



Mesure acoustique de vitesse lagrangienne dans un jet d'air turbulent

Philippe Gervais

► To cite this version:

Philippe Gervais. Mesure acoustique de vitesse lagrangienne dans un jet d'air turbulent. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005. Français. NNT: . tel-00011343

HAL Id: tel-00011343

<https://theses.hal.science/tel-00011343>

Submitted on 11 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I

THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Joseph Fourier

préparée au **Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels**

dans le cadre de l'**École doctorale mécanique et énergétique**

spécialité **Mécanique des fluides et transferts**

Mesure acoustique de vitesse lagrangienne dans un jet d'air turbulent

présentée et soutenue publiquement par

Philippe Gervais

le 30 mai 2005

devant la commission d'examen composée de :

M. F. Anselmet	Rapporteur
M. C. Baudet	Directeur de thèse
M. T. Dombre	Invité
M. Y. Gagne	Directeur de thèse
M. D. Grésillon	Président
M. E. Lévêque	Invité
M. O. Michel	Examineur
M. J.-F. Pinton	Rapporteur

Remerciements

Ami lecteur, ne tourne pas ces pages sans avoir pris connaissance des personnes qui ont rendu ce travail possible. Je ne peux que commencer par remercier Christophe Baudet. Son idée lumineuse de faire des mesures lagrangiennes dans l'air avec des bulles de savon gonflées à l'hélium a fourni l'essence de ce travail. J'ai beaucoup appris de son intransigeance et de sa détermination. Merci également à Yves Gagne, dont la présence amicale a permis de tempérer les orages parfois violents entre Christophe et moi. Sans lui, il n'est pas dit que ce mémoire aurait existé. C'est également lui qui m'a initié à la mécanique, en tant que discipline universitaire, et à la culture si particulière qui va avec. Je remercie également tous les membres du jury, en particulier les rapporteurs Fabien Anselmet et Jean-François Pinton, qui ont accepté la lourde tâche de lire ce qui suit.

La mise en œuvre de l'idée de base s'est avérée d'une complexité redoutable. En particulier, rien n'aurait été possible sans le généreux prêt d'une machine à bulle par Michel Lebey de l'université du Havre, pendant un peu plus de deux ans, ce qui m'a permis de travailler, tout simplement. Néanmoins, au bout de trois ans, la thèse était encore loin de son achèvement, et c'est Gérard Cognet, en m'accordant un demi-poste d'attaché temporaire d'enseignement et de recherche par l'intermédiaire du C.I.E.S. qui m'a permis de la mener à son terme.

Ma thèse doit également beaucoup à la compétence des techniciens du laboratoire. Mes remerciements vont en particulier à Jean-Paul Barbier-Neyret, avec qui j'ai partagé de longues heures de réflexion sur les amplificateurs faible bruit, et également à Jean-Louis Bret du C.R.T.B.T. La fabrication d'un second exemplaire de la machine à bulle a été menée à bien grâce à l'habileté de Jean-Marie Miscioscia, et surtout de Joseph Virone qui a réussi l'exploit de fabriquer un nouvel injecteur de bulles de savon. Je pense également au reste de l'équipe du pool technique qui par la résolution d'une myriade de petits problèmes m'a permis d'avancer.

Tous le disent : la vie au quotidien pendant une thèse n'est pas toujours très gaie. Les stages de monitorat ont été très importants, en me permettant de voir à quoi ressemblait l'extérieur du laboratoire. J'adresse tout particulièrement mes remerciements à Michelle Vuillet, qui est pour moi l'âme du C.I.E.S. de Grenoble, et dont le dévouement chaleureux a beaucoup compté. L'excellente ambiance entre les doctorants du L.E.G.I. a également été importante. Merci à Cédric et à Nicolas pour les transducteurs et les fils chauds. Merci à Estelle pour avoir eu la force de partager mon bureau (et m'avoir suggéré quelques astuces comme la manière de trier mes segments de vitesse), à Cyril pour les âpres discussions scientifiques (et non scientifiques), à Fares ("résoud tous vos problèmes"), à Linda pour sa bonne humeur communicative, à Aude et Benjamin pour la magnifique expérience de Science en fête (et plus), à Cristina, François, Claudio ... que ceux que j'oublie me pardonnent. Je pense également à mes camarades de Normale Sup', plongés ou sortis du doctorat : Sylvie, Nicolas, Georges, Guillaume, Mickael, Michaël, Jill, Vivian, ainsi qu'aux nouveaux compagnons de route : Marion, Élise, dont l'amitié m'a bien soutenu. Merci à Géraldine de m'avoir remonté le moral parfois, au cours de nos

parcours de doctorat si voisins.

Je ne peux pas terminer ces remerciements sans citer mes parents et mes grands-parents dont le soutien a toujours été indéfectible. Merci à mon cher frangin, qui malgré l'éloignement géographique a toujours été présent. Merci enfin à ma chère et tendre dulcinée, Mahgally, qui a réussi à supporter mes crises d'angoisse et de déprime.

*Un poisson au fond d'un étang
Qui faisait des bulles
Qui faisait des bulles*

*Un poisson au fond d'un étang
Qui faisait des bulles
Pour passer le temps...*

L'oiseau et la bulle
Pierre Chène

Table des matières

Remerciements	3
Introduction	11
1 État de l’art en turbulence	13
1.1 Présentation générale	13
1.1.1 Bref historique	13
1.1.2 Tentative de définition de la turbulence	14
1.1.3 Équation de Navier-Stokes	15
1.1.4 Équation de Reynolds	16
1.2 Turbulence eulérienne	17
1.2.1 La cascade turbulente	17
1.2.2 Le modèle de Kolmogorov (1941)	18
1.2.3 Échelle intégrale et échelle de Taylor	19
1.2.4 Relation de Kármán-Howarth	21
1.2.5 L’intermittence	22
1.3 Turbulence lagrangienne	23
1.3.1 Point de vue lagrangien	23
1.3.2 Raisonnements dimensionnels	23
1.3.3 Expériences et simulations numériques	24
2 Traceurs et bulles de savon	27
2.1 Écoulement d’étude	27
2.2 Choix des traceurs	28
2.2.1 Densité	28
2.2.2 Taille	29
2.3 Fabrication des bulles	30
2.3.1 Principe	30
2.3.2 Paramètres de réglage	31
2.4 Caractérisation des bulles	32
2.5 Dispersion des tailles	33
2.5.1 Mesure du rayon	34
2.5.2 Statistiques	35
2.6 Injection	37
2.7 Principe de la mesure de vitesse	38
2.8 Exemple de signal de diffusion	40

2.9	Qualité du suivi lagrangien	41
3	Mesures acoustiques dans un jet	45
3.1	Échelles caractéristiques	45
3.2	Transducteurs	46
3.3	Mesure de vitesse unidimensionnelle	47
3.3.1	Dispositif expérimental	47
3.3.2	Enregistrement sans écoulement	49
3.3.3	Enregistrement avec écoulement	50
3.3.4	Enregistrement avec traceurs	50
3.3.5	Zone de mesure	51
3.4	Rapport signal sur bruit	53
3.4.1	Aspects qualitatifs	53
3.4.2	Comment définir le rapport signal sur bruit ?	54
3.5	Mesure de vitesse tridimensionnelle	56
3.6	Caractérisation de la zone de mesure	58
3.6.1	Champ proche et champ lointain	58
3.6.2	Expression du vecteur d'onde de diffusion	59
3.6.3	Application numérique	63
3.6.4	Zones de mesure	64
4	Traitement du signal acoustique	67
4.1	Présentation des signaux	67
4.2	Sélection des zones importantes	68
4.3	Appariement des segments de vitesse	69
4.4	Extraction de vitesse	70
4.4.1	Transformations temps-fréquence	70
4.4.2	Principe de l'algorithme	72
4.5	Changement de repère	74
4.6	Validation numérique	75
4.6.1	Signaux synthétiques	76
4.6.2	Comparaison qualitative	77
4.6.3	Statistiques de base	77
4.7	Validation expérimentale	78
4.7.1	Densité de probabilité	78
4.7.2	Utilisation d'une trajectoire connue	79
5	Vitesse lagrangienne	83
5.1	Trajectoires	83
5.2	Vitesse lagrangienne et vitesse eulérienne	84
5.2.1	Inhomogénéité transverse	84
5.2.2	Inhomogénéité longitudinale	88
5.3	Structure du jet	90
5.3.1	Autosimilarité	90
5.3.2	Isotropie	92
5.3.3	Effet de troncature	95

6	Corrélations lagrangiennes	99
6.1	Corrélations lagrangiennes	99
6.1.1	Calcul de l'autocorrélation	99
6.1.2	Tests sur signaux synthétiques	101
6.1.3	Biais expérimentaux	102
6.2	Temps caractéristiques	108
6.2.1	Calcul des temps lagrangiens	108
6.2.2	Évolution des temps lagrangiens	108
6.2.3	Comparaison des courbes	112
6.2.4	Comparaison avec les temps eulériens	112
6.3	Intercorrélation lagrangienne - eulérienne	115
6.3.1	Des origines	115
6.3.2	Expérience	119
6.3.3	Variation avec la séparation	121
6.3.4	Variation avec la distance à la buse	124
7	Statistique des incréments	129
7.1	Approche qualitative	129
7.1.1	Incrément temporel	129
7.1.2	Densités de probabilités – Influence du bruit	129
7.1.3	Comparaison de l'intermittence des différentes composantes	131
7.2	Moments des distributions	131
7.2.1	Calcul des moments	131
7.2.2	Variance des incréments	137
7.2.3	Asymétrie – Effets d'inhomogénéité	142
7.2.4	Aplatissement	142
	Conclusion	153
A	Caractéristiques du jet	155
A.1	Champ de vitesse moyenne	155
A.2	Grandeurs turbulentes	161
B	Séries d'acquisitions	167
C	Machine à bulles	169
D	Préamplificateur pour transducteur Sell	171
	Bibliographie	173

Introduction

À la fin du XIX^{ème} siècle, la plupart des phénomènes physiques ont reçu une modélisation adéquate. La mécanique, l'optique, l'électromagnétisme et l'électricité sont connues et maîtrisées. L'histoire retiendra que ce bel "achèvement" n'est en fait qu'une pause, et le monde scientifique se verra quelques années plus tard modifier profondément toute sa conception du monde, après les révolutions quantique et relativiste. La mécanique des fluides, déduite de la théorie newtonienne, ne semble pas devoir subir de remaniement profond (du moins pour les écoulements usuels). Pourtant, le phénomène de turbulence, connu depuis plusieurs siècles, reste un mystère. Le mystère ne tient pas tellement aux lois régissant le comportement détaillé du fluide qui sont connues depuis bientôt deux siècles, mais plutôt à l'impossibilité pratique d'en tirer des comportement universels. La situation est très semblable à celle de la mécanique statistique, où les grandeurs macroscopiques ne peuvent se déduire directement des grandeurs microscopiques. La difficulté est alors de formuler des hypothèses qui permettent de faire le lien entre les deux. L'intuition humaine a permis de découvrir ce passage pour les systèmes à l'équilibre thermodynamique, mais la signification profonde des hypothèses utilisées relève pour l'instant plus de la philosophie que de la physique. Le problème reste encore ouvert pour les systèmes hors d'équilibre, dont les écoulements turbulents font partie.

L'étude des écoulements de fluides est rendue très complexe par le grand nombre de degrés de libertés accessibles et, partant, de la très grande sensibilité du système à tout dispositif de mesure. Le mouvement d'un fluide n'est jamais mesurable dans son intégralité. Il s'agit toujours de coupes, spatiales ou temporelles, ou bien de panoramas affectés d'un flou irrémédiable. Les simulations numériques permettent dans une certaine mesure de s'affranchir des problèmes expérimentaux en résolvant l'équation d'évolution pour tous les degrés de libertés accessibles. Ceci n'est possible que grâce à l'augmentation surréaliste des puissances de calcul des ordinateurs depuis maintenant trois décennies. Cependant, l'étude de systèmes réels reste inévitable pour des cas encore trop complexes pour les machines.

Un écoulement se décrit mathématiquement par la donnée de la vitesse (en amplitude et en direction) pour chaque point d'espace occupé par le fluide, pour tous les instants. Ce point de vue, qui est le plus naturel, porte le nom de point de vue *eulérien*. Il englobe l'essentiel des moyens de mesure actuels, que ce soit par tube de Pitot, par fil chaud ou par anémométrie laser (plus bien d'autres). On qualifie plus généralement d'eulérienne toute mesure effectuée en un point fixe de l'espace (ce peut être la température, la pression, la densité).

Un second point de vue consiste à décrire le fluide en suivant son mouvement. Il est découpé par la pensée en petits volumes élémentaires, qui se comportent comme des points mathématiques : les particules fluides. Chacune de ces particules se déplace sous l'effet des forces qu'exercent ses voisines sur elle. Suivre une de ces particules permet donc de se faire une idée des contraintes qui s'exercent sur elle. Toute mesure qui se fait en suivant une ou plusieurs particules fluides est qualifiée de *lagrangienne*. Les difficultés expérimentales associées sont considérables.

Marquer une particule fluide et la suivre dans son mouvement sans perturber l'écoulement est déjà difficile. Faire simultanément des mesures d'autres quantités comme la pression n'a pour l'instant pas été réalisé dans des écoulements de laboratoire.

L'étude présentée dans ce mémoire a consisté à concevoir et à mettre en œuvre un système de mesure lagrangien dans un écoulement turbulent, ainsi qu'à examiner les mesures obtenues. Le choix de l'écoulement revêt ici une importance particulière, car vu la complexité du problème technique, il est nécessaire d'exploiter toutes ses caractéristiques. Nous avons utilisé un jet d'air, qui comporte deux caractéristiques originales par rapport aux mesures lagrangiennes déjà réalisées qui nous ont servi de référence [35, 61]. Il s'agit d'un écoulement *libre*, et de *vitesse moyenne non nulle*. Dans la quête d'universalité qui tient en haleine la recherche en turbulence depuis toujours, l'influence des conditions aux limites est une question encore partiellement non résolue. Il est alors intéressant de vérifier si un écoulement confiné se comporte comme un écoulement libre, ou pas. D'autre part, des mesures eulériennes bien établies ont montré des phénomènes légèrement différents selon que la composante de vitesse mesurée était ou non dans le sens de l'écoulement moyen. Il est donc important de voir si ces résultats se confirment ou non dans le cas de mesures lagrangiennes.

Une très grande partie du travail de thèse a consisté à mettre en place le système expérimental et à vérifier la validité des résultats obtenus. L'obtention de mesures fiables était l'objectif premier, et cela se retrouve en filigrane dans l'ensemble du texte. Le premier chapitre, introductif, présente rapidement les quelques résultats théoriques disponibles, les mesures lagrangiennes déjà réalisées, ainsi que quelques résultats de calculs numériques. Les chapitres 2 à 4 décrivent en détail le système de mesure. Dans un écoulement d'air, l'utilisation de traceurs est rendue délicate par la petitesse de la densité. Nous avons utilisé de petites bulles de savon gonflées à l'hélium. Leur fabrication, ainsi que leur caractérisation est présentée dans le chapitre 2. La mesure de la vitesse des bulles a été ensuite effectuée à l'aide d'un système de velocimétrie Doppler acoustique, dont le principe avait déjà été utilisé avec succès par des études précédentes [35]. Le chapitre 3 développe tous les aspects acoustiques qui permettent d'obtenir un signal modulé en fréquence donnant la vitesse projetée de la bulle. L'extraction de la vitesse proprement dite à partir du signal acoustique est l'élément critique de tout la chaîne de mesure. Le chapitre 4 y est donc entièrement consacré. Les chapitres 5 à 7 donnent les résultats obtenus à partir des mesures. Le chapitre 5 est consacré aux statistiques à un point de la vitesse selon les trois composantes (influence de l'inhomogénéité de l'écoulement, densités de probabilité simple et conjointe). Le chapitre 6 est consacré à l'étude des autocorrélations des vitesses lagrangiennes, ainsi qu'à leur intercorrélation avec des signaux eulériens mesurés simultanément avec un fil chaud. Enfin, le chapitre 7 présente quelques résultats portant sur les incréments de la vitesse lagrangienne, notamment les aspects d'intermittence. La présence d'une vitesse moyenne permettant de réaliser également des mesures de vitesse eulérienne, nous nous sommes efforcés de comparer les résultats donnés par les deux descriptions.

Chapitre 1

État de l’art en turbulence

Afin de replacer dans leur contexte les travaux présentés dans ce mémoire, une présentation des principaux résultats déjà obtenus en turbulence est nécessaire. Après une remise en situation historique, et une présentation qualitative du phénomène de turbulence, nous exposerons la théorie élaborée par Kolmogorov en 1941, qui est l’ancêtre pas si lointain de presque toutes les modélisations existantes. Nous nous attacherons à distinguer le point de vue eulérien et le point de vue lagrangien, avec leur points communs et leur différences. Ce chapitre ne prétend pas à l’exhaustivité : de nombreux travaux intéressants ont ainsi été laissés de côté. Le propos est plutôt de montrer ce qui sert de colonne vertébrale à la recherche sur la turbulence au moment de la rédaction de ce texte.

1.1 Présentation générale

1.1.1 Bref historique

Il est assez délicat de donner une date pour le commencement de l’histoire de la turbulence. Très peu de phénomènes physiques ont ainsi été à la vue de nos plus lointains ancêtres, sans qu’un concept s’y rattache particulièrement. Cela tient sans doute à la grande difficulté qu’il y a de définir la notion de turbulence, et malgré les progrès importants réalisés au cours des deux siècles qui viennent de s’écouler, l’essentiel reste à comprendre.

La séparation conceptuelle entre deux types d’écoulements dits *laminaire* et *turbulent* remonte probablement aux expériences d’Osborne Reynolds peu avant 1883 [48]. L’injection d’une ligne de colorant dans un liquide circulant dans un tube transparent lui a permis de constater l’existence de deux régimes distincts, l’un laissant la ligne de colorant bien droite et non perturbée, l’autre la mélangeant de manière extrêmement efficace. Il montra également que la transition entre les deux régimes dépendait de la vitesse du liquide, mais également de sa viscosité et du diamètre du tube, ces trois paramètres se combinant pour former un nombre sans dimension qui portera son nom quelques décennies plus tard.

Avec le développement de véhicules se déplaçant de plus en plus vite aussi bien dans l’air que dans l’eau, et avec l’industrialisation, la maîtrise des écoulements turbulents va devenir de plus en plus importante. Ceux-ci représentent une majorité des écoulements réels. Les scientifiques comme les ingénieurs vont donc chercher à extraire de ces écoulements désordonnés comportant un nombre de degrés de liberté très important des informations un tant soit peu universelles et “manipulables” dans le sens où elles ne feraient intervenir qu’un petit nombre de paramètres.

La première percée quantitative en ce sens a été réalisée par Kolmogorov en 1941 [20], qui propose un modèle phénoménologique très simple, qui reprend l'idée de cascade turbulente proposée par Richardson en 1922 [49]. Au lieu de chercher à résoudre l'équation de Navier-Stokes, il traite l'écoulement comme un processus aléatoire. Les seules grandeurs d'intérêt (au sens où elles sont prédictibles) sont données par des moyennes, plus ou moins complexes. Cette modélisation aléatoire avait déjà été utilisée par Reynolds [48], qui avait décomposé le champ de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante. Le modèle de 1941 a été remis à jour par Kolmogorov lui-même en 1962 [21], pour expliquer des phénomènes qui avaient été découverts entre temps, en particulier celui d'intermittence, dont nous parlerons plus bas.

1.1.2 Tentative de définition de la turbulence

Il convient de garder à l'esprit que la turbulence n'est pas une propriété des *fluides*, c'est une propriété des *écoulements* de fluides [56]. En ce sens, il y aurait plutôt des turbulences et pas une turbulence (une par type d'écoulement). Ce problème est un obstacle très important : il faut obtenir une modélisation qui s'applique dans des écoulements très différents (universalité). Afin de ne pas ajouter une définition de plus à la très grande variété qui existe déjà, nous allons reprendre pratiquement à l'identique la définition proposée par Lesieur [26]. Un écoulement turbulent possède trois propriétés principales :

- Impossibilité de prédire en détail le comportement du fluide (une petite perturbation s'amplifiant jusqu'à modifier l'état du fluide tout entier) ;
- Capacité de mélange très importante par rapport à la diffusion moléculaire (une tache de colorant se disperse très rapidement) ;
- L'écoulement fait intervenir une grande gamme d'échelles (depuis la taille maximale de l'écoulement jusqu'aux petites variations de la structure du champ de vitesse, qui peuvent se situer plusieurs ordres de grandeur en dessous).

Un signe que cette définition n'est pas tout à fait satisfaisante est que les trois propriétés se recoupent. Il est clair que la capacité de mélange est intimement liée à la sensibilité aux petites perturbations : deux particules fluides, aussi proches soient-elles, finiront tôt ou tard par se séparer, donc par mélanger l'écoulement. De même, il semble improbable qu'un mélange très efficace puisse se faire sans que l'écoulement se scinde en structures extrêmement fines. Une autre caractéristique que l'on constate expérimentalement est le très fort caractère *tourbillonnaire*.

Le champ de vitesse d'un fluide est parfaitement décrit par l'équation de Navier-Stokes (établie bien avant les expériences de Reynolds par Navier en 1821 puis indépendamment par Stokes en 1846). Cette équation – bien qu'elle contienne toute les informations nécessaires à l'étude de la turbulence – est insoluble analytiquement dans le cas général, avec les théories mathématiques actuelles. Le problème est analogue à celui de la physique statistique : la connaissance des équations de mouvement pour tous les atomes d'un gaz n'apporte pratiquement rien à l'étude du comportement macroscopique. En particulier, faire le lien entre les grandeurs macroscopiques et les grandeurs microscopiques nécessite l'introduction d'hypothèses, comme celle d'équirépartition dans l'espace des phases. La turbulence présente néanmoins une différence de taille avec la physique statistique traditionnelle, c'est l'absence de grandeurs macroscopiques évidentes (comme peuvent être "évidentes" les notions de pression ou de température). La physique des gaz comme celle des fluides a été étudiée avant d'en connaître les détails microscopiques, mais dans le cas des fluides, aucune grandeur macroscopique n'a réellement émergé des mesures. Cela est probablement dû au fait qu'aucun équilibre n'existe en turbulence, et que l'importance des

fluctuations ne diminue pas lorsque la taille du système augmente. L'étude de la turbulence passera donc par une *modélisation statistique* de l'écoulement. L'équation de Navier-Stokes à elle seule ne suffira vraisemblablement pas. Il n'est cependant pas inutile de la présenter en détail.

1.1.3 Équation de Navier-Stokes

Dans le cas particulier d'un fluide newtonien¹ incompressible, si l'on note $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ la vitesse du fluide en un point donné $\mathbf{r}$ de l'espace (vitesse eulérienne), $P(\mathbf{r}, t)$ la pression, ν et ρ respectivement la viscosité cinématique et la densité, alors son comportement est décrit par :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1.2)$$

auxquelles il faut ajouter les conditions aux limites du problème considéré. La première équation, qui est désignée sous le double nom de Navier et Stokes n'est autre que l'expression de l'accélération d'un élément de fluide en fonction des forces qui s'exercent sur lui (principe fondamental de la dynamique). La seconde exprime la condition d'incompressibilité, assurant l'homogénéité de la densité.

Les termes de l'équation 1.1 méritent d'être commentés. Le premier sur la gauche représente le taux de variation de la vitesse au point considéré. Le second terme est dit "d'inertie", car il traduit la modification de la vitesse due à l'advection. La somme des deux est *l'accélération de la particule fluide* qui est au point considéré, à l'instant considéré. Le membre de droite est donc proportionnel à la somme des forces appliquées à la particule fluide. Le troisième terme traduit l'influence des forces de pression, et le quatrième des forces de viscosité, c'est-à-dire des frottements internes dus aux déformations du fluide. Ce dernier est proportionnel au laplacien du champ de vitesse, donc à la *variation spatiale* des gradients de vitesse.

Le terme de pression mérite un commentaire particulier. S'il n'existait pas, la seule première équation (avec les conditions limites) suffirait à déterminer le champ de vitesse. Imposer en plus la condition d'incompressibilité reviendrait à surdéterminer le système, qui n'aurait dans le cas général, pas de solution. C'est l'introduction d'un degré de liberté supplémentaire, par l'intermédiaire de la pression, qui permet de vérifier simultanément les deux équations. La détermination du champ de vitesse suppose la connaissance du champ de pression, et inversement. Il est donc indispensable de résoudre les deux équations simultanément.

Une des propriétés très intéressantes de l'équation de Navier-Stokes est celle de similitude [25]. Si l'on considère des expériences identiques à une homothétie près, la donnée d'une seule longueur L suffit à déterminer toutes les dimensions. Donnons-nous également une valeur de vitesse (scalaire) u_0 quelconque, par exemple la vitesse à l'infini. Définissons également deux nouvelles variables sans dimension par $\mathbf{u}' \triangleq \mathbf{u}/u_0$ et $\mathbf{r}' \triangleq \mathbf{r}/L$. En les substituant dans l'équation de Navier-Stokes, on obtient :

$$\frac{L}{u_0} \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' = -\frac{\nabla P}{\rho u_0^2} + \frac{\nu}{L u_0} \Delta \mathbf{u}' \quad (1.3)$$

¹Un fluide newtonien est tel que la contrainte de cisaillement augmente de manière linéaire avec le gradient de vitesse.

(Les dérivées spatiales sont exprimées avec les nouvelles variables). Le nombre de Reynolds $Re \triangleq \frac{L u_0}{\nu}$ apparaît dans le dernier terme. En posant $t' = t u_0 / L$ et $P' = P / (\rho u_0^2)$, l'équation s'écrit finalement :

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t'} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' = -\nabla P' + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}'. \quad (1.4)$$

Cette équation ne fait plus apparaître que des grandeurs sans dimension, ce qui revient à dire que pour peu que le nombre de Reynolds soit le même, les solutions seront également les mêmes. Lorsque la taille de l'expérience est multipliée par deux à nombre de Reynolds constant, toutes les valeurs de vitesse sont divisées par deux, mais les lignes de champ sont homothétiques. De cette manière, il est possible de reproduire en laboratoire des comportements qui ont lieu à l'échelle planétaire, comme des cyclones. Caractéristique supplémentaire, le temps caractéristique d'évolution L/u_0 varie comme L^2 , de sorte que la réduction de l'échelle amène également une réduction de temps d'évolution. C'est un avantage crucial pour les simulations océanographiques (par exemple).

Dans la quête d'universalité qui sous-tend la recherche en turbulence, cette propriété est déjà une grande avancée. Elle signifie qu'à géométrie donnée, la taille de l'écoulement n'a pas d'importance. Seule compte la valeur du nombre de Reynolds. Malheureusement, il ne sera d'aucun secours pour comparer les comportements dans deux géométries différentes. L'expérience montre cependant que de grandes valeurs du nombre de Reynolds ($> 10^4$) sont associées à des comportements turbulents, quelles que soient les conditions limites. Afin de faire des comparaisons quantitatives, il est nécessaire d'introduire un nombre de Reynolds un peu différent, basé sur des grandeurs liées uniquement à l'écoulement, et plus aux conditions limites (*cf* 1.2.3, page 19).

1.1.4 Équation de Reynolds

Dans son ensemble, le comportement d'un écoulement turbulent est imprédictible. À défaut, on peut espérer pouvoir calculer le champ de vitesse moyenne. Reynolds, le premier, a eu l'idée de décomposer le champ de vitesse d'un écoulement turbulent en une partie moyenne et une partie fluctuante. On note $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ la valeur de la vitesse en un point de l'espace, à un instant donné. Si l'on suppose que l'écoulement est stationnaire, alors il est possible de calculer la valeur moyenne de la vitesse en tout point. Cette moyenne est définie par

$$\langle \mathbf{u}(\mathbf{r}) \rangle \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) dt. \quad (1.5)$$

Il est alors possible de décomposer le champ de vitesse comme :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \triangleq \langle \mathbf{u}(\mathbf{r}) \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t). \quad (1.6)$$

La quantité $\mathbf{u}'$ définie par cette relation est appelée vitesse fluctuante. C'est, instantanément, l'écart à la vitesse moyenne. En injectant cette décomposition (dite "de Reynolds") dans les équations de Navier-Stokes et de continuité, on obtient l'équation de Reynolds [56] :

$$\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-P \delta_{ij} + 2\mu \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) + \rho \langle u'_i u'_j \rangle \right] \quad (1.7)$$

(La convention de sommation d'Einstein est utilisée $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$, δ est le symbole de Kronecker). Cette équation est tout à fait analogue à l'équation de Navier-Stokes, appliquée au champ de vitesse moyenne dans un écoulement stationnaire, à un terme près ($\rho \langle u'_i u'_j \rangle$). Ce terme fait intervenir la moyenne du produit de vitesses fluctuantes, il nécessite une seconde équation pour être calculé. Apparaît ici le problème de fermeture, qui est caractéristique des systèmes stochastiques non-linéaires. Si l'on décompose une solution (u) de l'équation de base (Navier-Stokes) en une somme ($\langle u \rangle + u'$), chaque terme de la somme n'est pas individuellement solution de l'équation. Dans le cas présent, l'équation portant sur la vitesse moyenne fait intervenir le tenseur de covariance de la vitesse fluctuante. Il est possible d'exprimer ce tenseur, mais l'équation obtenue fait intervenir le tenseur de covariance d'ordre trois, et ainsi de suite. Aucune fermeture exacte n'existe à ce jour pour l'équation de Navier-Stokes. Pour arriver à fermer le problème quand même, il faut chercher une relation physiquement plausible entre le tenseur de covariance et la vitesse moyenne, faisant éventuellement intervenir des tenseurs d'ordre supérieur (modèle de viscosité turbulente, modèle E.D.Q.N.M. (Eddy-Damped Quasi Normal Markovian), etc.).

1.2 Turbulence eulérienne

1.2.1 La cascade turbulente

Lorsque le nombre de Reynolds prend de grandes valeurs, le terme exprimant les forces de viscosité dans l'équation 1.4 devient très petit devant celui d'advection. En première approximation, il peut donc être négligé. Si cette hypothèse était exacte, cela signifierait que les mouvements turbulents ne font pas du tout intervenir la viscosité, et que par conséquent, il n'y aurait pas de dissipation d'énergie. Un fluide mis en mouvement turbulent (le café par une cuillère par exemple) ne devrait donc jamais revenir au repos, ce qui n'est pas le cas. De l'énergie est donc dissipée, et seule la viscosité peut le permettre. Le terme correspondant dans l'équation ne peut donc pas toujours être négligé.

Revenons sur la troisième caractéristique des écoulements turbulents que nous avons signalée, à savoir l'existence de multiples échelles. À chacune d'entre elle est associé un nombre de Reynolds *local*, dont la définition s'appuie sur les grandeurs à l'échelle considérée ($u(l)l/\nu$, où $u(l)$ est la vitesse caractéristique associée à l'échelle l , et ν la viscosité cinématique). La dissipation ne rentrera en jeu que pour des échelles où ce nombre de Reynolds sera voisin ou plus petit que un. C'est, formulé en d'autres termes, l'idée proposée par Richardson en 1922 [49]. Un écoulement turbulent est toujours produit par un phénomène de grande taille, que nous appellerons grande échelle (typiquement la taille de la paroi mobile mettant en mouvement le fluide, c'est-à-dire la pompe, ou son orifice de refoulement). Le mouvement uniforme du fluide à cette échelle ne peut en général se maintenir, et il apparaît rapidement des instabilités, qui produisent des tourbillons (zones de l'écoulement dans laquelle le fluide subit un mouvement de rotation important, en plus de la translation). La taille caractéristique de ces tourbillons (leur "diamètre") est inférieure à la grande échelle. Si elle n'est pas suffisamment petite pour que le terme de viscosité soit important, ces tourbillons se brisent eux-mêmes en d'autres tourbillons, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la taille caractéristique soit telle que les termes de viscosité soient prépondérants. La transition entre les deux comportements se fait pour une échelle notée η où le nombre de Reynolds local est voisin de un (échelle de Kolmogorov). L'énergie peut finalement se dissiper sous forme de chaleur. Ce principe d'évolution des écoulements turbulents,

très schématique, porte le nom de cascade. Il est à la base d'à peu près toutes les tentatives de modèles statistiques existants.

L'un des intérêts de cette conception est de fournir un élément d'universalité. À grande échelle, l'écoulement dépend très fortement des conditions limites, par la forme des parois. La première instabilité est toujours unidimensionnelle ou assimilée [56] (axisymétrique par exemple), de sorte que la géométrie de l'écoulement a encore de l'influence. Les instabilités suivantes ont, par contre, tendance à être tridimensionnelles, et leur nombre aidant, l'écoulement perd petit à petit toute mémoire de la géométrie des conditions limites au fur et à mesure que l'on diminue l'échelle d'analyse. Pour une échelle suffisamment petite devant celle caractéristique de l'écoulement, il est permis de penser que le comportement ne dépend plus des conditions limites, ni en translation, ni en rotation. On parle alors de turbulence statistiquement homogène et isotrope. C'est cette turbulence idéale qui a reçu toutes les attentions depuis les travaux fondateurs de Kolmogorov.

1.2.2 Le modèle de Kolmogorov (1941)

Kolmogorov, en reprenant les idées de Richardson, établit en 1941 [20, 23] un modèle statistique quantitatif du comportement de la turbulence homogène et isotrope des fluides incompressibles, désigné généralement sous le nom de "K41". La première rupture que fait Kolmogorov avec les études précédentes est de se placer dans un cadre totalement aléatoire. Dans la mesure où l'écoulement est imprédictible en détail, seules des moyennes pourront fournir des renseignements. Toute sa démonstration est basée sur l'étude des incréments de vitesse, définis par [45] :

$$\delta \mathbf{u}(\mathbf{l}, \mathbf{x}, t) \triangleq \mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{l}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t). \quad (1.8)$$

Dans un volume de l'espace suffisamment petit (par rapport à la grande échelle de l'écoulement), l'écoulement n'est plus influencé par les parois, et a atteint un état d'homogénéité et d'isotropie locale. Par conséquent, il est fait l'hypothèse que statistiquement les incréments ne dépendent pas du point $\mathbf{x}$, ni du temps, et qu'une même rotation du champ de vitesse et du vecteur $\mathbf{l}$ laisse l'incrément identique (statistiquement). Dans la suite, nous ne considérerons que les incréments dit "longitudinaux", pour lesquels $\mathbf{u}$ est projeté sur le vecteur unitaire colinéaire à $\mathbf{l}$. L'hypothèse d'isotropie nous permettra de ne considérer dans ce cas que des scalaires.

Le modèle de cascade de Richardson présenté au paragraphe précédent suppose que l'énergie est injectée dans l'écoulement à grande échelle (L), puis est transférée progressivement vers les petites échelles, où elle est dissipée par frottement visqueux. L'expérience démontre qu'en moyenne toute la puissance injectée est dissipée à petite échelle : aucune accumulation d'énergie n'est constatée à des échelles intermédiaires (la vitesse ne diverge jamais), de sorte que le taux de transfert d'énergie d'une échelle à l'autre ne dépend pas de l'échelle. Il est d'usage de noter ϵ le *taux de dissipation* d'énergie par unité de masse et de temps. Nous l'appellerons également par abus de langage *taux de transfert*.

La première hypothèse faite consiste à considérer que si l'échelle l est bien inférieure à la grande échelle L , toute influence du mécanisme d'injection a été perdue, et par conséquent, à échelle donnée, tous les comportements ne dépendent que de ϵ et ν . Il est possible de former avec ces deux paramètres trois grandeurs caractéristiques : η , une longueur, δu_η , une vitesse et τ_η , un temps.

$$\eta \hat{=} \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.9)$$

$$\delta u_\eta \hat{=} (\epsilon \nu)^{\frac{1}{4}} \quad (1.10)$$

$$\tau_\eta \hat{=} \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.11)$$

Ces grandeurs font intervenir la valeur de la viscosité, elles sont donc caractéristiques d'une échelle de dissipation. À titre de confirmation, le nombre de Reynolds local basé sur ces grandeurs vaut $\eta \delta u_\eta / \nu = 1$.

Expérimentalement, on constate que le rapport entre l'échelle d'injection d'énergie et celle de dissipation est d'autant plus élevé que le nombre de Reynolds est grand. La seconde hypothèse consiste à supposer que pour des séparations suffisamment grandes, les échelles intermédiaires entre L et η ne sont influencées ni par les conditions limites, ni par la viscosité, de sorte que les comportements associés ne dépendent que du taux de dissipation ϵ , et plus de la viscosité ν . Il n'est pas possible de former un nombre sans dimension avec seulement ϵ et l'échelle, de sorte qu'aucune valeur caractéristique (indépendante de l'échelle) n'existe. Par contre, il est possible, pour une échelle l donnée de définir une vitesse, et un temps :

$$\delta u(l) \hat{=} (\epsilon l)^{\frac{1}{3}} \quad (1.12)$$

$$\tau(l) \hat{=} \left(\frac{l^2}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.13)$$

Insistons sur le fait que toutes ces relations ont été déduites d'arguments purement dimensionnels, et que les éventuels facteurs constants sans dimension ont été omis. L'expérience montre qu'ils ont des valeurs proches de un. Notons enfin qu'aucune référence à l'équation de Navier-Stokes n'a été nécessaire.

Le raisonnement qui vient d'être fait a permis de définir trois domaines d'échelles. Pour de grandes échelles (de l'ordre de L), le comportement est fortement influencé par les conditions limites, et n'est pas universel. Il contient l'essentiel de l'énergie. Pour des échelles nettement plus petites, mais encore grandes devant la longueur de Kolmogorov η , ni les conditions limites ni la viscosité n'ont d'influence sur l'écoulement. Dans cette zone, l'énergie est transférée des grandes vers les petites échelles sans dissipation, c'est pourquoi ce domaine est qualifié d'inertiel. Enfin, lorsque les échelles sont de l'ordre de η , la viscosité commence à avoir un effet sensible, et l'énergie est dissipée : c'est le domaine dissipatif.

Cette théorie a connu un succès remarquable, car elle était la première à fournir des prédictions semi-quantitatives sur les écoulements turbulents. En particulier, la relation d'échelle 1.12 implique que le spectre d'un signal de turbulence doit avoir un comportement en loi de puissance, d'exposant $-5/3$ dans le domaine inertiel, ce qui se vérifie en pratique assez bien [32].

1.2.3 Échelle intégrale et échelle de Taylor

La théorie élaborée par Kolmogorov ne définit pas précisément la notion de grande échelle. Une méthode pour y parvenir consiste à calculer des fonctions d'autocovariance spatiales :

$$R^E(\mathbf{x}, \mathbf{l}, t) \hat{=} \langle u'(\mathbf{x} + \mathbf{l}, t) u'(\mathbf{x}, t) \rangle \quad (1.14)$$

u' est la projection de $\mathbf{u}'$ sur un vecteur quelconque, $\langle \rangle$ désigne la moyenne sur les réalisations du champ de vitesse. Nous ne considérerons dans cette partie que les fonctions *longitudinales*, pour lesquelles la vitesse est projetée sur un vecteur colinéaire à $\mathbf{l}$, de sorte que nous éliminerons dans les notations toute référence aux vecteurs. De plus, nous nous plaçons dans une situation où l'écoulement est homogène et stationnaire. Nous utiliserons les fonctions d'autocorrélation définies par :

$$\gamma^E(l) \triangleq \frac{\langle u'(x+l)u'(x) \rangle}{\langle u'(x)u'(x) \rangle} \quad (1.15)$$

Avec cette expression, l'autocorrélation vaut l'unité pour le décalage spatial nul ($l = 0$). Bien que la notation ne fasse pas apparaître de direction, il est clair que la fonction d'autocorrélation ne sera invariante par rotation du vecteur de projection que si l'écoulement est isotrope.

Il est possible de définir deux échelles de longueur à partir de l'autocorrélation. La première est la *longueur intégrale* L_E définie par :

$$L_E \triangleq \int_{\mathbb{R}} \gamma^E(l) dl \quad (1.16)$$

Cette longueur est une quantité grande échelle, mais est en général plus petite que la taille maximale de l'écoulement. On constate expérimentalement qu'elle ne dépend pas de la vitesse moyenne de l'écoulement, c'est-à-dire du nombre de Reynolds, contrairement aux quantités petite échelle comme l'échelle de Kolmogorov.

La seconde longueur définissable est l'échelle de Taylor, que nous noterons λ :

$$\lambda \triangleq \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \gamma^E}{\partial l^2}(0)} \quad (1.17)$$

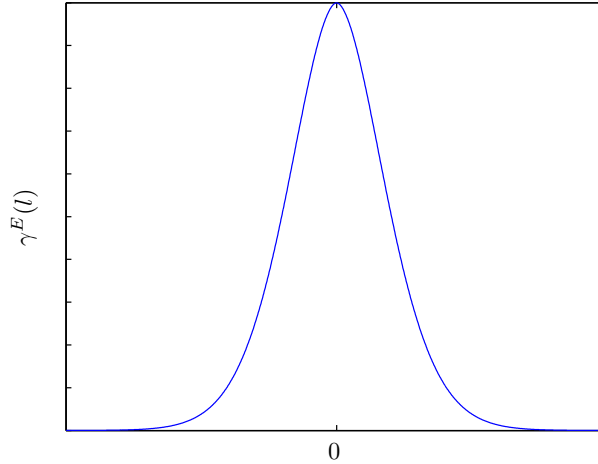


FIG. 1.1 – Allure de la fonction d'autocorrélation spatiale eulérienne.

Cette définition fait intervenir la *courbure* de la fonction d'autocorrélation autour du décalage nul. Le bien-fondé de la définition repose sur la constatation expérimentale que la courbe d'autocorrélation spatiale a toujours l'allure montrée sur la figure 1.1. En particulier, il est toujours

possible de définir la parabole osculatrice autour de zéro. L'échelle de Taylor n'est ni une quantité grande échelle (elle dépend du nombre de Reynolds), ni une quantité petite échelle (elle ne dépend pas du nombre de Reynolds de la même manière que l'échelle de Kolmogorov). Elle se situe dans le régime inertiel, où les conditions aux limites n'ont que très peu d'influence. λ est donc une quantité universelle, dans la mesure où sa définition ne fait pas intervenir la géométrie particulière de l'écoulement. Il est possible de définir un nombre de Reynolds à partir de cette échelle :

$$R_\lambda \triangleq \frac{\sigma_u \lambda}{\nu} \quad (1.18)$$

(σ_u est l'écart-type du champ de vitesse à grande échelle). Ce nombre de Reynolds décrit la turbulence sans référence au type d'écoulement. Il permettra donc dans une certaine mesure de comparer entre eux des écoulements turbulents totalement différents, ce qui n'est pas possible avec le nombre de Reynolds classique. Notons toutefois que R_λ est proportionnel à $\text{Re}^{1/2}$, le facteur de proportionnalité dépendant de la géométrie de l'écoulement. Dans la suite du texte, le terme "nombre de Reynolds" désignera donc R_λ et pas Re .

1.2.4 Relation de Kármán-Howarth

La relation de Kármán-Howarth est un résultat obtenu directement à partir de l'équation de Navier-Stokes et en ce sens, rentre dans la catégorie des résultats "exacts". Soit un vecteur $\mathbf{l}$ quelconque. Soit D_p^E , la fonction de structure longitudinale d'ordre p définie par [45] :

$$D_p^E(l) \triangleq \left\langle \left((\mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{l}) - \mathbf{u}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\mathbf{l}}{l} \right)^p \right\rangle. \quad (1.19)$$

Il s'agit de l'espérance mathématique de l'incrément projeté mis à la puissance p . Sous l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie, D_p^E dépendra uniquement de la séparation spatiale l . Définissons également le taux de dissipation par :

$$\epsilon = \frac{\nu}{2} \sum_i \sum_l \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle \quad (1.20)$$

Il est possible de déduire de l'équation de Navier-Stokes la relation dite de Kármán-Howarth, qui est valable pour des décalages spatiaux l petits devant la grande échelle de l'écoulement :

$$-\frac{2}{3}\epsilon - \frac{1}{2} \frac{\partial D_2^E}{\partial t} = \frac{1}{6l^4} \frac{\partial (l^4 D_3^E)}{\partial l} - \frac{\nu}{l^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(l^4 \frac{\partial D_2^E}{\partial l} \right) \quad (1.21)$$

Dans le cas particulier d'un écoulement stationnaire, l'équation précédente s'intègre pour donner finalement :

$$D_3^E(l) = -\frac{4}{5}\epsilon l + 6\nu \frac{\partial D_2^E}{\partial l}. \quad (1.22)$$

Tant que l est dans le régime inertiel, l'effet de la viscosité est très faible et le second terme peut être négligé. Le résultat donne le lien entre la fonction de structure d'ordre trois et le taux de dissipation :

$$D_3^E(l) = -\frac{4}{5}\epsilon l \quad (1.23)$$

Remarquons que cette relation (déduite de l'équation de Navier-Stokes) prédit une fonction de structure d'ordre trois non nulle, ce qui indique que la densité de probabilité des incréments $\mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{l}) - \mathbf{u}(\mathbf{x})$ est non symétrique. Le signe de la fonction de structure est nécessairement négatif, car le taux de dissipation est positif. Ceci implique que la loi statistique des incréments est *non gaussienne*. Toutes ces déductions se vérifient expérimentalement dans tous les écoulements turbulents.

1.2.5 L'intermittence

Malgré son succès, la théorie de 1941 présentait quelques failles aussi bien théoriques que pratiques. Avec un raisonnement analogue à celui du paragraphe 1.2.2, la fonction de structure s'exprime pour l dans le domaine inertiel par :

$$D_p^E(l) \propto (\epsilon l)^{p/3}. \quad (1.24)$$

Cette prédiction, valable dans le cadre de la théorie de 1941, n'est pas bien vérifiée expérimentalement. Le comportement en loi de puissance se fait dans un domaine d'échelles très restreint, avec des exposants [2] qui ne correspondent à peu près à la théorie que pour $p = 3$. Pour les autres valeurs de p , l'expérience montre un comportement de D_p^E en fonction de l compatible avec une loi de puissance d'exposant ζ_p différent de $p/3$ ($D_p^E(l) \propto l^{\zeta_p}$). Ce comportement est lié à la déformation des densités de probabilité des incréments lorsque l change. Pour l à grande échelle, la densité de probabilité de $\delta u(l)$ est quasiment gaussienne. Plus l diminue, et plus la forme se rapproche d'une exponentielle étirée, qui est beaucoup plus aplatie que celle de la gaussienne. Ce phénomène est connu sous le nom d'*intermittence*. Cette dénomination se justifie par le fait que dans les petites échelles, des événements très violents arrivent *de temps en temps*. Ce sont eux qui augmentent l'aplatissement de la densité de probabilité.

Pour rendre compte de ce phénomène, Kolmogorov et Obukhov présentent en 1962 un second modèle (dit "KO62") [21, 40]. Dans ce nouveau cadre, le taux de dissipation devient une fonction aléatoire dépendant de la position. La moyenne des fonctions de structure ne suit (par hypothèse) la loi de K41 qu'en moyenne conditionnelle. Si l'on note ϵ_l la moyenne spatiale de ϵ sur une boule de rayon l et δu l'incrément de vitesse longitudinal à l'échelle l , alors la moyenne de l'incrément sachant la valeur de la dissipation vaut :

$$\langle (\delta u)^p | \epsilon_l = \epsilon \rangle = C_p (\epsilon l)^{p/3}. \quad (1.25)$$

C_p est un coefficient de proportionnalité indépendant de l . L'intermittence s'explique alors par les fluctuations *spatiale* du taux de dissipation. En effet, la fonction de structure d'ordre p s'écrit :

$$D_p^E(l) \hat{=} \langle (\delta u)^p \rangle = \langle \langle (\delta u)^p | \epsilon_l \rangle \rangle = C_p \langle \epsilon_l^{p/3} \rangle l^{p/3}. \quad (1.26)$$

La théorie postule ensuite un comportement log-normal pour la variable ϵ_l . En notant ϵ_0 la moyenne d'ensemble de ϵ_l , $\ln \frac{\epsilon_l}{\epsilon_0}$ est une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle. La

variance suit un comportement en loi de puissance d'exposant μ :

$$\frac{\langle \epsilon_l^2 \rangle}{\epsilon_0^2} \propto \left(\frac{L}{l} \right)^\mu, \quad (1.27)$$

de sorte qu'on a pour la fonction de structure l'expression

$$D_p^E(l) = C_p' \epsilon_0^{p/3} l^{p/3 - \frac{\mu}{48} p(p-3)}, \quad (1.28)$$

qui rend bien compte des résultats expérimentaux [2].

Ce modèle pour expliquer l'intermittence n'est pas le seul à avoir été proposé. Un certain nombre de travaux ont ainsi porté sur une modélisation multifractale, qui est en fait une généralisation du modèle KO62. On peut citer de β -modèle de Frisch [15] et son extension par Parisi et Frisch [44], ainsi que le modèle de She et Lévêque [53]. Une approche complètement différente (et donnant des résultats en contradiction avec l'approche multifractale) a été également proposée par Castaing [6], selon un principe variationnel.

1.3 Turbulence lagrangienne

1.3.1 Point de vue lagrangien

Jusqu'à présent, notre description des écoulements n'a été que purement *eulérienne*, c'est-à-dire que toutes les quantités étaient définies pour une position donnée de l'espace. Il est possible alternativement de définir toutes les grandeurs comme étant liées à une particule fluide. C'est la description *lagrangienne*. Notons $\mathbf{v}(\mathbf{r}_0, t)$ la *vitesse* à l'instant t de la particule fluide qui se trouvait à la position $\mathbf{r}_0$ à l'instant $t = 0$. C'est $\mathbf{r}_0$ qui permet de distinguer les différentes particules fluides. Notons de même $\mathbf{r}(\mathbf{r}_0, t)$ la *position* de la même particule fluide. Le lien entre les deux descriptions lagrangienne et eulérienne s'écrit : $\mathbf{v}(\mathbf{r}_0, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}(\mathbf{r}_0, t), t)$ (la vitesse eulérienne en un point est la vitesse de la particule qui passe en ce point à l'instant considéré).

Il est possible d'exprimer l'équation de Navier-Stokes en fonction de champs uniquement lagrangiens (vitesse et pression). La forme obtenue est celle d'une équation différentielle d'ordre deux faisant intervenir des non-linéarités d'ordre cinq [34]. Assez peu d'auteurs s'y sont donc consacrés. Il n'en reste pas moins que la formulation lagrangienne est la seule praticable pour modéliser un certain nombre de phénomènes, dont la dispersion de contaminants ou le mélange, qui interviennent dans les écoulements industriels et géophysiques. Afin d'établir des modèles de bonne qualité, et faute de pouvoir résoudre les équations de manière mathématique, il est nécessaire de disposer de mesures ou de calculs numériques. Ceux-ci, à quelques exceptions près, n'ont été disponibles qu'assez récemment.

1.3.2 Raisonnements dimensionnels

L'utilisation de raisonnements dimensionnels analogues à ceux sous-tendant la première théorie de Kolmogorov (1941) permet de prédire des comportements raisonnables pour la vitesse d'une particule fluide en fonction de l'échelle. Les échelles, contrairement au cas eulérien, ne sont pas spatiales mais temporelles, car pour une particule fluide donnée, sa vitesse ne dépend que du temps. Nous noterons dans la suite par la lettre τ l'échelle temporelle considérée. Comme précédemment, l'écoulement est caractérisé par une hiérarchie d'échelles allant d'une *grande*

échelle T à une *petite échelle* τ_η (équation 1.11, page 19). Définissons la fonction de structure lagrangienne d'ordre p par :

$$D_p^L(\tau) \hat{=} \langle (v(t+\tau) - v(t))^p \rangle \quad (1.29)$$

(v désigne la projection de la vitesse de la particule sur un vecteur donné). À grande échelle, l'écoulement est caractérisé par le temps T , et l'écart type de la vitesse σ_L . Dans le domaine inertiel, c'est-à-dire pour des temps τ tels que $\tau_\eta \ll \tau \ll T$ (ce qui n'est possible que si le nombre de Reynolds est suffisamment grand), les conditions limites ainsi que la viscosité n'ont aucune influence. Les fonctions de structure ne dépendent donc que du taux de dissipation, et de l'échelle locale τ . On a

$$D_p^L(\tau) \propto (\epsilon\tau)^{p/2} \quad (1.30)$$

Le raisonnement étant identique au cas eulérien, il est normal d'aboutir à une formule très voisine de la précédente (formule 1.24, page 22). Deux différences importantes existent toutefois. La première est la présence d'un facteur deux au lieu de trois dans l'exposant du taux de dissipation. La seconde réside dans le facteur multiplicatif global (non écrit ici). Sa valeur est reliée à celle du facteur correspondant en eulérien, mais la relation entre les deux n'est pas simple. D'une manière plus générale, le passage entre les deux représentations eulérienne et lagrangienne (qui sont équivalentes dans la description de l'écoulement) n'est pas trivial [7, 54].

Pour $p = 2$, on a $D_2^L(\tau) \propto \epsilon\tau$, ce qui dans l'espace de Fourier se traduit par un spectre en loi de puissance d'exposant -2 . Contrairement au cas eulérien, où le spectre de puissance d'exposant $-5/3$ a été observé très tôt, la vérification en laboratoire de la prédiction du spectre lagrangien n'a été faite qu'assez récemment [35]. Il convient d'être très prudent dans la confiance que l'on donne à un tel résultat expérimental. L'exposant -2 est très facilement obtenu sur un spectre, sans que la physique y soit pour grand chose. Des parasites impulsions peuvent l'expliquer, et plus généralement toute discontinuité (effet de quantification, raccordements de signaux, et tout phénomène créant un signal constant par morceaux). Les procédés de calcul eux-mêmes peuvent imposer le spectre : si aucune fenêtre d'apodisation n'est utilisée, le calcul d'une transformée de Fourier rapide fournira un spectre de pente -2 *au minimum*. Comme cas particulier, le calcul du spectre à partir de la fonction d'autocorrélation temporelle ne peut permettre d'estimer l'exposant du spectre que si celui-ci est strictement supérieur à -2 . Ces problèmes ne se posent pas dans le cas eulérien.

1.3.3 Expériences et simulations numériques

Expérimentalement, le simple fait de suivre une particule fluide est déjà un problème ardu, il est encore plus difficile de mesurer une autre grandeur au long de cette trajectoire (la pression, par exemple). La situation est plus favorable en simulation numérique, où toutes les grandeurs sont accessibles de manière parfaitement non intrusive. La méthode la plus utilisée consiste à calculer un champ de vitesse eulérien sur une grille échantillonnée régulièrement, puis de calculer la trajectoire de particules fictives se déplaçant dans ce champ de vitesse. Cette dernière opération nécessite de prendre quelques précautions, et il n'est pas du tout assuré que les trajectoires obtenues au final soient exactement celles des particules fluides. Pour éviter cet écueil, on peut envisager des simulations purement lagrangiennes [11], mais leur complexité de calcul les limite pour l'instant à des nombres de Reynolds assez faibles.

Ces difficultés pratiques ont fait que les premières expériences de laboratoire ont utilisé des moyens indirects pour obtenir des statistiques lagrangiennes. Une des premières grandeurs à avoir été mesurée est l'autocorrélation de la vitesse lagrangienne, à cause de son utilité dans les modèles de dispersion et de mélange turbulents. Uberoi et Corrsin [59] puis Shlien et Corrsin [54] ont obtenu une autocorrélation de vitesse lagrangienne dans un écoulement de turbulence de grille en mesurant des profils de température en aval d'un point chaud, placé au centre de la veine de la soufflerie. Les profils sont mesurés de manière eulérienne, l'obtention de l'autocorrélation lagrangienne se fait à l'aide d'un certain nombre d'hypothèses théoriques. Ces travaux ont montré que le temps intégral lagrangien (intégrale de la fonction d'autocorrélation) était bien supérieur au temps intégral eulérien, et que la forme des autocorrélations différait. Néanmoins, étant donné le grand nombre d'hypothèses en jeu, ce résultat méritait d'être vérifié par d'autres moyens.

Afin d'obtenir des mesures directes de l'autocorrélation, il faut parvenir à marquer les particules fluides pour les suivre dans leur mouvement. L'introduction de traceurs permet un tel repérage, bien que l'on ne soit pas assuré que leur mouvement soit bien celui des particules fluides dont elles occupent le volume [33, 35]. La mesure de leur position se fait soit par des moyens optiques, soit acoustiques. Une des premières mesures lagrangiennes en laboratoire à utiliser des traceurs a été celle de Snyder et Lumley [55], qui ont utilisé des appareils photos pour en étudier le mouvement. Des caméras ont ensuite été utilisées dans un certain nombre de travaux (Sato et Yamamoto [50], Virant et Dracos [60], Ott et Mann [47]). Ces méthodes peuvent fournir la trajectoire de plusieurs particules simultanément, ce qui permet l'étude de la dynamique de paires (ou de triplets, ou plus). Ces travaux montrent que le temps intégral lagrangien est plus important que le temps intégral eulérien, avec des facteurs dépendant du nombre de Reynolds. La forme des autocorrélations est très proche de celle d'une exponentielle, ce qui a été également confirmé par des simulations numériques [65, 64, 36].

Dans tous les travaux présentés ci-dessus, le nombre de Reynolds est très peu élevé à cause de l'utilisation de caméras, dont la fréquence d'échantillonnage est faible (inférieure à 100 Hz). Or, pour augmenter le nombre de Reynolds en laboratoire, on ne peut faire autrement que d'augmenter la vitesse de l'écoulement (la taille de l'expérience étant limitée assez vite par la taille du bâtiment). Il est donc indispensable d'utiliser des cadences d'enregistrement très élevées, et pour gagner en résolution spatiale, d'utiliser de grandes tailles de capteur. Le débit et le volume de données sont tels que leur manipulation est hors de portée de la technique, même récente, pour peu que l'on cherche à obtenir toute la gamme d'échelles temporelles prédite par la théorie de Kolmogorov (qui malgré ses lacunes, fournit un ordre de grandeur tout à fait raisonnable). Le défi consiste à réduire *lors de la mesure* le débit d'information, pour pouvoir gagner en dynamique spatiale et temporelle, et donc en nombre de Reynolds.

Bodenschatz et collaborateurs [62, 24, 61] ont effectué des mesures dans un écoulement fermé du type Von-Kármán. En se restreignant à suivre un seul traceur à un instant donné, ils ont pu utiliser des capteurs optiques linéaires plutôt que matriciels, passant ainsi le débit de données de N^2 à N . Il leur a donc été possible d'augmenter la fréquence d'acquisition dans des proportions considérables, tout en restant dans les possibilités de l'électronique actuelle. D'une centaine de hertz au maximum pour une caméra, ils sont passés à 70 kHz, permettant ainsi l'étude de l'accélération des particules fluides, chose qui n'avait jamais été obtenue précédemment avec une telle précision, et dans un écoulement avec un nombre de Reynold aussi élevé ($\mathbb{R}_\lambda \simeq 1000$). Par contre, le volume dans lequel les particules sont détectables est de taille si faible qu'il n'est pas possible de les suivre sur plus de quelques dizaines de temps de

Kolmogorov, limitant ainsi l'exploitation à l'étude de l'accélération.

Une seconde solution, utilisée par Mordant et Pinton [35, 37], consiste, toujours dans le cas d'un traceur unique, à utiliser l'effet Doppler acoustique. La réduction de débit par rapport à l'utilisation de caméra est sensiblement la même que pour l'expérience précédente. D'autre part, la mesure fournit directement la *vitesse* de la particule fluide, éliminant du même coup la nécessité d'appliquer une dérivée sur la position, opération qui est très sensible au bruit. L'écoulement d'étude est le même que précédemment (écoulement de Von-Kármán), et de taille voisine. Par rapport à la méthode optique, la distance de suivi est nettement plus importante, ce qui a permis l'étude du régime inertiel lagrangien. L'utilisation de l'acoustique impose des tailles de traceurs plus importantes qu'avec la méthode optique, ce qui a borné inférieurement la résolution spatiale et temporelle un peu au-dessus des échelles de Kolmogorov correspondantes.

Les résultats obtenus à l'aide de ces deux expériences sont tout à faits concordants. Elles ont mis en évidence de manière irréfutable la présence d'intermittence lagrangienne, qui se manifeste de manière beaucoup plus visible que dans le cas eulérien. La fonction d'autocorrélation présente une forme très proche d'une exponentielle, le spectre présente un petit domaine inertiel où un comportement en loi de puissance d'exposant -2 est visible.

Quasiment au même moment que les expériences, les simulations numériques de turbulence ont permis d'obtenir des trajectoires de particules lagrangiennes [36, 65, 3]. Bien que les nombres de Reynolds des écoulements simulés soient bien plus faibles que ceux obtenus en laboratoire, les simulations reproduisent correctement les comportements observés expérimentalement. Elles permettent également d'obtenir des renseignements très difficiles à extraire d'un écoulement de laboratoire, comme les valeurs de pression ou de vorticité le long d'une trajectoire [36].

Les expériences dans l'atmosphère et l'océan sont des cas particuliers par rapport à tout ce qui a été présenté. Étant donnée l'immense gamme d'échelles mises en jeu, la réalisation de traceurs lagrangiens instrumentés est possible sans pour autant diminuer la dynamique de manière rédhibitoire [12]. En contrepartie, les conditions expérimentales ne sont pas contrôlables, et l'écoulement ne présente aucune des caractéristiques recherchées en laboratoire (homogénéité, isotropie, stationnarité, en particulier).

Chapitre 2

Traceurs et bulles de savon

Un point commun à toutes les méthodes de suivi lagrangien est la nécessité de marquer d’une manière la plus neutre possible les particules fluides. Même si dans l’idéal, les “étiquettes” ne doivent pas perturber le fluide, cela reste en pratique un défi. Mis à part quelques méthodes très particulières, comme le système RELIEF [39], la solution pratique la plus couramment retenue consiste à ensemençer l’écoulement avec des particules, dont les caractéristiques doivent se rapprocher le plus possible de celles du fluide. Une fois ce repérage effectué, il est possible d’effectuer des mesures.

Les traceurs utilisés pour notre étude devaient présenter deux caractéristiques très importantes. Ils devaient à la fois avoir une densité moyenne la plus proche que possible de celle de l’air, pour pouvoir se comporter comme des traceurs lagrangiens, et être capable de diffuser suffisamment les ondes sonores, pour pouvoir être détectés. Nous présentons dans ce chapitre les raisons pour lesquelles l’utilisation de bulles de savon permet de satisfaire ces deux contraintes simultanément.

2.1 Écoulement d’étude

Le jet d’air dans lequel ont été effectuées les mesures est produit par une soufflerie consistant en un tube de 12 cm de diamètre, au bout duquel est fixée une section convergente terminée par un orifice circulaire de 2,25 cm. Le jet se développe dans la pièce sur une distance d’environ 5,5 m (ce qui correspond à 240 diamètres de buse). À cette distance, la largeur à mi-hauteur du profil de vitesse est de 60 cm. Les mesures ont été faites à des distances allant de 1 m après la buse jusqu’à 2,5 m (respectivement 44 à 110 diamètres de buse).

Aucun système particulier de recyclage d’air n’est prévu : il se fait autour du jet, dans la pièce. Le ventilateur utilisé permet d’atteindre, au niveau de la buse, des vitesses allant de l’arrêt presque total à environ $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Nous avons au cours de nos mesures utilisé principalement la vitesse maximale. Quelques enregistrements ont également été effectués avec une vitesse moitié. Pour peu que les mesures soient faites suffisamment loin de la buse, l’écoulement peut être considéré comme pleinement turbulent. Nous nous sommes placés dans tous les cas à une distance supérieure à quarante fois le diamètre de la buse, c’est-à-dire dans la zone où le jet est autosimilaire au moins à l’ordre deux [45].

Pour mesurer les caractéristiques de l’écoulement, nous avons procédé comme suit. Des mesures au fil chaud placé sur l’axe du jet, à une distance z de la buse, permettent de calculer la fonction de structure compensée d’ordre 3 : $S_3^E(l) \hat{=} -\langle (u(z+l) - u(z))^3 \rangle / l$ (u est la vitesse

longitudinale eulérienne instantanée). Les relations suivantes permettent ensuite d'en déduire les échelles et le taux de dissipation ϵ (voir [30] pour la formule 2.1 et également [45]).

$$S_{3\max} = \epsilon \left(\frac{4}{5} - 8,45 \cdot R_\lambda^{-\frac{2}{3}} \right) \quad (2.1)$$

$$R_\lambda = \frac{\sigma_u \lambda}{\nu} \quad \lambda^2 = 15\nu \frac{\sigma_u^2}{\epsilon} \quad \eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (2.2)$$

λ est l'échelle de Taylor, η l'échelle de Kolmogorov, ν la viscosité dynamique, σ_u la déviation standard de la vitesse. Le tableau ci-dessous donne des exemples de valeurs calculées pour les distances à la buse z utilisées pour les mesures. Les courbes correspondantes, ainsi que les cartes de champ de vitesse peuvent être trouvées en annexe A. Dans ce tableau, L_E désigne la longueur intégrale, telle que définie au paragraphe 1.2.3, page 19, v_K est la vitesse à l'échelle de Kolmogorov.

z [m]	ϵ [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$]	η [m]	λ [m]	L_E [m]	v_K [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
1,3	21,3	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$6,2 \cdot 10^{-2}$	0,138
1,8	5,34	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$8,8 \cdot 10^{-2}$	0,0976
2,1	2,80	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-2}$	0,0831
2,5	1,35	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-2}$	0,0693

Pour ces valeurs, $\nu = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

2.2 Choix des traceurs

Nous appellerons par la suite traceur *lagrangien* un objet matériel introduit dans l'écoulement qui suit le même mouvement que la particule fluide dont il occupe le volume. Cette définition n'est bien entendu que théorique, car en pratique un traceur lagrangien ne peut se substituer à un élément de fluide, ne serait-ce que parce qu'il change les conditions limites. Insistons sur le fait que des mesures lagrangiennes en turbulence imposent des contraintes très fortes sur la qualité des traceurs. Il s'agit en effet de pouvoir mesurer des variations extrêmement rapides de vitesse, avec une très bonne résolution spatiale.

2.2.1 Densité

Si l'on veut qu'un traceur réel se rapproche le plus possible de l'idéalité, il est indispensable d'avoir égalité des densités entre le traceur et le fluide environnant, pour annuler complètement la poussée d'Archimède. Cette contrainte est relativement simple à satisfaire lorsqu'on travaille dans un liquide tel que l'eau. Le premier catalogue de matière première venu fournira une longue liste de plastiques dont la densité est extrêmement proche de un. Le problème se pose de manière bien plus aiguë lorsque le fluide est un gaz. Il n'est plus question de travailler ni avec un solide, ni avec un liquide dont les densités sont bien trop élevées. Une solution possible (voir également [50]) – et c'est celle que nous avons adoptée – consiste à utiliser un gaz contenu dans une enceinte, liquide ou solide, à la manière d'un aérostat : une bulle. Si le gaz à l'intérieur

est suffisamment peu dense, il est possible de compenser le poids de l'enceinte et d'obtenir des densités identiques à celles du gaz extérieur.

La bulle étant un système très fragile, les écoulements où elle peut être utilisée sont nettement moins nombreux que pour une particule solide. Des contraintes très fortes la font éclater, une température trop élevée ou trop basse limite sa durée de vie ou empêche son existence, elle est inutilisable dans des gaz trop peu denses, etc. Néanmoins, sous la forme de bulles de savon gonflées à l'hélium dans un écoulement d'air, elle s'est avérée tout à fait fonctionnelle pour nos mesures.

2.2.2 Taille

Du point de vue strictement mécanique, tout pousse à avoir des traceurs les plus petits possible. Cela permet de minimiser leur influence sur l'écoulement, et améliore la mesure en la rendant locale en temps et en espace. Alors qu'une particule solide ou liquide peut théoriquement être rendue aussi petite que matériellement faisable tout en conservant sa densité, la structure même des bulles de savon leur impose une taille minimale (sous la contrainte de densité).

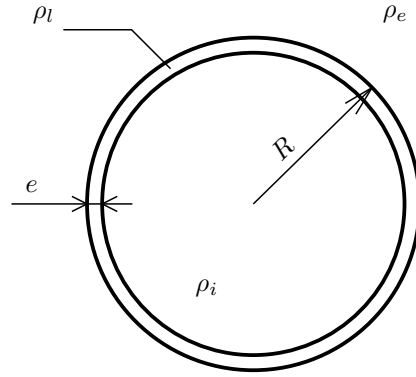


FIG. 2.1 – Représentation schématique d'une bulle de savon.

Appelons R le rayon de la bulle, ρ_i , ρ_e et ρ_l respectivement les densités volumiques des gaz intérieur et extérieur et du liquide, et e l'épaisseur du film de savon (figure 2.1). La poussée d'Archimède (positive vers le haut) s'exprime par

$$F = \frac{4\pi}{3}g [(R^3\rho_e - (R - e)^3\rho_i) - (R^3 - (R - e)^3)\rho_l] \quad (2.3)$$

L'annulation de la poussée d'Archimède ($F = 0$) permet d'aboutir à la formule suivante reliant le rayon de la bulle à l'épaisseur du film :

$$\frac{e}{R} = 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_l - \rho_e}{\rho_l - \rho_i}} \quad (2.4)$$

Dans le cas de bulles de savon gonflées à l'hélium, le rapport ci-dessus vaut

$$1 - \sqrt[3]{1 - \frac{10^3 - 1,29}{10^3 - 0,13}} \simeq 3,86 \cdot 10^{-4}$$

Pour une épaisseur de film minimale de $e = 10$ nm (ce qui est très mince), on a $R \simeq 2,5 \cdot 10^{-2}$ mm. Pour que la bulle ait une durée de vie suffisante, il est nécessaire de travailler avec des films plus épais. Le rayon minimal doit donc être de l'ordre d'un dixième de millimètre. C'est l'ordre de grandeur de la résolution maximale que l'on peut espérer obtenir.

2.3 Fabrication des bulles

Contrairement aux traceurs solides, il n'est pas possible de stocker simplement des bulles de savon. En l'absence de tout choc avec un obstacle, elles ont une durée de vie maximale de l'ordre de quelques minutes. Leur fabrication sur place est donc indispensable, et ce juste au moment de leur utilisation. Nous avons utilisé pour cela une machine fabriquée pendant un temps par la société Deltalab, dont un exemplaire nous a été aimablement prêté par l'université du Havre¹.

2.3.1 Principe

La fabrication d'une bulle requiert deux ingrédients : le liquide formant la paroi de la bulle et le gaz contenu à l'intérieur. Le principe sous-jacent à n'importe quel système de fabrication de bulles est le soufflage du gaz sur un film du liquide. Pour l'eau, la formation du film n'est possible qu'à l'aide de tensio-actifs. Nous désignerons par la suite ce mélange sous le terme de "savon", par opposition à "eau"². Le problème qui se pose en pratique est l'obtention du film. On peut imaginer des systèmes plongeant un anneau dans un réservoir de savon avant de venir le placer devant une buse d'où sort le gaz, à la manière des jouets pour enfants. Cette solution est en fait inutilement compliquée lorsqu'on cherche à fabriquer des bulles de très petites tailles. La seule tension superficielle suffit à la formation du film. La figure 2.2 montre deux photographies de l'injecteur, qui est schématisé sur la figure 2.3.

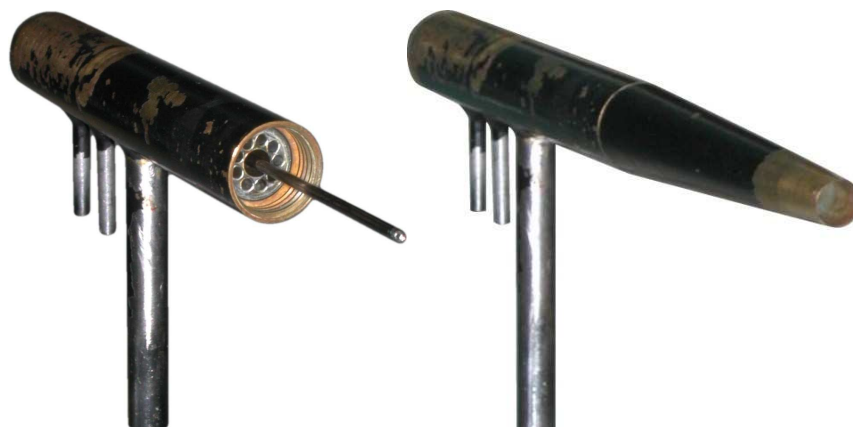


FIG. 2.2 – L'injecteur, avec et sans le tube le plus externe.

Trois écoulements coaxiaux sont en jeu. Le tube le plus interne achemine l'hélium, celui de diamètre immédiatement supérieur contient le savon, et l'ensemble est entouré d'un tube contenant de l'air. Vu le faible diamètre du tube de savon (2 mm), nous parlerons dans la suite

¹Que monsieur Michel Lebey trouve ici toute la gratitude qui lui est due.

