

Récepteurs itératifs pout systèmes multi-antennes

Pierre-Jean Bouvet

▶ **To cite this version:**

Pierre-Jean Bouvet. Récepteurs itératifs pout systèmes multi-antennes. domain_stic.theo. INSA de Rennes, 2005. Français. NNT : . tel-00011415

HAL Id: tel-00011415
https://theses.hal.science/tel-00011415

Submitted on 18 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : le numéro d'ordre

Thèse

présentée devant
l'INSA DE RENNES

pour obtenir le grade de
Docteur de l'INSA de Rennes
Mention : *Electronique*

par
Pierre-Jean BOUVET

Équipe d'accueil : Laboratoire Broadband Wireless Acces, France Telecom division R&D
École doctorale : Matisse
Composante universitaire : INSA de Rennes

Récepteurs itératifs pour systèmes multi-antennes

Soutenue le 13 décembre 2005 devant la commission d'Examen

Composition du jury

Rapporteurs

Jean-Pierre CANCES	Maître de conférences-HDR à l'ENSIL
Hikmet SARI	Professeur à SUPELEC

Examinateurs

John M. CIOFFI	Professeur à l'université de Stanford
Jacques CITERNE	Professeur à l'INSA de Rennes
Maryline HELARD	Ingénieur-HDR à France Telecom R&D, Directrice de thèse
Christophe LAOT	Enseignant-chercheur à l'ENST Bretagne

Membre invité

Charlotte LANGLAIS	Enseignant-chercheur à l'ENST Bretagne

"Qui pense peu, se trompe beaucoup."
Léonard de Vinci

Remerciements

Cette thèse est le fruit de de trois années de recherche au sein de France Telecom division R&D site de Cesson-Sévigné.

Mes premiers remerciements vont à Maryline Hélard, mon encadrante pendant ces 3 années de thèse. Merci Maryline, pour ta disponibilité, tes encouragements répétés, ton soutien sans faille, et l'esprit de recherche, sain et émulant à la fois, que tu as su m'insuffler.

Pour avoir examiné et jugé mon travail, j'exprime toute ma gratitude envers les membres du jury : Jacques Citerne professeur à l'INSA de Rennes qui en a été le président, Jean-Pierre Cances maître de conférence à l'ENSIL de Limoges et Hikmet Sari professeur à SUPELEC Paris qui ont bien voulu en être les rapporteurs et John M. Cioffi, professeur à l'université de Stantford ainsi que Christophe Laot et Charlotte Langlais enseignants-chercheurs à l'ENST Brest qui ont accepté d'être examinateurs.

Je remercie Yvon Guédes responsable du laboratoire Broadband Wireless Access (BWA) ainsi que Dominique Lacroix-Penther et Pierre Gelpi responsables successifs de l'unité de recherche et developpent Innovative Radio Interface (IRI) pour l'accueil qu'ils m'ont réservé au sein de leur équipe. Ce travail de thèse est le fruit d'une étroite collaboration avec Vincent Le Nir, doctorant également à France Telecom, dont j'ai apprécié les qualités techniques et la compagnie quotidienne. Je tiens également à remercier les collègues qui ont su prendre de leur temps pour m'aider sur certains aspects techniques, je pense notamment à Rodolphe Le Gouable pour ses précieux conseils en MC-CDMA ou Isabelle Siaud pour ses connaissance en OFDM et estimation de canal. Je remercie sincèrement les différentes personnes qui ont accepté de relire mon manuscrit et de me faire part de leur remarques toujours constructives : Jean-Pierre Van Deth, Charles Bouvet, Stephane Bougeard, Guillaume Le Brun, Audrey Mevellec, Benoit Le Saux et Laurent Boher. Merci également à Hélène Bury pour ses suggestions concernant l'anglais de mes transparents et Jean-Yves Baudais pour son aide précieuse en Latex. J'ai enfin une pensée pour Nicolas Suard, mon camarade et ami d'aventure à ST2E qui a su me faire découvrir et me faire aimer la recherche en communications numériques

De mon passage à France Telecom, je garderai le souvenir d'une ambiance chaleureuse, parfois ludique mais toujours conviviale, je pense évidemment à mes collègues de bureau successifs, Alban, Vincent, Benoit, Stephane et Laurent mais également à toutes ces personnes qui ont fait que les journées passaient parfois si vite : JP, Manu,

Marion, Iryna, Rachid, JB, Valerian, Xenofon et Audrey.

La recherche est toujours plus fructueuse lorsqu'elle s'effectue dans un environnement agréable, et ce dernier ne s'arrête pas au cadre professionnel. A ce titre, je tiens à remercier et à témoigner de ma sympathie l'ensemble de groupe de chorégraphie du rock'n'fun club qui m'a donné l'illusion d'avoir parfois un second métier, j'ai également une pensée sincère pour Sophie et plus largement la famille Le Gal et enfin je n'oublie pas les amis de toujours de l'AN1, certes dispersés au quatre coin du pays, mais toujours plus unis...

Je terminerai par exprimer mes remerciement envers ma famille sans qui rien de tout cela n'aurait été possible : mes deux jeunes frères, Clément et Etienne et enfin mes parents Anne-Marie et Charles. Pour ces derniers, ce qui suit est un simple témoignage de l'éducation qu'ils ont su me donner...

Rennes, Le 14 Décembre 2005

Résumé

L'objectif des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse est d'étudier l'association des techniques de transmission multi-antennes (MIMO) avec des schémas de réception itératifs dans un contexte de transmission sans fil haut débit.

A largeur de bande et qualité de réception équivalentes, l'utilisation d'antennes multiples en communications numériques permet d'augmenter le débit utile de la transmission. Cependant sous l'hypothèse d'une non connaissance du canal à l'émission, les potentialités du canal MIMO ne sont généralement exploitées qu'au prix d'une réception très complexe, difficilement réalisable au sein d'un circuit intégré.

Tout d'abord, afin de lutter contre la sélectivité fréquentielle et de simplifier le traitement en réception, nous choisissons d'associer la modulation multi-porteuses OFDM à des schémas de transmission MIMO. Par ailleurs, en étendant les résultats obtenus dans le domaine de la turbo-égalisation au contexte multi-antennes, nous étudions une technique de réception itérative adaptée au schéma de transmission MIMO-OFDM. L'utilisation de filtres linéaires optimisés au sens du critère Minimum Mean Square Error (MMSE) confère aux récepteurs une complexité raisonnable et conciliable avec les exigences d'implémentation.

Les récepteurs proposés sont ensuite associés à des techniques complémentaires telles que le précodage linéaire ou le MC-CDMA. Il est démontré qu'en dimensionnant convenablement l'émission il est possible de tirer parti de toute la diversité du canal de propagation tout en exploitant de façon optimale sa capacité.

Les performances de différents systèmes sont enfin évaluées sur différents canaux théoriques puis réalistes, en examinant notamment l'influence de la corrélation entre antennes et en intégrant la fonction d'estimation de canal. Dans ces différents contextes, la comparaison avec des systèmes conventionnels montre l'intérêt d'utiliser une réception itérative.

Abstract

The aim of this thesis is to study the association of multiple antenna (MIMO) transmission techniques with iterative receiver scheme for high data rate wireless communications.

Multiple antenna systems allows the throughput to be reliably increased with no bandwidth expansion nor performance degradation. When no channel state information is available at the transmit side, MIMO potentialities are generally exploited at the price of a complex receiver that can not be easily implemented a chip.

On the one hand, in order to deal with the frequency selectivity of the channel and thus in order to make the receiver less complex, multi-carrier OFDM modulation is efficiently combined with MIMO transmission scheme. On the other hand, by extending the turbo-equalization concept to the multiple antenna context, we study an iterative receive technique designed for MIMO-OFDM transmission. The equalization process is performed by using linear filters optimized under the MMSE criterion, leading to a reasonable complexity in accordance with implementation constraints.

The proposed receivers are then associated with complementary techniques like linear precoding or MC-CDMA. By well designing the transmission scheme, it is demonstrated that the receiver is able to take benefit from the whole diversity of the channel while exploiting the MIMO capacity in an optimal manner.

Performance results of different systems are finally carried out for several theoretical and realistic channels. Influence of spatial correlation and impact of the channel estimation are also studied. For all these contexts, comparisons with conventional systems show the interest of the iterative solution.

Table des matières

Table des matières **xi**

Acronymes **xv**

Notations **xix**

Introduction **xxiii**

1 Éléments et techniques de base de communications numériques **1**
1.1 Généralités 2
1.1.1 Canal de propagation 2
1.1.2 Schéma d'émission 6
1.1.3 Techniques de réception 7
1.2 Modulation multi-porteuses 12
1.2.1 OFDM 13
1.2.2 MC-CDMA 18
1.3 Précodage linéaire 20
1.3.1 Introduction aux techniques de diversités 20
1.3.2 Présentation du précodage linéaire 22
1.3.3 Performances théoriques 26
1.4 Conclusion 32

2 Techniques Multi-antennes **33**
2.1 Présentation 34
2.2 Canal MIMO 35
2.2.1 Modèle théorique 35
2.2.2 Gain d'antennes et normalisation 35
2.2.3 Corrélation entre antennes 36
2.2.4 Capacité 38
2.3 Techniques MIMO avec connaissance du canal à l'émission et à la réception 40
2.3.1 Pré-égalisation à puissance uniforme : *Eigen Beamforming* . . . 41
2.3.2 Maximisation de la capacité : *Water-filling* 42
2.3.3 Minimisation du taux d'erreur binaire 42
2.3.4 Discussions 43
2.4 Techniques MIMO avec connaissance du canal en réception 43
2.4.1 Critères de construction 43
2.4.2 Maximisation du débit : multiplexage spatial (SDM) 45

2.4.3 Maximisation des performances : codage espace-temps (STC) . 48
2.4.4 Codage à dispersion linéaire (LDC) 54
2.5 Techniques MIMO sans connaissance du canal 55
2.5.1 Modulations unitaires espace-temps 56
2.5.2 Codes espace-temps différentiels 56
2.6 Techniques MIMO en présence de sélectivité fréquentielle 57
2.6.1 Transmission mono-porteuse et égalisation 57
2.6.2 Transmission multi-porteuses : techniques MIMO-OFDM . . . 58
2.7 Conclusion 59

3 Récepteurs itératifs MIMO 61
3.1 Principe *turbo* 62
3.1.1 Description 62
3.1.2 État de l'art 63
3.2 Modélisation 65
3.2.1 Émission 66
3.2.2 Canal équivalent 67
3.2.3 Réception 68
3.3 Récepteur itératif MIMO à annulation d'interférences 69
3.3.1 Conversion Maire-binaire souple 70
3.3.2 Conversion binaire-Maire souple 71
3.3.3 Annulation souple d'interférences avec information *a priori* . . 72
3.3.4 Décodage de canal à entrée et sortie souples 76
3.4 Analyse du récepteur proposé 77
3.4.1 Convergence du récepteur itératif 77
3.4.2 Performances asymptotiques 77
3.4.3 Gain en diversité 78
3.4.4 Optimisation de la première itération 82
3.4.5 Estimation de la complexité 84
3.5 Résultats de performances 89
3.5.1 Codage espace-temps quasi-orthogonal 89
3.5.2 Multiplexage spatial 90
3.5.3 Synthèse 92
3.6 Conclusion 95

4 Association avec techniques complémentaires 97
4.1 Précodage linéaire SISO 97
4.1.1 État de l'art en réception itérative 98
4.1.2 Modélisation 98
4.1.3 Description du récepteur itératif 98
4.1.4 Résultats de simulations 100
4.2 Techniques MIMO associées au précodage linéaire 107
4.2.1 Exploitation de la diversité fréquentielle et/ou temporelle . . . 107
4.2.2 Exploitation de la diversité spatiale 112
4.3 Techniques MIMO MC-CDMA 114
4.3.1 État de l'art 114
4.3.2 Modélisation 115
4.3.3 Réception 116

4.3.4 Résultats de simulation 118
4.4 Conclusion 121

5 Comparaisons de systèmes 125
5.1 Critères de construction d'un codage spatio-temporel 126
5.1.1 Maximisation de la capacité 126
5.1.2 Maximisation de la diversité 127
5.1.3 Synthèse 127
5.2 Configurations étudiées 127
5.3 Comparaisons sur canaux théoriques 128
5.3.1 Analyse en capacité 128
5.3.2 Analyse en performances 129
5.3.3 Comportement suivant l'efficacité spectrale 132
5.3.4 Synthèse 132
5.4 Influence de la corrélation spatiale 132
5.4.1 Modèle 134
5.4.2 Comparaison en performances 134
5.4.3 Comparaison en diversité 135
5.4.4 Synthèse 135
5.5 Analyse en contexte radio-mobile réaliste 135
5.5.1 Projet 4MORE 135
5.5.2 Performances en estimation parfaite 139
5.5.3 Influence de l'estimation de canal 141
5.5.4 Synthèse 141
5.6 Conclusion 145

Annexe 151

A Matrice de codage espace-temps en bloc 153
A.1 Deux antennes d'émission 153
A.1.1 Code d'Alamouti 153
A.1.2 SDM 153
A.1.3 DTST 2×2 153
A.2 Quatre antennes d'émission 153
A.2.1 Code d'Alamouti Antenna Switched 153
A.2.2 Double Alamouti (DA) 153
A.2.3 DTST 4×2 154
A.2.4 DTST 4×4 154
A.2.5 Code de Jafarkhani 154
A.2.6 SDM 154

B Démonstration de la formule de construction du canal équivalent 155

C Calcul des vecteurs d'égalisation optimaux au sens du critère MMSE 157
C.1 Modèle 157
C.2 Égalisation linéaire 157
C.3 Annulation souple d'interférences 159

D Liste des publications **161**
D.1 Conférence Nationale 161
D.2 Conférences internationales 161
D.3 Brevets 162

Table des figures **163**

Liste des tableaux **167**

Bibliographie **169**

Acronymes

AWGN Additive White Gaussian Noise
AS Antenna Switched
B3G Beyond 3G
BER Bit Error Rate
BICM Bit-Interleaved Coded Modulation
BICM-ID Bit-Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding
BLAST Bell Labs Advanced Space Time
BPSK Binary Phase Shift Keying
BRAN Broadband Radio Access Network
CAI Co-Antenna Interference
COFDM Coded OFDM
CSI Channel State Information
DAB Digital Audio Broadcasting
D-LST Diagonally Layered Space-Time
DDFSE Delayed Decision-Feedback Sequence Estimation
DFE Decision Feedback Equalizer
DPSK Differential Phase Shift Keying
DTST Diagonal Threaded Space-Time
DVB-T Digital Video Broadcasting - Terrestrial
EGC Equal Gain Combining
EXIT EXtrinsic Information Transfer
ETSI European Telecommunications Standards Institute
FEC code Forward Error Correcting code
FDD Frequency Division Duplex
FFT Fast Fourier Transform
GMMSE Global Minimum Mean Square Error
GVA Generalized Viterbi Algorithm
H-LST Horizontally Layered Space-Time
HIPERLAN HIgh PERformance Local Area Network
IFFT Inverse Fast Fourier Transform
ICI Inter Carrier Interference

ISI Inter Symbol Interference
LDC Linear Dispersion Coding
LLR Logarithmic Likelihood Ratio
LOS Line Of Sight
LP-OFDM Linear Precoded Orthogonal Frequency Division Multiplex
LMS Least Mean Square
MAI Multiple Access Interference
MAP Maximum A Posteriori
MC-CDMA Multi-Carrier Code Division Multiple Access
MC-SS-MA Multi-Carrier Spread Spectrum Multiple Access
MCS Modulation and Coding Scheme
MFB Matched Filter Bound
MIMO Multiple Input Multiple Output
ML Maximum Likelihood
MLSD Maximum Likelihood Sequence Detection
MSE Mean Square Error
MMSE Minimum Mean Square Error
MMSE-IC MMSE Interference Canceler
MRC Maximum Ratio Combining
MUD Multi-User Detection
MU-MMSE Multi User MMSE
OFDM Orthogonal Frequency Division Multiplex
O-STBC Orthogonal Space-Time Block Coding
OSIC Ordered Succesive Interference Cancellation
PEP Pairwise Error Probability
PIC Parallel Interference Cancellation
QO-STBC Quasi-Orthogonal Space-Time Block Coding
M-QAM M-ary Quadrature Amplitude Modulation
RLS Recursive least Square
RSSE Reduced-State Sequence Estimation
SDM Spatial Data Multiplexing
SIC Successive Interference Cancellation
SISO Single Input Single Output
SOVA Soft Output Viterbi Algorithm
SNR Signal to Noise Ratio
SINR Signal to Interference plus Noise Ratio
SS-MC-MA Spread Spectrum Multi Carrier Multiple Access
STBC Space-Time Block Coding

STC Space-Time Coding
ST-BICM Space-Time Bit Interleaved Coded Modulation
STTC Space-Time Trellis Coding
SU(2) Special Unitary 2
SUD Single User detection
SU-MMSE Single User MMSE
TAST Threaded Algebraic Space-Time
TCM Trellis Coded Modulation
TDD Time Division Duplex
UMTS Universal Mobile Telecommunications Standards Institute
V-LST Vertically Layered Space-Time
VA Viterbi Algorithm
W-CDMA Wideband Code Division Multiple Access
WLAN Wireless Local Access Network
ZF Zero Forcing

Notations

Notations Mathématiques

x	Scalaire
x^*	Conjugué de x
$\mathbf{x}$	Vecteur
$\mathbf{x}^T$	Vecteur transposé
$\mathbf{x}^H$	Vecteur transconjugué
$\mathbf{X}$	Matrice
$\mathbf{X}^{-1}$	Inverse de la matrice $\mathbf{X}$
$\mathbb{E}\{Y\}$	Espérance mathématique de la variable aléatoire Y
$\mathbb{E}_X\{Y\}$	Espérance mathématique de la variable aléatoire Y en considérant seulement la variable X aléatoire
$\text{var}(X)$	Variance de la variable aléatoire X : $\mathbb{E}\{\lvert X - \mathbb{E}(X)\rvert^2\}$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Loi normale de moyenne μ et de variance σ
$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mu, \sigma^2)$	Loi normale complexe de moyenne μ et de variance totale σ
$\lVert\mathbf{x}\rVert^2$	Norme Euclidienne du vecteur $\mathbf{x}$
$\lVert\mathbf{X}\rVert_F^2$	Norme de Froebenius de la matrice $\mathbf{X}$
$\det_+ \lVert\mathbf{X}\rVert$	Produit des valeurs propres strictement positives de la matrice $\mathbf{X}$
$\text{diag}(\mathbf{x})$	Matrice ayant pour diagonale le vecteur $\mathbf{x}$ et des zéros ailleurs
$\mathbf{e}_k$	Vecteur de base de taille arbitraire possédant un 1 pour la composante d'index k et des 0 ailleurs
$\bar{\mathbf{e}}_k$	Vecteur de base de taille arbitraire possédant un 0 pour la composante d'index k et des 1 ailleurs
$\mathbf{0}_{M\times N}$	Matrice nulle de taille $M \times N$
$\mathbf{I}_N$	Matrice identité de taille $N \times N$

Variables utilisées

η	Efficacité spectrale
T_s	Durée symbole
B	Encombrement spectral du signal émis
$\{d_n\}$	Séquence de bits d'information

$\mathcal{C}$	Code de canal
$R_{\mathcal{C}}$	Rendement du codage de canal
$L_{\mathcal{C}}$	Longueur du codage de canal en bits codés
$\{c_n\}$	Séquence de bits codés
$\mathcal{A}$	Constellation de la modulation
M	Ordre de la modulation
m	Nombre de bits par symbole de modulation
$\{s_k\}$	Séquence de symboles
σ_s^2	Variance des symboles de modulation
$\{n_k\}$	Séquence d'échantillons de bruit additif gaussien
σ_n^2	Variance du bruit blanc additif gaussien
$\mathbf{C}$	Matrice d'étalement
L_c	Longueur du code d'étalement
N_u	Nombre d'utilisateurs
$\mathbf{\Theta}$	Matrice de précodage
L_p	Taille de la matrice de précodage
$\mathbf{\Theta}_{L_p}^{Had}$	Matrice de Hadamard de taille L_p
$\mathbf{\Theta}_{L_p}^{Van}$	Matrice de Vandermonde de taille L_p
$\mathbf{\Theta}_{L_p}^{SU2}$	Matrice issue du groupe SU2 sous forme de Hadamard de taille L_p
$\mathbf{F}$	Matrice de Fourier
N_c	Nombre de porteuses du multiplex fréquentiel
N_{FFT}	Taille de la FFT
Δ	Intervalle de garde en OFDM
$\mathbf{H}$	Matrice de canal MIMO à évanouissements plats de taille $N_r \times N_t$
$\check{\mathbf{H}}$	Matrice de canal MIMO équivalent
$\mathring{H}(f,k)$	Réponse fréquentielle discrète du canal de propagation en SISO
$h_{l,k}$	l-ème coefficent de la réponse impulsionnelle du canal pris au temps d'échanTillonNage k
L_t	Longueur du canal discret équivalent
τ_{max}	Echo maximal engendré par le canal
N_t	Nombre d'antennes d'émission
N_r	Nombre d'antennes de réception
r	Rang de la matrice de canal MIMO
δ	Coefficient de corrélation
d_{phy}	Diversité physique d'un canal
d_{STC}	Diversité de codage espace-temps d'un schéma d'émission sur un canal donné sous l'hypothèse d'une réception itérative idéale
$\mathcal{S}$	Schéma de codage spatio-temporel en bloc
$\mathcal{LD}$	Ensemble des codes LD

$\mathcal{LD}^*$	Sous-ensemble des codes LD
$\mathbf{S}$	Matrice de codage espace-temps
$R_{\mathcal{S}}$	Rendement du codage espace temps
Q	Longueur du bloc pris en entrée du codage espace temps en bloc
T	Latence du codage espace temps en bloc
β_k	Biais de l'égaliseur
γ_k^2	Puissance des termes interférents plus bruit en sortie de l'égaliseur
ε_k^2	Erreur quadratique moyenne

Introduction

Communiquer est devenu pour l'homme d'aujourd'hui un besoin essentiel de la vie de tous les jours. Avec la démocratisation d'Internet, de la téléphonie mobile, les exigences des utilisateurs deviennent de plus en plus grandes et diverses pouvant se résumer par les trois maîtres mots suivants : ubiquité, universalité et rapidité. En effet, on recherche tout d'abord à pouvoir communiquer depuis n'importe où, aussi bien en contexte fixe que mobile. On demande également à ce que les données échangées soient aussi bien de la voix, de la vidéo, des images, que des messages instantanés ou bien même des données informatiques. Enfin il est demandé que les débits des communications soient de plus en plus élevés tout en garantissant un temps de traitement transparent pour l'utilisateur. Face à de telles exigences, les communications numériques constituent une solution désormais incontournable. Cependant, l'augmentation en débit des communications doit se faire, tout au moins dans le domaine radio, dans des bandes de transmission de plus en plus rares et de plus en plus chères. Une solution parmi d'autres, est de pouvoir augmenter l'efficacité spectrale tout en garantissant une qualité de transmission inchangée. En 1949, C. E. Shannon prouve qu'il existe une efficacité spectrale limite, appelée capacité du canal, que l'on ne peut pas dépasser si l'on souhaite une transmission sans erreurs [1]. Ainsi, bien que de nos jours des techniques modernes de compression, codage, et modulation permettent d'obtenir des gains en efficacité spectrale, ces derniers restent toujours bornés par la capacité du canal.

Pour sa démonstration, C. E. Shannon prend comme hypothèse de départ un système comprenant une seule *entrée* et une seule *sortie* (SISO[(1)]). Il y a environ une dizaine d'années, des théoriciens de l'information, montrent qu'en considérant un système à plusieurs entrées et sorties (MIMO[(2)]), la capacité du canal peut augmenter de façon linéaire en fonction du minimum du nombre d'entrées et de sorties [2, 3]. En utilisant plusieurs antennes à l'émission et la réception, il est donc théoriquement possible de dépasser la limite énoncée par C. E. Shannon qui se limite au cas mono-antenne [4]. De nombreux chercheurs voient ainsi en MIMO une solution potentielle pour atteindre, en transmission sans fil, des débits supérieurs au gigabit/s [5]. Les travaux théoriques sur la capacité des systèmes MIMO vont ainsi ouvrir la voie à des nombreuses études et travaux de recherche, incluant notamment les stratégies d'émission et de réception exploitant au mieux les potentialités du canal MIMO.

Dans le cas particulier où le canal est formé de 2 antennes à l'émission et 1 antenne à la réception, un schéma d'émission - le code d'Alamouti [6] - associé à un récepteur

[(1)] Single Input Single Output
[(2)] Multiple Input Multiple Output

très simple permet d'exploiter de façon optimale la capacité du canal multi-antennes. Néanmoins pour les autres configurations d'antennes, l'exploitation des potentialités du canal MIMO nécessite en général des schémas d'émission engendrant une réception relativement complexe surtout en présence de codage de canal où les différentes fonctions de réception doivent être optimisées conjointement.

En 1995, dans le cadre de la transmission mono-porteuse sur canaux sélectifs en fréquence, une équipe de recherche de l'ENST Bretagne propose d'étendre le procédé de réception des *turbo-codes* (initialement introduits par C. Berrou et A. Glavieux dans [7]) en réalisant de façon conjointe égalisation et décodage de canal au sein d'une boucle itérative [8]. Bien que théoriquement sous-optimal, le système proposé, baptisé *turbo-égalisation*, permet d'atteindre asymptotiquement les performances de la borne du filtre adapté tout en s'affranchissant de la complexité d'un algorithme conjoint optimal. Quelques années plus tard, A. Glavieux *et al.* améliorent le procédé en utilisant pour l'égalisation des filtres linéaires dont la complexité n'est plus exponentiellement dépendante du nombre d'échos du canal ou de l'ordre de la modulation [9].

En utilisant les résultats issus de la turbo-égalisation, nous associons dans cette thèse différentes techniques MIMO avec des récepteurs itératifs afin d'exploiter toutes les potentialités du canal MIMO quelle que soit la configuration d'antennes. En considérant des solutions à base de filtres linéaires, nous nous orientons vers des récepteurs de complexité de réalisation acceptable même pour des architectures à grand nombre d'antennes ou pour des modulations à haute efficacité spectrale. Le travail effectué durant cette thèse se découpe en 5 chapitres distincts.

Le **chapitre 1** introduit les différentes notations et concepts nécessaires à la compréhension des chapitres suivants. La chaîne de transmission y est tout d'abord décrite. Vient ensuite une présentation des modulations multi-porteuses OFDM[(3)] puis de la technique MC-CDMA[(4)]. Enfin dans une dernière partie, on rappelle le concept de précodage linéaire dans le cas SISO.

Le **chapitre 2** a pour objectif de présenter la transmission MIMO et les différentes techniques qui lui sont associées. Après une introduction sur le canal multi-antennes et le calcul de capacité, nous détaillons les différentes techniques de l'état de l'art en les classant suivant l'utilisation ou non de la connaissance du canal à l'émission. Enfin nous abordons le problème de la sélectivité fréquentielle en MIMO et décrivons différentes méthodes de la littérature permettant de s'en prémunir.

Le **chapitre 3** est consacré à la réception itérative pour des systèmes multi-antennes. Après un état de l'art sur le sujet, nous introduisons un schéma d'émission multi-antennes générique admettant une représentation simplifiée sous la forme d'un canal équivalent. A partir de ce modèle, nous proposons un récepteur itératif dérivé de la turbo-égalisation et discutons des différentes possibilités de simplification. Nous effectuons ensuite une analyse théorique de ce récepteur notamment en termes de convergence, de gain en diversité et de complexité. Des simulations sur canaux de

(3) Orthogonal Frequency Division Multiplex
(4) Multi-Carrier Code Division Multiple Access

Rayleigh viennent enfin compléter l'analyse théorique.

Le **chapitre 4** a pour but d'associer des techniques additionnelles telles que le précodage linéaire ou le MC-CDMA à une transmission SISO puis MIMO. Pour chaque combinaison, nous étudions la possibilité d'utiliser un récepteur itératif. Dans un premier temps nous considérons l'association d'un précodage linéaire avec un schéma SISO. Dans un deuxième temps, nous étendons cette combinaison au cas MIMO en utilisant le précodage linéaire pour exploiter la diversité fréquentielle, temporelle et/ou spatiale du canal. Enfin dans un dernier temps nous étudions les techniques MIMO MC-CDMA.

Le **chapitre 5** propose une comparaison des différents schémas MIMO avec réception itérative et ce pour plusieurs configurations d'antennes. Ces comparaisons sont tout d'abord effectuées sur canaux théoriques sous forme de calcul de capacité ergodique et de simulation de taux d'erreurs binaires. Nous examinons ensuite l'influence sur les performances des différentes configurations, de la corrélation spatiale constatée lorsque les antennes d'émission ne sont pas suffisamment espacées. Enfin nous considérons une transmission radio-mobile réaliste en voie descendante issue du projet européen IST 4MORE, pour laquelle nous comparons différents systèmes MIMO MC-CDMA en examinant notamment l'influence du canal réaliste et de son estimation sur les performances des systèmes.

Chapitre 1

Éléments et techniques de base de communications numériques

Sommaire

1.1 Généralités 2
1.1.1 Canal de propagation 2
1.1.2 Schéma d'émission 6
1.1.3 Techniques de réception 7
1.2 Modulation multi-porteuses 12
1.2.1 OFDM 13
1.2.2 MC-CDMA 18
1.3 Précodage linéaire 20
1.3.1 Introduction aux techniques de diversités 20
1.3.2 Présentation du précodage linéaire 22
1.3.3 Performances théoriques 26
1.4 Conclusion 32

Apparues dès la fin du 19$^{\text{ème}}$ siècle avec le système télégraphique de S. Morse (1837), les communications numériques ont tout d'abord fait l'objet de nombreuses études théoriques : N. Nyquist et R. V. Harley sur la théorie de la transmission (1928), N. Wiener et H. Khintchine sur l'analyse des signaux aléatoires (1938), A. Reeves sur les modulations par impulsions codées (1938), C. E. Shannon sur la théorie de l'information et du codage (1949)... Avec l'arrivée du transistor en 1940, les premiers circuits numériques virent le jour. Ils furent implantés dans un système de transmission pour la première fois en 1962 : les systèmes "T" utilisés pour les communications téléphoniques interurbaines convertissaient les sons vocaux en une série d'impulsions codées (similaires, de façon générale, aux impulsions du télégraphe) et permettaient de multiplexer 24 circuits téléphoniques sur une simple paire de fils. Dès lors, le numérique commença à s'installer progressivement dans tous les types de transmission (filaire, radio, optique,...) et, parallèlement, des techniques permettant d'augmenter le débit ou d'améliorer la qualité virent le jour (codage de canal, étalement de spectre, techniques multi-porteuses,...).

Dans ce premier chapitre nous présentons une chaîne de transmission numérique et la modélisation que nous utiliserons pour le reste de notre étude. Nous introduisons

également, de façon synthétique, les différentes techniques de transmission dont nous aurons besoin pour la suite.

1.1 Généralités

Une chaîne de communication représente l'ensemble des traitements reliant une source (délivrant le message à transmettre) à un destinataire. Les trois éléments de base sont le canal de transmission, l'émetteur et le récepteur. L'émetteur convertit sous une forme adaptée au canal le flux d'information fourni par la source. Le récepteur effectue l'opération inverse et fournit le message au destinataire. La figure 1.1 propose un schéma fonctionnel détaillé d'une chaîne de communication numérique dans le cas d'une transmission sans fil. Notons que l'approche consistant à séparer les différentes fonctions de l'émetteur et du récepteur en briques distinctes apparaît sous-optimale en pratique et tend à s'effacer avec la sophistication des systèmes. Le schéma fait apparaître un émetteur/récepteur théorique ainsi qu'un canal théorique que nous utiliserons pour modéliser la chaîne de transmission [10, 11]. Sont intégrées dans cet émetteur (respectivement récepteur) théorique, les différentes fonctions de codage de canal (respectivement décodage de canal) et de modulation (respectivement démodulation) numérique en bande de base.

1.1.1 Canal de propagation

1.1.1.1 Canal discret équivalent

Le milieu de propagation établit le lien entre un signal électromagnétique transmis à un instant et une position donnés et un signal capté à un instant et une position différents. Pour les liaisons sans fil radioélectriques à courte distance et à faible puissance, le comportement du milieu est linéaire et admet une description sous forme de filtre dont nous noterons $\mathring{H}_c(f,t)$ la réponse fréquentielle. Le canal de transmission théorique, vu depuis l'émetteur et le récepteur théoriques, englobe le milieu de propagation et l'ensemble des organes d'émission et de réception (transducteurs, filtres d'émission et de réception, amplificateurs,...). Comme le montre la figure 1.2, le canal de transmission théorique peut être modélisé par un canal discret équivalent de réponse fréquentielle $\mathring{H}(f,k)$ [10, 11, 12]. Cette modélisation correspond au cas où les données s_k sont émises tous les T_s secondes et le signal reçu r_k en sortie du démodulateur est échantillonné à la fréquence $1/T_s$.

Le canal discret équivalent est défini par les L_t coefficient non nuls $h_{l,k}$ éventuellement complexes, de sa réponse impulsionnelle dont on définit classiquement la transformée de Fourier discrète $\mathring{H}(f,k)$:

$$\mathring{H}(f,k) = \sum_{l=0}^{L_t-1} h_{l,k} e^{-j2\pi l f T_s} \tag{1.1}$$

où le paramètre L_t est appelé longueur du canal et représente la dispersion temporelle du canal en durées symboles. On appelle gain du canal la quantité :

$$\|h_k\|^2 = \sum_{l=0}^{L_t-1} |h_{l,k}|^2$$

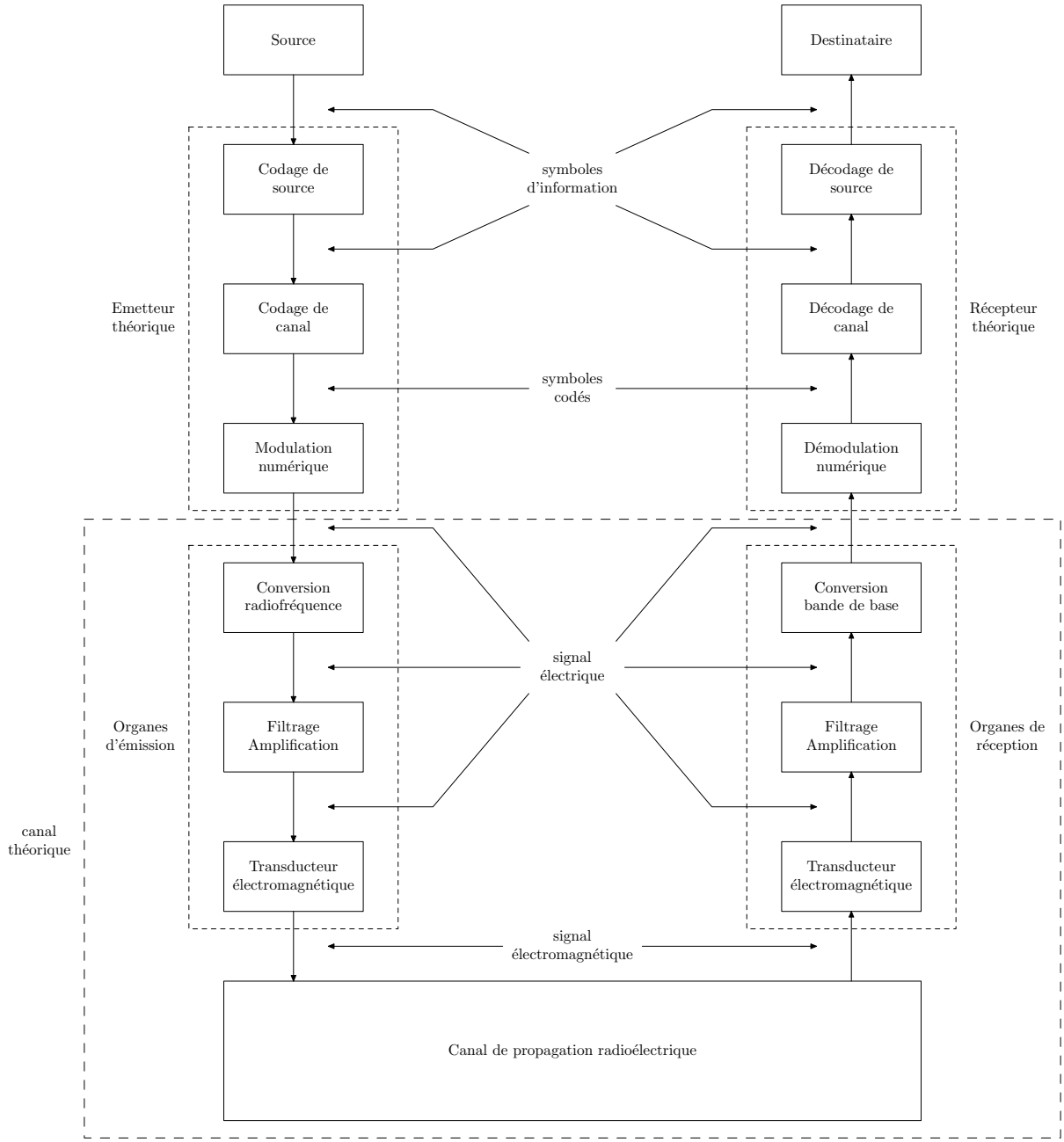


FIG. 1.1 – Architecture générique d'une chaîne de communication

Le canal est perturbé par un bruit blanc additif (AWGN[1]), dont les échantillons n_k suivent la loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$ avec :

$$\sigma_n^2 = \mathbb{E}\{|n_k|^2\}$$

On suppose qu'il est alimenté par des symboles s_k centrés, mutuellement indépendant et de variance σ_s^2 :

$$\sigma_s^2 = \mathbb{E}\{|s_k|^2\}$$

Ainsi le signal reçu en sortie du canal équivalent s'écrit :

$$\boxed{r_k = \sum_{l=0}^{L_t-1} h_{l,k} s_{k-l} + n_k} \tag{1.2}$$

Le signal reçu peut être réécrit matriciellement sous la forme suivante :

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k \tag{1.3}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_k &= [s_k, \ldots, s_{k-N-L_t+1}]^T \in \mathbb{C}^{N+L_t \times 1} \\
\mathbf{n}_k &= [n_k, \ldots, n_{k-N+1}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1} \\
\mathbf{r}_k &= [r_k, \ldots, r_{k-N+1}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}
\end{aligned}$$

et $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N \times (N+L_t)}$ est une matrice de Toeplitz :

$$\mathbf{H}_k = \begin{pmatrix}
h_{0,k} & h_{1,k} & \ldots & h_{L_t-1,k} & 0 & \ldots & 0 \\
0 & h_{0,k+1} & h_{1,k+1} & \ldots & h_{L_t-1,k+1} & & 0 \\
\vdots & & \ddots & & & \ddots & \vdots \\
0 & \ldots & 0 & h_{0,k+N-1} & h_{1,k+N-1} & \ldots & h_{L_t-1,k+N-1}
\end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Enfin le rapport signal à bruit à l'entrée du récepteur (SNR[2]), défini comme le rapport entre la puissance du signal reçu non bruité et la puissance du bruit, est égal à :

$$SNR = \frac{\mathbb{E}\left\{ \left| \sum_{l=0}^{L_t-1} h_{l,k} s_{k-l} \right|^2 \right\}}{\mathbb{E}\{|n_k|^2\}} = \frac{\|h_k\|^2 \sigma_s^2}{\sigma_n^2} \tag{1.5}$$

1.1.1.2 Caractéristiques du canal

1. *Sélectivité fréquentielle* : la dispersion temporelle du canal correspond au retard maximum $\tau_{max} = L_t T_s$ engendré par le canal dont on définit la bande de cohérence par $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_{max}}$. Un canal est dit sélectif en fréquence vis-à-vis d'un signal occupant une bande B si sa bande de cohérence $(\Delta f)_c$ est inférieure à celle du signal à savoir :

   $$(\Delta f)_c < B \tag{1.6}$$

   En supposant que le signal soit émis dans la bande de Nyquist, l'équation (1.6) peut être transcrite dans le domaine temporel :

   $$\tau_{max} > T_s \tag{1.7}$$

   La sélectivité en fréquence conduit à la génération d'interférences entre symboles (ISI[3]) qui ont pour effet de dégrader sévèrement les performances du système.

[1] Additive White Gaussian Noise
[2] Signal to Noise Ratio
[3] Inter Symbol Interference

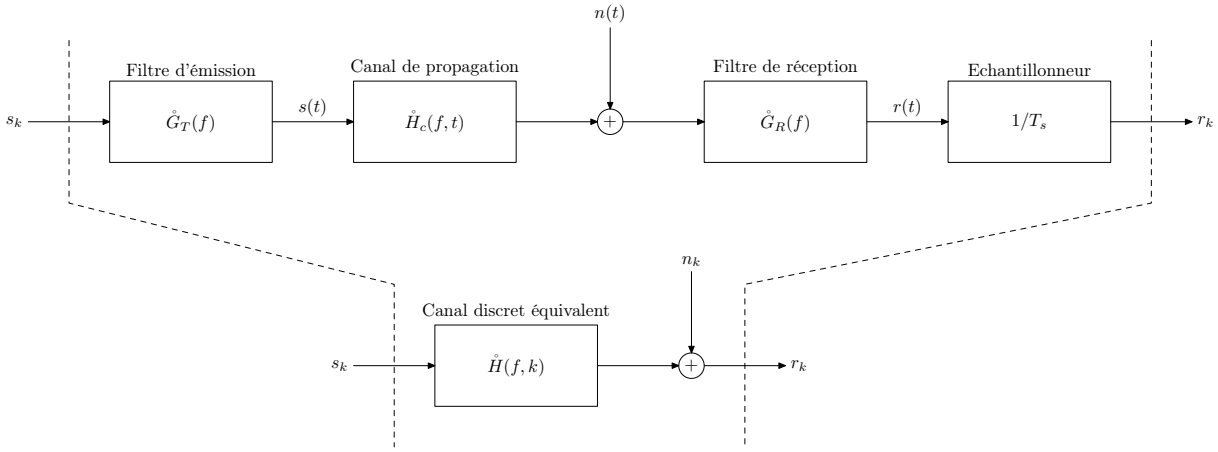


FIG. 1.2 – Canal discret équivalent

2. *Sélectivité temporelle* : lors d'une communication radio-mobile, l'émetteur et le récepteur peuvent être en mouvement. De même, le canal peut être amené à varier temporellement (obstacle en mouvement, déplacement des ions dans la couche ionosphérique lors de communications haute fréquence, etc...). Ceci a pour conséquence de générer de l'effet Doppler qui se traduit dans la notation de la réponse impulsionnelle du canal discret équivalent :

$$h_{l,k} = |h_{l,k}| e^{j\Theta(l,k)} \tag{1.8}$$

où la variable k représente l'indice temporel. Le modèle statistique le plus utilisé pour représenter ce phénomène consiste à considérer que le module $|h_{l,k}|$ suit à chaque instant k une loi de Rayleigh tandis que la phase $\Theta(l,k)$ est uniformément distribuée sur $[0, 2\pi]$. L'effet Doppler est notamment quantifié par la bande Doppler ou la dispersion Doppler B_d. Le temps de cohérence $(\Delta t)_c$ est donné par :

$$(\Delta t)_c \approx \frac{1}{B_d} \tag{1.9}$$

On peut considérer qu'un canal est invariant sur une durée T si :

$$(\Delta t)_c \gg T \tag{1.10}$$

Nous verrons au chapitre suivant qu'en présence d'antennes multiples un troisième type de sélectivité peut être relevé : il s'agit de la sélectivité spatiale.

