



HAL
open science

Refroidissement par évaporation d'un jet atomique guidé magnétiquement

Thierry Lahaye

► **To cite this version:**

Thierry Lahaye. Refroidissement par évaporation d'un jet atomique guidé magnétiquement. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT : . tel-00011260

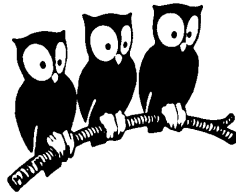
HAL Id: tel-00011260

<https://theses.hal.science/tel-00011260>

Submitted on 22 Dec 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Thierry LAHAYE

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Refroidissement par évaporation
d'un jet atomique guidé magnétiquement**

Soutenue le 9 décembre 2005

devant le jury composé de :

M.	Philippe Bouyer	Rapporteur
M.	Tilman Pfau	Rapporteur
M.	Yves Guldner	Président
M.	Claude Cohen-Tannoudji	Examineur
M.	David Guéry-Odelin	Codirecteur de thèse
M.	Jean Dalibard	Directeur de thèse

Remerciements

Le travail de thèse décrit dans ce mémoire s'est déroulé au Laboratoire Kastler Brossel de l'ENS, de septembre 2002 à décembre 2005. Je remercie son directeur, Franck Laloë, de m'y avoir accueilli et fait bénéficier des conditions de recherches exceptionnelles qui y règnent.

Je remercie vivement les membres du jury : Tilman Pfau et Philippe Bouyer pour avoir accepté le rôle de rapporteurs de ce manuscrit, Yves Guldner celui de président du jury, et enfin Claude Cohen-Tannoudji pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail en acceptant, malgré son emploi du temps très chargé, de prendre part au jury.

J'ai eu la chance rare d'avoir en quelque sorte deux « directeurs de thèse » : David Guéry-Odelin, de manière quelque peu officieuse, et Jean Dalibard, de manière officielle, ce qui ne veut pas dire que son rôle s'est limité à signer des papiers, bien au contraire.

David a su encadrer au jour le jour, voire heure par heure, tous les détails, expérimentaux ou théoriques, de cette thèse. Je le remercie chaleureusement pour les précieux conseils qu'il m'a prodigué, toute la physique qu'il m'a enseignée, et aussi pour toutes les discussions informelles autour d'un café, naturellement « serré », qu'il s'agisse de physique, de lectures, de cinéma...

Je suis conscient d'avoir eu une chance énorme de pouvoir travailler de près avec Jean. Ses qualités humaines en font un directeur de recherche idéal, qui sait mettre les gens en confiance, et leur donner sans cesse l'envie de progresser sans pour autant exercer sur eux une quelconque pression. Sa maîtrise de la physique et son immense culture ont toujours permis de clarifier les questions posées par la manip et d'y répondre. Le fait qu'il réussisse à être présent sur l'expérience presque quotidiennement malgré ses nombreuses responsabilités est impressionnant, tout comme l'est sa capacité de travail. Son optimisme nous a souvent permis de garder le moral lorsqu'un problème expérimental nous empêchait de faire de la « vraie » physique. Jean reste pour moi un modèle vers lequel tendre au cours de ma carrière scientifique.

Le travail expérimental est avant tout un travail d'équipe. Lors de mon stage de DEA, j'ai débuté sur la manip avec Philippe Cren (qui finissait sa thèse) et Christian Roos (qui terminait son post-doc). Ce sont eux, avec David bien entendu, qui m'ont initié à la physique du refroidissement laser, et m'ont permis de connaître assez rapidement l'essentiel des techniques que j'ai ensuite appliquées tout au long de ma thèse. J'ai pu apprécier la grande minutie du travail de Christian et la très bonne entente qui régnait alors dans l'équipe. Johnny Vogels nous a rejoint au début de ma thèse, pour une durée d'un an et demi. Il a donné une impulsion nouvelle à la manip, et j'ai appris beaucoup à son contact, à tous les niveaux. Nous avons également travaillé pendant près d'un an avec Kenneth Günter, qui a passé la première année de sa thèse dans notre équipe. Je garde un très bon souvenir des moments passés à travailler ensemble; sa motivation et sa

bonne humeur étaient contagieuses. Zhaoying Wang est arrivée ensuite ; elle a montré beaucoup de bonne volonté pour faire avancer l'expérience, en particulier lorsqu'il a fallu prendre des données de manière répétée et un peu monotone. Nos discussions à propos de la Chine ont été très enrichissantes pour moi. Enfin, Gaël Reinaudi est arrivé sur l'expérience en octobre 2004 et s'est vite impliqué sur la manip ; je lui souhaite bonne chance pour la suite de sa thèse. De nombreux stagiaires nous ont également rejoints, pour des périodes plus ou moins longues. Parmi eux, je remercie particulièrement Leticia Taruell et Patrick Rath. Leur enthousiasme a rendu très agréable le fait de travailler avec eux.

Je remercie les autres membres du groupe Atomes Froids pour les discussions que nous avons eues, en particulier lors du séminaire du vendredi matin, qui est je pense un élément très important pour la vitalité du groupe. Les contacts avec les thésards et post-docs des autres équipes du groupe ont été nombreux, que ce soit pour des emprunts de matériel ou des discussions à propos de physique ou de tout autre chose lors des pauses de midi ou autour d'un café. Merci donc aux « lithium » : Julien, Thomas, Lev, Leticia, Florian, Martin, Zing, Servaas, Jason ; aux « hélium » : Jérémie, Umakant, Matt, Sylvain, Tobias, Jae-Wan, Steven ; et aux « Rubidium 1 » : Fred, Vincent, Peter, Sabine, Zoran, Baptiste, Marc. Je n'oublie pas les « chefs », Claude Cohen-Tannoudji, Michèle Leduc, Christophe Salomon, et bien sûr Jean, qui animent avec enthousiasme et bonne humeur nos quatre équipes.

Réaliser un dispositif expérimental tel que celui décrit dans ce mémoire a nécessité de faire appel au savoir-faire de nombreux techniciens : que soient donc remerciés Yvon Cabirou et Benoît Lemaire de l'atelier de mécanique du LKB, Lionel Perennes et Patrick Giron de l'atelier d'électronique, Rémi Fert qui a effectué les soudures de la pièce de recombinaison du guide à l'atelier général du département. Merci également à Jack Olejnik pour tous ses conseils. Un grand merci aussi à Jean-François Point et Didier Courtiade qui ont toujours été d'une très grande aide, et d'une rapidité inégalable. Merci aussi aux administratifs, Thierry Tardieu, Linda Krikorian, Vera da Costa et Nicole Neveux, pour leur aide précieuse chaque fois que cela a été nécessaire. En dehors du laboratoire, j'ai pu bénéficier des conseils de Giorgio Santarelli du BNM-Syrte pour la réalisation de la chaîne de fréquence micro-onde. Je le remercie chaleureusement ; interagir avec lui fut un grand plaisir pour moi.

En dernier lieu, je remercie ceux qui ont rendu cette thèse possible, bien que ne travaillant pas au département de physique de l'ENS. Merci à Mme Pardessus, ma prof de physique de terminale, et à M. Lluel, mon prof de physique de spé, pour avoir contribué par leur enthousiasme à ma passion pour la physique. Merci à mes parents, pour m'avoir donné le goût du travail bien fait et toujours soutenu au cours de mes études. Enfin, merci à ma femme Irina pour sa patience et son soutien.

Table des matières

Introduction générale	9
Du condensat de Bose-Einstein	9
Aux lasers à atomes	10
Refroidissement par évaporation	11
Schéma synoptique de l'expérience	13
Plan de la thèse	14
1 Jet atomique dans un guide magnétique quadrupolaire	15
1.1 Introduction	15
1.2 Guide magnétique quadrupolaire	17
1.3 Réalisation expérimentale d'un guide de 4,5 m de long	18
1.3.1 Cahier des charges	18
1.3.2 Réalisation	19
1.3.3 Mise en œuvre	21
1.4 Grandeurs physiques pertinentes	24
1.4.1 L'atome de ^{87}Rb	24
1.4.2 Paramètres du jet : flux, vitesse, température	26
1.4.3 Densité, densité dans l'espace des phases, taux de collisions	27
1.4.4 Influence de la température sur le taux de collisions élastiques	29
1.5 Cahier des charges portant sur le jet à réaliser	31
1.6 Conclusion	31
2 Injection pulsée de paquets atomiques dans le guide	33
2.1 Introduction	33
2.1.1 Injection en mode pulsé	33
2.1.2 Schéma général du dispositif	35
2.2 Source atomique	35
2.2.1 Four à recirculation	35
2.2.2 Ralentisseur Zeeman	39
2.3 Lancement des paquets atomiques	42
2.3.1 Piège magnéto-optique injecteur	42
2.3.2 Mélasse mouvante	46
2.3.3 Pompage optique	49

2.3.4	Pré-guide magnétique	51
2.3.5	Procédure de centrage	53
2.3.6	Récapitulatif de la séquence utilisée	54
2.3.7	Recouvrement des paquets atomiques	55
2.4	Détection du flux atomique	56
2.4.1	Absorption sur $F = 2$	56
2.4.2	Absorption sur $F = 1$	57
3	Mesure de la température du jet	59
3.1	Spectres d'évaporation : calcul théorique	60
3.1.1	Position du problème	60
3.1.2	Critère d'évaporation et potentiel efficace	61
3.1.3	Distribution de probabilité conjointe en énergie et moment cinétique	63
3.1.4	Guide harmonique	64
3.1.5	Guide linéaire	66
3.1.6	Guide semi-linéaire	68
3.1.7	Cas de l'évaporation micro-onde	71
3.2	Mise en œuvre expérimentale	73
3.2.1	Antennes d'évaporation radio-fréquence	74
3.2.2	Evaporation micro-onde	77
3.3	Limites de la méthode spectroscopique	79
3.3.1	Rôle de la gravité	80
3.3.2	Rôle des collisions	80
4	Evaporation par cycles discrets	83
4.1	Introduction	83
4.2	Etude d'un cycle d'évaporation : cas harmonique	84
4.2.1	Variation de température	84
4.2.2	Variation de la densité dans l'espace des phases et du taux de collisions	85
4.3	Etude d'un cycle d'évaporation : cas linéaire	86
4.3.1	Changement de température	87
4.3.2	Variation de la densité dans l'espace des phases et du taux de collisions	88
4.4	Etude d'un cycle d'évaporation : cas semi-linéaire	88
4.5	Evaporation multi-rayons	90
4.5.1	Motivation	90
4.5.2	Fraction évaporée	91
4.5.3	Variation de température	91
4.5.4	Gains en densité dans l'espace des phases et en taux de collisions	92
4.5.5	L'évaporation micro-onde vue comme évaporation multi-rayons	93
4.5.6	Conclusion	95
4.6	Influence de l'efficacité d'évaporation	95
4.6.1	Modélisation adoptée	95

4.6.2	Résultats	95
4.7	Rethermalisation	96
4.7.1	Expérience à deux antennes rf	97
4.7.2	Taux de collisions élastiques immédiatement après évaporation	99
4.7.3	Distribution de densité $n(\mathbf{r})$ immédiatement après évaporation	100
4.7.4	Dynamique de la rethermalisation	102
4.8	Conclusion	103
5	Mise en évidence du régime collisionnel	105
5.1	Introduction	105
5.1.1	Caractéristiques du jet atomique	105
5.1.2	Plan du chapitre	106
5.2	Expériences à deux antennes	106
5.2.1	Régime sans collisions	107
5.2.2	Régime collisionnel	108
5.2.3	Transition entre les deux régimes	109
5.3	Variation de température lors d'un cycle d'évaporation	109
5.3.1	Température longitudinale	110
5.3.2	Evaporation micro-onde	113
5.4	Pertes par retournement de spin	113
5.5	Conclusion	116
6	Manipulations hamiltoniennes du jet	117
6.1	Introduction	117
6.2	Description hydrodynamique du jet	118
6.2.1	Équation de Boltzmann	118
6.2.2	Réduction de dimensionnalité	118
6.2.3	Régime stationnaire	120
6.3	Compression adiabatique du jet	120
6.3.1	Étude théorique	120
6.3.2	Réalisation expérimentale	122
6.3.3	Décompression par l'utilisation d'un champ longitudinal croissant	123
6.4	Utilisation d'une pente	125
6.4.1	Approche qualitative	126
6.4.2	Étude théorique dans le régime hydrodynamique	127
6.4.3	Résultats expérimentaux	127
6.5	Conclusion	130
7	Refroidissement par évaporation du jet atomique	131
7.1	Introduction	131
7.2	Gain d'un facteur 10 dans l'espace des phases	131
7.2.1	Dispositif expérimental	131
7.2.2	Résultats	133

7.3	Vers la dégénérescence quantique : évaporation par pas discrets	134
7.3.1	Modèle	134
7.3.2	Évolution de la densité dans l'espace des phases	135
7.3.3	Évolution de la densité	136
7.3.4	Évolution du taux de collisions élastiques	138
7.3.5	Limites du modèle	138
7.4	Vers la dégénérescence quantique : évaporation continue	138
7.4.1	Équations hydrodynamiques pour le potentiel semi-linéaire	139
7.4.2	Comparaison entre les modèles continu et discret	139
7.5	Conclusion	141
Conclusion		143
A Boucle à verrouillage de phase pour la mélasse mouvante		149
B Équations hydrodynamiques en présence d'évaporation		151
B.1	Taux de perte de particules et d'énergie	151
B.2	Intégration numérique des équations d'évaporation	152
C Comparaison de l'efficacité d'évaporation dans les modèles discret et continu		153
C.1	Efficacité d'évaporation	153
C.1.1	Modèle d'évaporation continue	153
C.1.2	Modèle d'évaporation par pas discrets	154
C.1.3	Evaporation en énergie par pas discrets	154
C.2	Comparaison entre les deux modèles	155
C.2.1	Trajectoires d'évaporation	155
C.2.2	Efficacité d'évaporation	155
D Realization of a magnetically guided atomic beam in the collisional regime		157
E Discrete-step evaporation of an atomic beam		163
F Propagation of guided cold atoms		173
G Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam		189
Bibliographie		201

Introduction générale

Du condensat de Bose-Einstein. . .

Les techniques de refroidissement d'atomes par laser [1–4], développées au cours des vingt-cinq dernières années, ont révolutionné la physique atomique, en permettant un contrôle sans précédent des degrés de liberté externes des particules atomiques. Les applications de ces recherches, récompensées par l'attribution du prix Nobel de Physique en 1997 à Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji et William D. Phillips, sont extrêmement nombreuses et s'étendent de la métrologie à la spectroscopie, en passant par un domaine en expansion croissante, celui de l'*optique atomique*. Ce champ de recherche consiste à utiliser les propriétés ondulatoires de la matière pour des expériences de diffraction ou d'interférence traditionnellement réalisées avec de la lumière. Des sources d'atomes froids sont l'équivalent de sources lumineuses ayant une bonne cohérence temporelle, et permettent donc la mise en évidence d'effets ondulatoires parfois spectaculaires, un exemple particulièrement frappant, parmi d'autres, étant donné par la formation « atome par atome » de franges d'interférences dans une expérience de fentes d'Young [5].

L'utilisation du refroidissement par évaporation de gaz piégés, en complément du refroidissement par laser, a permis l'obtention en 1995 de la condensation de Bose-Einstein dans des gaz atomiques dilués [6, 7]. Ce résultat a valu l'attribution du prix Nobel de physique 2001 à Eric Cornell, Wolfgang Ketterle et Carl Wieman [8, 9]. Les condensats ainsi obtenus, dans lesquels plusieurs centaines de milliers d'atomes occupent le même état quantique, peuvent être décrits par une fonction d'onde macroscopique et apparaissent comme l'analogue, pour des ondes matérielles, du mode du champ électromagnétique d'une cavité laser, peuplé par un nombre macroscopique de photons. L'étude des condensats de Bose-Einstein est aujourd'hui un domaine extrêmement actif, tant sur le plan expérimental que théorique [10, 11]. Il est possible de distinguer au moins deux directions de recherche essentielles dans ce domaine.

D'une part, l'étude des condensats de Bose-Einstein, ou plus généralement des gaz quantiques ultrafroids, permet de réaliser, dans des conditions très bien contrôlées, des systèmes modèles de physique de la matière condensée. Un avantage considérable, par rapport à la physique du solide ou à celle de l'hélium superfluide, réside dans la possibilité de contrôler expérimentalement les potentiels dans lesquels évoluent les atomes, ainsi que la force des interactions entre atomes. Des exemples spectaculaires de résultats obtenus récemment en explorant cette direction de recherche sont l'observation de la transition de Mott pour des atomes ultrafroids dans un réseau optique [12] ou encore l'étude de la transition BEC-BCS dans des gaz de fermions ultra-froids en interaction forte [13–15].

D'autre part, les condensats de Bose-Einstein apparaissent comme une source idéale pour des expériences d'optique atomique. Dans ce cas, c'est la très grande cohérence des condensats qui permet de réaliser des expériences inimaginables auparavant. Peu de temps après la première réalisation des condensats gazeux, une expérience d'interférences entre deux condensats [16] a permis de mettre en évidence de manière spectaculaire la cohérence de ces nouvelles sources atomiques. Des condensats ont également été utilisés pour des expériences d'interférométrie atomique [17].

... Aux lasers à atomes

Néanmoins, il apparaît souhaitable de disposer de sources atomiques qui soient un vrai analogue matériel des lasers à photons, où un faisceau cohérent est extrait de la cavité laser grâce à un coupleur de sortie, réalisé en pratique grâce à un miroir semi-transparent. Pour réaliser de telles source, appelées *lasers à atomes*, divers types de coupleurs de sortie pour atomes piégés ont été réalisés :

- En utilisant des impulsions radio-fréquences, des atomes du condensat piégé magnétiquement peuvent être transférés dans un niveau non piégé [18]. On obtient ainsi des « bouffées » d'atomes libres qui tombent sous l'effet de la gravité.
- Un schéma de couplage utilisant des impulsions Raman [19] permet de réaliser la même chose, tout en donnant aux atomes découplés une quantité de mouvement bien définie : une autre caractéristique des lasers, la *directionnalité* du faisceau de sortie, est ainsi obtenue.
- En utilisant un piège magnétique très stable, il est possible d'utiliser un coupleur radio-fréquence continu [20], ce qui permet d'obtenir un laser à atomes de « longue » durée (jusqu'à 100 ms), limitée seulement par le nombre d'atomes initialement présents dans le condensat. Des interférences entre deux faisceaux ainsi issus d'un condensat ont permis d'étudier en détail les propriétés de cohérence de ce dernier [21].

Des expériences visant à étudier quantitativement les caractéristiques des faisceaux d'ondes de matière ainsi obtenus, comme par exemple leur divergence [22, 23] ou leurs propriétés de cohérence [24], ont également été réalisées.

Néanmoins, toutes ces réalisations souffrent du même défaut, à savoir que la durée d'utilisation du faisceau de matière cohérent extrait du condensat est limitée. Une fois le condensat entièrement vidé, il faut en créer un nouveau. Ces lasers sont donc intrinsèquement pulsés ; le rapport cyclique étant de l'ordre de 3×10^{-3} (la durée typique d'obtention d'un condensat est d'une trentaine de secondes ; la durée maximale de l'extraction du laser à atomes de 100 ms). En outre, le flux moyen de ces lasers à atomes est extrêmement faible : même pour un condensat à grand nombre d'atomes (10^6), produit très rapidement (10 s), le flux ne vaut que 10^5 atomes/s, ce qui est très pénalisant en terme de rapport signal sur bruit pour des expériences d'interférométrie par exemple. Pour d'autres applications éventuelles des lasers à atomes, comme la nanolithographie, un flux aussi bas est encore plus rédhibitoire : à 10^5 atomes/s, réaliser une monocouche atomique sur un carré de $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ prendrait plusieurs mois !

Ainsi, il apparaît que les applications des lasers à atomes nécessitent l'obtention de flux beaucoup plus élevés, et, si possible, un fonctionnement en continu. Pour cela, deux approches

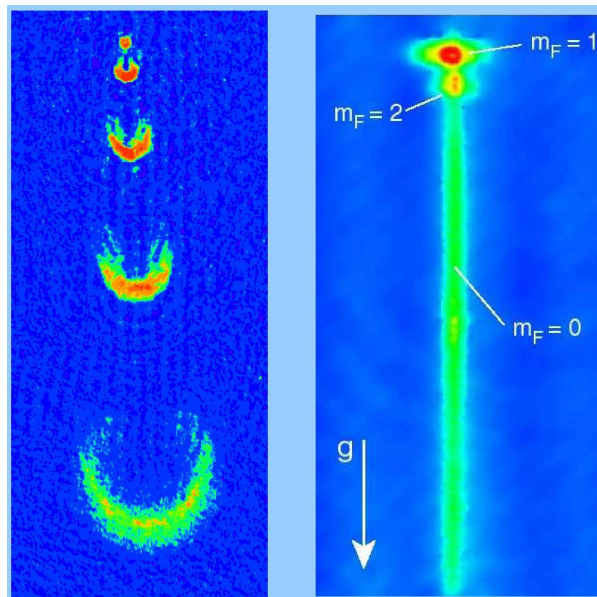


FIGURE 1: Deux exemples de « lasers à atomes » : à gauche l'expérience du MIT [18]; à droite, un laser à atomes quasi-continu réalisé à Munich [20].

sont possibles.

La première consiste à alimenter le condensat avec de nouveaux atomes au fur et à mesure de l'extraction du faisceau cohérent d'onde de matière, afin d'obtenir un état stationnaire. Un premier pas dans cette direction a été démontré dans la référence [25], où un condensat confiné dans un piège dipolaire est périodiquement alimenté par de nouveaux condensats préparés dans une chambre à vide séparée, et transportés grâce à une « pince optique ».

Une autre possibilité, étudiée théoriquement dans la référence [26], consiste à transposer dans l'espace la séquence temporelle d'évaporation utilisée dans les dispositifs « standards » de condensation de Bose-Einstein. En travaillant sur un jet atomique guidé, et non plus sur un nuage piégé, il semble possible d'augmenter progressivement la densité dans l'espace des phases du jet jusqu'à la dégénérescence quantique, et d'obtenir ainsi un laser à atome réellement continu. Puisque les différentes phases de refroidissement sont menées en parallèle, le flux d'un tel laser à atomes pourrait être significativement supérieur à ceux atteints jusqu'ici.

Refroidissement par évaporation

Le refroidissement par évaporation, initialement proposé par H. Hess [27] dans le cadre du refroidissement de l'hydrogène polarisé, a été appliqué avec un très grand succès aux gaz d'alcalins piégés [28] et a permis d'obtenir la condensation de Bose-Einstein.

Rappelons-en ici brièvement le principe, schématisé sur la figure 2. Cette technique consiste à tronquer le puits de potentiel dans lequel sont confinés les atomes, à une hauteur finie $\eta k_B T$, où T est la température du nuage atomique, et où η un paramètre d'évaporation, de l'ordre de quelques unités. Lors des collisions élastiques au sein du gaz, un atome peut acquérir une

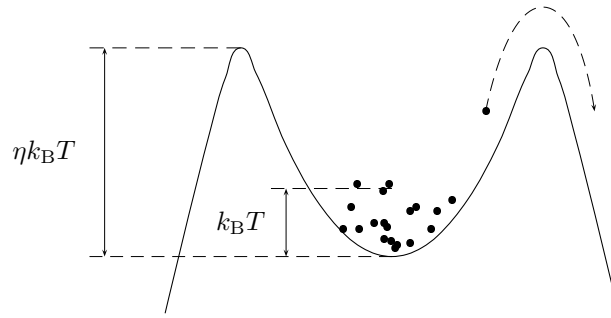


FIGURE 2: *Principe du refroidissement par évaporation : après une collision élastique, un atome dispose de suffisamment d'énergie pour s'échapper du piège de profondeur $\eta k_B T$. Les atomes restants se rethermalisent alors à une température inférieure à la température initiale T .*

énergie suffisante pour s'échapper du piège ; les atomes restants, en se rethermalisant, acquièrent donc une température inférieure à la température initiale puisque l'atome évaporé a emporté une énergie supérieure à $\eta k_B T$. Il est clair que le processus se ralentit au cours du temps si l'on ne compense pas la diminution de température du gaz par une diminution de la hauteur du potentiel (en maintenant par exemple η constant). Remarquons que l'« ingrédient » crucial pour le refroidissement par évaporation réside dans la présence de collisions élastiques afin de permettre la rethermalisation du gaz ; en l'absence de telles collisions, un simple *filtrage* énergétique est obtenu.

Il est *a priori* possible d'étendre le principe du refroidissement par évaporation à un jet atomique : au cours de sa propagation, le long d'un guide de profondeur transverse finie, les particules les plus énergétiques sont évaporées, et le jet rethermalise à une température plus basse. La densité dans l'espace des phases peut ainsi augmenter et le jet peut atteindre la dégénérescence quantique. Une étude quantitative du refroidissement par évaporation d'un jet atomique guidé magnétiquement est menée dans la référence [26]. Les conclusions de cette étude montrent qu'à condition de réaliser un jet ayant des caractéristiques telles qu'un atome subisse au cours de sa propagation le long du guide un nombre moyen de collisions de l'ordre de $N_{\text{col}} \sim 200$, il est possible d'atteindre la dégénérescence quantique en partant d'un jet ayant une densité dans l'espace des phases initiale de 10^{-8} .

Notre équipe a entrepris depuis l'an 2000 la mise en œuvre expérimentale d'un tel projet. Il consiste à réaliser un jet atomique de très haut flux Φ , de basse vitesse moyenne v et de basse température T , guidé magnétiquement dans une structure très confinante (c'est-à-dire ayant un grand gradient de champ magnétique b et un faible champ longitudinal B_0) et de grande longueur. Pour fixer les idées concernant les chiffres à atteindre, les paramètres utilisés dans la référence [26] sont les suivants :

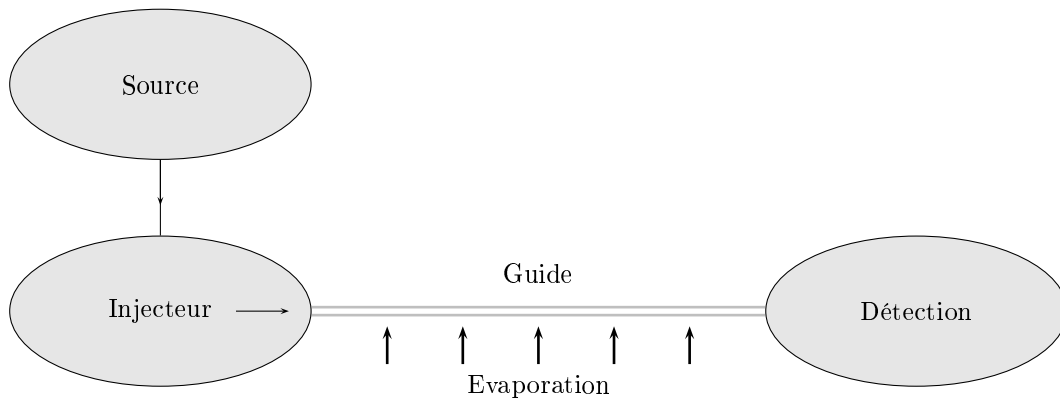


FIGURE 3: Schéma synoptique du dispositif expérimental : une source atomique permet d'alimenter un dispositif d'injection du jet atomique dans le guide magnétique.

Paramètre	Valeur
Φ	$3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
T	$400 \text{ } \mu\text{K}$
v	60 cm/s
b	$2,5 \text{ kG/cm}$
B_0	10 G

L'étude du refroidissement par évaporation montre alors qu'un guide d'une longueur de 4 m environ doit permettre l'obtention de la dégénérescence quantique.

Schéma synoptique de l'expérience

A cette fin, nous avons réalisé le dispositif expérimental représenté, très schématiquement, sur la figure 3.

Le cœur du dispositif expérimental est constitué d'un guide magnétique de 4,5 m de longueur, au sein duquel le jet atomique se propage et est soumis au refroidissement par évaporation. Afin de créer ce jet, nous utilisons un injecteur magnéto-optique permettant de lancer des paquets d'atomes dans le guide à un taux de répétition élevé. Cet injecteur est lui-même alimenté par une source d'atomes lents. Enfin, une zone de détection en fin de guide magnétique permet de caractériser le jet atomique, qui éventuellement a subi un refroidissement par évaporation au cours de sa propagation dans le guide.

Les différents éléments du dispositif expérimental sont le fruit de plusieurs expériences préliminaires destinées à valider les choix technologiques retenus. Essentiellement trois versions du montage ont été élaborées successivement, qui ont permis de développer l'injecteur et un prototype de guide [29]; diverses sources ont été utilisées pour l'alimenter [30]; enfin divers modes de couplage ont également été étudiés [31]. Seule la dernière version du dispositif expérimental,

fruit de l'expérience acquise précédemment, fait l'objet de ce mémoire. On se reportera à la référence [32] pour une présentation plus détaillée des versions préliminaires.

Plan de la thèse

L'organisation générale de ce mémoire est la suivante :

- Le chapitre 1 décrit la réalisation expérimentale de notre guide magnétique et introduit les paramètres pertinents dans la description d'un jet guidé d'atomes ultrafroids. Ceci permet d'établir un « cahier des charges » auquel doit répondre le jet atomique.
- Dans le chapitre 2, nous détaillons la méthode d'injection retenue pour alimenter le guide magnétique. Elle consiste à envoyer dans le guide, à une cadence élevée, des paquets d'atomes préparés dans un piège magnéto-optique. L'ensemble du dispositif expérimental est passé en revue, en mettant l'accent sur les aspects originaux de notre montage.
- Le chapitre 3 introduit la méthode que nous utilisons pour mesurer la température du jet atomique : il s'agit d'une méthode spectroscopique reposant sur l'évaporation d'atomes, sélective en position, grâce à des champs radio-fréquence ou micro-onde. Après le calcul théorique des spectres attendus, la mise en œuvre expérimentale est décrite en détail.
- Le chapitre 4 consiste en une étude théorique du refroidissement par évaporation induit par une antenne unique : le jet, initialement à la température T et mis hors d'équilibre par évaporation, relaxe ensuite vers l'équilibre à une nouvelle température T' . Nous calculons les gains possibles, en termes de taux de collisions élastiques et de densité dans l'espace des phases, pour un tel *cycle d'évaporation*.
- Dans le chapitre 5, nous mettons en évidence expérimentalement le caractère collisionnel du jet atomique guidé obtenu grâce à notre dispositif expérimental, et nous décrivons un premier gain d'un facteur deux en densité dans l'espace des phases obtenu, par évaporation, sur un jet. Cependant le nombre de collisions élastiques subies par un atome lors de sa propagation dans le guide est encore trop faible pour pouvoir poursuivre le refroidissement.
- Le chapitre 6 décrit comment, par des manipulations hamiltoniennes, augmenter ce nombre de collisions : une compression adiabatique du jet ou l'utilisation d'un guide incliné pour diminuer la vitesse moyenne permettent *a priori* de réaliser cet objectif. Nous décrivons théoriquement ces effets, discutons leurs limites, et détaillons quelques avancées expérimentales dans cette direction.
- Enfin, dans le septième et dernier chapitre, nous décrivons les expériences ayant permis à ce jour le gain le plus significatif en densité dans l'espace des phases pour un jet atomique, à savoir un facteur 10, obtenu grâce au refroidissement par évaporation. Nous évaluons également de manière quantitative les progrès restant à faire en terme de taux de collisions initial pour atteindre la dégénérescence quantique.

Chapitre 1

Jet atomique dans un guide magnétique quadrupolaire

Le but de ce chapitre est double. D'une part, nous introduisons les paramètres pertinents pour la description d'un jet atomique guidé magnétiquement. Ceci permet d'établir un « cahier des charges » définissant les caractéristiques que doit posséder le jet pour atteindre le régime collisionnel, pré-requis nécessaire à la mise en œuvre du refroidissement par évaporation. D'autre part, la réalisation expérimentale du guide magnétique utilisé pour nos expériences est décrite en détail, afin de souligner les choix technologiques réalisés pour répondre à ce cahier des charges.

1.1 Introduction

La réalisation de structures permettant de guider des atomes ultra-froids, dans le but de réaliser par exemple des expériences d'interférométrie atomique, est un domaine en fort développement depuis une dizaine d'années [33–38]. Un certain nombre d'expériences de démonstration, utilisant des fibres optiques creuses, à l'intérieur desquelles une onde évanescente confine les atomes grâce à la force dipolaire, ont été réalisées [39]. Cependant, la plupart des guides étudiés confinent des atomes paramagnétiques grâce à des champs magnétiques inhomogènes.

Piégeage magnétique

Rappelons brièvement le principe du piégeage magnétique, mis en œuvre pour la première fois sur des atomes neutres dans [40], et qui reste la technique de piégeage la plus utilisée encore à l'heure actuelle pour l'obtention de la condensation de Bose-Einstein¹.

Un atome préparé dans un état dont l'énergie E dépend, via l'effet Zeeman, du champ magnétique appliqué B , et placé dans un champ magnétique inhomogène $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, est soumis à la force

$$\mathbf{F} = -\nabla E(|\mathbf{B}(\mathbf{r})|). \quad (1.1)$$

¹Cependant, un nombre grandissant de dispositifs expérimentaux font désormais appel à des pièges dipolaires.

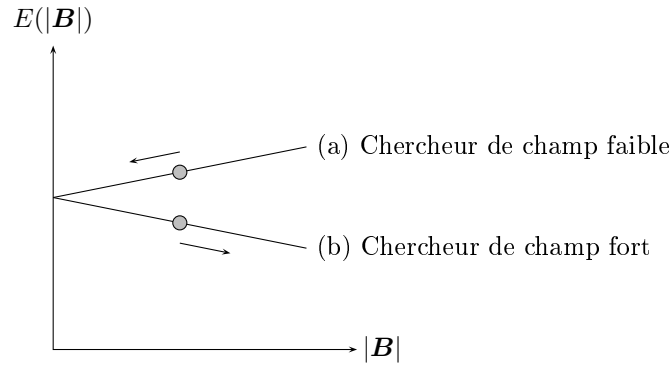


FIGURE 1.1: Niveaux d'énergie d'un atome en fonction du champ magnétique appliqué : un atome préparé dans l'état (a) est attiré par les régions de champ faible et peut donc être piégé magnétiquement au voisinage d'un minimum de champ ; un atome dans (b) est au contraire expulsé.

Si l'état considéré voit son énergie s'accroître lorsque $|\mathbf{B}|$ augmente, l'atome sera attiré vers les régions de champ faible (voir figure 1.1). Si au contraire $E(B)$ est une fonction décroissante, l'atome est attiré vers les régions de champ fort.

Il n'est guère difficile de montrer que les équations de Maxwell interdisent de réaliser un maximum de la norme du champ magnétique, dans une région de l'espace vide de charges et de courants : c'est le théorème de Wing [41]. Il n'est donc possible de piéger que des atomes préparés dans un état « chercheur de champ faible² ». Pour un atome dans l'état $|F, m_F\rangle$, l'énergie potentielle magnétique s'écrit :

$$U(\mathbf{r}) = g_F m_F \mu_B |\mathbf{B}|, \quad (1.2)$$

où g_F est le facteur de Landé de $|F, m_F\rangle$ et μ_B le magnéton de Bohr. On notera partout dans la suite $\mu \equiv g_F m_F \mu_B$ le moment magnétique de l'atome dans l'état $|F, m_F\rangle$ considéré.

Pertes par retournement de spin

Pour écrire (1.2) nous supposons que lors du mouvement de l'atome, celui-ci reste constamment dans le même état interne. Si le mouvement de l'atome est suffisamment lent comparé au taux de variation de la direction du champ magnétique, l'état interne de l'atome suit *adiabatement* la direction du champ. Mais si le champ change brutalement de direction, l'atome peut effectuer une transition non adiabatique et se retrouver dans un état anti-piégé. Il est alors expulsé du piège (il est attiré vers les zones de champ fort, c'est-à-dire les conducteurs où circulent les courants utilisés pour réaliser le champ magnétique). Ce mécanisme de dépolarisation par retournement de spin est connu sous le nom de pertes Majorana [42–45]. Nous reviendrons sur ces pertes par retournement de spin dans le paragraphe 5.4.

² *Low-field seeker* en anglais.

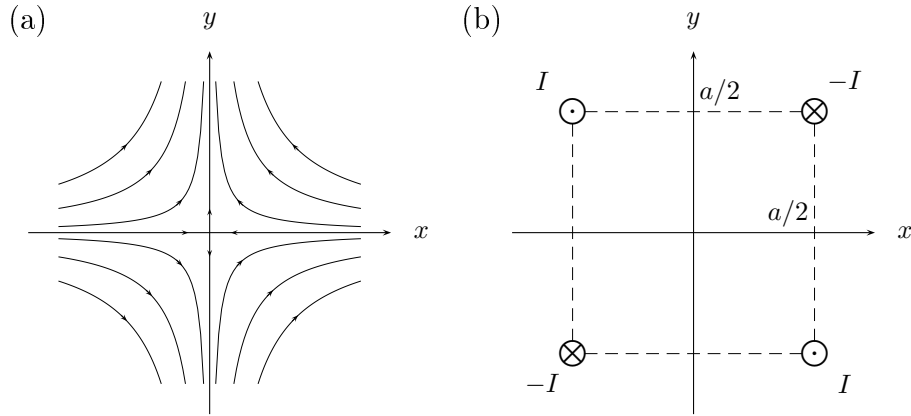


FIGURE 1.2: (a) Allure des lignes de champ pour un champ magnétique quadrupolaire bidimensionnel. (b) Réalisation pratique d'un champ magnétique quadrupolaire bidimensionnel à l'aide de quatre conducteurs parallèles.

1.2 Guide magnétique quadrupolaire

Dans cette section, nous décrivons la configuration de champ magnétique retenue pour la réalisation de notre guide.

Champ quadrupolaire bidimensionnel

Un champ magnétique quadrupolaire bidimensionnel d'axe z est de la forme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} -bx \\ by \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

où b est le gradient de champ magnétique. La norme du champ magnétique est $|\mathbf{B}| = b\sqrt{x^2 + y^2}$, les surfaces iso- B sont donc des cylindres d'axe z . Les lignes de champ sont des hyperboles équilatères comme représenté sur la figure 1.2 (a). Le potentiel qui confine transversalement les atomes est alors linéaire :

$$U(x, y) = \mu b \sqrt{x^2 + y^2} = \mu b r \quad (1.4)$$

où r est la distance à l'axe du guide.

En pratique, un champ quadrupolaire bidimensionnel peut être réalisé au voisinage de l'axe de symétrie de deux conducteurs rectilignes parallèles, parcourus *dans le même sens* par un courant I . Une autre possibilité consiste à utiliser quatre conducteurs parallèles, situés aux sommets d'un carré de côté a , parcourus par des courants I et $-I$, le signe alternant entre chaque conducteur adjacent, comme représenté sur la figure 1.2 (b). Bien que cette configuration semble *a priori* plus complexe que la précédente, elle présente l'avantage de permettre une recombinaison symétrique des courants à l'entrée du guide (voir plus bas, en particulier la figure 1.4) et le regroupement de toutes les connexions électriques à l'autre extrémité, ce qui facilite grandement l'installation du guide à l'intérieur d'une chambre à vide. Par conséquent, nous avons choisi cette configuration.

Le gradient de champ magnétique est alors donné par :

$$b = \frac{4\mu_0 I}{\pi a^2}. \quad (1.5)$$

Pour une valeur du courant $I = 400$ A (réalisable de manière relativement aisée avec des alimentations commerciales), et pour $a = 8$ mm, le gradient de champ magnétique vaut $b = 1$ kG/cm.

Potentiel semi-linéaire

Afin d'éviter les pertes Majorana, le champ magnétique ne doit pas voir sa direction varier brutalement. Ce n'est pas le cas pour un champ quadrupolaire près de l'axe, sur lequel \mathbf{B} s'annule. Pour remédier à cet inconvénient, il suffit de superposer un champ longitudinal B_0 selon l'axe z du guide³. Le potentiel vu par les atomes n'est alors plus linéaire, mais *semi-linéaire* :

$$U(x, y) = \mu \sqrt{B_0^2 + b^2 r^2}. \quad (1.6)$$

1.3 Réalisation expérimentale d'un guide de 4,5 m de long

Cette section est consacrée à la réalisation pratique de notre guide magnétique de 4,5 m de long. Après une description du cahier des charges, nous détaillons la fabrication et la mise en place du guide.

1.3.1 Cahier des charges

Le principe du refroidissement par évaporation repose sur l'élimination des particules les plus énergétiques et sur la rethermalisation, via les collisions élastiques, des particules restantes à une température plus basse. Diverses études ont montré, dans le cas des gaz piégés, que la densité dans l'espace des phases ne peut être augmentée de manière arbitraire que si le produit $N_{\text{col}} = \gamma_0 \tau$ du taux de collisions initial par la durée de vie du piège est supérieur à une valeur critique N_0 , de l'ordre de quelques centaines⁴.

Cahier des charges portant sur le guide

Dans le cas du refroidissement par évaporation d'un jet atomique, la durée de l'évaporation est limitée par le temps de parcours des atomes dans le guide. La « durée de vie » est donc ici $\tau = \ell_g / v$ où ℓ_g est la longueur du guide. Afin de maximiser le nombre de collisions, nous avons donc choisi de réaliser le guide le plus long qui soit compatible avec la taille de la pièce où ont lieu les expériences, compte tenu de la nécessité de disposer de suffisamment de place pour monter la chambre à vide autour du guide. Nous devons également réaliser un jet atomique ayant le taux de collisions initial le plus élevé possible. Cette condition impose d'utiliser un fort confinement

³Pour un champ quadrupolaire tridimensionnel, superposer un champ constant ne fait que déplacer le zéro de champ magnétique. Pour éviter les pertes Majorana, il faut soit ajouter un champ tournant à une fréquence élevée par rapport aux fréquences de piégeage (piège TOP, pour *Time-averaged Orbiting Potential*), soit utiliser une configuration différente, le piège de Ioffe-Pritchard.

⁴La valeur précise de N_0 dépend de la géométrie du piège.

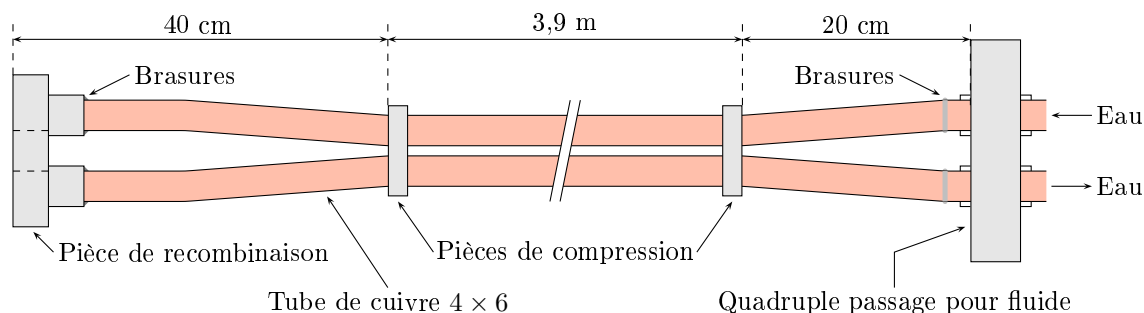


FIGURE 1.3: Vue générale du guide magnétique quadrupolaire. L'échelle n'est pas respectée. Après la zone de compression de 40 cm à l'entrée du guide, les tubes sont parallèles sur 3,9 m, grâce à une douzaine de pièces de compression réparties tout au long du guide. Les brasures assurant la connexion entre les tubes de cuivre et la pièce de recombinaison en acier inoxydable sont susceptibles de conduire à des micro-fuites.

afin de disposer d'une densité spatiale élevée. Nous avons donc décidé de concevoir un guide permettant d'obtenir des gradients b de l'ordre de 1000 G/cm, soit près de dix fois supérieur aux valeurs typiquement utilisées pour des pièges de Ioffe-Pritchard dans les expériences de condensation de Bose-Einstein. Comme vu plus haut, il faut utiliser une distance $a = 8$ mm entre les conducteurs du guide quadrupolaire pour atteindre un tel gradient avec un courant de 400 A. Ceci implique de réaliser un guide fonctionnant à l'intérieur de l'enceinte ultra-vide.

En outre, afin d'injecter des atomes dans le guide, nous voulons pouvoir faire fonctionner un piège magnéto-optique, et même une mélasse optique, à quelques centimètres de l'entrée du guide. Il faut pour cela que le champ créé par le guide s'annule rapidement lorsque l'on s'éloigne de celui-ci (en effet, un champ de l'ordre de 100 mG suffit à dégrader considérablement les performances d'une mélasse optique).

1.3.2 Réalisation

Le guide magnétique que nous avons réalisé repose sur la configuration à quatre conducteurs de la figure 1.2 (b). Pour atteindre $b = 1$ kG/cm, nous choisissons une distance entre tubes $a = 8$ mm, et un courant $I = 400$ A. Un tel courant impose de refroidir les conducteurs par une circulation d'eau. Nous utilisons donc en guise de conducteurs quatre tubes de cuivre de 6 mm de diamètre extérieur et de 4 mm de diamètre intérieur, d'une longueur de 4,5 m, brasés sur les quatre tubes d'un quadruple passage pour fluides d'une bride ultra-vide CF-40. La figure 1.3 représente une vue générale simplifiée du guide magnétique.

La recombinaison des courants et de l'eau de refroidissement est assurée à l'entrée du guide par une pièce cylindrique creuse en acier inoxydable de 30 mm de diamètre, avec une ouverture de 8 mm de diamètre, sur l'axe, permettant aux atomes de pénétrer dans le guide. La symétrie des courants dans la pièce de recombinaison fait que ceux-ci ne créent pas de champ sur l'axe, en $x = y = 0$. Ce ne serait pas le cas si l'on recombinaient deux à deux les courants de deux paires de tubes, comme le montrent les figures 1.4 (a) et (b). Par ailleurs, le gradient de champ magnétique créé par le guide décroît très rapidement pour $z < 0$: ceci permet de faire fonctionner

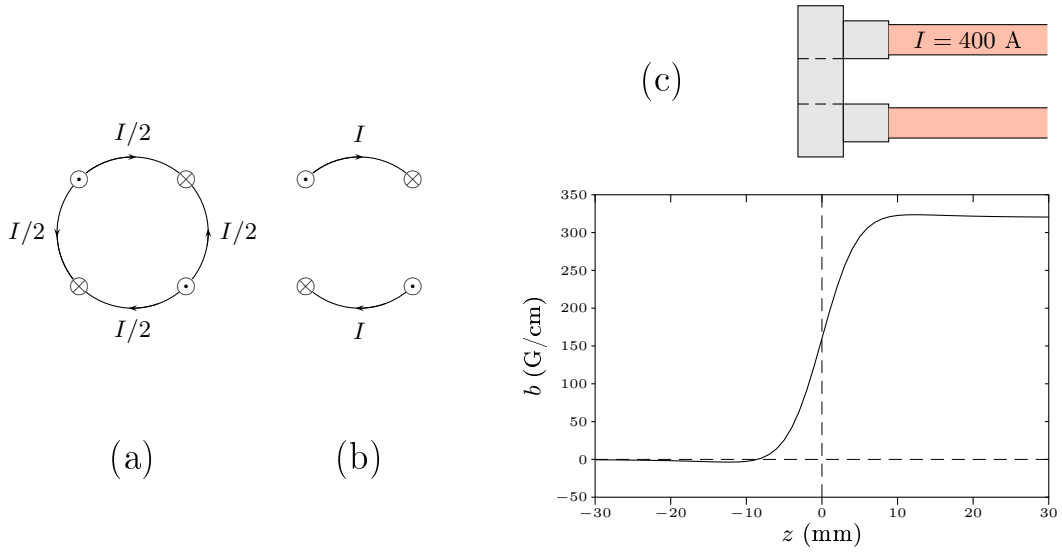


FIGURE 1.4: (a) Recombinaison symétrique des courants des quatre tubes : il est facile de se convaincre que cette configuration de courants ne crée pas de champ magnétique sur l'axe. (b) Recombinaison simple des courants des tubes, qui ne nécessiterait pas de brasure sous ultra-vide. Cette configuration créerait un champ de plusieurs dizaines de gauss au niveau du piège magnéto-optique, ce qui serait rédhibitoire pour son fonctionnement. (c) Illustration de la décroissance rapide du gradient de champ magnétique, défini par $b(z) = \partial_y B_y(0, 0, z)$, lorsqu'on s'éloigne de l'entrée du guide.

le PMO malgré la présence du champ du guide⁵. La brasure entre les tubes de cuivre et la pièce de recombinaison en acier inoxydable amagnétique, réalisée à l'atelier général du département de physique de l'ENS, est une opération délicate. Il faut en effet réaliser une brasure compatible avec l'ultra-vide, sur des pièces de taille relativement faible. La présence éventuelle de micro-fuites est très dure à détecter sans faire un montage du guide dans une enceinte ultra-vide, et un étuvage.

Les quatre tubes de cuivre sont maintenus ensemble grâce à une douzaine de pièces de compression représentées sur la figure 1.5, comprenant des entretoises isolantes en Macor (céramique compatible avec l'ultra-vide) et des pièces de serrage en dural. Chacune des pièces de compression étant constituée de neuf éléments, nous avons ainsi plus d'une centaine de pièces sous ultra-vide ! La distance entre tubes conducteurs est initialement $a = 14$ mm à l'entrée du guide, et passe progressivement à sa valeur « asymptotique » $a = 8$ mm au long d'une zone de compression de 40 cm. Cette compression permet de multiplier le gradient du guide par un facteur trois, et de transposer ainsi dans l'espace la phase de compression adiabatique utilisée dans les expériences traditionnelles de condensation de Bose-Einstein après le chargement du piège magnétique⁶.

La figure 1.6 montre la norme du champ magnétique calculée en tenant compte de la véritable géométrie du guide. L'approximation du champ réel par un champ de la forme (1.3) est très bonne

⁵Nous avons estimé de la manière suivante le champ créé par le guide au niveau du PMO : on observe l'expansion d'une mélasse optique en présence ou non d'un courant $I = 400$ A dans le guide. La présence du courant affecte l'expansion de la mélasse, en communiquant au nuage une vitesse de quelques cm/s. Il suffit alors de modifier les champs de compensation du champ magnétique terrestre par environ 50 mG pour retrouver une mélasse optique « normale », c'est-à-dire qui s'étale en restant au même endroit.

⁶Cette phase permet d'augmenter le taux de collision en gardant constante la densité dans l'espace des phases.

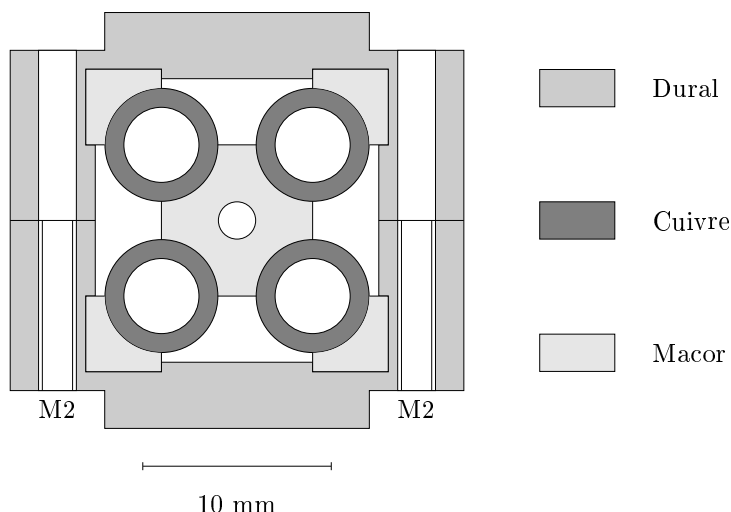


FIGURE 1.5: Coupe d'une des pièces de compression du guide. Des entretoises isolantes en Macor maintiennent les tubes du guide ensemble; elles sont à leur tour maintenues par deux pièces en dural vissées l'une à l'autre grâce à des vis M2 amagnétiques.

jusqu'à une distance de l'axe d'environ 2 mm. Pour un courant de 400 A, la profondeur du puits de potentiel est limitée par les conducteurs à 275 G; les pièces de céramique, avec le trou de 2 mm de diamètre qui permet le passage des atomes, limitent cette profondeur à 100 G (soit, en unités de température, 3 300 μK). Remarquons que les chiffres cités ici correspondent au cas d'un guide ne comportant aucun défaut; par exemple une anomalie dans le centrage d'une pièce de céramique, ou dans la position d'un tube de cuivre, déplace la ligne de champ magnétique nul et entraîne par conséquent une diminution de la profondeur du guide.

1.3.3 Mise en œuvre

Assemblage

Après brasure de la pièce de recombinaison, le guide est préparé en vue de son montage définitif : il est nettoyé à l'acétone, les multiples pièces de compression sont également nettoyées (dans un bain à ultrasons) puis mises en place.

Afin de séparer la chambre à vide du guide de celle du piège magnéto-optique, un tube de vide différentiel en verre de 300 mm de long et 6 mm de diamètre intérieur est fixé au centre des quatre tubes de cuivre avant la zone de compression⁷. Une pièce cylindrique en Macor, de 37 mm de diamètre extérieur, de 31 mm de diamètre intérieur, et de 10 cm de longueur, vissée sur la pièce de recombinaison, diminue encore la conductance entre la chambre du PMO et la chambre du guide.

⁷La profondeur du guide est alors d'environ 180 G, elle n'est donc pas limitante.

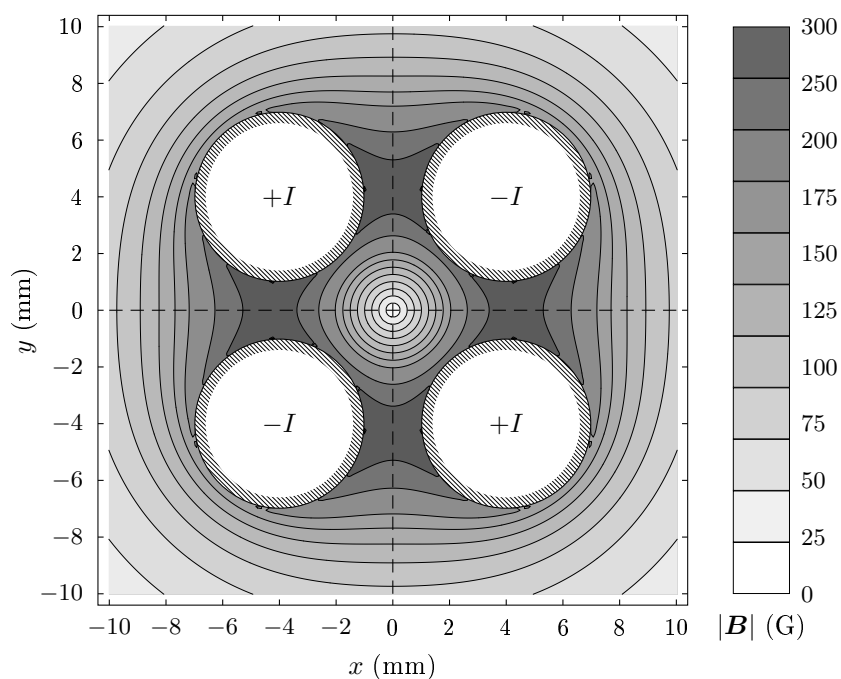


FIGURE 1.6: Norme du champ magnétique $|\mathbf{B}(x, y)|$ créé par les tubes de cuivre du guide, pour un courant $I = 400$ A. L'approximation du champ par $\mathbf{B} = b(-x, y, 0)$ avec un gradient $b = 1$ kG/cm est très bonne jusqu'à une distance de l'axe d'environ 2 mm. La « profondeur » du guide est de l'ordre de 275 G ; néanmoins, la présence de pièces de céramiques avec un orifice de 2 mm de diamètre pour le passage des atomes limite périodiquement cette profondeur à 100 G seulement.

Enceinte à vide

Le montage du guide dans l'enceinte à vide est une étape délicate, du fait de la grande longueur du guide et de la nécessité d'utiliser des tubes de verre⁸ pour la réalisation de la plus grande partie de la chambre, afin de pouvoir faire du refroidissement par évaporation radio-fréquence avec des antennes situées à l'extérieur de la chambre à vide. Le guide proprement dit repose sur des pièces en Macor posées sur les tubes de la chambre à vide. L'horizontalité du guide est contrôlée avec une précision de l'ordre du millimètre⁹.

Deux pompes ioniques de 25 L/s, situées en $z = 1,7$ m et $z = 4,3$ m sont utilisées pour pomper la chambre à vide du guide. Après quinze jours d'étuvage¹⁰ à 200–250°C, la pression résiduelle au niveau des pompes est de l'ordre de 10^{-11} Torr, mais la faible conductance des tubes de verre (diamètre intérieur 35 mm) limite la durée de vie effective des atomes dans le guide à une quinzaine de seconde. Plus quantitativement, en mesurant le flux en deux positions z_1 et $z_2 > z_1$ pour différentes vitesses v du jet, on observe que la loi

$$\Phi(z_2) \simeq \Phi(z_1) \exp\left(-\frac{z_2 - z_1}{v\tau}\right) \quad (1.7)$$

est bien vérifiée avec $\tau \simeq 15$ s.

Expérimentalement, nous avons constaté que le fait de refroidir les parois de la chambre à vide vers -50 °C permet d'augmenter de 25 à 50% le flux du jet atomique mesuré à la fin du guide. Nous employons pour cela un écoulement d'azote gazeux très froid émanant d'un Dewar d'azote liquide dans lequel plonge un tube amenant de l'air comprimé, et canalisé autour de l'enceinte à vide grâce à une « boîte » de section 10 cm \times 10 cm réalisée avec des plaques de polystyrène de 2 cm d'épaisseur. L'augmentation du flux lors du refroidissement indique qu'une des sources de gaz résiduel est le dégazage des parois de verre.

Circuit électrique

Quatre alimentations Delta-Elektronika SM-15-200 sont utilisées pour alimenter le guide avec un courant I pouvant aller jusqu'à 400 A, selon le schéma de la figure 1.7. A l'arrière du guide sont regroupées toutes les connexions électriques (réalisées avec des tubes de cuivre refroidis à eau), ainsi que l'arrivée de l'eau de refroidissement. Malgré une dissipation de puissance de 5 kW par effet Joule, l'élévation de température de l'eau reste modérée (inférieure à 10 K). Une défaillance du système de refroidissement à eau, en cas de fuite par exemple, serait catastrophique pour le guide et la qualité du vide. Pour éviter ce cas de figure, un contrôleur de débit¹¹ est placé en

⁸Avec des jonctions verre-métal pour des brides CF-40.

⁹La hauteur du centre du guide par rapport à la table optique est mesurée à l'aide d'un trusquin, et l'inclinaison de la table par rapport à l'horizontale grâce à un long tube flexible, en plastique transparent, rempli d'eau et qui sert ainsi de niveau.

¹⁰L'étuvage est une phase très délicate. En effet, le guide se dilate de plusieurs millimètres et une éventuelle différence de température entre les tubes conduit à des contraintes importantes sur les brasures de la pièce de recombinaison, qui peuvent conduire à l'apparition de micro-fuites. La montée et la descente en température doivent par conséquent être effectuées très lentement.

¹¹Omega FRP-121.

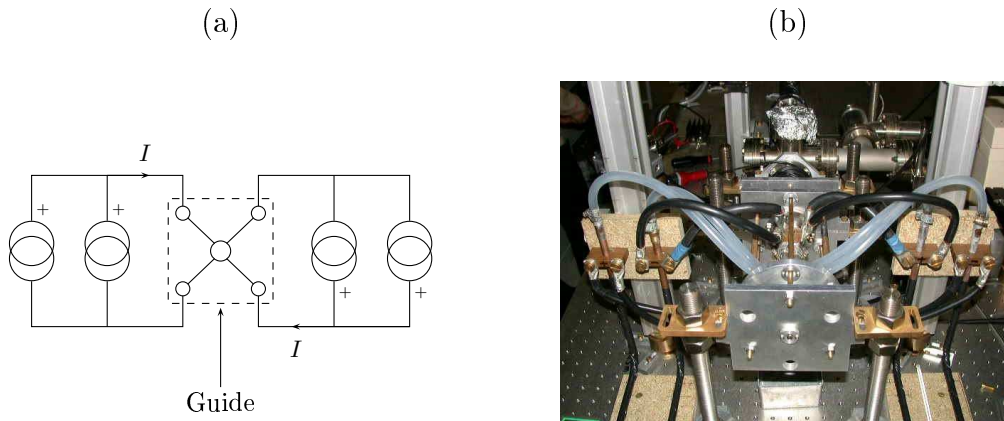


FIGURE 1.7: (a) Schéma électrique des connexions du guide magnétique. (b) Photographie de l'extrémité du guide, où sont regroupées les arrivées d'eau et de courant.

sortie du circuit d'eau, et coupe immédiatement le courant dès que le débit devient inférieur à une valeur de consigne.

Nous avons constaté que la coupure répétée et rapide du courant circulant dans le guide peut dégrader la qualité du vide. En effet, lors d'une coupure du courant en quelques dizaines de microsecondes, la force de Laplace répulsive s'exerçant sur les quatre tubes tombe brutalement à zéro. Ceci entraîne de violentes vibrations du guide (un bruit sourd accompagne la coupure du courant), et, après un grand nombre de répétitions, l'apparition de micro-fuites au niveau de la pièce de recombinaison¹². Pour cette raison, nous évitons de couper brutalement le champ magnétique du guide, ce qui impose de détecter le jet atomique en présence de ce champ inhomogène (voir la section 2.4).

1.4 Grandeurs physiques pertinentes

Dans cette section, nous établissons l'expression, en fonction des caractéristiques du jet, des grandeurs physiques caractérisant le jet dont la connaissance est cruciale dans l'étude du refroidissement par évaporation. Commençons par rappeler quelques propriétés de l'isotope ^{87}Rb du rubidium que nous utilisons pour nos expériences.

1.4.1 L'atome de ^{87}Rb

La figure 1.8 représente un schéma de niveaux simplifié du ^{87}Rb , avec les différentes transitions utilisées pour le refroidissement par laser et pour le repompage. Les facteurs de Landé g_F sont également indiqués en face de chaque multiplet de structure hyperfine.

Le tableau 1.1 résume en outre quelques propriétés du ^{87}Rb dont la connaissance sera utile dans la suite.

¹²Nous avons pu colmater ces microfuites grâce à de la colle polymère pour ultra-vide (Vacseal 1) qui, injectée dans les tubes du guide et « poussée » par de l'air comprimé, dépose un film sur toute la surface interne des tubes du guide, rendant ainsi la paroi étanche.

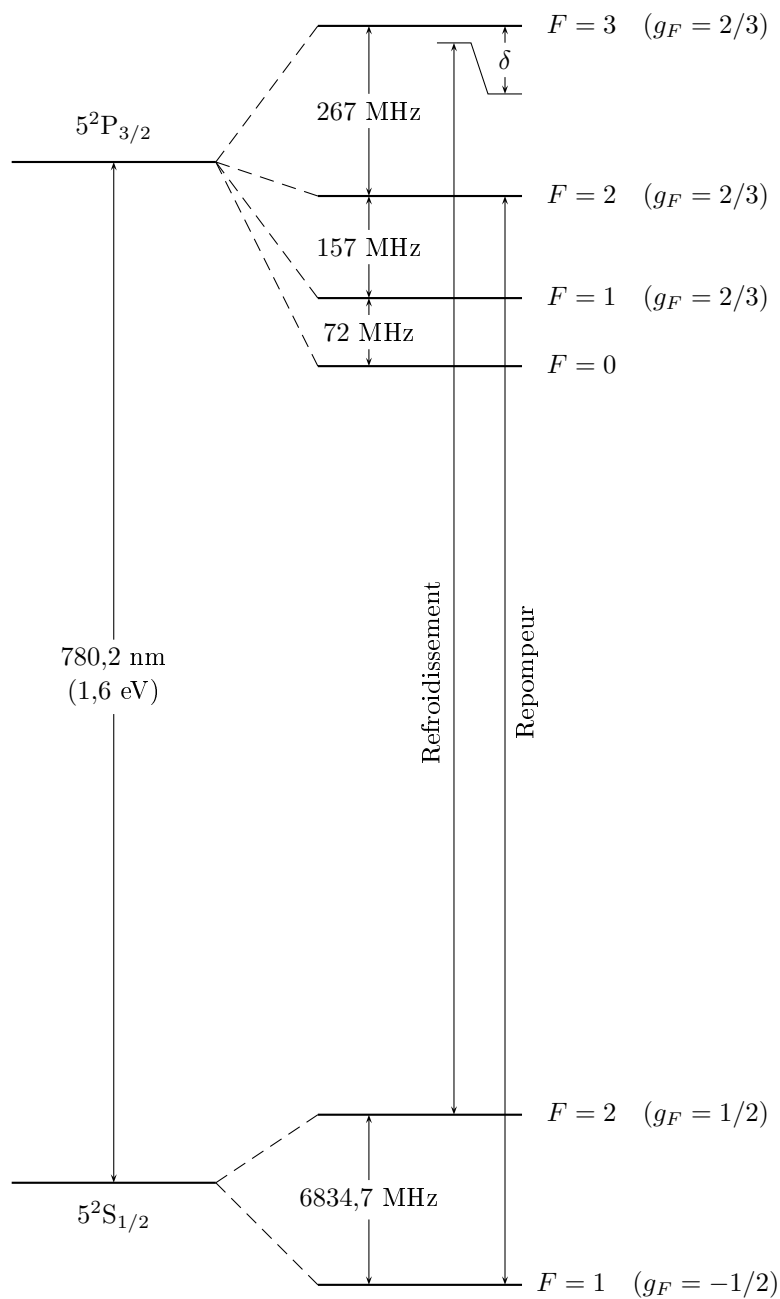


FIGURE 1.8: Schéma de niveaux simplifié du ^{87}Rb autour de la raie D2 à $780,2 \text{ nm}$. Le niveau $5^2\text{P}_{1/2}$ n'a pas été représenté (la raie D1 est à $795,0 \text{ nm}$). Les transitions utilisées pour le refroidissement (laser désaccordé de δ vers le rouge de la transition $|5^2\text{S}_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5^2\text{P}_{3/2}, F'=3\rangle$) et pour le repompeur (résonnant avec la transition $|5^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |5^2\text{P}_{3/2}, F'=2\rangle$) sont indiquées par des flèches verticales.

Grandeur physique	Symbole	Valeur
Abondance isotopique	—	27,83%
Spin nucléaire	I	3/2
Masse	m	$1,44 \times 10^{-25}$ kg
Longueur d'onde de la transition D_2	λ	780,2 nm
Largeur naturelle de l'état excité $5^2P_{3/2}$	Γ	$2\pi \times 6,1$ MHz
Moment magnétique de $ 5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$	$\mu = \mu_B/2$	$4,64 \times 10^{-24}$ J/T
Section efficace optique à résonance	$\sigma_{\text{opt}} = 3\lambda^2/(2\pi)$	$2,9 \times 10^{-13}$ m ²
Vitesse de recul	v_r	5,9 mm/s
Température Doppler	$T_D = \hbar\Gamma/(2k_B)$	146 μ K
Longueur de diffusion dans l'onde s	a	$5,3 \times 10^{-9}$ m
Section efficace de collision dans l'onde s	$\sigma = 8\pi a^2$	$7,1 \times 10^{-16}$ m ²

TABLEAU 1.1: Quelques propriétés de l'atome de ^{87}Rb . Les valeurs numériques sont tirées de [46]. La longueur de diffusion est donnée pour deux atomes dans $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$.

1.4.2 Paramètres du jet : flux, vitesse, température

Considérons un jet atomique confiné radialement par le potentiel (1.6) caractérisé par le gradient b et le champ longitudinal B_0 . Le flux du jet est noté Φ , sa vitesse moyenne, dirigée selon z , est notée v . La température du jet, supposé à l'équilibre thermodynamique dans le référentiel se déplaçant à la vitesse v par rapport au laboratoire, est T . Nous désignons par m la masse des atomes. Dans la suite, nous considérerons uniquement des jets *supersoniques*, c'est-à-dire ayant une distribution de vitesses longitudinales v_z telle que tous les atomes vérifient $v_z > 0$. La distribution de vitesse longitudinale est donnée par :

$$f(v_z) \propto \exp\left(-\frac{m(v_z - v)^2}{2k_B T}\right). \quad (1.8)$$

Le jet est supersonique si $v \gg \sqrt{k_B T/m}$. Introduisons le paramètre sans dimension $\mathcal{M} = v/\sqrt{k_B T/m}$, qui caractérise le caractère monocinétique du jet¹³. En pratique, dès que $\mathcal{M} \geq 3$, la fraction d'atomes ayant une vitesse v_z négative est inférieure à 1%.

Un paramètre important pour caractériser le confinement est le rapport sans dimension

$$\alpha \equiv \frac{\mu B_0}{k_B T}. \quad (1.9)$$

Considérons en effet le cas où $\alpha \ll 1$, c'est-à-dire $k_B T \gg \mu B_0$. La plus grande partie du potentiel exploré par les atomes est alors linéaire, et on peut négliger la présence de B_0 (voir le schéma

¹³Il s'agit, à un facteur numérique près, du *nombre de Mach*, rapport de la vitesse de l'écoulement à la vitesse du son.

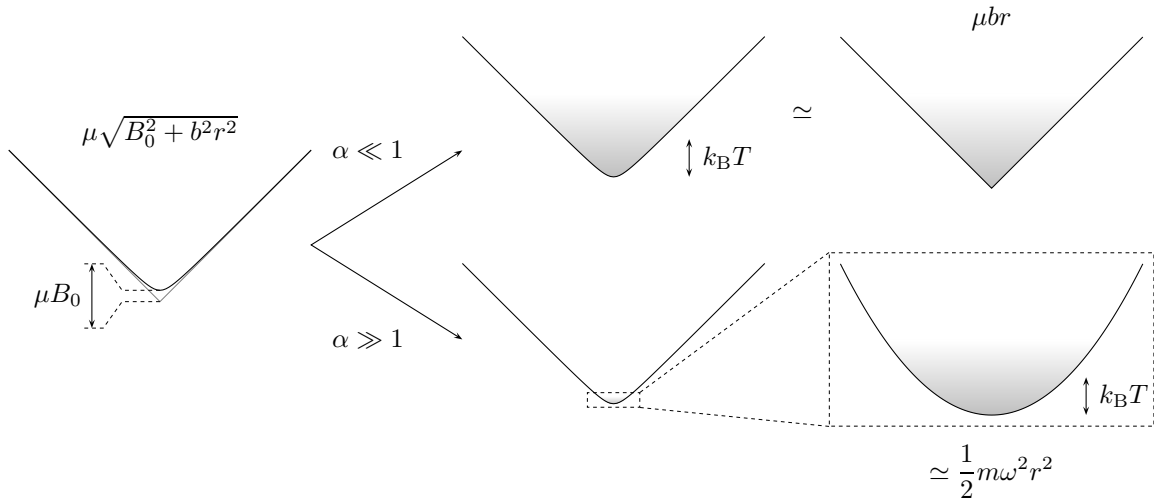


FIGURE 1.9: Si la température du jet vérifie $k_B T \gg \mu B_0$, le potentiel semi-linéaire peut être considéré comme pratiquement linéaire (en haut). Si au contraire $k_B T \ll \mu B_0$, les atomes n'explorent que le fond du puits de potentiel et le confinement est pratiquement harmonique (en bas).

du haut de la figure 1.9). Si au contraire $\alpha \gg 1$, c'est-à-dire $k_B T \ll \mu B_0$, les atomes n'explorent que le fond du puits de potentiel. On peut alors faire un développement limité de (1.6) autour de $r = 0$; le potentiel est harmonique avec une pulsation $\omega = \sqrt{\mu b^2 / (m B_0)}$.

1.4.3 Densité, densité dans l'espace des phases, taux de collisions

Dans cette section, nous donnons en fonction de Φ , v , T (paramètres caractérisant le jet) et de b et B_0 (paramètres caractérisant le confinement), l'expression analytique de grandeurs physiques importantes pour le refroidissement par évaporation du jet :

- la densité atomique sur l'axe, notée n_0 ,
- la densité dans l'espace des phases sur l'axe, notée ρ ,
- le taux de collisions élastiques au sein du jet, noté γ .

Nous faisons l'hypothèse que le jet est à l'équilibre thermodynamique¹⁴, la densité atomique $n(x, y)$ suit donc la distribution de Boltzmann dans le potentiel (1.6). En écrivant que la densité linéique du jet Φ/v est donnée par l'intégrale $\int n(x, y) dx dy$, nous obtenons la densité atomique sur l'axe n_0 :

$$n_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha} \frac{\Phi}{v} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2. \quad (1.10)$$

On définit la densité dans l'espace des phases sur l'axe ρ comme le produit de n_0 par le cube de la longueur d'onde de Broglie thermique $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$:

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha} \frac{\Phi}{v} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \frac{h^3}{(2\pi m k_B T)^{3/2}}. \quad (1.11)$$

La densité dans l'espace des phases ρ caractérise le degré de dégénérescence quantique du gaz; l'utilisation de la distribution de Boltzmann suppose que $\rho \ll 1$. Le but du refroidissement par

¹⁴Dans le référentiel en mouvement à la vitesse v .

Grandeur physique	Confinement harmonique	Confinement linéaire
γ	$\Phi/T^{1/2}$	$\Phi/T^{3/2}$
ρ	$\Phi/T^{5/2}$	$\Phi/T^{7/2}$

TABLEAU 1.2: *Lois d'échelles suivies par le taux de collisions élastiques γ et la densité dans l'espace des phases ρ dans les deux cas limites d'un confinement harmonique et linéaire.*

évaporation est d'augmenter ρ , en réduisant T au prix d'une diminution de Φ , jusqu'à atteindre la dégénérescence quantique qui se produit lorsque $\rho \sim 1$.

Le taux de collisions élastiques au sein du jet est défini comme le nombre moyen de collisions élastiques subies par un atome du jet par unité de temps. Des considérations simples de théorie cinétique des gaz montrent qu'il est donné par

$$\gamma = \frac{1}{N} \int |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \sigma f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}') d^3r d^3v d^3v', \quad (1.12)$$

où $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ est la fonction de distribution dans l'espace des phases¹⁵. La section efficace totale de collision élastique σ dépend *a priori* de la vitesse relative $\mathbf{v} - \mathbf{v}'$ des deux atomes qui entrent en collision. Néanmoins, la théorie de la diffusion en mécanique quantique montre que, à basse température, la diffusion se fait exclusivement dans l'onde s et que σ tend vers une constante valant $8\pi a^2$ où a est la *longueur de diffusion* [47]. Nous supposons ici que σ est constante (la condition de validité de cette approximation est discutée dans la section 1.4.4). En prenant pour f la distribution de Boltzmann, on montre que $\gamma = \bar{n}\sigma\bar{v}$ où

$$\bar{n} \equiv \frac{\int n^2(\mathbf{r}) d^3r}{\int n(\mathbf{r}) d^3r} = \frac{1}{8\pi} \frac{\Phi}{v} \frac{1+2\alpha}{(1+\alpha)^2} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \quad (1.13)$$

est la densité moyenne, et $\bar{v} = 4\sqrt{k_B T/(\pi m)}$. Il est alors possible d'exprimer γ en fonction des paramètres du jet :

$$\gamma = \frac{\sigma}{2\pi^{3/2}} \frac{1+2\alpha}{(1+\alpha)^2} \frac{\Phi}{v} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (1.14)$$

Lois d'échelles dans les cas harmonique et linéaire

Au cours du refroidissement par évaporation, le flux et la température du jet diminuent, et la densité dans l'espace des phases augmente. Il est important que le taux de collisions ne décroisse pas, sous peine de ralentir la dynamique du refroidissement. Il est donc utile de connaître comment ρ et γ se comportent en fonction de Φ et T dans les cas $\alpha \gg 1$ et $\alpha \ll 1$.

¹⁵Normalisée de la manière suivante :

$$\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3r d^3v = N,$$

où N est le nombre total d'atomes contenus sur une longueur L du jet ; l'intégration sur z dans la définition de γ se faisant entre 0 et L .

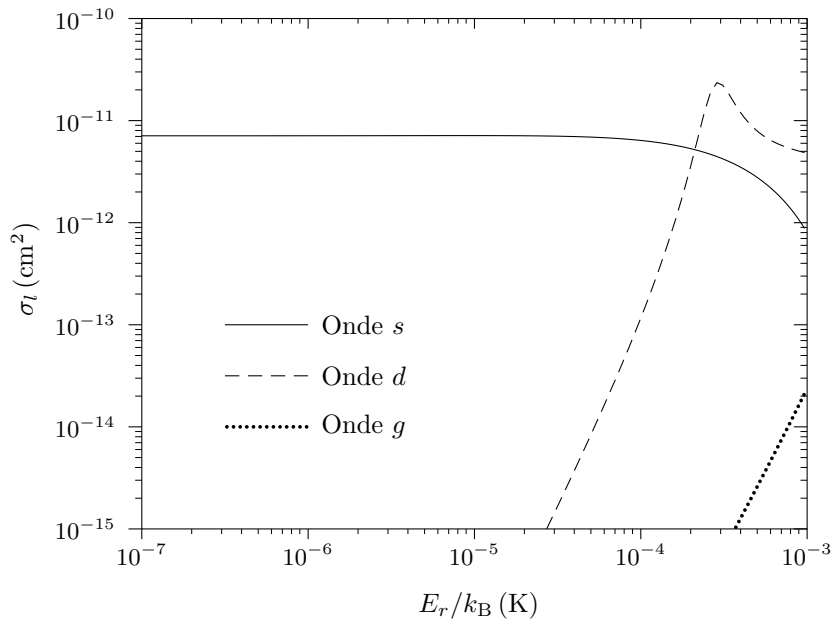


FIGURE 1.10: Variations des sections efficaces dans l'onde s , d et g en fonction de l'énergie E_r de la collision pour deux atomes de ^{87}Rb dans l'état $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$. La section efficace de diffusion dans l'onde d présente une résonance autour de $300 \mu\text{K}$. Les données présentées ici sont tirées de [48, 49].

Le tableau 1.2 résume les lois d'échelle suivies par γ et ρ dans ces deux cas limites. Il apparaît que dans le cas linéaire, γ et ρ varient plus rapidement avec la température que dans le cas harmonique. Ceci entraîne que le refroidissement par évaporation est plus efficace lorsque le confinement est linéaire, comme nous le montrerons au chapitre 4.

1.4.4 Influence de la température sur le taux de collisions élastiques

Ce n'est qu'à la limite $T \rightarrow 0$ que la section efficace de collision σ est constante. À température non nulle, en plus de la diffusion dans l'onde s , il faut également tenir compte des autres ondes partielles d , $g \dots$ (les ondes partielles impaires ne contribuent pas pour des bosons), et de la dépendance en vitesse relative de chacune des sections efficaces partielles.

La figure 1.10 représente, pour des atomes de ^{87}Rb dans l'état $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$, les variations des différentes sections efficaces partielles en fonction de l'énergie cinétique relative $E_r = (m/2)v_r^2/2$. Ici, $m/2$ est la masse réduite de deux atomes de masse m , et v_r leur vitesse relative. La section efficace dans l'onde s commence à décroître très significativement au delà de $E_r/k_B \sim 100 \mu\text{K}$. En revanche, la section efficace dans l'onde d présente une résonance autour de $300 \mu\text{K}$. Les contributions des autres ondes partielles sont négligeables pour des énergies relatives inférieures au milliKelvin.

Connaissant les fonctions $\sigma_l(E_r)$, et donc la section efficace totale $\sigma(E_r) = \sum_{l \text{ pair}} \sigma_l(E_r)$, il est possible de calculer, en fonction de la température, le taux de collision γ . La figure 1.11 représente, en fonction de T , le rapport γ/γ_0 où γ_0 est la valeur qu'aurait le taux de collision si σ restait constante et égale à $8\pi a^2$. Grâce à la résonance dans l'onde d , pour des températures jusqu'à $700 \mu\text{K}$, le taux de collisions élastique est supérieur à la valeur qu'il aurait si σ restait

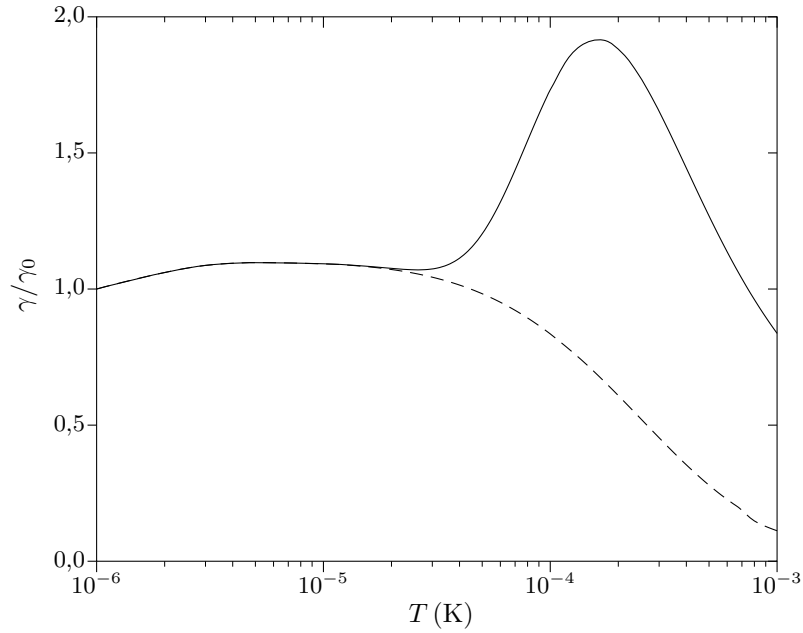


FIGURE 1.11: Influence sur le taux de collisions γ de la variation des sections efficaces partielles avec la température. Pour la courbe en pointillés, seule l'onde s est prise en compte ; pour la courbe en traits pleins, les ondes partielles d'ordre plus élevées sont incluses dans le calcul. La résonance dans l'onde d évite que le taux de collisions ne s'effondre au-delà de $100 \mu\text{K}$.

constante et égale à $8\pi a^2$.

