



HAL
open science

Oscillations de Rabi induites par un renversement du temps : un test de la cohérence d'une superposition quantique mésoscopique

Tristan Meunier

► **To cite this version:**

Tristan Meunier. Oscillations de Rabi induites par un renversement du temps : un test de la cohérence d'une superposition quantique mésoscopique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT: . tel-00011329

HAL Id: tel-00011329

<https://theses.hal.science/tel-00011329>

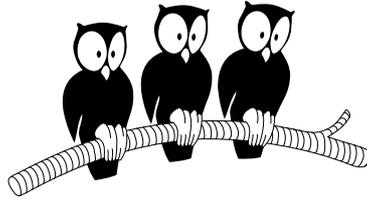
Submitted on 9 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique

présentée par
Tristan Meunier

pour obtenir le grade de Docteur
de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

OSCILLATIONS DE RABI INDUITES
PAR UN RENVERSEMENT DU TEMPS :
UN TEST DE LA COHERENCE D'UNE SUPERPOSITION
QUANTIQUE MESOSCOPIQUE

Soutenue le lundi 13 décembre 2004 devant le jury composé de :

Pr. J.M. COURTY	Président
Dr. A. LEVENSON	Rapporteur
Dr. P. DEGIOVANNI	Rapporteur
Dr. D. ESTEVE	
Pr. J.M. RAIMOND	Directeur de thèse

Table des matières

Table des matières	i
Liste des tableaux	1
Introduction	3
1 Éléments de théorie	13
1.1 L'atome à deux niveaux	15
1.1.1 Hamiltonien libre	15
1.1.2 La sphère de Bloch	15
1.1.3 Interaction avec une source classique	16
1.2 Le champ électromagnétique	18
1.2.1 Description et caractéristiques quantiques d'un mode du champ électromagnétique : analogie avec l'oscillateur harmonique	18
1.2.2 Etat cohérent	19
1.2.3 Distributions de Quasi-Probabilité d'un état du mode du champ électromagnétique	23
1.2.3.a La fonction de quasi-probabilité généralisée	24
1.2.3.b La fonction Q	26
1.2.3.c La fonction de Wigner	27
1.2.4 Quelques exemples de fonction Q et de fonction de Wigner	27
1.2.4.a Etats cohérents	27
1.2.4.b Etats thermiques	28
1.2.4.c Les états nombres	29
1.2.4.d Etats chats	30
1.3 Le couplage entre un atome à deux niveaux et un mode du champ électro- magnétique	33
1.3.1 Le Hamiltonien de Jaynes et Cummings	33
1.3.2 Les états habillés	34

1.3.3	Couplage dispersif : le déplacement lumineux	34
1.3.4	Le couplage résonnant	38
1.4	Intrication atome-champ lors de l'interaction résonnante	43
1.4.1	Evolution du système	43
1.4.2	Effet sur le champ : création d'une superposition de champs cohérents	46
1.4.3	Oscillation de Rabi : la complémentarité en action	47
1.5	Opération de renversement du temps	50
1.5.1	Renversement du temps : echo de spin	50
1.5.2	Résurgences induites comme mesure de la cohérence	52
1.6	Effet du couplage à l'environnement sur une superposition d'états cohérents mésoscopiques	53
1.6.1	Couplage à l'environnement : modélisation et interprétation physique	53
1.6.2	Effet sur différents états du champ du couplage au réservoir à tem- pérature non nulle	57
1.6.2.a	L'état de Fock à un photon $ 1\rangle$	57
1.6.2.b	Le champ cohérent	58
1.6.2.c	Cas d'une superposition d'états de Fock	59
1.6.2.d	Cas d'une superposition d'états cohérents	60
1.6.3	Influence de la température	62
1.6.3.a	Relaxation d'un état de Fock à 1 photon $ 1\rangle$	62
1.6.3.b	Le champ cohérent	62
1.6.3.c	Cas d'une superposition d'états de Fock	63
1.6.3.d	Relaxation d'un état superposition de champs cohérents dans un réservoir à température non nulle	64
1.6.4	Effet du couplage à l'environnement sur les résurgences d'oscilla- tions de Rabi	66
1.7	Interaction d'un atome à deux niveaux avec une superposition d'états co- hérents	72
1.7.1	Oscillation de Rabi	72
1.7.2	Analogie avec le processus de résurgences	74
1.7.3	effet sur l'atome : sensibilité des oscillations à la phase de la super- position	77
1.7.4	effet sur le champ : interféromètre à champs mésoscopiques	78
2	Dispositif et techniques expérimentales	83
2.1	Le dispositif expérimental	85
2.2	Les atomes de Rydberg circulaires	88

2.2.1	Propriétés	88
2.2.2	Préparation des atomes dans les états de Rydberg circulaires	92
2.2.3	La sélection de vitesse	94
2.2.4	La détection	99
2.3	La cavité supraconductrice	102
2.3.1	La géométrie du mode	103
2.3.2	L'accord de la fréquence de la cavité	104
2.3.3	Le temps de vie de la cavité	105
2.3.4	Le couplage aux sources externes	107
2.4	Le régime de couplage fort	109
2.5	Expériences préliminaires	110
2.5.1	Mesure du champ thermique	110
2.5.1.a	Détermination expérimentale de la fréquence d'accord entre atome et mode de la cavité	111
2.5.1.b	Détermination du temps de passage de l'atome au centre de la cavité	113
2.5.1.c	Mesure du champ thermique par oscillation de Rabi	115
2.5.1.d	Procédure de refroidissement	118
2.6	Production et calibration d'un champ cohérent dans la cavité	122
2.6.1	Durée des injections micro-onde	122
2.6.2	L'interférométrie de Ramsey comme outil de mesure d'un champ	123
2.6.2.a	Interférométrie de Ramsey : principe de fonctionnement	123
2.6.2.b	Franges de Ramsey en présence d'un champ dans la cavité	125
2.6.3	Calibration du champ injecté	128
3	Mesure de l'état du champ mésoscopique : la fonction de quasi-probabilité Q	133
3.1	Mesure expérimentale de la fonction Q d'un état du champ	134
3.1.1	Mesure du champ	134
3.1.2	Analyse du processus d'absorption : oscillation de Rabi dans le vide	137
3.1.3	La procédure expérimentale de mesure de la fonction Q	139
3.2	Mesure de la fonction Q	140
3.2.1	La mesure du champ thermique	140
3.2.2	Mesure la fonction Q d'un champ thermique déplacé	142
3.2.3	Mesure de la fonction Q de l'état de Fock à un photon	147
3.3	Mesure de la fonction Q d'un champ : conclusions et perspectives	149

4	Mesure de cohérence d'une superposition de champs mésoscopiques	151
4.1	Oscillation de Rabi quantique dans un champ cohérent	153
4.1.1	Evolution atomique : effondrement du contraste des oscillations de Rabi	153
4.1.1.a	Protocole	153
4.1.1.b	Résultats expérimentaux	153
4.1.2	Séparation en deux états cohérents du champ initial	156
4.2	Résurgences induites par renversement du temps	159
4.2.1	Opération de renversement : calibration de la rotation atomique	159
4.2.1.a	Protocole de calibration de la rotation	160
4.2.1.b	Résultats	163
4.2.2	Résurgence induites d'oscillation de Rabi	164
4.2.2.a	Protocole expérimental	164
4.2.2.b	Résultats expérimentaux	166
4.2.2.c	Bilans des imperfections	168
4.2.2.d	Résultats complets	170
4.2.3	Effet sur le champ de l'opération de renversement du temps	173
4.2.3.a	Protocole	173
4.2.3.b	Résultats expérimentaux	173
4.3	Interaction d'un atome avec une superposition d'états cohérents	176
4.3.1	Considérations expérimentales	176
4.3.2	Résultats préliminaires	178
A	Propriétés électriques et magnétiques des états de Rydberg	189
A.1	Les atomes de Rydberg	189
A.1.1	Etats de Rydberg en champ électrique nul et champ magnétique nul	189
A.1.2	Les atomes de Rydberg en présence d'un champ électrique	191
B	La "boîte à circulariser"	195
C	Le nouveau schéma d'excitation laser	197
C.1	Spectroscopie de la transition $ 5S_{1/2}\rangle - 6P_{3/2}\rangle$	199
C.2	Spectroscopie de la transition $ 6P_{3/2}, F = 4\rangle - 5D_{5/2}\rangle$	204
C.3	Spectroscopie micro-onde de la transition $ 52F\rangle - 52D_{5/2}\rangle$	210
C.4	Préparation d'atomes de Rydberg circulaires	216
	Bibliographie	219

Remerciements

Mon travail de thèse et tous les résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit sont le résultat d'un travail d'équipe quotidien et d'un entourage scientifique de grande qualité. Il est important d'exprimer ma gratitude à tous ceux qui de près ou de loin ont permis l'aboutissement de mon travail.

Le laboratoire Kastler Brossel est un endroit d'excellence pour réaliser ses premiers pas en physique expérimentale et une thèse de physique atomique. Grandir dans l'environnement de ce laboratoire est très enrichissant. Je remercie tout d'abord les différents directeurs du laboratoire pour m'y avoir accueilli et m'avoir fait bénéficier d'excellentes conditions de recherche : Michèle Leduc, Elisabeth Giacobino et Frank Laloë. Je remercie tous les chercheurs du laboratoire pour les discussions de physique partagées en toute occasion. Elles m'ont permis de me façonner et de bâtir un esprit critique en physique quantique.

J'ai eu la chance de travailler dans le groupe d'"Electrodynamique quantique des systèmes simples" dirigé par Serge Haroche, Jean-Michel Raimond et Michel Brune. Ils m'ont permis de travailler pendant près de quatre années sur un sujet de recherche de haut niveau. Tous trois allient une profonde connaissance de la physique, un souci pédagogique de tous les instants et une grande rigueur d'esprit.

Tout au long de ma thèse, les cours de Serge Haroche au collège de France m'ont éclairé sur les questions centrales de la mécanique quantique. Serge a toujours suivi de près l'évolution de l'expérience et j'ai apprécié la pertinence de ses observations et de ses questions.

Jean-Michel Raimond a dirigé cette thèse. Tout au long de ma thèse j'ai pu apprécié sa profonde connaissance des phénomènes physiques et ses grandes qualités de communicant. Je le remercie pour sa grande disponibilité, ses remarques pertinentes et son sens de la dérision.

Michel Brune est la mémoire de cette expérience commencée une quinzaine d'année avant mon arrivée dans le groupe. Ses explications ont été un précieux support tout au long de ma thèse pour dompter cette merveilleuse machine de la salle de manip S15. J'ai beaucoup appris à son contact et ses intuitions physiques m'ont impressionné tout au long de ma thèse.

Je remercie Michel et Jean-Michel pour le temps investi dans la relecture et les corrections à apporter à ce manuscrit.

Je remercie Ariel Levenson d'avoir accepté le rôle de rapporteur de ce travail de thèse. Pascal DeGiovanni a lui aussi assumé ce rôle et je le remercie tout particulièrement pour

tout le temps consacré à la lecture de la partie théorique de la thèse et les nombreuses discussions qui en ont découlé. Je remercie Daniel Estève et Jean-Michel Courty pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de faire partie du jury de thèse.

Pour faire fonctionner et évoluer l'expérience, nous avons été, la plupart du temps, quatre thésards. J'ai eu la chance de travailler en étroite collaboration avec Paolo Maioli. Au cours de ma thèse, son grand investissement, au delà même du raisonnable, sa "maestria" à régler tous les problèmes inhérents à une expérience et sa bonne humeur, qualités à mon sens essentielles dans un laboratoire, ont été indispensables au bon déroulement de nos recherches. Sébastien Gleyzes a lui aussi participé à une importante part des prises de données. Il est un travailleur rigoureux et vif. Il contribua lui aussi par sa bonne humeur et ses qualités de chanteur à l'atmosphère de la S15. Il s'est engagé dans un projet ambitieux, je lui souhaite toute la réussite possible. Avec Alexia Auffèves-Garnier, nous avons partagé toutes les phases de l'expérience. Je lui souhaite de pouvoir développer, en parallèle à sa carrière de chercheur, ses talents de pédagogue et de comédienne. De manière générale, j'ai beaucoup apprécié les discussions de physique entre les thésards au cours de ces quatre années .

Je tiens à remercier nos prédécesseurs, Patrice Bertet, Stefano Osnaghi, Arno Rauschenbeutel desquels nous avons hérité du montage expérimental. Je remercie les chercheurs de la salle R14 pour la bonne humeur qu'ils ont amenée en toute occasion dans nos murs. Merci à Gilles Noguès, le responsable de la salle R14, et à sa grande connaissance de notre montage pour les nombreux " débogages ". Je lui souhaite toute la réussite possible pour son expérience. Merci à Philippe Hyafil pour toutes nos discussions animées autour du basket, merci à Jack (J.H.) Mozley d'avoir supporter avec humour mes réflexions anti anglaises typiquement françaises tout au long de ces années. Je souhaite toute la réussite possible à tous les nouveaux arrivants dans notre groupe, Christine Guerlin, Thomas Nirrengarten, Stefan Kuhr .

Je tiens à remercier le groupe des microsphères pour la convivialité de l'instant café chaque midi et les discussions autour de la physique. Merci donc à Jean Hare pour sa patience, à Sébastien Steiner pour m'avoir fait découvrir "Chez Georges", à Valérie Lefebvre-Séguin pour ses conseils avisés et à Xavier Brookmann.

Pendant ces quatre années, j'ai pu apprécier la très grande diversité de la recherche pratiquée au département de Physique de l'ENS. J'ai ainsi une pensée pour tous les chercheurs de l'ENS dont j'ai poussé la porte du bureau pour discuter ou découvrir de la physique.

Je remercie les membres des services techniques sans qui le département de physique de l'ENS n'existe pas. Merci donc à Didier Courtiade et Jean François Point pour leur disponibilité et leur humour. je remercie les responsables de la cryogénie, Olivier Andrieu et Willy Danay pour nous procurer l'hélium indispensable à l'expérience. Je remercie les techniciens de l'atelier de mécanique et d'électronique, Yvon Cabirou, Lionel Pérennes, Benoît Lemerre, Patrick Giron et Jean-Claude Painsdorges. Je remercie Jack Olejnick pour la conception des pièces. Merci aux secrétaire du laboratoire pour leur efficacité et leur convivialité : Linda Krikorian, Vera Da Costa, Corinne Palescandolo et Geneviève Piard.

Finalement, je voudrais remercier tous mes proches pour leur constant soutien et leur écoute au cours de cette aventure.

Introduction

Interférence quantique et intrication

Depuis son avènement dans les années 20, la mécanique quantique n'a cessé de voir son champ d'investigation s'étendre. Aujourd'hui, elle est à la base de la description du monde physique à toutes les échelles : des constituants microscopiques à l'astrophysique, des atomes aux étoiles à neutrons. Elle a décrit un grand nombre de phénomènes physiques jusqu'alors inexplicables et a permis le calcul de valeurs expérimentales avec une précision inégalée [1, 2]. Aucune expérience n'a, à ce jour, réussi à la mettre en défaut.

Le point central du formalisme quantique est le principe de superposition. A l'échelle atomique, les constituants de la matière ne se comportent pas selon notre expérience du monde classique. En particulier, si un atome possède deux états d'énergie distincts, un état atomique possible est leur superposition à poids égaux. Cela signifie que, lors d'une expérience, le résultat de la mesure de l'énergie de l'atome sera, dans la moitié des cas, l'énergie la plus basse, dans l'autre moitié, l'énergie la plus haute.

Les superpositions d'états quantiques induisent des comportements expérimentaux inexplicables sans les concepts de la mécanique quantique. L'exemple le plus simple et le plus fondamental est le phénomène d'interférence quantique. Une formulation très simplifiée revient à étudier l'expérience d'interférométrie suivante. Considérons deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ d'un même système quantique. Le système quantique est initialement dans l'état $|a\rangle$. La première opération consiste à appliquer la transformation unitaire U suivante :

$$U(|a\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle)$$
$$U(|b\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|a\rangle + |b\rangle)$$

Le résultat est la production d'une superposition :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle)$$

Pendant le temps d'évolution du système, supposons qu'une différence de phase Φ s'accumule entre les deux états de la superposition :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\Phi}|a\rangle + |b\rangle)$$

La dernière étape de l'expérience d'interférométrie consiste à appliquer une nouvelle fois l'opération U . L'état du système est finalement :

$$\frac{1}{2} ((1 - e^{i\Phi}) |a\rangle + (1 + e^{i\Phi}) |b\rangle) \quad (1)$$

Des interférences quantiques se manifestent sur l'amplitude de probabilité associée à chaque état final du système. Elles sont le résultat d'une ambiguïté sur l'état de l'atome pendant l'étape de construction de la phase Φ . Finalement la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|a\rangle$ est :

$$P_a(\Phi) = \frac{1}{2} (1 - \cos(\Phi)) \quad (2)$$

En changeant Φ , on observe une modulation de la probabilité P_a . Ce phénomène d'interférence quantique généralise le comportement ondulatoire observé sur la lumière à tout système quantique. Il a été observé dans différents montages expérimentaux avec différentes particules [3].

Une conséquence directe du principe de superposition, dans le cas de deux systèmes en interaction mutuelle, est la création d'états non séparables ou intriqués. Cela signifie que l'état du système total ne se réduit pas à un produit tensoriel de deux états individuels. Ces corrélations quantiques entre les deux systèmes persistent même si ils sont arbitrairement éloignés et s'ils n'interagissent plus. Au contraire des corrélations classiques, elles apparaissent dans une infinité de bases d'états. Cette remarque a conduit à bon nombre d'interrogations sur la complétude de la mécanique quantique [4, 5]. Plusieurs propositions visèrent à introduire des théories à "variables cachées" comme alternatives à la mécanique quantique [6]. J. S. Bell établit en 1964 des inégalités sur des valeurs moyennes d'observables physiques, permettant de trancher entre la mécanique quantique et toute théorie à variables cachées [7, 8]. De nombreuses expériences ont finalement validé la mécanique quantique comme théorie complète [9, 10, 11, 12, 13, 14]. Elles renforcent les concepts et les postulats de la mécanique quantique.

Le phénomène de décohérence : intrication avec l'environnement et complémentarité

Le formalisme de la mécanique quantique est par essence universel et s'applique à tous degrés de liberté, qu'ils soient macroscopiques ou microscopiques. L'absence de phénomènes d'interférences quantiques sur des systèmes macroscopiques est problématique. Erwin Schrödinger eut conscience du problème au tout début de la construction de la théorie quantique. Il l'illustra en 1935 avec l'image provocatrice du chat de Schrödinger [15].

Ce paradoxe est au cœur du problème de la mesure en mécanique quantique. Lors du processus de mesure, un appareil macroscopique interagit avec un système microscopique, par exemple un atome à deux niveaux. Suivant l'état du système à détecter, une grandeur caractéristique macroscopique de l'appareil de mesure (par exemple la position d'une aiguille) prendra des valeurs différentes. La possibilité donnée à l'atome d'exister dans un état superposition conduit à la création après interaction d'états intriqués entre l'atome

et l'appareil de mesure. En conséquence, des superpositions d'états macroscopiques ou états chats de Schrödinger seraient en principe créés et des effets d'interférence quantique entre les deux états macroscopiques de l'appareil de mesure devraient être observés.

Pour contourner le problème, le monde quantique et le monde classique sont traités différemment dans l'interprétation orthodoxe de Copenhague [16]. Deux systèmes quantiques en interaction ont une évolution unitaire. L'interaction entre un système quantique et un appareil de mesure classique est une évolution probabiliste. Le postulat de la mesure affirme qu'une telle interaction conduit à projeter le système quantique sur un espace déterminé par l'appareil de mesure. Une telle description pose beaucoup de questions. Pourquoi les systèmes macroscopiques, assemblés d'un grand nombre de particules microscopiques, ne seraient-ils pas soumis aux lois de la mécanique quantique ? Où est placée la limite entre le monde classique et le monde quantique ?

Des éléments de réponses théoriques ont été apportés au début des années 80 [17, 18, 19, 20]. Le point central fut l'analyse de l'influence de l'environnement sur les superpositions d'objets macroscopiques. Les systèmes complexes avec un grand nombre de degrés de liberté, sont en général mal isolés de leur environnement. La cohérence des superpositions est très sensible à l'interaction du système avec l'environnement. Elle est en général détruite très rapidement : c'est le phénomène de décohérence.

Pour illustrer l'importance du concept d'intrication dans le processus de décohérence, reprenons l'exemple du phénomène d'interférence quantique entre deux états comme il a été décrit précédemment et imaginons l'atome couplé à un seul degré de liberté externe. La situation décrite pourra représenter l'interaction de l'atome avec un autre système microscopique ou avec un autre degré de liberté de l'atome ou encore l'interaction avec l'environnement. Initialement, ce degré de liberté externe est dans un état pur $|\psi_{ext}\rangle$. Plaçons-nous dans la situation où l'interaction est différente suivant l'état du système quantique et où elle n'affecte que l'état du degré de liberté externe. Appelons $|\psi_{ext,a}\rangle$ et $|\psi_{ext,b}\rangle$ l'état quantique corrélé respectivement à $|a\rangle$ et $|b\rangle$. Après la première transformation U de l'expérience d'interférométrie, l'état du système total est :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle) \otimes |\psi_{ext}\rangle$$

A la fin de l'étape de construction de la phase Φ , le système se trouve dans un état intriqué atome-degré de liberté externe.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\Phi} |a\rangle |\psi_{ext,a}\rangle + |b\rangle |\psi_{ext,b}\rangle)$$

Après la seconde opération U , la probabilité de détecter le système quantique dans $|a\rangle$ est maintenant :

$$P_a(\Phi) = \frac{1}{2}(1 - |\langle \psi_{ext,b} | \psi_{ext,a} \rangle| \cos(\Phi + \text{Arg}(\langle \psi_{ext,b} | \psi_{ext,a} \rangle)))$$

Le contraste des interférences quantiques est directement proportionnel à la norme du produit scalaire entre $|\psi_{ext,a}\rangle$ et $|\psi_{ext,b}\rangle$. Nous voyons, sur cet exemple, que le couplage particulier à un degré de liberté externe conduit à une disparition du phénomène d'interférence quantique si les deux états $|\psi_{ext,a}\rangle$ et $|\psi_{ext,b}\rangle$ sont orthogonaux. Dans ce cas,

la matrice densité réduite de l'atome initialement dans une superposition de $|a\rangle$ et $|b\rangle$ devient diagonale et la population de chaque état est $1/2$. La disparition du phénomène d'interférence peut être vue comme une conséquence du principe de complémentarité. Ce principe, initialement formulé par Bohr [21] pour expliquer la dualité onde-particule, a été généralisé pour expliquer la destruction des interférences quantiques. Il stipule que la cohérence d'une superposition est détruite si il existe une information sur le chemin suivi dans l'interféromètre. Dans l'exemple précédent, une information sur l'état de l'atome a été acquise par le degré de liberté externe. Cette information détruit le caractère indiscernable des deux états quantiques possibles de l'atome pendant la construction de la phase Φ et les interférences quantiques disparaissent. De nombreuses illustrations expérimentales de cette expérience de pensée ont été depuis réalisées dans le domaine de la physique atomique [22, 23, 24, 25].

En résumé, les interférences quantiques disparaissent dans le cas où un degré de liberté externe acquiert une information sur l'état du système. Préserver la cohérence d'une superposition revient alors à isoler le système. Or plus un système est macroscopique, plus il est difficile à isoler de l'environnement. L'environnement jouera alors le rôle du degré de liberté externe. Du point de vue du principe de complémentarité, le processus de décohérence peut être interprété comme une succession de mesures incontrôlées et non lues de l'environnement sur le système. L'environnement acquiert une information de plus en plus grande sur l'état du système et la matrice densité réduite du système évolue vers un mélange statistique. Le processus de décohérence est à l'origine de l'émergence de la physique classique et il marque par conséquent la frontière entre le monde quantique et le monde classique.

A première vue, traiter le problème de la décohérence d'un système quantique est un problème complexe. Cependant, sous certaines conditions générales, la matrice densité réduite du système quantique étudié possède un comportement universel. Elle évolue très rapidement, avec un temps caractéristique inversement proportionnel à la taille du système, vers un état mélange statistique. Il reste à déterminer quels états composent le mélange statistique. Ces états ne s'intriquent pas à l'environnement lors du processus de relaxation [17]. Ils sont appelés "états classiques" et ils sont dépendants du couplage considéré entre le système et l'environnement.

Le problème de la décohérence et toutes les questions d'interprétation de la mécanique quantique ont reçu un regain d'intérêt ces dernières années avec le développement de l'information quantique où les physiciens cherchent à utiliser les propriétés quantiques pour améliorer le traitement des données [26]. Le grand mérite de l'information quantique a été de formuler un langage précis et commode autour des concepts de la mécanique quantique et d'y injecter des notions de la théorie de l'information. Les domaines de la physique explorant aujourd'hui la possibilité de réaliser un ordinateur quantique sont très variés, de la physique atomique à la physique de la matière condensée.

Dans un ordinateur classique, l'information est codée sur des variables physiques binaires. Chacune de ces variables est appelée "bit classique" et elle ne peut se trouver que dans un seul état à la fois, soit 0 soit 1. L'idée du calcul quantique est d'utiliser les propriétés de superposition de la physique quantique et de donner ainsi la possibilité aux "bits", appelés "qubits" ou "bits quantiques" dans ce contexte, de se trouver dans un état superposition de 0 et 1. Une assemblée de N -qubits peut se trouver dans un état intriqué

qui n'a pas d'équivalent classique. Cette possibilité ouvre de nouvelles perspectives algorithmiques [27, 28]. La réalisation et les performances d'un ordinateur quantique reposent donc sur notre capacité à manipuler des états intriqués géants, constitués de dizaines de qubits, et à préserver leur cohérence. L'étude du processus de décohérence sur des systèmes analogues à des spins $1/2$ a été entreprise pour comprendre et limiter l'influence de l'environnement. Pour caractériser un système, les physiciens ont l'habitude de mesurer le temps T_2 correspondant au temps de décohérence trivial d'une superposition d'états d'un seul qubit. Le temps de décohérence d'un état chat de Schrödinger sur plusieurs qubits est en général beaucoup plus rapide.

L'étude en détails de tous les mécanismes de décohérence aux différentes échelles est un formidable programme de recherche. Ses répercussions ouvriront de nouvelles voies dans la compréhension de phénomènes encore mystérieux dans le monde classique. Le programme de recherche du groupe d'électrodynamique des systèmes simples s'inscrit dans ce champ d'investigation. Le système quantique étudié est un mode du champ électromagnétique. Le mécanisme de décohérence est dû à son couplage linéaire à une infinité de modes électromagnétiques.

Le dispositif d'électrodynamique en cavité

Le dispositif expérimental que j'ai utilisé pendant ma thèse a été construit dans l'optique de créer des superpositions d'objets mésoscopiques et d'observer le processus de décohérence. Les états classiques considérés sont les états cohérents du champ. Ils ne s'intriquent pas à l'environnement lors du processus de relaxation. Le temps de décohérence est inversement proportionnel à la séparation dans l'espace des phases entre les états cohérents de la superposition. Pour créer des superpositions d'états cohérents mésoscopiques de phases différentes, il faut être capable de manipuler avec un seul atome la phase d'un champ cohérent en un temps inférieur au temps de décohérence. Par conséquent, le couplage entre l'atome et le champ doit être particulièrement important, cette condition est appelée régime de couplage fort.

Pour atteindre expérimentalement le régime de couplage fort entre un atome et un mode du champ électromagnétique, nous réalisons l'interaction d'atomes de Rydberg circulaires avec le mode résonnant d'une cavité micro-onde de très haut facteur de qualité. Les états de Rydberg circulaires sont des états très excités définis par un grand nombre quantique principal N et un moment angulaire maximal. Ces propriétés confèrent aux états de Rydberg circulaires un grand temps de vie ($\tau_{at}=30$ ms pour $N = 50$) et une grande sensibilité aux champs électriques. Nous nous intéressons tout particulièrement à la transition entre les niveaux circulaires $|N = 51\rangle$ (appelé $|e\rangle$) et $|N = 50\rangle$ (appelé $|g\rangle$). La fréquence de la transition est égale à 51.1 GHz. Les atomes interagissent par couplage dipolaire électrique avec le champ préparé dans le mode d'une cavité micro-onde supraconductrice de type Fabry-Pérot. Le confinement du champ induit un grand champ électrique par photon. Associée au grand dipôle de la transition entre niveaux circulaires, cette propriété assure un fort couplage entre les atomes et le champ, caractérisé par une fréquence de Rabi du vide $\Omega_0 = 2\pi \times 49$ kHz. On réalise ainsi la situation idéale de couplage entre un système à deux niveaux avec un mode du champ. La source principale de dissipation est le couplage par diffraction du mode de la cavité à une infinité de modes

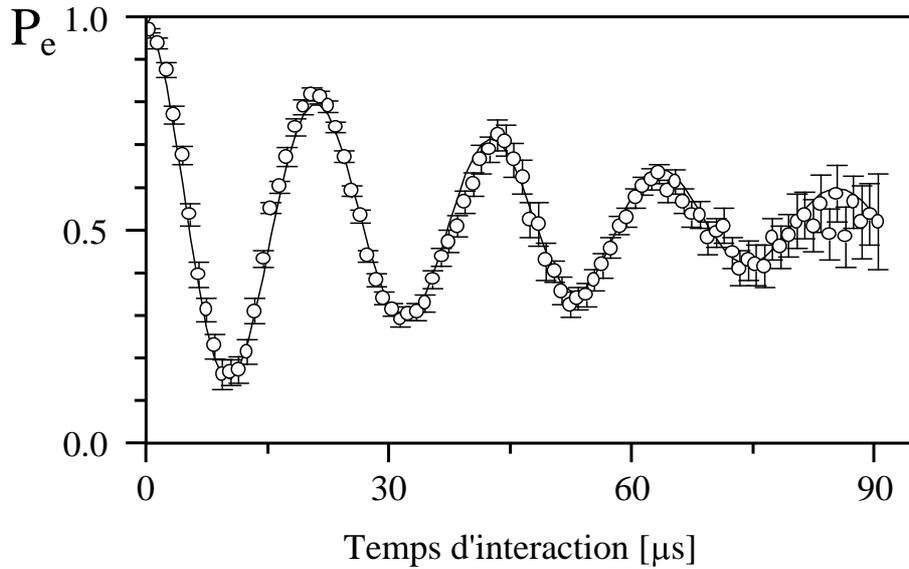


FIG. 0.1 – *Oscillation de Rabi dans le vide.*

extérieurs qui constituent l'environnement du système. Ce couplage est responsable du facteur de qualité fini du mode : $Q \sim 3 \cdot 10^8$, ce qui correspond à un temps de vie typique du champ dans la cavité de l'ordre de $\tau = 1$ ms. On a $2\pi/\Omega_0 \ll \tau, \tau_{at}$: les conditions sont donc réunies pour observer les effets du *couplage fort* entre l'atome à deux niveaux et le mode de la cavité. Le régime de couplage fort se manifeste par le phénomène d'oscillation de Rabi quantique. Il s'agit d'un échange cohérent et réversible d'un quantum d'énergie entre l'atome initialement dans $|e\rangle$ et le mode de la cavité initialement dans le vide à la fréquence de Rabi du vide Ω_0 . L'oscillation s'opère entre les états $|e, 0\rangle$ et $|g, 1\rangle$. Elle se traduit par une modulation de la probabilité de détecter l'atome dans $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction, comme on peut le constater sur la figure 0.1.

Oscillation de Rabi quantique : génération de superpositions d'états cohérents et méthode de mesure de la cohérence

Le phénomène d'oscillation de Rabi quantique joue un rôle important dans le domaine de l'optique quantique. Il est l'outil fondamental pour intriquer l'atome et le champ dans notre expérience. En comparaison avec l'oscillation de Rabi classique où l'état du champ n'est pas affecté pendant l'évolution, l'oscillation de Rabi dans le vide voit l'état du champ évoluer entre deux états orthogonaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$. La plupart du temps, le système total se trouve dans un état intriqué.

Dans le régime intermédiaire où le champ est dans un état cohérent mésoscopique $|\alpha\rangle$, les oscillations de Rabi voient leur amplitude s'effondrer et revivre périodiquement [29]. Nous représentons sur la figure 0.2 l'évolution de la population atomique lors de l'interaction d'un atome avec un champ cohérent de 30 photons. L'origine des résurgences et des effondrements réside dans la dispersion de la distribution en nombre de photons du champ. La distribution d'un champ cohérent est piquée autour du nombre moyen de photons \bar{n} . La largeur de cette distribution, égale à $\sqrt{\bar{n}} = |\alpha|$, élargit le spectre de l'oscil-

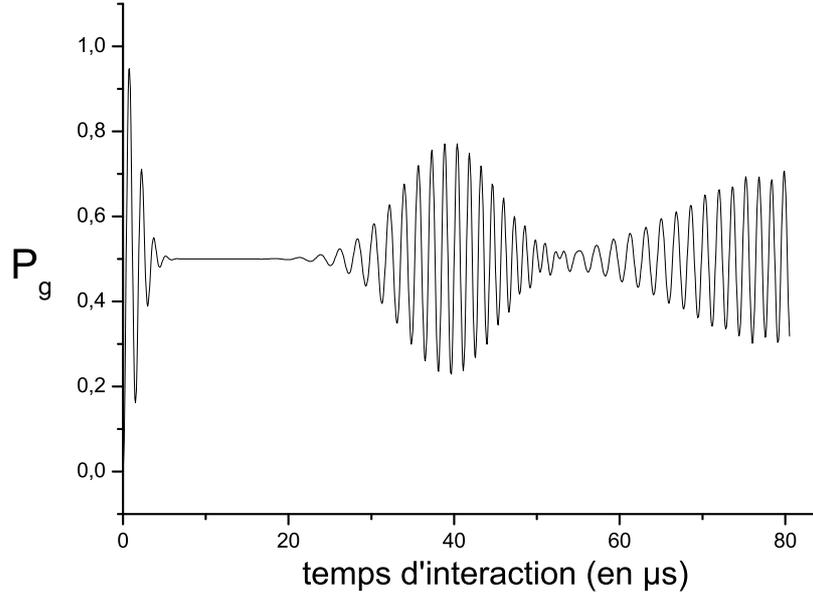


FIG. 0.2 – Oscillation de Rabi dans un champ cohérent de nombre moyen de photons égal à 30.

lation de Rabi, piqué autour de la fréquence $\Omega_R = \Omega_0\sqrt{\bar{n}}$ et de largeur $\Delta\Omega_R = \Omega_0/\sqrt{\bar{n}}$. Pour des champs classiques, cette dispersion peut être négligée et l'énergie moyenne de l'atome oscille à la fréquence Ω_R . Pour des champs mésoscopiques, elle ne peut plus être négligée et conduit dans les premiers temps d'interaction au phénomène d'effondrement. Le phénomène de résurgence est, lui, une conséquence de la granularité du champ.

Un autre point de vue consiste à suivre l'état du champ au cours de l'interaction. Au même titre que l'oscillation de Rabi dans le vide, une intrication atome-champ est produite. Chacun des deux champs concernés par l'intrication est déduit par un simple déplacement de la phase du champ cohérent initial. Le sens de déplacement est dépendant de la superposition atomique à laquelle le champ est corrélé. Après une interaction de durée t , l'état du système est :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_+^a(t)\rangle |\alpha e^{-i\Phi(t)}\rangle + |\psi_-^a(t)\rangle |\alpha e^{i\Phi(t)}\rangle)$$

avec $\Phi(t) = \Omega_0 t/4\sqrt{\bar{n}}$. Chacun des deux champs est corrélé à une superposition atomique $|\psi_+^a(t)\rangle$ et $|\psi_-^a(t)\rangle$ différente. En définitive, le signal d'oscillation de Rabi s'interprète comme une interférence quantique entre ces deux états atomiques. Lorsque le produit scalaire entre les deux champs est nul, l'état du champ apporte une information sur l'état atomique et par conséquent brouille l'interférence. C'est le phénomène d'effondrement des oscillations de Rabi. Après une rotation de la phase classique du champ d'un angle égal à π , les deux composantes se superposent à nouveau et la figure d'interférence réapparaît. C'est le phénomène de résurgence.

En plus de donner un moyen de produire des états superpositions de champs co-

hérents, l'oscillations de Rabi, par le phénomène de résurgence, apporte une indication sur la cohérence des superpositions produites et une mesure de l'effet du processus de décohérence. Jusqu'ici, les résurgences dites "spontanées" de l'oscillation de Rabi n'ont été observées, dans le domaine de la CQED, que pour des champs de l'ordre d'un photon. Chronologiquement, la première expérience à avoir montré ces phénomènes utilise un dispositif assez similaire à celui présenté précédemment mais le processus d'effondrement et de résurgence a été observé sur des champs thermiques [30]. Dans le groupe d'électrodynamique des systèmes simples de l'ENS, les oscillations de Rabi dans un champ cohérent de 1 photon en moyenne ont été mises en évidence [31]. Dans les expériences des ions piégés, le champ électromagnétique est remplacé par les modes de vibration de l'ion dans son piège. La situation est alors celle d'un atome à deux niveaux couplé fortement à un oscillateur harmonique, l'interaction est exactement la même que celle des expériences de CQED. Le groupe de David Wineland à Boulder a réussi à exciter les modes de vibration dans un état cohérent de 3 phonons. Les phénomènes d'effondrement de résurgence ont été observés sur les oscillations de Rabi des états ioniques internes [32]. Toutes ces expériences sont analogues et se sont contentées d'étudier l'évolution de l'état atomique au cours de l'interaction pour de faibles champs cohérents.

Nous avons utilisé dans cette thèse l'interaction résonnante atome-champ pour créer une superposition d'états cohérents de 13 photons en moyenne. Le temps de décohérence sera dans ce cas plus petit que le temps de résurgence spontanée. Il nous sera impossible d'observer les résurgences spontanées. Pour contourner ce problème et prouver la cohérence de la superposition produite, nous appliquons une méthode proposée par Morigi et al [33]. Elle permet de distinguer les contributions cohérentes et incohérentes durant l'évolution du système. Elle est composée de trois étapes. Premièrement, l'interaction entre l'atome et le champ cohérent est réalisée. A la fin de cette première étape, un état intriqué atome-champ est créé. Deuxièmement, une transformation de renversement du temps est appliquée au système. L'interaction résonnante reprend juste après. A l'instant exactement symétrique de l'instant initial par rapport à la transformation, appelé temps de recombinaison, le système se retrouve exactement dans son état initial. Par conséquent, l'intrication atome-champ a été défaire et le signal d'oscillation de Rabi revit. L'observation de ces résurgences dites "induites" révèle la cohérence de l'état intriqué créé au cours de la première étape. Le contraste des résurgences au point de recombinaison permet de déduire directement l'effet de la décohérence pendant tout le processus. En changeant le temps d'interaction de la première étape, nous pouvons varier la distance entre les deux champs cohérents de la superposition et ainsi changer la sensibilité du système au phénomène de décohérence. Nous avons développé un modèle phénoménologique du comportement du contraste en fonction du temps d'interaction nécessaire pour reconstruire l'état initial.

Pour suivre l'état du champ pendant le processus de renversement du temps, nous avons développé expérimentalement une méthode de mesure de la fonction Q associée à l'état du champ dans la cavité. Nous l'avons appliquée à différents champs : le vide, l'état de Fock à un photon, le champ cohérent. Nous avons observé ensuite l'évolution du champ cohérent pendant le processus de renversement du temps. Juste avant la transformation de renversement du temps, la séparation du champ cohérent initial en deux états a été observée.

La résurgence apparaît lorsque les deux champs cohérents de la superposition créée se superposent à nouveau. Un autre moyen de réaliser cette opération consiste à créer la superposition avec un premier atome et ensuite à faire interagir de manière résonnante le champ produit avec un second atome. L'oscillation de Rabi quantique dans une superposition d'états cohérents est sensible à la cohérence de la superposition. Elles se manifestent sur l'énergie de l'atome par des phénomènes similaires aux résurgences obtenues précédemment. Le contraste de ces résurgences est relié à la cohérence du système total. Nous présentons dans cette thèse des résultats préliminaires sur l'évolution de la population atomique d'un atome en interaction avec une superposition de champs cohérents de même amplitude mais de phases différentes.

Organisation du mémoire

Le premier chapitre est consacré à l'étude théorique de l'oscillation de Rabi d'un atome dans un champ cohérent. On insistera particulièrement sur les phénomènes d'effondrement et de résurgence de l'oscillation de Rabi. Dans l'approximation des champs cohérents mésoscopiques, l'expression de l'état intriqué atome-champ expliquant ces deux phénomènes sera explicitée. Nous donnerons ensuite une description du couplage du champ à un environnement à température finie et nous en déduirons l'influence du processus de décohérence sur le contraste des résurgences induites. Les prédictions d'un modèle phénoménologique seront comparées à une simulation de l'évolution du système atome-champ couplé à un réservoir de température non nulle. Nous terminerons ce chapitre par une application des résultats de l'approximation des champs mésoscopiques au problème de l'oscillation de Rabi dans une superposition d'états cohérents.

Dans le deuxième chapitre, on décrira le dispositif expérimental et les expériences préliminaires indispensables à l'interprétation des résultats. La première partie de ce chapitre expliquera en détail comment notre système réalise la situation de l'interaction entre un système à deux niveaux et un mode du champ électromagnétique. Dans la seconde partie, nous présentons deux expériences préliminaires cruciales pour l'interprétation des résultats du couplage résonnant entre l'atome et un champ cohérent. Premièrement, nous évaluerons par l'analyse du signal d'oscillation de Rabi le nombre moyen de photons présents dans le mode à l'équilibre thermodynamique. Cette mesure nous indiquera la température du réservoir couplé au mode considéré. Nous verrons comment caractériser totalement un champ cohérent, la calibration de son amplitude étant fondée sur l'interférométrie Ramsey.

Le troisième chapitre est dévolu à la description de la mesure de la fonction Q du champ. Je détaillerai le principe de la mesure. Le protocole sera ensuite appliqué à différents états produits dans le mode de la cavité. Nous insisterons sur la sensibilité de cette mesure à la distribution de phase du champ.

Le quatrième chapitre contient les résultats des expériences au cours desquelles nous avons montré la cohérence de l'état intriqué atome-champ produit lors de l'interaction résonnante. Nous observons le phénomène de résurgence induite et nous mesurons la fonction Q de l'état. En particulier, la séparation du champ en deux états cohérents ainsi que la reconstruction du champ initial au point de recombinaison sont observées. A la fin du chapitre, nous présentons les résultats préliminaires de l'interaction d'un second atome

avec une superposition de champs cohérents produits par un premier atome.

En appendice nous avons résumé le travail que j'ai mené sur l'exploration d'une nouvelle voie d'excitation laser des atomes de Rydberg. Par ce nouveau protocole d'excitation, nous sommes capables d'exciter plus d'atomes dans les niveaux de Rydberg circulaires. Dans l'appendice A, nous résumons les caractéristiques des états de Rydberg dans un champ magnétique et un champ électrique. Dans l'appendice B, nous étudions expérimentalement chacune des transitions excitées pour atteindre les niveaux de Rydberg. En particulier, nous nous intéresserons à leur comportement en champ magnétique et en champ électrique.

Chapitre 1

Éléments de théorie

Le but de ce chapitre est de donner une vision globale des outils théoriques nécessaires à la description de l'expérience. La situation explorée par notre dispositif est le plus simple exemple de l'interaction matière-rayonnement, où les deux systèmes sont traités quantiquement.

Les deux premières parties de ce chapitre sont consacrées à la description et à la caractérisation de l'état de chacun des deux systèmes libres : l'atome à deux niveaux et le mode du champ électromagnétique. La troisième partie décrit leur couplage induit par l'interaction dipolaire électrique. Il est représenté théoriquement par le hamiltonien de Jaynes et Cummings [34]. Nous décrirons les deux régimes caractéristiques de l'interaction : oscillation de Rabi quantique lorsque atome et champ sont résonnants, déplacement de l'énergie propre de chaque système dans le cas où l'interaction est dispersive.

Un cas particulier intéressant apparaît avec le couplage résonnant entre un atome et un état cohérent mésoscopique. L'oscillation de Rabi quantique verra son amplitude s'effondrer et revivre périodiquement [29]. A l'approximation des champs mésoscopiques, l'état de l'atome s'intrique avec deux champs cohérents mésoscopiques classiquement distincts. Nous expliciterons dans la quatrième partie l'expression de l'état intriqué atome-champ à tout instant d'interaction. Nous donnerons en particulier les lois d'évolution de chaque état cohérent produit et nous interpréterons les phénomènes de résurgence et d'effondrement des oscillations de Rabi comme une conséquence de l'intrication atome-champ. L'amplitude des oscillations de Rabi est non nulle uniquement dans le cas du recouvrement des deux champs cohérents produits.

Une manière d'induire des résurgences consiste à appliquer au système une transformation de renversement du temps après un temps d'interaction supérieur au temps d'effondrement. Nous qualifierons ces résurgences d'induites. En particulier elles permettent de distinguer les contributions de processus cohérents et incohérents sur l'évolution du système. Au contraire des résurgences spontanées des oscillations de Rabi, nous montrerons que le contraste des résurgences induites est unité sans dissipation. Elles seront l'objet de la cinquième partie. Pour prédire le contraste des résurgences avec dissipation, il est indispensable de décrire le couplage à l'environnement du système total. Dans notre système, seul le champ est couplé à un environnement de température T non nulle. Dans la partie 6, l'influence de la décohérence sur les superpositions de champs mésoscopiques,

sur les oscillations de Rabi quantiques et sur les résurgences induites seront déduites analytiquement à partir d'une équation maîtresse.

Une seconde option pour recombinaison des deux composantes d'une superposition repose sur l'interaction du champ avec un second atome. Nous appliquerons dans la partie 7 les outils développés précédemment à l'étude de l'oscillation de Rabi dans une superposition cohérente d'états mésoscopiques cohérents. Le caractère cohérent de la superposition se manifeste par l'intermédiaire de résurgences d'oscillations sur l'évolution de la population atomique.

1.1 L'atome à deux niveaux

Le premier acteur de l'interaction est un atome à deux niveaux. Il s'agit de la plus simple description quantique d'un atome. Un tel système est équivalent à un spin 1/2 [35].

1.1.1 Hamiltonien libre

Nous considérons les deux états atomiques $|e\rangle$ et $|g\rangle$. En prenant la référence d'énergie entre les deux niveaux (cette convention sera préservée dans tout le manuscrit), le hamiltonien libre de l'atome est :

$$\hat{H}_{at} = \frac{\hbar\omega_{eg}}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) \quad (1.1)$$

où ω_{eg} est la fréquence de la transition atomique. Pour décrire le couplage de l'atome au champ électromagnétique, il est important de définir l'opérateur dipôle atomique $\hat{\mathbf{D}}$:

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{d}_{eg}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \quad (1.2)$$

où $\mathbf{d}_{eg} = \langle e|q\mathbf{R}|g\rangle$ est l'élément de matrice dipolaire entre les deux niveaux atomiques de la transition.

1.1.2 La sphère de Bloch

La représentation de l'état de l'atome à deux niveaux sur la sphère de Bloch est analogue à sa description par une matrice densité. L'opérateur densité $\hat{\rho}_{at}$ est une matrice 2×2 , hermitique, définie positive et de trace 1. Une base possible des matrices hermitiques 2×2 est l'ensemble de 4 matrices formé par les matrices de Pauli et l'identité $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, I$.

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

La condition de trace unité réduit le nombre de paramètres réels nécessaires pour caractériser une matrice densité à 3. Mathématiquement, la matrice densité pourra s'écrire :

$$\hat{\rho}_{at} = \frac{1}{2}(I + \mathbf{u} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \quad (1.4)$$

L'état est complètement défini par le vecteur de Bloch $\mathbf{u} = u_x \mathbf{n}_x + u_y \mathbf{n}_y + u_z \mathbf{n}_z$. Un calcul immédiat montre que \mathbf{u} est la valeur moyenne de l'opérateur $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$.

$$\langle \hat{\boldsymbol{\sigma}} \rangle = \mathbf{u} \quad (1.5)$$

Par conséquent \mathbf{u} existe dans une boule de rayon 1. Chaque état correspondra donc à un vecteur. La pureté d'un état à deux niveaux est quantifiée par $Tr[\hat{\rho}^2]$.

$$Tr[\hat{\rho}^2] = \frac{1}{2}[1 + |\mathbf{u}|^2] \quad (1.6)$$

Tout vecteur \mathbf{u} de norme 1 représente un état pur. Tous les points de la sphère correspondent donc à des états purs. Les états mélanges statistiques sont, eux, représentés par des vecteurs de norme inférieure à 1.

1.1.3 Interaction avec une source classique

Le vecteur de Bloch est très commode, en particulier pour décrire l'interaction d'un atome à deux niveaux avec une source classique. Le couplage à une source classique de champ électrique $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \cos(\omega_c t + \phi)$ (ω_c et ϕ sont respectivement la fréquence et la phase de la source) est décrit, dans l'approximation dipolaire électrique, par le hamiltonien de couplage H_I :

$$\hat{H}_I = -\mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E}(t) \cdot (|e\rangle \langle g| + |g\rangle \langle e|) = -\mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E}(t) \hat{\sigma}_x \quad (1.7)$$

Le hamiltonien complet a pour expression :

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} \hat{\sigma}_z - \mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E}(t) \hat{\sigma}_x \quad (1.8)$$

Dans le référentiel tournant à la fréquence de la source classique, le hamiltonien du système s'écrit, à l'approximation séculaire :

$$\tilde{H} = \frac{\hbar\delta_{cl}}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega_{cl}}{2} (\cos(\phi) \hat{\sigma}_x + \sin(\phi) \hat{\sigma}_y) \quad (1.9)$$

où $\Omega_{cl} = -2\mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E} / \hbar$ représente l'intensité de couplage et $\delta_{cl} = \omega_{eg} - \omega_{cl}$ le désaccord entre la fréquence de la source classique et la fréquence de la transition atomique. Pendant l'interaction avec une source classique le vecteur \mathbf{u} précesse autour du vecteur champ magnétique fictif $\mathbf{\Omega}_{\text{eff}} = \Omega_{cl}(\cos(\phi)\mathbf{n}_x + \sin(\phi)\mathbf{n}_y) + \delta_{cl}\mathbf{n}_z$ à une fréquence $|\mathbf{\Omega}_{\text{eff}}| = \sqrt{\Omega_{cl}^2 + \delta_{cl}^2}$. Un tel phénomène est représenté sur la figure 1.1b.

On se place dans le cas où la phase ϕ est nulle. La figure 1.1a représente la situation de couplage résonnant sur la sphère de Bloch ($\delta_{cl} = 0$). Le vecteur de Bloch \mathbf{u} précesse autour du vecteur $\mathbf{\Omega}_{\text{eff}}$ à une pulsation Ω . Les vecteurs propres $|+\rangle$ et $|-\rangle$ du hamiltonien dans le référentiel tournant sont alors définis par :

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \\ |-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle - |g\rangle) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ainsi, si l'atome est initialement préparé dans l'état $|e\rangle$, le vecteur d'onde de l'atome après une interaction de durée t a pour expression :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{-i\Omega_{cl}t/2} |+\rangle + e^{i\Omega_{cl}t/2} |-\rangle] \quad (1.11)$$

La valeur moyenne de l'opérateur σ_z et la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ s'écrivent alors comme :

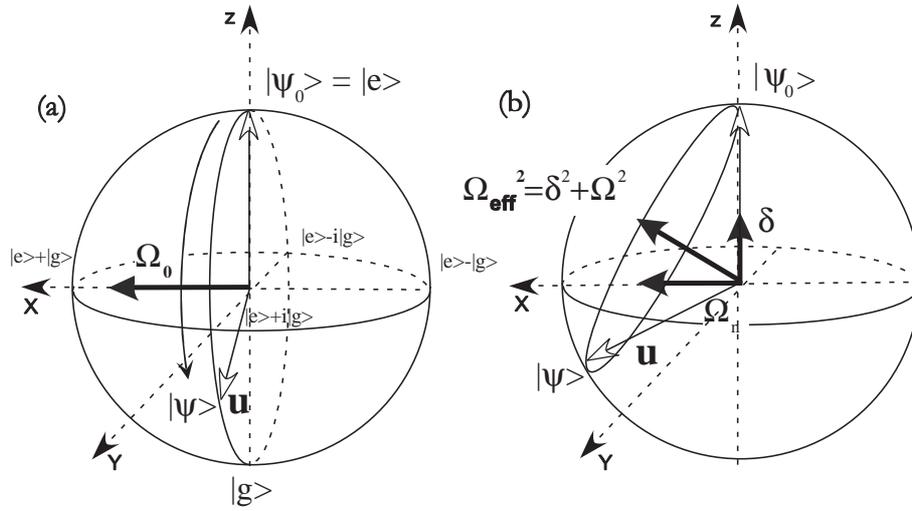


FIG. 1.1 – Oscillation de Rabi classique dans la sphère de Bloch (a) Lors du couplage résonnant, le vecteur de Bloch \mathbf{u} précesse autour du vecteur $\Omega_{cl}\mathbf{n}_x$ à une pulsation Ω_{cl} . (b) Lors du couplage non résonnant, le vecteur de Bloch \mathbf{u} précesse autour du vecteur $\Omega_{eff} = \Omega_{cl}(\cos(\phi)\mathbf{n}_x + \sin(\phi)\mathbf{n}_y) + \delta_{cl}\mathbf{n}_z$ à une pulsation de $\sqrt{\Omega_{cl}^2 + \delta_{cl}^2}$.

$$\langle \hat{\sigma}_z(t) \rangle = \cos(\Omega_{cl}t) \quad (1.12)$$

$$P_e(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\Omega_{cl}t))$$

Cette évolution montre une interférence quantique entre les états $|+\rangle$ et $|-\rangle$, analogue à celle discutée en introduction. Initialement, en préparant l'état $|e\rangle$, une superposition des deux états propres est créée. En raison de leur différence d'énergie, les deux états acquièrent au bout d'un temps t d'interaction une différence de phase. Le processus de mesure constitue la phase de mélange. L'état atomique pourra suivre deux chemins différents entre l'état initial et l'état final. Cette incertitude se traduit par un phénomène d'interférence quantique. Notons quelques temps d'interaction intéressants pour la manipulation individuelle d'un atome. Après un temps défini par $\Omega_{cl}t = \pi/2$ ou "impulsion $\pi/2$ ", une superposition cohérente est créée.

$$|\psi(t = \pi/2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle - i|g\rangle) \quad (1.13)$$

A $\Omega_{cl}t = \pi$ ou impulsion π , la population atomique a été transférée de manière déterministe dans l'état $|g\rangle$.

Finalement pour $\Omega t = 2\pi$ l'atome se retrouve à une phase π près dans l'état initial. Le changement de signe de la fonction d'onde est caractéristique des spins $1/2$.

1.2 Le champ électromagnétique

Le second acteur de l'interaction est un des modes résonnants d'une cavité Fabry-Pérot. La quantification du champ électromagnétique décrit chaque mode du champ électromagnétique comme un oscillateur harmonique [36].

1.2.1 Description et caractéristiques quantiques d'un mode du champ électromagnétique : analogie avec l'oscillateur harmonique

Concentrons-nous sur le cas du champ électromagnétique stocké dans une cavité formée de deux miroirs sphériques en configuration Fabry-Pérot. Pour des miroirs parfaits, la fréquence du champ contenu dans cette cavité ne peut prendre qu'un ensemble discret de valeurs. Considérons l'un de ces modes résonnants défini par sa fréquence ω et sa polarisation ϵ . La dynamique classique de ce mode du champ est gérée par les équations de Maxwell et elle est analogue à celle d'un oscillateur harmonique.

Quantifier le champ revient alors à lui associer un opérateur d'annihilation a et un opérateur création a^\dagger d'oscillateur harmonique de fréquence égale à ω . Ces opérateurs vérifient la relation de commutation $[a, a^\dagger] = 1$. Le niveau fondamental est le vide électromagnétique. Appliquer a^\dagger sur le vide crée un photon. Le hamiltonien libre H_{mode} du mode quantifié a alors pour expression :

$$\hat{H}_{mode} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}) \quad (1.14)$$

L'opérateur champ électrique associé en représentation de Schrödinger a pour expression au point \mathbf{r} :

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0\mathbf{f}(\mathbf{r})(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (1.15)$$

où la fonction $f(\mathbf{r})$ est caractéristique de la géométrie du mode électromagnétique résonnant dans la cavité Fabry-Pérot. Elle est normalisée de telle manière que $|f(\mathbf{r})| = 1$ au maximum absolu de l'amplitude. Le volume effectif du mode est alors défini comme :

$$V_{mode} = \int d^3\mathbf{r}|\mathbf{f}(\mathbf{r})|^2 \quad (1.16)$$

Ainsi la constante \mathcal{E}_0 , homogène à un champ électrique, s'écrit :

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{mode}}} \quad (1.17)$$

où ϵ_0 est la constante diélectrique du vide. La constante \mathcal{E}_0 correspond à l'amplitude caractéristique des fluctuations du vide.

Le champ peut être décrit de manière équivalente en terme d'opérateurs *quadratures*, deux observables conjuguées \hat{q} et \hat{p} analogues respectivement à l'observable position et à

l'observable quantité du mouvement d'un oscillateur harmonique matériel :

$$\begin{aligned}\hat{q} &= \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \\ \hat{p} &= \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \\ [\hat{q}, \hat{p}] &= \frac{i}{2}\end{aligned}\tag{1.18}$$

Les deux opérateurs \hat{q} et \hat{p} correspondent à des variables classiques conjugués et vérifient les inégalités de Heisenberg : $\Delta\hat{q}\Delta\hat{p} \geq 1/4$. Nous pouvons également définir les opérateurs *quadratures généralisées* :

$$\hat{q}_\theta = \hat{q} \cos \theta + \hat{p} \sin \theta = \frac{1}{2}(\hat{a}e^{i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{-i\theta})\tag{1.19}$$

$$\hat{p}_\theta = -\hat{q} \sin \theta + \hat{p} \cos \theta = \frac{1}{2i}(\hat{a}e^{i\theta} - \hat{a}^\dagger e^{-i\theta})\tag{1.20}$$

Ils correspondent, dans la représentation dans l'espace des phases, à des quadratures définies selon deux axes perpendiculaires obtenus par une rotation d'un angle θ par rapport aux quadratures \hat{q} et \hat{p} . Ils vérifient les mêmes relations de commutation que \hat{q} et \hat{p} . Par conséquent, les opérateurs \hat{q}_θ et \hat{p}_θ satisfont la relation d'incertitude d'Heisenberg $\Delta\hat{q}_\theta\Delta\hat{p}_\theta \geq 1/4$. Nous allons maintenant étudier un état particulier du champ : l'état cohérent.

1.2.2 Etat cohérent

Par définition, cet état est obtenu à partir du vide en appliquant l'opérateur déplacement $\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}$ où α est un nombre complexe.

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\alpha)|n\rangle\tag{1.21}$$

avec $C_n(\alpha) = e^{-|\alpha|^2/2} \alpha^n / \sqrt{n!}$. Notons que deux paramètres réels suffisent pour définir cet état. L'état cohérent est état propre de l'opérateur annihilation \hat{a} et sa valeur propre associée est α .

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle\tag{1.22}$$

Nous allons montrer maintenant qu'un état cohérent peut être généré par un courant classique. L'interaction entre un mode quantique du champ et une source de courant classique est décrite théoriquement par le hamiltonien d'interaction :

$$\hat{V}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r})\tag{1.23}$$

où $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}_0 \cos(\omega_s t) \delta(\mathbf{r})$ représente le courant classique et $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = -i \frac{E_0}{\omega_s} \mathbf{f}(\mathbf{r}) (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$ le potentiel vecteur associé au champ électrique $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$. En représentation d'interaction et dans la condition de résonance stricte ($\omega_s = \omega$), le hamiltonien \tilde{H}_{cl} total s'écrit à l'approximation séculaire :

$$\tilde{H}_{cl} = (\eta \hat{a}^\dagger - \eta^* \hat{a}) \quad (1.24)$$

où $\eta = -i \frac{\mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}) E_0}{\omega_s}$. Après un temps d'interaction t , le champ initialement vide sera dans l'état.

$$|\psi_{champ}\rangle = e^{-i\tilde{H}_{cl}t/\hbar} |0\rangle = D(-i\eta t/\hbar) |0\rangle \quad (1.25)$$

L'opérateur d'évolution du champ quantique obtenu lors de son couplage avec un courant classique correspond exactement à l'opérateur déplacement. L'état cohérent est donc l'état créé par une source classique à partir du vide. En ce sens, il est l'état quantique se rapprochant le plus d'un état classique. Nous allons voir maintenant comment les observables du champ prennent, dans cet état, des valeurs moyennes proches de celle d'un champ classique d'amplitude complexe α .

Sous l'action du hamiltonien propre H_{mode} , l'état du champ initialement dans l'état $|\alpha\rangle$ a, en représentation de Schrödinger, pour expression :

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iH_{mode}t/\hbar} |\alpha\rangle = e^{-i\omega t/2} |\alpha e^{-i\omega t}\rangle \quad (1.26)$$

$|\Psi(t)\rangle$ reste un état cohérent avec une amplitude égale à $\alpha e^{-i\omega t}$. A l'instant t , les valeurs moyennes des opérateurs champ électrique, énergie et quadrature ont pour expression dans cet état :

$$\langle \alpha | \hat{H} | \alpha \rangle = \hbar \omega (|\alpha|^2 + 1/2) \quad (1.27)$$

$$\langle \alpha | \hat{\mathbf{E}} | \alpha \rangle = \mathcal{E}_0 f(\mathbf{r}) \boldsymbol{\epsilon} (\alpha e^{-i\omega t} + \alpha^* e^{i\omega t}) \quad (1.28)$$

$$\langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle = \frac{1}{2} (\alpha e^{-i\omega t} + \alpha^* e^{i\omega t}) \quad (1.29)$$

$$\langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle = \frac{1}{2i} (\alpha e^{-i\omega t} - \alpha^* e^{i\omega t}) \quad (1.30)$$

$$\langle \alpha | \hat{q}_\theta | \alpha \rangle = \frac{1}{2} (\alpha e^{-i\omega t + i\theta} + \alpha^* e^{i\omega t - i\theta}) \quad (1.31)$$

$$\langle \alpha | \hat{p}_\theta | \alpha \rangle = \frac{i}{2} (\alpha e^{-i\omega t + i\theta} - \alpha^* e^{i\omega t - i\theta}) \quad (1.32)$$

Le caractère quantique de cet état est présent dans les moments d'ordre 2 du champ ou dans les fluctuations. Ainsi, calculons la valeur moyenne du carré du champ électrique pour l'état cohérent :

$$\langle \alpha | \hat{\mathbf{E}}^2 | \alpha \rangle = \mathcal{E}_0^2 f(\mathbf{r})^2 (\alpha^{*2} + \alpha^2 + (2|\alpha|^2 + 1)) \quad (1.33)$$

$$\Delta E = \sqrt{\langle \alpha | \hat{\mathbf{E}}^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{\mathbf{E}} | \alpha \rangle^2} = \mathcal{E}_0^2 f(\mathbf{r})^2 \quad (1.34)$$

Même pour une amplitude nulle, le champ électrique est caractérisé par des fluctuations non nulles et finies. Par un calcul similaire, on déduit les fluctuations des quadratures :

$$\Delta q = \Delta p = \Delta q_\theta = \Delta p_\theta = 1/2 \quad (1.35)$$

Par conséquent, les états cohérents sont des états minimaux pour les relations de Heisenberg. La distribution du nombre de photons associée à un état cohérent est une loi de Poisson. Le nombre moyen de photon est $\bar{n} = |\alpha|^2$ et l'écart type est $\Delta n = \sqrt{\bar{n}} = |\alpha|$. La représentation dans le plan complexe d'un champ classique est un vecteur. La norme de ce vecteur représente le module de l'amplitude du champ associé et sa phase son argument. La figure (1.2) représente le champ cohérent $|\alpha|e^{i\phi}$ dans l'espace des phases. Pour représenter le caractère quantique, un cercle de diamètre 1 représente l'incertitude d'Heisenberg sur la longueur et la direction du vecteur dans le plan de Fresnel. Les axes correspondent à un jeu de quadratures. Ils sont définis tels que la projection sur chacun des axes correspond à la valeur moyenne de la quadrature considérée. Changer de quadratures revient juste, dans cette image, à opérer une rotation des axes de l'angle entre les deux quadratures. A l'instar du champ classique, les deux quadratures tournent en fonction du temps dans l'espace des phases à la fréquence ω .

Comme on s'y attend, plus le nombre moyen de photons $|\alpha|^2$ du champ est grand, moins les fluctuations quantiques sont importantes en valeur relative. Pour montrer cet effet, considérons la figure 1.3. À partir de l'inégalité d'Heisenberg, portant sur les opérateurs \hat{q} et \hat{p} , nous pouvons dériver une relation qualitative pour l'incertitude sur la phase du champ cohérent :

$$\Delta\phi = \frac{1}{|\alpha|} \quad (1.36)$$

La variance du nombre de photons vaut $\Delta n = \sqrt{\bar{n}} = |\alpha|$. On obtient la minimisation de la relation d'incertitude de Heisenberg pour les variables n et ϕ :

$$\Delta n \Delta\phi = 1 \quad (1.37)$$

Pour une amplitude α vérifiant $|\alpha| \gg 1$ (limite du grand nombre de photons), les dispersions du nombre moyen de photons et de la phase sont négligeables en valeurs relatives (voir figure 1.4a). Dans cette limite, les états cohérents ont une amplitude et une phase bien définies et sont donc considérés comme des états quasi-classiques .

Par contre, dans le cas où $\alpha \sim 1$ (voir figure 1.4b), les fluctuations quantiques sont de l'ordre de grandeur de l'amplitude du champ et, par conséquent, cet état a un comportement dominé par ses caractéristiques quantiques .

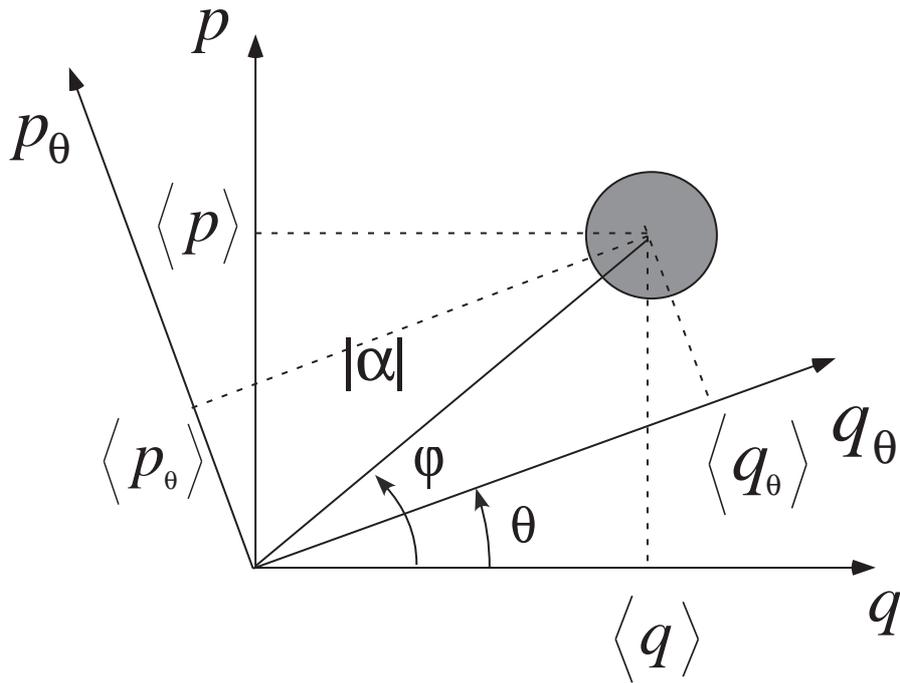


FIG. 1.2 – Illustration graphique de la représentation du champ dans deux quadratures différentes.

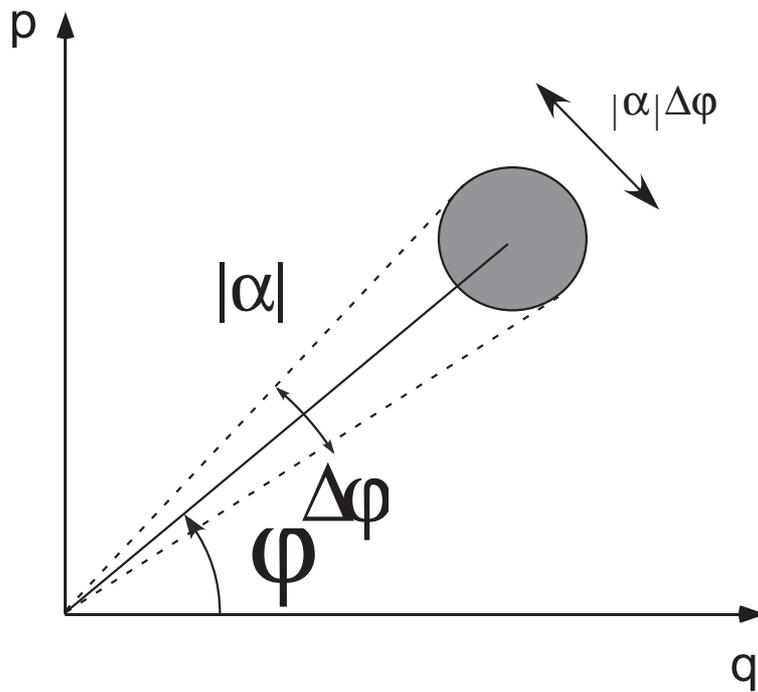


FIG. 1.3 – Illustration graphique de la relation $\Delta p_\theta \Delta q_\theta$ pour un champ cohérent.

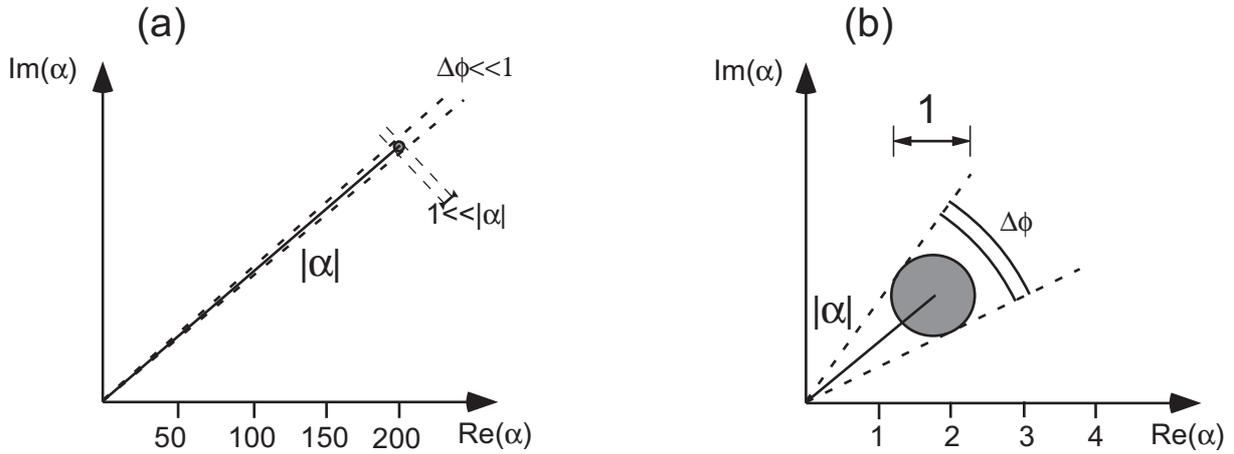


FIG. 1.4 – Représentation d'un champ cohérent $|\alpha\rangle$ dans le plan complexe. (a) $\alpha \gg 1$. (b) $\alpha \sim 1$.

En conclusion, en variant l'amplitude du champ cohérent, nous sommes capables d'explorer la limite classique-quantique. Les expériences présentées dans ce manuscrit utilisent un champ cohérent de quelques dizaines de photons : un régime intermédiaire entre quantique et classique appelé mésoscopique. La représentation qualitative du champ présentée dans ce chapitre constitue en fait de manière rigoureuse la coupe d'une fonction dite Q, caractéristique de l'état représenté, par un plan horizontal défini par la valeur $1/e$. Cette fonction fait partie d'une classe de représentation de l'état du champ. Nous allons maintenant introduire ces différentes représentations.

1.2.3 Distributions de Quasi-Probabilité d'un état du mode du champ électromagnétique

En mécanique classique, la description statistique d'un système fait appel à la notion de distribution de probabilité. Par exemple pour évaluer la moyenne d'une grandeur F pour une particule évoluant à une dimension, on réalise l'intégrale sur les points de l'espace des phases $\{x, p\}$ de la fonction $f(x, p)$ associée à la grandeur F pondérée par la probabilité $P(x, p)$ de présence de la particule en ce point.

$$\langle \hat{F} \rangle = \int dx dp P(x, p) f(x, p) \quad (1.38)$$

Les propriétés quantiques des systèmes nous amènent à utiliser des fonctions de quasi-distribution dites de Glauber. De manière générale, les propriétés statistiques d'un système quantique sont décrites par sa matrice densité ρ . La valeur moyenne de l'opérateur \hat{F} est définie par :

$$\langle \hat{F} \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{F}) \quad (1.39)$$

L'intérêt des fonctions de quasi distribution est de mettre l'expression (1.39) sous la forme (1.38). Ces représentations, d'abord utilisées pour décrire des particules matérielles [37],

ont été très intensément utilisées dans le cadre de l'optique quantique pour caractériser l'état d'un mode du champ électromagnétique [38, 39, 40]. Nous définirons, dans un premier temps, le cadre général de ces fonctions de quasi-distributions et leurs règles d'utilisation. Deux exemples seront abordés par la suite : la fonction Q et la fonction de Wigner.

1.2.3.a La fonction de quasi-probabilité généralisée

En raison de l'existence d'observables non commutatives en mécanique quantique, il n'existe pas une unique manière d'associer à un opérateur ou à un état, une fonction réelle définie sur l'espace des phases décrivant toutes leurs propriétés physiques. Par exemple considérons la fonction $f(\beta) = |\beta|^2$. L'opérateur associé à cette fonction pourra être $\hat{a}\hat{a}^\dagger$, $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ ou toutes combinaisons linéaires des deux. Cette indétermination sera représentée dans le formalisme par un paramètre s complexe. Ce dernier est directement relié à la façon dont on ordonne les opérateurs \hat{a} et \hat{a}^\dagger .

Nous définissons les produits s -ordonnés $\{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_s$ des opérateurs $(\hat{a}^\dagger)^n$ et \hat{a}^m par l'intermédiaire de la série de Taylor de l'opérateur $\hat{D}_g(\beta, \beta^*, s)$ dit de "déplacement généralisé" :

$$\hat{D}_g(\beta, \beta^*, s) = \hat{D}(\beta) e^{s|\beta|^2} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^*{}^n (\beta)^m}{n!m!} \{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_s \quad (1.40)$$

où $\hat{D}(\beta) = e^{\beta\hat{a}^\dagger - \beta^*\hat{a}}$ est l'opérateur de déplacement. Les produits normal, antinormal et symétrique sont alors définis pour $s = 1$, $s = -1$ et $s = 0$:

$$\{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_1 = (\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m \quad (1.41)$$

$$\{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_{-1} = \hat{a}^m (\hat{a}^\dagger)^n \quad (1.42)$$

$$\{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_0 = \frac{1}{m+n+1} \sum_{i+j=m+n} (\hat{a}^\dagger)^i \hat{a}^j \quad (1.43)$$

Les produits s -ordonnés définissent une base des opérateurs. À s fixé, tout opérateur peut être exprimé sur la base formée par les produits s -ordonnés. Les problèmes de convergences liés à cette décomposition sont discutés dans [41]. Par exemple, la fonction $|\beta|^2$ sera reliée à l'opérateur $\{\hat{a}^\dagger\hat{a}\}_s$.

Une fois choisi le produit s -ordonné, nous définissons formellement l'opérateur $\hat{T}(\beta, \beta^*, s)$ comme la transformée de Fourier complexe de $\hat{D}(\beta, \beta^*, s)$:

$$\hat{T}(\beta, \beta^*, s) = \int d^2\xi \hat{D}_g(\xi, \xi^*, s) e^{\beta\xi^* - \beta^*\xi} \quad (1.44)$$

A partir de cette définition, la fonction de Wigner généralisée associée à l'état caractérisé par la matrice densité $\hat{\rho}$ pour un s donné a pour expression :

$$\pi W_\rho(\beta, \beta^*, s) = \text{Tr}[\hat{T}(\beta, \beta^*, s)\hat{\rho}] \quad (1.45)$$

La fonction de Wigner $W_\rho(\beta, \beta^*, s)$ généralisée s'interprète comme la valeur moyenne de l'opérateur $\hat{T}(\beta, \beta^*, s)$. Cette remarque nous pousse à expliciter les caractéristiques spectrales de $\hat{T}(\beta, \beta^*, s)$. Ses valeurs propres $\lambda_{n, \hat{T}(\beta, \beta^*, s)}$ et ses vecteurs propres $|n, \hat{T}(\beta, \beta^*, s)\rangle$ indicés par n sont calculables explicitement [41] et ont pour expression :

$$\lambda_{n, \hat{T}(\beta, \beta^*, s)} = \frac{2}{1-s} \left(\frac{s+1}{s-1} \right)^n \quad (1.46)$$

$$|n, \hat{T}(\beta, \beta^*, s)\rangle = \hat{D}(\beta) |n\rangle \quad (1.47)$$

A partir de cette diagonalisation, l'opérateur $\hat{T}(\beta, \beta^*, s)$ a pour expression :

$$\hat{T}(\beta, \beta^*, s) = \sum_{n \geq 0} \frac{2}{1-s} \left(\frac{s+1}{s-1} \right)^n \hat{D}(\beta) |n\rangle \langle n| \hat{D}(-\beta) \quad (1.48)$$

On remarque que les valeurs propres sont indépendantes de β et β^* (mais dépendantes de s), toute l'information sur la variable complexe β est contenue dans les vecteurs propres. Ces derniers sont indépendants du paramètre s . Finalement, une expression très commode de $\hat{T}(\beta, \beta^*, s)$ fait apparaître l'opérateur $\hat{T}(0, 0, s) = \sum_{n \geq 0} \frac{2}{1-s} \left(\frac{s+1}{s-1} \right)^n |n\rangle \langle n|$:

$$\hat{T}(\beta, \beta^*, s) = \hat{D}(\beta) \hat{T}(0, 0, s) \hat{D}(-\beta) \quad (1.49)$$

En utilisant l'invariance de l'opération de trace dans une permutation circulaire, nous réécrivons la définition (1.45) la fonction $W_\rho(\beta, \beta^*, s)$ sous la forme :

$$\pi W_\rho(\beta, \beta^*, s) = \text{Tr}[\hat{D}(-\beta)\hat{\rho}\hat{D}(\beta)\hat{T}(0, 0, s)] \quad (1.50)$$

A chaque point de l'espace des phases β , la fonction de quasidistribution généralisée $W_\rho(\beta, \beta^*, s)$ s'interprète donc comme la valeur moyenne de l'opérateur $\hat{T}(0, s)$ sur l'état ρ déplacé d'une amplitude $-\beta$. Au même titre que la matrice densité ρ , cette fonction contient toute l'information sur l'état du système.

Grâce à la fonction de Wigner généralisée, nous sommes capables d'exprimer la valeur moyenne d'un opérateur \hat{A} à s fixé sous une forme analogue à (1.38) :

$$\langle \hat{A} \rangle = \int d^2\beta W_\rho(\beta, \beta^*, s) f_s^{\hat{A}}(\beta, \beta^*) \quad (1.51)$$

Comme dans le cas de la mécanique statistique classique, la valeur moyenne d'un opérateur sera la moyenne sur l'espace des phases du produit de deux fonction, l'une caractéristique de l'état, $W(\beta, \beta^*, s)$, et l'autre de l'observable \hat{A} . Comme attendu, la fonction relative à l'opérateur sera exprimée en utilisant le développement de l'opérateur sur la base des produits s -ordonnés selon la recette suivante. Pour dériver $f_s^{\hat{A}}(\beta, \beta^*)$ il faut écrire l'opérateur \hat{A} en fonction des produits s -ordonnés opérateurs $\{(\hat{a}^\dagger)^n \hat{a}^m\}_s$:

$$\hat{A} = \sum_{n,m=0}^{\infty} f_{n,m}^{\hat{A},s} \{\hat{a}^{\dagger n} \hat{a}^m\}_s \quad (1.52)$$

Finalement on définit $f_s^{\hat{A}}$ comme suit :

$$f_s^{\hat{A}}(\beta, \beta^*) = \sum_{n,m=0}^{\infty} f_{n,m}^{\hat{A},s} \beta^{*n} \beta^m \quad (1.53)$$

Appliquons les résultats précédents à l'opérateur de déplacement généralisé (non hermitique). Alors on obtient la relation suivante :

$$Tr[\rho D_g(\xi, \xi^*, s)] = \frac{1}{\pi} \int d^2\beta W_\rho(\beta, \beta^*, s) e^{\xi\beta^* - \xi^*\beta} \quad (1.54)$$

On reconnaît alors la définition de la transformée de Fourier de de la fonction de Wigner généralisée $W_\rho(\beta, \beta^*, s)$. On l'appelle la fonction caractéristique et on la note $\chi(\xi, \xi^*, s)$. Le lien entre les différentes fonctions caractéristiques associées au même état ρ mais pour différents s est évident à partir de la relation de Glauber :

$$\chi(\xi, \xi^*, s) = e^{s|\xi|^2} \chi(\xi, \xi^*, 0) \quad (1.55)$$

Si deux matrices densités ont la même fonction de Wigner généralisée, la valeur moyenne de tout opérateur sera la même. Physiquement, il n'y aura aucun moyen pour différencier ces deux états. Par conséquent il s'agira du même état physique. On déduit ainsi l'unicité de la fonction de Wigner généralisée.

Nous allons présenter dans la partie suivante les exemples correspondant à $s = 0$ et $s = -1$ appelés respectivement fonction de Wigner et fonction Q. Ces deux quasi-distributions ont une importance toute particulière : un protocole de mesure de ces fonctions est disponible dans notre expérience.

1.2.3.b La fonction Q

La fonction Q correspond à la fonction de Wigner généralisée pour $s = -1$. L'opérateur $T(0, 0, -1) = |0\rangle \langle 0|$ s'interprète comme la projection sur l'état du vide de photon. En utilisant la relation (1.45), la fonction $Q_\rho(\beta, \beta^*)$ d'un état quelconque ρ a pour expression :

$$\pi Q_\rho(\beta, \beta^*) = Tr[\hat{D}(-\beta) \hat{\rho} \hat{D}(\beta) |0\rangle \langle 0|] = \langle \beta | \hat{\rho} | \beta \rangle \quad (1.56)$$

Au point de l'espace des phases β , la fonction Q s'interprète comme le carré du produit scalaire de l'état considéré avec l'état cohérent d'amplitude β . La fonction Q associée à un état a toutes les propriétés escomptées pour être une bonne distribution de probabilité. Elle est positive, de manière évidente, bornée par $1/\pi$ et infiniment dérivable. Son intégrale sur l'espace des phases est égale à 1.

$$\int d\beta d\beta^* Q_\rho(\beta, \beta^*) = 1 \quad (1.57)$$

1.2.3.c La fonction de Wigner

La fonction de Wigner $W_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)$ correspond au cas où le paramètre s est égal à 0. L'opérateur $\hat{T}(0, 0, 0) = 2(-1)^{\hat{a}^\dagger \hat{a}}$ est l'opérateur parité \hat{P} du champ. La valeur propre de l'opérateur $\hat{T}(\beta, \beta^*, 0)$ associée au vecteur propre $\hat{D}(\beta) |n\rangle$ est $2(-1)^n$.

$$\hat{T}(\beta, \beta^*, 0) = 2 \sum_{n \geq 0} (-1)^n \hat{D}(\beta) |n\rangle \langle n| \hat{D}(-\beta) = 2 \sum_{n \geq 0} e^{i\pi \hat{a}^\dagger \hat{a}} \hat{D}(\beta) |n\rangle \langle n| \hat{D}(-\beta) \quad (1.58)$$

En définitive, la fonction associée à l'état $\hat{\rho}$ a pour expression :

$$\pi W_{\rho}(\beta, \beta^*) = 2 \text{Tr}[e^{i\pi \hat{a}^\dagger \hat{a}} \hat{D}(-\beta) \hat{\rho} \hat{D}(\beta)] \quad (1.59)$$

Cette expression borne W entre $-2/\pi$ et $2/\pi$. Par rapport à la fonction Q , la fonction de Wigner peut être négative, ce qui rend problématique l'interprétation de cette fonction comme une distribution de probabilité. La négativité de la fonction en général quantifie l'écart d'un état à la classicité. En dépit de ces propriétés, la fonction de Wigner est indéfiniment dérivable et son intégrale sur l'espace des phases vaut 1.

$$\int d\beta d\beta^* W(\beta, \beta^*) = 1 \quad (1.60)$$

Une autre écriture de la fonction de Wigner permet de comprendre ses spécificités par rapport à la fonction Q . Sur la base des états position $|x\rangle$, la fonction de Wigner a pour expression (avec $\beta = x + iy$) [37] :

$$\pi W(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} \int dx' e^{-2ix'p} \langle x + x'/2 | \hat{\rho} | x - x'/2 \rangle \quad (1.61)$$

Pour un état pur $|\psi\rangle$, la fonction à intégrer sur l'espace des phases sera le produit des produits scalaires entre l'état considéré $|\psi\rangle$ et les deux états états positions $|x + x'/2\rangle$ et $|x - x'/2\rangle$. Cette propriété explique la sensibilité de la fonction de Wigner aux états superpositions d'états cohérents.

1.2.4 Quelques exemples de fonction Q et de fonction de Wigner

1.2.4.a Etats cohérents

Tout champ cohérent d'amplitude α a pour fonction Q une gaussienne de demi-largeur 1 à $1/e$ et centrés dans l'espace des phases en α .

$$Q_{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha - \beta|^2} \quad (1.62)$$

Notons que le vide est un état cohérent d'amplitude nulle. Par conséquent la fonction Q associé au vide est une gaussienne centrée en 0. La fonction de Wigner associée à un champ cohérent est, elle aussi, une gaussienne mais cette fois la largeur est égale à $1/\sqrt{2}$.

$$W_{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(\beta, \beta^*) = \frac{2}{\pi} e^{-2|\alpha-\beta|^2} \quad (1.63)$$

Les figures 1.5 et 1.6 reproduisent les fonctions Q et W associées respectivement à l'état de vide et à l'état cohérent d'amplitude $\alpha = 2 + 2i$. La différence entre la fonction Q et la fonction de Wigner d'états cohérents porte uniquement sur la largeur des gaussiennes associées.