1.1.1.3 Canaux théoriques

Des canaux théoriques sont utilisés pour étudier les bornes supérieures et inférieures en performance des différents systèmes de communication dans des conditions particulières. Pour notre étude, nous retenons les 3 canaux suivants :

1. *Canal gaussien* : lorsque la seule perturbation apportée par le canal est un bruit thermique complexe noté n_k suivant la loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$, on parle de canal gaussien :

$$r_k = s_k + n_k \tag{1.11}$$

2. *Canal de Rayleigh i.i.d.* : on considère un canal non sélectif en fréquence (dit également à évanouissements plats) pour lequel le module $|h_k|$ suit une loi de Rayleigh et où chaque échantillon du canal est indépendant et identiquement distribué (i.i.d.). Le signal reçu s'écrit alors :

$$r_k = h_k \cdot s_k + n_k \tag{1.12}$$

où h_k suit la loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$. En pratique un tel canal est obtenu lorsque l'on dispose d'un entrelaceur temporel de latence supérieure au temps de cohérence du canal. Ce canal théorique peut également modéliser un canal sélectif en fréquence (et éventuellement en temps) pour lequel on a procédé à une modulation/démodulation OFDM (cf. section 1.2.1).

3. *Canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique* : dans certaines applications, comme la téléphonie sans fil, le temps de latence dû au décodage est réduit au maximum ce qui rend impossible l'utilisation d'entrelaceurs de trop grande profondeur. Dans ce cas, il arrive bien souvent que le temps de cohérence du canal soit supérieur à la taille d'entrelacement et, par conséquent, que les évanouissements du canal soient corrélés (on parle alors de canal à mémoire). Dans le pire des cas, un bloc entier est affecté par le même évanouissement : c'est le modèle du canal de Rayleigh quasi-statique à évanouissements plats. La sortie de ce canal s'écrit exactement comme l'équation (1.12) sauf que le processus h_k consiste en un tirage, tous les T symboles, d'un échantillon de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$. Le canal est ainsi statique sur la durée de T symboles d'où son nom. Cependant on note que chaque bloc est indépendant et identiquement distribué.

1.1.2 Schéma d'émission

Comme le montre la figure 1.1, l'émetteur théorique a pour fonction de convertir la séquence de bits d'information de la source $\{d_n\}$ en une séquence de symboles complexes modulés en bande de base $\{s_k\}$. Nous faisons ici abstraction du codage de source et supposons simplement que la séquence de bits d'informations $\{d_n\}$ est i.i.d. sur $[0,1]$. Afin de protéger les données contre le bruit, nous envisageons l'utilisation d'un codage correcteur d'erreur. L'association optimale du codage et de la modulation est un sujet qui a longtemps préoccupé les théoriciens [13, 14, 15, 16]. Néanmoins sur le canal de Rayleigh, E. Zehavi montre qu'il est avantageux de concaténer simplement à l'émission le codeur de canal, un entrelaceur bit, le convertisseur binaire-Maire et d'utiliser à la réception de façon appropriée les métriques souples dans le décodeur de canal [17]. Cette analyse est confirmée théoriquement par G. Caire *et al.* dans [18], et le schéma d'émission correspondant est appelé : modulation codée avec entrelacement par bit (BICM[(4)]) dans la littérature. Étant donné que, dans la suite de notre étude, nous allons traiter des canaux de Rayleigh, nous choisissons le schéma BICM tel que décrit en figure 1.3.

Nous choisissons un codage de canal convolutif noté $\mathcal{C}$ pour lequel le décodage à sorties souples est facilement implémentable. Plus précisément, nous utiliserons le code convolutif non systématique binaire de rendement $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, de longueur de contrainte $K = 7$ (64 états) et de polynôme générateur $(133, 171)_{\text{o}}$ (cf. figure 1.4).

[(4)] Bit-Interleaved Coded Modulation

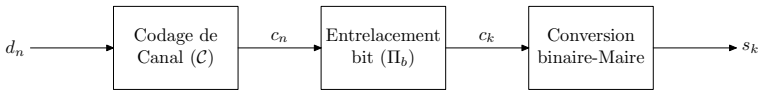


FIG. 1.3 – Émetteur de type BICM

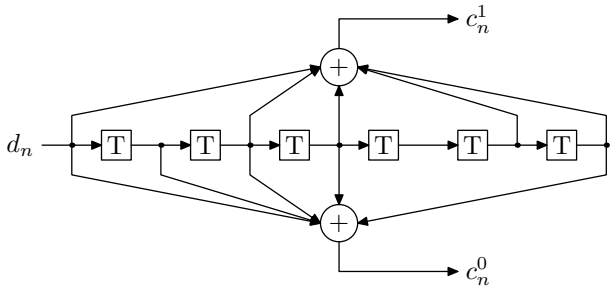


FIG. 1.4 – Code convolutif $K = 7$

La conversion binaire à symbole conduit à une modulation d'amplitude en quadrature à M états (M-QAM[5]). Les bits codés sont regroupés en m-uplets : $c = \left[c^1, c^\cdot \ldots, c^m\right]$ tel que $M = 2^m$. Une table de correspondance appelée *mapping*, permet d'associer au m-uplet c un symbole complexe s appartenant à une constellation notée $\mathcal{A}$ qui correspond à la représentation dans le plan complexe de tous les éléments de l'alphabet de modulation. Dans notre étude, nous utilisons principalement des constellations QPSK et 16-QAM avec mapping de Gray telles que décrites en figures 1.5 et 1.6.

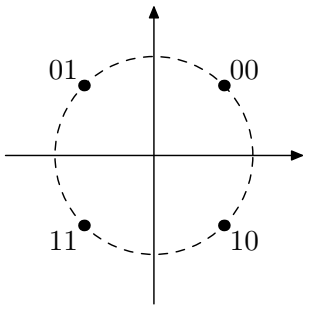


FIG. 1.5 – Constellation QPSK avec mapping de Gray

1.1.3 Techniques de réception

1.1.3.1 Positionnement du problème

Le récepteur a pour fonction de retrouver à partir de la séquence reçue $\{r_k\}$, la séquence de bits émises $\{d_n\}$. Comme on l'a vu en section 1.1, un canal de propagation réaliste est généralement dispersif en temps. S'agissant de la transmission numérique, cette dispersivité engendre de l'interférence inter-symboles (ISI) qui se traduit en

[5] M-ary Quadrature Amplitude Modulation

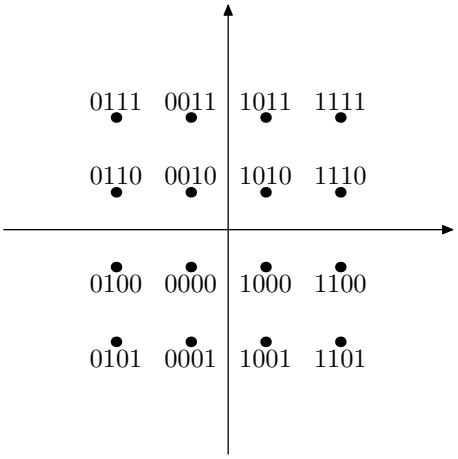


FIG. 1.6 – Constellation 16-QAM avec mapping de Gray

fréquence par une atténuation souvent aléatoire du spectre. Même sans bruit, cet effet a pour conséquence d'altérer la séquence émise $\{s_k\}$ et donc d'engendrer des erreurs dans la séquence des bits estimés $\{\hat{d}_n\}$ dégradant la qualité de la transmission.

Si la fonction de transfert du canal est connue par avance (avec une grande précision), il est théoriquement possible de concevoir des filtres d'émission et de réception éliminant l'ISI à l'instant d'échantillonnage tant que le débit R (en symb/s) reste inférieur à la bande du signal émis B (en Hz) : il s'agit de l'application du critère de Nyquist. En pratique cependant, la réponse fréquentielle du canal n'est pas connue avec une précision suffisante de sorte que d'autres méthodes doivent être mises en place pour éliminer l'ISI et permettre une transmission fiable.

On distingue trois méthodes principales pour combattre l'ISI. La première approche tient en l'utilisation d'une modulation mono-porteuse combinée avec une technique d'*égalisation*. Cette dernière a pour but de compenser les effets engendrés par le canal sur le signal émis, de façon à parfaire le plus possible la décision du récepteur. Historiquement, il s'agit de la première méthode à avoir été utilisée pour lutter contre la dispersivité du canal. Une deuxième approche est l'étalement de spectre en choisissant la bande du signal B bien plus grande que le débit R. Enfin une dernière solution consiste en l'utilisation de techniques à porteuses multiples où le flux d'information est réparti sur un multiplex de porteuses modulées à bas débit. Dans ce qui suit, nous nous intéressons aux techniques d'égalisation et décrivons les différents concepts proposés dans la littérature.

1.1.3.2 Borne du filtre adapté

Lorsqu'en réception un signal est entaché d'ISI, aucun récepteur n'aura de meilleures performances qu'un récepteur optimal pour une transmission équivalente sans ISI. Il suffit pour cela d'envoyer une seule donnée s_0 tous les $L_t T_s$ - le signal reçu sera ainsi sans ISI - et de cascader en réception un filtre adapté au canal $\mathring{H}(f)$ suivi d'un

détecteur de symbole. On parle de borne du filtre adapté (MFB[6]). Le signal en sortie d'un tel récepteur s'écrit :

$$\tilde{s}_0 = \|\mathbf{h}_0\|^2 \cdot s_0 + \tilde{n}_0 \tag{1.13}$$

où $\tilde{n}_0$ est un symbole de bruit en sortie du filtre adapté $\mathring{H}^*(f)$ au temps d'échantillonnage $k = 0$. Le filtre adapté a pour effet de maximiser le rapport signal sur bruit à l'instant de décision en concentrant toute l'énergie du canal autour de s_0.

1.1.3.3 Détection de séquence à maximum de vraisemblance

La structure optimale selon le critère de détection de séquence à maximum de vraisemblance (MLSD[7]) consiste à déterminer la séquence $\hat{\mathbf{s}}$ la plus probable en maximisant la probabilité $\Pr(\mathbf{r}|\hat{\mathbf{s}})$. En utilisant la loi de Bayes, on montre qu'il est pratiquement équivalent de maximiser la probabilité $\Pr(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{r})$. Le critère de maximum de vraisemblance devient le critère de maximum *a posteriori* (MAP[8]) pour une séquence [12].

On peut remarquer cependant qu'un tel récepteur ne minimise pas la probabilité d'erreur symbole $P_{es} = \Pr(\hat{s}_k \neq s_k)$, il n'est donc pas optimal au sens des communications numériques. Minimiser P_{es} reviendrait à chercher, pour chaque temps d'échantillonnage, le symbole $\hat{s}_k$ qui maximise la quantité $\Pr(\hat{s}_k|\mathbf{r})$. On parle alors de détecteur de symbole à maximum de vraisemblance, qui est par conséquent équivalent à un détecteur MAP symbole. Par analogie avec le codage de canal, une implémentation du critère MAP symbole est l'algorithme BCJR [19]. En pratique, on préfère le MLSD au détecteur MAP symbole puisqu'il donne, à haut SNR, sensiblement les mêmes performances, tout en ayant une complexité plus réduite. Cependant si une information *a priori* sur le signal émis est disponible au niveau du récepteur, le MAP symbole devient beaucoup plus intéressant. C'est le cas en turbo-détection [8].

La réponse du canal peut être modélisée par une machine à M^{L_t-1} états finis, qui admet par conséquent une représentation sous forme de treillis. G. D. Forney a montré que le MLSD pouvait être implémenté par un algorithme de Viterbi (VA[9]) à M^{L_t-1} états dont la complexité n'augmente que linéairement en fonction de la longueur du bloc N [20]. Cependant la complexité reste exponentiellement dépendante du nombre d'états M^{L_t-1}. Un tel détecteur devient impossible à implémenter pour des grandes valeurs de L_t ou de, constellations à ordre trop élevés.

On peut néanmoins, relever dans la littérature, de nombreuses études visant à obtenir les mêmes performances que le MLSD tout en réduisant la complexité de l'algorithme. Notons tout d'abord les techniques de préfiltrage, qui permettent, en réception, de concentrer l'énergie du canal sur le premier trajet de celui-ci et ainsi de réduire virtuellement la longueur L_t [21]. En procédant à une analogie avec les décodeurs de canal, une autre méthode consiste à appliquer une détection séquentielle lorsque la longueur du canal devient grande [22]. Enfin, la plus populaire des techniques semble être de s'attaquer directement à la complexité de l'algorithme de Viterbi en réduisant

[6] Matched Filter Bound
[7] Maximum Likelihood Sequence Detection
[8] Maximum A Posteriori
[9] Viterbi Algorithm

le nombre d'états du treillis. Ceci s'effectue en tronquant la réponse impulsionnelle du canal et en effectuant par exemple un retour sur l'historique des survivants (Per survivor processing) ; on parle d'égaliseurs *list-type*. On citera, notamment, les algorithmes RSSE[10] et DDFSE[11] proposées respectivement par M. V. Eyuboglu *et al.* dans [23] et A. Duel-Hallen *et al.* dans [24]. Il est possible d'améliorer ces versions sous-optimales du VA en considérant une liste de plusieurs survivants (alors que le VA ne sélectionne qu'un seul survivant), c'est l'idée de l'algorithme "M" [25]. Enfin, avec l'algorithme de Viterbi Généralisé (GVA[12]), T. Hashimoto combine les différentes techniques citées précédemment (DDFSE, et sélection de plusieurs survivants) à celle consistant à considérer plusieurs listes de survivants au lieu d'une, se rapprochant ainsi de l'idée de base du VA [26]. Enfin, on trouvera dans [27], une comparaison de ces différents égaliseurs dans un contexte EDGE.

1.1.3.4 Égalisation à base de filtres

Au lieu de chercher à réduire la complexité d'un récepteur MLSD, il est aussi possible de chercher des classes d'égaliseurs répondant à d'autres critères que la minimisation du taux d'erreur symbole comme la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE[13]) ou le forçage à zéro des interférences (ZF[14]). En particulier, on peut contraindre la structure même de l'égaliseur. On obtient ainsi une nouvelle classe de récepteur : les égaliseurs à base de filtres. Comme leur nom l'indique, ces égaliseurs utilisent un ou plusieurs filtres, linéaires on non, dont le but est de compenser les distorsions apportées par le canal de telle façon que le signal en sortie ne contienne pratiquement plus d'interférence entre symboles. L'intérêt est qu'un simple détecteur de symbole (comparateur à seuil) appliqué en sortie de l'égaliseur permet d'estimer les bits émis et ce sans aucune perte d'information.

Les coefficients des différents filtres d'égalisation peuvent être déterminés de deux façons différentes. Tout d'abord de manière adaptative, où les coefficients sont ajustés suivant un signal d'erreur calculé soit à partir d'une séquence d'apprentissage (*Data aided*) soit à partir de décisions précédentes (*Decision directed*). En utilisant un algorithme d'adaptation comme le gradient stochastique (LMS[15]) ou l'algorithme de Newton stochastique (RLS[16]) [28], on montre, selon les canaux considérés, que les coefficients du filtre convergent vers une structure stable et optimale au sens du critère imposé. Un égaliseur adaptatif permet classiquement de suivre les variations du canal sans pour autant nécessiter une estimation de celui-ci. Néanmoins pour certains types de canaux, les égaliseurs adaptatifs peuvent nécessiter une longue séquence d'apprentissage incompatible avec la transmission de paquets courts. La deuxième alternative est de calculer les coefficients des filtres en fonction d'une estimation du canal. Ce procédé a l'avantage d'être bien adapté à la transmission par trames et, pour cette raison, c'est cette deuxième solution que nous allons considérer par la suite.

[10] Reduced-State Sequence Estimation
[11] Delayed Decision-Feedback Sequence Estimation
[12] Generalized Viterbi Algorithm
[13] Minimum Mean Square Error
[14] Zero Forcing
[15] Least Mean Square
[16] Recursive least Square

Structure linéaire MMSE Le principe de l'égalisation linéaire est d'appliquer un filtre linéaire au signal reçu et de cascader un détecteur à seuil sans mémoire. Soit $\mathbf{w}_k^H \in \mathbb{C}^{1\times N}$ la matrice représentative du filtre d'égalisation de longueur N. En reprenant la notation de (1.3), le symbole égalisé s'exprime :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{r} \tag{1.14}$$

Si l'on appelle $\delta \in [0, N + L_t - 2]$ la latence du filtre, le critère MMSE impose la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MSE[17]) :

$$\varepsilon_k^2 = \mathbb{E}\Big[|\tilde{s}_k - s_{k-\delta}|^2\Big] \tag{1.15}$$

où ε_k^2 est l'erreur quadratique moyenne calculée à l'instant d'échantillonage k. On montre en annexe B, que le filtre optimal au sens de ce critère est :

$$\mathbf{w}_k^{opt} = \left(\mathbf{H}_k\mathbf{H}_k^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2}\right)^{-1}\mathbf{H}_k\mathbf{e}_{\delta-1} \tag{1.16}$$

où $\mathbf{e}_k \in \mathbb{C}^{1\times(N+L_t-1)}$ est un vecteur unitaire ayant un 1 en position k. En présence de bruit ($\sigma_n^2 > 0$), on montre que la matrice à inverser est strictement définie positive, donc toujours inversible. En général, la latence du filtre est choisie telle que : $\delta \approx (N + L_t)/2$ [29]. Lorsque le canal est bruité, le critère MMSE permet de réaliser un compromis entre l'élimination de l'ISI et la réduction du bruit. Une autre façon de voir le MMSE est de dire que l'application d'un tel critère revient à maximiser le rapport signal sur bruit plus interférences (SINR[18]).

Structure linéaire ZF Le critère ZF consiste à garantir l'absence d'ISI en sortie de l'égaliseur aux instants d'échantillonnage. Lorsque le canal est non bruité, ce critère permet de représenter exactement le filtre égaliseur qui annule les interférences. En reprenant la même notation que dans le paragraphe précédent, on montre que le filtre optimal au sens du critère ZF a pour forme :

$$\mathbf{w}_k^{opt} = \left(\mathbf{H}_k\mathbf{H}_k^H\right)^{-1}\mathbf{H}_k\mathbf{e}_{\delta-1} \tag{1.17}$$

Comme elle ne nécessite pas d'évaluation du rapport signal à bruit, l'égalisation ZF est plus simple à réaliser que le filtrage MMSE. Cependant, en présence d'évanouissements, le critère ZF a pour effet d'augmenter le niveau du bruit et donc de dégrader les performances contrairement au critère MMSE. Notons enfin qu'en l'absence de bruit le critère MMSE est équivalent au ZF.

Structures non linéaires Lorsque que la longueur de la réponse impulsionnelle du canal est trop importante, la synthèse du filtre $\mathbf{w}_k$ devient difficile. Pour remédier à ce problème, des solutions à base de structures non linéaires ont été proposées dans la littérature. Parmi celles-ci, on trouve l'égaliseur à retour de décision (DFE[19]) constitué de deux filtres : un filtre avant et un filtre arrière (ou récursif). Avec cette structure, les filtres d'égalisation restent synthétisables même pour des valeurs de

[17] Mean Square Error
[18] Signal to Interference plus Noise Ratio
[19] Decision Feedback Equalizer

L_t importantes. De plus, l'égaliseur profite des décisions passées pour éliminer l'interférence causale (dite *post-cursor*) et rend ainsi le système plus robuste vis-à-vis de l'ISI. Enfin, la prise de décision dans la boucle permet de supprimer le bruit dans le filtre arrière si le SNR est suffisant. Toutefois, à bas SNR des erreurs de décision apparaissent et se propagent dans la partie arrière.

1.1.3.5 Synthèse

En transmission mono-porteuse, les techniques d'égalisation peuvent être classées en deux catégories bien distinctes : l'égalisation à algorithmes de recherche exhaustive et l'égalisation à base de filtre. Bien que sous-optimale, la dernière solution a l'avantage d'avoir une complexité nettement réduite, ce qui l'autorise à traiter des canaux à longues réponses impulsionnelles ainsi que des modulations à très haut débit. De plus, en utilisant le critère MMSE, il est possible d'optimiser les coefficients du ou des filtres par simple connaissance de la réponse impulsionnelle du canal ainsi que celle du SNR. En présence de codage de canal, on verra au chapitre 3 que l'égalisation à base de filtre prend alors tout son sens. La technique de turbo-égalisation permet d'obtenir des performances très proches de la MFB tout en restant à complexité raisonnable.

1.2 Modulation multi-porteuses

Le concept de modulation multi-porteuses a été introduit à la fin des années 50 sous le nom de *kineplex* dans un contexte de communication haute fréquence militaire [30]. Quelques années plus tard, R. W. Chang et R. A. Gibby améliorent le concept en introduisant la notion de signaux orthogonaux à bande limitée [31], concept que l'on appellera par la suite Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM). Du fait de sa complexité à générer des bancs de filtres de sinusoïdes, l'OFDM n'intéressera pas tout de suite les industriels civils. En 1971, S. Weinstein et P. Ebert simplifient le schéma de modulation-démodulation en utilisant la transformée de Fourier discrète [32], plus simple à utiliser et surtout plus facilement implémentable sous forme d'algorithme rapide (FFT[20]/IFFT[21]). Pour des transmissions radio, l'OFDM souffre d'une part de la perte d'orthogonalité se traduisant par de l'interférence entre porteuses (ICI[22]) et d'autre part du phénomène multi-trajets introduisant de l'ISI. Si l'ajout d'un simple intervalle de garde permet de se prémunir de l'ISI, la présence d'ICI reste problématique. En 1980, A. Peled et A. Ruiz résolvent ce problème en proposant l'ajout d'un intervalle de garde cyclique (*cyclic prefix*) [33] où la fin du signal OFDM est recopiée dans l'intervalle de garde. Dès lors, l'OFDM devient une technique attractive : en 1985, L. J. Cimini étudie cette technique pour des communications radio-mobile [34], tandis que, 2 ans plus tard, M. Alard et et R. Lasalle proposent l'OFDM pour la télévision numérique [35]. En 1995, l'ETSI[23] établit le premier standard basé sur l'OFDM : la radiodiffusion numérique terrestre (DAB[24]).

[20] Fast Fourier Transform
[21] Inverse Fast Fourier Transform
[22] Inter Carrier Interference
[23] European Telecommunications Standards Institute
[24] Digital Audio Broadcasting

La norme de télévision numérique terrestre (DVB-T[25]) l'adoptera à son tour peu de temps après. Enfin, plus récemment, l'OFDM se retrouve dans plusieurs standards comme ceux des réseaux locaux sans fils (WLAN[26]) : IEEE 802.111a et HIPERLAN[27].

1.2.1 OFDM

1.2.1.1 Principe

La modulation OFDM a pour principe de répartir le flux binaire à haut débit sur un ensemble de N porteuses transmettant chacune des débits réduits. La figure 1.7 décrit le schéma d'une transmission OFDM. L'émetteur comprend 4 étages :

1. Conversion série-parallèle de taille N afin d'obtenir des blocs de N symboles
2. Transformée de Fourier inverse de taille N
3. Insertion d'un intervalle de garde de taille Δ en début de bloc où la fin du bloc est recopiée
4. Conversion parallèle-série

L'insertion de l'intervalle de garde a deux objectifs. Le premier est d'absorber l'ISI apportée par le canal de propagation et de rendre le canal non sélectif en fréquence pour chaque sous-porteuse. Pour cette raison, la taille de l'intervalle de garde doit être choisie plus grande que l'étalement maximal des retards : $\Delta \cdot T_s \geq \tau_{max}$, où T_s est le temps d'échantillonage et τ_{max} l'écho maximal engendré par le canal. Le deuxième objectif est de rendre cyclique la convolution entre le signal OFDM et le canal. Pour cela, on recopie la fin du signal dans l'intervalle de garde : le signal OFDM devient ainsi cyclique.
En réception, les opération duales sont effectuées :

1. Conversion série-parallèle de taille N afin d'obtenir des blocs de $N+\Delta$ symboles
2. Suppression de l'intervalle de garde correspondant aux Δ premiers échantillons du bloc
3. Transformée de Fourier directe de taille N
4. Conversion parallèle-série

La modulation OFDM peut être vue comme une combinaison à coefficients complexes de signaux orthogonaux représentant les translatés temps-fréquence d'une onde rectangulaire. La transformée de Fourier d'un signal rectangulaire étant un sinus cardinal, on note, comme le montre la figure 1.8, que les sous-porteuses se recouvrent spectralement tout en restant orthogonales entre elles. En négligeant les lobes secondaires des sinus cardinaux des bords du spectre, le spectre résultant est un rectangle de largeur $B = \frac{1}{T_s}$. En pratique, des porteuses nulles sont insérées de chaque côté du spectre pour éviter un recouvrement spectral entre canaux adjacents et un *aliasing* inhérent à la génération numérique du signal. On note par la suite N_c le nombre de porteuses utiles et N_{FFT} la taille de la FFT.

[25] Digital Video Broadcasting - Terrestrial
[26] Wireless Local Access Network
[27] HIgh PERformance Local Area Network

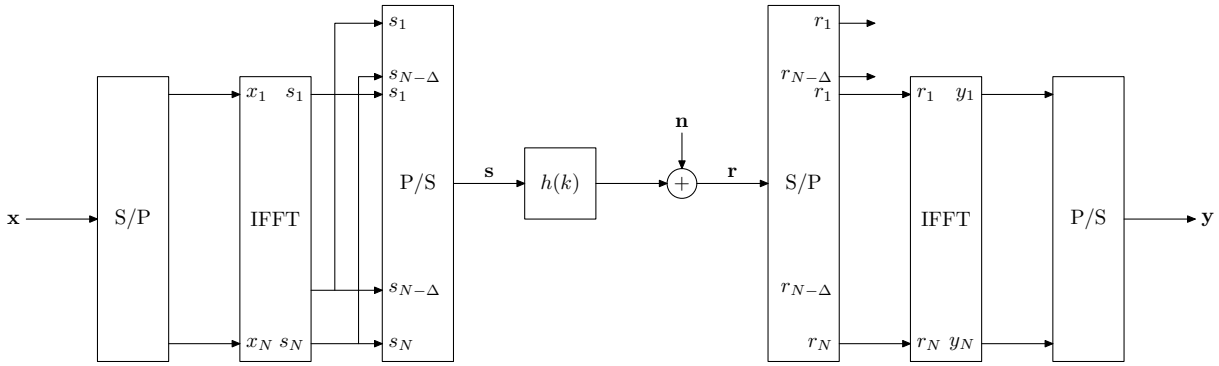


FIG. 1.7 – Modulation et Démodulation OFDM

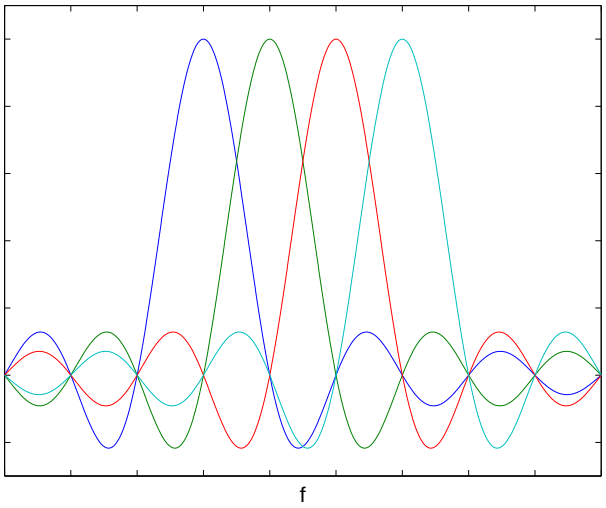


FIG. 1.8 – Représentation de quelques porteuses OFDM

1.2.1.2 Propriétés

En adoptant une notation matricielle, nous allons examiner les propriétés de l'OFDM sur un canal multi-trajets classique de réponse impulsionnelle $h(k)$:

$$h(k) = \sum_{l=0}^{L_t-1} h_{l,k}\delta(k-l) \tag{1.18}$$

où L_t est le nombre de trajets. Afin de simplifier les calculs, nous supposerons pour cette démonstration que $N = N_{FFT} = N_c$.

Soit $\mathbf{x}(p) = \begin{bmatrix} x_1(p) & \dots & x_N(p) \end{bmatrix}^T$ le vecteur des symboles à transmettre pour un bloc p. L'opération de transformée de Fourier revient à multiplier ce vecteur par la matrice de Fourier $\mathbf{F}$. Le vecteur $\mathbf{s}(p) \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ en sortie de IFFT s'exprime de la façon suivante :

$$\mathbf{s}(p) = \mathbf{F}^H \mathbf{x}(p) \tag{1.19}$$

On procède ensuite à l'insertion de l'intervalle de garde de longueur Δ où les derniers échantillons de la fin du vecteur sont recopiés au début, soit $\overline{\mathbf{s}}(p) \in \mathbb{C}^{\Delta+N\times 1}$ le vecteur résultant :

$$\overline{\mathbf{s}}(p) = \begin{bmatrix} \bar{s}_1(p) \\ \vdots \\ \bar{s}_N(p) \\ \bar{s}_{N+1}(p) \\ \vdots \\ \bar{s}_{N+\Delta}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{N-\Delta+1}(p) \\ \vdots \\ s_N(p) \\ s_1(p) \\ \vdots \\ s_N(p) \end{bmatrix} \tag{1.20}$$

Supposons maintenant que le canal de propagation est constant dans le temps et notons : $h_l = h_{l,k}$. Si l'on néglige le bruit thermique, le vecteur reçu en entrée du récepteur est noté $\overline{\mathbf{r}}(p) \in \mathbb{C}^{N+\Delta\times 1}$, et correspond au produit matriciel entre la matrice de Toeplitz représentative du canal et un vecteur de symboles dépendant à la fois du bloc p et du bloc précédent $p-1$:

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_1(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{r}_{N+\Delta}(p) \end{bmatrix}_{N+\Delta} = \begin{bmatrix} h_{L_t-1} & \dots & h_0 & 0 & & \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ & & 0 & h_{L_t-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix}_{(N+\Delta)\times(N+\Delta+L_t)} \cdot \begin{bmatrix} \bar{s}_{N+\Delta-L_t+1}(p-1) \\ \vdots \\ \bar{s}_{N+\Delta}(p-1) \\ \bar{s}_1(p) \\ \vdots \\ \bar{s}_{N+\Delta}(p) \end{bmatrix}_{N+\Delta+L_t} \tag{1.21}$$

La première opération en réception consiste à supprimer l'intervalle de garde situé en début de bloc. On remarque qu'il est possible d'éliminer les symboles provenant des blocs antérieurs si $\Delta \geq L$. Si cette condition est réalisée, on obtient le vecteur $\mathbf{r}(p)$ suivant :

$$\mathbf{r}(p) = \begin{bmatrix} r_1(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ r_N(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_{\Delta+1}(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{r}_{N+\Delta}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{L_t-1} & \dots & h_0 & 0 & & \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ & & 0 & h_{L_t-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix}_{N\times(N+L_t)} \cdot \begin{bmatrix} \bar{s}_{\Delta-L+1}(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{s}_{N+\Delta}(p) \end{bmatrix}_{N+L_t} \tag{1.22}$$

En utilisant le caractère cyclique de $\overline{\mathbf{s}}(p)$, on peut réécrire $\mathbf{r}(p)$ sous la forme suivante :

$$\mathbf{r}(p) = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_{L_t-1} & \dots & h_1 \\ h_1 & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & h_{L_t-1} \\ h_{L_t-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_{L_t-1} & \dots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}_{N\times N} \cdot \begin{bmatrix} s_1(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_N(p) \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

On obtient finalement :

$$\mathbf{r}(p) = \mathbf{H}\mathbf{s}(p) \tag{1.24}$$

On remarque que grâce à la propriété de l'intervalle de garde la matrice de canal équivalente $\mathbf{H}$ est circulante. La dernière opération consiste à appliquer une transformée de Fourier sur le vecteur $\mathbf{r}(p)$. On obtient le vecteur $\mathbf{y}(p)$ que l'on peut exprimer en fonction de $\mathbf{x}(p)$:

$$\mathbf{y}(p) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{F}^H \cdot \mathbf{x}(p) \tag{1.25}$$

La matrice $\mathbf{F} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{F}^H$ est alors l'expression de la matrice de canal $\mathbf{H}$ dans la base de Fourier. Or toute matrice circulante est diagonale dans la base de Fourier. On montre ainsi que :

$$\mathbf{y}(p) = \begin{bmatrix} \mathring{H}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathring{H}_N \end{bmatrix}_{N \times N} \cdot \mathbf{x}(p) \tag{1.26}$$

où les $\mathring{H}_k$ sont les échantillons de la réponse fréquentielle du canal :

$$\mathring{H}_k = \sum_{l=0}^{L_t - 1} h_l \cdot \exp\left(\frac{-j2\pi lk}{N}\right)$$

Si maintenant on tient compte du bruit thermique, le symbole reçu sur la k-ième porteuse du bloc p vaut :

$$y_k(p) = \mathring{H}_k x_k(p) + n_k \tag{1.27}$$

où n_k est un terme de la FFT du bruit. La transformée de Fourier étant une opération unitaire, le signal n_k suit la loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$. On obtient ainsi une relation linéaire entre le signal émis et le signal reçu, signifiant que l'ISI ainsi que l'ICI ont bien été supprimés. En supposant que le récepteur possède une estimation de $\mathring{H}_k$, le signal estimé, $\tilde{x}_k(p)$ s'obtient facilement en procédant à une égalisation ZF :

$$\tilde{x}_k(p) = \frac{\mathring{H}_k^*}{|\mathring{H}_k|^2} y_k(p) \tag{1.28}$$

Comme on peut le voir, le principal intérêt de l'OFDM réside dans la simplicité de son égalisation, où un simple critère ZF (ne nécessitant pas d'estimation du rapport signal à bruit) est optimal.

Dans la démonstration précédente, nous avons supposé le canal constant dans le temps. Les équations présentées restent valables si le canal ne varie pas sur la durée d'un symbole OFDM. Cette hypothèse peut être vérifiée en dimensionnant la taille de la FFT en fonction du temps de cohérence du canal. Si cette hypothèse n'est plus vérifiée, la matrice résultante ne sera plus diagonale et des termes d'ICI apparaîtront. Le dimensionnement de l'intervalle de garde est également fonction du canal. On doit avoir :

$$\frac{\tau_{max}}{T_s} \leq \Delta < N \tag{1.29}$$

Évidemment plus l'intervalle de garde sera choisi grand plus la perte en efficacité spectrale sera importante. On trouvera dans [36] une optimisation du choix des paramètres OFDM.

Comme le montre l'équation (1.27), l'OFDM bien dimensionné permet de transformer un canal sélectif en fréquence en un canal plat par sous-porteuses caractérisé par son évanouissement $\mathring{H}_k$. Sous l'hypothèse d'un entrelacement optimal, on a : $\mathring{H}_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$. On en déduit la propriété suivante :

Propriété 1.1 *Les performances optimales d'un système OFDM sur canal de Rayleigh multi-trajets sont équivalentes aux performances d'un système mono-porteuse sur canal théorique de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats.*

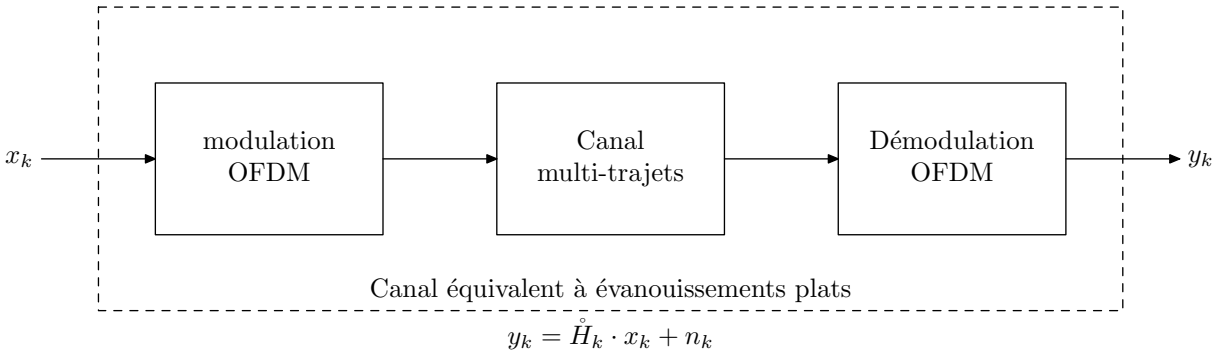


FIG. 1.9 – Canal OFDM

1.2.1.3 Association avec du codage de canal

La technique OFDM étant initialement prévue pour des canaux sélectifs en fréquence, il est naturellement attendu en réception que certaines sous-porteuses soient fortement atténuées alors que d'autres le seront moins. Le codage de canal associé à un entrelaceur devient alors indispensable et un décodage de type Viterbi à entrée souple permet d'exploiter efficacement les diversités fréquentielle et temporelle du canal. La figure 1.10 décrit un tel schéma que l'on nomme COFDM[(28)]. Classiquement on utilise deux entrelaceurs : un au niveau fréquentiel afin de décorréler les sous-porteuses entre elles et un autre au niveau binaire pour parfaire la décorrélation entre chaque bit et rendre le décodage de canal le plus efficace possible. A noter que l'on peut adapter le schéma de codage et modulation (MCS[(29)]), si l'on connaît à l'émission le rapport signal à bruit par porteuses.

1.2.1.4 Discussions

Comme on vient de le voir l'OFDM constitue une stratégie intéressante pour contrer l'effet multi-trajets engendré par le canal de propagation. Notons toutefois que des techniques à base de turbo-égalisation (voir chapitre 3 et [37, 29]), permettent d'obtenir d'aussi bon résultats, voire de meilleurs sous certaines conditions [38]. Cependant la comparaison de ces techniques en terme de complexité reste difficile à effectuer. Dans la suite de cette thèse, nous allons étudier des récepteurs itératifs pour

[(28)] Coded OFDM
[(29)] Modulation and Coding Scheme

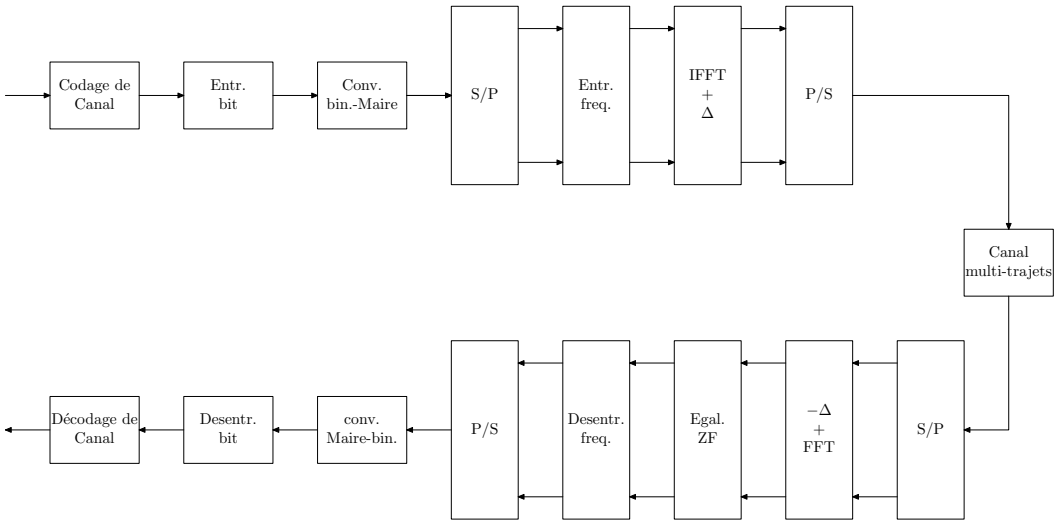


FIG. 1.10 – Chaîne COFDM classique

les signaux MIMO et/ou précodés et pour conférer à ces récepteurs une complexité acceptable, nous préférons nous affranchir de l'ISI au préalable en utilisant la modulation OFDM.

1.2.2 MC-CDMA

Dans cette section, nous présentons brièvement le MC-CDMA qui sera associé à des techniques multi-antennes dans le chapitre 4. Après avoir décrit le schéma d'émission, nous rappelons les différentes techniques de réception qui peuvent être classées en deux catégories : la détection mono-utilisateur et la détection multi-utilisateurs.

1.2.2.1 Principe

Le MC-CDMA a été introduit en 1993 de façon indépendante par N. Yee *et al.* dans [39] et par K. Fazel et L. Papke dans [40]. Comme son nom l'indique, le MC-CDMA combine à la fois la technique d'accès multiple par répartition de codes (CDMA) et la modulation multi-porteuses en l'occurrence l'OFDM. On trouve dans la littérature différentes méthodes d'associer CDMA et OFDM [41], dans le cas du MC-CDMA les données des différents utilisateurs sont étalées sur un ensemble de sous-porteuses. Le principal intérêt réside dans le fait que l'étalement effectué sur l'axe fréquentiel permet de tirer parti de la diversité fréquentielle du canal et de reconstituer en réception le signal émis en récupérant toute l'énergie dissipée du signal. L'intérêt du MC-CDMA est largement constaté en voie descendante, où le caractère synchrone de la liaison permet de faire cohabiter simultanément plusieurs utilisateurs ayant des codes orthogonaux de type Walsh-Hadamard. L'accès multiple à répartition de codes confère au MC-CDMA une grande flexibilité quant à la gestion du nombre d'utilisateurs. Enfin, grâce aux propriétés conservées de l'OFDM, le MC-CDMA est robuste aux phénomènes multi-trajets. Pour toutes ces raisons, le MC-CDMA est un candidat sérieux pour la couche

physique des futurs systèmes radio-mobiles (B3G[30]).

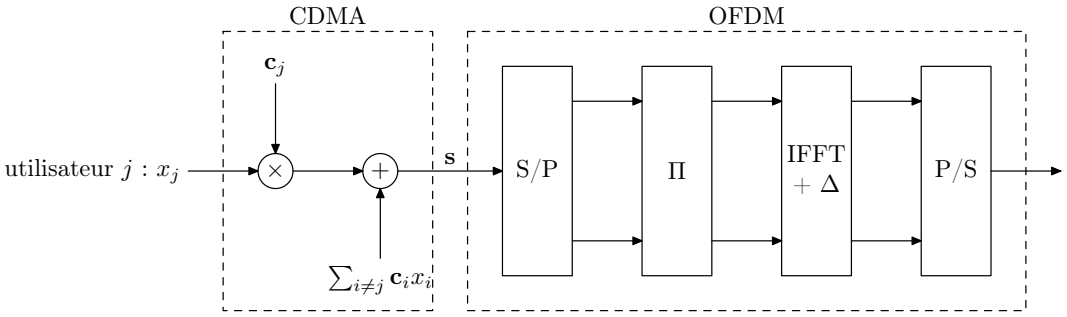


FIG. 1.11 – Schéma d'émission MC-CDMA sur voie descendante

La figure 1.11 décrit un schéma d'émission MC-CDMA. Chaque symbole x_j provenant de l'utilisateur j est multiplié par une séquence d'étalement $\mathbf{c}_j \in \mathbb{C}^{L_c \times 1}$ où L_c désigne la longueur du code d'étalement. Les contributions étalées de chaque utilisateur sont ensuite sommées en un vecteur $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_u \times 1}$ où N_u désigne le nombre d'utilisateurs actifs. Soient $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \ldots, \mathbf{c}_j] \in \mathbb{C}^{L_c \times N_u}$ et $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_{N_u}]^T \in \mathbb{C}^{N_u \times 1}$, le signal $\mathbf{s}$ obtenu en sortie du bloc CDMA s'écrit :

$$\mathbf{s} = \sum_{j=1}^{N_u} \mathbf{c}_j x_j = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{1.30}$$

Le signal est ensuite modulé en utilisant la technique OFDM telle que décrite dans la section précédente. En réception, si on appelle r_k le signal obtenu en sortie du démodulateur OFDM sur la porteuse k, et si on forme le vecteur $\mathbf{r} = [r_1, \ldots, r_{L_c}]^T$, alors on peut écrire :

$$\mathbf{r} = \mathring{\mathbf{H}}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{1.31}$$

où $\mathring{\mathbf{H}} = \text{diag}\left(\mathring{H}_1, \ldots, \mathring{H}_{L_c}\right)$ avec $\mathring{H}_k$ la réponse fréquentielle du canal pour la sous-porteuse k et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{L_c \times 1}$ un vecteur de bruit équivalent de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$.

