

THESE DE DOCTORAT

EN  
DYNAMIQUE DES SYSTEMES  
GRAVITATIONNELS  
Spécialité : Géodésie spatiale

présentée par  
Karine LE BAIL

# **Etude statistique de la stabilité des stations de géodésie spatiale - Application à DORIS -**

Soutenue à l'Observatoire de Paris le 10 décembre 2004  
devant le jury composé de :

Bougeard Mireille	:	Examineur
Créaux Jean-François	:	Rapporteur
Exertier Pierre	:	Président du jury
Feissel-Vernier Martine	:	Directrice de la thèse
Hugentobler Urs	:	Examineur
Tavella Patrizia	:	Rapporteur

Travaux effectués au Laboratoire de REcherche en Géodésie (LAREG)  
de l'Institut Géographique National (IGN)  
ENSG/LAREG - IGN - 6/8 Avenue Blaise Pascal - Champs Sur Marne  
77 455 Marne La Vallée Cedex 2 - FRANCE



# Remerciements

*“L’individu n’est rien s’il ne fait pas partie d’un tout.”*  
*Philosophe chinois*

Ce travail a bénéficié d’une multitude de collaborations. Je ne peux remercier nommément tous ceux qui m’ont informée, encouragée et soutenue dans les différents laboratoires qui m’ont accueillie.

A Berne,

Merci à l’équipe de l’Astronomical Institute of the University of Berne, Gerhard Beutler pour avoir accepté de s’engager dans une collaboration pour l’implémentation de la fonction de mesure DORIS dans le logiciel de Berne, et Urs Hugentobler pour son encadrement de grande valeur.

Un grand merci tout particulier à une dame d’exception, Madame Luthi, pour m’avoir apporté paix et sécurité dans une ville que je ne connaissais pas.

A Toulouse,

Au CNES, merci à Gilles Tavernier, Jean-Paul Berthias et Alfred PiuZZi et à tous ceux qui ont répondu à mes questionnements sur le système DORIS, à Sophie Coutin-Faye pour m’avoir procuré le temps supplémentaire nécessaire à l’achèvement de cet épisode de recherche.

A CLS, merci à Jean-Jacques Valette et Laurent Soudarin pour leur intérêt constant et leur aide.

Au LEGOS, merci à Jean-François Crétaux pour son regard sur DORIS et pour avoir accepté d’être rapporteur sur ce mémoire.

A Grasse,

Merci à l’anciennement CERGA, maintenant GEMINI, Pierre Exertier et toute sa fine équipe.

A Marne La Vallée,

A mon laboratoire d’accueil, le LAREG, merci à Pascal Willis qui a été le premier à me proposer un sujet de recherche sur DORIS, à Michel Kasser et Olivier Jamet pour résoudre tous les problèmes, à Zuheir Altamimi pour des discussions serrées, et tout particulièrement un grand merci à Christiane Guérin pour son soutien amical tout autant qu’administratif.

Ailleurs...

Merci à Mireille Bougeard pour l’ouverture apportée sur le monde des statistiques.

Merci à Patrizia Tavella d’avoir accepté de partager certaines de mes interrogations et d’être rapporteur sur ce mémoire.

Martine Feissel-Vernier a su effacer mes doutes et me proposer des idées nouvelles et originales. Elle m'a ouvert les portes sur plusieurs communautés d'horizons différents et surtout elle a cru en moi. Je tiens à l'en remercier vivement.

Merci à ma famille et à ma belle-famille pour m'avoir portée (et supportée) sur cette route parsemée d'embûches.

Tout particulièrement, à mes parents et à mon frère qui m'ont poussée depuis mes treize ans à poursuivre mon rêve et à faire face aux pronostics décourageants qui m'étaient régulièrement prodigués.

Et enfin, à ceux qui sont et qui font ma vie présente : Cyril, merci beaucoup d'avoir endossé une très lourde part des responsabilités pour que je puisse aller jusqu'au bout. Sans ça, je n'en serais pas là et je te dois beaucoup. Julie et Anaïs, mes filles dont je suis si fière, je vous dédie ce travail pour lequel je vous ai parfois délaissées. Je vous aime, simplement.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>2</b>
<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>I Géodésie spatiale : contexte général</b>	<b>10</b>
<b>1 Les différents dispositifs de la géodésie spatiale</b>	<b>13</b>
1.1 VLBI - Very Long Baseline Interferometry . . . . .	13
1.2 LLR/SLR - Lunar Laser Ranging/Satellite Laser Ranging . . . . .	14
1.3 Systèmes de navigation . . . . .	15
1.3.1 GPS - Global Positioning System . . . . .	15
1.3.2 GLONASS - GLObal NAVigation Satellite System . . . . .	15
1.3.3 GALILEO . . . . .	15
1.4 Mesures Doppler - DORIS . . . . .	16
<b>2 Systèmes et Repères de Référence</b>	<b>17</b>
2.1 Systèmes de référence . . . . .	17
2.2 Les systèmes conventionnels de la géodésie spatiale . . . . .	18
2.3 Le repère de référence terrestre international (ITRF) . . . . .	19
2.4 La transformation entre deux repères terrestres . . . . .	20
2.5 Systèmes de coordonnées cartésien, géocentrique, repères global et local . . . . .	21
<b>3 Traitement des mesures satellitaires</b>	<b>25</b>
3.1 Principe général . . . . .	25
3.1.1 L'inconnue position du satellite : $\bar{x}(t_i)$ . . . . .	26
3.1.2 L'inconnue position de la station au sol : $\bar{X}(t_i)$ . . . . .	26
3.1.3 Les paramètres $p_{atm}, p_{techno}$ . . . . .	28
3.1.4 Mise en référence des séries temporelles de coordonnées de stations . . . . .	29
3.2 Ordres de grandeur des principaux effets géophysiques observés . . . . .	29

<b>II</b>	<b>DORIS et le logiciel de Berne</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>Le système DORIS</b>	<b>34</b>
4.1	Bref historique . . . . .	34
4.2	Description du système . . . . .	35
4.2.1	Les émetteurs DORIS . . . . .	36
4.2.2	Les récepteurs DORIS . . . . .	43
4.2.3	Les applications de DORIS . . . . .	49
4.2.4	La communauté DORIS et l'IDS (International DORIS Service)	51
4.2.5	Evolution du système . . . . .	53
4.3	Traitements DORIS . . . . .	54
4.3.1	Les observables DORIS . . . . .	54
4.3.2	La fonction de mesure DORIS . . . . .	57
4.3.3	Les modèles appliqués à l'analyse des mesures DORIS . . . . .	61
4.3.4	Mise à disposition des mesures et produits DORIS . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Modélisation de la fonction de mesure DORIS dans le logiciel de traitement GPS de l'université de Berne</b>	<b>66</b>
5.1	Le "Bernese GPS Software" (d'après les cours dispensés à l'AIUB [96])	67
5.1.1	Présentation . . . . .	67
5.1.2	L'observable GPS . . . . .	68
5.1.3	Les étapes du traitement par le logiciel version 4.2 . . . . .	69
5.1.4	Les nouvelles fonctionnalités de la version 5.0 du logiciel . . . . .	74
5.2	Implémentation DORIS . . . . .	75
5.2.1	Les fichiers d'interface . . . . .	76
5.2.2	Modélisation de l'orbite . . . . .	76
5.2.3	Accès à la fonction de mesures DORIS . . . . .	78
5.2.4	Traitement de la fonction de mesure (modifications du programme d'estimation GPSEST) . . . . .	80
5.3	L'adaptation du Bernese au traitement des mesures DORIS : synthèse et réflexions . . . . .	82
5.3.1	Résumé du travail . . . . .	82
5.3.2	Réflexions sur le travail effectué à Berne . . . . .	84
<b>III</b>	<b>L'analyse de séries temporelles de coordonnées de stations de géodésie spatiale</b>	<b>86</b>
<b>6</b>	<b>Problématique</b>	<b>88</b>
6.1	Introduction . . . . .	88
6.2	Les méthodes classiques d'analyse des séries temporelles . . . . .	89
6.2.1	Les statistiques descriptives . . . . .	89
6.2.2	Etude statistique du "signal" . . . . .	90
6.2.3	Etude statistique du "bruit" . . . . .	91
6.3	État des recherches actuelles . . . . .	92

<b>7</b>	<b>Méthodologie</b>	<b>94</b>
7.1	La variance d'Allan . . . . .	94
7.1.1	Définitions . . . . .	94
7.1.2	Analogie avec la densité spectrale : détermination du type de bruit . . . . .	97
7.1.3	Établissement d'une méthode de diagnostic par simulations .	101
7.1.4	La méthode du tricolore . . . . .	104
7.2	L'analyse en composantes principales . . . . .	106
<b>8</b>	<b>Une nouvelle méthode d'analyse de séries temporelles 3D corrélées</b>	<b>109</b>
8.1	La méthode d'analyse proposée . . . . .	110
8.1.1	Analyse géodésique . . . . .	110
8.1.2	Analyse du signal . . . . .	112
8.2	Application de l'algorithme complet . . . . .	112
8.2.1	Analyse directe par la variance d'Allan . . . . .	113
8.2.2	Analyse géodésique . . . . .	113
8.2.3	Analyse du signal . . . . .	116
8.2.4	Apport de la méthode d'analyse proposée . . . . .	119
8.3	Application partielle de l'algorithme . . . . .	121
<b>IV</b>	<b>Analyses et diagnostics</b>	<b>124</b>
<b>9</b>	<b>Application de l'algorithme complet à un ensemble de stations GPS</b>	<b>126</b>
9.1	Les données . . . . .	126
9.2	Analyse du signal et diagnostic . . . . .	129
9.2.1	Etude de seize stations GPS . . . . .	129
9.2.2	Comparaison des trois estimations de la variance d'Allan . . .	134
<b>10</b>	<b>Application partielle de l'algorithme : analyse de séries temporelles de coordonnées tridimensionnelles de quinze sites GPS et DORIS du réseau de co-localisation</b>	<b>139</b>
10.1	Les données . . . . .	139
10.2	Analyse du signal et diagnostics . . . . .	143
10.2.1	Etude de quinze sites en co-localisation DORIS-GPS . . . . .	143
10.2.2	Comparaison des deux estimations de la variance d'Allan . .	148
	<b>Conclusion</b>	<b>152</b>
<b>V</b>	<b>ANNEXES</b>	<b>156</b>
<b>A</b>	<b>Description de formats de fichiers d'échange des mesures de géodésie spatiale</b>	<b>158</b>
A.1	Le format RINEX . . . . .	158
A.2	Le format d'échange des mesures DORIS : les fichiers de l'IDS . . . .	158

<b>B Exemples de fichiers DORIS pour le logiciel de Berne</b>	<b>164</b>
B.1 Exemple de fichiers DORIS de comptage de cycles . . . . .	164
B.2 Exemples de fichiers DORIS simulés par le logiciel de Berne . . . . .	165
B.2.1 Comptage de cycles . . . . .	165
B.2.2 Code . . . . .	167
B.2.3 Phase . . . . .	168
<b>C Traitement de manœuvres avec le Bernese : exemple pour Topex/Poséidon, journée du 1er décembre 1998</b>	<b>170</b>
C.1 Données . . . . .	170
C.2 Traitement des manœuvres . . . . .	172
C.3 Comparaison des performances des programmes SORBBDT et ORB-GEN . . . . .	176
C.4 Conclusion . . . . .	176
<b>D Evaluation de la qualité des séries temporelles de mesures : signal et bruit - Le Bail 2004 [52]</b>	<b>180</b>
<b>E Simulations avec la variance d'Allan</b>	<b>192</b>
E.1 Représentation graphique des processus stochastiques usuels . . . . .	192
E.2 Représentation graphique d'un bruit avec accidents (points aberrants, sauts, multiplication par un scalaire, ajout d'un biais indépendant du temps) . . . . .	195
E.3 Représentation graphique d'un signal auquel on ajoute une combinaison de bruits . . . . .	197
<b>F Time stability of DORIS and GPS Terrestrial Reference Frames - Le Bail et Feissel-Vernier 2004 [53]</b>	<b>202</b>
<b>G Application de la nouvelle méthode proposée. Graphiques intermédiaires</b>	<b>208</b>
<b>H Analyse de séries GPS et DORIS. Graphiques intermédiaires</b>	<b>214</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>234</b>
<b>Table des figures</b>	<b>242</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>247</b>

# Introduction

Les développements de la géodésie spatiale ont permis l'établissement de réseaux mondiaux observant en permanence des constellations de satellites. DORIS (Détermination d'Orbite et Radio positionnement Intégré sur Satellite) est l'un de ces systèmes permanents, aux côtés du Global Positioning System (GPS) et de la télémétrie laser sur satellite (SLR). La richesse des mesures collectées par ces systèmes permet aujourd'hui de représenter le déplacement des stations au sol sous forme de séries temporelles de coordonnées, ceci depuis 1992 environ. Au delà de la modélisation déterministe habituelle des phénomènes géophysiques, un nouveau domaine de recherche en géodésie s'est ouvert il y a quelques années, visant à la validation et à l'interprétation de ces séries temporelles. Il s'agit surtout de détecter et qualifier les mouvements se différenciant de la dérive linéaire due au déplacement des plaques tectoniques. Les interprétations se développent dans plusieurs directions : phénomènes géophysiques locaux, effet d'erreurs de modélisation dans l'analyse, nature du bruit de mesures, stabilité du référentiel que l'on peut définir à partir de ces séries de coordonnées.

Ce domaine de recherche est actuellement dans une phase de développement de méthodes d'analyse adaptées aux conditions de cette nouvelle géodésie à quatre dimensions, en s'appuyant souvent sur des méthodes déjà développées dans d'autres disciplines. Le travail présenté ici, à partir de séries temporelles de coordonnées de stations DORIS et GPS, est une contribution à ces développements méthodologiques.

Dans une première partie, nous posons le contexte général. Nous présentons les différentes techniques de la géodésie spatiale. Puis nous donnons quelques notions sur les systèmes et repères de référence. Enfin, un troisième chapitre indique le traitement des mesures satellitaires pour l'élaboration de séries temporelles de coordonnées de station.

Dans la deuxième partie du mémoire, on étudie la génération des séries temporelles de coordonnées de stations dans le cadre de la participation à l'extension du logiciel de traitement GPS de l'Université de Berne au traitement des mesures DORIS.

Dans la troisième partie, nous exposons la problématique et les méthodes actuelles pour la résoudre, puis les outils utilisés dans notre étude : la variance d'Allan, permettant de qualifier le spectre des mouvements de station non linéaires et des erreurs de mesure, méthode classique de la métrologie du temps, et l'Analyse en Composantes Principales. Dans le dernier chapitre, nous développons une méthodologie originale adaptée à une variable multivariée corrélée.

La quatrième et dernière partie présente deux applications de la méthode. Dans

un premier temps, on utilise des séries temporelles de coordonnées  $(X, Y, Z)$  avec leur matrice de variance-covariance a priori, pour une sélection de seize stations GPS. Ensuite, nous faisons une comparaison entre le contenu des séries temporelles de coordonnées DORIS et GPS à partir de séries de résidus  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  sans matrice de variance-covariance a priori, pour un ensemble de quinze sites. Ces deux applications de la méthode aux données disponibles permettent de différencier d'une part les stations, d'autre part les systèmes DORIS et GPS, par leurs signatures spectrales.

**Première partie**

**Géodésie spatiale : contexte  
général**





"La géodésie est la science de la Mesure et de la Représentation de la surface de la Terre", Helmert, 1880.

Dans le dictionnaire, de multiples définitions plus précises peuvent se trouver : la géodésie est l'étude et la réalisation de la géométrie globale et locale de l'espace voisin de la Terre ou d'autres corps célestes similaires et dans lequel s'exerce l'activité humaine.

Les travaux géodésiques apparaissent très tôt dans l'histoire. Un nivellement du tunnel Samos est fait en 525 avant JC. Aristote fait des calculs de pesanteur et de sphéricité de la Terre en 584 avant JC. La première carte du monde date de 500 avant JC, elle est réalisée par Hecate de Milet. Le principe de base de la triangulation apparaît au début du 16ème siècle et est suivie par la triangulation moderne. Au début du 17ème siècle, les expéditions de l'Académie des Sciences se succèdent pour faire des relevés et mesures géodésiques.

La géodésie spatiale fait son apparition en 1958. Elle a pour objectif la détermination de la forme de la Terre et la mesure de ses dimensions par l'étude du mouvement d'objets extraterrestres (satellites gravitant autour de la Terre, radiosources extragalactiques).

Elle permet la détermination des éléments suivants :

- des modèles de forces gravitationnelles agissant sur les satellites ;
- du positionnement dit absolu, d'une station d'observation au sol dans un système de référence bien défini, sous forme d'un ensemble position et vitesse ou de séries temporelles ;
- du positionnement dit relatif, d'une station d'observation au sol par rapport aux autres stations terrestre ;
- d'orbite de satellites artificiels ou de la Lune avec modèles de forces agissant dessus ;
- des positions de radiosources extragalactiques ;
- des paramètres de rotation de la Terre ;
- des modèles de forces dissipatives agissant sur les satellites, d'origine solaire ou atmosphérique ;
- des paramètres de modèles tels que le Contenu Électronique Total (CET) dans l'ionosphère, la partie supérieure de l'atmosphère, ou le contenu en vapeur d'eau de la troposphère.

Comparée à la géodésie terrestre, la géodésie spatiale a un grand avantage : il est possible de s'affranchir de la condition d'intervisibilité entre sites de mesure, ce qui permet de considérer des réseaux d'observation intercontinentaux.

Dans la suite, nous allons donner et expliquer brièvement les différents systèmes de la géodésie spatiale. Puis, pour les systèmes dépendant de l'étude de satellites artificiels, nous discuterons des différents paramètres à estimer (problème d'estimation ou problème inverse).

# Chapitre 1

## Les différents dispositifs de la géodésie spatiale

### 1.1 VLBI - Very Long Baseline Interferometry

L'interférométrie à très longue base (VLBI) permet d'observer des radiosources extragalactiques tels que quasars ou noyaux actifs de galaxie, par observation d'ondes dans le domaine radioélectrique.

Son principe est le suivant. Deux antennes de radioastronomie observent une même radiosource et mesurent son signal radioélectrique en fonction du temps. Or, l'onde d'une source n'atteint pas l'antenne (1) au même instant que l'antenne (2) (voir figure 1.1). Ce décalage, appelé retard, est estimé en effectuant la corrélation entre les deux signaux enregistrés. La réalisation de sessions de 24h sur un

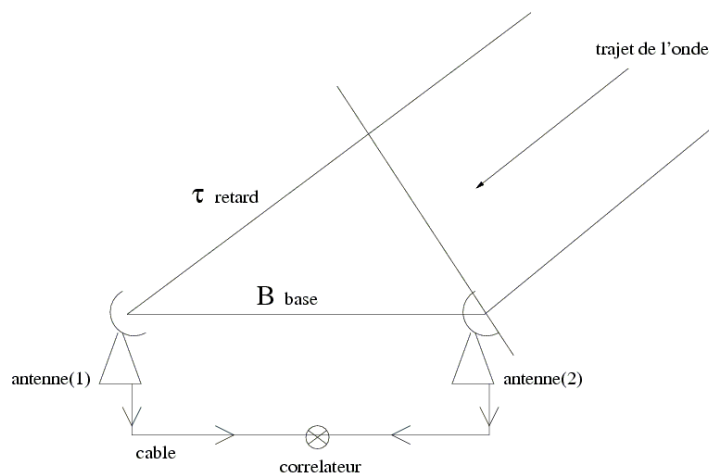


FIG. 1.1 – Principe de l'interférométrie à très longue base - VLBI

réseau intercontinental de 4 à 8 stations permet de déterminer l'orientation de la

Terre ainsi que les coordonnées des radiosources et des stations.

Le VLBI est utilisé en astrométrie pour étudier les radiosources extragalactiques, et en géodésie pour étudier le mouvement des stations d'observation (avec une précision de 3-5 mm) et leurs vitesses (à 1 mm/an près), et l'orientation de la Terre (avec une précision de 0,2 mas - milli arc second - pour le pôle terrestre, le temps universel et la précession-nutation (Feissel 2003 Forcalquier, [http://lareg.ensg.ign.fr/AGRET/Forcalquier03/MFV\\_vlbi.pdf](http://lareg.ensg.ign.fr/AGRET/Forcalquier03/MFV_vlbi.pdf))).

## 1.2 LLR/SLR - Lunar Laser Ranging/Satellite Laser Ranging

La télémétrie laser consiste à mesurer le temps de trajet aller-retour d'une impulsion de rayonnement laser entre une station de télémétrie au sol et un satellite en vol (Lune ou satellites artificiels), chaque satellite observé étant équipé de rétro-reflecteurs qui renvoient le rayon incident dans la direction d'émission (figure 1.2).



FIG. 1.2 – La technique SLR - A droite : tir sur un satellite à la station de Grasse, France (source : OCA). A gauche : le satellite Stella du CNES (source : CNES)

Les satellites artificiels ont des altitudes qui varient entre 800 km (Stella, Starlette) et 6000 km (LAGEOS-1 et LAGEOS-2) ou 20000km (ETALON), ce qui permet la détermination précise du champ de gravité et de son évolution. En positionnement absolu des stations de télémétrie au sol, la télémétrie laser atteint une précision de l'ordre de 2 à 14 mm pour la technique laser sur satellite artificiel, et de l'ordre de 5 cm pour la technique laser sur la Lune (Altamimi et al. 2002 [4]).

Cette technique est très sensible aux conditions météorologiques puisque le faisceau laser ne traverse pas les épaisses couches de nuages.

## 1.3 Systèmes de navigation

Les trois systèmes suivants font partie du GNSS (Global Navigation Satellite System). Ils fonctionnent à partir de caractéristiques équivalentes : une constellation de 24 (GPS/GLONASS) à 30 satellites (GALILEO) gravitant autour de la Terre à une altitude de 20000 (GPS/GLONASS) à 23600 km (GALILEO). Ces satellites émettent un signal radioélectrique bi-fréquence ou tri-fréquence que les stations au sol reçoivent. Le nombre de satellites étant important (24 dans le cas de GPS et de GLONASS) et leur répartition homogène, chaque point à la surface de la Terre est en vue d'au moins quatre satellites simultanément à chaque instant. Les mesures sont traitées en mode différentiel pour éliminer les erreurs communes à un même point.

### 1.3.1 GPS - Global Positioning System

Le GPS est un système militaire du département de la défense des Etats-Unis qui fonctionne depuis la fin des années 70. Son objectif est le positionnement en temps réel pour la navigation. Sa précision sur la position de stations permanentes est de l'ordre du mm (Altamimi et al. 2002 [4]), ce qui permet les applications telles que mouvements de la croûte terrestre, étude du C.E.T. (Contenu Électronique Total) pour les cartes de l'ionosphère, et calcul du retard troposphérique pour des prévisions en météorologie et en climatologie.

Depuis quelques années, des récepteurs GPS ont été embarqués sur des satellites à basse altitude (dont Jason1 qui porte aussi le système DORIS) pour permettre le positionnement en trois dimensions du satellite avec une précision centimétrique.

### 1.3.2 GLONASS - GLObal NAVigation Satellite System

Ce système est l'équivalent russe du GPS. Les premiers satellites ont été lancés au début des années 80. Mais la constellation complète n'est pas entièrement déployée puisqu'elle ne contient pas 24 satellites.

### 1.3.3 GALILEO

GALILEO est le programme européen de radionavigation par satellites. La phase de développement et de validation est en cours, la phase d'exploitation commerciale devant débuter en 2010.

Le degré de précision attendue est du même ordre que celui du GPS. Ce système sera hautement fiable. C'est un système à l'usage libre, c'est à dire accessible par n'importe quelle personne munie du matériel adéquat. Toutefois, la précision dépendra du coût du matériel, faisant en sorte que la précision basique accessible ne sera pas du niveau du GPS actuel. Les créneaux de GALILEO seront alors militaires et aviation civile.

## 1.4 Mesures Doppler - DORIS

DORIS (Détermination d'Orbites et Radiopositionnement Intégrés sur Satellites en français ou Doppler Orbitography and Radio-positioning Integrated from Satellite en anglais) est un système basé sur la mesure du décalage en fréquence d'un signal radioélectrique émis par une station au sol et reçue par un satellite en vol, par l'effet Doppler. Tout comme GPS, c'est un système bi-fréquence.

Son objectif est la mesure précise d'orbites de satellites (la précision est de 0.1 mm/s sur la composante radiale de la vitesse du satellite, ce qui permet la détermination des orbites avec une précision de quelques centimètres). Mais il est étendu aussi au positionnement qu'il donne avec une précision de l'ordre du centimètre sur les coordonnées de stations au sol.

Ce système sera plus précisément décrit dans le chapitre 4.

## Chapitre 2

# Systemes et Repères de Référence

### 2.1 Systemes de référence

A partir du moment où l'on veut étudier le mouvement d'un objet dans l'espace, il est nécessaire de définir une référence. Celle-ci permettra de placer cet objet par rapport aux autres, de quantifier et de qualifier son mouvement. Le système de référence est réalisé à l'aide d'objets de référence qui dépendent de la technique d'observation.

L'élaboration d'un système de référence, de sa conception jusqu'à sa matérialisation peut être présentée selon un procédé structuré en cinq grandes étapes (Kovalevsky [85]) :

- **Conception : le système de référence idéal.** Le système de référence doit vérifier une propriété générale donnée ;
- **Choix d'une structure physique : système de référence.** On choisit l'ensemble physique sur lequel on fait porter la définition idéale ;
- **Modélisation de la structure : système de référence conventionnel.** On sélectionne le ou les modèles pour représenter les propriétés physiques de la structure en fonction du temps ;
- **Matérialisation du système : repère de référence conventionnel ou primaire.** Les modèles intervenant précédemment appliqués aux observations du système matériel choisi, permettent de définir un système d'axes de coordonnées décrivant quantitativement la position et le mouvement de points appartenant à l'ensemble physique ;
- **Extension du repère primaire : repère secondaire.** Il est en général nécessaire d'ajouter les positions d'autres familles d'objets pour des raisons pratiques (accessibilité aux méthodes d'observations différentes de celles ayant permis l'établissement du repère de référence conventionnel).

Nous décrivons dans ce qui suit les systèmes et repères de référence utilisés en géodésie spatiale, en nous inspirant de Sillard 1999 [80].

## 2.2 Les systèmes conventionnels de la géodésie spatiale

En géodésie spatiale, on étudie le mouvement de satellites en le modélisant par les lois de la dynamique relativiste. Pour cela, il est nécessaire de définir un système de référence inertiel qui s'appuie sur une structure physique composée d'un ensemble de radiosources extragalactiques : le système conventionnel inertiel. Les radiosources extragalactiques sont des objets lointains de l'univers qui n'ont pas de mouvement apparent détectable. Elles sont utilisées pour la construction du repère inertiel dans lequel l'orbite des satellites est calculée avec des modèles de forces. L'orientation dans l'espace est déterminé par le temps universel UT1, attaché à l'orientation sidérale de la Terre, et les phénomènes de précession et nutation qui perturbent la position du pôle céleste. Le temps UT1 n'est pas suffisamment stable pour fournir une échelle de temps de référence. On définit le temps universel coordonnées (UTC) comme étant décalé du TAI (temps atomique international) d'un nombre entier de secondes de sorte que  $|UTC - UT1| < 0,9s$ . L'échelle de temps TAI est la référence de temps pour les satellites de géodésie spatiale, il est obtenu par l'étude d'horloges atomiques de très grande précision.

Le système conventionnel inertiel est le système international de référence céleste (ICRS). Il est réalisé par la donnée des coordonnées équatoriales de 212 radiosources, calculées à partir des mesures d'interférométrie à très longue base (VLBI) (Fey et al. 2004 [32]).

Pour situer des points à la surface de la Terre, on définit un système terrestre conventionnel dont l'origine est le centre des masses de la Terre et suivant le mouvement de celle-ci.

A partir d'observations de géodésie spatiale telle que VLBI, LLR/SLR, GPS ou DORIS, on construit un repère de référence terrestre en suivant le schéma ci-après (Kovalevski et Mueller 1981 [46], McCarthy et Petit 2003 [58]) :

- Conception : dans le système, la croûte terrestre ne doit avoir ni translation, ni rotation, ni expansion. Par croûte terrestre, on entend l'ensemble des plaques tectoniques ;
- Choix de la structure : les stations d'observation de géodésie spatiale participant à des programmes globaux d'observation ;
- Modélisation : elle concerne en particulier les phénomènes géophysiques ou tectoniques qui affectent le mouvement des stations tels que les marées terrestres, la tectonique des plaques et les mouvements locaux ;
- Matérialisation : à partir d'observations des stations considérées, une analyse globale permet d'aboutir à la détermination de positions et champ de vitesses ;
- Extension : les réseaux régionaux sont rajoutés.

Soit un point M de l'espace dont les coordonnées sont  $(X_c, Y_c, Z_c)$  dans le repère inertiel. On écrit analytiquement les différents phénomènes de précession, nutation et rotation de la Terre sous forme de matrices : P est la matrice de rotation liée à la précession, N celle liée à la nutation et S celle à la rotation de la Terre (mouvement du pôle et temps sidéral). La relation de passage qui permet de déterminer les co-

ordonnées  $(X_t, Y_t, Z_t)$  de M dans le repère terrestre est :

$$\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{pmatrix} = SNP \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Les matrices N et P suivent un modèle décrit dans les conventions du Service International des systèmes de référence et de la Rotation Terrestre (IERS - International Earth Rotation and Reference Systems Service). La rotation de la Terre est observée quotidiennement et les matrices S correspondantes sont mises à disposition par l'IERS.

### 2.3 Le repère de référence terrestre international (ITRF)

Chaque technique de la géodésie spatiale réalise son propre repère de référence par le traitement des mesures en vue de déterminer les position et vitesse de chaque station d'observation. Pour les utilisateurs, il est important de disposer d'un repère de référence universel réalisant l'unification de ces repères propres à chaque technique. Pour cette raison, l'IUGG (International Union of Geophysics and Geodesy) et l'IAG (International Association of Geodesy) ont adopté un unique repère de référence terrestre : l'ITRS (International Terrestrial Reference System).

L'ITRF est défini à partir de conventions sur son origine qui est le centre des masses de la Terre entière (terres, océan et atmosphère), et sur son unité de longueur qui est le mètre (SI). De plus, l'échelle doit être cohérente avec le temps coordonnée géocentrique (TCG) en accord avec les résolutions de l'UAI (Union Astronomique Internationale) et l'IUGG (McCarthy 1992 [57]). Les techniques combinées sont VLBI, LLR/SLR, GPS et DORIS. L'ITRF s'appuie donc sur les forces de chacune des techniques.

Le premier repère de référence international établi sur ces bases date de 1984 (BTS84). Il rassemble à cette époque les solutions des systèmes VLBI, LLR/SLR, Doppler/TRANSIT (l'ancêtre de GPS). Sa réalisation incluait une partie des paramètres de rotation de la Terre (mouvement du pôle, et temps universel UT1). A partir de 1988, l'IERS, créé par l'IUGG et l'UAI, produit une série de huit autres réalisations de l'ITRS avec des améliorations qui prennent en compte le progrès des observations et des stratégies d'analyse.

La dernière réalisation en date de l'ITRS est l'ITRF2000 (Altamimi et al. 2002 [4]). Mentionnons deux particularités par rapport aux réalisations précédentes :

- les solutions individuelles combinées sont non contraintes ;
- la combinaison tient compte des covariances inhérentes aux solutions individuelles.

Son origine, définie par le centre des masses de la Terre, est déterminée par la technique du SLR et son échelle par les techniques du SLR et du VLBI. Son orientation est alignée à l'ITRF97 (la réalisation précédente) à l'époque 1997.0 et son évolution temporelle suit, conventionnellement, la condition de non rotation globale du modèle NNR-NUVEL1A. La définition est faite sur la base d'une sélection d'une



cinquantaine de sites de l’ITRF de haute qualité géométrique et observés par au moins deux techniques de géodésie spatiale. La densification du repère concerne l’Europe de l’Ouest et l’Amérique du Nord. La moitié des stations a une position estimée à mieux que le cm et le cinquième des sites a une vitesse estimée mieux que le mm/an. Le calcul de l’ITRF2000 inclut la considération du mouvement des plaques tectoniques. Pour les plaques suffisamment équipées de stations, il conduit à une détermination de leur mouvement qui est indépendante des modèles géologiques (Altamimi et al. 2002 [4]).

## 2.4 La transformation entre deux repères terrestres

Il est habituel de comparer deux repères entre eux. A partir d’un jeu de points dont on connaît les coordonnées dans les deux repères, on calcule sept paramètres de transformation (les paramètres d’Helmert) et leur dérivée temporelle. Ces paramètres sont les translations notées  $T_1, T_2$  et  $T_3$ , les rotations notées  $R_1, R_2$  et  $R_3$ , et le facteur d’échelle  $\Delta$ . On note  $\dot{T}_1, \dot{T}_2$  et  $\dot{T}_3, \dot{R}_1, \dot{R}_2$  et  $\dot{R}_3, \dot{\Delta}$  leurs dérivées temporelles respectives.

Considérons un point A de coordonnées  $X_1 = (x_1, y_1, z_1)^t$  dans le repère cartésien (1) et  $X_2 = (x_2, y_2, z_2)^t$  dans le repère cartésien (2). On a les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \dot{T}_3 \end{pmatrix} + \dot{\Delta} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\dot{R}_3 & \dot{R}_2 \\ \dot{R}_3 & 0 & -\dot{R}_1 \\ -\dot{R}_2 & \dot{R}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Or, les rotations et le facteur d’échelle sont petits (de l’ordre de  $10^{-9}$  pour les rotations,  $10^{-6}$  pour le facteur d’échelle), et la vitesse des points peut atteindre 20 cm par an. Alors, les quatrième et sixième membres de droite de l’équation 2.3 sont négligeables. On peut ré-écrire cette équation sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \dot{T}_3 \end{pmatrix} + \dot{\Delta} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\dot{R}_3 & \dot{R}_2 \\ \dot{R}_3 & 0 & -\dot{R}_1 \\ -\dot{R}_2 & \dot{R}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

L’équation 2.4 est utilisée pour pouvoir mettre en référence des jeux de coordonnées, notamment avec le logiciel CATREF (Combination and Analysis of Terrestrial

Reference Frames). Ce logiciel a été développé au LAREG à partir de 1996 par Altamimi et al., pour calculer les réalisations successives du système de référence terrestre international (ITRS). Basé sur une estimation par moindres carrés, il a pour but de combiner des positions et vitesses en vue d'obtenir une solution unique dans un système bien déterminé. La mise en référence produit alors des fichiers SINEX (Solution (Software/technique) INdependent EXchange format). Sinex est un format d'échange de la géodésie spatiale qui a la propriété de comporter non seulement les résultats échangés mais aussi leurs matrices de variance-covariance a posteriori.

## 2.5 Systèmes de coordonnées cartésien, géocentrique, repères global et local

En géodésie spatiale, on exprime les coordonnées  $(X, Y, Z)$  d'un point M à la surface de Terre dans le repère de référence terrestre qui est un repère cartésien dont l'origine est le centre des masses de la Terre. Il est aussi possible d'exprimer ces coordonnées comme deux angles et une distance  $(\lambda, \phi, h)$  qui sont les longitude, latitude et hauteur. Le repère est dit géocentrique.

Or, les mouvements observés à la surface de la Terre étudiés par la géophysique sont ramenés à un repère local dont l'origine est un point de référence situé à la surface de la terre (par opposition avec le repère global dont l'origine est le centre des masses de la Terre). Les directions des trois axes du repère local sont l'Est et le Nord géographiques, et la verticale.

Dans ce paragraphe, nous donnons les définitions de chacun de ces repères, ainsi que les formules permettant le passage d'un repère à l'autre. Les notations sont tirées de Dufour 1999 [27].

Considérons M (figure 2.1) un point de coordonnées  $(X, Y, Z)$  dans le repère cartésien de référence tel que :

- l'origine O est le centre des masses de la Terre,
- l'axe Oz est parallèle à l'axe moyen de rotation,
- l'axe Ox est dans le plan passant en O et contenant un point origine Greenwich,
- l'axe Oy est perpendiculaire au plan xOz.

Exprimons ce point M dans le repère géographique. Notons  $(\lambda, \phi, h)$  ses coordonnées ( $\lambda$  est la longitude,  $\phi$  la latitude et  $h$  la hauteur de M au-dessus de l'ellipsoïde, c'est à dire que le projeté de M sur l'ellipsoïde de référence est  $M_0$  et  $h = MM_0$ ).

Le passage de  $(\lambda, \phi, h)$  à  $(X, Y, Z)$  est direct :

$$\begin{cases} X &= (N + h)\cos(\lambda)\cos(\phi) \\ Y &= (N + h)\sin(\lambda)\cos(\phi) \\ Z &= [N(1 - e^2) + h]\sin(\phi) \end{cases}$$

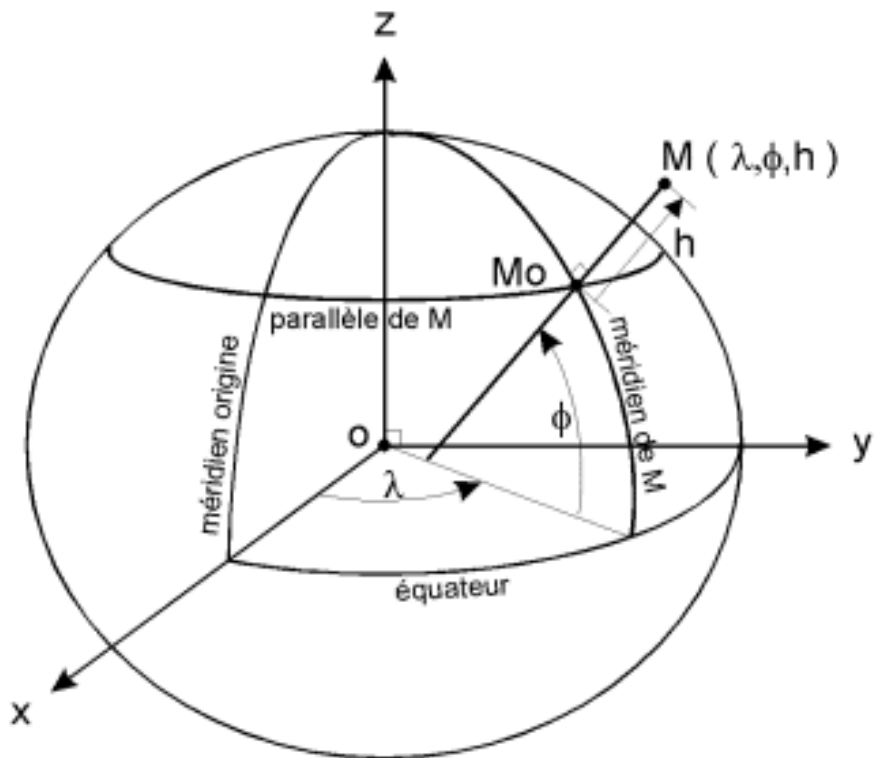


FIG. 2.1 – Repère géocentrique et repère cartésien (source : <http://www.ign.fr>)

où :

$e$  est l'excentricité de l'ellipsoïde considérée,

$N$  est la distance entre  $M$  et l'intersection de la droite passant par  $M$  et de vecteur directeur  $\vec{h}$  avec l'axe  $Oz$ .

Le problème est d'inverser ce système pour obtenir les coordonnées  $(\lambda, \phi, h)$  en fonction de  $(X, Y, Z)$ , puisque  $N$  est une fonction de  $\phi$  (le rayon d'un parallèle est  $r = N \cos \phi$ ). La méthode la plus utilisée est la méthode itérative. Or, il existe un processus direct (Bowring, 1985) qui donne un résultat numérique sensiblement identique :

On pose :

$$f = 1 - \sqrt{1 - e^2}, R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \text{ et}$$

$$\mu = \arctg\left[\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\left((1 - f) + \frac{e^2 a}{R}\right)\right].$$

Alors, on a la formule d'approximation :

$$\begin{cases} \lambda = \arctg\left[\frac{Y}{X}\right] \\ \phi = \arctg\left[\frac{Z(1-f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1-f)\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \cos^3 \mu}\right] \\ h = \sqrt{X^2 + Y^2} \times \cos \phi + Z_0 \sin \phi - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi} \end{cases}$$

où  $a$  est le demi grand axe de l'ellipse considérée.

A présent, nous voulons nous placer dans le repère local dont l'origine est le point  $M$ , et les axes directeurs sont l'Est, le Nord et la Verticale du point.

Connaissant la position  $(X_{M_s}, Y_{M_s}, Z_{M_s})$  d'un point  $M_s$  dans le repère global, cherchons ses coordonnées  $(dE_{M_s}, dN_{M_s}, dU_{M_s})$  dans le repère local d'origine  $M$ .

Il suffit de faire une translation et trois rotations.

Tout d'abord, on fait une translation pour ramener le point  $M_s$  au point  $M$  :

$$\begin{pmatrix} dE_1 \\ dN_1 \\ dU_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{M_s} - X \\ Y_{M_s} - Y \\ Z_{M_s} - Z \end{pmatrix}$$

Ensuite, on effectue une rotation d'angle  $\lambda$  autour du 3ème axe :

$$\begin{pmatrix} dE_2 \\ dN_2 \\ dU_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dE_1 \\ dN_1 \\ dU_1 \end{pmatrix}$$

Puis une rotation d'angle  $\frac{\pi}{2} - \phi$  autour du 2ème axe :

$$\begin{pmatrix} dE_3 \\ dN_3 \\ dU_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \phi & 0 & -\cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dE_2 \\ dN_2 \\ dU_2 \end{pmatrix}$$

A ce stade, on n'a plus qu'une rotation d'angle  $\frac{\pi}{2}$  autour du 3ème axe à faire et on obtient les coordonnées  $(dE_{M_s}, dN_{M_s}, dU_{M_s})$  que nous cherchions :

$$\begin{pmatrix} dE_{M_s} \\ dN_{M_s} \\ dU_{M_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dE_3 \\ dN_3 \\ dU_3 \end{pmatrix}$$

En multipliant les matrices de rotation entre elles, on a alors les coordonnées du point  $M_s$  :

$$\begin{pmatrix} dE_{M_s} \\ dN_{M_s} \\ dU_{M_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\sin\phi\cos\lambda & -\sin\phi\sin\lambda & \cos\phi \\ \cos\phi\cos\lambda & \cos\phi\sin\lambda & \sin\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{M_s} - X \\ Y_{M_s} - Y \\ Z_{M_s} - Z \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

La matrice  $\begin{pmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\sin\phi\cos\lambda & -\sin\phi\sin\lambda & \cos\phi \\ \cos\phi\cos\lambda & \cos\phi\sin\lambda & \sin\phi \end{pmatrix}$  est communément notée P.

# Chapitre 3

## Traitement des mesures satellitaires

### 3.1 Principe général

Le schéma 3.2 indique les différentes étapes du traitement de mesures satellitaires fondé sur le principe de la dynamique du satellite considéré (artificiel ou naturel) gravitant autour de la Terre. Nous resterons sur la description abstraite et sommaire de ces étapes. Rappelons que l'orbitographie nécessite le choix d'un vecteur d'état dans lequel des paramètres sont à estimer et d'autres considérés comme connus, tout en laissant le système inversible. C'est la notion d'"observabilité".

On se place dans la configuration suivante : un satellite est en orbite autour de la Terre, une station au sol l'observe (voir figure 3.1).

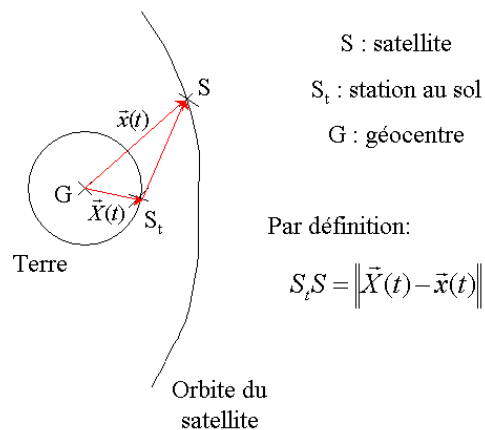


FIG. 3.1 – configuration des observations : positions satellite et station

Les équations d'observation décrivent ces mesures à la date  $t_i$  en fonction de la position  $\bar{x}(t_i)$  par rapport au géocentre du satellite dans le ciel au temps  $t_i$  et de la position  $\bar{X}(t_i)$  par rapport au géocentre de la station d'observation à  $t_i$ , et des paramètres atmosphériques ou technologiques. Une première phase est donc de déterminer ces paramètres que l'on relie par la formule :

$$mesures = f(\bar{X}(t_i), \bar{x}(t_i), t_i, p_{sol}, p_{atm}, p_{techno})_i + \epsilon$$

### 3.1.1 L'inconnue position du satellite : $\bar{x}(t_i)$

Le satellite gravite autour de la Terre. Les lois de la dynamique (généralement écrites sous la forme  $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ , où  $\vec{\gamma}$  est l'accélération et  $m$  la masse de l'objet considéré) agrémentées de perturbations, permettent le calcul de son orbite.

Une première étape est donc la modélisation du mouvement képlérien (attraction newtonienne avec perturbations). Les corrections à appliquer à ce modèle ([20]) sont de nature gravitationnelle (potentiel terrestre, marées terrestres, océaniques et atmosphériques, parties variables du champ de pesanteur terrestre telles que rebond post-glaciaire, problème du troisième corps appliqué à la Lune, le Soleil et les autres planètes du système solaire, correction relativiste), ou non-gravitationnelle (freinage du satellite, pression de radiation solaire directe et indirecte). D'autre part, la modélisation doit prendre en compte les équations de Lagrange (Zarrouati 1987 [94]).

On obtient alors un certain nombre de paramètres à estimer.

On résout le système par intégration numérique. Pour un pas donné  $t_r$ , on connaît la position  $x(t_r)$  du satellite, avec éventuellement sa vitesse instantanée  $\dot{x}(t_r)$ . On interpole au temps des mesures  $(t_i)_i$  et on considère l'arc d'orbite défini par  $(\bar{x}(t_i), \dot{\bar{x}}(t_i))_i$  qui décrit le mouvement du satellite.

### 3.1.2 L'inconnue position de la station au sol : $\bar{X}(t_i)$

La position de la station d'observation à une date  $t_i$  est exprimée dans un repère de référence terrestre noté TRF pour Terrestrial Reference Frame (voir chapitre 2 pour plus de détails) par la relation suivante :

$$\bar{X}_{t_i} = \bar{X}_0 + (t_i - t_0)\dot{\bar{X}} + N_{corr}$$

où

$\bar{X}_0$  est la position de la station dans le TRF à une date de référence  $t_0$ ,

$\dot{\bar{X}}$  la vitesse de la station dans le TRF à  $t_0$ ,

$\bar{X}(t_i)$  la position de la station à  $t_i$ ,

et  $N_{corr}$  les différentes corrections à apporter.

$\bar{X}_0$ ,  $t_0$  et  $\dot{\bar{X}}$  sont les données qui caractérisent le repère de référence adopté.

Le terme de corrections  $N_{corr}$  représente :

- le mouvement du pôle : en vertical, marée polaire, effets locaux ; en horizontal, coordonnées (u,v) du pôle ;

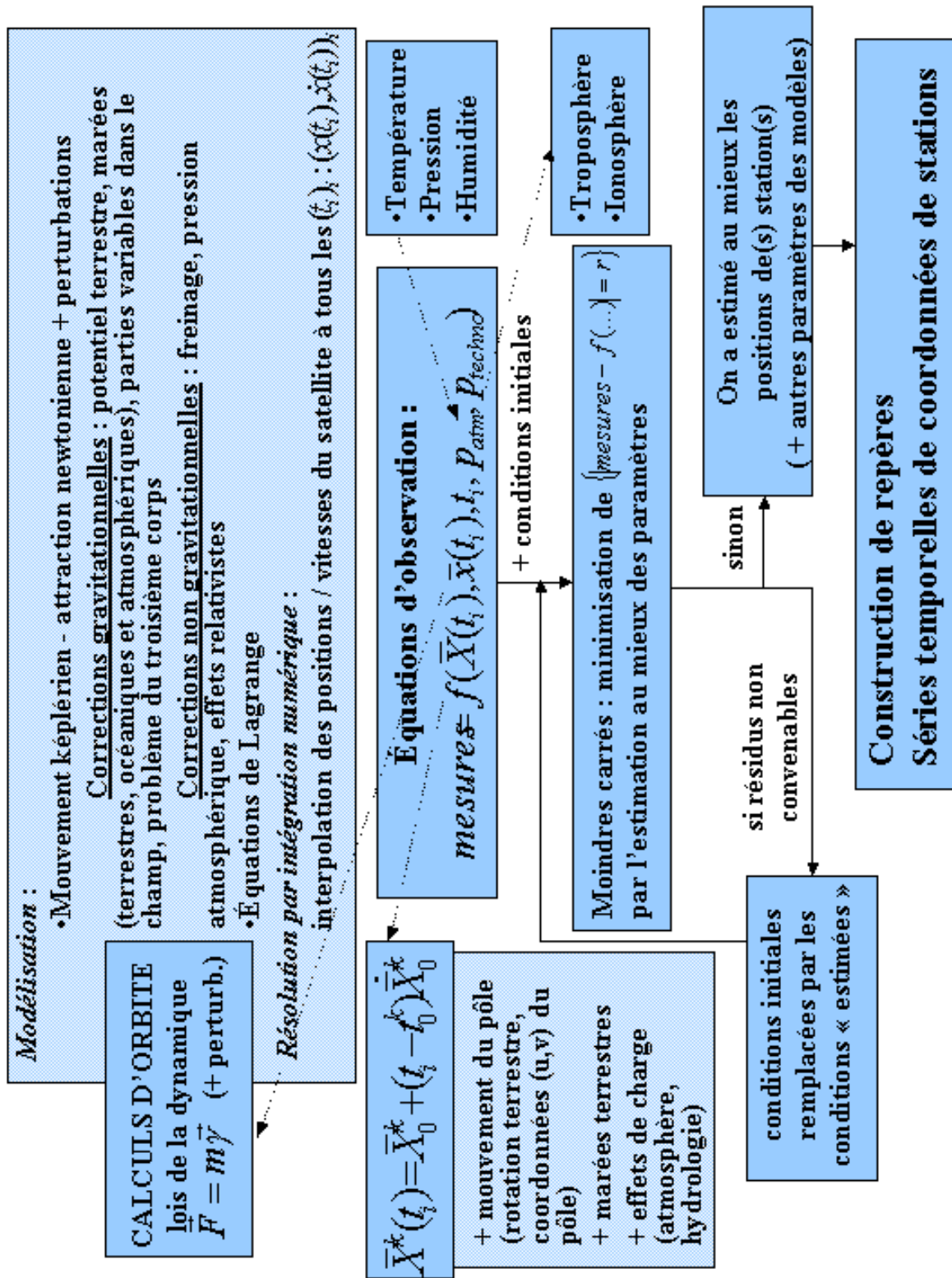


FIG. 3.2 – Principe général du traitement des mesures de géodésie spatiale



- les marées terrestres : l’hypothèse élastique définie par les nombres de Love et les corrections en fréquence (ondes de Wahr) ;
- les effets de charges : océan, atmosphère et hydrologie.

### 3.1.3 Les paramètres $p_{atm}$ , $p_{techno}$

Le paramètre  $p_{atm}$  dépend des conditions au sol de température, humidité et pression. Il prend en compte les effets de la traversée de l’onde radioélectrique dans l’atmosphère, où deux milieux génèrent des perturbations non négligeables. L’ionosphère est la couche se situant de 100 à 1000 km d’altitude. L’indice de réfraction de ce milieu est fonction du contenu électronique au point considéré et proportionnel à l’inverse du carré de la fréquence du signal. Cette dernière propriété permet d’éliminer le terme ionosphérique dans les calculs par combinaison linéaire d’observations à deux fréquences. La partie basse de l’atmosphère (jusque 15/20 km) est la troposphère, composée d’une composante sèche dont l’indice de réfraction est fonction de la pression atmosphérique, et d’une composante humide d’indice fonction de la pression en vapeur d’eau. Cette deuxième composante est difficile à prédire et rend le retard troposphérique difficile à traiter dans les calculs de géodésie spatiale.

Les paramètres  $p_{techno}$  prennent en compte des particularités instrumentales. Donnons l’exemple du décalage en fréquence dû à la mauvaise synchronisation des horloges, à leurs dérives ou à la variation du centre de phase de l’antenne. C’est un paramètre fondamental pour DORIS, son processus d’analyse est très important (synchronisation).

On écrit que les mesures effectuées sont fonction des paramètres que l’on vient d’expliciter :

$$mesures = f(\bar{X}(t_i), \bar{x}(t_i), t_i, p_{sol}, p_{atm}, p_{techno})_i + \epsilon$$

L’étape suivante est la résolution du système. On utilise la méthode des moindres carrés applicable pour résoudre un système qui a plus d’observations que d’inconnues. Cela revient à minimiser la somme des carrés des résidus  $r$  tels que

$r = (mesures - f(\bar{X}(t_i), \bar{x}(t_i), t_i, p_{sol}, p_{atm}, p_{techno})_i)$ , par l’estimation au mieux de tous les paramètres définis comme écarts à une valeur initiale.

Si les résidus  $r$  ne sont pas convenables, on réitère l’opération en remplaçant les conditions initiales par les conditions estimées, et ainsi de suite jusqu’à ce que les résidus soient satisfaisants.

Ainsi, on a estimé au mieux les positions de la station et des autres paramètres des modèles.

Notons que ce traitement est dit semi-dynamique puisqu’on considère que certains modèles de force ne sont pas entièrement connus et on estime en plus un nombre limité de paramètres. Le traitement décrit est dynamique (on estime les paramètres d’un système dynamique) ou semi-dynamique (on ajoute des paramètres stochastiques).

Le traitement cinématique se définit en posant que l'on ne connaît pas du tout les forces agissant sur le mouvement. On estime alors la trajectoire du satellite point par point en utilisant le fait que les systèmes utilisés permettent d'effectuer un nombre suffisant de mesures simultanées pour résoudre le problème d'estimation. Ceci n'est pas nécessaire ou intéressant pour GPS, ce n'est pas possible pour DORIS mais c'est utilisé pour les satellites à basse altitude portant des récepteurs GPS.

### **3.1.4 Mise en référence des séries temporelles de coordonnées de stations**

Le principe de traitement des mesures de géodésie spatiale s'applique plus généralement à un ensemble de stations d'observation et à plusieurs satellites. On obtient alors des positions de plusieurs stations au sol à différentes dates. Ces solutions sont écrites dans des fichiers SINEX les matrices de variance-covariance correspondant aux calculs pour une date donnée.

Le logiciel CATREF est un des logiciels qui permet d'exprimer ces positions de stations dans un même référentiel. Pour cela, le logiciel utilise les équations d'observation données dans le paragraphe 2.4, équations décrivant le passage d'un repère terrestre à l'autre. Il calcule alors à partir de chaque ensemble de positions de points dans un fichier SINEX, une solution combinée, c'est à dire une position à un instant donné et une vitesse pour chaque point dans un système de référence bien défini.

Pour exprimer chaque solution individuelle dans le repère de la solution combinée, on calcule alors les sept paramètres de transformation qui permettent de passer du repère de référence défini par la solution individuelle au repère de la solution combinée, puis on les applique aux positions de chaque station de la solution individuelle pour les exprimer dans le repère de référence de la solution combinée. On obtient alors des séries temporelles de positions de stations dans un même référentiel.

## **3.2 Ordres de grandeur des principaux effets géophysiques observés**

Certains des effets associés aux observations sont quantifiables a priori. Selon leur amplitude, il est indispensable de les prendre en compte. D'autres effets peuvent être étudiés en analysant les séries temporelles de coordonnées de station après résolution.

Les effets quantifiables sont (Valette 1992 [87]) :

- Rebond post-glaciaire : on observe des déplacements horizontaux dont la vitesse peut être jusque 2 cm par an ;
- Dérive des plaques tectoniques : déplacements horizontaux de 1 à 20 cm par an ;

- Aux frontières des plaques : les déplacements horizontaux et verticaux sont de l'ordre de 1 à 5 cm par an et comportent : la déformation pré et post sismique, le soulèvement et la subsidence, les rifts actifs. On observe de plus des déformations d'origine volcanique ou géologique (glissement de terrain) ou d'origine humaine (pompage de l'eau, pétrole)... ;
- Phénomènes de marées : les déplacements verticaux peuvent atteindre le cm en quelques heures. Les plus importantes sont les marées terrestres dont l'amplitude peut monter jusque 30 cm, puis la surcharge océanique (dont l'amplitude maximale est de 5 cm) et l'effet de charge atmosphérique (environ 0,3 mm/an). Pour le déplacement d'une station, les marées océaniques n'ont pas d'importance directe (sauf la surcharge), si la station n'est pas sur un bateau.

Nous allons à présent voir le système DORIS. Il sera introduit par la description précise du système, en soulevant les principaux aspects techniques, voir technologiques, tout en n'entrant pas dans les détails. Les documents données en référence sont suffisants pour obtenir les éléments complémentaires. La description plus "mathématique" de la technique permettra d'accéder aux équations d'observation pour comprendre le principe de traitement des mesures effectuées. On donnera enfin une liste non exhaustive des produits diffusés (orbites, par exemple).



## **Deuxième partie**

# **DORIS et le logiciel de Berne**



# Chapitre 4

## Le système DORIS

### 4.1 Bref historique

L'altimétrie spatiale est une discipline qui se développe dans les années 70. Au cours de réflexions pour un nouveau projet spatial dont l'objectif est le niveau des mers, la communauté de géodésie spatiale veut utiliser l'altimétrie radar en prenant comme référence l'orbite de l'altimètre. Le moyen déterminé est d'embarquer un dispositif d'orbitographie, le futur DORIS, avec l'altimètre.

Ses aspects techniques doivent présenter (Barlier et Lefebvre (2003) [9]) :

- un réseau de stations bien réparties, et un signal de mesures radio-électriques (permettant donc de faire des mesures toutes conditions climatiques), afin de couvrir l'orbite de façon continue et de pouvoir modéliser précisément les champs de force agissant sur les satellites ;
- la collecte à bord du satellite, pour une datation des mesures unique (dans le temps propre au satellite dont le décalage au TAI est contrôlé).

En septembre 1982, des recommandations plus précises sont faites (voir Rouanne et Dirand (1999) [74]), telles que la nécessité d'avoir une précision de 5 à 10 cm sur la mesure radiale, que la couverture soit mondiale (avec un réseau de 30 à 50 balises), que les mesures soient faites toutes les 10 à 30 secondes, que le traitement des orbites calcule des longueurs d'arc de 1 à 3 jours.

A partir de ces critères, le CNES (Centre Nationale d'Etudes Spatiales) élabore un système fonctionnant à partir de l'effet Doppler, simple trajet, émission au sol et réception à bord donc système dit "montant", avec signal radio-électrique sur les fréquences 400 MHz et 2 GHz.

Le système DORIS est né.

Le premier instrument est conçu et développé par le CNES, le GRGS (Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale) et l'IGN. Il est embarqué en janvier 1990 sur le satellite SPOT2, dans l'objectif de tester le système avant son installation sur le satellite dédié à l'altimétrie Topex/Poséidon. C'est une réussite. Les niveaux de précision attendus sont atteints. SPOT2 continue encore en 2004 ses mesures alors

que sa durée de vie nominale est dépassée de plusieurs années.

Depuis ses débuts, le système DORIS a considérablement évolué. La suite de ce chapitre a pour but de présenter l'état actuel de DORIS.

## 4.2 Description du système

DORIS est un système civil français de géodésie spatiale. Il est basé sur la mesure du décalage Doppler de signaux électriques. Ceci est équivalent à la mesure de la vitesse radiale du satellite.

Ce système a pour objectif principal la détermination précise d'orbite, domaine dans lequel il est parmi les meilleurs. En effet, l'objectif initial du système DORIS était de 10 cm sur la composante radiale pour la mission altimétrique Topex/Poséidon. Les 2 cm ont été atteints. Pour les nouvelles missions telles que Jason1 et Envisat, on prévoit 1 cm. Atteindre ce niveau de précision est possible en utilisant conjointement différents systèmes de mesure avec DORIS (laser et GPS).

De plus, DORIS permet le positionnement précis, et depuis SPOT4 en 1998, la navigation autonome avec traitements à bord du satellite des mesures DORIS par le logiciel DIODE (la précision atteinte est de 1 à 5 mètres sur les résidus dans toutes les directions).

Le principe de transmission des données dans le système est illustré par le schéma 4.1.

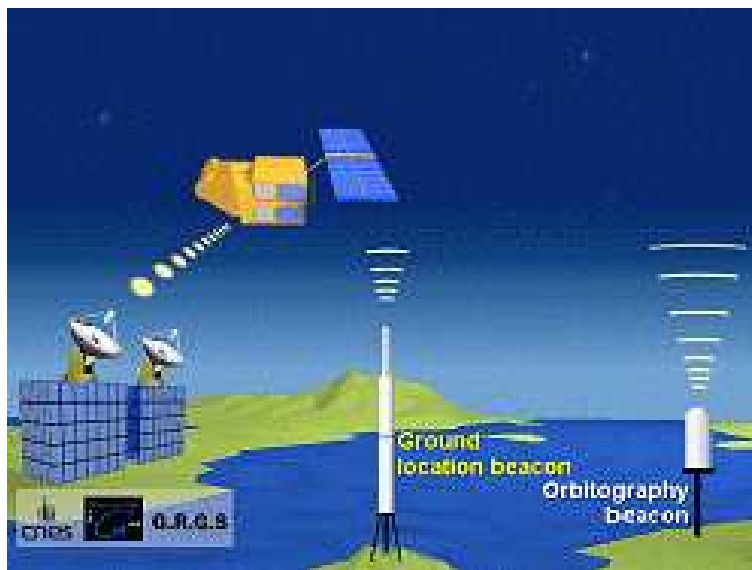


FIG. 4.1 – Principe du système DORIS

Chaque balise du réseau émet un signal qu'il envoie au satellite. Elles émettent



à 2,03625 GHz (pour les mesures Doppler précises) et 401,25 MHz (pour la correction ionosphérique), alors que les fréquences de réception à bord sont de 2,036125 GHz sur la première voie, et 401,125 MHz sur la seconde (nous verrons dans la partie consacrée à la fonction de mesure pourquoi cette différence est importante). Le satellite enregistre ce signal toutes les 10 secondes, fait les mesures nécessaires dans sa propre échelle de temps et stocke l'ensemble des informations.

Chaque satellite possède un oscillateur ultra-stable ( $5.10^{-13}$ /mn). Lorsqu'ils passent au dessus de Kourou ou de Toulouse, les deux balises maîtresses du réseau DORIS, un traitement au sol calcule la dérive de l'oscillateur à bord par rapport à celui de la balise maîtresse. Cette dérive pour un passage est de l'ordre de la précision des oscillateurs des satellites, c'est à dire  $5.10^{-13}$ /mn. Comme le temps de l'oscillateur de la balise maîtresse est le TAI, on obtient alors un rattachement très fin (différence de  $5 \mu$  s).

Lorsque le satellite est au dessus des stations de réception du système (Aussaguel ou Kiruna dans le cas de SPOT), le segment sol Topex via un satellite géostationnaire pour Topex/Poséidon, Wallops, Poker Flat ou Aussaguel pour Jason1, plusieurs stations au sol ou le satellite relais Artemis pour Envisat), il envoie à son tour les données qu'il a enregistrées dans sa mémoire. Celles-ci sont collectées ensuite à CLS (Collecte Localisation Satellite) à Toulouse où elles sont stockées et traitées. Notons que la centralisation du système a l'avantage de regrouper les données, ce qui facilite leur acquisition et leur traitement.

Le réseau DORIS est actuellement composé de plus d'une cinquantaine de stations au sol, et de six instruments en orbite.

#### 4.2.1 Les émetteurs DORIS

##### Le réseau DORIS

Le réseau DORIS de stations au sol est réparti uniformément sur la surface du globe terrestre (graphique 4.3).

Il a été déployé depuis les débuts de DORIS en 1992, comme l'indique la figure 4.2. Il est composé aujourd'hui de 56 stations dans plus d'une trentaine de pays.

De plus, le réseau de co-localisation avec les autres techniques de géodésie (GPS, VLBI et SLR-LLR) est conséquent (voir figure 4.4) puisqu'il y a :

- 33 sites de co-localisation avec le GPS ;
- 6 sites de co-localisation avec le VLBI ;
- 7 sites de co-localisation avec le laser (SLR/LLR).

Il existe de même des co-localisations avec des marégraphes (figure 4.5).

La couverture du réseau par les satellites est dépendante de l'altitude du satellite. Les satellites SPOT couvrent 70% de la surface de la Terre (voir la figure 4.6 pour les zones de visibilité pour un satellite du type SPOT), TOPEX POSEIDON et Jason1 85%, pour un angle d'observation de  $12^\circ$  au dessus de l'horizon. Cette im-

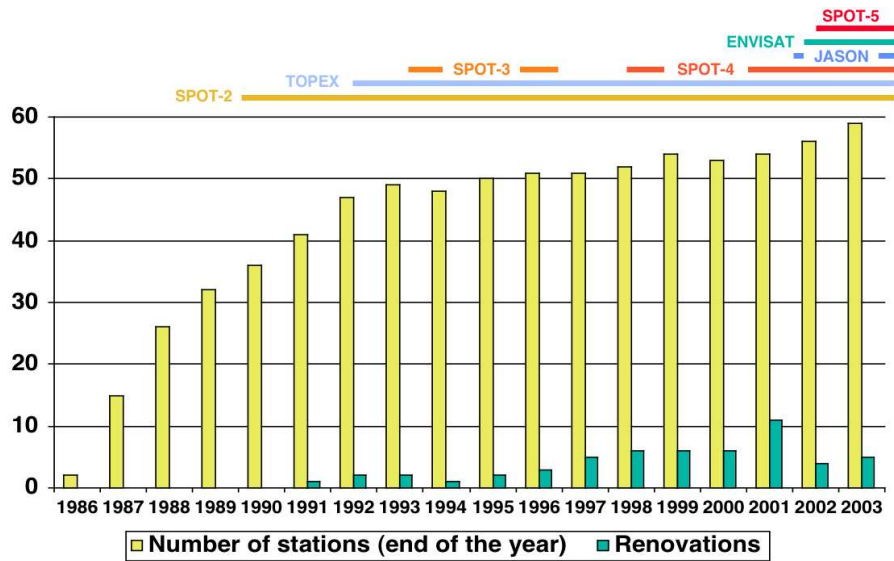


FIG. 4.2 – Nombre de stations du réseau DORIS à partir de 1992 - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard

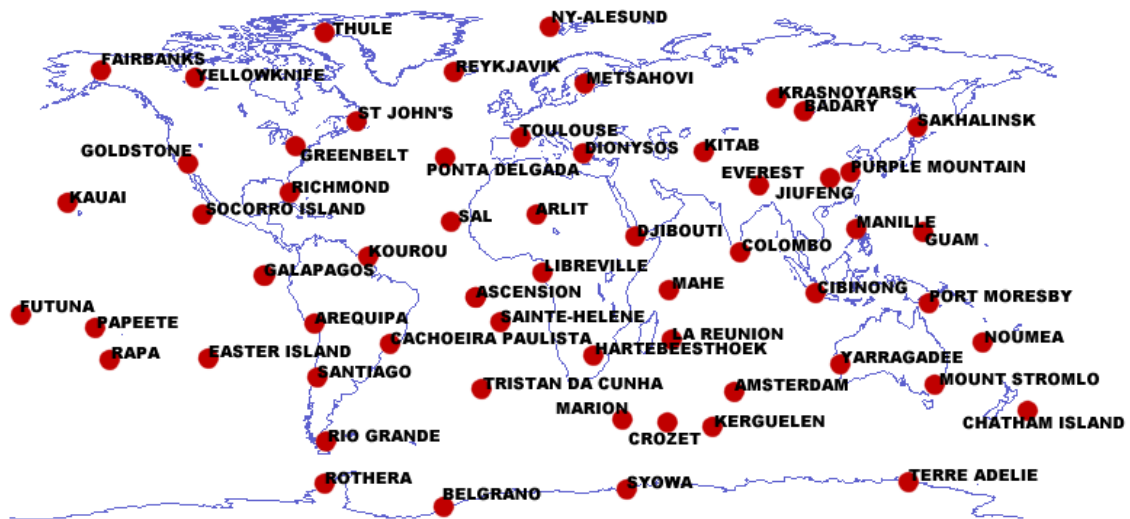


FIG. 4.3 – Répartition des stations DORIS dans le monde - (situation au 05/2004 - source : site IDS/CLS)

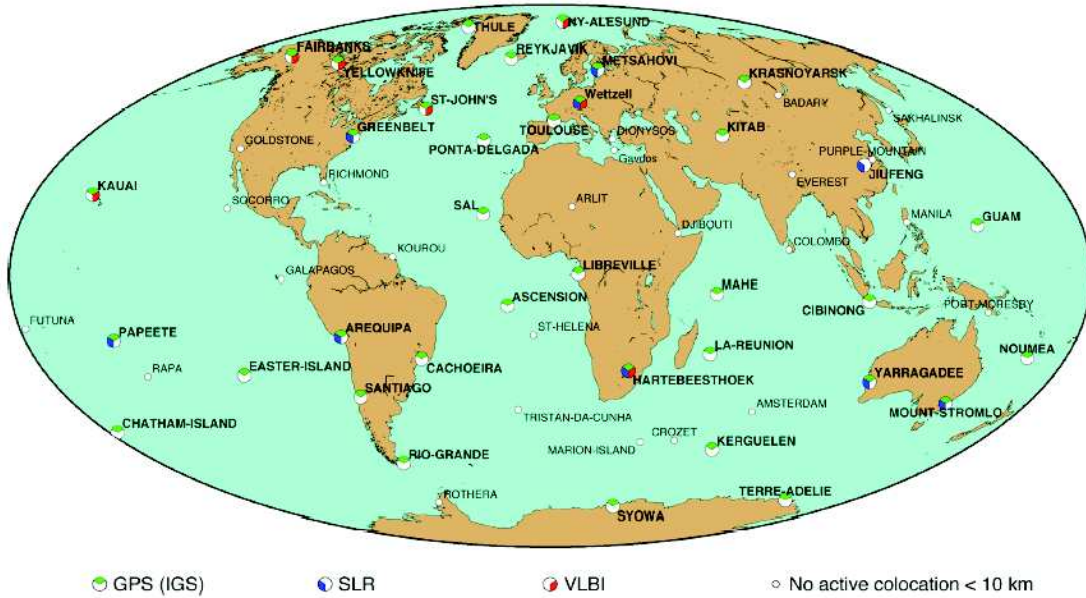


FIG. 4.4 – Réseau des sites en co-localisation avec la technique DORIS - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard

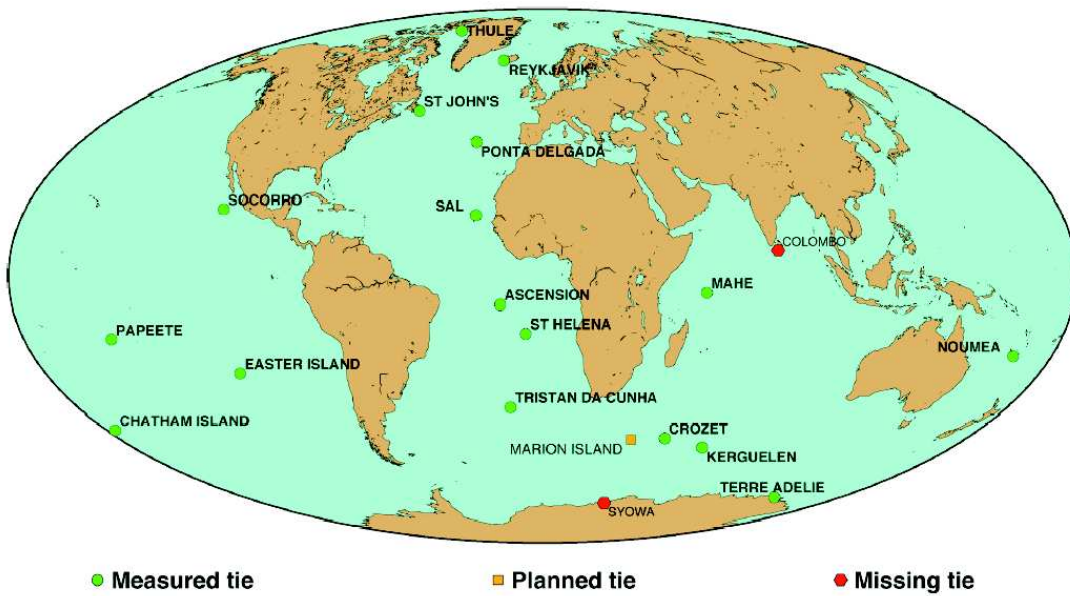


FIG. 4.5 – Réseau des sites en co-localisation DORIS-marégraphes - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard

portante couverture est un atout du système, assurant ainsi une couverture spatio-temporelle quasi totale de l'orbite des satellites.