Remarquons néanmoins que le taux de collisions élastiques ne suffit pas à caractériser le retour à l'équilibre d'une distribution initialement hors d'équilibre. En effet, en ce qui concerne par exemple la redistribution d'énergie lors d'une collision élastique, une collision dans l'onde d est moins efficace qu'une collision dans l'onde s , car l'anisotropie de la section efficace différentielle dans l'onde d fait que les diffusions vers l'avant ou vers l'arrière, pour lesquelles la différence d'énergie entre les deux particules change peu lors de la collision, sont plus probables. Pour aller au-delà de ces considérations qualitatives, il faut étudier un cas concret de retour à l'équilibre d'une distribution non thermique. La référence [50] le fait dans le cadre de l'étude de la relaxation d'un mélange de deux espèces atomiques initialement à des températures différentes. Il apparaît alors que l'expression du *temps de thermalisation* fait intervenir un terme d'interférences entre les différentes ondes partielles et conduit à une augmentation du nombre de collisions élastiques requis pour atteindre l'équilibre. Dans le cas spécifique du ^{87}Rb , l'augmentation du taux de collisions élastiques dû à la résonance dans l'onde d compense pratiquement cet effet : à température intermédiaire, il faut un nombre de collisions plus important pour thermaliser, mais le taux de collisions est également plus important, et ainsi le temps de thermalisation est pratiquement inchangé. Par conséquent, nous évaluerons toujours le nombre de collisions en utilisant (1.14) où $\sigma = 8\pi a^2$, tout en ayant à l'esprit qu'en réalité, dans la gamme $50 \lesssim T \lesssim 500 \mu\text{K}$, le taux de collisions réel est plus élevé, mais qu'il faut un plus grand nombre de collisions pour assurer la rethermalisation.

Φ (at/s)	v (m/s)	T (μ K)	b (G/cm)	B_0 (G)	ℓ_g (m)	N_{col}	Référence
2×10^8	2	170	150	0	0,4	0,002	[29]
$\sim 10^8$	0,7	150	300	0	2,3	0,16	[51]
7×10^9	1	400	600	0	4,5	8	[52]
7×10^9	0,6	550	800	1	4,5	25	[53]

TABLEAU 1.3: *Caractéristiques des jets atomiques guidés magnétiquement réalisés dans notre équipe. Pour avoir un nombre de collisions N_{col} significatif, il faut un flux très élevé, une vitesse et une température les plus faibles possibles, et un fort confinement.*

1.5 Cahier des charges portant sur le jet à réaliser

Pour des caractéristiques données du guide, le nombre de collisions $N_{\text{col}} = \gamma \ell_g / v$ est d'autant plus élevé qu'on minimise la vitesse et la température du jet, et qu'on maximise le flux Φ , tout en respectant la contrainte $\mathcal{M} \geq 3$. Nous donnons, dans le tableau 1.3, les valeurs numériques obtenues pour Φ , T , v dans notre équipe grâce à diverses versions du montage.

Il apparaît qu'il est nécessaire d'avoir des flux très importants (supérieurs par près de deux ordres de grandeur aux flux typiques utilisés dans la plupart des expériences de condensation de Bose-Einstein pour remplir un piège magnéto-optique) et des vitesses très faibles, pour obtenir un nombre de collisions significativement supérieur à l'unité.

1.6 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre qu'obtenir un jet atomique guidé magnétiquement dans le régime collisionnel requiert d'une part la réalisation d'un guide très confinant, et d'autre part l'injection dans ce guide d'un jet de très haut flux, à basse vitesse et basse température. Nous verrons dans le chapitre qui suit comment l'utilisation d'un mode d'injection pulsée permet d'aboutir à ce résultat.

Chapitre 2

Injection pulsée de paquets atomiques dans le guide

Ce chapitre décrit notre dispositif expérimental ayant permis l'obtention d'un jet atomique guidé dans le régime collisionnel. L'organisation de ce chapitre est la suivante. Nous commençons par motiver l'injection en mode pulsé de paquets atomiques dans le guide, puis nous détaillons les différentes parties du montage : la source (four à effusion suivi d'un ralentisseur Zeeman) et le dispositif de lancement de paquets atomiques dans le guide (piège magnéto-optique injecteur et pré-guide magnétique). Enfin, nous décrivons la méthode utilisée pour la détection du jet atomique guidé.

2.1 Introduction

Les techniques que nous utilisons sont, pour la plupart, issues des techniques standard employées dans les domaines du refroidissement par laser et de la condensation de Bose-Einstein. Une description détaillée de ces techniques sort du cadre de ce mémoire ; on consultera avec profit [1–4], pour une revue des techniques de refroidissement par laser, et [8,9] pour ce qui concerne certains aspects expérimentaux de la condensation de Bose-Einstein.

Dans ce qui suit, nous mettrons l'accent sur les adaptations de ces techniques que nous avons développées pour répondre à nos besoins spécifiques, à savoir la réalisation d'un jet atomique guidé continu et intense.

2.1.1 Injection en mode pulsé

Les séquences expérimentales utilisées pour obtenir la condensation de Bose-Einstein des gaz dilués (confinés dans un piège magnétique) comportent plusieurs étapes se déroulant successivement dans le temps :

- On commence par charger un piège magnéto-optique (PMO), pour obtenir un nuage contenant typiquement 10^9 atomes à quelques centaines de μK .
- On fait ensuite une courte phase de mélasse optique, en coupant les champs magnétiques du PMO et en augmentant le désaccord δ à la résonance atomique des faisceaux du piège, ce qui permet d'abaisser la température du nuage d'un facteur 10 environ.

- Les atomes sont ensuite polarisés par pompage optique dans un sous-niveau Zeeman piégé magnétiquement.
- On branche alors le piège magnétique dont le confinement est adapté à la taille et à la température du nuage¹.
- Le piège est ensuite comprimé adiabatiquement (on augmente lentement les fréquences de piégeage), ce qui conduit à augmenter le taux de collisions élastiques sans modifier la densité dans l'espace des phases.
- On réalise enfin le refroidissement par évaporation du nuage ainsi piégé. Cette étape dure typiquement une trentaine de secondes et permet d'obtenir un condensat contenant entre 10^5 et 10^6 atomes.

Notre projet consiste à transposer dans l'espace la dernière étape de cette séquence temporelle, en évaporant les atomes du jet au fur et à mesure de leur propagation dans un guide magnétique. Une possibilité qui vient naturellement à l'esprit serait de transposer *toute* la séquence temporelle dans l'espace, ce qui implique donc d'injecter des atomes *en continu* dans le guide.

Cette possibilité a été étudiée expérimentalement dans notre équipe, y compris au début de ma thèse. Elle a permis d'obtenir des flux guidés non négligeables, de quelques 10^8 atomes par seconde, à des vitesses de l'ordre de 2 m/s [29], voire inférieures². Néanmoins, il est facile de se convaincre que l'on se heurte à des difficultés considérables pour transposer dans l'espace certaines séquences temporelles triviales. Il est très simple, par exemple, de faire varier dans le temps la fréquence d'un laser par quelques dizaines de MHz, au cours d'une phase de mélasse optique par exemple. Le faire dans l'espace est en revanche impossible. De même, éteindre complètement un faisceau lumineux se fait très facilement dans le temps avec un rapport d'extinction remarquable³. Mais avoir une zone exempte de lumière dans une région voisine d'un faisceau intense présente une difficulté considérable, du fait des inévitables réflexions parasites du faisceau.

Pour toutes ces raisons, il est apparu que vouloir réaliser l'injection dans le guide magnétique en continu est trop pénalisant. Nous nous sommes donc tournés vers une injection en mode pulsé, consistant à envoyer dans le guide, avec un taux de répétition élevé, des paquets d'atomes préparés grâce à une séquence temporelle « standard ». Ceci donne la possibilité d'utiliser pratiquement toutes les techniques développées pour les expériences de condensation de Bose-Einstein traditionnelles.

Une séquence typique de lancement d'un paquet (d'une durée d'environ 200 ms) est constituée des étapes suivantes :

- Capture, en ~ 100 ms, d'un nuage d'environ 10^9 atomes, à partir du jet atomique lent fourni par un ralentisseur Zeeman.

¹Si le nuage à piéger a une taille Δr et une température T , on choisira, pour un piège harmonique, une pulsation $\omega = \Delta v / \Delta r$ où $\Delta v = \sqrt{k_B T / m}$ est la dispersion de vitesse dans le nuage. Un tel choix, qui permet de ne pas perdre en densité dans l'espace des phases lors du transfert dans le piège, est appelé en anglais *mode-matching* du piège.

²Un jet continu avec une vitesse moyenne de 70 cm/s et un flux de $\sim 10^8$ atomes par seconde a été obtenu grâce à l'utilisation d'un mini-guide magnétique pour coupler les atomes dans le guide [51].

³En utilisant par exemple un modulateur acousto-optique (MAO) pour une coupure rapide, puis un obturateur mécanique pour une extinction complète.

- Refroidissement et lancement, en direction du guide, de ce paquet atomique par une phase de mélasse optique dans un référentiel en mouvement. Cette phase a une durée de 3 ms.
- Pompage optique, en 700 μ s, des atomes de ^{87}Rb dans le sous-niveau Zeeman piégé magnétiquement $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$.
- Pré-guidage, durant ~ 100 ms, dans un gradient de champ magnétique transverse empêchant la dilution et la chute libre du nuage atomique. Le pré-guide agit en quelque sorte comme un « entonnoir magnétique » améliorant considérablement l'efficacité de couplage dans le guide magnétique proprement dit.

2.1.2 Schéma général du dispositif

La figure 2.1 montre une vue d'ensemble très simplifiée du dispositif expérimental :

- Un four à recirculation produit un jet atomique collimaté.
- Ce jet est ralenti par un ralentisseur Zeeman jusqu'à une vitesse de l'ordre de 20 m/s.
- Un piège magnéto-optique (PMO), situé dans une chambre à vide en acier inoxydable non magnétique à quatorze branches, capture les atomes du jet ralenti et permet d'envoyer des paquets d'atomes dans le guide magnétique d'axe z , de 4,5 m de long, situé sous vide. Ces paquets se recouvrent, du fait de la dispersion de vitesse longitudinale, après une distance de propagation de quelques dizaines de centimètres. Le refroidissement par évaporation peut alors être mis en œuvre sur le jet atomique continu ainsi obtenu.

Les sections qui suivent reviennent en détails sur chacune des parties du dispositif expérimental, en insistant sur les aspects originaux du montage.

2.2 Source atomique

Afin de pouvoir générer un jet atomique guidé ayant un flux élevé, il faut que le taux de d'injection des paquets dans le guide soit le plus grand possible. Il est donc nécessaire d'avoir un très bon taux de chargement du PMO : en effet, le taux de chargement du PMO donne une borne supérieure du flux dans le guide. Des différentes méthodes utilisées pour alimenter un PMO (chargement en vapeur, configurations à double PMO [54], utilisation d'un jet produit par un PMO bi-dimensionnel [55], utilisation d'un ralentisseur Zeeman), seule la dernière permet d'atteindre de très grands taux de chargements. Nous avons donc conçu un ralentisseur Zeeman dont le flux ralenti est supérieur à 10^{11} atomes/s, à une vitesse de l'ordre de 20 m/s.

2.2.1 Four à recirculation

Le jet atomique est produit par un four à effusion contenant 15 g de rubidium. Afin de maximiser la durée de vie du four, nous avons conçu un système de recirculation permettant de réutiliser l'essentiel du rubidium qui, du fait de la collimation, ne part pas dans le jet atomique utile. Plusieurs types de four à recirculation pour les alcalins ont été décrits [56, 57] ; nous avons décidé néanmoins de concevoir un dispositif de mise en œuvre moins complexe, inspiré en partie de [58].

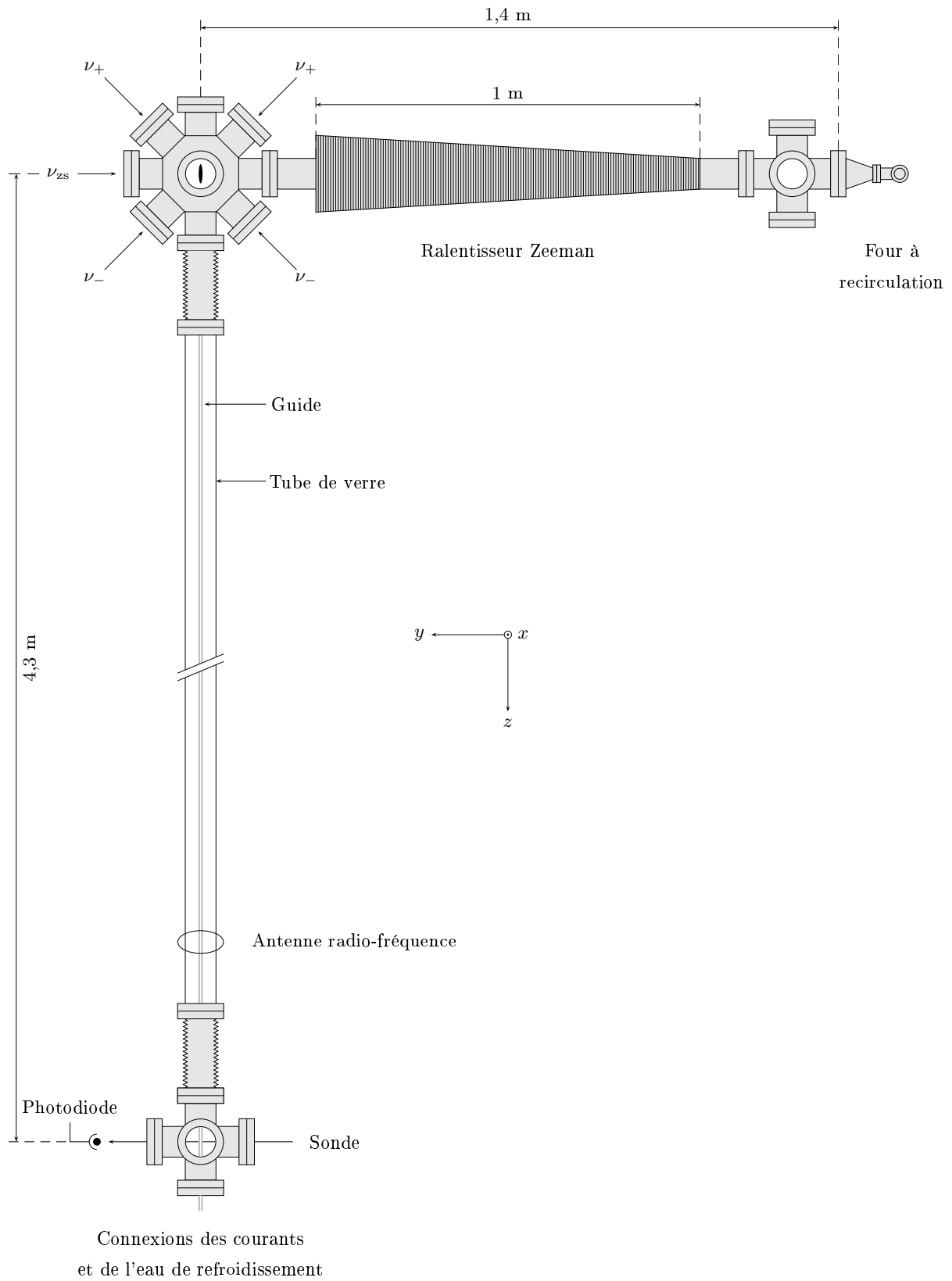


FIGURE 2.1: Vue générale simplifiée du dispositif expérimental. L'échelle n'est pas respectée.

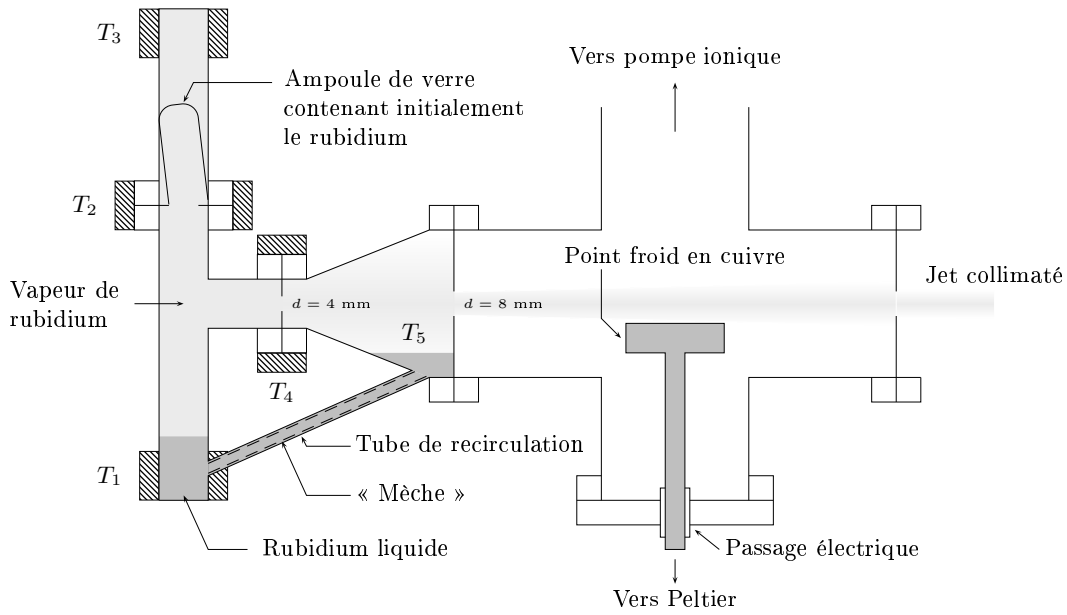


FIGURE 2.2: Représentation schématique du four à recirculation. Les zones hachurées représentent les bandes chauffantes.

Construction

Une vue d'ensemble du four, constitué d'éléments standard pour l'ultraviolet (CF-40 et CF-16), est représentée sur la figure 2.2. Une première chambre contient à son extrémité inférieure du rubidium liquide à $T_1 = 140^\circ\text{C}$ en équilibre avec sa vapeur, qui s'échappe par un trou de diamètre $d = 4\text{ mm}$ (pratiqué dans un joint cuivre CF-16 plein). Les autres parties de la première chambre sont maintenues à une température $T_2 = T_3 = T_4 = 170^\circ\text{C}$ afin d'éviter que le rubidium ne s'accumule en un point froid ; on évite ainsi en particulier tout problème éventuel de bouchage de l'ouverture du four. Une chambre de collimation, de forme tronconique, permet de collimater le jet ainsi produit, grâce à un second trou de diamètre 8 mm (lui aussi percé dans un joint cuivre CF-40 plein), situé à 79 mm en aval du premier.

Le rubidium non utilisé dans le jet collimaté s'accumule dans cette chambre. Afin de permettre la réutilisation de ce rubidium, un tube en acier inoxydable, de 6 mm de diamètre intérieur, connecte le bas de la chambre de collimation à la première chambre. Ce tube contient une fine grille d'inox⁴ plaquée or⁵ qui doit *a priori* entraîner par capillarité le rubidium liquide à la température $T_5 < T_1$ vers la première chambre (de même que dans une bougie la cire liquide monte par capillarité vers la flamme).

Les températures T_1 à T_4 (voir figure 2.2) sont stabilisées à l'aide de quatre contrôleurs PID⁶ utilisant des thermocouples en guise de capteurs de température et alimentant, via des relais statiques, des bandes chauffantes⁷.

⁴Alfa-Aeser, réf. 42011.

⁵Le rubidium liquide ne mouille pas l'acier inoxydable, mais mouille l'or.

⁶Omega CN-1166.

⁷Omega, MBH-2515300A et MBH-1210150A.

En sortie du four, deux croix à six branches CF-40 sont utilisées pour :

- connecter une pompe ionique de 25 L/s (devant laquelle on a placé quelques morceaux de graphite activé pour pomper efficacement le rubidium),
- monter deux points froids en cuivre à -20 °C (soudés sur le barreau de cuivre d'un passage électrique à fort courant pour l'ultra-vide, refroidi par des modules à effet Peltier eux-mêmes refroidis à l'eau), et dont la fonction est d'agir comme des cryo-pompes pour le rubidium,
- sonder le jet atomique à l'aide d'un laser sonde, grâce à deux hublots.

Le remplissage du four est une opération délicate, le rubidium réagissant violemment avec l'oxygène de l'air⁸. Nous refroidissons, dans l'azote liquide, l'ampoule de verre contenant le rubidium sous atmosphère inerte, puis nous cassons le verre à l'aide d'une pince. L'ampoule ainsi ouverte est alors introduite dans le four préalablement rempli d'azote gazeux, l'ouverture de l'ampoule étant dirigée vers le bas. Après avoir refermé le four à l'aide d'une bride CF-16, il est mis sous vide. En chauffant ensuite le four, le rubidium se liquéfie et coule au fond de la chambre principale.

Caractérisation

Nous avons évalué le flux du jet atomique en mesurant l'absorption d'un faisceau laser résonnant perpendiculaire au jet. L'absorption A du faisceau donne accès à la valeur de la densité atomique n dans le jet, via la relation $A = 1 - e^{-n\sigma_{\text{opt}}l}$ où l est la longueur de la zone d'interaction entre le faisceau sonde et le jet atomique. Le flux atomique peut alors être évalué moyennant la connaissance du diamètre du jet et de sa vitesse moyenne.

Pour le point de fonctionnement nominal du four ($T_1 = 140\text{ °C}$ et $T_2 = T_3 = T_4 = 170\text{ °C}$), on mesure dans la chambre du PMO un flux de ^{87}Rb d'environ :

$$\Phi_{\text{jet}} \simeq 2 \times 10^{12} \text{ atomes/s.} \quad (2.1)$$

C'est l'ordre de grandeur du flux qu'on peut évaluer en supposant qu'on a un four effusif contenant une vapeur de rubidium à la température T_1 et à la pression de vapeur saturante $P_{\text{sat}}(T_1)$, en tenant compte de l'abondance isotopique du ^{87}Rb et de la géométrie du système. Notons néanmoins qu'à cette température, le libre parcours moyen ℓ d'un atome dans le four est de l'ordre de quelques millimètres, donc comparable à la taille d de l'ouverture. On ne peut donc pas attendre un accord quantitatif avec la théorie des jets effusifs qui suppose $\ell \gg d$.

La durée de vie des 15 g de rubidium initialement installés dans le four est estimée⁹ à 200 heures en l'absence de recirculation. Nous avons utilisé le four depuis novembre 2003, soit plus de 1500 heures cumulées, sans noter d'évolution sensible du comportement du four. Le dispositif de recirculation semble donc fonctionner.

⁸De plus, la température de fusion du rubidium est à peine supérieure à l'ambiante. Comme la réaction d'oxydation est exothermique, elle peut entraîner la liquéfaction du rubidium, ce qui rend la réaction plus violente encore.

⁹Il est difficile d'obtenir une valeur très précise, du fait d'une part de l'incertitude sur la température du four, et d'autre part du diamètre élevé de l'ouverture du four, qui fait que ce dernier ne fonctionne pas dans le régime effusif.

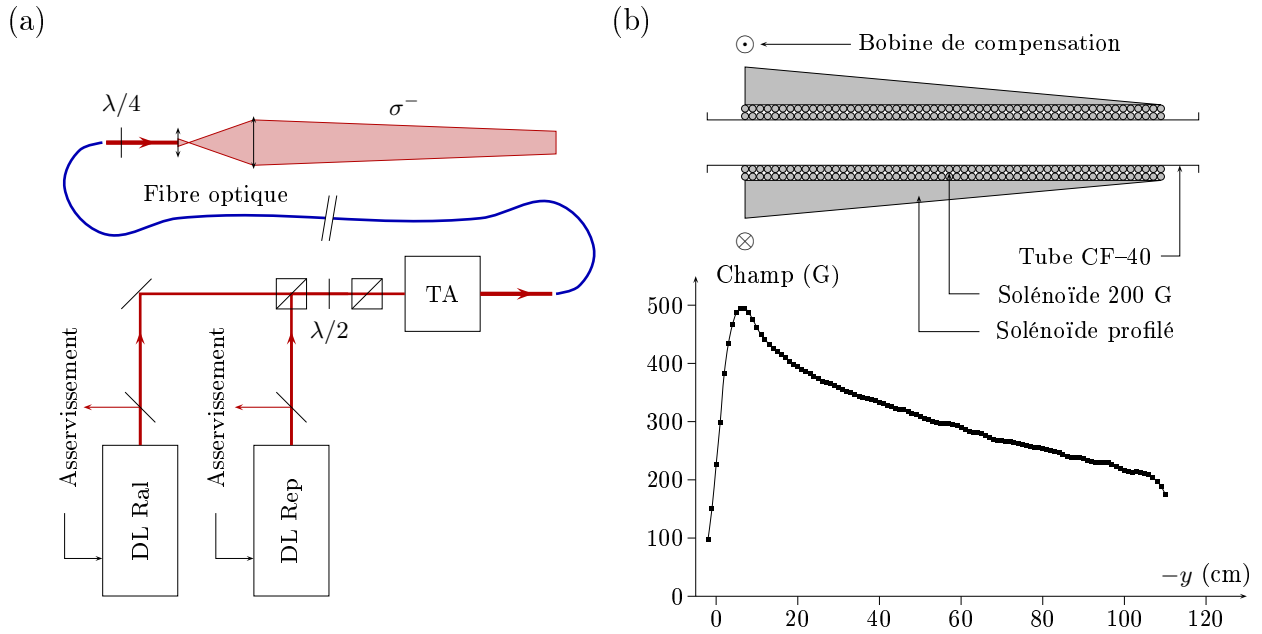


FIGURE 2.3: Représentation schématique du ralentisseur Zeeman. En (a), le système laser. Les diodes laser (DL) utilisées pour le ralentissement (Ral) et le repompeur (Rep) sont asservies en fréquences (par absorption saturée pour la DL Ral, avec un décalage de fréquence d'environ 800 MHz assuré par deux modulateurs acousto-optiques de 200 MHz en double passage, et simplement sur le flanc de la raie Doppler pour la DL Rep). Nous superposons ensuite les deux faisceaux et ajustons grâce à une lame $\lambda/2$ l'intensité relative des deux fréquences injectées dans l'amplificateur TA (tapered amplifier). Le faisceau de sortie est injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation; en sortie de celle-ci, une lame quart d'onde permet d'obtenir une onde polarisée σ^- , et un télescope permet d'obtenir un faisceau large, légèrement convergent (voir texte). En (b), représentation schématique de la construction du ralentisseur autour d'un tube à vide CF-40 de 1,20 m de long. Un solénoïde réalisé avec deux couches de tube de cuivre creux (pour le refroidissement à eau) fournit un champ homogène de 200 G, et un solénoïde profilé, réalisé avec du fil de cuivre émaillé de 1,6 mm de diamètre, permet d'obtenir le profil de champ magnétique nécessaire à la compensation de l'effet Doppler par effet Zeeman. La courbe représente le champ total, mesuré en fonction de la coordonnée $-y$ le long du ralentisseur.

2.2.2 Ralentisseur Zeeman

La vitesse moyenne $\sqrt{9\pi k_B T_1 / (8m)}$ du jet atomique collimaté produit par le four est de l'ordre de 380 m/s. Afin de pouvoir capturer les atomes dans le PMO, il faut donc ralentir le jet en dessous de la vitesse de capture $v_c \simeq 30$ m/s du PMO. Pour ce faire, nous utilisons la technique désormais classique du ralentissement Zeeman [59–62].

Rappel du principe de fonctionnement

Un faisceau laser se propageant en sens inverse du jet atomique, résonnant avec la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$, exerce sur les atomes une force de pression de radiation opposée à leur vitesse, ce qui les décélère. Au fur et à mesure que leur vitesse diminue, les atomes sortent de résonance par effet Doppler. Afin de contrecarrer cet effet, on compense le décalage

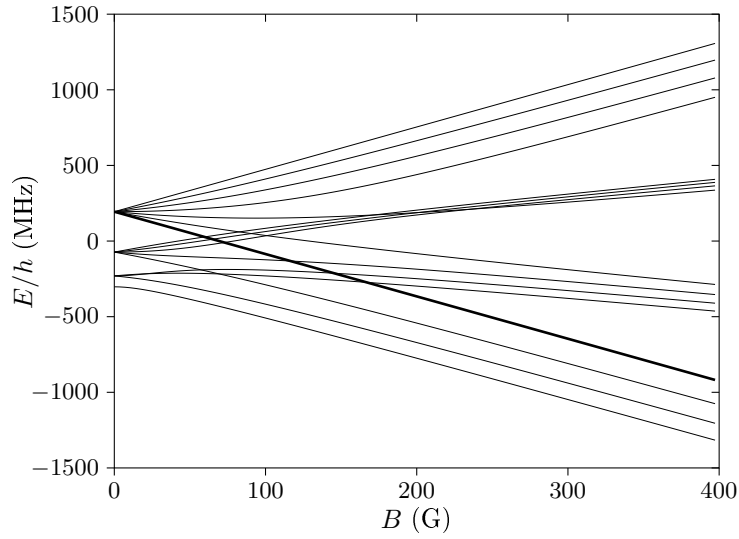


FIGURE 2.4: Niveaux d'énergie de l'état $5^2P_{3/2}$ du ^{87}Rb en fonction du champ magnétique appliqué B . La ligne épaisse correspond à l'état excité de la transition utilisée pour le refroidissement.

Doppler grâce à l'effet Zeeman, en appliquant un gradient de champ magnétique dirigé le long du jet. Le profil spatial du champ reflète ainsi la variation de la vitesse du jet. Pour une décélération constante, le profil du champ doit donc varier comme la racine carrée de la distance d'arrêt du jet (voir figure 2.3 (b)). Nous utilisons un champ magnétique croissant¹⁰. La structure des niveaux du ^{87}Rb en présence d'un champ magnétique impose d'utiliser alors une polarisation σ^- pour le faisceau ralentisseur.

Système laser

Afin de disposer d'une puissance laser suffisante, nous utilisons un MOPA (Master-Oscillator Power Amplifier) dans lequel nous injectons simultanément la lumière utilisée pour le ralentissement et le repompeur (voir figure 2.3 (a)). La proportion relative des deux fréquences peut être ajustée grâce à une lame demi-onde précédant un cube polariseur situé avant l'amplificateur. La puissance totale de sortie est d'environ 300 mW, mais du fait de la mauvaise qualité du mode spatial du faisceau, on ne couple que 120 mW dans la fibre monomode à maintien de polarisation qui amène la lumière au niveau de l'expérience. En sortie de fibre, une lame quart d'onde permet d'obtenir la polarisation σ^- de l'onde. Enfin, un télescope fournit un faisceau large et légèrement convergent, de rayon à $1/e^2$ d'environ 10 mm à la sortie du ralentisseur, mais seulement 2 mm au niveau de l'orifice du four.

Construction du ralentisseur

Le calcul des niveaux d'énergie du ^{87}Rb en présence d'un champ magnétique (voir figure 2.4) montre que le niveau excité de la transition utilisée pour le ralentissement croise plusieurs autres niveaux à des champs inférieurs à 170 G environ. Si un tel croisement survient au cours du ralentissement, la transition utilisée pour ralentir les atomes devient une transition ouverte. Ceci conduirait donc à une perte d'atomes.

Nous imposons donc au champ du ralentisseur de rester constamment supérieur à 200 G. Pour cela nous utilisons un champ constant de 200 G réalisé à l'aide d'un solénoïde enroulé sur le tube du ralentisseur Zeeman. On utilise comme conducteur un tube de cuivre (refroidi par circulation d'eau), de 4 mm de diamètre extérieur (3 mm intérieur) isolé grâce à de la gaine thermorétractable¹¹. Les deux couches du solénoïde permettent d'obtenir 200 G avec un courant de 50 A environ. Par dessus, nous réalisons¹² un solénoïde profilé qui permet d'obtenir le profil de champ souhaité. Le profil de champ magnétique mesuré est représenté sur la figure 2.3 (b). Pour les détails de conception et de fabrication de ce solénoïde, le lecteur est renvoyé à la référence [63]. Enfin, une bobine circulaire de 25 cm de diamètre, comprenant 20 tours et réalisée avec le même type de tube de cuivre que le solénoïde refroidi à l'eau, est utilisée afin de compenser, au niveau du piège magnéto-otique, le champ et le gradient de champ magnétique générés par le ralentisseur Zeeman. Cette bobine, dite de *compensation*, est parcourue par un courant de 37 A.

Performances

Afin de caractériser le jet en sortie du ralentisseur, nous mesurons l'absorption de deux faisceaux laser au niveau de la chambre à vide du PMO. L'un est perpendiculaire au jet, et permet donc de mesurer le flux atomique indépendamment de la vitesse; l'autre fait un angle de 45° avec l'axe du jet. Par effet Doppler, l'absorption de ce faisceau dépend de la vitesse des atomes et permet donc de remonter à la distribution des vitesses au sein du jet atomique.

Après optimisation des paramètres du ralentisseur (alignement et focalisation du faisceau, intensité lumineuse totale, rapport de puissance entre la lumière cyclante et le repompeur, désaccord du repompeur, désaccord de la lumière cyclante), on obtient un flux ralenti typique

$$\Phi_{\text{ralenti}} \simeq 2 \times 10^{11} \text{ atomes/s}, \quad (2.2)$$

soit une réduction d'un facteur 10 par rapport à (2.1). Les atomes « manquants » sont perdus du fait du chauffage transverse dû à l'émission spontanée, ou correspondent à des atomes dont la vitesse initiale est supérieure à la vitesse critique (environ 300 m/s) au dessus de laquelle le ralentissement ne peut s'effectuer¹³.

¹⁰Cette configuration a deux avantages : d'une part la vitesse finale du jet est mieux définie car la sortie de résonance des atomes à la fin du solénoïde est brutale; d'autre part la lumière du ralentisseur est très désaccordée et influe donc peu sur le PMO.

¹¹En téflon afin de pouvoir étuver le ralentisseur à 200°C.

¹²Avec du fil de cuivre de 1,6 mm de diamètre également étuvable.

¹³En supposant que la distribution de vitesse du jet est celle d'un jet effusif, environ 50% des atomes du jet ont une vitesse initiale trop importante pour pouvoir être ralentis.

La vitesse moyenne du jet ralenti est ajustable entre 5 et 50 m/s en jouant sur le désaccord de la lumière cyclante. Nous avons observé que le taux de chargement du PMO est optimal pour une vitesse finale de l'ordre de 20 m/s.

Les caractéristiques de notre ralentisseur Zeeman (longueur, diamètre, puissance lumineuse utilisée) en font l'un des plus performants, en termes de flux, de ceux réalisés à ce jour dans le monde.

2.3 Lancement des paquets atomiques

Dans cette section, nous décrivons l'injection de paquets d'atomes dans le guide magnétique, depuis la capture des atomes du jet ralenti dans le PMO jusqu'au recouvrement des paquets dans le guide magnétique.

2.3.1 Piège magnéto-optique injecteur

La première étape de la séquence expérimentale consiste à capturer en un temps très court, de l'ordre de 100 ms, le maximum d'atomes dans le piège magnéto-optique.

Caractéristiques

Nous utilisons pour cela un piège magnéto-optique conventionnel, avec un gradient de champ magnétique tridimensionnel et six faisceaux contrapropageants¹⁴.

La particularité de notre piège concerne la configuration du gradient de champ magnétique, qui est très faible selon la direction longitudinale z . Ceci permet d'obtenir un nuage très allongé selon z : sa longueur typique est de 35 mm, pour un diamètre transverse $2\Delta r_{\text{rms}} \simeq 2,6$ mm. Cette configuration de champ est réalisée grâce à l'utilisation conjointe d'une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz, d'axe x (vertical), qui produit un champ quadrupolaire tridimensionnel, et d'un ensemble de quatre bobines allongées produisant un champ magnétique quadrupolaire bidimensionnel dans le plan (x, y) . La figure 2.5 représente les bobines utilisées. Le champ magnétique est donné, au voisinage du centre du PMO pris comme origine, par

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = b_{2\text{D}} \begin{pmatrix} -x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + b_{3\text{D}} \begin{pmatrix} 2x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Les valeurs typiques de $b_{2\text{D}}$ et $b_{3\text{D}}$ sont de 4 G/cm et 0,6 G/cm respectivement. Selon les courants respectifs utilisés pour alimenter ces jeux de bobines, le rapport d'aspect du nuage peut être changé¹⁵.

¹⁴Une configuration avec un gradient de champ magnétique purement bidimensionnel et quatre faisceaux, héritage de la version précédente du dispositif expérimental, a également été utilisée, mais les taux de capture dans cette configuration sont nettement inférieurs.

¹⁵Le rapport d'aspect du nuage (~ 15) n'est pas simplement le rapport des racines carrées des gradients transverses et longitudinaux (~ 3) que l'on attendrait si les atomes piégés étaient indépendants. Ceci est une manifestation des forces interatomiques dues à la diffusion multiple des photons dans le nuage.

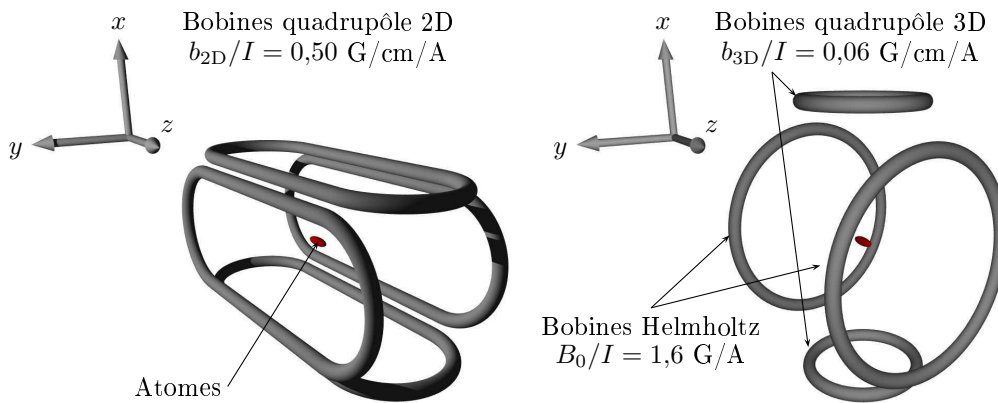


FIGURE 2.5: Schéma des bobines utilisées pour réaliser les champs magnétiques utilisés pour le PMO et pour le pré-guide. Par souci de lisibilité de la figure, les bobines pour le quadrupôle 2D sont dessinées séparément des celles réalisant le quadrupôle 3D et le champ longitudinal B_0 . Toutes ces bobines sont réalisées avec du tube de cuivre de diamètre extérieur (resp. intérieur) 4 mm (resp. 3 mm) isolé par de la gaine thermorétractable en téflon et sont refroidies par circulation d'eau.

Système laser

Les six faisceaux du PMO sont issus de deux MOPA (notés A et B) injectant chacun deux fibres optiques. Deux fibres sont utilisées pour les faisceaux verticaux ; les deux autres sont utilisées pour les deux paires de faisceaux (avant et arrière) situées dans le plan horizontal (figure 2.6). On dispose d'un contrôle indépendant de la fréquence des quatre faisceaux issus des fibres optiques, afin de pouvoir lancer le paquet atomique par une technique de mélasse mouvante (voir plus bas).

Le système laser que nous utilisons pour le PMO est représenté sur la figure 2.7. Une diode maître à cavité étendue est asservie en fréquence par absorption saturée dans une cellule de rubidium ; le faisceau qui en est issu est décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique (MAO) en double passage, puis scindé en deux faisceaux d'environ 3 mW qui injectent chacune une diode esclave (esclaves A et B), qui injectent à leur tour chacune un amplificateur (TA A et B). En sortie de chaque TA, le faisceau, d'une puissance de 400 mW environ, est scindé en deux parties, qui passent chacune par un modulateur acousto-optique de 80 MHz, et le faisceau diffracté dans l'ordre -1 est injecté dans une fibre optique. L'efficacité globale de couplage ne dépasse pas 30%, car le mode spatial du faisceau de sortie du TA est loin d'être gaussien, et le passage par les MAO l'altère encore plus.

Au niveau du PMO, chacun des faisceaux issus d'une fibre optique mono-mode a un profil d'intensité gaussien avec un rayon à $1/e^2$ de 17 mm et une puissance de 15 mW environ. En sortie des fibres, l'intensité présente des fluctuations lentes (à l'échelle de quelques dizaines de secondes, et de l'ordre de 10% en valeur relative) dues à des dérives thermiques ou à des vibrations. Nous stabilisons donc l'intensité du faisceau issu de chacune des fibres grâce à un circuit de rétro-action : une lame traitée permet de prélever environ 1% de l'intensité du faisceau, une

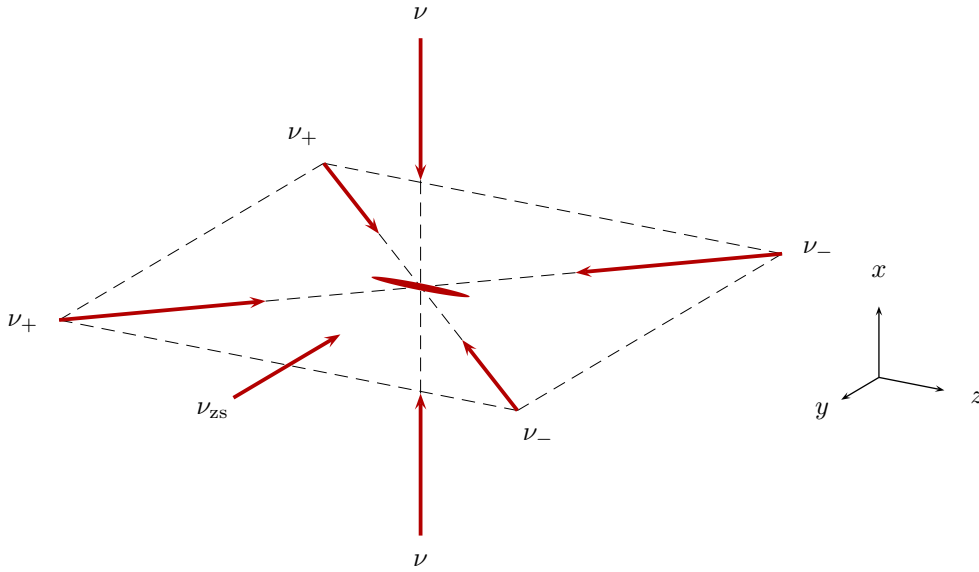


FIGURE 2.6: Représentation schématique de la disposition des six faisceaux du piège magnéto-optique. Les fréquences indiquées sur le schéma correspondent à la phase de lancement du paquet d'atomes selon la direction z du guide.

photodiode mesure l'intensité de ce faisceau auxiliaire, et un circuit intégrateur rétro-agit, via un atténuateur électronique, sur la puissance RF envoyée dans le modulateur acousto-optique précédant la fibre, afin de faire coïncider la valeur mesurée de l'intensité lumineuse et la valeur de consigne. En modifiant la consigne du circuit de rétroaction, on peut ainsi ajuster l'intensité globale des faisceaux du PMO. La bande passante de l'asservissement est de l'ordre de 10 kHz ; et les fluctuations résiduelles d'intensité sont inférieures à 10^{-3} en valeur relative. En outre, la présence des photodiodes en sortie des fibres facilite grandement l'optimisation quotidienne de l'injection dans celles-ci, et permet un ajustement simple de l'équilibre d'intensité des faisceaux du piège.

Taux de capture

Nous avons optimisé le taux de capture du PMO en jouant sur les différents paramètres (gradients fournis par les bobines quadrupôle 2D et 3D, intensité des faisceaux PMO et du repompeur, désaccord δ). Pour cela, nous mesurons la fluorescence du piège grâce à une photodiode calibrée. En écrivant que le nombre de photons spontanés émis par seconde par chaque atome vaut [64]

$$\Gamma_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (2.4)$$

où $I_{\text{sat}} = 1,6 \text{ mW/cm}^2$ est l'intensité de saturation de la transition et I l'intensité totale (des six faisceaux), la puissance P reçue sur la photodiode permet de déduire le nombre N d'atomes dans le PMO via la relation

$$P = N\hbar\omega_L \frac{\Omega}{4\pi} \Gamma_{\text{sp}}, \quad (2.5)$$

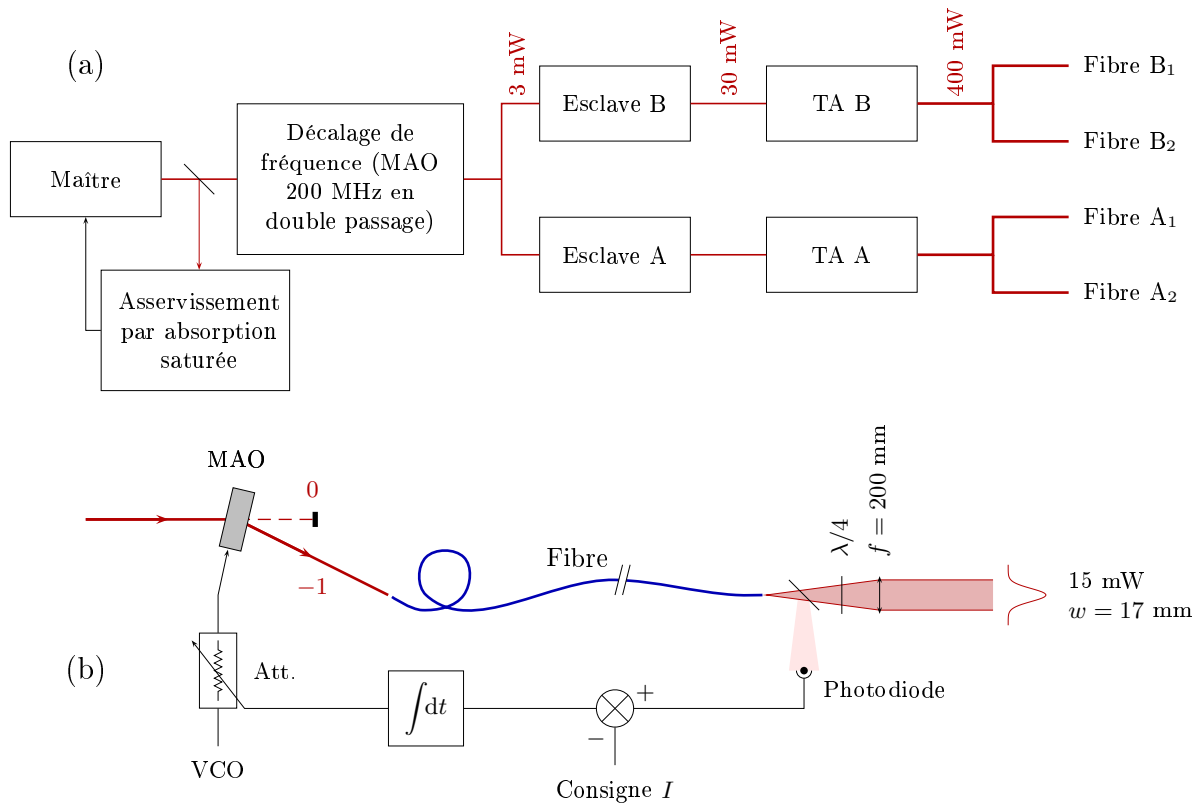


FIGURE 2.7: (a) : Représentation schématique du système laser utilisé pour la lumière de refroidissement du PMO. Une diode maître, asservie en fréquence par absorption saturée dans une cellule de rubidium, produit un faisceau dont la fréquence peut être balayée sur 90 MHz grâce à un modulateur acousto-optique (MAO) de 200 MHz en double passage. Ce faisceau est utilisé pour injecter deux diodes esclaves (notées A et B) qui délivrent chacune une trentaine de mW à la même fréquence. Chacune de ces diodes esclaves injecte à son tour un amplificateur de puissance laser (TA pour tapered amplifier) qui délivre typiquement 400 mW. Chacun des faisceaux de sortie est injecté dans deux fibres mono-modes à maintien de polarisation, qui acheminent la lumière laser vers l'expérience. (b) : Représentation schématique du système d'asservissement en intensité des faisceaux du PMO. Une photodiode placée en sortie de la fibre mesure l'intensité I du faisceau. Un circuit de rétroaction la compare à une valeur de consigne, et rétro-agit si nécessaire, via un atténuateur électronique (noté Att.) sur la puissance de l'onde rf alimentant le MAO précédant la fibre.

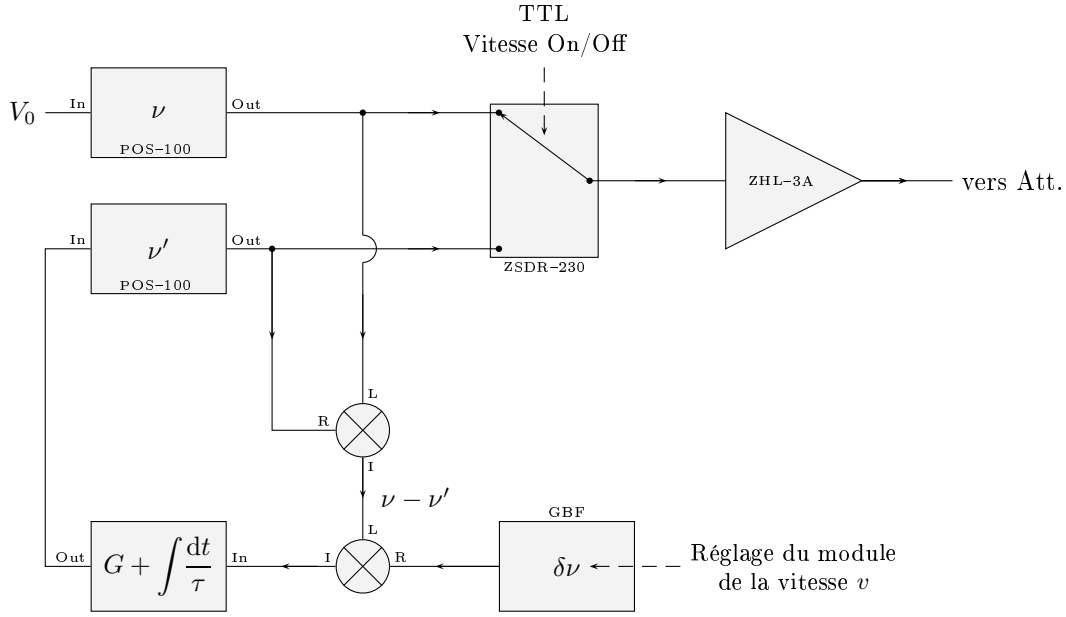


FIGURE 2.8: Schéma de principe du dispositif de lancement. Suivant la commande TTL de l'interrupteur rf, le MAO précédant la fibre d'un faisceau du PMO est alimenté avec la fréquence ν ou ν' . La boucle à verrouillage de phase impose $\nu' = \nu \pm \delta\nu$ (le signe dépend de la valeur initiale de ν' lorsqu'on verrouille la boucle). Lorsque les paires de faisceaux opposées ont une fréquence $\nu_+ = \nu + \delta\nu$ et $\nu_- = \nu - \delta\nu$, le refroidissement s'effectue dans le référentiel en mouvement à la vitesse $v \propto \delta\nu$. La vitesse de lancement est donc simplement déterminée par la valeur de la fréquence d'un générateur basse fréquence. On consultera l'annexe A pour un schéma complet des quatre asservissements en phase.

où Ω est l'angle solide sous-tendu par l'optique de collection et ω_L la pulsation de l'onde laser. Pour un gradient 2D de $b_{2D} = 4$ G/cm, un gradient 3D de $b_{3D} = 0,6$ G/cm, et un désaccord à la résonance $\delta = -3\Gamma$, le taux de capture est optimal, et vaut :

$$R \simeq 2 \times 10^{10} \text{ atomes/s.} \quad (2.6)$$

Le taux de capture du PMO est donc dix fois inférieur au flux ralenti en sortie du ralentisseur. Nous expliquons cette faible efficacité de capture par un simple effet géométrique : le rayon de capture du PMO est nettement plus faible que le rayon du jet ralenti. Notons néanmoins que le taux de chargement de notre PMO est nettement supérieur aux taux de capture typiques des pièges utilisés dans les expériences « standard » de condensation de Bose-Einstein.

Le nombre N d'atomes dans le PMO sature rapidement (~ 150 ms) à une valeur $N \simeq 3 \times 10^9$ atomes. Dans la suite, nous décrivons la préparation du paquet de $N_{\text{at}} = 2 \times 10^9$ atomes capturés en 100 ms, en vue de son injection dans le guide.

2.3.2 Mélasse mouvante

Afin de communiquer une vitesse au nuage atomique, nous utilisons la technique de mélasse optique *mouvante*, initialement développée dans le cadre des horloges atomiques à fontaine d'atomes froids [65].

Principe de fonctionnement

Au lieu d'utiliser six faisceaux de même fréquence ν pour réaliser la mélasse optique, nous désaccordons légèrement la fréquence de la paire de faisceaux « arrières » à la valeur $\nu_+ = \nu + \delta\nu$, et, symétriquement, celle de la paire de faisceaux « avant » à la valeur $\nu_- = \nu - \delta\nu$ (voir figure 2.6).

Considérons alors le référentiel en mouvement avec une vitesse $v\mathbf{u}_z$ dans le référentiel du laboratoire, avec

$$v = \frac{\lambda\delta\nu}{\sqrt{2}}, \quad (2.7)$$

où λ est la longueur d'onde du laser et le facteur $1/\sqrt{2}$ est le cosinus de l'angle $\pi/4$ entre les faisceaux et la direction z . L'effet Doppler au premier ordre fait que dans ce référentiel en mouvement, les fréquences des six faisceaux sont toutes égales à ν , et les atomes sont donc refroidis comme dans une mélasse optique traditionnelle. Dans le référentiel du laboratoire, les atomes sont donc refroidis autour d'une vitesse moyenne non nulle v . Une autre image très « parlante » du processus consiste à remarquer que le *réseau optique* formé par l'interférence des six faisceaux n'est pas stationnaire, mais en mouvement à la vitesse v . Les atomes, confinés dans les maxima d'intensité du réseau, se déplacent donc également avec la même vitesse v . Numériquement, la relation entre la vitesse de la mélasse mouvante et le désaccord en fréquence est donné par

$$v \text{ (m/s)} = 0,55(\nu^+ - \nu^-) \text{ (MHz)} \quad (2.8)$$

Retenons qu'un désaccord $\delta\nu = (\nu^+ - \nu^-)/2 = 1$ MHz permet de lancer les atomes à $v = 1,1$ m/s.

Asservissements en phase des faisceaux

Afin de contrôler finement les fréquences ν_{\pm} , nous utilisons des modulateurs acousto-optiques (MAO) alimentés par des oscillateurs commandés en tension (VCO) dont la fréquence $\nu' = \nu_{\pm}$ est asservie grâce à une boucle à verrouillage de phase, sur un VCO maître¹⁶, oscillant à $\nu = 73$ MHz. Le schéma de principe du dispositif est représenté sur la figure 2.8, et est répliqué à quatre exemplaires (afin de pouvoir également, pour des raisons qui apparaîtront plus loin, lancer les atomes verticalement). La vitesse de lancement est contrôlée par la fréquence $\delta\nu$ d'un générateur basse fréquence. Un interrupteur rf (Mini-Circuits ZSDR-230) est utilisé pour commuter très rapidement entre les deux fréquences ν et ν' lorsqu'on passe à la phase de lancement. Un schéma complet du dispositif est donné dans l'annexe A.

Performances

Lors de la phase de mélasse, qui dure 3 ms, nous coupons les champs magnétiques du PMO et communiquons une vitesse aux atomes. Tout d'abord, pendant 1,5 ms, nous restons à un désaccord $\delta = -3\Gamma$. Cette phase permet d'avoir un réseau optique suffisamment profond pour avoir une efficacité de lancement proche de 1 ; une séquence similaire est utilisée dans les horloges à fontaines atomiques [66]. Ensuite, durant encore 1,5 ms, nous faisons varier linéairement le désac-

¹⁶qui alimente les quatre MAO des fibres optiques lors de la phase statique du PMO (durant la capture).

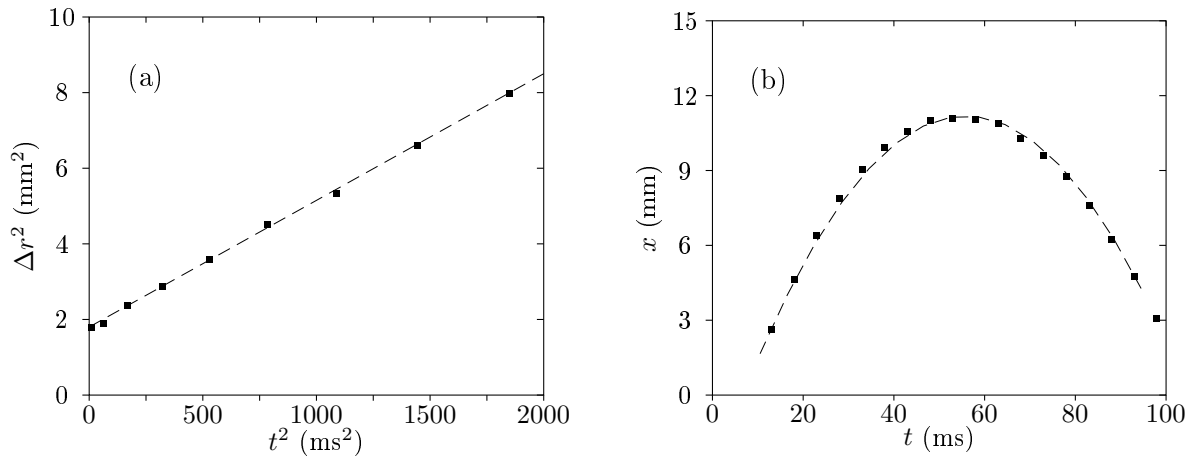


FIGURE 2.9: (a) : Exemple de mesure de température par temps de vol. A l'instant $t = 0$, les faisceaux sont éteints et le nuage atomique s'étend librement. La taille transverse rms $\Delta r(t)$ du nuage supposé gaussien vérifie alors $\Delta r^2(t) = \Delta r^2(0) + k_B T t^2 / m$. La droite en pointillés représente l'ajustement des points expérimentaux; la température obtenue est $T = 35 \mu\text{K}$, et la taille initiale $\Delta r(0) = 1,3 \text{ mm}$. (b) : Position verticale $x(t)$ du nuage lancé grâce à une mélasse mouvante obtenue en introduisant un désaccord de fréquence $\delta\nu = 700 \text{ kHz}$ entre les faisceaux verticaux (cette valeur élevée est utilisée pour les besoins de la démonstration; en pratique, dans la séquence, le lancement vertical se fait à une vitesse de 5 cm/s ; c'est le lancement horizontal en direction du guide qui est fait à une vitesse de plusieurs dizaines de centimètres par seconde). On observe un vol parabolique du nuage. L'ajustement de $x(t)$ par une parabole (courbe pointillée) donne la vitesse initiale du nuage $v_x = 54 \text{ cm/s}$ (la valeur attendue est $v_x = \lambda\delta\nu = 56 \text{ cm/s}$), ainsi qu'une bonne estimation de l'accélération de la pesanteur : $g \simeq 9,7 \text{ m/s}^2$.

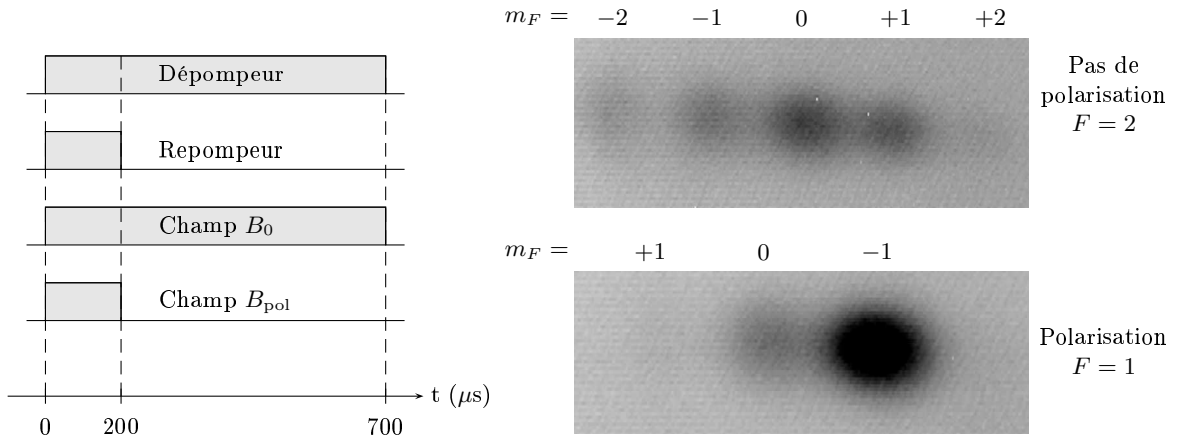


FIGURE 2.10: *A gauche, séquence expérimentale pour la polarisation du nuage atomique dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$. A droite, en haut : image par fluorescence prise après 20 ms de temps de vol en présence d'un gradient de champ magnétique de 70 G/cm en l'absence de séquence de polarisation ; on observe la répartition des atomes sur les différents sous-niveaux Zeeman de $F = 2$. En bas, le résultat de la même expérience de séparation Stern-Gerlach après polarisation ; la proportion d'atomes se trouvant dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$ est de 70%.*

cord jusqu'à $\delta = -12\Gamma$ afin de diminuer la température du nuage (rappelons que la température atteinte par refroidissement Sisyphé varie comme $1/|\delta|$).

Les performances obtenues sont illustrées sur la figure 2.9. Par temps de vol, nous mesurons la température du nuage atomique. Pour cela, nous coupons le piège magnéto-optique, laissons le nuage s'étendre pendant un temps t , et mesurons sa taille rms $\Delta r(t)$, qui vérifie

$$\Delta r(t) = \sqrt{\Delta r^2(0) + \frac{k_B T t^2}{m}}. \quad (2.9)$$

Nous obtenons typiquement $30 \leq T \leq 40 \mu\text{K}$. Cette valeur relativement élevée¹⁷ est due au grand nombre d'atomes présents dans le nuage. En mesurant la position du centre de masse du nuage lors du temps de vol, nous pouvons déduire par ailleurs sa vitesse initiale et la comparer avec la valeur imposée par une éventuelle mélasse mouvante. La différence entre les deux valeurs est inférieure à 5%.

2.3.3 Pompage optique

Afin de maximiser l'efficacité de couplage dans le guide magnétique, nous utilisons une phase de pompage optique permettant de polariser les atomes dans le sous-niveau Zeeman $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$, qui est piégé magnéto-optiquement et de plus peu sensible¹⁸ à la lumière du PMO (sauf celle du repompeur bien sûr).

¹⁷Des températures de quelques μK sont couramment atteintes dans des mélasses optiques à faible nombre d'atomes.

¹⁸Du fait de la grande valeur (6 834,7 MHz) de l'écart hyperfin dans le ^{87}Rb .

Séquence utilisée

En fin de mélasse, les atomes sont dans $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$, répartis sur les différents sous-niveaux m_F . La séquence de pompage optique se compose de deux phases (voir figure 2.10).

Nous commençons par effectuer le pompage optique, en présence du repompeur, donc au sein du multiplet $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$, avec un faisceau dit *dépompeur*, polarisé σ^- et accordé sur la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$. Ce faisceau coïncide spatialement avec le faisceau PMO vertical descendant. Un champ magnétique B_{pol} de quelques gauss, (branché très rapidement en déchargeant un condensateur chargé sous 60 V dans la bobine supérieure du quadrupôle 3D) dirigé également selon l'axe x définit l'axe de quantification. Cette première phase dure 200 μs . Nous branchons également dès le début de cette phase le champ longitudinal utilisé pour le pré-guidage harmonique (voir plus loin). Néanmoins, son temps de montée est de 3 ms, donc le champ est essentiellement dirigé selon la verticale x durant cette phase. Les atomes s'accumulent par conséquent dans $|F = 2, m_F = -2\rangle_x$.

La deuxième phase, d'une durée de 500 μs , consiste à éteindre le repompeur et le champ de polarisation. Les atomes sont alors dépompés vers $F = 1$, essentiellement vers le niveau $|F = 1, m_F = -1\rangle_x$, grâce au fait que la polarisation du faisceau n'est pas parfaitement σ^- (sinon $|F = 2, m_F = -2\rangle_x$ serait un état noir vis à vis du faisceau dépompeur). Lorsque le champ magnétique de polarisation est éteint en une centaine de micro-secondes, les atomes suivent adiabatiquement¹⁹ la direction instantanée du champ magnétique et sont ainsi préparés dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle_z$.

Performances

Afin de vérifier l'efficacité de la phase de pompage optique, nous réalisons une expérience de Stern et Gerlach en effectuant un temps de vol en présence d'un gradient de champ magnétique de 70 G/cm fourni par trois des quatre bobines quadrupôle 2D, parcourues par un courant de 160 A environ. Après le temps de vol (typiquement 20 ms), nous prenons, grâce à une caméra CCD, une image des atomes, par fluorescence, en rallumant pendant 200 μs les faisceaux du PMO et éventuellement le repompeur si l'on veut imager les atomes se trouvant dans $F = 1$. Les différentes composantes m_F , séparées par le gradient de champ, sont alors bien visibles (voir figure 2.10).

En l'absence de polarisation, les atomes sont, en sortie de mélasse, dans $F = 2$, répartis dans les différents sous-niveaux m_F (essentiellement dans $m_F = 0, \pm 1$).

Après polarisation, il n'y a plus d'atomes dans $F = 2$, et la proportion d'atomes dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$ atteint 70%. Ce résultat résulte de l'optimisation des durées des deux phases et des paramètres des champs magnétiques. Nous n'avons pas réussi à améliorer l'efficacité de polarisation au-delà de ces 70%, probablement à cause de la réabsorption de photons spontanés due à l'épaisseur optique non négligeable du nuage [67].

¹⁹Dans un champ de 1 gauss, la fréquence de Larmor est de 700 kHz, beaucoup plus grande que le taux de variation de la direction du champ magnétique.

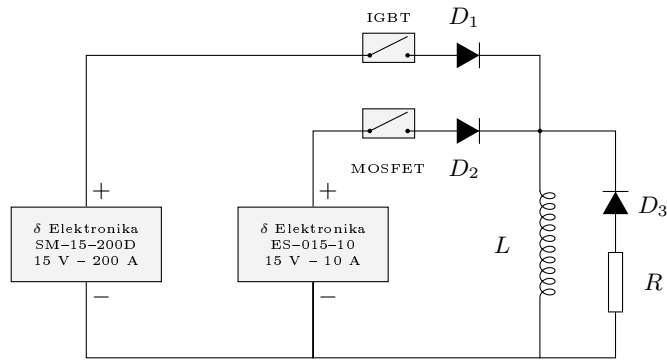


FIGURE 2.11: Schéma du circuit d'alimentation d'une bobine, d'inductance $L = 300 \mu\text{H}$, du quadrupôle 2D. L'alimentation à faible courant (ES-015-10) est utilisée pour la phase PMO, celle à fort courant (SM-15-200D) pour la phase de pré-guidage. Les condensateurs de sortie de l'alimentation 200 A sont pré-chargés avant la fermeture de l'IGBT, ce qui permet d'avoir une constante de temps de montée du courant de $\tau = 3 \text{ ms}$. A l'ouverture de l'IGBT, le courant dans la bobine passe dans la diode D_3 (85-HF-120) et la résistance $R \simeq 2 \Omega$, ce qui conduit à une décroissance exponentielle du courant, avec une constante de temps $L/R = 150 \mu\text{s}$. Les diodes D_1 (85-HF-120) et D_2 (70-U-10) protègent les alimentations.

2.3.4 Pré-guide magnétique

L'entrée du guide magnétique est située à 4,6 cm du centre du PMO. Si le nuage atomique, avec sa vitesse initiale de l'ordre de 1 m/s, se propageait librement après l'étape de polarisation, il mettrait environ 50 ms avant d'entrer dans le guide. Pendant ce temps, le nuage tomberait de plus d'un centimètre sous l'effet de la gravité. De plus, son extension transverse Δr atteindrait, du fait de la dispersion de vitesse transverse $\sqrt{k_B T/m} \sim 5 \text{ cm/s}$, une valeur de l'ordre de 3 mm, ce qui implique une dilution de densité par un facteur proche de 10.

Il apparaît donc nécessaire de confiner les atomes transversalement au cours de leur propagation vers le guide. Pour cela, on injecte un fort courant (170 A) dans les bobines quadrupôle 2D afin de fournir un gradient $b_{2D} = 85 \text{ G/cm}$ selon les directions x et y . Ce « pré-guide » permet d'obtenir une efficacité de couplage maximale, en jouant le rôle d'un « entonnoir » magnétique, qui oblige les atomes à entrer dans le guide.

Circuit électrique

Afin de pouvoir brancher le pré-guide le plus rapidement possible, nous utilisons deux alimentations pour chacune des bobines du quadrupôle 2D. En effet, les commandes analogiques des alimentations à fort courant que nous utilisons ont une bande passante limitée, et pour faire passer le courant qu'elles délivrent de 8 A à 170 A, il faut plus de 20 ms. Ce temps de montée est beaucoup trop long ; le nuage atomique se diluerait considérablement au cours de la montée du champ, et la vitesse acquise du fait de la gravité serait non négligeable.

Nous utilisons donc deux alimentations, selon le schéma de la figure 2.11 : une à faible

courant²⁰ pour la phase PMO, et une à fort courant²¹ pour la phase de pré-guidage. Lors des phases PMO, mélasse, et pompage optique, cette alimentation à fort courant est en circuit ouvert et ses condensateurs de sortie sont chargés à la valeur (réglable) de la tension limite de l'alimentation. Lorsqu'on ferme le circuit de cette alimentation à l'aide d'un IGBT²², les condensateurs se déchargent dans l'inductance de la bobine, et lorsque le courant atteint la valeur de consigne, il reste à cette valeur, car l'alimentation passe en mode « générateur de courant ». Le courant $I(t)$ dans la bobine suit une loi du type $I(t) = I_\infty(1 - e^{-t/\tau})$ avec $\tau = 3$ ms.

Mode-matching harmonique

Lors du transfert dans un piège magnétique, la densité dans l'espace des phases est conservée si et seulement si le piège a une raideur adaptée. Si le piège est trop raide, trop d'énergie potentielle est communiquée aux atomes, ce qui conduit à élever inutilement la température du nuage. Au contraire, si le piège est trop mou, le nuage s'étend et la densité diminue. Il convient donc d'adapter la raideur du potentiel de pré-guidage aux caractéristiques de notre nuage : une taille transverse $\Delta r \simeq 1,3$ mm et une température $T \simeq 30$ μ K, soit une dispersion de vitesses $\Delta v = \sqrt{k_B T/m} \simeq 5$ cm/s. Une possibilité consiste à utiliser pour le pré-guidage un potentiel quasi-harmonique en ajoutant au gradient bi-dimensionnel un champ longitudinal B_0 . La pulsation permettant un *mode-matching* parfait est alors $\omega = \Delta v/\Delta r = 2\pi \times 6$ Hz.

Le potentiel magnétique, en présence de la gravité, s'écrit :

$$U(x, y) = \mu\sqrt{B_0^2 + b_{2D}^2(x^2 + y^2)} + mgx, \quad (2.10)$$

où g est l'accélération de la pesanteur. Autour du minimum, le potentiel peut être considéré harmonique. Du fait de la gravité, le minimum n'est pas situé en $(x, y) = (0, 0)$, mais subit un *décalage gravitationnel*, et se situe en $(x_0, 0)$ où

$$x_0 = -\frac{gmB_0/b_{2D}}{\sqrt{\mu^2 b_{2D}^2 - g^2 m^2}}. \quad (2.11)$$

Nous supposons ici que $\mu b_{2D} > mg$, c'est-à-dire que le gradient de champ magnétique compense la gravité²³. Pour le ^{87}Rb dans $|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$, le gradient doit être supérieur à $b_{\min} = 30$ G/cm. Les pulsations selon x et y sont données par

$$\begin{cases} \omega_x &= \sqrt{\frac{b_{2D}}{mB_0}} (\mu^2 b_{2D}^2 - m^2 g^2)^{1/4}, \\ \omega_y &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{1}{mb_{2D}B_0}} (\mu^2 b_{2D}^2 - m^2 g^2)^{3/4}. \end{cases} \quad (2.12)$$

²⁰Delta Elektronika ES-015-10.

²¹Delta Elektronika SM-15-200D.

²²Insulated Gate Bipolar Transistor. Il s'agit d'un transistor de puissance dont le circuit de commande est semblable à un MOSFET, et le circuit de puissance à un transistor bipolaire. Les IGBT permettent de couper très rapidement des courants de plusieurs centaines d'ampères. La chute de tension aux bornes des IGBT étant de l'ordre de 2 V, il faut dissiper la puissance d'environ 400 W dégagée au niveau de l'IGBT. On utilise pour cela une plaque de cuivre de 5 mm d'épaisseur, refroidie par une circulation d'eau dans un serpentin de cuivre brasé sur la plaque.

²³Sans quoi le potentiel ne présente bien sûr pas de minimum.

Le potentiel est donc anisotrope. Notons que l'anisotropie ω_x/ω_y ne dépend pas de la valeur de B_0 , mais seulement du rapport $\mu b_{2D}/(mg)$.

Nous utilisons en pratique un champ $B_0 = 56$ G produit par les bobines de Helmholtz décrites sur la figure 2.5. Cette valeur donne, pour $b_{2D} = 85$ G/cm, des pulsations $\omega_x = 2\pi \times 9$ Hz et $\omega_y = 2\pi \times 10$ Hz. L'inconvénient majeur de l'utilisation d'un champ longitudinal si grand réside dans la valeur importante du décalage gravitationnel x_0 , qui dépasse ici 2 mm. Pour cette raison, il est nécessaire de dissymétriser les courants dans les bobines du haut et du bas du quadrupôle 2D, afin de décaler vers le haut, d'une quantité x_0 , la ligne de champ magnétique nul du quadrupôle 2D. Ainsi le minimum du pré-guide coïncide avec la position initiale du nuage dans le PMO. Ceci complique néanmoins significativement la procédure de centrage décrite dans la section 2.3.5.

Mode-matching linéaire

Afin de réduire ces difficultés, il peut apparaître tentant de fournir un pré-guide linéaire aux atomes. Le gradient nécessaire à un mode-matching correct est alors de l'ordre de $b_{2D} = k_B T / (\mu \Delta r) \simeq 30$ G/cm. Or ce gradient compense à peine la gravité!

Nous avons néanmoins utilisé un potentiel linéaire, mais avec un gradient plus élevé, $b_{2D} = 85$ G/cm. Le pré-guide est alors trop raide, et son asymétrie encore importante (pour $y = 0$, la force exercée sur les atomes pour $x > 0$ est double de celle pour $x < 0$). Le nuage atomique subit une compression radiale significative, et sa « température » augmente jusqu'à environ 100 μ K. Néanmoins, nous obtenons dans le guide des températures et des flux comparables à ceux obtenus avec un mode-matching harmonique²⁴. Nous utilisons donc cette méthode du fait de sa simplicité de mise en œuvre.

2.3.5 Procédure de centrage

Si l'adaptation de la raideur du pré-guide est donc relativement peu importante, comme nous venons de le voir, il n'en est pas de même pour ce qui est de l'alignement de l'axe du pré-guide avec celui du guide. Ce centrage est en effet un paramètre crucial qui affecte grandement le flux et la température du jet dans le guide.

Nous effectuons ce réglage grâce à une caméra CCD nous permettant d'observer le nuage selon l'axe longitudinal du guide. L'axe du guide est repéré comme étant le centre de la pièce circulaire de recombinaison des courants ; ce centre peut être repéré avec une précision de l'ordre de la centaine de micromètres. Nous mesurons alors, en utilisant la caméra CCD, en fonction du temps t passé dans le préguide, la position du nuage d'atomes à l'issue du pré-guidage, grâce à une impulsion de fluorescence de 200 μ s. Pour cela, le paquet n'est pas lancé en direction du guide lors de la phase de mélasse.

La procédure de centrage consiste à obtenir un nuage le plus immobile possible, centré sur l'axe du guide. On joue pour cela sur les paramètres suivants :

²⁴L'élévation de température est compensée par le fait que la taille transverse initiale du nuage est plus faible : l'entrée dans le guide magnétique, où le confinement transverse est beaucoup plus fort, se traduit alors par une élévation moindre de la température.

- La position initiale du PMO, ajustée en dissymétrisant les courants dans les différentes bobines du quadrupôle 2D durant la phase PMO.
- La vitesse initiale du nuage, verticale et dirigée vers le haut, communiquée au nuage grâce à une mélasse mouvante utilisant les faisceaux verticaux. Cette vitesse initiale permet de contrecarrer l'effet de la pesanteur durant le temps de montée τ des courants dans les bobines. On utilise en pratique une vitesse de lancement verticale de l'ordre de 5 cm/s.
- La position finale du piège, pour la faire coïncider avec l'axe du guide.

Il est très important d'ajuster précisément la valeur de la tension limite des alimentations du pré-guide, à la valeur $R_{\text{circ}}I_{\infty}$, où R_{circ} est la résistance du circuit vu par l'alimentation. En effet, si la valeur limite de la tension est trop faible, l'alimentation ne passe jamais en mode courant, et le courant final est inférieur à I_{∞} . Ceci déplace donc le centre du pré-guide. Si au contraire la valeur de la tension limite est trop haute, il se produit des oscillations de $I(t)$ lors de la décharge des condensateurs dans la bobine, et ceci excite le mouvement du centre de masse du nuage (mode dipolaire). Le réglage de la tension limite est d'autant plus difficile que R_{circ} augmente si la température des bobines augmente, ce qui se produit lorsqu'un courant de 170 A les traverse. Nous effectuons donc ce réglage lors du déroulement de la séquence, au cours duquel la température des bobines se stabilise²⁵.

Nous réussissons à obtenir de cette manière des oscillations résiduelles du nuage inférieures à 100 μm sur l'axe horizontal, et à 200 μm sur l'axe vertical. Ces résultats sont très largement suffisants pour un nuage de taille transverse $\Delta r \sim 1 \text{ mm}$. Il serait nécessaire de travailler beaucoup plus pour faire un centrage parfait d'un nuage plus petit²⁶.

2.3.6 Récapitulatif de la séquence utilisée

En définitive, la séquence expérimentale que nous utilisons, de durée $\tau_{\text{seq}} \simeq 200 \text{ ms}$ se compose des quatre étapes suivantes :

- capture dans le PMO (avec un désaccord $\delta = -3\Gamma$) pendant 100 ms environ ;
- mélasse optique mouvante (1,5 ms à $\delta = -3\Gamma$ puis rampe linéaire pendant 1,5 ms jusqu'à $\delta = -12\Gamma$) ;
- pompage optique dans $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$ pendant 700 μs ;
- pré-guidage vers l'entrée du guide pendant typiquement 100 ms.

La séquence est répétée à une cadence de 5 Hz ; ainsi, chaque seconde, 5 paquets atomiques de 35 mm de longs sont lancés, à 80 cm/s, dans le guide magnétique. Du fait de la dispersion des vitesses longitudinales, ces paquets vont se recouvrir et former un jet continu.

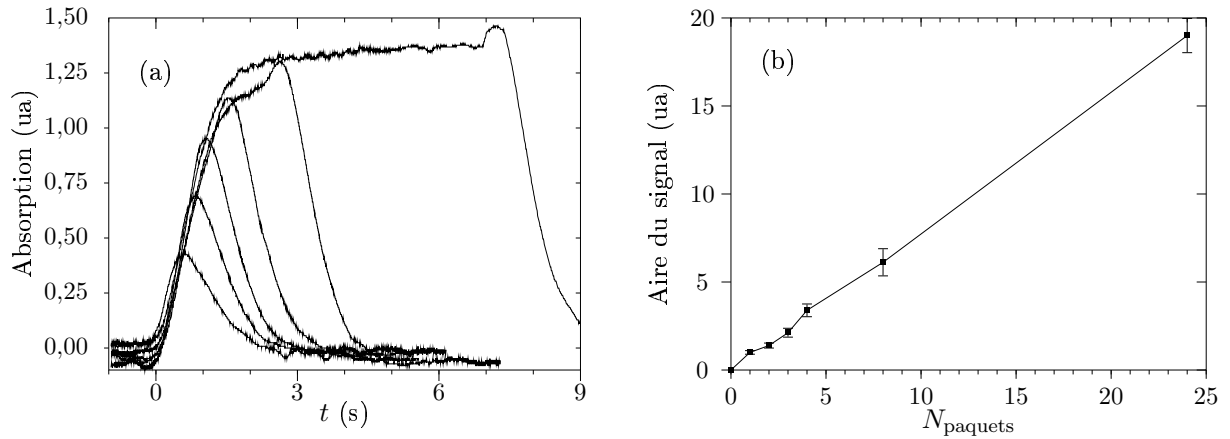


FIGURE 2.12: (a) Signal d'absorption $S(t)$ mesuré à la fin du guide magnétique, lorsque $N_{\text{paquets}} = 1, 2, 3, 4, 8$ et 24 paquets sont injectés dans le guide à une cadence de 4 s^{-1} et à une vitesse de $1,1 \text{ m/s}$. Le gradient dans le guide est 600 G/cm . On observe la formation d'un jet continu par recouvrement des différents paquets atomiques. (b) Aire des signaux d'absorption en fonction du nombre de paquets lancés. L'aire est pratiquement proportionnelle au nombre de paquets lancés, ce qui montre que la lumière du repompeur utilisée pour la préparation du paquet n n'affecte quasiment pas la propagation du paquet $n-1$. En (a), on observe néanmoins pour $N_{\text{paquets}} = 8$ ou 24 , une faible augmentation du signal due au dernier paquet préparé (pic précédant le flanc descendant du signal), mais l'effet est relativement faible. Il l'est encore plus lorsqu'on augmente le gradient du guide magnétique, probablement du fait de la mise hors résonance du repompeur par effet Zeeman.