1.2.2.2 Détection mono-utilisateur

Dans le cas d'une détection mono-utilisateur (SUD[31]), le récepteur cherche à détecter l'utilisateur considéré sans tenir compte des autres utilisateurs qui émettent simultanément dans la même bande de fréquence. Le principe consiste, en sortie de démodulation OFDM, à appliquer une égalisation afin de compenser les distorsions causées par le canal de propagation sur chacune des sous-porteuses et ensuite de multiplier le signal obtenu par le code de désétalement $\mathbf{c}_j^T$ de l'utilisateur considéré. En pratique, la sélectivité en fréquence du canal brise l'orthogonalité des codes de Walsh-Hadamard et génère des termes interférents que l'on appelle MAI[32]. Toute la difficulté du récepteur mono-utilisateur consiste donc à retrouver pour le mieux le

[30] Beyond 3G
[31] Single User detection
[32] Multiple Access Interference

symbole x_j tout en minimisant la MAI et le bruit. On distingue dans la littérature 4 types principaux de détecteur que l'on peut classer dans un ordre décroissant de leur performance pour un système à pleine charge :

- détection MMSE
- détection ZF
- détection EGC[33]
- détection MRC[34]

Pour son intéressant rapport performance/complexité, la détection MMSE est la technique la plus utilisée en réception mono-utilisateur.

1.2.2.3 Détection multi-utilisateurs

Dans le cas où les séquences des codes d'étalement des utilisateurs interférents sont connues, il est possible d'estimer ou de minimiser les termes de MAI afin de mieux détecter le signal de l'utilisateur considéré. On trouve dans la littérature 3 classes de détecteur :

- détection à annulation d'interférences (SIC[35], OSIC[36], PIC[37], ...)
- détection MLSD
- détection GMMSE[38]

Contrairement aux techniques de détection mono-utilisateur, une détection multi-utilisateurs (MUD[39]) nécessite la connaissance des codes de tous les utilisateurs et inclut un traitement de la MAI qui peut s'avérer complexe.

On trouvera dans [42], une comparaison entre les différentes techniques de détections mono et multi-utilisateurs sur des canaux UMTS[40]. Enfin, une étude complète sur le MC-CDMA a été menée au cours des thèses respectives de R. Le Gouable [41] et J.-Y. Baudais [43].

1.3 Précodage linéaire

La technique de précodage linéaire permet d'exploiter de façon simple la diversité d'un canal pour lutter efficacement contre les évanouissements de ce dernier. Après un rappel sur les techniques de diversités, nous définissons le terme précodage linéaire et présentons les différents algorithmes de réception associés. Enfin nous concluons par une analyse théorique des performances de précodage linéaire sur canal de Rayleigh à évanouissement plat.

1.3.1 Introduction aux techniques de diversités

Supposons une transmission sur un canal de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats. Le signal reçu est affecté par deux grandeurs (cf. relation 1.12) : le bruit gaussien

[33] Equal Gain Combining
[34] Maximum Ratio Combining
[35] Successive Interference Cancellation
[36] Ordered Succesive Interference Cancellation
[37] Parallel Interference Cancellation
[38] Global Minimum Mean Square Error
[39] Multi-User Detection
[40] Universal Mobile Telecommunications Standards Institute

représenté par les échantillons n_k et l'évanouissement représenté par le terme complexe h_k. Si, à un moment donné, l'évanouissement est important, le SNR constaté en réception sera faible et, par voie de conséquence, le récepteur fera des erreurs de détection. Ce problème, fondamental en communications numériques, peut être résolu en utilisant des techniques de diversité. L'idée est de fournir au récepteur L versions d'un même signal transmis sur des canaux indépendants. Si cette hypothèse d'indépendance est vérifiée, la probabilité pour que les L versions soient simultanément sévèrement atténuées est beaucoup plus faible que celle d'avoir une seule version autant atténuée. Dans les schémas de transmission classique, deux diversités du canal de propagation sont principalement exploitées : la diversité temporelle et la diversité fréquentielle.

1. *Diversité temporelle* : une première méthode pour fournir au récepteur plusieurs versions indépendantes d'un même signal d'information consiste à envoyer un symbole à des temps d'échantillonnages différents. Si la séparation temporelle entre ces symboles redondants est supérieure au temps de cohérence du canal $(\Delta t)_c$, on peut considérer qu'ils seront affectés par des évanouissements temporels indépendants. L'utilisation d'un entrelaceur temporel bien dimensionné peut permettre de vérifier cette hypothèse.
2. *Diversité fréquentielle* : une autre méthode est d'envoyer des symboles de redondance sur des sous-porteuses différentes. L'entrelaceur fréquentiel devra avoir alors une latence supérieure ou égale à la bande de cohérence $(\Delta f)_c$ du canal.

D'autres techniques, comme la diversité de polarisation ou la diversité d'angle d'arrivée peuvent aussi être utilisées. En présence d'antennes multiples, nous verrons au chapitre 3 qu'il est possible d'exploiter également la diversité spatiale. Notons enfin que le codage de canal peut être vu comme une technique de diversité particulière. On appelle ordre de diversité le nombre de répliques indépendantes d'un même signal d'information fournie au récepteur.

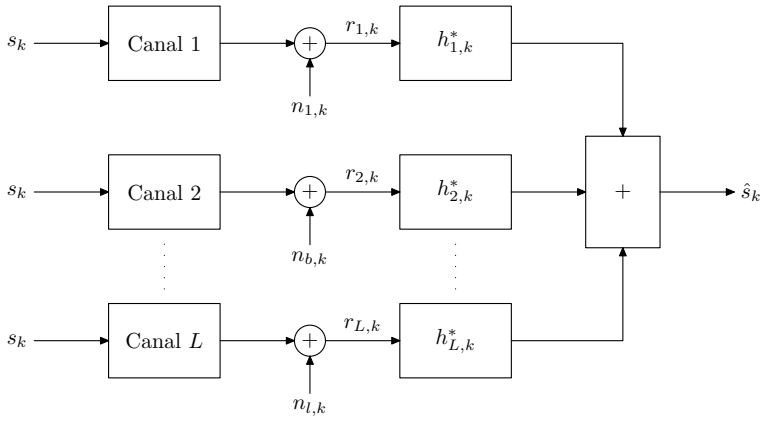


FIG. 1.12 – Schéma général d'un système à diversité

Supposons toujours une transmission sur canal de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats. Le principe d'une technique de diversité d'ordre L est d'envoyer un symbole d'information s_k sur L canaux indépendants comme le montre la figure 1.12. Le signal

reçu en sortie du canal l est le suivant :

$$r_{l,k} = h_{l,k} \cdot s_k + n_{l,k}, \quad l = 1, 2, \ldots, L \tag{1.32}$$

où $n_{l,k}$ modélise le bruit additif gaussien sur le canal l. Le récepteur optimal consiste à multiplier chacun des signaux reçus par la valeur conjuguée du coefficient de canal considéré et de sommer tous ces signaux. La multiplication par $h^*_{l,k}$ a pour effet de compenser le décalage de phase du canal et de maximiser le SNR en sortie du canal. Ce récepteur optimal est appelé Maximal Ratio Combiner (MRC) par D. G. Brennan en 1959 [44]. Le signal en sortie du MRC est le suivant :

$$\hat{s}_k = \sum_{l=1}^{L} |h_{l,k}|^2 s_k + \sum_{l=1}^{L} h^*_{l,k} n_{l,k} \tag{1.33}$$

Pour résumer, la diversité est apportée par le canal de propagation et c'est l'ensemble émetteur - récepteur qui l'exploite.

1.3.2 Présentation du précodage linéaire

1.3.2.1 État de l'art

Le *précodage* est une technique qui a pour but d'adapter le signal transmis au canal qu'il va effectivement traverser. Cependant, sous un même terme se cachent des schémas d'émission (et donc de réception) qui varient d'un auteur à l'autre et il nous appartient donc de bien les différencier.

Précodage avec connaissance du canal Lorsque le canal est parfaitement connu de l'émetteur, R. G. Gallager a montré qu'il était possible d'approcher la capacité d'un canal linéaire perturbé par un bruit additif gaussien en utilisant la méthode dite de *water-pouring* [45]. Le principe est d'allouer pour chaque fréquence du signal, une puissance fonction de l'inverse du rapport signal à bruit constaté à la fréquence considérée. Une façon bien connue de réaliser cette méthode est d'utiliser les modulations multi-porteuses (cf. section suivante). Des performance similaires peuvent être obtenues avec une modulation mono-porteuse associée à une technique de précodage et combinée à la réception avec un égaliseur à retour de décision (DFE). On peut trouver une bonne description de ces techniques dans [46]. Ces différents schémas de transmission, que l'on peut retrouver également sous le nom de *pré-égalisation* ou *pré-distortion*, nécessitent une connaissance du canal à l'émission.

Signal shaping Une constellation d'émission est optimale lorsque son énergie moyenne est minimale pour des performances équivalentes en réception. La technique qui consiste à optimiser le signal émis est appelée *signal shaping*. En jouant sur la densité spectrale de puissance et sur la répartition des symboles dans la constellation il est possible de réduire cette énergie moyenne transmise. On montre qu'au maximum il est possible de réduire cette énergie de 1.53 dB (on parle de *ultimate shaping gain*) [46]. L'optimal est atteint lorsque la densité spectrale de puissance du signal émis suit une loi gaussienne [47]. On note que le *signal shaping* est une technique qui ne nécessite pas de connaissance du canal à l'émission. Enfin, des schémas combinant pré-égalisation et signal shaping sont proposés dans [46].

Précodage sans connaissance du canal à l'émission Lorsque le canal n'est pas connu de l'émetteur, il est possible d'adapter le signal transmis non pas à un canal précis mais à un type de canal que l'on sait représentatif de la transmission considérée. En l'occurrence, on sait que le canal à évanouissements de Rayleigh constitue un bon modèle pour les communications sans fils. Or il est connu que sur un tel canal, la distance de Hamming joue un rôle central. Dès 1992, K. Boullé et J. C. Belfiore proposent des constellations extraites des réseaux de points permettant justement de maximiser cette distance [48]. Ces travaux seront poursuivis à l'aide d'outils algébriques dans [49] et [50]. Dans [51], J. J. Boutros *et al.* montrent qu'il est également possible de construire de telles modulations en procédant à des rotations multidimensionnelles de constellations classiques. Les auteurs baptisent la diversité apportée par la rotation de constellation : diversité d'espace du signal (*signal space diversity*). En 2000, le terme précodage linéaire apparaît au détriment de la "rotation de constellation" [52]. Une analogie intéressante peut être faite avec le MC-CDMA : lorsqu'un utilisateur possède tous les codes d'étalement, la matrice d'étalement $\mathbf{C}$ peut être vue comme une matrice de précodage. Cette propriété est remarquée par S. Kaiser dans [53].

Dans la suite de notre étude, nous allons nous intéresser à la technique de précodage linéaire au sens de [52] qui a pour avantage de ne nécessiter aucune connaissance du canal à l'émission et d'être mise en oeuvre par une simple multiplication de matrice.

1.3.2.2 Émission

Le précodage linéaire que nous étudions consiste à effectuer une rotation multidimensionnelle des symboles de modulation en utilisant une matrice unitaire $\mathbf{\Theta} \in \mathbb{C}^{L_p \times L_p}$ où L_p est appelée taille du précodage. Si l'on appelle $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{L_p}$, un vecteur de symboles appartenant à une constellation classique $\mathcal{A}$, le vecteur précodé $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{L_p}$ s'obtient de la façon suivante :

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Theta} \cdot \mathbf{x} \tag{1.34}$$

Intuitivement, le principe du précodage linéaire est de distribuer l'énergie d'un même symbole sur plusieurs réalisations du canal. Sous l'hypothèse que ces réalisations sont indépendantes, un gain en diversité peut-être obtenu (cf. paragraphe 1.3.1). On note que néanmoins la bande passante du signal précodé reste inchangée par rapport à celle du signal d'origine.

Exemple 1.3.1 Supposons la transmission de deux symboles de modulation x_1 et x_2 et choisissons pour matrice de précodage une matrice de Hadamard de taille $L_p = 2$:

$$\mathbf{\Theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{1.35}$$

Sous l'hypothèse d'un canal de Rayleigh à évanouissement plat h_k, le vecteur $\mathbf{r}$ reçu est le suivant :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H\Theta x} + \mathbf{n} \tag{1.36}$$

où $\mathbf{H} = \text{diag}(h_1, h_2)$ est la matrice représentative du canal et $\mathbf{n} = [n_1, n_2]^T$ un vecteur de bruit. On peut développer l'équation précédente :

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} h_1(x_1 + x_2) \\ h_2(x_1 - x_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{1.37}$$

Au regard de l'équation obtenue, on note que chaque symbole d'information sera affecté par 2 évanouissements différents h_1 et h_2. Si l'on suppose que ces deux évanouissements sont indépendants, une diversité d'ordre 2 est obtenue et par voie de conséquence les symboles seront mieux protégés du bruit que s'ils n'étaient affectés que par un seul évanouissement.

Distribution du signal émis La figure 1.13 montre la distribution de la partie réelle d'un signal précodé avec une matrice Hadamard de taille $L_p = 256$. On peut remarquer que la courbe obtenue est confondue avec la courbe de densité de probabilité Gaussienne. On montre qu'un résultat similaire est obtenu sur la partie imaginaire. On en déduit que lorsque L_p augmente on a :

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Theta x} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1) \tag{1.38}$$

Or on sait par C. E. Shannon, que la capacité d'un canal est maximisée lorsque les

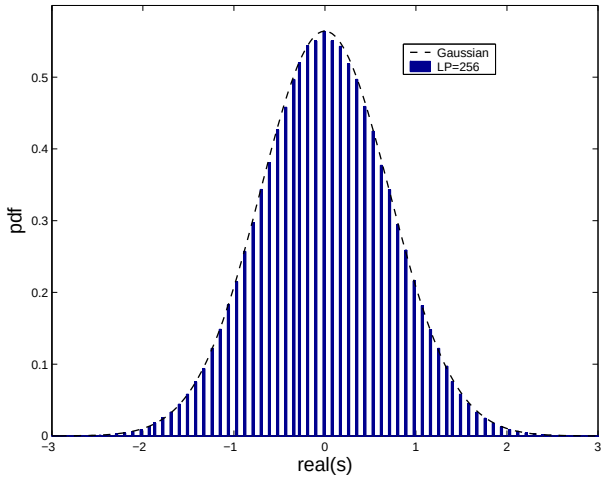


FIG. 1.13 – Distribution de la partie réelle d'un signal précodé avec une matrice de Hadamard de taille $L_p = 256$

signaux d'entrée sont gaussiens. La figure 1.14 illustre ce résultat où différentes courbes de capacité sont tracées suivant les caractéristiques de l'entrée : QPSK, 16-QAM ou gaussienne. On en déduit que le précodage linéaire permet, non pas d'augmenter la capacité, mais de remplir les conditions nécessaires pour atteindre cette capacité.

LP-OFDM Comme nous l'avons vu en 1.2.1, le canal de Rayleigh à évanouissements plats modélise un système OFDM idéal sur canal sélectif en temps et/ou en fréquence.

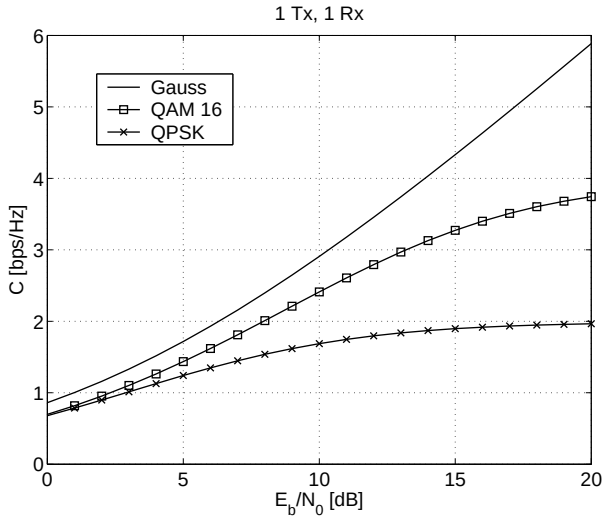


FIG. 1.14 – Capacité ergodique d'un canal de Rayleigh SISO suivant la distribution du signal d'entrée

---

Le précodage linéaire est donc tout à fait adapté à la modulation OFDM sur canal multi-trajets : on parle dans la littérature de système LP-OFDM[41] [54]. Par cette association le précodage linéaire exploite la diversité fréquentielle et/ou temporelle du canal de propagation.

1.3.2.3 Réception

Donnons l'expression du signal en entrée du récepteur :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\boldsymbol{\Theta}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{1.39}$$

où $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{L_p \times L_p}$ est une matrice diagonale définie comme suit :

$$\mathbf{H} = \mathrm{diag}(h_1, \ldots, h_{L_p}) \tag{1.40}$$

et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{L_p \times 1}$ est un vecteur de bruit gaussien complexe de moyenne nulle et de variance totale σ_n^2.

Décodage optimal : critère ML Au niveau du récepteur, le critère de maximum de vraisemblance (ML[42]) avec connaissance parfaite du canal (CSI[43]) conduit à la minimisation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}^{L_p \times 1}} \|\mathbf{r} - \mathbf{H}\boldsymbol{\Theta}\mathbf{x}\|^2 \tag{1.41}$$

Le décodage ML a une complexité croissante en fonction du nombre d'états de la modulation et de la longueur du précodage. Il est possible de simplifier le décodage en utilisant un critère sous-optimal.

---

[41] Linear Precoded Orthogonal Frequency Division Multiplex
[42] Maximum Likelihood
[43] Channel State Information

Décodage sous-optimal : critère MMSE Une alternative intéressante pour décoder le signal reçu est de procéder à un filtrage matriciel en cherchant à minimiser l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre le signal décodé et le signal émis. Le critère MMSE bloc appliqué au vecteur décodé $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{L_p \times 1}$ donne (cf section 1.1.3) :

$$\hat{\mathbf{x}} = \left[\mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{\Theta} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{\Theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{r} \tag{1.42}$$

En utilisant le fait que la matrice de précodage est unitaire $\mathbf{\Theta}\mathbf{\Theta}^H = \mathbf{I}$, l'équation précédente peut être simplifiée :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{\Theta}^H \left[\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{r} \tag{1.43}$$

La matrice $\mathbf{H}$ étant diagonale, l'inversion matricielle revient à L_p inversions scalaires. Ainsi la complexité d'un tel récepteur comparativement à son équivalent en ML est extrêmement réduite.

1.3.3 Performances théoriques

Dans ce paragraphe nous analysons les performances théoriques du précodage linéaire sur canal de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats. En se servant de la probabilité d'erreur par paire, nous donnons une borne théorique sur les performances et nous en déduisons les critères associés au choix d'une matrice de précodage linéaire.

Probabilité d'erreur par paire Sous l'hypothèse d'un décodage optimal de type ML, l'analyse de la probabilité d'erreur binaire nous permet d'appréhender l'effet du précodage linéaire et ainsi d'optimiser la construction de la matrice correspondante. Cependant, le calcul direct de la probabilité est généralement trop complexe à exprimer, on peut avoir alors recours à l'analyse de la probabilité d'erreur par paire de signaux (PEP[44]), laquelle donne une indication sur la probabilité d'erreur binaire par l'intermédiaire du théorème de l'union[45]. La probabilité de décider le vecteur précodé $\mathbf{v}$ alors que $\mathbf{u}$ a été émis conditionnée à la connaissance de la matrice de canal $\mathbf{H}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) &= \Pr\left(\left\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{v}\right\|^2 \leq \left\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{u}\right\|^2 \right) \\ &= \Pr\left(2\,\mathrm{Re}\left[\mathbf{H}(\mathbf{u}-\mathbf{v})\mathbf{n}^*\right] \leq -\left\|\mathbf{H}(\mathbf{u}-\mathbf{v})\right\|^2 \right) \\ &= \Pr\left(N < -A\right) \end{aligned}$$

La quantité N est une variable aléatoire de type $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_N^2)$ avec :

$$\sigma_N^2 = 2\sigma_n^2 A$$

[44] Pairwise Error Probability

[45] Théorème de l'union : la probabilité d'erreur est majorée par la borne :

$$P_e \leq \sum_{i_1 \neq i_2} w(u_{i_1}, v_{i_2}) \Pr(u_{i_1} \to v_{i_2}) \Pr(u_{i_1})$$

La probabilité d'erreur par paire peut être réécrite sous la forme $\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) = Q(A/\sigma_N)$ où $Q(x)$ est la fonction queue de gaussienne[46] :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\left\|\mathbf{H}(\mathbf{u}-\mathbf{v})\right\|^2}{2\sigma_n^2}}\right) \tag{1.44}$$

Pour simplifier la notation, nous supposerons que les $L \in [0, L_p]$ premiers termes de $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ diffèrent entre eux tandis que les $L_p - L$ sont identiques. On remarque que le terme entier L n'est autre que la distance de Hamming entre ces 2 vecteurs. Si l'on pose maintenant d_{min}^2 comme la distance Euclidienne minimale entre 2 symboles de modulation, on montre aisément que :

$$|u_k - v_k|^2 \geq \frac{d_{min}^2}{L_p} \qquad \text{pour } 1 \leq k \leq L$$

La PEP est bornée supérieurement par :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) \leq Q\left(\sqrt{\frac{d_{min}^2 \sum_{k=1}^{L} |h_k|^2}{2\sigma_n^2 L_p}}\right) \tag{1.45}$$

Borne de Chernoff Une borne supérieure pour la fonction queue de gaussienne est la borne dite de Chernoff $Q(x) \leq \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$. La PEP est donc majorée de la façon suivante :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) \leq \frac{1}{2}\exp\left(\frac{d_{min}^2 \sum_{k=1}^{L} |h_k|^2}{4\sigma_n^2 L_p}\right)$$

Si l'on intègre sur la densité de probabilité de $|h_k|^2$ on montre que :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}) \leq \frac{1}{2}\left(1 + \frac{d_{min}^2}{4L_p\sigma_n^2}\right)^{-L} \tag{1.46}$$

Cette équation montre que la PEP décroît exponentiellement en fonction de la distance de Hamming L entre la paire de vecteurs considérés. Afin d'optimiser les performances du précodage linéaire, il est donc nécessaire que la distance de Hamming soit maximale i.e. égale à la taille de la matrice de précodage.

Diversité optimale Considérons maintenant le cas $L = L_p$, et calculons exactement la borne supérieure donnée en (1.45). Le coefficient complexe $|h_k|^2$ est une somme de deux variables aléatoires indépendantes de densité gaussienne centrée et de variance 0.5 chacune. La variable aléatoire $|h_k|^2$ suit donc une loi de $\mathcal{X}^2$ à 2 degrés de liberté. Si on pose maintenant :

$$Y = \frac{\sum_{k=1}^{L} |h_k|^2}{L} \tag{1.47}$$

[46] La fonction queue de gaussienne est définie pour tout $x \geq 0$ de la façon suivante :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt, \quad x \geq 0$$

on obtient ainsi : $\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) \leq Q\left(\sqrt{\frac{d_{min}^2 Y}{2\sigma_n^2}}\right)$. Du fait de l'indépendance des h_k, la variable aléatoire Y suit également une loi de χ^2 mais à $2L$ degrés de liberté. La moyenne vaut :

$$\mu_Y = \mathbb{E}\{Y\} = 1 \tag{1.48}$$

et sa variance :

$$\sigma_Y^2 = \mathbb{E}\{(Y - \mu_Y)^2\} = 1/L \tag{1.49}$$

En prenant les résultats sur les densités de probabilité des lois de $\mathcal{X}^2$ donnés dans [12], et en utilisant le fait que si $V = aU$ alors la densité de probabilité de V s'exprime ainsi $p_V(v) = \frac{1}{a} p_U(u/a)$, on obtient :

$$p_Y(y) = \frac{L^L}{(L-1)!} y^L e^{-Ly}, \quad y \geq 0 \tag{1.50}$$

Cette densité de probabilité est tracée en figure 1.15. Pour calculer la borne finale, il

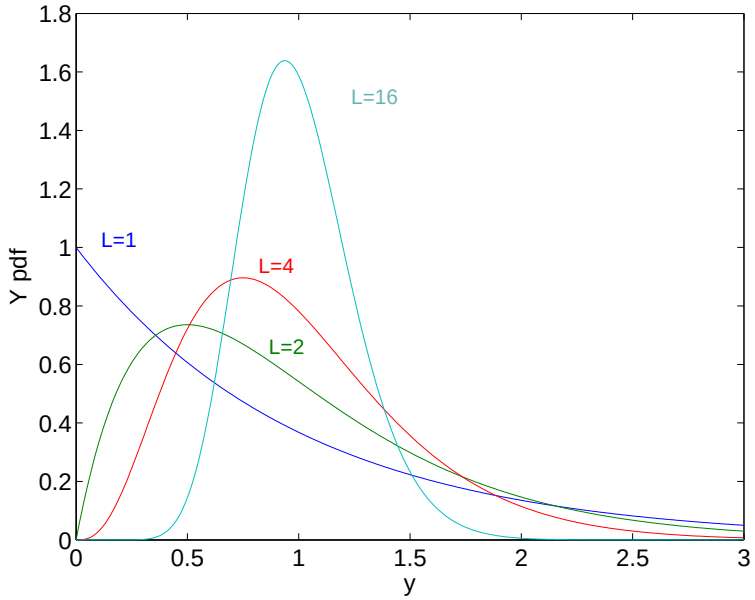


FIG. 1.15 – Densité de probabilité de la variable aléatoire Y

suffit d'intégrer la probabilité $\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H})$ suivant la densité de probabilité $p_Y(y)$ [55, 12] :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}) \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}|\mathbf{H}) p_Y(y) dy \tag{1.51}$$

On obtient finalement :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}) \leq \frac{1}{2}\left[1 - \mu \sum_{l=0}^{L-1} \binom{2l}{l} \left(\frac{1-\mu^2}{4}\right)^l\right] \tag{1.52}$$

avec

$$\mu = \sqrt{\frac{\frac{d_{min}^2}{\sigma_n^2 L}}{1 + \frac{d_{min}^2}{\sigma_n^2 L}}}$$

Dans le cas d'une BPSK[47], on a $d^2_{min} = 4\sigma_s^2$. Nous traçons en figure 1.16 la borne supérieure de la PEP en fonction du SNR pour différentes valeurs de L.

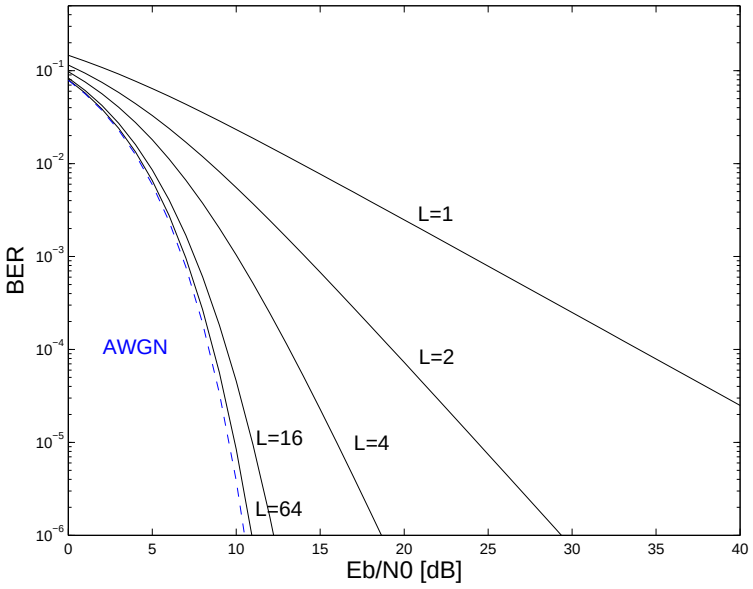


FIG. 1.16 – Probabilité d'erreur binaire en fonction de l'ordre de diversité

Comportement asymptotique Lorsque L tend vers l'infini, on note en regardant la figure 1.15 que $p_Y(y)$ tend vers un Dirac centré en 1 [51] :

$$\lim_{L\to+\infty} p_Y(y) = \delta(y-1) \tag{1.53}$$

Par définition du Dirac, on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(Y)\delta(y-1)dy = g(1) \tag{1.54}$$

Lorsque L tend vers l'infini on a :

$$\Pr(\mathbf{u}\to\mathbf{v}) = Q\left(\sqrt{\frac{2\sigma_s^2}{\sigma_n^2}}\right) \tag{1.55}$$

Ainsi quand L tend vers l'infini, la probabilité d'erreur par paire d'une BPSK sur canal de Rayleigh à évanouissements plats tend vers celle obtenue sur canal gaussien.

Discussions Le précodage linéaire est optimal lorsque la distance de Hamming résultante est égale à la taille de la matrice de précodage. Sous cette hypothèse, si l'on augmente L_p, on voit sur la figure 1.16, que les performances en probabilité d'erreur par paire sont sensiblement améliorées du fait de la diversité engendrée. Cependant le fait que la PEP varie asymptotiquement en fonction d'une puissance inverse de

[47] Binary Phase Shift Keying

L confère au gain en SNR une croissance logarithmique. Ceci est bien visible sur la figure 1.17 où le gain en SNR est tracé en fonction de L pour un taux d'erreur de 10^{-4}. Théoriquement une diversité $L = 8$ permet d'atteindre 98% du gain possible à ce même taux d'erreur.

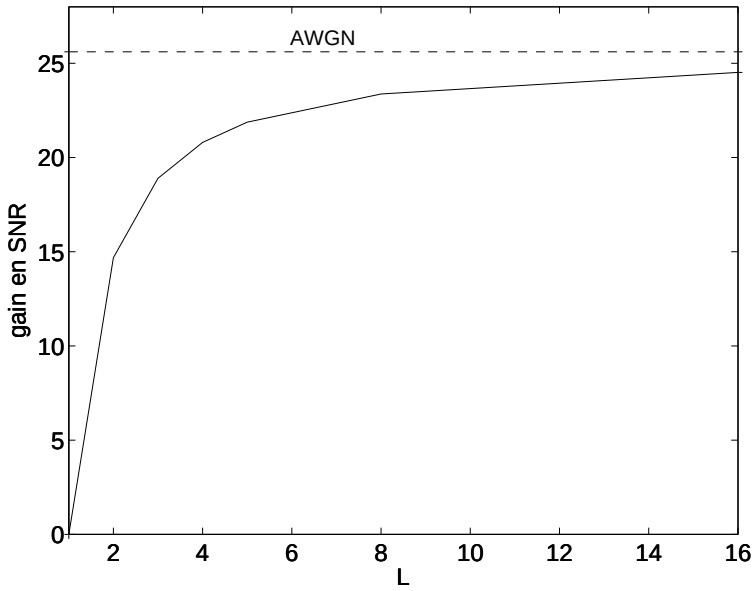


FIG. 1.17 – Gain en SNR en fonction de L pour $P_e = 10^{-4}$

1.3.3.1 Critère de choix de la matrice de précodage

L'ensemble des résultats théoriques développés dans le paragraphe précédent permet d'énoncer des critères de choix d'une matrice de précodage initialement proposés dans [51, 56, 57, 58].

1. *Matrice unitaire* : pour que les performances du précodage linéaire restent optimales sur canal AWGN, il est nécessaire que la matrice $\mathbf{\Theta}$ soit unitaire :

$$\mathbf{\Theta}\mathbf{\Theta}^H = \mathbf{I}_{L_p} \tag{1.56}$$

En effet il suffit de calculer la distance Euclidienne entre deux vecteurs précodés $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$:

$$\begin{aligned} d_E(\mathbf{u},\mathbf{v}) &= ||\mathbf{u}-\mathbf{v}||_2 \\ &= ||\mathbf{\Theta x}-\mathbf{\Theta y}||_2 \\ &= ||\mathbf{\Theta}||_2.||\mathbf{x}-\mathbf{y}||_2 \end{aligned}$$

Par définition, la norme euclidienne $||\mathbf{\Theta}||_2$ est égale à la plus grande valeur singulière de la matrice $\mathbf{\Theta}\mathbf{\Theta}^H$. Or si la matrice de précodage $\mathbf{\Theta}$ est unitaire, il s'en suit que :

$$d_E(\mathbf{u},\mathbf{v}) = d_E(\mathbf{x},\mathbf{y}) \tag{1.57}$$

On en déduit que les performances sur canal gaussien sont identiques avec ou sans précodage.

2. *Gain en diversité* : la matrice de précodage doit être choisie de telle façon que la distance de Hamming minimale entre 2 vecteurs précodés distincts soit maximale :

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{A}^{L_p}, \text{ si } \mathbf{x} \neq \mathbf{y}, \text{ alors } [\mathbf{\Theta x}]_k \neq [\mathbf{\Theta y}]_k, \forall k \in [1, L_p] \tag{1.58}$$

où $[.]_k$ désigne la k-ième composante du vecteur. En d'autres termes, pour deux vecteurs de symboles distincts, les vecteurs précodés correspondant diffèrent pour toutes leurs composantes ce qui signifie que la distance de Hamming entre les deux vecteurs précodés $d_H(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ est égale à L_p.

3. *Gain de codage* : en intégrant la quantité (1.44) et en utilisant à nouveau la borne de Chernoff on montre que :

$$\Pr(\mathbf{u} \to \mathbf{v}) \leq \frac{1}{2} \prod_{u_k \neq v_k} \frac{1}{\frac{|u_k - v_k|^2}{4\sigma_n^2}} \tag{1.59}$$

On peut donc noter que le précodeur doit être construit de façon à maximiser le terme $\prod_{u_k \neq v_k} |u_k - v_k|^2$, que l'on appelle également distance produit. Cette optimisation n'est cependant pas triviale et peut être effectuée soit en utilisant une approche algébrique, soit par tirage aléatoire de matrices.

Il est important de noter que les deux derniers critères assurent des performances optimales sous l'hypothèse d'un décodage ML. Dans la littérature, on trouve de nombreux travaux portant sur l'optimisation des matrices de précodage. Parmi ceux-ci on peut retenir l'article [56] qui montre que les matrices dites de Vandermonde remplissent l'ensemble des critères cités ci-dessus. Un exemple de construction est le suivant :

$$\mathbf{\Theta}_{L_p}^{Van} = \sqrt{\frac{1}{L_p}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{2L_p}} & e^{j\frac{\pi}{L_p}} & \dots & e^{j\frac{(L_p-1)\pi}{2L_p}} \\ 1 & e^{j\frac{5\pi}{2L_p}} & e^{j\frac{5\pi}{L_p}} & \dots & e^{j\frac{L_p-1)5\pi}{2L_p}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ 1 & e^{j\frac{(4Lp-3)\pi}{2L_p}} & e^{j\frac{(4Lp-3)\pi}{L_p}} & \dots & e^{j\frac{(4L_p-1)(4Lp-3)\pi}{2L_p}} \end{bmatrix} \tag{1.60}$$

Lorsque l'on envisage d'utiliser un algorithme de réception autre que le ML, les critères 2 et 3 ne sont plus nécessaires. Dans ce cas, on peut s'orienter vers des matrices unitaires possédant un algorithme de construction optimisé : les matrices d' Hadamard $\mathbf{\Theta}^{Had}$ ou de Fourier $\mathbf{F}$ par exemple. Dans le cas précis du décodage MMSE, V. Le Nir et M. Hélard ont optimisé une classe de matrices de précodage de type Hadamard issues du groupe SU(2)[48][49] que l'on appellera par abus de langage $\mathbf{\Theta}^{SU2}$ et dont la construction a pour forme [59] :

$$\mathbf{\Theta}_{L_p}^{SU2} = \sqrt{\frac{2}{L_p}} \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}_{L_p/2} & \mathbf{\Theta}_{L_p/2} \\ \mathbf{\Theta}_{L_p/2} & -\mathbf{\Theta}_{L_p/2} \end{bmatrix} \tag{1.61}$$

[48] Special Unitary 2

[49] une matrice $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ appartient au groupe SU(2) (special unitary 2) si :

$$\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}^H \quad \text{et} \quad \det \mathbf{M} = 1$$

avec

$$\mathbf{\Theta}_2 = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} \cdot \cos\nu & e^{j\theta_2} \cdot \sin\nu \\ -e^{-j\theta_2} \cdot \sin\nu & e^{-j\theta_1} \cdot \cos\nu \end{bmatrix}$$

Les auteurs montrent que les performances optimales en terme de performances sont obtenues pour $\nu = \pi/4$, $\theta_1 = 5\pi/4$ et $\theta_2 = 3\pi/4$.

1.4 Conclusion

Le but de ce premier chapitre était de présenter les éléments basiques d'une chaîne de transmission numérique nécessaires à la compréhension de cette thèse. Pour notre étude, nous avons choisi de considérer des canaux de Rayleigh sélectifs en temps et en fréquences représentatifs d'une transmission radio dans un environnement multi-trajets. A l'émission, nous proposons d'utiliser le schéma BICM : performant sur canaux de Rayleigh et adapté au traitement de réception itératif. L'ISI, résultant de la propagation à trajets multiples, peut être traitée par différentes méthodes : technique d'égalisation classique, étalement de spectre et modulation multi-porteuses comme par exemple l'OFDM. Cette dernière technique présente l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre et est aujourd'hui présente dans de nombreux standards de communication sans fils. Pour lutter contre les effets d'évanouissements, caractéristiques d'une transmission radio, les techniques de diversités sont largement utilisées. Parmi celles-ci, on trouve le précodage linéaire, simple à mettre en oeuvre, n'engendrant pas de perte de débit et bien adapté à la modulation OFDM.

Chapitre 2

Techniques Multi-antennes

Sommaire

2.1 Présentation 34
2.2 Canal MIMO 35
2.2.1 Modèle théorique 35
2.2.2 Gain d'antennes et normalisation 35
2.2.3 Corrélation entre antennes 36
2.2.4 Capacité 38
2.3 Techniques MIMO avec connaissance du canal à l'émission et à la réception 40
2.3.1 Pré-égalisation à puissance uniforme : *Eigen Beamforming* . . 41
2.3.2 Maximisation de la capacité : *Water-filling* 42
2.3.3 Minimisation du taux d'erreur binaire 42
2.3.4 Discussions 43
2.4 Techniques MIMO avec connaissance du canal en réception 43
2.4.1 Critères de construction 43
2.4.2 Maximisation du débit : multiplexage spatial (SDM) 45
2.4.3 Maximisation des performances : codage espace-temps (STC) 48
2.4.4 Codage à dispersion linéaire (LDC) 54
2.5 Techniques MIMO sans connaissance du canal 55
2.5.1 Modulations unitaires espace-temps 56
2.5.2 Codes espace-temps différentiels 56
2.6 Techniques MIMO en présence de sélectivité fréquentielle 57
2.6.1 Transmission mono-porteuse et égalisation 57
2.6.2 Transmission multi-porteuses : techniques MIMO-OFDM . . 58
2.7 Conclusion 59

Nous présentons, dans ce chapitre, les techniques de transmission multi-antennes. Après avoir décrit le canal MIMO, nous détaillons les différents schémas de transmission MIMO figurant dans la littérature en les classant en 3 catégories suivant la connaissance ou non du canal à l'émission ou à la réception. Nous terminons enfin par les techniques utilisées en présence de sélectivité fréquentielle. Au vu de cet état de l'art, nous décrivons les solutions choisies pour le reste du manuscrit.

2.1 Présentation

Le potentiel de la dimension spatiale est apparu dès les débuts des transmissions radio, où les éléments directifs servaient à concentrer l'énergie dans la direction de l'émetteur ou du récepteur, permettant par filtrage spatial, d'abaisser la puissance d'émission et de minimiser l'impact des signaux interférents. L'emploi d'antennes directives a par la suite été supplanté par l'apparition des réseaux d'antennes adaptatifs, connus sous le nom d'antennes intelligentes (*smart antennas*), capables d'ajuster dynamiquement leur diagramme de rayonnement aux conditions de propagation. Cependant, l'intérêt des antennes directives diminue dès lors que l'on se trouve en présence d'obstacles ou de réflecteurs importants puisque la notion de trajet dominant disparaît. Un autre avantage de la dimension spatiale apparaît lorsque la distance inter-élements est suffisamment grande, le détecteur dispose alors de plusieurs copies indépendantes d'un même signal qu'il peut combiner afin de diminuer le risque d'erreur (cf. 1.3.1) ; une diversité spatiale de réception est alors exploitée. Réciproquement, si une même condition de décorrélation est respectée à l'émission, il est possible de mettre en forme le signal transmis de telle sorte que le récepteur reçoive un ensemble de copies différentes du message, disposant ainsi d'une diversité spatiale d'émission.

L'étape suivante a été d'implanter simultanément des réseaux d'antennes, en émission et en réception, donnant ainsi le jour aux premières architectures MIMO auxquelles J. H. Winters fait référence dès 1987 [60]. Pour un milieu de propagation suffisamment dispersif, ce dernier montre qu'une telle architecture est en mesure de créer, dans une même bande de fréquence, plusieurs canaux indépendants. Les débits supportés en répartissant les données sur le multiplex de canaux sont ainsi largement supérieurs à ceux atteints par des systèmes classiques. Démonstration théorique à l'appui, E. Telatar puis G. Foschini confirment cette analyse quelques années plus tard en montrant que sous certaines conditions, la capacité d'une liaison MIMO, i.e. le débit théorique maximal transmis sans erreurs, croît linéairement en fonction du nombre minimal d'antennes d'émission et de réception [2, 3]. Le concept MIMO prend réellement son essor dans le courant de l'année 1996 grâce au démonstrateur BLAST[(1)] élaboré au sein des Bell Labs et permet d'obtenir des efficacités spectrales de l'ordre de 40 bit/s/Hz avec 8 éléments d'émission et de réception [3].

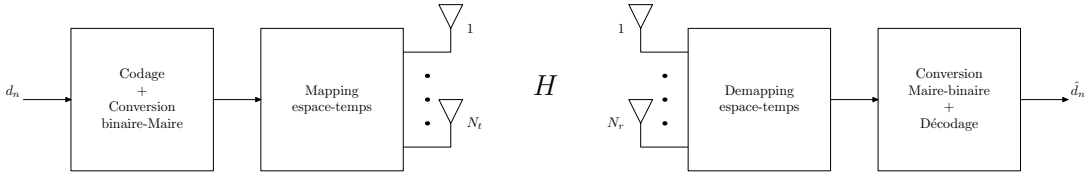


FIG. 2.1 – Architecture MIMO générique

Un système MIMO peut se représenter sous la forme simplifiée du schéma 2.1. Les données binaires d'information d_k alimentent un bloc de transmission comprenant les fonctions de codage de canal, d'entrelacement, de conversion binaire-Maire et enfin un organe que nous appellerons *mapper* espace-temps dont le but est d'assigner à chaque

(1) Bell Labs Advanced Space Time

antenne les différents symboles. Cette assignation peut se faire avec ajout de redondance - on parlera alors de codage espace-temps - ou bien sans aucune redondance, les données sont alors multiplexées spatialement. Cette assignation spatio-temporelle peut être éventuellement complétée par une pondération suivant l'antenne considérée ou bien par un précodage linéaire spatio-temporel.

