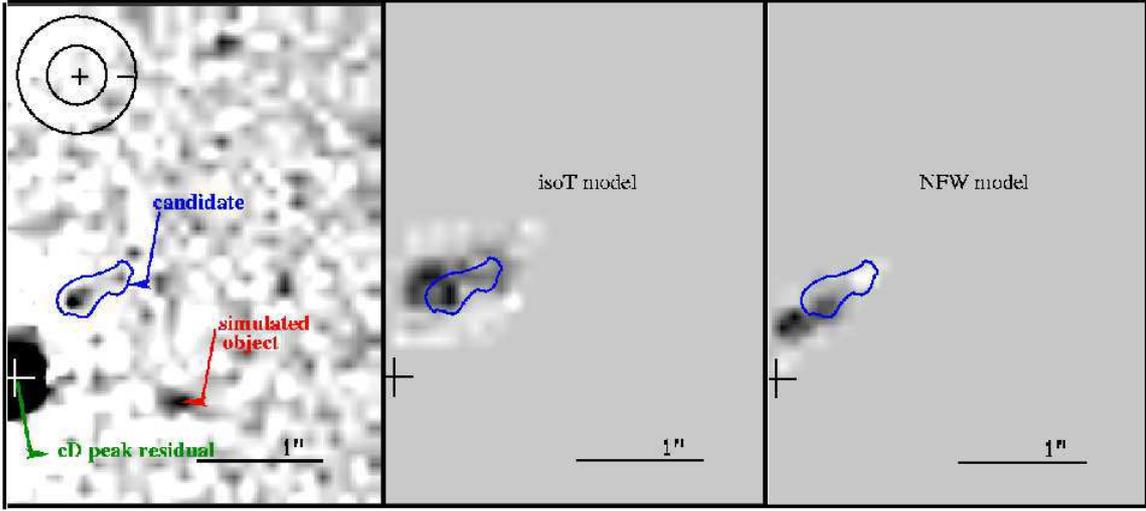
### 3. The dark matter distribution in MS 2137.3–2353

In this section, the properties of the dark matter distribution of MS 2137.3–2353 are discussed in view of the most recent constraints we obtained from VLT data. We first revisit a single potential model using only strong lensing data but no fifth image. We then compare the projected mass profiles of the best NFW and IS models, extrapolated beyond the giant arcs positions, with the weak lensing analysis. Finally the fifth image is included in the strong lensing model which is used together with the weak lensing and the cD stellar halos to produce a comprehensive model of the different mass components.

#### 3.1. Strong lensing optimization method

The optimization have been carried out with the `lensmodel`<sup>6</sup> (Keeton 2001b) inversion software. This alternative to the

<sup>6</sup> <http://astro.uchicago.edu/~ckeeton/gravlens/>



**Fig. 4.** Visualization of residuals from subtraction of the cD brightness. Orientation is the same as in Fig. 1. Left panel: HST filtering. One can see the real residual as well as a simulated object derived from the IS model shown on the right panel. Note the comparable signal-to-noise. Also plotted the Mexican-hat filter size with both positive ( $r \leq 1.5$  px) and negative areas ( $1.5 \text{ px} \leq r \leq 3.5$  px). Also shown the noise-free reconstructed 5th image of the fold arc expected from IS (middle panel) and NFW (right panel) strong lensing best fit models centered on the cD. The position is consistent with the IS model. Note that the filtering algorithm reduces the high frequencies in the upper frame. Thus, shape measurements just provide rough estimates of ellipticities, but accurate orientations. Note also that the isophote plotted here, is illustrative and does not correspond to the any quantitative shape measurement.

Mellier et al. (1993) or Kneib et al. (1993, 1996) algorithms allows us to check the efficiency and the accuracy of this software for arc modeling and to take advantage of its association tool for multiple point-images. This facility was initially developed by Keeton for multiple-QSOs but turns out to be well suited for HST images of extended lensed objects. The images association is performed by identifying conjugated substructures like bulges in extended images. Because of the surface brightness conservation, brightest areas in an image map into the brightest of the associated ones.

Our modeling started by identifying the brightest conjugate knots in each image. More precisely, when the identification of  $N_{\text{knots}}$  distinct features in images is completed (with respectively  $N_{j=1 \dots N_{\text{knots}}}$  multiplicity) one can write  $N_{\text{knots}}$  times the lens equation relating source and image positions and the lens potential  $\phi$ :

$$\theta_{S_j} = \begin{cases} \theta_1 - \nabla\phi(\theta_1) \\ \dots \\ \theta_{N_j} - \nabla\phi(\theta_{N_j}). \end{cases} \quad (6)$$

This yields the following  $\chi^2$  definition calculated in the image plane:

$$\chi_{\text{img}}^2 = \sum_{j=1}^{N_{\text{knots}}} \sum_{i=1}^{N_j} \delta \mathbf{x}_{ij}^T S_{ij}^{-1} \delta \mathbf{x}_{ij}, \quad (7)$$

with

$$2 \sum_{j=1}^{N_{\text{knots}}} (N_j - 1) - N_{\text{par}} \quad (8)$$

degrees of freedom, where  $N_{\text{par}}$  is the number of free parameters in the model. Here,  $S_{ij}^{-1}$  is the error matrix for the position of knot  $j$  in the image  $i$  and  $\delta \mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_{\text{obs},ij} - \mathbf{x}_{\text{mod},ij}$ . Analogous  $\chi^2$  minimization can be done in the source plane in order to speed up the convergence process. It is only an approximation of the previous one that does not directly handle observational errors in the image plane. However, it is much faster because it does not need to invert Eq. (6). Once the minimum location is roughly found, one can use the image plane  $\chi_{\text{img}}^2$  to determine the best parameter set with a better accuracy.

It is worth noting that the uncertainties in the conjugate points positioning done during the association process dominates the astrometric errors in the position of each knot. Typically, the systematic uncertainty is of order 0.1–0.2''. The VLT color similarities were also used to confirm the associations. The mapping between extended images is given by the magnification matrix  $a$ :

$$a_{ij}^{-1}(\theta) = \delta_{ij} - \partial_i \partial_j \phi(\theta), \quad (9)$$

where  $\delta_{ij}$  is the Kronecker symbol. Hence, other fainter conjugate dots become easier to identify once the local linear transformation between multiple images is known. The procedure “get constraints”–“fit a model” can be iterated to use progressively more and more informations.

In MS 2137.3–2353, we kept 13 unambiguous quintuple conjugated dots in the tangential arc A01. Each one is associated to four different dots in A02, A2, A4 and the fifth image. We selected also 6 dots in the parts of A2 and A4 that are only triply imaged. Likewise, A1 is decomposed in two symmetric merging images and is also associated with the Eastern part

of A5 (6 triple conjugated dots). Figure 1 and Table A.1 summarize the associations we selected.

The various models are actually over-constrained. The 6 free parameters are detailed in the following section. Following Eq. (8), the number of constraints is

$$N = 2 \times \{13(5 - 2) + 6(3 - 2) + 7(3 - 1)\} = 118. \quad (10)$$

The first term corresponds to the regions of the tangential system which are imaged five times, whereas the second term refers to regions imaged three times. The third term correspond to the radial system which is imaged three times<sup>7</sup>. Nevertheless, only 25 of these 118 constraints appear significant to represent the first and second shape moments of arcs, the rest is for higher order moments and have less weight in the modeling.

A galaxy at the eastern part of A02 should weakly perturb its location and shape. This galaxy was introduced in previous models but turns out to have negligible consequences. Indeed, only upper limits on its mass ( $\sigma_v \lesssim 150 \text{ km s}^{-1}$ ) arise when modeling. Its introduction appears marginally relevant for the study and is ignored hereafter although its effect is shown in Fig. 1.

### 3.2. Strong lensing models without the fifth image

#### 3.2.1. Dark matter density profiles

We model the dark matter halo with two different density profiles. In order to focus on the main differences between isothermal and NFW profiles, we keep the models as simple as possible and do not include peculiar features, like cluster galaxy perturbations. The center of potential is allowed to move slightly within 2 arcsec around the cD of the cD galaxy. No prior assumptions are made about the ellipticity and the orientation of the dark matter halo relative to the light nor to the X-rays isophotes.

The first profile is an elliptical isothermal distribution with core radius of the form,

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{1 + (r/r_c)^2} \quad \text{in spherical approx.} \quad (11)$$

which is projected in,

$$\kappa(r, \theta) = \frac{b}{\sqrt{\xi^2 + r_c^2}}, \quad \xi = r \sqrt{1 - \epsilon \cos(2(\theta - \theta_0))}. \quad (12)$$

The core radius  $r_c$ , scale parameter  $b = r_c + \sqrt{R_e^2 + r_c^2}$ , ellipticity  $\epsilon$  and position angle  $\theta_0$  are free parameters.  $R_e$  is the Einstein radius and  $b$  is related to the cluster velocity dispersion by

$$b = \left( \frac{\sigma_v}{186.5 \text{ km s}^{-1}} \right)^2 \frac{D_{\text{ds}}}{D_s} \text{ arcsec}. \quad (13)$$

The second profile is an elliptical NFW mass distribution. The 3D profile has the form

$$\rho(r) = \frac{\rho_c \delta_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2} \quad \text{in spherical approx.} \quad (14)$$

<sup>7</sup> Equation (10): the  $-2$  in parenthesis includes the unknown source position and the unused fifth central image. When using this later, the number of constraints is 156.

where  $r_s$  is a scale radius,  $\rho_c$  is the critical density of the universe at the redshift of the lens, and  $\delta_c$  a concentration parameter related to the ratio  $c = r_{200}/r_s$  by

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)}. \quad (15)$$

The convergence  $\kappa$  writes

$$\kappa(r, \theta) = 2\kappa_s \frac{1 - F(x)}{x^2 - 1} \quad \text{with } x = \xi/r_s, \quad (16)$$

where  $\xi$  has the same meaning than before,  $\kappa_s = \rho_c \delta_c r_s / \Sigma_{\text{crit}}$  and

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \tan^{-1} \sqrt{x^2-1}, & \text{for } x > 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \tanh^{-1} \sqrt{1-x^2}, & \text{for } x < 1 \\ 1, & \text{for } x = 1. \end{cases} \quad (17)$$

#### 3.2.2. Single halo best models

The inversion leads to two models that fit the strong lensing observations equally well. They reproduce the multiply-imaged lens configuration of both radial and tangential arcs. The NFW best fit model leads to a  $\chi^2_{\text{NFW}} = 2.42$  per degree of freedom and  $\chi^2_{\text{IS}} = 3.0$  for the isothermal profile<sup>8</sup>. The final model parameters and errors bars are summarized in Table 4. The centering of the dark matter halo relative to the cD galaxy is discussed in Sect. 3.4.1.

The associated counter-image of the radial arc A1 (bright and thin structure) corresponds only to a small part of A5 that is triply imaged. Besides, the diffuse component A'1 can be associated to A6 only if the corresponding source is at a lower redshift than arc A1–A5. This corroborates photometric redshifts results and was previously mentioned by Hammer et al. Here, we find the source redshift  $z_{\text{S}(A6-A'1)}$  to be 1.1–1.3.

The velocity dispersion derived for the IS model is consistent with results of Mellier et al. (1993). The core radius proposed by these authors is higher because of its different definition. They used a pseudo-isothermal projected gravitational potential<sup>9</sup>; instead, we directly model the cluster projected density profile. Nevertheless, to ensure the same Einstein radius with the same central velocity dispersion between their model and ours, the core radius they reported must be twice the one we found. Thus, core radii are consistent.

### 3.3. Mass profile of MS 2137.3–2353 from weak lensing analysis

Although the error bars are large, the concentration parameter found for the best NFW model is about twice the expectations from numerical simulations and from the current measurements done in other clusters, even those with strong lensing features (see e.g. Hoekstra et al. 2002). Since clusters are believed to be triaxial, it may happen that the major axis lies

<sup>8</sup> These values are higher than 1 but we remind that the models are significantly over-constrained.

<sup>9</sup> Leading to a convergence:  $\kappa(r) = \frac{b}{r_c} \frac{2+x^2}{(1+x^2)^{3/2}}$  with  $x = r/r_c$  to be compared to Eq. (12).

**Table 4.** Single halo models. The Einstein radius is the same in the best models for strong lensing :  $R_E \simeq 50 h^{-1}$  kpc. For our two strong lensing models, the total mass inside this radius is  $M(r < R_E) = (2.8 \pm 0.1) \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$ . Errors due to uncertainties in arcs redshift are omitted. Also reported previous works results for comparison. Me93 refers to Mellier et al. (1993), Ha97 to Hammer et al. (1997), Mi95 to Miralda-Escudé (1995) EF99 to Etori & Fabian (1999) and AI02 to Allen et al. (2002). When known, the authors' values are recomputed in our adopted cosmology and with the 1.6 sources redshifts. For both papers, the center of potential location is assumed to match the center of cD or is not reported. Me93 core radii have been scaled in order to take into account the departs between their profile and an exact softened isothermal sphere. As well, Ha97 find a slope  $\beta \approx 0.85$  instead we have only considered models with  $\beta = 1$  (see Eq. (2)). AI02 uses a NFW profile and only gives the scale radius value but we report on the same line our own measured values for ellipticity and position angle from Chandra X-ray brightness. The third column  $r_c \setminus r_s$  corresponds either to the scale radius either to the core radius. Here, we convert all the position angles in a common definition, which is clockwise from North to East. The original paper do not report angles in the same frame but we made the correction except for Ha97 for which we do not know what is the reference. But in any case, the position angle is so constrained that these authors must have found a similar orientation as the other ones. Our definition is more valuable and self-consistent between Chandra, ROSAT, VLT and HST data. Models labels with a S refer to purely strong lensing modeling whereas a W stands for purely weak lensing fits. The last row (cD+DM) concerns the last family of profiles with a cD and dark matter halo components and which is simultaneously constrained by strong+weak lensing. In the first column, we report the permitted inner slope for generalized NFW profiles (see Sect. 3.4.3).

model	$\sigma_v$ (km s <sup>-1</sup> )	$r_c \setminus r_s$ (h <sup>-1</sup> kpc)	$\kappa_s$	$r_{200}$ (h <sup>-1</sup> kpc)	c	$M_{200}$ (10 <sup>14</sup> h <sup>-1</sup> M <sub>⊙</sub> )	$\epsilon$	PA deg	$x_c$ arcsec	$y_c$ arcsec
S-NFW	–	90 <sup>+35</sup> <sub>-25</sub>	0.6 <sup>+0.5</sup> <sub>-0.3</sub>	920 <sup>+180</sup> <sub>-80</sub>	12.5 <sup>+5</sup> <sub>-6</sub>	~5.5	0.24 <sup>+0.04</sup> <sub>-0.07</sub>	58 ± 1	0.1 ± 0.4	0.2 ± 0.4
W-NFW	–	67 <sup>+300</sup> <sub>-24</sub>	0.74 <sup>+1.6</sup> <sub>-0.5</sub>	890 <sup>+160</sup> <sub>-130</sub>	12 <sup>+12</sup> <sub>-8</sub>	–	–	–	–	–
S-isoT	1022 <sup>+40</sup> <sub>-30</sub>	10.4 ± 1.8	–	~1000	–	~11.	0.25 ± 0.05	59 ± 1	0.2 ± 0.4	0.2 ± 0.4
W-isoT	900 ± 150	<45	–	–	–	–	–	–	–	–
Me93	~1000	4.5–7	–	–	–	–	0.15 – 0.33	51–66	–	–
Mi95	~1200	~10	–	–	–	–	~0.22	~58	–	–
Ha97	~1100	5–10	–	–	–	–	0.18–0.23	?47.5 ± 5?	–	–
EF99	~930	~90	–	$r_{500} \sim 540$	–	–	–	–	–	–
AI02	–	107–120	–	–	–	–	~0.20	58 ± 7	–	–
cD+DM	0.8 < α < 1.1	~85	~0.6	–	–	–	0.22 ± 0.06	58 ± 2	0!	0!

along the line of sight, increasing artificially its concentration by projection effects (see e.g. Jing & Suto 2002). However, it is likely that our model also mix together the contributions to the effective concentration of the cluster and of the central cD potentials. This possibility can be tested by comparing the strong lensing model with the weak lensing analysis that only probes the radial mass profile at larger scale, where the cD contribution is negligible. On large scales, we used the VLT images to build a weak lensing catalog of background galaxies covering a 6.4' × 6.4' field of view. At the cluster redshift, this corresponds to a physical radius of 700 h<sup>-1</sup> kpc. The detailed description of the catalog analysis, namely PSF anisotropy corrections and detailed galaxy weighting scheme and selection, is beyond the scope of this work. The method we used can be found in Athreya et al. (2002). Here, we only compare the result of the strong lensing mass profile and the fit of the azimuthally averaged shear on scales 100 h<sup>-1</sup> kpc ≲ r ≲ 1 Mpc.

The shear profile is determined by using a maximum-likelihood analysis, based on a  $\chi^2$  minimization:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{|e_i - g(\mathbf{r}_i, z_i)|^2}{\sigma_{e,i}^2}, \quad (18)$$

where  $e_i$  is the complex image ellipticity,  $g$  the complex reduced shear,  $z_i$  the photo- $z$  and  $\sigma_{e,i}$  the dispersion coming from

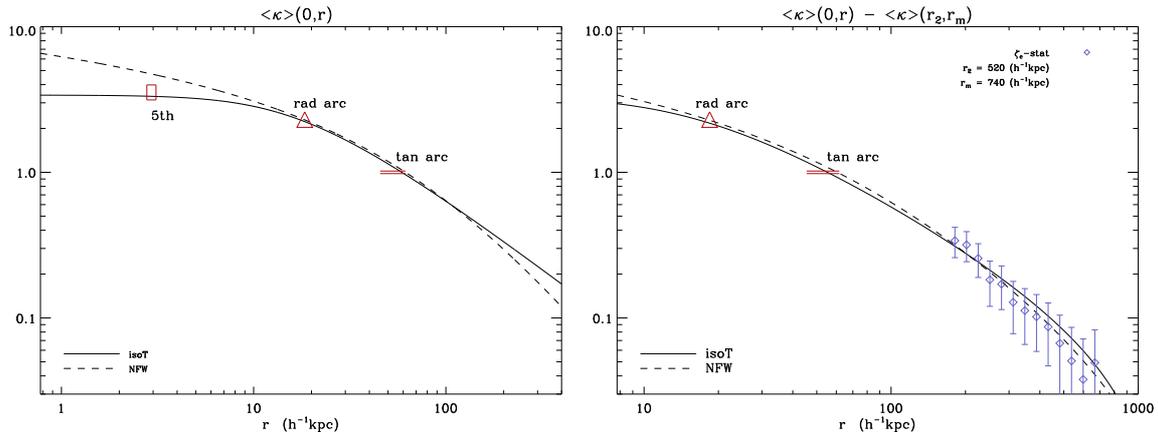
both the intrinsic unknown source ellipticity and the observational uncertainties (see e.g. Schneider et al. 2000). In addition, we also measured the  $\zeta$ -statistic and  $\zeta_c$ -statistic densitometry:

$$\begin{aligned} \zeta(r; r_{\max}) &= \bar{\kappa}(r' < r) - \bar{\kappa}(r < r' < r_{\max}) \\ &= \frac{2}{1 - (r_{\max}/r)^2} \int_r^{r_{\max}} \langle \gamma_t(r) \rangle d \ln r, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \zeta_c(r; r_2, r_{\max}) &= \bar{\kappa}(r' < r) - \bar{\kappa}(r_2 < r' < r_{\max}) \\ &= \left[ 1 - (r/r_{\max})^2 \right] \zeta(r; r_{\max}) \\ &\quad + \frac{1 - (r_2/r_{\max})^2}{(r_{\max}/r_2)^2 - 1} \zeta(r_2; r_{\max}) \end{aligned} \quad (20)$$

where  $\langle \gamma_t(r) \rangle$  is the averaged tangential ellipticity inside an annulus ( $\pi r^2 \Sigma_{\text{crit}} \bar{\kappa}(r)$  is the mass enclosed within the radius  $r$ ). In contrast with the  $\zeta$  statistics,  $\zeta_c$  can be directly compared with  $\bar{\kappa}$  since they only differ by a constant value that does not change with radius (Clowe et al. 2000). We used  $r_2 = 517 h^{-1}$  kpc and  $r_{\max} = 744 h^{-1}$  kpc.

The scaling factor for the mass has been derived from the *UBVRIJK* photometric redshifts of sources. Background galaxies have been selected in the magnitude range  $I < 24$  and cluster galaxies have been rejected using a photo- $z$  selection. Moreover, we considered background galaxies with  $z_{\text{ph}} > 0.4$  for which the lensing signal is significant. The limiting magnitude was chosen in order to compromise between the depth,



**Fig. 5.** Projected mean surface density. Solid: NFW best fit, dashed: IS. Notice how models match near the arcs locations. Between 2.5 and 28 arcsec, the mean convergences  $\bar{\kappa} = \langle \kappa \rangle(0, r)$  differ from each other by less than 3 percents. Faint discrepancies appear in the outer regions through weak lensing signal and at the very center. Constraints due to the fifth image candidate are detailed in Sect. 3.4.3. The weak lensing data are deduced from the  $\zeta_c$ -statistic.

which defines the galaxy number density, and the need for a good estimate of the source redshift distribution. Since our source population is similar to van Waerbeke et al. (2002), we checked our redshift histogram has the same shape<sup>10</sup> as their sample. Both samples turned out to be similar, so we finally used their parameterized redshift distribution, because it is based on a larger sample than ours. With this requirement, the weak lensing signal directly makes a test on the reliability of strong lensing models extrapolations beyond the Einstein radius.

Figure 5 shows the radial mass profile of the best IS and NFW models. The projected mass density has been averaged inside circular annuli. As expected, the two best fits are quite similar between the two critical radii. Discrepancies only appear in the innermost and outermost regions. However, the shear profile derived from the VLT data fails to disentangle the models built from strong lensing. Both are consistent with the signal down to the virial radius  $r_{200} \approx 1 h^{-1} \text{Mpc}$ . Table 4 lists the values of the best fit parameter set for the weak lensing analysis. It is in good agreement with the inner strong lensing models, though the total encircled mass is smaller. The constraints on the concentration parameter are weak and a broad range of values are permitted. However, a low value similar as expectations for clusters is still marginal and surprisingly the weak lensing analysis also converges toward a rather larger concentration. This discrepancy with cluster expectation values, even when using together weak and strong lensing constraints, shows that the global properties of the potential well are hard to reconcile with a simple NFW mass profile. However, if the contribution of the cD stellar mass profile strongly modifies the innermost mass distribution of the cluster and significantly contaminates the concentration parameter inward, our statement based on strong and weak lensing models might be wrong. We therefore single out the cD potential and add its contribution to the model and we included the fifth

<sup>10</sup> After subtraction of the cluster population.

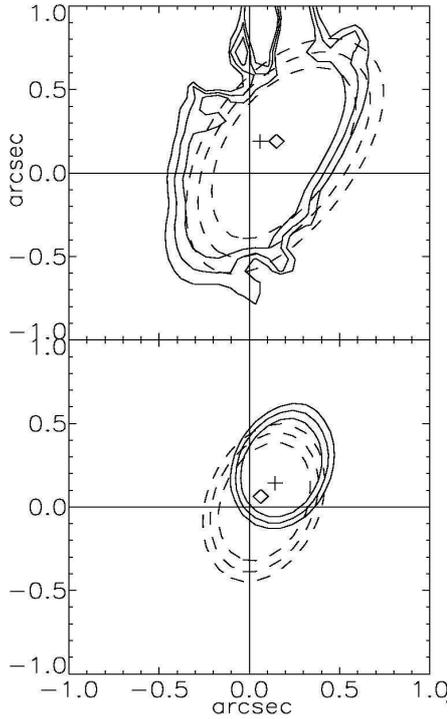
image parameters in order to probe the very center where the cD mass profile might play an important role.

### 3.4. The cD+DM mass profiles constrained with the fifth image

We now consider a two-component mass profile: an inner stellar component attached to the cD galaxy and a cluster dark matter halo. The fifth central image will contribute to constrain the innermost lens model, whereas the external arcs and the weak lensing profile should constrain most of the outer cluster halo.

#### 3.4.1. Centering the lens with the fifth image

Before introducing the stellar component, let us check the influence of the fifth image knowledge on the centering of a single DM potential. Figure 6a shows the permitted area for the DM potential center relative to the cD. The contours on the top are the expectations for the IS and NFW models, if the fifth image is not taken into account. The offset with respect to the cD centroid is  $0.22''$  West, but the contour ellipses are of size  $1.1'' \times 1.6''$ . Nevertheless, the assumption that the center of cD galaxy coincides with the cluster center is consistent with the data. When the fifth image is added (mainly its brightest knot), the contours shrink by a factor of 2 in size, as shown in Fig. 6b, but still keep the central cD position inside, with a small offset with respect to the cD light centroid of  $0.16''$  West for the IS model, and  $0.18''$  West for the NFW profile. The box sizes of permitted positions are much smaller ellipses of about  $0.6'' \times 0.9''$ . Since these error boxes are about the size of the uncertainties of the cD centroid position (see Table 3), in the following we will then assume the cD is centered on the cluster center. It is worth noticing that even with the significant reduction of error bars provided by the fifth image, the residual uncertainty on the centroid position of the lens may in principle



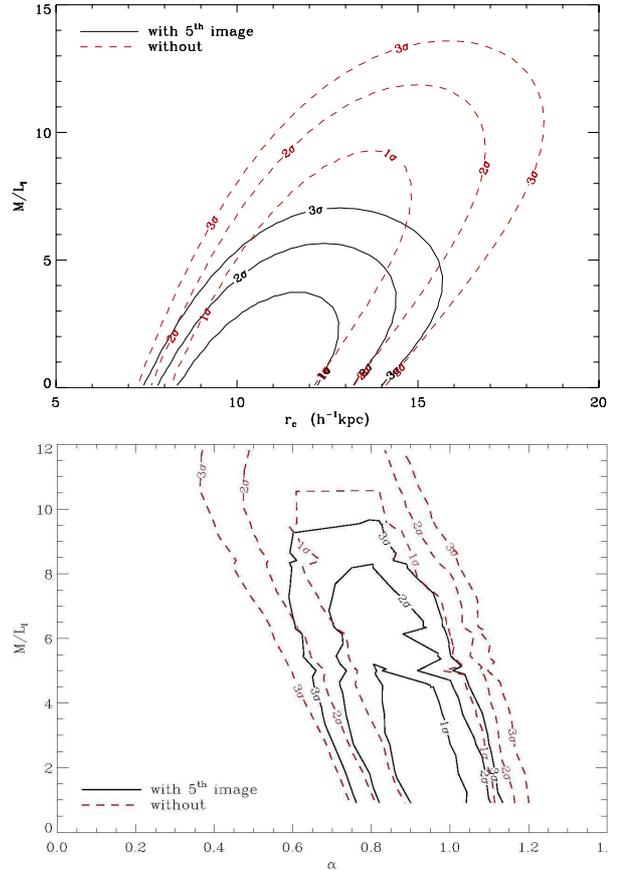
**Fig. 6.** Permitted potential center region ( $\Delta\chi^2/N = 1, 2, 3$ ) relative to the cD center (0, 0) coordinates. Solid (resp. dashed) contours refer to the NFW (resp. IS) model. The upper panel displays contours without the fifth image location knowledge and the lower using the 5th image candidate discussed in Sect. 2.5 as an additional constraint. The crosses (resp. diamonds) correspond to the  $\chi^2$  minimum location for the NFW (resp. isothermal) modeling. Note the great enhancement induced and the significant shift in the NFW case compared to the upper panel. The deflection angle is merely too small to be consistent with the fifth image.

permit to both IS and NFW to fit the lensing data if we do not assume the cD center is not exactly on the cluster center.

### 3.4.2. Modeling together the stellar and DM mass profiles

The properties of the lens configuration (including the fifth image) provide enough constraints to attempt a modeling which will probe clear differences between observations and IS/NFW predictions. The deflection and the magnification of the NFW model are smaller than for an IS one. We expect the fifth image to show a difference of  $0.2'$  in position and  $0.75$  in magnitude. The observations and IS/NFW predictions reported in Table 3 and Fig. 4 already show a trend which supports a flat-core model against a cuspy NFW profile.

The following analysis uses together the fifth image properties, the weak lensing data and the giant arcs in order to constrain the shape of the innermost mass profile. We also add the cD stellar contribution to the overall mass because it is no longer negligible at the very center. Note that the generalized



**Fig. 7.** Two components  $\chi^2$  contours. Upper panel: constraints on the couple  $r_c - M/L_i$  for the IS model. Note the small modifications due to the introduction of the stellar component. Lower panel: constraints on the couple  $\alpha - M/L_i$  for the pseudo-NFW family profiles. One can see an overlay of the same confidence regions when the fifth image position is known (solid) and when it is not (dashed). The inner slope  $\alpha$  ranges between 0.8 and 1.1 for a reasonable mass of stars ( $Y_1 \leq 5$ ). The lower panel rejects very shallow profiles ( $\alpha \leq 0.6$ ) whereas one can see on the upper one that flat cores provide good fits.

NFW models expressed in Eq. (1) has a free parameter  $\alpha$ . Its projection is reported in Eq. (B.6). In more details:

- The fifth image central coordinates are introduced because of their constraints on the central lens modeling. In fact, the brightest knot in the large arc A0 is required to correspond to the brightest detected spot at the center  $r_5 \approx 0.9$ .
- The center of the cD is precisely the center of the potential well.
- The dark matter halo is modeled by an elliptical mass distribution: a softened IS profile or a generalized-NFW profile, as expressed in Eq. (B.6). Hence, the IS profile has 4 free parameters, namely  $r_c, \sigma_v, \epsilon, \text{PA}$  whereas the generalized-NFW models has 5:  $\alpha, r_s, \kappa_s, \epsilon, \text{PA}$ .

- We model the stellar component with an Hernquist profile ( $\rho(x) = x^{-1}(1+x)^{-3}$ ) of the projected form:

$$\begin{aligned}\kappa_*(r) &= \frac{\kappa_{s,*}}{(y^2-1)^2} \left[ -3 + (2+y^2)F(y) \right] \\ \bar{\kappa}_*(r) &= 2\kappa_{s,*} \frac{1-F(y)}{y^2-1}\end{aligned}\quad (21)$$

with  $F$  defined in Eq. (17),  $y = r/r_g$  and  $r_g \approx 7.2 h^{-1}$  kpc a scale radius.  $\kappa_{s,*}$  is related to the  $I$  band luminosity through the relation:

$$\kappa_{s,*} = \frac{L_I}{2\pi s^2 \Sigma_{\text{crit}}} \left( \frac{M}{L} \right)_I = 0.11 \Upsilon,$$

where  $\Upsilon \equiv M/L_I$ . The stellar component is elliptical and has the central ellipticity  $\epsilon_* = 0.15$  and orientation  $\text{PA}_* = 69^\circ$  deduced from the light distribution in the  $I$  band. The cD stellar mass-to-light ratio  $\Upsilon$  is the last new free parameter of the model.

- The weak lensing  $\chi^2$  term (Eq. (18)) is directly added to the purely strong lensing  $\chi^2$  defined in Eq. (7).

### 3.4.3. The inner slope of the DM halo

The constraints provided by the fifth image can roughly be illustrated as follows. If  $r_5 \approx 0.9$  corresponds to a source position  $u \approx 1.85''^{11}$  deduced from the single component outer arcs. The lens equation reads:  $u = r_5 |1 - \bar{\kappa}(r_5)|$  with the bending angle  $\bar{\kappa}(r) = \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr}$ . Hence, the averaged convergence within the fifth image candidate radius which is plotted on Fig. 5 is

$$2.9 \lesssim \bar{\kappa}(< r_5) \lesssim 3.7.$$

It is now possible to test the overall permitted central contribution by mapping the global  $\chi^2$  in the  $r_c - M/L_I$  or  $\alpha - M/L_I$  spaces, after marginalization over the other parameters. For a reasonable mass-to-light ratio  $\approx 2-3$ , one can see in Fig. 7 that:

- Both IS and generalized-NFW models rule out  $M/L_I$  of the cD stellar component larger than 9 at a  $3-\sigma$  confidence level. Its value preferentially ranges within 1 to 5.
- The softened IS profile still provides the best model. It is also consistent with the strong lensing data with few variations of parameters compared to the single component modeling. The introduction of the stellar component does not introduce large variations in the best fit parameters set compared to the single dark halo modeling.
- The cuspy models have a narrow permitted range of slope which is centered around  $\alpha = 1$  of the NFW model. Note that while the position of the fifth image provides interesting boundaries on the cluster center position, it does not provide constraints on the slope  $\alpha$ . Including the fifth image only reduced the  $\alpha$  upper limit by 10% and does not change its lower bound. For reasonable values of  $M/L_I$ , we find  $0.8 \leq \alpha \leq 1.1$  ( $2-\sigma$ ). This range excludes very low values of  $\alpha$  and seems to contradict the fact that IS with flat

core better fit the data than generalized-NFW models over the whole  $1 h^{-1}$  kpc  $< r < 600 h^{-1}$  kpc range, even for a large amount of stellar mass.