2.3.7 Recouvrement des paquets atomiques

Estimons la distance d_{rec} nécessaire aux paquets atomiques pour se recouvrir. Les paquets, lancés avec un taux de répétition τ_{seq}^{-1} , et se propageant dans le guide pendant un temps t , acquièrent une extension longitudinale $\Delta z \sim \Delta v t$ où Δv est la dispersion des vitesses longitudinale. La distance d entre les centres de deux paquets successifs est $d = v\tau_{\text{seq}}$ où v est la vitesse moyenne des paquets. Ces derniers se recouvrent lorsque $\Delta z \gg d$, soit lorsque $t \gg v\tau_{\text{seq}}/\Delta v$. On en déduit la distance au bout de laquelle les paquets forment un jet continu :

$$d_{\text{rec}} \sim \frac{v}{\Delta v} v\tau_{\text{seq}}. \quad (2.13)$$

Lorsque les paquets entrent dans le guide, la dispersion de vitesse longitudinale augmente du fait de la compression transverse (voir chapitre 6). Une valeur réaliste de Δv est de l'ordre de 20 cm/s . Pour $v = 80 \text{ cm/s}$ et $\tau_{\text{seq}} = 200 \text{ ms}$, on obtient $d_{\text{rec}} \sim 60 \text{ cm}$. A la sortie de la zone de compression du guide, qui mesure 40 cm , on obtient donc un jet atomique quasi-continu.

La préparation du paquet n n'affecte pratiquement pas la propagation du paquet $n-1$, comme le montre la figure 2.12. Le flux Φ du jet obtenu peut être estimé comme $\Phi \simeq \zeta N_{\text{at}} \tau_{\text{seq}}^{-1}$, où $\zeta \simeq 0,7$ représente l'efficacité de la phase de pompage optique. Pour $N_{\text{at}} = 2 \times 10^9$ atomes et

²⁵A une valeur qui dépend d'ailleurs de la durée de la phase de pré-guidage.

²⁶En outre, lors de la coupure du pré-guide, les bobines vibrent significativement du fait du relâchement brutal des forces de Laplace s'exerçant entre conducteurs. Il faudrait les monter sur un support rigide afin de s'affranchir de ces vibrations.

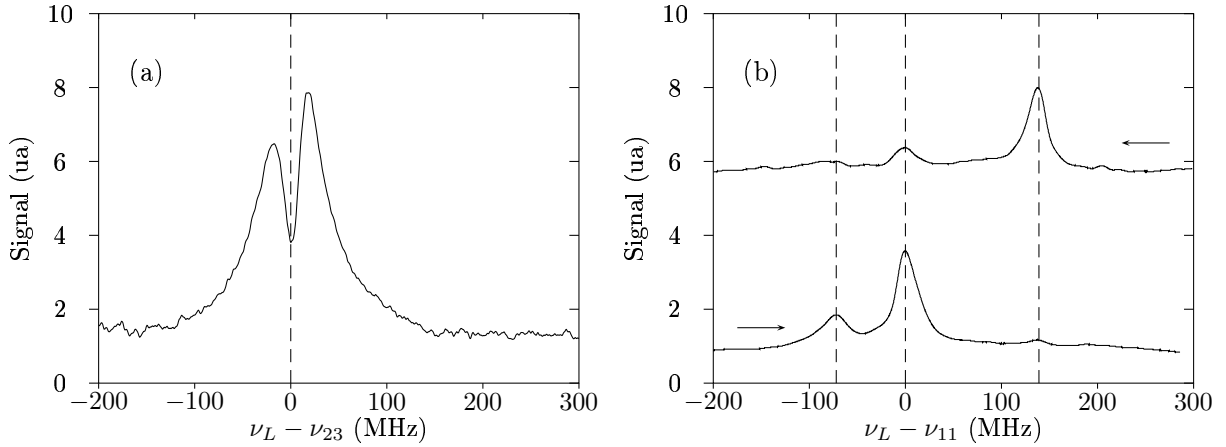


FIGURE 2.13: (a) Détection sur $F = 2$: spectre obtenu en balayant la fréquence ν_L du faisceau sonde autour de la fréquence ν_{23} de la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$. La fréquence du repompeur est fixée sur la résonance $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Il y a un élargissement très important de la raie (largeur totale à mi-hauteur de 100 MHz) dû au fort gradient de confinement $b = 1$ kG/cm du guide magnétique. De plus la forme de la raie présente un trou central, dont l'importance dépend de la polarisation de la sonde. (b) Détection sur $F = 1$: spectres obtenus en balayant la fréquence ν_L du faisceau sonde autour de la fréquence ν_{11} de la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 1\rangle$. Les traits pointillés représentent la position des pics correspondant aux différentes transitions vers $|5^2P_{3/2}, F' = 0, 1, 2\rangle$. Le sens de balayage de ν_L est indiqué par les flèches. L'effet du pompage optique, qui conduit à une taille plus importante du premier pic rencontré lors du balayage, est clairement visible.

$\tau_{\text{seq}} \simeq 200$ ms, on obtient :

$$\Phi \simeq 7 \times 10^9 \text{ atomes/s.} \quad (2.14)$$

2.4 Détection du flux atomique

Il est important de pouvoir mesurer précisément le flux du jet atomique dans le guide. Outre le fait de confirmer l'estimation précédente du flux atteint par notre technique d'injection en mode pulsé, il est nécessaire d'avoir une mesure fiable des variations relatives du flux si l'on veut appliquer la méthode spectroscopique de mesure de la température du jet décrite au chapitre 3.

La méthode la plus simple, pour détecter le jet atomique, consiste à mesurer l'absorption d'un faisceau sonde résonnant. Nous avons utilisé deux versions de cette méthode : la première consiste à repomper les atomes dans $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ avant d'utiliser la transition cyclante $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$; l'autre à mesurer simplement l'absorption du repompeur lorsqu'il est balayé autour de la fréquence de résonance.

2.4.1 Absorption sur $F = 2$

En nous inspirant de la technique traditionnellement utilisée pour imager des nuages d'atomes froids, à savoir mesurer l'absorption d'un faisceau sonde résonnant avec la transition cyclante $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$, nous avons commencé par utiliser un faisceau issu d'une fibre optique, contenant à la fois une faible quantité (10%) de repompeur, et la lumière cyclante. Afin

d'avoir une absorption la plus grande possible, le faisceau est focalisé sur une taille de quelques centaines de microns, inférieure au diamètre du jet atomique.

Ce protocole présente l'avantage de pouvoir fournir, si l'on verrouille la fréquence de la sonde, un signal continu, utile par exemple pour observer la dépendance temporelle du flux. Cependant, le champ magnétique du guide est présent pendant ces mesures. Cela conduit à un élargissement important de la raie de résonance, qui dépend fortement du gradient de champ magnétique, et de la polarisation du faisceau sonde (voir figure 2.13 (a)). En pratique, cette méthode de mesure est peu fiable pour mesurer le flux atomique indépendamment de l'énergie transverse des atomes, et elle peut donc conduire à des résultats erronés lors de la mesure de la température du jet par spectroscopie.

2.4.2 Absorption sur $F = 1$

Nous avons donc développé une autre technique, qui consiste à mesurer l'absorption du repompeur seulement. La transition atomique est bien sûr dans ce cas une transition ouverte, et l'absorption est donc relativement faible, de l'ordre de 1% au maximum en pratique. Cependant, si l'intensité du faisceau est suffisamment grande pour que tous les atomes, indépendamment de leur position ou de leur vitesse, interagissent avec le laser, le nombre de photons diffusés (et donc la puissance « manquante » dans le faisceau sonde) est proportionnel au flux du jet atomique. En particulier, pour la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$, pour laquelle il n'y a pas d'état noir (contrairement aux cas de $F' = 0$ et de $F' = 1$), chaque atome diffuse en moyenne deux photons²⁷ avant d'être pompé dans $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$. Nous disposons ainsi d'une méthode pratique pour mesurer de manière absolue le flux du jet, malgré la présence du champ magnétique du guide. Nous obtenons un bon accord entre cette méthode de détermination du flux et celle conduisant au résultat (2.14).

Le caractère ouvert des transitions utilisées fait que le spectre obtenu lorsqu'on balaye la fréquence ν_L du laser sonde dépend de la vitesse $d\nu_L/dt$ de balayage, ainsi que du sens de balayage (voir figure 2.13 (b)) : le pic correspondant à la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'\rangle$ abordée en premier lors du balayage est plus marqué que les suivants, pour lesquels beaucoup d'atomes ne contribuent pas, puisqu'ils ont déjà été pompés optiquement dans $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$.

En pratique, pour des mesures relatives de flux²⁸, nous obtenons le meilleur rapport signal sur bruit en balayant, 70 fois par seconde, la fréquence ν_L du laser par près de 1 GHz de part et d'autre de la fréquence ν_{11} de la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 1\rangle$ (pour cela, nous balayons le courant de la diode laser ; les variations d'intensité lumineuse qui en résultent sont éliminées grâce à un dispositif de stabilisation d'intensité similaire à celui utilisé pour les faisceaux du PMO). La sonde n'est pas focalisée et a une taille de l'ordre du millimètre²⁹. Pour une vitesse du jet égale à $v = 60$ cm/s, les atomes qui se trouvent dans la zone d'interaction

²⁷Dans l'état excité, la probabilité de retomber dans $|F = 1\rangle$ vaut 1/2. Le nombre $\langle N \rangle$ moyen de photons diffusés est donc

$$\langle N \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^n = 2.$$

²⁸Utilisées en particulier pour la mesure spectroscopique de température.

²⁹Afin que tous les atomes du jet puissent interagir avec le faisceau.

avec le faisceau sonde au cours d'un balayage donné de ν_L , se trouvaient $\simeq 1$ cm en amont lors du balayage précédent, et n'étaient, par conséquent, pas affectés par la sonde. Contrairement au cas de la détection sur $F = 2$, les spectres obtenus sont pratiquement insensibles à la valeur du gradient b et à la polarisation du faisceau sonde. Cette robustesse conduit à des mesures plus fiables et plus reproductibles de la température du jet.

Chapitre 3

Mesure de la température du jet

Le but de ce chapitre est de montrer, théoriquement puis expérimentalement, comment la température du jet atomique guidé magnétiquement peut être mesurée avec une très bonne précision en utilisant une méthode de spectroscopie radio-fréquence. En évaporant sélectivement les atomes satisfaisant le critère de résonance avec l'onde radio-fréquence, et en mesurant la fraction φ d'atomes restants en fonction de la fréquence ν_{rf} utilisée, nous déduisons la température T du jet.

Dans le domaine des atomes ultra-froids, on mesure en général la température d'atomes piégés par temps de vol : le confinement est brusquement supprimé, et on laisse le nuage atomique s'étendre. La mesure de la distribution de densité après un temps de vol donné permet d'avoir accès à la distribution des vitesses avant la coupure du piège, donc à la température du nuage. Nous ne pouvons utiliser cette technique pour mesurer la température du jet pour deux raisons : d'une part, couper brutalement le champ magnétique entraîne à la longue l'apparition de microfuites au niveau du guide ; d'autre part la faible distance entre les tubes de cuivre constituant le guide empêcherait d'avoir des temps de vol raisonnables, en masquant les atomes qui tombent sous l'effet de la gravité. Pour toutes ces raisons, nous avons développé une mesure de température par spectroscopie radio-fréquence, dont la description fait l'objet de ce chapitre.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans un premier temps, nous calculons les spectres attendus théoriquement. Nous établissons en premier lieu le critère d'évaporation, qui porte sur l'énergie transverse E et le moment cinétique L de l'atome. Ensuite, nous calculons la fraction d'atomes restants φ en fonction de la fréquence d'évaporation pour un potentiel de confinement transverse harmonique, puis pour un potentiel linéaire, et enfin dans le cas plus général d'un potentiel semi-linéaire. Le calcul est ensuite étendu au cas d'une évaporation réalisée non pas en induisant des transitions entre sous-niveaux Zeeman, mais entre sous-niveaux hyperfins grâce à une onde hyper-fréquence. Dans un deuxième temps, la mise en œuvre expérimentale de cette méthode de mesure de température est décrite en détails, pour l'évaporation radio-fréquence et pour l'évaporation hyperfine. Enfin, les limites intrinsèques de cette méthode de mesure de T sont discutées. Une grande partie des résultats théoriques exposés dans ce chapitre font l'objet de la publication [68], reproduite en annexe E.

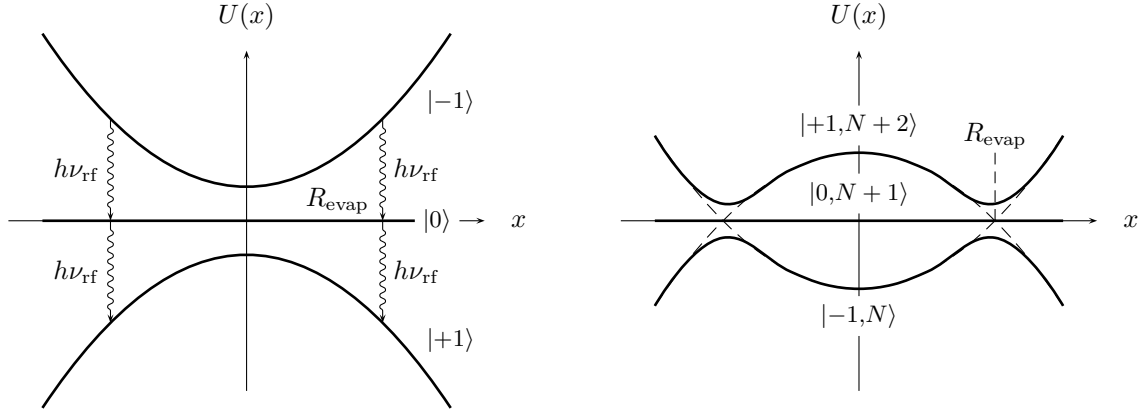


FIGURE 3.1: Représentation schématique de l'évaporation radio-fréquence d'un atome de ^{87}Rb dans le niveau $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$, piégé au voisinage d'un minimum de champ magnétique. À gauche, on représente le processus dans la base des niveaux atomiques. Le rayon d'évaporation R_{evap} est défini par la condition de résonance $h\nu_{\text{rf}} = U(R_{\text{evap}})$. Par une transition à deux photons, l'atome est transféré dans l'état anti-piégré $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = +1\rangle$. À droite, le même processus vu dans la base de l'atome habillé par les photons du champ radio-fréquence. La résonance radio-fréquence correspond à un croisement des niveaux Zeeman. Le couplage atome-champ conduit à un croisement évité. Si la puissance rf est assez grande pour engendrer une levée de dégénérescence importante, un atome initialement dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$, près de l'axe, suit adiabatiquement la courbe inférieure et se retrouve expulsé du piège si x dépasse R_{evap} .

3.1 Spectres d'évaporation : calcul théorique

3.1.1 Position du problème

Considérons un jet atomique de flux Φ et de température T se propageant dans un guide magnétique d'axe z qui confine transversalement les atomes de moment magnétique μ par le potentiel à symétrie cylindrique

$$U(r) = \mu\sqrt{B_0^2 + b^2r^2}, \quad (3.1)$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Une antenne radio-fréquence produit un champ magnétique oscillant dans le plan (x, y) à la fréquence ν_{rf} . Définissons le paramètre d'évaporation η comme le rapport

$$\eta = \frac{h(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)}{k_{\text{B}}T} \quad (3.2)$$

où h est la constante de Planck, et $\nu_0 = U(0)/h$ la fréquence correspondant au « fond » du puits de potentiel.

Les atomes dont la trajectoire coupe un cylindre d'axe z et de rayon R_{evap} , défini par $U(R_{\text{evap}}) = h\nu_{\text{rf}}$, satisfont la condition de résonance pour une transition à deux photons vers l'état anti-piégré $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (voir figure 3.1). Ils sont donc évaporés si l'amplitude du champ radio-fréquence est suffisante pour que la probabilité de transition soit proche de 1. Le flux du jet en aval de l'antenne est donc réduit à une valeur Φ' . Notons $\varphi(\nu_{\text{rf}}) \equiv \Phi'/\Phi$ la fraction d'atomes restants après l'antenne.

Déterminer φ revient à calculer la proportion d'atomes vérifiant le critère d'évaporation dans une distribution à l'équilibre thermodynamique dans le potentiel (3.1). Nous supposons ici implicitement qu'aucune collision n'intervient au sein du jet au cours de l'étape d'évaporation. En d'autres termes, savoir si une particule est évaporée ou non ne dépend que des caractéristiques de sa trajectoire. Par ailleurs, dans tout ce qui suit, l'effet de la gravité est négligé (ce point et le précédent seront discutés dans la section 3.3).

Remarque : La figure 3.1 représentant le processus d'évaporation dans la base de l'atome habillé par les photons radio-fréquences peut laisser penser qu'un atome dont le rayon vecteur r vérifie initialement $r > R_{\text{evap}}$ et qui traverse donc le cylindre d'évaporation *en se rapprochant* de l'axe du guide n'est pas évaporé : il oscille dans la cuvette de potentiel supérieure. Le critère d'évaporation semble donc faire intervenir la position initiale de l'atome. En réalité, la condition de suivi adiabatique n'est satisfaite qu'au centre de la zone d'évaporation, là où le champ est le plus intense ; lors de l'entrée dans la zone d'évaporation le suivi adiabatique est peu probable. Comme l'atome effectue un nombre d'oscillations transverse grand au cours de la traversée complète de la zone, la probabilité qu'il ne soit pas évaporé, bien qu'il traverse le cylindre d'évaporation, est exponentiellement faible. *In fine*, le fait que nos résultats expérimentaux sont en très bon accord avec le modèle, comme nous le verrons plus bas, montre que cette hypothèse est très bien vérifiée pour nos conditions expérimentales.

3.1.2 Critère d'évaporation et potentiel efficace

Le critère d'évaporation est comme nous venons de le voir un critère en position : seules les particules dont la trajectoire traverse le cylindre d'axe z , et de rayon R_{evap} , sont évaporées. Comme le mouvement est à deux dimensions, le critère d'évaporation ne porte pas seulement sur l'énergie transverse E de l'atome. En effet, un atome ayant son énergie transverse $E > h\nu_{\text{rf}}$ peut ne pas être évaporé si sa trajectoire reste constamment à l'extérieur du cylindre d'axe z et de rayon R_{evap} . Ceci peut se produire si le moment cinétique L (selon z) de l'atome est suffisamment grand (voir la trajectoire notée (a) sur la figure 3.2). De même, les trajectoires notées (b) et (c) ont la même énergie transverse, mais leur moment cinétique étant différent, l'une correspond à un atome non évaporé (b), alors que l'autre l'est (c).

Allure générale des spectres d'évaporation

Si le paramètre d'évaporation η utilisé est petit devant 1, le rayon d'évaporation est faible devant l'extension thermique du jet. Seuls des atomes ayant un moment cinétique très faible, et donc des trajectoires passant près de l'axe du guide, peuvent être évaporés. Le nombre d'atomes concerné est très faible, et on s'attend donc à avoir :

$$\varphi(\eta \rightarrow 0) = 1. \quad (3.3)$$

Notons que si l'on suivait l'intuition naïve consistant à considérer que tous les atomes ayant une énergie supérieure à $h\nu_{\text{rf}}$ sont évaporés, on aurait $\varphi(0) = 0$.

Lorsque $\eta \gg 1$ le rayon d'évaporation est au contraire très grand comparé à l'extension thermique transverse du jet. Très peu d'atomes ont suffisamment d'énergie pour être évaporés,

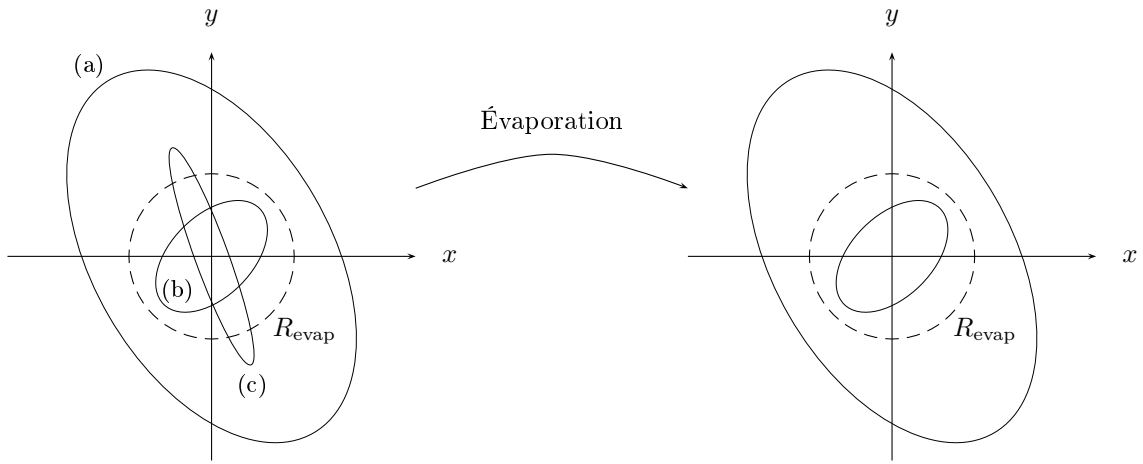


FIGURE 3.2: Quelques trajectoires elliptiques suivies par des atomes confinés dans un guide magnétique. La trajectoire notée (c) coupe le cylindre d'évaporation (cercle tireté); l'atome correspondant est donc évaporé. Les trajectoires (a) et (b) correspondent à des atomes dont les trajectoires sont soit toujours à l'extérieur du cylindre de rayon R_{evap} (a), soit toujours à l'intérieur (b).

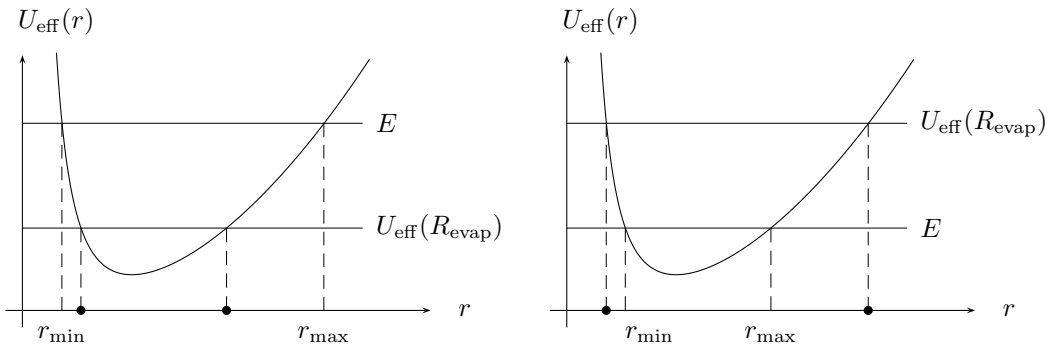


FIGURE 3.3: A gauche, $E > U_{\text{eff}}(L, R_{\text{evap}})$. La trajectoire de l'atome croise le cylindre d'évaporation, et il est donc évaporé. A droite, au contraire, $E < U_{\text{eff}}(L, R_{\text{evap}})$, et l'atome n'est pas affecté par l'évaporation. Les points noirs représentent les valeurs possibles de R_{evap} pour les cas représentés.

et

$$\varphi(\eta \rightarrow \infty) = 1. \quad (3.4)$$

On s'attend donc à observer un minimum dans la fonction $\varphi(\eta)$ lorsque η est de l'ordre de l'unité. Dans les paragraphes qui suivent, on calcule la fonction $\varphi(\eta)$ pour divers potentiels de confinement transverse : harmonique, puis linéaire, et enfin semi-linéaire.

Potentiel efficace

Le potentiel de confinement transverse (3.1) est à symétrie de révolution. Par conséquent, la composante L selon z du moment cinétique est constante. De même, l'énergie transverse totale $E = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)/2 + U(r)$ où m est la masse des atomes, est constante. Le critère d'évaporation en position peut être exprimé simplement comme un critère portant sur E et L .

Pour voir cela, introduisons le potentiel efficace

$$U_{\text{eff}}(L, r) \equiv \frac{L^2}{2mr^2} + U(r) \quad (3.5)$$

qui prend en compte la barrière centrifuge pour un moment cinétique $L \neq 0$. On sait que l'équation du mouvement pour la coordonnée radiale $r(t)$ d'un atome de moment cinétique L , dans le potentiel $U(r)$ à symétrie cylindrique, est formellement identique à celle, à une dimension, d'une particule dans le potentiel $U_{\text{eff}}(L, r)$.

La coordonnée radiale de l'atome effectue donc un mouvement oscillant entre les « points tournants » r_{\min} et r_{\max} définis par $U_{\text{eff}}(L, r_{\min}) = U_{\text{eff}}(L, r_{\max}) = E$ (voir figure 3.3). Il est immédiat de constater que si $E \geq U_{\text{eff}}(L, R_{\text{evap}})$, alors $r_{\min} \leq R_{\text{evap}} \leq r_{\max}$, et l'atome est évaporé. Dans le cas contraire, soit $R_{\text{evap}} < r_{\min}$, soit $R_{\text{evap}} > r_{\max}$, si bien que l'atome n'est pas évaporé. Le critère d'évaporation est donc en définitive très simple :

$$\boxed{\text{Atome évaporé} \iff E \geq \frac{L^2}{2mR_{\text{evap}}^2} + U(R_{\text{evap}})}. \quad (3.6)$$

Comme nous l'avons souligné plus haut, le critère d'évaporation porte donc simultanément sur l'énergie transverse E et sur le moment cinétique L de l'atome.

Pour calculer la fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants après une antenne, il suffit donc simplement de calculer, à l'équilibre thermodynamique dans le potentiel $U(r)$, la densité de probabilité conjointe $P(E, L)$ qu'un atome ait une énergie transverse E et un moment cinétique L .

3.1.3 Distribution de probabilité conjointe en énergie et moment cinétique

Pour obtenir $P(E, L)$ à l'équilibre thermodynamique, calculons l'intégrale suivante :

$$P(E, L) = C \iiint \exp(-\beta\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) \delta(E - \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) \delta(L - (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{e}_z) d^2r d^2p \quad (3.7)$$

où $\beta = 1/k_{\text{B}}T$, $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/(2m) + U(r)$ le hamiltonien du système, et C est une constante de normalisation déterminée par la condition

$$\iint P(E, L) dE dL = 1. \quad (3.8)$$

En explicitant en coordonnées cylindriques il vient :

$$P(E, L) \propto e^{-\beta E} \iiint \delta(L - mrv_{\theta}) \delta\left(E - \frac{mv_r^2}{2} - \frac{L^2}{2mr^2} - U(r)\right) r dr dv_r dv_{\theta}. \quad (3.9)$$

En intégrant ensuite sur v_{θ} , puis sur v_r , nous obtenons :

$$P(E, L) \propto e^{-\beta E} \iint \delta\left(E - \frac{mv_r^2}{2} - \frac{L^2}{2mr^2} - U(r)\right) dr dv_r \propto e^{-\beta E} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dr}{\dot{r}} \quad (3.10)$$

où $\dot{r} = \sqrt{2/m[E - U(r) - L^2/(2mr^2)]}^{1/2}$ est la vitesse radiale de la particule. On reconnaît dans la dernière intégrale la moitié de la période radiale $T_r(E, L)$ de la particule. Notons que pour L fixé, l'énergie transverse E ne peut être arbitraire : elle doit vérifier

$$E \geq E_{\min}(L) \equiv \min_{r \geq 0}(U_{\text{eff}}(L, r)). \quad (3.11)$$

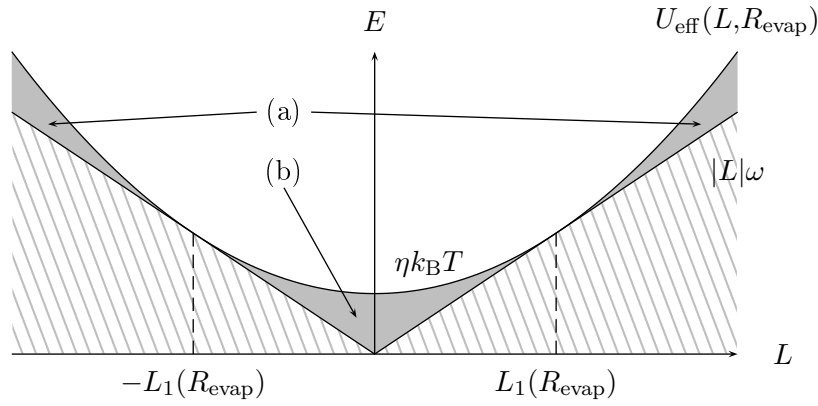


FIGURE 3.4: Représentation dans le plan (L, E) des différentes classes de trajectoires atomiques dans un guide harmonique. Les points situés dans la zone hachurée ne sont pas accessibles. Seuls les atomes ayant des trajectoires dont le point représentatif se trouve dans la zone grisée sont « épargnés » par l'évaporation. $L_1(R_{\text{evap}})$ est le moment cinétique d'un atome ayant une trajectoire circulaire de rayon R_{evap} . La zone notée (a) correspond à des atomes dont la trajectoire est toujours située à l'extérieur du cylindre d'évaporation ; celle notée (b) à ceux dont la trajectoire est toujours à l'intérieur de ce cylindre.

Le cas d'égalité est atteint lorsque la trajectoire est circulaire : dans ce cas, à moment cinétique L fixé, l'énergie transverse E est la plus faible possible. Si $E \leq E_{\min}(L)$, la distribution $P(E, L)$ est bien évidemment nulle. On peut donc écrire de manière tout à fait générale :

$$P(E, L) = T_r(E, L)e^{-E/(k_B T)}\Theta(E - E_{\min}(L)), \quad (3.12)$$

où Θ est la fonction de Heaviside. Dans la suite, nous déterminons donc, pour un potentiel donné, les fonctions $E_{\min}(L)$ et $T_r(E, L)$.

3.1.4 Guide harmonique

Dans cette section, nous supposons que la température T du jet est telle que $\mu B_0 \gg k_B T$, soit encore $\alpha = \mu B_0 / (k_B T) \gg 1$. Nous pouvons donc faire un développement limité de (3.1) au premier ordre en r^2 . Le potentiel de confinement transverse est alors harmonique :

$$U(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2, \quad (3.13)$$

où la pulsation est donnée par

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu b^2}{m B_0}}. \quad (3.14)$$

Les énergies sont mesurées en prenant le fond du puits de potentiel comme origine. Pour un potentiel harmonique, la période du mouvement radial est indépendante de (E, L) et vaut π/ω . L'expression de $P(E, L)$ peut alors être calculée exactement :

$$P(E, L) = \frac{\omega}{2(k_B T)^2} e^{-\beta E} \Theta(E - |L|\omega), \quad (3.15)$$

où $|L|\omega$ est l'énergie transverse d'un atome ayant une trajectoire circulaire et un moment cinétique L . Remarquons qu'en intégrant $P(E, L)$ sur le moment cinétique L , nous obtenons la distribution

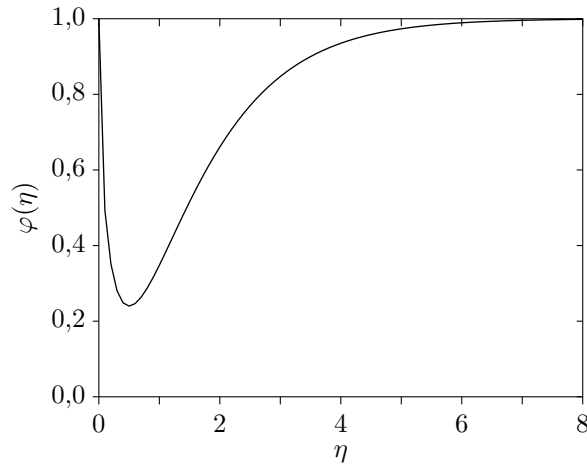


FIGURE 3.5: Fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement harmonique. Le minimum est atteint pour $\eta = 1/2$.

d'énergie $f(E) \propto Ee^{-\beta E}$, résultat attendu puisque la densité d'états d'un piège harmonique bidimensionnel est proportionnelle à E .

Il est commode de représenter dans le plan (L, E) les régions où se trouvent les points représentatifs des atomes qui satisfont au critère d'évaporation (voir figure 3.4). Seuls les points situés au dessus des deux demi-droites $E = |L|\omega$ ont un sens physique (zone non hachurée). Les points appartenant à ces demi-droites sont représentatifs d'atomes ayant une trajectoire circulaire. Ceux situés sur la demi-droite $L = 0$ correspondent à des atomes ayant une trajectoire rectiligne croisant l'axe du guide. Dans la zone notée (a), les atomes ont une trajectoire vérifiant $r_{\min} \geq R_{\text{evap}}$; dans la zone notée (b), les atomes ont une trajectoire vérifiant $r_{\max} \leq R_{\text{evap}}$.

Les points situés au-dessus de la parabole d'équation $E = L^2/(2mR_{\text{evap}}^2) + U(R_{\text{evap}}) = (L\omega)^2/(4\eta k_{\text{B}}T) + \eta k_{\text{B}}T$ représentent des atomes qui satisfont au critère d'évaporation. Cette parabole est tangente aux demi-droites $E = |L|\omega$ en deux points correspondant à des atomes ayant une trajectoire circulaire de rayon R_{evap} , et un moment cinétique $L_1(R_{\text{evap}}) = m\omega R_{\text{evap}}^2$. Lorsqu'on fait varier le paramètre d'évaporation η , la parabole se déplace et se déforme, tout en restant tangente aux demi-droites $E = |L|\omega$, qui forment l'enveloppe du réseau de paraboles obtenu. Les atomes dont les points représentatifs sont situés entre les demi-droites et la parabole sont les atomes restants après évaporation (région grisée sur la figure 3.4).

Pour obtenir la fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants après évaporation, il suffit d'intégrer $P(E, L)$ sur le domaine grisé de la figure 3.4. Il vient :

$$\boxed{\text{Confinement harmonique : } \varphi(\eta) = 1 - \sqrt{\pi\eta} e^{-\eta}.} \quad (3.16)$$

La fonction $\varphi(\eta)$, qui ne dépend que du seul paramètre sans dimension η , est représentée sur la figure 3.5. Comme attendu, elle tend vers 1 pour $\eta \rightarrow 0$ et $\eta \rightarrow \infty$, et passe par un minimum valant $1 - \sqrt{\pi/(2e)} \simeq 0,24$ pour $\eta = 1/2$.

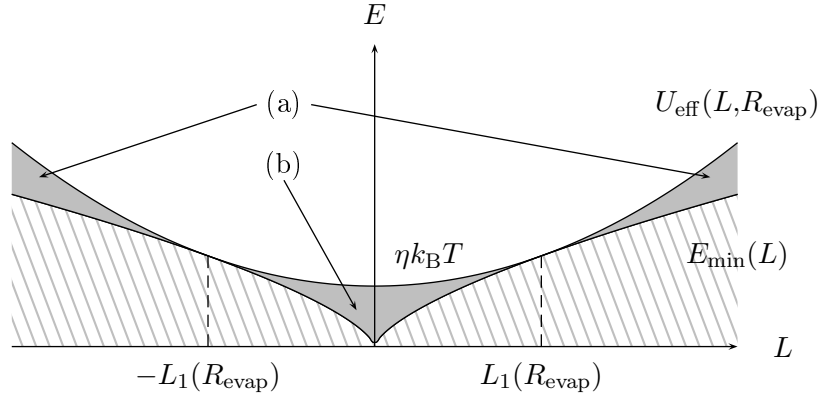


FIGURE 3.6: Représentation dans le plan (L, E) des différentes classes de trajectoires atomiques dans un guide linéaire. Les points situés dans la zone hachurée ne sont pas accessibles. Seuls les atomes ayant des trajectoires dont le point représentatif se trouve dans la zone grisée sont « épargnés » par l'évaporation. $L_1(R_{\text{evap}})$ est le moment cinétique d'un atome ayant une trajectoire circulaire de rayon R_{evap} . La zone notée (a) correspond à des atomes dont la trajectoire est toujours située à l'extérieur du cylindre d'évaporation ; celle notée (b) à ceux dont la trajectoire est toujours à l'intérieur de ce cylindre.

3.1.5 Guide linéaire

Considérons maintenant le cas contraire du précédent, à savoir $\mu B_0 \ll k_B T$. L'effet du champ longitudinal peut être négligé, et le potentiel de confinement est essentiellement linéaire :

$$U(r) = \mu b r. \quad (3.17)$$

Notons qu'on a ici $\nu_0 = 0$. Pour un tel potentiel, la période radiale T_r dépend de E et de L . L'expression exacte de T_r fait intervenir des intégrales elliptiques et n'est pas simple à manier. On peut néanmoins s'assurer numériquement qu'à E fixée, lorsque L varie de 0 à sa valeur maximale (trajectoire circulaire), T_r varie de moins de 10% en valeur relative. Ceci nous conduit à faire l'approximation

$$T_r(E, L) \simeq T_r(E, 0) = \frac{\sqrt{2mE}}{\mu b}, \quad (3.18)$$

où la dernière égalité s'obtient en remarquant qu'on étudie un problème analogue à une chute libre. La valeur de $E_{\text{min}}(L)$ correspondant aux trajectoires circulaires de moment cinétique L et d'énergie transverse E , peut être calculée exactement :

$$E_{\text{min}}(L) = \frac{3}{2} \left(\frac{\mu^2 b^2 L^2}{m} \right)^{1/3}. \quad (3.19)$$

On approche donc la distribution $P(E, L)$ (3.12) par

$$P(E, L) \simeq C \sqrt{E} e^{-\beta E} \Theta(E - E_{\text{min}}(L)), \quad (3.20)$$

où C est une constante de normalisation. Dans le plan (L, E) , on retrouve qualitativement les mêmes caractéristiques que dans le cas d'un confinement harmonique (voir figure 3.6).

Pour obtenir la fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants, il faut intégrer (3.20) sur la zone grisée de la figure 3.6. Le résultat de l'intégration numérique est représenté sur la figure 3.7 en trait plein.

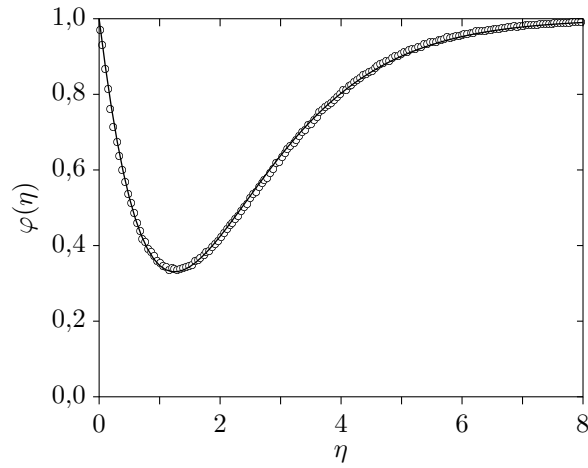


FIGURE 3.7: Fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire. Le minimum est atteint pour $\eta \simeq 1,25$. Les disques ouverts correspondent au calcul Monte-Carlo ; la courbe continue le résultat calculé grâce à l'approximation $T_r(E, L) \simeq T_r(E, 0)$ discutée dans le texte.

On observe qualitativement la même forme que dans le cas harmonique, mais la courbe est plus large, et le minimum est obtenu pour $\eta \simeq 1,25$, avec $\varphi \simeq 0,33$. Cette différence de largeur avec le cas harmonique est simplement due à l'expression différente de la densité d'états.

Pour estimer la validité de l'approximation (3.18), nous avons comparé la courbe $\varphi(\eta)$ obtenue avec le spectre d'évaporation que donne une simulation Monte-Carlo du problème. On produit une distribution atomique à l'équilibre thermodynamique dans le potentiel (3.17). Pour cela on utilise un générateur de nombres pseudo-aléatoires et la méthode dite de réjection [69] qui permet de passer d'une distribution de probabilité uniforme à une autre distribution de probabilité donnée, en l'occurrence la distribution de Boltzmann dans le potentiel (3.17). Ensuite on évalue la fraction d'atomes vérifiant le critère d'évaporation. Le résultat de cette simulation est représenté sur la figure 3.7 par les disques ouverts. On constate que l'accord avec le résultat approché est excellent.

En pratique, pour ajuster des points expérimentaux et obtenir la température T du jet, il est utile de disposer d'une formule analytique simple pour $\varphi(\eta)$. En s'inspirant de la forme de la fonction (3.16), on peut chercher les constantes a , b et c qui permettent d'approcher au mieux la fonction $\varphi(\eta)$ par une fonction du type :

$$\varphi(\eta) \simeq 1 - a\eta^b e^{-c\eta}. \quad (3.21)$$

On trouve $a = 1,65$, $b = 1,13$ et $c = 0,92$. L'écart entre cette nouvelle approximation et le résultat de l'intégration numérique est inférieur à 2% en valeur relative pour tout η . C'est donc cette formule analytique empirique que nous utilisons pour déterminer la température du jet. Plus précisément, on ajuste les données par la fonction suivante

$$\boxed{\text{Confinement linéaire : } \varphi(\nu_{\text{rf}}) \simeq 1 - A \left[1,65 \left(\frac{h\nu_{\text{rf}}}{k_{\text{B}}T} \right)^{1,13} e^{-0,92h\nu_{\text{rf}}/(k_{\text{B}}T)} \right]}, \quad (3.22)$$

avec deux paramètres ajustables, la température T du jet et l'efficacité A de l'antenne, qui vaut

idéalement 1. En utilisant cette formule pour ajuster des spectres simulés par Monte-Carlo, la température du jet est obtenue avec une précision meilleure que 5%.

3.1.6 Guide semi-linéaire

Afin d'éviter les pertes par retournement de spin, un champ longitudinal d'une valeur de $B_0 = 1$ G est superposé au champ du guide. Exprimé en unité de température, ce champ correspond à $\mu B_0/k_B \simeq 33 \mu\text{K}$. Ainsi, même pour des températures de quelques centaines de μK , on ne peut négliger complètement la présence de B_0 si l'on veut déterminer T de manière précise. Au fur et à mesure que la température du jet décroît au cours du refroidissement par évaporation, ceci devient de plus en plus nécessaire.

Dans ce paragraphe, les résultats précédents sont étendus à une valeur finie de $\alpha = \mu B_0/(k_B T)$. Dans un souci de simplicité, seules les grandes lignes du calcul sont ébauchées.

Le calcul de la fraction évaporée $\varphi(\eta, \alpha)$, qui dépend désormais de α et non plus seulement de η , revient à établir la forme des fonctions $T_r(E, L)$ et $E_{\min}(L)$ dans le cas d'un confinement semi-linéaire. Il est pratique de se placer en coordonnées adimensionnées : l'unité de longueur est $r_0 = B_0/b$, celle de masse est celle des atomes, et l'unité d'énergie est prise égale à μB_0 . On note par des lettres minuscules les quantités adimensionnées ; ainsi ε est l'énergie transverse, ℓ le moment cinétique. Notons que l'énergie transverse ainsi définie vérifie nécessairement $\varepsilon \geq 1$.

Période radiale

On commence par faire, comme dans le cas d'un confinement linéaire, l'approximation $T_r(E, L) \simeq T_r(E, 0)$. En adimensionnant¹, on trouve :

$$t_r(\varepsilon, 0) = \sqrt{2} \int_0^{(\varepsilon^2-1)^{1/2}} \frac{dx}{\sqrt{\varepsilon - (1+x^2)^{1/2}}} = \sqrt{2} \int_1^\varepsilon \frac{udu}{\sqrt{u-1}\sqrt{u+1}\sqrt{\varepsilon-u}}, \quad (3.23)$$

expression qui fait intervenir des intégrales elliptiques et des fonctions hypergéométriques. On retrouve les cas limites $t_r = \pi$ dans le cas harmonique ($\varepsilon = 1^+$) et $t_r \sim 2\sqrt{2\varepsilon}$ dans le cas linéaire ($\varepsilon \gg 1$). Numériquement, on constate que pour tout $\varepsilon \in [1, \infty[$, l'erreur relative commise en remplaçant cette expression compliquée par $t_r = 2\sqrt{2\varepsilon}$ est inférieure à 10%.

Énergie minimale d'une particule de moment cinétique L

Pour calculer l'énergie d'un atome ayant une trajectoire circulaire de rayon adimensionné x et un moment cinétique ℓ , on doit éliminer x entre

$$\varepsilon = \sqrt{1+x^2} + \frac{\ell^2}{2x^2} \quad (3.24)$$

(énergie transverse totale) et

$$\ell^2 = \frac{x^4}{\sqrt{1+x^2}} \quad (3.25)$$

¹L'unité de temps est ω^{-1} , où $\omega = \sqrt{\mu b^2/(mB_0)}$.

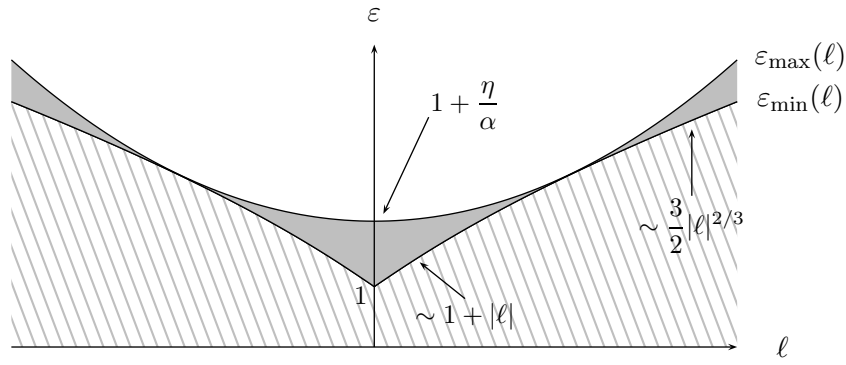


FIGURE 3.8: Représentation dans le plan (ℓ, ε) des trajectoires atomiques dans un potentiel semi-linéaire. Seuls les points situés au dessus de la courbe $\varepsilon_{\min}(\ell)$ (zone non-hachurée) ont un sens physique. Les points situés au dessus de la parabole $\varepsilon_{\max}(\ell)$ correspondent à des trajectoires d'atomes qui sont évaporés (la courbe est tracée pour $\eta = \alpha = 1$).

qui traduit le principe fondamental de la dynamique $mv^2/r = -dU/dr$. L'équation à résoudre est du quatrième degré en x^2 , on peut donc la résoudre formellement, mais l'expression résultante est très lourde. On cherche donc une interpolation simple entre le cas linéaire et le cas harmonique.

Dans le cas harmonique, on a par définition $x \ll 1$ et donc (3.25) conduit à $x \simeq |\ell|^{1/2}$, et en utilisant (3.24) il vient $\varepsilon_{\min}(\ell) \simeq 1 + |\ell|$. On retrouve ici de manière adimensionnée la condition $E \geq |L|\omega$.

Dans le cas linéaire au contraire, $x \gg 1$, donc $x \simeq |\ell|^{2/3}$ d'après (3.25), et on trouve finalement $\varepsilon_{\min}(\ell) \simeq 3|\ell|^{2/3}/2$, version adimensionnée de (3.19).

Une interpolation naturelle entre les deux régimes est donnée par :

$$\varepsilon_{\min}(\ell) \simeq (1 + 3|\ell| + 27\ell^2/8)^{1/3}. \quad (3.26)$$

L'écart relatif entre cette valeur approchée et la valeur exacte est inférieur à 3% en valeur relative pour tout $\ell \in \mathbb{R}$. Dans le plan (ℓ, ε) (voir figure 3.8), seuls les points situés au dessus de la courbe $\varepsilon_{\min}(\ell)$ ont un sens physique.

Critère d'évaporation adimensionné

Une particule est évaporée si et seulement si :

$$E \geq U_{\text{eff}}(L, R_{\text{evap}}), \quad (3.27)$$

où R_{evap} est le rayon d'évaporation, soit, en adimensionnant,

$$\varepsilon \geq \varepsilon_{\max} \equiv 1 + \frac{\eta}{\alpha} + \frac{\alpha^2 \ell^2}{2\eta(\eta + 2\alpha)}. \quad (3.28)$$

Dans le plan (ℓ, ε) , les points situés au dessus de cette parabole correspondent donc à des trajectoires d'atomes qui sont évaporés.

Calcul de $\varphi(\eta, \alpha)$

Pour α donné, on obtient $\varphi(\eta, \alpha)$ en intégrant $2\sqrt{2\varepsilon} e^{-\alpha\varepsilon}$ sur le domaine grisé de la figure 3.8. Les courbes obtenues numériquement sont ajustées, pour chaque valeur de α , par une fonction de la forme :

$$1 - a(\alpha)\eta^{b(\alpha)}e^{-c(\alpha)\eta}. \quad (3.29)$$

On obtient ainsi, point par point, trois fonctions a , b , c de α , pour lesquelles on peut chercher une forme analytique simple qui s'approche des valeurs obtenues. Il se trouve qu'en pratique, on obtient de bons résultats si on choisit :

$$\begin{cases} a(\alpha) \simeq C^{\text{te}} = 1,7 \\ b(\alpha) \simeq 1,1 - 0,4 \arctan(3,6 \alpha) \\ c(\alpha) \simeq C^{\text{te}} = 0,9. \end{cases} \quad (3.30)$$

On vérifie que les cas limites $\alpha \rightarrow 0$ (guide linéaire) et $\alpha \rightarrow \infty$ (guide harmonique) sont approximativement retrouvés.

En définitive, lorsqu'on mesure la température du jet en présence d'un champ B_0 non nul, on ajuste le spectre $\varphi(\nu_{\text{rf}})$ obtenu expérimentalement par la formule suivante :

$$\boxed{\text{Semi-linéaire : } \varphi(\nu_{\text{rf}}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \nu_{\text{rf}} < \mu B_0/h \\ 1 - A [1,7 \eta^{b_{\text{app}}(\alpha)} e^{-0,9 \eta}] & \text{si } \nu_{\text{rf}} \geq \mu B_0/h \end{cases}} \quad (3.31)$$

où $\eta = (h\nu_{\text{rf}} - \mu B_0)/(k_B T)$, $\alpha = \mu B_0/(k_B T)$ et $b_{\text{app}}(\alpha) = 1,1 - 0,4 \arctan(3,6 \alpha)$ avec comme paramètres ajustables la température T , l'efficacité de l'antenne A , et éventuellement le champ B_0 (qui en fait est déjà connu avec une bonne précision, on peut donc ne pas le laisser varier dans la procédure d'ajustement, afin de diminuer le nombre de paramètres ajustables).

La figure 3.9 montre un exemple de spectres calculés par la formule (3.31) pour $T = 200 \mu\text{K}$ et $B_0 = 0 \text{ G}$, $B_0 = 5 \text{ G}$, et $B_0 = 10 \text{ G}$. On constate que la présence d'un champ longitudinal diminue la largeur de la courbe d'une quantité non négligeable. Ne pas tenir compte du champ (autrement que par une simple translation de l'origine des fréquences d'une quantité ν_0) dans la détermination de la température conduirait donc à une sous-estimation systématique de la température.

Afin de vérifier la validité de la formule (3.31) nous avons réalisé des simulations Monte-Carlo de l'évaporation, en utilisant comme précédemment la méthode de réjection pour produire une distribution de Boltzmann à la température T_{sim} dans un potentiel semi-linéaire. On obtient ainsi, après avoir sélectionné les atomes ne satisfaisant pas au critère d'évaporation, des spectres simulés $\varphi_{\text{sim}}(\nu_{\text{rf}})$. On détermine ensuite la température T_{fit} que donne un ajustement par (3.31) où T_{fit} est le seul paramètre ajustable. L'erreur relative entre T_{sim} et T_{fit} est inférieure à 5% pour une gamme de variation de $0,1 \leq \alpha \leq 10$.

La précision avec laquelle nous pouvons déterminer des rapports de températures est encore meilleure. Nous avons vérifié en effet que, pour B_0 donné, quand deux températures $T_{\text{sim}}^{(1)}$ et $T_{\text{sim}}^{(2)}$ sont employées pour obtenir les spectres simulés, le rapport des températures $T_{\text{fit}}^{(1)}$ et $T_{\text{fit}}^{(2)}$ obtenu en ajustant ces spectres grâce à (3.31) diffère de moins d'un pour cent du rapport $T_{\text{sim}}^{(1)}/T_{\text{sim}}^{(2)}$.

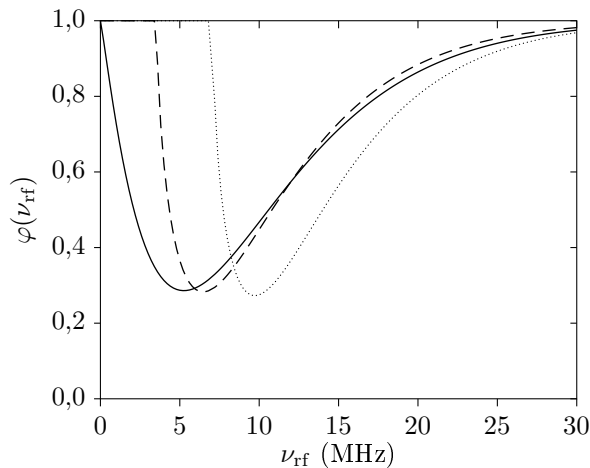


FIGURE 3.9: Fraction $\varphi(\nu_{\text{rf}})$ d'atomes restants après évaporation à la fréquence ν_{rf} , en présence d'un champ longitudinal B_0 de 5 G (courbe tiretée) ou 10 G (courbe en pointillés). La courbe en trait plein représente le spectre obtenu pour $B_0 = 0$. La température du jet est dans les trois cas de 200 μK .

3.1.7 Cas de l'évaporation micro-onde

Afin de réaliser une évaporation sélective en position, il est également possible d'utiliser des transitions micro-ondes entre sous-niveaux hyperfins du fondamental $5^2\text{S}_{1/2}$ (séparés de $\nu_{\text{hf}} = 6\,834,7$ GHz) et non plus comme précédemment une transition radio-fréquence entre sous-niveaux Zeeman. Partant du niveau piégé $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$, les règles de sélection autorisent, selon la polarisation de l'onde utilisée, les transitions vers les trois sous-niveaux hyperfins $|F = 2, m_F = 0, -1, -2\rangle$ qui sont soit anti-piégés², soit non piégé pour $|F = 2, m_F = 0\rangle$ (voir figure 3.10). La différence fondamentale avec le cas de l'évaporation radio-fréquence est qu'ici il y a trois rayons d'évaporation distincts, et non plus un seul. Nous supposons que la polarisation de l'onde est telle que toutes les transitions sont observées, avec une même efficacité de 100%. Remarquons en outre que l'évaporation ne peut se produire que lorsque la fréquence ν_{mo} de la micro-onde utilisée est inférieure à ν_{hf} .

Considérons le cas d'un confinement linéaire, et définissons

$$\eta \equiv \frac{h(\nu_{\text{hf}} - \nu_{\text{mo}})}{k_{\text{B}}T}. \quad (3.32)$$

Il est très simple de constater qu'alors les trois rayons d'évaporation sont $R_{\text{evap}} = \eta k_{\text{B}}T/(\mu b)$, $R_{\text{evap}}/2$ et $R_{\text{evap}}/3$ (voir figure 3.10).

Le calcul de la fraction d'atomes restant se fait de la même manière que précédemment : dans le plan (L, E) seuls les atomes compris entre les courbes $E_{\text{min}}(L) = 3|L|^{2/3}/2$ et celle définie par

$$E_{\text{max}}(L) = \min \left(\mu b R_{\text{evap}} + \frac{L^2}{2mR_{\text{evap}}^2}, \mu b \frac{R_{\text{evap}}}{2} + \frac{2L^2}{mR_{\text{evap}}^2}, \mu b \frac{R_{\text{evap}}}{3} + \frac{9L^2}{2mR_{\text{evap}}^2} \right) \quad (3.33)$$

sont conservés. Il reste alors à intégrer la distribution $P(E, L)$ sur le domaine $\{(L, E) \in \mathbb{R}^2 / E \in [E_{\text{min}}(L), E_{\text{max}}(L)]\}$. Le résultat de l'intégration numérique est très bien approché par la formule

²Ceci est dû au fait que le facteur de Landé du niveau $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle$ vaut $g_F = -1/2$ alors que celui du niveau $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 2\rangle$ vaut $g_F = 1/2$.

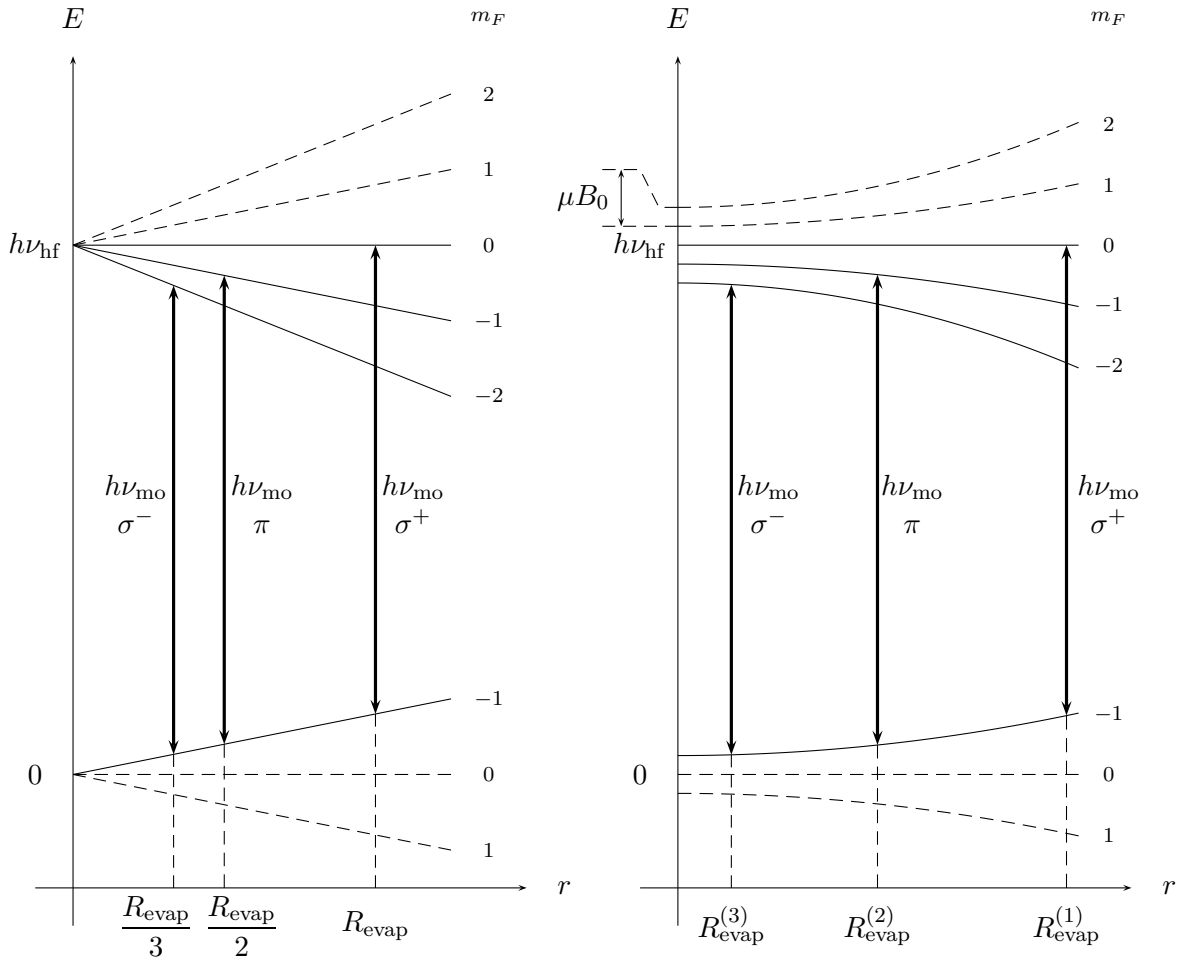


FIGURE 3.10: Évaporation entre sous-niveaux hyperfins grâce à une micro-onde de fréquence ν_{mo} . A gauche, on suppose que le guide est linéaire ($B_0 = 0$). On ne peut évaporer des atomes que si et seulement si $\nu_{\text{mo}} \leq \nu_{\text{hf}} = 6\,834,7$ MHz. Comme trois transitions sont permises si toutes les polarisations σ^\pm , π sont présentes, il existe trois rayons d'évaporation. Notons R_{evap} le plus grand de ces rayons, correspondant à la transition $|1, -1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$, et vérifiant $\mu b R_{\text{evap}} = h(\nu_{\text{hf}} - \nu_{\text{mo}})$. Les deux autres rayons d'évaporation sont alors $R_{\text{evap}}/2$ et $R_{\text{evap}}/3$. A droite, le cas d'un confinement harmonique (voir le texte pour la définition des rayons d'évaporation).

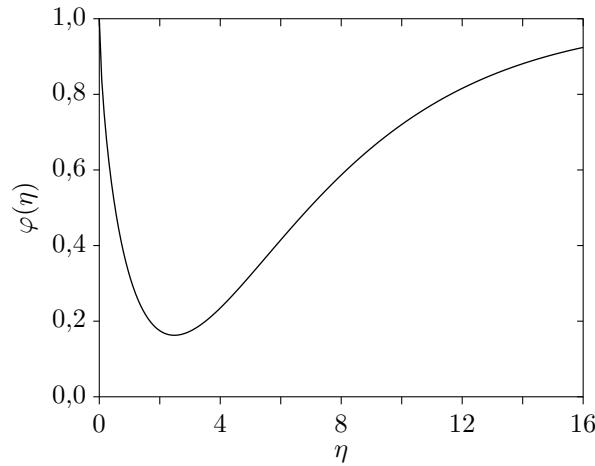


FIGURE 3.11: Fraction $\varphi(\eta)$ d'atomes restants après évaporation micro-onde avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire. Le minimum est atteint pour $\eta \simeq 2,5$.

empirique :

$$\boxed{\text{Linéaire, évap. micro-onde : } \varphi(\eta) \simeq 1 - 0,89\eta^{0,67}e^{-0,27\eta}} \quad (3.34)$$

représentée sur la figure 3.11. On constate que la courbe obtenue est beaucoup plus large que dans le cas de l'évaporation radio-fréquence. Ceci est la signature directe de l'existence des trois rayons d'évaporation qui, en quelque sorte, « convoluent » le spectre habituel.

Il est également possible de mener à bien le calcul de la fraction évaporée dans le cas d'un potentiel harmonique. Les trois rayons d'évaporation sont :

$$R_{\text{evap}}^{(j)} = \sqrt{h(\nu_{\text{hf}} - \nu_{\text{mo}}) - j\mu B_0} \sqrt{\frac{2}{jm\omega^2}} \quad (j = 1, 2, 3). \quad (3.35)$$

La fraction d'atomes restants est alors donnée par

$$\boxed{\text{Harmonique, évap. micro-onde : } \varphi(\eta) = 1 - \sum_{j=1}^3 A_j \sqrt{\frac{\pi\eta_j}{j}} e^{-\eta_j/j},} \quad (3.36)$$

où une efficacité A_j est introduite pour chaque rayon d'évaporation, c'est-à-dire pour chaque polarisation, et

$$\eta_j = \frac{h(\nu_{\text{hf}} - \nu_{\text{mo}}) - j\mu B_0}{k_B T}. \quad (3.37)$$

3.2 Mise en œuvre expérimentale

Dans cette section, nous décrivons la mise en œuvre expérimentale des mesures de température par méthode spectroscopique. Il suffit de mesurer, en fonction de la fréquence d'évaporation, le rapport φ du flux Φ' en présence d'évaporation, sur le flux Φ en l'absence d'évaporation.

Un pré-requis est donc de savoir mesurer le flux du jet atomique indépendamment de l'énergie transverse des atomes. Pour cela, nous utilisons la méthode décrite dans la section 2.4.2. Dans ce qui suit, nous détaillons la réalisation expérimentale des champs rf ou micro-onde utilisés, et donnons des exemples de spectres obtenus par les différentes méthodes.

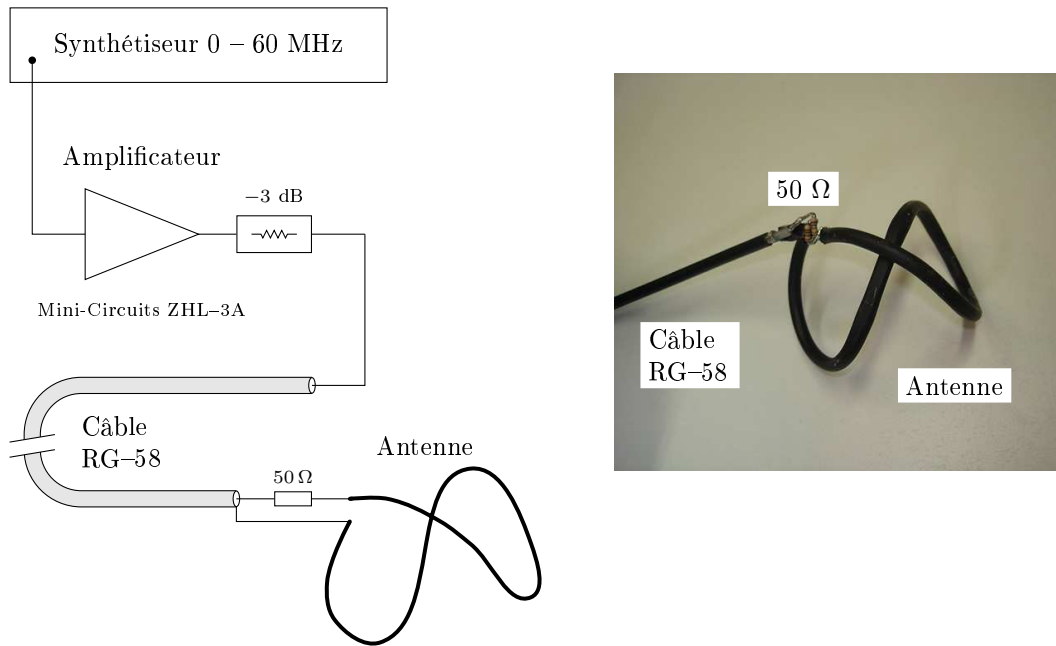


FIGURE 3.12: Montage expérimental utilisé pour l'évaporation radio-fréquence. L'antenne est constituée d'une spire de tube de cuivre de 4 mm de diamètre; l'adaptation d'impédance est réalisée à l'aide d'une résistance de 50Ω en série avec la spire.

3.2.1 Antennes d'évaporation radio-fréquence

Afin de pouvoir mesurer, par évaporation entre sous-niveaux Zeeman, des températures de l'ordre de quelques centaines de μK , il faut produire un champ magnétique oscillant à une fréquence ν_{rf} de quelques dizaines de MHz (en effet, on a $h/k_B \simeq 48 \mu\text{K}/\text{MHz}$). Nous sommes donc dans le domaine des radio-fréquences.

Antennes radio-fréquence

Nous utilisons des antennes placées à l'extérieur de la chambre à vide, « à cheval » sur le tube en verre contenant le guide magnétique. Elles sont constituées d'une seule boucle en forme de huit replié (voir figure 3.12), de taille typique 5 cm, réalisée à l'aide de tube de cuivre de 4 mm de diamètre³. On place en série avec l'antenne, sur l'âme du câble coaxial RG-58 utilisé pour l'alimenter, une résistance de 50Ω et de puissance 0,75 W pour dissiper la puissance rf envoyée dans l'antenne⁴. Le champ créé au centre de ces bobines, à l'endroit où se trouve le jet atomique, vaut environ 50 mG pour les puissances rf utilisées.

³Ceci permet de minimiser l'inductance L de l'antenne et donc de repousser vers les hautes fréquences les problèmes liés à l'impédance $jL\omega_{\text{rf}}$ de la partie inductive de l'antenne.

⁴Cette résistance est faite à l'aide de trois résistances à couche de carbone de 150Ω , 1/4 W mises en parallèles. Comparée à celle de résistances de puissance standard, l'inductance parasite de ce montage est en effet beaucoup plus faible.

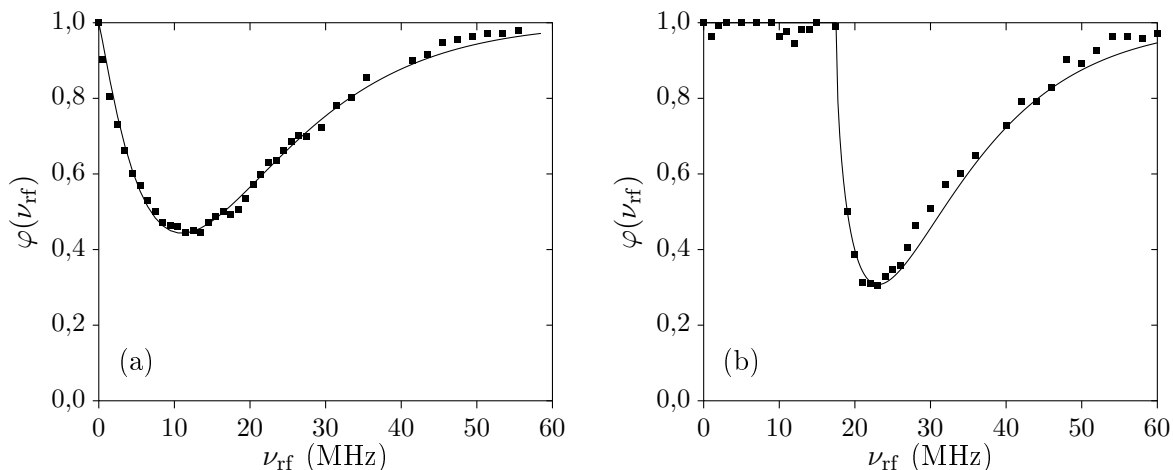


FIGURE 3.13: Fraction $\varphi(\nu_{\text{rf}})$ d'atomes restants après évaporation par une antenne radio-fréquence à ν_{rf} . (a) Le confinement est linéaire ($\alpha = 0$), avec un gradient $b = 600$ G/cm. Les carrés noirs représentent les points expérimentaux; la courbe continue le résultat d'un ajustement par (3.22) avec comme paramètres ajustables T et l'efficacité A . On trouve $T = 430 \pm 5$ μK et $A = 0,83 \pm 0,01$. (b) Le confinement est semi-linéaire, avec un gradient $b = 600$ G/cm et un champ longitudinal $B_0 = 25$ G. Les carrés noirs représentent les points expérimentaux; la courbe continue le résultat d'un ajustement par (3.31) avec comme paramètres ajustables T , B_0 et l'efficacité eff . On trouve $T = 431 \pm 17$ μK , $B_0 = 24,4 \pm 0,5$ G et $A = 0,94 \pm 0,03$ ($\alpha = \mu B_0 / (k_B T) = 2$). La largeur réduite de la courbe (b) par rapport à la courbe (a), pour une même température, montre la nécessité de tenir compte du changement de forme du potentiel dû à la présence de B_0 .

Source radio-fréquence

Nous utilisons pour la mesure de température un synthétiseur (Marconi 2030) délivrant une puissance de 6 dBm sous 50 Ω , et dont on fait varier la fréquence entre 0 et typiquement 60 MHz. Le signal est amplifié par un amplificateur (Mini-Circuits ZHL-3A) jusqu'à une valeur typique de 30 dBm, puis est envoyé dans l'antenne radio-fréquence. Un atténuateur de 3 dB protège l'amplificateur d'éventuelles réflexions dues à une désadaptation d'impédance de l'antenne, inévitable lorsque la fréquence ν_{rf} est élevée.

Nous utilisons un dispositif identique pour les antennes d'évaporation proprement dites, mais pour des raisons de coût la source est remplacée par un oscillateur commandé en tension (VCO), par exemple le Mini-Circuits POS-50 pour une gamme de fréquences de 25 à 50 MHz.

Exemples de mesure de température

La figure 3.13 montre deux exemples de mesure de la température T du jet, en l'absence de champ longitudinal B_0 (a) et en présence d'un champ $B_0 = 25$ G (b). Pour chaque point de mesure, le signal de flux atomique est mesuré, d'abord sans champ rf (Φ), puis avec (Φ'), et on effectue le rapport Φ'/Φ . Ce protocole permet de s'affranchir des dérives lentes du flux atomique, qui peuvent atteindre typiquement 20%.

L'accord entre les courbes issues de l'ajustement des points expérimentaux et ces derniers est excellent. En (a) on mesure une température $T = 430 \pm 5$ μK . L'efficacité A de l'antenne

est ici de $83 \pm 1\%$. En (b), la température est pratiquement identique ($T = 431 \pm 17 \mu\text{K}$). On constate néanmoins que du fait de changement de forme du potentiel, la largeur de la courbe est considérablement diminuée. Ceci justifie la nécessité de disposer d'une expression théorique pour $\varphi(\eta)$ dans le cas d'un potentiel semi-linéaire général, sous peine de sous-estimer significativement la température du jet en présence d'un champ B_0 .

Efficacité des antennes

Pour les puissances rf utilisées, le champ produit par l'antenne est de l'ordre de 50 mG au niveau des atomes. Nous avons étudié l'efficacité des antennes, mesurée comme le rapport entre la réduction de flux mesurée $1 - \varphi_{\text{mes}}(\nu_{\text{rf}})$ et celle attendue théoriquement $1 - \varphi_{\text{th}}(\nu_{\text{rf}})$, en fonction de la puissance P_{rf} et de la fréquence ν_{rf} de l'onde radio-fréquence utilisée. On constate que l'efficacité mesurée sature lorsque la puissance utilisée en entrée de l'amplificateur est supérieure à environ 6 dBm. De plus, l'efficacité maximale est très proche de 1 pour une fréquence $\nu_{\text{rf}} < 30$ MHz, mais la valeur de saturation est limitée à environ 0,8 pour des fréquences plus élevées. Nous attribuons cette efficacité réduite à la désadaptation d'impédance qui se produit à haute fréquence à cause de l'inductance de l'antenne.

Nous avons en effet mesuré le taux de réflexion de l'onde radio-fréquence utilisée en fonction de la fréquence à l'aide d'un coupleur directionnel. Les réflexions deviennent importantes au-delà de 30 MHz.

A partir de ces mesures il est possible de déduire l'inductance de l'antenne; on trouve $L \simeq 1,6 \mu\text{H}$. Pour une antenne d'évaporation, qui est utilisée à une fréquence fixe, il est possible d'adapter l'impédance de l'antenne en ajoutant un condensateur C en série. On obtient un circuit RLC résonnant qui conduit donc à une absence de réflexion⁵ de l'onde rf à sa fréquence de résonance $1/(2\pi\sqrt{LC})$. L'efficacité de telles antennes est légèrement supérieure à celle d'antenne non résonnantes et peut atteindre 0,95 même à haute fréquence.

Portée des antennes et couplage au guide magnétique

Dans la perspective du refroidissement par évaporation, une caractéristique très importante des antennes est leur portée, c'est-à-dire la distance d_{ant} sur laquelle elles sont efficaces. En effet, au fur et à mesure du refroidissement par évaporation, la température du jet diminue, et donc, pour effectuer un refroidissement forcé, il faut diminuer la fréquence d'évaporation. Les antennes situées en aval ne doivent pas évaporer le jet en amont, car ceci correspondrait à une évaporation à bas η , donc très préjudiciable.

Nous mesurons la portée des antennes de la manière suivante : nous réalisons un jet atomique continu, et nous connectons pendant 100 ms à la source rf une antenne située 50 cm en amont de la zone de détection des atomes. Le flux $\Phi(t)$ présente alors un « trou » dont la largeur temporelle permet, moyennant la connaissance de la vitesse du jet atomique, d'estimer la portée de l'antenne. Nous trouvons $d_{\text{ant}} \simeq 20$ cm.

⁵Dans ce cas, l'impédance du circuit est alors réelle et égale à 50Ω , l'impédance caractéristique de la ligne coaxiale.

Cependant, pour certaines valeurs discrètes de la fréquence ν_{rf} , dépendant de la position des antennes sur le guide, la portée des antennes devient essentiellement égale à la longueur du guide. Le jet atomique est alors très fortement affecté, la réduction de flux plus importante que prévue théoriquement. Ces « résonances » sont très certainement dues à un couplage entre les ondes rf et les tubes de cuivre constituant le guide⁶. Dans ce cas, le guide tout entier se comporte alors comme une antenne, évaporant les atomes sur toute sa longueur. Sur la figure 3.13 (a), l'absence de points expérimentaux autour de $\nu_{\text{rf}} = 38$ MHz est précisément due à la présence d'une résonance dans cette gamme de fréquences.

Pour contourner ce problème, nous avons décidé de fixer les antennes radio-fréquences d'évaporation à des positions déterminées du guide, et de recenser pour chacune d'entre elles la position exacte de toutes les résonances. Il suffit ensuite de s'assurer qu'aucune des fréquences utilisées ne conduit à une résonance.

Une autre possibilité consiste à utiliser l'évaporation micro-onde : dans ce cas, la gamme de fréquences mise en œuvre est tout autre, et on n'attend aucun couplage résonnant entre le guide et la micro-onde.

3.2.2 Évaporation micro-onde

L'évaporation micro-onde est réalisée à l'aide d'une antenne cornet de gain 15 dB (ATM 137-441-2) alimentée, via un amplificateur (Mini-Circuits ZRON-8G), par un synthétiseur micro-onde Anritsu. La puissance utilisée est typiquement 20 dBm en sortie de l'amplificateur.

La figure 3.14 (a) représente un spectre micro-onde obtenu pour un confinement linéaire avec un gradient $b = 600$ G/cm. On constate que les points expérimentaux sont très bien ajustés par une courbe du type (3.34). On trouve une température $T = 497 \pm 15$ μK et une efficacité $A = 0,99 \pm 0,02$.

Afin de mettre en évidence l'existence de trois rayons d'évaporation dans le cas micro-onde, nous avons utilisé l'évaporation micro-onde dans le pré-guide, en présence d'un champ B_0 élevé (49 G), ce qui permet de séparer, dans l'espace des fréquences, les contributions des trois transitions $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -2, -1, 0\rangle$. Ces trois rayons d'évaporation sont clairement visibles sur la figure 3.14 (b). La largeur des pics d'évaporation n'est pas la même pour les trois transitions ; ceci reflète simplement la différence de « courbure » des trois états excités (figure 3.10 (b)).

Nous avons comparé les deux méthodes de mesure de la température du jet et nous obtenons un très bon accord entre les mesures spectroscopiques radio-fréquence et micro-onde (moins de 10% de différence pour deux mesures réalisées l'une après l'autre, dans les mêmes conditions).

La directivité d'une telle antenne, ainsi que la faible longueur d'onde ($\lambda_{\text{mo}} \sim 5$ cm), nous permet d'employer l'évaporation micro-onde même dans les endroits où des parois métalliques voisines empêchent d'utiliser l'évaporation rf. Par exemple, nous pouvons utiliser cette méthode pour évaporer le jet dans la partie métallique de la chambre à vide située au milieu du guide, en envoyant les micro-ondes à travers les hublots utilisés habituellement pour l'accès optique.

⁶En effet, les longueur d'onde correspondant à ces fréquences de résonance sont proches de multiples ou de sous-multiples de la longueur du guide.

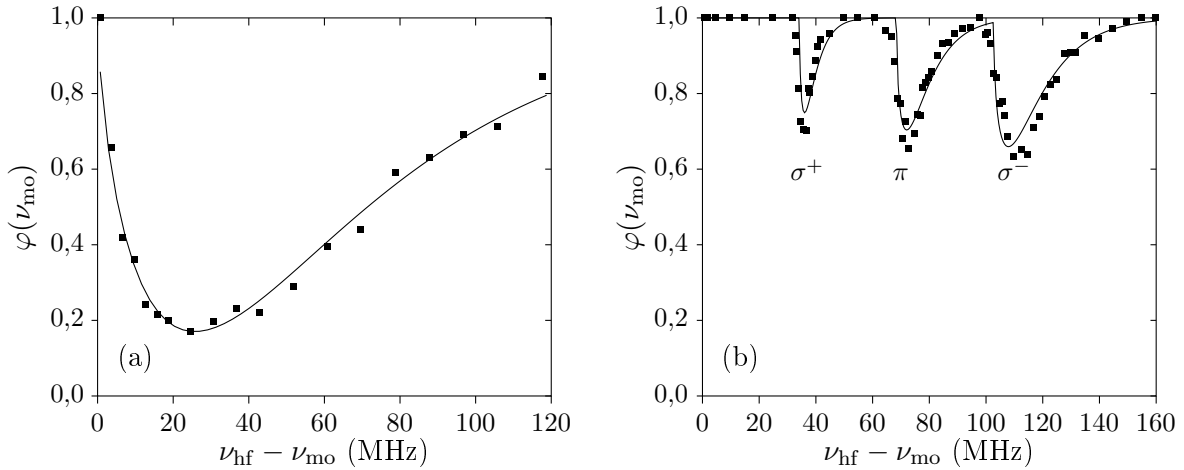


FIGURE 3.14: Fraction $\varphi(\nu_{\text{mo}})$ d'atomes restants après évaporation par une antenne micro-onde à la fréquence ν_{mo} . (a) Le confinement est linéaire ($\alpha = 0$), avec un gradient $b = 600$ G/cm. Les carrés noirs représentent les points expérimentaux; la courbe continue le résultat d'un ajustement par (3.34) avec comme paramètres ajustables T et l'efficacité A . On trouve $T = 497 \pm 15$ μK et $A = 0,99 \pm 0,02$. (b) Le confinement est harmonique, avec un gradient $b = 85$ G/cm et un champ longitudinal $B_0 = 49$ G. Ces données ont été obtenues en évaporant les atomes dans le pré-guide magnétique. Le spectre obtenu met en évidence l'existence de trois rayons d'évaporation, correspondant aux fréquences $\mu B_0/h = 34$ MHz, $2\mu B_0/h = 68$ MHz, et $3\mu B_0/h = 102$ MHz. Pour cette valeur élevée de B_0 , et la température étant assez faible ($T = 170$ μK), les contributions des trois rayons sont bien séparées. La courbe continue est le résultat d'un ajustement par (3.36) avec comme paramètres ajustables T , B_0 et les efficacités A_1 , A_2 et A_3 de chacune des trois transitions. Ici, on a $A_1 \simeq A_2 \simeq A_3 \simeq 0,4$. Cette faible valeur est due au fait que, pour des raisons techniques (production d'un champ B_0 intense), l'expérience est réalisée sur des atomes dans le pré-guide, et que la durée de l'évaporation (100 ms) est comparable à la période d'oscillation des atomes : le nombre de passages au travers des surfaces d'évaporation est donc faible, de l'ordre de l'unité.