²La composition exacte du mélange utilisé est consultable en annexe C.

d’"aiguille" pour désigner l’ensemble des deux tubes les plus petits. Avec de tels rayons, les effets capillaires dominent les effets gravitaires, et le film de savon se forme naturellement au bout de l’aiguille. Si la pression d’hélium est suffisante pour vaincre la tension superficielle, la bulle se gonfle, jusqu’à ce que l’action de l’écoulement d’air extérieur soit suffisante pour l’arracher de l’aiguille, et le cycle recommence (figure 2.4). Une fois le fonctionnement amorcé, la production de bulles se fait de manière ininterrompue et régulière.

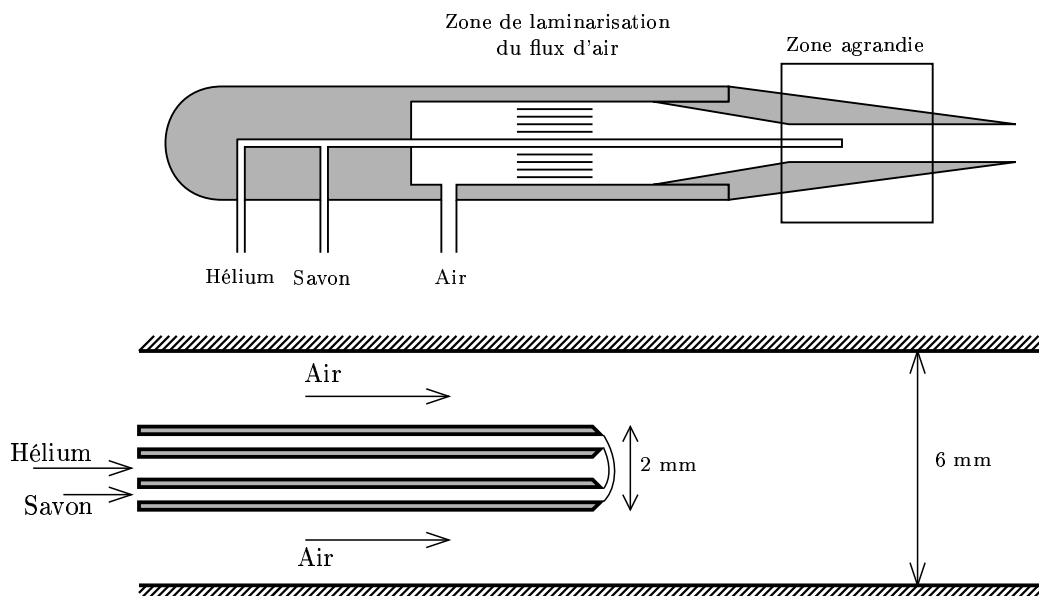


FIG. 2.3 – Schéma de principe de l’aiguille de la machine à bulles

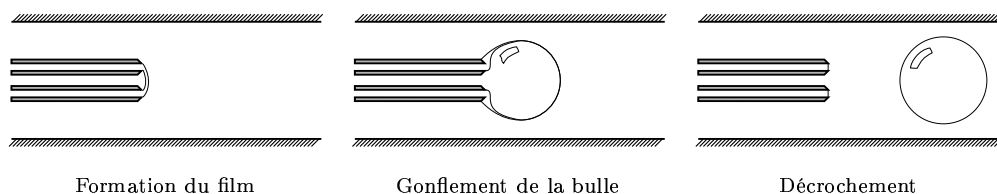


FIG. 2.4 – Cycle de formation d’une bulle.

2.3.2 Paramètres de réglage

Le réglage des débits des différents fluides dans l’injecteur permet de modifier considérablement les caractéristiques des bulles qui en sortent. La taille des bulles est déterminée par l’instant où la bulle est arrachée de l’aiguille. Cet instant dépend de la différence de pression qui s’exerce sur elle, en amont et en aval. Cette différence augmente dans le même sens que la perte de charge – c’est-à-dire lorsque la bulle se gonfle – et dans le même sens que le débit d’air. La taille des bulles peut être modifiée soit en changeant le diamètre du tube extérieur, soit en modifiant le débit d’air. La première solution présente l’avantage d’être une contrainte forte : le diamètre de la bulle ne pourra excéder celui du tube. Malheureusement, elle peut poser des problèmes d’injection dans l’écoulement (voir paragraphe 2.6). La seconde solution impose de

faire varier le débit d'air dans de très larges proportions pour pouvoir faire varier sensiblement la taille des bulles, mais a le mérite de ne pas poser de problèmes d'injection.

Le second paramètre d'intérêt signalé plus haut (§ 2.2) est la densité. Lorsque la taille de la bulle a été fixée par la taille du tube et le débit d'air, la seule grandeur physique sur laquelle on peut jouer est l'épaisseur du film de savon formant la bulle. Cette épaisseur dépend principalement de la vitesse à laquelle se forme la bulle, à débit de savon donné. Il est donc possible de faire varier la densité de la bulle en jouant soit sur le débit d'hélium, soit sur le débit de savon. En pratique, obtenir la stabilité temporelle de la densité des bulles est difficile. En effet, comme nous l'avons signalé plus haut, les effets capillaires qui président à la formation du film de savon semblent également avoir un effet non négligeable sur l'écoulement qui a lieu dans le tube, lorsque les bulles sont à peu près iso-densité. Il semblerait que le simple fait de former la bulle permette de "tirer" le savon hors du tube, même en présence d'une légère dépression, de sorte que ce n'est pas uniquement la perte de charge dans l'ensemble du circuit de savon qui détermine le débit réel. Cet effet a pour conséquence immédiate de rendre parfois le fonctionnement du système instable. La production de bulles se fait pendant un certain temps, puis s'arrête, sans que les ouvertures des robinets ou les pressions aient changées. Ce phénomène est particulièrement sensible lorsque les fréquences de production sont très faibles (quelques bulles par seconde).

2.4 Caractérisation des bulles

La mesure des caractéristiques des traceurs (taille, densité) est un passage obligé pour l'interprétation future des résultats. Malheureusement, aucun des deux paramètres discutés ci-dessus n'était mesurable facilement. Le réglage de densité a été fait sans appareil, simplement en observant le mouvement des bulles à la sortie de l'injecteur. Lorsque les bulles sont trop lourdes, elles ont nettement tendance à tomber. Lorsqu'elles sont trop légères (ce qui est en général assez difficile à obtenir), elles montent vers le plafond. La transition entre les deux situations se fait de manière brutale : pour peu que la fréquence de production soit assez élevée, on passe d'une suite de bulles allant s'écraser sur le sol à un nuage qui entoure l'injecteur.

Le diamètre des bulles a été mesuré à l'aide d'une caméra. Le seul endroit où les bulles sont à une position connue est la sortie de l'injecteur, où leur vitesse est de l'ordre de $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ou plus. Il a donc fallu avoir recours à une caméra rapide pour les saisir dans leur mouvement. Un tel procédé n'est pas utilisable de manière routinière, pour des questions de coût notamment. La présentation, assez longue, de ces mesures occupe le paragraphe 2.5 tout entier.

La méthode acoustique que nous avons utilisée ne permettait pas la mesure des vitesses de plusieurs bulles simultanément. Voulant contrôler le nombre de bulles produites, un paramètre absolument critique à mesurer était la fréquence de cette production. Nous avons pour cela placé une barrière infrarouge à la sortie de l'injecteur, composée d'une diode et d'une photodiode. Le passage d'une bulle dans le faisceau génère une petite impulsion électrique. Un certain nombre de choses invisibles à l'oeil nu apparaissent alors. La période entre deux bulles s'est ainsi révélée étonnamment stable, au moins pour des fréquences de production moyennes (de l'ordre de 30 Hz). Différents essais ont montré que la plage de fréquences accessibles se situait entre 4 Hz à plus de 200 Hz, pour des bulles d'environ 3 mm de diamètre. Les fréquences utilisées pour nos mesures s'échelonnaient entre 4 Hz et environ 20 Hz, selon les conditions expérimentales.

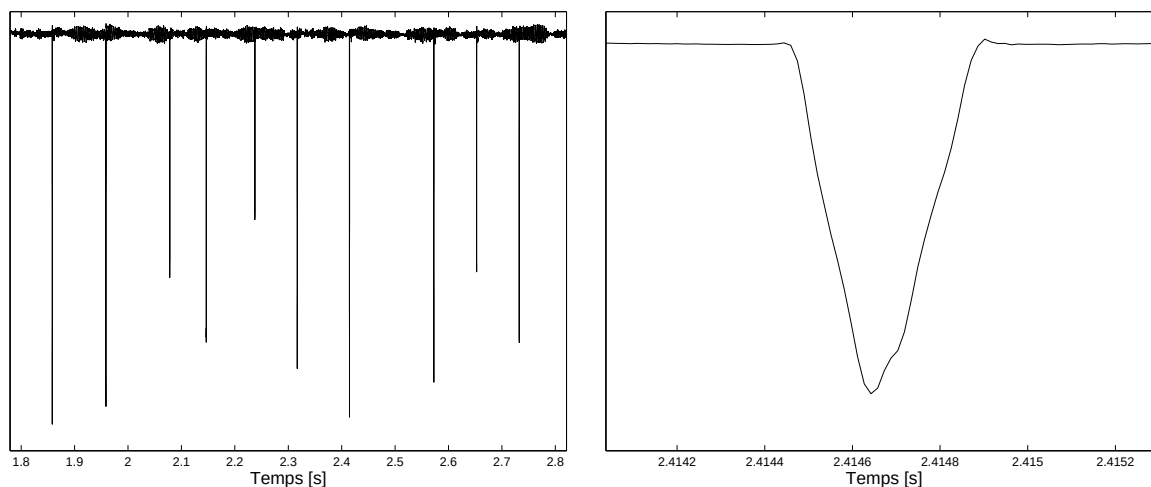


FIG. 2.5 – Exemples de signaux obtenus avec la barrière infrarouge. Seule l'échelle des temps varie entre les deux figures.

La figure 2.5 montre un exemple typique de signal délivré par la photodiode. La courbe de gauche présente la chronologie de sortie d'une dizaine de bulles (chaque point correspond à une bulle). Le signal n'est pas très régulier car il a été enregistré dans le tube de la soufflerie, où l'écoulement était déjà turbulent. La variation d'amplitude des pointes est due au fait que les bulles ne passent pas toujours au même endroit dans le faisceau. Sur la droite, un agrandissement du passage d'une seule bulle est présenté. La forme est très nettement triangulaire, correspondant aux périodes d'entrée et de sortie dans le faisceau.

Une autre application de cette barrière infrarouge, en pratique la plus importante, a été la vérification de fonctionnement de l'injecteur. La stabilité de la production de bulles est fréquemment difficile à obtenir, et lorsque l'expérience est en route, il est très difficile de voir les bulles à l'œil nu. La barrière optique permet de détecter très rapidement un problème, et d'agir en conséquence.

Notons que la combinaison de deux barrières infrarouge permettrait d'accéder à la taille des bulles. En effet, le dispositif s'est avéré suffisamment rapide pour permettre de mesurer le temps de passage dans le faisceau. Une fois la vitesse de la bulle connue (par temps de vol entre les deux barrières), la largeur de l'impulsion électrique peut être reliée au diamètre de la bulle. Cela nécessite néanmoins un étalonnage assez complexe qui n'a pas eu le temps d'être réalisé.

2.5 Dispersion des tailles

Du fait du réglage assez délicat de la machine à bulle, il était impossible de garantir des caractéristiques parfaitement identiques pour les bulles entre deux périodes de fonctionnement, en particulier pour la taille. La barrière infrarouge ayant montré une très grande régularité de la fabrication des bulles, il a été supposé que leur taille était également très constante au long d'une même expérience, à défaut d'être parfaitement constante entre deux expériences. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons effectué des visualisations en sortie de l'injecteur. Ces visualisations ont été faites avec un réglage particulier de la machine. Les résultats ne sont donc

a priori valides que pour ces réglages. Néanmoins, tout porte à croire qu'ils sont valides pour d'autres.

2.5.1 Mesure du rayon

Le champ de vision de la caméra couvre environ deux centimètres après la sortie de l'injecteur. La figure 2.6 est une image typique obtenue. Dans les conditions où nous nous sommes placés, qui correspondaient à celles des expériences, la vitesse des bulles est de l'ordre de 4 mètres par seconde. La visualisation rapide n'était pas un luxe quand il s'agissait de figer les bulles dans leur mouvement. Quelques centaines de photos de bulles (différentes) ont ainsi été prises.

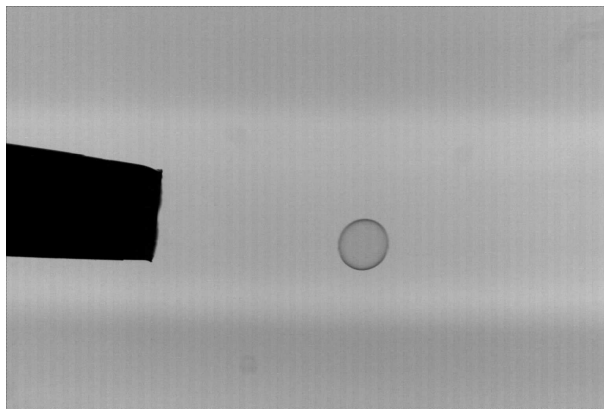


FIG. 2.6 – Image typique prise par la caméra rapide. L'extrémité de l'injecteur est visible sur la gauche de l'image. Son diamètre externe est 6,3 mm.

L'estimation du rayon des bulles a été faite de manière automatique. L'algorithme utilisé fonctionne de la manière suivante. Les images sont d'abord découpées pour ne garder que la partie contenant la bulle (l'extrémité de l'injecteur ne servant qu'à avoir une référence de dimension). Ensuite, un seuillage est appliqué, qui permet d'obtenir une image noir et blanc. Après un filtrage médian pour éliminer les quelques pixels isolés, le contour de la bulle est extrait par un traitement *ad hoc*. On se sert pour cela du fait que la bulle est un objet convexe. Le contour peut s'obtenir en ne gardant que les pixels blancs les plus extrêmes, pour chaque ligne et pour chaque colonne. Il suffit pour cela de balayer une ligne de gauche à droite puis de droite à gauche, et de marquer le premier pixel blanc trouvé dans les deux sens, puis d'effectuer la même chose pour les colonnes (figure 2.7).

Une fois le contour extrait, le rayon est estimé par ajustement d'un cercle par la méthode des moindres carrés. Soit (x_i, y_i) les coordonnées des points de contour trouvés (Au nombre de N , environ un millier), soit (c_x, c_y) les coordonnées du centre du cercle ajusté, R son rayon et δ un facteur de déviation par rapport au cercle (qui permet d'avoir une estimation de la qualité de l'ajustement). Le critère des moindres carrés donne :

$$\begin{aligned}
c_x &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i & c_y &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \\
R &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - c_x)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - c_y)^2} \\
\delta &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\sqrt{(x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2} - R \right)^2}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Le centre du cercle est le barycentre des points du contour, le rayon la racine carrée de la somme des variances selon les deux axes. La valeur de δ est une estimation de la déviation standard de la distance au cercle prise pour tous les points du contour. Elle a la dimension d'une longueur, et se rapproche d'autant plus de zéro que l'ajustement est bon.

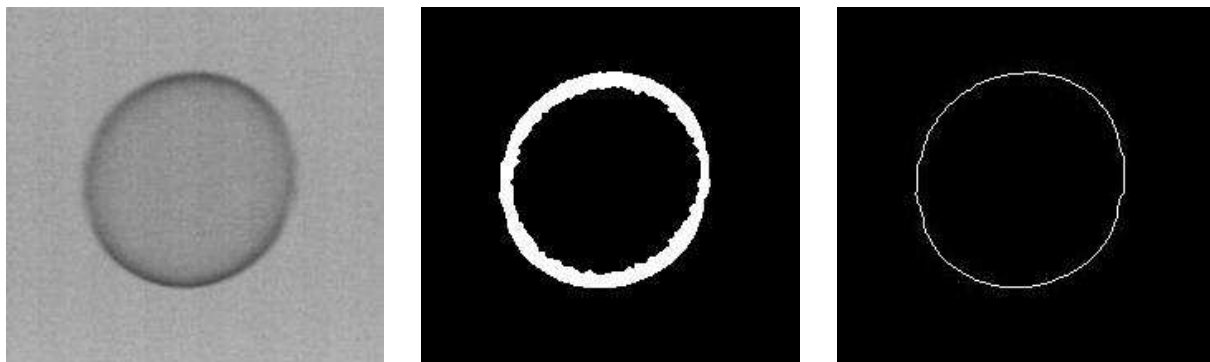


FIG. 2.7 – Deux étapes du traitement. L'image d'origine (à gauche) est seuillée, puis débruitée avec un filtre médian (au centre). La détection de contour permet d'obtenir une ligne fine entourant l'image d'origine (à droite).

2.5.2 Statistiques

Le traitement des images fournit 234 valeurs de rayon. La valeur moyenne de rayon trouvée est 1,76 mm, avec une déviation standard de 0,019 mm, δ valant en moyenne 0,065 mm. Si on considère δ comme une estimation de l'erreur de mesure, on aboutit à un diamètre moyen de 3,5 mm à environ 5 % près. La répartition des tailles est visible sur l'histogramme tracé en figure 2.8. L'écart entre la bulle la plus petite et la plus grosse est de l'ordre de 0,1 mm. Avec cette valeur plutôt pessimiste, la taille des bulles est constante à 6 % près, ce qui est excellent.

La dispersion est en réalité encore plus faible. À la sortie de l'injecteur les bulles sortent fréquemment déformées, comme le montrent les exemples de la figure 2.9. Ce phénomène ne fait qu'augmenter la variance de l'estimation de diamètre.

Vue la complexité du système, il est assez difficile d'avancer une explication à ces déformations. Elles peuvent relaxer des contraintes subies au moment de l'arrachement de l'aiguille, ou subir des instabilités aérodynamiques. L'étude du rayon de la bulle et de l'écart à la circularité

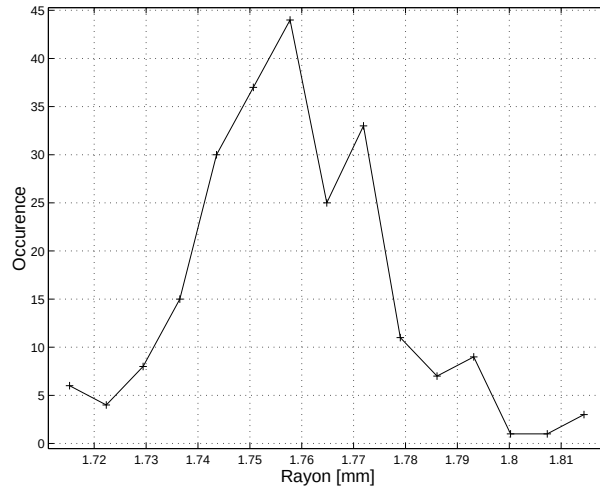


FIG. 2.8 – Histogramme des rayons de bulles.

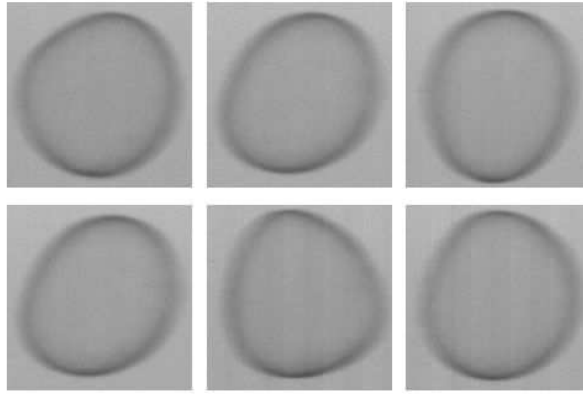


FIG. 2.9 – Exemples de déformation des bulles à la sortie de l'injecteur.

en fonction de la distance à la sortie de l'injecteur permet d'éliminer la seconde hypothèse (figure 2.10). Une oscillation est nettement visible sur tous les tracés en fonction de la position horizontale. Les déformations sont donc liées à une position fixe dans l'espace. Cela exclut du même coup l'effet d'une instabilité aérodynamique. L'hypothèse la plus plausible est un mode d'oscillation de la bulle elle-même. Elle est confirmée par l'observation sous forme de film des images des bulles classées par positions horizontales croissantes. Elles apparaissent comme des ellipses dont le rapport d'aspect s'inverse. Aucun amortissement n'est visible sur ces courbes (sinon l'écart à la circularité se stabiliserait progressivement). Il est donc possible que ce genre d'oscillations soit présent, même au niveau de la zone où les mesures ont lieu.

Enfin, on peut noter la présence d'une tendance à la baisse dans les deux courbes représentant le rayon. C'est la conséquence d'un mauvais positionnement de la caméra par rapport à l'axe de passage des bulles (effet de perspective). Il semble assez peu probable que cette diminution ait une origine physique. La bulle a bien une tendance à s'évaporer et à se dégonfler par diffusion de l'hélium, mais cet effet se passe avec des constantes de temps bien supérieures aux temps de passage dans le champ de la caméra (5 ms).

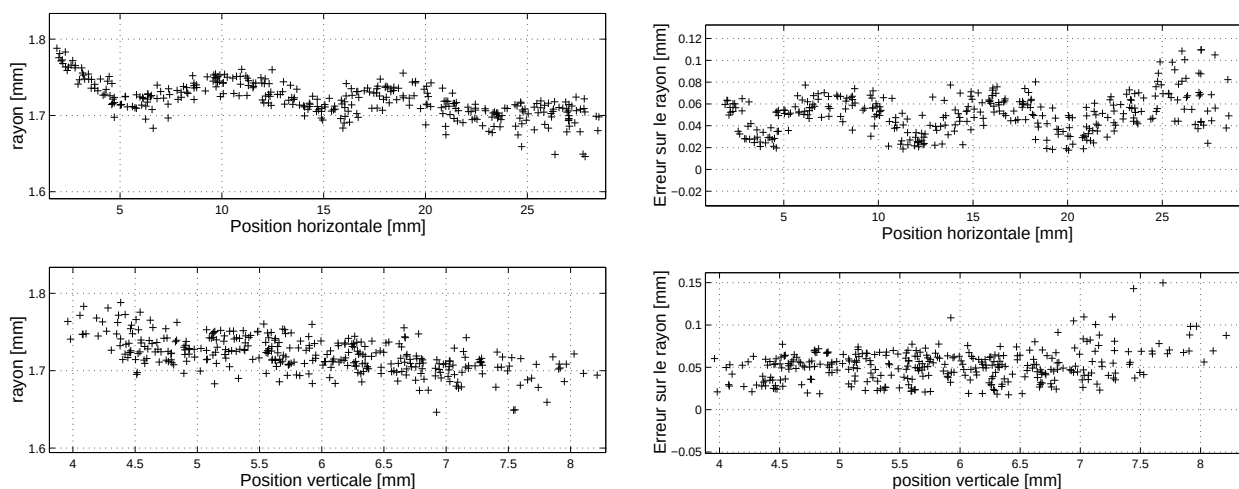


FIG. 2.10 – Tracé du rayon et de l'écart à la circularité en fonction des positions verticale et horizontale. (l'horizontale correspond à l'axe de l'injecteur).

2.6 Injection

Disposant d'un écoulement ouvert, il faut injecter les bulles en temps réel pendant les mesures. Ceci implique de les fabriquer juste avant leur utilisation. Il convient de prendre quelques précautions pour que l'injection ne perturbe pas l'écoulement à étudier. Deux solutions ont été utilisées (figure 2.11).

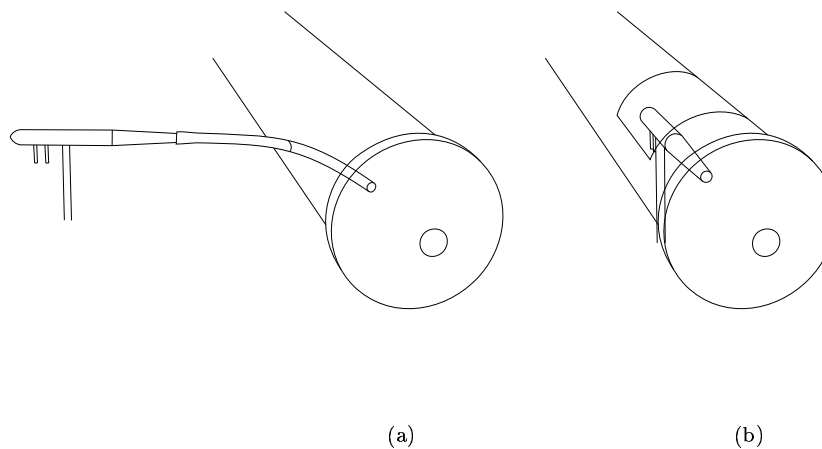


FIG. 2.11 – Les deux injections utilisées. Injection des bulles avant la partie convergente à l'aide d'un tuyau (a) et placement direct de l'injecteur dans le tube de la soufflerie (b).

Pour minimiser l'effet aérodynamique de l'injecteur, les bulles doivent être introduites avant la sortie de la soufflerie, un peu avant la partie convergente de la buse du jet. Pour des raisons pratiques (réglage et stabilisation de la machine), il n'était pas très commode de placer l'injecteur dans cette partie. Les bulles y ont été amenées à l'aide d'un simple tuyau plastique raccordé à l'extrémité de l'injecteur, et passant à travers la paroi de la soufflerie (figure 2.11, situation a). Ainsi, les bulles pouvaient être injectées sans influencer l'écoulement après la buse.

Un des avantages inattendus du système est la forte sensibilité à la densité des bulles. Leur guidage le long du tuyau ne fonctionne correctement que lorsque leur densité est très proche de celle de l'air environnant. Dans le cas contraire, la force centrifuge les plaque contre la paroi du tuyau, où elles éclatent. Malgré ces avantages, il s'est avéré que la différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur de la soufflerie rendait les réglages de la machine très difficiles pour les vitesses élevées, et les fréquences de production de bulles faibles.

Le positionnement de l'injecteur à l'intérieur même de la soufflerie (figure 2.11, situation b) n'a pas pu être évité pour les vitesses (donc les nombres de Reynolds) les plus élevées. Cette situation ne pose aucun problème, au prix d'une utilisation assez délicate et peu commode.

Un dernier aspect important de l'injection, et qui a été complètement laissé de côté dans cette étude est la répartition des bulles dans l'écoulement. En injectant les bulles avant la buse, on espère faire en sorte que la probabilité de trouver une bulle soit sensiblement la même en tout point du jet. L'impression ressentie au cours des manipulations indique au contraire que la position relative de l'injecteur et de la buse influence notablement la répartition des bulles. Un moyen de trancher consiste à détecter les positions où les bulles franchissent une section donnée du jet. Cette section peut être matérialisée par un plan laser. Lors du franchissement, la réflexion sur la surface de savon peut permettre de repérer sa position. Une étude similaire a été réalisée avec un jet d'air et des gouttes d'hydrocarbure par Call et Kennedy [5]. Leur étude montrait que la répartition des traceurs dans l'écoulement était proche d'une gaussienne bidimensionnelle centrée sur l'axe du jet.

2.7 Principe de la mesure de vitesse

La principale information que peut fournir un traceur tel qu'une bulle de savon dans un écoulement est l'évolution de sa position au cours du temps, qu'il est indispensable de mesurer de manière non intrusive. La seule possibilité qui est offerte est d'utiliser une onde, par exemple électromagnétique ou sonore.

Le système que nous avons utilisé mesure la vitesse des particules par effet Doppler acoustique. La mesure se fait en estimant la variation de fréquence induite par la diffusion d'une onde sonore. Nous présentons ici une version idéalisée du principe. Les problèmes liés à la mise en œuvre pratique seront développés au 3.6.

Une onde sonore, supposée plane et sinusoïdale, de nombre d'onde k_i , se propage dans la direction $\mathbf{n}_i$ (figure 2.12). Elle interagit avec la particule de vitesse $\mathbf{v}$ (représentée par un petit point noir) dont la position est repérée par le vecteur $\mathbf{r}$. L'onde est diffusée de manière supposée isotrope, les surfaces isophases sont donc des sphères. L'onde diffusée est détectée selon une direction précise, grâce à un détecteur approprié. On considérera donc uniquement l'onde *plane* dans la direction $\mathbf{n}_d$.

Nous ferons l'hypothèse dans la suite que la norme de la vitesse du diffuseur est nettement inférieure à la célérité c des ondes sonores ($v \ll c$). Cela revient à négliger la variation de longueur d'onde induite par le mouvement, et à ne prendre en compte que les déphasages (fonctionnement quasi-statique). Dans ces conditions, le vecteur d'onde diffusé aura la même norme que le vecteur d'onde incident ($k_d = k_i$).

La phase de l'onde incidente à l'endroit de la particule vaut $e^{ik_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{r}}$. Dans la direction $\mathbf{n}_d$, le déphasage de l'onde diffusée vaut $e^{-ik_i \mathbf{n}_d \cdot \mathbf{r}}$. Le déphasage total vaut donc :

$$e^{i\varphi} = e^{ik_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{r}} e^{-ik_i \mathbf{n}_d \cdot \mathbf{r}} = e^{ik_i (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d) \cdot \mathbf{r}} \quad (2.6)$$

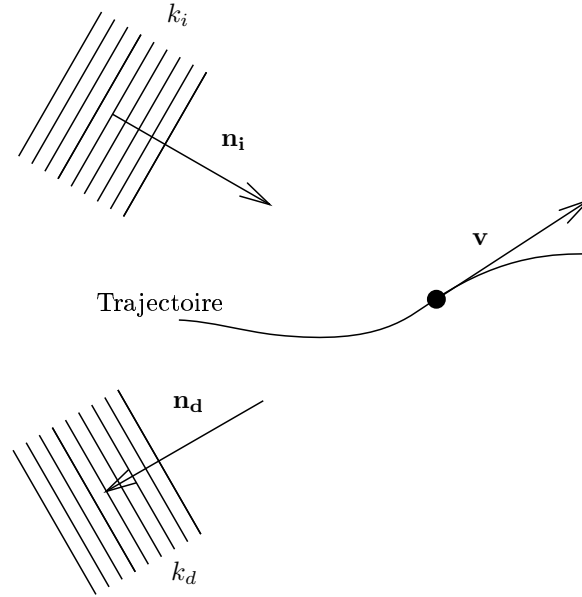


FIG. 2.12 – Principe de l'effet Doppler

La *pulsation instantanée* vaut alors par définition

$$\frac{\partial(-\varphi + \omega t)}{\partial t} \hat{=} \omega - k_i(\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d) \cdot \mathbf{v} \quad (2.7)$$

D'où le décalage fréquentiel :

$$\Delta\omega = -\frac{\omega}{c} (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d) \cdot \mathbf{v} \quad (2.8)$$

C'est cette formule qui sera le plus souvent utilisée dans la suite. Elle relie la variation de fréquence (que nous appellerons *décalage Doppler*) à la *projection* du vecteur vitesse sur la bissectrice des directions incidentes et diffusées (figure 2.13). Cette direction est matérialisée par le vecteur d'onde de diffusion $\mathbf{q} \hat{=} \frac{\omega}{c} (\mathbf{n}_d - \mathbf{n}_i)$. On peut également écrire la formule précédente de manière scalaire, par

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -v_{//} \frac{2 \sin(\theta/2)}{c} \quad (2.9)$$

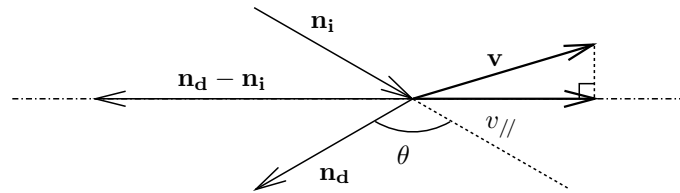


FIG. 2.13 – Vecteurs intervenant dans le calcul du décalage fréquentiel. Seule la composante du vecteur vitesse projetée sur $\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d$ intervient dans l'effet Doppler.

($v_{//}$ est la projection du vecteur vitesse sur la direction du vecteur d'onde de diffusion, figure 2.13). Remarquons pour terminer que l'hypothèse de très faible nombre de Mach peut

s'exprimer très simplement sous forme spectrale. Il s'agit ni plus ni moins de dire que la largeur spectrale du signal de pression diffusé est très faible devant la fréquence d'émission. Cette propriété est exploitée pour l'enregistrement. La fréquence d'échantillonnage nécessaire n'est en effet imposée que par le *décalage Doppler maximum* et pas par la fréquence d'émission, qui est beaucoup plus élevée. D'un autre côté, la précision d'estimation de la vitesse est liée à l'excursion maximale en fréquence, qui ne peut être modifiée qu'en augmentant la fréquence d'émission (à écoulement donné). Cette fréquence est limitée par le matériel ainsi que par l'atténuation des ondes sonores, bornant supérieurement la précision accessible sur la vitesse.

2.8 Exemple de signal de diffusion

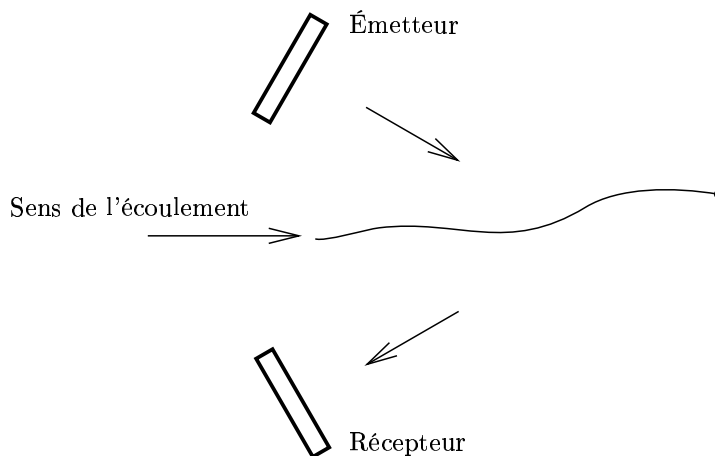


FIG. 2.14 – Situation de diffusion acoustique de test.

La disposition expérimentale la plus proche de celle décrite au paragraphe précédent est présentée sur la figure 2.14. L'écoulement étudié est le jet, les axes des transducteurs et celui du jet sont coplanaires. La composante de vitesse mesurée ici est donc longitudinale (dans l'axe du jet). Vu le diamètre des transducteur (14 cm) et l'angle de diffusion ($\theta = 120^\circ$), il est possible de détecter les bulles sur environ 25 cm.

La figure 2.15 montre un exemple de signal de pression recueilli lors du passage d'une bulle. Notons que l'amplitude vue par le récepteur est loin d'être constante. L'origine de ces variations est principalement liée à la structure du champ de pression acoustique créé par les transducteurs. Le paragraphe 3.6 aborde ce sujet en détail. Le temps de passage est de l'ordre de six centièmes de seconde, la vitesse moyenne mesurée au tube de Pitot de $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La bulle est donc visible sur une distance d'environ 18 cm, ce qui est parfaitement crédible.

L'information de vitesse, qui se traduit par une variation de fréquence, n'est pas directement visible sur le signal temporel de la figure 2.15. Pour la voir, il est nécessaire de passer dans le domaine spectral, par l'intermédiaire de la transformée de Fourier. La présence d'un décalage Doppler est manifeste sur le spectre, tracé sur la figure 2.16. Les fréquences diffusées sont nettement en dessous de celle de l'émission (indiquée par une flèche). La variation de fréquence est négative, ce qui est cohérent avec une situation de rétrodiffusion (figure 2.14). De plus, cette variation correspond quantitativement à la vitesse moyenne. Pour un angle de diffusion de 120 degrés et un décalage fréquentiel d'environ 2,5 kHz, la formule 2.9 conduit à une valeur

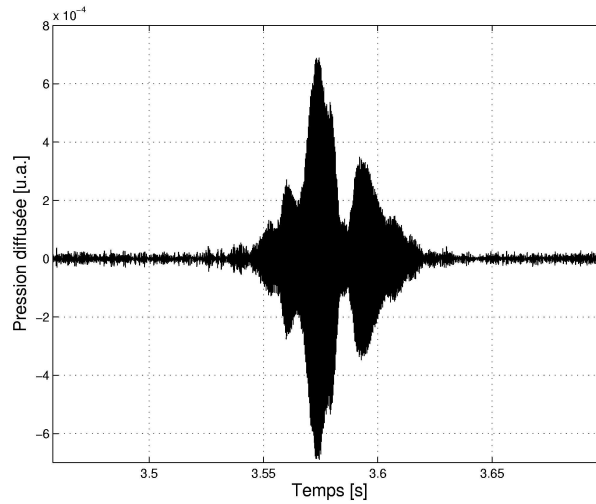


FIG. 2.15 – Exemple de signal acoustique diffusé par une bulle de savon.

de

$$\frac{2,5 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \cdot \frac{340}{2 \cdot \sin(120^\circ/2)} = 3,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

qui est bien du même ordre que celle fournie par le tube de Pitot.

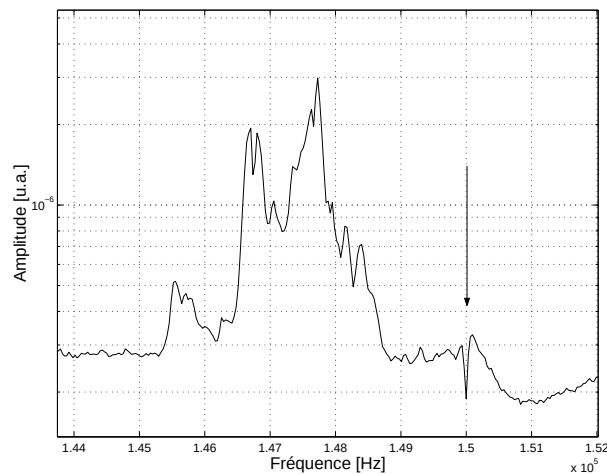


FIG. 2.16 – Spectre du signal acoustique reçu. La flèche indique la position de la fréquence de l'onde incidente.

2.9 Qualité du suivi lagrangien

Une fois le traceur déterminé et l'expérience en fonctionnement, il est légitime de se poser la question de savoir ce que la position et la vitesse de la bulle a en commun avec la particule fluide dont elle prend la place. La physique de ce problème est extrêmement complexe, et son étude a débuté il y a déjà plusieurs décennies. La simple situation d'une boule se déplaçant sous

le seul effet de la pesanteur dans un liquide au repos est largement incompris, sans doute en raison de notre ignorance sur le phénomène de turbulence. Pour les aspects expérimentaux de ce problème, on pourra consulter la thèse de Nicolas Mordant [35], qui y consacre un chapitre tout entier.

La plus grande humilité est donc de rigueur lorsque l'on souhaite aboutir à des conclusions sur la ressemblance dans un écoulement pleinement turbulent entre le mouvement d'une particule et celui du fluide non perturbé. L'article de référence en la matière semble être celui écrit par Maxey et Riley [33] sur le mouvement d'une sphère dans un écoulement quelconque. Ils reprennent les différents résultats déjà établis, montrent les erreurs et les limitations et essayent de parvenir à une équation ne contenant aucune incohérence. Sous l'hypothèse que la taille de la sphère est très petite devant la plus petite échelle de longueur de l'écoulement, ils aboutissent à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
m_\rho \frac{dV_i}{dt} = & (m_\rho - m_F)g_i \\
& + m_F \left. \frac{Du_i}{Dt} \right|_{\mathbf{Y}(t)} \\
& - \frac{1}{2} m_F \frac{d}{dt} \left(V_i(t) - u_i[\mathbf{Y}(t), t] - \frac{1}{10} a^2 \nabla^2 u_i|_{\mathbf{Y}(t)} \right) \\
& - 6\pi a \mu \left(V_i(t) - u_i[\mathbf{Y}(t), t] - \frac{1}{6} a^2 \nabla^2 u_i|_{\mathbf{Y}(t)} \right) \\
& - 6\pi a^2 \mu \int_0^t d\tau \left(\frac{\frac{d}{d\tau} \left[V_i(\tau) - u_i[\mathbf{Y}(\tau), \tau] - \frac{1}{6} a^2 \nabla^2 u_i|_{\mathbf{Y}(\tau)} \right]}{[\pi \nu(t - \tau)]^{1/2}} \right)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

m_ρ, m_F	masse de la sphère et du fluide déplacé, resp.
$\mathbf{g}$	champ de pesanteur
$\mathbf{Y}$	position du centre de la sphère
a	rayon de la sphère
ν	viscosité cinématique
$\mathbf{V}$	vitesse du centre de la sphère
$\mathbf{u}$	vitesse du fluide non perturbé
$\frac{d}{dt}$	dérivée temporelle en suivant la sphère
$\frac{D}{Dt}$	dérivée temporelle en suivant le fluide non perturbé

Cinq termes sont présents dans le membre de droite. Le premier correspond à la force exercée par la pesanteur (poussée d'Archimède). Le second est l'accélération que subirait la particule fluide dont la sphère occupe le volume. Le troisième est dit de "masse ajoutée", le quatrième est la trainée de Stokes. Enfin le cinquième est un frottement visqueux dont la valeur dépend de tous les instants précédents, c'est pourquoi il est appelé terme d'histoire.

La première hypothèse que nous ferons sera que la densité de la particule est parfaitement égale à celle du fluide ($m_\rho = m_F$), la seconde que le temps de passage dans la zone de mesure soit relativement bref. Si la seconde hypothèse est vérifiée, le terme d'histoire peut être négligé.

On a $a^2 \nabla^2 u_i|_{\mathbf{Y}(t)} \sim a^2 \frac{v_k}{\eta_k^2} \ll v_k$, avec v_k et η_k respectivement la vitesse et l'échelle de Kolmogorov. Sous l'hypothèse $V_i - u_i \gg a^2 \frac{v_k}{\eta_k^2}$, l'équation 2.10 s'écrit approximativement :

$$\begin{aligned}
m_\rho \frac{dV_i}{dt} = & + m_F \left. \frac{Du_i}{Dt} \right|_{\mathbf{Y}(t)} \\
& - \frac{1}{2} m_F \frac{d}{dt} (V_i(t) - u_i[\mathbf{Y}(t), t]) \\
& - 6\pi a \mu (V_i(t) - u_i[\mathbf{Y}(t), t]) .
\end{aligned} \tag{2.11}$$

En utilisant les formules des dérivées particulières, on trouve que

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{du_i}{dt} - (V_j - u_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{2.12}$$

L'équation 2.11 devient alors

$$m_F \frac{d(V_i - u_i)}{dt} = -6\pi a \mu (V_i - u_i) - (V_j - u_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \tag{2.13}$$

Si $V_i - u_i$ est suffisamment faible pour qu'à l'échelle de la sphère les effets visqueux prédominent, le dernier terme est négligeable et l'équation du mouvement pour la sphère devient finalement :

$$m_F \frac{d(V_i - u_i)}{dt} = -6\pi a \mu (V_i - u_i). \tag{2.14}$$

Cette équation n'apporte malheureusement pas grand chose à l'estimation de la qualité du suivi lagrangien. En effet, sa solution en régime permanent est $V_i = u_i$. Elle peut éventuellement donner un ordre de grandeur du temps nécessaire à l'amortissement du régime transitoire lors de l'*injection* de la bulle. La solution obtenue n'en reste pas moins contradictoire avec l'hypothèse qui a été effectuée plus haut, à savoir $V_i - u_i \gg a^2 \frac{v_k}{\eta_k}$, de sorte que le suivi idéal ($V_i = u_i$) est impossible, même lorsque les densités sont parfaitement égales. Les déviations sont exprimées par les termes qui ont été négligés : ceux exprimant la variation des cisaillements de vitesse, et le terme de mémoire. Il n'est pas facile d'en tirer quelque chose de simple, l'interaction entre l'écoulement et la bulle étant fondamentalement non linéaire.

Chapitre 3

Mesures acoustiques dans un jet

Au chapitre précédent, nous avons esquissé les grandes lignes du principe de mesure acoustique, que nous allons présenter en détail dans les paragraphes qui suivent. De nombreuses contraintes expérimentales devront ainsi être prises en compte lors de la conception et de l'utilisation du système. Parmi les difficultés rencontrées, l'impossibilité pratique de produire des ondes planes tient une place très importante. La réduction du bruit (bruit de phase, échos), va également avoir une influence sur les expériences, ainsi que sur le traitement de signal qui suit l'enregistrement. Nous nous intéressons également à la modélisation du système.

3.1 Échelles caractéristiques

Avant d'aborder la présentation des dispositifs matériels qui ont permis de réaliser les mesures, attardons-nous un instant sur les capacités idéales à atteindre. En tout état de cause, il ne sera pas possible de suivre une particule sur un temps ou une longueur arbitrairement grande. L'écoulement considéré étant à vitesse moyenne non nulle, le traceur va tôt ou tard sortir du jet, où son comportement ne sera plus caractéristique de la turbulence. D'autre part, la vitesse d'une bulle n'est mesurable qu'en présence d'une onde acoustique, qui sera nécessairement présente dans une portion limitée de l'espace. Ces deux facteurs font que la distance (resp. la durée) de suivi d'un traceur sera limitée. Si cette distance est trop petite, on retombe dans un cas de mesure de vitesse eulérienne (le principe en vélocimétrie laser n'est pas différent, et il s'agit bien d'une mesure eulérienne). Pour obtenir des informations lagrangiennes, il faudra donc suivre une particule sur une distance suffisante.

Soit T_s le temps moyen pendant lequel une bulle est détectée et l_s la taille caractéristique de la zone de mesure. Les deux sont reliés par le biais de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ de l'écoulement à l'endroit de la zone de mesure : $l_s/T_s = \langle u \rangle$. Soit T le temps caractéristique lagrangien. Pour avoir une mesure correcte, il faut que $T_s \gg T$, c'est-à-dire $l_s \gg T \langle u \rangle$. Or, $T \langle u \rangle$ est du même ordre que L , la grande échelle de l'écoulement, de sorte que la condition $T_s \gg T$ est équivalente à $l_s \gg L$. La grande échelle ne dépend que de grandeurs géométriques (dans le cas du jet, le diamètre de la buse, et la distance à celle-ci). Pour que la mesure embrasse plusieurs temps lagrangiens, il est nécessaire que la *zone de mesure recouvre plusieurs grandes échelles eulériennes*. Le changement de la vitesse à la buse ne changera rien au rapport T_s/T , seul le changement du diamètre de la buse ou le déplacement dans le jet – ce qui est équivalent – a un effet. Le système de mesure doit donc être capable de suivre une bulle de savon sur au moins une grande échelle eulérienne, qui selon la position dans le jet utilisée pour les enregistrements,

va d'environ 6 cm à 12 cm (*cf* 2.1 et annexe A). Le faisceau acoustique incident devra donc avoir un diamètre au moins égal à ces valeurs. Il vaut 24 cm avec les transducteurs utilisés.

L'autre extrémité de la plage d'échelles temporelles est bornée inférieurement par un temps τ_l , qui est idéalement inférieur au temps de Kolmogorov $\tau_\eta = (\nu/\epsilon)^{1/2}$. Ce temps varie de 0,9 ms à 3,5 ms, ce qui correspond à des fréquences de 280 Hz à 1100 Hz. C'est la résolution temporelle nécessaire pour espérer résoudre les plus petites échelles. Ces valeurs sont déjà très élevées, et ne sont que des bornes inférieures ! En pratique, les valeurs limites sont bien plus faibles, à cause de la taille non nulle des traceurs, qui limite les échelles *spatiales* accessibles. Le temps caractéristique associé à l'échelle l est $t(l) = l/\delta u(l)$, où $\delta u(l) = (\epsilon l)^{1/3}$ est la vitesse caractéristique à l'échelle l . En prenant $l = 2$ mm, $t(l)$ varie pour les différentes positions utilisées entre 6 ms et 14 ms, ce qui est nettement plus accessible.

3.2 Transducteurs

Pour pouvoir appliquer la formule 2.9 établie au paragraphe 2.7, page 38, il est nécessaire de travailler avec une onde incidente plane, et d'enregistrer le signal de pression dans une seule direction. Il est bien entendu qu'une onde strictement plane n'est pas réalisable en pratique. Pour s'en approcher le plus possible, la surface active du transducteur utilisé doit être très grande. Elle donne la taille approximative de la zone où l'onde peut être considérée comme plane. Ceci est également valable en réception : le principe de réciprocité transducteur réversible est directif en émission, il l'est aussi en réception.

Les transducteurs que nous avons utilisés satisfont ces contraintes. Ils fonctionnent selon le principe que Sell [52] a donné en 1937. Le schéma en coupe d'un transducteur [1, 31] est donné sur la figure 3.1. Une feuille de mylar (film de polyester dont une face a été recouverte d'une mince couche d'aluminium) est tendue sur une contre-électrode rainurée. Le film de polyester sert de diélectrique entre la couche métallique et l'électrode, formant ainsi un condensateur. L'application d'une forte tension constante (de l'ordre de la centaine de volts) permet de tendre le film par attraction électrostatique. La superposition d'une petite tension variable à la tension de polarisation permet de mettre en mouvement le film au dessus des rainures, et ainsi d'émettre une onde sonore. Le réglage de la tension de polarisation, la forme des rainures et la tension du film permettent de modifier la réponse du transducteur. Une discussion complète peut être trouvée dans [31].

Les transducteurs capacitifs comme ceux-ci peuvent fonctionner aussi bien en émetteur qu'en récepteur. Contrairement aux transducteurs piézoélectriques, leur fonction de transfert ne comporte pas de résonance franche [46]. Il est possible de les utiliser sur une large plage fréquentielle (20 kHz–180 kHz). La puissance d'émission chute énormément en dessous de 20 kHz, à cause de la petitesse des cavités de la contre-électrode. La limite supérieure à la bande passante est principalement liée à l'absorption de l'air. Pour des parcours acoustiques de l'ordre de deux mètres, la limite extrême est 180 kHz, avec une diminution nette de la puissance d'émission au-delà de 140 kHz. Ces avantages font qu'ils ont déjà été utilisés avec succès dans un certain nombre de travaux [17, 46].

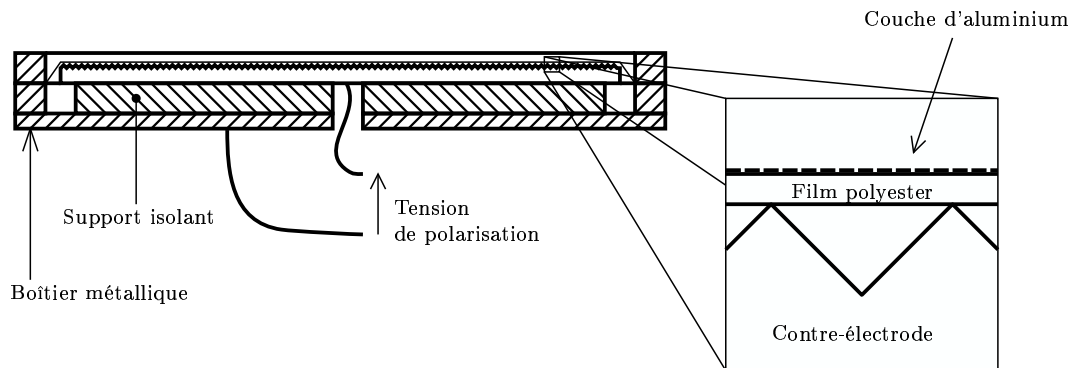


FIG. 3.1 – Coupe schématique d'un transducteur. La connexion électrique avec la surface d'aluminium se fait par l'intermédiaire du boîtier, qui blinde ainsi la contre-électrode. Les rainures faites dans cette dernière permettent le mouvement du film.

3.3 Mesure de vitesse unidimensionnelle

Ce que nous appelons mesure unidimensionnelle est la transposition pratique du cas théorique décrit sur la figure 2.12, page 39. Elle permet la mesure de la composante axiale de la vitesse des bulles. Nous la présentons en détail dans ce paragraphe, pour mettre en évidence les différents phénomènes qui interviennent, et qui nous ont amené à utiliser pour les campagnes de mesures, une seconde disposition, plus complexe, permettant de mesurer les trois composantes de vitesse. Cette dernière sera présentée plus loin (§ 3.5, page 56).

3.3.1 Dispositif expérimental

Géométrie La disposition des transducteurs par rapport au jet reprend précisément celle déjà mentionnée aux paragraphes 2.7 et 2.8 (figure 3.2). Dans cette disposition, tous les vecteurs d'intérêt sont dans un même plan, en particulier, les vecteurs d'onde incident $\mathbf{k}_i$ et diffusé $\mathbf{k}_d$, et l'axe du jet. Les transducteurs ne font pas face au jet, pour éviter d'être salis par des impacts de bulles sur leur surface active. Le décalage Doppler est ici lié à la projection de la vitesse du diffuseur selon l'axe du jet. En notant $v_{//}$ cette dernière, la formule 2.9 s'écrit

$$v_{//} = -\frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{c}{2 \sin(\alpha)}. \quad (3.1)$$

Le choix des distances et des angles sera expliqué au paragraphe 3.4.

Électronique L'émission d'une onde sonore et l'enregistrement de la pression diffusée ont nécessité un appareillage électronique assez important. Le schéma sur la figure 3.3 présente la chaîne d'appareils nécessaire pour le fonctionnement d'une paire de transducteurs émetteur-récepteur. Le générateur produisant le signal électrique servant à l'émission n'a pas une puissance suffisante pour commander directement le transducteur. Une amplification a donc lieu avant la superposition de la tension de polarisation du transducteur émetteur.

À la réception, le préamplificateur récupère la très faible variation de charge électrique générée par les fluctuations de pression sur la surface du transducteur récepteur. Ce signal, une fois amplifié, est filtré avant d'attaquer l'entrée d'une carte de numérisation. Celle-ci procède à

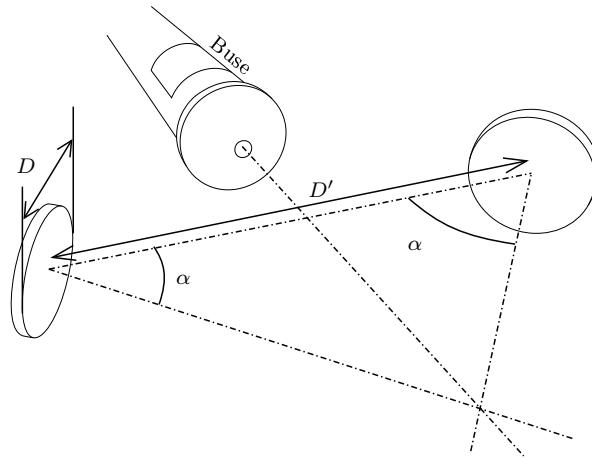


FIG. 3.2 – Disposition des transducteurs pour la mesure unidimensionnelle. Leurs axes et celui du jet sont dans le même plan. $D = 14$ cm, $D' \simeq 1$ m, $\alpha = 60^\circ$. Le diamètre de la buse est 2,25 cm, le diamètre caractéristique du jet au niveau du croisement des axes est de l'ordre d'une quinzaine de centimètres.

deux opérations : une démodulation hétérodyne, qui permet de ramener la fréquence d'émission à la fréquence nulle (composante continue), puis échantillonne le signal. La démodulation a la particularité d'être faite par multiplication avec une exponentielle complexe. Le signal enregistré est donc lui aussi complexe.

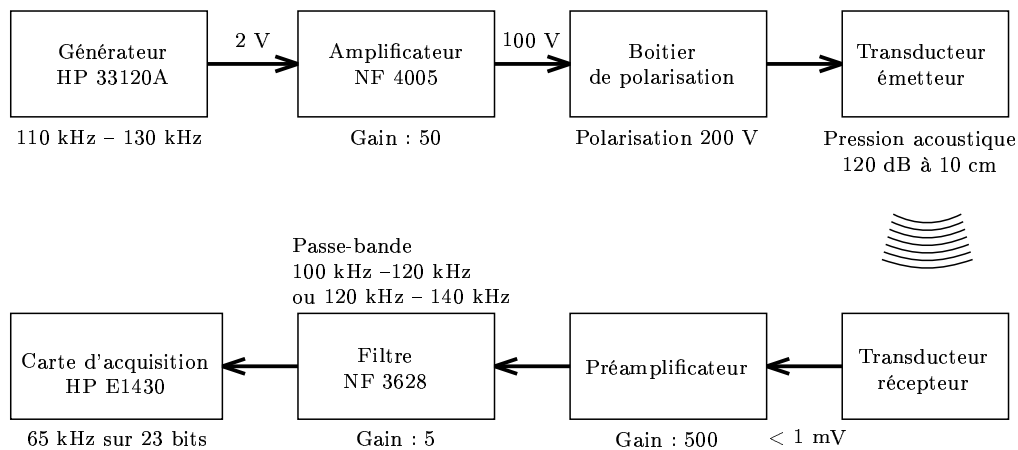


FIG. 3.3 – Schéma de principe de l'électronique nécessaire pour l'utilisation d'une paire de transducteurs. Le boîtier de polarisation et le préamplificateur sont fabriqués au laboratoire (le schéma du préamplificateur est consultable en annexe D).

L'appareil qui va décider de la qualité ou non du signal est le préamplificateur. Une variation de pression relativement importante génère à la sortie du transducteur un signal d'amplitude inférieure au millivolt. Une amplification importante est nécessaire afin de pouvoir acheminer le signal jusqu'à la carte d'acquisition, située quelques mètres plus loin. Comme nous allons le voir, le signal utile ne représente qu'une fraction assez faible du signal complet. Pour ne pas l'altérer, il est donc important d'avoir une électronique dont la dynamique est très importante, c'est-à-dire dont le bruit et la distorsion sont très faibles.

3.3.2 Enregistrement sans écoulement

Avec une émission sinusoïdale, et en l'absence d'écoulement, le signal enregistré par le récepteur a un spectre de la forme présentée sur la figure 3.4, qui comporte une composante sinusoïdale très intense (40 décibels au dessus du bruit) à la fréquence d'émission, qui résulte d'un couplage acoustique entre l'émetteur et le récepteur. Ce couplage correspond à une onde se propageant en ligne droite de l'émetteur au récepteur. Si les transducteurs étaient parfaitement directifs, ce couplage n'existerait pas. Étant donné les fréquences utilisées, la présence d'échos sur une quelconque paroi voisine des transducteurs est probable. Plusieurs mesures de temps de vol par intercorrélation entre le signal de l'émetteur et celui du récepteur ont permis de vérifier que l'importance des échos était très faible par rapport à celle de la propagation directe. De nombreux essais ont été faits pour s'affranchir de ce parasite, mais sans réel succès [46]. L'apodisation des transducteurs pour supprimer des lobes de diffraction améliorerait sans doute les choses, mais est un problème qui mériterait une étude à lui tout seul. Une autre possibilité consiste à interposer un obstacle sur le trajet de l'onde parasite. Cela s'avère en pratique extrêmement difficile à cause de la diffraction qui apparait cette fois sur les bords de l'écran. L'onde fait littéralement le tour de l'obstacle¹ !

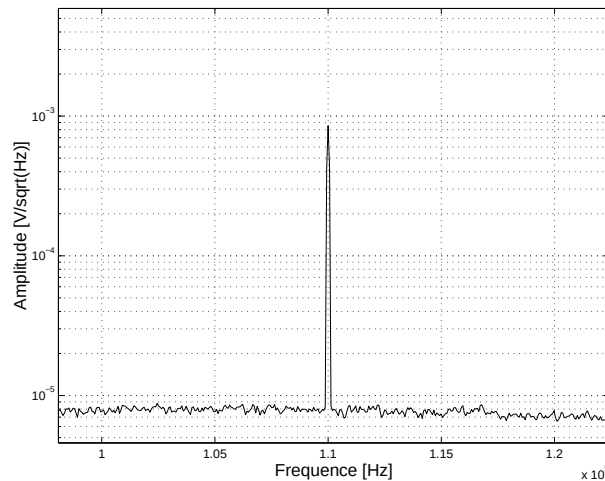


FIG. 3.4 – Spectre du signal de pression obtenu en l'absence d'écoulement. Fréquence d'émission : 110 kHz.

La suppression de ce parasite n'étant pas pour l'instant réalisable de manière acoustique, il est nécessaire de le faire de manière numérique, sur l'enregistrement. La simple soustraction du signal de l'émetteur (éventuellement déphasé) ne donne pas de bons résultats, car lors du trajet acoustique, un bruit de phase et une modulation d'amplitude assez importants apparaissent. Un filtrage ayant une certaine largeur est inévitable. En pratique, un filtre coupe-bande numérique d'ordre 6 suffit. Cette méthode impose des contraintes assez fortes sur la dynamique du système d'enregistrement. En effet, le signal d'intérêt est d'amplitude très faible. Plus le parasite sera grand, plus la dynamique de l'électronique devra l'être (faible niveau de bruit *et* faible distorsion).

¹Ce résultat a été vérifié à l'aide d'une mesure de temps de vol. Les distances calculées avec la vitesse du son correspondent au centimètre près au trajet le plus court contournant l'obstacle.

3.3.3 Enregistrement avec écoulement

La présence d'un écoulement modifie le spectre du signal de pression reçu de manière spectaculaire (comparer les figures 3.4 et 3.5). La fine raie correspondant au couplage direct entre les deux transducteurs s'élargit notablement, et de l'énergie apparaît dans une bande de fréquence assez large, située un peu en-dessous de la fréquence d'émission. Cette dernière est en fait la trace de la diffusion de l'onde sonore par la vorticité [29]. Ce phénomène est tout à fait analogue à la diffusion d'une onde lumineuse par des variations d'indice optique. Elle a déjà fait en elle-même l'objet de plusieurs études expérimentales [46, 17] et reste un sujet de recherche à part entière. Elle sera pourtant considérée comme du bruit (au sens du traitement du signal) dans le cas qui nous intéresse.

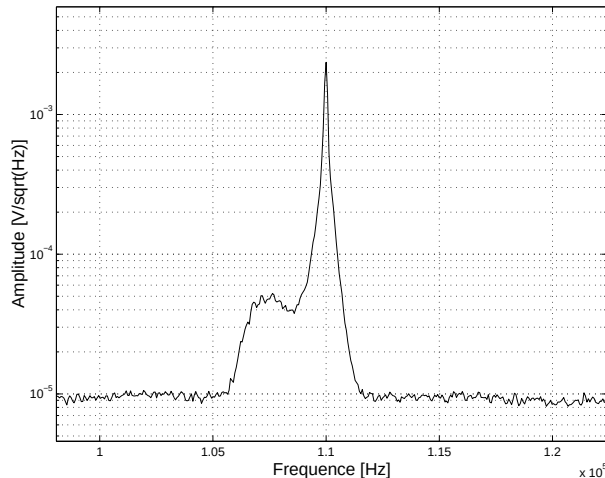


FIG. 3.5 – Spectre du signal de pression obtenu avec un écoulement sans bulles. Fréquence d'émission : 110 kHz.

L'élargissement de la raie correspondant au trajet direct ne peut pas s'expliquer de la même manière. La différence majeure réside dans le fait que l'élargissement est symétrique par rapport à la fréquence d'émission, ce qui interdit d'invoquer l'effet Doppler. Néanmoins, c'est bien l'écoulement qui est à l'origine de ce phénomène. La largeur de la raie dépend en particulier de la vitesse moyenne, et est la conséquence des multiples déphasages aléatoires introduits par la turbulence. Comme la contribution de la diffusion par la vorticité, ce signal sera à considérer comme un bruit. Il limitera la capacité du système à détecter les décalages Doppler faibles, donc les faibles vitesses de déplacement des bulles.

3.3.4 Enregistrement avec traceurs

Lorsqu'on ajoute à la situation précédente, des bulles de savon dans l'écoulement, le spectre du signal reçu ressemble à celui de la figure 3.6. Le seul changement visible est l'apparition d'encore un peu plus d'énergie dans la bande correspondant au décalage Doppler. La différence est cependant assez faible, et dans ce cas particulier (particulièrement mauvais), le signal de diffusion par les bulles est pratiquement noyé dans le bruit, comme le montre le tracé de l'amplitude en fonction du temps sur la droite de la figure (   comparer au signal de la figure 2.15, page 41).

La particularité du système est qu'augmenter la puissance de l'onde incidente ne change rien au rapport signal sur bruit. En effet, toutes choses égales par ailleurs, le signal (diffusion par les bulles) et le bruit (diffusion par la vorticité) sont tous les deux proportionnels à l'amplitude de l'onde incidente. Le rapport est donc constant².

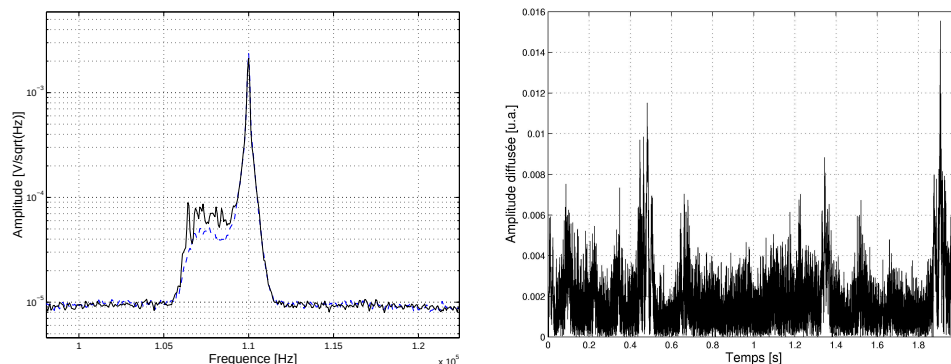


FIG. 3.6 –   gauche : Spectre du signal de pression obtenu avec un écoulement contenant des bulles (trait plein). Le spectre en tireté est celui obtenu sans bulles dans l'écoulement. Fréquence d'émission : 110 kHz.   droite : Amplitude du signal de pression obtenu avec des bulles dans l'écoulement. Trois passages de bulles sont tout juste visibles.

3.3.5 Zone de mesure

Passée la vérification du fonctionnement du système, le problème se pose de la zone dans laquelle les bulles sont visibles. Pour mériter le nom de mesure lagrangienne, il faut en effet suivre les bulles sur des dimensions qui ne soient pas négligeables devant celles de l'écoulement. Comme nous l'avons signalé au paragraphe 3.2, c'est la taille des transducteurs qui va déterminer la zone où les bulles seront visibles. On peut s'en faire une idée – assez approximative toutefois – en considérant l'intersection des cylindres s'appuyant sur les bords des transducteurs. La figure 3.7 donne l'allure obtenue avec deux transducteurs ronds. La projection dans le plan de diffusion forme un losange, alors que l'aspect tridimensionnel évoque plutôt un berlingot. Sa forme dépend très fortement de l'angle formé par les transducteurs, c'est-à-dire de l'angle de diffusion. La figure 3.8 donne quelques allures typiques.

Bien que l'expérience donne des résultats qui sont en bon accord avec cette représentation, il faut être conscient que celle-ci ne donne qu'une allure. En effet, les effets de diffraction ne sont pas négligeables, rendant ainsi la définition des bords de la zone assez délicate (*cf* 3.6.2).

Obtenir un suivi le plus long possible pousse donc à utiliser un angle de diffusion très grand (jusqu'à l'angle plat). En pratique, cela pose plusieurs problèmes. Il ne faut pas oublier que le système de mesure ne doit pas perturber l'écoulement. L'écartement entre les transducteurs doit être suffisant (plus grand que la taille typique du jet). De plus, à écartement donné, le trajet qu'aura à parcourir l'onde sonore diverge comme la fonction tangente lorsqu'on s'approche de l'angle de diffusion maximal (180 ). Avant les dimensions de la pièce, l'obstacle principal à cette augmentation est l'absorption des ondes sonores par l'air, qui n'est pas négligeable aux

²Ceci n'est évidemment valable que si l'amplitude globale est beaucoup plus importante que celle du bruit de fond électronique, ce qui est assez vite atteint en pratique.

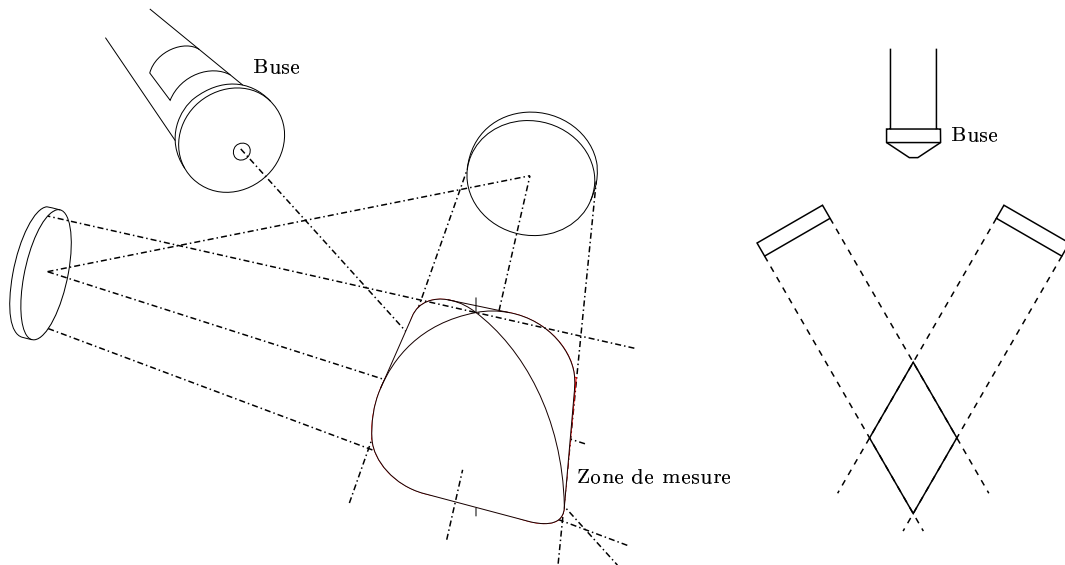


FIG. 3.7 – Allure de la zone de mesure, comme intersection des cylindres basés sur les transducteurs, en perspective à gauche, et en projection dans le plan de diffusion à droite.

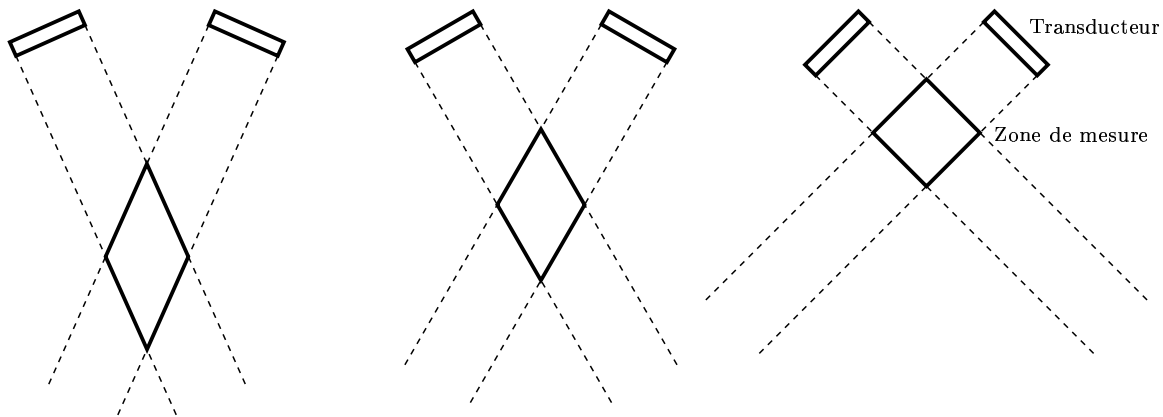


FIG. 3.8 – Variation de la forme de la zone de mesure selon l'angle de diffusion.

fréquences où l'on travaille (au delà de la centaine de kilohertz). L'angle de diffusion – donc la distance de suivi des traceurs – est limité. Ceci étant, il est toujours possible, à angle fixé, d'augmenter la taille des transducteurs eux-mêmes. La limite à ce procédé est cette fois-ci de nature électrique. L'amplificateur branché sur l'émetteur fournit une puissance finie, celle-ci se répartit sur toute la surface active. Un facteur d'échelle deux signifie une diminution de puissance par unité de surface d'un facteur quatre. Lorsque le rapport signal sur bruit est déjà faible, cela peut devenir critique.

3.4 Rapport signal sur bruit

3.4.1 Aspects qualitatifs

Nous avons vu dans les paragraphes qui précèdent les sources de signal et de bruit intervenant dans le dispositif expérimental. La maximisation du rapport signal sur bruit est un impératif pour effectuer de bonnes mesures. Nous allons passer en revue les différents paramètres ajustables, et montrer leur influence sur la qualité du signal, ce qui nous permettra de justifier le dimensionnement du dispositif expérimental.