En réception, le signal émis est capté simultanément par plusieurs antennes. Un traitement spécifique est alors mis en oeuvre pour retrouver le symbole émis à partir des différentes séquences reçues pour chaque antenne. En plus des opérations classiques de conversion Maire-binaire, désentrelacement et décodage de canal, le récepteur comprend un égaliseur (ou détecteur) espace-temps exploitant en général la connaissance du canal (CSI) et dont la structure et la complexité varient suivant l'application et la technique d'émission considérées.

2.2 Canal MIMO

2.2.1 Modèle théorique

Dans un premier temps, nous ne considérons qu'un canal multi-antennes à évanouissements plats en fréquence, la sélectivité fréquentielle du canal MIMO étant abordée dans la section 2.6. Cette hypothèse de non sélectivité permet de simplifier aussi bien l'analyse théorique que les récepteurs que nous allons décrire. Chaque antenne d'émission i est reliée à l'antenne de réception j par un canal non sélectif en fréquence caractérisé par son attenuation complexe h_{ij}. Soit s_i le symbole émis sur l'antenne i, le symbole reçu sur l'antenne j s'écrit :

$$r_j = \sum_{i=1}^{N_t} h_{ij} s_i + n_j \tag{2.1}$$

où n_j représente un terme de bruit additif gaussien suivant la loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$. La relation précédente s'écrit sous forme matricielle :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \tag{2.2}$$

avec :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{N_t 1} \\ \vdots & & \vdots \\ h_{1N_r} & \dots & h_{N_t N_r} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t} \tag{2.3}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r_1, \dots, r_{N_r}]^T, \in \mathbb{C}^{N_r \times 1} \\ \mathbf{s} &= [s_1, \dots, s_{N_t}]^T, \in \mathbb{C}^{N_t \times 1} \\ \mathbf{n} &= [n_1, \dots, n_{N_r}]^T, \in \mathbb{C}^{N_r \times 1} \end{aligned}$$

2.2.2 Gain d'antennes et normalisation

Supposons N_t antennes d'émission et une antenne de réception. Soit σ_s^2 la variance des symboles s, la puissance totale rayonnée par le système vaut $N_t \sigma_s^2$. Le gain en

SNR constaté sur l'antenne de réception est de $10\log_{10} N_t$ dB comparé à un système SISO. On parle dans la littérature de gain de réseau d'antennes d'émission .

Si on suppose maintenant 1 antenne d'émission et N_r antennes de réception, le symbole transmis s_1 va voir N_r sous canaux différents. Si on applique un filtre adapté sur le vecteur reçu $\mathbf{r}$, on obtient :

$$\tilde{s}_1 = \mathbf{H}^H \mathbf{r} = \sum_{j=1}^{N_r} |h_{1j}|^2 s_1 + \sum_{j=1}^{N_r} h_{1j}^* n_j \tag{2.4}$$

Le SNR obtenu en sortie de filtre adapté vaut :

$$SNR_{MF}(\mathbf{H}) = \sum_{j=1}^{N_r} |h_{1j}|^2 \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \tag{2.5}$$

En supposant $\mathbb{E}\left[|h_{ij}|^2\right] = 1$, le SNR moyen s'exprime de la façon suivante :

$$SNR_{MF} = N_r \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \tag{2.6}$$

On fait ainsi apparaître en gain en puissance de $10\log_{10} N_r$ dB par rapport au cas SISO, appelé gain de réseau d'antennes de réception.

Un système MIMO apporte un gain d'antennes qui se décompose en un gain d'antennes d'émission et en un gain d'antennes de réception. D'un point de vue pratique, le gain d'antennes d'émission exprime le fait que la puissance rayonnée totale est N_t fois supérieure au cas SISO. Cependant, il est usuel de comparer des systèmes à même puissance d'émission et de fait une normalisation à l'émission par $1/\sqrt{N_t}$ peut être effectuée. Le gain d'antennes de réception, qui représente un moyennage du bruit sur les N_r capteurs de réception, est bien réel et doit être pris en considération lors de la paramétrisation finale du système. Dans nos simulations, en plus du gain d'antennes d'émission, nous avons choisi de gommer le gain d'antennes de réception et ce, afin de mettre en valeur, un autre gain apporté par le système MIMO : le gain en diversité. Cette normalisation est effectuée dans le calcul de E_b/N_0 que nous développerons en section 3.5. Néanmoins en pratique, le gain d'antennes de réception doit être pris en compte pour avoir une idée des performances réelles de nos systèmes.

2.2.3 Corrélation entre antennes

Lors d'une propagation en milieu réaliste, les évanouissements constatés au niveau du spectre peuvent être corrélés d'un sous-canal à l'autre en particulier lorsque les antennes d'émission et/ou de réception ne sont pas suffisamment espacées. Comme nous le verrons tout au long de ce chapitre, la corrélation spatiale apparaît critique pour une transmission multi-antennes ; il nous appartient donc de la décrire convenablement et d'en proposer un modèle réaliste.

A la suite des travaux de E. Telatar et G. J. Foschini sur la capacité théorique d'un canal MIMO, C. N. Chuah *et al.* relèvent que dans un environnement *indoor*, l'hypothèse de décorrélation spatiale n'est pas vérifiée et que son impact sur le calcul de la

capacité est loin d'être négligeable [61]. Une première approche pour modéliser cette corrélation est d'utiliser un modèle issu d'un traitement purement déterministe des paramètres de l'environnement : position des diffuseurs et interactions du signal avec les obstacles. Ce modèle souffre cependant d'un manque de flexibilité quant au choix des paramètres, obligeant à refondre entièrement le modèle pour des environnements différents. Une autre approche dite stochastique a pour but de construire un modèle statistique approchant au mieux la description de l'environnement considéré offrant ainsi une flexibilité totale [62]. C'est cette dernière solution que nous choisissons pour modéliser la corrélation entre antennes.

Le degré de corrélation spatiale est généralement analysé en absence de sélectivité temporelle et fréquentielle ; l'influence du canal se réduit à un attenuation scalaire du signal que l'on peut regrouper dans la matrice $\mathbf{H}$ définie en (2.3). La matrice de corrélation associée s'écrit :

$$\mathbf{R} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}\Big[\operatorname{vec}\big(\mathbf{H}\big)\operatorname{vec}\big(\mathbf{H}\big)^{H}\Big] \tag{2.7}$$

où l'opérateur $\operatorname{vec}\big(\mathbf{H}\big)$ consiste à empiler sur un vecteur colonne les éléments de $\mathbf{H}$ pris en colonne puis en ligne. Une hypothèse classique est de considérer un découplage entre les antennes d'émissions et de réception si bien que la matrice de corrélation se décompose en :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{Rx} \otimes \mathbf{R}_{Tx} \tag{2.8}$$

où $\otimes$ représente le produit matriciel de Kronecker[(2)] et où les matrices $\mathbf{R}_{Tx} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ et $\mathbf{R}_{Rx} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ désignent respectivement les matrices de covariance en émission et en réception définies par :

$$\mathbf{R}_{Tx} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}\big[\mathbf{H}^{H}\mathbf{H}\big] \tag{2.9}$$

et

$$\mathbf{R}_{Rx} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}\big[\mathbf{H}\mathbf{H}^{H}\big] \tag{2.10}$$

En combinant les deux équations précédentes, on montre que $\mathbf{H}$ admet la décomposition suivante :

$$\mathbf{H} = \big(\mathbf{R}_{Rx}\big)^{1/2} \cdot \mathbf{W} \cdot \Big(\big(\mathbf{R}_{Tx}\big)^{1/2}\Big)^{T} \tag{2.11}$$

où $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ est une matrice aléatoire gaussienne blanche centrée représentant le canal MIMO en cas de décorrélation parfaite. Reste maintenant à définir un modèle pour les matrices de covariance d'émission et de réception

Un modèle géométrique très largement répandu est celui dit à un anneau (*one-ring*) proposé initialement par W. C. Jakes [63] et étendu au cas multi-antennes dans [64] où l'on considère que l'émetteur ne possède pas de diffuseurs dans son environnement proche tandis que le récepteur est entouré de réflecteurs. Ce modèle est particulièrement adapté aux réseaux d'accès radio, où la station de base (BS) est

[(2)] Le produit matriciel de Kronecker entre une matrice $\mathbf{M}$ et $\mathbf{N}$ est tel que :

$$\mathbf{M} \otimes \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(1,1)\mathbf{N} & \mathbf{M}(1,2)\mathbf{N} & \dots \\ \mathbf{M}(2,1)\mathbf{N} & \mathbf{M}(2,2)\mathbf{N} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

généralement surélevée tandis que le terminal mobile (MT) se trouve en présence d'obstacles de toutes sortes. Le modèle en anneau tient son nom du fait que l'on considère que les différents obstacles en réception sont localisés dans un anneau de rayon R. Sous l'hypothèse d'une grande distance D émetteur-récepteur par rapport à l'écart entre les antennes d'émission, le récepteur voit l'émetteur dans un cône de demi-angle $\Delta \approx \arcsin(R/D)$ que l'on appellera étalement angulaire. On montre dans [64] que :

$$\mathbb{E}_h\left[h_{ip}h_{iq}^*\right] = J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda}d^R(p,q)\right) \tag{2.12}$$

Et si les antennes d'émission sont placées sur un axe perpendiculaire à la ligne séparant l'émetteur du récepteur :

$$\mathbb{E}_h\left[h_{pi}h_{qj}^*\right] = J_0\left(\Delta\frac{2\pi}{\lambda}d^T(p,q)\right) \tag{2.13}$$

où $J_0(x)$ est la fonction de Bessel de 1$^{\text{ère}}$ espèce d'ordre 0, où λ est la longueur d'onde et $d^T(p,q)$ (resp. $d^R(p,q)$) est la distance en émission (resp. réception) entre l'antenne p et q. Avec ces valeurs, on construit facilement les matrices $\mathbf{R}_{Tx}$ et $\mathbf{R}_{Rx}$.

Le modèle matriciel de corrélation présenté en équation (2.11) est loin d'être parfait et peut se révéler incomplet en particulier lorsque une onde a plus d'une interaction avec un obstacle (rebonds multiples). Notamment ce modèle ne permet pas de représenter le phénomène de trou de serrure (*keyhole*). Le lecteur pourra se reporter à la référence [65] qui fournie une modélisation de ce phénomène.

2.2.4 Capacité

Rappels de théorie de l'information Une chaîne de communication numérique fait intervenir différents processus (signal émis, canal, signal reçu) dont le caractère aléatoire nécessite l'introduction d'outils spécifiques. Parmi ces outils, on distingue tout d'abord la notion d'entropie d'un signal, héritée de la thermodynamique, qui mesure la quantité d'information nécessaire à la description d'un processus X et qui se définit mathématiquement comme :

$$H(X) = -\sum_{x\in\mathcal{X}} P_X(x)\log P_X(x) \tag{2.14}$$

où $P_X(x)$ est la densité de probabilité de la variable aléatoire X et $\mathcal{X} = \{x : P_X(x) \neq 0\}$. L'entropie s'interprète comme une quantification de l'information moyenne contenue dans un symbole dont l'unité dépend de la base du logarithme utilisé (bit/s pour logarithme en base 2, *nat* par symbole pour logarithme naturel, etc...). Un deuxième outil, indispensable est la mesure de l'information relative à un processus aléatoire Y contenue dans un processus X, il s'agit de l'information mutuelle :

$$I(X;Y) = \sum_{x\in\mathcal{X},y\in\mathcal{Y}} P_{X,Y}(x,y)\log\frac{P_{X,Y}(x,y)}{P_X(x)P_Y(y)} \tag{2.15}$$

où $\mathcal{X} = \{x : P_X(x) \neq 0\}$ et $\mathcal{Y} = \{y : P_X(y) \neq 0\}$. L'information mutuelle se décompose en fonction de l'entropie de la façon suivante :

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) \tag{2.16}$$

Dans les années 40, C. E. Shannon montre que le canal peut être défini mathématiquement comme une fonction depuis l'espace du processus d'entrée vers l'espace du processus de sortie en prenant en compte l'ensemble des transformations déterministes ou aléatoires affectant le signal transmis. Si le canal est sans mémoire, il existe un débit d'information en deçà duquel il est possible de transmettre avec une probabilité d'erreur arbitrairement faible, grâce à une technique de codage que l'auteur ne peut expliciter. C. E. Shannon appelle ce débit d'information maximum, *capacité du canal* et relie cette grandeur à l'information mutuelle :

$$C = \max_{P_X(x)} I(X;Y) \tag{2.17}$$

où X et Y correspondent respectivement aux processus vus en entrée et en sortie du canal. La définition précédente est valable pour les canaux dits ergodiques. Si l'hypothèse d'ergodicité n'est pas vérifiée, le débit maximal pouvant être transmis sans erreur devient une grandeur aléatoire et la définition de la capacité au sens de C. E. Shannon n'est plus valable. On remplace alors la capacité par la *probabilité de coupure* encore appelée par abus de langage capacité de coupure (*outage capacity*) qui est définie comme la probabilité que l'information mutuelle soit inférieure à un débit donné [66] :

$$C^{outage}(R) = P\Big(I(X;Y) < R\Big) \tag{2.18}$$

Capacité d'un canal MIMO Les premières contributions sur la capacité d'un canal MIMO remontent aux travaux de E. Telatar [2] qui propose une formulation de la capacité ergodique d'un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh plats en fréquence et variant rapidement dans le temps. L'auteur étudie également la capacité de coupure des canaux multi-antennes quasi-statiques (ou à évanouissements par bloc). Ces travaux sont ensuite complétés par ceux de G. J. Foschini *et al* [3, 67] .

De façon générale, l'information mutuelle d'un canal MIMO de matrice représentative $\mathbf{H}$ est égale à :

$$I(\mathbf{s},\mathbf{r}) = \log_2 \det\left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{H}\mathbf{R}_\mathbf{s}\mathbf{H}^H\right) \tag{2.19}$$

où $\mathbf{R}_s$ représente la matrice de covariance du signal d'entrée. Un résultat important hérité encore une fois des travaux de C. E. Shannon est que pour un signal d'entrée à puissance limitée, l'information mutuelle d'un canal de transmission perturbé par un bruit gaussien centré de variance finie, est maximisée pour des signaux émis et reçus de type gaussien symétrique circulaire[(3)]. Si l'on applique le théorème de décomposition en valeurs singulières, la matrice du canal $\mathbf{H}$ peut s'écrire :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$$

[(3)] une séquence $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ est dite gaussienne symétrique circulaire (ou gaussienne spéciale) si la partie réelle et imaginaire de $\mathbf{x}$ sont toutes deux de densité gaussienne et si la covariance de la séquence est du type :

$$\mathbb{E}\big[(\mathbf{x}-\mathbb{E}[\mathbf{x}])(\mathbf{x}-\mathbb{E}[\mathbf{x}])^H\big] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\text{Re }\mathbf{Q} & -\text{Im }\mathbf{Q}\\ \text{Im }\mathbf{Q} & \text{Re }\mathbf{Q}\end{bmatrix}$$

où $\mathbf{Q}$ est une matrice Hermitienne.

avec $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ et $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ des matrices unitaires et $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N_r \times N_t}$ une matrice diagonale regroupant les racines carrées des valeurs propres du canal (égales aux valeurs singulières) : $\lambda_1^{1/2} \geq \cdots \geq \lambda_r^{1/2}$ avec $r = \text{rang}\left(\mathbf{H}\right)$ et par définition, $r \leq \min(N_t, N_r)$. Les colonnes de $\mathbf{U}$ sont les vecteurs propres de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ tandis que les colonnes de $\mathbf{V}$ regroupent les vecteurs propres de $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. En appliquant ensuite l'égalité du déterminant : $\det\left(\mathbf{I} + \mathbf{A}\mathbf{B}\right) = \det\left(\mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{A}\right)$, l'équation (2.19) devient :

$$I(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = \log_2 \det\left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{R}_\mathbf{s}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\right) \tag{2.20}$$

Remarquons maintenant que $\mathbf{\Phi} = \mathbf{V}^H\mathbf{R}_\mathbf{s}\mathbf{V}$ est définie positive puisque $\mathbf{R}_s$ l'est et appliquons l'inégalité $\det(\mathbf{A}) \leq \prod_i \mathbf{A}_{ii}$ valable pour toute matrice $\mathbf{A}$ définie positive ; on obtient :

$$\det\left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Phi}\mathbf{\Sigma}\right) \leq \prod_i \left(1 + \frac{\mathbf{\Phi}_{ii}\lambda_i}{\sigma_n^2}\right)$$

Au regard de l'inégalité précédente, on note que l'information mutuelle est maximale lorsque $\mathbf{\Phi}$ est diagonale. La formule finale de la capacité instantanée d'un canal MIMO devient :

$$C = \sum_{i=1}^{r} \log_2\left(1 + \frac{\mathbf{\Phi}_{ii}\lambda_i}{\sigma_n^2}\right) \quad \text{bps/Hz} \tag{2.21}$$

On remarque que le terme $\log_2\left(1+\frac{\mathbf{\Phi}_{ii}\lambda_i}{\sigma_n^2}\right)$ est égal à la valeur de la capacité instantanée d'un canal SISO de norme λ_i. Dans le cas où $\lambda_i \neq 0, \forall i$, on montre que la capacité d'un canal MIMO augmente linéairement en fonction de rang du canal r, qui dans le cas optimal est égal au minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception [2, 3, 5, 65]

2.3 Techniques MIMO avec connaissance du canal à l'émission et à la réception

La connaissance de l'état du canal (CSI) en réception est obtenue par exemple en insérant dans la trame des données connues du récepteur (pilotes) puis en appliquant un filtrage de type interpolateur. En revanche la connaissance de l'état du canal à l'émission est moins courante et suppose :

- Soit une voie de retour afin que le récepteur fournisse à l'émetteur son estimation de canal.
- Soit que l'émetteur et le récepteur fonctionnent en mode duplex temporel (TDD[4]) ou fréquentiel (FDD[5]). Le canal est alors sous certaines conditions symétrique, on parle de canal réciproque.

Quelle que soit la méthode utilisée, le canal se doit d'être peu variant à l'échelle temporelle. Les techniques avec CSI à l'émission et à la réception sont donc tout particulièrement adaptées à des environnements fixes et deviennent en général irréalisables en présence de mobilité. La connaissance du canal à l'émission permet de *pré-traiter* le signal d'émission en fonction du canal qu'il va effectivement traverser tandis qu'en

[4] Time Division Duplex
[5] Frequency Division Duplex

réception un traitement complémentaire est mis en place. Les deux briques duales sont en générale optimisées en fonction d'un critère (maximisation de la capacité, maximisation de vraisemblance, minimisation de la probabilité d'erreur par paire, etc..). Notons enfin que ce type de technique est déjà utilisé en SISO, et se trouve également bien adapté au cas MIMO.

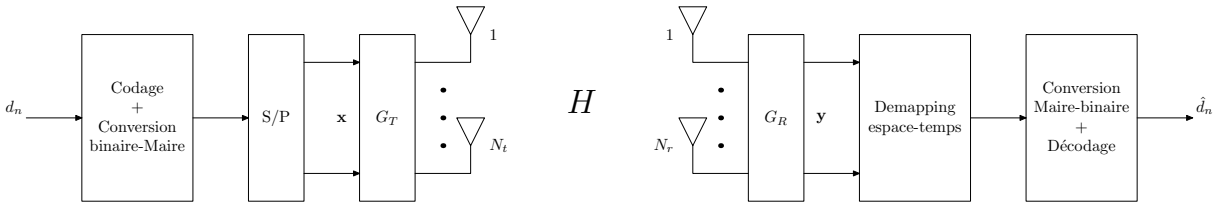


FIG. 2.2 – Schéma de pré-égalisation

De façon générale, un système avec CSI à l'émission a une architecture telle que décrite en figure 2.2. Le filtrage d'émission est représenté par la matrice $\mathbf{G}_T \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ tandis qu'en réception il s'agit de $\mathbf{G}_R \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$. En considérant encore une fois un canal MIMO non sélectif en fréquence de matrice représentative $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, le vecteur bloc obtenu en sortie de filtrage de réception s'exprime :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_R\mathbf{H}\mathbf{G}_T\mathbf{x} + \mathbf{G_R}\mathbf{n} \tag{2.22}$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ désigne le vecteur de donnée en sortie de la conversion binaire-Maire. L'allocation en puissance du vecteur $\mathbf{x}$ peut être également ajustée en fonction du canal.

2.3.1 Pré-égalisation à puissance uniforme : *Eigen Beamforming*

Cette technique consiste à diagonaliser le canal MIMO afin de le rendre non sélectif en espace par sous-canaux. Pour se faire on utilise la décomposition en valeurs singulières vue à la section précédente de telle sorte que le signal reçu en sortie d'étage RF ait pour forme :

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

En posant maintenant $\mathbf{G}_T = \mathbf{V}^H$ et $\mathbf{G}_R = \mathbf{U}$, on obtient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Sigma}\mathbf{x} + \mathbf{w} \tag{2.23}$$

L'équation précédente peut être reformulée sous forme scalaire :

$$y_k = \begin{cases} \lambda_k^{1/2} x_k + w_k & 1 \leq k \leq r \\ w_k & r \leq k \leq \min(N_t, N_r) \end{cases} \tag{2.24}$$

L'opération de rotation matricielle n'altère pas la blancheur du bruit, ainsi le canal MIMO se décompose en r canaux SISO gaussiens parallèles. On remarque que l'information est portée par les r modes propres, les modes supplémentaires (s'ils existent) ne contribuant que pour les termes de bruit. L'allocation de puissance du vecteur $\mathbf{x}$ est uniforme i.e. $\mathbf{R}_x = \frac{\sigma_s^2 \mathbf{I}_{N_t}}{N_t}$. Cependant il est important de noter que l'allocation en

puissance réelle des signaux émis ne l'est pas : la puissance émise sur chaque antenne ne sera pas la même. La capacité instantanée obtenue a pour forme :

$$C_{EBF} = \sum_{i=1}^{r} \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_s^2 \lambda_i}{\sigma_n^2 N_t}\right) \quad \text{bps/Hz} \tag{2.25}$$

Bien que simple à mettre oeuvre, ce système a pour avantage de donner de bonnes performances tout en permettant une poursuite facile de l'estimation du canal à l'émission. Le Berkeley Wireless Research Centre l'a d'ailleurs retenu pour son démonstrateur [68].

2.3.2 Maximisation de la capacité : *Water-filling*

Ce système a pour but de maximiser la capacité énoncée en (2.25) en optimisant la matrice $\mathbf{\Phi}$. La solution optimale est une matrice diagonale de termes diagonaux :

$$\Phi_{ii}^{opt} = \left[\mu - \frac{\sigma_n^2}{\lambda_i}\right]^+$$

où l'opération $(.)^+$ ne conserve que les termes positifs et où μ, appelé niveau de remplissage, est défini tel que :

$$\sum_{i=1}^{r} \Phi_{ii} = P_s = \sigma_s^2$$

En remarquant que $\mathbf{\Phi} = \mathbf{R}_x = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$, on note que la solution optimale consiste à allouer de façon non uniforme la puissance du vecteur $\mathbf{x}$; on parle dans la littérature de *Water-filling*. La capacité correspondante devient :

$$C_{WF} = \sum_{i}^{r} \log_2 \left(\mu \lambda_i\right)^+ \quad \text{bps/Hz} \tag{2.26}$$

Cette capacité est évidemment très dépendante de la nature du canal. En particulier, un canal de Rice dont le trajet en vue directe (LOS[(6)]) est prépondérant entraîne une perte importante en capacité. Il en va de même en général, pour les canaux à évanouissements corrélés obtenus lorsque les antennes sont trop rapprochées.

2.3.3 Minimisation du taux d'erreur binaire

Une autre possibilité est de dimensionner les filtres d'émission et de réception de façon à minimiser la probabilité d'erreur par paire $\Pr(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_2)$, avec comme contrainte supplémentaire que ces deux filtres soient extraits des matrices de valeurs propres d'entrée et de sortie :

$$\begin{cases} \mathbf{G}_T = \mathbf{V}\mathbf{\Theta}_T \\ \mathbf{G}_R = \mathbf{\Theta}_R \mathbf{U}^H \end{cases} \tag{2.27}$$

[(6)] Line Of Sight

Dans [69], il est montré que $\mathbf{G}_T$ et $\mathbf{G}_R$ sont solutions de :

$$\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R = \arg \max_{\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R} \left[\min_{\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2} \big(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\big)^H \mathbf{G}_T^H \mathbf{H}^H \mathbf{G}_R^H \mathbf{Q} \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T \big(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\big) \right] \quad (2.28)$$

où $\mathbf{Q} = \mathbf{G}_R \mathbf{G}_R^H \sigma_n^2$ est la matrice de covariance de bruit équivalent obtenue en réception. Une solution générale à ce problème est donnée par A. Scaglione *et al.* [70] et H. Sampath *et al.* [71].

2.3.4 Discussions

La connaissance de l'état du canal à l'émission permet de déplacer une partie du processus d'égalisation à l'émission et ainsi d'améliorer les performances. En particulier, il est possible de rendre le canal non sélectif en espace en appliquant une diagonalisation matricielle du type SVD. Nous avons présenté quelques possibilités d'optimisation du couple filtres d'émission-filtre de réception. D'autres critères, un peu plus complexes, peuvent être également avancés : le MMSE notamment s'avère très performant [72]. On trouvera enfin dans [73] une bonne description et une évaluation des différentes stratégies de pré-égalisation pour le canal MIMO.

2.4 Techniques MIMO avec connaissance du canal en réception

De nombreuses techniques de communications numériques nécessitent une connaissance de l'état du canal à la réception. En insérant à l'émission des symboles de référence connus à la réception, il est possible, sous l'hypothèse que le canal ne varie pas trop vite en temps et en fréquence d'estimer le canal de propagation équivalent. Cette insertion de données connues a pour effet d'engendrer une perte en efficacité spectrale. Au niveau de l'émission, puisque qu'aucune information sur l'état du canal n'est exploitable, l'algorithme mis en place est en général très simple. Dans le domaine MIMO, en dépit d'efforts d'uniformisation (cf. codes à dispersion linéaire), les techniques d'émission tombent sous deux catégories : les techniques maximisant le débit et celles maximisant la diversité.

Après avoir énoncé les différents critères de construction des schémas d'émission, nous commençons par décrire la technique de multiplexage spatial qui a pour but de maximiser la capacité du canal MIMO. Ensuite nous détaillons les techniques de codage espace-temps destinées à exploiter la diversité spatiale du canal. Enfin, dans une dernière section, nous décrivons une solution hybride, dénommée codage à dispersion linéaire, conçue pour une optimisation conjointe de la capacité et de la diversité.

2.4.1 Critères de construction

Critère de débit Lorsque la matrice du canal n'est connue qu'en réception, il est montré dans [2] que l'information mutuelle décrite en équation (2.19) est maximisée lorsque $\mathbf{R}_s = \frac{\sigma_s^2}{N_t} \mathbf{I}_{N_t}$ et que $\mathbf{s} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$. La formule de la capacité ergodique devient :

$$C_{EP}(N_t, N_r, \sigma_n^2) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2 N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right\} \quad \text{bps/Hz} \quad (2.29)$$

où l'indice EP signifiant *equal-power* rappelle qu'une puissance uniforme est allouée à chaque antenne. Comme on l'a vu précédemment le gain en débit par rapport à une transmission SISO est conditionné par le rang du canal qui définit le nombre de modes indépendants. Au plus ce rang est égal à $\min(N_t, N_r)$.

Critère de performances Supposons que l'émetteur transmette sur les différentes antennes d'émission des paquets de Q données représentés par une matrice $\mathbf{X} \in \mathcal{X}$ où $\mathcal{X} \subset \mathbb{C}^{N_T \times Q}$ représente l'ensemble des matrices de codage correspondant à un codage espace-temps donné. Le signal reçu peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N} \tag{2.30}$$

où $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{N_r \times Q}$ représente le signal reçu et $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N_r \times Q}$ les termes de bruit. Le récepteur optimal recherche la matrice $\hat{\mathbf{X}} \in \mathcal{X}$ qui minimise la probabilité d'erreur symbole. En supposant l'équiprobabilité du signal transmis, cette opération revient à maximiser la fonction de vraisemblance associée au système qui admet pour solution :

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathcal{X}} \|\mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2$$

Encore une fois, l'analyse de la PEP permet de quantifier les performances du système. En suivant un raisonnement analogue à la section 1.3, on calcule la probabilité de détecter la matrice $\mathbf{X}_2$ alors que $\mathbf{X}_1$ a été émise :

$$P\big(\mathbf{X}_1 \to \mathbf{X}_2 | \mathbf{H}\big) = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{H}\big(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2\big)\|_F^2}{2\sigma_n^2}}\right) \tag{2.31}$$

En invoquant la borne de Chernoff et en moyennant la PEP sur la statistique du canal[7], on obtient la borne supérieure suivante :

$$P\big(\mathbf{X}_1 \to \mathbf{X}_2\big) \leq \frac{1}{2 \det\left[\mathbf{I}_{N_t} + \frac{1}{4\sigma_n^2}\big(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\big)\big(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\big)^H\right]^{N_r}} \tag{2.32}$$

En développant la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \big(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\big)\big(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\big)^H$ en valeurs propres, l'inégalité devient :

$$P\big(\mathbf{X}_1 \to \mathbf{X}_2\big) \leq \frac{1}{2}\left[\prod_{i=1}^{r}\left(1 + \frac{\lambda_i}{4\sigma_n^2}\right)\right]^{-N_r} \tag{2.33}$$

où l'entier $r \leq N_t$ désigne le rang de la matrice $\mathbf{A}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$ et $\{\lambda_i\}_{i=1}^r$ ses valeurs propres, réelles positives par construction. Pour les forts SNR, la relation précédente se simplifie :

$$P\big(\mathbf{X}_1 \to \mathbf{X}_2\big) \leq \frac{1}{2}\left(\prod_{i=1}^{r}\lambda_i\right)^{-N_r}\left(\frac{1}{4\sigma_n^2}\right)^{-rN_r} \tag{2.34}$$

On observe que la borne supérieure donnée par l'équation (2.34) se comporte comme $(g_c/4\sigma_n^2)^{-g_d}$ avec :

[7] Les éléments de la matrice $\mathbf{H}$ suivent un loi gaussienne i.i.d, la matrice $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ suit alors une loi de Wishart dont les propriétés mathématiques sont connues analytiquement [74]

$$g_c = \Big(\prod_{i=1}^{r} \lambda_i\Big)^{1/r} = \Big[\det{}_+ \mathbf{A}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)\Big]^{1/r} \tag{2.35}$$

$$g_d = rN_r = \operatorname{rang} \mathbf{A}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) N_r \tag{2.36}$$

Le terme g_c représente le *gain de codage* apporté par le codage espace-temps et se traduit par un décalage horizontal de la courbe de performances en fonction du SNR. Il mesure grossièrement le gain apporté par le codage par rapport à un système non codé opérant à la même diversité. Le terme g_d quant à lui, est appelé *gain de diversité* et décrit la décroissance exponentielle de la probabilité d'erreur en fonction du SNR. Comme $r \leq N_t$, on remarque que le gain de diversité est au mieux égal à $N_t N_r$. La construction d'un codage espace-temps se fait donc en maximisant de façon conjointe ces deux gains.

2.4.2 Maximisation du débit : multiplexage spatial (SDM[8])

Le principe du multiplexage spatial (SDM) est l'agencement sans redondance de la séquence d'information suivant l'axe spatial. Le système transmet alors N_t fois plus de symboles utiles par unité de temps qu'un système SISO [3]. Par définition le multiplexage spatial n'exploite pas la diversité d'antenne d'émission mais seulement celle de réception. Afin de retrouver, en réception, toutes les données transmises, il est théoriquement nécessaire que le nombre de symboles indépendants envoyés simultanément sur chaque antenne d'émission ne soit pas supérieur au rang du canal $r = \operatorname{rang}(\mathbf{H})$. Ainsi une condition nécessaire de fonctionnement d'un système à multiplexage spatial est que le nombre d'antennes de réception soit au minimum égal à celui d'émission[9].

2.4.2.1 Schémas d'émission

Si l'opération physique de multiplexage spatial apparaît évidente (i.e. un simple convertisseur série parallèle de dimension égale au nombre d'antennes d'émission), il existe plusieurs possibilités de positionnement des organes de codage de canal, de conversion Maire-binaire et d'entrelacement dans la chaîne d'émission.

Encodage Diagonal (D-LST[10]) Pour exploiter la dimension spatio-temporelle du canal MIMO, le groupe BLAST s'est focalisé sur des solutions à base de techniques classiques de codage canal. Le flux initial est divisé en N_t voies traitées par un codeur propre. Afin que l'exploitation de la diversité par les différents codeurs de canal soit optimale, les flux résultants sont ensuite affectés aux antennes d'émission selon un ordre variant périodiquement par permutation circulaire conférant au signal une structure en strates (ou couches) diagonales qui donnera le nom D-BLAST [3]. On

[8] Spatial Data Multiplexing

[9] Si cette condition n'est pas respectée, on montre néanmoins qu'en utilisant un récepteur de type à maximum de vraisemblance ou MMSE, on peut obtenir une estimation des symboles transmis qui sera relativement bruitée, donc exploitable qu'à très haut SNR. On verra au chapitre 3, qu'en utilisant un récepteur itératif, il devient possible d'obtenir une estimation convenable des symboles transmis pour un nombre d'antennes de réception inférieur à celui d'émission

[10] Diagonally Layered Space-Time

remarque que par cette architecture originale, les inventeurs contournent le problème (non encore résolu à l'époque) du codage espace-temps. Ce schéma d'émission est appelé D-LST dans la littérature.

Encodage Horizontal (H-LST[11]) La complexité de décodage du D-LST va amener les chercheurs des Bell Labs à considérer des architectures plus simples à mettre en oeuvre. Dans le cas du H-LST, un codage de canal et une conversion binaire-Maire sont effectués pour chaque flux d'antenne si bien que le signal apparaît codé suivant une trajectoire temporelle (ou horizontale).

Encodage Vertical (V-LST[12]) Une autre possibilité est d'appliquer le codage de canal en amont du démultiplexeur. Dans ce cas le signal est codé suivant une trajectoire spatiale (ou verticale), cette architecture est dénommée V-LST [75]. Ce schéma d'émission peut être également vu comme une extension multi-antennes du concept BICM [18] (cf. section 1.1). A. M. Tonello décrit un tel schéma sous le nom de ST-BICM[13][76], désignation que nous conserverons par la suite. L'avantage d'une telle architecture est que le codage de canal lie les antennes entre elles et permet ainsi de lutter efficacement contre la sélectivité spatiale du canal.

2.4.2.2 Réception

Soit $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ le vecteur de données émises simultanément sur les différentes antennes et $\mathbf{r} = \mathbf{Hs} + \mathbf{n}$ le vecteur reçu correspondant. Le récepteur a pour but de séparer les différents flux d'émissions mélangés par le canal. D'un point de vue traitement du signal, la canal MIMO apporte de l'interférence entre antennes que nous dénommerons CAI[14]. Dans ce qui suit, nous détaillons les différents algorithmes envisageables classés suivant un ordre décroissant de leur performance qui correspondra à un ordre également décroissant de leur complexité.

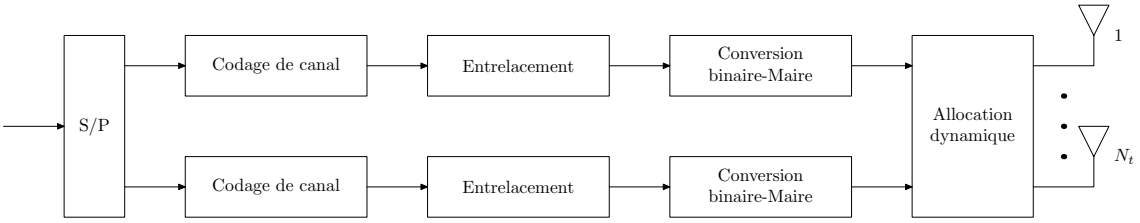
Maximum de vraisemblance (ML) La méthode optimale de réception au sens ML consiste à comparer toutes les séquences pouvant avoir été reçues et sélectionner la plus vraisemblable d'entre elles :

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg\min_{\mathbf{s}} \left\| \mathbf{r} - \mathbf{Hs} \right\|^2 \tag{2.37}$$

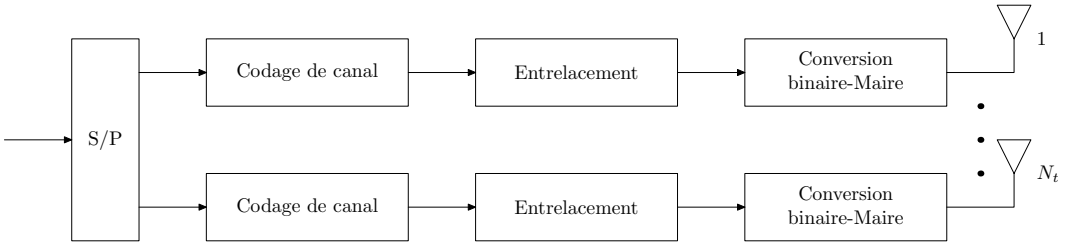
La complexité d'un tel algorithme est exponentiellement dépendante du nombre d'antennes d'émission et de réception ainsi que du nombre d'états de la modulation. Son utilisation, à des ordres de modulation élevés ou bien pour des configurations à grands nombres d'antennes se révèle très vite complexe. Un décodage sphérique, plus simple à mettre en oeuvre, peut être néanmoins utilisé [77].

Annulation successive d'interférences avec ordonnancement (OSIC) Un signal multiplexé spatialement possède une structure en couches que l'on peut détecter successivement en supposant que la détection de la couche précédente est parfaite.

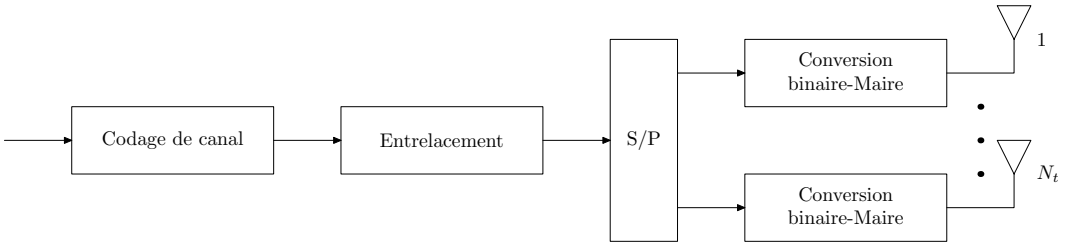
[11] Horizontally Layered Space-Time
[12] Vertically Layered Space-Time
[13] Space-Time Bit Interleaved Coded Modulation
[14] Co-Antenna Interference



(a) D-LST



(b) H-LST



(c) V-LST ou ST-BICM

FIG. 2.3 – Différents schémas d'émission de multiplexage spatial

L'annulation successive d'interférences est un algorithme emprunté aux techniques de détection multi-utilisateurs pour le CDMA. L'analogie avec les systèmes MIMO peut être faite en considérant que chaque couche correspond à un utilisateur virtuel. Le principe consiste à soustraire de façon itérative les contributions apportées par chaque antenne en commençant par celle qui a été la plus favorisée par le canal [75], on parle de détection OSIC. D'une façon générale, toutes les méthodes de décodage héritées de la détection multi-utilisateurs (MUD) se prêtent au multiplexage spatial. Citons entre autres les algorithmes SIC et PIC, néanmoins moins performants que la technique OSIC.

Égalisation MMSE linéaire Sous la contrainte d'un égaliseur linéaire représenté par la matrice de filtre $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$, le critère MMSE bloc impose la minimisation suivante :

$$\mathbf{W}^{opt} = \arg\min_{\mathbf{W}} \mathbb{E}\left\{ \left\| \mathbf{W}^H \mathbf{r} - \mathbf{s} \right\|^2 \right\} \tag{2.38}$$

En se servant des résultats énoncées en section 1.1, l'égaliseur MMSE optimal s'écrit de la façon suivante :

$$\tilde{\mathbf{s}} = \underbrace{\left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_t} \right)^{-1} \mathbf{H}^H}_{\mathbf{W}^{opt,H}} \cdot \mathbf{r} \tag{2.39}$$

En comparaison aux techniques précédentes, l'avantage de cette solution réside dans sa simplicité de mise en oeuvre. Une inversion de matrice de taille $N_t \times N_t$ est nécessaire pour détecter toutes les couches simultanément.

Égalisation ZF linéaire Il est encore possible de simplifier l'algorithme de réception en imposant un critère ZF. L'opération d'égalisation s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{s}} = \left(\mathbf{H}^H\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{r} \tag{2.40}$$

Le fait que le bruit n'ait plus besoin d'être estimé entraîne une réduction de la complexité. Cependant, le fait de ne pas tenir compte du bruit dans le procédé d'égalisation, entraîne une dégradation notoire des performances.

2.4.3 Maximisation des performances : codage espace-temps (STC[15])

2.4.3.1 Codage espace-temps en treillis (STTC[16])

Le codage espace-temps en treillis (STTC) peut être vu comme une généralisation au cas MIMO des modulations codées en treillis (TCM[17]) développées pour le cas SISO (voir section 1.1). L'émetteur est constitué d'un ensemble de registres à décalage et de fonctions algébriques générant un mot de code de longueur N_t symboles transmis simultanément par les antennes d'émission. En réception, un algorithme de Viterbi est classiquement utilisé pour rechercher le chemin avec la métrique la plus faible donc la plus probable. La figure 2.4 décrit un schéma général d'émission-réception. Un treillis correspondant à un schéma à 2 antennes d'émission et 4 états de phase est présenté en figure 2.5. Le train binaire est tout d'abord converti en symbole QPSK (numéroté de 0 à 3) puis encodé en mots de longueur 2 suivant le treillis proposé[18]. Un tel schéma offre une efficacité spectrale de 2 bits/s/Hz.