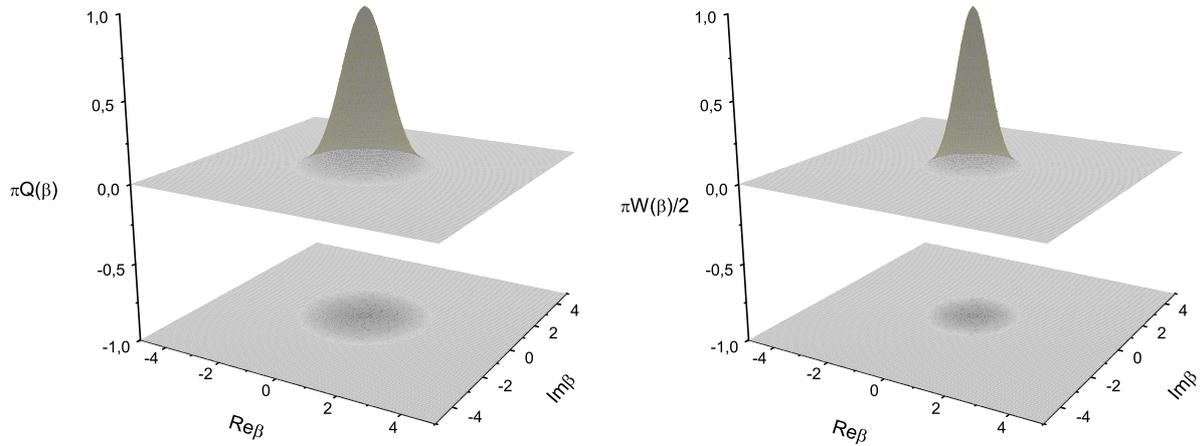


FIG. 1.5 – Fonctions Q et W du vide

1.2.4.b Etats thermiques

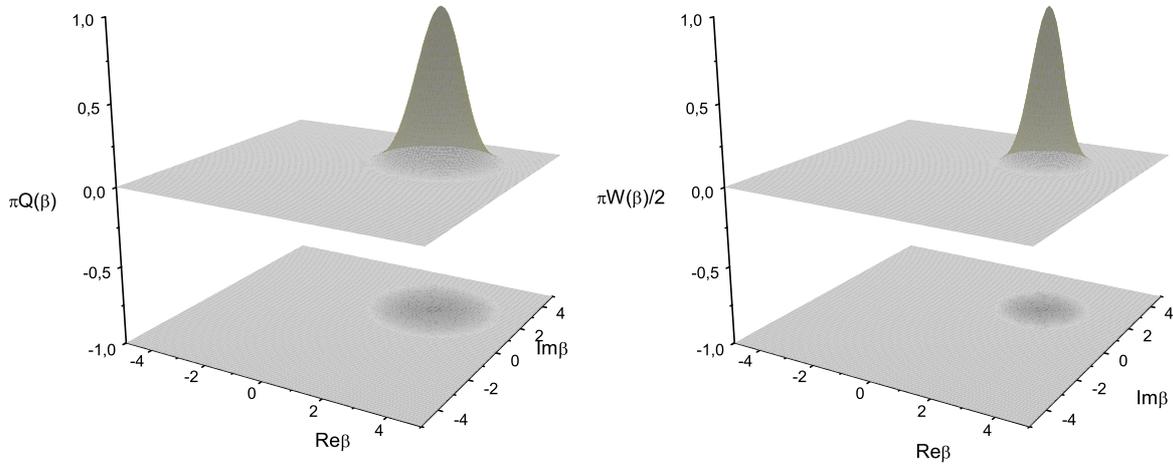
L'état thermique est défini par le nombre moyen de photons \bar{n}_{th} présents dans le mode du champ électromagnétique. La matrice densité associée à cet état a pour expression :

$$\rho_{th} = \sum_{i \geq 0} \frac{(\bar{n}_{th})^i}{(\bar{n}_{th} + 1)^{i+1}} |i\rangle \langle i| \quad (1.64)$$

Les fonctions Q et W associées à cet état seront, une nouvelle fois, des gaussiennes. La différence avec l'état vide se situera essentiellement dans les largeurs de ces deux distributions. Pour Q , la demi largeur à $1/e$ est égale à $\sqrt{\bar{n}_{th} + 1}$. L'expression de cette distribution est la suivante :

$$\pi Q_{\rho_{th}}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\bar{n}_{th} + 1} e^{-\frac{|\beta|^2}{\bar{n}_{th} + 1}} \quad (1.65)$$

Pour W , la largeur de la gaussienne vaudra $\sqrt{\bar{n}_{th} + 1/2}$. La distribution W a pour expression :

FIG. 1.6 – Fonctions Q et W d'un champ cohérent de paramètre $\alpha = 2 + 2i$.

$$\pi W_{\rho_{th}}(\beta, \beta^*) = \frac{2}{2n_{th} + 1} e^{-\frac{2|\beta|^2}{2n_{th} + 1}} \quad (1.66)$$

Le champ thermique déplacé d'une amplitude β a pour matrice densité :

$$\rho_{th,\alpha} = D(\alpha)\rho_{th}D(-\alpha) \quad (1.67)$$

Les fonctions Q et W correspondant à cet état sont obtenues simplement par une translation d'une amplitude α des fonctions Q et W du champ thermique :

$$\pi Q_{\rho_{th,\alpha}}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{n_{th} + 1} e^{-\frac{|\alpha - \beta|^2}{n_{th} + 1}} \quad (1.68)$$

$$(1.69)$$

$$\pi W_{\rho_{th,\alpha}}(\beta, \beta^*) = \frac{2}{2n_{th} + 1} e^{-\frac{2|\alpha - \beta|^2}{2n_{th} + 1}} \quad (1.70)$$

Les états abordés jusqu'ici sont classiques. Ils sont tous associés à des fonctions Q et W de forme gaussienne. Les états à caractère plus quantiques seront associés à des fonctions de quasi-distributions différentes d'une gaussienne.

1.2.4.c Les états nombres

Un exemple est l'état de Fock à un photon $|1\rangle$. Il s'agit d'un état très non classique. L'expression de sa fonction $Q(\beta, \beta^*)$ est la suivante :

$$Q_{|1\rangle\langle 1|}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} |\beta|^2 e^{-|\beta|^2} \quad (1.71)$$

L'expression de sa fonction $W(\beta, \beta^*)$ est la suivante :

$$W_{|1\rangle\langle 1|}(\beta, \beta^*) = \frac{2}{\pi}(4|\beta|^2 - 1)e^{-2|\beta|^2} \quad (1.72)$$

Les différences entre la fonction Q et la fonction de Wigner d'un état à un photon sont plus affirmées que dans le cas de l'état cohérent (voir figure 1.7). La fonction de Wigner est négative à l'origine de l'espace des phases, là où la fonction Q n'est que nulle. Un état quantique sera souvent associé à une fonction de Wigner avec des valeurs négatives.

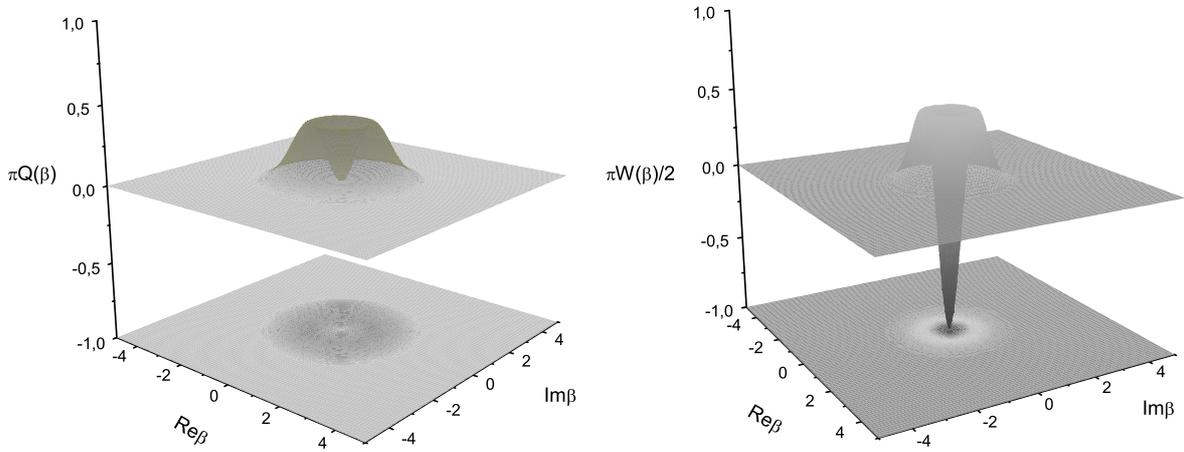


FIG. 1.7 – Fonctions Q et de Wigner de l'état de Fock à un photon $|1\rangle$

1.2.4.d États chats

Les différences entre la fonction Q et la fonction de Wigner sont particulièrement apparentes lors de la comparaison des deux fonctions de quasi-distribution pour un état superposition d'états cohérents. Un tel état est très intéressant car il est la superposition de deux états quasi-classiques. Pour deux champs de phases opposées, il s'écrit :

$$|\Psi_{chat}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_{chat}}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \quad (1.73)$$

où N_{chat} est le coefficient de normalisation de l'état égal à $2(1 + e^{-|\alpha|^2})$. L'expression de la fonction Q_{chat} est :

$$Q_{chat}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{2\pi(1 + e^{-2|\alpha|^2})} \left(e^{-|\alpha-\beta|^2} + e^{-|\alpha+\beta|^2} + 2e^{-(|\alpha|^2+|\beta|^2)} \cos[2\text{Im}(\beta\alpha^*)] \right) \quad (1.74)$$

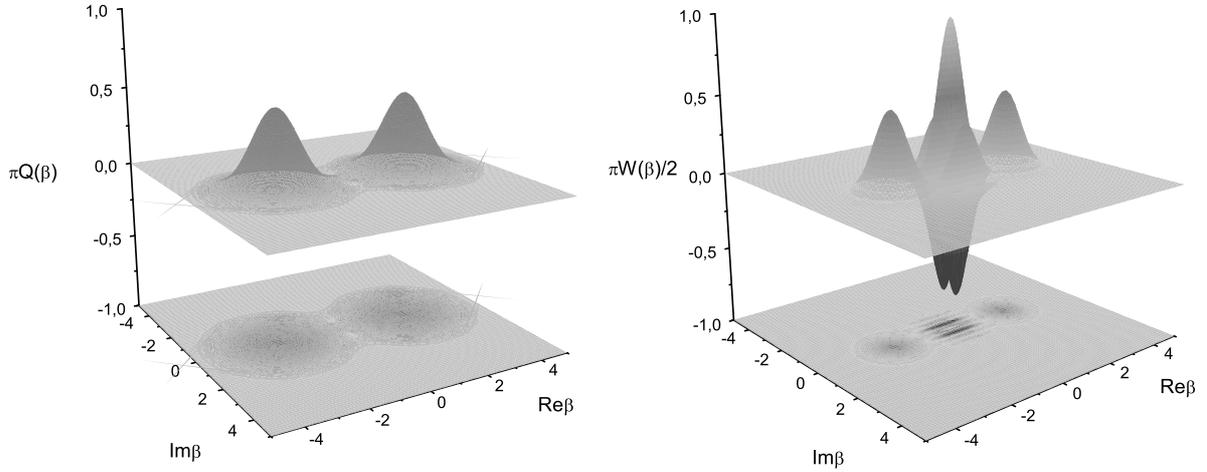


FIG. 1.8 – Fonction Q et de Wigner de l'état superposition de deux états cohérents respectivement d'amplitude $\alpha = \sqrt{5}$ et $\alpha = -\sqrt{5}$

L'expression de la fonction Wigner W_{chat} est :

$$W_{chat}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi(1 + e^{-2|\alpha|^2})} \left(e^{-2|\alpha-\beta|^2} + e^{-2|\alpha+\beta|^2} + 2e^{-2|\beta|^2} \cos[4\text{Im}(\beta\alpha^*)] \right) \quad (1.75)$$

La figure 1.8 présente la différence entre la fonction de Wigner et la fonction Q associées à une superposition cohérente de deux champs cohérents d'amplitude respective $\alpha = \sqrt{5}$ et $\alpha = -\sqrt{5}$. La fonction de Wigner est caractérisée par des oscillations de grand contraste égal à $2/\pi$ au voisinage de l'origine. Ces oscillations sont la signature de la cohérence de la superposition étudiée. Dans le cas d'un mélange statistique, elles disparaissent. On remarque que leur contraste au point origine est indépendant des caractéristiques des deux champs cohérents de la superposition. Ce constat explique pourquoi la fonction de Wigner est très utile pour estimer l'effet de la décohérence : le contraste au point de l'espace des phases défini comme la différence des amplitudes de chacun des états cohérents de la superposition est uniquement dépendant de la perte de cohérence de la superposition. Nous utiliserons cette propriété pour estimer l'effet du processus de décohérence dans notre expérience.

Les oscillations présentées ont un équivalent sur la fonction Q, visible pour des petits champs cohérents. Mais leur contraste est exponentiellement réduit quand la distance, dans l'espace des phases, entre les champs cohérents de la superposition croît. La fonction Q n'est donc pas très sensible aux cohérences mésoscopiques entre états cohérents différents. Néanmoins, nous verrons que, expérimentalement, la mesure de cette fonction est plus facile à mettre en oeuvre que la mesure de la fonction W et qu'elle est intéressante pour caractériser la distribution de phase du champ.

Dans la suite, nous serons amenés à considérer des superpositions de champs cohérents de même amplitude mais de phases différentes. L'expression de l'état est généralement écrite de la manière suivante (on suppose α réel) :

$$|\Psi_{chat,\psi,\eta}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_{chat,\psi,\eta}}} (|\alpha e^{i\psi}\rangle + e^{i\eta} |\alpha e^{-i\psi}\rangle) \quad (1.76)$$

avec $N_{chat,\psi,\eta}$ le coefficient de normalisation de

$$N_{chat,\psi,\eta} = 2 \left[1 + e^{-|\alpha|^2 \cos(2\psi)} \cos(|\alpha|^2 \sin(2\psi) - \eta) \right] \quad (1.77)$$

La fonction de Wigner $W_{chat,\psi,\eta}(\beta, \beta^*)$ associée à cet état est (avec $\beta = \beta_R + i\beta_I$) :

$$\begin{aligned} \pi W_{chat,\psi,\eta}(\beta, \beta^*) &= \frac{2}{N_{chat,\psi,\eta}} \left(e^{-2|\beta - \alpha e^{i\psi}|^2} + e^{-2|\beta - \alpha e^{-i\psi}|^2} \right. \\ &\quad \left. + 2e^{-2\beta_I^2 - 2(\beta_R - \alpha \cos(\psi))^2} \cos[4\beta_R \alpha \sin(\psi) - \alpha^2 \sin(2\psi) - \eta] \right) \end{aligned} \quad (1.78)$$

Au point $\beta = \alpha \cos(\psi)$, le coefficient multiplicatif de la fonction sinusoïdale est indépendant de α et égal à $2/\pi$.

1.3 Le couplage entre un atome à deux niveaux et un mode du champ électromagnétique

Dans le premier paragraphe (1.1), nous avons décrit l'interaction d'un atome avec une source classique. Cette interaction est à la base de toutes les manipulations individuelles de l'atome. Ici, le champ sera décrit quantiquement et nous analyserons les conséquences sur le système total de l'interaction entre ces deux objets quantiques.

1.3.1 Le Hamiltonien de Jaynes et Cummings

A l'approximation dipolaire électrique, le hamiltonien d'interaction a pour expression $\hat{H}_{\text{dip}} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$. En utilisant les expressions du dipôle atomique et du champ électrique quantifié, l'expression de ce hamiltonien devient :

$$\hat{H}_{\text{dip}} = -\mathcal{E}_0 f(\mathbf{r}) (\mathbf{d}_{eg} \cdot \epsilon |e\rangle \langle g| \hat{a} + \mathbf{d}_{eg}^* \cdot \epsilon^* |e\rangle \langle g| \hat{a}^\dagger + \text{h. c.}) \quad (1.79)$$

En appliquant la transformation $R(t) = e^{-i\omega t/2(|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) - i\omega t(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2)}$, le hamiltonien d'interaction s'écrit dans l'approximation séculaire :

$$\begin{aligned} \tilde{\hat{H}}_{\text{dip}} &= \hat{R}^{-1}(t) \hat{H}_{\text{dip}} \hat{R}(t) \\ &= \hbar \frac{\Omega_0}{2} f(\mathbf{r}) (|e\rangle \langle g| \hat{a} + |g\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger) \end{aligned} \quad (1.80)$$

où $\frac{\Omega_0}{2} = -\mathcal{E}_0 \mathbf{d}_{eg} \cdot \epsilon$ est appelée "fréquence de Rabi du vide". La dépendance spatiale du hamiltonien de couplage est liée à la structure spatiale du mode. Dans l'expression (1.80), elle est décrite par la fonction $f(\mathbf{r})$. Dans ce chapitre, nous considérerons la fonction $f(\mathbf{r})$ comme uniforme et égale à 1, ce qui équivaut à considérer l'atome fixe au centre du mode.

La transformation $R(t)$ est l'équivalent du passage dans le référentiel tournant utilisé dans le cas classique. Elle est similaire à la représentation d'interaction à ceci près que la référence de fréquence, égale à la fréquence du champ, est la même pour le champ et l'atome.

Ce hamiltonien de couplage est linéaire en fonction des opérateurs a et $|e\rangle \langle g|$ et leur hermitique conjugué. Il a une interprétation simple : le premier terme correspond à l'absorption d'un photon par l'atome, le second à l'émission. Avec un choix de phases appropriées, la fréquence de Rabi du vide Ω_0 est réelle et positive. Elle caractérise la force du couplage entre l'atome et le champ. Nous voyons sur cette expression comment, du point de vue atomique, un grand dipôle \mathbf{d}_{eg} et, du point de vue du champ, un grand champ électrique par photon \mathcal{E}_0 augmenteront le couplage.

En ajoutant les hamiltoniens des systèmes libres, nous obtenons le Hamiltonien de Jaynes et Cummings \hat{H}_{JC} [34], dans le référentiel tournant à la fréquence du mode :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{JC}} &= R^{-1}(t) (H_{\text{dip}} + H_{\text{at}} + H_{\text{champ}}) R(t) \\ &= \frac{\hbar \delta}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) + \hbar \frac{\Omega_0}{2} (|e\rangle \langle g| \hat{a} + |g\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger) \end{aligned} \quad (1.81)$$

où $\delta = \omega_{eg} - \omega$ est le désaccord entre l'atome et le champ. En vertu de la simplicité du hamiltonien complet \hat{H}_{JC} , il existe une solution exacte, analytique et simple à la dynamique du système couplé .

1.3.2 Les états habillés

Nous allons maintenant déterminer les valeurs propres et vecteurs propres du hamiltonien (1.81) Une propriété importante va nous permettre de résoudre complètement le problème du hamiltonien \hat{H}_{JC} et connaître ainsi la dynamique du système atome-champ en interaction. Les sous espaces S_n à deux dimensions formés par les états $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ sont stables sous l'action du hamiltonien de Jaynes et Cummings (l'état $|g, 0\rangle$ ne se couple à aucun autre état et demeure inchangé par le couplage). L'état $|e, n\rangle$ (resp $|g, n+1\rangle$) correspond au cas où l'atome se trouve dans l'état $|e\rangle$ (resp $|g\rangle$) et le champ dans l'état de Fock à n (resp $n+1$) photons. Ces deux états sont des états stationnaires du système non couplé. Les vecteurs propres de \hat{H}_{JC} dans chaque sous espace sont appelés les états habillés. Dans la base non couplée $|e, n\rangle, |g, n+1\rangle$, le hamiltonien \hat{H}_{JC}^n , restriction de \hat{H}_{JC} à S_n , a pour expression matricielle :

$$\hat{H}_{JC}^n = \hbar \begin{pmatrix} -\delta/2 & \frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1} \\ \frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1} & \delta/2 \end{pmatrix}, \quad (1.82)$$

En diagonalisant cette matrice, on trouve les états propres du système couplé :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \cos \theta_n |e, n\rangle + \sin \theta_n |g, n+1\rangle \\ |-, n\rangle &= \sin \theta_n |e, n\rangle - \cos \theta_n |g, n+1\rangle \end{aligned} \quad (1.83)$$

L'angle θ_n est défini par la relation

$$\tan(2\theta_n) = \frac{\Omega_0}{\delta}\sqrt{n+1} \text{ et } 0 \leq \theta_n \leq \frac{\pi}{2} \quad (1.84)$$

Les énergies propres associés aux états habillés sont :

$$E_{\pm, n} = \pm \frac{\hbar\sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2(n+1)}}{2} \quad (1.85)$$

Deux régimes extrêmes vont être étudiés plus en détail dans la suite : le premier, appelé couplage dispersif et correspondant au cas où $|\delta| \gg \Omega_0$, ne voit aucun échange d'énergie entre les deux systèmes. Par contre, l'énergie propre de chaque système est affectée par le couplage. Le second, appelé couplage résonnant, correspond au cas où $|\delta| \ll \Omega_0$. Il est caractérisé par un échange d'énergie entre l'atome et le champ,

1.3.3 Couplage dispersif : le déplacement lumineux

Le régime dispersif est atteint lorsque le désaccord δ est grand devant la fréquence de Rabi du système. Dans le sous espace S_n , la fréquence de Rabi est égale à $\Omega_0\sqrt{n+1}$. Les états habillés $|+, n\rangle$ et $|-, n\rangle$ sont respectivement très proches des états non-couplés

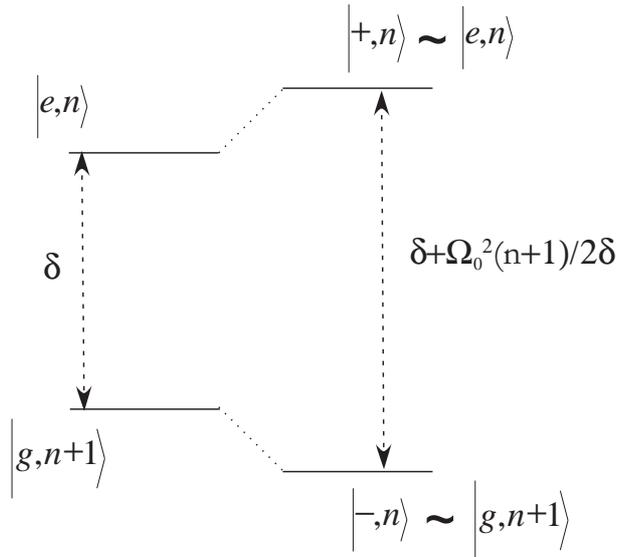


FIG. 1.9 – Position des niveaux d'énergie de l'atome habillé dans l'approximation dispersive.

$|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ (l'angle de mélange θ_n est alors très petit devant 1 ou proche de $\pi/2$). Cette approximation conduit à l'expression suivante pour les énergies propres :

$$E_{\pm, n} = \pm \frac{\sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2(n+1)}}{2} \simeq \pm \frac{\delta}{2} \pm \frac{\Omega_0^2(n+1)}{4\delta} \quad (1.86)$$

En raison du couplage atome-champ, l'énergie des états $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ est modifiée d'une quantité $\pm \Omega_0^2(n+1)/4\delta$. La contribution $\Omega_0^2 n/4\delta$ est appelée déplacement lumineux et le terme $\Omega_0^2/4\delta$ est appelé déplacement de Lamb (voir figure 1.10). Après une interaction d'une durée t , la fonction d'onde de chaque état propre aura accumulé une phase :

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\xrightarrow{\text{transit}} \exp(-i\delta/2) \exp[-i\Phi_{disp}(t)(n+1)] |e, n\rangle \\ |g, n+1\rangle &\xrightarrow{\text{transit}} \exp(i\delta/2) \exp[i\Phi_{disp}(t)(n+1)] |g, n+1\rangle \end{aligned} \quad (1.87)$$

La phase $\Phi_{disp}(t) = \Omega_0^2 t/4\delta$ dépend uniquement des caractéristiques de couplage entre l'atome et le champ et du temps d'interaction. Il est important de noter la linéarité en n du déphasage. Un tel déphasage est à la base de deux effets intéressants : la rotation du dipôle atomique en interaction avec un champ dans un état de Fock à n photons $|n\rangle$ et l'effet d'indice observé sur un champ cohérent dû à un seul atome.

Interaction dispersive avec un état de Fock à n photons

Dans un premier temps, analysons l'évolution du dipôle atomique en présence d'un état de Fock de n photons dans le régime dispersif. Le champ est initialement préparé

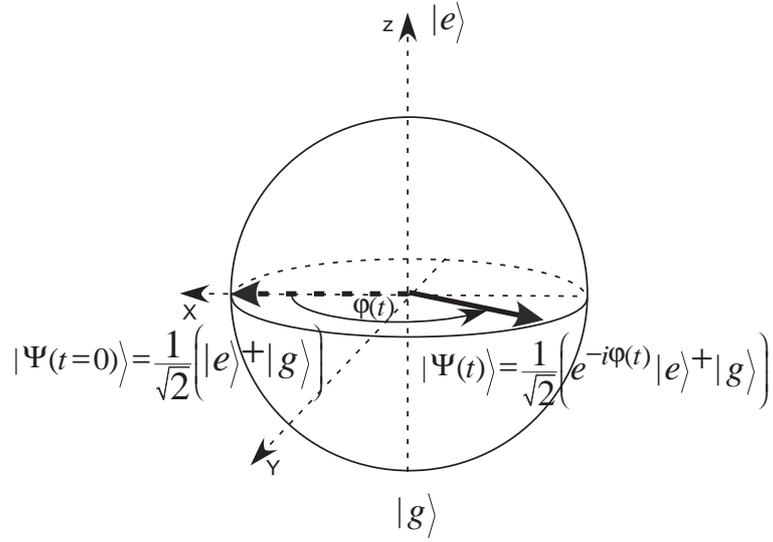


FIG. 1.10 – Evolution du dipôle atomique lors d'un couplage dispersif avec un état de Fock à n photons dans la représentation de la sphère de Bloch. Le vecteur de Bloch subit une rotation $\varphi(t) = \delta t + \frac{\Omega_0^2}{4\delta}(2n+1)t$ dans le plan équatorial.

dans l'état $|n\rangle$ et l'atome dans une superposition atomique $|\Psi_{at}(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$. La fonction d'onde reste séparable. Après une interaction de durée t , le champ reste dans l'état $|n\rangle$ et l'atome sera dans l'état :

$$|\Psi_{at}(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\delta t/2}e^{i\Phi_{disp}(t)n}(e^{-i\delta t}e^{-i\Phi_{disp}(t)(2n+1)}|e\rangle + |g\rangle) \quad (1.88)$$

Dans le plan équatorial de la sphère de Bloch, le dipôle atomique subit une rotation de pulsation $\delta + \Omega_0^2(2n+1)/4\delta$. Une illustration en est donnée sur la figure (1.10). Nous reviendrons plus tard sur cet effet, car cette acquisition de phase du dipôle est à la base de la procédure expérimentale de calibration du champ injecté dans la cavité.

Remarque : Nous pouvons réécrire l'expression du vecteur d'onde du système complet sous la forme suivante :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\delta t/2}e^{i\Phi_{disp}\hat{a}^\dagger\hat{a}t}(e^{-i\delta t}e^{-i\Phi_{disp}(t)(2\hat{a}^\dagger\hat{a}+1)}|e\rangle + |g\rangle) \otimes |n\rangle \quad (1.89)$$

Le déphasage de Φ_{disp} du dipôle atomique mis ainsi en évidence est à la base du protocole de mesure directe d'une classe de fonctions de Wigner généralisées $W(\alpha, \alpha^*, s)$. Le paramètre s est alors directement relié à la phase Φ_{disp} par la relation $s = -i\cotan(\Phi_{disp})$ [42]. Ce protocole a été utilisé dans notre expérience afin de mesurer les fonctions de Wigner (correspondant à $\Phi_{disp} = \pi/2$) de l'état du vide et de l'état de Fock à un photon [43].

Interaction dispersive avec un champ cohérent

Nous allons étudier maintenant l'action de l'interaction dispersive entre un atome et un champ cohérent de paramètre β . L'état initial du système est alors :

$$|\Psi(t=0)\rangle = |e\rangle \otimes |\beta\rangle = e^{-\beta^2/2} \sum \frac{\beta^n}{\sqrt{n!}} |e, n\rangle \quad (1.90)$$

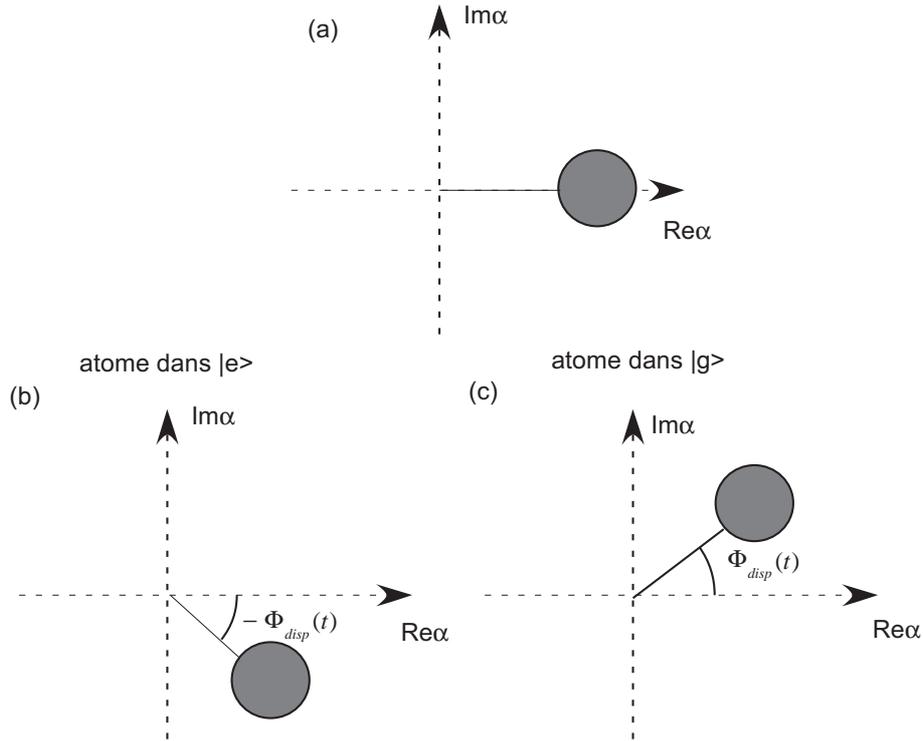


FIG. 1.11 – Rotation de phase classique d'un champ cohérent lors de son couplage dispersif avec un atome à deux niveaux. Représentation de l'état du champ dans l'espace des phases (a) sans interaction, (b) après interaction avec un atome dans l'état $|e\rangle$, (c) après interaction avec un atome dans l'état $|g\rangle$.

L'état $|e, n\rangle$ est à une bonne approximation état propre du système associé à l'énergie propre $E_n = \hbar\Omega_0^2(n+1)/4\delta$. L'évolution de la fonction d'onde après une interaction de durée t a pour expression :

$$|\Psi(t)\rangle = e^{i\delta t/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\beta^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\Omega_0^2(n+1)t/4\delta} |e, n\rangle \quad (1.91)$$

$$|\Psi(t)\rangle = e^{i\delta t/2} e^{-i\Phi_{disp}(t)} |e\rangle \otimes |\beta e^{-i\Phi_{disp}(t)}\rangle$$

L'interaction produit une rotation dans l'espace des phases. Cette rotation a un équivalent classique : lors de la traversée d'un milieu, l'onde accumule une différence de phase par rapport à la propagation dans le vide. Il est à noter que le déphasage ne dépend pas de l'intensité du champ dans le régime dispersif $\delta \gg \Omega_0\sqrt{n}$. Le caractère mesurable

du déphasage du champ par un atome unique est la conséquence du régime de couplage fort réalisé dans notre expérience.

En raison de la différence de signe du déplacement en énergie du niveau $|g, n + 1\rangle$ par rapport au niveau $|e, n\rangle$, la rotation de phase s'effectue en sens inverse si l'atome est initialement préparé dans $|g\rangle$ (voir figure 1.11).

$$|\Psi(t = 0)\rangle = |g\rangle \otimes |\beta\rangle \Rightarrow |\Psi(t)\rangle = e^{-i\delta t/2} |g\rangle \otimes |\beta e^{i\Phi_{disp}}\rangle \quad (1.92)$$

Cet effet a été observé expérimentalement et il est présenté de manière exhaustive dans les références suivantes [44, 45]. Il est à la base du premier protocole de création d'une superposition d'états cohérents utilisé dans notre expérience [46].

1.3.4 Le couplage résonnant

Le régime résonnant est défini par un désaccord δ nul. L'angle de mélange est alors égal à $\pi/4$. Par conséquent les états habillés ont pour expression :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle + |g, n + 1\rangle) \\ |-, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle - |g, n + 1\rangle) \end{aligned} \quad (1.93)$$

En inversant cette relation, on obtient :

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, n\rangle + |-, n\rangle) \\ |g, n + 1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, n\rangle - |-, n\rangle) \end{aligned} \quad (1.94)$$

A chacun de ces états habillés $|+, n\rangle$ et $|-, n\rangle$ est associé une énergie propre :

$$E_{\pm, n} = \pm \hbar \frac{\Omega_0}{2} \sqrt{n + 1} \quad (1.95)$$

L'oscillation de Rabi dans un état de Fock

Considérons la situation physique où l'on prépare l'atome dans l'état $|e\rangle$ et le champ dans un état de Fock à n photons. Initialement, l'état du système dans la base des états habillés s'écrit :

$$|\psi(t = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, n\rangle + |-, n\rangle) \quad (1.96)$$

La fonction d'onde du système couplé après un temps d'interaction t devient :

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\Omega_0\sqrt{n+1}t/2} |+, n\rangle + e^{i\Omega_0\sqrt{n+1}t/2} |-, n\rangle) \\ |\psi(t)\rangle &= \cos\left(\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t\right) |e, n\rangle - i \sin\left(\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t\right) |g, n + 1\rangle \end{aligned} \quad (1.97)$$

Cette évolution est donc caractérisée par l'échange cohérent d'un quantum d'énergie entre l'atome et le champ. La valeur moyenne de l'observable atomique σ_z en fonction du temps d'interaction t a pour expression :

$$\langle \sigma_z(t) \rangle = \cos \left(\Omega_0 \sqrt{n+1} t \right) \quad (1.98)$$

Elle oscille en fonction du temps d'interaction à une pulsation égale à $\Omega_0 \sqrt{n+1}$. Une analogie forte existe entre ce phénomène et les oscillations de Rabi classique. Le signal expérimental est la probabilité de détecter l'atome en $|e\rangle$. Cette probabilité se déduit facilement de la valeur moyenne de σ_z .

$$P_e(t) = \frac{1}{2}(1 + \langle \sigma_z \rangle) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\Omega_0 \sqrt{n+1} t \right) \right] \quad (1.99)$$

Pour un temps d'interaction défini par $\Omega_0 \sqrt{n+1} t = \pi$ (impulsion π) un quantum d'énergie a été complètement transféré de l'atome au champ de manière déterministe. Cette opération est utilisée expérimentalement afin de produire un champ de Fock à un photon dans la cavité [47, 43].

Lors de l'interaction, les deux systèmes s'intriquent. En particulier, à l'instant où $\Omega_0 \sqrt{n+1} t = \pi/2$ (impulsion $\pi/2$), une paire "EPR" atome-champ est produite. Elle a été préparée et analysée en détail dans le cas où $n = 0$ [48].

Oscillation de Rabi dans un champ quelconque

La généralisation à des champs plus complexes est immédiate en raison de la linéarité de l'équation de Schrödinger. Nous considérons dans cette partie un champ quelconque dans un état pur. Sa décomposition dans la base des états de Fock est :

$$|\Psi_{champ}\rangle = \sum_{n \geq 0} C_n |n\rangle \quad (1.100)$$

avec l'ensemble des C_n vérifiant la condition $\sum |C_n|^2 = \sum P_n = 1$ où $P_n = |C_n|^2$ est la probabilité de trouver n photons dans l'état du champ $|\Psi_{champ}\rangle$. Initialement, l'atome est dans l'état $|e\rangle$ et l'état du système est :

$$|\Psi(t=0)\rangle = |e\rangle \otimes |\Psi_{champ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n \geq 0} C_n (|+, n\rangle + |-, n\rangle) \quad (1.101)$$

Après une évolution de durée t , la fonction d'onde s'écrit :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n \geq 0} C_n (e^{-i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} |+, n\rangle + e^{i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} |-, n\rangle) \quad (1.102)$$

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n \geq 0} C_n \left[\cos \left(\frac{\Omega_0}{2} \sqrt{n+1} t \right) |e, n\rangle - i \sin \left(\frac{\Omega_0}{2} \sqrt{n+1} t \right) |g, n+1\rangle \right] \quad (1.103)$$

Elle s'interprète comme la superposition des fonctions d'onde obtenues après l'évolution du système initialement dans l'état $|e, n\rangle$. Leur contribution dans la fonction d'onde finale est pondérée par C_n .

La valeur moyenne de l'opérateur atomique σ_z et la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ ont pour expressions :

$$\begin{aligned}\langle \hat{\sigma}_z(t) \rangle &= \sum_{n \geq 0} P_n \cos(\Omega_0 \sqrt{n+1} t) \\ P_e(t) &= \frac{1}{2} \sum_{n \geq 0} P_n (1 + \cos(\Omega_0 \sqrt{n+1} t))\end{aligned}\tag{1.104}$$

Ces valeurs moyennes s'interprètent, une nouvelle fois, comme la moyenne statistique de toutes les oscillations de Rabi associées à chacun des états de Fock $|n\rangle$. Elles ne dépendent que des populations P_n des états de la base de Fock. Ce résultat se généralise au cas où le champ ne se trouve pas initialement dans un état pur et ne peut être décrit que par une matrice densité. Par conséquent, les oscillations de Rabi dans un état mélange statistique de $|0\rangle$ et $|n\rangle$ ou d'une superposition de ces deux états $1/\sqrt{2}(|0\rangle + |n\rangle)$ seront strictement superposables. Au contraire, les oscillations de Rabi d'une superposition de champs cohérents et d'un mélange statistique de deux états cohérents seront elles différentes. En effet, les populations des états de la base de Fock associées à chaque état présentent des différences et ces dernières se répercutent sur la forme des oscillations de Rabi. Nous reviendrons sur ce cas dans le dernier paragraphe de ce chapitre.

A ce stade, il paraît difficile de caractériser simplement la forme des oscillations de Rabi. Cependant un phénomène physique intéressant et général apparaît dans le cas où seul un nombre fini de population d'état de Fock ont une contribution significative à l'état du champ considéré. Nous avons ici en tête l'exemple du champ cohérent ou du champ thermique.

La figure 1.12 montre la distribution de la population $P(n)$ de l'état $|n\rangle$ dans le cas d'un champ cohérent de 13 photons et dans le cas d'un champ thermique déplacé de 13 photons ainsi que les oscillations de Rabi quantiques correspondantes. Deux étapes importantes se manifestent lors de l'évolution : l'effondrement et la résurgence des oscillations de Rabi.

L'effondrement est dû à la dispersion de la distribution des photons $P(n)$ du champ considéré. Comme nous l'avons vu, l'évolution de la valeur moyenne de l'opérateur $\hat{\sigma}_z$ est une somme de fonctions sinusoïdales qui oscillent toutes à des fréquences différentes. Au bout d'un certain temps, toutes ces fonctions ont des phases différentes. La somme pondérée par les populations $P(n)$ de l'état du champ initial se moyenne à 0.

Dans le cas de l'interaction avec un champ thermique, de nombre moyen de photons n_{th} , déplacé d'un paramètre $\beta = \sqrt{\bar{n}}$ (la dispersion du champ déplacé est $\Delta n \sim \sqrt{\bar{n}(2n_{th} + 1)}$ dans le cas où \bar{n} est grand devant 1), seules les oscillations de Rabi des états de Fock $|n\rangle$ pour n compris entre $\bar{n} - \Delta n/2$ et $\bar{n} + \Delta n/2$ contribuent significativement à la valeur moyenne de σ_z . La différence de phase de Rabi $\Delta\phi_R$ accumulée, pendant un temps d'interaction t , entre les deux oscillations de fréquence $\Omega_0 \sqrt{\bar{n} - \Delta n/2}$ et $\Omega_0 \sqrt{\bar{n} + \Delta n/2}$ est :

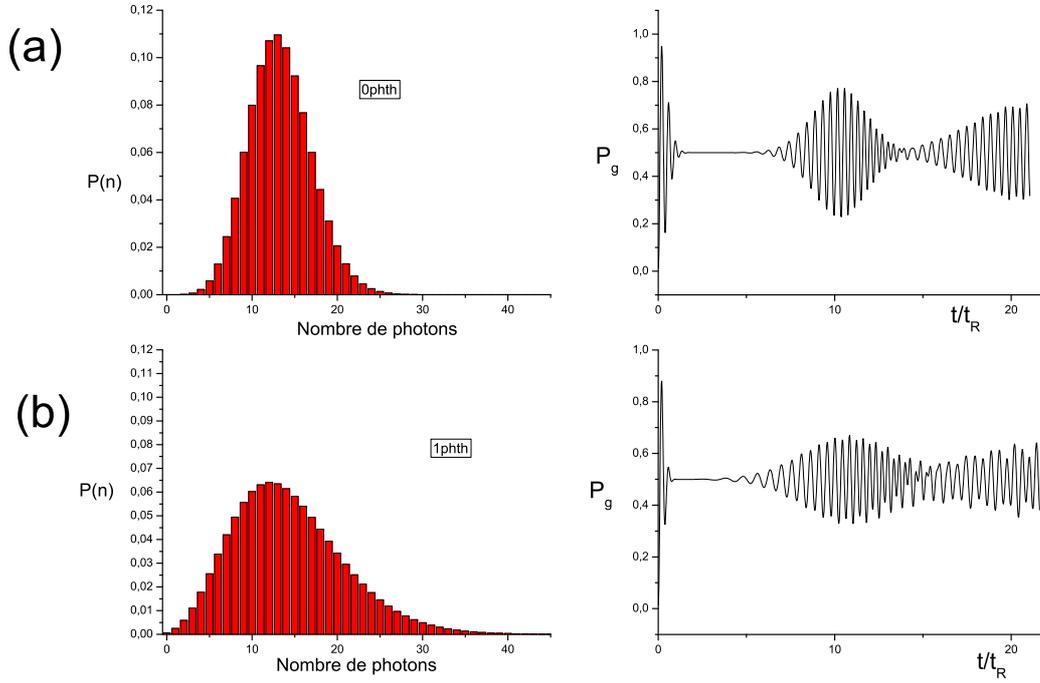


FIG. 1.12 – Oscillation de Rabi (a) dans le vide déplacé d'un paramètre $\beta = \sqrt{13}$ (b) dans un champ thermique avec $n_{th} = 1$ déplacé d'un paramètre $\beta = \sqrt{13}$

$$\Delta\phi_R \sim \Omega_0 \frac{\Delta n}{2\sqrt{\bar{n}}} t = \frac{\Omega_0}{2} \sqrt{2n_{th} + 1} t \quad (1.105)$$

Le temps d'effondrement t_{eff} sera intuitivement défini comme le temps d'interaction réalisant la condition $\Delta\phi_R = \pi$. Par conséquent, nous obtenons la condition :

$$\frac{\Omega_0}{2} \sqrt{2n_{th} + 1} t_{eff} \sim \pi \Rightarrow t_{eff} \sim \frac{2\pi}{\Omega_0 \sqrt{(2n_{th} + 1)}} \quad (1.106)$$

Il est intéressant de remarquer que le temps d'effondrement est indépendant du nombre de photons moyen \bar{n} , c'est à dire de l'amplitude du déplacement. L'effondrement des oscillations de Rabi est d'autant plus rapide que la dispersion de la distribution des $P(n)$ est grande. Sur la figure 1.12, le nombre d'oscillations observées avant effondrement est 3 dans le cas du vide déplacé, il décroît à 1 pour le champ thermique de 1 photon déplacé.

Le temps de résurgence t_{res} est atteint lorsque deux fonctions sinusoidales consécutives correspondant aux nombres de photons n et $n + 1$ sont de nouveau en phase. Par conséquent, t_{res} vérifie la condition :

$$\Omega_0(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) t_{res} \sim 2\pi \quad (1.107)$$

Pour rendre cette condition indépendante de n , nous nous servons de l'approximation des champs mésoscopiques pour écrire la différence $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ au premier ordre en $1/\sqrt{n}$.

$$\frac{\Omega_0}{2\sqrt{n}} t_{res} \sim 2\pi \Rightarrow t_{res} \sim \frac{4\pi\sqrt{n}}{\Omega_0} \quad (1.108)$$

La contribution des ordres supérieurs réduit le contrastes des résurgences. Plus la distribution des $P(n)$ est large en nombre de photons, plus la résurgence oscille longtemps et plus son contraste est réduit. Le phénomène de résurgence est le résultat de la quantification de l'énergie du champ.

Jusqu'ici, nous nous sommes concentrés sur l'évolution temporelle d'opérateurs atomiques. Afin de donner une description complète de la dynamique du système, nous allons développer maintenant, à l'aide d'approximations, une image donnant une idée précise des corrélations entre l'état de l'atome et du champ lors de leur interaction résonnante. En particulier, l'accent sera mis sur l'intrication atome-champ dans l'interprétation des phénomènes d'effondrement et de résurgence des oscillations de Rabi.

1.4 Intrication atome-champ lors de l'interaction résonnante

L'interaction résonnante entre un atome à deux niveaux et un champ cohérent a jusqu'ici été étudiée à l'aide d'observables liées à l'atome. A tout instant d'interaction, un état intriqué atome-champ complexe est créé. L'état du champ n'est pas facile à interpréter sur l'expression exacte. A l'aide de l'approximation des champs mésoscopiques ($\bar{n} \gg 1$), nous obtiendrons ici une image simple et intuitive de l'évolution du champ au cours de l'interaction [49, 50]. En particulier, nous montrerons qu'il est possible, dans certaines conditions, de créer des superpositions mésoscopiques d'états cohérents.

1.4.1 Evolution du système

Initialement, l'atome est préparé dans l'état $|e\rangle$ et le champ dans l'état cohérent mésoscopique $|\alpha\rangle$. La décomposition (1.101) de l'état $|e\rangle$ sur les états habillés nous permet d'écrire la fonction d'onde initiale :

$$|\Psi(t=0)\rangle = |e\rangle \otimes |\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} (|+, n\rangle + |-, n\rangle) \quad (1.109)$$

Après une évolution d'une durée t , nous rappelons l'expression de la fonction d'onde :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} (e^{-i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} |+, n\rangle + e^{i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} |-, n\rangle) \quad (1.110)$$

Projetée dans la base des états non couplés, la fonction d'onde à l'instant t devient :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2} e^{-|\alpha|^2/2} \left[\sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} (|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) + \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n+1}t} (|e, n\rangle - |g, n+1\rangle) \right] \quad (1.111)$$

Cette expression de la fonction d'onde après interaction est exacte mais elle ne permet pas d'appréhender facilement l'état du champ. Deux approximations sont nécessaires pour simplifier l'expression de la fonction d'onde à l'instant t . Premièrement, l'hypothèse du caractère mésoscopique du champ nous permet d'exprimer la différence entre $\sqrt{n+1}$ et \sqrt{n} au premier ordre en $1/\bar{n}$:

$$\sqrt{n+1} \simeq \sqrt{n} + \frac{1}{2\sqrt{n}} \quad (1.112)$$

En injectant cette approximation et en négligeant la différence entre $\alpha^n/\sqrt{n!}$ et $\alpha^{n+1}/\sqrt{(n+1)!}$ (α est supposé réel), la fonction d'onde $|\Psi(t)\rangle$ devient :

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle &= \frac{1}{2} e^{-|\alpha|^2/2} \left[\left(\sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\Omega_0 \sqrt{n}t/2} |n\rangle \right) (e^{-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle + |g\rangle) \right. \\
&\quad \left. + \left(\sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{i\frac{\Omega_0}{2}\sqrt{n}t} |n\rangle \right) (e^{i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle - |g\rangle) \right]
\end{aligned} \tag{1.113}$$

A ce stade, la fonction d'onde se sépare en deux parties. Chacune d'entre elles est un état séparable atome-champ. On développe ensuite \sqrt{n} en $1/\bar{n}$ autour du nombre moyen de photons \bar{n} .

$$\sqrt{n} \simeq \sqrt{\bar{n}} + \frac{(n - \bar{n})}{\sqrt{\bar{n}}} - \frac{(n - \bar{n})^2}{8\bar{n}^{3/2}} \tag{1.114}$$

Finalement, en négligeant le terme au second ordre, l'approximation du champ mésoscopique conduit la fonction d'onde après une interaction de durée t à la forme suivante :

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{-i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{2}t} |\psi_+^a(t)\rangle |\alpha_+(t)\rangle + e^{i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{2}t} |\psi_-^a(t)\rangle |\alpha_-(t)\rangle] \tag{1.115}$$

Dans cette expression, on note $|\psi_+^a(t)\rangle$ et $|\psi_-^a(t)\rangle$ les états de l'atome après interaction avec un champ initialement cohérent correspondant respectivement aux états propres $|+\rangle$ et $|-\rangle$ à l'instant $t = 0$. Leur expression est :

$$\begin{aligned}
|\psi_+^a(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-i\Phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) \\
|\psi_-^a(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\Phi(t)} |e\rangle - |g\rangle)
\end{aligned} \tag{1.116}$$

avec $\Phi(t) = \frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{\bar{n}}}$

Du point de vue du champ, on note $|\alpha_+(t)\rangle$ et $|\alpha_-(t)\rangle$ les deux états du champ corrélés respectivement avec les états atomiques $|\psi_+^a(t)\rangle$ et $|\psi_-^a(t)\rangle$. L'expression de l'évolution de ces deux fonctions d'onde du champ est :

$$\begin{aligned}
|\alpha_+(t)\rangle &= e^{i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{4}t} |\alpha e^{-i\Phi(t)}\rangle \\
|\alpha_-(t)\rangle &= e^{-i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{4}t} |\alpha e^{i\Phi(t)}\rangle
\end{aligned} \tag{1.117}$$

La phase quantique de la superposition $|\psi_+^a(t)\rangle$ ($|\psi_-^a(t)\rangle$) est corrélée à la phase classique du champ cohérent $|\alpha_+(t)\rangle$ ($|\alpha_-(t)\rangle$). Un atome unique, système microscopique, laisse son empreinte sur le champ cohérent, un objet mésoscopique.

On remarque sur l'expression (1.115) que la structure de battement quantique entre deux états du système atome-champ obtenue dans le cas de l'oscillation de Rabi classique

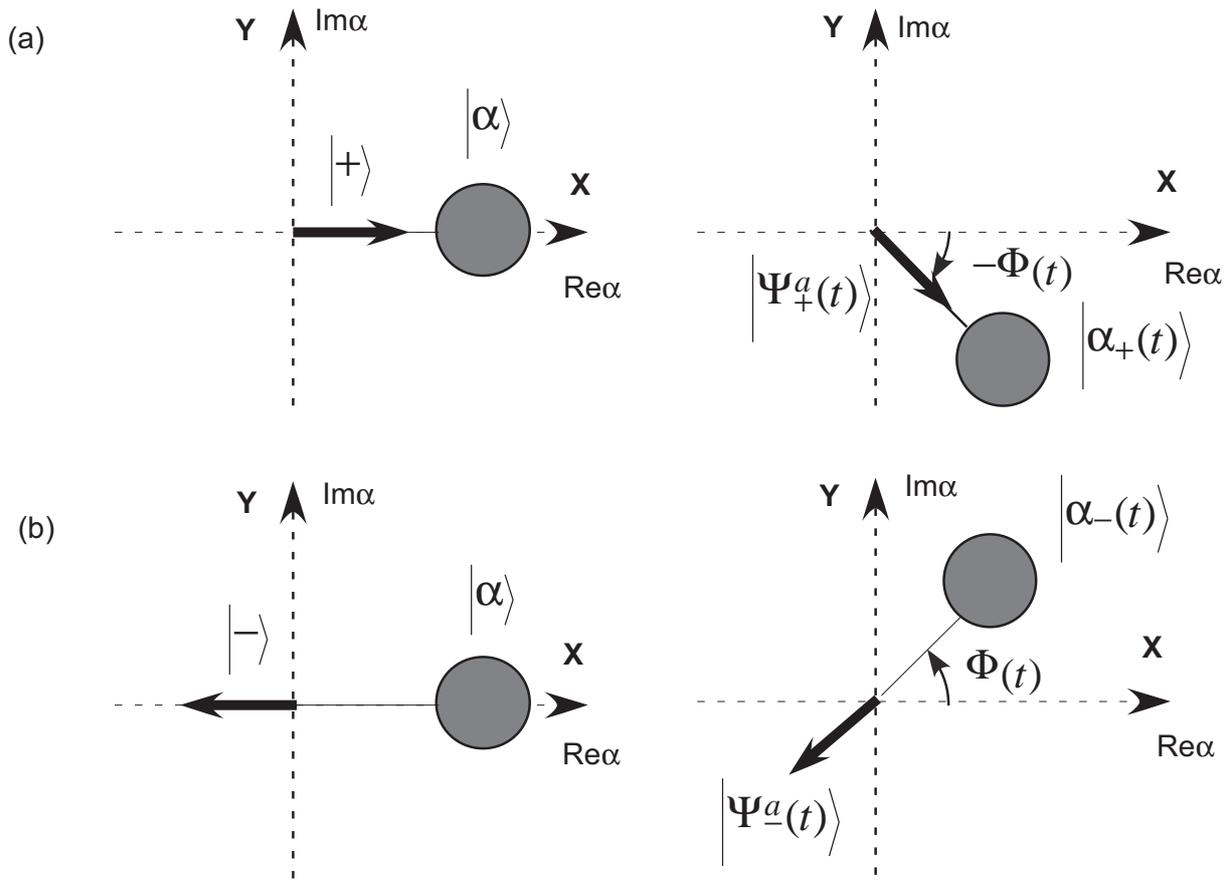


FIG. 1.13 – Etats propres du système. Le sens de la rotation lente est celui des aiguilles d'une montre lorsque dipôle et champ sont (a) en phase, dans le sens inverse si ils sont (b) en opposition de phase

est préservée. Mais cette fois, les "états propres" subissent une rotation à une fréquence égale à $\Omega_0/4\sqrt{n}$, petite devant la fréquence du battements quantiques $\Omega_0\sqrt{n}$. On peut représenter l'évolution de chacun des deux "états propres" en superposant le plan équatorial de la sphère de Bloch et l'espace des phases du champ. On choisit la phase initiale du champ cohérent afin d'aligner le vecteur représentant l'état $|+\rangle$ et celui représentant $|\alpha\rangle$. Le résultat est représenté sur la figure 1.13.

L'évolution temporelle pour chaque "état propre" atome-champ $|\psi_{\pm}^a(t)\rangle |\alpha_{\pm}(t)\rangle$ est une lente rotation. Le sens de rotation dépend de l'orientation relative entre les états atome et champ corrélés. Si le dipôle atomique est en phase avec le champ ($|\psi_+^a(t)\rangle |\alpha_+(t)\rangle$) alors la lente rotation sera dans le sens des aiguilles d'une montre. Par contre si le dipôle atomique est en opposition de phase avec le champ ($|\psi_-^a(t)\rangle |\alpha_-(t)\rangle$) alors la rotation se fera dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Cette lente évolution rend discernables les états du champ correspondant à chaque état propre. La plupart du temps le produit scalaire entre les états $|\alpha_+(t)\rangle$ et $|\alpha_-(t)\rangle$ est nul et le système atome-champ se trouve dans un état intriqué.

phase supplémentaire de chaque état de Fock $|n\rangle$ non linéaire dans le nombre de photons et égale à $\exp\left(-(n - \bar{n})^2/8\bar{n}^{3/2}\right)$.

1.4.3 Oscillation de Rabi : la complémentarité en action

L'évolution décrite précédemment va nous permettre de comprendre plus en profondeur l'effondrement et la résurgence des oscillations de Rabi décrits dans le paragraphe (1.3.4). En particulier, nous allons mettre ainsi en évidence l'importance de l'intrication dans ces phénomènes.

L'expression de la fonction d'onde après un temps t d'interaction (1.118) sera le point de départ de notre analyse. A partir de cette relation, un calcul rapide mène à la probabilité $P_g(t)$ de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ après une interaction de durée t :

$$P_g(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \mathcal{R}e \left(\langle \alpha e^{i\Phi(t)} | \alpha e^{-i\Phi(t)} \rangle e^{-i\Omega_0 \sqrt{\bar{n}} t/2} \right) \right] \quad (1.119)$$

Le contraste des oscillations de Rabi est donc proportionnel au produit scalaire entre les deux champs produits lors de l'interaction résonnante. Une représentation de l'évolution de la fonction d'onde est donnée sur la figure (1.15). Dans le cadre de l'approximation des champs mésoscopiques, les deux phénomènes d'effondrement et de résurgence des oscillations de Rabi ont des explications simples et intuitives.

Le phénomène d'oscillation de Rabi est un battement quantique entre les deux états propres de l'atome initialement $|\psi_+^a\rangle$ et $|\psi_-^a\rangle$. Au cours de l'interaction, le champ cohérent se sépare en deux composantes, chacune corrélée à un état propre différent de l'atome. Au fur et à mesure qu'elles se séparent, elles apportent une information de plus en plus grande sur l'état atomique : chaque chemin de "l'interféromètre" devient discernable et le contraste des oscillations de Rabi se réduit progressivement. Nous nous retrouvons exactement dans la situation présentée dans l'introduction et illustrant le principe de complémentarité. Chaque état atomique est corrélé à un état classique différent du champ. Cette situation conduit à un effondrement du signal d'interférence.

Au début de l'interaction, les deux composantes de champ sont exactement superposables. L'état atomique subit les oscillations de Rabi. Dès que le temps d'interaction est suffisant pour séparer les deux composantes du champ dans l'espace des phases, le contraste des oscillations de Rabi s'annule (voir figure 1.15b). Ces oscillations ressurgiront uniquement après une rotation de π des deux composantes cohérentes du champ. En effet, à cet instant, ces deux composantes se superposent à nouveau, leur produit scalaire est de nouveau non nul et les oscillations de Rabi revivent (voir figure 1.15d). En ce point, les deux chemins de l'interféromètre sont, de nouveau, indiscernables.

Une dernière remarque concerne le temps d'interaction égal à $\Omega_0 t/4\sqrt{\bar{n}} = \pi/2$ ou temps de demi-résurgence. A cet instant appelé temps de demi-résurgence, les deux états atomiques $|\psi_+^a(t)\rangle$ et $|\psi_-^a(t)\rangle$ sont confondus (voir figure 1.15c) et la fonction d'onde totale du système est un produit d'états du champ et de l'atome. La fonction d'onde du système est à cet instant séparable. La création de l'état chat n'est plus corrélée à l'état de l'atome.

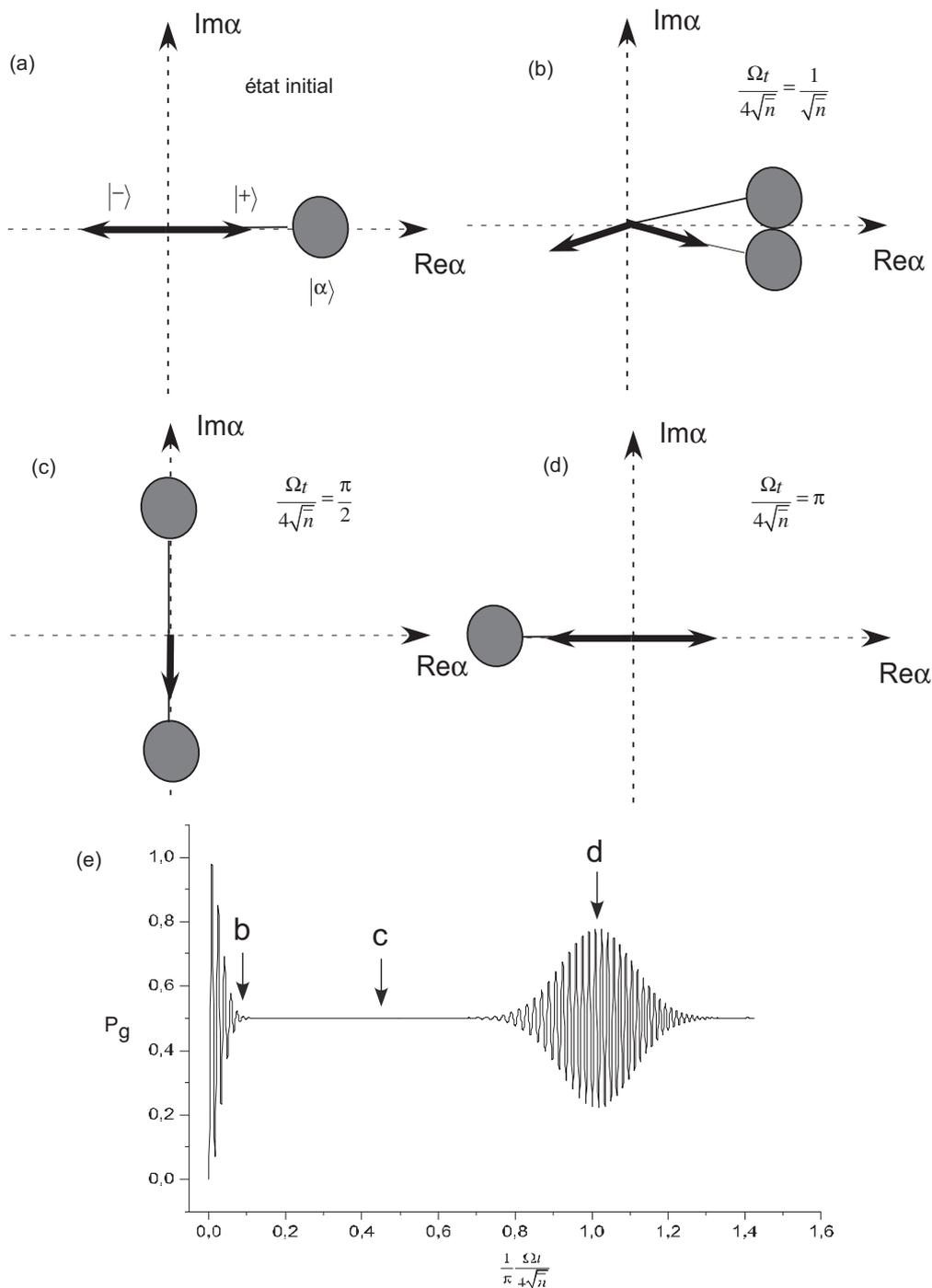


FIG. 1.15 – (a) état initial du système. (b) les deux composantes du champ se séparent et induisent l'effondrement des oscillations de Rabi (c) les deux parties atomiques se superposent et induisent la production d'une superposition de champs cohérents inconditionnelle. (d) les deux composantes du champ ont réalisé une rotation dans l'espace des phases proches de π . Les oscillations de Rabi revivent. (e) Oscillation de Rabi dans un champ cohérent de 30 photons. Chacun des instants de chaque événement présenté dans les figures (b), (c) et (d) sont représentés respectivement par b, c et d sur le graphe des oscillations.

Au premier ordre en $1/\bar{n}$, l'expression des deux composantes cohérentes produites à chaque instant est connu. Le calcul analytique du produit scalaire ne pose aucune difficulté. Nous obtenons ainsi l'expression du transfert atomique en fonction du temps d'interaction :

$$\langle \alpha e^{i\Phi(t)} | \alpha e^{-i\Phi(t)} \rangle = e^{-\bar{n}(1-e^{-2i\Phi(t)})} \quad (1.120)$$

$$P_g(t) = \frac{1}{2} \left[1 - e^{-\bar{n}[1-\cos(2\Phi(t))]} \cos \left(\frac{\Omega_0 \sqrt{\bar{n}}}{2} t + \bar{n} \sin(2\Phi(t)) \right) \right] \quad (1.121)$$

Le phénomène d'effondrement et de résurgence des oscillations de Rabi est lié au préfacteur $e^{-\bar{n}[1-\cos(2\Phi(t))]}$. Au temps faible devant $4\sqrt{\bar{n}}/\Omega_0$, le facteur du terme oscillant devient :

$$e^{-\bar{n}[1-\cos(2\Phi(t))]} \sim e^{-\Omega_0^2 t^2 / 8} \quad (1.122)$$

Le temps d'effondrement t_{eff} à $1/e$ est alors égal à $t_{eff} = 2\sqrt{2}/\Omega_0$, en accord avec la dérivation phénoménologique réalisée. L'expression (1.121) prédit l'existence de résurgences du contraste des oscillations lorsque $\cos(2\Phi(t)) = 1$ soit un temps de première résurgence t_R égal à $4\pi\sqrt{\bar{n}}/\Omega_0$, en accord avec l'expression obtenue avec des arguments qualitatifs (1.108). Autour du temps de résurgence, $\bar{n} \sin(2\Phi(t)) \sim_{t \sim t_R} \Omega_0 \sqrt{\bar{n}} t/2$. Les oscillations de Rabi ont une pulsation égale à $\Omega_0 \sqrt{\bar{n}}$.

D'après ce résultat, les oscillations devraient revivre totalement. Les résurgences obtenues à partir d'un calcul exact montrent une réduction de leur contraste (voir la figure 1.15e). Un calcul analytique incluant l'effet de la diffusion de phase, discuté dans le chapitre précédent, fournit un résultat indiscernable du calcul numérique exact [50].

Dans la limite des champs classiques ($\bar{n} \gg 1$), le déplacement de la phase quantique des superpositions atomiques et de la phase classique des états cohérents devient négligeable. On retrouve ainsi le résultat de l'oscillation de Rabi classique. Atome et champ ne s'intriquent plus et l'évolution de la population atomique est une pure fonction sinusoïdale de fréquence $\Omega_0 \sqrt{\bar{n}}$.

Pour obtenir la résurgence des oscillations de Rabi, il est nécessaire de recombinaison les deux champs cohérents issus de l'interaction résonnante. Dans le prochain paragraphe, nous étudierons une transformation du système, apparentée à un echo de spin, menant à la reconstruction exacte de l'état initial et à l'observation de résurgences des oscillations de Rabi de contraste unité appelées résurgences induites.

1.5 Opération de renversement du temps

Observer les résurgences spontanées des oscillations de Rabi est un réel défi expérimental. Elles n'ont été étudiées que pour des champs de l'ordre du photon [31, 30, 32].

Une technique pour reconstruire exactement l'état initial après évolution et induire une résurgence consiste à réaliser une transformation de renversement du temps sur le système en interaction. Cette opération s'apparente aux échos de spins de la RMN [52]. Le principe en est le suivant : dans un premier temps le système complet en interaction évolue pendant une durée t^R . Une brève impulsion électromagnétique est alors appliquée sur l'atome. La conséquence de cette impulsion est le renversement dans le temps de l'évolution du système global. Après un temps d'interaction total égal à $2t^R$, le système se retrouve donc dans l'état initial si on néglige la décohérence. Ainsi les erreurs de reconstruction de l'état initial seront dues uniquement au couplage du système à l'environnement. Cette procédure permet de distinguer les effets cohérents et incohérents sur la dynamique du système [33].

Nous établissons dans cette partie les bases théorique de l'opération de renversement du temps. Dans le cas d'une interaction résonnante, il conduit à de nouvelles résurgences des oscillations de Rabi autour de l'instant de refocalisation du système, appelées résurgences induites. Dans le cadre de l'approximations des champs mésoscopiques, l'évolution du système total après cette transformation a une interprétation très intuitive. Chaque état propre subit après l'opération de renversement du temps une rotation de sens inverse à celle subie entre 0 et t^R . Les résurgences induites sont alors le résultat du recouvrement entre les deux composantes cohérentes de la superposition produit entre 0 et t^R .

1.5.1 Renversement du temps : echo de spin

Théoriquement, la transformation de renversement du temps revient à appliquer l'opérateur atomique $\hat{\sigma}_z$ à la fonction d'onde du système. Si on note U l'opérateur d'évolution du système en interaction, cet opérateur, après un temps d'interaction t , est découpé en trois parties et a pour expression :

$$\hat{U} = e^{-i\frac{\hat{H}_{JC}}{\hbar}(t-t^R)}\hat{\sigma}_ze^{-i\frac{\hat{H}_{JC}}{\hbar}t^R} \quad (1.123)$$

Chaque terme de cette expression correspond respectivement à l'évolution du système en interaction entre 0 et t^R , l'impulsion atomique et l'interaction entre t^R et t . En utilisant l'identité $\hat{\sigma}_z^2 = 1$ et $\hat{\sigma}_z H_{JC} \hat{\sigma}_z = -H_{JC}$, on obtient finalement l'expression suivante :

$$\hat{U} = \hat{\sigma}_ze^{-i\frac{H_{JC}}{\hbar}(2t^R-t)\hbar} \quad (1.124)$$

Après l'opération σ_Z , le système subit une évolution exactement renversée dans le temps de celle entre 0 et t^R . Après un temps d'interaction $2t^R$, le système se retrouve exactement dans l'état initial.

Nous appliquons cette transformation au cas où l'atome, initialement préparé dans l'état $|e\rangle$, interagit de manière résonnante avec le champ dans un état cohérent de para-

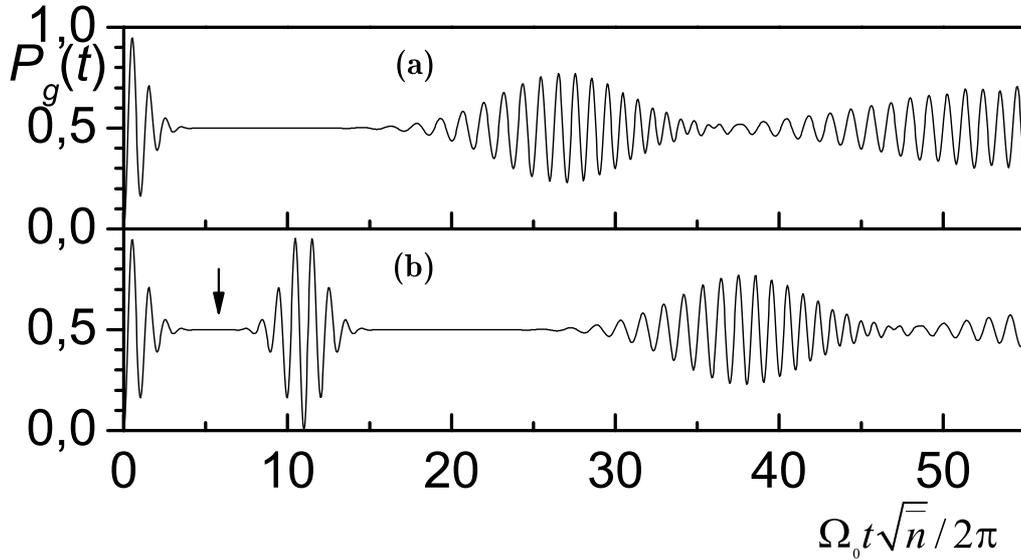


FIG. 1.16 – Oscillation de Rabi dans le vide déplacé d'un paramètre $\beta = \sqrt{13.4}$ (a) sans transformation atomique (b) avec transformation atomique à $t^R=30\mu s$

mètre α . Si l'impulsion atomique a lieu après le temps d'effondrement ($t^R \geq t_{eff}$), on assiste au temps $2t^R$ à une nouvelle résurgence des oscillations de Rabi, appelée résurgence induite. Au contraire des résurgences spontanées étudiées précédemment, le contraste des échos est unité sans dissipation. En effet, toutes les oscillations de Rabi associées aux différents états de Fock $|n\rangle$ sont toutes exactement en phase à la fin du processus refocalisation puisque l'on recrée l'état initial.

La figure (1.16) reproduit les oscillations obtenues par intégration numérique de l'évolution hamiltonienne lorsque atome et champ sont à résonance. Sur la figure (1.16a), l'oscillation de Rabi dans 13.4 photons est présentée. Le résultat de l'application de l'opération σ_Z , à l'instant matérialisé par une flèche, sur les oscillations de Rabi est reproduit sur la figure (1.16b).

Au temps $2t^R$ l'état initial est recréé. Ensuite un nouveau cycle d'effondrement et de résurgence apparaît sur l'évolution de la population atomique $P_g(t)$. Ces différentes phases seront toutes translatées dans le temps de $2t^R$ par rapport à l'origine. L'influence des photons thermiques est différente dans le cas des échos et celui des résurgences spontanées. En effet, plus il y a initialement de photons thermiques, moins la résurgence induite montre d'oscillations. Par contre le contraste reste lui égal à 1 à l'instant de recombinaison. Pour les résurgences spontanées, l'état initial est seulement reconstruit au premier ordre en $1/\sqrt{\bar{n}}$. Dans le cas des résurgences induites, l'état initial est recréé exactement, à tous les ordres en $1/\sqrt{\bar{n}}$. Le nombre d'oscillations de la résurgence induite sera par conséquent uniquement dépendant du temps d'effondrement des oscillations de Rabi discuté auparavant (1.106).

Ces deux types de résonances sont intimement liés avec le caractère unitaire de l'évolution hamiltonienne. Nous reviendrons plus tard sur l'influence du couplage à l'environnement sur ces différents signaux.

1.5.2 Résonances induites comme mesure de la cohérence

Le phénomène de résonance induite trouve un nouvel éclairage dans l'image introduites grâce à l'approximation des champs mésoscopiques (1.4). La transformation de renversement du temps consiste donc à appliquer à chacun des "états propres" l'opérateur atomique $\hat{\sigma}_z$. Cette opération change le sens du dipôle atomique appartenant au plan équatorial de la sphère de Bloch. A l'instant t^R , on échange donc la relation de phase entre le dipôle atomique et le champ de chaque "état propre". Le couple d'états propres avec dipôle et champ en phase devient en opposition de phase et vice et versa. Or le sens de rotation est lui directement relié à cette relation de phase. La figure (1.17) résume cette situation. Chaque couple subit une rotation de sens inverse à celle réalisée entre 0 et t^R . Finalement à l'instant $2t^R$ l'état initial sera reconstruit.

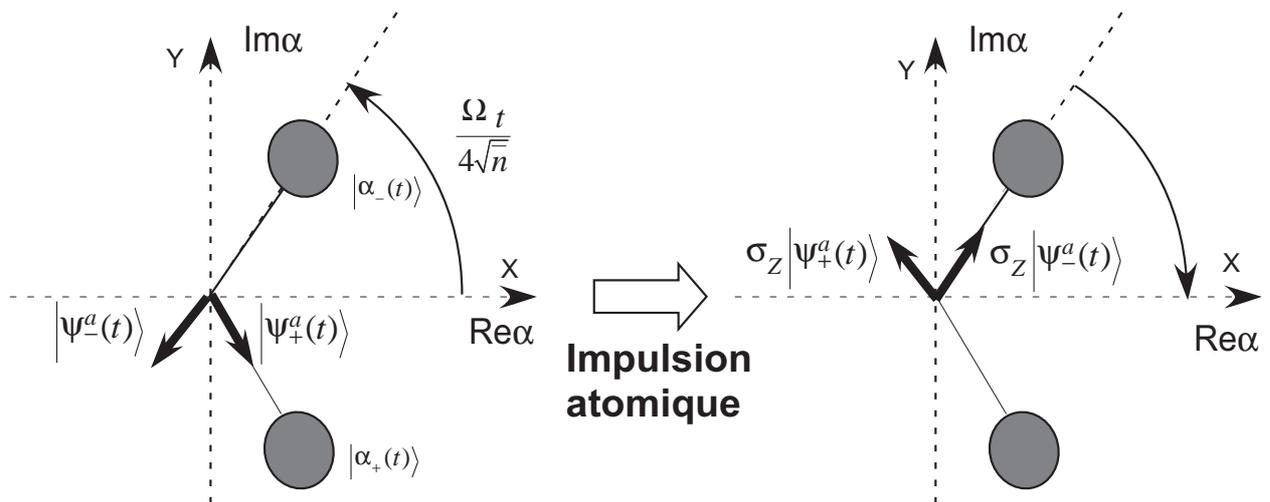


FIG. 1.17 – Inversion du temps

Dans les deux cas de résonances, spontanée et induite, une superposition d'états mésoscopiques est réalisée. Ces superpositions sont très sensibles au phénomène de décohérence. Toute l'étude menée jusqu'ici ne prend pas en compte les effets de décohérence ou de couplage à l'environnement. Or les phénomènes de résonances sont conditionnés au maintien de la cohérence des superpositions durant tout le processus.

Nous allons maintenant modéliser le couplage de l'environnement au mode du champ électromagnétique. Nous en déduisons les effets de la décohérence sur l'évolution du système atome-champ et, en particulier, sur le signal de résonance des oscillations de Rabi.

1.6 Effet du couplage à l'environnement sur une superposition d'états cohérents mésoscopiques

Le phénomène de décohérence a été mis en avant pour expliquer l'absence de superpositions cohérentes d'objets macroscopiques [53, 54, 19, 55]. L'explication de cette perte de cohérence est reliée à l'interaction du système étudié, un mode du champ électromagnétique dans notre cas, avec son environnement. Identifier et décrire microscopiquement l'interaction d'un système avec l'environnement est une tâche souvent trop complexe.

Cependant, dans l'approximation où le réservoir est assez grand et le couplage du champ au réservoir est faible, la structure microscopique du réservoir auquel est couplé le système peut être oubliée. On obtient un comportement universel du mode du champ dont l'évolution est décrite par une équation pilote à deux paramètres : T la température du réservoir et γ le taux de fuite d'un photon à l'extérieur du mode [56, 57].

1.6.1 Couplage à l'environnement : modélisation et interprétation physique

En supposant la structure spectrale de l'environnement large devant son couplage au mode du champ (approximation de Markov), l'évolution de la matrice densité $\hat{\rho}$ du mode du champ suit l'équation pilote suivante [56, 57] :

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{\gamma}{2} \bar{n}_{th} (2\hat{a}^\dagger \hat{\rho} \hat{a} - \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a} \hat{a}^\dagger) + \frac{\gamma}{2} (\bar{n}_{th} + 1) (2\hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a}) \quad (1.125)$$

où γ est le taux de fuite d'un photon dans l'environnement et \bar{n}_{th} est le nombre moyen de photons caractéristique de l'état d'équilibre thermodynamique.

L'évolution décrite par cette équation est non unitaire. Dans la base des états de Fock, la résolution de la dynamique de la matrice densité du mode du champ mène à des équations différentielles couplées délicates à manipuler. Il est plus agréable et équivalent de décrire le système grâce la fonction $Q_{\hat{\rho}}$ de l'état du champ dont nous rappelons ici une expression utile (voir 1.2.3) :

$$Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} \langle \beta | \hat{\rho}(t) | \beta \rangle \quad (1.126)$$

Nous chercherons donc à écrire une équation d'évolution, équivalente à (1.125), pour cette distribution $Q_{\hat{\rho}}$. Dans ce but, considérons un état initial quelconque défini par la matrice densité $\hat{\rho}$ écrite dans la base des états de Fock et sa fonction $Q_{\hat{\rho}}$:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{n,m \geq 0}^{\infty} \rho_{m,n}(t) |n\rangle \langle m| \quad (1.127)$$

$$Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} \langle \beta | \hat{\rho}(t) | \beta \rangle = \frac{1}{\pi} e^{-|\beta|^2} \sum_{n,m} \frac{\beta^m \beta^{*n}}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} \rho_{m,n}(t) \quad (1.128)$$

A partir de ces définitions et de l'équation pilote (1.125), on peut dériver directement l'équation d'évolution de $Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)$. En effet, la transformation reliant $\hat{\rho}$ à $Q_{\hat{\rho}}$ est linéaire. En appliquant cette transformation à l'équation pilote (1.125), nous obtenons, en étendant la définition de Q (3.1) à des opérateurs non hermitiques, la relation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)}{\partial t} &= \frac{\gamma}{2} \bar{n}_{th} (2Q_{\hat{a}^\dagger \hat{\rho}(t) \hat{a}}(\beta, \beta^*) - Q_{a \hat{a}^\dagger \hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) - Q_{\hat{\rho}(t) \hat{a} \hat{a}^\dagger}(\beta, \beta^*)) \\ &+ \frac{\gamma}{2} (\bar{n}_{th} + 1) (2Q_{\hat{a} \hat{\rho}(t) \hat{a}^\dagger}(\beta, \beta^*) - Q_{\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) - Q_{\hat{\rho}(t) \hat{a}^\dagger \hat{a}}(\beta, \beta^*)) \end{aligned} \quad (1.129)$$

Le problème est de relier $Q_{\hat{\rho}}$ à des termes de la forme $Q_{\hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{\rho}}$. Nous établissons donc toutes les relations utiles pour la dérivation d'une équation d'évolution de $Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)$. En particulier, nous menons le calcul complet conduisant à l'expression de $Q_{\hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{\rho}}(\beta, \beta^*)$.

A cet effet nous introduisons la fonction $R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) = Q_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) e^{|\beta|^2}$. Au même titre que $Q_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)$, toute l'information de l'état $\hat{\rho}$ sera contenue dans cette nouvelle fonction $R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)$. A partir de la définitions (1.127), on dérive les expressions des opérateurs (non hermitiques) $\hat{a}^\dagger \hat{\rho}$ et $\hat{a} \hat{\rho}$ dans la base des états de Fock :

$$\hat{a}^\dagger \hat{\rho}(t) = \sum_{n,m \geq 0}^{\infty} \rho_{m,n}(t) \sqrt{n+1} |n+1\rangle \langle m| \quad (1.130)$$

$$\hat{a} \hat{\rho}(t) = \sum_{n,m \geq 0}^{\infty} \rho_{m,n}(t) \sqrt{n} |n-1\rangle \langle m| \quad (1.131)$$

En appliquant formellement, la définition de la fonction Q à ces deux opérateurs (non hermitiques) on obtient :

$$Q_{\hat{a}^\dagger \hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = \sum_{n,m \geq 0}^{\infty} \rho_{m,n}(t) \frac{\beta^{*n+1} \beta^m}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} = e^{-|\beta|^2} \beta^* R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) \quad (1.132)$$

$$Q_{\hat{a} \hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = \sum_{n,m \geq 0}^{\infty} \rho_{m,n}(t) \sqrt{n} \frac{\beta^{*n-1} \beta^m}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} = e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta^*} \quad (1.133)$$

Pour dériver l'expression de $Q_{a \hat{a}^\dagger \hat{\rho}}(\beta, \beta^*)$, on applique l'une après l'autre ces deux relations et on obtient finalement :

$$Q_{a \hat{a}^\dagger \hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) + \beta^* e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta^*} \quad (1.134)$$

Finalement, pour tous les autres termes contribuant à l'équation (1.129), on peut appliquer la même méthode. Nous récapitulons les résultats utiles d'une telle algèbre :

$$Q_{\hat{a}\dagger\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} \beta^* R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) \quad (1.135)$$

$$Q_{\hat{\rho}\hat{a}\dagger}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta} \quad (1.136)$$

$$Q_{\hat{a}\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta^*} \quad (1.137)$$

$$Q_{\hat{\rho}\hat{a}}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} \beta R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) \quad (1.138)$$

$$Q_{\hat{a}\dagger\hat{\rho}\hat{a}}(\beta, \beta^*) = |\beta|^2 e^{-|\beta|^2} R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) \quad (1.139)$$

$$Q_{\hat{a}\dagger\hat{a}\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) = \beta^* e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta^*} \quad (1.140)$$

$$Q_{\hat{a}\hat{a}\dagger\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) + \beta^* e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta^*} \quad (1.141)$$

$$Q_{\hat{\rho}\hat{a}\dagger\hat{a}}(\beta, \beta^*) = \beta e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta} \quad (1.142)$$

$$Q_{\hat{\rho}\hat{a}\hat{a}\dagger}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*) + \beta e^{-|\beta|^2} \frac{\partial R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta} \quad (1.143)$$

$$Q_{\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}\dagger}(\beta, \beta^*) = e^{-|\beta|^2} \frac{\partial^2 R_{\hat{\rho}}(\beta, \beta^*)}{\partial \beta \partial \beta^*} \quad (1.144)$$

Ils permettent d'écrire (1.125) comme une équation de Fokker-Plank qui décrit l'évolution dans le temps de la fonction $R_{\hat{\rho}}(\beta, t)$.

$$\frac{\partial R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*)}{\partial t} = \left[-\gamma(\bar{n} + 1/2) \left[\beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \beta^* \frac{\partial}{\partial \beta^*} \right] \right. \quad (1.145)$$

$$\quad (1.146)$$

$$\left. + \gamma(\bar{n} + 1) \beta \frac{\partial^2}{\partial \beta \partial \beta^*} + \gamma \bar{n} (|\beta|^2 - 1) \right] R_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) \quad (1.147)$$

La résolution exacte de cette équation sort du contexte de cette thèse et pourra être trouvée dans la référence [58]. Le résultat important est l'existence d'une solution générale et exacte au problème de la relaxation dans un réservoir à température finie. L'expression exacte de la fonction Q d'un état quelconque après un temps de relaxation t dans un réservoir à température T est :

$$\begin{aligned} \pi Q_{\hat{\rho}(t)}^T(\beta, \beta^*) &= \frac{1}{(1+N(t))} e^{-\frac{|\beta|^2}{1+N(t)}} \sum_{n,m \geq 0} \left[\frac{e^{-\gamma t/2}}{1+N(t)} \right]^{m+n} \frac{\beta^m \beta^{*n}}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} \\ &\times \sum_{l \geq 0} \left[1 - \frac{e^{-\gamma t}}{1+N(t)} \right]^l \sqrt{\binom{n+l}{n} \binom{m+l}{m}} \rho_{m+l, n+l}(0) \end{aligned} \quad (1.148)$$

où $N(t) = \bar{n}_{th}(1 - e^{-\gamma t})$ est la loi classique de relaxation vers l'équilibre thermodynamique du nombre de photons présents dans le mode.

L'expression (1.148) apparaît à première vue complexe. Néanmoins, on peut la réécrire comme le produit de deux termes : la fonction Q associée à un champ de statistique thermique, de nombre de photons moyen égal à $N(t)$, appelé $Q_{\hat{\rho}_{th, N(t)}}$, et un polynôme à deux variables β et β^* . En définitive, la fonction $Q_{\hat{\rho}(t)}^T(\beta, \beta^*)$ peut être réécrite de la façon suivante :

$$Q_{\hat{\rho}(t)}(\beta, \beta^*) = \sum_{n,m \geq 0} C_{n,m}^{\hat{\rho}}(t) \frac{\beta^{*n} Q_{\rho_{th, N(t)}} \beta^m}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} \quad (1.149)$$

avec

$$C_{n,m}^{\hat{\rho}}(t) = \left[\frac{e^{-\gamma t/2}}{1+N(t)} \right]^{m+n} \sum_{l \geq 0} \left[1 - \frac{e^{-\gamma t}}{1+N(t)} \right]^l \sqrt{\binom{n+l}{n} \binom{m+l}{m}} \rho_{m+l, n+l}(0) \quad (1.150)$$

La matrice densité initiale apparaît, dans cette expression, sous la forme de ses coefficients sur la base des états de Fock.