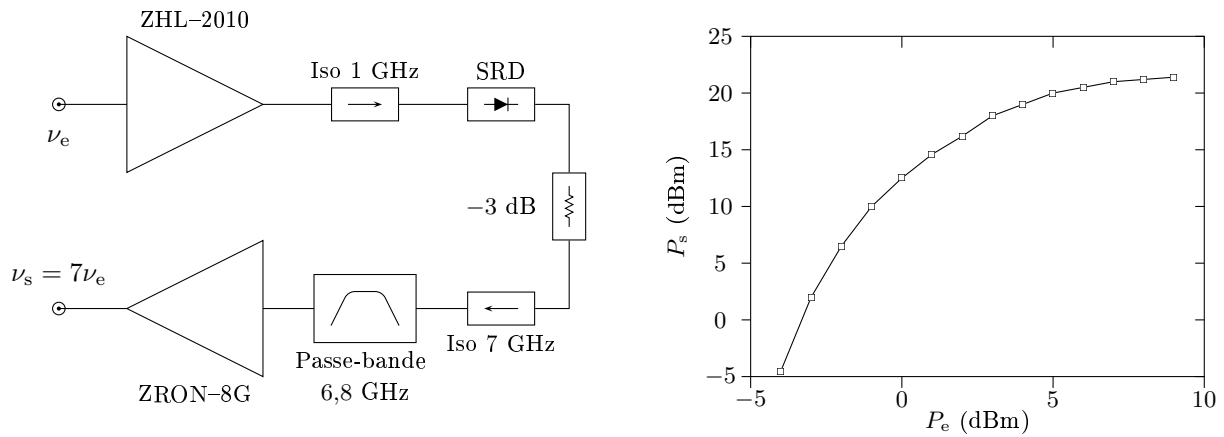


FIGURE 3.15: A gauche, la chaîne micro-onde permettant d'obtenir 20 dBm de puissance sur le septième harmonique d'un signal d'entrée, de fréquence ν_e comprise entre 900 MHz et 1 GHz. Le signal d'entrée est amplifié à 26 dBm par l'amplificateur Mini-Circuits ZHL-2010, puis attaque une diode SRD (Step Recovery Diode) Herotek GC-1026-RC, qui produit un peigne de fréquences multiples de ν_e . Seule la composante à $7\nu_e$ est transmise par le filtre passe bande centré à 6,8 GHz, de mi-largeur 300 MHz (Tiger Microwave TGF226-6800GHz-05). Enfin, le signal est amplifié par l'amplificateur Mini-Circuits ZRON-8G. A droite, la puissance en sortie P_s (à 7 GHz) en fonction de la puissance d'entrée P_e (à 1 GHz).

Un des inconvénients de l'évaporation micro-onde tient au coût très élevé du synthétiseur. Nous avons donc développé⁷ une chaîne micro-onde qui permet de générer jusqu'à 20 dBm de puissance micro-onde entre 6 500 et 7 000 MHz en multipliant par 7 la fréquence du signal d'entrée à environ 1 GHz que fournit un générateur bien meilleur marché. Le schéma de principe de cette chaîne est représenté sur la figure 3.15.

3.3 Limites de la méthode spectroscopique

Comme nous venons de le voir, notre méthode de mesure spectroscopique de la température T du jet est précise et très bien adaptée à nos contraintes expérimentales (en particulier la mesure est réalisée en présence du champ magnétique du guide). Néanmoins il convient de souligner les limites intrinsèques de la méthode.

Une première limite vient de la nécessité de disposer d'une méthode de mesure du flux atomique qui soit indépendante des caractéristiques individuelles des trajectoires atomiques, comme par exemple l'énergie transverse. Ceci est réalisé grâce à notre technique de détection par absorption sur la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 0, 1, 2\rangle$.

Deux autres limites sont plus fondamentales : d'une part, la gravité, négligée dans toute l'analyse précédente, rompt la symétrie cylindrique du potentiel confinant. D'autre part, si des collisions élastiques interviennent sur la portée d'une antenne, la fraction d'atomes évaporée ne dépend pas seulement des caractéristiques des trajectoires individuelles des atomes, mais également des collisions qui redistribuent E et L .

⁷Grâce notamment aux conseils de G. Santarelli du BNM.

3.3.1 Rôle de la gravité

Si l'on prend en compte la gravité, le potentiel auquel sont soumis les atomes n'est plus à symétrie de révolution. Le moment cinétique L n'est donc plus conservé. Les trajectoires ne sont plus confinées entre deux rayons extrêmes r_{\min} et r_{\max} , mais explorent, au bout d'un temps suffisamment long, toute la région de l'espace des phases accessible du fait de la conservation de l'énergie. Le critère d'évaporation porte alors seulement sur l'énergie E , et non plus sur E et L .

Le paramètre déterminant est donc le temps caractéristique τ sur lequel le caractère non central du potentiel produit ses effets. Si la durée de l'évaporation est faible devant τ , on peut négliger l'effet de la gravité, et appliquer les résultats précédents. Si au contraire l'évaporation dure un temps comparable à τ (ou *a fortiori* long devant τ), le critère d'évaporation est un critère en énergie.

Pour faire une analyse semi-quantitative du problème, plaçons-nous dans le cas où $\mu B_0 \gg k_B T$ (potentiel harmonique isotrope en l'absence de gravité). L'effet de la gravité est double :

1. Elle déplace vers le bas le minimum du potentiel (ceci entraîne que les surfaces iso-énergétiques ne correspondent plus aux surfaces d'évaporation, qui sont les surfaces iso- B ; pour des températures très basses cela conduit à diminuer la dimensionnalité de l'évaporation [70]).
2. Elle rend le piège anisotrope. On peut montrer que le rapport des fréquences de piégeage selon y (axe vertical) et selon x vaut

$$\frac{\nu_y}{\nu_x} = \sqrt{1 - \left(\frac{gm}{\mu b}\right)^2}. \quad (3.38)$$

La trajectoire atomique est alors, dans le plan (x, y) , une courbe de Lissajous, qui remplit tout le rectangle énergétiquement accessible en un temps de l'ordre de

$$\tau \sim \frac{1}{\nu_x - \nu_y} \sim \frac{1}{\nu_x} \left(\frac{\mu b}{gm}\right)^2. \quad (3.39)$$

Pour des atomes de ^{87}Rb dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$, $gm/\mu \simeq 30$ G/cm. Le temps passé par un atome dans la zone d'action d'une antenne étant de l'ordre de 200 ms, on n'aura pas d'effet important de la gravité si $\tau > 1$ s, soit (en prenant $1/\nu_x \simeq 10$ ms), si $b > 300$ G/cm.

Dans le cas d'un confinement linéaire, il n'est plus possible de développer une analyse aussi simple; néanmoins, des simulations numériques montrent que pour des gradients $b > 300$ G/cm et des portées d'antennes typiques, la gravité n'influe pratiquement pas sur les spectres d'évaporation.

Ainsi, l'effet de la gravité peut être négligé pour les gradients utilisés en pratique, pourvu que la portée de l'antenne soit suffisamment faible.

3.3.2 Rôle des collisions

Nous avons supposé, dans ce qui précède, l'absence de collisions élastiques sur la portée de l'antenne. Dans ces conditions, le critère d'évaporation ne porte que sur l'énergie transverse E et

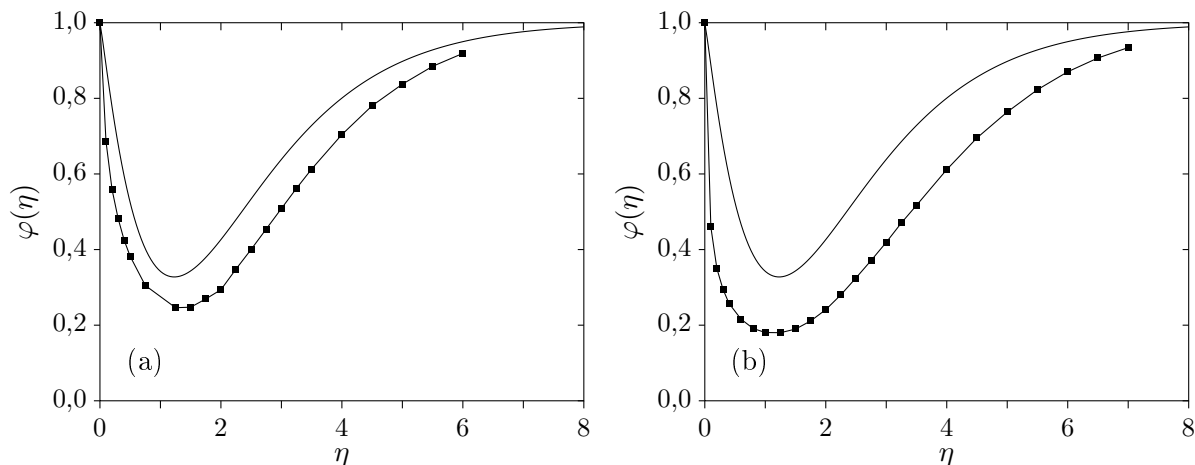


FIGURE 3.16: Fraction φ d'atomes restants en fonction de η , en l'absence de collisions (lignes continues), et en présence de collisions (carrés noirs). En (a), le nombre de collisions sur la portée de l'antenne (s'il n'y avait pas eu de pertes d'atomes par collisions) vaut $N = 3$. En (b), $N = 12$. Les courbes obtenues sont élargies et montrent des pertes accrues. Les températures obtenues par un ajustement des points expérimentaux peuvent être surestimées de 20% dans le cas (b).

le moment cinétique L des trajectoires individuelles, et non sur leur histoire (collisions ou non) au cours de la traversée de la zone d'évaporation.

En présence de collisions, on s'attend à perdre plus d'atomes par évaporation qu'en leur absence. En effet, lors d'une collision élastique, une particule dont l'énergie E et le moment cinétique L ne vérifiaient pas le critère d'évaporation, voit ses valeurs de E et L changer, si bien qu'elle peut finalement être évaporée.

Nous avons réalisé une simulation Monte-Carlo de l'évaporation en présence de collisions pour un confinement linéaire. Les collisions sont prises en compte par la méthode de Bird [71]. La figure 3.16 montre les spectres $\varphi(\eta)$ obtenus lorsque le nombre moyen N de collisions, sur la portée de l'antenne, en l'absence d'évaporation, vaut 0 (lignes continues), 3 (carrés en (a)) ou 12 (carrés en (b)). Lorsque N augmente, la courbe $\varphi(\nu)$ devient plus large et que la fraction évaporée augmente. Ceci peut entraîner une surestimation de la température par près de 20% dans le cas $N = 12$.

Notons néanmoins que dans les conditions les plus « collisionnelles » réalisées expérimentalement⁸, le nombre N est toujours inférieur à 2. Par conséquent, l'effet des collisions sur la mesure de température reste très faible.

Afin de contourner les limites imposées par la gravité et par les collisions, il faudrait être capable de diminuer la portée des antennes. Une portée égale à la distance maximale parcourue pendant une demi-période du mouvement radial d'un atome, avec une efficacité de 100%, serait idéale. Néanmoins, ceci semble difficile à réaliser avec des champs électromagnétiques. Une possibilité consisterait à utiliser une méthode d'évaporation par contact avec une surface [72]. Cependant cette méthode reste encore à démontrer sur notre dispositif expérimental. Même avec

⁸Pour une vitesse moyenne du jet $v = 60$ cm/s, une portée d'antenne $d_{\text{ant}} = 20$ cm et un taux de collisions élastiques $\gamma = 5$ s⁻¹ on a $N = \gamma d_{\text{ant}}/v = 1,7$.

une évaporation idéale, la méthode devient inapplicable si le taux de collision élastique devient de l'ordre de la fréquence d'oscillation transverse⁹, car dans ce cas l'effet des collisions sur la fraction évaporée ne peut plus être négligé.

⁹Cela impliquerait néanmoins d'avoir un taux de collisions environ 100 fois supérieur à ce que nous savons réaliser avec notre dispositif expérimental actuel.

Chapitre 4

Évaporation par cycles discrets

Ce chapitre a pour but d'étudier comment sont affectés les paramètres du jet atomique (température, taux de collisions élastiques, densité dans l'espace des phases) lors d'un cycle élémentaire d'évaporation, c'est-à-dire lors de l'évaporation par une antenne de paramètre η , suivie de la relaxation du jet vers l'équilibre, via les collisions élastiques.

4.1 Introduction

Le refroidissement par évaporation, initialement proposée par H. Hess [27] dans le cadre de la recherche de la condensation de Bose-Einstein de l'hydrogène polarisé, est la seule technique permettant, à l'heure actuelle, d'atteindre la dégénérescence quantique pour les gaz atomiques dilués. Elle consiste à tronquer le potentiel de confinement à une hauteur finie, afin que les particules les plus énergétiques puissent être expulsées du piège. En se rethermalisant grâce aux collisions élastiques, le gaz est ainsi refroidi au prix d'une perte de particules. Si la troncature du puits n'est pas trop basse, la densité dans l'espace des phases augmente. Afin que le processus se poursuive, il convient d'abaisser progressivement la profondeur du puits au fur et à mesure de la diminution de température, afin que la probabilité d'évaporer une particule ne devienne pas exponentiellement faible. On parle alors d'évaporation *forcée*.

Divers modèles théoriques de refroidissement par évaporation d'un nuage atomique piégé ont été étudiés ; on consultera la référence [70] pour une revue. Ces modèles font appel soit à la théorie cinétique des gaz [73] et consistent alors en une résolution approchée de l'équation de Boltzmann, soit à une approximation consistant à traiter le processus d'évaporation comme une série de troncatures de la distribution en énergie des atomes, suivies de rethermalisation [74]. Ce dernier modèle est très simpliste pour décrire les rampes d'évaporation utilisées traditionnellement pour les expériences de condensation de Bose-Einstein, puisqu'on utilise dans ce cas une rampe continue : la fréquence du « couteau » radio-fréquence (rf), utilisé pour tronquer le potentiel confinant à une hauteur finie, décroît lentement au cours de l'évaporation. Le système est donc en permanence dans un état hors d'équilibre.

Cependant, pour la mise en œuvre du refroidissement par évaporation d'un jet atomique guidé [26], il est naturel d'avoir des zones d'évaporation localisées, séparées les unes des autres, et entre lesquelles le jet, mis hors d'équilibre par l'évaporation, relaxe vers une distribution thermique. Un modèle d'évaporation par pas discrets [68] est alors réaliste.

Considérons donc un jet atomique de flux initial Φ et de température initiale T . Le taux de collisions élastiques initial est noté γ , et la densité dans l'espace des phases ρ . Ce jet traverse une zone d'évaporation caractérisée par le paramètre η défini au chapitre précédent, et qui caractérise la profondeur du confinement transverse. Nous calculons dans ce chapitre, pour différents types de confinements transverses (harmonique, linéaire, puis semi-linéaire), la nouvelle température T' qu'acquiert le jet lorsqu'il a rethermalisé. Connaissant la variation relative de flux $\varphi = \Phi'/\Phi$, obtenue au chapitre précédent, il est alors facile de calculer la variation relative ρ'/ρ de densité dans l'espace des phases, et la variation relative du taux de collisions élastiques γ'/γ .

Ces prédictions reposent simplement sur un bilan d'énergie et de nombre de particules, mais ne disent rien de la dynamique temporelle de la rethermalisation, alors que c'est un paramètre crucial pour la mise en œuvre pratique du refroidissement par évaporation. La dernière section de ce chapitre est donc consacrée à l'étude de la dynamique du retour à l'équilibre du jet.

4.2 Etude d'un cycle d'évaporation : cas harmonique

Dans cette section, nous considérons un confinement transverse harmonique. Nous avons montré dans le chapitre précédent que la réduction de flux est alors donnée, en fonction du paramètre d'évaporation η , par :

$$\varphi(\eta) = 1 - \sqrt{\pi\eta} e^{-\eta}. \quad (4.1)$$

4.2.1 Variation de température

Avant l'évaporation, isolons par la pensée une « tranche » de longueur ℓ dans le jet, qui contient N atomes ; on a donc $N/\ell = \Phi/v$.

Immédiatement après l'évaporation, la distribution atomique dans l'espace des phases est non thermique ; dans le plan (L, E) , elle est représentée par la zone grisée de la figure 3.4, domaine que nous désignerons dans la suite par \mathcal{D} . Le nombre d'atomes restants est par définition $N' = N\varphi(\eta)$. Calculons l'énergie transverse moyenne $\langle E_{\perp} \rangle$ de ces N' atomes. Il suffit pour cela de calculer l'intégrale :

$$\langle E_{\perp} \rangle = N \iint_{\mathcal{D}} E P(E, L) dE dL. \quad (4.2)$$

Le pré-facteur N vient simplement du fait que nous avons choisi de normaliser $P(E, L)$ à 1 et non pas à N . Après calcul nous obtenons :

$$\langle E_{\perp} \rangle = 2Nk_{\text{B}}T \left(1 - \frac{3 + 2\eta}{4} \sqrt{\pi\eta} e^{-\eta} \right). \quad (4.3)$$

L'énergie totale des N' atomes après l'évaporation, dans le référentiel en mouvement à la vitesse v du jet, est donnée par :

$$E' = \langle E_{\perp} \rangle + N'k_{\text{B}}T/2. \quad (4.4)$$

Le dernier terme est simplement l'énergie cinétique longitudinale des N' atomes non évaporés, qui est la même qu'avant évaporation (en effet, les degrés de liberté longitudinaux ne sont pas affectés par celle-ci), et vaut donc $k_{\text{B}}T/2$ par particule.

Immédiatement après évaporation, nous avons donc N' atomes, hors d'équilibre, ayant une énergie totale E' . Ils sont confinés harmoniquement selon les deux directions transverses (x, y) et libres selon z . Grâce aux collisions élastiques entre atomes, la distribution atomique relaxe, à énergie E' constante, vers une distribution d'équilibre thermique, caractérisée par une nouvelle température T' , qui est reliée à N' et E' par

$$E' = \frac{5}{2}N'k_B T'. \quad (4.5)$$

Cette relation n'est autre que le théorème d'équipartition de l'énergie, avec ici cinq degrés de libertés quadratiques (x, y , et les trois composantes de la vitesse). En combinant les équations (4.4) et (4.5), et en utilisant $N'/N = \varphi(\eta)$, nous obtenons l'expression de la variation relative de température lors d'un cycle élémentaire évaporation-rethermalisation :

$$\boxed{\frac{T'}{T} = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \frac{1 - (3 + 2\eta) \sqrt{\pi\eta} e^{-\eta}/4}{1 - \sqrt{\pi\eta} e^{-\eta}}}. \quad (4.6)$$

Pour $\eta \rightarrow 0$ ou $\eta \rightarrow \infty$, la température T' tend vers T : c'est ce qui est attendu puisque, dans ces cas limites, la fraction évaporée est nulle. L'étude de T'/T en fonction de η montre que :

- pour $\eta < 1/2$, on a $T' > T$: le jet est chauffé par le cycle d'évaporation ; ceci se comprend bien puisque les particules évaporées sont moins énergétiques que la moyenne¹ ;
- pour $\eta > 1/2$, on a $T' < T$: le jet est refroidi par le cycle d'évaporation ; les particules évaporées sont en effet plus énergétiques que la moyenne et, après rethermalisation, le jet est donc plus froid qu'initialement.

Nous obtenons donc l'effet cherché : un refroidissement du jet, au prix d'une perte de particules, pourvu que le paramètre d'évaporation η soit suffisamment grand. La figure 4.1 représente la courbe T'/T en fonction de η . Une réduction maximale de température, égale à 40%, est atteinte pour $\eta \simeq 1,2$.

4.2.2 Variation de la densité dans l'espace des phases et du taux de collisions

Nous avons déterminé les variations φ du flux et T'/T de la température du jet lors d'un cycle élémentaire évaporation-rethermalisation. Nous sommes donc en mesure de voir comment varient deux paramètres cruciaux du jet : la densité dans l'espace des phases ρ , que l'on veut augmenter le plus possible, et le taux de collisions élastiques γ , qui doit rester important, et si possible augmenter, pour que la dynamique du refroidissement ne ralentisse pas.

Densité dans l'espace des phases ρ

Comme souligné dans le chapitre 1 (tableau 1.2), la densité dans l'espace des phases varie en $\Phi/T^{5/2}$ pour un potentiel transverse harmonique. La figure 4.2 (a) représente la variation relative de densité dans l'espace des phases $\rho'/\rho = \varphi(\eta)(T'/T)^{-5/2}$ en fonction du paramètre

¹Ce résultat peut sembler à première vue étonnant, si l'on se représente, à tort, le processus d'évaporation comme l'élimination des particules les plus énergétiques ; rappelons que le critère d'évaporation est en réalité un critère *en position*, qui n'élimine pas nécessairement les particules ayant une grande énergie.

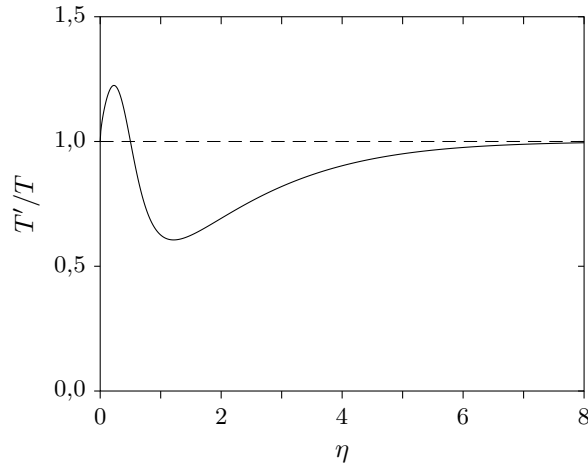


FIGURE 4.1: Variation relative T'/T de la température du jet après évaporation par une antenne de paramètre η , dans le cas d'un confinement harmonique. Pour $\eta > 1/2$, la température du jet diminue grâce à l'évaporation.

d'évaporation η . Si le paramètre d'évaporation dépasse la valeur 0,94 la densité dans l'espace des phases augmente lors du cycle d'évaporation. Un gain maximum de 70% sur ρ est atteint pour $\eta \simeq 1,7$.

Taux de collisions élastiques γ

Le taux de collisions élastiques varie comme Φ/\sqrt{T} dans le cas d'un confinement harmonique. La figure 4.2 (b) représente la variation relative du taux de collisions γ'/γ en fonction de η . Nous observons que le taux de collisions élastiques ne peut augmenter lors de l'évaporation ; il peut au mieux rester constant², mais cela implique de travailler avec un paramètre d'évaporation $\eta > 5$, ce qui limite le gain maximal dans l'espace des phases à environ 10%.

Ce résultat est spécifique du confinement harmonique bidimensionnel ; il ne tient pas en trois dimensions, ni en 2D pour un confinement linéaire, comme nous le verrons plus bas. Il montre clairement le désavantage d'un confinement harmonique 2D, car l'*emballement* du refroidissement par évaporation³, c'est-à-dire l'augmentation du taux de collisions au fur et à mesure du refroidissement, est impossible.

4.3 Etude d'un cycle d'évaporation : cas linéaire

Nous considérons dans cette section le cas limite inverse du précédent, à savoir celui d'un confinement linéaire. Le principe des calculs est le même que précédemment, mais, comme pour le calcul de $\varphi(\eta)$ nous ferons l'approximation $T_r(E, L) \simeq T_r(E, 0)$.

²En toute rigueur, la fonction γ'/γ atteint un maximum égal à 1,001 pour $\eta \simeq 7$.

³*Runaway evaporation* en anglais.

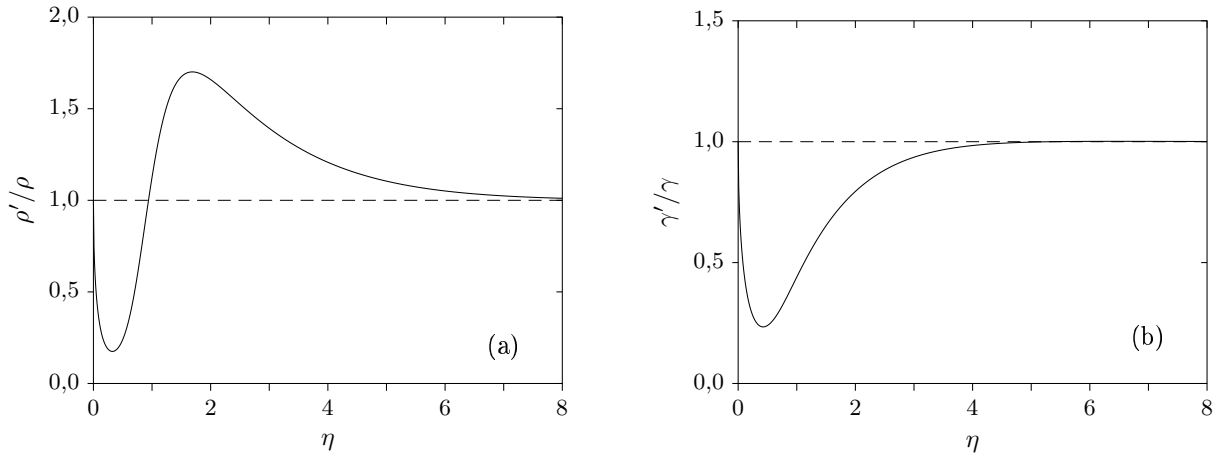


FIGURE 4.2: (a) Variation relative ρ'/ρ de la densité dans l'espace des phases du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement harmonique. Pour $\eta > 0,94$ la densité dans l'espace des phases du jet augmente grâce à l'évaporation. (b) Variation relative γ'/γ du taux de collisions élastiques du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement harmonique. Le taux de collisions ne peut pas augmenter au cours de l'évaporation ; il peut au mieux rester pratiquement constant si le paramètre d'évaporation choisi est supérieur à $\eta = 5$.

4.3.1 Changement de température

L'énergie transverse totale des N' atomes est donnée par

$$\langle E_{\perp} \rangle = N \iint_{\mathcal{D}} E P(E, L) dE dL \equiv 3Nk_{\text{B}}Tg(\eta), \quad (4.7)$$

où g est une fonction à calculer numériquement, donnée par l'intégrale suivante⁴ :

$$g(\eta) = \frac{1}{6} \int_0^{\infty} \left(\int_{\ell^{2/3}}^{\eta+4\ell^2/(27\eta^2)} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon} d\varepsilon \right) d\ell. \quad (4.8)$$

Le facteur $3Nk_{\text{B}}T$ dans (4.7) a été choisi pour que la fonction $g(\eta)$ vérifie $g(0) = g(\infty) = 1$. En effet, l'énergie transverse initiale des N atomes vaut⁵ $3Nk_{\text{B}}T$. Le bilan d'énergie s'écrit maintenant :

$$E' = 3Nk_{\text{B}}Tg(\eta) + N' \frac{k_{\text{B}}T}{2} = \frac{7}{2} N' k_{\text{B}} T'. \quad (4.9)$$

Le résultat numérique du calcul de la fonction T'/T en fonction de η est représenté sur la figure 4.3. Nous obtenons la même allure de courbe que dans le cas harmonique. Le refroidissement se produit ici pour $\eta > 1,18$. La réduction maximale de température, de l'ordre de 30%, est atteinte pour $\eta \simeq 2,3$.

⁴À moment cinétique L fixé, l'énergie transverse E varie entre $E_{\text{min}} \propto L^{2/3}$ et $U_{\text{eff}}(R_{\text{evap}})$. En utilisant des coordonnées adimensionnées ε et ℓ , l'expression de $g(\eta)$ est bien donnée par (4.8).

⁵Il y a deux degrés de liberté quadratiques (v_x et v_y), ce qui donne $k_{\text{B}}T$ par particule pour l'énergie cinétique ; l'énergie potentielle moyenne vaut quand à elle $2k_{\text{B}}T$ (c'est un cas particulier du théorème du viriel ; de manière plus générale, dans un potentiel en loi de puissance d'exposant δ , en dimension d , l'énergie potentielle moyenne d'une particule vaut $dk_{\text{B}}T/\delta$).

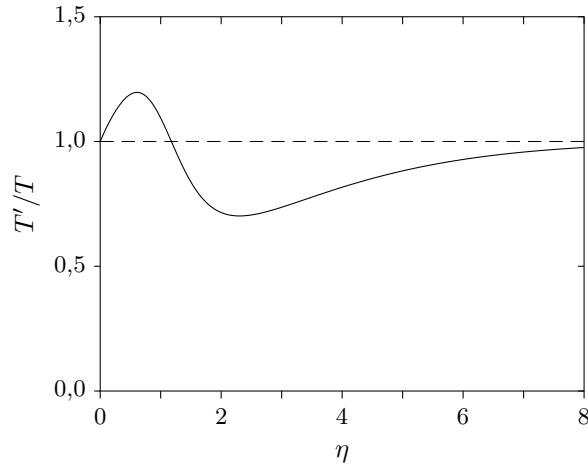


FIGURE 4.3: Variation relative T'/T de la température du jet après évaporation par une antenne de paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire. Pour $\eta > 1,18$ la température du jet diminue grâce à l'évaporation.

4.3.2 Variation de la densité dans l'espace des phases et du taux de collisions

La densité dans l'espace des phases varie en $\Phi/T^{7/2}$ pour un potentiel transverse linéaire. La figure 4.4 (a) représente la variation relative de densité dans l'espace des phases $\rho'/\rho = \varphi(\eta)(T'/T)^{-7/2}$ en fonction du paramètre d'évaporation η . Si le paramètre d'évaporation dépasse la valeur 1,75 la densité dans l'espace des phases augmente lors du cycle d'évaporation. Un gain maximum d'un facteur de 1,87 sur ρ est atteint pour $\eta \simeq 2,85$.

Quant au taux de collisions élastiques, il varie comme $\Phi/T^{3/2}$ dans le cas d'un confinement linéaire. La figure 4.4 (b) représente la variation relative du taux de collisions γ'/γ en fonction de η . Nous observons que, dans ce cas, si $\eta > 3$, le taux de collisions élastiques peut augmenter modérément lors de l'évaporation (de 8% au maximum, valeur atteinte pour $\eta = 4$). Si l'on cumule cette augmentation au cours de cycles d'évaporation successifs, le taux de collisions peut augmenter de manière significative : un emballement du refroidissement est donc possible.

Il apparaît ainsi (voir tableau 4.1) qu'un confinement transverse linéaire est nettement préférable à un confinement harmonique ; néanmoins en pratique, le champ longitudinal B_0 utilisé pour éviter les pertes par retournement de spin ne peut être très inférieur au gauss, soit, en unités de température, à $33 \mu\text{K}$ pour des atomes de ^{87}Rb dans $|5^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle$. Cela signifie qu'au fur et à mesure que le jet est refroidi par évaporation, on passe graduellement d'un confinement plutôt linéaire à un confinement pratiquement harmonique, moins favorable en termes de gain dans l'espace des phases et en taux de collisions. La section qui suit étudie donc l'effet d'un cycle d'évaporation dans le cas général d'un potentiel semi-linéaire.

4.4 Etude d'un cycle d'évaporation : cas semi-linéaire

Afin de pouvoir étudier de manière réaliste l'évaporation du jet jusqu'à la dégénérescence quantique, il est nécessaire de disposer de prédictions précises des variations relatives de T , ρ et

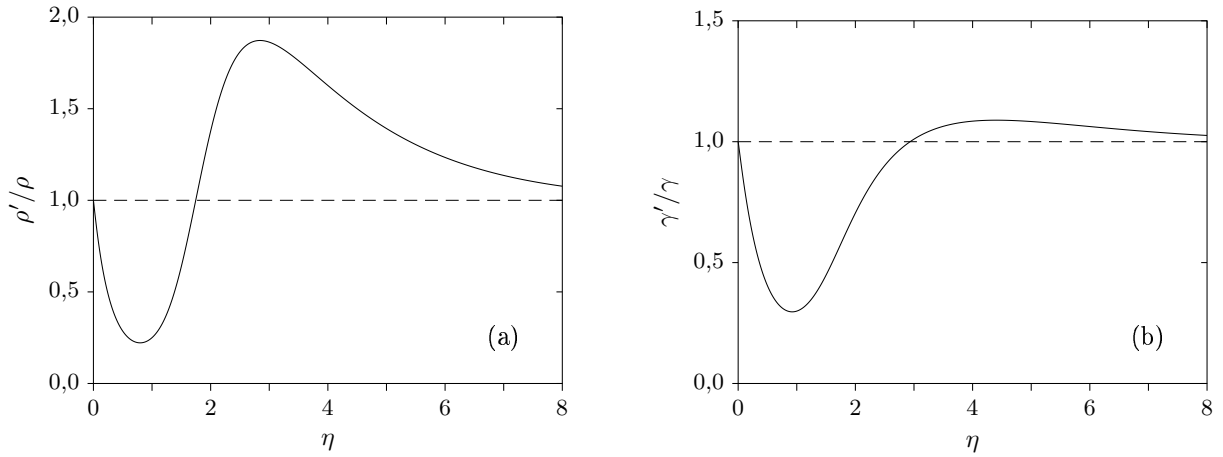


FIGURE 4.4: (a) Variation relative ρ'/ρ de la densité dans l'espace des phases du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire. Pour $\eta > 1,75$ la densité dans l'espace des phases du jet augmente grâce à l'évaporation. (b) Variation relative γ'/γ du taux de collisions élastiques du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire. Pour $\eta > 2,94$ le taux de collisions au sein du jet augmente grâce à l'évaporation.

	Confinement	Gain	η
Gain maximal sur ρ	Harmonique	1,7	1,7
	Linéaire	1,9	2,9
Gain maximal sur γ	Harmonique	1,001	7
	Linéaire	1,08	4,0

TABLEAU 4.1: Résumé des gains maximaux possibles pour l'évaporation rf.

γ lorsque $\alpha = \mu B_0 / (k_B T)$ a une valeur finie non nulle. Le principe du calcul est le même que dans les deux sections précédentes : il s'agit d'effectuer un bilan énergétique entre le moment suivant immédiatement l'évaporation, et la fin de la relaxation vers l'équilibre. Notons que dans le cas où α est fini, l'énergie potentielle transverse moyenne à l'équilibre thermique est donnée par

$$\langle U - \mu B_0 \rangle = k_B T \left(2 + \frac{\alpha^2}{1 + \alpha} - \alpha \right). \quad (4.10)$$

Nous retrouvons bien $2k_B T$ à la limite linéaire ($\alpha \rightarrow 0$), et $k_B T$ à la limite harmonique ($\alpha \rightarrow \infty$). Lors du bilan d'énergie, il convient de prendre garde au fait qu'après rethermalisation, le paramètre α est modifié et prend la valeur $\alpha' = \alpha T / T'$.

Les résultats obtenus peuvent être approchés par des formules analytiques, moyennant les mêmes approximations que dans le calcul de la fraction évaporée $\varphi(\eta, \alpha)$, mais les expressions correspondantes sont très lourdes. En pratique, nous utilisons donc un programme informatique, prenant comme paramètres d'entrée la température T du jet atomique, la valeur de B_0 , et la fréquence d'évaporation utilisée. Le programme retourne la fraction évaporée et les variations

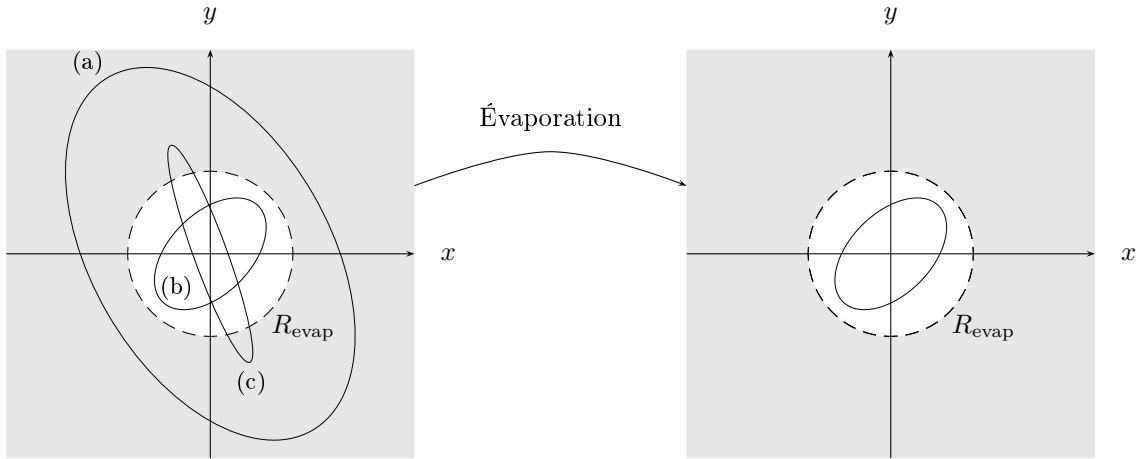


FIGURE 4.5: Quelques trajectoires elliptiques suivies par des atomes confinés dans un guide magnétique. Un continuum de rayons d'évaporation au-delà de R_{evap} est utilisé (zone grisée). Les trajectoires notées (a) et (c) correspondent à des atomes évaporés. Seul l'atome dont la trajectoire est notée (b) est conservé. On comparera cette situation à celle de la figure 3.2, illustrant l'évaporation à un seul rayon.

relatives de T , ρ et γ .

Une conclusion importante de cette étude est que même lorsque $k_B T$ commence à être inférieur à μB_0 , il est encore possible de gagner en taux de collisions lors de l'évaporation : ce n'est que lorsque $k_B T \ll \mu B_0$ que le confinement est vraiment harmonique, et que l'emballement de l'évaporation est impossible. Comme nous le verrons au chapitre 7, ceci rend possible un gain d'un facteur 10^8 dans la densité dans l'espace des phases avec un nombre de cycles d'évaporation raisonnable, inférieur à une centaine.

4.5 Évaporation multi-rayons

Dans cette section, nous décrivons une méthode d'évaporation légèrement plus efficace que la précédente, qui consiste à utiliser plusieurs rayons d'évaporation et non plus un seul.

4.5.1 Motivation

Comme nous l'avons souligné dans le chapitre précédent, à propos de la mesure de la température du jet via la fraction d'atomes restants en fonction de η , le critère d'évaporation est un critère en *position* et non en *énergie*. Par conséquent, des atomes énergétiques ayant un grand moment cinétique (trajectoire notée (a) sur la figure 3.2 du chapitre 3) peuvent ne pas être évaporés ; lors de la rethermalisation, la contribution de ces atomes à la température finale est importante.

Au lieu d'utiliser un seul rayon R_{evap} , utilisons donc un « continuum » de rayons d'évaporation dans l'intervalle $[R_{\text{evap}}, \infty[$. Dans ce cas, seuls les atomes dont la trajectoire est constamment en-deçà de R_{evap} sont conservés à l'issue de l'évaporation, comme l'illustre la figure 4.5. On peut donc s'attendre intuitivement à ce que l'abaissement de température obtenu après rethermalisation soit

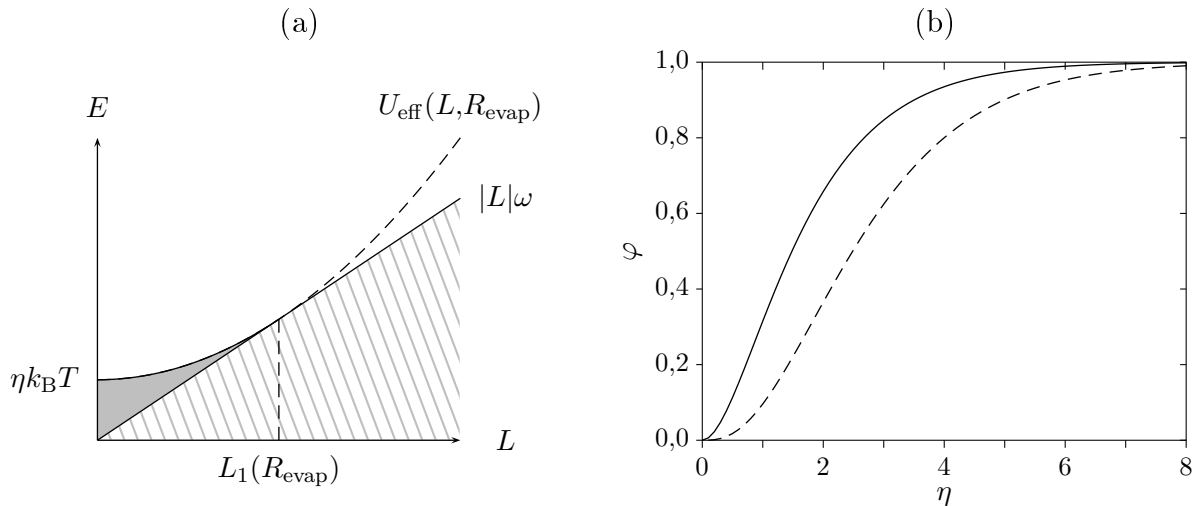


FIGURE 4.6: (a) Représentation dans le plan (L, E) des trajectoires des atomes non évaporés (zone grisée) pour le schéma d'évaporation multi-rayons. Le confinement est harmonique, et seule la partie $L \geq 0$ du plan (L, E) a été représentée. (b) Fraction d'atomes restants $\varphi(\eta)$ en fonction de η pour un confinement harmonique (trait plein) et linéaire (pointillés).

supérieur dans ce schéma d'évaporation, que nous appellerons *multi-rayons*, par rapport à ce que l'on obtient dans l'évaporation à un seul rayon.

4.5.2 Fraction évaporée

Commençons par calculer la fraction d'atomes restants en fonction de η . Pour cela, il suffit d'intégrer $P(E, L)$ sur le domaine grisé de la figure 4.6 (a), qui correspond aux atomes non évaporés. Dans le cas d'un confinement harmonique, la fraction d'atomes restants peut être calculée analytiquement :

$$\varphi(\eta) = 1 - e^{-2\eta} - \sqrt{\pi\eta} e^{-2\eta} \operatorname{erf}(\sqrt{\eta}), \quad (4.11)$$

où erf est la fonction d'erreur⁶. Dans le cas d'un confinement transverse linéaire, la fonction $\varphi(\eta)$ doit être calculée numériquement.

La figure 4.6 (b) représente $\varphi(\eta)$ dans les cas harmonique (courbe en trait plein) et linéaire (pointillés). Comme attendu pour ce schéma d'évaporation, la fraction restante tend vers 0 lorsque $\eta \rightarrow 0$, puisqu'alors toutes les trajectoires satisfont le critère d'évaporation.

4.5.3 Variation de température

Le calcul de la variation de température du jet lors d'un cycle évaporation-rethermalisation est identique à celui mené plus haut. La figure 4.7 représente la variation relative T'/T de la

⁶La fonction erf est définie par

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du.$$

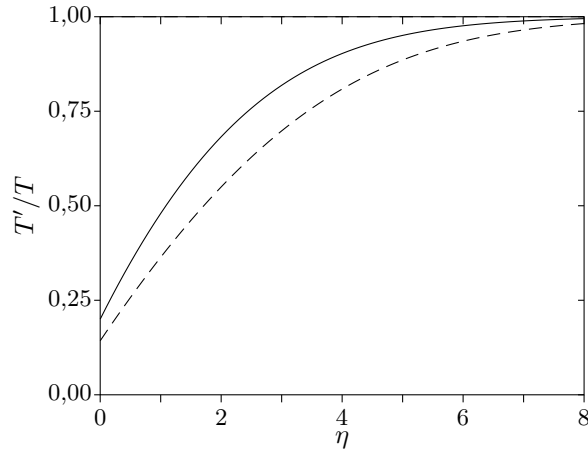


FIGURE 4.7: Variation relative T'/T de la température du jet au cours d'un cycle évaporation-rethermalisation en fonction du paramètre d'évaporation η pour un confinement harmonique (trait plein) et linéaire (tirets). Dans le schéma d'évaporation multi-rayons, le jet subit un refroidissement pour toutes les valeurs de η .

température du jet en fonction du paramètre d'évaporation η . La courbe en trait plein correspond à un confinement harmonique; celle en tirets à un confinement linéaire. La variation de température est désormais une fonction monotone de η ; à la limite $\eta \rightarrow 0$, T'/T tend vers $1/5$ (respectivement $1/7$) dans le cas harmonique (respectivement linéaire). Ceci s'interprète très simplement : à très bas η , seuls subsistent après l'évaporation des atomes dont l'énergie transverse est quasi-nulle; par conséquent, seule l'énergie longitudinale contribue à la valeur de T' . Dans le cas d'un confinement harmonique, le bilan d'énergie s'écrit donc tout simplement

$$N' \frac{k_B T}{2} = N' \frac{5k_B T'}{2}, \quad (4.12)$$

d'où le résultat annoncé.

4.5.4 Gains en densité dans l'espace des phases et en taux de collisions

Connaissant les fonctions φ et T'/T , il est immédiat de calculer les variations relatives ρ'/ρ de la densité dans l'espace des phases et γ'/γ du taux de collisions au cours du cycle d'évaporation.

La variation relative ρ'/ρ est représentée en fonction de η sur la figure 4.8 (a). Les gains possibles en densité dans l'espace des phases sont significativement plus élevés que dans le schéma d'évaporation à un seul rayon. Dans le cas d'un confinement linéaire, le gain maximal en densité dans l'espace des phases est de 3,4 pour $\eta \simeq 1,2$. Pour cette valeur de η , le taux de collisions décroît néanmoins significativement, comme le montre la figure 4.8 (b). Pour qu'il augmente, il faut évaporer à $\eta \geq 2,5$. Pour $\eta = 2,5$, le gain en densité dans l'espace des phases vaut 2,6 (à comparer à 1,86 dans le cas de l'évaporation à un seul rayon). Remarquons que pour le cas d'un confinement harmonique, l'évaporation multi-rayons ne modifie pas de manière appréciable le résultat que nous avons obtenu plus haut, à savoir que le taux de collisions ne peut pratiquement pas augmenter, ce qui rend impossible l'emballlement du refroidissement par évaporation.

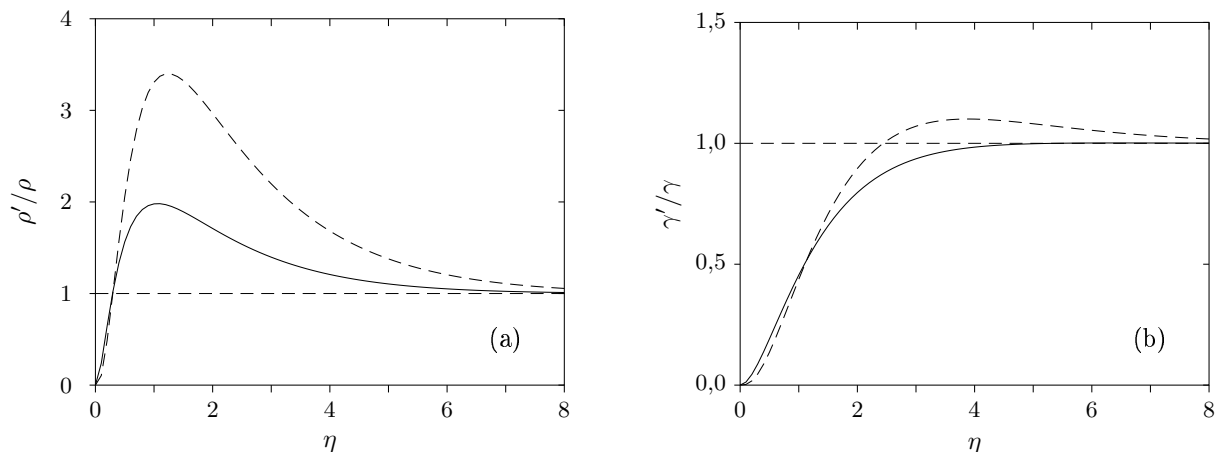


FIGURE 4.8: (a) Variation relative ρ'/ρ de la densité dans l'espace des phases du jet au cours d'un cycle évaporation-rethermalisation en fonction du paramètre d'évaporation η pour un confinement harmonique (trait plein) et linéaire (tirets), dans le cas de l'évaporation multi-rayons. (b) Variation relative γ'/γ du taux de collisions élastiques en fonction du paramètre d'évaporation η pour un confinement harmonique (trait plein) et linéaire (tirets).

4.5.5 L'évaporation micro-onde vue comme évaporation multi-rayons

La réalisation pratique de l'évaporation multi-rayons ne peut qu'être approchée : expérimentalement il s'agit d'utiliser un grand nombre de rayons d'évaporations étagés au-delà de R_{evap} . Si superposer un grand nombre de fréquences rf est relativement lourd du point de vue expérimental⁷, il est en revanche facile d'utiliser une technique d'évaporation qui fait intervenir trois rayons d'évaporation : il s'agit de l'évaporation micro-onde que nous avons présentée au chapitre 3 dans le cadre de la mesure de la température du jet. Notons que dans ce cas, il n'y a trois rayons d'évaporation qui peuvent évaporer des atomes du jet que si le confinement est linéaire. Dans le cas où le confinement est harmonique, il peut y avoir un, deux ou trois rayons d'évaporation, mais un seul peut évaporer des atomes du guide ; en effet, les autres rayons éventuels ne se trouvent pas dans la région occupée par le jet.

Il est donc intéressant, dans le cas d'un confinement linéaire, de calculer la variation de température du jet induite par un cycle évaporation micro-onde suivie de la rethermalisation du jet. Le calcul, similaire aux précédents, montre (figure 4.9) que la réduction de température peut atteindre 44% pour $\eta \simeq 4,1$. Connaissant les fonctions φ et T'/T , il est facile d'obtenir les variations relatives de densité dans l'espace des phases et de taux de collisions, représentées sur la figure 4.10. Le gain maximal dans l'espace des phases est de 2,6 sans perte en taux de collisions ; ce dernier peut même augmenter par près de 15% pour des paramètres d'évaporations suffisamment élevés⁸ ($\eta \sim 10$).

⁷D'autant plus qu'il est nécessaire de s'assurer qu'aucune des fréquences utilisées ne donne lieu à une résonance par couplage au guide magnétique.

⁸Rappelons que la définition adoptée dans l'équation (3.32) pour η dans le cas micro-onde, est telle qu'évaporer à un paramètre η avec des ondes hyper-fréquences reviendrait à évaporer avec trois antennes rf superposées, de paramètres η , $\eta/2$, et $\eta/3$.

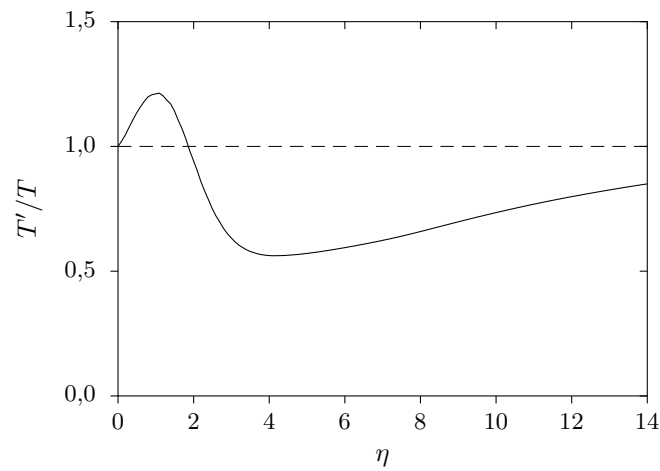


FIGURE 4.9: Variation relative T'/T de la température du jet au cours d'un cycle évaporation micro-onde suivie de rethermalisation, en fonction du paramètre d'évaporation η , pour un confinement linéaire.

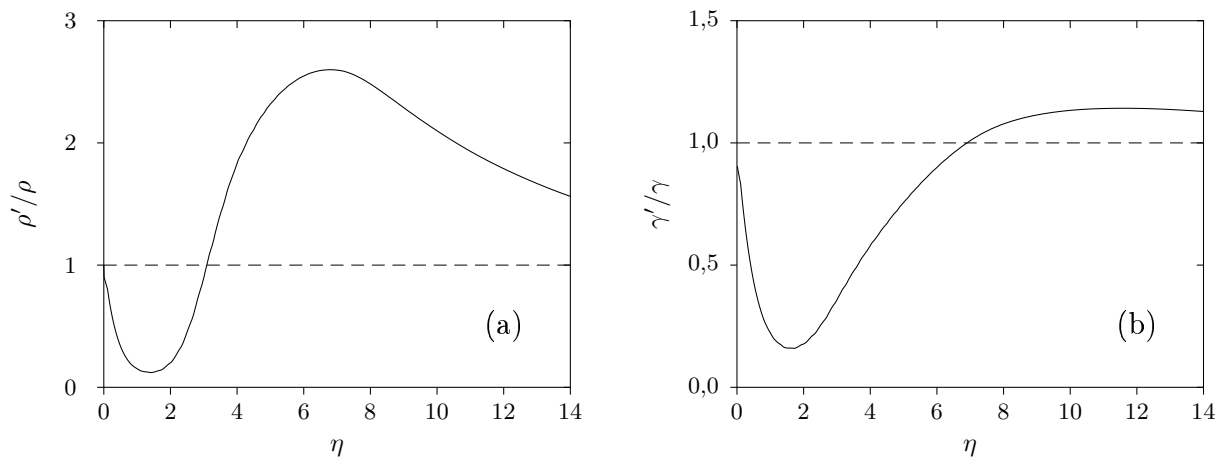


FIGURE 4.10: (a) Variation relative ρ'/ρ de la densité dans l'espace des phases du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire, pour l'évaporation micro-onde. (b) Variation relative γ'/γ du taux de collisions élastiques du jet après évaporation avec un paramètre η , dans le cas d'un confinement linéaire.

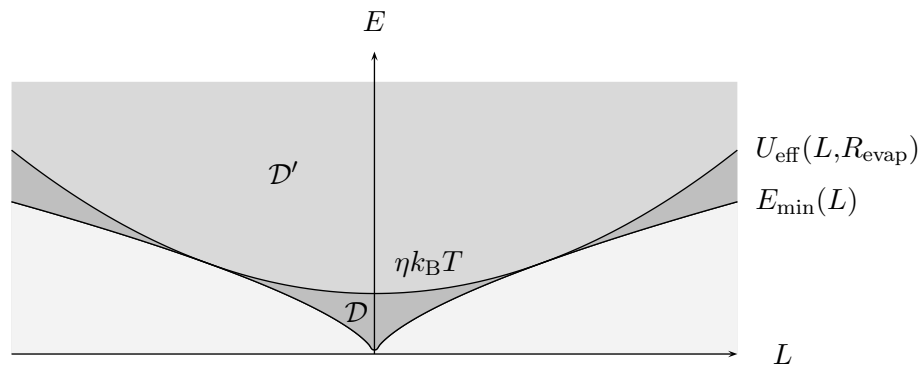


FIGURE 4.11: Représentation graphique dans le plan (L, E) des domaines d'intégration \mathcal{D} et \mathcal{D}' utilisés pour le calcul du gain en densité dans l'espace des phases en fonction de l'efficacité Δ de l'antenne d'évaporation.

4.5.6 Conclusion

Le schéma d'évaporation multi-rayons apparaît donc comme une solution de choix pour maximiser le gain dans l'espace des phases à chaque passage par une zone d'évaporation. En pratique, pour un confinement linéaire, l'évaporation micro-onde, avec ses trois rayons d'évaporation, apparaît comme une réalisation particulièrement simple de ce schéma d'évaporation.

4.6 Influence de l'efficacité d'évaporation

Jusqu'ici, pour calculer les variations de flux, température, taux de collisions élastiques et densité dans l'espace des phases, nous avons considéré que l'efficacité d'une antenne était égale à 100%. Néanmoins, ayant en vue la mise en œuvre pratique de l'évaporation, il est légitime d'évaluer l'influence d'une éventuelle imperfection de l'évaporation.

4.6.1 Modélisation adoptée

Nous modélisons l'efficacité partielle de l'antenne par un paramètre Δ caractérisant la probabilité qu'un atome vérifiant le critère d'évaporation d'être effectivement évaporé. Une antenne parfaitement efficace est donc caractérisée par $\Delta = 1$. Le cas limite $\Delta = 0$ correspond à une inefficacité totale de l'antenne.

Il est bien clair qu'une telle modélisation ne peut qu'être extrêmement grossière : en effet, si une antenne est inefficace par manque de puissance rf par exemple, la probabilité pour un atome de ne pas être évaporé dépend des caractéristiques de sa trajectoire. Il s'agit donc ici plutôt d'évaluer qualitativement l'effet d'une efficacité partielle des antennes.

4.6.2 Résultats

Nous calculons, pour des valeurs données de η (paramètre d'évaporation) et Δ (efficacité de l'antenne), le gain en densité dans l'espace des phases obtenu lors d'un cycle d'évaporation-

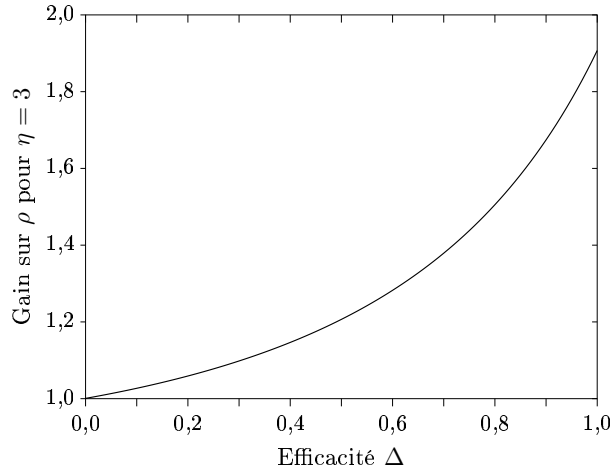


FIGURE 4.12: Gain en densité dans l'espace des phases pour une antenne de paramètre d'évaporation $\eta = 3$, en fonction de son efficacité Δ . Le confinement est linéaire. Une efficacité de 80% permet un gain de 50% seulement sur ρ , contre 90% dans le cas d'une efficacité parfaite.

rethermalisation.

Pour cela, calculons d'abord la réduction de flux. Le nombre d'atomes restant après évaporation est donné en intégrant la fonction de distribution $P(E, L)$

- sur le domaine noté \mathcal{D} sur la figure 4.11; il s'agit des atomes ne vérifiant pas le critère d'évaporation;
- sur le domaine noté \mathcal{D}' sur la figure 4.11, avec un poids $(1 - \Delta)$; il s'agit des atomes vérifiant *a priori* le critère d'évaporation, mais non évaporés du fait de l'efficacité partielle de l'antenne.

Nous avons donc :

$$\varphi = \int_{\mathcal{D}} P(E, L) dE dL + (1 - \Delta) \int_{\mathcal{D}'} P(E, L) dE dL. \quad (4.13)$$

L'énergie transverse se calcule de manière analogue. La variation de température s'obtient via un bilan d'énergie. Enfin, connaissant φ et T'/T , nous obtenons aisément la variation de densité dans l'espace des phases. La figure 4.12 représente le gain ρ'/ρ , calculé pour $\eta = 3$, dans le cas d'un confinement linéaire, en fonction de l'efficacité Δ (le choix $\eta = 3$ est lié au fait qu'il s'agit de la valeur maximisant le gain en densité dans l'espace des phases lorsque $\Delta = 1$).

Il apparaît clairement qu'une efficacité partielle réduit fortement les gains possibles en densité dans l'espace des phases à chaque cycle évaporation-rethermalisation; il convient donc de s'assurer que la puissance rf couplée dans les antennes d'évaporation est suffisante pour assurer une efficacité proche de 100%.

4.7 Rethermalisation

Dans tout ce qui précède, la dynamique du retour à l'équilibre via les collisions élastiques entre atomes a été complètement passée sous silence. Or, il s'agit d'un paramètre crucial dans

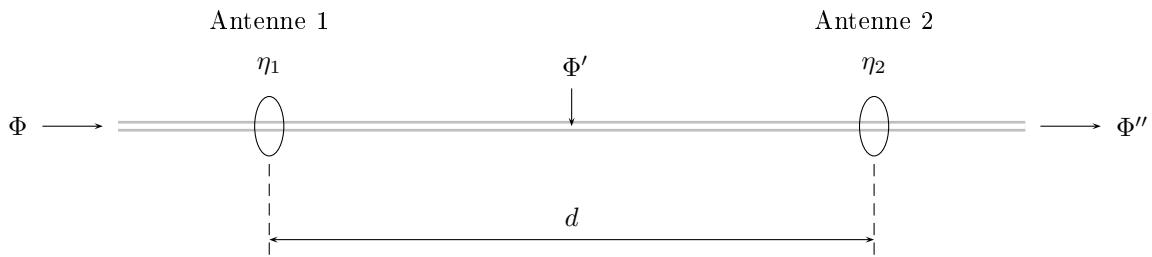


FIGURE 4.13: Dispositif expérimental pour une expérience à deux antennes rf. Le jet, de flux initial Φ , est évaporé par une première antenne, de paramètre η_1 , et son flux devient $\Phi' = \Phi \varphi(\eta_1)$. Puis, après propagation sur une distance d , le jet rencontre une deuxième antenne, de paramètre η_2 . Le flux restant après cette deuxième antenne est noté Φ'' .

la perspective d'un refroidissement poussé du jet, puisque deux zones d'évaporation successives doivent être séparées par une distance suffisamment grande pour que le jet puisse relaxer vers l'équilibre.

Nous commençons par montrer comment il est possible de caractériser expérimentalement la présence ou non de collisions au sein du jet grâce à une expérience utilisant deux antennes radiofréquence. Ensuite, nous calculons le taux de collisions élastiques au sein du jet *immédiatement après l'évaporation* et nous donnons une interprétation physique de la faible valeur obtenue. Enfin, nous étudions quantitativement la dynamique de la rethermalisation à l'aide d'une simulation numérique.

4.7.1 Expérience à deux antennes rf

Approche qualitative

Considérons le dispositif expérimental représenté sur la figure 4.13. Le jet atomique, de température initiale T , est évaporé par une première antenne rf, de fréquence ν_1 , c'est-à-dire de paramètre $\eta_1 = h\nu_1/(k_B T)$. Une deuxième antenne, de fréquence ν_2 , donc de paramètre $\eta_2 = h\nu_2/(k_B T)$, est située à une distance d en aval de la première, et permet de sonder la distribution d'énergie et de moment cinétique dans le jet. Notons Φ le flux initial, Φ' le flux après la première antenne, et Φ'' le flux final.

En l'absence de collisions au sein du jet entre les deux antennes, la distribution demeure hors d'équilibre. En particulier, si $\nu_2 = \nu_1$, la deuxième antenne ne peut pas évaporer d'atomes supplémentaires, puisque tous les atomes dont l'énergie et le moment cinétique correspondaient au critère d'évaporation ont déjà été évaporés par la première antenne. Mais la présence de collisions au sein du jet lors de la propagation entre les deux antennes, même en nombre insuffisant pour conduire à une rethermalisation complète, entraîne l'apparition de pertes supplémentaires dues à la deuxième antenne, puisque les collisions élastiques redistribuent entre les atomes l'énergie et le moment cinétique. Si le jet atomique rethermalise complètement pendant sa propagation entre les deux antennes, nous trouvons un spectre d'évaporation « habituel » correspondant à la nouvelle température T' du jet. Une expérience similaire a été réalisée dans le domaine temporel sur un nuage piégé d'atomes d'hélium métastable [75].

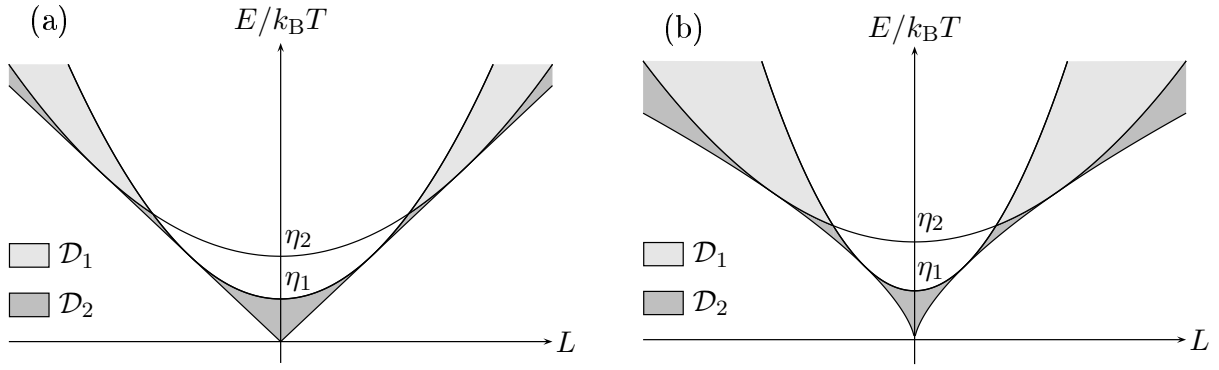


FIGURE 4.14: Domaines d'intégration dans le plan (L, E) pour le calcul de Φ''/Φ' dans le régime sans collisions. (a) Confinement harmonique; (b) Confinement linéaire.

Régime sans collisions

Calculons la fraction Φ''/Φ' dans la limite sans collisions, où la rethermalisation ne peut se produire entre les deux antennes. Après évaporation par la première antenne à η_1 (qui correspond à un rayon d'évaporation R_1), la distribution conjointe en énergie E et moment cinétique L , que nous noterons $p_1(E, L)$, est hors d'équilibre, et vaut simplement

$$p_1(E, L) \propto p(E, L) \times \Theta(U_{\text{eff}}(R_1) - E). \quad (4.14)$$

Elle est non nulle uniquement dans le domaine $\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2$ de la figure 4.14.

La fraction d'atomes restants Φ''/Φ' s'obtient par conséquent en intégrant (4.14) sur le domaine $\mathcal{D}_2 = \{E_{\min}(L) \leq E \leq \min(U_{\text{eff}}(R_1), U_{\text{eff}}(R_2))\}$:

$$\frac{\Phi''}{\Phi'} = \frac{\iint_{\mathcal{D}_2} p_1(E, L) dE dL}{\iint_{\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2} p_1(E, L) dE dL}. \quad (4.15)$$

Le résultat du calcul numérique de Φ''/Φ' est représenté sur la figure 4.15 en traits tiretés, dans le cas spécifique d'un confinement linéaire, avec $\eta_1 = 2$. Comme attendu, la fraction Φ''/Φ' atteint bien la valeur 1 pour $\eta_2 = 2$.

Régime collisionnel

Si le nombre de collisions au sein du jet au cours de sa propagation sur une distance d est suffisant pour que la distribution relaxe vers l'équilibre à la température $T'(\eta_1)$, la deuxième antenne évapore un jet thermique et par conséquent le flux final vaut $\Phi'' = \Phi' \varphi(\eta'_2)$ où $\eta'_2 = \eta_2 T/T'(\eta_1)$.

La courbe représentative de Φ''/Φ' est représentée en trait plein sur la figure 4.15. La différence entre les régimes collisionnel et sans collisions est importante, ce qui rend aisée la mise en évidence expérimentale de collisions au sein du jet. Il suffit en effet de mesurer le rapport Φ''/Φ' en fonction

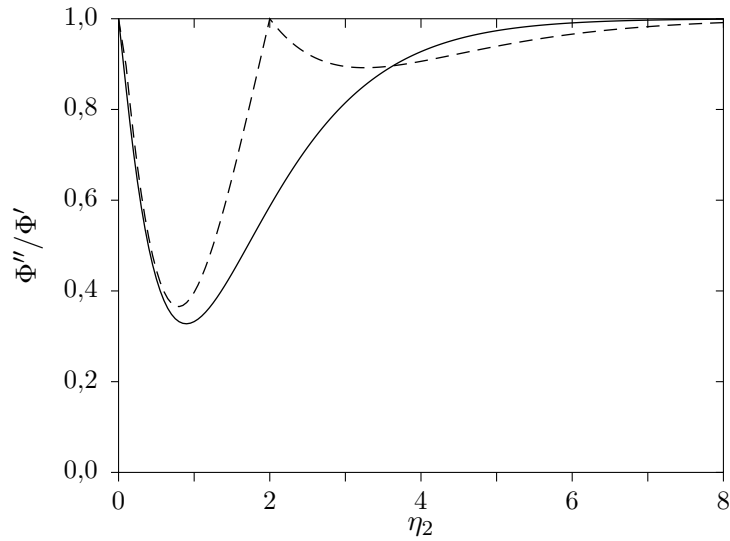


FIGURE 4.15: Fraction Φ''/Φ' d'atomes restants après l'antenne 2 en fonction de η_2 . Le paramètre d'évaporation de la première antenne est $\eta_1 = 2$. La courbe en pointillés correspond au régime sans collisions ; on obtient comme attendu $\Phi'' = \Phi'$ pour $\eta_2 = \eta_1$. La courbe en trait plein correspond au régime collisionnel ; suffisamment de collisions ont eu lieu sur une distance d pour que le jet relaxe vers l'équilibre thermique. Les calculs sont faits dans le cas d'un confinement linéaire.

de ν_2 , lorsque ν_2 varie autour de ν_1 . La présence de pertes induites par l'antenne 2 pour $\nu_2 = \nu_1$ est une preuve non ambiguë de la présence de collisions au sein du jet⁹.

4.7.2 Taux de collisions élastiques immédiatement après évaporation

Afin de pouvoir augmenter la densité dans l'espace des phases par plusieurs ordres de grandeur, il est nécessaire d'utiliser successivement plusieurs antennes entre lesquelles le jet rethermalise. Un paramètre important est donc le taux de collisions γ_{ap} au sein du jet *immédiatement après évaporation* ; en effet, ce sont les collisions au sein de ce jet, initialement hors d'équilibre, qui permettent la relaxation vers l'équilibre.

Dans cette section, nous calculons donc le taux de collisions élastique γ_{ap} au sein de la distribution hors d'équilibre créée par évaporation par une antenne.

Fonction de distribution après évaporation

Supposons pour commencer que le confinement radial est harmonique. Nous considérons une « tranche » de longueur ℓ , contenant $N = \ell\Phi/v$ atomes, soumise à l'évaporation par une antenne de paramètre η , correspondant à un rayon d'évaporation R_{evap} . En coordonnées cylindriques, la fonction de distribution dans l'espace des phases, pour le gaz à l'équilibre (avant évaporation) s'écrit :

$$f_{\text{éq}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{N\omega^2}{\ell} \left(\frac{m}{2\pi k_{\text{B}}T} \right)^{5/2} e^{-m\omega^2 r^2 / (2k_{\text{B}}T)} e^{-mv^2 / (2k_{\text{B}}T)}. \quad (4.16)$$

⁹A condition bien sûr que l'efficacité de la première antenne soit de 100%, sans quoi les pertes supplémentaires s'expliquent de manière triviale.

Une particule est évaporée si et seulement si $E \geq U_{\text{eff}}(R_{\text{evap}})$. La fonction de distribution immédiatement après évaporation est donc

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_{\text{éq}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \Theta \left(\frac{1}{2} m \omega^2 R_{\text{evap}}^2 + \frac{m r^2 v_\theta^2}{2 R_{\text{evap}}^2} - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{1}{2} m (v_r^2 + v_\theta^2) \right), \quad (4.17)$$

où Θ est la fonction saut de Heaviside.

Taux de collisions élastiques

Pour une fonction de distribution f donnée, le taux de collisions élastiques, moyenné sur la distribution spatiale des atomes, s'exprime en fonction de f comme :

$$\gamma = \frac{1}{N} \int |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \sigma f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}') d^3 r d^3 v d^3 v'. \quad (4.18)$$

En injectant (4.17) dans (4.18), en notant γ le taux de collisions avant évaporation, et en adimensionnant, nous obtenons, pour le taux de collisions γ_{ap} *immédiatement après l'évaporation* :

$$\frac{\gamma_{\text{ap}}}{\gamma} = \frac{1}{16\pi^{5/2}} \int |\mathbf{u} - \mathbf{u}'| e^{-(\mathbf{u}^2 + \mathbf{u}'^2)/2} e^{-q^2} \Theta_1(\mathbf{u}, q, \eta) \Theta_1(\mathbf{u}', q, \eta) q dq d^3 u d^3 u', \quad (4.19)$$

où nous avons introduit la notation abrégée :

$$\Theta_1(\mathbf{u}, q, \eta) \equiv \Theta \left(2\eta + \frac{q^2 u_\theta^2}{2\eta} - q^2 - u_r^2 - u_\theta^2 \right). \quad (4.20)$$

L'intégrale septuple (4.19) doit être calculée numériquement ; nous utilisons pour cela une méthode Monte-Carlo [69]. La courbe en pointillés sur la figure 4.16 (a) représente $\gamma_{\text{ap}}/\gamma$ en fonction de η . On constate que le taux de collisions au sein de la distribution hors d'équilibre peut devenir extrêmement faible pour des valeurs de η où la réduction de flux est importante. En particulier, pour $\eta \simeq 1/2$, la réduction de taux de collision est cinq fois supérieure à celle du flux atomique. Une telle réduction du taux de collisions fait que le temps de rethermalisation devient très long.

Il est immédiat d'étendre le calcul précédent au cas d'un confinement linéaire. Le résultat est représenté sur la figure 4.16 (b). On obtient qualitativement le même résultat : la réduction de taux de collisions $\gamma_{\text{ap}}/\gamma$ est importante, même pour des paramètres d'évaporation tels qu'après rethermalisation, le taux de collisions γ' est supérieur à γ .

Dans la section qui suit, nous allons voir que la distribution spatiale des atomes est fortement affectée par l'évaporation, créant deux classes séparées d'atomes ne pouvant entrer en collisions. C'est ce qui explique que la réduction du taux de collisions est nettement supérieure à la simple réduction du flux atomique.

4.7.3 Distribution de densité $n(\mathbf{r})$ immédiatement après évaporation

Connaissant la fonction de distribution dans l'espace des phases hors d'équilibre, nous pouvons obtenir très simplement la densité spatiale $n(\mathbf{r})$ après évaporation. Il suffit pour cela d'intégrer f sur les degrés de liberté de vitesse :

$$n(\mathbf{r}) = \iiint f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3 v. \quad (4.21)$$

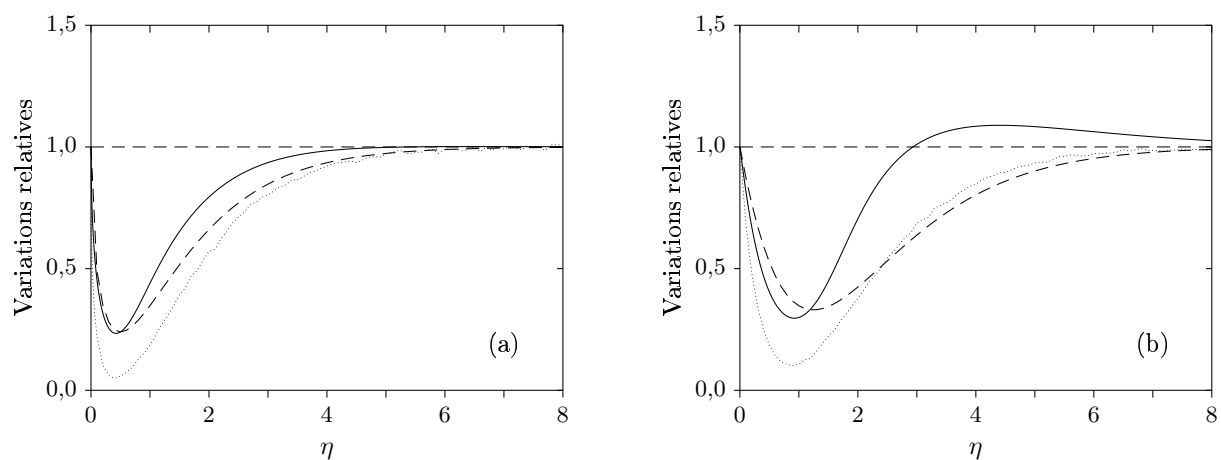


FIGURE 4.16: (a) : représentation, en fonction de η , et pour un confinement harmonique, du rapport γ'/γ du taux de collision après un cycle évaporation-rethermalisation, et avant évaporation (en trait plein). En pointillés, le rapport $\gamma_{\text{ap}}/\gamma$ des taux de collisions immédiatement après l'évaporation et avant évaporation. En ligne tirée, la réduction de flux $\varphi(\eta)$. (b) : même chose dans le cas d'un confinement linéaire.

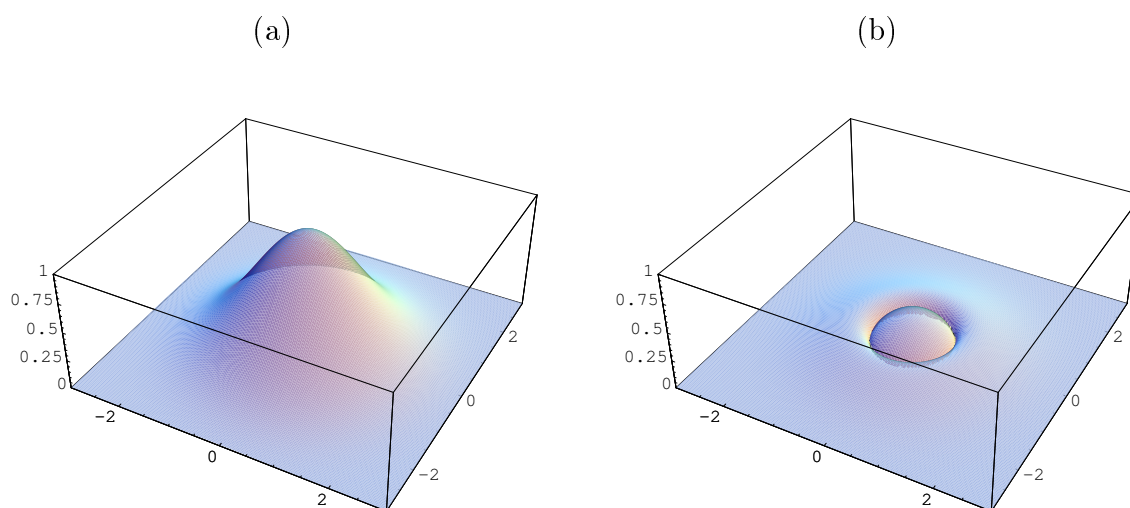


FIGURE 4.17: Densité atomique $n(\mathbf{r})$ dans un guide harmonique avant (a) et après (b) évaporation par une antenne radio-fréquence de paramètre $\eta = 0,3$.

La figure 4.17 montre un exemple de calcul de la densité spatiale $n(\mathbf{r})$ pour un paramètre d'évaporation $\eta = 0,3$, dans le cas d'un confinement harmonique. Il est manifeste que d'une part la densité décroît fortement et que d'autre part le nuage est scindé en deux parties disjointes. Les collisions élastiques ne peuvent se produire qu'entre atomes se trouvant dans la même région. Nous comprenons ainsi pourquoi la réduction du taux de collisions est si grande lors de l'évaporation.

4.7.4 Dynamique de la rethermalisation

Afin de rendre compte, de manière quantitative, du processus de rethermalisation dans une expérience à deux antennes séparées d'une distance d , nous avons développé une simulation numérique du mouvement des atomes dans un guide, pour un confinement harmonique ou linéaire, en tenant compte des collisions binaires. Nous utilisons une méthode de dynamique moléculaire [71], qui prend en compte explicitement le critère d'évaporation.

Nous effectuons la simulation avec des paramètres adimensionnés. L'unité de longueur r_u est définie par $U(r_u) - U(0) = (\langle U \rangle - U(0))/2$. La distance entre antennes est fixée à $d = 5000 r_u$. La vitesse moyenne est dix fois supérieure à la vitesse thermique $(k_B T/m)^{1/2}$. Les coordonnées et vitesses de chaque particule évoluent grâce à un schéma d'intégration symplectique du deuxième ordre [76]. En utilisant la symétrie cylindrique du problème (la gravité est ignorée), nous restreignons l'évolution au premier quadrant ($x > 0, y > 0$) avec des murs réfléchissants sur les plans $x = 0$ et $y = 0$. Les collisions élastiques binaires sont prises en compte par une technique d'échantillonnage consistant à discrétiser l'espace [77] en « boîtes » au sein desquelles les collisions ont lieu. La section efficace de collision utilisée pour calculer la probabilité de collision est ajustée de sorte que le nombre moyen de collisions subies par un atome entre les deux antennes soit égal à la valeur désirée.

Les simulations ont été réalisées avec $1,5 \times 10^6$ particules et $5,4 \times 10^4$ boîtes. Le pas de temps Δt est choisi très faible devant le temps typique entre deux collisions, ainsi que devant la période d'oscillation dans le guide.

Nous simulons une expérience à deux antennes dans laquelle la première antenne est utilisée avec un paramètre d'évaporation η_1 fixé. Le nombre moyen de collisions subies par un atome au cours de sa propagation entre les deux antennes est noté N_c . La deuxième antenne est utilisée avec un paramètre η_2 , et nous calculons la fonction Φ''/Φ' en fonction de η_2 . Nous en déduisons alors le rapport $f(\eta_1, N_c) = \Phi''/\Phi'(\eta_2 = \eta_1)$ en fonction de N_c . Dans le régime sans collision ($N_c = 0$) nous avons bien entendu $f(\eta_1, 0) = 1$. En cas de rethermalisation complète ($N_c \gg 1$), ce rapport tend vers la limite $f_\infty(\eta_1) = \varphi\{\eta_1/[T'/T(\eta_1)]\}$.