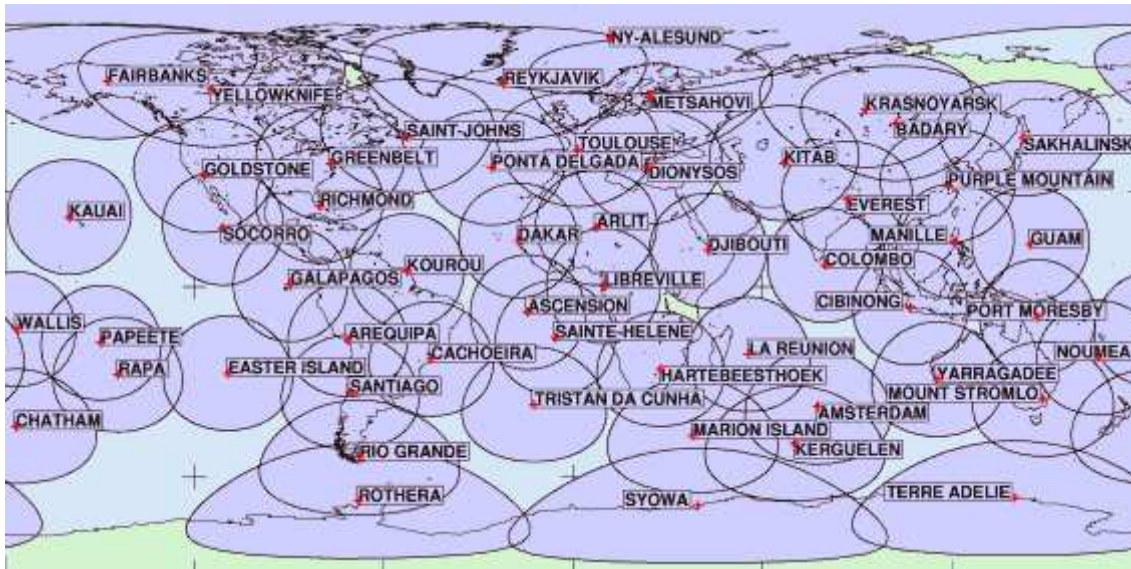


FIG. 4.6 – Carte de visibilité d'un satellite de type SPOT (source : site AVISO)

La densité actuelle du réseau atteint la limite des capacités d'observation dans le cas de récepteurs bord à un canal, ce qui est le cas jusque SPOT4. Ainsi, lorsque plusieurs balises sont en visibilité du même satellite (il suffit qu'elles soient à moins de 1000 km l'une de l'autre), il y a risque de brouillage si les deux balises émettent simultanément. En effet, le système fonctionne en bande étroite. Le système est donc saturable et doit choisir quelle balise il suit, ou bien, alterner leur réception. Par exemple, lorsque trois balises sont en couverture, le satellite suit le schéma d'enregistrement 4.7. Ce problème est réduit grâce aux nouveaux instruments (récepteurs

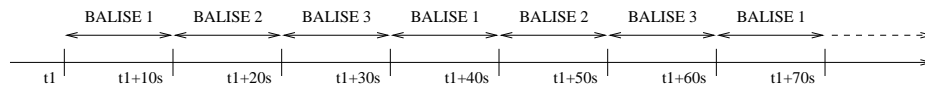


FIG. 4.7 – Alternance des enregistrements de trois balises pour un même satellite

multi-canaux sur Jason1, Envisat, SPOT5 et balises dites de 3ème génération avec possibilité de décalage en fréquence). Dans ce cas, le nombre de canaux de réception pour les instruments à bord des satellites est multiple.

Il est à noter, tout particulièrement, que les côtes et les îles sont bien équipées, cela vient du besoin premier du système en altimétrie. Les plaques tectoniques principales sont aussi bien surveillées par DORIS, il y a au minimum trois stations sur chacune d'entre elles.

## Les stations DORIS

Il existe trois générations de balises DORIS. La génération la plus récente (3.0) présente de nombreux avantages sur les précédentes : la puissance émise est augmentée, la transmission du message balise (données météo, bit de datation, surveillance balise) est faite sur les deux fréquences, la fréquence d'émission peut être décalée, ce qui empêche le brouillage interbalises. L'objectif du SIMB (Service d'Installation et de Maintenance des Balises DORIS de l'IGN/SGN) est de remplacer le maximum de balises ancienne génération par les balises 3.0 pour améliorer et stabiliser le réseau DORIS. Fin 2004, environ 30 stations sont équipées de balises 3.0.

Concernant les aspects techniques des stations au sol, chacune d'entre elles est équipée :

- d'une balise contenant un oscillateur ultra-stable pilotant des multiplicateurs de fréquence et deux émetteurs de puissance, reliés à l'antenne, et un micro-processeur pour la gestion, le séquençage éventuel de l'émission, et le diagnostic des pannes ;
- d'une antenne fixe et omnidirectionnelle. Celle-ci existe pour l'instant en trois versions différentes, mais on tend à toutes les remplacer par des versions 3.0, plus récentes et plus adaptées aux nouveaux types de mesure du système. Les sociétés STAREC et ALCATEL sont chargées de la fabrication de ces antennes. Un exemple est donné dans la figure 4.9, et dans les deux photos de la figure 4.8 pour chacun de ces constructeurs ;
- de capteurs météorologiques : pression, humidité et température (optionnellement) pour les corrections troposphériques ;
- d'une alimentation comprenant batterie ou panneau solaire (éventuellement) ;
- d'un micro-processeur qui assure la programmation (satellites, cadence d'émission, périodes de visibilité des satellites,...).

Pour l'installation et la programmation, il est nécessaire de donner des coordonnées approchées mieux que 10 km, d'obtenir l'autorisation d'émission, et dans ce cas de sélectionner les satellites, de régler le fonctionnement en continu ou sur prévision de passage, et de mettre à l'heure avec une précision de 0,1 à 1 s selon les instruments.

Il existe quatre catégories de balises (Rouanne et Dirand 1999 [74]) :

- les balises d'orbitographie du réseau permanent ;
- les balises maîtresses (Toulouse, Kourou et prévue en 2005 Hartebeesthoek) qui, en plus de remplir le rôle de balise d'orbitographie, assurent la synchronisation au TAI et fournissent aux satellites leur programme d'observation des balises ;
- les balises de réception qui collectent les mesures et les diffusent aux centres de contrôle ;
- les balises de localisation ou de terrain qui sont déplaçables et permettent des études sur de courtes durées.

La qualité des stations est caractérisée à l'aide de plusieurs critères : monu-



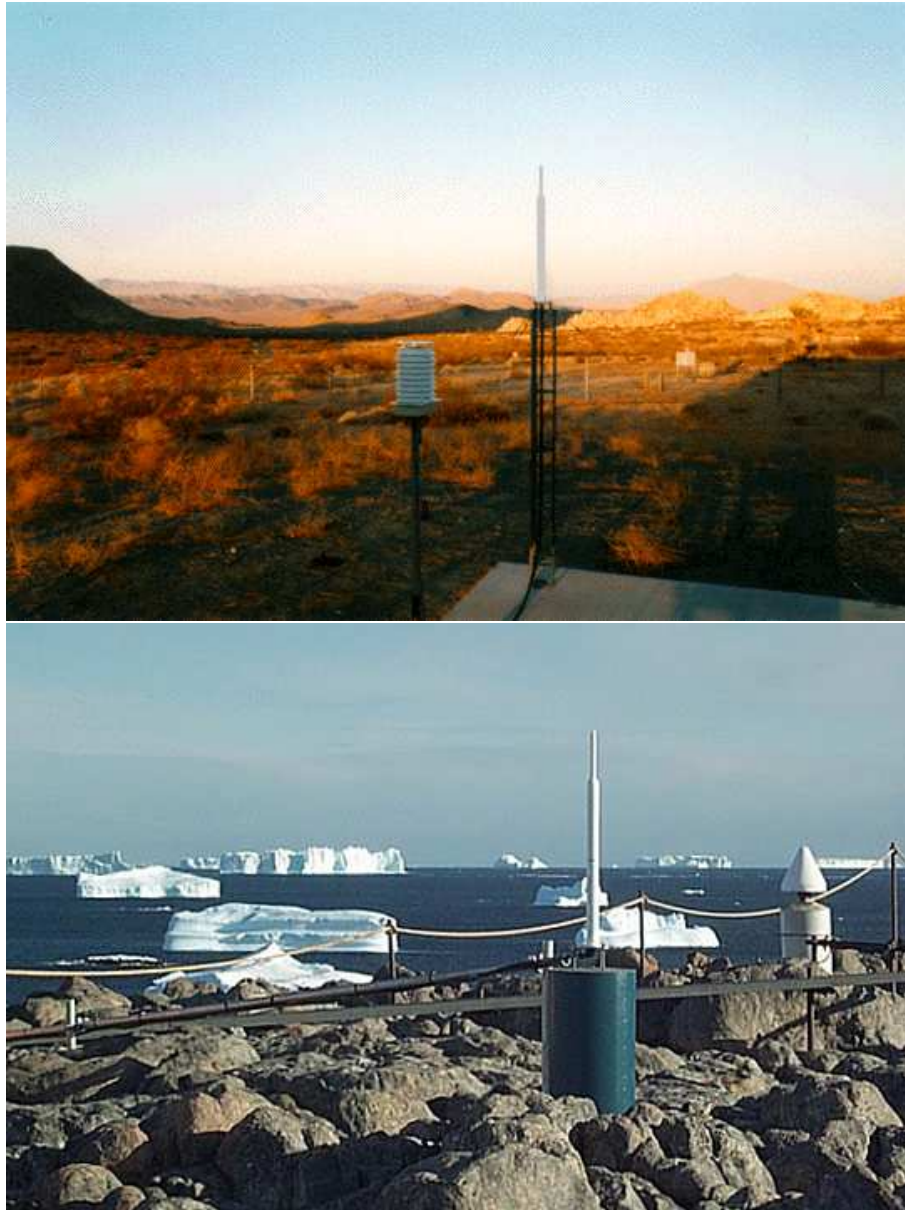


FIG. 4.8 – Les stations de GOLDSTONE (GOMB) et de TERRE ADELIE (ADEB).  
Source : site IDS/CLS

## DORIS ANTENNAE TYPES

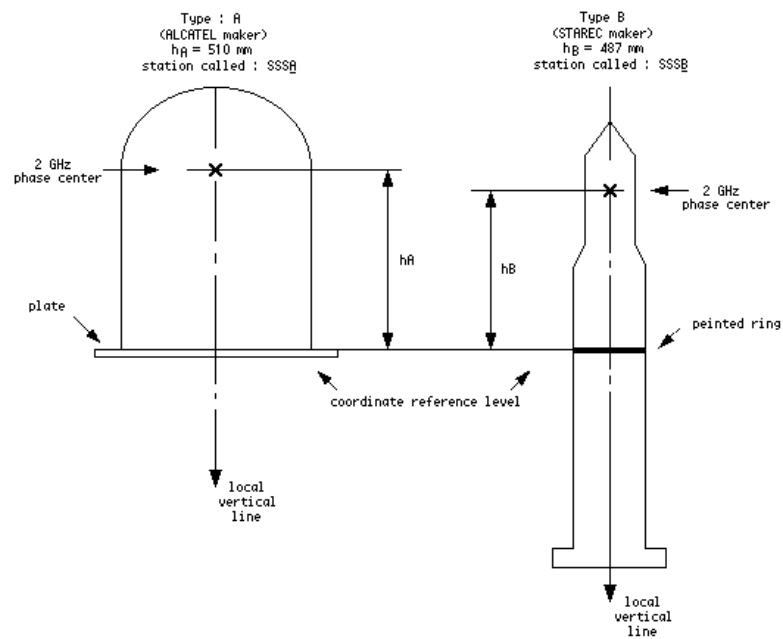


FIG. 4.9 – Spécifications des deux types d’antennes DORIS : Alcatel à gauche et Starec à droite (source : document technique CNES)

ment, génération d'antenne,... Il existe quatre niveaux de qualité : médiocre, dou-

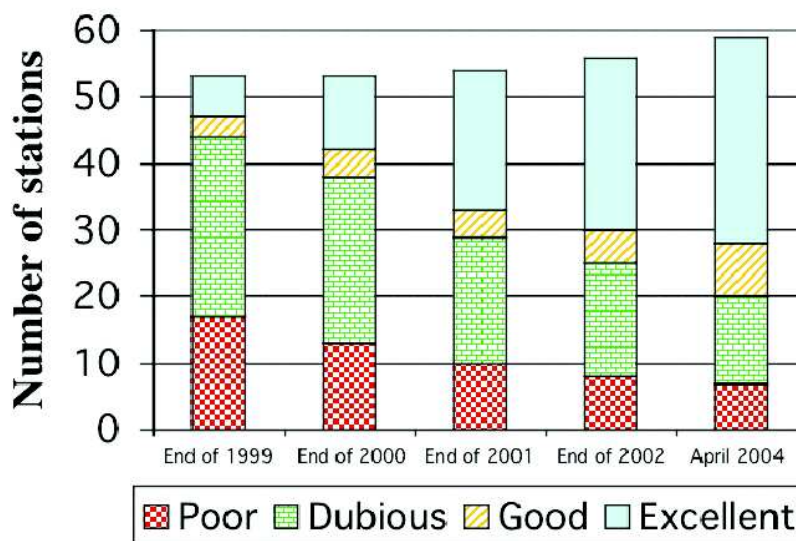


FIG. 4.10 – État du réseau DORIS - situation en avril 2004 (graphe communiqué par Hervé Fagard)

teux, bon, excellent. Le réseau est entretenu et rénové par le SIMB pour maintenir la meilleure qualité possible. L'évolution de la situation est représentée sur la figure 4.10.

## 4.2.2 Les récepteurs DORIS

### La constellation DORIS

Le tableau 4.1 donne un aperçu de la constellation de satellites sur lesquels s'appuie DORIS.

Les satellites DORIS sont peu nombreux, alors que plusieurs études ont montré que l'on augmente la précision du système en augmentant le nombre de satellites. La figure 4.11 (cf. Willis IDS 2004 [93]) montre les résidus que l'on obtient en calculant les coordonnées d'ensemble de stations du réseau DORIS dans un repère local (composantes Nord, Est et Vertical) en fonction du temps. Les délimitations du temps (traits verts) correspondent au nombre de satellites :

- Période 1 : deux satellites (SPOT2, SPOT3) ;
- Période 2 : trois satellites (SPOT2, SPOT3, SPOT4) ;
- Période 3 : deux satellites (SPOT2, SPOT4) ;
- Période 4 : trois satellites (SPOT2, SPOT4, Topex/Poséidon) ;
- Période 5 : cinq satellites (SPOT2, SPOT4, SPOT5, Topex/Poséidon, Envisat).

Notons que le satellite Jason1 n'est pas pris en compte puisque ses mesures ne



TAB. 4.1 – Les satellites porteurs de DORIS - Juillet 2004 - I : inclinaison en degrés - T : temps maximum de visibilité d'une station - P : période de révolution - source : site aviso

Satellite	Altitude	I	Date de lancement	Période d'activité	T P	Récepteur
SPOT2	830 km	98,8	22/01/90	03/90-	15,7 min 1h41,5min	1ère génér. 18 kg
TOPEX/ POSEIDON	1336 km	66	10/08/92	09/92-	21,5 min 1h52,7min	1ère génér. 18 kg
SPOT3	830 km	98,8	26/09/93	01/94-11/96	15,7 min 1h41,5min	1ère génér. 18 kg
SPOT4 <sup>(2)</sup>	830 km	98,8	24/03/98	05/98-	15,7 min 1h41,5min	1ère génér. 18 kg
Jason1 <sup>(1,2)</sup>	1336 km	66	07/12/01	01/02-	21,5 min 1h52,7min	2ème génér. mini. 5,6 kg
Envisat <sup>(2)</sup>	800 km		01/03/02	03/02-	15,7 min 1h41,5min	2ème génér. 11 kg
SPOT5 <sup>(1,2)</sup>	830 km	98,8	04/05/02	06/02-	15,7 min 1h41,5min	2ème génér. mini. 5,6 kg
CRYOSAT <sup>(1)</sup>	720 km	92	2004/ 2005			
Jason2 <sup>(1)</sup>	1336 km	66	2008			
PLEIADES <sup>(1)</sup>	800 km					

Note 1 : satellite équipé de la nouvelle génération d'instrument comportant des mesures de phase

Note 2 : appareil muni du système de calcul à bord de l'orbite DIODE

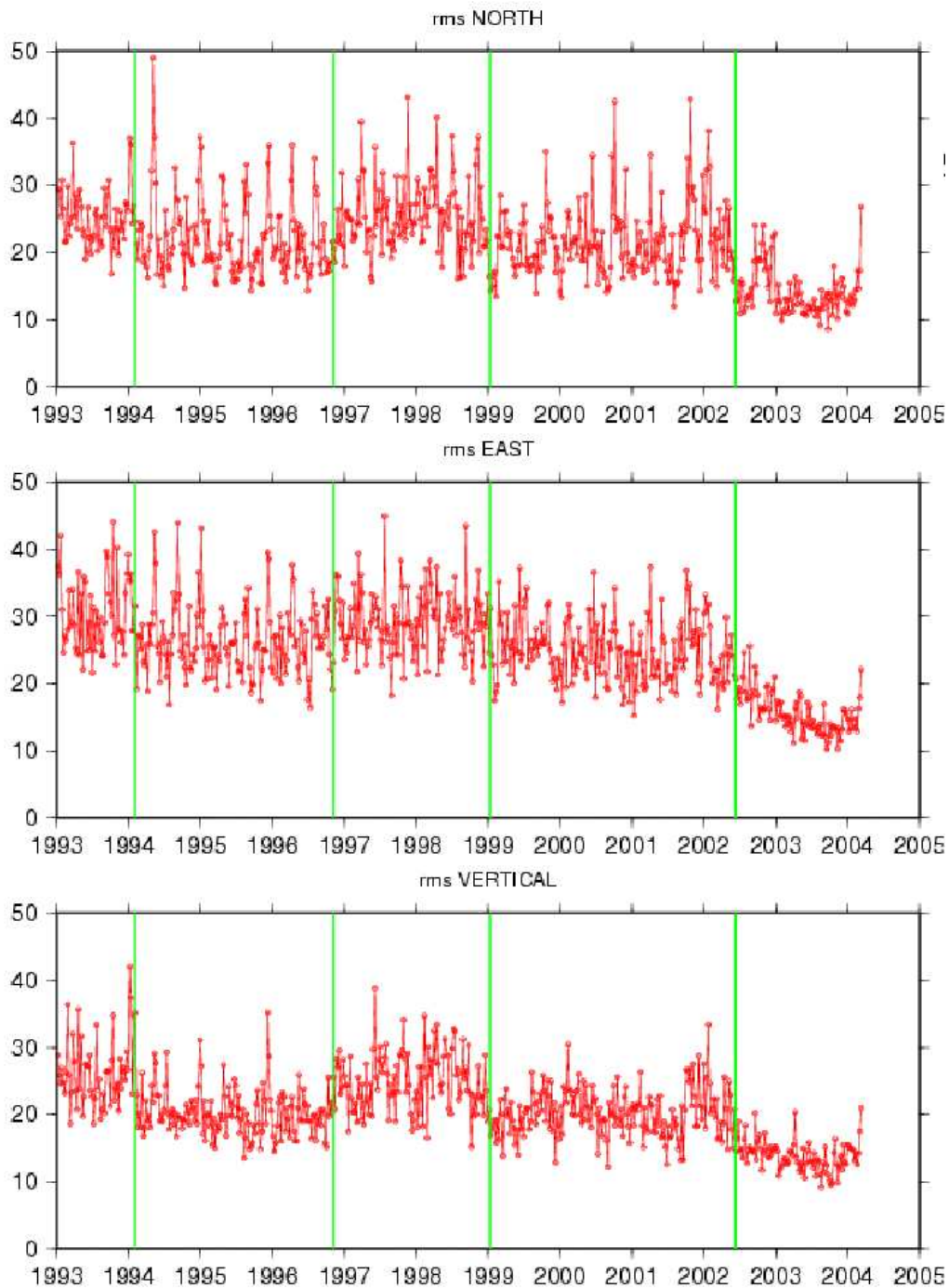


FIG. 4.11 – Résidus en mm des calculs de coordonnées de stations DORIS dans le repère local en fonction du nombre de satellites considéré (Période 1 : 2 sat., P.2 : 3 sat., P.3 : 2 sat., P.4 : 3 sat., P.5 : 5 sat.) - source : P. Willis IDS2004

sont pas actuellement exploitables : le passage de l'oscillateur dans la zone SAA (Anomalie Sud Atlantique) provoque une perturbation de l'oscillateur ultra-stable qui dégrade les résultats de localisation.

Cependant, de grands progrès ont été faits depuis SPOT2, puisque le bruit instrumental (qui est de 0,3 à 0,5 mm/s en vitesse radiale) a été divisé par deux pour Jason1. Les instruments à bord des satellites deviennent multi-canaux, ce qui permet d'observer deux balises en même temps si celles-ci se sont décalées en fréquence l'une par rapport à l'autre (balises de génération 3.0). La précision des mesures s'améliore car il est possible de traiter des combinaisons de fréquences et d'éliminer certains paramètres qui contraignent la précision. On obtient alors une orbite centimétrique sur la composante radiale.

Notons que Jason1 permet aussi les mesures de phase instantanées.

Notons que les récepteurs DORIS se miniaturisent. Ceci rend le système plus facilement transportable dans les satellites et permettrait dans le futur d'aboutir à une constellation de microsatellites qui ne porteraient que le système DORIS.

### **Les satellites DORIS**

Les satellites porteurs des récepteurs DORIS doivent évoluer sur une orbite basse. L'altitude optimale est comprise entre 450 km et 1500 km. En effet, au dessus de 1500 km, le signal reçu à bord est plus faible et en dessous de 450 km, la précision de l'orbite obtenue sera dégradée par la méconnaissance du potentiel terrestre et des perturbations atmosphériques (Rouanne et Dirand 1999 [74]).

Les récepteurs DORIS qui équipent les satellites du tableau 4.1 sont constitués de :

- une antenne, composée de deux antennes élémentaires, une pour chaque fréquence, qui reçoivent les signaux des balises sol. Sur la figure 4.13, nous avons un exemple de configuration de satellite, avec, en bas et à gauche, l'antenne DORIS, qui reçoit les signaux des stations, et qui doit donc être orientée vers la Terre ;
- un récepteur ou MVR Mesure de Vitesse Radiale (figure 4.14), constitué de deux récepteurs (un pour chaque fréquence), de deux boucles de phase pour la mise en forme des signaux reçus, de deux compteurs Doppler, un synchronisateur primaire pour la décommutation des informations transmises par les balises sur la voie 400 MHz, d'une unité de gestion à micro-processeur qui gère les différents programmes nécessaires, dont la séquence des stations, et le stockage temporaire en attendant de passer au dessus d'une balise maîtresse. Le MVR fait des mesures de vitesse radiale entre le satellite et la balise dont il a reçu le signal. A partir de SPOT4, et opérationnel depuis avril 1998, le logiciel embarqué DIODE (Détermination Immédiate d'Orbite par DORIS Embarqué -Immediate Orbit Determination by use of an on-board DORIS Receiver-) calcule l'orbite du satellite en temps réel à bord. Les premiers essais ont montré une précision de 1 à 5 m (résidus dans toutes les directions).

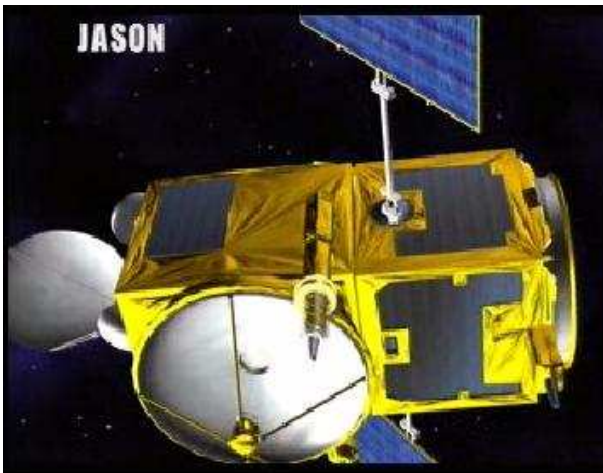
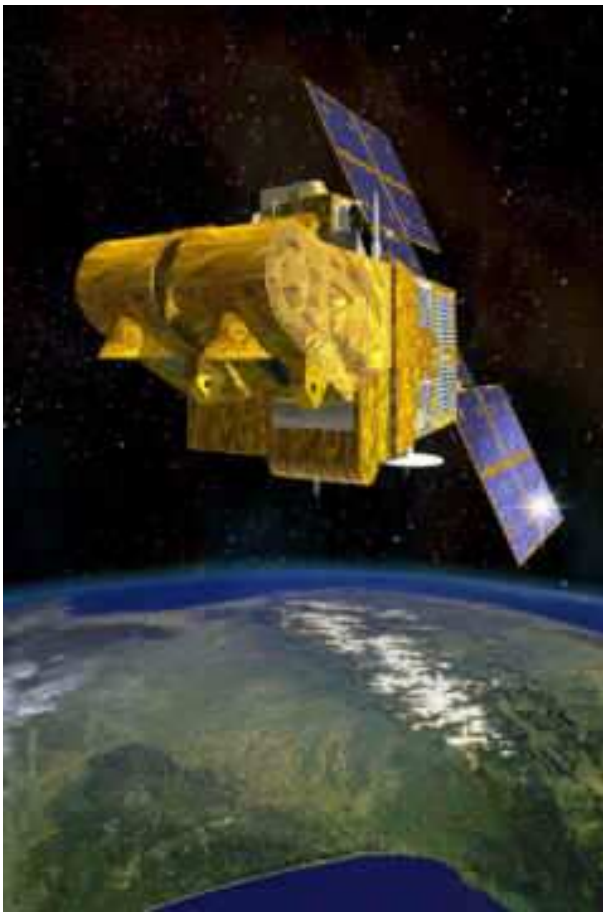


FIG. 4.12 – Les satellites SPOT4, Topex/Poséidon, Jason1 et Envisat (sources : site AVISO, CNES)

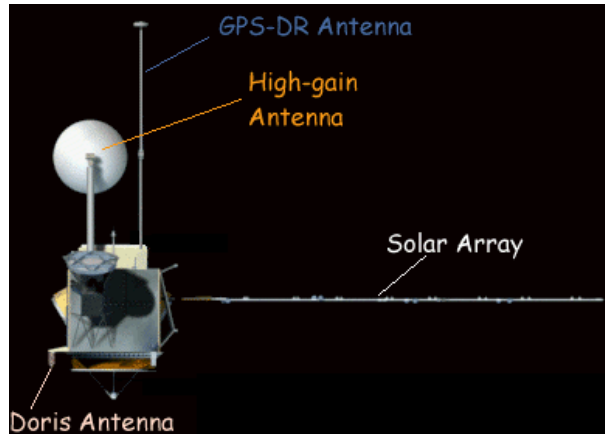


FIG. 4.13 – Configuration partielle du satellite Topex/Poséidon (source : site AVISO)



FIG. 4.14 – MVR de 2ème génération et antenne DORIS (source : site AVISO)

Aujourd'hui, on atteint une précision de quelques centimètres sur la composante radiale ;

- un Oscillateur Ultra Stable (OUS), oscillateur à quartz de très haute précision, qui donne la référence de temps du satellite. La stabilité de la fréquence à court terme (sur 10 secondes) est égale à  $5.10^{-13}$  (Rouanne et Dirand 1999 [74]).

### 4.2.3 Les applications de DORIS

Les missions qui portent le système DORIS ont des objectifs variés. En effet, les applications de DORIS couvrent trois domaines : l'orbitographie pour l'altimétrie (mission Topex/Poséidon qui est un grand succès, et dont le successeur est Jason1), la localisation et grâce au logiciel DIODE, la navigation (figure 4.15).

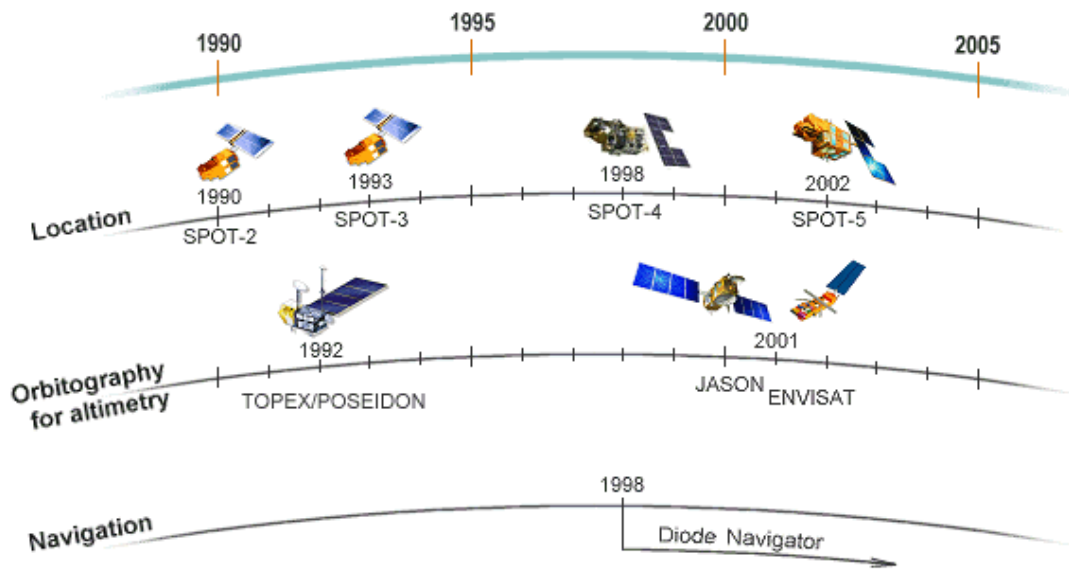


FIG. 4.15 – Missions portant DORIS - Juillet 2004 (source : CNES sur site IDS/CLS)

La configuration de chaque mission (inclinaison, altitude,... voir tableau 4.1) prend en considération ses objectifs scientifiques.

Les satellites SPOT ont pour but l'observation de la Terre, le satellite Topex/Poséidon et son successeur Jason1 (collaboration NASA et CNES) la mesure de la hauteur des océans (on voit sur la carte des traces de Topex/Poséidon de la figure 4.16 que les océans sont effectivement bien observés par le satellite sauf les régions polaires), et Envisat, successeur des satellites ERS, l'observation de la Terre et de l'environnement.



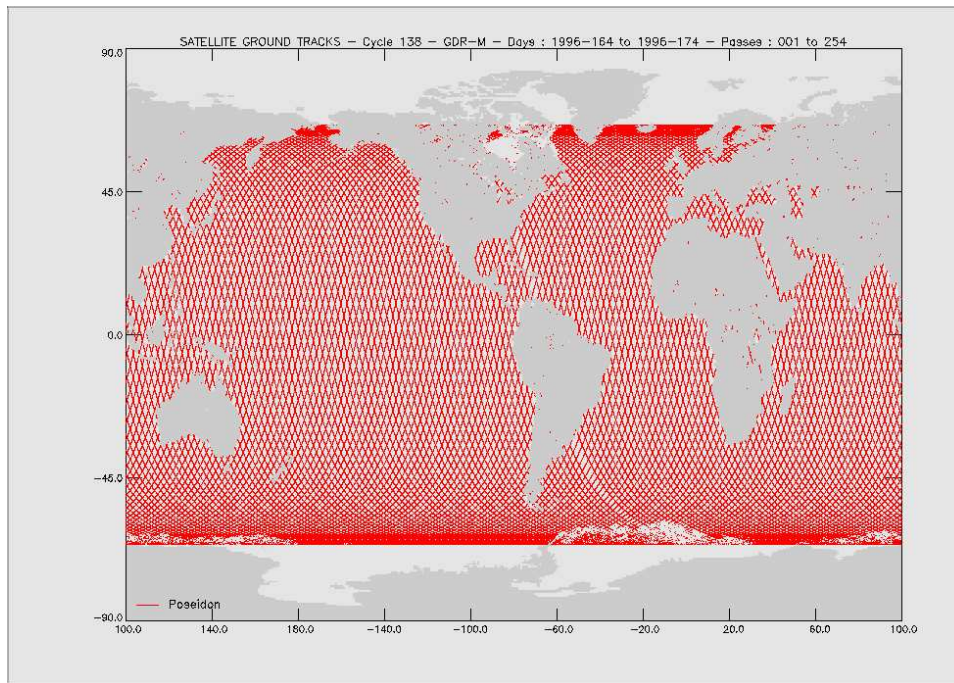


FIG. 4.16 – Traces du satellite Topex/Poséidon. Source : site AVISO

Les applications de DORIS sont très diversifiées. Le document Valette 1992 [87] en fait une énumération, en voici quelques unes des plus importantes.

- En géophysique :
  - mesure des mouvements horizontaux à grande échelle de l'écorce terrestre, liés à la tectonique des plaques (Crétaux et al. 1998 [22]), mesure de vitesse de déplacement de neuf plaques (mouvements de 1 à 20 cm/an) et comparaison avec les modèles NUVEL-1 et NUVEL-1A ;
  - mesure des mouvements verticaux (Soudarin et al. 1999 [83], Mangiarotti et al. 2001 [61]) : soulèvement de la croûte terrestre dans les régions polaires dû au rebond post-glaciaire, déformations volcaniques, subsidence des bassins sédimentaires,... ;
  - soutien pour l'étude du niveau moyen de la mer : utilisation de DORIS pour la marégraphie (précision de l'ordre du millimètre par an sur l'étude sur plusieurs années) Cazenave et al. 1999 [17] ;
  - étude de l'océan (topographie dynamique, circulation) ;
  - variation du géocentre (environ 1 cm d'amplitude) Crétaux et al. 2002 [23].
- En positionnement : on atteint le cm.
- Rotation de la Terre : vitesse angulaire de rotation et mouvement de l'axe de rotation.
- Systèmes de référence : le système DORIS est accepté en 1994 par l'IERS comme quatrième technique pour la réalisation du système de référence terrestre aux côtés du VLBI, du SLR et de GPS. Pour la réalisation de l'ITRF2000, deux centres d'analyse sont mis à contribution pour communiquer des ré-

sultats de positions/vitesses pour la combinaison intratechnique (Altamimi et al. 2002 [4]) : le GRGS (Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale) et l'IGN/JPL.

- Champ de gravité par étude de l'orbite et des variations dues au champ de gravité de la Terre, dont l'importance vient de l'altitude basse des satellites.
- Etude de l'atmosphère : ionosphère (établissement de carte globale de la densité électronique intégrée sur la verticale), troposphère (changements climatiques globaux).

#### 4.2.4 La communauté DORIS et l'IDS (International DORIS Service)

Les différents organismes français qui interviennent dans le système ont chacun leur rôle :

- le CNES (Centre National des Etudes Spatiales - Agence Française de l'Espace) : développement et conception du système, expertise, exploitation (données publiques et orbitographie SOD) ;
- l'IGN (Institut Géographique National), pour la maintenance du réseau de stations, l'expertise et l'exploitation scientifique pour la géodésie (système de référence) ;
- CLS (Collecte Localisation Satellites), filiale du CNES, chargé de la collecte des données, développement et exploitation du centre de contrôle et de traitement des données, promotion et commercialisation du positionnement ;
- les industriels qui entrent dans la fabrication et l'élaboration des instruments (antennes, balises) : Dassault, Ceis, Sorep, Alcatel, Starec,...
- le GRGS (Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale) : expertise et exploitation scientifique pour la géodésie, la géophysique et la géodynamique (champ de gravité, orbitographie, positionnement) ;

Notons que le CNES et CLS ont un rôle primordial dans le prétraitement et la mise à disposition des mesures. Ils gèrent la collecte des mesures, leur prétraitement, les productions et mises à disposition des orbites et des fichiers d'échange des données DORIS, de telle sorte à ce que chaque utilisateur parvienne facilement à utiliser le système DORIS pour leurs applications.

La communauté internationale entourant DORIS s'agrandit. Le nombre de centres d'analyse se développe (voir tableau 4.2). Ces centres d'analyse exploitent les mesures DORIS pour ses diverses applications : le SOD (Service Orbitographie DORIS), le GRGS, le LEGOS/CLS, le GSFC, le CRS, l'IGN/JPL, Geoscience Australia, Delft. Deux autres centres d'analyse sont prévus pour produire des solutions de positions/vitesses des stations DORIS en vue de la combinaison pour un nouveau ITRF. Ce sont l'Université de Prague et le LAREG qui travailleraient avec le logiciel de l'Université de Berne. Les produits obtenus par les différents centres d'analyse sont déposés sur le site du CDDIS (<http://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/DORIS/>) et celui de l'IGN (<ftp://lareg.ensg.ign.fr>).



TAB. 4.2 – Les Centres d’Analyse de l’IDS

CENTRES	PAYS	LOGICIEL UTILISE
opérationnels fin 2004 :		
LEGOS/CLS	France	GINS
IGN/JPL	USA	GIPSY
IANASAN Moscow	Russie	GIPSY
en cours de développement :		
Geosciences Australia	Australie	MICROCOSM
CNES	France	ZOOM
Geodetic Observatory Pecny	République tchèque	BERNESE
IAA St Petersburg	Russie	

En Juillet 1999, à l’IUGG à Birmingham, l’expérience pilote DORIS est lancée pour évaluer le besoin et la faisabilité d’un service international DORIS. Le 1<sup>er</sup> Juillet 2003, à l’IUGG à Sapporo, après les campagnes d’analyse, l’IDS est accepté comme un des services de l’IAG.

Le but de l’IDS est de recueillir, archiver et distribuer les observations collectées par le système DORIS, ainsi que de produire différents résultats pour des applications variées (géodésie opérationnelle, géophysique,...), tels que :

- des orbites précises des satellites ;
- des solutions globales de repère de référence terrestre ;
- des séries temporelles des Paramètres d’Orientation de la Terre (EOP pour Earth Orientation Parameters) ;
- des séries temporelles de coordonnées de stations ;
- des séries temporelles de coordonnées du géocentre ;
- des coefficients du champ de gravité terrestre ;
- des paramètres météorologiques au sol et informations sur la troposphère et l’ionosphère,...

L’IDS se compose de plusieurs structures (voir figure 4.17) dont les principaux organismes participants sont en 2004 :

- le CNES pour la présidence ;
- l’Observatoire de Paris et l’IGN/LAREG pour la coordination des analyses ;
- la NASA GSFC pour la présidence du groupe de sélection des stations ;
- la NASA GSFC pour la coordination des données ;
- l’University of Texas CSR ;
- CLS pour la responsabilité du serveur internet du Bureau Central ;
- l’IGN/JPL.

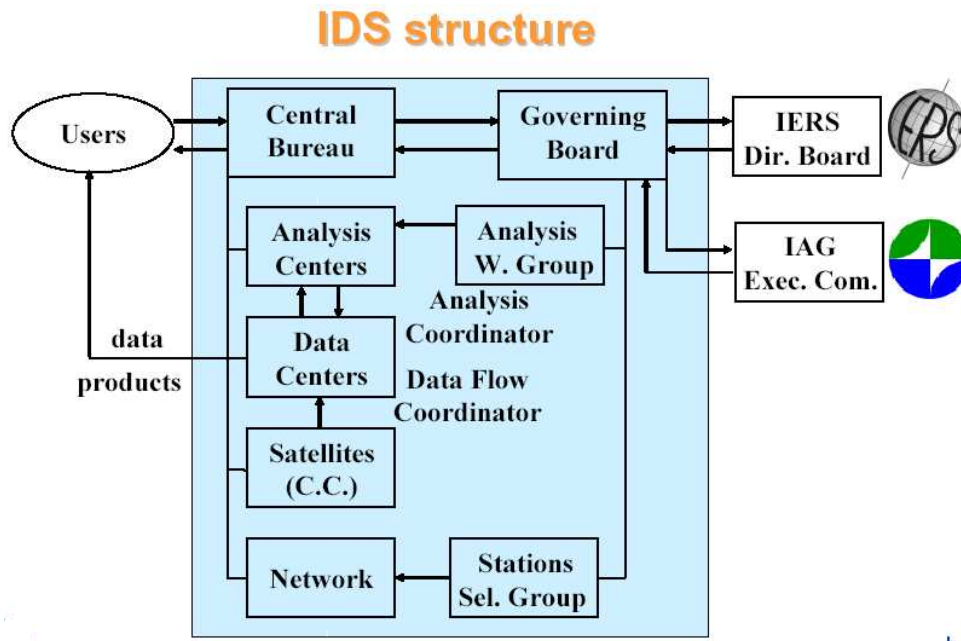


FIG. 4.17 – Schéma de la structure de l'IDS. Source : G. Tavernier 2004 [85]

Le site internet officiel est : <http://ids.cls.fr>. Les informations générales concernant DORIS et l'IDS sont rassemblées sous forme de nombreux liens à l'adresse : <http://lareg.ensg.ign.fr/DORIS>.

L'IDS est actif : différentes campagnes d'analyse ont été menées. Elles portaient en 2002 sur les séries temporelles de coordonnées de stations, les EOP, le géocentre et les orbites, en 2003, sur la mission Grace. Les résultats sont en ligne (<http://lareg.ensg.ign.fr/IDS/events>). Les colloques, séminaires et réunions sont nombreux (dont la réunion de l'IDS qui est au minimum annuelle).

Les services internationaux tels que l'IGS (International GPS Service), l'IVS (International VLBI Service) ou l'ILRS (International Laser Ranging System) ont chacun plusieurs centres d'analyse, ce qui permet de faire de véritables combinaisons. Dans le futur, les quatre services internationaux (IGS, IVS, ILRS, IDS) formeront l'ossature du futur GGOS : Global Geodetic Observing System. Le développement de DORIS est alors un vrai défi, notamment pour la réalisation de l'ITRF (International Terrestrial Reference Frame). En effet, la technique DORIS est appelée à être combinée avec GPS, SLR/LLR et VLBI.

#### 4.2.5 Evolution du système

- Le système DORIS évolue sur différents plans en parallèle (Willis 2003 [92]) :
- Les balises : les balises de 1ère et 2ème générations sont remplacées par des

- 3ème génération pour assurer une stabilité des stations. Actuellement, trente balises 3.0 sont installées ; de plus, il est prévu que la station d'Hartebees-thoek devienne prochainement une balise maîtresse du réseau ;
- Les satellites : la durée de vie nominale de certains des satellites encore en vol tels que SPOT2 est dépassée, il faut donc s'attendre à ce qu'ils disparaissent d'un jour à l'autre. Or, comme il a été précisé auparavant, le nombre de satellites influe sur la qualité des résultats. De nouvelles missions portant DORIS sont alors prévues dans les années à venir : CRYOSAT, Jason2,... ;
  - Les modèles : DORIS est sensible au champ de gravité et la prise en compte de différents modèles de champ montrent des différences significatives (voir Willis 2003 [92]). Une amélioration possible du système est donc d'étudier et de sélectionner des modèles appropriés à la technique, différents de ceux utilisés actuellement ;
  - Les stratégies de calculs : le nombre de centres d'analyse étant en prochaine expansion, les stratégies de calculs doivent être discutées pour permettre une certaine cohérence entre les centres d'analyse ;
  - Accès aux données brutes : nous verrons dans le chapitre suivant que les données brutes du système ne sont pas accessibles à la communauté DORIS en dehors du CNES. Les données disponibles sont largement prétraitées. La diffusion des données brutes est en discussion depuis plusieurs années. Elle permettrait de faire les calculs suffisamment en amont pour obtenir des résultats plus satisfaisants.

## 4.3 Traitements DORIS

### 4.3.1 Les observables DORIS

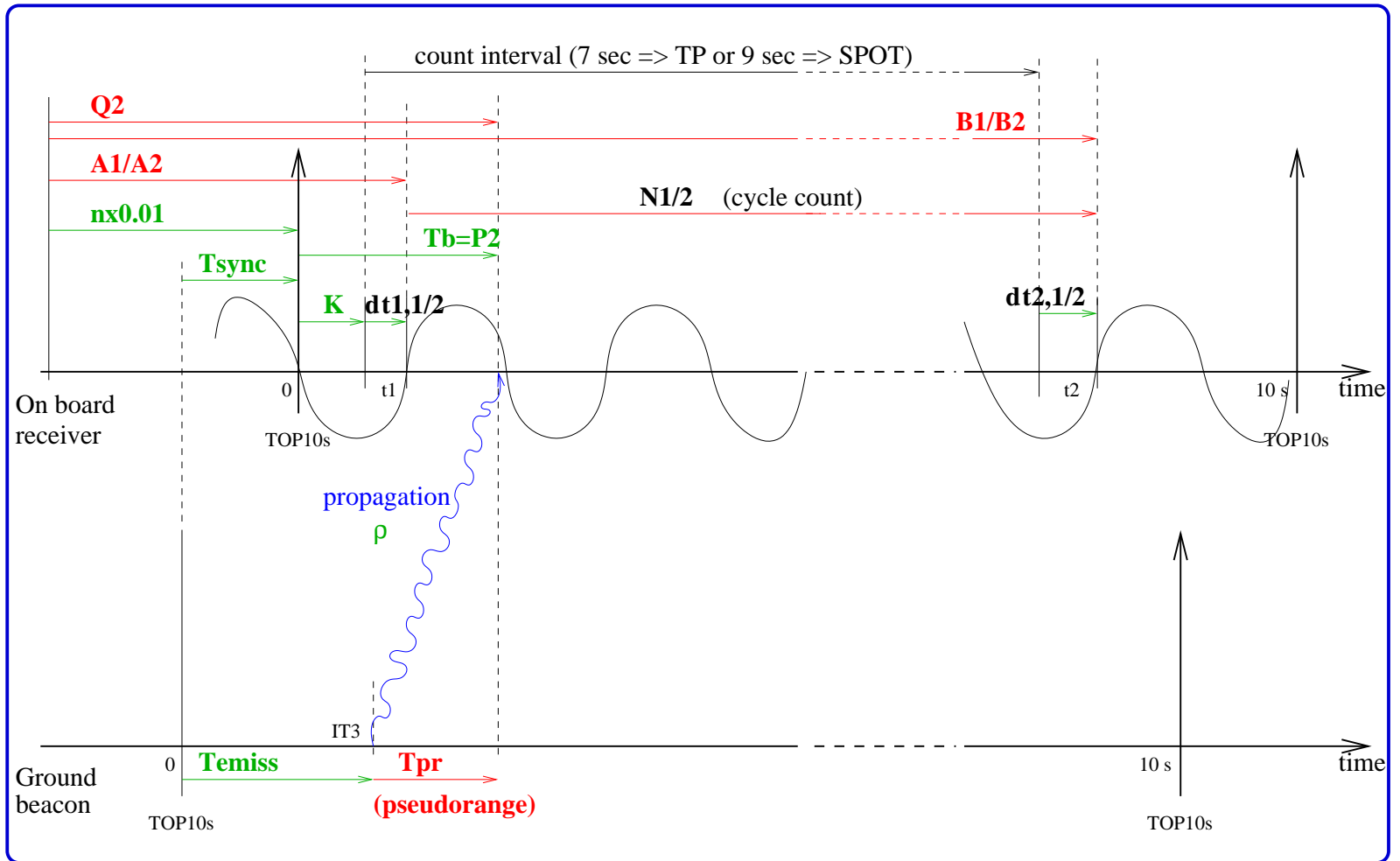
Le principe fondamental de la mesure DORIS est le suivant : pendant un intervalle de temps défini (autour de 7 secondes pour Topex/Poséidon et SPOT4, 9 secondes pour SPOT2), on compte le nombre de cycles sur le battement entre les fréquences de référence bord et les fréquences reçues sur l'antenne bord. Pour les instruments de première génération, ce comptage de cycles est entier, il est réel pour les instruments de deuxième génération.

La figure 4.18 schématise le fonctionnement du système DORIS, nous allons à présent entrer un peu plus dans les détails.

Le satellite est programmé pour connaître la fréquence à laquelle il doit s'attendre à recevoir le signal, donc la balise qu'il va avoir ou qu'il a en visibilité. En effet, à partir de l'effet Doppler, de données de coordonnées de stations, et de "prévisions" d'orbites, il détermine quelles vont être les balises qu'il a en visibilité. Puis, à partir de la stratégie d'observation qui a été programmée (voir figure 4.7), il se cale en fréquence pour recevoir les signaux attendus des balises.

Une balise (ou plusieurs si le satellite observe plusieurs stations en même temps) envoie un signal au satellite toutes les 10 secondes (appelé TOP10s), c'est à dire que l'on a une mesure toutes les 10 secondes. On travaille à partir de la fréquence de battement, qui s'exprime comme la différence entre la fréquence reçue par le satel-

FIG. 4.18 – Les observables DORIS



lite, affectée du décalage Doppler et la fréquence bord. Il faut rajouter jusqu'à plus ou moins 45 KHz pour l'effet Doppler.

Le satellite ouvre la fenêtre de comptage K secondes après le TOP10s considéré. K est une constante du système, il dépend du mode de mesure du satellite (chaîné ou pas).

Pour le mode chaîné, une balise émet en continu, ce qui permet à l'instrument bord de réaliser des mesures consécutives. Les fenêtres de comptage de 10 secondes s'enchaînent alors sans interruption.

Pour le mode non chaîné, les mesures ne sont pas consécutives et il y a alternance entre plusieurs balises (voir figure 4.7). On peut dire que chaque mesure est indépendante.

### DORIS MEASUREMENT SEQUENCE DOPPLER COUNT INTERVAL

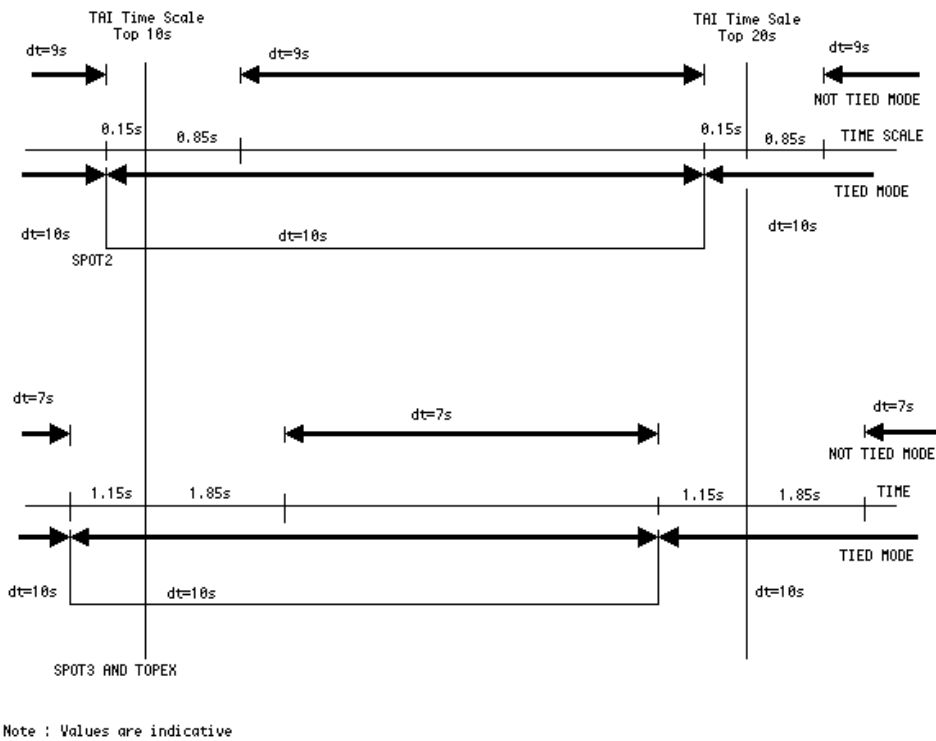


FIG. 4.19 – Les modes DORIS : chaîné ou non chaîné. Source : document technique CNES

Pour les instruments de première génération, le comptage commence alors et se termine 7 ou 9 secondes plus tard. Pour les instruments de deuxième génération, on attend le premier passage à 0 de la phase pour commencer le comptage. Cet incrément de temps est noté  $\delta t_1$  sur le schéma 4.18. De même pour la fin de comptage, pour se ramener à un nombre entier de cycles, on attend un nouveau

passage à 0 de la phase, et on utilise l'incrément de temps  $\delta t_2$ . Finalement, le temps de comptage précis s'obtient par différence du temps de comptage et de ces deux incréments de temps.

Ces comptages de cycles se font sur les deux fréquences du système.

Mais la deuxième fréquence a aussi comme fonction de transporter un message contenant le bit de synchronisation et un mot désignant l'identifiant de la balise, les paramètres de température, d'humidité, de pression et des paramètres technologiques.

Nous remarquons que les horloges sol et bord ne sont pas synchronisées et pour cela, on s'aide des deux balises maîtresses, car leur horloge est rattachée au TAI (Césium CNES). Le but est d'observer l'écart de temps entre le TOP10s bord et celui des balises maîtresses, et de le rattacher au TAI.

Les observables bruts du système DORIS sont donc (pour chaque 10 secondes) :

- le comptage de cycles sur les deux fréquences (N1 et N2) ;
- les incréments de temps sur les deux fréquences ( $\delta t_{1.1}$ ,  $\delta t_{1.2}$ ,  $\delta t_{2.1}$  et  $\delta t_{2.2}$ ) ;

Sur le schéma 4.18, on a reporté aussi les définitions des observables telles qu'elles devraient être dans des fichiers de mesures DORIS au format RINEX plus proche de la mesure brute (voir annexe B.2) : A1/A2, B1/B2 et Q2.

### 4.3.2 La fonction de mesure DORIS

La fonction de mesure DORIS, ou mesure physique de base utilisée dans le système DORIS, repose sur l'effet Doppler rappelé dans le premier paragraphe. Trois équations fondamentales modélisent la marche des horloges, la propagation du signal radioélectrique, et le battement des phases, permettant l'écriture de la fonction de mesure DORIS.

Nous résumons les caractéristiques de ces phénomènes à partir du document de Boucher et al. 1989 [15].

#### L'effet Doppler

Considérons une source sonore mobile émettant un son de fréquence  $f$  et un observateur. Quand la source sonore se rapproche de l'observateur, il y a compression des ondes sonores : la longueur d'onde est plus courte et le son émis plus aigu. Quand la source s'éloigne de l'observateur, il y a une décompression des ondes sonores : la longueur d'onde est plus longue et le son émis plus grave.

Si on note  $V_r$  la vitesse radiale de la source,  $r_1$  sa distance à l'instant  $t_1$ ,  $r_2$  à l'instant  $t_2$ , et  $dr$  la variation de distance radiale, on obtient la formule suivante pour l'effet Doppler :

$$V_r = \frac{dr}{dt} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

Si on note  $D_f$  le décalage Doppler,  $f_e$  la fréquence émise, on a :

$$D_f = -f_e \frac{V_r}{c}$$

Le schéma 4.20 donne une idée concrète de cet effet dans le cas de DORIS.

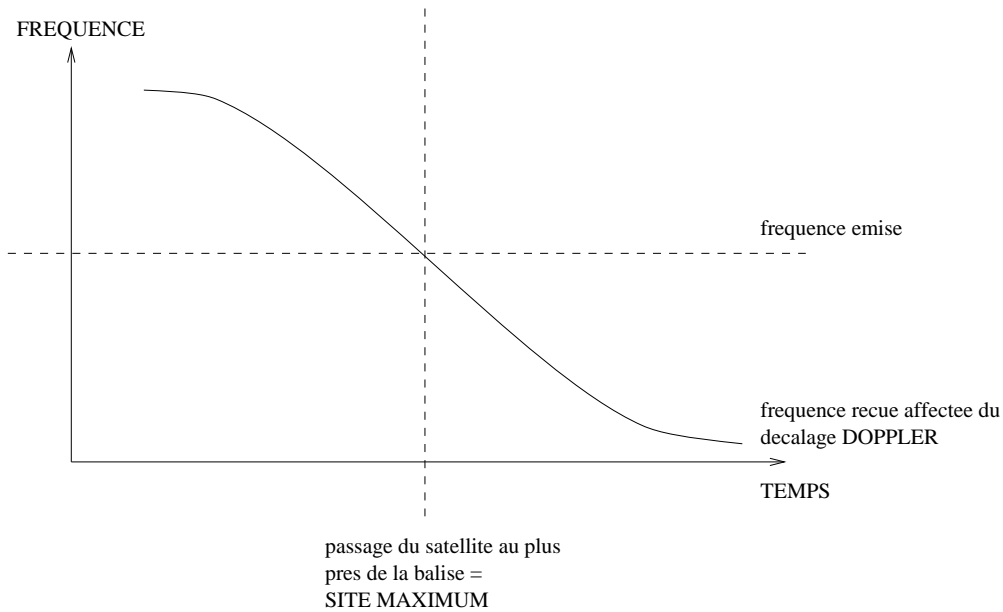


FIG. 4.20 – Effet Doppler

### Marche des horloges

La modélisation des observables met en jeu trois échelles de temps différentes que nous notons :

- $t_b$  : temps propre des horloges des balises terrestres (au sens de la relativité) ;
- $t_s$  : temps propre de l'horloge de l'instrument bord ;
- $t$  : temps mesuré par une horloge supposée parfaite (sans biais ni dérive) dans un système local géocentrique.

Considérons ensuite les indices :

- $e_i$  qui correspond aux instants d'émission pour le début de comptage (i=1) ou la fin de comptage (i=2) ;
- $r_i$  qui correspond aux instants de réception pour le début de comptage (i=1) ou la fin de comptage (i=2).

L'équation de la marche des horloges est alors :

Pour  $\lambda=b$  ou  $s$ ,

$$t = t_\lambda + K_\lambda + \Delta t_{rel,\lambda} \quad (4.1)$$

avec :

$$\Delta t_{rel,\lambda} = \int_{t_{\lambda^0}}^t \kappa_{\lambda} dt, \text{ où } \kappa_{\lambda} = \frac{\mu}{r_{\lambda} c^2} + \frac{v_{\lambda}}{2c^2} \text{ avec } \mu = GM;$$

$K_{\lambda}$ , terme qui rassemble les effets de synchronisation, de différences de fréquence et de dérive de l'horloge.

### Propagation du signal radioélectrique

En notant :

- $\rho$  : distance géométrique entre la position du centre de phase de l'antenne de la balise à  $t_e$  et celle du centre de phase de l'antenne de l'instrument embarqué à  $t_r$  ;
  - $\Delta \rho_{prop}$  : correction des perturbations causées sur les signaux lors de leur traversée dans l'atmosphère ;
  - $\Delta \rho_{rel}$  : correction d'un effet de relativité générale sur la distance station/satellite parcourue par l'onde électromagnétique,
- on écrit l'équation de propagation :

$$t_r = t_e + \frac{\rho}{c} + \frac{\Delta \rho_{prop}}{c} + \frac{\Delta \rho_{rel}}{c} \quad (4.2)$$

### Traitement des phases

Comme nous l'avons indiqué plus haut, ce ne sont pas les phases qui sont traitées de façon directe, mais leur différence, ce que l'on appelle le battement. Son intégration sur un intervalle de comptage donne un nombre de cycles. Nous allons à présent voir comment on retrouve l'effet Doppler à partir de ce comptage.

Soient  $\phi_b(t_e)$  la phase du signal émis (c'est à dire la phase de la balise comme observée par le satellite) et  $\phi_s(t_r)$  la phase du signal généré à bord à l'instant  $t_r$  de réception, avec pour  $\lambda=b$  ou  $s$ ,

$$\phi_{\lambda}(t_{\lambda}) = \phi_{\lambda}^0 + 2\pi \bar{f}_{\lambda}(t_{\lambda} - t_{\lambda}^0)$$

où  $\bar{f}_{\lambda}$  est la fréquence propre de l'oscillateur  $\lambda$ .

On rappelle les différentes valeurs des fréquences nominales (propres) DORIS :

- fréquence L1 satellite :  $\bar{f}_s = 2,036125GHz$  ;
- fréquence L1 balise :  $\bar{f}_b = 2,03625GHz$  ;
- fréquence L2 satellite :  $\bar{f}_s = 401,125MHz$  ;
- fréquence L2 balise :  $\bar{f}_b = 401,25MHz$ .

On note  $\Phi$  le battement, qui est donné par :

$$\Phi = \phi_b(t_e) - \phi_s(t_r)$$

Le comptage de cycles Doppler s'écrit alors en appliquant la relation 4.2 :



$$\begin{aligned}
N &= \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2\pi} \\
N &= \frac{(\phi_b(t_{e2}) - \phi_s(t_{r2})) - (\phi_b(t_{e1}) - \phi_s(t_{r1}))}{2\pi} \\
N &= \bar{f}_b(t_{e2} - t_{e1}) - \bar{f}_s(t_{r2} - t_{r1}) \\
N &= \bar{f}_b(t_{r2} - t_{r1}) - \bar{f}_b\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{c}\right) + \Delta N_{corr} - \bar{f}_s(t_{r2} - t_{r1})
\end{aligned}$$

On note  $\Delta T_c = t_{r2} - t_{r1}$  la durée de comptage. On obtient comme troisième équation fondamentale :

$$N = (\bar{f}_b - \bar{f}_s)\Delta T_c - \frac{\bar{f}_b}{c}(\rho_2 - \rho_1) + \Delta N_{corr} \quad (4.3)$$

Le premier terme de cette équation est le terme de battement, le second celui qui retranscrit l'effet Doppler. Le dernier terme rassemble les corrections ionosphérique, troposphérique et relativiste.

C'est dans cette relation que l'on se rend compte de l'importance de la différence entre les fréquences bord et les fréquences des balises. En effet, regardons le premier terme :

$\bar{f}_b - \bar{f}_s$  n'est pas nul, et se trouve dans les 125 KHz,  $\Delta T_c$  est dans les 7 à 9 secondes.

Comme ces deux termes sont relativement bien connus (il y a les deux incréments de temps  $\delta t_1$  et  $\delta t_2$ ), le premier terme de l'équation 4.3 l'est aussi.

Cependant, l'effet Doppler est relativement moins grand que le terme de battement (dans les 45 KHz pour Topex/Poséidon, soit presque trois fois moins que le battement Doppler). Ainsi, en ajoutant le terme de battement tel qu'il est, le nombre de cycles est plus facile à compter.

### Les équations d'observation

On peut les exprimer en tant que nombre de cycles, comme donné plus haut (relation 4.3).

Mais on peut aussi les exprimer en tant que vitesse radiale comme dans les fichiers d'échange des mesures DORIS du CDDIS.

Soit on considère les fréquences estimées ( $\hat{f}_\lambda$ ,  $\lambda=b$  ou  $s$ ), ce que l'on trouve dans le format 1.0 de ces fichiers (voir annexe A.2 pour la description complète) et on a comme vitesse radiale :

$$M_{L1}^{1.0} = \frac{c}{\hat{f}_b}((\hat{f}_b - \hat{f}_s) - \frac{N_{L1}}{\Delta T_c}) \quad (4.4)$$

et comme terme de correction ionosphérique :

$$I_{iono}^{1.0} = \frac{I_{L1}^{1.0}}{\hat{f}_{bL1}}$$

Soit on prend les fréquences nominales ( $\bar{f}_\lambda$ ) comme dans le format 2.1, et on considère comme vitesse radiale :

$$M_{L1}^{2.1} = \frac{c}{\bar{f}_b} \left( (\bar{f}_b - \bar{f}_s) - \frac{N_{L1}}{\Delta T_c} \right) \quad (4.5)$$

et comme terme de correction ionosphérique :

$$I_{iono}^{2.1} = \frac{I_{L1}^{2.1}}{f_{bL1}}$$

#### Les corrections de mesures - $\Delta N_{corr}$

Les principaux phénomènes perturbateurs sont :

- l'ionosphère, que l'on corrige par la caractéristique bi-fréquence du système, ce qui permet d'obtenir une erreur très faible (« 0,3 mm/s) après modélisation ;
- la troposphère à laquelle on applique les modèles d'atmosphère, cependant, la partie humide est très mal connue (erreur = 0,6-3 mm/s) ;
- la relativité (horloges) dont on peut trouver la modélisation pour DORIS dans GINS dans le document de Crétaux et Lemoine 1993 [21] (erreur de moins de 0,3 mm/s).

#### 4.3.3 Les modèles appliqués à l'analyse des mesures DORIS

Les mesures décrites dans le chapitre précédent sont traitées en appliquant des modèles de référence pour obtenir divers produits tels que les orbites de satellite, les coordonnées de stations d'observation ou la position du pôle de rotation de la Terre.

Cette section rassemble la liste des modèles à déterminer avant un calcul dans les quatre tableaux 4.3, 4.4, 4.5 et 4.6 en suivant la fiche standard de description des analyses de l'IDS. La colonne de droite indique des exemples des modèles utilisés pour DORIS par les deux principaux centres d'analyse (lorsque ceux de l'IGN/JPL sont différents de ceux de CLS/LEGOS, ils sont notés en italique pour l'IGN/JPL).