Les règles de calcul de la fonction Q dérivées précédemment permettent d'identifier formellement la forme $\beta^{*n} Q_{\rho_{N(t)}} \beta^m$ à la fonction $Q_{a^{\dagger n} \rho_{N(t)} a^m}$ associée à l'opérateur $a^{\dagger n} \rho_{N(t)} a^m$. En vertu de l'unicité de la fonction Q , cette écriture permet d'exprimer exactement la matrice densité d'un état initial quelconque après un temps de relaxation t dans la base des états $a^{\dagger n} \rho_{N(t)} a^m$:

$$\hat{\rho}^T(t) = \sum_{n,m \geq 0} C_{n,m}^{\hat{\rho}}(t) \frac{a^{\dagger n} \rho_{N(t)} a^m}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} \quad (1.151)$$

Pour bien comprendre l'effet du couplage à l'environnement, nous allons appliquer les résultats obtenus à quelques exemples d'états du champ. Nous revenons tout d'abord au cas à température nulle. Nous analysons ensuite l'impact de la température sur ces évolutions.

1.6.2 Effet sur différents états du champ du couplage au réservoir à température non nulle

Nous nous restreindrons, pour l'instant, au cas où la température est nulle. La matrice densité s'exprime alors facilement dans la base des états de Fock :

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{n,m \geq 0} \rho_{n,m}(t) |n\rangle \langle m| \quad (1.152)$$

avec

$$\rho_{m,n}(t) = e^{-\gamma(n+m)t/2} \sum_{l \geq 0} [1 - e^{-\gamma t}]^l \sqrt{\binom{n+l}{n} \binom{m+l}{m}} \rho_{m+l,n+l}(0) \quad (1.153)$$

Cette expression révèle une des propriétés d'évolution des éléments de matrice sous l'action d'un processus de relaxation décrit par l'équation pilote (1.125) : tout élément de la matrice densité après relaxation n'est dépendant que des éléments de la même diagonale de la matrice densité initiale. En particulier, la relaxation des populations dans la base des états de Fock est uniquement dépendante des populations de l'état initial :

$$\rho_{n,n}(t) = e^{-\gamma n t} \sum_{l \geq 0} [1 - e^{-\gamma t}]^l \binom{n+l}{n} \rho_{m+l,n+l}(0) \quad (1.154)$$

1.6.2.a L'état de Fock à un photon $|1\rangle$

La matrice densité de l'état initial est $\hat{\rho} = |1\rangle \langle 1|$. Les deux seuls éléments de matrice concernés par la relaxation sont $\rho_{0,0}$ et $\rho_{1,1}$:

$$\begin{aligned} \rho_{0,0}(t) &= 1 - e^{-\gamma t} \\ \rho_{1,1}(t) &= e^{-\gamma t} \end{aligned} \quad (1.155)$$

Le photon présent initialement dans le mode de la cavité s'échappe en un temps caractéristique égal à $1/\gamma$. La généralisation à des états de Fock définis par un nombre de photons n supérieur à 1 nécessite quelques précisions. En effet, la population $\rho_{n,n}$ relaxe avec un temps caractéristique égale à $1/n\gamma$. Par contre, le temps caractéristique de transfert dans l'état vide est toujours $1/\gamma$

$$\begin{aligned} \rho_{0,0}(t) &= \rho_{0,0}(0) + (1 - e^{-\gamma t})^n \rho_{n,n}(0) \\ \rho_{n,n}(t) &= e^{-\gamma n t} \rho_{n,n}(0) \end{aligned} \quad (1.156)$$

Au cours de la relaxation les niveaux intermédiaires sont transitoirement peuplés. La figure (1.18) représente l'évolution de chacune des populations lors de la relaxation de l'état de Fock $n = 4$.

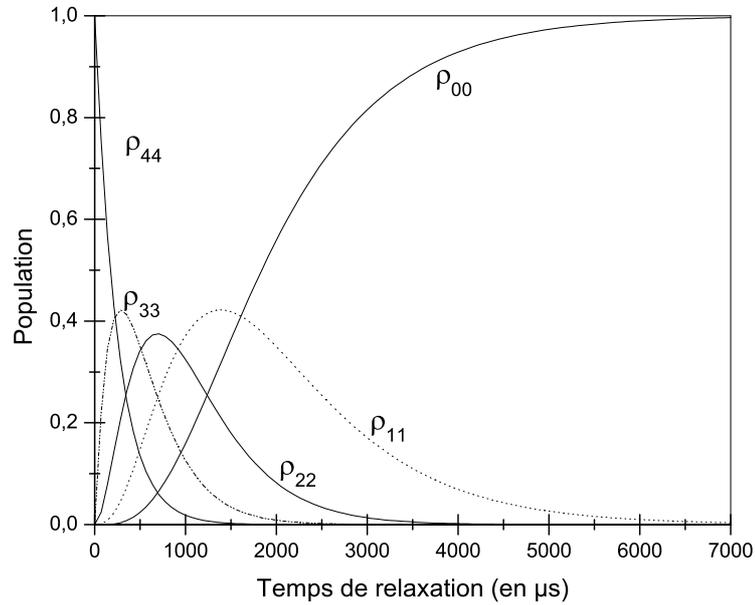


FIG. 1.18 – Evolution des populations lors de la relaxation de l'état de Fock $|4\rangle$

1.6.2.b Le champ cohérent

En appliquant la relation (1.154) au cas d'un champ cohérent d'amplitude α , un calcul direct nous donne :

$$\rho_{m,n}(0) = e^{-|\alpha|^2} \frac{\alpha^{*n} \alpha^m}{\sqrt{n!m!}} \quad (1.157)$$

$$\rho_{m,n}(t) = \frac{e^{-\gamma(n+m)t}}{\sqrt{n!m!}} \sum_{l \geq 0} \frac{[1 - e^{-\gamma t}]^l}{l!} e^{-|\alpha|^2} \alpha^{*(n+l)} \alpha^{(m+l)} \quad (1.158)$$

$$\rho_{m,n}(t) = e^{-|\alpha e^{-\gamma t/2}|^2} \frac{(\alpha e^{-\gamma t/2})^{*n} (\alpha e^{-\gamma t/2})^m}{\sqrt{n!m!}} \quad (1.159)$$

Lors de la dissipation, l'état reste un état cohérent pur à la différence d'un état de Fock.

$$\hat{\rho}(t) = |\alpha(t)\rangle \langle \alpha(t)| = |\alpha e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{-\gamma t/2}| \quad (1.160)$$

Le seul impact du couplage à l'environnement est la réduction exponentielle de son amplitude α . Le temps caractéristique de cette réduction est $2/\gamma$. Le nombre moyen de photons (égal à $|\alpha|^2$) décroît donc avec le même temps caractéristique que l'état de Fock

à un photon. Expérimentalement, la mesure de la loi de décroissance d'un champ injecté dans la cavité permet de mesurer le paramètre γ de l'équation pilote.

1.6.2.c Cas d'une superposition d'états de Fock

Un cas intéressant à étudier est la superposition de deux états de Fock : $\frac{1}{\sqrt{2}}(|n\rangle + |0\rangle)$. D'après l'expression (1.154), les cohérences de cet état, toutes deux initialement égales à $1/2$, s'effondrent en un temps caractéristique égale à $2/\gamma n$:

$$\rho_{n,0}(t) = e^{-n\gamma t/2} \rho_{n,0}(0) \quad (1.161)$$

Le paramètre \sqrt{n} quantifie, en quelque sorte, la distance dans l'espace des phases entre les deux états composant la superposition (voir figure 1.19). Pour les états où la distance est bien définie, le processus de décohérence aura un temps caractéristique inversement proportionnel à cette distance.

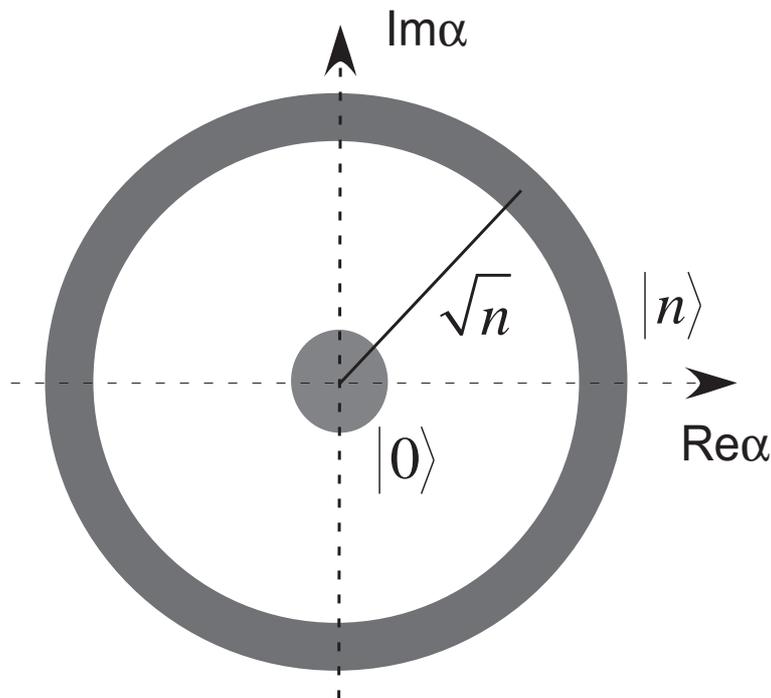


FIG. 1.19 – Coupe des fonctions Q à $1/e$ associées états $|0\rangle$ et $|n\rangle$. La distance dans l'espace des phases entre les états est \sqrt{n} .

Il est à noter que, si les cohérences disparaissent en un temps caractéristique $2/\gamma n$, le système relaxe vers le vide avec une constante de temps égale à $1/\gamma$, tandis que la population $\rho_{n,n}$, elle, décroît en $1/\gamma n$. Ces comportements sont identiques à ceux de la relaxation d'un état de Fock.

L'étude de la relaxation d'une superposition d'états cohérents nous montrera maintenant comment le concept de distance entre états cohérents apparaît dans l'amortissement des termes de cohérence.

1.6.2.d Cas d'une superposition d'états cohérents

Considérons le cas d'une superposition d'états cohérents différents en phase. La matrice densité associée à cet état pur aura la forme générale :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{chat,\psi,\eta} = \frac{1}{N_{chat,\psi,\eta}} & [|\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}| + |\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}| \\ & + e^{-i\eta} |\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}| + e^{i\eta} |\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}|] \end{aligned} \quad (1.162)$$

où 2ψ est la phase relative entre les deux amplitudes des états cohérents, η la phase quantique de la superposition et $N_{chat,\psi}$ le coefficient de normalisation de l'état définie égale à :

$$N_{chat,\psi,\eta} = 2 \left[1 + e^{-|\alpha|^2 \cos(2\psi)} \cos(|\alpha|^2 \sin(2\psi) - \eta) \right] \quad (1.163)$$

Remarquons la structure d'une telle matrice densité. Les deux premiers termes sont de la forme $|\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}|$ et sont appelés en conséquence les termes de populations. Ils se retrouvent dans l'expression de la matrice densité d'un mélange statistique des deux champs cohérents $|\alpha e^{-i\psi}\rangle$ et $|\alpha e^{i\psi}\rangle$. Le caractère cohérent de la superposition est mise en évidence dans la matrice densité par la présence de termes dits de "cohérence" de type $|\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}|$.

La relaxation des termes de population est similaire à celle calculée pour un champ cohérent. Concentrons-nous sur l'un des termes de cohérence $\hat{\sigma} = e^{-i\eta} |\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}|$, l'autre étant son hermitique conjugué. Son expression est dans la base des états de Fock :

$$\sigma_{m,n}(0) = e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2} \frac{(\alpha e^{-i\psi})^{*n} (\alpha e^{i\psi})^m}{\sqrt{n!m!}} \quad (1.164)$$

A partir de (1.154), un calcul direct nous fournit les relations suivantes :

$$\sigma_{m,n}(t) = e^{-i\eta} \frac{e^{-\gamma(n+m)t/2}}{\sqrt{n!m!}} \sum_{l \geq 0} \frac{[1 - e^{-\gamma t}]^l}{l!} e^{-|\alpha|^2} \alpha^{*(n+l)} \alpha^{(m+l)} e^{i\psi(m+n+2l)} \quad (1.165)$$

$$\sigma_{m,n}(t) = e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2(1-e^{2i\psi})(1-e^{-\gamma t})} e^{-|\alpha e^{-\gamma t/2}|^2} \frac{(\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2})^{*n} (\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2})^m}{\sqrt{n!m!}} \quad (1.166)$$

Finalement nous obtenons l'expression de $\hat{\sigma}(t)$:

$$\hat{\sigma}(t) = e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2(1-e^{2i\psi})(1-e^{-\gamma t})} |\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}| \quad (1.167)$$

En additionnant les différents résultats concernant la relaxation des termes de cohérence et de population, la matrice densité après une relaxation de durée t s'écrit :

$$\begin{aligned}
\hat{\rho}_{chat,\psi,\eta}(t) = & \frac{1}{N_{chat}} [|\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}| \\
& + |\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}| \\
& + e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2(1-e^{2i\psi})(1-e^{-\gamma t})} |\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}| \\
& + e^{i\eta} e^{-|\alpha|^2(1-e^{-2i\psi})(1-e^{-\gamma t})} |\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}\rangle \langle \alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}|]
\end{aligned} \tag{1.168}$$

La structure en quatre termes est préservée. Deux d'entre eux correspondent aux termes diagonaux de type $|\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}|$ et $|\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}|$, les deux termes de cohérence de type $|\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}|$ et $|\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}|$. Ceci est une conséquence du caractère linéaire en $\hat{\rho}$ du processus de relaxation décrit par l'équation pilote (1.125). Le couplage au réservoir à température nulle se manifeste de différentes manières. Premièrement, à l'instar du champ cohérent, chaque terme $|\alpha e^{\pm i\psi}\rangle \langle \alpha e^{\pm i\psi}|$ relaxe sous la forme $|\alpha e^{-\gamma t/2} e^{\pm i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-\gamma t/2} e^{\pm i\psi}|$. Pour des temps très long devant $1/\gamma$, chaque terme convergera vers le vide.

Le fait nouveau est l'effondrement des termes de cohérence matérialisé par la présence d'un facteur multiplicatif complexe. Pour les temps courts, cette réduction de contraste suit une loi exponentielle dont le temps caractéristique est $2/\gamma D^2$, où $D = 2|\alpha| \sin(\psi)$ représente la distance dans l'espace des entre les deux composantes cohérentes de la superposition (voir figure 1.20). Le temps caractéristique de décohérence est plus court que le temps de relaxation.

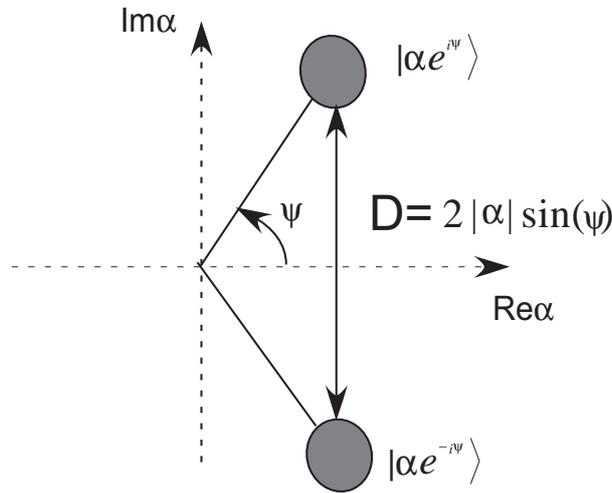


FIG. 1.20 – Distance entre champs cohérents dans l'espace des phases

Pour des temps de relaxation de l'ordre de $1/\gamma D^2$, non seulement le poids des cohérences est réduit mais leur phase relative, initialement η , est aussi modifiée.

$$\eta \rightarrow \eta - |\alpha|^2 \sin(2\psi)(1 - e^{-\gamma t}) \tag{1.169}$$

Plaçons nous dans le cas où le temps de relaxation t vérifie :

$$1/\gamma \gg t \gg 1/\gamma D^2 \quad (1.170)$$

L'état du système est alors un état mélange statistique des états cohérents $|\alpha e^{i\psi}\rangle$ et $|\alpha e^{-i\psi}\rangle$ de matrice densité :

$$\hat{\rho}_{chat} \sim |\alpha e^{i\psi}\rangle \langle \alpha e^{i\psi}| + |\alpha e^{-i\psi}\rangle \langle \alpha e^{-i\psi}| \quad (1.171)$$

Le résultat obtenu ici est en accord avec celui dérivé à l'aide d'une méthode voisine dans les références [59, 45]. L'avantage de notre méthode réside en l'obtention d'une solution exacte au problème de la relaxation dans un réservoir à température finie. Nous sommes capables de quantifier l'influence de la température sur le processus de relaxation et, en particulier, sur l'effondrement des termes de cohérence d'une superposition.

1.6.3 Influence de la température

La prise en compte de la température complique le problème. Physiquement, en étant couplé à un réservoir de température non nulle, le mode du champ peut non seulement émettre un photon dans le réservoir mais aussi en absorber un.

Nous allons reprendre chaque état étudié dans le paragraphe précédent et insister sur les différences de temps de relaxation. Toutes les expressions de matrices densités seront issues des relations (1.150) et (1.149). Pour la distinguer du cas à température nulle, nous appellerons $\hat{\rho}^T(t)$ la matrice densité initialement associée à l'état $\hat{\rho}$ après une relaxation de durée t dans un réservoir à la température T .

1.6.3.a Relaxation d'un état de Fock à 1 photon $|1\rangle$

Pour l'état initial $|1\rangle \langle 1|$, la matrice densité, à l'instant t , a pour expression :

$$\hat{\rho}_{|1\rangle\langle 1|}^T(t) = \left(1 - \frac{e^{-\gamma t}}{N(t) + 1}\right) \hat{\rho}_{th, N(t)} + \frac{e^{-\gamma t}}{(N(t) + 1)^2} \hat{a}^\dagger \hat{\rho}_{th, N(t)} \hat{a} \quad (1.172)$$

Comme pour la relaxation dans un réservoir à température nulle, on garde une structure en deux composantes. Pour t grand devant $1/\gamma$, l'état du champ est le champ thermique à la température T .

Il est intéressant de noter sur cet exemple que la température affecte, non seulement l'état vers lequel le système relaxe, mais aussi le temps de relaxation. Aux temps court devant $1/\gamma$, le temps caractéristique de relaxation est égal à $1/(\bar{n}_{th} + 1)\gamma$. Dans ce cas on observe une accélération du processus de relaxation due à la température finie du réservoir.

1.6.3.b Le champ cohérent

Après une relaxation de durée t dans un réservoir de température T , la matrice densité, initialement dans l'état $|\alpha\rangle \langle \alpha|$, a pour coefficient $C_{m,n}^{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(t)$:

$$C_{m,n}^{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(t) = e^{-|\alpha|^2} \left[\frac{e^{-\gamma t/2}}{N(t)+1} \right]^{n+m} \frac{\alpha^m \alpha^{*n}}{\sqrt{n!m!}} \sum_{l \geq 0} \left[1 - \frac{e^{-\gamma t}}{N(t)+1} \right]^l \frac{\alpha^{*l} \alpha^l}{l!} \quad (1.173)$$

La matrice densité a pour expression :

$$\hat{\rho}_{|\alpha\rangle\langle\alpha|}^T(t) = e^{-|\alpha|^2 e^{-\gamma t}/(N(t)+1)} \exp\left(\frac{\alpha e^{-\gamma t/2} a^\dagger}{N(t)+1}\right) \rho_{th,N(t)} \exp\left(\frac{\alpha^* e^{-\gamma t/2} a}{N(t)+1}\right) \quad (1.174)$$

Nous essayons maintenant de mettre cette expression sous forme plus intuitive. Le champ thermique peut s'écrire sous la forme $\rho_{N(t)} = \exp[-\lambda(t)a^\dagger a]/(N(t)+1)$, avec $\exp[-\lambda(t)] = N(t)/(1+N(t))$. On utilise pour cette simplification des relations simples de l'algèbre des opérateurs a et a^\dagger [60]. En particulier, pour toute fonction f analytique, on a :

$$af(a^\dagger a) = f(a^\dagger a + 1)a \quad (1.175)$$

$$f(a^\dagger a)a^\dagger = a^\dagger f(a^\dagger a + 1) \quad (1.176)$$

Finalement l'expression (1.174) devient :

$$\hat{\rho}_{|\alpha\rangle\langle\alpha|}^T(t) = \hat{D}(\alpha e^{-\gamma t/2}) \hat{\rho}_{th,N(t)} \hat{D}(-\alpha e^{-\gamma t/2}) \quad (1.177)$$

Intuitivement, l'écriture (1.177) de la matrice densité est satisfaisante. Elle sépare bien en deux parties les effets de la température et de la relaxation. La décroissance du champ cohérent se réalise toujours avec un temps caractéristique égal à $1/\gamma$. Dans ce cas particulier, l'influence de la température est contenue uniquement dans l'état vers lequel le champ relaxe. Cette séparation des effets de thermalisation et de relaxation est une particularité de l'état cohérent.

1.6.3.c Cas d'une superposition d'états de Fock

Après une relaxation de durée t dans un réservoir de température T , le terme de cohérence σ de la matrice densité, initialement dans l'état pur $(|n\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$, a pour expression :

$$\sigma(t=0) = \frac{1}{2}(|n\rangle\langle 0|) \quad (1.178)$$

$$\sigma(t) = \frac{e^{-\gamma n t/2}}{2(N(t)+1)^n} a^{\dagger n} \rho_{th,N(t)} \quad (1.179)$$

Aux temps courts, l'amortissement des termes de cohérence a un temps caractéristique égal à $2/\sqrt{n}(2n_{th}+1)\gamma$. Ce temps est simplement obtenu en remplaçant γ à $T=0$ K par $(2n_{th}+1)\gamma$. La température non nulle du réservoir induit donc à une accélération du processus de décohérence.

1.6.3.d Relaxation d'un état superposition de champs cohérents dans un réservoir à température non nulle

Considérons maintenant le cas de la relaxation d'une superposition d'états cohérents de phases différentes. La matrice densité aura initialement la forme générale (1.162). On suppose α réel sans perte de généralité.

Les deux termes de population $|\alpha e^{-i\psi}\rangle\langle\alpha e^{-i\psi}|$ et $|\alpha e^{i\psi}\rangle\langle\alpha e^{i\psi}|$ auront une relaxation similaire à celle d'un état cohérent pur :

$$|\alpha e^{-i\psi}\rangle\langle\alpha e^{-i\psi}| \rightarrow \hat{D}(\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}) \hat{\rho}_{th,N(t)} \hat{D}(-\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}) \quad (1.180)$$

$$|\alpha e^{i\psi}\rangle\langle\alpha e^{i\psi}| \rightarrow \hat{D}(\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}) \hat{\rho}_{th,N(t)} \hat{D}(-\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}) \quad (1.181)$$

Concentrons-nous donc sur l'évolution d'un des termes de cohérence $\hat{\sigma}^T$ initialement égal à $e^{-i\eta} |\alpha e^{i\psi}\rangle\langle\alpha e^{-i\psi}|$, l'autre terme de cohérence étant simplement l'hermitique conjugué de $\hat{\sigma}^T$. Un calcul direct nous fournit les relations suivantes :

$$\sigma_{m,n}^T(0) = e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2} \frac{(\alpha e^{-i\psi})^{*n} (\alpha e^{i\psi})^m}{\sqrt{n!m!}} \quad (1.182)$$

$$\sigma_{m,n}^T(t) = e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2} \left[\frac{e^{-\gamma t/2}}{N(t)+1} \right]^{n+m} \frac{(\alpha e^{i\psi})^m (\alpha e^{-i\psi})^{*n}}{\sqrt{n!m!}} \sum_{l \geq 0} \left[1 - \frac{e^{-\gamma t}}{N(t)+1} \right]^l \frac{(|\alpha|^2 e^{i2\psi})^l}{l!} \quad (1.183)$$

Finalement la cohérence $\sigma^T(t)$ après une relaxation de durée t a pour expression :

$$\begin{aligned} \sigma^T(t) &= e^{-i\eta} e^{-|\alpha|^2(1-e^{2i\psi})(1-e^{-\gamma t}/(N(t)+1))} e^{-|\alpha|^2 e^{-\gamma t}/(N(t)+1)} \\ &\times \exp\left(\frac{\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2} a^\dagger}{N(t)+1}\right) \rho_{th,N(t)} \exp\left(\frac{\alpha^* e^{i\psi} e^{-\gamma t/2} a}{N(t)+1}\right) \end{aligned} \quad (1.184)$$

Cette expression nous permet de connaître la matrice densité exact d'une superposition d'états cohérents en contact avec un réservoir à une température T . Elle reste difficile à interpréter. En particulier, pour connaître le comportement pour des temps petits devant $1/\gamma$, nous préférons calculer la fonction de Wigner $W^T(\beta, \beta^*, t)$ associée. On notera β_R et β_I respectivement les parties réelle et imaginaire de β ($\beta = \beta_R + i\beta_I$). Elle se sépare en trois termes :

$$W^T(\beta, \beta^*, t) = \frac{1}{N_{chat,\psi,\eta}} (W_1^T(\beta, \beta^*, t) + W_2^T(\beta, \beta^*, t) + W_I^T(\beta, \beta^*, t)) \quad (1.185)$$

Les fonctions W_1^T et W_2^T correspondent aux fonctions de Wigner associées aux termes de population après relaxation respectivement égaux à $\hat{D}(\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2}) \hat{\rho}_{th,N(t)} \hat{D}(-\alpha e^{i\psi} e^{-\gamma t/2})$ et $\hat{D}(\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2}) \hat{\rho}_{th,N(t)} \hat{D}(-\alpha e^{-i\psi} e^{-\gamma t/2})$:

$$W_1^T(\beta, \beta^*, t) = \frac{2}{2N(t) + 1} e^{-2|\alpha e^{i\psi} - \beta|^2 / (2N(t)+1)} \quad (1.186)$$

$$W_2^T(\beta, \beta^*, t) = \frac{2}{2N(t) + 1} e^{-2|\alpha e^{-i\psi} - \beta|^2 / (2N(t)+1)} \quad (1.187)$$

Le terme $W_I^T(\beta, \beta^*, t)$ provient des termes de cohérence $\sigma^T(t)$ et $\sigma^{\dagger T}(t)$ de la matrice densité. En suivant la référence [57], une manière commode pour calculer son expression exacte revient à dériver la fonction caractéristique à partir de la fonction $Q_I^T(\beta, \beta^*, t)$, contribution à la fonction Q des termes de cohérence. A partir de l'analyse présentée précédemment et en utilisant la relation (1.149), $Q_I^T(\beta, \beta^*, t)$ a pour expression :

$$\begin{aligned} \pi Q_I^T(\beta, \beta^*, t) &= \frac{2}{N(t) + 1} e^{-\frac{|\alpha|^2 e^{-\gamma t} + |\beta|^2 - 2\beta_R \alpha e^{-\gamma t/2} \cos(\psi)}{N(t)+1}} e^{-2\alpha^2 \sin^2(\psi) (1 - \frac{e^{-\gamma t}}{N(t)+1})} \quad (1.188) \\ &\times \cos \left(\frac{2\beta_R \alpha \sin(\psi) e^{-\gamma t} / 2}{N(t) + 1} - \alpha^2 \sin 2\psi (1 - \frac{e^{-\gamma t}}{N(t) + 1} - \eta) \right) \end{aligned}$$

L'expression de la fonction caractéristique associée à Q_I^T , $\chi_I^T(\xi, \xi^*, s = -1)$, est obtenue à partir d'une simple transformée de Fourier ($\xi = \xi_R + i\xi_I$) :

$$\begin{aligned} \chi_I^T(\xi, \xi^*, t, s = -1) &= e^{-|\xi|^2 (N(t)+1)} (e^{-i\eta} e^{-\alpha^2 (1 - \exp(2i\psi))} e^{2i\xi_I \alpha \exp(-\gamma t/2) e^{i\psi}} \\ &+ e^{i\eta} e^{-\alpha^2 (1 - \exp(-2i\psi))} e^{2i\xi_I \alpha \exp(-\gamma t/2) e^{-i\psi}}) \quad (1.189) \end{aligned}$$

Or $\chi^T(\xi, \xi^*, t, s = 0) = e^{-|\xi|^2/2} \chi^T(\xi, \xi^*, t, s = -1)$. Finalement en opérant la transformée de Fourier inverse, on obtient la contribution $W_I^T(\beta, \beta^*, t)$ des cohérences à la fonction de Wigner :

$$\begin{aligned} \pi W_I^T(\beta, \beta^*, t) &= \frac{4}{2N(t) + 1} e^{-\frac{2\beta_I^2 + 2(\beta_R - \alpha e^{-\gamma t/2} \cos(\psi))^2}{2N(t)+1}} e^{-2\alpha^2 \sin^2(\psi) (1 - \frac{e^{-\gamma t}}{2N(t)+1})} \quad (1.190) \\ &\times \cos \left(\frac{4\beta_R \alpha \sin(\psi) e^{-\gamma t} / 2}{2N(t) + 1} + \alpha^2 \sin 2\psi (1 - \frac{2e^{-\gamma t}}{2N(t) + 1}) - \eta \right) \end{aligned}$$

Aux temps courts devant $1/\gamma$, on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} \pi W_I^T(\beta, \beta^*, t) &\sim 4e^{-2|\beta|^2 + 2(\beta_R - \alpha \cos(\psi))^2} e^{-2\alpha^2 \sin^2(\psi) \gamma (2n_{th} + 1)} \\ &\times \cos (4\beta_R \alpha \sin(\psi) - \alpha^2 \sin 2\psi - \eta) \quad (1.191) \end{aligned}$$

En comparaison avec la fonction de Wigner d'un état chat (1.78), la fonction de Wigner (1.191) peut être obtenue à partir de l'expression de la matrice densité (1.162) en multipliant les termes de cohérence par $\exp(-D^2 \gamma (2n_{th} + 1)t/2)$, avec $D = 2\alpha \sin(\psi)$. Par

rapport au cas à température nulle, la température influe aux temps courts uniquement sur le temps de décohérence de la superposition considérée. Le temps de décohérence est divisé par un facteur $2n_{th} + 1$. L'accélération de la vitesse du processus de décohérence due à la température du réservoir a été obtenue avec différentes méthodes [57, 61].

Après avoir vu l'effet de la décohérence sur un seul mode du champ, nous allons essayer de décrire quantitativement l'impact de l'environnement sur l'évolution du système atome-champ. Le couplage à l'environnement ne concernera que le mode du champ électromagnétique.

1.6.4 Effet du couplage à l'environnement sur les résurgences d'oscillations de Rabi

L'interaction entre un atome initialement préparé dans l'état $|e\rangle$ et un champ cohérent conduit à la création d'un état intriqué atome-champ. Dans le cadre des approximations de champs mésoscopiques, l'équation (1.118) montre qu'à chaque état atomique est corrélée une superposition de champs cohérents mésoscopiques. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, ces superpositions sont très sensibles au couplage à l'environnement et au phénomène de décohérence. Le but de cette partie est d'essayer d'évaluer quantitativement l'influence de la décohérence sur le signal de résurgences induites.

L'intérêt du phénomène de résurgences induites réside dans le contraste unité à l'instant de recombinaison. Ainsi ce contraste ne sera sensible qu'aux effets de décohérence sur le champ, le seul système de notre modèle à être couplé à l'environnement.

Rappelons brièvement le protocole d'obtention des résurgences induites. Initialement, l'atome est préparé dans l'état $|e\rangle$ et le champ dans un état cohérent. Pendant la première interaction résonnante entre 0 et t^R , une superposition de champs cohérents est corrélée à chaque état atomique. Une opération de renversement temporelle est alors appliquée au système puis l'interaction résonnante reprend. A l'instant $2t^R$, les oscillations de Rabi revivent. Pendant tout le temps d'interaction, la distance entre les deux champs dans l'espace des phases varie.

Si on néglige l'influence de la relaxation sur le nombre de photons contenus dans chaque composante ($\gamma t \ll 1$), deux étapes sont à distinguer. Premièrement, la différence de phase $2\Phi(t)$ entre les deux composantes croît jusqu'à un maximum dépendant de t^R . La deuxième étape revient à opérer le processus inverse. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, à tout instant t , les cohérences de chaque superposition décroissent exponentiellement avec un temps caractéristique $2/(\gamma(2n_{th} + 1)D(t)^2)$, où $D(t) = 2|\alpha|\sin(\Phi(t))$ est la distance entre les deux composantes cohérentes de la superposition.

La description analytique du couplage simultané du champ à l'atome et au réservoir est un problème compliqué. Nous appliquons ici un raisonnement phénoménologique. La dépendance du temps de décohérence dans la distance est prise en compte dans l'expression du signal de Rabi attendu en fonction du temps d'interaction. A chaque instant, une distance $D(t)$ caractérise la superposition de champs cohérents. Pendant une durée dt de relaxation, le contraste des cohérences est réduit suivant la loi dérivée dans la partie précédente. L'idée revient à intégrer l'effondrement des cohérences au fur et à mesure de

l'évolution du système.

Le point de départ de l'analyse est l'expression de la matrice densité $\rho(t)$ du système total à l'approximation des champs mésoscopiques après une évolution de durée t :

$$\begin{aligned} \rho(t) = & \frac{1}{2} [|\psi_+^a(t)\rangle \langle \psi_+^a(t)| \otimes |\alpha_+(t)\rangle \langle \alpha_+(t)| \\ & + |\psi_-^a(t)\rangle \langle \psi_-^a(t)| \otimes |\alpha_-(t)\rangle \langle \alpha_-(t)| \\ & + e^{-i\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t} |\psi_+^a(t)\rangle \langle \psi_-^a(t)| \otimes |\alpha_+(t)\rangle \langle \alpha_-(t)| \\ & + e^{i\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t} |\psi_-^a(t)\rangle \langle \psi_+^a(t)| \otimes |\alpha_-(t)\rangle \langle \alpha_+(t)|] \end{aligned} \quad (1.192)$$

On applique à chaque élément de la matrice du champ le facteur multiplicatif dû au processus de décohérence. On se restreint au cas où $\gamma t \ll 1$ et pour l'instant au cas du réservoir à température nulle. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, les populations ne sont pas affectées par la décohérence. Le terme de cohérence égal à $|\alpha e^{i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{-i\Phi(t)}|$ ($|\alpha e^{-i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{i\Phi(t)}|$) est multiplié par un facteur $g(t)$ ($g^*(t)$) égal à :

$$g(t) = \exp\left(-2\gamma|\alpha|^2 \int_0^t dt' \sin^2(\Phi(t'))\right) \exp\left(-i\gamma|\alpha|^2 \int_0^t dt' \sin(2\Phi(t'))\right) \quad (1.193)$$

Le résultat de la mesure de $P_g(t)$ est :

$$\begin{aligned} P_g(t) &= Tr[|g\rangle \langle g| \rho(t)] \\ &= \frac{1}{4} Tr_{champ} [|\alpha e^{-i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{-i\Phi(t)}| + |\alpha e^{i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{i\Phi(t)}| \\ &\quad - g(t) e^{-i2\Phi(t)\bar{n}} |\alpha e^{-i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{i\Phi(t)}| - g^*(t) e^{i2\Phi(t)(\bar{n}+1)} |\alpha e^{i\Phi(t)}\rangle \langle \alpha e^{-i\Phi(t)}|] \end{aligned} \quad (1.194)$$

avec $\Phi(t) = \Omega_0 t / 4\sqrt{\bar{n}}$. Finalement le signal d'oscillation de Rabi est directement déduit de cette expression.

$$P_g(t) = \frac{1}{2} [1 - e^{-\bar{n} \int_0^t 2 \sin^2(\Phi(t')) (1 - e^{-\gamma t'}) dt'} e^{-\bar{n}(1 - \cos(2\Phi(t)))} \cos\left(\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{2}t + \bar{n} \sin\left(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t\right) + \eta(t)\right)] \quad (1.195)$$

Sur l'expression (1.195), les trois effets importants discutés tout au long de cette thèse sont séparés. En effet, le contraste de la partie oscillante de $P_e(t)$, représentant l'oscillation de Rabi, dépend de deux fonctions réelles. La première a pour expression :

$$\exp\left(-\bar{n} \left[1 - \cos\left(\frac{\Omega_0 t}{2\sqrt{\bar{n}}}\right) \right]\right) \quad (1.196)$$

Elle exprime le phénomène d'effondrement de de résurgence des oscillations de Rabi.

Les termes nouveaux proviennent du couplage du mode à l'environnement. Ils apparaissent sous la forme d'une réduction de contraste et d'un déphasage des oscillations de Rabi. Le terme de réduction de contraste a pour expression :

$$|g(t)| = \exp\left(-2\bar{n}\gamma \int_0^t \sin^2\left(\frac{\Omega_0 t'}{4\sqrt{\bar{n}}}\right) dt'\right) \quad (1.197)$$

On rappelle que cette expression n'est valable qu'aux temps courts. L'approximation utilisée ne prend pas en compte les termes de diffusion de phase responsables de la réduction de contraste des résurgences spontanées. Le terme de déphasage a pour expression :

$$\eta(t) = -\gamma\bar{n} \int_0^t \sin\left(\frac{\Omega_0 t'}{2\sqrt{\bar{n}}}\right) dt' \quad (1.198)$$

On note que la contribution du déphasage est nulle pour les résurgences spontanées. Analysons maintenant l'expression attendue pour les résurgences induites. A partir de l'instant t^R , l'évolution est renversée dans le temps de celle subit par le système total entre 0 et t^R . L'expression de la probabilité de détecter l'état $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction t devient alors pour $t \geq t^R$:

$$P_g(t) = \frac{1}{2} \left[1 - h(t) e^{-\bar{n}(1 - \cos(2i\Phi(2t^R - t)))} \cos\left(\frac{\Omega_0 \sqrt{\bar{n}}}{2} (2t^R - t) + \bar{n} \sin\left(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}} (2t^R - t)\right) + r(t) \right) \right] \quad (1.199)$$

La fonction h est définie par :

$$h(t) = e^{-2\gamma|\alpha|^2 \int_0^{t^R} \sin^2(\Phi(t')) dt'} e^{-2\gamma|\alpha|^2 \int_{2t^R-t}^{t^R} \sin^2(\Phi(t')) dt'} \quad (1.200)$$

Elle contient tout l'effet de la décohérence sur le contraste des oscillations. La fonction r est définie par :

$$r(t) = e^{-|\alpha|^2 \gamma \int_0^{t^R} \sin(2\Phi(t')) dt'} e^{-|\alpha|^2 \gamma \int_{2t^R-t}^{t^R} \sin(2\Phi(t')) dt'} \quad (1.201)$$

Elle exprime le déphasage induit par le couplage à l'environnement. Au contraire des résurgences spontanées, la contribution de ce déphasage pour les résurgences induites n'est pas nul.

Au contraire des résurgences spontanées, l'expression analytique des résurgences induites est en total accord avec une intégration numérique de l'équation maîtresse. L'opération de renversement du temps annule l'effet des dispersions responsables des différences observées pour les résurgences spontanées. Notre prédiction phénoménologique 1.199 et le résultat d'une intégration numérique sont superposables dans le cas à température nulle.

L'information importante pour quantifier l'effet de la décohérence sur la superposition d'états cohérents est contenue dans le contraste des résurgences induites. A l'instant $2t^R$ de reconstruction de l'état initial, le contraste des oscillations résurgentes est uniquement dépendant de la valeur de la fonction $g(2t^R)$. Nous pouvons expliciter analytiquement son expression :

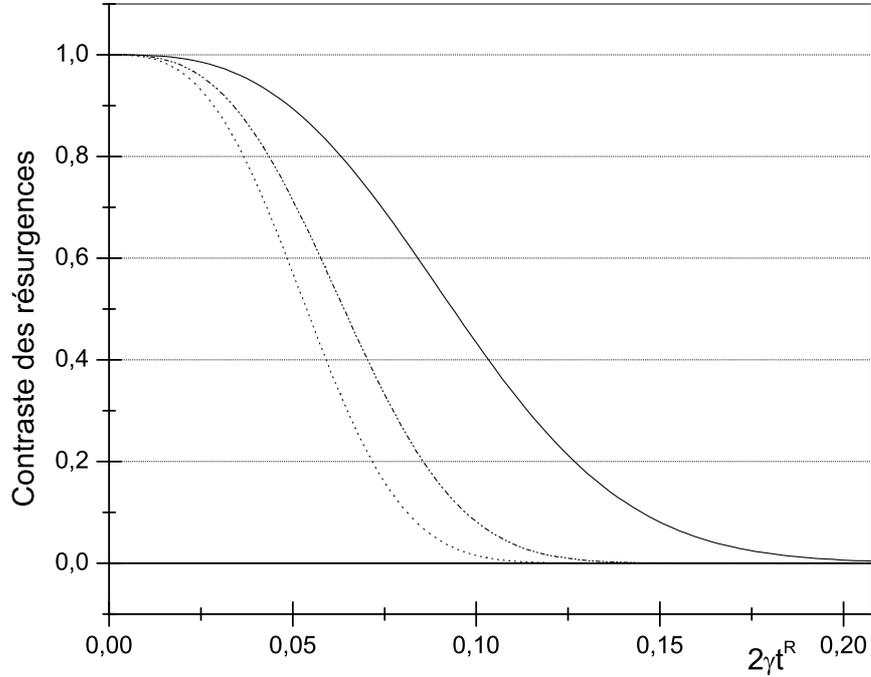


FIG. 1.21 – Contraste des réurgences au point de recombinaison t^R en couplage avec un réservoir défini par une température $T = 0K$ (en trait continu), $T = 3.6 K$ ($\bar{n}_{th} = 1$) (en traits disjoints) et $T = 6 K$ ($\bar{n}_{th} = 2$) (en pointillés). La fréquence de Rabi est égale à 49 kHz.

$$h(2t^R) = \exp[-2\gamma|\alpha|^2 t^R + \frac{4\gamma(|\alpha|^2)^{3/2}}{\Omega_0} \sin(\frac{\Omega_0 t^R}{2\sqrt{\bar{n}}})] \quad (1.202)$$

L'impact de la température sur le contraste des réurgences est directement prise en compte en remplaçant γ par $(2n_{th} + 1)\gamma$ dans la formule précédente.

$$h_{th}(2t^R) = \exp[-2\gamma(2n_{th} + 1)\bar{n} t^R + \frac{4(2n_{th} + 1)\gamma(\bar{n})^{3/2}}{\Omega_0} \sin(\frac{\Omega_0 t^R}{2\sqrt{\bar{n}}})] \quad (1.203)$$

La figure 1.21 représente la fonction $h_{th}(2t^R)$ en fonction du temps de recombinaison et pour différentes températures T de réservoir. Elle correspond au contraste des réurgences induites des oscillations de Rabi au temps de recombinaison pour différentes séparations atteintes. La température réduit le temps de décohérence significativement.

La comparaison entre le contraste obtenu au point de recombinaison par une simulation numérique sans approximation de l'équation pilote du système total et le résultat (1.203) de notre calcul est présentée sur la figure (1.22). On observe un très bon accord.

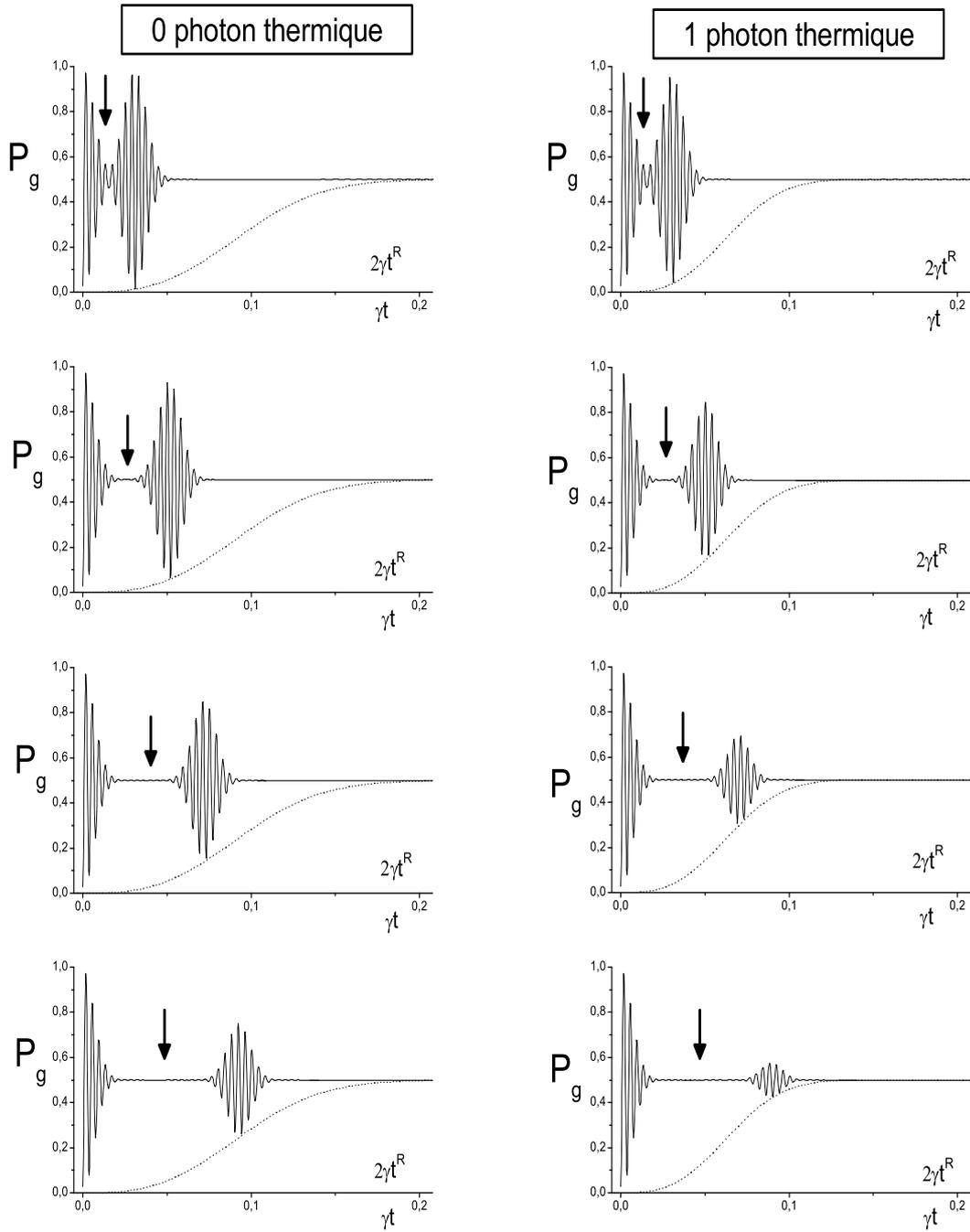


FIG. 1.22 – Comparaison entre le contraste des résurgences induites au point de recombinaison calculés par simulation numérique et par la relation (1.203) à $T = 0\text{ K}$ et $T = 3.6\text{ K}$ ($n_{th} = 1$), avec le facteur de qualité de la cavité égal à 3×10^8 et un nombre de photons égal à 30. En trait plein, la probabilité calculé de détecter $|e\rangle$ lors d'une interaction résonnante l'atome et un champ cohérent avec inversion de temps. En trait pointillé, la prédiction phénoménologique de la probabilité de détecté l'état $|e\rangle$ au point de recombinaison $2t^R$.

Nous avons donc finalement une expression analytique de l'évolution du contraste des résurgences induites en fonction du temps de recombinaison. Cette expression ne dépend que du temps de recombinaison, de la fréquence de Rabi du système atome-champ, de la température et du temps de vie du photon dans la cavité. Plus le temps de recombinaison est important, plus le système atome-champ sera sensible au phénomène de décohérence et plus le contraste des résurgences induites sera réduit.

Dans le prochain paragraphe nous allons étudier comment les deux composantes cohérentes d'une superposition créée par un premier atome peuvent être recombinaison grâce à l'interaction résonnante avec un second atome.

1.7 Interaction d'un atome à deux niveaux avec une superposition d'états cohérents

Un second protocole pour recombinaison les deux composantes cohérentes de la superposition créée par un atome consiste à envoyer un second atome en interaction résonnante. Dans ce chapitre, notre intérêt se porte sur les caractéristiques des oscillations de Rabi dans une superposition de champs cohérents. En particulier, nous verrons comment les concepts développés dans les paragraphes précédents permettent de détailler l'évolution attendue du système. Les oscillations de Rabi exhibent de nouvelles résurgences, similaires dans le principe à celles mises en lumière précédemment. De la même manière, ces résurgences quantifieront la cohérence de la superposition ainsi sondée. On comparera la probabilité $P_g(t)$ de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ lorsque l'atome interagit avec une superposition cohérente ou un mélange statistique. Toute la discussion sera réalisée sans relaxation du champ.

Du point de vue du champ, la succession de deux interactions résonnante avec deux atomes différents correspond à une expérience interférométrique dans l'espace des phases utilisant des champs mésoscopiques. La résurgence attendue des oscillations de Rabi s'interprète comme le signal d'interférence entre deux voies d'un interféromètre portant sur l'état du champ.

1.7.1 Oscillation de Rabi

Comme nous l'avons remarqué précédemment, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ après l'interaction d'une durée t avec un mode du champ n'est sensible qu'aux populations $P(n)$ associées à chaque état de Fock $|n\rangle$ de l'état du champ considéré.

On considère ici le cas de l'interaction de l'atome avec une superposition de champs cohérents. Nous rappelons ici la fonction d'onde associée. Trois paramètres définissent complètement cet état : $\alpha e^{i\psi}$ et $\alpha e^{-i\psi}$ sont respectivement l'amplitude de chacun deux champs cohérents de la superposition, leur différence de phase classique est égale à 2ψ et η est la phase quantique de la superposition. Nous rappelons ici l'expression du vecteur d'onde associé à cet état :

$$|\Psi_{chat,\psi,\eta}\rangle = \frac{1}{N_{chat}}(|\alpha e^{i\psi}\rangle + e^{i\eta} |\alpha e^{-i\psi}\rangle) \quad (1.204)$$

avec $N_{chat,\psi,\eta}$ le coefficient de normalisation égal à $2(1 + e^{-|\alpha|^2 \cos(2\psi)} \cos(|\alpha|^2 \sin(2\psi) - \eta))$.

La population P_n de chaque état de Fock $|n\rangle$ est alors :

$$P_{chat}(n) = \frac{1}{N_{chat,\psi,\eta}} \left(e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} [2 + 2 \cos(2n\psi - \eta)] \right) \quad (1.205)$$

La figure 1.23 représente l'évolution du transfert atomique en fonction du temps d'interaction (voir équation (1.104)). En comparaison avec les oscillations de Rabi dans

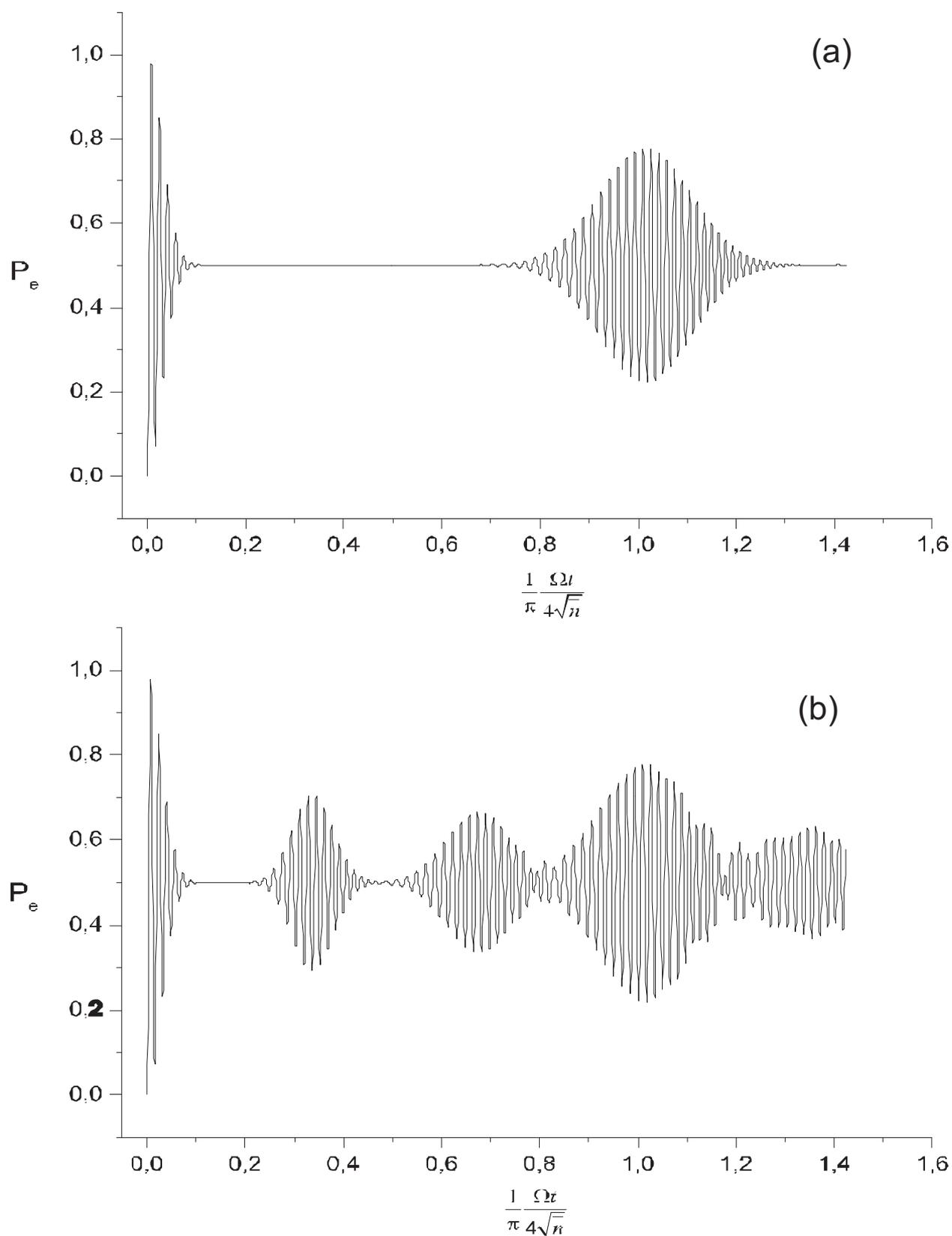


FIG. 1.23 – Oscillation de Rabi dans un champ cohérent (a) et dans une superposition d'état cohérent $|\alpha|^2 = 30$ photons, $\psi = \pi/3$ et $\eta = 0$ (b)

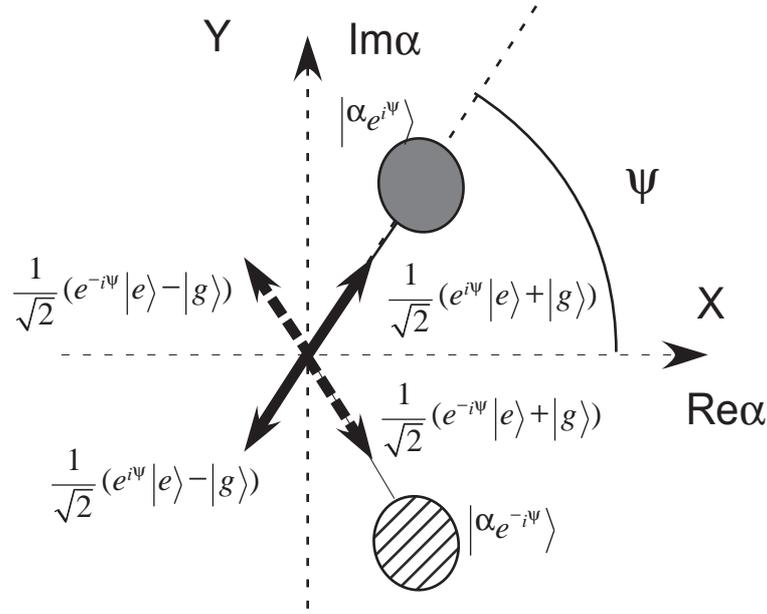


FIG. 1.24 – Etat initial du système : atome dans l'état $|e\rangle$ et le champ dans l'état superposition de champs cohérents.

un état cohérent, on note l'apparition de nouvelles résurgences entre 0 et t_{res} . Nous allons interpréter ces oscillations de Rabi en tirant partie de l'approximation des champs mésoscopiques.

1.7.2 Analogie avec le processus de résurgences

L'état initial du système est l'atome dans $|e\rangle$ et le champ dans un état superposition de champs cohérents $|\Psi_{chat}\rangle$:

$$|\Psi(t=0)\rangle = |e\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{N_{chat}}} (|\alpha e^{i\psi}\rangle + e^{i\eta} |\alpha e^{-i\psi}\rangle) \quad (1.206)$$

L'état initial atomique peut être réécrit de manière à corrélérer à chaque état du champ de la superposition les états propres de l'atome en couplage résonnant. On se place dans le cas où les deux composantes cohérentes ont un recouvrement nul. Dans ce cas, $N_{chat} = 2$

$$\begin{aligned} |\Psi(t=0)\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} (e^{-i\psi} [(e^{i\psi}|e\rangle + |g\rangle) + (e^{i\psi}|e\rangle - |g\rangle)] \otimes |\alpha e^{i\psi}\rangle \\ &\quad + e^{i\eta+i\psi} [(e^{-i\psi}|e\rangle + |g\rangle) + (e^{-i\psi}|e\rangle - |g\rangle)] \otimes |\alpha e^{-i\psi}\rangle) \end{aligned} \quad (1.207)$$

La représentation de l'état initial dans l'espace à deux dimensions superposant espace des phases et plan équatorial de la sphère de Bloch est présentée sur la figure (1.24). En vertu de la linéarité de l'évolution hamiltonienne, nous pouvons traiter séparément les

parties de la superposition associées aux deux composantes cohérentes et les superposer ensuite. Nous nous retrouvons pour chacune de ces parties dans la situation de l'interaction entre un champ cohérent et un atome à deux niveaux initialement dans l'état $|e\rangle$. Lors de l'interaction, deux états propres atome-champ sont créés pour chaque partie et subissent des rotations lentes de sens opposé et de pulsation $\Omega t/4\sqrt{n}$. Dans l'approximation des champs cohérents mésoscopiques, il existe une expression simple des champs produits en négligeant les termes de diffusion de phase. Finalement la fonction d'onde a pour expression après un temps d'interaction t :

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} & \left[e^{-i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{n}t} \left| \alpha e^{i\psi - i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} \right\rangle (e^{-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle + e^{-i\psi} |g\rangle) \right. \\
& + e^{i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{n}t} \left| \alpha e^{i\psi + i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} \right\rangle (e^{i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle - e^{-i\psi} |g\rangle) \\
& + e^{i\eta} e^{-i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{n}t} \left| \alpha e^{-i\psi - i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} \right\rangle (e^{-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle + e^{i\psi} |g\rangle) \\
& \left. + e^{i\eta} e^{i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{n}t} \left| \alpha e^{-i\psi + i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} \right\rangle (e^{i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{n}}t} |e\rangle - e^{i\psi} |g\rangle) \right] \quad (1.208)
\end{aligned}$$

Un phénomène nouveau apparaît lorsque deux champs cohérents issus d'une partie différente de la superposition initiale se recouvrent dans l'espace des phases. A ce moment le système se trouve dans une situation analogue à celle de la résurgence des oscillations de Rabi. Cette situation va se traduire par la résurgence des oscillations de Rabi. Ce recouvrement ne concernant que la "moitié" de la fonction d'onde, le contraste des oscillations attendu sera divisé par deux par rapport aux résurgences spontanée.

La figure (1.25) résume les principaux temps d'interaction de l'évolution du système. Au début de l'interaction, chacun des deux champs cohérents se sépare en deux. Du point de vue de l'atome, une fois la séparation accomplie, le transfert atomique reste égal à 1/2 (figure (1.25a)). Le temps caractéristique d'effondrement est le même que celui des oscillations de Rabi dans un champ cohérent. Il est important de noter que, jusqu'à cet instant, nous ne pouvons pas distinguer les oscillations de Rabi dans un champ cohérent ou dans une superposition.

Les recouvrements interviennent pour trois temps différents : $t = 4\sqrt{n}\psi/\Omega_0$ (figure (1.25b)), $t = 4\sqrt{n}(\pi - \psi)/\Omega_0$ (figure (1.25c)) et $t = 4\sqrt{n}\pi/\Omega_0$. Nous assistons pour les deux premiers temps d'interaction à une superposition de deux champs issus d'un état cohérent différent de la superposition initiale. Naturellement, ce phénomène est caractéristique de la superposition et ne se retrouve pas dans le cas des oscillations de Rabi dans un mélange statistique. Sur l'oscillation de Rabi, le recouvrement de deux champs se traduit par une résurgence des oscillations. Sur la figure 1.25e, le contraste des résurgences b et c est inférieur à 1/2 en raison de l'effet de la diffusion de phase. Pour $t = 4\sqrt{n}\pi/\Omega_0$, on retrouve la situation où chaque "état propre" atome-champ a effectué une rotation de π (figure (1.25d)). Les composantes de champ issues du même champ cohérent initial se superposent à nouveau. L'état du système est très proche de l'état initial. Cette fois l'ensemble de la fonction d'onde est concerné par la superposition et le contraste attendu est maximum aux effets de diffusion de phase près.

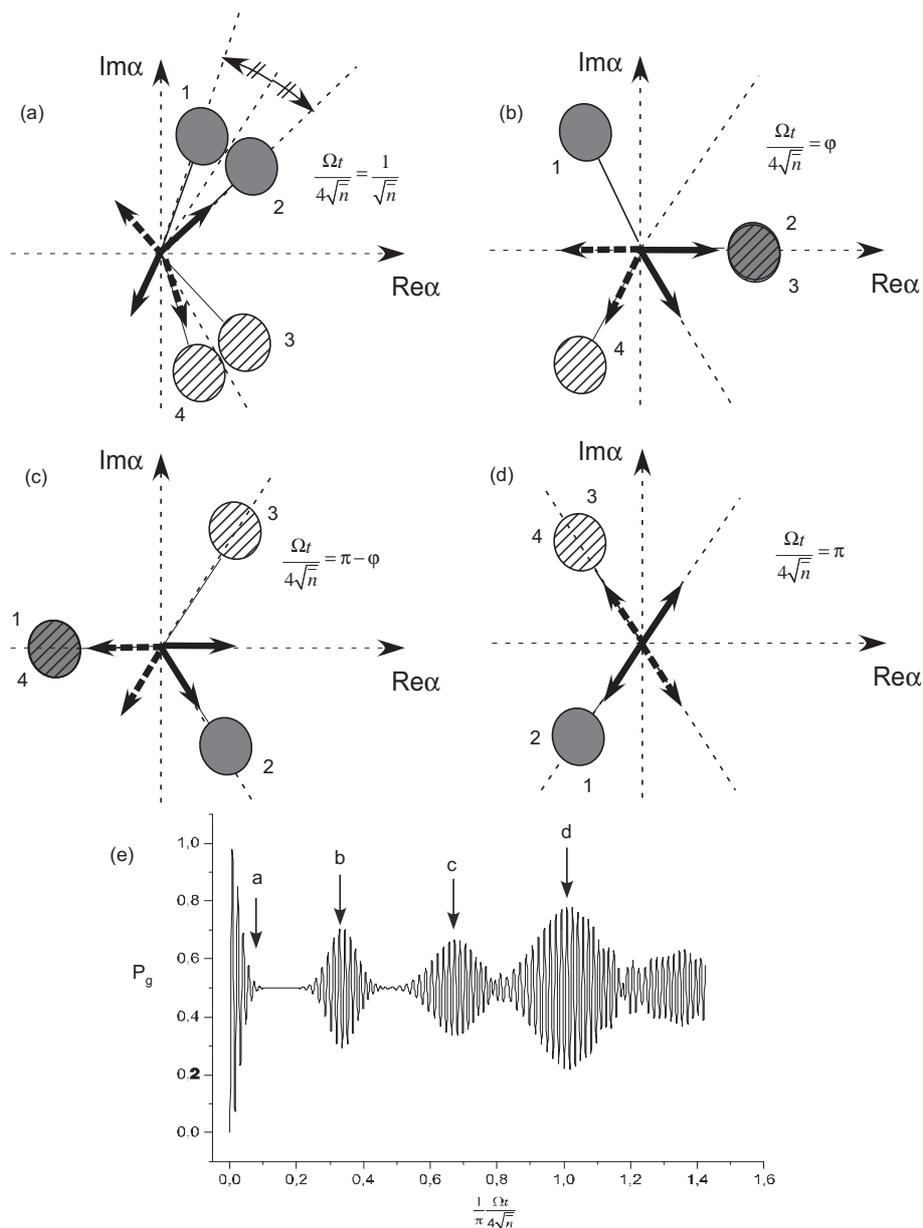


FIG. 1.25 – Représentation de l'évolution de la fonction d'onde du système pendant l'interaction résonnante entre un atome initialement dans l'état $|e\rangle$ et un champ initialement dans une superposition d'états cohérents. Quatre champs cohérents sont produits. On les note 1, 2, 3 et 4 pour les repérer au cours de l'évolution. (a) Chaque état cohérent se sépare en deux composantes : effondrement des oscillations de Rabi (b) A l'instant défini par $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \psi$, les deux composantes 2 et 3, issues de deux champs différents de la superposition, se recouvrent : résurgence des oscillations de Rabi. (c) A l'instant défini par $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \pi - \psi$, les deux composantes 1 et 4 se superposent : résurgence des oscillations de Rabi. (d) A l'instant défini par $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \pi$, les deux composantes issues de chaque champ cohérent se superposent (1-2 et 3-4) : résurgence des oscillations de Rabi. (e) Oscillation de Rabi dans une superposition de deux champs cohérents de même nombre moyen de photons égal à 30 et séparés d'une différence de phase classique égal à $2\pi/3$. Chacun des instants de chaque événement présenté dans les figures (a), (b), (c) et (d) sont représentés respectivement par a, b, c et d sur le graphe des oscillations.

Dans le cas d'un mélange statistique, l'atome interagit une fois sur deux avec l'un ou l'autre des champs cohérents. Par conséquent, le signal d'oscillation de Rabi attendu est celui de l'interaction avec un champ cohérent. Les nouvelles résurgences induites entre l'instant initial et le temps de résurgences $t_R = 4\pi\sqrt{\bar{n}}/\Omega_0$ sont directement reliées à la cohérence de la superposition ainsi sondée.

Une information supplémentaire sur la phase quantique de la superposition est contenue dans la phase du signal des oscillations des résurgences pour $t = 4\sqrt{\bar{n}}\psi/\Omega_0$ et pour $t = 4\sqrt{\bar{n}}(\pi - \psi)/\Omega_0$.

1.7.3 effet sur l'atome : sensibilité des oscillations à la phase de la superposition

Nous allons ici calculer le signal d'oscillations de Rabi à partir de l'expression de la fonction d'onde du système dérivée dans le paragraphe précédent. Dans ce cadre théorique, nous savons que le contraste ne sera pas bien prédit. Notre but est ici uniquement de comprendre les caractéristiques de phase et de fréquence de l'oscillation de Rabi.

A partir de l'expression de l'évolution de la fonction d'onde (1.208), l'expression de la probabilité de détecter l'atome dans $|g\rangle$ est :

$$\begin{aligned}
P_g(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} & \left[e^{-i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}}{2}t} \left(\langle \alpha e^{i\psi+i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \mid \alpha e^{i\psi-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \rangle \right. \right. \\
& + e^{-i\eta-2i\psi} \langle \alpha e^{-i\psi+i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \mid \alpha e^{i\psi-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \rangle \\
& + e^{i\eta+2i\psi} \langle \alpha e^{i\psi+i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \mid \alpha e^{-i\psi-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \rangle \\
& \left. \left. + \langle \alpha e^{-i\psi+i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \mid \alpha e^{-i\psi-i\frac{\Omega_0}{4\sqrt{\bar{n}}}t} \rangle \right) + c.c. \right] \quad (1.209)
\end{aligned}$$

En définitive en utilisant l'équation (1.120), nous obtenons l'expression du signal d'oscillation de Rabi :

$$\begin{aligned}
P_g(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} & \left[e^{-\bar{n}^2(1-\cos(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t-2\psi))} \cos(\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t}{2} + \bar{n} \sin(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t - 2\psi) + \eta + 2\psi) \right. \\
& + e^{-\bar{n}^2(1-\cos(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t+2\psi))} \cos(\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t}{2} + \bar{n} \sin(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t + 2\psi) - \eta - 2\psi) \\
& \left. + 2e^{-\bar{n}^2(1-\cos(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t))} \cos(\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t}{2} + \bar{n} \sin(\frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}}t)) \right] \quad (1.210)
\end{aligned}$$

Comme attendu, cette expression présente trois résurgences des oscillations à trois temps différents. On retrouve le temps de résurgences de l'oscillation de Rabi dans un champ cohérent $\Omega_0 t / 4\sqrt{\bar{n}} = \pi$ et deux nouvelles résurgences centrées à un temps défini

par $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \psi$ et $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \pi - \psi$. Autour de chacun des temps de résurgence, les oscillations de Rabi ont une pulsation caractéristique égale à $\Omega_0\sqrt{n}$.

Le point nouveau réside dans le déphasage de ces oscillations les unes par rapport aux autres. En effet, les trois résurgences décrites par l'équation d'évolution (1.210) ont une phase au point de recombinaison égale respectivement à $\eta + 2\psi$, $-\eta - 2\psi$ et 0. Il est intéressant de noter que deux états superposition de phases η différentes pourront être distingués par cette oscillation de Rabi.

Sur la figure 1.26, on considère une superposition caractérisée par $\alpha = \sqrt{30}$ et $\psi = \pi/6$. La première résurgence définie par $\Omega_0 t / 4\sqrt{n} = \psi$ est représentée pour deux phases quantiques de la superposition initiale : $\eta = 0$ et $\eta = \pi$. Les deux oscillations de Rabi calculées sans approximation, présentés sur la figure 1.26, confirment les résultats de notre approximation. On remarque que le contraste est égal à $1/2$. Les effets de diffusion de phase sont négligeables dans ce cas.

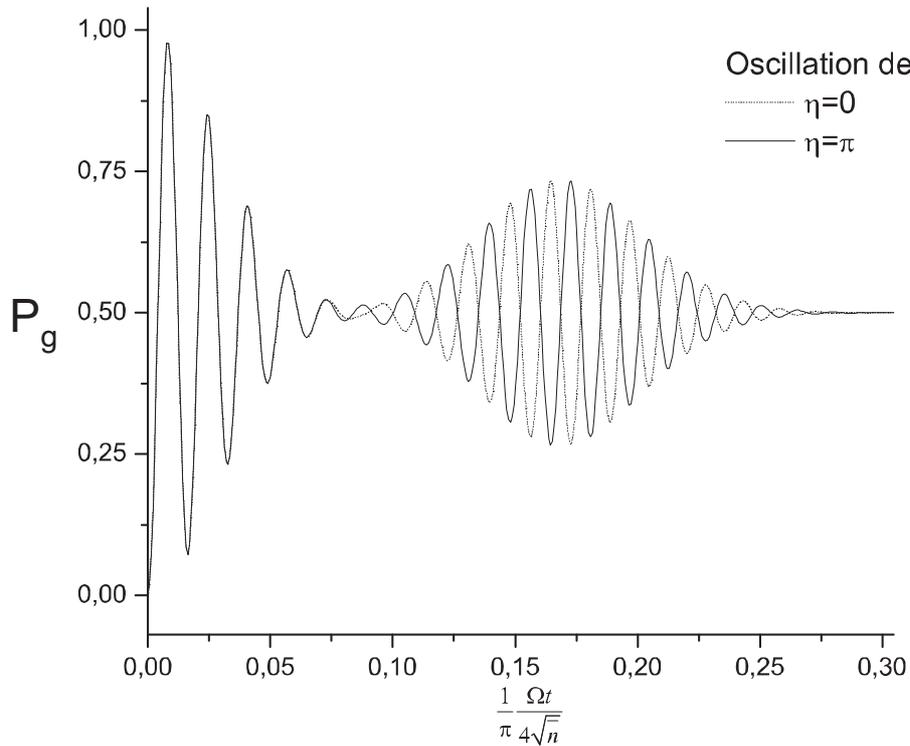


FIG. 1.26 – Oscillations de Rabi dans des superpositions d'états cohérents définis par $|\alpha|^2 = 30$ photons, $\psi = \pi/6$, $\eta = 0$ (ligne pleine) et $\eta = \pi$

1.7.4 effet sur le champ : interféromètre à champs mésoscopiques

Sur le champ, l'effet principal de l'interaction résonnante d'un état cohérent $|\alpha\rangle$ avec un atome à deux niveaux est la production d'une superposition de deux états co-

hérents. Cette opération peut être interprétée comme une "lame séparatrice" à champs mésoscopiques dans l'espace des phases.

La combinaison de deux de ces lames conduit en général à la réalisation d'un interféromètre. Considérons l'expérience suivante à deux atomes : le premier prépare le champ dans une superposition de champs cohérents et réalise donc la première opération de lame séparatrice, le second lui interagit avec le champ cohérent et réalise la seconde opération de lame séparatrice. Chacune des composantes cohérentes de la superposition créée est à son tour séparée en deux. Les différentes résurgences s'interprètent alors comme le signal d'interférence de l'interféromètre ainsi créé correspondant à la recombinaison de deux des composantes.

Un effet intéressant apparaît sur le champ si on projette le second atome dans un état particulier. A partir de l'expression (1.208), au temps d'interaction t_{int} défini par $\Omega_0 t_{int}/4\sqrt{\bar{n}} = \psi$, l'état total du système a pour expression :

$$\begin{aligned}
|\Psi(t_{int})\rangle = \frac{1}{4\sqrt{N_{chat}}} & \left[e^{-i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{\bar{n}} t_{int}} |\alpha\rangle (e^{-i\psi} |e\rangle + e^{-i\psi} |g\rangle) \right. \\
& + e^{i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{\bar{n}} t_{int}} |\alpha e^{i2\psi}\rangle (e^{i\psi} |e\rangle - e^{-i\psi} |g\rangle) \\
& + e^{i\eta} e^{-i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{\bar{n}} t_{int}} |\alpha e^{-i2\psi}\rangle (e^{-i\psi} |e\rangle + e^{i\psi} |g\rangle) \\
& \left. + e^{i\eta} e^{i\frac{\Omega_0}{4}\sqrt{\bar{n}} t_{int}} |\alpha\rangle (e^{i\psi} |e\rangle - e^{i\psi} |g\rangle) \right] \quad (1.211)
\end{aligned}$$

Dans l'expression (1.211), l'état de l'atome $\Psi_{at,|\alpha\rangle}(t_{int})$ corrélé avec le champ cohérent $|\alpha\rangle$ a pour expression :

$$\Psi_{at,|\alpha\rangle}(t_{int}) = e^{i\eta/2} \left(\cos(\Omega_0\sqrt{\bar{n}} t_{int}/4 + \psi + \eta/2) |e\rangle + i \sin(\Omega_0\sqrt{\bar{n}} t_{int}/4 + \psi + \eta/2) |g\rangle \right) \quad (1.212)$$

A l'instant t_{int} , la projection de l'atome dans $|g\rangle$ ou dans $|e\rangle$ conduit à deux états du champs différents. Nous représentons sur la figure 1.27 le champ corrélé à chaque état atomique. En choisissant la phase η telle que $\Omega_0\sqrt{\bar{n}} t_{int}/2 + \psi + \eta/2$ soit égal à $\pi/2$ modulo π , la projection dans $|e\rangle$ produit un champ superposition de deux états cohérents, la projection dans $|g\rangle$ une superposition de trois états cohérents.

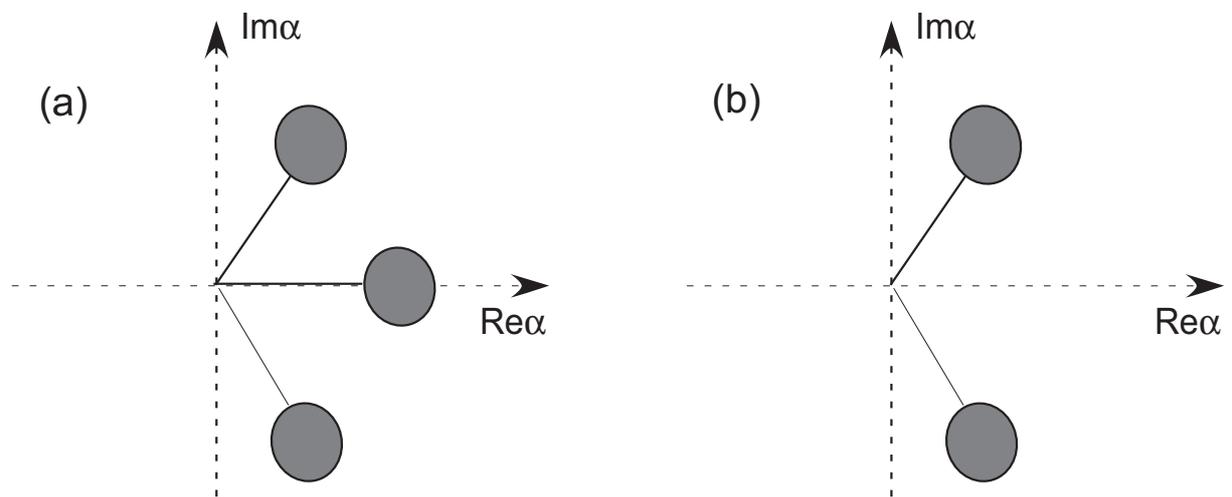


FIG. 1.27 – Coupe de la fonction Q à $1/e$ du champ corrélé à l'état $|g\rangle$ (a) et à l'état $|e\rangle$ (b)

Conclusions

Revenons sur les principaux résultats dérivés dans cette partie théorique. L'oscillation d'un atome à deux niveaux dans un champ cohérent voit son amplitude s'effondrer et revivre. Dans l'approximation des champs mésoscopiques, ces phénomènes peuvent être interprétés comme le résultat de l'intrication de l'état atomique avec deux champs cohérents de même amplitude et de phases différentes. Pendant l'interaction, chaque composante cohérente du champ subit une rotation de sens opposé. De ce point de vue, l'interaction résonnante conduit à la création de superposition d'états cohérents mésoscopiques. La résurgence spontanée des oscillations de Rabi s'interprète comme le recouvrement des deux champs cohérents après une rotation de phase égale à π et prouve la cohérence de la superposition produite.

Pour étudier le phénomène de décohérence, il est intéressant de considérer les résurgences d'oscillation de Rabi produite à partir d'une opération de renversement du temps sur le système. D'une part, cette technique permet de varier très facilement la séparation entre les deux états cohérents de la superposition. D'autre part, elle permet de distinguer les effets cohérents des effets de dissipation. Le contraste des résurgences induites au point de recombinaison est uniquement dépendant de la cohérence de l'état produit. Un modèle phénoménologique permet de rendre compte précisément des effets du couplage à un réservoir à la température T sur le contraste des résurgences induites au point de recombinaison.

Une autre technique pour recombinaison des deux composantes cohérentes consiste à réaliser l'interaction résonnante d'un second atome avec la superposition produite. Des résurgences de l'oscillation de Rabi du second atome caractérisent la cohérence de la superposition de champs cohérents sondée.

Les caractéristiques de notre montage réalisent les conditions de couplage fort et autorisent l'exploration des effets du couplage résonnant d'un atome avec un mode du champ électromagnétique dans un état cohérent. Nous allons présenter le dispositif expérimental dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Dispositif et techniques expérimentales

Plusieurs années ont été nécessaires pour façonner l'expérience telle qu'elle m'a été confiée. Des descriptions complètes de ses différents éléments sont disponibles dans les manuscrits de thèse des précédents doctorants [62, 63, 64, 45, 65, 66, 67]. Le but de ce chapitre est de présenter rapidement ces outils expérimentaux.

Conceptuellement, le système étudié est très simple. Le gain en simplicité est au prix de complications expérimentales certaines. Afin d'obtenir des atomes à deux niveaux et d'isoler un mode du champ il est nécessaire d'utiliser des outils expérimentaux non triviaux. En effet, les atomes sont en général caractérisés par une multitude de niveaux. En isoler deux, couplés avec un seul mode du champ électromagnétique et avec un grand temps de vie, est une entreprise délicate. Les atomes de Rydberg circulaires dans une cavité représentent de bons candidats pour approcher la situation idéale d'un atome à deux niveaux couplé à un mode du champ électromagnétique.

Le premier acteur de l'interaction dans notre expérience est un atome ^{85}Rb excité dans l'un des niveaux de Rydberg circulaires. Les deux niveaux utilisés sont caractérisés par des nombres quantiques principaux 50 et 51, ils sont respectivement notés $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Les caractéristiques de ces états sont idéales pour atteindre le régime de couplage fort : leur temps de vie est très long en environnement cryogénique et le dipôle de la transition entre niveaux circulaires est très grand. Toutes leurs caractéristiques et le protocole de préparation sont présentées dans la partie (2.2.1). Ma thèse a donné lieu à l'exploration d'un nouveau schéma d'excitation des atomes dans les niveaux de Rydberg. Ce travail a conduit à une augmentation du nombre d'atomes disponibles dans les états de Rydberg circulaires. Le nouveau protocole d'excitation est décrit précisément dans l'annexe (C).

Le deuxième acteur est un mode résonnant d'une cavité en configuration Fabry-Pérot. Les miroirs de cette cavité sont en Niobium massif. A 1.3K, ils sont utilisés dans le régime supraconducteur ce qui limite leur absorption. Un polissage optique des surfaces des miroirs permet d'atteindre un temps de vie du photon de 1 ms. Toutes les caractéristiques de la cavité sont présentées dans la partie (2.3)

Le confinement du champ réalisé dans les expériences de CQED permet d'augmenter le champ électrique par photon \mathcal{E}_0 . En ajoutant cette spécificité au grand dipôle des atomes de Rydberg et au long temps de vie du champ, le régime de couplage fort est atteint. La pulsation de Rabi du vide Ω_0 mesurée est $2\pi \times 49$ kHz.

Nous terminerons ce chapitre par la présentation de quelques techniques additionnelles de mesure et de calibration.

2.1 Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 2.1. Les atomes de ^{85}Rb sont issus d'un four sous la forme d'un jet atomique horizontal qui traverse le montage. Le four, placé dans une enceinte à vide séparée du cryostat principal, est chauffé à 190°C . A la sortie du four, les atomes sont caractérisés par des vitesses thermiques entre 150 et 600 m/s. Des diaphragmes successifs limitent l'extension transverse du jet à moins d'un millimètre.

Les atomes croisent en premier lieu la zone de sélection de vitesse. Un système de pompage optique sélectif en vitesse permet de n'exciter, dans le niveau initial de circularisation, que les atomes qui ont la vitesse souhaitée. L'écart relatif de la vitesse de chaque paquet produit est $\Delta v/v \sim 10\%$. Il sera décrit au paragraphe 2.2.3.

Le jet pénètre ensuite dans l'enceinte à vide principale qui contient le coeur de l'expérience, refroidi à 1.3K . Les atomes sont excités par laser dans les niveaux de Rydberg dans une région d'environ 0,5 mm de rayon définie par l'intersection des trois faisceaux laser d'excitation. La suite du processus d'excitation dans les niveaux circulaires $|n = 51\rangle$ ou $|n = 52\rangle$, appelé circularisation, est complexe et sera décrite en détail en annexe.

Le résultat de ces deux premières opérations est de préparer des paquets d'atomes dans les états de Rydberg circulaires avec une vitesse bien définie : ces deux opérations sont pulsées et leur synchronisation varie selon la vitesse désirée. La très grande sélectivité de la sélection de vitesse additionnelle par temps de vol nous a permis d'obtenir une dispersion en vitesse des paquets relative de 1%. La position de l'atome pendant la traversée de l'expérience est connue avec une résolution de 1 mm. Le processus d'excitation est poissonnien. La plupart du temps, le paquet atomique excité ne contient pas d'atome, quelquefois il n'en contient qu'un, de très rares fois il en contient deux. En post-sélectionnant les événements à un atome, nous obtenons une information sur la dynamique d'un atome unique en interaction avec un mode du champ électromagnétique.

Les atomes pénètrent ensuite dans la "cavité" (entre les deux miroirs) où sont effectuées les opérations de contrôle cohérent de l'état atomique. Cette dernière sera décrite en détail dans la partie 2.3. Dans cette zone deux types d'interaction avec le champ électromagnétique sont possibles.

L'atome peut interagir avec le mode de la cavité, et y effectuer des oscillations de Rabi quantiques (car nous sommes dans les conditions de couplage fort). Un champ électrique appliqué entre les miroirs permet de contrôler par effet Stark en temps réel la fréquence atomique et par conséquent le temps d'interaction de chaque atome avec la cavité avec une résolution de 100 ns. Comme on peut le constater sur la figure 2.1, des champs cohérents sont injectés dans le mode de la cavité en couplant ce dernier à une source externe S_c par un petit trou percé dans un miroir.

L'état atomique peut aussi être manipulé de manière cohérente par interaction avec des sources externes lorsque les atomes se trouvent entre les miroirs de la cavité. En effet, un autre guide d'onde, qui débouche sur le côté de la cavité, permet de coupler directement les atomes à une source extérieure. Grâce à ces opérations individuelles sur les atomes, nous pouvons réaliser, par exemple, un interféromètre de Ramsey, dont le fonctionnement sera décrit au paragraphe 2.6.2 .

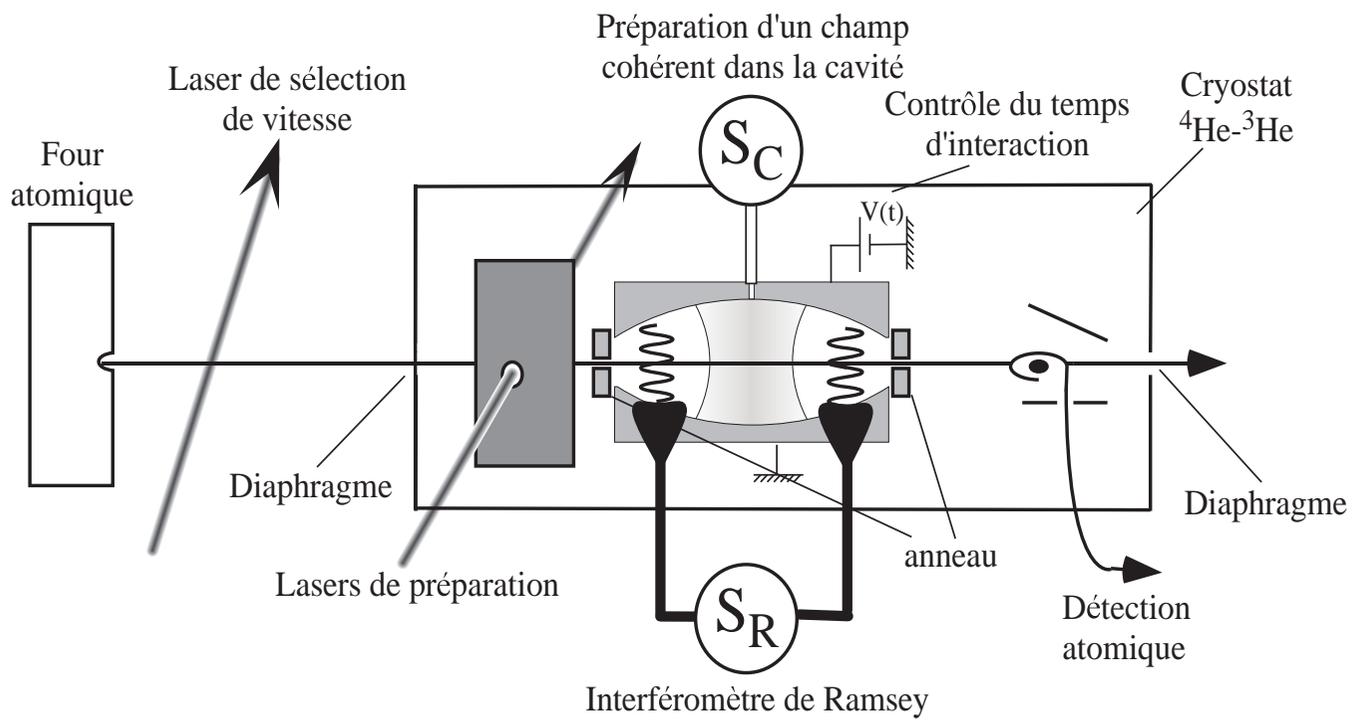


FIG. 2.1 – Schéma global du dispositif expérimental

Après la cavité, les atomes arrivent au niveau du détecteur. Le seul signal expérimental disponible est l'état de l'atome après son passage dans l'expérience. Le détecteur ionise sélectivement les atomes de Rydberg circulaires en fonction de leur état interne. Cette opération est réalisée en appliquant un grand champ électrique aux atomes. Au dessus d'un certain seuil, l'électron de valence est arraché de la structure atomique et détecté. Cette méthode de détection a une efficacité de l'ordre de 80% et elle permet de distinguer les différents niveaux circulaires, en particulier $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Le fonctionnement de ce détecteur est décrit dans la partie (2.2.4).