Nous avons déjà signalé au paragraphe 3.3.2 l'impossibilité de modifier le rapport signal sur bruit en modifiant l'amplitude d'émission. Le niveau sonore doit juste être suffisant pour que le signal détecté soit nettement plus puissant que le bruit *électronique* du récepteur. C'est l'angle de diffusion qui va le plus permettre de jouer sur le rapport signal sur bruit, en agissant d'une part sur la composante à fréquence nulle, et d'autre part sur la section efficace de diffusion par la vorticité. Autant le premier signal est filtrable, car dans une bande de fréquence différente de celle du signal utile, autant le second ne l'est pas. Il a en effet pratiquement tout en commun avec le signal de diffusion par les bulles : bande spectrale, instationnarité. Pire, il n'est pas insensé d'envisager, les deux étant générés par le même phénomène physique, qu'ils soient fortement corrélés ! Il est donc nécessaire de maximiser le rapport signal sur bruit avant même l'enregistrement. La variation de l'amplitude diffusée par la vorticité en fonction de l'angle θ est donnée [46, 29] par le facteur suivant (facteur de Lund) :

$$\frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)}. \quad (3.2)$$

Elle est représentée sur la figure 3.9. Il apparaît que la vorticité ne diffuse pas de son à angle droit. En pratique lorsque les axes des transducteurs sont orthogonaux, le signal de diffusion par la vorticité disparaît presque totalement (le très faible signal résiduel étant dû aux effets de diffraction). Nous avons utilisé lors de nos mesures un angle proche de cent vingt degrés, qui permet d'avoir un compromis acceptable entre une zone de mesure suffisamment longue, et un bruit pas trop élevé.

La section efficace de diffusion par les bulles de savon n'a pas un comportement aussi simple en fonction de l'angle. La littérature développant la théorie de l'interaction d'une bulle de savon avec une onde sonore est pour le moins réduite, sinon inexistante. En revanche, le comportement des coquilles métalliques (shells) a été très   tudi  ³. Il est probable que la bulle de savon ait un comportement assez proche. Comme dans le cas de boules homogènes [16], la section efficace de diffusion dépend considérablement de la fréquence démission et de l'angle entre l'onde incidente et l'onde diffusée. Vues les incertitudes expérimentales (variation de l'angle de diffusion, de la taille des bulles, de leur densité, etc.), la prédiction de cette section efficace serait d'une utilité assez contestable. L'expérience montre qu'elle a plutôt tendance à augmenter lorsque la fréquence d'excitation augmente (au moins jusqu'à 140 kHz), contrairement au signal de vorticité, qui a plutôt tendance à diminuer, de sorte que le rapport signal sur bruit augmente lorsque la fréquence augmente (voir le paragraphe suivant). Cela pousse donc à utiliser les fréquences les plus élevées possibles.

   défaut du calcul, la mesure directe de la section efficace de diffusion a été envisagée. Elle s'est heurtée à des problèmes expérimentaux liés à la nature même des diffuseurs. Les mesures

³On pourra consulter [58] pour se faire une idée générale du sujet

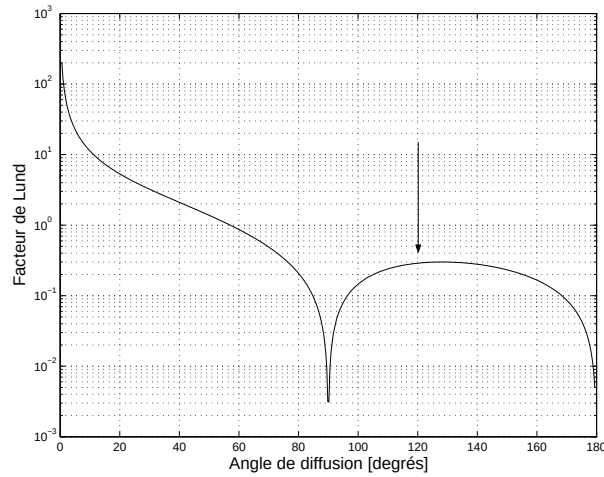


FIG. 3.9 – Variation de la section efficace de diffusion de la vorticité selon l'angle de diffusion (angle θ sur la figure 2.13, page 39). La flèche indique l'angle de diffusion utilisé pour les mesures.

classiques de sections efficaces de diffusion imposent d'immobiliser la cible. En l'occurrence, accrocher une bulle de savon modifierait radicalement ses propriétés acoustiques (le résultat de la mesure serait sans doute plus lié aux propriétés du fil qu'à celles de la bulle). En théorie, comme les bulles sont iso-densité, aucun support n'est nécessaire. En pratique, la bulle est sensible aux moindres déplacements de l'air (  commencer par la convection naturelle), ce qui rend très délicat son maintien en un point de l'espace.   cause de ces difficultés techniques, aucune mesure précise de la section efficace de diffusion des bulles de savon n'a été réalisée.

3.4.2 Comment définir le rapport signal sur bruit ?

Jusqu'à présent, nous avons parlé de rapport signal sur bruit de façon vague. Lorsqu'une définition précise doit être écrite, les choses sont un peu délicates. Un rapport signal sur bruit est habituellement le rapport des puissances de deux signaux. Cela se traduirait par la mesure des variances du bruit (le signal de diffusion en l'absence de bulles), et du signal complet, pour en déduire la quantité souhaitée, sous une hypothèse d'indépendance statistique. Cette procédure suppose que les deux signaux sont continus dans le temps, ce qui n'est pas du tout le cas avec le signal produit par les bulles. Le rapport signal sur bruit calculé ainsi dépend de la densité temporelle des passages de bulles. Pour l'en rendre indépendant, il est nécessaire de prendre en compte les instants où le signal est présent.

L'estimation pratique du niveau de bruit ne pose pas de problème : si la densité de bulles présentes n'est pas trop importante, la médiane de l'amplitude filtrée passe-bas du signal acoustique est un bon estimateur. L'estimation du niveau du signal suppose dans un premier temps que l'on sache identifier les instants où il est présent. On fera l'hypothèse que cet ensemble est une union d'intervalles, chaque intervalle correspondant au passage d'une bulle. La détection se fait par seuillage de l'amplitude filtrée du signal acoustique. La figure 3.10 montre à gauche la partie réelle du signal, à droite l'amplitude correspondante filtrée, avec le niveau du seuil (en tireté), pris comme le double du niveau du bruit défini ci-dessus. Quelques opérations supplémentaires sont nécessaires pour éliminer les points isolés et les lacunes. Elles seront développées au chapitre 4, consacré au traitement de signal. Le niveau du signal est ensuite défini comme la

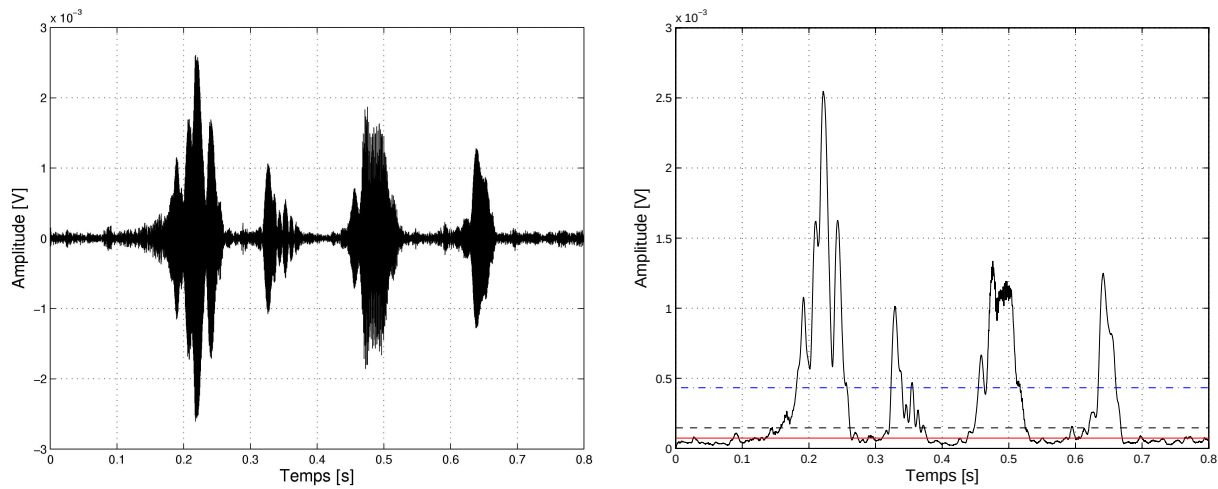


FIG. 3.10 – À gauche : exemple de signal de pression après filtrage passe-bande. À droite : module filtré passe-bas correspondant. Les deux traits horizontaux représentent les différents niveaux : bruit (trait plein), valeur du seuil (double du bruit, trait tireté), moyenne du signal sur les instants retenus (trait mixte).

moyenne de l'amplitude *sur les instants où une bulle est présente*. Le rapport signal sur bruit est le rapport de ce niveau sur celui du bruit. Il faut noter qu'il s'agit d'un rapport d'amplitudes et non pas de puissances comme c'est l'usage.

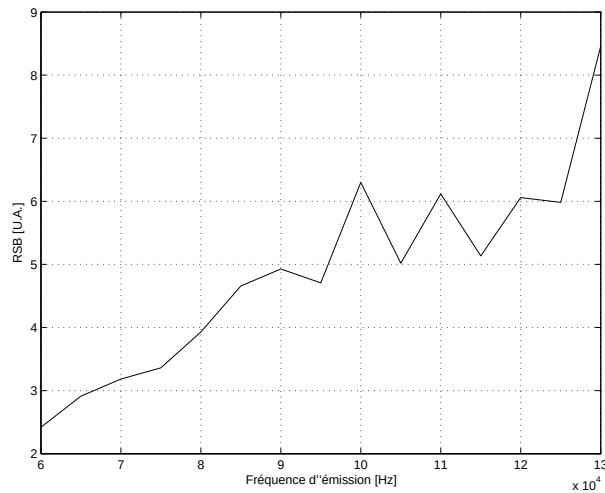


FIG. 3.11 – Rapport signal sur bruit en fonction de la fréquence d'émission.

L'application pratique de cette définition nous a servi à déterminer la fréquence d'émission optimale. Pour cela, nous avons enregistré des signaux de diffusion pour des fréquences allant de 60 kHz à 130 kHz, dans la situation tridimensionnelle. Un filtrage passe-bande est appliqué pour éliminer au maximum le bruit électronique avant de procéder à l'estimation du rapport signal sur bruit. Les résultats sont tracés sur la figure 3.11. L'irrégularité assez importante de

la courbe est liée à la faible quantité de données utilisées dans l'estimation. La tendance est très claire : plus la fréquence d'émission est élevée, meilleur est le rapport signal sur bruit.

L'analyse n'a pas été poussée plus loin que 130 kHz, car un autre phénomène rentre en jeu. L'atténuation des ondes acoustiques par l'air commence à devenir non négligeable, et augmente l'importance du bruit électronique. Cela a pour conséquence de diminuer nettement la durée pendant laquelle les bulles sont détectables, ce qui enlève tout intérêt aux signaux (puisque'il s'agit de suivre les bulles sur la distance la plus grande possible). Nous avons choisi d'utiliser des fréquences entre 110 kHz et 130 kHz.

3.5 Mesure de vitesse tridimensionnelle

La présentation de la mesure de vitesse unidimensionnelle a été l'occasion de révéler un certain nombre de limitations inhérentes au principe. Le seul paramètre qui ait réellement une influence sur la qualité du signal est la fréquence de l'onde incidente. Néanmoins, il était nécessaire d'aller plus loin. En particulier, la taille de la zone de mesure était un peu faible par rapport à la grande échelle de l'écoulement. Dans la configuration présentée (une paire de transducteurs, mesure unidimensionnelle), les contraintes font que la seule possibilité pour allonger la zone de mesure est l'augmentation de la taille des transducteurs. Avec des transducteurs de 12 cm de diamètre, il est déjà nécessaire de faire fonctionner les amplificateurs très près de leur puissance maximale, à cause de l'atténuation des ondes sonores. Passer à des transducteurs de 24 cm de diamètre divise la puissance émise par quatre, et le bruit électronique devient trop important. Il faut pour compenser cela, rapprocher les transducteurs, ce qui les fait rentrer dans l'écoulement et perturbe le jet.

Le passage à une mesure tridimensionnelle avec deux paires de transducteurs émetteur-récepteur s'est avérée être la solution à ce problème, et a eu un certain nombre de conséquences positives, aussi bien du point de vue de l'enregistrement que du traitement du signal. Sa motivation première n'a curieusement pas été l'amélioration du rapport signal sur bruit mais l'atténuation des perturbations que subit l'onde de vision directe (*cf* 3.3.3, page 50). La seule possibilité pour aboutir à cette atténuation est de faire sortir les transducteurs du plan contenant l'axe de la soufflerie (figure 3.12, à gauche), pour que l'onde ne passe pas dans la zone de turbulence. Ce faisant, il est nécessaire de maintenir la zone de mesure dans le jet, ce qui impose d'incliner les axes. Le vecteur d'onde de diffusion est maintenant non parallèle à l'axe, et la composante de vitesse mesurée également (figure 3.12, à droite). Étant donné la symétrie cylindrique du jet, il est naturel de vouloir se placer dans un repère qui respecte cette symétrie. La composante la plus naturelle à mesurer est la longitudinale (selon l'axe du jet). Pour reconstituer la composante longitudinale uniquement, il suffit d'avoir la mesure simultanée de la vitesse de la bulle projetée sur un second vecteur, symétrique du premier par rapport à l'axe (figure 3.13, vecteurs i et j). Une seconde paire émetteur-récepteur peut permettre une telle mesure. Afin de pouvoir séparer clairement les deux signaux, l'utilisation de deux fréquences est indispensable. La paire au dessus du jet (émetteur 1 et récepteur 1) travaille avec la fréquence f_1 , la paire en dessous (émetteur 2, et récepteur 2) travaille avec la fréquence f_2 . Et pour peu que l'on s'arrange pour qu'un récepteur soit toujours en face d'un émetteur, le même système permet de mesurer deux composantes supplémentaires, donnant les composantes transverses en plus de la longitudinale. Le récepteur 1 détecte en effet la fréquence f_2 de l'émetteur 2, et le récepteur 2 la fréquence f_1 de l'émetteur 1. Les quatre composantes accessibles seront désignées

dans la suite du texte par v_i, v_j, v_k, v_l , suivant le vecteur de projection. Ces composantes ne sont pas indépendantes, au sens algébrique comme au sens statistique. C'est un immense avantage du point de vue du traitement du signal, dans la mesure où la redondance permet de réduire le bruit de mesure, au prix d'une complexité supplémentaire du traitement (nous y reviendrons au chapitre suivant). Nous avons choisi de nous placer dans un repère cartésien.

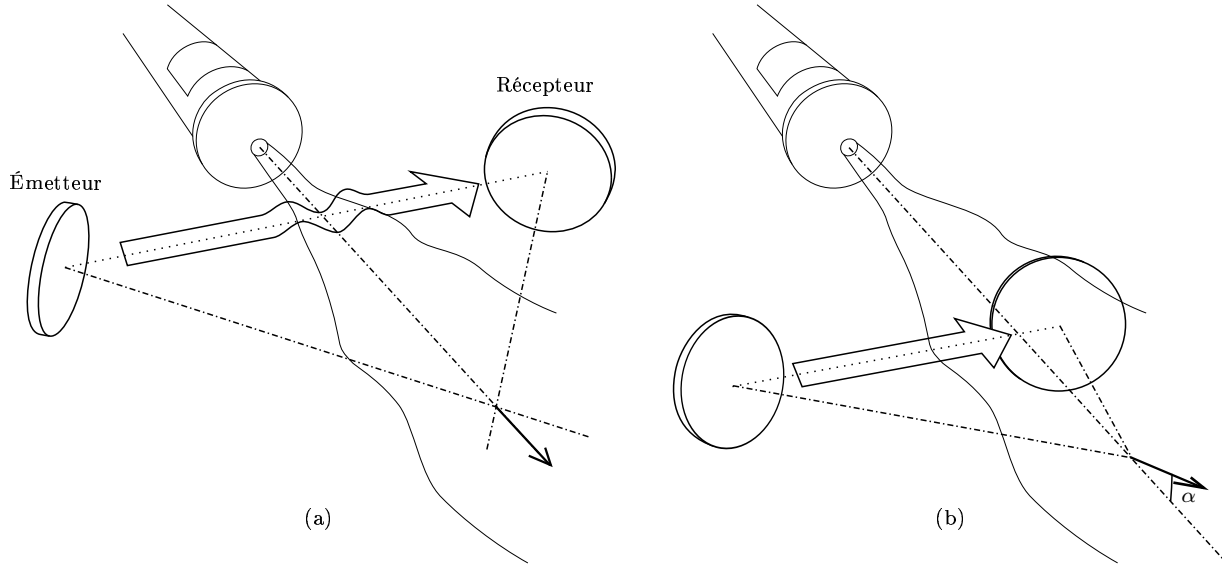


FIG. 3.12 – Avec la disposition classique pour la mesure de la composante de vitesse longitudinale (a), l'onde passant directement de l'émetteur au récepteur traverse l'écoulement. Dans la situation (b), ce n'est plus le cas, les fluctuations de phase de l'onde directe sont diminuées. En contrepartie, le vecteur d'onde de diffusion n'est plus parallèle à l'axe du jet.

Le passage à un repère orthonormé (x, y, z) peut se faire avec les formules suivantes, où α représente l'angle que fait chacun des vecteurs i, j, k, l avec l'axe du jet (la disposition est symétrique) :

$$v_x = \frac{v_l - v_k}{2 \sin \alpha} \quad v_y = \frac{v_i - v_j}{2 \sin \alpha} \quad v_z = \frac{v_i + v_j + v_k + v_l}{4 \cos \alpha} \quad (3.3)$$

On constate au vu de ces formules que les différentes composantes ne seront pas équivalentes à l'issue du calcul. En effet, la composante longitudinale est le résultat de la somme des quatre signaux de vitesse, alors que seuls deux interviennent pour les composantes transverses. D'autre part, un angle trop faible va dégrader le rapport signal sur bruit. La composante v_i a pour expression $v_i = v_y \sin \alpha + v_z \cos \alpha + b$ où b représente un bruit additif (signal de vorticité et bruit électronique). Pour pouvoir extraire correctement la valeur de v_y , il faut que la puissance de $v_y \sin \alpha$ soit importante devant celle de b , ce qui n'est pas le cas si l'angle est trop faible. Malheureusement, c'est contradictoire avec un angle de diffusion grand (α diminue lorsque l'angle de diffusion augmente), pour obtenir un rapport signal sur bruit et une dynamique correctes (cf 3.4.2). L'angle résulte donc d'un compromis entre ces deux exigences. La valeur choisie pour α est de 26 degrés, donnant un angle de diffusion θ de 126 degrés.

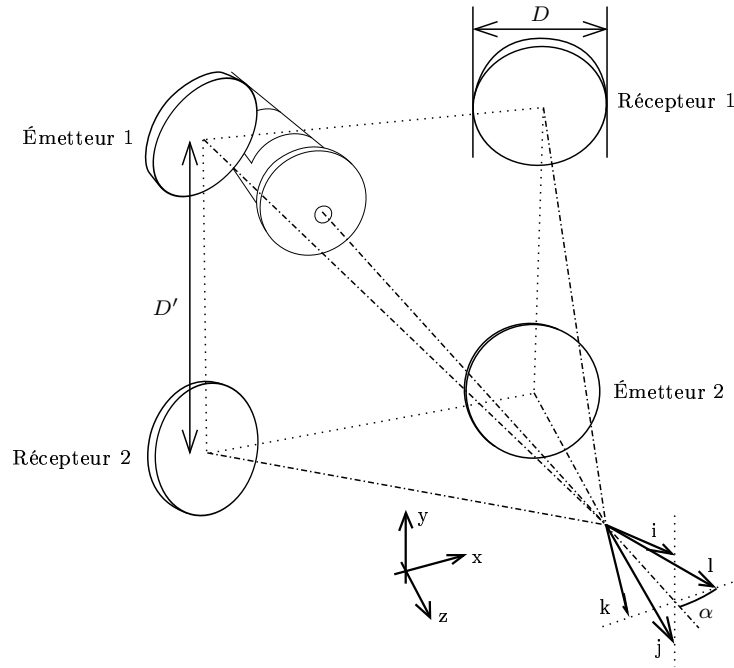


FIG. 3.13 – Avec deux paires émetteur-récepteur, quatre projections de la vitesse d’une bulle sont accessibles. La disposition des transducteurs est symétrique et forme une pyramide à base carrée. $\alpha = 26^\circ$, $D = 24$ cm, $D' \simeq 50$ cm.

3.6 Caractérisation de la zone de mesure

Le principal problème qui se pose pour mettre en œuvre le principe exposé au paragraphe 2.7, page 38 est la production de l’onde incidente. Autant l’étude mathématique d’une onde acoustique *plane* est simple, autant sa réalisation physique est complexe à obtenir. Nous exposerons d’abord qualitativement les problèmes rencontrés, puis nous présenterons de manière plus quantitative les conséquences que cela peut avoir.

3.6.1 Champ proche et champ lointain

La méthode *a priori* la plus simple pour obtenir une onde plane de longueur d’onde λ est l’emploi de transducteurs plans. La figure 3.14 montre l’allure des limites du champ acoustique produit. Il comporte deux zones. Dans celle dite de *champ proche*, la pression varie très rapidement d’un point à l’autre, et s’annule en certains points de l’axe. En contrepartie, la divergence est très faible. Dans celle de *champ lointain*, la pression varie régulièrement (comme l’inverse du carré de la distance au transducteur), et l’onde tend progressivement vers une forme sphérique lorsqu’on s’éloigne du transducteur. La divergence du faisceau se fait selon un angle de l’ordre de λ/D , ce qui signifie qu’elle sera d’autant plus prononcée que la longueur d’onde sera grande par rapport au diamètre D du transducteur.

La limite entre champ proche et champ lointain est définissable facilement à partir du champ de pression sur l’axe [19], qui a l’allure donnée sur la figure 3.15. Celui-ci n’oscille que dans la zone de champ proche. La position du dernier maximum (ici 40 cm) donne le début de la zone de champ lointain. Cette distance peut être calculée analytiquement ; elle vaut pour un disque

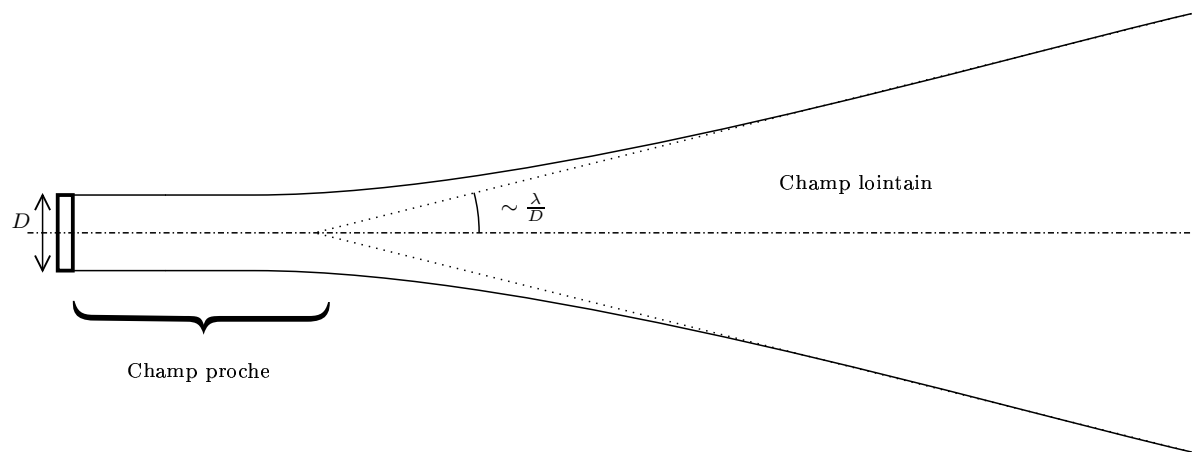


FIG. 3.14 – Allure des limites du champ acoustique produit par un transducteur circulaire plan.

$$r = \frac{D^2}{4\lambda} - \frac{\lambda}{4} \quad (3.4)$$

Au vu de ces faits, on peut se demander dans laquelle des deux zones l'onde se rapproche le plus de ce qu'on pourrait appeler une onde plane. Dans le cas qui nous intéresse, le but est d'obtenir une onde plane dans un volume de l'espace le plus grand possible. La zone de champ proche ne correspond pas à ces critères, car l'amplitude et la phase varient de manière très complexe. La régularité du champ lointain est intéressante, mais les surfaces isophas sont des sphères. L'expérimentateur a tendance à vouloir privilégier le champ lointain, où les propriétés varient régulièrement, ce qui laisse la possibilité *a priori* de compenser les biais. Malheureusement, les distances nécessairement élevées augmentent l'atténuation, et rendent impossible (au moins dans notre cas) toute détection. Il est donc indispensable de travailler avec des distances faibles. Deux solutions sont alors disponibles : soit utiliser des transducteurs suffisamment petits pour être en zone de champ lointain, auquel cas la taille de la zone de mesure variera fortement avec la fréquence, soit utiliser des transducteurs très grands, pour lesquels la zone de mesure sera en champ proche, mais où les caractéristiques géométriques ne dépendront pratiquement pas de la fréquence. Notre système nous place dans la seconde situation. Comme dans la zone utile, l'onde présente ne sera pas plane et uniforme, la validité de la formule liant le décalage fréquentiel à la vitesse du diffuseur (2.9, page 39) est à vérifier.

3.6.2 Expression du vecteur d'onde de diffusion

La situation idéale de l'onde incidente plane a pour principal avantage le fait que le vecteur d'onde de diffusion est unique (voir paragraphe 2.7, page 38). Il est définissable indépendamment de tout point d'espace. À partir du moment où l'onde n'est plus plane, ceci n'est *a priori* plus vrai. L'intuition fournit quelques impressions sur la variation de ce vecteur d'onde. Pour peu que le transducteur soit vu d'assez loin, il est tentant de porter le vecteur d'onde incident sur la droite passant par le centre du transducteur et le point considéré. Nous allons voir par le calcul que l'acoustique réserve quelques surprises.

Considérons la situation décrite sur la figure 3.16. Les deux transducteurs récepteur (R) et émetteur (E) ont la forme de disques, et ont leur axes dans le même plan. L'onde sonore produite

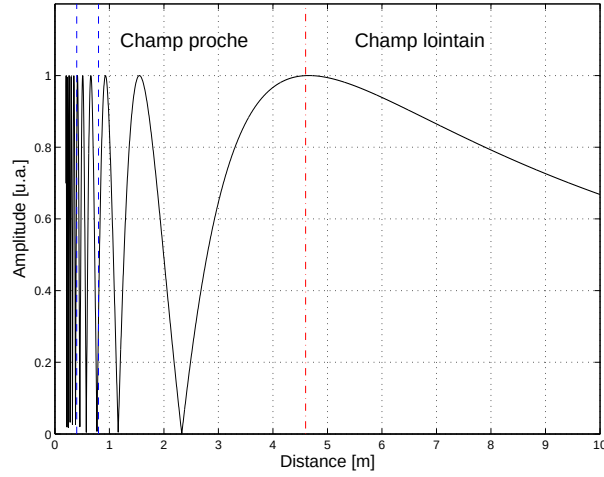


FIG. 3.15 – Allure de l’amplitude de pression le long de l’axe d’un transducteur circulaire plan de 24 cm de diamètre, à une fréquence de 110 kHz. Le trait mixte sépare les zones de champ proche et de champ lointain. Les traits tiretés délimitent la position de la zone de mesure.

par l’émetteur, à la pulsation ω interagit avec le diffuseur (D), qui la diffuse de manière isotrope⁴. Le récepteur reçoit une partie de cette onde diffusée, dont la fréquence a été modifiée. Le but est d’obtenir le coefficient liant le décalage Doppler avec la vitesse et la position du diffuseur.

Nous nous plaçons dans la situation où l’onde produite par l’émetteur est sinusoïdale. En l’absence d’hypothèse particulière (autre que les conditions d’application de la formule de Huygens-Fresnel), la pression acoustique complexe vue par le diffuseur vaut :

$$P_D = \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS \quad (3.5)$$

où S_E désigne la surface du transducteur émetteur, $k = 2\pi/\lambda$ la norme du vecteur d’onde (λ la longueur d’onde de l’onde incidente). Cette formule est tout à fait générale, et reste valable même lorsque le diffuseur se déplace à des vitesses supérieures à celles du son, car le champ acoustique ne dépend que de l’émetteur, qui reste immobile par rapport à l’air. Ce n’est pas le cas pour le champ émis par la particule. L’utilisation de la formule de diffraction nécessite alors quelques précautions. Elle ne sera valide que si tous les fronts d’onde arrivant à un instant donné sur le récepteur correspondent à la même position spatiale de la source, c’est-à-dire du diffuseur. Il faut donc que ce dernier se déplace nettement moins vite que les fronts d’onde, c’est à dire moins vite que le son. Une conséquence de cette hypothèse que nous avons signalée au paragraphe 2.7 est que lors de la diffusion, la longueur d’onde diffusée peut être considérée comme identique à celle de l’onde incidente. La variation de fréquence provient alors de la variation de la *phase* liée au déplacement du diffuseur⁵. Il est alors possible d’appliquer la formule de diffraction et le théorème de réciprocité [19]. L’amplitude vue par le récepteur est :

⁴Cette hypothèse est fautive en pratique, mais cela a peu de conséquences

⁵Cela revient également à considérer que l’onde diffusée se déplace à la vitesse du son *plus* celle du diffuseur. La situation du couple diffuseur-récepteur est alors analogue à celle du couple émetteur-diffuseur à un changement de référentiel près. Bien que présentant ce genre d’incohérences physiques, cette hypothèse donne des résultats tout à fait valides.

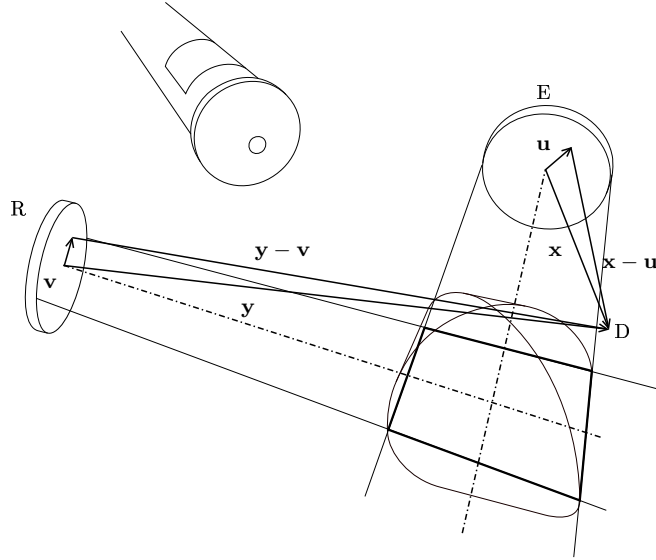


FIG. 3.16 – Notations pour le calcul du champ de diffraction. u et v décrivent les surfaces des transducteurs. x et y relient les centres des transducteurs au diffuseur.

$$\begin{aligned}
 P_R &= P_D \int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS \\
 &= \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS \int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS \\
 &= I_1(\mathbf{x}) I_2(\mathbf{y}),
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

de sorte qu'elle s'exprime comme le produit de deux intégrales ayant la même forme et qui dépendent du temps à travers $\mathbf{y}$ et $\mathbf{x}$. Cette dépendance n'a rien à voir avec la variation périodique $e^{-i\omega t}$ de l'onde.

Définissons maintenant ω_R , la pulsation instantanée vue par le récepteur comme la dérivée de la phase du signal de pression :

$$\begin{aligned}
 \omega_R(t) &\hat{=} - \frac{d}{dt} [\arg (P_R(t) e^{-i\omega t})] \\
 &= - \frac{d}{dt} [\arg (I_1 I_2 e^{-i\omega t})] \\
 &= - \frac{d}{dt} [\arg I_1 + \arg I_2 - \omega t] \\
 &= - \frac{d \arg I_1}{dt} - \frac{d \arg I_2}{dt} + \omega.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Le décalage Doppler s'exprime comme la somme de deux variations de phase liées respectivement aux positions relatives entre l'émetteur et le diffuseur d'une part, le récepteur et le diffuseur d'autre part. Les calculs des deux dérivées étant analogues, nous nous contenterons de développer celui correspondant à I_1 .

Il est facile de montrer que

$$\frac{d}{dt} [\arg I_1] = \text{Im} \left[\frac{1}{I_1} \frac{dI_1}{dt} \right]. \tag{3.8}$$

Le calcul de $\frac{d}{dt} [\arg I_1]$ revient alors à celui de $\frac{dI_1}{dt}$.

On a

$$I_1(\mathbf{x}) \hat{=} \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS, \quad (3.9)$$

d'où on tire

$$\frac{dI_1}{dt} = \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|^2} \frac{d}{dt} (|\mathbf{x}-\mathbf{u}|) (ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}| - 1) dS \quad (3.10)$$

Or, $\frac{d}{dt} |\mathbf{x}-\mathbf{u}| = \mathbf{V} \cdot \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}$, avec $\mathbf{V} \hat{=} \frac{d\mathbf{x}}{dt}$. D'où

$$\frac{dI_1}{dt} = \mathbf{V} \cdot \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|^2} (ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}| - 1) \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS \quad (3.11)$$

De manière assez générale, $k|\mathbf{x}-\mathbf{u}| \gg 1$. En effet, pour $|\mathbf{x}-\mathbf{u}| \simeq 1$ m et $f \simeq 110$ kHz, $k|\mathbf{x}-\mathbf{u}| \simeq 2000$. On en déduit :

$$\frac{dI_1}{dt} = ik\mathbf{V} \cdot \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS. \quad (3.12)$$

Finalement,

$$\frac{d}{dt} [\arg I_1] = \text{Im} \left[\frac{ik\mathbf{V} \cdot \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS}{\int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS} \right] \quad (3.13)$$

et

$$\omega_R(t) = -\mathbf{V} \cdot \text{Im} \left[\frac{ik \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS}{\int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS} - \frac{ik \int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} \frac{\mathbf{y}-\mathbf{u}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS}{\int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS} \right] + \omega. \quad (3.14)$$

En posant

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) \hat{=} -\text{Im} \left[\frac{ik \int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} \frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS}{\int_{S_E} \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{u}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{u}|} dS} - \frac{ik \int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} \frac{\mathbf{y}-\mathbf{u}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS}{\int_{S_R} \frac{e^{-ik|\mathbf{y}-\mathbf{v}|}}{|\mathbf{y}-\mathbf{v}|} dS} \right], \quad (3.15)$$

où $\mathbf{r}$ repère la position du diffuseur ($\mathbf{r}$ et $\mathbf{r}$ s'en déduisent), ω_R peut se mettre sous la forme :

$$\omega_R(t) = \mathbf{V}(t) \cdot \mathbf{q}(\mathbf{x}) + \omega. \quad (3.16)$$

Il est illusoire de tenter d'obtenir une formule explicite pour ces intégrales, en particulier pour le champ proche, qui correspond à la diffraction de Fresnel. L'étude de la formule 3.15 a donc été faite par intégration numérique.

3.6.3 Application numérique

La figure 3.17 représente l'amplitude acoustique I_1 générée à 110 kHz par l'émetteur, dans un rectangle contenant la zone de mesure. Les paramètres utilisés pour le calcul reprennent celles de la mesure tridimensionnelle. L'allure est caractéristique du champ proche : le faisceau acoustique est très bien défini et de largeur constante, l'amplitude varie rapidement et s'annule en certains points de l'axe du transducteur. Cette carte peut également servir à se faire une idée de la sensibilité du récepteur. Le théorème de réciprocité nous permet d'affirmer que les zones de forte amplitude pour un émetteur correspondent à des zones de forte sensibilité pour un récepteur qui serait situé au même endroit. Il suffit donc d'effectuer une simple symétrie d'axe horizontal pour obtenir la sensibilité du récepteur. La sensibilité globale est obtenue par multiplication des deux champs. On retrouve alors la forme en losange déjà évoquée au 3.3.5. Il est flagrant cependant que la sensibilité est très loin d'être constante. Cela explique la modulation de l'amplitude du signal diffusé (voir par exemple la figure 2.15, page 41). On note la présence de quelques points de très forte et de très faible sensibilité.

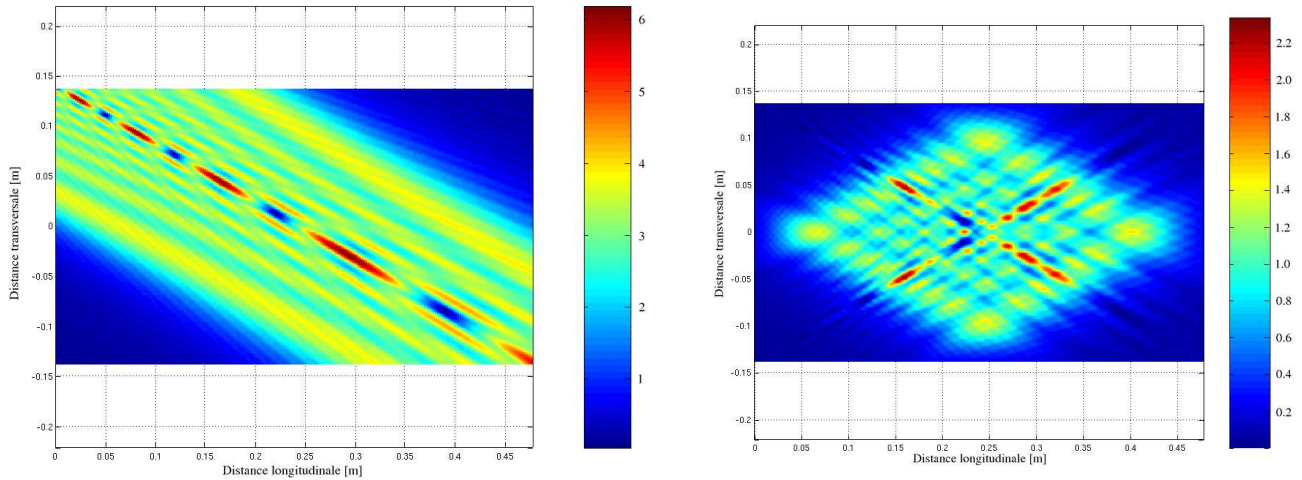


FIG. 3.17 – À gauche : champ produit par le transducteur émetteur dans un voisinage de la zone de mesure (il est placé en haut à gauche). À droite : sensibilité spatiale du couple émetteur-récepteur, dans un plan horizontal (les transducteurs sont en haut à gauche et en bas à gauche).

La dépendance du vecteur d'onde $\mathbf{q}$ avec la position est décrite sur la figure 3.18. À quelques points près son module varie entre 3100 m^{-1} et 3300 m^{-1} dans la zone de mesure. Cela donne une incertitude relative d'environ 6 %, ce qui est acceptable. Les points qui ne sont pas dans cet intervalle correspondent aux endroits où l'amplitude de l'émission ou bien la sensibilité à la réception s'annulent. Il est intéressant de noter que ces divergences ne sont pas des artefacts numériques. Elles sont liées à la présence de discontinuités de phase dans la carte de champ acoustique, qui n'existent que sur l'axe du transducteur. Leur présence n'est pas gênante en pratique, car elles sont associées à une sensibilité très faible ou nulle : toutes les positions où la bulle diffusera le son de manière détectable correspondent à des vecteurs d'onde valides. Une opération d'interpolation sera néanmoins nécessaire pour compenser la disparition du signal en ces points.

L'orientation du vecteur d'onde de diffusion a une allure semblable. Dans la zone de mesure, hormis les quelques points problématiques, l'orientation est comprise entre $-0,1$ radians et $0,1$ radians (et l'estimation est assez large), soit ± 6 degrés. Le vecteur d'onde sera donc considéré par la suite comme constant.

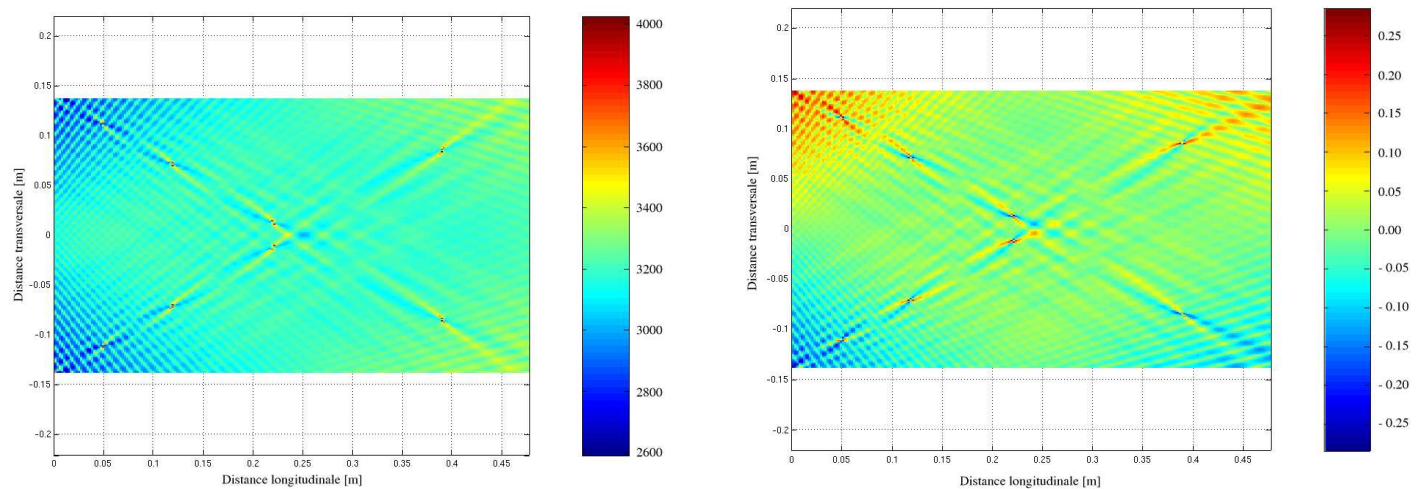


FIG. 3.18 – Vecteur d'onde de diffusion dans un plan horizontal de la zone de mesure. À gauche : module (en radians $\cdot$ m $^{-1}$), à droite : angle avec l'axe longitudinal (en radians)

3.6.4 Zones de mesure

Le paragraphe précédent a permis de vérifier que pour une paire de transducteurs émetteur-récepteur, le vecteur d'onde de diffusion était raisonnablement constant, même en champ proche. Nous nous intéressons maintenant à la forme qu'a la zone dans laquelle la bulle est vue par les quatre canaux dans la situation de mesure tridimensionnelle. Dans la mesure où la partie du champ acoustique utile a une allure très proche d'un cylindre, cette zone sera approximée par l'intersection de quatre cylindres s'appuyant sur les transducteur. La figure 3.19 montre le résultat obtenu pour la configuration utilisée. La forme est bien différente de celle obtenue pour seulement un couple émetteur-récepteur (voir figure 3.7, page 52). En particulier, les extrémités sont beaucoup plus pointues. Si l'on prend en compte les signaux où la bulle n'est vue que par trois voies en même temps, il est nécessaire de rajouter sur cette représentation un certain nombre de zones en plus. Il y en a quatre catégories, selon la voie manquante. La figure 3.20 montre les formes obtenues. La zone complète a une forme relativement ronde, de section nettement plus constante que pour la seule zone centrale. Cela contribuera à réduire les biais de mesure liés à des contraintes géométriques. Nous insistons sur le fait que cette représentation a été obtenue par des moyens géométriques très simples qui ne sont justifiables qu'en champ proche. La zone réelle n'a pas une frontière aussi bien définie, et les dimensions indiquées sur les figures doivent être prises avec une erreur de l'ordre de quelques centimètres.

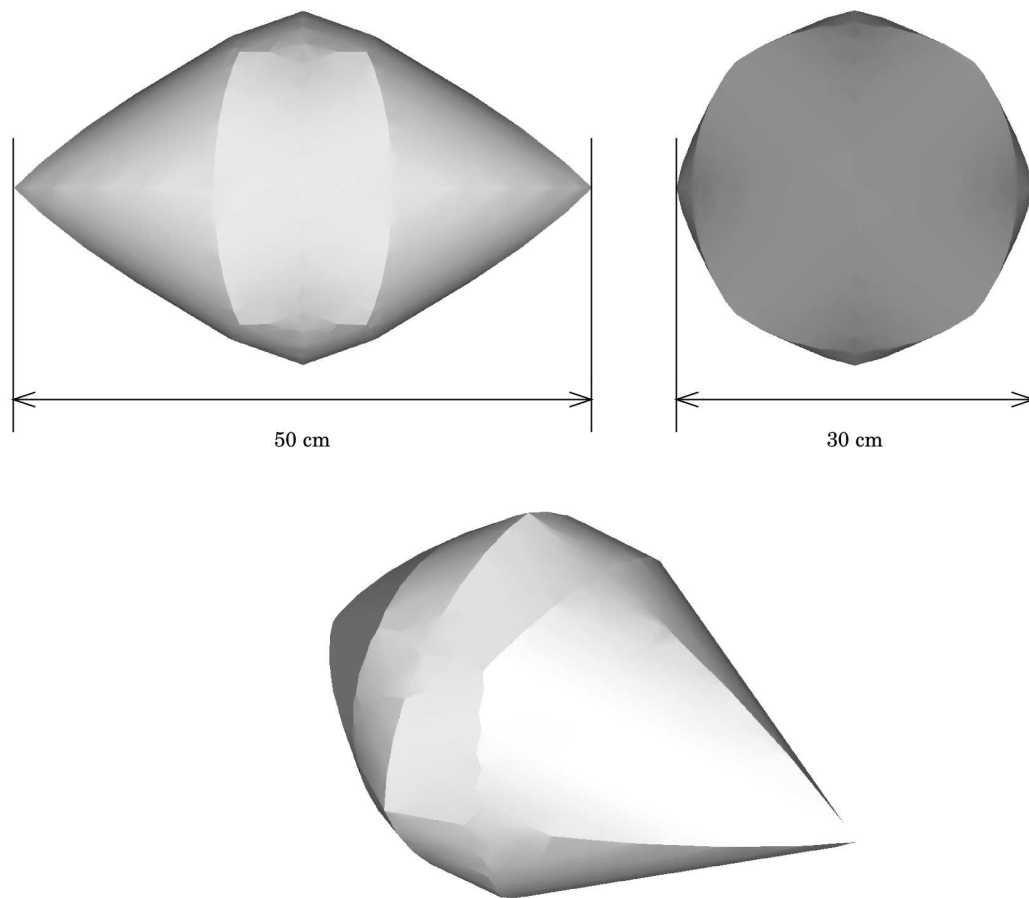


FIG. 3.19 – Allure de la zone dans laquelle les bulles peuvent être détectées sur les quatre voies simultanément. L'axe du jet est selon la plus grande dimension.

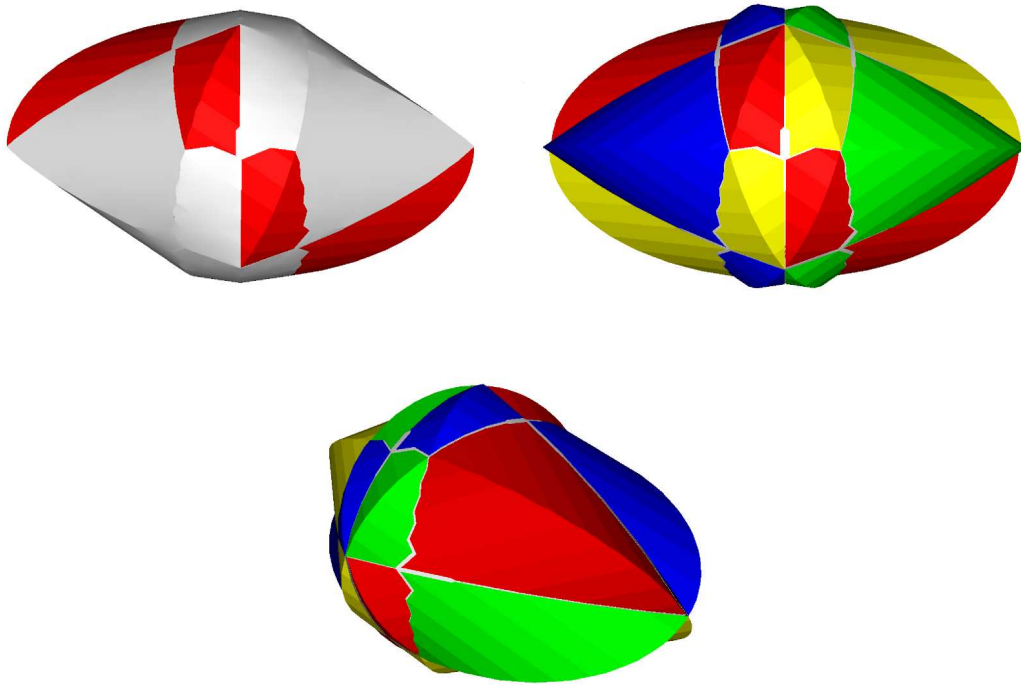


FIG. 3.20 – En gris est représentée la zone dans laquelle les bulles sont vues sur quatre voies. Les quatre autres couleurs repèrent les volumes dans lesquels la bulle n'est vue que sur trois voies simultanément. La zone de mesure complète est l'union de tout ces volumes.

Chapitre 4

Traitement du signal acoustique

La présentation du dispositif expérimental faite dans les deux chapitres précédents a permis d'insister sur le fait que l'on n'accède à la vitesse des traceurs que de manière indirecte. Il s'agit une fois l'enregistrement effectué, de démoduler le signal de pression pour en extraire la vitesse proprement dite. Dans un premier temps, il faut déterminer les instants où un signal utile est présent, puis calculer la vitesse du traceur avec un algorithme approprié. Ces deux phases sont au cœur de la procédure de traitement de signal, qui permet d'obtenir la vitesse des traceurs projetée sur quatre vecteurs non orthogonaux. Un changement de repère permet d'obtenir *in fine* la vitesse tridimensionnelle sur un repère orthonormé.

4.1 Présentation des signaux

La disposition des transducteurs nécessaire à la mesure de vitesse tridimensionnelle est rappelée sur la figure 4.1. Deux signaux de pression – un par récepteur – sont enregistrés. Chaque récepteur recevant les ondes provenant des deux émetteurs, chaque signal comprend deux signaux modulés en amplitude par les réponses acoustiques, et en fréquence par effet Doppler, situés dans des bandes différentes, au voisinage des fréquences d'émission (multiplexage fréquentiel). L'opération de démultiplexage s'effectue en deux étapes : modulation et filtrage passe-bas. L'opération de modulation permet de translater le signal en fréquence, de manière à ramener la fréquence d'émission à zéro. Après le filtrage, seul le signal souhaité est conservé. Les composantes sinusoïdales parasites aux fréquences d'émission sont également éliminées à l'aide d'un filtre coupe-bande étroit. L'opération de démultiplexage fournit au bout du compte quatre signaux, correspondant aux quatre vecteurs d'ondes i, j, k, l . Sauf mention contraire, le terme “signal” désignera par la suite un de ces derniers.

Il est indispensable pour la compréhension de la suite de préciser que l'opération de translation en fréquence est une multiplication par une exponentielle complexe, donc que tous les signaux considérés sont *complexes* et non réels. Du fait de la présence d'une vitesse moyenne dans l'écoulement, tous les décalages Doppler sont de même signe (et négatifs, vu l'orientation des transducteurs). Le démultiplexage fournit des signaux *analytiques*, ce qui facilite énormément le traitement, en particulier l'extraction de vitesse.

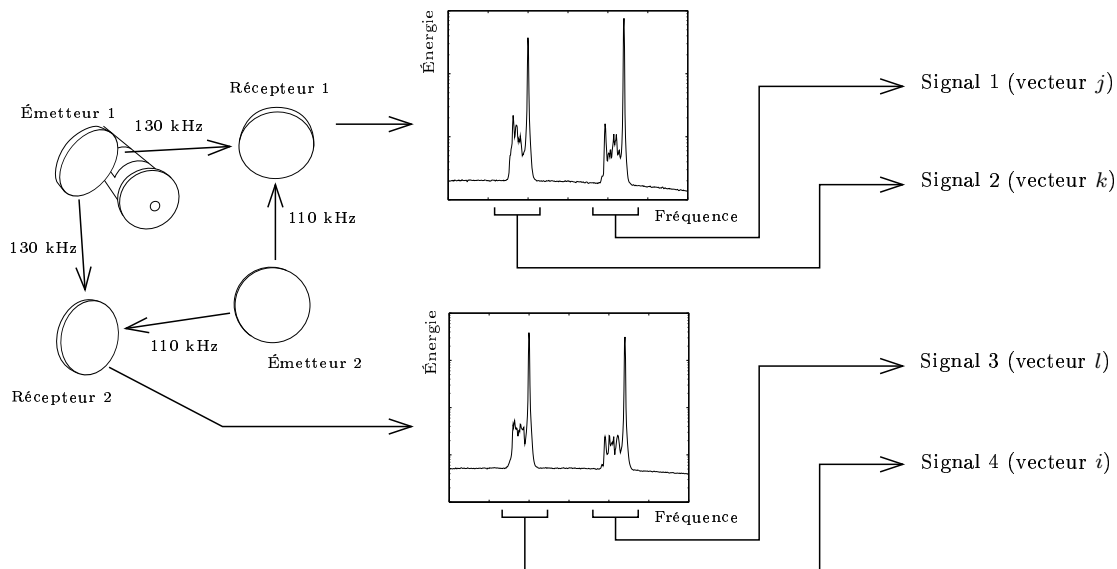


FIG. 4.1 – Le signal de pression enregistré par chaque transducteur est le multiplexage de deux signaux de diffusion. Après traitement, quatre signaux temporels *complexes* sont obtenus. Les vecteurs sont ceux de la figure 3.13, page 58.

4.2 Sélection des zones importantes

Comme il a été dit au paragraphe concernant le calcul du rapport signal sur bruit, toute la difficulté de l'étude des signaux lagrangiens réside dans leur non-continuité dans le temps. Seuls les intervalles de temps où une bulle est présente dans la zone de mesure sont intéressants. Il est nécessaire de détecter ces intervalles pour n'effectuer les traitements que sur ceux-ci. La méthode la plus simple consiste à utiliser l'augmentation nette de l'amplitude de la pression détectée par les récepteurs lors du passage d'un traceur. La technique est une variante de l'algorithme de calcul du rapport signal sur bruit (3.4.2, page 54). L'application d'un seuillage seul sur l'amplitude du signal de pression ne donne pas de résultats satisfaisants. Ce principe simple est très sensible au bruit, malgré les différents filtrages utilisés. Il sélectionne des points isolés, et sépare artificiellement des zones qui n'auraient pas dû l'être. Deux opérations d'élimination de segments trop petits et de fusion des segments proches sont appliquées après le seuillage, pour obtenir que les zones sélectionnées soient des intervalles de temps d'une longueur suffisante. L'algorithme complet est le suivant :

- Filtrage passe-bas du *module* du signal acoustique complexe. Cette opération a pour but de réduire les variations brutales d'amplitudes dues au champ proche des transducteurs.
- Sur le signal précédent, sélection des points dont l'amplitude est supérieure au double de la médiane. La médiane est un excellent estimateur du bruit de fond, prendre la valeur double donne de bons résultats en pratique.
- Élimination des segments vraiment trop petits (quelques points)
- Fusion des segments proches (distants de moins qu'un seuil déterminé empiriquement)
- Élimination des segments plus petits que deux mille points, taille raisonnable pour faire une transformée de Fourier.

Ce traitement débouche sur une liste de segments, dont la longueur est toujours supérieure à deux mille points. Cet algorithme fonctionne bien, il n'a comme défaut que de parfois fusionner

des segments qui n'auraient pas dû l'être. Il repose en effet sur l'hypothèse qu'une bulle au plus se trouve à l'intérieur de la zone de mesure, ce qui n'est pas toujours vrai, malgré les précautions prises pour l'injection (cf 2.6, page 37).

4.3 Appariement des segments de vitesse

Pour accéder aux trois composantes de vitesse des bulles de savon, il est nécessaire de disposer d'au moins trois signaux simultanément. Il est tentant de dire que lorsqu'une bulle a été détectée sur un des quatre signaux, elle sera visible sur les trois autres. Il n'en est rien, pour des raisons purement géométriques. La zone de mesure pour une paire émetteur-récepteur a la forme de berlingot montrée à la figure 3.7. Lorsque l'ensemble est incliné par rapport à l'axe de la soufflerie, comme c'est le cas avec la disposition de mesure tridimensionnelle, la zone est également inclinée par rapport à l'axe. Avec quatre couples émetteur-récepteur, quatre zones de mesure distinctes coexistent, ce qui fait que la bulle pourra être vue sur un à quatre des signaux enregistrés, selon sa position. L'identification des intervalles temporels où une bulle est visible sur les quatre signaux en même temps est indispensable. L'opération de sélection des zones importantes se faisant indépendamment sur les quatre voies enregistrées, il est nécessaire d'apparier les segments détectés. L'algorithme suivant est utilisé (figure 4.2) :

1. Toutes voies confondues, détermination du segment qui débute le plus tôt (s_1)
2. Vérification pour chacune des trois autres voies de la présence d'un segment ayant une partie commune avec s_1 (s_2 à s_4). Si ce n'est pas le cas, il n'est pas possible de trouver une partie commune pour quatre zones : élimination de s_1 et retour à l'étape précédente.
3. Vérification de la présence d'une partie commune aux quatre segments s_1 à s_4 . S'il n'y en a pas, élimination du segment qui se termine le plus tôt, et retour à la première étape.

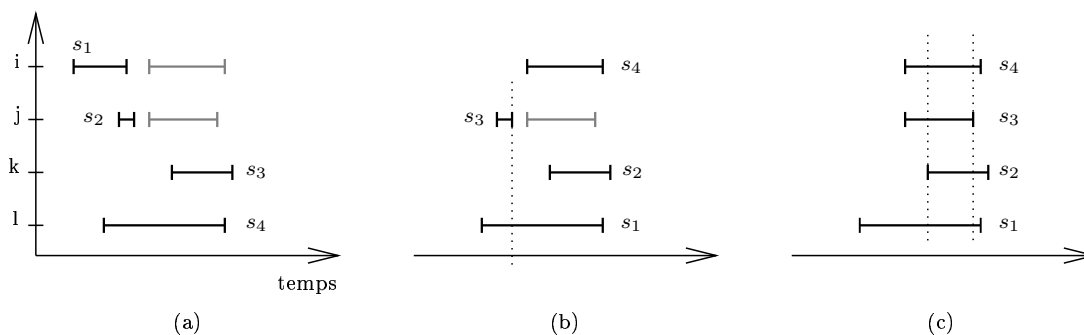


FIG. 4.2 – Trois étapes de l'algorithme d'appariement. (a) Les segments s_2 et s_4 ont une partie commune avec s_1 , mais pas s_3 . s_1 est éliminé, ce qui conduit à examiner la situation (b). Les segments s_2 à s_4 ont cette fois-ci tous une partie commune avec le nouveau segment s_1 , mais aucune zone où les quatre se recouvrent n'existe. Le segment qui se termine le plus tôt (ici s_3) est éliminé, pour aboutir à la situation 4. Cette fois-ci, les deux conditions précédentes sont remplies, les quatre segments sont appariés.

Cette procédure permet de trouver des quadruplets de segments ayant une partie commune. Cela ne garantit en rien que les quatre segments correspondent bien à la même bulle, mais cela est vrai en pratique dans l'immense majorité des cas, sauf lorsque plusieurs bulles sont présentes

dans le volume de mesure. Il ne fournit pas de triplets de segments qui sont *a priori* exploitables, mais fourniraient des mesures de moins bonne qualité.

4.4 Extraction de vitesse

4.4.1 Transformations temps-fréquence

L'effet Doppler a pour effet de modifier le contenu spectral de l'onde incidente, en fonction de la vitesse du diffuseur. L'utilisation de méthodes de traitement du signal qui travaillent dans l'espace des fréquences est naturel. Les outils les plus classiques (transformée de Fourier, corrélation) n'ont de sens qu'avec des signaux stationnaires. Le signal de pression diffusée n'a cette caractéristique que dans le cas où la vitesse du diffuseur est constante. L'effet Doppler transforme alors une sinusoïde en une autre sinusoïde, de fréquence différente. Le périodogramme permet d'estimer la nouvelle fréquence avec une précision excellente, pour peu qu'un grand nombre de points soit disponible. Lorsque le diffuseur a un mouvement irrégulier, tout le raisonnement précédent s'effondre. Le signal de pression n'est plus stationnaire, et le périodogramme n'a plus de sens. Il est alors nécessaire de passer à une description temps-fréquence. Le raisonnement habituel – assez peu rigoureux – consiste alors à considérer le signal comme localement stationnaire, et d'estimer les fréquences sur des portions successives du signal avec une transformée de Fourier. Cette transformation sera appelée *spectrogramme* dans la suite du texte [13]. La figure 4.3 donne un exemple du résultat obtenu sur un signal de diffusion. Les niveaux de gris indiquent la présence ou non d'énergie. Deux trajectoires de bulles sont nettement visibles. La relation Doppler fait que l'axe des ordonnées peut être gradué directement en unité de vitesse, à l'aide d'un simple facteur multiplicatif, pour peu que la fréquence d'émission soit ramenée à zéro. La fréquence zéro (vitesse nulle) correspond alors à la composante sinusoïdale parasite déjà évoquée (3.3.3). Elle est nettement visible ici. On notera la différence fondamentale entre les deux signaux. Le parasite est apparemment stationnaire (il ne montre pas de dépendance avec le temps), alors que le signal de diffusion ne l'est pas du tout.

Le spectrogramme, malgré son importance historique très grande, ne présente pas des caractéristiques permettant d'extraire convenablement le signal de vitesse dans notre cas particulier. La résolution en temps et en fréquence est beaucoup trop faible, à cause des limitations inhérentes à la transformée de Fourier [13]. Par contre, elle se révèle un outil de contrôle très pratique pendant les expérimentations, grâce à sa rapidité de calcul.

Contrairement aux méthodes optiques, qui ne disposent que de capteurs quadratiques, l'acoustique permet un accès aisé à la phase du signal. Le signal de pression enregistré s'écrit directement sous forme complexe : $P(t) = e^{i\frac{\omega}{c}(\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d) \cdot \mathbf{r}(t)}$. Pour obtenir la valeur de la projection de la vitesse sur le vecteur $\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d$, il est nécessaire d'extraire la pulsation instantanée définie par $-\frac{d}{dt} [(\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_d) \cdot \mathbf{r}]$ (notations du paragraphe 2.7, page 38).

Cette forme apporte beaucoup d'information sur le signal, ce qui pourra être mis à profit dans le choix et l'élaboration de la méthode de traitement. Il est alors assez naturel de s'orienter vers des méthodes paramétriques, qui exploitent au maximum les hypothèses faites sur le signal [38]. Elles permettent d'atteindre des performances extrêmement élevées, au prix d'une certaine complexité de calcul. Le but de notre étude étant l'obtention de statistiques, les volumes de données étaient très importants. Pour des raisons de rapidité de calcul, le traitement destiné à extraire le signal de vitesse n'est pas paramétrique *stricto sensu*. Il s'appuie sur la

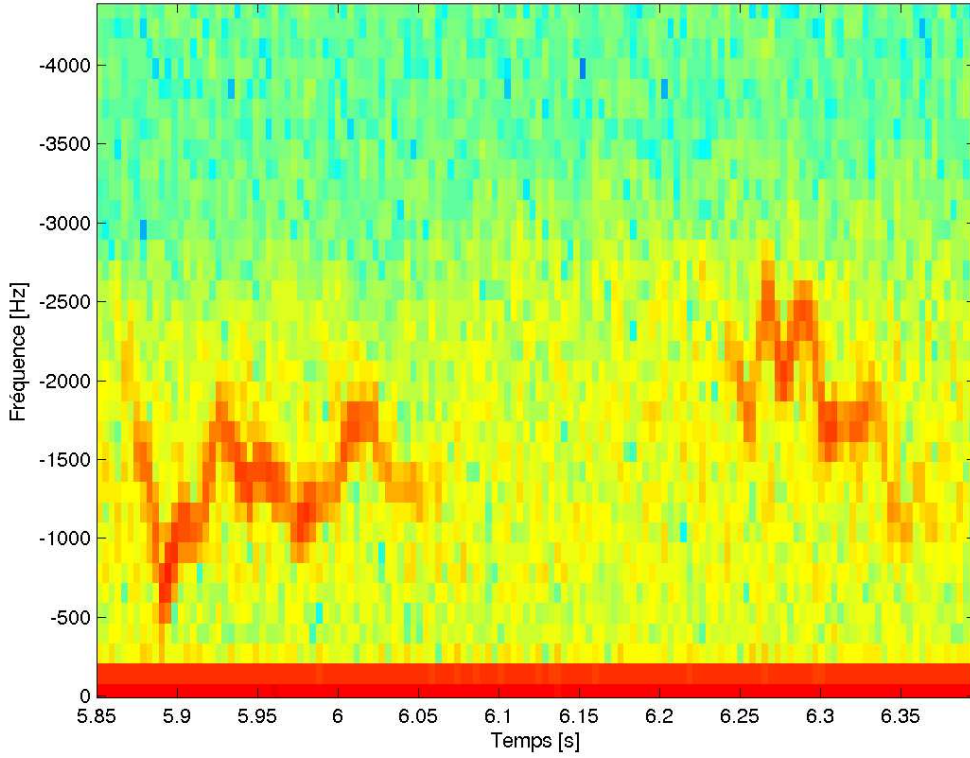


FIG. 4.3 – Exemple de spectrogramme

transformation de Choi-Williams, dont nous allons rappeler les principales caractéristiques¹.

Cette transformation fait partie de la classe de Cohen qui regroupe un grand nombre de distributions bilinéaires dites *énergétiques*. Celles-ci sont déduites à partir d'un ensemble de contraintes. Soit un signal $x(t)$, quelconque (stationnaire ou non). Une distribution énergétique temps-fréquence $\rho_x(t, \nu)$ de la classe de Cohen est une transformation bilinéaire qui possède les deux propriétés suivantes :

- Conservation de l'énergie totale

$$E_x = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \rho_x = \int_{\mathbb{R}} |x|^2 \quad (4.1)$$

- Invariance par translation dans le temps et les fréquences

$$\forall t, t', \nu, \nu' \quad x_{t', \nu'}(t) \hat{=} x(t - t') e^{2i\pi\nu't} \Rightarrow \rho_{x_{t', \nu'}}(t, \nu) = \rho_x(t - t', \nu - \nu') \quad (4.2)$$

Ces deux contraintes suffisent à écrire ρ_x sous la forme tout à fait générale (classe de Cohen) :

$$\forall t, \nu \quad \boxed{\rho_x(t, \nu) = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} K\left(s - t + \frac{\tau}{2}, s - t - \frac{\tau}{2}\right) x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2i\pi\nu\tau} ds d\tau} \quad (4.3)$$

¹Nous nous appuyerons largement dans cette partie sur la présentation faite dans [13], page 104.

K est appelé noyau. Pour que ρ_x satisfasse les contraintes ci-dessus, il doit vérifier la condition :

$$\forall u, u' \quad \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} K(u-t, u'-t) e^{-2i\pi\nu(u-u')} dt d\nu = \delta(u-u') \quad (4.4)$$

L'ajout de contraintes supplémentaires permet de déterminer une forme pour K . Nous avons utilisé pour nos signaux la transformation de Choi-Williams.

Elle est définie par :

$$\forall t, \nu \quad C_x(t, \nu) \triangleq \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \frac{\sigma}{|\tau|} e^{-2\sigma^2(s-t)^2/\tau^2} x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2i\pi\nu\tau} ds d\tau \quad (4.5)$$

et vérifie les contraintes :

- Conservation de la marginale en temps

$$\forall \nu \quad \int_R \rho_x(t, \nu) dt = |X(\nu)|^2 \quad (4.6)$$

- Conservation de la marginale en fréquence

$$\forall t \quad \int_R \rho_x(t, \nu) d\nu = |x(t)|^2 \quad (4.7)$$

- Réalité

$$\forall t, \nu \quad \rho_x(t, \nu) \in \mathbb{R} \quad (4.8)$$

(X est la transformée de Fourier de x).

La figure 4.4 montre un exemple de résultat obtenu par application de la transformation sur le même signal que celui de la figure 4.3. À l'exception du parasite à fréquence nulle qui a été filtré avant le calcul de la transformation, l'allure est très voisine de la précédente. Deux différences majeures existent cependant. La carte d'énergie comporte nettement plus de points, et les traces repérant le passage des bulles sont plus étroites, ce qui permet la mesure de vitesse par simple repérage du maximum d'énergie. Ceci est contrebalancé par la présence d'interférences entre zones énergétiques. Quelques-unes sont visibles ici, aux instants où l'accélération change de signe.

4.4.2 Principe de l'algorithme

L'algorithme retenu pour l'extraction de vitesse a été obtenu par essais successifs à partir de la transformation de Choi-Williams. Les différentes étapes sont les suivantes :

- **Calcul de la transformée de Choi-Williams sur les portions du signal correspondant au passage d'une bulle.**

L'application numérique ne suit pas exactement la formule 4.5 ci-dessus, dans la mesure où les intégrales ne sont pas calculables sur l'ensemble des réels, mais uniquement sur une fenêtre. On retrouve la notion de fenêtre glissante, base du spectrogramme. La fenêtre

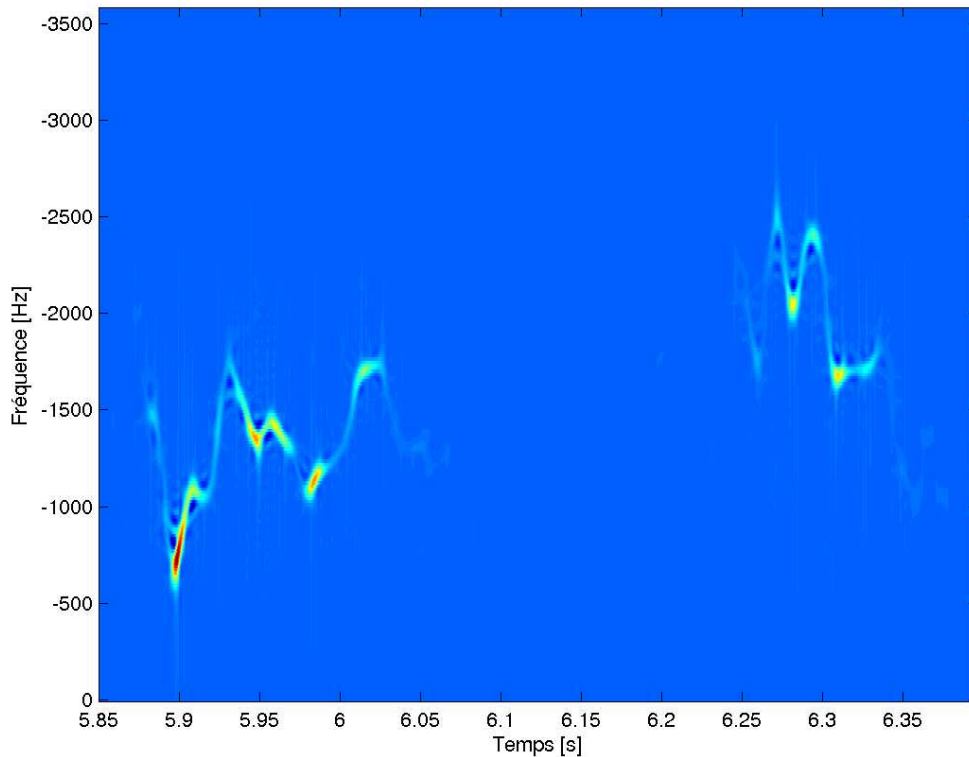


FIG. 4.4 – Exemple de transformation de Choi-Williams avec $\sigma = 1$.

utilisée en pratique est longue d'environ 4 ms (256 points). D'autre part, la numérisation introduit une discrétisation du signal, et il convient de s'assurer que la fréquence d'échantillonnage est suffisamment élevée pour ne pas avoir de phénomène de repliement. Le signal étant quasiment analytique, il suffit de respecter le critère de Shannon : la fréquence d'échantillonnage doit être deux fois plus grande que la fréquence la plus élevée présente dans le signal ([13], page 237).

- **Pour chaque instant, recherche de la fréquence du maximum d'énergie.**
 Cette fréquence est une première estimation de la vitesse de la bulle à l'instant considéré. À cause du fort sur-échantillonnage nécessaire au multiplexage, la position varie très peu (une dizaine de bins environ).
- **Si le maximum à un instant donné est éloigné de plus qu'un certain nombre de bins du maximum de l'instant précédent, c'est cette dernière valeur qui est considérée correcte.**
 Cette règle a pour but d'éviter que l'algorithme ne "décroche" lorsque le rapport signal sur bruit devient trop faible. En imposant au maximum d'énergie de ne pas trop bouger entre deux pas de temps, il est possible de combler de petites lacunes de manière relativement satisfaisante. La valeur du seuil a été déterminée empiriquement, par essais successifs.
- **Calcul précis de la vitesse à l'instant donné en calculant le barycentre des fréquences sur quelques points entourant le maximum d'énergie, pondérés par les *cubes* des énergies.**

Théoriquement, le barycentre des énergies donne la fréquence instantanée au sens de la formule 3.7 (voir [13], page 130). Elle suppose une absence totale de bruit, ce qui est loin d'être le cas en pratique. L'utilisation des seuls points d'énergie voisins du maximum permet de s'affranchir de la majorité du bruit, voire d'une seconde trace créée par une seconde bulle en même temps. La pondération par le cube des énergies s'est également révélé un moyen très efficace pour atténuer l'effet des interférences entre composantes fréquentielles.