#### 4.3.4 Mise à disposition des mesures et produits DORIS

Le S.O.D. (Service d'Orbitographie DORIS) procède en trois étapes principales pour la restitution des orbites :

- l'orbite dite "de servitude" (ROS) : elle est calculée tous les jours, dès la réception d'un lot d'une journée de mesures. C'est en fait un premier prétraitement des mesures, dans lequel on prend en compte des données de systèmes de référence et de modèles d'atmosphère. Sa précision est décimétrique ;
- l'orbite dite "fine" (ROF) : elle est calculée si la ROS n'est pas de classe métrique. Elle a les mêmes caractéristiques que celle-ci. On lui applique juste des filtres plus puissants. Sa précision est métrique ;

TAB. 4.3 – Traitement des mesures DORIS : modèles a priori

	MODELES ASSOCIES AUX MESURES
Mesures de base	<ul style="list-style-type: none"> <li>* sur les deux fréquences</li> <li>* nombre entier de cycles du battement en fréquence (1ère génération de satellite)</li> <li>* différences de phase fractionnelles du battement en fréquence (2ème génération)</li> <li>* <i>coupure d'angle d'élévation de 12° ou imposé par le CNES</i></li> <li>* <i>poids de 0,4 mm/s ou de 0,35 mm/s pour Jason1 et 0,5 pour les autres satellites</i></li> </ul>
Modèle de correction de centre de phase d'antenne sol	* dépendance de la hauteur du type d'antenne
Troposphère	<ul style="list-style-type: none"> <li>* <i>modèles CNET1 ou LANYI de retard zénital</i></li> <li>* <i>fonctions de rabatement CNET1 ou LANYI</i></li> </ul>
Ionosphère	* modèle deux fréquences de premier ordre (SOD/CNES)
Effets relativistes d'horloge	* appliqués
Mouvements de plaques	<ul style="list-style-type: none"> <li>* ITRF2000 tel que défini dans l'IGN DORIS mail</li> <li>* Nuvel1 pour certaines stations</li> <li><i>dans cas "approche réseau libre", mouvements de plaques non pris en compte</i></li> </ul>
Déplacements de marées	<ul style="list-style-type: none"> <li>* marée terre solide : modèle de Wahr</li> <li>* marée polaire : appliqué</li> <li>* surcharge océanique : appliqué</li> </ul>
Surcharge atmosphérique	* appliqué à partir des grilles de pression 3D ECMWF 6 heures <i>ou non pris en compte</i>
Déviations de fréquence des horloges	* biais de fréquence à bord déduit des balises maîtresses (un biais par passage de satellite)
Correction du centre de phase de l'antenne et du centre de masse du satellite	* appliqués
Attitude du satellite	* pour TP, Jason1 et Envisat (les satellites SPOT ont une orientation géocentrique)
Retard de propagation récepteur/antenne	* dépend du canal et de la génération de l'instrument

TAB. 4.4 – Traitement des mesures DORIS : modèles sur les orbites

	MODELES D'ORBITE
Géopotential	<ul style="list-style-type: none"> <li>* EGM96 jusqu'au degré 99 et l'ordre 95, ou degré et ordre 70, ou GRIM5C1 degré 99 et ordre 95, ou GGM01C degré 120 et ordre 120, ou GGM01S degré 99 et ordre 95</li> <li>* constantes (conventions IERS96) :               <ul style="list-style-type: none"> <li>AE = 6378.13646 km</li> <li>1/F = 298.25765 (ou rien)</li> <li>GM = 398600.4415 km<sup>3</sup>/sec<sup>2</sup></li> <li>OMEGA = 0.7292115 rad/sec (ou rien)</li> <li>DATE = 1997.0 (ou 01/01/86)</li> </ul> </li> </ul>
Troisième corps	<ul style="list-style-type: none"> <li>* planètes : Soleil, Lune, Mars, Venus, Jupiter, Saturne et Mercure</li> <li>* éphémérides : DE403 (JPL)</li> </ul>
Air drag	<ul style="list-style-type: none"> <li>* modèle de densité de l'air : DTM (DTM-94)</li> <li>* forme du satellite à partir de macromodèle</li> </ul>
Pression de radiation solaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>* radiation directe : appliquée</li> <li>* modèle d'ombre de la Terre (dont pénombre à partir d'une fonction de régularisation)</li> <li>* radiation ré-émission :               <ul style="list-style-type: none"> <li>albedo à partir d'un modèle moyen mensuel</li> <li>IR appliqué (ou pas)</li> </ul> </li> </ul>
Poussée thermique du satellite	<ul style="list-style-type: none"> <li>* appliquée (ou pas)</li> </ul>
Forces de marées	<ul style="list-style-type: none"> <li>* marées terre solide : modèle de Wahr</li> <li>* marées océaniques : associées à GRIM5-C1 (ou non appliquées)</li> </ul>
Attraction gravitationnelle atmosphérique	<ul style="list-style-type: none"> <li>* calculée à partir de la pression atmosphérique (grilles 3D de 6 heures) sur les terres</li> <li>* modèle de baromètre inversé sur océan</li> </ul>
Relativité	<ul style="list-style-type: none"> <li>* modèle de Schwarzschild</li> </ul>
Intégration numérique	<ul style="list-style-type: none"> <li>soit celle intégrée dans GIPSY/OASIS ou :</li> <li>* prédicteur/correcteur de type Cowell d'ordre 8</li> <li>* pas d'intégration : 45 secondes pour Spot, 60 pour TP</li> <li>* longueur d'arc : soit un jour pour tous les satellites ou :               <ul style="list-style-type: none"> <li>1 jour pour spot, Jason1 et Envisat</li> <li>3 jours pour TP ou entre 1 et 3 dans le cas des manœuvres ou d'importantes données manquantes</li> </ul> </li> </ul>

TAB. 4.5 – Traitement des mesures DORIS : paramètres estimés

	PARAMETRES ESTIMES (valeurs a priori et sigmas)
Ajustement	* moindres carrés pondérés avec itérations
Paramètres orbitaux	<ul style="list-style-type: none"> <li>* position et vitesse initiales</li> <li>* pression de radiation solaire : 1 coefficient par arc</li> <li>* air drag : <ul style="list-style-type: none"> <li>Spot : 1 coefficient toutes les 5 heures et 2 coefficients (cos/sin) par période orbitale</li> <li>Topex : 1 coefficient par demi-jour</li> <li><i>ou pour Spot et Envisat : 1 coefficient toutes les 6 heures et pour Topex et Jason1 : 1 coefficient tous les jours</i></li> </ul> </li> <li>* accélérations empiriques de Hill : <ul style="list-style-type: none"> <li>tous les satellites : 2 coefficients (cos/sin) par période orbitale dans la direction normale</li> <li>topex uniquement : 2 coefficients (cos/sin) par période orbitale dans la direction tangentielle</li> <li><i>ou pour tous les satellites : deux coefficients (cos/sin) par période orbitale</i></li> </ul> </li> </ul>
Stations	<ul style="list-style-type: none"> <li>* coordonnées et vitesses du réseau de stations, système cartésien</li> <li>* contraintes a priori (solution initiale à 10 m)</li> </ul>
Troposphère	<ul style="list-style-type: none"> <li>* un biais de retard de chemin zénital estimé par passage</li> <li>* valeurs a priori données par les détecteurs météorologiques ou modèle climatologique (prétraitement SSALTO) dans le cas d'échec ou de saturation des détecteurs <i>ou en posant 10 cm pour la composante mouillée et <math>1,013 \times 2,27 \times \exp(-0,116^{-3} \times ht)</math> pour la composante sèche avec réinitialisation toutes les 30 minutes</i></li> </ul>
Correction ionosphérique	* pas de paramètres estimés
ERP	<ul style="list-style-type: none"> <li>* coordonnées (x,y) du pôle</li> <li>* valeurs du bulletin B actuel de l'IERS utilisées comme a priori <i>ou IERSC04</i></li> </ul>
Biais d'horloge	<ul style="list-style-type: none"> <li>* un biais de fréquence mélangé récepteur/station par passage de satellite</li> <li><i>dérive d'horloge réinitialisée à 20h pour toutes les stations et tous les satellites</i></li> </ul>

TAB. 4.6 – Traitement des mesures DORIS : modèles sur les repères de référence

	REPERES DE REFERENCE
Inertiel	* géocentrique : équateur moyen et équinoxe du 1er janvier 2000 à 12h00 (J2000.0)
Terrestre	* ITRF.. repère de référence avec la description de la réalisation * fichiers SINEX des coordonnées et vitesses de station DORIS
Interconnexion	* précession : théorie de la précession UAI 1976 * nutation : théorie de la nutation UAI 1980 * décalages du pôle céleste à partir du Bulletin A de l'IERS <i>ou non utilisés</i> * relations entre UT1 et GMST * ERP à partir de EOP97C04 <i>ou ERP du Bulletin B comme estimés a priori comme paramètres avec extension sous-journalière par Jim Ray</i> * variations de marées dans UT1 et $x_p$

- l'orbite précise (ROP) : elle est calculée à partir d'une des deux orbites précédentes d'ordre métrique. Si c'est ROS, elle est fournie à  $j+2$  ; si c'est ROF, à  $j+5$ . Sa précision est décimétrique.

Ensuite, le CNES fournit aux utilisateurs intéressés les deux types d'orbite DORIS suivants :

- l'orbite MOE (Medium accuracy Orbit Ephemerides), disponible en 48h. Sa précision est de l'ordre de 5 cm en radial ;
- l'orbite POE (Precise accuracy Orbit Ephemerides), disponible en 1 mois (ou 3 pour SPOT2 et SPOT4). Elle est plus précise et entièrement validée par rapport à la MOE.

Pour les fichiers de mesures, le SOD crée des fichiers de mesures pondérées (obtenus en parallèle avec le calcul d'orbite avec ZOOM) qui permettront d'obtenir les fichiers livrés aux centres de données/centres d'archivage DORIS de l'IERS : IGN(PARIS) et CDDIS(GSFC WASHINGTON).

Il en est de même pour le positionnement qui s'adapte aux différents besoins des demandeurs.

Il existe le positionnement opérationnel (disponible sous 48h). La méthode utilisée est la méthode géométrique. Les éphémérides sont déterminées préalablement et seules les coordonnées des balises clientes sont déterminées. Ses avantages sont la simplicité, la robustesse et la rapidité.

L'autre positionnement diffusé est un positionnement à plus haute précision utilisant la méthode semi-dynamique. Les paramètres d'orbite de satellites et les coordonnées de stations sont déterminés simultanément. Cette méthode est plus lourde puisque l'on considère l'ensemble du réseau de balises mais la modélisation est complète.

## Chapitre 5

# Modélisation de la fonction de mesure DORIS dans le logiciel de traitement GPS de l'université de Berne

Fin 2000, au commencement de ce travail, l'IDS n'était pas encore en activité. DORIS restait un système dont le traitement des observations et les développements techniques étaient effectués principalement en France, par le CNES et l'IGN. Peu de centres diffusaient des produits qui étaient toutefois largement exploités, notamment dans le domaine de la géophysique. Deux centres (français) seulement calculaient par exemple des coordonnées de stations sol.

L'optique d'une collaboration avec l'équipe de Berne de l'AIUB (l'Institut Astronomique de l'Université de Berne) était ainsi l'expansion de la technique DORIS dans la perspective d'un service international. Le choix du logiciel provient d'une part de son utilisation au sein de l'IGN par l'équipe du SGN (Service de Géodésie et de Nivellement) pour les calculs du Réseau GPS Permanent (RGP), et d'autre part de sa diffusion internationale.

Ce chapitre représente une année de travail et de réflexion sur le logiciel de Berne et l'implémentation de la fonction de mesure DORIS.

La première partie donne un aperçu rapide sur le logiciel. Le principe de la mesure GPS sur laquelle le logiciel est basé est succinctement montré, puis les différents programmes autour desquels le logiciel s'articule.

Dans une seconde partie, le travail effectué pour l'implémentation de DORIS dans le logiciel de Berne est détaillé (fichiers d'interface, traitement des orbites et de la fonction de mesure, tests). Nous donnons les deux principaux aspects sur lesquels reposent notre travail : la prise en compte des différences entre les techniques GPS et DORIS, et tout particulièrement l'aspect "récepteur volant", et le traitement des ambiguïtés, notion essentielle de GPS, pour DORIS.

Nous concluons sur quelques réflexions concernant les méthodes de travail de développement logiciel dans l'équipe de l'AIUB.

## 5.1 Le "Bernese GPS Software" (d'après les cours dispensés à l'AIUB [96])

### 5.1.1 Présentation

Le "Bernese GPS Software" est un logiciel développé à Berne, en Suisse, à l'Institut Astronomique de l'Université de Berne (AIUB). Il a été conçu à la fin des années 80 pour le traitement des observations GPS. Il est constamment remis à jour avec des versions plus complètes, avec des options qui permettent d'améliorer les résultats. J'ai travaillé en 2001 avec la version 4.2 et la version 5.0 (diffusée en 2004).

Ce logiciel est largement et internationalement diffusé. Il est utilisé dans les universités pour les travaux de recherche, les instituts d'études nationales pour des études haute précision, les agences d'opération des réseaux permanents GPS.

Il comprend environ 200 programmes (de calculs et de menus), 1000 sous-programmes et fonctions, plus de trois cent mille lignes de code pour la version 4.0.

Son langage principal est le FORTRAN77, mais de plus en plus de programmes sont écrits en FORTRAN90. Il fonctionne sur PC/DOS, UNIX et LINUX.

Ses applications sont variées :

- toutes les applications géodésiques haute précision avec utilisation des observations de phase GPS en double-différence ;
- le calcul automatique des réseaux permanents GPS avec le Bernese Processing Engine (BPE). L'IGN l'utilise notamment pour les calculs réguliers du RGP (Réseau GPS Permanent) ;
- le contrôle de la troposphère ainsi que la modélisation de l'ionosphère, en local, régional ou global ;
- la détermination d'orbites ;
- l'estimation des paramètres d'orientation de la Terre ;
- les études de simulation ;
- les calculs GPS et GPS/GLONASS ;
- l'estimation des horloges avec initialisation des observations de phase et de code non-différenciées ;
- le traitement des observations laser (SLR).

La particularité du logiciel est qu'il a été conçu pour le GPS et pour le traitement par différences. Une station au sol est en vue d'au moins quatre satellites à chaque instant. Ainsi, on peut former des différences entre mesures que l'on appelle : simple-différence à partir de deux récepteurs, donc deux stations au sol, ou double-différence à partir de deux récepteurs et deux satellites. Les doubles-différences sont les observables fondamentales du logiciel.

Puis, le logiciel a été développé pour traiter les zéros-différences : les observables sont les observations elles-mêmes. Ceci permet d'accéder aux paramètres d'horloges, au positionnement précis et permet l'implémentation de l'analyse des données d'autres techniques : SLR, GPS, GLONASS ou DORIS.

Avant de parler plus en détail du fonctionnement du logiciel, notons qu'il existe



depuis juin 1992 un centre d'analyse de l'IGS (International GPS Service) localisé à Berne qui utilise le logiciel. Ce centre d'analyse est CODE pour Center for Orbit Determination in Europe. En plus de l'AIUB, il comprend l'Office Fédéral Suisse de Topographie (Swisstopo), l'Institut Géodésique Allemand (BKG) et l'IGN. En 2001, les mesures de 120 stations sont traitées tous les jours. Les produits sont dans les domaines orbite, repère de référence, rotation de la Terre, atmosphère, temps et fréquence, applications portées sur satellites.

### 5.1.2 L'observable GPS

Les orbites radio-diffusées, la correction de l'horloge du satellite (en temps GPS), les mesures de code C/A (Clear Access Code), de code P (Precise ou Protected Code) et de code Y (version cryptée du code P) sont transmises par le satellite. Les trois premiers, seulement sur la première fréquence L1. L'information est envoyée par modulation de phase. Le code C/A permet de calculer des pseudo-distances avec une précision d'environ 3 m et les codes P et Y 0,3 m. Le produit phase par vitesse de la lumière peut être reconstruit avec une précision de 1 mm.

L'observable de base GPS est la pseudo-distance  $p_i^j$  qui représente la différence entre le temps de réception  $t_i$  d'un signal particulier (mesuré dans le repère de temps du récepteur) et le temps d'émission  $\tau_i^j$  du même signal pour un satellite  $j$  (mesuré dans le repère de temps du satellite). L'équation correspondante est :

$$p_i^j = c.(t_i - \tau_i^j)$$

Si la Terre était sans atmosphère et si les récepteurs et émetteurs avaient des horloges parfaitement synchronisées, la pseudo-distance serait égale à la distance "vraie" (droite) entre le satellite (au temps  $\tau^j$ ) et le récepteur (au temps  $t_i$ ). Mais dans le cas réel, l'équation des observations code du GPS s'écrit :

$$p_i^j = \rho_i^j - c\delta t^j + c\delta t_i + \delta\rho_{i,ion}^j + \delta\rho_{i,trop}^j$$

où :

$\rho_i^j$  est la distance "vraie",

$\delta t^j$  l'erreur d'horloge du satellite,

$\delta t_i$  l'erreur d'horloge du récepteur,

$\delta\rho_{i,ion}^j$  l'erreur due à la réfraction ionosphérique,

$\delta\rho_{i,trop}^j$  l'erreur due à la réfraction troposphérique.

L'équation de la phase s'écrit de la même façon :

$$p_i^j = \rho_i^j - c\delta t^j + c\delta t_i - \delta\rho_{i,ion}^j + \delta\rho_{i,trop}^j + \lambda.N_i^j$$

où il apparaît un moins pour le retard ionosphérique puisque l'ionosphère entraîne une avance de phase et  $N_i^j$  est l'ambiguïté de phase initiale qui est un entier restant le même pour un passage.

La phase et le code reflètent le système dans son intégralité : la géométrie ( $\rho_i^j$ ), les horloges ( $\delta t^j, \delta t_i$ ), et l'atmosphère ( $\delta \rho_{i,ion}^j, \delta \rho_{i,trop}^j$ ).

Cependant, la phase donne la meilleure précision pour la géométrie et l'atmosphère (résidus de 1 mm dans les observations).

### 5.1.3 Les étapes du traitement par le logiciel version 4.2

Le traitement des mesures par le logiciel suit le schéma de la figure 5.1.

Il se découpe en cinq parties principales :

- *Transfert* : génération des fichiers dans le format du logiciel à partir des données au format RINEX (observations, informations sur les orbites radio-diffusées, paramètres météorologiques) ;
- *Orbite* : génération de représentations d'orbites (indépendamment des sources) en orbites dites standard, mises à jour des orbites, génération des orbites dans un format orbite précise, comparaison d'orbites, ... ;
- *Traitement* : traitement du code et synchronisation des horloges des récepteurs (pour une seule station), pré-traitement deux fréquences code et phase, estimation des paramètres basée sur GPS et/ou GPS/GLONASS (GPSEST), basée sur la superposition des systèmes d'équations normales (programmes ADDNEQ et ADDNEQ2) ;
- *Simulation* : génération des observations simulées (GPS/GLONASS) code et phase, sur la fréquence L1 ou sur les deux fréquences L1 et L2, basée sur des informations statistiques (résidus par observation, biais, sauts de cycles) ;
- *Service* : édition et examen des fichiers de données en binaire, comparaison d'ensembles de coordonnées, représentation des résidus, ...

#### Traitement des orbites

Le schéma 5.2 indique les différentes étapes à suivre et les programmes à utiliser.

Le programme ORBGEN permet de générer et de mettre à jour les orbites dites standard.

L'orbite standard contient une représentation polynomiale de l'orbite. Elle est le résultat de l'intégration numérique de l'équation différentielle :

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{f}$$

Son principe est basé sur le calcul des dérivées partielles liées au mouvement du satellite autour de la Terre :

$$\begin{cases} \vec{r}_p(t) &= \frac{\partial \vec{r}(t)}{\partial p} \\ \vec{v}_p(t) &= \frac{\partial \vec{v}(t)}{\partial p} \end{cases}$$

où :

p est l'un des éléments orbitaux de l'ensemble  $\{a, e, i, \Omega, \omega, u_0, p_0, p_1, \dots\}$ ,

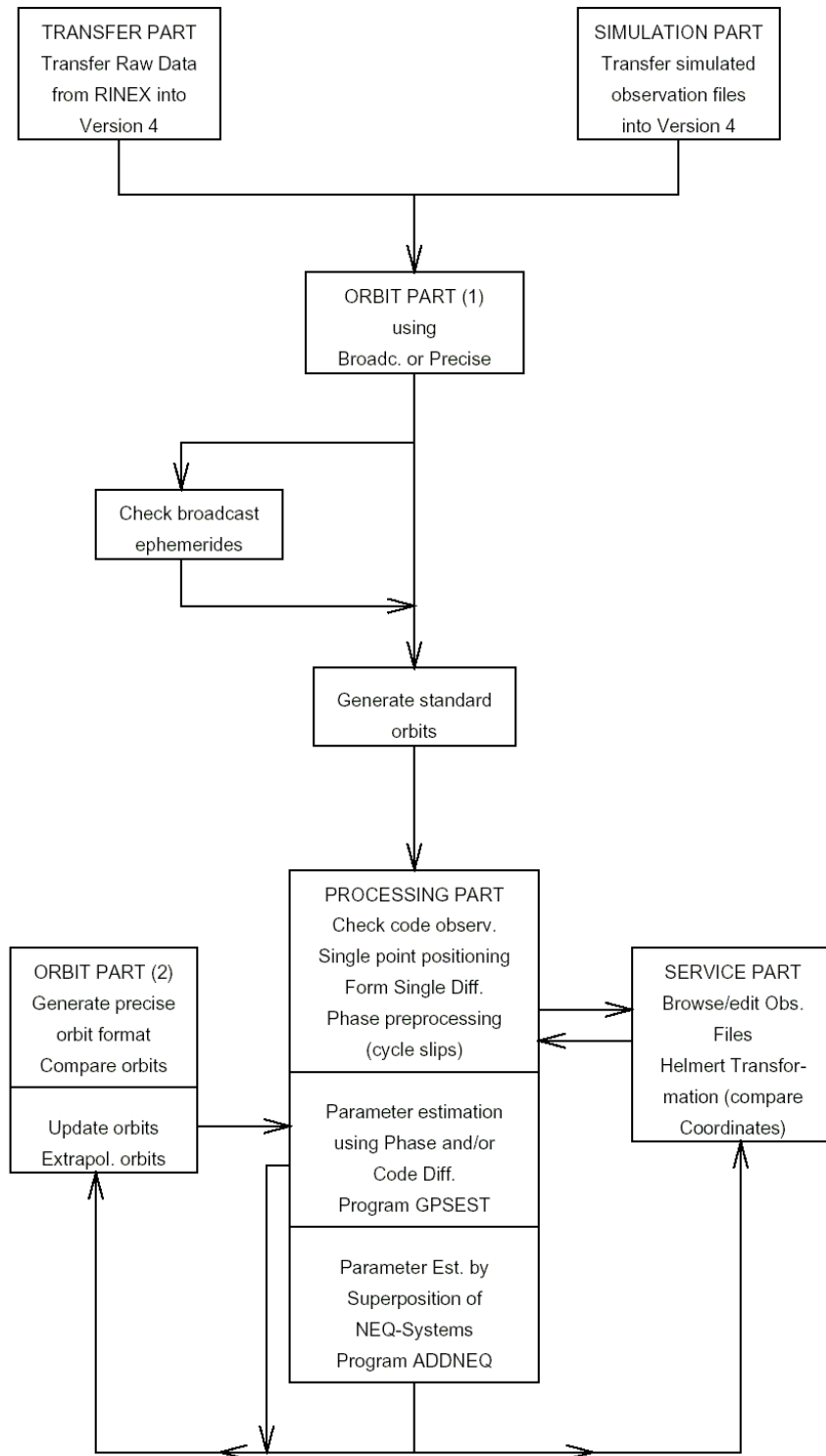


FIG. 5.1 – Diagramme fonctionnel pour un traitement de base avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41]

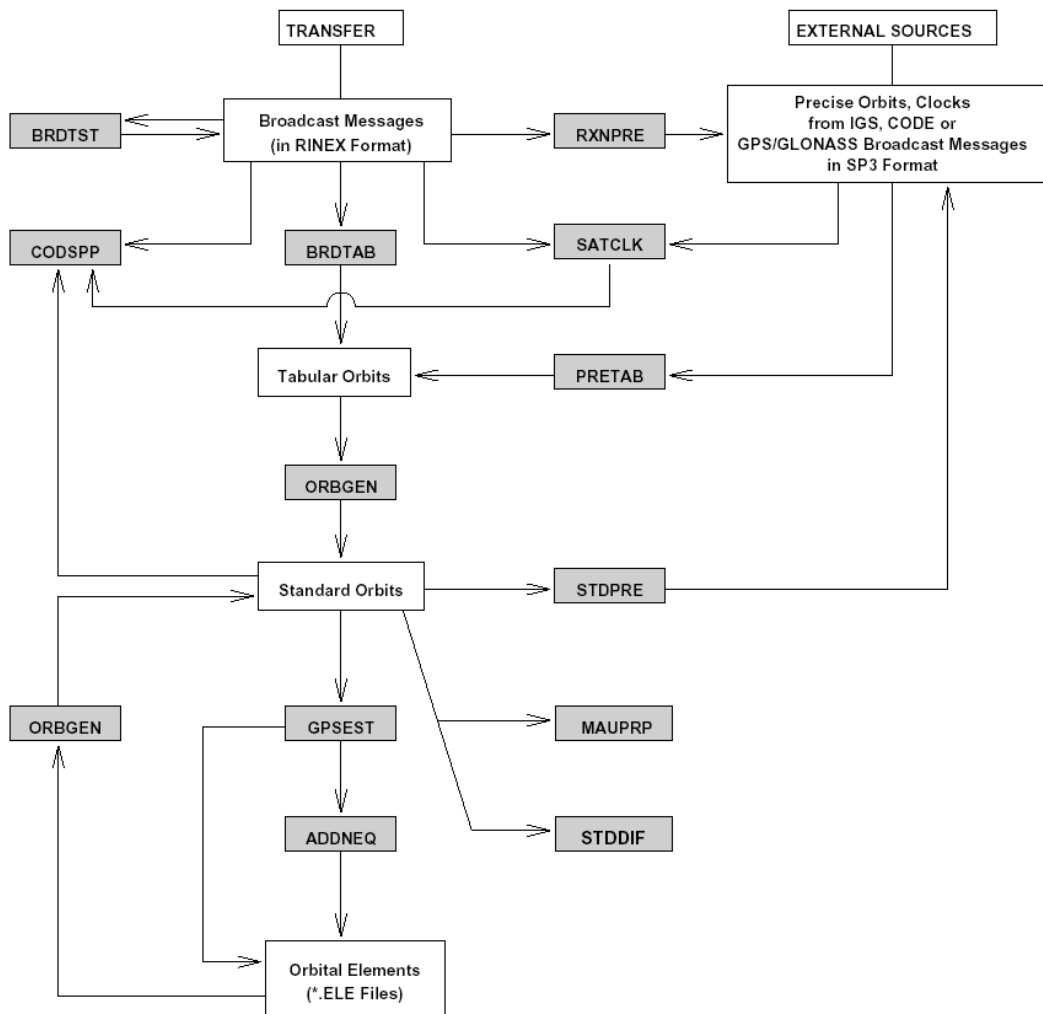


FIG. 5.2 – Diagramme fonctionnel pour un traitement de base d'orbites avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41]

$\vec{r}(t)$  est le vecteur position,  
 $\vec{v}(t)$  est le vecteur vitesse.

On en déduit les équations variationnelles :

$$\ddot{\vec{r}}_p = A \cdot \vec{r}_p + \vec{f}_p$$

où

$\vec{f}$  est l'accélération et  $\vec{f}_p = \frac{\partial \vec{f}(t)}{\partial p}$ ,

A est la matrice (3,3) telle que  $A_{i,k} = \frac{\partial \vec{f}_i}{\partial r_k}$ .

Si p est un élément osculateur :  $\vec{f}_p = 0$ .

Si p est un paramètre dynamique :

$$\begin{cases} r_{0,p}(t_0) = \vec{0} \\ v_{0,p}(t_0) = \vec{0} \end{cases}$$

On résoud ainsi les quinze équations variationnelles et les équations originales de mouvement par intégration numérique.

On obtient ainsi les fichiers de format :

- \*.STD (standard) : qui groupe les coefficients du polynôme pour chaque satellite ( $\vec{r}(t) = \sum_{i=0}^q (t - t_0)^i \cdot r_{0,i}$ ) et chaque composante et sous-intervalle associés ;
- \*.RPR : qui contient les dérivées partielles des orbites en fonction des éléments osculateurs à  $t_0$  (conditions initiales) et des paramètres de pression de radiation.

### Estimations des différents paramètres

Le schéma 5.3 représente les différents étapes et programmes pour l'estimation de paramètres.

Le programme GPSEST traite des sessions individuelles. Il estime les paramètres suivants : les coordonnées de stations à une époque donnée, les horloges récepteur et satellite, les ambiguïtés, le biais de code en différentiel, les décalages moyens d'antenne réceptrice, les paramètres de troposphère, les cartes ionosphériques, les paramètres ionosphériques stochastiques, paramètres orbitaux, paramètres pseudo-stochastiques, paramètres de la rotation de la Terre.

Le programme ADDNEQ combine plusieurs solutions de GPSEST par cumulation des équations normales de plusieurs sessions. Il estime de façon globale les paramètres tels que les coordonnées de stations, les vitesses de stations, les décalages d'antenne satellite, les éléments orbitaux, les paramètres de pression de radiation, les paramètres orbitaux pseudo-stochastiques, les paramètres de rotation de la Terre, le centre de masse de la Terre, les paramètres troposphériques d'une station.

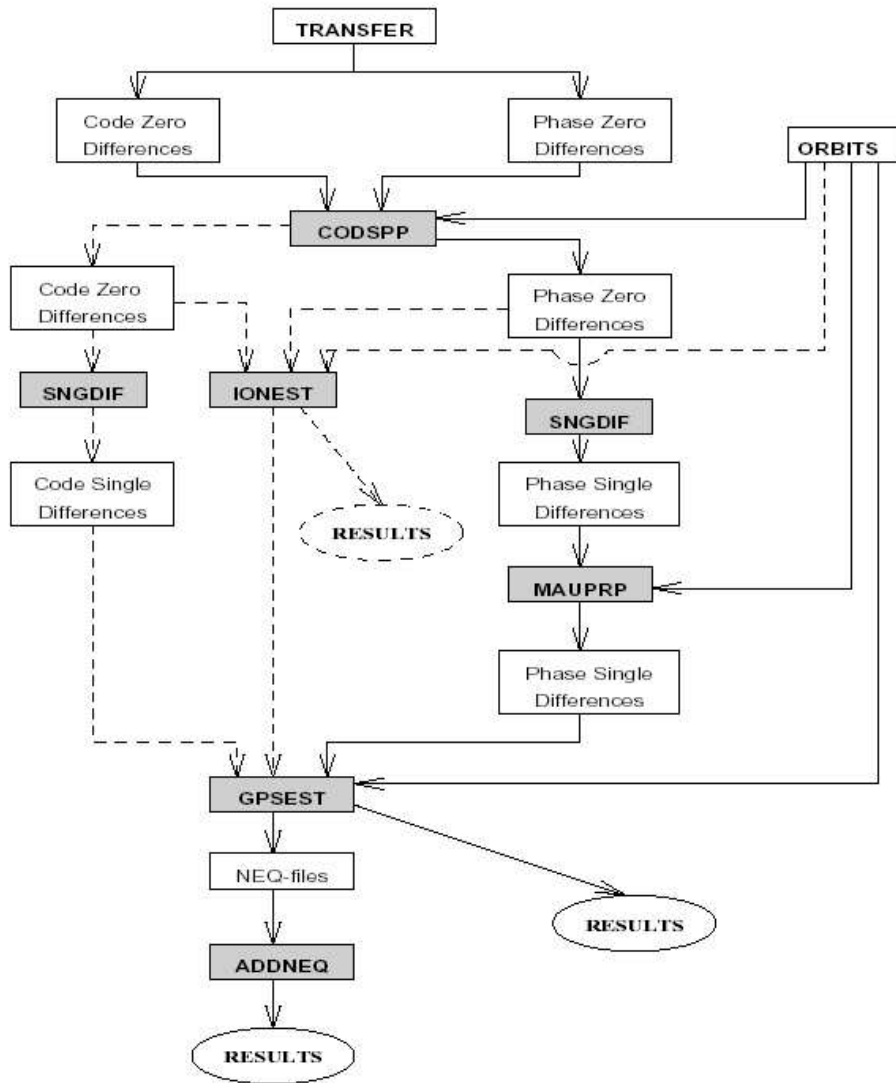


FIG. 5.3 – Diagramme fonctionnel pour un traitement de base des mesures avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41]

### Exemple de chaîne de calculs avec le logiciel bernois version 4.2 : le RGP (Réseau GPS Permanent) calculé au SGN (Service de Géodésie et de Nivellement), service de l'IGN (Garayt et Gattacceca 2001 [35])

Le SGN suit le schéma suivant pour traiter les observations GPS du RGP.

- Programme **PRETAB** : conversion des fichiers d'orbites précises au format Bernese tabulé et conversion des informations précises sur les horloges (contenues dans les fichiers d'orbites précises) au format d'horloge Bernese ;
- Programme **ORBGEN** : création des orbites standard à partir des orbites tabulées en utilisant l'intégration d'orbites ;
- Programme **RXOBV3** : conversion des données RINEX au format Bernese ;
- Programme **CODCHK** : vérification des observations sur le code en utilisant un ajustement polynomial simple ;
- Programme **CODSPP** : synchronisation des horloges des récepteurs et des satellites avec le temps GPS et entre elles en utilisant le positionnement absolu à partir du code ;
- Programme **SGNDIF** : création des simples différences sur les lignes de base en utilisant les observations sur la phase ;
- Programme **MAUPRP** : nettoyage des observations de simple différence sur la phase (au niveau des double différences) ;
  - soit le traitement de base :
    - Programme **GPSEST** : création d'une solution vraie pour le réseau en traitant toutes les simples différences sur les lignes de base. Les doubles différences, les observables de base pour le logiciel, sont alors générés dans le programme d'estimation des paramètres ;
  - soit le traitement avancé :
    - Programme **GPSEST** : estimation des paramètres avec écriture des résidus ;
    - Programme **RESRMS** : examen des résidus pour éliminer les observations hors normes (outliers) ;
    - Programme **SERVOBS** : retrait des valeurs aberrantes des fichiers d'observation ;
    - Programme **GPSEST** : fixation des ambiguïtés (ligne de base par ligne de base) ;
- Programme **ADDNEQ** : combinaison des différentes solutions au niveau des équations normales pour obtenir une solution au niveau de la campagne. Ceci est réalisé par "empilement" des équations normales ;

#### 5.1.4 Les nouvelles fonctionnalités de la version 5.0 du logiciel

D'un point de vue informatique, les améliorations proviennent surtout du fait que le logiciel version 5.0 possède à présent une interface graphique claire et facile à utiliser sur les plates-formes UNIX/Linux et Windows. Les noms des fichiers sont plus explicites puisqu'ils s'appuient sur les variables de session. Un système d'aide HTML est incorporé. PERL est le langage utilisé pour le BPE.

D'un point de vue technique de traitement des observations satellitaires, on

voit plusieurs éléments modifiés ou ajoutés à la version précédente. De multiples sessions peuvent être traitées en parallèle. Les orbites précises sont déterminées aussi bien pour les constellations GNSS que pour les satellites à orbite basse. Un outil plus sophistiqué a été créé pour des combinaisons efficaces et la manipulation des résultats d'analyse au niveau des équations normales (ADDNEQ2 remplace ADDNEQ). La modélisation de la troposphère est améliorée. On trouve une réelle capacité d'analyse en cinématique. Les conventions IERS 2000 sont conformes. Certaines améliorations ont été apportées au traitement en zéro-différence comme le traitement des biais des pseudo-distances, par exemple.

On peut trouver les informations concernant le logiciel et notamment la documentation Hugentobler et al. 2001 [41] en ligne sur les sites Internet de l'AIUB :

<http://www.aiub.unibe.ch> : pour la version 4.2 et les antérieures ;

<http://www.bernese.unibe.ch> : nouveau site pour la version 5.0.

## 5.2 Implémentation DORIS

Le but de mon séjour à Berne était d'introduire la fonction de mesure DORIS dans le logiciel de Berne. Les méthodes de travail de l'équipe bernoise amenaient à écarter la possibilité de passer par un module de traitement spécifique à DORIS. Il a fallu penser DORIS comme GPS et adapter le logiciel pour qu'il puisse traiter les deux systèmes avec les mêmes programmes. L'implémentation de la mesure DORIS se fait donc en s'intégrant tout à fait au logiciel.

De plus, le développement du logiciel pour des calculs d'orbite de satellites bas est actuellement l'étude d'un étudiant en thèse à l'AIUB (satellite Jason1). La stratégie est donc de n'implémenter que la partie fonction de mesures (et non les orbites) à partir des données les plus brutes possibles (comptage de cycles).

Les orbites DORIS sont téléchargées par différents moyens (site Internet d'AVISO <http://www-aviso.cls.fr/>, par le biais du CNES/CLS), puis intégrées par différents calculs dans le logiciel bernois.

Ainsi, on a pu se focaliser sur l'implémentation de la fonction de mesure DORIS. Celle-ci s'appuie sur deux éléments fondamentaux reliant DORIS et GPS.

La mesure GPS est une différence de phases par rapport au temps. L'équivalence avec DORIS est donnée en considérant que la mesure DORIS est une différence de phases entre deux instants (début de comptage et fin de comptage). Ainsi, la différence principale de DORIS avec GPS est que l'on ne prend pas en compte les ambiguïtés entières de phase.

La deuxième différence importante est l'aspect "récepteur volant" : il faut se placer dans le contexte où contrairement à GPS, c'est le satellite qui reçoit le message et pas la station au sol. Il faut se placer dans l'espace temps correct.

Pour DORIS, on utilise les zéro-différences puisqu'on est dans la configuration générale "un satellite et une station".

Notre travail a voulu être le plus complet possible. Pour cette raison, il a fallu



remonter aux données les plus brutes. L'IDS n'existant pas encore quand le travail a commencé, il a fallu récupérer les informations nécessaires à partir de données internes du CNES. Cette tâche a été lourde et coûteuse en temps, mais elle a permis la propagation de ces informations pour la suite du travail avec le logiciel de Berne, et pourquoi pas pour les logiciels à venir qui voudront traiter les mesures DORIS.

### 5.2.1 Les fichiers d'interface

Nous donnons ici une liste des différentes informations indispensables dans le cadre de mon travail pour le traitement par le logiciel de Berne. Elles figurent dans des fichiers qui doivent être remis à jour régulièrement (fichiers d'interface). A présent, on peut trouver les informations utiles sur le site de coordination des analyses DORIS : <http://lareg.ensg.ign.fr/IDS/>, ou bien dans les documents diffusés au sein du CNES (Auriol 2001 [7], Costes et Tribes 2001 [19], Sengenès 2001 [77],...).

1. Informations sur les stations sol :
  - noms des stations sol (équivalence acronyme 4 lettres et numéros DOMES) ;
  - caractéristiques physiques et techniques (décalage et variation du centre de phase de l'antenne réceptrice, excentricité,...) - source : documents techniques du CNES (Auriol 2001 [7]) ;
  - fenêtre d'observation de chaque station ;
  - liste des pannes et des mauvaises observations ;
  - coordonnées et vitesse de chaque station dans un ITRF donné - source : site de l'ITRF ;
2. Informations sur les satellites :
  - noms des satellites (numéros COSPAR) ;
  - caractéristiques techniques et physiques de chaque satellite (masse, surface,...) - source : documents techniques CNES (Auriol 2001 [7]) ;
  - fenêtre d'observation de chaque satellite ;
  - liste des mauvaises observations ;
  - date et heure des manœuvres effectuées sur chaque satellite - utiles pour le traitement des orbites, source :  
[ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/DORIS/general/\\*man.txt](ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/DORIS/general/*man.txt) ;
3. Informations sur la technique DORIS :
  - paramètres constants du système ( $K_{DORIS}$ , temps d'ouverture de la fenêtre de comptage,... cf. schéma 4.18).

### 5.2.2 Modélisation de l'orbite

Puisque notre objectif est de se concentrer sur les mesures, nous utilisons des orbites préalablement calculées. Les fichiers correspondant peuvent avoir deux provenances différentes :

- Soit en récupérant les calculs d'orbites avec le logiciel GINS, à partir des orbites précises SSALTO. Le format est sensiblement celui du CNES standard. On a les éphémérides de tous les satellites DORIS mais sans les jours de manœuvre (qui sont supprimés pour les calculs avec GINS) ;

- Soit sur le site AVISO (<http://www.aviso.cls.fr>) : on obtient les éphémérides pour le satellite Topex/Poséidon (uniquement) avec les jours de manœuvre, dans un format CNES standard.

La première partie consiste à intégrer les fichiers dans le format reconnu par le logiciel. Notons que la datation dans l'échelle de temps TAI (standard pour les sorties DORIS) est transformée en datation temps GPS.

Ainsi, il y a deux étapes à suivre pour le logiciel bernois :

- transformation des fichiers d'orbites de type CNES (SP3/pour tout satellite orbite basse) en fichiers d'éphémérides précises et tabulaires (formats .PRE et .TAB) d'entrée pour Bernese - programme **DORIS** ;
- transformation de ces fichiers d'éphémérides en fichiers au format standard Bernese (.STD) pour la suite des traitements - programmes **ORBGEN** ou **SORBDT**.

Dans la mise à jour des programmes, on a pris en compte les différences entre les satellites basse altitude et ceux haute altitude (comme GPS).

Pour la première étape, le programme a été testé avec des données du satellite CHAMP à partir d'orbites du CNES, puis sur des orbites de Topex/Poséidon, pour le mois de juillet 1995.

La deuxième étape a permis de faire la comparaison entre le programme de la version courante du bernese (ORBGEN) et une prochaine version de ce programme pour une version future (SORBDT pour Satellite Orbitography Determination). Ce dernier diffère de son prédécesseur par la particularité de pouvoir introduire des pulses stochastiques [Beutler(2004)] dans le traitement des orbites, et donc de prendre en compte les manœuvres de satellites et de ne pas éliminer les journées où elles se produisent, comme il est habituellement fait pour DORIS et GPS. En effet, les manœuvres de GPS ne sont pas modélisées avec des pulses stochastiques.

Les résultats obtenus ont été confirmés par l'équipe du CLS. Ce qui signifie que l'introduction de tels pulses stochastiques permet de quantifier et de qualifier le type de manœuvre subi par le satellite.

De cette étude, il en vient une recommandation destinée aux utilisateurs du logiciel : l'introduction de pulses stochastiques pour traiter les manœuvres des satellites améliorent les résultats de calculs par le logiciel.

En annexe C, on trouvera plus en détail le rapport de tests sur un exemple pour le satellite Topex/Poséidon. Pour le 1er décembre 1998, jour de manœuvre pour celui-ci, on trouve une accélération dans la direction along track (le long de la trace du satellite) de 2,9 mm/s, ce qui correspond à la manœuvre réellement effectuée.

Ainsi, pour l'instant, il est possible d'introduire des fichiers d'orbite DORIS de type CNES. Par la suite, il est prévu d'implémenter le traitement de données DORIS pour le calcul des orbites. Etant donné qu'il y a un travail important effectué sur les LEO (Low Earth Orbit) dans le logiciel bernois (travaux de Markus Rothacher, Heike Bock, Adrian Jaeggi) et leur modélisation, il semblerait que le cas de DORIS soit ainsi réglé.

### 5.2.3 Accès à la fonction de mesures DORIS

#### Fichiers de mesures DORIS

Les mesures DORIS auxquelles j'ai eu accès sont disponibles sous deux formes principales :

- les fichiers du centre de données de l'IDS (CDDIS et IGN) "Standard Exchange Format for Range-Rate Observations" : ils contiennent la "vitesse radiale" obtenue par DORIS et des estimations de différents paramètres tels que corrections ionosphérique, troposphérique ou centre de phase. Ce format standard d'échange a été créé en 1992 . On trouvera une description du format en annexe A.2. Mais l'information qu'on y trouve est largement pré-traitée. En effet, la vitesse radiale est le résultat d'un calcul impliquant les fréquences réelles des oscillateurs (balise et satellite), le temps de comptage et le nombre de cycles ;
- les fichiers dits fimbi33 (acronyme pour Fichier Interface Mesures produit par le logiciel ZOOM après une restitution d'orbites Bivoie DORIS) : ils contiennent les mesures réelles de comptage de cycles et des estimations de différents paramètres (corrections ionosphérique, troposphérique ou centre de phase). Le SOD (Service d'Orbitographie DORIS du CNES) les diffuse après avoir fait un léger pré-traitement des mesures (tri des valeurs aberrantes, corrections, météo,...). Ces fichiers sont à usage interne du CNES.

Il existe d'autres fichiers qui contiennent la mesure DORIS (ou qui expriment la mesure DORIS). Mais nous cherchions un format qui permette d'obtenir l'information nécessaire pour les transformer en fichier de type RINEX (fichier d'échange des mesures GPS) extension DORIS (voir annexe A.1). Pour obtenir ces fichiers de données "brutes", nous avons deux possibilités existantes : utiliser les fichiers du CDDIS, ou les fimbi33. Dans un premier temps, nous avons choisi la première option puisque ces fichiers sont plus faciles à obtenir (ils sont en libre service sur le site du CDDIS).

- Notons que les fichiers de l'IDS ont un contenu évolutif sous le même format :
- le format 1.0 (date de validité : avril 1992) : les décalages de fréquence estimée sont appliqués (voir formule suivante) mais ne sont pas disponibles. Ceci nous empêche de reconstruire les données brutes ;
  - le format 2.1 (date de validité : janvier 2002) : la reconstruction est possible, sauf pour une petite correction contenant les informations d'orbite qui peut être négligée.

Or, le format 2.1 n'était pas encore diffusé au moment de mon travail. Notre approche fut pragmatique : utiliser les formats 1.0 en les considérant comme des 2.1.

On part de la formule 4.5, chapitre 4. On remonte aux comptages de cycles, que l'on transforme en mètres (NMETRE), et finalement, sur les deux fréquences, on a :

$$SurL1 : NMETRE_{L1} = -\Delta T_c(M_{L1} - c\lambda) \quad (5.1)$$

$$SurL2 : NMETRE_{L2} = -\Delta T_c \left( \frac{M_{L1}}{\beta} - \frac{1 - \alpha^2 \beta}{\beta} I_{iono} - c\lambda' \right) \quad (5.2)$$

où

$$\begin{cases} \lambda &= \frac{f_{b2GHz} - f_{s2GHz}}{f_{b2GHz}} \\ \lambda' &= \frac{f_{b400MHz} - f_{s400MHz}}{f_{b400MHz}} \\ \alpha &= \frac{f_{b2GHz}}{f_{b400MHz}} \\ \beta &= \frac{\Delta T_{c2GHz}}{\Delta T_{c400MHz}} \end{cases}$$

Pour l'implémentation qui nous intéresse, on considère que :

- le temps de comptage est le même sur les deux voies ( $\beta = 1$ );
- les fréquences de l'émetteur et du récepteur sont les mêmes ( $\lambda = \lambda' = 0$ ).

Et finalement, on obtient les relations à implémenter dans le programme **DO-ROBS** qui transforme les fichiers du CDDIS version 2.1 en fichiers d'entrée du Bernese :

$$SurL1 : NMETRE_{L1} = -\Delta T_c M_{L1} \quad (5.3)$$

$$SurL2 : NMETRE_{L2} = -\Delta T_c (M_{L1} - (1 - \alpha^2) I_{iono}) \quad (5.4)$$

Un exemple de tel fichier d'entrée du Bernese pour DORIS est présenté en annexe B.1.

### Simulation des mesures DORIS

Car le système de diffusion de l'IDS n'était pas encore en place, la recherche des fichiers de mesures brutes DORIS a été longue et laborieuse. Nous avons donc entrepris de créer des fichiers de mesures DORIS simulées, à partir du schéma 4.18 du chapitre 4. Ces simulations se rapprochent au mieux d'un format de type RINEX extension DORIS. On trouvera en annexe B.2 un exemple pour chacun des trois fichiers créés par cette simulation, regroupant les trois jeux d'observables explicités dans le chapitre précédent (paragraphe traitant de la technique DORIS).

L'avantage principal des simulations est d'obtenir des observations sous des conditions contrôlées pour vérifier les implémentations.

On pose les mêmes hypothèses que pour les fichiers de mesures réelles ( $\beta = 1$  et  $\lambda = \lambda' = 0$ ).

Le programme **GPSSIM** crée trois fichiers qui correspondent aux trois types d'observables DORIS : comptage de cycles, code et phase (en analogie avec le GPS).

Sur le schéma 4.18 du chapitre 4, on a reporté aussi les définitions de ces observables telles qu'elles pourraient être dans les fichiers de mesures DORIS au format RINEX : A1/A2, B1/B2 et Q2. Les simulations ont été définies à partir de ces notations. De plus, on simule la durée de comptage en fonction de la différence des pseudo-distances.

Nous explicitons ci-après les principaux éléments de la simulation. On utilise les notations de la figure 4.18. Des exemples sont en annexe B.2.

- Comptage de cycles : Le champ “CYCLE C.” est une différence de pseudo-distances (pseudo-distance à la fin du comptage - pseudo-distance au début du comptage) calculées par un module du Bernese. Dans les exemples de l’annexe B.2.1 (sans ajout de bruit pour le premier, avec ajout pour le second), les champs FRACT(S) et CLOCK(S) sont les époques de début de comptage A1 sur la fréquence L1 (à côté A2 sur L2) à l’époque considérée (notée  $iepo$ ) :

$$A1 = \frac{K_{DORIS} + \delta t_{1_1}(iepo)}{86400.D0} + \frac{n * 0.01}{86400.D0}$$

et les époques de fin de comptage B1 sur la fréquence L1 (à côté B2 sur L2) :

$$B1 = \frac{K_{DORIS} + \delta t_{2_1}(iepo)}{86400.D0} + \Delta T_{jour} + \frac{n * 0.01}{86400.D0}$$

où  $n$  est l’entier le plus proche avant la date 0 (au centième près),  $K_{DORIS}$  est une constante du système,  $\Delta T_{jour}$  est le temps de comptage en jour.

- CODE ou datation/synchronisation : Le champ “RHOTILD” est la pseudo-distance dans laquelle on prend en compte le  $T_{sync}$  défini dans le schéma 4.18. Le temps qui suit est Q2 sur le même schéma.

$$RHOTILD = \rho(iepo) - c \frac{T_{sync}}{86400.D0}$$

$$Q2 = \frac{n * 0,01}{86400.D0} + \frac{T_{pr}(iepo) + T_{emiss} - T_{sync}}{86400.D0}$$

- Phase : Le champ “PHASE” est définie comme une pseudo-distance. Les temps qui suivent sont les A1 et A2 définis ci-dessus.

#### 5.2.4 Traitement de la fonction de mesure (modifications du programme d’estimation GPSEST)

Pour l’intégration de DORIS dans le traitement par le programme GPSEST (estimation des paramètres, programme pilier du logiciel), plusieurs adaptations spécifiques ont été nécessaires.

La première concerne l’aspect “récepteur volant”. Pour DORIS, le récepteur est le satellite alors que pour le positionnement par GPS, c’est la station. Le calcul des pseudo-distances doit être modifié pour prendre en compte les échelles de temps appropriées. Notons que la configuration du “récepteur volant” concerne aussi les LEO (Low Orbiting Satellites) équipés d’un récepteur GPS.

Le second aspect est plus élaboré et repose sur une petite astuce d’Urs Hugentobler exposée ci-après. C’est ce qu’on appelle “l’ambiguïté DORIS”.

Si on reprend la définition de la vitesse radiale  $M$  dans les fichiers du CDDIS, on a (relation 4.5) :

$$M = \frac{c}{f_b} ((\bar{f}_b - \bar{f}_s) - \frac{N}{\Delta T_c})$$

où

$f_b$  est la fréquence nominale bord (satellite),

$f_s$  la fréquence nominale sol (balise),

$\Delta T_c$  le temps de comptage,

$N$  le comptage de cycles,

$c$  la vitesse de la lumière.

Considérons à présent la quantité  $D$ , différence de pseudo-distances sur l'intervalle  $\Delta T_c$ . Elle s'écrit :

$$D = M\Delta T_c$$

$$D = \frac{c}{f_b}((f_b - f_s)\Delta T_c - N)$$

$$D = \rho'(t + \Delta T_c) - \rho'(t)$$

où

$\rho'$  est la pseudo-distance incluant les corrections de troposphère, de centre de phase,...

$t$  le temps de début de comptage.

Or, deux mesures de type GPS s'écrivent :

$$r(t) = \rho'(t) + A$$

$r(t + \Delta T_c) = \rho'(t + \Delta T_c) + A$ , à 100 km additionnée de la distance parcourue en  $\Delta T_c$ ,

où  $A$  est une constante arbitraire, nommée ambiguïté. Elle est initialisée comme un paramètre à chaque début d'époque et est éliminée à la fin d'époque de comptage.

La différence entre ces deux dernières équations permet d'éliminer le terme  $A$  :

$$r(t + \Delta T_c) - r(t) = \rho'(t + \Delta T_c) - \rho'(t) = D$$

On obtient alors ce que l'on voulait, c'est à dire le terme  $D$ . C'est "l'ambiguïté DORIS".

On fait de même si le mode est chaîné :

$$r(t) = \rho'(t) + A$$

$$r(t + \Delta T_c) = \rho'(t + \Delta T_c) + A$$

$$r(t + 2\Delta T_c) = \rho'(t + 2\Delta T_c) + A$$

...

Le traitement des ambiguïtés est déjà implémenté dans GPSEST pour le GPS. En utilisant cette astuce, on a pu implémenter la fonction de mesure DORIS sans changer toute la structure du programme en s'appuyant sur ce qui avait déjà été fait pour GPS.

## 5.3 L'adaptation du Bernese au traitement des mesures DORIS : synthèse et réflexions

### 5.3.1 Résumé du travail

A la fin de mon séjour à Berne, le travail effectué était le suivant (figure 5.4) :

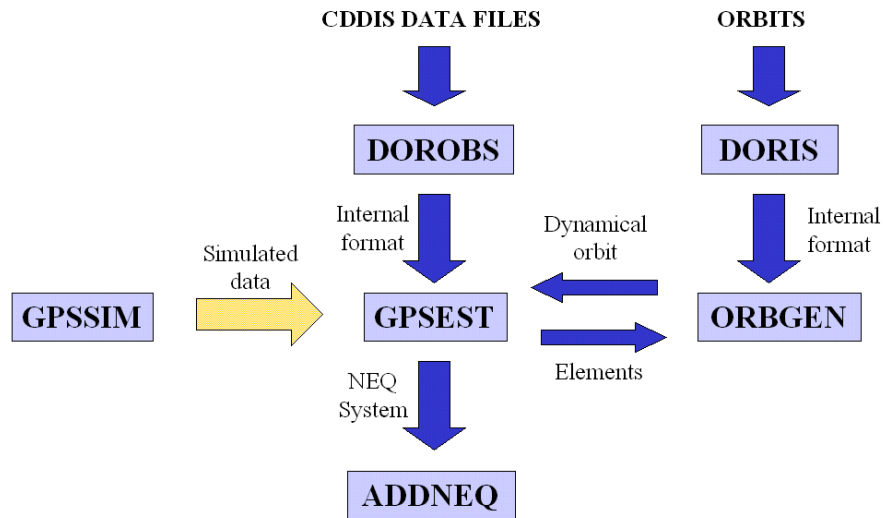


FIG. 5.4 – Schéma pour un traitement de base des mesures DORIS avec le logiciel Bernese. Source : communication de P. Stepanek à la réunion plénière DORIS mai 2004 [85]

- Recherche de données et d'information : où trouver les fichiers de données (orbites, mesures), dans quel format et avec quelles informations. Malgré la grande disponibilité des collègues du CNES et de CLS, cette étape s'est avérée longue et difficile, car il s'agissait de l'une des premières exportations du système fortement intégré. La situation est aujourd'hui plus satisfaisante, grâce à la mise en place de l'IDS et de son système d'information ;
- Orbite : intégration en utilisant SORBBDT et ORBGEN avec et sans la prise en compte des manœuvres (voir Annexe C) ;
- Simulation des observables DORIS dans le format Bernese : code, Doppler/comptage de cycle et phase ;
- Modifications du programme GPSEST : ambiguïté, aspect "récepteur volant" ;
- Traitement des fichiers de mesures DORIS : DOROBS pour transformer les observations DORIS au format du CDDIS en fichier Bernese (pour une fenêtre de temps considérée, le fichier d'observation CDDIS pour un satellite

- est convertie en un fichier Bernese pour chaque station ; le temps est transformé en temps GPS) ;
- Préparation aux tests : rapatriement et pré-traitement des fichiers pour Topex/Poséidon pour juillet 1995.

A ce moment du développement, il a été possible de réaliser des tests de la chaîne de traitement jusqu'au calcul des coordonnées des stations.

Des tests ont été faits avec les données (orbites AVISO et mesures au format du CDDIS) pour le satellite Topex/Poséidon et pour le mois de juillet 1995.

Pour les tests d'estimation de coordonnées de stations, on utilise les fichiers comptages de cycles pour DORIS. Dans un premier temps, on a pris les fichiers simulés. A différentes étapes, on introduit des bruits de mesures, on élimine certains paramètres spécifiques à DORIS puis on regarde les incidences sur les résultats de GPSEST. Tout est cohérent.

La stratégie utilisée est (05/2002) :

- orbites et paramètres de rotation de la Terre fixés ;
- décalages d'antenne du satellite appliqués ;
- utilisation de la combinaison linéaire de fréquence "ionosphere free" L3 ;
- modèle de troposphère a priori : modèle Saastamoinen avec la fonction de projection dry-Niell ;
- coupure d'élévation à 15° ;
- coordonnées et vitesse a priori de l'ITRF2000 ;
- un seul calcul pour le traitement journalier de toutes les stations ;
- utilisation du programme ADDNEQ2 pour la cumulation des équations normales.

Les paramètres estimés sont les coordonnées journalières de stations et le retard zénithal de la troposphère toutes les quatre heures.

Les résultats montrent des résidus pour les orbites de l'ordre de 5 cm en radial et cross-track, et de 20 cm le long de la trace de l'orbite. La répétitivité journalière pour l'estimation des coordonnées est de l'ordre de 0,4 m pour la composante Nord, 0,7 m pour Est et 1,1 m pour Verticale.

Notons que les modèles utilisés sont les mêmes pour les traitements GPS et DORIS, ce qui explique en partie les mauvais résultats obtenus.

Les étapes restantes étaient :

- Développement de la modélisation de l'orbite. Jusqu'ici, le Bernese modélisait seulement les orbites hautes, moins tributaires des forces non gravitationnelles ;
- Implémentation des paramètres spécifiques à DORIS tels que les décalages de fréquence, en vue du format 3.0 des fichiers de mesures DORIS de l'IDS (avec phase) ;
- Implémentation dans la version officielle du Bernese avec la documentation.

Depuis, un doctorant de l'AIUB travaille sur le premier point et les deux autres points sont traités par un doctorant de l'Université de Prague dont j'ai assuré avec CLS la formation initiale lui permettant d'être opérationnel dès son arrivée à Berne.



Les tests récents montrent des résidus sur les estimations de coordonnées de stations dans le repère local de l'ordre du cm. Il est prévu qu'une version de laboratoire du logiciel soit implantée à Prague en 2005.

### 5.3.2 Réflexions sur le travail effectué à Berne

La méthode de programmation dans le logiciel de Berne est très structurée, ce qui en fait un exemple de travail.

Chaque membre de l'équipe possède une version personnelle des différents sous-programmes et sur lesquelles il effectue ses modifications. Il a un certain nombre de consignes à suivre, concernant :

- la hiérarchie : bibliothèques, modules, fichiers d'interface, sous-programmes et fonctions, programmes, scripts sont classés par ordre d'appel dans l'arborescence du logiciel ;
- la programmation : l'utilisation de labels ou de l'instruction GOTO est interdite, par exemple, dans l'objectif de faire évoluer le langage principal du logiciel sur le fortran90 ; des commandes spécifiques sont destinées à toutes les compilations (de programmes, sous-programmes, bibliothèques,...) ;
- la gestion des fichiers : il faut utiliser les fonctions et sous-programmes pour l'ouverture et la fermeture de fichiers, pour la création de messages d'erreur, pour les calculs standard (calculs de matrices de précession/nutation, de transformation de jours juliens en jours civils,...) ;
- les commentaires : chaque modification doit être explicitée, datée et doit porter le nom de l'auteur dans l'entête ; les débuts et fins de boucles doivent être écrites explicitement ; les mots-clefs doivent apparaître ;...
- les panneaux d'affichage : pour faciliter l'usage du programme, des affichages à l'écran demandent de façon explicite les différentes entrées nécessaires à l'exécution du programme utilisé. Aussi, il est nécessaire de modifier ou de créer de tels panneaux lors de modifications apportées au programme.

La partie la plus longue est la validation des modifications. Plusieurs tests sont effectués avant que les changements ne soient implantés dans le logiciel de travail commun. Cette nouvelle version peut alors être utilisée par l'équipe complète. Puis, si aucun problème n'est trouvé, la documentation est complétée, en vue d'une nouvelle version diffusée aux utilisateurs.

L'adaptation au traitement des mesures DORIS suit le même chemin de validation, ce qui explique le temps écoulé avant que le traitement DORIS ne soit une fonctionnalité "officielle" du logiciel de Berne.

Ce travail m'a permis de mieux appréhender le système DORIS, sa fonction de mesure et son traitement par un logiciel de géodésie spatiale. Cette expérience a été profitable pour la suite de mes travaux sur le sujet des séries temporelles de coordonnées de stations. Cela m'a éclairé sur la provenance par exemple, des corrélations entre les composantes de la position estimée d'une station, ou de façon plus globale, comment la stratégie de calcul influence les différentes caractéristiques d'une série temporelle.



## **Troisième partie**

# **L'analyse de séries temporelles de coordonnées de stations de géodésie spatiale**



# Chapitre 6

## Problématique

### 6.1 Introduction

L'objectif habituel de l'analyse de séries temporelles de coordonnées de station est la recherche de mouvements tectoniques d'ensemble. Cette composante est la partie dominante dans le signal, mais son estimation à partir des données peut être perturbée par de nombreux phénomènes parasites, d'origine observationnelle, instrumentale ou géophysique.

Nous nous proposons d'analyser ce type de séries temporelles afin d'obtenir des diagnostics sur les signaux et le bruit qu'elles contiennent. Notons que nous faisons arbitrairement la distinction entre ces deux domaines d'étude : le domaine "bruit" qui permet de qualifier le type de processus et le domaine "signal" qui permet de déterminer et de quantifier les signaux systématiques tels que périodicité et tendance.

Les données que nous utilisons sont des séries de coordonnées de stations GPS ou DORIS, mises en référence par la technique de CATREF ou équivalente (voir paragraphe 3.1.4). Nous utiliserons deux types de données : soit des séries de jeux de coordonnées cartésiennes dans l'ITRF2000 munis de leur matrice de variance-covariance, soit des séries de jeux de coordonnées résiduelles dans le repère local de chaque station, après enlèvement du modèle ITRF2000 de positions et vitesses.

Un certain nombre de méthodes d'analyse du signal peuvent répondre à nos objectifs. Nous les décrivons ci-après. Le chapitre 6 présente les méthodes classiques, en particulier celles qui sont utilisées dans les analyses géodésiques publiées. Nous décrivons plus en détail au chapitre 7 les outils statistiques que nous allons utiliser. Au chapitre 8 nous proposons une nouvelle méthode d'analyse et de diagnostic statistique pour les séries temporelles multivariées.

## 6.2 Les méthodes classiques d'analyse des séries temporelles

Nous présentons ici les principales méthodes mathématiques pour étudier des séries temporelles. Des exemples et applications sont détaillés dans l'annexe D (Le Bail 2004 [52]) et dans le document Le Bail 2003 [51].

### 6.2.1 Les statistiques descriptives

Les statistiques descriptives sont adaptées aux collections d'échantillons. Elles peuvent être utilisées comme caractéristiques de base des séries temporelles bien qu'elles ne prennent pas en compte explicitement l'aspect processus d'un phénomène temporel.

Ce sont les moments (moyenne/médiane, variance,...), les lois représentées par l'échantillon (lois gaussienne, uniforme,...), les estimations concernant les hypothèses de loi ou de moment (tests du  $\chi^2$ , de Student,...) ou encore l'analyse de données (analyse en composantes principales, analyse discriminante,...).

Il est cohérent d'utiliser ces outils pour les séries temporelles de résidus (provenant de l'analyse par moindres carrés) des coordonnées de stations d'observation de géodésie spatiale. Cela permet de qualifier les résultats d'un calcul, en vérifiant par exemple que ces résidus suivent effectivement une loi gaussienne centrée (hypothèse des moindres carrés). Dans une série temporelle, il est possible d'avoir des points aberrants, résultant par exemple de l'insuffisance de données d'observation. Il est alors recommandé d'utiliser la médiane qui est moins sensible aux points aberrants que la moyenne.

Pour les séries temporelles des coordonnées elles-mêmes, la présence de mouvements relativement rapides amène à utiliser ces statistiques avec précaution. En effet, ces séries sont le reflet de la géophysique et de la géologie de la ou des stations étudiées. Donnons l'exemple de la théorie de la tectonique des plaques. Une station suit un mouvement linéaire, une dérive, entraînée par la plaque tectonique sur laquelle elle se trouve. Ainsi, prendre la variance de cette série revient à considérer la pente induite par le mouvement de la station. Pour contourner cette difficulté, les géodésiens ont pris l'habitude d'utiliser la répétitivité de la série de coordonnées, qui est l'écart-type des écarts au déplacement linéaire estimé par moindres carrés. Il en est de même pour les signaux périodiques qui retirent le sens propre des outils des statistiques classiques.

Dans les deux chapitres suivants, nous présenterons dans un premier temps, les techniques utilisées pour étudier le "signal" d'une série, puis, dans un deuxième temps, celles qui déterminent le "bruit".

Notons que nombre de ces techniques prennent en compte des séries temporelles discrètes à pas constant. Or, dans les séries que nous considérons, il n'est pas rare de trouver des "trous" plus ou moins importants. Il faut combler ces trous en prenant en compte l'aspect de la série. Quelques exemples d'interpolateurs statistiques sophistiqués conduisant à des résultats inattendus sont montrés dans Le Bail 2003 [51]. Dans nos études, nous considérons des interpolations simples, appliquées à des interruptions courtes des séries.

## 6.2.2 Etude statistique du "signal"

Au regard d'une série temporelle de coordonnées de station, la première idée est de détecter le mouvement de la station, donc de rechercher une pente, une tendance (variation lente non linéaire), ou des signaux périodiques.

La méthode la plus couramment utilisée est la méthode des moindres carrés qui revient à minimiser l'écart entre les points de la série et la fonction avec laquelle on désire approcher le mouvement de la station (polynôme de degrés divers par exemple).

Les méthodes de filtrage consistent à effectuer des produits de convolution entre la fonction empirique à filtrer et une fonction de référence.

Notons par exemple une méthode numérique utilisée pour les analyses économique : la méthode appelée Census-X11. Elle permet d'extraire une tendance et des termes périodiques de la série (Shiskin et al. 1965 [79]).

Dans la littérature, on trouve d'autres filtrages tels que les filtrages de Vondrak ou les splines qui consistent à ajuster de façon glissante un polynôme de forme définie. Ces filtrages sont nombreux et utilisés dans divers domaines.

Il existe des méthodes mathématiques plus complexes et moins habituelles utilisées dans les divers domaines scientifiques, notamment les méthodes spectrales décrites ci-après.

L'article de synthèse de Ghil et al. 2001 ([36]) donne une vue d'ensemble sur les méthodes spectrales applicables dans le domaine des séries temporelles climatiques, séries structurellement plus complexes que celles qui décrivent le mouvement des stations de géodésie spatiale.

Voici un rapide aperçu des quatre techniques les plus utilisées.

### Spectre de Fourier

En considérant que notre série temporelle est un processus stochastique, elle peut être caractérisée par une fonction de la fréquence (au lieu du temps). Cette fonction est dite spectre de puissance ou densité spectrale, plus communément représentée par le spectre de Fourier. En effet, la fonction de densité spectrale est définie par les coefficients de la transformée de Fourier de la série considérée.

Le graphe de cette fonction permet de déterminer les fréquences (ou périodes) pour lesquelles on a un signal périodique.

Les avantages de la méthode sont sa simplicité de mise en œuvre et sa détermination non paramétrique. Cependant, sa restriction concerne l'amplitude du phénomène souligné et l'impossibilité de séparer deux termes proches l'un de l'autre en fréquence.

### Ondelettes

C'est un outil basique pour l'étude des signaux intermittents et complexes. Il consiste à prendre une famille de fonctions dont la forme est caractéristique (l'intégrale de chaque fonction sur le domaine entier est nulle, chaque fonction est symétrique et la courbe représentative oscille sur l'axe des abscisses), et d'ajuster plusieurs de ces fonctions sur une fenêtre glissante, avec des amplitudes variant.

Les ondelettes travaillent sur une partie spécifique du signal pour extraire des structures et des irrégularités locales.

Les avantages de la méthode est de pouvoir traiter aussi les signaux non stationnaires. C'est une méthode non paramétrique. Cependant, l'étude faite est locale en temps et fréquence.

### **Singular Spectral Analysis - SSA**

Cette méthode repose sur l'étude des vecteurs propres de la matrice d'autocovariance, pour un retard de covariance donné. Pour cela, il faut suffisamment bien connaître le signal qu'on étudie et chercher un terme périodique précis.

La méthode de la SSA est destinée à extraire de l'information des séries temporelles courtes et bruitées et ainsi, mettre en avant la dynamique (connue entièrement ou partiellement) du système qui génère les séries considérées (Ghil et al. 2001 [36]).

Son avantage est qu'elle détecte les oscillations linéaires. Sa restriction est le choix du retard de covariance qui nécessite la bonne connaissance du signal étudié.

### **Méthode du maximum d'Entropie - MEM**

Cette méthode est basée sur l'approximation de séries temporelles par un processus auto-régressif linéaire d'ordre  $M$ . C'est une méthode spectrale qui consiste à chercher le processus le moins prédictible qui a les mêmes coefficients d'autocorrélation que le processus que l'on étudie.

Le spectre obtenu permet de mettre en relief les différentes fréquences présentes dans le signal, tout comme dans les méthodes précédentes.

Cette méthode permet de séparer facilement les différentes fréquences, même lorsqu'elles sont proches. Il suffit de jongler avec l'ordre  $M$  du processus considéré. Cependant, le choix et l'application des critères d'informations est une manipulation lourde.

L'objectif de ces méthodes présentées ci-avant est la recherche de périodicité. Or, dans notre cas d'étude de séries temporelles de coordonnées de stations, il est effectivement important de distinguer le "signal", représentant le mouvement des stations dans l'espace tridimensionnel. Toutefois, notre objectif est de déterminer les bruits et leurs niveaux, et ces méthodes ne nous apportent pas l'information nécessaire.