La figure 4.18 représente, pour un confinement linéaire, la quantité normalisée

$$\Xi(\eta_1, N_c) = \frac{f(\eta_1, N_c) - f_\infty(\eta_1)}{1 - f_\infty(\eta_1)}, \quad (4.22)$$

qui mesure la distance à l'équilibre, en fonction du nombre moyen de collisions N_c . Pour un η_1 donné, et en l'absence de collisions ($N_c = 0$), $\Xi = 1$. La relaxation de Ξ vers zéro lorsque N_c augmente est le reflet du processus de rethermalisation. Pour $\eta_1 < 0,4$ ou $\eta_1 > 3$, Ξ décroît de manière approximativement exponentielle avec N_c : $\Xi \simeq \exp[-N_c/n_c(\eta_1)]$. Par exemple nous

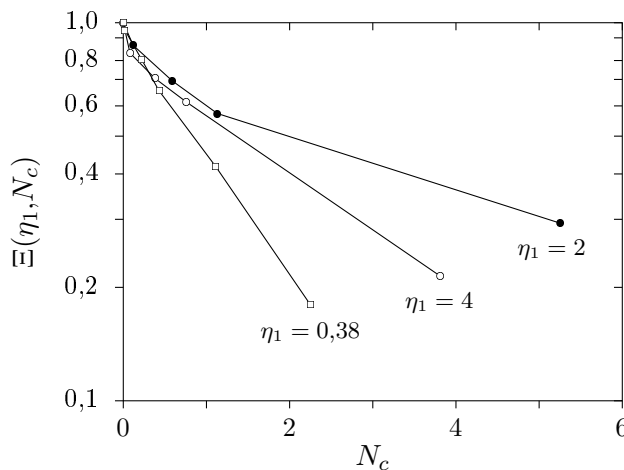


FIGURE 4.18: « Distance » à l'équilibre $\Xi(\eta_1, N_c)$ (voir texte) en fonction du nombre moyen de collisions N_c entre les deux antennes, pour différentes valeurs de η_1 . Ces données ont été obtenues par simulation Monte-Carlo pour confinement linéaire. La relaxation vers l'équilibre est clairement exponentielle pour $\eta_1 = 0,38$, et approximativement exponentielle pour $\eta_1 = 4$. Pour $\eta_1 = 2$, la première antenne met le gaz fortement hors d'équilibre, et la relaxation n'est pas exponentielle.

obtenons $n_c(4) = 2,5 \pm 0,5$. Pour des valeurs de η_1 intermédiaires, nous observons une décroissance non exponentielle de Ξ . En effet, pour ces valeurs de η_1 , plus de 50% des atomes sont évaporés par la première antenne, ce qui conduit à une mise hors d'équilibre très violente, pour laquelle le retour vers l'équilibre n'a aucune raison d'être exponentiel.

Nous retiendrons donc que pour une mise hors d'équilibre relativement modérée, la distribution atomique relaxe vers l'équilibre après un nombre de collisions de l'ordre de trois.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié théoriquement un cycle élémentaire d'évaporation, consistant à tronquer la distribution atomique grâce à un « couteau » d'évaporation radio-fréquence, puis à la laisser relaxer vers l'équilibre. Les variations relatives de température, de densité dans l'espace des phases et de taux de collisions élastiques ont été calculées, et ce pour divers types de confinement (harmonique, linéaire, puis semi-linéaire) et divers schémas d'évaporation (radio-fréquence, multi-rayon, et micro-ondes). Enfin, nous avons décrit de manière détaillée le processus de rethermalisation en tant que tel.

Chapitre 5

Mise en évidence du régime collisionnel

Ce chapitre décrit la mise en évidence expérimentale de la présence de collisions au sein du jet atomique créé grâce au dispositif expérimental décrit dans le chapitre 2. L'essentiel du contenu de ce chapitre fait l'objet de la publication [52], reproduite en annexe D.

5.1 Introduction

5.1.1 Caractéristiques du jet atomique

Le dispositif expérimental décrit au chapitre 2 permet d'obtenir un jet atomique guidé magnétiquement ayant une vitesse moyenne de l'ordre de 1 m/s avec un flux

$$\Phi \simeq 7 \times 10^9 \text{ atomes/s.} \quad (5.1)$$

En utilisant la technique spectroscopique décrite au chapitre 3, il est possible de mesurer, en fonction des caractéristiques du guide magnétique, la température T du jet. Nous considérons ici simplement le cas où le champ longitudinal B_0 est nul.

La figure 5.1 représente la température T du jet atomique en fonction du gradient de champ magnétique b du guide. Pour $b = 600$ G/cm, la température est de l'ordre de $T \sim 400$ μ K. Pour le flux (5.1) et une vitesse $v \simeq 1$ m/s, le taux de collisions vaut

$$\gamma = \frac{\sigma}{2\pi^{3/2}} \frac{\Phi}{v} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \simeq 2 \text{ s}^{-1}. \quad (5.2)$$

Il apparaît clairement qu'utiliser un gradient de champ plus élevé entraîne une augmentation de la température du jet. Pour un confinement linéaire, le taux de collisions élastiques varie avec b et T comme $b^2/T^{3/2}$. De plus, comme on le vérifiera en se reportant à la section 1.4.4, pour des gradients élevés, la gamme de température atteinte est celle où les ondes partielles autres que l'onde s commencent à entrer en compte dans la section efficace de collision, ce qui conduit à une efficacité moindre des collisions en vue de la rethermalisation. Dans un souci de simplification, nous supposons ici qu'utiliser la section efficace σ dans l'onde s à basse température¹ donne

¹Ce qui est fait dans le calcul de γ par l'équation (5.2).

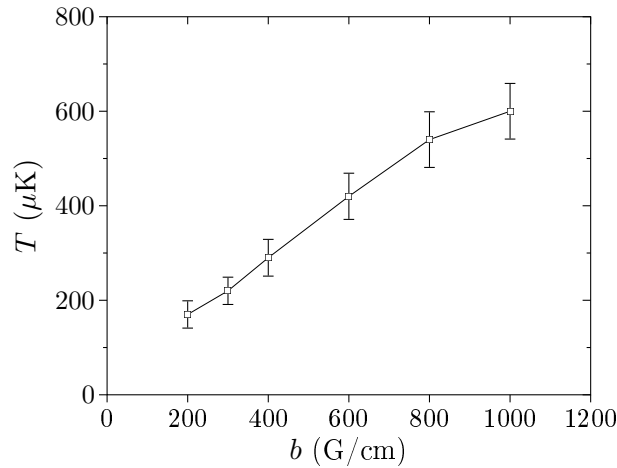


FIGURE 5.1: Température T du jet atomique, mesurée à la fin du guide magnétique, en fonction du gradient b . Ces données ont été prises en l'absence de champ longitudinal ($B_0 = 0$). Les barres d'erreur correspondent à l'écart-type d'une série de plusieurs mesures prises dans des conditions différentes, à des dates différentes.

néanmoins le bon ordre de grandeur du taux de collisions réel. Pour toutes ces raisons, le nombre de collisions subies par un atome au cours de sa propagation n'augmente que modérément avec le gradient utilisé.

Ainsi, pour les conditions correspondant aux expériences décrites dans ce chapitre, un atome, au cours de sa propagation le long des 4 m du guide, subit de l'ordre de 10 collisions élastiques. Un tel jet atomique est donc dans le régime collisionnel. Le but de ce chapitre est précisément de mettre en évidence expérimentalement ce caractère collisionnel.

5.1.2 Plan du chapitre

Nous commençons par montrer de manière qualitative la présence de collisions au sein du jet grâce à l'expérience d'évaporation à deux antennes rf décrite dans la section 4.7.1. Ensuite, nous montrons qu'il est possible de refroidir significativement le jet atomique lors d'un cycle évaporation-rethermalisation. Pour cela, nous mesurons les températures transverse et longitudinale du jet après évaporation par une antenne rf ou micro-onde. Enfin, nous mettons en évidence l'existence d'importantes pertes par retournement de spin en l'absence de champ longitudinal B_0 .

5.2 Expériences à deux antennes

Dans cette section, nous montrons que le jet atomique obtenu est bien dans le régime collisionnel, grâce à l'expérience à deux antennes rf décrite au paragraphe 4.7.1. Les deux antennes sont séparées par une distance d . L'ordre de grandeur du nombre de collisions N_{col} subies par un atome entre les deux antennes est donc donnée par $\gamma d/v$.

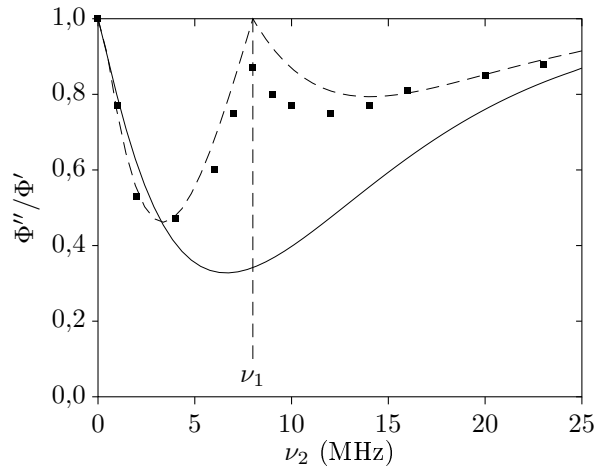


FIGURE 5.2: *Expérience à deux antennes dans le régime sans collisions. La première antenne, à la fréquence $\nu_1 = 8$ MHz, crée une distribution hors d'équilibre que l'on sonde avec la deuxième antenne. Les carrés noirs représentent les points expérimentaux, la courbe tiretée le spectre attendu théoriquement en l'absence de collisions, et la courbe en trait plein le spectre correspondant à une rethermalisation complète entre les deux antennes.*

5.2.1 Régime sans collisions

Avant de mettre en évidence la présence de collisions, considérons d'abord le cas où le flux est artificiellement réduit (à un tiers de sa valeur nominale²), le gradient est relativement bas (ici $b = 400$ G/cm) et la distance d entre les antennes est faible ($d = 80$ cm). Le nombre de collisions entre les deux antennes est alors au maximum de l'ordre de 0,2. Si nous alimentons la première antenne avec un champ rf à $\nu_1 = 8$ MHz, le flux est réduit d'un facteur 3 environ, et le taux de collisions après évaporation vaut $\gamma_{ap} \sim \gamma/5$. Cela signifie qu'entre les deux antennes, le nombre moyen de collisions réellement subies par un atome est de l'ordre de 4×10^{-2} , ce qui est évidemment insuffisant pour assurer le moindre début de rethermalisation. Nous devons donc observer, en mesurant le rapport Φ''/Φ' en fonction de la fréquence ν_2 de la seconde antenne, un spectre correspondant à une distribution hors d'équilibre (voir paragraphe 4.7.1). En particulier, nous devons obtenir $\Phi'' = \Phi'$ pour $\eta_2 = \eta_1$.

Le spectre obtenu expérimentalement est représenté par les carrés noirs de la figure 5.2. La courbe tiretée est la courbe théorique, sans paramètre ajustable, obtenue au paragraphe 4.7.1. Un bon accord entre la courbe théorique et les points expérimentaux est obtenu³. La courbe en trait plein correspond à ce que l'on obtiendrait en cas de rethermalisation complète du jet entre

²Une réduction plus importante, à l'époque où a été réalisée l'expérience, aurait conduit à un rapport signal sur bruit trop faible pour obtenir un spectre convenable.

³Le fait que la deuxième antenne évapore une faible partie du jet pour $\nu_2 = \nu_1$ est probablement dû à l'efficacité partielle de la première antenne, qui ne vaut pas 100%. On pourrait également penser que, du fait de la gravité, le potentiel de confinement n'est plus parfaitement à symétrie cylindrique et par conséquent le moment cinétique n'est plus une constante du mouvement, mais évolue lentement. Ainsi, un atome ne vérifiant pas le critère d'évaporation pour la première antenne peut le vérifier pour la deuxième, même en l'absence de collisions. Cet effet est d'autant plus marqué que b est faible. Cependant, pour $b = 400$ G/cm et nos conditions expérimentales, une simulation numérique nous a permis de vérifier que la gravité joue un rôle négligeable.

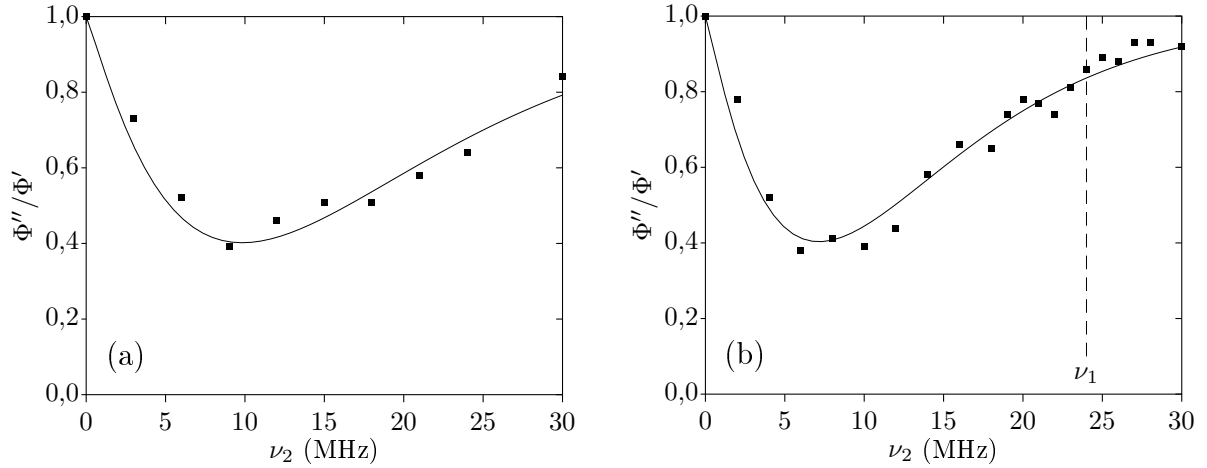


FIGURE 5.3: *Expérience à deux antennes dans le régime collisionnel. En (a), la première antenne n'est pas utilisée ; l'antenne 2 est utilisée pour mesurer la température du jet, l'ajustement des points expérimentaux (carrés) par une courbe de la forme (3.22) (trait plein) donnant $T = 380 \mu\text{K}$. En (b), l'antenne 1 est utilisée avec une fréquence $\nu_1 = 24 \text{ MHz}$. Le spectre obtenu en faisant varier ν_2 montre un jet à l'équilibre (en particulier, on a bien $\Phi'' < \Phi'$ pour $\nu_2 = \nu_1$), avec une température réduite : $T' = 280 \mu\text{K}$.*

les deux antennes. L'écart avec les points expérimentaux confirme l'absence de rethermalisation.

5.2.2 Régime collisionnel

Plaçons-nous désormais dans des conditions permettant d'observer la rethermalisation : flux Φ à sa valeur maximale, gradient $b = 600 \text{ G/cm}$, et une grande distance entre antennes : $d = 3 \text{ m}$. En l'absence d'évaporation par la première antenne, nous obtenons le spectre représenté sur la figure 5.3 (a). La température du jet ainsi mesurée vaut $T = 380 \pm 20 \mu\text{K}$. Le nombre de collisions entre les deux antennes, dans ces conditions, est de l'ordre de $N_{\text{col}} \sim 6$, ce qui doit suffire pour permettre au jet de relaxer vers l'équilibre thermodynamique⁴. La première antenne est ensuite utilisée, avec une fréquence $\nu_1 = 24 \text{ MHz}$ (soit un paramètre d'évaporation $\eta_1 \simeq 3,0$). Le spectre obtenu en faisant varier ν_2 est représenté sur la figure 5.3 (b). Nous obtenons un spectre correspondant à un jet à l'équilibre thermodynamique⁵. La température déduite de ce spectre vaut $T' \simeq 280 \pm 10 \mu\text{K}$. Le rapport T'/T est donc ici de $0,74 \pm 0,05$. La valeur théorique attendue, pour $\eta_1 = 3$, est $T'/T = 0,74$. L'accord théorie-expérience est donc excellent.

Pour ce paramètre d'évaporation, la réduction de flux mesurée est égale à 36%. Il est alors immédiat de calculer que la densité dans l'espace des phases du jet augmente d'un facteur $1,92 \pm 0,15$ (la valeur attendue théoriquement étant de 1,90).

⁴Rappelons que pour une distribution mise légèrement hors d'équilibre, le nombre de collisions élastiques nécessaires pour la rethermalisation est de l'ordre de trois [78].

⁵En particulier, la deuxième antenne conduit à des pertes tout à fait mesurables pour $\nu_2 = \nu_1$.

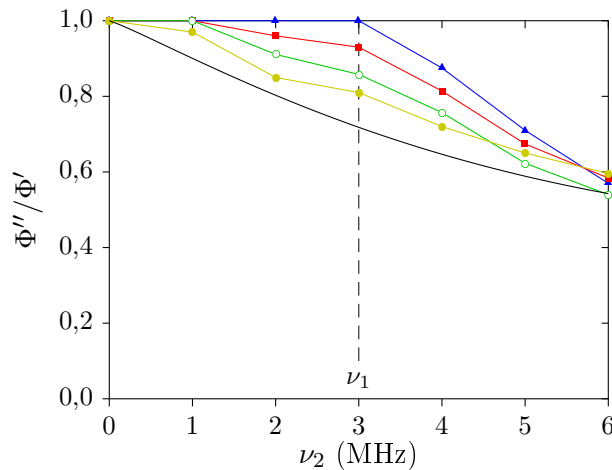


FIGURE 5.4: Mise en évidence expérimentale de la transition entre les régimes sans collisions et collisionnel. La première antenne est utilisée à $\nu_1 = 3$ MHz (pointillés). La deuxième antenne, de fréquence ν_2 et située à une distance d en aval de la première, est utilisée pour sonder le jet. Le nombre de collisions entre les antennes est de l'ordre de 0,2 (triangles; la courbe est obtenue pour $\Phi = 2 \times 10^9$ atomes/s et $d = 0,85$ m), 0,6 (carrés; la courbe est obtenue pour $\Phi = 7 \times 10^9$ atomes/s et $d = 0,85$ m), 1,2 (cercles; la courbe est obtenue pour $\Phi = 7 \times 10^9$ atomes/s et $d = 1,7$ m) et enfin 2,4 (disques; la courbe est obtenue pour $\Phi = 7 \times 10^9$ atomes/s et $d = 3,4$ m). Le spectre attendu en cas de rethermalisation complète est représenté en trait plein.

5.2.3 Transition entre les deux régimes

En faisant varier le flux Φ du jet ou la distance d entre les deux antennes, il est possible d'observer la transition entre le régime sans collisions et le régime collisionnel. La figure 5.4 représente les spectres obtenus en utilisant la première antenne avec une fréquence $\nu_1 = 3$ MHz, et en balayant la fréquence ν_2 de la deuxième antenne, pour des nombres de collision entre antennes croissants (de l'ordre de 0,2 dans le cas « sans collisions »⁶, puis 0,6, 1,2 et enfin 2,4). La relaxation du jet vers l'équilibre (correspondant au spectre en trait plein) est clairement mise en évidence.

5.3 Variation de température lors d'un cycle d'évaporation

Sur l'exemple de la section 5.2.2, nous avons vu une réduction significative de la température du jet. Nous avons mené des expériences systématiques en faisant varier le paramètre d'évaporation η_1 de la première antenne, et en mesurant le rapport T'/T .

Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure 5.5. Les points expérimentaux sont les carrés (noirs pour des mesures faites avec un gradient $b = 600$ G/cm, blancs pour $b = 1$ kG/cm). La courbe théorique, *sans paramètre ajustable*, reproduit les résultats expérimentaux de manière très satisfaisante.

⁶Ces nombres tiennent compte de la réduction du taux de collisions élastiques due à l'action de la première antenne; pour le paramètre d'évaporation $\eta \simeq 0,38$ utilisé ici, cette réduction est d'un facteur deux.

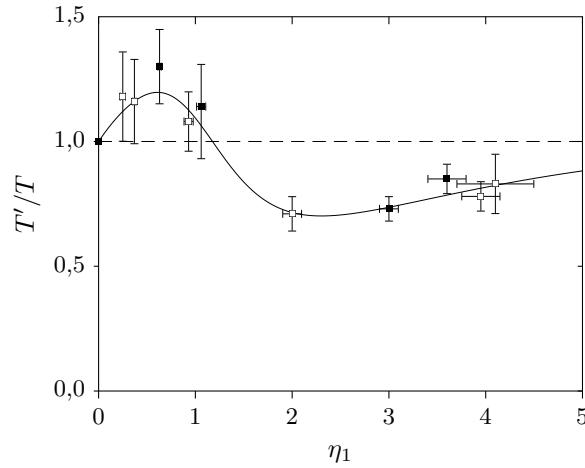


FIGURE 5.5: Variation relative de température T'/T , induite par un cycle évaporation-rethermalisation, en fonction du paramètre d'évaporation η_1 de l'antenne. Les carrés noirs (respectivement, blancs) correspondent à des expériences effectuées avec $b = 600$ G/cm (respectivement 1 kG/cm). La courbe en trait plein correspond à la prédiction théorique du chapitre 4, sans aucun paramètre ajustable. Le jet est chauffé ou refroidi suivant que η_1 est plus petit ou plus grand que 1,25.

5.3.1 Température longitudinale

En toute rigueur, la mesure de température du jet par la méthode spectroscopique donne accès à la température *transverse* du jet. Bien que les expériences décrites ci-dessus, qui mettent en évidence la rethermalisation du jet, indiquent que la température longitudinale doit être identique à la température transverse, nous avons voulu le confirmer en mesurant directement la température longitudinale. Pour cela, nous utilisons une technique de temps de vol.

Principe de la mesure

Nous utilisons un faisceau laser, dit *pousseur*, résonnant avec la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$, qui interrompt le jet atomique à une distance d en amont du faisceau de détection, en pompant les atomes dans des sous-niveaux non piégés de $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$. La densité atomique $n(z, t)$ est donc initialement nulle en aval du faisceau pousseur, et, idéalement, en amont, égale à sa valeur non perturbée.

A l'instant $t = 0$, le pousseur, dont nous prendrons la position comme origine des z , est éteint. Le front du jet atomique commence alors à se déplacer, à la vitesse v du jet, vers les $z > 0$. En même temps, du fait de la dispersion de vitesse longitudinale, le profil initialement en « marche d'escalier », s'étale (voir figure 5.6). Grâce au faisceau sonde⁷, on enregistre un signal $S(t) \propto n(d, t)$. On conçoit aisément que l'« instant d'arrivée » du signal donne accès à la vitesse v , et sa largeur temporelle à la température longitudinale $T_{||}$.

⁷La détection se fait en repompant les atomes de $F = 1$ dans $F = 2$, et en mesurant l'absorption sur $F = 2$, avec un faisceau verrouillé en fréquence à la résonance (voir section 2.4.1).

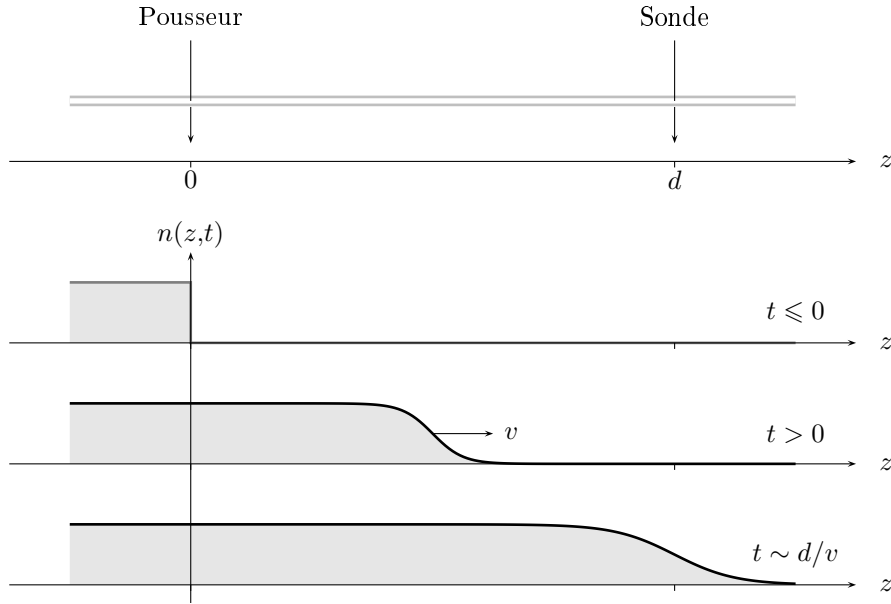


FIGURE 5.6: Principe de la mesure de température longitudinale par temps de vol : pour $t < 0$, un faisceau pousseur empêche les atomes de dépasser la position $z = 0$. A $t = 0$, le faisceau pousseur est éteint et le front du jet se propage vers les z croissants à la vitesse v ; en même temps, il s'étale sous l'effet de la dispersion de vitesse longitudinale, caractérisée par la température $T_{||}$.

Signal de temps de vol

Déterminons quantitativement la forme attendue du signal $S(t)$. Nous ferons un raisonnement à une dimension. A $t = 0$, la fonction de distribution $f(z, v_z)$ du jet « bloqué » est donnée par

$$f(z, v_z) = A\Theta(-z) \exp\left(-\frac{m(v_z - v)^2}{2k_B T_{||}}\right), \quad (5.3)$$

où A est une constante de normalisation, et Θ la fonction de Heaviside. Le signal $S(t)$ mesuré grâce à la sonde est proportionnel à la densité $n(d, t)$ à la position de cette dernière. Or, $n(d, t)$ est simplement donnée par l'intégrale suivante :

$$n(d, t) = \iint f(z, v_z) \delta(d - z - v_z t) dz dv_z. \quad (5.4)$$

Le calcul de cette intégrale donne finalement

$$S(t) \propto 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{d - vt}{t\sqrt{2k_B T_{||}/m}}\right), \quad (5.5)$$

où erf est la fonction d'erreur.

Mise en œuvre expérimentale

En pratique, le faisceau pousseur utilisé est résonnant avec la transition $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$, a un diamètre de l'ordre du millimètre, et une puissance de l'ordre de $5 \mu\text{W}$. Il est

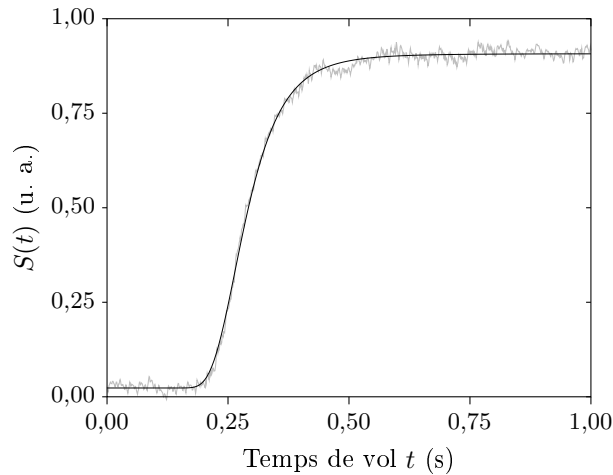


FIGURE 5.7: Exemple de signal expérimental de temps de vol (courbe bruitée grise) et d'ajustement par (5.5) avec T_{\parallel} et v comme paramètres ajustables. Dans ce cas concret, nous obtenons $T_{\parallel} = 450 \pm 5 \mu\text{K}$ et $v = 98 \pm 1 \text{ cm/s}$.

situé à $d = 28 \text{ cm}$ en amont de la sonde. Dans ces conditions, le jet atomique n'est pas totalement arrêté par le faisceau pousseur ; une fraction d'environ 20 % du flux nominal reste détectable avec la sonde. Néanmoins, nous avons constaté qu'utiliser une puissance plus élevée, qui conduit à une efficacité de 100% pour le pousseur, altère le jet déjà en amont du pousseur⁸, ce qui ensuite tend à sous-estimer la vitesse du jet, et entraîne également une erreur dans la détermination de T_{\parallel} . Nous utilisons ainsi une puissance suffisamment faible pour affecter le moins possible le jet en amont du pousseur.

Résultats expérimentaux

La figure 5.7 représente un exemple de signal de temps de vol en « marche d'escalier » (courbe grise, légèrement bruitée) et son ajustement par une courbe du type (5.5) avec T_{\parallel} et v comme paramètres ajustables. L'accord obtenu est très satisfaisant. Cette méthode de temps de vol longitudinal apparaît donc comme un moyen rapide de déterminer la vitesse et la température du jet. La vitesse résultant de l'ajustement correspond, à quelques pour-cent près, à la vitesse d'injection (calculée grâce à la différence de fréquence entre les faisceaux avant et arrière du PMO dans la phase de mélasse mouvante).

Nous avons évalué dans quelle mesure les résultats obtenus pour les températures longitudinale et transverse diffèrent. Nous obtenons une différence inférieure à 20% en valeur relative pour une gamme de variation entre 100 et 600 μK . Cette égalité des températures longitudinale et transverse est une preuve supplémentaire du caractère collisionnel du jet.

Nous avons également repris les mesures de variation relative de température du jet lors d'un cycle évaporation-rethermalisation, mais en mesurant les températures *longitudinales*. Le résultat de ces mesures est présenté sur la figure 5.8. Un refroidissement significatif ($\sim 20\%$), bien que

⁸Ceci est probablement dû au fait que le faisceau pousseur traverse un tube de verre de piètre qualité optique : les photons diffusés peuvent alors affecter le jet en amont du pousseur.

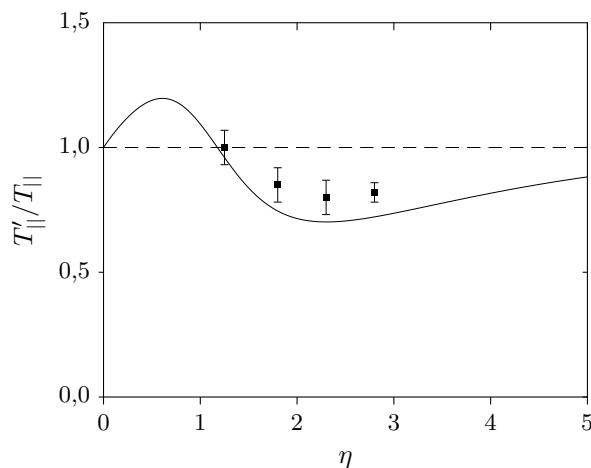


FIGURE 5.8: *Variation relative de température longitudinale $T'_{||}/T_{||}$, induite par un cycle évaporation-rethermalisation, en fonction du paramètre d'évaporation η de l'antenne. La courbe en trait plein correspond à la prédiction théorique du chapitre 4, sans aucun paramètre ajustable.*

légèrement inférieur à la prédiction théorique, est observé. Ainsi, malgré le caractère purement transverse de l'évaporation radio-fréquence dans le guide magnétique, les collisions élastiques entraînent un refroidissement tridimensionnel du jet.

5.3.2 Évaporation micro-onde

L'évaporation micro-onde décrite au chapitre précédent permet en principe d'obtenir des gains en densité dans l'espace des phases plus importants que l'évaporation rf. Nous avons effectué une série d'expériences visant à vérifier qu'effectivement de tels gains sont observés en pratique. Pour cela, nous utilisons une antenne cornet micro-onde, de paramètre d'évaporation η connu, située à 2,6 m en amont de l'antenne rf utilisée pour mesurer la température du jet. La figure 5.9 représente les réductions de flux et de température ainsi obtenues. Pour un paramètre d'évaporation $\eta = 8$, le gain dans l'espace des phases obtenu est maximal et vaut $2,6 \pm 0,9$ (contre au mieux 1,9 pour l'évaporation radio-fréquence). Cette différence peut apparaître relativement faible, mais cumulée sur un grand nombre de zones d'évaporation, donne un avantage certain à l'évaporation micro-onde⁹.

5.4 Pertes par retournement de spin

Rappel du mécanisme de dépolarisation

Dans cette section, nous mettons en évidence l'existence de pertes par retournement de spin au sein du jet lorsqu'aucun champ longitudinal B_0 n'est appliqué : les atomes dont la trajectoire passe trop près de la ligne de champ magnétique nul voient la direction du champ varier trop rapidement (par rapport à la fréquence de Larmor locale) pour que le spin de l'atome ne la suive adiabatiquement.

⁹Malheureusement plus complexe et plus coûteuse à mettre en œuvre.

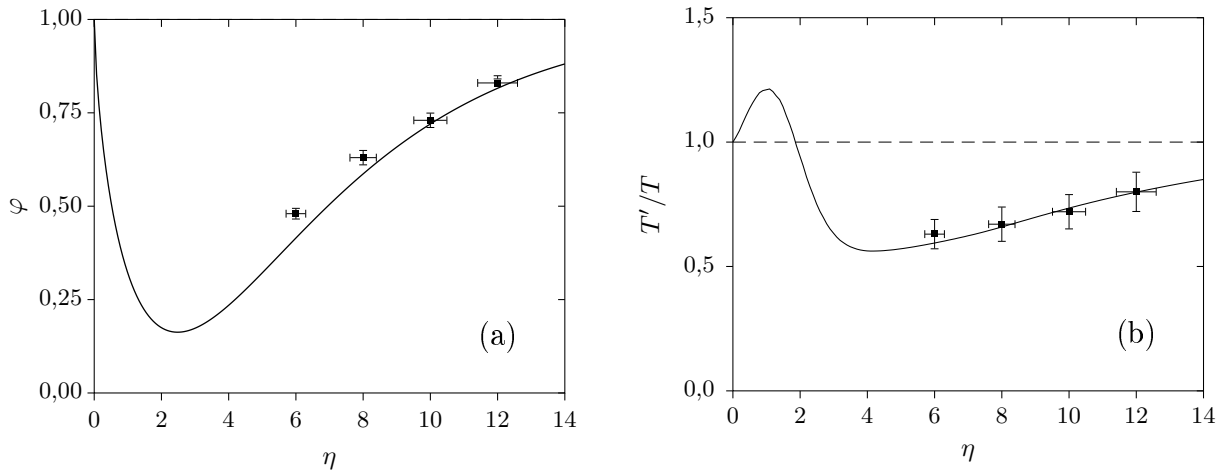


FIGURE 5.9: En (a), variation relative de flux, induite par évaporation micro-onde, en fonction du paramètre d'évaporation η . La courbe en trait plein correspond à la prédiction théorique du chapitre 3, sans aucun paramètre ajustable. En (b), variation relative de température, induite par un cycle évaporation micro-onde suivie de rethermalisation, en fonction du paramètre d'évaporation η . La courbe en trait plein correspond à la prédiction théorique du chapitre 4, sans aucun paramètre ajustable. Un très bon accord est obtenu. L'efficacité de l'antenne n'est pas parfaite, comme en témoignent les points à $\eta = 6$ et $\eta = 8$ en (a).

Bien que n'étant pas en elles-mêmes une manifestation du caractère collisionnel du jet, ces pertes ne deviennent importantes que lorsque des collisions au sein du jet alimentent continûment les cellules de l'espace des phases concernées par ce mécanisme de dépolarisation.

Mise en évidence expérimentale

Afin d'étudier expérimentalement les pertes par retournement de spin, nous avons utilisé un long solénoïde bobiné autour du guide : il comporte 20 spires par mètre et fournit un champ de 0,25 G/A. La non-uniformité du champ B_0 ainsi créé est inférieure à 10% sur la longueur du guide.

La figure 5.10 représente le flux atomique, en unités arbitraires, mesuré après une propagation de 4,5 m dans le guide, en fonction de la valeur du champ longitudinal B_0 . Les barres d'erreur sont statistiques (écart-type d'une série de dix mesures). Une lorentzienne a été tracée afin de guider l'œil. Il apparaît très clairement que l'utilisation d'un champ B_0 non nul, de l'ordre de 1 G, permet d'augmenter le flux atomique de plus de 40%. Le point sans barre d'erreur, correspondant à $B_0 = -0,13$ G, est ce que l'on obtient en l'absence de solénoïde. Cette valeur non nulle de B_0 est simplement la composante selon z du champ magnétique terrestre.

Remarquons que la courbe $\Phi(B_0)$ est asymétrique : pour B_0 négatif, l'augmentation de flux est légèrement inférieure à celle obtenue pour $B_0 > 0$. Ceci est dû au fait que dans le premier cas, il existe un point, à l'entrée du guide magnétique, où le champ s'inverse en passant par 0 (lors de la phase de polarisation du paquet d'atomes, décrite au paragraphe 2.3.3, l'axe de quantification défini par le champ magnétique est l'axe $z > 0$).

Ainsi, un champ B_0 de l'ordre de 1 G est nécessaire pour ne subir aucune perte par retourne-

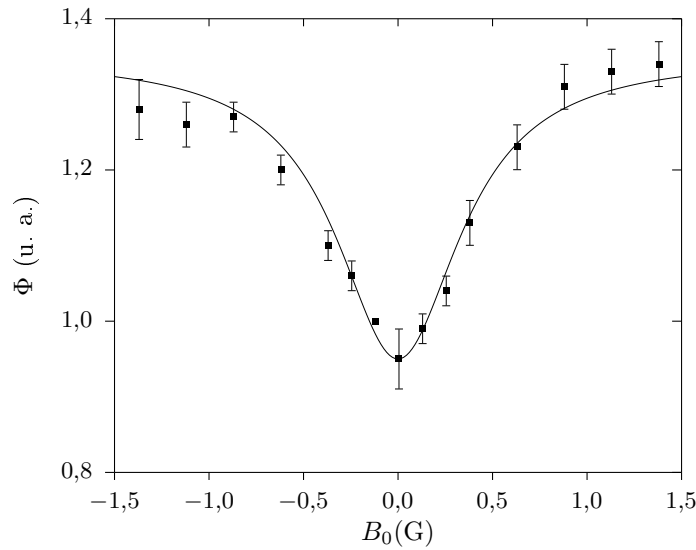


FIGURE 5.10: *Etude des pertes par retournement de spin. Le flux du jet montre une augmentation très significative lorsqu'un champ longitudinal B_0 de l'ordre du gauss est superposé au champ quadrupolaire du guide. La courbe en trait plein est un lorentzienne qui n'a d'autre but que de guider l'œil. Elle met en évidence en particulier l'asymétrie de la courbe $\Phi(B_0)$ (voir le texte).*

ment de spin. Cette valeur est beaucoup plus élevée que celle obtenue si l'on considère simplement que le critère de suivi adiabatique du champ doit être respecté. En effet, un calcul d'ordre de grandeur montre que 100 mG devraient suffire pour éviter les pertes par retournement de spin¹⁰. Le fait qu'il faille utiliser un champ aussi élevé qu'un gauss montre que les pertes sont sans doute principalement dues à des fluctuations rapides du champ magnétique, d'une amplitude de quelques centaines de milligauss, ce qui n'est pas surprenant dans un environnement aussi électromagnétiquement « pollué » que le laboratoire.

Ainsi, nous utilisons dans tout ce qui suit un champ magnétique longitudinal $B_0 = 1$ G.

Effet sur la température du jet

Outre une diminution du flux atomique, les pertes par retournement de spin ont un autre effet négatif sur le jet : elles conduisent à un chauffage. En effet, les atomes concernés sont ceux dont la trajectoire passe près de l'axe. En d'autres termes, ces transitions non-adiabatiques ont le même effet qu'une évaporation radio-fréquence avec un faible rayon d'évaporation R_{evap} , c'est-à-dire à faible paramètre η . Par conséquent, elles doivent conduire à une augmentation de la température du jet.

¹⁰Pour que la condition de suivi adiabatique soit réalisée, il faut que la fréquence de Larmor $\mu B_0/\hbar$ soit très supérieure au taux de variation de la direction du champ magnétique. Ce taux est donné, en ordre de grandeur, par l'inverse v/r_0 du temps de passage d'un atome de vitesse $v \sim \sqrt{k_B T/m}$ dans la zone de taille $r_0 = B_0/b$ où la direction du champ varie significativement. Par conséquent, le champ B_0 doit vérifier

$$\frac{\mu B_0}{\hbar} \gg \frac{b}{B_0} \sqrt{\frac{k_B T}{m}},$$

soit, pour $b = 1$ kG/cm et $T \simeq 600$ μ K, $B_0 \gg 70$ mG.

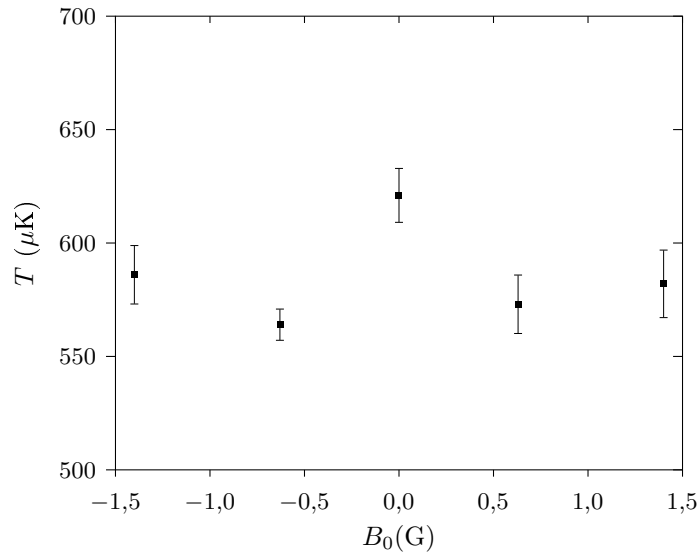


FIGURE 5.11: Effet de l'addition d'un champ longitudinal B_0 sur la température du jet. Pour $B_0 = 0$, la température du jet est légèrement supérieure, par près de 10%.

Nous avons mis en évidence ce chauffage dû aux pertes par retournement de spin en mesurant la température du jet pour différentes valeurs de B_0 . Le résultat de ces mesures est représenté sur la figure 5.11. Il apparaît qu'en l'absence de champ B_0 , la température mesurée est supérieure de 8% environ à celle obtenue en présence d'un champ $B_0 = 1$ G.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré expérimentalement la présence de collisions au sein du jet atomique, et un premier gain dans l'espace des phases. Néanmoins, la densité dans l'espace des phases du jet reste très faible, de l'ordre de 2×10^{-8} . Afin de gagner les huit ordres de grandeur nécessaires pour atteindre la dégénérescence quantique, il est nécessaire d'augmenter considérablement la valeur de N_{col} , de l'ordre d'une dizaine, afin de pouvoir utiliser un grand nombre de zones d'évaporation. Le refroidissement par évaporation étant un processus exponentiel¹¹, il suffit *a priori* d'augmenter N_{col} par un facteur dix environ pour pouvoir obtenir un laser à atomes continu¹².

¹¹Nous entendons par là simplement qu'à chaque ajout d'une zone d'évaporation, on multiplie la densité dans l'espace des phases par un facteur constant.

¹²Très schématiquement, avec 100 collisions, et en supposant qu'il suffit de trois collisions entre deux antennes pour que le jet rethermalise, on peut utiliser une trentaine de zones d'évaporation, ce qui permet d'augmenter la densité dans l'espace des phases par environ $1,9^{30} \simeq 2 \times 10^8$. Il faut nuancer ce raisonnement très simple en remarquant que d'une part le gain d'un facteur 1,9 n'est possible que dans un confinement linéaire, alors que pour les basses températures atteintes en fin de refroidissement, le confinement est harmonique, et que d'autre part le taux de collisions varie éventuellement au cours de la rampe d'évaporation. Pour une analyse quantitative du nombre d'étapes d'évaporation nécessaires, on se reportera au chapitre 7.

Chapitre 6

Manipulations hamiltoniennes du jet

Le but de ce chapitre est de montrer, théoriquement et expérimentalement, comment on peut, à densité dans l'espace des phases constante, augmenter de manière significative le taux de collisions élastiques au sein du jet atomique grâce à des manipulations hamiltoniennes : augmentation adiabatique du confinement transverse, et utilisation de la gravité pour ralentir le jet dans une pente. L'annexe F reproduit la référence [79], dans laquelle la formulation hydrodynamique du problème est décrite en détail.

6.1 Introduction

Le nombre N_{col} de collisions subies par un atome au cours de sa propagation le long du guide est le paramètre qui détermine le gain maximal en densité dans l'espace des phases pouvant être atteint par évaporation. Il convient donc de maximiser ce nombre en prélude à la mise en œuvre du refroidissement par évaporation.

Dans les séquences utilisées dans les dispositifs habituels de condensation de Bose Einstein, la phase de chargement du piège magnéto-optique est suivie d'une *compression adiabatique*, au cours de laquelle les fréquences du piège sont augmentées sur une échelle de temps longue par rapport à la période d'oscillation dans le piège. Cette phase permet d'augmenter la densité du nuage atomique, et par conséquent le taux de collisions élastiques, tout en maintenant constante¹ la densité dans l'espace des phases. Il apparaît donc utile d'essayer de transposer cette compression au cas d'un jet atomique. Une alternative pour augmenter N_{col} consiste à utiliser une autre modification du potentiel de confinement, en utilisant la gravité pour ralentir le jet et ainsi augmenter le temps d'évaporation.

Nous commençons dans ce chapitre par établir un formalisme hydrodynamique pour décrire le jet. Nous appliquons ensuite ce formalisme à l'étude de la compression du jet. Dans la troisième section, enfin, nous décrivons la mise en place d'une pente destinée à diminuer la vitesse moyenne du jet, et nous en discutons les limites. Notons que l'étude de la propagation d'un jet *dégénéré* dans un guide présente un intérêt théorique considérable [80–82].

¹À condition que la forme du potentiel confinant ne change pas, comme on le verra plus loin.

6.2 Description hydrodynamique du jet

Dans cette section, nous dérivons un ensemble d'équations hydrodynamiques permettant de décrire l'évolution des paramètres du jet en fonction de la coordonnée longitudinale z . Pour cela, nous utilisons un Ansatz approprié et réduisons la dimensionnalité du problème, le rendant *de facto* unidimensionnel.

6.2.1 Équation de Boltzmann

Nous rappelons ici brièvement quelques propriétés de l'équation de Boltzmann, qui décrit l'évolution de la fonction de distribution dans l'espace des phases² $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ d'un gaz classique dilué, sous l'effet du potentiel U auquel sont soumis les atomes et des collisions binaires. L'équation de Boltzmann s'écrit [83] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I_{\text{col}}[f]. \quad (6.1)$$

Le membre de gauche décrit simplement l'évolution de f en l'absence de collisions ; l'effet de ces dernières est pris en compte par l'*intégrale de collision* $I_{\text{col}}[f]$ apparaissant dans le membre de droite, et qui s'exprime de la manière suivante :

$$I_{\text{col}}[f] = \int d^3 \mathbf{v}_1 \int d\Omega |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1| \frac{d\sigma}{d\Omega}(|\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|/2, \theta) (f' f'_1 - f f_1). \quad (6.2)$$

Ici, $f = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, $f_1 = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1, t)$, $f' = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t)$ et $f'_1 = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}'_1, t)$, où \mathbf{v}' et \mathbf{v}'_1 sont les vitesses finales lors d'une collision binaire entre deux atomes de vitesses initiales \mathbf{v} et \mathbf{v}_1 . θ est l'angle de diffusion *mesuré dans le référentiel du centre de masse*, et $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ l'élément d'angle solide correspondant. $d\sigma/d\Omega$ est la section efficace différentielle de collision.

Une propriété importante de l'équation de Boltzmann est que les *distributions d'équilibre local*, c'est-à-dire de la forme

$$f_{\text{éq}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = n(\mathbf{r}, t) \left(\frac{m}{2\pi k_B T(\mathbf{r}, t)} \right)^{3/2} e^{-m(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, t))^2 / 2k_B T(\mathbf{r}, t)}, \quad (6.3)$$

annulent l'intégrale de collision [84]. C'est précisément cet Ansatz qui est utilisé pour dériver les équations de Navier-Stokes à partir de l'équation de Boltzmann [83].

6.2.2 Réduction de dimensionnalité

Nous supposons dans la suite que suffisamment de collisions prennent place au sein du jet pour que sa fonction de distribution f soit une distribution d'équilibre local. De plus, nous faisons l'hypothèse que les paramètres macroscopiques du jet vérifient les conditions suivantes :

- la température T ne dépend pas des coordonnées transverses ;
- la vitesse $\bar{\mathbf{v}}$ est colinéaire à z , et ne dépend pas des coordonnées transverses.

²La fonction de distribution est normalisée au nombre total de particules considérées.

Nous utilisons donc l'Ansatz suivant :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \propto \exp\left(-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T(z, t)} - \frac{m(\mathbf{v} - \bar{v}(z, t)\mathbf{e}_z)^2}{2k_B T(z, t)}\right). \quad (6.4)$$

La vitesse moyenne du jet est donc $\bar{v}(z, t)$, et la température locale $T(z, t)$.

La densité linéique $n_\ell(z, t)$ s'obtient en intégrant f sur les vitesses et sur les coordonnées transverses x, y :

$$n_\ell(z, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dx dy d^3v. \quad (6.5)$$

Pour toute quantité $A(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, nous définissons la moyenne suivante :

$$\langle A \rangle(z, t) = \frac{1}{n_\ell(z, t)} \int A(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dx dy d^3v, \quad (6.6)$$

qui décrit la valeur locale « unidimensionnelle » de la quantité A .

En multipliant l'équation de Boltzmann (6.1) par 1, v_z , et $H \equiv m\mathbf{v}^2/2 + U(\mathbf{r})$, puis en intégrant sur x, y , et \mathbf{v} , nous obtenons, après un calcul ne présentant pas de difficulté de principe [79], le système suivant :

$$\frac{\partial n_\ell}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_\ell \langle v_z \rangle) = 0, \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\ell \langle v_z \rangle) + \frac{\partial}{\partial z} (n_\ell \langle v_z^2 \rangle) + \frac{n_\ell}{m} \left\langle \frac{\partial U}{\partial z} \right\rangle = 0, \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\ell \langle H \rangle) + \frac{\partial}{\partial z} (n_\ell \langle v_z \rangle \langle H \rangle) + \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial z} (n_\ell \langle v_z^3 \rangle - n_\ell \langle v_z \rangle \langle v_z^2 \rangle) = 0. \quad (6.9)$$

Ce système d'équations est obtenu en utilisant uniquement les propriétés suivantes de l'Ansatz (6.4) :

- la fonction f est le produit d'une fonction des coordonnées spatiales uniquement, par une fonction de (z, v_z) uniquement, et par une fonction de (z, v_x, v_y) uniquement ;
- les moments d'ordre 1 de v_x et v_y sont nuls.

Nous pourrions donc obtenir ce même système d'équations dans le cas d'un Ansatz vérifiant ces propriétés, mais plus général que (6.4).

En calculant grâce à l'Ansatz (6.4) les moyennes apparaissant dans les équations (6.7), (6.8), et (6.9), nous obtenons *in fine* le système d'équations :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_\ell + \frac{\partial}{\partial z} (n_\ell v) = 0, \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\ell v) + \frac{\partial}{\partial z} \left(n_\ell v^2 + \frac{n_\ell k_B T}{m} \right) + \frac{n_\ell}{m} \left\langle \frac{\partial U}{\partial z} \right\rangle = 0, \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(n_\ell \langle U \rangle + n_\ell v^2 + \frac{n_\ell k_B T}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} m n_\ell v^3 + \frac{5}{2} k_B T n_\ell v + n_\ell v \langle U \rangle \right) = 0. \quad (6.12)$$

Aucune confusion n'étant possible, nous avons, pour alléger les notations, noté v (et non plus \bar{v}) la vitesse moyenne du jet. Les équations (6.10), (6.11), et (6.12) s'interprètent très simplement comme équations de conservation, respectivement, du nombre de particules, de la quantité de mouvement, et de l'enthalpie du jet [85].

6.2.3 Régime stationnaire

Dans le régime stationnaire, les équations précédentes se simplifient considérablement. L'équation de continuité (6.10) entraîne que le flux $\Phi = n_\ell v$ est constant ; et nous obtenons les équations d'évolution de la température et de la vitesse du jet :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(v + \frac{k_B T}{mv} \right) + \frac{1}{mv} \left\langle \frac{\partial U}{\partial z} \right\rangle = 0, \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} mv^2 + \frac{5}{2} k_B T + \langle U \rangle \right) = 0. \quad (6.14)$$

Ces deux équations sont le point de départ de l'étude qui suit, visant à montrer dans quelle mesure des manipulations du potentiel de confinement du jet peuvent amener à une augmentation du taux de collisions élastiques au sein du jet.

6.3 Compression adiabatique du jet

Une étape importante dans la séquence expérimentale utilisée habituellement pour produire des condensats est la compression adiabatique du piège magnétique [86], immédiatement après son chargement avec le nuage d'atomes froids issus du piège magnéto-optique. Cette phase permet d'augmenter la densité spatiale n du nuage, tout en gardant la densité dans l'espace des phases constante³, malgré une augmentation de la température T du nuage. Le taux de collisions élastiques, qui varie comme $n\sqrt{T}$, augmente donc, ce qui permet d'avoir des conditions initiales favorables pour le refroidissement par évaporation.

Il est naturel de vouloir transposer au jet cette phase de compression. Pour cela, il suffit d'augmenter progressivement le confinement transverse dans le guide au fur et à mesure de la propagation du jet. Commençons par évaluer théoriquement ce que l'on peut attendre d'une telle compression transverse.

6.3.1 Étude théorique

Approche qualitative : mouvement d'une particule

Il est instructif d'étudier dans un premier temps le mouvement d'une particule dans un guide dont le confinement transverse augmente. Pour cela, afin de simplifier l'analyse, considérons un confinement harmonique dont la pulsation ω dépend de z .

Soit alors un atome de vitesse longitudinale v se propageant dans ce potentiel. Nous supposons que v est suffisamment faible pour que la variation de ω soit adiabatique, c'est-à-dire que la variation relative de ω pendant une période d'oscillation transverse soit faible. On considère donc que la condition d'adiabaticité suivante :

$$\frac{v}{\omega^2} \frac{d\omega}{dz} \ll 1 \quad (6.15)$$

³La compression est supposée adiabatique et réversible, donc isentropique. La densité dans l'espace des phases reste donc constante au cours de la compression.

est vérifiée. Dans ces conditions, il est bien connu [87] que le rapport E_{\perp}/ω de l'énergie transverse de la particule et de la pulsation est un *invariant adiabatique*⁴. Ainsi, lors de la compression, l'énergie transverse de la particule augmente. Mais l'énergie totale de la particule est une constante du mouvement ; par conséquent, sa vitesse longitudinale décroît. Dans le cas où la compression est très forte, la vitesse peut même s'annuler, et la particule alors est réfléchi⁵. Cet effet a été observé sur des atomes se propageant dans un guide magnétique dont le confinement augmente significativement [88], et montre une des limites de l'utilisation d'une compression pour augmenter le taux de collisions au sein d'un jet : la compression doit rester suffisamment modérée pour que seul un nombre négligeable de particules soient réfléchies. Pour cela, la température initiale du jet, qui mesure la valeur typique de E_{\perp} pour une particule du jet, doit être faible devant l'énergie cinétique longitudinale. En d'autres termes, le jet doit rester à tout moment *supersonique*.

Remarquons pour finir que, dans un potentiel harmonique, lors d'une compression adiabatique (au sens mécanique du terme) transverse, la forme d'une distribution thermique en énergie transverse E_{\perp} et moment cinétique L est conservée. En effet, si ω passe de la valeur initiale ω_i à la valeur finale ω_f , l'énergie transverse passe de $E_{\perp i}$ à $E_{\perp f} = E_{\perp i}\omega_f/\omega_i$. Par ailleurs, le moment cinétique L est également un invariant adiabatique, et donc $L_f = L_i$. La distribution initiale est donnée par

$$P_i(E, L) = \frac{\omega_i}{2(k_B T_i)^2} e^{-E/(k_B T_i)} \Theta(E - L\omega_i). \quad (6.16)$$

La distribution finale est donnée par l'intégrale :

$$P_f(E, L) = \iint P_i(E_i, L_i) \delta(L - L_i) \delta(E - E_i\omega_f/\omega_i) dE_i dL_i, \quad (6.17)$$

soit, après calcul :

$$P_f(E, L) = \frac{\omega_i^2}{2\omega_f(k_B T_i)^2} e^{-E\omega_i/(k_B T_i\omega_f)} \Theta(E - L\omega_f), \quad (6.18)$$

qui est exactement de la forme d'une distribution d'équilibre, mais avec une température $T_f = T_i\omega_f/\omega_i$.

Équations hydrodynamiques

En pratique, nous utilisons une compression adiabatique du guide à l'entrée de celui-ci : sur les quarante premiers centimètres, la distance entre les conducteurs créant le champ quadrupolaire est réduite d'un facteur 1,7, ce qui entraîne une augmentation du gradient transverse b par un facteur trois. La température du jet est encore très élevée dans cette partie du guide, aussi négligerons-nous dans ce qui suit la présence du champ longitudinal B_0 . Nous considérons donc que les atomes se propagent dans le potentiel linéaire :

$$U = \mu b(z)r, \quad (6.19)$$

⁴Dans le cas d'un confinement linéaire de gradient b , on peut montrer que l'invariant adiabatique est donné par $E_{\perp}/b^{2/3}$.

⁵Cet effet de réflexion d'une particule du fait de la conservation d'un invariant adiabatique est bien connu en physique des plasmas, et est à l'origine du concept de « bouteille magnétique » utilisé pour confiner des particules chargées.

où $b(z)$ est une fonction de z qui varie lentement⁶. Les équations hydrodynamiques (6.13) et (6.14) peuvent alors être réécrites sous la forme suivante :

$$d_z \left(\frac{k_B T}{v} + mv \right) + \frac{2k_B T}{v} \frac{d_z b}{b} = 0, \quad (6.20)$$

$$9k_B T + mv^2 = C^{\text{te}}. \quad (6.21)$$

Il est alors immédiat de vérifier que la densité dans l'espace des phases $\rho \propto b^2 v^{-2} T^{-7/2}$ du jet se conserve au cours de la compression. Ces équations peuvent se résoudre analytiquement, montrant que la vitesse moyenne du jet décroît⁷, et que sa température augmente, comme le laisse prévoir l'étude du mouvement d'une particule. Si le jet reste malgré tout très monocinétique ($k_B T \ll mv^2$), la variation du taux de collisions élastique est donnée par

$$\gamma \propto b^{8/7}. \quad (6.22)$$

Ainsi, pour une augmentation du gradient par un facteur 3, le taux de collisions élastiques peut être multiplié par 3,5, ce qui est loin d'être négligeable⁸.

6.3.2 Réalisation expérimentale

En pratique, nous utilisons une compression transverse sur les quarante premiers centimètres du guide, en diminuant progressivement la distance a entre tubes adjacents du guide de 14 à 8 mm, ce qui permet d'augmenter le gradient de champ par un facteur trois. La forme des fonctions $a(z)$ et $b(z)$, dictée par des considérations expérimentales (comme l'existence d'un tube de vide différentiel au milieu des quatre tubes de cuivre sur 30 cm), est représentée sur la figure 6.1.

Il est difficile d'évaluer analytiquement l'influence d'une telle compression sur le jet. En effet, à l'entrée du guide, les paquets successifs ne sont pas recouverts ; en outre le faible taux de collisions fait que la distribution atomique n'est pas thermique. Pour toutes ces raisons, il n'est pas possible d'appliquer le formalisme hydrodynamique décrit plus haut. Nous avons par conséquent eu recours à des simulations numériques du mouvement d'atomes entrant dans le guide. Les distributions initiales en positions et vitesses des atomes sont choisies conformes à celles mesurées pour un nuage dans le pré-guide. Pour des raisons évidentes de simplicité, ces simulations ne prennent pas en compte les collisions entre atomes. Afin d'avoir une idée de la température atteinte après rethermalisation, un bilan d'énergie transverse et longitudinale est

⁶Un champ de la forme $(b(z)x, -b(z)y, 0)$ n'est pas physique puisqu'il ne vérifie pas les équations de Maxwell. En réalité, si le gradient transverse dépend de z , le potentiel de piégeage devient légèrement anisotrope. L'effet est néanmoins très faible si l'échelle de variation de b est grande par rapport à la taille transverse du jet, ce qui est bien le cas ici. Aussi négligerons-nous cet effet dans la suite.

⁷Notons que cette diminution de vitesse lors d'une compression est due au caractère *compressible* de l'écoulement, ce qui est relié au fait que le jet est supersonique (si l'on comprime un jet subsonique, sa vitesse *diminue*).

⁸Outre le critère portant sur le caractère supersonique du jet, une autre limite au gain en taux de collisions fourni par une telle compression est que la température finale du jet doit rester suffisamment basse pour que la section efficace différentielle de collision reste dominée par la contribution de l'onde s , bien plus efficace pour la rethermalisation que les ondes partielles d'ordre supérieur. En pratique, pour le ^{87}Rb , la température ne doit pas dépasser quelques centaines de μK .

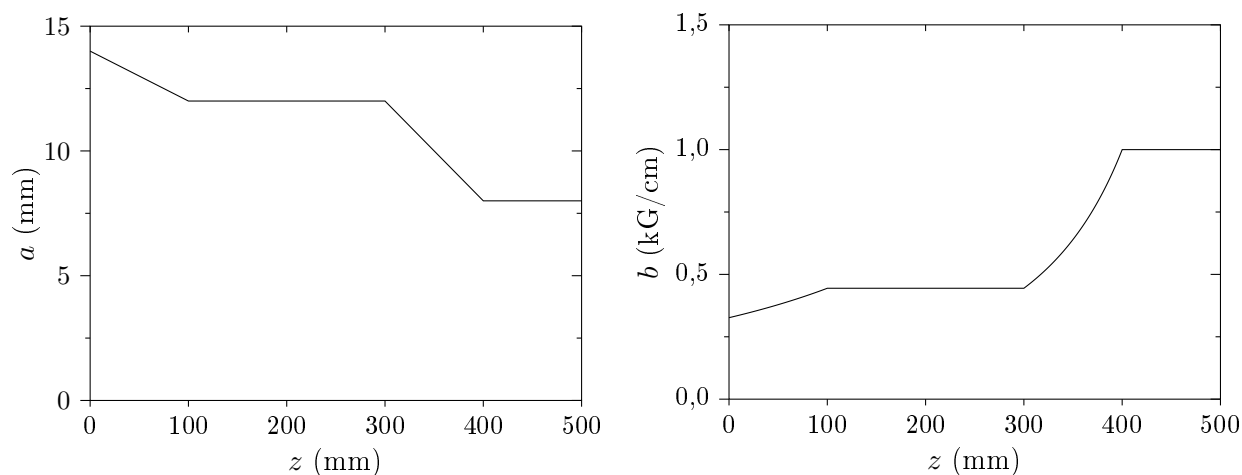


FIGURE 6.1: *A gauche, variations avec z de la distance a entre tubes adjacents à l'entrée du guide. A droite, le gradient $b(z)$ résultant de cette compression, pour un courant de 400 A dans les tubes. Le gradient est multiplié par un facteur trois sur les quarante premiers centimètres du guide.*

fait. Ces simulations donnent des températures finales dans le guide en très bon accord avec celles mesurées (par exemple sur la figure 5.1). Il apparaît d'ailleurs que la température du jet dépend fortement de la taille initiale du nuage dans le pré-guide, ce qui se comprend aisément : lors du passage des atomes dans la pièce de recombinaison du guide, le confinement transverse est brutalement augmenté (par un facteur qui peut aller jusqu'à quatre) sur une distance de l'ordre du centimètre. Aussi la taille transverse initiale du nuage détermine-t-elle l'énergie potentielle transverse des atomes une fois qu'ils sont dans le guide, et par suite leur température après thermalisation.

6.3.3 Décompression par l'utilisation d'un champ longitudinal croissant

Jusqu'ici, nous avons vu que modifier l'intensité du confinement, sans en changer la forme (linéaire ou harmonique), permet de faire varier le taux de collisions tout en gardant la densité dans l'espace des phases constante. En revanche, si la forme du potentiel change, la densité d'états est également modifiée, ce qui conduit à une variation de la densité dans l'espace des phases. Cet effet a été mis en évidence sur des gaz piégés [89] et a même permis d'observer de manière réversible la condensation de Bose-Einstein d'un gaz piégé [90].

Nous avons cherché à mettre cet effet en évidence pour un jet atomique, en modifiant la forme du potentiel de confinement grâce à l'utilisation d'un champ longitudinal B_0 dépendant

de la position z le long du guide⁹. Le potentiel auquel sont soumis les atomes est donné par :

$$U = \mu \sqrt{B_0^2(z) + b^2 r^2}. \quad (6.23)$$

Nous allons déterminer la variation de densité dans l'espace des phases du jet lorsque le champ B_0 passe d'une valeur B_i à une valeur B_f .

Pour cela, explicitons les quantités $\langle U \rangle$ et $\langle \partial_z U \rangle$ apparaissant dans les équations (6.13) et (6.14) :

$$\langle U \rangle = k_B T \left(2 + \frac{\alpha^2}{1 + \alpha} \right), \quad (6.24)$$

$$\langle \partial_z U \rangle = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \partial_z (\alpha k_B T), \quad (6.25)$$

où $\alpha = \mu B_0 / (k_B T)$. En utilisant l'expression (1.11) donnant la densité dans l'espace des phases d'un jet confiné dans un potentiel semi-linéaire

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha} \frac{\Phi}{v} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \frac{h^3}{(2\pi m k_B T)^{3/2}}, \quad (6.26)$$

il vient après quelques lignes d'algèbre

$$\frac{d \ln \rho}{dz} = \frac{-1}{(1 + \alpha^2)} \frac{d\alpha}{dz}. \quad (6.27)$$

Ainsi, si les variations de B_0 et de T sont telles que α passe de la valeur initiale α_i à la valeur finale α_f , la densité dans l'espace des phases devient :

$$\rho_f = \rho_i \exp \left(\frac{1}{1 + \alpha_f} - \frac{1}{1 + \alpha_i} \right). \quad (6.28)$$

En particulier, si le potentiel est initialement quasi-linéaire ($\alpha_i \ll 1$) et devient quasi-harmonique ($\alpha_f \gg 1$), la densité dans l'espace des phases décroît d'un facteur $e \simeq 2,718$.

Remarque : Dans le cas où le gradient transverse b dépend lui aussi de z , il est possible de montrer que la formule (6.27) est toujours valable.

Nous avons étudié expérimentalement une telle configuration grâce à deux bobines de grande taille (carré de $50 \times 50 \text{ cm}^2$, comportant trente tours) en configuration de Helmholtz, placées autour du guide et permettant de fournir un champ B_0 allant jusqu'à 40 G. Le profil $B_0(z)$ du champ ainsi réalisé est représenté sur la figure 6.2. Loin en amont des bobines, le champ longitudinal vaut $B_0 = 1 \text{ G}$ et le potentiel est pratiquement linéaire. Puis, au fur et à mesure que B_0 augmente, le confinement devient de plus en plus harmonique. Le jet subit ici une *décompression* adiabatique.

Grâce à une antenne radio-fréquence placée entre les bobines Helmholtz, il est possible de mesurer la température du jet après décompression. Il est aussi bien sûr possible de mesurer

⁹Il est clair qu'un champ magnétique de la forme $\mathbf{B} = B_0(z)\mathbf{e}_z$ ne vérifie pas les équations de Maxwell, puisqu'il n'est pas de divergence nulle. Néanmoins, nous supposons que les variations de $B_0(z)$ sont très lentes (quelques dizaines de gauss sur une longueur typique de l'ordre d'un mètre). Par conséquent, les composantes transverses de ce champ sont très faibles près de l'axe, en comparaison du champ quadrupolaire, caractérisé par un gradient transverse de plusieurs teslas par mètre. Le potentiel auquel sont réellement soumis les atomes est donc très peu différent de celui donné par (6.23).

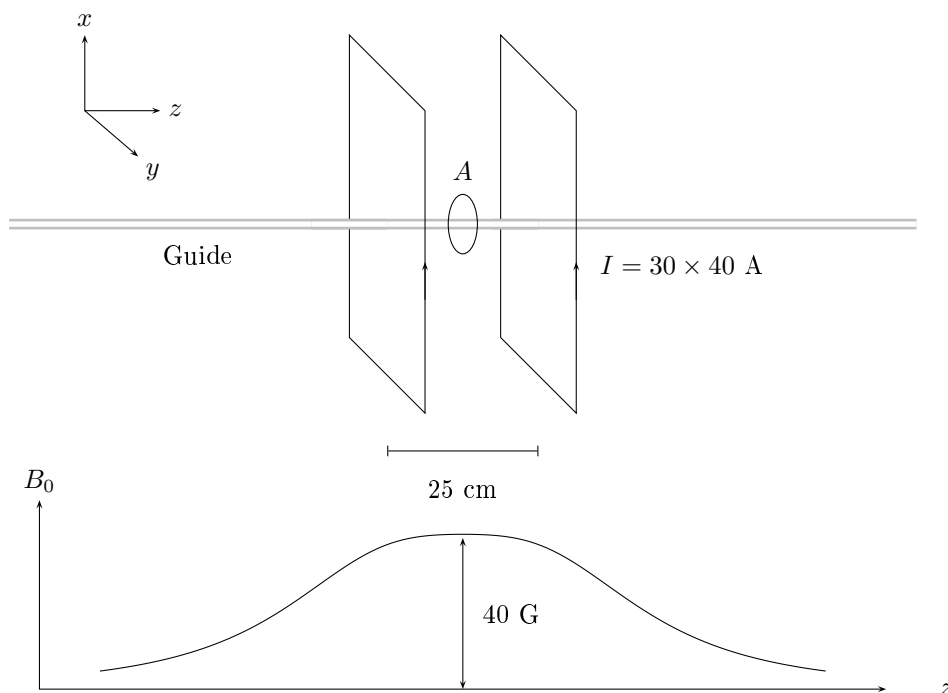


FIGURE 6.2: Dispositif expérimental pour l'étude de la variation de densité dans l'espace des phases lors de la décompression du jet. Des bobines en configuration Helmholtz produisent un champ $B_0(z)$ qui peut atteindre jusqu'à 40 G. L'antenne radio-fréquence notée A permet de mesurer la température du jet en fonction de la valeur B_f finale de B_0 .

l'éventuelle variation de flux¹⁰ due à la présence du champ longitudinal. Ainsi, nous mesurons la variation de densité dans l'espace des phases en fonction de α . Le résultat de ces mesures est présenté sur la figure 6.3. La courbe en trait plein représente la prédiction théorique donnée par l'équation (6.28). L'accord avec les résultats expérimentaux est satisfaisant, compte tenu des barres d'erreur.

6.4 Utilisation d'une pente

Le nombre moyen N_{col} de collisions subies par un atome au cours de sa propagation le long du guide varie, à flux fixé, comme $1/v^2$ où v est la vitesse moyenne du jet. Il est donc crucial d'avoir un jet aussi lent que possible.

Réduire la vitesse initiale du jet ne peut se faire qu'au détriment du flux, du fait du caractère pulsé de l'injection. Cependant, une manière très simple pour diminuer la vitesse du jet après lancement consiste à utiliser la gravité, en ralentissant les atomes grâce à un guide incliné. Dans cette section, nous allons en premier lieu étudier théoriquement ce ralentissement, ce qui nous permettra au passage de dégager les limites d'une telle technique, puis nous détaillerons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus en explorant cette voie.

¹⁰Cette variation de flux, non prise en compte dans le formalisme hydrodynamique, est due à la réflexion de particules ayant une énergie cinétique insuffisante pour monter la barrière de potentiel μB_0 . Pour les points expérimentaux présentés ici, elle n'excède pas quelques pour-cent.

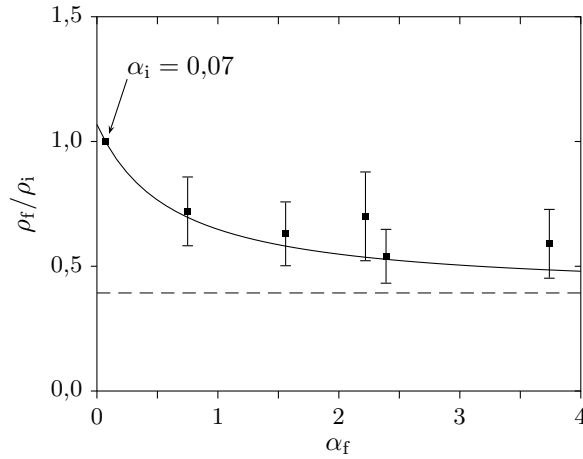


FIGURE 6.3: Variation relative de la densité dans l'espace des phases du jet lors de la décompression obtenue en faisant varier le champ longitudinal B_0 . La densité dans l'espace des phases du jet décroît significativement. Les points expérimentaux sont représentés par les carrés noirs ; en l'absence de décompression, le point de référence correspond à $\alpha_i \simeq 0,07$. La ligne continue est la prédiction théorique obtenue dans le formalisme hydrodynamique. Dans le cas limite où l'on passe de $B_i = 0$ à $B_f \gg k_B T_i / \mu$, la densité dans l'espace des phases décroît d'un facteur $e \simeq 2,718$ (ligne en pointillés).

6.4.1 Approche qualitative

Commençons par raisonner dans le cadre du régime sans collisions. Nous supposons que le guide n'est pas horizontal, mais incliné vers le haut, la dénivellation totale étant notée h . Nous cherchons à évaluer les paramètres du jet après la dénivellation.

Une particule de vitesse longitudinale initiale v_i a pour vitesse finale $v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gh}$. Notons Δv_i la dispersion initiale de vitesse longitudinale. Le théorème de Liouville implique que la dispersion de vitesse augmente du fait de la pente, à cause de l'égalité

$$v_i \Delta v_i = v_f \Delta v_f. \quad (6.29)$$

Or, rappelons que la dispersion de vitesse longitudinale doit toujours rester faible devant la vitesse moyenne, afin qu'un nombre négligeable de particules ne se propage « en sens inverse » au sein du jet¹¹. Ainsi, une limite apparaît dans l'utilisation d'une pente : on ne peut ralentir le jet arbitrairement, puisque son caractère monocinétique diminue. Nous comprenons ainsi que l'intérêt d'une pente est d'autant plus grand qu'on sait réaliser initialement un jet très monocinétique (ou, en d'autres termes, très *supersonique*), c'est-à-dire, pour une vitesse moyenne donnée, à très basse température.

¹¹Dans le cas contraire, les particules se propageant vers l'amont acquièrent une grande énergie cinétique relative par rapport aux particules incidentes ; dans un régime faiblement collisionnel (tel que le libre parcours moyen ℓ_{ipm} vérifie $mg\ell_{\text{ipm}} \sin \alpha \gg k_B T$, avec α l'angle formé par l'axe du guide avec l'horizontale), lors des rares collisions, une grande quantité d'énergie est donc déposée dans le jet.

6.4.2 Étude théorique dans le régime hydrodynamique

Il est clair que l'inclusion des collisions entraîne une réduction de l'effet d'augmentation de la dispersion des vitesses longitudinales, car les degrés de liberté transverse vont « absorber » une partie de l'énergie cinétique du mouvement du centre de masse.

Plus quantitativement, en supposant que le confinement transverse est linéaire, la conservation de la densité dans l'espace des phases montre que $vT^{7/2} = C^{\text{te}}$. Définissons $\mathcal{M} = v/\sqrt{k_B T/m}$ (il s'agit, à un coefficient numérique près, du nombre de Mach caractérisant la monocineticité du jet). Nous obtenons ainsi que la variation de \mathcal{M} , dans le régime collisionnel, est donnée par $\mathcal{M} \propto v^{8/7}$. Au contraire, dans le régime sans collision où les degrés de liberté longitudinaux et transverses sont découplés, nous obtenons grâce au théorème de Liouville $\mathcal{M} \propto v^2$, ce qui montre que l'effet d'une diminution de v est beaucoup plus drastique sur \mathcal{M} que dans le régime collisionnel.

Il est possible d'utiliser le formalisme hydrodynamique développé au paragraphe précédent pour calculer, en fonction de z l'évolution de la vitesse et de la température du jet au cours de sa propagation dans la pente [79], dans le régime collisionnel. Sans entrer dans les détails des calculs, indiquons que dans la limite (la seule intéressante en pratique) où le paramètre \mathcal{M} reste grand devant l'unité, nous obtenons une réduction de vitesse extrêmement proche de celle ($v \rightarrow \sqrt{v^2 - 2gh}$) que l'on obtient pour une particule unique (régime sans collisions). L'élévation de température correspondante reste modérée, et simplement donnée par la conservation de la densité dans l'espace des phases ρ (ce dernier résultat n'étant valable, lui, que dans le régime collisionnel).

6.4.3 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous décrivons la mise en œuvre expérimentale du ralentissement du jet atomique à l'aide d'une pente.

Mise en place de la pente

Nous avons utilisé la relative flexibilité du guide magnétique, ainsi que la présence, dans la chambre à vide le contenant, de plusieurs soufflets, pour mettre en place, sans casser le vide, une pente sur les premiers 170 cm du guide, avec une dénivellation totale $h = 22 \pm 1$ mm (voir figure 6.4).

La manœuvre est très délicate, car les soufflets sont fragiles ; il convient de plus de veiller à ne pas introduire de contrainte de torsion sur ces soufflets, car les jonctions verre-métal des tubes de verre contenant le guide sont également très fragiles. Pour toutes ces raisons, la mise en place de la pente se fait millimètre par millimètre, en s'assurant de ce que chaque élément du montage à vide (pompes ioniques, soufflets, supports de la chambre à vide) reste dans une configuration acceptable.

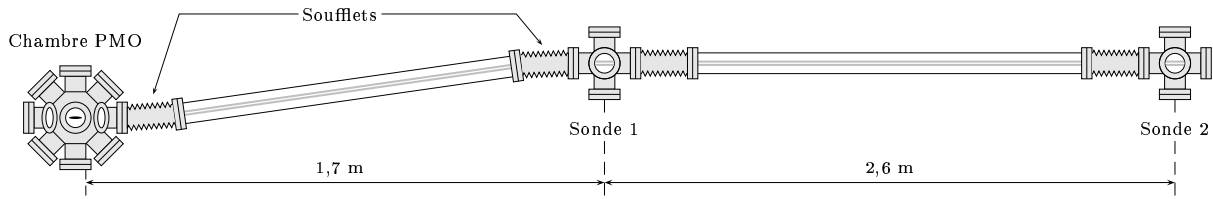


FIGURE 6.4: Représentation schématique de la mise en place d'une pente dans la première partie du guide. La hauteur du guide est progressivement augmentée le long des 170 premiers centimètres du guide, jusqu'à atteindre 2,2 cm. Le reste du guide est horizontal à ± 1 mm près.

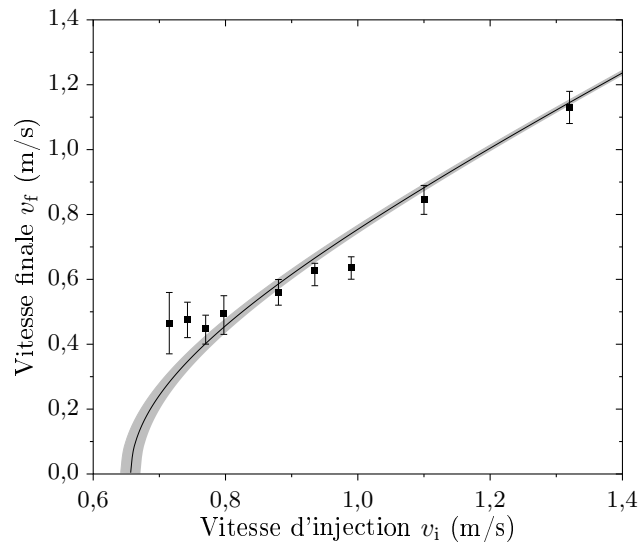


FIGURE 6.5: Réduction de la vitesse moyenne du jet grâce à l'utilisation d'une pente. Après une « montée » de $h = 22 \pm 1$ mm, la vitesse finale v_f du jet est significativement inférieure à sa vitesse initiale v_i . La ligne continue correspond à la vitesse finale $v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gh}$ qu'a une particule en haut de la pente, si sa vitesse initiale est v_i (la zone grisée donnant l'incertitude sur v_f due à l'incertitude sur h .)

Réduction de vitesse

Nous avons mesuré la valeur v_f de la vitesse du jet dans la deuxième partie du guide (qui est horizontale) grâce à la méthode de temps de vol longitudinal présentée dans la section 5.3.1. Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure 6.5. Compte tenu des barres d'erreur, il apparaît que la vitesse finale v_f du jet est assez proche de $\sqrt{v_i^2 - 2gh}$. En particulier, si $v_i \simeq 90$ cm/s, la vitesse finale est de l'ordre de 60 cm/s. Pour les valeurs typiques de la température T du jet, le jet reste suffisamment monocinétique ($\mathcal{M} \simeq 3$); par ailleurs, le flux du jet n'est quasiment pas affecté par la pente (voir paragraphe suivant).

Étude du flux

La figure 6.6 représente le flux atomique mesuré à l'extrémité du guide en fonction de la vitesse d'injection v_i . Pour cette série de mesures, la séquence d'injection est maintenue constante. Il apparaît nettement que le flux décroît fortement à basse vitesse.

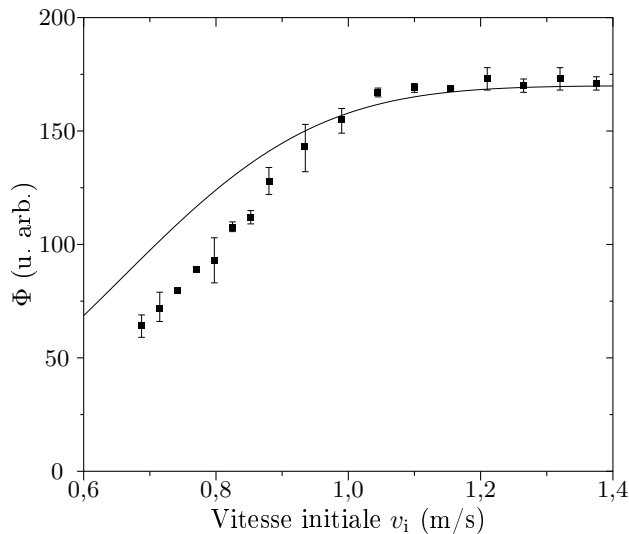


FIGURE 6.6: Flux mesuré à la fin du guide magnétique en fonction de la vitesse d'injection. Les durées des différentes étapes de la séquence d'injection sont maintenues constantes. Une claire diminution du flux est observée à basse vitesse. La courbe en trait plein correspond à la réduction de flux attendue, dans le régime sans collision, si la température du jet est de $570 \mu\text{K}$, et dans l'hypothèse (fausse) où le flux injecté initialement est indépendant de la vitesse.