Pour mesurer la population moyenne de chaque niveau atomique, il suffit de recommencer la séquence expérimentale un grand nombre de fois et de reconstituer les probabilités finales de détecter l'atome dans le niveau $|e\rangle$ ou dans le niveau $|g\rangle$.

2.2 Les atomes de Rydberg circulaires

Les états de Rydberg « circulaires » sont caractérisés par un nombre quantique principal n élevé et par des nombres quantiques orbital l et magnétique m maximaux, égaux à $n - 1$. Il s'agit d'états hydrogénoïdes où l'électron de valence d'un élément alcalin décrit une orbite circulaire de très grand rayon autour du cœur ionique de l'atome. Les structures fine et hyperfine de ces états sont négligeables comparées aux fréquences caractéristiques de l'expérience. Parmi les différents atomes alcalins, nous utilisons le ^{85}Rb . Cet élément a la particularité d'avoir des fréquences de transitions, du niveau fondamental vers les états de Rydberg, accessible à l'aide de diodes lasers.

Dans cette section, nous nous contenterons de résumer les principales caractéristiques de ces états. Le principe du processus d'excitation sera, lui, détaillé en annexe.

2.2.1 Propriétés

Dans les expériences discutées dans ce manuscrit, les états atomiques qui constituent le système à deux niveaux sont les états de Rydberg circulaires avec $n = 51$ (dorénavant appelé état $|e\rangle$) et $n = 50$ (état $|g\rangle$). La fréquence de la cavité est accordée sur la transition entre ces deux états. Il est très utile de disposer également d'un état circulaire supplémentaire non couplé par le champ de la cavité à un autre niveau. A cet effet, nous nous sommes servis de l'état $n = 49$ (état $|i\rangle$). La figure 2.2 montre les trois états et les fréquences de transitions $e - g$ et $g - i$.

Pour calculer approximativement les fréquences des transitions entre ces niveaux nous pouvons considérer l'atome de rubidium comme un atome d'hydrogène dont la masse est remplacée par la masse du cœur ionique du rubidium. Les énergies des niveaux varient en n^{-2} , et la transition entre deux niveaux successifs n et $n - 1$ varie en n^{-3} . La fréquence des transitions entre les niveaux considérés se trouve dans le domaine micro-onde, autour de 50 GHz. Cette fréquence correspond à des longueurs d'onde de 6 mm.

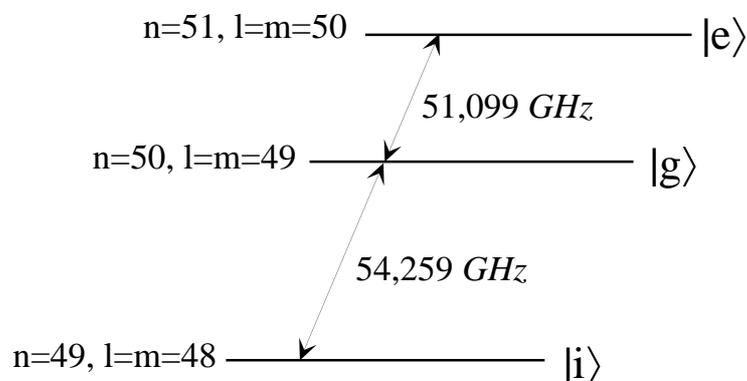


FIG. 2.2 – Schéma des trois niveaux de Rydberg circulaires utilisés dans nos expériences.

Un grand dipôle électrique

Le rayon de l'orbite de l'électron de valence d'un atome de Rydberg, en utilisant l'approximation hydrogénoïde, varie en $n^2 a_0$, où $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ m est le rayon de Bohr. Par conséquent l'élément de matrice du dipôle varie approximativement en n^2 . Le calcul exact donne :

$$\begin{aligned} |\mathbf{d}_{n,n-1}| &= |q| |\langle n, l = n - 1, m = n - 1 | \mathbf{r} | n - 1, l = n - 2, m = n - 2 \rangle| \\ &= \sqrt{2} \frac{n(n-1)^2}{2n-1} \left(1 - \frac{1}{(2n-1)^2} \right)^n |q| a_0 \\ &\simeq n^2 \frac{|q| a_0}{\sqrt{2}} \quad \text{si } n \gg 1 \end{aligned} \quad (2.1)$$

où q représente la charge de l'électron. Pour $n=51$, $|\mathbf{d}_{51,50}| \simeq 1776 \cdot |q| a_0$ alors que, pour $n=50$, $|\mathbf{d}_{50,49}| \simeq 1680 \cdot |q| a_0$. Ces valeurs de dipôle sont très grandes à l'échelle atomique. Les atomes de Rydberg circulaires se comportent comme une antenne gigantesque très sensible au champ électrique.

Une longue durée de vie

L'image classique de l'électron parcourant une orbite circulaire autour du coeur explique qualitativement la longue durée de vie des atomes de Rydberg circulaires. L'accélération de l'électron, responsable de la transition par rayonnement vers un niveau moins excité, est plus faible pour une orbite circulaire que pour une orbite elliptique, typique des niveaux excités non circulaires. De la même façon, l'électron sur une orbite de grand rayon est moins accéléré que sur une orbite avec un rayon plus petit. De façon plus formelle, les atomes circulaires ne peuvent se désexciter par une transition dipolaire électrique que vers le niveau circulaire immédiatement inférieur à cause de la règle de sélection $|\Delta m| \leq 1$. Par conséquent, l'état $|e\rangle$ se désexcite vers l'état $|g\rangle$ qui se désexcite à son tour vers l'état $|i\rangle$. Le taux d'émission spontanée d'un état circulaire à l'autre dans l'espace libre est :

$$\tau_{at}^{-1} = \gamma_{at} = \frac{\omega_n^3 |\mathbf{d}_n|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (2.2)$$

En prenant en compte la dépendance de $|\mathbf{d}_n|$ en n^2 et celle de ω_n en n^{-3} , on constate que $\tau_{at} \propto n^5$. Pour l'état $n = 50$, $\tau_{at} = 30$ ms. Le temps de vol entre la zone de circularisation et la zone de détection pour les atomes les plus lents est égal à 1 ms. Par conséquent, à l'échelle de nos expériences, les niveaux de Rydberg circulaires sont stables.

La stabilité des états circulaires dans un champ électrique ou magnétique externe

Pour qu'un état de Rydberg circulaire soit stable, il faut lever sa dégénérescence avec tous les états de la multiplicité associée au nombre quantique principal n . Dans le cas contraire, la moindre perturbation, comme par exemple un champ électrique parasite, mélange l'état circulaire avec tous les autres états du même n , soit 2500 états environ. Nous donc devons fixer un axe de quantification qui brise la symétrie sphérique. Pour cela

il faut imposer un champ magnétique extérieur \mathbf{B} (effet Zeeman) ou électrique \mathbf{F} (effet Stark). Dans l'expérience, nous annulons le champ magnétique et nous maintenons un champ électrique \mathbf{F} vertical. Les atomes voient un champ électrique à partir du moment où ils sont « circularisés », jusqu'à la détection. Ceci impose, entre autres, d'utiliser pour la cavité deux miroirs isolés électriquement l'un par rapport à l'autre, ce qui limite le facteur de qualité (cf. § 2.3).

En présence de cet axe vertical de quantification, la symétrie par rotation du système est brisée et l n'est plus un bon nombre quantique. Le nombre m reste un bon nombre quantique, car le système est invariant par rotation autour de l'axe vertical défini par le champ directeur. Les états propres du système sont les états paraboliques et les bons nombres quantiques deviennent n , m et n_1 , où n_1 est le nombre quantique parabolique. n_1 prend ses valeurs entre 0 et $n - |m| - 1$. Pour les états circulaires, $n_1 = 0$ et $|m| = n - 1$. Jusqu'à l'ordre 2 en champ électrique, les énergies propres du système, en fonction des nombres quantiques n , m et n_1 , sont :

$$\begin{aligned}
 E^{(0)} &= -\frac{1}{2n^2} \\
 E^{(1)} &= -\frac{3}{2}(n - 2n_1 - |m| - 1)nF \\
 E^{(2)} &= -\frac{1}{8} \left[7n^2 - 6(|m| + n_1)^2 + 6n_1(|m| - 1) + 6n(|m| + 1) - \frac{3}{2}|m| + 8 \right] n^4 F^2
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

où les énergies et les champs sont exprimés en unités atomiques et le développement a été fait jusqu'au deuxième ordre du champ électrique F .

À partir des équations ci-dessus nous pouvons calculer le déplacement en fréquence de la transition entre les états circulaires. Le premier terme de l'équation (2.3) ne dépend pas du champ électrique, et le deuxième terme est nul pour les états circulaires, puisque $n = 2n_1 + |m| + 1$. Par conséquent la fréquence de la transition entre deux états circulaires n et $n - 1$ n'est déplacée qu'à l'ordre 2 (effet Stark différentiel quadratique). Le déplacement vaut $-255 \text{ kHz}/(\text{V}/\text{cm})^2$ pour la transition entre les niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$. À partir de l'équation (2.3), nous pouvons représenter le diagramme Stark des multiplicités $n = 50$ et $n = 51$ (voir figure 2.3). La séparation en énergie entre deux niveaux de même nombre quantique n et n_1 et de moment magnétique m différent d'une unité est égale à ω_{Stark} ($=100 \text{ MHz}(\text{V}/\text{cm})^{-1}$).

Un système à deux niveaux

En présence de champ électrique, l'état circulaire $n = 50$ est couplé de façon résonnante, selon les règles de sélection de l'interaction dipolaire électrique, à deux sous-niveaux de la multiplicité $n = 51$: l'état $|e\rangle$, d'une part, et l'état $|n = 51, n_1 = 1, m = 48\rangle$, d'autre part. Ce dernier état n'est pas un état circulaire, mais un état « elliptique », de moment angulaire plus faible. Le couplage au niveau elliptique peut être calculé exactement : on trouve qu'il est 70 fois moins important que le couplage au niveau circulaire. Le transfert de population associé à la transition σ^- est négligeable, ce qui nous autorise à considérer le sous-système formé par les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ comme fermé.

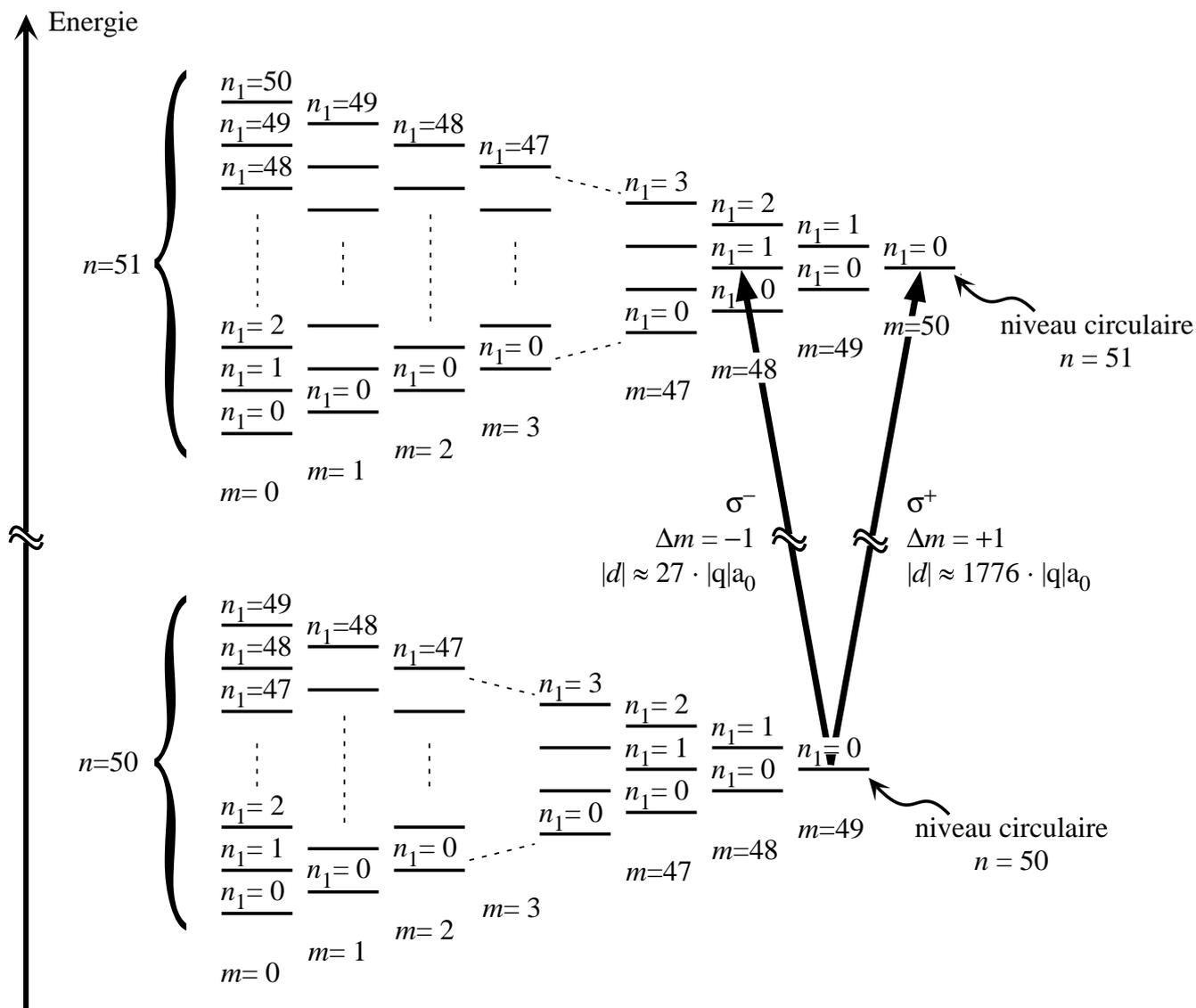


FIG. 2.3 – Diagramme d'énergie des deux niveaux de Rydberg $n = 50$ et $n = 51$ de l'atome d'hydrogène en présence d'un champ électrique pour $m > 0$.

En tenant compte de ces quelques propriétés des atomes de Rydberg nous pouvons justifier le choix de travailler avec des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ ayant respectivement un nombre quantique principal $n = 51$ et $n = 50$. Ce choix dérive d'un compromis. Lorsque n augmente, la durée de vie des atomes augmente et leur dipôle aussi. Cependant, la longueur d'onde de la transition atomique augmente aussi, ce qui imposerait de travailler avec des résonateurs de dimensions trop grandes par rapport à la place disponible à l'intérieur du cryostat. Lorsque n diminue, le nombre de photons thermiques dans le mode augmentent également.

2.2.2 Préparation des atomes dans les états de Rydberg circulaires

Pour exciter les atomes de rubidium dans les états de Rydberg circulaires il faut leur fournir beaucoup d'énergie et beaucoup de moment angulaire. L'utilisation de trois transitions en échelon excitées par des lasers permet de réaliser le premier point. Chaque photon ne peut en revanche apporter qu'un seul \hbar de moment angulaire : il reste donc à réaliser l'absorption par les atomes d'à peu près 50 photons pour que les atomes soient préparés dans les états circulaires souhaités.

Tout le processus de circularisation a lieu dans la boîte nommée « boîte de circularisation ». À l'intérieur de cette boîte, deux bobines supraconductrices parcourues par un courant de 400 mA créent un champ magnétique \mathbf{B} d'environ 18 Gauss. Pour éviter que tout le dispositif ne soit envahi par un champ magnétique très inhomogène, la partie externe de la boîte de circularisation est constituée d'un cylindre creux de Niobium de 5 cm de diamètre, qui est supraconducteur et confine le champ magnétique à l'intérieur. La nécessité de rendre ce cylindre supraconducteur est une raison de plus qui nous oblige à refroidir tout le coeur du dispositif, y compris la boîte de circularisation. Soulignons ici que toute l'expérience est protégée par plusieurs types de blindages contre les champs magnétiques externes : des bobines de compensation externes à l'enceinte à vide annulent le champ magnétique terrestre et un blindage en μ -métal entoure le cryostat.

Les phases du processus de circularisation sont illustrées dans la fig. 2.4. Nous le résumons ici en les divisant en 4 étapes.

1. L'excitation laser utilise trois transitions optiques, successivement à 780, 776 et 1258 nm, en champ électrique nul. Ces transitions excitent les atomes de rubidium du niveau hyperfin $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$ de l'état fondamental au niveau $|52f, m = 2\rangle$ en passant par les deux niveaux $|5P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ et $|5D_{5/2}, F = 5, m_F = 5\rangle$. Pour générer les longueurs d'onde nécessaires trois diodes lasers sont utilisées. La puissance de chaque laser est de quelques mW, ce qui sature les deux premières transitions. Les polarisations des trois lasers sont respectivement σ , σ et π . Les lasers sont focalisés au centre de la boîte de circularisation à l'endroit où le champ magnétique est le plus homogène, sur une zone de 0,5 mm de rayon.
2. Une fois les atomes excités dans l'état $|52f, m = 2\rangle$, on augmente le champ électrique F de manière à lever la dégénérescence entre l'état circulaire et tous les autres sous-niveaux de la multiplicité $n=52$. Pendant ce processus, appelé « Stark switching », les atomes sont transférés adiabatiquement de l'état $|n = 52, l = 3, m = 2\rangle$ vers l'état

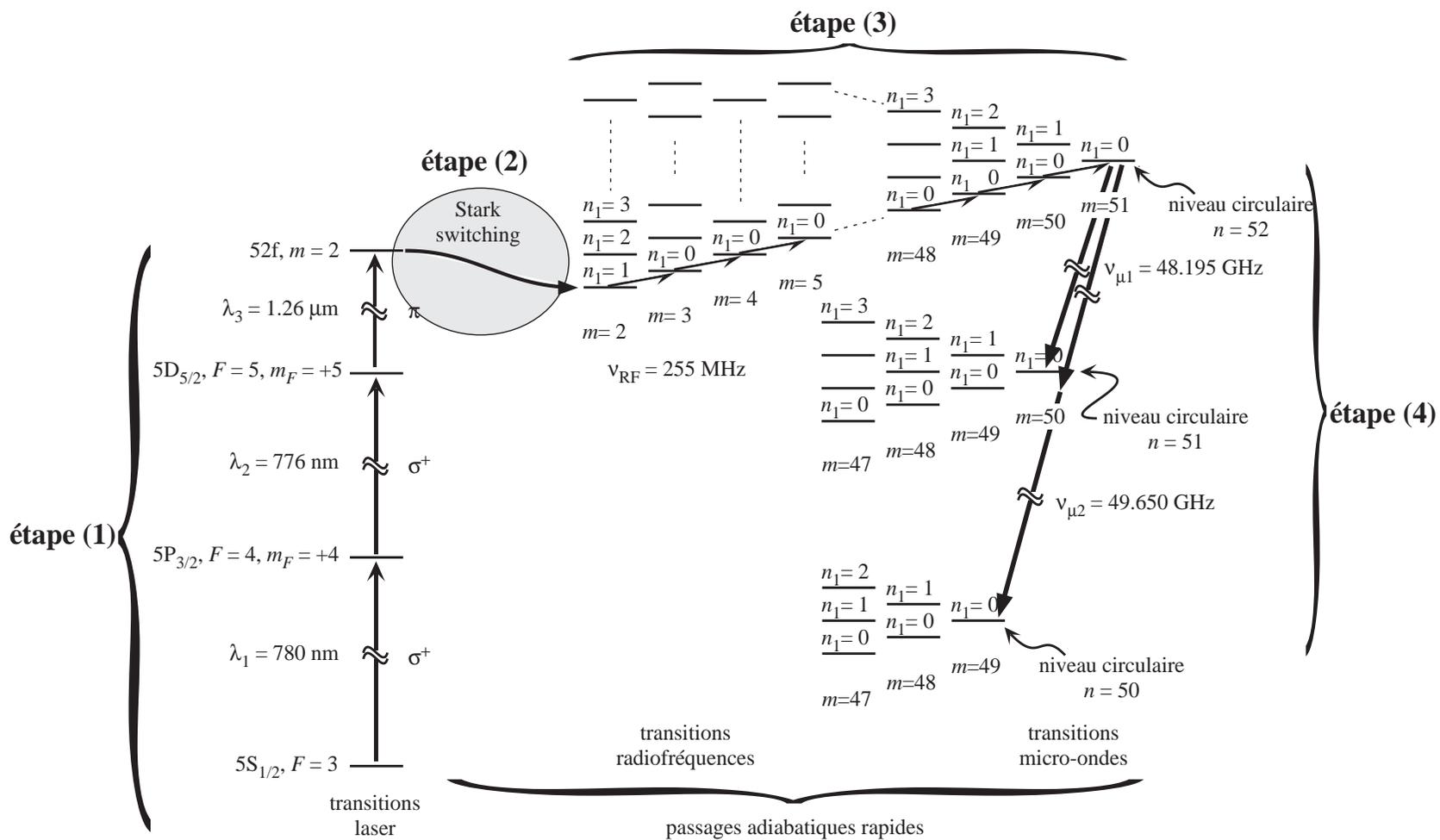


FIG. 2.4 – Processus de circularisation des atomes de rubidium vers les états circulaires $|e\rangle$ et $|g\rangle$.

$$|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$$

3. En absorbant une série de 49 photons radiofréquences avec une polarisation σ^+ et une fréquence de 255 MHz, l'atome passe ensuite de l'état $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ à l'état circulaire $|n = 52, n_1 = 0, m = 51\rangle$. Grâce à la structure hydrogènoïde de l'atome, en effet, et en tenant compte des défauts quantiques, la fréquence de la première transition du niveau $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ au niveau $|n = 52, n_1 = 0, m = 3\rangle$ est résonnante avec toutes les autres transitions entre les niveaux $|n = 52, n_1 = 0, \Delta m = +1\rangle$. Pour que ce processus soit efficace, deux astuces ont été introduites :
 - La dégénérescence entre la transition σ^+ « vers la droite » et la transition σ^- est levée de 50 MHz grâce au champ magnétique de 18 Gauss créé par les bobines supraconductrice. De cette façon, lorsque l'onde radiofréquence, avec une polarisation linéaire, interagit avec les atomes, seule sa composante σ^+ est résonnante avec une transition atomique.
 - L'absorption des 49 photons est rendue efficace par un passage adiabatique rapide. Au lieu d'absorber les photons radiofréquences de façon résonnante, ce qui aurait pour effet de peupler à égalité tous les niveaux $|n = 52, n_1 = 0, m\rangle$, on règle la variation du champ électrique de telle façon que les 50 niveaux atomiques correspondant aux nombres m différents « habillés » par les photons de radiofréquence accomplissent un anticroisement géant. De telle façon, on parvient à peupler le niveau $|n = 52\rangle$ circulaire avec une efficacité de 80%. Les 20% restants se répartissent entre les sous-niveaux de moment angulaire inférieur.
4. À ce stade, les atomes se trouvent dans l'état $|n = 52\rangle$ circulaire. Le but du processus de circularisation est de préparer les atomes dans les états circulaires $|n = 51\rangle$ (état $|e\rangle$) ou $|n = 50\rangle$ (état $|g\rangle$). Ceci est possible en appliquant un champ micro-onde résonnant avec une des deux transitions vers $|e\rangle$ (fréquence $\nu_e = 48,195$ GHz) ou vers $|g\rangle$ (fréquence de la transition à deux photons $\nu_g = 49,65$ GHz) en champ électrique *fort*. Le champ électrique lève la dégénérescence entre la transition circulaire-circulaire et les transitions entre niveaux elliptiques, et permet de transférer vers les états finals uniquement les atomes circulaires. Si nous avons préparé directement l'état $n = 51$ circulaire à la fin de la circularisation adiabatique par radiofréquence, une fraction de 20% d'atomes elliptiques aurait été préparée au même titre que les atomes circulaires. La meilleure pureté des atomes, qui peut atteindre 98%, justifie l'ajout de cette étape supplémentaire, appelée « purification ».

L'excitation des atomes dans les états circulaires est un processus pulsé. Le premier laser d'excitation est pulsé à travers un modulateur acousto-optique. Le champ électrique Stark est aussi pulsé, ainsi que l'enveloppe du signal de radio-fréquence et le champ micro-onde de purification. Le contrôle de la durée de l'allumage du premier laser d'excitation, typiquement entre 0,2 et 3 μ s, par pas de 100 ns, permet de contrôler le nombre moyen d'atomes dans le flux atomique.

2.2.3 La sélection de vitesse

Le système de sélection de vitesse utilisé dans les expériences présentées ici repose sur une méthode de pompage optique par effet Doppler et une sélection en temps de vol. La mesure de la vitesse des atomes se fait de manière indirecte en mesurant le temps

nécessaire aux atomes pour parcourir la distance entre la zone d'excitation dans la boîte de circularisation et la zone de détection. Beaucoup de détails sur la méthode de sélection de vitesse se trouvent dans le thèse de Xavier Maître [65].

Lasers de pompage optique avec effet Doppler

La sélection de vitesse des atomes se base sur le fait que seuls les atomes initialement dans le niveau hyperfin $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$ de l'état fondamental du rubidium sont circularisés. Lorsque les atomes sortent du four, ils sont répartis entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental. Le but du processus de sélection de vitesse par pompage optique est donc de ne préparer dans l'état $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$ que les atomes avec la bonne vitesse et de laisser les autres atomes dans l'autre état hyperfin.

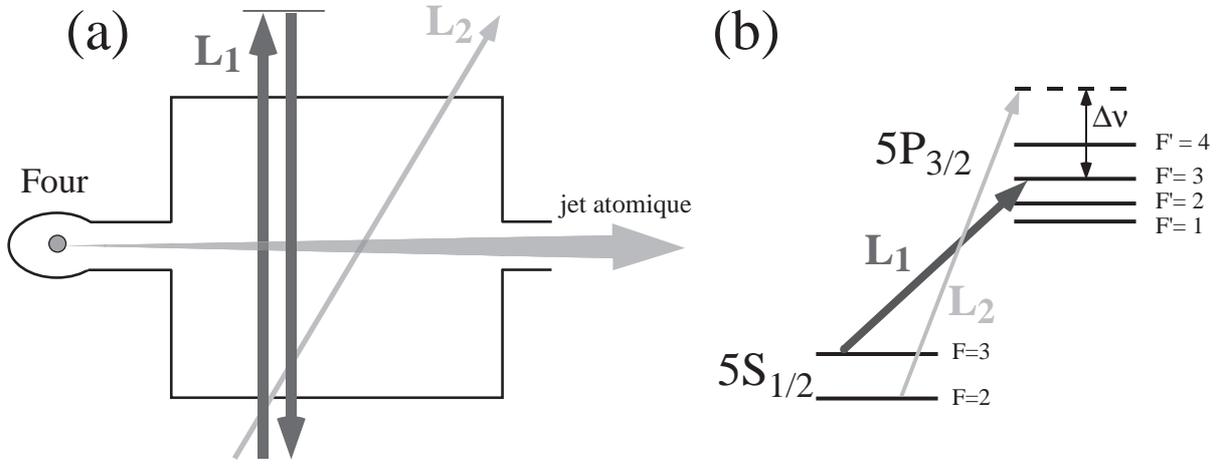


FIG. 2.5 – (a) Schéma représentant la disposition des deux lasers de sélection de vitesse. (b) Structure hyperfine des niveaux $|5S_{1/2}\rangle$ et $|5P_{3/2}\rangle$ et fréquences des lasers L_1 et L_2 .

L'interaction entre les atomes et les lasers de sélection de vitesse a lieu environ 15 cm après la sortie du four. La figure 2.5 montre de façon schématique la position et l'angle entre les lasers de sélection de vitesse et le faisceau atomique. Un premier laser L_1 , dénommé « dépompeur » et accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$, dépeuple complètement le niveau $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$. Puisque ce faisceau est perpendiculaire au jet atomique, tous les atomes, quelle que soit leur vitesse, voient la même fréquence laser. Après quelques cycles de fluorescence le niveau hyperfin $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$ est vidé : le rapport des populations des niveaux $F = 3$ et $F = 2$ est inférieur à $1/3000$.

Un deuxième laser L_2 , appelé « repompeur », est désaccordé par rapport à la fréquence de la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ d'une quantité $\Delta\nu$ réglable. Il forme un angle θ d'environ 50° avec le jet atomique. À cause de l'effet Doppler, la fréquence laser vue par les atomes dépend de leur vitesse :

$$\nu_{Doppler} = \nu_{L_2} - \frac{1}{2\pi} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = \nu_{F=2 \rightarrow F'=3} + \Delta\nu - \frac{v \cos \theta}{\lambda} \quad (2.4)$$

La seule classe de vitesse résonnante avec la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ est celle qui satisfait la relation $\nu_{Doppler} = \nu_{F=2 \rightarrow F'=3}$. La valeur de la vitesse sélectionnée

est par conséquent :

$$v_{sel} = \frac{\lambda \cdot \Delta\nu}{\cos \theta} \quad (2.5)$$

Seuls les atomes ayant une vitesse v_{sel} sont repompés vers le sous-niveau $F = 3$, et ensuite excités dans les états de Rydberg circulaires dans la boîte de circularisation. Cependant la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ permet aussi le pompage optique des atomes dans le niveau $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$. Il lui correspond, par le même calcul, une autre classe de vitesse sélectionnée, qui vaut environ $v_{sel} + 100 \text{ m/s}$. Nous reviendrons dans un moment sur les techniques permettant de s'affranchir de ces atomes.

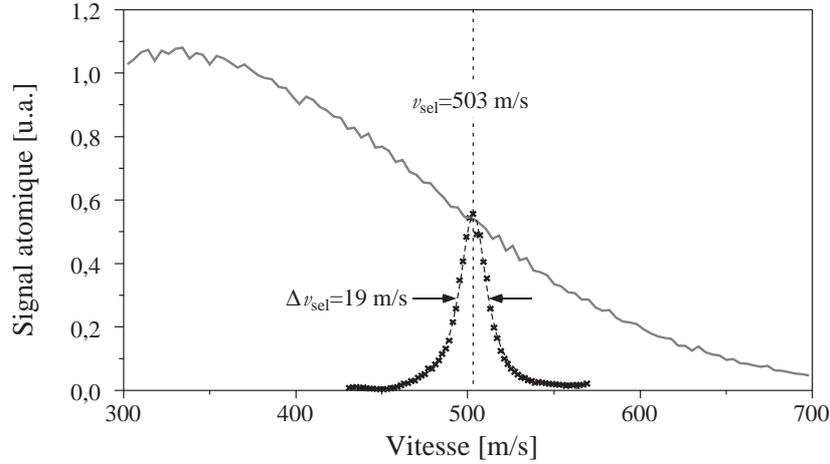


FIG. 2.6 – Distribution de vitesse des atomes avant et après la sélection de vitesse par pompage optique.

La dispersion en vitesse des atomes sélectionnés est directement proportionnelle à la largeur de la transition atomique excitée, qui dépend à son tour de l'intensité du laser repompeur. Lorsque l'intensité du laser est faible, la dispersion en vitesse est proportionnelle à la largeur naturelle de la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ et l'efficacité du processus est proportionnelle à l'intensité du laser. On obtient une largeur de l'ordre de 10 m/s. Pour ne pas réduire excessivement l'efficacité du repompage nous avons intérêt à saturer la transition. Dans ce cas la dispersion de vitesse est de l'ordre de 20 m/s et l'efficacité de repompage proche de 100%. La fig. 2.6 montre la distribution en vitesse des atomes à la sortie du four avant et après la sélection en vitesse par pompage optique.

Sélection de vitesse en temps de vol

La dispersion en vitesse obtenue par pompage optique avec effet Doppler est trop importante pour nos expériences. Une méthode permettant d'affiner la classe de vitesse sélectionnée consiste à pulser le laser repompeur et le premier laser d'excitation dans la boîte de circularisation de façon à sélectionner, à l'intérieur de la classe de vitesse, seulement les atomes qui ont parcouru la distance entre les deux lasers dans le temps voulu. La largeur de la classe de vitesse obtenue ainsi est déterminée par les temps d'allumage des lasers repompeur et d'excitation et par leur taille géométrique. Avec cette technique, nous pouvons obtenir une classe de vitesse avec une dispersion de 4 m/s, comme le montre la fig. 2.7. La

sélection en temps de vol nous permet aussi de nous débarrasser des atomes sélectionnés avec une vitesse de $v_{sel} + 100 \text{ m/s}$ par la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$.

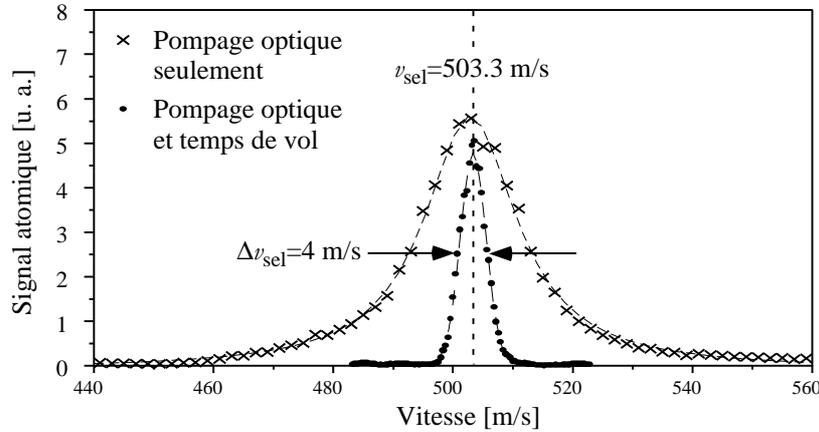


FIG. 2.7 – Affinement de la classe vitesse par la sélection en temps de vol.

Atomes mal sélectionnés en vitesse : les échos

L'utilisation de la sélection en vitesse par pompage optique et par temps de vol a un inconvénient qui devient gênant dans les séquences où plusieurs paquets d'atomes sont préparés. Cet effet est schématisé dans la fig. 2.8. Lorsque nous avons deux paquets atomiques à préparer, certains atomes repompés par l'impulsion du laser repompneur du premier paquet peuvent avoir une vitesse assez lente pour atteindre les lasers d'excitation au même moment que les atomes préparés dans le deuxième paquet. De la même façon, certains atomes trop rapides repompés avec le deuxième paquet peuvent être circularisés au même moment que les atomes du premier paquet. Lorsque plus de deux paquets atomiques sont préparés, ces atomes mal sélectionnés en vitesse, que nous appelons communément « échos », sont particulièrement gênants lorsqu'ils traversent le mode de la cavité ou atteignent la détection au même instant qu'un atome "utile". Ils peuvent ainsi introduire des erreurs sur le résultats des mesures. Pour limiter l'effet des échos il faut prendre soin, dans le choix du déroulement temporel des expériences, à ce que les paquets atomiques soient assez écartés temporellement. Il faut aussi faire attention à ne pas avoir d'atomes mal sélectionnés en vitesse qui arrivent aux détecteurs au même moment que d'autres paquets atomiques.

Contrôle du nombre d'atomes par paquet atomique

L'excitation du jet ne constitue pas une source déterministe d'atomes. Le nombre d'atomes de Rydberg circulaires qui sont préparés dans chaque paquet est aléatoire et il est décrit par une distribution statistique poissonnienne centrée autour de la valeur moyenne \bar{n} :

$$P(n) = \frac{e^{-\bar{n}} \bar{n}^n}{n!} \quad (2.6)$$

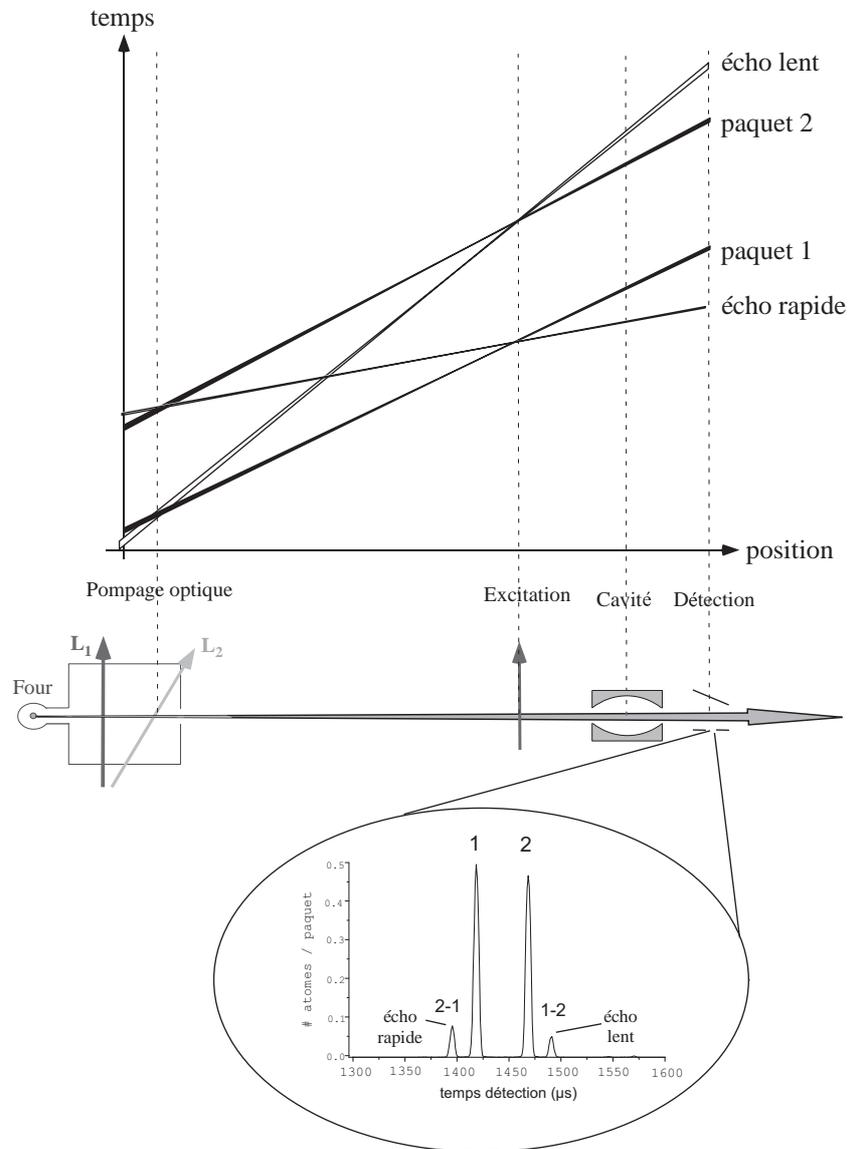


FIG. 2.8 – Déroulement spatio-temporel du processus de sélection en temps de vol de deux paquets atomiques. Le cadre montre un signal de détection en temps de vol des atomes. Deux pics correspondant aux « échos » s'ajoutent aux pics des atomes bien sélectionnés en vitesse. Pour chaque écho, deux chiffres indiquent respectivement le paquet atomique de pompage optique et celui d'excitation.

Nous pouvons ajuster \bar{n} en jouant sur de nombreux paramètres, tels que la puissance et le temps d'allumage des lasers de repompage et d'excitation. Le nombre moyen d'atomes par paquet varie typiquement entre 0,05 et 15.

2.2.4 La détection

Pour détecter les atomes, on utilise un système de détection par ionisation. Les états de Rydberg circulaires sont en effet très proches de la limite d'ionisation. Un champ électrique de l'ordre d'une centaine de V/cm suffit pour extraire l'électron de valence, qui est ensuite détecté par un multiplicateur d'électron. A deux états de Rydberg circulaires différents correspondent deux champs d'ionisation bien distincts. Ainsi le système de détection mesure l'état d'énergie interne de l'atome. Il a été modifié par rapport au dispositif précédent. La thèse de doctorat d'Alexia Auffèves [67] détaille la mise en place du nouveau système de détection et les mesures de ses performances. Nous nous bornerons ici à présenter rapidement ses caractéristiques.

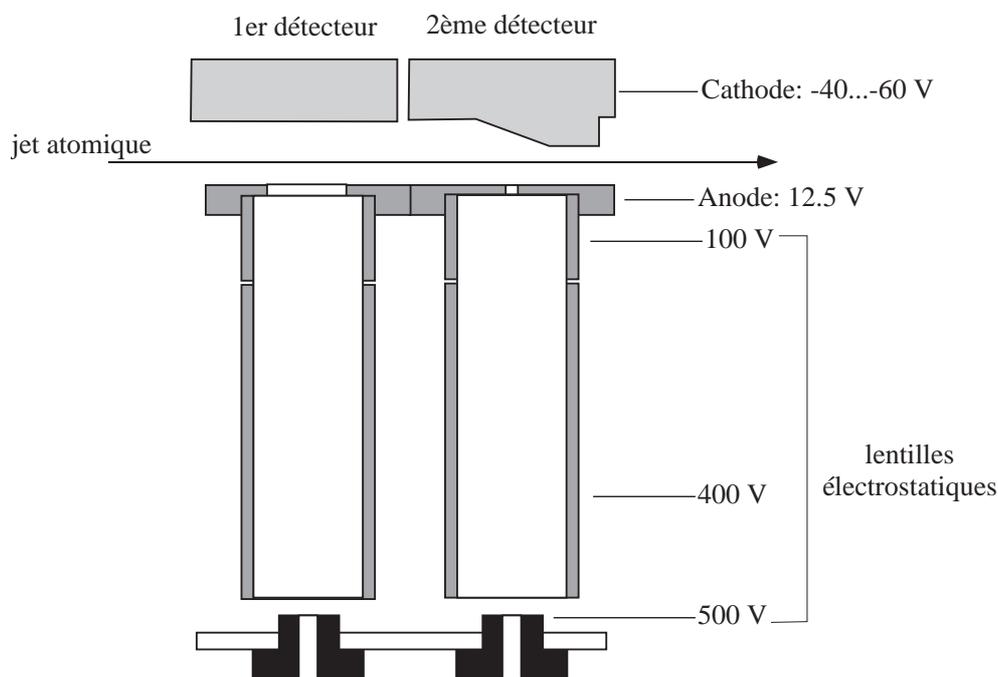


FIG. 2.9 – Schéma du système de détection.

Le système de détection actuel est schématisé dans la figure 2.9. Deux détecteurs sont présents dans le montage. Ils sont situés sur l'axe du faisceau atomique après la cavité micro-onde. Les deux détecteurs fonctionnent sur le même principe de mesure : l'atome est ionisé dans les deux cas par l'application d'un champ électrique entre deux électrodes. Après ionisation, l'électron est focalisé sur la fenêtre d'entrée d'un multiplicateur d'électrons par un système de lentilles électrostatiques utilisant des tensions de quelques centaines de volts. Le multiplicateur transforme l'électron en un signal de courant mesurable avec un système électronique standard. Au-delà de ces caractéristiques communes, le fonctionnement des deux détecteurs est assez différent.

Le premier détecteur

Le premier détecteur rencontré par les atomes présente deux électrodes d'ionisation planes. Puisque le champ électrique entre les deux électrodes est uniforme, il est nécessaire d'appliquer une rampe de tension sur une des deux électrodes pour pouvoir ioniser les atomes en face du trou d'entrée des lentilles électrostatiques. Au cours des expériences la rampe de tension est appliquée sur l'électrode supérieure, la cathode. La fig. 2.10 montre un signal d'ionisation acquis en utilisant le premier détecteur. On distingue dans le signal trois pics correspondant aux états circulaires $|n = 52\rangle$ (état intermédiaire de la préparation des atomes $|e\rangle$ et $|g\rangle$), $|e\rangle$ et $|g\rangle$.

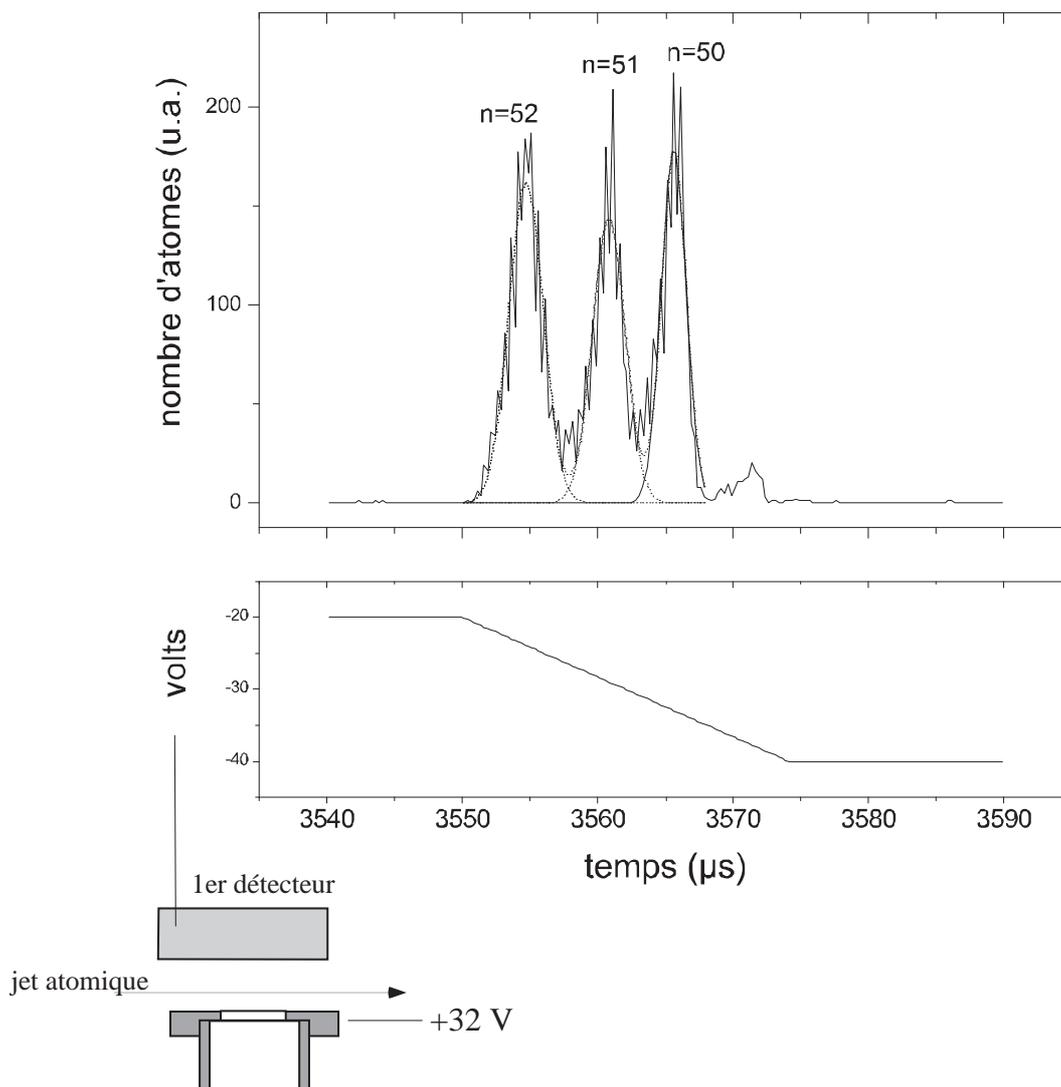


FIG. 2.10 – Signal d'ionisation du premier détecteur. Dans le cadre en bas est représentée la rampe de champ électrique appliquée sur la cathode.

Selon son état d'énergie, en effet, l'atome est ionisé à des instants différents. Plus l'état de Rydberg circulaire est défini par un nombre quantique principal élevé, moins le champ d'ionisation est grand. En synchronisant avec précision la rampe de champ électrique et l'électronique de détection, il est possible de mesurer l'énergie de l'atome. Le

trou au centre de l'anode qui laisse passer les électrons vers les lentilles électrostatiques a un diamètre de 6 mm, comparable au diamètre intérieur des lentilles. La grande taille du trou permet aux électrons de passer, indépendamment de la position où l'atome est ionisé. Lorsque les séquences expérimentales contiennent plusieurs paquets atomiques, nous pouvons détecter, dans chaque séquence, les atomes de tous les paquets dans tous les états atomiques. Il suffit, pour cela, de jouer une rampe d'ionisation lors du passage de chaque paquet d'atomes. Puisque la rampe d'ionisation doit être synchronisée avec le passage des paquets atomiques, le premier détecteur peut être utilisé uniquement avec des atomes sélectionnés en vitesse.

Le deuxième détecteur

Dans le deuxième détecteur la cathode est inclinée et produit un gradient de champ électrique. A différence de potentiels fixe entre les deux électrodes du détecteur, le champ électrique créé entre les deux électrodes augmente au fur et à mesure que les atomes avancent dans leur trajectoire, jusqu'à atteindre une valeur maximale. Pour une valeur précise de la différence de potentiels entre les deux électrodes, le champ électrique maximal est le champ d'ionisation de l'état atomique considéré. Dans ce cas, l'électron arraché à l'atome traverse le petit trou au centre de l'anode, qui a ici un diamètre de 2 mm, et atteint le multiplicateur d'électrons après le passage dans les lentilles électrostatiques. Pour de mauvaises valeurs de différence de potentiel, l'électron est arraché au mauvais endroit et tombe sur l'anode en dehors du trou. La figure 2.11 montre une courbe d'ionisation acquis avec le deuxième détecteur. Pour l'obtenir, on répète un grand nombre de séquences, avec chaque fois, une valeur différente du champ d'ionisation. L'accumulation des données fournit le signal de la figure. On remarque en particulier la largeur du pic associé à l'état de Rydberg circulaire défini par $n = 52$ en comparaison avec ceux associés aux états circulaires $n = 51$, $n = 50$ et $n = 49$. L'état circulaire $n = 52$ est atteint à la fin du processus de circularisation. Cette largeur est une indication de l'imperfection du transfert des états de Rydberg de faible moment cinétique vers l'état circulaire $n = 52$. En réalité, lors de ce processus, on excite aussi des états de la multiplicité $n = 52$ différents du circulaire. Leur tension d'ionisation étant très légèrement différente, on assiste à un élargissement du pic d'ionisation. Expérimentalement, nous nous affranchissons de ces atomes en utilisant une technique de purification expliquée en annexe. Elle permet d'affiner les pics d'ionisation.

Lorsqu'un atome passe dans le deuxième détecteur, on ne peut détecter qu'un seul état atomique à la fois, car la différence de potentiel entre les électrodes est réglée de manière à ioniser en face du petit trou un seul état atomique. Par conséquent, puisqu'on s'intéresse généralement à la probabilité de détecter l'atome dans l'un des deux états, il est nécessaire de répéter les séquences expérimentales deux fois, la première avec le champ ionisant programmé pour détecter l'un des deux états atomiques, la seconde pour détecter l'autre état.

À partir des données accumulées, on reconstruit la probabilité d'avoir l'atome dans un des deux états. Le deuxième détecteur, par conséquent, impose de doubler le nombre de séquences expérimentales pour chaque atome à détecter dans la séquence expérimentale. Dans les expériences où l'on veut détecter deux ou trois atomes, il est nécessaire de

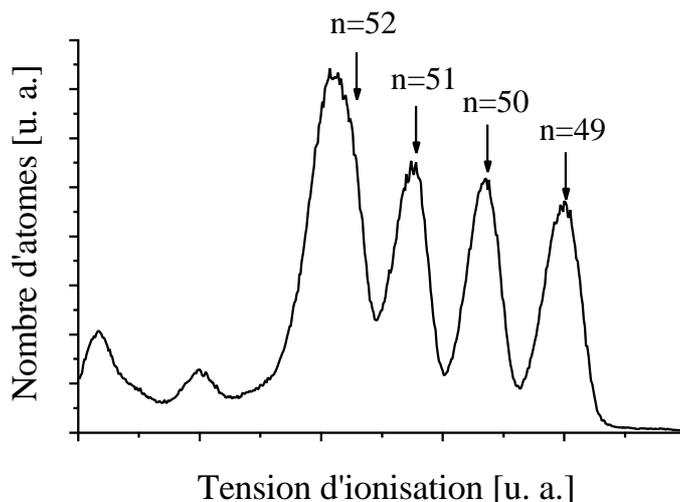


FIG. 2.11 – *Signal d'ionisation du deuxième détecteur.*

multiplier par un facteur respectivement égal à 4 ou 8 le nombre de séquences, ainsi que le temps d'acquisition. Ceci représente un désavantage par rapport au premier détecteur qui, comme on l'a vu, détecte pour chaque séquence tous les atomes de tous les paquets atomiques.

Le deuxième détecteur, en revanche, ne nécessite pas que les atomes soient sélectionnés en vitesse. Pour cette raison il est utilisé dans toutes les phases préliminaires de calibration, où la sélection de vitesse n'est pas utilisée, et dans la procédure de réglage de la sélection de vitesse elle-même.

L'efficacité de détection du détecteur est de $(90 \pm 10)\%$. Cette valeur est vraisemblablement limitée par l'efficacité imparfaite des multiplicateurs d'électrons. Une erreur de l'ordre de 2% dans la discrimination entre les différents états d'énergie est causée par le recouvrement entre les pics d'ionisation correspondants à deux niveaux circulaires voisins.

2.3 La cavité supraconductrice

La cavité supraconductrice est le cœur du montage expérimental. À l'intérieur est stocké le champ électromagnétique résonnant avec la transition entre les états de Rydberg circulaires $|e\rangle$ et $|g\rangle$.

La durée de vie du champ dans la cavité doit être assez longue pour réaliser la condition de couplage fort. Pour cela il est nécessaire que la cavité soit constituée d'un matériau supraconducteur, comme le niobium. De plus, puisqu'un champ électrique directeur est nécessaire pour les états circulaires, la cavité doit être composée de deux parties isolées électriquement.

2.3.1 La géométrie du mode

Nous utilisons un montage de type Fabry-Perot avec deux miroirs sphériques en niobium massif, de rayon de courbure $R_0 = 40$ mm et de diamètre $D_0 = 50$ mm. Les deux miroirs sont percés au centre afin de permettre le couplage avec une source extérieure. La figure 2.13 montre le schéma de la cavité.

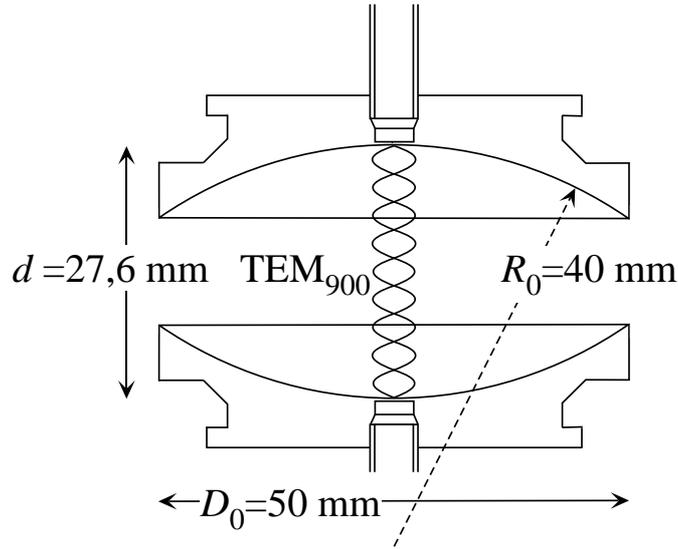


FIG. 2.12 – Plan de la cavité.

La distance d entre les miroirs est 27,57 mm. La fréquence du mode $\text{TEM}_{9,0,0}$ que nous utilisons est donnée par :

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{2}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{d}{2R_0}} \right) \simeq 51,1 \text{ GHz} \quad (2.7)$$

où c est la vitesse de la lumière et $q = 9$ est le nombre de ventres de l'onde stationnaire entre les deux miroirs. La structure spatiale du champ électrique est gaussienne et est donnée en coordonnées cylindriques par la fonction :

$$f(r, z) = \frac{w_0}{w(z)} \cos \left(2\pi \frac{z}{\lambda} - \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} + \frac{\pi}{r^2} \lambda R(z) + (q-1) \frac{\pi}{2} \right) e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} \quad (2.8)$$

où $\lambda = c/\nu$ est la longueur d'onde du mode et w_0 le col du mode, qui vaut :

$$w_0 = \left[\frac{\lambda d}{2\pi} \sqrt{\frac{2R_0}{d} - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \simeq 5,96 \text{ mm} \quad (2.9)$$

Les fonctions $w(z)$ et $R(z)$ décrivent, respectivement, la variation de l'extension du mode autour de l'axe (O, z) et celle du rayon de courbure des fronts d'onde. Elles sont données

par les relations :

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \\ R(z) &= z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Le volume du mode est déduit de l'expression de $f(\mathbf{r})$, et vaut :

$$v_{\text{mode}} = \int |\mathbf{f}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} = \frac{\pi w_0^2 d}{4} \simeq 769 \text{ mm}^3 \quad (2.11)$$

À partir du volume du mode nous pouvons calculer la valeur du champ électrique par photons \mathcal{E}_0 . Le petit volume de notre dispositif assure le confinement du champ dans la cavité et une forte amplitude de \mathcal{E}_0 :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{\text{mode}}}} \\ \mathcal{E}_0 &\simeq 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Une telle valeur du champ électrique assure un fort couplage avec le dipôle atomique même en l'absence de photons dans le mode.

Dans notre cavité, la symétrie sphérique des deux miroirs n'est pas parfaite. Au lieu d'un seul mode gaussien nous avons en fait deux modes non-dégénérés correspondant à deux polarisations orthogonales. L'écart en fréquence entre les deux modes, qui seront communément appelés « mode haute fréquence » (HF) et « mode basse fréquence » (BF), est de 87 kHz.

2.3.2 L'accord de la fréquence de la cavité

Pour que la cavité soit en résonance avec la fréquence de la transition atomique, il faut pouvoir contrôler la distance entre les miroirs avec une très bonne précision. À partir de l'équation (2.7), et en imposant une précision sur la fréquence de résonance de l'ordre du kHz, nous calculons $\delta d/d = \delta\omega/\omega = 1 \text{ kHz}/50 \text{ GHz}$, soit $\delta d/d \simeq 10^{-8}$. Pour parvenir à cette précision, plusieurs astuces sont utilisées. La figure 2.13 montre les techniques d'accord.

Tout d'abord, l'ajustement mécanique de l'épaisseur d'une cale en cuivre placée sous l'un des miroirs pendant la procédure de la montage permet de s'approcher de la fréquence visée à 5 MHz près. Ensuite, un accord mécanique effectué grâce à une lame élastique en bronze poussée par une vis contrôlée depuis l'extérieur du dispositif permet un accord sur une plage de 15 MHz. Un accord fin sur un domaine de 700 kHz est enfin assuré par des cales piézoélectriques situées à la base d'un des miroirs. En appliquant une tension continue entre 0 et 3000 V on peut modifier la fréquence de la cavité avec une précision de l'ordre de quelques kilohertz.

Par ailleurs, comme le montre la figure 2.13, un des deux miroirs est relié électriquement à la masse. En jouant sur la tension électrique de l'autre miroir, nous pouvons

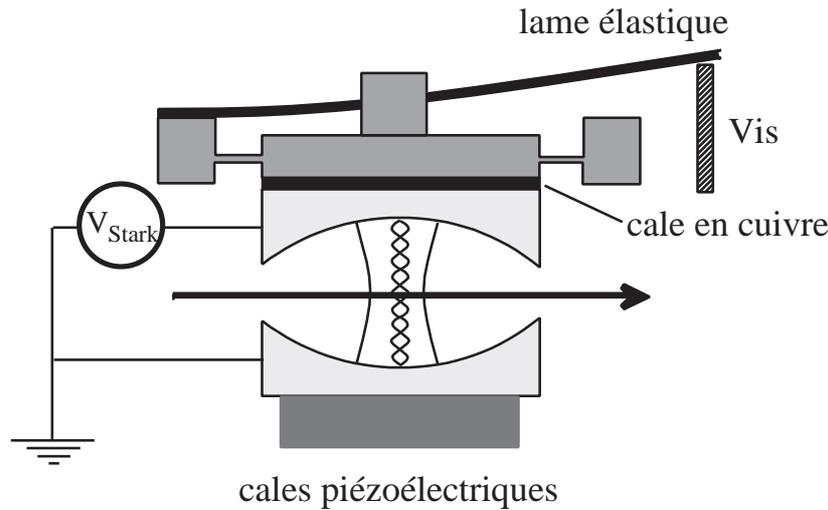


FIG. 2.13 – Technique de contrôle du désaccord entre la fréquence atomique et la fréquence de la cavité.

modifier de façon très rapide la fréquence de la transition atomique. En effet, nous avons vu au § 2.2.1, que les niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sont déplacés par un effet Stark différentiel quadratique. En changeant rapidement la valeur de la fréquence atomique, nous pouvons interrompre instantanément l'interaction entre un atome et le champ, passer du régime résonnant au dispersif au cours de la même séquence expérimentale, et même au cours du passage d'un atome dans le mode de la cavité. Soulignons ici qu'un petit champ électrique, de l'ordre de $0,25 \text{ V/cm}$, est toujours présent à l'intérieur de la cavité. Ce champ est indispensable pour la stabilité des atomes circulaires, qui ont toujours besoin d'un champ électrique directeur.

2.3.3 Le temps de vie de la cavité

Le but des efforts dédiés à la fabrication des miroirs est d'obtenir un temps de vie du champ beaucoup plus long que $60 \mu\text{s}$, qui est le temps d'interaction des atomes les plus lents avec le mode. Cette condition est vérifiée par la cavité utilisée dans les expériences présentées, qui a un temps de vie pour le mode HF de $\sim 850 \mu\text{s}$, comme le montre la figure 2.14. La mesure du temps d'amortissement présentée sur cette figure consiste à injecter un champ à l'intérieur de la cavité pendant une durée finie et à observer ensuite la décroissance de l'amplitude du champ transmis par la cavité. L'analyse de ce signal de transmission est réalisée à l'aide d'un analyseur vectoriel de champ micro-onde commercialisé par la société ABmm.

Le temps de vie mesuré est égal à $850 \mu\text{s}$. Il correspond à un facteur de qualité $Q = 2,8 \cdot 10^8$. Ce temps est plus faible que le temps de vie des atomes de Rydberg circulaires. Il constitue la limitation majeure de nos expériences.

De nombreux facteurs limitent le temps de vie de la cavité. Parmi ces effets, les plus importants sont les pertes dues aux imperfections de la sphère au voisinage des trous de couplage au centre de chaque miroir, la taille finie des miroirs, la résistance résiduelle

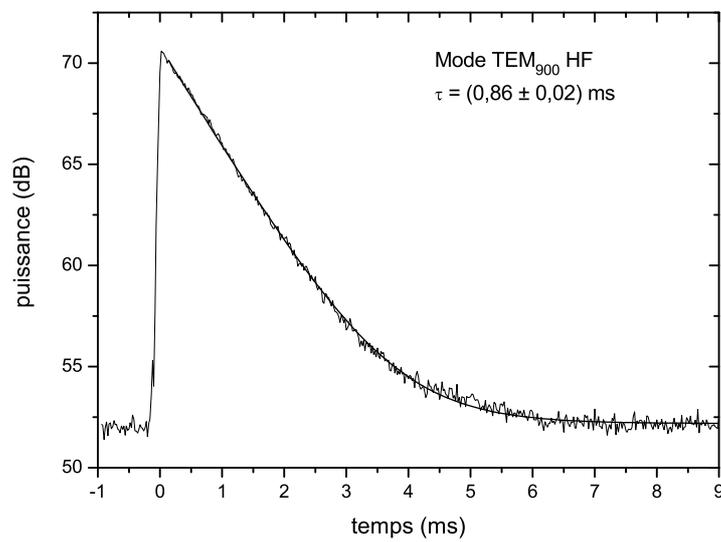


FIG. 2.14 – Temps de vie du mode HF de la cavité. Une source micro-onde couplée au mode de la cavité est allumée pendant une impulsion très courte à l'instant $t = 0$. On mesure ensuite la décroissance du signal transmis à travers la cavité. La puissance transmise est représentée en décibels. L'ajustement linéaire de la pente logarithmique, observée dans les premiers temps de relaxation du champ, donne directement le temps de vie $\tau = \kappa^{-1}$. Le fond représente le bruit électronique.

du niobium à température non-nulle, les défauts et impuretés de la phase cristalline du niobium. Une étude détaillée du temps de vie de la cavité et des facteurs limitants se trouve dans les thèses de doctorats de Gilles Nogues [66] et Stefano Osnaghi [68].

Cependant, le principal défaut limitant actuel est l'état de surface des miroirs. À une échelle de quelques millimètres, on remarque des déviations importantes par rapport à la surface sphérique idéale. Par conséquent, le champ électromagnétique subit une diffraction hors du mode gaussien et les photons sont perdus dans l'espace entre les miroirs. Des tests du temps de vie accomplis dans une configuration *fermée*, où l'espace entre les miroirs est clos, ont donné un temps de vie supérieur d'un ordre de grandeur au temps mesuré en configuration *ouverte*, ce qui confirme cette interprétation.

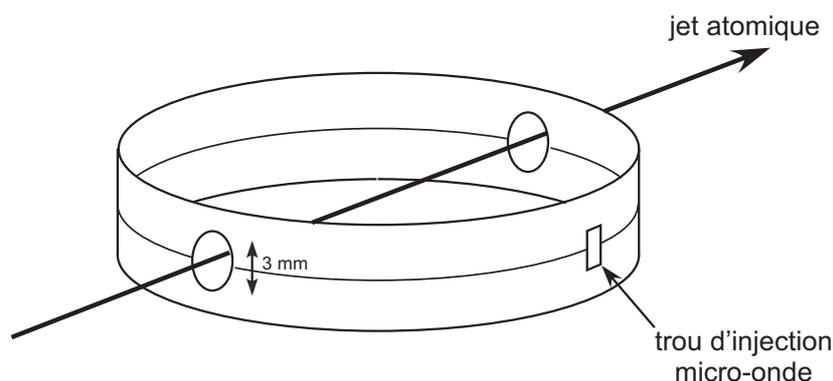


FIG. 2.15 – Schéma de l'anneau qui entoure les miroirs.

Pour limiter le problème de la diffraction des photons hors des miroirs nous avons essayé de nous approcher le plus possible de la situation d'une cavité fermée, tout en conservant la capacité essentielle de pouvoir appliquer un champ électrique Stark directeur entre les deux miroirs isolés électriquement. Dans ce but nous entourons la cavité d'un anneau métallique, qui réduit la diffraction du champ hors de la cavité. Grâce à l'anneau métallique nous parvenons à atteindre un temps de vie de $860 \mu\text{s}$, d'un ordre de grandeur plus élevé qu'en l'absence de l'anneau.

L'anneau métallique (voir figure 2.15) est isolé électriquement des deux miroirs. Il porte deux petits trous de 3 mm de diamètre qui permettent aux atomes d'entrer et de sortir de la cavité. Un autre trou a été ajouté sur le côté pour coupler la cavité à un rayonnement micro-onde. L'inconvénient principal de l'anneau est la taille des trous de passage des atomes. En effet, le champ électrique directeur au niveau des trous de l'anneau est très inhomogène. Lorsque les atomes sont soumis à ce champ inhomogène, une cohérence atomique est déphasée de façon différente selon la position de l'atome à l'intérieur du faisceau. Il devient impossible d'accumuler un signal sur un grand nombre de séquences expérimentales. Nous sommes donc obligés d'effectuer toutes les opérations cohérentes à l'intérieur de la structure "anneau-cavité".

2.3.4 Le couplage aux sources externes

Le couplage du mode de la cavité à une source micro-onde externe est schématisé sur les figure 2.16(a). Chacun des miroirs est percé au centre pour pouvoir injecter un champ

micro-onde directement dans le mode du résonateur. Une source électronique externe est connectée, à travers un guide d'onde, au trou d'injection. Il est également possible d'injecter un champ micro-onde à travers un guide d'onde qui débouche sur le côté de la cavité, à travers le petit trou percé sur le côté de l'anneau, comme le montre la figure 2.16(b), qui représente une coupe de la cavité dans le plan de l'anneau. Le champ externe injecté au centre des miroirs excite préférentiellement le mode propre de la cavité, alors que le champ injecté par le côté excite un mode propre de la structure anneau-cavité de faible facteur de qualité, représenté sur la figure 2.16(b).

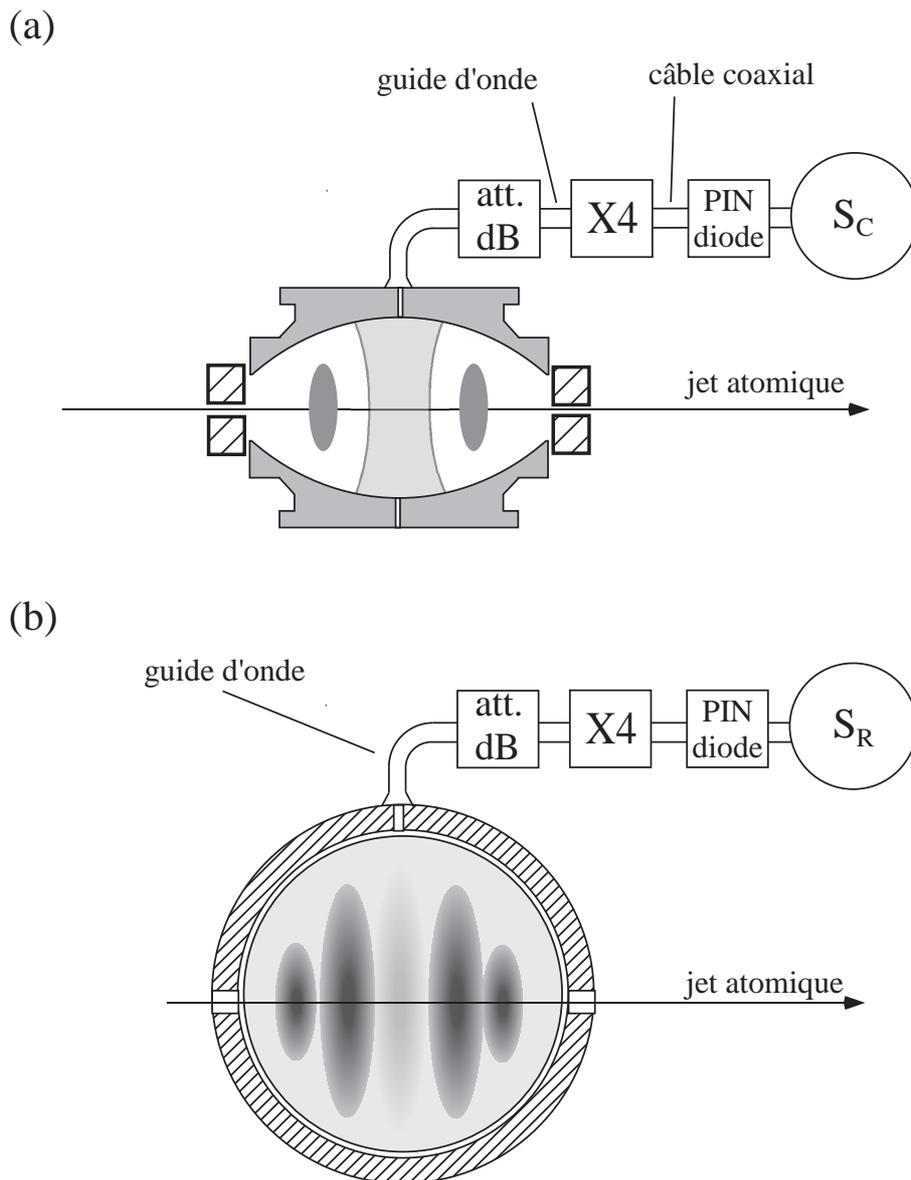


FIG. 2.16 – Schéma des connexions d'une source micro-onde externe couplée au mode gaussien de la cavité (a) et aux modes propageants sur les côtés de la cavité (b).

Les champs injectés ont des fréquences micro-onde de l'ordre de ~ 50 GHz. La technique que nous utilisons pour créer des signaux à cette fréquence est la même, que l'on injecte dans le mode de la cavité ou à travers le côté de l'anneau. Ces signaux ne se

propagent pas dans des câbles coaxiaux, mais uniquement sous forme de champs oscillants dans des guides d'onde. Nous utilisons des sources électroniques qui produisent un signal à une fréquence égale à la fréquence micro-onde souhaitée divisée par 4. La figure 2.16 montre la position des sources S_C et S_R . Ces signaux, de fréquence égale à 10-18 GHz, peuvent se propager à l'intérieur de câbles coaxiaux. Pour pulser l'injection des champs dans la cavité, nous utilisons des diodes PIN contrôlées par un signal TTL. Ces diodes sont connectées en série avec les câbles à la sortie des sources électroniques. À l'entrée du cryostat, un mélangeur harmonique multiplie par 4 la fréquence du signal électronique, comme le montre la figure. Le signal à l'issue du mélangeur se propage non plus sur un câble coaxial mais dans un guide d'onde qui amène le signal à l'intérieur du cryostat jusqu'à la cavité. Avant l'entrée dans le cryostat, un atténuateur permet de contrôler la puissance du signal.

2.4 Le régime de couplage fort

Grâce aux deux systèmes décrits dans cette partie, nous réalisons une situation de certaines expériences de pensée des pères fondateurs de la mécanique quantique : un atome en interaction avec un mode de la cavité en régime de couplage fort.

Le couplage entre l'atome et le champ est complètement caractérisé par la fréquence de Rabi du vide introduite dans la partie théorique. Le calcul, à partir des caractéristiques des deux systèmes, fournit une fréquence de Rabi du vide au centre du mode égale à :

$$\Omega_0/2\pi = 2d_{eg}\mathcal{E}_0/\hbar = 50.8\text{kHz} \quad (2.13)$$

La mesure expérimentale de cette fréquence à partir de l'analyse de l'oscillation dans le vide donne

$$\Omega_0/2\pi = 49 \pm 1\text{kHz} \quad (2.14)$$

La période de Rabi correspondante est égale $T_0 = 20.4 \mu\text{s}$. Par conséquent, nous atteignons une situation où le temps caractéristique de couplage, T_0 , est petit devant les temps de dissipation, les temps de vie du photon dans la cavité et de l'atome.

2.5 Expériences préliminaires

2.5.1 Mesure du champ thermique

L'une des imperfections importantes de notre expérience est la présence d'un champ thermique résiduel. Le montage expérimental est refroidi à 1,3 K dans les expériences présentées dans ce manuscrit. Théoriquement, le nombre moyen de photons présents dans la cavité suit la loi de Bose-Einstein et devrait être égal à 0,2. Le but de cette partie est de mesurer expérimentalement le nombre de photons présents dans le mode de la cavité à l'équilibre thermodynamique. A cet effet, nous allons présenter une analyse détaillée du phénomène d'oscillation de Rabi dans un champ thermique.

Une expérience d'oscillation de Rabi nécessite un contrôle précis du temps d'interaction. En accordant et en désaccordant brutalement la transition par effet Stark avec une résolution temporelle égale à $0,1 \mu\text{s}$ (temps petit devant l'inverse de la fréquence de Rabi), nous déclenchons ou nous arrêtons l'interaction entre l'atome et le mode de la cavité. La valeur maximale du désaccord atome-champ induit par effet Stark lors du processus est de 5 MHz. A ce désaccord l'interaction résonnante entre atome et champ est bloquée à une bonne approximation.

Au cours de la traversée de la cavité, la structure gaussienne du mode impose une fréquence de Rabi du système variant avec la position de l'atome :

$$\Omega(x) = \Omega_0 \exp\left(-\frac{(x - x_{cav})^2}{w_0^2}\right) \quad (2.15)$$

où x_{cav} est la position du centre de la cavité et x la position de l'atome le long de l'axe du jet. Par conséquent, le temps effectif d'interaction t_i est différent du temps réel $t_{réel}$ de mise à l'accord. L'expression de la fréquence de Rabi (2.15) induit la relation entre t_i et $t_{réel}$ suivante :

$$t_i = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \exp\left(-\frac{v(t - t_{cav})^2}{w_0^2}\right) dt \quad (2.16)$$

où t_{ini} et t_{fin} sont respectivement les temps de début et de fin d'interaction ($t_{fin} - t_{ini} = t_{réel}$). Le paramètre t_{cav} est défini comme le temps de passage de l'atome au centre du mode et v est la vitesse de l'atome.

Pour interpréter quantitativement l'évolution du système, on doit prendre en compte la présence du second mode résonnant de la cavité. Les calculs deviennent ainsi trop complexes pour être traités analytiquement. Nous avons recours à une simulation numérique. Sa comparaison avec l'expérience doit permettre de conclure quant au nombre de photons thermiques présent dans chaque mode à l'équilibre thermodynamique.

Préalablement, nous présentons deux expériences indépendantes fixant deux paramètres des oscillations de Rabi. La première détermine la différence de potentiel à appliquer entre les miroirs de la cavité pour accorder l'atome sur la fréquence du mode. La seconde consiste à mesurer le profil gaussien du mode par interaction avec les atomes. Elle mesure en particulier le temps de passage de l'atome au centre de la cavité par rapport au temps d'excitation laser.

Finalement nous comparerons la mesure expérimentale de l'oscillation de Rabi aux courbes théoriques issues de la simulation. Le nombre de photons thermiques présents dans les deux modes de la cavité en sera déduit.

2.5.1.a Détermination expérimentale de la fréquence d'accord entre atome et mode de la cavité

La différence de potentiel à appliquer entre les miroirs pour réaliser le couplage résonnant entre l'atome et le mode de la cavité est fixée par un protocole similaire dans le principe à une expérience de micro-maser [69, 70]. Cette expérience permet, en plus, de mesurer la différence de fréquence ν_{sep} entre les deux modes résonnants de la cavité. Nous la comparerons à une mesure indépendante et très précise.

Le principe de la mesure consiste à observer le transfert atomique à temps effectif d'interaction fixe en fonction du désaccord atome-champ. Considérons le cas plus simple où un seul mode existe. L'état du champ dans la cavité est initialement vide. L'atome, initialement préparé dans l'état $|e\rangle$, est transféré dans l'état $|g\rangle$ uniquement dans le cas du couplage résonnant. Lorsque la fréquence de la transition atomique est balayée, nous nous attendons à observer un pic de transfert à la fréquence d'accord. La largeur attendue est de l'ordre de l'inverse du temps de mise à l'accord entre atome et champ.

Expérimentalement, l'atome est préparé dans l'état $|e\rangle$ à 335 m/s. Pour observer la séparation des deux modes, le temps de mise à l'accord $t_{réel}$ doit être plus grand que $1/\nu_{sep}$. Le signal observé est la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ en fonction du désaccord atome-champ. Par effet Stark, nous contrôlons la fréquence atomique en changeant la différence de potentiel entre les miroirs. Nous rappelons la loi de déplacement de la fréquence atomique en fonction du champ électrique établie précédemment :

$$\Delta\nu_{at}/F^2 = 255\text{kHz}(\text{Vcm}^{-1})^{-2} \quad (2.17)$$

La figure 2.17 présente les résultats de cette mesure réalisée pour deux conditions d'accord différentes. Le graphe 2.17a correspond à une interaction dans les ailes du mode gaussien. Elle débute à $-37 \mu\text{s}$ et se termine à $-9 \mu\text{s}$. Ce temps d'interaction correspond à la réalisation d'une impulsion π lorsque atome et champ sont à résonance ($t_i = 8 \mu\text{s}$). On observe alors deux pics. Ils correspondent aux fréquences de résonance de chacun des modes. Leur largeur est de 51kHz pour le premier, 60 kHz pour le second. Le déplacement en fréquence de la transition atomique par rapport à la fréquence en champ électrique nul est, pour réaliser la condition de résonance avec le mode HF, égal à 199kHz.

Le graphe (2.17b) correspond à une interaction sur toute la traversée du mode ($t_i = 31.5 \mu\text{s}$). On observe de nouveau deux pics. Le déplacement en fréquence de la transition atomique est, pour réaliser la condition de résonance avec le mode HF, égal à 191kHz. Le temps de mise à l'accord $t_{réel}$ est plus grand en comparaison avec l'expérience précédente. En conséquence, chacun des pics a une largeur plus fine que celles mesurées dans le cas précédent.

Dans les ailes du mode gaussien, la fréquence de Rabi du couplage est petite devant la séparation entre modes et devant l'inverse du temps de mise à l'accord. Par conséquent, autour de chaque fréquence associée au régime résonnant avec l'un des modes, l'atome

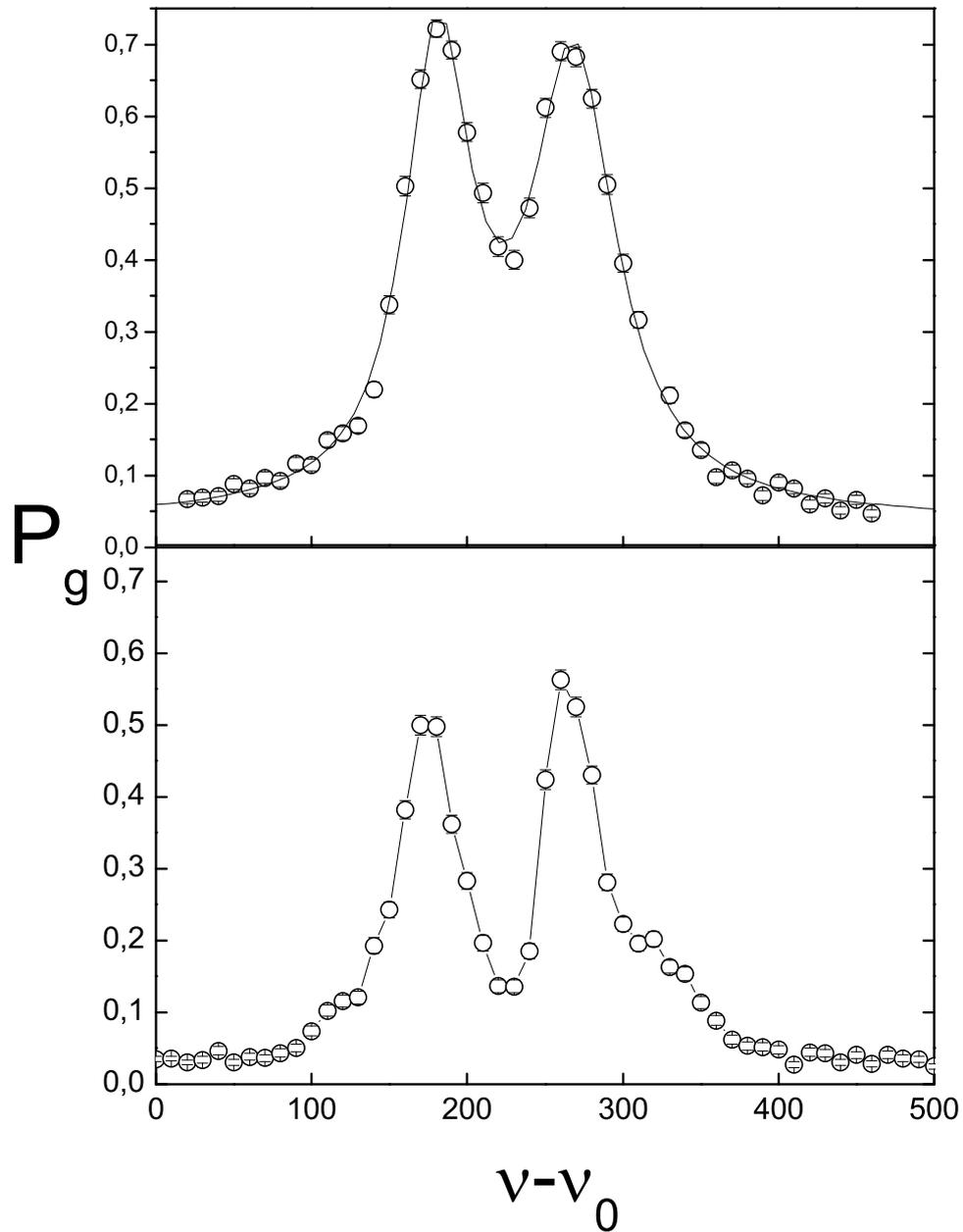


FIG. 2.17 – Maser en émission en fonction de fréquence ν de la transition atomique référencée à la fréquence atomique ν_0 dans un champ électrique égal à 0.26 V/cm (a) interaction dans les ailes du mode gaussien (b) interaction au centre du mode

ne sent guère la présence de l'autre mode. A une bonne approximation, le comportement du système peut être compris comme un atome en interaction avec un seul mode du champ. Par contre, au centre du mode, la fréquence de Rabi est plus grande et devient comparable à la séparation entre les deux modes résonnants de la cavité. Une étude de la dynamique d'un atome en couplage avec deux modes est nécessaire pour interpréter le signal observé. Par conséquent, nous prendrons comme condition d'accord la valeur obtenue dans la mesure réalisée dans les ailes du mode.

En raison de la présence de champs électriques et magnétiques parasites, le désaccord δ entre les deux systèmes atome et champ subit des fluctuations au cours de la traversée du mode. Nous représentons ces fluctuations sous la forme d'une incertitude de ± 5 kHz sur δ .

Cette expérience permet aussi de mesurer la différence de fréquence ν_{sep} séparant les deux modes résonnants de la cavité : 88 ± 1 kHz pour la première mesure, 92 ± 1 kHz pour la seconde. Une mesure de transmission micro-onde de la cavité a été réalisée [?]. Elle permet de connaître directement au Hertz près la différence de fréquence entre les deux modes résonnants. Elle a été mesurée égale à 85,7 kHz. On conclut à un bon accord entre ces deux mesures indépendantes.

En conclusion, la mesure présentée dans cette partie fixe la différence de potentiel à appliquer entre les deux miroirs pour obtenir le couplage résonnant avec l'un ou l'autre des modes de la cavité. Ce paramètre sera considéré comme fixe.

2.5.1.b Détermination du temps de passage de l'atome au centre de la cavité

Le second paramètre mesuré expérimentalement est le temps de passage au centre de la cavité de l'atome réalisant l'oscillation de Rabi. Ce temps est essentiel pour connaître la fréquence de Rabi associée à chaque position de l'atome. Expérimentalement nous mesurons la distribution spatiale du mode à l'aide d'un atome.