### **6.2.3 Etude statistique du "bruit"**

Une fois les signaux périodiques ou les tendances éliminés de la série temporelle considérée, il reste un bruit qu'il est nécessaire de qualifier.

### **Fonction d'autocorrélation, densité spectrale et processus auto-régressifs**

L'ouvrage de Gouriéroux et Montfort 1995 [37] donne les formules et démonstrations utiles à la compréhension de ce paragraphe.



La fonction d'autocorrélation permet de savoir si le processus considéré est stationnaire ou non. En effet, si elle décroît très lentement en fonction des retards croissants, le processus est non stationnaire.

Si le processus est stationnaire, on peut déterminer le type de bruit avec la densité spectrale que l'on écrit comme la transformée de Fourier de l'autocovariance, ou par décomposition ARMA pour Auto-Regressive Moving Average (voir Sillard 2001 [82]).

Ces méthodes sont très mathématiques et l'interprétation des graphes reste subjective.

### Maximum de vraisemblance

L'application de cette méthode aux séries de coordonnées de stations GPS est détaillée dans Mao et al. 1999 [62] et Williams et al. 2004 [91]. Cette méthode permet de tester quels sont les bruits présents dans la série considérée. Pour cela, on pose que les matrices de variance-covariance de trois types de bruits sont bien connues (par définition des bruits), on forme une combinaison linéaire de ces matrices. Ensuite, on calcule l'indice de vraisemblance de cette matrice combinaison, censée représenter la matrice de variance-covariance des données, puis le logarithme, qui donne l'estimation du maximum de vraisemblance. Celui-ci sert aussi à estimer l'indice spectral.

Les trois types de bruits considérés sont :

- le bruit blanc qui ne dépend pas de la fréquence  $f$  ;
- le bruit de scintillation qui varie en  $\frac{1}{f}$  ;
- la marche aléatoire qui varie en  $\frac{1}{f^2}$ .

Le principal avantage de cette méthode est de déterminer le type de bruit tout en calculant son amplitude. L'inconvénient est qu'il faut tester plusieurs combinaisons, puisque la méthode n'identifie pas de manière directe le type de bruit.

### Variance d'Allan

La variance d'Allan est un outil très utilisé dans le domaine du temps et des fréquences, notamment dans l'étude de la stabilité des horloges atomiques au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). On peut le considérer comme un dépliement de la variance usuelle dans le domaine temporel. Son graphe permet de déterminer le type de bruit par l'allure de la courbe et notamment le(s) coefficient(s) de(s) droite(s) ajustée(s) à celle-ci. Ceci est fait directement et facilement, contrairement à la méthode précédente.

Cette méthode est plus largement décrite dans le chapitre suivant.

## 6.3 État des recherches actuelles

L'étude des séries temporelles géodésiques se développe depuis quelques années. Les études les plus récentes s'intéressent tout particulièrement aux "bruits"

des séries et en parallèle à leur “signal”, avec l’aide des méthodes présentées ci-dessus.

Présentons quelques articles qui illustrent les études actuelles sur les séries temporelles dans le domaine de la géodésie spatiale. Les méthodes utilisées sont la méthode spectrale qui écrit la fonction de densité spectrale en fonction de la fréquence et la méthode par le test sur des matrices de combinaison de bruits (estimation du maximum de vraisemblance).

Agnew 1992 [1] introduit le principe suivant : le spectre de puissance de nombreux phénomènes géophysiques montre une dépendance entre la loi de puissance correspondante et la fréquence considérée. Ceci inspire d’autres articles. Langbein et Johnson 1997 [47] l’appliquent à des séries de mesures de distance de réseaux californiens pour chercher le bruit caractéristique. Ils développent aussi la méthode de l’estimation du maximum de vraisemblance. Zhang et al. 1997 [95] qualifient et quantifient le bruit de séries temporelles de positions journalières GPS dans le sud californien par la méthode du spectre de puissance. Ils identifient le problème lié au mouvement des stations : le signal tectonique linéaire “coloré” de façon importante le bruit de la série. Dans le jargon de la statistique géodésique, un bruit coloré est défini comme la détérioration d’un bruit blanc. Mao et al. 1999 [62] caractérisent les séries temporelles de positions journalières de 23 stations GPS réparties dans le réseau mondial. La durée des séries n’excèdent pas les trois ans. Ils trouvent une combinaison de bruits. Blewitt et Lavallée 2002 [13] complètent cette étude. Ils concluent sur l’importance du signal périodique dans les séries de positions de stations sur l’introduction d’un biais dans la production de repères de référence. Ils conseillent alors d’estimer un signal périodique en plus d’une pente, tout en écartant les séries de moins de 2,5 ans. Williams 2003 [90] étudie la matrice de covariance et sa forme pour l’étude du bruit et de son amplitude en fonction de la longueur de la série. Il en sort un article complément à celui de Mao en 2004 [91]. Cet article utilise 954 stations GPS (414 sites) dont la durée est de 16 mois à 10 ans et la méthode de l’estimation du maximum de vraisemblance.

# Chapitre 7

## Méthodologie

### 7.1 La variance d'Allan

La variance d'Allan a été proposée en 1966 comme estimateur de la stabilité des échelles de temps atomique, domaine dans lequel elle est aujourd'hui une statistique fondamentale (Allan 1966 [2], 1987 [3]). Elle a été utilisée par la suite en métrologie de la rotation de la Terre (Feissel 1976 [30]). Gambis et Taris 2000 [34] s'en sont servis pour caractériser à différentes échelles le bruit interne de séries temporelles VLBI/SLR/GPS. En astronomie extragalactique, Feissel-Vernier 2003 [31] l'utilise pour sélectionner parmi les radiosources observées par VLBI celles qui sont susceptibles d'assurer la stabilité à long terme du repère de référence céleste international, apportant ainsi un gain important de précision sur le repère lui-même et sur la qualité de la mesure de l'orientation sidérale de la Terre. Dans le domaine du mouvement des stations de géodésie spatiale, Malkin et Voinov 2000 [60] s'en servent pour analyser les séries temporelles de données de hauteur du réseau EUREF.

Dans l'article de Roberts 2002 [71], elle est l'outil d'étude de séries temporelles de mesures de lignes de base GPS, dans le cadre de suivi de déformations dans les zones volcaniques. Le but est d'identifier une limite supérieure de la précision temporelle des systèmes de surveillance et aider à identifier dans une nouvelle mesure l'indication d'un mouvement de l'édifice volcanique. La variance d'Allan est appliquée comme moyen de caractériser le biais systématique interne d'un système de surveillance et permet la prédiction d'événements géophysiques à partir de données de ligne de base dans des séries temporelles GPS.

#### 7.1.1 Définitions

**La quantité variance d'Allan :**  $\sigma_X^2(\tau)$

Commençons par quelques définitions sommaires (voir Vernotte 1991 [89] pour plus de précisions).

La moyenne "vraie" d'une variable aléatoire  $X$  s'écrit

$$E(X) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \right)$$

Pour un nombre  $n$  d'échantillons fini, un estimateur efficace est la moyenne arithmétique :  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ .

La variance "vraie" de  $X$  est

$$\begin{aligned} V(X) &= E([X - E(X)]^2) = E(X^2) - [E(X)]^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (X_j - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i)^2 \right] \end{aligned}$$

Notons  $\bar{X}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} X(t) dt$ .

Définissons alors la variance vraie calculée à partir d'un nombre infini d'échantillons  $\bar{X}_k$  intégrés sur une durée  $\tau$  :

$$I^2(\tau) = E([\bar{X}_k - E(\bar{X}_k)]^2)$$

Un estimateur correct de cette variance est la valeur la plus probable lorsque le nombre  $N_m$  d'échantillons  $\bar{X}_k$  est fini. Il s'écrit :

$$\tilde{\sigma}_X^2(N_m, \tau) = E\left[ \frac{1}{N_m - 1} \sum_{i=1}^{N_m} (\bar{X}_i - \frac{1}{N_m} \sum_{j=1}^{N_m} \bar{X}_j)^2 \right] \quad (7.1)$$

C'est un estimateur sans biais pour un bruit blanc.

La variance d'Allan  $\tilde{\sigma}_X^2(\tau)$  ou variance à deux échantillons ( $N_m = 2$ ) a été définie pour les besoins du domaine temps/fréquence, notamment pour les horloges atomiques, par l'IEEE (Allan 1966 [2], 1987 [3], Rutman 1978 [75], Azoubib 1974 [8]) :

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau) = \tilde{\sigma}_X^2(2, \tau) \quad (7.2)$$

$$= E\left[ \sum_{i=1}^2 (\bar{X}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \bar{X}_j)^2 \right] \quad (7.3)$$

$$= E\left[ \frac{1}{2} (\bar{X}_2 - \bar{X}_1)^2 \right] \quad (7.4)$$

$\bar{X}_1$  et  $\bar{X}_2$  sont deux intégrations successives sur une durée  $\tau$ . Cette quantité a été choisie parce que, contrairement au cas général ( $\tilde{\sigma}_X^2(N, \tau)$ ),  $\tilde{\sigma}_X^2(\tau)$  existe dans tous les cas, pour tous les bruits possibles.

## Application concrète de la variance d'Allan aux séries temporelles de coordonnées de stations

Afin de concrétiser le concept, nous représenterons cette formule dans le cas discret, puisque les séries que l'on étudie sont des observations ponctuelles se succédant dans le temps.

Considérons  $(X_j)_{j=1,N}$  un processus stochastique dont les réalisations  $X_j$  sont faites à intervalle de temps constant  $\tau_0$  (voir figure 7.1).

Pour un temps d'échantillonnage donné  $\tau$  ( $\tau$  multiple de  $\tau_0$  tel que  $\tau = M\tau_0$ ), découpons l'échantillon initial en sous-échantillons de longueur  $\tau$  que l'on note :  $(\bar{X}_k)_{k=\{i,i+M-1\}, i \in \{1, N - M + 1\}}$ .

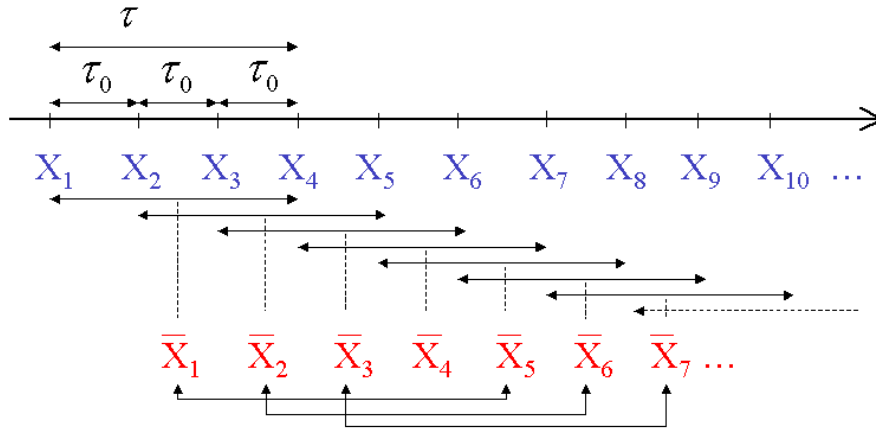


FIG. 7.1 – Principe de sous-échantillonnage par la variance d'Allan

Effectuons la moyenne de chacun de ces sous-échantillons :

$$\bar{X}_{l,M} = \frac{1}{M} \sum_{i=l}^{l+M-1} X_i, l \in \{1, N - M + 1\}$$

avec  $M = \frac{\tau}{\tau_0}$ .

La variance d'Allan pour le temps d'échantillonnage  $\tau$  est alors définie par :

$$\sigma_X^2(\tau) = \frac{1}{2} E[(\bar{X}_{k+M,M} - \bar{X}_{k,M})^2]$$

avec  $M = \frac{\tau}{\tau_0}$ .

Or, la moyenne empirique étant un estimateur de l'espérance, l'estimation de la variance d'Allan utilisée dans ce travail est :

$$\hat{\sigma}_X^2(\tau) = \frac{1}{2(N - 2(\frac{\tau}{\tau_0}) + 1)} \sum_{k=1}^{N - 2(\frac{\tau}{\tau_0}) + 1} (\bar{X}_{k+\frac{\tau}{\tau_0}, \frac{\tau}{\tau_0}} - \bar{X}_{k, \frac{\tau}{\tau_0}})^2$$

## Variance usuelle et variance d'Allan

Dans le cas d'un bruit blanc, la variance d'Allan est égale à la variance "vraie" pour  $\tau = \tau_0$ , et pour  $\tau = M\tau_0$ , elle est égale à la variance "vraie" de la moyenne de  $N_m$  échantillons (Vernotte 1991 [89]) :

$$\sigma_X^2(\tau = \tau_0) = V(X)$$

## Covariance d'Allan

Soient  $X$  et  $Y$  deux processus stationnaires. Soient  $\lambda$  et  $\mu$  deux réels.

Voyons si la variance d'Allan a les mêmes caractéristiques que la variance usuelle, c'est à dire  $V(\lambda X + \mu Y) = \lambda^2 V(X) + \mu^2 V(Y) + 2\lambda\mu COV(X, Y)$ , où  $COV(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$  est le coefficient de covariance entre  $X$  et  $Y$ .

$$\tilde{\sigma}_{\lambda X + \mu Y}^2(\tau) = \frac{1}{2} E[(\overline{(\lambda X + \mu Y)_2} - \overline{(\lambda X + \mu Y)_1})^2]$$

Or,  $\overline{(\lambda X + \mu Y)_i} = \lambda \bar{X}_i + \mu \bar{Y}_i$  par linéarité de la moyenne. Donc :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{\lambda X + \mu Y}^2(\tau) &= \frac{1}{2} E[(\lambda \bar{X}_2 + \mu \bar{Y}_2 - \lambda \bar{X}_1 + \mu \bar{Y}_1)^2] \\ &= \frac{1}{2} E[\lambda(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) + \mu(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)]^2 \\ &= \frac{1}{2} \lambda^2 E[(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)^2] + \mu^2 E[(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)^2] + 2\lambda\mu E[(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)] \\ &= \lambda^2 \tilde{\sigma}_X^2(\tau) + \mu^2 \tilde{\sigma}_Y^2(\tau) + \lambda\mu E[(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)] \end{aligned}$$

La quantité  $\frac{1}{2} E[(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)]$  est appelée dans la littérature (Premoli et Tavella 1993 [69]) la covariance d'Allan.

Ainsi, la variance d'Allan a les mêmes caractéristiques de linéarité que la variance usuelle :

$$\tilde{\sigma}_{\lambda X + \mu Y}^2(\tau) = \lambda^2 \tilde{\sigma}_X^2(\tau) + \mu^2 \tilde{\sigma}_Y^2(\tau) + 2\lambda\mu COV_{X,Y}(\tau) \quad (7.5)$$

### 7.1.2 Analogie avec la densité spectrale : détermination du type de bruit

Les bruits observés peuvent être de deux natures différentes (Agnew 1992 [1]) :

- le bruit blanc : c'est un bruit non corrélé avec le temps (c'est à dire invariant avec le temps) dont l'amplitude peut être facilement diminuée en augmentant le nombre de mesures faites ;
- le bruit coloré (bruit de scintillation, marche aléatoire,...) qui est un bruit corrélé avec le temps. Il présente un problème : si le nombre de mesures est trop grand, son amplitude augmente jusque tendre vers des valeurs infinies.

Ces bruits sont bien connus dans le domaine spectral où on les détermine à partir de la fonction de densité spectrale de puissance.

Comme explicité en détails dans Agnew 1992 [1], le spectre de puissance  $S_X$  d'un grand nombre de phénomènes géophysiques est bien approximé par une dépendance puissance/loi sur la fréquence  $f$  de la forme :

$$S_X(f) = P_0 f^\alpha$$

où  $\alpha$  est l'indice spectral et  $P_0$  est une constante.

On définit des bruits en fonction de leur indice spectral (donc de leur dépendance à la fréquence et par rapport au temps) :

- le bruit blanc a un indice spectral de 0 ;
- les bruits colorés ont des indices spectraux différents de 0 :
  - on appelle bruit de scintillation un bruit dont l'indice spectral est de -1 ;
  - on appelle marche aléatoire un bruit dont l'indice spectral est de -2.

Pour accéder à la détermination du type de bruit d'un processus considéré, les outils statistiques utilisés sont applicables dans le cas de stationnarité du processus. On dit qu'un processus aléatoire est stationnaire quand ses propriétés statistiques (moyenne et variance) sont invariantes dans le temps ( $E(X_t) = E(X_{t+h})$ ,  $V(X_t) = V(X_{t+h})$ ). Si  $-1 < \alpha < 1$ , le processus de bruit est stationnaire, si  $\alpha < -1$ , il est non stationnaire.

Il est possible d'exprimer la variance d'Allan en fonction de la densité spectrale.

Reprenons la formule 7.1.

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_X^2(N, \tau) &= \frac{1}{N-1} E\left[\sum_{i=1}^N \left(\bar{X}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{X}_j\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{N-1} E\left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i^2) + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{X}_j\right)^2 - \frac{2}{N} \bar{X}_i^2 \sum_{j=1}^N \bar{X}_j\right] \\ &= \frac{1}{N-1} E\left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i^2) + \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N \bar{X}_j\right)^2 - \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \bar{X}_i \bar{X}_j\right] \\ &= \frac{1}{N-1} E\left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i^2) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \bar{X}_i \bar{X}_j\right] \end{aligned}$$

Or,  $\bar{X}_i = \frac{1}{\tau} \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t) dt$ , donc  $\bar{X}_i^2 = \frac{1}{\tau^2} \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t_2) \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t_1) dt_1 dt_2$ .

La moyenne étant une application linéaire, on a alors :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_X^2(N, \tau) &= \frac{1}{N-1} \left( E\left[\sum_{i=1}^N \frac{1}{\tau^2} \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t_2) \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t_1) dt_1 dt_2\right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{N} E\left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_{t_j}^{t_j+\tau} X(t_2) \int_{t_i}^{t_i+\tau} X(t_1) dt_1 dt_2\right] \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(N-1)\tau^2} \left( \sum_{i=1}^N \int_{t_i}^{t_i+\tau} \int_{t_i}^{t_i+\tau} E[X(t_1)X(t_2)] dt_1 dt_2 \right. \\ \left. - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_{t_i}^{t_i+\tau} \int_{t_j}^{t_j+\tau} E[X(t_1)X(t_2)] dt_1 dt_2 \right)$$

En considérant que le processus est stationnaire et centré de variance unitaire ( $E(X(t_1)) = E(X(t_2)) = 0$  et  $\sigma_{X_{t_1}}^2 = \sigma_{X_{t_2}}^2 = 1$ ), on écrit que

$$E(X(t_1)X(t_2)) = R_X(t_1 - t_2)$$

où  $R_X$  est la fonction d'autocorrélation de  $X(t)$ .

Cette fonction est la transformée de Fourier de la densité spectrale  $S_X(f)$  :

$$R_X(\tau) = \int_0^{+\infty} S_X(f) \cos(2\pi f\tau) df$$

Et :

$$E(X(t_1)X(t_2)) = R_X(t_1 - t_2) \\ = \int_0^{+\infty} S_X(f) \cos(2\pi f(t_1 - t_2)) df$$

Notons tout de même que ceci est correct si et seulement si  $X(t)$  est un processus stationnaire et si la moyenne  $E(X(t_1)X(t_2))$  existe.

On intègre les expressions obtenues en  $t_1$  et  $t_2$  et on calcule les sommes sur  $i$  et  $j$ . On obtient alors la formule :

$$\tilde{\sigma}_X^2(N, \tau) = \frac{N}{N-1} \int_0^{+\infty} S_X(f) \frac{\sin^2(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2} \left\{ 1 - \frac{\sin^2(\pi fN\tau)}{N^2 \sin^2(\pi f\tau)} \right\} df$$

Appliquée à la variance d'Allan ( $N = 2, \tau$ ) et en s'aidant de la formule de trigonométrie  $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$ , on a alors la relation qui permet d'écrire la variance d'Allan en fonction de la densité spectrale de puissance :

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau) = 2 \int_0^{+\infty} S_X(f) \frac{\sin^4(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2} df \quad (7.6)$$

Voyons à présent comment l'indice spectral  $\alpha$  s'interprète pour la variance d'Allan.

On pose  $u(f) = \pi\tau f$  et on effectue le changement de variable dans l'intégrale 7.6.

On a alors :

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau) = \frac{2}{\pi\tau} \int_0^{+\infty} S_X\left(\frac{u}{\pi\tau}\right) \frac{\sin^4 u}{u^2} du$$



On considère que la densité spectrale s'écrit  $S_X(f) = P_0 f^\alpha$ , et avec le changement de variable :  $S_X(\frac{u}{\pi\tau}) = P_0(\pi\tau)^{-\alpha} u^\alpha$ .

D'où :

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau) = \frac{2P_0}{(\pi\tau)^{\alpha+1}} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 u}{u^{2-\alpha}} du$$

Voyons l'existence de cette intégrale en fonction du paramètre  $\alpha$ .

1. Au voisinage de 0, la fonction  $u \mapsto \frac{\sin^4 u}{u^{2-\alpha}}$  est équivalente à  $u^{2+\alpha}$  donc l'intégrale existe pour  $\alpha > -2$ ;
2. Au voisinage de  $+\infty$ , la fonction est équivalente à  $u^{\alpha-2}$  donc l'intégrale existe pour  $\alpha \leq 1$ .

Par conséquent, pour  $-2 < \alpha \leq 1$ , l'intégrale existe et est une constante. Si on passe en fonction logarithmique, on a alors :

$$\begin{aligned} \forall \alpha \in ]-2, 1], \log[\tilde{\sigma}_X^2(\tau)] &= \log(\tau^{-\alpha-1}) + \log\left[\frac{2P_0}{\pi^{\alpha+1}} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 u}{u^{2-\alpha}} du\right] \\ &= (-\alpha - 1) \log(\tau) + \text{constante} \end{aligned}$$

Pour  $\alpha > 1$ , l'intégrale n'est pas définie donc on reprend la formule d'origine.

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau) = 2\tau^{-2} \int_0^{+\infty} f^{-2} S_X(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{\pi^2} df$$

L'intégrale ne convergeant pas, on introduit des fréquences dites de coupure  $f_h$ . On ne considère que les coupures haute fréquence. Le terme  $f_h \mapsto \frac{\sin^4 \pi f_h \tau}{\pi^2}$  est une somme de termes constants et oscillants. Si  $2\pi f_h \tau \gg 1$ , les termes oscillants contribuent très peu à l'intégrale, contrairement aux termes constants. Ainsi, la quantité  $\tilde{\sigma}_X^2(\tau)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_X^2(\tau) &= \tau^{-2} \times 2 \int_0^{+\infty} f^{-2} S_X(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{\pi^2} df \\ &= \tau^{-2} \times \text{constante} \end{aligned}$$

En passant en fonction logarithmique, on a :

$$\log[\tilde{\sigma}_X^2(\tau)] = -2\log(\tau) + \text{constante}$$

Finalement, on a :

$$\forall \alpha \in ]-2, 1], \log[\tilde{\sigma}_X^2(\tau)] = (-\alpha - 1) \log(\tau) + \text{constante} \quad (7.7)$$

$$\forall \alpha > 1, \log[\tilde{\sigma}_X^2(\tau)] = -2\log(\tau) + \text{constante} \quad (7.8)$$

Représentons la variance d'Allan dans un graphe log/log avec les temps d'échantillonnage en abscisse et la variance d'Allan en ordonnée. Si la courbe obtenue est une droite affine telle que  $\log[\tilde{\sigma}_X^2(\tau)] = \mu \log(\tau) + \text{constante}$  le coefficient  $\mu$  permet de déterminer le type de bruit que l'on a :

- si  $\mu = -1$ , cela revient à considérer dans 7.7 que  $-\alpha - 1 = -1$ , donc,  $\alpha = 0$  : on a un bruit blanc ;
- si  $\mu = 0$ ,  $\alpha = -1$  : on a un bruit de scintillation ;
- si  $\mu = 1$ ,  $\alpha = -2$  : on a une marche aléatoire.

### 7.1.3 Établissement d'une méthode de diagnostic par simulations

Nous présentons dans l'annexe E une série de simulations sur les caractéristiques de la variance d'Allan à partir de bruits et signaux synthétiques. Dans les figures E.1 à E.10, la partie gauche des graphiques montre la série temporelle étudiée et la partie droite la variance d'Allan, la variance usuelle étant indiquée par un cercle.

Nous résumons ici les principales conclusions obtenues par ces simulations :

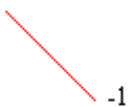
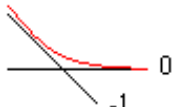
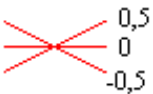
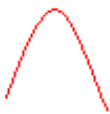
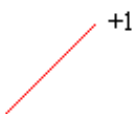
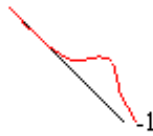
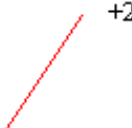
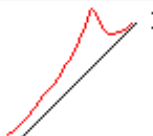
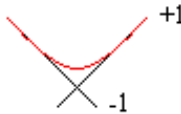

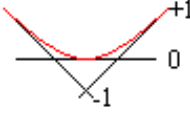
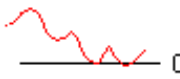
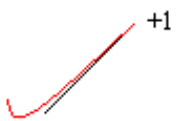
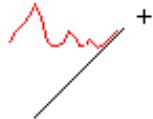

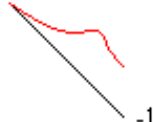
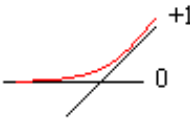
- La courbe du graphe d'Allan d'une combinaison de bruits suit la limite supérieure des différentes courbes des bruits individuels.
- L'introduction d'un saut ou de points aberrants dans une série temporelle change son diagnostic de bruit.
- Si la série est multipliée par une constante, la courbe du graphe d'Allan se translate, la translation étant proportionnelle à la constante.
- Si un biais est ajouté à la série, le diagnostic par la variance d'Allan n'est pas modifié.
- L'addition d'une pente à coefficient suffisamment grand à la série entraîne le soulèvement de la courbe initiale du graphe d'Allan. La courbe résultante a une pente de 2. En effet, la variance d'Allan dans le cas d'un processus linéaire du type  $X(t) = X_0 + d \times t$  a un comportement proportionnel à  $t^2$ .
- Un signal périodique dans une série temporelle est déterminée par le graphe de la variance d'Allan comme une succession de sauts, le premier trou après le premier pic indique la période. La hauteur du premier pic est fonction de l'amplitude du signal.

Ceci nous montre comment l'introduction d'un phénomène donné agit sur la courbe de la variance d'Allan.

Dans le tableau de la figure 7.2, nous adoptons la démarche inverse : pour une forme donnée du graphe d'Allan, les différentes significations possibles sont indiquées. Cela permet une identification rapide des caractéristiques de la série temporelle étudiée.

La batterie de diagnostics que nous avons établie (voir figure 7.2) peut-être appliquée à l'étude du mouvement des stations de géodésie spatiale. En effet, une série temporelle de coordonnées de station est le reflet de plusieurs phénomènes liés à la géophysique (locale ou globale), à la technique de mesure considérée ou encore à la stratégie d'analyse. Notons aussi qu'il reste un poste d'erreurs dû au hasard tel que les erreurs associées aux modifications de la station : changement d'antenne ou d'un autre instrument de la station, rattachement entre balises d'une même station, inattention,...

FIG. 7.2 – Tableau de correspondance entre formes de la courbe de la variance d’Allan (représentation log/log) et ses significations possibles

Formes	Significations	Formes	Significations
 -1	- bruit blanc (BB) « propre »	 0 -1	- BB + BF
 0,5 0 -0,5	- bruit de scintillation (ou bruit <i>flicker</i> BF) « propre »		- BF + signal périodique avec grande amplitude
 +1	- marche aléatoire (MA) « propre »	 -1	- BB + signal périodique - BB + saut tardif
 +2	- droite dont le coefficient est grand	 1	- MA + signal périodique (soit avec grande amplitude, soit avec plus qu’une période)
 +1 -1	- BB + MA (même ordre de variance) - BB + saut	 -1 Indicateur de période	- BB + signal périodique (petite période)
 +1 0 -1	- BB + BF + MA (même ordre de variance) - BB + saut	 0	- BF + signal périodique (petite période)
 +1	- BB faible + MA - BB + droite à grand coefficient	 +1	- MA + signal périodique (petite période)
 -1	- BB + MA faible - BB + droite à petit coefficient - BB + signal périodique grande période	 -1	- BB + points aberrants
 +1 0	- BF + MA - BF + droite à petit coefficient - BF + signal périodique grande période	Remarque : pour les ajouts de bruits, la courbe de la variance d’Allan suit les contours supérieurs des courbes des différents bruits ajoutés	

Parmi les phénomènes facilement identifiables dans une série temporelle, on peut mentionner :

- les points aberrants dûs à une mauvaise mesure, un manque de données, un problème de matériel, un problème dans la stratégie de calcul (changement de stratégie en cours de série), un effet de réseau (stations de référence changeant ou en nombre différent en fonction des époques), la propagation des erreurs par les moindres carrés (une mauvaise mesure à un temps donné pour une certaine station peut se répercuter sur les autres stations du réseau considéré), des conditions météorologiques atypiques (d'où une mauvaise modélisation de la troposphère), un séisme, ...
- les sauts dans la série : modification des modèles utilisés (atmosphère), changement d'algorithme, changement de stratégie d'analyse, ré-initialisation de décalage en fréquence des antennes, changement d'antenne (le pilier étant remplacé par un nouveau plus stable), chocs se répercutant sur la balise sol (on a observé un saut dans la série temporelle de coordonnées de la station GPS Kootwijk en 2003 provenant d'un camion reculant inopinément sur l'antenne [Z. Altamimi]), phénomènes liés à l'environnement de la station, pompage d'eau ou de pétrole dans les nappes souterraines, séisme,...
- une amplification ou un décalage de la série dûs à un effet du réseau considéré, à une mauvaise modélisation de l'antenne (distance centre de phase centre des masses),...
- une dérive ou pente qui puisse s'expliquer par un mouvement linéaire de la station lié à un phénomène géophysique tel que glissement de terrain, mouvement des plaques tectoniques, rebond post-glaciaire ou mouvement local au voisinage d'une faille, un phénomène de relaxation après un séisme, par une propagation d'une erreur d'analyse, ...
- un signal périodique généré par un phénomène géophysique ou biologique tel que chutes de neige sur l'antenne, humidité dans le sol et phénomène de chargement et déchargement d'eau, mouvement de l'eau liquide et solide dans la croûte terrestre, surcharges océanique et atmosphérique, variations saisonnières, des conditions météorologiques, par un systématisme d'analyse,...

Dans la série, il reste ensuite le bruit qui reflète la technique de mesure et la stratégie d'analyse.

Différents articles étudient plus en détails ces phénomènes et leurs répercussions dans les séries temporelles, notamment au niveau des bruits observés.

Par exemple, le bruit de tous les types de pilier peut être traduit par une marche aléatoire (Langbein et Johnson 1997 [47]). Les autres sources de bruit coloré peuvent être une mauvaise modélisation des orbites de satellite, des effets de réseau de référence (orientation de la Terre), une mauvaise modélisation des effets atmosphériques, une mauvaise modélisation des effets de centre de phase d'antenne (qui peut varier avec l'élévation du satellite, l'azimut, facteurs environnementaux localement) (Mao et al. 1999 [62]).

Ici, la variance d'Allan a donc été utilisée afin d'identifier de tels phénomènes.

## 7.1.4 La méthode du tricorne

### La méthode du tricorne classique

Nous nous inspirons du document Gray et Allan 1974 [38] qui introduisit la méthode classique du tricorne pour l'étude de la stabilité des horloges atomiques.

Soient trois séries  $X_i$  temporelles que l'on écrit comme la somme d'un signal  $S_i$  et d'un bruit  $\epsilon_i$  :

$$\forall i = 1, 2, 3, X_i = S_i + \epsilon_i$$

Considérons que ces trois séries décrivent le même phénomène. Alors, le signal  $S_i$  est identique :

$$S_1 = S_2 = S_3 = S$$

Formons à présent les différences et cherchons leur variance :

$$\begin{aligned} \text{var}(X_i - X_j) &= \text{var}(X_i) + \text{var}(X_j) - 2\text{cov}(X_i, X_j) \\ \text{var}(X_i - X_j) &= \text{var}(S + \epsilon_i - S + \epsilon_j) \\ &= \text{var}(\epsilon_i - \epsilon_j) \\ &= \text{var}(\epsilon_i) + \text{var}(\epsilon_j) - 2\text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) \end{aligned}$$

Nous connaissons  $\text{var}(X_i)$  et  $\text{var}(X_j)$ . Supposons que les deux séries ne sont pas corrélées, ainsi que leur bruit ( $\text{cov}(X_i, X_j) = 0$  et  $\text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$ ). On peut alors déterminer les variances des bruits de chaque série, en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} \text{var}(X_1 - X_2) = \text{var}(\epsilon_1) + \text{var}(\epsilon_2) \\ \text{var}(X_1 - X_3) = \text{var}(\epsilon_1) + \text{var}(\epsilon_3) \\ \text{var}(X_2 - X_3) = \text{var}(\epsilon_2) + \text{var}(\epsilon_3) \end{cases}$$

Cette méthode peut être étendue à plus de trois séries, en gardant l'hypothèse d'indépendance des séries. Le système est alors surdéterminé. On le résout par la méthode des moindres carrés.

Il est possible alors de faire intervenir quelques coefficients de covariance dont on soupçonne la non nullité, il suffit d'avoir au moins autant d'équations que d'inconnues (système de Kramer).

### La méthode du tricorne généralisée

Nous reprenons les notations de Koot 2004 [45] tirées de Premoli et Tavella 1993 [69].

Si on se place dans un contexte plus général et que l'on ne considère plus que les séries sont indépendantes, on utilise la méthode du tricorne généralisée qui calcule alors la matrice complète de variance-covariance des bruits.

La méthode consiste à prendre une des séries comme référence ( $X_N$ ) et d'en faire la différence avec les autres :

$$Y_{iN} = X_i - X_N = \epsilon_i - \epsilon_j, i = 1, \dots, N - 1$$

La matrice de variance-covariance des  $Y_{iN}$  est alors, pour  $i, j = 1, \dots, N - 1$  :

$$\begin{aligned} C_{ij} &= \text{cov}(Y_{iN}, Y_{jN}) \\ &= \text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) - \text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_N) - \text{cov}(\epsilon_N, \epsilon_j) + \text{cov}(\epsilon_N, \epsilon_N) \end{aligned}$$

Si on pose  $R_{ij} = \text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j)$ , on a, pour  $i, j = 1, \dots, N - 1$  :

$$S_{ij} = R_{ij} - R_{iN} - R_{jN} + R_{NN}$$

Or, le système obtenu possède moins d'équations que d'inconnues (les  $R_{ij}$  pour  $i, j = 1, \dots, N$ ) et il faut fixer  $N$  paramètres que l'on appellera libres. On choisit les termes  $R_{iN}$ , pour  $i = 1, \dots, N$ . La solution est alors :

$$R_{ij} = S_{ij} + R_{iN} + R_{jN} - R_{NN}$$

Or, une contrainte nécessaire sur le domaine des solutions est que la matrice  $R$  estimée doit être définie positive par définition d'une matrice de variance-covariance. Ce qui revient, dans ce cas, à considérer la condition (Premoli et Tavella 1993 [69]) :

$$\det(R) > 0$$

Ceci ne nous permet pas de déterminer les valeurs des paramètres libres. On passe par la minimisation de la covariance entre les différentes séries. On écrit une fonction objective qui suppose l'hypothèse que la corrélation entre les séries est aussi petite que possible.

On peut utiliser deux types de fonction objective :

1. une fonction  $F_1$  proportionnelle à la somme des covariances entre les différentes séries :

$$F_1(R_{1N}, \dots, R_{NN}) \propto \frac{\sum_{i < j}^N [R_{ij}(R_{1N}, \dots, R_{NN})]^2}{\det[R(R_{1N}, \dots, R_{NN})]}$$

Cette fonction est utilisée dans le cas où le nombre de séries est trois, puisqu'on peut résoudre le problème sous forme analytique.

2. une fonction  $F_2$ , somme des corrélations entre les différentes séries :

$$F_2(R_{1N}, \dots, R_{NN}) = \sum_{i < j}^N \frac{[R_{ij}(R_{1N}, \dots, R_{NN})]^2}{[R_{ii}(R_{1N}, \dots, R_{NN})][R_{jj}(R_{1N}, \dots, R_{NN})]}$$

Puisque l'on a plus de trois séries, on utilise la fonction  $F_2$ . Elle peut être minimisée de façon numérique sous la contrainte :

$$\det[R(R_{1N}, \dots, R_{NN})] > 0$$

Cependant, la fonction n'étant pas convexe, la solution peut ne pas être unique. L'algorithme utilisé dans ce travail a été développé par Galindo et al. 2001 [33].

Une fois les paramètres libres évalués, la matrice  $R$  est entièrement déterminée et on a une estimation des variances des bruits (éléments diagonaux de  $R$ ). Notons toutefois que Galindo et al. 2001 ont montré que les covariances sont mal estimées.

La méthode du tricolore généralisée permet de traiter les cas où on a au minimum trois séries temporelles qui explicitent le même phénomène, en supposant que la corrélation entre les séries est suffisamment faible.

Nous l'utiliserons pour étudier les séries temporelles de coordonnées de stations calculées par différents centres d'analyse (avec donc différentes stratégies de calculs et modèles par exemple) et en faisant une comparaison avec les stations en co-localisation DORIS-GPS en considérant les stations dont le mouvement est le même (vitesse analogue) et qui sont suffisamment proches l'une de l'autre (quelques mètres).

## 7.2 L'analyse en composantes principales

Dans la méthodologie utilisée, nous couplons l'étude par la variance d'Allan avec l'analyse en composantes principales. Cela revient à étudier les séries temporelles dans leur espace propre.

Les séries temporelles de coordonnées de stations sont une représentation de l'évolution temporelle d'un point dans un espace tridimensionnel (système de coordonnées  $(X,Y,Z)$  en global ou système de coordonnées  $(E,N,U)$  en local). Ainsi, ce point a trois coordonnées qui évoluent dans le temps de façon associée, c'est à dire que le mouvement du point se répercute sur l'ensemble des trois coordonnées. Or, les coordonnées cartésiennes  $X, Y, Z$  des points considérés à une date  $t_0$  sont issus d'une analyse globale par les moindres carrés, et les résultats obtenus sont donnés avec une matrice de variance-covariance. Aussi, pour une station donnée, on a une information sur les corrélations des trois coordonnées entre elles.

Nous avons donc développé une méthode d'analyse prenant en compte ces informations pour dégager les directions les plus significatives du mouvement de la station. Nous utilisons la méthode de l'analyse en composantes principales et la variance d'Allan projetée dans l'espace le plus significatif.

Considérons nos trois séries temporelles pour une station  $STAT_i$  sous la forme d'un tableau  $T(i, j)$  où les lignes  $i$  représentent les individus (ici, la date de la mesure) et les colonnes les variables  $j$  (ici, les coordonnées de la station).

Le but visé de l'analyse en composantes principales est de représenter les individus en fonction des caractéristiques les plus significatives des variables, c'est à dire exprimer chaque position 3D  $(X(t), Y(t), Z(t))$  de la station à une date  $t$  dans un espace 3D dont les axes représentent une caractéristique du signal des trois séries temporelles de la station.

Nous rappelons ci-après les grandes lignes de la méthode de l'Analyse en Com-

posantes Principales, d'après Saporta 1978 [76] et Baccini et Besse 1999 [12].

Dans un premier temps, nous centrons le tableau  $T(i, j)_{i \in \{1, n\}, j \in \{1, 3\}}$  :

$$T_{centr}(i, j) = \frac{T(i, j) - \bar{T}_j}{\sqrt{n}}$$

où  $\bar{T}_j$  est la moyenne de la  $j^{ième}$  variable, et  $n$  le nombre d'individus.

Ainsi, la matrice  $T_{centr}^t T_{centr}$  s'écrit :

$$T_{centr}^t T_{centr}(k, l) = \sum_{i=1}^n \frac{(T(i, k) - \bar{T}_k)(T(i, l) - \bar{T}_l)}{n}$$

Pour deux variables  $X$  et  $Y$ , la covariance s'écrit :

$$cov(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

où  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  sont les moyennes de  $X$  et  $Y$  respectivement.

Cela revient à dire que :

$$T_{centr}^t T_{centr}(k, l) = cov(variable_k, variable_l)$$

On appelle cette matrice la matrice de variance-covariance.

Ensuite, nous cherchons les valeurs propres de la matrice  $T_{centr}^t T_{centr}$ . Ces valeurs propres vont permettre de déterminer les axes sur lesquels nous projetons les individus. Chacun de ces axes a une importance différente, donné par le pourcentage de variance :

$$\%_{var_i} = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}$$

où  $\lambda_i$  est la valeur propre considérée.

A partir de chacune des valeurs propres, nous avons un vecteur propre associé qui donne la direction d'un des axes.

Pour projeter les variables sur ces axes, nous nous intéressons aux cosinus qu'elles font avec les axes par la formule suivante :  $P_{v_k}(X_j) = \frac{X_j^t v_k}{\|v_k\|}$ , où  $P_{v_k}(X_j)$  est la projection de la variable  $j$  sur l'axe dirigé par le vecteur  $v_k$  et  $\|v_k\|$  est la norme du vecteur  $v_k$ .

On orthonormalise le nouvel espace propre s'il ne l'est pas déjà (notamment avec la méthode de Gram-Schmidt) :  $\|v_k\| = 1$ .

D'où :

$$P_{v_k}(X_j) = X_j^t v_k$$

En écrivant la projection sous forme matricielle appliquée à notre problème (3 variables et autant d'individus que de mesures), on obtient la relation :



$$P_v(X_j) = (P_{v_1}(X_j), P_{v_2}(X_j), P_{v_3}(X_j)) = X_j^t \cdot \bar{M}$$

où  $P_v(X_j)$  est le vecteur projeté du point  $X_j$  sur l'espace propre,  $\bar{M}$  est la matrice telles que la colonne  $k$  soit les coordonnées du vecteur directeur  $v_k$ .

## Chapitre 8

# Une nouvelle méthode d'analyse de séries temporelles 3D corrélées

Nous avons dressé au chapitre 6.3 un panorama des études publiées, encore peu nombreuses, visant à caractériser le signal et le bruit de séries de mesures de coordonnées de stations de géodésie spatiale. Ces travaux font appel aux notions mathématiques d'indice spectral de la densité de puissance des séries ou encore à l'estimation du maximum de vraisemblance, ces deux méthodes étant des tests sur des hypothèses de bruit. Ces études ont été menées sur des séries GPS et conduisent à une série de diagnostics énumérés ci-après :

1. les séries présentent un mélange de bruit blanc et de bruit de scintillation ;
2. les amplitudes des bruits sont plus petites sur les composantes horizontales que sur la composante verticale ;
3. la marche aléatoire est typique des séries longues, elle est due aux mouvements du monument, notamment du signal de la dérive tectonique (ce qui permet de classer les monuments les plus stables) ;
4. les différences de niveau de bruit blanc des différents centres d'analyse est fonction de la stratégie de calculs ;
5. le bruit de scintillation est attribué aux conditions physiques communes (atmosphère) ;
6. le bruit est plus bas dans les réseaux régionaux que globaux.

Pour notre part, nous avons présenté quelques études préliminaires faisant usage de la variance d'Allan, appliquée directement au signal ou à des comparaisons de séries par la méthode du tricolore (Le Bail 2003 [49], Le Bail et Feissel-Vernier 2003 [50], Le Bail 2004 [52] [54] [55] [53], donné dans l'annexe F). Ces premières tentatives ont permis de prendre la mesure de la richesse et de la complexité des données. Elles ont mis en valeur le rôle clé de la mise en référence (décrite au chapitre 3.1.4) et l'impact des corrélations entre les composantes du vecteur étudié sur l'analyse statistique. A notre connaissance, ce dernier aspect n'est d'ailleurs pas abordé dans les publications disponibles. Nous proposons ici une méthode d'analyse temporelle de séries tridimensionnelles corrélées qui permet de s'affranchir de ces limitations.

## 8.1 La méthode d'analyse proposée

Notre démarche est représentée schématiquement sur la figure 8.1. Elle comporte deux volets : une phase d'analyse géodésique des données et une phase de décomposition du signal, couplées à l'analyse temporelle par la méthode de la variance d'Allan.

Remarquons que notre méthode, comme toute approche statistique d'analyse du signal, postule que les caractéristiques que l'on cherche à déterminer sont permanentes dans le jeu de données auquel on l'applique. Cette condition n'est jamais parfaitement vérifiée dans la réalité. Rappelons notamment que la variance d'Allan s'applique aux processus stationnaires, propriété que l'on suppose vraie pour les séries temporelles considérées.

De plus, nous élaborons une matrice de variance-covariance en posant comme hypothèse qu'elle est représentative de la répartition géographique du réseau permanent d'observation. Pour cela, nous estimons cette matrice par la médiane des matrices associées aux résultats individuels. On limite ainsi l'influence des valeurs fortement atypiques. Nous aurions pu pousser plus loin l'estimation d'une telle matrice de variance-covariance en utilisant des techniques prenant en compte la totalité de la matrice.

L'application de la méthode d'analyse comportera donc un certain degré d'approximation inévitable.

### 8.1.1 Analyse géodésique

Les séries tridimensionnelles de coordonnées résultant de l'analyse d'un système de mesure qui est imparfaitement réparti géographiquement, les valeurs de leurs trois composantes cartésiennes  $X, Y, Z$  à une date  $t$  sont corrélées. Il en résulte que l'analyse directe des trois signaux en parallèle reflétera de façon inexacte l'information réellement fournie par le système de mesure. Or, comme on l'a vu au chapitre 3, la matrice de variance-covariance associée à la production de ces séries est connue. La première approche de notre méthode consiste donc à utiliser cette matrice pour projeter les séries de coordonnées cartésiennes dans l'espace propre du système de mesure que nous nommerons "espace propre géodésique". On peut alors procéder à l'analyse du signal des trois nouvelles séries de coordonnées, qui sont statistiquement indépendantes. Dans notre cas l'outil d'analyse est la variance d'Allan. Ayant ainsi caractérisé le signal sans biais dû aux corrélations, l'application de la loi de propagation des variances permet de transposer les variances d'Allan vers le système de coordonnées cartésiennes, puis vers le système de coordonnées local. Cette première phase est à la fois statique, puisqu'elle prend en compte la structure permanente du système de mesure, et temporelle, par l'usage de la variance d'Allan.

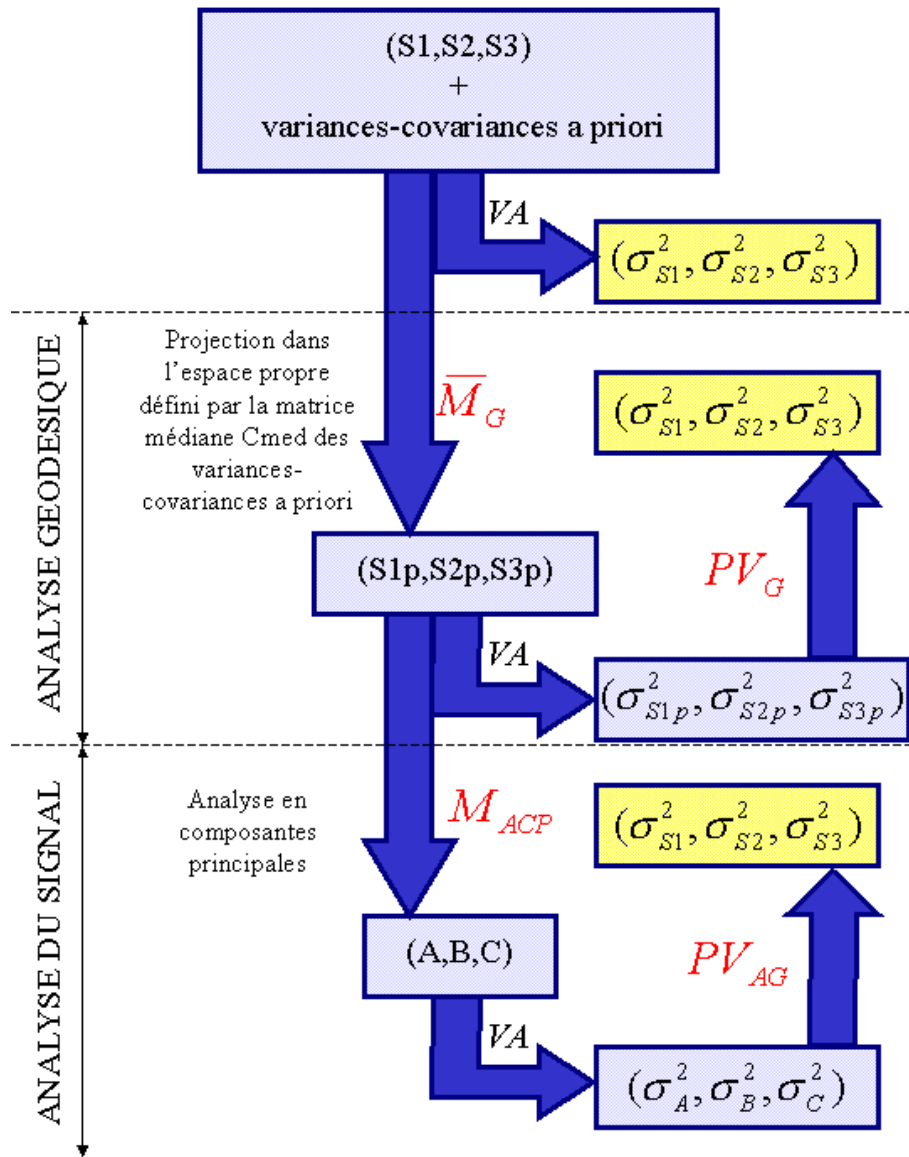


FIG. 8.1 – Algorithme d’analyse de séries temporelles tridimensionnelles corrélées. Les matrices de changement de repère sont notées  $\bar{M}_G$  (géodésique) et  $M_{ACP}$  (décomposition du signal).  $PV_G$  et  $PV_{AG}$  désignent les lois de propagation des variances de l’espace propre géodésique et de l’espace propre hiérarchisé vers le repère local. VA désigne l’analyse par la variance d’Allan. Les quantités  $\sigma^2$  sont les valeurs des variances d’Allan

### 8.1.2 Analyse du signal

La deuxième phase fait appel à la méthode classique de l'Analyse en Composantes Principales (ACP) pour accéder à une autre variété d'espace propre associé à la série de coordonnées. La matrice de transformation est cette fois la matrice de variance-covariance empirique déduite de l'analyse de covariance tridimensionnelle de la série. On obtient une décomposition du signal en trois composantes dans un nouvel espace tridimensionnel orthonormé, avec leur contribution relative à la variance totale du signal. Nous nommerons "espace propre hiérarchisé" ce nouveau référentiel. Il s'agit là de la variance classique, intemporelle. En projetant la série tridimensionnelle dans cet espace propre hiérarchisé, on peut en effectuer l'analyse temporelle séparément, dans notre cas toujours par la variance d'Allan. De même que dans la première phase, une séquence de propagation de la variance permet de traduire les résultats de l'analyse dans le repère local  $(E, N, U)$ , où se produisent les phénomènes géophysiques ou instrumentaux que l'on cherche à comprendre. On dispose alors dans ce référentiel d'une décomposition spectrale du déplacement de la station. Notons que l'espace de départ de cette étape de l'analyse est en principe l'espace propre géodésique introduit au chapitre 8.1.1. Toutefois, en l'absence de l'information de variance-covariance, on peut passer directement à la deuxième étape. Bien que dans ce cas il faille considérer les conclusions de l'analyse avec plus de prudence, nous montrerons au chapitre 8.2.3 que l'apport spécifique de la décomposition du signal peut justifier cette pratique.

Lorsque l'information de variance-covariance des séries de coordonnées est disponible, on peut leur appliquer la séquence des deux volets de l'analyse décrite ci-dessus. C'est ce que nous ferons dans le chapitre 8.2, à partir de résultats de positionnement GPS élaborés par le centre d'analyse CODE. Dans le cas où l'on ne dispose que de la série tridimensionnelle sans l'information de covariance, l'analyse se réduira à la deuxième phase. Nous montrerons un exemple de cette situation au chapitre 8.3, où nous établissons des diagnostics sur le mouvement des sites comportant des stations DORIS et GPS en co-localisation.

Nous ne détaillerons pas les étapes de calcul mathématique de notre méthode puisque ces étapes s'appuient sur des outils mathématiques courants, plus précisément développés en détail dans la bibliographie donnée au chapitre 7 des outils utilisés. Toutefois, les applications des sections 8.2 et 8.3 reprennent les étapes pas à pas pour faciliter la compréhension du processus de calcul suivi.

## 8.2 Application de l'algorithme complet

Nous présentons l'application de la méthode aux stations GPS de Hartebeesthoek (HRAO) et Santiago (SANT). Comme le mouvement observé des stations s'interprète plus naturellement dans le repère local  $(E, N, U)$  que dans le repère géocentrique  $(X, Y, Z)$ , nous appliquerons une version étendue de l'algorithme, symbolisée par la figure 8.2. Les graphiques intermédiaires illustrant les différentes étapes sont présentés dans l'annexe G.

SANT est située en Amérique du Sud (Chili) et HRAO en Afrique du Sud. Ces deux stations ne sont donc pas sur la même plaque tectonique. Elles sont placées à une latitude proche. HRAO est situé à 1414m d'altitude et SANT à 723m.

Nous utilisons des séries hebdomadaires de coordonnées  $(X, Y, Z)$ , provenant de l'analyse de mesures continues GPS par le centre CODE et explicitées dans des fichiers au format SINEX. A partir de ces fichiers, on projette les coordonnées dans l'ITRF2000 (voir chapitre 3.1.4 mise en référence) avec le logiciel CATREF, en prenant  $t_0 = 2003.0$  comme date de référence.

On soustrait aux séries leur position a priori  $(X_0, Y_0, Z_0)$  à la date  $t_0$  estimée par le calcul avec le logiciel CATREF. Ceci permet la transformation des coordonnées dans le repère local. La figure G.1 représente les coordonnées des deux stations de 1998 à 2004, rapportées à leur valeur à la date  $t_0$ . Notons que la station HRAO présente clairement une dérive dont le coefficient est positif pour chacune des trois coordonnées et plus faible en  $Z$ , alors que la station SANT montre :

- une pente de coefficient positif pour la coordonnée  $X$  ;
- une pente de coefficient négatif pour la coordonnée  $Y$  ;
- une pente de coefficient quasi nul avec un signal périodique pour la coordonnée  $Z$ .

Les trois graphes d'Allan de chacune des stations montrent la signature de la dérive de la station projetée sur les trois axes du repère géocentrique.

Nous expliciterons dans les sections 8.2.2 et 8.2.3 les deux phases de calcul du schéma 8.2 qui conduisent chacune à une estimation des variances d'Allan dans le repère local  $(E, N, U)$ . Auparavant, nous présentons le résultat d'un calcul direct sur la projection dans ce repère des séries originales  $(X, Y, Z)$  centrées sur leur position a priori à  $t_0 = 2003.0$ . La section 8.2.4 est consacrée à une réflexion sur les différences entre les trois estimations.

### 8.2.1 Analyse directe par la variance d'Allan

Nous présentons dans la figure G.2 les séries projetées dans le repère local par la relation classique donnée dans la section 1.2.5, ainsi que leurs graphes d'Allan exprimées directement.

### 8.2.2 Analyse géodésique

Notons que les matrices de variance-covariance a posteriori associées aux séries de coordonnées de station qui sont les données de notre analyse, deviennent dans ce contexte des matrices de variance-covariance a priori.

Le but de cette étape est d'utiliser la matrice de variance-covariance a priori pour projeter les séries dans l'espace propre qu'elles définissent, que nous nommons espace propre géodésique, puis d'exprimer les résultats de variances d'Allan obtenus dans le repère local. Nous détaillons ci-dessous les étapes de calcul.

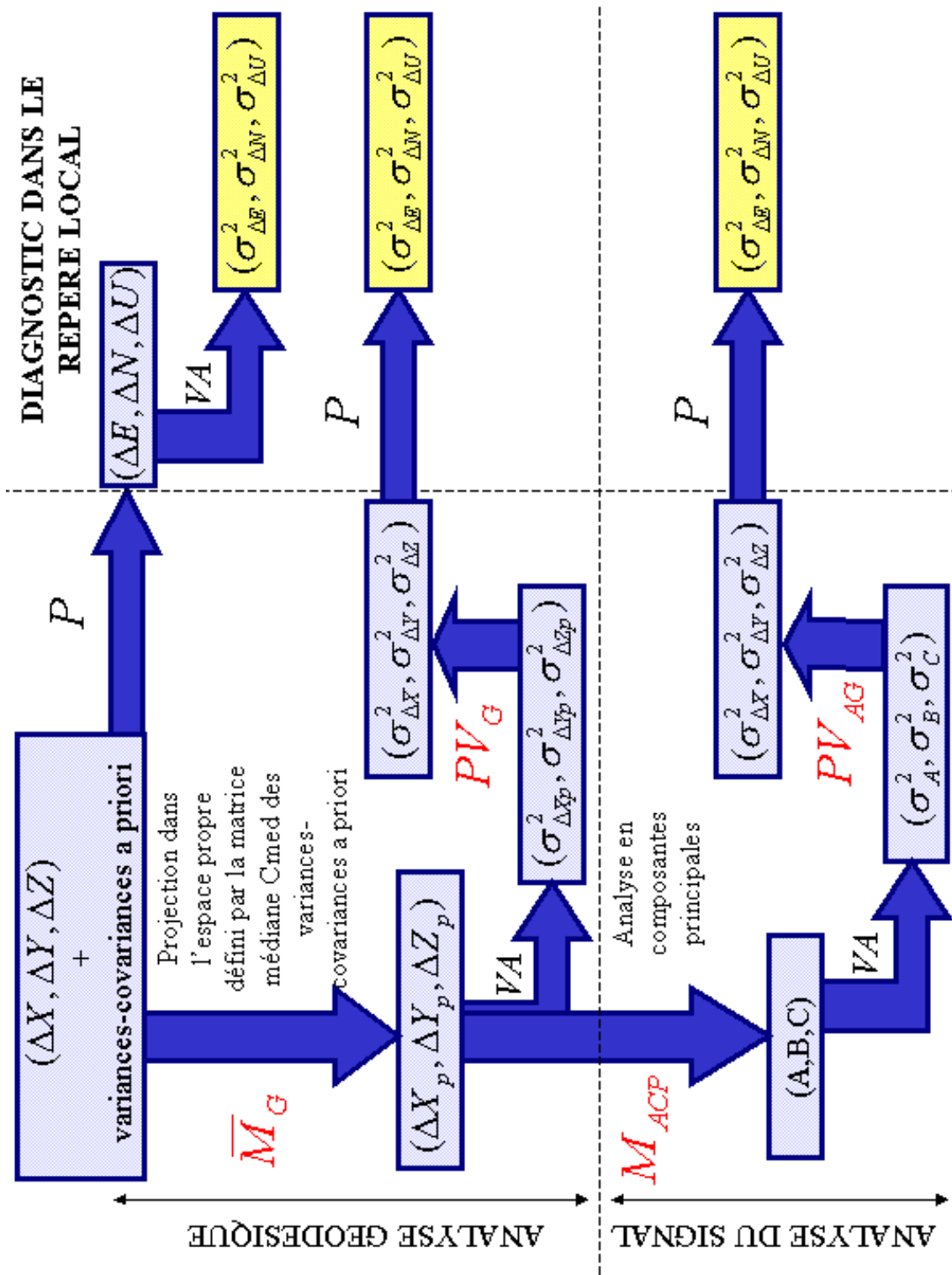


FIG. 8.2 – Complément de l’algorithme de la figure 8.1 pour l’analyse des mouvements de station dans le repère local (E, N, U). La matrice de passage du repère cartésien au repère local est notée P.

## Matrice de variance-covariance a priori et projection dans l'espace propre géodésique

Puisque l'on soustrait une constante aux variables  $(X,Y,Z)$ , la matrice de variance-covariance des variables  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  est identique à celle des variables  $(X,Y,Z)$ . Ces matrices sont représentées dans la figure G.3 pour les deux stations. La figure G.4 donne les corrélations correspondantes. Les séries de SANT sont plus bruitées, notamment en Y où la variance atteint  $4mm^2$  et en Z, donc aussi sur la covariance  $(Y,Z)$  qui va jusque  $3mm^2$ . Nous notons de fortes corrélations pour chaque couple de coordonnées et pour chaque station. Les corrélations évoluent peu avec le temps pour HRAO, contrairement à SANT dont les corrélations ont une évolution temporelle perturbée, notamment en début de série.

Nous construisons la matrice  $C_{med}$  telle que ses termes  $C_{med}(i, j)$  sont la médiane de la variable  $c_{ij}(t)$ , terme  $(i,j)$  des matrices  $C_t$ , matrices de variance-covariance a priori.

Les valeurs propres de la matrice  $C_{med}$  obtenues pour HRAO et SANT sont les suivantes :

$$\begin{cases} \lambda_{1HRAO} = 0.06 & \lambda_{2HRAO} = 0.13 & \lambda_{3HRAO} = 0.28 \\ \lambda_{1SANT} = 0.06 & \lambda_{2SANT} = 0.09 & \lambda_{3SANT} = 0.26 \end{cases}$$

Nous vérifions que la matrice  $C_{med}$  reste une matrice de variance-covariance, c'est à dire symétrique définie positive. Or, les valeurs propres sont positives et la matrice est effectivement symétrique.

Les pourcentages de variance pour chacune des valeurs propres sont, par ordre croissant :

$$\begin{cases} P_{\lambda_{1HRAO}} = 12\% & P_{\lambda_{2HRAO}} = 28\% & P_{\lambda_{3HRAO}} = 60\% \\ P_{\lambda_{1SANT}} = 15\% & P_{\lambda_{2SANT}} = 21\% & P_{\lambda_{3SANT}} = 64\% \end{cases}$$

On écrit les vecteurs propres dans la matrice notée  $\bar{M}$  et on projette les  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  dans l'espace propre associé par la formule :

$$(\Delta X_p(t), \Delta Y_p(t), \Delta Z_p(t)) = (\Delta X(t), \Delta Y(t), \Delta Z(t)) \cdot \bar{M}_G$$

$$\begin{pmatrix} \Delta X_p(t) \\ \Delta Y_p(t) \\ \Delta Z_p(t) \end{pmatrix} = \bar{M}_G^t \begin{pmatrix} \Delta X(t) \\ \Delta Y(t) \\ \Delta Z(t) \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

Dans la figure G.5, les projections de chaque série dans l'espace propre géodésique sont tracées dans la colonne de gauche, les pourcentages de variance sont indiqués pour chacun des axes, la composante dominante étant tracée dans le cadre du bas. A droite, on trouve les graphes d'Allan correspondants.



## Retour au référentiel local

Ayant estimé de façon correcte les variances d'Allan de la variable tridimensionnelle dans son espace propre géodésique, nous définissons les relations de transformation qui permettront de transposer le diagnostic dans le référentiel local  $(E, N, U)$ .

Pour cela, écrivons les coordonnées  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  en fonction de  $(\Delta X_p, \Delta Y_p, \Delta Z_p)$  à l'aide des équations (équation ?? chapitre 2.5) et 8.1 :

$$\begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P.(\bar{M}_G^t)^{-1} \begin{pmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{pmatrix}$$

En considérant que la loi de propagation des variances s'applique aussi à la variance d'Allan, on a :

$$COV_A \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P.(\bar{M}_G^t)^{-1} COV_A \begin{pmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{pmatrix} .\bar{M}_G^{-1} .P^t$$

Or, la matrice de variance-covariance de chaque triplet  $(\Delta X_p, \Delta Y_p, \Delta Z_p)$  est diagonale car, par construction, les covariances sont nulles.

D'où :

$$COV_A \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P.(\bar{M}_G^{-1})^t \begin{pmatrix} \sigma_{\Delta X_p}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta Y_p}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta Z_p}^2 \end{pmatrix} .\bar{M}_G^{-1} .P^t$$

On accède alors aux variances de  $\Delta E$ ,  $\Delta N$  et  $\Delta U$ .

Nous obtenons ainsi une deuxième estimation des variances d'Allan dans le repère local, tenant compte des corrélations a priori des séries.

### 8.2.3 Analyse du signal

#### Analyse en composantes principales dans le domaine temporel

A l'issue du calcul ci-dessus, les données se trouvent placées dans l'espace propre géodésique, dans lequel leur matrice de variance-covariance est diagonale.

La série tridimensionnelle de données est l'expression d'un signal composite dont nous avons en vue la caractérisation spectrale. Il serait avantageux de décomposer le signal en ses composantes principales avant de leur appliquer un estimateur tel que la variance d'Allan. Pour cela, nous appliquons la méthode de l'analyse en composantes principales explicitée dans le chapitre 7 appliquée ici dans le domaine temporel.

La matrice  $C_{emp}$  de variance-covariance empirique nous donne les coefficients de corrélation suivants pour les deux stations de l'exemple :

$$\begin{cases} corr(\Delta X_p, \Delta Y_p)_{HRAO} = 0.75 & corr(\Delta X_p, \Delta Y_p)_{SANT} = -0.99 \\ corr(\Delta X_p, \Delta Z_p)_{HRAO} = -0.99 & corr(\Delta X_p, \Delta Z_p)_{SANT} = 0.97 \\ corr(\Delta Y_p, \Delta Z_p)_{HRAO} = -0.74 & corr(\Delta Y_p, \Delta Z_p)_{SANT} = -0.97 \end{cases}$$

Notons que ces corrélations sont non nulles, contrairement à ce qui a été dit dans la section précédente car on ne considère pas les mêmes variables : dans l'analyse géodésique, on prend en compte chaque triplet  $(\Delta X_p, \Delta Y_p, \Delta Z_p)$  ponctuellement alors que dans cette analyse, ce sont les trois séries temporelles  $\Delta X_p$ ,  $\Delta Y_p$  et  $\Delta Z_p$ .

De plus, les corrélations géodésiques de la section précédente décrivaient la structure du système de mesure, alors que les coefficients  $corr(\Delta X_p, \Delta Y_p)$ ,  $corr(\Delta X_p, \Delta Z_p)$  et  $corr(\Delta Y_p, \Delta Z_p)$  permettent de placer les données dans un espace hiérarchisé en fonction de l'importance relative des composantes du signal. Ils nous montrent que les séries  $(\Delta X_p, \Delta Y_p, \Delta Z_p)$  de chaque station sont corrélées ou anticorrélées deux à deux, ce qui indique que le signal se projette sur les trois axes de l'espace propre géodésique. Pour accéder à l'espace propre hiérarchisé, nous faisons appel à l'analyse en composantes principales qui va nous permettre de décomposer le signal.

Donnons les valeurs propres et les pourcentages de variance de chacune d'entre elles pour chaque station :

$$\begin{cases} \Lambda_{1HRAO} = 20 & \Lambda_{2HRAO} = 30 & \Lambda_{3HRAO} = 5050 \\ P_{\Lambda_{1HRAO}} = 0\% & P_{\Lambda_{2HRAO}} = 0\% & P_{\Lambda_{3HRAO}} = 99\% \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Lambda_{1SANT} = 10 & \Lambda_{2SANT} = 12 & \Lambda_{3SANT} = 9210 \\ P_{\Lambda_{1SANT}} = 0\% & P_{\Lambda_{2SANT}} = 1\% & P_{\Lambda_{3SANT}} = 99\% \end{cases}$$

L'axe correspondant à la valeur propre 3 explique le signal dans sa quasi totalité. Projetons les séries en appliquant la matrice  $M_{ACP}$  des vecteurs propres correspondants. Soient A,B et C les séries projetées telles que :

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = M_{ACP}^t \begin{pmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{pmatrix}$$

On trace les projetés et leur variance d'Allan dans la figure 8.3 pour les stations HRAO et SANT. La série C explique dans les deux cas le signal à 99% et on identifie clairement sur le graphe de droite une pente. Cet axe semble donc être la direction selon laquelle les stations dérivent. Il est facile de déterminer cette direction puisque l'on connaît les coordonnées du vecteur propre correspondant à la valeur propre  $\lambda_3$  dans le repère initial (ici,  $(X, Y, Z)$ ).

La deuxième composante du signal montre un signal périodique qui semble être de l'ordre de l'année. La dernière composante indique le type de bruit dominant de la série. C'est un bruit quasi de scintillation de l'ordre de quelques millimètres.