## 4. Discussion

### 4.1. The radial mass profile of MS 2137.3–2353

The exceptional data set allowed us to constrain the density profile over three orders of radius ranging from 2 to 700  $h^{-1}$  kpc. Despite the fact that weak lensing data do not cover a wide enough range in order to reveal its full efficiency<sup>12</sup>, we performed a self consistent modeling of the critical strong and sub-critical weak parts of the lensing cluster MS 2137.3–2353. At the other side, it is worth noticing that the improvement provided by the fifth image is still under-exploited because of the poor resolution of its shape. The location of its brightest spot only provides constraints on the center position of the lens and on the overall enclosed mass (by the way, revealing a degeneracy between  $\Upsilon$  and  $\alpha$ ). A good knowledge of the magnification and shear would be able to break this degeneracy by constraining second order moments of the fifth image probing both convergence and shear inside 1 arcsec radius.

Nevertheless, the new constraints provide three levels of information concerning the MS 2137.3–2353 radial mass profile.

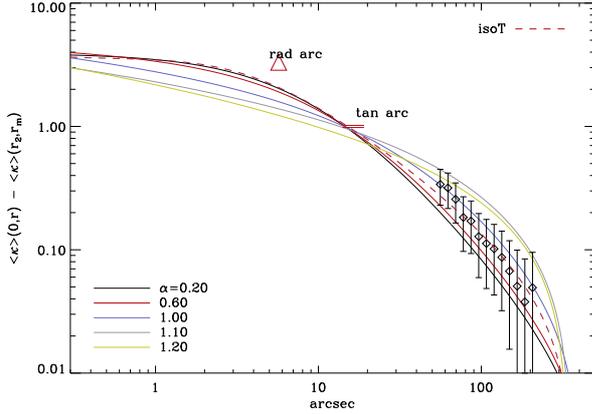
- The simple use of the radial and tangential arcs systems without the fifth image neither the outer shear data cannot disentangle between NFW-like and isothermal profiles. A large family of cuspy and flat models are consistent with these data. (See Figs. 8 and 9 and Appendix B.)
- The combined weak lensing and arcs (i) data tell us that either isothermal profiles either NFW-like profile with  $0.8 \leq \alpha \leq 1.1$  are permitted.
- Actually, the fifth image knowledge favors flat cores ( $\chi_{\text{IS}}^2 \sim 3.8$ ) but puts strong limits of the couple  $\alpha - \Upsilon$  for NFW-like models ( $\chi_{\alpha \sim 1}^2 \sim 5.1$ ).

All together, the new constraints are in good agreement with isothermal model with flat core and rule out generalized-NFW models with slopes as steep as those proposed by (Moore et al. 1998; Ghigna et al. 2000). The slope range found for the generalized-NFW profiles can be easily explained and correspond to expectations. The calculations detailed in Appendix B (Figs. 8 and 9) show how the knowledge of the lensing configuration, as derived from giant arcs and the shear field, bounds the free parameters for cuspy-NFW profiles. The knowledge of the critical lines radii, the weak lensing at intermediate scales as well as the length of the radial arc are introduced in order to fix semi-analytically  $r_s$ ,  $\alpha$  and  $k_s$ .

A lower curvature for NFW-like profiles can explain the apparent paradox discussed at the end of Sect. 3.4.3. Flat softened isothermal profiles are favored whereas low values of  $\alpha$  are ruled-out. This trend was reported by Miralda-Escudé (1995)

<sup>11</sup> Few variations are observed when modeling with the NFW or the IS model. We also neglect ellipticity terms which have a weak importance near the center.

<sup>12</sup> The  $\zeta$ -statistic  $S/N$  ratio at radius  $r$  goes like  $\ln r_{\text{max}}/r$  for an isothermal profile.



**Fig. 8.** Plot of various  $\zeta_c$  curves taken along the relation plotted in blue (light gray) in Fig. 9 that give the observed critical lines. Also plotted the observed  $\zeta_c(r)$  deduced from weak lensing. Only a small scatter around  $\alpha = 1$  is allowed. We also report the best fit isothermal profile (dashed).

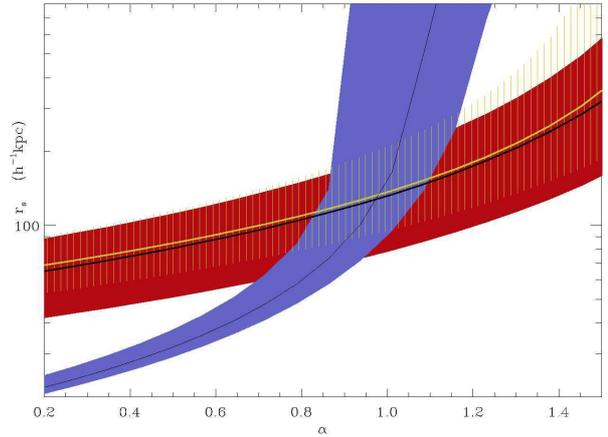
when he tried to fit the dark matter halo with a density profile of the form

$$\rho(x) \propto x^{-1}(1+x)^{-3/2} \quad \text{or} \quad \rho(x) \propto x^{-1}(1+x)^{-1}.$$

Hence, a simple smooth modification from the inner slope  $\alpha \ll 1$  to an asymptotic  $\rho \propto r^{-3}$  outward cannot match the whole lensing data. Sharper changes must occur at a small radius which behaves as an effective core radius, leading to a high curvature close to the radial arc. The scale radii derived from the marginalization of Fig. 7 are very small and still scatter around the  $r_s \approx 90 h^{-1}$  kpc value obtained from the single component NFW. The sensitivity of models to radial curvature is clearly visible in Fig. 8.

The whole best fit generalized-NFW profiles show a high concentration for the dark matter halo. This trend is confirmed by weak lensing up to  $700 h^{-1}$  kpc, in contrast with other weak lensing cluster analyses which find smaller concentration than ours, but more consistent with numerical CDM simulations. The role of stars does not change this conclusion. So, if generalized-NFW models are acceptable, it is important to confirm that in the case of MS 2137.3–2353 they imply the concentration to be stronger than numerical predictions. It is therefore important to confirm these results by using a different method. Recently, Sand et al. (2002) have reported comparable slope constraints using the velocity dispersion of stars at the center of the cD and the positions of critical lines. Conversely, any lensing model should be consistent with the information on the kinetic of stars they measured, so it is necessary to compare our predictions with their data. Nonetheless we plan to show elsewhere (Gavazzi et al., in preparation) that the velocity dispersion usually measured from the FWHM of absorption lines in the galaxy spectrum no longer hold if the distribution function of stars is far from a Maxwellian as mentioned in Miralda-Escudé (1995).

Finally, we checked that the introduction of galaxy halo perturbations under the form of massive haloes attached to the



**Fig. 9.** Relations in the parameter space  $\alpha - r_s$  deduced from the critical lines Eq. (B.4a) and Eq. (B.4b) (blue or light gray region), from the  $\zeta$ -statistic and Eq. (B.4a) (red or dark gray) and from the radial arc length relative to its counter-image (dashed yellow area). Errors take into account variations of ellipticity, of the mass-to-light ratio and observational uncertainties. The resulting permitted region is well consistent with what is found from the modeling. One can see that  $0.7 \lesssim \alpha \lesssim 1.1$ . In other words, the halo density profile must be much shallower than the value 1.5 suggested by recent numerical simulations (Moore et al. 1998; Ghigna et al. 2000). The permitted range for  $r_s$  is restricted to small scale radii  $r_s \sim 100 h^{-1}$  kpc.

surrounding cluster galaxies does not change our conclusions. Such perturbations have poor consequences for the weak lensing results but are likely affect slightly the fit image location. We show in Appendix C that a significant modification of the fit image due to galaxy halo perturbations implies to put a huge mass on each galaxy. Such an amount of mass would destroy the quality of the arcs fit.

#### 4.2. Effects of non constant ellipticity and isodensity twist on the radial arc

At the tangential arc radius ( $r \sim 50 h^{-1}$  kpc) we measure a robust offset angle  $\Delta\theta = 13^\circ \pm 4^\circ$  between the diffuse stellar component and the DM potential orientation. This result is confirmed by the Chandra X-rays isophotes contours as shown in Fig. 2. Previous strong lensing modelings in the presence of important cD galaxies never clearly established such a behavior because the uncertainties of the models obtained with tangential arcs only were too loose for the isopotential orientation.

However, for the nearby elliptical galaxy NGC 720 Buote et al. (2002) and Romanowsky & Kochanek (1998)<sup>13</sup> studied such a misalignment between the light distribution and the surrounding dark halo revealed by X-ray emissivity. RK showed that the stellar misalignment can be explained by a projection effect of triaxial distributions with aligned main axis but different axis ratios.

Moreover all the best fit modelings show a tiny but robust remaining azimuthal offset ( $\lesssim 0.3''$ ) between the modeled radial

<sup>13</sup> See references therein for a list of analogous objects.

arcs (A1 and A'1) and the position actually observed on the HST image (highlighted on reconstructions of Fig. 1).

We verified that it is not due to a bad estimation of the source position since any small source displacement produces a large mismatch between the counter-arc A5 and the model. This pure azimuthal offset led us to investigate the possible effect of a variation of the ellipticity and position angle of the projected potential close to the radial arc radius. Such a trend is also favored by an increase of ellipticity on the X-ray isophotes with radius.

If we had implemented the availability of using models with a variation of orientation and ellipticity with radius in the inversion software, we would have found that the orientation of the potential major axis tends to the orientation of stars (see Fig. 2) when looking further in. At the same time the potential becomes rounder. We roughly checked this behavior by modeling the lens configuration with two distinct (and discontinuous) concentric areas (inside and above 8 arcsec). The rays coming from the source plane and giving rise to the outer arcs A0, A2, A4, A5 do not suffer any inner variation of the potential symmetry (provided that the overall mass inclosed in the Einstein radius remains the same). Hence the previous modelings remain valid for the outer parts whereas the inner can be twisted and made rounder in order to alleviate the offset problem. A small twist  $\Delta PA \approx 8^\circ$  in the direction of stars gone with a smaller ellipticity ( $\epsilon \approx 0.2$ ) turns out to suppress efficiently the azimuthal offset near the center without affecting the external arcs. This analysis is not exhaustive in the sense that maybe different explanations can be found but its main virtue is to show that high spatial resolution like HST imaging of numerous multiple arcs makes a lens modeling so binding that it becomes possible to extract much more information than the simple fit of elliptical models. In addition with the hot ICM properties (see e.g. Romanowsky & Kochanek 1998), we could certainly start more detailed studies of potential with twist effects and eventually start to probe the triaxiality of dark matter halos if we can observe a large number of multiple arc systems in clusters.

These results strengthens the argument of Miralda-Escudé (2002) upon which the ellipticity of DM halos makes inconsistent the hypothesis of self-interacting dark matter.

## 5. Conclusion

By using strong and weak lensing analysis of HST and new VLT data of MS 2137.3–2353 we found important new features on the lensing configuration:

The photometric redshifts or the radial and the tangential arcs are both at  $1.6 \pm 0.1$  in excellent agreement with the recent spectroscopic observations of Sand et al.

The extraction of the cD diffuse stellar light has permitted to detect only one single object which turns out to be at the expected position of the fifth image. Furthermore, its orientation, its ellipticity, its signal-to-noise ratio and its morphology correspond to those expected by the lens modeling. Unfortunately, the poor determination of its shape properties hampers the use of its geometry as a local estimate of the magnification matrix toward the center.

Using the fifth image together with the weak lensing analysis of VLT data, we then improved significantly the lens modeling. The radial mass profile can then be probed over three orders in distance. This additional constraint seems to favor isothermal profiles with flat core or generalized-NFW profiles with  $0.8 \leq \alpha \leq 1.2$  without introducing the fifth image knowledge. When this constraint is added together with the prior motivated that cD center and cluster halo center are the same, we favor flat core softened isothermal spheres. The position of the fifth image is in better agreement with an isothermal model than an NFW mass profile. In addition, it is worth noticing that the kinetics of stars should be analyzed in details, considering a precise distribution function that may depart from the commonly assumed Maxwellian.

We point out a misalignment between the diffuse stellar component major axis and both the lens potential and the X-ray isophotes. We argue it is produced by the triaxial shape of the mass components. This extends the previous demonstration of the ellipticity of the projected dark matter halo. This work is a first attempt to improve strong lensing observables and modeling in order to probe both the central DM cusp/core and the triaxiality of DM halos.

It would be essential to confirm the detection of the fifth image. Figure 3 shows that the spectral energy distribution expected for the fifth image is different than the old stars dominated cD emission. We therefore expect the fifth image to show up on an optimal image subtraction  $U - \lambda J$  ( $\lambda$  being optimized). We attempted to use this technique on our present data but the poor resolution ( $\sim 0.6''$ ) on the  $U$  and  $J$  ground based images prevent any significant enough detection. We conclude that only a high resolution observation with the Space Telescope in UV-blue wavelengths or in a peculiar emission-line is among the best constraints one could envision in the future.

There is not yet evidence that similar studies as this work can be carried out on other ideal lens configurations. The strength of the diagnostic on the radial mass profile is however so critical that we must apply this technique to a large sample in order to challenge collision-less CDM predictions on a realistic number of clusters of galaxies with eventually a test of the role of dominant central cD galaxies. The simultaneous use of weak lensing data should be more relevant for wider fields in order to check also a  $r^{-3}$  fall-off on the density profile predicted at large distance by CDM simulations.

*Acknowledgements.* The authors would like to thank Jordi Miralda-Escudé for numerous and fruitful discussions and comments on the content and the outlooks of that work. We also thank Peter Schneider, Tom Broadhurst and Avishay Dekel for useful comments. Special thanks to Stella Seitz who kindly provided their  $B$  and  $R$  VLT images of the cluster and for her comments on that work and to Chuck Keeton who made the last version of the `lensmodel` software available. The authors also thank the referee for his comments that help to clarify several points of the paper. This work was supported by the TMR Network ‘‘Gravitational Lensing: New Constraints on Cosmology and the Distribution of Dark Matter’’ of the EC under contract No. ERBFMRX-CT97-0172.

## Appendix A: Table of identified dots

**Table A.1.**  $X$  and  $Y$  coordinates in arcsec for the 26 knots used in the modeling. Coordinates are referred to the cD center and are oriented as in Fig. 1. The first part consists of the tangential arc system. The first 13 are 5 times imaged and the next 6 are triply imaged. The (\*) denotes the brightest spot in the arcs and is the only point which are seriously observed in the fifth image. On the other side, the radial arc consists on triply images dots only. A1in (resp. A1out) is the inner (resp. outer) part of the composite radial arc. Both are imaged into the Eastern extremity of A5. In this later case, associations of mid points  $(x, y) = (8.3, -22.4)$  are somewhat ambiguous and are given less weight for the modeling. The tangential and radial systems were used simultaneously since we established they are at the same redshift  $z_{s,phot} \approx 1.6$ . The system {A'1–A6} is found at a slightly lower photometric redshift and can only be compared with the modeling at a later stage.

ID	A02	A01	A2	A4	5th	ID	A5	A1in	A1out	
1	-14.18	6.39	-10.64	11.67	12.06	5.24	-2.65	-18.99	0.63	0.70
2	-14.26	5.48	-8.65	13.24	12.29	5.22	-2.49	-18.79	0.65	0.77
3	-14.28	5.74	-9.62	12.58	12.14	5.38	-2.38	-18.94	0.60	0.67
4	-13.51	7.96	-11.39	10.92	11.98	5.48	-2.46	-19.13	0.61	0.70
5	-13.95	5.89	-8.35	13.27	12.11	5.76	-1.81	-18.99	0.61	0.63
6	-14.00	5.22	-5.81	14.54	12.33	6.12	-0.78	-19.25	0.60	0.60
7	-13.74	5.55	-5.32	14.63	12.21	6.56	-0.26	-19.20	0.54	0.61
8	-13.71	5.39	-5.10	14.80	12.38	6.45	-0.08	-19.14	0.50	0.61
9	-13.58	6.05	-5.73	14.29	12.01	6.82	-0.23	-19.32	0.51	0.65
10	-12.65	7.78	-6.98	13.45	11.52	7.40	-0.24	-19.57	(*)0.59	0.66
11	-12.43	8.16	-7.24	13.26	11.50	7.22	-0.71	-19.56	0.57	0.66
12	-11.89	9.21	-9.08	12.07	11.30	7.22	-1.07	-19.57	0.60	0.73
13	-11.13	10.42	-11.60	9.91	11.48	6.99	-1.24	-19.42	0.62	0.76
14					11.14	7.06	-1.48	-19.61	0.62	0.65
15					11.12	6.84	-1.88	-19.63	0.65	0.67
16					11.27	6.02	-3.10	-19.36	0.70	0.66
17					10.69	5.90	-3.92	-19.63	0.79	0.79
18					10.83	5.62	-4.31	-19.06	0.73	0.84
19					11.14	5.07	-4.76	-19.41	0.77	0.82

## Appendix B: Analytical constraints on generalized-NFW profiles

We consider the simplified case where the lens is described by an elliptical density profile which has a small ellipticity  $\varepsilon$  and a small stellar contribution. We neglect terms in the multi-polar development higher than the quadrupole (first order in  $\varepsilon$ ).

One can easily write a set of equations that the system must verify: the critical lines locations, the lens equation relating the radial arc A1 and its counter-image A5. One can also force the model to fit the weak lensing constraints at large radius, say  $r_w = 160 h^{-1}$  kpc. The tangential line is known to pass by the point

$$\mathbf{r}_t = [-11.25''; 10.25''] \rightarrow r_t = 15.2'', \varphi_t = 137.7^\circ,$$

the radial line to pass by the point

$$\mathbf{r}_r = [-3.16''; 3.93''] \rightarrow r_r = 5.0'', \varphi_r = 137.6^\circ,$$

the associated point in A5 is

$$\mathbf{r}_c = [8.3''; -22.4''] \rightarrow r_c = 23.9'', \varphi_c = -69.5^\circ,$$

and the weak lensing  $\zeta$ -statistic constraint reads

$$\bar{\kappa}(r_w) = 0.1 \pm 0.03. \quad (\text{B.1})$$

In the following, subscripts t, r and c denote the values taken at position  $\mathbf{r}_t$ ,  $\mathbf{r}_r$ ,  $\mathbf{r}_c$  respectively. If we write the magnification matrix as:

$$\mu^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa + \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa - \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

and the lens equation between radial arc A1 and its counter-image A5 position:

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}_r - \nabla\phi(\mathbf{r}_r) = \mathbf{r}_c - \nabla\phi(\mathbf{r}_c). \quad (\text{B.3})$$

Reduced to the first terms in  $\varepsilon$ , the equation of the tangential ( $\kappa + \gamma_1 = 1$ ), the radial ( $\kappa - \gamma_1 = 1$ ) lines and the radial relation between A1 and A5 respectively yield:

$$\bar{\kappa}_t + [3\xi_t - \kappa_t]e_t = 1 - S_t \quad (\text{B.4a})$$

$$2\kappa_r - \bar{\kappa}_r - [3\xi_r - \kappa_r + r_r \kappa'(r_r)]e_r = 1 - S_r \quad (\text{B.4b})$$

$$\bar{\kappa}_c + \eta\bar{\kappa}_r + e_c(\xi_c - \kappa_c) + e_r\eta(\xi_r - \kappa_r) = 1 + \eta - S_c, \quad (\text{B.4c})$$

where  $e_{i=t,r,c} = \varepsilon \cos(2(\varphi_i - \varphi_0))$ ,  $\kappa' = \frac{d\kappa}{dr}$ ,  $\eta = r_r/r_c = 0.21$  and

$$\xi(r) = \frac{2}{r^4} \int_0^r dr' r'^3 \kappa(r') \quad (\text{B.5})$$

(fully detailed in Miralda-Escudé 1995). The terms  $S_{i=t,r,c}$  are the small corrections from the stellar contribution.  $S_t \approx \bar{\kappa}_*(r_t)$ ,  $S_r \approx 2\kappa_*(r_r) - \bar{\kappa}_*(r_r)$  and  $S_c \approx \eta\bar{\kappa}_*(r_r) + \bar{\kappa}_*(r_c)$  which are of a few percents order and scale like the mass-to-light ratio  $\Upsilon$ .

If we now project a general 3D density profile (1) into:

$$\begin{aligned} \kappa(r) &= 2\kappa_s x^{1-\alpha} \left\{ (1+x)^{\alpha-3} \right. \\ &\quad \left. + (3-\alpha) \int_0^1 dy (y+x)^{\alpha-4} (1-\sqrt{1-y^2}) \right\} \\ \bar{\kappa}(r) &= 4\kappa_s x^{1-\alpha} \left\{ \frac{1}{3-\alpha} {}_2F_1(3-\alpha, 3-\alpha, 4-\alpha; -x) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 dy (y+x)^{\alpha-3} \frac{1-\sqrt{1-y^2}}{y} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

with  $x = r/r_s$  and  $\kappa_s \equiv \rho_s r_s / \Sigma_{\text{crit}}$  we can constrain all the parameters  $r_s$ ,  $\kappa_s$  and  $\alpha$  for a given ellipticity and a given mass-to-light ratio  $\Upsilon$ . We retrieve the NFW profiles for  $\alpha = 1$ . We also need to assume a position angle and an ellipticity that we set equal

to the values deduced from the modeling:  $\varphi_0 = 5^\circ$ ,  $\varepsilon = 0.24$ . We analyzed departs from this value.

In fact, we solve the set of Eqs. (B.4a) and (B.4b) for  $r_s$  and  $\kappa_s$  as a function of the inner slope  $\alpha$ . Notice that the whole set of Eq. (B.4) would in principle be sufficient for constraining exactly the triplet  $[\alpha, r_s, \kappa_s]$ . Nevertheless, the radii inferred in these equations are very similar and thus the solution suffers a high sensitivity to the uncertainties on the values of  $r_r$ ,  $r_c$  and  $r_t$ .

The numerical modeling deals with much more constraints than the relations Eqs. (B.4) and (B.1). For example, without the knowledge of the fifth image, the innermost constraint given by the arcs on the density profile is the length of the radial arc that extends down to 3 arcsec from the center. Its length depends on the source size which lies inside the caustic and needs to be related to the shape of its counter-image A5. A simple Taylor expansion of the lens equation around the radial critical radius (where  $\partial_{\pi}\phi = 1$ ) relates the half-length  $\ell = 1.8''$  of the radial arc to corresponding source length  $du$ . This latter can be related to the size of the arclet A5 ( $\Delta A5_r = 0.5''$ ,  $\Delta A5_t = 0.8''$ )<sup>14</sup> which is triply imaged:

$$du = \frac{\ell^2}{r_r} (1 - \kappa_r - r_r \kappa_r') \quad (\text{B.7a})$$

$$du = (1 - 2\kappa_c + \bar{\kappa}_c + e_c (3\xi_c + r_c \kappa_c' - \kappa_c)) \Delta A5_r + \varepsilon \sin(2(\varphi - \varphi_0)) (3\xi_c - 2\kappa_c) \Delta A5_t. \quad (\text{B.7b})$$

Equation (B.7a) uses the property  $\partial_{\pi}\phi(r_r) = (1 - \kappa_r - r_r \kappa_r')/r_r$  whereas Eq. (B.7b) uses  $du = (1 - \kappa + \gamma_1) dx_r - \gamma_2 dx_t$ . The equality between these two relations and the normalization at the Einstein Radius (Eq. (B.4a)) constitute one more relation which is plotted in Fig. 9.

### Appendix C: Adding haloes of galaxies as substructures

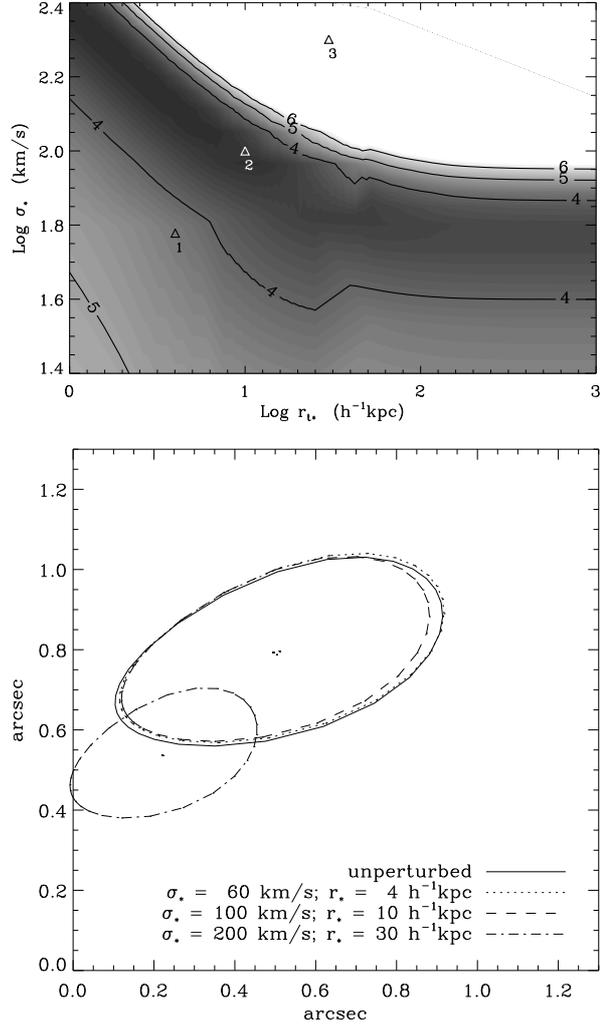
In order to demonstrate that adding galactic halos to the models has weak impact on our conclusions regarding the cluster mass profile, we select the 9 brightest galaxies which are the closest from the cluster center. Their  $I$ -band luminosities range between  $0.17 < 10^{-10} L_I / L_\odot < 2.45$  (the faintest has  $L \approx 0.17 L_*$ ). We adopt a Faber-Jackson scaling to derive their respective velocity dispersion. Each galaxy halo density profile is modeled by a truncated SIS with a cut-off radius  $r_t$ . Without this truncation, halos perturbations are constant and propagate up to the infinity. We adopt the scaling laws proposed by Natarajan et al. (2002) to study the lensing cluster AC114:

$$\kappa_g(r) = \frac{b}{2} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + r_t^2}} \right] \quad (\text{C.1a})$$

$$b = b_* \left( \frac{L}{L_*} \right)^{1/2}, \quad r_t = r_{t*} \left( \frac{L}{L_*} \right)^{1/2} \quad (\text{C.1b})$$

with  $b$  related to  $\sigma_v$  as in Eq. (13).  $b_*$  and  $r_{t*}$  are two new free parameters. With this parameterization, perturbing galaxies have an individual mass-to-light ratio that does not depends

<sup>14</sup> Note that the ellipticity of the mass distribution implies that the magnification matrix is not diagonal. Hence, the radial and tangential lengths correspond to the radial arc length.



**Fig. C.1.** Upper panel:  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  contour plot for the couple  $(r_{t*}, \sigma_*)$ . The “macro” model is the softened IS. Naturally, the  $\chi^2$  minimum ( $\sim 1.1$ ) is reduced as compared to the unperturbed previous model. The three peculiar couples 1, 2, 3 predict the fifth images plotted on the lower panel. The only noticeable effect of substructures on the fifth image occurs for models with a very high  $\chi^2$  model that provide a bad fit for the external arcs.

on their luminosity. In the following, we only show the effect of perturbations on the softened isothermal model, but we found similar conclusions for the NFW model. Figure C.1 shows the  $\chi^2$  contours for this new couple of parameters after marginalization over the “macro” cluster model parameters whereas the constraints are the ones used in Sect. 3.4.2 and include the fifth image brightest peak knowledge.

This modeling leads to a best fit  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  much closer to 1. It shows also that introducing galaxy halo perturbations (in a way which is consistent with the radial, tangential arcs and their counter-images) still predicts the fifth image at the observed position. The NFW case is similar. We illustrate in Fig. C.1b the effect on the fifth image equivalent ellipse with the fiducial

models referred as 1, 2 and 3 on C.1a and compare it to the unperturbed softened isothermal model predictions. Galaxies haloes change the position and the shape of the fifth image only if they are so massive that they also damage significantly the external arcs image reconstruction. For instance, it yields to a bad  $\chi^2/\text{d.o.f.} \sim 60$ , in the third model case.

## References

- Allen, S. W. 1998, *MNRAS*, 296, 392
- Allen, S. W., Schmidt, R. W., & Fabian, A. C. 2002, *MNRAS*, 334, L11
- Arabadjis, J. S., Bautz, M. W., & Garmire, G. P. 2002, *ApJ*, 572, 66
- Athreya, R. M., Mellier, Y., van Waerbeke, L., et al. 2002, *A&A*, 384, 743
- Bartelmann, M. 1996, *A&A*, 313, 697
- Bertin, E., & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
- Blumenthal, G. R., Faber, S. M., Flores, R., & Primack, J. R. 1986, *ApJ*, 301, 27
- Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, *A&A*, 363, 476
- Bode, P., Ostriker, J.-P., & Turok, N. 2000, *ApJ*, 556, 93
- Bruzual, A. G., & Charlot, S. 1993, *ApJ*, 405, 538
- Bullock, J. S., Kravtsov, A. V., & Weinberg, D. H. 2001, *ApJ*, 548, 33
- Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., et al. 2001, *MNRAS*, 321, 559
- Buote, D. A., Jeltema, T. E., Canizares, C. R., & Garmire, G. P. 2002, *ApJ*, 577, 183
- Burke, W. L. 1981, *ApJ*, 244, L1
- Clowe, D., Luppino, G. A., Kaiser, N., & Gioia, M. I. 2000, *ApJ*, 539, 540
- Clowe, D., & Schneider, P. 2001, *A&A*, 379, 384
- Dalal, N., & Kochanek, C. S. 2002, *ApJ*, 572, 25
- Ettori, S., & Fabian, A. C. 1999, *MNRAS*, 305, 834
- Fort, B., Le Fèvre, O., Hammer, F., & Cailloux, M. 1992, *ApJ*, 399, L125
- Gavazzi, R. 2002, *New Astron. Rev.*, 46, 783
- Ghigna, S., Moore, B., Governato, F., et al. 2000, *ApJ*, 544, 616
- Gioia, I. M., Maccacaro, T., Schild, R. E., et al. 1990, *ApJS*, 72, 567
- Haehnelt, M. G., & Kauffmann, G. 2002, *MNRAS*, 336, L61
- Hoekstra, H., Franx, M., Kuijken, K., & van Dokkum, P. G. 2002, *MNRAS*, 333, 911
- Hammer, F., Gioia, I. M., Shaya, E. J., et al. 1997, *ApJ*, 491, 477
- Jing, Y. P., & Suto, Y. 2002, *ApJ*, 574, 538
- Keeton, C. R. 2001, *ApJ*, 561, 46
- Keeton, C. R. 2001, preprint [astro-ph/0102340]
- Keeton, C. R. 2001, preprint [astro-ph/0111595]
- Kelson, D. D., Zabludoff, A. I., Williams, K. A., et al. 2002, *ApJ*, 576, 720
- Klypin, A., Lravtsov, A., Valenzuela, O., & Prada, F. 1999, *ApJ*, 523, 32
- Kneib, J. P., Mellier, Y., Fort, B., & Mathez, G. 1993, *A&A*, 273, 367
- Kneib, J.-P., Ellis, R. S., Smail, I., Couch, W. J., & Sharples, R. M. 1996, *ApJ*, 471, 643
- Maller, A. H., & Dekel, A. 2002, *MNRAS*, 335, 487
- Mellier, Y. 1999, *ARA&A* 37, 127
- Mellier, Y., Fort, B., & Kneib, J.-P. 1993, *ApJ*, 407, 33
- Merritt, D. 1985, *AJ*, 90, 102
- Merritt, D. 1985, *MNRAS*, 214, 25
- Metcalf, R. B., & Madau, P. 2001, *ApJ*, 563, 9
- Milosavljević, M., Merritt, D., Rest, A., & van den Bosch, F. C. 2002, *MNRAS*, 331, L51
- Miralda-Escudé, J. 1995, *ApJ*, 438, 514
- Miralda-Escudé, J. 2002, *ApJ*, 564, 60
- Moore, B., Governato, F., Quinn, T., Stadel, J., & Lake, G. 1998, *ApJ*, 499, L5
- Moore, B., Ghigna, S., Governato, F., et al. 1999, *ApJ*, 524, L19
- Moore, B., Gelato, A. J., Pearce, F. R., & Quilis, V. 2001, preprint [astro-ph/0002308]
- Natarajan, P., Kneib, J., & Smail, I. 2002, *ApJ*, 580, L11
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493
- Navarro, J. F., & Steinmetz, M. 2000, *ApJ*, 528, 607
- Osipkov, L. P. 1979, *Soviet Astron. Lett.*, 5, 42
- Pelló, R., Bolzonella, M., Campusano, L. E., et al. 2001, *Astrophys. Space Sci. Suppl.*, 277, 547
- Romanowsky, A. J., & Kochanek, C. S. 1998, *ApJ*, 493, 641
- Salucci, P., & Burkert, A. 2000, *ApJ*, 537, L9
- Sand, D. J., Treu, T., & Ellis, R. S. 2002, *ApJ*, 574, L129
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. E. 1992, *Gravitational Lenses*, XIV, Also Astronomy and Astrophysics Library (Springer-Verlag)
- Schneider, P., King, L., & Erben, T. 2000, *A&A*, 353, 41
- Smith, G. P., Kneib, J.-P., Ebeling, H., Czoske, O., & Smail, I. 2001, *ApJ*, 552, 493
- Sofue, Y., & Rubin, V. 2001, *ARA&A*, 39, 137
- Stocke, J. T., Morris, S. L., Gioia, I. M., et al. 1991, *ApJS*, 76, 813
- Spergel, D. N., & Steinhardt, P. J., 2000, *PRL*, 84, 3760
- Tyson, J. A., Kochanski, G. P., & Dell'Antonio, I. P. 1998, *ApJ*, 498, L107
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., Pelló, R., et al. 2002, *A&A*, 393, 369
- Verde, L., Peng Oh, S., & Jimenez, R. 2002, *MNRAS*, 336, 541
- Wise, M. W., & McNamara, B. R. 2001, *Two Years of Science with Chandra*, Abstract from the Symp. held in Washington DC, September 2001, 217





ELSEVIER

New Astronomy Reviews 46 (2002) 783–789

New Astronomy  
Reviews

www.elsevier.com/locate/newar

# Constraints on MOND from the lensing cluster MS2137-23

R. Gavazzi\*

*Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France*

## Abstract

The cluster of galaxies MS2137-23 presents the most constrained lensing configuration of gravitational images ever detected in a distant cluster of galaxies. With a set of two arc systems with known redshifts and many other arclets spread between  $\approx 30 h^{-1}$  kpc and  $1 h^{-1}$  Mpc, MS2137-23 is well suited to probe its mass profile and to challenge theoretical expectations from CDM scenario with more speculative alternatives, like MOND models. In this note, I describe the recent lensing analysis I carried out on this cluster using together arcs and CHANDRA X-ray data. Even with this unique data set, I cannot reject neither an isothermal model nor an NFW model. The MOND model is not compatible with the observations, unless a significant fraction of the baryonic matter has not been detected by CHANDRA. The need for much more baryons in the MOND model than for the dark matter paradigm implies significant dynamical differences between these models which can be explored at very large radial distance. In particular, MOND lensing signal becomes isotropic beyond  $1 h^{-1}$  Mpc, in contrast with collisionless DM halos which produce elliptical potentials. This difference can in principle be used to test MOND prescriptions, regardless the exact relation between matter and the gravitational deflection law assumed for MOND.