La figure 4.5 montre un exemple de signal obtenu avec cet algorithme, superposé à l'image temps-fréquence précédente (figure 4.4). Une caractéristique de la détection est la mauvaise qualité du signal aux extrémités des segments (ceci est très visible ici sur le segment de droite). Cela est dû au découplage entre la détermination des intervalles utiles, et l'extraction de vitesse proprement dite.

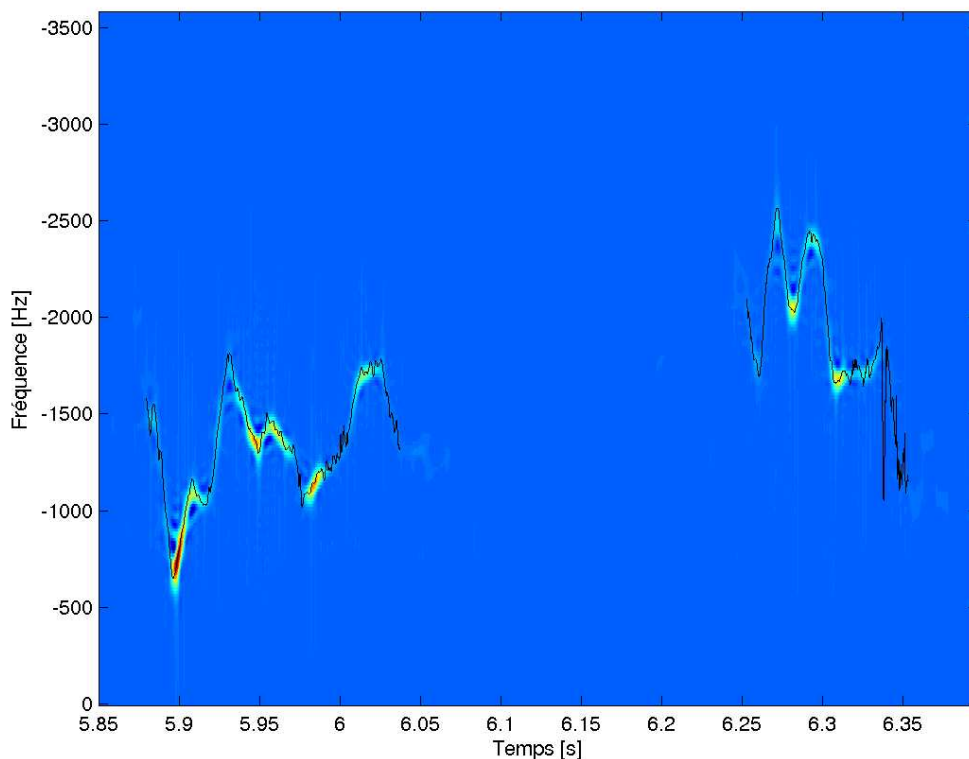


FIG. 4.5 – Exemple de sortie de l'algorithme d'extraction de vitesse.

4.5 Changement de repère

L'extraction de vitesse porte sur l'intégralité de chaque segment sélectionné, et pas uniquement sur la portion commune aux quatre. Ceci permet de reconstituer la vitesse tridimensionnelle sur une zone un peu plus longue, en utilisant les parties où trois signaux seulement sont

présents. La figure 4.6 présente une situation typique. Les traits en pointillé délimitent trois intervalles de temps, sur lesquels trois ou quatre segments existent. L'appariement est fait de telle sorte qu'une zone avec quatre segments est toujours présente, entourée de deux zones où un des signaux manque (elles seront appelées respectivement 4-zone et 3-zone). Les 3-zones peuvent éventuellement être vides. À partir du moment où trois signaux ou plus sont disponibles, il est possible de calculer la vitesse sur trois axes. Les formules à utiliser en fonction du signal manquant sont résumées dans le tableau ci-dessous (l'angle α est celui de la figure 3.13).

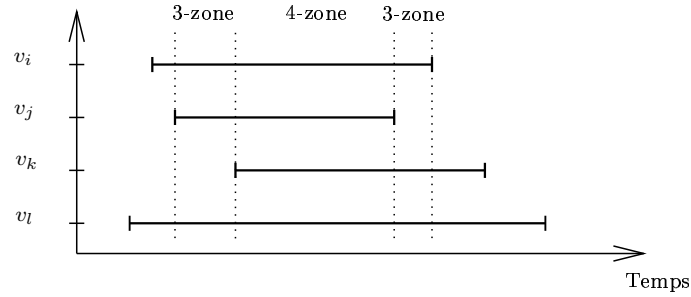


FIG. 4.6 – Allure des instants où chaque signal est disponible pour un passage de bulle. Trois projections au moins sont nécessaires pour pouvoir obtenir la vitesse sur un repère orthonormé. Au centre, quatre signaux sont disponibles (4-zone), sur les bords, seuls trois le sont (3-zones).

À calculer Manquant		v_x	v_y	v_z
	aucun	$\frac{v_l - v_k}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{v_i - v_j}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{v_i + v_j + v_k + v_l}{4 \cos(\alpha)}$
	v_i	$\frac{v_l - v_k}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{(v_k + v_l)/2 - v_j}{\sin(\alpha)}$	$\frac{v_k + v_l}{2 \cos(\alpha)}$
	v_j	$\frac{v_l - v_k}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{v_i - (v_k + v_l)/2}{\sin(\alpha)}$	$\frac{v_k + v_l}{2 \cos(\alpha)}$
	v_k	$\frac{v_l - (v_i + v_j)/2}{\sin(\alpha)}$	$\frac{v_i - v_j}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{v_i + v_j}{2 \cos(\alpha)}$
	v_l	$\frac{(v_i + v_j)/2 - v_k}{\sin(\alpha)}$	$\frac{v_i - v_j}{2 \sin(\alpha)}$	$\frac{v_i + v_j}{2 \cos(\alpha)}$

4.6 Validation numérique

Étant donnée la complexité de l'algorithme d'extraction de vitesse, la vérification de son fonctionnement est indispensable. Nous nous attacherons d'abord à faire des tests sur des signaux synthétiques, puis dans la partie suivante, sur des signaux réels. D'autres tests seront dévolus au calcul du spectre ou de l'autocorrélation sur un signal discontinu dans le temps. Ils seront discutés dans le chapitre concerné.

4.6.1 Signaux synthétiques

Le signal utilisé est simplement un bruit blanc filtré pour que son spectre suive une loi de puissance. L'exposant considéré dans cette partie est -2 (pour s'approcher de la prédiction de la théorie de Kolmogorov). Nous avons essayé de faire en sorte que le signal synthétique puisse être traité par les mêmes programmes que le signal réel, afin d'être sûr de tester le bon algorithme. Par conséquent, le signal possède un spectre et un histogramme voisin de celui des expériences, et il est divisé en segments de positions et de longueurs variables. Les différences principales avec le traitement réel sont l'absence de la composante sinusoïdale parasite et l'absence du bruit lié à la diffusion par la vorticité. L'influence du bruit a          en ajoutant un bruit blanc gaussien indépendant. D'autre part, seul un traitement unidimensionnel a      effectué, l'algorithme d'appariement de segments et celui de changement de repère ne font pas partie de ces tests.

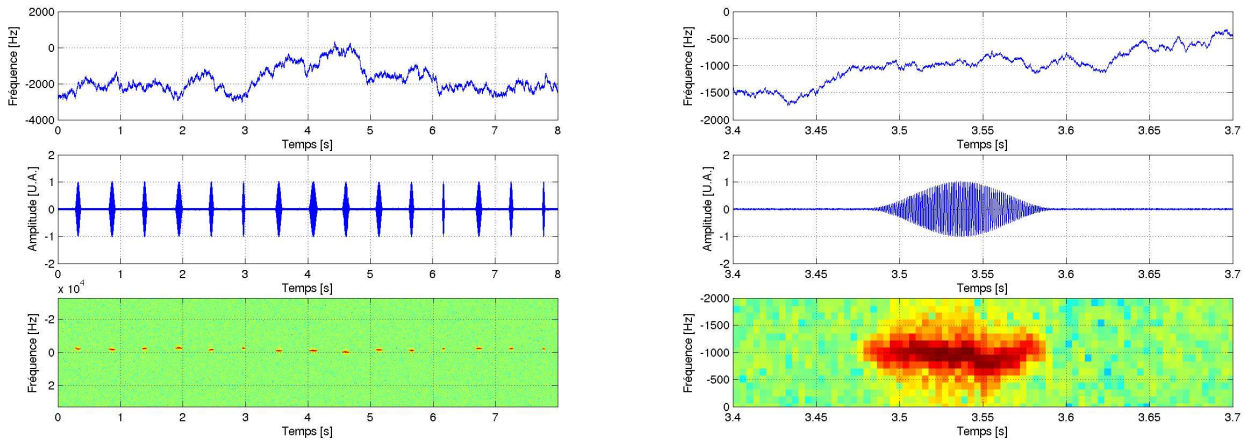


FIG. 4.7 – Signal synthétique imitant un processus de diffusion acoustique par une bulle de savon. De haut en bas : signal de vitesse fictif, signal acoustique fictif et spectrogramme associé. Les figures de droite sont des agrandissements des figures de gauche.

La figure 4.7 montre un exemple de signal synthétique, pour un niveau de bruit très faible. Malgré l'introduction d'aléas dans différents paramètres, comme les instants de passage et les longueur, l'allure du signal est beaucoup plus régulière que dans le cas réel. La partie droite de la figure est un agrandissement de la partie gauche, pour montrer un seul   v  nement. Le signal de vitesse synthétique est montré sur la courbe du haut, la partie réelle de sa version modul  e est représentée sur la courbe centrale, et le spectrogramme associé en bas. Deux différences existent avec le signal acoustique réel. D'une part, l'amplitude diffusée par une bulle varie de manière brutale, selon la position dans le champ acoustique, ce qui n'est pas modélisé. D'autre part, la plage de variation du signal modulant est plus importante qu'avec les signaux réels.

Plusieurs séries de données ont ainsi été générées, avec des niveaux de bruit différents, pour estimer la robustesse de la détection à la présence de bruit. La table 4.1 donne les différentes valeurs de rapport signal sur bruit obtenues, en fonction de la déviation standard du bruit blanc utilisé. Les valeurs recouvrent celles obtenues sur les signaux réels (voir figure 3.11), ce qui permet de faire des comparaisons pertinentes.

Niveau de bruit	0,01	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
Rapport signal sur bruit	190,6	21,5	11,6	8,2	6,4	5,4	4,7	4,1

TAB. 4.1 – Rapports signal sur bruit obtenus pour les différents niveaux de bruits utilisés. L’amplitude de la porteuse vaut un. Les rapports signal à bruit sont donnés en échelle linéaire.

4.6.2 Comparaison qualitative

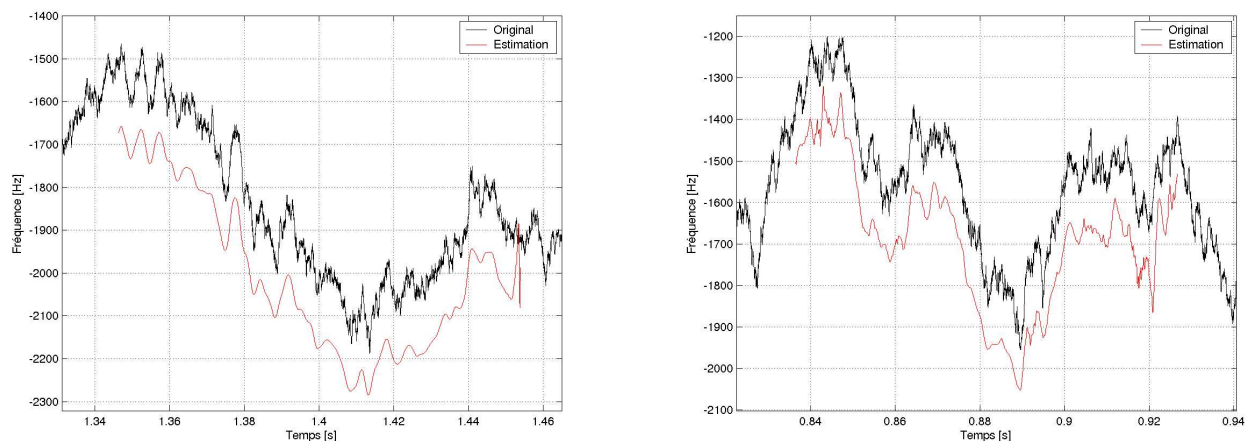


FIG. 4.8 – Comparaison entre le signal modulant non bruité (trait supérieur) et la sortie de l’algorithme (trait inférieur). Le rapport signal sur bruit vaut 190,6 sur la gauche et 4,1 sur la droite. Les courbes ont été décalées verticalement pour la lisibilité.

La figure 4.8 montre un exemple de sortie de l’algorithme pour les deux rapports signal à bruit extrêmes. Aucune différence marquante n’est à signaler dans la qualité de l’extraction. Dans les deux cas, le signal modulant est extrait correctement, mais il est fortement filtré passe-bas. Cette limitation est la conséquence de l’utilisation de fenêtres temporelles (§ 4.4.2).

4.6.3 Statistiques de base

L’utilisation d’estimateurs assez simples permet de comprendre un certain nombre de choses sur le fonctionnement de l’algorithme. La figure 4.9 montre la comparaison entre les valeurs moyennes et les déviations standard idéales et estimées. L’erreur relative sur les moyennes est de l’ordre de 4 %. Aucune tendance n’est réellement visible en fonction du niveau de bruit. L’erreur sur l’estimation de la déviation standard est un peu plus élevée : de l’ordre de 10 %. Cet écart s’explique par le filtrage passe-bande auquel est soumis le signal avant le traitement et n’est pas dû à la démodulation. La tendance des valeurs minimales et maximales (figure 4.10) va dans le même sens : l’écart entre les valeurs extrêmes est nettement plus faible sur le signal estimé que sur le signal réel.

L’effet du filtrage est beaucoup plus compréhensible sur le tracé de la densité de probabilité du signal extrait (figure 4.11). L’estimation présente un net déficit sur les fréquences

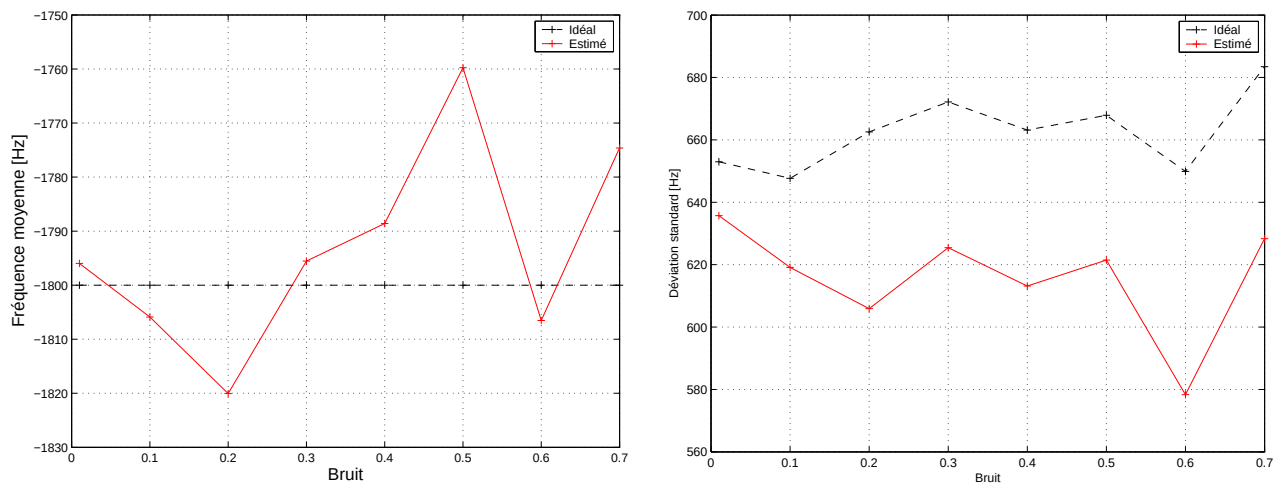


FIG. 4.9 – Comparaison des valeurs moyennes (sur la gauche) et des déviations standard (sur la droite).

les plus faibles et les plus élevées, qui ont été éliminées. Ces fréquences correspondent bien à celles du filtre (200 Hz et 3500 Hz). Entre les deux, la densité de probabilité est plutôt bien reproduite, à l'exception de petites pointes. Celles-ci sont le reflet de la discrétisation en fréquence de la transformation de Choï-Williams. L'utilisation d'une procédure de moyenne autour du maximum d'énergie ne suffit pas à la gommer tout à fait. Fort heureusement, cet effet n'est pas réellement gênant pour les signaux tridimensionnels, dans la mesure où plusieurs extractions de vitesse faites avec des échantillonnages différents interviennent, ce qui le fait disparaître 5.3.1. Il se manifeste néanmoins de temps en temps, notamment sur les densités de probabilité conjointes 5.3.2.

La troncature de la densité de probabilité fournit l'explication à l'estimation un peu faible de la déviation standard. Ceci restera vrai avec les signaux réels, quel que soit le filtrage, car les fréquences voisines de zéro (c'est-à-dire proches de la fréquence de la porteuse) seront toujours éliminées. Les vitesses extrêmes ne seront pas bien détectées. Il est possible d'améliorer légèrement les choses du côté des grandes vitesses, en élargissant la plage de filtrage, mais l'effet s'en ressentira sur la détection de présence des bulles, qui est nettement plus sensible au bruit.

4.7 Validation expérimentale

4.7.1 Densité de probabilité

Nous cherchons dans un premier temps à vérifier sur des signaux réels que l'algorithme d'extraction de vitesse permet de trouver une densité de probabilité proche de celle du signal de départ. Cela ne peut être fait que par comparaison avec un résultat fourni par une autre méthode d'estimation, qui ne s'appuie pas sur les mêmes principes. Une solution possible est d'utiliser la densité spectrale de puissance. Nous nous appuyons pour cela sur l'article écrit par Bonnet *et al.* [4]. La densité spectrale de puissance d'un signal modulé en fréquence, est directement proportionnelle à la densité de probabilité du signal *modulant*.

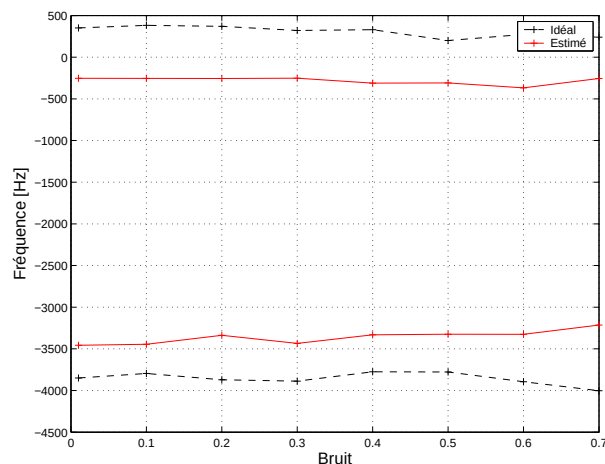


FIG. 4.10 – Valeurs extrêmes idéales et estimées.

La figure 4.12 montre l'application aux signaux acoustiques de diffusion. L'estimation de la densité de probabilité de vitesse lagrangienne à partir de la démodulation se superpose très correctement à la densité spectrale de puissance calculée sur le même signal. On peut noter la présence de la composante à la fréquence porteuse (onde directe émetteur-récepteur), passablement élargie par le passage de l'onde dans le jet. Bien que la densité de probabilité soit correcte sur une bonne partie, la vitesse moyenne et la déviation standard pourront souffrir de biais. La moyenne sera correcte si la troncature est symétrique, ou bien se produit alors que la probabilité est suffisamment basse. L'écart quadratique y sera plus sensible, et aura tendance à être sous-estimé. L'estimation de la fonction d'autocorrélation sera également influencée. Notons finalement que cet histogramme est unidimensionnel : après le changement de repère, l'effet de troncature sera beaucoup moins visible (*cf* 5.3.2, page 92).

4.7.2 Utilisation d'une trajectoire connue

Un autre test intéressant est d'utiliser une trajectoire connue. Ceci fait intervenir la chaîne de mesure dans son intégralité, changement de repère compris. Il permet en particulier de s'assurer que la reconstruction tridimensionnelle est correcte et que la disposition des axes par rapport à la soufflerie est bien celle souhaitée. Comme contrôler la trajectoire d'une bulle de savon est une tâche d'une difficulté touchant à l'impossible, nous nous sommes servi d'un autre diffuseur. En l'occurrence, un petit écrou attaché à l'extrémité d'un fil de pêche très fin (pour qu'il ne soit pas détecté par le système acoustique). Le système de mesure nécessite une vitesse longitudinale nettement non nulle pour pouvoir fonctionner (il faut en effet que les décalages Doppler soient toujours différents de zéro, sur les quatre voies i, j, k, l). En tenant le fil à la main, il est assez facile de faire suivre à l'écrou une trajectoire à peu près circulaire, dans un plan vertical. En s'assurant que seule la partie inférieure de la trajectoire passe dans la zone de mesure, on dispose d'une trajectoire connue, qui permet d'identifier tous les axes convenablement.

La vérification de l'affectation des composantes s'est faite comme suit. Les mesures avec les bulles de savon permettent de repérer sans la moindre ambiguïté la composante longitudinale (c'est la seule qui possède une vitesse moyenne), mais pas de distinguer les composantes trans-

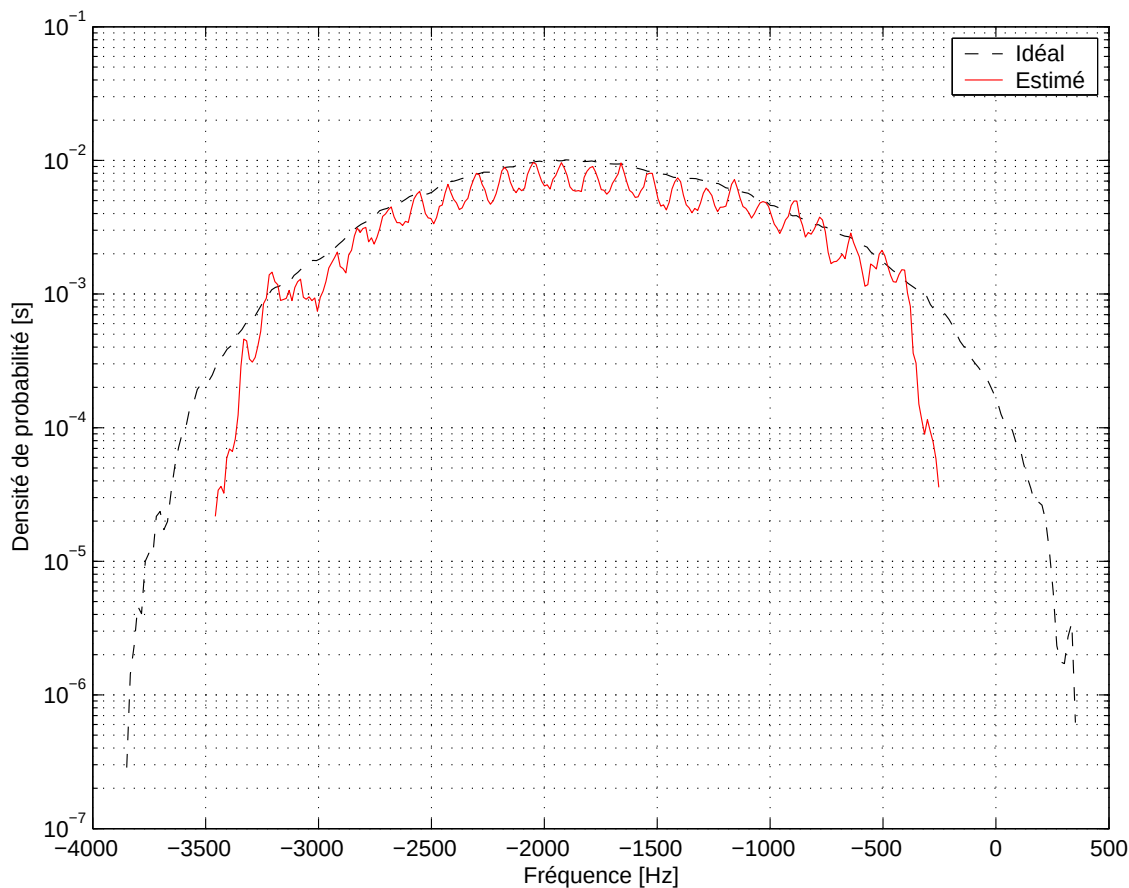


FIG. 4.11 – Comparaison des densités de probabilité. L'effet de la discrétisation en fréquence est nettement visible.

verses. Par contre, les signaux enregistrés à partir de l'écrou ne présentent pas de symétrie de révolution. La figure 4.13 montre une trajectoire, obtenue par intégration du signal de vitesse, avec la disposition utilisée pour les mesures. Il suffit juste de vérifier que l'orientation de la trajectoire (repérée pendant les enregistrements) est bien celle obtenue. C'est bien le cas. Le premier point de la trajectoire est pour les valeurs de z les plus faibles, la trajectoire est dans un plan vertical (*i.e.* contenant le vecteur y), avec la concavité tournée vers le haut (dans le sens de y). Enfin, l'orientation horizontale de la trajectoire est bien celle donnée par le vecteur x . Il est également vérifiable qu'elle est bien plane, et de dimensions compatibles avec celles de la zone de mesure.

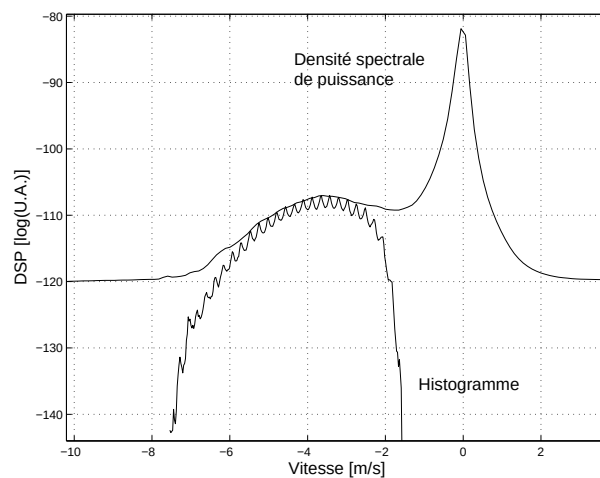


FIG. 4.12 – Superposition de la densité spectrale de puissance calculée à partir des signaux modulés en fréquence, et de la densité de probabilité obtenue à l'aide de l'algorithme d'extraction de vitesse.

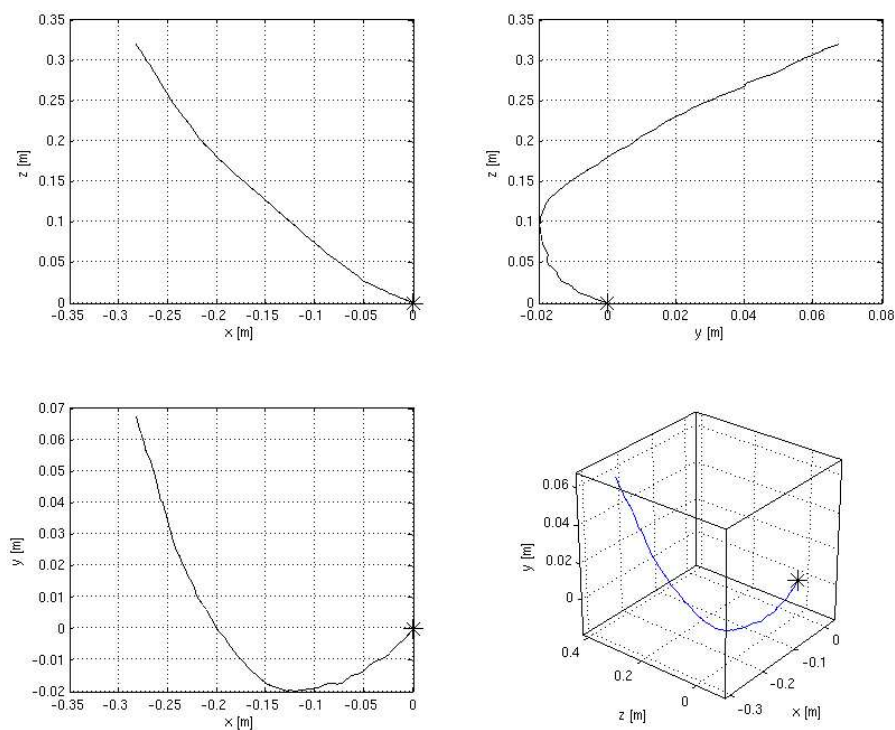


FIG. 4.13 – Trajectoire de l'écrou. L'astérisque repère le premier point.

Chapitre 5

Vitesse lagrangienne

Nous commençons avec ce chapitre l’exploitation proprement dite des mesures effectuées. La campagne a eu pour but la collecte de suffisamment de données pour pouvoir obtenir des moyennes statistiques avec des barres d’erreur raisonnables. Elle s’est composée de séries d’enregistrements comportant chacune environ une heure de signal, soit quelques milliers de passages de bulles, et quelques millions de points de vitesse (le tableau récapitulatif des expériences se trouve en annexe B). Les paramètres qui ont été explorés sont la distance entre la buse et la zone de mesure d’une part, et concernant les mesures eulériennes simultanées, la distance entre cette zone et le fil chaud. Un même nombre de Reynolds ($R_\lambda = 320$) a été utilisé pour toutes les séries d’enregistrements, à l’exception d’une seule où il était beaucoup plus faible ($R_\lambda \simeq 160$).

De nombreux travaux ont été consacrés à l’étude de la structure du champ de vitesse des jets turbulents du point de vue eulérien. Nous nous proposons dans ce chapitre de faire – modestement – de même du point de vue lagrangien. Ce chapitre est donc principalement consacré aux statistiques à un point de la vitesse lagrangienne, qui sont censées être identiques aux statistiques eulériennes sous certaines conditions. Nous verrons qu’un certain nombre d’écarts persistent, principalement à cause de la non-homogénéité de l’écoulement.

5.1 Trajectoires

La contrainte principale imposée aux trajectoires lagrangiennes par le dispositif de mesure est la limitation spatiale du suivi des bulles. Le résultat de l’extraction de vitesse doit donc fournir des trajectoires dont l’extension spatiale ne doit pas excéder celle de la zone de mesure. Une manière de le vérifier consiste à calculer la trajectoire de chacune des bulles, par intégration du signal de vitesse le long d’un segment (somme successive des valeurs de vitesse obtenues). Nous obtenons ainsi des *déplacements* : les trajectoires obtenues ne seront définies qu’à une translation près. La figure 5.1 en donne l’allure pour un segment particulier. Le déplacement selon l’axe du jet (z) est de l’ordre de 17 cm, alors que les déplacements transverses prennent des valeurs millimétriques. La représentation tridimensionnelle est trompeuse : la trajectoire est en fait quasiment rectiligne. Tous les déplacements calculés ici sont compatibles avec la taille de la zone de mesure.

L’étude de l’extension spatiale des trajectoires peut se faire en étudiant les densités de probabilité de déplacement maximal. Nous appelons déplacement maximal la distance parcourue sur un axe entre le premier et le dernier point d’un segment détecté. Pour un segment donné (la trajectoire d’une bulle), trois valeurs de déplacement existent, une par composante. Les diffé-

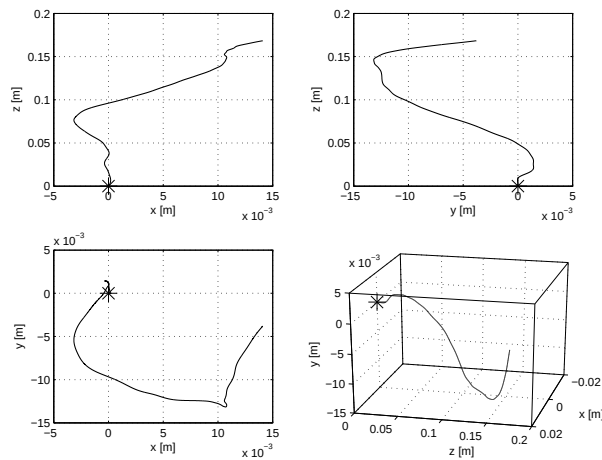


FIG. 5.1 – Une trajectoire de la série s17062004.

rentes densités de probabilité associées sont présentées sur la figure 5.3. L'allure est gaussienne pour les composantes transverses, quelle que soit la distance à la buse considérée. Les quatre courbes se superposent à très peu près, sans qu'il y ait besoin de normaliser l'échelle horizontale (les courbes ont tendance à s'élargir un petit peu lorsque la distance à la buse augmente). Ce comportement indique que la limitation des déplacements transverses se fait par la zone de mesure, et non pas par un effet d'écoulement. Cette superposition n'existe pas pour la composante longitudinale, pour laquelle la forme des densités change avec la distance. À grande distance, la courbe présente un net plateau, alors qu'à petite distance, une forme gaussienne est visible. Dans tous les cas, très peu de segments ont une longueur qui dépasse 50 cm, extension maximale de la zone de mesure. Les points situés au-delà ne peuvent qu'être la conséquence de la fusion temporelle des passages de deux bulles. La figure 5.2 donne un exemple de telle fusion. À 1,3 m de la buse, l'extension longitudinale des trajectoires est bien inférieure à la taille de la zone de mesure. C'est la conséquence des fluctuations de la vitesse transverse, plus importantes qu'à grande distance. Les bulles n'ont en moyenne pas le temps de parcourir toute la zone de mesure, car elles s'en échappent sur les cotés. Ce n'est pas le cas à 2,5 m, où les distributions sont moins concentrées. La probabilité qu'une bulle traverse la zone en suivant l'axe du jet est beaucoup plus élevée. Ces courbes démontrent que le volume parcouru par les traceurs n'est pas le même pour les différentes distances, sans qu'on puisse en dire beaucoup plus.

Ces courbes permettent également de se faire une idée de la qualité de l'ajustement de densité des bulles avec l'air ambiant. Dans l'hypothèse où une forte disparité existerait, les courbes de la composante transverse verticale présenteraient une asymétrie nette, privilégiant les déplacements vers le bas (c'est à dire vers les y négatifs). Aucune asymétrie n'est détectable ici.

5.2 Vitesse lagrangienne et vitesse eulérienne

5.2.1 Inhomogénéité transverse

La mesure systématique de vitesse faite avec un fil chaud permet de s'assurer du bon comportement du système de mesure en effectuant des comparaisons entre vitesse eulérienne et vitesse lagrangienne en différents points du jet. Quatre distances à la buse ont été considérées

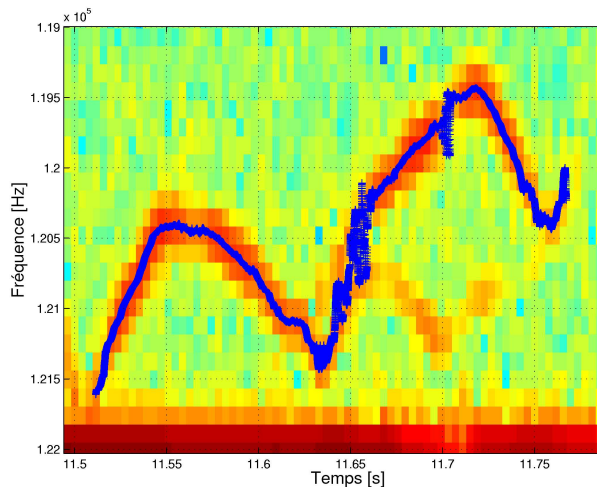


FIG. 5.2 – Un exemple de fusion de segments de vitesse. Deux bulles se sont succédées dans le volume de mesure. L’amplitude diffusée n’a pas diminuée et l’algorithme n’a pas pu séparer les deux passages.

(à nombre de Reynolds donné). La figure 5.4 (à gauche) montre le tracé de la vitesse moyenne estimée à l’aide des traceurs lagrangiens, ainsi que la vitesse eulérienne sur l’axe au centre de la zone de mesure, calculée à partir d’un signal de fil chaud. Les deux vitesses décroissent de la même manière en s’éloignant de la buse. Le comportement est bien inversement proportionnel à la distance ([45], page 100), comme le montre le tracé en échelle logarithmique. La différence importante entre les deux valeurs de vitesse ne résulte ni d’un mauvais étalonnage du fil chaud, ni d’un défaut du système de mesure lagrangien (celui-ci n’ayant pas besoin d’étalonnage), mais de la différence de principe. La mesure eulérienne est locale, alors que la mesure lagrangienne porte sur un volume non négligeable devant la largeur du jet. Les bulles vont ainsi explorer des zones situées sur les parties latérales, où la vitesse moyenne (eulérienne) est bien plus faible. Il est donc logique que la moyenne sur tout un volume soit inférieure à la valeur sur l’axe, qui est maximale. Dans la mesure où la densité de probabilité de passage des bulles dans la zone n’est pas connue avec certitude, il est assez difficile de faire une correction. Néanmoins, il est possible de faire l’opération inverse : connaissant la vitesse moyenne, en déduire une extension latérale des trajectoires. Nous faisons l’hypothèse (fort improbable au demeurant) qu’à position de la zone de mesure donnée, les bulles détectées passent dans un cylindre centré sur l’axe et de rayon R qui dépend de la distance à la buse. Pour estimer R , nous calculons la moyenne spatiale de la vitesse eulérienne longitudinale moyenne sur un disque centré sur l’axe. La vitesse longitudinale moyennée temporellement est donnée par :

$$u_{//}(z^*, r) = \frac{b}{z^*} \frac{1}{(1 + (r/az^*)^2)^2}. \quad (5.1)$$

Dans cette formule, a et b sont des paramètres déterminés expérimentalement, z^* la distance à l’origine virtuelle du jet (voir annexe A), r la distance à l’axe.

Cette formule, intégrée sur un disque de rayon R donne une moyenne de

$$u_R(z^*) = \frac{u_{//}(z^*, 0)}{1 + (R/az^*)^2}; \quad (5.2)$$

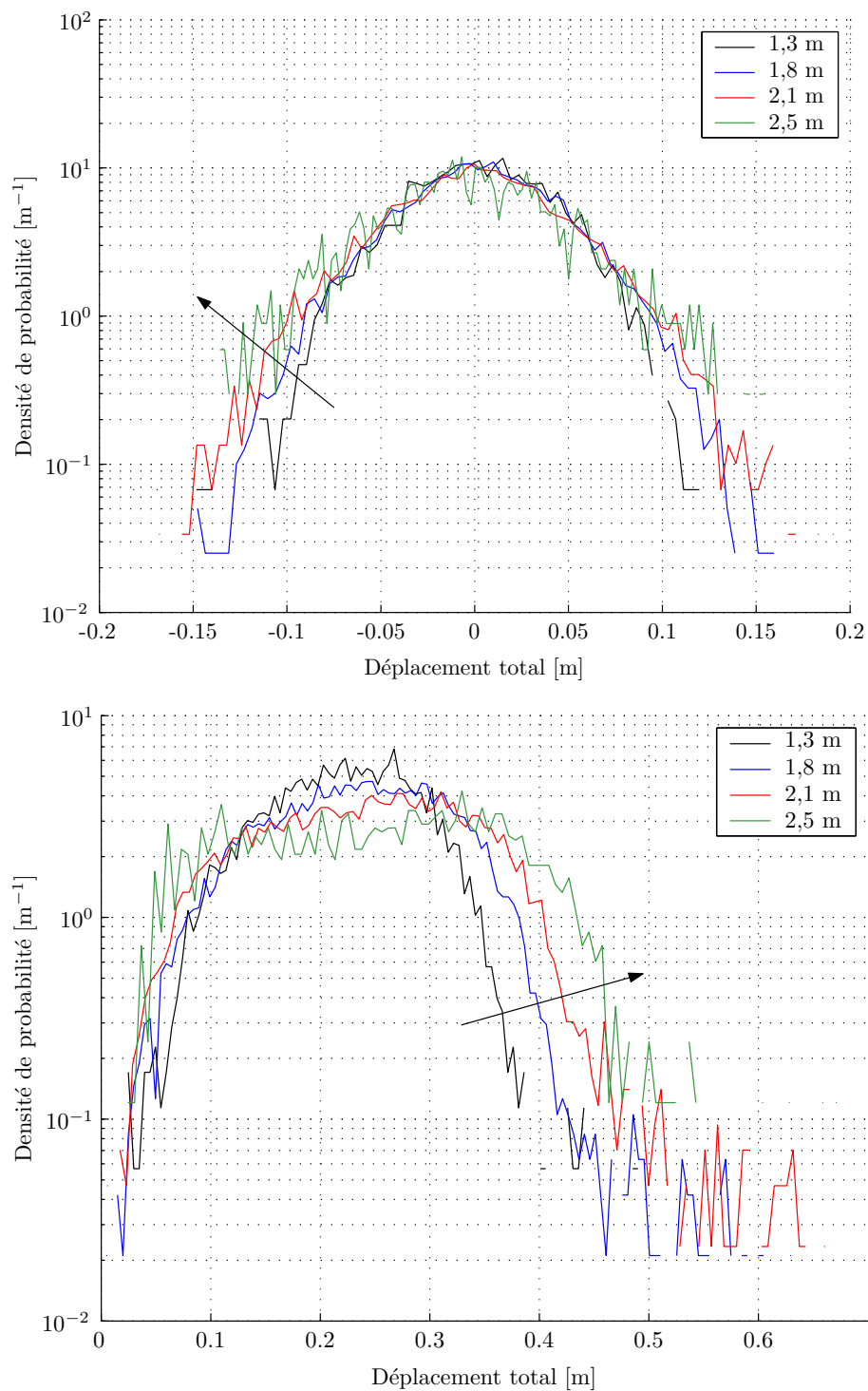


FIG. 5.3 – Densités de probabilité des déplacements maximaux, pour les différentes distances à la buse (la distance augmente dans le sens de la flèche). La courbe supérieure correspond à la composante transverse verticale (y), la courbe inférieure à la composante longitudinale (z).

Pour chaque distance à la zone de mesure, on cherche numériquement la valeur de R qui rend u_R égale à la vitesse moyenne lagrangienne expérimentale. Le tableau ci-dessous donne les valeurs obtenues :

Distance	R	$r_{1/2}$	$R/r_{1/2}$
1,3 m	4,4 cm	6,2 cm	0,7
1,8 m	5,2 cm	8,8 cm	0,6
2,1 m	6,3 cm	10,3 cm	0,6
2,5 m	8,1 cm	12,4 cm	0,65

La largeur balayée par les bulles augmente quand la distance à la buse augmente. La comparaison avec $r_{1/2}$, la largeur à mi-hauteur du jet (rayon où la vitesse moyenne vaut la moitié de celle sur l'axe) permet de montrer que le comportement est tout à fait semblable. Les bulles explorent donc en moyenne un espace dont la largeur varie comme celle du jet. Ce résultat indique que l'autosimilarité ne sera pas brisée par la limitation spatiale de la zone de mesure (au moins transversalement). Il n'est pas incompatible avec la courbe supérieure de la figure 5.3. En effet, cette dernière décrit le déplacement latéral moyen d'une trajectoire de bulles à une translation près, alors que le rayon calculé ici est significatif de la répartition globale des bulles autour de l'axe du jet.

L'inhomogénéité se constate également sur le tracé des déviations standards (figure 5.4, à droite). Celles-ci ne varient pas exactement comme l'inverse de la distance, et ont tendance à augmenter (par rapport aux mesures eulériennes) lorsque l'on s'éloigne de la buse. Pour les quatre distances considérées, les taux de turbulence valent (de la plus petite jusqu'à la plus grande distance) : 27,4 %, 26,4 %, 28,4 % et 29,0 %. Ce taux est légèrement supérieur au taux eulérien sur l'axe (25 %). La densité de probabilité de vitesse lagrangienne n'est donc pas identique à la densité de probabilité eulérienne sur l'axe.

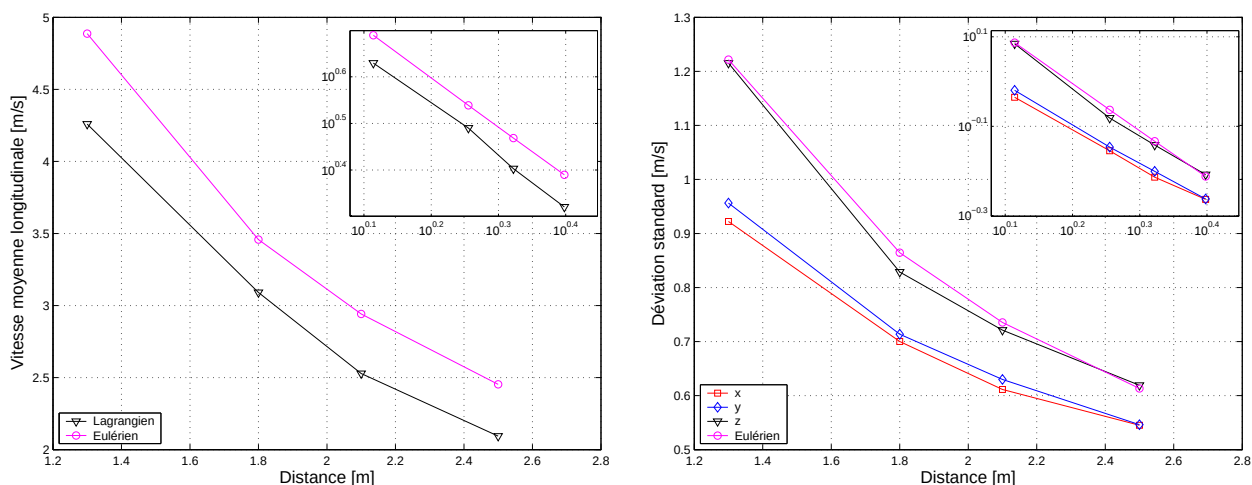


FIG. 5.4 – Vitesses moyennes et déviations standard lagrangienne et eulérienne en fonction de la distance à la buse. Les encarts représentent les mêmes graphiques, en échelles logarithmiques.

5.2.2 Inhomogénéité longitudinale

Un certain nombre de déviations entre les mesures eulérienne et lagrangienne au paragraphe précédent ont été mises sur le compte de la non-homogénéité transversale du jet. L'inhomogénéité longitudinale est également présente : cela peut être mis en évidence à partir des signaux lagrangiens en calculant ce que nous appellerons par la suite le *segment moyen*. Considérons s_1 à s_N , les segments de vitesse. Chaque segments s_i est composé d'un nombre de points L_i différent : $\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$, $\mathbf{s}_i = (\mathbf{v}_{i,1}, \dots, \mathbf{v}_{i,L_i})$. La vitesse du segment moyen $\hat{\mathbf{v}}^\kappa = (\hat{v}_1^\kappa, \hat{v}_2^\kappa, \dots)$ correspond au signal obtenu en effectuant la moyenne des s_i en fonction de i :

$$\forall j = 1 \dots \max\{L_i/i \in \llbracket 1, N \rrbracket\}, \quad \hat{v}_j^\kappa \triangleq \frac{1}{\text{card}\{i/L_i > j\}} \sum_{\{i/L_i > j\}} \mathbf{v}_{i,j} \quad (5.3)$$

En d'autres termes, cela revient à effectuer une moyenne d'ensemble plutôt qu'une moyenne temporelle. Le n -ième point du segment de vitesse obtenu correspond à la moyenne des n -ième points de vitesse de chaque segment (plus longs que n , bien sûr). On espère ainsi avoir une mesure de l'évolution *spatiale* de la vitesse moyenne. On peut également définir l'écart-type $\hat{\sigma}^\kappa$ du segment moyen comme

$$\forall l = 1, 2, 3 \quad \forall j = 1 \dots \max\{L_i/i \in \llbracket 1, N \rrbracket\}, \quad (\hat{\sigma}_j^\kappa)_l^2 \triangleq \frac{1}{\text{card}\{i/L_i > j\}} \sum_{\{i/L_i > j\}} ((\mathbf{v}_{i,j})_l - (\hat{v}_j^\kappa)_l)^2 \quad (5.4)$$

La figure 5.5 montre le segment moyen obtenu pour une zone de mesure située à 1,80 m de la buse. Une dérive de plus de $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est clairement visible sur la composante longitudinale. Trois zones existent sur la courbe, qui sont liés à des phénomènes différents. Les vitesses sur l'axe au début et à la fin de la zone de mesure (repérées par les traits mixtes) ont des valeurs bien supérieures à celles du segment moyen. La vitesse moyennée transversalement (voir le paragraphe précédent) est beaucoup plus proche. En particulier, son comportement avec la distance reproduit très fidèlement la partie centrale de la courbe. L'écart en valeur absolue peut s'expliquer de différentes manières, soit par des erreurs d'estimation de vitesse, ou de mesures de position. Pour les temps plus importants, la courbe dévie sensiblement du comportement précédent, et il est probable que la forme soit due au biais d'estimation associé au fait que les segments les plus longs sont également les plus lents. La partie pour les temps très courts ne peut avoir une origine aérodynamique, car cela ferait nécessairement diminuer la vitesse. Sa cause est donc à chercher ou bien dans le principe de mesure, ou bien dans le traitement de signal. Le plus probable est un effet acoustique, lié à la variation spatiale des valeurs des vecteurs d'onde dans la zone de mesure (figure 3.18, page 64). Cette hypothèse est confirmée par le segment moyen obtenu dans une configuration expérimentale où les transducteurs font face à la buse : le segment a cette fois une variation totalement monotone (figure 6.18, page 123).

L'effet d'inhomogénéité longitudinale est finalement relativement faible par rapport à l'inhomogénéité transversale. En effet, la dérive n'est que de l'ordre de $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur une cinquantaine de centimètres, alors que la vitesse s'annule quasiment lorsqu'on s'écarte de l'axe de plus de quinze centimètres. L'étude des incréments de vitesse confirme cette hypothèse (cf 7.2.3, page 142) : l'asymétrie des densités de probabilité des incréments n'est pas très forte.

Les vitesses moyennes transverses (figure 5.6) ont un comportement beaucoup plus délicat à expliquer. Si la densité des bulles correspond bien à celle de l'air et si les transducteurs sont

bien alignés, il semble raisonnable d'espérer une vitesse moyenne nulle sur toute la durée du passage des bulles (la zone de mesure est symétrique). Expérimentalement, les valeurs sont rarement parfaitement nulles. Une dérive de l'ordre de $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est présente sur presque toutes les mesures. Elle dépend *a priori* de la densité des bulles de savon par rapport à l'air, de la position précise de la zone de mesure par rapport au jet, et très vraisemblablement de la manière dont les bulles sont injectées dans l'écoulement (cette dernière hypothèse mériterait d'être étudiée en détail expérimentalement). Toutes ces conditions ne sont en général pas très bien contrôlables pendant les expériences, ce qui fait que cette dérive n'est pas reproductible. Il faut noter cependant que la somme des vitesses moyennes pour les deux composantes transverses est toujours proche de zéro, quelle que soit la série d'enregistrements (voir également 7.1.3, page 131). Ceci infirme l'hypothèse de mauvais alignement de l'axe de la zone de mesure avec l'axe du jet, qui se traduirait par une dérive sur une seule des composantes. La dépendance de la dérive en fonction du temps ne peut pas avoir comme explication une erreur d'angle sur les transducteurs, car cela se traduirait par une dérive indépendante de la position à l'intérieur du segment. Le seul phénomène qui peut entrer en jeu est la variation du vecteur d'onde de diffusion en fonction de la position (voir 3.6.3, page 63). L'utilisation de deux fréquences d'émission différentes introduit alors une asymétrie dans la zone de mesure, qui est tout à fait compatible avec ce comportement de la moyenne des vitesses transverses.

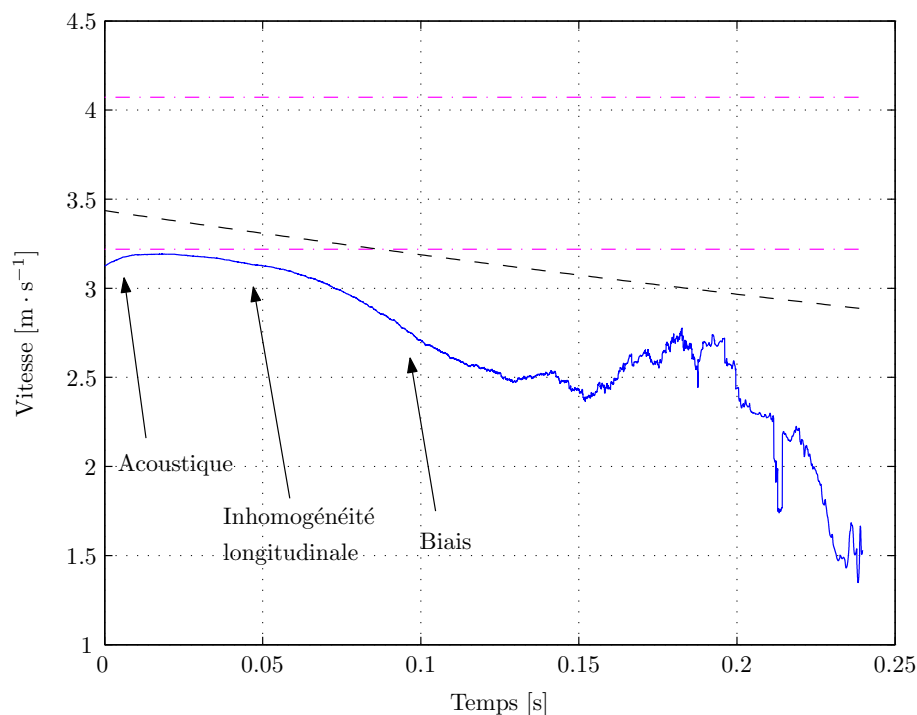


FIG. 5.5 – Segment moyen pour une mesure à 1,8 m de la buse (composante longitudinale). Les traits horizontaux en tireté mixte sont les valeurs de vitesse moyenne eulérienne sur l'axe à l'amont et à l'aval de la zone de mesure (respectivement vitesse la plus grande et la plus petite). Le trait tireté représente la vitesse moyennée transversalement sur le rayon donné au paragraphe 5.2.1.

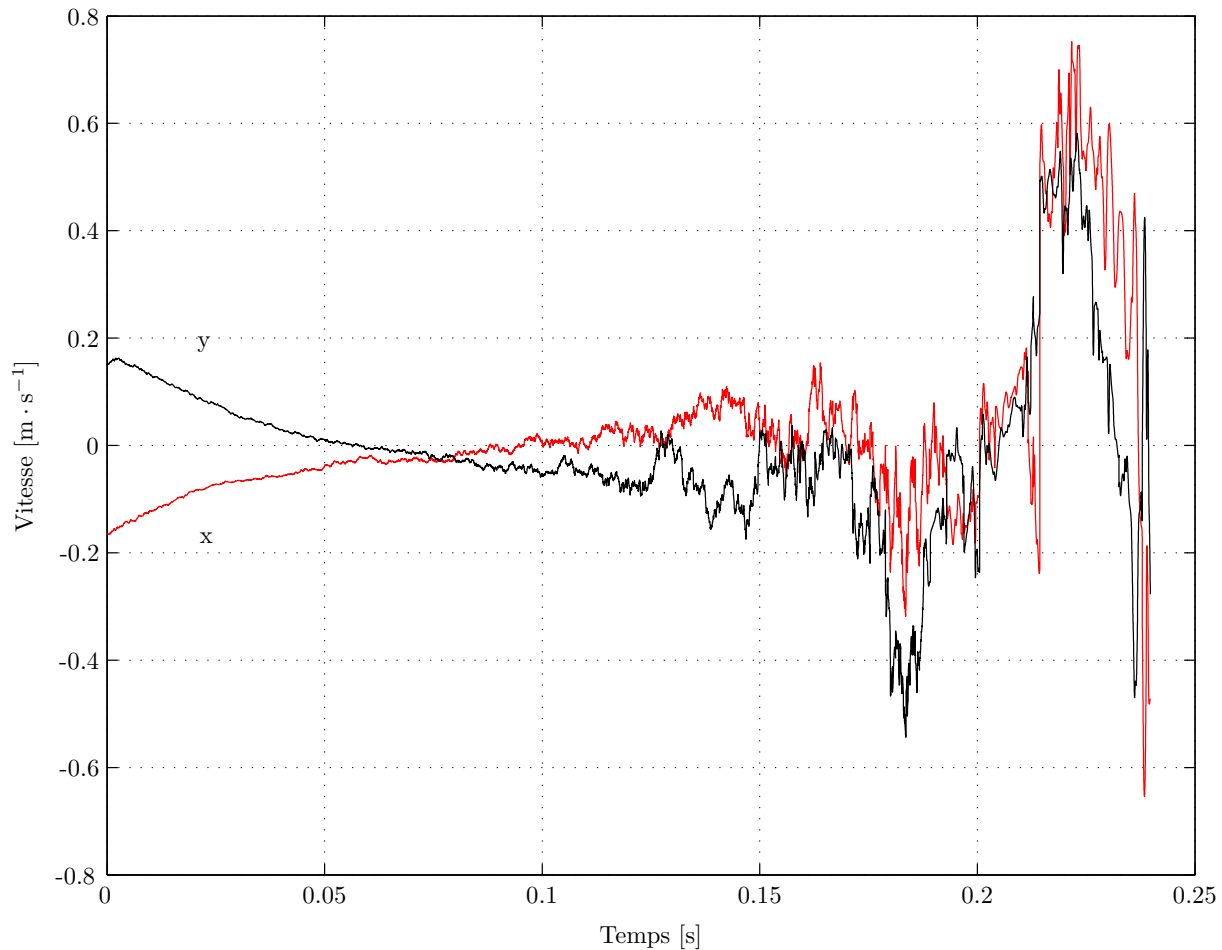


FIG. 5.6 – Segment moyen pour une mesure à 1,8 m de la buse (composantes transverses).

5.3 Structure du jet

5.3.1 Autosimilarité

La structure d'un jet turbulent est bien connue du point de vue eulérien [45]. Une de ses caractéristiques principales est l'autosimilarité du champ de vitesse à partir d'une distance supérieure à environ quarante fois le diamètre de la buse. Nous allons étudier ces propriétés par l'intermédiaire des densités de probabilité de vitesse¹.

Les histogrammes de vitesse longitudinale sont tracés sur la figure 5.7, avec les gaussiennes de même moyenne et même variance. La superposition est quasiment parfaite, à part pour les valeurs extrêmes, à cause des filtrages (*cf* 4.6.3, page 77). Des arguments théoriques allant en faveur de l'identité des densités de probabilité de vitesse lagrangienne et eulérienne, on s'attend à ce que la densité précédente se superpose à celle obtenue avec un fil chaud. Ce n'est pas tout à fait le cas, comme le montre la figure 5.8. Les différences s'expliquent avec les mêmes arguments que précédemment : la vitesse lagrangienne est plus faible que la vitesse eulérienne, car elle est

¹La communauté des chercheurs en turbulence semble avoir consacré l'acronyme anglais *PDF* pour désigner cet estimateur. Nous l'évitons ici par souci de respect de la francophonie.

enregistrée sur une zone étendue, sur laquelle l'inhomogénéité transversale de l'écoulement se fait sentir.

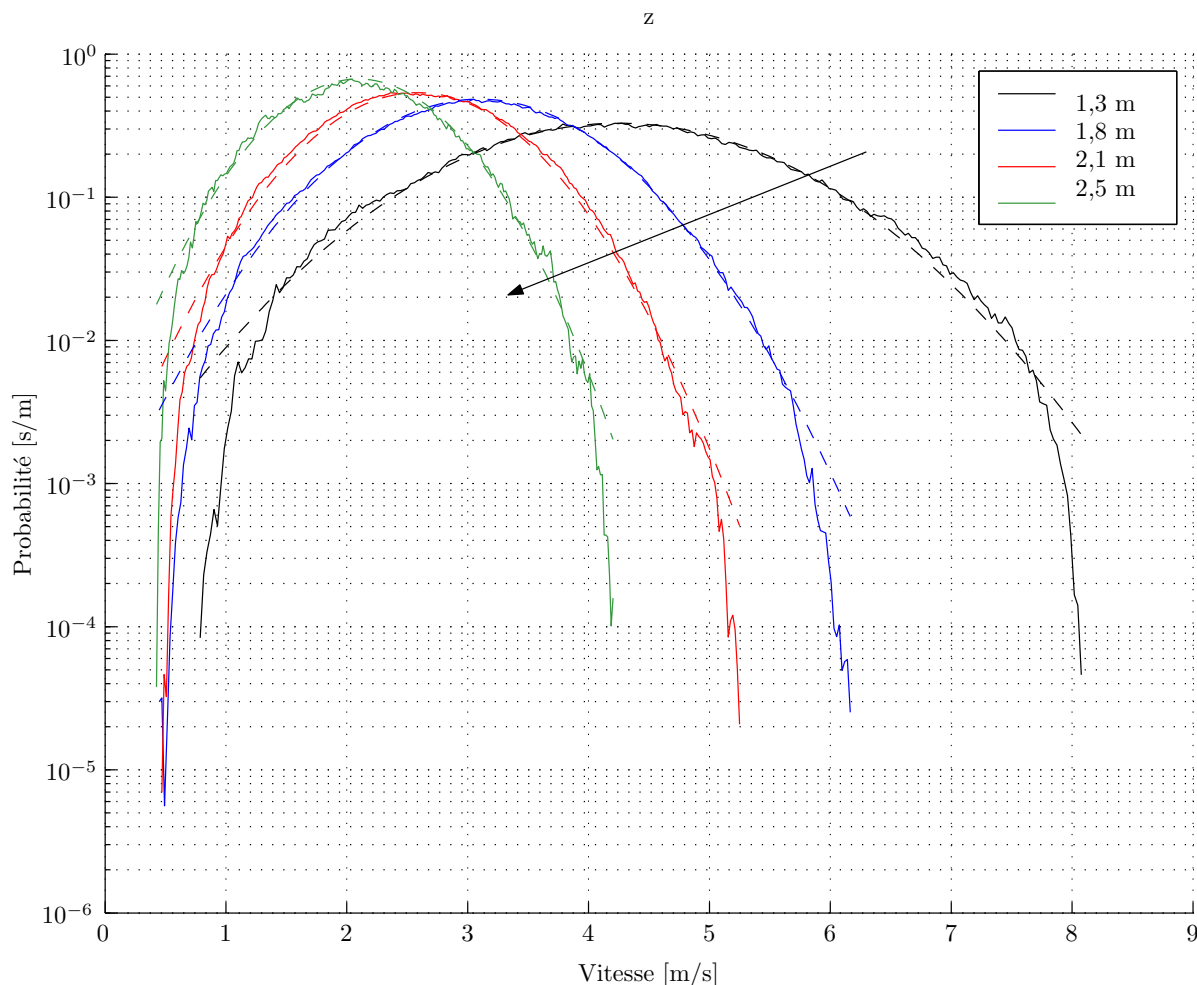


FIG. 5.7 – Densités de probabilité de la vitesse longitudinale pour quatre distances à la buse. En pointillé sont tracés les gaussiennes de même moyenne et même variance. La distance buse-zone augmente dans le sens de la flèche.

La forme gaussienne pour l'histogramme de vitesse lagrangienne a déjà été observée expérimentalement [35] et numériquement [66] dans des écoulements pratiquement isotropes et homogènes.

Ce résultat repose également sur des arguments théoriques (voir par exemple [56], page 226 et [45], page 480), également valides en turbulence homogène isotrope. Dans le cas du jet, malgré une inhomogénéité et une anisotropie assez fortes, la forme gaussienne se retrouve également sur les composantes transverses (figure 5.9). On note la présence d'un bruit plus élevé, qui se traduit par un élargissement brutal des histogramme pour les faibles occurrences. Cet élargissement est la conséquence du bruit de l'algorithme d'extraction de vitesse.

La forme gaussienne des histogrammes de vitesse ne fait pas de doute au vu de ces courbes. L'identité de leur forme est simplement la conséquence de l'autosimilarité du jet au-delà d'une certaine distance à la buse.

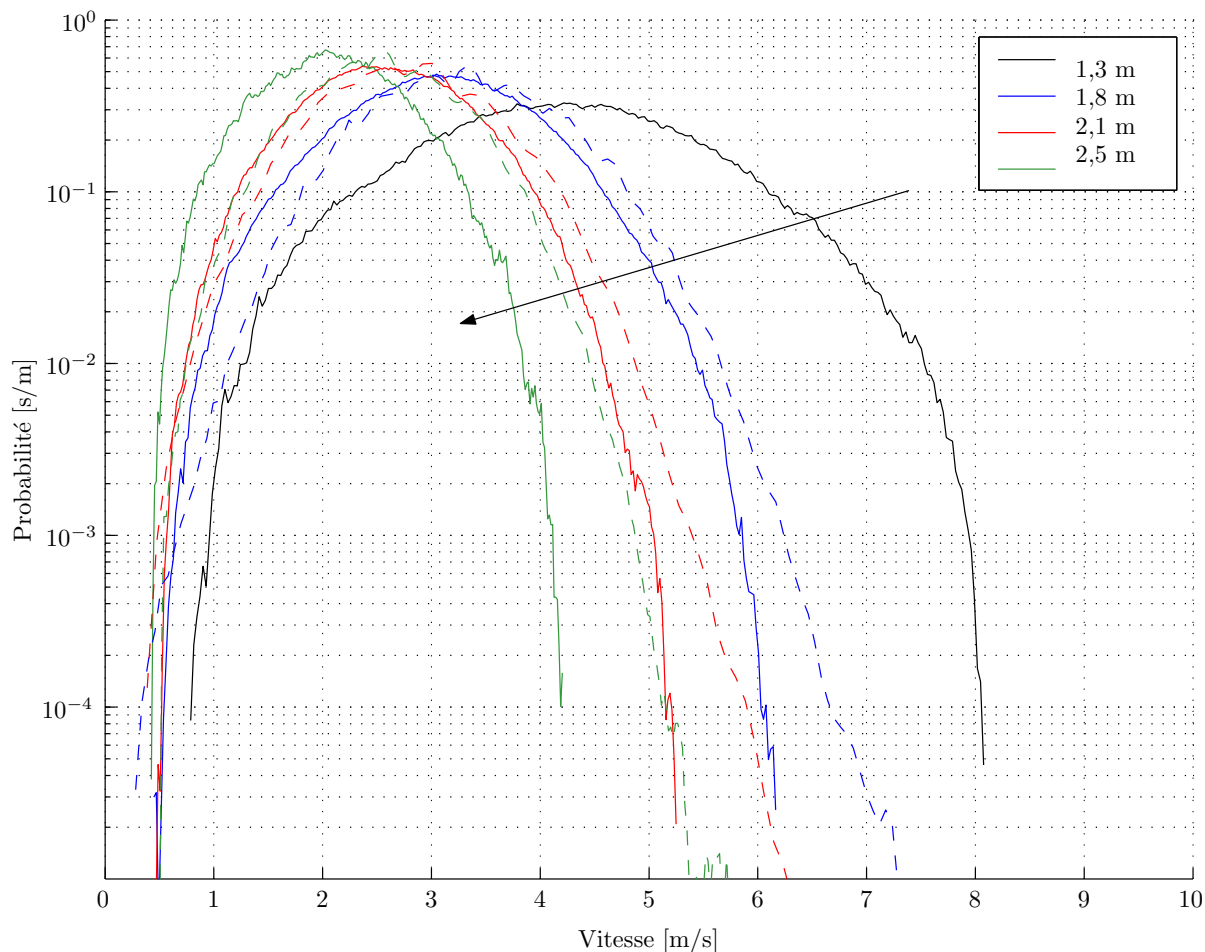


FIG. 5.8 – Densité de probabilité de vitesse lagrangienne longitudinale pour quatre distances à la buse (trait continu). En tireté sont tracés les densités de probabilité du signal de fil chaud. La distance buse-zone augmente dans le sens de la flèche.

5.3.2 Isotropie

La plupart des théories existantes sur la turbulence font les hypothèses de stationnarité, d'homogénéité et d'isotropie du champ de vitesse. Or, comme l'ont signalé Tennekes et Lumley ([56], page 223), la réalisation expérimentale d'un écoulement turbulent homogène et isotrope est impossible, car sans gradient de vitesse moyenne, aucune énergie n'est apportée, et la turbulence n'est pas stationnaire. Dans la plupart des cas, la comparaison entre l'expérience et la théorie se fait sous l'hypothèse d'isotropie et d'homogénéité *locale*. Il est intéressant de vérifier ces hypothèses par l'intermédiaire du système de mesure lagrangien. En ce qui concerne l'homogénéité, la question a déjà été largement abordée dans les paragraphes précédents, et a abouti à son absence à cause de la taille de la zone de mesure.

Si le champ de vitesse est isotrope, les densités de probabilité de vitesse ne dépendent pas de la direction. En particulier, les densités transverses doivent être superposables à la densité longitudinale (à la vitesse moyenne près). La figure 5.10 montre leur superposition pour les différentes distances à la buse. La déviation standard des vitesses transverses est plus

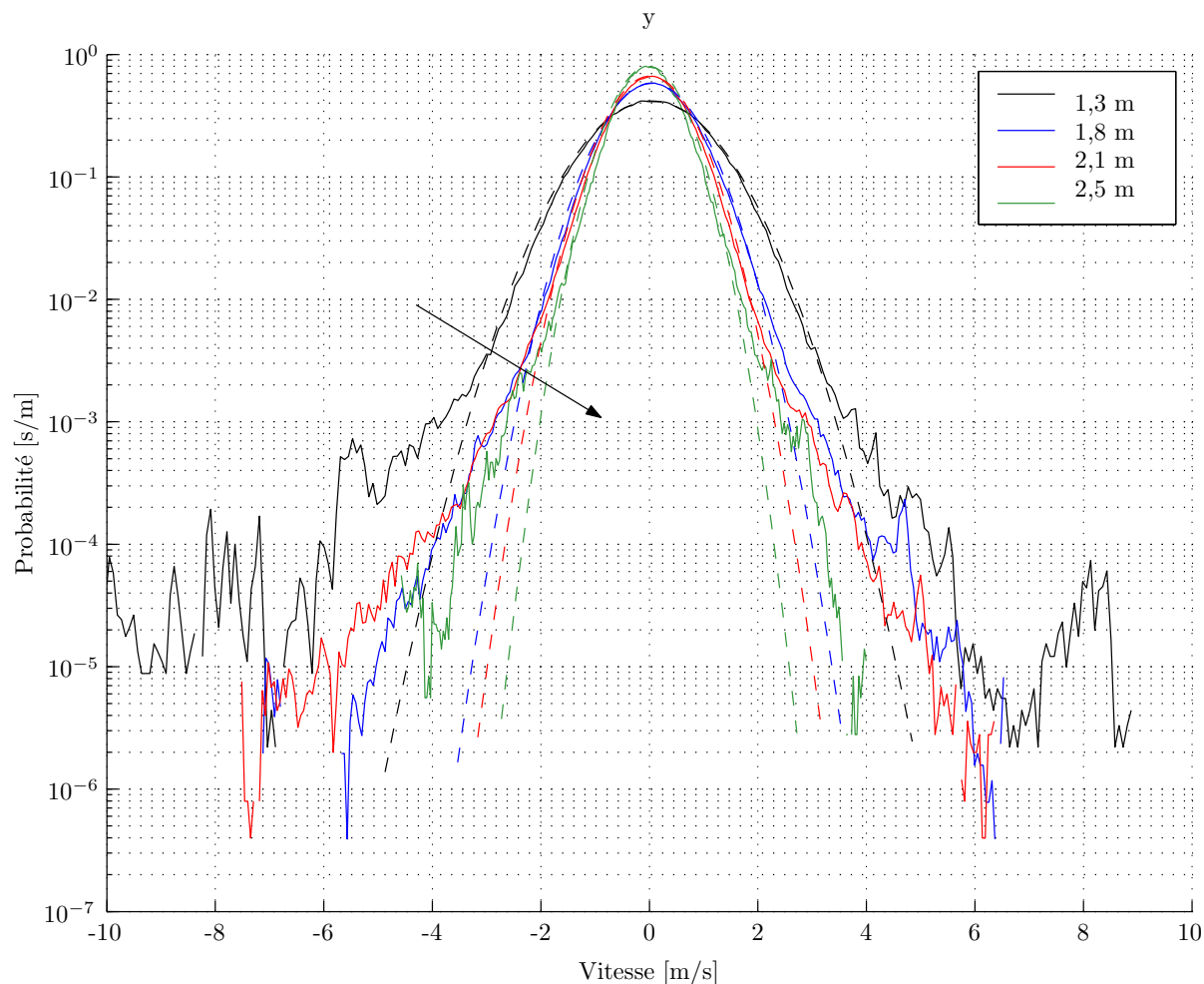


FIG. 5.9 – Densités de probabilité pour la composante transverse verticale. Les courbes en tireté sont les gaussiennes de même moyenne et même variance. L'allure est identique pour la composante horizontale. La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

faible que celle de la vitesse longitudinale par un facteur variant selon la distance de 1,3 à 1,1 (respectivement de la position la plus proche de la buse à la plus éloignée).