Le principe de l'expérience consiste à observer l'évolution du transfert atomique, à temps réel d'interaction Δt fixe entre l'atome et le champ, en fonction de l'instant où l'interaction résonnante est déclenchée. L'atome est initialement préparé dans l'état $|g\rangle$. Nous préparons le champ de la cavité dans un état cohérent d'amplitude égale à $\sqrt{60}$ (la calibration du champ sera présentée dans la partie suivante (2.6)). De cette manière, nous augmentons la fréquence de Rabi Ω du système en interaction. En supposant le temps d'interaction petit devant l'inverse de la fréquence de Rabi, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ à l'instant t_{dec} a pour expression (l'atome et le champ sont accordés entre $t_{dec} - \Delta t/2$ et $t_{dec} + \Delta t/2$) :

$$P_e(t_{dec}) = \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} \int_{t_{dec}-\Delta t/2}^{t_{dec}+\Delta t/2} \exp(-(v(u - t_{cav})/w_0)^2) du \right) \quad (2.18)$$

où t_{cav} est le temps de passage de l'atome au centre de la cavité. En supposant de plus que Δt petit devant w_0/v , on obtient la relation :

$$P_e(t_{dec}) = \sin^2 \left(\frac{\Omega \Delta t}{2} \exp(-(v(t_{dec} - t_{cav})/w_0)^2) \right) \quad (2.19)$$

Expérimentalement, on fixe le temps de mise à l'accord de l'atome sur la fréquence de la cavité à $\Delta t = 1 \mu\text{s}$. Ce temps correspond à un déplacement du paquet atomique de 0.4 mm, petit devant le col du mode w_0 égal à 5.96mm. Il est choisi de manière à réaliser un transfert inférieur à 1/2 au centre de la cavité. L'interaction entre l'atome et le champ est déclenchée à un instant t_{dec} que l'on varie au cours de l'expérience.

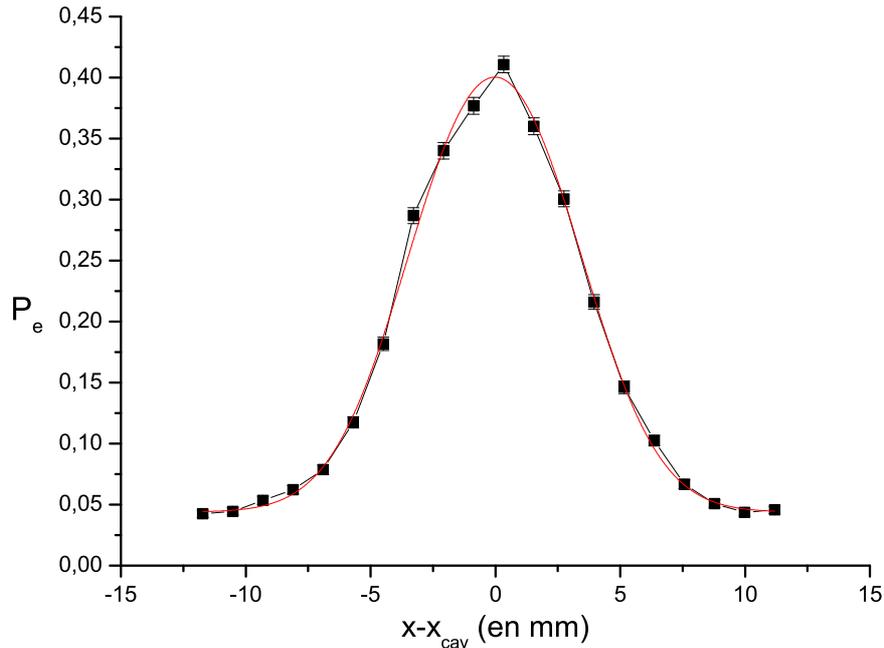


FIG. 2.18 – Mesure du profil du mode gaussien de la cavité. Dans ce graphique $x_{cav} = vt_{cav}$ et $x = vt_{dec}$

La figure (2.18) présente la probabilité de détecter l'atome, de vitesse égale à 335m/s, dans l'état $|e\rangle$ en fonction du temps de déclenchement de l'interaction. Elle possède, comme attendu, une forme symétrique. En raison des caractéristiques de couplage, elle est assez proche d'une pure gaussienne. L'ajustement présenté en ligne pleine sur la figure (2.18) a pour support la relation (2.19). La mesure expérimentale de w_0 tirée de cet ajustement est 6.2 ± 0.2 mm. L'information utile pour la mesure du champ thermique est l'instant du passage de l'atome au centre de la cavité. Il est pointé avec une précision inférieure à l'extension spatiale du paquet atomique.

Concluons ce paragraphe en soulignant que cette détermination est très sensible aux emplacements des excitations lasers. Le moindre réglage laser entraîne des changements du temps de passage au centre de la cavité de plusieurs μs . Au début de chaque expérience présentée dans ce manuscrit, nous avons mesuré exactement le temps de passage des atomes pour chaque vitesse utilisée. En fait, cette mesure est plutôt une détermination de la position de l'excitation laser.

2.5.1.c Mesure du champ thermique par oscillation de Rabi

Nous sommes maintenant capables de confronter les signaux expérimentaux des oscillations de Rabi dans le champ thermique à une simulation numérique. L'expérience consiste à faire interagir un atome à 335 m/s avec les deux modes de la cavité, dans leur état d'équilibre thermodynamique, en variant le temps d'interaction. Le signal enregistré est la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ en fonction du temps effectif d'interaction t_i . L'instant de mise à l'accord t_{ini} est fixe et on varie l'instant t_{fin} où l'interaction est arrêtée. Nous réalisons cette expérience pour plusieurs désaccords δ entre le mode HF et la transition atomique. Le désaccord est changé par effet Stark en appliquant une différence de potentiel fixe entre les miroirs de la cavité. La référence $\delta = 0$ correspond à la condition de couplage résonnant avec le mode HF pointée sur l'expérience de micromaser réalisée dans les ailes du mode gaussien (voir figure 2.17). L'atome est résonnant avec le mode BF pour $\delta = -86$ kHz.

Nous présentons sur les deux graphes de la figure (2.19) les résultats obtenus avec une même différence de potentiel entre les miroirs, correspondant à $\delta = 8$ kHz. Les états initiaux de l'atome sont pour (2.19a) et (2.19b) respectivement $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Chacune des courbes présente des oscillations caractéristiques du phénomène d'oscillation de Rabi dans un champ thermique.

Sur chaque courbe est représenté, en plus des points expérimentaux, le résultat des simulations. Intrinsèquement, de petites imperfections expérimentales limitent le contraste de toutes les oscillations de Rabi. Nous déterminons le facteur de réduction globale en réalisant une impulsion π classique dans la cavité. Ainsi, sur la courbe théorique $P_e(t)$, nous opérons la transformation $P_e(t) \rightarrow 0.03 + 0.92P_e(t)$. La transformation correspond donc à une réduction d'un facteur 0.92 du contraste des oscillations et une translation d'une valeur à l'origine égale à 0.03. Elle est caractéristique des atomes à 335 m/s et elle sera appliquée à toutes les courbes de simulations pour leur comparaison avec les courbes expérimentales. Les raisons invoquées pour expliquer la réduction de contraste sont l'impureté de la préparation des atomes à 335m/s et le recouvrement des deux pics d'ionisation du niveau $|e\rangle$ et $|g\rangle$. La fréquence de Rabi du vide est considérée comme fixe et égale à 49 kHz. L'ajustement des courbes théoriques aux résultats expérimentaux permet de déterminer les nombres de photons thermiques supposés égaux dans chaque mode. Sur chaque graphe, la courbe en ligne épaisse correspond à l'ajustement par rapport aux conditions expérimentales. Pour chaque courbe, le nombre de photons thermiques est égal à 1.

L'incertitude sur le désaccord réel, discutée dans le paragraphe précédent, a des conséquences directes sur l'évaluation du nombre de photons thermiques. En changeant le désaccord δ de ± 5 kHz, nous trouvons un accord entre théorie et expérience pour, respectivement 0.8 et 1.2 photons thermiques. L'incertitude sur la fréquence d'accord se manifeste sous la forme d'une erreur sur l'évaluation du nombre de photons thermiques de 20%. Nous avons pris le soin, sur chaque courbe, de représenter le meilleur ajustement possible pour des différences de désaccords plus importantes : $\delta \pm 8$ kHz. Dans ce cas, il est impossible de trouver un nombre de photons thermiques permettant de reproduire la courbe expérimentale. Cette constatation renforce notre évaluation de l'incertitude sur le désaccord réel du système.

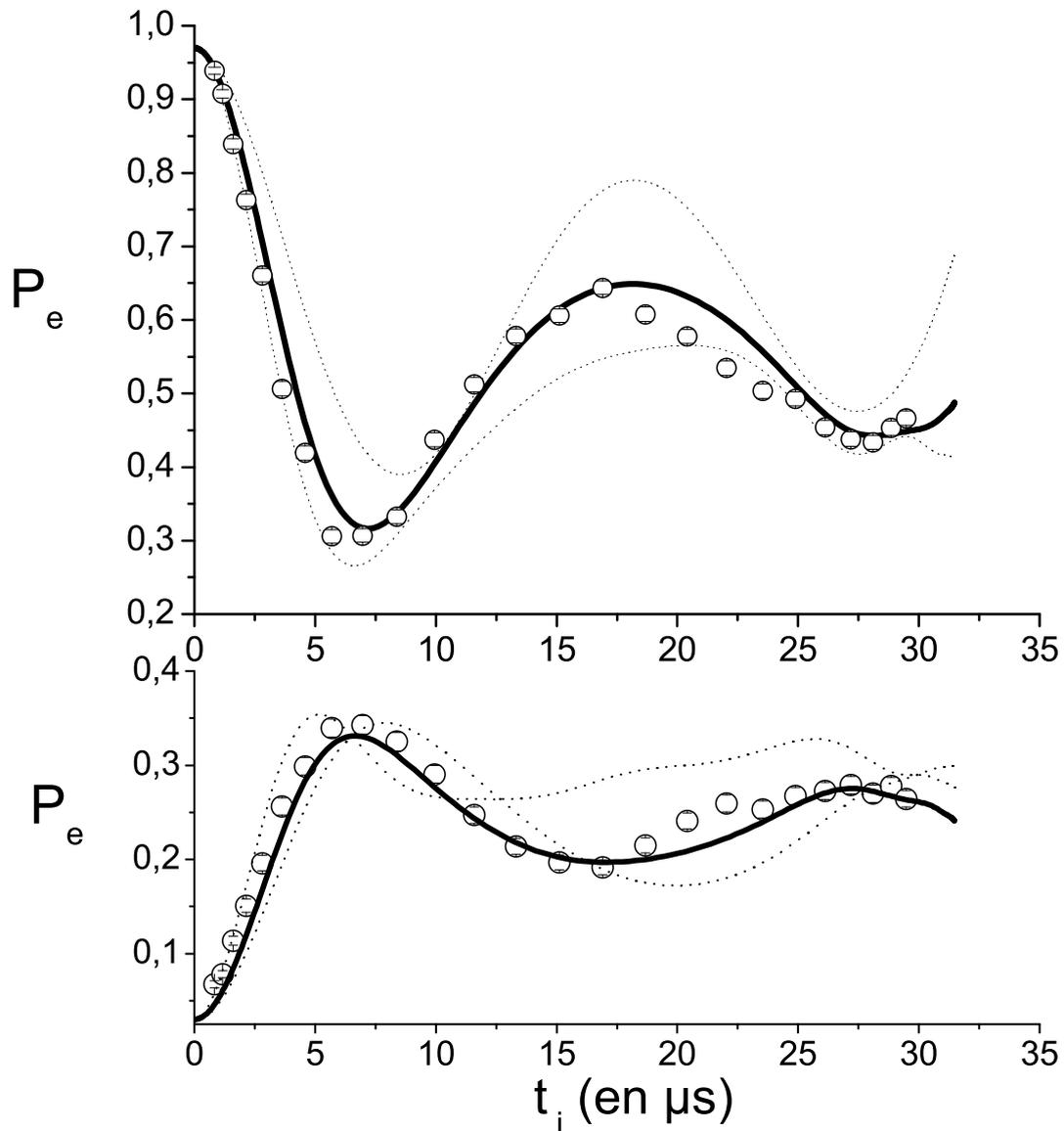


FIG. 2.19 – Evolution de la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction avec un atome (a) initialement dans l'état $|e\rangle$ (b) initialement dans l'état $|g\rangle$. La courbe (b) montre des oscillations en raison de la présence du champ thermique. On superpose sur chaque courbe les résultats d'une simulation où le seul paramètre ajustable est le nombre de photons thermiques n_{th} . La courbe en trait plein représente le résultat de la simulation pour $\delta = 8\text{kHz}$ et $n_{th} = 1$. Les courbes en pointillé représente le meilleur ajustement pour des désaccords respectivement égaux à $\delta + 8\text{kHz}$ et $\delta - 8\text{kHz}$.

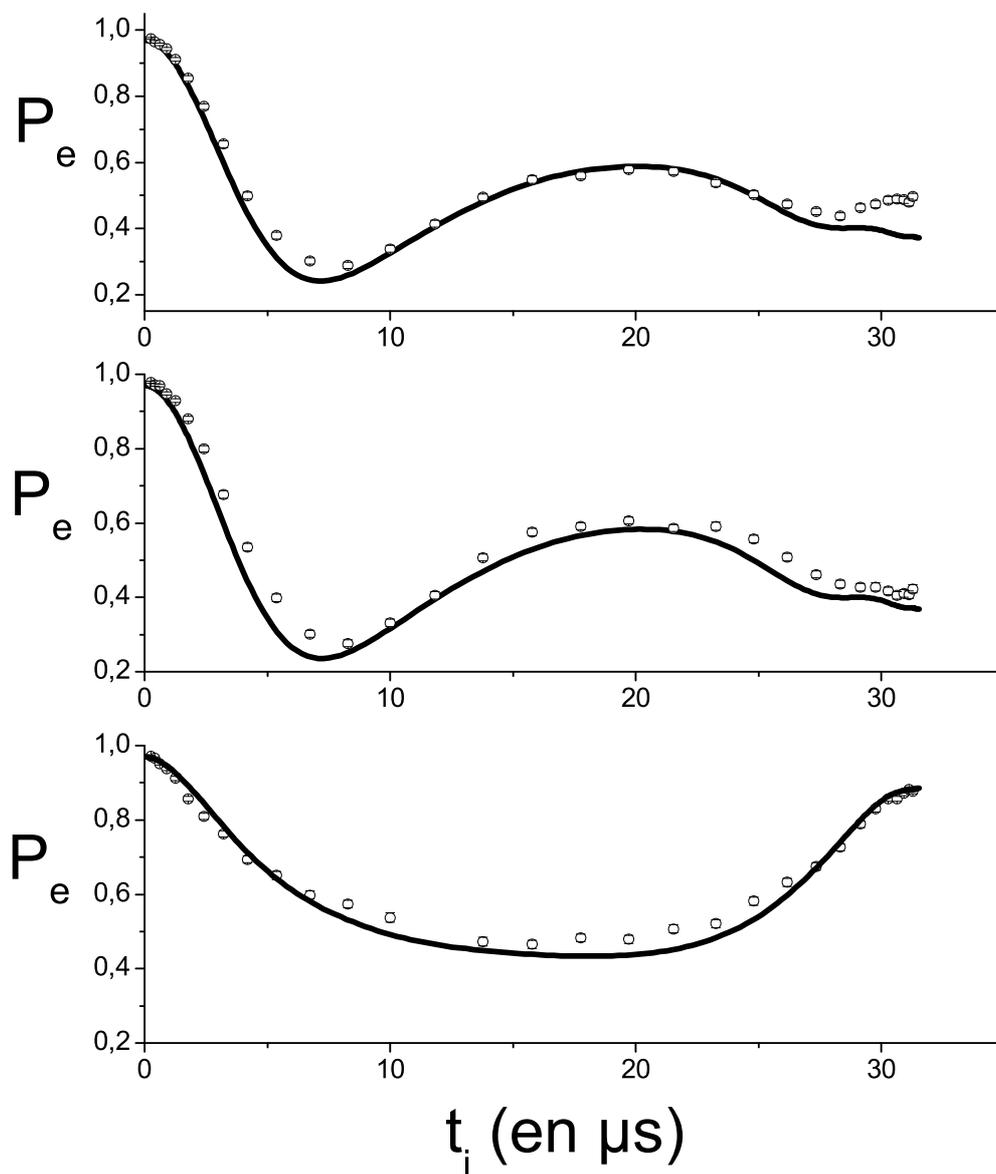


FIG. 2.20 – Evolution de la probabilité de détecter l'atome en $|e\rangle$ en fonction du temps mise à l'accord (a) $\delta = 0$ (b) $\delta = -86 \text{ kHz}$ (c) $\delta = -43 \text{ kHz}$

On déduit de cette étude le nombre moyen de photons thermiques dans chacun des modes de la cavité : $n_{th} = 1 \pm 0.2$. Nous avons comparé expérience et théorie pour différentes valeurs de désaccord δ . La figure (2.20) reproduit les résultats de l'expérience. Chaque courbe représente la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction t_i . La première courbe correspond au cas où l'atome est à résonance avec le mode haute fréquence ($\delta = 0$ kHz). La seconde, la fréquence de transition atomique est exactement à mi-chemin entre les deux ($\delta = -43$ kHz). Finalement, la troisième représente le cas où l'atome est à résonance avec le mode basse fréquence ($\delta = -86$ kHz). En trait continu est représentée sur chaque graphe la simulation numérique sans paramètre fixe.

Si l'atome est à résonance avec l'un des deux modes, l'évolution de la probabilité de détecter $|e\rangle$ montre des oscillations. L'accord entre les simulations expérimentales et l'expérience est une nouvelle fois très bon. Il confirme l'estimation du nombre de photons thermiques présents dans chaque mode. L'existence d'un champ thermique est contraignante dans la perspective des expériences envisagées (voir chapitre 1). Une procédure de refroidissement est appliquée avant chaque séquence expérimentale afin de réduire les effets du champ thermique. Nous allons maintenant présenter brièvement le principe et les performances de cette technique expérimentale.

2.5.1.d Procédure de refroidissement

Le principe de refroidissement du mode de la cavité consiste simplement à absorber le champ résiduel présent dans la cavité par des paquets d'atomes absorbants.

Le paquet absorbeur est, en général, composé de trois à dix atomes préparés initialement dans l'état $|g\rangle$. Pour optimiser leur absorption, les atomes ne seront pas tout le temps résonnants avec le mode de la cavité. Le désaccord $\delta(t)$ entre la fréquence de transition atomique et la fréquence du mode est varié linéairement de -30 kHz à 30 kHz et il s'annule au temps de passage du paquet au centre du mode. On réalise ainsi un passage adiabatique. La durée de la rampe de champ électrique pour changer le désaccord est $75 \mu s$. L'efficacité d'absorption de chaque paquet est proche de 80%. L'absorption des paquets absorbants a été étudiée en détail dans la thèse de Paolo Maioli [44].

Ces paquets absorbants sont utilisés dans deux cas de figures différents. Dans la mesure où l'on est amené à manipuler des champs cohérents mésoscopiques, une procédure d'initialisation est nécessaire pour effacer le champ produit à la fin d'une séquence expérimentale. Le champ injecté a en général subi la relaxation et, en définitive, le nombre moyen de photons à absorber ne dépasse pas 20 unités. La figure (2.21) reproduit le diagramme spatio-temporel de la procédure d'initialisation du champ. Cette procédure est constituée de cinq paquets absorbants avec une dizaine d'atomes par paquets. Le premier paquet élimine le faible champ créé dans le mode spectateur BF en raison des imperfections expérimentales. Le gros du champ à absorber se trouve dans le mode acteur HF. Quatre paquets se succèdent et assurent, pour des champs mésoscopiques jusqu'à 20 photons en moyenne, une initialisation au vide. Une telle procédure peut générer des échos (voir paragraphe 2.2.3). Pour les éviter, les atomes de l'expérience sont programmés 1 ms après cette procédure. Ainsi, le champ de la cavité a eu le temps de relaxer. Au moment du passage des atomes d'expérience, la cavité est par conséquent à l'état d'équilibre

thermodynamique. Dans tout ce manuscrit, nous symboliserons ce protocole d'effacement du champ par l'apparition d'une étiquette "effacement du champ" dans nos diagrammes spatio-temporel.

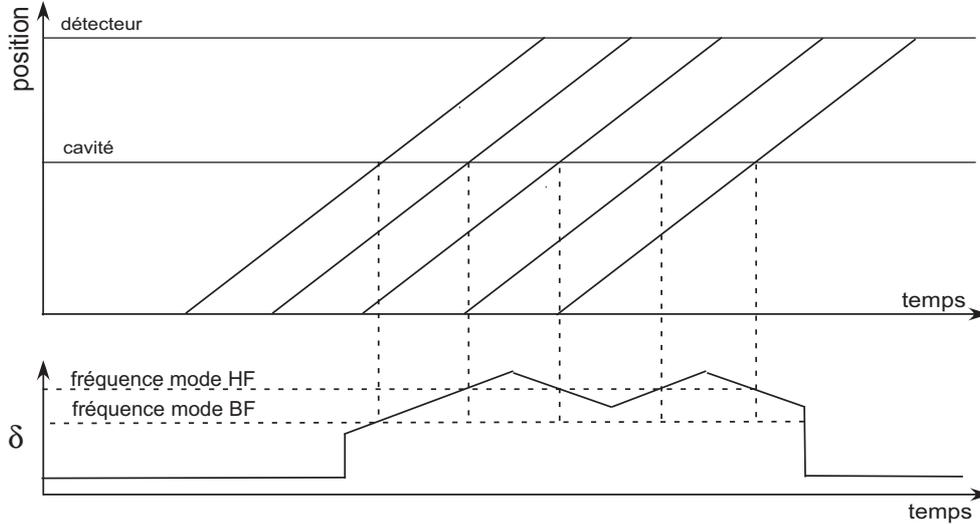


FIG. 2.21 – Diagramme spatio-temporel et évolution du désaccord δ de la procédure d'initialisation du champ

La seconde utilisation de paquets absorbeurs est la réduction du champ thermique initial. Le temps de relaxation du vide vers le champ thermique est $1/\gamma$. Pour être efficace, le délai entre le passage des paquets absorbeurs au centre de la cavité et l'interaction atome-champ doit être inférieur à $1/\gamma$. La procédure de réduction du champ thermique est composée de deux paquets absorbeurs de 4 à 5 atomes. Ils sont séparés de $75\mu s$. Le délai minimum entre le dernier paquet absorbeur et l'atome de l'expérience est $200\mu s$.

L'effet sur le champ thermique a été observé sur un signal d'oscillation de Rabi en absorption. Le principe de la mesure est d'observer l'évolution du transfert atomique d'un atome initialement dans l'état $|g\rangle$ en fonction du temps d'interaction effectif. Dans le cas du vide, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ est uniformément nulle. Dans un champ thermique, une oscillation caractérise le signal de transfert atomique. Pour des champs thermiques de faible nombre moyen de photons, le contraste des oscillations de Rabi caractérise le nombre moyen de photons présents dans le mode de la cavité.

La figure (2.22) résume les caractéristiques spatio-temporelles de l'expérience. L'atome est initialement préparé dans l'état $|g\rangle$. Le temps de déclenchement de l'interaction est $t_{ini} = -37\mu s$. Le délai $\tau_{délai}$ entre l'atome acteur et les paquets absorbeurs pourra être changé. Le temps de fin de l'interaction t_{fin} est balayé.

Les résultats de l'expérience où l'atome est préparé dans $|g\rangle$ sont présentés sur la figure 2.23. Chacun des trois graphes, matérialisés par des ronds, des étoiles et des carrés, représente un délai $\tau_{délai}$ différent entre l'atome et les paquets absorbeurs respectivement égal à $200\mu s$, $350\mu s$ et infini (en pratique sans paquet absorbeur). On remarque l'effet notable du passage des paquets absorbeurs sur l'absorption de l'atome et donc sur le champ résiduel.

Sur la figure, nous avons reproduit, pour chaque délai, les simulations ajustées aux

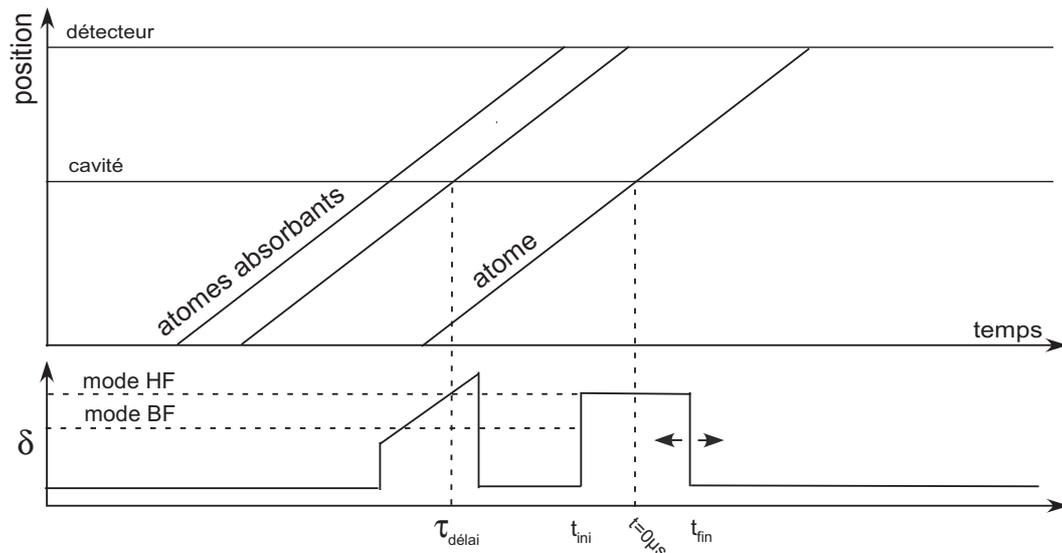


FIG. 2.22 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ pour l'expérience d'oscillation de Rabi dans le champ thermique

courbes expérimentales en supposant que le résultat de l'absorption est un champ thermique. On évalue ainsi le nombre moyen de photons présents après les paquets absorbeurs. Pour des délais de $200 \mu s$ et $350 \mu s$, nous mesurons respectivement la présence de 0.3 ± 0.2 et 0.5 ± 0.2 photons. D'après les lois classiques de relaxation d'un champ thermique, cette estimation correspond à un champ, juste après les paquets absorbeurs, de nombre moyen de photons égal à 0.1.

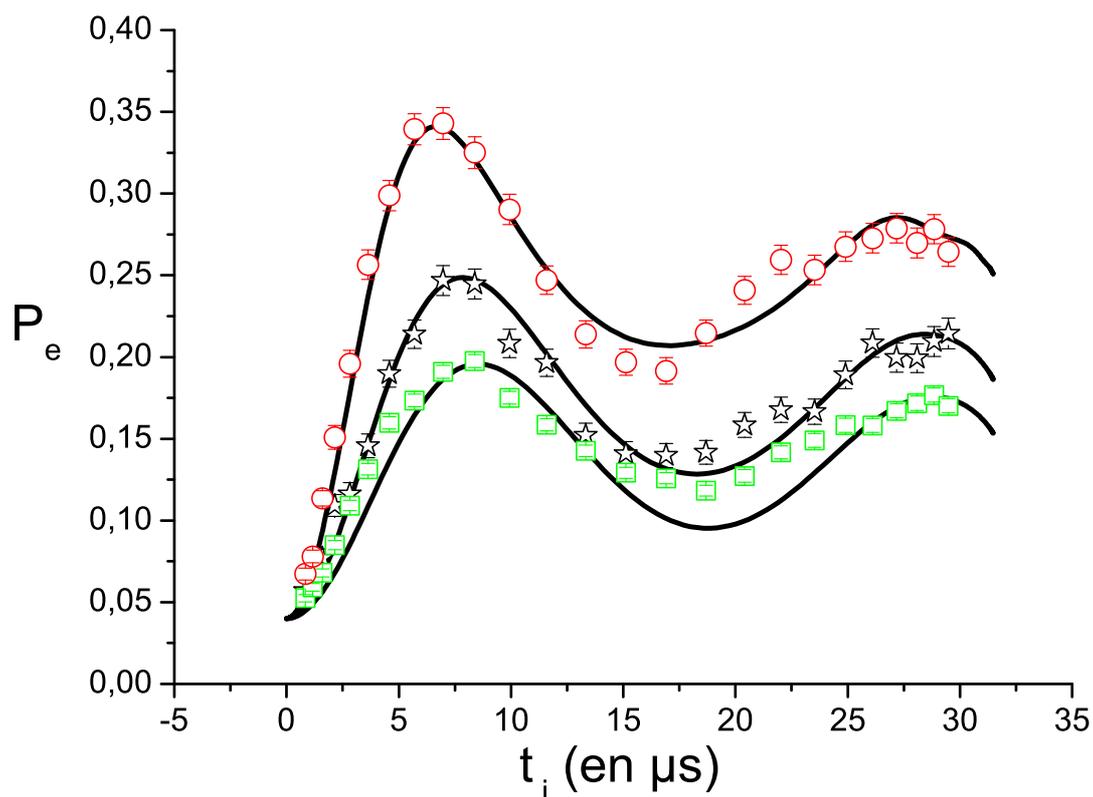


FIG. 2.23 – Oscillations de Rabi en absorption dans un champ thermique "refroidi". La courbe représentée par des ronds correspond au cas sans paquet absorbeur, celle représentée par des étoiles correspond à un délai de $350 \mu s$ entre l'atome acteur et les paquets absorbeurs, finalement celle représentée par des carrés correspond à un délai de $200 \mu s$. Plus le délai est long, plus le transfert atomique maximal est grand

2.6 Production et calibration d'un champ cohérent dans la cavité

L'ensemble des expériences présentées dans ce manuscrit a pour but de manipuler un champ cohérent mésoscopique avec un atome unique. Il est crucial de pouvoir non seulement le créer mais aussi de connaître l'amplitude du champ injecté.

2.6.1 Durée des injections micro-onde

Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, la préparation d'un champ cohérent dans le mode de la cavité est assez simple : elle consiste à coupler la cavité à une source micro-onde externe. L'amplitude du champ dépendra linéairement de deux paramètres de la source contrôlés dans notre expérience : l'amplitude de la source micro-onde, réglée à l'aide d'un atténuateur calibré, et la durée de l'impulsion. Lors de l'injection du mode HF, il est important de ne pas exciter le mode BF.

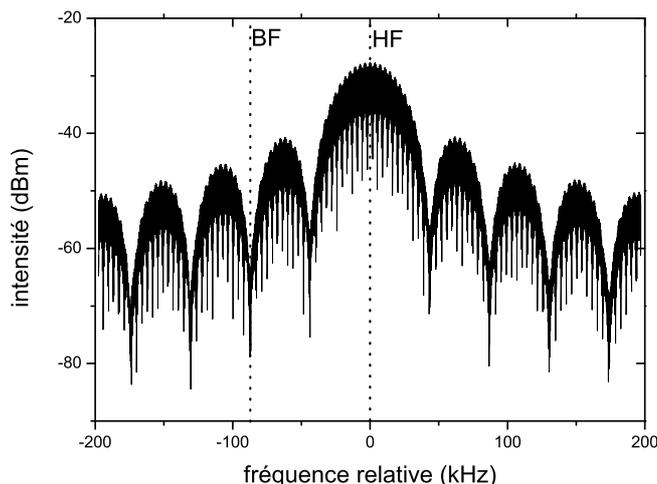


FIG. 2.24 – Spectre de la source pulsée avec une durée de l'impulsion de $23,3 \mu\text{s}$. La position des modes HF et BF est indiquée. Le mode BF se trouve dans un minimum du sinus cardinal. Les nombreux pics fins vers le bas du signal sont liés à la fréquence de répétition que nous avons choisie au moment de l'enregistrement du signal sur l'analyseur de spectre.

La largeur spectrale de la source est bien inférieure au Hz (Synthétiseur ANRITSU référence : MG3692-A). La durée finie de l'injection du champ implique un spectre de fréquences en sinus cardinal, centrée autour de la fréquence d'injection. Avec une durée d'injection de $23.3 \mu\text{s}$, la position du deuxième minimum du sinus cardinal est à environ 86 kHz de la fréquence centrale (figure 2.24). Cette valeur correspond à l'écart en fréquence entre les deux modes. Avec ce choix, lorsque l'on injecte dans le mode HF nous pouvons négliger le champ injecté dans le mode BF, qui a une intensité de 35 dB plus petite.

Une fois les durées des impulsions d'injection choisies, il faut calibrer l'intensité de la source externe pour contrôler le nombre moyen de photons du champ cohérent injecté dans la cavité.

Entre la source micro-onde externe et les guides d'onde qui amènent les signaux micro-onde dans la cavité nous avons placé des atténuateurs réglables très précis. Leur résolution est de 0,1 dB (cf. fig. 2.16). Cependant, dans le parcours après l'entrée des guides d'onde dans le cryostat et jusqu'à l'injection dans la cavité, les signaux micro-onde subissent des pertes difficiles à estimer, de l'ordre de plusieurs dizaines de décibels. La seule façon de mesurer précisément le champ dans la cavité est donc d'utiliser une sonde très sensible et ayant accès à la cavité : les atomes de Rydberg circulaires eux-mêmes. Le but de la procédure de calibration est de connaître le nombre moyen de photons du champ cohérent injecté dans la cavité en fonction de la valeur de l'atténuation ajustée à l'extérieur.

La procédure de calibration est fondée sur la mesure du déphasage du dipôle atomique par l'interaction dispersive entre l'atome et le champ stocké dans la cavité. Ce déphasage est mesuré par interférométrie de Ramsey.

2.6.2 L'interférométrie de Ramsey comme outil de mesure d'un champ

Dans les expériences discutées dans la suite de ce manuscrit, les franges de Ramsey sont employées pour mesurer et calibrer l'intensité du champ à l'intérieur de la cavité. Nous allons d'abord nous intéresser au principe de fonctionnement d'un interféromètre de Ramsey. Le résultat d'une telle expérience est appelé "franges de Ramsey". Ensuite, nous étudierons comment les franges de Ramsey sont affectées par la présence d'un champ dans la cavité. En particulier, nous nous concentrerons sur les cas où un état de Fock $|n\rangle$ est stocké dans la cavité. Ensuite, nous analyserons l'effet d'un champ cohérent sur le signal d'interférence.

2.6.2.a Interférométrie de Ramsey : principe de fonctionnement

L'interférométrie de Ramsey est une technique utilisée très communément dans le domaine de l'optique quantique. Dans les expériences présentées, les deux états atomiques utilisés pour l'interférométrie de Ramsey sont les états $|g\rangle$ et $|i\rangle$.

Le principe de fonctionnement d'un interféromètre de Ramsey est schématisé sur la figure 2.25. Une source micro-onde externe, accordée sur la fréquence de la transition atomique entre les niveaux $|g\rangle$ et $|i\rangle$, est allumée très brièvement à deux instants différents t_1 et t_2 . Elle est réglée de manière à réaliser chaque fois une impulsion $\pi/2$. L'atome est initialement dans l'état $|g\rangle$. La première des deux impulsions crée une superposition des états $|g\rangle$ et $|i\rangle$. La seconde les remélange. L'atome peut suivre deux chemins indiscernables pour aller de l'état initial $|g\rangle$ à l'état final $|i\rangle$. La probabilité de détecter l'atome dans l'état $|i\rangle$ résulte d'une interférence entre ces deux chemins.

Tout au long de son trajet sur l'axe de l'expérience à travers la cavité, l'atome interagit successivement avec deux impulsions de champ classique injectées par une source

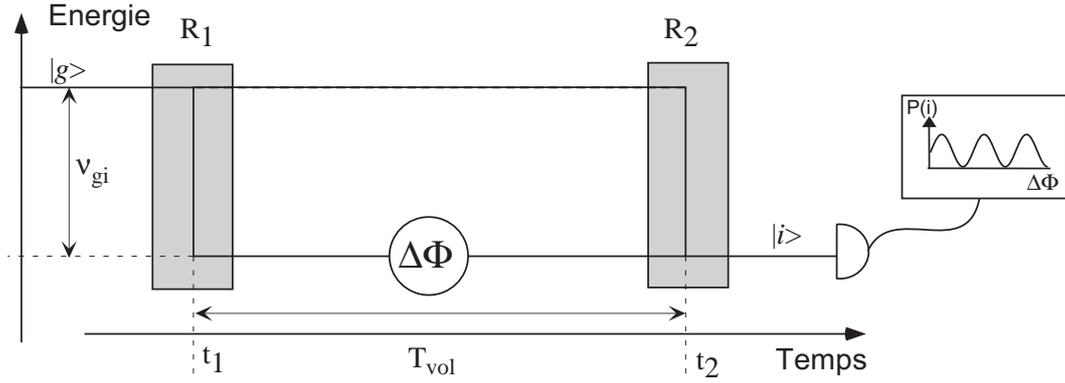


FIG. 2.25 – Principe de l'interféromètre de Ramsey.

micro-onde externe S_R , quasi-résonnante avec la fréquence ν_{gi} de la transition entre les niveaux $|g\rangle$ et $|i\rangle$. Le champ injecté est décrit par une onde monochromatique $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \sin(2\pi\nu_R t)$, avec $\nu_R \simeq \nu_{gi}$. L'évolution atomique est bien décrite par un modèle semi-classique où l'atome est quantifié et le champ considéré comme classique. L'intensité du champ injecté et la durée des deux injections sont réglées de façon à effectuer deux impulsions $\pi/2$ classiques, qui égalisent les populations des états $|g\rangle$ et $|i\rangle$ à l'issue de chaque interaction. En représentation d'interaction, la transformation des états atomiques dans la première zone de Ramsey $R1$ s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} |g\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + |i\rangle) \\ |i\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-|g\rangle + |i\rangle) \end{aligned} \right\} R1 \quad (2.20)$$

La transformation dans la deuxième zone de Ramsey $R2$ est :

$$\left. \begin{aligned} |g\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + e^{i\Delta\Phi_C} |i\rangle) \\ |i\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-e^{-i\Delta\Phi_C} |g\rangle + |i\rangle) \end{aligned} \right\} R2 \quad (2.21)$$

Ici $\Delta\Phi_C = 2\pi(\nu_R - \nu_{gi})T_{vol}$ est le déphasage entre la phase du champ classique et la phase de référence du dipôle atomique accumulé pendant le temps T_{vol} entre les deux impulsions. Supposons maintenant l'atome initialement dans $|g\rangle$. Après l'interaction dans les deux zones de Ramsey l'état de l'atome devient :

$$\begin{aligned} |g\rangle &\xrightarrow{R1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + |i\rangle) \\ &\xrightarrow{R2} \frac{1}{2} [(1 - e^{-i\Delta\Phi_C}) |g\rangle + (1 + e^{i(\Delta\Phi_C)}) |i\rangle] \end{aligned} \quad (2.22)$$

Les probabilités de détecter l'atome dans $|g\rangle$ et $|i\rangle$ valent :

$$\begin{aligned} P_g(\Delta\Phi_C) &= \frac{1}{2}(1 - \cos \Delta\Phi_C) \\ P_i(\Delta\Phi_C) &= \frac{1}{2}(1 + \cos \Delta\Phi_C) \end{aligned} \quad (2.23)$$

La modulation de ces probabilités en fonction de $\Delta\Phi_C$ prend le nom de « franges de Ramsey ».

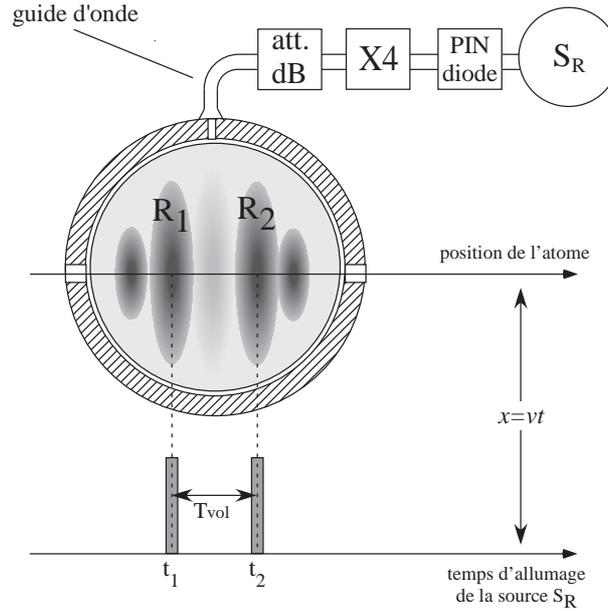


FIG. 2.26 – Position des zones de Ramsey R_1 et R_2 utilisées pour l'interférométrie.

Réalisation expérimentale d'un interféromètre de Ramsey D'un point de vue expérimental, le champ utilisé pour les deux impulsions est injecté par le guide d'onde latéral qui débouche dans l'anneau de la cavité, discuté au § 2.3.4. La figure 2.26 montre la structure du champ injecté par le guide latéral ainsi que les temps d'allumage t_1 et t_2 choisis. Le mode excité a un très faible facteur de qualité. Au moment du passage de l'atome sur l'un des ventres, une impulsion micro-onde est programmée. Sa durée permet de contrôler précisément le temps d'interaction. Les ventres R_1 et R_2 sont appelés « zones de Ramsey », elles se trouvent respectivement avant et après le passage de l'atome dans le mode de la cavité.

Technique de balayage des franges $\Delta\Phi_C$ est le déphasage accumulé par le champ classique par rapport au dipôle atomique. La technique utilisée pour varier $\Delta\Phi_C$ consiste à modifier la phase du champ injecté dans R_2 par rapport au champ injecté dans R_1 . Pour cela, nous désaccordons la fréquence ν_R du champ par rapport à la fréquence ν_{gi} de l'atome d'une quantité $\Delta\nu_R = \nu_R - \nu_{gi}$. Dans la limite $\Delta\nu_R \ll 1/T_{int}$, où T_{int} est le temps d'interaction dans chacune des zones de Ramsey, la puissance vue par l'atome reste inchangée. Chaque impulsion transfère toujours 50% des atomes d'un niveau vers l'autre. Par contre, la phase relative entre le système atomique et le champ classique varie d'une quantité :

$$\Delta\Phi_C = 2\pi(\nu_R - \nu_{gi})T_{vol} \quad (2.24)$$

En balayant la fréquence ν_R aux alentours de ν_{gi} , $\Delta\Phi_C$ est variée.

2.6.2.b Franges de Ramsey en présence d'un champ dans la cavité

Entre les deux impulsions Ramsey, l'atome traverse le mode de la cavité. L'interaction dispersive atome-champ change la phase quantique d'une superposition atomique

(voir paragraphe 1.3.3). Nous évaluons les conséquences du déphasage sur les franges de Ramsey.

Mode dans un état $|n\rangle$ Supposons que le mode de la cavité est dans un état de Fock $|n\rangle$. L'état $|g\rangle$ est couplé au mode de la cavité à travers la transition $e-g$ quasi-résonnante avec le mode, alors que les transitions à partir de l'état $|i\rangle$, d'énergie inférieure, ne sont pas couplées au mode. L'état $|i\rangle$, inchangé par l'interaction, joue ici le rôle de référence de phase. En appliquant les résultats obtenus dans la partie théorique (1.87), pour les niveaux $|g\rangle$ et $|i\rangle$, l'interaction non résonnante d'un atome avec la cavité génère les transformations suivantes des états atome-champ :

$$\begin{aligned} |g, n\rangle &\longrightarrow e^{-i\Phi_0 n} |g, n\rangle \\ |i, n\rangle &\longrightarrow |i, n\rangle \end{aligned} \quad (2.25)$$

où $\Phi_0 = \Omega_0^2 t_{\text{eff}} / 4\delta$ est le déphasage par photon (voir paragraphe 1.3.3). Grâce à l'interférométrie de Ramsey, nous sommes justement capables de mesurer le déphasage $-n\Phi_0$ et ainsi nous pouvons en déduire directement le nombre de photons. Si la cavité est dans l'état $|n\rangle$, le déphasage $\Delta\Phi_C$ entre la phase de la superposition atomique et le champ classique devient :

$$\Delta\Phi_C - \Phi_0 n \quad (2.26)$$

La probabilité de détecter l'atome dans les états $|g\rangle$ et $|i\rangle$ devient :

$$P_{g,i}(\Delta\Phi_C) = \frac{1}{2} [1 \mp \cos(\Delta\Phi_C - \Phi_0 n)] \quad (2.27)$$

L'équation (2.27) montre que, dans le cas d'un état de Fock, le contraste des franges de Ramsey reste idéalement maximal.

Mode dans un état $|\alpha\rangle$ Lorsque la cavité contient un état cohérent $|\alpha\rangle$ la situation est plus complexe. Nous avons vu qu'un état cohérent est modifié par l'interaction dispersive avec un atome, sa phase étant déplacée de la quantité Φ_0 . Nous rappelons l'expression de la fonction d'onde séparable obtenue en (1.92) :

$$\begin{aligned} |g, \alpha\rangle &\longrightarrow |g, \alpha e^{-i\Phi_0}\rangle \\ |i, \alpha\rangle &\longrightarrow |i, \alpha\rangle \end{aligned} \quad (2.28)$$

Après le passage de l'atome, préparé initialement dans $|g\rangle$, dans la première zone de Ramsey et à l'intérieur de la cavité, l'état du système devient :

$$|g, \alpha\rangle \xrightarrow{R1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + |i\rangle) \otimes |\alpha\rangle \xrightarrow{cav} \frac{1}{\sqrt{2}} (|g, \alpha e^{-i\Phi_0}\rangle + |i, \alpha\rangle) \quad (2.29)$$

Après le passage dans la deuxième zone de Ramsey $R2$, la fonction d'onde du système devient :

$$\xrightarrow{R2} \frac{1}{2} [|g\rangle \otimes (|\alpha e^{-i\Phi_0}\rangle - e^{-i\Delta\Phi_C} |\alpha\rangle) + |i\rangle \otimes (e^{i\Delta\Phi_C} |\alpha e^{-i\Phi_0}\rangle + |\alpha\rangle)] \quad (2.30)$$

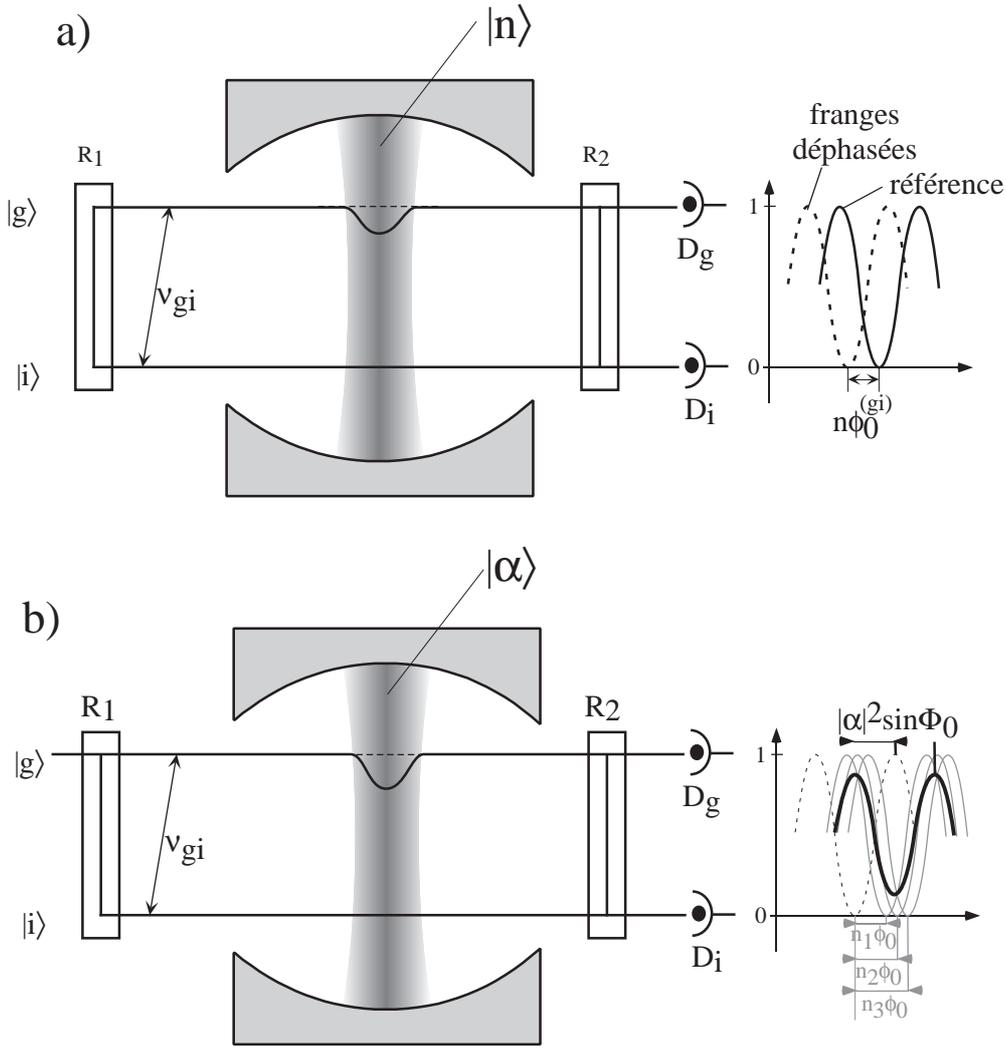


FIG. 2.27 – Image des déphasages des franges dans le cas (a) d'un état de Fock $|n\rangle$ et (b) d'un état cohérent $|\alpha\rangle$.

Les probabilités de détecter l'atome dans les état $|g\rangle$ et $|i\rangle$ valent :

$$P_{g,i}(\Delta\Phi) = \frac{1}{2} \{1 \mp \Re(e^{-i\Delta\Phi_C} \langle \alpha e^{-i\Phi_0} | \alpha \rangle)\} \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{2} \{1 \mp \exp[-2|\alpha|^2 \sin^2(\frac{\Phi_0}{2})] \cos[\Delta\Phi_C - |\alpha|^2 \sin(\Phi_0)]\} \quad (2.32)$$

où nous avons utilisé l'équation (1.120) pour développer le produit scalaire $\langle \alpha e^{-i\Phi_0} | \alpha \rangle$.

L'expression (2.32) montre que le déphasage des franges dû au champ cohérent dans la cavité est $-|\alpha|^2 \sin(\Phi_0)$, qui est proportionnel au nombre moyen de photons $\bar{n} = |\alpha|^2$. Le contraste des franges, par contre, vaut : $\exp[-2|\alpha|^2 \sin^2(\frac{\Phi_0}{2})]$. Plus le champ cohérent est intense, plus le contraste des franges est petit. La réduction du contraste est due à la dispersion du nombre de photons dans le champ cohérent, proportionnelle à $|\alpha| = \sqrt{\bar{n}}$. La superposition d'oscillations avec des fréquences différentes, chacune proportionnelle à n , provoque un brouillage des signaux et une baisse du contraste.

Nous nous retrouvons exactement dans la situation du phénomène d'interférence quantique discutée en introduction. L'équation (2.25) montre en effet que l'état du champ dépend de l'état de l'atome. Puisque dans l'interférométrie de Ramsey l'atome est préparé dans une superposition des états $|g\rangle$ et $|i\rangle$, l'interaction crée un état atome-champ intriqué [équation (2.29)]. Le champ joue le rôle d'un instrument de mesure de l'état de l'atome. Plus le champ est intense et l'incertitude relative sur sa phase petite, plus les informations sur l'état atomique sont précises. Le fait que l'on puisse connaître l'état de l'atome en mesurant le champ détruit la cohérence de la superposition entre les états $|g\rangle$ et $|i\rangle$, et par conséquent les franges disparaissent. Sur l'équation (2.31), cet effet est matérialisé par le facteur $\langle \alpha e^{-i\Phi_0} | \alpha \rangle$. Plus les états se recouvrent et leur produit scalaire est grand, plus les franges sont visibles, et vice versa.

Dans le cas de la cavité dans un état $|n\rangle$, l'interaction atome-champ dispersive ne modifie pas l'état du champ. Par conséquent, aucune information sur l'état de l'atome n'est contenue dans l'état du champ et le contraste des franges de Ramsey est maximal. La figure 2.27 schématise le principe de l'interférométrie de Ramsey dans le cas d'un état de Fock (a) et d'un état cohérent (b) et montre qualitativement la réduction du contraste.

2.6.3 Calibration du champ injecté

Comme l'indique l'équation (2.32), le déphasage des franges de Ramsey est proportionnel à $|\alpha|^2 \sin \Phi_0$, où $|\alpha|^2$ est le nombre moyen de photons du champ injecté, que l'on veut mesurer, et Φ_0 est le déphasage provoqué par le champ dans l'état $|n=1\rangle$. Pour évaluer le nombre de photons absolu injecté dans la cavité, nous devons mesurer d'abord le déphasage référence Φ_0 .

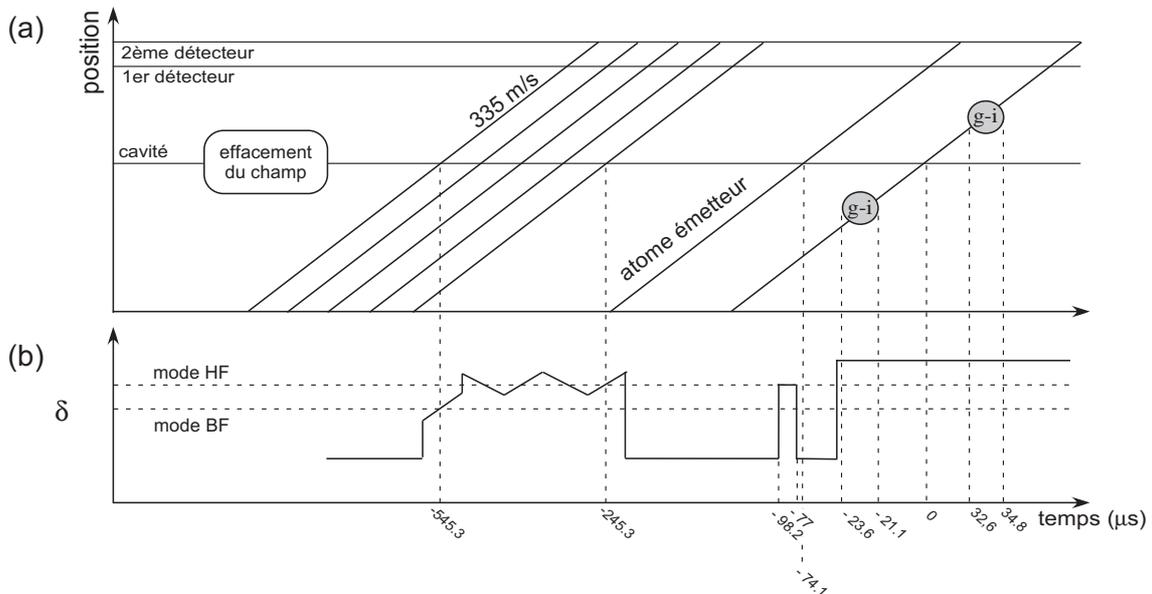


FIG. 2.28 – (a) Diagramme spatio-temporel de l'expérience de mesure du déphasage par photon. (b) Variation de la fréquence de la transition atomique réglée par effet Stark (cf. § 2.2.1 et § 2.3.2) au cours de la séquence expérimentale.

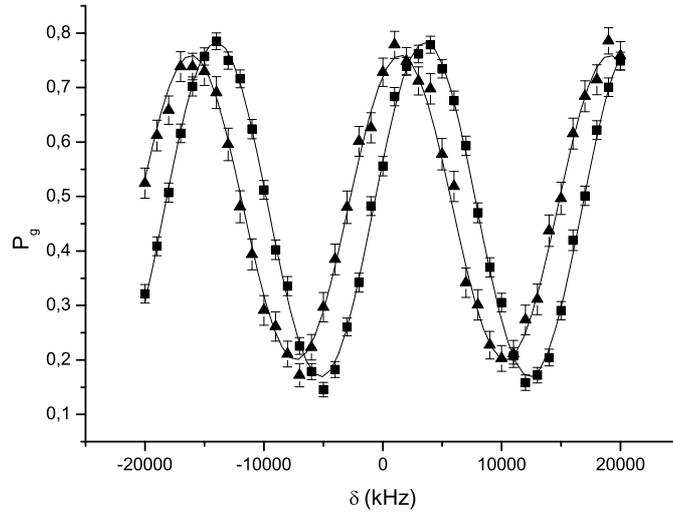


FIG. 2.29 – Mesure du déphasage par photon. La courbes aux carrés correspond aux franges de Ramsey de référence sans atome émetteur, la courbes aux triangles aux franges obtenues après l'émission d'un photon dans le mode

Le diagramme spatio-temporel de l'expérience de mesure du déphasage Φ_0 est représenté dans la figure 2.28a. Un atome, préparé dans l'état $|g\rangle$, de vitesse 335 m/s, interagit avec le champ classique contenu dans les zones de Ramsey $R1$ et $R2$, illustrées dans la figure 2.26. Entre les deux injections l'atome interagit dispersivement avec le mode HF de la cavité. Sa fréquence est alors désaccordée de 100 kHz par rapport à la fréquence du mode HF. L'état de Fock à un photon est préparé dans le mode HF de la cavité par un autre atome, appelé atome émetteur, envoyé avant le précédent et initialement dans l'état $|e\rangle$. Une interaction résonante dans le mode HF d'une durée effective de $9 \mu\text{s}$ permet de transférer complètement le quantum d'énergie au mode de la cavité (impulsion π). Au début de chaque séquence expérimentale, 5 paquets d'atomes absorbants, du même type que ceux décrits dans le paragraphe précédent, effacent le champ injecté dans la cavité au cours de la séquence précédente (cadre au début du diagramme). Avant le passage de l'atome émetteur, cinq autres paquets d'atomes absorbent le champ thermique. Cette procédure à cinq atomes est d'une efficacité comparable à celle discutée précédemment à deux paquets absorbeurs. Pour éviter que le champ thermique ne retourne à la valeur d'équilibre $\bar{n} \sim 1$ avant l'arrivée de l'atome utilisé pour la calibration du champ, le délai entre les cinq paquets absorbants et l'atome est petit. Le dernier de ces paquets atomiques traverse la cavité $175 \mu\text{s}$ avant la première impulsion micro-onde. Au-dessous du diagramme principal, la fréquence de la transition atomique en fonction du temps est représentée (figure 2.28(b)).

Les résultats de l'expérience sont présentés sur la figure (2.29). La figure reproduit deux systèmes de franges conditionnés à la détection et à la non détection de l'atome émetteur. Chacune des franges de Ramsey correspondent au cas où la cavité est vide et au cas où le champ est un état de Fock à un photon. L'ajustement à une fonction sinusoïdale mesure $\Phi_0 = (43,0 \pm 2,5)^\circ$.

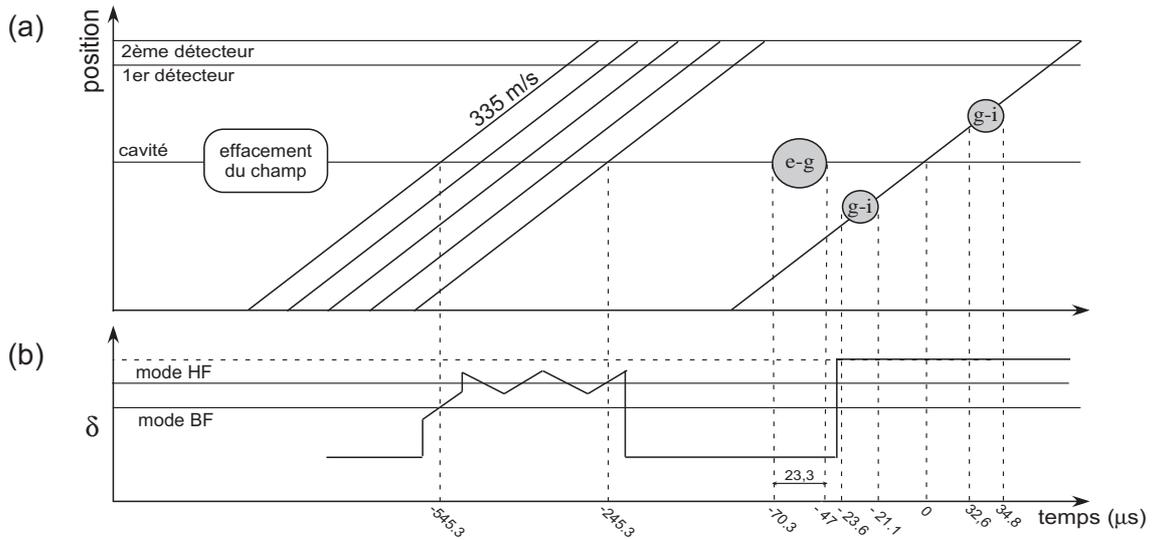


FIG. 2.30 – (a) Diagramme spatio-temporel de l'expérience de calibration du nombre de photons. (b) Variation de la fréquence de la transition atomique réglée par effet Stark (cf. § 2.2.1 et § 2.3.2) au cours de la séquence expérimentale.

A partir de cette mesure de référence, nous sommes capables de calibrer de manière absolue le nombre de photons injectés dans le mode de la cavité. A cet effet, nous mesurons maintenant le déphasage induit par la présence d'un champ cohérent d'amplitude ajustable.

Par rapport à l'expérience précédente, nous avons remplacé l'émission d'un photon par l'injection du champ externe. La figure 2.30 schématise la différence à apporter au schéma du déroulement spatio-temporel. Les délais entre la fin de la création de l'état de Fock à un photon et la fin de l'injection dans les deux expériences ne sont pas les mêmes. L'évaluation finale du nombre de photons tiendra compte de cette différence.

La figure 2.31 représente les systèmes de franges obtenus sans injecter aucun champ dans la cavité, avec un champ cohérent de 0,67 photons et de 2.68 photons. Plus le champ cohérent dans la cavité est important, plus le déphasage est important et plus le contraste est réduit. Ce comportement est en complet accord avec l'expression du signal (voir figure 2.31).

Finalement, la figure 2.32 reproduit les résultats de l'expérience pour différentes atténuations de l'injection, sous la forme d'un déphasage en fonction de l'atténuation de la puissance micro-onde injectée induite par les atténuateurs externes, en unités linéaires. En connaissant le déphasage par photon Φ_0 et en mesurant le déphasage provoqué par le champ cohérent $|\alpha|^2 \sin \Phi_0$, nous obtenons le nombre moyen de photons $|\alpha|^2$, la courbe 2.32 indique le nombre moyen de photons injectés en fonction de la valeur de l'atténuation.

Cette mesure correspond à la détermination du module de l'amplitude du champ à la fin de son injection dans le mode de la cavité. Dans toutes les expériences suivantes, un délai, donné pour chaque expérience, sera nécessaire entre l'injection du champ et sa manipulation. Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, la relaxation du champ cohérent ou d'un champ thermique déplacé se fait sur un temps caractéristique de $1/\gamma$.

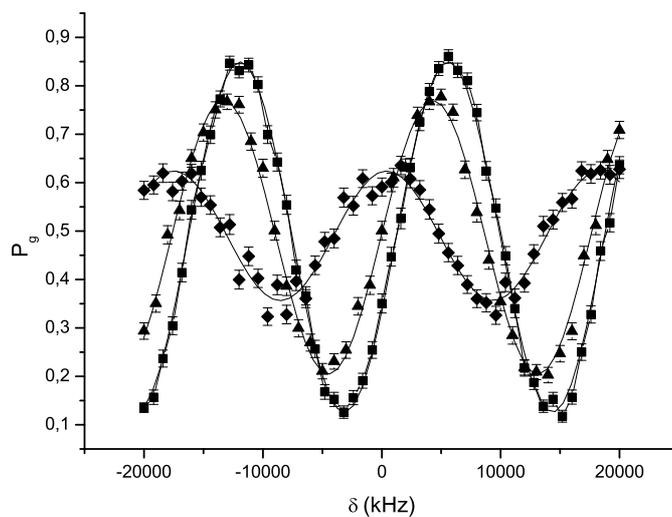


FIG. 2.31 – Franges de Ramsey obtenues pour différentes atténuations de la source : les courbes matérialisées par des carrés, des triangles et des cercles correspondent respectivement à un champ injecté de 0 photons (sans injection), de 0.68 photons et 2.68 photons

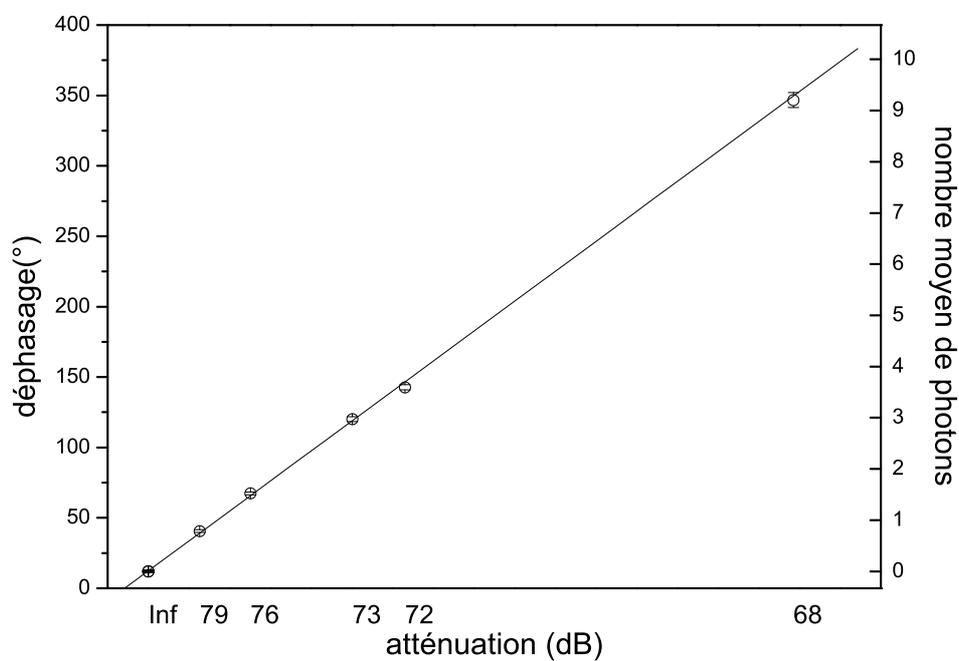


FIG. 2.32 – Dépendance du déphasage en fonction de l'atténuation du signal micro-onde injecté.

On en tiendra compte au cas par cas.

L'incertitude sur la calibration du nombre de photons provient principalement des erreurs systématiques dans la mesure du déphasage Φ_0 de référence. Premièrement, il existe un délai de $\sim 80 \mu\text{s}$ entre la création du photon et l'entrée de l'atome sonde dans le mode. Pendant ce délai, l'état $|n = 1\rangle$ relaxe vers un mélange statistique des états $|n = 0\rangle$ et $|n = 1\rangle$. Deuxièmement, en raison de la présence du second mode de la cavité, la pureté de l'état de Fock à un photon créé n'est pas excellente. L'incertitude finale estimée sur le nombre moyen de photons du champ cohérent est de l'ordre de 10%

Chapitre 3

Mesure de l'état du champ mésoscopique : la fonction de quasi-probabilité Q

Ce chapitre est consacré à la mesure de l'état du champ présent dans le mode de la cavité. Au même titre que la matrice densité, les fonctions de Wigner ou Q caractérisent complètement l'état auquel elles sont associées. Au début de ma thèse, un protocole de mesure de la fonction de Wigner a été développé pour mesurer l'état d'équilibre du mode de la cavité et d'un état de Fock à un photon [71, 43]. Il est décrit en détail dans la thèse de Patrice Bertet [72].

Pour les états superpositions composés de deux champs cohérents de phases différentes (1.2.3), la mesure de la fonction de Wigner permet d'évaluer la différence de phase entre les deux composantes du champ et le degré de cohérence de la superposition. Comme nous l'avons vu dans la partie théorique (1.2.3), la fonction Q , elle, est tout à fait appropriée à l'étude de la séparation en deux états cohérents de phases différentes du champ. Par contre la contribution des termes de cohérence est très réduite et la résolution nécessaire est inaccessible expérimentalement. Néanmoins, la mesure de la fonction Q est expérimentalement plus facile à mettre en œuvre.

Dans ce chapitre, nous décrivons la méthode de mesure de la fonction Q du champ stocké dans la cavité. A l'instar de la fonction de Wigner et comme nous l'avons remarqué dans le paragraphe (1.2.3), chaque point de cette distribution est la valeur moyenne d'un opérateur du champ. La seule mesure disponible dans notre expérience est la détection de l'état de l'atome à deux niveaux. Il a donc fallu développer un protocole indirect basé sur l'interaction résonnante du champ avec un atome à deux niveaux pour extraire l'information sur le champ.

Nous présentons premièrement le cahier des charges expérimental et le protocole utilisé pour réaliser la mesure de la fonction Q d'un état quelconque du champ. En particulier, les caractéristiques de couplage entre les atomes détectés et le champ à sonder sont discutées. Enfin, la procédure de mesure de la fonction Q est appliquée à différents états du champ. Nous comparons les résultats expérimentaux aux fonctions Q théoriques des états produits dans la cavité.

3.1 Mesure expérimentale de la fonction Q d'un état du champ

L'expression de la fonction Q associée à un opérateur densité $\hat{\rho}$, telle qu'elle a été dérivée dans la partie théorique, est la suivante :

$$\pi Q_{\hat{\rho}}(\alpha) = \langle \alpha | \hat{\rho} | \alpha \rangle = Tr_{champ}(\hat{D}^{-1}(\alpha) \hat{\rho} \hat{D}(\alpha) |0\rangle \langle 0|) \quad (3.1)$$

L'écriture (3.1) associe à chaque point de l'espace des phases la valeur moyenne d'un opérateur. Elle fournit donc un protocole de mesure pour reconstruire expérimentalement la fonction Q . Cette mesure comporte deux étapes : une étape de déplacement du champ à mesurer et une étape de lecture.

Appelons $\hat{\rho}(-\alpha)$ la matrice densité $\hat{D}(-\alpha) \hat{\rho} \hat{D}(\alpha)$. La matrice densité $\hat{\rho}(-\alpha)$ est obtenue après un déplacement d'amplitude $-\alpha$. La première étape consiste à produire l'état $\hat{\rho}(-\alpha)$. Expérimentalement, la transformation revient simplement à injecter un champ d'amplitude $-\alpha$ après la production du champ à mesurer.

La seconde opération est une mesure de la probabilité de détecter 0 photon dans l'état du champ après déplacement :

$$\pi Q_{\hat{\rho}}(\alpha) = \langle 0 | \hat{\rho}(-\alpha) | 0 \rangle \quad (3.2)$$

Dans notre dispositif, la seule sonde possible du champ est un atome à deux niveaux. Au contraire d'autres expériences réalisées dans le domaine optique [73], nous ne pouvons pas avoir des informations sur l'état du champ sans les atomes.

Attachons-nous à décrire les caractéristiques de la réponse atomique attendue lors de l'interaction avec le champ déplacé $\hat{\rho}(-\alpha)$ en vue de la reconstruction de la fonction $Q_{\hat{\rho}}$. L'idéal pour mener cette discussion est de décomposer le champ sur la base des états de Fock. Le comportement atomique idéal doit permettre de discriminer entre le cas où le champ est le vide et celui où le champ électromagnétique se trouve dans tout autre état de Fock $|n\rangle$ avec $n \geq 1$. Par conséquent, elle est une fonction à deux valeurs, 1 pour l'état vide et 0 pour tout état de Fock avec n différent de 0. Nous allons voir comment une interaction résonnante permet de s'approcher de la réponse atomique idéale.

3.1.1 Mesure du champ

Le protocole utilise une interaction résonnante entre un atome sonde initialement dans l'état $|g\rangle$ et le champ à sonder déplacé $\hat{\rho}(-\alpha)$. Le signal mesuré est la probabilité de détecter l'atome sonde dans l'état $|g\rangle$.

Après un temps d'interaction t , l'expression analytique de cette probabilité a été dérivée dans la partie théorique (1.3). Nous la réécrivons ici dans le cas où la cavité est initialement dans l'état $\hat{\rho}(-\alpha)$. Si on note $P_g^{\hat{\rho}(-\alpha)}(t)$ la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ après une interaction résonnante avec l'état du champ $\hat{\rho}(-\alpha)$, elle a pour expression :

$$P_g^{\hat{\rho}(-\alpha)}(t) = \rho_{0,0}(-\alpha) + \sum_{n \geq 1} \rho_{n,n}(-\alpha) \left(\frac{1 + \cos(\Omega_0 \sqrt{n} t)}{2} \right) \quad (3.3)$$

On rappelle que Ω_0 est, dans cette expression, la fréquence de Rabi du vide.

En couplage résonnant avec le vide, un atome initialement dans l'état fondamental $|g\rangle$ n'échange pas d'énergie avec le champ et, par conséquent, il restera dans l'état $|g\rangle$. La probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ sera idéalement 1. On obtient dans ce cas la réponse atomique attendue.

En revanche pour tout autre état de Fock $|n\rangle$, l'atome échangera de l'énergie avec le champ et l'état atomique final sera déterminé par le temps d'interaction. Comme nous l'avons vu dans le chapitre théorique, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ est caractérisée pour $n \geq 1$ par des oscillations en fonction du temps d'interaction : c'est le phénomène d'oscillation de Rabi quantique. Idéalement, dans le cas de l'interaction avec un état de Fock $|n\rangle$ ($n \geq 1$), les oscillations sont non amorties et leur fréquence est proportionnelle à \sqrt{n} . A temps d'interaction fixe, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ ne sera pas la même pour tous les états de Fock.

Il semble hors de question d'obtenir le régime binaire escompté de la réponse atomique. Nous ne pourrions vérifier la condition de réponse atomique binaire, nous ne pourrions que l'approcher. En particulier, la figure 3.1 représente les oscillations de Rabi théorique pour les états de Fock de 1 à 3. Nous pointons sur chaque courbe le temps d'interaction t_{opt} . Pour l'oscillation de Rabi dans l'état de Fock à un photon, ce temps correspond à une impulsion proche de $5\pi/2$. Pour ce temps d'interaction, le transfert atomique est à peu près égal à $1/2$ lors de l'interaction avec les trois premiers états de Fock. Pour les états de Fock suivants, il est idéalement assez différent. Par contre, le nombre d'oscillations effectuées après un temps d'interaction égal à t_{opt} est, pour ces états, plus grand. Par conséquent l'amortissement du phénomène d'oscillation de Rabi dû aux imperfections expérimentales est plus important et la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ pourra être supposée égale à $1/2$ pour n'importe quel état de Fock de plus de 4 photons.

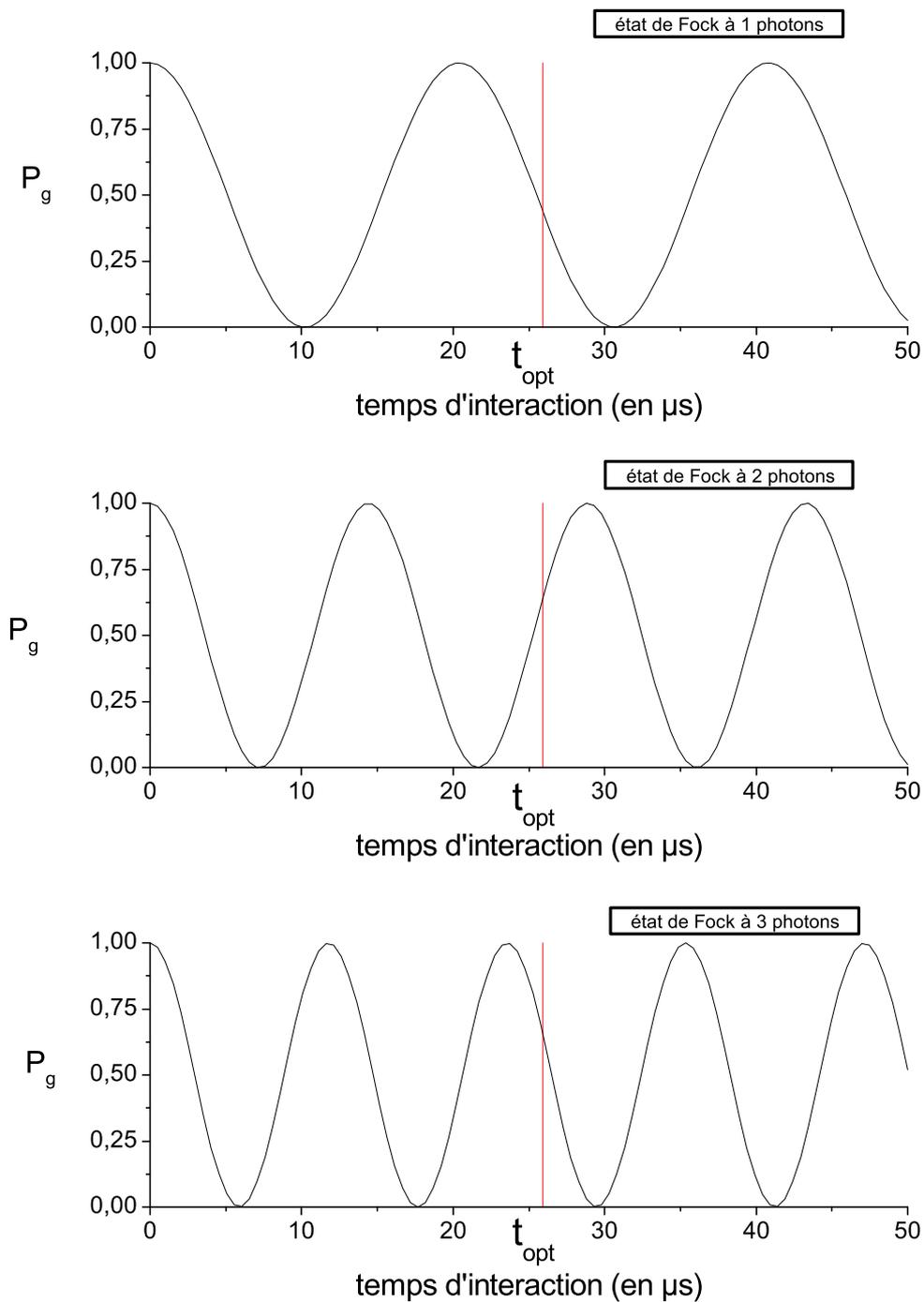
Finalement, le résultat de l'expérience est la probabilité de détecter l'atome sonde dans l'état $|g\rangle$ après un temps d'interaction égal à t_{opt} avec le champ déplacé. Ce signal a , approximativement, les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} P_g(t_{opt}) &= 1 \text{ si l'état du champ est } |0\rangle \\ P_g(t_{opt}) &= 1/2 \text{ si l'état du champ est } |n\rangle \text{ avec } n \geq 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

En définitive, on déduit la valeur de la fonction Q au point α à partir de la relation suivante :

$$\pi Q(\alpha) = 2P_g^{\hat{\rho}(-\alpha)}(t = t_{opt}) - 1 \quad (3.5)$$

Pour conclure, récapitulons le protocole expérimental de la mesure de la fonction Q : une séquence de déplacement du champ à mesurer par injection d'un champ cohérent dans le mode de la cavité et l'absorption du champ ainsi déplacé au temps d'interaction t_{opt} fixe d'un atome sonde initialement préparé dans l'état $|g\rangle$.

FIG. 3.1 – Oscillations de Rabi théorique pour les états de Fock $|1\rangle$, $|2\rangle$ et $|3\rangle$

Dans la suite, nous allons voir comment le temps optimal d'interaction t_{opt} est déterminé expérimentalement en étudiant l'oscillation de Rabi dans le vide. Ensuite nous donnerons toutes les caractéristiques techniques de l'atome sonde et du champ de déplacement composant la procédure de mesure de la fonction Q .

3.1.2 Analyse du processus d'absorption : oscillation de Rabi dans le vide

La réalisation expérimentale de la mesure de la fonction Q nous amène à étudier en détail le comportement de l'atome initialement préparé dans l'état $|g\rangle$ en interaction avec différents états de Fock. Étudier cette dynamique pour tous les états de Fock pose un sérieux problème expérimental : créer des états de Fock purs de plus d'un photon est un réel défi expérimental. Les expériences de CQED dans le domaine micro-onde ont créé des états de Fock à un et deux photons de pureté convenable. La création utilise le plus souvent les oscillations de Rabi [74, 43, 47]. Grâce à un processus du second ordre, un état de Fock à 2 photons a été créé dans notre expérience [75].

Pour éviter les problèmes de pureté de l'état de Fock du champ créé, nous préférons, pour déterminer le temps optimal d'interaction t_{opt} , étudier les comportements des oscillations de Rabi dans le vide. Dans cette partie, nous présentons les résultats expérimentaux de l'oscillation de Rabi réalisée avec la cavité vide et l'atome initialement dans $|e\rangle$. L'oscillation de Rabi "en émission", est tout à fait équivalente à l'étude de la dynamique du système initialement dans l'état $|g, 1\rangle$. Elles sont exactement symétriques l'une de l'autre par rapport à la probabilité $1/2$.

Le protocole expérimental est très similaire à celui utilisé dans la partie (2.5.1) lors de l'étude de l'oscillation de Rabi dans un champ thermique. Sur la figure (3.2), nous avons reproduit le diagramme spatio-temporel de l'expérience. La séquence commence par deux paquets absorbeurs. L'atome passe au centre de la cavité $200\mu\text{s}$ après le passage du dernier paquet absorbeur. Le champ produit à la fin de la procédure de refroidissement est caractérisé par 0.3 photons en moyenne au moment du passage de l'atome. La valeur de temps d'interaction optimal t_{opt} se situe d'après les prédictions théoriques autour de $25\mu\text{s}$. Par conséquent, une vitesse des atomes de 335m/s suffit pour l'atteindre. Le temps initial d'interaction t_{ini} est programmé $37\mu\text{s}$ avant le passage de l'atome au centre de la cavité. Le temps de fin d'interaction t_{fin} est lui balayé pendant l'expérience.

La figure 3.3 présente la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ en fonction du temps d'interaction effectif t_i . Nous pointons sur cette courbe le temps d'interaction réalisant avec une bonne approximation l'impulsion $5\pi/2$ à l'aide d'un trait vertical. Expérimentalement nous trouvons $t_{opt} = 24\mu\text{s}$. La différence par rapport au temps de l'impulsion $5\pi/2$ idéale est expliquée par la présence du second mode. Ce temps effectif correspond à un temps de fin d'interaction $t_{fin} = -8\mu\text{s}$.

Comme nous l'avons souligné au début de ce chapitre, le caractère binaire de la réponse atomique est en toute rigueur impossible à atteindre. Nous disposons cependant au temps d'interaction t_{opt} d'une bonne réponse atomique expérimentale pour mesurer en principe la fonction Q . Nous allons décrire maintenant les caractéristiques complètes de la procédure de mesure de la fonction Q . Elle est composée de l'injection de micro-onde

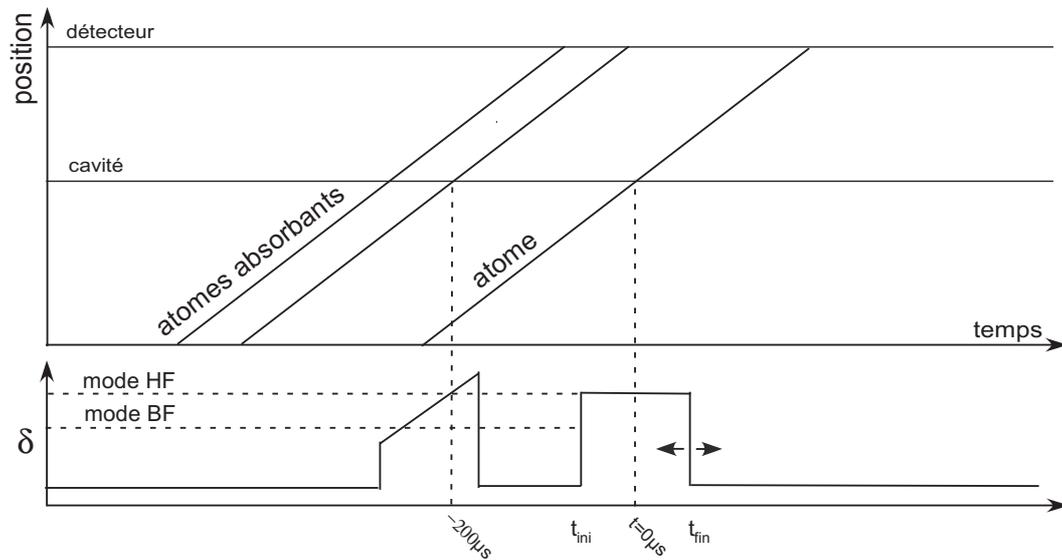


FIG. 3.2 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience des oscillations de Rabi dans le vide

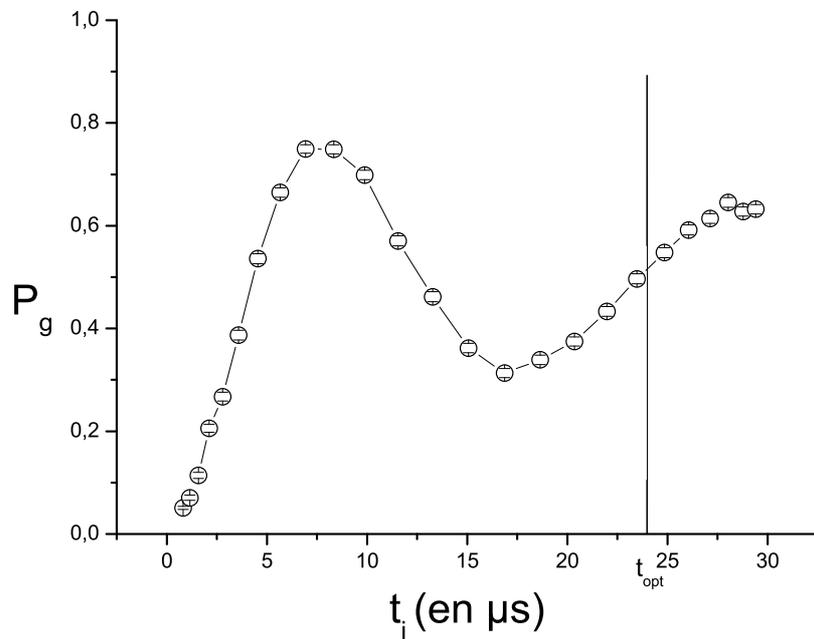


FIG. 3.3 – Oscillations de Rabi en émission. Le temps d'interaction optimal t_{opt} est mesuré à $24 \mu s$

de déplacement et de l'atome sonde.

3.1.3 La procédure expérimentale de mesure de la fonction Q

La figure 3.4 résume les caractéristiques du protocole de mesure de la fonction Q . L'atome sonde est préparé dans l'état $|g\rangle$. Sa vitesse est sélectionnée à 335m/s. Le début de l'injection du champ cohérent de déplacement est programmé $93.3\mu s$ avant le passage de l'atome sonde au centre de la cavité. Le champ cohérent de déplacement est injecté pendant $23.3\mu s$. Pendant cette injection, la différence de potentiel maximale est appliquée entre les miroirs. Tous les atomes présents dans la cavité hors du mode sont alors hors de résonance avec le champ injecté.