© 2002 Elsevier Science B.V. All rights reserved.

*Keywords:* Dark matter; Strong lensing; Clusters of galaxies; Cluster individual MS2137-23; MOND

## 1. Introduction

Numerical simulations (Navarro et al., 1997), in the CDM paradigm, predict that dark matter halos follow a universal density profile. The profile property depends on cosmological parameters, the redshift of the system and its total mass. However, density profiles as simple as isothermal spheres are still consistent with observations. The peculiar case of flat rotation curves in spiral galaxies first motivated the introduction of isothermal dark matter halos. However, these observations are also explained in the MOND framework by modifying Newtonian gravity in the limit of weak accelerations ( $a < a_0 \sim$

$1.2 \times 10^{-8} \text{ cm s}^{-2}$ ). Under this assumption, beyond a critical limiting radius  $r_m$  depending on the system mass, gravitational interaction scales as  $r^{-1}$ . Hence, in the MOND context, flat rotation curves are simply explained without the need of exotic dark matter. Such a behavior has strong consequences, in particular for lensing.

Because gravitational lensing probes projected gravitational potential without regard on the nature of the various deflecting mass components, it is in principle an interesting tool to explore alternative theoretical models, like MOND. If clusters of galaxies, through strong and weak lensing models, are constrained enough to produce accurate potential reconstructions over a wide radial range, one can make strong statements on gravity theories or the dark matter distribution properties. MOND phenom-

\*Corresponding author.

E-mail address: [gavazzi@iap.fr](mailto:gavazzi@iap.fr) (R. Gavazzi).

enology is still unable to arise from an auto-consistent relativistic geometrical theory but, as General Relativity which predicts a deflection angle twice the Newtonian value, MONDian lensing formalism generally assumes the same relation. The MOND representation of lensing in structures gives the same results as isothermal DM halos, as in rotation curve modeling. The more evident way to reject MOND is therefore to probe discrepancies between the observable baryonic matter distribution and the gravitational mass properties, like its geometry or its total mass.

The lensing cluster of galaxies MS2137-23 (Fort et al., 1992) is an interesting candidate to explore the properties of its gravitational potential on scales ranging from 1 kpc to 1 Mpc. This cluster shows multiple strongly distorted images (a tangential arc lying at  $\sim 100$  kpc, a rare radial arc at  $\sim 20$  kpc) near the center. The position and the shape of these arcs are well constrained by high-resolution HST images, while weak lensing analysis can be carried out thanks to new very deep and multi-color VLT/FORS observations ( $r \leq 1$  Mpc). This X-ray emitting cluster has also recently been observed with CHANDRA (Allen et al., 2002) and appears to be well relaxed. Join together, lensing, optical and X-ray data permit to build the most constrained lensing model ever done for a distant cluster of galaxies. I discuss these models in the contexts of CDM scenario as well as a MOND interpretation.

In this paper, I assume a  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$  cosmology.

## 2. Gravitational lensing in Newtonian-GR versus MOND gravity

The bending of a light-ray by a matter distribution located between a source and the observer can be expressed by a transformation between a source plane point and its corresponding image in the lens plane:

$$\vec{\theta}_s = \vec{\theta}_l - \vec{\nabla}_{\theta_l} \phi(\vec{\theta}_l) \quad (1)$$

where  $\phi$  is the 2D projected lens gravitational potential, in units of  $2/c^2 D_{ol} D_{ls} / D_{os}$ , where  $D_{ol}$ ,  $D_{ls}$  and  $D_{os}$  are, respectively, the observer-lens, lens-source and observer-source angular distances.

Locally, the transformation Jacobian defines the useful quantities:

$$\begin{aligned} \mu^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 - \partial_{xx} \phi & -\partial_{xy} \phi \\ -\partial_{xy} \phi & 1 - \partial_{yy} \phi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

$\kappa$  is the gravitational convergence, such that  $\nabla^2 \phi = 1/2 \kappa$  measures the isotropic beam deformation.  $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$  is the complex shear which measures the anisotropic term, or the gravitational distortion.  $\det[\mu]$  is the magnification relating a surface element in the source plane to its image.

In the Newton theory, the potential is always related to the mass density through the Poisson equation ( $\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho$ ). Once projected along a line of sight it writes

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{2} \kappa \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \frac{\Sigma}{\Sigma_{\text{crit}}}, \quad (3)$$

where  $\Sigma$  is the projected surface density and  $\Sigma_{\text{crit}}$  is defined as the critical surface density  $\Sigma_{\text{crit}} = c^2 / (4\pi G) D_{os} / (D_{ls} D_{ol})$ .

In the MOND theory, the gravitational acceleration is modified:

$$\mu(g/a_0)g = -\frac{GM(r)}{r^2} \quad (4)$$

with  $\mu(x) = 1$  when  $x \gg 1$  and  $\mu(x) = x$  when  $x \ll 1$ . Thus, the Poisson equation cannot be expressed easily. It is also difficult to express its 2D projection because of the non-local relation between mass and potential. However, as for rotation curve of galaxies, in a MOND description gravitational lensing can be described as in General Relativity (GR), by adding a massive component (dark halo) with a slope  $\rho(r) \propto r^{-2}$ . Hence, MONDian lensing can be expressed in terms of the conventional formalism, if an “effective” surface density is defined. When expressed by either  $\rho_N(r)$  or  $\Sigma'_N(R)$ , it is the density profile that would, under the assumption of Newtonian mechanics, produce both the same rotation curve and the same deflection law as the MOND predictions. Given that a point-mass has an asymptotically constant rotation velocity of  $v_c = (GMa_0)^{1/4}$

in MOND, the addition of an isothermal component, such that

$$\rho_N(r) \approx \rho(r) + \sqrt{\frac{a_0 M(r)}{G}} \frac{1}{4\pi r^2}, \quad (5)$$

as a reasonable approximation to many MONDian deflectors of true mass  $M$ .

Through this relation, it is possible to interpret our analysis in terms of MOND, rather than assuming dark matter. If so, only a baryonic mass component should be able to fit the density  $\rho$  of Eq. (5), with the parameters deduced from a lensing + X-ray analysis.

### 3. Cluster of galaxies MS2137

#### 3.1. Observations

MS2137-23 is a rich cD cluster of galaxies located at  $z_l = 0.313$ . The innermost region ( $< 5'$ ) does not show any substructures and has regular visible appearance, as expected for a dynamically relaxed gravitational system. A single dominant cD galaxy occupies the central region. Optical data provide its azimuthal light distribution and show that its diffuse light component is almost elliptical. The stellar component reveals a small twist of the isophotes' orientation between the radial and tangential arcs. From North to East, the position angle is  $PA \approx (71 \pm 4)^\circ$

The lens generates a tangential arc (A01–A02) associated with two other counter-images A2 and A4 positioned around the cD galaxy. A01 and A02 are twin image with reverse parity. They are two merging “partial” images of the source element located inside the tangential caustic line. A non-singular potential should create a fifth demagnified image located near the center. The cD galaxy brightness peak hampers its detection without a complex image subtraction.

The lens also gives rise to a radial arc A1 partially embedded in the cD stellar diffuse component. This arc is associated with a bright image, referenced as A5. As explained by Hammer et al. (1997), the diffuse object A6 near A5 is probably another counter-arc associated to the diffuse object A'1

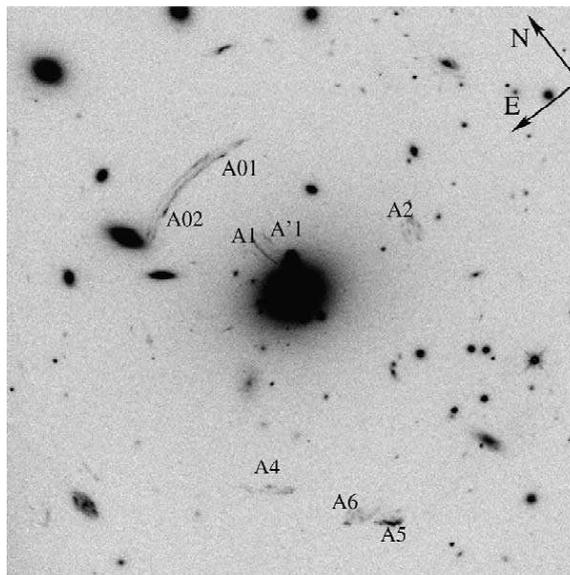


Fig. 1. Overview of the lensing configuration. The three arcs systems {A01, A02, A2, A4} {A1, A5} and {A'1, A6}. The central cD galaxy. This F702 HST field is  $56 \times 56$  arcsec wide.

located close to the radial arc A1. This configuration is possible only if the {A6, A'1} redshift is significantly lower than {A1, A5} (Fig. 1).

New wide field multiband VLT data (see Gavazzi et al., 2002 for a detailed description) were used to get the photometric redshift of arcs: both radial and tangential arcs turn out to be at  $z_s \approx 1.61 \pm 0.05$ .

Recent CHANDRA observations of MS2137 (Allen et al., 2002) provide important new constraints on the halo density profile. Allen et al. (2002) confirm its apparent relaxed shape, but pointed out the presence of a strong cooling flow inside the innermost region. Thus, a simple isothermal parameterization of the dark matter profile, assuming hydrostatic equilibrium probably over-simplifies the central potential well. Allen et al. (2002) modeled the X-ray emission and derived a gas mass fraction  $f_{\text{gas}} \approx 0.11$  which is almost constant between 10 and 100 arcsec. The MS2137 radial properties inferred from X-rays data reveal that the luminosity profile presents a  $r_c \approx 7$  arcsec core radius and an asymptotic slope  $\alpha \sim 1.17$  consistent with isothermal profile for dark matter and a  $\beta \sim 0.61$  index. The X-isophotes are remarkably elliptical and do not

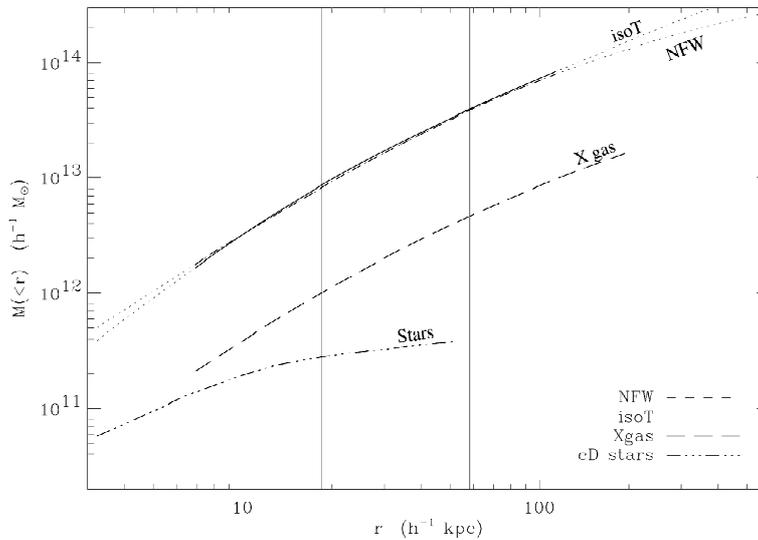


Fig. 2. Various mass contributions in the cluster center. Stellar contribution is deduced from the I band luminosity profile (with an applied K-correction of 0.23 and a mass-to-light ratio of  $Y_I = 2$ ). Hot gas contribution arises from Allen et al. (2002). Upper curves result from the strong lensing modeling, Right vertical line indicates the Einstein radius, the left one the radial arc position.

show substructures. The orientation of gas is almost constant:  $PA_X = 58^\circ \pm 7^\circ$ , except a sharp isophotal twist inside 7 arcsec from the center (where ellipticity loses meaning and orientation is difficult to determine). A comparison of the stars and intra-cluster gas distributions is represented in Fig. 2. A new characteristic feature is the global misalignment between diffuse stellar component and hot intra-cluster gas. This result suggests that the light distribution does not match exactly the DM distribution. This point is confirmed by strong lensing models which are detailed in the next section.

### 3.2. Strong lensing modeling

The lens is modeled by two different types of mass distributions: a softened elliptical isothermal profile, or an elliptical NFW universal profile of the form

$$\rho(r) = \frac{\rho_c(z)\delta_c}{r/r_s(1+r/r_s)^2}$$

projected in

$$\kappa(r) = 2\kappa_s \frac{1 - F(r/r_s)}{(r/r_s)^2 - 1}$$

Both are consistent with arcs observations with a comparable  $\chi^2$ . Results are summarized in Table 1. Free parameters are respectively (central velocity dispersion  $\sigma_v$ , core radius  $r_c$ ) and  $(\kappa_s, r_s)$ , ellipticity  $\epsilon$  and position angle  $\theta_0$ . We first centered the potential on the center of the cD galaxy. This assumption is verified a posteriori by relaxing its position around the first best fit models. The 95.5%CL allowed distance to the cD center is less than 1 kpc.

As Mellier et al. (1993) and Hammer et al. (1997) argued, the isothermal profile core radius is necessarily finite, otherwise a constant  $\alpha = 2$  slope is inconsistent with radial arcs. The NFW model is however slightly more concentrated than numerical  $\Lambda$ CDM predictions. This might result from complex dissipative cooling of baryons inside the core of the cluster which pulled down the matter. On those scales, the physics of each matter component is hard

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \tan^{-1} \sqrt{x^2-1} & \text{for } x > 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \tanh^{-1} \sqrt{1-x^2} & \text{for } x < 1 \\ 1 & \text{for } x = 1 \end{cases}$$

Table 1

Final models. Einstein radius is the same in the two best models:  $R_E = (18.0 \pm 1.3)$  arcsec =  $(58 \pm 4) h^{-1}$  kpc. For both, the total mass inside is  $M(r < R_E) = (3.9 \pm 0.5) 10^{13} h^{-1} M_\odot$

NFW	isothermal (isoT)
$\kappa_s = 0.6 \pm 0.2$	$\sigma_v = 1015 \pm 16$ km/s
$r_s = 80 \pm 10 h^{-1}$ kpc = $25 \pm 4''$	$r_c = 11 \pm 2 h^{-1}$ kpc = $3.3 \pm 0.5''$
$\Rightarrow \begin{cases} c = 11.7 \pm 2.1 \\ r_{200} = 940 \pm 200 h^{-1} \text{ kpc} \end{cases}$	
$\epsilon = 0.24 \pm 0.01$	$\epsilon = 0.23 \pm 0.01$
$\theta_0 = 57.4 \pm 0.8$	$\theta_0 = 58.4 \pm 1.0$

to with present-day resolution of numerical simulations. [For a more detailed discussion, see Gavazzi et al. (2002). See also e.g. Blumenthal et al. (1986) and Keeton (2001).]

Nevertheless, Fig. 2 reveals discrepancies outside the cluster area probed by the radial and the tangential arc. The use weak lensing discussed in the next section can help to probe the mass profile on larger scale. In the innermost region, the expected discrepancies between both models can be tested by looking for the fifth demagnified image associated to the tangential arc system {A01, A02, A2, A4}. Unfortunately, because it is demagnified by a factor 5 (resp. 10) in the isothermal (resp. NFW) model, the cD stellar light peak hampers its detection. We used a spatial high-bandpass filtering to remove the diffuse cD component. Then using together color indications, we find a marginal detection of this image at the location expected by isothermal and NFW models. This detection is however not conclusive. In the future, high resolution in narrow-band filter spectro-imagery should confirm/reject the detection and should provide important constraints regarding the central cusp/core problem in dark matter profiles.

The potential inferred from strong lensing shows the same misalignment ( $\Delta\varphi = 13 \pm 4$ ) as X-ray isophotes with respect to the diffuse stellar component of the cD galaxy. This asymmetry may provide interesting clues about the MOND models against the dark matter paradigm. If baryons are the only source of gravity, the potential must show the same azimuthal symmetry. In contrast, this symmetry requirement is not needed for dark matter halos. It is therefore interesting to see that, as it stands from the

lens model, the geometry of the hot baryonic contribution does not rule out the MOND model.

### 3.3. Weak lensing analysis

The new VLT photometry allowed us to carry out a weak lensing analysis of MS2137-23 and to reconstruct its mass map over the whole FORS  $7'30 \times 7'30$  field around the cD galaxy. Multiband UBVRI and VLT/ISAAC JK images were used to build a catalogue of background with an accurate photometric redshift information (Pelló et al., 2001). The mass map shows that the potential keeps the orientation and the shape inferred from the strong lensing model far beyond 1 arcmin from the center. In order to check the validity of the strong lensing models, we compute the  $\zeta$ -statistic to measure the azimuthally-averaged radial profile (Fig. 3).

The  $\zeta$ -statistic is derived from the measurement of individual tangential ellipticity of galaxies (averaged inside annuli to reduce the noise introduced by intrinsic ellipticity of galaxies). It is defined by

$$\zeta(r) = \bar{\kappa}(r' < r) - \bar{\kappa}(r < r' < r_{\text{out}}) \quad (6)$$

With this definition, beyond the radius  $r_{\text{out}}$ , the density is assumed to drop significantly. Due to the mass-sheet degeneracy, the projected mass profile is only known through the invariance transformation  $(1 - \kappa) \rightarrow \lambda(1 - \kappa)$  (see e.g. Schneider et al., 1992). From the definition of  $\zeta(r)$ , only a lower limit of the total mass given by  $\pi r^2 \zeta(r) \Sigma_{\text{crit}}$  is available, where  $\Sigma_{\text{crit}} = c^2 / 4\pi G \langle D_{\text{ls}} D_{\text{ol}} / D_{\text{os}} \rangle^{-1}$  (averaged over the sample redshift distribution).

The discrepancies between strong lensing and

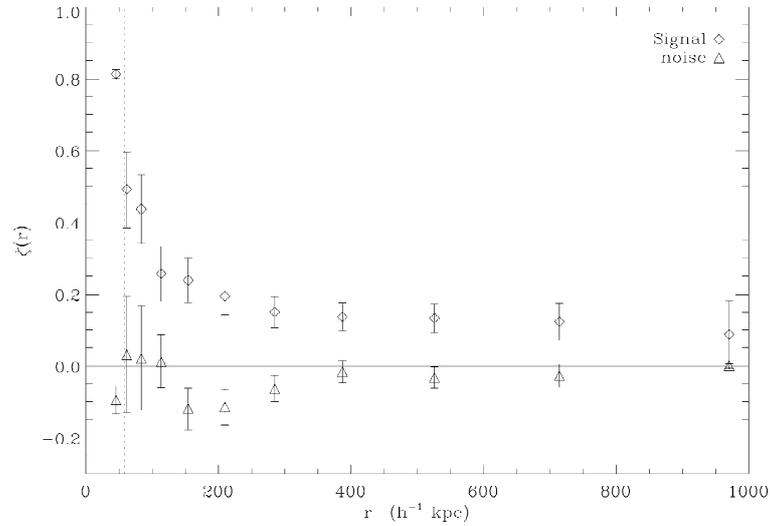


Fig. 3.  $\zeta$ -statistic result for MS2137. Diamonds represent the true signal. Triangles represent the same analysis after a  $\pi/4$  rotation of all galaxies to only reveal noise. Vertical dotted line indicates the Einstein radius.

weak lensing (see Fig. 4) are very small. Thus, the global lensing mass looks robust. The model can be improved by a full maximum likelihood parameterized analysis of the weak lensing sample, but it will not change the conclusions. Except at large radius, the weak lensing profile is consistency with

both an isothermal or a NFW model. Beyond  $600 h^{-1} \text{ kpc}$ , the isothermal model seems favored, but uncertainties produce by systematics (PSF anisotropy corrections) make the two last points more questionable. Note that before rejecting NFW profiles, one should include the “adiabatic” contraction in-

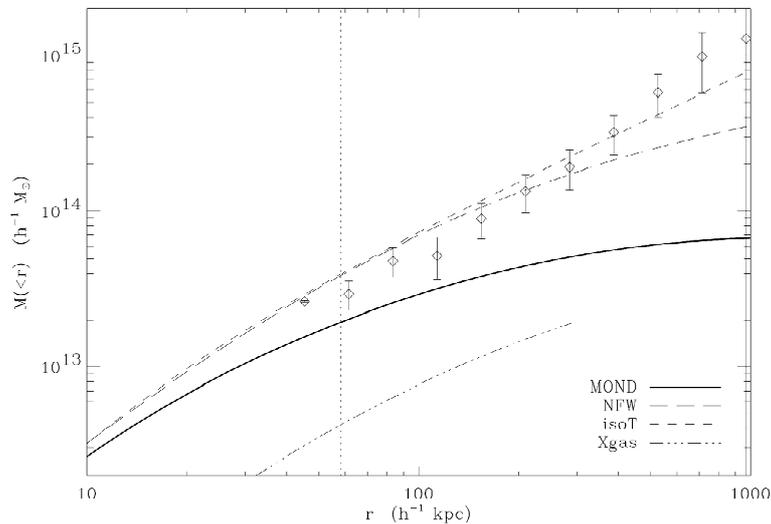


Fig. 4. Various mass contributions in the cluster intermediate scales. Upper curves result from the two strong lensing models of Table 1. Overplotted the weak lensing mass estimate (diamonds). One can see the good agreement between strong and weak lensing near the Einstein radius (dotted vertical line). Finally, the thick curve corresponds to the MOND baryonic mass profile inferred to explain both strong and weak lensing signal.

fluence of baryons modifying universal profiles and prohibiting a simple analytic fit on the whole radial range.

#### 4. Discussion in mond framework and conclusion

A detailed review on lensing in the MOND theory can be found in e.g. Mortlock and Turner (2001a), Mortlock and Turner (2001b) and Qin et al. (1995). For the purpose here, we only use Eq. (5) to calculate the MOND baryonic mass distribution, known the isothermal DM halo profile needed in Newtonian gravity to explain multiple arcs, and consequently weak lensing signal.

By inverting relation (5) we find the MOND baryonic mass profile shown in Fig. 4. The mass discrepancy between the observed X-ray emitting gas and the MOND prediction put the MOND model in a difficult position. However, one could imagine that some massive cold gas contributes to three times the observed hot gas inside 200 kpc, and even more than 5 times inside 50 kpc.

A similar problem has already been noticed in previous studies of X-ray clusters. But it refers to X-ray analyses assuming isothermality and hydrostatic equilibrium of the gas, which is not the case here. Note that even with a baryonic content 3 times larger than the hot X-ray component, the MOND-expected central amount of gas does not contradict the baryon fraction predicted by the Big Bang Nucleosynthesis, because beyond  $\sim 1$  Mpc the baryonic mass is almost constant. This mass corresponds to an homogeneous collapse of a sphere of canonical radius  $r \sim 20 h^{-1}$  kpc, with density  $\Omega_b h^2 \sim 0.03$ .

One can assume that the missing gas fraction exists under a cooler phase, as suggested by observed cooling flows or under an unknown other form. Such an amount of central high-density gas could be tested by its consequences on the fifth demagnified image in the near future when high spatial resolutions observations will be available.

The analysis of MS2137-23 illustrates how one can use observations of lensing clusters to challenge modified gravity theories against orthodox dark matter scenario. We show that isothermal profiles and consequently MOND are consistent with the whole constraints on the range  $10 \text{ kpc} \lesssim r \lesssim 1 \text{ Mpc}$ . However, MOND models overpredict baryonic mass observed from the hot X-ray-emitting ICM phase. A more promising lensing test for MOND phenomenology is given in Hoekstra et al. (this proceeding) concerning galaxy–galaxy lensing and particularly, large scale potential symmetry with regards to the observable matter distribution. MOND predicts an isotropic lensing signal far enough from baryonic concentrations, independently of the exact radial relation potential-mass distribution.

#### Acknowledgements

I thank the organizers for the invitation and B. Fort and Y. Mellier for fruitful discussions and careful reading of this research note.

#### References

- Allen, S.W., Schmidt, R.W., Fabian, A.C., 2002. Preprint astro-ph/0205007.
- Blumenthal, G.R., Faber, S.M., Flores, R., Primack, J.R., 1986. *ApJ* 301, 27.
- Fort, B., Le Fevre, O., Hammer, F., Cailloux, M., 1992. *ApJ* 399, L125.
- Gavazzi, R., Fort, B., Mellier, Y., Dantel-Fort, M., Pelló, R., 2002. In preparation.
- Hammer, F., Gioia, I.M., Shaya, E.J., Teyssandier, P., Le Fevre, O., Luppino, G.A., 1997. *ApJ* 491, 477.
- Keeton, C.R., 2001. *ApJ* 561, 46.
- Navarro, J.F., Frenk, C.S., White, S.D.M., 1997. *ApJ* 490, 493.
- Mellier, Y., Fort, B., Kneib, J., 1993. *ApJ* 407, 33.
- Mortlock, D.J., Turner, E.L., 2001a. *MNRAS* 327, 557.
- Mortlock, D.J., Turner, E.L., 2001b. *A&A* 327, 552.
- Pelló, R. et al., 2001. *ApSSS* 277, 547.
- Qin, B., Wu, X.P., Zou, Z.L., 1995. *A&A* 296, 264.
- Schneider, P., Ehlers, J., Falco, E.E., 1992. *Gravitational Lenses*. Springer-Verlag.



# Lensing & Dynamics in the galaxy cluster MS2137-23

R. Gavazzi

Institut d'Astrophysique de Paris, UMR 7095, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France, email:  
gavazzi@iap.fr

**Abstract.** We present a new model of the lensing cluster of galaxies MS2137-23. By incorporating strong and weak lensing data in a fully elliptical lens modeling, we show that the total density profile must be close to the predictions of numerical simulations with an inner slope well consistent with a NFW profile. The model that best fits the lensing constraints is used to infer to line-of-sight velocity distribution (LOSVD) of stars in the central cD galaxy. This distribution is found to be far from Maxwellian. The important non-Gaussian tails produce a significant low-bias when measuring the velocity dispersion by assuming Gaussian absorption lines. In the case of MS2137, most of the information comes from multiples arcs. Internal kinematics of stars only help modeling the innermost kiloparsecs. However, in clusters with fewer constraints (no radial arcs for instance), a detailed modeling of both strong lensing and internal kinematics is crucial.

---

## 1. Introduction

N-body numerical simulations actually provide the main theoretical way of studying the CDM paradigm at the very small scales. Precisely for this reason, it is important to test those conclusions that strongly depend on the nature of dark matter well. Three small scale observations act as key-tests for CDM : the density profile of dark matter halos (and especially its inner parts), the abundance of substructures within main halos and the triaxiality of halos. This note focuses on the former issue. Most CDM simulations predict a universal profile of the general form :

$$\rho(r/r_s) = \rho_s(r/r_s)^{-\alpha} (1 + r/r_s)^{\alpha-3}, \quad (1.1)$$

with an inner slope  $\alpha$  ranging between  $\alpha = 1$  (NFW) and  $\alpha = 1.5$  (Navarro et al. 1997; Moore et al. 1998; Ghigna et al. 2000; Jing & Suto 2000).

The rotation curves of low surface brightness galaxies are often seen as a direct evidence that CDM simulations fail at reproducing very small scales (*e.g.* de Blok & Bosma 2002, and references therein). These observations suggest a flatter dark matter density profile  $\frac{d \ln \rho}{d \ln r} = -0.2 \pm 0.2$  for  $r \lesssim 1$  kpc. This apparent contradiction with simulations is one of the principal arguments for the so-called cusp-core debate.

Except below a few tens of kpc, the dark matter halo is known to dominate the total mass budget of clusters, as in dwarfs/LSB galaxies. The inner density profile of clusters thus provides a valuable and complementary test for the existence of a universal density profile. The controversy has recently been extended to clusters of galaxies. The recent analysis of Sand et al. (2002, 2004, hereafter Sa0204) suggests that the inner parts of clusters of galaxies may not be consistent with simulations. By modeling the kinematics of stars in the central cD galaxy of six clusters and their critical lines, Sa0204 found that the inner density slope must be as shallow as  $\alpha \sim 0.52$  for the subsample with radial arcs (including MS2137-23) and  $\alpha < 0.57$  for those clusters without a radial arc. More recently, Dalal & Keeton (2003) and Bartelmann & Meneghetti (2003) have contested the strong lensing approach of Sa0204 because these authors had neglected the lens ellipticity.

In this note, we revisit the radial mass profile of the cluster MS2137 because of its outstanding lens properties. This analysis builds on the previous work of Gavazzi et al. (2003, hereafter, G03). We describe the lens modeling in section 2 and show that strong and weak lensing constraints can be well modeled by a NFW profile between 10 kpc and 1 Mpc. In section 3, we focus on the internal dynamics of the central cD galaxy. The aim of this section is to fully derive the line-of-sight velocity distribution LOSVD as a function of projected radius in order to demonstrate that it is not Gaussian. We discuss how important is this bias for constraining the radial mass profile by coupling the velocity dispersion profile to lensing data. Finally, section 4 discusses the origin of the discrepancy between our results and those of Sa0204 and concludes. Except otherwise stated, we assume a  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$  and  $h = 0.7$  concordance cosmology.

## 2. Lens modeling

In this section we focus on the density profile modeling using lensing constraints only. The lens properties of the cluster have been extensively studied (Fort et al. 1992; Mellier et al. 1993; Miralda-Escudé 1995; Bartelmann 1996; Hammer et al. 1997; Gavazzi et al. 2003). The cluster lies at  $z_l = 0.313$  and the sources responsible of the radial and tangential arcs both lie at  $z_s \approx 1.501$ , leading to the critical surface density  $\Sigma_{\text{crit}} = 2.39 \times 10^9 h_{70} \text{ M}_\odot \text{ kpc}^{-2}$ . We use the 26 multiple conjugate knots in the tangential and radial systems as discussed in G03. We exclude the central core image candidate since its detection is marginal. We developed our own ray-tracing inversion software by implementing many features of `lensmodel` (Keeton 2001). The strong lensing modeling is based on a source plane  $\chi_{\text{src}}^2$  minimization.