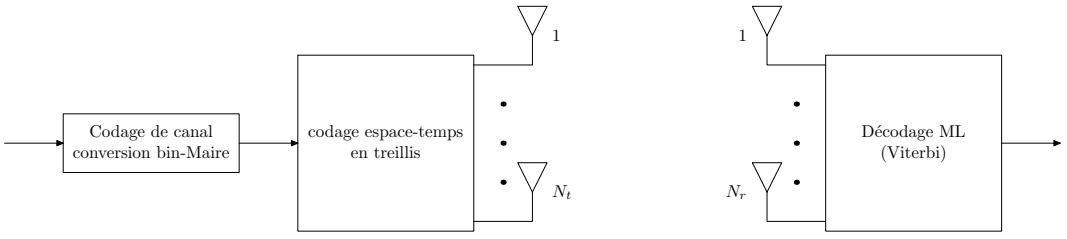


FIG. 2.4 – Schéma de codage espace-temps en treillis (STTC)

Si les STTCs exhibent de bonnes performances sur canaux variant lentement dans le temps, ils souffrent en général de la complexité de décodage due à l'algorithme de Viterbi. Dans [78], V. Tarokh *et al.* montrent qu'il existe un compromis entre le débit R, l'ordre de diversité, la taille de la constellation $M = 2^m$ et la complexité du treillis. En effet pour un ordre de diversité spatiale de $d_H N_r$, on a l'inégalité suivante :

[15] Space-Time Coding
[16] Space-Time Trellis Coding
[17] Trellis Coded Modulation
[18] Le mot de code $s_1 s_2$ indique que le symbole s_1 est transmis sur l'antenne 1 et s_2 sur l'antenne 2

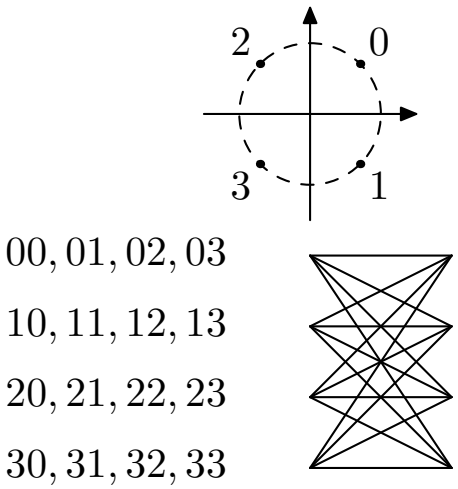


FIG. 2.5 – Exemple de treillis pour un système à 2 antennes d'émission et 4 états de phase

$$R \leq \frac{\log_2 A_{2^{mK}}(N_t, d_H)}{K} \tag{2.41}$$

où $A_{2^{mK}}(N_t, d_H)$ est le nombre maximal de mots de code de longueur N_t et de distance Hamming minimale d_H définie sur un alphabet à 2^{mK} éléments. Un résultat immédiat est qu'une diversité d'ordre $N_t N_r$ ne peut être atteinte avec un STTC que pour un débit au maximum de m bits/s/Hz. Un autre résultat est qu'un STTC offrant une diversité d'ordre d_H comporte un treillis de complexité $2^{m(d_H-1)}$ minimum.

Depuis l'article fondateur de V. Tarokh *et al.*, de nombreux travaux ont été effectués dans le but d'améliorer les performances des STTCs. Notons les articles [79, 80] proposant des optimisations portant sur la construction des codes suivant plusieurs configurations d'antennes et d'états du treillis. Le problème de la construction systématique reste difficile à résoudre. Des esquisses de réponses peuvent néanmoins être trouvées dans [81], [82] et [83].

2.4.3.2 Codage espace-temps en bloc (STBC[19])

La complexité de décodage des STTCs va amener la communauté scientifique à s'intéresser à d'autres schémas de codage possédant de meilleures propriétés en réception. En 1998, S. Alamouti découvre un schéma pour deux antennes à l'émission dont le détecteur ML correspondant équivaut à un simple égaliseur linéaire [6]. Du fait de cette simplicité d'implémentation, ce code espace-temps (qui prendra par la suite le nom de son auteur), va être très rapidement intégré dans des standards W-CDMA[20] et CDMA-2000. Dès 1999, V. Tarokh *et al.* généralisent le schéma d'Alamouti à un nombre arbitraire d'antennes d'émission et de réception et formalisent ainsi le concept de codage espace-temps en bloc [84].

[19] Space-Time Block Coding
[20] Wideband Code Division Multiple Access

Définition Un schéma de codage espace-temps en bloc, que nous noterons par la suite $\mathcal{S}$, se représente par une matrice $\mathbf{S}$ de taille $T \times N_t$ dont les entrées sont une combinaison linéaire d'éléments pris dans un ensemble de Q symboles complexes à transmettre en y intégrant leurs opposés et conjugués : $\{\pm s_1, \pm s_2, \ldots, \pm s_Q\} \cup \{\pm s_1^*, \pm s_2^*, \ldots, \pm s_Q^*\}$. Le principe de codage consiste à assigner $S_{n,i}$[21] à l'antenne i au temps symbole $t_0 + nT_s$ avec $1 \leq n \leq T$. On appelle T la latence du code et on définit le rendement du code comme :

$$R_{\mathcal{S}} = \frac{Q}{T} \tag{2.42}$$

Le principe de S. Alamouti est de créer un schéma de codage assurant en réception un découplage des symboles transmis et permettant ainsi un décodage à maximum de vraisemblance linéaire. C'est dans cette optique qu'il s'oriente vers un motif orthogonal dont la matrice $\mathbf{S}$ s'exprime :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

La matrice $\mathbf{S}$ vérifie la condition d'orthogonalité suivante :

$$\det\left(\mathbf{S}^H\mathbf{S}\right) = \left(\sum_{q=1}^{Q} |s_q|^2\right)^{N_t} \tag{2.44}$$

L'ensemble des codes espace-temps en bloc vérifiant cette propriété sont dits orthogonaux, on parle de O-STBC[22] [84].

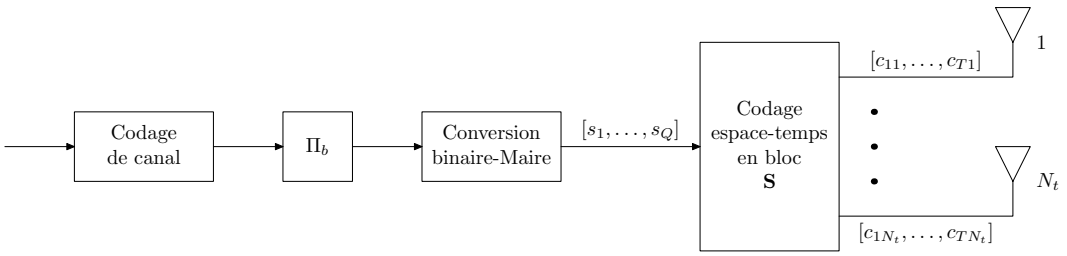


FIG. 2.6 – Schéma de codage espace-temps en bloc

Décodage Sous l'hypothèse d'un canal à évanouissement plat constant sur T temps d'échantillonnage, le signal reçu s'exprime sous la forme d'une matrice $\mathbf{R}$ de taille $N_r \times T$:

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{S}^T + \mathbf{N} \tag{2.45}$$

En recombinant le signal reçu en un vecteur équivalent $\check{\mathbf{r}}$ de taille $N_r \times T$, S. Alamouti montre qu'il est possible de trouver une expression dépendante du vecteur de données $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 & \ldots & s_Q \end{bmatrix}^T$ s'écrivant :

$$\check{\mathbf{r}} = \check{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \check{\mathbf{n}} \tag{2.46}$$

[21] $S_{n,i}$ est élément d'index (n, i) de la matrice $\mathbf{S}$
[22] Orthogonal Space-Time Block Coding

où $\check{\mathbf{H}}$ est une matrice équivalente de taille $TN_t \times Q$ représentant à la fois le canal et le code espace-temps et $\check{\mathbf{n}}$ un vecteur de bruit équivalent[23]. On montre que la condition d'orthogonalité sur $\mathbf{S}$ se répercute sur $\check{\mathbf{H}}$:

$$\det\left(\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{N_r}\sum_{i=1}^{N_t}|h_{ij}|^2\right)^Q \tag{2.47}$$

Formons maintenant la métrique nécessaire à l'algorithme ML :

$$\|\check{\mathbf{r}} - \check{\mathbf{H}}\mathbf{s}\|^2$$

Introduisons-y maintenant la transconjuguée de la matrice équivalente de canal :

$$\|\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{r}} - \check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}\mathbf{s}\|^2$$

Du fait de la propriété d'orthogonalité de $\check{\mathbf{H}}$, la métrique se simplifie et peut se découpler pour chaque symbole s_q en :

$$\left|\mathbf{e}_k^T\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{r}} - \sum_{j=1}^{N_r}\sum_{i=1}^{N_t}|h_{ij}|^2 s_q\right|^2 \tag{2.48}$$

On remarque que la complexité de l'algorithme ML est indépendante à la fois du nombre d'antennes et de la latence du code. Ce récepteur est strictement égal à une égalisation linéaire MRC suivie d'un convertisseur Maire-binaire comme le montre le schéma 2.7.

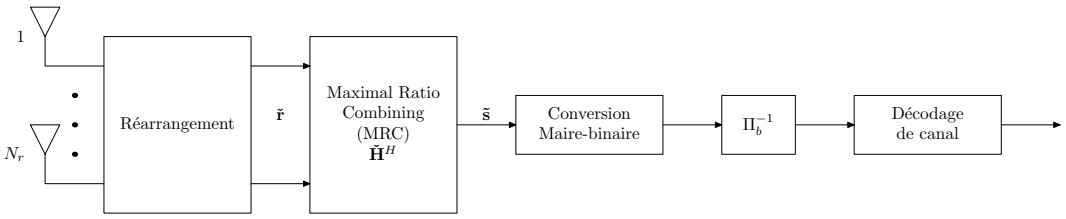


FIG. 2.7 – Schéma de réception pour codage espace-temps en bloc

STBC optimaux et motifs orthogonaux Nous appelons STBC optimal un schéma de codage vérifiant simultanément les 3 propriétés suivantes :

- Rendement unitaire
- Diversité N_tN_r
- Orthogonalité

Comme on peut le voir, le schéma d'Alamouti est un code optimal. La recherche de codes optimaux pour un nombre d'antennes d'émission quelconque a été étudiée dans le cadre des motifs orthogonaux par V. Tarokh *et al.* [84, 85]. Un motif orthogonal de dimension N_t est défini par une matrice $\mathcal{O}$ appartenant au même ensemble que la matrice $\mathbf{S}$, répondant au critère (2.44) et avec comme contrainte supplémentaire $Q = N_t$

[23] Le lecteur trouvera en section 3.2 une méthode générale de construction des vecteurs $\check{\mathbf{r}}$ et $\check{\mathbf{n}}$ ainsi que de la matrice de canal équivalente $\check{\mathbf{H}}$

et $T = N_t$. On remarque qu'un motif orthogonal engendre bien un rendement unitaire : $R_{\mathcal{S}} = 1$, une diversité d'ordre $N_t N_r$ et un décodage simplifié puisque la matrice est orthogonale. Deux cas sont à distinguer : les motifs orthogonaux réels et ceux complexes.

Dans le cas réel, les entrées de $\mathbf{S}$ ont pour valeurs $\pm s_q$ avec $s_q \in \mathbb{R}$. Un résultat issu de la théorie de Hurwitz-Radon est que les motifs orthogonaux réels sont restreints aux dimensions 2, 4 et 8. En fait, ces trois motifs s'identifient respectivement aux nombres complexes, aux quaternions et aux octonions. Les 3 matrices de codes correspondantes sont données en annexe A. L'inconvénient de tels codes réside dans le fait que seules des constellations réelles peuvent être utilisées.

Dans le cas complexe cependant, il est montré que les motifs orthogonaux complexes n'existent que pour la dimension 2 et s'identifient au code d'Alamouti [85, 86].

STBC sous-optimaux Dans le cas d'une constellation complexe, les codes optimaux sont limités à deux antennes d'émission, c'est à dire au code d'Alamouti. Pour augmenter le nombre d'antennes d'émission, il est nécessaire de jouer sur une ou plusieurs des 3 contraintes caractérisant les STBC optimaux. V. Tarokh *et al.* ont d'abord l'idée de réduire le rendement en laissant inchangées la diversité et l'orthogonalité. Dans [84], la preuve est faite qu'il est possible de construire des motifs orthogonaux complexes pour un nombre quelconque d'antennes d'émission lorsque $R_{\mathcal{S}} \leq 1/2$. Sans donner de méthode de construction générale, les auteurs de [85] fournissent quelques exemples sporadiques de codes à rendement supérieur à la moitié en utilisant la théorie des motifs amicaux.

Une autre possibilité est de réduire la diversité apportée par le code. On peut citer par exemple le code d'Alamouti à commutation d'antennes. Le rendement reste néanmoins unitaire, et l'orthogonalité est conservée.

Enfin une dernière possibilité est de casser l'orthogonalité du code afin d'avoir un rendement unitaire et une diversité d'ordre $N_t N_r$. Cependant, cette non-orthogonalité va compliquer sérieusement le décodage. Un compromis intéressant est trouvé par H. Jafarkhani dans [87]. L'idée est de créer un code quasi-orthogonal admettant un décodage à maximum de vraisemblance simplifié (mais cependant plus complexe que le décodage d'un code orthogonal). La matrice de codage d'un tel code peut s'écrire [87] :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2^* & -s_1^* & -s_4^* & s_3^* \\ -s_3^* & s_4^* & s_1^* & s_2^* \\ s_4 & -s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

La famille de code ainsi crée est baptisée QO-STBC[(24)] par son auteur. Le terme quasi-orthogonal se justifie lorsque l'on exprime le produit entre la matrice transconjuguée

[(24)] Quasi-Orthogonal Space-Time Block Coding

de $\mathbf{S}$ et elle même :

$$\mathbf{S}^H\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & \alpha-\beta \\ 0 & \lambda & \alpha+\beta & 0 \\ 0 & \alpha+\beta & \lambda & 0 \\ \alpha-\beta & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \tag{2.50}$$

avec $\lambda = \sum_{q=1}^{4} |s_q|^2$, $\alpha = s_1 s_4^* + s_4 s_1^*$ et $\beta = s_2 s_3^* + s_3 s_2^*$. Des codes aux propriétés identiques sont proposés à la même période par O. Tirkkonen *et al.* [88] (schéma ABBA) et M. D. Zoltowski *et al.* [89] :

2.4.3.3 Précodage linéaire pour codage espace-temps

La diversité apportée par les O-STBC tels que définis par V. Tarokh *et al.* a pour ordre $N_t N_r$. Comme nous venons de le voir, ces codes souffrent du fait qu'ils ne s'appliquent qu'à un nombre limité d'antennes d'émissions. En suivant le raisonnement de relâcher la contrainte d'orthogonalité afin d'augmenter le nombre d'antennes d'émission tout en conservant un rendement unitaire (tel que préconisé par H. Jafarkhani), il est possible de créer des familles de codes optimisés au sens de la diversité sous la contrainte d'un décodage ML.

Dans le cas SISO, l'optimisation de la diversité a déjà été étudiée dans le cadre du précodage linéaire sur canaux à évanouissement rapides (voir 1.3). Dès 1997, V. M. Da Silva et E. S. Sousa étendent la technique de précodage linéaire au cas multi-antennes [90]. Quelques années plus tard, Y. Xin *et al.* formalisent cette famille de codes (sous le nom de codes espace-temps à rotation de constellation) en posant des critères de construction inspirés des travaux de V. Tarokh *et al.* [52, 56]. Le schéma général proposé est le suivant : soit $\mathbf{\Theta} \in \mathbb{R}^{N_t \times N_t}$ une matrice de précodage linéaire et $\mathbf{x} \in \mathcal{A}^{N_t \times 1}$ un vecteur de données à transmettre. On définit la matrice diagonale $\mathbf{D}_x \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ telle que :

$$\mathbf{D}_x = \mathrm{diag}\left(\theta_1^T\mathbf{x}, \ldots, \theta_{N_t}^T\mathbf{x}\right) \tag{2.51}$$

où θ_i^T représente la i-ème ligne de $\mathbf{\Theta}$. La matrice de codage espace-temps $\mathbf{S}$ est finalement construite en posant :

$$\mathbf{S}^T = \mathbf{U}\mathbf{D}_x \tag{2.52}$$

où $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ est une matrice unitaire permettant d'allouer de façon uniforme la puissance aux différentes antennes d'émission. On note que le code construit a pour paramètres $N_t = T = K$; le rendement est donc unitaire. Sous l'hypothèse d'un décodage ML, les auteurs de [52] énoncent 2 critères portant sur l'optimisation de la matrice $\mathbf{\Theta}$.

La propriété de décodage linéaire perdue par cette famille de codage espace-temps entraîne une complexité exponentielle du décodage ML en fonction de la taille des constellations et du nombre d'antennes d'émission. Le décodage par sphère a été proposé pour résoudre en partie ce problème [91].

Néanmoins, dans [59], V. Le Nir et M. Hélard proposent un décodage linéaire de type MMSE pour des codes espace-temps précodés construits à partir de matrices SU(2). Il y est montré que la perte due à l'utilisation d'un algorithme sous-optimal

est largement acceptable au regard du gain en simplicité. De plus, la linéarité du récepteur autorise l'utilisation de grandes tailles de matrice de précodage ainsi que des modulations d'ordre élevé. En présence de codage de canal, nous verrons au chapitre suivant, qu'il est possible de tirer parti à la fois de la diversité du précodage et de la puissance du codage de canal au moyen d'un récepteur itératif.

2.4.4 Codage à dispersion linéaire (LDC)

Nous avons vu que le multiplexage spatial permettait d'exploiter la capacité du canal MIMO. Cependant, le schéma de codage impose un nombre d'antennes de réception au moins aussi important que celui d'émission et ne permet pas l'exploitation de la diversité d'antennes d'émission. Les codes espace-temps en bloc ont, quant à eux, une construction indépendante du nombre d'antennes de réception et exploitent de façon optimale la diversité d'émission ; en contrepartie ils ne permettent pas une augmentation du débit. Les codes à dispersion linéaire (LDC[25]) ont été initialement proposés par B. Hassibi et B. M. Hochwald dans le but de construire des schémas de codage espace-temps apportant un gain de multiplexage spatial, exploitant la diversité d'émission et autorisant des matrices de canal de rang dégénéré [92]. L'idée originale est de proposer une représentation commune pour les codes espace temps en bloc et les techniques à multiplexage spatial et ainsi de procéder à une optimisation commune au sens de la capacité et de la probabilité d'erreur.

Un schéma de codage à dispersion linéaire $\mathcal{S}$ répartit en temps et en espace un vecteur de Q symboles complexes $\left[s_1, \ldots, s_Q\right]^T$ selon le schéma suivant [92] :

$$\mathbf{S} = \sum_{q=1}^{Q} \Big[\mathrm{Re}(s_q)\mathbf{A}_q + \mathrm{Im}(s_q)\mathbf{B}_q \Big] \tag{2.53}$$

avec $\mathbf{A}_q, \mathbf{B}_q \in \mathbb{C}^{T\times N_t}$ et $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{T\times N_t}$ une matrice de codage espace-temps en bloc telle que définie en section 2.4.3.2. Par la suite on désigne par $\mathcal{LD}$ l'ensemble des codes à dispersion linéaire.

Les critères de construction de matrices de dispersion optimales sont énoncées dans l'article fondateur [92]. Il sont complétés dans [93]. Des critères supplémentaires peuvent être invoqués : R. H. Gohary et T. N. Davidson propose par exemple d'optimiser les performances asymptotiques des codes LD en optimisant l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) et en effectuant une permutation des colonnes des matrices de dispersion [94].

Tout comme les codes espace-temps en bloc, les codes LD sont classiquement décodés au moyen d'un algorithme ML. Suivant la propriété d'orthogonalité de $\mathbf{S}$, le critère ML s'identifiera à un simple critère MRC [6]. Encore une fois le décodage par sphère peut être utilisé afin de réduire la complexité de l'algorithme ML [91, 95]. La complexité peut encore être réduite en utilisant des techniques sous-optimales telles que la détection OSIC, ou le filtrage MMSE linéaire.

[25] Linear Dispersion Coding

Optimisation des LDC : codage espace-temps algébrique Le codage à dispersion linéaire permet d'exploiter de façon optimale la capacité du canal MIMO au prix de la perte des critères d'optimisation en performances tels que décrits dans [96]. Dans [97, 98], M. O. Damen *et al.* proposent de résoudre ce problème en imposant au mot de code une structure algébrique afin d'optimiser de façon conjointe la diversité exploitée et le gain de codage. En effet, le critère de distance minimale non nulle s'exprime, via l'expression du déterminant, comme une fonction polynomiale des éléments des matrices d'erreur entre points de la constellation. Le problème se réduit à construire un polynôme ne possédant pas de racine pour la structure algébrique choisie. Cette théorie des codes algébriques est reprise dans [99], pour construire des codes espace-temps optimisant le débit alloué et les critères de performances. Ces codes sont dénommés TAST[(26)] par leur auteurs. L'idée est de construire un code espace-temps en bloc à partir de $L \leq N_t$ strates collectant individuellement le maximum de diversité. Pour cela, on impose à chaque strate une trajectoire diagonale dans l'espace et le temps. A titre d'exemple, la figure 2.8 illustre pour $L = N_t = 4$ la répartition des différentes strates. Chaque strate possède enfin une structure algébrique telle que définie dans [98] :

$$\gamma_j(\mathbf{x}_j) = \phi_j \mathbf{M}_j \mathbf{x}_j \quad j = 1, \ldots, L \tag{2.54}$$

où $\mathbf{M}_j$ est une matrice de rotation de taille $N_t \times N_t$ assurant l'exploitation optimale de la diversité et $\phi_j \in \mathbb{C}$ est choisi pour maximiser le gain de codage du code constituant.

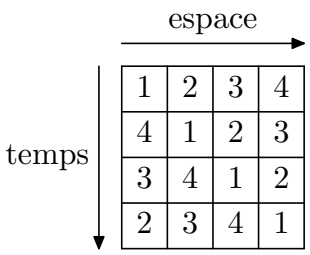


FIG. 2.8 – TAST

2.5 Techniques MIMO sans connaissance du canal

La connaissance de l'état du canal en réception nécessite, en général, l'insertion de symboles de référence (par exemple des pilotes) entraînant une baisse de d'efficacité spectrale. Ceci est d'autant plus vrai en MIMO, où le fait d'estimer chaque sous-canal de façon indépendante implique une augmentation significative de la proportion de symboles de référence. D'autre part, une estimation de canal peut devenir irréalisable pour des canaux variant rapidement dans le temps (présence de forte mobilité). Pour remédier à ces différents problèmes, la communauté scientifique s'est intéressée à des techniques de transmission MIMO ne nécessitant aucune information sur le canal aussi bien à l'émission qu'à la réception. Dans [100], T. L. Marzetta et B. M. Hochwald dérivent la formule de la capacité d'un système n'ayant pas accès à la réponse du canal et montrent que pour être optimale en terme de débit, la matrice de codage

(26) Threaded Algebraic Space-Time

espace-temps $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{Q \times N_t}$ doit vérifier :

$$\mathbf{S}^H \mathbf{S} = Q \mathbf{I}_{N_t} \tag{2.55}$$

avec l'hypothèse supplémentaire $N_t \leq Q \leq T$.

Dans [101, 69], grâce à un raisonnement similaire mais cette fois sur la probabilité d'erreur, les auteurs montrent qu'il est possible de décomposer l'expression de la PEP en un gain de codage et de diversité dépendant non pas de la matrice d'erreur $\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$ mais de la matrice de corrélation $\mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_1$.

2.5.1 Modulations unitaires espace-temps

Une constellation unitaire temps-espace (USTM) est un ensemble de L matrices unitaires $\mathbf{S}_l \in \mathbb{C}^{Q \times N_t}$ définies telles que [101] :

$$\mathbf{S}_l = \sqrt{Q} \mathbf{\Phi}_l \quad l = 1, \ldots, L \tag{2.56}$$

avec $\mathbf{\Phi}_l^H \mathbf{\Phi}_l = \mathbf{I}_{N_t}$. A l'émission, on associe à chaque séquence $[s_1, \ldots s_Q]$ une matrice $\mathbf{S}_l$ appartenant à une constellation donnée de taille $L = 2^{nQ}$ où n désigne le nombre de bits transportés à chaque temps symbole. En réception, le décodeur ML recherche le point de la constellation maximisant la corrélation avec le signal reçu :

$$\hat{\mathbf{\Phi}} = \arg \max_{\mathbf{\Phi_l}} \operatorname{tr} \left[\mathbf{R} \mathbf{\Phi_l^H} \mathbf{\Phi_l} \mathbf{R}^H \right] \tag{2.57}$$

La constellation est construite de manière à minimiser la probabilité d'erreur. La taille considérable de ladite constellation (même pour des valeurs raisonnables de n et Q) ajoutée à la complexité d'optimisation rendent la mise en place des USTM relativement difficile. Une méthode systématique, plus simple à mettre en oeuvre, est néanmoins proposée dans l'article [101]. L'idée est de générer des matrices unitaires par rotations successives si bien que la matrice de codage espace-temps est définie par :

$$\mathbf{S}_l = \mathbf{\Theta}^{l-1} \mathbf{\Phi} \quad l = 1, \ldots, L \tag{2.58}$$

où $\mathbf{\Phi}$ est la matrice génératrice et $\mathbf{\Theta} \in \mathbb{C}^{Q \times Q}$ une matrice de rotation.

2.5.2 Codes espace-temps différentiels

Les modulations différentielles (par exemple DPSK[27]) sont depuis longtemps utilisées dans les liaisons SISO afin de se passer d'une estimation de canal en réception. La première extension au cas MIMO est proposée par V. Tarokh et H. Jafarkhani dans [102]. Le principe est de coder la matrice d'information $\mathbf{X}(k)$ par transition entre deux matrices espace-temps successives $\mathbf{S}(k)$ et $\mathbf{S}(k-1)$ selon la formule suivante :

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{S}(k-1)\mathbf{X}(k) \tag{2.59}$$

En supposant le canal constant sur deux temps symbole successifs, les signaux en réception s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{R}(k-1) = \mathbf{H}\mathbf{S}(k-1) + \mathbf{N}(k-1) \\ \mathbf{R}(k) = \mathbf{H}\mathbf{S}(k-1)\mathbf{X}(k) + \mathbf{N}(k) \end{cases} \tag{2.60}$$

[27] Differential Phase Shift Keying

En combinant les deux équations précédentes, il vient :

$$\mathbf{R}(k) = \mathbf{R}(k-1)\mathbf{X}(k) + \left[\mathbf{N}(k) - \mathbf{N}(k-1)\mathbf{X}(k)\right] \tag{2.61}$$

Le canal est éliminé de l'expression, et tout se passe comme si la matrice $\mathbf{X}(k)$ passe par un canal virtuel d'atténuation $\mathbf{R}(k-1)$ perturbé par un bruit $\left[\mathbf{N}(k) - \mathbf{N}(k-1)\mathbf{X}(k)\right]$ assimilé à un processus gaussien centré de variance $2\sigma_n^2$. Par comparaison avec les codes espace-temps cohérents, les codes espace-temps différentiels possèdent des similarités en terme de construction mais entraînent une perte intrinsèque de 3 dB due à la puissance du bruit équivalent qui est multiplié par deux. On trouvera dans [103], une méthode générale de construction de codes espace-temps basée sur la théorie des groupes, valable quels que soient le nombre d'antennes et la taille de la constellation. Dans [104] sont proposés des codes différentiels unitaires formant un groupe cyclique par rapport à la multiplication matricielle. Les auteurs élaborent par la même occasion une classification de tous les groupes finis de matrices unitaires à diversité maximale. Enfin, une méthode générique de construction de matrice unitaire basée sur la transformée de Cayleigh est présentée dans [105].

2.6 Techniques MIMO en présence de sélectivité fréquentielle

En présence de sélectivité fréquentielle, le signal reçu ne s'exprime plus suivant le modèle théorique donné par l'équation (2.2) ; les techniques développées jusqu'à présent ne sont donc plus valables. En effet, en plus d'être perturbé par de la CAI, le signal se voit être entaché également d'ISI. Pour lutter contre ces termes d'interférences, on trouve dans la littérature deux approches principales : les schémas de transmission mono-porteuse couplés avec des techniques d'égalisation d'une part et les modulations multi-porteuses associées aux techniques MIMO classiques d'autre part.

2.6.1 Transmission mono-porteuse et égalisation

2.6.1.1 Multiplexage spatial

Dans le cas du multiplexage spatial, il est possible de représenter sous forme matricielle à la fois le schéma de codage et le canal MIMO sélectif en fréquence [106]. Par ce biais, il est possible d'étendre au cas MIMO, les différents schémas d'égalisation développés dans le cas SISO (cf. chapitre 1) : la CAI est alors traitée comme de l'ISI supplémentaire. L'intérêt principal de cette approche réside dans le fait que l'optimisation des filtres ou détecteurs est menée en considérant la dimension spatiale et fréquentielle de façon conjointe. En particulier, les récepteurs de type turbo s'avèrent très performants et permettent une exploitation optimale de la dimension spatiale et fréquentielle [107, 108, 109, 110]. En contrepartie, lorsque N_t et N_r sont grands la complexité des algorithmes peut s'avérer importante comparativement au cas SISO.

2.6.1.2 Codage espace-temps en bloc

Lors d'une transmission par bloc, l'ISI a pour effet de faire interférer les blocs entre eux. Les schémas STBC classiques associés à une modulation mono-porteuse se trouvent donc inadaptés au canaux sélectifs en fréquence. On trouve cependant dans la littérature des propositions de STBC dédiés aux canaux MIMO large bande, comme par exemple le code d'Alamouti à renversement temporel [111].

2.6.2 Transmission multi-porteuses : techniques MIMO-OFDM

Comme on vient de le voir, la généralisation aux canaux sélectifs en fréquence des techniques MIMO développées initialement pour les canaux à évanouissements plats n'est pas triviale et peut s'avérer même délicate dés lors que l'on considère des schémas de transmission par bloc (pour exploiter la diversité d'antenne d'émission notamment). Une autre approche est de rendre *au préalable* le canal non-sélectif en fréquence afin de pouvoir réutiliser l'ensemble des techniques MIMO bande étroite introduites dans les sections précédentes.

Une méthode pratique pour s'affranchir de l'ISI est la modulation OFDM (cf. 1.2.1). La conversion du canal MIMO sélectif en fréquence en canal MIMO à évanouissements plats se fait en effectuant une modulation et une démodulation OFDM sur chaque flux d'antenne d'émission et de réception comme le montre la figure 2.9. Soient $s_{i,k}$ le symbole envoyé sur la k-ième porteuse de l'antenne i, $n_{j,p}$ le bruit constaté sur le p-ième symbole pris en entrée du démodulateur OFDM de l'antenne j et $r_{j,k}$ le symbole obtenu en sortie de démodulation OFDM sur la k-ième porteuse de l'antenne j ; on pose :

$$\begin{aligned}\mathbf{s}_i &= [s_{i,1}, \ldots, s_{i,N+\Delta}]^T, \in \mathbb{C}^{(N+\Delta)\times 1}\\ \mathbf{n}_j &= [n_{j,1}, \ldots, n_{j,N}]^T, \in \mathbb{C}^{N\times 1}\\ \mathbf{r}_j &= [r_{j,1}, \ldots, r_{j,N}]^T, \in \mathbb{C}^{N\times 1}\end{aligned}$$

où N désigne la taille de la FFT et Δ la taille de l'intervalle de garde. Nous allons supposer que le canal MIMO sélectif en fréquence est composé de $N_t N_r$ sous canaux SISO élémentaires possédant les propriétés suivantes : sélectivité en fréquence, longueur de canal identique L_t et constance temporelle sur la durée d'un symbole OFDM. Soit $h_{ij,l}$ le l-ième coefficient de la réponse impulsionnelle du canal reliant l'antenne d'émission i à l'antenne de réception j, on associe à ce canal la matrice de Toeplitz suivante de dimension $(N+\Delta)\times(N+\Delta+L_t)$:

$$\mathbf{H}_{ij} = \begin{bmatrix} h_{ij,0} & h_{ij,1} & \ldots & h_{ij,L_t-1} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & h_{ij,0} & h_{ij,1} & \ldots & h_{ij,L_t-1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & h_{ij,0} & h_{ij,1} & \ldots & h_{ij,L_t-1} \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

En utilisant la propriété de linéarité de la FFT, le vecteur $\mathbf{r}_j$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_j &= \mathrm{OFDM}^{-1}\Big[\sum_{i=1}^{N_t} \mathbf{H}_{ij}\,\mathrm{OFDM}[\mathbf{s}_i]\Big] + \mathrm{OFDM}^{-1}[\mathbf{n}_j]\\ &= \sum_{i=1}^{N_t} \mathrm{OFDM}^{-1}\left[\mathbf{H}_{ij}\,\mathrm{OFDM}[\mathbf{s}_{k,i}]\right] + \mathrm{OFDM}^{-1}[\mathbf{n}_j]\end{aligned} \tag{2.63}$$

où OFDM(.) représente l'opération de modulation OFDM. Sous l'hypothèse que les paramètres N et Δ sont correctement dimensionnés, la relation (1.27) appliquée à l'équation précédente nous permet d'écrire :

$$r_{j,k} = \sum_{i=1}^{N_t} \mathring{H}_{ij,k} s_{i,k} + \tilde{n}_{j,k} \tag{2.64}$$

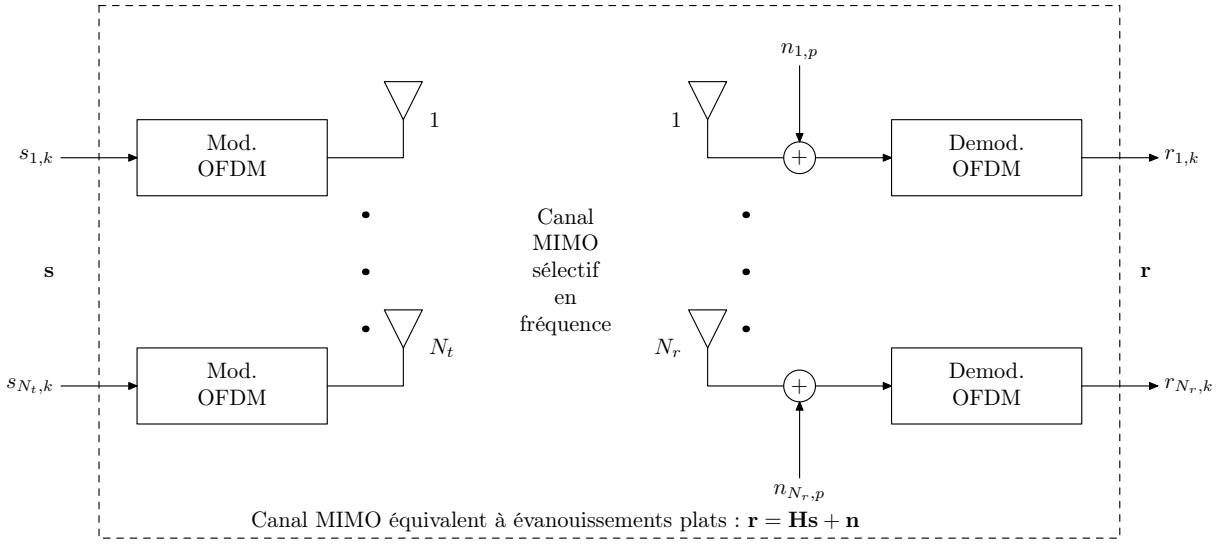


FIG. 2.9 – Canal MIMO-OFDM

où $\tilde{n}_{j,k} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$ est un terme de bruit et $\mathring{H}_{ij,k}$ désigne le k-ième échantillon de la réponse fréquentielle du lien i vers j :

$$\mathring{H}_{ij,k} = \sum_{l=0}^{L_t-1} h_{ij,l} \cdot \exp\left(\frac{-j2\pi lk}{N}\right)$$

La relation (2.64) signifie que le canal équivalent obtenu est non sélectif en fréquence et s'apparente au modèle théorique (2.2).

D'un point de vue théorie de l'information, G. G. Raleigh et J. M. Cioffi montrent dans [112], que la capacité d'un système MIMO-OFDM est égale à la capacité du canal MIMO sélectif en fréquence (en faisant abstraction de la perte en efficacité spectrale due à l'insertion de l'intervalle de garde). Autrement dit, on ne perd pas d'information à traiter en bande étroite le canal MIMO.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les différentes techniques de transmission MIMO présentes dans la littérature. Dans un contexte radio-mobile, l'hypothèse de connaissance du canal uniquement en réception est la plus réaliste et de fait la plus utilisée en pratique. Dans l'optique d'exploiter la capacité du canal MIMO, le multiplexage spatial est une technique efficace et simple a mettre en oeuvre à l'émission mais qui nécessite d'une part un nombre d'antennes de réception au minimum égal à celui d'émission et d'autre part un récepteur qui peut s'avérer complexe. Si en revanche, l'on vise à renforcer la robustesse de la transmission, le codage espace-temps en bloc est une technique très simple permettant d'exploiter la diversité spatiale. Cependant pour des modulations complexes, le codage n'est optimal (en termes de diversité, de rendement et de complexité) que pour le cas particulier de deux antennes d'émission. Grâce à son schéma d'émission générique, le codage à dispersion linéaire permet de

représenter aussi bien le multiplexage spatial, le codage espace-temps en bloc qu'un compromis entre ces deux méthodes. Cela confère aux LDCs une grande souplesse d'utilisation et permet une possible d'optimisation conjointe de la diversité spatiale et de la capacité du canal MIMO. Concaténés avec un schéma de codage et de modulation BICM, les LDCs possèdent de nombreuses potentialités aussi bien en terme de performances que de débit mais souffrent d'une réception relativement complexe (dans le cas général). Enfin lorsque le canal MIMO est sélectif en fréquence, ce qui est le cas en pratique, l'association avec l'OFDM présente l'intérêt d'être simple à mettre en oeuvre et valable quelle que soit la technique multi-antennes considérée.

Chapitre 3

Récepteurs itératifs MIMO

Sommaire

3.1 Principe *turbo* 62
3.1.1 Description 62
3.1.2 État de l'art 63
3.2 Modélisation 65
3.2.1 Émission 66
3.2.2 Canal équivalent 67
3.2.3 Réception 68
3.3 Récepteur itératif MIMO à annulation d'interférences . . 69
3.3.1 Conversion Maire-binaire souple 70
3.3.2 Conversion binaire-Maire souple 71
3.3.3 Annulation souple d'interférences avec information *a priori* . 72
3.3.4 Décodage de canal à entrée et sortie souples 76
3.4 Analyse du récepteur proposé 77
3.4.1 Convergence du récepteur itératif 77
3.4.2 Performances asymptotiques 77
3.4.3 Gain en diversité 78
3.4.4 Optimisation de la première itération 82
3.4.5 Estimation de la complexité 84
3.5 Résultats de performances 89
3.5.1 Codage espace-temps quasi-orthogonal 89
3.5.2 Multiplexage spatial 90
3.5.3 Synthèse 92
3.6 Conclusion 95

Nous avons vu au chapitre précédent que le schéma LD en contexte OFDM associé à une modulation BICM constituait une approche intéressante pour exploiter les potentialités du canal MIMO sans nécessiter de connaissance du canal à l'émission. Cependant les récepteurs conventionnels associés à ce schéma d'émission utilisent des algorithmes de type ML, complexes à mettre en oeuvre et sous-optimaux car ne réalisant pas de façon conjointe l'égalisation MIMO et le décodage de canal.

Dans ce chapitre nous décrivons un récepteur de faible complexité réalisant conjointement le traitement multi-antennes de réception et le décodage de canal dans un processus itératif. Après une présentation du principe itératif dit "turbo" suivie d'un

état l'art sur le sujet nous proposons un schéma d'émission MIMO admettant une représentation matricielle simplifiée. Nous développons ensuite un récepteur itératif inspiré du concept de turbo-égalisation permettant d'approcher les performances optimales d'une transmission sans interférences. Dans une partie suivante nous procédons à une analyse théorique du récepteur proposé en termes de performances et de complexité. Enfin des résultats de simulations sur canaux théoriques viennent valider, pour plusieurs configurations d'antennes, le schéma de réception proposé.

3.1 Principe *turbo*

Lorsque C. Berrou et A. Glavieux inventent en 1993 les *turbo-codes* et les récepteurs qui leur sont associés, les auteurs sont sûrement loin de douter que leur invention va révolutionner, au delà du domaine du codage de canal, l'ensemble des communications numériques. Le principe *turbo* va en effet bien plus loin que la simple conception de codes correcteurs d'erreurs et peut s'appliquer aux différents étages de traitement présents dans une chaîne de communications numériques.

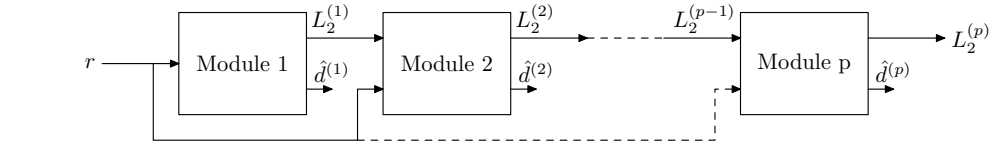
3.1.1 Description

Lorsque qu'on associe, à l'émission, plusieurs fonctions (codage, modulation, ...), la théorie de la détection nous montre que le récepteur optimal consiste à décoder de façon conjointe les différentes fonctions considérées suivant un critère ML. Pour cela, il est nécessaire de construire un *super-treillis* prenant en compte les différentes fonctions. La complexité globale de ce récepteur idéal est égal au produit cartésien des treillis de chaque fonction prise séparément. Dans le cas où l'une des fonctions est un entrelaceur, on mesure facilement la complexité d'un tel récepteur.

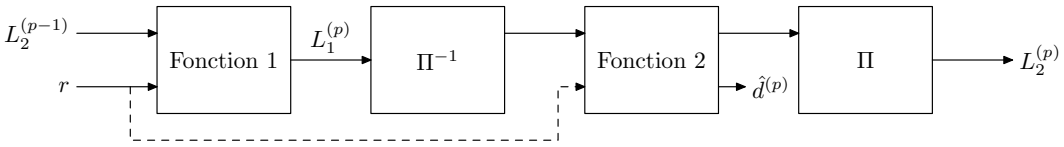
L'idée d'un récepteur itératif est de décoder chacune des fonctions élémentaires l'une après l'autre dans une boucle itérative de telle manière à ce que les différentes fonctions s'échangent entre elles une information dite *extrinsèque* quantifiant la fiabilité de chacune des fonctions de décodage. Par ce procédé, chaque opération de décodage profite aux autres et inversement. La figure 3.1 décrit un récepteur itératif à p itérations où chaque module élémentaire comporte 2 fonctions. Pour fonctionner de façon idéale, un récepteur itératif doit vérifier les conditions suivantes :

1. *Les fonctions de décodage élémentaires doivent effectuer un traitement différent les unes des autres* : ceci est indispensable pour que chaque algorithme de décodage profite aux autres
2. *Les fonctions doivent être séparées par un entrelaceur* afin qu'elle travaillent sur des informations décorrélées
3. *L'information circulant entre les différentes fonctions de réception doit être pondérée* afin d'exprimer un degré de confiance

D'un point de vue purement théorique, cette méthode de réception est sous-optimale, cependant on montre qu'au bout de plusieurs itérations et à partir d'un certain SNR, la courbe de performance du récepteur optimal peut être atteinte. Par analogie avec les moteurs turbo qui réutilisent une partie de l'énergie rejetée pour augmenter leur puissance, on parle de récepteur *turbo* [113].



(a) Processus itératif



(b) Contenu d'un module

FIG. 3.1 – Le principe *turbo*

3.1.2 État de l'art

3.1.2.1 Systèmes SISO

Concaténation de codes : Turbo-codes Le premier récepteur itératif a été introduit en 1993 par C. Berrou et A. Glavieux dans le cadre du codage correcteur d'erreur [7, 114]. A l'émission, le schéma consiste en la concaténation en parallèle de deux codeurs de canal systématiques séparés par un entrelaceur. A la réception, les 2 codes élémentaires sont décodés de façon séparée dans un processus itératif selon le principe de la figure 3.1. Les auteurs montrent que le schéma de codage-décodage baptisé turbo-code permet d'approcher à 0.3 dB la limite fixée par C. E. Shannon pour des codes aléatoires. Par la suite une deuxième classe de turbo-codes a été proposée, elle consiste en la concaténation en série de 2 codes convolutifs, on parle de *turbo-codes produit* [115]. Cette classe permet d'atteindre des rendements plus importants mais au prix d'une complexité plus importante. L'approche de C. Berrou et A. Glavieux a ouvert la voie à nombre de systèmes de décodage itératifs. Certaines familles de codes ont ainsi été redécouverte (LDPC) ou même découvertes (Woven-codes, Repat Accumulate codes,...).