Cette absence d'isotropie est également visible (bien que moins facilement quantifiable) sur les densités de probabilité conjointes. La figure 5.11 montre les densités de probabilité conjointes entre les composantes transverses et entre la composante longitudinale et une composante transverse. Si l'on ne considère que les composantes transverses (image de gauche), l'isotropie paraît excellente. À l'exception des bords de la distribution où la convergence est très mauvaise, l'image est bien invariante par rotation. Il n'en est pas tout à fait de même pour l'association de la composante longitudinale avec la composante verticale (image de droite), où l'histogramme est très légèrement allongé dans la direction de l'axe du jet.

La symétrie des histogrammes permet d'affirmer que les composantes sont décorrélées entre elles (ce résultat sera confirmé au paragraphe 6.1.3, page 104). Un résultat beaucoup plus fort serait l'absence de *dépendance statistique*. Pour tester cette hypothèse, nous nous servons de la définition de l'indépendance statistique. Si v_1 et v_2 sont des variables aléatoires indépendantes,

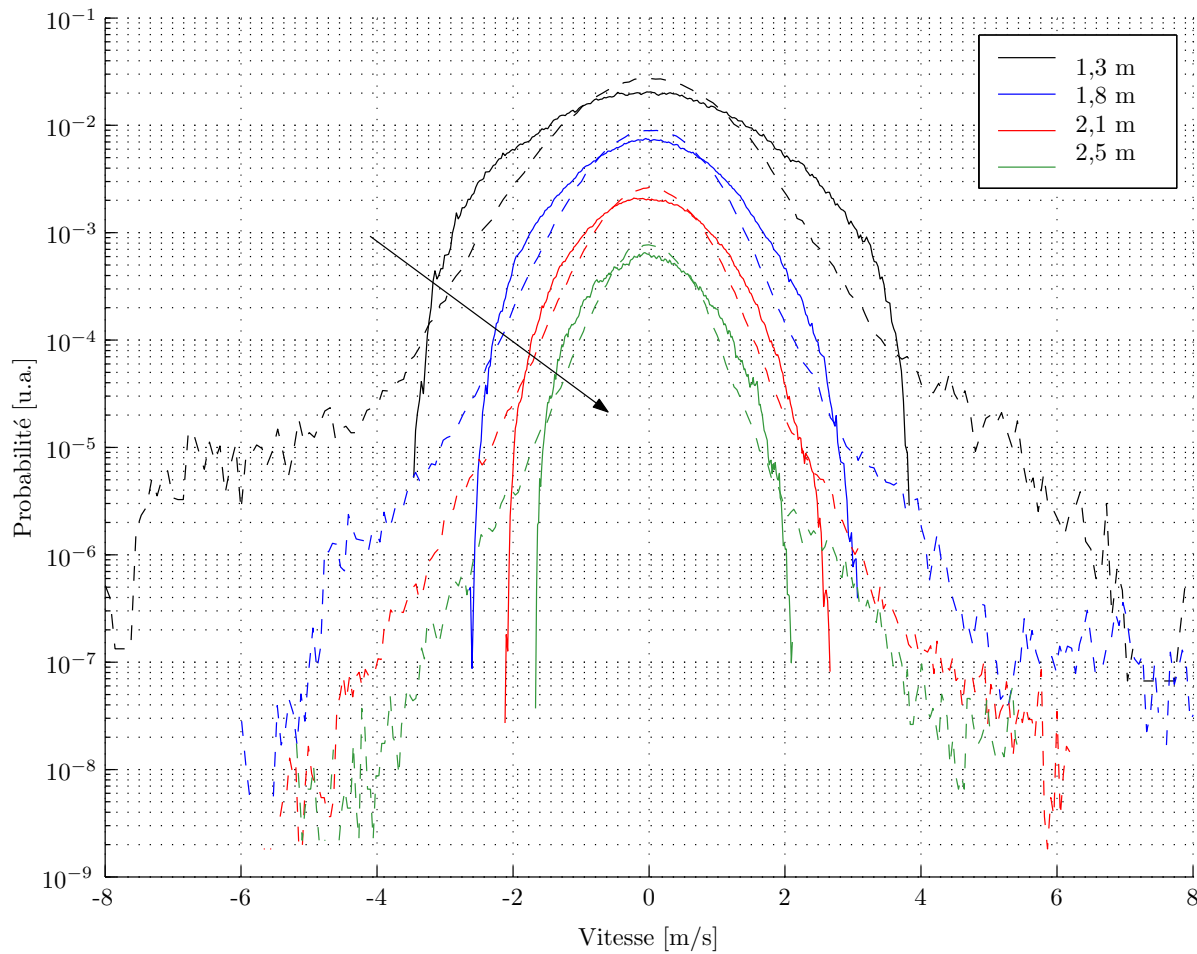


FIG. 5.10 – Superposition des densités de probabilité des composantes longitudinales (trait continu) et transverse (trait tireté). Les vitesses moyennes ont été soustraites. Les courbes ont été décalées verticalement pour la lisibilité. La distance avec la buse augmente dans le sens de la flèche.

alors leurs densités de probabilité P sont reliées par :

$$P(v_1, v_2) = P(v_1)P(v_2) \quad (5.5)$$

Connaissant $P(v_1, v_2)$, les marginales sont calculables par simple intégration :

$$P(v_1) = \int P(v_1, v_2) dv_2. \quad (5.6)$$

Le tracé du rapport de la densité conjointe sur le produit des marginales $P(v_1, v_2)/P(v_1)P(v_2)$ doit donc donner une valeur uniforme égale à l'unité, pour des variables indépendantes. Cette quantité est tracée sur la figure 5.12. Dans les deux cas, la partie centrale, qui est celle où la convergence statistique est bonne, présente une valeur raisonnablement constante, proche de l'unité (zéro en échelle logarithmique). Les déviations ne concernent que quelques points pour la courbe de droite, ce qui permet d'affirmer que les composantes transverses sont indépendantes de la composante longitudinale.

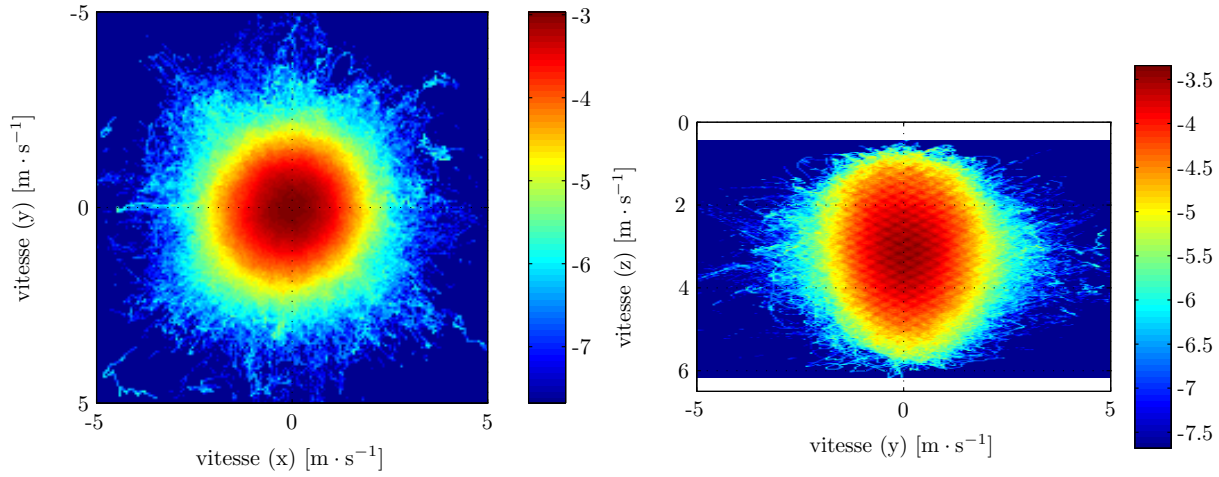


FIG. 5.11 – Densités de probabilité conjointes. À gauche : Composantes transverses. À droite : composante longitudinale et transverse verticale. Les échelles de couleurs sont logarithmiques (base 10).

Il est plus délicat de conclure à l'indépendance des composantes transverses entre elles. Les bords de la distribution montrent en effet de fortes déviations, qui ne se résument pas à des points isolés, qui pourraient être attribués à une erreur passagère d'estimation. Ces déviations peuvent être liées au caractère très légèrement non gaussien des densités de probabilité des vitesses transverses. Étant donné le niveau de bruit et la qualité de la convergence dans ces zones, il est assez hasardeux de donner un verdict définitif. Dans la mesure où le niveau de bruit augmente lorsque la distance à la buse augmente (voir par exemple la courbe 7.9, page 141 de variance des incréments), nous considérons que les écarts à la forme gaussienne des densités, ainsi que les écarts à l'indépendance sont dus au bruit. Les composantes transverses sont donc gaussiennes et statistiquement indépendantes.

5.3.3 Effet de troncature

Étant donnée la bonne qualité des densités conjointes, il est légitime de se demander où la troncature brutale de la densité de probabilité (cf 4.7.1, page 78) se manifeste sur ces courbes. Pour s'en faire une idée approximative, nous calculons la zone du plan dans laquelle un couple de composantes de vitesse ne peut sortir. Le raisonnement sera effectué pour le couple (v_y, v_z) dont l'histogramme conjoint est sur la droite de la figure 5.12. On a pour une majorité des points (cf 4.5, page 74) :

$$v_y = \frac{v_i - v_j}{2 \sin \alpha} \quad v_z = \frac{v_i + v_j}{2 \cos \alpha} \quad (5.7)$$

L'effet de troncature s'écrit $(v_i, v_j) \in [\beta, \delta]^2$, avec β et δ les valeurs minimales et maximales de l'histogramme. On a indépendamment,

$$v_y \in [(\beta - \delta)/2 \sin \alpha, (\delta - \beta)/2 \sin \alpha] \quad v_z \in [\beta/\cos \alpha, \delta/\cos \alpha] \quad (5.8)$$

Ces deux relations définissent un domaine rectangulaire dans lequel doivent nécessairement se trouver les couples (v_y, v_z) , mais il n'est pas minimal (il existe des zones à l'intérieur de ce

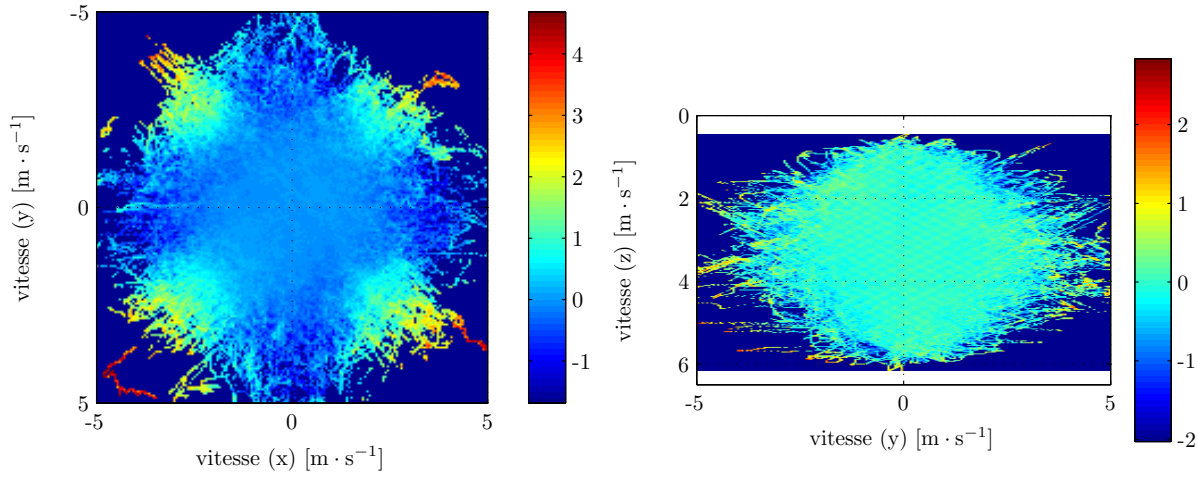


FIG. 5.12 – Rapport de la densité de probabilité conjointe et du produit des densités individuelles. Les échelles verticales sont logarithmiques (base 10).

rectangle où les couples ne peuvent se trouver). Fixons une valeur de v_y dans son intervalle. Alors, les valeurs possibles de v_i et v_j vérifient $v_i - v_j = 2v_y \sin \alpha$. En termes d'ensembles, on a alors :

$$\begin{aligned} v_i &\in [\beta, \delta] \cap [\beta + 2v_y \sin \alpha; \delta + 2v_y \sin \alpha] \\ v_j &\in [\beta, \delta] \cap [\beta - 2v_y \sin \alpha; \delta - 2v_y \sin \alpha] \end{aligned} \quad (5.9)$$

Selon le signe de v_y :

$$\begin{aligned} v_y > 0 &\Rightarrow v_z \in [(\beta + v_y \sin \alpha) / \cos \alpha; (\delta - v_y \sin \alpha) / \cos \alpha] \\ v_y < 0 &\Rightarrow v_z \in [(\beta - v_y \sin \alpha) / \cos \alpha; (\delta + v_y \sin \alpha) / \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (5.10)$$

La zone du plan définie par les deux équations ci-dessus a une forme de losange (figure 5.13). Si le changement de repère était calculé uniquement par les formules utilisées ci-dessus, seule cette zone serait accessible, à cause de la troncature initiale des histogrammes. En contrepartie, tous les points à l'intérieur de la zone seront corrects. Dans la pratique, certains points tombent à l'extérieur du domaine, car d'une part la troncature initiale n'est pas brutale (il s'agit d'un filtrage), et d'autre part, plusieurs formules servent à faire le changement de repère. Néanmoins, la forme de losange est clairement visible, en particulier sur la mesure d'indépendance (figure 5.12). Il faut noter également la présence d'un quadrillage régulier sur l'histogramme transverse-longitudinal. C'est la manifestation de la discrétisation en fréquence (page 80). L'angle formé par les deux directions privilégiées du quadrillage est le double de α , celui du changement de repère.

Au vu de ces données, on peut affirmer que l'estimation de la densité de probabilité conjointe transverse-longitudinale est correcte au moins dans la zone décrite ci-dessus. Comme les valeurs aux limites sont assez faibles par rapport au maximum (de -15 dB à -20 dB), on peut affirmer que les densités de probabilité de chaque variable sont également correctes au moins sur les intervalles 5.8 ci-dessus, à condition que la convergence statistique soit bonne. Numériquement, on a $\alpha = 26^\circ$, $\delta \simeq 4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\beta \simeq 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui donne des valeurs extrêmes valant :

$$\frac{\delta}{\cos \alpha} = 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \frac{\beta}{\cos \alpha} = 0,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \frac{\delta - \beta}{2 \sin \alpha} = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

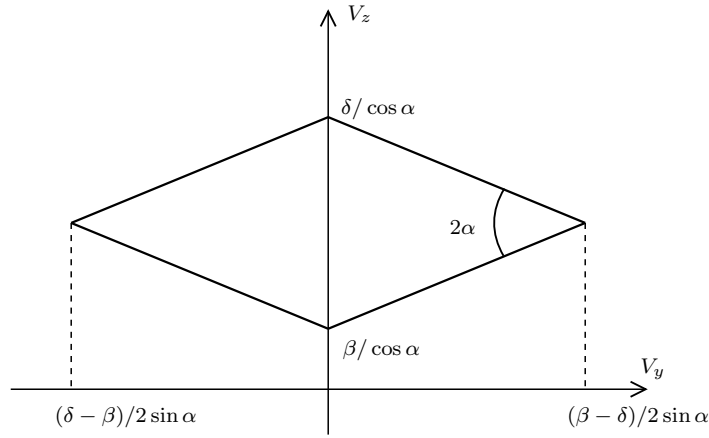


FIG. 5.13 – Zone de la densité de probabilité conjointe (v_y, v_z) accessible après changement de repère.

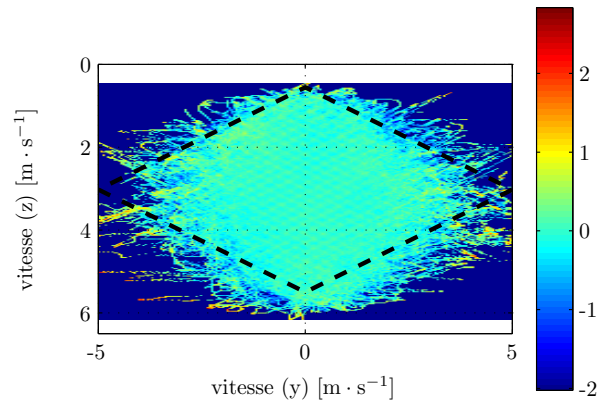


FIG. 5.14 – Densité de probabilité conjointe y/z. Les points à l'intérieur du losange sont corrects.

Elles correspondent assez bien aux valeurs obtenues sur la figure 5.12.

Ce calcul du domaine de validité nous permet d'affirmer que malgré les effets de troncature liés à l'extraction de vitesse, la moyenne des vitesses sera correctement estimée. Il est possible, par contre, que la variance soit un petit peu trop faible.

Chapitre 6

Corrélations lagrangiennes

6.1 Corrélations lagrangiennes

Une des caractéristiques des écoulements turbulents est leur capacité à mélanger. Vu l'intérêt aussi bien théorique que pratique que cela a, l'étude du mélange remonte à de nombreuses décennies déjà. À cause des difficultés expérimentales, les études du mélange ont été pendant très longtemps basées sur des hypothèses théoriques qui permettent de relier le formalisme lagrangien au formalisme eulérien [54]. Les premières expériences réellement lagrangiennes ont eu lieu dans l'atmosphère et dans la mer, où la fabrication de traceurs quasi-lagrangiens est grandement facilitée par l'immense hiérarchie d'échelles des écoulements [12, 28, 27]. Ce n'est qu'assez récemment que la technique a atteint la maturité suffisante pour effectuer des mesures lagrangiennes dans des écoulements de laboratoire [50, 61, 35]. Dans le processus de mélange, la fonction d'autocorrélation de la vitesse tient un rôle tout à fait central, à cause de ses liens avec la fonction de dispersion [57]. Ce chapitre y est donc entièrement consacré.

6.1.1 Calcul de l'autocorrélation

Dans le cas d'un signal réel stationnaire x de moyenne nulle, nous définissons la fonction d'autocorrélation R par (E désigne l'espérance mathématique) :

$$R(\tau) \triangleq \frac{E[x(t)x(t+\tau)]}{E[x(t)x(t)]}. \quad (6.1)$$

Cette définition impose une valeur unité pour un décalage nul ($R(0) = 1$). Si le signal n'est pas de moyenne nulle, il convient de s'y ramener en la retranchant. L'autocorrélation est alors le rapport de la fonction d'autocovariance ($E[(x(t) - E[x(t)])(x(t+\tau) - E[x(t)])]$) et de la variance du signal.

Les estimateurs classiques de l'autocorrélation [10] ne sont pas directement utilisables sur les signaux lagrangiens à cause de la division en segments. L'obtention d'un nouvel estimateur n'est cependant pas très difficile. L'estimation de l'autocorrélation est faisable sur chaque segment individuellement. Chacun d'eux peut être vu comme une réalisation indépendante du même signal aléatoire. La moyenne de toutes les estimations, pondérées correctement, donne alors une estimation globale. Nous utiliserons pour le calcul la formule suivante :

$$\forall l = 1, 2, 3 \quad \hat{R}_{ll}(k) \hat{=} \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_i - k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{L_i-k} (\mathbf{v}_{i,j} - \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l (\mathbf{v}_{i,j+k} - \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l. \quad (6.2)$$

$\mathbf{v}_{i,j}$ est le j -ème point de vitesse du i -ème segment. Pour un vecteur $\mathbf{a}$, $(\mathbf{a})_l$ désigne la composante l . N est le nombre de segments, L_i désigne le nombre de points du i -ème segment.

Dans la formule ci-dessus, $\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle$ est l'estimée de la valeur moyenne du signal de vitesse. Sa valeur est essentielle, dans la mesure où les signaux ne sont pas *a priori* de moyenne nulle. Elle peut être estimée soit segment par segment (auquel cas sa valeur dépend de l'indice i), ou bien globalement (c'est la méthode utilisée). La première solution peut permettre de prendre en compte des évolutions très lentes de la vitesse moyenne (dues aux effets thermiques, par exemple). Elle nécessite d'avoir une durée de suivi suffisante pour obtenir une estimation correcte en ne prenant en compte qu'un seul segment. L'estimation au fil chaud peut être considérée comme utilisable au bout d'une trentaine de secondes de signal. Vu les durées de passage dans la zone de mesure (de l'ordre d'un dixième de seconde), il est tout à fait illusoire d'estimer la moyenne de cette manière. La moyenne globale a donc été utilisée. Elle est estimée par la formule :

$$\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle \hat{=} \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_i} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{L_i} \mathbf{v}_{i,j}. \quad (6.3)$$

Sous l'hypothèse que la moyenne estimée est parfaitement exacte, l'espérance de chaque terme $((\mathbf{v}_{i,j})_l - (\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l) ((\mathbf{v}_{i,j+k})_l - (\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l)$ vaut exactement $R_{ll}(k)$, la fonction d'autocorrélation vraie. Comme le facteur de normalisation présent en tête de l'expression 6.2 de l'estimateur est l'inverse du nombre de termes dans la somme, l'estimation est non biaisée [42]. La mesure de la moyenne n'est en pratique pas parfaite, et cela peut apporter un léger biais, dont la compensation peut se faire en modifiant le facteur de normalisation précédent. Néanmoins, l'estimation reste asymptotiquement non biaisée, et vu le nombre de termes (de l'ordre du million), l'erreur de biais sera de toute façon inférieure à la variance dans des proportions considérables, de sorte que l'estimateur des covariances sera considéré en pratique comme non biaisé.

Bien que tout laisse penser que les composantes de vitesse soient décorréliées les unes des autres (*cf* 5.3.2, page 92), il est intéressant de le confirmer en calculant les corrélations croisées entre composantes. On définit pour cela un tenseur d'autocovariance [41] par :

$$\forall l, m \quad \hat{R}_{lm}(k) \hat{=} \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_i - k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{L_i-k} (\mathbf{v}_{i,j} - \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l (\mathbf{v}_{i,j+k} - \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_m \quad (6.4)$$

Les autocovariances sont les éléments diagonaux.

Pour obtenir un coefficient d'autocorrélation, il suffit de diviser les autocovariances par les déviations standard des signaux intervenant dans le calcul. Par exemple, l'intercorrélations entre les composantes y et z s'écrit comme

$$\frac{\hat{R}_{yz}}{\sqrt{\langle ((\mathbf{v}_{i,j})_y - (\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_y)^2 \rangle \langle ((\mathbf{v}_{i,j})_z - (\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_z)^2 \rangle}} \quad (6.5)$$

6.1.2 Tests sur signaux synthétiques

Comme au paragraphe 4.6, page 75, une validation du système a été faite sur des signaux synthétiques. Un signal aléatoire de caractéristiques connues (il s'agit d'un bruit blanc filtré passe-bas) est utilisé pour former un signal acoustique fictif composé de segments de différentes longueurs, qui est ensuite traité par l'algorithme de démodulation. Idéalement, l'ensemble du système de traitement doit être capable d'estimer correctement la fonction d'autocorrélation du processus aléatoire d'origine. L'autocorrélation "idéale" a donc été calculée à partir de tous les points du signal de départ, avec une estimation non biaisée.

L'autocorrélation après traitement, qui correspond à celle à laquelle les expériences donnent accès, a été obtenue à l'aide de la formule donnée au paragraphe précédent. La comparaison des deux estimations est présentée sur la figure 6.1 (courbes tiretée et continue).

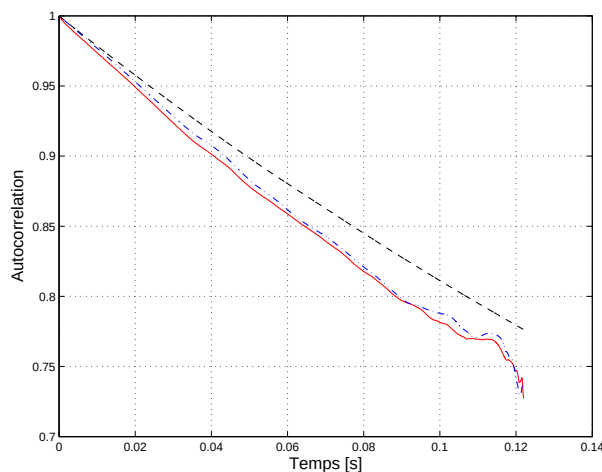


FIG. 6.1 – Autocorrélation des signaux synthétiques. Trait tireté : autocorrélation du signal synthétique d'origine ; trait continu : estimation de l'autocorrélation à partir du résultat de la démodulation ; Trait mixte : estimation de l'autocorrélation à partir du signal d'origine, sur les mêmes segments que le signal acoustique fictif.

L'estimation après traitement dévie sensiblement de la valeur "vraie". Cette déviation n'est pas un effet de mauvaise convergence ou de bruit : elle apparaît quel que soit le niveau de bruit, et le nombre de segments pris en compte. Il ne s'agit pas non plus d'un biais introduit par l'algorithme de démodulation, mais de la conséquence de la procédure de détection des zones intéressantes. Pour le vérifier, il suffit d'estimer l'autocorrélation à partir du signal d'origine, en ne prenant en compte que les points correspondant aux segments détectés. Ainsi seule la procédure de sélection de segments intervient. La courbe obtenue est quasiment superposable avec celle issue du traitement complet (trait mixte sur la figure 6.1). La formule d'estimation n'est pas en cause non plus, car si l'on effectue le même calcul en prenant cette fois des segments au hasard, une forme très proche de l'idéale est retrouvée (non tracé).

L'origine de ce phénomène est liée à la troncature des densités de probabilité constatée au paragraphe 4.7.1, page 78. Cette troncature est une conséquence de l'application d'un filtrage passe-bande pour éliminer au maximum le bruit électronique large bande, ainsi que la composante quasi-sinusoïdale liée à la vision directe entre transducteurs. Ce filtrage a pour effet de faire disparaître totalement les valeurs de vitesse de grande excursion (faibles vitesses et fortes

vitesse). La troncature pour les faibles vitesses est intrinsèque : ce système, sans modification radicale, n'est pas en mesure de donner accès à des vitesses faibles de la bulle¹. Par contre, la limitation pour les vitesses élevées est arbitraire (c'est un paramètre du programme de traitement). Il est possible d'augmenter sa valeur, *a priori* au détriment de la qualité globale du signal final. Les segments seront donc identifiés dans des zones où ils ne peuvent comporter des vitesses de forte excursion. Cette contrainte est très forte, et a pour conséquence que l'autocorrélation sera biaisée. Le poids des différents échantillons de vitesse dépendant de leur écart à la moyenne (par définition de l'autocorrélation), ce sont donc les grandes excursions qui auront le plus d'influence. Leur absence fausse énormément l'estimation de l'autocorrélation.

Il faut bien garder à l'esprit que tous les calculs et le raisonnement qui viennent d'être faits ne sont valables que pour un signal *unidimensionnel*. À l'instar des densités de probabilités (*cf* 5.3.2, page 92), il est probable que l'estimation de l'autocorrélation pour les signaux tridimensionnels soit de bien meilleure qualité, car l'effet de troncature est nettement moins prononcé. Faute de temps, aucun test numérique complet n'a pu être fait, de sorte qu'aucune estimation quantitative de l'erreur n'est disponible. La seule certitude est que les temps caractéristiques seront légèrement sous-estimés.

6.1.3 Biais expérimentaux

Autocorrélation brute

L'autocorrélation calculée à l'aide de la formule 6.2 normalisée par les variances, est tracée pour différentes distances à la buse sur la figure 6.2, en échelles linéaires, pour la composante longitudinale et une composante transverse. La durée pendant laquelle le signal est corrélé avec lui-même varie dans le même sens que la distance à la buse. Aux grands temps, à l'exception des deux distances les plus courtes pour les composantes transverses, les autocorrélations n'atteignent pas la valeur nulle correspondant à la décorrélation. Ceci peut s'expliquer par la limitation du décalage temporel. Il est théoriquement limité par la taille du segment le plus grand. La limite pratique est en fait déterminée par la convergence et correspond à peu près aux deux tiers du décalage maximal. Cette explication s'applique très bien pour les composantes transverses (la prolongation de la courbe, au bruit près, donne une valeur voisine de zéro). Par contre, le comportement aux grands temps pour la composante longitudinale est anormal. Si la moyenne était mal estimée, les courbes auraient une asymptote horizontale vers une valeur non nulle. Le comportement qui apparaît n'a rien à voir avec une telle asymptote. Au contraire, au delà d'une certaine séparation temporelle, les valeurs de corrélation augmentent nettement. Nous avons vu théoriquement que l'estimation de l'autocorrélation ne présentait pas ce genre de biais. Il s'agit donc d'un problème expérimental.

Compensation du biais

Lors de l'établissement de la formule de l'estimateur de l'autocorrélation, nous avons fait l'hypothèse d'un signal stationnaire. Or, comme il a été montré au paragraphe 5.2, les signaux expérimentaux ne le sont pas. D'une part, la valeur moyenne de vitesse dépend de la position à

¹Ce problème est généralisable à l'immense majorité des mesures de vitesse, à cause d'une limitation physique. La mesure d'une vitesse arbitrairement petite nécessite en effet une précision arbitrairement grande ou bien un temps arbitrairement long.

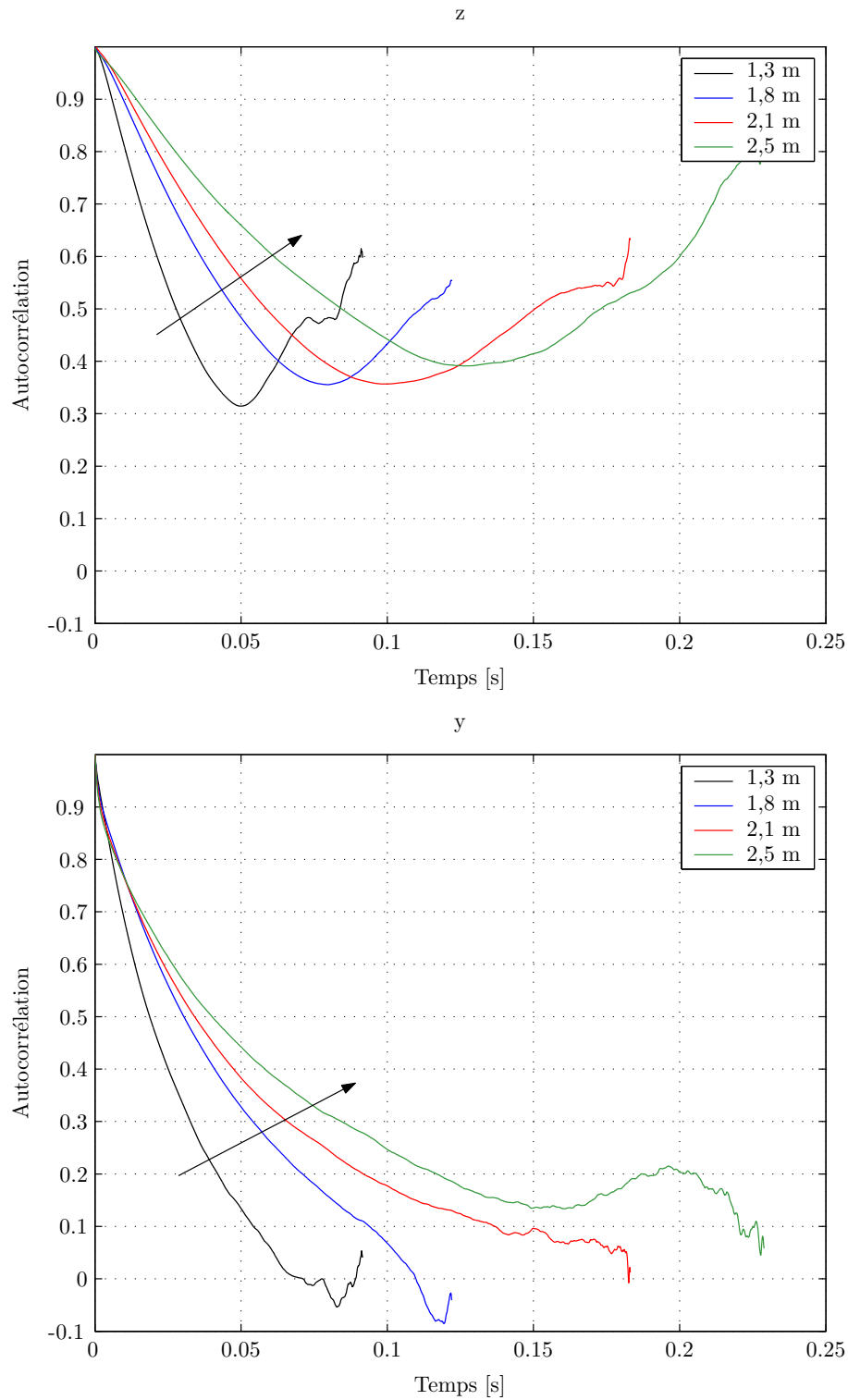


FIG. 6.2 – Tracé des fonctions d'autocorrélation pour différentes distances à la buse. En haut : composante longitudinale. En bas : composante transverse verticale (l'allure est analogue pour la composante horizontale). La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

l'intérieur du segment et de sa longueur totale. La soustraction d'une moyenne globale introduit donc un biais.

La valeur d'autocorrélation calculée pour un décalage k donné ne peut faire intervenir que des points des segments de longueur supérieure ou égale à k (formule 6.2). Par conséquent, les valeurs $\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle$ de moyenne ne devraient être calculées que sur les segments de longueur supérieure ou égale à k . Si la longueur des signaux n'a pas de lien avec les propriétés statistiques, aucune dépendance ne doit apparaître. Ce n'est pas le cas pour nos signaux, comme le montre la figure 6.3. La moyenne calculée sur tous les segments est plus élevée que celle calculée sur les segments les plus longs. La déviation standard présente un comportement similaire, avec une remontée dont l'origine n'est pas claire. Cet effet n'est réellement sensible que pour la composante longitudinale, qui est la seule sur laquelle la variation spatiale de la vitesse moyenne se fait sentir (une dépendance spatiale de vitesse moyenne se traduit par une dépendance temporelle sur les signaux lagrangiens). Dans la suite, nous appellerons $\hat{\mathbf{v}}_k^>$ la moyenne de vitesse calculée sur les segments plus longs que k , et $\hat{\sigma}_k^>$ la déviation standard calculée sur ces mêmes segments :

$$\forall k, \quad \hat{\mathbf{v}}_k^> \triangleq \frac{\sum_{i/L_i > k} \sum_{j=1}^{L_i} \mathbf{v}_{i,j}}{\sum_{i/L_i > k} L_i} \quad (6.6)$$

$$\forall k, l, \quad (\hat{\sigma}_k^>)_l \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{i/L_i > k} \sum_{j=1}^{L_i} (\mathbf{v}_{i,j})_l^2}{\sum_{i/L_i > k} L_i} - (\hat{\mathbf{v}}_k^>)_l^2}. \quad (6.7)$$

La formule 6.2 est donc modifiée de manière à faire intervenir les nouvelles moyennes et déviations standard et aboutir à l'expression de l'autocorrélation suivante :

$$\forall l = 1, 2, 3 \quad \hat{R}_{ll}(k) \triangleq \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_i - k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{L_i - k} \frac{(\mathbf{v}_{i,j})_l - (\hat{\mathbf{v}}_k^>)_l}{(\hat{\sigma}_k^>)_l} \cdot \frac{(\mathbf{v}_{i,j+k})_l - (\hat{\mathbf{v}}_k^>)_l}{(\hat{\sigma}_k^>)_l} \quad (6.8)$$

Notons au passage que cette expression désigne une *autocorrélation* et pas une autocovariance. La déviation standard a été intégrée à la formule car elle dépend également de la valeur de k et va donc jouer sur la forme de la courbe.

Autocorrélations compensées

Les autocorrélations calculées à l'aide de la formule qui vient d'être donnée sont présentées sur la figure 6.4. Les courbes correspondant aux composantes transverses n'ont subi que très peu de changement, alors que les courbes pour la composante longitudinale présentent maintenant pour les grands décalages un comportement compatible avec une asymptote en zéro (aux problèmes de convergence près). Le tracé en échelle semilogarithmique (figure 6.5) montre que la forme est proche de celle d'une exponentielle pour toutes les composantes. Des écarts existent cependant sur les composantes transverses, sans qu'il soit facile de décider si ces écarts sont les résidus du biais ou bien un phénomène physique.

Toutes les courbes d'autocorrélation présentées dans la suite du texte seront compensées.

Intercorrélations

L'intercorrrelation des composantes de vitesse lagrangienne est présentée sur les figures 6.6 et 6.7. Dans tous les cas, les amplitudes ne dépassent pas 0,1 et aucune tendance générale

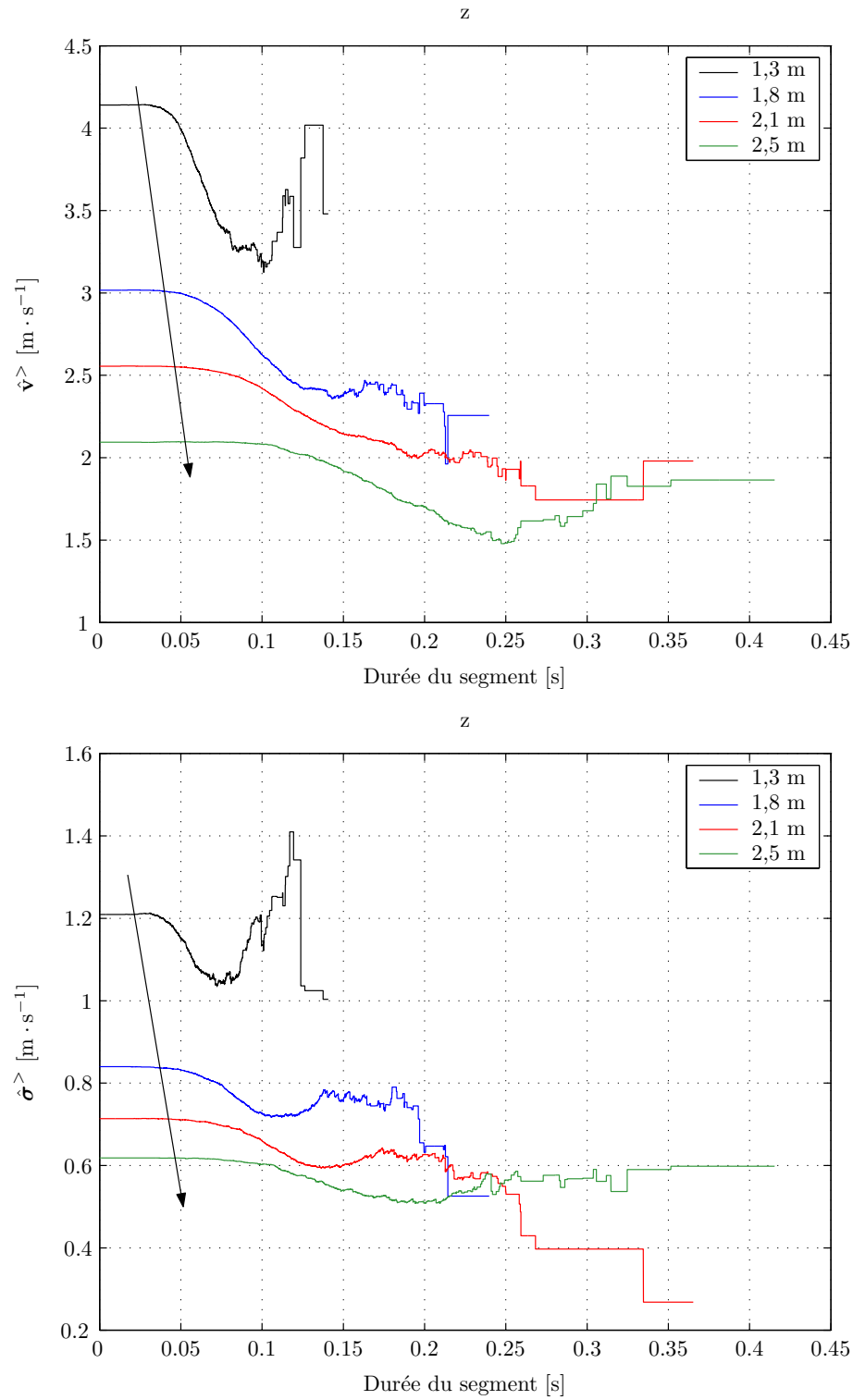


FIG. 6.3 – Vitesse moyenne (en haut) et déviation standard (en bas) calculées sur les segments plus longs qu’une certaine durée, pour la composante longitudinale. La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

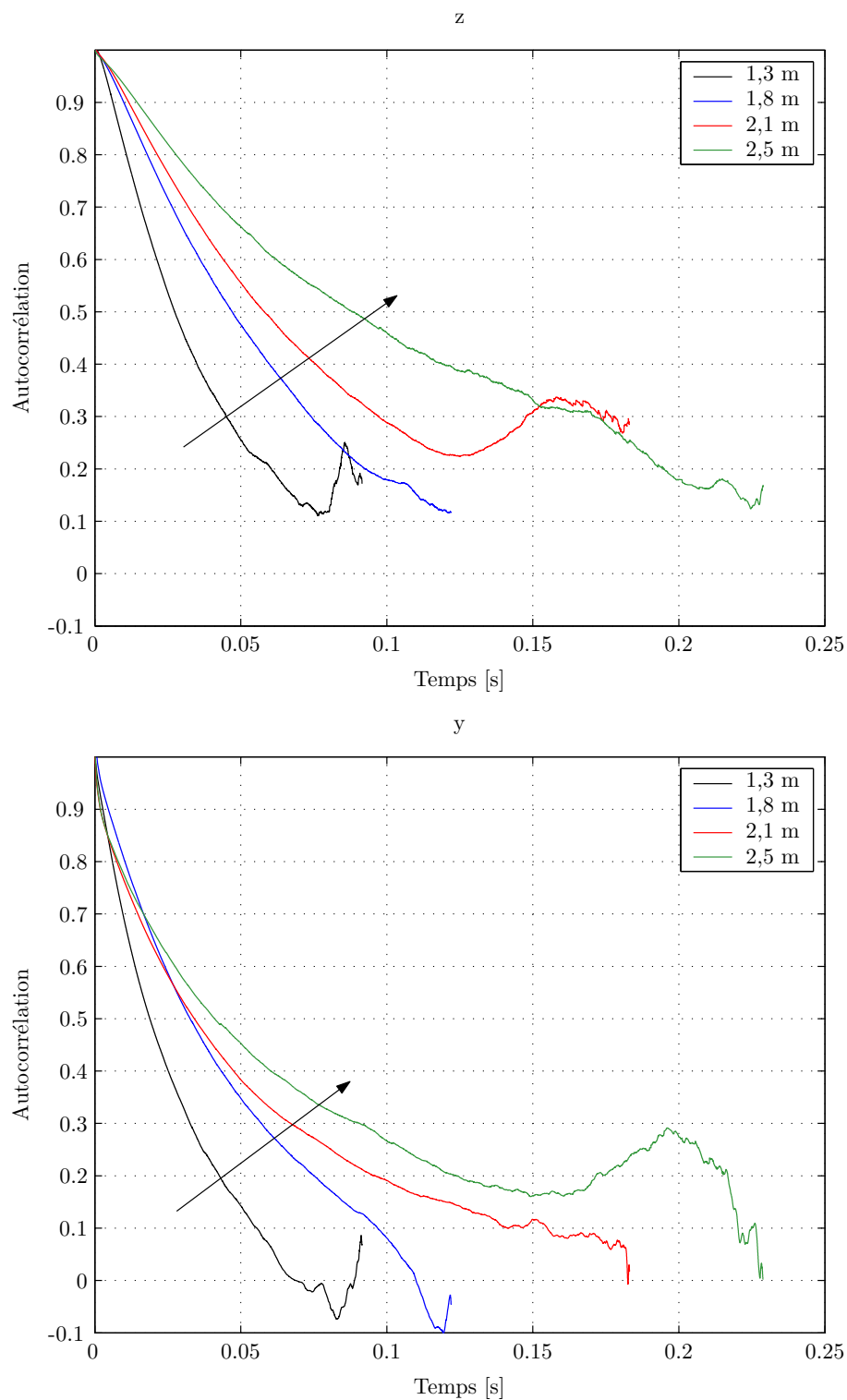


FIG. 6.4 – Tracé des fonctions d'autocorrélation compensées pour différentes distances à la buse. En haut : composante longitudinale. En bas : composante transverse verticale (l'allure est analogue pour la composante horizontale). La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

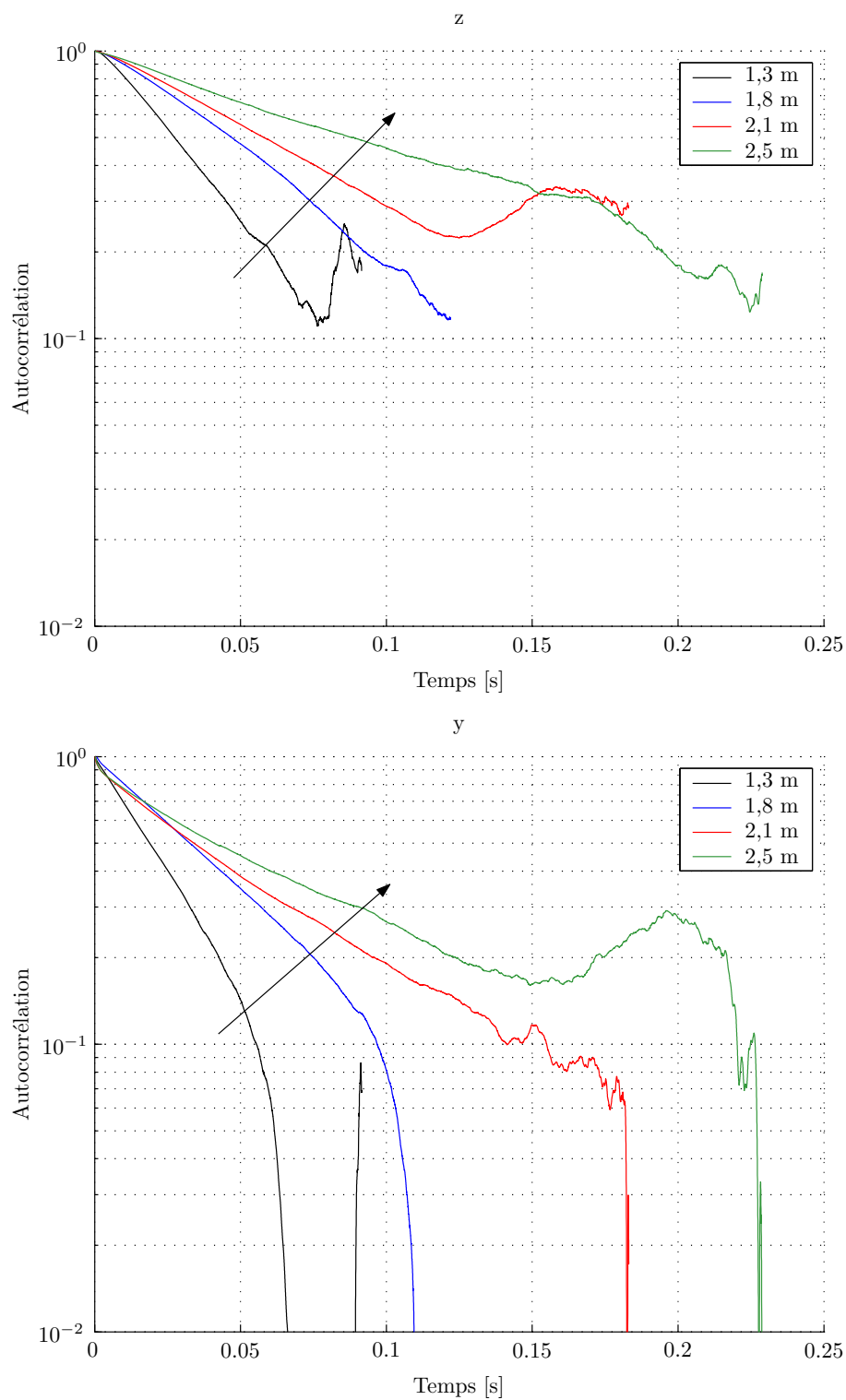


FIG. 6.5 – Tracé des fonctions d'autocorrélation compensées pour différentes distances à la buse en échelles semilogarithmiques. En haut : composante longitudinale. En bas : composante transverse verticale (l'allure est analogue pour la composante horizontale). La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

n'existe. Ces valeurs ne sont pas significatives. Nous considérerons donc toutes les composantes comme décorréées entre elles. Ceci va dans le même sens que les résultats des tests d'indépendance statistique 5.3.2. Au passage, cela donne une indication du niveau de bruit auquel il faut s'attendre sur les courbes d'autocorrélations. Nous retrouverons ainsi des valeurs proches lorsque nous en viendrons à parler des intercorrélations entre composantes lagrangienne et eulérienne (6.3, page 115).

6.2 Temps caractéristiques

6.2.1 Calcul des temps lagrangiens

Pour pouvoir effectuer des comparaisons quantitatives sur les courbes d'autocorrélation lagrangienne, il est nécessaire de définir un temps caractéristique. Celui-ci se justifie par le fait que toutes les courbes ont la même allure, et se déduisent l'une de l'autre par une simple homothétie. La plupart des travaux expérimentaux ou numériques [65, 35, 50] portant sur l'autocorrélation d'une composante de vitesse lagrangienne vont dans le sens d'une forme exponentielle $R(\tau) = \exp(-\tau/T_L)$. Le temps caractéristique se définit naturellement comme celui apparaissant dans l'argument de l'exponentielle. On parlera par la suite de *temps exponentiel*. Par ailleurs, l'usage a consacré dans le domaine eulérien l'utilisation du temps intégral défini comme l'intégrale de la fonction d'autocorrélation :

$$T'_L \triangleq \int_0^\infty R(\tau) d\tau. \quad (6.9)$$

Si l'on remplace dans cette formule $R(\tau)$ par l'expression donnée plus haut, il est aisé de montrer que le temps intégral lagrangien s'identifie au temps exponentiel T_L . Nous confondrons donc les deux sous le même symbole T_L .

Ces deux définitions fournissent deux méthodes d'estimation du temps caractéristique, par calcul numérique de l'aire sous la courbe, ou bien par ajustement d'une exponentielle. Dans le cas qui nous intéresse, les décalages temporels disponibles sont beaucoup trop faibles pour permettre une estimation correcte de l'aire. Il a donc été procédé à un ajustement robuste d'une droite sur le logarithme de la fonction d'autocorrélation expérimentale.

6.2.2 Évolution des temps lagrangiens

Le tableau 6.1 regroupe les temps obtenus pour les différentes distances à la buse. Une erreur globale sur l'estimation des temps a été calculée en calculant plusieurs autocorrélations sur différents sous-ensembles des données disponibles, puis en calculant la déviation standard des temps obtenus sur les différentes courbes. Cette erreur prend en compte simultanément tous les bruits de mesure, ainsi que les erreurs d'estimation. Dans l'ensemble la précision relative est assez mauvaise (de l'ordre de 10 %). Elle s'explique principalement par la convergence assez mauvaise des autocorrélations, à cause de la non-continuité dans le temps des signaux de vitesse signalée plus haut, et le nombre trop peu important de données disponibles.

Au vu de la figure 6.8, sur laquelle sont tracées les valeurs du tableau, il est évident que les trois composantes de vitesse ne sont pas équivalentes. Les deux composantes transverses sont semblables, ce qui est la conséquence de l'axisymétrie du jet. Par contre, les temps intégraux associés sont plus faibles que ceux de la composante longitudinale. Le rapport entre les temps

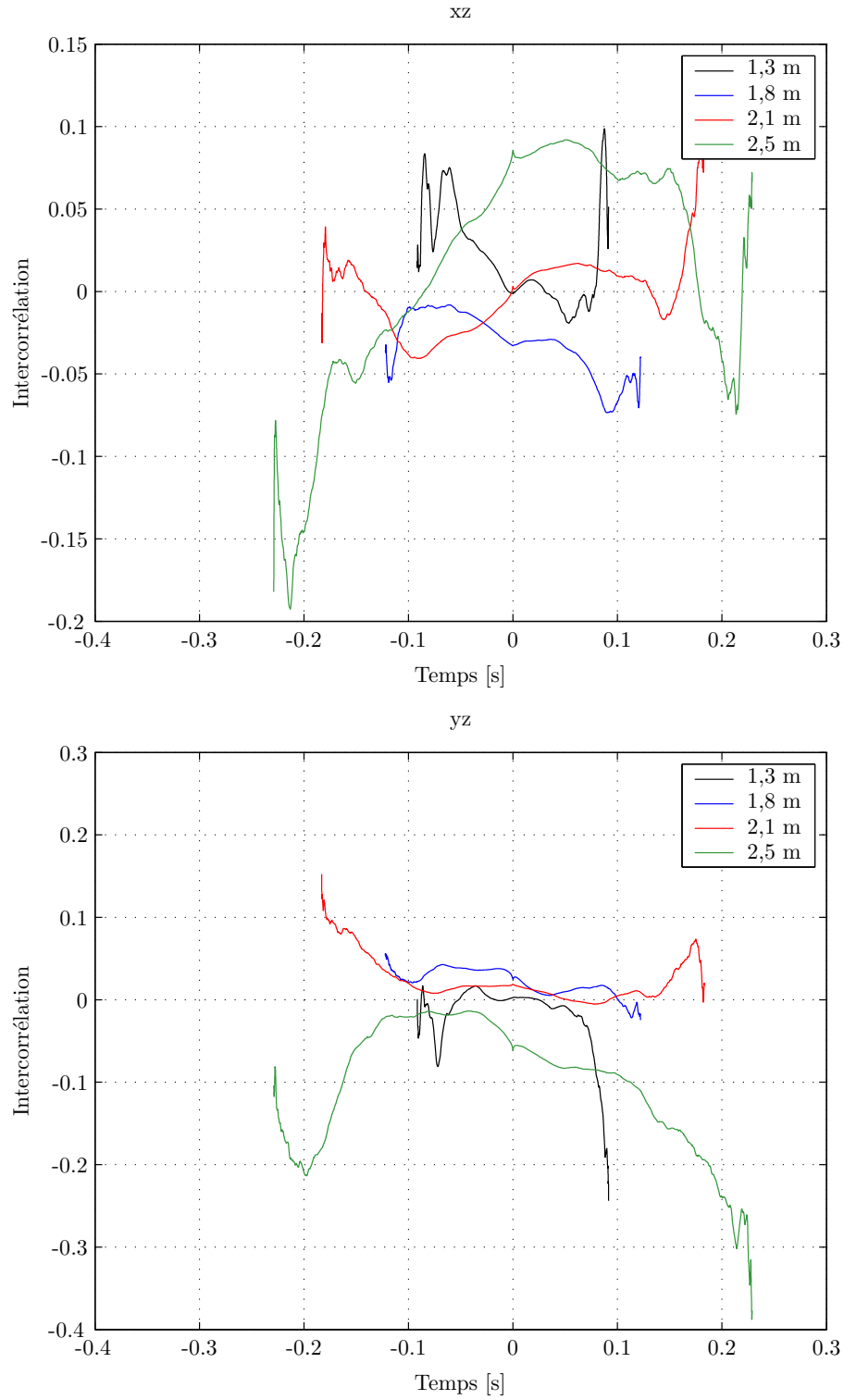


FIG. 6.6 – Intercorrélations de la composante de vitesse longitudinale avec la composante transverse horizontale (en haut) et transverse verticale (en bas).

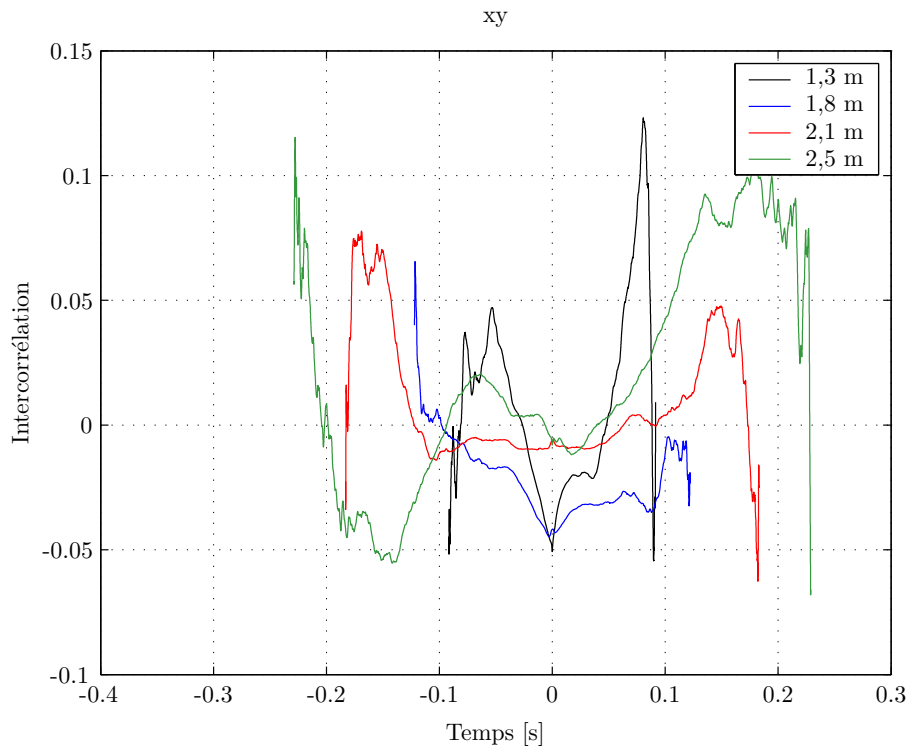


FIG. 6.7 – Intercorrélation des composantes de vitesses transverses entre elles.

est de l'ordre de 1,3. Pour la plus grande distance, ce rapport monte à 1,6, mais nous l'excluons car le temps intégral associé aux composantes transverses est manifestement sous-estimé.

Le temps intégral lagrangien se comporte vraisemblablement comme le rapport de la grande échelle eulérienne avec la déviation standard de la vitesse ($T_L \sim L/\sigma_u$). Les variations avec la distance à la buse z sont données par (annexe A) : $L \sim z$ et $\sigma_u \sim 1/z$. On a donc $T_L \sim z^2$. Expérimentalement, le comportement trouvé est tout à fait compatible avec cette estimation. Trouver un autre comportement aurait été le signe d'une modification du nombre de Reynolds. En effet, $T_L/\tau_\eta \sim R_\lambda^{3/2}$, et τ_η se comporte bien comme le carré de la distance à la buse.

Distance	x [ms]	y [ms]	z [ms]
1,3 m	$26 \pm 1,7$	$27 \pm 0,5$	$35 \pm 0,5$
1,8 m	$49 \pm 6,5$	$47 \pm 6,4$	$62 \pm 6,9$
2,1 m	$59 \pm 6,8$	$58 \pm 3,2$	$79 \pm 5,0$
2,5 m	74,7	75,4	117

TAB. 6.1 – Temps intégraux T_L pour les différentes distances. Les incertitudes correspondent à l'estimation de la déviation standard. Aucune information d'incertitude n'est disponible pour la plus grande distance, car trop peu de données étaient disponibles.

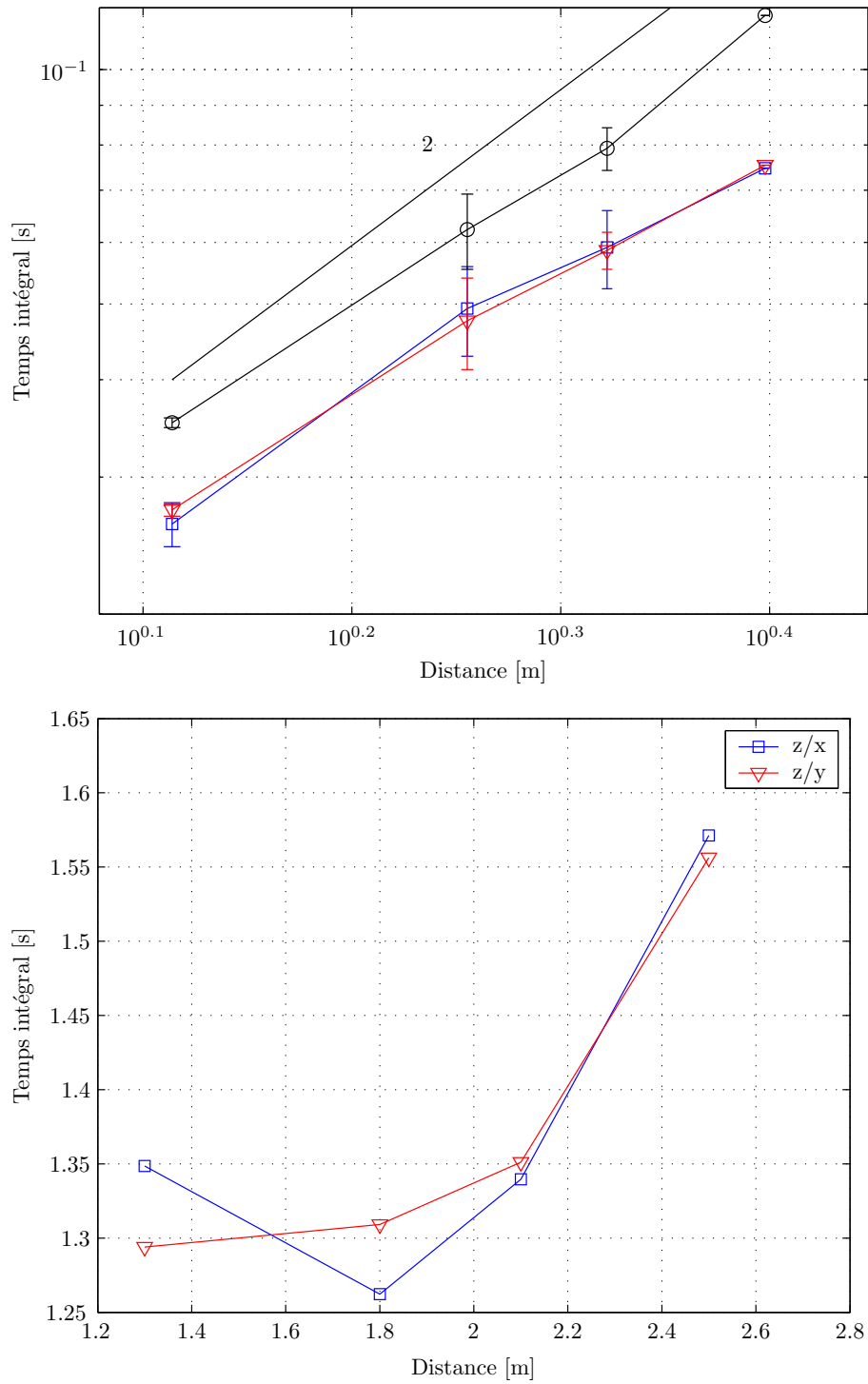


FIG. 6.8 – En haut : Tracé des temps intégraux lagrangiens pour différentes distances à la buse, à nombre de Reynolds fixé. $\circ$: composante longitudinale, $\nabla, \square$: composantes transverses (resp. horizontale et verticale). La loi de puissance d'exposant 2 a été superposée. En bas : rapport des temps intégraux entre composante longitudinale et composantes transverses.

6.2.3 Comparaison des courbes

Le calcul des temps intégraux permet de normaliser les échelles temporelles pour superposer les courbes d'autocorrélations. Les résultats sont présentés sur les figures 6.9 et 6.10. Chaque courbe est normalisée en abscisse par le temps intégral correspondant, et en ordonnée par une valeur telle que l'ajustement exponentiel passe par la valeur un pour des décalages temporels nuls. Il est visible que la forme des courbes est quasiment la même pour toutes les mesures effectuées. Les écarts présents pour les temps longs sont la conséquence d'un manque de convergence statistiques. En particulier, les mesures faites à 2,5 m comporte environ huit fois moins de points que pour les trois autres. Les écarts à petit décalage temporel n'ont pas du tout la même allure pour la composante longitudinale et la composante transverse.

La courbure de la corrélation visible pour les petits temps sur les courbes pour la composante longitudinale (figure 6.9) a déjà été observée par Mordant [35]. Il l'explique par un effet de nombre Reynolds fini en suivant Sawford [51], et relie le temps associé au temps de Kolmogorov τ_η .

Le comportement des courbes pour les composantes transverses est totalement différent. La courbure de l'autocorrélation aux petits temps est inversée par rapport aux courbes précédentes. Ceci s'explique simplement par la présence de bruit dont le spectre est presque blanc. Ce phénomène, qui n'a rien de physique, se retrouve faiblement sur quelques courbes pour la composante longitudinale, en particulier pour les grandes distances à la buse.

La forme exponentielle de l'autocorrélation pour des temps intermédiaires a déjà été observée, expérimentalement et numériquement [35, 50, 64]. La figure 6.11 montre la comparaison de l'autocorrélation longitudinale pour une distance de 1,8 m de avec celles obtenues par Shlien et Corrsin [54], Sato et Yamamoto [50] et Mordant et Pinton [35]. Ce sont toutes des mesures directes, à l'exception de celle de Shlien et Corrsin qui a été faite par mesure de profils de températures. La superposition est relativement bonne, sauf pour la courbe de Shlien et Corrsin, qui présente une forte déviation par rapport à l'exponentielle. Au vu des résultats obtenus par Yeung [64], il est possible que cette déformation soit liée à l'utilisation d'une méthode indirecte.

Il est remarquable que l'autocorrélation de vitesse ait une forme aussi constante, dans des écoulements aussi différents (jet, écoulement de von Kármán, et turbulence de grille), et avec des temps caractéristiques aussi variés (de 23 ms à près de 2 s).

6.2.4 Comparaison avec les temps eulériens

Le temps caractéristique généralement adopté pour le signal eulérien est le temps intégral, défini comme l'intégrale de la fonction d'autocorrélation (équation 6.9). Bien que la forme de l'autocorrélation ne soit pas *a priori* exponentielle, il est également possible de mesurer un temps exponentiel, à l'aide d'un ajustement. Contrairement au cas lagrangien, rien n'affirme que ces deux temps seront identiques. Il se trouve qu'en pratique, leurs valeurs sont égales, à 10 % près. La figure 6.12 montre la superposition des différents temps lagrangiens et des temps eulériens.

À l'exception d'un point manifestement faux, le temps intégral eulérien varie sensiblement comme le carré de la distance à la buse, ce qui est cohérent avec les mesures de référence dans un jet [18, 63]. Aux erreurs près, la dépendance avec la distance à la buse est la même pour les vitesses lagrangiennes que pour les vitesses eulériennes.

Il est assez normal de ne pas trouver le même temps caractéristique pour les deux mesures.

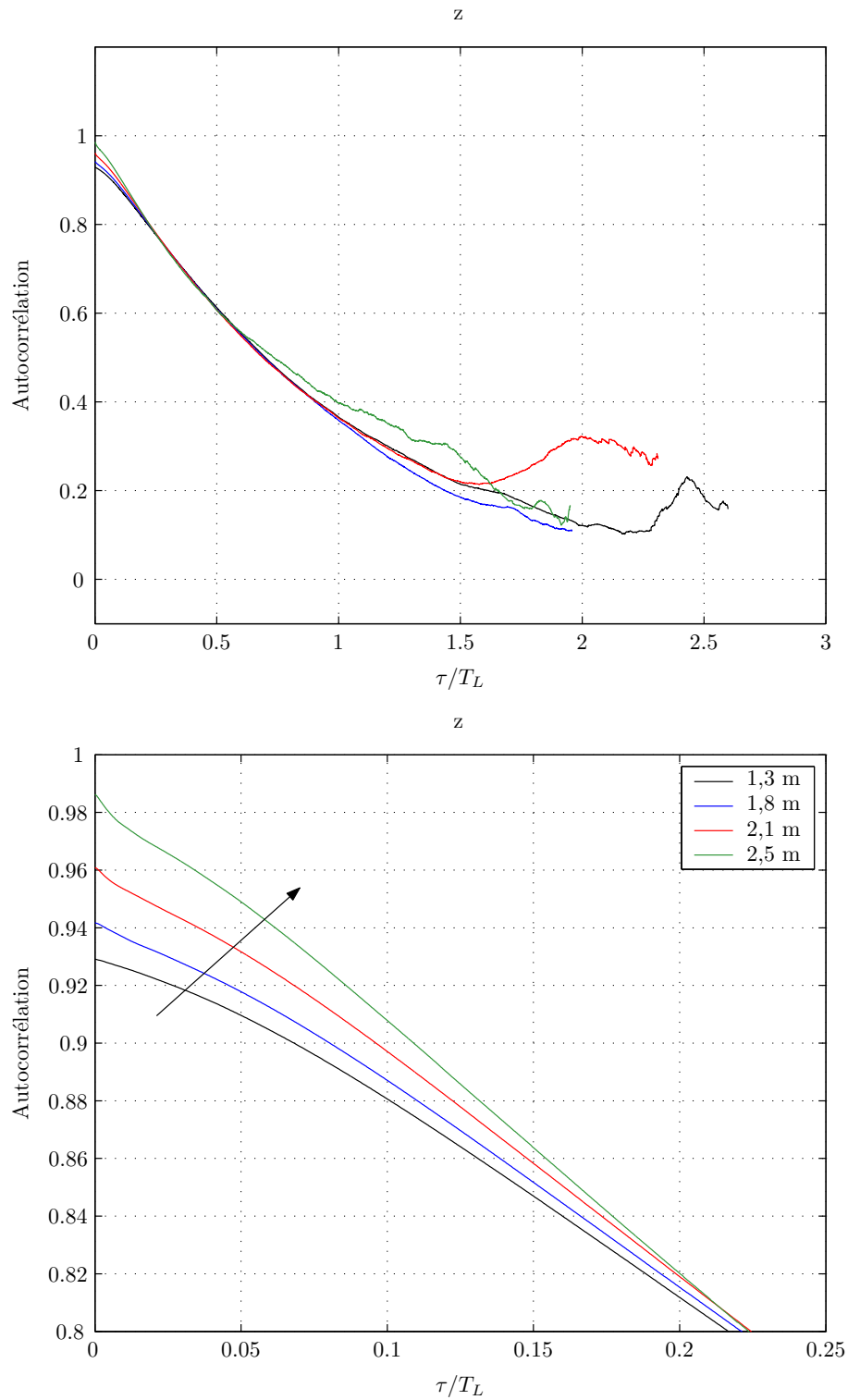


FIG. 6.9 – Superposition des courbes d'autocorrélation de la composante lagrangienne longitudinale. L'échelle horizontale a été normalisée par les temps grande échelle, l'échelle verticale est telle que l'ajustement exponentiel passe par la valeur un pour les décalages nuls ($\tau = 0$). La courbe du bas est un agrandissement pour montrer le comportement aux petits temps. La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

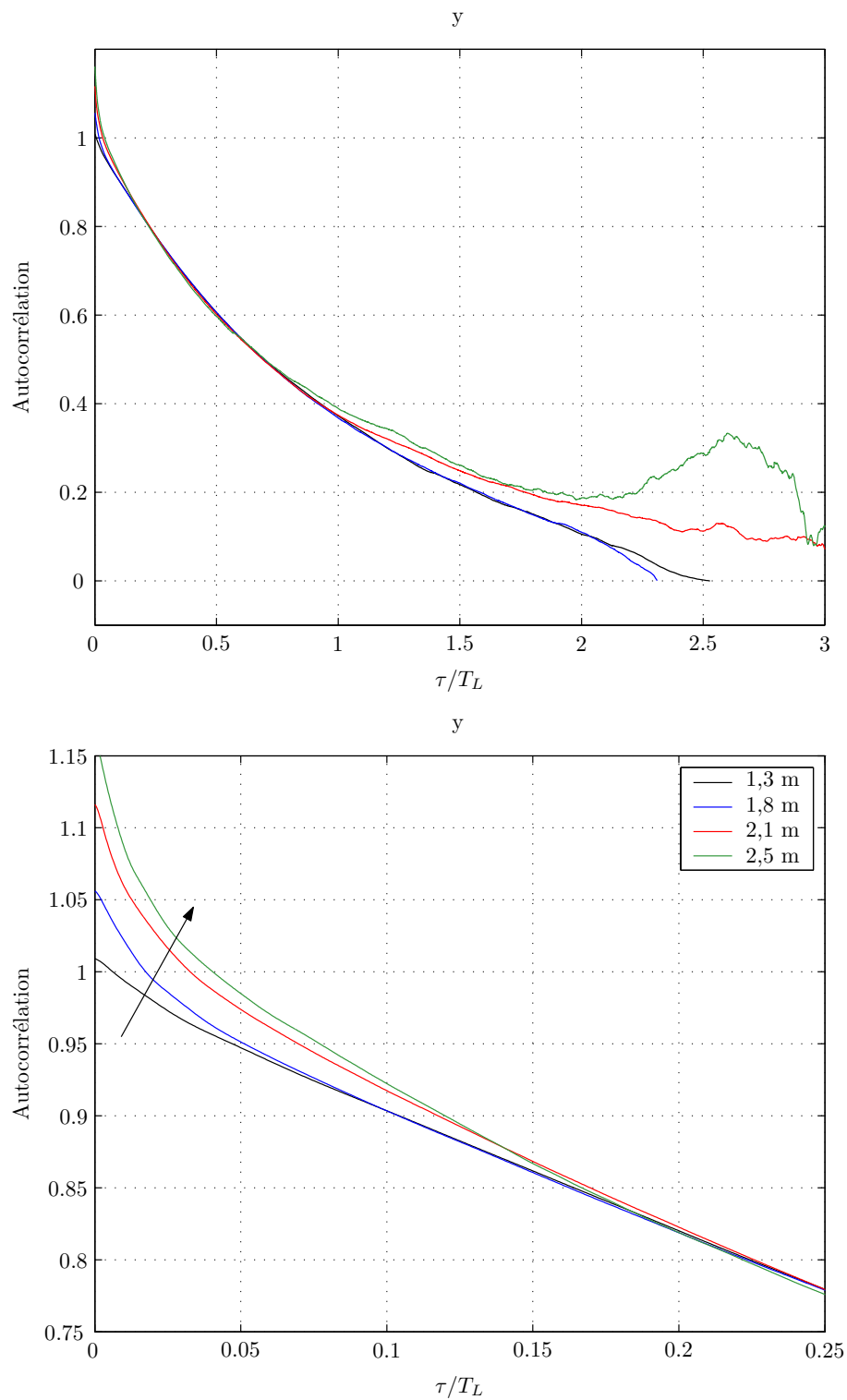


FIG. 6.10 – Superposition des autocorrélations de la composante lagrangienne transverse verticale. L'échelle verticale est telle que l'ajustement exponentiel passe par la valeur un pour les décalages nuls ($\tau = 0$). La courbe du bas est un agrandissement pour montrer le comportement aux petits temps. La distance à la buse augmente dans le sens de la flèche.