In addition, we simultaneously include weak lensing data (also presented in G03). The catalogue of background “weakly lensed” galaxies comes from VLT/FORS and VLT/ISAAC images for which we were able to derive a good estimate of photometric redshifts using *UBVRIJK* bands. Instead of fitting a parameterized model on  $\langle e_t \rangle(\theta)$  measurements, we fully compute the likelihood as a function of model parameters (*e.g.* Schneider et al. 2000):

$$\mathcal{L}_{\text{wl}} = \prod_{i=1}^{N_{\text{bg}}} p_s(e_s(e_i, z_i)) \left| \frac{de_s}{de_i} \right|, \quad (2.1)$$

where  $e_i$  is the observed ellipticity and  $e_s$  the intrinsic ellipticity of the background source galaxy. For small reduced shear  $g$ , the relation between  $e_i$  and  $e_s$  reads :  $e_i \approx e_s + g$ .

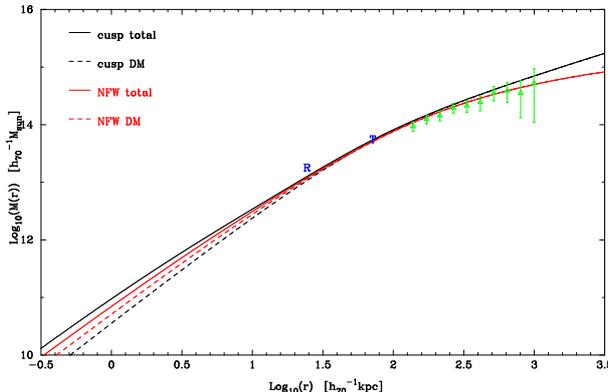
We model the lens potential with two components : the stellar content of the central cD galaxy and the cluster dark matter halo with either a NFW profile or a *cusp* profile (see below). The cD galaxy is described by an Hernquist profile of the form :

$$\rho_*(r) = \frac{\rho_{s*} r_{s*}^4}{r (r_{s*} + r)^3}, \quad (2.2)$$

which turns out to provide a better fit than a Jaffe profile. The stellar scale radius is  $r_{s*} = 11.1 \pm 2 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$ . The rest frame *V* band luminosity is  $L_V = 4.77 \pm 0.4 \times 10^{11} h_{70}^{-2} L_\odot$  and the stellar mass is  $M_* = 2\pi \rho_{s*} r_{s*}^3 \equiv \Upsilon_V L_V$  where  $\Upsilon_V$  is the rest-frame *V* band stellar mass-to-light ratio.  $\Upsilon_V$  (or  $M_*$ ) is the only free parameter for the stellar component. The dark matter halo profile reads :

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_s x^{-1} (1+x)^{-2} & \text{NFW} \\ \rho_s x^{-\alpha} (1+x^2)^{(\alpha-\beta)/2} & \text{cusp} \end{cases}, \quad (2.3)$$

with  $x = r/r_s$  and  $r_s$  the dark matter scale radius. The *cusp* model slightly differs of the form



**Figure 1.** Projected mass profile of models “cusp” (black) and NFW (red). Solid line : total mass profile and dashed line : contribution of dark matter. The radial (R) and tangential (T) arcs location are plotted. The inferred profiles are very similar over the region probed by arcs *i.e.* from 20 to 200 kpc. Green error bars show the  $\zeta$ -statistic from weak lensing data.

(1.1) but numerical integrations are much easier (Chae 2002). It has a faster transition between the inner slope  $\alpha$  and the outer slope  $\beta$ , which is left as a free parameter. All the models components are elliptical. The orientation and axis ratio of stars are settled from the observed light distribution whereas those of dark matter are treated as free parameters. Consequently, the *cusp* model has 7 free parameters : dark matter scale radius  $r_s$ , dark matter virial mass  $M_{200}$ , the inner and outer slopes  $\alpha$  and  $\beta$ , the position angle  $PA$  and axis ratio  $q$  of the dark matter halo and the stellar mass  $M_*$ , whereas the NFW model only has 5 free parameters since  $\alpha$  and  $\beta$  are set to the values 1 and 3 respectively.

The most interesting best fit model parameters and their corresponding 95% CL errors are:

- *cusp*:  $r_s = 54.7^{+17.0}_{-9.7} h_{70}^{-1} \text{ kpc}$ ,  $q = 0.765 \pm 0.007$ ,  $\alpha = 0.88^{+0.13}_{-0.09}$ ,  $\beta = 2.26^{+0.22}_{-0.14}$  and  $M_* = 3.4 \pm 0.6 \times 10^{12} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  with  $\chi^2/\text{dof} = 0.9$  ;
- NFW: concentration parameter  $c = 9.9 \pm 0.5$ , virial mass  $M_{200} = 2.2^{+0.4}_{-0.3} \times 10^{14} h_{70}^{-1} M_{\odot}$ , virial radius  $r_{200} = 1240^{+68}_{-60} h_{70}^{-1} \text{ kpc}$ , potential axis ratio  $q = 0.899 \pm 0.004$  and  $M_* = 1.1^{+0.3}_{-0.4} \times 10^{12} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  with  $\chi^2/\text{dof} = 1.2$  .

The projected total and dark matter mass profiles of each model are plotted on Fig. 1. One can see a remarkable agreement between profiles for  $10 h_{70}^{-1} \text{ kpc} \lesssim r \lesssim 1 h_{70}^{-1} \text{ Mpc}$ . Weak lensing data are too noisy and do not extend far enough to constrain the outer parts of the density profile but show that strong lensing models can safely be extrapolated up to the virial radius  $r_{200} \sim 1.2 h_{70}^{-1} \text{ Mpc}$ . Most discrepancies between the *cusp* and NFW models occur above this radius and below  $10 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$ . These latter scales can be probed by internal kinematics of star in the cD galaxy as proposed by Miralda-Escudé (1995) and applied by Sa0204. We show in the next section that such a technique requires a careful dynamical analysis.

### 3. Dynamics of stars in the central cD galaxy

The usual way to derive the mass profile from measurements of stellar kinematics in galaxies is based on the Jeans equation that relates the density of tracers  $\nu(r)$ , the total mass profile  $M_{\text{tot}}(r)$ , the second order moment of the radial velocity  $\overline{v_r^2}$  and the anisotropy parameter  $\eta(r) = 1 - \frac{\overline{v_t^2}}{\overline{v_r^2}}$

through :

$$\frac{1}{\nu} \frac{d(\nu \overline{v_r^2})}{dr} + 2 \frac{\eta \overline{v_r^2}}{r} = - \frac{GM_{\text{tot}}}{r^2}. \quad (3.1)$$

To be compared to observations, this relation must be projected along the line-of-sight in order to express the projected line-of-sight velocity dispersion  $\sigma_{\text{los}}$  as a function of the projected radius  $R$ . It is generally assumed that the underlying line-of-sight velocity distribution (LOSVD) is Gaussian. Using Osipkov-Merritt dynamical models (Osipkov 1979; Merritt 1985), we show in the following that this assumption is erroneous and leads to a biased velocity dispersion profile (see also Kazantzidis et al. 2004).

From the reduced potential  $\Psi(r)$ , the stellar mass density  $\rho_*(r)$  and the quantity

$$Q = \Psi(r) - \frac{v^2}{2} \left[ 1 + \frac{r^2}{r_a^2} \sin^2 \zeta \right] \quad (3.2)$$

one can derive the distribution function of  $Q$  using the Eddington formula (Binney & Tremaine 1987) :

$$\tilde{f}(Q) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left[ \int_0^Q \frac{d^2 \tilde{\rho}_*}{d\Psi^2} \frac{d\Psi}{\sqrt{Q-\Psi}} + \frac{1}{\sqrt{Q}} \left( \frac{d\tilde{\rho}_*}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} \right]. \quad (3.3)$$

This model reduces to an isotropic tensor of velocities when the anisotropy radius  $r_a \rightarrow \infty$ . In this case,  $Q \rightarrow \mathcal{E} = \Psi(r) - \frac{v^2}{2}$ .  $\zeta$  is the polar angle between the velocity  $\mathbf{v}$  and  $\mathbf{r}$  and  $\tilde{\rho}_* = (1 + \frac{r^2}{r_a^2})\rho_*$ . We can formally integrate the relation (3.3) along the line-of-sight coordinate ( $z$ ) and perpendicular velocities  $v_{\perp}$  to derive the LOSVD:

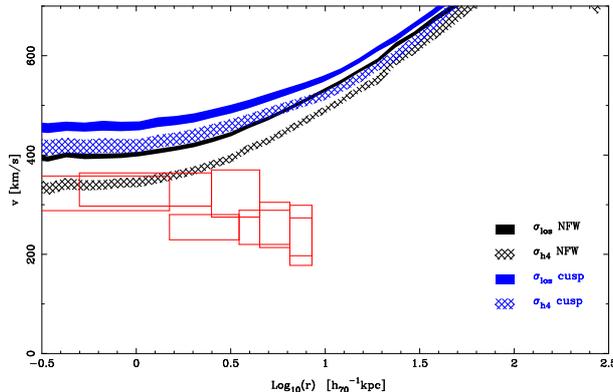
$$p(R, v_{\parallel}) = 2\pi \int_{v_{\parallel}^2}^{2\Psi(R)} dv^2 \int_0^{z_m(v)} dz \int_{-1}^1 d(\cos \zeta) f(Q). \quad (3.4)$$

$z_m(v)$  is the maximum value of  $z$  satisfying  $2\Psi(\sqrt{R^2 + z_m^2}) = v^2$ , *i.e.* for which stars are bound to the system. The integration of eq (3.4) is time-consuming especially if one accounts for the observational smearing by the PSF and the finite slit width. Consequently, we have implemented a Monte-Carlo integration technique that fully handles these observational features and allows to derive the LOSVD  $p(R, v_{\parallel})$ . It is then straightforward to infer the line-of-sight velocity dispersion  $\sigma_{\text{los}}(R)$  and the kurtosis  $\kappa = \overline{v_{\parallel}^4} / \overline{v_{\parallel}^2}^2 - 3$ .

When applied to the best fit lensing models of MS2137,  $p(R, v_{\parallel})$  turns out to be far from Gaussian. Hence, velocity dispersion measurements of Sa0204 are likely to be significantly biased. This low-biased quantity will be referred to as  $\sigma_{h_4}(R)$ . van der Marel & Franx (1993) have shown that

$$\sigma_{h_4}(R) \simeq \sigma_{\text{los}}(R) \frac{1}{1 + \kappa(R)/8}. \quad (3.5)$$

Figure 2 shows the radial profiles  $\sigma_{h_4}(R)$  and  $\sigma_{\text{los}}(R)$  for the NFW and *cusp* mass profiles of section 2 and an isotropic velocity tensor. The curves thickness is characteristic of the scatter in parameter estimate from lens modeling showing that strong lensing provides very tight constraints. Sa0204 data are also displayed as red boxes. Without fitting, the lensing-based NFW model is fairly consistent with velocity measurements. Furthermore, fitting velocity data will clearly give different results with  $\sigma_{\text{los}}$  or  $\sigma_{h_4}$ .



**Figure 2.** Velocity profiles for isotropic orbits. The NFW (resp. *cusp*) profile is black (resp. blue).  $\sigma_{\text{los}}(R)$  (full filling) and  $\sigma_{h_4}(R)$  (hatched filling) differ by 10 to 15% showing that  $p(R, v_i)$  is not Gaussian. The red boxes are velocity measurements of Sa0204. The curves thickness is characteristic of the scatter in parameter estimates from lens modeling.

#### 4. Discussion & Conclusion

Using joined strong and weak lensing constraints in the cluster of galaxies MS2137-23, we have shown that the radial dark matter density profile is consistent with the NFW model. X-rays measurements of Allen et al. (2001) confirm our conclusions. Small departs may occur at very small scales  $r \lesssim 1$  kpc, which are dominated by stars and are well below the actual spatial resolution of numerical simulations.

We can advocate three main reasons why Sa0204 found the inner slope to be shallower than NFW. With decreasing relevance : they first neglected the lens ellipticity, they fixed the cluster scale radius to a high value (*i.e.* low concentration) and they assumed a Gaussian LOSVD, then underestimating the true velocity dispersion.

A detailed modeling of both radial and tangential arcs (including their size, shape, location and that of their counter-images) provides very tight constraints and is not much sensitive to the velocity bias we have highlighted in this note. Nevertheless, coupling dynamics and lensing on clusters with fewer arcs is likely to suffer from this bias and requires a particular attention in the dynamical modeling.

#### Acknowledgements

I would like to acknowledge helpful discussions with J. Miralda-Escudé, B. Fort, Y. Mellier and G. Mamon. I am also thankful to D. Sand who kindly made available velocity dispersion data.

#### References

- Allen, S. W., Schmidt, R. W., & Fabian, A. C. 2001, MNRAS, 328, L37
- Bartelmann, M. 1996, A&A, 313, 697
- Bartelmann, M. & Meneghetti, M. 2003, astro-ph/0312011
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, Galactic dynamics (Princeton University Press, 1987)
- Chae, K. 2002, ApJ, 568, 500
- Dalal, N. & Keeton, C. R. 2003, astro-ph/0312072
- de Blok, W. J. G. & Bosma, A. 2002, A&A, 385, 816
- Fort, B., Le Fevre, O., Hammer, F., & Cailloux, M. 1992, ApJ, 399, L125
- Gavazzi, R., Fort, B., Mellier, Y., Pelló, R., & Dantel-Fort, M. 2003, A&A, 403, 11

- Ghigna, S., Moore, B., Governato, F., et al. 2000, *ApJ*, 544, 616  
Hammer, F., Gioia, I. M., Shaya, E. J., et al. 1997, *ApJ*, 491, 477  
Jing, Y. P. & Suto, Y. 2000, *ApJ*, 529, L69  
Kazantzidis, S., Magorrian, J., & Moore, B. 2004, *ApJ*, 601, 37  
Keeton, C. 2001, astro-ph/0102340  
Mellier, Y., Fort, B., & Kneib, J. 1993, *ApJ*, 407, 33  
Merritt, D. 1985, *AJ*, 90, 1027  
Miralda-Escudé, J. 1995, *ApJ*, 438, 514  
Moore, B., Governato, F., Quinn, T., Stadel, J., & Lake, G. 1998, *ApJ*, 499, L5+  
Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493  
Osipkov, L. P. 1979, *Pis ma Astronomicheskii Zhurnal*, 5, 77  
Sand, D. J., Treu, T., & Ellis, R. S. 2002, *ApJ*, 574, L129  
Sand, D. J., Treu, T., Smith, G. P., & Ellis, R. S. 2004, *ApJ*, 604, 88  
Schneider, P., King, L., & Erben, T. 2000, *A&A*, 353, 41  
van der Marel, R. P. & Franx, M. 1993, *ApJ*, 407, 525

# Annexe B

## Exemples de lentilles simples

Cette annexe présente les propriétés optiques de trois lentilles simples qui sont parmi les plus importantes pour la modélisation de systèmes astrophysiques réalistes. Dans la suite,  $\rho(\mathbf{r})$  désignera la densité de masse tridimensionnelle,  $m(r)$  la masse incluse dans une sphère de rayon  $r$  centrée sur la lentille,  $\Phi(\mathbf{r})$  le potentiel gravitationnel tridimensionnel. Une fois projetées ces quantités s'écrivent  $\Sigma(\vec{\theta})$  la densité projetée,  $\kappa(\vec{\theta})$  la convergence ou densité projetée et normalisée par la densité critique  $\Sigma_{\text{crit}}$ ,  $M(\theta)$  la masse incluse dans le cylindre de rayon  $\theta$ ,  $\psi(\vec{\theta})$  le potentiel de la lentille et enfin l'angle de déflexion  $\alpha(\theta)$ . Les relations entre ces quantités sont décrites au chapitre 2 (Schneider et al. 1992; Kneib 1993; Keeton 2001a).

### B.1 Point masse

Ce système est certainement le plus simple et s'applique à l'étude de lentilles pouvant être considérées comme ponctuelles, tels les étoiles ou les trous noirs. Le profil n'a qu'un paramètre libre, sa masse  $M$ . Il est par essence à symétrie circulaire. A trois dimensions, on a

$$\rho(r) = 4\pi M \delta(\mathbf{r}) \quad (\text{B.1a})$$

$$m(r) = M. \quad (\text{B.1b})$$

Une fois projetées, les quantités propres aux lentilles s'écrivent

$$\kappa(\theta) = \pi \theta_E^2 \delta(\theta), \quad (\text{B.2a})$$

$$\alpha(\theta) = \frac{\theta_E^2}{\theta}, \quad (\text{B.2b})$$

$$\psi(\theta) = \theta_E^2 \ln(\theta), \quad (\text{B.2c})$$

avec  $\theta_E$  le rayon d'Einstein qui s'exprime comme

$$\theta_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{\text{ls}}}{D_{\text{ol}} D_{\text{os}}}. \quad (\text{B.3})$$

Ecrivons l'équation des lentilles :

$$y = x - \frac{1}{x}, \quad (\text{B.4})$$

qui admet toujours deux solutions  $x_{\pm} = y/2 \left( 1 \pm \sqrt{1 + 4/y^2} \right)$  et où j'ai renormalisé les coordonnées du plan image  $\theta \rightarrow x = \theta/\theta_E$  et du plan source  $\beta \rightarrow y = \beta/\theta_E$ . La somme arithmétique de la position des deux images a la propriété intéressante de donner la position de la source :  $y = x_+ + x_-$ . Les quantités dérivées intéressantes s'écrivent :

$$\gamma(\theta) = \bar{\kappa}(\theta) = \frac{\alpha(\theta)}{\theta} = x^{-2}, \quad (\text{B.5a})$$

$$\mu(\theta) = \frac{x^4}{x^4 - 1}. \quad (\text{B.5b})$$

On voit clairement apparaître la solution d'amplification infinie  $\theta = \theta_E$  donnant la position de la ligne critique tangentielle. Cette dernière a comme antécédent la ligne caustique tangentielle qui se réduit à l'origine.

## B.2 Sphère isotherme

Le profil isotherme singulier est caractérisé par une densité

$$\rho(r) = \rho_0 \left( \frac{r}{r_E} \right)^{-2} = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2}, \quad (\text{B.6})$$

avec  $r_E = D_{ol}\theta_E$  et  $\theta_E$  le rayon d'Einstein qui s'écrit aussi

$$\begin{aligned} \theta_E &= 4\pi \left( \frac{\sigma_v}{c} \right)^2 \frac{D_{ls}}{D_{os}}, \\ &= \left( \frac{\sigma_v}{186.2 \text{ km s}^{-1}} \right)^2 \frac{D_{ls}}{D_{os}} \text{ arcsec}. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Cette distribution a des propriétés dynamiques très simples et constitue une solution d'équilibre approximative de nombreux systèmes autogravitants non-collisionnels. Les particules massives suivant un profil en  $r^{-2}$  ont une vitesse de rotation circulaire et une dispersion de vitesse  $\sigma_v$  constante de sorte que leur fonction de distribution peut s'écrire  $f(v) \propto \exp(-v^2/2\sigma_v^2)$  qui s'apparente à une distribution maxwellienne caractéristique des systèmes collisionnels tels le gaz parfait. Son origine vient certainement de la relaxation violente durant laquelle l'énergie des particules du système varie très rapidement et de façon globale dans tout le système dynamique, conduisant à une forme d'équipartition de l'énergie (Binney & Tremaine 1987). Deux inconvénients de cette distribution qui reproduit pourtant la plupart des observations sont la singularité de son profil de densité au centre et la divergence de la masse intégrée  $m(r) \propto r$ . On contourne la première difficulté en introduisant un rayon de cœur  $r_c$  tel que  $\rho(r) = \rho_0 \frac{r_E^2}{r^2 + r_c^2}$  (sphère isotherme adoucie SIRC) et la seconde en introduisant un rayon de troncature  $r_t$  tel que  $\rho(r) = \rho_0 \frac{r_E^2 r_t^2}{r^2 (r_t^2 + r^2)}$

(TIS)<sup>1</sup>. Les propriétés projetées de chacune des distributions SIS, SIRC, TIS sont détaillées dans la suite. Je présente aussi les propriétés d'un ellipsoïde isotherme adouci (EIRC) pour lequel on connaît des expressions analytiques de l'angle de déflexion et du potentiel.

## SIS

Dans le cas de la sphère isotherme singulière, on a les définitions suivantes :

$$\kappa = \gamma = \frac{\theta_E}{2\theta}, \quad \alpha = \theta_E, \quad \psi = \theta_E \theta, \quad \mu = \frac{\theta}{\theta - \theta_E}. \quad (\text{B.8})$$

L'équation des lentilles s'écrit  $\vec{\beta} = \vec{\theta} - \theta_E \frac{\vec{\theta}}{|\vec{\theta}|}$  avec une solution  $\theta_1 = \beta + \theta_E$ . Une deuxième solution  $\theta_2 = \beta - \theta_E$  existe si  $\beta \leq \theta_E$ . Une unique ligne critique tangentielle d'équation  $\theta = \theta_E$  sépare ces deux solutions. La ligne caustique associée se réduit à l'origine.

## SIRC

Dans le cas de la sphère isotherme adoucie (avec rayon de cœur), on a les définitions suivantes ( $\theta_c = r_c/D_{ol}$ ,  $x = \theta/\theta_c$  et  $y = \beta/\theta_c$ ) :

$$\kappa(\theta) = \frac{\theta_E}{2\theta_c \sqrt{1+x^2}}, \quad (\text{B.9a})$$

$$\alpha(\theta) = \theta_E \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, \quad (\text{B.9b})$$

$$\psi(\theta) = \theta_E \theta_c \left[ \sqrt{1+x^2} - \ln \left( 1 + \sqrt{1+x^2} \right) \right], \quad (\text{B.9c})$$

$$\gamma(\theta) = \frac{\alpha}{\theta} - \kappa, \quad (\text{B.9d})$$

$$\mu^{-1}(\theta) = \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right) \left( 1 - 2\kappa + \frac{\alpha}{\theta} \right). \quad (\text{B.9e})$$

Les lignes critiques tangentielle et radiale sont les racines de chacun des termes de l'équation (B.9e) respectivement. En définissant  $\tau = \theta_E/\theta_c$ , les solutions s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} x_{ct} &= \tau \sqrt{1 - \frac{2}{\tau}}, \\ x_{cr} &= \sqrt{\frac{1}{\tau} - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{\tau} + \frac{1}{4}}}. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

On voit clairement qu'il ne peut y avoir de lignes critiques que si  $\theta_E \geq 2\theta_c$ . La ligne caustique tangentielle est l'origine alors que la ligne caustique radiale est un cercle de rayon réduit  $y_{cr} = x_{cr} \left[ 1 + \tau - \tau^2 / \sqrt{1+x_{cr}^2} \right]$ . Toutes les propriétés du profil SIRC tendent vers celles de la SIS quand  $r_c \rightarrow 0$ .

<sup>1</sup>la masse totale  $M = \pi \sigma_v^2 r_t^2 / G = \pi \Sigma_{\text{crit}} r_E r_t$  converge

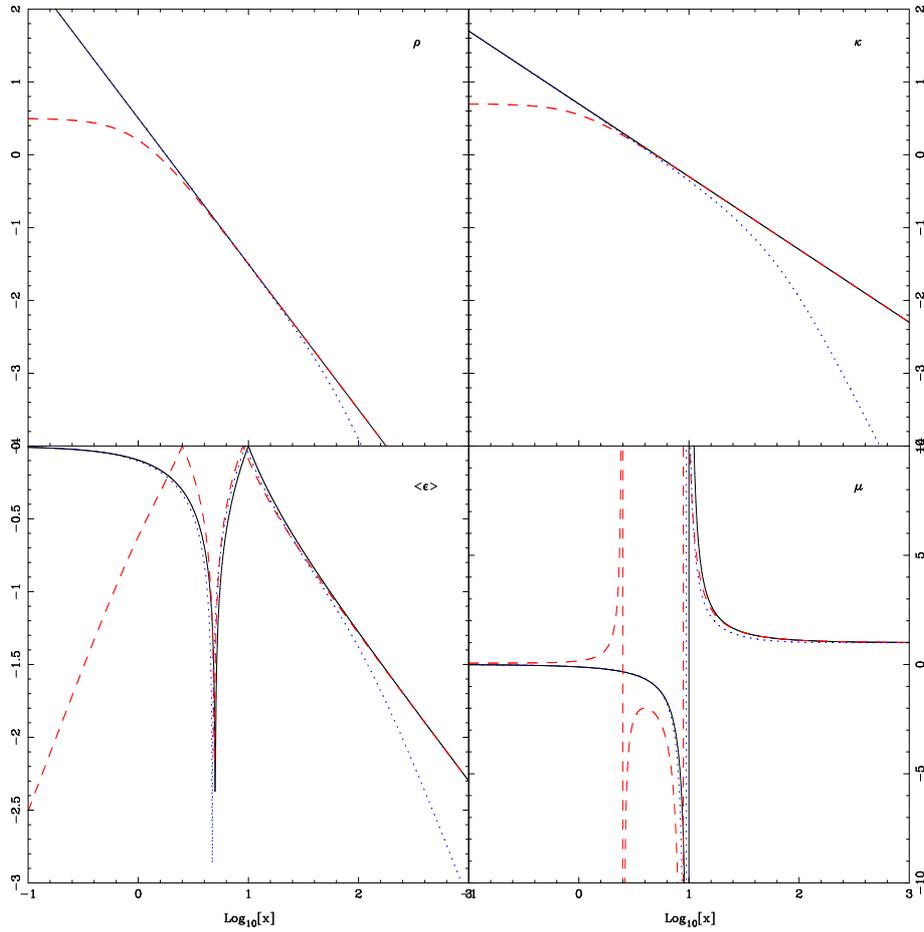
**TIS**

La sphère isotherme tronquée peut en fait se réduire à la différence entre une sphère isotherme singulière et une sphère isotherme adoucie dont le rayon de cœur est le rayon de troncature  $r_t = D_{\text{ls}}\theta_t$ . Les propriétés optiques de ce profil se déduisent donc facilement des deux profils précédents. On peut écrire :

$$\kappa(\theta) = \frac{\theta_E}{2} \left[ \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\sqrt{\theta_t^2 + \theta^2}} \right]. \quad (\text{B.11})$$

A grande distance  $\theta \gg \theta_t$ , les propriétés asymptotiques sont :

$$\kappa(\theta) \rightarrow \frac{\theta_E \theta_t^2}{4\theta^3}, \quad \alpha(\theta) \rightarrow \frac{\theta_E \theta_t}{\theta}, \quad \gamma(\theta) \rightarrow \frac{\theta_E \theta_t}{\theta^2}. \quad (\text{B.12})$$



**Fig. B.1:** Résumé des propriétés des sphères isothermes singulière (noir continu), adoucie (tirets rouges) et tronquée (pointillés bleus). *En haut à gauche* : la densité 3D  $\rho(r/r_c)$ . *En haut à droite* : la convergence  $\kappa(\theta/\theta_c)$ . *En bas à gauche* : l'ellipticité induite  $g$  (ou  $1/g^*$  si surcritique). *En bas à droite* : l'amplification  $\mu$ . Dans tous les cas,  $\theta_E = 10\theta_c$ . Pour le profil TIS,  $\theta_t = 80\theta_c$ .

## EIRC

Décrivons enfin les propriétés optiques d'une distribution elliptique isotherme avec rayon de cœur pour laquelle les solutions bidimensionnelles sont analytiques. Ce type de solutions va permettre d'illustrer clairement les modifications apportées lorsque la symétrie circulaire est rompue. J'écris ici le développement des équations elliptiques pour le potentiel  $\psi$  et la convergence  $\kappa(\theta) \rightarrow \kappa(\xi)$  avec  $\xi^2 = \theta_1^2 + \theta_2^2/q^2$ ,  $q = b/a$  le rapport d'axes et  $\kappa$  donné par (B.9a). Je définis  $\zeta^2 = q^2(\theta_c^2 + \theta_1^2) + \theta_2^2$  et

$$\begin{aligned}
 \psi &= \theta_1 \psi_{,1} + \theta_2 \psi_{,2} - \frac{q\theta_E\theta_c}{2} \ln [(\zeta^2 + \theta_c^2) + (1 - q^2)\theta_1^2] , \\
 \psi_{,1} &= \frac{\theta_E q}{\sqrt{1 - q^2}} \arctan \left[ \frac{\sqrt{1 - q^2}\theta_1}{\zeta + \theta_s} \right] , \\
 \psi_{,2} &= \frac{\theta_E q}{\sqrt{1 - q^2}} \operatorname{argth} \left[ \frac{\sqrt{1 - q^2}\theta_2}{\zeta + q^2\theta_s} \right] , \\
 \psi_{,11} &= \frac{\theta_E q}{\zeta} \frac{q^2\theta_c^2 + \theta_2^2 + \theta_c\zeta}{(\zeta + \theta_c)^2 + (1 - q^2)\theta_1^2} , \\
 \psi_{,22} &= \frac{\theta_E q}{\zeta} \frac{q^2(\theta_c^2 + \theta_1^2 + \theta_c\zeta)}{(\zeta + q^2\theta_c)^2 - (1 - q^2)\theta_2^2} , \\
 \psi_{,12} &= -\frac{\theta_E q}{\zeta} \frac{\theta_1\theta_2}{(\zeta + \theta_c)^2 + (1 - q^2)\theta_1^2} .
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

A partir de ce système, toutes les quantités sont calculables :  $\kappa = (\psi_{,11} + \psi_{,22})/2$ ,  $\gamma_1 = (\psi_{,11} - \psi_{,22})/2$ ,  $\gamma_2 = \psi_{,12}$ ,  $\vec{\alpha} = \vec{\nabla}\psi$ , etc... La figure B.2 illustre le comportement des lignes critiques lorsqu'on augmente l'ellipticité de la distribution de masse. Le rapport d'axes prend successivement les valeurs  $q = 1, 0.8, 0.5$ .