La manière la plus simple d'interpréter cette baisse de flux consiste à raisonner dans le régime sans collision. Seuls des atomes ayant une vitesse longitudinale initiale supérieure à $\sqrt{2gh}$ peuvent atteindre la partie horizontale du guide. Pour une distribution gaussienne des vitesses, centrée sur v_i et caractérisée par une température (longitudinale) T , la fraction de flux initial détectée vaut :

$$\frac{\Phi_f}{\Phi_i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\sqrt{\frac{m}{2k_B T}} (\sqrt{2gh} - v_i) \right]. \quad (6.30)$$

La courbe en trait plein sur la figure 6.6 représente cette fonction pour une température (mesurée) de $570 \mu\text{K}$. Il est très net que le déficit de flux à basse vitesse n'est pas dû seulement à cet effet, mais aussi à la réduction du flux effectivement injecté au départ dans le guide. En effet, à basse vitesse, la préparation d'un paquet d'atomes affecte le paquet précédent de manière plus prononcée à basse qu'à haute vitesse, du fait de la plus faible distance qui sépare deux paquets successifs.

Gain en terme de nombre total de collisions

Ainsi, l'utilisation de la pente permet de ralentir le jet d'environ 50% avec une réduction de flux modérée (de l'ordre de 10%). *In fine*, en tenant compte du fait que la vitesse moyenne du jet dépend maintenant de la coordonnée z le long du guide, le gain net sur le paramètre N_{col} , amené par l'utilisation de la pente, est de l'ordre de 2.

Bien entendu, un gain encore plus significatif pourrait être atteint si la température initiale du jet était notablement plus basse, puisque la réduction de vitesse pourrait être beaucoup plus importante.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré comment des manipulations hamiltoniennes du jet peuvent être utilisées afin d'augmenter le taux de collisions élastiques au sein du jet. La compression adiabatique transverse du jet est utilisée à l'entrée du guide et contribue à l'étalement des paquets d'atomes, favorisant ainsi la formation d'un jet continu. L'utilisation d'une pente pour ralentir le jet atomique permet quant à elle de diminuer significativement la vitesse du jet, multipliant par un facteur deux le nombre N_{col} de collisions subies en moyenne par un atome au cours de sa propagation dans le guide.

Chapitre 7

Refroidissement par évaporation du jet atomique

Dans ce chapitre, nous décrivons tout d'abord une série d'expériences de refroidissement par évaporation bénéficiant du taux de collisions relativement important obtenu grâce à l'utilisation d'une pente. Une réduction de la température du jet par un facteur quatre, correspondant à un gain d'un ordre de grandeur en densité dans l'espace des phases, a pu ainsi être mis en évidence. Dans une seconde section, nous évaluons le nombre d'antennes nécessaires pour atteindre la dégénérescence quantique, dans le cadre d'un modèle d'évaporation par pas discrets. Enfin, un modèle d'évaporation continue, utilisant le formalisme hydrodynamique pour la description du jet, est présenté, et comparé au modèle d'évaporation par pas discrets. L'essentiel des résultats de ce chapitre est décrit dans la référence [53], reproduite en annexe G.

7.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment l'utilisation d'une pente permet de réduire de manière significative la vitesse moyenne du jet sans pour autant affecter de manière importante son flux. Il est ainsi possible de multiplier par un facteur deux le nombre N_{col} de collisions élastiques subies en moyenne par un atome au cours de sa propagation le long du guide. L'utilisation de plusieurs antennes radio-fréquences est alors envisageable, dans le but d'obtenir un gain significatif sur la densité dans l'espace des phases.

7.2 Gain d'un facteur 10 dans l'espace des phases

7.2.1 Dispositif expérimental

Nous utilisons les conditions expérimentales suivantes : une vitesse d'injection $v_{\text{inj}} = 90$ cm/s et un gradient $b = 800$ G/cm. La vitesse finale du jet dans la deuxième partie du guide, après montée de la pente, est d'environ 60 cm/s. Pour une température de l'ordre de 600 μK , le nombre total de collisions est d'environ 20 (sans utilisation de la pente, le nombre de collisions dans ces conditions serait de 10 environ). La disposition des antennes radio-fréquences (rf) et de l'antenne

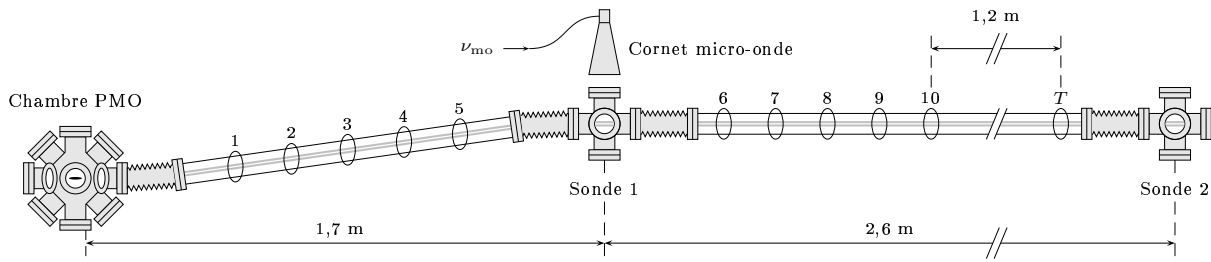


FIGURE 7.1: Disposition des antennes radio-fréquences (représentées par les ellipses numérotées de 1 à 10) et de l'antenne cornet micro-onde utilisées pour le refroidissement par évaporation du jet. Noter la distance de 1,2 m qui permet au jet de rethermaliser entre la dernière antenne d'évaporation et l'antenne rf utilisée pour mesurer la température du jet (ellipse notée T).

Antenne n°	1	2	3	4	5	Cornet	6	7	8	9	10
Position z (m)	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,7	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
Fréquence (MHz)	49	44	36	31	25	6774	21	19	18	15,5	14

TABLEAU 7.1: Caractéristiques des antennes utilisées pour le refroidissement par évaporation du jet atomique. Pour l'antenne micro-onde, la fréquence de 6774 MHz donne trois rayons d'évaporation équivalents à ceux obtenus avec des antennes rf à 20, 30 et 60 MHz. Les fréquences utilisées décroissent approximativement de manière exponentielle, mais le choix précis des fréquences utilisées tient compte de l'existence des « résonances » décrites au paragraphe 3.2.1.

micro-onde utilisées est indiquée sur la figure 7.1.

Cinq antennes rf, séparées les unes des autres par environ 20 cm, sont placées entre $0,5 \leq z \leq 1,3$ m et alimentées avec des fréquences rf étagées entre 49 et 25 MHz, puis l'antenne micro-onde, située à $z = 1,7$ m, est utilisée avec une fréquence $\nu_{\text{mo}} = 6774$ MHz, et enfin cinq antennes rf supplémentaires sont placées entre $2 \leq z \leq 2,8$ m avec des fréquences diminuant de 21 à 14 MHz. Les positions des antennes utilisées, ainsi que leurs fréquences¹, sont résumées dans le tableau 7.1.

Nous utilisons ce dispositif, dans lequel évidemment aucune rethermalisation complète ne peut se produire entre les antennes successives², car, parmi les différentes configurations utilisées, c'est celle qui nous a permis d'obtenir le gain en densité dans l'espace des phases le plus élevé. Notons que cette « rampe » dans le domaine spatial est plus proche de la rampe d'évaporation habituelle (dans le domaine temporel) utilisée pour le refroidissement par évaporation d'atomes piégés, que ne le serait un processus d'évaporation par cycles discrets d'évaporation suivie de

¹Le choix des fréquences des antennes doit être fait en prenant garde à ne pas utiliser une fréquence de résonance pour laquelle le champ rf se couple à l'ensemble du guide (voir section 3.2.1).

²La portée des antennes étant du même ordre de grandeur que la distance qui les sépare, il n'existe aucune zone du guide où le « couteau » rf est absent, et où pourrait se produire une rethermalisation complète. Même en négligeant cet effet, à la basse vitesse (60 cm/s) atteinte dans la partie horizontale du guide, au maximum une collision par atome en moyenne peut se produire sur 20 cm. Ceci est bien sûr insuffisant pour observer une rethermalisation complète, comme le montre l'étude de la section 4.7.4.

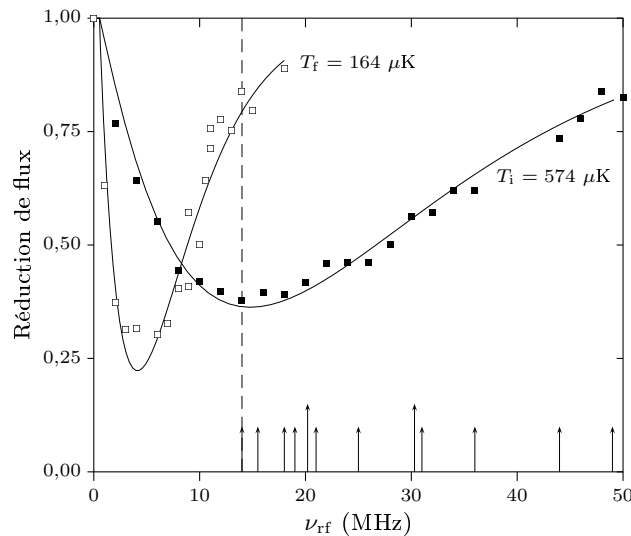


FIGURE 7.2: Spectres radio-fréquences utilisés pour déterminer la température du jet atomique en l'absence d'évaporation (carrés noirs) et avec évaporation par dix antennes rf et le cornet micro-ondes (carrés blancs). La température initiale $T_i = 574 \mu\text{K}$ est réduite par près d'un facteur quatre ($T_f = 164 \mu\text{K}$). La réduction de flux d'un facteur 7,7 correspond alors à une augmentation de la densité dans l'espace des phases d'un facteur 10. Les flèches représentent les fréquences utilisées pour les dix antennes rf; les flèches plus longues correspondent aux fréquences rf qui donneraient les mêmes rayons d'évaporation que ceux dus à l'évaporation micro-onde (le plus grand de ces rayons d'évaporation correspondrait à une fréquence $\nu_{\text{rf}} = 60 \text{ MHz}$ qui n'est pas représentée sur la figure).

rethermalisation complète.

La dernière antenne d'évaporation étant placée à la côte $z = 2,8 \text{ m}$, et l'antenne d'analyse utilisée pour les mesures de température en $z = 4 \text{ m}$, le jet atomique peut rethermaliser complètement après la dernière antenne d'évaporation. Nous mesurons donc la température d'un jet qui se trouve réellement à l'équilibre thermique.

7.2.2 Résultats

La figure 7.2 montre les spectres radio-fréquences utilisés pour déduire la température initiale du jet T_i (en l'absence d'évaporation), et la température finale T_f (en présence des dix antennes rf et de l'antenne micro-onde). Le spectre rf utilisé pour obtenir T_f correspond à un jet bien rethermalisé (on n'observe pas de brusque « remontée » à 1 de la fraction restante après l'antenne de mesure, pour une fréquence $\nu_{\text{rf}} = 14 \text{ MHz}$ par exemple). Nous obtenons $T_i = 574 \pm 10 \mu\text{K}$ et $T_f = 164 \pm 6 \mu\text{K}$. La réduction de flux correspondante vaut $\Phi_f/\Phi_i = 0,13 \pm 0,02$. Nous en déduisons le *gain* en densité dans l'espace des phases, qui vaut $10,4_{-3,0}^{+4,1}$. Ce gain d'un ordre de grandeur en densité dans l'espace des phases est le gain maximal que nous avons réussi à atteindre compte tenu du nombre de collisions N_{col} . La densité dans l'espace des phases finale du jet vaut $\rho_f \simeq 2 \times 10^{-7}$. Remarquons que dans l'hypothèse, adoptée dans le modèle d'évaporation développé dans la section suivante, où le taux de collisions élastiques serait suffisant pour permettre une rethermalisation complète entre chaque antenne, le gain maximal en densité dans l'espace des

phases avec 10 antennes rf et une antenne micro-onde s'élèverait à $1,9^{10} \times 2,6 \simeq 1\,600$. Notons par ailleurs que dans cette configuration, un gradient de température longitudinal $dT/dz \simeq 140 \mu\text{K}/\text{m}$ prend place le long du jet.

La réalisation de ces mesures nécessite une très bonne stabilité du flux atomique. En effet, l'effet cumulé des antennes successives, séparées par des distances aussi courtes, dépend de manière cruciale du nombre de collisions réellement subies par les atomes entre deux antennes. On conçoit aisément qu'une réduction de flux initialement faible va conduire, après la première antenne, à un jet qui mettra une distance supérieure pour rethermaliser ; le deuxième antenne agit donc sur un jet plus éloigné de l'équilibre, diminuant ainsi le flux de manière plus prononcée. La faible réduction de flux initiale sera donc amplifiée par les antennes successives³. Nous avons observé clairement cet effet : des fluctuations du flux initial d'environ 30% conduisent à des variations du flux final supérieures à 50%. Aussi nous sommes-nous assurés que le flux initial restait constant (à l'échelle de $\pm 5\%$) et égal à sa valeur maximale de $\Phi_i \simeq 7 \times 10^9$ atomes/s durant toute la durée d'acquisition du spectre représenté sur la figure 7.2.

7.3 Vers la dégénérescence quantique : évaporation par pas discrets

Dans cette section, nous évaluons de manière quantitative le nombre de cycles d'évaporation nécessaires pour atteindre la dégénérescence quantique, dans le cadre d'un modèle d'évaporation par pas discrets, à paramètre d'évaporation η constant.

7.3.1 Modèle

Nous supposons ici que deux antennes d'évaporation successives n et $n + 1$ sont séparées par une distance suffisamment grande pour que le jet, mis hors d'équilibre par l'antenne n , puisse rethermaliser complètement avant d'arriver dans la zone d'évaporation $n + 1$.

Pour fixer les idées, nous supposons que les caractéristiques initiales du jet sont les suivantes. Le flux initial vaut $\Phi_0 = 7 \times 10^9$ atomes/s, la température initiale $T_0 = 570 \mu\text{K}$, et la vitesse moyenne de 60 cm/s . Le confinement du guide magnétique correspond à un gradient $b = 800 \text{ G/cm}$, et le champ longitudinal vaut $B_0 = 1 \text{ G}$. Ces caractéristiques sont précisément celles du jet lors de l'expérience présentée au paragraphe précédent.

L'évaporation utilisée ici est l'évaporation radio-fréquence, à un seul rayon. Grâce au programme informatique discuté au paragraphe 4.4, nous calculons le nouveau flux Φ_1 et la nouvelle température T_1 du jet après évaporation par la première antenne, de paramètre η . Nous calculons ensuite la nouvelle valeur de $\alpha = \mu B_0 / k_B T_1$, et la fréquence $\nu_{\text{rf}} = \eta k_B T_1 / h$ requise pour que l'antenne suivante évapore au même paramètre η . Nous réitérons le processus jusqu'à obtenir un flux et une température assurant une densité dans l'espace des phases de l'ordre de l'unité.

Ainsi, pour une valeur donnée de η , nous obtenons une suite de points (T_n, Φ_n) représentant la température et le flux du jet après le n -ième cycle d'évaporation. En portant ces points dans

³Ce ne serait bien entendu pas le cas si l'on s'autorisait une distance entre antennes successives très supérieure à la distance requise pour la rethermalisation complète du jet.

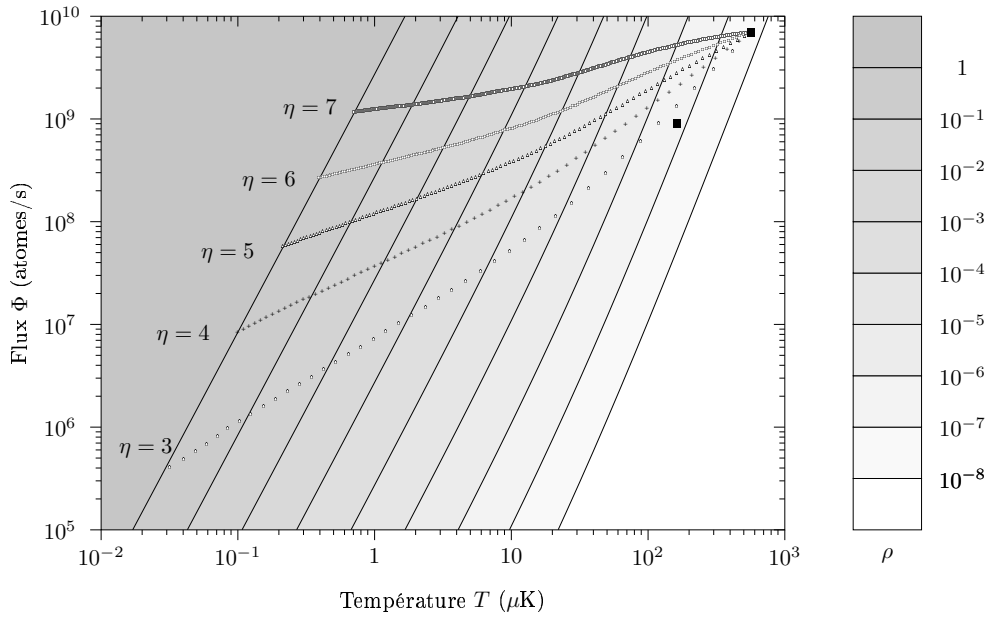


FIGURE 7.3: « Trajectoires » théoriques, dans le plan température-flux (T, Φ), suivies par le jet au cours de l'évaporation à η constant à l'aide d'un grand nombre d'antennes. Les différentes nuances de gris en fond représentent la densité dans l'espace des phases ρ sur l'axe du jet (qui varie comme $\Phi/T^{7/2}$ dans le régime linéaire $\alpha \ll 1$, et comme $\Phi/T^{5/2}$ dans le régime harmonique). La vitesse du jet est 60 cm/s , le gradient du guide $b = 800 \text{ G/cm}$, et le champ longitudinal vaut $B_0 = 1 \text{ G}$. Le flux initial est $\Phi = 7 \times 10^9 \text{ atomes/s}$, et la température initiale $570 \text{ } \mu\text{K}$. Chacun des symboles appartenant aux différentes trajectoires d'évaporation correspond à l'action d'une antenne. Lorsque le paramètre d'évaporation η est grand, le flux et la température correspondant à la dégénérescence quantique $\rho \sim 1$ sont plus élevés. Mais le nombre d'antennes nécessaires est également plus grand. Les carrés noirs représentent l'état du jet avant et après la « rampe » d'évaporation décrite dans la section 7.2.1.

un diagramme température-flux, nous obtenons donc la « trajectoire » suivie par le jet lors de la « rampe » d'évaporation.

7.3.2 Évolution de la densité dans l'espace des phases

La figure 7.3 représente ces trajectoires, obtenues pour des paramètres d'évaporation η compris entre 3 et 7. L'échelle de gris en fond représente la densité dans l'espace des phases. Cette figure appelle plusieurs commentaires.

- Le champ longitudinal B_0 valant 1 G , la transition entre un confinement plutôt linéaire et un confinement plutôt harmonique se produit pour une température du jet $T \sim \mu B_0 / k_B \sim 30 \text{ } \mu\text{K}$. Pour cette valeur de la température, une rupture de pente est observée, aussi bien dans les courbes iso-densité dans l'espace des phases⁴ que dans les trajectoires d'évaporation. Le premier effet est dû au fait que la densité dans l'espace des phases ρ varie comme $\Phi/T^{7/2}$ pour un potentiel linéaire, et comme $\Phi/T^{5/2}$ pour un potentiel harmonique. Le

⁴Du fait des échelles choisies, la rupture de pente est plus facilement visible sur les courbes iso-densité de la figure 7.4.

Paramètre d'évaporation η	Nombre d'antennes nécessaires
3	41
4	64
5	106
6	181
7	306

TABLEAU 7.2: Nombre de cycles évaporation-rethermalisation nécessaires pour atteindre la dégénérescence quantique, en fonction du paramètre d'évaporation η . Les paramètres initiaux du jet sont ceux de la figure 7.3.

deuxième, quant à lui, provient du fait que pour une valeur donnée de η , on affecte plus le jet dans un potentiel linéaire que dans un potentiel harmonique ; il s'agit simplement d'un effet de densité d'états.

- Il apparaît également qu'évaporer à η faible entraîne une réduction très importante du flux (par plus de quatre ordres de grandeur pour $\eta = 3$), et, par conséquent, nécessite d'obtenir une température finale, à la dégénérescence quantique, très faible (de l'ordre de quelques dizaines de nK). En revanche, le nombre d'antennes nécessaire est relativement faible (voir tableau 7.2).
- Au contraire, évaporer avec un paramètre η élevé permet d'atteindre la dégénérescence quantique avec un flux élevé et des températures à peine inférieures au μK , mais le nombre d'antennes requis est beaucoup plus élevé.

Pour un paramètre d'évaporation de l'ordre de 4, il est nécessaire d'utiliser environ 60 antennes. Si l'on considère qu'il faut de l'ordre de trois collisions en moyenne entre deux antennes successives pour que la distribution rethermalise, nous obtenons le résultat essentiel suivant : si le nombre de collisions élastiques subies par un atome au cours de sa propagation le long du guide satisfait

$$N_{\text{col}} \gtrsim 200, \quad (7.1)$$

il est possible d'atteindre la dégénérescence quantique. Nous ne devons donc gagner qu'un facteur de l'ordre de dix, en termes de nombre de collisions, pour obtenir un jet dégénéré.

7.3.3 Évolution de la densité

Il est intéressant de suivre également l'évolution de la densité atomique n_0 sur l'axe au cours du refroidissement. Les trajectoires d'évaporation dans le plan (T, Φ) sont représentées sur la figure 7.4 avec en fond la densité atomique, représentée par des niveaux de gris. La densité atteinte à la dégénérescence est de l'ordre de 10^{12} à 10^{14} cm^{-3} suivant le paramètre d'évaporation utilisé ; il s'agit de densités comparables à celles observées dans les condensats de Bose-Einstein, pour lesquelles les processus de pertes à deux et trois corps sont lents pour le ^{87}Rb .

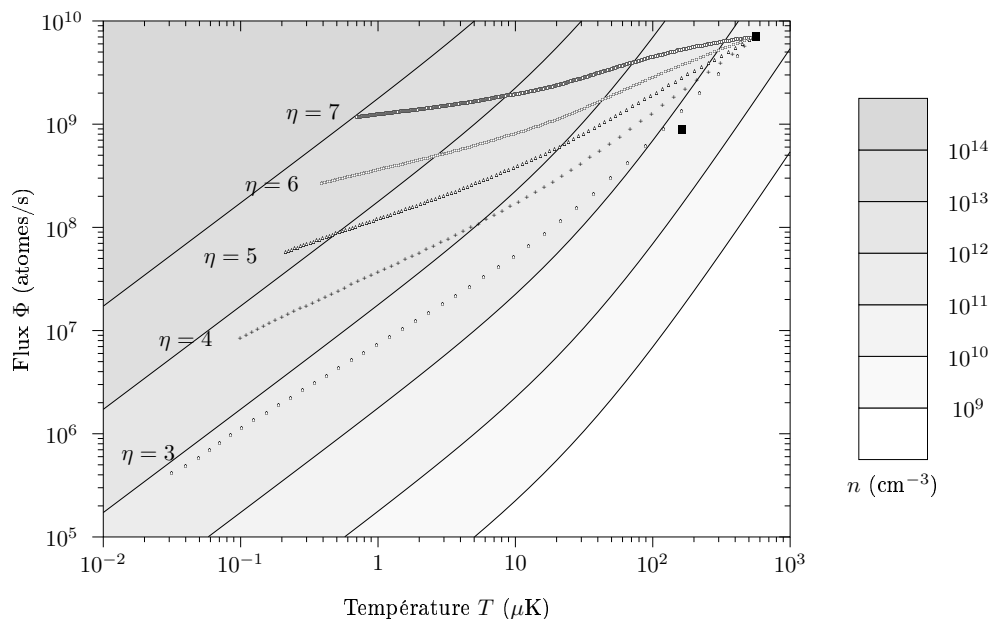


FIGURE 7.4: Mêmes données que sur la figure 7.3, mais avec un échelle de gris représentant la densité sur l'axe n_0 , La transition entre un guide linéaire (pour lequel $\gamma \sim \Phi/T^{3/2}$) et un guide harmonique (où $\gamma \sim \Phi/T^{1/2}$) est clairement visible lorsque la température T devient de l'ordre de $\mu B_0/k_B$ (ici, à $T \sim 30 \mu\text{K}$ puisque $B_0 = 1 \text{ G}$).

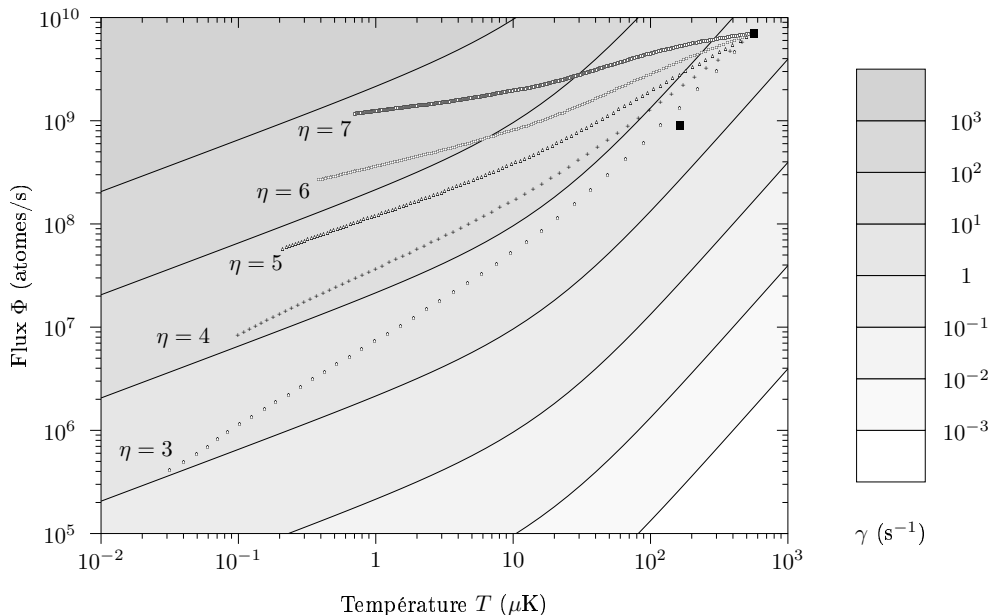


FIGURE 7.5: Mêmes données que sur la figure 7.3, mais avec un échelle de gris représentant le taux de collisions γ , en supposant que la section efficace de collision σ est constante, égale à $8\pi a^2$ où a est la longueur de diffusion dans l'onde s . L'emballage de l'évaporation ne peut se produire que pour η suffisamment grand; pour $\eta = 4$, valeur qui requiert un nombre modéré d'antennes, γ commence par augmenter au début de l'évaporation, quand le guide est linéaire, mais décroît ensuite lorsque le piège devient harmonique.

7.3.4 Évolution du taux de collisions élastiques

La figure 7.5 représente quant à elle l'évolution du taux de collisions élastiques au sein du jet au cours de la « rampe » d'évaporation. Il apparaît nettement qu'évaporer à bas η (3 ou 4) entraîne une diminution continue du taux de collisions élastiques dès que la température descend au-dessous de la dizaine de μK . L'*emballement* de l'évaporation ne peut se produire qu'en utilisant un paramètre d'évaporation suffisamment élevé⁵.

7.3.5 Limites du modèle

Le modèle précédent est réaliste au sens où il tient compte du changement de forme effective du potentiel au fur et à mesure du refroidissement, changement inévitable du fait de la nécessité d'avoir un champ longitudinal B_0 de l'ordre du gauss pour éviter les pertes par retournement de spin.

Néanmoins, il souffre d'un certain nombre de limites.

- En premier lieu, puisqu'il ne décrit pas la cinétique du retour à l'équilibre, il ne donne pas d'indication précise du nombre de collisions N_{col} nécessaires à l'obtention de la dégénérescence quantique. Tout au plus peut-il en donner un ordre de grandeur. En supposant que quatre collisions élastiques sont suffisantes pour que le jet rethermalise entre deux antennes successives, et que le paramètre d'évaporation utilisé est de l'ordre de $\eta \sim 4$, un total $N_{\text{col}} \sim 200$ collisions élastiques sont nécessaires.
- De plus, le modèle suppose l'existence de zones d'évaporation bien localisées, séparées par des distances suffisantes pour assurer la rethermalisation du jet. Mais les antennes ayant une portée finie, de l'ordre de 20 cm, la longueur d'un guide permettant d'utiliser une cinquantaine d'antennes dans cette configuration doit être de plusieurs dizaines de mètres ! En pratique, il est nécessaire d'avoir des distances entre antennes bien plus faibles ; le modèle d'évaporation par cycles discrets est alors irréaliste et il convient d'utiliser un modèle continu d'évaporation, du type de celui utilisé dans la référence [26].

Le modèle d'évaporation continue présenté à la section suivante remédie précisément à ces limites.

7.4 Vers la dégénérescence quantique : évaporation continue

Dans cette section, nous utilisons un modèle continu d'évaporation, reposant sur l'hypothèse suivante : du fait de la présence de la surface d'évaporation, la fonction de distribution atomique

⁵Il apparaît nettement sur la figure 7.5 que si η est suffisamment grand, le taux de collisions élastiques continue à augmenter, même pour des températures telles que $k_B T \ll \mu B_0$, ce qui semble être contradictoire avec le résultat obtenu au chapitre 4, à savoir que pour un confinement harmonique, γ ne peut pas augmenter au cours de l'évaporation. Ce paradoxe apparent est dû au fait que même lorsque $k_B T < \mu B_0$, les particules les plus énergétiques, celles-là même qui sont concernées par l'évaporation, explorent la partie linéaire du potentiel. Ce n'est qu'à des températures extrêmement basses que le gain en taux de collisions élastiques sature à 1.

est, en tout point z du guide, tronquée *en énergie*⁶ à une valeur donnée par le paramètre d'évaporation η [73]. En utilisant un tel Ansatz dans l'équation de Boltzmann, il est alors possible d'obtenir un ensemble d'équations couplées portant sur la densité linéique n_ℓ , la vitesse moyenne v , et la température T du jet. La mise en œuvre de cette procédure, simple sur le plan des principes, est relativement lourde. Nous renvoyons à la thèse d'Emmanuel Mandonnet [91] pour les détails du calcul. Dans cette section, nous nous contenterons d'étendre ces résultats au cas d'un confinement semi-linéaire.

7.4.1 Équations hydrodynamiques pour le potentiel semi-linéaire

En régime stationnaire, la forme générale des équations d'évolution du nombre de particules, de l'impulsion et de l'enthalpie sous l'effet de l'évaporation est la suivante :

$$\frac{d}{dz}(n_\ell v) = -\Gamma n_\ell, \quad (7.2)$$

$$\frac{d}{dz}(n_\ell v^2 + k_B T/m) = -\Gamma n_\ell v, \quad (7.3)$$

$$\frac{d}{dz} \left[n_\ell v \left(\frac{5k_B T}{2m} + \frac{v^2}{2} + \frac{\langle U \rangle}{m} \right) \right] = - \left(\Gamma \frac{v^2}{2} + \Gamma_\varepsilon \frac{k_B T}{m} \right) n_\ell. \quad (7.4)$$

Ici, Γ et Γ_ε sont les taux de pertes de particules et d'énergie, qui sont directement proportionnels au taux de collisions élastiques γ , et dépendent du paramètre d'évaporation η . L'expression précise de Γ et Γ_ε est donnée en annexe B, où est également indiquée la forme explicite des équations portant sur n_ℓ , u et T dans le cas où $U(r) = \mu\sqrt{B_0^2 + b^2 r^2} - \mu B_0$, ce qui entraîne $\langle U \rangle = k_B T(2 + \alpha^2/(1 + \alpha) - \alpha)$.

7.4.2 Comparaison entre les modèles continu et discret

Afin de comparer les prédictions des modèles d'évaporation par pas discrets et d'évaporation continue, nous avons résolu les équations hydrodynamiques dans le cas d'un guide semi-linéaire avec nos paramètres habituels $b = 800$ G/cm et $B_0 = 1$ G. La température initiale du jet est $T(0) = 570$ μ K, le flux initial $\Phi(0) = 7 \times 10^9$ atomes/s, et la vitesse initiale $v(0) = 60$ cm/s. La figure 7.6 représente la « trajectoire » suivie par le jet dans le plan (T, Φ) pour diverses valeurs du paramètre η (qui est maintenu constant durant la rampe d'évaporation).

Il apparaît que l'allure qualitative des trajectoires d'évaporation est similaire à celle obtenue dans le modèle discret. On observe en particulier la rupture de pente lors du passage d'un confinement perçu par les atomes comme linéaire à un confinement perçu comme harmonique, du fait de la diminution de température au cours du refroidissement par évaporation. Quantitativement, il apparaît que, pour une valeur donnée de η , dans le modèle continu, les réductions de flux et de température sont supérieures à ce que donne le modèle discret pour cette même valeur de η . Ceci peut se comprendre en remarquant que l'évaporation en énergie tronque de manière beaucoup plus prononcée la distribution que l'évaporation en position. Une comparaison détaillée de

⁶Il est évident que l'approximation consistant à remplacer le critère d'évaporation par un critère portant sur l'énergie transverse seulement est une hypothèse forte. La prise en compte du vrai critère d'évaporation est néanmoins très difficile à mettre en œuvre dans le formalisme hydrodynamique.

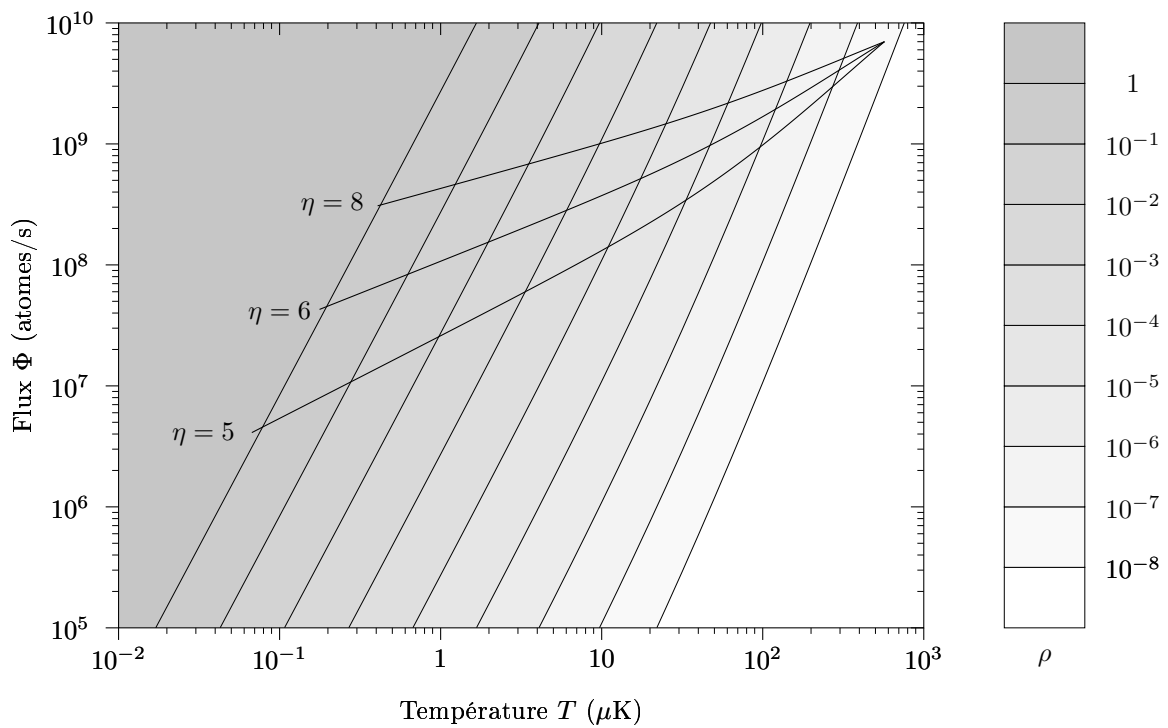


FIGURE 7.6: « Trajectoires » théoriques, dans le plan température-flux (T, Φ), suivies par le jet au cours de l'évaporation à η constant dans un modèle d'évaporation continue. La vitesse initiale du jet est 60 cm/s , le gradient du guide $b = 800 \text{ G/cm}$, et le champ longitudinal vaut $B_0 = 1 \text{ G}$. Le flux initial est $\Phi = 7 \times 10^9 \text{ atoms/s}$, et la température initiale $570 \mu\text{K}$.

l'efficacité d'évaporation⁷ dans les deux modèles d'évaporation (par cycles discrets et continue) est présenté dans l'annexe C.

7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré expérimentalement la possibilité de mettre en œuvre le refroidissement par évaporation d'un jet atomique. Le gain d'un ordre de grandeur en densité dans l'espace des phases obtenu à ce jour peut sembler limité, posant la question de la faisabilité de l'obtention de la dégénérescence quantique par cette méthode.

L'étude présentée dans la troisième section du chapitre montre qu'*a priori*, moyennant un gain d'un facteur de l'ordre de dix sur le nombre moyen N_{col} de collisions élastiques subies par un atome au cours de sa propagation le long du guide, un gain d'un facteur 10^8 en densité dans l'espace des phases est possible. La quatrième section montre qu'un modèle d'évaporation continu, plus réaliste dans le cas d'une rampe d'évaporation utilisant un grand nombre d'antennes, donne des résultats comparables.

⁷Définie comme le gain en densité dans l'espace des phases rapporté à la perte de flux.

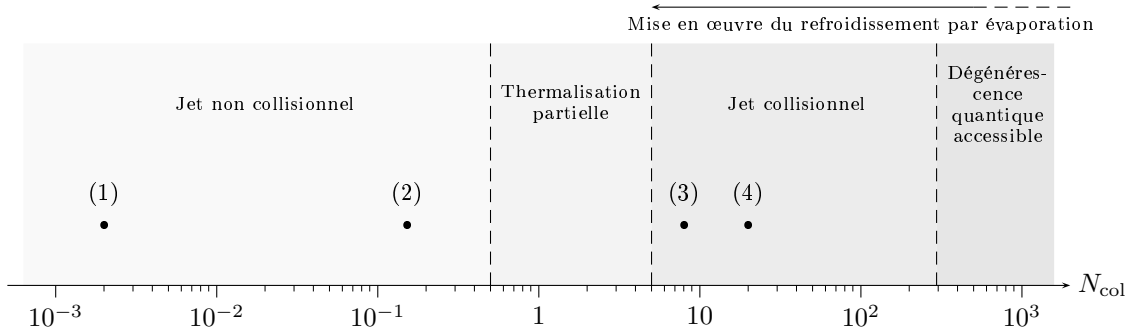
Conclusion

Nous avons décrit dans ce mémoire la réalisation expérimentale d'un jet atomique guidé dans le régime collisionnel, et la première mise en œuvre sur un jet atomique de la technique de refroidissement par évaporation.

Après avoir détaillé la réalisation expérimentale du guide, d'une part, et le dispositif utilisé pour l'alimenter, d'autre part, nous avons présenté une méthode originale de thermométrie pour un jet atomique confiné dans un guide magnétique. Cette méthode spectroscopique donne des résultats fiables et précis. Elle offre en outre la possibilité de sonder la distribution en position transverse des atomes, et par suite d'étudier le retour à l'équilibre du jet sous l'effet des collisions élastiques. Ces collisions sont le pré-requis essentiel à la mise en œuvre du refroidissement par évaporation, dont un modèle très simple, mais aussi directement comparable à l'expérience, a été ensuite développé. Des expériences de rethermalisation ont été décrites, qui mettent en évidence la relaxation du jet atomique vers l'équilibre thermodynamique après l'élimination, sélective en énergie et moment cinétique, de certaines classes d'atomes du jet.

Le nombre moyen de collisions élastiques subies par un atome lors de sa propagation le long du guide détermine le gain maximal possible en densité dans l'espace des phases qu'il est possible d'atteindre grâce au refroidissement par évaporation. Deux méthodes « hamiltoniennes » permettant d'augmenter le taux de collisions élastiques, sans que la densité dans l'espace des phases ne soit affectée, ont ensuite été décrites : il s'agit d'une part de la compression adiabatique du jet, obtenue par une augmentation progressive du confinement transverse, et d'autre part de l'utilisation d'une pente permettant de ralentir le jet grâce à la gravité. Cette dernière méthode nous a autorisés, par le gain en taux de collisions qu'elle a entraîné, à mettre en œuvre une « rampe » d'évaporation utilisant une dizaine d'antennes radio-fréquence, et à gagner ainsi un ordre de grandeur sur la densité dans l'espace des phases du jet.

Le travail décrit dans ce mémoire a ainsi permis la réalisation expérimentale d'un jet atomique guidé magnétiquement, dans le régime collisionnel, sa caractérisation, et l'obtention d'un premier gain significatif en densité dans l'espace des phases. Il s'agit, à ce jour, d'un dispositif expérimental sans équivalent dans le monde. Néanmoins, plusieurs équipes ont entrepris le montage d'expériences similaires à la nôtre [92], mettant ainsi en évidence l'intérêt de ce type de dispositif. Les résultats obtenus jusqu'ici ne sont en effet qu'un premier pas vers l'obtention d'un laser à atomes continu. La densité dans l'espace des phases de notre jet atomique est encore inférieure par sept ordres de grandeur à celle requise pour l'observation des effets de dégénérescence quantique. Cependant, en termes de nombre de collisions requises pour pouvoir mener à son terme le processus de refroidissement par évaporation, les études théoriques présentées dans



Évolution du paramètre N_{col} maximal obtenu dans notre groupe au fur et à mesure de l'évolution des dispositifs expérimentaux : (1) correspond au montage de 2002 [29]; (2) à celui de 2003 [51]; (3) à celui de 2004 [52]; (4) à celui de 2005 [53].

ce mémoire montrent qu'un gain de l'ordre d'un facteur dix seulement devrait être suffisant.

Il est instructif de mesurer le chemin parcouru, en termes de taux de collisions élastiques, au fur et à mesure de l'élaboration de versions successives de l'expérience. La figure ci-dessus montre l'évolution du paramètre N_{col} maximal obtenu dans notre groupe au fur et à mesure de l'évolution des dispositifs expérimentaux. Le point noté (1) représente le paramètre N_{col} atteint dans le dispositif expérimental en place au moment de mon stage de DEA. Il apparaît clairement que de très gros progrès ont été accomplis, et il ne semble pas déraisonnable d'espérer atteindre, dans un délai raisonnable, des conditions suffisantes pour atteindre la dégénérescence quantique.

Plusieurs voies de recherches semblent prometteuses pour atteindre cet objectif. La première consiste à essayer d'augmenter significativement la densité initiale des paquets atomiques injectés dans le guide magnétique; il s'agit pour cela d'adapter les méthodes de compression d'un piège magnéto-optique [93, 94] à notre géométrie allongée — géométrie qui devrait d'ailleurs être favorable du fait de l'importance moindre de la diffusion multiple des photons dans un nuage ayant une densité optique transverse modérée [95]. Ayant réalisé au niveau de l'injecteur un nuage dense, de faible extension transverse, se pose alors le problème d'un couplage efficace d'un tel paquet atomique dans le guide. Une deuxième voie de recherche prometteuse permettrait précisément de répondre à ce dernier problème. Il s'agit d'utiliser un faisceau laser désaccordé de grande puissance, permettant d'une part de comprimer le nuage d'atomes dans le PMO, et d'autre part de réaliser un pré-guide utilisant la force dipolaire. Il serait alors possible de coupler de manière optimale un nuage atomique très dense dans le guide, permettant ainsi de réaliser un jet atomique bien plus froid et dense qu'actuellement.

Une autre direction envisageable consiste à augmenter le temps disponible pour le refroidissement par évaporation. À cette fin, il est nécessaire de diminuer la vitesse moyenne v du jet, mais, en l'absence de confinement longitudinal, la dispersion de vitesses longitudinales du jet impose une valeur minimale pour v . Une possibilité pour remédier à cette limitation consiste à confiner plusieurs paquets atomiques dans des pièges magnétiques tridimensionnels successifs se déplaçant, à faible vitesse, le long de la première partie du guide. La contrainte précédemment évoquée, qui revient *in fine* à avoir un jet supersonique, est alors relaxée : rien n'empêche d'avoir une vitesse v de déplacement des paquets arbitrairement faible. Il est envisageable de refroidir

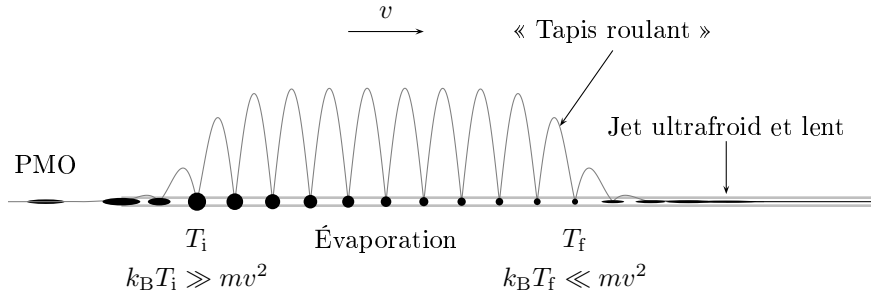


Schéma de principe de l'utilisation d'un « tapis roulant » au sein duquel des paquets d'atomes sont transportés à basse vitesse v et refroidis par évaporation avant d'être relâchés dans le guide magnétique lorsque leur température devient telle que $k_B T \ll m v^2$.

par évaporation les paquets contenus dans ce « tapis roulant » pour atomes, et, une fois que la température T est suffisamment basse pour que la dispersion de vitesse soit faible devant v , de relâcher ces paquets dans le guide, où ils se recouvriraient, formant ainsi un jet lent et froid (voir la figure ci-dessus). Il s'agirait de la sorte de « pousser un cran plus loin » l'utilisation des techniques expérimentales standard dans le domaine de la condensation de Bose-Einstein, pour l'injection *pulsée* de paquets atomiques dans le guide. Les étapes successives de refroidissement étant menées en parallèle, le flux potentiel d'un tel jet devrait rester considérablement supérieur à celui des lasers à atomes réalisés à ce jour. Notons que plusieurs expériences de transport magnétique ont été menées avec succès, aussi bien à l'échelle mésoscopique [96], sur des « puces à atomes », qu'à l'échelle macroscopique [97]. Rien ne semble donc s'opposer, en principe, à la réalisation d'un tel dispositif adapté à notre objectif. Un avantage supplémentaire d'un tel dispositif est la plus grande efficacité du refroidissement par évaporation tridimensionnel : dans ce cas en effet, tous les degrés de liberté, transverses *et longitudinaux*, sont affectés par l'évaporation.

Enfin, à plus long terme, les directions de recherche ouvertes par la réalisation d'un laser à atomes continu sont nombreuses et fascinantes. Sur le plan fondamental, l'étude des propriétés de cohérence du faisceau [98], de ses propriétés éventuelles de superfluidité, de l'interaction entre partie thermique et partie condensée, sont des domaines ouverts et probablement très riches. Quant aux applications potentielles d'une telle source, elles semblent très nombreuses, dans des domaines aussi variés que l'interférométrie, la métrologie, ou encore la nanolithographie [99].

Annexes

Annexe A

Boucle à verrouillage de phase pour la mélasse mouvante

Dans cette annexe, nous donnons le schéma détaillé des boucles à verrouillage de phases utilisées pour le lancement des atomes par la technique de mélasse mouvante. Le but de cette annexe est plus de constituer un document de référence pour mes « successeurs » sur l'expérience, que d'être lu par un lecteur « extérieur ».

La figure A.1 montre l'ensemble du montage, qui comprend essentiellement quatre fois la même boucle à verrouillage de phase.

L'asservissement d'intensité des faisceaux du PMO repose sur l'intégration de la différence entre la tension de sortie de la photodiode de contrôle et la tension de consigne. Le signal de sortie est utilisé pour commander un atténuateur électronique contrôlant la puissance rf envoyée dans un AOM précédent la fibre optique. On consultera la référence [100] pour le schéma de principe de l'asservissement.

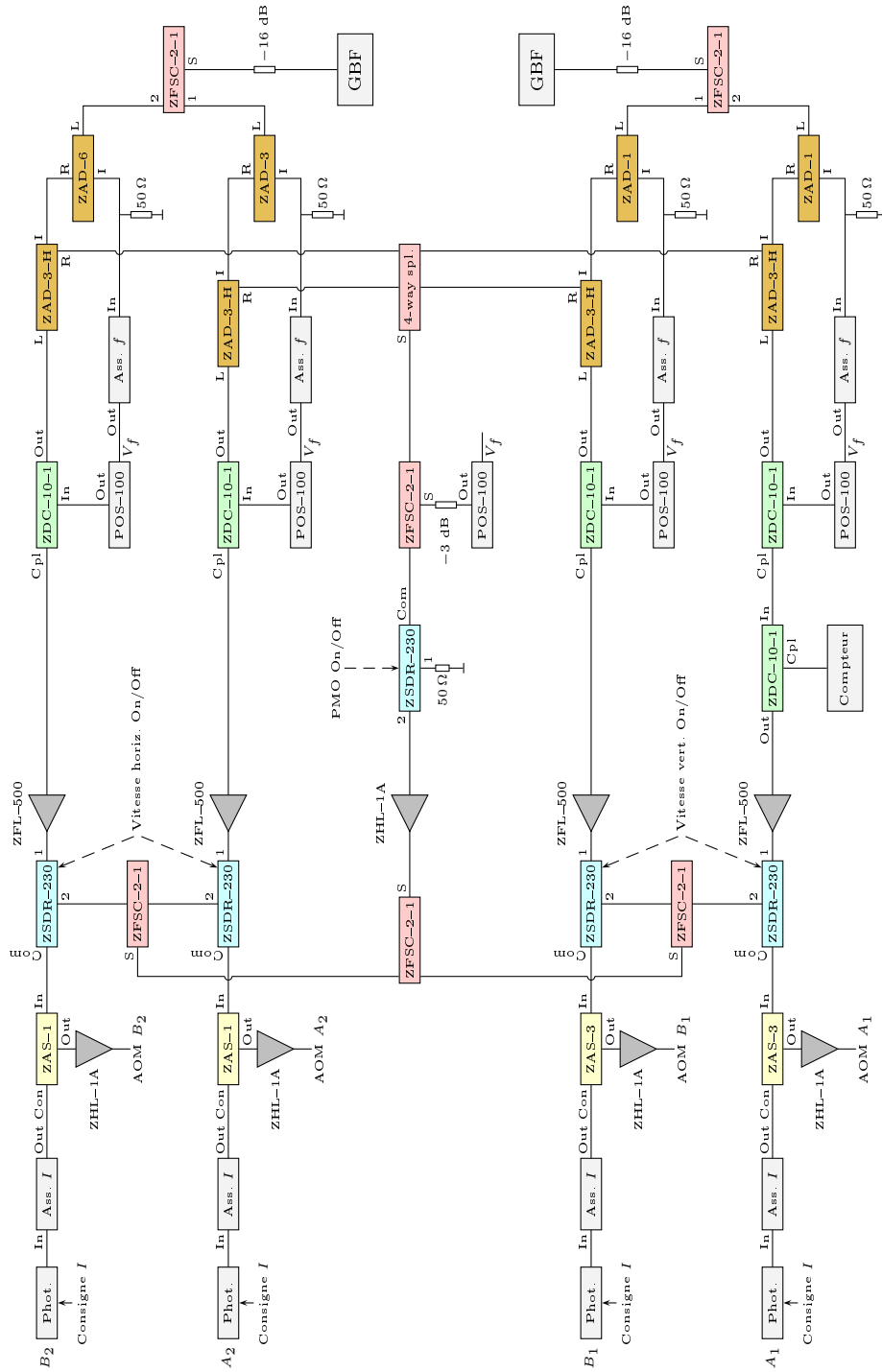


FIGURE A.1: Schéma détaillé des asservissements en intensité et en phase des quatre faisceaux issus des fibres optiques pour le PMO.

Annexe B

Équations hydrodynamiques dans un potentiel semi-linéaire en présence d'évaporation

Dans cette annexe, nous donnons la forme explicite des équations d'évaporation utilisées dans la section 7.4. Le point de départ est le système d'équations suivant, portant sur la densité linéique n_ℓ , la vitesse moyenne v , et la température T :

$$\frac{d}{dz}(n_\ell v) = -\Gamma n_\ell, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{d}{dz}(n_\ell v^2 + k_B T/m) = -\Gamma n_\ell v, \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{d}{dz} \left[n_\ell v \left(\frac{5k_B T}{2m} + \frac{v^2}{2} + \frac{\langle U \rangle}{m} \right) \right] = - \left(\Gamma \frac{v^2}{2} + \Gamma_\varepsilon \frac{k_B T}{m} \right) n_\ell. \quad (\text{B.3})$$

B.1 Taux de perte de particules et d'énergie

Les taux de pertes de particule Γ et d'énergie Γ_ε se calculent selon la méthode exposée dans la thèse d'Emmanuel Mandonnet [91]. Pour cela, nous devons tout d'abord calculer la densité d'états linéique

$$\rho_\ell(\varepsilon) \equiv \int d^2r d^3p \delta \left(\varepsilon - U(r) - \frac{p^2}{2m} \right) \quad (\text{B.4})$$

dans le potentiel $U(r) = \mu \sqrt{B_0^2 + b^2 r^2} - \mu B_0$. Nous obtenons :

$$\rho_\ell(\varepsilon) = \frac{16\sqrt{2}\pi^2}{15} \frac{(m\varepsilon)^{3/2}}{(\mu b)^2} (2\varepsilon + 5\mu B_0). \quad (\text{B.5})$$

Les taux de pertes de particule Γ et d'énergie Γ_ε sont donnés par :

$$\Gamma = \frac{8\sqrt{2}}{15\sqrt{\pi}} \gamma K(\alpha, \eta) \quad \text{et} \quad \Gamma_\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}}{15\sqrt{\pi}} \gamma \tilde{K}(\alpha, \eta), \quad (\text{B.6})$$

où γ est le taux de collisions élastiques donné par (1.14), et K et \tilde{K} les intégrales suivantes :

$$K(\alpha, \eta) \equiv \frac{e^{-\eta-1/2}}{1+2\alpha} \int_0^{\eta+1/2} x^{3/2}(5\alpha+2x) \left[e^{-x}(\eta-x-1/2) + e^{-\eta-1/2} \right] dx, \quad (\text{B.7})$$

$$\tilde{K}(\alpha, \eta) \equiv \frac{e^{-\eta-1/2}}{1+2\alpha} \int_0^{\eta+1/2} x^{3/2}(5\alpha+2x) \mathcal{I}(x) dx. \quad (\text{B.8})$$

où

$$\mathcal{I}(x) = e^{-\eta-1/2}(3+2\eta-x) + e^{-x}[(\eta+1/2)^2 - 2 - 3x/2 - \eta x]. \quad (\text{B.9})$$

B.2 Intégration numérique des équations d'évaporation

Afin de pouvoir intégrer numériquement les équations (B.1) à (B.3), il convient de les réarranger, afin d'avoir l'expression des dérivées spatiales de n_ℓ , v , T en fonction de ces mêmes grandeurs. En notant que la valeur moyenne du potentiel s'écrit

$$\langle U \rangle = k_B T \left(2 + \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \alpha \right), \quad (\text{B.10})$$

où $\alpha = \mu B_0 / (k_B T)$, et après quelques calculs sans difficulté, nous obtenons :

$$d_z n_\ell = -\frac{\Gamma n_\ell}{v} - \frac{1}{\mathcal{D}} \frac{2n_\ell k_B T}{mv} [\alpha \Gamma - \Gamma_\varepsilon (1 + \alpha + \alpha^2)] \quad (\text{B.11})$$

$$d_z v = \frac{1}{\mathcal{D}} \frac{2k_B T}{m} [\alpha \Gamma - \Gamma_\varepsilon (1 + \alpha + \alpha^2)] \quad (\text{B.12})$$

$$d_z T = \frac{1+\alpha}{\mathcal{D}} \frac{T}{v} \left\{ \Gamma \left[(9+7\alpha) \frac{k_B T}{m} - (7+5\alpha)v^2 \right] - 2(1+\alpha)\Gamma_\varepsilon \left(\frac{k_B T}{m} - v^2 \right) \right\} \quad (\text{B.13})$$

où le dénominateur \mathcal{D} a pour expression :

$$\mathcal{D} = \frac{k_B T}{m} (7\alpha^2 + 14\alpha + 9) - v^2 (5\alpha^2 + 10\alpha + 7). \quad (\text{B.14})$$

Ces équations se réduisent bien, dans les limites $\alpha \rightarrow \infty$ (respectivement $\alpha \rightarrow 0$), aux équations d'évaporation dans un guide harmonique [26] (respectivement linéaire [101]).

Annexe C

Comparaison de l'efficacité d'évaporation dans les modèles discret et continu

Dans cette annexe, nous comparons quantitativement l'efficacité d'évaporation pour deux modèles d'évaporation :

- l'évaporation par pas discrets,
- l'évaporation continue décrite par le formalisme hydrodynamique.

C.1 Efficacité d'évaporation

Pour estimer quantitativement l'efficacité d'évaporation, introduisons l'exposant

$$\xi = -\frac{d \ln \rho}{d \ln \Phi} \quad (\text{C.1})$$

qui caractérise l'efficacité d'évaporation comme le gain en densité dans l'espace des phases rapporté à la perte de flux. Dans les expériences « standard » de condensation de Bose-Einstein, on gagne typiquement six ordres de grandeur en densité dans l'espace des phases au prix d'une perte d'un facteur 1 000 en nombre d'atomes. Dans ce cas, on a donc $\xi \simeq 2$.

Il est aisé de calculer ξ pour des valeurs données de η et α , dans nos deux modèles d'évaporation.

C.1.1 Modèle d'évaporation continue

Considérons tout d'abord un confinement harmonique. Dans le cas de l'évaporation continue, les équations hydrodynamiques de l'annexe B permettent d'obtenir ξ :

$$\xi(\eta) = -\frac{7}{2} + \frac{\tilde{K}(\infty, \eta)}{K(\infty, \eta)}. \quad (\text{C.2})$$

Nous avons utilisé, afin d'alléger les expressions obtenues, l'approximation $u^2 \gg k_B T/m$, légitime lorsque le jet est très froid.

Dans le cas d'un confinement linéaire, l'efficacité ξ s'écrit :

$$\xi(\eta) \simeq -\frac{9}{2} + \frac{\tilde{K}(0, \eta)}{K(0, \eta)}, \quad (\text{C.3})$$

où l'on a utilisé une hypothèse de grande monocinécité du jet (sinon, une petite correction de quelques pour-cent est nécessaire).

C.1.2 Modèle d'évaporation par pas discrets

Dans le cas de l'évaporation par pas discrets, l'efficacité ξ est simplement donnée par

$$\xi(\eta) = -\frac{\ln(\rho'/\rho)}{\ln \varphi}, \quad (\text{C.4})$$

où $\varphi(\eta)$ est la variation relative de flux induite par un pas d'évaporation, et T'/T la variation relative de température après rethermalisation.

Afin de comparer des modèles les plus proches possibles, il convient de recommencer les calculs d'évaporation discrète des chapitres 3 et 4 pour le critère d'évaporation (artificiel) utilisé dans notre modèle hydrodynamique, à savoir un simple critère en énergie.

C.1.3 Evaporation en énergie par pas discrets

Considérons pour commencer le cas général d'un potentiel semi-linéaire. Pour connaître la fraction non évaporée $\varphi(\eta)$ il suffit de calculer la distribution en énergie transverse, ce qui revient à calculer la densité d'états pour un piège semi-linéaire bidimensionnel $U(r) = \mu(\sqrt{B_0^2 + b^2 r^2} - B_0)$. La densité d'états vaut :

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{2\hbar^2} \left(\frac{B_0}{b}\right)^2 \frac{\varepsilon}{\mu B_0} \left[2 + \frac{\varepsilon}{\mu B_0}\right]. \quad (\text{C.5})$$

On vérifie bien, par exemple, que dans la limite $B_0 \rightarrow \infty$, on retrouve la densité d'états d'un oscillateur harmonique bidimensionnel $\rho(\varepsilon) = \varepsilon/(\hbar\omega)^2$, avec $\omega^2 = \mu b^2/(mB_0)$. Le calcul de φ est alors très simple :

$$\varphi(\eta, \alpha) = \frac{\int_0^{\eta k_B T} \rho(\varepsilon) e^{-\varepsilon/k_B T} d\varepsilon}{\int_0^\infty \rho(\varepsilon) e^{-\varepsilon/k_B T} d\varepsilon} \quad (\text{C.6})$$

$$= 1 - \frac{2 + 2\alpha(1 + \eta) + \eta(2 + \eta)}{2(1 + \alpha)} e^{-\eta}. \quad (\text{C.7})$$

Pour le calcul de la variation relative T'/T de température, nous devons commencer par calculer l'énergie transverse $\langle \varepsilon \rangle_\perp$ juste après évaporation :

$$\langle \varepsilon \rangle_\perp = \frac{\int_0^{\eta k_B T} \varepsilon \rho(\varepsilon) e^{-\varepsilon/k_B T} d\varepsilon}{\int_0^\infty \rho(\varepsilon) e^{-\varepsilon/k_B T} d\varepsilon} \quad (\text{C.8})$$

$$= \frac{k_B T}{1 + \alpha} \left\{ 3 + 2\alpha - e^{-\eta} \left[3 + 3\eta + \frac{3}{2}\eta^2 + \frac{1}{2}\eta^3 + \alpha(2 + 2\eta + \eta^2) \right] \right\} \quad (\text{C.9})$$

$$\equiv k_B T g(\eta, \alpha). \quad (\text{C.10})$$

Pour obtenir enfin $T'/T \equiv \tau$, nous effectuons un bilan d'énergie :

$$\Phi \langle \varepsilon \rangle_{\perp} + \Phi' \frac{k_{\text{B}} T}{2} = \Phi' \langle U \rangle_{T', \alpha'} + \Phi' \frac{3k_{\text{B}} T}{2}, \quad (\text{C.11})$$

où la valeur moyenne $\langle U \rangle_{T', \alpha'} = k_{\text{B}} T' (2 - \alpha' + \alpha'^2 / (1 + \alpha'))$ du potentiel semi-linéaire est prise pour une distribution à la température T' , donc avec un paramètre $\alpha' = \alpha / \tau$. Ceci conduit à l'équation du second degré en τ :

$$\frac{7}{2} \tau^2 + \left(\frac{5}{2} \alpha - \frac{g}{\varphi} - \frac{1}{2} \right) \tau - \alpha \left(\frac{g}{\varphi} + \frac{1}{2} \right) = 0, \quad (\text{C.12})$$

dont la résolution donne accès à T'/T . Il est ensuite immédiat de calculer les variations de taux de collisions et de densité dans l'espace des phases pour ce modèle d'évaporation en énergie par pas discrets.

C.2 Comparaison entre les deux modèles

Afin de comparer les prédictions des deux modèles, nous commençons par étudier les « trajectoires » d'évaporation dans le plan (T, Φ) . Dans un deuxième temps, nous comparons directement l'efficacité d'évaporation ξ des deux modèles, dans les limites d'un confinement linéaire ou harmonique.

C.2.1 Trajectoires d'évaporation

La figure C.1 montre les trajectoires d'évaporation dans le plan (T, Φ) suivies par le jet de flux initial 7×10^9 atomes/s, de température initiale $570 \mu\text{K}$, et de vitesse moyenne 60 cm/s , dans le cas d'un guide de gradient $b = 800 \text{ G/cm}$ et de champ longitudinal $B_0 = 1 \text{ G}$. Le critère d'évaporation est purement énergétique, et l'évaporation se fait à η constant. Les lignes pleines correspondent au modèle continu d'évaporation décrit par le formalisme hydrodynamique de l'annexe B. Les points correspondent au modèle d'évaporation discret, et sont obtenus grâce aux valeurs de $\varphi(\eta, \alpha)$ et $\tau(\eta, \alpha)$ dérivées au paragraphe précédent.

Il apparaît clairement que l'allure des trajectoires d'évaporation est qualitativement la même dans les deux cas, mais que l'évaporation par pas discrets est plus efficace. Cependant, pour η assez grand, la différence entre les deux modèles est négligeable (voir les trajectoires $\eta = 8$).

C.2.2 Efficacité d'évaporation

La figure C.2 représente les variations de ξ avec η dans les modèles discret et continu, pour des confinements harmonique (a) et linéaire (b). Il apparaît que l'efficacité de l'évaporation, qui augmente bien entendu avec η , est toujours inférieure dans le modèle continu d'évaporation, ce que nous avons déjà constaté qualitativement au chapitre 7. Néanmoins, la différence d'efficacité entre les deux modèles est quasiment négligeable pour les valeurs élevées de η , ce qui explique la concordance des trajectoires d'évaporation obtenues avec les deux modèles au paragraphe précédent pour $\eta = 8$.

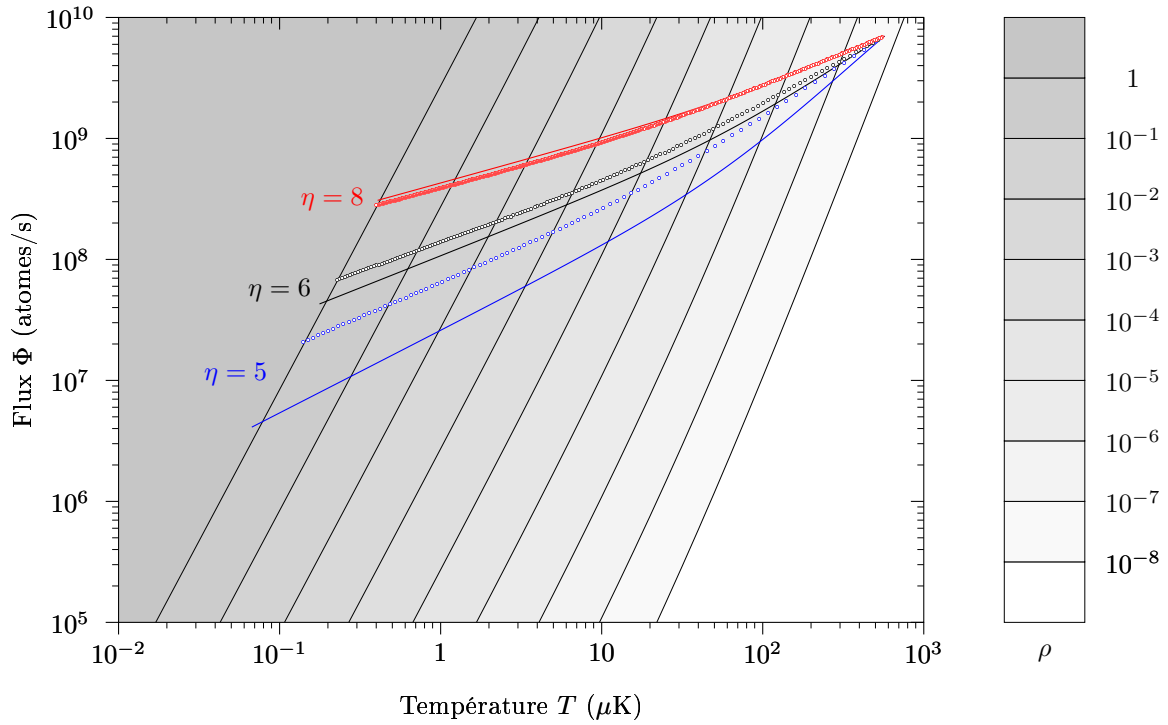


FIGURE C.1: Trajectoires d'évaporation à η constant dans les mêmes conditions que pour la figure 7.3, pour un critère d'évaporation purement énergétique, dans les modèles d'évaporation continue (lignes pleines) et par pas discrets (points). L'évaporation continue est moins efficace, mais pour η assez grand (par exemple $\eta = 8$), les trajectoires obtenues sont très proches dans les deux modèles.

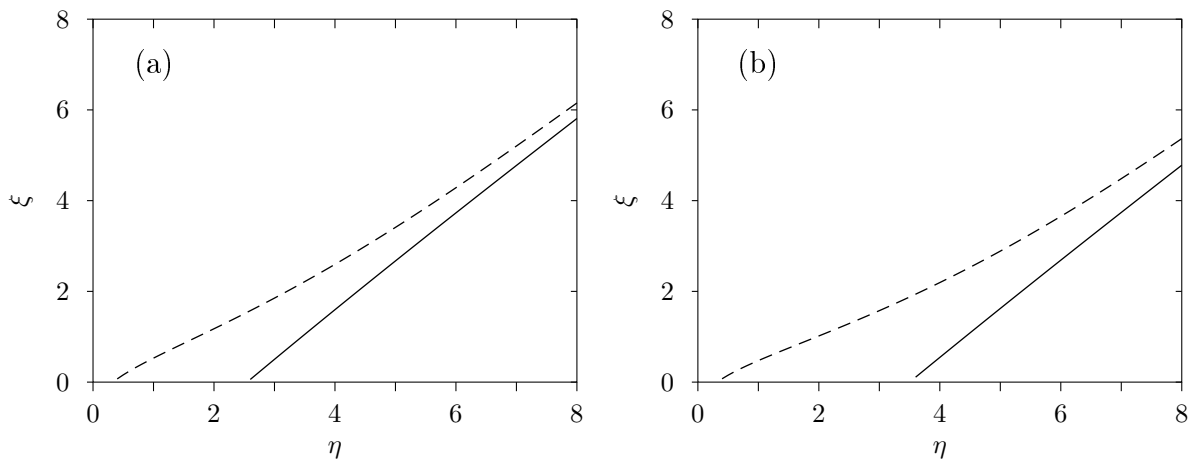


FIGURE C.2: Efficacité ξ de l'évaporation, définie comme le gain en densité dans l'espace des phases rapporté à la perte de flux, en fonction de η pour les modèles d'évaporation continue (trait plein) et discrète (pointillés). En (a) le confinement est harmonique, en (b) il est linéaire.

Annexe D

Realization of a magnetically guided atomic beam in the collisional regime

T. Lahaye, J. M. Vogels, K. J. Günter, Z. Wang, J. Dalibard et D. Guéry-Odelin, *Realization of a Magnetically Guided Beam in the Collisional Regime*, Phys. Rev. Lett. **93**, 093003, (2004).

Realization of a Magnetically Guided Atomic Beam in the Collisional Regime

T. Lahaye, J. M. Vogels, K. J. Günter, Z. Wang, J. Dalibard, and D. Guéry-Odelin

Laboratoire Kastler Brossel, 24 rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France*

(Received 30 April 2004; published 26 August 2004)

We describe the realization of a magnetically guided beam of cold rubidium atoms, with a flux of 7×10^9 atoms/s, a temperature of $400 \mu\text{K}$, and a mean velocity of 1 m/s . The rate of elastic collisions within the beam is sufficient to ensure thermalization. We show that the evaporation induced by a radio-frequency wave leads to appreciable cooling and an increase in the phase space density. We discuss the perspectives to reach the quantum degenerate regime using evaporative cooling.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.093003

PACS numbers: 32.80.Pj, 03.75.Pp

The recent realization of slow atom sources using laser cooling methods has constituted a major advance for many applications in metrology and matter wave interferometry [1]. The possibility to complement laser cooling by forced evaporation has led to even colder and denser atomic gases, and has culminated with the observation of Bose-Einstein condensation [2] and pulsed “atom lasers” extracted from the condensate [3]. These advances allow us in principle to build a continuous and coherent source of matter waves which would be the equivalent of a monochromatic laser. It should lead to unprecedented performances in terms of focalization or collimation, and provide a unique tool for developments in atom manipulation and precision measurements.

Two paths have been considered to reach the goal of a continuous and coherent source of atoms (“cw atom laser”). The first possibility [4] consists in using the “standard” condensation procedure to periodically replenish with new condensates a gas sample held in an optical dipole trap. The second possibility, investigated here, consists in transposing the evaporative cooling method to a guided atomic beam [5]. As the beam progresses in a magnetic guide [6,7], most energetic atoms are removed and remaining particles thermalize at a lower temperature and a larger density, so that the beam can eventually reach the degenerate regime. This method should allow for a large flux, since it consists in a parallel implementation of the various steps to condensation. This gain in flux can constitute a major advantage for applications.

To implement this method, the initial atomic beam needs to be deeply in the collisional regime. The number N_{col} of elastic collisions undergone by each atom as it travels along the guide must be large compared to unity, to provide the thermalization required for evaporative cooling. Such beams were so far not available. In this Letter we report on the realization of a rubidium atomic beam in the collisional regime, with $N_{\text{col}} \sim 8$. It propagates in a 4.5 m long magnetic guide with a mean velocity of 1 m/s . We also demonstrate a first step of evaporative cooling, and show that the measured increase in phase space density is in good agreement with expectations.

Finally, we discuss possible improvements of the current setup which should allow us to reach the degenerate regime.

Figure 1 shows the layout of our experimental setup, composed of three main parts lying in the xy horizontal plane: the Zeeman slower along the y axis, the magneto-optical trap (MOT), and the magnetic guide along the x axis. The Zeeman slower [8] consists of a 1.1 m long tapered solenoid in which atoms emerging from an oven are decelerated by resonant radiation pressure. It delivers a flux of $2 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ^{87}Rb atoms, with a velocity of 20 m/s . The slow atoms are captured in a MOT formed by three pairs of counterpropagating beams. One pair of beams is aligned with the vertical (z) axis, and the other two pairs are along the directions $e_x \pm e_y$. Each trapping beam has a circular profile, with a $1/e^2$ radius of 17 mm and a power of 15 mW .

The entrance of the magnetic guide is located 4.6 cm away from the MOT center. The guide, which is placed inside the vacuum system, consists of four parallel,

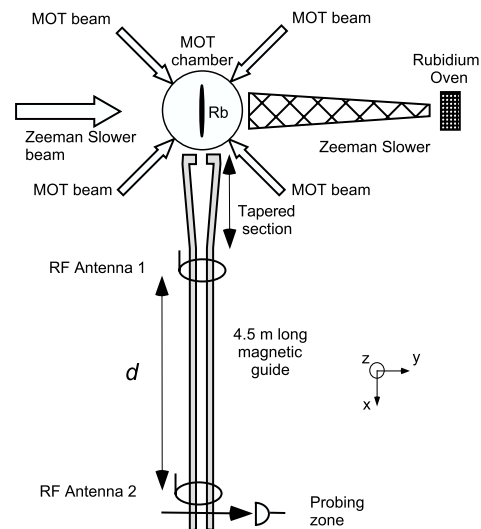


FIG. 1. Top view of the setup. The atoms emerging from the oven are slowed down by radiation pressure, captured in the magneto-optical trap, and launched into the magnetic guide.

water-cooled copper tubes, in which we run a current I up to 400 A. Unless otherwise stated, parameters and results given below correspond to $I = 240$ A. The entrance of the guide consists of a ring shaped metal part, used for the recombination of the electric and cooling water circuits [7]. At this location the distance between the centers of adjacent tubes is 14 mm, resulting in a gradient of $b'_0 = 200$ G/cm. The first 40 cm of the guide form a tapered section, obtained by reducing progressively the distance between the tubes to 8 mm. This results in an increase of the trapping gradient to $b'_1 = 600$ G/cm. The guide provides a confinement of the atoms of magnetic moment μ with a linear potential $\mu b'(y^2 + z^2)^{1/2}$ [9].

To optimize the transfer from the MOT into the magnetic guide, we operate in pulsed mode [10], with a duration of $t_{\text{seq}} = 283$ ms per sequence. In the first 140 ms we capture 3×10^9 atoms in the MOT. All beams are set at frequency ω_L , corresponding to a detuning $\Delta = \omega_L - \omega_A = -3\Gamma$, where Γ is the natural width of the $5P_{3/2}$ excited state and ω_A the atomic resonance frequency. The MOT magnetic gradients are $b'_x = 0.6$ G/cm, $b'_y = 5.4$ G/cm, and $b'_z = -6$ G/cm. The MOT is thus cigar shaped, with a $1/\sqrt{e}$ radius of 1.4 mm and a length of 35 mm, the long axis being along the magnetic guide direction.

The MOT magnetic field is then turned off and a 3 ms launching phase occurs. The detunings of the horizontal beams are shifted by $\pm k_L v/\sqrt{2}$ with respect to the detuning Δ of the vertical beams, where $k_L = \omega_L/c$. This forms a moving molasses that sets the atoms in motion at velocity $v = 1.1$ m/s towards the magnetic guide [11]. The detuning Δ is ramped to -10Γ , which reduces the temperature of the gas to $T_0 = 40$ μ K in the frame moving at velocity v .

The final phase of the sequence consists of (i) optical pumping of the moving atoms into the weak-field-seeking ground state $|F = 1, m_F = -1\rangle$, and (ii) magnetic preguiding of the atom cloud. The preguiding is provided by a two-dimensional (yz) quadrupole magnetic field with a gradient $b'_2 = 65$ G/cm generated by four elongated coils (not shown in Fig. 1), located around the MOT chamber. It prevents the atom cloud from expanding during its flight towards the entrance of the magnetic guide. During the preguiding phase we also apply at the MOT location a 56 G bias field along x to match the oscillation frequency in the preguide with the cloud parameters. The overall efficiency of the pumping + preguiding process is 60% so that each packet loaded into the guide contains $N_{\text{load}} \sim 2 \times 10^9$ atoms. We measure the atom number and mean velocity by monitoring the absorption of a probe beam at the end of the guide. Losses due to collisions with residual gas are negligible.

We estimate numerically the influence of the rapid variation of the magnetic gradient from b'_2 to b'_0 at the entrance in the main guide by analyzing single particle trajectories. The cloud is compressed to a final transverse

radius $r_0 = 400$ μ m and an energy per atom of $k_B \times 500$ μ K in the moving frame. In the subsequent propagation into the tapered section of the guide, the gradient increases to b'_1 and the bias field decreases to 0 [9]. It leads to a further, quasiadiabatic, compression of the cloud, and the energy per atom in the moving frame raises to $E = k_B \times 1400$ μ K. Assuming thermalization via elastic collisions, we find using the virial theorem that this energy is shared as $3k_B T_1/2$ for the kinetic energy and $2k_B T_1$ for the potential energy of the transverse linear confinement, with $T_1 = 400$ μ K. This estimate for T_1 agrees well with measurement as we see below.

The next capture + launch sequence starts 140 ms after the beginning of the preguiding phase, so that the atom packet has moved ~ 14 cm away from the MOT center and is now well inside the main guide. Owing to this protocol, the light scattered from the MOT during the preparation of a packet does not produce detectable losses on the previous packet. Figure 2 shows the signal detected for different numbers of launches. The area of the signal scales linearly with this number.

To generate a continuous beam we repeat the sequence with a cycling rate of $t_{\text{seq}}^{-1} = 3.5$ Hz. For $T = 400$ μ K the packets overlap after a propagation of 60 cm. The flux is $\phi = N_{\text{load}} t_{\text{seq}}^{-1} = 7(\pm 2) \times 10^9$ atoms/s. The deviation δH of the guide from a horizontal plane is < 1 cm over the 4.5 m length. It induces small changes of the mean velocity and temperature of the beam [12]: $\delta v/v = g\delta H/v^2$ ($< 8\%$) and $\delta T/T = (2/7)\delta v/v$ ($< 3\%$), respectively, where g is the acceleration due to gravity.

We now turn to the characterization of the beam and the demonstration that the collisional regime has been reached. For this study we use radio-frequency (rf) antennas located along the guide, which generate an oscillating magnetic field at frequency ν . An antenna flips the magnetic moment of the atoms passing at a distance $r_e = h\nu/(\mu b')$ from the x axis [13]. For an atom of mass m , with transverse energy E and angular momentum L along the x axis, the evaporation criterion $r = r_e$ is fulfilled at some points of the atom trajectory if

$$E \geq \frac{L^2}{2mr_e^2} + \mu b' r_e. \quad (1)$$

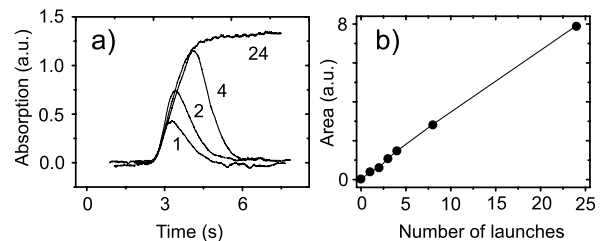


FIG. 2. (a) Absorption signal at the end of the guide for 1, 2, 4, and 24 launches. The time origin corresponds to the launching of the first packet. (b) Number of atoms (area of the absorption signal) as a function of the number of launches.

An antenna, whose range is ~ 20 cm, constitutes a local probe of the (E, L) distribution at the scale of the guide.

The temperature in the guide is deduced from the variation of the fraction f of remaining atoms after the antenna. Qualitatively one expects that f is minimum when $h\nu \sim k_B T$, and that $f \sim 1$ when $h\nu \ll k_B T$ or $h\nu \gg k_B T$. Indeed, for small ν , few atoms have a sufficiently low angular momentum to be evaporated. For large ν the evaporative loss is negligible because of the exponential decay of the energy distribution. For a given power law dependence of the confining potential, the fraction f is a “universal function” of the dimensionless parameter $\eta = h\nu/(k_B T)$. For a quadratic confinement one finds [14] $f(\eta) = 1 - \sqrt{\pi\eta}e^{-\eta}$. For our linear confinement we could not obtain a simple analytical formula, and we used a Monte Carlo determination of $f(\eta)$. The result is fitted to better than 2% by the expression

$$f(\eta) = 1 - A\eta^B e^{-C\eta} \quad (2)$$

with $A = 1.65$, $B = 1.13$, and $C = 0.92$.