Détection et décodage : Turbo-détection Dans un schéma de type BICM, en considérant que l'opération de modulation et le canal peuvent être vus comme des briques constituantes d'un turbo-codeur, C. Douillard *et al.* proposent en 1995 un récepteur réalisant itérativement les opérations de détection et de décodage de canal et approchant les performances d'un récepteur conjoint optimal [8]. Grâce à ce procédé de réception, les auteurs s'affranchissent de la complexité du récepteur optimal et se permettent d'utiliser un entrelaceur à l'émission garantissant, en terme de théorie de l'information, les meilleures performances sur canaux à évanouissement. Par analogie avec l'invention de C. Berrou et A. Glavieux, le récepteur est baptisé turbo-égaliseur. Cependant, tout comme dans les turbo-codes, un détecteur de type MAP est utilisé pour l'opération d'égalisation. Par souci de clarté, nous préférerons dénommer ce procédé de réception turbo-détecteur. Cependant, tout comme en égalisation classique, la détection MLSE se trouve limitée par sa complexité algorithmique dès que le nombre de trajets du canal augmente ou dès lors que l'on utilise des modulations à

grand nombre d'états. Une solution consiste à remplacer le détecteur optimal par un détecteur sous-optimal à état réduit [116].

Égalisation à base de filtre et décodage : Turbo-égalisation Malgré les possibilités de réduction de complexité, la détection issue du critère MAP reste dépendante d'un nombre minimal d'états du treillis que l'on ne peut supprimer. Dès 1997, A. Glavieux *et. al.* proposent de s'affranchir de l'algorithme MAP du détecteur en le remplaçant, au sein du récepteur itératif, par un égaliseur à base de filtres optimisés au moyen du critère MMSE [9, 117, 118]. Pour ce faire, les auteurs utilisent un annuleur d'interférences adapté avec l'algorithme LMS, initialement introduit dans [119], utilisant les symboles estimés par l'étage de décodage de canal. Ils démontrent que l'égaliseur converge vers l'annuleur d'interférences idéal optimisé au sens du critère MMSE. L'intérêt d'un tel égaliseur par rapport à un détecteur réside dans le fait que sa complexité n'est pas exponentiellement dépendante de la longueur du canal L_t ni de l'ordre de modulation M. De plus l'algorithme d'adaptation permet de suivre efficacement les fluctuations temporelles du canal. A ce titre, on trouvera dans la thèse de C. Langlais une étude complète concernant l'optimisation d'un tel récepteur dans un contexte de transmission fortement sélectif [37][(1)].

En s'inspirant des travaux de X. Wang et V. H. Poor en turbo-détection multi-utilisateurs [121], M. Tüchler *et al.* proposent en 2002 une nouvelle expression de l'annuleur d'interférences optimisé au sens MMSE où les coefficients des filtres de l'égaliseur sont directement calculés à partir des statistiques du signal estimé lors des itérations précédentes et de la réponse estimée du canal [122, 123]. Cet égaliseur, proposé en parallèle dans [124], a la particularité d'avoir une structure variant suivant la fiabilité de l'information *a priori*, se résumant à un simple égaliseur linéaire MMSE lorsque l'*a priori* est non fiable, et à une structure d'annuleur d'interférences optimal lorsque l'information *a priori* est complètement fiable. Un résultat intéressant est que sous sa forme optimale, on retrouve l'annuleur d'interférences idéal tel que décrit dans [117]. Plusieurs travaux s'appuyant sur les résultats de M. Tüchler *et al.* vont être publiés comme par exemple une extension aux modulations à grand nombre d'états [125]. Dans [126], les auteurs étendent la structure de l'égaliseur aux filtres à réponse infinie, proposant par la même occasion une démonstration rigoureuse de l'expression de l'annuleur d'interférences. Enfin une analyse complète de la turbo-égalisation complétée par une étude d'implémentation a été menée par R. Le Bidan au cours de sa thèse [29].

Autres mises en oeuvre On trouve, dans la littérature, d'autres applications du principe de réception itérative, parmi lesquelles on peut citer la détection multi-utilisateurs [127, 121], la conversion Maire-binaire [128, 129, 130] ou bien le décodage conjoint source-canal [131, 132, 133].

[(1)] Une optimisation possible est d'utiliser en première itération du processus un égaliseur aveugle de type SADFE (initialement introduit dans [120]) afin d'augmenter l'efficacité spectrale du système. En effet la première itération étant la plus délicate, elle nécessite une plus longue séquence d'apprentissage. L'utilisation d'un algorithme aveugle permet de réduire fortement cette séquence et du coup de gagner en débit utile [38]

3.1.2.2 Systèmes MIMO

Les premières propositions de récepteurs itératifs pour le traitement spatio-temporel remontent à 1998 et aux travaux de S. L. Ariyavisitakul *et al.* [134]. Dans cet article, les auteurs s'intéressent à un schéma SIMO sur canaux multi-trajets et proposent un récepteur de type DFE combinant à la fois des décisions souples fournies par le convertisseur Maire-binaire et des tentatives de décisions retardées fournies elles par le décodeur de canal. Le but recherché est de supprimer l'ISI générée par le canal et d'exploiter conjointement la diversité de trajets et la diversité spatiale. En 2000, l'auteur principal de [134] s'intéresse au traitement de l'interférence co-antennes (CAI) générées par du multiplexage spatial et introduit un récepteur itératif inspiré de la turbo-détection où l'étage d'égalisation MIMO est réalisé par un algorithme de type MAP [135]. De façon indépendante A. M. Tonello propose dans [76] un schéma de réception similaire mais pour l'architecture ST-BICM qui s'avère être plus flexible que celle décrite dans [135]. Une proposition très proche est faite la même année par J. J. Boutros *et al.* dans [136]. On trouvera dans [137] une extension du système précédent à la modulation OFDM afin de pouvoir traiter des canaux sélectifs en fréquence. Dans le cadre du codage à dispersion linéaire (LDC), un récepteur itératif de type MAP est proposé par [138] dont on trouvera une simplification de l'algorithme via le décodage par sphère dans [77].

Tous les récepteurs présentées permettent de converger vers les bornes optimales de diversité mais nécessitent un traitement spatio-temporel à base d'algorithme ML dont la complexité est exponentiellement croissante en fonction du nombre d'antennes et de la taille de la modulation. Dans [139, 140, 141], M. Sellathurai et S. Haykin introduisent un algorithme MMSE à annulation d'interférences largement inspiré de la turbo-égalisation [122, 124]. Le schéma de transmission est de type H-BLAST et les auteurs baptisent le système complet Turbo-BLAST. Dans le cadre des LDCs, un récepteur du même type est présenté par A. Gueguen dans [142]. Les auteurs montrent, entre autres, que les performances obtenues sont très proches de celles d'un récepteur turbo-MAP. Cependant, le problème des LDCs réside dans le fait qu'il est nécessaire de traiter séparément les parties réelles et imaginaires, multipliant par 2 la taille des matrices à multiplier ou à inverser. Dans [143], M. Witzke *et al.* proposent une alternative à l'algorithme de [142] en traitant en parallèle le signal complexe reçu et son conjugué. Bien que deux filtrages dans le corps complexe doivent être mis en place, la taille des matrices à traiter est deux fois plus petite, et le gain en complexité est significatif.

3.2 Modélisation

Conformément aux conclusions du chapitre 2, nous adoptons un schéma d'émission associant la modulation BICM et un codage à dispersion linéaire. Nous avons vu en section 2.4.4 que le schéma de codage LD, grâce à ses nombreux degrés de liberté (taille de la matrice, rendement de codage, ...) permettait une optimisation conjointe de la capacité et de la diversité tout en garantissant une relative simplicité à l'émission du fait de la linéarité du schéma de codage. Dans ce qui suit nous considérons une sous-classe des codes LD dont les propriétés confèrent au récepteur un algorithme simplifié comparativement au cas général. Après une description du schéma d'émission, nous

présentons le canal équivalent engendré par les codes considérés puis le récepteur itératif associé.

3.2.1 Émission

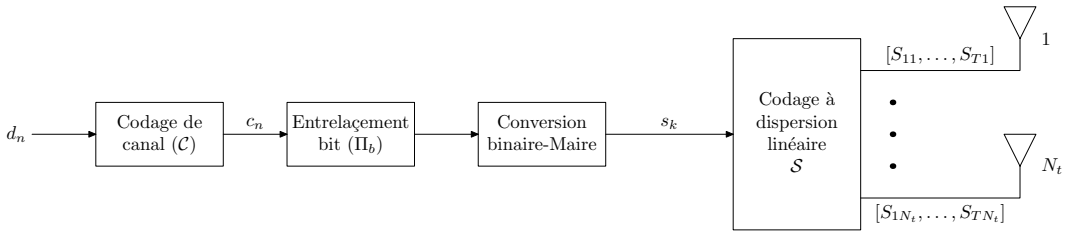


FIG. 3.2 – Schéma d'émission MIMO considéré

Le schéma d'émission est décrit en figure 3.2, il consiste en une simple association d'un schéma BICM avec un code à dispersion linéaire $\mathcal{S}$. Dans notre étude nous nous intéressons à une sous-famille des codes LD notée $\mathcal{LD}^*$ définie comme suit :

Définition 3.1 *Un code $\mathcal{S} \subset \mathcal{LD}$ appartient à l'ensemble $\mathcal{LD}^*$ si à chaque instant $t \in [1, T]$, les symboles envoyés sur l'ensemble des antennes sont soit une combinaison des s_q soit une combinaison linéaire des s_q^* mais pas les deux en même temps.*

Cette hypothèse est restreignante quant au choix des codes LD. Cependant on montre que la famille ainsi créée comprend un grand nombre de codes proposés dans la littérature [6, 84, 87, 88]. Par ailleurs, on verra au chapitre 4, que de cette famille de codes, on peut extraire des codes optimaux au sens du décodage itératif et ce quelle que soit la configuration d'antennes.

Pour caractériser mathématiquement l'ensemble $\mathcal{LD}^*$, commençons par écrire la matrice de codage $\mathbf{S}$ d'un code LD en fonction de s_q et s_q^* [92] :

$$\mathbf{S} = \sum_{q=1}^{Q} \left(\mathbf{C}_q s_q + \mathbf{D}_q s_q^* \right) \tag{3.1}$$

où $\mathbf{C}_q = \frac{\mathbf{A}_q + \mathbf{B}_q}{2}$ et $\mathbf{D}_q = \frac{\mathbf{A}_q - \mathbf{B}_q}{2}$. Posons à présent $\mathbf{\Phi}_1$ et $\mathbf{\Phi}_2$ deux matrices de taille $T \times T$ définies de la façon suivante :

$$\mathbf{\Phi}_1 = \frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{T} \mathbf{e}_t \mathbf{e}_t^T \Big[\sum_{q=1}^{Q} \mathbf{C}_q \mathbf{C}_q^H \Big] \mathbf{e}_t \mathbf{e}_t^T \tag{3.2}$$

$$\mathbf{\Phi}_2 = \frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{T} \mathbf{e}_t \mathbf{e}_t^T \Big[\sum_{q=1}^{Q} \mathbf{D}_q \mathbf{D}_q^H \Big] \mathbf{e}_t \mathbf{e}_t^T \tag{3.3}$$

Par construction $\mathbf{\Phi}_1$ et $\mathbf{\Phi}_2$ sont diagonales et réelles.

Propriété 3.1 *Un code LD appartient à la famille $\mathcal{LD}^*$ si la condition suivante est réalisée :*

$$\boxed{\mathbf{\Phi}_1 \mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{0}_{T \times T}} \tag{3.4}$$

3.2.2 Canal équivalent

Dans notre étude nous considérons un canal MIMO à évanouissements plats, quasi-statique sur une longueur T, et où chaque bloc est indépendant. Nous rappelons que ce type de canal représente les performances idéales d'un système OFDM sur canal MIMO sélectif en temps et en fréquence. L'indépendance entre blocs est en effet obtenue sous l'hypothèse d'un entrelaceur fréquentiel idéal, tandis que la quasi-staticité sur T s'obtient en effectuant l'entrelacement par bloc de T symboles et en supposant que T symboles adjacents en fréquence (ou en temps) sont affectés par un même coefficient d'évanouissement. Pour ce faire il convient de bien dimensionner la taille de la FFT vis-à-vis de la bande de cohérence de canal.

Soit $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^{N_t T \times 1}$ le vecteur formé en empilant sur un vecteur colonne les éléments de $\mathbf{S}$ pris par lignes puis par colonnes :

$$\mathbf{z} = [S_{11}, \dots S_{1N_t}, S_{21}, \dots S_{2N_t}, \dots, S_{T1}, \dots, S_{TN_t}]^T$$

on définit les matrices $\mathbf{G}_1$ et $\mathbf{G}_2$ de tailles $TN_t \times Q$ telles que [143] :

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}_1 \mathbf{s} + \mathbf{G}_2 \mathbf{s}^* \tag{3.5}$$

Le vecteur reçu $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{TN_r \times 1}$ s'exprime de la façon suivante :

$$\mathbf{r} = \underline{\mathbf{H}} \mathbf{z} + \mathbf{n} \tag{3.6}$$

où $\underline{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{TN_r \times TN_t}$ représente le canal MIMO à évanouissements plats, quasi-statique sur T :

$$\underline{\mathbf{H}} = \mathbf{I}_T \otimes \mathbf{H} = \mathrm{diag}\left(\overbrace{\mathbf{H}, \dots, \mathbf{H}}^{T}\right) \in \mathbb{C}^{TN_r \times TN_t} \tag{3.7}$$

et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{TN_r \times 1}$ un vecteur de bruit additif Gaussien. On forme à présent les matrices $\underline{\mathbf{\Phi}}_1$ et $\underline{\mathbf{\Phi}}_2$ de taille $TN_r \times TN_r$:

$$\underline{\mathbf{\Phi}}_1 = \mathbf{\Phi}_1 \otimes \mathbf{I}_{N_r}$$
$$\underline{\mathbf{\Phi}}_2 = \mathbf{\Phi}_2 \otimes \mathbf{I}_{N_r}$$

Avec ces notations, on montre en annexe B la propriété suivante :

Propriété 3.2 *Pour un canal de transmission multi-antennes à évanouissements plats de matrice représentative* $\mathbf{H}$*, quasi-statique sur* T*, si un code à dispersion linéaire appartient à la famille* $\mathcal{LD}^*$*, la chaîne de transmission peut être représentée par le système équivalent suivant :*

$$\check{\mathbf{r}} = \check{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \check{\mathbf{n}} \tag{3.8}$$

avec :

$$\check{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{\Phi_1}} \mathbf{r} + \underline{\mathbf{\Phi_2}} \mathbf{r}^*, \quad \check{\mathbf{r}} \in \mathbb{C}^{TN_r \times 1}$$
$$\check{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{\Phi_1}}\, \underline{\mathbf{H}} \mathbf{G}_1 + \underline{\mathbf{\Phi_2}}\, \underline{\mathbf{H}}^* \mathbf{G}_2^*, \quad \check{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{TN_r \times Q}$$
$$\check{\mathbf{n}} = \underline{\mathbf{\Phi_1}} \mathbf{n} + \underline{\mathbf{\Phi_2}} \mathbf{n}^*, \quad \check{\mathbf{n}} \in \mathbb{C}^{TN_r \times 1}$$

où le bruit équivalent $\check{\mathbf{n}}$ *suit la loi* $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$*.*

Dans [92], les auteurs donnent également une représentation du canal équivalent pour les codes LD en général. Cependant la matrice de canal obtenue est de taille $2N_rT \times 2Q$, nécessitant de traiter les parties réelles et imaginaires du signal reçu de façon séparée. L'intérêt de la sous-famille $\mathcal{LD}^*$ est qu'elle fait apparaître une matrice équivalente de canal $\check{\mathbf{H}}$ de taille $TN_r \times Q$ de dimension deux fois moindre que dans le cas général des codes LD. Ceci a pour conséquence directe de réduire le coût des opérations en réception.

Exemple 3.2.1 Prenons le code d'Alamouti sur un canal 2×1. On a :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

il vient :

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\mathbf{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La condition (3.4) étant vérifiée, on en déduit la matrice de canal équivalente :

$$\check{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{21}^* & -h_{11}^* \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

et les vecteurs reçu et de bruit équivalents :

$$\check{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2^* \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \check{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

3.2.3 Réception

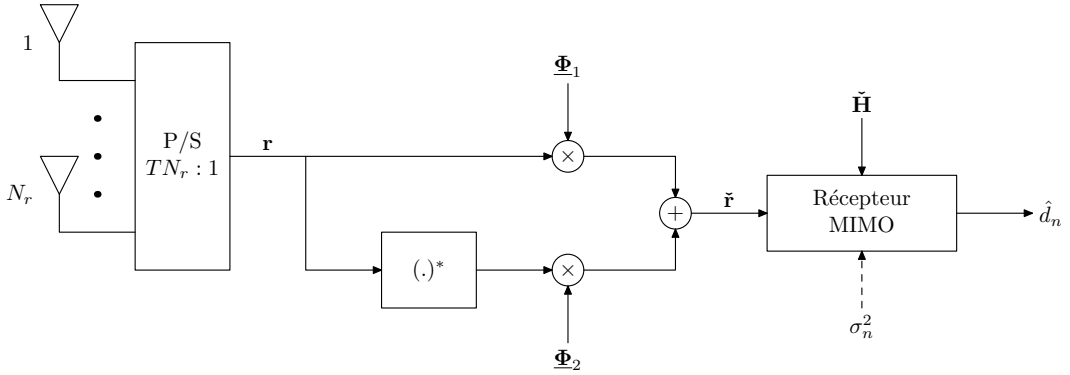


FIG. 3.3 – Schéma de réception MIMO

Le schéma de réception associé au système d'émission considéré est décrit en figure 3.3. Le récepteur MIMO a pour fonction d'estimer le mieux possible la séquence de bits d'information d_k à partir du signal reçu équivalent $\check{\mathbf{r}}$. Récrivons la relation (3.8) en fonction du symbole désiré s_k :

$$\check{\mathbf{r}} = \underbrace{\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k s_k}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\sum_{q=1, q\neq k}^{Q} \check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_q s_q}_{\text{termes interférents : CAI}} + \underbrace{\check{\mathbf{n}}}_{\text{bruit}} \tag{3.12}$$

Au regard de l'équation (3.12), on met en valeur 3 types de perturbation affectant le signal reçu : l'atténuation du symbole utile s_q, l'interférence entre symboles et le bruit additif gaussien. On retrouve ainsi les mêmes perturbations que sur canal SISO sélectif en fréquence où la CAI s'apparente à de l'ISI. En se servant des résultats issus de l'égalisation classique (cf. paragraphe 1.1.3), nous décrivons maintenant les différentes manières de traiter ces perturbations avec comme hypothèse que le récepteur possède une estimation de la matrice $\check{\mathbf{H}}$.

1. **Réception optimale** : elle consiste en un décodage ML d'un treillis intégrant à la fois le codage de canal, l'entrelacement et le codage espace-temps. Cette réception est irréalisable en pratique, du moins avec les moyens actuels.
2. **Réception sous-optimale**
   (a) *Décodage disjoint*
      i. Association d'un décodeur espace-temps ML et un décodage de canal : la complexité est acceptable tant que N_t et N_r restent faibles et que la modulation n'est pas à grand nombre d'états. Néanmoins, les performances restent en général inférieures à la MFB [144][(2)].
      ii. Association d'un décodeur espace-temps sous-optimal (MMSE, ZF, etc...) et d'un décodage de canal : la complexité est plus faible mais les performances sont généralement en deçà de la MFB.
   (b) *Décodage conjoint : réception itérative*
      i. avec égalisation MAP : les performances tendent vers la MFB mais la complexité de l'égaliseur augmente de façon exponentielle en fonction de la taille de la matrice $\check{\mathbf{H}}$ et de l'ordre de la modulation [76, 135, 136].
      ii. avec égalisation à base de filtres : les performances sont intéressantes et la complexité de l'étage d'égalisation est faible [140, 142].

Dans le cas général, la réception itérative apparaît être une solution judicieuse. Afin de conférer au récepteur une complexité raisonnable, nous adoptons dans ce qui suit la stratégie de turbo-réception à base de filtres imaginée initialement dans un contexte de turbo-égalisation pour canaux sélectifs en fréquence [9, 121, 122, 124, 126].

3.3 Récepteur itératif MIMO à annulation d'interférences

Le schéma général est décrit en figure 3.4. Deux étages, d'un côté celui correspondant à l'égalisation et de l'autre celui effectuant le décodage de canal, s'échangent

[(2)] Sauf dans le cas où le code LD est orthogonal, la complexité de l'égalisation est alors faible et les performances confondues avec la MFB [6]

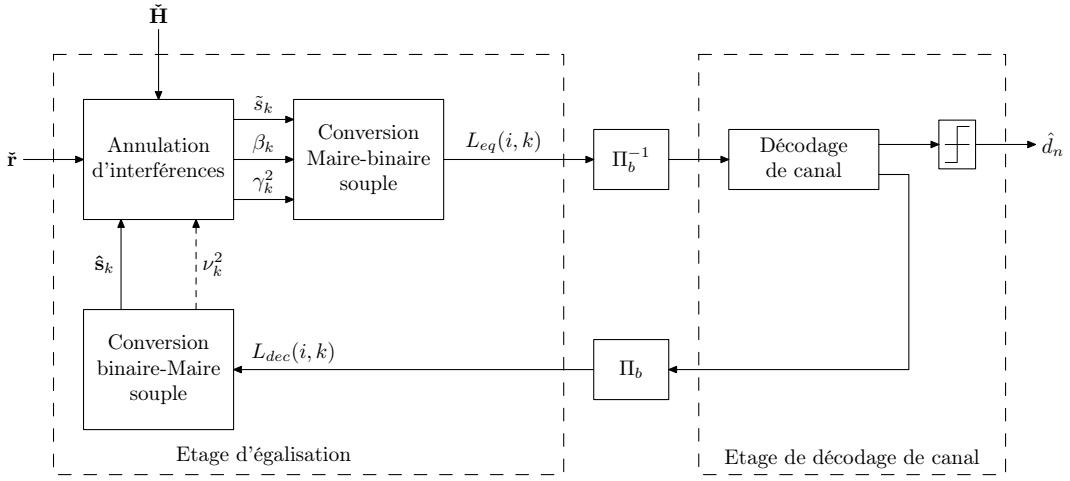


FIG. 3.4 – Schéma du récepteur MIMO itératif

mutuellement des informations souples permettant d'affiner à chaque itération le processus de décodage de chacun. Les étages sont séparés par un entrelaceur ou un désentrelaceur afin que les informations échangées soient décorrélées d'un étage à l'autre. Ceci implique, à émission, un entrelaceur entre le codeur de canal et le convertisseur binaire-Maire, propriété vérifiée par le schéma BICM.

3.3.1 Conversion Maire-binaire souple

La conversion Maire-binaire consiste à calculer une information de confiance sur chacun des bits $\tilde{c}_k^i$ appartenant au symbole égalisé $\tilde{s}_k$. Cette information peut se mettre sous la forme d'un logarithme du rapport de vraisemblance (LLR[3]) défini comme suit dans le cas binaire :

$$L_{eq}[i,k] = \ln \frac{\Pr(\tilde{c}_k^i = 1|\text{observation})}{\Pr(\tilde{c}_k^i = 0|\text{observation})} \tag{3.13}$$

Dans le cas d'une modulation numérique complexe le LLR sur le bit $\tilde{c}_k^i$ conditionné à l'observation $\tilde{s}_k$ est donné par :

$$\begin{aligned} L_{eq}[i,k] &= \ln \frac{\Pr(\tilde{c}_k^i = 1|\tilde{s}_k)}{\Pr(\tilde{c}_k^i = 0|\tilde{s}_k)} \\ &= \ln \frac{\sum_{s\in\mathcal{A}_1^i} \Pr(s|\tilde{s}_k)}{\sum_{s\in\mathcal{A}_0^i} \Pr(s|\tilde{s}_k)} \\ &= \ln \frac{\sum_{s\in\mathcal{A}_1^i} \Pr(\tilde{s}_k|s)\Pr(s)}{\sum_{s\in\mathcal{A}_0^i} \Pr(\tilde{s}_k|s)\Pr(s)} \end{aligned}$$

où $\mathcal{A}_b^i$ représente le sous-espace de la constellation $\mathcal{A}$ pour lequel le i-ème bit vaut b. Lorsque le convertisseur ne dispose d'aucune probabilité *a priori* $\Pr(s)$, les symboles sont considérés équiprobables. Par conséquent le LLR s'écrit :

$$L_{eq}[i,k] = \ln \frac{\sum_{s\in\mathcal{A}^{i,1}} \Pr(\tilde{s}_k|s)}{\sum_{s\in\mathcal{A}^{i,0}} \Pr(\tilde{s}_k|s)} \tag{3.14}$$

[3]Logarithmic Likelihood Ratio

Le calcul du LLR nécessite l'évaluation de la probabilité $\Pr(\tilde{s}_k|s)$. Pour ce faire, écrivons l'expression de la sortie de l'égaliseur :

$$\tilde{s}_k = \beta_k \cdot s_k + \eta_k \tag{3.15}$$

où β_k est le biais de l'égaliseur et η_k un terme de bruit comprenant les termes résiduels d'interférence et le bruit thermique de réception. Afin de continuer le calcul, nous posons l'hypothèse que η_k suit une loi gaussienne complexe de paramètre $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \gamma_k^2)$ à l'instant d'échantillonnage k. Théoriquement cette hypothèse n'est valable que dans le cas où l'égaliseur a parfaitement supprimé les termes interférents autrement dit que l'information *a priori* sur les symboles estimés est parfaite. Dans la pratique cependant, cette approximation offre des résultats corrects. Avec cette hypothèse, la distribution de s_k est une gaussienne de paramètre $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\beta_k, \gamma_k^2)$. Il en découle le résultat suivant ;

$$\Pr(\tilde{s}_k|s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma_k^2}} \exp\left\{ - \frac{|\tilde{s}_k - \beta_k s|^2}{2\gamma_k^2} \right\}$$

En remplaçant dans (3.14), on obtient :

$$L_{eq}[i,k] = \ln \frac{\sum_{s \in \mathcal{A}_1^i} \exp\left\{ - \frac{|\tilde{s}_k - \beta_k s|^2}{2\gamma_k^2} \right\}}{\sum_{s \in \mathcal{A}_1^0} \exp\left\{ - \frac{|\tilde{s}_k - \beta_k s|^2}{2\gamma_k^2} \right\}}$$

En utilisant l'approximation max-log :

$$\ln\left[\sum_n \exp(x_n) \right] \simeq \max_n (x_n)$$

le calcul du LLR se simplifie :

$$L_{eq}[i,k] \simeq \max_{s \in \mathcal{A}_1^i} \left[- \frac{|\tilde{s}_k - \beta_k s|^2}{2\gamma_k^2} \right] - \max_{s \in \mathcal{A}_0^i} \left[- \frac{|\tilde{s}_k - \beta_k s|^2}{2\gamma_k^2} \right]$$

on obtient enfin [145] :

$$L_{eq}[i,k] \simeq \frac{1}{2\gamma_k^2} \left[\min_{s \in \mathcal{A}_0^i} \left|\tilde{s}_k - \beta_k s\right|^2 - \min_{s \in \mathcal{A}_1^i} \left|\tilde{s}_k - \beta_k s\right|^2 \right] \tag{3.16}$$

3.3.2 Conversion binaire-Maire souple

Le rôle de la conversion binaire-Maire est d'effectuer l'opération inverse de la conversion binaire-Maire en reconstruisant un symbole souple à partir des LLRs sur les bits le constituant. Appelons $L_{dec}[i,k]$ le LLR du i-ème bit constituant le k-ième symbole. L'estimé souple du symbole s_k que nous noterons $\hat{s}_k$ est défini mathématiquement comme l'espérance de s_k conditionnée à l'ensemble des LLRs le constituant :

$$\hat{s}_k = \mathbb{E}\Big\{ s_k \big| L_{dec}[1,k], \ldots, L_{dec}[m,k] \Big\} \tag{3.17}$$

Commençons par calculer la probabilité des bits provenant de l'étage d'égalisation :

$$\Pr(\hat{c}_k^i = 1) = \frac{\exp\big(L_{dec}[i,k]\big)}{1+\exp\big(L_{dec}[i,k]\big)}$$
$$\Pr(\hat{c}_k^i = 0) = 1 - \frac{\exp\big(L_{dec}[i,k]\big)}{1+\exp\big(L_{dec}[i,k]\big)}$$

La probabilité *a posteriori* pour que le symbole estimé $\hat{s}_k$ soit égal à s s'écrit :

$$\Pr(\hat{s}_k = s) = \prod_{s:[c^1,\ldots,c^m]} \Pr(\hat{c}_k^i = c^i)$$

où $s : [c^1, \ldots, c^M]$ désigne l'ensemble des bits constituant le symbole s. Il en découle l'expression du symbole estimé :

$$\hat{s}_k = \sum_{s\in\mathcal{A}} s \Pr(\hat{s}_k = s) \tag{3.18}$$

Notons maintenant ν_k^2 la quantité définie telle que :

$$\nu_k^2 = \mathbb{E}\Big\{ |s_k - \hat{s}_k|^2 \big| L_{dec}[1,k], \ldots, L_{dec}[m,k] \Big\} \tag{3.19}$$

En reprenant le raisonnement précédent on obtient [29] :

$$\nu_k^2 = \sum_{s\in\mathcal{A}} |s|^2 \Pr(\hat{s}_k = s) - |\hat{s}_k|^2 \tag{3.20}$$

On remarque que ν_k^2 s'exprime comme la variance de s_k conditionnée à la connaissance de l'ensemble des LLRs le constituant. Elle fournit une information de fiabilité sur $\hat{s}_k$ dans le sens où $\nu_k^2 \to 0$ si l'information *a priori* sur s_k est parfaite i.e. $\hat{s}_k = s_k$ et à l'inverse $\nu_k^2 = \sigma_s^2$ dans l'hypothèse où $\hat{s}_k$ est purement aléatoire et ne constitue donc pas une information fiable sur s_k. Cette mesure de fiabilité sera utile lors de la construction des filtres de l'annuleur d'interférences.

3.3.3 Annulation souple d'interférences avec information *a priori*

L'idée de base de l'annulation d'interférences est de reconstruire les termes interférents générés par le canal de propagation et de les soustraire au signal reçu afin de mieux estimer le signal utile. Cependant la conception d'un annuleur efficace est soumise à deux contraintes. D'une part l'opération d'annulation doit être pondérée suivant la fiabilité des interférences et ce afin de ne pas générer d'erreurs supplémentaires, d'autre part il est nécessaire de connaître les symboles émis afin d'estimer les interférences. Le premier problème est résolu en 1981 par A. Gersho et T. M. Lim au moyen d'un algorithme adaptatif optimisé au sens du critère MMSE [119]. Le deuxième problème sera résolu, bien plus tard, en insérant l'égaliseur au sein d'un récepteur itératif afin de disposer grâce à l'itération précédente du décodeur de canal, d'une information *a priori* sur les données émises. La première référence décrivant ce principe est [9].

La figure 3.5 décrit la structure générale d'un annuleur d'interférences tel que initialement proposé dans [119]. Il est constitué de deux filtres P et Q que nous

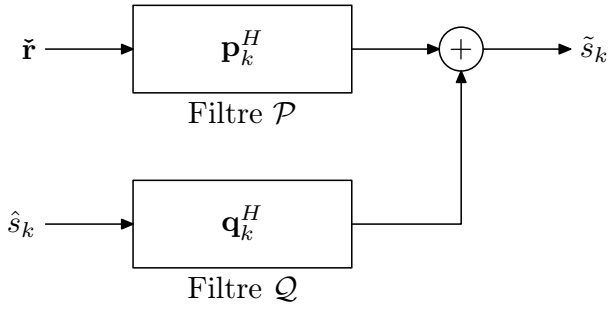


FIG. 3.5 – Schéma de l'annuleur d'interférences

supposerons tous deux de longueur finie. Soient $\mathbf{p}_k \in \mathbb{C}^{TN_r \times 1}$ et $\mathbf{q}_k \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ les vecteurs contenant respectivement les coefficients des deux filtres. Le k-ième symbole en sortie de l'annuleur s'écrit de la manière suivante :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H \check{\mathbf{r}} - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k \tag{3.21}$$

où $\hat{\mathbf{s}}_k \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \begin{bmatrix} \hat{s}_1 & \dots & \hat{s}_{k-1} & 0 & \hat{s}_{k+1} & \dots & \hat{s}_Q \end{bmatrix}^T \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$$

Il est important de noter que chaque filtrage est effectué par bloc : ceci s'explique par le fait que, dans le modèle utilisé, le canal soit matriciel. Nous avons également imposé à l'égaliseur une structure telle que l'entrée $\hat{s}_k$ n'ait pas d'effet sur le calcul de $\tilde{s}_k$, et ce dans le but reconstruire seulement les interférences provenant des autres symboles. Lorsque les filtres avant et arrière de l'égaliseur sont optimisés au sens du critère MMSE, nous parlerons d'annuleur d'interférences MMSE et le représenterons par l'acronyme anglais MMSE-IC[(4)].

L'optimisation des filtres $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ au sens du critère MMSE revient à résoudre le problème suivant :

$$\left(\mathbf{p}_k^{\text{opt}}, \mathbf{q}_k^{\text{opt}}\right) = \arg \min_{\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k} \mathbb{E}\left[\left|s_k - \tilde{s}_k\right|^2\right] \tag{3.22}$$

3.3.3.1 Solution exacte : MMSE-IC

La solution de l'optimisation (3.22) est donnée dans [124, 122, 126], nous en proposons une démonstration en annexe C. Les deux vecteurs optimaux ont pour forme :

$$\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \sigma_s^2 \left[\check{\mathbf{H}} \mathbf{V}_k \check{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{TN_r}\right]^{-1} \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.23}$$

$$\mathbf{q}_k^{\text{opt}} = \check{\mathbf{H}}^H \mathbf{p}_k^{\text{opt}} \tag{3.24}$$

avec

$$\mathbf{V}_k = \sigma_s^2 \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T + \sum_{q=1, q \neq k}^{Q} \nu_q^2 \mathbf{e}_q \mathbf{e}_q^T \tag{3.25}$$

(4) MMSE Interference Canceler

Pour ces valeurs optimales, sont également démontrés les résultats suivants :

$$\beta_k = \mathbf{p}_k^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.26}$$
$$\gamma_k^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k) \tag{3.27}$$
$$\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2 (1 - \beta_k) \tag{3.28}$$

On en déduit facilement l'expression du rapport signal sur interférences plus bruit :

$$\mathrm{SINR} = \frac{\sigma_s^2 \beta_k^2}{\gamma_k^2} = \frac{\beta_k}{1 - \beta_k} \tag{3.29}$$

D'un point de vue complexité d'implémentation, on note que le calcul des deux vecteurs d'égalisation optimaux nécessite une inversion matricielle de dimension $TN_r \times TN_r$ où on rappelle que T désigne la latence de codage espace-temps et N_r le nombre d'antenne de réception. Il s'agit donc d'une opération relativement coûteuse en temps de calcul. De plus le calcul de la matrice $\mathbf{V}_k$ nécessite l'évaluation de ν_k^2 à chaque instant d'échantillonnage, laquelle opération augmente encore la complexité globale du récepteur. Pour remédier à ces différents problèmes, nous donnons deux approximations des vecteurs optimaux.

3.3.3.2 Approximation MMSE-IC(1) : solution invariante par bloc

On remarque que dans la solution exacte, les coefficients de l'égaliseur doivent être recalculés à chaque temps symbole. Dans [123], M. Tüchler *et al.* proposent d'utiliser à la place de ν_k^2, l'information de fiabilité moyenne $\bar{\nu}_k^2$:

$$\nu_k^2 \approx \bar{\nu}_k^2 = \mathbb{E}(\nu_k^2) \tag{3.30}$$

Ceci a pour incidence de ne nécessiter qu'un seul calcul des coefficients de l'égaliseur par bloc. Cependant le calcul des informations de fiabilité ν_k^2 reste complexe d'autant plus que l'ordre de modulation est élevé.

Dans [126, 29], C. Laot *et al.* proposent une nouvelle simplification en supposant que la quantité $\hat{s}_k$ est une variable aléatoire contenant toute l'information de fiabilité nécessaire au calcul des coefficients de l'annuleur d'interférences. Il est ainsi démontré [29] :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\nu_k^2\} &= \mathbb{E}\Big(\mathbb{E}\Big\{|s_k|^2 \big| L_{dec}[1,k], \ldots, L_{dec}[m,k]\Big\}\Big) \\ &= \mathbb{E}\{|s_k|^2\} - \mathbb{E}\{|\hat{s}_k|^2\} \\ &= \sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2 \end{aligned} \tag{3.31}$$

L'hypothèse d'ergodicité sur $\hat{s}_k$, permet d'obtenir une estimation du moment d'ordre 2 :

$$\sigma_{\hat{s}}^2 \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} |\hat{s}_k|^2 \tag{3.32}$$

où K est un entier suffisamment grand correspondant typiquement à la longueur d'une trame. En combinant les hypothèses (3.30),(3.31) et (3.32), l'équation (3.23) peut être

écrite sous une nouvelle forme :

$$\mathbf{p}_k = \sigma_s^2 \left(\check{\mathbf{H}} \big[(\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2) \mathbf{I}_Q + \sigma_{\hat{s}}^2 \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T \big] \check{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{TN_r} \right)^{-1} \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.33}$$

En utilisant à présent l'identité de Sherman-Morrison-Woodbury[(5)], il vient :

$$\mathbf{p}_k = \lambda_k \bar{\mathbf{p}}_k \tag{3.34}$$

avec

$$\lambda_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_{\hat{s}}^2 \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{p}}_k} \tag{3.35}$$

et

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_s^2 \big(\check{\mathbf{H}} \check{\mathbf{H}}^H (\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{TN_r} \big)^{-1} \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.36}$$

Dans cette expression le vecteur $\mathbf{p}_k$ s'exprime en fonction du vecteur $\bar{\mathbf{p}}_k$ qui ne nécessite qu'une seule inversion de matrice de taille $TN_r \times TN_r$ par bloc de Q symboles égalisés. Sous cette forme, l'égaliseur ne nécessite plus l'évaluation de ν_k^2 mais seulement de $\hat{s}_k$. Posons à présent :

$$\bar{\beta}_k = \bar{\mathbf{p}}_k \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.37}$$

Il est possible de montrer que $\bar{\beta}_k$ est un scalaire réel. De ce fait le biais en sortie de l'égaliseur devient :

$$\beta_k = \lambda_k \bar{\beta}_k \quad \text{avec } \lambda_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_{\hat{s}}^2 \bar{\beta}_k} \tag{3.38}$$

Les paramètres γ_k^2 et ε_k^2 se calculent simplement à partir des relations (3.27) et (3.28) et de la nouvelle valeur de β_k. Dans la suite nous noterons cette première approximation de l'annuleur d'interférences : MMSE-IC(1).

3.3.3.3 Approximation MMSE-IC(2) : information *a priori* parfaite

Il est possible de simplifier l'expression précédente du MMSE-IC en supposant dans le problème d'optimisation (3.22) une estimation parfaite des symboles transmis ; on trouvera une première référence en ce sens dans [146]. Cette hypothèse se traduit simplement par $\nu_k^2 = 0, \forall k$. En remplaçant dans (3.23), on obtient :

$$\mathbf{p}_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{\hat{s}}^2 \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k} \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \tag{3.39}$$

et comme précédemment :

$$\mathbf{q}_k = \check{\mathbf{H}}^H \mathbf{p}_k \tag{3.40}$$

Le biais en sortie de l'égaliseur devient :

$$\beta_k = \frac{\sigma_s^2 \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k}{\sigma_n^2 + \sigma_s^2 \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k} = \frac{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2}{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2 + \sigma_n^2} \tag{3.41}$$

où $\check{\mathbf{h}}_k = \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k$ désigne la $k$ième colonne de $\check{\mathbf{H}}$. Les paramètres γ_k^2 et ε_k^2 se calculent encore une fois à partir des relations (3.27) et (3.28) et de la nouvelle valeur de β_k. Dans la suite, nous noterons cette forme approchée de l'égaliseur : MMSE-IC(2).

(5) $\big(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^H\big)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^H\mathbf{A}^{-1}}{1+\mathbf{v}^H\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}}$

3.3.3.4 Initialisation

Lors de la première itération, aucune information *a priori* sur les données émises n'est disponible. Il est néanmoins possible de procéder à une égalisation du signal reçu en posant : $\nu_k^2 = \sigma_s^2$ et $\hat{\mathbf{s}}_k = \mathbf{0}_Q$. En remplaçant dans (3.23) il vient :

$$\mathbf{p}_k^0 = \left(\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2}\mathbf{I}_{TN_r}\right)^{-1}\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k \tag{3.42}$$

Le filtrage arrière Q est quant à lui omis puisque aucun symbole estimé $\hat{s}_k$ n'est disponible. On remarque que le MMSE-IC s'identifie alors à un filtre linéaire MMSE tel que présenté en section 1.1.3.

3.3.3.5 Algorithme ZF-IC

Jusqu'à présent le critère MMSE a été utilisé pour construire les égaliseurs de l'annuleur d'interférences. Alors que le critère MMSE assure une minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre le symbole égalisé et le symbole émis, le critère ZF impose la suppression totale des interférences. En imposant un retour parfait : $\hat{\mathbf{s}}_k = \mathbf{s}_k$, les vecteurs avant et arrière de l'annuleur d'interférences s'écrivent :

$$\mathbf{p}_k^{ZF} = \frac{\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k}{\mathbf{e}_k^T\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k} \tag{3.43}$$

$$\mathbf{q}_k^{ZF} = \check{\mathbf{H}}^H\mathbf{p}_k^{ZF} \tag{3.44}$$

Nous appellerons par la suite cette structure d'égalisation ZF-IC. Pour la première itération, il suffit de fixer :

$$\mathbf{p}_k^{0,ZF} = \check{\mathbf{H}}\big(\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}\big)^{-1}\mathbf{e}_k \tag{3.45}$$

A un facteur prés, on note que les vecteurs $\mathbf{p}_k^{ZF}$ et $\mathbf{q}_k^{ZF}$ obtenus à partir de la seconde itération sont équivalent à ceux de l'algorithme MMSE-IC(2). Ainsi bien que le nombre d'opérations nécessaire à la construction du ZF-IC soit comparable à celui nécessaire pour le MMSE-IC(2), la variance du bruit n'a pas besoin ici d'être évaluée, économisant ainsi une séquence d'apprentissage dédiée à l'estimation du rapport signal à bruit.

3.3.4 Décodage de canal à entrée et sortie souples

Le décodeur de canal prend à son entrée la séquence de LLRs sur les bits codés fournie par le convertisseur Maire-binaire et calcule en sortie de nouveaux LLRs sur les bits codés en prenant en compte la structure en treillis du code correcteur d'erreurs. Un décodage aller/retour de type MAP implémenté sous la forme de l'algorithme BCJR [19] est connu pour donner les meilleurs résultats. Dans notre étude nous préférons utiliser l'algorithme de Viterbi à sortie souple (SOVA[(6)]) connu pour être moins complexe que le BCJR tout en occasionnant qu'une légère dégradation des performances. [147]. Volontairement, nous n'abordons pas l'étude très spécifique de ces algorithmes afin de nous focaliser sur l'aspect égalisation du récepteur itératif.