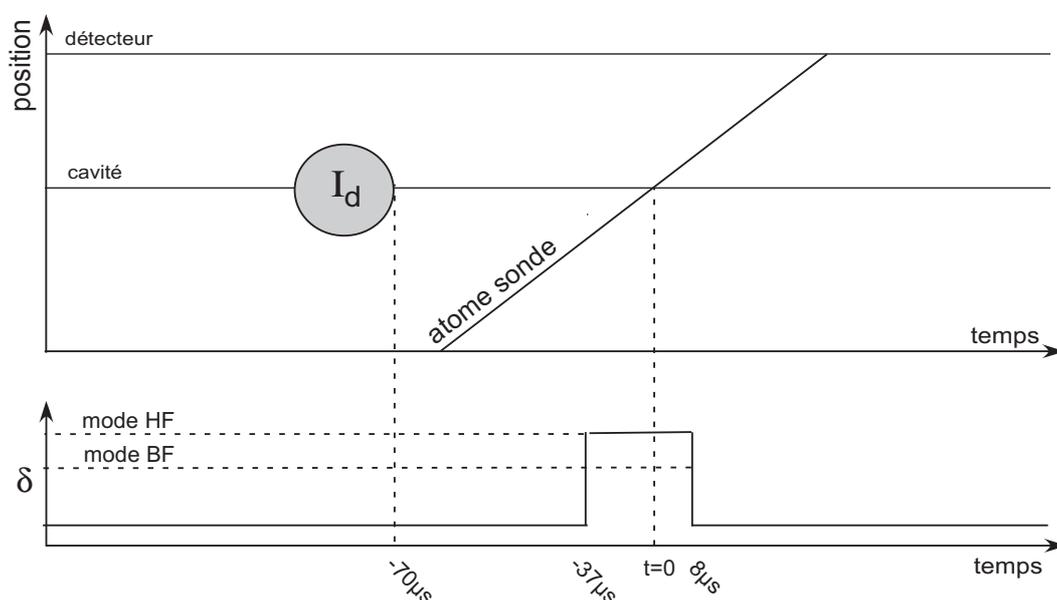


FIG. 3.4 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de la procédure de mesure de la fonction Q

Se pose alors la question de l'exploration de l'espace des phases. Le point de mesure de la fonction Q est l'amplitude du déplacement réalisé de l'état du champ à sonder. La phase et le module de cette amplitude sont respectivement contrôlés à l'aide de déphaseurs et d'atténuateurs calibrés.

Dans la suite, nous présentons les premiers résultats de cette thèse utilisant la procédure de mesure de la fonction Q .

3.2 Mesure de la fonction Q

Après avoir décrit toutes les caractéristiques de la mesure de la fonction Q , nous nous proposons d'appliquer ce protocole à différents états du champ. Les champs ainsi sondés sont de deux types. D'une part, les états invariants par rotation dans l'espace des phases, tels que les états de Fock. Nous ne présenterons pour ces états que la coupe de la fonction Q sur une droite passant par l'origine. D'autre part, les états avec une information de phase tels que les états cohérents et leurs superpositions.

3.2.1 La mesure du champ thermique

Le premier état sondé est le champ à l'équilibre thermodynamique. Il est défini par un unique paramètre : le nombre moyen de photons. On cherchera à discriminer grâce à la mesure de la fonction Q l'état de champ thermique de ceux produits après refroidissement.

Dans ces deux cas, l'état du champ possède une fonction Q invariante par rotation dans l'espace des phases. Par conséquent, le champ ne sera mesuré qu'en amplitude et le résultat de l'expérience sera la coupe de la fonction Q de l'état sondé sur une droite passant par l'origine. Expérimentalement, nous modifions le module de l'amplitude de déplacement en changeant la durée de l'impulsion micro-onde. Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, l'amplitude du déplacement est proportionnelle à la durée de l'impulsion. La calibration du champ avant chaque expérience nous permet de connaître précisément le module de l'amplitude du déplacement pour une durée fixe. Une simple règle de trois précise l'amplitude pour chaque durée d'allumage de la micro-onde. En raison du faible nombre de photons injectés, le champ présent dans le mode BF est négligeable.

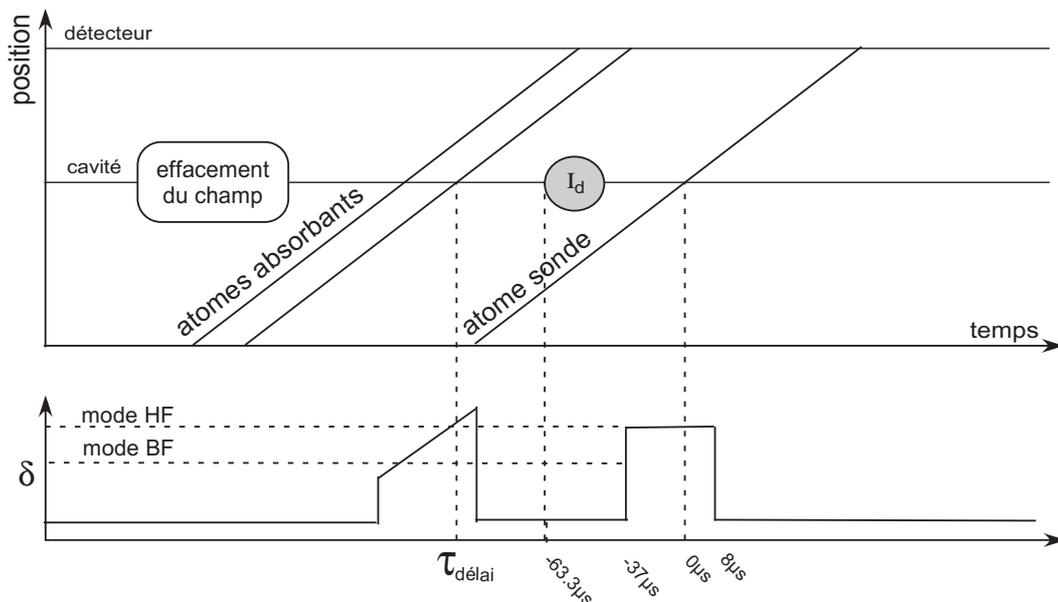


FIG. 3.5 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience de mesure de la fonction Q du champ thermique : le délai minimal entre la sonde et le dernier paquet absorbeur est $200\mu\text{s}$

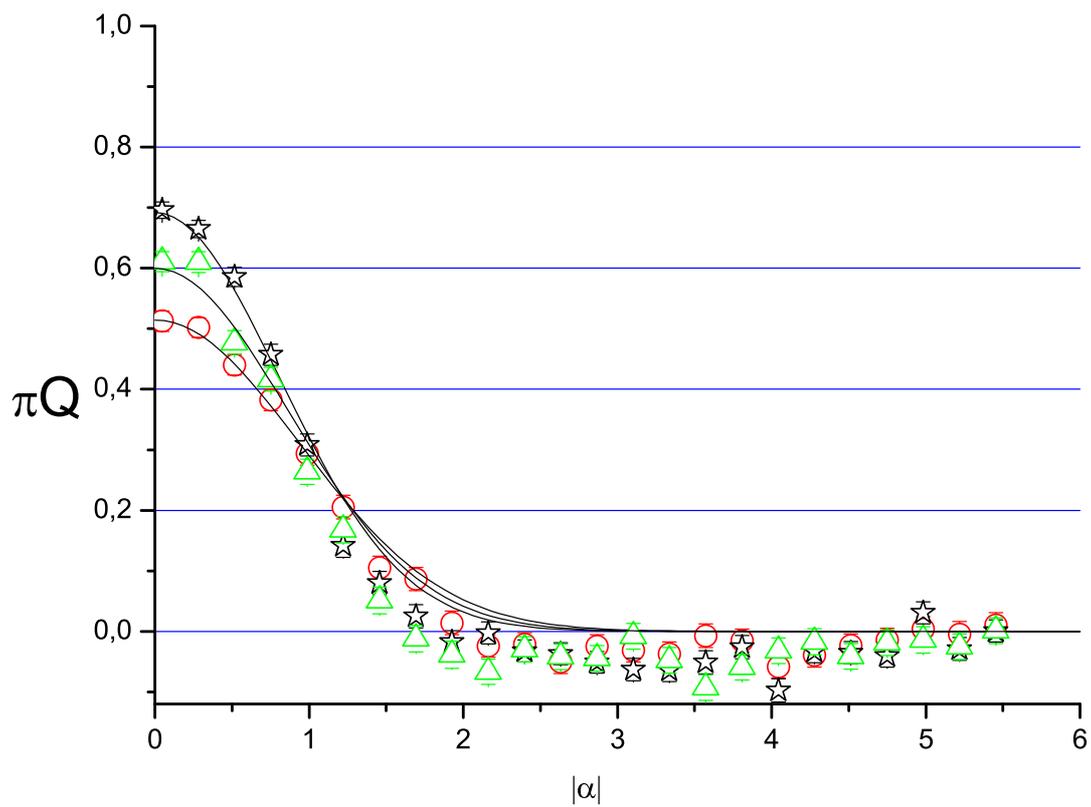


FIG. 3.6 – Mesure de la fonction Q du champ thermique sans paquets absorbeurs (la courbe matérialisée par des ronds), à 200 μs des paquets absorbeurs (la courbe matérialisée par des étoiles) et à 350 μs des paquets absorbeurs (la courbe matérialisée par des triangles). On superpose sur chaque courbe la fonction Q résultat de l'ajustement.

La figure (3.5) reproduit le diagramme spatio-temporel de la séquence expérimentale et la fréquence atomique programmée. Une procédure initiale d'effacement du champ permet d'éliminer le champ résiduel présent dans le mode à la fin de la séquence précédente.

Ensuite, une procédure de refroidissement de la cavité est programmée $\tau_{délai}$ avant le passage de l'atome sonde au centre de la cavité. Elle est composée de deux atomes. Pour observer la dépendance de la fonction Q en fonction du champ thermique, la mesure sera réalisée pour trois délais différents $\tau_{délai}$: 200 μs , 350 μs ainsi qu'en l'absence de la procédure de refroidissement.

Sur la figure (3.6), on compare les fonctions Q obtenues dans ces trois configurations. Les trois courbes ont des profils à peu près gaussiens comme attendu. On rappelle ici l'expression de la fonction Q associée au champ thermique de nombre moyen de photon n_{th} obtenue dans la partie théorique (1.6) :

$$\pi Q_{\hat{\rho}_{th}}(\alpha) = \frac{1}{n_{th} + 1} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{n_{th} + 1}\right) \quad (3.6)$$

La fonction mesurée a bien le comportement attendu : plus le champ thermique est grand, plus le profil gaussien est large et plus la valeur de la fonction Q à l'origine est petite. Plus quantitativement, un ajustement de la fonction Q mesurée à l'expression théorique (3.6) permet d'évaluer le champ thermique. En raison des imperfections de la réponse atomique, le transfert atomique dépend encore de l'amplitude de champ. Nous prenons en compte cet aspect sous la forme d'une incertitude sur le "fond" de la fonction à ajuster. Les résultats de l'ajustement mesurent le nombre de photons moyen pour différents délais. Sans paquets absorbeurs, on mesure 0.9 ± 0.2 , avec des paquets 200 μs et 350 μs avant l'atome sonde, on mesure respectivement 0.4 ± 0.1 et 0.55 ± 0.1 . Ces résultats sont en très bon accord avec la mesure du champ thermique réalisée à partir de l'analyse de l'oscillation de Rabi (2.5.1).

A une bonne approximation, la fonction mesurée possède les propriétés de l'état de champ thermique.

3.2.2 Mesure la fonction Q d'un champ thermique déplacé

Notre intérêt se porte maintenant sur l'état de champ thermique déplacé. Au contraire du cas précédent, la fonction Q n'est pas invariante par rotation dans l'espace des phases. L'état du champ sera sondé de deux manières différents : à amplitude fixe ou à phase fixe.

On rappelle ici l'expression de la fonction Q associée au champ thermique de nombre moyen de photon n_{th} déplacé d'une amplitude β (1.2.3) :

$$\pi Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\alpha) = \frac{1}{n_{th} + 1} \exp\left(-\frac{1}{n_{th} + 1}|\alpha - \beta|^2\right) \quad (3.7)$$

La figure 3.7 présente le diagramme spatio-temporel de la séquence expérimentale. Par rapport à l'expérience précédente, le protocole ajoute une phase de préparation de l'état thermique déplacé. Elle consiste en une injection I de champ. La fin de cette injection est réalisée 103.3 μs avant le début du déplacement dans la procédure de mesure

de la fonction Q . L'injection dure exactement $23.3\mu\text{s}$. L'atome sonde passe au centre du mode $350\mu\text{s}$ après le passage en ce même point du dernier paquet absorbeur. A partir de l'évaluation du nombre moyen de photons présents dans la cavité présentée dans le paragraphe (2.5.1), après $350\mu\text{s}$ de relaxation, le nombre moyen de photons dans le mode HF est égal à 0.5. Le délai entre les deux injections est égal à $103.3\mu\text{s}$. Pendant ce temps, le champ thermique déplacé relaxe en suivant la loi (1.177).

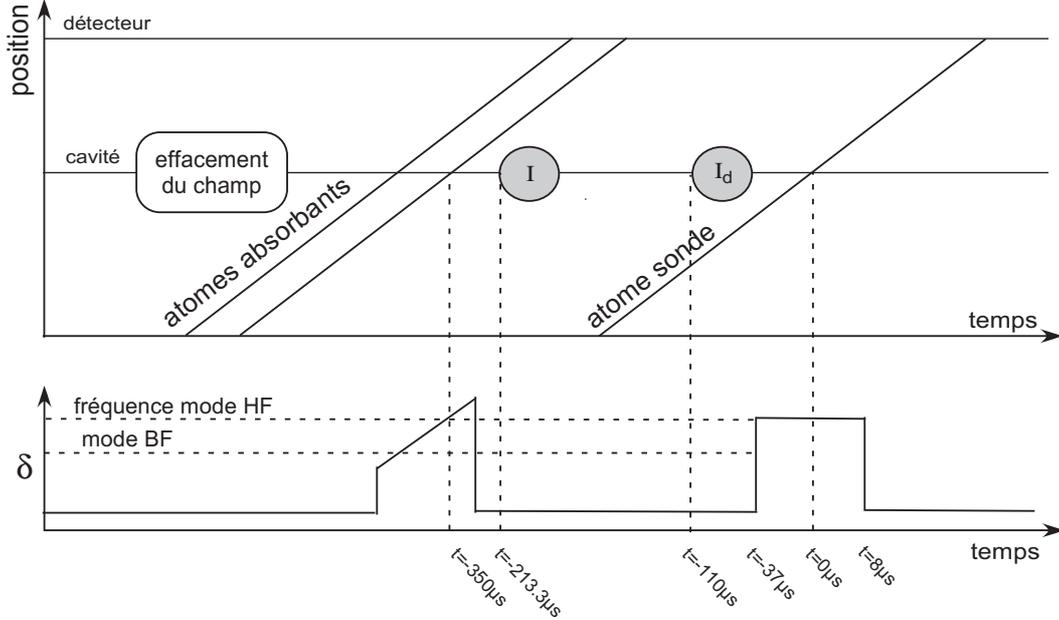


FIG. 3.7 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience de mesure de la fonction Q du champ thermique déplacé

Les deux impulsions micro-onde sont issues de la même source. La relation de phase entre la première impulsion I et la seconde I_d de déplacement est définie par le temps τ entre les instants initiaux des deux injections et la fréquence propre de la source. Comme dans le cas de l'interférométrie de Ramsey, ce temps d'attente entre les deux impulsions micro-onde est fixe et la phase est donc modifiée en changeant la fréquence de la source générant le champ nécessaire aux deux impulsions. Dans cette opération, la cavité se comporte comme un filtre. En raison de la durée finie des impulsions micro-onde, leur largeur spectrale, égale à l'inverse du temps d'allumage, est supérieure à la trentaine de kHz. Le balayage typique en fréquence opéré dans les expériences de mesure de la coupe de la fonction Q à amplitude fixe est de quelques kHz. L'amplitude du champ injecté ne varie donc pratiquement pas pendant le balayage de la fréquence.

La correspondance précise entre la différence de fréquence et la différence de phase est connue à partir d'une exploration large en fréquence de la réponse de l'atome sonde à un champ sonde d'amplitude égale au champ injecté. Le signal attendu est la coupe $Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\phi)$ de la fonction du champ cohérent de paramètre β sur le cercle de rayon $|\beta|$. Elle a pour expression :

$$\pi Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\phi) = \frac{1}{n_{th} + 1} \exp\left(-\frac{1}{n_{th} + 1} |\beta|^2 (2 - 2 \cos(\phi - \phi_0))\right) \quad (3.8)$$

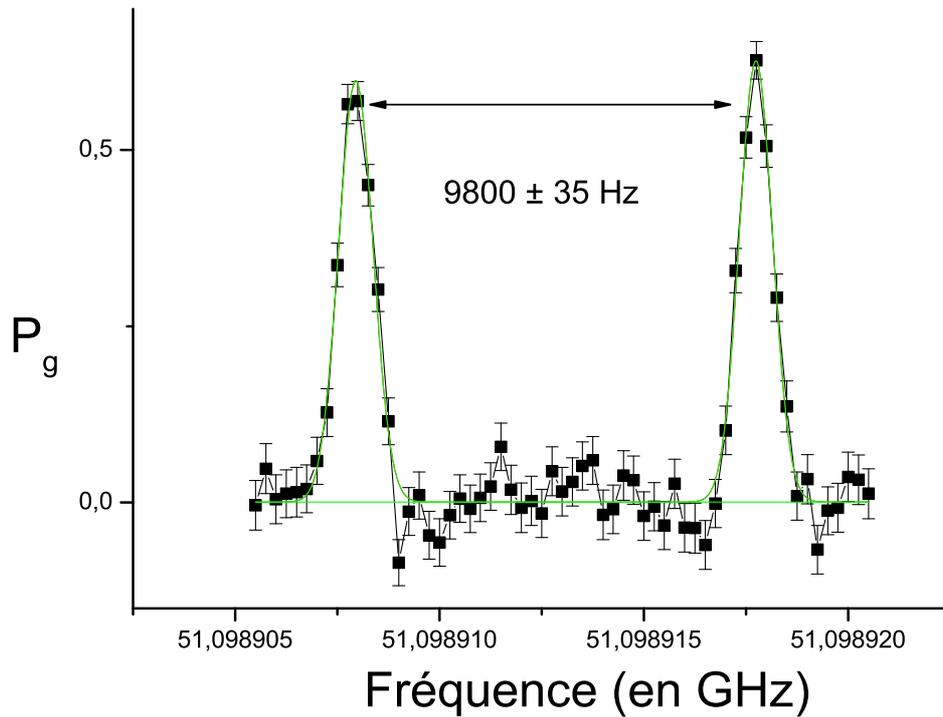


FIG. 3.8 – Calibration de la différence de phase

où ϕ_0 est la phase de l'amplitude du champ thermique déplacé. Cette projection de la fonction Q associée au champ thermique déplacé est périodique de période 2π .

La figure 3.8 présente les résultats de cette expérience préliminaire. La probabilité de détecter l'atome sonde dans l'état $|g\rangle$ présente des pics dont la séparation en fréquence correspond exactement à une phase ϕ égale à 2π . Cette expérience préliminaire est réalisée avant chaque mesure. Elle permet de repérer, en particulier, la phase du déplacement du champ thermique au point de mesure. Cette phase peut varier d'une expérience à l'autre en raison des évolutions lentes de la fréquence de la cavité.

Une fois la phase de l'amplitude du champ thermique déplacé repérée, nous allons mesurer la coupe de la fonction Q à phase fixe et égale à la phase de l'amplitude de déplacement. Comme lors de la mesure du champ thermique, le module de l'amplitude du champ d'analyse est varié en changeant la durée de l'impulsion micro-onde.

La figure 3.9a représente les résultats de la mesure correspondant, à l'instant de la mesure, à un état thermique de 0.5 photons déplacé d'une amplitude égale à $|\beta| = \sqrt{51}$. Cette valeur correspond à la relaxation du champ thermique déplacé initialement d'une amplitude $|\beta| = \sqrt{58}$ (1.6). Le profil obtenu est à une bonne approximation gaussien. Le maximum de la courbe expérimentale est atteint pour $|\alpha|^2 = 51 \pm 1$.

La seconde expérience mesure la coupe de la fonction Q sur le cercle de module $|\beta| = \sqrt{51}$. La figure b reproduit la courbe expérimentale. Autour de la phase du champ de déplacement ϕ_0 , l'expression (3.10) se linéarise :

$$\pi Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\phi) \simeq \frac{1}{(n_{th} + 1)} \exp\left(-\frac{1}{n_{th} + 1}|\beta|^2(\phi - \phi_0)^2\right) \quad (3.9)$$

Sur chaque courbe nous avons reproduit en pointillés la coupe de la fonction Q attendue. Nous observons un élargissement expérimental de la coupe à amplitude fixe. Un ajustement gaussien donne une demi-largeur w à $1/e$ égale à 12.5° . La largeur de la fonction Q attendue théoriquement est 9.8° . Nous attribuons l'élargissement en phase de $\Delta\phi = 2.7^\circ$ à des variations de la fréquence de la cavité dues à la vibration des miroirs. Cet élargissement est indépendant du nombre de photons. Pendant la protocole de mesure de la fonction Q d'un champ thermique déplacé, le délai séparant l'impulsion de déplacement et l'impulsion de lecture est égal à $100 \mu s$. Une amplitude de vibration de la distance entre les miroirs de 50 pm (variation de 100 Hz de la fréquence de la cavité) induit un déphasage de 3.6° sur le champ. Par conséquent, le champ sondé est élargi en phase mais pas en amplitude. Il est qualifié d'état gaussien non dégénéré. Les expressions des coupes de la fonction Q attendue à phase fixe, $Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(|\alpha|)$, et à amplitude fixe, $Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\phi)$, sont :

$$\pi Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(|\alpha|) \simeq \frac{1}{\sigma\sqrt{n_{th} + 1}} \exp\left(-\frac{1}{n_{th} + 1}(|\beta| - |\alpha|)^2\right) \quad (3.10)$$

$$\pi Q_{D(-\beta)\hat{\rho}_{th}D(\beta)}(\phi) \simeq \frac{1}{\sigma\sqrt{n_{th} + 1}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}\beta^2(\phi - \phi_0)^2\right) \quad (3.11)$$

avec $\sigma = \sqrt{n_{th} + 1} + \beta\Delta\phi$

La prise en compte de l'élargissement dans la définition de l'état mesuré conduit à prédire des coupes de la fonction Q représentée sur la figure 3.9 en trait plein. L'accord entre théorie et expérience est très bon.

Afin de connaître plus précisément la dépendance des largeurs mesurées en fonction du nombre de photons moyen du champ sondé, nous changeons l'amplitude de déplacement de l'injection I et nous analysons la largeur des coupes expérimentales de la fonction Q . Les coupes de la fonction Q à amplitude fixe, associée à des déplacements I d'amplitude égal à $\sqrt{13}$, $\sqrt{26}$ et $\sqrt{38}$, sont représentées sur la figure 3.10a. Plus le nombre de photons injectés est grand, plus fine est la largeur du pic. On en déduit la largeur de la fonction Q en fonction de l'inverse de la racine carrée du nombre moyen de photons injectés. La variation mesurée de cette largeur est présentée sur la figure 3.10b. Elle est linéaire en $1/\sqrt{\bar{n}}$. Une mesure du champ thermique est alors possible. En effet, la pente de la courbe 3.10b doit être directement égale à $\bar{n}_{th} + 1$. L'ajustement linéaire nous permet de déduire un nombre de photons thermiques égal à 0.5 ± 0.2 . Cette valeur est tout à fait en accord avec l'évaluation réalisée grâce à l'oscillation de Rabi ou à la mesure directe de la fonction Q du champ après refroidissement. L'élargissement, indépendant du nombre de photons, de 2.7° est révélé et confirmé par l'ajustement linéaire de la courbe de la figure 3.10b.

Les états sondés jusqu'ici sont dits classiques ou quasi-classiques. Tous, en particulier, ont des profils gaussiens. Notre montage expérimental permet la création dans le mode de la cavité d'états quantiques tel que les états de Fock. Le profil des fonctions

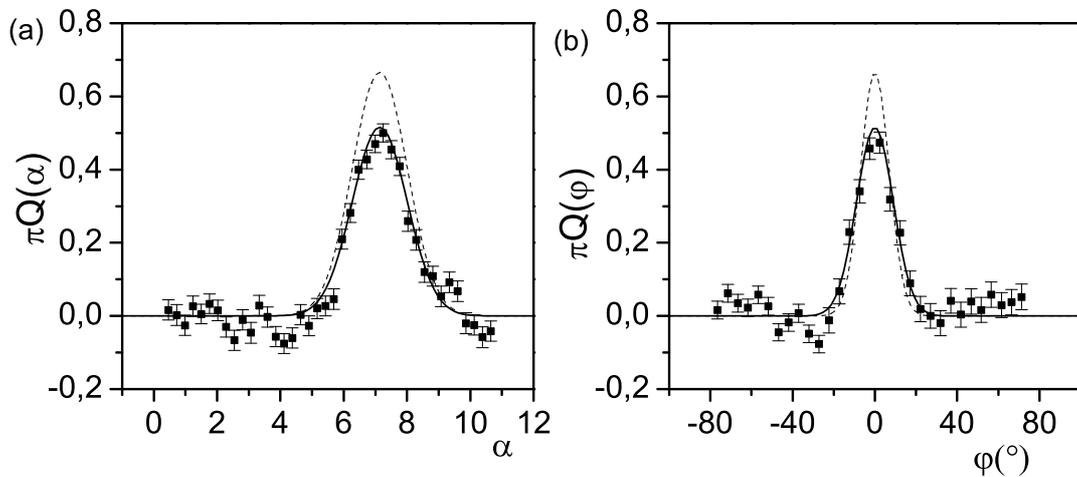


FIG. 3.9 – Coupe de la fonction Q associée à un champ thermique de déplacé de $|\alpha| = \sqrt{51}$ (a) à phase fixe, (b) à amplitude fixe égale à $\sqrt{51}$. En pointillé est représenté la fonction Q d'un champ thermique de 0.5 photons en moyenne déplacé de $\sqrt{51}$. En trait plein, la fonction Q associée à l'état gaussien non dégénéré.

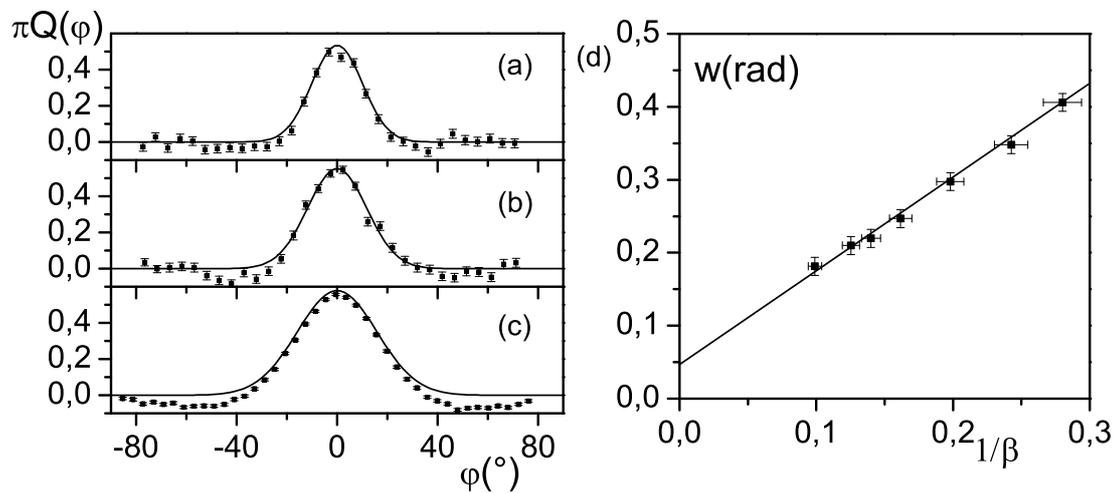


FIG. 3.10 – Coupe de la fonctions Q dans l'espace des phase d'un champ thermique de 0.5 photons thermiques déplacé de l'amplitude $\beta = \sqrt{38}$ (a), $\beta = \sqrt{26}$ (b) et $\beta = \sqrt{13}$ (c) respectivement sur le cercle de rayon $\sqrt{38}$, $\sqrt{26}$ et $\sqrt{13}$. En trait plein, la fonction Q de l'état gaussien non dégénéré. (d) Demi-largeur à $1/e$ mesurée en fonction de l'inverse de l'amplitude de déplacement

Q associés à ces états ne seront pas gaussiens. Nous allons maintenant leur appliquer le protocole de mesure de la fonction Q .

3.2.3 Mesure de la fonction Q de l'état de Fock à un photon

Le dernier état sondé dans cette partie est l'état de Fock à un photon. Au même titre que le champ thermique, tous les états de Fock sont caractérisés par une fonction Q invariante par rotation dans l'espace des phases. Nous rappelons ici l'expression de la fonction Q associée à l'état de Fock $|n\rangle$:

$$Q_{|1\rangle\langle 1|} = \frac{|\alpha|^2}{n!} e^{-|\alpha|^2} \quad (3.12)$$

L'état de Fock à 1 photon est produit de manière routinière dans notre expérience en arrêtant l'oscillation de Rabi d'un atome dans le vide après une impulsion π . A cet instant, la fonction d'onde du système est transférée théoriquement de l'état $|e, 0\rangle$ vers l'état $|g, 1\rangle$.

La figure 3.11 représente le diagramme spatio-temporel de l'expérience. En comparaison avec la mesure de la fonction Q du champ thermique, un atome, initialement préparé dans l'état $|e\rangle$, est ajouté pour produire l'état de Fock à un photon. L'expérience complète nécessite donc deux atomes : un pour créer l'état à 1 photon et un pour la mesure de la fonction Q . Le signal sera la coïncidence entre la détection de l'atome sonde dans l'état $|g\rangle$ et la détection de l'atome qui dépose un photon dans la cavité dans l'état $|g\rangle$.

L'atome qui crée le photon possède une vitesse égale à $335m/s$. Le nombre d'atomes par paquet fut choisi autour de 0.2. Son passage au centre de la cavité est programmé $200\mu s$ après celui du dernier paquet absorbeur. D'après le signal expérimental de l'oscillation de Rabi dans le vide de la figure 3.3, l'atome doit interagir pendant un temps effectif égal à $8\mu s$, ce qui correspond à mettre l'atome et le champ à résonance entre l'instant $-37\mu s$ et $-9\mu s$ avant le passage de l'atome au centre du mode. Ensuite, on programme le protocole de mesure de la fonction Q . L'atome sonde passe au centre de la cavité $350\mu s$ après les derniers paquets absorbeurs.

Nous présentons sur la figure (3.12) la coupe de la fonction Q à phase fixe, corrélée à la détection du premier atome dans l'état $|g\rangle$. Dans le cas d'un état pur à un photon, la fonction Q est nulle à l'origine (voir figure 1.7). Sur la courbe expérimentale 3.12, on observe, par rapport à la mesure de la fonction Q du champ thermique, une réduction importante de la valeur mesurée à l'origine lorsque le premier atome a été détecté dans l'état $|g\rangle$. L'état mesuré est interprété comme une superposition statistique d'états de Fock à un photon, à deux photons et du vide.

En ligne pleine, un ajustement de la fonction Q représentée. Elle correspond à un état mélange statistique de $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ et $|3\rangle$ avec des poids respectifs égaux à 0.26 ± 0.05 , 0.35 ± 0.15 , 0.25 ± 0.15 et 0.15 ± 0.15 . A partir d'une analyse numérique de l'expérience, nous calculons la statistique de l'état du champ juste avant la mesure de la fonction Q . En se restreignant aux quatre premiers états de Fock, on obtient : 0.15 de $|0\rangle\langle 0|$, 0.54 de $|1\rangle\langle 1|$, 0.24 de $|2\rangle\langle 2|$ et 0.06 de $|3\rangle\langle 3|$. Notre mesure expérimentale est en bon accord

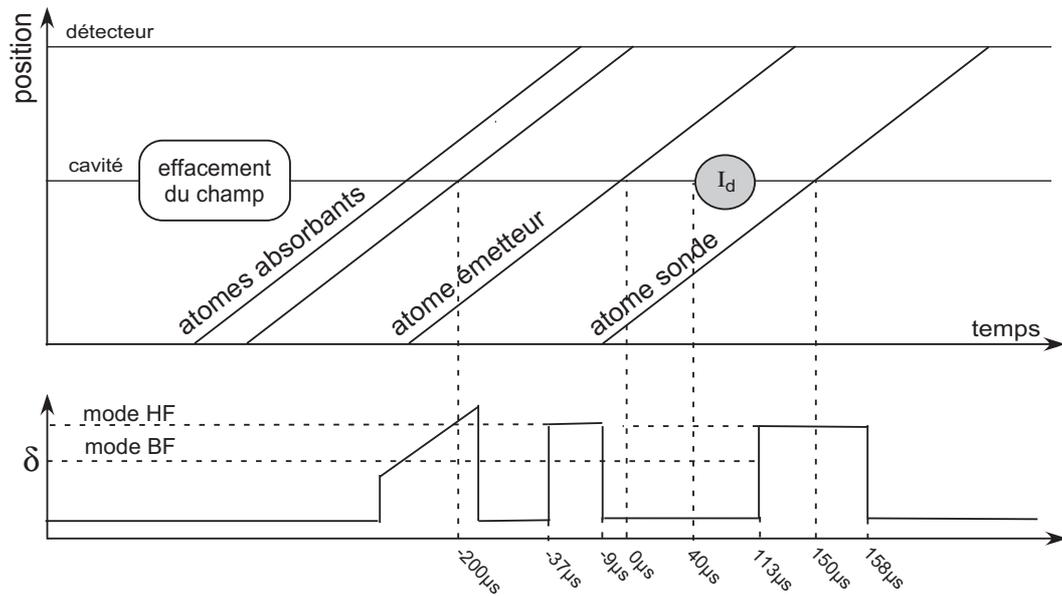


FIG. 3.11 – Diagramme temps-position de l'expérience et évolution du désaccord δ de mesure de la fonction Q de l'état de Fock à un photon

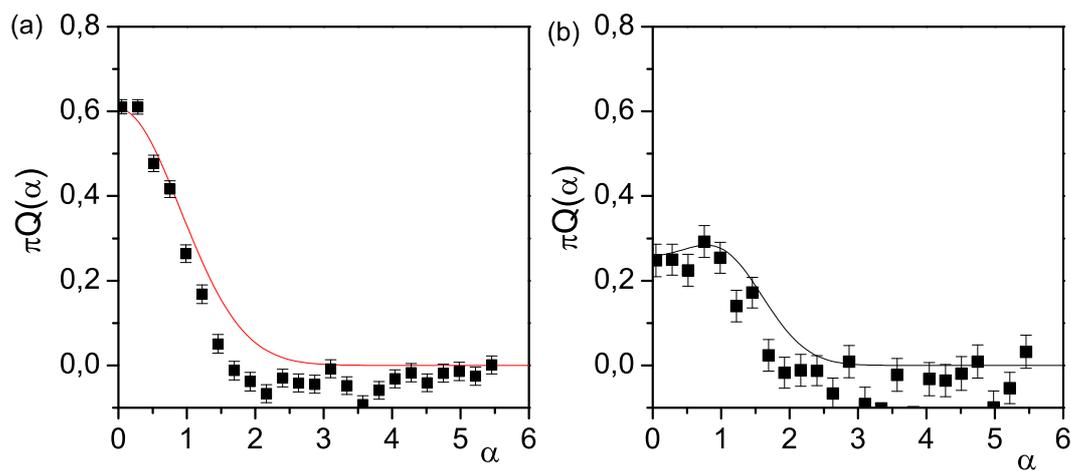


FIG. 3.12 – Mesure de la fonction Q lorsque aucun atome émetteur n'a été détecté (a), lorsqu'un atome émetteur a été détecté dans l'état $|g\rangle$ (b)

avec la relaxation de l'état produit par l'émission d'un photon dans un champ thermique.

3.3 Mesure de la fonction Q d'un champ : conclusions et perspectives

Un protocole de mesure de la fonction Q a été présenté et appliqué à différents états de champ dans la cavité. La fonction mesurée présente, à une bonne approximation, les comportements attendus de la fonction Q . L'un des problèmes principaux de notre mesure est la réponse de l'atome sonde. Une manière de l'améliorer consisterait à générer une différence de potentiel aléatoire entre les deux miroirs de la cavité pendant le passage de l'atome sonde. Dans cette situation, l'atome initialement dans l'état $|g\rangle$ en présence d'un état de Fock $|n\rangle$ avec $n \geq 1$ verra son temps d'interaction effectif changé d'une séquence à l'autre et ainsi la probabilité de transfert sera 0.5 pour tout $n \geq 1$.

Dans le chapitre suivant, la technique de mesure de la fonction Q sera utilisée afin de caractériser l'évolution d'un champ cohérent lors de son interaction résonnante avec un atome à deux niveaux. En particulier, la procédure de mesure de la fonction Q sera appliquée à des superpositions de champs cohérents de même amplitude mais de phases différentes.

Chapitre 4

Mesure de cohérence d'une superposition de champs mésoscopiques

Dans ce chapitre, nous étudions expérimentalement l'interaction résonnante entre un atome à deux niveaux et un état cohérent mésoscopique du champ. Dans le chapitre théorique (paragraphe (1.4)), nous en avons développé une description complète. Dans la limite des champs mésoscopiques, un état intriqué atome-champ est créé au cours de l'interaction. Les états du champ concernés par cette intrication sont des états cohérents mésoscopiques. Ils sont définis par le même nombre moyen de photons mais des phases classiques différentes. Le résultat de cette interaction est de corrélérer à chacun des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ de l'atome une superposition d'états cohérents mésoscopiques de phases quantiques différentes.

Dans une première partie, les conséquences expérimentales de l'intrication seront séparément étudiées du point de vue de l'atome et du point de vue du champ. L'état atomique subit des oscillations de Rabi quantiques caractérisées par un effondrement de leur contraste. L'état du champ se sépare en deux composantes cohérentes. Pour mesurer la distance entre les états cohérents de la superposition, nous utilisons la mesure de la fonction Q présentée dans le chapitre précédent.

Pour les superpositions étudiées, la mesure de la fonction Q n'offre aucun indice sur la cohérence de la superposition. Le principal résultat de cette thèse est la preuve expérimentale de la cohérence de la superposition corrélée à chaque état atomique. Nous utilisons une technique apparentée à l'"écho de spin" décrite dans la partie (1.5). Une transformation atomique permettra d'induire un renversement dans le temps de l'évolution et d'observer une résurgence induite des oscillations de Rabi. Son observation est directement reliée à la cohérence de la superposition. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présenterons d'abord la transformation atomique utilisée permettant la réalisation d'une opération de renversement du temps sur le système. Nous décrirons ensuite les conséquences de l'application de cette opération après une interaction résonnante entre l'atome et le champ cohérent. Les résultats expérimentaux sur les résurgences induites d'oscillations de Rabi seront discutés. Finalement nous présenterons les conséquences de la transformation sur l'état du champ. Nous observerons en particulier la séparation en deux de l'état cohérent juste avant la transformation et la reconstruction du champ initial à l'instant de "refocalisation" du système.

La troisième partie est consacrée à l'étude expérimentale de l'interaction d'un atome avec une superposition d'états cohérents. Un premier atome crée la superposition dans le mode de la cavité et un second atome interagit avec le champ produit. L'oscillation de Rabi du second atome est différente suivant que le champ est une superposition ou un mélange statistique. Elle présente en particulier des résurgences résultats de la recombinaison des deux états cohérents de la superposition. Nous présenterons des résultats préliminaires pour des superpositions de très faible séparation.

4.1 Oscillation de Rabi quantique dans un champ cohérent

Nous observons en premier lieu les conséquences du couplage résonnant entre un atome initialement dans l'état $|g\rangle$ et un champ initialement dans un état cohérent sous deux points de vue différents : l'état de l'atome et l'état du champ.

4.1.1 Evolution atomique : effondrement du contraste des oscillations de Rabi

Les oscillations de Rabi dans un champ cohérent de nombre moyen de photons \bar{n} sont caractérisées par l'effondrement de leur contraste, dans les premiers temps d'interaction, et par leur résurgence, à un temps proportionnel à la racine de \bar{n} . Le temps d'interaction est limité par la vitesse des atomes. Pour des champs cohérents de plus de dix photons en moyenne, le temps de résurgence t_{res} est supérieur à $120 \mu s$. Un temps d'interaction égal à t_{res} est inaccessible dans notre expérience. Nous ne présenterons dans la suite que le phénomène d'effondrement. Les résultats de l'évolution de population atomique seront confrontés aux prédictions de la partie théorique (1.3.4).

4.1.1.a Protocole

Cette première expérience met en jeu deux acteurs : un champ cohérent créé par une injection d'amplitude réglable et un atome initialement préparé dans $|g\rangle$ à la vitesse de $335 m/s$. Pour observer les oscillations de Rabi dans un champ cohérent, nous contrôlons précisément le temps effectif d'interaction t_i . Cette technique nous permet de reconstruire l'évolution de la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$. Le diagramme temps-position présenté sur la figure 4.1 résume les différents événements de la séquence expérimentale. Une procédure d'effacement du champ de la cavité est programmée au début de la séquence. Le champ est injecté pendant $23.3 \mu s$. Le passage de l'atome au centre de la cavité est programmé $138.3 \mu s$ après le début de l'injection du champ cohérent. Dans le protocole présenté, aucun refroidissement de la cavité n'est programmé. L'atome est mis à résonance avec le mode HF de la cavité à l'instant $t_{ini} = -13 \mu s$ avant son passage au centre du mode. L'instant t_{fin} de fin d'interaction sera balayé de manière à varier le temps effectif d'interaction t_i .

4.1.1.b Résultats expérimentaux

La figure 4.2 reproduit l'évolution de la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du temps effectif d'interaction t_i . Chacune des deux courbes 4.2a et 4.2b correspondent à un nombre de photons injectés différent respectivement égal à 13 et 33.

L'effondrement des oscillations de Rabi est clairement observé sur chacune des courbes. Nous remarquons que le nombre moyen de photons caractérisant le champ cohérent n'influe pas sur le temps caractéristique d'effondrement des oscillations de Rabi.

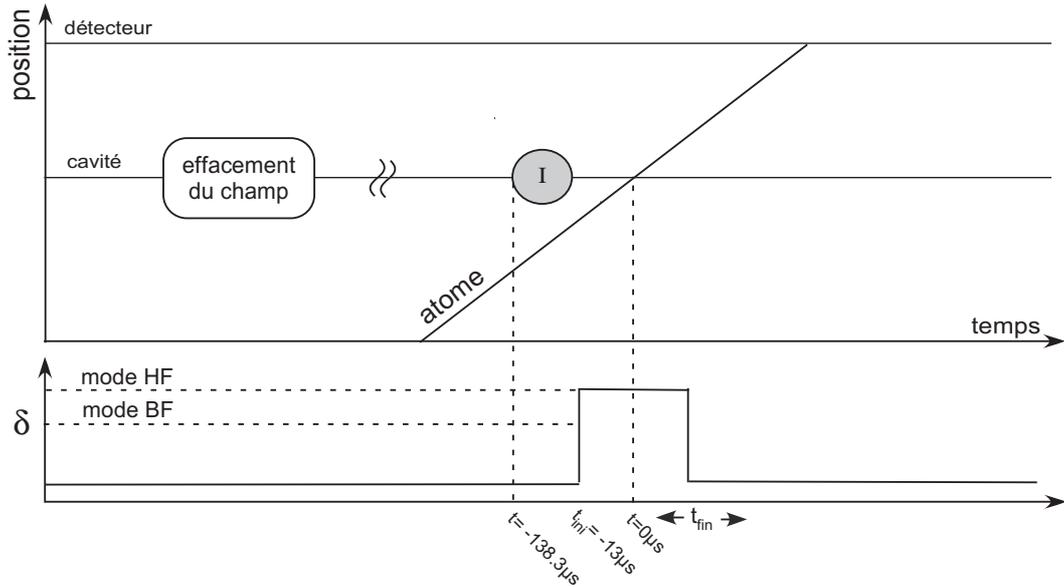


FIG. 4.1 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience d'oscillation de Rabi dans un champ cohérent

Ainsi, entre les deux signaux expérimentaux, seule la fréquence de Rabi de l'oscillation change.

En comparaison avec le signal théorique d'une oscillation de Rabi dans un champ cohérent, les résultats expérimentaux ont un temps d'effondrement plus rapide. Cette observation est à relier à la présence d'un champ thermique initialement dans la cavité. Rappelons l'explication simple de cette perte de contraste : l'effondrement est le résultat de la dispersion des fréquences de Rabi contribuant aux oscillations. Le champ thermique déplacé a une distribution en nombre de photons plus large que le vide déplacé. L'effondrement est donc plus rapide. Quantitativement, le nombre de photons thermiques à l'équilibre n_{th} a été mesurée égal à 1. Finalement un effondrement d'amplitude à $1/e$ intervient après $t_i = 6 \pm 1 \mu s$. Cette mesure est en bon accord avec la prédiction présentée dans la partie théorique (voir 1.3.4) lors de l'interaction entre un atome et un champ thermique déplacé $2\sqrt{2}/\sqrt{(2n_{th} + 1)}\Omega_0 = 7 \mu s$.

Sur chaque graphe, une simulation complète de l'expérience est représentée. Comme pour toutes les courbes de simulation de ce manuscrit, elle prend en compte les imperfections connues de l'expérience : les deux modes résonnants de la cavité, le champ thermique et la dissipation. Une réduction globale de contraste de 0.92 est ajoutée. Elle a été discutée dans la partie (2.5.1c). Après le temps d'effondrement t_{eff} , la probabilité $P_e(t)$ est constante et égale à $1/2$. Cette référence permet de fixer la translation à l'origine des courbes de simulation. L'accord théorie-expérience est très bon. Nous allons maintenant chercher à caractériser l'évolution du champ.

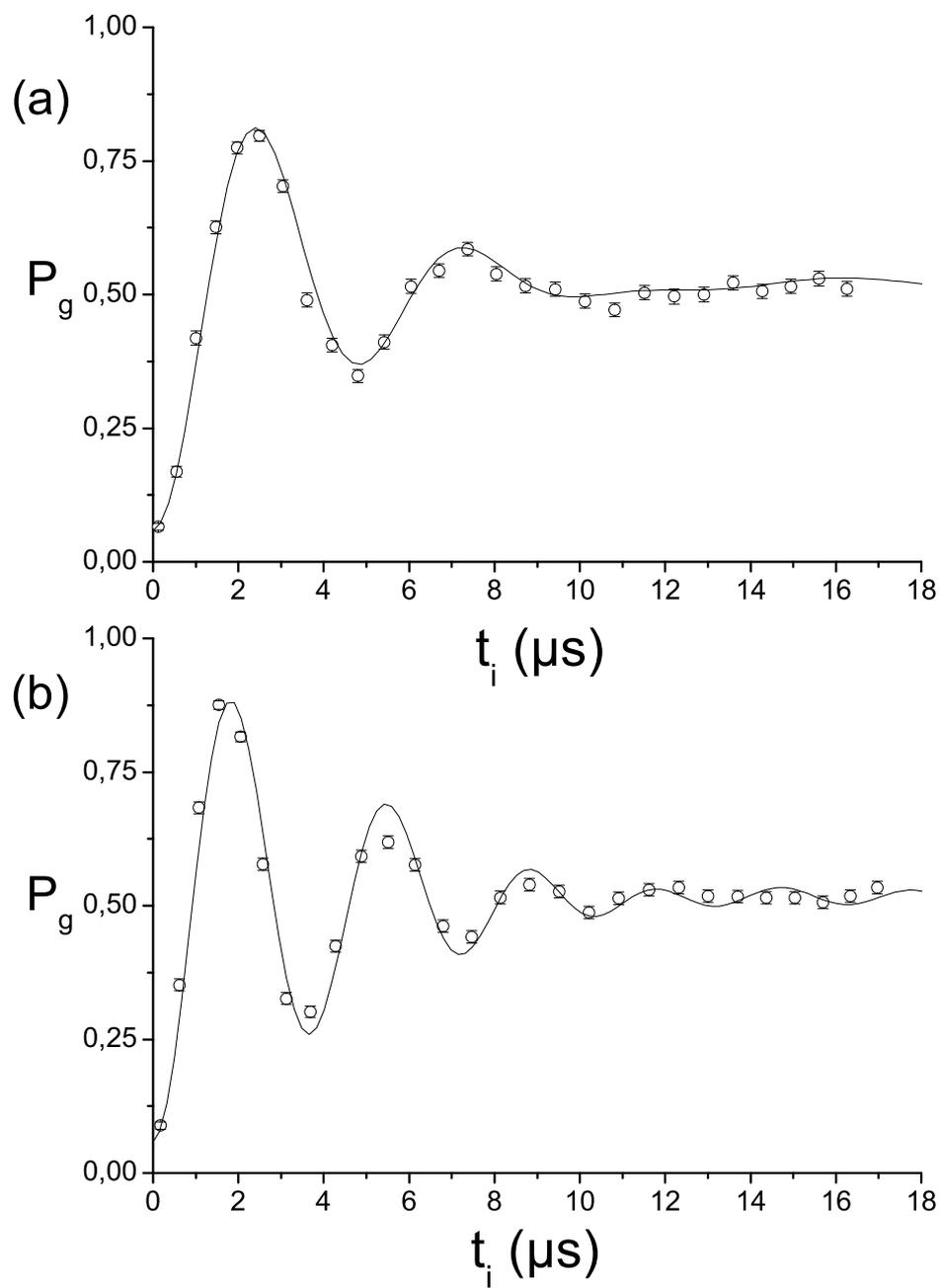


FIG. 4.2 – Oscillation de Rabi quantique dans un champ cohérent (a) de 13 photons (b) de 33 photons

4.1.2 Séparation en deux états cohérents du champ initial

Dans l'approximation des champs mésoscopiques, l'interaction résonnante entre un champ cohérent et un atome dans $|g\rangle$ conduit à la création de superpositions de champs cohérents corrélées aux états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ de l'atome. Les deux champs cohérents de la superposition ont le même nombre moyen de photons mais des phases classiques différentes. Leur différence de phases est théoriquement linéaire dans le temps effectif d'interaction t_i (voir partie 1.4). Dans cette partie, nous observons la séparation de la superposition à la fin de l'interaction grâce à la mesure de la fonction Q de l'état du champ produit et nous mesurons la distance dans l'espace des phase. La procédure de mesure de la fonction Q est donc ajoutée au protocole précédent. La figure (4.3) représente le diagramme spatio-temporel de la mesure.

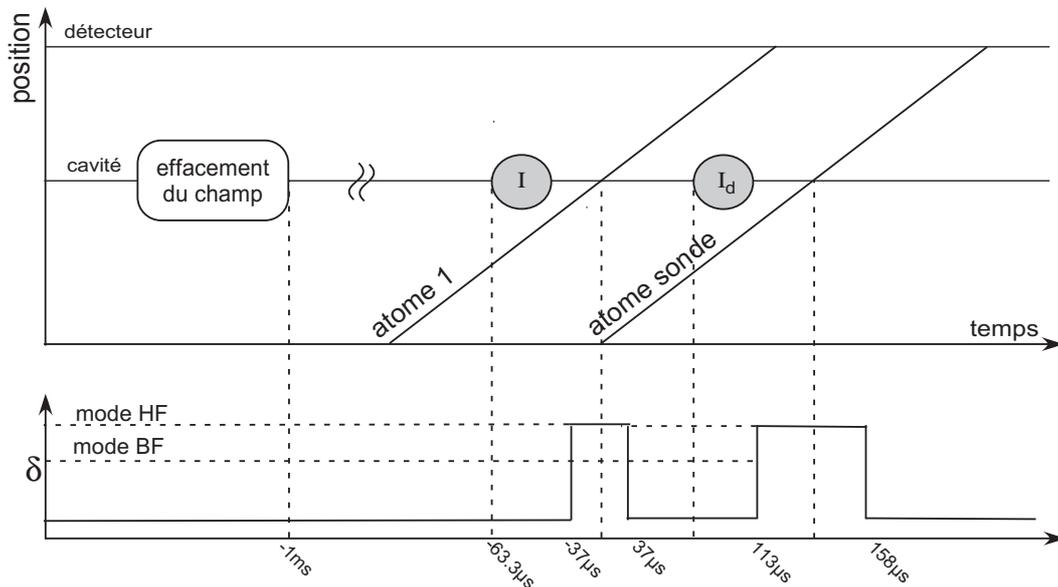


FIG. 4.3 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience de mesure de la fonction Q d'une superposition de champs cohérents

La préparation de la cavité dans l'état cohérent est réalisée par l'injection I de micro-onde, programmée $63.6\mu\text{s}$ avant le passage de l'atome 1 au centre du mode. A la fin de l'interaction de l'atome 1, une superposition de champs cohérents est corrélée à chacun des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Les deux champs cohérents de la superposition ne seront séparés qu'après un temps effectif d'interaction supérieur au temps d'effondrement sans champ thermique égal à $20\mu\text{s}$. Si le temps effectif d'interaction t_i est inférieur à $20\mu\text{s}$, la mesure ne permettra pas de distinguer deux composantes.

Par conséquent, on a choisi le temps d'interaction effectif t_i est égal à $31\mu\text{s}$. La vitesse de l'atome 1 a été sélectionnée à 335 m/s . L'interaction sera commencée à $-37\mu\text{s}$ avant le passage de l'atome 1 au centre de la cavité. Elle est interrompue $37\mu\text{s}$ après. La procédure de mesure, composée d'une injection micro-onde I_d et de l'atome sonde, est ensuite programmée. Le délai entre le passage au centre de l'atome 1 et de l'atome sonde est $150\mu\text{s}$.

Le signal expérimental observé est la coupe de la fonction Q à amplitude fixe condi-

tionnée à la détection en coïncidence de l'atome 1 dans l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$. Pour reconstruire une coupe de la fonction Q dans l'espace des phases sur le cercle de rayon égal à l'amplitude de champ cohérent, la phase entre les deux impulsions I et I_d est variée à amplitude fixe (voir chapitre 3).

La figure 4.4 présente les résultats expérimentaux pour un champ de nombre moyen de photons égal à 26.6. Le premier graphe est matérialisé par des ronds et correspond à la mesure de la fonction Q sans avoir préalablement détecté d'atome 1. Elle fournit la coupe de la fonction Q à amplitude fixe de l'état cohérent initial. Le profil de cette courbe est une gaussienne. L'ajustement est présenté en ligne pleine. La demi largeur à $1/e$ est 34.4 ± 1 . La valeur attendue pour un champ thermique de 1 photon déplacé d'une amplitude $\beta = \sqrt{26.6}$ est $180/\pi \times \sqrt{\bar{n}_{th} + 1}/|\beta| = 31.4^\circ$. L'élargissement supplémentaire a été expliqué dans le chapitre 3 consacré à la mesure de la fonction Q .

Sur la courbe matérialisée par des triangles, deux pics sont très bien distingués. La différence de phase classique est mesurée égale à $42.2 \pm 1.7^\circ$. La séparation attendue dans l'approximation des champs mésoscopique est égale à $180/\pi \times \Omega_0 t_{int}/2|\beta| = 53^\circ$. La différence entre la théorie et l'expérience sont expliquée par la présence du second mode. Une simulation numérique tenant de l'interaction avec les deux modes prédit une séparation égale à 48° . Leur largeur des deux pics est respectivement mesurée égale à $36.5 \pm 1^\circ$ et $31 \pm 1^\circ$. Elles sont comparables à la largeur de la fonction Q du champ cohérent.

En définitive, les résultats obtenus illustrent les prédictions réalisées sur l'interaction d'un atome à deux niveaux et un état cohérent du champ dans l'approximation des champs mésoscopiques. L'effondrement des oscillations est relié à une séparation en deux états cohérents du champ initial. Une étude systématique du comportement de la différence de phase classique en fonction du temps d'interaction et du nombre moyen de photons initialement injecté est présentée dans la thèse d'Alexia Auffèves-Garnier [67]. La question en suspens concerne la cohérence de la superposition créée.

En aucun cas les mesures de la fonction Q présentées ici ne donnent une information sur la cohérence de la superposition créée. En effet, la séparation de la fonction Q en deux composantes est aussi possible lorsque l'état du champ est un mélange statistique. En toute rigueur, des traces de la cohérence de la superposition sont bien sûr présentes car la fonction Q décrit complètement l'état du champ à l'instar de la matrice densité. Théoriquement une oscillation de très faible amplitude entre les deux gaussiennes est liée à cette cohérence. Malheureusement, son contraste est très réduit. Pour les superpositions créées, l'amplitude des oscillations est inférieure à 1 %. Autant dire que la résolution permettant de révéler un tel signal est très difficile à obtenir.

Comme nous l'avons vu précédemment, pour avoir une information directe sur la cohérence de la superposition, il est plus approprié de mesurer la fonction de Wigner de l'état produit. La cohérence de la superposition se manifeste alors sous la forme d'oscillations entre les deux gaussiennes dans l'espace des phases de grand contraste. Cependant la mise en œuvre de la procédure de mesure de la fonction de Wigner nécessite un temps d'interaction auquel ne survivraient pas les cohérences de la superposition produite. Dans les expériences suivantes, nous utiliserons la méthode des résurgences induites pour tester la cohérence de la superposition ainsi produite.

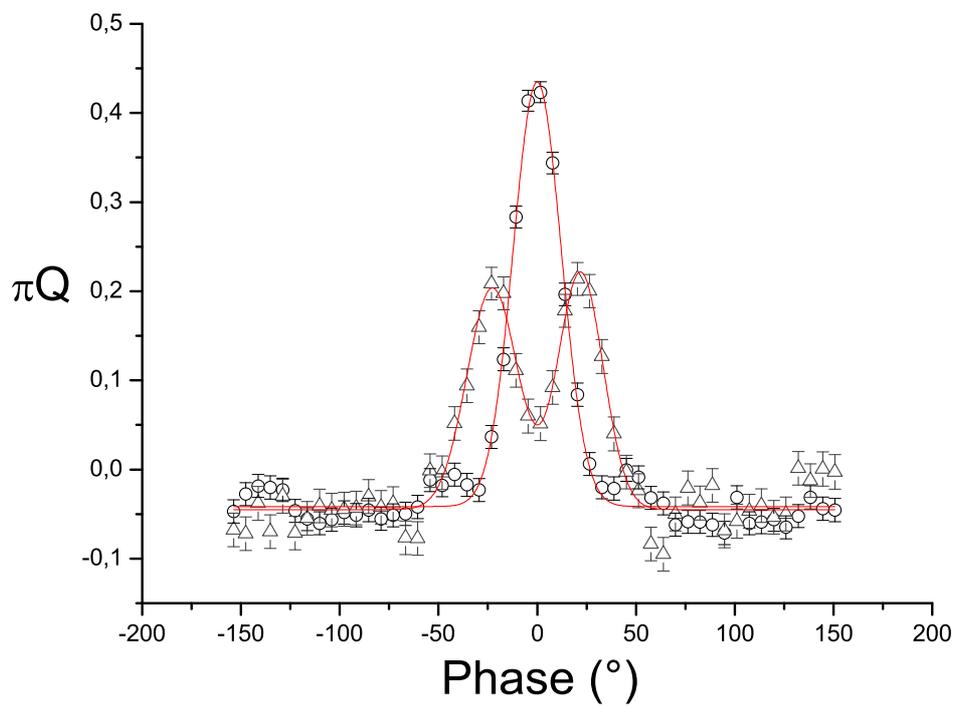


FIG. 4.4 – Coupe de la fonction Q (triangles) d'une superposition d'états cohérents suivant le cercle centré sur l'origine et de rayon $\sqrt{26.6}$ Coupe de la fonction Q de l'état cohérent initial après relaxation (ronds). Sur chaque courbe, on a représenté l'ajustement gaussien.

4.2 Résurgences induites par renversement du temps

Le résultat central de cette thèse est la preuve expérimentale de la cohérence de la superposition produite lors de l'interaction résonnante d'un champ cohérent mésoscopique et d'un atome à deux niveaux.

A cet effet, nous réalisons une expérience apparentée à l'écho de spin. Cette technique consiste, après une interaction résonnante d'une durée effective t_i^R , à appliquer une impulsion π classique à l'atome autour de l'axe Z dans la représentation de la sphère de Bloch. La conséquence de cette transformation est le renversement dans le temps de l'évolution. Après un temps effectif d'interaction exactement égal à $2t_i^R$, le système se retrouve dans son état initial. L'opération de renversement du temps permet en quelque sorte de défaire l'intrication créée au cours de la première étape. Si la cohérence est préservée tout au long de l'interaction, le contraste des résurgences induites à l'instant de recombinaison est égal à 1 et la reconstruction de l'état initial est parfaite.

La partie théorique (1.5) a permis de souligner l'importance de la cohérence dans ce phénomène de résurgences induites. Leur observation est conditionnée à la préservation de la cohérence des superpositions. Si le champ produit est un mélange statistique d'états cohérents, la refocalisation du système dans l'état initial sera impossible. Selon le degré de cohérence de la superposition, le système total aura une probabilité plus ou moins grande de retourner dans son état initial .

Nous nous appliquons à décrire le processus de renversement du temps de l'interaction résonnante atome-champ. Une manipulation individuelle de l'atome suffit pour induire cette opération. Nous exposerons la procédure de calibration de la transformation atomique. Nous observerons ensuite les conséquences d'une telle opération sur les oscillations de Rabi et sur l'état du champ au cours de l'interaction.

4.2.1 Opération de renversement : calibration de la rotation atomique

L'opération atomique menant au renversement du temps revient à appliquer l'opérateur σ_z à l'atome. Dans la sphère de Bloch, cette opération revient à réaliser une précession du vecteur associé au système atomique d'un angle π autour de l'axe Z.

L'un des points expérimentaux cruciaux est notre capacité à arrêter l'interaction entre atome et champ à n'importe quel instant et ensuite à agir sur l'état atomique sans affecter le champ. Pour arrêter l'interaction atome-champ, la technique consiste à désaccorder brutalement (c'est-à-dire vite devant l'inverse de la pulsation de Rabi du système) atome et champ, avec un désaccord grand (5MHz) devant cette même pulsation de Rabi (de l'ordre de quelques centaines de kHz). Dans cette situation, l'atome et le champ n'interagissent plus. Nous rappelons que cette technique a été utilisée dans les expériences d'oscillations de Rabi pour contrôler précisément le temps d'interaction. En pratique, le changement de différence de potentiel entre les miroirs produisant le désaccord est réalisé avec une résolution de 100ns.

En raison du désaccord δ entre atome et champ, l'évolution libre de chaque système

ne s'effectue plus à la même fréquence. Dans la représentation de la sphère de Bloch, le vecteur champ magnétique fictif sera aligné avec l'axe Z et de norme égale à $|\delta|$ dans l'approximation des grands désaccords. Un retard de phase s'accumule alors au fur et à mesure du temps écoulé hors résonance. En contrôlant précisément la durée pendant laquelle atome et champ sont mis hors de résonance et la valeur du désaccord δ , nous pouvons effectuer de cette manière une rotation contrôlée de l'état atomique autour de l'axe Z dans la sphère de Bloch. Pour renverser l'évolution dans le temps, l'angle effectué lors de cette rotation doit être égal précisément à π .

L'angle de la rotation est fortement dépendant de la différence de potentiel réellement vu par les atomes pendant la durée de la rotation. Pour calibrer l'angle, nous réalisons directement une expérience sur les atomes de Rydberg circulaires.

4.2.1.a Protocole de calibration de la rotation

Pour calibrer la rotation atomique réalisée pendant le désaccord, on utilise les caractéristiques de l'interaction résonnante de l'atome et du champ dans l'état cohérent. L'idée consiste à observer les conséquences de la transformation atomique sur l'oscillation de Rabi dans les premiers temps d'interaction avec un champ cohérent.

Toutes les étapes de la calibration sont schématisées dans la représentation de la sphère de Bloch sur la figure (4.5). Initialement l'atome se trouve dans l'état $|g\rangle$. Dans l'expérience, un champ cohérent de 33 photons est utilisé. La première étape consiste à préparer un état atomique appartenant au plan équatorial de la sphère de Bloch. L'atome subit une impulsion $\pi/2$ dans le champ cohérent 4.5a.

Le temps d'interaction nécessaire à la préparation de l'atome dans l'état superposition à poids égaux est déterminé grâce à l'analyse de la figure 4.2b. Après un temps d'interaction effectif égal à $t_{\pi/2} = 1\mu s$, la population atomique est également répartie entre $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Pour un temps d'interaction si court, à une bonne approximation, l'atome et le champ ne sont pas intriqués. Nous avons ainsi préparé l'atome dans un état appartenant au plan équatorial de la sphère de Bloch.

Ensuite, l'atome et le champ sont mis hors résonance par effet Stark pendant une durée égale à $0.4\mu s$. L'atome et le champ ne sont plus en interaction et l'état de l'atome opère une rotation d'un angle ξ dans le plan équatorial de la sphère de Bloch 4.5b. L'angle ξ atteint est directement proportionnel au désaccord ν_{max} produit par la différence de potentiel entre les miroirs.

Finalement, l'interaction résonnante reprend entre l'atome et le champ cohérent pendant un temps d'interaction effectif exactement égal à celui de la première étape d'interaction. La durée effective totale des deux phases d'interaction résonnante sera égale à une impulsion π . L'état atomique à la fin de cette procédure est dépendant de l'angle ξ .

Si l'angle ξ atteint est π modulo 2π , le résultat de cette expérience est le retour du système à l'état initial (voir figure 4.5c). Le système a alors subi la transformation d'inversion du temps. Si l'atome a subi une rotation d'un angle ξ multiple de 2π , le système continuera, à une phase près, son évolution après l'opération de rotation, comme si elle n'existait pas (voir figure 4.5e). Il aura ainsi réalisé une impulsion π et la probabilité d'être dans $|e\rangle$ sera maximale. Un dernier cas intéressant est ξ égal à $\pi/2$ modulo π . Le

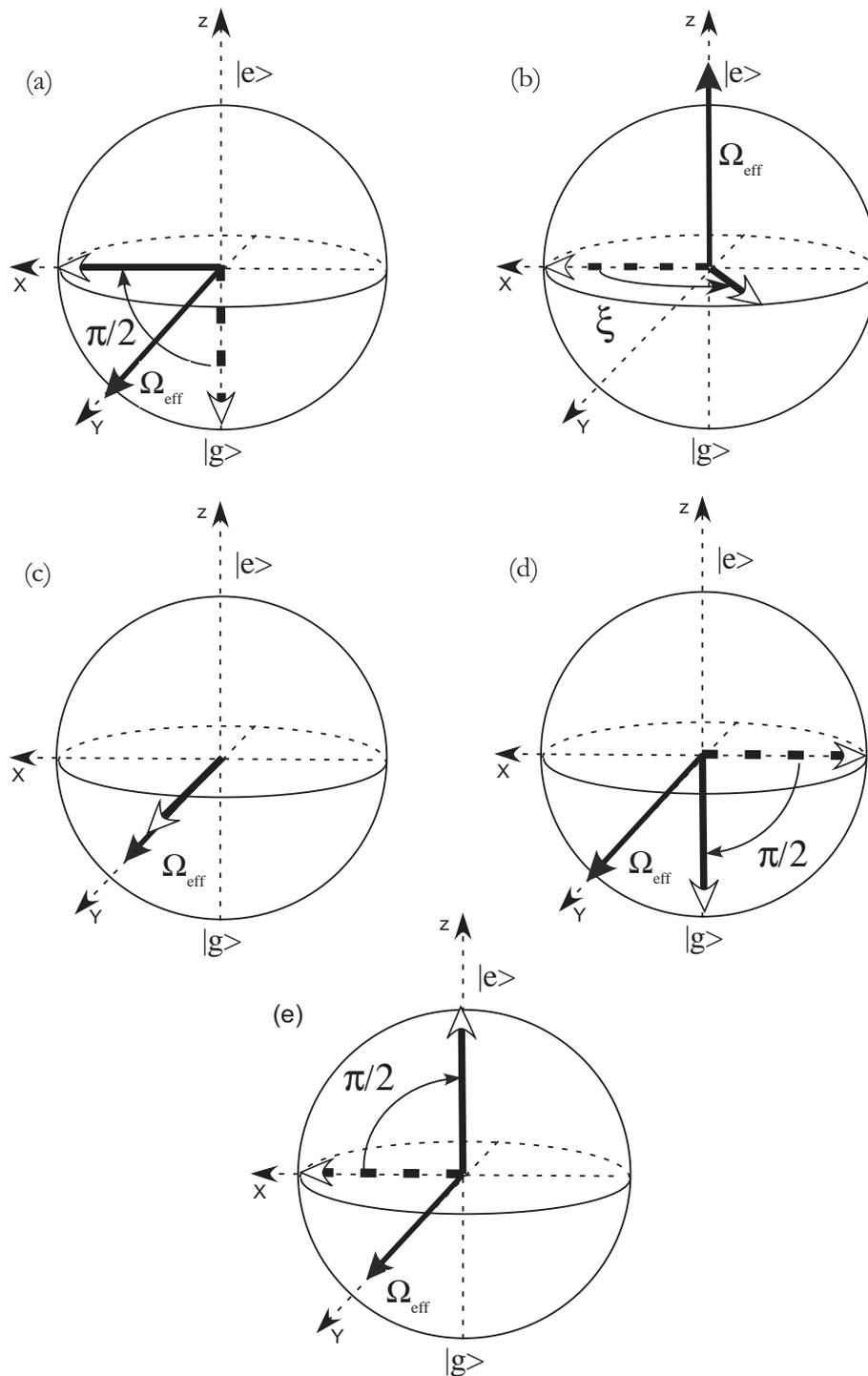


FIG. 4.5 – Etapes de l'expérience de calibration de la rotation de l'état atomique dans le plan équatorial de la sphère de Bloch. L'atome est initialement dans l'état $|g\rangle$. (a) Impulsion $\pi/2$ dans le champ cohérent. (b) Rotation dans le plan équatorial (limite d'un grand désaccord). (c) $\xi = \pi/2$ l'oscillation de Rabi est gelée durant la seconde phase d'interaction (d) $\xi = \pi$ transformation d'inversion du temps : retour à l'état initial après la seconde phase. (e) $\xi = 2\pi$ Pas d'effet de la transformation atomique. Impulsion π après la seconde phase d'interaction.

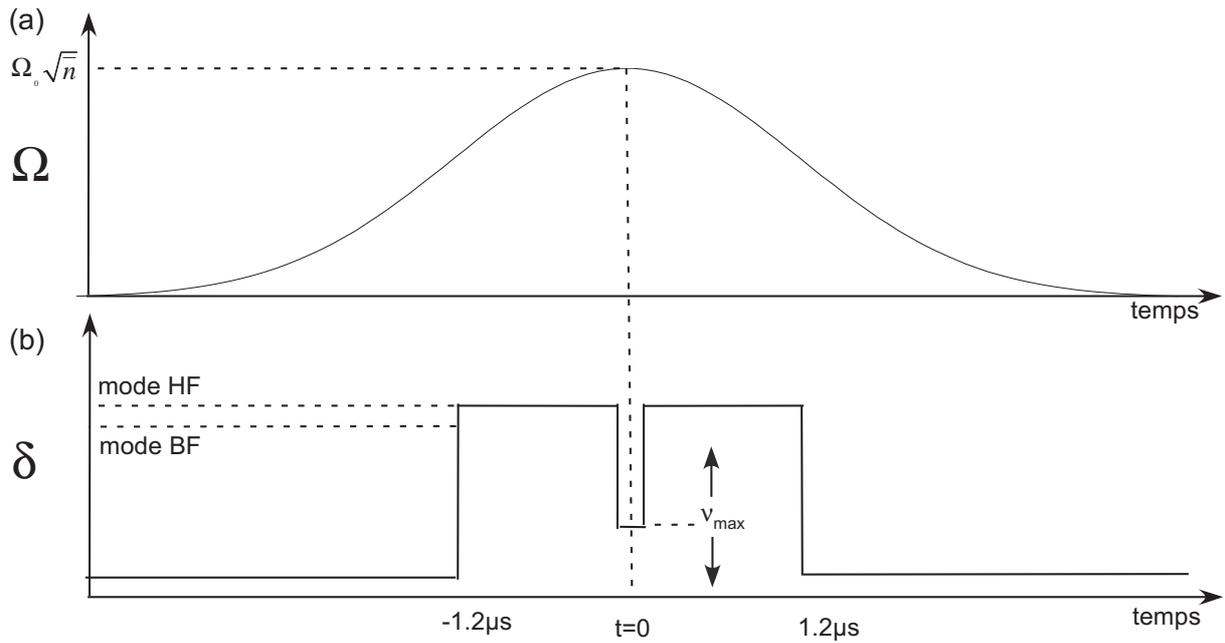


FIG. 4.6 – Expérience de calibration de la rotation de l'état atomique. Evolution de la fréquence de Rabi (a) du désaccord δ atome-champ (b) lors de la traversée du mode par l'atome.

dipôle atomique se trouve alors aligné avec les états propres du système en interaction (voir figure 4.5d). La fonction d'onde ne change plus à une phase près lors de la seconde phase d'interaction résonnante. L'inversion atomique demeure à $1/2$. Dans ce cas, l'interaction est gelée.

Nous allons maintenant décrire la réalisation expérimentale de la calibration de la rotation de l'état atomique. Le diagramme spatio-temporel complet de l'expérience est représenté sur la figure (4.7). Une procédure d'effacement du champ permet d'absorber le champ présent dans la cavité à la fin de chaque séquence expérimentale. L'atome est initialement préparé dans l'état $|g\rangle$ à une vitesse de 335m/s . L'évolution temporelle de la fréquence atomique en fonction du temps de l'expérience est représentée sur la figure

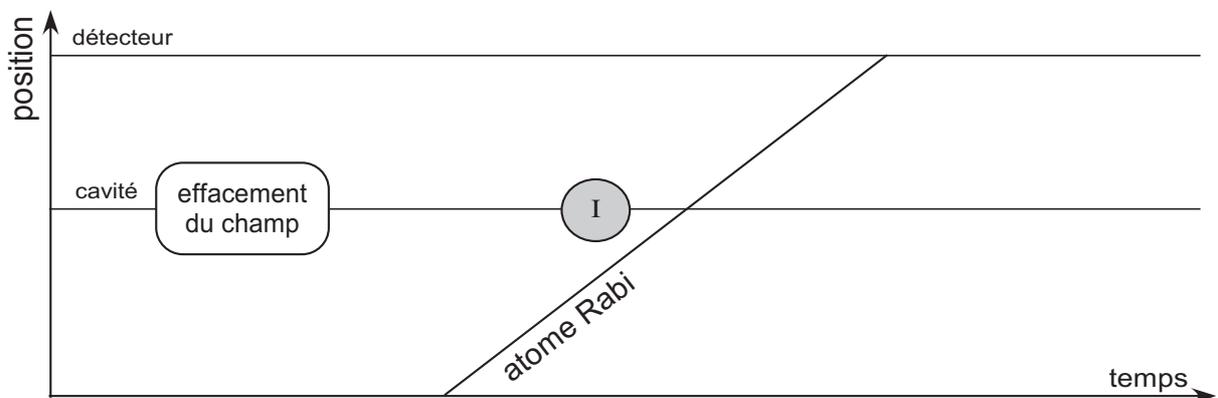


FIG. 4.7 – Diagramme temps-position de la procédure de calibration

(4.6). Sur cette figure, la référence des temps est le passage de l'atome au centre du mode. La fin de l'injection du champ cohérent de 30 photons en moyenne est programmée $40 \mu s$ avant cette référence. Entre $-1.2 \mu s$ et $-0.2 \mu s$, l'atome et le champ sont accordés et une impulsion $\pi/2$ est réalisée. A l'instant $-0.2 \mu s$, la fréquence de l'atome est déplacée par effet Stark en appliquant une différence de potentiels entre les miroirs. La valeur maximale ν_{vir} du désaccord atome-champ peut être ajustée d'une séquence expérimentale à l'autre. Finalement, l'interaction résonnante reprend entre les instants $0.2 \mu s$ et $1.2 \mu s$.

4.2.1.b Résultats

L'expérience consiste à faire varier continûment la valeur maximale du désaccord ν_{max} de manière à explorer tous les angles de rotations possibles. Dans cette expérience, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du désaccord maximal ν_{max} est observée. En première approximation, le signal attendu est une oscillation de la probabilité en fonction du désaccord maximal ν_{max} . Le résultat de cette expérience est reproduit sur la figure (4.8). En trait plein est représenté l'ajustement à une fonction sinusoïdale. L'accord théorie-expérience est très bon. Au début de la courbe, le désaccord étant presque nul, l'opération n'induit aucun changement par rapport à une interaction résonnante entre $-1.2 \mu s$ et $1.2 \mu s$. Selon la valeur de ν_{max} comprises entre 0 MHz et 5 MHz, dans une bonne approximation atome et champ n'interagissent plus et le seul effet est la rotation du dipôle atomique dans le plan équatorial de la sphère de Bloch autour de l'axe Z.

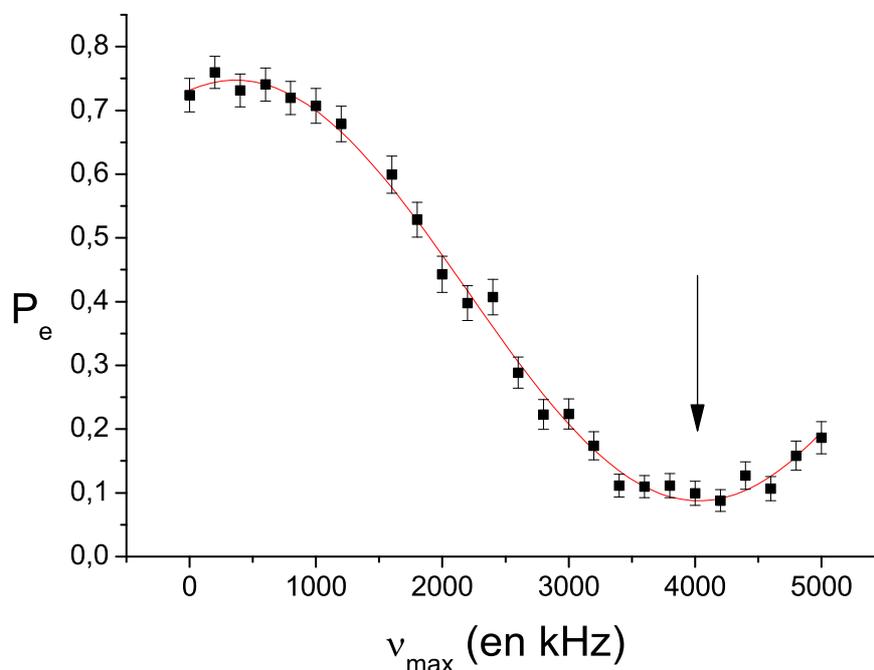


FIG. 4.8 – Evolution du transfert atomique en fonction de la profondeur de ν_{max} . La courbe en ligne pleine représente l'ajustement à une fonction sinusoïdale.

Si la fréquence ν_{max} est égale à 4000 kHz (pointée sur la figure 4.8 par une flèche), l'atome subit indépendamment du champ une rotation de π autour de l'axe Z de la sphère de Bloch. Pour un tel désaccord, la valeur attendue de l'angle de rotation pour une durée de $0.4 \mu s$ est 3π . Cette erreur provient de la différence de potentiel précise réellement vue par les atomes en fonction du temps.

Nous allons, dans la partie suivante, étudier les conséquences de cette opération σ_z , réalisée au centre du mode, sur les oscillations de Rabi et sur l'évolution du champ.

4.2.2 Résurgence induites d'oscillation de Rabi

Dans le cas $\xi = \pi$, la rotation de l'état atomique décrite dans la partie précédente revient à appliquer une opération de renversement dans le temps au système. On applique ici cette opération une fois que l'atome et un champ cohérent ont interagité de manière résonnante pendant une durée effective t_i^R . Après un temps effectif d'interaction exactement égal $2t_i^R$, le système se trouve, à une phase globale près, dans son état initial. Autour de cet instant, une résurgence des oscillations de Rabi apparaît. Idéalement, leur contraste ne dépend que du couplage à l'environnement.

4.2.2.a Protocole expérimental

Les figures 4.9 et 4.10 décrivent schématiquement la chronologie des événements de la séquence d'observation des résurgences induites. Pour voir le phénomène complet de résurgences induites, la vitesse des atomes doit permettre d'atteindre un temps d'interaction t_i de plus de $50 \mu s$. L'atome utilisé pour cette expérience est donc sélectionné à une vitesse de $154 m/s$. Il est initialement préparé dans l'état $|g\rangle$. Le temps complet d'interaction disponible est alors égal à $68.6 \mu s$. Une séquence de refroidissement est programmée juste avant l'injection du champ. Le dernier paquet absorbeur passe au centre de la cavité $200 \mu s$ avant l'atome acteur. Le champ cohérent injecté est défini par un nombre moyen de photons égal à 13.3. La fin de l'injection du champ est programmée $40 \mu s$ avant le passage de l'atome au centre du mode. L'évolution du désaccord atome-champ δ est représentée sur la figure (4.10). L'interaction est déclenchée à l'instant $-t_{ini} = -25 \mu s$ par rapport au passage de l'atome au centre du mode.

L'opération σ_z est appliquée à l'instant où l'atome passe au centre de la cavité. La durée effective d'interaction avant cette transformation est $t_i^R = 22 \mu s$. A cet instant, le champ produit atteint une séparation maximale entre ses deux composantes cohérentes. La transformation est appliquée après le temps théorique d'effondrement en champ thermique nul $t_{eff}^0 = 20 \mu s$. De cette manière, une séparation dans l'espace des phases des deux composantes sera en principe réalisée. Nous reviendrons sur la mesure de la séparation dans le paragraphe suivant.

Lors de cette expérience, la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du temps effectif d'interaction t_i est reconstruite. Le temps effectif d'interaction t_i est changé par l'intermédiaire de l'instant t_{fin} d'arrêt de l'interaction (voir figure 4.9). L'expérience est réalisée à t_{ini} fixe et égal à $-25 \mu s$.

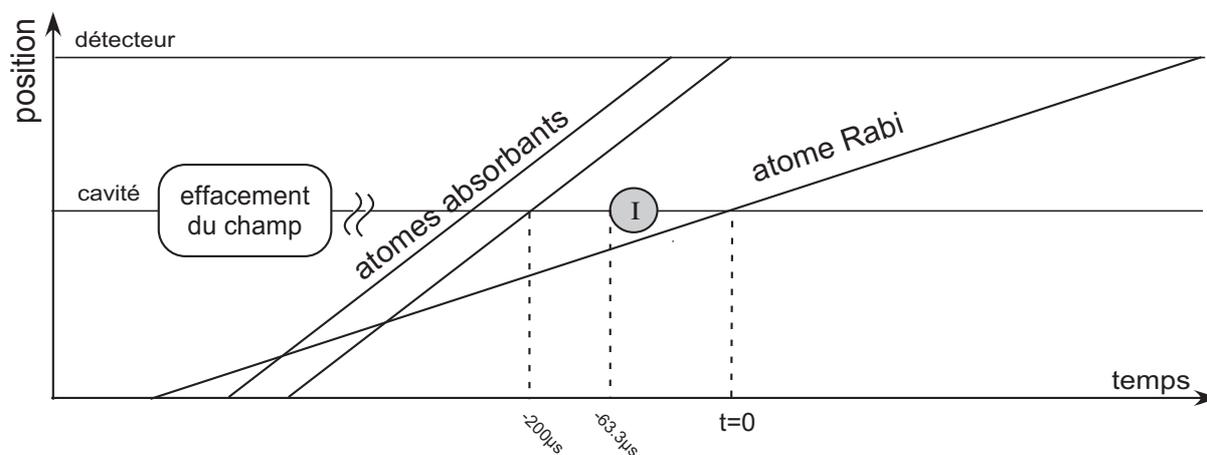


FIG. 4.9 – Diagramme temps-position de l'expérience de résurgence induite.

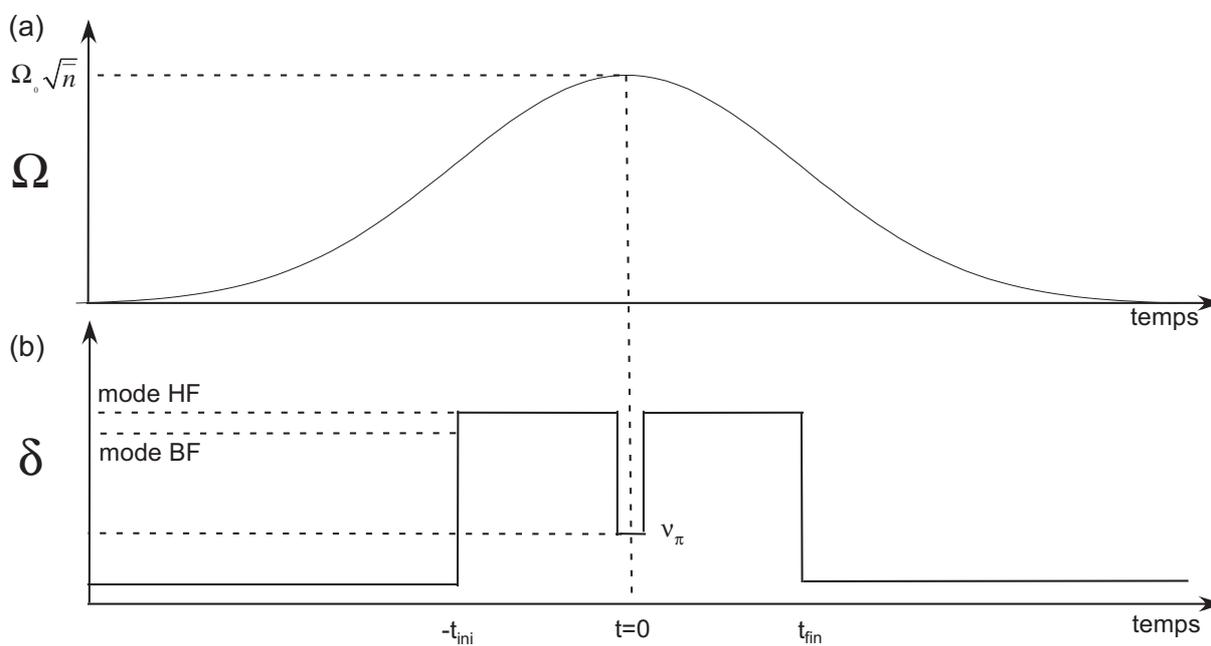


FIG. 4.10 – Résurgence induite des oscillations de Rabi. Evolution de la fréquence de Rabi (a) du désaccord δ atome-champ (b) lors de la traversée du mode par l'atome.