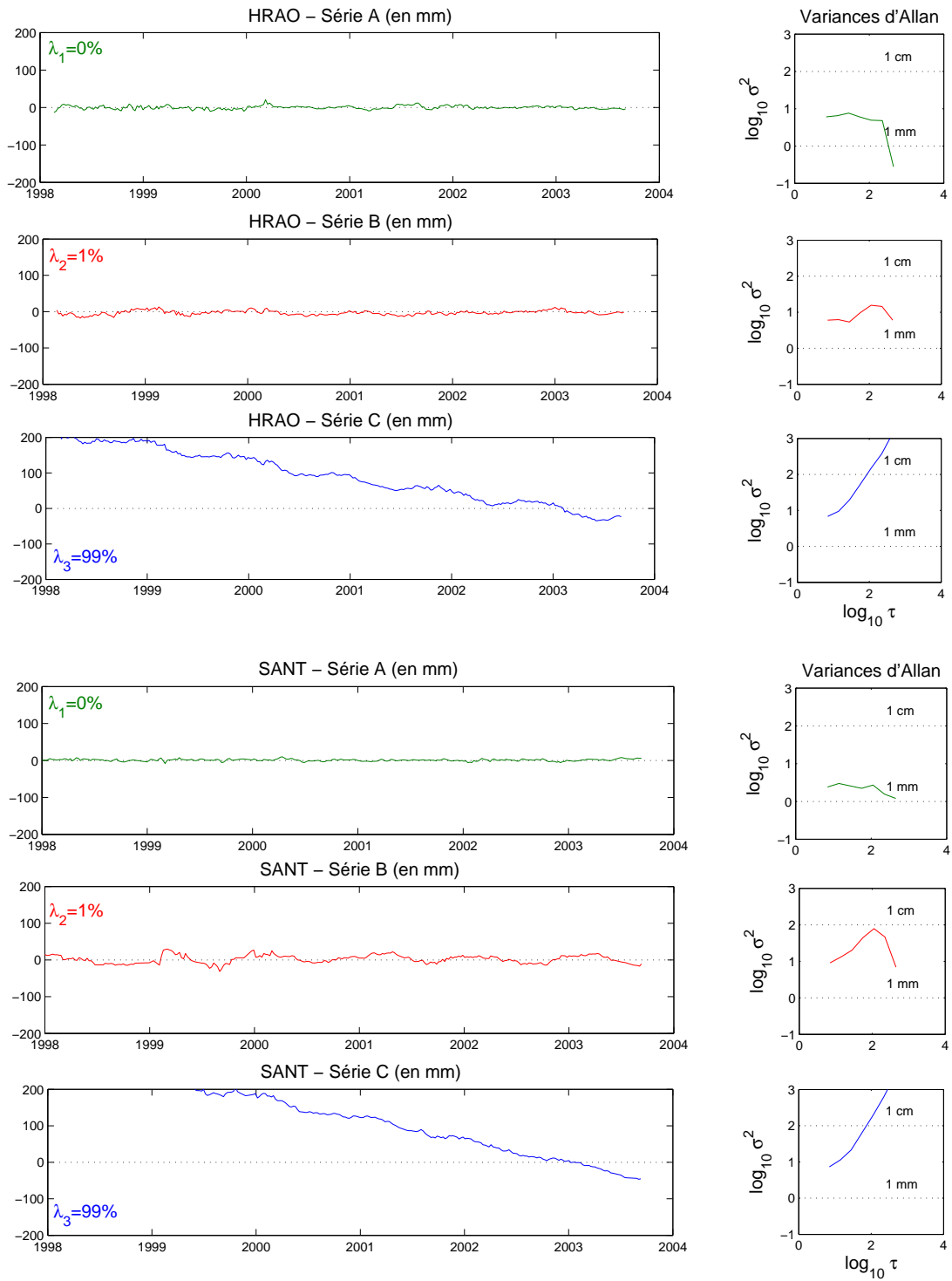


FIG. 8.3 – Projection des séries de coordonnées des stations Hartebeesthoek (HRAO) et Santiago (SANT) dans l’espace propre hiérarchisé et leurs graphes d’Allan. Le pourcentage du signal expliqué par chaque composante est donné ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ). L’unité de  $\tau$  est le jour.

## Retour au référentiel local

De façon analogue au paragraphe du même nom de l'étape précédente, nous transposons les graphes d'Allan obtenues dans l'espace propre géodésique puis dans le repère local par la formule :

$$COV_A \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P.[(\bar{M}_G.M_{ACP})^{-1}]^t \begin{pmatrix} \sigma_A^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_B^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_C^2 \end{pmatrix} .(\bar{M}_G.M_{ACP})^{-1} .P^t$$

Ainsi, cette troisième estimation tient compte des corrélations entre les données de départ et s'appuie en outre sur une décomposition hiérarchisée du signal.

### 8.2.4 Apport de la méthode d'analyse proposée

La démarche d'analyse du signal que nous proposons repose sur la projection successive des séries de mesures dans deux espaces propres, que nous avons nommés "géodésique" et "hiérarchisé". L'outil de diagnostic statistique est la variance d'Allan. Nous utilisons ici les graphes d'Allan obtenus pour les stations de Hartebeesthoek et de Santiago pour examiner l'effet de ces projections.

Comparons à présent les différentes variances d'Allan obtenues dans le repère local. La figure 8.4 présente les trois graphes d'Allan obtenus aux différentes étapes décrites ci-dessus :

1. en pointillés, la variance d'Allan par la méthode directe des variations ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) dans le repère local ;
2. en trait barré-pointillé, la variance d'Allan obtenue après passage par l'espace propre géodésique ;
3. en trait plein, la variance d'Allan obtenue après passage par l'espace propre géodésique puis par l'espace propre hiérarchisé.

Les différentes conclusions sont :

Hartebeesthoek :

Le graphe d'Allan par la méthode directe montrait une combinaison de bruit de scintillation et de marche aléatoire. Le passage par l'espace propre géodésique remplace la marche aléatoire par un bruit blanc mais le passage par l'espace propre hiérarchisé rétablit le graphe d'Allan initial.

Il n'y a pas de changement significatif par le passage par l'espace propre hiérarchisé.

Santiago :

Il n'y a pas de modification des variances d'Allan. En effet, on a vu précédemment que les corrélations a priori évoluaient en fonction du temps mais n'étaient pas stables. Aussi, la transformation 1 n'est qu'un changement de repère sans incidence particulière.

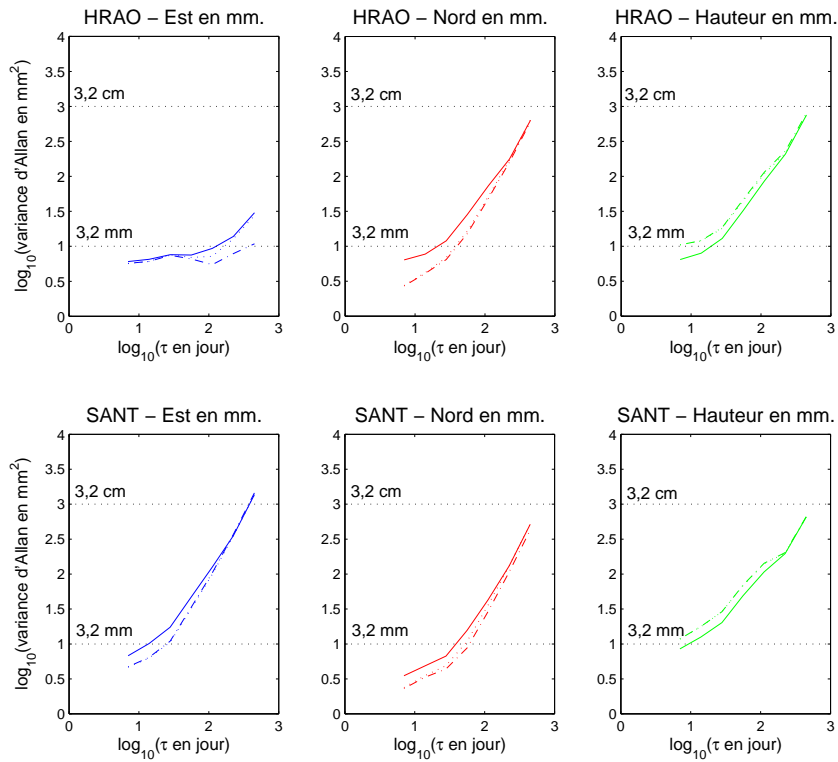


FIG. 8.4 – Trois estimations des variances d’Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (trait pointillé), après passage par l’espace propre géodésique (trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (trait plein) - Stations Hartebeesthoek (en haut) et Santiago (en bas)

Toutefois, notons que les séries considérées sont très marquées par la dérive de la station. Les vitesses sur les différentes composantes  $(X, Y, Z)$  atteignent  $3, 2\text{cm/an}$  pour la composante Est de HRAO,  $5, 2\text{cm/an}$  pour celle de SANT. Cette dérive est importante et se traduit par une pente de coefficient égal à 2 sur les graphes d'Allan. Or, celle-ci est changée en bruit blanc par le passage dans l'espace propre géodésique pour la composante Est de HRAO, et en un mélange de bruit blanc et de marche aléatoire par le passage dans l'espace propre hiérarchisé pour les composantes Nord pour HRAO et Est de SANT.

Remarquons que l'on n'observe pas de réelles différences entre ces trois estimations de la variance d'Allan dans le repère  $(E, N, U)$ . Ceci est un effet de la loi de propagation des variances qui est la manipulation de matrices de passage entre les différents repères considérés.

L'équation initiale est :

$$COV_A \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = P \cdot COV_A \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} \cdot P^t$$

où  $P$  est la matrice de passage du repère  $(X, Y, Z)$  au repère  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ .

Dans les deux étapes de la méthode, on remplace la matrice de variance-covariance de  $(X, Y, Z)$  par une multiplication de matrices prenant en compte  $(X_p, Y_p, Z_p)$  dans la première étape, puis  $(A, B, C)$  dans la seconde, par la loi de propagation de la variance. Nous avons donc une égalité stricte.

Logiquement, nous ne devrions pas avoir de différences entre les trois variances d'Allan calculées. S'il y en a, elles sont alors dues à l'hypothèse que les covariances  $COV(X_p, Y_p)$ ,  $COV(X_p, Z_p)$ ,  $COV(Y_p, Z_p)$ ,  $COV(A, B)$ ,  $COV(A, C)$  et  $COV(B, C)$  sont nulles ou bien à des problèmes de précision dans les calculs.

Nous verrons dans les chapitres 9 et 10 qui étudient un ensemble plus vaste de stations, que les différences sont infimes.

Toutefois, il est très utile d'analyser le signal dans le repère géodésique et celui issu de l'analyse en composantes principales puisque l'on détecte des phénomènes que l'on ne voit pas dans les séries initiales.

Les stations HRAO et SANT étudiées dans cette section sont deux stations obtenues par un calcul d'ensemble de stations GPS. Dans le chapitre 9, nous faisons une application plus complète sur seize des stations du réseau GPS, sélectionnées selon des critères de co-localisation avec les stations DORIS et de continuité des séries.

### 8.3 Application partielle de l'algorithme

Il arrive souvent que les séries de coordonnées de stations ne soient pas données avec les informations de variance-covariance a priori. Dans ce cas, la méthode se réduit à une analyse en composantes principales du signal et à la propagation en retour du diagnostic par la variance d'Allan dans le repère local par la formule :

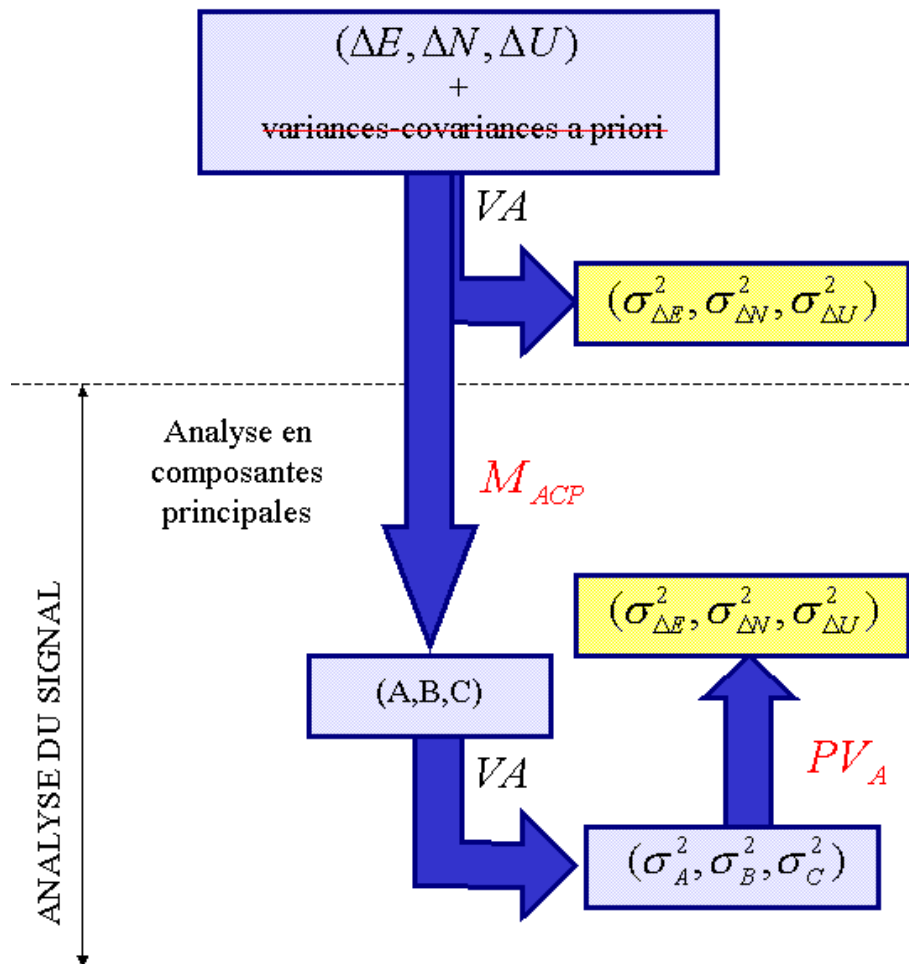


FIG. 8.5 – Application partielle de la méthode dans le cas où la matrice de variance-covariance est inconnue

$$COV_A \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = (M_{ACP}^{-1})^t \begin{pmatrix} \sigma_A^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_B^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_C^2 \end{pmatrix} \cdot (M_{ACP})^{-1}$$

Dans le chapitre 10, nous appliquons cet algorithme restreint à quinze sites en co-localisation DORIS-GPS : deux ensembles de séries proviennent de calculs de coordonnées DORIS par les centres de l'IGN/JPL et de CLS/LEGOS, et un troisième ensemble de séries d'un calcul de coordonnées GPS par le centre CODE. Les séries temporelles obtenues sont des séries  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  de résidus par rapport à une dérive linéaire. La méthode permet alors de décomposer le signal résiduel en composantes périodiques et bruits.

Pour une analyse optimale de séries temporelles de coordonnées de stations de géodésie spatiale par la méthode proposée ici, il est nécessaire d'avoir : des résidus  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  sans vitesse et les matrices de variance-covariance correspondantes.

Pour contourner cette difficulté tout en "nettoyant" le signal de la composante dominante, on pourrait envisager d'estimer les pentes dans l'espace propre géodésique et de poursuivre le processus du schéma 8.1. On pourrait ainsi analyser plus finement la partie non linéaire du signal observé.



**Quatrième partie**

**Analyses et diagnostics**



## Chapitre 9

# Application de l'algorithme complet à un ensemble de stations GPS

### 9.1 Les données

Dans ce chapitre, nous analysons les séries de coordonnées GPS obtenues par le centre d'analyse CODE à Berne (Hugentobler et al. 2002 [42]).

Nous utilisons des séries temporelles de coordonnées  $(X, Y, Z)$  explicitées dans des fichiers au format SINEX. A partir de ces fichiers, on projette les coordonnées dans l'ITRF2000 avec le logiciel CATREF. L'étape de projection dans l'ITRF2000 a été effectuée par Jean-Matthieu Nocquet dans le cadre d'une étude sur les effets saisonniers sur le positionnement vertical de la station de Grasse en France par les techniques de télémétrie laser, GPS et de gravimétrie absolue (Nicolas et al. 2004 [66]). Ce dernier nous a communiqué les séries de coordonnées et les matrices de variance-covariance hebdomadaires pour un réseau mondial de plus de 200 stations permanentes IGS observées de janvier 1998 à octobre 2003. Pour notre application, les stations sont triées selon deux critères : on garde celles qui sont en colocalisation avec DORIS et qui ne présentent pas de longues périodes de données manquantes. On obtient ainsi les 16 stations du tableau 9.1. Notons que la sélection effectuée n'affecte en rien les matrices de variance-covariance, qui restent l'image du réseau complet.

Les valeurs manquantes dans les séries proviennent du fait que le logiciel CATREF gère les valeurs jugées aberrantes en les éliminant. Pour pouvoir estimer la variance d'Allan, il est nécessaire que le pas entre observations soit constant. Nous avons donc comblé les manques par une interpolation linéaire entre les points adjacents. Le tableau 9.2 donne les pourcentages de points que l'on a interpolés par rapport au nombre de points total. Cette information est importante car lorsque les points interpolés sont regroupés, cela entraîne de fortes corrélations empiriques entre les trois coordonnées. Remarquons que la série de Santiago, traitée en détail au chapitre 8, présente la plus grande proportion de données manquantes (13%).

TAB. 9.1 – Les seize stations GPS étudiées : coordonnées géocentriques et localisation à la surface de la Terre - Source : <http://igscb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html>

Site	Pays	Acronyme de station GPS	longitude (degrés)	latitude (degrés)	hauteur (m.)
Waitangi	Nouvelle Zélande	CHAT	183.4342	-43.9559	58.0
Fairbanks	Etats-Unis	FAIR	212.5008	64.9780	319.0
Greenbelt	Etats-Unis	GODE	283.1732	39.0217	15.0
Krugersdorp	Afrique du Sud	HRAO	27.6870	-25.8901	1414.2
Kikkonummi	Finlande	METS	24.6953	60.2175	94.6
Libreville	Gabon	NKLG	9.6698	0.3523	31.4
Nouméa	France	NOUM	166.4102	-22.2699	83.1
Ny-Alesund	Norvège	NYA1	11.8653	78.9296	84.0
Reykjavik	Islande	REYK	338.0445	64.1388	93.1
Rio Grande	Argentine	RIOG	292.25	-53.7900	32.0
Santiago	Chili	SANT	289.3314	-33.1503	723.0
St John's	Canada	STJO	307.3223	47.5952	152.8
Washington	Etats-Unis	USNO	282.9338	38.9190	48.9
Mingenew	Australie	YAR1	115.3470	-29.0466	241.3
Yellowknife	Canada	YELL	245.5193	62.4809	181.0
Yuhzno-Sakhalinsk	Russie	YSSK	142.7167	47.0298	91.3

TAB. 9.2 – Les seize stations GPS étudiées : dates des observations et pourcentage de points interpolés

Station GPS	Dates de début et fin (en années)	Durée (années)	Pourcentage de points interpolés
CHAT	1998-2003.8	5.8	4.0%
FAIR	1998-2003.8	5.8	9.7%
GODE	1998-2003.8	5.8	3.7%
HRAO	1998-2003.8	5.8	4.1%
METS	1998-2003.8	5.8	7.4%
NKLG	2002.2-2003.7	1.5	10.0%
NOUM	1998.2-2003.8	5.6	6.6%
NYA1	1999.5-2003.6	4.1	7.8%
REYK	1998-2003.8	5.8	6.8%
RIOG	1999.7-2003.8	4.1	6.7%
SANT	1998-2003.8	5.8	13.1%
STJO	1998-2003.8	5.8	4.0%
USNO	1998-2003.8	5.8	4.4%
YAR1	1998-2003.8	5.8	8.4%
YELL	1998-2003.8	5.8	3.7%
YSSK	1999.7-2003.5	3.8	6.3%

Le site de Fairbanks a subi un séisme en novembre 2002. On voit dans les trois séries correspondantes un saut de plusieurs cm. Pour régulariser la série, on a appliqué une correction constante à la deuxième partie. La série composite ainsi reconstituée contient une inhomogénéité de comportement temporel puisque, selon MacMillan et Cohen 2004 [59] et Titov et Tregoning 2004 [86], le mouvement dans la période de relaxation post sismique devrait être représenté par une exponentielle. On peut s'attendre à ce que ce comportement différent sur 1/6 de la durée de la série contribue à brouiller le diagnostic.

## 9.2 Analyse du signal et diagnostic

### 9.2.1 Etude de seize stations GPS

On suit l'algorithme du schéma 8.2.

Les corrélations pour chaque couple de séries  $(X(t), Y(t), Z(t))$  permettant d'accéder à l'espace propre géodésique sont donnés dans le tableau 9.3. On remarque que les corrélations sont en général très faibles, ce qui illustre la qualité géodésique du réseau sélectionné pour l'analyse. On donne en outre dans ce tableau une évaluation qualitative de la stabilité temporelle des corrélations, qui reflète la stabilité de la géométrie du réseau dont dépend l'estimation de la position de la station. On constate que dans certains cas, les corrélations ne sont pas stables dans le temps. L'application de la méthode peut s'en trouver faussée, d'une part parce que l'espace propre géodésique est moins pertinent, et d'autre part parce que l'interprétation par la variance d'Allan est défini pour les processus stationnaires. Aussi, on voit dans le tableau 9.3 qu'il faut prendre les résultats sur les stations de Santiago (Chili) et de Yarragadee (Australie) avec précaution. Ces deux stations se trouvent dans l'hémisphère sud, où le réseau GPS n'est sans doute pas suffisamment redondant pour assurer une qualité constante de la mesure hebdomadaire des coordonnées.

On calcule ensuite la matrice  $C_{emp}$  des séries  $(X_p(t), Y_p(t), Z_p(t))$ . Dans les deux figures 9.1 et 9.2, les graphiques représentent les graphes d'Allan des séries  $(X_p(t), Y_p(t), Z_p(t))$  projetées dans l'espace propre hiérarchisé, généré par la matrice  $C_{emp}$ .

On propose dans le tableau 9.4 une série de diagnostics sur les différents signaux et bruits caractéristiques de chacun des axes de l'espace propre hiérarchisé  $(EP1, EP2, EP3)$  à l'aide des graphes d'Allan en utilisant le tableau 7.2 du chapitre 7. Pour quatorze des seize stations, la composante principale explique au minimum 96% du signal. Elle peut être modélisée soit comme une marche aléatoire soit, dans un contexte déterministe, par un mouvement linéaire. Les deux stations qui ne répondent pas à ce modèle sont Fairbanks (FAIR), dont on a mentionné la relaxation post-sismique non linéaire, et Yuhzno-Sakhalinsk (YSSK), qui présente par ailleurs une périodicité atypique. Le deuxième axe représentatif montre un signal périodique dont la période est supérieure à un an sur un bruit de scintillation de l'ordre de 1 à 3 mm, excepté pour NKLG et YSSK. Le troisième axe indique un bruit blanc ou de scintillation perturbé par un signal périodique de faible amplitude. No-

TAB. 9.3 – Corrélations induites par la matrice géodésique  $C_{med}$  médiane

Station (acronyme 4 lettres)	corrélations (X,Y)	corrélations (X,Z)	corrélations (Y,Z)
CHAT	0.02 (1)	0.67 (1)	0.00 (1)
FAIR	0.26 (2)	-0.47 (2)	-0.40 (2)
GODE	-0.25 (2)	0.27 (2)	-0.64 (2)
HRAO	0.26 (1)	-0.50 (1)	-0.36 (1)
METS	0.21 (2)	0.52 (2)	0.25 (2)
NKLG	0.10 (2)	0.07 (1)	0.00 (1)
NOUM	-0.24 (1)	0.59 (1)	-0.24 (1)
NYA1	0.03 (1)	0.33 (2)	0.07 (1)
REYK	-0.19 (2)	0.52 (2)	-0.25 (2)
RIOG	-0.12 (1)	-0.23 (1)	0.39 (1)
SANT	-0.25 (3)	-0.24 (3)	0.54 (3)
STJO	-0.40 (1)	0.47 (1)	-0.55 (1)
USNO	-0.25 (1)	0.26 (1)	-0.65 (1)
YAR1	-0.37 (3)	0.40 (2)	-0.58 (2)
YELL	0.18 (1)	-0.21 (1)	-0.45 (1)
YSSK	-0.31 (1)	-0.37 (1)	0.33 (1)

Notes : la série temporelle des corrélations est :

- (1) stable ;
- (2) perturbée ;
- (3) très perturbée.

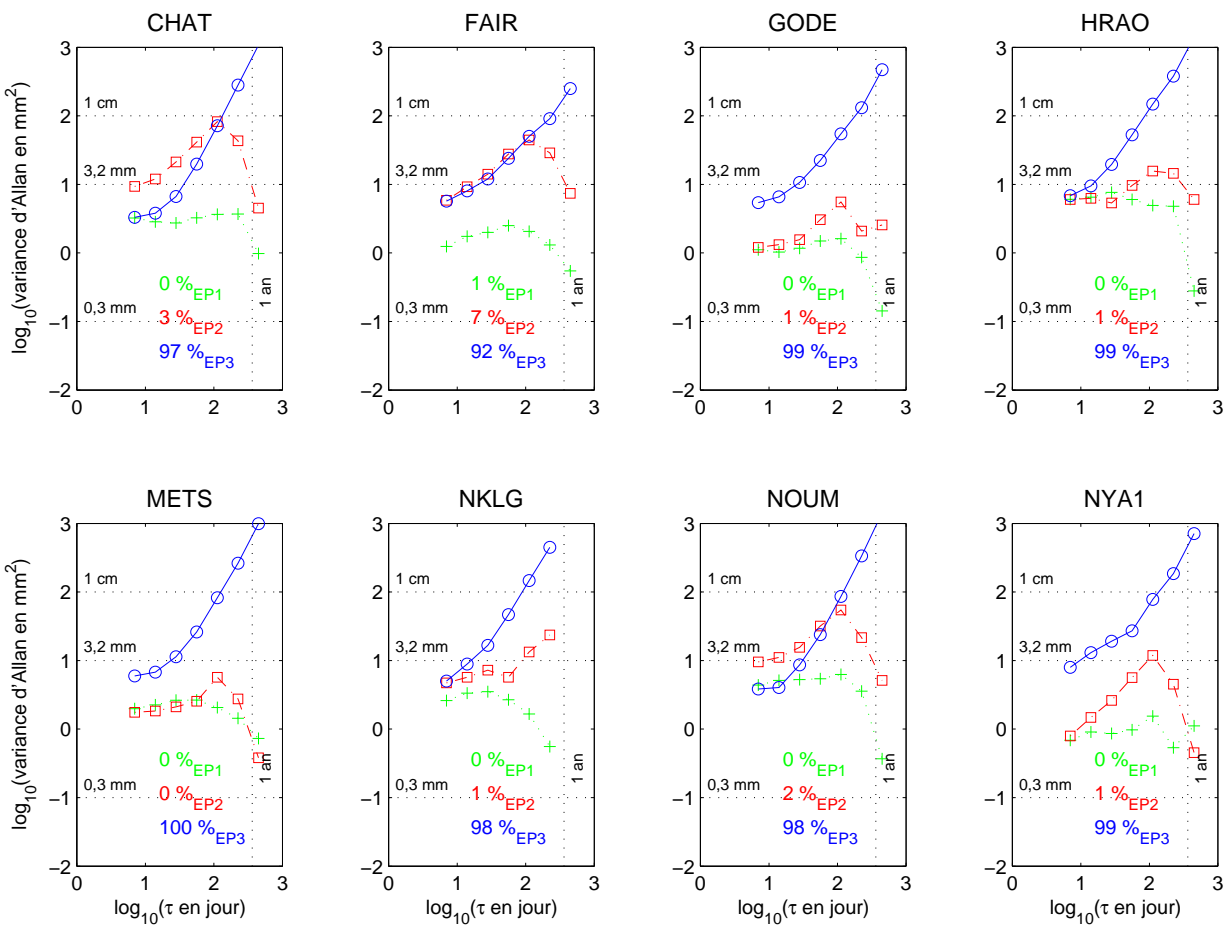


FIG. 9.1 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé : projection sur l'axe EP3 le plus représentatif (cercle et trait plein), sur l'axe EP2 (carré et trait barré) et sur l'axe EP1 (croix et trait pointillé) - planche 1



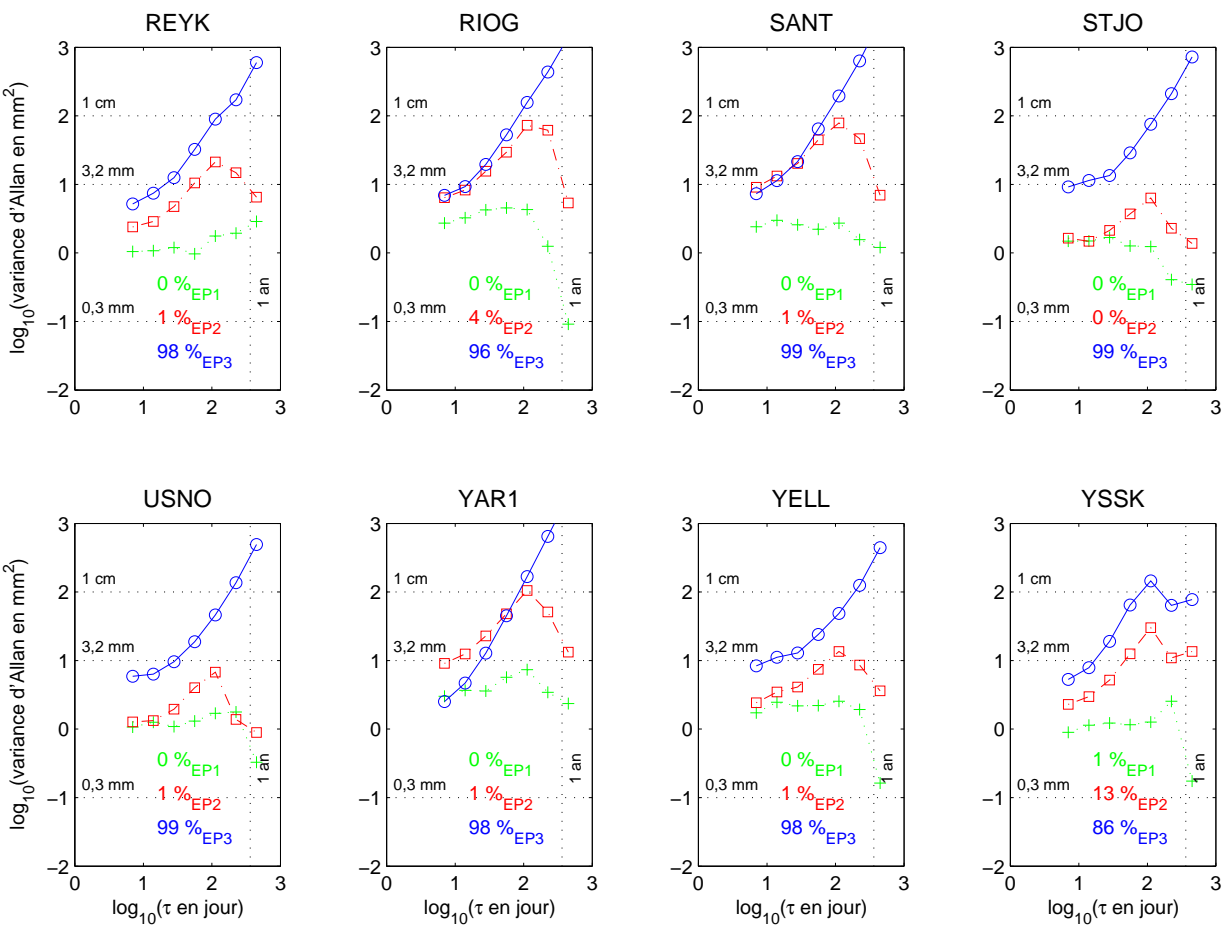


FIG. 9.2 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé : projection sur l'axe EP3 le plus représentatif (cercle et trait plein), sur l'axe EP2 (carré et trait barré) et sur l'axe EP1 (croix et trait pointillé) - planche 2

TAB. 9.4 – Signaux et bruits caractéristiques de chaque axe de l'espace propre hiérarchisé

Station	Axe EP3			Axe EP2			Axe EP1		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
CHAT	97%	MA	1-2	3%	BS+(1 an)	3	0%	BB+(1 an)	1-2
FAIR	92%	MA	2	7%	BS+(1 an)	3	1%	BB+(1 an)	1
GODE	99%	MA	2	1%	BS+(1 an)	1	0%	BB+(1 an)	1
HRAO	99%	MA	3	1%	BS+(1 an)	3	0%	BB+(1 an)	3
METS	100%	MA	2	0%	BS+(1 an)	1-2	0%	BS	1-2
NKLG	98%	MA	2	1%	BS+MA	2-3	0%	BB+(1 an)	2
NOUM	98%	MA	2	2%	BS+(1 an)	3	0%	BB+(1 an)	2-3
NYA1	99%	MA	3	1%	BS+(1 an)	1	0%	BS+(200 j.)	1
REYK	98%	MA	2	1%	BS+(1 an)	1-2	0%	BS	1
RIOG	96%	MA	3	4%	BS+(1 an)	3	0%	BB+(1 an)	2
SANT	99%	MA	3	1%	BS+(1 an)	3	0%	BS	2
STJO	99%	MA	3	0%	BS+(1 an)	1	0%	BB+(200 j.)	1
USNO	99%	MA	2-3	1%	BS+(1 an)	1	0%	BB+(1 an)	1
YAR1	98%	MA	1-2	1%	BS+(1 an)	3	0%	BS+(1 an)	2
YELL	98%	MA	3	1%	BS+(1 an)	2	0%	BB+(1 an)	1-2
YSSK	86%	MA+ (200 j.)	2-3	13%	MA+(200 j.)	2	1%	BB+(1 an)	1

Notes :

- (1) Pourcentage de variance de l'axe ;
- (2) Type de signal ou bruit :
  - MA marche aléatoire ;
  - BS bruit de scintillation ;
  - BB bruit blanc ;
  - () terme périodique(période) ;
- (3) Niveau en mm.

tons que du fait de la dominance massive de la composante marche aléatoire, les pourcentages des deux composantes se trouvent écrasés. Cela n'empêche pas de les caractériser par le graphe d'Allan. On verra au chapitre 10 que la soustraction préalable de la pente, si elle prive de la connaissance de l'espace propre géodésique, permet un diagnostic plus fin sur les mouvements non linéaires.

## 9.2.2 Comparaison des trois estimations de la variance d'Allan

Nous reprenons dans les figures 9.3 à 9.5 les comparaisons des trois estimations de la variance d'Allan déjà présentées pour HRAO et SANT (section 8.2.4) afin d'évaluer sur un échantillon plus large l'impact des différents dispositifs de l'algorithme. Les estimations considérées sont : l'estimation directe dans le repère  $(E, N, U)$ , l'estimation après projection dans l'espace propre géodésique, et l'estimation après projection dans l'espace propre géodésique, puis dans l'espace propre hiérarchisé.

Le diagnostic sur la nature du signal est peu modifié pour les six stations NKLG, NOUM, REYK, RIOG, SANT et YAR1, les graphes de la variance d'Allan montrant une marche aléatoire sans rupture, et le niveau restant stable avec des variances inférieures à 2-3mm.

Pour les cinq stations CHAT, GODE, NYA1, USNO et YELL, le signal que l'on voyait en dehors de la marche aléatoire (bruit de scintillation pour la composante Nord de USNO, bruit blanc pour YELL combiné à un terme périodique pour la composante Est, termes périodiques) ne disparaît pas mais le passage par l'espace propre géodésique semble l'accentuer sur les composantes qui ne le présentaient pas à l'origine.

Pour les cinq autres stations, les différences sont plus significatives. Nous les commentons individuellement ci-dessous.

FAIR :

On observe initialement sur la composante Hauteur un bruit blanc combiné à un terme périodique. Le passage par l'espace propre géodésique transforme le bruit blanc en marche aléatoire mais le passage par l'espace propre hiérarchisé rétablit la courbe initiale.

HRAO :

Sur la composante Est, le passage par l'espace propre géodésique change la combinaison de bruit de scintillation et de marche aléatoire par un bruit de scintillation pur. A l'issue du passage par l'espace propre hiérarchisé, la courbe du graphe d'Allan reprend sa forme initiale.

METS :

Le bruit de scintillation de la composante Nord disparaît au profit d'une marche aléatoire au passage par l'espace propre géodésique.

STJO :

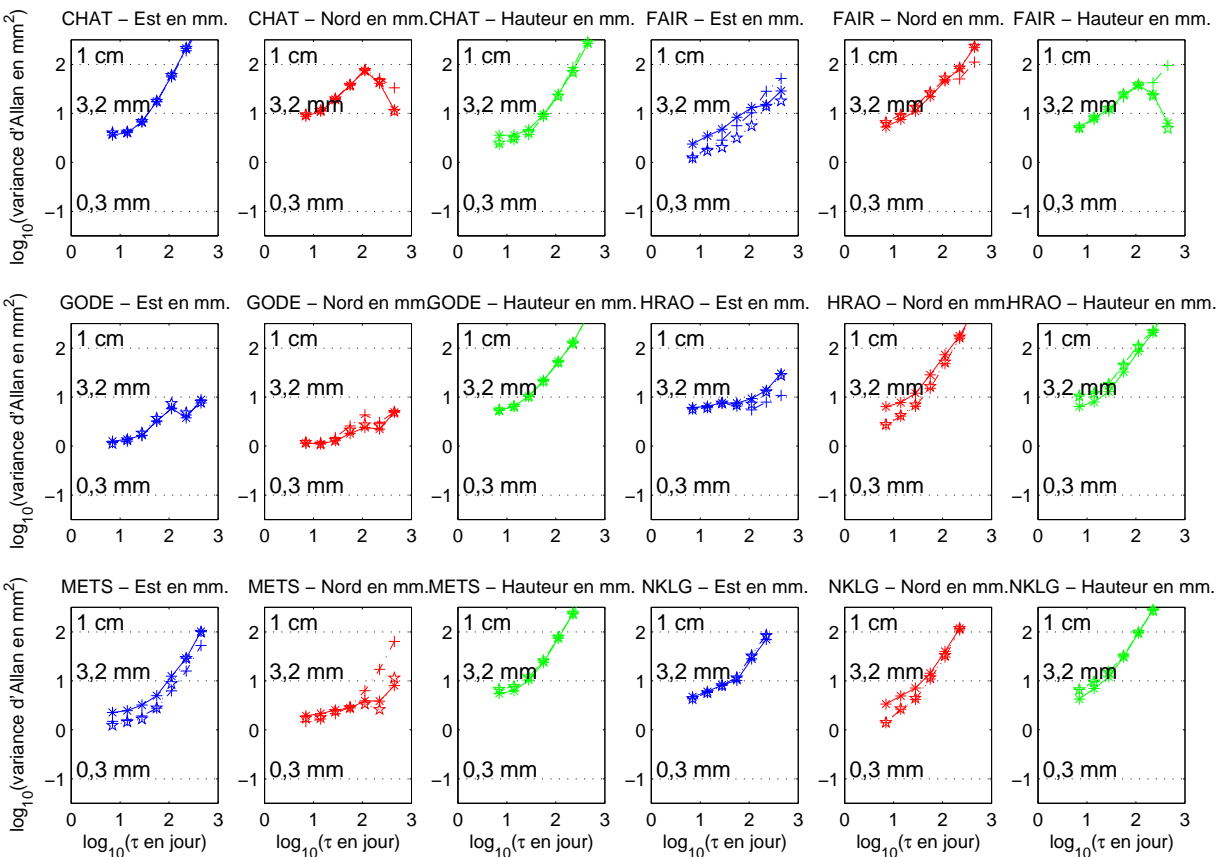


FIG. 9.3 – Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 1

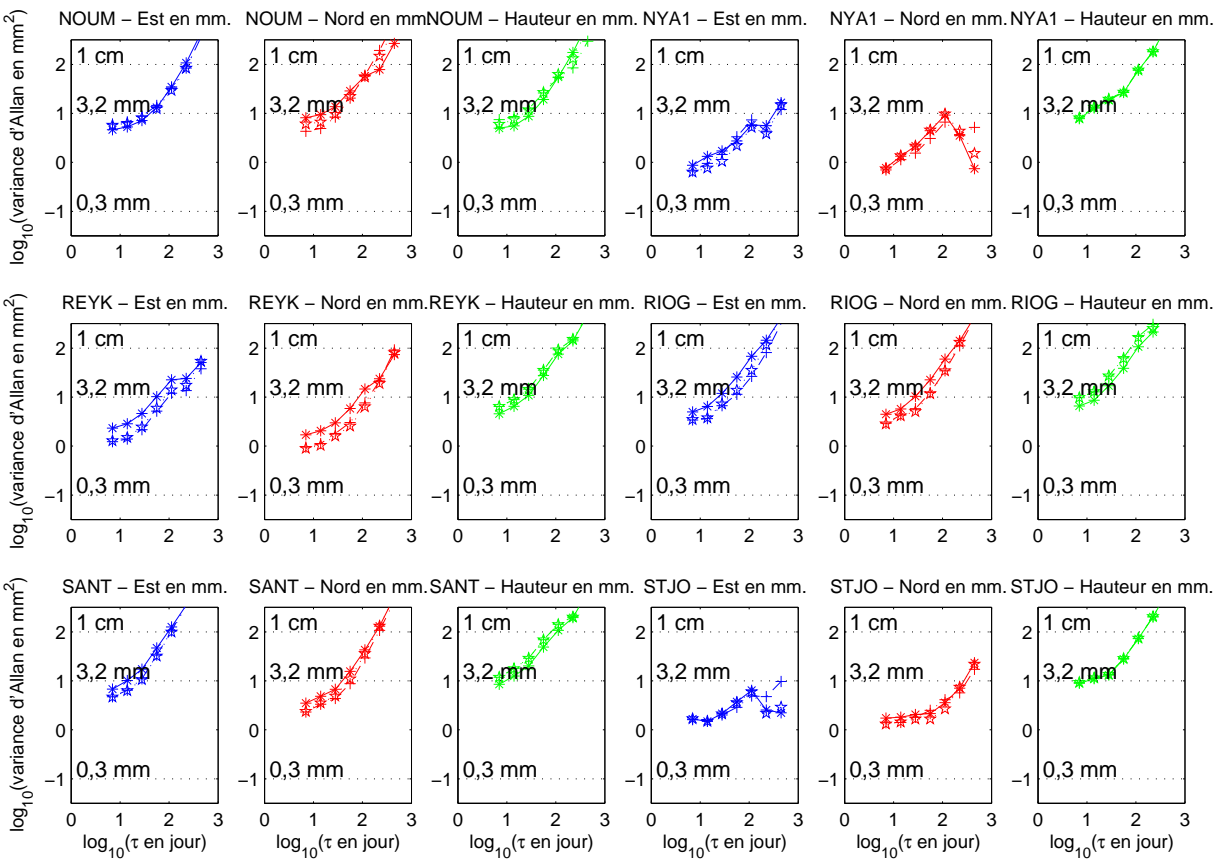


FIG. 9.4 – Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 2

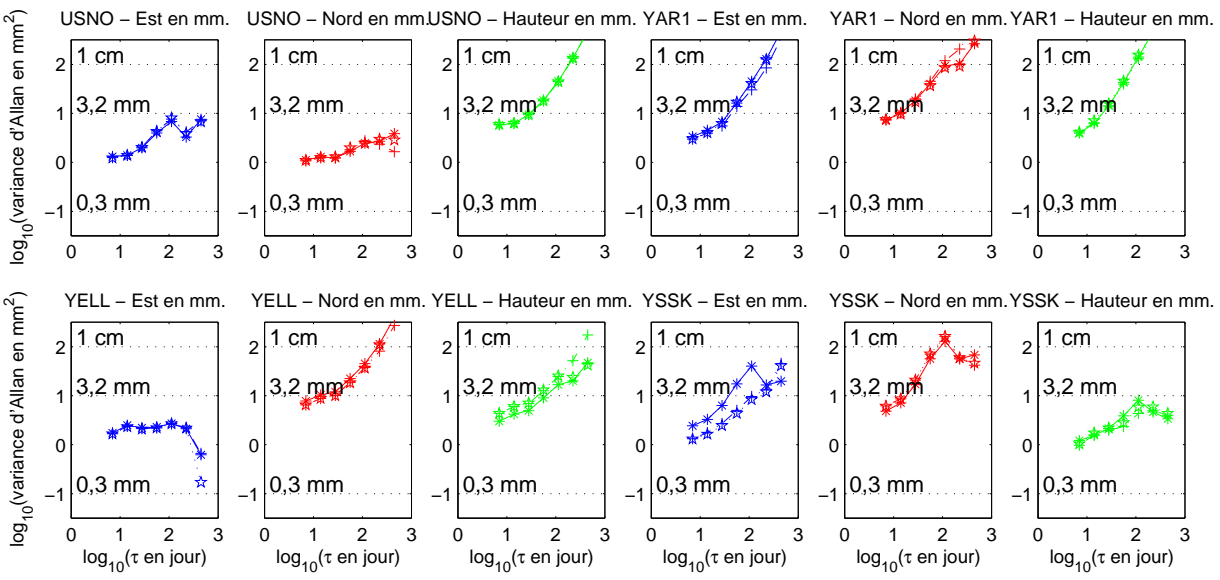


FIG. 9.5 – Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 3

Le bruit de scintillation combiné à un terme annuel disparaît lors du passage par l'espace propre géodésique. Noter que cette station présente des corrélations relativement importantes (tableau 9.3), ce qui peut expliquer la sensibilité des données à ce passage dans l'espace propre géodésique.

YSSK :

Cette station est un cas particulier par rapport aux autres stations. Nous avons vu précédemment que le signal dominant par la projection sur l'espace propre hiérarchisé est une marche aléatoire combiné à un terme de période d'environ 200 jours très marqué. Or, l'étude par la méthode directe dans le repère local ne montre ce signal que pour la composante Nord, la composante Est étant une marche aléatoire et la composante Hauteur un bruit de scintillation combiné à un signal périodique faible. Ici, on remarque alors que le signal initial de la composante Est est remplacée par le signal dans l'espace propre hiérarchisé.

L'étude de ces seize stations permet de répondre à plusieurs questions :

- Sur l'impact de la corrélation des séries tridimensionnelles traitées : les corrélations (tableau 9.3) étant assez faibles, l'impact du passage par l'espace propre géodésique est assez peu sensible. Toutefois, l'exemple de STJO montre une certaine transformation du signal ;
- Sur l'effet de la décomposition du signal en ses composantes principales : l'exemple de la périodicité d'environ 200 jours, invisible initialement dans la composante Est de YSSK et émergeant de la marche aléatoire dans l'estimation finale est encourageant.

Cependant, cette approche reste marquée par la dominance de la dérive des coordonnées. L'étude présentée au chapitre 10 porte sur des séries d'écarts au mouvement linéaire des stations. Le signal étant filtré de sa composante principale, on peut alors élaborer des diagnostics sur les autres composantes du processus.

## Chapitre 10

# Application partielle de l'algorithme : analyse de séries temporelles de coordonnées tridimensionnelles de quinze sites GPS et DORIS du réseau de co-localisation

Dans la plupart des cas, des séries temporelles relatives aux coordonnées de stations des réseaux DORIS et GPS sont disponibles sur les centres de données associés aux services IDS ou IGS. Cependant, ces séries ne contiennent pas l'information sur les matrices de variance-covariance a priori, ce qui empêche d'appliquer la première étape de la méthode (passage par l'espace propre géodésique). Par contre, en partant des écarts de ces séries à un mouvement linéaire, la deuxième étape (passage par l'espace propre hiérarchisé) permettra d'étudier en détail le signal non linéaire. Ici, nous nous plaçons dans ce cas particulier pour l'application de la méthode.

### 10.1 Les données

Le réseau de co-localisation DORIS-GPS se compose de 33 sites (voir figure 4.4 du chapitre 4). Parmi ces sites, nous n'en avons pu en sélectionner que quinze pour notre étude (tableau 10.1) à cause de données manquantes ou de séries non calculées par certains centres et certains sites.

Nous avons choisi trois solutions particulières, deux calculées pour DORIS et une pour GPS. Les séries sont exprimées en résidus ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) par rapport à une dérive linéaire. Les trois ensembles de séries temporelles de cette étude sont les suivantes :

- Pour DORIS :



TAB. 10.1 – Sites en co-localisation DORIS-GPS utilisés pour cette étude - Source : distances communiquées par Hervé Fagard

Site	Pays	Acronyme GPS	Acronyme DORIS	Distance DORIS-GPS (en m.)
Toulouse	France	TLSE	TLHA-TLSA	1300
Reykjavik	Islande	REYK <sup>(1)</sup>	REYA-REYB	2400
Ny-Alesund	Norvège	NYA1 <sup>(1)</sup>	SPIB-SPIA	1600
Metsahovi	Finlande	METS <sup>(1)</sup>	META-METB	2800
Hartebeesthoek	Afrique Sud	HRAO <sup>(1)</sup>	HBKA-HBKB-HBLA	25
Libreville	Gabon	NKLG <sup>(1)</sup>	LIBB	15
St John's	Canada	STJO <sup>(1)</sup>	STJB	26
Goldstone	Etats-Unis	USNO <sup>(1)</sup>	GOMA-GOLA-GOMB	21500
Fairbanks	Etats-Unis	FAIR <sup>(1)</sup>	FAIA-FAIB	1200
Greenbelt	Etats-Unis	GODE <sup>(1)</sup>	GREB	237
Rio Grande	Argentine	RIOG <sup>(1)</sup>	RIOA-RIOB-RIPB	41
Easter Island	Chili	EISL	EASA-EASB	41
Chatham Island	Nvl Zélande	CHAT <sup>(1)</sup>	CHAB	61
Syowa	Antarctique	SYOG	SYOB-SYPB	300
Papeete	France (Tahiti)	THTI	PAPB-PAQB	7

Note : (1) stations étudiées dans le chapitre 9

- Séries IGN/JPL : les fichiers SINEX des solutions du centre d’analyse IGN/JPL sont traitées par le logiciel CATREF afin de mettre en référence les séries dans l’ITRF2000. Les points aberrants dus à des perturbations géophysiques ou physiques connues sont éliminés. Les séries temporelles de résidus ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) sont hebdomadaires. Elles nous ont été fournies par Zuheir Altamimi (IERS);
- Séries CLS/LEGOS : les fichiers SINEX des solutions du centre d’analyse CLS/LEGOS sont traitées de la même manière que les séries IGN/JPL. Les séries obtenues sont mensuelles. Elles ont été calculées par Jean-Jacques Valette (IDS);
- Pour GPS :
  - Séries CODE/IGS : les fichiers SINEX des solutions du centre d’analyse GPS CODE sont traitées en prenant comme référence la réalisation du repère de référence IGS cumulé. Les séries temporelles sont hebdomadaires. Rémi Ferland (IGS) les a calculées et mises à disposition à l’adresse : <ftp://macs.geod.nrcan.gc.ca/pub/requests/sinex/res>.

Treize de ces quinze séries ont été l’objet d’une analyse par la méthode du tri-corne (voir annexe F), dégagant le type de bruit dominant pour chacune des deux techniques. Pour DORIS, on met en avant un bruit blanc de niveau de l’ordre du cm qui semblerait être augmenté par la présence d’un signal périodique. Pour GPS, le bruit obtenu est un bruit de scintillation de quelques millimètres. Cette application postule l’indépendance des erreurs entre les solutions DORIS des centres d’analyse IGN/JPL et CLS/LEGOS. La validité de cette hypothèse conditionne celle du diagnostic.

Pour certains sites DORIS, la série de résidus se présente en plusieurs segments. Ceci est dû à un changement de matériel par exemple. Puisque nous avons des séries de résidus, nous concaténons les séries pour le même site, la cohérence entre les segments étant assurée par le traitement amont. Cependant, il y a des cas comme Fairbanks, Syowa et Papeete où la rupture entre deux stations est longue, supérieure à six mois. Dans ces cas, nous gardons deux séries pour la même station.

Nous interpolons les valeurs manquantes de la même façon que pour les séries du chapitre précédent. Le tableau 10.2 donne les années de début et fin d’observation, la durée correspondante et le pourcentage de points interpolés.

Nous remarquons que cinq séries (Easter Island de CODE/IGS et de IGN/JPL, Rio Grande de CODE/IGS, Chatham Island de IGN/JPL et CLS/LEGOS) sont pratiquement inutilisables car presque un tiers des points sont rajoutés. De plus, trois des séries CODE/IGS ont une durée inférieure à trois ans : la variance d’Allan obtenue ne donne pas un graphe suffisamment significatif.

Cependant, nous avons traité l’ensemble des séries en suivant le schéma directeur 8.5 de la méthode.

TAB. 10.2 – Dates de début et de fin des séries temporelles considérées, et pourcentages de points interpolés pour chaque série

Site	CODE/IGS	(a)	(b)	IGN/JPL	(a)	(b)	CLS/LEGOS	(a)	(b)
Toulouse	2001-2004	2.6	4%	1993-2004	11.0	4%	1993-2002	9.8	4%
Reykjavik	1999-2003	4.4	0%	1998-2004	5.2	6%	1993-2002	9.8	8%
Ny-Alesund	1999-2004	5.0	4%	1993-1999	6.2	4%	1993-2002	9.8	10%
Metsahovi	1999-2004	5.0	11%	1993-2001	8.0	5%	1993-2002	9.8	3%
Hartebeest.	1999-2004	5.0	1%	1993-2004	11.1	9%	1993-2002	9.8	8%
Libreville	2001-2004	2.6	3%	1995-2004	8.2	9%	1993-2002	9.8	9%
St John's	1999-2004	5.0	0%	1999-2004	4.3	6%	1999-2002	3.0	0%
Goldstone	1999-2004	5.0	0%	1993-2003	10.6	6%	1993-2002	9.8	4%
Fairbanks (1)				1993-1999	6.4	2%			
Fairbanks (2)	1999-2004	5.0	7%	2000-2004	4.1	0%	1993-2002	9.8	10%
Greenbelt	1999-2004	5.0	1%	2000-2004	3.6	2%	2000-2002	2.3	3%
Rio Grande	2001-2004	2.6	24%	1993-2004	11.1	5%	1993-2002	9.8	5%
Easter I.	1999-2003	4.6	28%	1993-2004	11.1	21%	1993-2002	9.7	13%
Chatham I.	1999-2004	5.0	0%	1999-2004	4.9	22%	1999-2002	3.6	28%
Syowa (1)				1993-1998	5.0	3%	1993-1998	5.1	8%
Syowa (2)	2000-2004	4.0	9%	1999-2004	4.8	4%	1999-2002	3.8	9%
Papeete (1)				1995-1998	2.7	15%	1995-2000	4.6	0%
Papeete (2)	1999-2004	4.7	4%	1998-2004	5.2	7%			

Notes :

- (a) Durée (en années) ;
- (b) Pourcentages de points interpolés.

## 10.2 Analyse du signal et diagnostics

### 10.2.1 Etude de quinze sites en co-localisation DORIS-GPS

Nous calculons la matrice  $C_{emp}$  de variance-covariance empiriques des séries  $(\Delta E(t), \Delta N(t), \Delta U(t))$ . Les corrélations correspondantes sont dans le tableau 10.3.

TAB. 10.3 – Corrélations induites par la matrice  $C_{emp}$  hiérarchisée des séries  $(\Delta E(t), \Delta N(t), \Delta U(t))$

Site	$(\Delta E, \Delta N)$			$(\Delta E, \Delta U)$			$(\Delta N, \Delta U)$		
	GCI	DIJ	DCL	GCI	DIJ	DCL	GCI	DIJ	DCL
Toulouse	0.42	-0.19	-0.04	0.29	-0.06	0.10	-0.21	0.42	-0.33
Reykjavik	-0.34	-0.31	-0.20	-0.10	-0.27	-0.12	0.21	0.16	-0.22
Ny-Alesund	-0.26	-0.01	-0.18	0.07	0.04	-0.32	-0.18	0.17	0.17
Metsahovi	-0.10	0.08	0.22	0.17	-0.13	-0.13	-0.19	0.36	-0.11
Hartebeesthoek	0.11	0.04	-0.26	0.15	0.06	0.35	-0.03	-0.24	0.28
Libreville	0.49	-0.06	-0.32	-0.06	-0.07	-0.31	0.17	0.24	0.23
St John's	-0.10	-0.31	-0.43	0.17	-0.26	0.13	0.07	0.44	0.00
Goldstone	0.14	-0.16	-0.14	-0.11	0.10	0.15	-0.12	0.36	-0.19
Fairbanks (1)		-0.13			-0.15			0.38	
Fairbanks (2)	-0.11	-0.02	0.09	0.02	0.22	-0.10	-0.08	0.23	-0.27
Greenbelt	-0.03	-0.11	0.05	0.31	-0.05	-0.12	-0.02	0.27	-0.37
Rio Grande	0.39	0.00	0.00	0.37	0.10	0.09	0.29	-0.31	-0.13
Easter Island	-0.23	0.05	-0.25	-0.06	-0.02	0.24	-0.12	-0.18	0.14
Chatham Island	0.17	-0.17	-0.08	0.01	-0.02	0.02	0.12	-0.34	-0.07
Syowa (1)		0.24	0.27		0.03	-0.36		-0.56	-0.41
Syowa (2)	-0.32	-0.11	-0.39	-0.30	0.09	0.10	-0.09	-0.67	-0.24
Papeete (1)		0.17	0.05		0.09	0.06		-0.07	0.52
Papeete (2)	-0.02	-0.01		0.08	0.07		-0.13	-0.08	

Notes :

- GCI : séries GPS CODE/IGS ;
- DIJ : séries DORIS IGN/JPL ;
- DCL : séries DORIS CLS/LEGOS.

Les valeurs de ces corrélations sont faibles, elles sont en majorité inférieures à 0.5 en valeur absolue. Ceci signifie que les séries  $\Delta E$ ,  $\Delta N$  et  $\Delta U$  d'une même station, d'un même site suivent peu la même évolution temporelle. Pour les séries GPS, on trouve les corrélations les plus fortes dans le plan horizontal alors que pour DORIS, elles se trouvent surtout dans le plan  $(\Delta N, \Delta U)$ .

Projetons à présent les séries  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  dans l'espace propre hiérarchisé généré par la matrice  $C_{emp}$ . Les figures H.1 à H.9 de l'annexe H représentent les va-

riances d' Allan des séries projetées sur chacun des axes (EP3,EP2,EP1) de l'espace propre, c'est à dire les axes des composantes principales. L'axe EP3 représente la partie la plus significative du signal, puis EP2 et EP1. Les pourcentages de variance sont indiqués sur chaque graphe.

Noter que nous faisons figurer les variances d' Allan des trois centres d'analyse pour une même station pour un axe donné sur le même graphe. Mais cet axe n'indique pas la même direction pour chacun des centres.

Pour faciliter l'interprétation, nous représentons les différentes caractéristiques du bruit et du signal observés dans ces planches dans les tableaux 10.4, 10.5 et 10.6.

Les principales remarques sont :

- Pour une même station et les trois composantes principales, les deux centres DORIS sont équivalents tant pour le type que pour le niveau de bruit. Ils montrent principalement :
  1. pour la composante EP3 la plus représentative du signal (entre 42 et 70% d'explication) : un bruit blanc dont le niveau est de l'ordre de 5 mm pour une durée d'échantillon de 1 an, et notamment pour les séries du centre IGN/JPL, des signaux périodiques de périodes de 200 jours à 1 an ;
  2. pour EP2 (entre 20 et 41% d'explication) : un bruit blanc quasi pur de l'ordre de 3 à 10 mm pour  $\tau = 1$  an, et trois signaux périodiques sur l'ensemble des séries ;
  3. pour EP1 (entre 7 et 27% d'explication) : un bruit blanc et peu de bruit de scintillation notamment pour le centre CLS/LEGOS. Le niveau du bruit est inférieur à 10 mm et descend jusque 2 mm pour  $\tau = 1$  an.
- Les niveaux de bruit pour DORIS décroissent graduellement entre les axes EP3, EP2 et EP1.
- Pour les séries GPS, on détermine les bruits suivants :
  1. pour la composante EP3 (entre 64 et 93% d'explication) : une forte majorité de bruit de scintillation, puis du bruit blanc, et un terme périodique de période 200 jours à plus de 1 an. Le niveau de bruit est de l'ordre de 2 à 5 millimètres ;
  2. pour EP2 (entre 4 et 34% d'explication) : du bruit de scintillation et deux marches aléatoires de l'ordre du millimètre (de 0.5 à 5 mm), avec à nouveau une forte présence de signaux périodiques dont la période s'étend de 200 jours à plus d'un an ;
  3. pour EP1 (entre 2 et 10% d'explication) : du bruit de scintillation de même ordre de grandeur que celui de l'axe EP2, avec quelques signaux périodiques.

En comparant DORIS à GPS, les niveaux de bruit des séries GPS sont plus bas que ceux de DORIS. Toutefois, la différence est moins grande pour l'axe EP3 qui représente la majorité du signal. De plus, la diminution de l'amplitude du bruit blanc de DORIS avec la durée de mesure amène ce bruit au niveau de celui de GPS (qui diminue peu, ayant un spectre de scintillation) aux environs de la durée d'un an. Prenons l'exemple de la station Ny-Alesund : le niveau de bruit pour GPS est de

TAB. 10.4 – Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d’Allan sur la projection des résidus ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) sur l’espace propre hiérarchisé dont les axes sont significatifs du mouvement du site considéré - Axe le plus significatif (EP3)

Axe EP3 Site	Séries GPS CODE/IGS			Séries DORIS IGN/JPL			Séries DORIS CLS/LEGOS		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
Toulouse	91%	BB+(>1an)	3	52%	BB+(1an)	10	48%	BB	10
Reykjavik	84%	BB+(>1an)	3	52%	BB+(>1an)	10	65%	BB	10
Ny-Alesund	90%	BB+(>1an)	5	44%	BB+(>1an)	10	50%	BB	7
Metsahovi	93%	BS+(>1an)	5	42%	BB	20	47%	BB	15
Hartebeesthoek	68%	BB+(>1an)	3	65%	BB+(1an)	20	52%	BB	20
Libreville	64%	BS	3	56%	BB	20	62%	BB	15
St John’s	87%	BS+(1an)	4	57%	BB	15	63%	BB	15
Goldstone	64%	BS+(>1an)	1.5	50%	BB	20	48%	BB	15
Fairbanks (1)				53%	BB+(200j.)	20			
Fairbanks (2)	88%	BS+(>1an)	5	45%	BB+(>1an)	15	55%	BB+(>1an)	10
Greenbelt	81%	BS+(>1an)	3	47%	BB	15	63%	BS	10
Rio Grande	92%	BS+(>1an)	5	48%	BB	20	47%	BB	5
Easter Island	65%	BS	4	45%	BB+(>1an)	20	55%	BS	15
Chatham Island	77%	BS+(200j.)	3	47%	BB+(>1an)	15	62%	BS	25
Syowa (1)				60%	BB+(>1an)	10	60%	BS+(>1an)	10
Syowa (2)	88%	BS	5	66%	BB+(>1an)	20	58%	BS+(>1an)	15
Papeete (1)				54%	BB+(>1an)	25	70%	BB	30
Papeete (2)	70%	BS	5	42%	BB+(>1an)	20			

Notes :

- (a) Pourcentage de variance du signal dans la direction de l’axe ;
- (b) Type de signal ou bruit :
  - MA marche aléatoire ;
  - BS bruit de scintillation ;
  - BB bruit blanc ;
  - +() terme périodique(période) ;
- (c) Niveau en mm.

TAB. 10.5 – Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d'Allan sur la projection des résidus ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) sur l'espace propre hiérarchisé - Axe EP2

Axe EP2 Site	Séries GPS CODE/IGS			Séries DORIS IGN/JPL			Séries DORIS CLS/LEGOS		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
Toulouse	7%	BS+(>1an)	1	34%	BB	10	34%	BB	3
Reykjavik	11%	MA+(>1an)	3	25%	BB+(>1an)	8	23%	BB+(>1an)	5
Ny-Alesund	7%	BS+(>1an)	1	30%	BB+(>1an)	10	32%	BB+(>1an)	3
Metsahovi	4%	BS	0.5	41%	BB	10	34%	BS	10
Hartebeesthoek	20%	BS+(>1an)	2	26%	BB	5	35%	BB	4
Libreville	28%	MA	3	31%	BB+(>1an)	3	23%	BB	5
St John's	8%	BS+(200j.)	1	28%	BB	5	20%	BS	7
Goldstone	34%	BS+(>1an)	2	33%	BB	5	32%	BS	10
Fairbanks (1)				24%	BB	7			
Fairbanks (2)	7%	BS	1	33%	BB	9	28%	BB	3
Greenbelt	13%	BS+(200j.)	1	37%	BB	10	29%	BB	10
Rio Grande	6%	BS+(>1an)	2	33%	BB	10	35%	BB	8
Easter Island	25%	BS+(200j.)	3	36%	BB	10	34%	BB	10
Chatham Island	14%	BS+(200j.)	2	36%	BB+(200j.)	10	20%	BS	10
Syowa (1)				26%	BS	10	22%	BS	5
Syowa (2)	8%	BS+(>1an)	2	22%	BB	5	25%	BB	5
Papeete (1)				29%	BB	10	24%	BB	7
Papeete (2)	21%	BB+(>1an)	5	39%	BS	20			

Notes :

- (a) Pourcentage de variance du signal dans la direction de l'axe ;
- (b) Type de signal ou bruit :
  - MA marche aléatoire ;
  - BS bruit de scintillation ;
  - BB bruit blanc ;
  - +() terme périodique(période) ;
- (c) Niveau en mm.

TAB. 10.6 – Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d’Allan sur la projection des résidus ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) sur l’espace propre hiérarchisé - Axe EP1

Axe EP1 Site	Séries GPS CODE/IGS			Séries DORIS IGN/JPL			Séries DORIS CLS/LEGOS		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
Toulouse	2%	BS	0.5	14%	BB	5	17%	BB	5
Reykjavik	5%	BS+(200j.)	1	19%	BB	5	11%	BB	3
Ny-Alesund	3%	BS	1	25%	BB	5	18%	BB	3
Metsahovi	3%	BB+(>1an)	1	27%	BB	5	18%	BS	7
Hartebeesthoek	12%	BS+(>1an)	2	10%	BB	5	13%	BS	5
Libreville	7%	BS+(>1an)	2	13%	BB	5	15%	BB	2
St John’s	3%	BB	0.5	14%	BB	5	17%	BB	5
Goldstone	5%	BS+(>1an)	0.3	16%	BB	5	20%	BB	5
Fairbanks (1)				23%	BB	7			
Fairbanks (2)	5%	BS	1	23%	BB	5	17%	BB	5
Greenbelt	6%	BS	1	16%	BS	10	8%	BB	3
Rio Grande	3%	BB+(>1an)	0.5	19%	BB	7	18%	BB	3
Easter Island	10%	BB+(>1an)	2	19%	BB	7	11%	BB	3
Chatham Island	9%	BB+(>1an)	2	17%	BB	5	17%	BS	10
Syowa (1)				13%	BB	3	18%	BB+(>1an)	7
Syowa (2)	3%	BS	1	12%	BS+(>1an)	7	16%	BS	7
Papeete (1)				17%	BB+(200j.)	10	7%	BB	10
Papeete (2)	9%	BS	2	18%	BB	5			

Notes :

- (a) Pourcentage de variance du signal dans la direction de l’axe ;
- (b) Type de signal ou bruit :
  - MA marche aléatoire ;
  - BS bruit de scintillation ;
  - BB bruit blanc ;
  - +() terme périodique(période) ;
- (c) Niveau en mm.



l'ordre de 5 mm pour  $\tau = 1$  an, tout comme celui des séries DORIS pour le même  $\tau$ .

La méthode permet de donc de déterminer le pourcentage de chaque bruit composant l'ensemble des trois séries temporelles relatives à la position d'une station ainsi que le niveau de chaque bruit, et de dégager les termes périodiques selon leur importance.

Si on reprend l'exemple de la série Ny-Alesund, on peut ainsi déduire que la série est composée

- pour le centre CODE/IGS :
  - à 90% de bruit blanc de niveau 3 mm, avec un signal périodique de période supérieure à un an ;
  - à 7% d'un bruit de scintillation de l'ordre du millimètre, avec un signal périodique de période supérieure à un an, sûrement déphasés par rapport au signal périodique précédent, d'amplitude plus petite mais le signal est mieux marqué, moins noyé par le bruit ;
  - à 3% d'un bruit de scintillation quasi pur de l'ordre du millimètre ;
- pour le centre IGN/CLS :
  - à 44% de bruit blanc de niveau 10 mm, avec un signal périodique de période supérieure à un an ;
  - à 30% d'un second bruit blanc du même ordre de grandeur, avec à nouveau un signal périodique de période supérieure à un an ;
  - à 25% d'un bruit blanc dont le niveau est de 5 mm ;
- pour le centre CLS/LEGOS :
  - à 50% d'un bruit blanc pur de niveau 7 mm ;
  - à 32% d'un second bruit blanc de l'ordre de 5 mm, avec un signal périodique de période supérieure à un an ;
  - à 18% d'un bruit blanc dont le niveau est de 3 mm.

Pour comparer les signaux périodiques, il suffit de tracer les séries projetées A, B et C. Pour l'exemple de Ny-Alesund, ces séries sont dans les figures 10.1 pour GPS et 10.2 pour DORIS. On vérifie ainsi nos interprétations des graphes de la variance d'Allan. On remarque notamment le déphasage d'un tiers de période pour les séries GPS, déphasage que l'on retrouve dans l'analyse de la plupart des séries présentées ici.

## 10.2.2 Comparaison des deux estimations de la variance d'Allan

Nous donnons dans les figures H.10 à H.18 de l'annexe H les comparaisons des deux estimations de la variance d'Allan pour les séries des trois centres. Ce sont l'estimation directe dans le repère  $(E, N, U)$  puis l'estimation dans l'espace propre hiérarchisé. Les modifications sont quasiment inexistantes, seules neuf stations présentent des différences significatives pour au moins un centre. Donnons les interprétations pour ces stations.