## B.3 Profil universel NFW

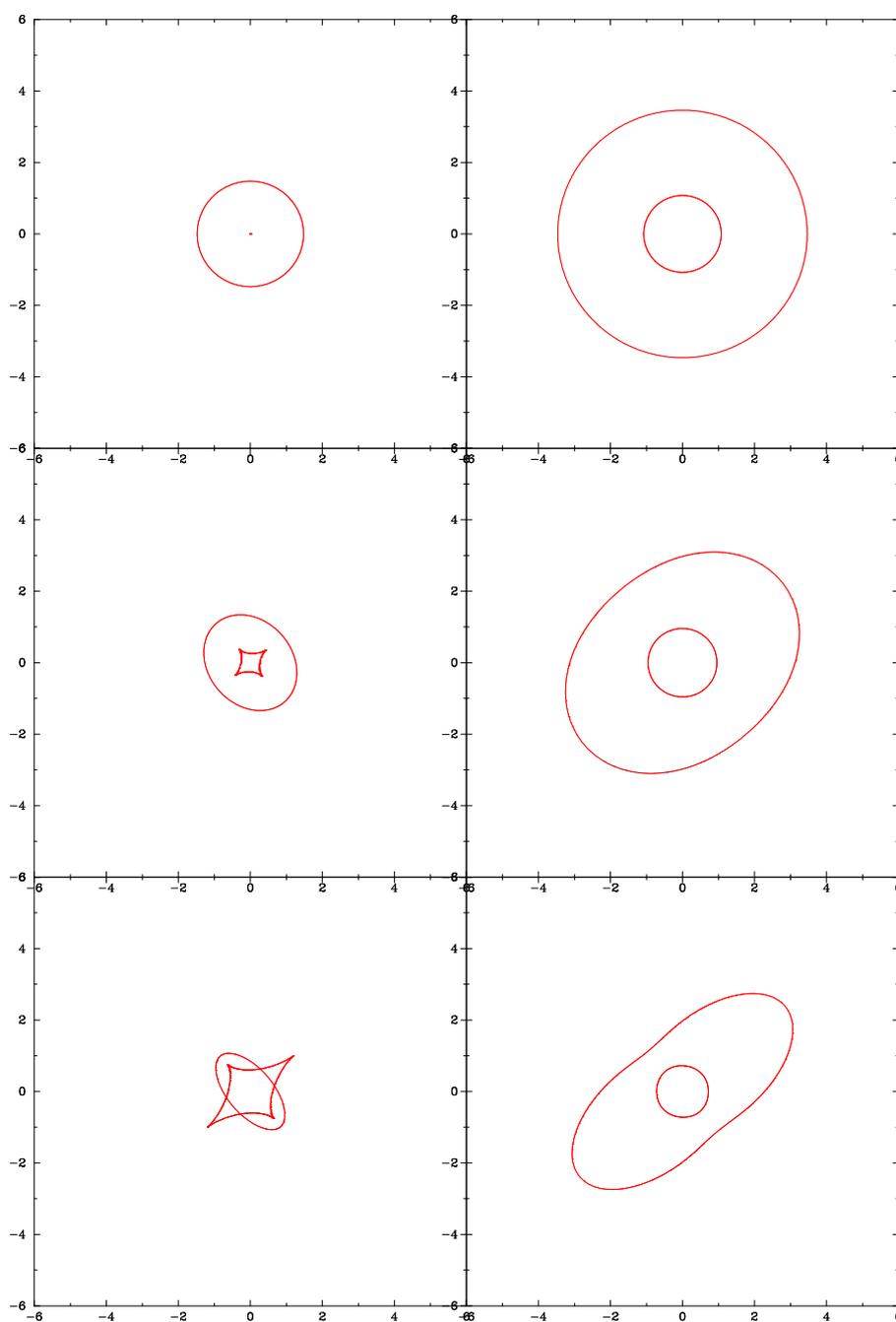
Le profil universel de densité d'un halo de matière noire proposé par Navarro et al. (1997) est donné par :

$$\rho(x) = \frac{\rho_s}{x(1+x)^2}, \quad x = \frac{r}{r_s}, \tag{B.14}$$

où  $r_s$  est le rayon d'échelle. On introduit souvent le paramètre de concentration  $c = r_{\text{vir}}/r_s$  où  $r_{\text{vir}}$  est le rayon de viriel. Bullock et al. (2001) ont trouvé à partir de simulations N-corps que le paramètre de concentration est relié à la masse du halo et à son décalage spectral par :

$$c(M, z) = \frac{c_*}{1+z} \left( \frac{M}{10^{14} h^{-1} M_\odot} \right)^{-0.13}, \tag{B.15}$$

avec  $c_* \approx 8$  pour une cosmologie  $\Lambda$ CDM. Il faut noter cependant que la dispersion dans cette relation est assez grande (Jing 2000). Voir aussi Eke et al. (2001). Par définition, la



**Fig. B.2:** Exemples de lignes critiques (à droite) et caustiques (à gauche) pour le profil EIRC avec des valeurs du rapport d'axe  $q = 1., 0.8, 0.5$  de haut en bas. Ici  $\theta_E = 4$  et le rayon de cœur  $\theta_c = 0.5$ . La ligne critique tangentielle est la plus sensible à l'ellipticité de la distribution de masse. La ligne caustique associée augmente rapidement de taille lorsque  $q$  diminue montrant ainsi qu'une distribution de masse elliptique a plus de chances de créer des images multiples qu'une distribution à symétrie circulaire.

masse viriel est la masse contenue dans le rayon de viriel :

$$M_{\text{vir}} = \frac{4\pi\rho_s r_{\text{vir}}^3}{c^3} \left[ \ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \right] = \frac{4\pi}{3} \delta_{\text{vir}}(z) \bar{\rho} r_{\text{vir}}^3. \quad (\text{B.16})$$

La deuxième égalité est donnée par le modèle d'effondrement sphérique (*top-hat collapse*) et  $\delta_{\text{vir}}$  est le seuil de surdensité donné par le modèle d'effondrement sphérique ( $\delta_{\text{vir}} \approx 200$ ). En introduisant  $\delta_s = (\rho_s - \bar{\rho}_0)/\bar{\rho}_0$ , on trouve :

$$\delta_s = \frac{\delta_{\text{vir}}}{3} \frac{c^2}{\ln(1+c) - c/(1+c)}. \quad (\text{B.17})$$

Les propriétés de lentilles ont été calculées par Bartelmann (1996) dans le cas circulaire (voir aussi Wright & Brainerd 2000). En définissant

$$\kappa_s = \rho_s r_s / \Sigma_{\text{crit}} = 3\Omega_m \delta_s r_s \left( \frac{H_0}{c} \right)^2 \frac{D_{\text{os}} D_{\text{ls}}}{D_{\text{os}}}, \quad (\text{B.18})$$

et  $\theta_s = r_s / D_{\text{ol}}$ , on peut décrire les principales quantités :

$$\kappa(\theta) = 2\kappa_s \frac{1 - \mathcal{F}(x)}{x^2 - 1}, \quad (\text{B.19a})$$

$$\alpha(\theta) = 4\kappa_s \theta_s \frac{\ln(x/2) + \mathcal{F}(x)}{x}, \quad (\text{B.19b})$$

$$\psi(\theta) = 2\kappa_s \theta_s^2 \left[ \ln^2 \frac{x}{2} - \text{argth}^2 \sqrt{1-x^2} \right], \quad (\text{B.19c})$$

en fonction de  $x = \theta/\theta_s$  et de la fonction génératrice  $\mathcal{F}(x)$  définie par :

$$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \arctan \sqrt{x^2-1} & \text{si } x > 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{argth} \sqrt{1-x^2} & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}. \quad (\text{B.20})$$

Noter la propriété intéressante  $\mathcal{F}'(x) = \frac{1-x^2\mathcal{F}(x)}{x(x^2-1)}$ . Les propriétés d'une distribution de masse elliptiques ne sont pas calculables analytiquement et nécessitent une intégration numérique impliquant des temps de calcul souvent prohibitifs. Mon programme présenté dans l'annexe C.1 permet néanmoins une telle intégration. Il permet aussi d'utiliser une simplification des calculs qui consiste à supposer, non pas la distribution de masse projetée  $\kappa$  elliptique mais le potentiel  $\psi$  (Golse & Kneib 2002; Meneghetti et al. 2003). Cette approximation n'est valide que dans l'hypothèse des petites ellipticités.



# Annexe C

## Lentilles fortes : outils et méthodes

### C.1 Des images multiples au modèle de lentille

Je présente dans cette section les principales étapes pour la modélisation en distorsions fortes “*strong lensing*” des images multiples créées par une ou plusieurs lentilles elliptiques. Cet exposé rassemble quelques caractéristiques de mon programme de modélisation de lentille. De nombreuses fonctionnalités de ce dernier s’inspirent du code `lensmodel`<sup>1</sup> de Chuck Keeton.

#### C.1.1 Transformation du plan – maillage

S’il est aisé de transformer un point du plan image à son antécédent dans le plan source via l’équation des lentilles (2.9), la contraposée est bien plus complexe et nécessite de rechercher numériquement la (ou les  $N$ ) solution(s)  $\vec{\theta}_1, \dots, \vec{\theta}_N$  associées au point unique  $\vec{\beta}$  du plan source. Pour se faire, on construit dans le plan image un maillage régulier  $\vec{\theta}_{ij}$ , indifféremment polaire ou cartésien. L’équation (2.9) permet de déduire la grille transformée  $\vec{\beta}_{ij}$  dans le plan source pour un modèle donné de lentille dont le champ de déflexion  $\vec{\alpha}_{ij} = \vec{\alpha}(\vec{\theta}_{ij})$  peut se calculer analytiquement ou numériquement (voir plus loin). On peut ainsi déterminer tous les antécédents d’un point  $\vec{\beta}_0$  à partir de la grille de référence. Bartelmann (2003) fait un exposé précis de la méthode (voir aussi Schneider et al. 1992). Il est possible de transformer du plan source au plan image une source étendue telle qu’une ellipse ou plusieurs autres formes géométriques bien définies analytiquement. Enfin, ce pavage des plans image et source permet de tracer les lignes critiques et caustiques.

Il est important que le maillage aie une résolution adaptative relativement grossière dans les zones où les propriétés de la lentille varient peu et où l’on ne formera pas d’images supplémentaires. Par contre, le maillage sera très dense sur les zones du plan image intéressantes telles que les lignes critiques, la position des images multiples, les pics

---

<sup>1</sup><http://astro.uchicago.edu/~ckeeton/gravlens/>

de densités, etc. Mon programme permet de raffiner la résolution de la grille selon l'un des critères suivants.

- Lorsque l'on cherche à inverser l'équation des lentilles, c'est-à-dire connaissant  $\vec{\beta}_0$  on cherche les  $\vec{\theta}_k$ , il est souhaitable de subdiviser (en 4 par exemple) les mailles  $\vec{\theta}_{ij}$  dont on sait que la maille antécédente  $\vec{\beta}_{ij}$  contient  $\vec{\beta}_0$ . Ainsi, pour la position des images  $\vec{\theta}_k$  sera connue avec une précision équivalente à la largeur du dernier niveau de raffinement de la grille image. Pour que la maille  $\{i, j\}$  soit "raffinée", il faut et il suffit que l'un des triangles  $\{\vec{\beta}_{i,j}, \vec{\beta}_{i+1,j}, \vec{\beta}_{i,j+1}\}$  ou  $\{\vec{\beta}_{i+1,j}, \vec{\beta}_{i+1,j+1}, \vec{\beta}_{i,j+1}\}$  abrite le point  $\vec{\beta}_0$ <sup>2</sup>.
- Pour augmenter la résolution autour des lignes critiques, on peut fixer un seuil en amplification  $\mu_k$  pour que la maille  $\vec{\theta}_{ij}$  soit raffinée à l'itération  $k + 1$  si  $|\mu(\vec{\theta}_{ij})| \geq \mu_k$ .
- Si l'on se concentre exclusivement sur les lignes critiques, un méthode plus efficace pour résoudre ces lignes avec précision consiste à raffiner les mailles pour lesquelles le signe de l'amplification change au-moins une fois entre les quatre sommets  $\{i, j\}$ ,  $\{i + 1, j\}$ ,  $\{i + 1, j + 1\}$  et  $\{i, j + 1\}$ .
- Un point du plan source est à l'intérieur de l'ellipse de rapport d'axe  $q$  orientée selon  $\vec{Ox}$ , centrée sur l'origine et de demi grand axe  $a$  si

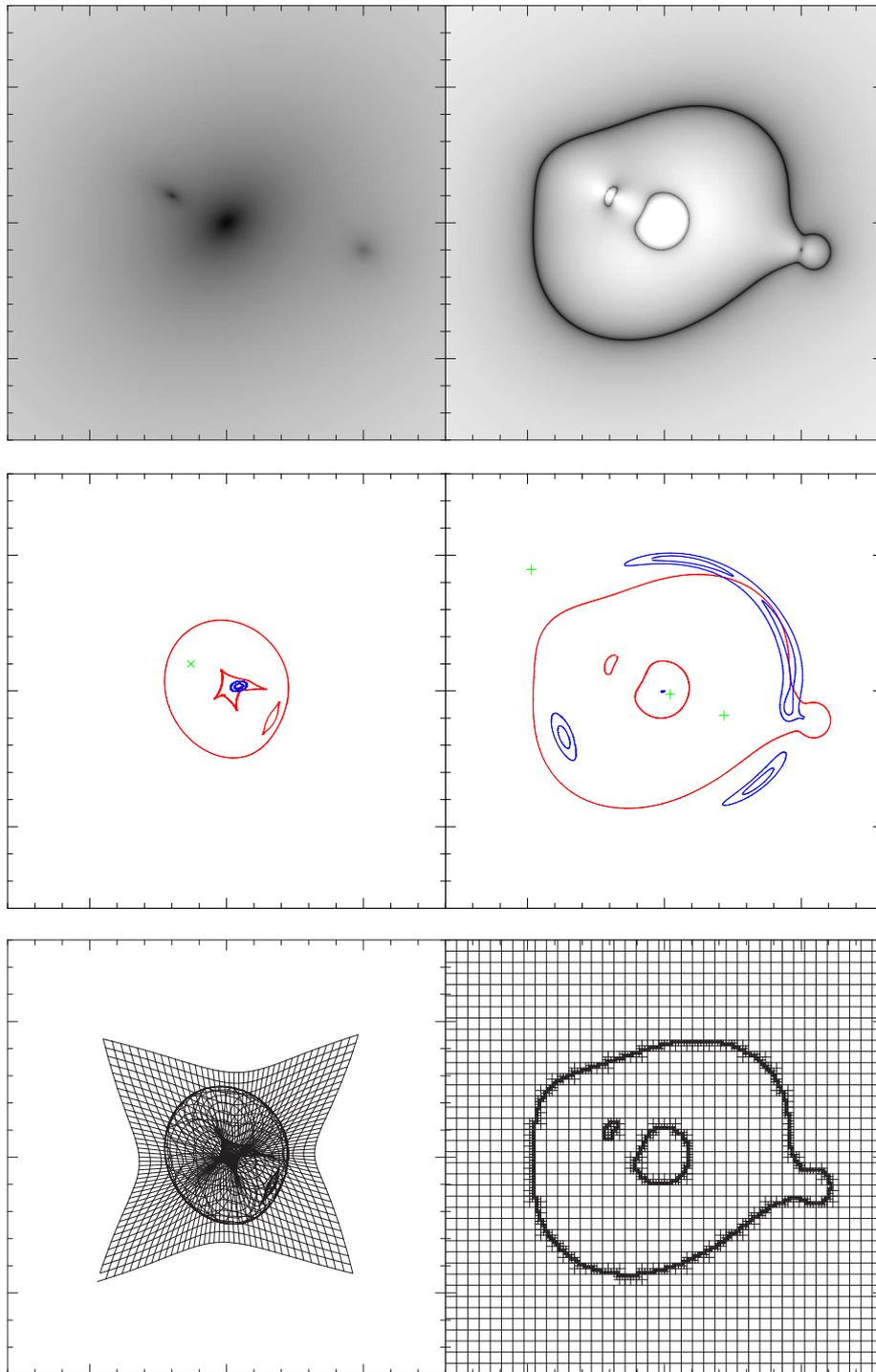
$$\mathcal{L}(\vec{\beta}) = \beta_1^2 + \frac{\beta_2^2}{q^2} - a^2 \leq 0. \quad (\text{C.1})$$

On peut donc voir deux domaines dans le plan image : les mailles dont l'antécédent est interne à la source ont  $\mathcal{L}(\vec{\theta}_{ij} - \vec{\alpha}_{ij}) \leq 0$  et évidemment les mailles externes forment le complémentaire. Ainsi, l'image de la frontière de l'ellipse traversera des mailles pour lesquelles  $\mathcal{L}$  change de signe au-moins une fois entre les quatre sommets de la maille. Il sera aisé de raffiner ces mailles de la même façon que pour les lignes critiques.

Pour un modèle constitué de trois ellipsoïdes isothermes (EIRC, cf annexe B.2), j'ai représenté sur le haut de la figure C.1 la convergence et l'amplification. Les lignes critiques et caustiques, l'image d'une source ponctuelle et d'une source étendue elliptiques sont visibles au milieu. Elles ont été créées à partir d'un maillage original identique qui a été raffiné différemment selon le cas. La grille associée aux lignes critiques est représentée en-bas. Une source étendue schématisée par deux ellipses concentriques est renvoyée dans le plan image et donne lieu à un arc géant très étiré, deux contre-images légèrement amplifiées et enfin une autre image très désamplifiée au centre. L'inversion de l'équation des lentilles est ainsi possible : à partir du signe  $\times$  dans le plan source, nous avons pu déterminer la position des trois images associées (signes  $+$ ). Cette capacité du programme sera utilisée plus loin pour modéliser une lentille à partir des positions observées d'images multiples.

---

<sup>2</sup>On démontre qu'un point  $\vec{x}$  est situé dans le triangle  $\{x_1, x_2, x_3\}$  si les trois produits vectoriels  $\vec{xx}_1 \wedge \vec{xx}_2$ ,  $\vec{xx}_2 \wedge \vec{xx}_3$  et  $\vec{xx}_3 \wedge \vec{xx}_1$  sont tous de même signe.



**Fig. C.1:** Convergence  $\kappa$  et module de l'amplification  $|\mu|$  en niveaux de gris en haut à gauche et en haut à droite respectivement. Le modèle est constitué d'un ellipsoïde isotherme (EIRC) dominant au centre et de deux autres ellipsoïdes isothermes perturbateurs. Au centre et en bas : plan source à gauche et image à droite. *Milieu* : lignes critiques et caustiques (rouge), images d'une ellipse (bleu) et source ponctuelle (vert). *Bas* : Maillage utilisé pour construire les lignes critiques et caustiques. Il y a trois niveaux de raffinement récursif le long des lignes critiques.

### C.1.2 Inversion : méthode ponctuelle

Pour contraindre les paramètres d'un modèle de lentille à partir de la position des images multiple d'une ou plusieurs sources ponctuelles, il est nécessaire de définir un  $\chi^2$  à minimiser.

Pour un système de  $N$  images multiples  $\vec{\theta}_i$ , l'unicité de la source sous-jacente  $\vec{\beta}$  permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \vec{\beta} &= \vec{\theta}_1 - \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}_1) \\ &\vdots \\ &= \vec{\theta}_N - \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}_N). \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Ce qui constitue un système de  $2N-1$  équations indépendantes que l'on combine généralement dans le  $\chi^2$  suivant :

$$\chi_{\text{src},0}^2 = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\left( \vec{\theta}_i - \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}_i) - \vec{\theta}_{i+1} + \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}_{i+1}) \right)^2}{\sigma_{x,i}^2}, \quad (\text{C.3})$$

avec  $\sigma_{x,i}$  l'incertitude (supposée isotrope) sur la position de l'image  $i$ . Il faut bien noter que la minimisation se fait dans le plan source. Autrement dit, minimiser  $\chi_{\text{src},0}^2$  revient à minimiser la somme quadratique des distances (dans le plan source) des sources associées à chaque image multiple. Cette méthode peut paraître criticable car elle ne compare pas directement les prédictions du modèle aux observations, ces dernières étant renvoyées dans le plan source. Par contre, la technique est très simple à mettre en œuvre puisqu'elle n'a pas besoin d'inverser l'équation des lentilles avec un maillage du plan image (cf section C.1.1). Le temps de calcul est par conséquent très avantageux.

La méthode la plus rigoureuse doit se placer dans le plan image afin de directement comparer les images observées à celles prédites par le modèle pour une position de source, elle-aussi inconnue a priori et faisant donc partie du modèle (Kayser et al. 1990; Kochanek 1991). La multiplicité des images doit être conservée ici alors que cette contrainte n'est pas garantie avec la méthode (C.3) située dans le plan source. Il faut donc minimiser le  $\chi^2$  suivant :

$$\chi_{\text{img}}^2 = \sum_{i=1}^N \delta\vec{\theta}_i^T \mathcal{C}_i^{-1} \delta\vec{\theta}_i. \quad (\text{C.4})$$

avec  $\delta\vec{\theta} = \vec{\theta}_{\text{obs},i} - \vec{\theta}_{\text{mod},i}$  l'écart entre la position de l'image  $i$  vraie et la position prédite par le modèle.  $\mathcal{C}_i$  est la matrice de covariance des erreurs sur la position de l'image  $i$ . Dans notre étude de MS2137-23, nous avons utilisé une matrice  $\mathcal{C}_i = \sigma_{\theta,i} \text{Id}$  isotrope avec l'erreur "astrométrique" 1D sur la position d'un point du plan image  $\sigma_{\theta} \simeq 0.3''$ . Le calcul de (C.4) requiert une inversion lourde de l'équation des lentilles via le maillage du plan image et peut dans bon nombre de situations demander un temps de calcul prohibitif. Ce  $\chi^2$  permet cependant de définir un autre  $\chi^2$  dans le plan source différent de (C.3). Pour un modèle de lentille quelconque (caractérisé par un potentiel  $\psi(\vec{\theta})$ ) et pour chaque image

$i$ , définissons une position de source “observée”  $\vec{\beta}_{\text{obs},i} = \vec{\theta}_{\text{obs},i} - \vec{\nabla}\psi(\vec{\theta}_{\text{obs},i})$  et la position de la source donnée par le modèle  $\vec{\beta}_{\text{mod}}$ , si bien que l’on peut écrire l’écart :

$$\delta\vec{\beta}_i = \vec{\beta}_{\text{obs},i} - \vec{\beta}_{\text{mod}} \quad (\text{C.5})$$

$$\simeq \mu_i^{-1} \delta\vec{\theta}_i. \quad (\text{C.6})$$

La deuxième égalité (C.6) fait intervenir la matrice d’amplification  $\mu_i = \mu(\vec{\theta}_{\text{obs},i})$  et n’est valable que si  $\delta\vec{\beta}$  est suffisamment petit, *i.e* si  $\mu_i$  ne varie pas trop localement. Sous cette hypothèse, on peut définir le  $\chi^2$  que nous avons utilisé dans le travail sur MS2137-23 :

$$\chi_{\text{src}}^2 = \sum_{i=1}^N \delta\vec{\beta}_i^T \mu_i^T \mathcal{C}_i^{-1} \mu_i \delta\vec{\beta}_i. \quad (\text{C.7})$$

L’approximation (C.6) permet de comprendre  $\chi_{\text{src}}^2$  comme une approximation de  $\chi_{\text{img}}^2$ . Cette simplification permet non seulement de faire l’économie de l’inversion de l’équation des lentilles mais permet de trouver analytiquement la position de la source  $\vec{\beta}_{\text{mod}}$  qui minimise  $\chi_{\text{src}}^2$  pour un potentiel donné. En effet, en dérivant  $\chi_{\text{src}}^2$  par rapport à  $\vec{\beta}_{\text{mod}}$ , on peut démontrer que :

$$\begin{aligned} \vec{\beta}_{\text{mod}} &= A^{-1} \vec{b}, \\ \text{avec} \quad A &= \sum_{i=1}^N \mu_i^T \mathcal{C}_i^{-1} \mu_i, \\ \vec{b} &= \sum_{i=1}^N \mu_i^T \mathcal{C}_i^{-1} \mu_i \vec{\beta}_{\text{obs},i}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Le programme d’inversion de lentille en distorsions fortes implémente l’ensemble des équations (C.5-C.8) pour calculer  $\chi_{\text{src}}^2$ . Il permet aussi de calculer  $\chi_{\text{img}}^2$  via l’inversion de l’équation des lentilles. Cette dernière fonctionnalité n’est cependant pas utilisée dans notre analyse de MS2137-23. Notons enfin que le programme permet de coupler diverses sources externes d’information sur le modèle dans un seul  $\chi^2$  global (cf discussion autour de l’équation 4.4, page 79).

L’inversion, proprement-dite, se fait en minimisant la fonction  $\chi_{\text{src}}^2(\mathbf{P})$  pour un vecteur de paramètres  $\mathbf{P}_0$ . En pratique, le programme utilise la bibliothèque de routines `minuit` du CERN<sup>3</sup>. `minuit` permet aussi une détermination des incertitudes autour de  $\mathbf{P}_0$  mais nous avons parfois privilégié une approche de l’exploration de l’espace des paramètres au moyen des chaînes de Markov (cf annexe D.4.2).

La figure C.2 illustre le résultat de l’ajustement d’un modèle de matière noire NFW elliptique pour l’amas de galaxies MS2137-23. Sur le panneau de gauche, on peut voir le plan source avec les lignes caustiques et la position des 26 points source  $\vec{\beta}_{\text{mod}}$  alors que le panneau de droite montre le plan image avec les lignes critiques, les points observés  $\vec{\theta}_{\text{obs}}$  et les points prédits par le modèle  $\vec{\theta}_{\text{mod}}$ .

<sup>3</sup><http://cernlib.web.cern.ch/cernlib/>

Une des difficultés principales de cette méthode vient de la nécessité de définir les points caractéristiques dans les arcs et d’en trouver le conjugué dans les contre-images. Ceci est possible avec des sources présentant des traits morphologiques clairs : bulbes, bras spiraux, régions HII, etc. Il est donc impératif d’avoir des images de grande qualité avec un bon rapport signal sur bruit mais surtout une résolution angulaire excellente. Les images du télescope spatial Hubble sont d’un intérêt unique pour une telle analyse.

## C.2 Des pixels au couple (modèle ;source)

### C.2.1 Principe

Nous avons vu dans la section précédente comment l’on peut modéliser des arcs étendus en définissant des signatures caractéristiques ponctuelles conjuguées dans chacune des images multiples. Une telle méthode peut cependant être améliorée en exploitant l’information contenue dans la brillance de surface de chaque pixel du plan image. On peut donc essayer de construire un outil qui nous permettra de reconstruire la source et le modèle de la lentille à partir de l’image observée.

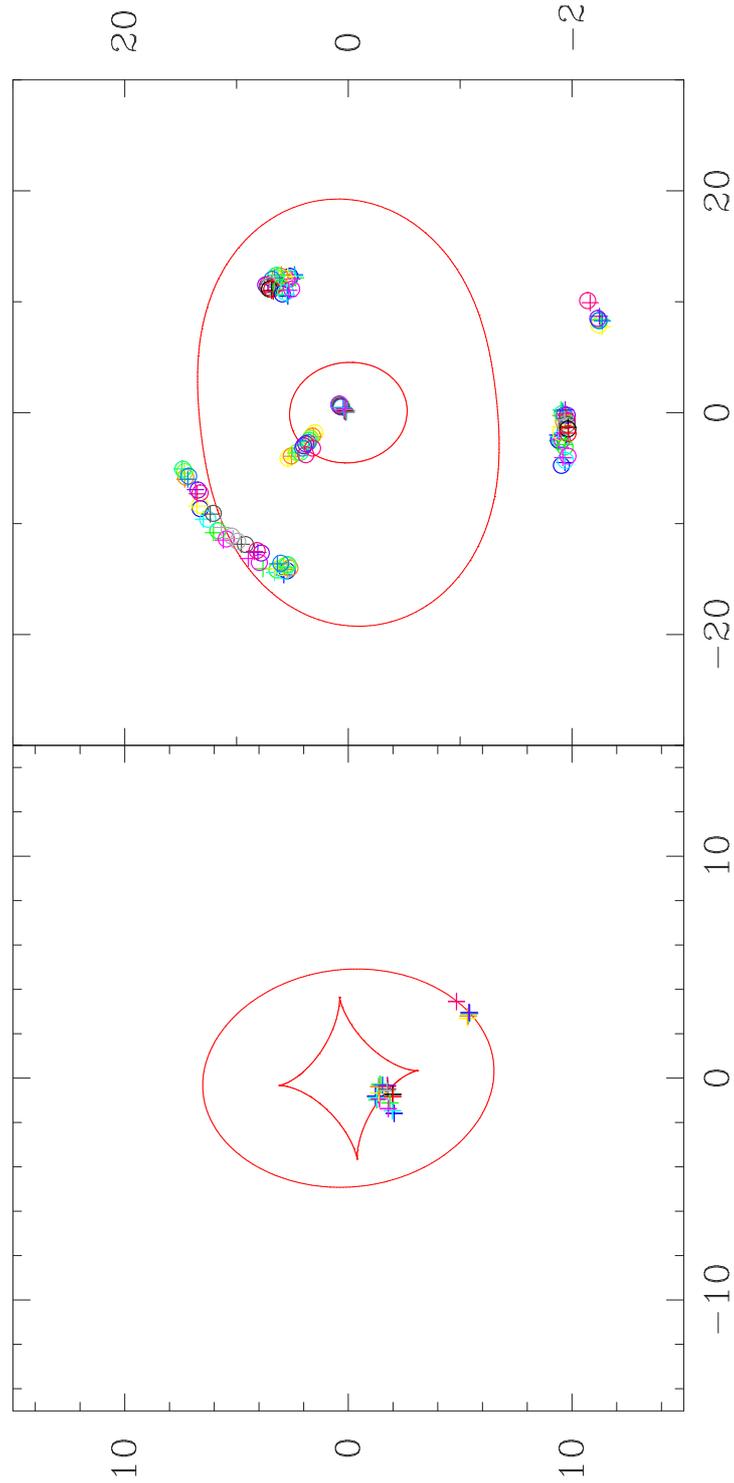
Nous représenterons les images bidimensionnelles  $a_{ij} = a[i][j]$  avec  $i \in [0, M - 1]$  et  $j \in [0, N - 1]$  sous forme de vecteur  $I_k = I[k]$  avec  $k = i * N + j$ . Ainsi, une lentille transformera une source  $S$  de taille  $KL$  en une image  $I$  via l’opérateur matriciel *lentille*  $L : I = LS$ . Nous expliciterons plus loin comment se construit l’opérateur  $L$ . Les conditions d’observation (vecteur de bruit  $n$ , PSF caractérisée par la matrice  $B$ ) viennent modifier l’image  $I$  en une image observée

$$I_{\text{obs}} = BI + n = BLS + n. \quad (\text{C.9})$$

La méthode d’inversion présentée ici est souvent qualifiée de méthode semi-linéaire dans le sens qu’elle propose de minimiser une fonction de mérite  $\mathcal{C}$  de façon non-linéaire (via la bibliothèque `minuit`) pour la partie lentille  $L$  et de façon linéaire pour la source. Cette section se base en partie sur les travaux de Warren & Dye (2003), de Treu & Koopmans (2004) et dans une moindre mesure de Wallington et al. (1996). Pour un modèle de lentille donné  $L$ , définissons la fonction de mérite  $\mathcal{C}(\lambda)$  :

$$\mathcal{C}(\lambda) = \chi^2 + \lambda R^2 = \frac{\|BLS - I_{\text{obs}}\|^2}{\sigma^2} + \frac{\lambda}{\sigma^2} \|HS\|^2. \quad (\text{C.10})$$

Le premier terme est un  $\chi^2$  qui est minimum lorsque le modèle de lentille  $L$  et la source  $S$  rendent parfaitement compte des observations  $I_{\text{obs}}$ . Le second terme  $R$  est un terme de régularisation linéaire (au sens de Tikonov) et permet de stabiliser l’opération d’inversion. Le paramètre  $\lambda$  permet d’ajuster le poids relatif de chacun des termes. Si  $\lambda$  est trop petit (pas de régularisation), on se ramènera à un problème mal posé et l’on observera une amplification inacceptable du bruit dans la source reconstruite. S’il est trop grand, la source  $S$  sera très “lisse” mais ne reproduira pas bien les observations.  $\sigma$  est l’écart-type



**Fig. C.2:** Modélisation des 26 points caractéristiques dans les arcs de MS2137-23. L'ajustement des paramètres du modèle NFW se fait dans le plan source en minimisant le  $\chi_{\text{src}}^2$  défini par (C.7). Le plan source est à gauche avec les lignes caustiques et la position des 26 sources données par le modèle. On peut observer une source sur la ligne caustique tangentielle et l'autre source sur la ligne caustique radiale plus externe. Le plan image est à droite avec les lignes critiques, les 26 points caractéristiques observés dans les deux systèmes d'arcs (cercles) et les positions respectives de chacun des points déduites du modèle (signes +). L'ajustement est remarquable.

du bruit. Nous supposons ici que le bruit est gaussien et d’amplitude constante à travers l’image  $I_{\text{obs}}$ . L’opérateur de régularisation linéaire  $H$  peut être de plusieurs types (Press et al. 1992). Nous avons implémenté trois cas : “*zeroth-order*”  $H = \text{Id}$  qui pénalise les écarts à l’hypothèse nulle sur la source, “*gradient*” qui pénalise les écarts à une source constante et “*curvature*” qui pénalise quant-à lui les écarts à une source variant selon un plan. En pratique, ces trois opérateurs donnent des résultats comparables pourvu que  $\lambda$  ne soit pas trop grand.

En dérivant (C.10) par rapport à  $S$ , on voit que la source  $S$  doit être solution de l’équation matricielle

$$((BL)^T BL + \lambda H^T H) S = (BL)^T I_{\text{obs}}. \quad (\text{C.11})$$

Cette équation est résolue numériquement avec la bibliothèque `umfpack`<sup>4</sup> qui facilite de nombreuses opérations algébriques faisant intervenir des matrices creuses (ou “*sparse matrices*”). En effet, qu’il s’agisse de l’opérateur  $L$  ou de l’opérateur de PSF  $B$ , tous deux ont un très grand nombre d’éléments nuls et une gestion classique de ces matrices est prohibitive que ce soit en terme d’espace mémoire ou de temps de calcul<sup>5</sup>. Pour implémenter ces opérations matricielles, j’ai encadré un stagiaire de l’INSA de Toulouse, Vincent Beck de juin à août 2004. Entre autres, il a réalisé le délicat travail de gestion de toutes les opérations de matrices creuses dans notre programme de modélisation<sup>6</sup>.