[(6)] Soft Output Viterbi Algorithm

3.4 Analyse du récepteur proposé

3.4.1 Convergence du récepteur itératif

Le récepteur itératif a convergé lorsque les performances asymptotiques sont atteintes, i.e. lorsque les données transmises sont parfaitement estimées et par voie de conséquence que les termes interférents sont totalement supprimés (voir paragraphe suivant). Le diagramme EXIT[(7)], introduit en 1999 par S. ten Brink dans [148], est un outil efficace pour analyser la convergence d'un récepteur itératif en mesurant l'évolution de l'information mutuelle entre chaque étage du récepteur. Initialement proposés dans le cadre de la turbo-démodulation (BICM-ID), les diagrammes EXIT ont été utilisés avec succès dans l'analyse et le dimensionnement des systèmes de turbo-égalisation [29]. Sous l'hypothèse d'un entrelacement idéal, il est notamment montré qu'il est possible de prévoir avec une relativement bonne précision le point de convergence $P_c(E_b/N_0, \mathrm{BER})$ s'il existe, ainsi que le nombre d'itérations nécessaires pour l'atteindre. Il est ainsi prouvé que la convergence du récepteur itératif dépend du canal de propagation, de la modulation, du mapping, de l'égaliseur ainsi que du codeur de canal considérés. Dans nos systèmes, la volonté d'optimiser la vitesse de convergence du processus itératif (nombre d'itérations et seuil de convergence), justifie l'utilisation d'un mapping de Gray ainsi qu'un codage de canal relativement performant ($K = 7$ et $R_{\mathcal{C}} = \frac{1}{2}$) [29, 37]. Une analyse de la convergence des différentes récepteurs MIMO décrits dans la section précédente est proposée dans la partie 3.5. Cette analyse est basée sur des courbes de BER ; pour une analyse en diagramme EXIT, le lecteur pourra notamment se reporter aux travaux de C. Hermosilla et L. Szczecinski [149].

3.4.2 Performances asymptotiques

Les performances asymptotiques sont atteintes lorsque les données estimées deviennent égales aux données transmises i.e. $\hat{\mathbf{s}}_k = \mathbf{s}_k$ et $\nu_k^2 = 0$. En remplaçant dans (3.23), le signal égalisé a pour expression :

$$\tilde{s}_k = \frac{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2}{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2 + \sigma_n^2} s_k + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2 + \sigma_n^2} \check{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{n} \tag{3.46}$$

dont on déduit la valeur du rapport signal à bruit :

$$\mathrm{SNR}_{opt} = \frac{\|\check{\mathbf{h}}_k\|^2 \sigma_s^2}{\sigma_n^2} \tag{3.47}$$

Au facteur $\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 \|\check{\mathbf{h}}_k\|^2 + \sigma_n^2}$ près, on remarque que le signal égalisé s'identifie à la sortie du filtre adapté au canal $\check{\mathbf{h}}_k$ dépourvu de termes interférents. Par référence à la section 1.1.3, on énonce la propriété suivante :

Propriété 3.3 *Le récepteur itératif MMSE-IC (ou ZF-IC) converge vers la borne du filtre adapté (MFB) au canal équivalent* $\check{\mathbf{h}}_k$.

D'un point de vue pratique, deux méthodes permettent d'obtenir la courbe asymptotique du récepteur itératif. La première consiste à fournir à l'algorithme MMSE-IC les données réellement transmises en tant qu'information *a priori*, on parle alors de

(7) EXtrinsic Information Transfer

récepteur *genie-aided*. Une deuxième méthode, consiste à suivre la définition de la MFB, en transmettant le vecteur d'information suivant : $\mathbf{s} = s_k \mathbf{e}_k \in \mathbb{C}^{Q\times 1}$ et en appliquant, en réception, le filtre adapté $\check{\mathbf{h}}_k^H$. Puisque par construction, le signal reçu est dépourvu d'interférences, les performances obtenues en sortie de filtrage sont égales à la MFB.

Pour analyser les performances asymptotiques du récepteur itératif, nous récrivons l'équation (3.46) en faisant apparaître un canal SISO équivalent :

$$\tilde{s}_k \propto \alpha_k s_k + w_k \tag{3.48}$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \check{\mathbf{h}}_k^H \check{\mathbf{h}}_k \\ w_k &= \check{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{n} \end{aligned}$$

La relation de proportionnalité n'ayant aucune incidence sur les performances, on peut écrire la propriété suivante :

Propriété 3.4 *Les performances asymptotiques du récepteur itératif MMSE-IC (ou ZF-IC) sur canal multi-antennes à évanouissements plats sont équivalentes à celles d'un récepteur MRC sur canal mono-antenne à évanouissements plats de coefficient α_k perturbé par un bruit additif gaussien de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_w^2)$.*

3.4.3 Gain en diversité

Dans le schéma de transmission considéré, le codage de canal et le codage espace-temps ont tous deux pour but d'exploiter la diversité fournie par le canal. Dans cette section, nous comparons les diversités exploitées séparément par ces deux fonctions et donnons une borne supérieure sur la diversité exploitée par la schéma global sur un canal donné.

3.4.3.1 Diversité physique

Définition 3.2 *On appelle diversité physique (ou diversité intrinsèque) d'un canal multi-antennes et on note d_{phy}, le nombre de trajets indépendants disponibles sur une fenêtre temporelle donnée.*

On en déduit directement la propriété suivante :

Propriété 3.5 *La diversité physique d'un canal reliant N_t antennes d'émissions à N_r antennes de réception sur une durée de N_b blocs indépendants de longueur T est égale à $N_b N_t N_r$*

3.4.3.2 Diversité de codage espace-temps

Nous nous intéressons à la diversité exploitée uniquement par le schéma de codage espace-temps dans le cadre d'un récepteur itératif idéal (pris sous sa forme asymptotique). Nous avons vu en section 2.4, que le gain en diversité d'un système était

classiquement évalué en calculant la PEP (voir également [78, 51, 58]). En reprenant le modèle (3.48), on calcule une borne inférieure de la PEP :

$$\Pr(\mathbf{s}_1 \to \mathbf{s}_2)(\check{\mathbf{H}}) \leq Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha_k \sigma_s^2}{\sigma_n^2}}\right) \tag{3.49}$$

En tenant compte de la normalisation due au gain d'antennes et du gain de multiplexage spatial, on récrit l'expression précédente en fonction du rapport signal à bruit utile SNR_u :

$$\Pr(\mathbf{s}_1 \to \mathbf{s}_2)(\check{\mathbf{H}}) \leq Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha_k R_{\mathcal{S}} SNR_u}{N_t N_r}}\right) \tag{3.50}$$

La variable aléatoire $Y_k = \frac{\alpha_k R_{\mathcal{S}}}{N_t N_r}$ est une combinaison linéaire de variable du type $h_{ij} h_{mn}^*$. La PEP finale s'obtient en intégrant $\Pr(\mathbf{s}_1 \to \mathbf{s}_2)(\check{\mathbf{H}})$ suivant la statistique de Y_k :

$$\Pr(\mathbf{s}_1 \to \mathbf{s}_2) = \int_{Y_k} \Pr(\mathbf{s}_1 \to \mathbf{s}_2)(\check{\mathbf{H}}) p_{Y_k}(y) dy \tag{3.51}$$

Cependant ce calcul s'avère compliqué lorsque la densité de probabilité $p_{Y_k}(y)$ n'est pas une fonction connue. Nous avons vu au paragraphe 1.3.3 que la diversité exploitée par un système à précodage linéaire s'exprimait en fonction des statistiques du canal (cf. équation (1.49)) :

$$L = \frac{1}{\mathrm{var}\left\{Y\right\}} \quad \text{avec} \quad Y = \frac{\sum_{k=1}^{L} |h_k|^2}{L} \tag{3.52}$$

En assimilant la quantité Y à la variable aléatoire Y_k définie précédemment, nous proposons de définir la diversité de codage espace-temps comme une quantité dépendant des statistiques de la variable aléatoire α_k :

Définition 3.3 *Pour un schéma de transmission MIMO noté $\mathcal{S}$, on appelle diversité de codage espace-temps et on note d_{STC}, la quantité définie comme :*

$$d_{STC} = \frac{1}{\mathrm{var}\left\{Y_k\right\}} = \frac{N_r^2 N_t^2}{R_{\mathcal{S}}^2 \mathbb{E}\Big\{|\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2\Big\}} \tag{3.53}$$

On note que cette définition est en accord avec les valeurs de diversité calculées dans [51, 58]. Plus la variance de Y_k sera petite, plus grand sera le gain en diversité et meilleures seront les performances. Ce résultat s'explique intuitivement par le fait que dans le cas d'un canal normé, un système est d'autant plus robuste au bruit additif gaussien que le canal est fixe. En effet, dans le cas limite $\mathrm{var}(Y_k) = 0$, on montre que $p_{Y_k}(y) = \delta(y)$, et on retrouve le canal AWGN qui constitue le système optimal en terme de diversité (voir démonstration en section 1.3).

Proposition 3.1 *La diversité de codage espace-temps d'un schéma de transmission multi-antennes sur un canal MIMO statique sur T est, au maximum, égale à la diversité physique du canal considéré i.e :*

$$\max_{\mathcal{S}} d_{STC} = d_{phy} \tag{3.54}$$

Démonstration : Pour prouver la proposition précédente nous allons supposer que la variable aléatoire Y_k s'assimile à une loi normalisée de $\mathcal{X}^2$ à $2L$ degrés de libertés c'est à dire :

$$Y_k \approx \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}|X_l|^2 \quad \text{où } X_l \text{ suit la loi } \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1) \tag{3.55}$$

On sait d'après la section 1.3 que la variance de cette variable aléatoire s'écrit :

$$\mathbb{E}\Big\{\big|Y_k - \mathbb{E}[|Y_k|^2]\big|^2\Big\} = 1/L \tag{3.56}$$

Or le nombre de degrés de libertés maximal pour la matrice de canal équivalente $\check{\mathbf{H}}$ est égal à d_{phy}. En posant $L = d_{\text{phy}}$ on obtient $d_{\text{STC}} = d_{\text{phy}}$

Exemple 3.4.1 Prenons le code de Jafarkhani sur un canal 4×1. Sous l'hypothèse d'une décorrélation spatiale, on montre que la diversité physique du canal considéré vaut $d_{\text{phy}} = 4$. Calculons maintenant la diversité de codage espace-temps. On rappelle que la matrice de canal équivalente de canal s'écrit :

$$\check{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{21}^* & -h_{11}^* & h_{41}^* & -h_{31}^* \\ h_{31}^* & h_{41}^* & -h_{11}^* & -h_{21}^* \\ h_{41} & -h_{31} & -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

On a :

$$\alpha_k = |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{31}|^2 + |h_{41}|^2 \quad \forall k \in [1,4]$$

En supposant que les h_{ij} sont i.i.d. de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$, on obtient :

$$d_{\text{STC}} = \frac{16}{\mathbb{E}\Big\{|\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2\Big\}} = 4 \tag{3.58}$$

Dans le cas du codage de Jafarkhani, la diversité de codage espace-temps est égale à la diversité physique du canal considéré.

Exemple 3.4.2 Prenons à présent le code à 2 antennes suivant :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} s_1 + s_2 & s_1 - s_2 \\ s_3 + s_4 & s_3 - s_4 \end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Sur un canal 2×2, la diversité physique vaut $d_{\text{phy}} = 4$. On montre que la matrice de canal équivalente s'écrit :

$$\check{\mathbf{H}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} h_{11} + h_{21} & h_{11} - h_{21} & 0 & 0 \\ h_{12} + h_{22} & h_{12} - h_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{11} + h_{21} & h_{11} - h_{21} \\ 0 & 0 & h_{12} + h_{22} & h_{12} - h_{22} \end{bmatrix} \tag{3.60}$$

On a :

$$\alpha_k = \begin{cases} \frac{1}{2}\big[|h_{11} + h_{12}|^2 + |h_{12} + h_{22}|^2\big] & k = [1,3] \\ \frac{1}{2}\big[|h_{11} - h_{12}|^2 + |h_{12} - h_{22}|^2\big] & k = [2,4] \end{cases}$$

En supposant que les h_{ij} sont i.i.d. de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$, on obtient :

$$d_{\text{STC}} = \frac{16}{4\mathbb{E}\Big\{|\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2\Big\}} = 2 \tag{3.61}$$

Dans le cas considéré, on note que le schéma de codage espace-temps n'exploite pas la diversité physique du canal.

3.4.3.3 Diversité maximale et borne du Singleton

Nous venons d'étudier la diversité exploitée par le schéma de codage espace-temps. A présent, nous nous intéressons à la diversité exploitée par le codage de canal (et l'entrelaceur) afin de donner une borne supérieure sur la diversité accessible par le schéma global sur un canal donné.

Soit un schéma BICM sur un canal SISO comptant F blocs indépendants de longueur N. On suppose que le codage de canal est effectué sur NF symboles de modulation. Le schéma BICM peut être vu comme un code non-binaire de rendement $R = \frac{R_{\mathcal{C}}}{m}$ comportant $2^{\frac{NFR_{\mathcal{C}}}{m}}$ mots de codes dont la distance minimale d_H est bornée par la borne du Singleton [150, 151] :

$$d_H \leq 1 + \left\lfloor F\big(1 - R_{\mathcal{C}}\big) \right\rfloor \tag{3.62}$$

où $\lfloor . \rfloor$ représente la fonction partie entière inférieure.

Soit à présent N_b réalisations indépendantes d'un canal MIMO statique sur la durée d'un bloc T. Sous l'hypothèse que le processus itératif a convergé, le canal équivalent en sortie du récepteur MIMO s'identifie à un canal SISO à évanouissements plats tel que décrit en équation (3.48). La variable aléatoire α_k possède $\lfloor d_{\mathrm{STC}} \rfloor$ degrés de liberté. Par ailleurs on peut montrer que sur une fenêtre temporelle de durée TN_b, on dispose de $\frac{N_b}{\lfloor d_{\mathrm{STC}} \rfloor}$ réalisations indépendantes de α_k. Ainsi le nombre de degrés de liberté disponible sur N_b blocs est égal à :

$$F = \frac{N_b \lfloor d_{\mathrm{STC}} \rfloor}{\lfloor d_{\mathrm{STC}} \rfloor} = N_b \tag{3.63}$$

On en déduit la borne du Singleton :

$$d_H \leq 1 + \left\lfloor N_b\big(1 - R_{\mathcal{C}}\big) \right\rfloor \tag{3.64}$$

Il est montré dans [58] que les diversités exploitées par le codage de canal et le codage espace-temps se multiplient pour obtenir la diversité maximale accessible par le schéma global [152] :

$$d_{\max} \leq d_{\mathrm{STC}} \left\lfloor N_b\big(1 - R_{\mathcal{C}}\big) + 1 \right\rfloor \tag{3.65}$$

Reste à borner cette diversité par la diversité physique du canal, et la distance de Hamming du code de canal, il vient finalement :

$$\boxed{d_{\max} \leq \min\left(d_{\mathrm{STC}} \left\lfloor N_b\big(1 - R_{\mathcal{C}}\big) + 1 \right\rfloor ; N_b N_t N_r ; d_{\mathrm{STC}} d_H \right)} \tag{3.66}$$

Supposons que le système ne comprenne pas de codage de canal, i.e $R_{\mathcal{C}} = 1$ et que le codage espace-temps soit optimal i.e. $d_{\mathrm{STC}} = N_t N_r$. En remplaçant dans (3.66), il

vient $d_{\max} \leq N_t N_r$. Or pour $N_b > 1$, il en découle que la diversité physique du canal $d_{\text{phy}} = N_b N_t N_r$ ne peut être atteinte sans codage de canal[8]. A l'inverse, considérons à présent un système avec codage dont le rendement permette d'atteindre la borne du Singleton [151] : $R_{\mathcal{C}} \leq \frac{1}{N_b}$, et supposons que le schéma de codage espace-temps soit sous-optimal i.e. $d_{\text{STC}} < N_t N_r$. En remplaçant dans (3.66), on obtient $d_{\max} \leq d_{\text{STC}} N_b$. Pour $N_t, N_r > 1$, il en ressort que la diversité physique du canal ne peut être exploitée totalement par le codage de canal seul. Ces constations nous permettent de conclure que la diversité physique du canal $d_{\text{phy}} = N_b N_t N_r$ ne peut être exploitée qu'en utilisant de façon conjointe schéma de codage espace-temps et codage de canal.

Toutefois un compromis est à trouver entre exploitation de la diversité du canal et rendement de codage de canal $R_{\mathcal{C}}$ (et donc par conséquent le débit). Pour un canal MIMO de taille 2×2, on trace sur les figures 3.6(a) et 3.6(a) la diversité maximale pour différentes valeurs de $R_{\mathcal{C}}$ et N_b en supposant que le schéma de codage espace-temps exploite bien la diversité espace-temps maximale i.e. $d_{\text{STC}} = N_t N_r$. Le codage de canal est choisi de telle façon que la distance de Hamming ne soit pas un facteur limitant autrement dit que : $N_b N_t N_r \leq d_{\text{STC}} d_H$.

On vérifie bien sur ces figures que plus le rendement $R_{\mathcal{C}}$ devient faible plus la diversité exploitée est importante. En figure 3.6(b), on note que le rendement $R_{\mathcal{C}} = 1/2$ engendre le résultat suivant :

$$d_{\max}(R_{\mathcal{C}} = 1/2) \geq \frac{d_{\text{phy}}}{2} \quad \forall N_b \tag{3.67}$$

Pour un tel rendement de codage, la diversité exploitée au maximum par le système complet est supérieur ou égale à la moitié de la diversité physique du canal. Le rendement de codage $R_{\mathcal{C}} = 1/2$ constitue alors un bon compromis.

3.4.4 Optimisation de la première itération

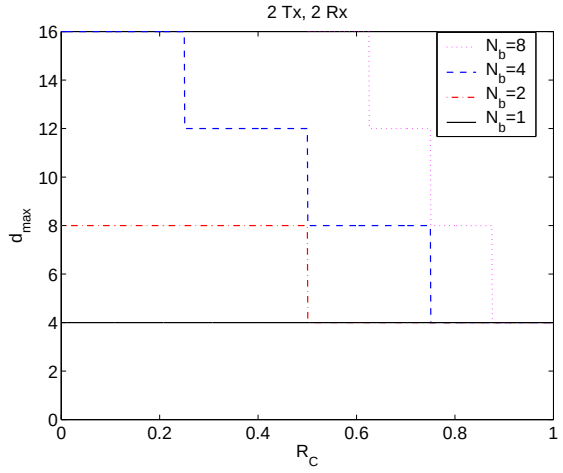
La position du point de convergence du processus itératif avec la courbe asymptotique dépend grandement de la première itération. Meilleure sera cette égalisation et plus petit sera le SNR nécessaire pour obtenir la MFB. Un moyen de quantifier les performances de la première itération est de mesurer l'erreur quadratique moyenne en sortie de l'égaliseur. En utilisant la relation (3.28) particularisée au cas $\nu_k^2 = \sigma_s^2$, on obtient :

$$\epsilon_k^2 = \sigma_s^2 \left[1 - \mathbf{e}_k^T \sigma_s^2 \left[\sigma_s^2 \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_Q \right]^{-1} \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \right] \tag{3.68}$$

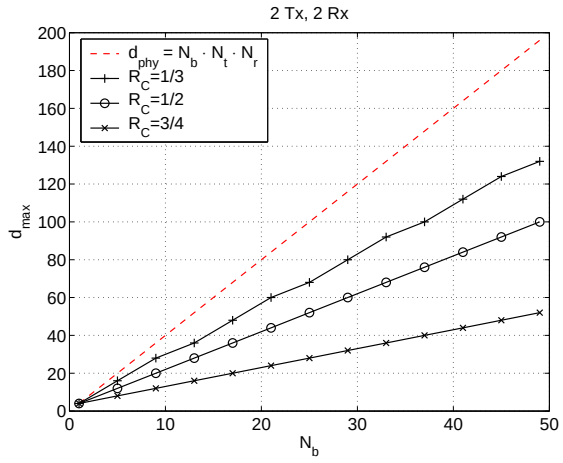
Il est intéressant de noter que la mesure de ϵ_k^2 est liée au degré d'orthogonalité de la matrice $\check{\mathbf{H}}$. En effet les éléments non-diagonaux de la matrice $\check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}}$ vont induire des termes interférents au niveau du récepteur qui vont dégrader les performances et par conséquent augmenter l'erreur quadratique moyenne.

Proposition 3.2 *Pour un canal multi-antennes dont les coefficients des sous-canaux sont fixés et à un SNR donné, l'erreur quadratique en sortie de première itération du*

[8] Nous verrons au chapitre 4, qu'il est théoriquement possible d'exploiter un diversité d'ordre $N_b N_t N_r$ au moyen d'un précodeur linéaire de taille $L_p = N_b$ concaténé avec un schéma de codage espace-temps. Cependant la présence de termes interférents nécessite l'utilisation d'un récepteur itératif utilisant un décodeur de canal



(a) Analyse suivant R_c



(b) Analyse suivant N_b

FIG. 3.6 – Diversité maximale (borne du Singleton) pour un schéma de transmission MIMO sur un canal 2×2

---

récepteur MMSE-IC est minimale quand la matrice est $\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}$ *est diagonale. La valeur minimale de* ϵ_k^2 *s'exprime de la façon suivante :*

$$\epsilon_{min,k}^2 = \frac{\sigma_n^2\sigma_s^2}{\sigma_s^2\alpha_k + \sigma_n^2} \tag{3.69}$$

Démonstration : Pour un canal donné, aucun système ne peut avoir de meilleures performances que celui ne présentant pas de termes interférents en sortie d'égalisation. La condition d'absence de termes interférents impose que la matrice $\mathbf{p}_k^H\check{\mathbf{H}}$ soit diagonale. Une condition suffisante est d'avoir $\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}$ diagonale. Avec cette hypothèse, en remplaçant dans (3.68), on obtient la relation (3.69).

La recherche d'une matrice $\mathbf{S}$ de dimension donnée minimisant ϵ_k^2 s'avère cependant très complexe. Une approche prometteuse semble celle de construire des matrices de codage espace-temps à partir de matrices orthogonales. On trouvera dans [88, 87, 153],

des éléments de réponse à ce problème. A titre d'exemple nous avons tracé en figure 3.7 les erreurs quadratiques moyennes obtenues en sortie de filtrage MMSE pour une matrice de codage de Jafarkhani et le code à répétition suivant :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_4 & s_1 & s_2 & s_3 \\ s_3 & s_4 & s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 & s_4 & s_1 \end{bmatrix} \tag{3.70}$$

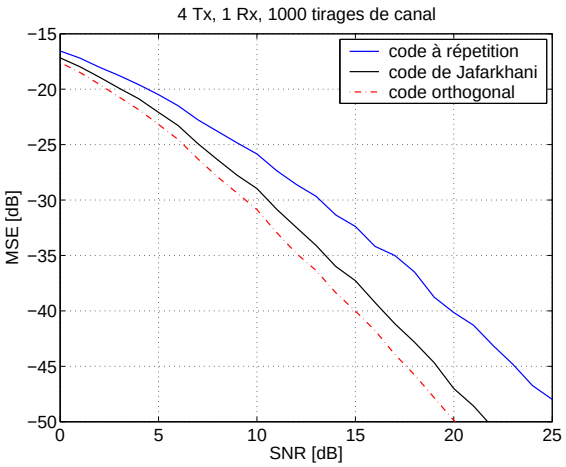


FIG. 3.7 – Erreur quadratique moyenne en sortie de l'égaliseur en première itération pour différentes matrices de codage espace-temps, canal 4×1 de type Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T

3.4.5 Estimation de la complexité

La complexité du récepteur itératif est dominée par celle du décodeur de canal. Il est cependant intéressant d'évaluer la complexité du MMSE-IC et de ses différentes formes approchées puis de les comparer avec un égaliseur à base de MAP. Le tableau 3.1 rappelle le nombre d'opérations élémentaires associées aux opérations sur les complexes.

Opération	mul. réelle	add. réelle
$x + y$ avec $x, y \in \mathbb{C}$	0	2
$x \cdot y$ avec $x, y \in \mathbb{C}$	4	2
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ avec $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{l_A \times c_A}$ et $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{l_B \times c_B}$	$4 l_A c_B c_A$	$4 l_A c_B c_A$

TAB. 3.1 – Complexité de quelques opérations élémentaires sur les nombres complexes

3.4.5.1 Algorithme MMSE-IC

Considérons en premier lieu l'algorithme du MMSE-IC pris sous sa forme exacte conformément aux relations (3.23) et (3.24). Le tableau 3.2 décrit les différentes étapes

de cet algorithme. On remarque que la matrice $\check{\mathbf{H}}\mathbf{V}_k\check{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{TN_r}$ est Hermitienne par construction, il en découle que son inversion peut se faire en utilisant l'algorithme de Cholesky décrit dans [154]. En utilisant les résultats énoncés dans cette référence et le tableau 3.1, on peut montrer que l'inversion d'une matrice de taille $N \times N$ par la méthode de Cholesky revient à $2N^2(N+1)$ multiplications et additions réelles, N^2 divisions réelles et N racines carrées. Ceci nous permet de remplir le tableau 3.3 récapitulant le nombre total d'opérations élémentaires nécessaires à l'égalisation de Q symboles.

3.4.5.2 Algorithme MMSE-IC(1)

En se servant de l'égalité : $\left(\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}\left(\mathbf{A}^H\mathbf{A} + \mathbf{I}\right)^{-1}$, on montre que le vecteur avant du MMSE-IC(1) peut s'évaluer de la façon suivante :

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_s^2\check{\mathbf{H}}\Big(\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}(\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2) + \sigma_n^2\mathbf{I}_Q\Big)^{-1}\mathbf{e}_k \tag{3.71}$$

Contrairement à la relation (3.34), l'inversion matricielle requise est de taille $Q \times Q$. Or on verra par la suite, que l'on choisit de poser $Q \leq TN_r$, ainsi on préférera utiliser l'équation (3.71), plus simple en mettre en oeuvre. Les tableaux 3.4 et 3.5 récapitulent les étapes et la complexité associées à l'algorithme MMSE-IC(1). La principale simplification par rapport au MMSE-IC(2) réside dans le fait que l'inversion matricielle n'est invoquée qu'une seule fois pour un bloc de Q symboles égalisés.

3.4.5.3 Algorithme MMSE-IC(2)

On trouve dans les tableaux 3.6 et 3.7 une analyse similaire pour l'algorithme MMSE-IC(2). Cette fois, l'inversion matricielle est remplacée par une simple division scalaire moins coûteuse en calcul.

3.4.5.4 Algorithme MAP

Une comparaison intéressante peut être faite avec un récepteur itératif utilisant un algorithme MAP pour l'égalisation. Sans détailler précisément l'algorithme (on en trouvera une déclinaison pour l'égalisation mono-porteuse dans [8] ou pour la détection MIMO dans [136]), on sait qu'un égaliseur MAP récepteur cherche de façon exhaustive le vecteur $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{Q\times 1}$ minimisant la quantité $\|\check{\mathbf{r}} - \check{\mathbf{H}}\mathbf{s}\|^2$. Le cardinal de l'ensemble des vecteurs $\mathbf{s}$ est égal à M^Q. En se servant du tableau 3.1, on en déduit qu'il faut $M^Q(4TN_rQ + 4TN_r)$ multiplications réelles et $M^Q(4TN_rQ + 5TN_r)$ additions réelles pour trouver le vecteur $\mathbf{s}$ optimal.

Les figures 3.8(a) et 3.8(a) proposent une comparaison du nombre d'opérations élémentaires nécessaires aux différents algorithmes d'égalisation considérés. Pour $TN_r = Q = 2$, l'algorithme MAP nécessite entre 90 et 100 % d'opérations supplémentaires comparativement à l'annuleur d'interférences MMSE pris sous sa forme exacte. Toujours en comparaison avec la forme exacte du MMSE-IC, les approximations 1 et 2 conduisent respectivement à une réduction de complexité de 15-19% et 45 %. Pour $TN_r = Q = 4$, l'algorithme MAP devient 8 fois plus complexe que l'annuleur d'interférences exacte. Ceci s'explique par le fait que le paramêtre Q intervient en exposant du nombre d'additions et multiplications. Les formes approchées du MMSE-IC

entrainent quant à elles une plus grande réduction de complexité : 50 % pour le MMSE-IC(1) et 70 % pour le MMSE-IC(2). En effet plus Q augmente, plus le gain en nombre d'inversions matricielles par rapport à la forme exacte se fait sentir. Si on augmentait l'ordre de la modulation, en passant à une 16-QAM, la complexité de l'algorithme MAP augmenterait d'une puissance 2. Les algorithmes MMSE-IC quant à eux verraient leur complexité inchangée, seule la conversion Maire-binaire souple deviendrait plus complexe[(9)].

En conclusion nous pouvons dire que le MMSE-IC apporte une réduction importante de la complexité en comparaison à une solution de type MAP pour des performances asymptotiques identiques. Le principal avantage réside dans le fait que l'égalisation MMSE est indépendante du nombre d'états de la modulation et que sa complexité n'augmente pas exponentiellement en fonction de Q ou TN_r. Les solutions approchées de l'annuleur permettent d'améliorer le temps calcul en réduisant le nombre d'inversions de matrice.

Étape	Expression	Nombre d'appels
1	$\mathbf{A} = \check{\mathbf{H}}\mathbf{V}_k\check{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{TN_r}$	Q
2	$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$	Q
3	$\mathbf{p}_k = \sigma_s^2\mathbf{B}\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k$	Q
4	$\mathbf{q}_k = \check{\mathbf{H}}^H\mathbf{p}_k$	Q
5	$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H\check{\mathbf{r}} + \mathbf{q}_k^H\hat{\mathbf{s}}_k \quad \text{pour } k = [1, \ldots, Q]$	Q

TAB. 3.2 – Algorithme du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés

Étape	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	$\sqrt{.}$
1	$TN_rQ(1+4TN_r)$	$TN_r(4TN_rQ+1)$	0	0
2	$2(TN_r)^2(TN_r+1)$	$2(TN_r)^2(TN_r+1)$	$(TN_r)^2$	TN_r
3	$4(TN_r)^2 + TN_r$	$4(TN_r)^2$	0	0
4	$4QTN_r$	$4QTN_r$	0	0
5	$4TN_r + 4Q$	$4TN_r + 4Q + 1$	0	0
Total	$4Q^2TN_r^2 + 5Q^2TN_r$ $+4Q^2 + 2Q(TN_r)^3$ $+6Q(TN_r)^2 + 5QTN_r$	$4Q^2(TN_r)^2 + 4Q^2TN_r$ $+4Q^2 + 2Q(TN_r)^3$ $+6Q(TN_r)^2 + 5QTN_r$ $+Q$	$Q(TN_r)^2$	QTN_r

TAB. 3.3 – Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés

[(9)] Pour des ordres élevés de modulation, des méthodes simplifiées de calcul de LLR existent dans la littérature [145, 118, 37]

Étape	Expression	Nombre d'appels
1	$\mathbf{A} = \check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}(\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2) + \sigma_n^2\mathbf{I}_Q$	1
2	$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$	1
3	$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_s^2\check{\mathbf{H}}\mathbf{B}\mathbf{e}_k$	Q
4	$\lambda_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2+\sigma_{\hat{s}}^2\mathbf{e}_k^T\check{\mathbf{H}}^H\bar{\mathbf{p}}_k}$	Q
5	$\mathbf{p}_k = \lambda_k\bar{\mathbf{p}}_k$	Q
6	$\mathbf{q}_k = \check{\mathbf{H}}^H\mathbf{p}_k$	Q
7	$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H\check{\mathbf{r}} + \mathbf{q}_k^H\hat{\mathbf{s}}_k \quad \text{pour } k = [1,\ldots,Q]$	Q

TAB. 3.4 – Algorithme du MMSE-IC(1) pour un bloc de Q symboles égalisés

Étape	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	$\sqrt{.}$
1	$4(TN_r)^2Q + TN_r$	$4(TN_r)^2Q + TN_r$	0	0
2	$2Q^2(Q+1)$	$2Q^2(Q+1)$	Q^2	Q
3	$4(TN_r)^2 + TN_r$	$4(TN_r)^2$	0	0
4	$4TN_r + 2$	$4TN_r + 1$	1	0
5	$2TN_r$	0	0	0
6	$4QTN_r$	$4QTN_r$	0	0
7	$4TN_r + 4Q$	$4TN_r + 4Q + 1$	0	0
Total	$4Q^2TN_r + 4Q^2$ $+8QTN_r^2 + 11QTN_r$ $+2Q + 2Q^3$ $+2Q^2 + TN_r$	$4Q^2TN_r + 4Q^2$ $+8Q(TN_r)^2 + 8QTN_r$ $+2Q + 2Q^3$ $+2Q^2 + TN_r$	$Q^2 + Q$	Q

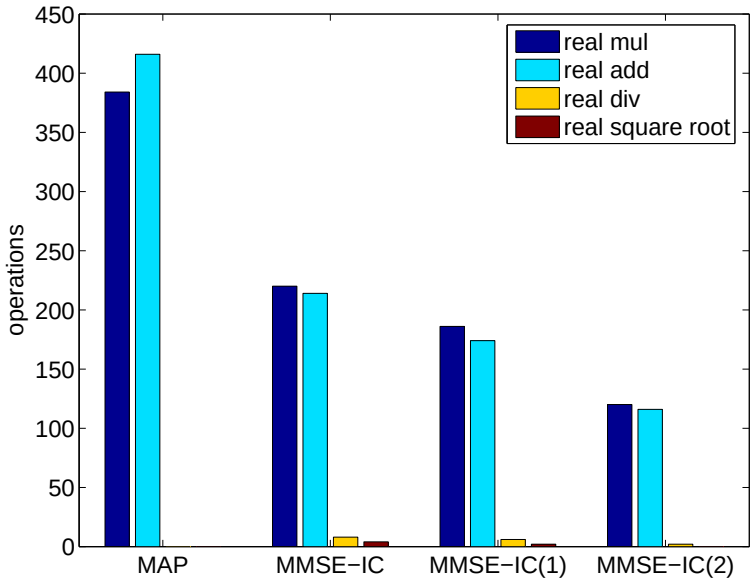
TAB. 3.5 – Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC(1) pour un bloc de Q symboles égalisés

Étape	Expression	Nombre d'appels
1	$\mathbf{p}_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2+\sigma_s^2\mathbf{e}_k^T\check{\mathbf{H}}^H\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k}\check{\mathbf{H}}\mathbf{e}_k$	Q
2	$\mathbf{q}_k = \check{\mathbf{H}}^H\mathbf{p}_k$	Q
3	$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H\check{\mathbf{r}} + \mathbf{q}_k^H\hat{\mathbf{s}}_k \quad \text{pour } k = [1,\ldots,Q]$	Q

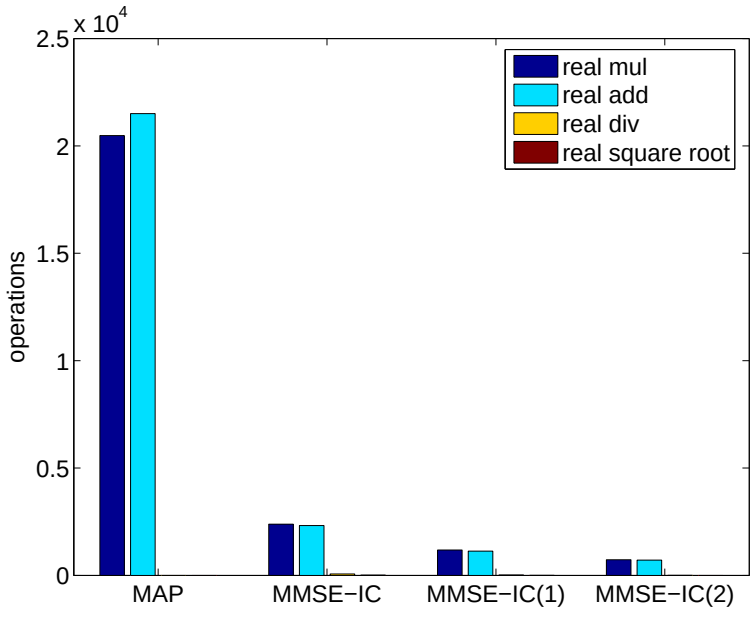
TAB. 3.6 – Algorithme du MMSE-IC(2) pour un bloc de Q symboles égalisés

Opération	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	$\sqrt{.}$
1	$4QTN_r + 5TN_r + 2$	$4QTN_r + 4TN_r + 1$	1	0
2	$4QTN_r$	$4QTN_r$	0	0
3	$4TN_r + 4Q$	$4TN_r + 4Q + 1$	0	0
Total	$8Q^2TN_r + 4Q^2$ $+9QTN_r + 2Q$	$8Q^2TN_r + 4Q^2$ $+8QTN_r + 2Q$	Q	0

TAB. 3.7 – Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC(2) pour un bloc de Q symboles égalisés



(a) $TN_r = Q = 2$, QPSK



(b) $TN_r = Q = 4$, QPSK

FIG. 3.8 – Évaluation de la complexité en terme d'opérations élémentaires des différents algorithmes d'égalisation mis en oeuvre au sein du processus itératif

3.5 Résultats de performances

Pour examiner les performances du récepteur itératif proposé, nous allons considérer deux schémas de transmission MIMO : le codage espace-temps en bloc quasi-orthogonal de Jafarkhani à 4 antennes d'émission et un système à multiplexage spatial. L'ensemble des paramètres de simulation est rapporté dans le tableau 3.8. Le rapport signal à bruit par bit utile E_b/N_0 se déduit du SNR de la façon suivante :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{N_t N_r}{m R_{\mathcal{S}} R_{\mathcal{C}}} \cdot \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \tag{3.72}$$

La normalisation par la quantité $N_t N_r$ a pour effet de compenser le gain d'antennes d'émission et de réception. On rappelle que les performances réelles s'obtiennent en tenant compte du gain d'antennes de réception i.e. en décalant nos courbes de $10 \log_{10} N_r$ vers la gauche. Ces décalages ne sont pas pris en compte dans les courbes qui suivent présentées en E_b/N_0. Nous analysons les performances des récepteurs itératifs MMSE-IC(1), MMSE-IC(2) et ZF-IC. Nous proposons également les performances des récepteurs conventionnels MMSE, ZF et MAP. Les deux premiers correspondent respectivement à la première itération du récepteur MMSE-IC et ZF-IC. Le récepteur MAP consiste quant à lui à un algorithme de détection MAP à décision douce suivit d'un décodeur de canal (ce schéma de réception correspond également à la première itération d'un récepteur turbo-MAP dont on trouvera une description dans [136]).

	Système 1	Système 2
Canal	4×1	4×4
Type de canal	Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T	
Corrélation spatiale	Aucune	
Codage de canal $\mathcal{C}$	code convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $L_{\mathcal{C}} = 512$	
Entrelacement bit Π_b	aléatoire, 10000 bits	
Modulation	QPSK, mapping de Gray	
Schéma MIMO $\mathcal{S}(N_t, T, Q)$	Jafarkhani (4,4,4)	SDM (4,1,4)
$N_b = L_{\mathcal{C}}/(mT)$	64	256
Récepteur	MMSE-IC(1), MMSE-IC(2) ou ZF-IC	
Efficacité spectrale η	1 bps/Hz	2 bps/Hz

TAB. 3.8 – Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO

3.5.1 Codage espace-temps quasi-orthogonal

On considère le code de Jafarkhani [87] de paramètres $Q = 4$ et $T = 4$ sur un canal 4×1. Le rendement espace-temps est unitaire, cependant la matrice $\mathbf{S}$ n'est pas orthogonale.

Comparaison des algorithmes La figure 3.9(a) présente les performances en taux d'erreur binaire du récepteur itératif proposé pris sous ses différentes approximations. On note que la $5^{\text{ème}}$ itération du récepteur MMSE-IC(2) i.e. la courbe MMSE-IC(2)#5, converge vers la MFB à partir de $E_b/N_0 = 3$ dB signifiant que les termes de

CAI ont été parfaitement supprimés. L'algorithme MMSE-IC(1) (non tracé ici) donne des performances identiques que le MMSE-IC(2) pour une complexité supérieure. Un résultant intéressant est que l'algorithme ZF-IC n'engendre qu'une perte relativement négligeable comparativement aux algorithmes MMSE-IC(1) et (2) pour une complexité algorithmique réduite. Les 3 récepteurs aboutissent au même point de convergence $P_c(3\text{ dB}, 10^{-3})$. En comparaison avec un récepteur MAP non itératif (notée MAP) correspondant à l'état de l'art [87], les récepteurs proposés apportent un gain de 0.7 dB à 10^{-4}.

Vitesse de convergence Pour $E_b/N_0 = 3$ dB, on trace en figure 3.9(b) le taux d'erreur binaire des différents algorithmes suivant le nombre d'itérations. La différence entre les algorithmes MMSE-IC et l'algorithme ZF est visible sur la vitesse de convergence : alors qu'en deux itérations le MMSE-IC(2) a quasiment convergé, il faut 5 itérations au ZF-IC pour atteindre la MFB.

Analyse de la diversité Il est montré en section 3.4.3, que la diversité de codage espace-temps du code de Jafarkhani sur canal 4×1 est égale à la diversité physique du canal c'est à dire 4. Ce résultat est vérifié en pratique lorsque l'on analyse les performances du récepteur itératif en taux d'erreur binaire sur les bits codés comme le montre 3.9(c). On note que le MMSE-IC tend vers la courbe de diversité d'ordre 4.

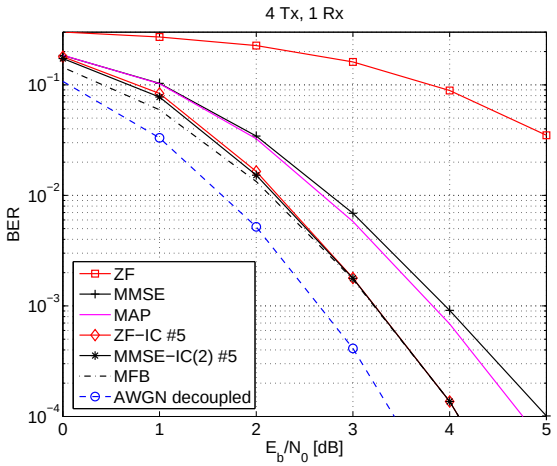
3.5.2 Multiplexage spatial

On considère à présent un système à multiplexage spatial sur un canal $4 \times N_r$. La matrice de codage s'écrit :

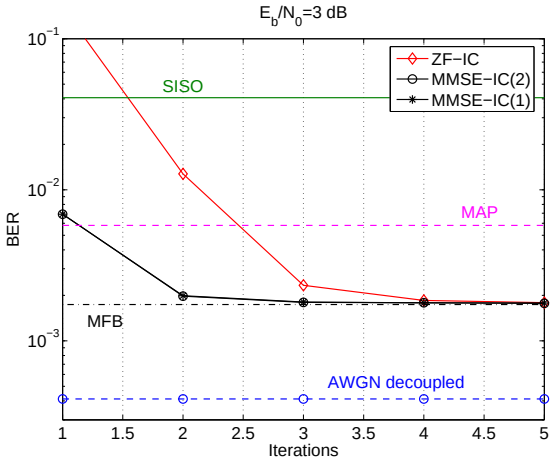
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

Les paramètres sont donc $Q = 4$ et $T = 1$.