Toulouse :

La composante Est de la série IGN/JPL fait apparaître un signal périodique de période de l'ordre du tiers de l'année. Pour la composante Nord, un terme annuel

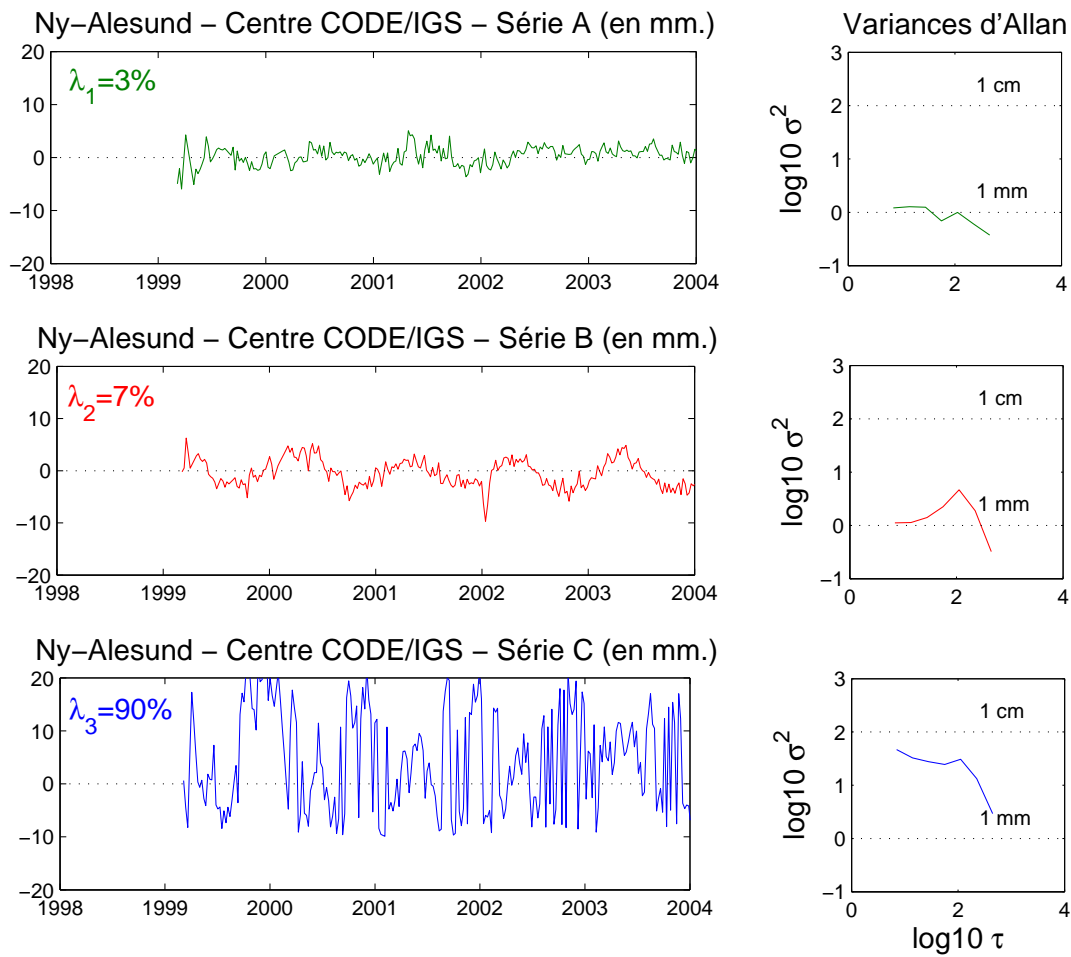


FIG. 10.1 – Séries A,B,C, projections des series  $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$  dans l'espace propre hiérarchisé. Station Ny-Alesund, centre CODE/IGS. La série C correspond à l'axe EP3, B à EP2, A à EP1

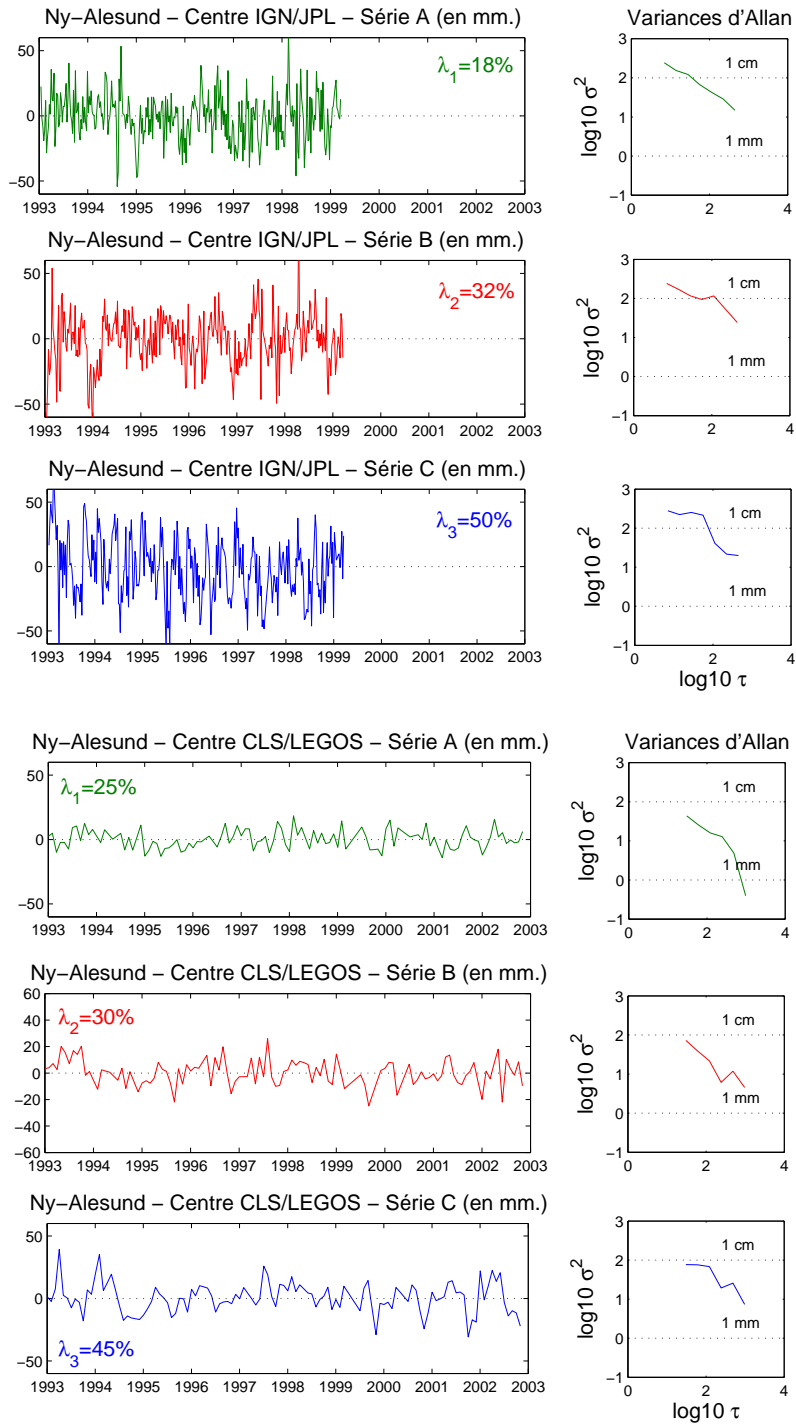


FIG. 10.2 – Series A,B,C, projections des series ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) dans l'espace propre hiérarchisé. Station Ny-Alesund, centre IGN/JPL (graphes du haut) et CLS/LEGOS (graphes du bas). La série C correspond à l'axe EP3, B à EP2, A à EP1

se dessine.

Ny-Alesund :

La série Nord de CLS/LEGOS montre par la méthode un terme annuel en plus du bruit blanc, alors que ce terme périodique disparaît pour la composante Est. Ce même terme apparaît plus distinctement sur la composante Hauteur.

Hartebeesthoek :

Pour les séries CLS/LEGOS, la composante Hauteur est changée : un terme périodique apparaît.

Libreville :

Pour la composante Nord de CLS/LEGOS, la courbe du graphe d'Allan se soulève à partir de  $\tau = 2\text{mois}$ . Ceci peut être dû à un terme périodique ou la combinaison d'un bruit de scintillation avec une marche aléatoire.

St John's :

Un terme périodique apparaît pour la composante Nord de IGN/JPL.

Fairbanks :

Il apparaît un terme périodique sur la composante Est de IGN/JPL pour la première partie de la série. Ceci est identique pour la deuxième partie de la série : un terme périodique apparaît pour la composante Est.

Greenbelt :

Le terme périodique à 4 mois disparaît pour la série Nord de CLS/LEGOS.

Easter Island :

Le bruit blanc initial de la composante Est de CLS/LEGOS se modifie en bruit de scintillation, bruit initial de la composante Hauteur.

Chatham Island :

Pour la composante Nord de IGN/JPL, le signal devient un bruit de scintillation avec un terme annuel.

Dans les autres cas, la détermination du type et du niveau de bruit ne diffère pas entre les deux estimations.

Une grande partie du signal détecté par la variance d'Allan dans les séries de coordonnées de stations provient soit de mouvements tectoniques, soit d'effet de charges (atmosphère, océan, hydrologie continentale, neige), soit de mouvements propres des structures qui maintiennent les instruments (pylônes, bâtiments,...), soit sont vraiment des bruits instrumentaux. La méthode proposée prendrait beaucoup plus de force en combinant une analyse plus près de la physique des phénomènes étudiés avec les outils utilisés.

# Conclusion

La recherche présentée dans ce mémoire concerne deux aspects extrêmes des analyses du système DORIS pour des applications géodésiques. En amont : l'intégration de la mesure dans un environnement logiciel de traitement du signal GPS ; en aval : le développement d'une nouvelle méthode d'analyse spectrale des séries de coordonnées de station. La recherche méthodologique en vue de l'analyse statistique de séries temporelles n'a pas été restreinte aux stations DORIS ; elle a aussi concerné les stations observées par GPS.

Notre contribution à l'extension du logiciel Bernese au traitement des données DORIS a porté sur l'ensemble des étapes allant de la modélisation du signal DORIS dans le logiciel jusqu'au calcul des coordonnées des stations. Elle représente le démarrage d'une activité de collaboration entre l'IGN et l'Université de Berne, qui se poursuit aujourd'hui avec la participation de l'Université de Prague. La mise en œuvre d'un centre d'analyse Bernese/DORIS à Prague est prévue pour 2005. Nous avons ainsi ouvert une nouvelle possibilité de développement de la communauté géodésique utilisatrice de DORIS, s'appuyant sur la diffusion internationale du logiciel Bernese.

La participation au traitement expérimental des mesures DORIS nous a permis de mieux appréhender les divers aspects de la généalogie des séries temporelles de coordonnées que nous voulions étudier. Nous avons pris pour base de nos analyses temporelles la variance d'Allan. La théorie et les applications de cette statistique sont très vivantes dans le domaine de la métrologie du temps et des fréquences mais, à part quelques applications dans l'étude de la rotation de la Terre ou du repère de référence céleste, elle a été peu exploitée en géodésie. Nous avons par ailleurs introduit dans nos analyses la méthode statistique classique de l'analyse en composantes principales. Cette technique, initialement développée en statistique économique, permet d'identifier les composantes les plus significatives d'un ensemble de variables. En sciences de l'univers, elle est utilisée pour l'étude des variations spatio-temporelles de l'atmosphère ou de l'océan mais pas encore, à notre connaissance, en géodésie. Enfin, troisième innovation de notre méthodologie, nous avons pris en compte un aspect proprement géodésique des données, le caractère de variable tridimensionnelle corrélée des coordonnées de station.

L'analyse statistique des séries temporelles de coordonnées de station est devenue en quelques années un thème important dans les discussions internationales telles que celles organisées par l'European Geosciences Union (EGU) et l'American Geophysical Union (AGU). Mais les études publiées sont encore relativement peu nombreuses. Ces recherches sont souvent effectuées dans les groupes mêmes qui produisent ces séries à partir de données GPS ou DORIS. Notre situation était dif-

férente, puisque notre objectif était, non pas de valoriser des résultats par leur analyse et leur interprétation, mais de réfléchir à une méthode générale d'analyse et de diagnostic, dans le but de fournir des bases solides pour des interprétations géodynamiques ultérieures. Nous avons développé nos recherches à partir des données disponibles dans le cadre des services internationaux IERS, IDS et IGS, mais nous avons aussi pu bénéficier de la communication de lots de données beaucoup plus complètes.

Notons au passage que, aussi bien dans la phase de modélisation du signal DO-RIS que dans celle de l'analyse des séries de coordonnées de stations, nous avons souffert de la faible organisation de l'accessibilité de données et de documentation pourtant réputées disponibles pour les études scientifiques. C'est grâce aux efforts de nombreux collègues que nous avons pu obtenir la plupart des données nécessaires à nos investigations. Si l'on peut regretter que le manque d'accès à des données plus riches n'ait pas permis des tests plus étendus, il nous apparaît que les lots de mesures dont nous avons pu disposer ont permis une expérimentation probante de notre méthode.

Etant elle-même issue de l'analyse d'un ensemble d'observations de géodésie spatiale, la variable " coordonnées de station " est une variable tridimensionnelle corrélée. La variance d'Allan doit donc être estimée en tenant compte de ce fait. La question de données corrélées est abordée par les recherches en métrologie du temps et des fréquences, mais sous un angle différent : faisant l'hypothèse de l'existence de corrélations entre les séries temporelles soumises à l'analyse, on cherche à estimer à posteriori ces corrélations à partir de l'examen du signal. Au contraire, dans notre cas, les corrélations sont connues a priori, grâce à l'accès à la matrice de variance-covariance associée aux données. Pour obtenir une estimation de la variance d'Allan d'une variable tridimensionnelle corrélée, nous proposons d'effectuer l'analyse dans l'espace propre géodésique des données. Cet espace propre est construit par la matrice médiane des matrices de variance-covariance des données d'une station, qui restreint l'étude aux séries stationnaires, c'est à dire aux stations dont les covariances évoluent peu avec le temps. Dans le cas général, l'hypothèse est vérifiée. Nous avons montré au chapitre 9 que le passage par l'espace propre géodésique peut, dans les cas de corrélations non négligeables entre les coordonnées de station, corriger le diagnostic. Chaque fois que c'est possible, les réseaux d'observation des déformations par géodésie spatiale sont dotés d'une bonne répartition géographique et d'une couverture régulière par les orbites des satellites. La réalisation de ces conditions n'est cependant pas toujours possible, par exemple dans les régions polaires. On aurait sans doute la possibilité d'atteindre un diagnostic dans le repère local moins biaisé en l'élaborant d'abord dans l'espace propre géodésique des données.

Une fois placées dans ce repère propre géodésique, les coordonnées de station sont décorréées. Toutefois, il persiste un signal, qui est le mouvement de la station dans cet espace tridimensionnel. Nous utilisons l'analyse en composantes principales pour décomposer ce signal en trois composantes explicatives. Nous explici-

tons la nature de ces composantes au moyen de leur graphe d'Allan, pour lequel nous avons établi au chapitre 7 une grille d'interprétation à partir de mélanges de signaux simulés. Nous montrons au chapitre 9 que la dérive de la station représente entre 86% et 100% du signal pour les stations étudiées. Il est identifié par son graphe d'Allan comme une pente à coefficient égal à 2. Cette composante majeure représente un filtrage statistique de la composante tectonique recherchée dans la plupart des études de géodynamiques. Dans notre analyse, nous apportons donc une solution pour déterminer cette dérive de station et recomposer le signal en ne la considérant pas, alors que dans ce type d'étude, on utilise une estimation linéaire directe.

Notre méthode permet aussi d'étudier les signatures hors déplacement linéaire de la station, qui peuvent résulter de problèmes instrumentaux ou tectoniques locaux, ou de leur modélisation déficiente. On utilise dans ce cas une autre configuration des données : la série temporelle des écarts résiduels des coordonnées dans le repère local après élimination (par exemple par la méthode des moindres carrés) d'une évolution linéaire. Nous montrons au chapitre 10, sur l'exemple de mesures DORIS et GPS de 15 stations en co-localisation, que l'on peut distinguer des comportements caractéristiques des séries selon la technique dont elles sont issues. Dans le cas du GPS, la composante non linéaire majeure (64% à 93% de la variance expliquée) est un bruit de scintillation au niveau de 1 à 5 mm, souvent superposé à une légère saisonnalité. Pour les stations DORIS, la composante non linéaire majeure est moins nettement dominante (42% à 70% de la variance expliquée), elle comporte aussi dans la plupart des cas une signature périodique, de période un an ou moins, mais le spectre de bruit sous-jacent est celui d'un bruit blanc, rejoignant le niveau GPS de 3 à 5 mm au voisinage de la durée de mesure d'un an.

Remarquons que ce diagnostic des propriétés du signal non linéaire des mesures DORIS et GPS est très proche de celui que nous avons obtenu par la méthode du tricorne (Le Bail 2004 [53]), qui repose sur l'analyse des différences entre séries, alors que les résultats ci-dessus sont obtenus par l'analyse en composantes principales des séries indépendamment les unes des autres. Les quantités qualifiées sont d'un côté les erreurs de mesure (supposées non corrélées entre séries) dans le cas de la méthode du tricorne, et le signal non linéaire dans le cas de l'analyse en composantes principales. La convergence des deux résultats donne à penser que l'hypothèse d'indépendance du bruit de mesure des coordonnées de station entre deux centres d'analyse de la même technique est vérifiée - on entend par bruit de mesure des coordonnées la convolution entre les erreurs dues au système de mesure DORIS et les stratégies de traitement de données de chaque centre d'analyse. On peut aussi en conclure que la composante non linéaire du mouvement observé des stations est dans une très large mesure associée au système de géodésie spatiale mis en œuvre.

La trop courte durée commune d'observation (environ quatre ans) des données dont nous avons pu disposer ne permet pas de voir clairement le comportement des séries au delà de la durée d'un an. Pour la technique DORIS, la composante

non linéaire majeure suit un spectre de bruit blanc. Pour la technique GPS, on a pour la majorité des cas un spectre de bruit de scintillation, les autres présentant un spectre de bruit blanc. Nous avons vu que les niveaux de bruits sont comparables pour les deux techniques.

En ce qui concerne le caractère local et physique des saisonnalités et autres périodicités détectées, il doit être recherché par confrontation entre les signaux résiduels des deux techniques. La technique d'analyse en composantes principales associée au graphe d'Allan pourrait alors être utilisée pour déterminer les variations temporelles communes entre les techniques. Ce genre d'application n'est bien entendu pas réservé aux techniques radioélectriques. Elle nécessite seulement l'existence de séries temporelles de coordonnées à intervalle régulier, que la technique SLR commence, elle aussi, à produire.

La décomposition en composantes principales associée à l'établissement de graphes d'Allan, permet aussi de contribuer à l'effort de qualification de la qualité des stations d'un réseau. Par exemple, ceci permettrait de déterminer un réseau fondamental (ou « core network ») DORIS, pour les applications géodésiques dans le cadre de l'IDS, ou océanographiques dans le cadre des missions Topex/Poséidon et Jason1.

En résumé, pour contribuer à l'étude et à l'interprétation géodynamique de séries temporelles de coordonnées de stations de géodésie spatiale, nous proposons dans ce mémoire des protocoles d'analyse s'appuyant sur des méthodes statistiques empruntées à l'économétrie et à la métrologie du temps et des fréquences. Nous établissons un certain nombre de diagnostics, notamment sur les perturbations à moyen terme et la stabilité à long terme des systèmes de mesure. Un certain nombre d'autres applications sont suggérées. Ces protocoles ne sont pas particulièrement spécialisés pour le type des données qui ont permis de le mettre au point. Par exemple, on peut suggérer l'introduction de l'analyse en composantes temporelles principales corrélées dans les comparaisons d'étalons de temps et de fréquence.



## **Cinquième partie**

### **ANNEXES**



## Annexe A

# Description de formats de fichiers d'échange des mesures de géodésie spatiale

### A.1 Le format RINEX

Le format RINEX (Receiver INdependent Exchange Format (Gurtner 2000 [40])) a été développé à la fin des années 80 par l'AIUB, dans le but de pouvoir facilement échanger les données GPS collectées pendant la campagne européenne EUREF 89 par une diversité d'instruments.

Il repose sur :

- la mesure de phase sur l'une ou les deux fréquences ;
- la mesure de pseudo distance, appelée CODE (c'est la différence entre le temps de réception du signal du satellite et le temps d'émission) ;
- la date d'observation (c'est la lecture de l'horloge du récepteur à l'instant de validité de la mesure de phase et/ou de la mesure de code).

Sont indiquées aussi quelques informations sur les stations comme leur nom ou la hauteur d'antenne.

Ce format utilisé de façon universelle dans la communauté GPS permet l'échange facile des données GPS ainsi que le développement de logiciels portables, de sorte qu'un fichier de données GPS peut être traité par tous les logiciels de calculs GPS, développés sur la base du format RINEX. C'est le cas du logiciel de Berne.

### A.2 Le format d'échange des mesures DORIS : les fichiers de l'IDS

L'actuel format (version 2.1 - janvier 2002) des fichiers de mesures que l'on trouve dans les centres de données de l'IDS, au CDDIS et à l'IGN est décrit dans les lignes qui suivent (extrait DORISmail n°0197).

DORIS Data Exchange Format  
Version 2.1(January 2002)  
Standard Exchange Format for Range-Rate Observations

Columns	Subset	Description
-----	-----	-----
1-7		Satellite identification
8-9		Measurement type  39 = DORIS doppler (up link, on board receiver)
10-11		Time system indicators
	10	0 = ground received time 1 = satellite transponder/transmitter time 2 = ground transmitted time 3 = satellite received time
	11	5 = TAI
12-16		Station ID Fourth letter indicates Alcatel(A) or Starec(B) antenna
17-32		Time observation (beginning of count)
	17-18	Time of observation (beginning of count) Year minus 1900 if greater than 90 Year minus 2000 if less than or equal 90
	19-21	Day of year (January 1 = Day 1)
	22-26	Seconds from midnight
	27-32	Fractional part of seconds (microseconds)
33-35		Preprocessing indicators
	33	0 = ionosphere correction applied 1 = ionosphere correction not applied
	34	0 = troposphere correction applied 1 = troposphere correction not applied
	35	0 = point considered to be good 1 = point edited during pre-processing 2 = point edited during post-processing
36-45		Count interval in 0.1 microseconds

46-56	Range rate in micrometers/second
57-66	Meteorological data
57-60	Surface pressure (millibars)
61-63	Surface temperature (degrees kelvin)
64-66	Relative humidity (percent)
67-72	Observation standard deviation (micrometers/second)
73-80	Ionospheric refraction correction (micrometers/second)
81-87	Tropospheric refraction correction (micrometers/second)
88-90	Meteorological data source, beacon type
88	Beacon type 1 = permanent network 2 = field experiment 3 = others
89	Meteorological data source 0 = measured parameter 1 = pressure from a model 3 = temperature from a model 4 = pressure and temperature from a model 5 = humidity from a model 6 = pressure and humidity from a model 8 = temperature and humidity from a model 9 = pressure, temperature, and humidity from a model
90	Channel indicator (1, 2, etc.)
91-96	Center of mass correction (micrometers/second) including both effects: satellite and beacon

Specifications on the DORIS data format:

Time for DORIS = beginning of count interval

Range rate has been computed using the following equation:

$$\begin{aligned}
 V(r) &= c/f(\text{bea})[(f(\text{bea})-f(\text{sat}))\cdot D/dt] \\
 &= [c/f(\text{bea})][f(\text{bea})-f(\text{sat})] + [c/f(\text{bea})][\cdot D/dt] \qquad (1)
 \end{aligned}$$

with  $V(r)$  = range rate (m/s)  
 $dt$  = count interval (s)

D = cycle count  
 c = 299792458 m/s  
 f(bea)= nominal beacon frequency (change from Version 1)  
 f(sat)= best estimate of the actual satellite frequency after  
 long term on-board frequency drift taken into account  
 (no relativity correction has been applied)

Because the true frequency offset between f(bea) and f(sat) will be slightly different from the nominal value, a bias is typically estimated for each station pass.

The corresponding processing equation for Version 2.1 data is

$$\begin{aligned}
 V(r) &= c(df(\text{bea})/f_{\text{bea}} - df(\text{sat})/f_{\text{sat}}) + c\{[1 + df(\text{bea})]/f(\text{bea})\}[-D/dt] \quad (2) \\
 &= \text{bias} + [c/f(\text{bea})][-D/dt] + df(\text{bea})[c/f(\text{bea})][-D/dt]
 \end{aligned}$$

where df(bea)= difference between actual beacon frequency and the nominal value used to generate the data

df(sat)= difference between actual satellite frequency and the best available estimate used to generate the data

All corrections (ionosphere, troposphere, and center of mass) should be added to observed values or subtracted from computed values

La différence principale avec la version précédente (1.0) datant de janvier 1992 est dans la formule de la vitesse radiale V(r) : pour la version précédente, on utilisait la formule avec la fréquence estimée pour la balise (qui n'était pas spécifiée), d'où l'impossibilité de remonter aux nombres de cycles D. Dans la version 2.1, on a la valeur nominale de la fréquence.

Notons les dates de validité du format 2.1. Elles sont sensiblement différentes selon les satellites car elles dépendent du cycle ou de l'arc considéré :

- pour Jason1 : cycle 1 (15-24 janvier 2002) ;
- pour Topex/Poséidon : cycle 344 (15-24 janvier 2002) ;
- pour Envisat : arc 7 ;
- pour SPOT5 : arc 1 ;
- pour SPOT4 : arc 168 (11-20 janvier 2002) ;
- pour SPOT2 : arc 413 (11-17 janvier 2002).

Notons qu'un nouvel algorithme sur le retard troposphérique a été introduit pour le traitement des mesures DORIS en janvier 2004, modifiant sensiblement les données des fichiers version 2.1. Les premiers cycles ou arcs de chaque satellite pour lesquels ces changements s'opèrent sont :

- pour Jason1 : cycle 73 ;
- pour Topex/Poséidon : cycle 417 ;
- pour Envisat : arc 76 ;

- pour SPOT5 : arc 65 ;
- pour SPOT4 : arc 251 ;
- pour SPOT2 : arc 498.





## Annexe B

# Exemples de fichiers DORIS pour le logiciel de Berne

Pour faciliter la compréhension et l'explication de ce qui se trouve dans les fichiers donnés en exemple ici, nous remplaçons dans les dernières lignes de chacun d'entre eux les valeurs algébriques par la désignation en toutes lettres de ce à quoi elles correspondent.

On reprend, notamment dans les exemples de fichiers simulés, les notations de la figure 4.18.

### B.1 Exemple de fichiers DORIS de comptage de cycles

```
DORIS_TP      :   Test : DORIS data transformation

MEASUREMENT TYPE:  D. COUNT                      CREATED :  04-APR-02 13:09
REFERENCE EPOCH :  1995-07-05  4:20:12 (186)    MODIFIED:  04-APR-02 13:09

# DIFFERENCES   :      0          FORMAT NUMBER   :      4
# FREQUENCIES   :      2          SESSION IDENTIFIER :   5186
# SATELLITES    :      1          SUBSESSION IDENTIF.:
# EPOCHS        :   66908        OBS. INTERVAL (S) :      1
# FLAGGED EPOCHS:      0          REMARK NUMBER   :      0

STATION NAME    :  TLSA 10003S001
OPERATOR NAME   :
RECEIVER TYPE   :  DORIS
ANTENNA TYPE    :  DORIS
RECEIVER/ANTENNA:      1 /      1

CLOCK CORRECTION:  NONE

POS.ECCENTR. (M):  0.0000  0.0000  0.0000

SAT   #L1-OBS OK  #L1-OBS BAD  #L2-OBS OK  #L2-OBS BAD
901      81      0      70      0

L1,L2 OBSERVATIONS:
OBS.N   TIME   F #S CYCLE C.(M)  FFS SA      ... DATE, FRACT.(S), CLOCK (S)
```

1	4:20:12	1	0.000S	0 901	95-07-05	0.845795000	0.845795000
			0.000S	0 901			
7	4:20:18	1	31346.387	0 901	95-07-05	1.845794770	1.845794770
			31346.643	0 901			
31	4:20:42	1	0.000S	0 901	95-07-05	0.845791000	0.845791000
			0.000S	0 901			
37	4:20:48	1	30014.322	0 901	95-07-05	1.845795496	1.845795496
			30014.564	0 901			
61	4:21:12	1	0.000S	0 901	95-07-05	0.845792000	0.845792000
			0.000S	0 901			
67	4:21:18	1	28449.345	0 901	95-07-05	1.845794337	1.845794337
			28449.679	0 901			
Nd	HH:MM:SS	1	0.000S	0 Ns	AA-MM-JJ	delta t11	delta t12
			0.000S	0 Ns			
Nf	HH:MM:SS	1	NMETREL1	0 Ns	AA-MM-JJ	delta t21	delta t22
			NMETREL2	0 Ns			

On détaille les différents champs apparaissant dans l'entête précédent les mesures.

**OBS.N** : numéro d'identification de l'observation. Si  $OBS.N = 1 \bmod(10)$  (Nd), la ligne correspond aux mesures de début de comptage sur la fréquence L1, la ligne juste en dessous est représentative de la fréquence L2. Si  $OBS.N = \Delta T_f \bmod(10)$  (Nf) où  $\Delta T_f$  est le temps de comptage qui dépend du satellite (dans ce cas, le satellite est Topex/Poséidon :  $\Delta T_f = 7$ ), la ligne correspond aux mesures de fin de comptage sur L1, la ligne du dessous sur L2 ;

**TIME** : heure de début et fin de comptage sous la forme heure/minute/seconde ;

**CYCLE C.** : champs  $NMETREL_{L1}$  (et  $NMETREL_{L2}$  juste en dessous) explicité dans la formule 5.1. En début de comptage, on dit que le nombre de cycle est 0 ;

**SA (Ns)** : numéro de code du satellite. Pour le logiciel de Berne, Topex/Poséidon est le satellite numéro 901 ;

**DATE** : date de l'observation exprimée en année/mois/jour ;

**FRACT(S)** : incrément de temps à ajouter à **OBS.N** pour obtenir les heures réelles de début et fin de comptage ( $\delta t_1$  et  $\delta t_2$  dans la figure 4.18).

## B.2 Exemples de fichiers DORIS simulés par le logiciel de Berne

### B.2.1 Comptage de cycles

Exemple de fichier simulé pour le comptage (sans ajout de bruit) :

```

DORIS_TP           : SIMULATION

MEASUREMENT TYPE:  D. COUNT                CREATED : 05-APR-02 17:45
REFERENCE EPOCH  : 1998-11-30 5:24:42 (334) MODIFIED: 05-APR-02 17:45

```

```

# DIFFERENCES      :      0          FORMAT NUMBER      :      4
# FREQUENCIES      :      2          SESSION IDENTIFIER :
# SATELLITES       :      1          SUBSESSION IDENTIF.:
# EPOCHS           :    42878        OBS. INTERVAL (S)  :      1
# FLAGGED EPOCHS   :      0          REMARK NUMBER      :      0

```

```

STATION NAME       :  TLSA 10003S001
OPERATOR NAME      :
RECEIVER TYPE      :  SIMULA
ANTENNA TYPE       :
RECEIVER/ANTENNA  :      0 /      0

```

CLOCK CORRECTION: POLYNOMIAL DEG 0

POS.ECCENTR. (M): 0.0000 0.0000 0.0000

```

SAT   #L1-OBS OK  #L1-OBS BAD  #L2-OBS OK  #L2-OBS BAD
901      407      0      407      0

```

L1,L2 OBSERVATIONS:

OBS.N	TIME	F	#S	CYCLE	C.(M)	FFS	SA	DATE	FRACT.(S)	CLOCK (S)
1	5:24:42		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.850000000	0.850000011
					0.000S	0	901			
8	5:24:49		1		27610.494	0	901	98-11-30	0.850000000	0.849999995
					27610.494	0	901			
11	5:24:52		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.850000002	0.850000006
					0.000S	0	901			
18	5:24:59		1		27072.797	0	901	98-11-30	0.850000001	0.849999998
					27072.797	0	901			
21	5:25:02		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.850000003	0.850000012
					0.000S	0	901			
28	5:25:09		1		26510.958	0	901	98-11-30	0.850000000	0.849999996
					26510.958	0	901			

Avec ajout d'un bruit gaussien de l'ordre de  $10^{-2}s$  :

1	5:24:42		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.836497960	0.849057672
					0.000S	0	901			
8	5:24:49		1		27610.451	0	901	98-11-30	0.843214809	0.857106543
					27610.986	0	901			
11	5:24:52		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.842782677	0.837047024
					0.000S	0	901			
18	5:24:59		1		27072.621	0	901	98-11-30	0.847873615	0.838713491
					27072.052	0	901			
21	5:25:02		1		0.000S	0	901	98-11-30	0.855385351	0.843914505
					0.000S	0	901			
28	5:25:09		1		26511.258	0	901	98-11-30	0.848242574	0.854971153
					26510.798	0	901			
Nd	HH:MM:SS		1		0.000S	0	Ns	AA-MM-JJ	A1	A2
					0.000S	0	Ns			
Nf	HH:MM:SS		1		NMETREL1	0	Ns	AA-MM-JJ	B1	B2
					NMETREL2	0	Ns			

NMETREL1 et NMETREL2 sont simulées comme des différences de pseudo-distances (pseudo-distance à la fin du comptage à laquelle on retire la pseudo-distance au début du comptage) calculées par un module du Bernese.

A1 est la date de début comptage sur la fréquence L1 (A2 sur L2) à l'époque considérée (notée *iepo*) :

$$A1 = \frac{K_{DORIS} + \delta t_{1}(iepo)}{86400.D0} + \frac{n * 0.01}{86400.D0}$$

B1 est la date de fin de comptage sur la fréquence L1 (B2 sur L2) :

$$B1 = \frac{K_{DORIS} + \delta t_{2}(iepo)}{86400.D0} + \Delta T_{jour} + \frac{n * 0.01}{86400.D0}$$

où *n* est l'entier le plus proche avant la date 0 (au centième près),  $K_{DORIS}$  est une constante du système,  $\Delta T_{jour}$  est le temps de comptage en jour.

## B.2.2 Code

Exemple de fichier simulé pour le "CODE" DORIS (sans ajout de bruit) :

```

DORIS_TP          : SIMULATION

MEASUREMENT TYPE: D. CODE                      CREATED : 05-APR-02 17:45
REFERENCE EPOCH : 1998-11-30 5:24:42 (334)    MODIFIED: 05-APR-02 17:45

# DIFFERENCES    : 0                          FORMAT NUMBER   : 4
# FREQUENCIES    : 1                          SESSION IDENTIFIER :
# SATELLITES     : 1                          SUBSESSION IDENTIF.:
# EPOCHS         : 42871                       OBS. INTERVAL (S) : 1
# FLAGGED EPOCHS: 0                          REMARK NUMBER    : 0

STATION NAME     : TLSA 10003S001
OPERATOR NAME    :
RECEIVER TYPE    : SIMULA
ANTENNA TYPE     :
RECEIVER/ANTENNA: 0 / 0

CLOCK CORRECTION: POLYNOMIAL DEG 0

POS.ECCENTR. (M): 0.0000 0.0000 0.0000

SAT #L1-OBS OK #L1-OBS BAD
901 407 0

AMB SAT EPOCH WLF L1-AMBIG. CLUS
1 901 1 1 0. 1

L1 OBSERVATIONS:
OBS.N TIME F #S RHOTILD (M) FFS SA ...DATE, FRACT.(S), CLOCK (S)
1 5:24:42 1 1 -2979576.268 0 901 98-11-30 5.389938797 0.000000000
11 5:24:52 1 1 -2940592.549 0 901 98-11-30 5.389808761 0.000000000
21 5:25:02 1 1 -2902397.656 0 901 98-11-30 5.389681356 0.000000000

```

Avec ajout d'un bruit gaussien de l'ordre de  $10^{-2}s$  :

```

1 5:24:42 1 -2979577.681 0 901 98-11-30 5.381730874 0.000000000
11 5:24:52 1 -2940593.044 0 901 98-11-30 5.399339206 0.000000000
21 5:25:02 1 -2902398.223 0 901 98-11-30 5.399362020 0.000000000
Nd HH:MM:SS 1 RHOTILD 0 Ns AA-MM-JJ Q2 0.000000000

```

RHOTILD est la pseudo-distance dans laquelle on prend en compte le  $T_{sync}$  défini dans le schéma 4.18, tel que :

$$RHOTILD = \rho(iepo) - c \frac{T_{sync}}{86400.D0}$$

Le temps qui suit est Q2 sur le même schéma et s'exprime :

$$Q2 = \frac{n * 0,01}{86400.D0} + \frac{T_{pr}(iepo) + T_{emiss} - T_{sync}}{86400.D0}$$

### B.2.3 Phase

Exemple de fichier simulé pour la phase DORIS sans ajout de bruit :

```

DORIS_TP      : SIMULATION

MEASUREMENT TYPE: D. PHASE          CREATED : 05-APR-02 17:45
REFERENCE EPOCH : 1998-11-30 5:24:42 (334)  MODIFIED: 05-APR-02 17:45

# DIFFERENCES      : 0              FORMAT NUMBER      : 4
# FREQUENCIES      : 2              SESSION IDENTIFIER :
# SATELLITES       : 1              SUBSESSION IDENTIF.:
# EPOCHS           : 42871          OBS. INTERVAL (S)  : 1
# FLAGGED EPOCHS   : 0              REMARK NUMBER      : 0

STATION NAME      : TLSA 10003S001
OPERATOR NAME     :
RECEIVER TYPE     : SIMULA
ANTENNA TYPE      :
RECEIVER/ANTENNA : 0 / 0

CLOCK CORRECTION: POLYNOMIAL DEG 0

POS.ECCENTR. (M): 0.0000 0.0000 0.0000

SAT #L1-OBS OK #L1-OBS BAD #L2-OBS OK #L2-OBS BAD
901 407 0 407 0

AMB SAT EPOCH WLF L1-AMBIG. CLUS L2-AMBIG. CLUS L5-AMBIG. CLUS
1 901 1 1/1 0. 1 0. 1 0. 1

L1,L2 OBSERVATIONS:
OBS.N TIME F #SD. PHASE (M) FFS SA ... DATE, FRACT.(S), CLOCK (S)
1 5:24:42 1 -2997486.297 0 901 98-11-30 0.850000000 0.850000011
-2997486.297 0 901

```

11	5:24:52	1	-2958156.511	0 901	98-11-30	0.850000002	0.850000006
			-2958156.511	0 901			
21	5:25:02	1	-2919599.990	0 901	98-11-30	0.850000003	0.850000012
			-2919599.990	0 901			

Avec ajout d'un bruit gaussien de l'ordre de  $10^{-2}s$  :

1	5:24:42	1	-2997488.011	0 901	98-11-30	0.836497960	0.849057672
			-2997484.643	0 901			
11	5:24:52	1	-2958156.728	0 901	98-11-30	0.842782677	0.837047024
			-2958157.078	0 901			
21	5:25:02	1	-2919599.100	0 901	98-11-30	0.855385351	0.843914505
			-2919601.436	0 901			
Nd	HH:MM:SS	1	PHASEL1	0 Ns	AA-MM-JJ	A1	A2
			PHASEL2	0 Ns			

PHASEL1 est défini comme une pseudo-distance sur la fréquence L1, PHASEL2 sur L2.

Les temps qui suivent sont les A1 et A2 définis ci-dessus.

## Annexe C

# Traitement de manœuvres avec le Bernese : exemple pour Topex/Poséidon, journée du 1er décembre 1998

Au cours de leur utilisation, il est parfois nécessaire d'effectuer des manœuvres sur les satellites pour différentes raisons telles que, par exemple, les remettre sur leur orbite nominale (les forces de frottement qui s'exercent sur le satellite ont tendance à le ralentir).

A l'origine, le logiciel de Berne ne prévoyait pas de traiter ces manœuvres, puisque la stratégie pour les satellites GPS est de supprimer le jour pendant lequel la manœuvre est effectuée.

Cependant, des modifications ont été apportées au logiciel (Bock 2002) pour le traitement de la mission CHAMP qui comporte une centaine de manœuvres par jour irrégulièrement effectuées toutes les cinq à vingt minutes. Le programme ORB-GEN (ORBit GENeration), qui ne permettait pas le traitement des manœuvres, est complété et remplacé par le programme SORBBDT.

Pour les satellites portant DORIS, cette fréquence de manœuvre est beaucoup moins élevée, comme on peut le voir dans le tableau C.1, provenant du site de l'IDS et qui donne les dates de manœuvres du satellite Topex/Poséidon entre son lancement et février 2001. Nous avons utilisé cette nouvelle fonctionnalité du logiciel pour étudier l'impact de ces manœuvres et proposer un traitement adapté.

### C.1 Données

Nous avons utilisé sept arcs d'orbite de un jour, disponibles sur le site AVISO (<http://www.aviso.cls.fr>), calculés avec le logiciel ZOOM, dont trois jours avec manœuvre. Le tableau C.2 regroupe cet échantillon de sept orbites, marque les jours

TAB. C.1 – Manœuvres du satellite Topex/Poséidon (situation en août 01)

Année de la manœuvre	Jour de l'année	Heure	Minute
1992	230	18	22
1992	233	17	23
1992	240	18	14
1992	246	18	23
1992	252	18	50
1992	258	17	15
1992	265	19	45
1992	286	23	14
1992	356	09	03
1993	89	12	44
1993	218	10	02
1994	31	20	51
1994	140	23	53
1994	279	18	14
1995	142	22	04
1996	15	19	11
1998	335	20	37
1999	159	07	12
1999	289	22	31
2000	12	10	40
2000	111	15	57
2000	190	23	10
2000	270	06	01
2001	13	07	45



de manœuvre et donnent l'écart-type en sortie du traitement permettant d'obtenir l'orbite standard utilisée par la suite dans les traitements du logiciel.

TAB. C.2 – Date des orbites AVISO étudiées et écarts-types de leur transformation en orbite standard, format Bernese

Date de l'orbite (jour année)	Écart-type orbite standard (m)	Date de la manœuvre
12 2000	9.88	12 2000
13 2001	17.74	13 2001
139 1994	0.05	140 1994
141 1994	0.09	140 1994
334 1998	0.04	335 1998
335 1998	9.16	335 1998
336 1998	0.06	335 1998

Les arcs du site AVISO sont des arcs de 1468 minutes (24h + 28 minutes), les premières coordonnées sont données à (jour-1) 23h55m41s et les dernières à (jour+1) 0h23m41s. Ceci permet les recouvrements des orbites dont les dates se suivent.

Pour être traités par le Bernese, les fichiers d'orbite importés doivent être réécrits dans le format approprié. L'écart-type des différences entre les représentations de l'orbite est donnée dans le tableau C.2. On remarque des valeurs élevées de cet écart-type dans le cas des manoeuvres.

## C.2 Traitement des manoeuvres

Plusieurs possibilités se présentent pour la prise en compte des manoeuvres, en considérant l'orbite en deux arcs : le premier qui s'interrompt au debut de la manoeuvre, et le deuxième qui débute à la fin de la manoeuvre. Pour relier ces deux arcs, nous avons opté pour l'introduction de la méthode dite du "stochastic pulse" au moment de la manoeuvre par exemple.

L'introduction de pulses, au moment de la manoeuvre, améliore beaucoup les écarts entre orbite dynamique et orbite réelle en sortie de SORBDT (le programme permettant de transformer les fichiers d'orbites précises en fichiers d'orbites standards) : l'écart-type diminue d'un ordre de grandeur et devient équivalent aux écarts plus petits des orbites hors manoeuvre (voir tableau C.3).

Les groupes de graphiques C.1 et C.2 donnent un aperçu visuel de cette amé-

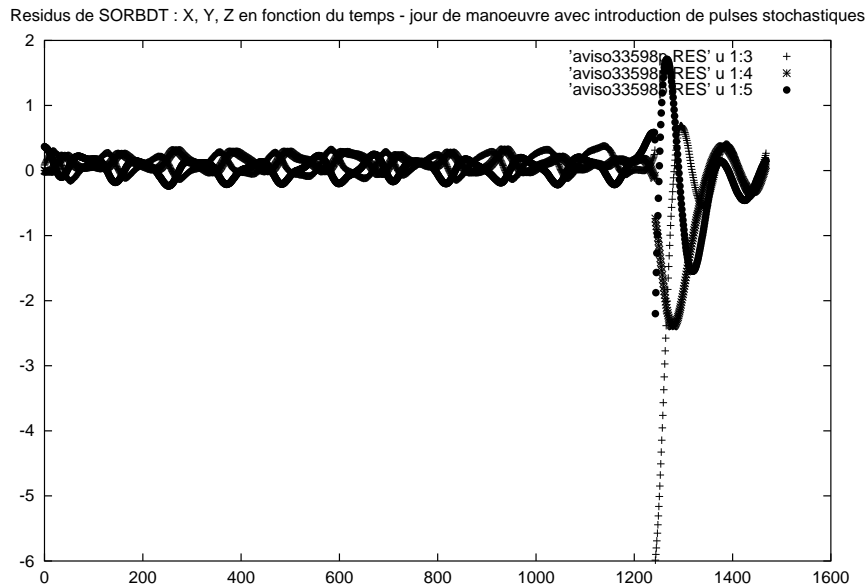
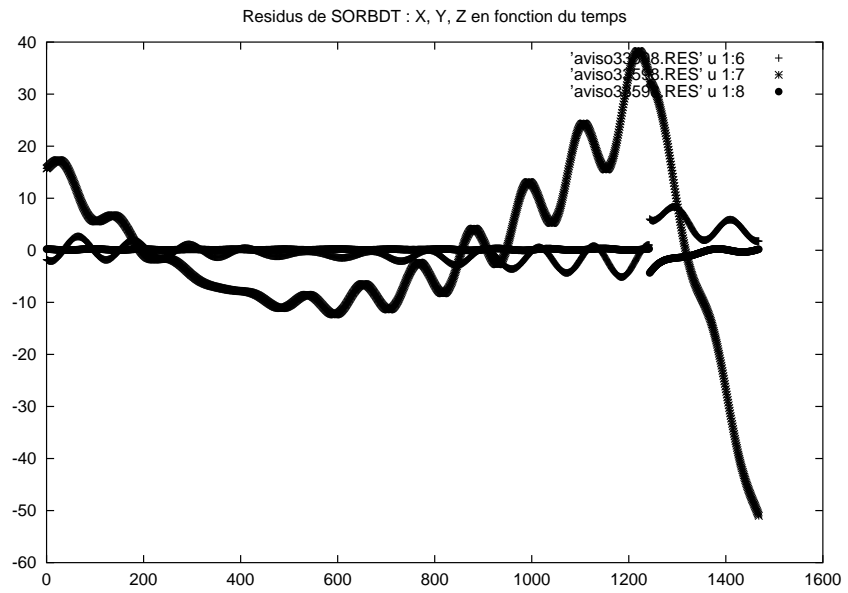


FIG. C.1 – Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard dans le repère X, Y, Z sans et avec introduction de pulses au moment de la manoeuvre

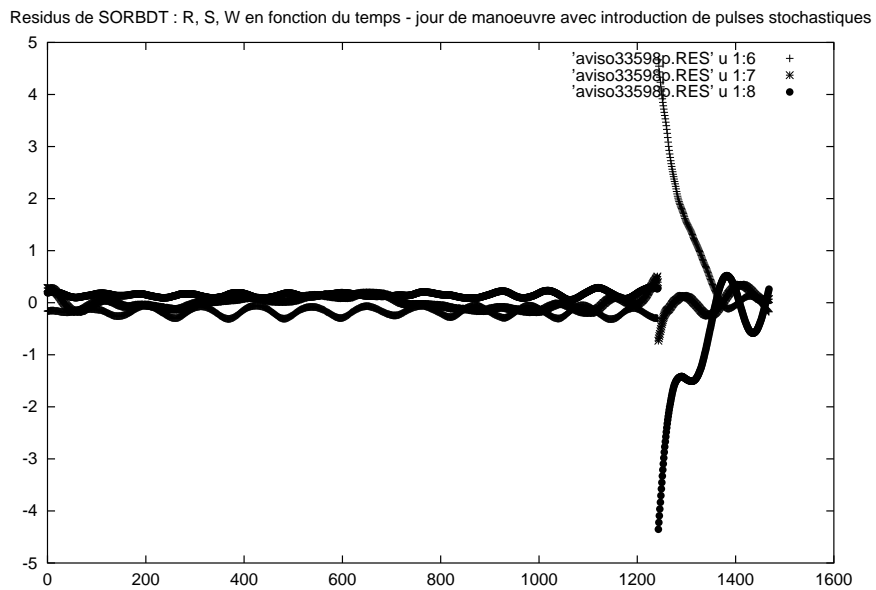
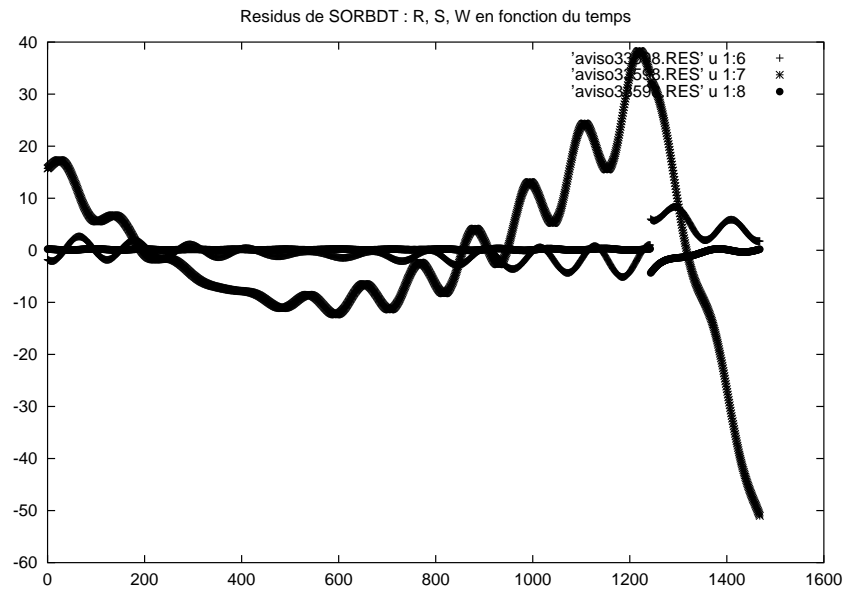


FIG. C.2 – Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard dans le repère R, S, W sans et avec introduction de pulses au moment de la manoeuvre

TAB. C.3 – Comparaison des écart-types de transformation en orbite standard avec et sans introduction de pulses stochastiques sur les jours de manœuvre

Date de l'orbite (dddy)	RMS orbite standard sans pulse (m)	RMS orbite standard avec pulse (m)
01200	9.88	0.06
01301	17.74	0.09
33598	9.16	0.46

lioration. Nous y voyons tracés les résidus en mètre en X, Y, Z puis R, S, W pour chaque minute d'intégration, à la date 33598 (335ème jour de l'année 1998). Les directions R, S, W d'un satellite correspondent respectivement aux directions radiale, le long de la trace (along-track) et perpendiculairement à la trace (cross-track).

Nous voyons que l'amélioration sur les résidus due aux pulses stochastiques émis à l'heure de la manœuvre, se répercute sur la qualité des RMS pour toutes les autres minutes.

En regardant les graphes des résidus, on remarque que l'écart le long de la trace est significativement plus grand que les deux autres séries d'écarts, notamment au moment de la manœuvre. Le tableau C.4 donnant les valeurs des pulses suivant les directions R, S, W, nous donne une valeur de S dix fois plus grande que les deux autres. Il est donc possible de reconnaître le type de manœuvre effectuée à la date 33598 : elle correspond à une accélération du satellite, donc au déclenchement d'un moteur pour une propulsion à l'arrière dans le sens du mouvement du satellite.

TAB. C.4 – Valeurs des pulses émis en R, S et W

Direction du pulse	Valeur du pulse (mm/s)
R	0.12
S	2.89
W	-0.47

### C.3 Comparaison des performances des programmes SORBDT et ORBGEN

SORBDT est un programme du Bernese développé en remplacement de ORBGEN qui n'avait pas la capacité de traitement des manœuvres.

Aussi, le tableau C.5 compare les résultats des écarts pour ORBGEN avec ceux de SORBDT, sans et avec des pulses stochastiques.

TAB. C.5 – Comparaison des RMS de ORBGEN et SORBDT, avec et sans pulses stochastiques

Date de l'orbite (dddy)	RMS ORBGEN (m)	RMS SORBDT sans pulse (m)	RMS SORBDT avec pulse (m)
01200	8.66	9.88	0.06
01301	8.62	17.74	0.09
13994	0.04	0.04	0.04
14194	0.08	0.09	0.09
33498	0.05	0.04	0.04
33598	8.91	9.16	0.05
33698	0.08	0.06	0.06

On remarque alors facilement que les RMS d'ORBGEN collent avec ceux de SORBDT lorsqu'on ne fait pas intervenir les pulses stochastiques, de même que leur comportement en fonction du temps comme le montrent les figures C.3 et C.4 (notons que la définition du signe des résidus dans ces deux programmes est contraire). Par contre, il est évident que ceux-ci améliorent réellement les performances du logiciel.

### C.4 Conclusion

Les manœuvres sur les satellites entraînent une discontinuité dans les résultats des traitements des orbites de ces satellites. Or, puisque ce sont des phénomènes répertoriés, il est facile de les dater afin de les traiter en lissant au mieux cette discontinuité par l'introduction de pulses stochastiques. Une autre option est l'interpolation sur l'intervalle de temps de la manœuvre (possible lorsque l'on connaît cet intervalle, ce qui est le cas avec les satellites SPOT).

Il aurait été cependant intéressant de travailler sur des orbites SPOT, puisque ces satellites ont des manœuvres qui durent en moyenne 50 minutes (voir même plusieurs heures pour SPOT3), ainsi, nous aurions pu examiner l'effet des "sto-

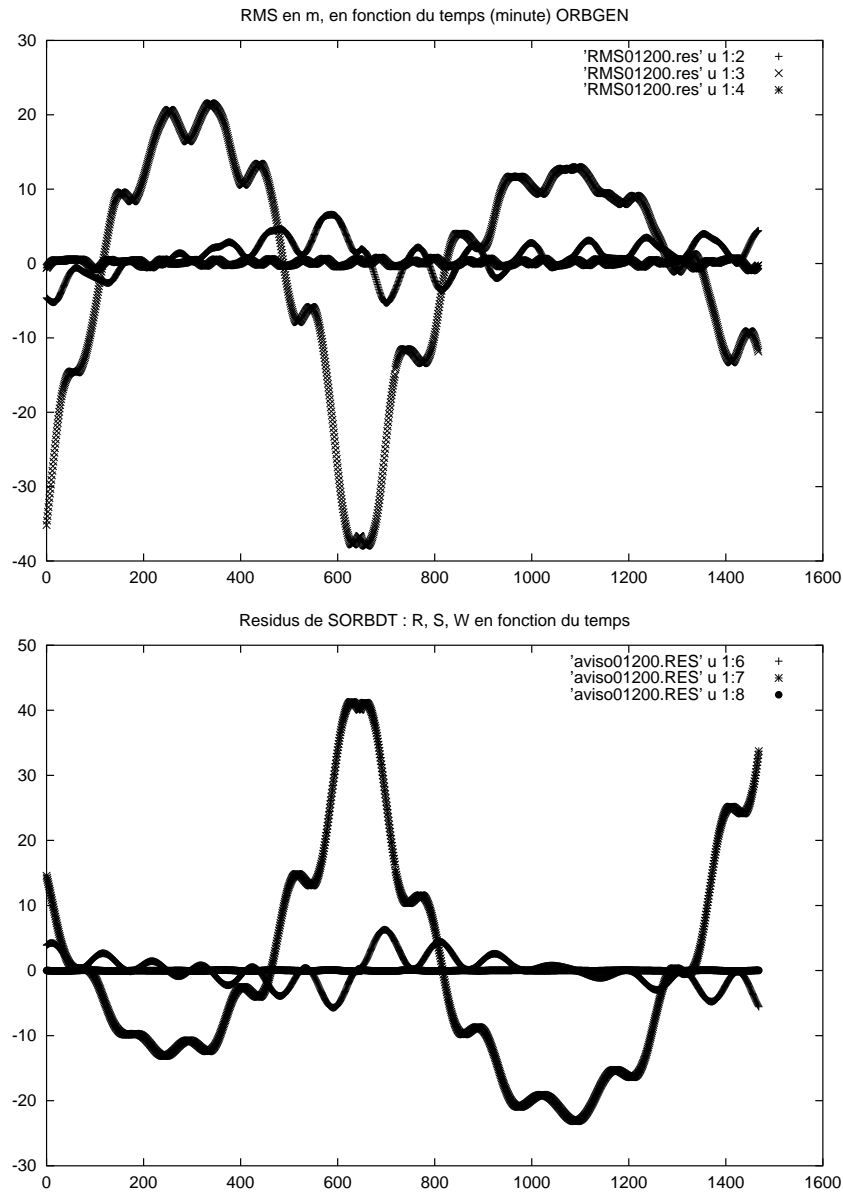


FIG. C.3 – Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard par les programmes ORBGEN (haut) et SORBDT (bas) dans le repère R, S, W en fonction du temps - date 01200

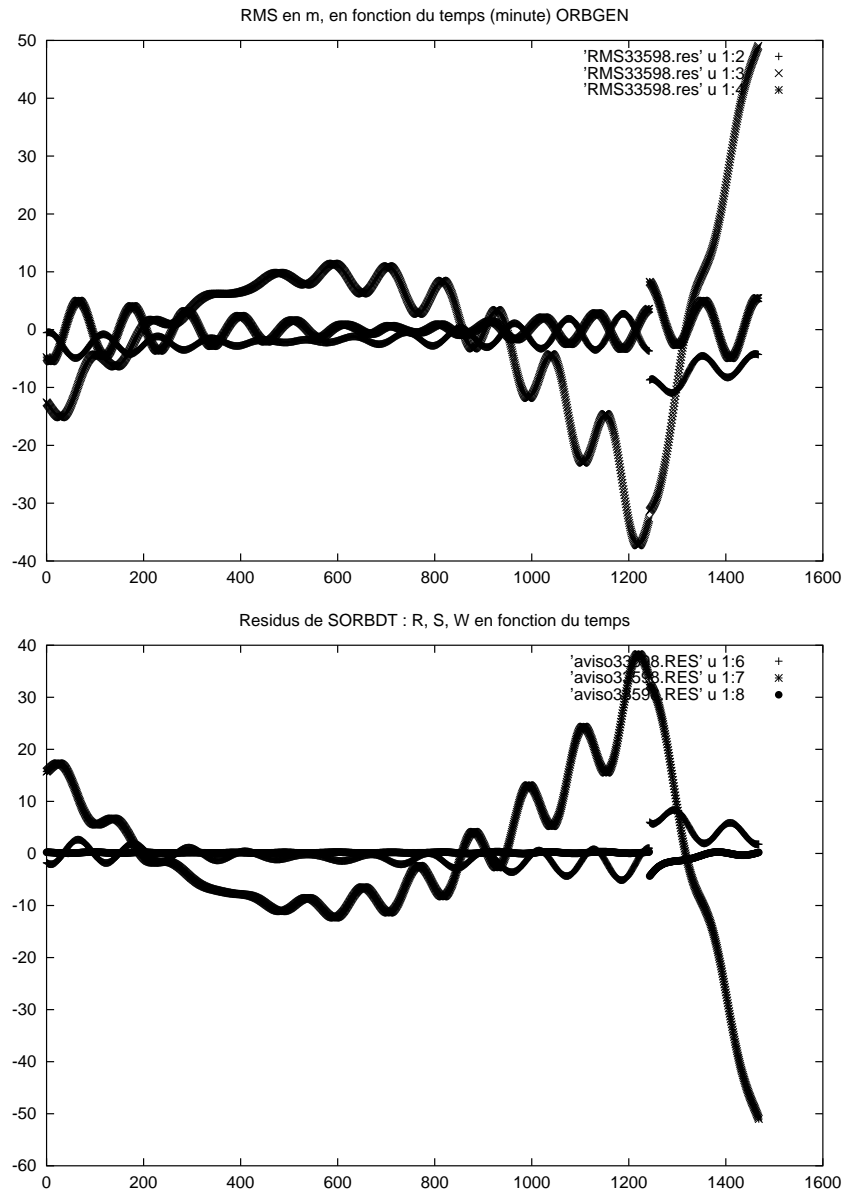


FIG. C.4 – Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard par les programmes ORBGEN (haut) et SORBDT (bas) dans le repère R, S, W en fonction du temps - date 33598

chastic pulses" introduits au début de la manœuvre et à la fin. Ceci sera plus facile lorsque la campagne d'échange d'orbites sera réalisée sur le site de l'IDS, puisqu'il est long et fastidieux de récupérer des orbites pour l'instant.

Ainsi, les utilisateurs du logiciel de Berne auront tout intérêt à introduire des pulses stochastiques (une des options du nouveau menu) au moment des manœuvres pour traiter des données d'orbites DORIS.



## **Annexe D**

# **Evaluation de la qualité des séries temporelles de mesures : signal et bruit - Le Bail 2004 [52]**

























## Annexe E

# Simulations avec la variance d'Allan

### E.1 Représentation graphique des processus stochastiques usuels

Nous avons simulé trois types de bruits de densité spectrale donnée. En effet, comme explicité dans le paragraphe 7.1.2, si on suppose que celle-ci s'écrive sous la forme  $S(f) = P_0 f^\alpha$ , les valeurs de  $\alpha$  permettent de déterminer le type de bruit associé (voir tableau E.1).

TAB. E.1 – Relation entre bruits, indice spectral  $\alpha$  et coefficient  $\mu$  de la courbe représentant la variance d'Allan

Bruit	Valeur de $\alpha$	Valeur de $\mu$
Bruit blanc	$\alpha = 0$	$\mu = -1$
Bruit de scintillation	$\alpha = -1$	$\mu = 0$
Marche aléatoire	$\alpha = -2$	$\mu = 1$

Les trois graphiques de la figure E.1 montrent les séries temporelles obtenues et les variances d'Allan en résultant. Dans les graphes de la variance d'Allan (graphes log/log), une droite est estimée par la méthode des moindres carrés et le coefficient de cette droite est inscrit en dessous.

On a bien ce qui a été montré précédemment : le graphe de la variance d'Allan d'un bruit blanc est une droite de coefficient  $-1$ , celui d'un bruit de scintillation une droite de coefficient  $0$  et celui d'une marche aléatoire une droite de coefficient  $+1$ .

Voyons à présent le comportement de la variance d'Allan pour une combinaison de ces trois types de bruit.

Tout d'abord, nous ajoutons un bruit blanc et une marche aléatoire dont la va-

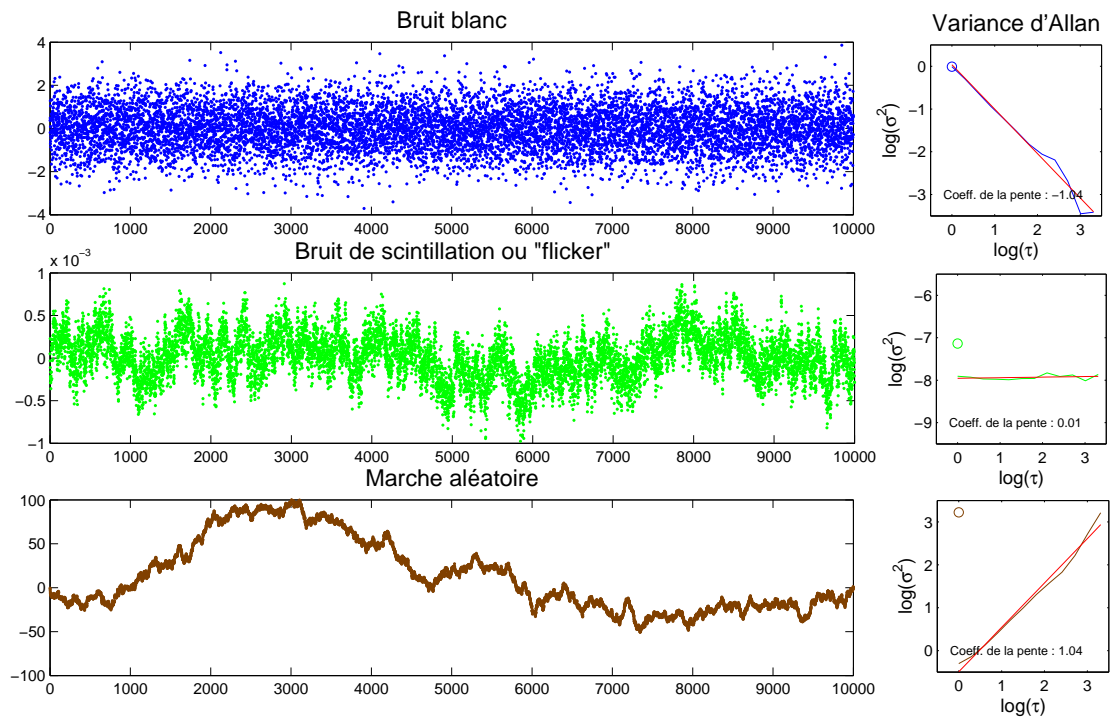


FIG. E.1 – Séries temporelles synthétiques et leurs variances d'Allan : bruit blanc, bruit de scintillation et marche aléatoire

riance usuelle de chacun est dans le même ordre de grandeur. La figure E.2 donne la série temporelle résultant de la somme des deux bruits et la variance d'Allan du bruit blanc initial (en bleu), de la marche aléatoire initiale (en noir) et de la série temporelle résultant (en vert), ainsi que sa variance usuelle. Puis (figure E.3), nous ajoutons un bruit de scintillation à un bruit blanc, et enfin, nous faisons une combinaison des trois bruits (figure E.4).

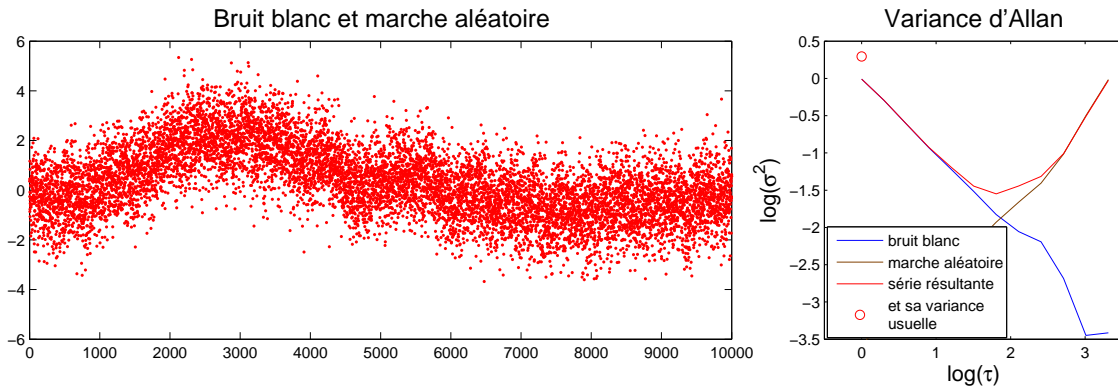


FIG. E.2 – Combinaison d'un bruit blanc et d'une marche aléatoire

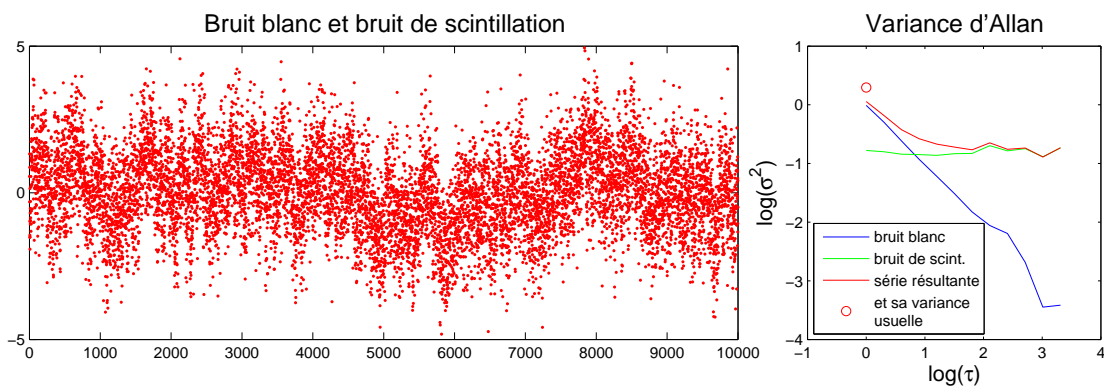


FIG. E.3 – Combinaison d'un bruit blanc et d'un bruit de scintillation

La remarque principale est la conséquence d'une des propriétés d'une variance :

Pour  $X$  et  $Y$ , deux variables aléatoires indépendantes, on a :

$$\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$$

Si les variables sont dépendantes l'une de l'autre, il intervient un terme de covariance :

$$\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) + 2\text{cov}(X, Y)$$

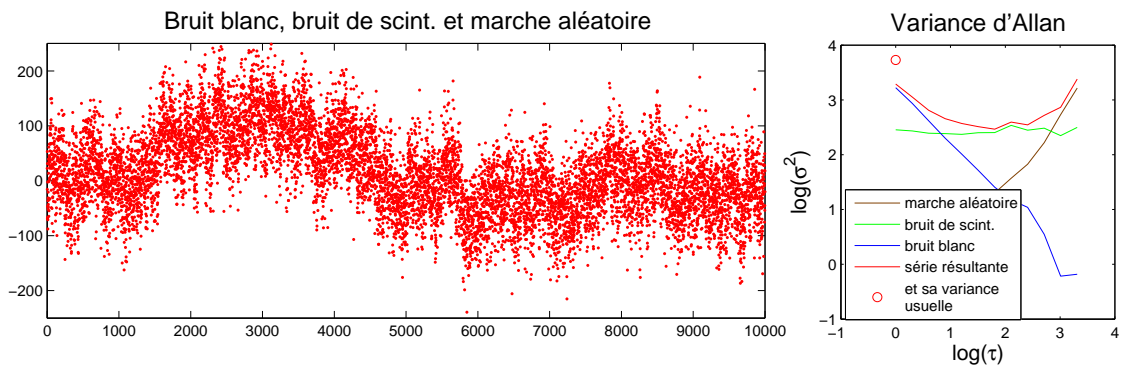


FIG. E.4 – Combinaison d’un bruit blanc, d’un bruit de scintillation et d’une marche aléatoire

Pour cette raison, la courbe représentative de la variance d’Allan résultant d’une combinaison de bruits suit la limite supérieure des différentes courbes des bruits. Aussi, si un bruit a une importance mineure par rapport aux autres (sa variance étant inférieure), il n’agit pas dans la somme.