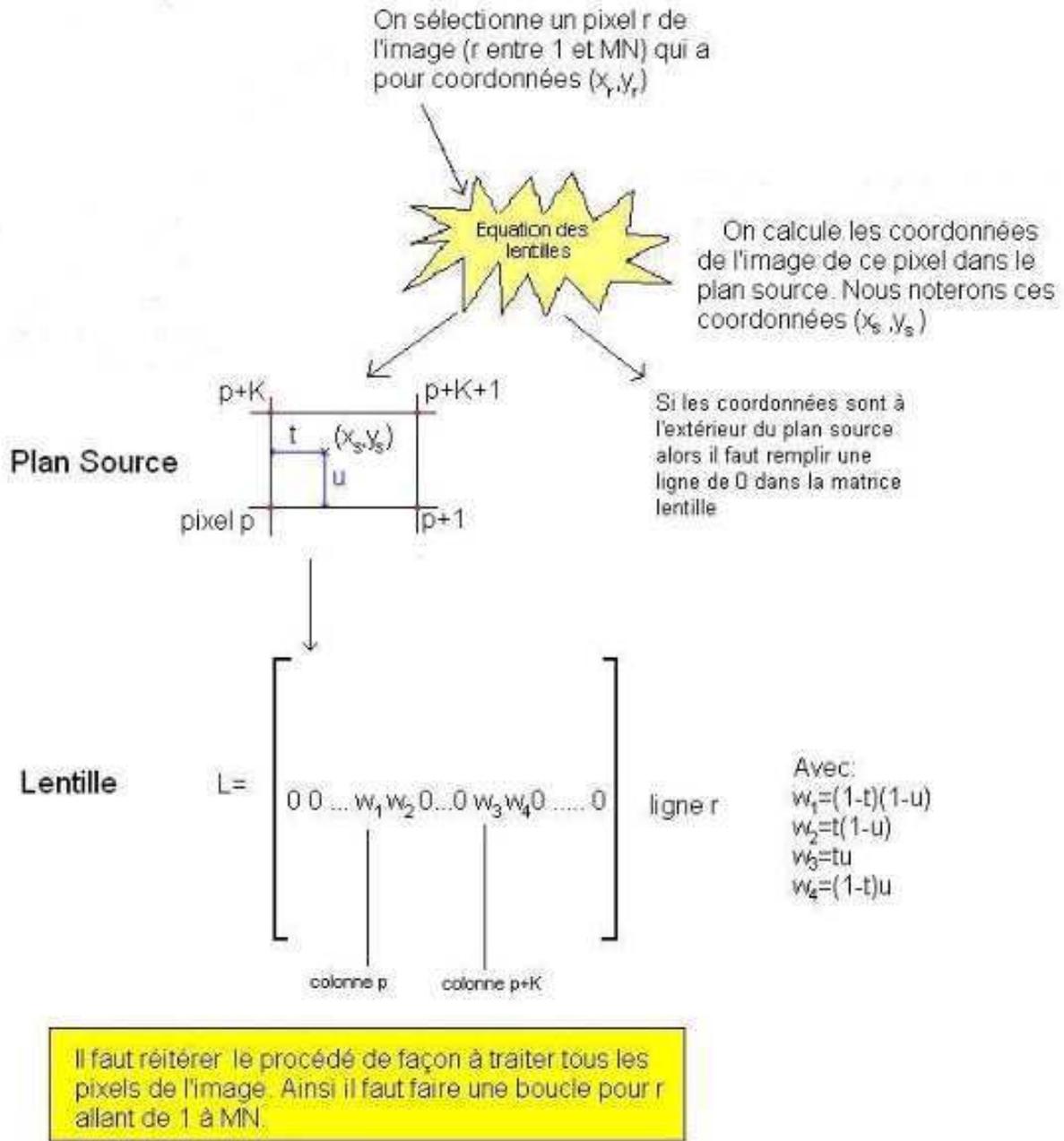
Avant de construire l’opérateur  $L$ , donnons quelques précisions sur l’objet source  $S$ . Pour un potentiel de lentille donné  $\psi$ , nous pouvons renvoyer la position  $(x_k, y_k)$  de tous les pixels  $k = 0 \dots MN - 1$  de l’image  $I_{\text{obs}}$  dans le plan source. Rappelons que la source  $S$  est de taille  $K \times L$ . Il faut au préalable placer ce maille  $K \times L$  dans la zone pertinente du plan source. Pour une image  $I_{\text{obs}}$  et un potentiel  $\psi(x, y)$  donnés, il est possible de déterminer cette zone et d’y placer la grille source de manière à ce qu’un minimum de points du plan image se retrouvent à l’extérieur de la source, une fois ramenés dans le plan source. De plus la taille physique d’un pixel du plan source  $\delta s$  n’est pas tenue d’être égale à la taille d’un pixel image  $\delta i$ . Chaque point  $(x_k, y_k)$  se retrouve dans le plan source à la position  $(u_k, v_k)$  cernée par quatre pixels adjacents  $p, p + 1, p + K$  et  $p + K + 1$ . Noter que Warren & Dye (2003) proposent une méthode rigoureuse pour calculer  $L$  mais beaucoup plus coûteuse en temps de calcul puisqu’elle résoud l’équation des lentilles pour chaque pixel du plan source. Nous utilisons ici la méthode d’interpolation Treu & Koopmans (2004) comme décrite sur la figure C.3.

Pour une valeur de  $\lambda$  donnée mais initialement assez élevée, on utilise un algorithme de minimisation non-linéaire de  $\mathcal{C}$  (“simplex” ou de gradient conjugué) pour déterminer le jeu de paramètres  $\mathbf{P}_0$  dont le potentiel  $\psi$  est fonction. A chaque itération de l’algorithme (*i.e.* pour chaque valeur du potentiel  $\psi$ ), nous calculons l’opérateur  $L$  et inversons l’équation

<sup>4</sup><http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack>

<sup>5</sup>Par exemple, sur une image  $I_{\text{obs}}$  de taille  $MN = 100 \times 100 = 10^4$  et une source de taille  $KL = 100 \times 100$ , l’opérateur  $L$ , de taille  $MN \times KL = 10^8$ , aura au-plus 4 éléments non-nuls par ligne avec notre schéma de construction de  $L$ . Donc, nous aurons au-plus  $4 \times MN$  éléments non-nuls, soit une fraction  $4/(KL) \sim 0.04\%$ .

<sup>6</sup><http://rapport-iap.site.voila.fr/>

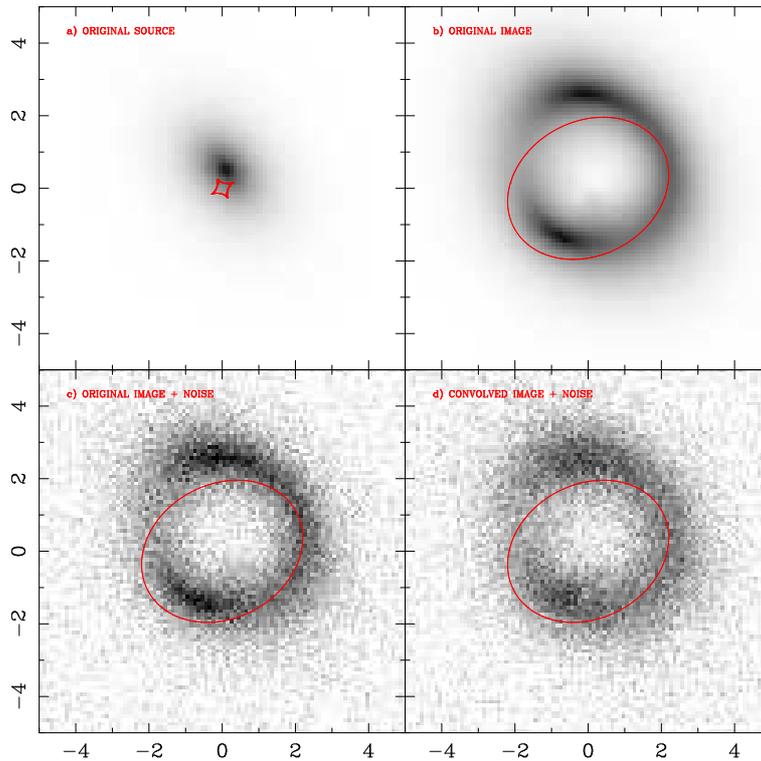


**Fig. C.3:** Schéma résumant la méthode pour construire l'opérateur  $L$ . Les coordonnées  $(x_s, y_s)$  de la figure correspondent aux coordonnées  $(u_k, v_k)$  du texte. Les quantités  $u$  et  $t$  sont la position fractionnelle (en unités de la taille du pixel source  $\delta_s$ ) des coordonnées  $(u_k, v_k)$ .

(C.11) de manière à minimiser  $\mathcal{C}(\lambda|\psi)$  par rapport à  $S$ . Le paramètre  $\lambda$  est graduellement réduit jusqu'à obtenir une valeur du  $\chi^2 \sim 1$  par degré de liberté.

Le programme d'inversion est opérationnel. Nous avons procédé à des phases de test sur des simulations d'arcs (ou anneaux d'Einstein). Quelques aspects de ce travail sont présentés dans la section suivante. Après cette étape de validation du code, nous l'avons appliqué à une image HST de l'arc atypique dans Abel 1201. Ce travail devrait prochainement donner lieu à une publication et est résumé dans la section C.2.3.

## C.2.2 Simulations

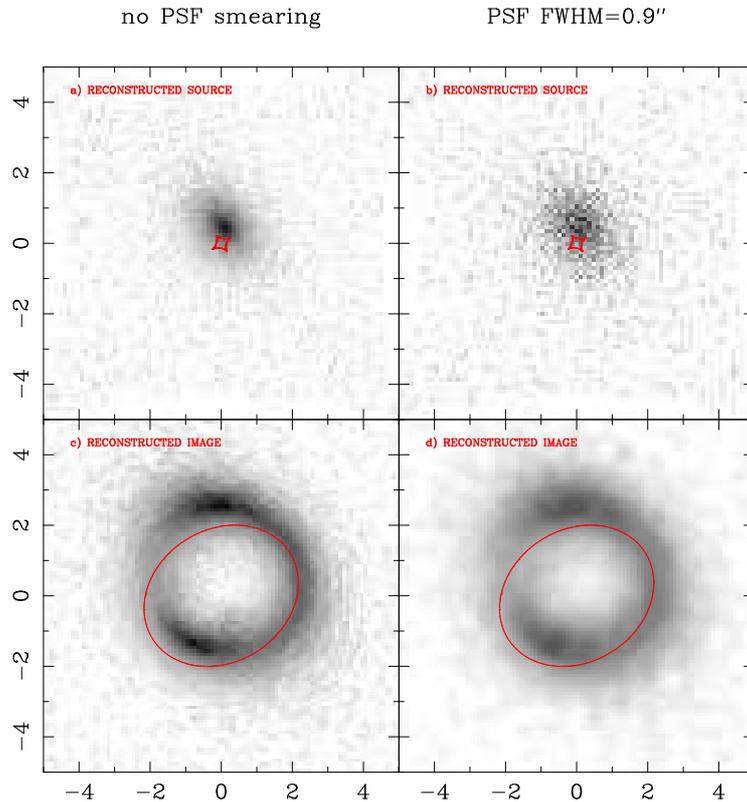


**Fig. C.4:** Simulation. La source utilisée en entrée est visible en (a). L'image déformée par une lentille isotherme elliptique est visible en (b). Les deux panneaux du bas montrent l'image à laquelle on a ajouté du bruit gaussien (c) et que l'on a convolué par une PSF gaussienne (de FWHM =  $0.9''$ ) puis ajouté du bruit (d). On peut aussi voir les lignes caustiques et critiques en rouge.

Afin de valider le code, nous avons simulé plusieurs arcs multiples issus d'une source étendue unique. Je présente ici le cas d'un modèle de lentille isotherme elliptique EIRC (cf annexe B.2) qui déforme une petite source elliptique ayant un profil de brillance gaussien. Les paramètres du modèle sont un rayon d'Einstein  $\theta_E = 2.3''$ , un rayon de cœur  $\theta_c = 0.0''$ , un rapport d'axe  $q = 0.8$  et un angle d'orientation PA =  $29^\circ$ . Les panneaux du haut de la figure C.4 montrent la source  $S$  et les lignes caustiques à gauche et l'image  $I = LS$  et les lignes critiques à droite. Pour reproduire les conditions d'observation, il faut générer du bruit et/ou "estomper" l'image simulée par une PSF de taille finie. Les deux panneaux du bas montrent l'image originale à laquelle on a ajouté un bruit blanc gaussien (à gauche)

$I' = LS + n$  et l'image originale convoluée par une PSF gaussienne relativement large et à laquelle on a ajouté le même bruit que précédemment  $I_{\text{obs}} = BLS + n$ .

Un paramètre important pour la modélisation est la taille  $\delta s$  des pixels (ou leur nombre  $KL$ ) dans le plan source, lesquels constituent autant de paramètres libres pour le “*modèle de la source*”. Naturellement, plus ce nombre sera élevé, plus le  $\chi^2$  sera bon. On s'aperçoit cependant que lorsque  $KL$  est trop grand, certains pixels du plan source ne sont jamais à un quelconque pixel du plan image et restent donc sombres. Des bandes de pixels sombres et de pixels brillants sont visibles sur la source reconstruite. Une telle source est irréaliste et il est important d'arrêter le raffinement de la résolution du plan source avant que ces effets apparaissent. Les subtilités de la modélisation résident dans l'ajustement des paramètres  $\lambda$  et  $KL/MN$  (Warren & Dye 2003). Il faut néanmoins noter que pour des valeurs raisonnables qui donnent une source relativement compacte, sans “*bandes sombres*”, les paramètres du modèle de lentille convergent effectivement vers les valeurs d'entrée. Les résultats de la modélisation des figures C.4c et C.4d sont visibles sur la figure C.5.



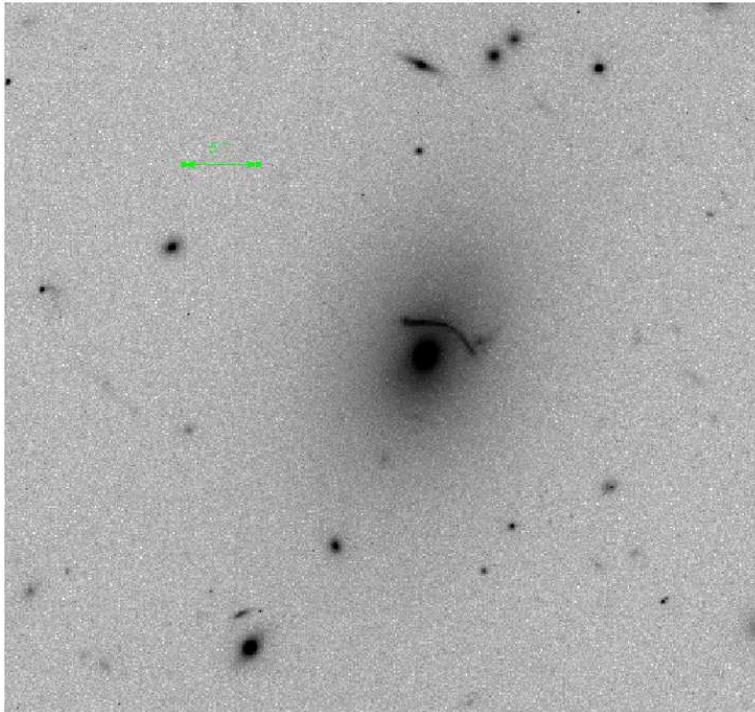
**Fig. C.5:** L'image et la source reconstruites à partir de la simulation sans convolution par un PSF sont visibles sur la partie gauche. La source (resp. l'image) est en haut (resp. bas) et peut être comparée à la figure C.4a (resp. C.4c). Sur la partie droite, *idem* pour le cas d'une image convoluée par une PSF gaussienne de largeur  $0.9''$ . La source doit encore être comparée à la figure C.4a alors que l'image correspond à la figure C.4d. On remarque que la qualité de la source reconstruite est sensiblement dégradée avec un seeing important. Le modèle de lentille n'est pas affecté outre-mesure. Pour cette simulation, nous avons adopté une résolution assez grossière dans le plan source qu'il serait bon d'affiner lors d'une vraie modélisation.

Pour s'assurer que la valeur du  $\chi^2/\text{dof}$  peut effectivement s'interpréter en terme de seuil pour définir des barres d'erreur sur les valeurs des paramètres, nous avons procédé à une série de  $N$  réalisations de bruit similaires à celui présent sur le panneau (c) de la figure C.4. Pour chacune d'elles, nous avons effectué une minimisation de  $\mathcal{C}(\lambda)$  et retenu les valeurs du meilleur jeu de paramètres  $\mathbf{P}_0$ . On mesure  $\theta_E = 2.312 \pm 0.020$  arcsec,  $q = 0.802 \pm 0.009$  et  $\text{PA} = 31.6 \pm 3.4$  deg.

Cette phase de test nous a permis de valider le code en vérifiant qu'il se comporte correctement sur des images gravitationnelles simulées du type anneau d'Einstein. Dans la suite de cette annexe, nous allons tenter de mettre le programme à contribution pour étudier une observation réelle.

### C.2.3 Application à Abel 1201

L'amas de galaxies A1201 situé à  $z_l = 0.169$  a récemment été étudié par (Edge et al. 2003, noté E03 par la suite) pour ses propriétés remarquables de lentille gravitationnelle. En effet, une source d'arrière-plan à  $z_s = 0.451$  forme un arc à 2 secondes d'arc de la galaxie cD centrale comme on peut le voir sur la figure C.6.

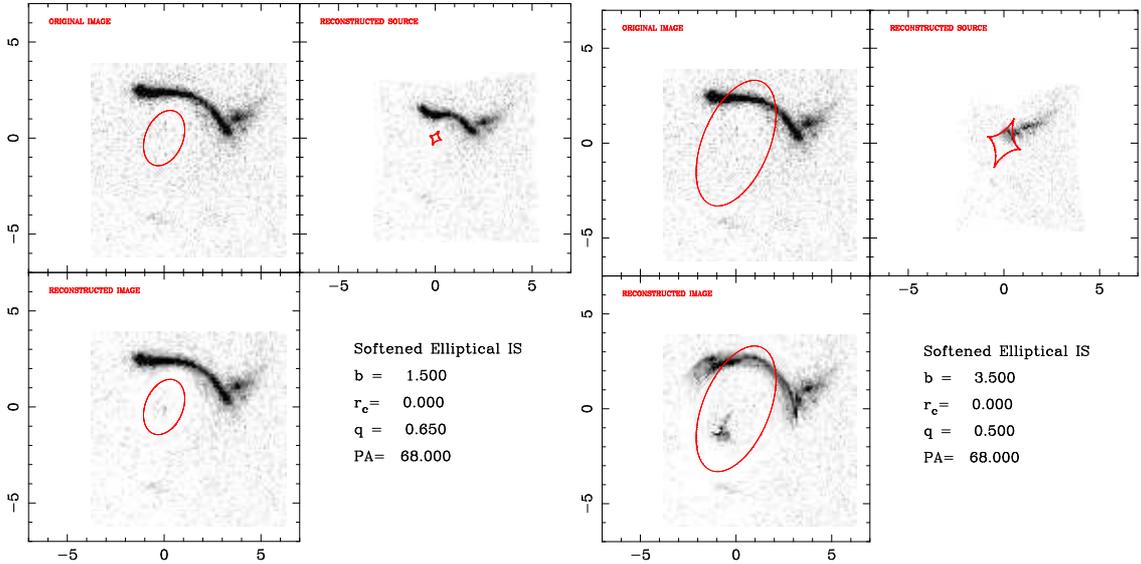


**Fig. C.6:** La galaxie centrale d'Abel1201 avec l'arc situé à environ 2 arcsec du centre (image HST en bande F606).

Pour expliquer cet arc avec une courbure si faible alors qu'il est très près du centre, E03 ont modélisé la lentille par la somme d'une composante galaxie avec une ellipticité  $\epsilon_{\text{BCG}} = 0.23$  et une composante matière noire ayant un profil isotherme adouci avec

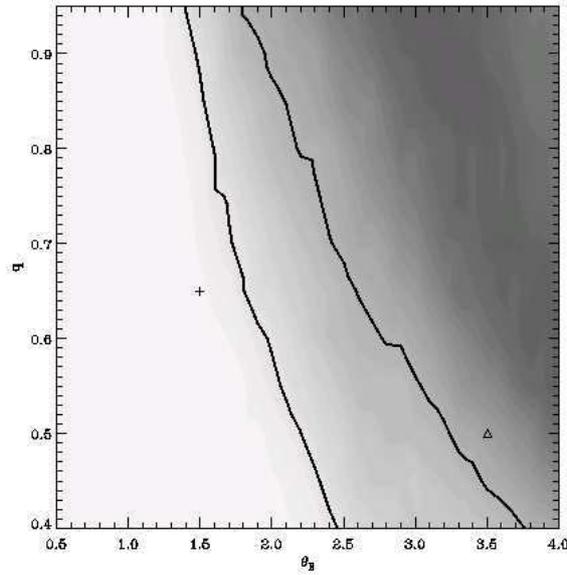
$\epsilon_{\text{DM}} \gtrsim 0.7$ , soit un rapport d'axe  $q = \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}} \lesssim 0.42$ . Outre une forte ellipticité de la distribution de matière noire bien plus importante que celle des étoiles de la galaxie, ces auteurs déduisent une masse  $M(< r_0) = 5.9_{-0.7}^{+0.9} \times 10^{11} h_{70}^{-1} M_{\odot}$  incluse dans le rayon de l'arc  $r_0 = 2'' = 3.8 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$  conduisant à un rapport  $M/L_V = 9.4_{-2.1}^{+2.4}$  en bande  $V$  ramenée à  $z = 0$ . Leur technique de modélisation est basée sur le programme `lenstool` (Kneib 1993) qui s'apparente plutôt à la méthode décrite dans la section C.1. Pour pallier à l'étonnante ellipticité de leur modèle, E03 ont également envisagé une distribution de masse bimodale mais peu de galaxies suffisamment voisines peuvent justifier cette hypothèse et ces auteurs concluent à une distribution de masse très elliptique.

Nous nous proposons de conduire une nouvelle modélisation de l'arc d'A1201 avec notre outil qui exploite l'information dans les pixels individuels. Sachant les décalages spectraux de l'arc et de la lentille, on en déduit les quantités utiles suivantes :  $D_{\text{ls}}/D_{\text{os}} = 0.597$ ,  $\Sigma_{\text{crit}} = 4.56 \times 10^9 h_{70} M_{\odot} \text{ kpc}^{-2} = 3.81 \times 10^{10} h_{70}^{-1} M_{\odot} \text{ arcsec}^{-2}$  et  $1'' = 2.89 h_{70}^{-1} \text{ kpc}$  dans une cosmologie  $\Lambda\text{CDM}$ . Nos hypothèses sur le modèle de la lentille sont : une distribution de masse isotherme singulière elliptique dont le centre coïncide avec le centre de la galaxie et dont l'orientation est identique à celle de la lumière. Il est important de noter que cette hypothèse n'est pas strictement nécessaire pour la suite de l'analyse. Nous avons vérifié que nos conclusions ne sont pas modifiées si on relâche la contrainte. Le modèle a finalement deux paramètres libres : le rayon critique  $\theta_E$  et le rapport d'axe  $q$ . Ce modèle prétend modéliser simplement la distribution totale de masse.



**Fig. C.7:** *Partie de gauche* : Bon modèle sous-critique faiblement elliptique ( $q_{\text{tot}} = q_{\text{BCG}} = 0.65$  et  $\theta_E = 1.5''$ ) repéré par une croix sur la figure C.8. L'image reconstruite (en bas à gauche) est comparable à l'image observée à laquelle on a soustrait la brillance de la galaxie centrale (en haut à droite). La source sous-jacente présente un aspect bimodal allongé (cf texte). *Partie de droite* : exemple de mauvais modèle (repéré par un triangle dans la figure C.8). Cette lentille est surcritique et très elliptique. Elle s'apparente plus au modèle de Edge et al. (2003). On remarque que l'image reconstruite ne correspond pas à l'image originale avec en particulier une contre-image inobservée au centre de la galaxie cD. La source a néanmoins l'avantage d'être plus compacte.

La partie gauche de la figure C.7 montre la reconstruction de la source et de l'image associée pour un modèle satisfaisant sous-critique peu elliptique alors que la partie de droite montre la reconstruction faite avec un modèle très elliptique sur-critique. Ce dernier modèle s'apparente à la solution proposée par E03. Il n'est cependant pas satisfaisant car il implique l'existence d'une contre-image proche du centre de la galaxie cD qui n'est pas observée. De plus, la brillance de surface le long de l'arc reconstruit est très différente de celle observée. Par contre, le modèle de gauche reproduit presque parfaitement les observations sans que la lentille soit sur-critique, *i.e.* sans que soient créées de contre-images. La source sous-jacente a une forme singulière. Elle semble bimodale et ressemble à deux galaxies proches en interaction.



**Fig. C.8:** Contours de confiance pour le couple de valeurs  $(\theta_E, q)$ . On peut seulement dire que la lentille est sous-critique  $\theta_E \lesssim 2$  arcsec et que l'ellipticité de la distribution de masse n'est quasiment pas contrainte. Cela se traduit par une limite supérieure sur la masse dans le rayon de l'arc  $r_0 = 2''$  :  $M(< r_0) \lesssim 2.5 \times 10^{11} h_{70}^{-1} M_\odot$ . La croix ( $\theta_E = 1.5'', q = 0.65$ ) et le triangle ( $\theta_E = 3.5'', q = 0.5$ ) repèrent deux modèles particuliers dont on peut voir le résultat de la modélisation sur la figure C.7.

Le domaine de validité du couple de valeurs  $(\theta_E, q)$  est visible sur la figure C.8. On voit clairement que la lentille doit être sous-critique avec une valeur du rayon critique  $\theta_E \lesssim 2$  arcsec  $\sim 4 h_{70}^{-1}$  kpc. Il n'y a pas de contraintes fortes sur l'ellipticité de la distribution de masse. Etant donné que la lentille est sous-critique, la source ne donne lieu qu'à une et une seule image, l'arc très élongé tangentiellement. Celui-ci n'a pas de contre-image et comme l'on ne connaît pas la forme de la source nous n'avons aucun moyen de briser la dégénérescence entre la celle-ci et la distorsion induite par la lentille. On ne peut donc que donner une borne supérieure à la masse contenue dans le rayon  $r_0$  par  $M(< r_0) = \pi \Sigma_{\text{crit}} q r_0 \theta_E \leq 2.5 \times 10^{11} h_{70}^{-1} M_\odot$ , à 68% de niveau de confiance. La limite correspondante pour le rapport masse/luminosité devient  $M/L_V \leq 4 h_{70} (M/L)_\odot$ , valeur proche d'un rapport  $M/L_V$  stellaire signifiant que plus de 50% de la masse dans le rayon de l'arc est sous forme d'étoiles. Mentionnons que la dispersion de vitesse des étoiles au centre de la galaxie vaut  $\sigma_{\text{los}} = 238 \pm 10 \text{ km s}^{-1}$  (Sand et al. 2004), ce qui correspond à une valeur

typique  $\theta_E \sim 0.95 \pm 0.12$  arcsec en bon accord avec nos limites supérieures.

En résumé, nous avons montré qu'A1201, n'est probablement pas une lentille surcritique. Par conséquent, la configuration d'arc, bien qu'intéressante car contraignant des régions très centrales de l'amas, ne fournit pas d'information très pertinente sur le contenu en masse de cette lentille. A1201 ne fournit aucune contrainte sur la pente au centre comme suggéré par Sand et al. (2004). De plus, notre modèle montre que le rapport  $M/L_V \lesssim 4 h_{70} (M/L)_\odot$  dans les quatre kiloparsec les plus centraux et que l'ellipticité de la distribution de masse n'est pas contrainte.



# Annexe D

## Lentilles faibles : outils et méthodes

### D.1 Traitement des données et correction de PSF

J'illustre dans cette section les différentes étapes de la constitution d'un catalogue de galaxies d'arrière-plan avec une mesure d'ellipticité pour chacune d'elles. Je prends le travail réalisé sur le champ profond 0226-04 du relevé CFH12k-VIRMOS comme illustration d'une méthode générale, valable pour les autres données que j'aie été susceptible de traiter. Le champ 0226-04 est constitué de 4 pointages de la caméra CFH12k. Le relevé couvre une surface de  $1.2 \text{ deg}^2$ . Je décris ici sur la construction d'un catalogue de sources dans les bandes R et I mises à ma disposition.

Le traitement d'un cliché profond commence par l'extraction des sources. Pour cela, on utilise si possible les deux logiciels `imcat`<sup>1</sup> et `SExtractor`<sup>2</sup> (Bertin & Arnouts 1996). Le catalogue `imcat` est ainsi comparé au catalogue `SExtractor` pour en éliminer les fausses détections tout en conservant la magnitude `SExtractor`, plus fiable. `Imcat` donne les paramètres de forme suivants : le rayon qui contient la moitié du flux de l'objet  $r_h$ , les composantes (1) et (2) de la polarisation  $\chi$  de l'objet, les composantes (11), (12) et (22) des tenseurs d'ordre 2 symétriques  $P_{ij}^{\text{sh}}$  et  $P_{ij}^{\text{sm}}$ .

Ces tenseurs sont associés à la méthode KSB de correction de la PSF (Kaiser et al. 1995; Luppino & Kaiser 1997; Hoekstra et al. 1998), dont j'expose très brièvement le principe. La mesure des paramètres de forme intrinsèque d'un objet est entachée d'une erreur systématique liée à la réponse impulsionnelle de l'instrument et aux effets atmosphériques (seeing). L'image est donc convoluée par une PSF de taille finie qui va arrondir les petits objets. En général, cette PSF n'est pas circulaire et va imprimer sur les objets une petite ellipticité systématique. Ces deux effets sont à corriger pour obtenir une mesure de la polarisation vraie de l'image. La méthode KSB est un développement des perturbations de la PSF sur la mesure des moments d'ordre 2 des objets. On se sert des étoiles pour déterminer la forme de la PSF et on impose à la méthode de correction de rendre les étoiles

---

<sup>1</sup><http://www.ifa.hawaii.edu/~kaiser/imcat/>

<sup>2</sup>[http://terapix.iap.fr/rubrique.php?id\\_rubrique=91](http://terapix.iap.fr/rubrique.php?id_rubrique=91)

circulaires. La relation la plus importante dans l'algorithme qui relie chaque composante  $(\alpha, \beta)$  de la polarisation s'écrit :

$$\chi_\alpha^s = \chi_\alpha^i - P_{\alpha\beta}^{\text{sm}} q_\beta - P_{\alpha\beta}^g g_\beta. \quad (\text{D.1})$$

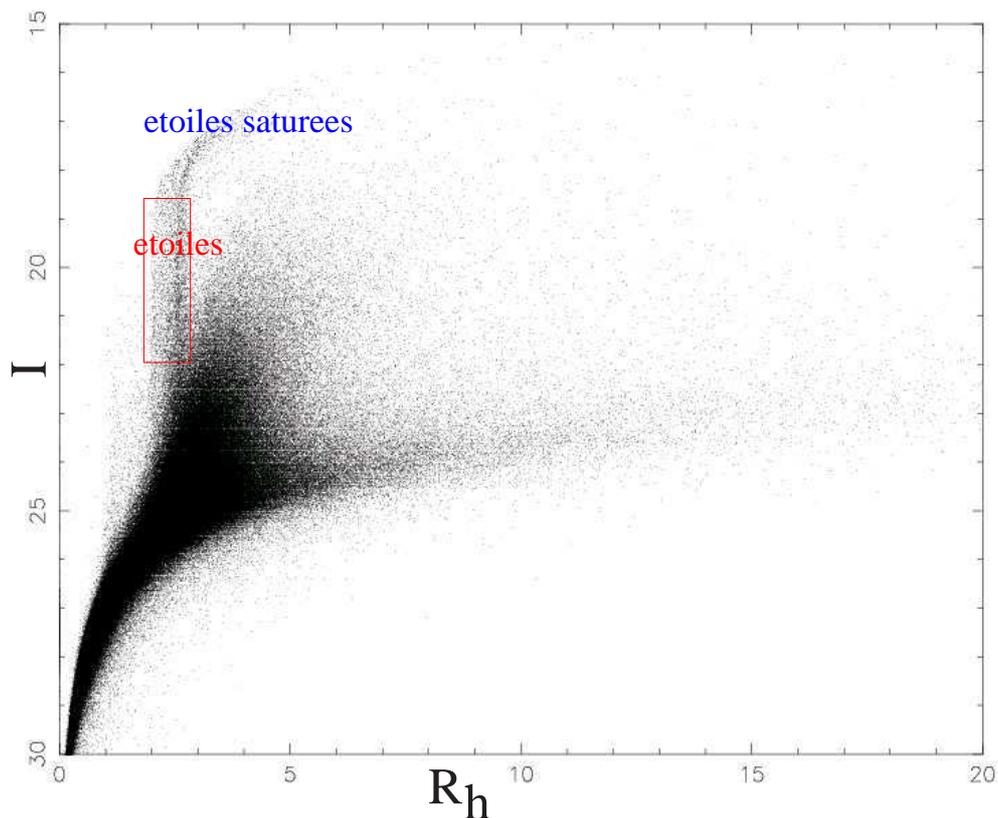
$\chi^s$  est la polarisation de la source.  $\chi^i$  est la polarisation de l'image (directement mesurée).  $q$  s'identifie à une ellipticité systématique qu'acquièrent les objets à cause de la composante anisotrope de la PSF.  $q$  s'obtient à partir des étoiles en écrivant que, dans ce cas,  $\chi^s = g = 0$ . Le tenseur  $P^{\text{sm}}$  est appelé "*smear polarisability*" et traduit la réponse linéaire de l'ellipticité à une PSF anisotrope. Le tenseur  $P^g$  caractérise la réponse de l'ellipticité à l'effet de circularisation de la PSF. Il s'exprime comme :

$$P_{\alpha\beta}^g = P_{\alpha\beta}^{\text{sh}} - P_{\alpha\gamma}^{\text{sm}} (P_{\gamma\delta}^{\text{sm}*})^{-1} P_{\delta\beta}^{\text{sh}*}. \quad (\text{D.2})$$

Le tenseur  $P^{\text{sh}}$  est appelé "*shear polarisability*". L'astérisque dénote que ces quantités sont mesurées sur les étoiles voisines. En toute rigueur, il faudrait traiter toutes ces quantités comme des tenseurs mais il est d'usage de n'en considérer que la demi-trace. Les résultats s'avèrent être plus stables car les opérations matricielles ci-dessus sont très sensibles au niveau de bruit sur les clichés (Erben et al. 2001). Avant d'obtenir un catalogue de galaxies corrigé des effets de la PSF, il faut déduire des étoiles un champ relativement peu bruité des quantités  $q(\vec{\theta}) = \left(\frac{\chi^i}{P^{\text{sm}}}\right)^*$  et  $\left(\frac{P^{\text{sh}}}{P^{\text{sm}}}\right)^*$ . Ceci est généralement fait en ajustant un polynôme bidimensionnel d'ordre  $n$ , avec  $n \sim 2$  typiquement. Voir Hoekstra (2004) pour des modifications récentes de la méthode. Lorsque l'on travaille sur un cliché multi-CCD, il faut effectuer cet ajustement de polynômes sur chacun des CCDs.