A typical measurement of f is given in Fig. 3(a), together with a fit using (2). The transverse temperature corresponding to the best fit is $384(\pm 13)$ μK , in good agreement with the expected temperature given above. For the fit we allow the coefficient A in (2) to vary, to account for a possible uncomplete efficiency of the evaporation process. For the data of Fig. 3(a), the efficiency is better than 90%. We have checked for all our data that allowing A to vary changes the fitted temperatures by less than 5% from the results obtained with $A = 1.65$.

The thermal equilibrium assumption used above is valid only if a sufficient number of elastic collisions (at least a few per atom) has occurred in the guide. To investigate whether the collisional regime has been reached, we turn to a two-antenna experiment [Fig. 3(b)]. These antennas are located, respectively, $d_1 = 1$ m and

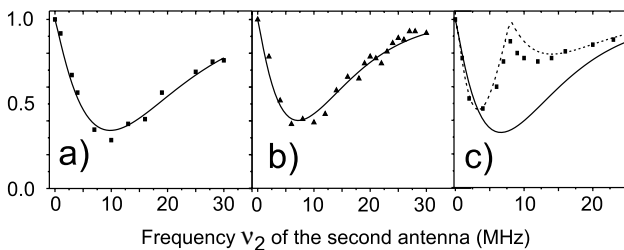


FIG. 3. Experiment with two antennas separated by a distance d : remaining fraction after the second antenna, with the first antenna set at a fixed value ν_1 . (a) Antenna one off, flux ϕ , $b'_1 = 600$ G/cm, and $d = 3$ m. Using (2) as a fit function (solid line), we find $T_1 = 384(\pm 13)$ μK . (b) $\nu_1 = 24$ MHz with the same conditions as for (a). The fit gives $T_2 = 281(\pm 8)$ μK , indicating a significant cooling. (c) $\nu_1 = 8$ MHz and reduced number of collisions between antennas: flux $\phi/3$, $b'_1 = 400$ G/cm, and $d = 0.85$ m. The dotted line is the prediction for the collisionless regime. The solid line is the result expected if thermalization had occurred.

093003-3

$d_2 = 4$ m after the entrance of the guide. The frequency ν_1 of the first antenna is fixed at $\nu_1 = 24$ MHz, which corresponds to $\eta_1 = h\nu_1/(k_B T_1) = 3$, where T_1 is the temperature deduced from the analysis of Fig. 3(a). This antenna evaporates the atoms fulfilling (1), thus producing an out-of-equilibrium distribution. We measure the function $f(\eta_2)$ with the second antenna, and check whether a thermal distribution is recovered during the propagation from d_1 to d_2 . The result for $f(\eta_2)$ in Fig. 3(b) shows that this is the case, with $T_2 = 281(\pm 8)$ μK . The fact that $T_2 < T_1$ is a clear demonstration of evaporative cooling of the beam by the first antenna.

We have investigated the thermalization process as a function of η_1 (Fig. 4). For $\eta_1 \lesssim 1.25$ the evaporated atoms have less energy than average, leading to heating ($T_2 > T_1$). Cooling is observed in the opposite case $\eta_1 \gtrsim 1.25$. The continuous line in Fig. 4 is the theoretical prediction assuming full thermalization between d_1 and d_2 . It is in excellent agreement with the experimental results. The phase space density on axis is $n_0 \lambda_{\text{dB}}^3$, where $\lambda_{\text{dB}} \propto T^{-1/2}$ is the de Broglie wavelength and $n_0 \propto \phi/T^2$ is the central density for a linear transverse confinement. For $\eta_1 = 3$ [Fig. 3(b)] we measure a decrease of flux and temperature by 36% and 27%, respectively. This corresponds to an *increase* in phase space by a factor $1.92(\pm 0.15)$, to be compared with the expected gain of 1.90. This transverse evaporation mechanism is thus well suited to bring the beam in the degenerate regime.

For the sake of completeness we performed a similar study with the beam in the collisionless regime. This regime can be reached by reducing the flux and/or weakening the confinement. To keep a reasonable signal to noise ratio we divided the flux only by a factor of 3. Therefore, to reach the collisionless regime we also operated the magnetic guide at a lower current (160 A). The measured temperature is in this case $T_1 = 230(\pm 6)$ μK . To minimize the thermalization process between the

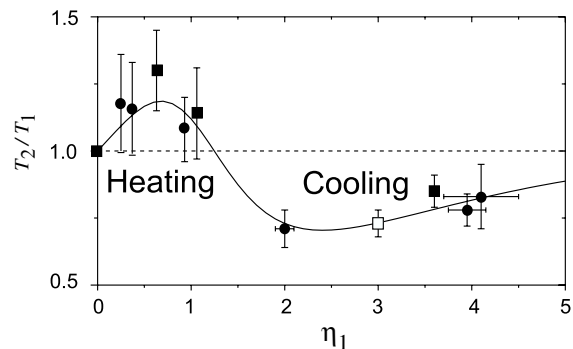


FIG. 4. Ratio T_2/T_1 between the temperature T_2 of the beam when the first antenna is set at ν_1 and the temperature T_1 of the beam in absence of evaporation, as a function of $\eta_1 = h\nu_1/(k_B T_1)$. The solid line is the theoretical prediction for a linear potential (no adjustable parameter). The open square corresponds to the data of Fig. 3(b). The squares (circles) have been obtained with $I = 240$ A (400 A).

093003-3

antennas, we also reduced the distance $d_2 - d_1$ to 0.85 m. The result for $f(\eta_2)$ is shown in Fig. 3(c) for $\nu_1 = 8$ MHz. The dashed line gives the result expected in the collisionless regime. In this case the second antenna does not induce extra loss when $\nu_2 = \nu_1$ since no modification of the (E, L) distribution occurs between the two antennas. The measured $f(\eta_2)$ is in good agreement with this prediction. For comparison we also indicate in Fig. 3(c) the expected signal in case of a complete thermalization. It does not agree with our data, contrary to the large flux case [Fig. 3(b)].

To summarize, our guided beam is deeply in the collisional regime when operated at the maximum flux. The collision rate in the linear guide is $\gamma_c = n_0 \sigma \Delta v / \sqrt{\pi} = 2 \text{ s}^{-1}$, where $n_0 = 2.8 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\sigma = 6.8 \times 10^{-12} \text{ cm}^2$ is the s -wave elastic cross section and $\Delta v = \sqrt{k_B T / m} = 19 \text{ cm/s}$. This corresponds to $N_{\text{col}} = 8$ collisions per atom along the whole guide. For the experiment of Fig. 3(b), taking into account the reduction of flux by the first antenna, we estimate that each atom undergoes three collisions between the two antennas. This is known to be the minimum value to ensure thermalization (see, e.g., [15]).

Finally, we discuss the possibility to use this device for producing a coherent continuous atomic wave. The current phase space density at the center of the beam is 2×10^{-8} . To reach degeneracy, we plan to use several antennas with decreasing frequencies. Operating all antennas at the same η , the cooling distance is minimized for $\eta \sim 4$. We need 40 antennas, each providing a phase space increase of 1.63. The expected output flux is $2 \times 10^{-4} \phi$ for a cooling distance of $\sim 100v/\gamma_c$. To match this distance with the guide length, we have to increase the initial collision rate γ_c by 1 order of magnitude. A fraction of this gain can be obtained by slowing down the beam by gravity, using a tilted guide [12]. In addition, we plan to transpose to our elongated MOT the ‘‘dark spot’’ technique, which leads to a significant gain in terms of spatial density of the laser cooled atomic source [16]. A continuous coherent atomic beam will be a useful tool for the interferometric and metrology applications mentioned above, as well as for studies of fundamental issues, such as superfluidity in quasi-one-dimensional systems. Another challenge is the miniaturization of the setup, as recently performed for the production of standard Bose-Einstein condensates with ‘‘atom chips’’ [17].

We acknowledge stimulating discussions with the ENS laser cooling group. We thank A. Senger for his participation in the data acquisition. K.J.G. acknowl-

edges support from the Marie Curie Host fund through Grant No. HPMT-CT-2000-00102. J.M.V. acknowledges support from the Research Training Network ‘‘Cold Quantum Gases’’ HPRN-CT-2000-00125. This work was partially supported by Région Ile-de-France, Délégation Générale de l’Armement, Bureau National de la Métrologie, Ministère de la Recherche, and Collège de France.

*Unité de Recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

- [1] P.R. Berman, *Atom Interferometry* (Academic Press, London, 1997).
- [2] C.J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002); L.P. Pitaevskii and S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation* (Clarendon Press, Oxford, 2003).
- [3] K. Helmerson, D. Hutchinson, K. Burnett, and W.D. Phillips, *Phys. World* **12**, 31 (1999), and references therein.
- [4] A.P. Chikkatur *et al.*, *Science* **296**, 2193 (2002).
- [5] E. Mandonnet *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **10**, 9 (2000).
- [6] M. Key *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000); N.H. Dekker *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000); B.K. Teo and G. Raithel, *Phys. Rev. A* **63**, 031402 (2001); J.A. Sauer, M.D. Barrett, and M.S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001).
- [7] P. Cren *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **20**, 107 (2002).
- [8] H.J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, New York, 1999).
- [9] Strictly speaking, the magnetic field at the center of the guide does not vanish thanks to the x component of the Earth magnetic field, which prevents Majorana spin flips.
- [10] J.M. Vogels *et al.*, cond-mat/0404560.
- [11] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W.D. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [12] T. Lahaye, P. Cren, C. Roos, and D. Guéry-Odelin, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **8**, 315 (2003).
- [13] O.J. Luiten, M.W. Reynolds, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996); W. Ketterle and N.J. van Druten, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).
- [14] C. Roos *et al.*, *Laser Phys.* **13**, 605 (2003).
- [15] C.R. Monroe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [16] W. Ketterle *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [17] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T.W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature (London)* **413**, 498 (2001); H. Ott, J. Fortägh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001); A.E. Leanhardt *et al.*, *ibid.* **89**, 040401 (2002); S. Schneider *et al.*, *Phys. Rev. A* **67**, 023612 (2003).

Annexe E

Discrete-step evaporation of an atomic beam

T. Lahaye et D. Guéry-Odelin, *Discrete-step evaporation of an atomic beam*, Eur. Phys. J. D **33**, 67-75 (2005).

Discrete-step evaporation of an atomic beam

T. Lahaye and D. Guéry-Odelin^a

Laboratoire Kastler Brossel^b, Département de Physique de l'École Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France

Received 9 September 2004

Published online 25 January 2005 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2005

Abstract. We present a theoretical analysis of the evaporative cooling of a magnetically guided atomic beam by means of discrete radio-frequency antennas. First we derive the changes in flux and temperature, as well as in collision rate and phase-space density, for a single evaporation step. Next we show how the occurrence of collisions during the propagation between two successive antennas can be probed. Finally, we discuss the optimization of the evaporation ramp with several antennas to reach quantum degeneracy. We estimate the number of antennas required to increase the phase-space density by several orders of magnitude. We find that at least 30 antennas are needed to gain a factor 10^8 in phase-space density.

PACS. 32.80.Pj Optical cooling of atoms; trapping – 39.25.+k Atom manipulation (scanning probe microscopy, laser cooling, etc.) – 05.30.Jp Boson systems

1 Introduction

Evaporative cooling [1] is so far the only technique allowing the achievement of quantum degeneracy in dilute gases. Several models of evaporative cooling of a trapped cloud of atoms have been studied. They are based either on approximating the cooling process as a series of truncations of the distribution function followed by rethermalization [2], or on an approximate analytical solution of the Boltzmann equation [3].

With the achievement of Bose-Einstein condensation (BEC), the possibility of realizing sources of coherent matter waves has arisen. Those “atom lasers” [4] open the way to fascinating applications in atom optics and interferometry. To date, all atom lasers have been achieved in a pulsed mode: coherent streams of atoms were extracted from a Bose-Einstein condensate until it was completely depleted. As a first step towards the realization of a cw atom laser, a continuous source of Bose-Einstein condensed atoms was created by periodically replenishing a condensate held in an optical dipole trap with new condensates [5]. This approach, in combination with an appropriate outcoupler, would lead to a cw atom laser.

Alternatively, the authors of [6] study the evaporation of an atomic beam propagating in a magnetic guide. They use an approximate solution of the Boltzmann equation based on a truncated Gaussian ansatz [3]. This approach permits the establishment of a set of hydrodynamic-like equations which is solved numerically. This treatment

however can be made rigorous only for a one-dimensional evaporation. It would describe correctly evaporation on a dielectric surface on which atoms can be adsorbed [7].

From an experimental point of view, the propagation of a single packet of atoms has been realized in both macroscopic and microscopic atom guides [8–15]. More recently, a continuous magnetically guided beam was achieved, by directly injecting a beam of cold atoms generated by a moving molasses magneto-optical trap [16] as well as by feeding a magnetic guide periodically at a high repetition rate [17]. A first step of evaporation on this continuous guided beam has even been carried out by means of a single radio-frequency antenna. A natural way to attain degeneracy consists in using several radio-frequency (RF) antennas with decreasing frequencies. It would be the analog in space of the time-dependent RF ramp used in standard BEC experiments. The major difference lies in the fact that the evaporative cooling is ensured by successive cycles of evaporation followed by rethermalization.

In this work, we present the corresponding discrete model of evaporation by successive antennas. The two-dimensional character of the confinement allows us to derive analytical expressions that can be directly compared to experiments. After describing the magnetic guide in which atoms propagate, we derive how a single evaporation step affects the parameters of the beam (flux, temperature) and we deduce how the elastic collision rate within the beam, as well as the on-axis phase-space density, evolve. We then show how one can characterize the occurrence of rethermalization between two successive antennas as was demonstrated experimentally in [17].

^a e-mail: david.guery-oldelin@lkb.ens.fr

^b Unité de Recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

We finally address the issue of the optimization of the evaporation ramp with many antennas.

2 Magnetic guide

Quadrupole guides can be produced by means of four wires or tubes equally spaced on a cylinder of radius a and carrying currents $+I$ and $-I$ alternatively. The cylindrical symmetry axis is chosen to be the z -axis in the following. The resulting magnetic field is well approximated by a linear form: $B(r) = br$ where $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ is the distance from the z -axis and $b = 2\mu_0 I / (\pi a^2)$ is the transverse gradient. In this quadrupolar configuration, atoms with low angular momentum are not stable against spin flips. To counteract this loss mechanism, one superimposes a bias field B_0 along the axis of the guide [18]. As a consequence, the potential experienced by the low-field seeking atoms is:

$$U_g(x, y, z) = \mu [B_0^2 + b^2 r^2]^{1/2}, \quad (1)$$

where μ is the magnetic moment of an individual atom.

In the following, we consider a beam of atoms of mass m , transversally confined by the potential (1), with a mean velocity \bar{v} , a temperature T , and a flux Φ .

At equilibrium the thermal average of U_g is:

$$\langle U_g \rangle_T = \frac{\int_0^\infty U_g e^{-\beta U_g} r dr}{\int_0^\infty e^{-\beta U_g} r dr} = k_B T \left(2 + \frac{\alpha^2}{1 + \alpha} \right), \quad (2)$$

where $\beta = 1/k_B T$ and $\alpha = \mu B_0 / k_B T$. For rubidium-87 polarized in the low-field seeking state of the lowest hyperfine level $|F = -m_F = 1\rangle$, $\mu = \mu_B / 2$ where μ_B is the Bohr magneton, and $\alpha = 1$ with $B_0 = 1$ Gauss for a temperature of $T = 34 \mu\text{K}$.

In the context of evaporative cooling, two quantities are of interest: the on-axis phase-space density \mathcal{D} and the elastic collision rate Γ_{coll} . For the potential (1) we readily obtain

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha} \frac{\Phi}{\bar{v}} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \frac{h^3}{(2\pi m k_B T)^{3/2}}. \quad (3)$$

Assuming that the elastic collision cross-section σ is constant the collision rate reads:

$$\Gamma_{\text{coll}} = \frac{\sigma}{2\pi^{3/2}} \frac{1 + 2\alpha}{(1 + \alpha)^2} \frac{\Phi}{\bar{v}} \left(\frac{\mu b}{k_B T} \right)^2 \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (4)$$

Two limits are of interest depending on the value of α . In the low temperature regime ($\alpha \gg 1$), one can perform a Taylor expansion of (1) resulting in the harmonic form with an energy offset μB_0 :

$$U_g(x, y, z) \simeq \mu B_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2, \quad (5)$$

and angular frequency $\omega = [\mu b^2 / (m B_0)]^{1/2}$. The thermal potential energy (2) reduces to $\mu B_0 + k_B T$, and \mathcal{D} (resp. Γ_{coll}) scales with Φ and T as $\Phi T^{-5/2}$ (resp. $\Phi T^{-1/2}$). In the opposite limit, where $\alpha \ll 1$ one deals with a linear potential: $U_g(x, y, z) \simeq \mu b r$. The thermal potential energy is $\langle U_g \rangle_T = 2k_B T$, and the scalings for \mathcal{D} and Γ_{coll} are $\Phi T^{-7/2}$ and $\Phi T^{-3/2}$.

3 Evaporation with one antenna

In order to perform evaporation on the beam, one uses an RF antenna to produce an oscillating magnetic field at a frequency ν_{RF} . Atoms whose trajectories cross the cylinder of axis z and radius R , defined by $h\nu_{\text{RF}} = U_g(R)$, will be resonant with the RF field and undergo a spin flip transition to an untrapped state. They are therefore removed from the atomic beam, whose flux decreases to the new value Φ' .

We define the *evaporation parameter* η as $\eta = h(\nu_{\text{RF}} - \nu_0) / k_B T$, where $\nu_0 = U_g(0) / h$ is the frequency corresponding to the bottom of the trap. In the following we first calculate, as a function of η , the fraction $\phi(\eta) = \Phi' / \Phi$ of remaining atoms after such an *evaporation cycle*. The distribution function of the atoms just after evaporation is out of equilibrium. Assuming subsequent rethermalization of the beam, we then calculate its new temperature T' . In this paper we assume that the collision rate Γ_{coll} is much smaller than the typical period of oscillation (radial collisionless regime). In other words, we assume that particles do not undergo collisions over the range of efficiency of a radio frequency antenna. Therefore, determining if a particle will be evaporated or not depends only on the characteristics of its trajectory.

3.1 Fraction $\phi(\eta) = \Phi' / \Phi$ of remaining atoms

To calculate $\phi(\eta)$, we need to know the fraction of atoms in the beam whose trajectories in the (xy) -plane cross the circle of radius R .

3.1.1 Effective potential

The confining potential U_g being cylindrically symmetric, the z component L of angular momentum is conserved. To study the radial motion of an atom, one therefore uses the effective one-dimensional potential

$$U_{\text{eff}}(L, r) = U_g(r) + \frac{L^2}{2mr^2} \quad (6)$$

which includes the centrifugal term. The radial coordinate $r(t)$ of the particle oscillates between the turning points r_{min} and r_{max} . The atom is evaporated if and only if $r_{\text{min}} \leq R \leq r_{\text{max}}$, or equivalently if its transverse energy E fulfills $E \geq U_{\text{eff}}(R)$ (see Fig. 1). As a consequence, the evaporation criterion depends on the two constants which define completely the characteristics of the transverse trajectory: the total mechanical transverse energy E and the angular momentum L along the z -axis.

3.1.2 Joint probability distribution of energy and angular momentum

We now determine, for a thermal distribution at temperature T in the potential U_g , the joint probability distribution $p(E, L)$ for an atom to have energy E and angular

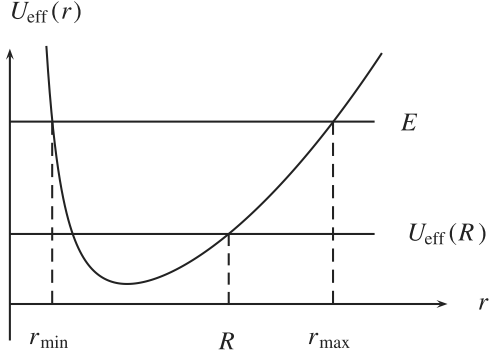


Fig. 1. Effective potential $U_{\text{eff}}(r)$. An atom with $E \geq U_{\text{eff}}(R)$ is evaporated.

momentum L . By definition

$$p(E, L) = C \int e^{-\beta \mathcal{H}} \delta(E - \mathcal{H}) \delta(L - \ell_z) d^2 r d^2 p \quad (7)$$

where $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = p^2/(2m) + U_g(r)$, $\ell_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{e}_z$ and C is a normalization constant determined by $\int p(E, L) dE dL = 1$. The joint probability can be readily recast in terms of the period of the radial motion $T_r(E, L)$ [19]:

$$p(E, L) = C' e^{-\beta E} T_r(E, L). \quad (8)$$

3.1.3 Harmonic confinement

For a harmonic confinement $U_g(r) = m\omega^2 r^2/2$, $T_r(E, L) = \pi/\omega$ and $E \geq E_{\text{min}}(L) \equiv |L|\omega$. The latter condition just reflects that a finite angular momentum requires a minimum energy which corresponds to the circular motion. We readily obtain the exact expression for the joint probability:

$$p_{\text{har}}(E, L) = \frac{\omega}{2(k_B T)^2} e^{-\beta E} \Theta(E - E_{\text{min}}(L)), \quad (9)$$

where Θ is the Heaviside step function. The fraction of remaining atoms is given by [20]:

$$\phi_{\text{har}}(\eta) = \int_{\mathcal{D}(R)} p_H(E, L) dE dL = 1 - (\pi\eta)^{1/2} e^{-\eta}. \quad (10)$$

The integration domain in equation (10) is defined by $\mathcal{D}(R) = \{E_{\text{min}}(L) = |L|\omega \leq E \leq U_{\text{eff}}(R)\}$ and corresponds to the shaded area in the plane (E, L) depicted in Figure 2. The subregion of $\mathcal{D}(R)$ such that $L \leq L_1(R)$ (resp. $L \geq L_1(R)$) corresponds to trajectories not evaporated since $r_{\text{max}} < R$ (resp. $r_{\text{min}} > R$). The solid line in Figure 3 represents $\phi_{\text{har}}(\eta)$. For small R ($\eta \ll 1$), few atoms have a sufficiently low angular momentum to be evaporated and $\phi_{\text{har}} \sim 1$. For large R ($\eta \gg 1$) the evaporative loss is negligible because of the exponential decay of the energy distribution and $\phi_{\text{har}} \sim 1$. Between those two limits, the fraction of remaining atoms has a minimum for $\eta = \eta_{\text{har}}^* = 0.5$ with $\phi_{\text{har}}(\eta_{\text{har}}^*) \simeq 0.24$.

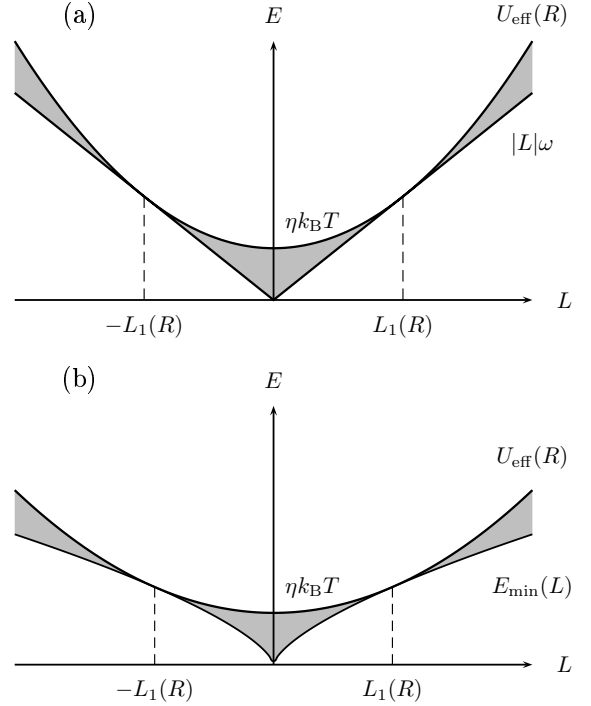


Fig. 2. Domain of integration $\mathcal{D}(R)$ in the plane (E, L) . $L_1(R)$ is the angular momentum of a particle having a circular trajectory of radius R . (a) Harmonic confinement (with $L_1(R) = mR^2\omega$), (b) linear confinement (with $L_1(R) = \sqrt{m\mu b R^3}$).

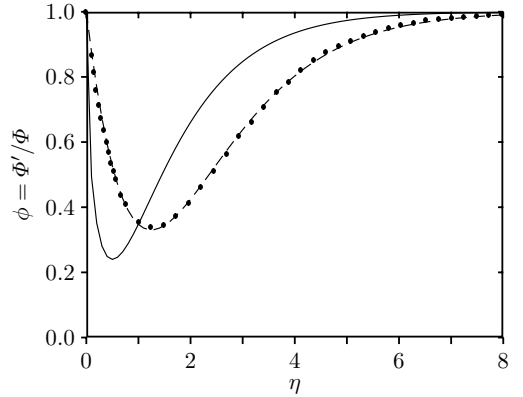


Fig. 3. Fraction $\phi(\eta) = \Phi'/\Phi$ of remaining atoms after evaporation by one antenna, as a function of the evaporation parameter η . Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement, ϕ being calculated with the approximation (11); dots: linear confinement, ϕ being calculated by a Monte-Carlo simulation.

3.1.4 Linear confinement

For linear confinement, the radial period $T_r(E, L)$ has no simple analytical expression. However, $T_r(E, L)$ has a weak dependence on the angular momentum L : for a given E , when L varies from 0 (linear trajectory) to its maximal value (circular trajectory), T_r varies by less than 10%. We therefore make the approximation $T_r(E, L) \simeq T_r(E, 0) \propto E^{1/2}$ and approximate the joint

distribution $p(E, L)$ by:

$$p_{\text{lin}}(E, L) \simeq CE^{1/2}e^{-\beta E}\Theta(E - E_{\text{min}}(L)). \quad (11)$$

The minimum value of E for a given L (energy of circular motion) is now: $E_{\text{min}}(L) = 3(\mu b|L|)^{2/3}/(2m^{1/3})$. The fraction of remaining atoms can be written as $\phi_{\text{lin}}(\eta) = \int_{\mathcal{D}(R)} p_L(E, L)dEdL$ where the integration domain is of the form $\mathcal{D}(R) = \{E_{\text{min}}(L) \leq E \leq U_{\text{eff}}(R)\}$ (see Fig. 2). The result of the numerical integration based on the approximation (11) is plotted as a dashed line in Figure 3. The shape is qualitatively the same as that for the harmonic confinement, but the minimum now occurs at $\eta = \eta_{\text{lin}}^* \simeq 1.25$ with $\phi_{\text{lin}}(\eta_{\text{lin}}^*) \simeq 0.33$.

To check the validity of the approximation (11), we performed a Monte-Carlo sampling of the atomic distribution in a linear potential, followed by elimination of particles whose trajectories crossed the circle of radius R . The result for $\phi_{\text{lin}}(\eta)$ is shown by dots in Figure 3. The agreement is excellent.

It is convenient in practice to have a simple form for the expression of $\phi_{\text{lin}}(\eta)$. Following the functional form of (10), we fit the curve $\phi_{\text{lin}}(\eta)$ by a function of the form $1 - a\eta^b e^{-c\eta}$ where a, b, c are adjustable parameters and find $a = 1.65$, $b = 1.13$ and $c = 0.92$. The curve obtained this way differs from $\phi_{\text{lin}}(\eta)$ by less than 2%. This simple expression is used in [17] to fit the experimental data, with the temperature T of the beam being the only adjustable parameter.

3.2 Temperature change T'/T

Consider N atoms undergoing evaporation by one antenna. After evaporation the total transverse energy of the $N' = \phi(\eta)N$ remaining atoms is given by:

$$\langle E_{\perp} \rangle = N \int_{\mathcal{D}(R)} E p(E, L) dE dL \equiv \xi N k_B T g(\eta), \quad (12)$$

where $\xi = 2$ for a harmonic potential and $\xi = 3$ for a linear potential. The dimensionless function $g(\eta)$ introduced in equation (12) can be calculated analytically for the harmonic confinement:

$$g_{\text{har}}(\eta) = 1 - \frac{(\pi\eta)^{1/2}}{4}(3 + 2\eta)e^{-\eta}. \quad (13)$$

For a linear confinement, $g_{\text{lin}}(\eta)$ is calculated numerically thanks to the approximation (11).

The total (transverse and longitudinal) energy of the remaining atoms is $E' = \langle E_{\perp} \rangle + N'k_B T/2 + N'm\bar{v}^2/2$. After rethermalization (which occurs at constant total energy), one has an equilibrium state with a temperature T' and energy $E' = (\xi + 1/2)N'k_B T' + N'm\bar{v}^2/2$. The relative change of temperature during this evaporation-rethermalization cycle is therefore:

$$\tau(\eta) = \frac{T'}{T} = \frac{1}{2\xi + 1} \left(1 + 2\xi \frac{g(\eta)}{\phi(\eta)} \right). \quad (14)$$

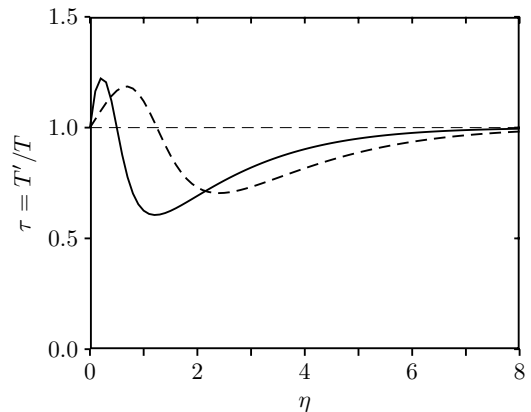


Fig. 4. Temperature change $\tau = T'/T$ after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η . Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

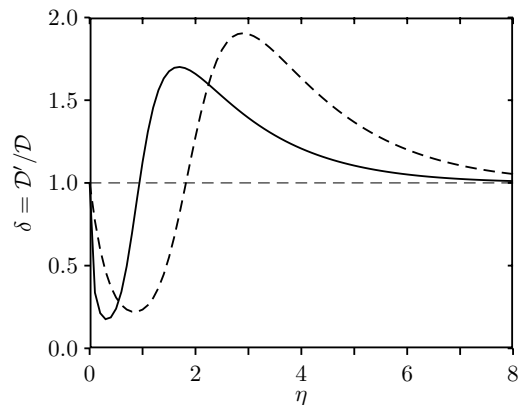


Fig. 5. Gain in phase-space density \mathcal{D}'/\mathcal{D} after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η . Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

In Figure 4, $\tau(\eta)$ is plotted as a function of η (solid line: harmonic case, dashed line: linear case). For low η (approximately lower than the value η^* for which ϕ reaches a minimum), $T' > T$: since essentially low energy atoms are evaporated, the remaining beam acquires a higher temperature after thermalization. The opposite occurs for high η : the beam is cooled by evaporation of high energy particles.

3.3 Variation of collision rate and phase-space density

After an evaporation followed by a subsequent rethermalization, the flux is multiplied by a factor ϕ , and the beam temperature is T' . We can then calculate, using equations (3) and (4), the new phase-space density \mathcal{D}' and the new collision rate Γ'_{coll} .

The variation in phase-space density $\delta(\eta) = \mathcal{D}'/\mathcal{D}$ is plotted as a function of η in Figure 5 (solid line: harmonic case; dashed line: linear case). For a linear confinement an increase of \mathcal{D} is obtained as soon as $\eta > 2$, and for $\eta \simeq 3.0$ a maximum gain in phase-space (by a factor 1.86) can be achieved with a single antenna. The gain is less significant

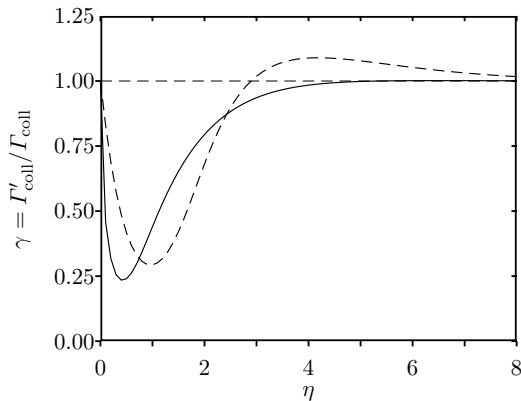


Fig. 6. Variation of the collision rate after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η . Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

in the case of a harmonic confinement, reflecting the less favorable scaling law.

In order for evaporative cooling to be efficient, the elastic collision rate must not decrease during the process, otherwise the time needed for rethermalization becomes prohibitively long. Figure 6 depicts the variation of collision rate $\gamma(\eta) = \Gamma'_{\text{coll}}/\Gamma_{\text{coll}}$ for one evaporation cycle. The striking result is that in the case of harmonic confinement the collision rate cannot increase significantly (γ reaches a maximum value of 1.0015 for $\eta = 6.5$). This behaviour is due to the two-dimensional geometry of the problem and does not hold for a three-dimensional harmonic confinement. In contrast, for a linear guide, and for η sufficiently high, the collision rate can increase by several percent at each cycle, creating the possibility of *runaway evaporation*. This salient feature of the linear potential is well-known for three-dimensional evaporative cooling [1, 2].

3.4 Multi-radii evaporation

The previous evaporation method has the disadvantage that for any finite η , some atoms with large energy and angular momentum are not evaporated. The contribution of these atoms to the energy of the truncated distribution is not negligible, and therefore the cooling efficiency of the evaporation is limited.

In order to improve this efficiency, one can evaporate all the atoms whose trajectories lie, at least partially, outside of the cylinder of radius R . To realize such an evaporation, one must use a “continuum” of evaporation radii $R_e \in [R, \infty]$. In practice, this can be achieved by scanning the radio-frequency ν_{RF} from $U_g(R)/h$ to a value large compared to $k_B T/h$, above which the population of atoms is exponentially small. The scanning rate must be large compared to the inverse of the time t_{ev} spent by an atom in the range of efficiency of an antenna, and small compared to the inverse of the mean radial period $T_r(E, L)$. For the typical parameters of the experiment described in [17], a scanning frequency of 50 Hz would fulfill both criteria.

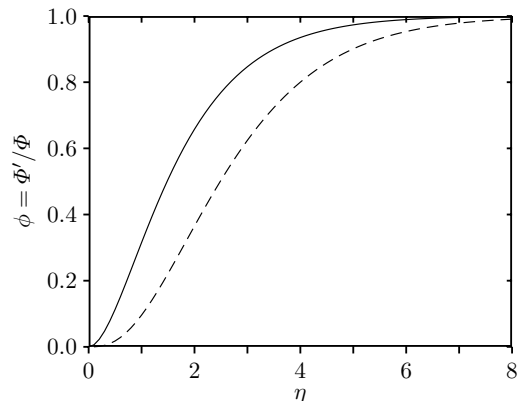


Fig. 7. Fraction $\phi(\eta) = \Phi'/\Phi$ of remaining atoms after evaporation by one antenna, as a function of η , for the multi-radii evaporation scheme. Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

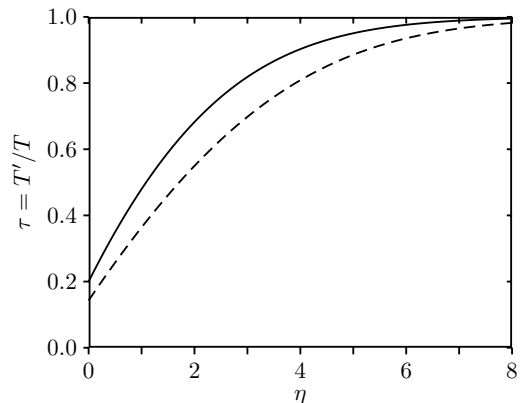


Fig. 8. Temperature change $\tau = T'/T$ after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η , for the multi-radii evaporation scheme. Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

One can calculate, in a way similar to the calculations of the previous subsections, the change in atomic flux $\phi(\eta) = \Phi'/\Phi$, in temperature $\tau(\eta) = T'/T$, in phase-space density $\delta(\eta) = \mathcal{D}'/\mathcal{D}$, and in collision rate $\gamma(\eta) = \Gamma'_{\text{coll}}/\Gamma_{\text{coll}}$, for this improved evaporation scheme. The domain of integration is that shown in Figure 2 but reduced to the angular momentum lower than $L_1(R)$. In the case of harmonic confinement, the calculations can be done explicitly and yield the following results:

$$\begin{aligned} \phi(\eta) &= 1 - e^{-2\eta} - (\pi\eta)^{1/2} e^{-\eta} \text{erf}(\eta^{1/2}), \\ g(\eta) &= 1 - (1 + \eta/2)e^{-2\eta} \\ &\quad - (3/4 + \eta/2)(\pi\eta)^{1/2} e^{-\eta} \text{erf}(\eta^{1/2}) \end{aligned} \quad (15)$$

where $\text{erf}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ is the error function. The complete results for ϕ , τ , γ and δ and for both types of confinement are plotted in Figures 7 to 10. Obviously, with this new evaporation scheme, the number of atoms remaining vanishes when $\eta \rightarrow 0$. The temperature change (Fig. 8) is now a monotonous function of η

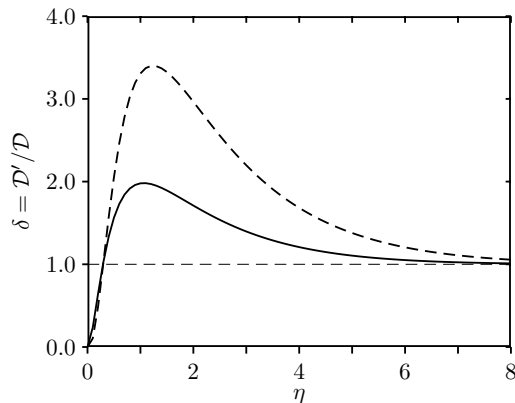


Fig. 9. Gain in phase space density after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η , for the multi-radii evaporation scheme. Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

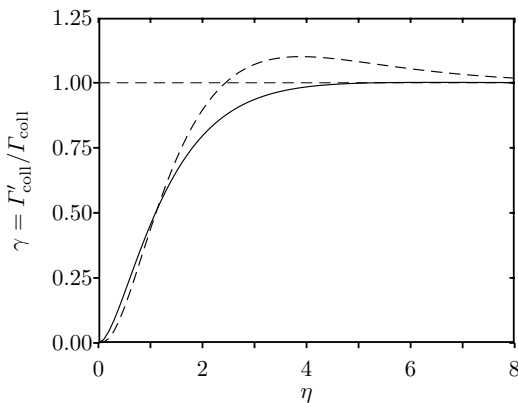


Fig. 10. Variation of the collision rate after evaporation by one antenna and rethermalization, as a function of η , for the multi-radii evaporation scheme. Solid line: harmonic confinement; dashed line: linear confinement.

and for $\eta \rightarrow 0$, in the harmonic (resp. linear) case one has $\tau \rightarrow 1/5$ (resp. $1/7$) since only the longitudinal kinetic energy contributes to the energy of the remaining particles.

For a linear potential, the gain in phase-space density without decrease in collision rate is 2.56 (at $\eta = 2.5$) as compared to 1.86 (at $\eta = 3.0$) in the single radius evaporation scheme.

4 Evaporation with two antennas

The presence of elastic collisions in the atomic beam can be probed with a two-antenna experiment [17]. A first antenna with frequency ν_1 evaporates the atoms with an evaporation parameter $\eta_1 = h\nu_1/(k_B T)$, where T is the initial temperature of the atoms. The remaining flux is $\Phi' = \phi(\eta_1)\Phi$. A second antenna with frequency $\nu_2 = \eta_2 k_B T/h$, placed at a distance d downstream, is used to probe the distribution of atoms after this first evaporation stage. The flux after this second antenna is denoted Φ'' . In the absence of collisions between the two antennas, the

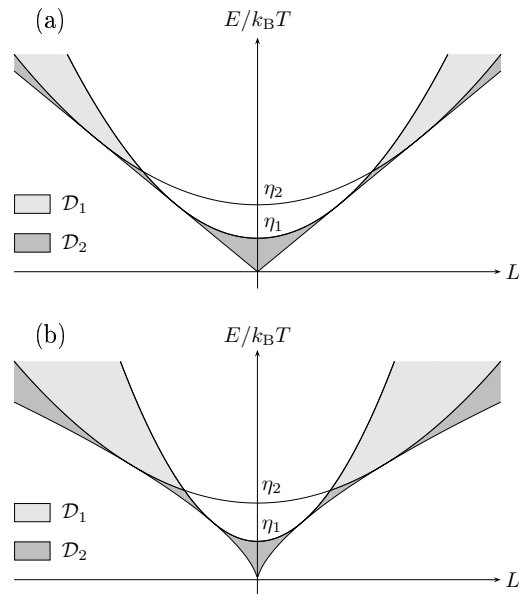


Fig. 11. The integration domains in the plane (E, L) involved in the calculation of Φ''/Φ' in the collisionless regime. (a) Harmonic confinement; (b) linear confinement.

distribution remains out of equilibrium. In particular, if $\nu_2 = \nu_1$, the second antenna cannot remove extra atoms, since all atoms whose energy and angular momentum corresponded to the evaporation criterion have already been removed by the first antenna. But even a partial rethermalization leads to some extra losses from the second antenna, since elastic collisions provide a redistribution of energy and angular momentum. If the beam completely rethermalizes during its propagation between the two antennas, we find a spectrum similar to that of Figure 3 revealing the new temperature T' .

4.1 In absence of collisions

We calculate here the fraction Φ''/Φ' in the limit where rethermalization does not occur between the two antennas, i.e. when the inequality $\Gamma_{\text{coll}}d \ll \bar{v}$ is fulfilled. After evaporation by the first antenna at η_1 (corresponding to an evaporation radius R_1), the out of equilibrium joint probability distribution $p_1(E, L)$ of (E, L) is given by

$$p_1(E, L) = p(E, L)\Theta(U_{\text{eff}}(R_1) - E). \quad (16)$$

It is non-zero only in the domain $\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2$ of Figure 11. The fraction of remaining atoms Φ''/Φ' is therefore given by integrating (16) over the domain $\mathcal{D}_2 = \{E_{\text{min}}(L) \leq E \leq \min(U_{\text{eff}}(R_1), U_{\text{eff}}(R_2))\}$:

$$\frac{\Phi''}{\Phi'} = \frac{\int_{\mathcal{D}_2} p_1(E, L) dE dL}{\int_{\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2} p_1(E, L) dE dL}. \quad (17)$$

The result of the numerical integration is shown in Figure 12 as a dashed line, for the specific case of a linear

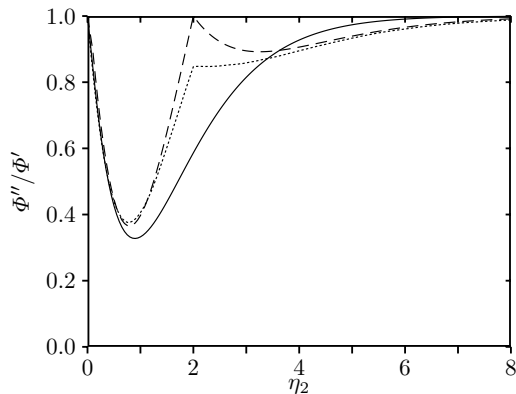


Fig. 12. Fraction Φ''/Φ' of the flux remaining after the second antenna as a function of its parameter η_2 . The first antenna is driven at a frequency $\nu_1 = \eta_1 k_B T/h$ with $\eta_1 = 2 = 1.6\eta^*$. The dashed line corresponds to the collisionless regime; the dotted line to a mean number of collisions between antennas $N_c = 1.1$; the solid line to full rethermalization. These curves are calculated with a numerical simulation, in the case of a linear confinement.

confinement with $\eta_1 = 2$. As expected, the fraction Φ''/Φ' reaches 1 for $\eta_2 = 2$.

4.2 Rethermalization

If rethermalization occurs over a distance d , that is if the collision rate is such that: $\Gamma_{\text{coll}} d \gg \bar{v}$, the second antenna evaporates a beam of temperature $T' = \tau(\eta_1)T$ at thermal equilibrium. The fraction Φ''/Φ' is therefore:

$$\frac{\Phi''}{\Phi'} = \phi\left(\frac{h\nu_2}{k_B T'}\right) = \phi\left(\frac{\eta_2}{\tau(\eta_1)}\right). \quad (18)$$

This curve is plotted as a solid line in Figure 12. The large difference between the collisionless and collisional regimes makes it easy to detect experimentally, by scanning ν_2 in the vicinity of ν_1 , the presence or the absence of collisions within the beam [17].

4.3 Number of collisions required to thermalize

In order to give a quantitative theoretical account for the distance d needed to rethermalize in a two-antenna experiment, we have developed a numerical simulation of the motion of the atoms in the magnetic guide for both linear and harmonic confinements. We use a molecular dynamics simulation [21] taking into account the evaporation criterion.

The simulation is performed in dimensionless units. The unit length r_u is defined by $U_g(r_u) - U_g(0) = ((U_g)_T - U_g(0))/2$, the distance between the two antennas is $d = 5000 r_u$. The mean velocity is 10 times the thermal velocity $(k_B T/m)^{1/2}$. The phase-space variables of each particle are evolved by advancing the position and the velocity at discrete time steps Δt according to a second-order symplectic integration [22]. Using the cylindrical

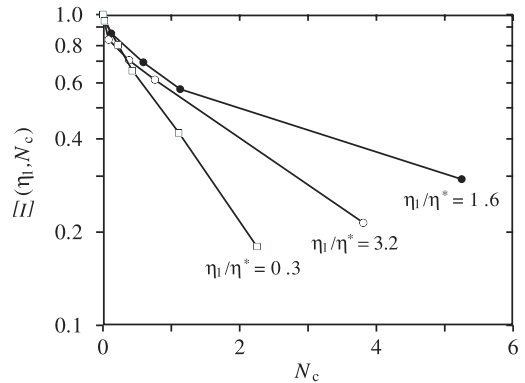


Fig. 13. Distance from equilibrium $\Xi(\eta_1, N_c)$ (see text) as a function of the mean number of collisions N_c between the two antennas, for different values of η_1 . These data have been obtained by a Monte-Carlo simulation performed for a linear confinement. The relaxation towards equilibrium is clearly exponential for $\eta_1/\eta^* = 0.3$, and approximately exponential for $\eta_1/\eta^* = 3.2$. For $\eta_1/\eta^* = 1.6$, the first antenna puts the gas in a strongly out-of-equilibrium state, and the relaxation is not exponential.

symmetry we restrict the evolution to the first quarter ($x > 0, y > 0$) of space with reflecting walls at planes $x = 0$ and $y = 0$. Binary elastic collisions are taken into account using a boxing technique [23]. The constant cross section used to calculate the probability of collisions is adjusted to the desired number of collisions between the two antennas. Simulations have been performed with 1.5×10^6 particles and 5.4×10^4 boxes. The time step Δt is chosen to be small with respect to the typical collision timescale and the typical period of oscillation.

We simulate a two-antenna experiment in which the first antenna is operated at a fixed η_1 . The mean number of collisions per atom during the propagation between the two antennas is denoted N_c . The second antenna is operated at η_2 , and we calculate Φ''/Φ' as a function of η_2 . An example of such a curve, for a linear confinement, and with $N_c = 1.1$, is plotted as a dotted line in Figure 12.

We then infer the ratio $f(\eta_1, N_c) = \Phi''/\Phi'(\eta_2 = \eta_1)$ as a function of N_c . For a collisionless propagation ($N_c = 0$, dashed line in Fig. 12), we have $f(\eta_1, 0) = 1$. For a complete rethermalization, ($N_c \gg 1$, solid line in Fig. 12), the ratio tends to the limit $f_\infty(\eta_1) = \phi[\eta_1/\tau(\eta_1)]$.

For a linear confinement, we depict in Figure 13 the normalized quantity

$$\Xi(\eta_1, N_c) = \frac{f(\eta_1, N_c) - f_\infty(\eta_1)}{1 - f_\infty(\eta_1)},$$

which measures the distance from equilibrium, as a function of the mean number of collisions N_c . For a given η_1 and in the absence of collisions $N_c = 0$, $\Xi = 1$. The relaxation of Ξ towards zero with increasing number of collisions N_c reflects the rethermalization process. For $\eta_1 < 0.3\eta^*$ or $\eta_1 > 2.5\eta^*$, Ξ decays approximately in an exponential manner with N_c : $\Xi \simeq \exp[-N_c/n_c(\eta_1)]$. As an example we find $n_c(4) = 2.5 \pm 0.5$ for the linear confinement and $n_c(2) = 1.3 \pm 0.2$ for the harmonic confinement.

For intermediate values of the ratio η_1/η^* , we obtain a non-exponential decay (see Fig. 13 for $\eta_1/\eta^* = 1.6$). In this range $0.3 < \eta_1/\eta^* < 2.5$, more than 50% of the atoms are evaporated by the first antenna, leading to a state of gas that is very far from equilibrium.

This calibration by numerical simulation allows one to determine the collision rate by following the thermalization process for different distances between the two antennas [17].

5 Evaporation with many antennas

The realization of a magnetically guided atomic beam in the collisional regime has recently been performed [17]. The phase-space density of this beam is on the order of 2×10^{-8} . To gain the 8 orders of magnitude required to reach degeneracy one can implement evaporative cooling by means of several successive antennas. In this section we assume that the frequency of each antenna is such that the parameter η is constant throughout the evaporation.

The number of antennas $\mathcal{N}(\eta)$ required to achieve a gain Δ in phase-space is, for a given value of η , $\mathcal{N}(\eta) = \ln(\Delta)/\ln(\delta(\eta))$. We want to minimize the guide length needed to reach degeneracy. This length $\ell(\eta)$ can be evaluated from the initial collision rate of the beam Γ_{coll}^0 . Between the antennas n and $n+1$, the collision rate is $\Gamma_{\text{coll}}^0 \gamma^n$. If the number of collisions required for full thermalization between two successive antennas is N_0 ($N_0 \gg n_c(\eta)$), the distance between antennas n and $n+1$ has to be larger than $\bar{v}N_0/(\Gamma_{\text{coll}}^0 \gamma^n)$. Therefore the total length is

$$\begin{aligned} \ell(\eta) &\geq \frac{\bar{v}N_0}{\Gamma_{\text{coll}}^0} (1 + \gamma^{-1} + \dots + \gamma^{-\mathcal{N}+1}) \\ &\geq \frac{\bar{v}N_0}{\Gamma_{\text{coll}}^0} \frac{1 - \gamma^{-\mathcal{N}}}{1 - \gamma^{-1}}. \end{aligned} \quad (19)$$

For a given value of Δ , there exists an optimal choice $\tilde{\eta}$ for the parameter η such that ℓ is minimized. For this optimization we assume that N_0 does not depend on η . The results are shown, for both types of confinement and for the two evaporation schemes, in Table 1. The evaporation is much less efficient for the harmonic confinement, which reflects the absence of runaway evaporation for this type of trap. For the linear confinement, one sees that the multi-radii evaporation scheme leads to a slightly shorter evaporation length, at the expense of a reduced output flux. However a more careful study shows that for comparable output fluxes, the two schemes require approximately the same length and antenna numbers. In the case of harmonic confinement, since the collision rate cannot increase significantly, minimizing the evaporation length requires that one operates at a large η (where $\gamma \simeq 1$). For such high η , the difference between the two evaporation schemes is negligible, as can be seen in Table 1.

In this paper, two competing effects that should be considered in a more realistic model of the evaporation ramp have been neglected. First, the real shape of the semi-linear potential (1) should be taken into account. Indeed, even if at the beginning of the evaporation ramp

Table 1. Parameters of the optimized (minimum length) evaporation ramp for harmonic (Har) and linear (Lin) confinements, for the two schemes of evaporation, with a total gain in phase-space density of $\Delta = 10^8$: ℓ_{min} , evaporation length (in units of $\bar{v}N_0/\Gamma_{\text{coll}}^0$); $\tilde{\eta}$, parameter η for minimal evaporation length; \mathcal{N} , number of antennas needed; Φ_f/Φ_i , total flux reduction due to evaporation; T_f/T_i , total temperature reduction due to evaporation.

Scheme	Single radius		Multi-radii	
	Har	Lin	Har	Lin
ℓ_{min}	211	12.0	211	10.5
$\tilde{\eta}$	4.6	4.3	4.6	3.6
\mathcal{N}	142	42	142	29
Φ_f/Φ_i	3.9×10^{-3}	5.4×10^{-4}	3.9×10^{-3}	1.3×10^{-4}
T_f/T_i	6.9×10^{-5}	6.0×10^{-4}	6.9×10^{-5}	3.8×10^{-4}

the temperature is high enough for the linear potential to be a good approximation ($\alpha \ll 1$), as the temperature is reduced the effect of the bias field cannot be neglected anymore when $\alpha \gtrsim 1$. This effect may lead to a longer evaporation length since, for the harmonic confinement, the evaporative cooling is less efficient. The second effect, neglected by the classical description used in this paper, is the bosonic stimulation close to degeneracy, which might enhance the efficiency of the last evaporation steps.

6 Conclusion

We have studied theoretically the discrete-step evaporative cooling of a magnetically guided atomic beam. First, the action of a single antenna on the beam is analyzed in detail. Then we clarify how two-antenna experiments can lead (i) to the characterization of the collisional regime of the beam and (ii) to the quantitative estimate of the collision rate, by studying the number of collisions needed for thermalization of the truncated distribution function. Finally, the problem of optimizing the evaporation ramp with many antennas is addressed. We find that gains in phase-space density of 10^8 require a total of at least ~ 30 evaporation steps.

We are indebted to J. Dalibard for useful comments and to P. Cren for the development of a preliminary version of the numerical simulation. We acknowledge stimulating discussions with J.M. Vogels, K.J. Günter, K. Kozłowski and the ENS laser cooling group. We thank D. Roberts for careful reading of the manuscript. This work was partially supported by the CNRS, the Région Ile-de-France, the French Ministry of Research, the Collège de France, the Ecole Normale Supérieure, the Bureau National de la Métrologie, the University of Paris-VI and the Délégation Générale de l'Armement.

References

1. W. Ketterle, N.J. Van Druten, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996)
2. K.B. Davis, M.-O. Mewes, W. Ketterle, *Appl. Phys. B* **60**, 155 (1995)
3. O.J. Luiten, M.W. Reynolds, J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996)
4. M.-O. Mewes, M.R. Andrews, D.M. Kurn, D.S. Durfee, C.G. Townsend, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997); I. Bloch, T.W. Hänsch, T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999); E.W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S.L. Rolston, W.D. Phillips, *Science* **283**, 1706 (1999); Y. Le Coq, J.H. Thywissen, S.A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001)
5. A.P. Chikkatur, Y. Shin, A.E. Leanhardt, D. Kielpinski, E. Tsikata, T.L. Gustavson, D.E. Pritchard, W. Ketterle, *Science* **296**, 2193 (2002).
6. E. Mandonnet, A. Minguzzi, R. Dum, I. Carusotto, Y. Castin, J. Dalibard, *Eur. Phys. J. D* **10**, 9 (2000)
7. D.M. Harber, J.M. McGuirk, J.M. Obrecht, E.A. Cornell, J. Low, *Temp. Phys.* **133**, 229 (2003)
8. J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. A* **52**, R13 (1995)
9. J. Denschlag, D. Cassettari, J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2014 (1999)
10. A. Goepfert, F. Lison, R. Schütze, R. Wynands, D. Haubrich, D. Meschede, *Appl. Phys. B* **69**, 217 (1999)
11. M. Key, I.G. Hughes, W. Rooijackers, B.E. Sauer, E.A. Hinds, D.J. Richardson, P.G. Kazansky, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000)
12. N.H. Dekker, C.S. Lee, V. Lorent, J.H. Thywissen, S.P. Smith, M. Drndic, R.M. Westervelt, M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000)
13. B.K. Teo, G. Raithel, *Phys. Rev. A* **63**, 031402 (2001)
14. J.A. Sauer, M.D. Barrett, M.S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001)
15. E.A. Hinds, I.G. Hughes, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **87**, R119 (1999)
16. P. Cren, C.F. Roos, A. Aclan, J. Dalibard, D. Guéry-Odelin, *Eur. Phys. J. D* **20**, 107 (2002)
17. T. Lahaye, J.M. Vogels, K.J. Günter, Z. Wang, J. Dalibard, D. Guéry-Odelin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093003 (2004)
18. If one superimposes a constant magnetic field over a three-dimensional quadrupole, there is always a point where the modulus of the magnetic field vanishes. By contrast, if the constant magnetic field has a non zero component on the axis of the two-dimensional quadrupole configuration of a magnetic guide, the resulting field never vanishes
19. $T_r(E, L) = 2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} dr / \dot{r}$ where $\dot{r} = \sqrt{2/m[E - U_g(r) - L^2/(2mr^2)]}^{1/2}$ is the radial velocity of the atom
20. C.F. Roos, P. Cren, T. Lahaye, J. Dalibard, D. Guéry-Odelin, *Laser Phys.* **13**, 605 (2003)
21. G.A. Bird, *Molecular Gas Dynamics, the Direct Simulation of Gas Flow* (Clarendon, Oxford, 1994)
22. B. Jackson, E. Zaremba, *Phys. Rev. A* **66**, 033606 (2002)
23. H. Wu, C.J. Foot, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **29**, L321 (1996); H. Wu, E. Arimondo, C.J. Foot, *Phys. Rev. A* **56**, 560 (1997); D. Guéry-Odelin, J. Söding, P. Desbiolles, J. Dalibard, *Opt. Expr.* **2**, 323 (1998)

Annexe F

Propagation of guided cold atoms

T. Lahaye, P. Cren, C. Roos et D. Guéry-Odelin, *Propagation of guided cold atoms*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation **8**, 315-328 (2003).



Propagation of guided cold atoms

T. Lahaye *, P. Cren, C. Roos, D. Guéry-Odelin

Laboratoire Kastler Brossel¹, Ecole Normale Supérieure, 24 Rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France

Abstract

In this article we focus on the propagation of a beam of particles guided by a transversely confining potential. We consider different regimes. In the classical regime, we describe the beam by means of a set of hydrodynamic-like equations. We apply this formalism in order to investigate two practical ways for increasing the collision rate: by using a constriction or by tilting the guide. A high enough collision rate is indeed the most crucial prerequisite for reaching the quantum degenerate regime by means of evaporative cooling. In the quantum regime, we study the propagation of bosonic atoms through a constriction in two opposite regimes: the collision-less one and the Thomas–Fermi one.

© 2003 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 03.75.Fi; 05.30.Jp; 67.40.Db

Keywords: Atom waveguide; Quantum-degenerate beams; Constriction

1. Introduction

So far, Bose–Einstein condensates have only been produced in a pulsed mode. To this respect, the achievement of a continuous beam operating in the quantum degenerate regime remains a real challenge. This would be the matter wave equivalent of a cw monochromatic laser and it would allow for unprecedented performance in terms of focalization or collimation. Recently the MIT group has demonstrated the periodic replenishment of an optical trap [1]. This technique can therefore be used in future experiments in combination with an appropriate outcoupler to continuously release atoms from the trap, and hence to obtain a truly cw atom laser.

Another possible way to achieve this goal has been studied theoretically in [2]. In this proposal, a non-degenerate, but already slow and cold beam of particles, is injected into a magnetic guide

* Corresponding author. Tel.: +33-1-44-32-3497.

E-mail address: thierry.lahaye@lkb.ens.fr (T. Lahaye).

¹ Unité de Recherche de l'Ecole normale supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

[3–10] where transverse evaporation takes place. If the elastic collision rate is large enough, efficient evaporative cooling will lead to quantum degeneracy after a propagation length in the guide compatible with experimental constraints (i.e. a few meters). The continuous and pulsed loading of a slow and cold atomic beam into a magnetic guide has been recently demonstrated experimentally [11]. However, the collision rate is not sufficient so far to initiate the evaporative cooling stage.

In this article, we start with summarizing the experimental techniques already developed for atom guiding. To achieve conditions favorable to evaporative cooling one has to maximize the collision rate. For that purpose, we describe quantitatively two possible manipulations of a guided thermal beam: constriction and tilting of the guide. We then study the role of interactions on a beam of Bose-condensed atoms propagating through a constriction.

2. Atom waveguide

In recent years, many experimental groups have designed both macroscopic and microscopic guides for transporting laser-cooled atoms. In those guides, the confinement is provided by means of conservative forces. So far the dipole and magnetic forces have been used.

In past years, atomic transport by means of hollow optical fibers has been achieved [12]. In this scheme atoms are guided by the optical dipole force. However, the heating of atoms through intensity fluctuations and spontaneous emission may be a problem.

An alternative way consists in using magnetic guides. For alkali atoms, magnetic forces are strong since the magnetic moment μ is of the order of the Bohr magneton μ_B . As the thermal energy of laser-cooled alkali atoms (micro-Kelvin range) is generally much less than the ground-state hyperfine splitting (1 GHz corresponds to 48 mK), we can assume that the field explored in the guide produces a linear Zeeman shift proportional to the hyperfine g -factor g_F . We also assume that the spin adiabatically follows the magnetic field, yielding an effective potential $U = g_F m_F \mu_B |B|$. Depending on the atom's magnetic sublevel m_F (positive or negative), atoms are attracted towards or repelled from a magnetic extremum. Actually, Maxwell's equations for magnetostatics only allow for the realization of a minimum of static magnetic fields in vacuum [13]. Therefore, only low-field seekers can be trapped with inhomogeneous static magnetic fields. As a consequence, the atoms are not trapped in the energetically lowest state. This effect and the three-body recombination are responsible for the metastability of the confined gas.

Quadrupole guides can be produced by means of four wires or tubes equally spaced on a cylinder of radius R and carrying currents $+I$ and $-I$ alternatively. The magnetic field is quadrupolar and is well approximated by the linear form: $B(r_\perp) = b'r_\perp$ where $r_\perp = (x^2 + y^2)^{1/2}$ is the distance from the z -axis and $b' \propto I/R^2$ the strength of the magnetic gradient. In this configuration, atoms with low angular momentum are not stable against spin flips. To avoid this loss mechanism, one superimposes a bias field B_0 along the axis of the guide. Note that in this case the field strength no longer varies linearly with radius but is given by

$$B(r_\perp) = \sqrt{B_0^2 + b'^2 r_\perp^2} \simeq B_0 + \frac{b'^2 r_\perp^2}{2B_0}. \quad (1)$$

The Taylor expansion around the center yields a quadratic variation of the field strength. The potential experienced by the atoms is therefore harmonic provided that their temperature T fulfills the condition $k_B T \ll \mu B_0$. A constriction in the potential can be created by reducing the spacing between the wires of the guide and/or decreasing the longitudinal bias field.

3. Increasing the collision rate of a classical gas

As mentioned in Section 1, the elastic collision rate Γ_{coll} in the sample must be high enough at the entrance of magnetic guide to start an efficient evaporative cooling [2]. We study in this section two ways of increasing Γ_{coll} in the classical regime for a beam of particles propagating through the guide. Both methods ensure the conservation of phase space density. The first one consists in a constriction of the transverse confining potential, while the second relies on gravity to slow down the beam by tilting the guide with respect to the horizontal plane.

3.1. Constriction

3.1.1. Single particle

Before studying the physics of a beam in the hydrodynamic regime, it is worthwhile to examine the one-particle motion in a constricted guide, in order to gain physical insight. We therefore write the equation of motion along z for a particle with mass m in the power law transverse potential $U(x, y, z) = m\lambda(z)r_{\perp}^{\gamma}$ where $\lambda(z)$ denotes the z -dependent strength of the transverse confinement,

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -r_{\perp}^{\gamma} \frac{d\lambda}{dz}. \quad (2)$$

Eq. (2) shows that the constriction induces a transfer of longitudinal energy into the transverse motion. For a smooth constriction, the motion is adiabatic [14] and consequently the quantity $E_{\perp} \lambda^{-2/(2+\gamma)}$ is constant, where E_{\perp} denotes the transverse energy. As the total energy $E = E_{\perp} + m\dot{z}^2/2$ is also conserved, the decrease in longitudinal velocity can easily be related to the increase in λ . We notice that the effect of the constriction is more dramatic for particles having a high transverse energy, and is absent for a particle propagating along the axis.

3.1.2. Hydrodynamic regime

We now assume that there are enough collisions to ensure local thermodynamical equilibrium. From Appendix A we deduce the equations governing the beam temperature $T(z, t)$, linear density $n(z, t)$ and mean longitudinal velocity $u(z, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [nu] &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} [nu] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{nk_B T}{m} + nu^2 \right] + \frac{2nk_B T}{m\gamma\lambda} \frac{d\lambda}{dz} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\gamma} \right) nk_B T + \frac{mnu^2}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{\gamma} \right) nuk_B T + \frac{mnu^3}{2} \right] &= 0. \end{aligned}$$

We now study the stationary regime. The previous equations become

$$nu = \phi, \tag{3}$$

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{k_B T}{u} + mu \right] + \frac{2k_B T}{\gamma u \lambda} \frac{d\lambda}{dz} = 0, \tag{4}$$

$$\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{\gamma} \right) k_B T + \frac{mu^2}{2} = \mu, \tag{5}$$

where ϕ and μ are constants. Eq. (3) corresponds to the conservation of the number of particles, Eq. (4) of momentum along z and Eq. (5) of enthalpy. After some algebra one obtains the relation between the strength of the potential $\hat{\lambda} \equiv \lambda(z)/\lambda(0)$ normalized to its initial value and the reduced temperature $\hat{T} \equiv T(z)/T(0)$:

$$\hat{\lambda} = \hat{T}^{\gamma(\delta-2)/4} \left(1 - \frac{\delta}{\eta_0} (\hat{T} - 1) \right)^{\gamma/4}, \tag{6}$$

where we have introduced the parameters $\delta \equiv 5 + 4/\gamma$ and $\eta_0 = mu(0)^2/(k_B T(0))$ which compares the initial kinetic and thermal energies. For typical experimental values [11], one has $\eta_0 \gg 1$ and (6) yields

$$\hat{T} \simeq \hat{\lambda}^{4/(\gamma(\delta-2))}. \tag{7}$$

As the normalized collision rate $\hat{\Gamma} \equiv \Gamma_{\text{coll}}(z)/\Gamma_{\text{coll}}(0)$ increases as $\hat{\Gamma} \sim \hat{T}^2$, one deduces the scaling law $\hat{\Gamma} \sim \hat{\lambda}^{8/(\gamma(\delta-2))}$, which shows that moderate constrictions (for example by a factor of 4) can increase the collision rate by a large amount (nearly one order of magnitude for an harmonic transverse confinement).

3.2. Tilted guide

We now consider that the guide axis z is tilted by an angle α with respect to the horizontal plane. The strength λ of the transverse confining potential is assumed constant. By tilting the guide, the mean velocity of the beam decreases while the linear density and the temperature increase, resulting in an increase of the collision rate. Following the same procedure as the one developed in Appendix A, we get, in the stationary regime, the following equations:

$$nu = \phi, \tag{8}$$

$$\frac{d}{dz} \left[mu + \frac{k_B T}{u} \right] + \frac{mg \sin \alpha}{u} = 0, \tag{9}$$

$$\left(\frac{2}{\gamma} + \frac{5}{2} \right) k_B T + \frac{mu^2}{2} + mgz \sin \alpha = \mu, \tag{10}$$

where g is the acceleration of gravity. This set of equations can be solved analytically, one deduces the relation between the reduced temperature \hat{T} and the reduced velocity of the beam $\hat{u} = u(z)/u(0)$: $\hat{T} = u^{2/(2-\delta)}$. We also establish the relation between the collision rate and the coordinate $\hat{z} \equiv z/z_0$ with $z_0 = u_0^2/(g \sin \alpha)$, and the link between the parameter $\hat{\eta} = mu^2/(\eta_0 k_B T) = \hat{u}^2/\hat{T}$ and \hat{z} :

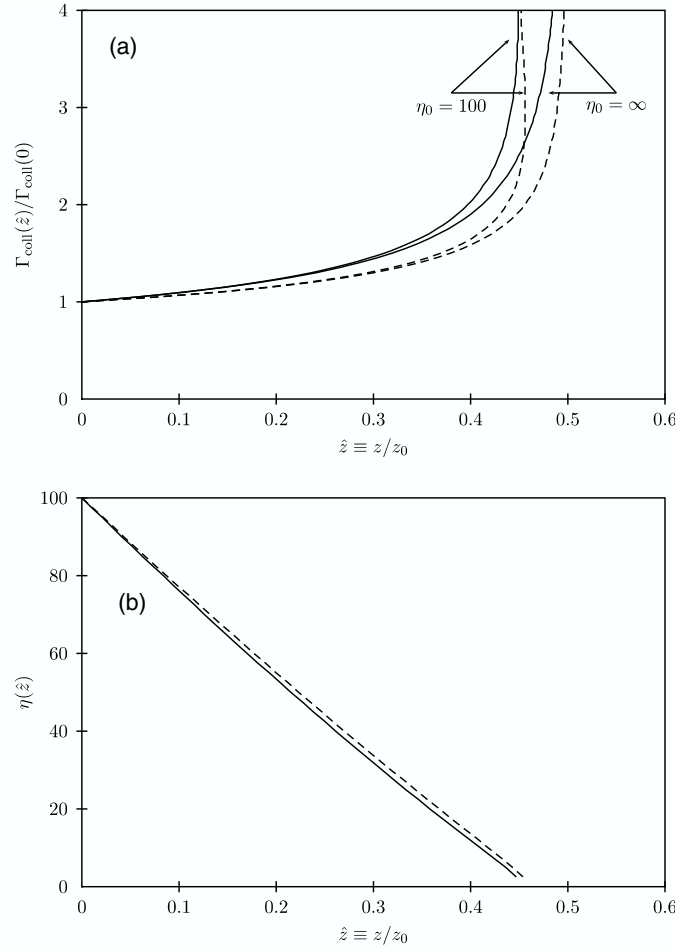


Fig. 1. (a) Collision rate normalized at its initial value $\hat{\Gamma}(\hat{z}) = \Gamma_{\text{coll}}(\hat{z})/\Gamma_{\text{coll}}(0)$ as a function of the reduced longitudinal coordinate \hat{z} for a tilted guide, for $\eta_0 = 100$ and $\eta_0 = \infty$. The dashed curves correspond to a linear transverse confinement ($\gamma = 1$) and the solid lines to a harmonic transverse confinement ($\gamma = 2$). (b) Parameter $\eta \equiv mu^2(\hat{z})/(k_B T(\hat{z}))$ as a function of \hat{z} , for an initial value of 100, for linear (---) and harmonic (—) transverse confinement.

$$\hat{z}(\hat{\Gamma}) = \frac{\delta + \eta_0}{2\eta_0} - \frac{\delta}{2\eta_0} \hat{\Gamma}^{1/2} - \frac{1}{2} \hat{\Gamma}^{(2-\delta)/2},$$

$$\hat{z}(\hat{\eta}) = \frac{\delta + \eta_0}{2\eta_0} - \frac{\delta}{2\eta_0} \hat{\eta}^{1/(1-\delta)} - \frac{1}{2} \hat{\eta}^{(2-\delta)/(1-\delta)}.$$

We recall that for a particle with initial velocity u_0 moving in this potential, the turning point corresponds to $\hat{z} = 1/2$. Fig. 1(a) shows the gain in the collision rate as a function of \hat{z} for 2 values of the parameter $\eta_0 = 100$ and $\eta_0 = \infty$ and for an harmonic ($\gamma = 2$) and a linear ($\gamma = 1$) confinement. Along the propagation through the tilted guide, the temperature T increases and the mean velocity u decreases resulting in a strong reduction of the parameter $\eta(z)$ as a function of z (see Fig. 1(b)).

In this section, we have described the propagation of a beam of classical particles through a constriction and a tilted guide by means of a set of hydrodynamic-like equations. We have used this formalism to investigate two practical ways for increasing the collision rate. Indeed those

results are valid for a beam of bosonic particles. We recall that a high collision rate is the most crucial requirement for reaching the quantum degenerate regime by means of evaporative cooling [2]. The remainder of the paper is devoted to the quantum degenerate regime. We focus on the propagation through a constriction, and analyze the role of interactions.

4. Constriction of a quantum beam

For atomic waveguide geometries with very small transverse dimensions as now experimentally demonstrated [3–10], the quantum nature of atoms starts to influence the dynamics. This problem has first been investigated in the context of quantized-conductance in a two-dimensional electron gas [15]. In those models, the conducting properties of a nanoscopic constriction are investigated in the free-electron approximation with hard-walls boundary conditions. In this section, we address the corresponding problem for a beam of Bose-condensed atoms confined in the transverse direction. In the following, we restrict our study only to harmonic confinement for the sake of simplicity. As for the classical case of the previous section, we model the constriction by a dependence of the transverse frequency with the longitudinal coordinate. The potential experienced by the atoms is therefore of the form $U(x, y, z) = m\omega(z)^2[x^2 + y^2]/2$. We begin with the case of an ideal beam, and then consider the role played by interactions for the propagation through a constriction.

4.1. The ideal Bose-condensed beam

In this paragraph we study the propagation of an ideal Bose-condensed beam. For this purpose, we solve the stationary Schrödinger equation by means of the adiabatic basis (the harmonic oscillator's one with an angular frequency that depends on the longitudinal coordinate z). Details of this lengthy but straightforward calculation can be found in the Appendix B. If k denotes the incoming longitudinal wave vector, the local wave vector $k_{0,0}$ for atoms in the transverse ground state within the adiabatic approximation reads (see Eq. (B.2)):

$$k_{0,0}^2 = k^2 - \frac{1}{\sigma^2}, \quad (11)$$

σ being the local harmonic oscillator length $\sigma(z) = (\hbar/m\omega(z))^{1/2}$. The physical picture is quite clear: the constriction induces an augmentation in the zero-point energy for the transverse degrees of freedom. As the total energy of the atom is conserved, the longitudinal kinetic energy decreases. Actually, one recovers, in the quantum domain, the transfer of kinetic energy from longitudinal to transverse degrees of freedom as already pointed out for the classical dynamics. However, the constriction modifies the propagation even for particles in the transverse ground state because of the finite size of the transverse wave function.

4.2. The role of interactions

We investigate in this paragraph the role of interactions on the propagation through a constriction of a beam of interacting Bose-condensed atoms. The main difficulty arises from the non-

linearity of the Schrödinger equation due to the mean field interaction term. The strength of the interaction is proportional to the scattering length a [16]. By assuming that the transverse dimension of the cloud has the local equilibrium shape adapted to the local number of particle per unit length, the problem becomes one-dimensional and one can introduce a solution for the wave function of the form $\psi(\mathbf{r}, t) = f(z, t)g(x, y; n)$ in the variational procedure [17], where n is the local density of particles per unit length. By writing the longitudinal part of the wave function f in the phase and modulus form $f \equiv \sqrt{n}e^{i\phi}$, we introduce the longitudinal velocity field defined by $u \equiv (\hbar/m)\partial\phi/\partial z$.

After some algebra (see Appendix C), one gets the stationary hydrodynamic equations for the propagation of a beam of interacting Bose-condensed particles:

$$nu = \phi, \tag{12}$$

$$\tilde{\mu} + \frac{1}{2}mu^2 - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}} \frac{\partial^2 \sqrt{n}}{\partial z^2} = c, \tag{13}$$

where $\tilde{\mu}$ is an effective chemical potential, and ϕ and c two constants depending on the initial conditions. Eq. (12) reflects the conservation of the flux while Eq. (13) accounts for the conservation of energy.

As a first example, from Eqs. (12) and (13) we recover the results of the previous section for a perfect gas for which $a = 0$ and $\tilde{\mu} = \hbar\omega$ in a smooth constriction i.e. such that the last term of the l.h.s of (13) is negligible. In the following, we apply this set of equations in the weak-coupling limit ($na \ll 1$) and in the Thomas–Fermi limit ($na \gg 1$). For those two limits, the value of $\tilde{\mu}$ differs (see Appendix C). It is convenient to introduce the dimensionless notations: $\hat{u} \equiv u(z)/u(0)$, $\hat{z} \equiv z/\sigma(0)$, $\hat{\omega} \equiv \omega(z)/\omega(0)$, $\alpha \equiv mu^2(0)/(\hbar\omega(0))$ and $\beta \equiv \sqrt{na} = \sqrt{a\phi}/u(0)$. The combination of Eqs. (12) and (13) leads to the relation between the reduced velocity \hat{u} and the rate of compression $\hat{\omega}$ as a function of the dimensionless parameters.

In the weak-coupling limit that corresponds to the low density regime ($\beta \ll 1$) we find:

$$\frac{d^2\hat{u}}{d\hat{z}^2} = \frac{3}{2\hat{u}} \left(\frac{d\hat{u}}{d\hat{z}} \right)^2 - 2\alpha\hat{u}(\hat{u}^2 - 1) + 4\hat{u}(1 - \hat{\omega}) + 8\hat{u}\beta^2(1 - \hat{\omega}/\hat{u}) \tag{14}$$

while in the opposite regime, commonly called the Thomas–Fermi regime, we have

$$\frac{d^2\hat{u}}{d\hat{z}^2} = \frac{3}{2\hat{u}} \left(\frac{d\hat{u}}{d\hat{z}} \right)^2 - 2\alpha\hat{u}(\hat{u}^2 - 1) + 8\beta(\hat{u} - \hat{\omega}\sqrt{\hat{u}}). \tag{15}$$

In the following, we consider a linear increase of the transverse confining frequency: $\hat{\omega} = 1 + \gamma\hat{z}$. The results of the numerical integration of Eqs. (14) and (15) are plotted on Fig. 2, for the following values of the dimensionless parameters: $\alpha = 10^4$, $\gamma = 10^{-4}$, β having the value 10 in the Thomas–Fermi regime, and 0.1 in the weak-coupling regime. The large constriction ratios implied by $\gamma = 10^{-4}$ can be achieved on microchips [18]. For a given compression rate, the reduction of the velocity for the propagation through a constriction is dramatically magnified in the interacting case. It reflects the fact that the ground state wave function has a much broader transverse profile because of repulsive interactions ($\sqrt{na} \gg 1$). As already emphasized in Section 3.1.1, the larger the transverse size of the beam, the higher the coupling between longitudinal and transverse degrees of

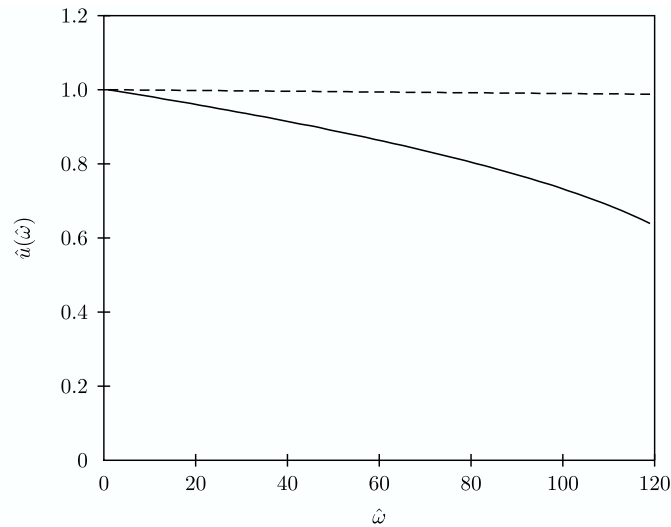


Fig. 2. Longitudinal velocity $\hat{u} \equiv u/u_0$ as a function of the constriction ratio $\hat{\omega}$ for a quantum beam in the weak-coupling regime (---, $\beta = 0.1$) and in the Thomas–Fermi regime (—, $\beta = 10$) for $\alpha = 10^4$ and $\gamma = 10^{-4}$. In the Thomas–Fermi regime, the repulsive interactions lead to a strong coupling between longitudinal and transverse degrees of freedom resulting in a larger reduction of the beam velocity through the constriction.

freedom. We point out that this magnification of the coupling between degrees of freedom induced by interactions may have to be taken into account for interferometers based on guided matter waves [19].

5. Conclusion

In this article, we have investigated quantitatively two possible ways (by compression and tilting of the guide) of increasing the collision rate of a thermal guided beam while keeping the phase space density constant. Those results are important from an experimental point of view since as soon as the collision rate is high enough, one can implement evaporative cooling as suggested in [2] to reach the quantum degeneracy regime. Those results have been obtained under the hydrodynamic formalism. In future work, we intend to study the case where the collision rate is not sufficient to ensure the local equilibrium requirement for hydrodynamics. We have also carried out the calculation for the propagation of a beam of bosons through a constriction in the degenerate regime in presence or not of interactions between particles. Strictly speaking, those calculations are valid at $T = 0$. Actually, the propagation of a beam of bosons through a constriction below the critical temperature can be regarded as a two-fluid problem. To address this problem completely, one would have to take into account the interaction between the thermal and the condensed part.

Acknowledgements

We thank Jean Dalibard and Johnny Vogels for a careful reading of the manuscript. C.F. Roos acknowledges support from the European Union (contract HPMFCT-2000-00478). This work

was supported by the Bureau National de la Métrologie, the Délégation Générale de l’Armement, the Centre National de la Recherche Scientifique and the Région Ile de France.

Appendix A. Theoretical framework for guided beams in classical regime

We consider a gas of particles with mass m confined by a static, velocity-independent potential $U(\mathbf{r})$. In this appendix we derive the classical equations for a beam of particles confined in a cylindrical geometry. For that purpose, we start with the classical Boltzmann equation:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I_{\text{coll}}[f], \tag{A.1}$$

where $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ is the distribution function and $I_{\text{coll}}[f]$ is collision term. The density ρ is obtained from the distribution by integration over velocity:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int d^3v f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t). \tag{A.2}$$

A.1. Reduction of dimensionality

We present the formulation of conservation equations for cylindrical geometries. We choose the longitudinal axis along z . In order to get hydrodynamic-like equations, we assume that the distribution function f is given by a local Maxwell–Boltzmann distribution of the form:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \propto \exp \left\{ -\frac{m(\mathbf{v} - u(z, t)\mathbf{e}_z)^2}{2k_B T(z, t)} - \frac{U(x, y, z)}{k_B T(z, t)} \right\}. \tag{A.3}$$

In the ansatz (A.3) we assume that the velocity field is purely longitudinal, and that all macroscopic quantities depend only on z .² We introduce the linear density n defined by:

$$n(z, t) = \int dx dy d^3v f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t). \tag{A.4}$$

The conservation of the number of particles is obtained by taking the average of (A.1) over the transverse coordinates and the velocity components: $\int [A.1] dx dy d^3v$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n \langle v_z \rangle) = 0, \tag{A.5}$$

where $\langle \dots \rangle$ denotes the following normalized average:

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{n(z)} \int dx dy d^3v A f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

² The set of hydrodynamic-like equations derived in Appendix A can be recovered directly from hydrodynamic equations with the proper choice for the ansatz. Actually, the radial dependence of the velocity field has to be taken into account even if it does not appear explicitly in the 1D equations.