Le temps eulérien correspond à une mesure locale, faite sur l'axe du jet, alors que la mesure lagrangienne fait intervenir des points situés dans un volume englobant largement les bords du jet. Le temps caractéristique eulérien est minimal sur l'axe, de sorte qu'on peut se demander si la variation du temps eulérien à travers la zone de mesure ne pourrait pas suffire à expliquer l'écart constaté. Pour cela, nous avons effectué plusieurs mesures au fil chaud en différents points de la zone acoustique. La partie inférieure de la figure 6.12 montre trois plages de variation des temps eulériens, pour des distances correspondant à 1,3 m, 2,1 m et 2,5 m. Le tracé avec des barres d'erreur montre la plage contenue entre les valeurs maximale et minimale, pour les deux méthodes d'estimation. Dans les deux cas, l'intervalle de temps a tendance à diminuer lorsque la distance à la buse augmente. C'est la conséquence de l'élargissement du jet. Il est clair que dans tous les cas, le temps lagrangien (que l'on peut assimiler à un temps de vie) est bien supérieur au temps caractéristique eulérien dans le même volume.

6.3 Intercorrélation lagrangienne - eulérienne

6.3.1 Des origines

Une onde acoustique, en l'absence de diffuseur comme les bulles de savon, interagit avec le champ de vorticité d'un écoulement. Cette interaction se traduit par une diffusion qui permet de remonter à un vecteur d'onde d'une composante de la transformée de Fourier spatiale du champ de vorticité [8, 29]. C'est cet effet qui limite principalement le rapport signal sur bruit pour nos expériences (*cf* 3.3.3, page 50). Lors de ses travaux de thèse [46], Poulain a étudié cette diffusion et a mis en évidence une corrélation croisée entre l'amplitude de l'onde diffusée et le champ de vitesse eulérien, mesuré au fil chaud. Il a été tout naturel de chercher une corrélation entre vitesse lagrangienne et vitesse eulérienne. Nous résumons brièvement ici ces résultats, qui nous serviront de base à la présentation des mesures d'intercorrélation entre vitesse lagrangienne et vitesse eulérienne.

Dispositif expérimental Les mesures de diffusion par la vorticité ne font intervenir qu'un émetteur et un récepteur, dont les axes sont concourants et coplanaires avec l'axe du jet (figure 6.13). Cette disposition correspond à celle de nos mesures unidimensionnelles (3.3.1, page 47). L'amplitude complexe de la pression diffusée P_d est donnée en fonction de l'amplitude de la pression incidente P_i par la formule suivante :

$$P_d(t) \propto P_i \Omega_{\perp}(\mathbf{q}_s, t) \quad \text{avec} \quad \mathbf{q}_s \simeq \frac{2\omega}{c} \sin\left(\frac{\theta_s}{2}\right) \frac{\mathbf{n}_d - \mathbf{n}_i}{|\mathbf{n}_d - \mathbf{n}_i|} \quad (6.10)$$

où $\Omega_{\perp}$ représente la composante perpendiculaire au plan de diffusion de la transformée de Fourier spatiale du champ de vorticité. L'interprétation du rôle du vecteur d'onde est beaucoup plus complexe que dans le cas de la diffusion sur des bulles de savon. Il n'est pas uniquement un facteur multiplicatif dans la formule de l'effet Doppler, mais donne également une *  chelle caractéristique*    laquelle la vorticité est observée.

Corrélations Le signal de pression diffusée possède sensiblement le même spectre que celui obtenu avec des traceurs dans l'écoulement. Le signal complexe comporte la trace des variations

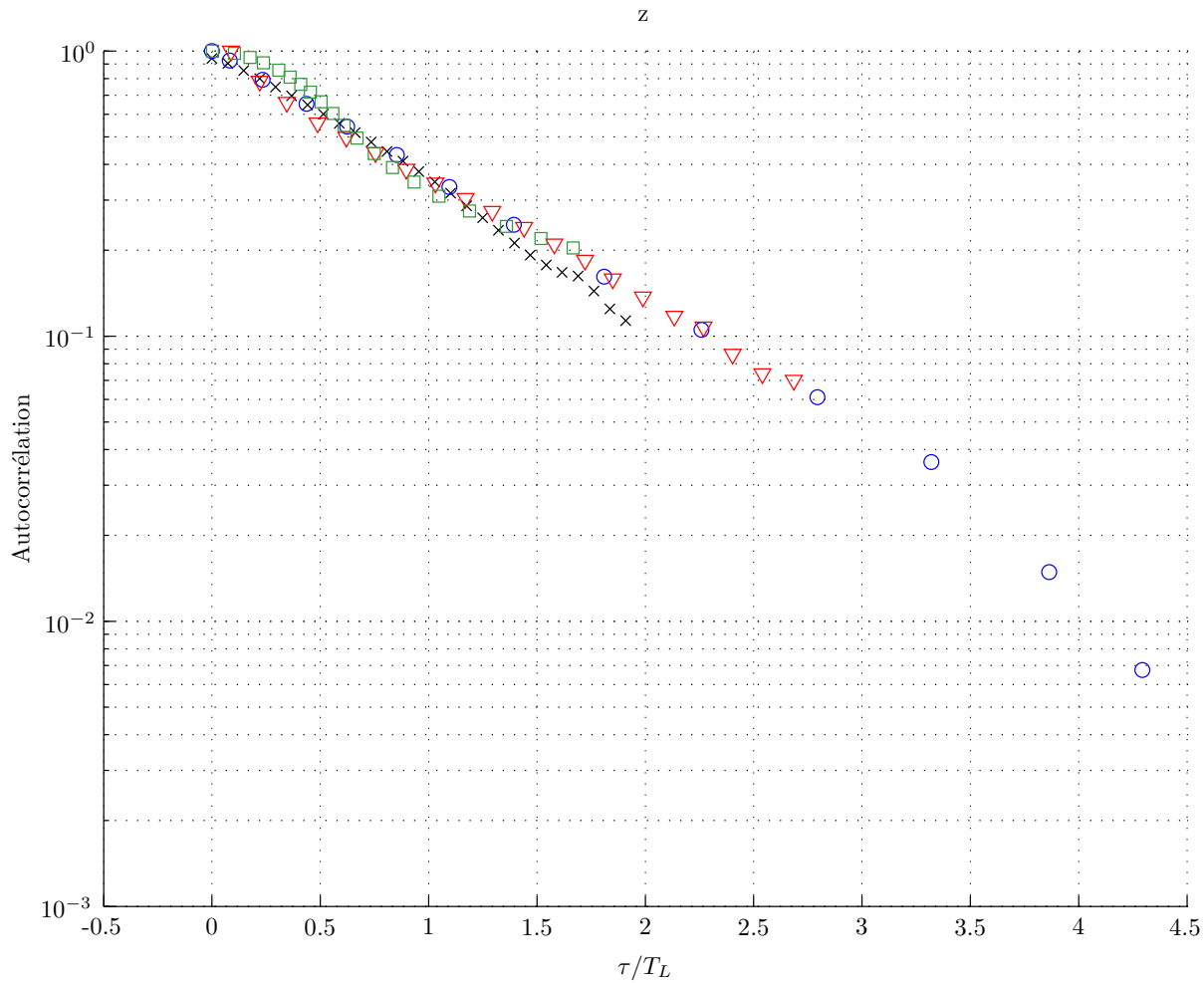


FIG. 6.11 – Comparaison de la courbe d'autocorrélation de la composante longitudinale enregistrée à 1,8 m de la buse ($\times$) avec trois autres résultats obtenus par d'autres expérimentateurs. $\square$: Shlien et Corrsin, ∇ : Sato et Yamamoto, $\circ$: Mordant et Pinton. L'échelle horizontale a été normalisée pour chaque courbe par le temps intégral. Les nombres de Reynolds basés sur l'échelle de Taylor sont respectivement 320, 65, 66, 740, et les temps exponentiels 62 ms, 1,95 s, 240 ms et 23 ms

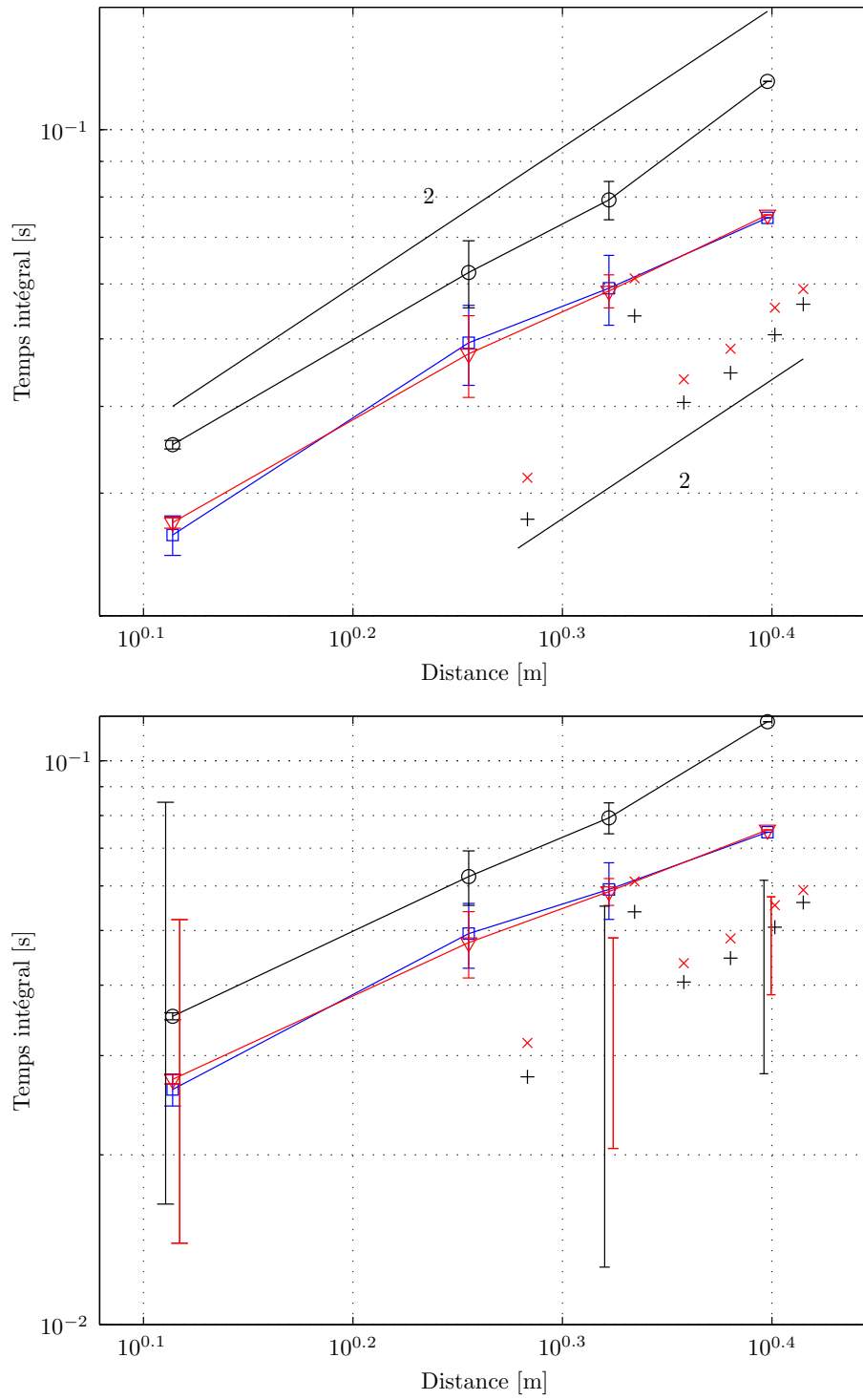


FIG. 6.12 – Temps lagrangiens et temps eulériens en fonction de la distance à la buse. $\circ$: composante longitudinale, ∇ , $\square$: composantes transverses (resp. horizontale et verticale) $+$: temps intégral eulérien, $\times$: temps exponentiel eulérien. En bas sont également figurées trois plages de variation du temps intégral eulérien pour différentes positions dans la zone de mesure.

de l'enstrophie aussi bien que de la vitesse dans le volume de mesure par l'intermédiaire de l'effet Doppler. Une séparation raisonnable entre ces deux phénomènes est obtenue en considérant le module et la phase du signal de pression. Le module est principalement déterminé par l'amplitude du champ de vorticité, alors que la phase est plutôt sensible aux variations de vitesse. L'étude du *module* du signal de pression fournira donc des informations sur la vorticité seule. L'autocorrélation de cette quantité est particulièrement intéressante (figure 6.14). Elle présente deux temps caractéristiques. L'un, très bref, correspond à la pointe de l'autocorrélation pour de faibles décalages temporels. L'autre, beaucoup plus important, correspond à la partie basse de la courbe. Des corrélations significatives existent sur des temps plus longs que le temps de vol moyen dans la zone de mesure. En pratique, la partie inférieure de la courbe a une allure très proche –   un coefficient multiplicatif près – de l'autocorrélation de la vitesse eulérienne mesurée en léger aval de la zone à l'aide d'un fil chaud.

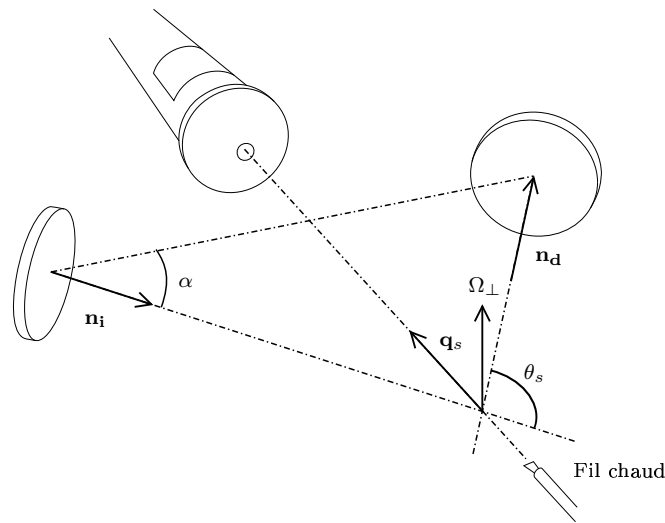


FIG. 6.13 – Disposition des transducteurs utilisée pour effectuer des mesures de vorticité. Un fil chaud est placé en aval de la zone de mesure.

Plus intéressant encore, les deux signaux (vitesse eulérienne et module de la vorticité) sont assez fortement corrélés entre eux, pendant une durée comparable au temps caractéristique des autocorrélations (figure 6.14). L'intercorrélation est centrée sur le temps de vol moyen entre le centre géométrique de la zone de mesure et le fil chaud. Ceci montre (et l'observation directe des signaux le confirme) que les instants où la *vitesse* dans la zone est élevée correspond aux instants où la *vorticité* l'est également. Cette dépendance est étendue dans l'espace sur des distances comparables à la longueur intégrale, de sorte que c'est vraisemblablement un processus grande échelle qui pilote les deux phénomènes. Ce n'est en tout cas pas un phénomène petite échelle, sinon il y a fort à parier que l'intercorrélation ferait également apparaître un temps court. Une modélisation par un effet multiplicatif semble tout à fait adaptée à ce phénomène : une même variable aléatoire piloterait la vorticité et la vitesse eulérienne. Si ce raisonnement est correct, alors tout porte à croire qu'une intercorrélation va exister entre les signaux de vitesse lagrangienne et eulérienne. C'est effectivement ce qui a été constaté.

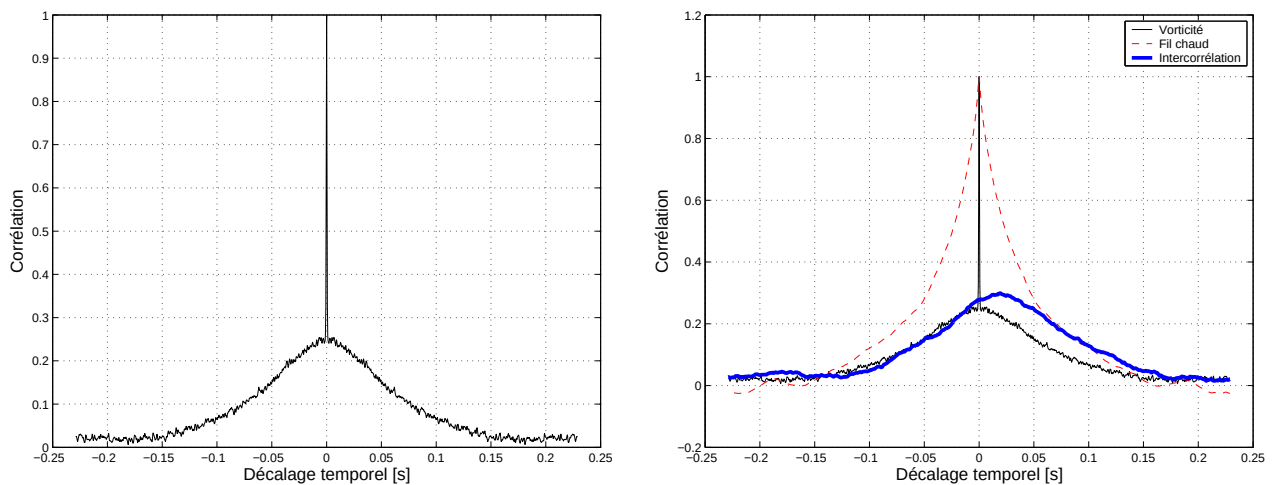


FIG. 6.14 – À gauche : autocorrélation du module du signal de diffusion par la vorticité.    droite : superposition avec l'autocorrélation du signal de fil chaud et l'intercorrélation

6.3.2 Expérience

Dispositif expérimental

Pour effectuer des mesures simultanées de vitesses lagrangienne et eulérienne, il a suffi de placer un fil chaud en aval de la zone de mesure, sur l'axe, sans changer la disposition des transducteurs utilisée pour les mesures tridimensionnelles (figure 6.15). Sur certains enregistrements, la sonde était placée à l'intérieur de la zone de mesure. Du point de vue acoustique, cela ne pose pas de problème. La présence d'un écho sur le support du fil chaud est inévitable, mais l'onde diffusée sera de même fréquence que l'onde incidente. Le signal reçu ira se mélanger à celui issu de la vision directe des transducteurs, qui est éliminé par filtrage. Du point de vue aérodynamique, le sillage du support pourra être gênant. Néanmoins, pour avoir un effet sensible, il faudrait que son extension spatiale soit non négligeable devant le volume exploré par les bulles, ce qui n'est manifestement pas le cas. Rien dans les enregistrements de vitesse lagrangienne n'a permis de déceler la présence du fil chaud.

Principe de calcul

Le calcul de l'intercorrélation entre un signal continu (la vitesse eulérienne) et un signal dont on ne connaît que des segments (la vitesse lagrangienne) est assez simple. Nous notons dans la suite u la vitesse eulérienne mesurée par le fil chaud. C'est un signal scalaire échantillonné régulièrement. Contrairement à l'indexation des signaux lagrangiens, un seul indice suffit à déterminer parfaitement le temps.

L'intercorrélation Q entre les vitesses lagrangienne et eulérienne est estimée par la formule suivante :

$$\forall l = 1, 2, 3 \quad \hat{Q}_l(k) \hat{=} \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_i} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{L_i} (\mathbf{v}_{i,j} - \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle)_l (u_{d_i+j+k} - \langle \hat{u} \rangle) \quad (6.11)$$

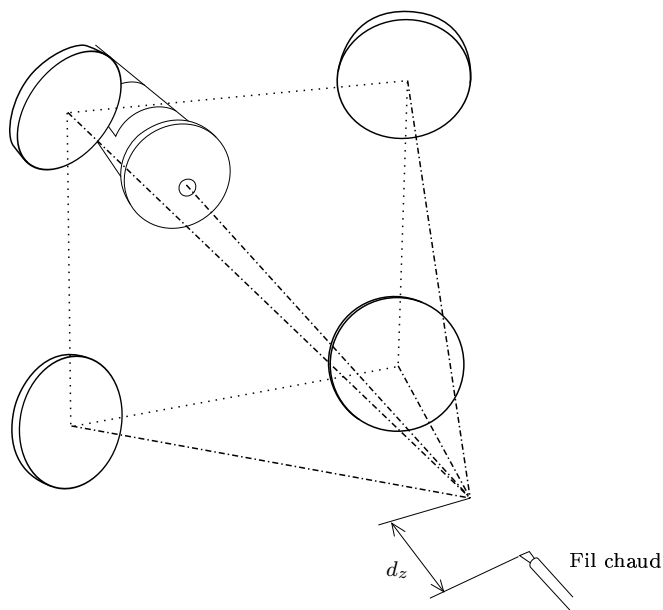


FIG. 6.15 – Dispositif permettant la mesure conjointe lagrangienne et eulérienne. Le fil chaud est toujours placé sur l'axe du jet.

Dans cette formule, la sommation se fait sur les segment (i), et chaque point (j). d_i est tel que u_{d_i} soit la vitesse eulérienne correspondant au début du segment (lagrangien) i . Notons que le facteur de normalisation ne dépend plus de k , contrairement à la formule 6.2, page 100. En effet, le nombre de termes intervenant dans la somme sur j ne dépend pas de k , le décalage temporel, car la vitesse eulérienne est connue à tous les instants. Sous cette forme, l'estimation est non biaisée (avec les mêmes réserves que celles émises au paragraphe 6.1.1 concernant l'estimation des valeurs moyennes). Le calcul du coefficient d'autocorrélation se fait en divisant cette valeur par le produit des déviations standard des deux signaux.

Résultats

La gauche de la figure 6.16 montre les intercorrélations obtenues avec la zone à 2,1 m de la buse et le fil chaud à 6 cm du centre de la zone. La composante longitudinale a une corrélation significative avec le signal de fil chaud. À son maximum, elle atteint un peu plus de 0,2. Pour les composantes transverses, aucun maximum marqué n'est visible. Les intercorrélations restent en tout cas inférieures à 0,05. La sensibilité du fil chaud aux composantes transverses étant inégale, il est nécessaire de vérifier si l'asymétrie des corrélations visible sur la figure est liée au fil ou pas. Pour cela, une seconde expérience a été réalisée, en plaçant le fil chaud verticalement au lieu d'horizontalement. Les courbes correspondantes sont présentées sur la droite de la figure 6.16. Les coefficients sont cette fois-ci pratiquement identiques entre eux et plus proches de zéro. La faible corrélation visible après la première expérience n'est qu'un effet de variance, et la corrélation du signal eulérien avec les composantes transverses lagrangienne sera considérée comme nulle aux erreurs près. Cette conclusion est confirmée par la dizaine d'autres expériences réalisées par la suite, qui n'ont jamais montré de corrélation significative sur les composantes transverses. Le niveau de bruit est toujours de l'ordre de 0,05, valeur que nous prendrons comme seuil à l'existence d'une corrélation.

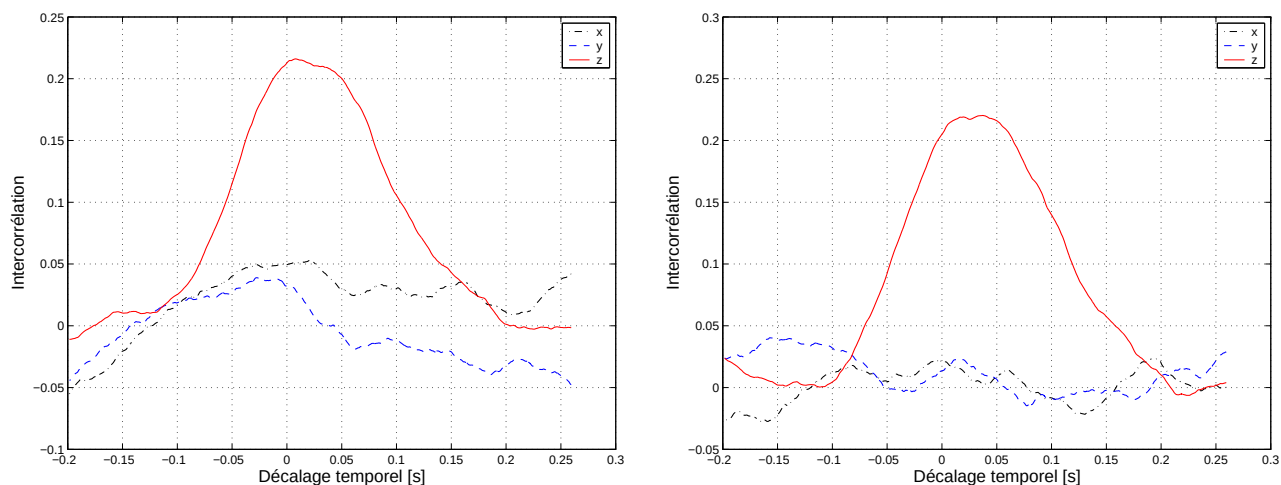


FIG. 6.16 – Intercorrélations obtenues entre le signal de vitesse lagrangien et le signal eulérien. Seule la composante lagrangienne longitudinale présente une corrélation significative. À gauche : fil chaud horizontal, à droite : fil chaud vertical.

Une seconde méthode pour estimer le niveau de bruit sans avoir à faire de nouvelle expérience consiste à recalculer une intercorrélacion en mélangeant les segments de vitesse lagrangiens (cela revient à mélanger les indices de début de segment d_i). Cette opération détruit toutes les coïncidences temporelles qui peuvent exister entre les deux signaux de vitesse. L'intercorrélacion doit donc tomber à zéro. En pratique, elle tombe autour d'une valeur proche du niveau de bruit. La figure 6.17 montre les courbes. Comme attendu, l'intercorrélacion disparaît. Tout porte donc à croire que l'intercorrélacion a bien une origine physique (et les paragraphes suivants le confirmeront).

Étant donnée la faible distance qui sépare les transducteurs par rapport au diamètre du jet et les distances de séparation, la présence d'un sillage créé par les transducteurs n'est pas à exclure. Celui-ci pourrait avoir une incidence sur les mesures, en particulier pour les grandes distances de séparation. Pour vérifier l'absence d'un tel effet, une expérience a été faite en plaçant les quatre transducteurs face au jet, et le fil chaud hors de la zone de mesure, en léger amont des transducteurs, de sorte que ni le sillage du fil, ni un éventuel sillage des transducteurs ne puisse exister dans la zone de mesure. Aucune différence notable n'a été constatée, ni pour les statistiques déjà présentées (histogrammes, vitesse moyenne, etc.), ni pour l'intercorrélacion lagrangien-eulérien (voir la gauche de la figure 6.18). Seul le début du segment moyen (*cf* 5.2.2, page 88) subit un changement visible (droite de la figure 6.18). Ce petit changement dans la vitesse est à mettre sur le compte de la légère asymétrie de la zone de mesure introduite par la variation du vecteur d'onde de diffusion (voir figure 3.18, page 64).

6.3.3 Variation avec la séparation

Les courbes présentées au paragraphe précédent ont été obtenues avec le fil chaud à l'intérieur même de la zone de mesure. Il est intéressant d'étudier le comportement de l'intercorrélacion lorsque le fil est déplacé en aval de la zone. À cause de contraintes d'encombrement, de

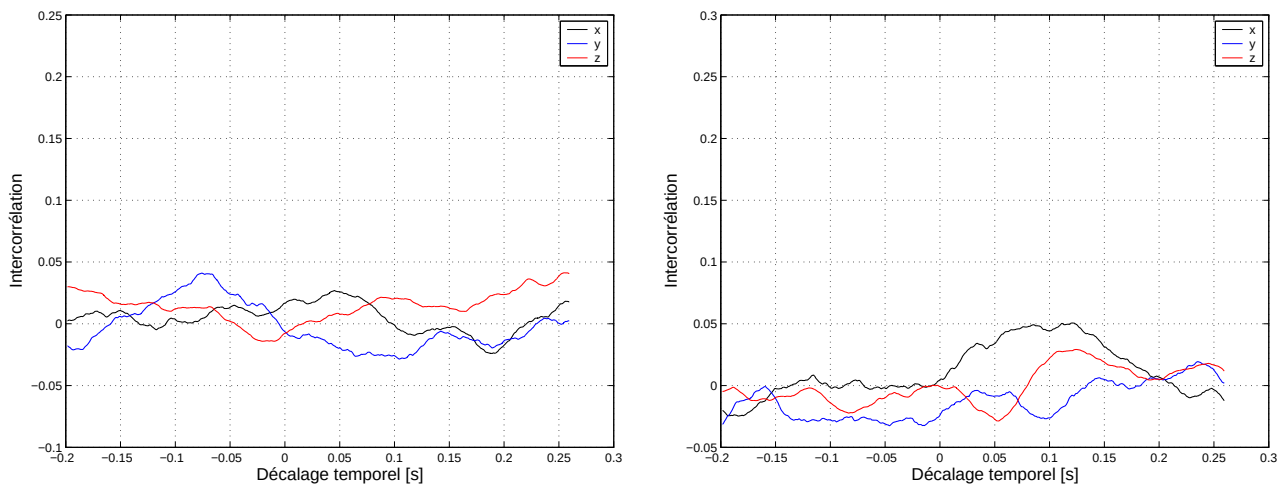


FIG. 6.17 – Intercorrélations entre les vitesses eulérienne et lagrangienne après mélange aléatoire des segments. La destruction du synchronisme entre les deux signaux détruit également la corrélation.

grandes séparations n'ont pu être obtenues qu'avec la zone de mesure à 1,8 m de la buse. À cette distance, plusieurs expériences ont été faites, pour des séparations l allant de 12 cm à 168 cm. La figure 6.19 présente en superposition les différentes courbes d'intercorrélation obtenues. La décorrélation n'a lieu qu'au delà de 1,5 m de séparation. Cette distance est à comparer à la longueur intégrale, qui est de l'ordre d'une dizaine de centimètres.

Plusieurs phénomènes sont visibles simultanément. Le niveau de l'intercorrélation correspondant au maximum de corrélation diminue lorsque la séparation augmente. Le décalage temporel, lui, augmente. Un élargissement de la courbe est également visible à grande distance. Pour s'assurer que l'évolution de la position du maximum correspond bien au temps de vol entre la zone de mesure et le fil chaud, une estimation de ce temps a été faite en intégrant l'inverse de la vitesse sur l'axe depuis la position du centre de la zone de mesure jusqu'au fil chaud. Les valeurs obtenues ont été représentées avec de petites croix sur la figure précédente (la position verticale a été prise égale à celle du maximum de la courbe correspondante). L'accord est excellent pour les petites séparations, puis se dégrade progressivement. Pour les distances les plus grandes, la valeur calculée sous-estime légèrement la valeur réelle [9]. C'est parfaitement compatible avec le fait que les bulles passent dans des zones loin de l'axe, où la vitesse moyenne y est beaucoup plus faible. Pour de petites séparations, la différence de temps de vol est assez faible, et la différence se manifeste progressivement au fur et à mesure que la séparation spatiale augmente. L'élargissement des courbes peut lui aussi s'expliquer par ce même argument. Plus la séparation spatiale augmente, plus la dispersion des temps de vol va augmenter. Avec la quantité de données dont nous disposons, il est malheureusement assez difficile de quantifier ce phénomène. Des expériences avec des temps d'enregistrement plus élevés permettront d'augmenter la convergence statistique, et de calculer des intercorrélations plus précises.

Il est néanmoins possible de faire une comparaison avec l'évolution des intercorrélations eulériennes. Nous avons pour cela effectué des mesures simultanées avec deux fils chauds sur l'axe. Le fil amont a été placé à la distance de la buse correspondant au centre de la zone de mesure,

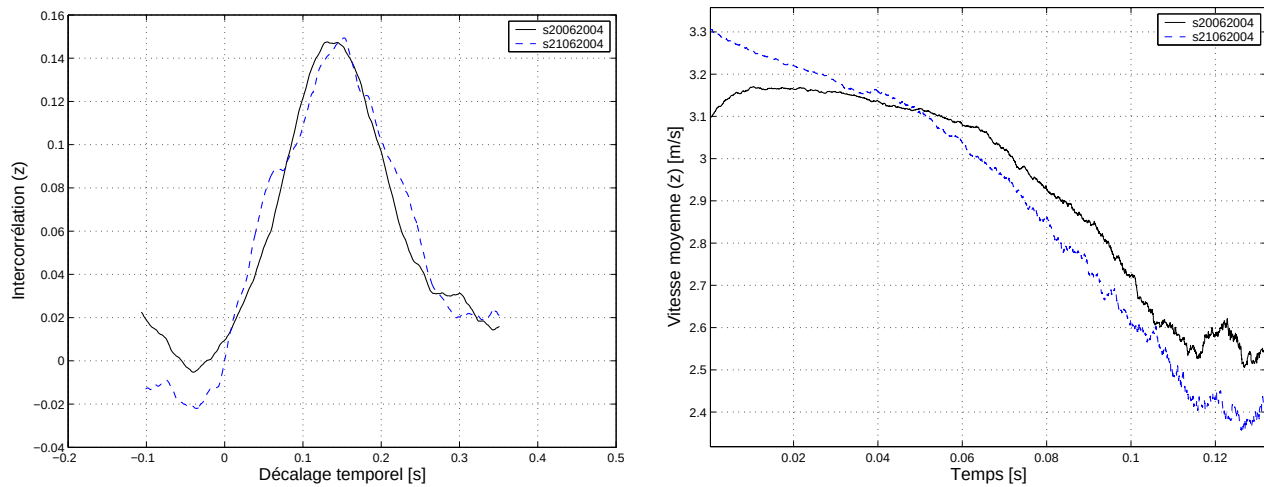


FIG. 6.18 – Comparaison des intercorrélations (à gauche) et des segments moyens (à droite) obtenus pour deux expériences où la position des transducteurs est symétrique.

et le fil aval a été placé aux différentes positions utilisées pour les mesures d'intercorrélation lagrangien-eulérien. Pour que le fil aval ne soit pas ou peu influencé par le sillage du fil amont, il a été décalé de l'axe d'environ un centimètre. La figure 6.20 montre les intercorrélations entre vitesses eulériennes et les intercorrélations entre vitesses lagrangienne et eulérienne. Pour les distances de séparation faibles, la valeur d'intercorrélation eulérienne-eulérienne est bien supérieure à celle de l'intercorrélation lagrangien-eulérien. Par contre, des valeurs du même ordre se retrouvent sur les deux graphiques, pour des valeurs de séparation grandes devant la longueur intégrale. Les variations en fonction de la distance à la buse seront étudiées un peu plus loin. Mise à part cette différence dans les niveaux de corrélation, le comportement des deux séries de courbes est très similaire. La figure 6.21, qui montre la superposition des intercorrélations distance de séparation par distance de séparation permet de s'en assurer. Pour autant que la faible convergence statistique permette de juger, les décalages temporels ainsi que les largeurs sont très voisins. Le passage par zéro des intercorrélations coïncide également remarquablement avec celui des autocorrélations du signal du fil chaud aval. Il est donc probable que le même mécanisme préside à l'évolution des trois séries de courbes.

Quantitativement, le temps caractéristique eulérien (par exemple le temps intégral) se comporte comme le carré de la distance à la buse [63] (*cf* 6.2.4). Ceci permet de supposer qu'il en est de même pour les intercorrélations eulérienne-lagrangienne. Il reste néanmoins à refaire des expériences pour améliorer la convergence des courbes et vérifier la présence d'un éventuel écart.

L'évolution des maxima pour les deux types de mesure est présenté sur la figure 6.22, avec le même graphique en échelles linéaires et logarithmiques. Malgré un bruit très élevé, il est clair que les intercorrélations lagrangien-eulérien et eulérien-eulérien ne varient pas de la même manière, au moins pour les distances de séparation faibles. Idéalement, le maximum d'intercorrélation eulérien-eulérien doit tendre vers un pour une distance de séparation nulle. Dans notre cas, la limite semble être plutôt de 0,7, valeur qui s'explique par la séparation latérale d'un centimètre entre les deux fils, pour éviter les effets de sillage. À grande distance, l'effet

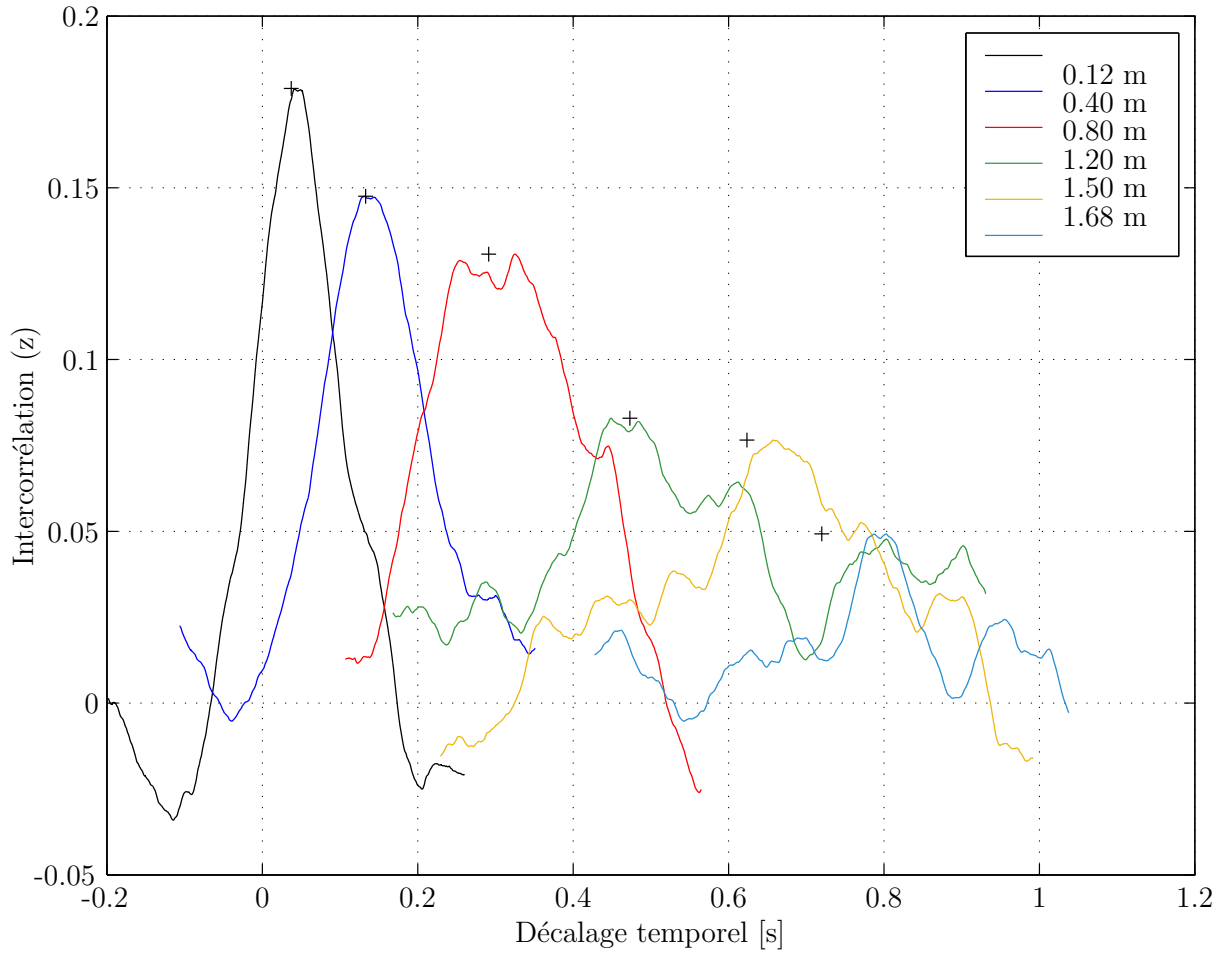


FIG. 6.19 – Variation de l'intercorrélation lagrangien-eulérien avec la distance de séparation d_z entre le centre de la zone de mesure et le fil chaud. Les croix indiquent le temps de vol calculé à partir de la vitesse longitudinale sur l'axe.

de la séparation latérale s'estompe, et on peut envisager un comportement en loi de puissance d'exposant moins un. Pour l'intercorrélation lagrangien-eulérien, les choses sont moins claires. À faible séparation, un comportement linéaire est envisageable, alors qu'à grande séparation, on retrouve une évolution comme l'inverse de la distance. Des expériences complémentaires permettront sans doute de trancher.

6.3.4 Variation avec la distance à la buse

La limite à distance de séparation nulle pour les maxima d'intercorrélation lagrangien-eulérien n'a pas *a priori* de valeur théorique. En pratique, elle dépend de la distance entre la buse et la zone de mesure. Pour une distance de 1,80 m, elle vaut environ 0,2 (figure 6.22). La figure 6.23 montre les différentes intercorrélations obtenues pour une distance de séparation zone-fil de six centimètres (sauf pour la série où la zone est à 1,8 m de la buse, où la valeur est de 12 cm). Une évolution est nettement visible. Plus la distance avec la buse est grande, plus l'intercorrélation l'est aussi. On note également un élargissement des courbes. Le tracé des

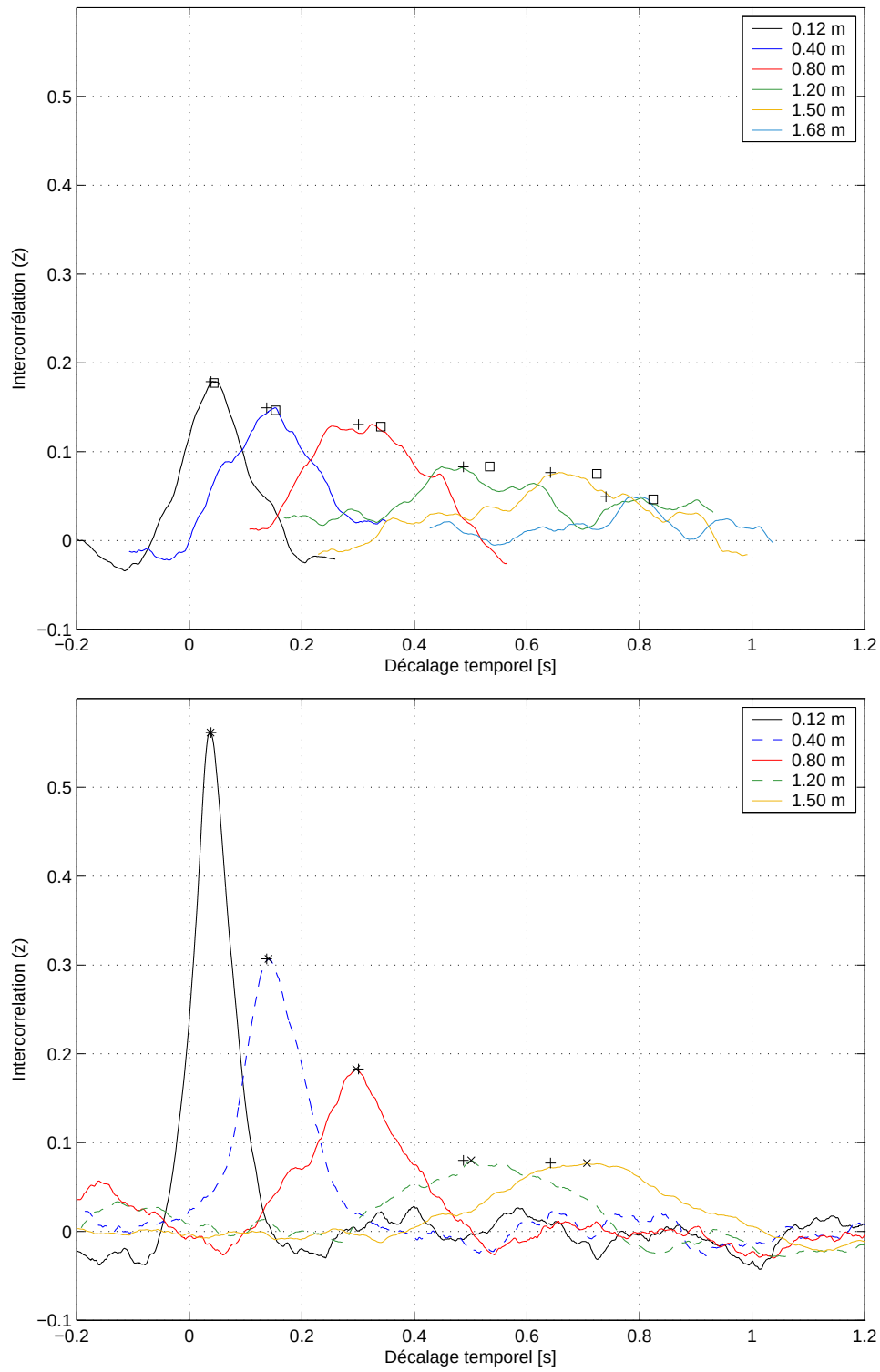


FIG. 6.20 – Intercorrélations lagrangien-eulérien (en haut) et eulérien-eulérien (en bas), pour des séparations spatiales identiques. Les échelles sont identiques sur les deux graphiques. + : Temps de vol entre le centre de la zone de mesure et le fil chaud estimé à partir de la vitesse moyenne sur l'axe du jet ; □ : Position des maxima de l'intercorrélacion lagrangienne/eulérienne estimés manuellement ; × : Position des maxima de l'intercorrélacion eulérienne/eulérienne.

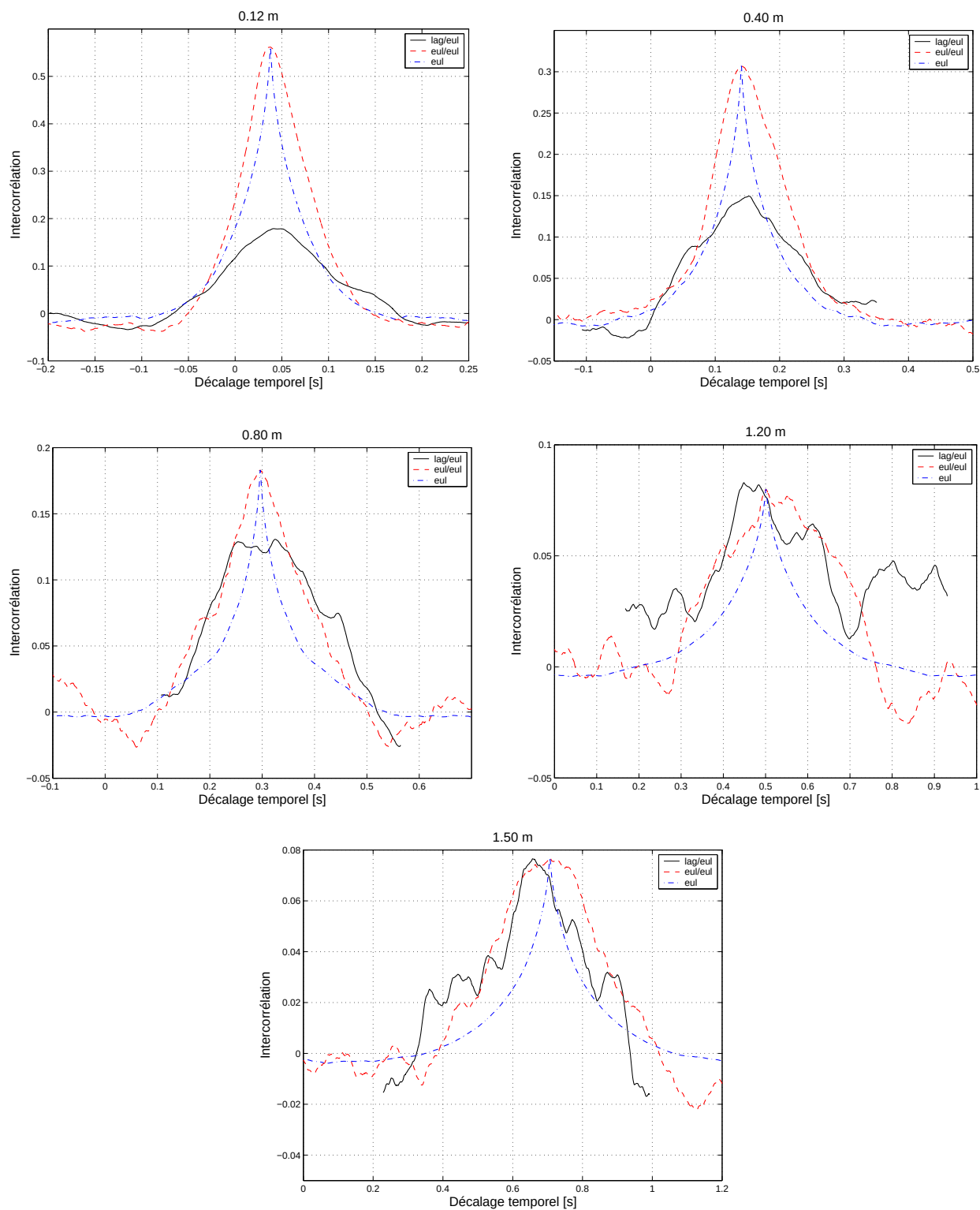


FIG. 6.21 – Comparaison des intercorrélations lagrangiennes (trait plein) avec les intercorrélations eulériennes (trait tireté), pour les différentes séparations spatiales. Le trait mixte désigne l'autocorrélation eulérienne issu du fil chaud aval (celui qui se déplace), qui a été translatée et normalisée de manière à faire coïncider son maximum avec celui de l'intercorrélacion eulérienne.

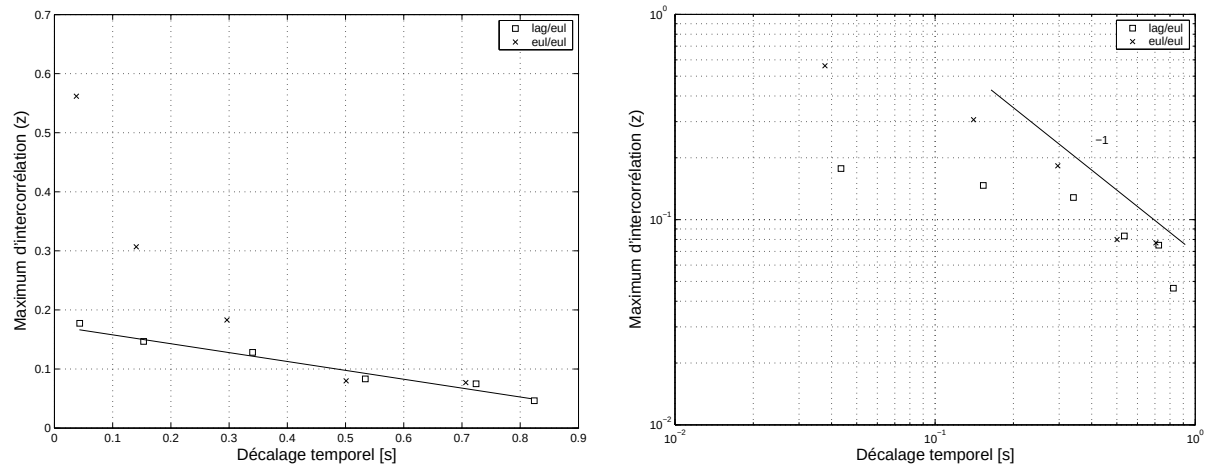


FIG. 6.22 – Évolution des maximum des intercorrélations. □ : intercorrélacion lagrangienne/eulérienne; × : intercorrélacion eulérienne/eulérienne.

maxima en fonction de la distance montre une allure compatible avec une dépendance linéaire avec la distance à la buse, de coefficient $0,098 \text{ m}^{-1}$. Une expérience complémentaire avait été faite à une distance beaucoup plus faible de la buse, pour une vitesse d'écoulement à la buse également plus faible (d'un facteur deux). Une très faible intercorrélacion lagrangien-eulérien existe à cette distance, et le point correspondant vient se placer raisonnablement bien sur la droite tracée précédemment (figure 6.24). Il est possible que le niveau d'intercorrélacion ne dépende que de caractéristiques géométriques, par exemple, la taille de la zone de mesure et la longueur intégrale. Là encore, des mesures complémentaires permettront de trancher.

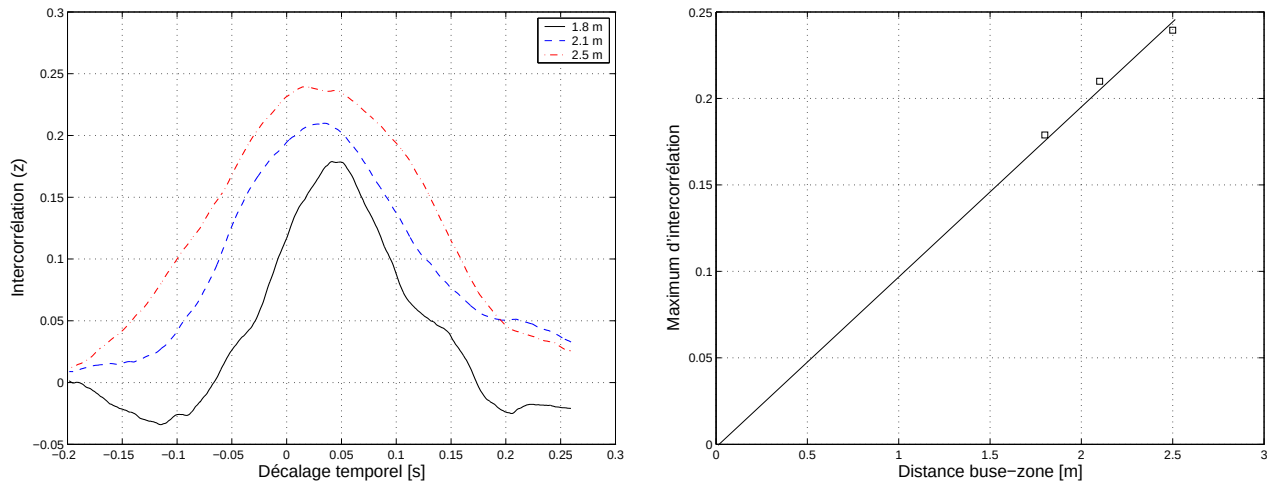


FIG. 6.23 – Courbes d'intercorrélation lagrangien-eulérien pour différentes positions de la zone de mesure (à gauche), maxima d'intercorrélation en fonction de la distance (à droite). La séparation zone-fil est de 6 cm, sauf pour la courbe correspondant à 1,8 m, où cette valeur était de 12 cm.

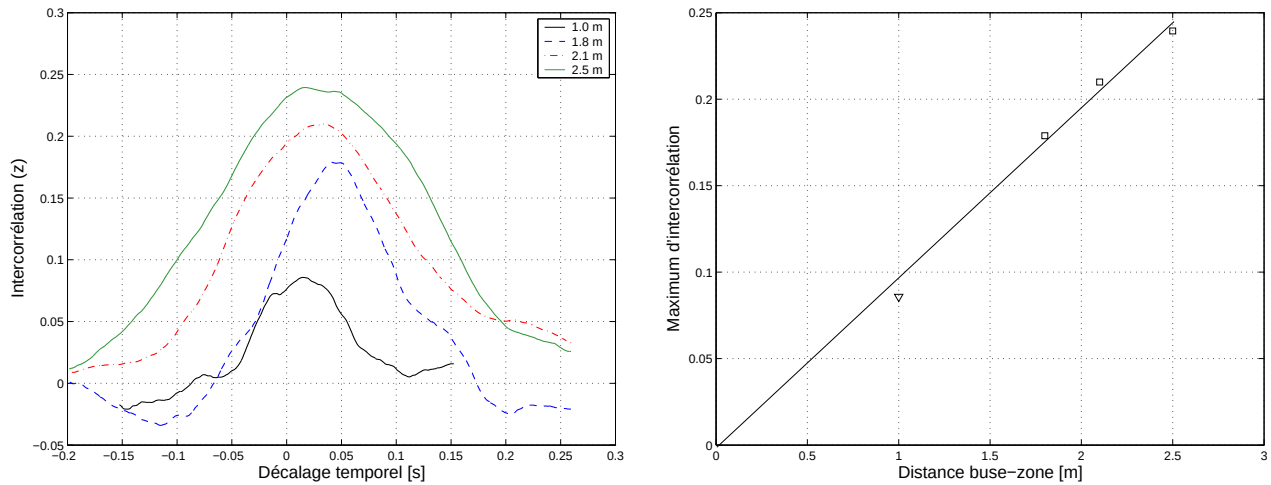


FIG. 6.24 – Courbes d'intercorrélation lagrangien-eulérien et maxima correspondants. La courbe pour la position 1 m a été enregistrée avec une vitesse à la buse deux fois inférieure à celle utilisée pour les autres distances.

Chapitre 7

Statistique des incréments

La notion d'incrément de vitesse est la fondation même de la théorie introduite par Kolmogorov. Cette notion permet entre autre, d'associer une échelle de vitesse à une échelle donnée. Dans la description eulérienne, l'échelle est spatiale, dans la description lagrangienne, l'échelle est temporelle. Toutes les lois tirées de la modélisation font intervenir les incréments : aucune universalité n'est supposée pour la statistique en un point. C'est également à travers les incréments que le phénomène d'intermittence a trouvé une définition quantitative. Nous étudions dans ce chapitre leurs statistiques pour les signaux lagrangiens, et les comparons aux statistiques analogues pour les signaux eulériens.

7.1 Approche qualitative

7.1.1 Incrément temporel

Soit $\mathbf{v}$ le vecteur vitesse lagrangien. Nous définissons l'incrément de vitesse par :

$$\delta\mathbf{v}(\tau, t) \triangleq \mathbf{v}(t + \tau) - \mathbf{v}(t) \quad (7.1)$$

Il est commode de considérer la projection de cet incrément. Nous étudions dans la suite la projection sur les vecteurs $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ du système d'axe (figure 3.13, page 58).

Statistiquement, l'incrément dépend *a priori* des deux variables t et τ . Si l'on fait l'hypothèse que la vitesse est à *incréments stationnaires*, alors $\delta\mathbf{v}$ ne dépend plus que de la séparation temporelle τ . Nous ferons cette hypothèse dans la suite (même si elle n'est pas strictement vérifiée), pour faire l'étude statistique détaillée des incréments pour les trois composantes de vitesse longitudinale et transverses.

Étudier les incréments, c'est également étudier l'intermittence. Il suffit pour cela de ne considérer que les statistiques à un point, donc les densités de probabilité (en laissant de côté tous les aspects de corrélation). L'étude des moments permet de mettre des chiffres sur les comportements visibles sur les courbes. Nous suivrons donc ce cheminement dans la suite.

7.1.2 Densités de probabilités – Influence du bruit

La figure 7.2 montre les densités de probabilité des incréments de vitesse pour la composante longitudinale mesurée à 1,8 m de la buse. Les courbes présentées ont été calculées pour

pratiquement la plus large gamme de décalages temporels accessibles. Une déformation nette des courbes en fonction de l'échelle est visible, preuve de l'existence du phénomène d'intermittence. À grande échelle, les courbes sont pratiquement gaussiennes, mais présentent à petite échelle des comportements plus proches de ceux d'une exponentielle.

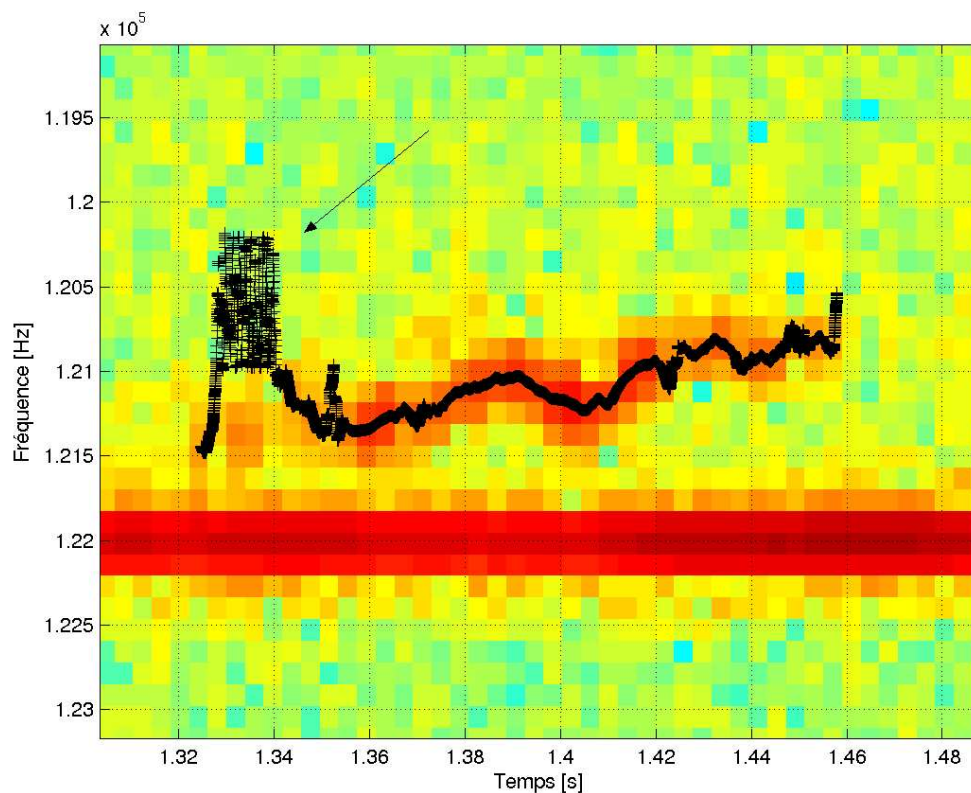


FIG. 7.1 – Comparaison du résultat de l'extraction de vitesse et du spectrogramme pour un segment de la série s17062004. Le début du segment ne correspond manifestement pas au spectrogramme (flèche). Ce genre de segment a été pris en compte dans les statistiques.

Néanmoins, le comportement à petite échelle est suspect. Les courbes présentent un coude franc dont l'origine n'est pas physique. Le phénomène est plus net pour les composantes transverses (figure 7.3), qui ont un épaulement. Ce genre de déformations est la conséquence de problèmes dans l'extraction de vitesse tels que celui présenté sur la figure 7.1. Au début et à la fin du passage de chaque bulle, et lorsque l'amplitude diffusée est très faible, ou bien si deux bulles sont présentes dans la zone de mesure en même temps, le signal renvoyé par l'algorithme n'a plus rien à voir avec la vitesse réelle (voir également la figure 5.2, page 85). Les segments de vitesse pour lesquels la détection était trop mauvaise ont été éliminés de manière automatique¹, mais le bruit n'a pas totalement disparu. La moitié des segments obtenus a ainsi été éliminée. Le bruit se manifeste par l'élargissement des densités de probabilité. Les valeurs

¹Le signal physique de vitesse a une allure relativement lisse, ce qui n'est pas le cas des passages où le bruit apparaît (il s'agit d'une oscillation très rapide). Le critère de qualité était simplement lié à la longueur de la courbe de vitesse en fonction du temps. Les oscillations liées au bruit font augmenter énormément cette longueur. Le même critère peut *a priori* être utilisé pour détecter les instants précis où du bruit apparaît.

extrêmes pour le décalage temporel le plus faible correspondent ainsi à des accélérations de l'ordre de $10000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, ce qui paraît assez peu réaliste (en particulier, il n'est pas garanti que la bulle résiste à des accélérations aussi élevées). La partie centrale de la courbe regroupe la plupart des points non bruités. Elle est donc vraisemblablement correcte, même pour les petits décalages. Au vu des densités de probabilité, il faut noter encore une fois que la composante longitudinale est de meilleure qualité que les composantes transverses.

7.1.3 Comparaison de l'intermittence des différentes composantes

L'étude de la turbulence suppose généralement que l'écoulement est homogène et isotrope. Nous avons vu dans le chapitre concernant la vitesse que l'écoulement présentait une inhomogénéité mesurable. L'étude des incréments permet dans une certaine mesure de s'affranchir des problèmes d'inhomogénéité. Il est alors intéressant de se poser la question de l'isotropie, à travers les incréments, et de l'apparition de l'intermittence selon les trois composantes. La figure 7.4 montre la superposition des densités de probabilité pour les différentes composantes et pour différentes séparations temporelles. Les courbes pour les composantes transverses sont un petit peu plus étroites que pour la composante longitudinale à grande échelle (voir également la figure 5.10, page 94). Au fur et à mesure que l'échelle diminue, la situation s'inverse. Pour une séparation de 2 ms, le sommet de la courbe est nettement plus large pour les composantes transverses que pour la composante longitudinale. Ceci montre d'une part que l'intermittence existe bel et bien pour les trois composantes, et que d'autre part elle apparaît plus rapidement (lorsqu'on descend dans les échelles) pour les composantes transverses. Ceci rejoint des résultats établis pour le champ de vitesse eulérien sur plusieurs types d'écoulements, dont un jet, par Malécot [32]. La comparaison quantitative des intermittences sera laissée de côté jusqu'au paragraphe consacré à l'étude des moments.

Après normalisation à moyenne nulle et variance unité (figure 7.5), les densités de probabilité à grand temps pour les trois composantes se superposent. La gaussienne de même moyenne et variance se superpose également. Mais ce n'est pas le cas pour les petites échelles. Si l'on omet la suppression de la moyenne, on constate que les densités de probabilité des incréments de vitesse transverse ne sont pas centrées exactement sur zéro, mais qu'elles sont symétriques l'une de l'autre (figure 7.6). Ceci est à mettre en relation avec le calcul du segment moyen (*cf* 5.2.2), qui montrait que la somme des vitesses moyennes pour les composantes transverses était quasiment nulle. Le calcul du coefficient d'asymétrie doit en tenir compte.

7.2 Moments des distributions

7.2.1 Calcul des moments

Soit f_τ la densité de probabilité de la projection $\delta v(\tau)$ de l'incrément $\delta \mathbf{v}(\tau)$ sur un vecteur du système d'axe (*vecteur* x , y ou z). Le moment d'ordre p correspondant à la variable $\delta \mathbf{v}(\tau)$ est défini par :

$$\langle (\delta v(\tau))^p \rangle = m_p(\tau) \hat{=} \int_{\mathbb{R}} w^p f_\tau(w) dw. \quad (7.2)$$

Selon le contexte, la dépendance selon τ pourra ne pas être explicitement notée.

Il est également commun de définir des moments qui portent sur la valeur absolue de l'incrément, par :

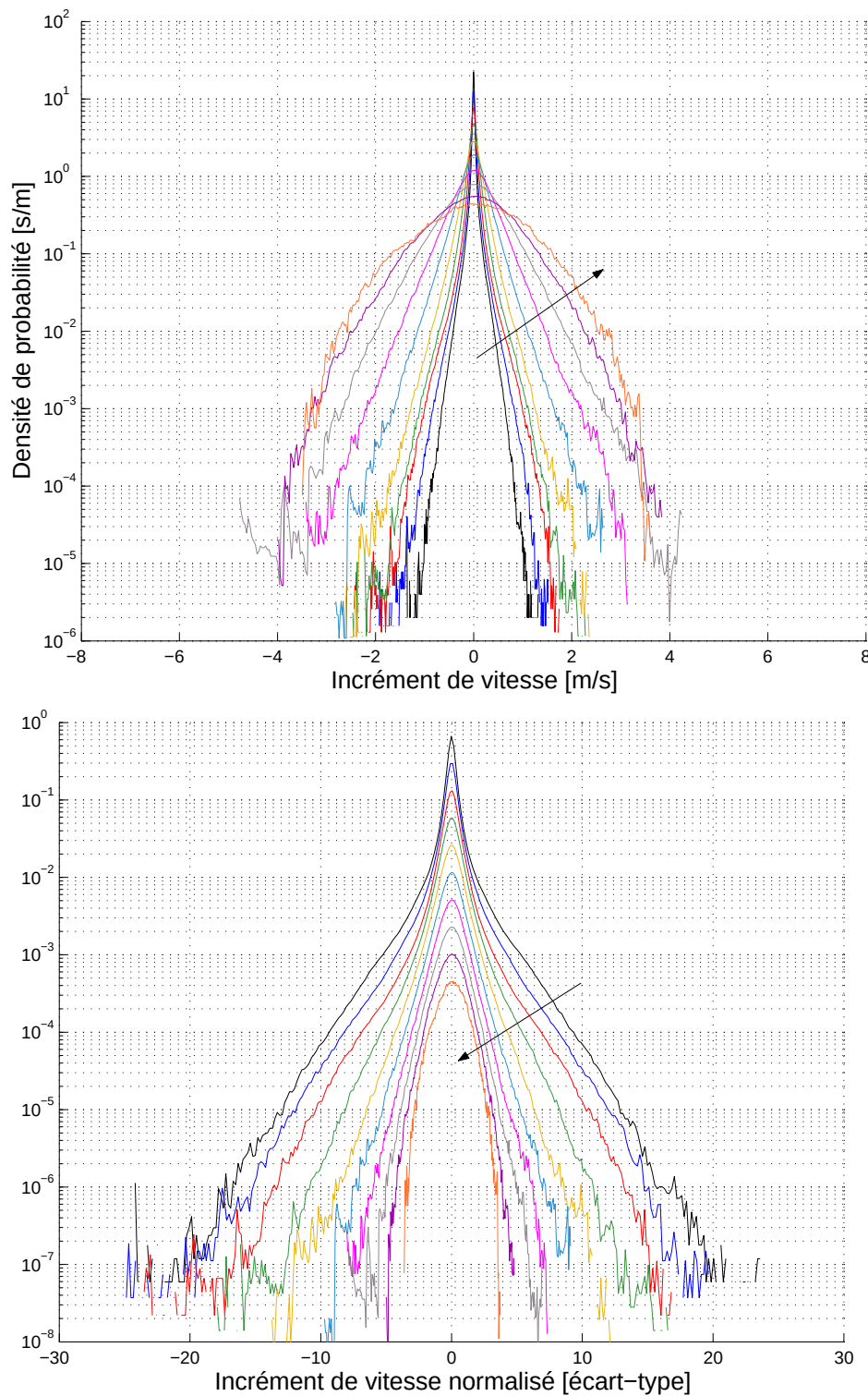


FIG. 7.2 – Densités de probabilité des incréments de vitesse pour la composante *longitudinale* mesurée à 1,8 m de la buse, pour des décalages temporels allant de 0,3 ms à 90 ms (dans le sens de la flèche). Les courbes sur le graphique inférieur sont de variance unité, et ont été décalées verticalement pour la lisibilité. $\tau_\eta = 1,8$ ms, $T_L \simeq 60$ ms.