D'un point de vue pratique, on discrimine les étoiles des galaxies par leur position respective dans un diagramme magnitude -  $r_h$  tel qu'on peut le voir pour la bande I sur la figure D.1. Nous excluons de l'analyse du cisaillement tous les objets avec  $r_h < r_h^*$  car leur trop petite taille ne permet pas de mesurer des paramètres de forme corrects. La largeur médiane de la PSF est d'environ 0.8 arcsec pour les filtres I et R (McCracken et al. 2003). L'étape suivante consiste à masquer les zones du champ inexploitable, soit à cause d'étoiles brillantes, soit à cause de défauts des CCD, soit dans les régions à bas rapport signal/bruit séparant les CCDs, soit encore à cause de traces de satellites ou d'astéroïdes... Toutes ces contributions suppriment une fraction non négligeable du champ. Ensuite, il faut éliminer les objets trop proches les uns des autres car la mesure de l'ellipticité d'une galaxie est biaisée par la brillance de surface de ses voisins. La distance maximale d'approche dépend évidemment de la densité de sources que l'on souhaite atteindre. On peut décider que quelques secondes d'arc est une bonne valeur qui permet d'atteindre des densités de l'ordre de  $n_s \approx 30 \text{ arcmin}^{-2}$ .

Une fois les étoiles séparées des galaxies et les zones non exploitables écartées, on peut effectuer l'ajustement d'un polynôme d'ordre 2 sur les ellipticités des étoiles  $\chi^* = a_0 + a_1\theta_1 + a_2\theta_2 + a_3\theta_1^2 + a_4\theta_1\theta_2 + a_5\theta_2^2$  et utiliser les coefficients de ce polynôme pour corriger les ellipticités des galaxies. De même, on ajuste un autre polynôme pour le rapport  $\left(\frac{P^{\text{sh}}}{P^{\text{sm}}}\right)^*$ . Le résultat de l'ajustement du polynôme est soustrait aux étoiles elles-mêmes. Dans le cas d'une correction parfaite et de mesures d'ellipticités non bruitées, toutes les



**Fig. D.1:** Diagramme magnitude  $I$   $r_h$  dans le champ F0226-04.  $r_h$  est exprimé en pixels ( $0.2''/\text{px}$ ). On voit clairement la branche des étoiles qui conservent un  $r_h$  constant quelquesoit la magnitude de l'étoile jusqu'à la saturation des pixels qui transfèrent leur charge aux pixels adjacents. La taille de l'étoile croît alors au-delà de  $I = 19$ . Sur cette figure, sont superposés les objets issus des 48 CCD qui composent le champ. Si l'on avait tracé le diagramme CCD par CCD, la branche des étoile aurait été beaucoup plus étroite. Cela permet de voir les variations de largeur de la PSF (*seeing*) d'un CCD à l'autre.

étoiles devraient se situer à l'origine d'un plan  $(e_1, e_2)$ . La figure D.2 illustre le résultat de la correction sur les catalogues I et R du champ F0226-04. Le résidu de l'ajustement polynomial est excellent avec une dispersion d'environ  $\sigma_\epsilon = 0.005$  bien centrée sur l'origine. Aucun alignement cohérent ne semble subsister. Pour atteindre un tel niveau de correction il faut quand-même réitérer 2-3 fois l'ajustement en éliminant à chaque fois les objets très mal ajustés (*3 ou 4  $\sigma$  clipping*).

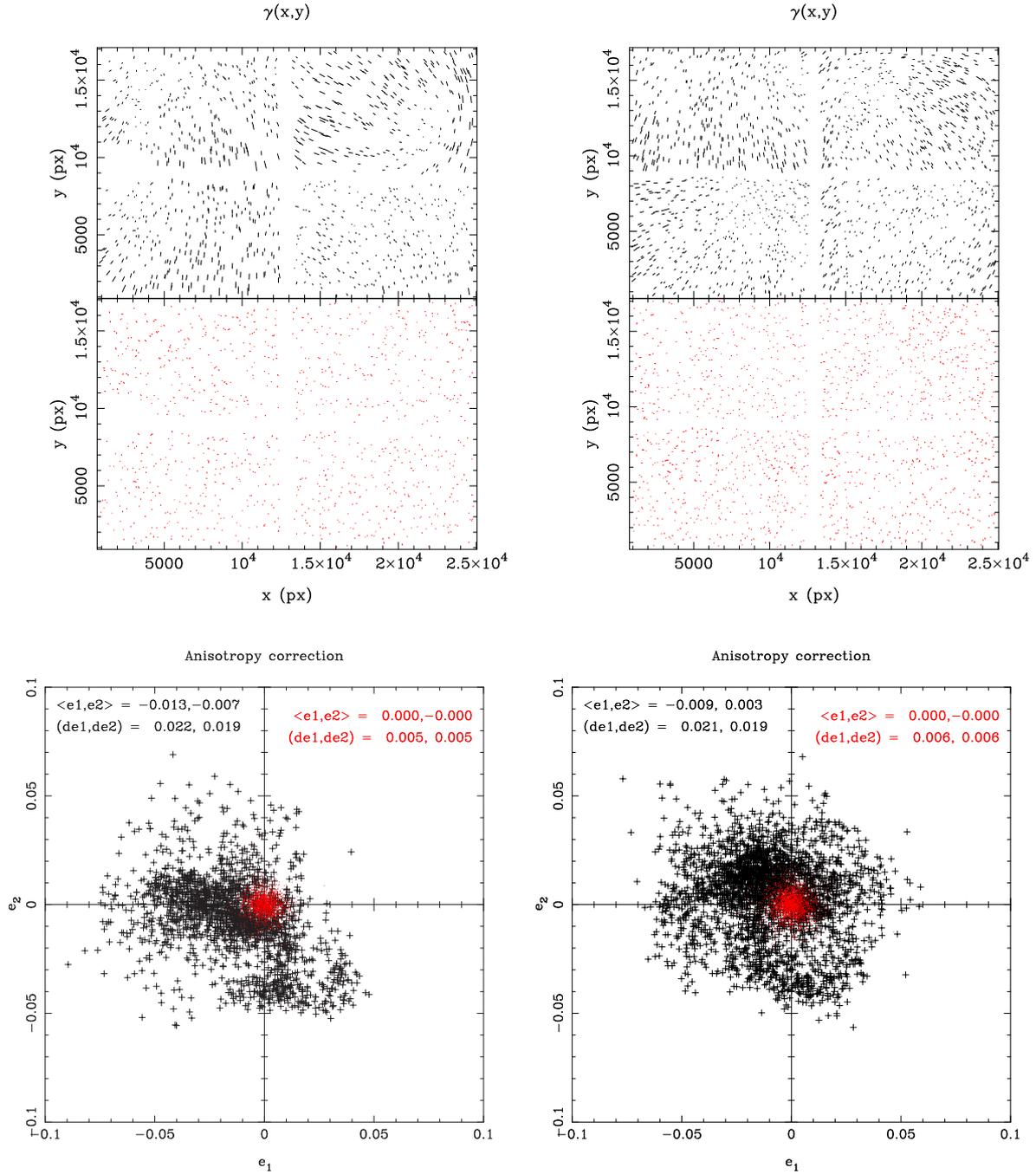
Il reste ensuite à corriger les ellipticités des galaxies du terme de circularisation  $P^g$ . Pour chaque galaxie  $i$ , `imcat` nous donne  $P_i^{\text{sh}}$ ,  $P_i^{\text{sm}}$  et l'ajustement sur les étoiles de  $\left(\frac{P^{\text{sh}}}{P^{\text{sm}}}\right)^*$  permet de calculer une valeur préliminaire de  $P^g$  selon la relation (D.2). Cette mesure est très bruitée si on l'estime sur une galaxie individuelle. J'ai donc choisi de moyennner la valeur de  $P^g$  sur ses  $N$  plus proches voisins dans le plan magnitude  $-r_h$ . Mon programme de correction de PSF permet aussi de choisir les plus proches voisins dans le plan brillance de surface  $-r_h$  ou dans le plan rapport signal/bruit  $-r_h$ . Toutes ces options donnent des résultats comparables. Empiriquement, on observe que  $20 < N < 40$  donne des résultats stables. Ce même voisinage  $\mathcal{V}_{\text{mag}, r_h}^i$  est utilisé pour estimer l'erreur sur la mesure de l'ellipticité. Le couple d'observables magnitude  $-r_h$  semble être le plus caractéristique de la précision sur la mesure de  $\epsilon_i$ . La dispersion des ellipticités estimée sur ces  $N$  plus proches voisins est donc justifiée. En d'autres termes :

$$P_i^g \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{j \in \mathcal{V}_{\text{mag}, r_h}^i} P_j^g, \quad (\text{D.3a})$$

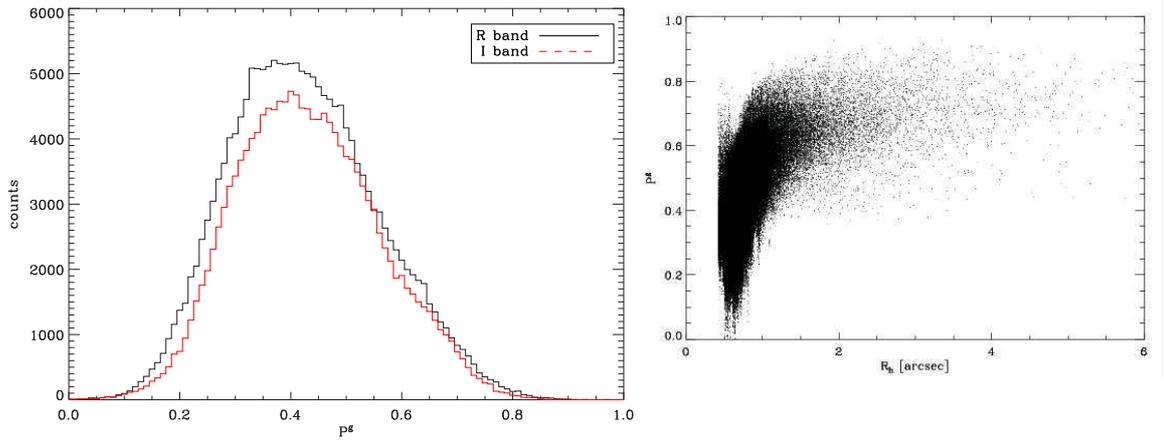
$$\sigma_i^2(\text{mag}, r_h) = \sigma_s^2 + \frac{1}{P_i^g{}^2} \frac{1}{N-1} \sum_{j \in \mathcal{V}_{\text{mag}, r_h}^i} \epsilon_j^2. \quad (\text{D.3b})$$

$\sigma_s$  joue ici un rôle de lissage pour ne pas risquer d'attribuer une erreur trop faible (et donc un poids trop fort) à certains objets. La figure D.3 montre la distribution de  $P^g$  pour les deux filtres R et I. On voit aussi les galaxies dans un diagramme  $r_h - P^g$ . On voit clairement que plus la galaxie est petite devant la résolution angulaire plus le terme correctif  $P^g$  est petit.

De plus les erreurs (D.3b) permettent de définir un poids pour chaque galaxie :  $w_i = 1/\sigma_i^2$ . On peut voir sur les deux panneaux de la figure D.4 l'effet de cette pondération sur la distribution en magnitude et sur la distribution en ellipticité. On voit que l'histogramme pondéré des magnitudes diffère de l'histogramme non pondéré en donnant moins de poids aux galaxies faibles et favorisant les galaxies brillantes. Ce qui est logique si la mesure d'ellipticité est globalement plus précise sur un objet brillant. De même on peut voir sur le graphique de gauche que la correction de PSF rend les objets plus elliptiques (translation vers la droite de la distribution). Cette translation induit même des objets avec  $\epsilon \geq 1$ , ce qui n'a pas vraiment de sens. C'est dû au fait que  $P^g$  est une mesure bruitée et que la méthode KSB, en tant que méthode perturbative, ne gère pas bien les fortes ellipticités. Heureusement, le schéma de pondération adopté donne une importance moindre aux objets très elliptiques ( $\epsilon \gtrsim 0.6$ ). Cependant un petit nombre d'objets subsistent avec une ellipticité trop grande. Il faut donc en général faire une coupure du catalogue et ne conserver que les objets tels que  $\epsilon \leq \epsilon_{\text{cut}}$  avec  $\epsilon_{\text{cut}} \approx 0.7 - 0.9$ . Heureusement aussi, cette



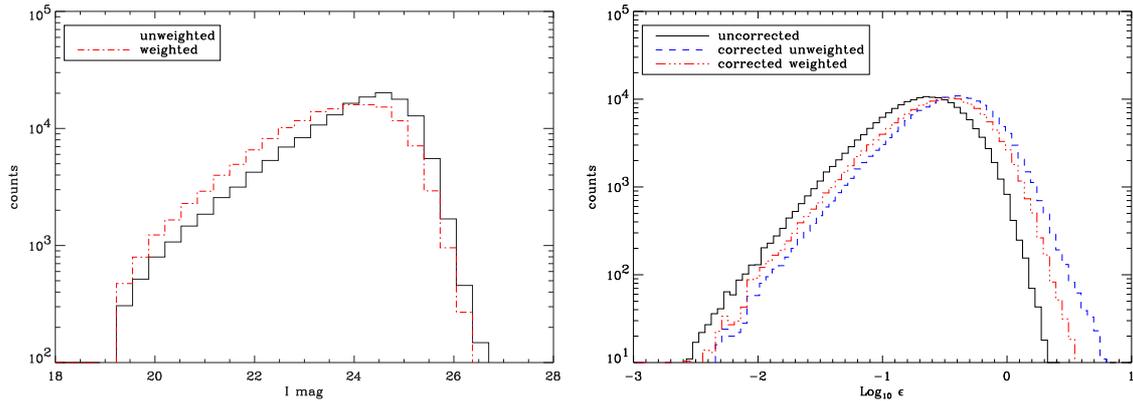
**Fig. D.2:** Colonne de gauche (resp. droite) : ellipticités des étoiles dans le cliché I (resp. R) avant (noir) et après (rouge) correction d’anisotropie. Les deux panneaux supérieurs montrent clairement que les alignements cohérents des étoiles sur le panneau supérieur sont bien corrigés et disparaissent totalement dans le tableau du milieu. Un défaut d’étoiles formant une croix divise le champ selon les 4 différents pointages. Bien qu’il y ait recouvrement de ces expositions, la zone commune à deux pointages n’est pas exploitable pour le cisaillement car les ellipticités des étoiles et des galaxies (et de la PSF de façon plus générale) sont mal définies.



**Fig. D.3:** *Gauche* : Histogramme des valeurs de  $P^g$  pour les deux filtres R et I. *Droite* : distribution des galaxies du filtre R dans le plan  $(r_h, P^g)$ . On voit clairement que  $P^g$  croît avec  $r_h$  car plus un objet est grand devant la taille de la PSF, moins sa mesure d'ellipticité est sensible à cette dernière.

coupure en  $\epsilon$  correspond grossièrement à une coupure en magnitude et réciproquement.

Finalement, on a pu construire un catalogue avec une mesure d'ellipticité corrigée des effets de la PSF, aussi bien pour l'anisotropie que pour la circularisation isotrope. Voyons comment il est possible d'exploiter ce catalogue de galaxies. Il faut commencer par définir lesquelles sont des sources d'arrière-plan qui subissent un effet de lentille et lesquelles sont d'avant-plan, susceptibles d'agir comme lentilles. La difficulté réside dans l'estimation des décalages spectraux d'objets à la fois trop nombreux et trop faibles pour être mesurés de façon spectroscopique. La section suivante D.2 dresse donc un tableau rapide des méthodes photométriques pour séparer lentilles et sources.



**Fig. D.4:** *Gauche* : Distribution en magnitude I des galaxies source. On voit que l'histogramme pondéré s'en écarte sensiblement. La correction de PSF et le schéma de pondération associé favorise les objets plus brillants, tels que  $I \leq 24.5$  typiquement. *Droite* : De même la distribution en ellipticité des galaxies est bien translatée vers la droite avec correction de la circularisation isotrope de la PSF. La distribution pondérée permet de donner moins de poids aux objets irréalistiquement très elliptiques,  $\epsilon \gtrsim 0.6$ . Il en subsiste cependant quelques-uns qu'il faut exclure du catalogue.

## D.2 Décalages spectraux, photométrie

### D.2.1 Introduction

La capacité à séparer sources et lentilles dépend évidemment de la quantité de données photométriques à disposition. Plus précisément, plus le nombre de filtres (B,V,R,I...) est grand et plus les images sont profondes, plus on sera capable de décider avec précision si elle est à un décalage spectral suffisant pour subir un effet de lentille.

Au premier ordre la distribution en  $z$  des sources d'arrière-plan n'importe pas tellement pourvu qu'on sache à quel(s) décalage spectral(aux) est(sont) la(les) lentille(s). Nous avons vu à la section 2.4.2 que la non-connaissance du décalage spectral individuel des sources se réduit à un simple facteur correctif du champ de cisaillement  $\gamma \rightarrow \bar{w}\gamma_\infty$ , avec  $w(z) = \frac{D_{ls}}{D_{os}}$  et  $\bar{w} = \int_{z_l}^{\infty} p(z)w(z) dz$ . Ainsi en ne conservant que les objets au-delà du plan lentille, on obtient un catalogue de sources pour lesquelles l'amplitude du signal de cisaillement est facile à calibrer par  $\bar{w}$ .

Typiquement, on peut se trouver dans trois situations différentes :

1. On connaît le  $z_l$  des lentilles et le  $z_s$  des sources. C'est la situation idéale mais rarement rencontrée en pratique qui ne pose aucun problème particulier.
2. On connaît le  $z_l$  des lentilles (au moins de façon approximative) et on ne connaît que la distribution en  $z$  des sources. Dans ce cas, il suffit d'éliminer les lentilles du catalogue de sources et d'utiliser la distribution en  $z$  des sources pour calculer le facteur  $\bar{w}$ .
3. On ne connaît pas le décalage spectral des lentilles et *a fortiori* pas non plus celui des sources de façon individuelle. Il est alors inévitable de perdre une bonne part de l'amplitude du signal en intégrant statistiquement sur la distribution en  $z$  des lentilles.

L'article de Kleinheinrich et al. (2004) discute bien ces trois situations particulières et montre qu'en pratique il y a très peu de différences entre les cas (1) et (2). En ce qui concerne mon travail, lorsque j'ai étudié les amas de galaxies MS2137-23 et le superamas de galaxies MS0302+17, je me suis retrouvé dans une situation intermédiaire entre les cas (1) et (2) avec un décalage spectral des lentilles déterminé, et des sources avec soit un  $z$  connu ( $z_{\text{phot}}$ ) soit une distribution en  $z$  estimée par ailleurs. L'étude du champ F0226-04 est différente puisque l'on effectue un relevé pour rechercher des amas de galaxies nouveaux dont on ne connaît évidemment pas le décalage spectral. On se trouve alors dans la situation (3) plus défavorable. Une fois les amas détectés et leur décalage spectral obtenu par ailleurs, il devient possible de se ramener à une situation (2) qui permet entre-autre d'estimer plus précisément la masse de l'amas déflecteur.

## D.2.2 Magnitudes, couleurs et $z_{\text{phot}}$

En ne disposant que d'informations photométriques, on peut estimer le décalage spectral d'un objet avec un niveau de raffinement qui dépend du nombre de filtres à disposition.

Avec un filtre unique, l'estimation est éminemment grossière. On peut tenter de diviser un catalogue en deux parties : objets faibles plus lointains et objets brillants proches. Cette hypothèse est peu satisfaisante car on sait que la fonction de luminosité des galaxies ne chute pas (ou peu) aux faibles magnitudes. Ce qui implique qu'un objet faible n'est pas forcément un objet lointain. Cependant, lorsqu'on n'a qu'un filtre, c'est en général la seule hypothèse de travail raisonnable. C'est celle que j'ai utilisé pour construire le premier catalogue des sources dans le champ F0226-04.

Avec deux filtres, on utilise un diagramme couleur-magnitude pour détecter les galaxies E/SO dans l'amas étudié car la signature de leur indice spectral est facilement repérable. Cette méthode est très efficace si l'on étudie un amas ou un superamas unique à décalage spectral connu. Pour les objets d'arrière-plan, outre la coupure en magnitude, on peut aussi faire une coupure en couleur car les sources lointaines sont généralement plus bleues que les objets d'avant-plan (jusqu'à  $z \sim 1$ ).

Avec trois filtres, on peut combiner la coupure en magnitude à une étude de la répartition des objets dans un diagramme couleur-couleur. C'est la méthode plus précise que j'ai utilisé pour le superamas de galaxies MS0302+17. Ayant à ma disposition trois filtres  $B$ ,  $V$  et  $R$  (les deux premiers étant nettement moins profonds que le troisième), j'ai pu placer les objets dans un plan  $(B - V)$ ,  $(V - R)$  avec une grande précision. Les galaxies de type E/SO du superamas viennent se positionner dans une région étroite de ce plan. De même les galaxies E/SO plus proches sont aussi facilement localisables. La figure 3 de la publication associée page 120 fournit une illustration de la méthode. Tous ces objets sont évidemment éliminés du catalogue des sources d'arrière-plan. Malheureusement trois filtres ne sont pas suffisants pour déterminer un décalage spectral d'une galaxie spirale *late-type* avec précision au moyen des techniques de *redshifts* photométriques (voir ci-après). Ils permettent juste de placer une galaxie en avant ou en arrière-plan d'une structure défectrice avec un niveau de confiance raisonnable. Je les ai finalement utilisés dans le cas de MS0302+17. J'ai aussi utilisé une combinaison de diagrammes couleur-couleur  $(B-V)(V-R)$  et  $(V-R)(R-I)$  dans le cas du champ F0226-04 pour sélectionner les galaxies de type E/SO et leur assigner un décalage spectral approximatif (voir figure 3.5).

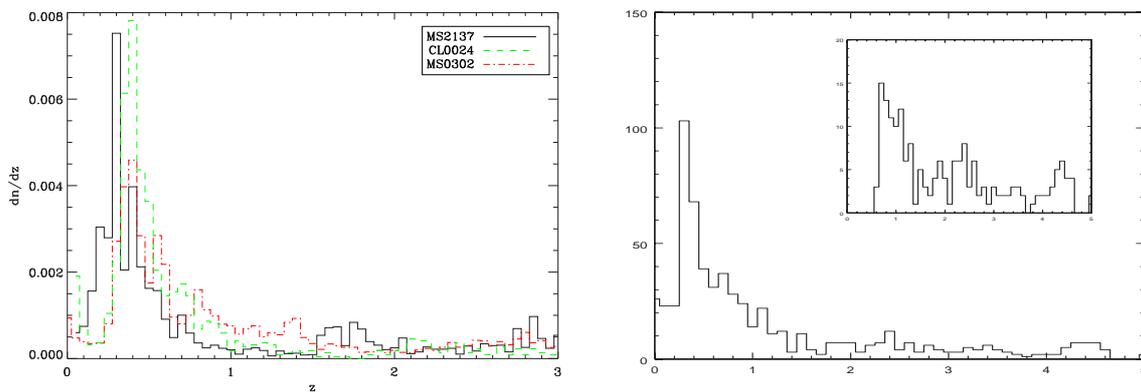
Avec un nombre plus important de filtres, il devient alors possible d'utiliser les décalages spectraux photométriques pour déterminer avec précision la distance des objets. La méthode, dite des "color-redshifts", consiste à ajuster un spectre de galaxie typique à la distribution spectrale observée grâce à une photométrie multifiltres. Nous avons utilisé le programme `hyperz`<sup>3</sup>. Voir Bolzonella et al. (2000) pour plus de détails sur la méthode et le programme. Avec les filtres UBVRIJK à disposition dans l'amas de galaxies MS2137-23, les filtres BVRIJK dans l'amas CL0024+16<sup>4</sup>, nous avons pu établir la distribution en  $z$  des

---

<sup>3</sup><http://webast.ast.obs-mip.fr/hyperz/index.html>

<sup>4</sup>voir aussi l'étude de Athreya et al. (2002) pour l'amas MS1008-12 à  $z=0.31$  avec les filtres BVRIJK,

sources et déterminer quels sont les objets d'avant-plan et des amas, qu'ils soient ou non de type E/SO . La figure D.5 résume ces travaux et présente la distribution en  $z$  des objets dans le superamas de galaxies MS0302+17. Outre la présence des amas bien visibles à  $z(\text{MS2137}) = 0.31$ ,  $z(\text{CL0024}) = 0.39$ , et  $z(\text{MS0302}) = 0.42$ , il faut noter que les deux premiers champs sont très petits. On s'attend donc à une variance cosmique importante. Dans le troisième champ nettement plus large, l'estimation des décalages spectraux est très incertaine car on ne dispose que de trois filtres B, V et R. Les deux premiers filtres étant moins profonds, ils vont limiter la profondeur globale du catalogue. Ainsi les objets utilisés pour le cisaillement dans MS0302 ont un décalage spectral incertain s'ils sont brillants ( $R \leq 22.5$ ) et n'en ont pas du tout s'ils sont plus faibles.



**Fig. D.5:** *Gauche* : distributions en  $z$  pour les catalogues des amas MS2137-23, CL0024+16 et MS0302+17 ayant un décalage spectral photométrique. On peut observer trois pics de densité au décalage spectral des amas à savoir  $z = 0.31$ ,  $0.39$  et  $0.42$  respectivement. *Droite* : Même distribution pour les galaxies de l'amas de galaxies MS1008-12 à  $z = 0.31$  extrait d'Athreya et al. (2002). L'encadré est un zoom sur la partie  $z \geq 0.4$  avec  $22.5 < I < 25.5$ .

D'un point de vue pratique, les distributions en décalage spectral observées sont bien modélisées par cette classe de fonctions :

$$p(z) = \frac{1}{z_0 \Gamma(a)} \left( \frac{z}{z_0} \right)^{a-1} e^{-z/z_0} . \quad (\text{D.4})$$

dont les valeurs dépendent des magnitudes limites des catalogues de galaxies sources. De plus les sélections en couleur des sources et en taille et magnitude à cause du processus de correction de PSF rendent la distribution en  $z$  des sources relativement variable d'une étude à l'autre. Dans le cas de MS0302+17, nous avons utilisé  $a = 1.9$  et  $z_0 = 0.55$ . Il est raisonnable, en fait, de supposer que la distribution en décalage spectral des sources d'arrière-plan est bien centrée sur une valeur médiane  $z \approx 1$ . C'est d'ailleurs l'hypothèse faite par de nombreux autres travaux (*e.g.* Clowe et al. 1998; Clowe & Schneider 2001, 2002; Gray et al. 2002,...).

En résumé, les décalages spectraux photométriques sont très utiles pour déterminer les objets d'une structure (amas, superamas). Ils servent de façon statistique pour dériver la

---

en tous points comparable à nos données sur MS2137-23 et CL0024+16.

distribution en  $z$  des objets d'arrière-plan. Dans notre étude, nous avons utilisé  $\bar{w} = 0.7$  pour l'amas MS2137-23,  $\bar{w} = 0.6$  pour CL0024+16 et enfin dans le cas de MS0302+17,  $\bar{w} = 0.49$  si l'on considère les objets du superamas comme lentilles et  $\bar{w} = 0.63$  si l'on s'intéresse aux objets d'avant-plan à  $z \approx 0.3$ .

## D.3 Reconstructions de masse

### D.3.1 Méthode directe

Si l'on considère les transformées de Fourier  $\hat{\kappa}(\vec{k})$ ,  $\hat{\gamma}_1(\vec{k})$ ,  $\hat{\gamma}_2(\vec{k})$  et  $\hat{\psi}(\vec{k})$  de la convergence  $\kappa$ , des deux composantes du cisaillement complexe  $\gamma$  et du potentiel  $\psi$ , on peut transformer les équations (2.14) en :

$$2\hat{\kappa} = \vec{k}^2 \hat{\psi}, \quad 2\hat{\gamma}_1 = (k_1^2 - k_2^2) \hat{\psi}, \quad \hat{\gamma}_2 = k_1 k_2 \hat{\psi} \quad (\text{D.5})$$

d'où la relation entre  $\kappa$  et  $\gamma$  dans l'espace direct :

$$\kappa(\vec{\theta}) - \kappa_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vec{\vartheta} \mathcal{D}^*(\vec{\theta} - \vec{\vartheta}) \gamma(\vec{\vartheta}), \quad (\text{D.6})$$

avec le noyau de convolution complexe

$$\mathcal{D}(\vec{\theta}) = -\frac{1}{(\theta_1 - i\theta_2)^2}. \quad (\text{D.7})$$

La transformation réciproque est obtenue en inversant  $\kappa$  et  $\gamma$  et en prenant le conjugué de  $\mathcal{D}$ . La constante d'intégration  $\kappa_0$  exprime la dégénérescence due au fait qu'une distribution uniforme de masse additionnelle sur la ligne de visée n'affecte pas la valeur du cisaillement. On la nomme “*mass sheet degeneracy*”. Dans ces relations,  $\kappa$  est une grandeur réelle alors que  $\gamma$  est complexe. Le noyau de convolution  $\mathcal{D}$  garantit que la transformation (D.6) est bien réelle. Cependant avec de vraies données, les valeurs de  $\gamma$  sont bruitées. Le résultat de la transformation n'est plus tenu d'être réel. Sa partie réelle contient le signal gravitationnel, du bruit et éventuellement des systématiques alors que sa partie imaginaire ne contient aucune contribution gravitationnelle. Lorsqu'on fait une reconstruction de masse, il est donc toujours très instructif de considérer la partie imaginaire<sup>5</sup> comme une information sur l'amplitude du bruit et des systématiques dans la reconstruction. La méthode (D.6) est souvent qualifiée de méthode directe. Elle est l'œuvre de Kaiser & Squires (1993) et nous la noterons KS93.

Dans le cas d'une lentille faible  $\kappa \ll 1$ ,  $g \approx \gamma \ll 1$ , la carte de cisaillement s'obtient directement de la mesure des ellipticités individuelles sur chaque galaxie d'arrière-plan. La méthode fournit alors une reconstruction non-paramétrique de la densité surfacique de masse  $\Sigma = \Sigma_{\text{crit}} \kappa$  à une constante additive près en prenant le cisaillement moyen

---

<sup>5</sup>elle s'obtient simplement en tournant toutes les galaxies sur elles-mêmes de 45°

$\gamma = \mathbb{E}\{\epsilon\}$ . Lorsque ce n'est plus le cas et que la densité locale n'est pas négligeable devant l'unité, c'est-à-dire  $\gamma = (1 - \kappa)\mathbb{E}\{\epsilon\}$ , il faut appliquer une méthode itérative :

$$\kappa_{n+1}(\vec{\theta}) - \kappa_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vec{\vartheta} \mathcal{D}^*(\vec{\theta} - \vec{\vartheta}) \langle \epsilon \rangle(\vec{\vartheta}) (1 - \kappa_n(\vec{\vartheta})), \quad (\text{D.8})$$

qui converge rapidement en partant de l'hypothèse nulle  $\kappa_0(\vec{\theta}) = 0$  pour  $n = 0$ .