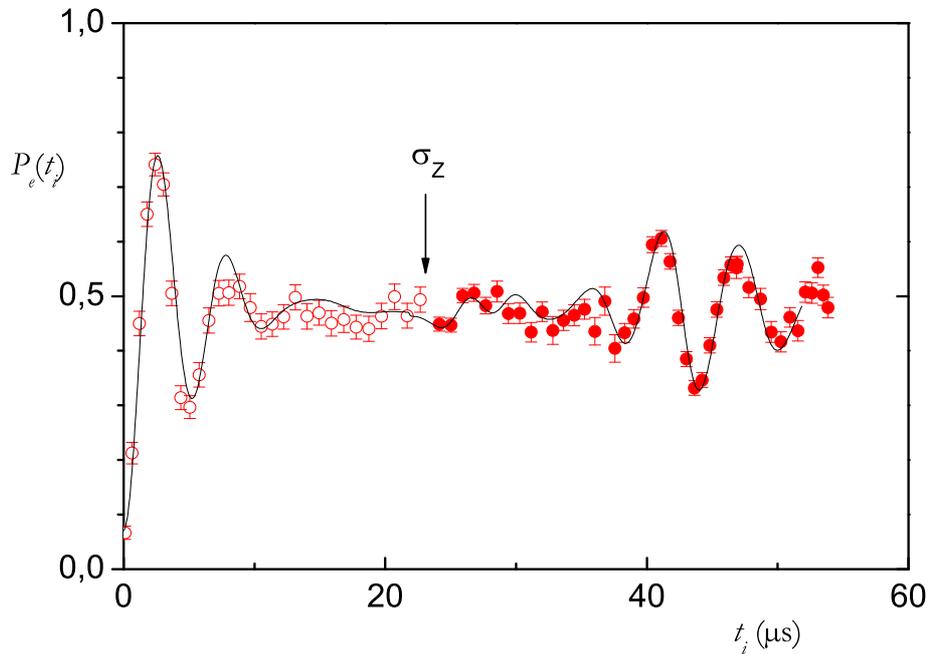


FIG. 4.11 – Résurgence induite des oscillations de Rabi. L'opération σ_Z est appliquée après un temps effectif $t_i = 22 \mu\text{s}$ d'interaction. En trait fin est reproduit le résultat d'une simulation numérique tenant compte de toutes les imperfections connues de l'expérience.

4.2.2.b Résultats expérimentaux

La figure (4.11) présente le résultat de l'expérience. La première partie de la courbe, jusqu'à $t_i^R = 22 \mu\text{s}$, est matérialisé par des ronds vide et correspond l'évolution de la population atomique avant l'opération σ_Z . Il s'agit simplement de l'oscillation de Rabi dans 13.3 photons équivalente à celle présentée dans le première partie de ce chapitre. On observe bien l'effondrement du contraste des oscillations.

Après t_i^R , l'atome subit une évolution renversée dans le temps. Sur la courbe en ronds plein, nous observons la résurgence des oscillations de Rabi centrée autour du temps d'interaction égal à $2t_i^R = 44 \mu\text{s}$. Ce temps correspond au retour du système à l'état initial. Il est l'exact symétrique de l'instant initial par rapport au passage de l'atome au centre de la cavité, instant où l'impulsion π est réalisée.

Le contraste mesuré de la résurgence induite au point de recombinaison est 0.36. Théoriquement, en l'absence de dissipation, il devrait être égal à 1. En ajoutant le couplage à un environnement à température fini ($\bar{n}_{th} = 1$), une réduction doit se manifester. La loi de décroissance en question a été représentée dans la partie théorique (voir figure 1.21). Pour $t_i^R = 44 \mu\text{s}$, le contraste total n'est réduit que d'un facteur 0.78.

Une simulation complète de l'expérience est représentée en trait plein sur la figure 4.12. Une réduction globale du contraste de 0.8 a été opérée sur la courbe de simulation

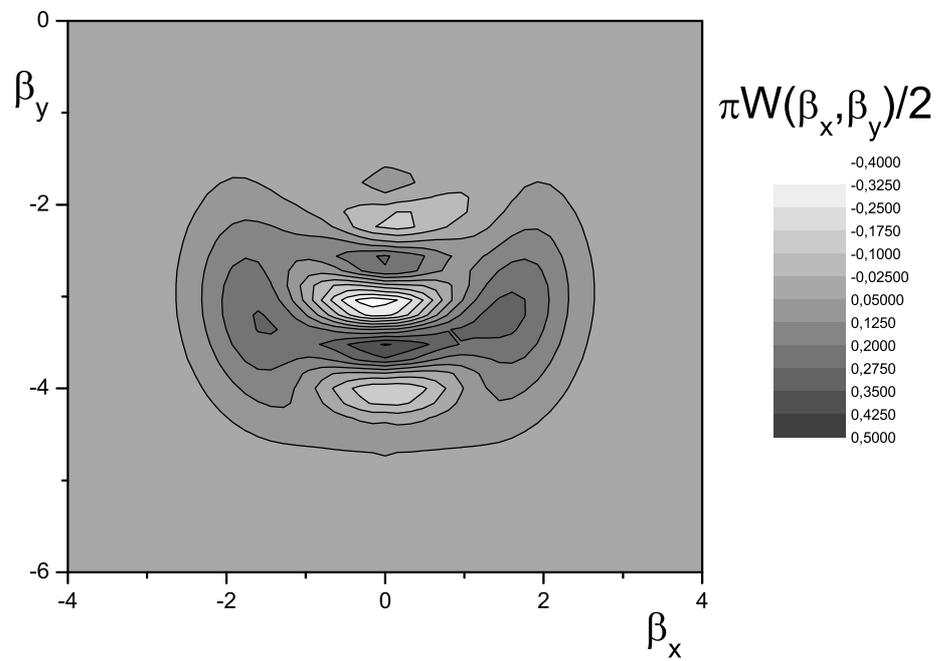


FIG. 4.12 – Calcul de la fonction de Wigner de la superposition du champ créé juste avant l'opération σ_Z .

afin de prendre en compte l'impureté des atomes de Rydberg circulaires. Comme dans le cas des atomes à 335 m/s, ce facteur est commun à toutes les courbes simulées d'oscillation de Rabi concernant des atomes à 154 m/s. On rappelle qu'il est égal à 0.92 pour des atomes à 335 m/s. Plus les atomes sont lents, moins ils sont purs. Ce constat explique en grande partie la différence des facteurs multiplicatifs appliquées aux simulations numériques. Nous voyons que l'accord entre expérience et théorie est bon.

A l'aide de la simulation, nous pouvons calculer la fonction de Wigner $W(\alpha, \alpha^*)$ du champ produit juste avant l'opération de renversement du temps. Le résultat présenté sur la figure (4.11) est $\pi W(\alpha, \alpha^*)/2$ en différents points de l'espace des phases. Les deux composantes cohérentes sont centrées aux points de l'espace des phases ($\alpha_x = -1.5$, $\alpha_y = 3.1$) et ($\alpha_x = 1.5$, $\alpha_y = 3.1$). La séparation dans l'espace des phases obtenue par le calcul est égale à 3. La cohérence de la superposition créée se manifeste dans les oscillations présentes entre ces deux points. Le calcul prend en compte le couplage à l'environnement. Le contraste calculé des oscillations $\pi W(\alpha, \alpha^*)/2$ dans l'espace des phases est égal à 0.5 (Il est égal à 1 dans le cas d'une superposition d'états de cohérents).

Nous allons maintenant détailler l'influence de chacune des imperfections expérimentales sur le contraste des résurgences induites.

4.2.2.c Bilans des imperfections

La décohérence dans un réservoir à température finie n'explique pas à elle seule la réduction de contraste observée des oscillations résurgentes au point de recombinaison. Nous proposons, dans cette partie, une analyse détaillée de la réduction du contraste des résurgences induites des oscillations de Rabi à l'aide de simulations numériques. Les résultats complets montrent un très bon accord avec la courbe expérimentale. Numériquement, chaque imperfection sera progressivement retirée du calcul et nous évaluerons ainsi leur influence sur le contraste final. En plus de la décohérence et de la réduction globale de contraste due principalement à l'impureté des atomes, deux imperfections expérimentales expliquent la réduction de contraste observée : la présence du second mode et la dispersion en vitesse du paquet atomique.

La figure 4.13 reproduit l'ensemble des résultats de la simulation pour $t_i^R = 22 \mu\text{s}$. La courbe en trait pointillé de la figure 4.13 représente le cas idéal où seule la décohérence est prise en compte. La décohérence n'explique qu'un facteur de réduction supplémentaire 0.78 au temps de recombinaison. La courbe en trait fin continu de la figure 4.13 correspond à la prise en compte du second mode de la cavité. Il se manifeste par une simple réduction de contraste dépendant légèrement du temps effectif d'interaction t_i . La forme des résurgences n'est pas affectée par la présence du second mode. La réduction de contraste est présente dès l'impulsion π . Au point de recombinaison, la réduction de contraste due à la présence du second mode est légèrement accentuée et est égale à 0.73. Par rapport au cas où seul la décohérence est prise en compte, on remarque l'apparition de petites oscillations juste après l'instant d'application de l'opération σ_Z . Elles résultent de la présence du second mode et ne sont pas reliées directement au phénomène de résurgences induites. Le contraste de ces oscillations résiduelles est très petit devant celui des résurgences induites. Jusqu'ici, la prise en compte des imperfections expérimentales conduit à une réduction de 0.45 du contraste des oscillations résurgentes.

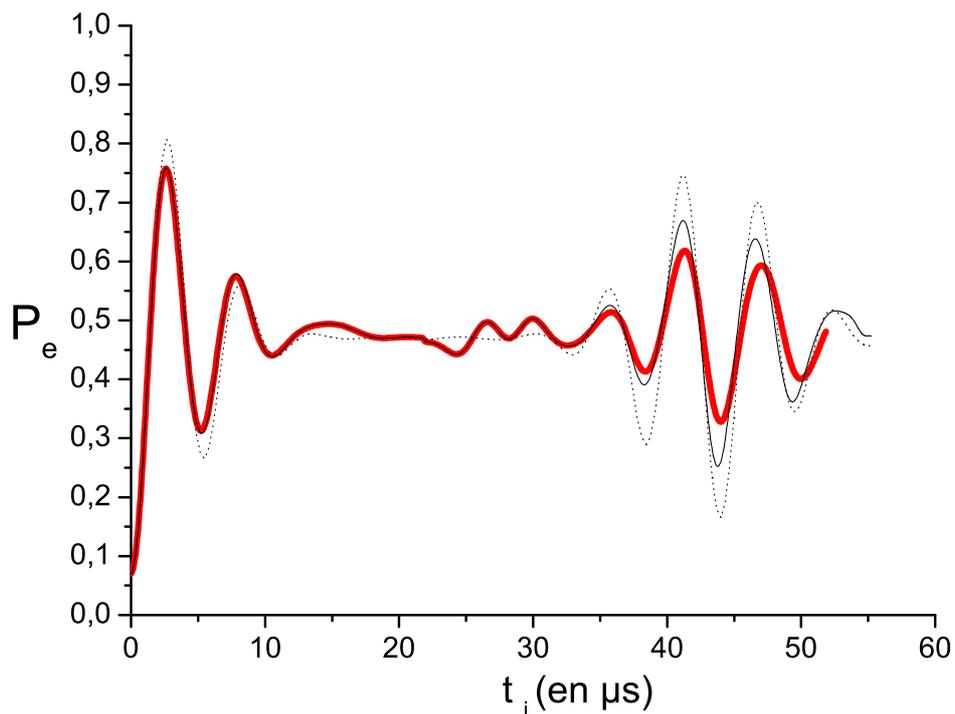


FIG. 4.13 – Influence des imperfections expérimentales sur les résurgences des oscillations de Rabi. La courbe en trait épais est la reproduction de la courbe de simulation présentée sur la figure (4.11). Elle prend en compte toutes les imperfections expérimentales : couplage à l'environnement, présence du second mode, dispersion du temps de passage des atomes au centre du mode. La courbe en trait fin et continu correspond au résultat des simulations sans dispersion en position du paquet atomique mais avec couplage à l'environnement et présence du second mode. La courbe en trait pointillé est le résultat de la simulation avec seulement le couplage à l'environnement

Finalement, la dernière imperfection est la dispersion du temps de passage des atomes au centre de la cavité. L'étendue temporelle des paquets dans l'expérience est uniquement dépendante des temps d'allumage des opérations de repompage optique de la sélection de vitesse et d'excitation des atomes dans les états de Rydberg circulaires. Le temps d'allumage correspond dans ces expériences à $8\mu s$ pour le laser repompeur de la sélection de vitesse et à $2\mu s$ pour les lasers d'excitation des atomes. Avec une bonne approximation, le nombre d'atomes excités lors de chaque processus est uniforme. Dans ce cas, au centre de la cavité, la distribution temporelle des atomes formant le paquet est un triangle isocèle de base égale à $4.5\mu s$ et centré en 0. La largeur spatiale équivalente est 0.4 mm . La prise en compte de cette dispersion dans les simulations explique la réduction manquante de contraste. Son facteur de réduction est évaluée à 0.65. Il est uniquement valable pour la situation expérimentale envisagée et le temps d'interaction considéré. Plus le temps d'interaction sera important, plus la réduction du contraste due aux dispersions en temps sera importante. Le résultat final de la simulation est présenté sous la forme d'une courbe en trait épais sur la figure 4.13.

En définitive, nous comprenons la réduction de contraste des oscillations résurgentes. La dispersion des paquets atomiques rend totalement marginal le contraste des résurgences pour des temps effectifs d'interaction $2t_i^R$ supérieurs à $44\mu s$. Sans cette imperfection, des résurgences pour un temps complet d'interaction d'atome à 154 m/s , $2t_i^R = 68.8$ seraient observables. Nous allons chercher dans le prochain paragraphe à étudier le comportement des résurgences induites en fonction du temps effectif d'interaction t_i^R avant l'opération de renversement du temps.

4.2.2.d Résultats complets

Le temps effectif d'interaction t_i^R est contrôlé en changeant l'instant $-t_{ini}$ de mise à l'accord. L'opération de renversement du temps est appliquée au moment où l'atome passe au centre du mode de la cavité. La figure 4.14 présente les résultats de l'expérience pour différents temps d'interaction t_i^R .

La courbe 4.14(a) présente l'oscillation de Rabi mesurée expérimentalement jusqu'à un temps d'interaction égal à $60\mu s$ et sans opération de renversement du temps. Nous observons dans le cas d'un champ cohérent de 13.3 photons le phénomène d'effondrement des oscillations de Rabi. Nous ne disposons pas d'assez de temps d'interaction pour pouvoir observer la résurgence spontanée des oscillations de Rabi. Les courbes (4.14(b), (c), (d)) présentent les résurgences d'oscillations de Rabi, induites par l'opération σ_Z appliquée après respectivement $14.3\mu s$, $18\mu s$ et $22\mu s$. Comme attendu, L'instant central de l'oscillation résurgente d'une courbe à l'autre se déplace. Sur chaque courbe, nous avons reproduit le résultat de la simulation numérique discutée dans la partie précédente. L'accord entre les courbes expérimentales et les simulations est très bon. La variation du contraste étant dominé par les imperfections expérimentales, il n'est pas possible d'extraire des données une mesure du temps de décohérence et de sa variation entre fonction de t_R (voir équation 1.203).

En conclusion, une preuve de la cohérence de la superposition créée pendant un temps d'interaction égal à $22\mu s$ a été observée par induction de résurgences sur le signal d'oscillation de Rabi. La prochaine partie sera consacrée à l'étude du comportement du

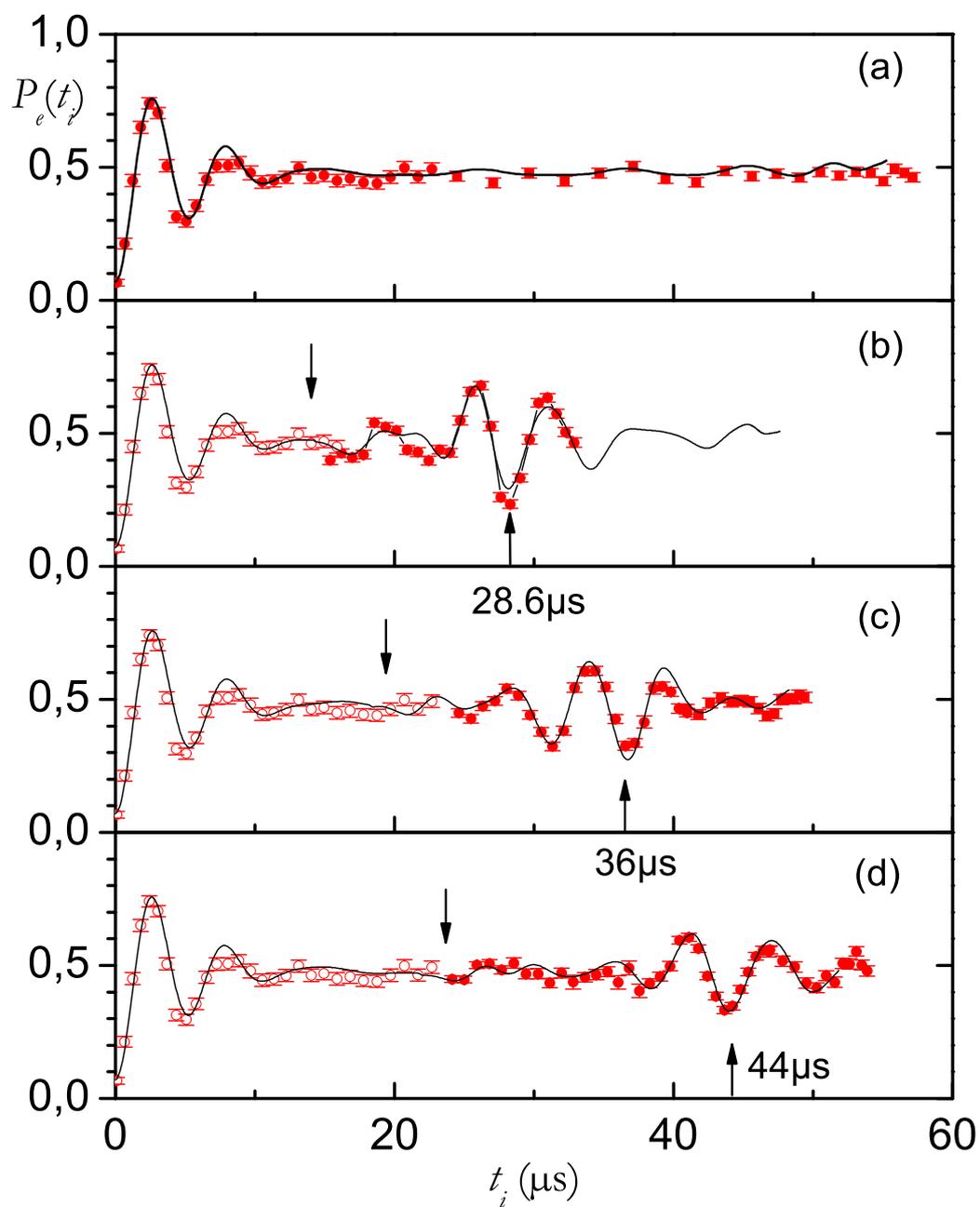


FIG. 4.14 – Oscillation de Rabi dans un champ cohérent. (a) sans opération σ_Z (b), (c) et (d) avec une opération σ_Z après une durée effective d'interaction respectivement égale à $14.3 \mu\text{s}$, $18 \mu\text{s}$ et $22 \mu\text{s}$.

champ induit par l'opération σ_Z sur l'atome. L'état du champ est observé grâce à la procédure de la mesure de la fonction Q présenté dans le chapitre (3). En particulier, nous mesurons ainsi expérimentalement la séparation en deux composantes de champ de phases différentes juste avant l'instant d'application de l'opération σ_Z .

4.2.3 Effet sur le champ de l'opération de renversement du temps

L'opération σ_Z est une transformation de renversement du temps pour le système total. Dans l'approximation des champs mésoscopiques, le champ se sépare en deux états cohérents dans les premiers temps d'interaction, avant l'instant de l'opération σ_Z . Après la transformation, chaque champ cohérent va subir une rotation de sens inverse. A l'instant de recombinaison, le système total retourne dans son état initial et, en particulier, le champ est de nouveau dans un état cohérent. Le phénomène de résurgences induites s'interprète comme une conséquence du recouvrement des deux champs cohérents de la superposition.

Dans ce paragraphe, la coupe de la fonction Q du champ à amplitude fixe est mesurée à différents instants : juste avant l'application de l'opération σ_Z et à l'instant de recombinaison. Le temps d'interaction effectif avant l'opération de renversement du temps, $t_i^R = 22 \mu\text{s}$, et le nombre moyen de photons du champ cohérent injecté, 13.3, sont ceux utilisés lors de la mise en évidence de résurgences induites. De cette manière, nous évaluons expérimentalement la séparation dans l'espace des phases des deux états cohérents de la superposition produite. Ces mesures sont comparées à la coupe de la fonction Q du champ sans interaction avec l'atome.

4.2.3.a Protocole

La figure (4.15) représente le diagramme spatio-temporel de la séquence. Les expériences sont réalisées avec des atomes à 200m/s. Chaque paquet contient en moyenne 0.13 atomes. La transformation atomique a lieu lorsque l'atome est au centre du mode. Pour cette vitesse, l'interaction résonnante devra débuter à $-t_{ini} = -27.5\mu\text{s}$. La fin de l'injection du champ cohérent de 13.3 photons en moyenne est programmée $40\mu\text{s}$ avant le passage de l'atome au centre du mode. Ensuite, la procédure de détection est programmée et le délai entre le passage du premier atome au centre de la cavité et celui de l'atome sonde est $225\mu\text{s}$.

Pour un temps effectif d'interaction du premier atome t_i égal à $22 \mu\text{s}$, la valeur attendue de l'angle séparant les deux composantes est $\Omega_0 t_i / 2\sqrt{\bar{n}} = 53^\circ$. La largeur attendue de la coupe dans l'espace des phases, sur un cercle de rayon $\sqrt{13.3}$, de la fonction Q d'un champ thermique de 1 photon déplacé de $\sqrt{13.3}$ est 31.4° . Pour être dans les meilleures conditions d'observation de la séparation, nous ajoutons un séquence de refroidissement de la cavité $200\mu\text{s}$ avant l'atome. Le nombre moyen de photons thermiques attendus au passage de l'atome sonde est égal à 0.5. La largeur attendue est alors égale à 27.7° .

4.2.3.b Résultats expérimentaux

La figure 4.16 présente les résultats de cette expérience. La coupe de la fonction Q du champ est mesurée en coïncidence avec la détection de l'atome 1 pour différents temps d'interaction : sans interaction, après un temps d'interaction $t_i = 22\mu\text{s}$ et au temps de recombinaison $2t_i^R = 44\mu\text{s}$. Face à chacune des mesures expérimentales, est représentée la fonction Q de l'état du champ calculée numériquement dans les conditions expérimentales.

La courbe 4.16a correspond au cas où le champ cohérent n'a pas interagit avec l'atome. Elle a un profil gaussien et sa largeur est égale à $31.9 \pm 1^\circ$. Cet affinement de la

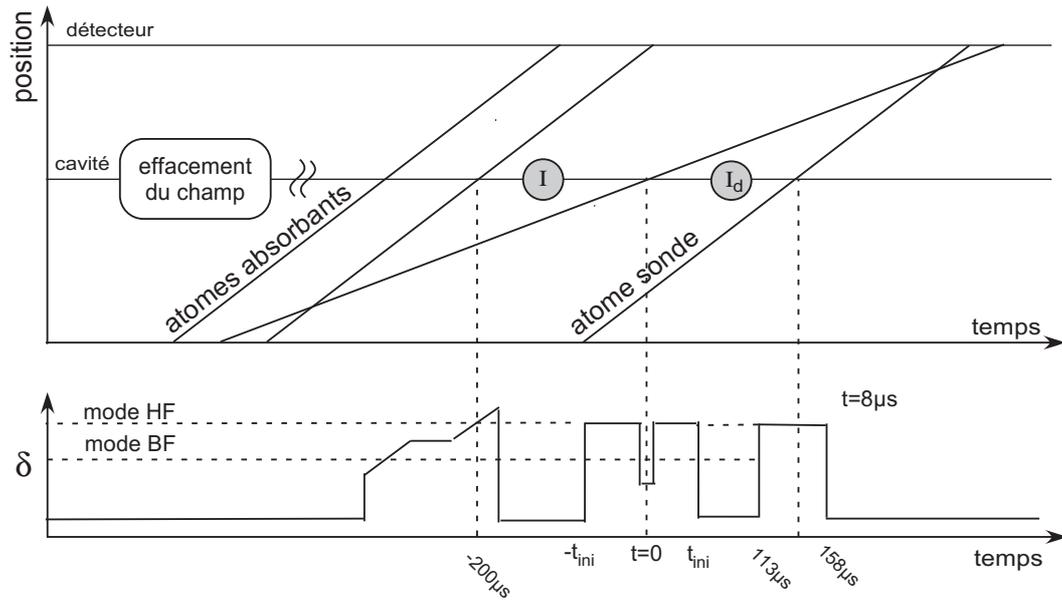


FIG. 4.15 – Diagramme temps-position et évolution du désaccord δ de l'expérience de mesure de la fonction Q de champ après interaction avec un atome.

coupe à amplitude fixe est la conséquence de la procédure de refroidissement. On retrouve un élargissement de 3° dû aux vibrations de la cavité (voir chapitre 3.2.2).

La courbe 4.16b correspond à la coupe de la fonction Q du champ produit après une interaction résonnante d'une durée égale à $22 \mu\text{s}$. A cet instant le champ atteint sa séparation maximale. Les deux composantes cohérentes sont juste séparées. La séparation mesurée est $2\phi = 40.5 \pm 5.5^\circ$. Elle correspond à une distance D entre les deux champs cohérents de la superposition égale à $2\sqrt{n} \sin \phi = 2.6$. A l'approximation des champs mésoscopiques, la séparation attendue est égale à 53° ($D=3$). Le calcul de la fonction Q issu de la simulation numérique permet d'estimer la séparation attendue en tenant compte de toutes les imperfections connues. On pointe une séparation égale à 48° .

La courbe 4.16c correspond à la coupe de la fonction Q du champ produit $22 \mu\text{s}$ après l'opération σ_Z au temps de recombinaison. Comme prévu, les deux composantes cohérentes de la superposition se recouvrent exactement à nouveau. La courbe a un profil gaussien. La largeur mesurée est égale à $33.3 \pm 1^\circ$. Le léger élargissement observé, par rapport à la coupe de référence de 4.16a, est expliqué par le calcul numérique et il est la conséquence du second mode.

En conclusion, nous avons donc montré comment produire et prouver la cohérence d'une superposition de deux champs cohérents mésoscopiques séparés d'une distance égale à 2.6 dans l'espace des phases. L'un des problèmes pour suivre l'effet du couplage à l'environnement est lié au fait que les étapes de préparation de la superposition et de mesure de la cohérence sont réalisées par le même atome. Nous allons voir maintenant comment il est possible de dissocier les deux étapes afin de permettre, en principe, une étude du phénomène de décohérence. Les résultats préliminaires pour de très faibles séparations entre états cohérents sont présentés.

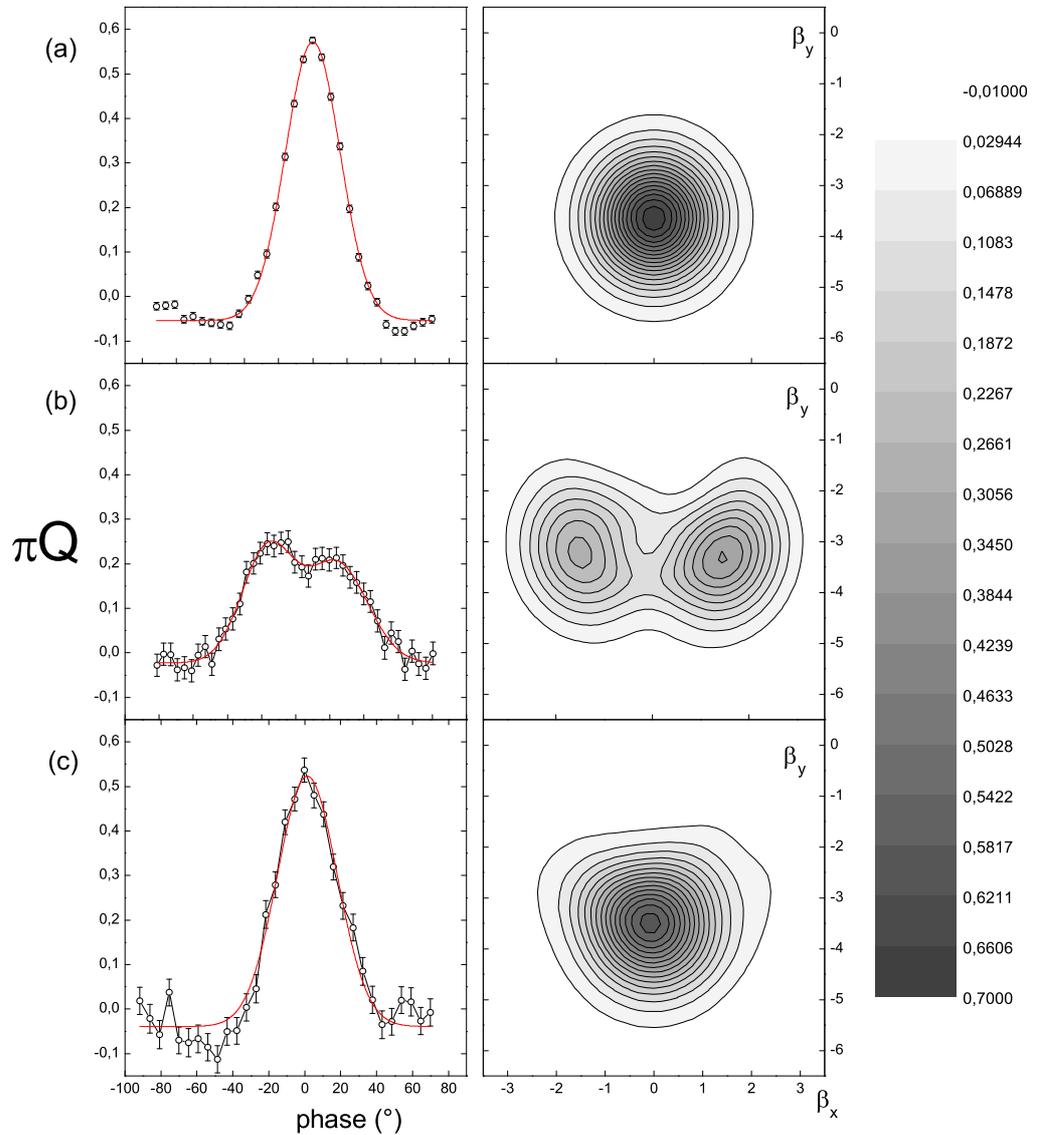


FIG. 4.16 – Mesure expérimentale de la coupe de la fonction Q à amplitude fixe et égale à $\sqrt{13.3}$ et calcul numérique de la fonction Q du champ produit après interaction résonnante avec un atome. (a) A l'instant initial, le champ est un état cohérent. (b) Juste avant l'application de l'opération σ_Z , le champ est une superposition de deux états cohérent (c) Au temps de recombinaison, le champ est de nouveau dans son état initial. Chaque courbe expérimentale est accompagnée de l'ajustement gaussien en trait plein.

4.3 Interaction d'un atome avec une superposition d'états cohérents

Notre objectif est d'observer expérimentalement l'interaction d'un atome avec une superposition d'états cohérents de phases différentes. La partie théorique a souligné comment les oscillations de Rabi dépendant de l'état du champ avec lequel interagit l'atome. En particulier, un mélange statistique ou une superposition de champs cohérents correspondent à des oscillations de Rabi différentes. Nous avons montré comment cette situation expérimentale est en continuité directe avec les observations précédentes. Les résurgences induites, obtenues dans le paragraphe précédent, sont le résultat du recouvrement au temps de recombinaison des deux composantes de la superposition créée avant l'opération de renversement dans le temps.

Une technique différente revient à créer, grâce à un premier atome, la superposition de champs cohérents et ensuite de réaliser l'interaction du champ produit avec un second atome. Comme nous l'avons dans le paragraphe (1.7), la procédure conduit à recombinaison partiellement les deux composantes cohérentes de la superposition et par conséquent des résurgences d'oscillation apparaissent sur le signal d'oscillation de Rabi du second atome. Le contraste des résurgences mesure la cohérence de la superposition étudiée

Expérimentalement, nous avons montré dans le paragraphe précédent comment créer une superposition d'états cohérents. Dans cette partie, nous présentons les résultats d'une expérience à deux atomes. Le premier prépare le mode de la cavité dans un état superposition d'états cohérents, le second interagit avec cet état du champ. Dans la perspective de suivre la cohérence en fonction d'un délai entre préparation et mesure, cette nouvelle expérience sépare la phase de préparation et de détection et les rend indépendantes l'une de l'autre. Cela ouvre des perspectives quant à la caractérisation du phénomène de décohérence sur des objets mésoscopiques.

4.3.1 Considérations expérimentales

La première phase consiste à produire à l'intérieur de la cavité une superposition de deux champs cohérents. L'interaction résonnante de l'atome 1 avec un champ cohérent initialement injecté dans la cavité produit, comme nous l'avons démontré dans la partie précédente, une superposition de deux champs cohérents corrélée à l'état de l'atome. Nous avons remarqué dans le paragraphe (1.4) qu'une différence existe entre les deux superpositions corrélées à chacun des états atomiques : la phase quantique de la superposition produite sera différente suivant l'état atomique détecté (voir équation 1.118).

La seconde étape consiste à envoyer un second atome indépendant du premier à travers la cavité à résonance. Suivant l'état de sortie du premier atome, il interagira avec l'une ou l'autre des superpositions. D'après le paragraphe (1.7), l'oscillation de Rabi du second atome permet de statuer sur la cohérence de la superposition et de mesurer la différence de phase quantique entre les superpositions corrélées à chacun des états du premier atome.

La figure (4.17) schématise la séquence expérimentale utilisée. Chaque atome est initialement préparé dans l'état $|g\rangle$ à la vitesse de 335 m/s. La fin de l'injection du

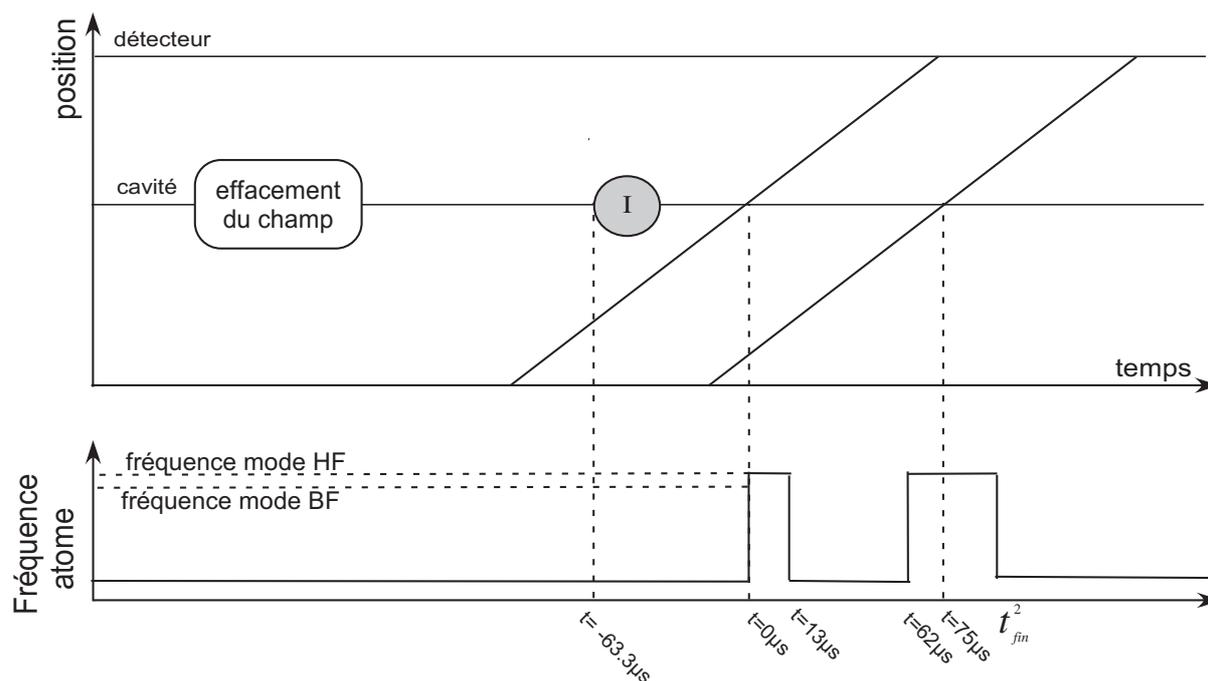


FIG. 4.17 – Diagramme spatio-temporel de l'expérience d'oscillations de Rabi dans une superposition d'états cohérents

champ cohérent est programmée $63.3\mu s$ avant le passage du premier atome au centre de la cavité. La fin de l'interaction du premier atome est programmée $13\mu s$ après son passage au centre. Le début de l'interaction est programmé au moment du passage du premier atome au centre du mode. Le délai entre les deux atomes est le plus court possible dans notre expérience et est égal à $75\mu s$. Il est choisi de manière à réduire au maximum le phénomène de décohérence de la superposition créée par le premier atome. L'interaction du second atome commence à $-13\mu s$ avant le passage au centre du mode du second atome. Elle est arrêtée à $t_{fin}^{(2)}$ et il est balayé pour obtenir une information résolue en temps d'interaction.

A partir des événements détectés pour chaque séquence expérimentale, nous déduisons les probabilités conditionnelles de détecter l'atome 2 dans l'état $|e\rangle$ en coïncidence avec la détection de l'atome 1 dans l'état $|g\rangle$, dans l'état $|e\rangle$ ou sans premier atome détecté. Chacune sera respectivement notée dans la suite $P_{(e2|g1)}$, $P_{(e2|e1)}$ et $P_{(e2|01)}$.

En raison des limites de l'expérience, en particulier le temps de vie du photon dans la cavité, des superpositions présentant une séparation de plus de dix photons ne pourraient survivre au délai incompressible séparant le passage dans la cavité des deux atomes. En effet le temps de décohérence d'une superposition de deux champs séparés de dix photons est égal à $50\mu s$ (avec $n_{th} = 1$). Nous devons donc réduire la séparation pour limiter l'impact de la décohérence sur le champ créé.

En théorie, les distances dans l'espace des phases des superpositions préparées par le premier atome sont de l'ordre 1. Dans ce cas, les parties d'effondrement et de résurgence d'oscillations de Rabi prédites dans le chapitre théorique ne sont pas clairement séparées. Nous allons voir cependant une trace de la cohérence sur les signaux des oscillations de

Rabi.

4.3.2 Résultats préliminaires

Sur les figures (4.18) et (4.19), nous avons reproduit, respectivement, les résultats d'une telle expérience avec 33 et 15 photons injectés dans la cavité. La séparation estimée de la superposition dans l'espace des phases est respectivement 1 et 1.3.

Le signal observé est la probabilité de détecter le second atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction de son temps d'interaction $t^{(2)}_i$ avec le champ contenu dans le mode de la cavité. Les figures (4.18) et (4.19) comportent trois graphes correspondant à trois situations physiques différentes. Le graphe (a) reproduit les probabilités $P_{e2/e1}$ et $P_{e2/g1}$. Ces deux courbes correspondent à l'interaction du second atome avec les superpositions créées par le premier atome. Le graphe central (b) reproduit la probabilité $P_{e2/01}$. La courbe correspond au cas où le champ n'a pas interagi avec l'atome 1. Le second atome entre alors en interaction avec le champ cohérent relaxé. Le signal attendu est une oscillation de Rabi dans un champ cohérent. Finalement, la courbe (c) correspond à la soustraction, $P_{e2/e1} - P_{e2/g1}$, des deux courbes expérimentales de (a). En raison de la faible séparation attendue entre les états cohérents de la superposition créée, les résurgences présumées sont en opposition de phase. On souligne ainsi les différences entre les deux oscillations de Rabi conditionnées à chacun des deux états finaux de l'atome 1.

Dans les premiers temps d'interaction, les trois signaux issus de l'expérience sont superposables. Ils montrent le phénomène d'effondrement des oscillations de Rabi. Ensuite, on observe clairement les différences entre les oscillations de Rabi conditionnées à la détection de l'atome 1 et celles obtenues lors de l'interaction avec un champ cohérent. En raison de la faible séparation entre champs cohérents caractérisant la superposition, les différences se manifestent sous forme d'oscillations prolongées dans le temps d'interaction, prémisses du phénomène de résurgence des oscillations de Rabi prédit dans la partie théorique. On a reproduit sur chaque courbe de coïncidence le résultat de la simulation prenant en compte toutes les imperfections de l'expérience. L'accord est une nouvelle fois bon.

La phase de ces oscillations dépend de l'état du premier atome. Pour cette séparation, l'influence de la phase ajoutée due à l'interaction avec le champ est négligeable et en première approximation ces deux oscillations sont en théorie en opposition de phase. La différence entre les deux oscillations de Rabi corrélée à la détection du premier atome dans les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ montrent des oscillations après le temps d'effondrement. Plus on augmente la taille de la superposition produite, moins le signal différence $P_{e2/e1} - P_{e2/g1}$ est contrasté.

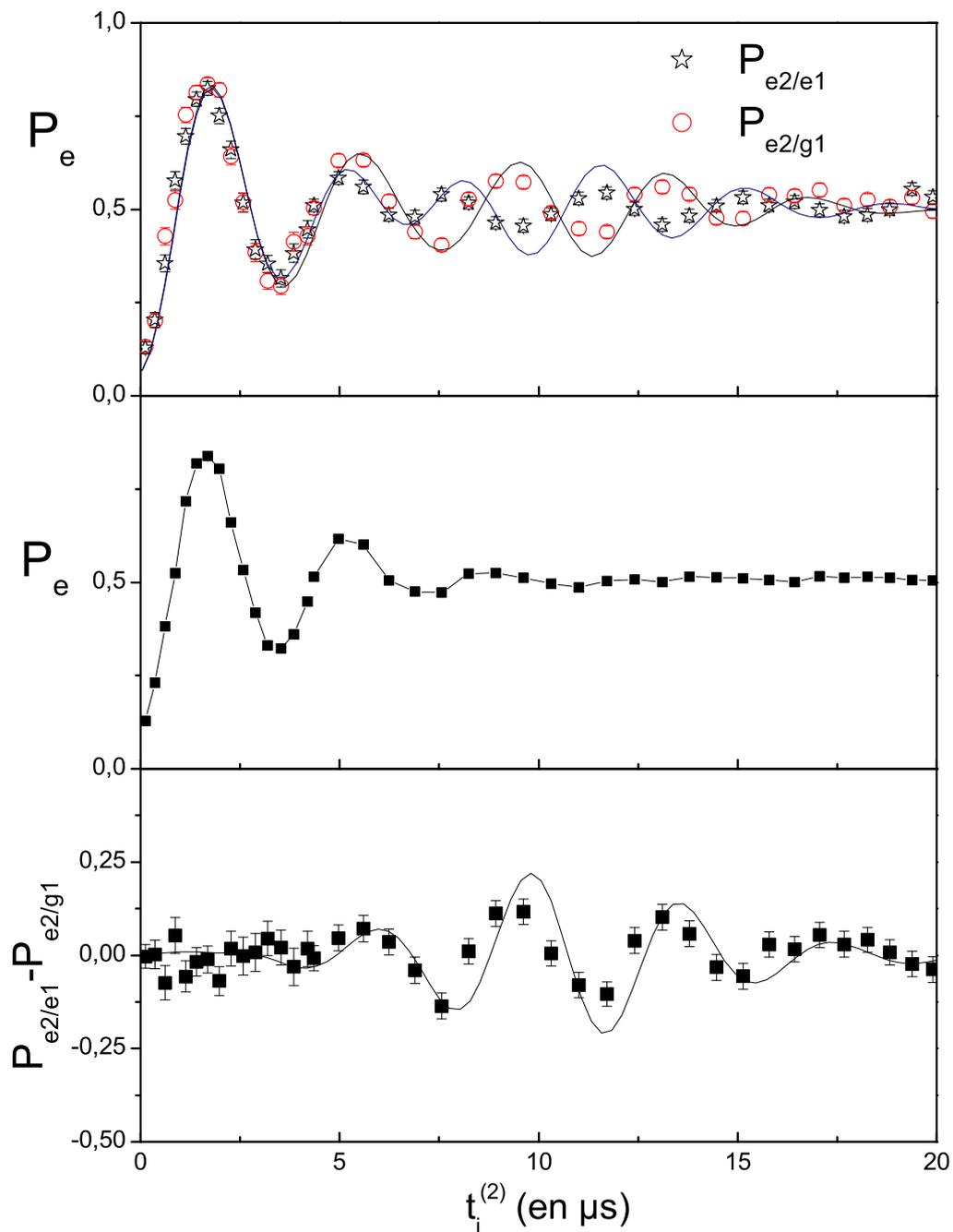


FIG. 4.18 – Oscillation de Rabi quantique du second atome (a) dans une superposition de champs cohérents de même nombre de photons égal à 33 créé par l'atome 1. La courbe avec étoiles correspond à la détection de l'atome 1 dans $|g\rangle$, la courbe avec des ronds à la détection de l'atome 1 dans $|g\rangle$ (en trait plein le résultat de la simulation numérique)(b) dans un champ cohérent de 33 photons. (c) Soustraction des deux courbes expérimentales (avec des cercles) et théorique (en trait plein) de (a).

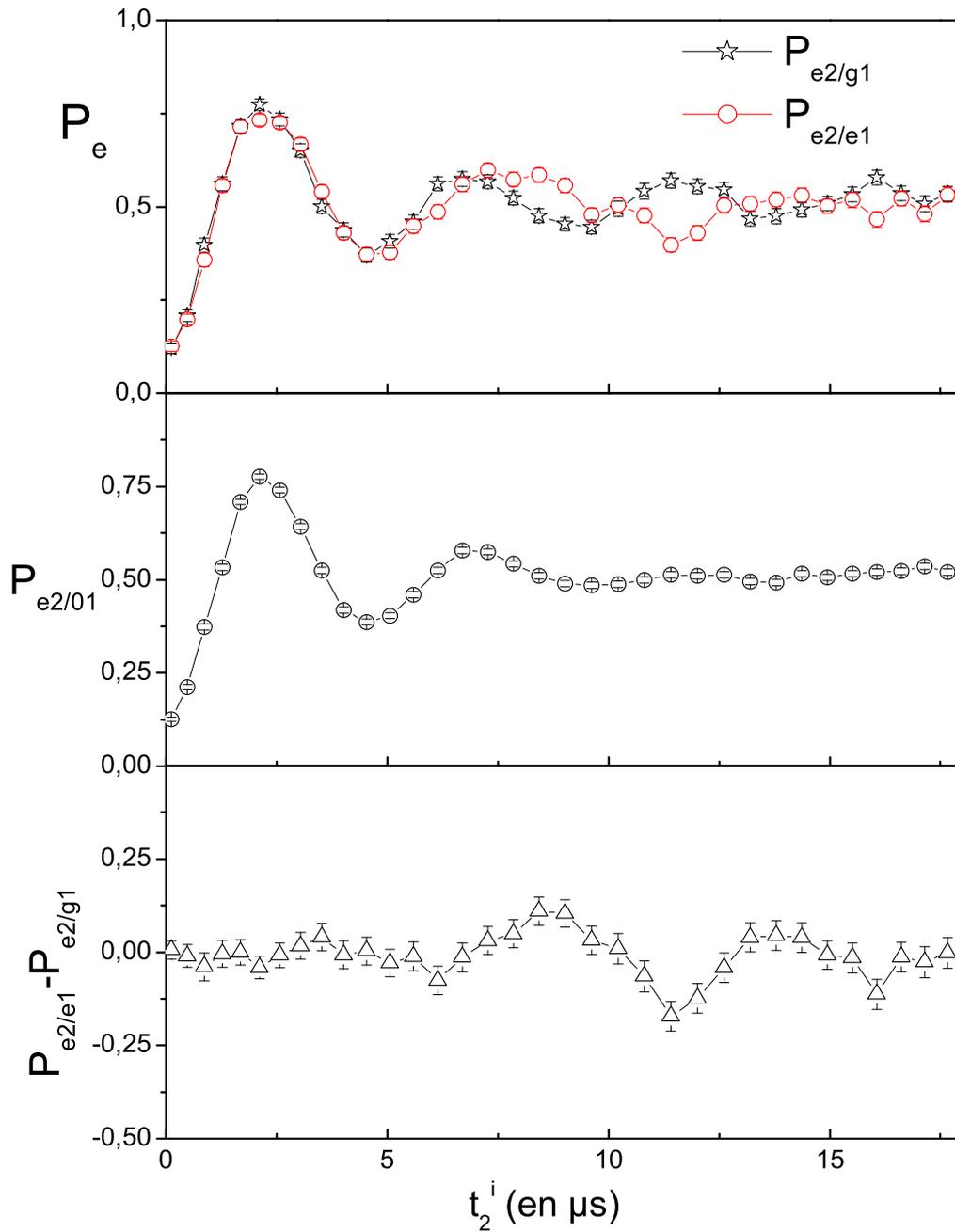


FIG. 4.19 – Oscillation de Rabi quantique du second atome (a) dans une superposition de champs cohérents de même nombre de photons égal à 13 créé par l'atome 1. La courbe avec étoiles correspond à la détection de l'atome 1 dans $|g\rangle$, la courbe avec des ronds à la détection de l'atome 1 dans $|g\rangle$ (b) dans un champ cohérent de 13 photons. (c) Soustraction des deux courbes expérimentales de (a).

Conclusion et perspectives

Etats des lieux

Le résultat central de cette thèse est la préparation et la preuve de cohérence d'une superposition de deux champs cohérents de même nombre moyen de photons égal à 13.3 et de phases différentes. La distance D dans l'espace des phases entre les deux états cohérents est mesurée égale à 2.6, soit une distance en termes de photons $D^2 = 6.8$. La préparation de la superposition est le résultat de l'interaction résonnante entre un champ cohérent et un atome à deux niveaux. Une preuve de cohérence est obtenue à partir de l'observation de résurgence de l'oscillation de Rabi après une opération de renversement du temps sur le système. L'état du champ est connu à chaque instant grâce à une mesure de sa fonction Q . On a pu ainsi mettre en évidence la séparation en deux composantes du champ cohérent initial juste avant l'opération sur le système et sa reconstruction au temps de recombinaison. La mesure de la fonction Q se révèle être un outil très commode pour connaître l'état du champ. Nous l'avons appliquée par ailleurs aux états gaussiens tels que le champ thermique déplacé mais aussi à l'état de Fock à un photon non gaussien.

Recombinaison des deux états cohérents de la superposition produite après l'interaction d'un premier atome peut être accompli par l'interaction résonnante avec un second atome. De manière équivalente, un phénomène de résurgence de l'oscillation de Rabi du second atome caractérise la recombinaison. Nous avons présenté les résultats préliminaires de l'oscillation de Rabi dans une superposition de champs cohérents.

La mise en œuvre de la méthode de génération de superposition d'états cohérents par interaction résonnante offre la possibilité de manipuler efficacement la phase de champs cohérents de quelques dizaines de photons. Les superpositions créées sont très sensibles au couplage à l'environnement. Une approche théorique et phénoménologique du problème de la décohérence dans le processus de résurgence induite par une opération de renversement du temps a été présentée. Elle offre une prédiction simple et analytique du contraste des résurgences induites au temps de recombinaison. Dans la perspective où les différentes imperfections expérimentales sont éliminées, elle permettra une analyse quantitative du phénomène de décohérence dans notre expérience.

Trois imperfections expérimentales expliquent les difficultés pour observer les résurgences d'oscillation de Rabi : le champ thermique, la présence du second mode et la dispersion en position des paquets atomiques. Avec un atome à 154 m/s, le contraste des résurgences induites devient complètement marginal pour des temps d'interaction supérieurs à 44 μ s. Sans ces imperfections, discutées dans la partie (4.2.2.c), le contraste au temps de recombinaison présumé pour un temps complet d'interaction d'un atome à

154 m/s avec le mode de la cavité est 0.73. La distance atteinte entre les deux champs cohérents de la superposition avant l'opération de renversement du temps est égale à 4.8, soit une distance en termes de photons égale à 23.

Développements expérimentaux récents

Dans la perspective d'évolution de l'expérience, de nombreuses améliorations du montage sont en cours de réalisation. Elles permettent d'envisager la manipulation de champs cohérents plus grands et de préparer des superpositions de séparation plus importante.

Le développement d'un nouveau système d'excitation laser permet d'augmenter le nombre d'atomes préparés dans les états circulaires d'un facteur 10. Le temps d'allumage du laser repompeur du système de sélection de vitesse pourra être diminué d'autant. La perte de contraste due à la dispersion en vitesse des paquets deviendra alors négligeable. Nous présentons le protocole de fonctionnement et les premiers tests de cette excitation laser dans l'annexe. En plus de la diminution de la dispersion en vitesse, l'augmentation du nombre d'atomes circulaires disponibles offrira la possibilité de sélectionner une vitesse plus basse. Il ne sera pas possible de réduire la vitesse indéfiniment : la gravité agit sur les atomes lors de leur traversée du montage et, si leur vitesse descend en dessous de 100m/s, ils ne se propageront plus avec une bonne approximation en ligne droite. A 100m/s, le temps effectif d'interaction disponible est alors égal à $t_{100m/s} = 102.6\mu s$.

La seconde amélioration est l'élimination du champ thermique. Le cryostat est conçu pour fonctionner à une température égale à 0.6 K (cryostat ^3He). Le nombre moyen de photons du champ thermique attendu à cette température est égal à 0.05. Dans le chapitre 2, la population du mode à l'équilibre thermodynamique a été mesurée égale à 1. Cette mesure ne dépend pas de la température de l'expérience entre 0.6 K et 2 K. Des études préliminaires sont en cours pour limiter l'excitation du mode à l'équilibre thermodynamique. Cette amélioration augmentera d'un facteur 3 les temps de cohérence des superpositions d'états du champ.

Dans un futur proche, de nouvelles cavités seront utilisées. Elles ont été développées dans le but de minimiser la diffraction sur les miroirs, cause principale de perte des photons hors du mode. Leur fabrication repose sur la réalisation d'un miroir en cuivre, plus facile à usiner et à polir que le Niobum brut, sur lequel on dépose, par pulvérisation, une couche micrométrique de Niobium. Les résultats préliminaires [68] permettent d'espérer une augmentation d'un facteur dix sur le temps de vie du photon, soit 10 ms.

Dans le paragraphe suivant, nous essayons de prédire, à partir des nouvelles conditions expérimentales, les séparations maximales possibles et le contraste idéal des résurgences attendues. Toutes les estimations ne prendront pas en compte les dispersions des paquets atomiques, ni le second mode de la cavité. La température d'équilibre sera considérée comme nulle. Finalement, nous présenterons les résultats d'une simulation numérique de l'expérience à deux atomes montrant la première résurgence de l'oscillation de Rabi dans une superposition d'états cohérents. Les conditions d'observation de la première résurgence de l'oscillation de Rabi dans une superposition de champs cohérents seront discutées.

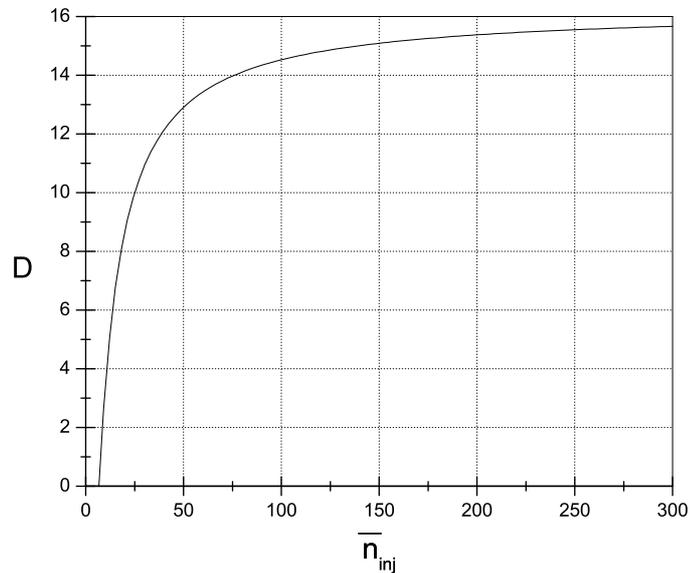


FIG. 4.20 – Comportement de la distance D de la superposition créée après interaction résonnante en fonction du nombre moyen de photon \bar{n}_{inj} du champ cohérent.

Production d'une superposition

Concentrons pour le moment sur la simple préparation de la superposition d'états cohérents réalisée avec des atomes à 100 m/s. La seule condition expérimentale libre est le nombre moyen de photons \bar{n}_{inj} du champ cohérent initial. La distance maximale absolue est obtenue pour des champs de grande amplitude. La figure 4.21 reproduit le comportement de la distance à temps d'interaction et pulsation de Rabi fixe. Cette courbe sature à une distance dans l'espace des phases égale à 16 pour ces conditions expérimentales, soit une distance en termes de photons égale à 256 ! Dans ces conditions, la différence de phases séparant les deux champs cohérents est très petite.

Remarquons, au passage, que le temps de demi-résurgence, pour des atomes à 100 m/s, est atteint pour des champs cohérents de nombre moyen de photons inférieur à 23. Pour un champ de 23 photons en moyenne, la distance dans l'espace des phases de la superpositions au temps de demi-résurgence est égale à 9.6, soit une distance en termes de photons égale à 92.2.

Résurgence induites

Le premier test de cohérence des superpositions produites revient à observer les résurgences induites. Nous estimons maintenant, toujours avec des atomes à 100 m/s et sans les problèmes posés par le second mode et les dispersions en position des paquets atomiques, le comportement du contraste en fonction du temps de vie du photon dans

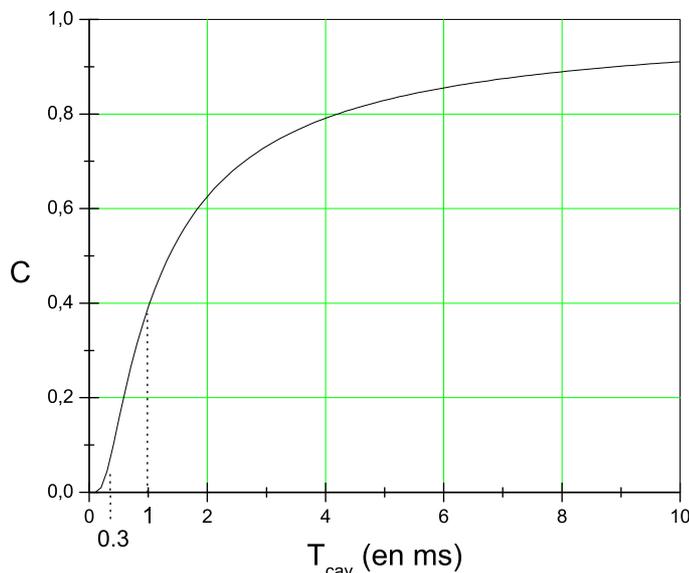


FIG. 4.21 – Comportement du contraste C des résurgences induites en fonction du temps de vie du photon dans la cavité.

la cavité. Nous supposons un couplage carré entre l'atome et le champ (les corrections à apporter sur les prédictions sont minimales). Par rapport à la prédiction du précédent paragraphe, la séparation en phase maximale sera obtenu après un demi temps d'interaction. Par conséquent, la distance maximale dans l'espace des phases est obtenue pour des champs cohérents avec un grand nombre de photons égal à 8, soit une distance en termes de photons égale à 64.

Pour des champs supérieurs à une quinzaine de photons en moyenne, le contraste des résurgences induites est indépendant du nombre de photons initialement injectés. Il est égal à $\exp(-\gamma\Omega_0^2(t_{100m/s}/2)^3/12)$ où $t_{100m/s}$ est le temps complet d'interaction pour un atome à 100 m/s (voir équation (1.202)). La figure 4.20 reproduit le comportement du contraste idéal des résurgences en fonction du temps de vie du photon dans la cavité. Elle montre une rapide augmentation du contraste jusqu'à un temps de vie du photon égal à 2 ms. Pour ce temps de vie, le contraste est égal à 0.7. Dans les conditions actuelles (le temps de vie de la cavité égal à 1 ms et un champ à l'équilibre thermodynamique de 1 photon), le contraste des résurgences correspond à un temps de vie du photon égal à $t_{cav}/2n_{th} + 1 = 0.3$ ms et il est très faible devant 1. L'éradication du champ thermique résiduel permettra d'obtenir un contraste proche de 0.3.

Oscillation de Rabi dans une superposition de champs cohérents

Pour l'expérience à deux atomes, le temps de vie est le paramètre limitant en raison du délai incompressible entre l'atome préparant la superposition et l'atome la sondant

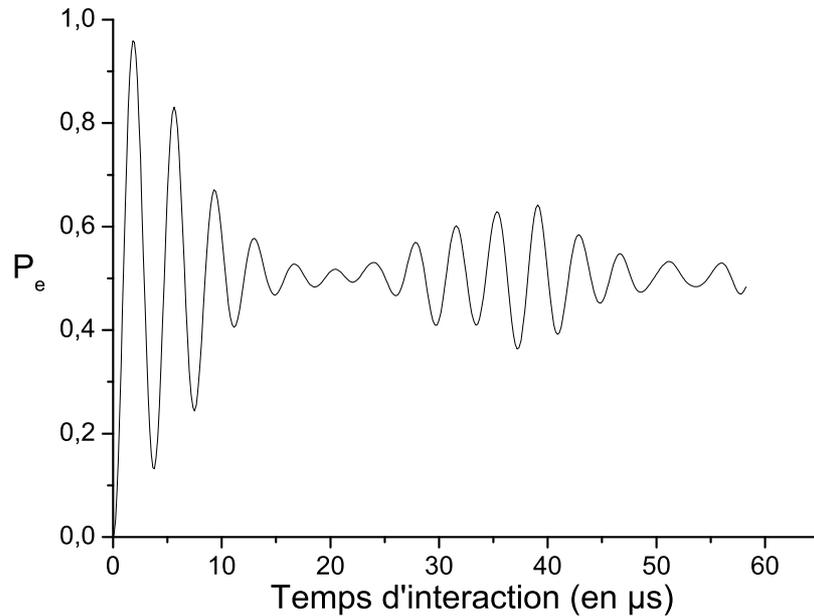


FIG. 4.22 – Oscillation de Rabi du second atome dans une superposition de champs cohérents mésoscopique de même amplitude $\sqrt{30}$ séparés d'une distance égale à 5.25.

en réalisant l'oscillation de Rabi. Pour la discussion de cette expérience, nous utiliserons des atomes à 154 m/s, un temps de vie du photon dans la cavité égal à 3 ms, sans champ thermique et un nombre moyen de photon injecté égal à 30. Dans ces conditions, nous reproduisons sur la figure 4.22 l'oscillation de Rabi du second atome à partir d'une simulation numérique de l'expérience. La superposition créée par le premier atome est définie par une séparation égale à 5.25. Le temps d'interaction entre l'atome et le champ de la cavité est égal à 37 μs . Le temps de décohérence est par conséquent égal 200 μs . Le délai entre les deux atomes est fixé à 100 μs . Dans ces conditions, nous observons la première résurgence des oscillations de Rabi bien séparée de la période d'effondrement caractérisant les premiers temps d'interaction.

L'observation du comportement du contraste en fonction du délai entre les deux atomes permettra de tester, pour des superpositions de champs cohérents de quelques dizaines de photons, la dépendance du temps de décohérence en fonction de la distance en photon de la superposition.

Au delà des expériences présentées dans ce manuscrit, l'augmentation du facteur de qualité de la cavité permettra de réaliser un grand nombre d'expériences nouvelles. Nous en avons choisi une, en particulier, très complémentaire de celles présentées précédemment : la mesure de la fonction de Wigner d'une superposition de champs cohérents. Dans l'expérience présentée dans ce manuscrit, l'état du champ est connu grâce à deux mesures complémentaires : la fonction Q mesure la séparation en deux composantes cohérentes, l'observation de résurgence statue sur le caractère cohérent de la superposition produite. Le contraste des résurgences est une fonction compliquée de tous les coefficients

de la matrice densité. L'évolution de ce paramètre ne fournit qu'une information partielle sur le mécanisme de décohérence. La fonction de Wigner contient toute l'information sur un état quantique. Mesurer expérimentalement toute la fonction de Wigner réalise les deux opérations de mesure en une seule. Nous avons déjà réalisée le principe de la méthode pour le vide et un état de Fock à un photon. L'obtenir pour différents délais entre l'atome créateur et l'atome sonde offrirait de nouvelles informations sur le processus de décohérence.

Annexes

Préparer des atomes dans les états de Rydberg circulaires est un point central de notre expérience. Le protocole utilisé est décrit en détail dans la thèse de Paolo Nussensveig [63] et repose sur l'expérience acquise du groupe sur la préparation d'atomes de Rydberg [76, 77, 78, 79, 80].

Une partie du travail expérimental de ma thèse a été centrée autour de la zone de circularisation. J'ai contribué d'une part à la construction d'une nouvelle "boîte à circulariser", zone de préparation des atomes circulaires, et d'autre part à la réalisation d'un nouveau système laser permettant d'améliorer le nombre d'atomes excités du niveau fondamental dans les niveaux de Rydberg. Le besoin d'augmenter le nombre d'atomes semble contradictoire avec le but de nos expériences. En effet, nous souhaitons réaliser des expériences avec en moyenne 0.1 atomes dans chaque paquet. Nous devons rappeler ici que les paquets sont découpés dans le jet thermique. La distribution des vitesses est une maxwellienne centrée sur $335m/s$. Par conséquent plus la vitesse est basse, moins d'atomes sont disponibles. Jusqu'ici, en raison de la limitation liée à l'efficacité d'excitation, la vitesse minimale des paquets atomiques de 0.1 atomes en moyenne est $154m/s$. L'intérêt de sélectionner des vitesses plus faibles est l'augmentation du temps d'interaction.

Une introduction générale sur les atomes de Rydberg sera présentée dans l'annexe A. Leurs propriétés en champ électrique seront rapidement résumées. Nous décrirons dans l'annexe B la "boîte à circulariser" et ses caractéristiques. Ensuite nous détaillerons, dans l'annexe C, le nouveau schéma d'excitation laser permettant de produire plus d'atomes dans le niveau $|52F\rangle$. Chaque transition excitée par ce nouveau protocole sera étudiée. Nous observerons leur comportement en champ électrique et en champ magnétique. Finalement, nous présenterons la production d'atomes de Rydberg circulaires par ce nouveau protocole d'excitation.

Annexe A

Propriétés électriques et magnétiques des états de Rydberg

A.1 Les atomes de Rydberg

On appelle états de Rydberg les niveaux atomiques définis par un grand nombre quantique principal n . Cette caractéristique leur confère une très faible énergie de liaison et un très grand dipôle électrique. En particulier, ces états sont très sensibles aux faibles champs électriques : des champ de quelques V/cm déplacent les niveaux de plusieurs dizaine de MHz.

Le but de cette introduction est de donner un bref aperçu des propriétés de ces états atomiques. Ils ont été l'objet d'une littérature abondante [81].

A.1.1 Etats de Rydberg en champ électrique nul et champ magnétique nul

L'atome d'hydrogène et les atomes alcalins ont un seul électron sur leur dernière couche. A champ électrique nul, l'énergie des niveaux de l'atome d'Hydrogène ne dépend que du nombre quantique principal n et elle suit la loi de Balmer :

$$E_n = -\frac{R_y}{n^2} \quad (\text{A.1})$$

où R_y est la constante de Rydberg.

La correction en énergie des niveaux atomiques, due à la présence d'un cœur différent d'un proton unique, est prise en compte phénoménologiquement sous la forme d'un coefficient $\epsilon_{n,l,j}$, le "défaut quantique". Ce dernier exprime l'écart à la loi de Balmer en $1/n^2$ des niveaux d'énergie selon la relation :

$$E_n = -\frac{R_y}{(n - \epsilon_{n,l,j})^2} \quad (\text{A.2})$$

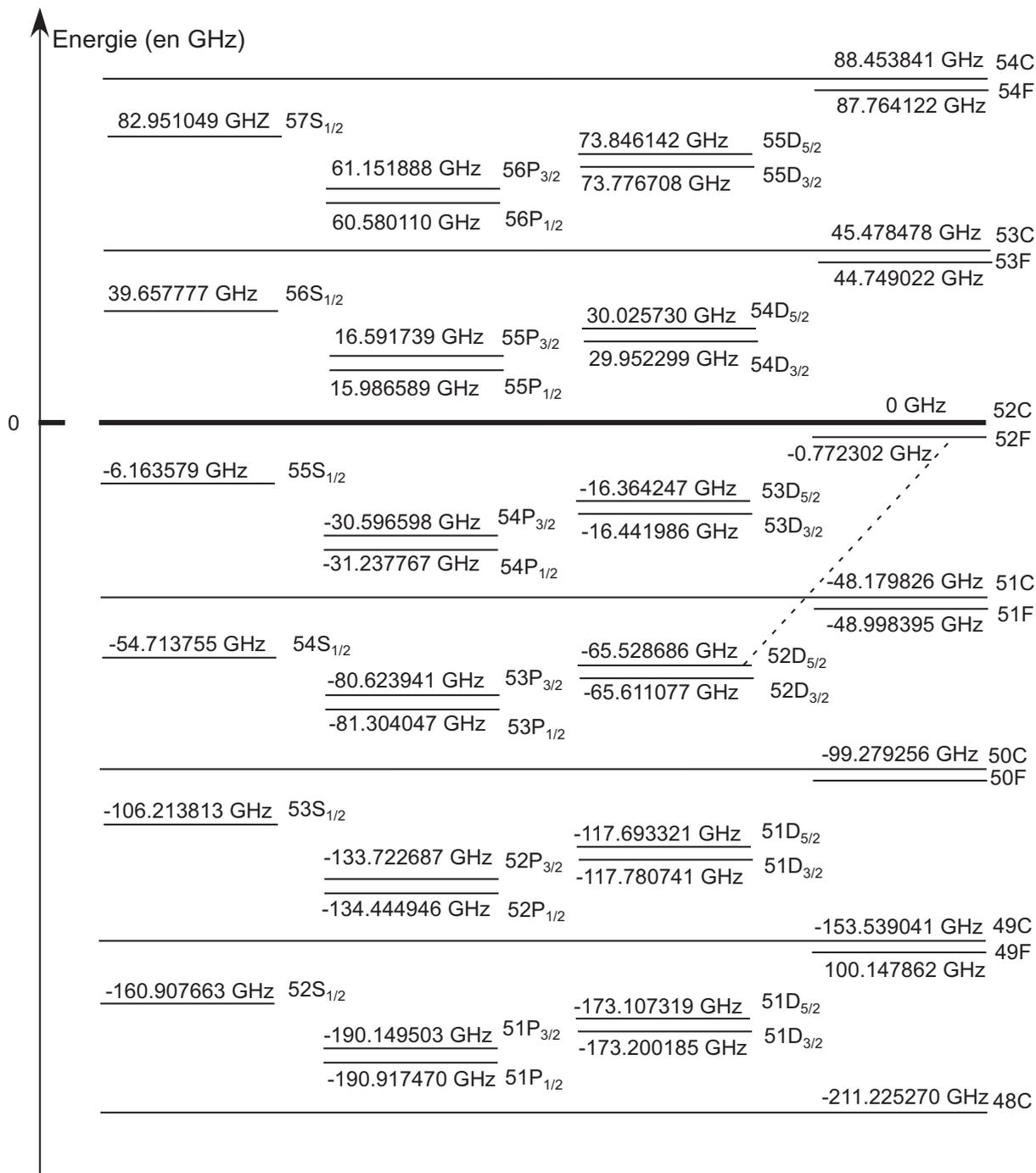


FIG. 1.1 – Position des niveaux de Rydberg autour de la multiplicité 52 en champs nuls calculée à partir des données présentées dans le tableau (A.1) pour $l = 0, 1, 2, 3$ et les états états circulaires (l'échelle du schéma n'est pas pertinente). Pour l supérieur à 4, les niveaux sont quasiment dégénérés avec l'état circulaire. La transition micro-onde excitée dans le nouveau processus d'excitation est en pointillé matérialisée.

La mesure des défauts quantiques a été réalisée pour le Rubidium ^{85}Rb dans [82]. Les résultats expérimentaux sont présentés dans le tableau (A.1.1).

Moment orbital l	Défaut quantique ($\epsilon_{n,l,j}$)
$l=0$	$\epsilon_{n,l,j} = 3.131145 + 0.195/(n - 3.131145)^2$
$l=1, j=1/2$	$\epsilon_{n,l,j} = 2.65486 + 0.280/(n - 2.65486)^2$
$l=1, j=3/2$	$\epsilon_{n,l,j} = 2.64165 + 0.318/(n - 2.64165)^2$
$l=2, j=3/2$	$\epsilon_{n,l,j} = 1.34807 - 0.603/(n - 1.34807)^2$
$l=2, j=5/2$	$\epsilon_{n,l,j} = 1.34642 - 0.545/(n - 1.34642)^2$
$l=3$	$\epsilon_{n,l,j} = 0.01653 - 0.0912/(n - 0.01653)^2$
$l=4$	$\epsilon_{n,l,j} = 0.004$
$l=5$	$\epsilon_{n,l,j} = 0.0001$
$l=6$	$\epsilon_{n,l,j} = 0.0006$

TAB. A.1 – Défauts quantiques correspondant à chaque niveaux du ^{85}Rb .

A partir de $l \geq 4$, ces défauts quantiques peuvent être négligés. Intuitivement, plus l est élevé, plus l'électron a sa fonction d'onde localisée loin du cœur atomique moins il ressent la structure interne de ce cœur. A partir de l égal à 4, tous les niveaux sont quasi-dégénérés et forment une multiplicité similaire à celle observé dans l'hydrogène. La figure (1.1) représente les énergies exprimées en GHz des différents niveaux entourant l'état $52c$ circulaire $|52c\rangle$ à champ nul.

Les niveaux de Rydberg s'ionisent pour des champs électriques différents suivant leurs nombres quantiques n, l . La détection par ionisation présentée dans le chapitre 2 permet de les distinguer.

A.1.2 Les atomes de Rydberg en présence d'un champ électrique

Le comportement des états de Rydberg en présence d'un champ magnétique faible ne dépend que des structures orbitales de l'état et par conséquent il est similaire à celui des états faiblement excités.

A l'inverse, les états de Rydberg sont très sensibles au champ électrique. Leur comportement est très différent de celui des états peu excités. Nous cherchons dans ce paragraphe à donner un aperçu bref des propriétés des états de Rydberg en champ électrique. Le Hamiltonien d'interaction avec un champ électrique a pour expression :

$$H = H_0 + qFZ \quad (\text{A.3})$$

où H_0 est le hamiltonien libre et F le champ électrique choisi dirigé selon l'axe z .

Dans le cas de l'atome d'hydrogène, tous les états sont dégénérés à champ électrique nul. On rappelle que m et n_1 sont les bons nombres quantiques pour décrire le système. A m fixé, le champ électrique lève la dégénérescence entre les $n - m$ niveaux paraboliques définis pour une valeur différente du nombre quantique parabolique n_1 allant de 0 à $n - 1 - m$. Chacun des niveaux $|n, n_1, m\rangle$ et $|n, n_1 + 1, m\rangle$ est séparé de $2\hbar\omega_{\text{Stark}}$, vérifiant la relation :

$$\hbar\omega_{Stark} = -\frac{3}{4}n^2 \frac{F}{F_{Hartree}} \frac{E_{Hartree}}{h} \quad (\text{A.4})$$

avec $F_{Hartree} = 5.1422 \times 10^{11}$ V/m et $E_{Hartree} = 27.212$ eV.

Nous représentons sur la figure (1.2) le déplacement des niveaux en fréquence induit par un champ électrique pour l'atome d'hydrogène et pour $m = 0$. Plus le champ électrique est important, plus les niveaux sont séparés. Chaque état parabolique est une superposition des états $|n, l, m\rangle$ où n et m sont fixés.

La répartition des niveaux des atomes alcalins autres que l'atome d'hydrogène en champ électrique ne peut être calculée que numériquement. Le calcul prend en compte des défauts quantiques simplement par un déplacement en énergie indépendant du champ électrique. Le calcul ne prend pas en compte l'effet de la structure fine. La structure rencontrée pour l'Hydrogène se retrouve dans le Rubidium ^{85}Rb pour les valeurs de m supérieures à 4. Dans ce cas, tous les états sont dégénérés en champ nul. En champ électrique non nul, les niveaux se séparent et la différence d'énergie entre niveaux est proportionnelle au champ électrique. Dans ce cas l'impact de la structure du noyau est négligeable et le déplacement Stark est linéaire. Nous représentons sur la figure (1.3) le déplacement des niveaux en fréquence induit par un champ électrique pour m égal à 0. En raison des défauts quantiques, les niveaux de faible moment orbital typiquement S , P , D et F ne sont pas dégénérés en champ nul avec le reste de la multiplicité 52 dans le Rubidium ^{85}Rb . L'effet Stark est ainsi très différent de celui calculé pour l'hydrogène et présenté sur la figure (1.2).

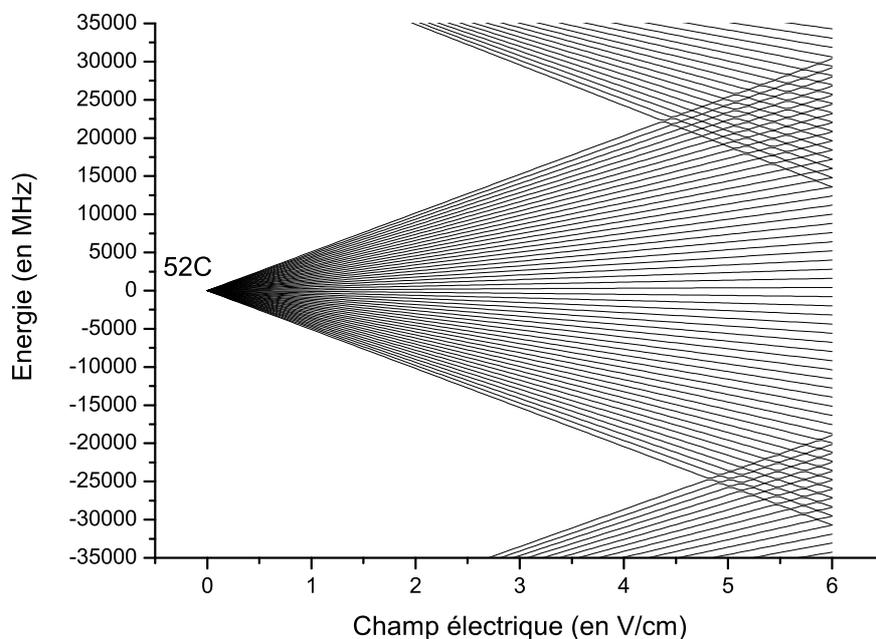


FIG. 1.2 – Déplacement en énergie des niveaux autour de la multiplicité $n = 52$ pour l'atome d'hydrogène en fonction du champ électrique.

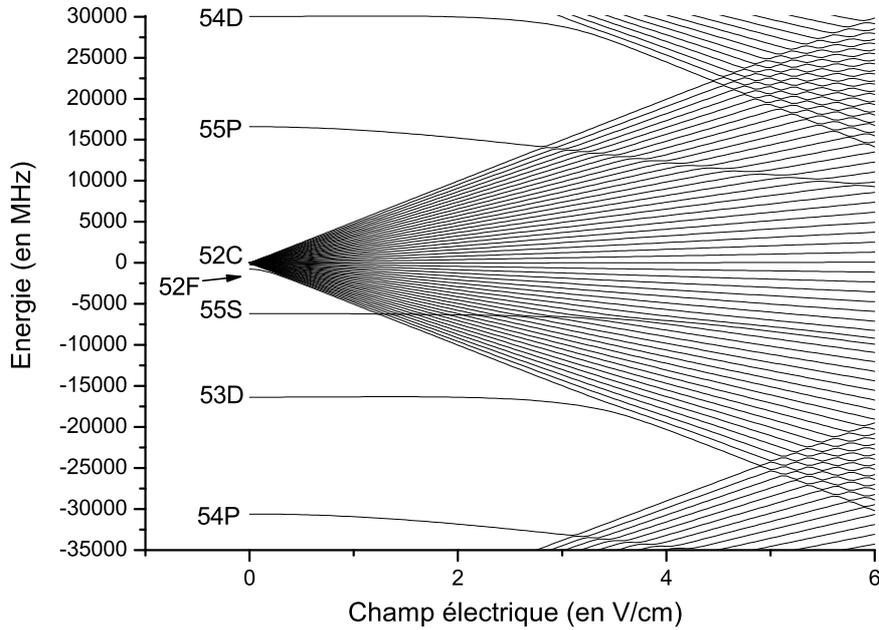


FIG. 1.3 – Déplacement en énergie des niveaux autour de la multiplicité $n = 52$ pour $m = 0$ en fonction du champ électrique.

Concentrons nous sur un niveau de faible moment cinétique, par exemple $|53D\rangle$ sur la figure 1.3. Tant que le déplacement Stark maximal, égal à $n\hbar\omega_{Stark}$, n'est pas de l'ordre de la différence d'énergie à champ nul entre $|53D\rangle$ et un niveau circulaire, l'état $|53D\rangle$ a un déplacement en énergie faible devant celui subi par les niveaux de la multiplicité. On dit alors que le déplacement du niveau est quadratique. Lorsque le déplacement Stark maximal augmente avec le champ électrique et devient de l'ordre de la différence d'énergie à champ nul avec un niveau circulaire, l'état $|53D\rangle$ perturbe les états hydrogénoïdes. Avant de rentrer dans la multiplicité, l'état propre en champ électrique non nul des niveaux de faible moment cinétique sera très proche de l'état à champ nul.

De manière générale, plus l'énergie du niveau atomique est proche de la multiplicité hydrogénoïde, plus il est sensible au champ électrique. Intéressons-nous au niveau excité par les lasers en champ nul, le niveau $|52F, m = 2\rangle$. En raison de son faible défaut quantique, il rejoint la multiplicité pour des petits champs devant 1 V/cm. L'état propre en champ électrique non nul, adiabatement relié au niveau $|52F, m = 2\rangle$ en champ nul, est l'état parabolique $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$.

Annexe B

La "boîte à circulariser"

L'emplacement de la préparation des atomes dans les états de Rydberg circulaires se situe dans une boîte cylindrique de 5 cm de diamètre et 15 cm de hauteur. La procédure de circularisation nécessite un champ magnétique important de 18 Gauss et des champs électriques continus et radiofréquences. La figure 2.1a schématise la géométrie de cette boîte et les orientations des champs électriques et magnétiques nécessaires à la circularisation des atomes.

Pour éviter que tout le dispositif extérieur à la boîte à circulariser ne soit envahi par un champ magnétique très inhomogène, elle est fabriquée en Niobium massif et utilisée dans le régime supra-conducteur. Par effet Meissner, elle écranthe le grand champ magnétique créé dans la boîte à circulariser. Elle est percée de trous pour permettre aux lasers d'exciter les atomes à l'intérieur de la boîte et de coupler les atomes à la micro-onde.

Au dessus et au dessous du trajet des atomes, deux bobines de fil supra-conducteur permettent de générer le champ magnétique vertical B dans la boîte à circulariser. Chaque bobine est un enroulement de 2500 tours de fils supraconducteurs de $100 \mu\text{m}$ d'épaisseur sur une longueur 1 cm. Un courant de 400 mA permet de générer un champ magnétique mesuré égal à 18 Gauss (à l'approximation du solénoïde parfait, le champ magnétique est calculé égal à 31.25 Gauss).

Six électrodes ont pour but de générer les champs électriques de l'expérience. La hauteur séparant les électrodes (a, b, c) des électrodes (a', b', c') est égale à 1 cm. On applique une différence de potentiel continu ou de faible fréquence (temps caractéristique $\tau \leq 1 \mu\text{s}$) entre les électrodes se faisant face, (a, b, c) et (a', b', c'). Le champ créé est aligné avec le champ magnétique. Sur les quatre électrodes latérales (a, a', c, c'), une différence de potentiel alternative radio-fréquence de fréquence égale à 250 MHz est appliquée. Le champ créé est perpendiculaire à la direction du champ magnétique.

La figure 2.1b reproduit le montage électrique réalisé permettant de coupler chaque électrode à une source externe de tension. La radio-fréquence est couplée aux électrodes latérales par des capacités de 350 pF. La tension DC est amenée directement aux électrodes centrale. Les deux électrodes latérales sont connectées à l'électrode centrale correspondante par des résistances de 350Ω en parallèle avec de petites capacités de 15 pF. En définitive la fréquence de coupure du montage électrique est 10 MHz.

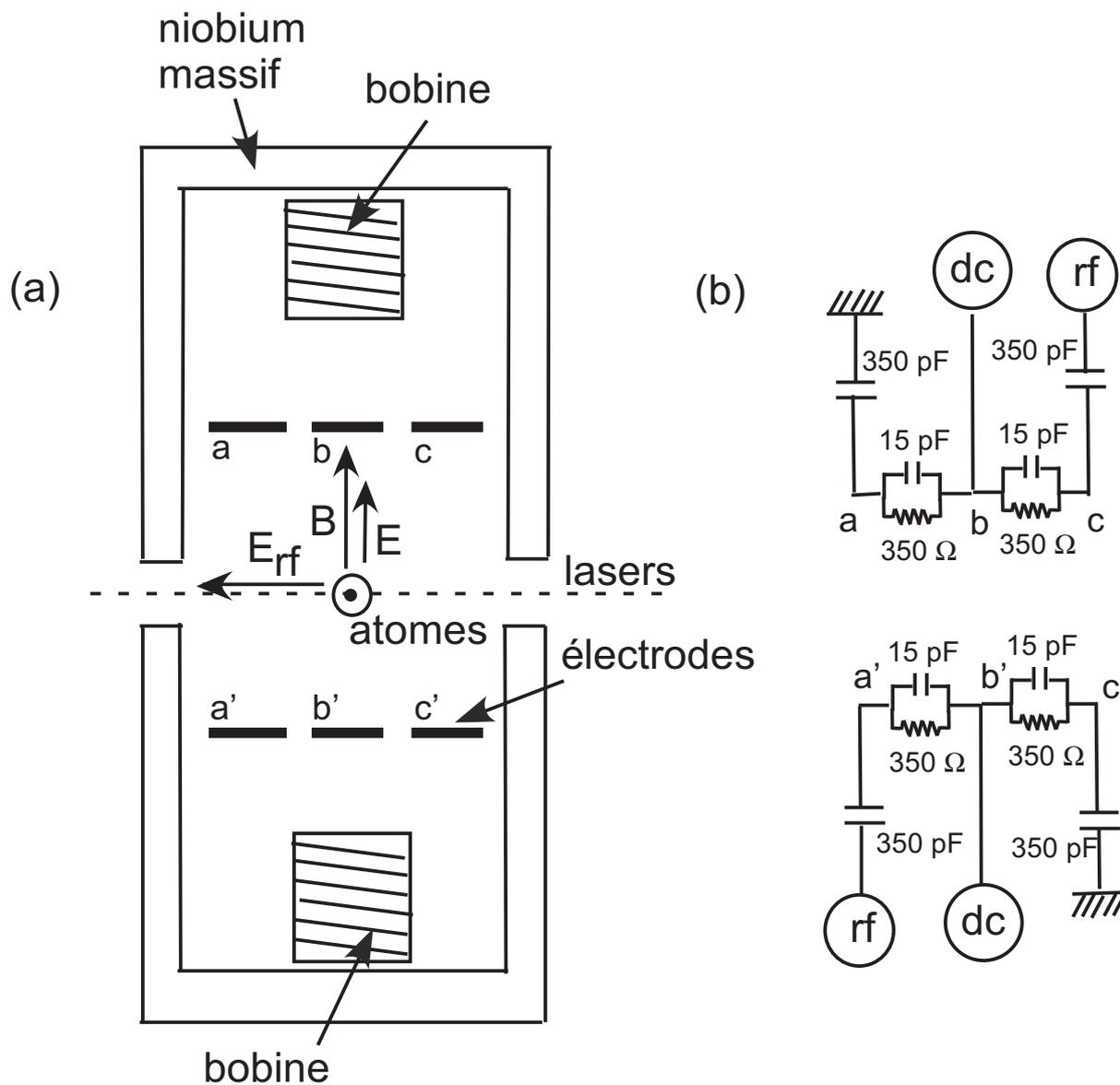


FIG. 2.1 – (a) Géométrie de la boîte à circulariser. (b) Montage électrique. La tension dc est appliqué aux électrodes centrales. La différence de potentiel rf est appliquée aux électrodes latérales.