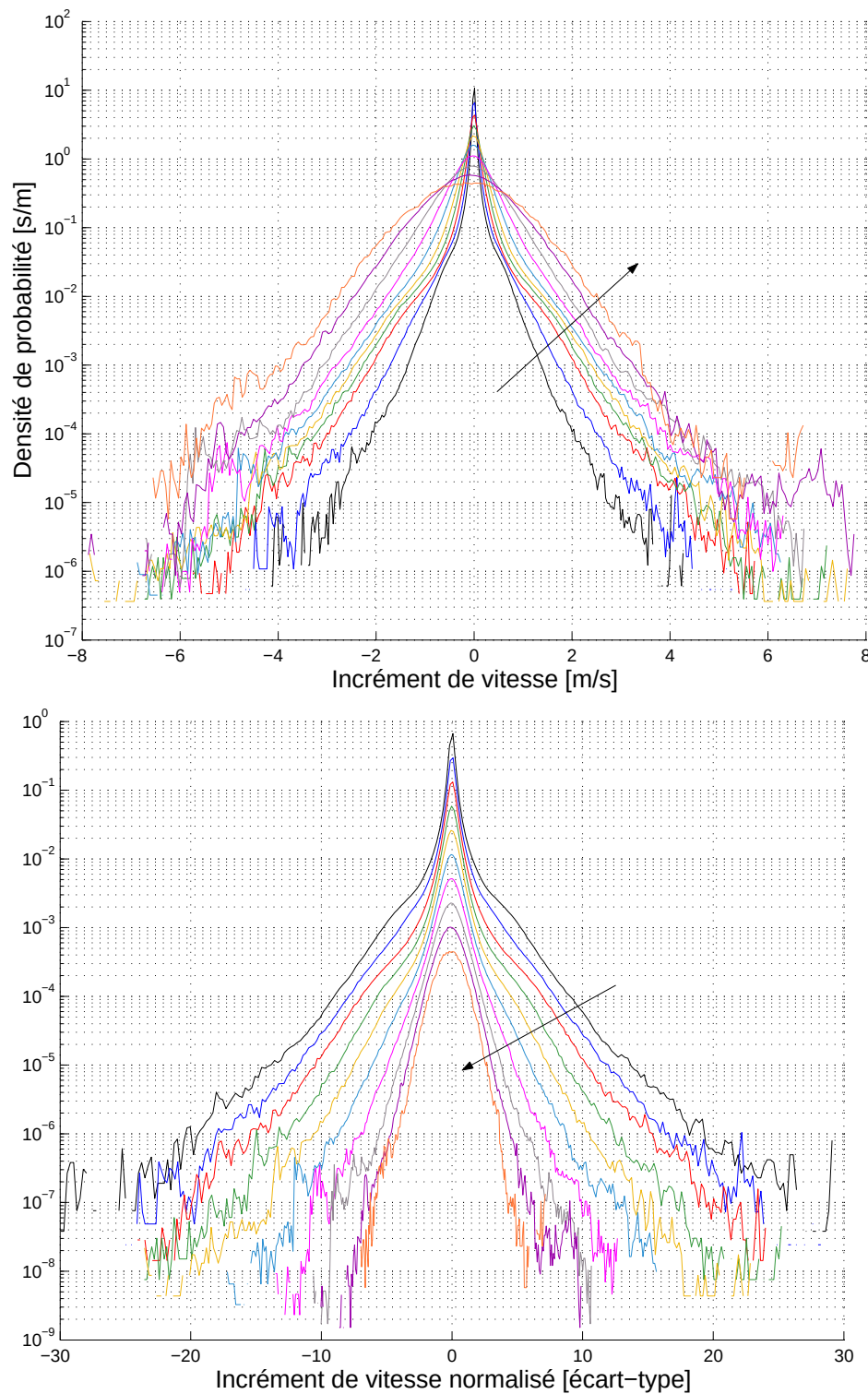


FIG. 7.3 – Densités de probabilité des incréments de vitesse pour la composante *transverse verticale* mesurée à 1,8 m de la buse, pour des décalages temporels allant de 0,3 ms à 90 ms (dans le sens de la flèche). Les courbes sur le graphique inférieur sont de variance unité, et ont été décalées verticalement pour la lisibilité. $\tau_\eta = 1,8$ ms, $T_L \simeq 50$ ms.

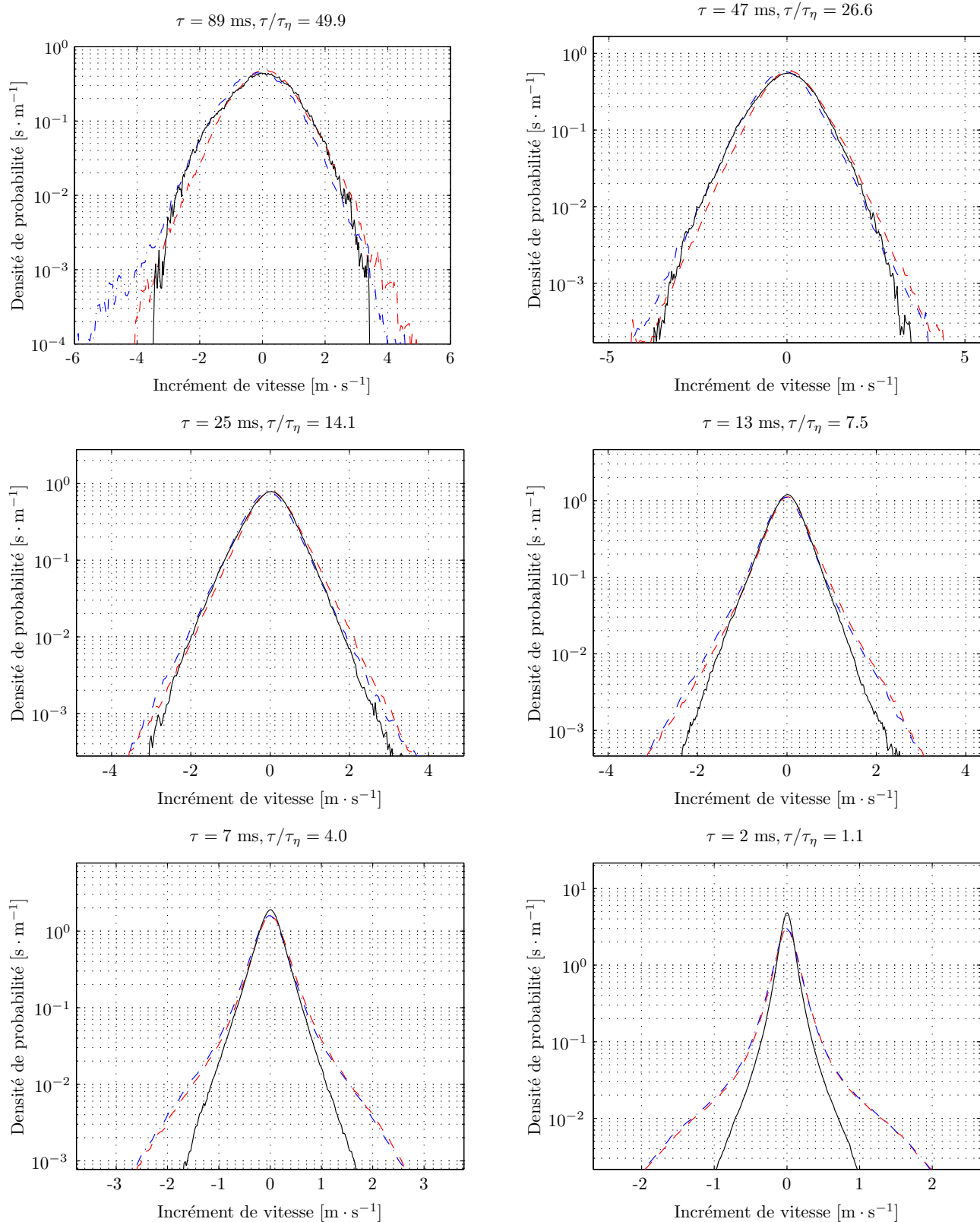


FIG. 7.4 – Comparaison de l’intermittence des trois composantes de vitesse pour les mesures faites à 1,8 m de la buse. Le décalage temporel associé à l’incrément est indiqué au-dessus de chaque figure.

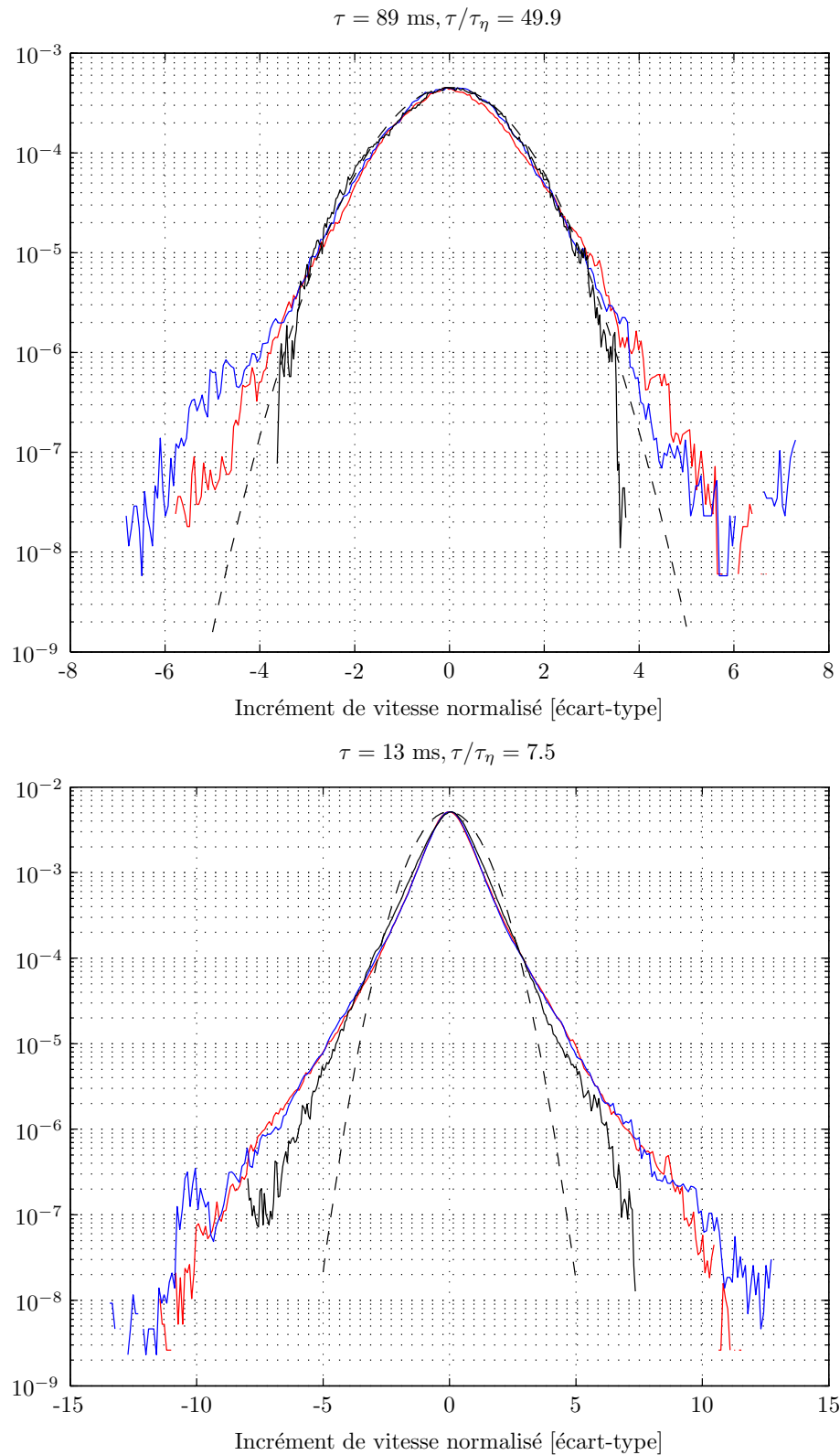


FIG. 7.5 – Comparaison des densités de probabilité normalisées à moyenne nulle et variance unité pour les trois composantes de vitesse et pour deux séparations temporelles. La gaussienne de même moyenne et variance a également été tracée (trait tireté). Distance à la buse : 1,8 m.

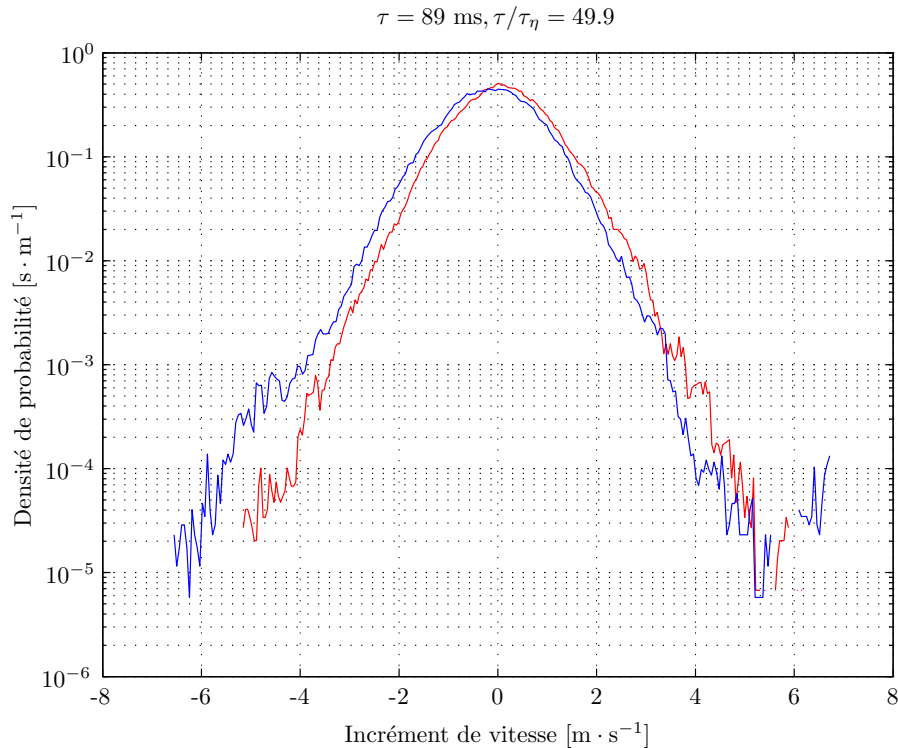


FIG. 7.6 – Agrandissement des densités de probabilité des incréments de vitesse pour les deux composantes transverses. La distance à la buse est de 1,8 m. La moyenne n'a pas été soustraite.

$$\langle |\delta v(\tau)|^p \rangle = \int_{\mathbb{R}} |w|^p f_{\tau}(w) dw. \quad (7.3)$$

D'un point de vue numérique, il n'est pas question de calculer une intégrale, et plusieurs méthodes de calcul sont disponibles. La première consiste à discrétiser les intégrales ci-dessus, en remplaçant la fonction densité de probabilité par un estimateur, noté $\hat{f}_{\tau}$. Il est calculé sur un ensemble de classes $\mathcal{I}$ à définir. Nous avons principalement travaillé avec 256 classes espacées linéairement entre les valeurs minimales et maximale de l'incrément. L'estimation du moment d'ordre p se fait alors selon la formule :

$$\hat{m}_p(\tau) \hat{=} \frac{\sum_{n \in \mathcal{I}} (\delta \mathcal{V}_n)^p \hat{f}_{\tau}(n)}{\sum_{n \in \mathcal{I}} \hat{f}_{\tau}(n)}. \quad (7.4)$$

$\delta \mathcal{V}_n$ désigne l'incrément de vitesse correspondant au centre de la classe n . Il est clair que l'estimation des moments par cette méthode va dépendre de la définition des classes. L'estimation directe à partir des échantillons permet de s'en affranchir :

$$\hat{m}_p(\tau) \hat{=} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\delta v_n)^p \quad (7.5)$$

δv_n est la n -ième réalisation de l'incrément de vitesse, et N est le nombre total de réalisations. L'avantage de ce dernier estimateur est la précision, car il ne dépend pas de la définition

arbitraire d'un ensemble de classes. Les calculs pour les ordres élevés nécessitent de grandes quantités de données (typiquement supérieures au million), de sorte que le calcul avec cette formule est parfois long (d'autant plus qu'il faut la calculer pour chaque décalage temporel). L'estimation à partir de l'histogramme a le mérite d'être particulièrement rapide, mais d'être parfois imprécise. Nous avons vérifié qu'avec 256 classes, le résultat des deux estimations ne différait que par des quantités totalement négligeables. Par la suite, nous n'utiliserons donc que les estimations à partir des histogrammes.

Tels que définis ci-dessus, les moments n'ont d'interprétation physique simple (en terme d'élargissement, d'asymétrie ou d'aplatissement) que pour une variable aléatoire de moyenne nulle ($m_1 = 0$). Le cas échéant, il est nécessaire de centrer le signal par soustraction de la moyenne. Si l'on note par m'_p les moments du signal centré, ils sont reliés aux m_p définis plus haut par [43] :

$$m'_p = \sum_{n=0}^p (-1)^{p-n} C_p^n m_n m_1^{p-n} \quad (7.6)$$

$C_p^n = \frac{p!}{n!(p-n)!}$ est le coefficient binomial. Pour les premiers ordres, on a :

$$m'_2 = m_2 - m_1^2 \quad (7.7)$$

$$m'_3 = 2m_1^3 - 3m_1 m_2 + m_3 \quad (7.8)$$

$$m'_4 = -3m_1^4 + 6m_2 m_1^2 - 4m_3 m_1 + m_4 \quad (7.9)$$

7.2.2 Variance des incréments

Le calcul de la variance n'est pas une opération qui nécessite un nombre de points particulièrement important. Néanmoins, il convient de vérifier, en particulier pour les petites échelles, que la convergence de l'estimation est bonne. Pour cela, nous traçons l'intégrande de l'estimateur ($v^2 f_\tau(v)$), pour les différents décalages temporels (figure 7.7). La situation est très différente pour les composantes transverses et la longitudinale. Sur toutes les courbes, la convergence est bonne (l'intégrande prend des valeurs très proches de zéro pour les incréments extrêmes). Les valeurs de variance calculées ne seront pas bonnes pour autant, car le bruit se manifeste lorsque les échelles diminuent, par la présence de renflements sur les bords de la distribution (c'est particulièrement visible sur les distributions pour les échelles les plus petites). Les flèches repèrent les prémices des déformations : toutes les variances calculées pour des échelles plus faibles seront affectées par le bruit.

Une théorie du type Kolmogorov 41 prédit pour la variance des incréments une forme du type

$$m'_2(\tau) = C_0 \epsilon \tau, \quad (7.10)$$

qui est valable pour des valeurs de τ très petites devant le temps grande échelle (T) et très grandes devant le temps de Kolmogorov (τ_η) [27] (domaine inertiel). En pratique, l'obtention d'un régime inertiel visible (c'est-à-dire quand des comportements en lois de puissance existent) en turbulence lagrangienne nécessite des nombres de Reynolds très élevés, qui sont quasiment inaccessibles aussi bien expérimentalement que numériquement. La formule ci-dessus n'est pas vérifiée en pratique, le tracé de m'_2 ayant plutôt une allure arrondie [35, 66]. L'estimation de C_0

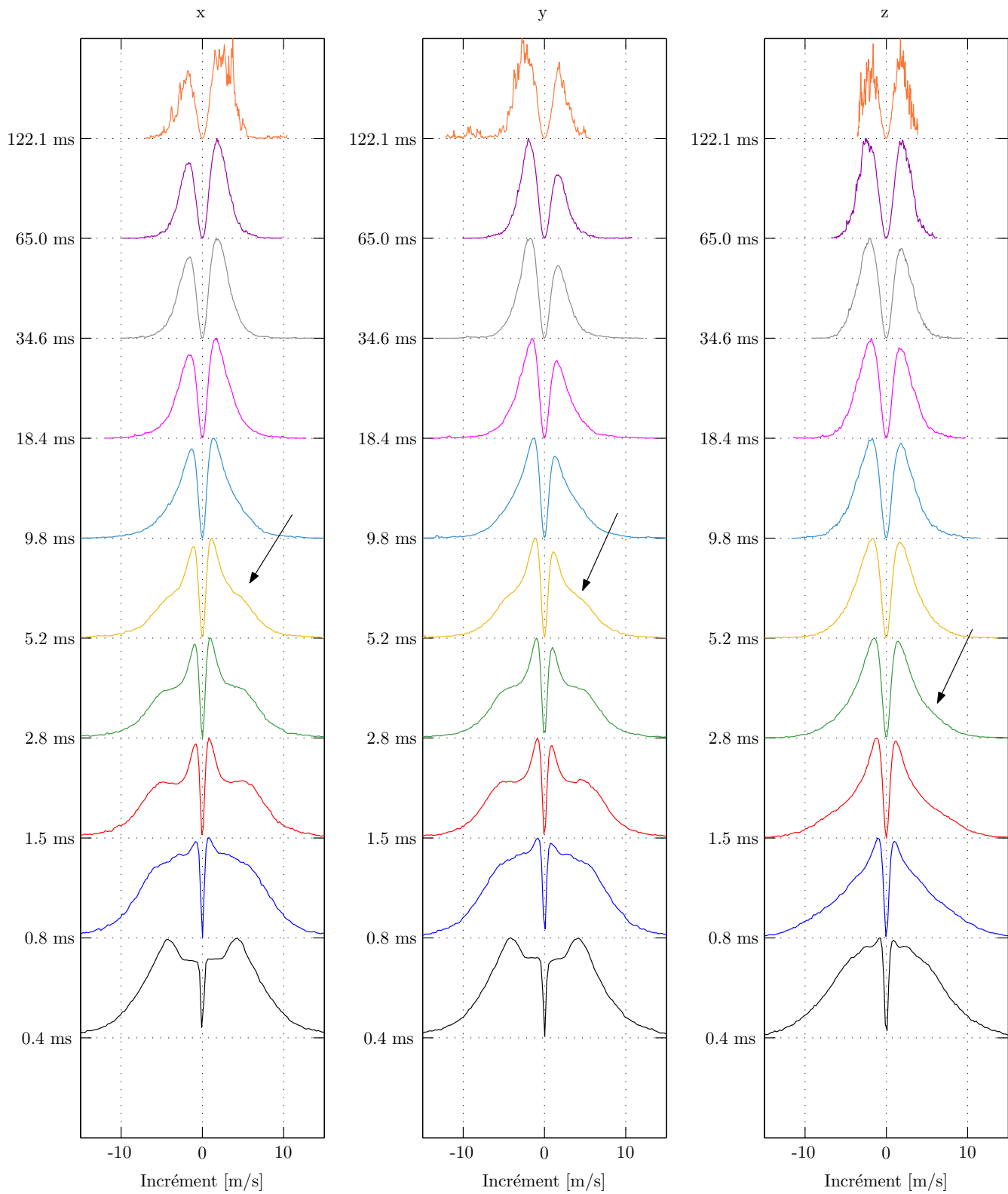


FIG. 7.7 – Allure des densités de probabilités des incréments normalisées à variance unité, multipliées par l'incrément à la puissance deux, pour différents décalages temporels. La distance à la buse est de 1,8 m.

est faite sur le maximum de $m'_2(\tau)/\epsilon\tau$, elle est donc biaisée. En reprenant les notations de [27], nous noterons ce maximum C_0^* .

La partie supérieure des figures 7.9 et 7.8 montre pour les composantes y et z (resp.), le tracé de $m'_2(\tau)/\tau$ en fonction du décalage temporel τ . Les courbes pour la composante longitudinale (figure 7.8) présentent un maximum bien visible dans la zone inertielle (le tableau 6.1, page 110 résume les temps caractéristiques pour les différentes séries). Pour les composantes transverses (figure 7.9), aucun maximum n'est visible (le comportement est le même selon x). Il est assez délicat de juger si cet absence de maximum est lié à la présence de bruit ou pas.

Le tracé de $m'_2(\tau)/\epsilon\tau$, qui doit fournir la valeur de C_0^* est présenté dans la partie inférieure des deux figures. L'abscisse est normalisée par le temps de Kolmogorov, afin de se placer dans un système sinon universel, au moins autosimilaire. Intéressons-nous à la composante longitudinale. Force est de constater que les courbes ne se superposent pas, bien que le nombre de Reynolds ne dépende pas de la position. Il n'est pas possible d'invoquer une mauvaise mesure du taux de dissipation pour expliquer les différentes valeurs des maximum. Il est bien établi [63, 18] que sa loi de variation sur l'axe du jet en fonction de la distance à la buse z est :

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(\frac{z}{d} - \frac{z_0}{d} \right)^{-4}, \quad (7.11)$$

où d est le diamètre de la buse, et z_0 une abscisse virtuelle, origine pour les lois de puissance. Les valeurs des taux de dissipation utilisées pour la normalisation suivent exactement cette loi. Les paramètres ϵ_0 , z_0 et d ont été obtenus par ajustement sur des mesures. Seule une erreur sur la position de l'origine virtuelle z_0 peut expliquer une non-superposition des courbes (c'est le seul paramètre qui peut faire changer le taux de dissipation par un facteur qui dépende de la distance). Quelques essais ont montré qu'il aurait fallu des valeurs tout à fait incompatibles avec les mesures (de l'ordre d'une douzaine de fois le diamètre de la buse) pour obtenir expérimentalement une superposition approximative des courbes.

Le décalage vertical des maxima peut s'expliquer par l'inhomogénéité de l'écoulement, qui est importante lorsque la zone de mesure est proche de la buse. Les valeurs du taux de dissipation dépendent assez fortement de l'espace, aussi bien transversalement que longitudinalement. Il est assez délicat de donner une valeur unique de normalisation pour la variance. Une valeur plausible est la moyenne spatiale. Lorsque la zone de mesure est très proche de la buse, les bulles parcourent un volume où les variations transversales de ϵ sont importantes. À distance à la buse donnée, le taux de dissipation *diminue* lorsqu'on s'écarte transversalement de l'axe du jet, de manière autosimilaire [63], de sorte que la valeur du taux de dissipation mesurée sur l'axe surestime la valeur moyennée sur toute la zone. Plus on s'éloigne de la buse, plus cet effet d'inhomogénéité diminue, car le diamètre du jet augmente, mais pas la dimension transversale de la zone de mesure. La valeur de ϵ sur l'axe est donc beaucoup plus proche de la moyenne spatiale. Il est assez malaisé de faire une correction quantitative, étant donné que le domaine parcouru par les bulles n'est sans doute que très mal représenté par l'allure du volume de mesure. L'explication donnée ici est néanmoins qualitativement cohérente avec la figure 7.8.

Les commentaires précédents permettent donc de conclure que la courbe la plus proche d'une forme autosimilaire est celle correspondant à la plus grande distance, ce qui donne pour C_0^* une valeur d'environ 3,5, peut-être un peu surestimée à cause du bruit. Elle est tout à fait en accord avec les précédentes mesures effectuées dans des écoulements très différents [27], qui donnaient des valeurs comprises entre 2 et 5. Notons pour les composantes transverses, que malgré l'absence d'un maximum, les valeurs sont du même ordre, dans la zone non bruitée.

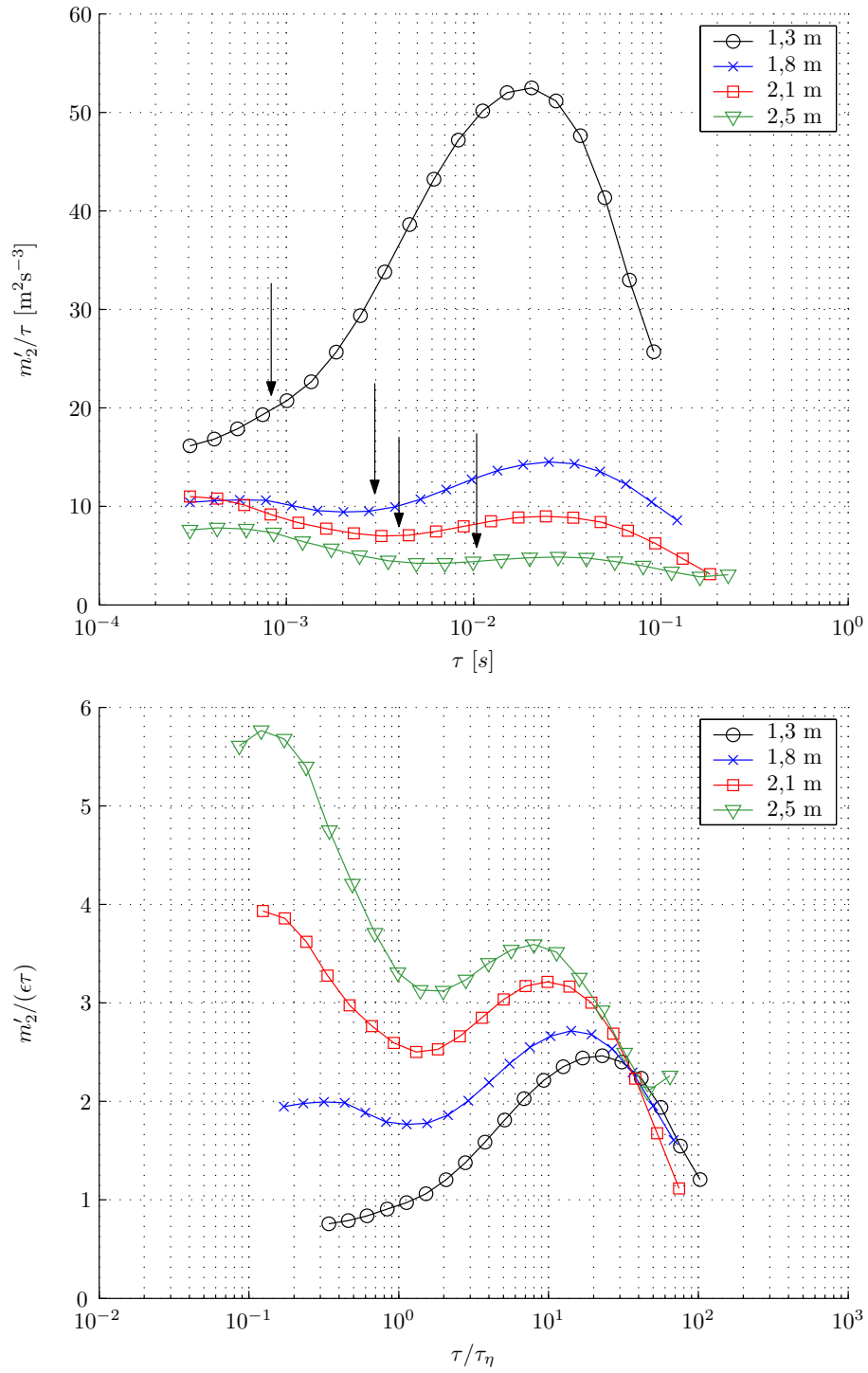


FIG. 7.8 – Tracés de la variance compensée des incréments de vitesse selon la composante z , en fonction du décalage temporel pour les différentes distances à la buse.

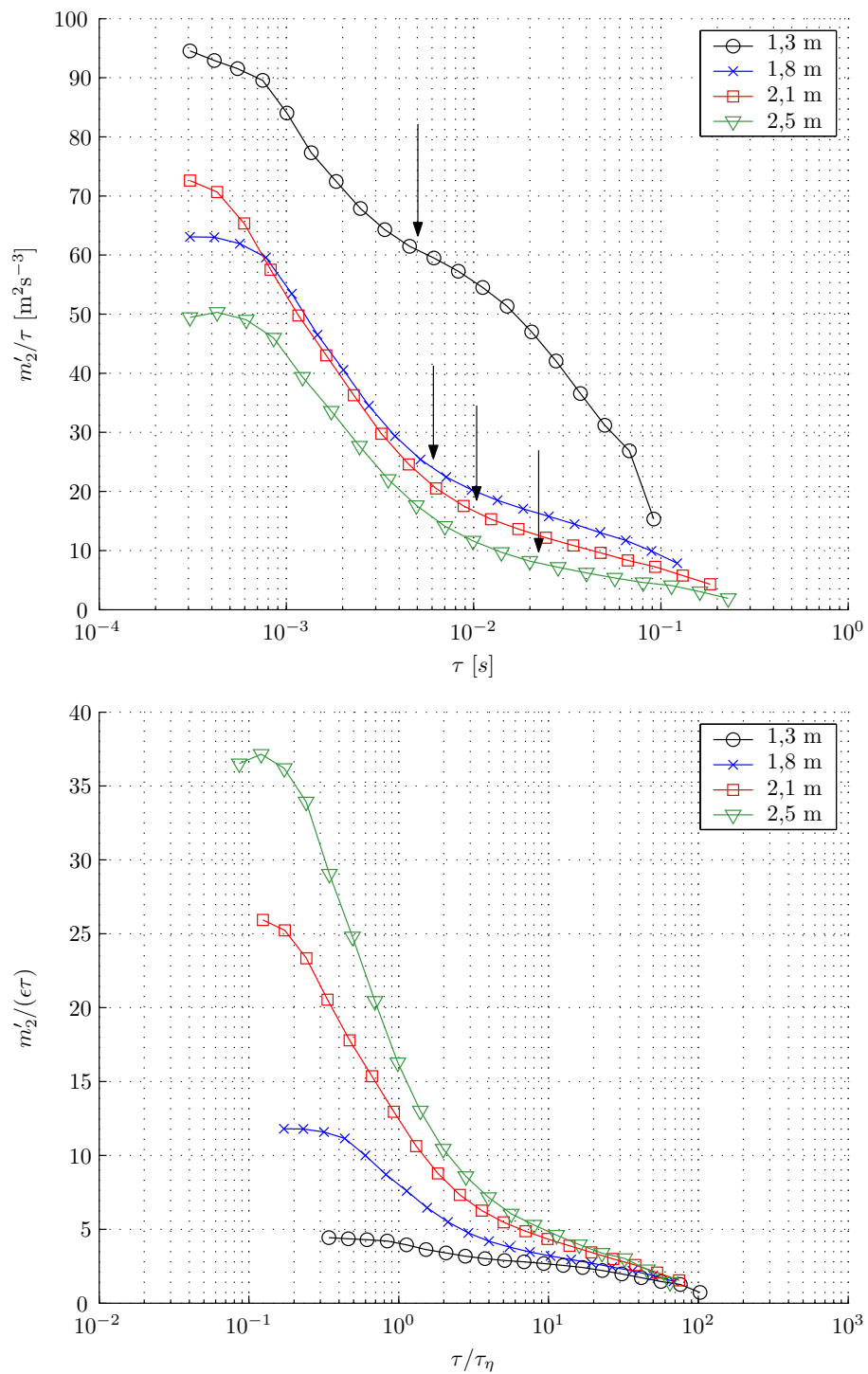


FIG. 7.9 – Tracés de la variance compensée des incréments de vitesse selon la composante y, en fonction du décalage temporel pour les différentes distances à la buse.

7.2.3 Asymétrie – Effets d’inhomogénéité

L’asymétrie d’une distribution (skewness en anglais) est une quantité sans dimension, définie comme le rapport du moment d’ordre trois sur le cube de la déviation standard :

$$S \cong \frac{m'_3}{m'^{3/2}_2} \quad (7.12)$$

Si la distribution est parfaitement symétrique par rapport à l’axe des ordonnées, l’asymétrie est nulle. Dans le cas contraire, elle prend des valeurs positives ou négatives selon l’allure. La normalisation par la variance permet de définir une quantité qui ne varie pas lorsque la variable aléatoire est multipliée par un facteur constant. Son utilisation est liée au fait que la densité de probabilité de vitesse *eulérienne* présente dans le domaine inertiel une asymétrie non négligeable [32], qui est liée au transfert d’énergie des grandes vers les petites échelles. Ceci est exprimé par l’intermédiaire de la loi dite des “quatre cinquièmes” [22, 14], qui traduit l’irréversibilité de l’écoulement :

$$D^E_3(l) = -\frac{4}{5}\epsilon l \quad (7.13)$$

(avec les notations du paragraphe 1.2.5, page 22). Bien qu’à l’heure actuelle il n’existe pas de relation équivalente dans le domaine lagrangien, il est intéressant de se demander si les densités de probabilités des incréments lagrangiens sont symétriques ou non.

La figure 7.10 montre l’allure des intégrandes $v^3 f_\tau(v)$ pour les trois composantes de vitesse et plusieurs décalages temporels. L’ordre ayant augmenté, le bruit se manifeste pour des décalages temporels plus grands que dans le cas du calcul de la variance. Comme la convergence à grande échelle est très mauvaise, seules quelques valeurs intermédiaires auront une certaine validité.

Considérons pour commencer les composantes transverses. La figure 7.11 présente les valeurs d’asymétrie pour les deux composantes transverses, distance par distance. Aucune tendance globale n’existe. L’asymétrie est plutôt positive pour la distance la plus faible, mais plutôt négative pour la distance la plus élevée. De plus, vers les grandes échelles, le signe des asymétries est fréquemment opposé d’une composante à l’autre. Nous avons déjà signalé que les densités de probabilité des deux composantes transverses avaient tendance à être symétriques, ces courbes le confirment. Le bruit d’estimation est également très élevé, aucune tendance en fonction de l’échelle n’existe. Il semble clair que ces données ne permettent pas de conclure à la présence d’une asymétrie pour les composantes transverses. Si elle existe, sa valeur est en tout cas très proche de zéro.

Le comportement de la composante longitudinale est différent (figure 7.12). Cette fois, l’asymétrie présente une nette tendance à être négative, pour toutes les distances. L’asymétrie la plus forte apparaît pour la plus petite des distances et la plus faible pour la plus grande. Il est donc probable que ces valeurs traduisent l’inhomogénéité du champ de vitesse dans la zone de mesure, qui diminue lorsque la distance à la buse augmente. Le signe de l’asymétrie est également compatible avec une vitesse qui diminue en moyenne au cours du temps. Comme pour les composantes transverses, il est délicat de décider de la présence ou non d’une asymétrie.

7.2.4 Aplatissement

Intermittence lagrangienne Le calcul de l’aplatissement est l’estimateur le plus caractéristique pour l’étude de l’intermittence. Il s’agit du moment d’ordre quatre normalisé par la

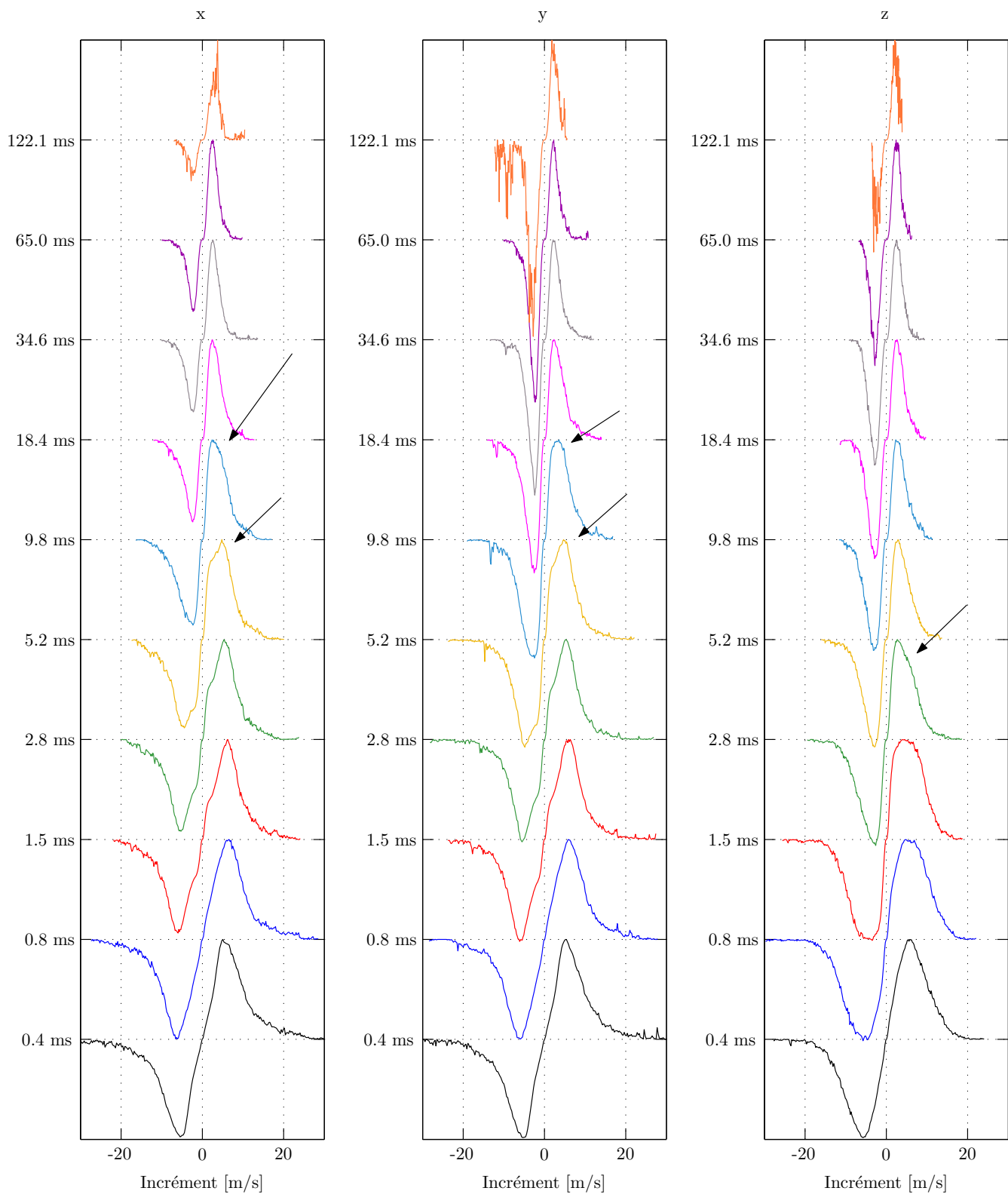


FIG. 7.10 – Allure des densités de probabilités des incréments normalisées à variance unité, multipliées par l'incrément à la puissance trois, pour différents décalages temporels. La distance à la buse est de 1,8 m.

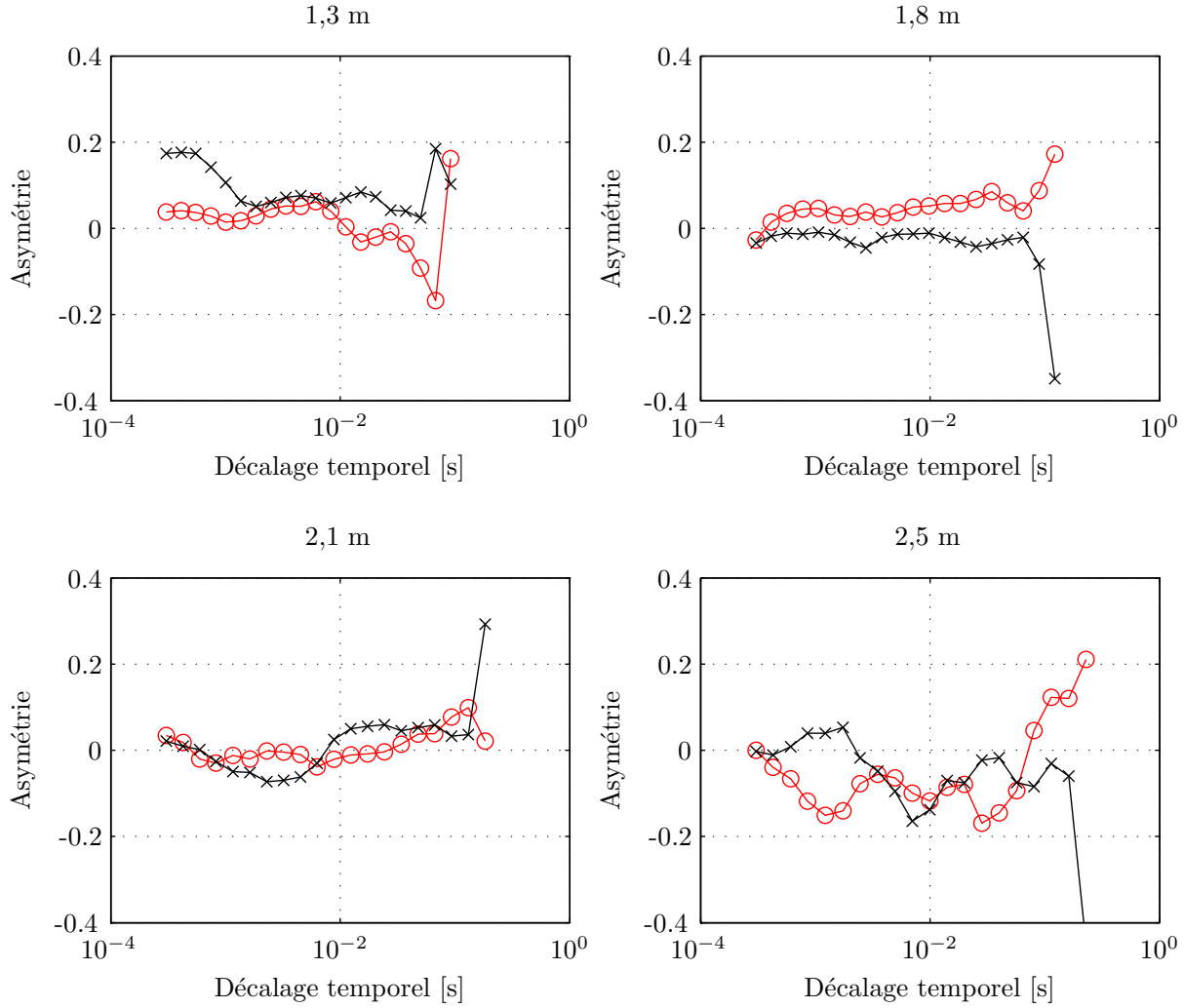


FIG. 7.11 – Valeur d’asymétrie pour les deux composantes transverses pour les différentes distances. Une asymétrie positive pour une composante va fréquemment de pair avec une asymétrie négative pour l’autre.

variance au carré ($K \hat{=} m'_4/m'^2_2$). Cette grandeur permet – comme la variance – de quantifier la largeur d’une distribution. À cause de la puissance quatre, ce seront des excursions plus grandes que pour la variance qui auront le poids le plus important. Si en descendant dans les échelles, l’écart à la gaussienne augmente, alors le rapport entre l’aplatissement et la variance changera également. Comme précédemment, nous avons tracé l’allure des intégrandes $v^4 f_\tau(v)$ pour différents décalages temporels (figure 7.13). L’effet du bruit se fait sentir pour des échelles encore plus grandes qu’auparavant. Le tracé de l’aplatissement en fonction du décalage temporel normalisé par le temps de Kolmogorov est présenté sur la figure 7.14. Pour toutes les composantes, la superposition des courbes est pratiquement parfaite. Les deux courbes présentent pour les grands décalages temporel un comportement en loi de puissance. L’exposant correspondant vaut environ $-0,25$ pour la composante longitudinale. L’estimation pour la composante transverse est plus délicate, vu le nombre de points. Si l’on prend en considération le comportement des densités de probabilité présenté au 7.1.3, une pente plus forte, proche de $-1/3$, est envisa-

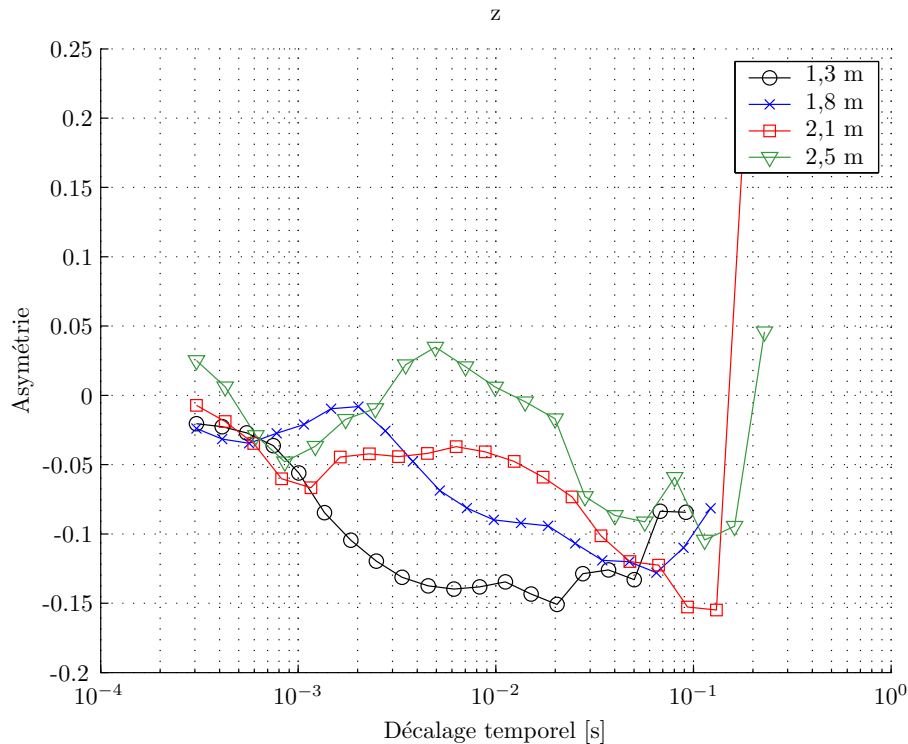


FIG. 7.12 – Asymétrie pour la composante longitudinale à toutes les distances, en fonction du décalage temporel absolu τ .

geable. On note qu'à grande échelle, la valeur trois, caractéristique d'une densité de probabilité gaussienne, n'est atteinte que pour la composante longitudinale. Ou bien les composantes transverses présentent à grande échelle un comportement légèrement non gaussien (conséquence de l'écoulement ou du bruit), ou bien les décalages temporels accessibles ne sont pas encore assez élevés pour pouvoir atteindre une forme gaussienne. Ce dernier argument est peu solide dans la mesure où le temps intégral est plus faible sur les composantes transverses que sur la composante longitudinale (voir tableau 6.1, page 110).

Comparaison avec l'intermittence eulérienne Il a déjà été montré que l'intermittence lagrangienne était plus forte que l'intermittence eulérienne. Néanmoins, les seules mesures existantes [35] ont été réalisées dans un écoulement sans vitesse moyenne (machine de Von-Kármán), ce qui rendait extrêmement difficile les mesures au fil chaud. L'utilisation d'un jet permet la comparaison directe de l'évolution des facteurs d'aplatissement pour les vitesses lagrangiennes et eulériennes. La figure 7.16 fait la comparaison des courbes eulériennes et lagrangiennes pour la composante longitudinale. Encore une fois, l'allure des courbes est très similaire, mais dans la zone inertielle, les exposants de lois de puissance sont très différents. L'exposant est de l'ordre de -0.1 pour la vitesse eulérienne, ce qui est en accord avec les résultats précédents [32]. L'aplatissement dans le cas lagrangien augmente beaucoup plus vite que dans le cas eulérien, lorsque l'échelle diminue. Pour les échelles les plus petites, la courbe lagrangienne est fortement déformée par le bruit. L'identité de comportement avec la courbe eulérienne est d'autant plus surprenante. Il n'est donc pas exclu que le comportement à très petite échelle dans le cas

eulérien soit partiellement piloté par le bruit. Dans la plage de validité des courbes d'aplatissement dans le jet, la superposition est tout à fait correcte pour les composantes transverses (la composante verticale n'est pas présentée, mais l'allure est tout à fait similaire). En particulier, l'intensité de l'intermittence est la même. Par contre, la superposition n'existe pas du tout avec la composante longitudinale. La composante longitudinale étant moins intermittente que les transverses, c'est tout à fait normal. Ces courbes semblent indiquer que l'intermittence dépend de caractéristiques grande échelle (la présence d'une vitesse moyenne ou la présence d'une inhomogénéité dans l'écoulement).

Comparaison entre écoulements La figure 7.17 présente la superposition des courbes d'aplatissement dans le jet avec les résultats obtenus par Mordant [35] dans un écoulement de type von Kármán. Seules les composantes transverses de l'écoulement de jet présentent un comportement voisin. Ceci semble indiquer que la présence d'une vitesse moyenne a une influence importante sur l'intermittence. L'écoulement de Von-Kármán ne possédant pas de vitesse moyenne, il est normal que la courbe d'aplatissement corresponde à celle pour les composantes transverses dans le jet.

Une remarque sur le nombre de Reynolds est cependant à faire. Le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor pour le jet est d'environ 320, il est de 740 pour l'écoulement de Von-Kármán. Le rapport entre la grande et la petite échelle temporelle est donc de l'ordre de $320^{3/2} \simeq 5700$ dans un cas et $740^{3/2} \simeq 20000$ dans l'autre cas, soit un facteur 3,5 dans la taille de la zone inertielle. Ce rapport n'est pas visible sur la figure 7.17. Il semble plutôt que cela soit le contraire. La zone inertielle serait plus petite pour l'expérience de Mordant que pour la nôtre. Des problèmes de convergence ne peuvent expliquer un tel écart. Il peut s'agir d'un problème de bruit, ou bien d'une erreur dans la mesure des nombres de Reynolds.

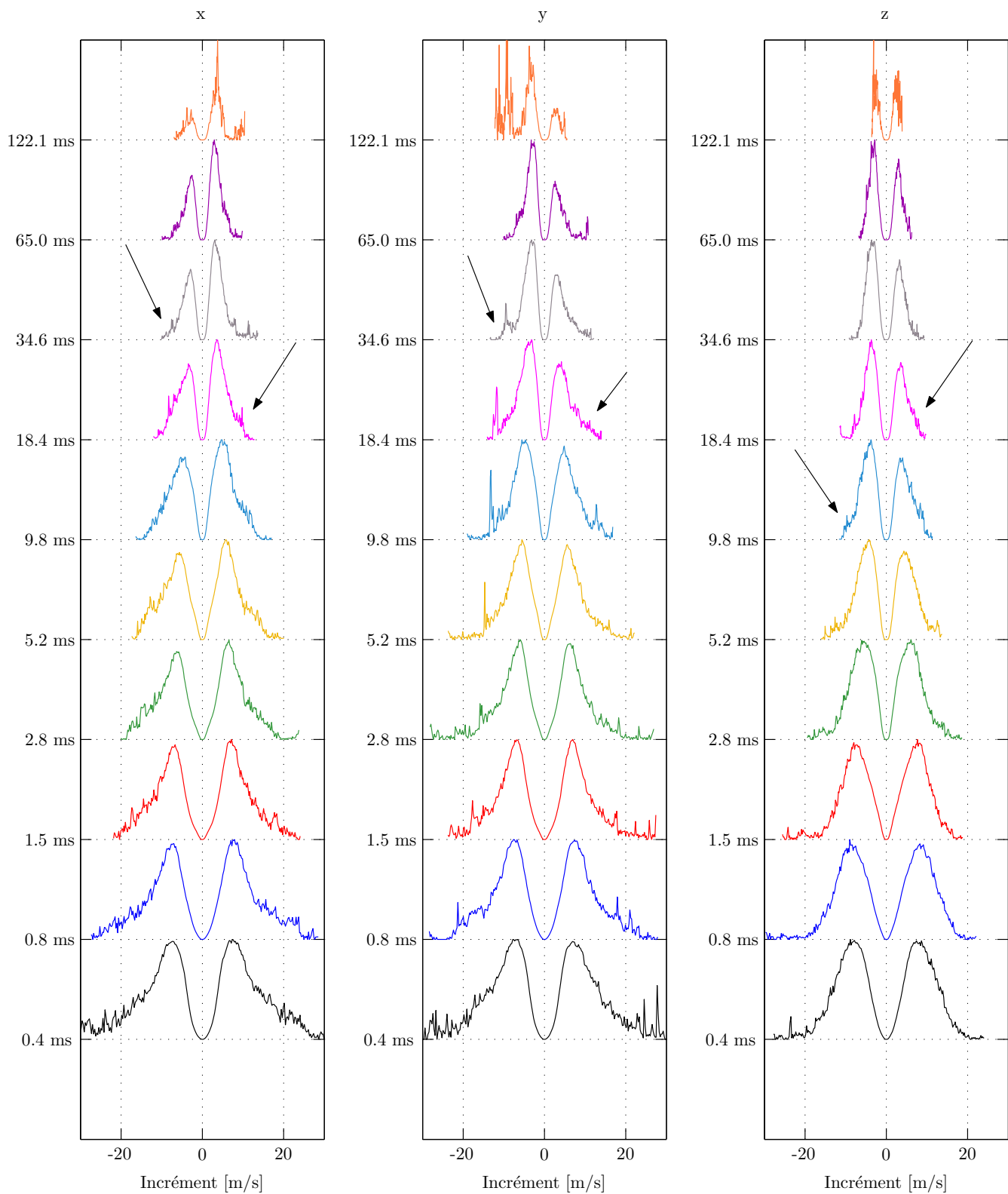


FIG. 7.13 – Allure des densités de probabilités des incréments normalisées à variance unité, multipliées par l'incrément à la puissance quatre, pour différents décalages temporels. La distance à la buse est de 1,8 m.

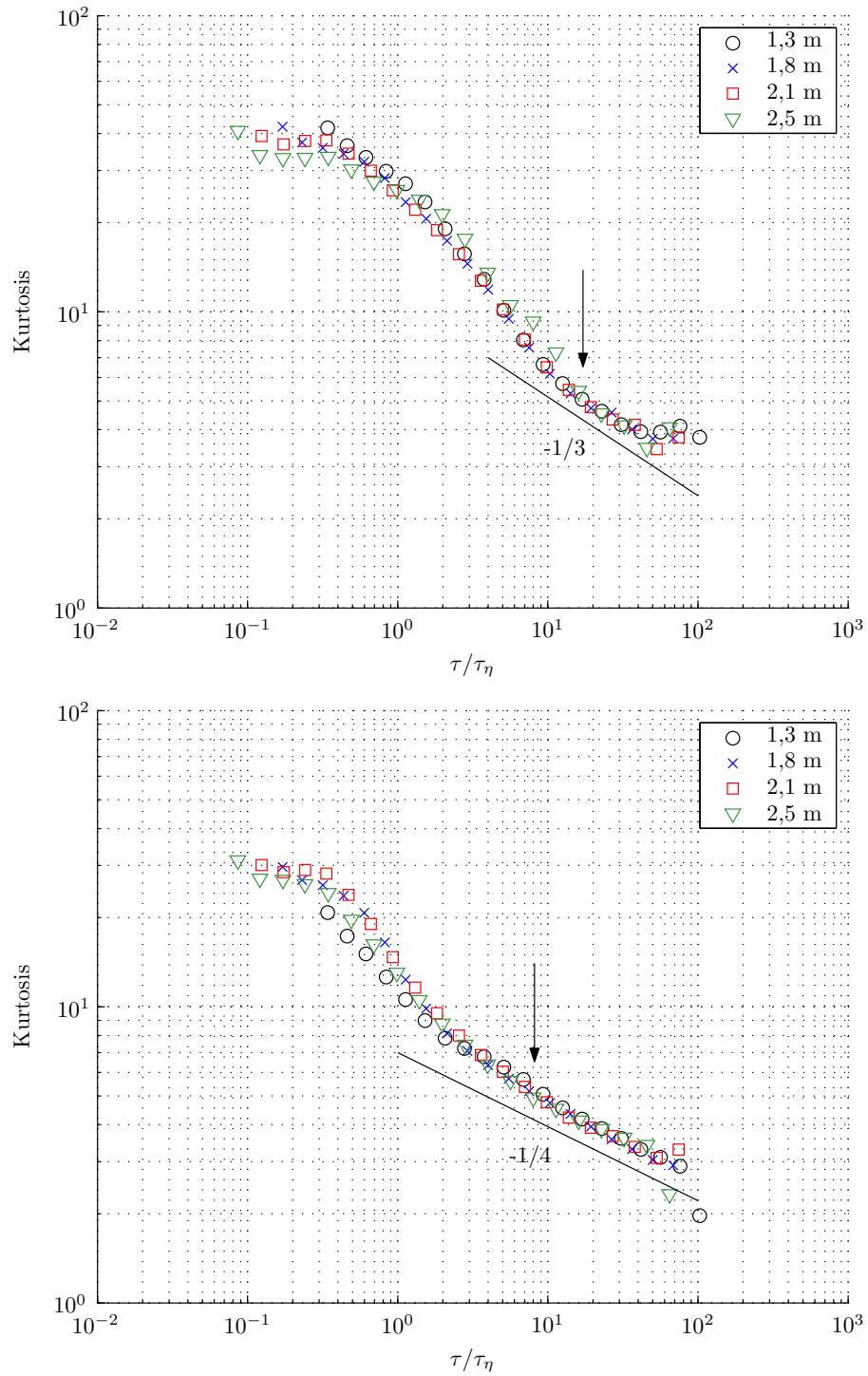


FIG. 7.14 – Facteurs d’aplatissement tracés en fonction du décalage temporel normalisé pour une composante transverse (x, en haut) et la composante longitudinale (z, en bas). La flèche indique le décalage temporel en dessous duquel le bruit commence à avoir un effet.

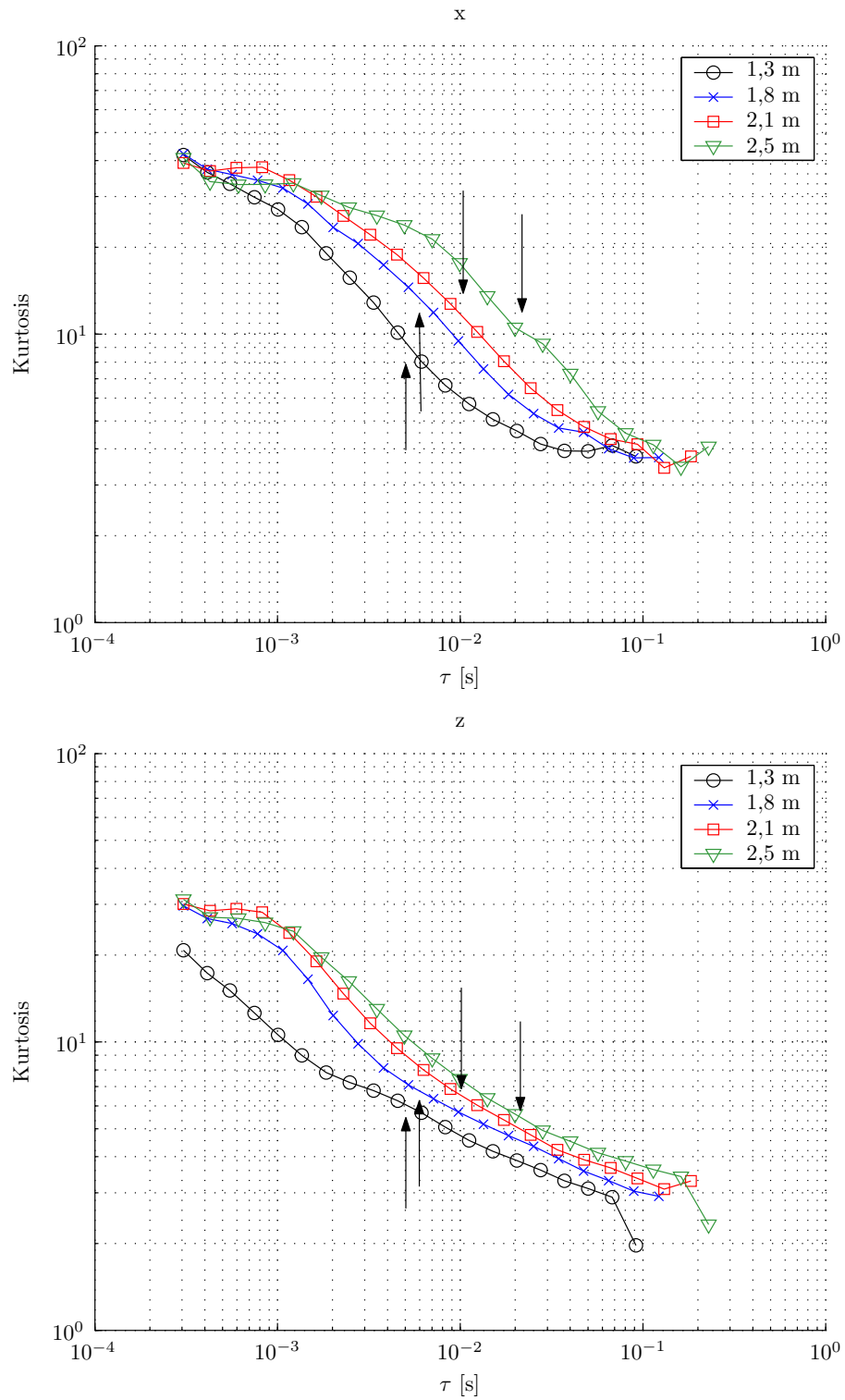


FIG. 7.15 – Facteurs d’aplatissement tracés en fonction du décalage temporel pour une composante transverse (x, en haut) et la composante longitudinale (z, en bas). La flèche indique le décalage temporel en dessous duquel le bruit commence à avoir un effet.

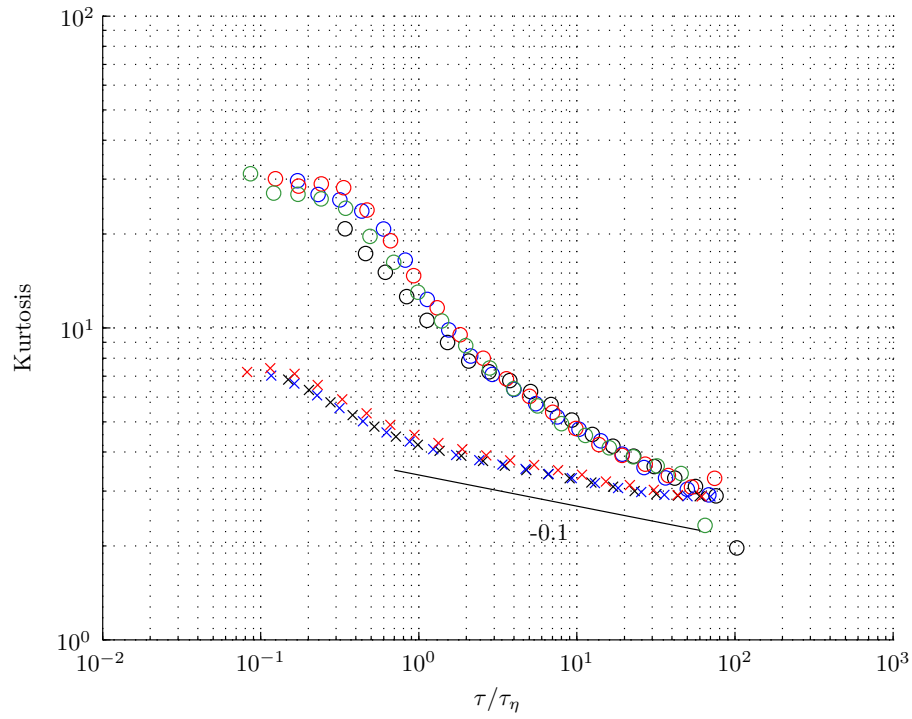


FIG. 7.16 – Comparaison des facteurs d’aplatissement des incréments temporels eulériens ($\times$) et lagrangiens ($\circ$) pour les composantes longitudinales. Les quatre séries lagrangiennes ont été utilisées pour le tracé, et trois séries eulériennes (pour des distances comparables à celles des mesures lagrangiennes)

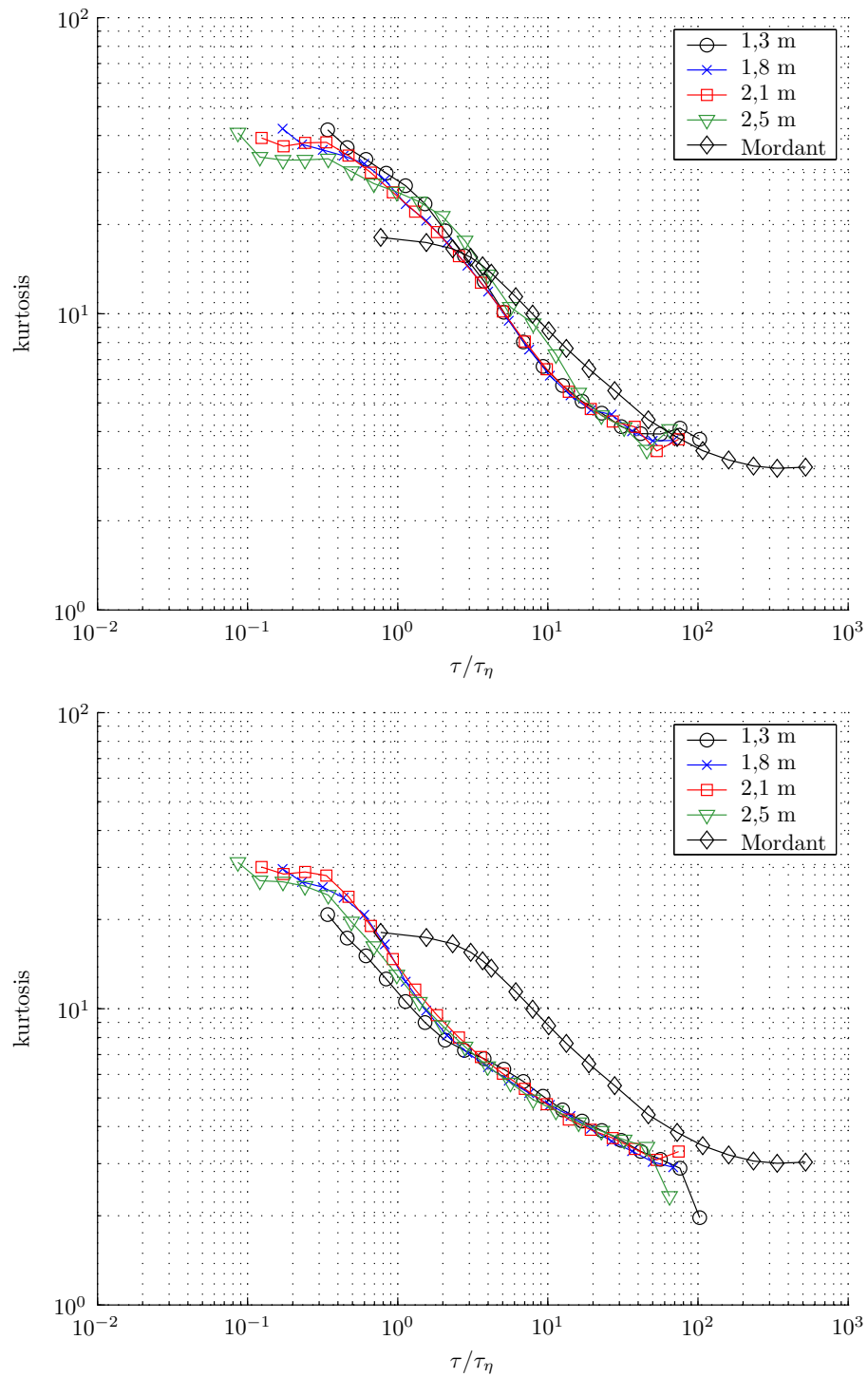


FIG. 7.17 – Comparaison des facteurs d'aplatissement normalisés avec les résultats obtenus par Mordant [35]. La courbe supérieure correspond à la composante transverse horizontale (x), la courbe inférieure à la composante longitudinale (z).

Conclusion

Parmi les quelques résultats obtenus au cours de ces travaux de thèse, la mise au point du système expérimental tient une place particulière, qui justifie les trois chapitres qui y sont consacrés. La mesure de vitesse lagrangienne nécessite la mise en œuvre de techniques très variées. L'écoulement d'étude, dans l'air (ce qui compte parmi les originalités du système) a imposé l'utilisation de traceurs d'une production et d'une manipulation parfois délicates. Le comportement de l'injecteur de bulles de savon mériterait à lui tout seul une étude sur plusieurs années. Le système acoustique, utilisé dans l'équipe depuis longtemps a permis grâce à sa souplesse d'obtenir des mesures tridimensionnelles, ce qui était vu comme une perspective lointaine au commencement des travaux. C'est cette même souplesse qui permet de le rendre adaptable à d'autres écoulements et d'autres situations. La méthode utilisée pour tirer profit des quatre zones de mesure superposées peut être modifiée pour d'autres géométries. En multipliant le nombre de transducteurs, l'augmentation de la taille du volume de mesure n'est qu'une question de matériel et de programmation. Un peu plus délicat, mais envisageable, est le suivi de plusieurs particules simultanément. Cela nécessitera de modifier la procédure de traitement de signal. Un des problèmes qui vont se poser est la résolution des ambiguïtés (lorsque deux traceurs ont des vitesses proches). La plasticité du système acoustique peut aider à alléger ce genre de contraintes en multipliant les mesures simultanées.

Les mesures effectuées dans le jet ont permis de mettre en évidence l'influence très importante de la vitesse moyenne sur les statistiques. Les statistiques les plus élémentaires du signal de vitesse montrent déjà une différence, même si l'on se place dans le référentiel lié à la vitesse moyenne de l'écoulement. La cartographie grossière du champ de vitesse qui a été effectuée au chapitre 5 ressemble à s'y méprendre à celle obtenue avec un fil chaud. Le comportement des moyennes et des variances en fonction de la distance à la buse est le même, les formes des densités de probabilité également. L'indépendance statistique des composantes est un peu plus surprenante, dans la mesure où celle-ci n'existe pour la vitesse eulérienne que sur l'axe.

La possibilité de mesurer à la fois la vitesse lagrangienne et la vitesse eulérienne a permis une comparaison propre des statistiques. Les autocorrélations de vitesse montrent une différence significative entre les deux points de vue. Le temps intégral eulérien sur l'axe est ainsi plus faible que le temps lagrangien correspondant, à position de la zone de mesure donnée. Remarquons qu'à cause de l'inhomogénéité de l'écoulement, le temps eulérien dépend de la position transversale du fil, ce qui complique l'analyse. Des mesures dans des écoulements plus homogènes, comme une turbulence de grille aideront à s'affranchir de ce problème. La forme de la courbe d'autocorrélation lagrangienne a été trouvée très proche d'une exponentielle, ce qui va dans le même sens que les précédents travaux expérimentaux et numériques. Elle se retrouve apparemment dans des écoulements très différents (quel est le point commun entre une turbulence de grille et un écoulement de Von-Kármán?). La forme semble néanmoins dépendre très faiblement du nombre de Reynolds.