On ne peut donc pas déceler un bruit si celui-ci est faible par rapport aux autres. Cependant, il peut exister tout de même.

## E.2 Représentation graphique d’un bruit avec accidents (points aberrants, sauts, multiplication par un scalaire, ajout d’un biais indépendant du temps)

Supposons à présent que nous partons d’une série temporelle de bruit "propre". Etudions le comportement de la variance d’Allan lorsque nous intégrons à cette série des points aberrants ou des sauts, ou que nous multiplions la série par un scalaire ou que nous lui ajoutons un biais.

La figure E.5 montre le premier cas relatif à l’introduction de points aberrants dans une série de bruit blanc, la figure E.6 le cas où l’on introduit un saut.

On voit que si l’on ajoute un nombre suffisant de points aberrants dans la série (ici,  $\frac{1}{1000}$ ème de la totalité des points situés localement), la variance d’Allan agit comme si on introduisait une marche aléatoire : la courbe se soulève et s’éloigne de la droite typique du bruit blanc. On observe le même changement pour l’introduction d’un saut.

Les figures E.7 et E.8 représentent respectivement les cas où l’on multiplie par une constante une série de bruit blanc et où on ajoute un biais à une série de bruit blanc.

Ici aussi, les résultats sont représentatifs d’une autre propriété de la variance :



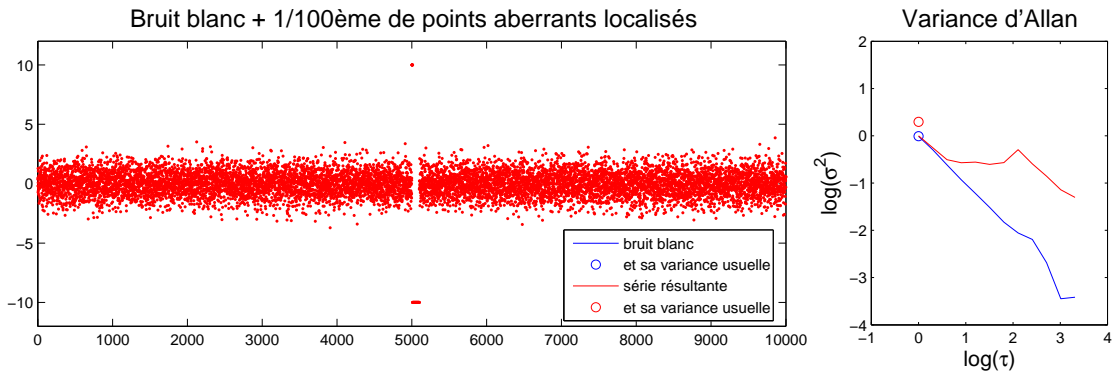


FIG. E.5 – Introduction de points aberrants dans une série de bruit blanc

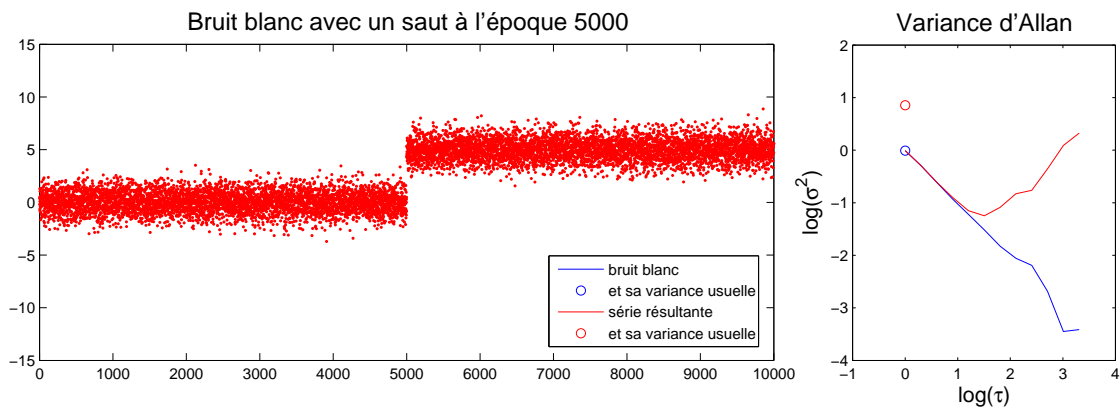


FIG. E.6 – Introduction d'un saut dans une série de bruit blanc

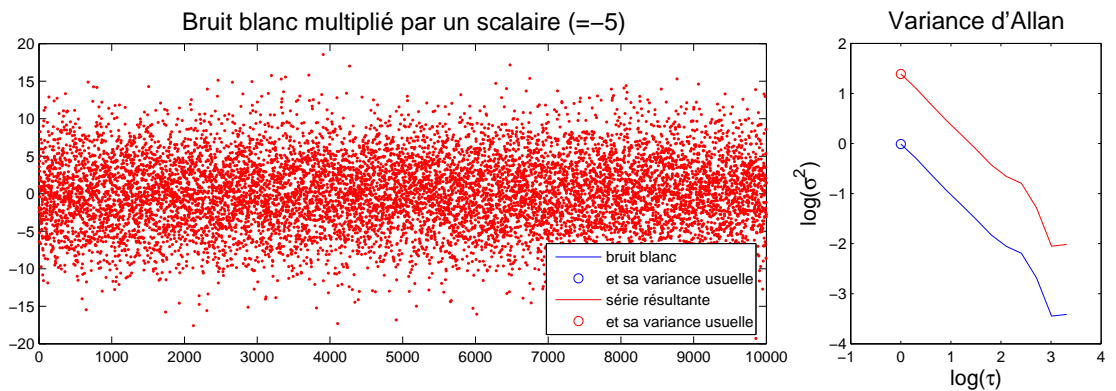


FIG. E.7 – Multiplication d'une série de bruit blanc par une constante

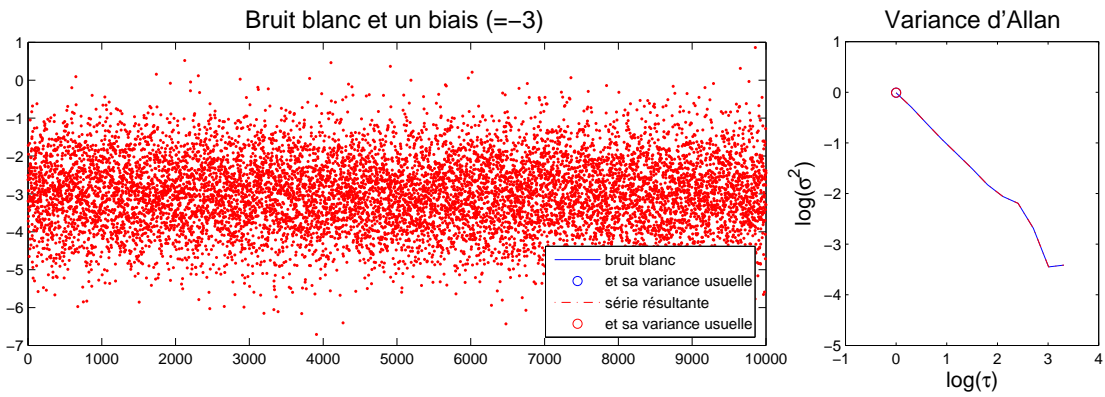


FIG. E.8 – Addition d'un biais à une série de bruit blanc

Pour une variable aléatoire  $X$ , on a :

$$\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, \text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$$

Ainsi, la variance d'Allan reste inchangée par l'introduction d'un biais dans la série, et la courbe de la variance d'Allan pour une série multipliée par une constante est traduite par rapport à la courbe pour la série initiale en fonction de la constante multiplicative.

### E.3 Représentation graphique d'un signal auquel on ajoute une combinaison de bruits

Considérons à présent le cas où une série est la combinaison d'un signal et d'un bruit. On illustrera ce cas avec un bruit blanc auquel on ajoute une droite ou un signal périodique. Des expériences analogues avec bruit de scintillation et marche aléatoire ont montré les mêmes résultats.

Dans la figure E.9, le bruit blanc est agrémenté d'une droite. Le coefficient de la droite considérée est augmenté d'un graphique à l'autre, en partant du haut vers le bas. Une croix verte donne la variance usuelle de la droite, celle-ci est fonction du coefficient de la droite : plus le coefficient augmente, plus la variance est grande.

Lorsque le coefficient de la droite est suffisamment petit (c'est à dire lorsque sa variance est suffisamment loin de la variance de la série initiale), l'introduction d'une droite dans une série de bruit n'a pas d'incidence. Cependant, dans le cas contraire, la courbe représentative de la variance d'Allan se détache rapidement de la courbe typique d'un bruit blanc.

La même expérience a été faite avec une marche aléatoire et la courbe résultant a une allure de droite linéaire dont le coefficient est égal à 2. Tout comme pour le bruit blanc, la courbe se détache donc de la courbe initiale.

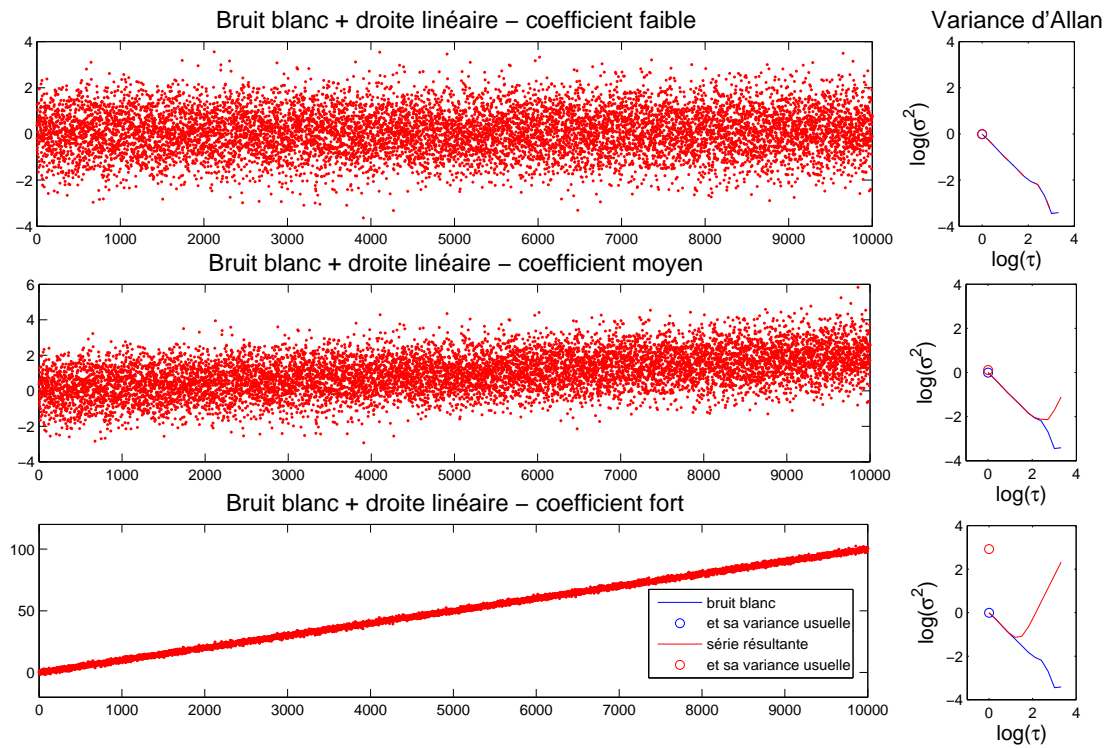


FIG. E.9 – Variance d'Allan d'une série composée d'une droite et de bruit blanc

Les figures E.10 et E.11 se placent dans le cas où le signal considéré est un signal périodique.

Supposons que la série temporelle étudiée s'écrive sous la forme :

$$y(t) = \sum_t (a_t \cos(\omega t + \phi) + b_t \sin(\omega t + \phi)) + \epsilon_i$$

où

$a_t$  et  $b_t$  sont les amplitudes,

$\omega$  est la vitesse angulaire,

$\phi$  et la phase,

$\epsilon_i$  est un bruit blanc.

Dans nos exemples, nous nous ramenons au cas où  $y(t) = a_t \cos(\omega t + \phi) + \epsilon_i$ .

Dans la première figure (E.10), nous faisons varier le nombre de périodes dans l'intervalle de points étudié : on observe de une (graphe du haut) à 500 périodes (graphe du bas).

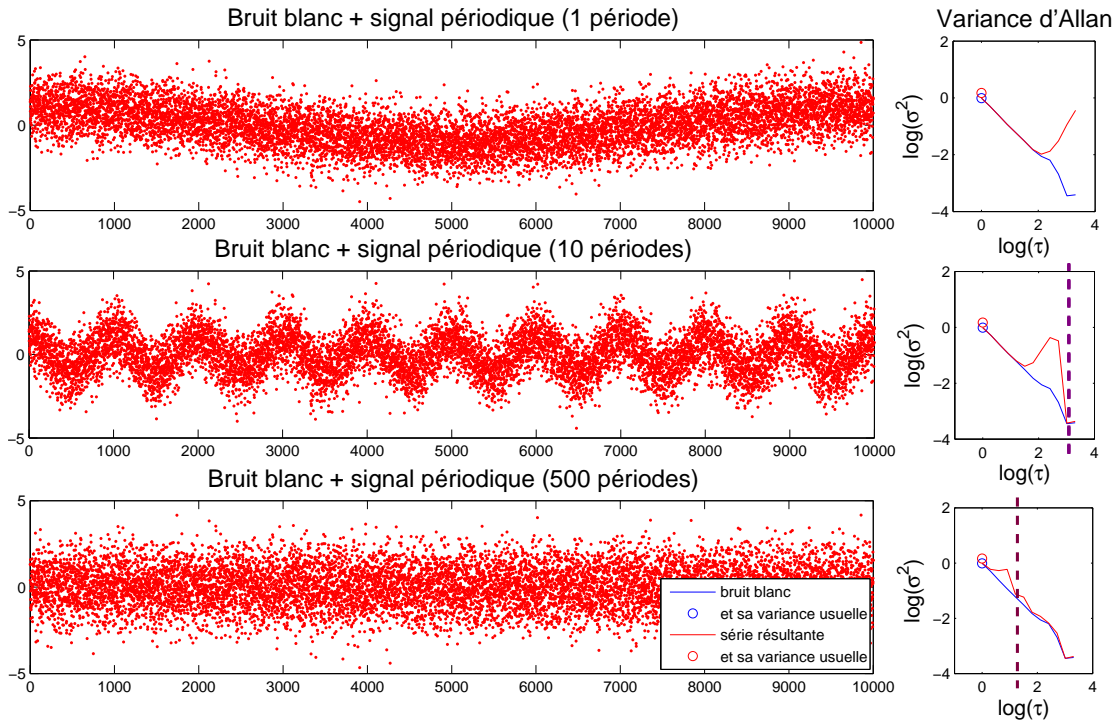


FIG. E.10 – Variance d'Allan d'une série composée d'un signal périodique et de bruit blanc - Identification de la période en faisant évoluer la vitesse angulaire

Nous voyons apparaître des sauts dans la courbe de la variance d'Allan. Ces sauts sont fonction de la période choisie. Celle-ci est indiquée par un trait pointillé

sur chacun des graphes de la variance d'Allan et on voit qu'elle correspond au premier creux, avant la deuxième bosse.

Remarquons tout de même que le premier graphe ressemble étrangement au cas où l'on ajoute une marche aléatoire au bruit blanc ou bien une droite avec un grand coefficient. Cela pourrait porter à confusion dans l'interprétation d'un tel graphe de la variance d'Allan.

Dans la figure suivante (E.11), c'est l'amplitude qui évolue dans les graphes.

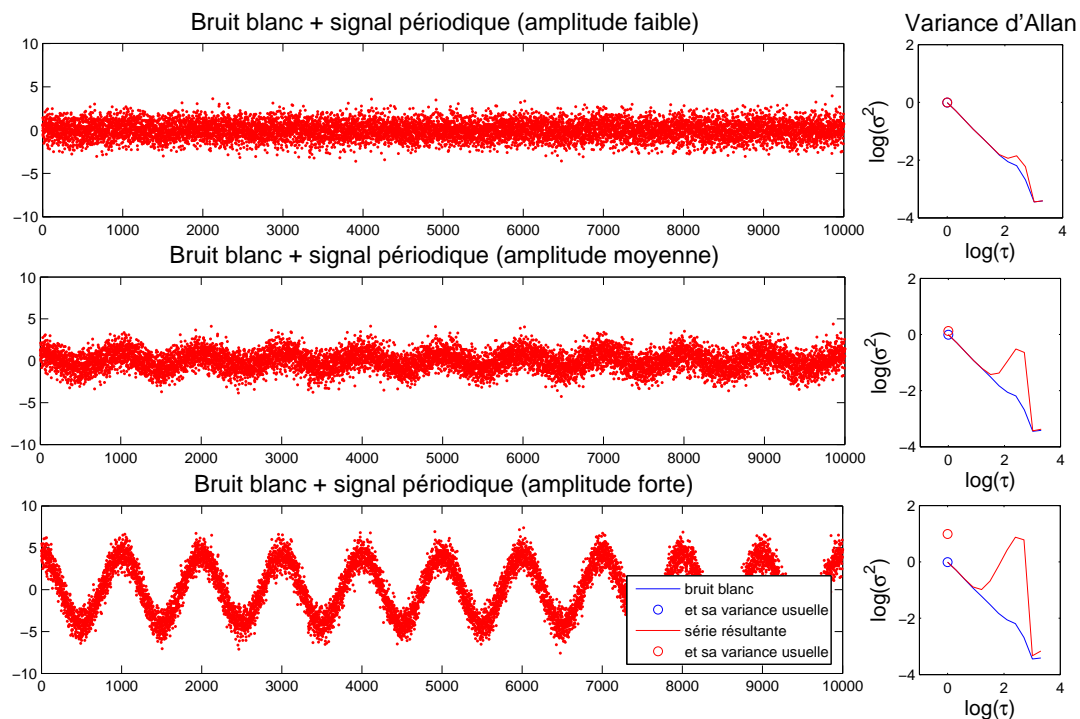


FIG. E.11 – Variance d'Allan d'une série composée d'un signal périodique et de bruit blanc - Identification de la taille de la bosse en faisant évoluer l'amplitude

Plus l'amplitude est grande, plus la bosse qui résulte du signal périodique est grande. Son maximum atteint le niveau de la variance usuelle de la série, supérieure à la variance usuelle du bruit blanc.

Notons que si l'on fait évoluer la phase, la variance d'Allan ne change évidemment pas.



## **Annexe F**

# **Time stability of DORIS and GPS Terrestrial Reference Frames - Le Bail et Feissel-Vernier 2004 [53]**









## ***Results***

Direct analysis : Figure 1 shows the Allan variance graphs for each studied time series.

- DORIS time series have white noise with a starting level of several cm, while GPS time series have flicker noise with a level of few mm.
- Long term stability of DORIS at one year gets closer to GPS one.

Three-cornered hat : Figure 2 shows the Allan variance graphs for each time series, after the three-cornered hat processing of the three studied sets of series together. The Allan variance graphs of figure 1 are plotted for comparison.

- The series still have white noise with nearly one-order magnitude improvement. This may be due to residual modelling error in DORIS data analysis.



## **Annexe G**

# **Application de la nouvelle méthode proposée. Graphiques intermédiaires**

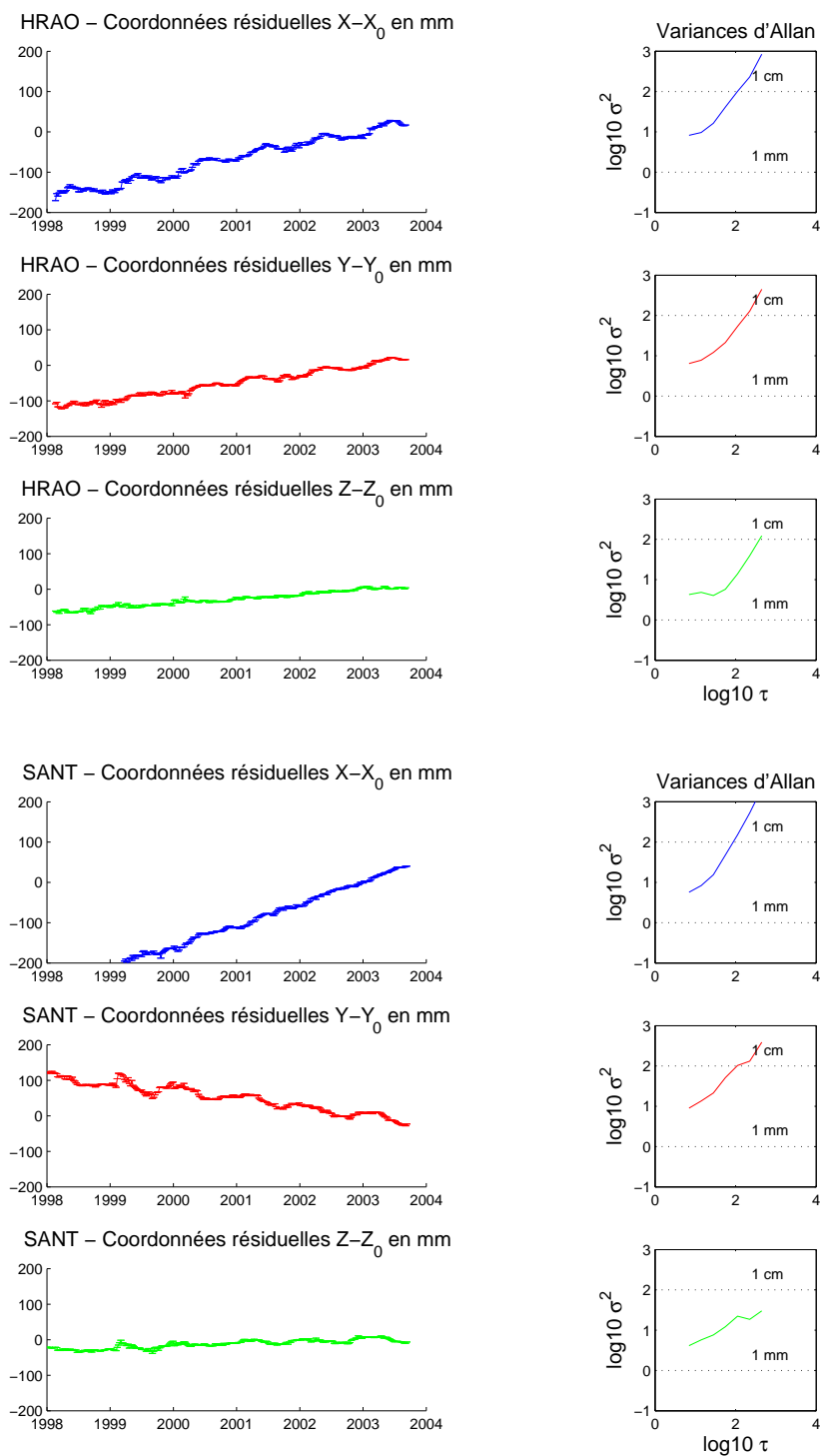


FIG. G.1 – Séries  $(X, Y, Z)$  de coordonnées GPS centrées sur leur position a priori à  $(t_0 = 2003)$  des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) et leurs graphes d'Allan (l'unité de  $\tau$  est le jour)

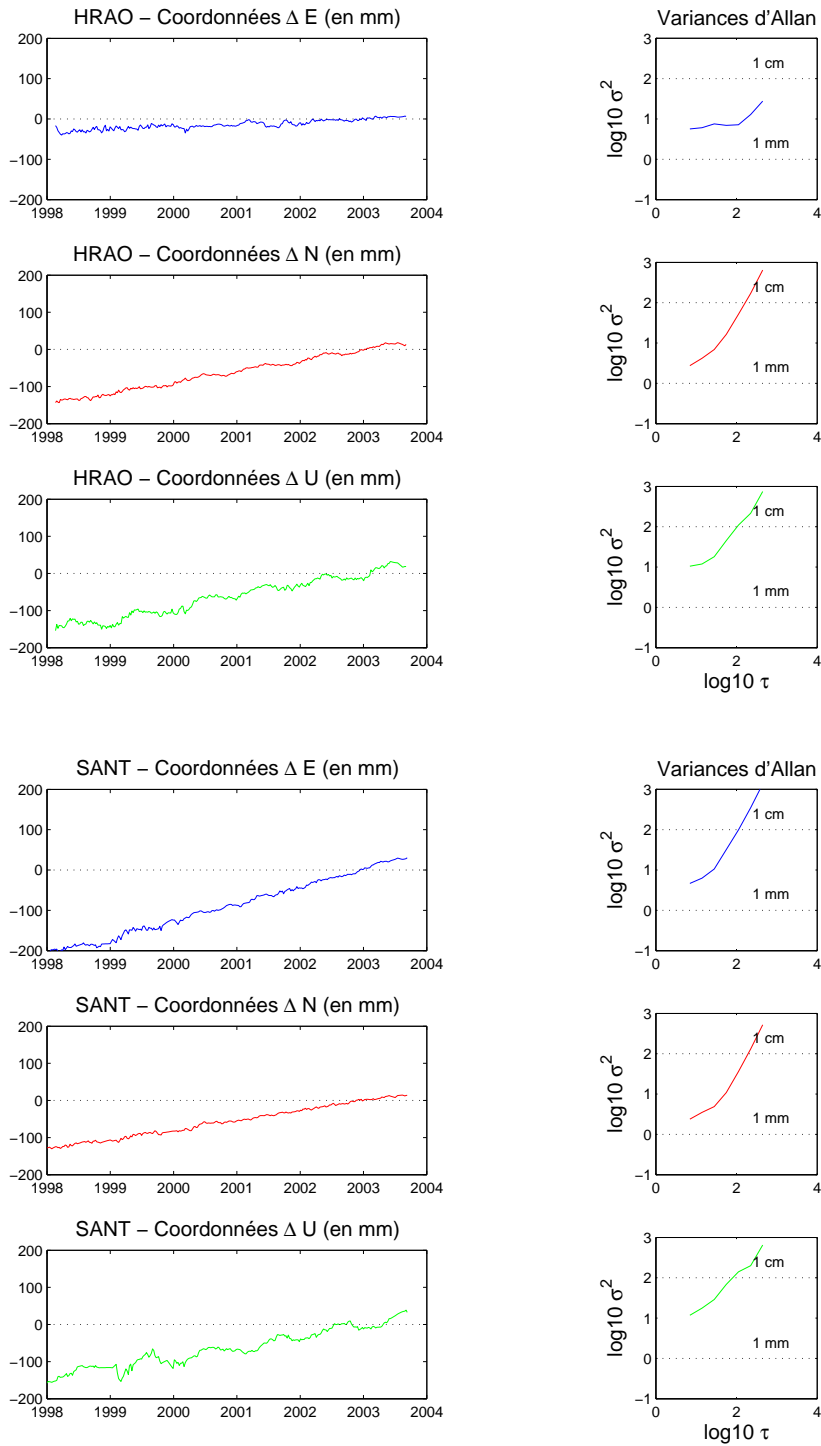
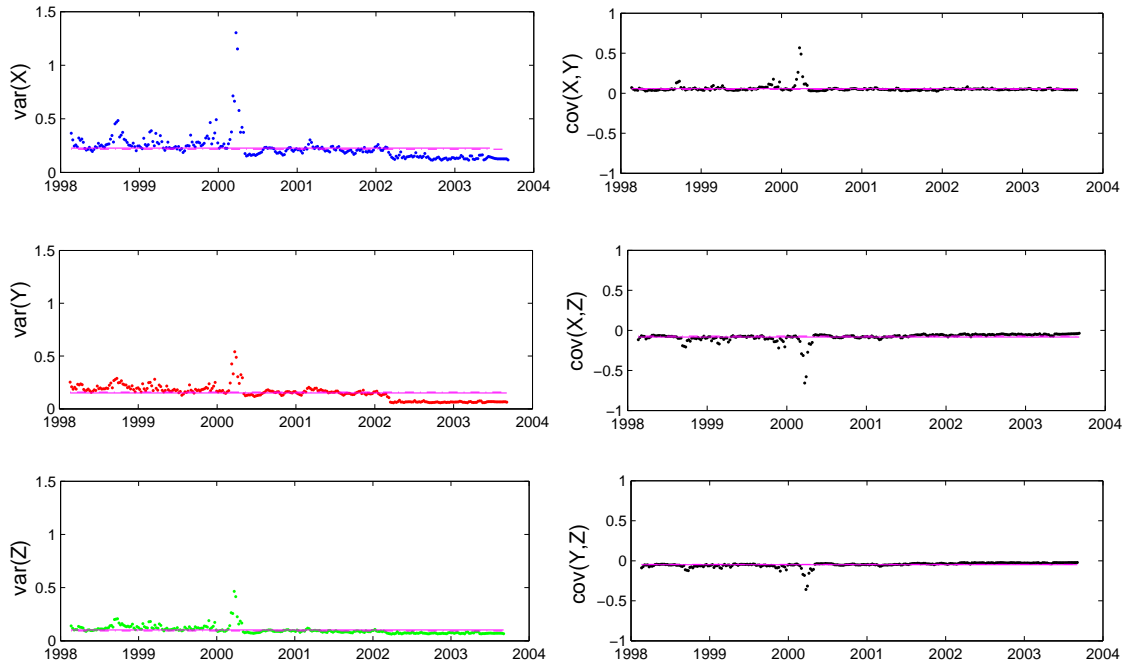


FIG. G.2 – Séries ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) de coordonnées GPS centrées sur leur position a priori à ( $t_0 = 2003$ ) projetées dans l'espace local des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) et leurs graphes d'Allan (l'unité de  $\tau$  est le jour)

### HRAO – séries temporelles de variances et covariances en $\text{mm}^2$



### SANT – séries temporelles de variances et covariances en $\text{mm}^2$

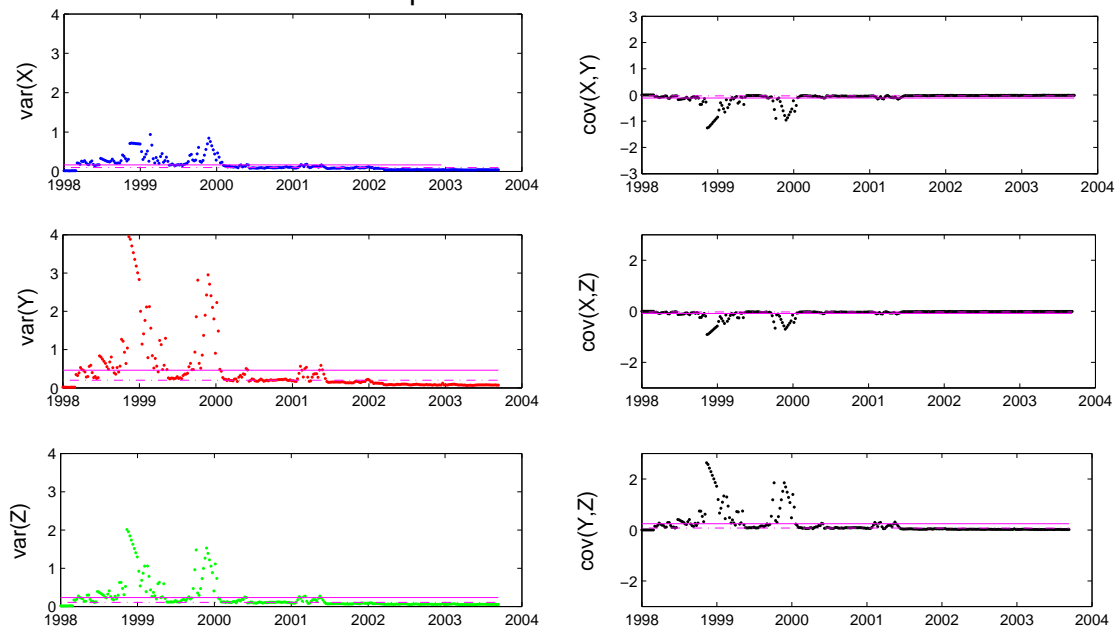


FIG. G.3 – Evolution temporelle des éléments des matrices de covariance des coordonnées GPS (X,Y,Z) des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas). La valeur moyenne est indiquée par le trait plein, la valeur médiane par le trait pointillé



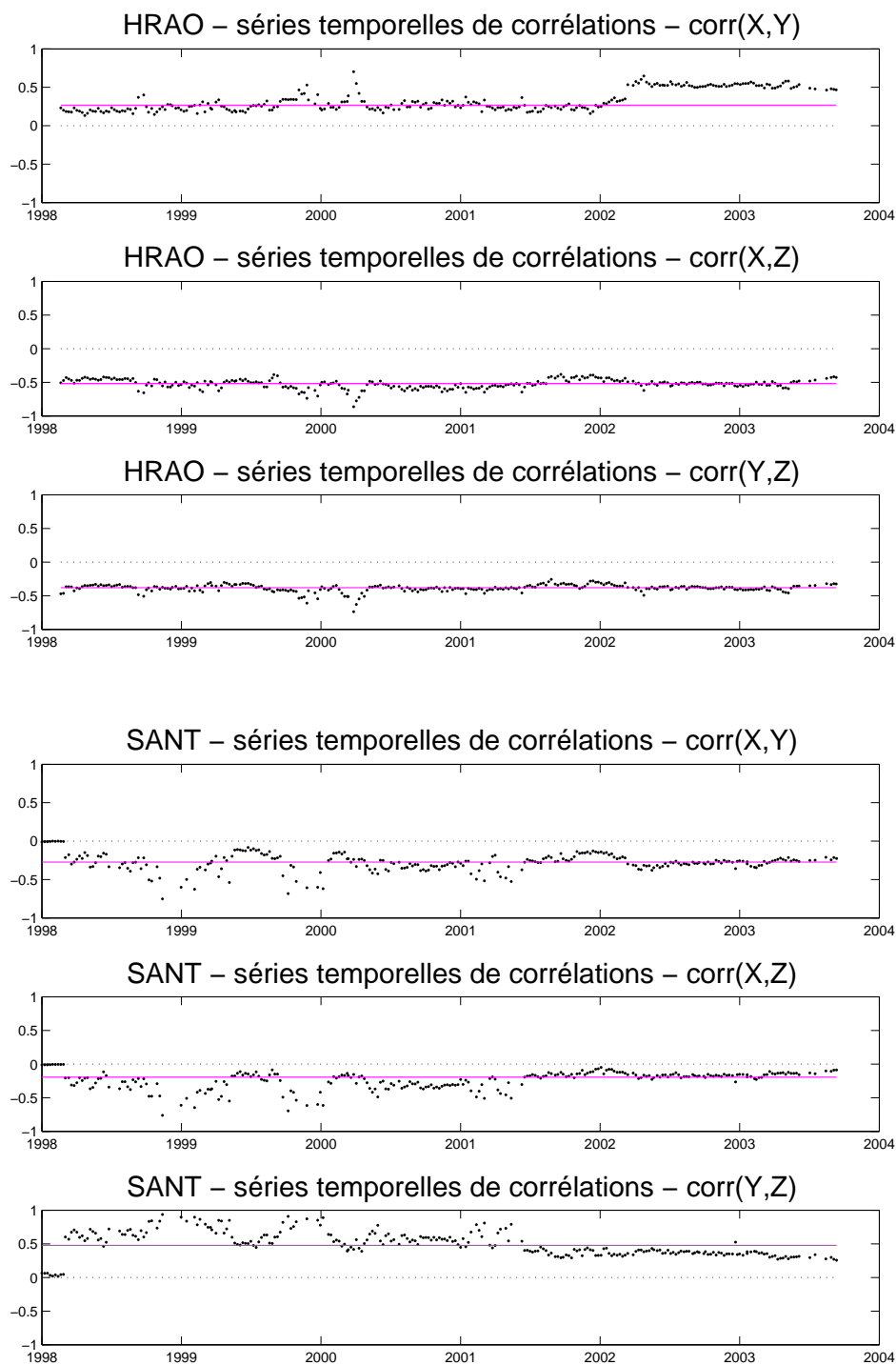


FIG. G.4 – Evolution temporelle des corrélations a priori des coordonnées GPS (X,Y,Z) des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANTI) (graphes du bas). La valeur médiane est indiquée par le trait continu

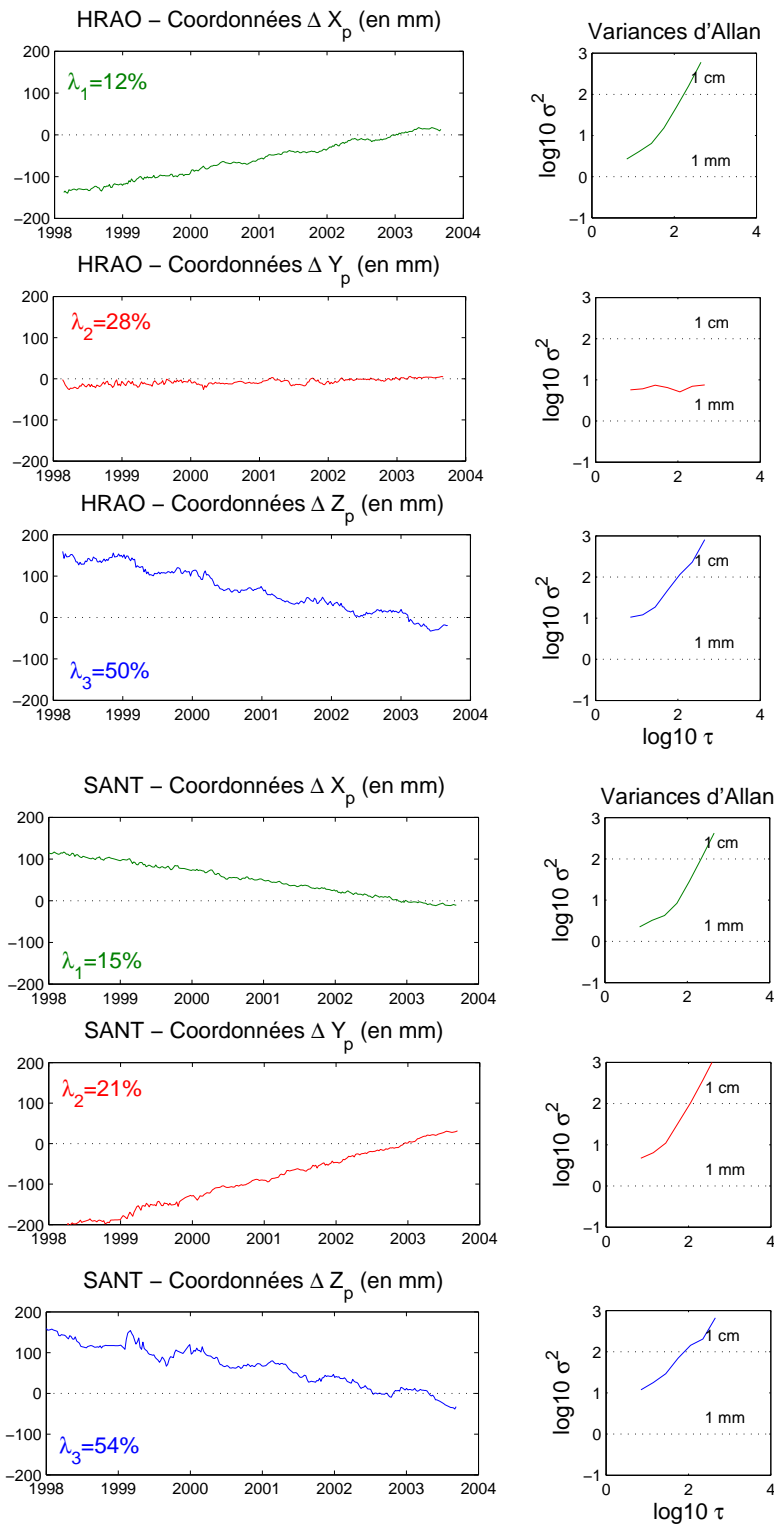


FIG. G.5 – Projection des séries de coordonnées des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) dans l'espace propre géodésique et leurs graphes d'Allan (l'unité de  $\tau$  est le jour)

## **Annexe H**

# **Analyse de séries GPS et DORIS. Graphiques intermédiaires**

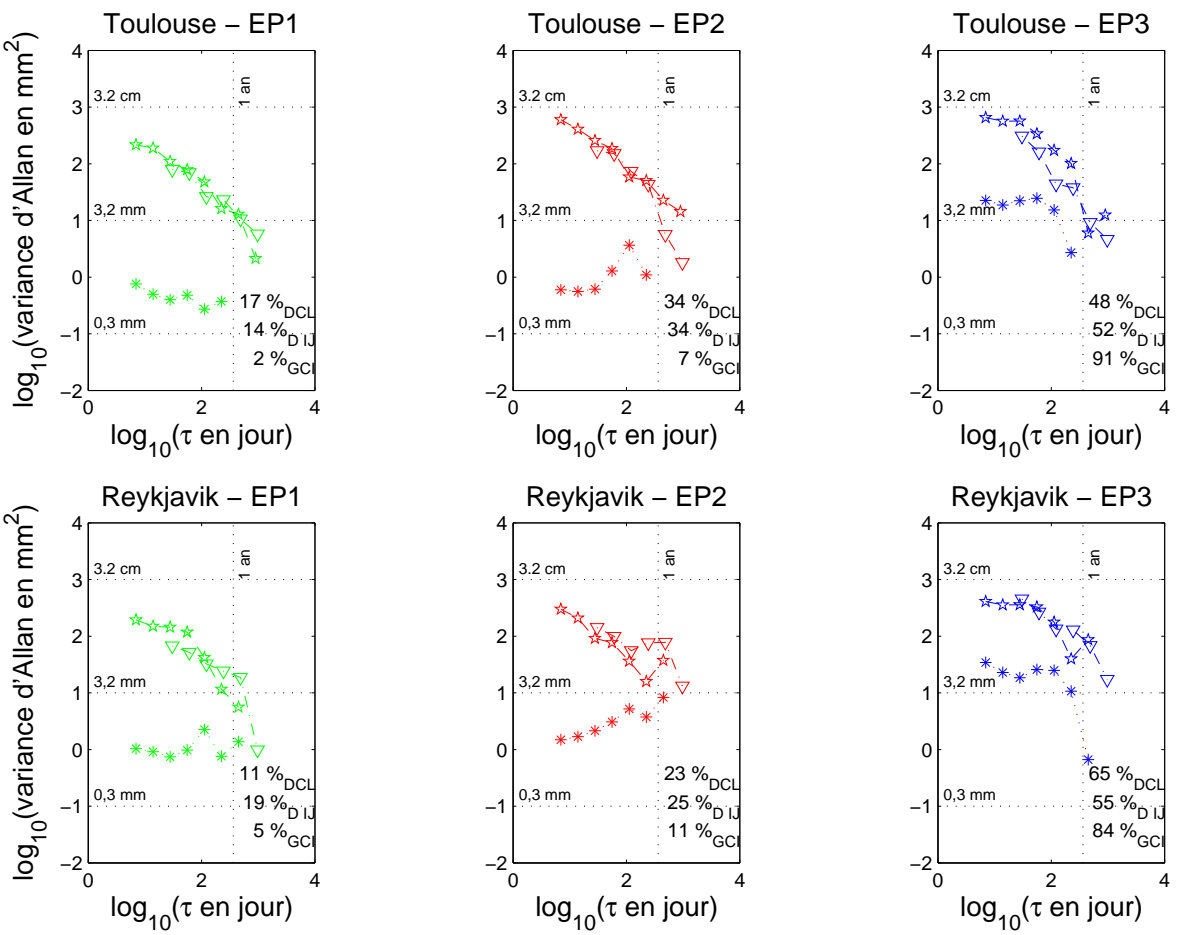


FIG. H.1 – Projection dans l’espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 1

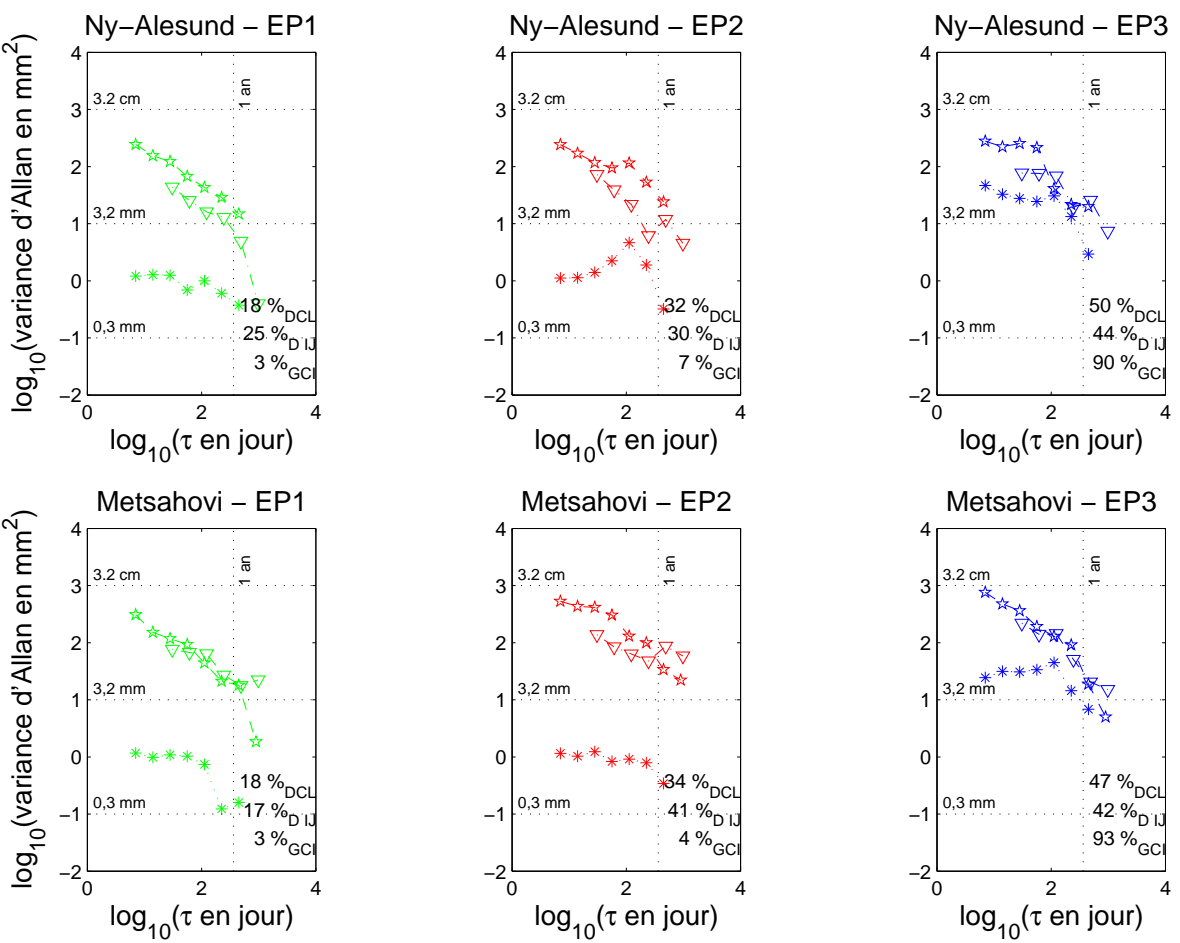


FIG. H.2 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 2

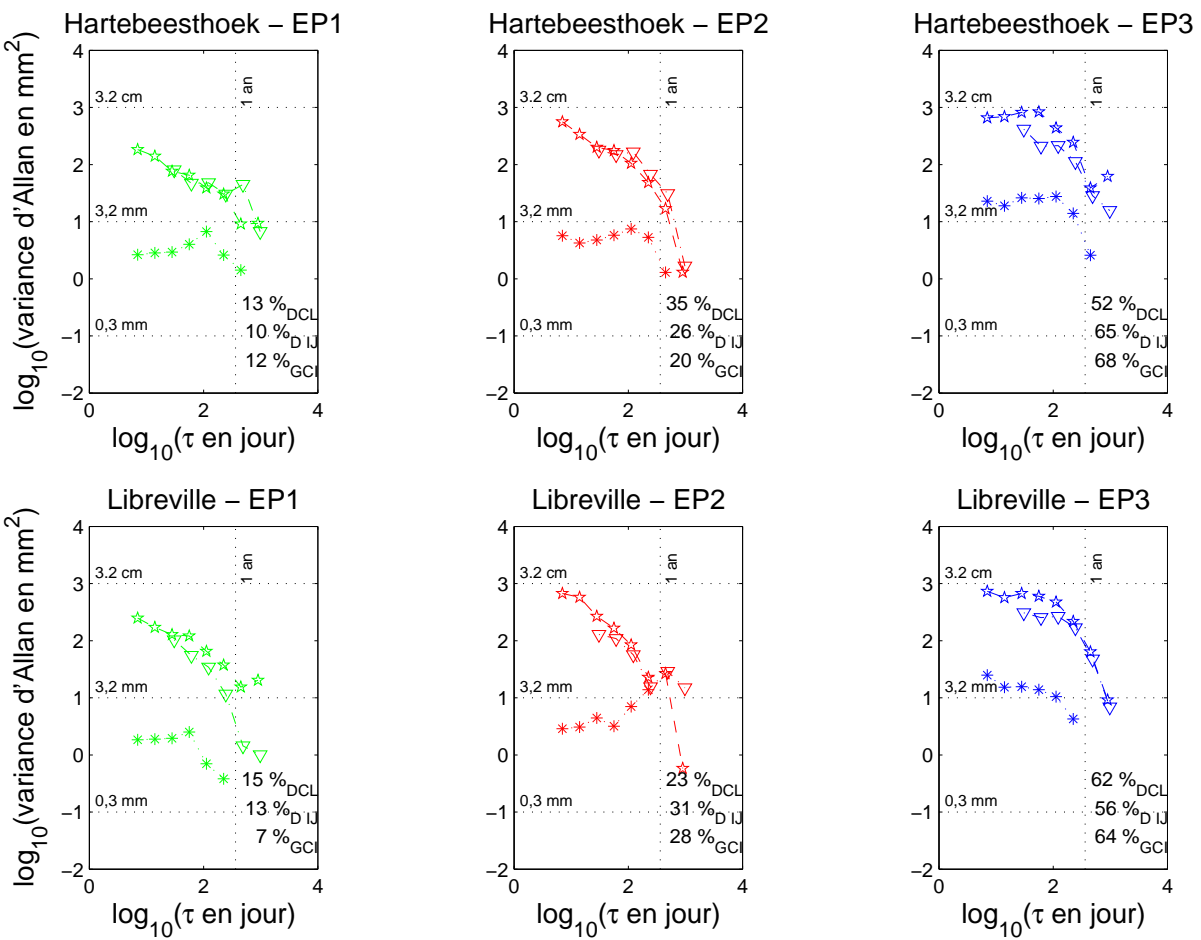


FIG. H.3 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 3

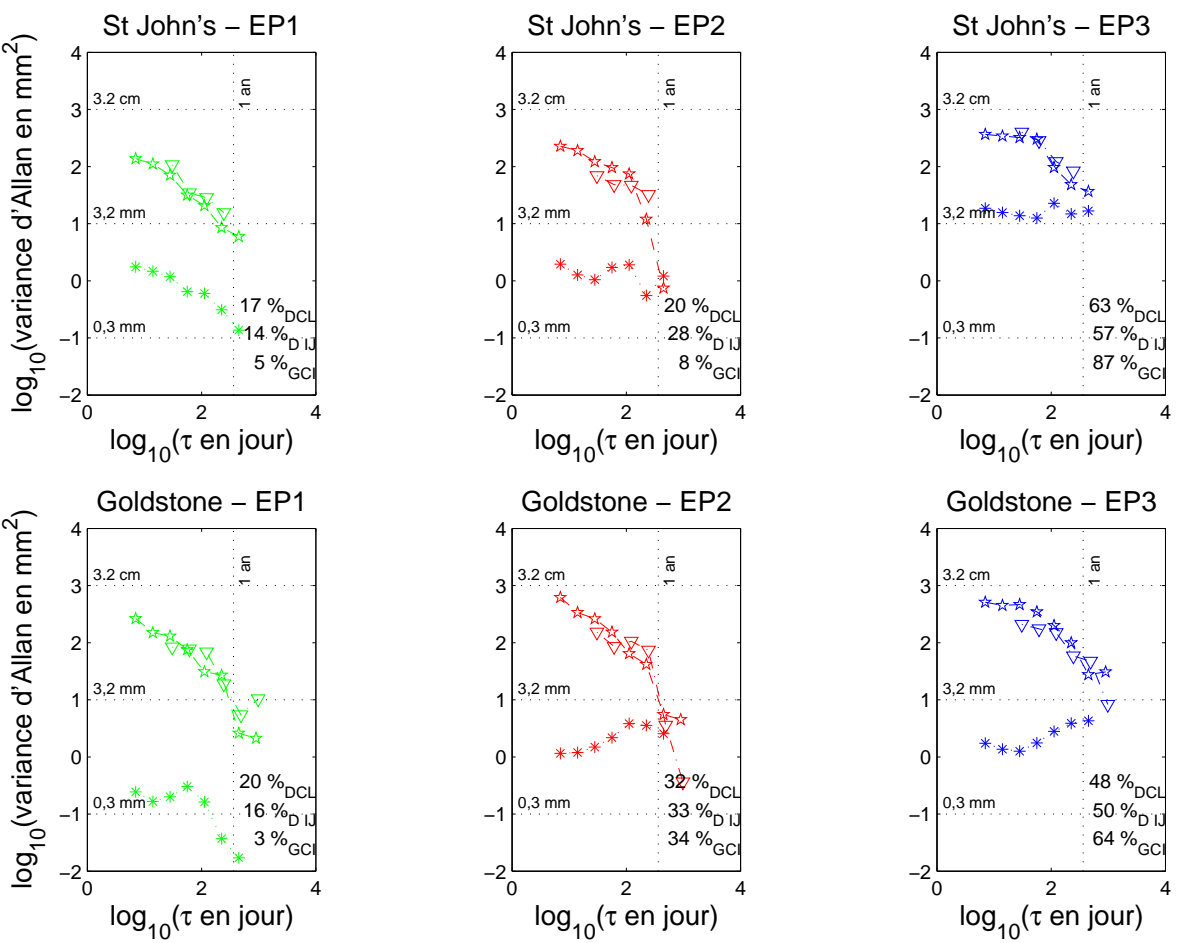


FIG. H.4 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 4

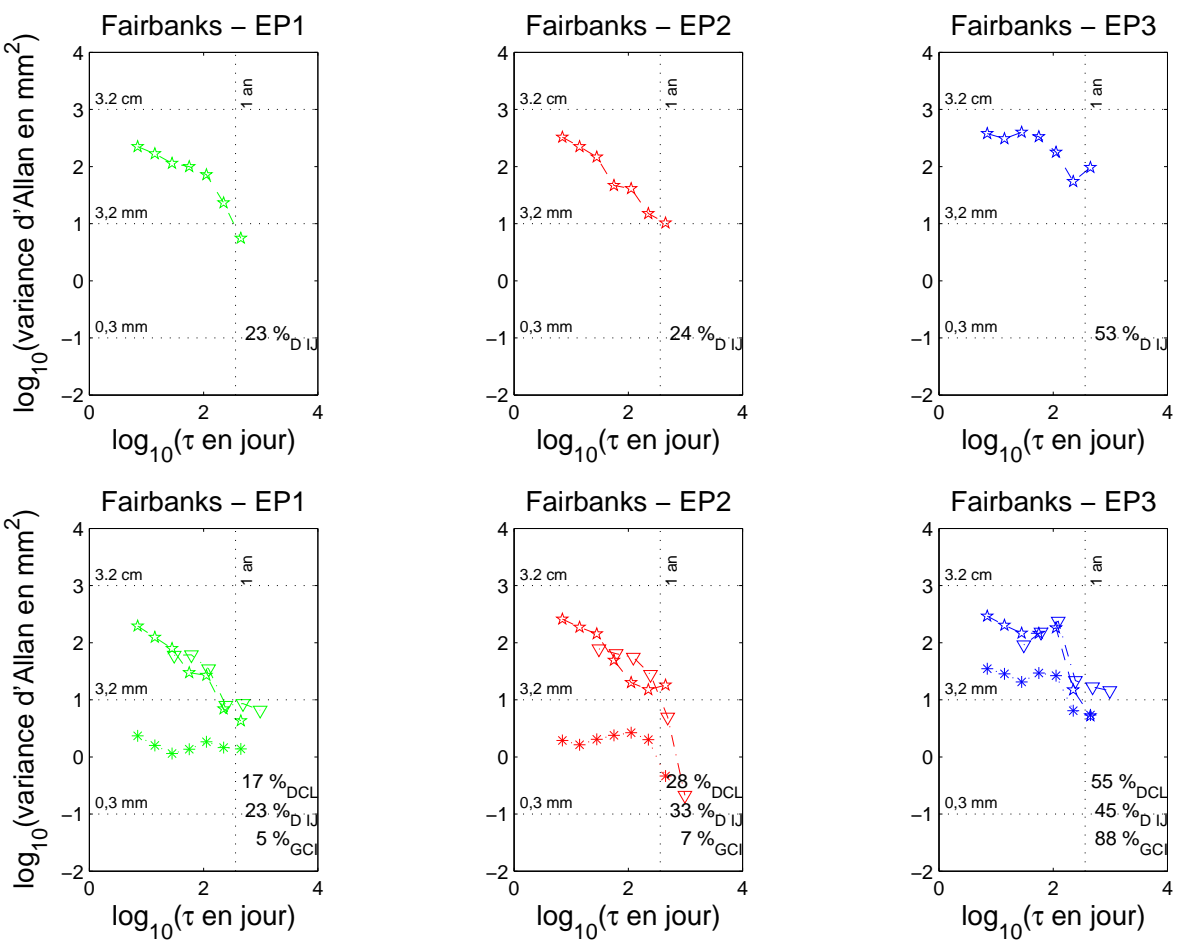


FIG. H.5 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), GN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 5



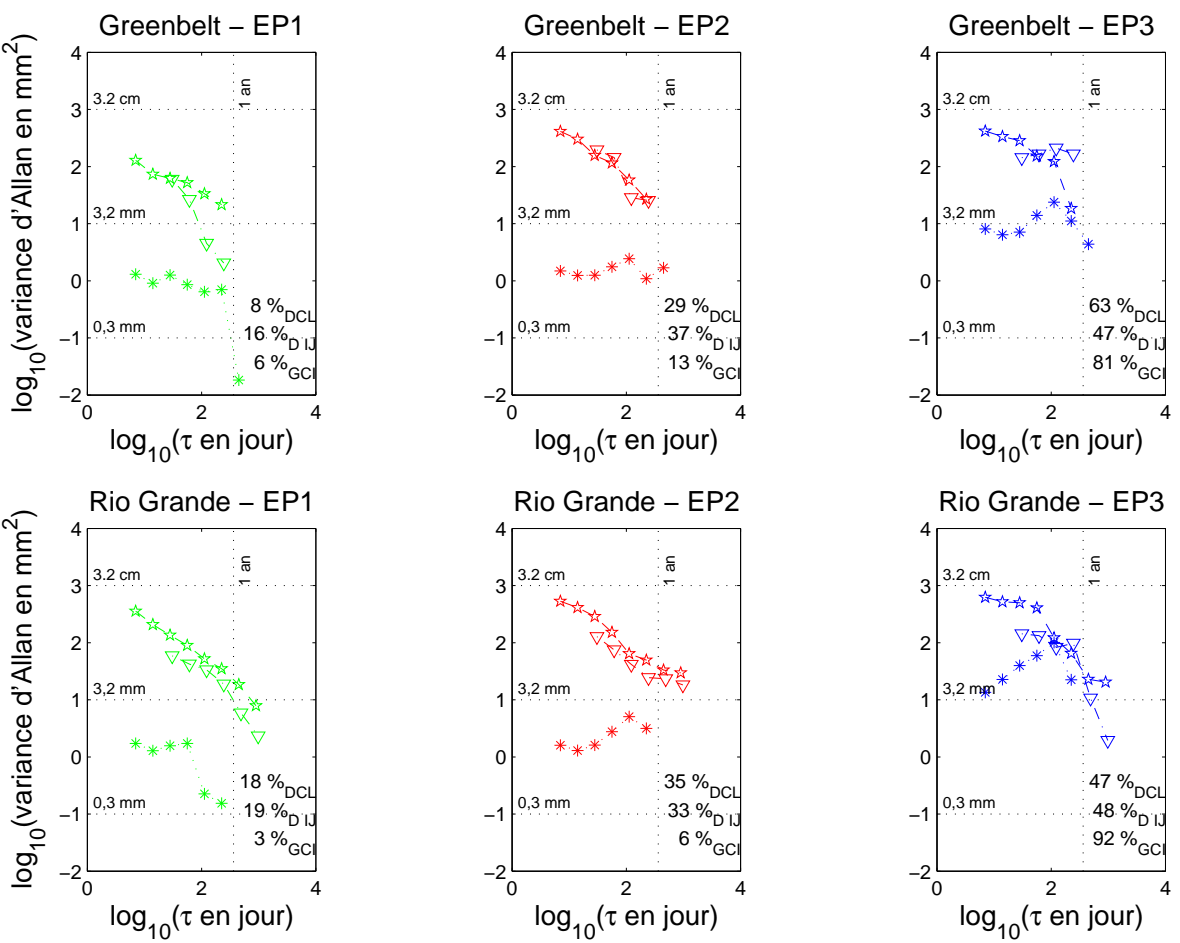


FIG. H.6 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 6

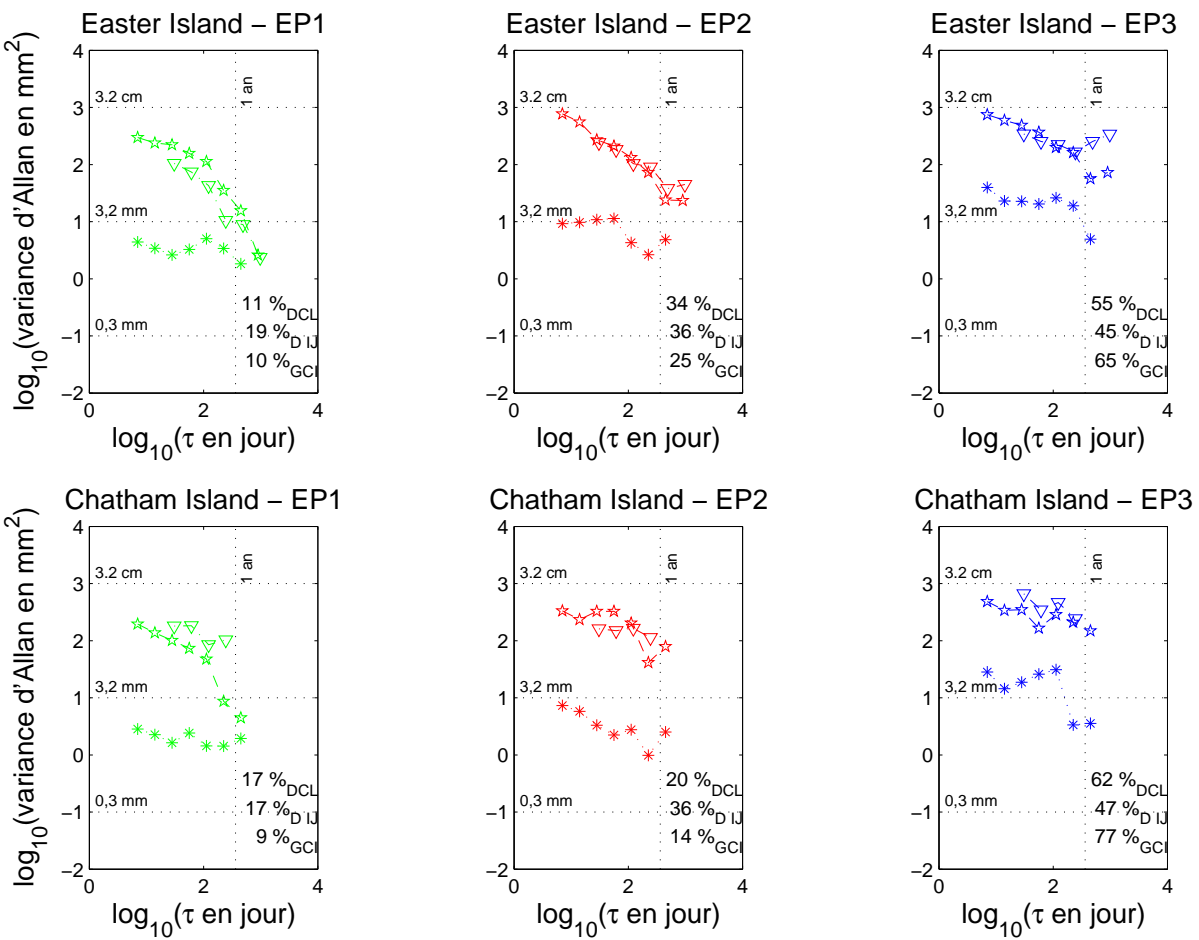


FIG. H.7 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 7

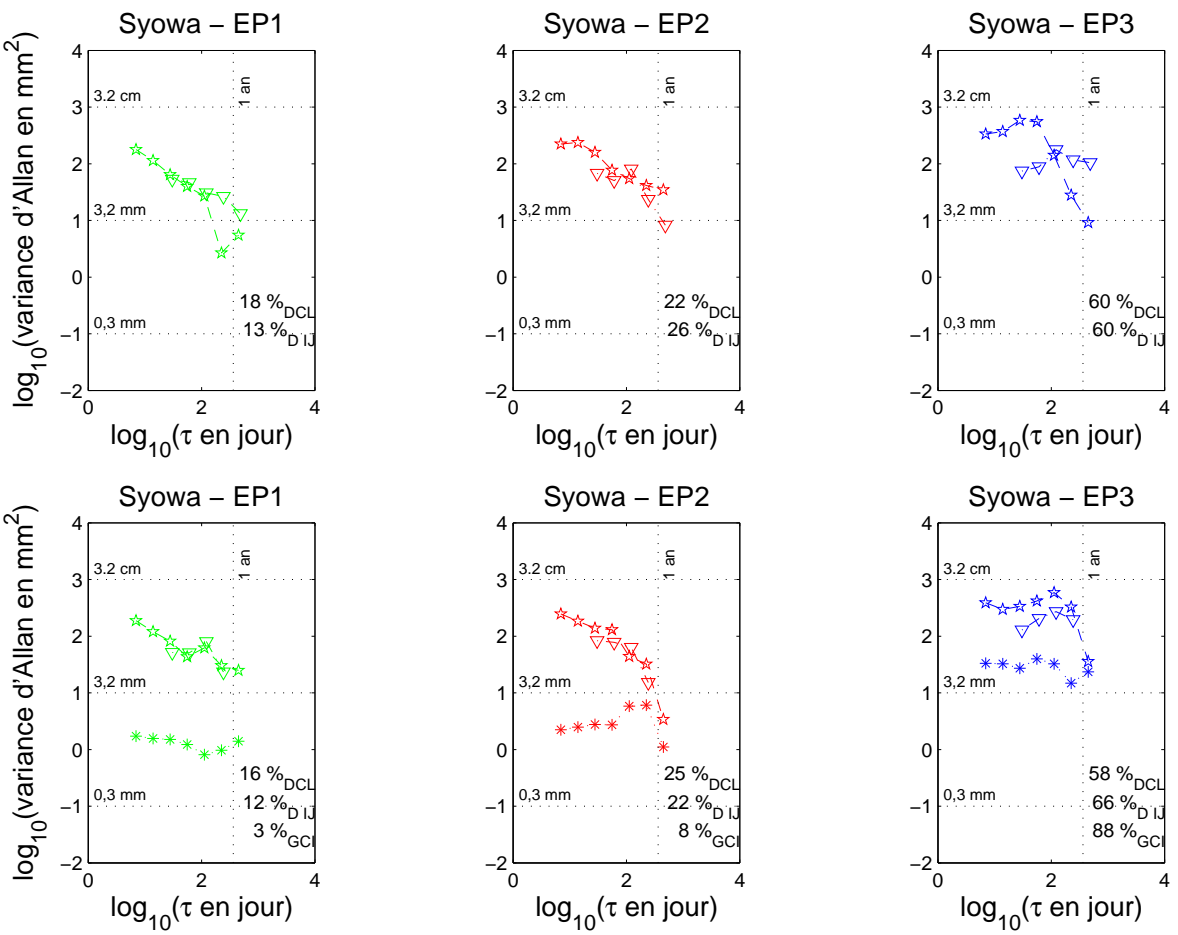


FIG. H.8 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 8

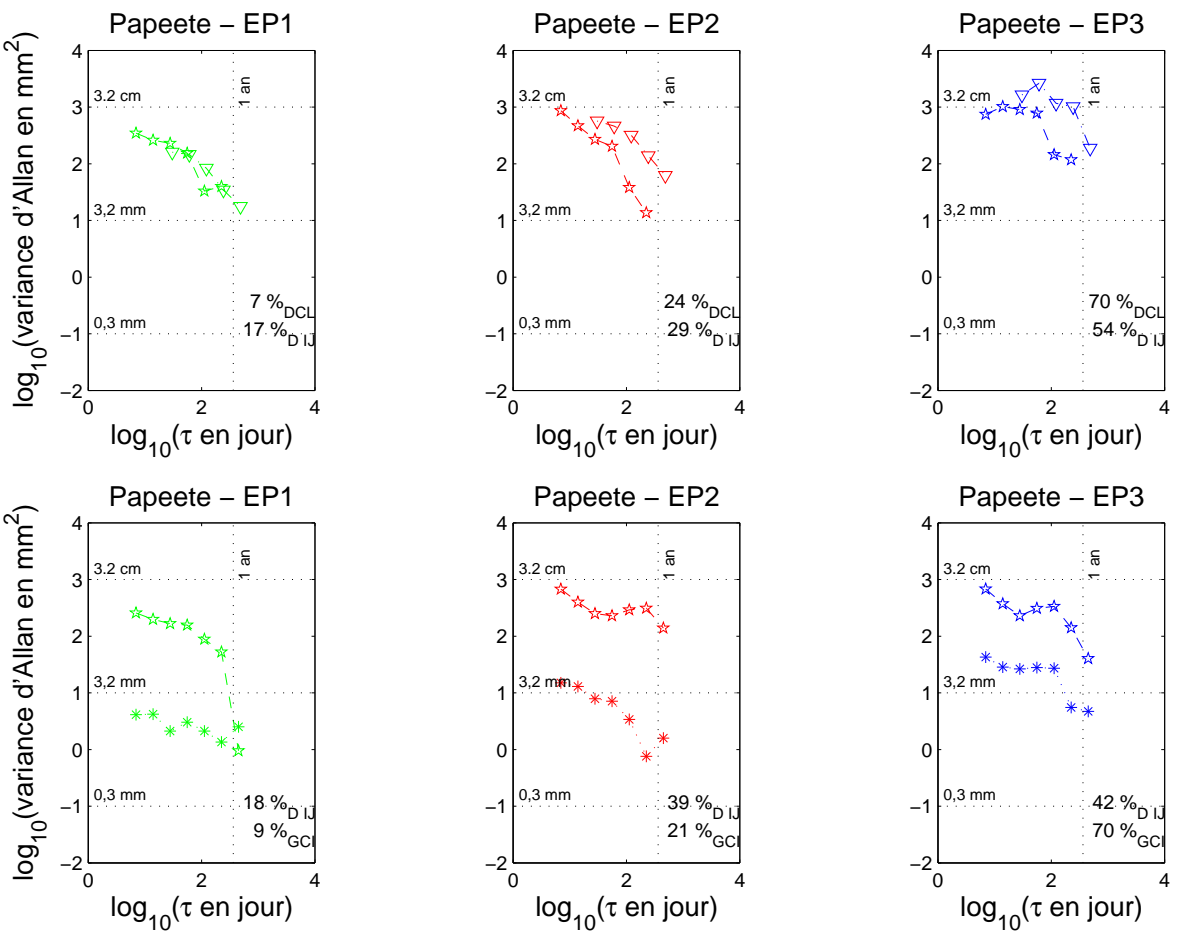


FIG. H.9 – Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 9

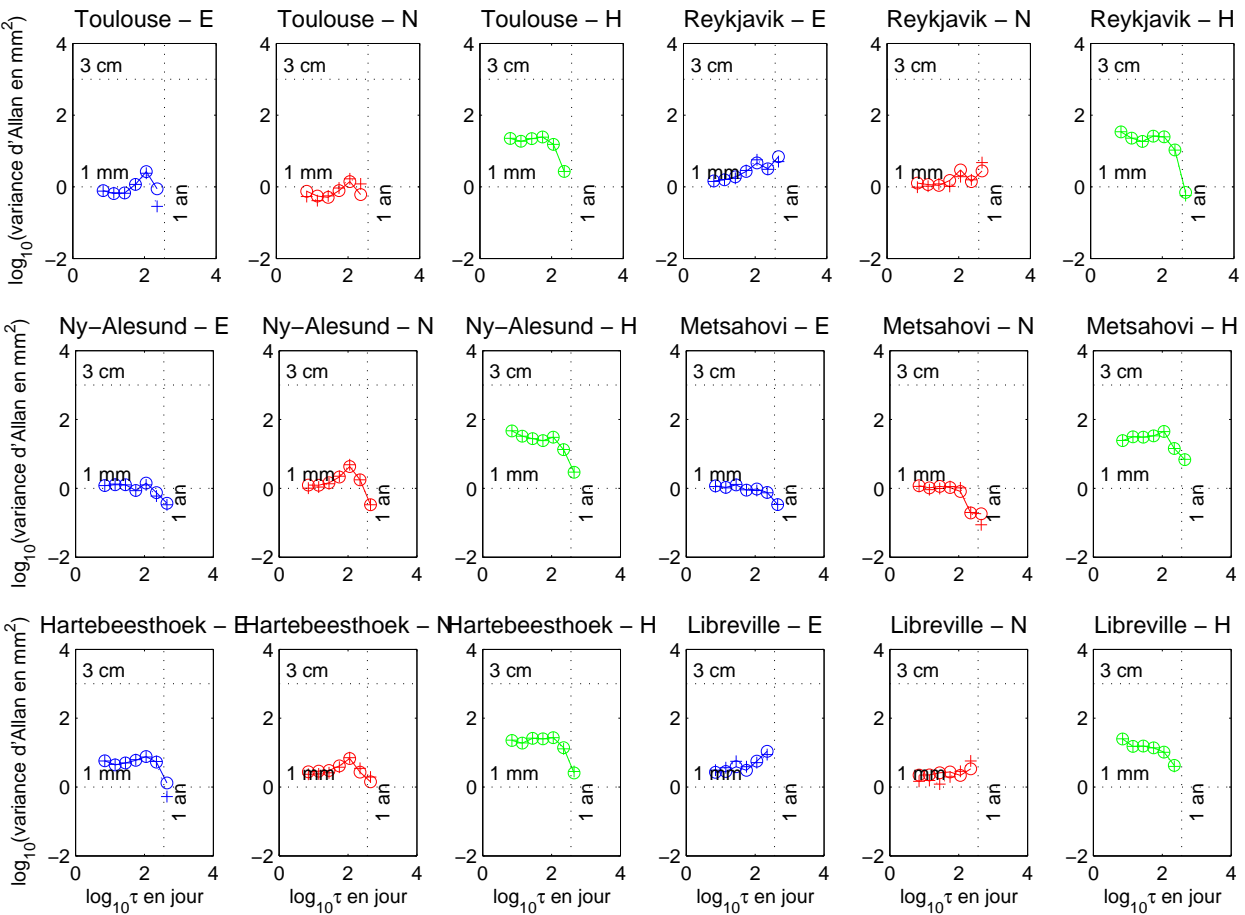


FIG. H.10 – Deux estimations des variances d’Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l’espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 1