Annexe C

Le nouveau schéma d'excitation laser

Le but du nouveau dispositif est de réaliser un système d'excitation des atomes dans les états de Rydberg circulaires plus efficace. La principale limitation de l'ancien système est la puissance du troisième échelon d'excitation laser. Nous avons suivi un schéma d'excitation avec d'autres niveaux intermédiaires pour amener les atomes dans les niveaux de Rydberg. La puissance laser disponible aux fréquences des transitions concernées permet en principe de pouvoir saturer chacune d'entre elles.

La figure 3.1 représente les niveaux excités et la fréquence des lasers utilisés dans le nouveau protocole. L'excitation laser ne comporte que deux échelons pour atteindre les niveaux de Rydberg. Le niveau intermédiaire est $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$. La transition entre le niveau initial $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$ et $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ a pour longueur d'onde $420.29nm$. Le niveau d'arrivée de l'excitation laser sera le niveau de Rydberg $|52D_{5/2}, J = 5/2, m_J = 5/2\rangle$. Cette seconde transition laser a pour longueur d'onde $1014.67nm$. Les deux faisceaux lasers sont polarisés σ . En vue de préparer l'état de départ de la circularisation, l'atome est transféré du niveau $|52D_{5/2}, J = 5/2, m_J = 5/2\rangle$ au niveau $|52F, m = 2\rangle$. On réalise la transition micro-onde en champ électrique nul de manière à remplacer *stricto – sensu* l'ancienne excitation laser par notre nouveau protocole et ensuite réaliser la circularisation. On utilise pour exciter les transitions optiques des diodes lasers. Dans les paragraphes suivants, nous détaillerons une à une les transitions atomiques excitées. L'excitation et la circularisation sont réalisées en champ magnétique et en champ électrique non nuls. Nous insisterons sur le comportement de chacune des transitions en champ électrique et magnétique.

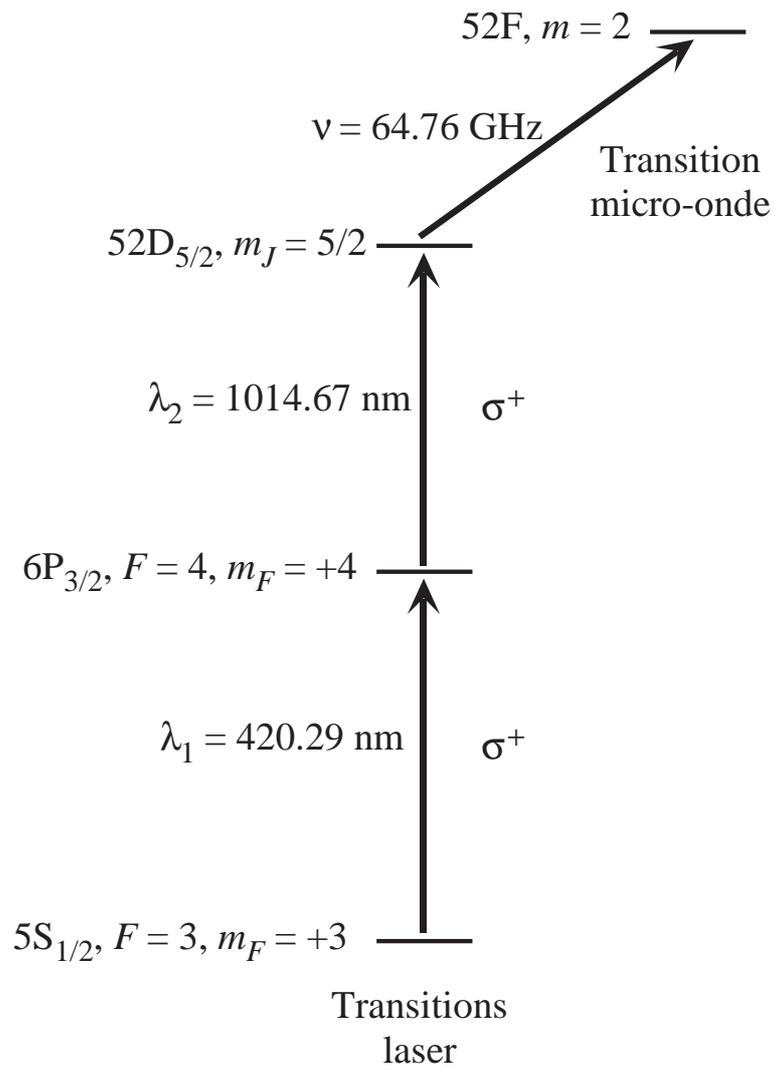


FIG. 3.1 – Diagramme d'excitation laser et niveaux atteints avec chaque échelon laser du nouveau système d'excitation des atomes dans les niveaux de Rydberg.

C.1 Spectroscopie de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$

Toutes les données suivantes sont tabulées dans la littérature [83]. La longueur d'onde de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ est 420.29 nm. La largeur du niveau $|6P_{3/2}\rangle$ est évaluée à 1.6 MHz (soit 3 fois plus fine que le niveau $|5P_{3/2}\rangle$). La force d'oscillateur de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ est égale à 0.0266 (soit 40 fois inférieure à celle de $|5S_{1/2}\rangle - |5P_{3/2}\rangle$). L'intensité de saturation associée à la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ est égale à 1.5 mW/cm^2 . Elle est comparable à celle de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |5P_{3/2}\rangle$.

La figure 3.2 représente la position en énergie des niveaux atomiques des transitions $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{1/2}\rangle$ et $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ pour les deux isotopes du Rubidium, ^{85}Rb et ^{87}Rb . Pour ^{85}Rb , le moment cinétique du cœur atomique est $5/2$ et le niveau fondamental $|5S_{1/2}\rangle$ possède deux niveaux hyperfins $F = 2$ et $F = 3$ séparés en énergie de 3 GHz ($F = I + J$ avec I le spin du cœur atomique). Le niveau $|6P_{3/2}\rangle$ possède quatre niveaux hyperfins $F = 1, F = 2, F = 3$ et $F = 4$ séparés en énergie de 3 GHz. Nous avons aussi représenté les transitions associées à l'isotope ^{87}Rb dont le moment cinétique du cœur atomique est $3/2$.

Le laser utilisé pour exciter la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ est une diode laser de longueur d'onde libre égale à 420 nm. Elle est produite par la compagnie Japonaise NICIA. Sans cavité externe, elle délivre une puissance de 30 mW. L'accordabilité de la diode est égale à ± 2 nm. Elle est montée avec une cavité externe. Le montage est commercialisé par TOPTICA et a pour référence DL100 (montage Littrow). Finalement la puissance disponible en sortie de diode est égale à 6 mW pour un courant injecté de 70 mA.

Le but de cette partie est de mesurer la séparation entre les niveaux hyperfins du $|6P_{3/2}\rangle$. La technique employée est l'absorption saturée en champ nul. Cette étude est essentielle pour l'asservissement du laser bleu sur le niveau atomique visé lors de l'excitation vers les états de Rydberg.

Spectre d'absorption saturée

La figure 3.3 schématise le montage expérimental mis en place pour réaliser la spectroscopie d'absorption saturée. La cellule contenant le Rubidium est en verre. Elle contient un mélange des deux isotopes (72% de ^{85}Rb et 28% de ^{87}Rb). La faiblesse de la force d'oscillateur de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ amène à chauffer la cellule de manière à augmenter la pression de vapeur saturante et donc à augmenter l'absorption du laser par les atomes de la cellule. La fréquence du laser est balayée et la photodiode mesure l'intensité du faisceau sonde qui lui parvient : on enregistre donc un spectre en transmission.

L'ensemble du spectre obtenu est représenté sur la figure 3.4a. On observe quatre pics d'absorption. Un pic correspond à une transition d'un niveau hyperfin du niveau fondamental $|5S_{1/2}\rangle$ d'un des deux isotopes vers le niveau excité $|6P_{3/2}\rangle$. Un élargissement Doppler des transitions atomiques explique la largeur de chaque transition. Au creux de chaque pic, on remarque une structure beaucoup plus fine : le spectre d'absorption saturée. La figure 3.4b reproduit le même spectre d'absorption sur une plage de fréquence beaucoup plus restreinte, centrée sur la fréquence de la transition entre les niveaux $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$ et $|6P_{3/2}\rangle$ du ^{85}Rb . On observe alors six pics d'absorption saturée d'une dizaine de Mhz

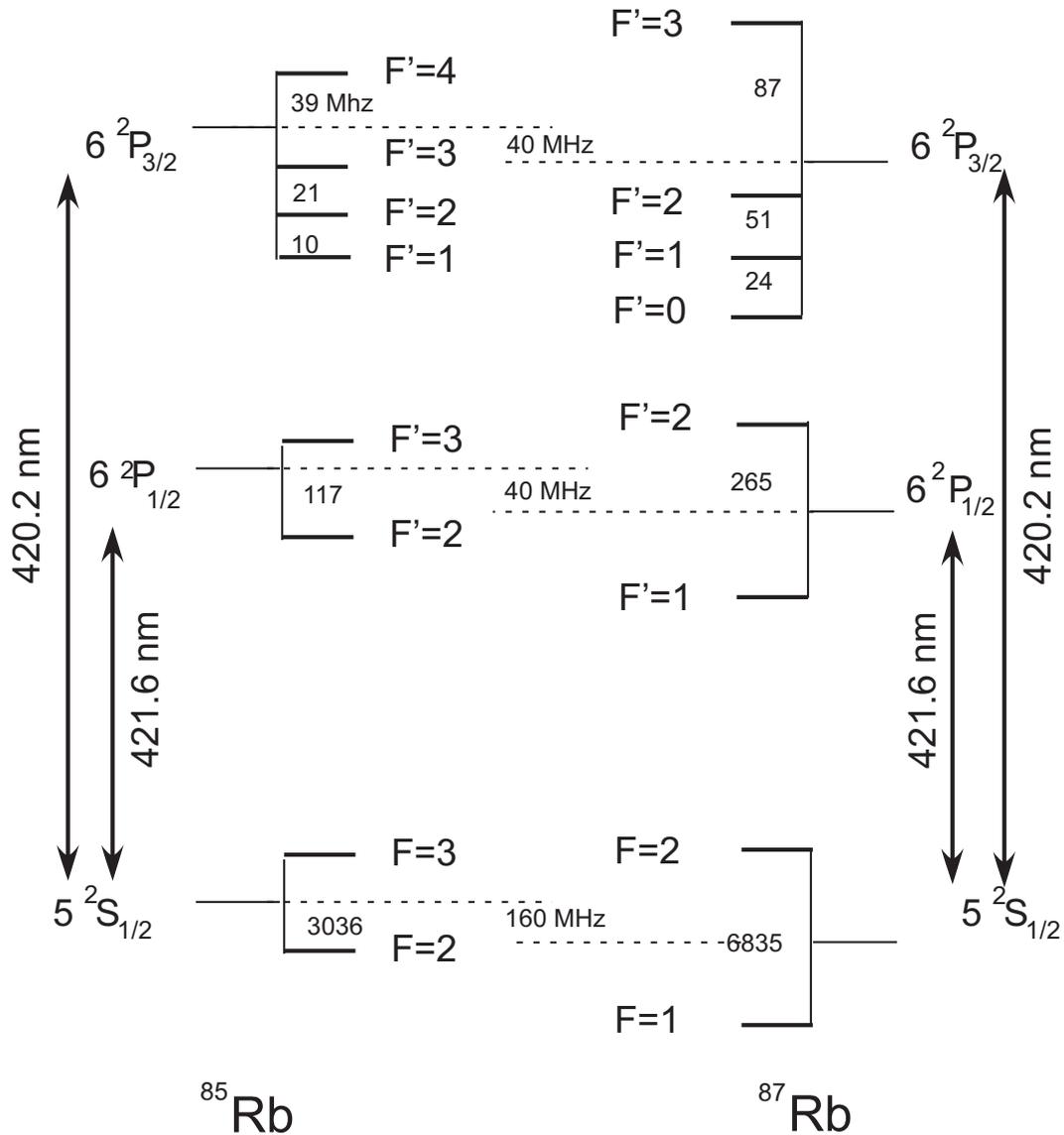


FIG. 3.2 – Position des niveaux d'énergie du ^{85}Rb et du ^{87}Rb des transitions $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ et $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{1/2}\rangle$. Les différences de fréquences sont issues d'un calcul [1].

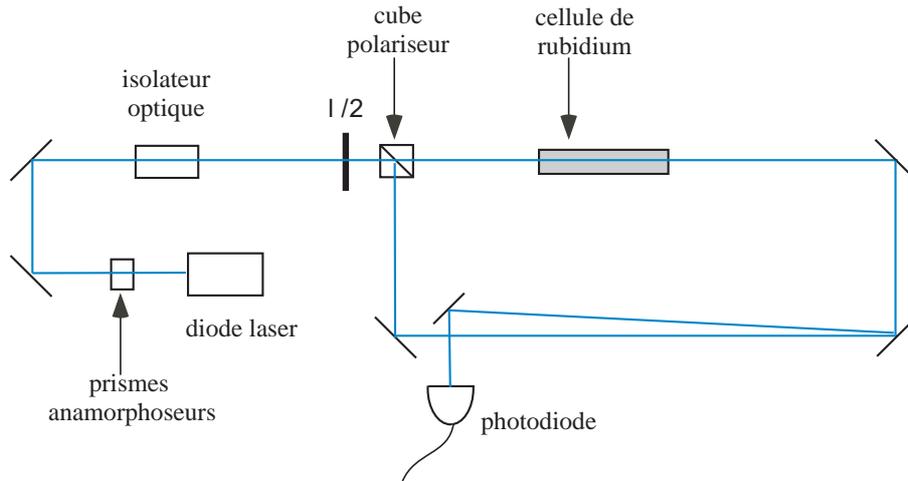


FIG. 3.3 – Montage expérimental pour la spectroscopie d'absorption saturée pour un système d'asservissement par spectroscopie de polarisation. Pour un schéma plus clair, l'angle entre les deux faisceaux n'a pas été explicité partout.

de large. La technique pour calibrer précisément le balayage en fréquence consiste à enregistrer simultanément deux spectres d'absorption saturée avec deux faisceaux issus du même laser et décalés en fréquence de $\omega_{ref} = 80 \text{ MHz}$ par rapport à la fréquence du laser par un modulateur acousto-optique. Sur la figure 3.4b, nous avons superposé aux données expérimentales l'ajustement lorentzien qui permet de mesurer la structure hyperfine du niveau $|6P_{3/2}\rangle$. Les règles de sélection de l'excitation laser dipolaire électrique permettent d'associer à chaque pic du spectre d'absorption saturée une transition ou un "cross-over" entre deux transitions :

pic	attribution	fréquence (MHz)
1	$F' = 2$	0
2	$CO(F' = 2 - F' = 3)$	10.8 (± 0.3)
3	$F' = 3$	21.5 (± 0.6)
4	$CO(F' = 2 - F' = 4)$	30.3 (± 0.8)
5	$CO(F' = 3 - F' = 4)$	40.4 (± 1.1)
6	$F' = 4$	59.2 (± 1.6)

Les valeurs obtenues sont en accord avec les calculs présentés dans la référence [1].

Excitation en champ magnétique non nul : préparation du niveau $|6P_{3/2}, F' = 4, m_F = 4\rangle$

Dans la zone de circularisation règne un champ magnétique vertical de 18 Gauss. La fréquence de la transition $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle - |6P_{3/2}, F' = 4, m_F = 4\rangle$ est déplacée, par effet Zeeman, de 20 MHz. Techniquement, le laser sera asservi en fréquence sur la transition $|5S_{1/2}, F = 3\rangle$ et $|6P_{3/2}, F' = 4\rangle$ (la transition du premier échelon d'excitation laser du nouveau protocole). Deux modulateurs acousto-optiques, l'un en série avec

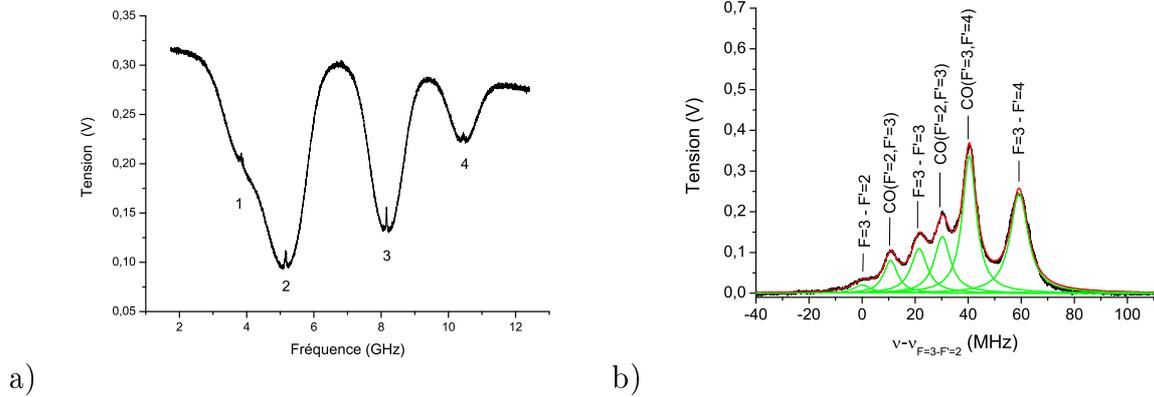


FIG. 3.4 – a) Spectre d'absorption saturée de la transition $|5S_{1/2}\rangle - |6P_{3/2}\rangle$. On observe quatre pics. Le pic 1 (4) correspond à la transition du ^{87}Rb entre le niveaux hyperfin du fondamental $|5S_{1/2}, F=1\rangle$ ($|5S_{1/2}, F=2\rangle$) vers le $|6P_{3/2}\rangle$. Le pic 2 (3) correspond à la transition du ^{85}Rb entre le niveaux hyperfin du fondamental $|5S_{1/2}, F=2\rangle$ ($|5S_{1/2}, F=3\rangle$) vers le $|6P_{3/2}\rangle$. b) Spectre d'absorption saturée de la transition $|5S_{1/2}, F=3\rangle - |6P_{3/2}\rangle$ en fonction de la fréquence ν par rapport à la fréquence $\nu_{F=3-F'=4}$ de la transition $|5S_{1/2}, F=3\rangle - |6P_{3/2}, F'=2\rangle$. La notation abrégée CO signifie "cross-over". En trait fin sont représentés les ajustements lorentziens pour chaque résonance.

l'expérience, l'autre dans la boucle d'asservissement, permettent d'ajuster la fréquence du laser à la transition atomique dans le cryostat. Le laser est asservi en fréquence par spectroscopie de polarisation [84]. La largeur spectrale du laser avec asservissement a été mesurée égale à 1 MHz. En raison de la faiblesse de la force d'oscillateur de la transition optique, une bonne moitié de la puissance laser a dû être utilisée pour l'asservissement. En définitive la puissance directement envoyée à l'expérience est 2 mW au maximum

Idéalement le niveau de départ après la première excitation est $|6P_{3/2}, F=4, m_F=4\rangle$. Par rapport à l'axe de quantification matérialisé par le champ magnétique, la polarisation du laser bleu est σ . En raison d'un manque de puissance du laser bleu, un pompage optique sur la transition $|5S_{1/2}, F=3, m_F=3\rangle - |6P_{3/2}, F=4, m_F=4\rangle$ ne peut être réalisé et la pureté du niveau $|6P_{3/2}, F=4, m_F=4\rangle$ s'en ressent. Pour résoudre ce problème, un laser infrarouge de longueur d'onde 780nm asservi en fréquence sur la transition $|5S_{1/2}, F=3, m_F=3\rangle$ et $|5P_{3/2}, F=4, m_F=4\rangle$ en champ magnétique et de polarisation σ^+ pompe les atomes du fondamental dans l'état $|5S_{1/2}, F=3, m_F=3\rangle$ avant l'excitation dans les niveaux de Rydberg dans la boîte à circulariser. La figure 3.5 représente la position des niveaux d'énergie en champ magnétique des états et les transitions excitées lors de la préparation des atomes dans l'état $|6P_{3/2}, F=4, m_F=4\rangle$.

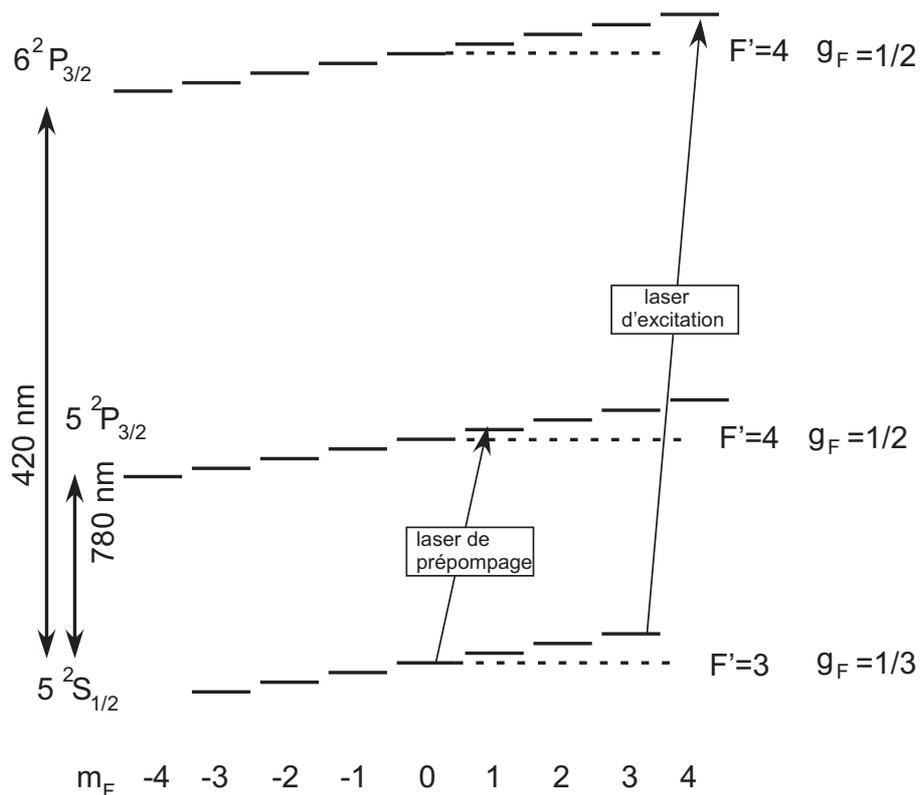


FIG. 3.5 – Niveaux d'énergie en champs magnétique faible du niveau fondamental $|5S_{1/2}\rangle$ des deux premiers états excités niveaux $|5P_{3/2}\rangle$ et $|6P_{3/2}\rangle$ et principe de fonctionnement de l'excitation dans le niveaux $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$. On néglige la structure hyperfine dans ce schéma de principe. Le déplacement des niveaux extrêmes $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$ et $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ reste linéaire en champ magnétique quelque soit l'amplitude du champ.

C.2 Spectroscopie de la transition $|6P_{3/2}, F = 4\rangle - |52D_{5/2}\rangle$

Dans cette partie, nous présentons les caractéristiques spectroscopiques de la transition laser $|6P_{3/2}, F = 4\rangle - |52D_{5/2}\rangle$. La longueur d'onde de la transition en champ nul est égale à 1014.67 nm. La force d'oscillateur de la transition est très faible et difficile à évaluer.

Le laser utilisé pour exciter la transition $|6P_{3/2}, F = 4\rangle - |52D_{5/2}\rangle$ est une diode laser de longueur d'onde libre autour de 1020 nm. Elle est produite par la société ACT et commercialisée par la compagnie TOPTICA. En régime libre, elle délivre 200 mW. Cette diode est montée en cavité externe en ajoutant un réseau (montage Littrow) pour permettre un balayage autour de la longueur d'onde libre de 10 nm. Un balayage fin de la fréquence du laser est possible en changeant la position du réseau à l'aide d'une cale piézo-électrique. Finalement la puissance disponible en sortie de diode est proche de 90 mW. Le laser est asservi en fréquence sur la transition optique menant aux états de Rydberg grâce à une cavité Fabry-Pérot. Cette cavité est placée dans une enceinte à vide et sa température est régulée de manière à augmenter sa stabilité. La largeur spectrale de la cavité a été mesurée à 2 MHz. En définitive la puissance directement envoyée à l'expérience est 60 mW au maximum.

L'excitation transfère les atomes dans les états de Rydberg que l'on détecte ensuite par ionisation. Le niveau atteint, $|52D\rangle$, s'ionise à un champ électrique de 53.5 V/cm. Les courbes présentés dans cette partie sont simplement le nombre d'atomes détectés pour un champ électrique de 53.5 V/cm au niveau du détecteur en fonction de la fréquence du laser. La fréquence du laser infrarouge est variée par l'intermédiaire de la cale piézo-électrique contrôlant la position du réseau. Une calibration du balayage du laser en fonction de la tension appliquée à la cale piézo-électrique a été préalablement réalisée grâce à une cavité Fabry-Perot. En supposant le comportement de la fréquence du laser linéaire dans le déplacement de la cale piézo-électrique du réseau, le facteur de conversion est alors mesuré à 125MHz/V. Toutes les données concernant la fréquence du laser seront données par rapport à une origine arbitraire.

Excitation en champ magnétique nul : mesure de la structure fine du 52D

La première mesure spectroscopique concerne la structure fine du niveau $|52D\rangle$ en champ magnétique et champ électrique nuls. A partir du niveau $|6P_{3/2}, F = 4\rangle$, les règles de sélection de l'interaction dipolaire électrique nous permettent d'atteindre les niveaux $|52D_{3/2}\rangle$ et $|52D_{5/2}\rangle$.

La durée de l'excitation laser est contrôlée par un modulateur acousto-optique placé en série entre l'expérience et le laser infra-rouge. Pendant cette expérience elle est fixée à $2\mu s$. Le résultat de la spectroscopie en champs nuls est présenté sur la figure 3.6. On observe deux résonances correspondant aux deux niveaux de structure fine du niveau $|52D\rangle$. La séparation en fréquence des deux pics d'excitation est mesurée à $81.5 \pm 1 MHz$. Le calcul de cette différence d'énergie à partir des défauts quantiques déterminé par Meschede [82] prévoit un écart de $82.4 MHz$ et est en accord avec notre mesure.

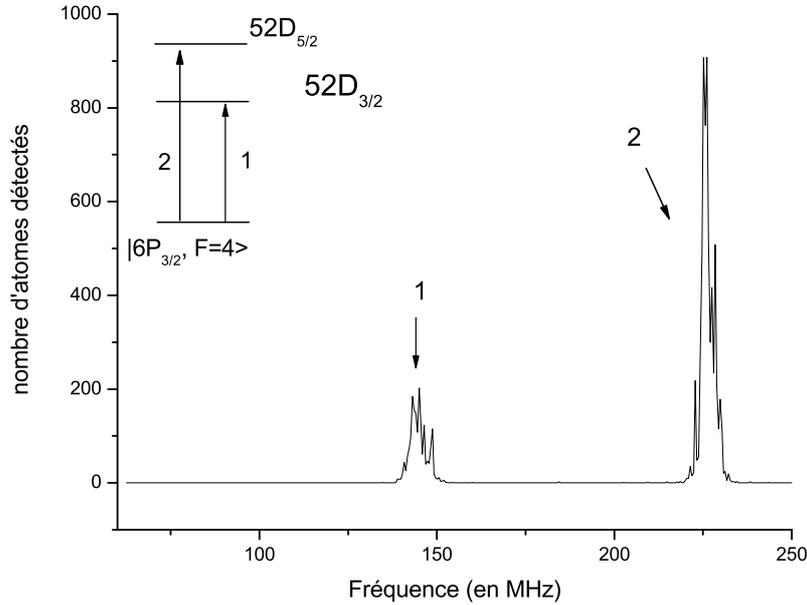


FIG. 3.6 – Spectroscopie laser de la raie $|52D\rangle$ en champ magnétique et électrique nuls.

Excitation en champ magnétique non nul : sélection du $m_J = 5/2$

La préparation des atomes dans les états de Rydberg est réalisée en champ magnétique non nul. Nous devons nous assurer que l'excitation laser nous mène dans l'état $|52D_{5/2}, m = 2\rangle$. On réalise donc la spectroscopie de la raie $|6P_{3/2}, F = 4\rangle - |52D\rangle$ en présence de champ magnétique.

La figure 3.7 présente l'énergie des sous niveaux Zeeman des états $|52D_{5/2}\rangle$, $|52D_{3/2}\rangle$ et $|6P_{3/2}, F = 4\rangle$. A une bonne approximation, la différence d'énergie entre deux sous niveaux de m_F (m_J) différents d'une unité, avec m_F (m_J) proche de F (J), dépend linéairement du champ magnétique. Nous donnons les facteurs de Landé associés à chaque état sur la figure 3.7. Le laser bleu transfère l'atome dans l'état $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ ($|6P_{3/2}, J = 3/2, m_J = 3/2, I = 5/2, m_I = 5/2\rangle$ dans la base "J,I" des états propres de J_z et I_z). Les règles de sélection de l'interaction dipolaire électrique nous autorisent trois transitions vers le niveau $|52D_{5/2}\rangle$ et seulement deux vers le niveau $|52D_{3/2}\rangle$.

La figure 3.8 présente le résultat de la spectroscopie en champ magnétique pour deux polarisations différentes σ et π du laser infrarouge. Les courbes présentées sont enregistrées sur une seule séquence expérimentale (la durée de l'impulsion laser est $10\mu s$). Suivant la polarisation du laser infrarouge, la fréquence des résonances change. Nous arrivons à résoudre en fréquence les différentes transitions lasers vers les différents sous-niveaux Zeeman du $|52D_{5/2}\rangle$. La largeur des transitions observées est de l'ordre de $5MHz$. La séparation en fréquence des deux pic de transition σ^+ et σ^- est $51.8 \pm 3MHz$. La largeur mesurée sur la courbe liée à la polarisation π entre les transitions π et σ^+ est $24.6 \pm 3MHz$. Cette mesure nous permet de calibrer le champ magnétique vu par les atomes dans la "boîte à circulariser". Pour les niveaux issus de $|52D_{5/2}\rangle$ pour $m_J = 3/2$ et $m_J = 5/2$, le

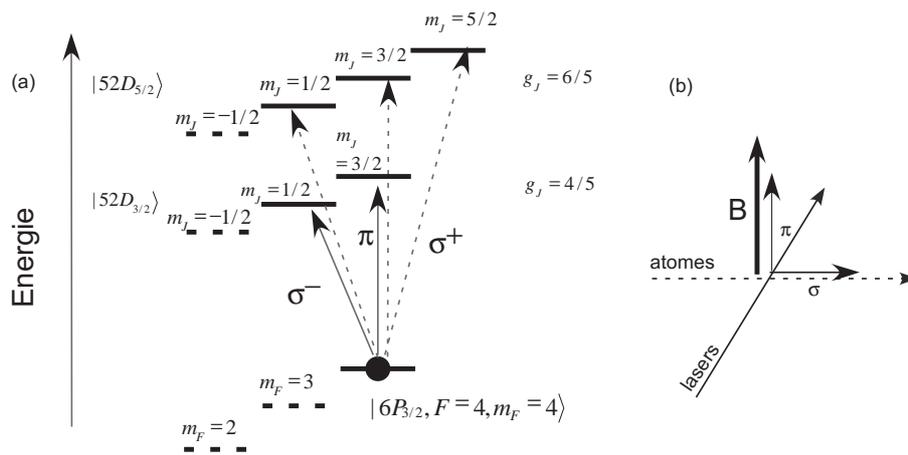


FIG. 3.7 – (a) Schéma du déplacement des sous niveaux Zeeman des états $|52D_{3/2}\rangle$, $|52D_{5/2}\rangle$ et $|6P_{3/2}\rangle$ et les facteurs de Landé associés à chaque niveau. (b) Orientation des polarisations lasers en trait fin par rapport à l'axe de quantification en trait épais (le champ magnétique B).

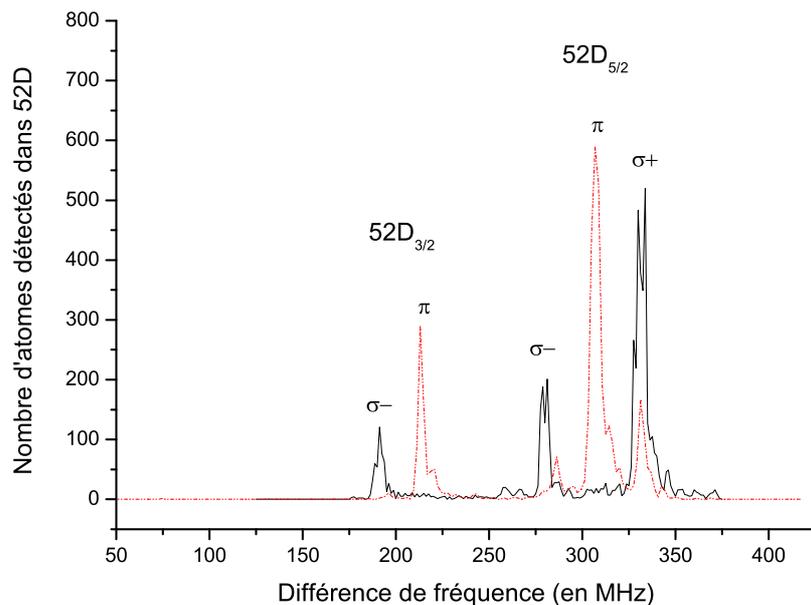


FIG. 3.8 – Spectre laser du niveau $|52D\rangle$. En trait plein, la polarisation du laser est σ . En trait pointillé, la polarisation du laser est π .

déplacement Zeeman est à une bonne approximation linéaire en champ magnétique. La différence de fréquence entre les transitions $\sigma^+ - \pi$ est égale à $g_J \hbar \omega_B$ où ω_B est la fréquence de Larmor et g_J le facteur de Landé associé au niveau $|52D_{5/2}\rangle$. Finalement on trouve un champ magnétique égal à 15 ± 2 Gauss. Nous présenterons par la suite une calibration plus précise du champ magnétique régnant dans la boîte à circulariser par spectroscopie micro-onde.

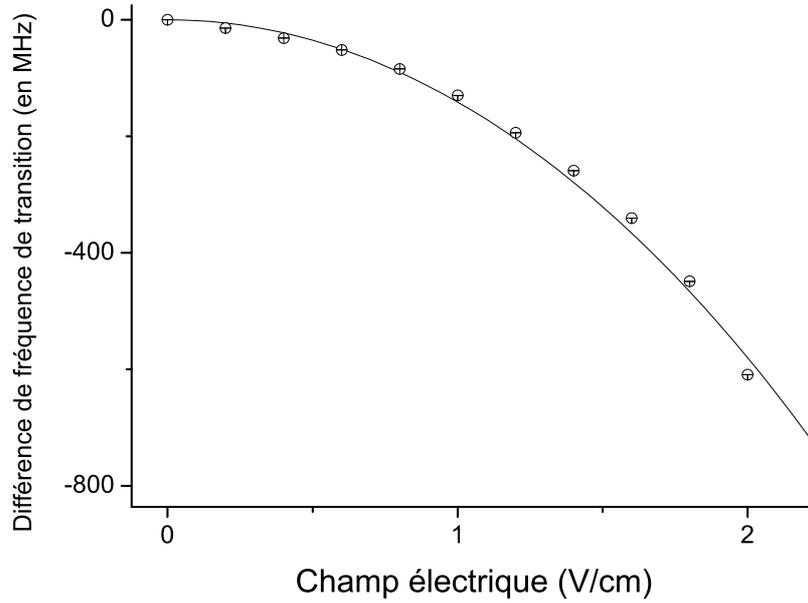


FIG. 3.9 – Déplacement en fréquence en fonction du champ électrique dans la zone d'excitation. En trait plein, le résultat de la simulation est représenté.

Nous pouvons remarquer l'existence d'atomes excités pour des fréquences supérieures à la fréquence de la transition $\sigma+$. Leur origine repose sur l'existence d'atomes non pompés optiquement dans le niveau de départ $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$. Par exemple, l'élément de matrice entre $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 3\rangle$ et $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ est non nul et la fréquence de transition est plus grande que celle de la transition entre $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ et $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$. On remarque néanmoins que la proportion d'atomes excités par ce processus est faible en comparaison avec la transition $\sigma+$. On en conclut que le prépompage optique est efficace. En conclusion, nous sommes capables de préparer sélectivement en champ magnétique non nul la composante $m_J = 5/2$ du niveau $|52D_{5/2}\rangle$.

Excitation en champ électrique

L'une des particularités des niveaux de Rydberg D , en comparaison avec le niveau F , est l'importance de son défaut quantique. Pour des champs électriques de l'ordre de 2.4V/cm (typiquement le champ de circularisation), l'état de l'atome est très peu perturbé par la présence du champ électrique. Nous allons vérifier ce comportement attendu du niveau $|52D_{3/2}, m_J = 3/2\rangle$ par spectroscopie laser. Un champ magnétique de 18 Gauss vertical est présent dans la zone d'excitation. Pour chaque valeur, on réalise un spectre laser. Comme attendu, nous observons que, quelque soit le champ électrique, le nombre d'atomes excités reste constant. Sur la figure (3.9) nous avons reporté la position en fréquence de la résonance en fonction du champ électrique appliqué dans la zone d'excitation. En trait plein, le résultat du calcul numérique, en négligeant la structure fine, de l'énergie de niveau adiabatiquement connecté au $|52D_{3/2}, m_J = 3/2\rangle$ est reproduit. L'accord entre

expérience et théorie est très bon.

Cette perspective nous ouvre des voies nouvelles d'excitation. En effet, une des causes importantes d'impureté de préparation des niveaux circulaires de l'ancien schéma est le passage adiabatique réalisé de manière à transférer les atomes, excités en champ nul dans l'état $|52F, m = 2\rangle$, vers l'état de départ de la circularisation. La raison d'être de cette opération est reliée à la faible puissance laser disponible et à la faiblesse de l'élément de matrice de la transition du troisième échelon en champ électrique. Avec le nouveau schéma d'excitation, le niveau $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ peut être excité en champ électrique sans perte d'atomes à puissance laser constante. Ensuite, nous disposons de beaucoup de puissance micro-onde pour transférer l'atome efficacement dans l'état de départ de la circularisation.

Etude de la saturation de l'excitation laser

Notre but est dans cette partie de réaliser expérimentalement des courbes de saturation pour chacune des excitations lasers. Nous mesurons ainsi la puissance de saturation de chacune des transitions.

Pour obtenir les courbes expérimentales de saturation de chaque transition laser, on varie l'intensité de l'un ou l'autre laser et on repère le nombre d'atomes excités dans le niveau $52D$. L'expérience a été réalisée en champ magnétique de circularisation. Pour s'affranchir de toutes dérives possibles de la fréquence du laser infrarouge, nous enregistrons pour chaque intensité un spectre laser de la raie Rydberg. On reporte la hauteur du pic correspondant à la transition laser $\sigma+$ (voir figure 3.8). Dans le cas de la courbe de saturation de la transition $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle - |6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$, la puissance du laser infrarouge est constante et égale à 60 mW. Le nombre d'atomes de Rydberg détectés sera le reflet du nombre d'atomes excités dans l'état $|6P_{3/2}\rangle$. Pour la courbe de saturation de la transition $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle - |52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$, la puissance du laser bleu est constante et égale à 1.7 mW.

Les figures (3.10) et (3.11) présentent les résultats de l'expérience respectivement en variant la puissance du laser bleu et la puissance du laser rouge. Les ajustement présentés sur chaque courbe nous permettent d'évaluer la puissance de saturation pour chaque transition. Les puissances de saturation ainsi trouvées sont égales à 0.8 mW pour la transition excité par le laser bleu et à 16 mW pour la transition infrarouge. La forme des courbes de saturation nous indique que le paramètre de saturation est plus grand que 1 pour les deux transitions excitées.

Les résultats expérimentaux présentés dans cette partie assurent la préparation de l'atome dans l'état $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$. La dernière étape de l'excitation consiste à transférer alors l'atome dans l'état de départ de la circularisation. A cet effet, nous étudions expérimentalement les caractéristiques spectrales de la transition micro-onde entre $|52D\rangle$ et $|52F\rangle$.

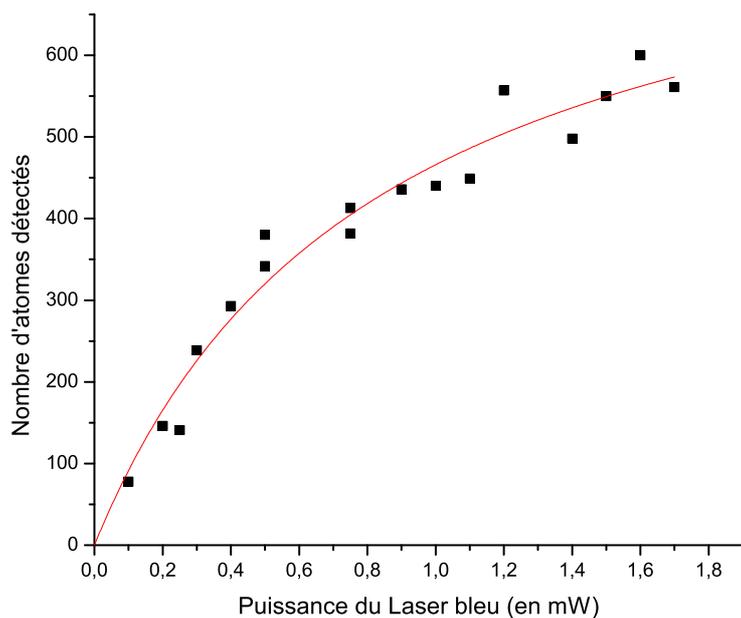


FIG. 3.10 - Courbe de saturation sur la transition $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle - |6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$. En trait plein est reproduit l'ajustement $N_{at} = N_0 \frac{P/P_0}{1 + P/P_0}$. On obtient P_0 égal à 0.8mW.

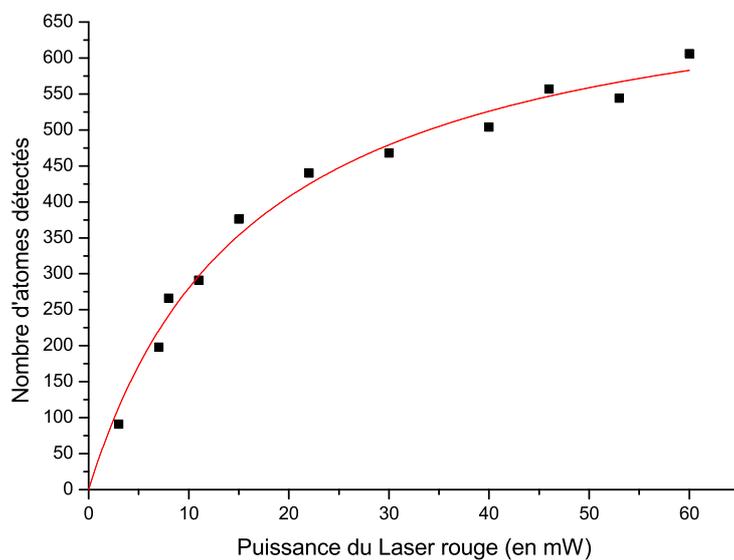


FIG. 3.11 - Courbe de saturation sur la transition $|6P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle - |5D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$. En trait plein est reproduit l'ajustement $N_{at} = N_0 \frac{P/P_0}{1 + P/P_0}$. On obtient P_0 égal à 18mW.

C.3 Spectroscopie micro-onde de la transition $|52F\rangle - |52D_{5/2}\rangle$

Dans cette partie, nous présentons les caractéristiques spectroscopiques de la transition micro-onde $|52D_{5/2}\rangle - |52F\rangle$.

Pour exciter la transition $|52D_{5/2}\rangle - |52F\rangle$, les atomes sont couplés à une source micro-onde par l'intermédiaire d'un guide d'onde débouchant sur le côté de la "boîte à circulariser". Le synthétiseur micro-onde est référencé en fréquence. Au contraire de l'excitation laser, la référence absolue de fréquence aura un sens. La stabilité des sources micro-onde permet de connaître la fréquence de la source au Hertz près. La détection par ionisation permet de distinguer les deux niveaux de Rydberg. Les champs électriques d'ionisation sont respectivement 53.5 V/cm et 48.5 V/cm. On reproduit l'expérience plusieurs fois et on mesure le nombre d'atomes dans chaque état. Les résultats des expériences seront présentés sous la forme de la probabilité de détecter l'atome dans $|52F\rangle$ en fonction de la fréquence de la source micro-onde.

La chronologie des événements de la spectroscopie des niveaux de Rydberg est la suivante : elle débute par une excitation laser des atomes dans le niveau fondamental d'une durée $2\mu\text{s}$; ensuite la source micro-onde irradie les atomes, pendant une durée égale à $3\mu\text{s}$, $0.5\mu\text{s}$ après la fin de l'excitation laser. L'excitation a lieu au centre la "boîte à circulariser", dans une zone où le champ électrique est très homogène.

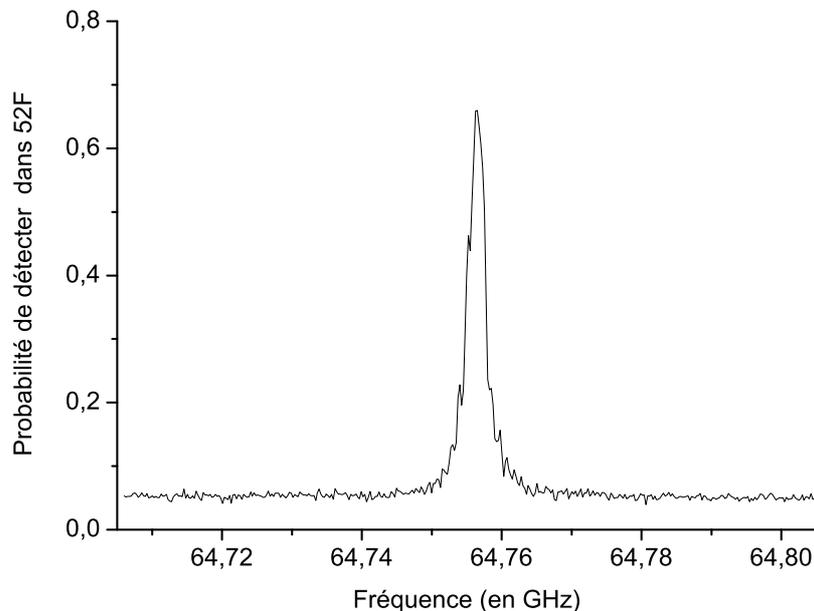


FIG. 3.12 – Spectre en champs nuls de la transition $|52D_{5/2}\rangle - |52F\rangle$.

Excitation micro-onde en champ magnétique nul

Le résultat de l'expérience de spectroscopie en champ magnétique nul est présenté sur la figure (3.12). Nous observons une résonance centrée sur une fréquence égale à 64.756 GHz et de largeur égale à 1.2 MHz. La fréquence de transition est en très bon accord avec les résultats des mesures de Meschede [82] où la fréquence de transition a été mesurée égale à 64.75638 GHz. La largeur est due à de petites inhomogénéités de champ électrique sur le trajet des atomes pendant l'excitation.

Excitation en champ magnétique non nul : sélection du $|52F, m = 2\rangle$

Nous observons les conséquences de la présence d'un champ magnétique dans la zone d'excitation des atomes sur la transition $|52D_{5/2}\rangle - |52F\rangle$. Nous préparons l'expérience dans la condition d'excitation des niveaux de Rydberg. Le champ électrique est nul. L'intensité dans les bobines supraconductrices est fixée à 0.4A. Nous préparons l'atome dans le niveau $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ ou $|52D, L = 2, m = 2, S = 1/2, s = 1/2\rangle$ dans la base "L,S".

La transition excitée est descendante en fréquence. Le diagramme 3.13 représente l'énergie des sous-niveaux Zeeman concernés par la transition micro-onde. Pour les niveaux de m ou m_J maximal, le déplacement Zeeman est linéaire en champ magnétique. La figure 3.14 reproduit les résultats de la spectroscopie de la transition. On ne contrôle pas la polarisation de l'excitation micro-onde si bien que trois résonances liées au trois polarisations du champ micro-onde apparaissent.

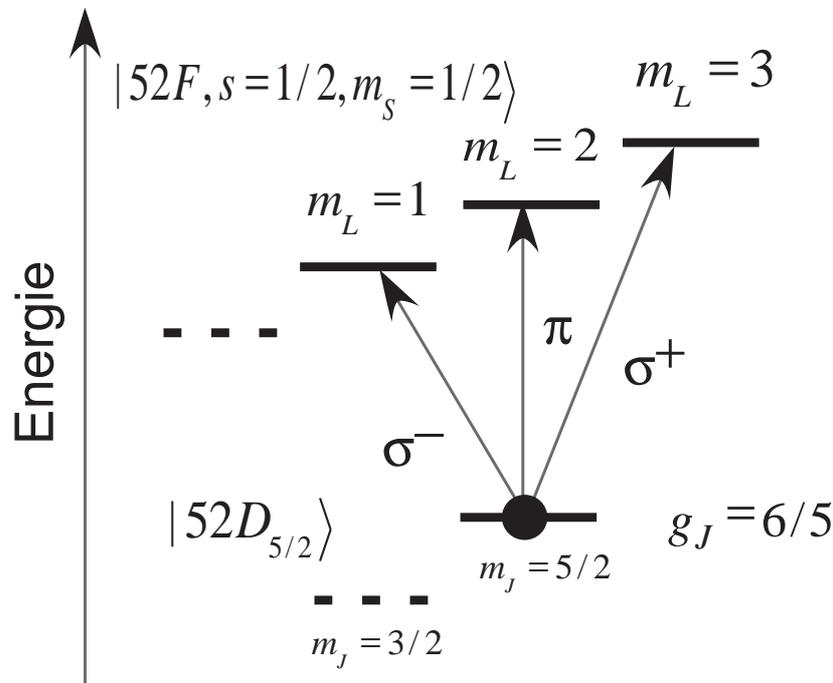


FIG. 3.13 – Schéma des sous-niveaux Zeeman issus de $|52D_{5/2}\rangle$ et $|52F\rangle$.

Pour une fréquence croissante, on observe dans l'ordre les transitions σ^- , π et σ^+ . Les fréquences associées sont respectivement : 64.731 GHz, 64.755 GHz et 64.780 GHz.

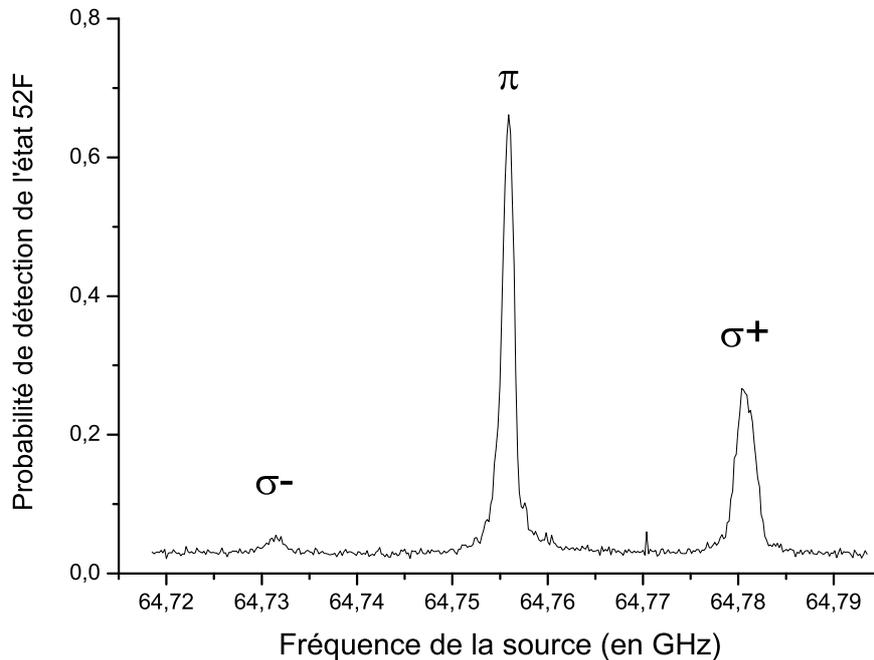


FIG. 3.14 – Spectre de la transition $|52D_{5/2}\rangle - |52F\rangle$ en champ magnétique. L'état initial de l'atome est $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$.

Nous observons une différence de transfert entre les transitions σ et la transition π : nous concluons à une polarisation vue par les atomes avec une projection sur l'axe de quantification plus grande que perpendiculairement à l'axe de quantification. Entre les deux transitions σ , on observe une différence de transfert expliquée par un élément de matrice de la transition σ^+ plus grand que celui de la transition σ^- . La transition π n'a pas été déplacée. Elle est insensible au champ magnétique. Comme nous l'avons vu précédemment, la largeur de la transition π est le reflet d'inhomogénéité de champs électriques. En comparaison avec la résonance π , les deux résonances σ sont élargies. Cet élargissement est la manifestation de champs magnétiques inhomogènes. Pour la transition σ^+ on trouve une largeur de 2.1 MHz. Donc on estime l'élargissement dû aux inhomogénéités de champ magnétique égal à 0.9 MHz. Le déplacement en fréquence de la transition σ^+ est purement linéaire dans le champ magnétique et il est égal à 25 MHz. Par conséquent le champ magnétique moyen vu par les atomes est mesuré égal à 18 Gauss.

Excitation en champ électrique non nul

Nous observons dans cette partie le déplacement de la transition pour de faibles champs électriques. Comme nous l'avons remarqué sur la figure (1.3), le niveau $|52F\rangle$ se couple pour de très faibles champs électriques aux niveaux de la multiplicité circulaire. Par conséquent, à partir d'un champ d'une centaine de millivolts par centimètre, la structure à trois transitions observées à champ électrique nul ne survivra pas. Ainsi tous

les états propres de la multiplicité 52 auront une projection sur l'état $|52F\rangle$ non nulle et par conséquent tous ces niveaux pourront être excités par la micro-onde à partir de $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$.

Toute l'expérience est réalisée à champ magnétique de circularisation. Pour chaque champ électrique, on réalise un spectre de la transition du $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ vers le $|52F, m = 2\rangle$. La figure 3.15 reproduit le résultat de quelques spectres pour différents champs électriques. En champ électrique nul, on rappelle que l'excitation micro-onde conduit à un transfert vers les trois niveaux $|52F, m = 3\rangle$, $|52F, m = 1\rangle$ et $|52F, m = 2\rangle$. Chacun de ces niveaux correspond à trois polarisations d'excitation différentes respectivement $\sigma+$, π et $\sigma-$. Jusqu'à un champ électrique de 0.2 V/cm appliqué entre les plaques de la boîte à circulariser, le spectre conserve cette structure. Les déplacements en fréquence observés sont de l'ordre de 400 MHz. Pour des champs électriques plus importants, une multitude de résonances sont observées. On observe une réduction du transfert moyen des transitions observées au fur et mesure que l'on augmente le champ électrique. Pour observer les résonances, nous sommes contraints d'augmenter l'intensité de la source micro-onde qui excite les atomes. Cette observation est une conséquence de la contamination du niveau $|52F\rangle$ par les niveaux de la multiplicité circulaire.

La figure (3.16) résume les résultats obtenus pour différents champs électriques. Les points blancs représentent les fréquences de transitions mesurées sur les spectres obtenus. En trait plein, nous avons représenté les prédictions théoriques des fréquences des transitions attendues à partir du niveau $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$. La fréquence des transitions atomiques observées suivent assez fidèlement les prédictions théoriques.

Augmentation du nombre d'atomes excités dans le niveau $|52F, m = 2\rangle$

En champ magnétique de circularisation de 18 Gauss et en champ électrique nul, le résultat des trois transitions est de transférer l'atome dans l'état $|52F, m = 2\rangle$, état de départ de la circularisation. Le nouveau protocole d'excitation se substitue donc *stricto – sensu* aux trois lasers de l'ancien système. Le résultat important est l'augmentation du nombre d'atomes excités. En raison de la puissance du laser infrarouge, 15 fois plus d'atomes sont excités dans le niveau $|52F, m = 2\rangle$ par rapport à l'ancien système.

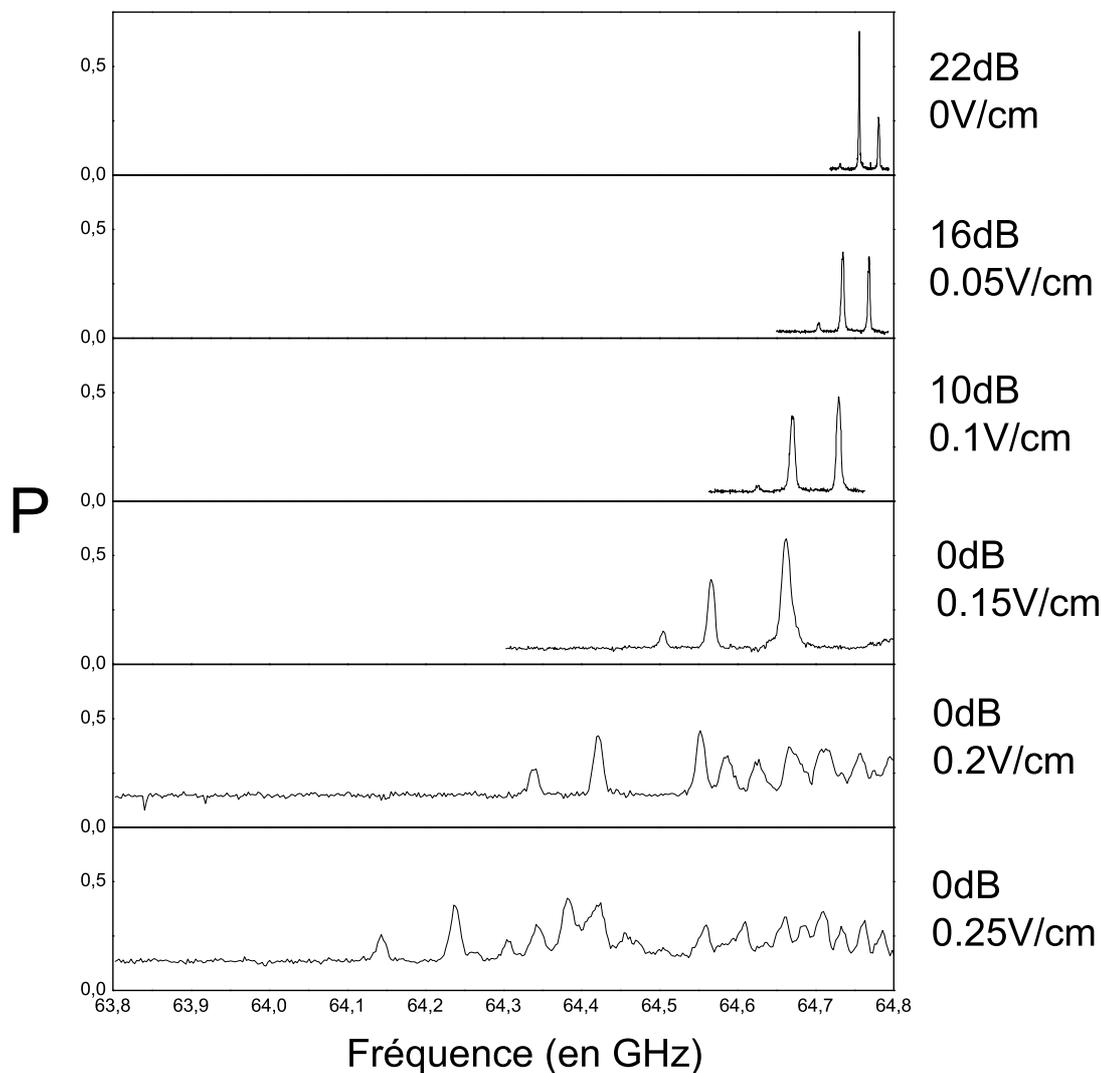


FIG. 3.15 – Spectre de la transition $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle - |52F\rangle$ pour différents champs électriques. P est la probabilité de détecter des atomes à la tension d'ionisation du $|52F\rangle$. On spécifie pour chaque courbe le champ électrique vu par les atomes et l'atténuation appliquée sur la source micro-onde.

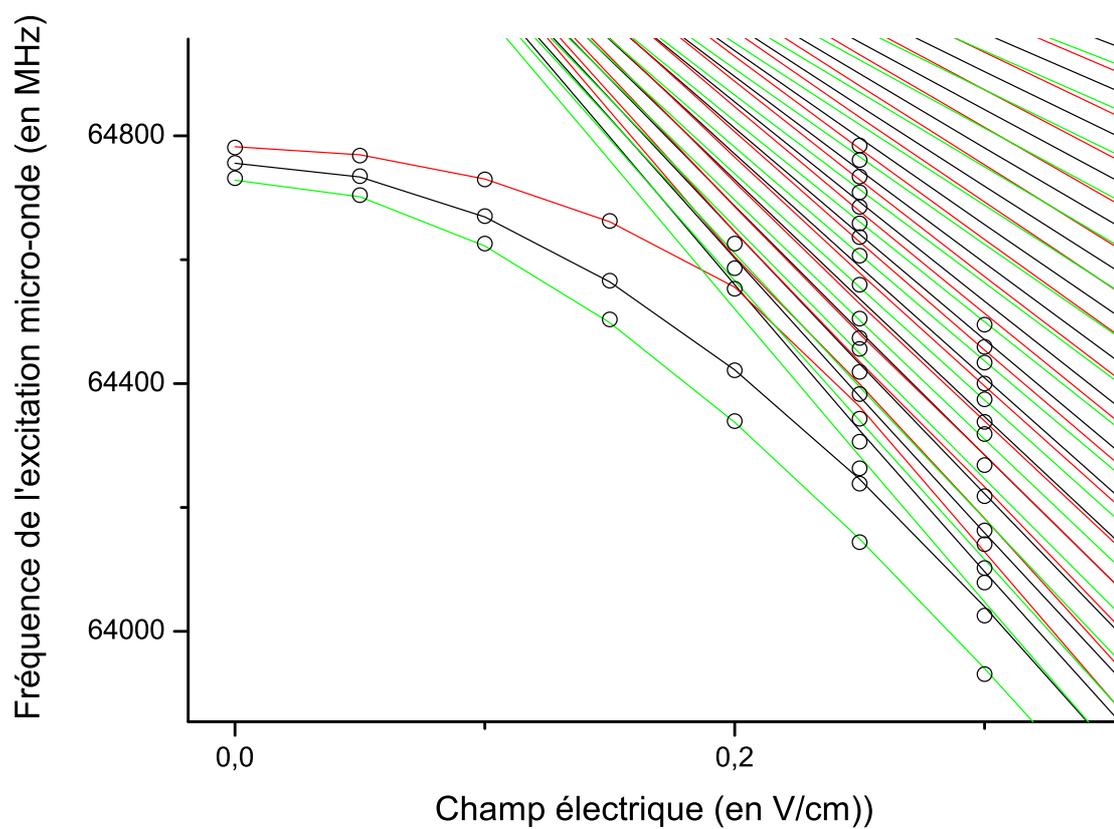


FIG. 3.16 – Fréquence de la transition 52D-52F en fonction du champ électrique. En trait plein sont reproduits les résultats du calcul de la fréquence des transitions attendues.

C.4 Préparation d'atomes de Rydberg circulaires

Nous présentons dans ce dernier paragraphe, la préparation d'atomes circulaires avec le nouveau schéma d'excitation. Nous rappelons ici brièvement les différentes étapes.

La figure 3.17 représente le déroulement temporel de la séquence de circularisation. Les courbes de champ électrique jouées sur les électrodes (a, b, c) de la "boîte à circulariser" et sur les instruments du contrôle de l'allumage des lasers, de la micro-onde et de la radio-fréquence de circularisation pendant le passage des atomes dans la zone de circularisation y sont reproduites. Le champ magnétique est permanent et il a pour valeur dans la zone de circularisation 18 Gauss. La première étape consiste à exciter le niveau $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ en champ électrique nul pendant $2\mu\text{s}$. Ensuite l'atome interagit pendant $1\mu\text{s}$ avec une source micro-onde dont la fréquence est ajustée sur la transition vers l'état $|52F, m = 2\rangle$. Le champ électrique est alors augmenté jusqu'à 2.4 V/cm. En supposant que la montée du champ électrique permet un passage adiabatique, l'atome est à ce stade dans l'état de départ de la circularisation $|52, n_1 = 1, m = 2\rangle$. Ensuite le processus de circularisation démarre. Le passage adiabatique de circularisation est induit par un lent changement de champ électrique. Sur $5\mu\text{s}$, la tension appliquée aux plaques centrales descend de 2.4 V/cm à 2 V/cm. Finalement le champ électrique est rapidement à une valeur maximale de 5 V/cm. Par rapport à l'ancien processus d'excitation, seule l'excitation des atomes en champs électrique nul change.

L'expérience a été menée à champ électrique initial nul. Les résultats sont présentés sous la forme de signaux d'ionisation. La figure (3.18) reproduit deux courbes d'ionisation. La première est obtenue sans la radio-fréquence de circularisation et sans micro-onde $|52D_{5/2}\rangle$ - $|52F\rangle$, la seconde correspond aux conditions de circularisation.

L'excitation micro-onde ne transfère que la moitié des atomes du niveau $|52D_{5/2}, m_J = 5/2\rangle$ au niveau $|52F, m = 2\rangle$. Ce résultat est en accord avec les observations réalisées précédemment.

En conclusion, le nouveau système d'excitation laser permet d'envisager préparer 15 fois plus d'atomes dans les niveaux de Rydberg circulaires. Des tests complémentaires devront être réalisés pour connaître la pureté des atomes circulaires ainsi préparés. Nous espérons par ce nouveau dispositif pouvoir atteindre des vitesses de l'ordre de 100m/s et ainsi augmenter le temps d'interaction complet entre l'atome et le mode résonant gaussien de la cavité.

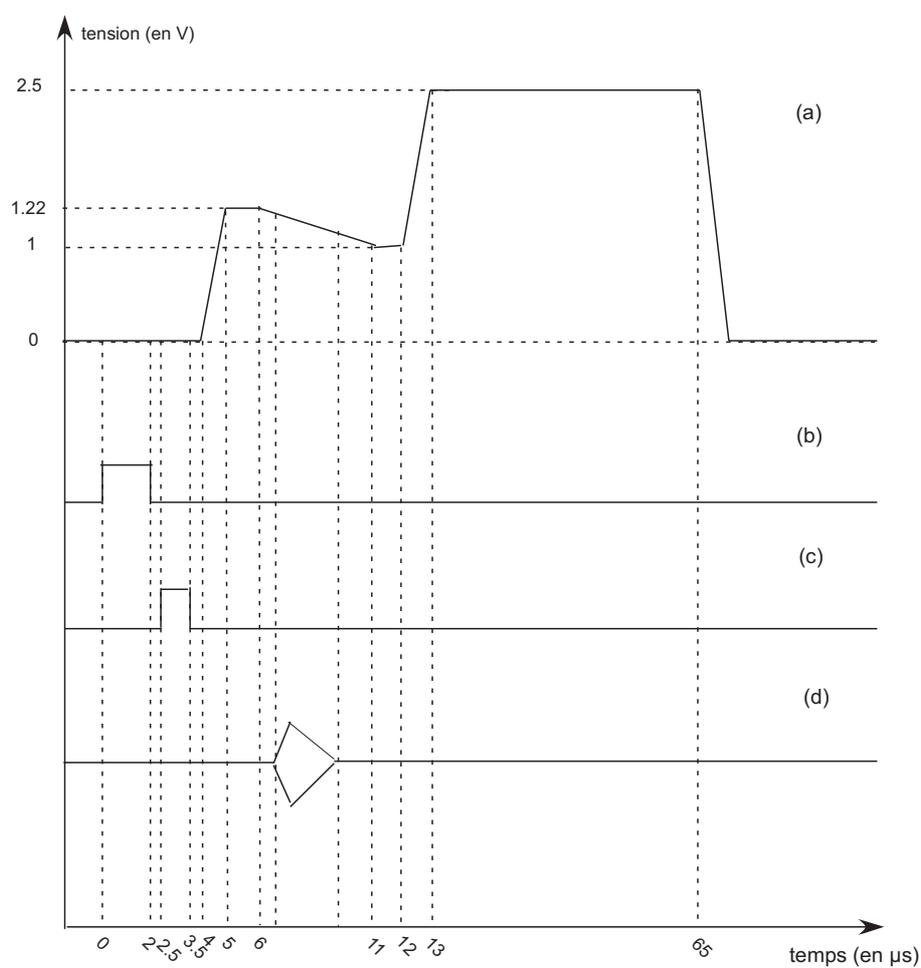


FIG. 3.17 – Séquence des événements de la circularisation. (a) tension appliquée sur les électrode (a, b, c) de la "boîte à circulariser" (sur les électrodes leur faisant face (a', b', c') on applique la courbe opposée). (b) Déclenchement du laser d'excitation. (c) Déclenchement de l'excitation micro-onde. (d) Enveloppe de l'excitation radiofréquence appliqué sur les électrodes latérales de la boîte à circulariser lors du passage adiabatique de circularisation.

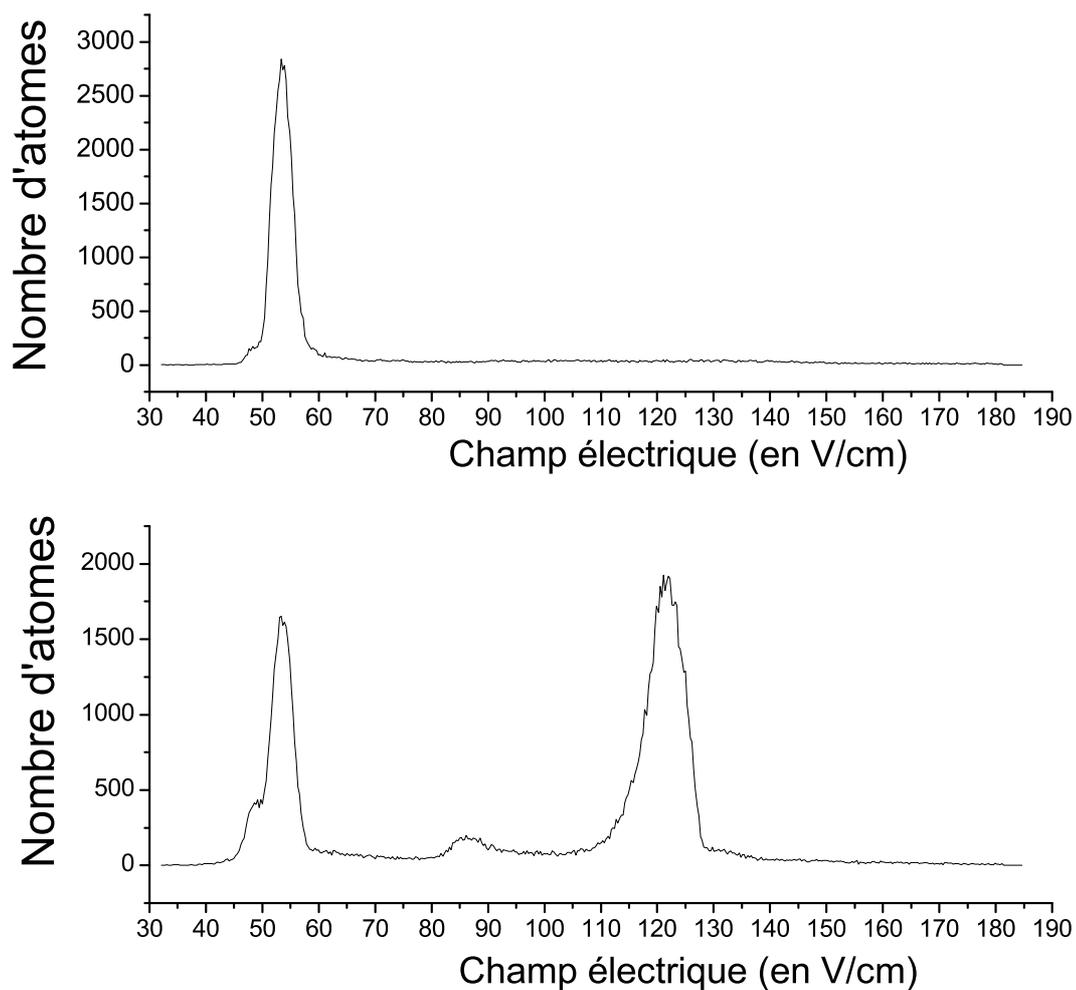


FIG. 3.18 – Nombre d'atomes détectés en fonction du champ électrique appliqué dans la zone de détection : (a) sans radiofréquence, (b) avec radiofréquence.

Bibliographie

- [1] F. NEZ, F. BIRABEN, R. FELDER et Y. MILLERIOUX, “Optical frequency determination of the hyperfine components of the $5S_{1/2}$ - $5D_{3/2}$ two-photon transitions in rubidium”, *Opt. Commun.* **102**, 432 (1993).
- [2] R. S. VAN DYCK, P. B. SCHWINBERG et H. G. DEHMELT, “New high-precision comparison of electron and positron g factors”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [3] N. F. RAMSEY, *Molecular Beams*, International series of monographs on physics, Oxford University Press, Oxford (1985).
- [4] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN, “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [5] N. BOHR, “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [6] D. BOHM, “A suggested interpretation of the quantum theory in terms of Hidden Variables”, *Phys. Rev.* **85**, 166 (1952).
- [7] J. S. BELL, “On the Einstein Podolsky Rosen paradox”, *Phys. (N.Y.)* **1**, 195 (1964).
- [8] J. S. BELL, “On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics”, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).
- [9] S. J. FREEDMAN et J. F. CLAUSER, “Experimental test of local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972).
- [10] A. ASPECT, J. DALIBARD et G. ROGER, “Experimental test of Bell’s inequalities using time-varying analysers”, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [11] M. BRUNO, M. D’AGOSTINO et C. MARONI, “Measurement of linear polarization of positron annihilation photons”, *Nuovo Cimento B* **40B**, 143 (1977).
- [12] G. WEIHS, T. JENNEWEIN, C. SIMON, H. WEINFURTER et A. ZEILINGER, “Violation of Bell’s inequality under strict Einstein locality condition”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998).
- [13] D. FATTAL, K. INOUE, J. VUKOVIC, C. SANTORI, G. S. SOLOMON et Y. YAMAMOTO, “Entanglement Formation and Violation of Bell’s Inequality with a Semiconductor Single Photon Source”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037903 (2004).
- [14] M. A. ROWE, D. KIELPINSKI, V. MEYER, C. A. SACKETT, W. M. ITANO, C. MONROE et D. J. WINELAND, “Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection”, *Nature (London)* **409**, 791 (2001).
- [15] E. SCHRÖDINGER, “Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik”, *Naturwissenschaften* **23**, 807, 823, 844 (1935).

- [16] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique Quantique* (1977).
- [17] W. H. ZUREK, "Pointer basis of quantum apparatus : Into what mixture does the wave packet collapse?", *Phys. Rev. D* **24**, 1516 (1981).
- [18] A. J. LEGGETT, S. CHAKRAVARTY, A. T. DORSEY, M. P. A. FISHER, A. GARG et W. ZWERGER, "Dynamics of the Dissipative Two-state System", *Rev. Mod. Phys.* **59**, 1 (1987).
- [19] D. F. WALLS et G. J. MILBURN, "Effect of dissipation on quantum coherence", *Phys. Rev. A* **31**, 2403 (1985).
- [20] F. HAAKE et D. F. WALLS, "Overdamped and amplifying meters in the quantum theory of measurement", *Phys. Rev. A* **36**, 730 (1987).
- [21] N. BOHR, *Nature (London)* **121**, 580 (1928).
- [22] U. EICHMANN, J. C. BERGQUIST, J. J. BOLLINGER, J. M. GILLIGAN, W. M. ITANO, D. J. WINELAND et M. RAIZEN, "Young's interference experiment with light scattered from two atoms", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2359 (1993).
- [23] M. S. CHAPMAN, T. D. HAMMOND, A. LENEFF, J. SCHMIEDMAYER, R. A. RUBENSTEIN, E. SMITH et D. E. PRITCHARD, "Photon scattering from atoms in an atom interferometer : coherence lost and regained", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3783 (1995).
- [24] P. BERTET, S. OSNAGHI, A. RAUSCHENBEUTEL, G. NOGUES, A. AUFFEVEES, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "A complementarity experiment with an interferometer at the quantum-classical boundary", *Nature (London)* **411**, 166 (2001).
- [25] S. DÜRR, T. NONN et G. REMPE, "Origin of the quantum-mechanical complementarity probed by a which-way experiment in an atom interferometer", *Nature (London)* **395**, 33 (1998).
- [26] M. A. NIELSEN et I. L. CHUANG, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- [27] P. W. SHOR, dans S. GOLDWASSER, rédacteur, "Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science", page 124, IEEE Comput. Soc. Press., New York (1994).
- [28] L. K. GROVER, "Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack", *Phys. Rev. Lett.* **79**, n° 2, 325 (1997).
- [29] J. H. EBERLY, N. B. NAROZHNY et J. J. SANCHEZ-MONDRAGON, "Periodic Spontaneous Collapse and Revival in a Simple Quantum Model", *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1323 (1980).
- [30] G. REMPE, H. WALTHER et N. KLEIN, "Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser", *Phys. Rev. Lett.* **58**, 353 (1987).
- [31] M. BRUNE, F. SCHMIDT-KALER, A. MAALI, J. DREYER, E. HAGLEY, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Quantum Rabi Oscillation : a Direct Test of Field Quantization in a Cavity", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1800 (1996).
- [32] D. M. MEEKHOF, C. MONROE, B. E. KING, W. M. ITANO et D. J. WINELAND, "Generation of nonclassical motional states of a trapped atom", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1796 (1996).

- [33] G. MORIGI, E. SOLANO, B.-G. ENGLERT et H. WALTHER, “Measuring irreversible dynamics of a quantum harmonic oscillator”, *Phys. Rev. A* **65**, 040102 (2002).
- [34] E. T. JAYNES et F. W. CUMMINGS, “Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser”, *Proc. IEEE* **51**, 81 (1963).
- [35] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique Quantique*, tome 2, Hermann, Paris, France (1977).
- [36] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG, *An Introduction to Quantum Electrodynamics*, Wiley, New York (1992).
- [37] E. P. WIGNER, “On the quantum correction for thermodynamic equilibrium”, *Phys. Rev.* **40**, 749 (1932).
- [38] K. E. CAHILL et R. J. GLAUBER, “Ordered expansions in Boson amplitude operator”, *Phys. Rev.* **177**, 1857 (1969).
- [39] K. E. CAHILL et R. J. GLAUBER, “Density operator and quasiprobability distributions”, *Phys. Rev.* **177**, 1882 (1969).
- [40] S. HAROCHE, dans “Cours du collège de France”, (2003).
- [41] K. E. CAHILL et R. J. GLAUBER, “Ordered Expansions in Boson Amplitude Operators”, *Phys. Rev.* **177**, 1857 (1969).
- [42] L. G. LUTTERBACH et L. DAVIDOVICH, “Method for Direct Measurement of the Wigner Function in Cavity QED and Ion Traps”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2547 (1997).
- [43] P. BERTET, A. AUFEVES, P. MAIOLI, S. OSNAGHI, T. MEUNIER, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Direct Measurement of the Wigner function of a one-photon Fock state in a Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 200402 (2002).
- [44] P. MAIOLI, *Détection non destructive d’atomes de Rydberg*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).
- [45] J. DREYER, *Atomes de Rydberg et cavités : observation de la décohérence dans une mesure quantique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1997).
- [46] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAÎTRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4887 (1996).
- [47] X. MAÎTRE, E. HAGLEY, G. NOGUES, C. WUNDERLICH, P. GOY, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Quantum memory with a single photon in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 769 (1997).
- [48] E. HAGLEY, X. MAÎTRE, G. NOGUES, C. WUNDERLICH, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1 (1997).
- [49] J. GEA-BANACLOCHE, “Atom and field evolution in the Jaynes and Cummings model for large initial fields”, *Phys. Rev. A* **44**, 5913 (1991).
- [50] V. BUZEK, H. MOYA-CESSA, P. L. KNIGHT et S. J. D. PHOENIX, “Schrödinger-Cat States in the Resonant Jaynes-Cummings Model : Collapse and Revival of Oscillations of the Photon-Number Distribution.”, *Phys. Rev. A* **45**, 8190 (1992).

- [51] H. J. KIMBLE, “Quantum fluctuations in quantum optics : squeezing and related phenomena”, dans J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND et J. ZINN-JUSTIN, rédacteurs, “Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches Summer School, Session LIII”, page 545, North Holland, Amsterdam (1992).
- [52] M. LEVITT, *Spin dynamics : basics of Nuclear Magnetic Resonance*, Wiley, Chichester, UK (2001).
- [53] W. H. ZUREK, “Decoherence and the transition from quantum to classical”, *Phys. Today* **44**, 36 (octobre 1991).
- [54] A. O. CALDEIRA et A. J. LEGGETT, “Influence of damping on quantum interference : An exactly soluble model”, *Phys. Rev. A* **31**, 1059 (1985).
- [55] D. GIULINI, E. JOOS, C. KIEFER, J. KUPSCH, I.-O. STAMATESCU et H. D. ZEH, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*, Springer, Berlin (1996).
- [56] Q. A. TURCHETTE, Q. J. MYATT, B. E. KING, C. A. SACKETT, D. KIELPINSKI, W. M. ITANO, C. MONROE et D. J. WINELAND, “Decoherence and decay of motional quantum states of a trapped atom coupled to engineered reservoirs”, *Phys. Rev. A* **62**, 053807 (2000).
- [57] M. KIM et V. BUZEK, “Schrödinger-cat states at finite temperature : Influence of a finite-temperature heat bath on quantum interferences”, *Phys. Rev. A* **46**, 4239 (1992).
- [58] V. PERINOVA et A. LUKS, “Exact quantum statistic of a non linear dissipative oscillator evolving from an arbitrary state”, *Phys. Rev. A* **41**, 4239 (1990).
- [59] L. DAVIDOVICH, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Mesoscopic Quantum Coherences in Cavity QED : Preparation and Decoherence Monitoring Schemes”, *Phys. Rev. A* **53**, 1295 (1996).
- [60] W. H. LOUISELL, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, Wiley, New York (1973).
- [61] P. GOETSCH, R. GRAHAM et F. HAAKE, “Microscopic foundation of a finite-temperature stochastic Schrödinger equation”, *Quantum Semiclass. Opt.* **8**, 157 (1996).
- [62] F. BERNARDOT, *Électrodynamique en cavité : expériences résonnantes en régime de couplage fort*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1994).
- [63] P. NUSSENZVEIG, *Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1994).
- [64] A. MAALI, *Oscillations de Rabi quantiques : test direct de la quantification du champ*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1996).
- [65] X. MAÎTRE, *Une paire d’atomes intriqués : Expériences d’électrodynamique quantique en cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1998).
- [66] G. NOGUES, *Détection sans destruction d’un seul photon. Une expérience d’électrodynamique quantique en cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1999).
- [67] A. AUFFÈVES, *Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).

- [68] S.OSNAGHI, *Réalisation d'états intriqués dans une collision atomique assistée par une cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2001).
- [69] D. MESCHEDE, H. WALTHER et G. MÜLLER, "One-atom maser", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 551 (1985).
- [70] M. BRUNE, J.-M. RAIMOND, P. GOY, L. DAVIDOVICH et S. HAROCHE, "Realization of a Two-Photon Maser Oscillator", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1899 (1987).
- [71] L. G. LUTTERBACH et L. DAVIDOVICH, "Method for Direct Measurement of the Wigner Function in Cavity QED and Ion Traps", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2547 (1997).
- [72] P.BERTET, *Complémentarité et fonction de Wigner*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2002).
- [73] J. MCKEEVER, A. BOCA, A. D. BOOZER et J. R. B. ABD H. J. KIMBLE, "Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling", *Nature (London)* **425**, 268 (2003).
- [74] B. T. H. VARCOE, S. BRATTKE, M. WEIDINGER et H. WALTHER, "Preparing pure photon number states of the radiation field", *Nature (London)* **403**, 743 (2000).
- [75] P. BERTET, S. OSNAGHI, P. MILMAN, A. AUFEVES, P. MAIOLI, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Generating and probing a two-photon Fock state with a single atom in a cavity", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 143601 (2002).
- [76] C. FABRE, P. GOY et S. HAROCHE, "Millimetre Resonances in Na Rydberg Levels Detected by Field Ionization : Quantum Defects and Stark-Effect Studies", *J. Phys.* **B10**, L183 (1977).
- [77] J.-M. RAIMOND, M. GROSS, C. FABRE, S. HAROCHE et H. H. STROKE, "Laser Measurement of Intensity Ratio Anomalies in Principal Series Doublets of Cesium Rydberg states : does the D₁ Line Vanish?", *J. Phys.* **B11**, L675 (1978).
- [78] S. HAROCHE, C. FABRE, P. GOY, M. GROSS et J.-M. RAIMOND, "Rydberg states and Microwaves : High Resolution Spectroscopy, Maser and Superradiance", dans H. WATHER et W. ROTTKE, rédacteurs, "Laser Spectroscopy IV", page 244, Springer Verlag, Berlin (1979).
- [79] J. LIANG, M. GROSS, P. GOY et S. HAROCHE, "Circular Rydberg States Spectroscopy", *Phys. Rev. A* **33**, 4437 (1986).
- [80] J. HARE, M. GROSS et P. GOY, "Circular Atoms Prepared by a New Method of Crossed Electric and Magnetic Fields", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1938 (1988).
- [81] T. F. GALLAGHER, *Rydberg Atoms*, Cambridge University Press, Cambridge (1994).
- [82] D. MESCHEDE, "Centimeter-wave spectroscopy of highly excited rubidium atoms", *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 413 (1987).
- [83] A. LINDGARD et S. E. NIELSEN, "Transition probabilities for the alkali isoelectronic sequences Li I, Na I, K I, Rb I, Cs I, Fr I", *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **19**, 533 (1977).
- [84] C. WIEMAN et T. HÄNSCH, "Doppler-free laser polarization spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1170 (1976).