Entre composantes lagrangiennes, les temps intégraux sont différents, suggérant que plusieurs échelles temporelles sont à l'oeuvre simultanément dans l'écoulement (ce qui est totalement contraire à une hypothèse d'isotropie). Cette différence de comportement se retrouve dans les mesures d'intercorrélations vitesse lagrangienne/vitesse eulérienne. Les composantes longitudinales sont bien corrélées entre elles, mais cette corrélation disparaît lorsqu'on s'intéresse à l'intercorrélacion entre une composante transverse lagrangienne et la longitudinale eulérienne. Les temps et des distances mis en jeu sont bien supérieurs aux temps et longueurs intégrales. La persistance d'une telle corrélation peu laisser penser qu'elle est liée à l'existence d'une "structure" de grande dimension spatiale et temporelle. Le temps nécessaire à la disparition de la corrélation serait alors lié à la durée de vie de cette "structure". La non-existence de corrélation entre composante longitudinale et transverse suggère qu'une seconde quantité peut intervenir. La mesure des corrélations entre composantes transverses eulérienne et lagrangienne permettrait probablement d'en savoir plus. Il semble probable qu'une modélisation de ce phénomène se doive d'être plutôt vectorielle que scalaire.

Le calcul des incréments a montré également un comportement bien différent entre composantes longitudinale et transverses. L'évolution des aplatissements en fonction des échelles présente un comportement en loi de puissance d'exposant différent (l'exposant est plus petit pour la composante longitudinale). D'autre part, le domaine sur lequel ce comportement est visible est beaucoup plus important sur la composante transverse, et le bruit seul ne peut l'expliquer. Les résultats obtenus dans un écoulement de von Kármán sont semblables à ceux des composantes transverses, signe sans doute de l'effet de l'absence de vitesse moyenne. La comparaison avec les incréments eulériens a montré une intermittence beaucoup plus prononcée de la vitesse lagrangienne.

Enfin, le problème de la trace de l'irréversibilité sur les signaux lagrangiens n'a pas reçu de réponse, principalement à cause de la présence d'une inhomogénéité forte de vitesse moyenne, masquant un éventuel phénomène. Là encore, des mesures dans un écoulement de turbulence de grille permettront peut-être de trancher.

Annexe A

Caractéristiques du jet

Cette annexe comprend le résumé des caractéristiques du jet d'air qui a été utilisé pour l'étude. Toutes les grandeurs qui sont données sont le résultat de mesures effectuées conjointement par l'auteur et Nicolas Mazellier. Les mesures de vitesse ont été réalisées à l'aide de plusieurs fils chauds de 3 micromètres de diamètre, fabriqués au laboratoire. Pour l'étalonnage, nous nous sommes servis d'un anémomètre à tube de Pitot comme appareil de référence (deux manomètres avec des sensibilités différentes ont été utilisés pour balayer une large gamme de vitesse). L'ajustement des valeurs obtenues a ensuite permis de calculer les constantes c et c' intervenant dans la loi de King : $E^2 = c + c'u^{0,45}$. u désigne la vitesse, E la tension en sortie de l'anémomètre.

La mesure de vitesses dans tout l'espace est un travail nécessitant un temps considérable, qui n'était pas disponible. Par conséquent, toutes les courbes présentées dans la suite sont le résultat de formules théoriques dont les paramètres ont été déterminés avec un nombre restreint de mesures (une cinquantaine). Ces formules sont bien établies, et ont déjà été vérifiées par un grand nombre d'expérimentateurs. Nous avons pris soin de vérifier que nos mesures n'étaient pas en contradiction avec les travaux de référence du domaine [18, 63].

A.1 Champ de vitesse moyenne

La soufflerie utilisée possède une buse de 2,25 cm de diamètre. L'expansion du jet est limitée par un mur situé 5,5 m après la buse. Les vitesses de sortie accessibles vont continûment de l'arrêt à $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tous les valeurs présentées ici sont valables pour une vitesse à la buse maximale (c'est-à-dire $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Deux séries de mesures au fil chaud ont été faites pour déterminer la vitesse moyenne sur l'axe du jet (axe repéré de manière purement géométrique), et quelques profils transversaux de vitesse à différentes distances de la buse. Les vitesses sur l'axe ont également été mesurées avec le tube de Pitot, ce qui a permis d'étalonner le fil chaud.

Les formules suivantes ont été utilisées :

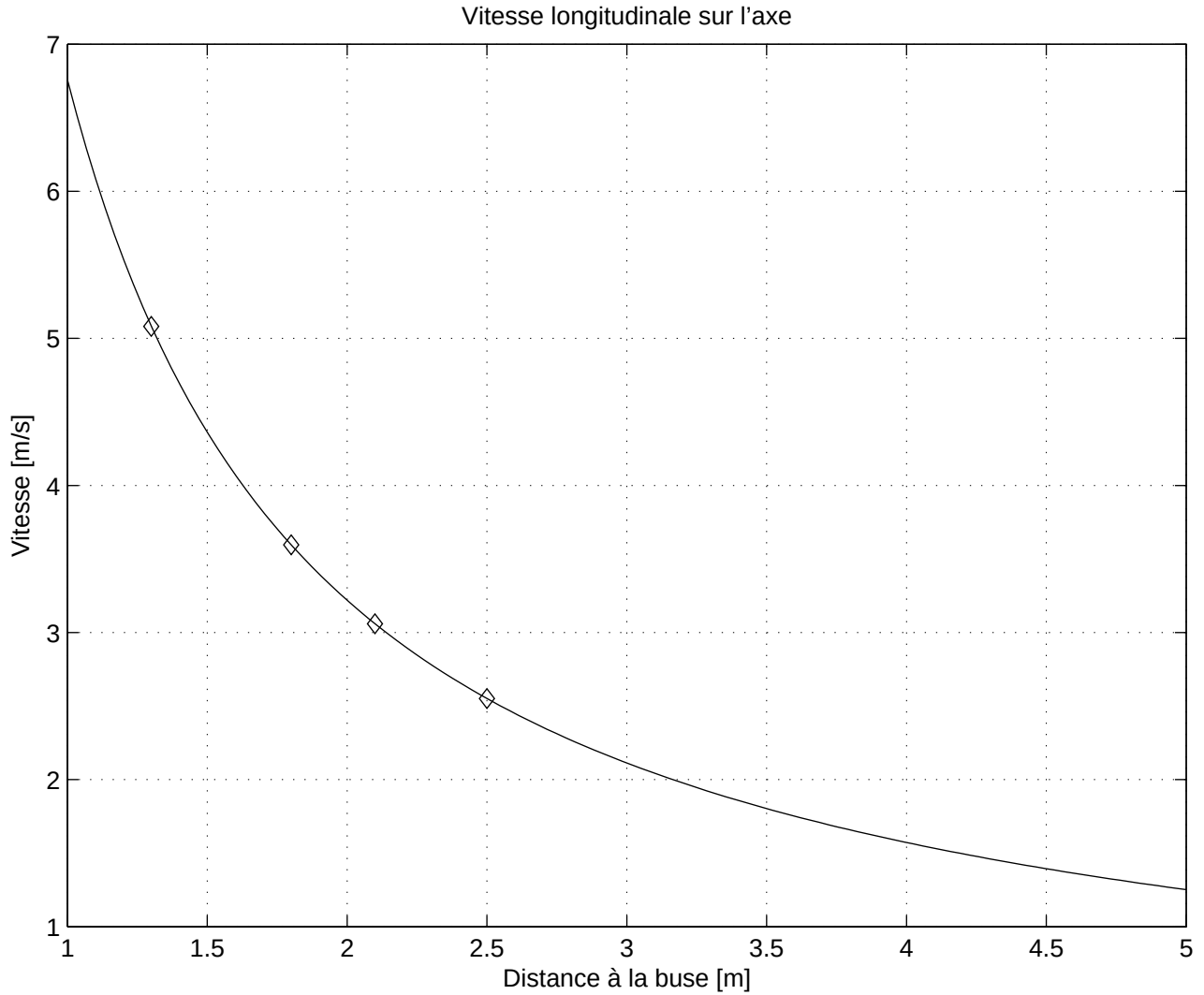
$$h = \frac{r}{az^*} \quad (\text{A.1})$$

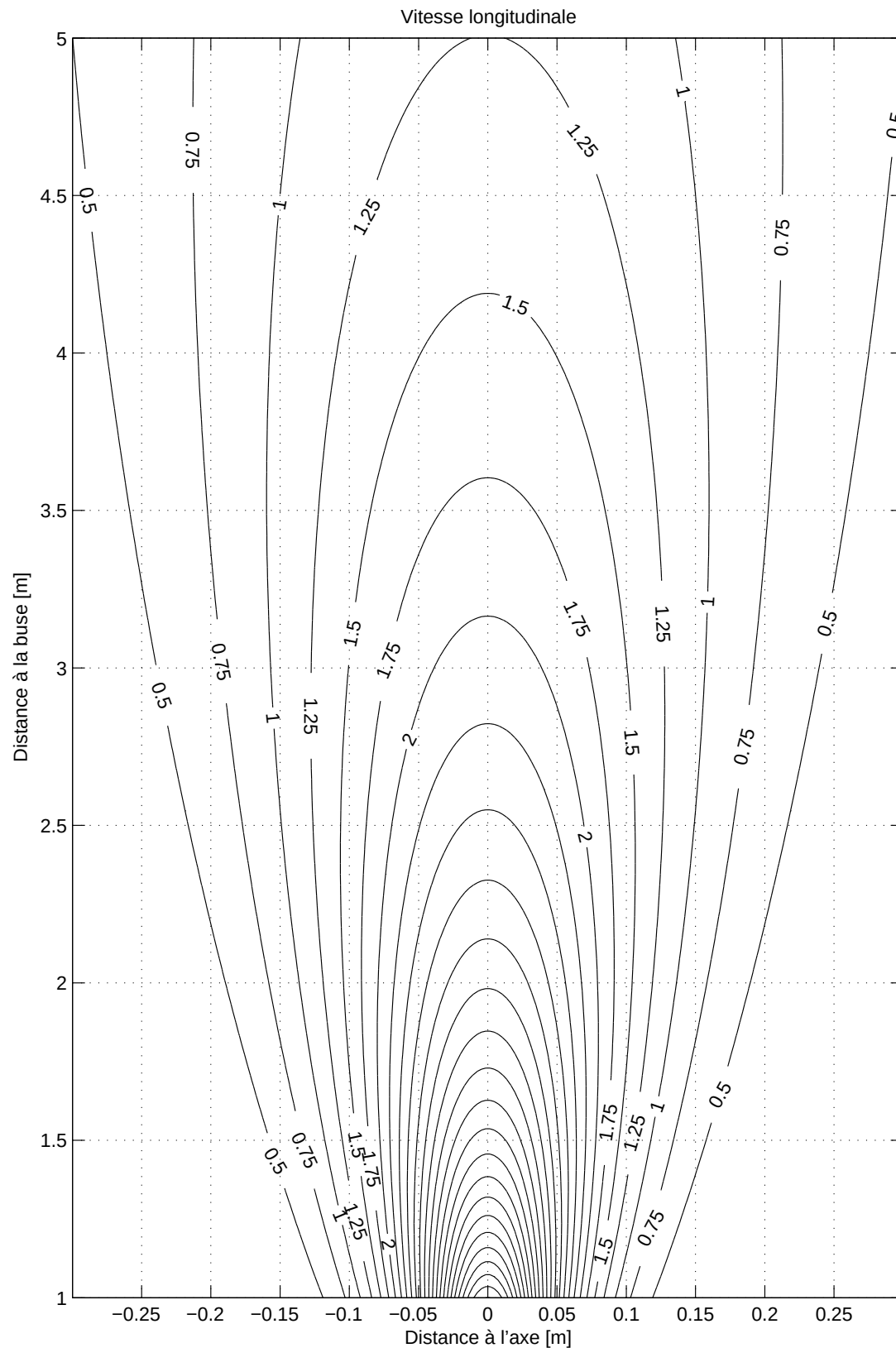
$$u_{//}(z^*, r) = \frac{b}{z^*} \frac{1}{(1 + h^2)^2} \quad u_{\perp}(z^*, r) = \frac{ab}{2z^*} \frac{h^3 + 2h}{h^4 + 2h^2 + 1} = \frac{a}{2} h(2 + h^2) u_{//}(z^*, r) \quad (\text{A.2})$$

z^* désigne la distance à la buse selon l'axe du jet z , par rapport à l'origine virtuelle : $z^* = z - 4d$ ($d = 2,25\text{cm}$ est le diamètre de la buse). $u_{//}$ et $u_{\perp}$ désignent respectivement les vitesses longitudinale et radiale.

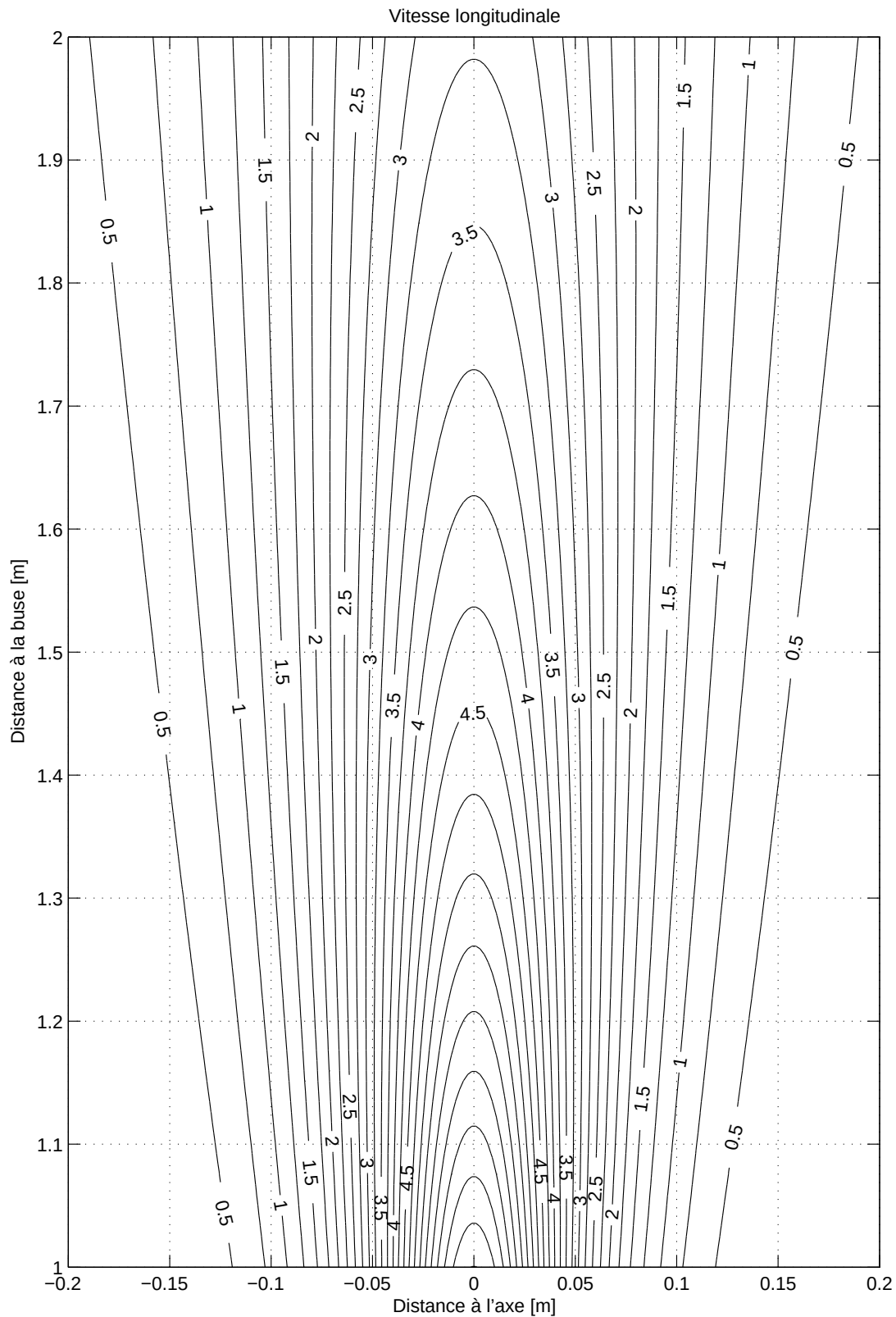
La série de mesures sur l'axe permet de calculer le coefficient b , la série de profils transverses permet de calculer a . La formule donnant les vitesses radiales n'a fait l'objet d'aucune tentative de vérification expérimentale. Il a par contre été vérifié que le taux de turbulence est constant et vaut 25 %. C'est pourquoi dans la suite, la déviation standard est calculée comme un quart de la vitesse moyenne. Les valeurs des coefficients obtenus sont

$$a = 0.08 \quad b = 6.15 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{A.3})$$

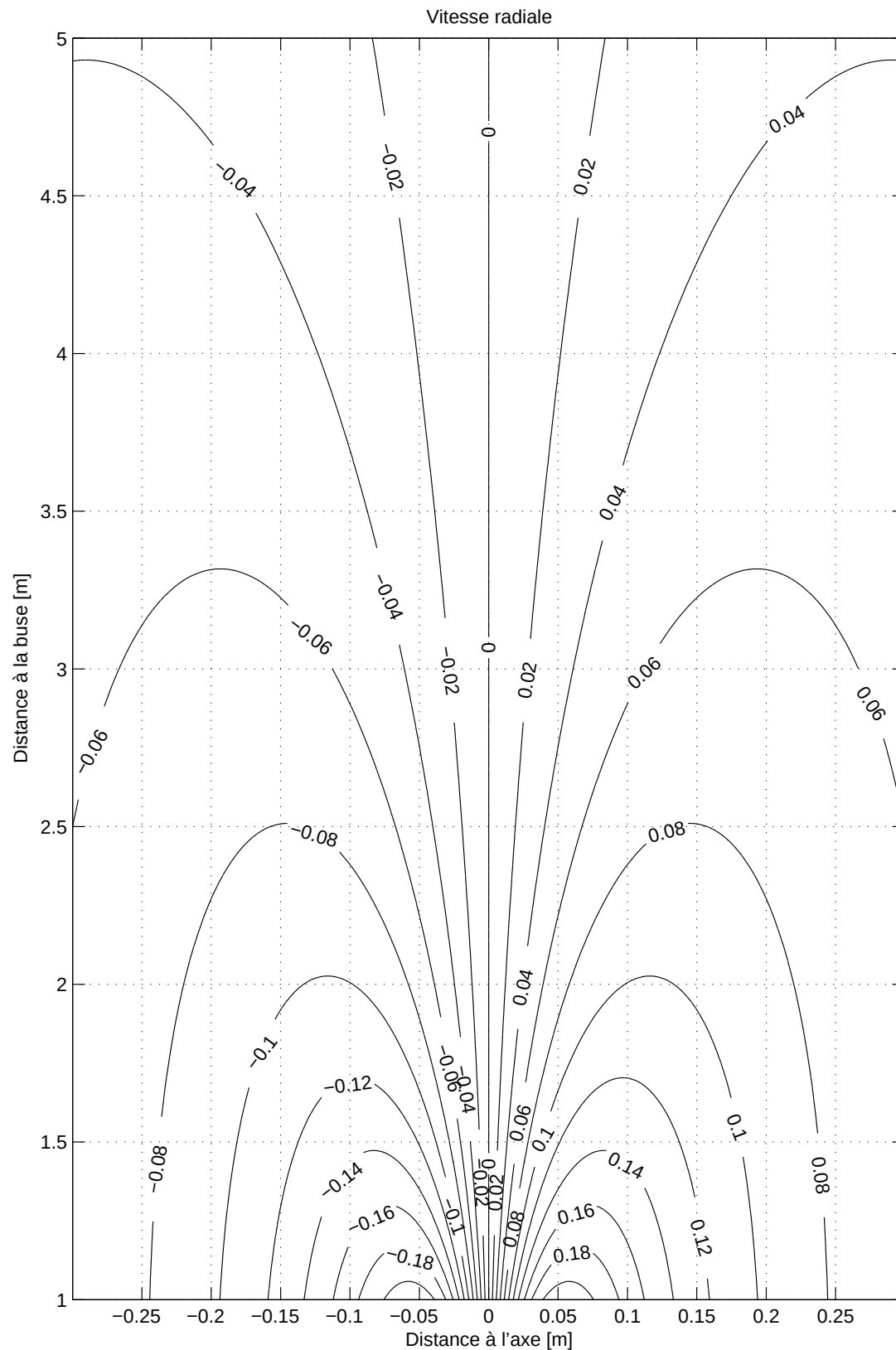




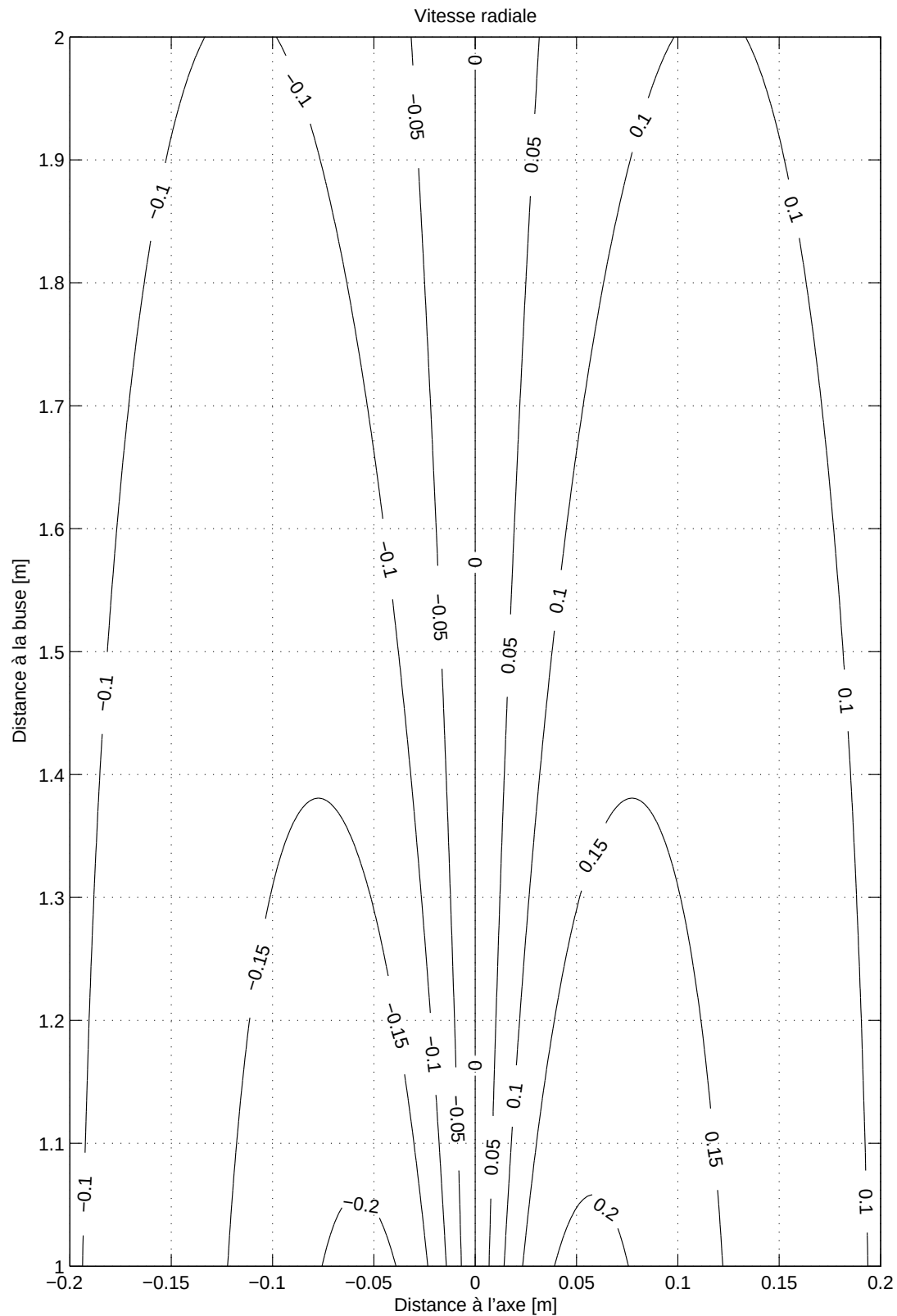
Composante de vitesse longitudinale entre 1 m et 5 m après la buse. Les nombres indiqués sur les contours sont en mètres par seconde.



Composante de vitesse longitudinale entre 1 m et 2 m après la buse (agrandissement de la page précédente). Les nombres indiqués sur les contours sont en mètres par seconde.



Composante de vitesse radiale entre 1 m et 5 m après la buse. Les nombres indiqués sur les contours sont en mètres par seconde.



Composante de vitesse radiale entre 1 m et 2 m après la buse (agrandissement de la page précédente). Les nombres indiqués sur les contours sont en mètres par seconde.

A.2 Grandeurs turbulentes

Pour mesurer les différentes grandeurs liées à la turbulence, les mêmes mesures sur l'axe que précédemment ont été utilisées. La première étape consiste à calculer le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor R_λ et le taux de dissipation ϵ à partir du moment compensé d'ordre trois (S_3^E) calculé en différents points de l'axe. Les formules suivantes [30] ont été utilisées :

$$S_{3\max}^E = \epsilon \left(\frac{4}{5} - 8,45 \cdot R_\lambda^{-\frac{2}{3}} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$R_\lambda = \frac{\sigma_u \lambda}{\nu} \quad (\text{A.5})$$

$S_{3\max}^E$ désigne la valeur maximale de $S_3^E(l) \cong \frac{\langle (u_{//}(z+l) - u_{//}(z))^3 \rangle}{l}$ pour une distance à la buse z donnée, σ_u est la déviation standard de la composante longitudinale de vitesse. La combinaison des formules précédentes permet d'obtenir un polynôme d'ordre quatre en $\epsilon^{1/3}$, dont les racines sont obtenues numériquement.

On vérifie à dix pourcents près la constance du nombre de Reynolds, et le comportement en loi de puissance d'exposant -4 pour le taux de dissipation. Le résultat des ajustements est le suivant :

$$R_\lambda = 320 \quad \epsilon = 45,7 \cdot (z^*)^{-4} \quad (\text{A.6})$$

(z^* doit être exprimé en mètres dans cette formule, pour que ϵ soit en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$).

Les échelles de Taylor λ et de Kolmogorov η sont ensuite calculées comme :

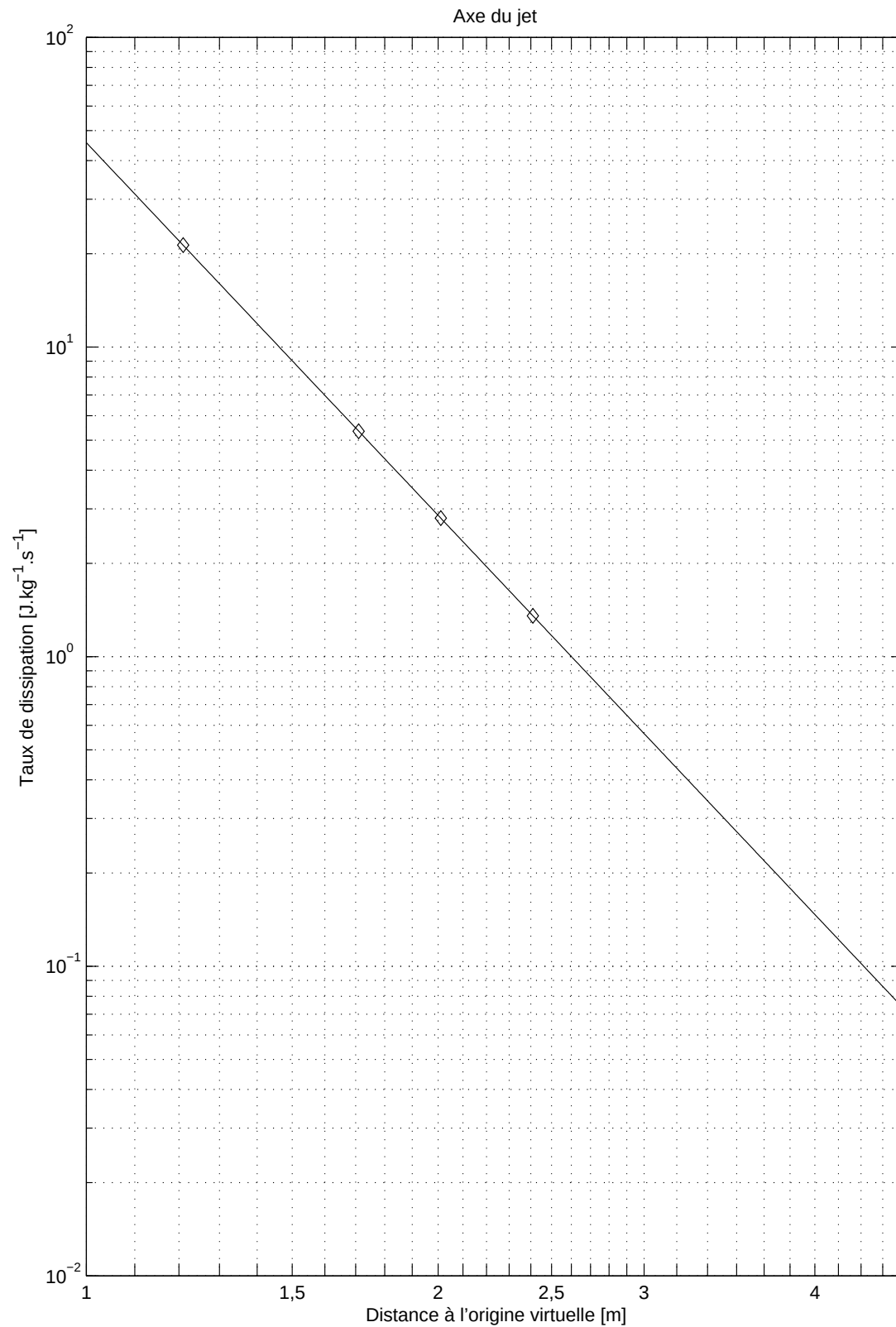
$$\lambda = \sqrt{15\nu \frac{\sigma_u^2}{\epsilon}} \quad (\text{A.7})$$

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (\text{A.8})$$

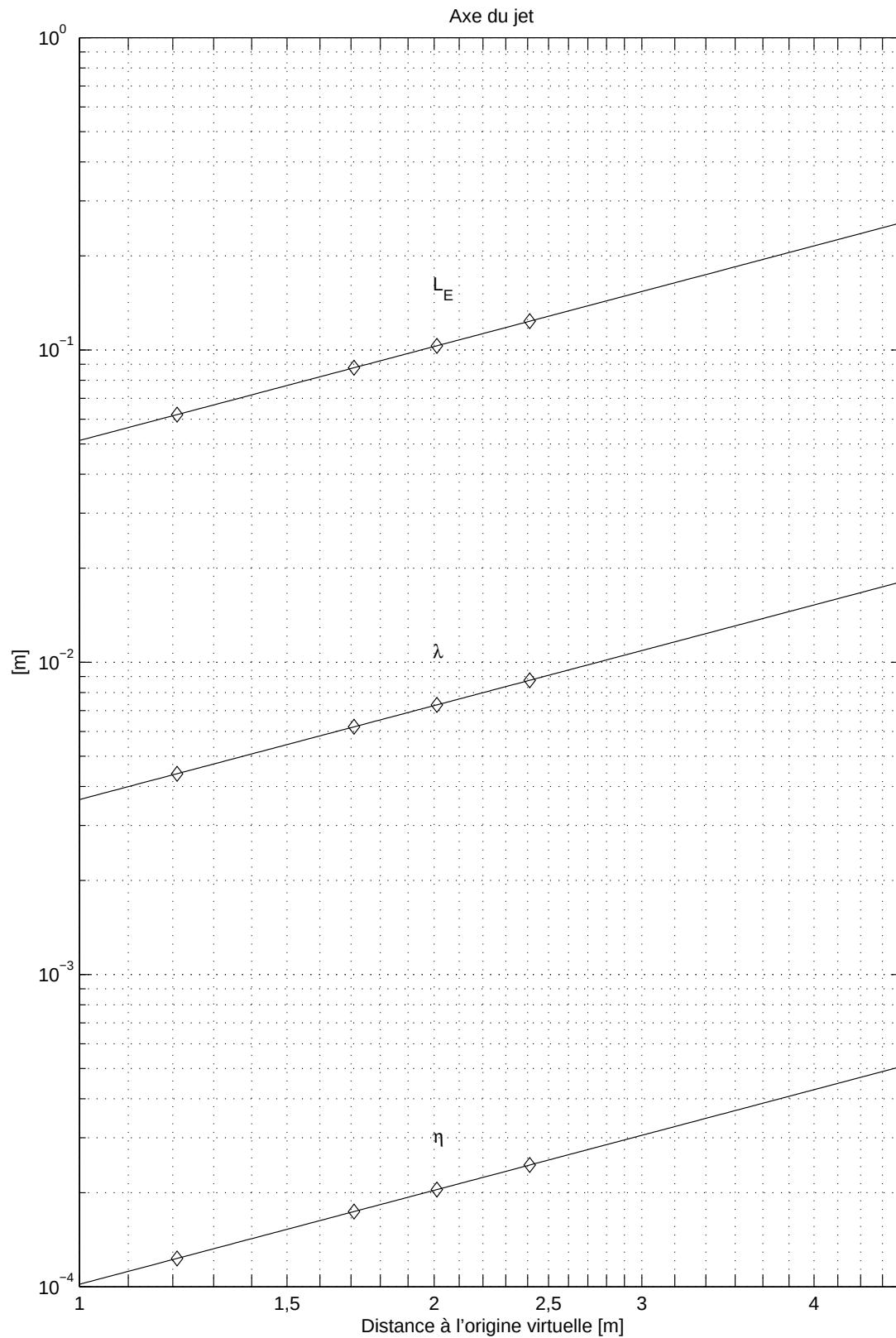
où $\nu = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Enfin, l'échelle intégrale L_E est calculée par intégration de la fonction d'autocorrélation de la vitesse longitudinale entre le décalage temporel nul et le premier passage par zéro. L'hypothèse de Taylor est utilisée. L'ajustement par une loi linéaire donne (z^* et L_E en mètres) :

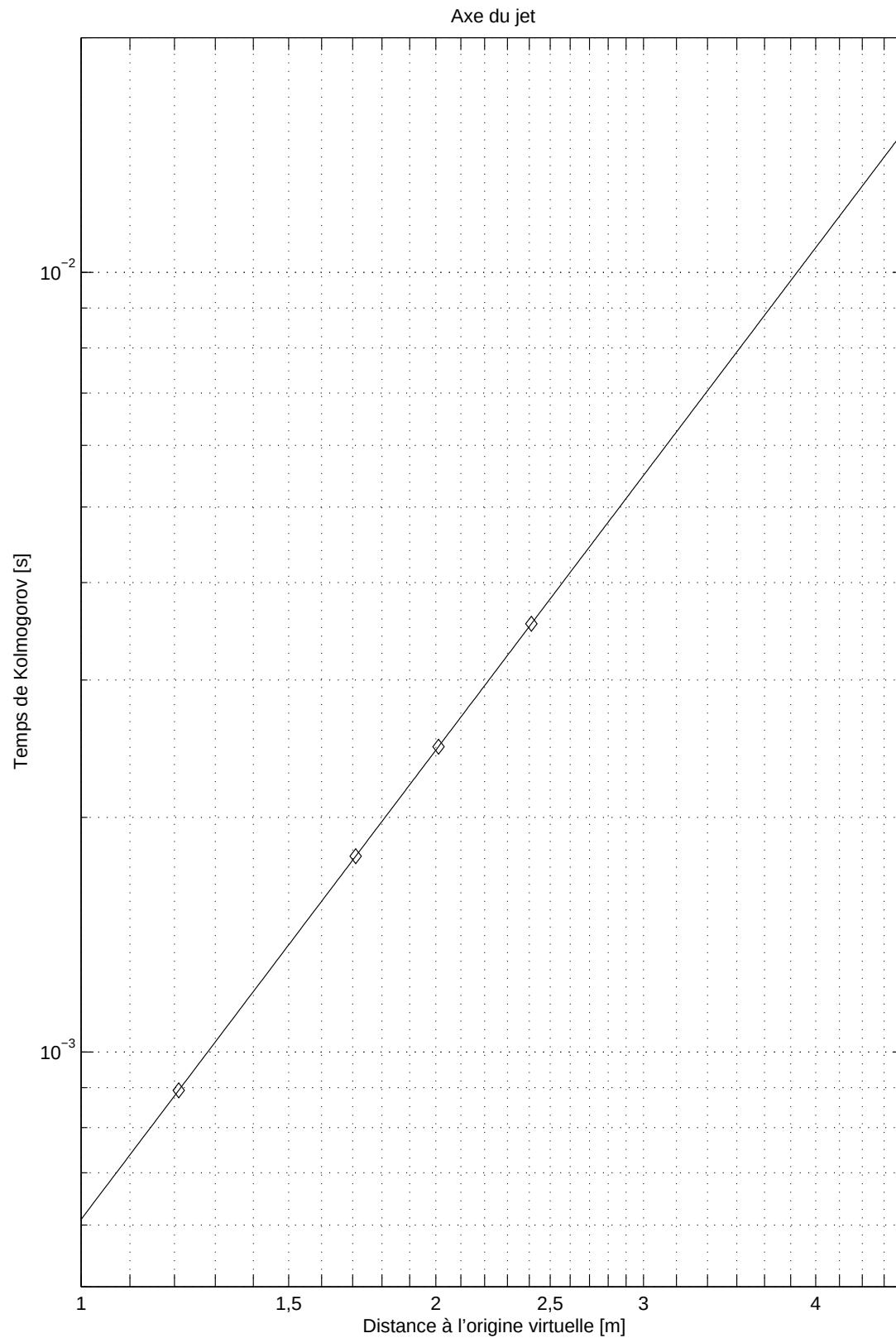
$$L_E = 5,1 \cdot 10^{-2} \cdot z^* \quad (\text{A.9})$$



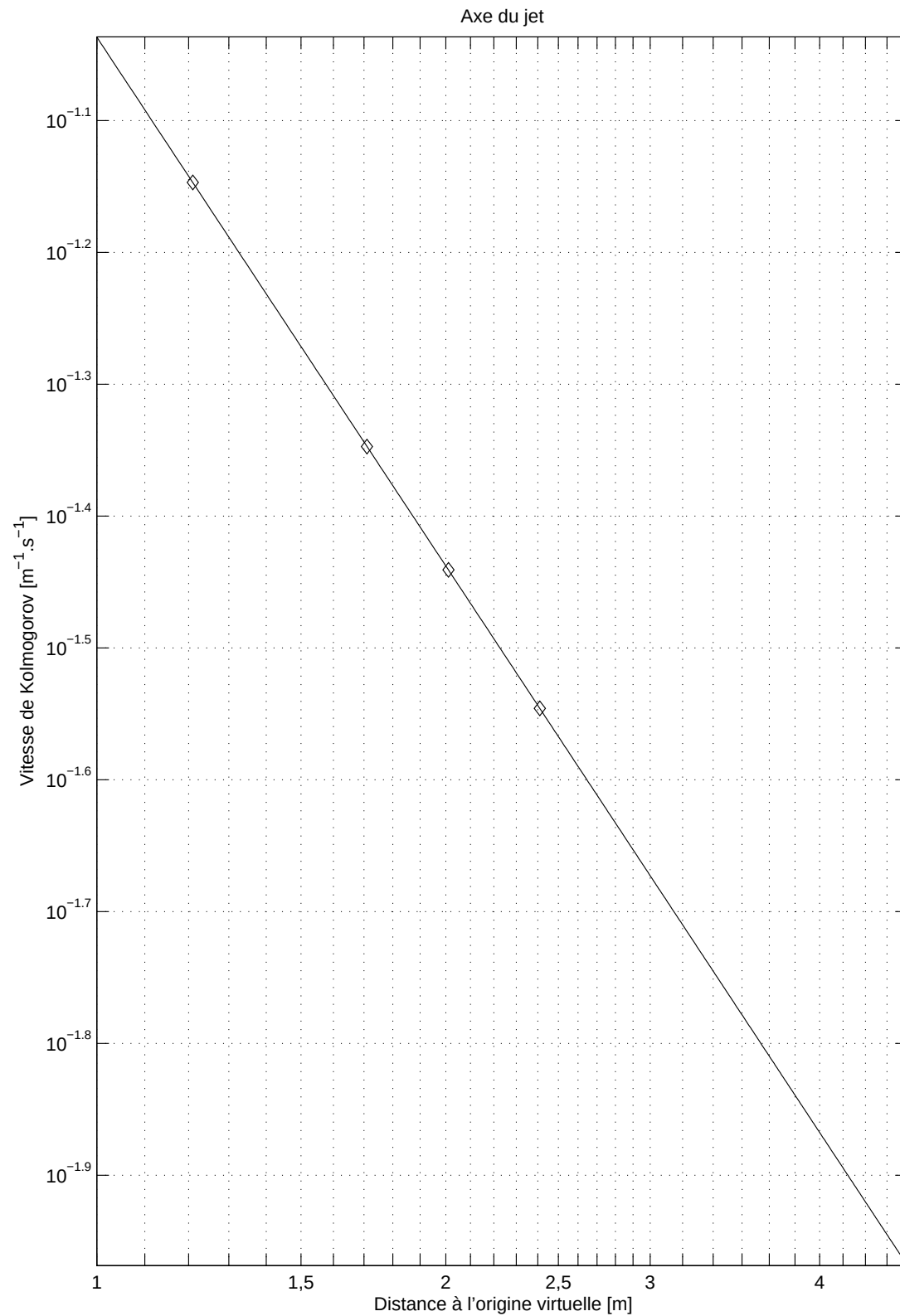
Taux de dissipation sur l'axe du jet. Les symboles repèrent le centre des quatre zones utilisées pour les mesures lagrangiennes.



Grande échelle (L_E), échelle de Taylor (λ) et échelle de Kolmogorov (η) sur l'axe du jet. Les symboles repèrent le centre des quatre zones utilisées pour les mesures lagrangiennes.



Temps de Kolmogorov. Les symboles repèrent le centre des quatre zones utilisées pour les mesures lagrangiennes.



Vitesse à l'échelle de Kolmogorov. Les symboles repèrent le centre des quatre zones utilisées pour les mesures lagrangiennes.

Annexe B

Séries d'acquisitions

Sur la majorité des acquisitions, un signal de fil chaud placé sur l'axe en aval de la zone de mesure a été enregistré simultanément. Seuls quelques paramètres ont été modifiés : la distance de la zone de mesure à la buse de la soufflerie, la distance du fil chaud à la zone de mesure et pour quelques rares séries, la vitesse de l'écoulement au niveau de la buse.

Le tableau ci-dessous présente les séries d'enregistrements en fonction de la distance de la zone de mesure à la buse de la soufflerie, en indiquant à chaque fois les paramètres importants. La colonne "Remarques" précise les particularités de certaines séries. La situation "normale" étant : transducteurs dos à la buse de la soufflerie, fil chaud horizontal et bulles de 2 mm. z est la distance entre la buse et le centre de la zone de mesure, d_z la distance entre le centre de la zone de mesure et le fil chaud, n_b le nombre de bulles détectées, T_s le temps moyen pendant lequel une bulle est détectée.

Nom	z [m]	d_z [cm]	R_λ	n_b	T_s [ms]	Remarques
s19012004	1,0	néant	160	4114	85	bulles de 4 mm
s26022004	1,0	40	160	2904	85	
s01032004	1,0	30	160	4001	70	
s10032004	1,0	6	160	1215	95	
s30032004	1,3	néant	320	1661	52	transducteurs face à la soufflerie
s01042004	1,3	néant	320	1891	52	
s18062004	1,8	12	320	1315	80	
s20062004	1,8	40	320	1837	78	
s21062004	1,8	40	320	956	77	
s19062004	1,8	80	320	1176	80	
s25062004	1,8	120	320	1616	73	
s23062004	1,8	150	320	1217	73	
s24062004	1,8	168	320	1467	73	
s02042004	2,1	6	320	2712	100	
s09062004	2,1	6	320	985	89	
s10062004	2,1	6	320	777	87	
s15062004	2,1	12	320	798	93	
s16062004	2,1	18	320	612	94	
s17062004	2,1	30	320	750	94	
s17062004_2	2,1	42	320	810	95	
s05042004	2,5	6	320	1358	120	fil chaud vertical

Le tableau ci-dessous récapitule les vitesses moyennes et les déviations standards obtenues pour les différentes séries d'enregistrement. Le calcul a été fait série par série, mais également en regroupant toutes les séries correspondant à la même distance à la buse. Toutes les valeurs du tableau sont en mètres par seconde.

Distance	Nom de la série	Vitesse par série						Vitesse par distance					
		Moyenne			Déviation standard			Moyenne			Déviation standard		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	s19012004	0,016	0,053	2,81	0,70	0,70	0,91	-0,0057	0,044	2,72	0,69	0,69	0,9
1	s26022004	-0,014	0,048	2,62	0,68	0,68	0,90						
1	s01032004	-0,027	0,029	2,75	0,71	0,68	0,90						
1	s10032004	0,00	0,042	2,59	0,67	0,68	0,87						
1,3	s30032004	-0,012	0,026	4,26	0,92	0,96	1,22	-0,016	0,044	4,25	0,96	0,98	1,21
1,3	s01042004	-0,020	0,059	4,24	0,99	1,00	1,20						
1,8	s18062004	-0,079	0,068	3,09	0,70	0,71	0,83	-0,063	0,045	3,10	0,70	0,71	0,84
1,8	s19062004	-0,033	0,059	3,06	0,70	0,72	0,82						
1,8	s20062004	-0,077	0,050	3,08	0,70	0,70	0,85						
1,8	s21062004	-0,053	0,022	3,09	0,73	0,75	0,85						
1,8	s23062004	-0,051	0,067	3,15	0,71	0,70	0,84						
1,8	s24062004	-0,056	0,016	3,11	0,70	0,68	0,85						
1,8	s25062004	-0,071	0,033	3,11	0,72	0,70	0,83						
2,1	s02042004	-0,015	0,041	2,53	0,61	0,63	0,72	-0,037	0,013	2,59	0,62	0,64	0,71
2,1	s09062004	-0,042	-0,054	2,60	0,62	0,64	0,70						
2,1	s10062004	-0,053	-0,10	2,61	0,61	0,65	0,74						
2,1	s15062004	-0,042	0,016	2,62	0,63	0,66	0,70						
2,1	s16062004	-0,031	0,020	2,62	0,65	0,62	0,71						
2,1	s17062004	-0,066	0,049	2,66	0,63	0,66	0,70						
2,1	s17062004_2	-0,071	0,052	2,63	0,64	0,62	0,70						
2,5	s05042004	-0,017	-0,018	2,09	0,55	0,55	0,62	-0,017	-0,018	2,09	0,55	0,55	0,62

Annexe C

Machine à bulles

Au cours de cette étude, deux machines à bulles ont été utilisées. La première, fabriquée par la société Deltalab, nous a été aimablement prêtée par M. Michel Lebey de l'université du Havre. Il nous a été impossible d'en acquérir un modèle neuf, la société ne la fabriquant plus. Il a donc été nécessaire de reconstruire complètement une machine et un injecteur, avec les moyens du laboratoire. Les pages qui suivent présentent de manière relativement succincte le résultat obtenu. Aucune mention n'est faite de l'injecteur de bulles, qui a été construit par l'atelier du LEGI à partir des plans d'origine.

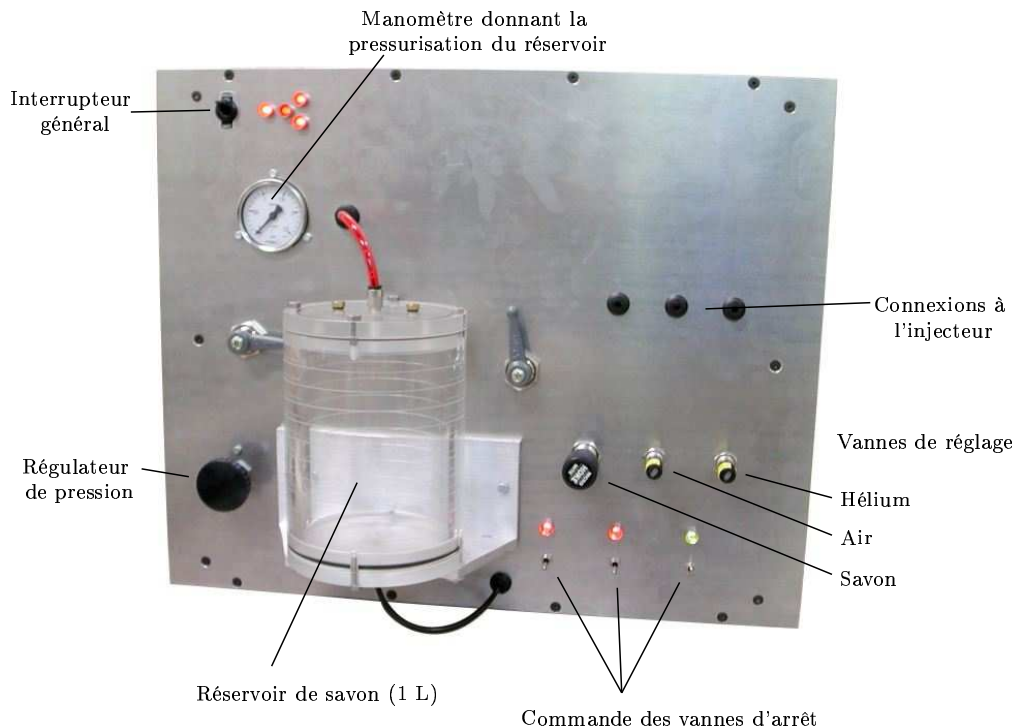


FIG. C.1 – Facade de la machine à bulles fabriquée au LEGI.

Le rôle de cette machine est de contrôler le débit de trois fluides : de l'air, de l'hélium et un mélange d'eau et de savon (que nous appellerons "savon" pour simplifier). La figure C.1 montre la face avant de la machine, avec les différents dispositifs accessibles. La plus grande partie est occupée par le circuit de savon. Le réservoir en plexiglas permet de mettre jusqu'à un litre du

mélange. Un circuit d'air (sur la gauche de la façade) composé d'un régulateur de pression, d'une vanne d'arrêt et d'un manomètre permet de pressuriser le réservoir. Plus loin dans le circuit est placé un filtre (non visible sur la photo), une vanne d'arrêt (électrovanne) et une vanne de réglage (figure C.2). Les deux autres circuits (air et hélium) ne sont composés que d'une électrovanne et d'une vanne de réglage. Ils nécessitent en contrepartie une alimentation à pression régulée (figure C.3).

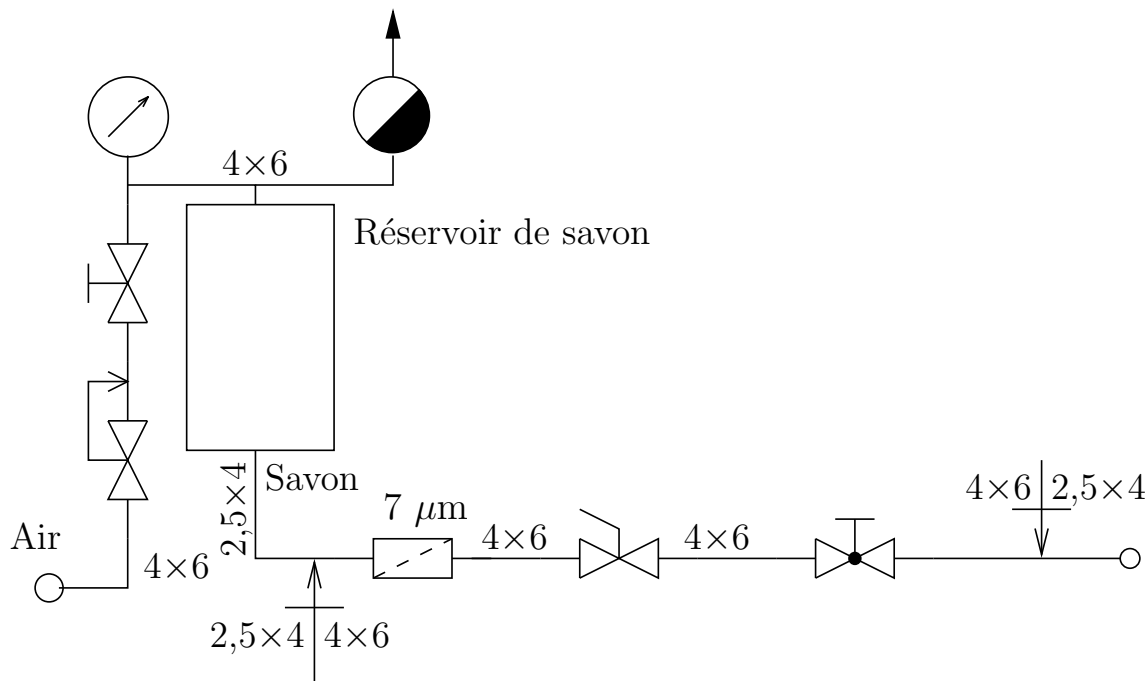


FIG. C.2 – Schéma du circuit d'alimentation en savon. Le réservoir est pressurisé par de l'air amené par sa partie supérieure, le savon sort du réservoir par un raccord dans sa partie inférieure.

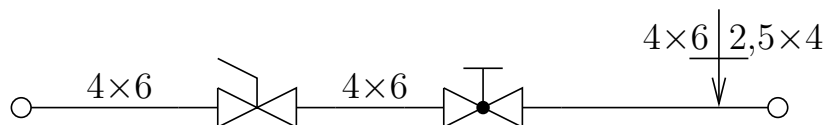


FIG. C.3 – Schéma des voies d'alimentation en air et en hélium.

Composition du savon Le mélange que nous avons utilisé était constitué d'un berlingot de savon "mir" de 500 g (500 mL), de 125 mL d'eau distillée et de quelques millilitres de glycérol pur. Le rôle du glycérol est d'augmenter la durée de vie des bulles. Cela peut être plus ou moins utile selon les applications. Pour notre étude, le temps d'utilisation des bulles était de l'ordre de la seconde. Si elles sont suffisamment robustes, elles peuvent revenir dans l'écoulement, ce qui n'était pas souhaitable. Il est alors possible que l'absence totale de glycérol ne soit pas néfaste (cela n'a pas été testé). D'autre part, l'ajout d'une quantité trop importante rend le mélange visqueux. Il a alors tendance à encrasser exagérément le filtre et rendre la machine inutilisable.

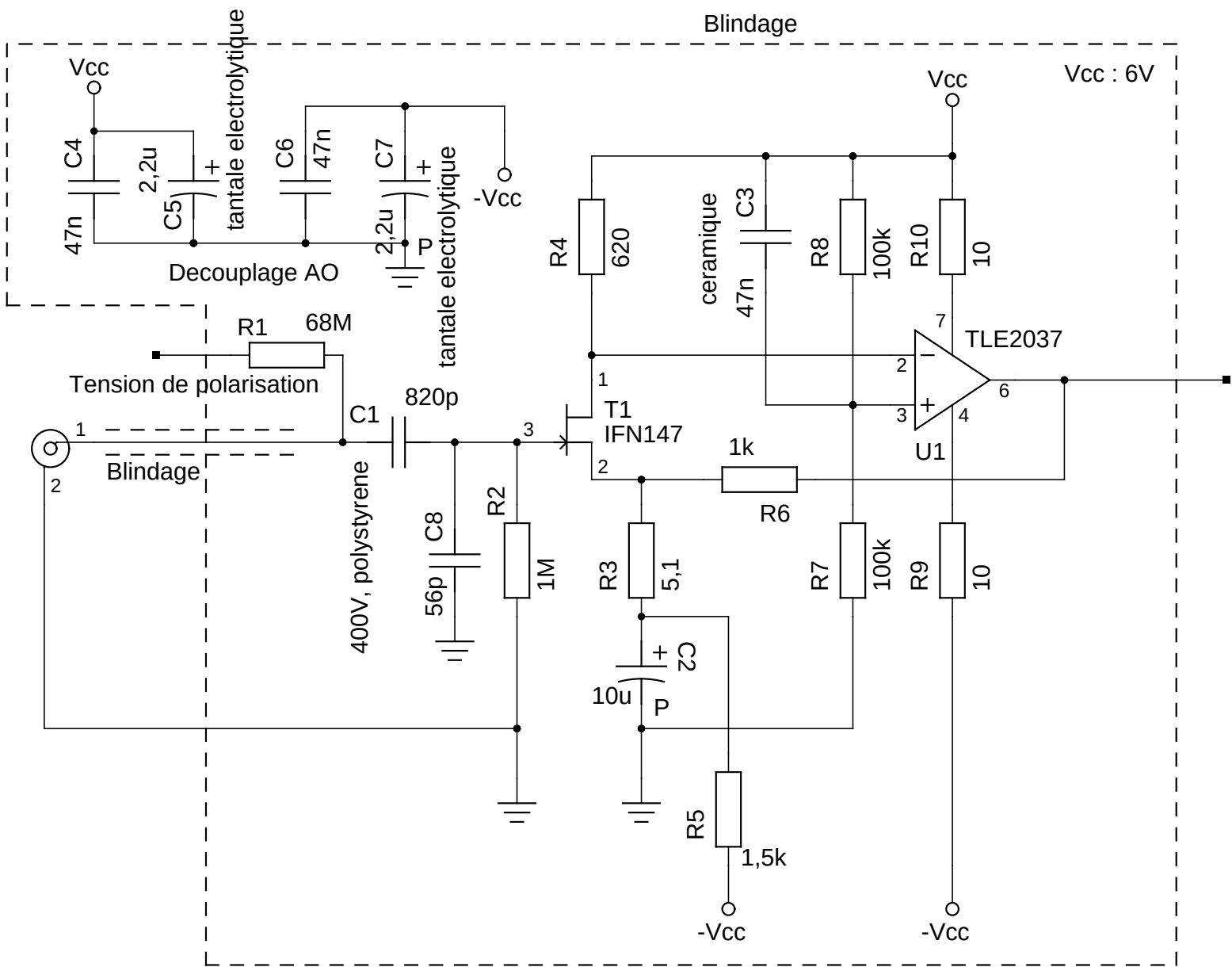
Annexe D

Préamplificateur pour transducteur Sell

Cette annexe contient le schéma du préamplificateur utilisé avec les récepteurs capacitifs, qui est dû en grande partie à Jean-Louis Bret. Il est basé autour d'un transistor à effet de champ faible bruit (IFN147), bouclé sur un ampli opérationnel large bande (TLE2037) pour réduire la distorsion. La particularité du préamplificateur est de pouvoir imposer au transducteur une tension de polarisation continue, de plusieurs centaines de volts. Ceci lui interdit donc de reproduire correctement les fréquences basses, qui sont coupées par le condensateur C1. Cette haute tension doit être produite par un générateur externe, qui se raccorde sur R1. Cette résistance, de très grande valeur, forme avec C1 et C8 un filtre passe-bas, éliminant dans une certaine mesure le bruit haute fréquence présent sur le fil d'alimentation. Il importe néanmoins d'utiliser une alimentation haute tension dont le niveau de bruit est très faible. Une seconde alimentation de ± 6 V est nécessaire pour l'amplificateur opérationnel et le transistor. Il convient également d'en réduire au maximum le bruit. Le gain est contrôlé par le rapport de R6 et de R3 (il vaut environ 200 ici). Dans la mesure où R3 influe sur la polarisation du transistor, seule la valeur de R6 est modifiable. La stabilité du circuit n'est pas assurée pour des gains trop importants. L'impédance de sortie est du même ordre de grandeur que R1, de sorte qu'il faut réaliser ultérieurement une adaptation d'impédance si l'on veut attaquer l'entrée d'un appareil dont l'impédance d'entrée est de 50 ohms, surtout si le raccordement se fait avec un câble de grande longueur (supérieure au mètre).

La réduction du bruit a été le souci principal lors de la conception. Pour ne pas ruiner les performances du circuit, un blindage adapté est à prévoir. En particulier, il faut assurer une continuité parfaite entre le transducteur (qui est normalement blindé) et l'intérieur du blindage contenant le circuit.

Les valeurs données sur ce schéma sont celles utilisées sur le circuit qui a été fabriqué. Il est possible qu'elles ne soient pas toutes optimales.



Bibliographie

- [1] F. Anke. Luftschallwandler nach dem Sell-prinzip für frequenzen von 50 kHz bis 100 kHz. *Acustica*, 30, p. 30–39, 1974.
- [2] F. Anselmet, Y. Gagne, E. J. Hopfinger, et R. A. Antonia. High-order velocity structure functions in turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 140, p. 63–89, 1984.
- [3] L. Biferale, G. Boffetta, A. Celani, A. Lanotte, et F. Toschi. Lagrangian statistics in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 2004. submitted.
- [4] J. P. Bonnet, D. Grésillon, B. Cabritt, et V. Frolov. Collective light scattering as non-particle laser velocimetry. *Measurement science and technology*, 6(6), p. 620–636, 1995.
- [5] C. J. Call et I. M. Kennedy. A technique for measuring lagrangian and eulerian particle statistics in a turbulent flow. *Experiments in fluids*, 12(1-2), p. 125–130, 1991.
- [6] B. Castaing. Conséquences d’un principe d’extremum en turbulence. *Journal de physique, France*, 50, p. 147–156, 1989.
- [7] L. Chevillard. *Description multifractale unifiée du phénomène d’intermittence en turbulence eulérienne et lagrangienne*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2004.
- [8] B. T. Chu et L. S. G. Kovàsznay. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3, p. 494–513, 1958.
- [9] G. Comte-Bellot et S. Corrsin. Simple eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated ‘isotropic’ turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 48(2), p. 273–337, 1971.
- [10] F. Cottet. *Traitement des signaux et acquisition des données*. Dunod, 1997.
- [11] G.-H. Cottet et P. Poncet. Particle methods for direct numerical simulations of three-dimensional wakes. *Journal of Turbulence*, 3(38), p. 1–9, 2002.
- [12] E. A. D’Asaro, D. M. Farmer, J. T. Osse, et G. T. Dairiki. A lagrangian float. *Journal of Atmospheric Ocean Technology*, 13, p. 1230–1246, 1996.
- [13] P. Flandrin. *Temps-fréquence*. Hermès, 1993.
- [14] U. Frisch. *Turbulence : the legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge university press, 1995.
- [15] U. Frisch, P.-L. Sulem, et M. Nelkin. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 87, p. 719–736, 1978.
- [16] G. C. Gaunaurd et H. Überall. RST analysis of monostatic and bistatic acoustic echoes from an elastic sphere. *Journal of Acoustical Society of America*, 73(1), p. 1–12, janvier 1983.
- [17] R. Hernández-Pellicer. *Comportements dynamiques et contrôle de la vorticité dans les sillages*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1, 1999.

- [18] H. J. Hussein, S. P. Capp, et W. K. George. Velocity measurements in a high-reynolds-number momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 258, p. 31–75, 1994.
- [19] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, et J. V. Sanders. *Fundamentals of acoustics*. John Wiley and Sons, 2000.
- [20] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number. *Compte rendu de l'académie des sciences, URSS*, 30(4), 1941.
- [21] A. N. Kolmogorov. A refinement hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13, p. 82, 1962.
- [22] A. N. Kolmogorov. Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Proceedings of the royal society of London A*, 434, p. 15–17, 1991.
- [23] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number. *Proceedings of the royal society of London A*, 434, p. 9–13, 1991.
- [24] A. La porta, G. A. Voth, A. M. Crawford, J. Alexander, et E. Bodenschatz. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409, p. 1017–1019, 2001.
- [25] L. Landau et E. Lifchitz. *Mécanique des fluides*. Éditions de moscou, 1971.
- [26] M. Lesieur. *Turbulence in fluids*. Kluwer, 3 édition, 1997.
- [27] R.-C. Lien et E. A. D'Asaro. The Kolmogorov constant for the lagrangian velocity spectrum and structure function. *Physics of Fluids*, 14(12), p. 4456–4459, 2002.
- [28] R.-C. Lien, E. A. D'Asaro, et G. T. Dairiki. Lagrangian frequency spectra of vertical velocity and vorticity in high-Reynolds-number oceanic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 362, p. 177–198, 1998.
- [29] F. Lund et C. Rojas. Ultrasound as a probe of turbulence. *Physica D*, 37, p. 508–514, 1989.
- [30] T. Lundgren. Kolmogorov turbulence by matched asymptotic expansions. *Physics of Fluids*, 15(4), p. 1074–1081, 2003.
- [31] H. Machmerth, D. Theiß, et H.-U. Schnitzler. Konstruktion eines luftultraschallgebers mit konstantem frequenzgang im bereich von 15 khz bis 130 khz. *Acustica*, 34, p. 81–85, 1975.
- [32] Y. Malécot. *Intermittence en turbulence 3D : statistiques de la vitesse et de la vorticité*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 1998.
- [33] M. R. Maxey et J. J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26(4), p. 883–889, 1983.
- [34] A. S. Monin et A. M. Yaglom. *Statistical fluid mechanics*. MIT press, 1987.
- [35] N. Mordant. *Mesure lagrangienne en turbulence : mise en œuvre et analyse*. Thèse de doctorat, E.N.S. de Lyon, 2001.
- [36] N. Mordant, E. Lévêque, et J.-F. Pinton. Experimental and numerical study of the lagrangian dynamics of high reynolds number turbulence. *New Journal of Physics*, 6(116), 2004.

- [37] N. Mordant et J.-F. Pinton. Time-resolved tracking of a sound scatterer in a complex flow : nonstationary signal analysis and applications. *Journal of Acoustical Society of America*, 112, p. 108–118, 2002.
- [38] N. Mordant, J.-F. Pinton, et O. Michel. Time-resolved tracking of a sound scatterer in a complex flow : nonstationary signal analysis and applications. *Journal of Acoustical Society of America*, 112(1), p. 108–118, 2002.
- [39] A. Noullez, G. Wallace, W. Lempert, R. B. Miles, et U. Frisch. Transverse velocity increments in turbulent flow using the RELIEF technique. *Journal of Fluid Mechanics*, 339, p. 287–307, 1997.
- [40] A. M. Obukhov. Some specific features of atmospheric turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 13, p. 77, 1962.
- [41] B. Oesterlé et L. I. Zaichik. On lagrangian time scales and particle dispersion modeling in equilibrium turbulent shear flows. *Physics of Fluids*, 16(9), p. 3374–3384, 2004.
- [42] A. V. Oppenheim et R. W. Schaffer. *Digital signal processing*. Prentice Hall, 1975.
- [43] A. Papoulis et S. U. Pillai. *Probability, random variables and stochastic processes*. Mac-Graw Hill, 4 édition, 2002.
- [44] G. Parisi et U. Frisch. On the singularity structure of fully developed turbulence. In *Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics*, page 84. North-Holland, 1985.
- [45] S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [46] C. Poulain. *Turbulence dans l'espace de Fourier : mesures de vorticit   par diffusion acoustique*. Thèse de doctorat, Universit   Grenoble 1, 2003.
- [47] S. ren Ott et J. Mann. An experimental investigation of the relative diffusion of particle pairs in three-dimensional turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 422, p. 207–223, 2000.
- [48] O. Reynolds. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct of sinuous, and the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 186, p. 123–161, 1883.
- [49] L. F. Richardson. *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge University Press, 1922.
- [50] Y. Sato et K. Yamamoto. Lagrangian measurement of fluid-particle motion in an isotropic turbulent field. *Journal of Fluid Mechanics*, 175, p. 183–199, 1987.
- [51] B. L. Sawford. Reynolds number effects in lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. *Physics of Fluids A*, 3(6), p. 1577–1586, 1991.
- [52] H. Sell. Eine neue kapazitive methode zur umwandlung mechanischer schwingungen in elektrische und umgekehrt. *Zeitschrift f  r Technische Physik*, pages 3–10, 1937.
- [53] Z.-S. She et E. Lévêque. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 72(3), p. 336–339, 1994.
- [54] D. J. Shlien et S. Corrsin. A measurement of lagrangian velocity autocorrelation in approximately isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(2), p. 255–271, 1974.
- [55] W. H. Snyder et J. L. Lumley. Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in a turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 48, p. 41, 1971.

- [56] H. Tennekes et J. L. Lumley. *A first course in turbulence*. MIT press, 1992.
- [57] A. A. Townsend. The diffusion behind a line source in homogeneous turbulence. *Proceedings of the royal society of London A*, 224(487), 1954.
- [58] H. Überall. Acoustics of shells. *Acoustical Physics*, 47(2), p. 115–139, 2001.
- [59] M. S. Uberoi et S. Corrsin. Diffusion of heat from a line source in isotropic turbulence. Technical Report 1142, NACA, 1953.
- [60] M. Virant et T. Dracos. 3D PTV and its application on lagrangian motion. *Measurement science and technology*, 8, p. 1539–1552, 1997.
- [61] G. A. Voth, A. la Porta, A. M. Crawford, J. Alexander, et E. Bodenschatz. Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 469, p. 121–160, 2002.
- [62] G. A. Voth, A. L. Porta, A. M. Crawford, E. Bodenschatz, C. Ward, et J. Alexander. A silicon strip detector system for high resolution particle tracking in turbulence. *Review of scientific instruments*, 72(12), p. 4348–4353, 2001.
- [63] I. Wygnanski et H. Fiedler. Some measurements in the self-preserving jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 38(3), p. 577–612, 1969.
- [64] P. K. Yeung. Lagrangian characteristics of turbulence and scalar transport in direct numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 428, p. 241–274, 2001.
- [65] P. K. Yeung. Lagrangian investigations of turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34, p. 115–142, 2002.
- [66] P. K. Yeung et S. B. Pope. Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 207, p. 531–586, 1989.

Titre : Mesure acoustique de vitesse lagrangienne dans un jet d'air turbulent

Résumé : Le but de cette thèse est l'étude expérimentale de la turbulence dans un jet d'air du point de vue lagrangien. Le repérage des particules fluides a été fait à l'aide de bulles de savon de diamètre millimétrique, gonflées à l'hélium pour que leur densité soit celle de l'air. Un système de mesure original, basé sur l'effet Doppler acoustique, a permis de mesurer simultanément les trois composantes du vecteur vitesse des bulles. La dynamique temporelle et spatiale utile donne accès à l'essentiel de la gamme inertielle. Les composantes de vitesse ont des densités de probabilité gaussiennes, et sont statistiquement indépendantes entre elles. Les autocorrélations ont des formes très proches d'une exponentielle. Les deux composantes transverses sont indiscernables, mais différent de la composante longitudinale. L'utilisation d'un écoulement avec une vitesse moyenne a autorisé la mesure simultanée de vitesses eulériennes. Les densités de probabilité des vitesses lagrangienne et eulérienne ont été trouvées très proches. Le temps intégral est plus faible dans le cas eulérien, à position dans le jet donnée. L'intermittence, mesurée par le facteur d'aplatissement des incréments de vitesse, est plus prononcée dans le cas lagrangien, avec un domaine inertiel plus restreint. D'autre part, une intercorrélation significative existe entre les composantes longitudinales de vitesse lagrangienne et eulérienne, mais pas entre composantes transverse et longitudinale. Ceci suggère que le mécanisme sous-jacent a une origine non purement scalaire.

Mots-clés : Mesures acoustiques, Mesures lagrangiennes, Turbulence, Incréments, Intermittence, Corrélations, Mesures eulériennes

Title : Acoustical Lagrangian velocity measurement in a turbulent air jet

Abstract : The aim of this work is the experimental study of turbulence in an air jet from the lagrangian viewpoint. Fluid particle tracking is achieved by injection of small helium-filled soap bubbles, density-matched with air. The three components of the bubble velocity vector have been measured by a new measurement method, based on the acoustical Doppler effect. A substantial part of the inertial range is resolved. Velocity components have gaussian density probability functions, and are statistically independent with one another. Velocity autocorrelation are well fitted by an exponential function. Transverse components are indistinguishable, but differ from the longitudinal one. As a jet has a mean velocity, simultaneous hot-wire measurement were possible. Lagrangian and Eulerian velocity probability density functions are very close to each other. Integral time scale is shorter for the eulerian case, for a given location in the flow. Intermittency is more pronounced in the Lagrangian case, with a smaller inertial range. A significant cross-correlation between Lagrangian and Eulerian longitudinal velocities has been found. No correlation exists between transverse Lagrangian and longitudinal Eulerian components. This suggests that a proper modeling of this phenomenon is likely to be non purely scalar.

Keywords : Acoustical measurement, Lagrangian measurement, Turbulence, Increments, Intermittency, Correlation, Eulerian measurement



Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels
BP 53 – 38041 Grenoble Cedex 9