Il y a deux manières d'appliquer l'équation (D.6) aux données observationnelles, à savoir à un catalogue de galaxies d'arrière-plan qui présentent une ellipticité intrinsèque. Soit on calcule une carte de cisaillement lissée en moyennant sur les ellipticités des galaxies, soit on remplace l'intégration dans (D.6) par une somme directe du type

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi n} \sum_{i=1}^{N_g} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_i|^2}{\theta_s^2} \right) \exp \left( -\frac{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_i|^2}{\theta_s^2} \right) \right] \mathcal{D}^*(\vec{\theta} - \vec{\theta}_i) \epsilon_i, \quad (\text{D.9})$$

avec  $n$  la densité locale de galaxies sources, telle que  $N = \pi n \theta_s^2$  est le nombre de galaxies "sous le filtre". Le bruit résultant du filtrage sur la mesure locale de  $\kappa$  est donc  $\sigma_\kappa \approx \sigma_\epsilon / \sqrt{N}$ , avec cependant un bruit  $\kappa_n$  très corrélé mais parfaitement gaussien :

$$\langle \kappa_n(\vec{\vartheta}) \kappa_n(\vec{\vartheta} + \vec{\theta}) \rangle = \frac{\sigma_i^2}{2\pi n \theta_s^2} \exp \left( -\frac{(\vec{\theta} - \vec{\vartheta})^2}{\theta_s^2} \right). \quad (\text{D.10})$$

Une bonne reconstruction nécessite entre 10 et 100 objets sous le lobe du filtre suivant l'amplitude du signal à détecter. Il est aussi important de voir que l'intégration dans (D.6) se fait sur tout le plan du ciel, ce qui est évidemment impossible. La taille finie des champs implique des artefacts dans la reconstruction qu'il est bon de connaître. Dans un premier temps, quoique que plus coûteux en temps de calcul il est préférable de faire la convolution (D.6) dans l'espace direct sans passer par une transformée de Fourier très rapide mais qui amplifie les effets de bord. L'algorithme que j'utiliserai par la suite est une implémentation de (D.9) dans l'espace direct. Le programme est parallélisé et son exécution est relativement rapide. Ce choix peut se justifier car les effets de bord se réduisent à un moins bon rapport signal/bruit mais sont non-biaisés. Hormis à la périphérie des champs, les observations présentent souvent des zones vides sans galaxies d'arrière-plan à cause d'étoiles brillantes saturées, d'objets étendus proches, de défauts des CCDs, etc, qu'il faut masquer. Ces "trous" ne posent pas de problèmes avec la méthode directe KS93, si ce n'est qu'elles induisent un niveau de bruit élevé dans ces zones lacunaires des cartes de masse.

### D.3.2 Remarques sur la méthode gradient

Quelques problèmes restent liés à la méthode KS93, à savoir un traitement non rigoureux des effets de bord et une certaine difficulté pour reconstruire les zones de forte densité avec  $\kappa \sim 1$ . De même le choix du filtrage peut paraître quelque peu arbitraire ou en tout cas ne pas être adapté à tout le champ. De nombreux efforts ont été entrepris pour répondre à ces questions. Une solution au problème de la taille finie du champ, que

j'évoque brièvement ici est basée sur le gradient du champ de convergence  $\nabla\kappa$  qui s'exprime en fait comme une combinaison des dérivées de  $\gamma$  (Kaiser 1995). On peut montrer que l'intégration de  $\nabla\kappa$  le long d'un chemin bien déterminé donne une solution pour  $\kappa$  qui minimise l'action  $\int_{\mathcal{U}} d^2\vec{\theta} |\nabla\kappa(\vec{\theta}) - \vec{u}_\gamma(\vec{\theta})|^2$ , avec  $\vec{u}_\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{1,1} + \gamma_{2,2} \\ \gamma_{2,1} - \gamma_{1,2} \end{pmatrix}$  et  $\mathcal{U}$  la surface du champ (Seitz & Schneider 1996; Squires & Kaiser 1996; Lombardi & Bertin 1998a). Cette méthode tient aussi compte des effets non-linéaires si l'on remplace  $\kappa$  par  $\ln(1 - \kappa)$  et  $\vec{u}_\gamma$  par  $\vec{u}_g$ . Bien que séduisante cette méthode souffre d'une grande sensibilité au bruit puisqu'elle fait intervenir les dérivées du champ de cisaillement  $\vec{u}_\gamma$ . De plus le comportement de l'algorithme près des zones masquées ou si le bord du champ n'est pas rectangulaire reste incertain. Enfin le temps de calcul est supérieur à la méthode directe et ne présente pas d'apport majeur dans les zones nettement sous-critiques vérifiant  $\kappa \ll 1$  lorsque le champ est suffisamment grand.

### D.3.3 Maximum de vraisemblance et régularisation

Les méthodes basées sur la maximisation de la vraisemblance du champ d'ellipticités pour un modèle donné de convergence  $\kappa$  offrent une troisième possibilité d'inversion  $\langle \epsilon(\vec{\theta}) \rangle \rightarrow \kappa(\vec{\theta})$ . Elles ont le mérite de ne pas être sensibles aux effets de bord et d'être applicables dans les zones les plus denses avec  $\kappa \sim 1$ . Le principe est le suivant. Cherchons à maximiser la probabilité d'observer les ellipticités  $\epsilon_i$  d'un catalogue d'objets d'arrière-plan situés chacun en  $\vec{\theta}_i^6$ . Cette probabilité peut dépendre du modèle que l'on peut caractériser de plusieurs façons. Il peut s'agir d'un modèle de lentille paramétrisé par un vecteur  $\mathbf{P}$  de variables<sup>7</sup> et on cherche alors le vecteur  $\mathbf{P}_0$  qui maximise la vraisemblance. Bien évidemment la qualité du modèle et de son meilleur ajustement dépendront de la paramétrisation (cf annexe D.4.2).

D'un autre côté, on peut souhaiter conserver la possibilité de ne pas paramétrer le modèle comme c'était le cas avec les méthodes directe et gradient. En décrivant le potentiel de la lentille par une carte de pixels  $\psi_{ij}$ , on peut calculer par des différences finies la convergence  $\kappa = \frac{1}{2}\Delta\psi$ , le cisaillement  $\gamma$  et par conséquent le cisaillement réduit  $g$ . Chacun des pixels  $\psi_{ij}$  joue le rôle d'un paramètre libre du modèle. Evidemment le nombre de pixels indépendants doit être du même ordre que le nombre de galaxies d'arrière-plan pour donner un sens à l'ajustement (Bartelmann et al. 1996).

La fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}$  est le produit des densités de probabilité  $p(\epsilon)$  de l'ellipticité  $\epsilon$  donnée en (2.26) :

$$\mathcal{L} = \prod_i p(\epsilon(g(\theta_i, z_i; \Psi))) , \quad (\text{D.11})$$

avec  $\Psi$  un vecteur qui représente la carte de pixels  $\psi_{ij}$  "mis en ligne". Dans le cas général,  $\mathcal{L}$  dépend de façon très non-linéaire de  $\Psi$  à travers  $g \neq \gamma$  et à travers la présence du

<sup>6</sup>on peut aussi adjoindre à ces données une information sur le décalage spectral  $z_i$  ou directement le rapport  $w_i = (D_{\text{ls}}/D_{\text{os}})_{z_i}$  mais aussi une incertitude sur la mesure  $\sigma_{\epsilon_i}$  qui peut servir de poids  $a_i = 1/\sigma_{\epsilon_i}^2$

<sup>7</sup>Par la suite, j'utiliserai la notation  $\vec{\cdot}$  pour continuer à désigner un vecteur du plan source ou image et des symboles **gras** pour des vecteurs quelconques.

jacobien  $\left| \frac{\partial \epsilon_s}{\partial \epsilon} \right|$  dans l'équation (2.26). Si l'on néglige ce dernier terme, généralement très proche de l'unité, et si l'on garde en mémoire la forme gaussienne de la distribution en ellipticités des sources, on peut écrire  $\epsilon \approx \epsilon_s + g$  et

$$\chi^2 = -2 \ln \mathcal{L} = \sum_i \frac{|\epsilon_i - g(\Psi)|^2}{\sigma_i^2}. \quad (\text{D.12})$$

Ici encore il est nécessaire de lisser le champ de cisaillement ou de choisir un maillage pour  $\Psi$  suffisamment large pour que la minimisation du  $\chi^2$  soit stable. Il faut noter que la méthode s'affranchit des effets de bord et est parfaitement capable de gérer le cas non-linéaire. Le problème du filtrage des données (ou du maillage de  $\Psi$ ) semble présenter un certain arbitraire. On peut le contourner en régularisant (D.12) par l'ajout d'un autre terme qui évite de reconstruire le bruit dans la carte de masse. Plusieurs choix linéaires ou non en  $\Psi$  sont possibles. Une régularisation par maximum d'entropie est souvent utilisée et semble préférable à un terme linéaire (Seitz et al. 1998; Bridle et al. 1998; Marshall et al. 2002).

L'intérêt majeur des méthodes de maximum de vraisemblance avec ou sans régularisation tient au fait qu'on a la liberté d'adjoindre sous la forme d'un  $\chi^2$  additionnel des contraintes issues d'autres observables<sup>8</sup>.

### D.3.4 Choix de la méthode

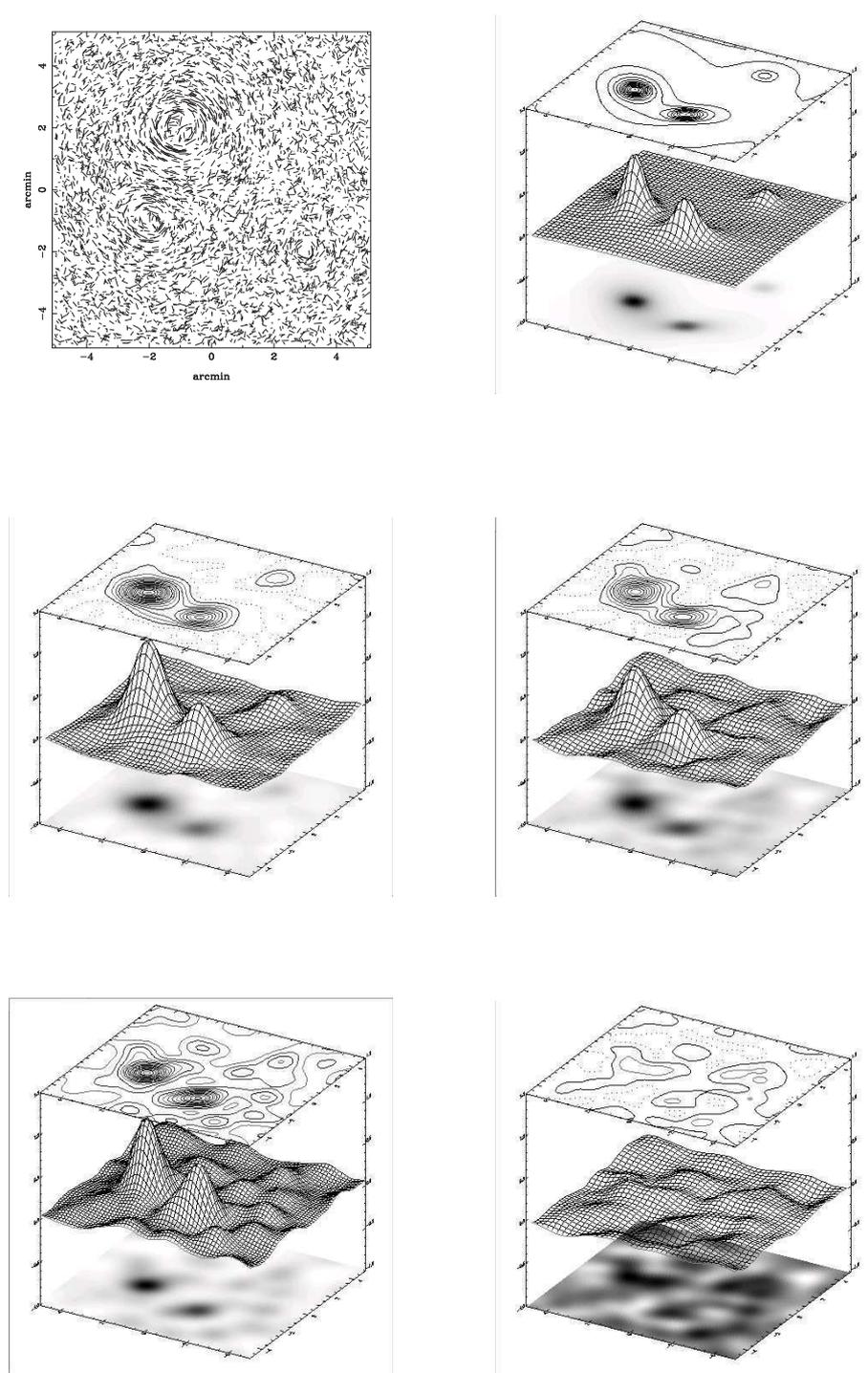
Les outils que j'ai développé me permettent d'utiliser la méthode directe KS93 avec convolution dans l'espace réel pour la plupart des cartes de masse. Pour les quelques cas précis où la taille du champ l'impose et/ou le régime des distorsions est trop important, j'utiliserai l'implémentation `Lensent2`<sup>9</sup> de Marshall et al. (2002) de la méthode de régularisation par maximum d'entropie. Il faut cependant noter que cette méthode est beaucoup plus coûteuse en temps de calcul. Elle se justifie surtout pour finaliser une reconstruction dans des zones de distorsions fortes pour lesquelles on souhaite avoir une bonne résolution spatiale.

La Fig. D.6 illustre le résultat de reconstructions de masse sur des catalogues de galaxies d'arrière-plan simulés. Le potentiel déflecteur est une combinaison de trois halos caractéristiques d'amas de galaxies. La forme des profils est du type NFW (Navarro et al. 1997). Voir aussi appendice B. On peut comparer le résultat de la reconstruction directe KS93 et de l'algorithme de Marshall et al. pour deux types de conditions observationnelles, sol et spatiale. Les cartes de  $\kappa$  sont proches du modèle d'entrée convolué par le filtre. Les différences entre la solution donnée par `Lensent2` et celle donnée par la méthode directe sont finalement faibles.

La section 4.3 présente une application avec l'étude des propriétés en cisaillement faible de l'amas de galaxies MS2137-23. Elle met l'accent sur l'analyse du profil radial de densité

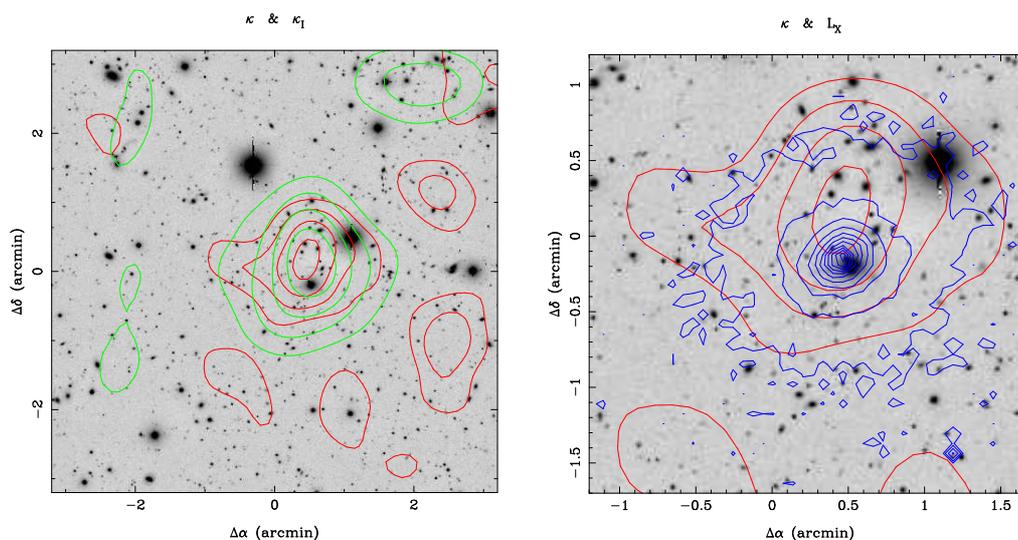
<sup>8</sup>lentilles fortes si l'on observe des images multiples ou l'amplification  $\mu(\vec{\theta})$  grâce à la taille des objets (Bartelmann et al. 1996) ou contraintes issues de données X, dynamique ou effet SZ

<sup>9</sup><http://www.mrao.cam.ac.uk/projects/lensent/version2/>



**Fig. D.6:** Reconstructions de masse simulées. Haut-gauche : champ de galaxies simulé :  $n = 50 \text{ arcmin}^{-2}$  et  $\sigma_\epsilon = 0.3$  (conditions HST). Une même simulation avec  $n = 25 \text{ arcmin}^{-2}$  et  $\sigma_\epsilon = 0.4$  (conditions sol) est aussi considérée. Le modèle de lentille est une combinaison de trois profils de type NFW (voir appendice B). Haut-droite : carte de convergence après convolution par un filtre gaussien  $\theta_s = 30''$ . Milieu-gauche : reconstruction de masse par la méthode directe KS93 dans les conditions HST. Milieu-droite : même méthode dans les conditions sol. Bas-gauche : reconstruction de masse par la méthode de Maximum d'Entropie (Marshall et al. 2002). Bas-droite : reconstruction type données sol mais sans lentille : pure réalisation de bruit.

dans l'amas. J'utilise ici le même catalogue de galaxies d'arrière-plan pour réaliser la reconstruction de masse représentée en contours rouges sur la figure D.7. Les contours sont superposés au cliché I. Sur le panneau de gauche, les contours de convergence déduits de la lumière des galaxies de l'amas (avec un décalage spectral photométrique  $0.2 < z_{\text{phot}} < 0.45$ ) sont représentés en vert. La similitude entre les contours est saisissante. Le panneau de droite de la figure D.7 superpose quant à lui la reconstruction de masse (toujours en rouge) aux contours d'isoluminosité X issus d'observations CHANDRA (Allen et al. 2001). La comparaison est simplement qualitative et n'a pas fait l'objet d'une analyse détaillée. L'échelle de lissage gaussien est de 30 secondes d'arc.



**Fig. D.7:** Illustration d'une reconstruction dans l'amas de galaxies MS2137-23 (cf section 4.3). *Gauche* : En rouge la carte de convergence mesurée directement à partir des ellipticités des galaxies d'arrière-plan et en vert la carte déduite de la luminosité des objets de l'amas  $\kappa_I$ . Dans les zones centrales l'accord entre les contours est excellent. Noter que le centre de l'amas ne correspond pas exactement à la galaxies cD autour de laquelle se forme les systèmes d'arcs étudiés dans la section 4.2.2. Néanmoins la position du pic correspond à la taille du filtre près. Les contours d'isoconvergence sont 0.05, 0.1, ... 0.3. Très vite au delà d'environ d'une minute d'arc du centre, peu de motifs sont réellement significatifs et l'on est dominé par le bruit. *Droite* : Zoom sur la partie centrale. En rouge mêmes contours de convergence  $\kappa$ . En bleu contours d'isoluminosité X/Chandra (Allen et al. 2001). L'émissivité X est bien centrée sur la galaxie cD et très légèrement décentrée du pic de convergence  $\kappa$ .

## D.4 Profils, $\zeta$ -statistique, ajustements de modèles

Je présente dans cette section les différents outils plus spécifiques pour l'analyse des profils de densité projetée des halos grâce aux données de cisaillement faible. Après cette introduction succincte, je divise mon exposé en deux parties. La première traite d'une méthode non-paramétrique pour estimer le profil radial de masse projeté au moyen de la composante tangentielle  $\epsilon_t$  des ellipticités des galaxies d'arrière-plan. Cette technique, la  $\zeta$ -statistic (Fahlman et al. 1994) peut s'étendre à un outil d'analyse de distribution à grande échelle. L'*Aperture Mass* ou *Map-statistic* s'apparente plutôt à une reconstruction

de masse directe comme détaillée dans la section D.3.1. La seconde partie présente les techniques que j'ai utilisé au chapitre 4.3 pour contraindre des modèles paramétrés de distribution de masse toujours à partir de l'analyse du cisaillement faible.

### D.4.1 Profil de cisaillement et $\zeta$ -statistique

Plaçons-nous au voisinage d'une concentration unique de masse centrée à l'origine du plan lentille. Le profil tridimensionnel de densité est  $\rho(\vec{r})$ . Le système d'axes est tel que la ligne de visée est confondue avec l'axe des  $z$ , et les deux coordonnées du plan du ciel  $(x, y)$  sont exprimées en unités angulaires à travers le vecteur  $\vec{\theta} = (x, y)/D_{ol}$  et  $\theta = |\vec{\theta}|$ . L'angle de position par rapport à l'axe des  $x$  est noté  $\varphi$ . Ainsi nous pouvons exprimer le profil de densité projeté :  $\Sigma(\vec{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(D_{ol}\vec{\theta}, z) dz = \Sigma_{crit}\kappa(\vec{\theta})$ . Ces définitions ont déjà été évoquées à la section 2.4. Je précise à nouveau les notations. Le potentiel 2D de la lentille est  $\psi$  et la matrice d'amplification est  $\mathcal{A}_{ij}$ . Réécrivons sa définition en coordonnées polaires :

$$\mathcal{A}_{ij} = \begin{pmatrix} 1 - \psi_{,\theta\theta} & -\psi_{,\theta\varphi} \\ -\psi_{,\theta\varphi} & 1 - \frac{1}{\theta}\psi_{,\theta} - \frac{1}{\theta^2}\psi_{,\varphi\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa + \gamma_t & -\gamma_{\times} \\ -\gamma_{\times} & 1 - \kappa - \gamma_t \end{pmatrix}. \quad (\text{D.13})$$

Avec cette définition, le cisaillement tangentiel  $\gamma_t$  est en fait positif si un objet est étiré orthoradialement et négatif s'il est étiré radialement. Limitons-nous au cas d'une distribution de masse à symétrie circulaire avec  $\psi_{,\varphi} = 0$ . Elle ne peut créer qu'une composante  $\gamma_t$  non-nulle. La composante rotationnelle  $\gamma_{\times}$  qui s'oriente à  $\pm 45^\circ$  par rapport à  $\gamma_t$ , est donc toujours nulle dans le cas circulaire.

Définissons une quantité importante pour la suite : la valeur moyenne de la convergence dans un rayon  $\theta$ , notée généralement  $\bar{\kappa}(\theta)$ . Elle a les propriétés suivantes :

$$\bar{\kappa}(\theta) = \frac{2}{\theta^2} \int_0^\theta \vartheta \kappa(\vartheta) d\vartheta = \kappa(\theta) + \gamma_t(\theta) = \frac{\psi_{,\theta}}{\theta}. \quad (\text{D.14})$$

Enfin, le cisaillement tangentiel peut s'écrire en fonction du cisaillement complexe  $\gamma$  :  $\gamma_t = -\mathcal{R}(\gamma e^{-2i\varphi})$ .

En moyennant la composante tangentielle des ellipticités des sources d'arrière-plan, on obtient un estimateur de  $E\{\epsilon_t\} = g_t = \gamma_t/(1 - \kappa)$ . Fahlman et al. (1994) et Kaiser (1995) ont montré qu'il est possible de relier la valeur de  $\epsilon_t$  au contraste de densité de la distribution de masse. En effet, définissons la quantité :

$$\begin{aligned} \zeta(\theta, \theta_{out}) &= \bar{\kappa}(\vartheta < \theta) - \bar{\kappa}(\theta < \vartheta < \theta_{out}), \\ &= \frac{2}{\left[1 - \left(\frac{\theta}{\theta_{out}}\right)^2\right]} \int_{\theta}^{\theta_{out}} \langle \epsilon_t \rangle(\theta) d \ln \theta. \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Cette quantité est l'expression d'un contraste de masse entre deux ouvertures concentriques : il s'agit bien d'une mesure densitométrique. On se sert souvent de  $\zeta(\theta)$  pour

déduire une borne inférieure au profil de masse projeté dans le rayon  $\theta$ . On peut écrire :

$$M(< \theta) \leq \pi \theta^2 \zeta(\theta, \theta_{\text{out}}). \quad (\text{D.16})$$

On voit clairement que plus on utilise une valeur de  $\theta_{\text{out}}$  grande plus la masse moyenne dans la couronne externe  $[\theta, \theta_{\text{out}}]$  est petite et meilleure est l'estimation de la masse projetée. Ceci met en évidence l'intérêt d'utiliser des champs larges pour estimer le profil de masse des amas de galaxies notamment. Ici aussi, la  $\zeta$ -statistique en tant qu'expression d'un *contraste* de densité met bien l'accent sur l'insensibilité du cisaillement à une distribution uniforme de masse  $\kappa(\vec{\theta}) = \text{Cte}$ .

Le concept de contraste de densité a été étendu par Schneider (1996) à l'*aperture mass*, notée  $M_{\text{ap}}$ . Intégrons la convergence  $\kappa$  dans une ouverture spécifique au moyen d'un filtre compensé  $U(\theta)$  centré sur la position  $\vec{\theta}_0$  et satisfaisant  $\int d\theta \theta U(\theta) = 0$ . Ainsi,

$$M_{\text{ap}}(\vec{\theta}_0) = \int d^2\theta \kappa(\vec{\theta}) U(|\vec{\theta} - \vec{\theta}_0|). \quad (\text{D.17})$$

$M_{\text{ap}}$  est équivalent à la  $\zeta$ -statistique dans le cas où  $U(\theta)$  est de la forme  $U(\theta) = 1/(\pi\theta'^2)$  si  $\theta \leq \theta'$  et  $U(\theta) = 1/(\pi(\theta_{\text{out}}^2 - \theta'^2))$  si  $\theta' < \theta \leq \theta_{\text{out}}$ . En introduisant le second filtre

$$Q(\theta) = \bar{U}(\theta) = \frac{2}{\theta^2} \int_0^\theta d\vartheta \vartheta U(\vartheta) - U(\theta), \quad (\text{D.18})$$

on peut vérifier que  $M_{\text{ap}}$  peut s'écrire en fonction du cisaillement tangentiel  $\gamma_t$  :

$$M_{\text{ap}}(\vec{\theta}_0) = \int d^2\theta \gamma_t(\vec{\theta}, \vec{\theta}_0) Q(|\vec{\theta} - \vec{\theta}_0|). \quad (\text{D.19})$$

Ici  $\gamma_t$  dépend du centre  $\theta_0$  à partir duquel on calcule la composante radiale/orthoradiale du cisaillement. Dans le cas particulier de la  $\zeta$ -statistique,  $Q(\theta)^{-1} = \pi\theta^2 \left[ 1 - \left( \frac{\theta'}{\theta_{\text{out}}} \right)^2 \right]$  si  $\theta' \leq \theta \leq \theta_{\text{out}}$  et  $Q(\theta) = 0$  sinon. En pratique, un estimateur de  $M_{\text{ap}}$  est :

$$M_{\text{ap}}(\theta_0) = \frac{\sum_i w_i Q(|\vec{\theta}_i - \vec{\theta}_0|) \epsilon_{t,i}}{\sum_i w_i}, \quad (\text{D.20})$$

de variance

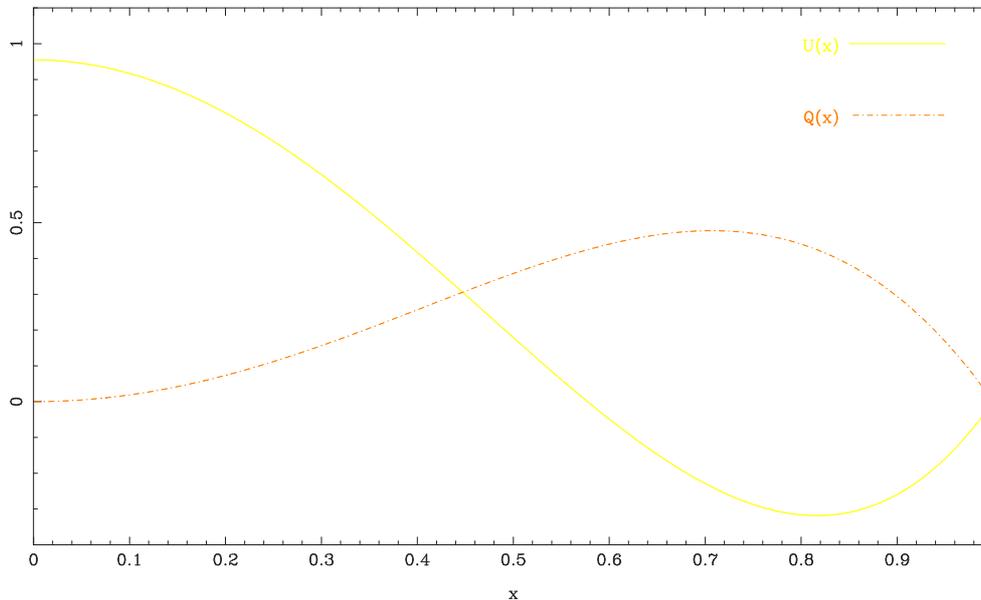
$$\sigma_{M_{\text{ap}}}^2 = \frac{\sum_i w_i^2 Q^2(|\vec{\theta}_i - \vec{\theta}_0|) \sigma_\epsilon^2 / 2}{(\sum_i w_i)^2}. \quad (\text{D.21})$$

Le facteur 1/2 derrière  $\sigma_\epsilon$  vient du fait que  $\sigma_\epsilon$  est la dispersion des ellipticités à deux dimensions. Il est donc possible d'estimer un rapport signal/bruit sur la valeur de  $M_{\text{ap}}$  directement à partir des données. En promenant le filtre compensé  $U(\theta)$  à travers un champ relativement large, on peut espérer détecter des pics significatifs associés à des concentrations de masse. Schneider (1996) a montré qu'on peut détecter la présence de halos isothermes de dispersion de vitesse  $\sigma_v \gtrsim 600 \text{ km s}^{-1}$  (voir appendice B.2). La sensibilité dépend de la forme du filtre compensé de largeur caractéristique  $\theta_{\text{ap}}$ <sup>10</sup>. Il faut bien noter

---

<sup>10</sup>on utilise généralement un filtre en forme de chapeau mexicain dont l'expression se trouve dans Schneider et al. (1998). Son profil est tracé sur la figure D.8

que l'*aperture mass* est particulièrement sensible aux structures d'une taille comparable à la taille du filtre  $\theta_{\text{ap}}$ . Elle ne pourra détecter des concentrations de masse plus petites ni beaucoup plus grandes. Il est donc utile d'appliquer un tel filtre sur un champ de galaxies d'arrière-plan avec plusieurs ouvertures différentes de manière à sonder différentes échelles angulaires (ou échelles de masse).



**Fig. D.8:** Profil du filtre compensé  $U(x)$  et de son filtre associé  $Q(x)$  avec  $x = \theta/\theta_{\text{ap}}$ . L'expression analytique est celle de Schneider et al. (1998).

## D.4.2 Ajustement de modèles paramétrés

Une autre méthode pour déduire le profil de densité d'un halo massif à partir des données en cisaillement faible est basée sur l'ajustement des paramètres d'une expression analytique d'un modèle de lentille. La méthode s'inspire des articles de King & Schneider (2001) et Schneider et al. (2000).

La méthode s'apparente aux techniques de reconstruction de masse par maximum de vraisemblance vues à la section D.3.3. On définit une fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}(\mathbf{P})$  qui est en tous points similaire à celle définie par (D.11) à la différence près que le vecteur de "paramètres"  $\Psi$  (les valeurs  $\psi_{ij}$  des pixels d'une carte du potentiel de la lentille) est remplacé par un vecteur de paramètres  $\mathbf{P}$ .

La densité surfacique de masse s'écrit  $\Sigma(\vec{\theta}; \mathbf{P})$ , si bien qu'en général l'ellipticité des galaxies d'arrière-plan est une fonction non-linéaire des paramètres  $\mathbf{P}$ . Il n'est donc pas possible de réduire le problème de la maximisation de  $\mathcal{L}$  à la résolution d'un système matriciel linéaire. Il faut faire appel à des algorithmes numériques. Pour tous mes programmes d'ajustement de modèles paramétrés, je me suis appuyé sur la bibliothèque

de fonctions `minuit` du CERN<sup>11</sup>. Elle fait usage d’algorithmes usuels de type gradient conjugué pour trouver les extrema. Outre la détermination du meilleur vecteur  $\mathbf{P}_0$  qui maximise la vraisemblance  $\mathcal{L}$ , `minuit` est capable d’extraire les erreurs sur la valeur de  $\mathbf{P}_0$  et leur corrélation éventuelle.

J’ai aussi implémenté dans mes logiciels une autre méthode pour explorer les domaines de l’espace des paramètres permis par les données. Il s’agit de méthodes de chaînes de Markov (ou MCMC pour *Monte-Carlo Markov Chains*) très utiles lorsque la dimension de l’espace des paramètres est grande ( $\gtrsim 5$ ) et le temps de calcul de la fonction de vraisemblance sur une grille régulière dans un tel hyper-espace devient prohibitif. L’algorithme s’inspire largement du travail de Tereno et al. (2004). On peut se référer à cet article ainsi qu’à (Tegmark et al. 2004b) pour plus de détails sur les techniques MCMC. En pratique, j’ai été conduit à introduire cet outil car `minuit` a parfois des difficultés pour dériver les erreurs sur la mesure des paramètres dans des espaces de grande dimension. Ceci est assez fréquent lorsque l’on couple les contraintes de cisaillement faible aux contraintes issues des distorsions fortes (cf section 4.2).

On peut finalement se demander pourquoi se tourner vers des méthodes de maximum de vraisemblance pour extraire le profil de densité d’un halo alors que la  $\zeta$ -statistique donne une estimation qui s’affranchit de l’arbitraire dans le choix du modèle à ajuster. L’intérêt tient principalement au fait que l’on peut très facilement multiplier entre-elles des fonctions de vraisemblance issues de contraintes diverses. Les sections 4.2, 4.3 et 4.4 vont clairement illustrer ces potentialités.

---

<sup>11</sup><http://cernlib.web.cern.ch/cernlib/>