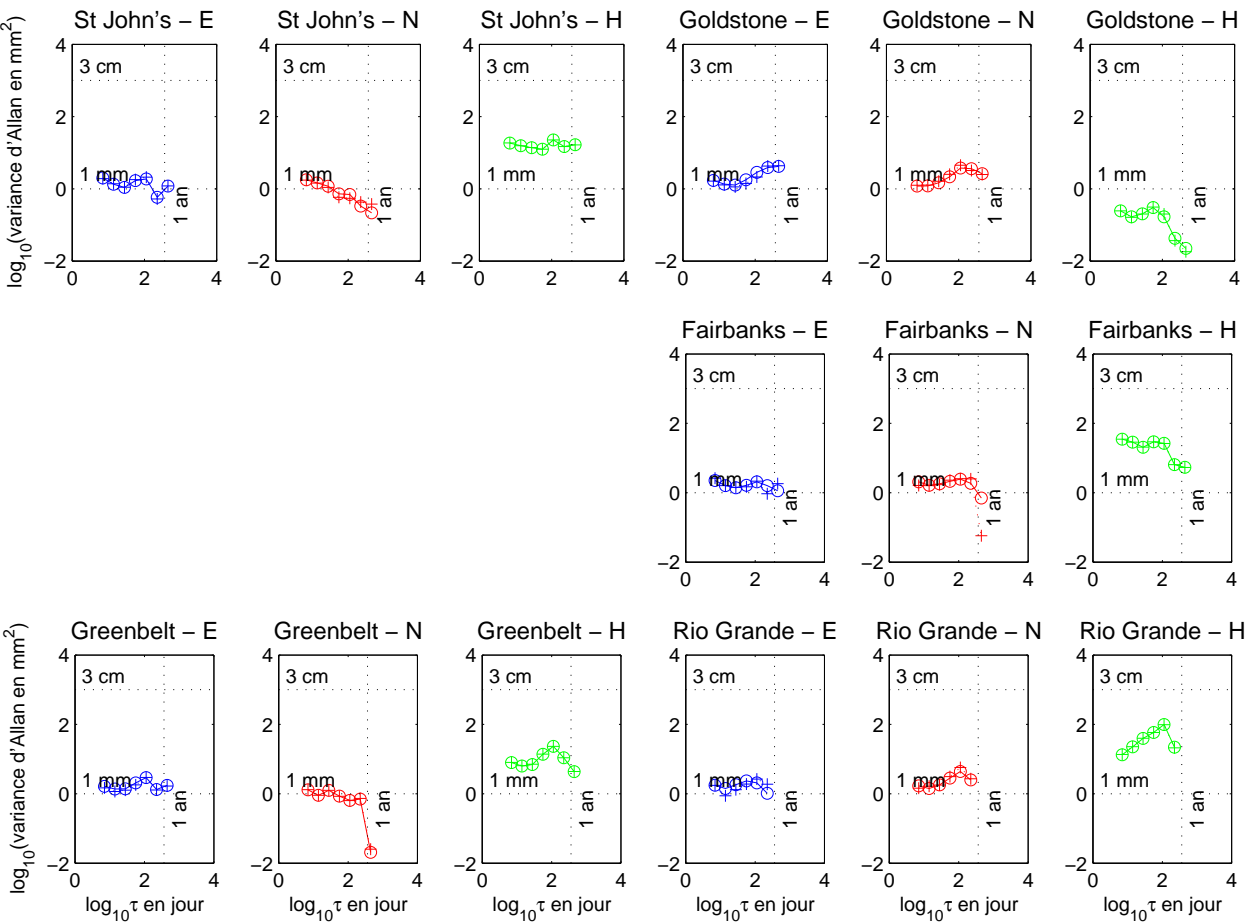


FIG. H.11 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 2

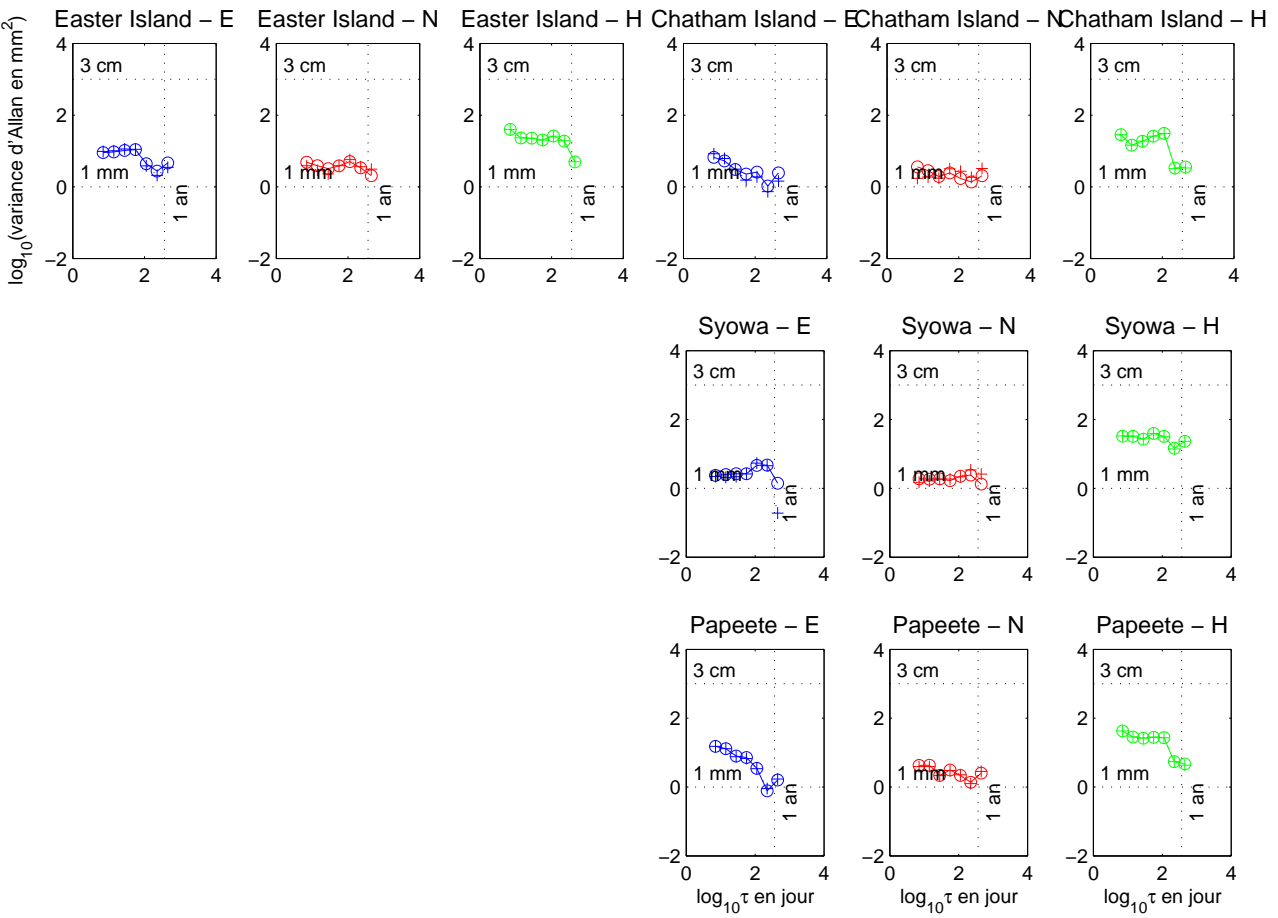


FIG. H.12 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 3

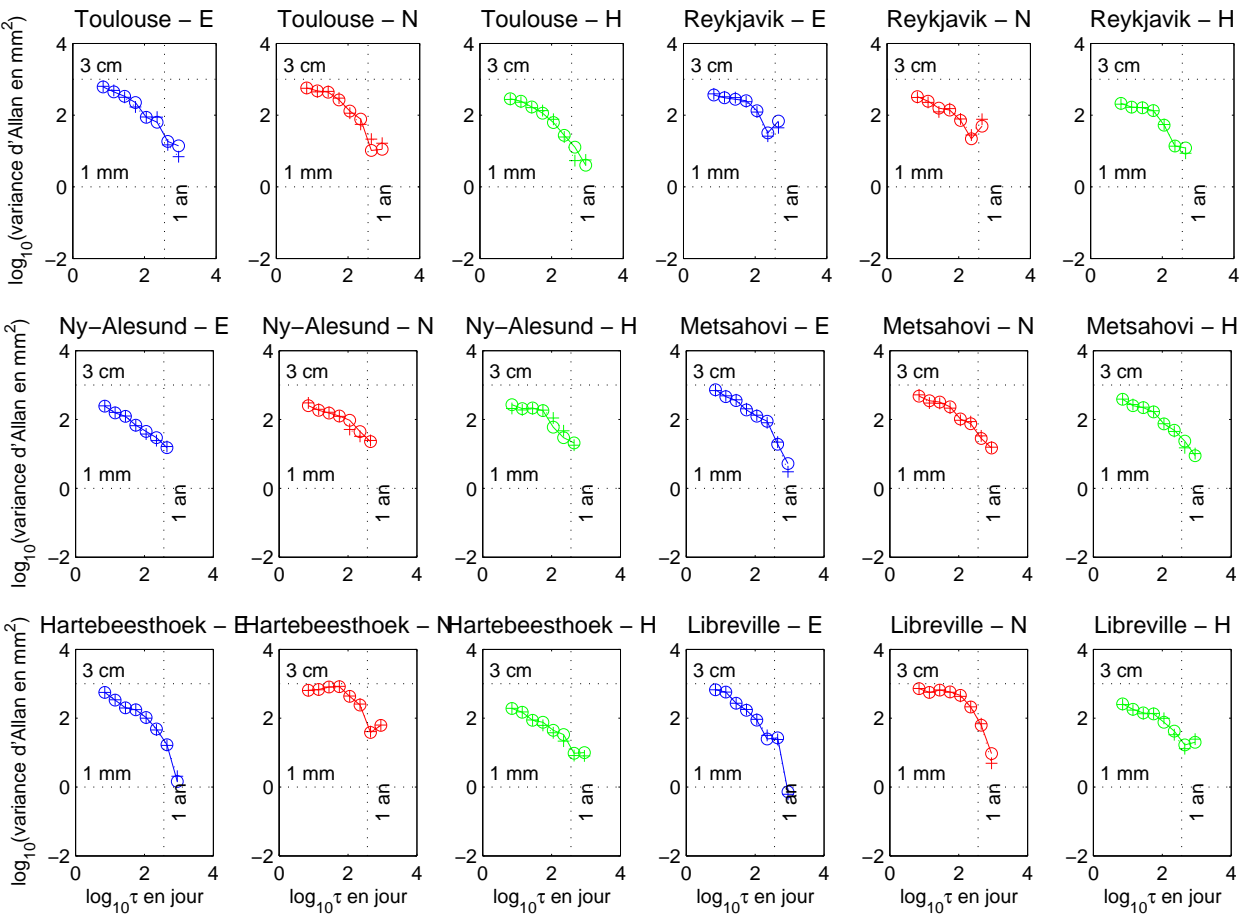


FIG. H.13 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/JPL, planche 1



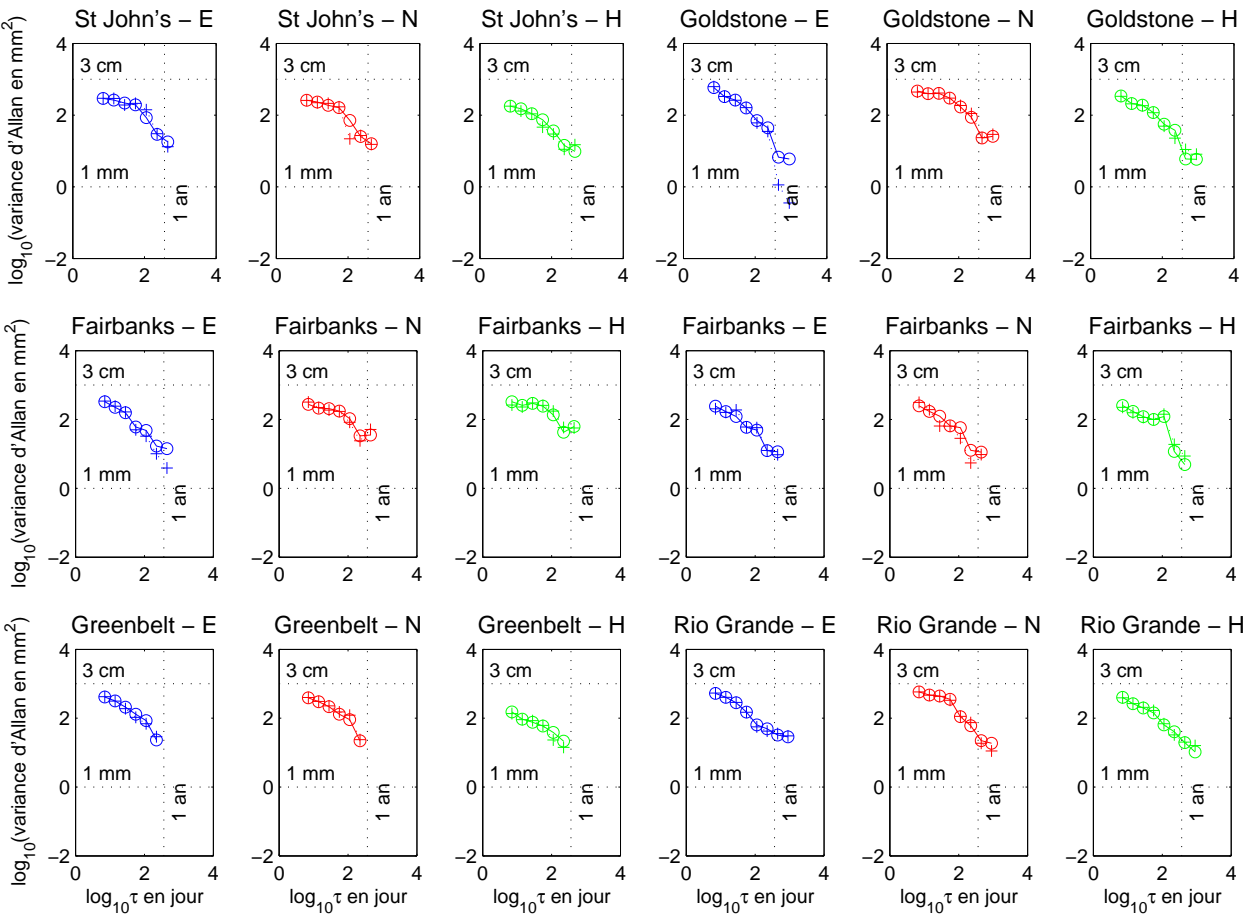


FIG. H.14 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/JPL, planche 2

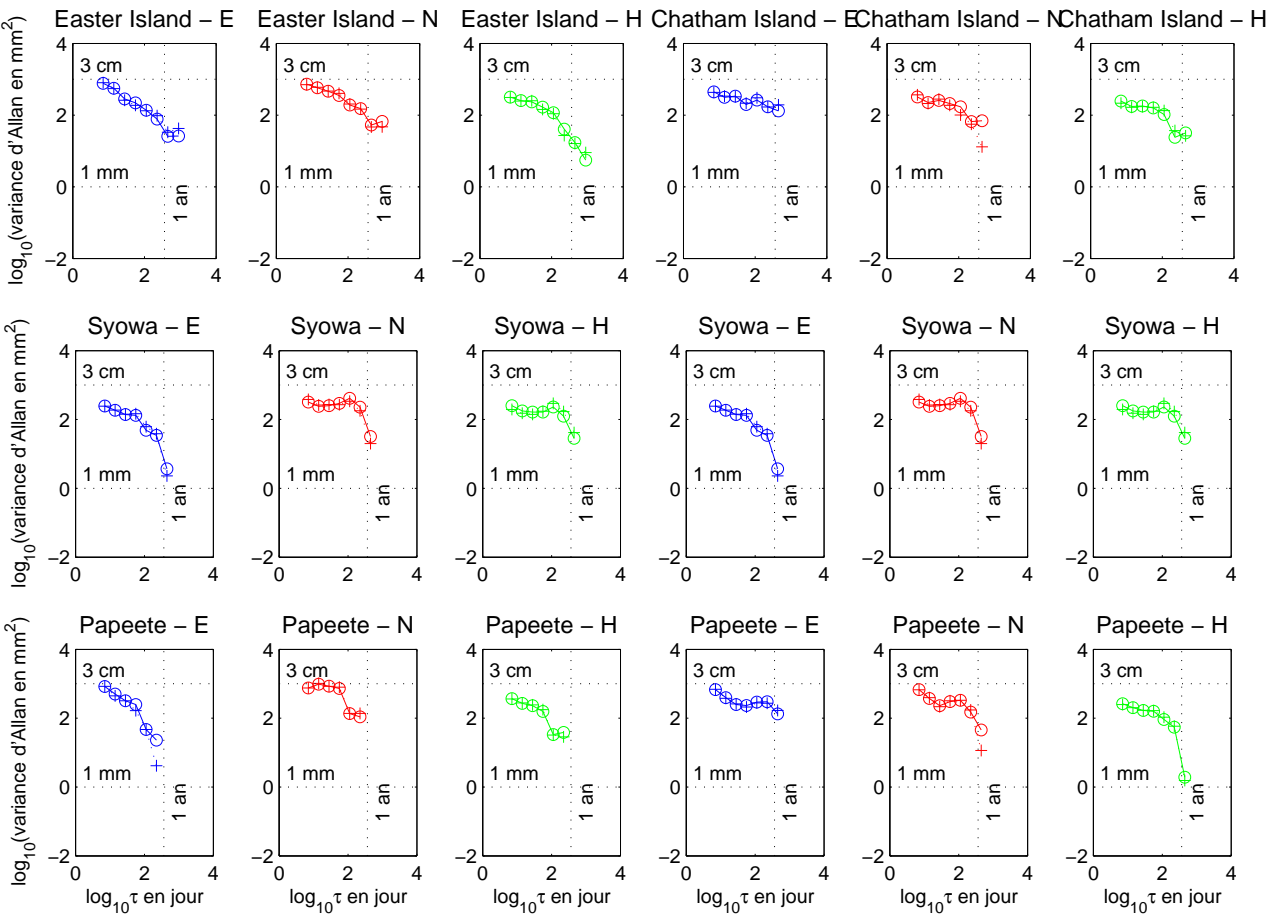


FIG. H.15 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/PL, planche 3

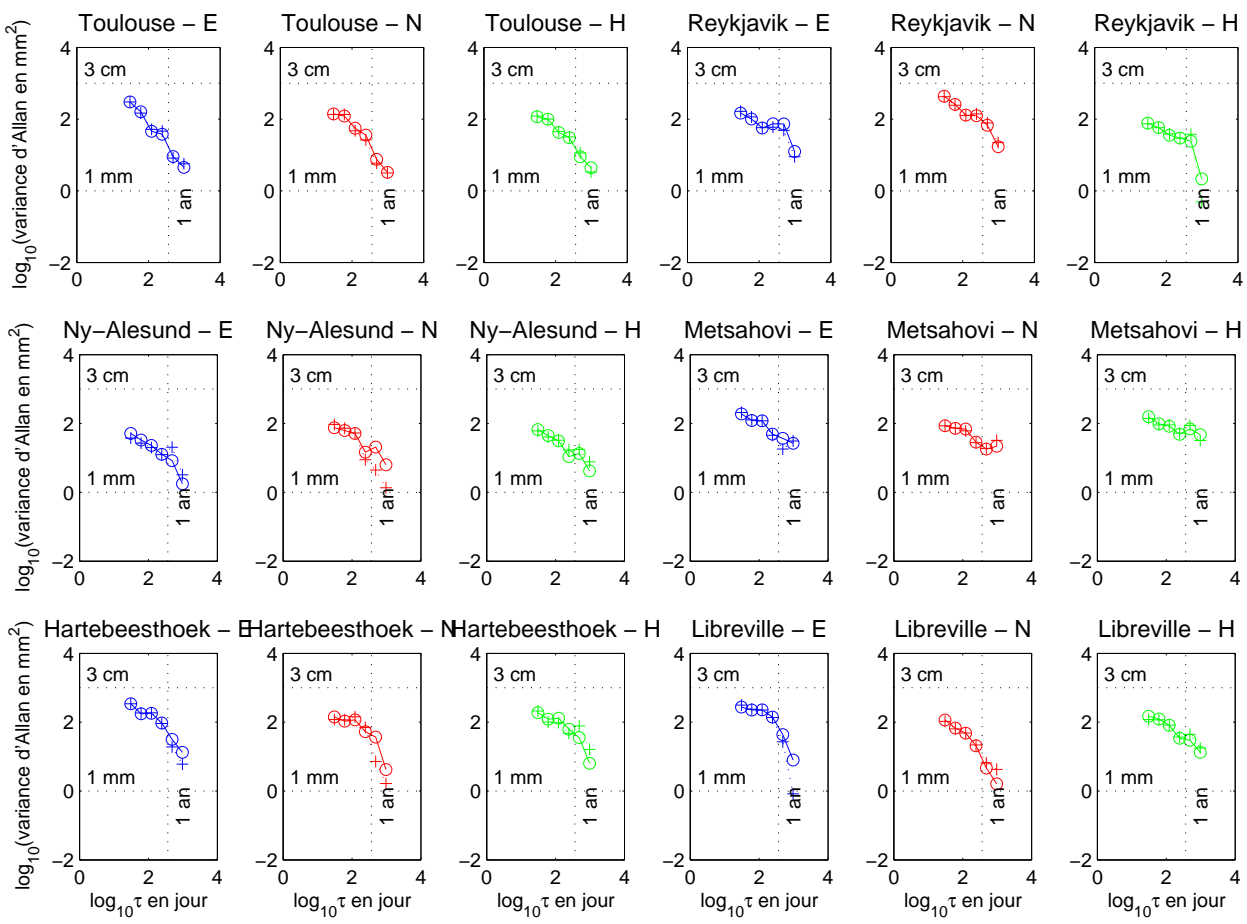


FIG. H.16 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 1

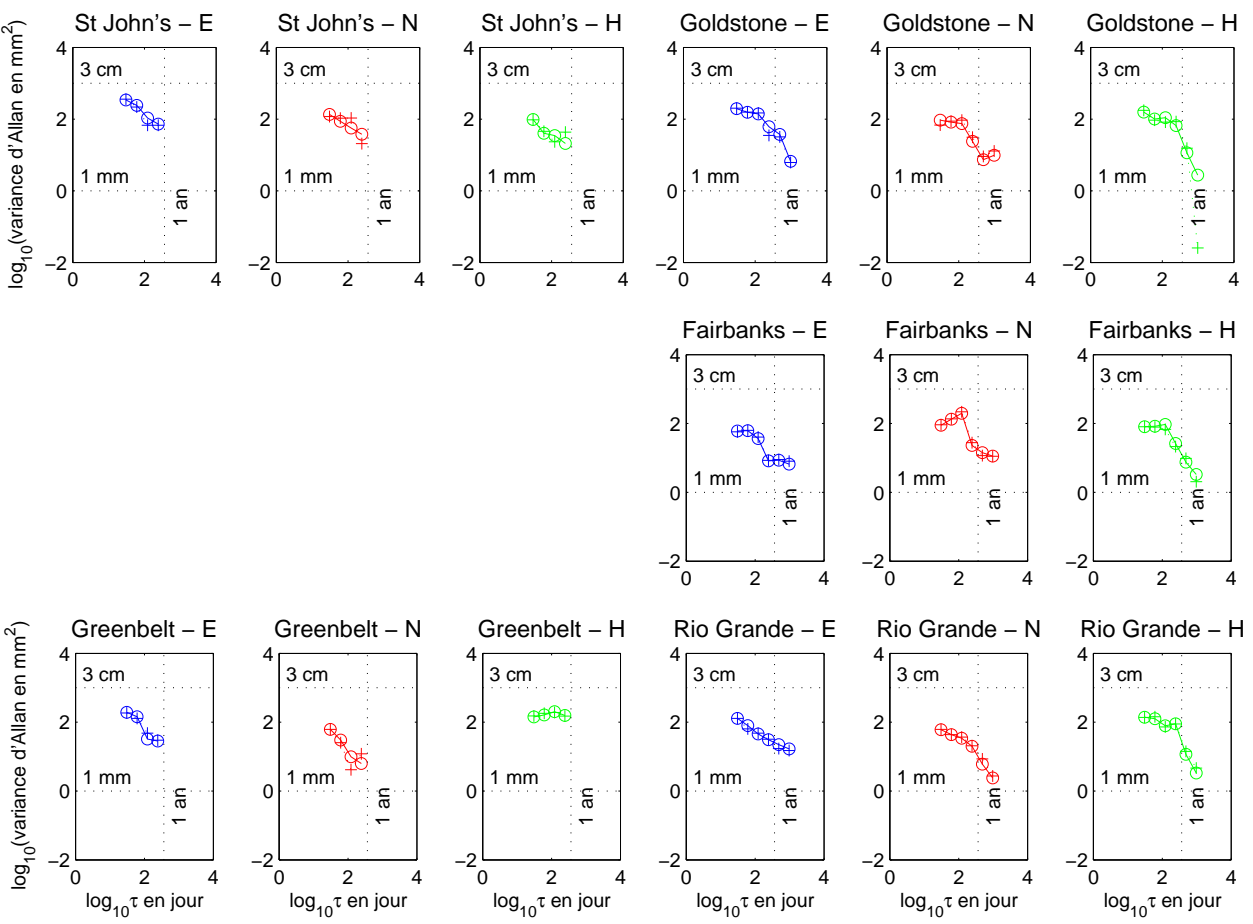


FIG. H.17 – Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 2

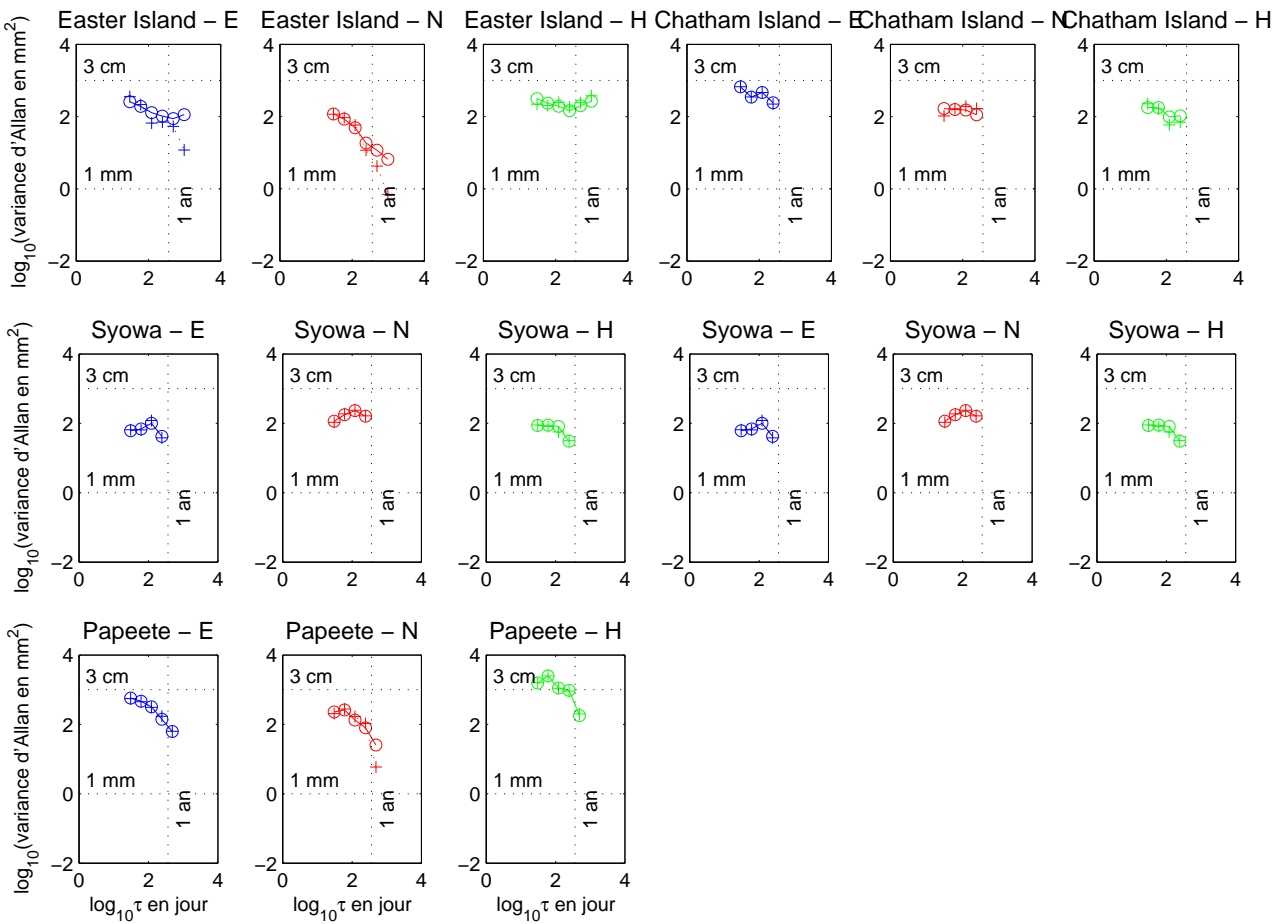


FIG. H.18 – Deux estimations des variances d’Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l’espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 3



# Bibliographie

- [1] D.C. AGNEW (1992) *The time-domain behavior of power-law noise*, Geophysical Research Letters (ISSN 0094-8276), vol. 19, 21 février 1992, P.333-336
- [2] D.W. ALLAN (1966) *Statistics of Atomic Frequency Standard*, Proceedings of the IEEE, 54, N°2, 221-231
- [3] D.W. ALLAN (1987) *Time and frequency characterisation, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators*, IEEE Trans UFFC, vol 34, n. 6
- [4] Z. ALTAMIMI, P. SILLARD, C. BOUCHER (10/2002) *ITRF2000 : A new release of the International Terrestrial Reference Frame for earth science applications*, Journal of Geophysical Research, vol. 107, no. B10, 2214, doi :10.1029/2001JB000561
- [5] ANONYME (09/1985) ?, stage de DEA de Géodésie au Service de la Géodésie Nivellement et Métrologie de l'IGN, avec C. BOUCHER
- [6] A. AURIOL (07/07/2000) *Modélisation des instruments DORIS*, CNES, PROJET DORIS CO-SP-0-OP-2460-CN, Edition 9, Révision 0
- [7] A. AURIOL (10/10/2001) *Modélisation des instruments DORIS*, CNES, PROJET DORIS CO-SP-0-OP-2460-CN, Edition 9, Révision 1
- [8] J. AZOUBIB (1974) *Caractérisation des fluctuations aléatoires d'un processus temporel par la variance d'Allan*, Rapport BIPM-74/7, exposé présenté au BIPM le 26 novembre 1974
- [9] F. BARLIER, M. LEFEBVRE (2003) *A new look at planet Earth : satellite geodesy and geosciences*, The Century of Space Science, Kluwer Academic Publishers, 66
- [10] J.-P. BERTHIAS (2000) *Proposal for a DORIS Receiver Independent Exchange Format*, CNES, communication du 17/05/00
- [11] J.-P. BERTHIAS (Summer 2001) *DORIS export data format description*, CNES
- [12] A. BACCINI, P. BESSE (1999) *Statistique Descriptive Multidimensionnelle*, version juillet 1999, publications du Laboratoire de Statistique et Probabilité (LSP), UMR CNRS C5583, Université Paul Sabatier, Toulouse, <http://www.lsp.ups-tlse.fr/Besse/pub/sdm2.pdf>
- [13] G. BLEWITT, D. LAVALLEE (2002) *Bias in Geodetic Site Velocity due to Annual Signals : Theory and Assessment*, in "Vistas for Geodesy in the New Millenium", Int. Assoc. Geod. Symposia, Vol. 125, p. 499-500

- [14] C. BOUCHER, C. LE COCQ (04/1985) *Traitement des données de distance et variation de distance en géodésie par satellite pour le positionnement*, NT/G 45, IGN, Service de Géodésie
- [15] C. BOUCHER, P. WILLIS, S. BOTTON (juin 1989) *Spécifications du logiciel de localisation DORIS - Partie I - Modèle Physique et d'Estimation*, Instructions techniques IT/G 68, IGN/Service de Géodésie 27509
- [16] F. BOUILLE (2000) *Etude des systèmes actuels et futurs de positionnement spatial DORIS : Détermination des mouvements du centre de masse de la Terre et interprétations géophysiques*, thèse soutenue le 07/01/2000
- [17] A. CAZENAVE, K. DOMINH, L. SOUDARIN, F. PONCHAUT, J.-F. CRETAX, C. LE PROVOST (1999) *Sea level changes from Topex-Poseidon altimetry and tide gauges, and vertical crustal motions from DORIS*, Geophys. Res. Lett., 26, 2077-2080
- [18] A.-C. CHAPSAL () *Analyse en séries temporelles de variables relatives au mouvement du pôle et à la rotation de la Terre*, stage de DEA de statistiques, Université de Rennes 1
- [19] M. COSTES, R. TRIBES (29/01/01) *Interface specifications between the DORIS network beacons and the onboard instrument*, CNES, PROJET DORIS CO-IF-D1/B-EA-10823-CN, Edition 3, Révision 0
- [20] J.-F. CRETAX (1993) *Orbitographie de satellites d'altitudes 500 à 1500 kilomètres à l'aide du système de positionnement global (GPS)*, Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du CNRS, spécialité "Techniques spatiales", thèse soutenue le 20/09/93, p. 11 à 47
- [21] J.-F. CRETAX, J.M. LEMOINE (17/11/1993) *Correction relativiste sur la mesure DORIS dans GINS*, note GRGS
- [22] J.-F. CRETAX, L. SOUDARIN, A. CAZENAVE, F. BOUILLE (1998) *Present day tectonic plate motions and crustal deformations from the DORIS space system*, J. of Geophys. Res., Vol 103, B12
- [23] J.-F. CRETAX, L. SOUDARIN, F.J.M. DAVIDSON, M.-C. GENNERO, M. BERGE-NGUYEN, A. CAZENAVE (2002) *Seasonal and interannual geocenter motion from SLR and DORIS measurements : comparison with surface loading data*, J. of Geophys. Res., Vol 107, B12
- [24] P. DAVIES, G. BLEWITT (2000) *Methodology for global geodetic time series estimation : A new tool for geodynamics*, Journal of Geophysical Research, vol. 105, no B5, pp 11083-11100, mai 2000
- [25] F. DELEFLIE () *Développement du potentiel gravitationnel en harmoniques sphériques*
- [26] J. DEPLANQUE (1995), *Traitement d'observations de VLBI Astrogéodésique*, mémoire d'ingénieur ENSG
- [27] J.-P. DUFOUR (1999) *Cours d'introduction à la géodésie*, Ecole Nationale des Sciences Géographiques, septembre 1999
- [28] H. FAGARD (05/2004) *Network 2004 review : evolution, maintenance and collocations*, communication à l'IDS Plenary Meeting, Paris



- [29] M. FEISSEL (1972) *La conservation du système de référence des résultats du BIH. Etude de la stabilité des instruments mesurant le Temps Universel ou la Latitude*, extrait du Rapport Annuel pour 1971 du BIH
- [30] M. FEISSEL (1976) *The determination of UT1 by the Bureau International de l'Heure*, 8th PTTI Meeting, 47
- [31] M. FEISSEL-VERNIER (2003) *Selecting stable extragalactic compact radio sources form the permanent astrogeodetic VLBI program*, *Astronomy and Astrophysics* 403, 105
- [32] A.-L. FEY, C. MA, E. F. ARIAS, P. CHARLOT, M. FEISSEL-VERNIER, A.-M. GONTIER, C. S. JACOBS, J. LI, D. S. MACMILLAN (2004) *The International Celestial Reference Frame. Extension and Revision : Positions of 109 Additional Sources*, *AJ* 127, 3587
- [33] F.J. GALINDO, J.J. RUIZ, E. GIACHINO, A. PREMOLLI, P. TAVELLA (2001) *Estimation of the covariance matrix of individual standards by means of comparison measurements*, *Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology (AMCTM) V*, Series on advances in mathematics for applied sciences vol. 57, World Scintific, Singapore
- [34] D. GAMBIS, F. TARIS (2000) *Allan variance in earth orientation time series analysis*, 33rd COSPAR Scientific Assembly, Warsaw, Poland, 16-23 July
- [35] B. GARAYT, T. GATTACCECA (01/2001) *Cours d'Introduction au Logiciel "Bernese GPS software Version 4.2"*, division de l'Information géodésique
- [36] M. GHIL et al. (2001) *Advanced spectral methods for climatic time series*, *Reviews of Geophysics*, DOI 10.1029/2001RG000092
- [37] C. GOURIEROUX, A. MONFORT (1995) *Séries temporelles et modèles dynamiques*, collection "économie et statistiques avancées", 2ème édition, *Economica*, novembre 1995
- [38] J.E. GRAY, D.W. ALLAN (1974) *A method for estimating the frequency stability of an individual oscillator*, 28èmes Proc. "Frequency Control Symposium", 1974, p. 243-246
- [39] GRGS (11/97) *Descriptif Modèles de Forces, logiciels GINS - version novembre 1997*
- [40] W. GURTNER (05/2000) *RINEX : The Receiver Independant Exchange Format version 2.1*, Astronomical Institute University of Berne
- [41] U. HUGENTOBLE, S. SCHAER, P. FRIDEZ and contributors (02/2001) *Bernese GPS Software - Version 4.2*, AIUB
- [42] U. HUGENTOBLE, S. SCHAER, G. BEUTLER, H. BOCK, R. DACH, A. JAGGI, M. MEINDL, C. URSCHL, L. MERVART, M. ROTHACHER, U. WILD, A. WIGET, E. BROCKMANN, D. INEICHEN, G. WEBER, H. HABRICH, C. BOUCHER, (2002) *CODE IGS Analysis Center Technical Report 2002*
- [43] C. JAYLES (22/04/88) *Système d'orbitographie DORIS : production de l'orbite opérationnelle fonction de mesures DORI1*, CNES, SOD, DSD2/DD/4/02
- [44] L. KOOT, O. de VIRON, V. DEHANT (04/2004) *Characterization of the internal Noise of the atmospheric Angular Momentum Time Series from different atmospheric Models*, ECGS - Chandler Wobble Workshop, Observatoire Royal de Belgique

- [45] L. KOOT (2004) *Effets atmosphériques sur la rotation de la Terre : étude comparative des séries de moment cinétique atmosphérique*, rapport de travail de recherche de DEA, Observatoire Royal de Belgique
- [46] J. KOVALEVSKI, I.I. MUELLER (1981) *Comments on Conventional Terrestrial and Quasi-Inertial Reference Systems*, Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics, pp. 375-384
- [47] J. LANGBEIN, H. JOHNSON (1997) *Correlated errors in geodetic time series : Implications for time-dependant deformation*, Journal of Geophysical Research, Vol. 102, Issue B1, p.591-604
- [48] Ph. LAUDET (24/08/92) *Les fichiers de mesures dans la chaîne de restitution d'orbite précise ZOOM/DORIS/TOPEX*, CNES, SOD, TP-SP-41-7042-CN, Edition 1, Révision 0
- [49] K. LE BAIL (2003) *Investigation of the Stability of DORIS and GPS stations*, DORIS Analysis Workshop, Marne La Vallée, 21 février 2003 (poster)
- [50] K. LE BAIL, M. FEISSEL-VERNIER (2003) *Time series statistics of the DORIS and GPS colocated observations*, EGS XXIV General Assembly, Nice, 10 avril 2003, (poster)
- [51] K. LE BAIL (2003) *Les outils MATLAB pour traiter les séries temporelles - Exemple sur une série du PSMML : hauteurs d'eau de la station BREST*, communication au Colloque GDR G2, Paris, 13 novembre 2003, disponible à l'adresse [http://la-reg.ensg.ign.fr/AGRET/coll\\_03/lebaill.pdf](http://la-reg.ensg.ign.fr/AGRET/coll_03/lebaill.pdf)
- [52] K. LE BAIL (2004) *Evaluation de la qualité des séries temporelles de mesures*, communication aux Journées de la Recherche, ENSG, Marne la Vallée, 11 mars 2004
- [53] K. LE BAIL, M. FEISSEL-VERNIER (2004) *Time stability of DORIS and GPS Terrestrial Reference Frames*, session G7, EGU 1st General Assembly, Nice, 28 avril 2004 (poster)
- [54] K. LE BAIL (2004) *Long-term Stability of DORIS and GPS station coordinates - Some examples*, IDS Plenary Meeting, 04 mai 2004 (communication orale)
- [55] K. LE BAIL (2004) *Estimateurs de stabilité spectrale appliqués à la base de données géodésiques DORIS*, XXXVIèmes Journées de Statistique, Montpellier, 25 mai 2004 (communication orale)
- [56] C. MA (1999), *The Celestial Reference Frame*, rapport annuel de l'IVS
- [57] D. MAC CARTHY (1992) *IERS Standards*, IERS Technical Note 21, Observatoire de Paris, Paris
- [58] D. MAC CARTHY, G. PETIT (2003) *IERS conventions 2003*, IERS Technical Note 32, International Earth Rotation and Reference Systems Service, Central Bureau, Allemagne Observatoire de Paris, Paris
- [59] D. MAC MILLAN, S. COHEN (2004) *Postseismic Transient after the 2002 Denali Fault Earthquake from VLBI Measurements at Fairbanks*, IVS 2004 General Meeting Proceedings, p. 491-495

- [60] Z.M. MALKIN, A.V. VOINOV (2000) *Preliminary results of processing of EUREF observations using non-fiducial strategy*, <http://igscb.jpl.nasa.gov/projects/meetings/nw2k/abstracts/ext/malkin.ps.gz>
- [61] S. MANGIAROTTI, A. CAZENAVE, L. SOUDARIN, J.-F. CRETAUX (2001) *Annual vertical crustal motions predicted from surface mass redistribution and observed by space geodesy*, J. of Geophys. Res., Vol 106, 4277-4291
- [62] A. MAO, C.G.A. HARRISON, T.H. DIXON (1999) *Noise in GPS coordinate time series*, Journal of Geophysical Research, vol. 104, n° B2, pp. 2797-2816, 10/02/1999
- [63] L. MOREL (2001) *Références géodésiques pour les futures missions altimétriques - Application à la mission Jason1*, thèse soutenue le 03/10/2001
- [64] G. P. NASON, R. VONSACHS (1999) *Wavelets in time series analysis*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 357 :2511–2526
- [65] J. NICOLAS (2000) *La Station Laser Ultra Mobile : De l'obtention d'une exactitude centimétrique des mesures à des applications en océanographie et géodésie spatiales*, Observatoire de la Côte d'Azur - CERGA, thèse soutenue le 07/12/2000
- [66] J. NICOLAS, J.-M. NOCQUET, M. VAN CAMP, J.P. BOY, J. HINDERER, M. AMALVICT, P. GEGOUT, E. CALAIS, J.-J. WALCH (2004) *Seasonal Effect on Laser, GPS, and Absolute Gravimetry vertical positioning at the OCA geodetic station, Grasse, France*, en préparation
- [67] G. PETIT, P. TAVELLA (1995) *Pulsars and time scales*, Astronomy and Astrophysics, 308, 290-298, août 1995
- [68] D.B. PERCIVAL, P. GUTTORP (1994) *Long-memory processes, the Allan Variance and wavelets*, in E. Foufoula-Georgiou et P. Kumar (Eds), *Wavelets in Geophysics*, volume 4 de *Wavelet Analysis and its Applications*, pp. 325-344, San Diego : Academic Press, Inc.
- [69] A. PREMOLI, P. TAVELLA (1993) *A Revisited Three-Cornered Hat Method for Estimating Frequency Standard Instability*, IEEE Transactions on instrumentation and measurement, vol. 42, no 1, février 1993
- [70] A. PREMOLI, P. TAVELLA (1993) *Estimating the instabilities of N clocks by means of comparison measurements*, 24th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting, NASA Conference Publication 3218
- [71] C. ROBERTS, P. MORGAN, C. RIZOS (2002) *Allan variance applied to time series baseline results for GPS-based deformation monitoring applications*, 2nd Symposium on Geodesy for Geotechnical and structural Applications, Berlin, Allemagne, 21-24 mai, 299-311
- [72] L. ROCHE (1995), *Algorithme efficace de résolution d'équations normales pour le traitement de données de masse. Application à la radio-astronomie*, stage
- [73] M. ROTHACHER (1992) *Orbits of satellite systems in space geodesy*, AIUB, thèse de doctorat
- [74] C. ROUANNE, C. DIRAND (05/1999) *Dossier technique DORIS*, passage cadre interne CNES

- [75] J. RUTMAN (1978) *Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources : Fifteen years of progress*, Proceedings of the IEEE 66, 1048–1075
- [76] G. SAPORTA (1978) *Théories et méthodes de la statistique*, Cours de l’Ecole Nationale Supérieure du Pétrole et des Moteurs, Publications de l’Institut Français du Pétrole, Ed. TECHNIP, ISBN 2.7 108-0351-8
- [77] P. SENGENES (30/01/2001) *DORIS System Description*, CNES, PROJET DORIS CO-NT-D0-EA-10071-CN, Edition 5, Révision 0
- [78] K. SEVILLA (1996) *Modélisation du contenu électronique total à partir de mesures de décalage Doppler. Application à la campagne de mesures TOPEX-POSEIDON*, CNES, Université de Nantes/UFR Mathématiques, Mention Mathématiques Appliquées, thèse soutenue le 12/04/96, p. 1 à 43
- [79] SHISKIN J., YOUNG A.H., MUSGRAVE J.C. (1965) *The X-11 variant of the Census Method II seasonal adjustment program*, U.S. Dept of Commerce, Bureau of the Census, Technical Paper No 15
- [80] P. SILLARD (1999) *Modélisation des systèmes de référence terrestres - Contribution théorique et méthodologique*, thèse de doctorat de l’Observatoire de Paris en Astronomie Fondamentale, Mécanique Céleste et Géodésie, soutenue le 12 mai 1999
- [81] P. SILLARD (09/1999) *Introduction à l’estimation linéaire*
- [82] P. SILLARD, S. BOTTON, D. BOUTELOUP (2001) *Un exemple de traitement de séries temporelles de positions d’instrument géodésique*, Bulletin d’Information de l’IGN n°72, pp. 1-14
- [83] L. SOUDARIN, J.-F. CRETAUX, A. CAZENAVE(1999) *Vertical crustal motions from the DORIS space geodesy system*, Geophys. Res. Lett., Vol 26, 9
- [84] P. STEPANEK, U. HUGENTOBLER (05/2004) *Implementation of DORIS data analysis into the Bernese GPS Software*, communication à l’IDS Plenary Meeting, Paris
- [85] G. TAVERNIER, M. FEISSEL-VERNIER, F. LEMOINE, C. NOLL, J. RIES, L. SOUDARIN, P. WILLIS (05/2004) *The IDS today and tomorrow*, communication à l’IDS Plenary Meeting, Paris
- [86] O. TITOV, P. TREGONING (2004) *Post-Seismic Motion of Gilcreek Geodetic Sites Following the November, 2002 Denali Earthquake*, IVS 2004 General Meeting Proceedings, p. 496-500
- [87] J.-J. VALETTE (1992) *Analyse du positionnement terrestre par le système DORIS et évaluation de ses performances - Applications géophysiques à un rift en AFAR*, CLS-GRGS/CNES, spécialité “Géophysique et techniques spatiales”, thèse soutenue le 30/06/92, p. 33 à 49
- [88] J.-J. VALETTE, L. SOUDARIN (03/2001) *Etude de l’intérêt d’un instrument DORIS à plus de deux canaux à partir des missions CRYOSAT et Jason1-2*, CLS, CLS.ED/NT/01.015, CM-NT-111-858-CLS
- [89] F. VERNOTTE (1991) *Stabilité temporelle des oscillateurs : nouvelles variances, leurs propriétés, leurs applications*, Université de Franche Comté en Sciences pour l’Ingénieur, thèse de doctorat, soutenue le 14 février 1991

- [90] S. D.P. WILLIAMS (2003) *The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series*, Journal of Geodesy, (ISSN 0949-7714), Issue vol. 76, p. 483-494
- [91] S. D.P. WILLIAMS, Y. BOCK, P. FANG, P. JAMASON, R. NIKOLAIDIS, L. PRAWIRODIRDJO, M. MILLER, D. JOHNSON (2004) *Error analysis of continuous GPS position time series*, Journal of Geophysical Research, Vol. 109, B03412, doi :10.1029/2003JB002741
- [92] P. WILLIS (11/2003) *DORIS et la Géodésie Spatiale*, dossier d'habilitation à diriger des recherches
- [93] P. WILLIS, Y. BAR-SEVER, S. DESAI (05/2004) *DORIS data processing at the IGN/JPL Analysis Center*, communication à l'IDS Plenary Meeting, Paris
- [94] O. ZARROUATI (1987) *Trajectoires spatiales*, Centre National d'Etudes Spatiales, Cepadues Editions, I.S.B.N. 2.85428.166.7
- [95] J. ZHANG, U. BOCK, H. JOHNSON, P. FANG, S. WILLIAMS, J. GENRICH, S. WADOWINSKI, J. BEHR (1997) *Southern California Permanent GPS Geodetic Array : Error analysis of daily position estimates and site velocities*, Journal of Geophysical Research, Vol. 102, Issue B8, p.18035-18056
- [96] AIUB (10/2001) *Bernese GPS Software Version 4.2 - Introduction Course*
- [97] CNES/CLS (29/11/2000), *Compte-rendu de la réunion CLS/sous-groupe ionosphère-thermosphère DORIS*, PROJET DORIS CLS-ED/NT-01.021
- [98] CNES (-), *Compte-rendus des réunions CLS/Groupes MISSION et PERFORMANCE DORIS*
- [99] CNES (-), *Compte-rendus des réunions du GECO SSALTO*



# Table des figures

1.1	Principe de l'interférométrie à très longue base - VLBI . . . . .	13
1.2	La technique SLR - A droite : tir sur un satellite à la station de Grasse, France (source : OCA). A gauche : le satellite Stella du CNES (source : CNES) . . . . .	14
2.1	Repère géocentrique et repère cartésien (source : <a href="http://www.ign.fr">http://www.ign.fr</a> )	22
3.1	configuration des observations : positions satellite et station . . . . .	25
3.2	Principe général du traitement des mesures de géodésie spatiale . . . . .	27
4.1	Principe du système DORIS . . . . .	35
4.2	Nombre de stations du réseau DORIS à partir de 1992 - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard . . . . .	37
4.3	Répartition des stations DORIS dans le monde - (situation au 05/2004 - source : site IDS/CLS) . . . . .	37
4.4	Réseau des sites en co-localisation avec la technique DORIS - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard . . . . .	38
4.5	Réseau des sites en co-localisation DORIS-marégraphes - (situation au 31/12/2003) - Graphe communiqué par Hervé Fagard . . . . .	38
4.6	Carte de visibilité d'un satellite de type SPOT (source : site AVISO) . . . . .	39
4.7	Alternance des enregistrements de trois balises pour un même satellite	39
4.8	Les stations de GOLDSTONE (GOMB) et de TERRE ADELIE (ADEB). Source : site IDS/CLS . . . . .	41
4.9	Spécifications des deux types d'antennes DORIS : Alcatel à gauche et Starec à droite (source : document technique CNES) . . . . .	42
4.10	État du réseau DORIS - situation en avril 2004 (graphe communiqué par Hervé Fagard) . . . . .	43
4.11	Résidus en mm des calculs de coordonnées de stations DORIS dans le repère local en fonction du nombre de satellites considéré (Période 1 : 2 sat., P.2 : 3 sat., P.3 : 2 sat., P.4 : 3 sat., P.5 : 5 sat.) - source : P. Willis IDS2004 . . . . .	45
4.12	Les satellites SPOT4, Topex/Poséidon, Jason1 et Envisat (sources : site AVISO, CNES) . . . . .	47
4.13	Configuration partielle du satellite Topex/Poséidon (source : site AVISO)	48
4.14	MVR de 2ème génération et antenne DORIS (source : site AVISO) . . . . .	48
4.15	Missions portant DORIS - Juillet 2004 (source : CNES sur site IDS/CLS)	49
4.16	Traces du satellite Topex/Poséidon. Source : site AVISO . . . . .	50

4.17	Schéma de la structure de l'IDS. Source : G. Tavernier 2004 [85] . . . . .	53
4.18	Les observables DORIS . . . . .	55
4.19	Les modes DORIS : chaîné ou non chaîné. Source : document technique CNES . . . . .	56
4.20	Effet Doppler . . . . .	58
5.1	Diagramme fonctionnel pour un traitement de base avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41] . . . . .	70
5.2	Diagramme fonctionnel pour un traitement de base d'orbites avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41] . . . . .	71
5.3	Diagramme fonctionnel pour un traitement de base des mesures avec le logiciel Bernese Version 4.2. Source : documentation du logiciel version 4.2 [41] . . . . .	73
5.4	Schéma pour un traitement de base des mesures DORIS avec le logiciel Bernese. Source : communication de P. Stepanek à la réunion plénière DORIS mai 2004 [85] . . . . .	82
7.1	Principe de sous-échantillonnage par la variance d'Allan . . . . .	96
7.2	Tableau de correspondance entre formes de la courbe de la variance d'Allan (représentation log/log) et ses significations possibles . . . . .	102
8.1	Algorithme d'analyse de séries temporelles tridimensionnelles corrélées. Les matrices de changement de repère sont notées $\bar{M}_G$ (géodésique) et $M_{ACP}$ (décomposition du signal). $PV_G$ et $PV_{AG}$ désignent les lois de propagation des variances de l'espace propre géodésique et de l'espace propre hiérarchisé vers le repère local. VA désigne l'analyse par la variance d'Allan. Les quantités $\sigma^2$ sont les valeurs des variances d'Allan . . . . .	111
8.2	Complément de l'algorithme de la figure 8.1 pour l'analyse des mouvements de station dans le repère local $(E, N, U)$ . La matrice de passage du repère cartésien au repère local est notée P. . . . .	114
8.3	Projection des séries de coordonnées des stations Hartebeesthoek (HRAO) et Santiago (SANT) dans l'espace propre hiérarchisé et leurs graphes d'Allan. Le pourcentage du signal expliqué par chaque composante est donné $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ . L'unité de $\tau$ est le jour. . . . .	118
8.4	Trois estimations des variances d'Allan dans le repère $(E, N, U)$ : méthode directe (trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (trait plein) - Stations Hartebeesthoek (en haut) et Santiago (en bas) . . . . .	120
8.5	Application partielle de la méthode dans le cas où la matrice de variance-covariance est inconnue . . . . .	122
9.1	Projection dans l'espace propre hiérarchisé : projection sur l'axe EP3 le plus représentatif (cercle et trait plein), sur l'axe EP2 (carré et trait barré) et sur l'axe EP1 (croix et trait pointillé) - planche 1 . . . . .	131



9.2	Projection dans l'espace propre hiérarchisé : projection sur l'axe EP3 le plus représentatif (cercle et trait plein), sur l'axe EP2 (carré et trait barré) et sur l'axe EP1 (croix et trait pointillé) - planche 2 . . . . .	132
9.3	Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 1 . . . . .	135
9.4	Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 2 . . . . .	136
9.5	Trois estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (étoile et trait pointillé), après passage par l'espace propre géodésique (croix et trait barres pointillées) et après passage par les espaces propres géodésique et hiérarchisé (astérisque et trait plein) - planche 3 . . . . .	137
10.1	Séries A,B,C, projections des series ( $\Delta E$ , $\Delta N$ , $\Delta U$ ) dans l'espace propre hiérarchisé. Station Ny-Alesund, centre CODE/IGS. La série C correspond à l'axe EP3, B à EP2, A à EP1 . . . . .	149
10.2	Series A,B,C, projections des series ( $\Delta E$ , $\Delta N$ , $\Delta U$ ) dans l'espace propre hiérarchisé. Station Ny-Alesund, centre IGN/JPL (graphes du haut) et CLS/LEGOS (graphes du bas). La série C correspond à l'axe EP3, B à EP2, A à EP1 . . . . .	150
C.1	Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard dans le repère X, Y, Z sans et avec introduction de pulses au moment de la manœuvre . . . . .	173
C.2	Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard dans le repère R, S, W sans et avec introduction de pulses au moment de la manœuvre . . . . .	174
C.3	Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard par les programmes ORBGEN (haut) et SORBDT (bas) dans le repère R, S, W en fonction du temps - date 01200 . . . . .	177
C.4	Résidus obtenus lors de la transformation en orbite standard par les programmes ORBGEN (haut) et SORBDT (bas) dans le repère R, S, W en fonction du temps - date 33598 . . . . .	178
E.1	Séries temporelles synthétiques et leurs variances d'Allan : bruit blanc, bruit de scintillation et marche aléatoire . . . . .	193
E.2	Combinaison d'un bruit blanc et d'une marche aléatoire . . . . .	194
E.3	Combinaison d'un bruit blanc et d'un bruit de scintillation . . . . .	194
E.4	Combinaison d'un bruit blanc, d'un bruit de scintillation et d'une marche aléatoire . . . . .	195
E.5	Introduction de points aberrants dans une série de bruit blanc . . . . .	196

E.6	Introduction d'un saut dans une série de bruit blanc . . . . .	196
E.7	Multiplication d'une série de bruit blanc par une constante . . . . .	196
E.8	Addition d'un biais à une série de bruit blanc . . . . .	197
E.9	Variance d'Allan d'une série composée d'une droite et de bruit blanc	198
E.10	Variance d'Allan d'une série composée d'un signal périodique et de bruit blanc - Identification de la période en faisant évoluer la vitesse angulaire . . . . .	199
E.11	Variance d'Allan d'une série composée d'un signal périodique et de bruit blanc - Identification de la taille de la bosse en faisant évoluer l'amplitude . . . . .	200
G.1	Séries $(X, Y, Z)$ de coordonnées GPS centrées sur leur position a priori à $(t_0 = 2003)$ des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) et leurs graphes d'Allan (l'unité de $\tau$ est le jour) . . . . .	209
G.2	Séries $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ de coordonnées GPS centrées sur leur position a priori à $(t_0 = 2003)$ projetées dans l'espace local des stations Har- tebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) et leurs graphes d'Allan (l'unité de $\tau$ est le jour) . . . . .	210
G.3	Evolution temporelle des éléments des matrices de covariance des coordonnées GPS $(X, Y, Z)$ des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas). La valeur moyenne est indiquée par le trait plein, la valeur médiane par le trait pointillé	211
G.4	Evolution temporelle des corrélations a priori des coordonnées GPS $(X, Y, Z)$ des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas). La valeur médiane est indiquée par le trait continu . . . . .	212
G.5	Projection des séries de coordonnées des stations Hartebeesthoek (HRAO) (graphes du haut) et Santiago (SANT) (graphes du bas) dans l'espace propre géodésique et leurs graphes d'Allan (l'unité de $\tau$ est le jour) . . . . .	213
H.1	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 1 . . . . .	215
H.2	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 2 . . . . .	216
H.3	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 3 . . . . .	217
H.4	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 4 . . . . .	218

H.5	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 5 . . . . .	219
H.6	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 6 . . . . .	220
H.7	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 7 . . . . .	221
H.8	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 8 . . . . .	222
H.9	Projection dans l'espace propre hiérarchisé des séries calculées par les centres CODE/IGS (GCI astérisque), IGN/JPL (DIJ étoile) et CLS/LEGOS (DCL triangle) - planche 9 . . . . .	223
H.10	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 1	224
H.11	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 2	225
H.12	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CODE/IGS, planche 3	226
H.13	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/JPL, planche 1 .	227
H.14	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/JPL, planche 2 .	228
H.15	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries IGN/JPL, planche 3 .	229
H.16	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 1230	
H.17	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 2231	
H.18	Deux estimations des variances d'Allan dans le repère (E,N,U) : méthode directe (croix et trait pointillé) et après passage par l'espace propre hiérarchisé (cercle et trait plein) - Séries CLS/LEGOS, planche 3232	

# Liste des tableaux

4.1	Les satellites porteurs de DORIS - Juillet 2004 - I : inclinaison en degrés - T : temps maximum de visibilité d'une station - P : période de révolution - source : site aviso . . . . .	44
4.2	Les Centres d'Analyse de l'IDS . . . . .	52
4.3	Traitement des mesures DORIS : modèles a priori . . . . .	62
4.4	Traitement des mesures DORIS : modèles sur les orbites . . . . .	63
4.5	Traitement des mesures DORIS : paramètres estimés . . . . .	64
4.6	Traitement des mesures DORIS : modèles sur les repères de référence . . . . .	65
9.1	Les seize stations GPS étudiées : coordonnées géocentriques et localisation à la surface de la Terre - Source : <a href="http://igs.cb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html">http://igs.cb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html</a> 127	
9.2	Les seize stations GPS étudiées : dates des observations et pourcentage de points interpolés . . . . .	128
9.3	Corrélations induites par la matrice géodésique $C_{med}$ médiane . . . . .	130
9.4	Signaux et bruits caractéristiques de chaque axe de l'espace propre hiérarchisé . . . . .	133
10.1	Sites en co-localisation DORIS-GPS utilisés pour cette étude - Source : distances communiquées par Hervé Fagard . . . . .	140
10.2	Dates de début et de fin des séries temporelles considérées, et pourcentages de points interpolés pour chaque série . . . . .	142
10.3	Corrélations induites par la matrice $C_{emp}$ hiérarchisée des séries $(\Delta E(t), \Delta N(t), \Delta U(t))$ 143	
10.4	Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d'Allan sur la projection des résidus $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ sur l'espace propre hiérarchisé dont les axes sont significatifs du mouvement du site considéré - Axe le plus significatif (EP3) . . . . .	145
10.5	Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d'Allan sur la projection des résidus $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ sur l'espace propre hiérarchisé - Axe EP2 . . . . .	146
10.6	Caractéristiques de bruit et signal observés par la variance d'Allan sur la projection des résidus $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ sur l'espace propre hiérarchisé - Axe EP1 . . . . .	147
C.1	Manceuvres du satellite Topex/Poséidon (situation en août 01) . . . . .	171
C.2	Date des orbites AVISO étudiées et écarts-types de leur transformation en orbite standard, format Bernese . . . . .	172

C.3	Comparaison des écart-types de transformation en orbite standard avec et sans introduction de pulses stochastiques sur les jours de manœuvre . . . . .	175
C.4	Valeurs des pulses émis en R, S et W . . . . .	175
C.5	Comparaison des RMS de ORBGEN et SORBDT, avec et sans pulses stochastiques . . . . .	176
E.1	Relation entre bruits, indice spectral $\alpha$ et coefficient $\mu$ de la courbe représentant la variance d'Allan . . . . .	192