The axial momentum current equation is deduced from the average of the on-axis component of the velocity $\int[A.1]v_z dx dy d^3v$:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n\langle v_z \rangle) + \frac{\partial}{\partial z} (n\langle v_z^2 \rangle) + \frac{n}{m} \left\langle \frac{\partial U}{\partial z} \right\rangle = 0. \quad (\text{A.6})$$

The conservation of energy is obtained from the average of the one-particle hamiltonian $H(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = mv^2/2 + U(\mathbf{r})$, $\int[A.1]H(\mathbf{r}, \mathbf{v}) dx dy d^3v$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n\langle H \rangle) + \frac{\partial}{\partial z} (n\langle v_z \rangle \langle H \rangle) + \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial z} (n(\langle v_z^3 \rangle - \langle v_z \rangle \langle v_z^2 \rangle)) = 0. \quad (\text{A.7})$$

A.2. Application to a power law potential for a stationary flow

We consider in this section that the transverse confining potential is given by a power law of exponent γ with a z -dependent strength $\lambda(z)$:

$$U(x, y, z) = m\lambda(z)r_{\perp}^{\gamma}, \quad (\text{A.8})$$

where $r_{\perp} = (x^2 + y^2)^{1/2}$ denotes the radial distance from the guide axis.

Furthermore, we define the mean velocity of the beam by $u \equiv \langle v_z \rangle$, and calculate with the ansatz (A.3) the following useful quantities: $\langle v_z^2 \rangle = u^2 + k_B T/m$ and $\langle v_z^3 \rangle = u^3 + 3uk_B T/m$. One also readily calculates the average values $\langle U \rangle = 2k_B T/\gamma$, $\langle H \rangle = (2/\gamma + 3/2)k_B T + mu^2/2$. The one-dimensional hydrodynamic equations (A.5)–(A.7) then simplify considerably. In the stationary regime that we shall consider hereafter, they can be recast in the form:

$$\begin{aligned} nu &= \phi, \\ \frac{d}{dz} \left[\frac{k_B T}{u} + mu \right] + \frac{2k_B T}{\gamma \lambda u} \frac{d\lambda}{dz} &= 0, \\ \left(\frac{2}{\gamma} + \frac{5}{2} \right) k_B T + \frac{mu^2}{2} &= \mu. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

An interesting feature of this set of equations is the conservation of phase-space density $D \equiv \rho \lambda_{\text{dB}}^3$, where $\lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ is the thermal de Broglie wavelength and ρ the 3D particle density. Indeed, for the power-law potential (A.8), D scales with the four parameters u , T , λ and γ as: $D \sim \lambda^{2/\gamma} u^{-1} T^{-2/\gamma-3/2}$. One can easily check that the set of equations (A.9) implies that

$$\frac{dD}{dz} = 0.$$

The collision rate Γ_{coll} scales as $\rho T^{1/2}$, thus the ratio $\hat{\Gamma} = \Gamma_{\text{coll}}(z)/\Gamma_{\text{coll}}(0)$ scales as $(T(z)/T(0))^2$.

Appendix B. Compression of an ideal quantum gas

In this appendix, we address the problem of the propagation of a quantum gas in a harmonic waveguide with a constriction. The potential experienced by the atoms reads: $U(x, y, z) =$

$m\omega^2(z)(x^2 + y^2)/2$, $\omega(z)$ being the z -dependent angular frequency. We introduce the harmonic oscillator length $\sigma(z) = (\hbar/m\omega(z))^{1/2}$, and denote its first and second derivatives with respect to z by σ' and σ'' . For a theoretical description, we resort to the study of the stationary solutions of the Schrödinger equation [15]. A general wave function can be expanded on the adiabatic basis as $|\Psi\rangle = \sum_{n_x, n_y} \alpha_{n_x, n_y}(z) |n_x(z)\rangle \otimes |n_y(z)\rangle$, where $\{|n_i(z)\rangle\}$ denotes the local 1D harmonic basis for the i -direction with a z -dependence in angular frequency. Inserting $|\Psi\rangle$ into the Schrödinger equation with stationary energy $E \equiv \hbar^2 k^2/2m$ and projecting on the mode $|m_x(z)\rangle \otimes |m_y(z)\rangle$ yields the following set of coupled linear equations:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \alpha_{m_x, m_y}}{dz^2} + k_{m_x, m_y}^2 \alpha_{m_x, m_y} = & - \sum_{n_x \neq m_x} \left(2 \frac{d\alpha_{n_x, m_y}}{dz} A_{m_x, n_x} + \alpha_{n_x, m_y} B_{m_x, n_x} \right) \\ & - \sum_{n_y \neq m_y} \left(2 \frac{d\alpha_{m_x, n_y}}{dz} A_{m_y, n_y} + \alpha_{m_x, n_y} B_{m_y, n_y} \right) + 2 \sum_{\substack{n_x \neq m_x \\ n_y \neq m_y}} \alpha_{n_x, n_y} A_{m_x, n_x} A_{m_y, n_y}, \end{aligned} \tag{B.1}$$

where we have defined the matrix elements $A_{m_i, n_i} = \langle m_i | \partial/\partial z | n_i \rangle$, $B_{m_i, n_i} = \langle m_i | \partial^2/\partial z^2 | n_i \rangle$, and the local wave number k_{m_x, m_y}

$$k_{m_x, m_y}^2 = k^2 - \frac{\sigma'^2}{2\sigma^2} (2 + m_x + m_y + m_x^2 + m_y^2) - \frac{1 + 2m_x + 2m_y}{\sigma^2}. \tag{B.2}$$

The matrix elements can be readily calculated:

$$\begin{aligned} A_{m_i, n_i} &= \sigma' \langle m_i | a_i^{\dagger 2} - a_i^2 | n_i \rangle / 2\sigma, \\ B_{m_i, n_i} &= \frac{1}{4\sigma^2} \left(\sigma'^2 \langle m_i | [a_i^{\dagger 2} - a_i^2]^2 | n_i \rangle - 2(\sigma\sigma'' - \sigma'^2) \langle m_i | a_i^{\dagger 2} - a_i^2 | n_i \rangle \right), \end{aligned}$$

where a_i^\dagger and a_i are the creation and annihilation operators for the considered harmonic basis.

Eq. (B.1) shows that each mode experiences a different potential barrier. In particular, $k_{m_x, m_y}(z)$ decreases in for a propagation through a constriction since the ground state energy increases in this case. From the above analysis we can conclude that an incident wave initially in the transverse ground state remains in this state if the adiabatic approximation criterium is fulfilled, namely $|\sigma'| \ll 1$. The adiabatic approximation fails around the turning point if the constriction is such that the incident wave can be reflected. We note that if the condition of adiabatic approximation is not fulfilled, Eq. (B.1) allows one to evaluate the importance of inter-level scattering.

Appendix C. Effective one-dimensional hydrodynamic equation in the quantum regime

In this appendix, we derive the effective 1D hydrodynamic equations for a beam of Bose-condensed interacting atoms propagating through a guide. For this purpose, we recall the main steps of their derivations as presented in [17] by means of the standard variational procedure. This approach is valid under the dilute-gas assumption [16], namely $\bar{\rho} a^3 \ll 1$ where a is the scattering length and $\bar{\rho}$ the mean density.

C.1. Hydrodynamic equations

The action \mathcal{S} for the condensate wave function ψ reads:

$$\mathcal{S} = \int dt \mathcal{E}[\psi, \psi^*] - \frac{i\hbar}{2} \int dt d^3r \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right), \quad (\text{C.1})$$

where the energy functional \mathcal{E} is given by

$$\mathcal{E}[\psi, \psi^*] = \int d^3r \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \psi|^2 + \frac{2\pi\hbar^2 a}{m} |\psi|^4 + U(\mathbf{r}) |\psi|^2 \right). \quad (\text{C.2})$$

The fact that the transverse beam size is small compared with the other relevant length scales allows us to consider the density profile across the guide to have its equilibrium form appropriate to the local number of particles per unit length. As a consequence, the problem becomes essentially one dimensional. In this case, the wave function can be assumed to have the form: $\psi(\mathbf{r}, t) = f(z, t)g(x, y; n)$ where n is the local density of particles per unit length and g the equilibrium wave function for the transverse motion. We emphasize that this ansatz does not correspond to a complete separability between the axial and transverse coordinates since g depends on z via the density per unit length n . In the following, we choose g to be normalized to $\int |g|^2 dx dy = 1$, and therefore $|f|^2 = n$.

The equations for g and f are obtained by minimization:

$$\frac{\delta}{\delta g^*} \left(\mathcal{E} - \mu \int d^3r |\psi|^2 \right) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta f^*} = 0, \quad (\text{C.3})$$

where μ is the chemical potential. After some algebra, one obtains the following set of equations:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |fg|^2 \right) g = \tilde{\mu} g \quad (\text{C.4})$$

$$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - f \int |\nabla g|^2 dx dy \right) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} f |f|^2 \int dx dy |g|^4 + f \int dx dy U |g|^2 \quad (\text{C.5})$$

where we introduce the effective chemical potential $\tilde{\mu} = \mu - \hbar^2 |\partial f / \partial z|^2 / (2m|f|^2)$. To obtain the hydrodynamic-like equations, it is convenient to write f in terms of a modulus and a phase: $f \equiv \sqrt{n} e^{i\varphi}$. The velocity field u associated with the phase φ reads $u \equiv (\hbar/m) \partial \varphi / \partial z$. From (C.4) and (C.5), one derives the equations for the density n and the velocity u :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (nu) = 0, \quad (\text{C.6})$$

$$m \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{\mu} + \frac{1}{2} mu^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\partial^2(\sqrt{n})}{\partial z^2} \right). \quad (\text{C.7})$$

The first equation is the usual equation of continuity, while the second is an Euler-like equation. In the adiabatic limit, the last term of (C.7) is negligible.

C.2. Determination of the chemical potential

In the following, we derive the expression for the chemical potential in two opposite limits, namely the Thomas Fermi regime ($na \gg 1$) and the weak coupling limit ($na \ll 1$). We restrict our analysis to an harmonic trapping potential: $U(x, y, z) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$.

C.2.1. The Thomas–Fermi regime

In this large density limit ($na \gg 1$), the kinetic term in (C.4) can be neglected. The normalization condition on g provides the relation between the effective chemical potential $\tilde{\mu}$ and the local density of particles per unit length: $\tilde{\mu} = 2\hbar\omega\sqrt{na}$. If ω does not depend on z or changes smoothly, $|\partial f/\partial z| \sim 0$ and $\tilde{\mu} = \mu$, we therefore recover the results of Refs. [17,20].

C.2.2. The weak-interaction limit

In the absence of interaction, g_0 has a Gaussian form, $|g_0|^2 = (\pi\sigma^2)^{-1}e^{-(x^2+y^2)/\sigma^2}$ with $\sigma = \sqrt{\hbar/m\omega}$ and $\mu_0 = \hbar\omega$. The low density limit corresponds to $na \ll 1$, we consequently derive perturbatively from Eq. (C.4) the correction to the chemical potential:

$$\mu = \mu_0 + \delta\mu = \mu_0 + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} n \int dx dy |g_0|^2 = \hbar\omega(1 + 2an). \quad (\text{C.8})$$

References

- [1] Chikkatur AP, Shin Y, Leanhardt AE, Kielpinski D, Tsikata E, Gustavson TL, et al. *Science* 2002;296:2193.
- [2] Mandonnet E, Minguzzi A, Dum R, Carusotto I, Castin Y, Dalibard J. *Eur Phys J D* 2000;10:9.
- [3] Schmiedmayer J. *Phys Rev A* 1995;52:R13–6.
- [4] Denschlag J, Cassettari D, Schmiedmayer J. *Phys Rev Lett* 1999;82:2014.
- [5] Goepfert A, Lison F, Schütze R, Wynands R, Haubrich D, Meschede D. *Appl Phys B* 1999;69:217.
- [6] Key M, Hughes IG, Rooijackers W, Sauer BE, Hinds EA, Richardson DJ, et al. *Phys Rev Lett* 2000;84:1371.
- [7] Dekker NH, Lee CS, Lorent V, Thywissen JH, Smith SP, Drndic M, et al. *Phys Rev Lett* 2000;84:1124.
- [8] Teo BK, Raithel G. *Phys Rev A* 2001;63:031402.
- [9] Sauer JA, Barrett MD, Chapman MS. *Phys Rev Lett* 2001;87:270401.
- [10] Hinds EA, Hughes IG. *J Phys D: Appl Phys* 1999;87:R119.
- [11] Cren P, Roos CF, Aclan A, Dalibard J, Guéry-Odelin D. *Eur Phys J D* 2002;20:107.
- [12] Renn MJ, Montgomery D, Vdovin O, Anderson DZ, Wieman CE, Cornell EA. *Phys Rev Lett* 1995;75:3253;
Renn MJ, Donley EA, Cornell EA, Wieman CE, Anderson DZ. *Phys Rev A* 1996;53:R648;
Renn MJ, Zozulya AA, Donley EA, Cornell EA, Anderson DZ. *Phys Rev A* 1997;55:3684;
Ito H, Sakaki K, Ohtsu M, Jhe W. *Appl Phys Lett* 1997;70:2496.
- [13] Wing WH. *Prog Quant Electron* 1984;8:181.
- [14] Goldstein H. *Classical Mechanics*. 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley; 1980.
- [15] Glazman LI, Lesovik GB, Khmel'nitskii DE, Skelhter RI. *J Exp Theor Phys Lett* 1988;48:238;
Yacoby A, Imry Y. *Phys Rev B* 1990;41:5341;
Stafford CA, Baeriswyl D, Bürki J. *Phys Rev Lett* 1997;79:2863;
Kassubek F, Stafford CA, Grabert H. *Phys Rev B* 1999;59:7560.
- [16] Dalfovo F, Giorgini S, Pitaevskii L, Stringari S. *Rev Mod Phys* 1999;71:463.

- [17] Jackson AD, Kavoulakis GM, Pethick CJ. *Phys Rev A* 1998;58:2417.
- [18] Ott H, Fortagh J, Schlotterbeck G, Grossmann A, Zimmermann C. *Phys Rev Lett* 2001;87:230401;
Hänsel W, Hommelhoff P, Hänsch TW, Reichel J. *Nature* 2001;413:498;
Haase A, Cassettari D, Hessmo B, Schmiedmayer J. *Phys Rev A* 2001;64:043405;
Vengalattore M, Rooijakkers W, Prentiss M. *Phys Rev A* 2002;66:053403.
- [19] Berman P, editor. *Atom Interferometry*. New York: Academic Press; 1997;
Andersson E, Calarco T, Folman R, Andersson M, Hessmo B, Schmiedmayer J. *Phys Rev Lett* 2002;88:100401.
- [20] Leboeuf P, Pavloff N. *Phys Rev A* 2001;64:033602.

Annexe G

Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam

T. Lahaye, Z. Wang, G. Reinaudi, S. P. Rath, J. Dalibard, et D. Guéry-Odelin, *Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam*, Phys. Rev. A **72**, 033411 (2005).

Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam

T. Lahaye, Z. Wang, G. Reinaudi, S. P. Rath, J. Dalibard, and D. Guéry-Odelin

Laboratoire Kastler Brossel,* 24 rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France

(Received 30 May 2005; published 19 September 2005)

We report on our recent progress in the manipulation and cooling of a magnetically guided, high-flux beam of ^{87}Rb atoms. Typically, 7×10^9 atoms per second propagate in a magnetic guide providing a transverse gradient of 800 G/cm, with a temperature $\sim 550 \mu\text{K}$, at an initial velocity of 90 cm/s. The atoms are subsequently slowed down to ~ 60 cm/s using an upward slope. The relatively high collision rate (5 s^{-1}) allows us to start forced evaporative cooling of the beam, leading to a reduction of the beam temperature by a factor of 4, and a tenfold increase of the on-axis phase-space density.

DOI: [10.1103/PhysRevA.72.033411](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.72.033411)

PACS number(s): 32.80.Pj, 03.75.Pp

I. INTRODUCTION

Evaporative cooling of atomic clouds confined in magnetic or optical traps has allowed for the realization of Bose-Einstein condensation in dilute gases [1]. Coherent streams of matter waves have been extracted from such condensates, leading to the achievement of pulsed “atom lasers” [2–5]. Nevertheless, the very low duty cycles and mean fluxes of the atom laser experiments realized to date are crucial inconveniences in view of practical applications, such as metrology or nanolithography experiments. Such applications would indeed require the equivalent, for matter waves, of a high-flux, continuous-wave laser.

A possible way to realize such a cw atom laser consists in outcoupling atoms from a trap periodically replenished with new condensates [6]. Another way to achieve this goal has been studied theoretically in [7] and transposes the technique of evaporative cooling to an *atomic beam*. A high-flux, slow, and cold atomic beam, transversely confined by a magnetic guide, can be further cooled by applying an energy-selective “knife” that removes atoms having a transverse energy above the average. As the remaining particles propagate further downstream and rethermalize through elastic collisions, the beam temperature decreases. By lowering the knife as the beam gets colder, forced evaporative cooling takes place, and the phase-space density of the beam increases.

The challenging prerequisite in order to apply such an evaporative cooling technique is to realize a guided atomic beam in the collisional regime, as demonstrated in [8]. Here, we report on several improvements of the setup allowing us to achieve a tenfold increase of the beam phase-space density by evaporative cooling. An upward slope is implemented along the first 1.7 m of the guide, leading to a significant decrease of the beam velocity. This, in combination with an optimization of the pulsed injection of atoms into the guide, yields a significant increase in the collision rate. We have also developed a detection scheme using absorption spectroscopy on an open transition, which improves the accuracy of our temperature measurements.

The article is organized as follows. In Sec. II we describe the experimental setup, with a special emphasis on the implementation of the tilted guide that allows us to decrease the beam mean velocity. In Sec. III we show the occurrence of nonadiabatic spin-flip losses due to the magnetic field vanishing on the guide axis. We explain how this can be circumvented by applying a longitudinal bias field. We also discuss the necessary modification of the analysis made in [9] of the temperature measurements deduced from rf spectroscopy on the atomic beam. Finally, in the last section, we report on a significant gain in the phase-space density of a guided atomic beam, obtained by continuous evaporative cooling.

II. EXPERIMENTAL SETUP

A. Magnetic guide

The magnetic guiding [10–15] of our atomic beam is ensured by a two-dimensional quadrupole guide. The guide axis being chosen as the z axis; the magnetic field reads $(bx, -by, 0)$, where b is the magnetic field gradient. The field increases linearly with the distance from the axis, where it vanishes, which leads to nonadiabatic spin-flip losses (see Sec. III). Contrary to what happens with a spherical quadrupole field, this loss mechanism can be circumvented very simply by adding a longitudinal bias field B_0 . The magnetic field is then nonzero everywhere. Atoms prepared in a low-field seeking state with a magnetic dipole moment μ thus experience a semilinear cylindrically symmetric potential given by

$$U(r) = \mu \sqrt{B_0^2 + b^2 r^2}, \quad (1)$$

where $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ is the radial distance from the axis. In our experiments, we use ^{87}Rb atoms polarized in the $|F=1, m_F=-1\rangle$ state, which has a magnetic dipole moment $\mu = \mu_B/2$, where μ_B is the Bohr magneton.

We denote by Φ the flux of the atomic beam propagating in the guide, \bar{v} its mean velocity, and T its temperature. Depending on the value of the dimensionless parameter $\alpha \equiv \mu B_0 / (k_B T)$, the potential felt by the atoms is approximately linear (if $\alpha \ll 1$) or approximately harmonic ($\alpha \gg 1$). For arbitrary α , exact analytical expressions for the elastic collision rate γ within the beam, as well as for the on-axis

*Unité de Recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

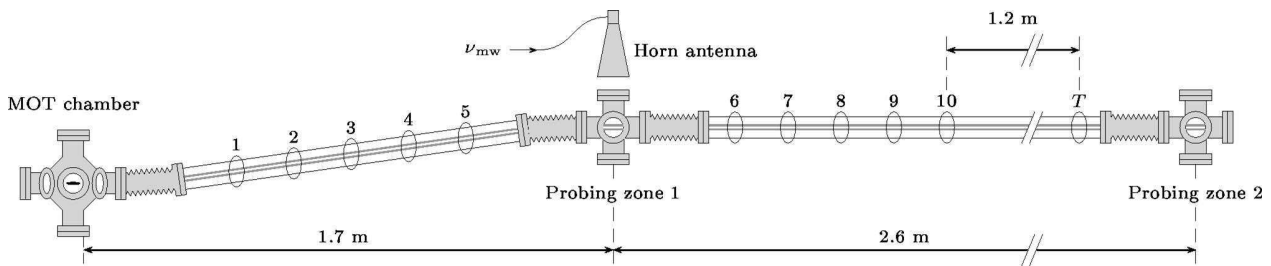


FIG. 1. Simplified sketch (not to scale) of the magnetic guide. The first 1.7 m of the guide is slightly tilted upwards by $h_0=22\pm 1$ mm, while the remaining part is horizontal within ± 1 mm. The guide sits inside glass tubes so that rf waves can be shone on the atomic beam. Two probe beams, one just after the slope, the other close to the end of the guide, can be used to detect the atoms. The beam in probing zone 1 can also be used as a marking beam for longitudinal time of flight measurements (see text). The ellipses numbered from 1 to 10 represent the rf antennas used for the evaporative cooling of the beam; the one labeled “T” represents the rf antenna used to measure the beam temperature.

phase-space density ρ , can be derived for a semilinear potential:

$$\gamma = \frac{\sigma}{2\pi^{3/2}} \frac{1+2\alpha}{(1+\alpha)^2} \frac{\Phi\left(\frac{\mu b}{k_B T}\right)^2}{\bar{v}} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}, \quad (2)$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1+\alpha} \frac{\Phi\left(\frac{\mu b}{k_B T}\right)^2}{\bar{v}} \frac{h^3}{(2\pi m k_B T)^{3/2}}, \quad (3)$$

where m is the atomic mass. In Eq. (2), the elastic collision cross section σ is assumed to be purely s -wave (and thus isotropic) and velocity independent ($\sigma=7.6\times 10^{-16}$ m²). Both assumptions are known to be valid only if $T < 100$ μ K for ⁸⁷Rb. However, the temperatures investigated in this article range from 150 to 600 μ K. For those temperatures, the d -wave contribution has to be taken into account in the calculation of both the collision rate and the thermalization rate. The inclusion of the d -wave contribution in the estimation of the thermalization rate is not a straightforward task. One problem is the anisotropy of the d -wave differential cross section, which reduces the efficiency of the thermalization for a given number of collisions. Another difficulty lies in interferences between s - and d -wave contributions. For the particular case of ⁸⁷Rb, the d -wave cross section exhibits a resonance [16] that increases the collision rate around 300 μ K. This compensates partially for the reduced efficiency in rethermalization of d -wave scattering, resulting in a nearly constant thermalization rate [17]. Therefore, in the following, we use the expression (2) as a guideline to estimate the number of collisions.

We now turn to the experimental realization of such a guide [18]. Currents up to $I=400$ A are running in four 4.5-m-long parallel copper tubes sitting at the vertices of a square of side $a=8$ mm. The currents change sign between adjacent tubes. A ring-shaped, hollow, nonmagnetic stainless-steel piece, brazed on the copper tubes, is used at the entrance of the guide in order to recombine the currents and the cooling water used to dissipate the ~ 5 kW generated by ohmic heating. The copper tubes are held together using ceramic pieces every 30 cm, and the guide rests on other ceramic pieces which themselves rest on the inner side of the vacuum chamber. For this configuration of currents, the mag-

netic field gradient is $b=4\mu_0 I/(\pi a^2)$, and can therefore reach a maximum value of 1 kG/cm for $I=400$ A. The magnetic field gradient is actually smaller by a factor of 3 at the entrance of the guide (where $a=14$ mm) and reaches its asymptotic value only after 40 cm as the distance a is progressively reduced. The goal of this tapered section is to compress adiabatically the beam during its entrance into the guide, in order to maximize the collision rate γ .

The whole guide sits in an ultrahigh vacuum chamber (see Fig. 1) consisting essentially of two glass tubes allowing us to use rf antennas located outside of the vacuum chamber, since metallic tubes would screen the oscillating magnetic field. Two 25 l/s ion pumps located at $z=1.7$ m and $z=4.3$ m from the guide entrance ensure that the pressure remains around 10^{-11} Torr at the pumps locations; however, due to the poor conductance of the glass tubes, the effective lifetime in the second part of the guide, measured by monitoring the flux at $z=1.7$ m and $z=4.3$ m for various beam velocities, is limited to ~ 15 s. We find experimentally that cooling the vacuum chamber to below -50 $^{\circ}$ C increases the flux measured at the end of the guide by 25% to 50%. For this purpose, we use a flow of cold nitrogen gas emanating from a liquid nitrogen dewar. This increase is a clear indication that the main source of background gas is the outgassing from the glass walls. In addition, we have found that the repeated, fast switching-off of the guide current leads to a degradation of the vacuum, presumably by causing microleaks to appear at the level of the brazing between the copper tubes and the recombination piece at the entrance of the guide. For this reason, we do not turn off the magnetic field of the guide when we measure the atomic beam flux, and we consequently developed a flux measurement technique (see Sec. II C) that is almost insensitive to the presence of the magnetic field.

B. Loading of the guide

In order to produce a high-flux, low velocity, cold atomic beam propagating in the guide, we use a pulsed injection scheme as described in detail in Ref. [8]. We recall here briefly the various steps involved in the 180 ms sequence used to inject a “packet” of atoms into the guide.

A slow (~ 20 m/s) atomic beam, with a flux on the order of 2×10^{11} atoms/s, is produced by decelerating, in a Zeeman slower (not shown in Fig. 1), an atomic beam effusing from an oven at 140°C . It is used to feed a three-dimensional magneto-optical trap (MOT). The MOT magnetic field reads (b_x, b_y, b_z) with $(b_x, b_y, b_z) = (5.4, -6, 0.6)$ G/cm. This anisotropy in the field gradients results in an elongated shape of the cloud. After 100 ms of loading, the MOT contains about 1.8×10^9 atoms, and has a transverse rms radius of about $\Delta r = 1$ mm and a length of 35 mm along z . A 3 ms launching phase occurs, in which the MOT magnetic fields are switched off, and a small frequency offset $\delta\nu$ is applied between the front and rear pairs of the MOT beams lying in the horizontal plane. In this *moving molasses* configuration [19], the cooling occurs in a frame moving with a velocity $v_{\text{inj}} \propto \delta\nu$. This way, the atom cloud is set in motion towards the guide entrance, with an injection velocity v_{inj} adjustable between 30 and 250 cm/s. In the last 1.5 ms of this phase, the atoms are further cooled by increasing the laser detuning from the cooling transition to -72 MHz. This results in a final cloud temperature around $40 \mu\text{K}$, hence a rms velocity $\Delta v = 6$ cm/s.

A $700 \mu\text{s}$ optical pumping stage is used to pump the atoms into the $|F=1, m_F=-1\rangle$ ground state, with an efficiency of $\sim 70\%$. A two-dimensional quadrupole magnetic “preguide” is then turned on for 80 ms, with a transverse gradient in the x - y plane of 85 G/cm. It prevents the atom cloud from expanding transversally and from falling due to gravity while it propagates towards the guide entrance. In order to “mode-match” the preguide stiffness with the cloud size and temperature, one can in principle superimpose a longitudinal bias field B_1 . This makes the preguide harmonic, with an angular frequency $\omega_1 \propto B_1^{-1/2}$. For the parameters of our atomic cloud, the field needed to obtain $\omega_1 = \Delta v / \Delta r$ is $B_1 = 60$ G. Nevertheless, we find experimentally that applying such a bias field does not lead to appreciable changes in the beam temperature and flux. Moreover, the “center matching” (i.e., the overlapping of the atom cloud axis with the guide axis z), which is a crucial step in order to achieve a low temperature of the guided beam, is greatly simplified in the absence of bias field as there is no gravitational sag, whereas a bias field $B_1 = 60$ G leads to a 3 mm sag.

The atomic packets containing 1.3×10^9 particles, and injected with a rate of $(180 \text{ ms})^{-1}$, expand longitudinally (due to the dispersion of longitudinal velocities) while they enter into the guide, and finally overlap, resulting, after a propagation over 50 cm, in a continuous beam with a flux $\Phi = 7 \times 10^9$ atoms/s and a mean velocity v_{inj} .

The timings cited here (100 ms of MOT loading and 80 ms of preguiding) are optimized for $v_{\text{inj}} = 90$ cm/s. For other injection velocities, these values have to be adjusted accordingly. However, it is important to point out that the pulsed injection scheme used here prevents us from injecting the beam at arbitrary low velocities. Indeed, the preguiding time τ_{pg} must be long enough to let the packet propagate over a length ℓ of typically 10 cm so that the preparation of the next packet does not affect the previous one significantly. Therefore, for injection velocities much lower than 90 cm/s, the preguiding time $\tau_{\text{pg}} \sim \ell / v_{\text{inj}}$ would become prohibitively long. This would lead to a low repetition rate affecting the

value of the coupled flux Φ , since the number of atoms that one can accommodate in the MOT quickly saturates.

C. Detection of the atomic beam

Absorption spectroscopy is used to monitor the beam flux, using two laser beams located in the middle and at the end of the guide (probing zones 1 and 2, respectively, on Fig. 1).

We have investigated two detection schemes. The first one consists in using probe beams resonant with the $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'=3\rangle$ transition, with a small amount of repumping light used to first repump the atoms from $|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$ to $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle$. This has the advantage of yielding a continuous signal if the probe beam is locked on the transition. This allows one, for example, to monitor the time dependence of the flux. The velocity measurements described in the next section are realized this way.

However, the guide magnetic field is present during those measurements. It leads to a large inhomogeneous broadening of the resonance line, largely dependent on the field gradient b and on the probe beam polarization. We find that in practice, this measurement method is not reliable if one wants to measure the atomic beam flux independently of the transverse energy of the atoms. For the temperature measurements through rf spectroscopy (see below), where one is interested in such a measurement, this method can thus lead to erroneous results.

We therefore developed another technique, consisting in monitoring the absorption of the repumping beam alone. The atomic transition is obviously an open one, and the absorption is therefore quite small, on the 1% level. Nevertheless, provided the light intensity is high enough so that any atom, regardless of its position or velocity, is addressed by the laser, the *number* of photons absorbed per second is proportional to the atomic flux. In particular, for the transition $|5^2S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'=2\rangle$ in which no dark state exists (in contrast to what happens for $F'=0$ or $F'=1$), each atom scatters on average two photons before being pumped into the $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle$ level. This is therefore a convenient way to measure the absolute atomic flux in the presence of the inhomogeneous magnetic field of the guide. We find a good agreement between the flux deduced by this method and the one inferred from the loading rate of the MOT.

In practice, for measurements of relative flux, we obtain a better signal to noise ratio when we scan 70 times per second the laser frequency across the $|5^2S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F'=0, 1, 2\rangle$ transitions, at a rate of about 600 MHz/ms. For a beam velocity of $\bar{v} = 60$ cm/s, the atoms that are in the probing region (of length 1 mm) for a given scan were thus located ≈ 1 cm upstream during the previous scan and they were not affected by the probe. We find that, in contrast to the previous detection scheme, the spectra are remarkably insensitive to b and to probe polarization. This robustness of the flux signal thus leads to a much more accurate temperature determination.

D. Implementation of a slope to slow down the beam

The number of collisions N_{col} experienced by an atom during its propagation along the whole guide scales as $1/\bar{v}^2$,

where \bar{v} is the beam mean velocity. Since the value of N_{col} determines the potential gain in phase-space density that one can achieve through evaporative cooling [9], one needs to minimize \bar{v} . However, as pointed out in Sec. II B, the injection velocity v_{inj} cannot be arbitrarily low because of the pulsed character of our loading process. Therefore, exploiting the relative mechanical flexibility of the guide and the presence of bellows in the vacuum system (see Fig. 1), we implemented an upwards slope on the first 1.7 m of the guide, the height of the guide rising by $h_0 = 22 \pm 1$ mm. The remaining part of the guide is horizontal within ± 1 mm (see Fig. 1). The purpose of such a slope is to decrease the mean velocity of the beam and thus increase N_{col} . In the absence of collisions, the product of the mean velocity of the beam by the longitudinal velocity dispersion remains constant in the slope as a result of Liouville's theorem. In a collisional beam this effect yields a slight increase of temperature by an amount $\delta T/T \sim (2/7) \delta \bar{v}/\bar{v}$ [20].

We have performed velocity measurements in the second part of the guide with a longitudinal time-of-flight technique. The laser beam in probing zone 1 in Fig. 1, located at the position z_1 , is scanned at a 200 Hz rate across the transitions $|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F', m_{F'}\rangle$ and is used as a marking beam. For a power of 6 μW , typically 30% of the atoms are removed from the beam. At time $t=0$, we extinguish the marking beam, and we monitor with the probe located in probing zone 2 (locked on the cycling transition) the flux arriving at z_2 . The time-dependent signal is fitted according to

$$\Phi(t) = \Phi_0 + \Delta\Phi \operatorname{erf}\left(\frac{z_2 - z_1 - \bar{v}t}{t\sqrt{2k_B T/m}}\right), \quad (4)$$

where erf is the error function, with T and \bar{v} as adjustable parameters.

Figure 2 represents the final velocity \bar{v} measured this way, as a function of the injection velocity v_{inj} . One can see a clear reduction of the velocity, with \bar{v} close to the velocity $\sqrt{v_{\text{inj}}^2 - 2gh_0}$ expected for a single particle having an initial velocity v_{inj} and ‘‘climbing’’ a height h_0 (solid line).

The use of a slope to slow down the beam is nevertheless limited by the fact that one must stay in the supersonic regime: the *Mach number*, defined as $\mathcal{M} = \bar{v}/\Delta v$, where Δv is the longitudinal velocity dispersion, must remain significantly larger than 1. If this is not true, many particles would move backwards, thereby reducing the flux (see Fig. 3) and increasing the incoming particles energy through collisions with a high relative momentum. In practice, we find that for $v_{\text{inj}} = 90$ cm/s, the final velocity $\bar{v} \approx 60$ cm/s (see Fig. 2) is still high enough for the beam to stay sufficiently supersonic (for $T \sim 600$ μK , $\Delta v \sim 25$ cm/s). The net gain, induced by the use of a slope, on the number of collisions N_{col} is typically a factor of 2 for this choice of parameters.

III. FROM LINEAR TO HARMONIC GUIDING POTENTIAL

A. Spin-flip losses

In a purely two-dimensional quadrupole guide, the magnetic field vanishes along the guide axis z . Therefore, atoms

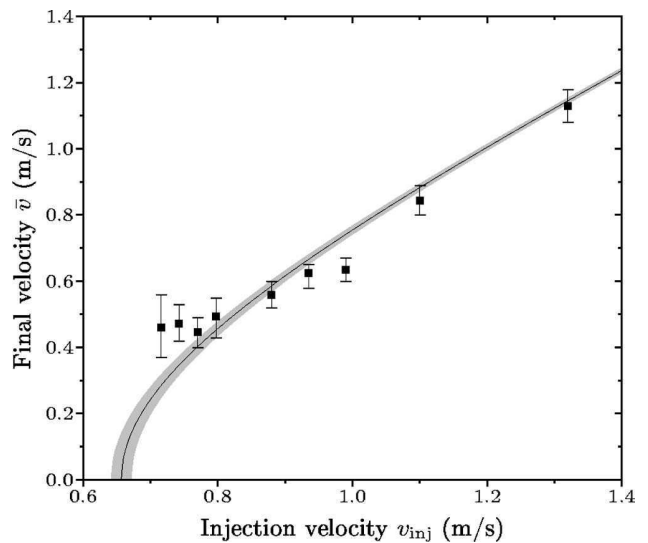


FIG. 2. Velocity \bar{v} of the beam after the slope as a function of the injection velocity. The magnetic gradient is $b = 800$ G/cm. The solid line represents $\sqrt{v_{\text{inj}}^2 - 2gh_0}$ with $h_0 = 22 \pm 1$ mm (the shaded area represents the uncertainty in \bar{v} due to the uncertainty in h_0).

having a low angular momentum experience a rapid variation of the direction of the magnetic field when they approach the axis, and can undergo a nonadiabatic spin-flip transition to an untrapped state [21]. This loss mechanism is more pronounced if the beam enters the collisional regime, since collisions redistribute angular momentum between atoms and continuously lead to new losses. Adding a longitudinal bias field to the two-dimensional quadrupole leads to a semilinear transverse trapping potential (1), in which the magnetic field never vanishes, which can strongly suppress those Majorana losses.

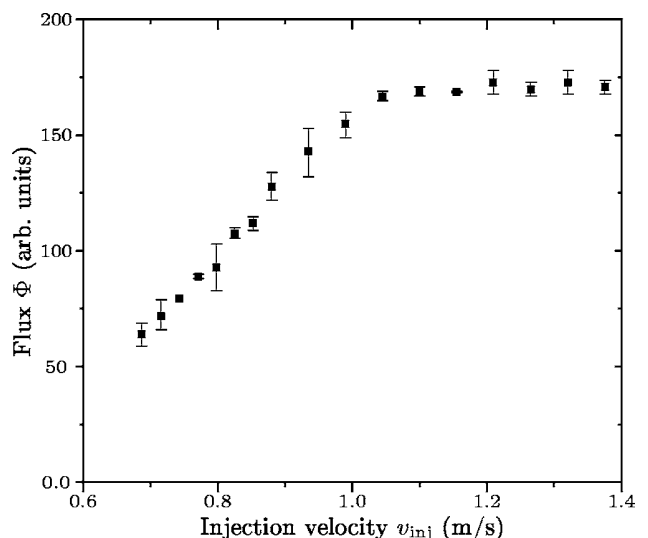


FIG. 3. Flux Φ measured at the end of the guide as a function of the injection velocity v_{inj} . The magnetic guide gradient is $b = 800$ G/cm. The timings of the launching sequence are kept constant with the values of Sec. II B. One clearly sees that for low injection velocities, the flux decreases very significantly.

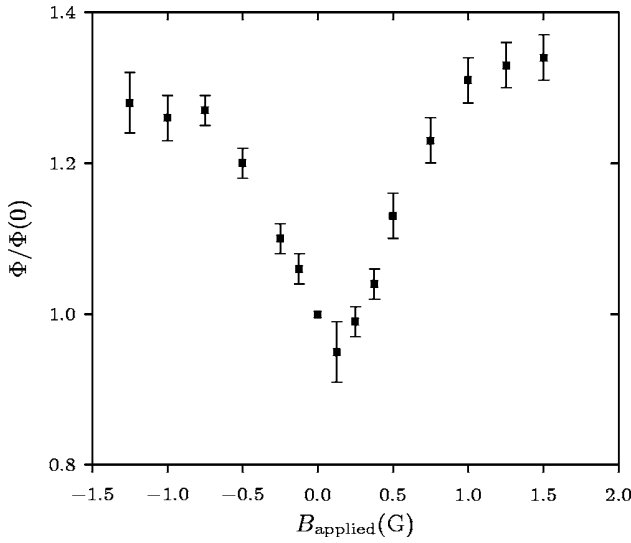


FIG. 4. Measured flux at the end of the guide (normalized to the flux in the absence of an applied bias field) as a function of the applied bias field B_{applied} . The curve is not centered on 0 because of the presence of a $B_{\text{earth}} \sim 120$ mG component of the Earth's magnetic field along the guide. The bias field is $B_0 = B_{\text{applied}} - B_{\text{earth}}$.

To study the occurrence of such spin-flip losses in our beam, we use a solenoid wound around the guide, with a diameter varying from 30 to 50 cm and 20 turns per meter, yielding a longitudinal bias field $B_0 = 0.25$ G/A along z . The resulting field is uniform within $\pm 10\%$ along the whole guide length.

When we apply a sufficiently large bias field ($B_0 > 1$ G), the flux in the guide is enhanced by as much as 30% (see Fig. 4) with respect to its value for $B_0 = 0$. The large width of the loss curve (1 G full width at half-maximum) indicates that the observed losses are not, strictly speaking, due to Majorana spin-flips, but are probably induced by high-frequency oscillating fields (due to the noisy environment) having an amplitude of a few tenths of gauss [22–24].

In practice, we operate the magnetic guide with a $B_0 = 1$ G bias field. This changes slightly the shape of the transverse trapping potential. If the beam temperature T is large ($k_B T \gg \mu B_0$) the trap is still approximately linear; but for lower temperatures the relevant part of the potential is harmonic.

B. Temperature measurements in a semilinear potential

The exact shape of the potential needs to be taken into account in the temperature measurements that we perform with rf spectroscopy [8]. For a linear potential, we extract the beam temperature T from the fraction φ of atoms remaining in the beam after evaporation by a rf antenna operating at frequency ν_{rf} . If this frequency is small compared to $k_B T/h$, then very few atoms will fulfill the rf resonance condition at some point in their trajectory and will be evaporated. In a similar way, if $h\nu_{\text{rf}} \gg k_B T$, the resonance condition is fulfilled on a radius large compared to the thermal radial size of the beam, and almost no atoms are evaporated. In between, the

function φ goes through a minimum. The same feature remains qualitatively true for a semilinear potential, but the precise lineshape of this rf spectrum depends on the value of the bias field.

We therefore developed, for an arbitrary bias field B_0 , semianalytical calculations allowing us to extract the temperature from the curve depicting the fraction $\varphi(\nu_{\text{rf}})$ of remaining atoms after the temperature measurement antenna, as a function of its rf frequency ν_{rf} . The method follows the one used in [9]. The curve $\varphi(\nu_{\text{rf}})$ now depends on two dimensionless parameters, $\eta = h(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)/(k_B T)$ (where ν_0 is the frequency corresponding to the “trap bottom,” satisfying $h\nu_0 = \mu B_0$) and $\alpha = \mu B_0/(k_B T)$. In the limit $\alpha \rightarrow 0$ one has a linear trap, leading to the approximate formula

$$\varphi(\eta, 0) \approx 1 - 1.65\eta^{1.13}e^{-0.92\eta}, \quad (5)$$

while for $\alpha \rightarrow \infty$ one recovers the exact formula for a harmonic confinement:

$$\varphi(\eta, \infty) = 1 - \sqrt{\pi\eta}e^{-\eta}. \quad (6)$$

From our calculation, we find a good interpolation between those two limits is provided by the following empirical formula:

$$\varphi_{\text{approx}}(\eta, \alpha) \approx 1 - 1.7e^{-0.9\eta}\eta^{1.1-0.4 \arctan(3.6\alpha)}. \quad (7)$$

We checked the validity of the approximate formula (7) by generating, with a Monte-Carlo simulation, ensembles of atoms at thermal equilibrium in the semilinear potential, simulating the curve $\varphi(\eta, \alpha)$ by applying the evaporation criterion, and fitting this curve by Eq. (7). We find that the temperature obtained in this way is reliable within $\pm 5\%$ for a range of variation of $0.1 \leq \alpha \leq 10$. The precision with which we can infer temperature ratios is actually better. We have checked that, for a given B_0 , when two temperatures T_1^{sim} and T_2^{sim} are used to obtain simulated rf spectra, the ratio of the temperatures T_1^{fit} and T_2^{fit} obtained by fitting those spectra with Eq. (7) differs by typically less than 1% from the actual ratio $T_1^{\text{sim}}/T_2^{\text{sim}}$.

With this fitting function, we investigate the effect of spin-flip losses on the beam temperature. In the absence of an applied longitudinal field, we observe that the beam temperature is $\sim 8\%$ higher than when one applies a bias field large enough to avoid spin-flip losses. This can be easily understood since the atoms lost by spin-flips have a low angular momentum, and on average a small energy. Therefore, their loss leads to a higher beam temperature after rethermalization.

IV. EVAPORATIVE COOLING OF THE BEAM

It is important to emphasize that applying evaporative cooling on an atomic beam is significantly more difficult than on a trapped cloud of atoms: (i) the pulsed injection results in a longitudinal dilution of the atom packets, and the resulting decrease in the atomic density yields a low initial collision rate γ ; (ii) the time allowed for evaporation is limited by the guide length and by \bar{v} , and not only by the quality of the vacuum; and (iii) the collision rate and phase-space

density scale less favorably in view of evaporative cooling for a two-dimensional confinement than for a three-dimensional trap [9]. For all those reasons, a significant gain in the phase-space density of a magnetically guided beam had never been achieved to date.

In this section, after detailing the two evaporation methods that we have developed—radio frequency and microwave evaporation—we report on the evaporative cooling of the atomic beam using several evaporation zones in order to significantly increase the phase-space density.

A. Radio-frequency evaporation

Evaporative cooling relying on a position-dependent transition to an untrapped state can be easily accomplished using a two-photon radio-frequency transition between the Zeeman sublevels $|F=1, m_F=-1\rangle$ and $|F=1, m_F=1\rangle$. Atoms crossing a cylinder of axis z , with a radius R_{evap} fulfilling $U(R_{\text{evap}}) = h\nu_{\text{rf}}$, where h is Planck's constant and ν_{rf} the rf frequency, are evaporated. If this radius is higher than the beam's thermal size, essentially energetic atoms are removed, and after rethermalization, the beam gets colder. For temperatures in the range of a few hundreds μK , the corresponding frequencies are in the tens of MHz. The rf antennas that we use consist of a single loop with a $50\ \Omega$ resistor in series, in which we couple a power of 27 dBm. This corresponds to an amplitude of the oscillating magnetic field, at the level of the atomic beam, of 50 mG.

We can measure the spatial range over which an antenna is efficient by switching on a rf antenna for a short time (a few tens of milliseconds) and monitoring the temporal width of the dip appearing in the flux signal. We find that the typical range is around 20 cm.

Nevertheless, for some specific frequencies (especially around 40 MHz) we observe that the efficiency range of the antenna considerably increases, essentially reaching the whole guide length. Those *resonance* frequencies depend on the position z_{ant} of the antenna on the guide. This fact, added to the similarity between the guide length and the wavelengths corresponding to the resonance frequencies, leads us to suppose that the rf antennas can couple to the guide, in which they induce currents, making it act as an antenna itself.

Although those resonances are well localized in the frequency domain, and therefore do not prevent the use of rf evaporation for the purpose of evaporative cooling, we tried to circumvent this problem with evaporation in the microwave domain by inducing transitions between different *hyperfine* states.

B. Microwave evaporation

An electromagnetic wave resonant with the hyperfine transition $|5^2S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |5^2S_{1/2}, F=2\rangle$ at $\nu_{\text{hf}}=6834.7$ GHz can also be used to selectively remove atoms from the beam [25]. Indeed, a magnetic dipole transition from the trapped state $|F=1, m_F=-1\rangle$ can only excite atoms to the antitrapped states $|F=2, m_F=-2\rangle$, $|F=2, m_F=-1\rangle$, or to the untrapped state $|F=2, m_F=0\rangle$. Contrary to the rf case, this gives three distinct evaporation radii. This leads actually to a better ef-

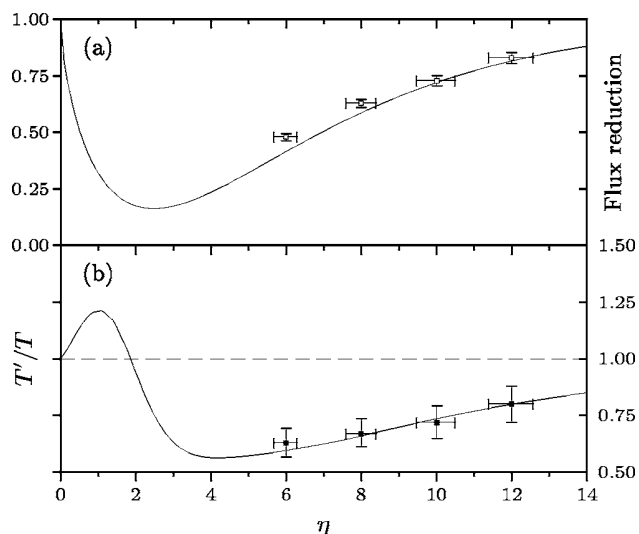


FIG. 5. (a) Fraction of remaining atoms after the microwave horn antenna as a function of η . The experimental points are in good agreement with theory (solid line); the points at $\eta=6$ and 8 are slightly above the expected value, probably because of a lack of microwave power to reach a 100% efficiency in the evaporation. (b) Temperature change induced in the beam by evaporation with a microwave at the parameter η , followed by rethermalization. The solid line is the theoretical curve; the points are experimental results of evaporation performed in the interesting region where the phase-space density increases significantly. For $\eta=8$, the phase-space density of the beam increases by 2.6. For those experiments, the mean velocity is $\bar{v}=0.8$ m/s and the guide gradient 600 G/cm.

iciency of the evaporative cooling process compared to single-radius evaporation, as was discussed in [9] for the case of evaporation with a continuum of radii spanning the range $[R_{\text{evap}}, \infty)$.

We calculate the fraction $\varphi(\nu_{\text{mw}})$ of atoms remaining after such a microwave antenna operating at ν_{mw} , in the same way as for the single-radius evaporation scheme. Defining η as $h(\nu_{\text{hf}} - \nu_{\text{mw}})/(k_{\text{B}}T)$, we work out the following approximate formula, valid for a linear potential: $\varphi(\eta) = 1 - 0.89\eta^{0.67}e^{-0.27\eta}$. The shape of this curve plotted in Fig. 5(a) is qualitatively similar to the one obtained with rf evaporation, but with a much larger width and a more pronounced minimum.

In practice, microwave evaporation is implemented by using a 10 dB gain horn antenna powered by a microwave synthesizer delivering typically 20 dBm after amplification. The directivity of such an antenna allows us to use the microwave evaporation scheme even in locations where nearby metallic walls prevent the use of rf evaporation. For instance, we can use it in the metal cross located in the middle of the guide, by shining the microwave through optical viewports (see Fig. 1). We have used this evaporation scheme in order to measure the beam temperature and found a very good agreement (less than 10% difference) between microwave and rf spectroscopic measurements of temperature.

We have also calculated the temperature change T'/T experienced by the beam upon evaporation with a microwave antenna followed by rethermalization. Figure 5(b) shows the

corresponding theoretical curve, and the experimental data points obtained for evaporation with $\eta=6, 8, 10,$ and 12 . The beam temperature was measured with a rf antenna. The agreement is excellent, the theoretical curve having no adjustable parameters. For the point corresponding to $\eta=8$, the gain in phase-space density is 2.6, which is significantly higher than the maximum gain of 1.9 that one can obtain with (single-radius) rf evaporation.

C. Tenfold increase of the beam phase-space density with several antennas

In order to achieve a significant gain in phase-space density, we use the following setup (Fig. 1): We choose $v_{inj}=90$ cm/s and $b=800$ G/cm. Five rf antennas, separated by ~ 20 cm, are placed at $0.5 \leq z \leq 1.3$ m with frequencies decreasing from 49 to 25 MHz, then the horn antenna at $z=1.7$ m is operated at $\nu_{mw}=6774$ MHz, and finally five more rf antennas are placed at $2 \leq z \leq 2.8$ m with frequencies decreasing from 21 to 14 MHz. We use such a scheme, in which obviously no complete rethermalization can occur between successive rf antennas¹, because it is less sensitive to a potential lack of efficiency of an antenna for some frequency. In addition, this scheme is closer to the usual evaporation ramp in the time domain used for evaporative cooling of trapped atoms than the steplike evaporation process that would consist in letting the beam rethermalize completely after each antenna.

With the last evaporation antenna placed at $z=2.8$ m, and the analysis antenna used for the temperature measurements at $z=4$ m, the beam can rethermalize completely after the last antenna, and therefore we measure the temperature of a beam that is really in thermal equilibrium.

Figure 6 shows the rf spectra from which we deduce the initial (without evaporation) and final (after evaporation by the 10 rf and microwave antennas) temperatures T_i and T_f . We find $T_i=574 \pm 9$ μ K, and $T_f=164 \pm 6$ μ K. The corresponding flux reduction is $\Phi_f/\Phi_i=0.13 \pm 0.02$. From this we infer a gain in phase-space density by a factor $10.4_{-3.0}^{+4.1}$. The spectrum giving T_f corresponds to a well thermalized beam (the spectrum does not reach the value 1 for, e.g., $\nu_{rf}=14$ MHz, which would be the signature [8] of the absence of rethermalization after the last evaporation antenna). This configuration corresponds to the existence of a steady-state temperature gradient $dT/dz \approx 200$ μ K/m along the beam.

Those measurements require a good stability of the incident atomic flux. Indeed, a small relative variation $\delta\Phi_i/\Phi_i$ can be amplified very significantly since a decrease in Φ_i will result in fewer collisions between successive antennas, and thus in a more pronounced reduction of the flux than in the collisional case. We observed that fluctuations in Φ_i by 30% could lead to fluctuations above 50% in Φ_f . For the data of Fig. 6 we therefore checked that the absolute flux was almost constant and equal to its maximal value during the whole data acquisition.

¹Even at the low velocity achieved in the second, horizontal part of the guide, on average only ~ 1.5 collisions per atom can occur over 20 cm.

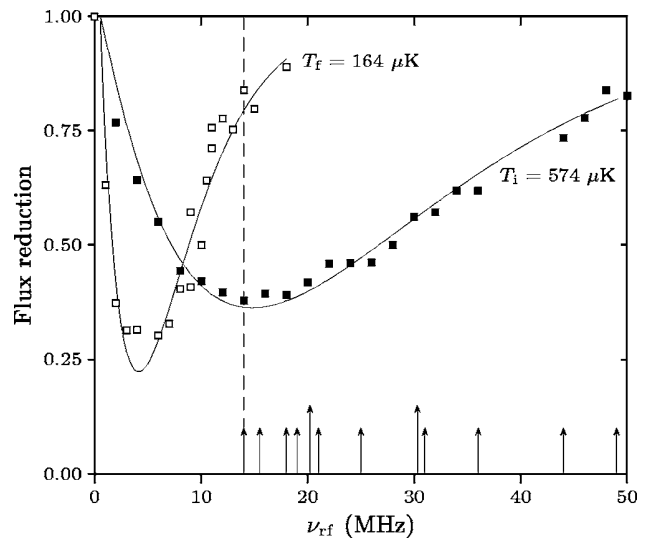


FIG. 6. Radio-frequency spectra used to determine the temperature of the atomic beam with and without evaporation by ten rf antennas and the horn antenna. The temperature reduction from 574 to 164 μ K, accompanied by a flux reduction by a factor 7.7, leads to a tenfold increase of the phase-space density. The arrows represent the evaporation frequencies of the 10 rf antennas. The two longer arrows correspond to rf frequencies that would lead to the existence of evaporation radii coinciding with the ones resulting from microwave evaporation by the horn; another one at 60.7 MHz is not shown on the figure.

V. CONCLUSION AND PROSPECTS

In this article, we have demonstrated a significant gain in the phase-space density of a magnetically guided atomic beam by means of continuous evaporative cooling. This tenfold increase brings the beam's phase-space density to about 2×10^{-7} . In order to gain the seven remaining orders of magnitude required to reach quantum degeneracy, the temperature needs to be decreased so much that the guide confinement will become harmonic. As pointed out in [9], the evaporation becomes less efficient for this confinement as compared to the linear case, and the elastic collision rate cannot increase significantly during the evaporation process.

In order to have a quantitative picture of the whole evaporation ramp all the way to quantum degeneracy, we therefore calculated for arbitrary values of α , the change in flux and temperature for a given value of η . This allows one to calculate, through Eqs. (2) and (3), the gain in phase-space density and the evolution of the collision rate.

The resulting "evaporation trajectories" followed by the beam in the plane (T, Φ) when it crosses successive single-radius evaporation antennas are plotted in Figs. 7 and 8. The frequency of each antenna is adapted so as to evaporate at constant η parameter, and we assume that full rethermalization occurs after each antenna. One sees that evaporating at relatively low η minimizes the number of antennas needed to reach degeneracy, but implies having very low final flux and temperatures, in the 30 nK range. Simultaneously, the collision rate for such low evaporation parameters is decreasing significantly in the final evaporation stages when the tem-

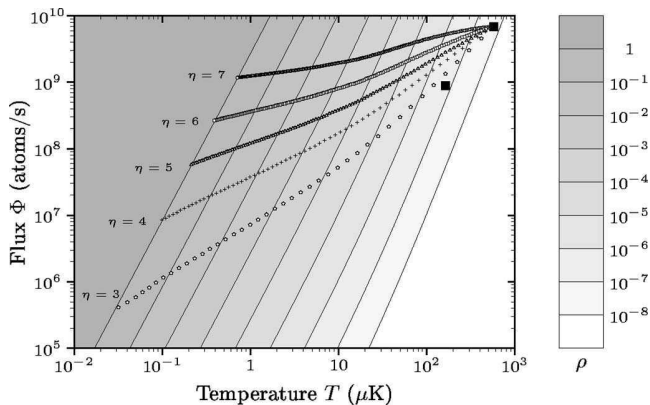


FIG. 7. Theoretical “trajectories” to quantum degeneracy followed by the beam in the plane (T, Φ) during evaporation with many antennas, at constant η . The gray scale represents the on-axis phase-space density ρ (which scales as $\Phi/T^{7/2}$ in the linear regime $\alpha \ll 1$, and as $\Phi/T^{5/2}$ in the harmonic regime). The atomic beam propagates with a velocity of 60 cm/s in a magnetic guide having a transverse gradient of 800 G/cm, with a longitudinal bias field of 1 G. The initial flux is 7×10^9 atoms/s, and the initial temperature 570 μ K. Each symbol in the various evaporation trajectories corresponds to the action of one antenna. For higher evaporation parameters η , the final flux and temperatures (when $\rho=1$) are higher, but this requires more antennas (the numbers of antennas required to reach $\rho=1$ for $\eta=3, 4, 5, 6$, and 7 , are 41, 64, 106, 181, and 306, respectively). The black squares represent the experimental beam parameters before and after evaporation with the method described in Sec. IV C.

perature is low and the potential harmonic (see Fig. 8). On the contrary, evaporating at too large η requires too many antennas and thus a very long guide.

A promising strategy probably consists in operating the antennas with $\eta=4$ or 5 , requiring a number of antennas between 60 and 100. Nonetheless, due to the finite range of the antennas, with such a large number of evaporation zones one probably needs to abandon the simple model of discrete evaporation zones followed by rethermalization [26], and resort to a continuous evaporation model as the one used in standard Bose-Einstein condensation experiments and considered in [7]. The atomic energy distribution is then at any

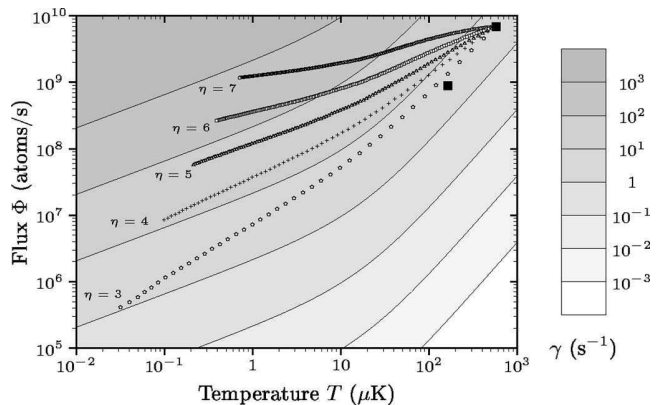


FIG. 8. Same as Fig. 7, but with a gray scale representing the elastic collision rate γ , assuming that the collision cross section is purely s -wave, and constant in magnitude (both assumptions fail above typically 100 μ K). The crossover from a linear trap (in which $\gamma \sim \Phi/T^{3/2}$) to a harmonic trap (where $\gamma \sim \Phi/T^{1/2}$) is clearly visible when $k_B T$ becomes on the order of μB_0 (here, at $T \sim 30 \mu$ K since $B_0=1$ G). *Runaway* evaporation, *ie* constant increase of γ , can occur only for large values of η ; for $\eta=4$, which requires a moderate number of antennas, γ starts by increasing at the beginning of the evaporation, when the trap is still linear, but then decreases as the guide becomes more and more harmonic.

time close to a truncated Boltzmann distribution [27], whereas we considered here that enough time was allowed between two successive antennas to recover an exact equilibrium. Another possibility would consist in using *surface evaporation* [28] by approaching solid surfaces close to the beam, on which the most energetic atoms would stick: this would allow for the use of many very localized evaporation zones.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank G. Santarelli and P. Bouyer for lending us microwave synthesizers. Z. W. acknowledges support from the European Marie Curie Grant MIF1-CT-2004-509423. G. R. acknowledges support from the Délégation Générale pour l’Armement (DGA). This work was supported by the CNRS, the Ecole Normale Supérieure, and the Délégation Générale pour l’Armement.

- [1] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002); L. P. Pitaevskii and S. Stringari, *Bose-Einstein condensation* (Clarendon, Oxford, 2003).
- [2] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [3] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [4] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [5] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S.

- Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [6] A. P. Chikkatur, Y. Shin, A. E. Leanhardt, D. Kielpinski, E. Tsikata, T. L. Gustavson, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Science* **296**, 2193 (2002).
- [7] E. Mandonnet, A. Minguzzi, R. Dum, I. Carusotto, Y. Castin, and J. Dalibard, *Eur. Phys. J. D* **10**, 9 (2000).
- [8] T. Lahaye, J. M. Vogels, K. Gunter, Z. Wang, J. Dalibard, and D. Guéry-Odelin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093003 (2004).
- [9] T. Lahaye and D. Guéry-Odelin, *Eur. Phys. J. D* **33**, 67 (2005).
- [10] J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. A* **52**, R13 (1995).
- [11] A. Goepfert, F. Lison, R. Schütze, R. Wynands, D. Haubrich,

- and D. Meschede, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **69**, 217 (1999).
- [12] M. Key, I. G. Hughes, W. Rooijackers, B. E. Sauer, E. A. Hinds, D. J. Richardson, and P. G. Kazansky, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000).
- [13] N. H. Dekker, C. S. Lee, V. Lorent, J. H. Thywissen, S. P. Smith, M. Drndic, R. M. Westervelt, and M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000).
- [14] B. K. Teo and G. Raithel, *Phys. Rev. A* **63**, 031402(R) (2001).
- [15] J. A. Sauer, M. D. Barrett, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001).
- [16] S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar, K. Gibble, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **56**, R4389 (1997).
- [17] M. Anderlini and D. Guéry-Odelin, cond-mat/0507681 (unpublished).
- [18] P. Cren, C. F. Roos, A. Aclan, J. Dalibard, and D. Guéry-Odelin, *Eur. Phys. J. D* **20**, 107 (2002).
- [19] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [20] T. Lahaye, P. Cren, C. Roos, and D. Guéry-Odelin, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **8**, 315 (2003).
- [21] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [22] C. V. Sukumar and D. M. Brink, *Phys. Rev. A* **56**, 2451 (1997).
- [23] S. Gov, S. Shtrikman, and H. Thomas, *J. Appl. Phys.* **87**, 3989 (1999).
- [24] E. A. Hinds and C. Eberlein, *Phys. Rev. A* **61**, 033614 (2000).
- [25] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [26] K. B. Davis, M.-O. Mewes, and W. Ketterle, *Appl. Phys. B* **60**, 155 (1995).
- [27] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [28] D. M. Harber, J. M. McGuirk, J. M. Obrecht, and E. A. Cornell, *J. Low Temp. Phys.* **133**, 229 (2003).

Bibliographie

Bibliographie

- [1] C. COHEN-TANNOUDJI. Manipulating atoms with photons, *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 707 (1998).
- [2] S. CHU. The manipulation of neutral particles, *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 685 (1998).
- [3] W. D. PHILLIPS. Laser cooling and trapping of neutral atoms, *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 721 (1998).
- [4] H. J. METCALF et P. van der STRATEN. *Laser cooling and trapping*. Springer, New York, 1999.
- [5] F. SHIMIZU, K. SHIMIZU, et H. TAKUMA. Double-slit interference with ultracold metastable neon atoms, *Phys. Rev. A*, **46**, R17 (1992).
- [6] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, et E. A. CORNELL. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, *Science*, **269**, 198 (1995).
- [7] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. van DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, et W. KETTERLE. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3969 (1995).
- [8] W. KETTERLE. When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser, *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 1113 (2002).
- [9] E. A. CORNELL et C. E. WIEMAN. Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 875 (2002).
- [10] C. J. PETHICK et H. SMITH. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [11] L. P. PITAEVSKII et S. STRINGARI. *Bose-Einstein condensation*. Clarendon Press, Oxford, 2003.
- [12] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HÄNSCH, et I. BLOCH. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, *Nature*, **415**, 39 (2002).
- [13] T. BOURDEL, L. KHAYKOVICH, J. CUBIZOLLES, J. ZHANG, F. CHEVY, M. TEICHMANN, L. TARRUELL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, et C. SALOMON. Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 050401 (2004).

- [14] M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, S. RIEDL, S. JOCHIM, C. CHIN, J. HECKER-DENSCHLAG, et R. GRIMM. Crossover from a Molecular Bose-Einstein Condensate to a Degenerate Fermi Gas, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 120401 (2004).
- [15] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, A. J. KERMAN, et W. KETTERLE. Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 120403 (2004).
- [16] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, D. M. KURN, et W. KETTERLE. Observation of Interference Between Two Bose Condensates, *Science*, **275**, 637 (1997).
- [17] S. GUPTA, K. DIECKMANN, Z. HADZIBABIC, et D. E. PRITCHARD. Contrast Interferometry using Bose-Einstein Condensates to Measure h/m and α , *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 140401 (2002).
- [18] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, et W. KETTERLE. Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 582 (1997).
- [19] E. W. HAGLEY, L. DENG, M. KOZUMA, J. WEN, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, et W. D. PHILLIPS. A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser, *Science*, **283**, 1706 (1999).
- [20] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, et T. ESSLINGER. Atom Laser with a cw Output Coupler, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3008 (1999).
- [21] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, et T. ESSLINGER. Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition, *Nature*, **403**, 166 (2000).
- [22] Y. Le COQ, J. H. THYWISSEN, S. A. RANGWALA, F. GERBIER, S. RICHARD, G. DELANNOY, P. BOUYER, et A. ASPECT. Atom Laser Divergence, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 170403 (2001).
- [23] J.-F. RIOU, W. GUERIN, Y. Le COQ, M. FAUQUEMBERGUE, P. BOUYER, V. JOSSE, et A. ASPECT. Beam quality of a non-ideal atom laser, *arXiv cond-mat/0509281*.
- [24] A. ÖTTL, S. RITTER, M. KÖHL, et T. ESSLINGER. Correlations and Counting Statistics of an Atom Laser, *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 090404 (2005).
- [25] A. P. CHIKKATUR, Y. SIN, A. E. LEANHARDT, D. KIELPINSKI, E. TSIKATA, T. L. GUSTAVSON, D. E. PRITCHARD, et W. KETTERLE. A Continuous Source of Bose-Condensed Atoms, *Science*, **296**, 2193 (2002).
- [26] E. MANDONNET, A. MINGUZZI, R. DUM, I. CARUSOTTO, Y. CASTIN, et J. DALIBARD. Evaporative cooling of an atomic beam, *Eur. Phys. J. D*, **10**, 9 (2000).
- [27] H. F. HESS. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen, *Phys. Rev. B*, **34**, 3476 (1986).
- [28] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS, et W. KETTERLE. Evaporative cooling of sodium atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 5202 (1995).

- [29] P. CREN, C. F. ROOS, A. ACLAN, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. Loading of a cold atomic beam into a magnetic guide, *Eur. Phys. J. D*, **20**, 170–116 (2002).
- [30] C. F. ROOS, P. CREN, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. A source of cold atoms for a continuously loaded magnetic guide, *Physica Scripta*, **T105**, 19 (2003).
- [31] J. M. VOGELS, T. LAHAYE, C. ROOS, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. How to reach the collisional regime on a magnetically guided atomic beam ?, *J. Phys. IV France*, **116**, 259 (2004).
- [32] D. GUÉRY-ODELIN. « Refroidissement par évaporation d’un jet d’atomes froids guidé magnétiquement ; Dynamique des gaz d’atomes froids piégés », 2005. Mémoire d’habilitation à diriger des recherches.
- [33] J. SCHMIEDMAYER. Guiding and trapping a neutral atom on a wire, *Phys. Rev. A*, **52**, R13–R16 (1995).
- [34] A. GOEFFERT, F. LISON, R. SCHÜTZE, R. WYNANDS, D. HAUBRICH, et D. MESCHEDÉ. Efficient magnetic guiding and deflection of atomic beams with moderate velocities, *Appl. Phys. B*, **69**, 217 (1999).
- [35] M. KEY, I. G. HUGHES, W. ROOIJAKKERS, B. E. SAUER, E. A. HINDS, D. J. RICHARDSON, et P. G. KAZANSKY. Propagation of Cold Atoms along a Miniature Magnetic Guide, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 1371 (2000).
- [36] N. H. DEKKER, C. S. LEE, V. LORENT, J. H. THYWIJSEN, S. P. SMITH, M. DRNDIC, R. M. WESTERVELT, et M. PRENTISS. Guiding Neutral Atoms on a Chip, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 1124 (2000).
- [37] B. K. TEO et G. RAITHEL. Loading mechanism for atomic guides, *Phys. Rev. A*, **63**, 031402 (2001).
- [38] J. A. SAUER, M. D. BARRETT, et M. S. CHAPMAN. Storage Ring for Neutral Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 270401 (2001).
- [39] D. Z. ANDERSON D. MÜLLER, E. A. CORNELL et E. R. I. ABRAHAM. Guiding laser-cooled atoms in hollow-core fibers, *Phys. Rev. A*, **61**, 033411 (2000).
- [40] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, W. D. PHILLIPS, T. H. BERGEMAN, et H. J. METCALF. First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 2596 (1985).
- [41] C. COHEN-TANNOUJJI. « Piégeage non dissipatif et refroidissement évaporatif », 1996–1997. Cours de Physique Atomique et Moléculaire du Collège de France.
- [42] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, et E. A. CORNELL. Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 3352 (1995).
- [43] C. V. SUKUMAR et D. M. BRINK. Spin-flip transitions in a magnetic trap, *Phys. Rev. A*, **56**, 2451 (1997).
- [44] S. GOV, S. SHTRIKMAN, et H. THOMAS. Magnetic trapping of neutral particles : Classical and quantum-mechanical study of a Ioffe-Pritchard type trap, *J. Appl. Phys.*, **87**, 3989 (1999).

- [45] E. A. HINDS et C. EBERLEIN. Quantum propagation of neutral atoms in a magnetic quadrupole guide, *Phys. Rev. A*, **61**, 033614 (2000).
- [46] D. A. STECK. « Rubidium 87 D Line Data », 2003. <http://steck.us/alkalidata>.
- [47] J. DALIBARD. Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases. Bose-Einstein condensation in atomic gases, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL, page 321. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [48] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAAR, K. GIBBLE, et D. J. HEINZEN. Predictions for laser-cooled Rb clocks, *Phys. Rev. A*, **56**, R4389 (1997).
- [49] S. J. J. M. F. KOKKELMANS. Communication privée.
- [50] M. ANDERLINI et D. GUÉRY-ODELIN. Thermalization in ultracold gas mixtures, *Soumis à Phys. Rev. A*.
- [51] C. F. ROOS, P. CREN, T. LAHAYE, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. Injection of a cold atomic beam into a magnetic guide, *Laser Physics*, **13**, 607 (2003).
- [52] T. LAHAYE, J. M. VOGELS, K. J. GÜNTER, Z. WANG, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. Realization of a Magnetically Guided Beam in the Collisional Regime, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 093003 (2004).
- [53] T. LAHAYE, Z. WANG, G. REINAUDI, S. P. RATH, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. Evaporative Cooling of a Guided Rubidium Atomic Beam, *Phys. Rev. A*, **72**, 033411 (2005).
- [54] W. WOHLLEBEN, F. CHEVY, K. MADISON, et J. DALIBARD. An Atom Faucet, *Eur. Phys. Jour. D*, **15**, 237 (2001).
- [55] C.F. ROOS, P. CREN, J. DALIBARD, et D. GUÉRY-ODELIN. A source of cold atoms for a continuously loaded magnetic guide, *Physica Scripta*, **T105**, 19 (2003).
- [56] L. V. HAU, J. A. GOLOVCHENKO, et M. M. BURNS. A new atomic beam source : The candlestick, *Rev. Sci. Instrum.*, **65**, 3746 (1994).
- [57] M. R. WALKIEWICZ, P. J. FOX, et R. E. SCHOLTEN. Candlestick rubidium beam source, *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, 3342 (2000).
- [58] G. M. CARTER et D. E. PRITCHARD. Recirculating atomic-beam oven, *Rev. Sci. Instrum.*, **49**, 120 (1978).
- [59] W. PHILLIPS et H. METCALF. Laser deceleration of an atomic beam, *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 596 (1982).
- [60] J. PRODAN, W. PHILLIPS, et H. METCALF. Laser Production of a Very Slow Monoenergetic Atomic Beam, *Phys. Rev. Lett.*, **49**, 1149 (1982).
- [61] J. PRODAN, A. MIGDALL, W. D. PHILLIPS, I. SO, H. METCALF, et J. DALIBARD. Stopping Atoms with Laser Light, *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 992 (1985).
- [62] T. E. BARRETT, S. W. DAPORE-SCHWARTZ, M. D. RAY, et G. P. LAFYATIS. Slowing atoms with σ^- -Polarized Light, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 3483 (1991).
- [63] K. J. GÜNTER. « Design and implementation of a Zeeman slower for ^{87}Rb », 2004. Rapport non publié.

- [64] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC, et G. GRYMBERG. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. EDP Sciences, Paris, 2000.
- [65] A. CLAIRON, C. SALOMON, S. GUELLATI, et W. PHILLIPS. Ramsey resonance in a Zacharias fountain, *Europhys. Lett.*, **16**, 165–170 (1991).
- [66] P. ROSENBUCH. Communication privée.
- [67] M. FLEISCHHAUER. Optical pumping in dense atomic media : limitation due to reabsorption of spontaneously emitted photons, *Europhys. Lett.*, **45**, 656 (1999).
- [68] T. LAHAYE et D. GUÉRY-ODELIN. Discrete-step evaporation of an atomic beam, *Eur. Phys. J. D*, **33**, 67–75 (2005).
- [69] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, et B. P. FLANNERY. *Numerical Recipes in Fortran 77*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [70] W. KETTERLE et N. J. van DRUTEN. Evaporative Cooling of Trapped atoms, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **37**, 181 (1996).
- [71] G. A. BIRD. *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flow*. Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [72] D. M. HARBER, J. M. MCGUIRK, J. M. OBRECHT, et E. A. CORNELL. Thermally Induced Losses in Ultra-Cold Atoms Magnetically Trapped Near Room-Temperature Surfaces, *J. Low Temp. Phys.*, **133**, 229 (2003).
- [73] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, et J. T. M. WALRAVEN. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas, *Phys. Rev. A*, **53**, 381 (1996).
- [74] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, et W. KETTERLE. An analytical model for evaporative cooling of atoms, *Appl. Phys. B*, **60**, 155 (1995).
- [75] A. BROWAEYS, A. ROBERT, O. SIRJEAN, J. POUPARD, S. NOWAK, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, et A. ASPECT. Thermalization of magnetically trapped metastable helium, *Phys. Rev. A*, **64**, 034703 (2001).
- [76] B. JACKSON et E. ZAREMBA. Modeling Bose-Einstein condensed gases at finite temperatures with N-body simulations, *Phys. Rev. A*, **66**, 033606 (2002).
- [77] H. WU et C. J. FOOT. Direct simulation of evaporative cooling, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, **29**, L321 (1996).
- [78] C. R. MONROE, E. A. CORNELL, C. A. SACKETT, C. J. MYATT, et C. E. WIEMAN. Measurement of Cs-Cs elastic scattering at $T = 30 \mu\text{K}$, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 414 (1993).
- [79] T. LAHAYE, P. CREN, C. ROOS, et D. GUÉRY-ODELIN. Propagation of guided cold atoms, *Comm. Nonlin. Sci. Num. Sim.*, **8**, 315–328 (2003).
- [80] P. LEBOEUF et N. PAVLOFF. Bose-Einstein beams : coherent propagation through a guide, *Phys. Rev. A*, **64**, 033602 (2001).
- [81] N. PAVLOFF. Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle, *Phys. Rev. A*, **66**, 013610 (2002).
- [82] P. LEBOEUF, N. PAVLOFF, et S. SINHA. Solitonic transmission of Bose-Einstein matter waves, *Phys. Rev. A*, **68**, 063608 (2003).

- [83] K. HUANG. *Statistical Mechanics*. Wiley, New York, 1987.
- [84] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER, et B. ROULET. *Éléments de Physique Statistique*. Hermann, Paris, 1989.
- [85] T. LAHAYE. « Compression d'un jet d'atomes froids : du classique au quantique », 2002. Mémoire de DEA.
- [86] W. KETTERLE, D. S. DURFEE, et D. M. STAMPER-KURN. Making, probing and understanding Bose-Einstein Condensates. Bose-Einstein condensation in atomic gases, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL, page 67. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [87] L. D. LANDAU et E. M. LIFCHITZ. *Mécanique*. Mir, Moscou, 1982.
- [88] B. K. TEO et G. RAITHEL. Atom Reflection in a Tapered Magnetic Guide, *Phys. Rev. A*, **65**, 051401(R) (2002).
- [89] P. W. H. PINSKE, A. MOSK, M. WEIDEMÜLLER, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, et J. T. M. WALRAVEN. Adiabatically Changing the Phase-Space Density of a Trapped Bose Gas, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 990 (1997).
- [90] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, et W. KETTERLE. Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 2194 (1998).
- [91] E. MANDONNET. « Etude théorique d'un gaz de Bose atomique ultrafroid : 1. Diffusion et localisation de la lumière ; 2. Condensation de Bose-Einstein en dimensionnalité réduite ». Thèse de doctorat de l'Université Paris 6, 1999.
- [92] J. M. VOGELS. Communication privée.
- [93] W. PETRICH, M. H ANDERSON, J. R. ENSHER, et E. A. CORNELL. Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap, *J. Opt. Soc. Am. B*, **11**, 1332 (1994).
- [94] M. T. DEPUE, S. L. WINOTO, D. J. HAN, et D. S. WEISS. Transient compression of a MOT and high intensity fluorescent imaging of optically thick clouds of atoms, *Optics Communications*, **180**, 73 (2000).
- [95] M. VENGALATTORE, R. S. CONROY, et M. PRENTISS. Enhancement of Phase Space Density by Increasing Trap Anisotropy in a Magneto-Optical Trap with a Large Number of Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 183001 (2004).
- [96] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF, et T. W. HÄNSCH. Magnetic Conveyor Belt for Transporting and Merging Trapped Atom Clouds, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 608 (2001).
- [97] M. GREINER, I. BLOCH, T.W. HÄNSCH, et T. ESSLINGER. Magnetic Transport of Trapped Cold Atoms over a Large Distance, *Phys. Rev. A*, **63**, 031401 (2001).
- [98] Y. CASTIN, R. DUM, E. MANDONNET, A. MINGUZZI, et I. CARUSOTTO. Coherence properties of a continuous atom laser, *Journal of Modern Optics*, **47**, 2671 (2000).
- [99] S. NOWAK, T. PFAU, et J. MLYNEK. Nanolithography with metastable helium, *Appl. Phys. B*, **63**, 203 (1996).

[100] L. TARRUELL. « Interactions dans un gaz de fermions froids », 2004. Mémoire de DEA.

[101] D. GUÉRY-ODELIN. Notes de calcul non publiées.

Résumé : Ce mémoire de thèse a pour sujet la réalisation expérimentale d'un jet atomique ultrafroid guidé magnétiquement, dans le régime collisionnel. Après une description détaillée du dispositif expérimental développé à cette fin, une méthode de thermométrie par spectroscopie radio-fréquence est proposée et démontrée expérimentalement. Les variations de température, densité dans l'espace des phases et taux de collisions élastiques du jet au cours d'un cycle évaporation-rethermalisation sont calculées. Des expériences d'évaporation radio-fréquence à deux antennes sont ensuite présentées, qui permettent de prouver l'existence de collisions au sein du jet. Deux méthodes permettant d'augmenter le taux de collisions sont ensuite étudiées théoriquement, puis mises en oeuvre. Le gain en taux de collisions ainsi obtenu est mis à profit pour refroidir le jet à l'aide d'une dizaine de zones d'évaporation, permettant d'en accroître la densité dans l'espace des phases par un ordre de grandeur.

Mots clés : Atomes froids — Condensation de Bose-Einstein — Lasers à atomes — Guides magnétiques — Refroidissement par évaporation.

Abstract : This manuscript deals with the experimental realization of an ultracold, magnetically guided atomic beam in the collisional regime. After a detailed description of the experimental setup developed for this purpose, a method to measure the beam temperature with radio-frequency spectroscopy is proposed theoretically and demonstrated experimentally. The variations in temperature, phase-space density and elastic collision rate of the beam during a cycle evaporation-rethermalization are calculated. Two-antenna radio-frequency evaporation experiments are then described. They allow one to demonstrate the occurrence of elastic collisions within the atomic beam. Two hamiltonian methods allowing one to increase the elastic collision rate are then studied theoretically and investigated experimentally. The elastic collision rate obtained this way is then used in order to cool the beam by means of ten evaporation zones, thus increasing the beam's phase-space density by one order of magnitude.

Keywords : Cold atoms — Bose-Einstein Condensation — Atom lasers — Magnetic guides — Evaporative cooling.