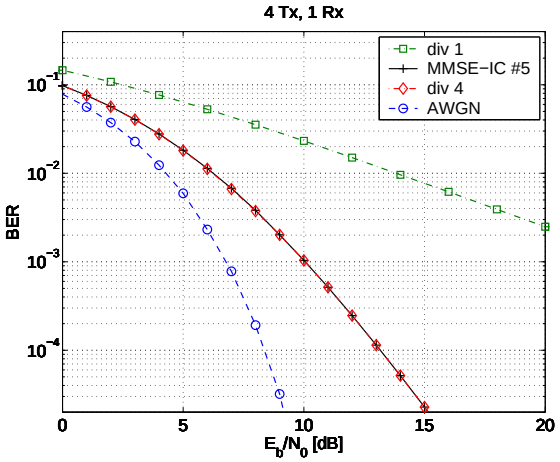
Comparaison des algorithmes Les performances des différents algorithmes de réception itérative sont présentées pour une modulation QPSK et 16-QAM respectivement en figure 3.10(a) et 3.10(b). Dans le cas d'une QPSK, le MMSE-IC(1) et MMSE-IC(2) aboutissent au même point de convergence $P_c(3\text{ dB}, 2.5 \cdot 10^{-3})$ au prix d'une dégradation plus sévère à bas rapport signal à bruit pour le deuxième algorithme, tandis que le récepteur ZF-IC converge pour un SNR plus élevé à $P_c(5\text{ dB}, 2 \cdot 10^{-5})$. Ces résultats s'expliquent par le fait que le multiplexage spatial engendre sensiblement plus de termes interférents que le code de Jafarkhani. Pour preuve la courbe MMSE (correspondant à la première itération du MMSE-IC) est à plus de 4 dB de la MFB pour un taux d'erreur de 10^{-4} alors que pour un même taux d'erreur, moins de 1 dB séparait la MFB de la courbe MMSE pour le code de Jafarkhani (voir figure 3.9(a)). Dans le cas d'une modulation 16-QAM, les différences de performance entre les différents algorithme deviennent plus visibles, on obtient ainsi $P_c(7\text{ dB}, 7 \cdot 10^{-5})$ pour le MMSE-IC(1) tandis que le pour le MMSE-IC(2) on a $P_c(8.2\text{ dB}, 4 \cdot 10^{-6})$ occasionnant ainsi une perte de 0.5 dB à 10^{-4} par rapport à la MFB. Le récepteur ZF-IC n'a quant à lui pas encore convergé pour la zone de BER prise en considération, et le décalage par rapport à la MFB est de 3 dB à 10^{-4}. Enfin on note sur la figure 3.10(a) que les récepteurs itératifs proposés dépassent de plus de 1 dB à 10^{-4} le récepteur MAP conventionnel.



(a) Performances en BER suivant E_b/N_0



(b) Performances en BER suivant les itérations



(c) Performances en BER avant décodage de canal

FIG. 3.9 – Récepteurs itératifs MMSE-IC et ZF-IC pour le code en bloc de Jafarkhani, codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, canal 4×1 de type Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T , QPSK, $\eta = 1$ bps/Hz

Vitesse de convergence La convergence des différentes algorithmes est analysée en figure 3.10(c). Si les récepteurs MMSE-IC(1) et MMSE-IC(2) convergent en seulement 2 itérations, dans le cas du ZF-IC, 5 itérations sont nécessaires pour atteindre la MFB. En comparaison avec le code de Jafarkhani sur canal 4×1 (cf. figure 3.9(c)), la convergence des algorithmes est moins rapide (surtout dans le cas du ZF-IC) car les termes interférents dans le cas du multiplexage spatial sur canal 4×4 sont plus nombreux. Ceci confirme l'analyse faite en paragraphe 3.4.4.

Analyse de la diversité on montre que dans le cas du multiplexage spatial la matrice de canal équivalente est égale à la matrice du canal i.e. $\check{\mathbf{H}} = \mathbf{H}$. On montre ainsi la relation suivante :

$$\alpha_k = \sum_{j=1}^{N_r} |h_{kj}|^2, \quad \forall k \in [1, 4]$$

Sous l'hypothèse $h_{ij} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$, il vient :

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{\mathcal{S}}^2 \mathbb{E}\Big\{|\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2\Big\}} = \frac{16 N_r^2}{16 \times N_r} = N_r \tag{3.74}$$

Or la diversité physique du canal vaut $d_{\text{phy}} = N_t N_r = 4N_r$. On en déduit que le schéma de transmission considéré n'est pas optimal au sens de la diversité.

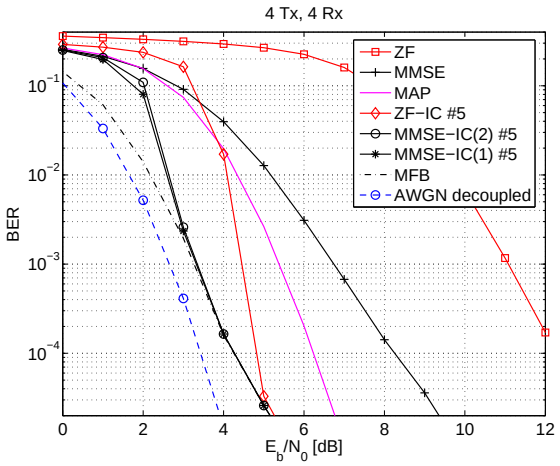
Système surchargé Lorsque $Q > TN_r$, la matrice $\check{\mathbf{H}}$ est de rang inférieur à Q et par conséquent la matrice $\check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}}$ n'est plus inversible. Ceci traduit le fait que le récepteur dispose de plus d'inconnues que d'équations. Il en résulte que les coefficients du récepteur ZF-IC ne peuvent être calculés. Cependant dans le cas du récepteur MMSE-IC, pour $\sigma_n^2 > 0$ on a la propriété suivante :

$$\det\Big\{\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H(\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{TN_r}\Big\} \neq 0, \quad \forall T, N_r, Q > 0 \tag{3.75}$$

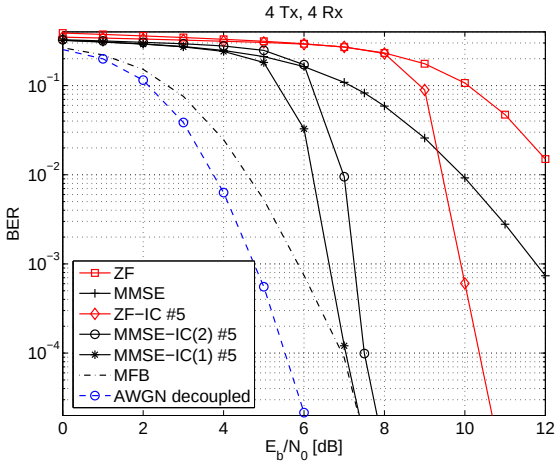
Il en résulte que les vecteurs $\mathbf{p}_k$ et $\mathbf{q}_k$ peuvent être calculés et qu'une réception itérative est possible. Les figures 3.11(a) et 3.11(b) présentent les performances du récepteur MMSE-IC(2) pour $N_r = 3$ et $N_r = 2$ respectivement. Un résultat intéressant est que dans le cas 4×3, le récepteur converge pour un taux d'erreur acceptable : $P_c(5 \text{ dB}, 10^{-5})$. Ceci peut s'expliquer par le fait que lorsque les canaux sont parfaitement décorrélés le rang de $\check{\mathbf{H}}$ vaut 3 laquelle valeur est relativement proche de Q. En revanche dans le cas 4×2, le rang de $\check{\mathbf{H}}$ devient égal à 2 et ceci entraîne, pour le récepteur itératif, une convergence à un taux d'erreur très faible, et par voie de conséquence une certaine dégradation par rapport à la MFB : 5.5 dB à 10^{-4}. On en déduit que le rang de la matrice $\check{\mathbf{H}}$ influe de façon notoire sur la convergence du récepteur itératif.

3.5.3 Synthèse

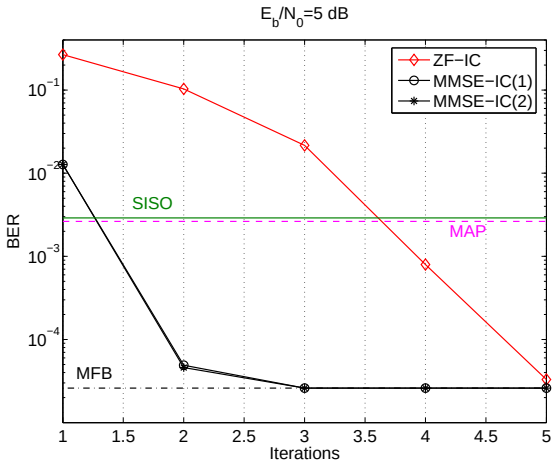
Pour les deux schémas de transmission considérés le récepteur itératif MMSE-IC(1) converge vers la courbe MFB à un SNR relativement bas. Lorsque les interférences sont relativement faibles, l'algorithme MMSE-IC(2) donne des résultats identiques.



(a) QPSK, $\eta = 4$ bps/Hz

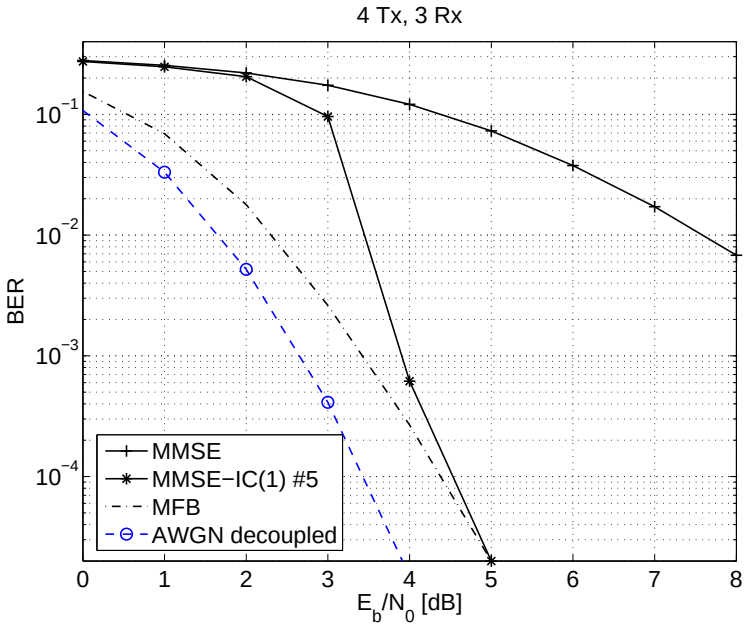


(b) 16-QAM, $\eta = 8$ bps/Hz

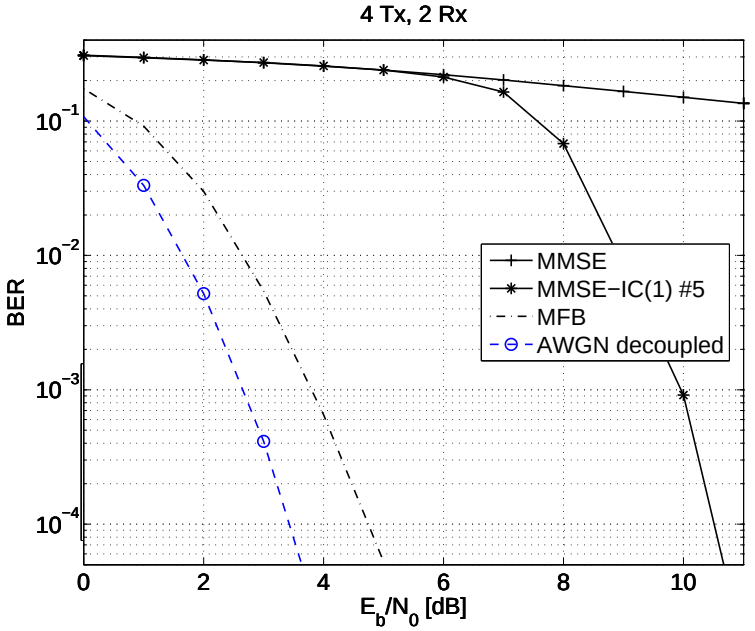


(c) QPSK,$\eta = 4$ bps/Hz, performances suivant les itérations

FIG. 3.10 – Performances des récepteurs itératifs MMSE-IC(1), MMSE-IC(2) et ZF-IC pour un système ST-BICM, codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, canal 4×4 de type Rayleigh i.i.d.



(a) canal 4×3, QPSK, $\eta = 4$ bps/Hz



(b) canal 4×2, QPSK, $\eta = 4$ bps/Hz

FIG. 3.11 – Performances du récepteurs itératif MMSE-IC(1) pour un système ST-BICM surchargé, codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, canal de Rayleigh i.i.d.

Pour des termes interférents plus importants on constate une légère dégradation qui aura tendance à augmenter pour des ordres de modulation plus élevés. Le récepteur ZF-IC quant à lui est très sensible à la CAI, on le préconise pour des modulations à faible nombre d'états (ex QPSK) et pour des schémas de transmission générant relativement peu de termes interférents (QO-STBC ou multiplexage spatial à faible nombre d'antennes). Les paramètres T, N_r et Q ont une influence sur la convergence du récepteurs, il est préférable de choisir $Q \leq TN_r$ afin de permettre à la matrice $\check{\mathbf{H}}$ d'être de rang Q. Cependant on montre que pour des rangs de matrice relativement proche de Q, le récepteur peut néanmoins converger et atteindre les performances asymptotiques.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié une technique de réception itérative pour un schéma de transmission MIMO. Après un état de l'art sur le sujet, nous avons proposé un modèle de transmission multi-antennes pouvant se représenter simplement par une matrice de canal équivalente puis décrit la problématique de réception. Afin de garantir une complexité raisonnable quels que soient le nombre d'antennes et l'ordre de la modulation, nous sommes orientés vers le schéma dit de turbo-égalisation destiné initialement au traitement de l'ISI sur canaux SISO sélectifs en fréquence. En remarquant que les interférences générées par les antennes multiples s'identifient à des termes d'ISI, nous proposons un récepteur itératif MIMO de faible complexité basé sur l'annulation souple d'interférences. Après une analyse théorique portant sur les performances et la complexité du récepteur proposé, nous donnons des résultats de simulations sur canaux théoriques pour différents schémas de transmission MIMO. Nous montrons que si la condition $Q \leq TN_r$ est respectée, le récepteur converge vers ses performances asymptotiques à un SNR relativement faible. Enfin du fait du schéma d'émission adopté, la complexité du récepteur proposé s'avère en général moins grande que les algorithmes itératifs de l'état de l'art. Les résultats présentés dans ce chapitre ont font l'objet des publications suivantes :

- Récepteur itératif pour code espace-temps en bloc non orthogonaux : [155]
- Récepteur itératif pour système à multiplexage spatial sur canaux réalistes : [156]

De même les récepteurs proposés dans ce même chapitre sont protégés par plusieurs demandes de brevet.

Chapitre 4

Association avec techniques complémentaires

Sommaire

4.1 Précodage linéaire SISO 97
4.1.1 État de l'art en réception itérative 98
4.1.2 Modélisation 98
4.1.3 Description du récepteur itératif 98
4.1.4 Résultats de simulations 100
4.2 Techniques MIMO associées au précodage linéaire 107
4.2.1 Exploitation de la diversité fréquentielle et/ou temporelle . . 107
4.2.2 Exploitation de la diversité spatiale 112
4.3 Techniques MIMO MC-CDMA 114
4.3.1 État de l'art 114
4.3.2 Modélisation 115
4.3.3 Réception 116
4.3.4 Résultats de simulation 118
4.4 Conclusion 121

Dans ce chapitre nous nous intéressons à l'association d'un schéma SISO ou MIMO avec des techniques complémentaires telles que le précodage linéaire ou la modulation MC-CDMA. Pour chaque combinaison, nous examinons l'opportunité de réaliser un récepteur itératif en considérant à la fois la complexité et le gain théorique en performance. Des simulations sur canaux théoriques viennent enfin valider chaque schéma de transmission.

4.1 Précodage linéaire SISO

Nous avons vu en section 1.3 que la technique de précodage linéaire permettait d'exploiter la diversité d'une transmission sur canal à évanouissements plats en créant des combinaisons linéaires entre les différents symboles d'information. Lorsque le précodage linéaire est associé à du codage de canal, il est théoriquement possible d'exploiter la diversité combinée du codeur et du précodeur. Pour de grande taille de précodage et/ou ordre élevé de modulation, le récepteur optimal étant trop complexe, nous allons nous intéresser à une réception itérative.

4.1.1 État de l'art en réception itérative

Dans [58], les auteurs proposent un récepteur itératif pour du LP-OFDM permettant de réaliser conjointement deprécodage et décodage de canal. Il est démontré théoriquement que la diversité exploitée est égale au produit de la diversité du codeur de canal et de celle du précodeur linéaire. Cependant, dans le système proposé, l'étage d'égalisation est constitué d'un détecteur MAP dont la complexité augmente exponentiellement en fonction de la taille du précodeur. Bien que les auteurs démontrent qu'une petite taille du précodage suffit pour obtenir un large gain en diversité, le système proposé reste inutilisable pour des modulations à ordre élevé. Dans sa thèse [54], M. Debbah étudie différents récepteurs itératifs pour du LP-OFDM : PIC, SIC et OSIC avec prise en compte des décisions douces du décodeur de canal. Les égaliseurs sont choisis volontairement linéaires afin de diminuer au mieux la complexité. Dans [53], S. Kaiser suggère d'utiliser un annuleur souple d'interférences MMSE dans une boucle itérative. Dans cette approche, l'égaliseur a des coefficients fixés pour toutes les itérations. Le procédé est amélioré par Daiming Qu *et al.* dans [157] où l'annuleur d'interférences MMSE adapte ses coefficients au fil des itérations. Selon un principe identique à celui proposé par M. Tüchler *et al.* dans le cadre de la turbo-égalisation, cette adaptation se fait en fonction de la covariance des signaux estimés.

4.1.2 Modélisation

En suivant le raisonnement de [53] et [157], nous appliquons le MMSE-IC générique au LP-OFDM en analysant notamment les possibilités de simplifications et ses conséquences en présence de précodage. En supposant une transmission de type BICM précodé sur canal SISO à évanouissements plats, le signal obtenu en entrée du récepteur s'écrit :

$$\mathbf{r} = \underline{\mathbf{H}}\boldsymbol{\Theta}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.1}$$

avec $\underline{\mathbf{H}} = \mathrm{diag}\{h_1, \ldots, h_{L_p}\}$ où h_k est un évanouissement plat, $\boldsymbol{\Theta} \in \mathbb{C}^{L_p \times L_p}$ est la matrice de précodage, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{L_p \times 1}$ le vecteur de données émises et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{L_p \times 1}$ le vecteur de bruit de loi $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_n^2)$. En posant $T = L_p$, $Q = L_p$ et $N_t = 1$, le système d'émission s'apparente à un codage espace-temps particulier de matrice représentative $\mathbf{S} = \boldsymbol{\Theta}\mathbf{x}$ engendrant un canal équivalent d'expression :

$$\check{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{H}} \cdot \boldsymbol{\Theta} \tag{4.2}$$

4.1.3 Description du récepteur itératif

4.1.3.1 Solution exacte

En appliquant la solution exacte du récepteur itératif MMSE-IC présenté en section 3.3, on obtient :

$$\mathbf{p}_k^{\mathrm{opt}} = \sigma_x^2 \left[\underline{\mathbf{H}}\boldsymbol{\Theta}\mathbf{V}_k\boldsymbol{\Theta}^H\underline{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{L_p} \right]^{-1} \underline{\mathbf{H}}\boldsymbol{\Theta}\mathbf{e}_k \tag{4.3}$$

$$\mathbf{q}_k^{\mathrm{opt}} = \boldsymbol{\Theta}^H\underline{\mathbf{H}}^H\mathbf{p}_k^{\mathrm{opt}} \tag{4.4}$$

on retrouve ici le système proposé dans [157]. Comme on peut le voir, le calcul de $\mathbf{p}_k$ nécessite une inversion de matrice dont la taille dépend directement du paramètre L_p.

4.1.3.2 Solution approchée 1

Le récepteur décrit dans ce qui suit a été proposé initialement par J. Le Masson *et. al* dans [158]. En appliquant l'algorithme MMSE-IC(1), le vecteur avant peut s'écrire :

$$\mathbf{p}_k = \lambda_k \bar{\mathbf{p}}_k \tag{4.5}$$

avec

$$\lambda_k = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 \mathbf{e}_k^T \mathbf{\Theta}^H \underline{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{p}}_k} \tag{4.6}$$

et

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_x^2 \big(\underline{\mathbf{H}}\mathbf{\Theta}\mathbf{\Theta}^H \underline{\mathbf{H}}^H (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L_p}\big)^{-1} \underline{\mathbf{H}}\mathbf{\Theta}\mathbf{e}_k \tag{4.7}$$

En utilisant l'unitarité de la matrice de précodage i.e. $\mathbf{\Theta}\mathbf{\Theta}^H = \mathbf{I}_{L_p}$, on obtient :

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_x^2 \big(\underline{\mathbf{H}}\underline{\mathbf{H}}^H (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L_p}\big)^{-1} \underline{\mathbf{H}}\mathbf{\Theta}\mathbf{e}_k \tag{4.8}$$

La matrice $\underline{\mathbf{H}}\underline{\mathbf{H}}^H$ étant diagonale, le calcul de $\bar{\mathbf{p}}_k$ ne nécessite que des opérations de multiplication matricielle et d'inversion scalaire. Les vecteurs $\mathbf{p}_k$ et $\mathbf{q}_k$ sont donc relativement simples à calculer. En développant l'expression (4.8), on obtient finalement :

$$\boxed{\mathbf{p}_k = \frac{\sigma_x^2}{1 + \sigma_{\hat{x}}^2 \bar{\beta}_k} \sum_{i=1}^{L_p} \frac{h_i \theta_{ik}}{(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2)|h_i|^2 + \sigma_n^2} \mathbf{e}_i} \tag{4.9}$$

où θ_{ik} désigne l'élément d'index (i,k) de la matrice $\mathbf{\Theta}$ et :

$$\bar{\beta}_k = \sum_{i=1}^{L_p} \frac{|h_i|^2 |\theta_{ik}|^2}{(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2)|h_i|^2 + \sigma_n^2} \tag{4.10}$$

Le filtre arrière, quant à lui, s'évalue de la façon suivante :

$$\boxed{\mathbf{q}_k = \mathbf{\Theta}^H \underline{\mathbf{H}}^H \mathbf{p}_k} \tag{4.11}$$

Il reste enfin à calculer les valeur du biais et de la puissance résiduelle des interférences plus bruit :

$$\beta_k = \frac{\sigma_x^2}{1 + \sigma_{\hat{x}}^2 \bar{\beta}_k} \bar{\beta}_k \tag{4.12}$$

$$\gamma_k^2 = \sigma_x^2 \beta_k (1 - \beta_k) \tag{4.13}$$

4.1.3.3 Solution approchée 2 avec information *a priori* parfaite

Considérons à présent la solution approchée MMSE-IC(2). Par simple déclinaison de la relation (3.39), il vient :

$$\boxed{\mathbf{p}_k = \mathrm{diag}\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 \sum_{i=1}^{L_p} |\theta_{i1}|^2 |h_i|^2 + \sigma_n^2}, \ldots, \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 \sum_{i=1}^{L_p} |\theta_{iL_p}|^2 |h_i|^2 + \sigma_n^2}\right) \underline{\mathbf{H}}\mathbf{\Theta}} \tag{4.14}$$

Les paramètres β_k et γ_k^2 deviennent :

$$\beta_k = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2 \sum_{i=1}^{L_p} |\theta_{ik}|^2 |h_i|^2}} \tag{4.15}$$

$$\gamma_k^2 = \sigma_x^2 \beta_k (1 - \beta_k) \tag{4.16}$$

Le vecteur arrière du MMSE-IC reste inchangé. Lors de la première itération, il est nécessaire d'appliquer un filtrage MMSE linéaire de la forme suivante :

$$\mathbf{p}_k^0 = \text{diag}\left(\frac{\sigma_x^2 h_1}{\sigma_x^2 \sum_{i=1}^{L_p} |h_i|^2 + \sigma_n^2}, \ldots, \frac{\sigma_x^2 h_{L_p}}{\sigma_x^2 \sum_{i=1}^{L_p} |h_i|^2 + \sigma_n^2} \right) \underline{\mathbf{H}} \boldsymbol{\Theta} \tag{4.17}$$

D'un point du vue complexité, on peut noter que la solution MMSE-IC(2) n'est pas beaucoup plus intéressante que l'algorithme MMSE-IC(1) : en effet dans les deux cas, aucune inversion matricielle n'est requise.

4.1.4 Résultats de simulations

On s'intéresse à un système de type BICM précodé sur canal de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats. On rappelle qu'un tel système modélise une transmission LP-OFDM codée idéale (entrelacement parfait et bon dimensionnement de intervalle de garde) sur canal sélectif en temps et en fréquence. Les paramètres de simulation sont regroupés dans le tableau 4.1.

	Système 1	Système 2
Canal	1×1	
Type de canal	Rayleigh i.i.d.	
Codage de canal $\mathcal{C}$	non	conv. $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $L_{\mathcal{C}} = 512$
Entrelacement bit Π_b	aléatoire, 10000 bits	
Modulation	QPSK, mapping de Gray	
Précodage linéaire	matrice SU(2), Hadamard ou Vandermonde	
Récepteur	MMSE ou MAP	MMSE, MMSE-IC(1) ou (2)
$N_b = L_{\mathcal{C}}/m$	$\emptyset$	256
Efficacité spectrale η	2 bps/Hz	1 bps/Hz

TAB. 4.1 – Paramètres de simulation pour les systèmes SISO précodé

4.1.4.1 Récepteur non itératif

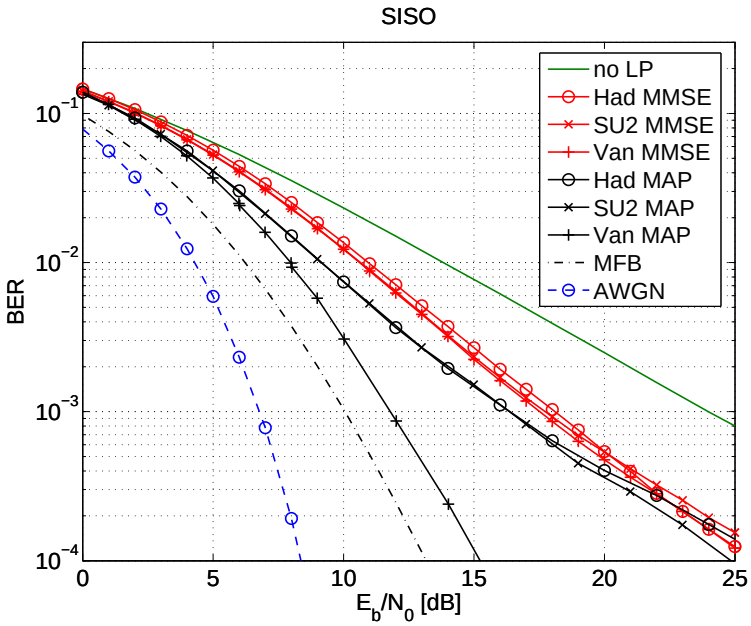
Comparaison des algorithmes suivant la matrice de précodage Nous comparons tout d'abord les performances d'un système précodé de taille $L_p = 4$ avec différentes matrices : Hadamard, SU(2) et Vandermonde. Deux récepteurs sont considérés : l'un à base de filtre de type MMSE et l'autre réalisé selon le critère MAP (cf. section 1.3). Sans codage de canal, la figure 4.1(a) montre que le récepteur MMSE donne de moins bons résultats avec une matrice de Hadamard. Cependant cette perte reste négligeable comparativement au gain apporté par le précodage vis-à-vis d'un système non précodé. Dans le cas d'une réception MAP, puisque optimisé suivant ce

critère, la matrice de Vandermonde donne de loin les meilleures performances avec un gain supérieur à 10 dB à 10^{-4} par rapport au récepteur MMSE. Pour les autres matrices de précodage, l'algorithme MAP n'apporte pas ou peu de gain par rapport au MMSE à haut rapport SNR. Ceci s'explique par le fait que les matrices de Hadamard et SU(2) ne vérifient pas l'ensemble des critères de construction énoncés en section 1.3. On remarque que la courbe correspondant au récepteur MAP avec matrice de Vandermonde a la même pente que la borne du filtre adapté (MFB) d'un système à diversité $L = 4$, ceci montre que la diversité exploitée par le système précodé est bien d'ordre 4.

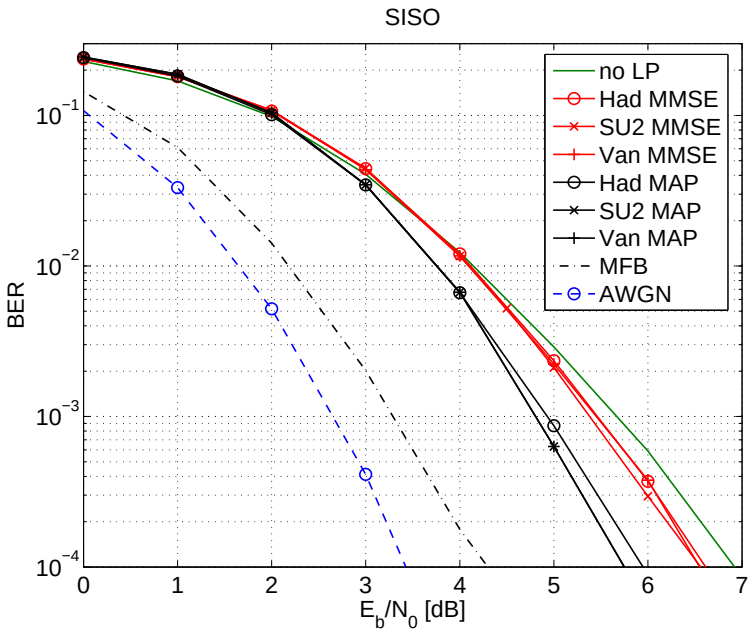
En présence de codage de canal, la figure 4.1(b) montre que le gain du MAP par rapport au MMSE se réduit à environ 1 dB à 10^{-4}. Ceci s'explique par le fait que le récepteur MAP concaténé avec un décodeur de canal n'est plus optimal au sens du critère de maximum de vraisemblance global. Pour le récepteur MMSE, les performances sont indépendantes du type de matrice tandis que pour l'algorithme MAP, les matrices SU(2) et Vandermonde donnent les meilleurs résultats.

Comportement suivant la taille de précodage La figure 4.2(a) compare les performances du précodage linéaire associé à un récepteur MMSE et celles d'un système non précodé. Sans codage de canal, le système non précodé (correspondant de façon théorique à un système OFDM) n'exploite aucune diversité. Le précodage linéaire en revanche exploite la diversité de réalisation du canal, cela se traduit par un net gain en performances pouvant aller jusqu'à 20 dB à 10^{-4} pour un taille de précodage $L_p = 64$.

La figure 4.2(b) présente les performances du précodage linéaire combiné avec un codage convolutif de longueur de contrainte $K = 7$. On remarque que cette fois le gain dû au précodage linéaire est faible voire même inexistant pour une certaine plage de SNR. Tout d'abord, notons que le codage de canal apporte et exploite une diversité qui rend le système non précodé relativement robuste. De plus, le précodage linéaire génère des interférences, certes minimisées par l'égaliseur MMSE, qui vont perturber le décodage de canal. Le rapport entre la diversité apportée par le précodage et les interférences générées par ce dernier vont influer directement sur le taux d'erreur binaire. On remarque ainsi que pour $L_p = 4$, le précodage apporte un gain en performances à partir de $E_b/N_0 = 3.5$ dB, tandis que pour $L_p = 16$ les courbes se croisent pour $E_b/N_0 = 5.1$ dB. On note donc un point de croisement que dépend de la taille du précodage mais également du type de codage de canal (pour un code moins robuste ce croisement se ferait pour des SNR moins élevés). Dans [54], l'auteur aboutit à une constatation similaire et calcule théoriquement la position de ce point de croisement. Pour des hautes valeurs de SNR, on note que la courbe $L_p = 16$ devient la meilleure puisque bénéficiant d'un plus grand ordre de diversité. Ceci se traduit d'ailleurs sur la pente asymptotique des courbes qui sera d'autant plus grande que la diversité exploitée sera importante. Comparons à présent les résultats obtenus avec les bornes du filtre adapté respectives de chaque système : on constate aisément que les performances obtenues sont loin des bornes optimales et que par conséquent le récepteur étudié est sous-optimal. Cela s'explique par le fait que d'une part le précodage linéaire génère des interférences et d'autre part que l'égalisation MMSE n'exploite pas de façon optimale la diversité apportée par le précodeur.

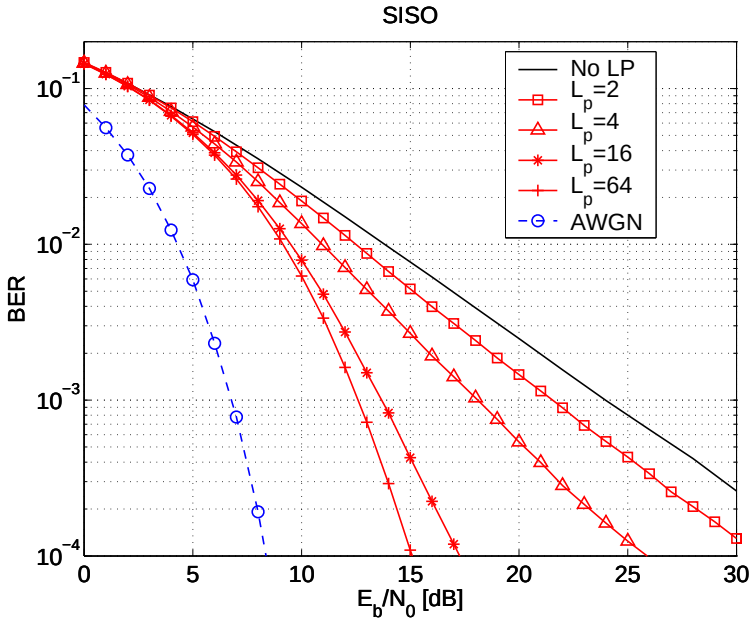


(a) sans codage de canal, $\eta = 2$ bps/Hz

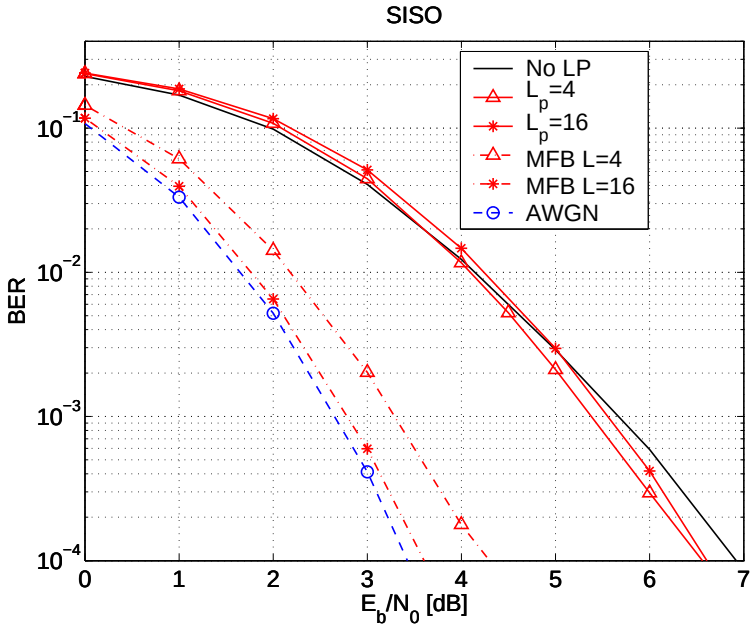


(b) avec codage convolutif $(133, 177)_o$, $\eta = 1$ bps/Hz

FIG. 4.1 – Performance des récepteurs MMSE et MAP pour un système à précodage linéaire de taille $L_p = 4$, matrices de précodage Hadamard, SU(2) et Vandermonde, canal de Rayleigh i.i.d., QPSK



(a) sans codage de canal, $\eta = 2$ bps/Hz



(b) avec codage convolutif $(133, 171)_o$, $\eta = 1$ bps/Hz

FIG. 4.2 – Performance du récepteur MMSE linéaire pour un système à précodage linéaire de taille L_p, matrice de précodage SU(2), canal de Rayleigh i.i.d., QPSK

4.1.4.2 Récepteur itératif

Algorithme MMSE-IC(1) La figure 4.3(a) décrit les performances du récepteur itératif utilisant l'algorithme MMSE-IC(1) pour un schéma de précodage $L_p = 4$. On remarque que le processus itératif permet d'obtenir les performances de la borne du filtre adapté à partir de $E_b/N_0 = 4$ dB. Au vue de la section 3.3.3, on en déduit que les interférences dues au précodage linéaire sont parfaitement supprimées et que le processus a bien convergé et ce pour un rapport signal à bruit relativement faible. En comparaison avec un système non précodé (noLP), le gain est de l'ordre de 2.8 dB à 10^{-4}, ce qui s'avère être très intéressant pour un système comprenant du codage de canal.

Comportement suivant la matrice de précodage La figure 4.3(b) propose une comparaison en performances du récepteur itératif MMSE-IC(1) pour deux matrice de précodage différentes : matrice de Hadamard et matrice SU(2). Comme on peut le voir, les différences en performances sont relativement faibles que ce soit à la première itération où lorsque le processus a convergé. Des courbes non présentées ici, montrent que cet écart en performances tend encore à s'estomper lorsque la taille de la matrice augmente. Le récepteur proposé est donc très peu sensible au type de la matrice $\mathbf{\Theta}$. Cela peut se comprendre puisque la courbe optimale du processus est la même quelle que soit la matrice $\mathbf{\Theta}$ pourvu qu'elle soit unitaire et de rang plein.

Comparaison des algorithmes Examinons à présent la perte en performance due à l'algorithme MMSE-IC(2). La figure 4.4(a) montre que cette perte est prépondérante à bas SNR et est d'autant plus importante que L_p est grand. Cependant cet effet tend à s'estomper lorsque l'on augmente le SNR. Mieux, on remarque que le point de convergence avec la MFB reste le même pour les deux solutions du MMSE-IC. Ce résultat est mis en exergue sur la figure 4.4(b) où l'on voit bien que les deux solutions aboutissent aux mêmes performances à partir de la $4^{\text{ème}}$ itération pour $E_b/N_0 = 3$ dB. Pour les deux égaliseurs MMSE-IC(1) et MMSE-IC(2), on note que le récepteur itératif permet, pour un BER de 10^{-4} de s'approcher à respectivement 0.6 dB et 0.1 dB de la gaussienne codée pour $L_p = 4$ et $L_p = 16$. Les gains par rapport à un système non précodé sont donc tout à fait remarquables.

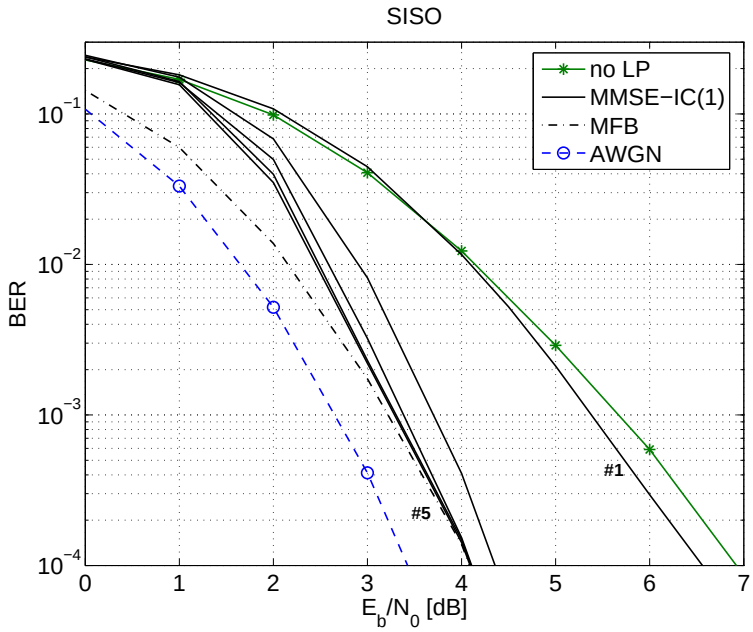
Analyse de la diversité En reprenant les notations introduites en section 3.4 et particularisant au cas de la matrice de précodage SU(2) $\mathbf{\Theta}^{SU2}$, on montre la relation suivante :

$$\alpha_k = \frac{1}{L_p} \sum_{k=1}^{L_p} |h_k|^2, \quad \forall k \in [1, L_p]$$

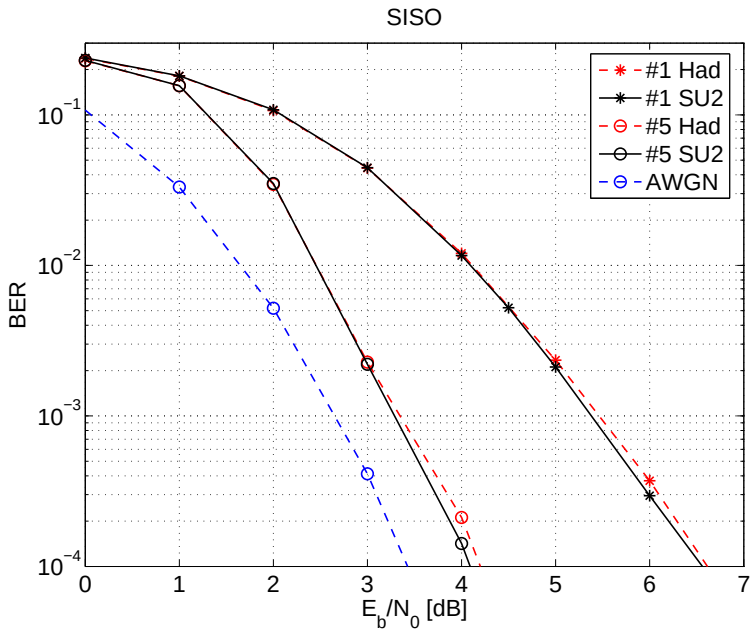
Sous l'hypothèse $h_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$, en posant $N_t = N_r = 1$, il vient :

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{STC}^2 \mathbb{E}\Big\{|\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2\Big\}} = \frac{1}{\frac{1}{L_p}} = L_p \tag{4.18}$$

Or la diversité physique du canal sur la fenêtre considérée vaut $d_{\text{phy}} = L_p$. On en déduit que le schéma de transmission considéré est optimal au sens de la diversité.

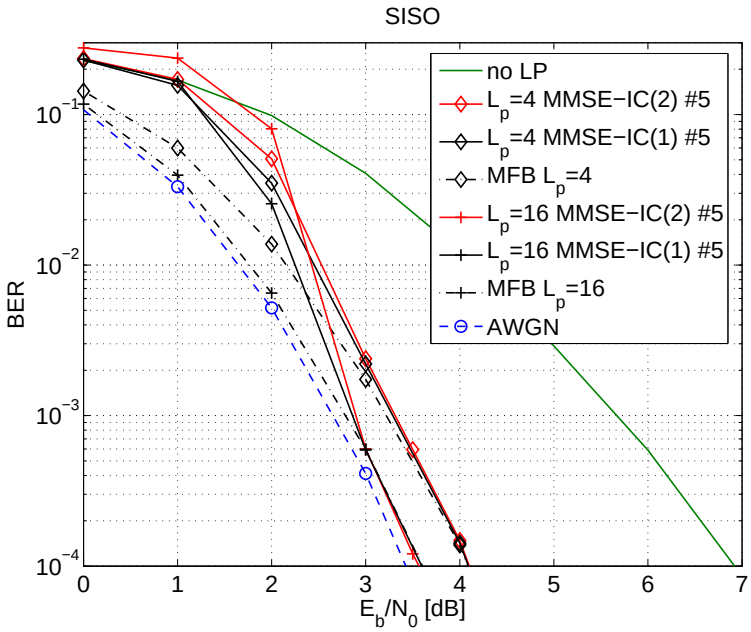


(a) $L_p = 4$, matrice SU(2)

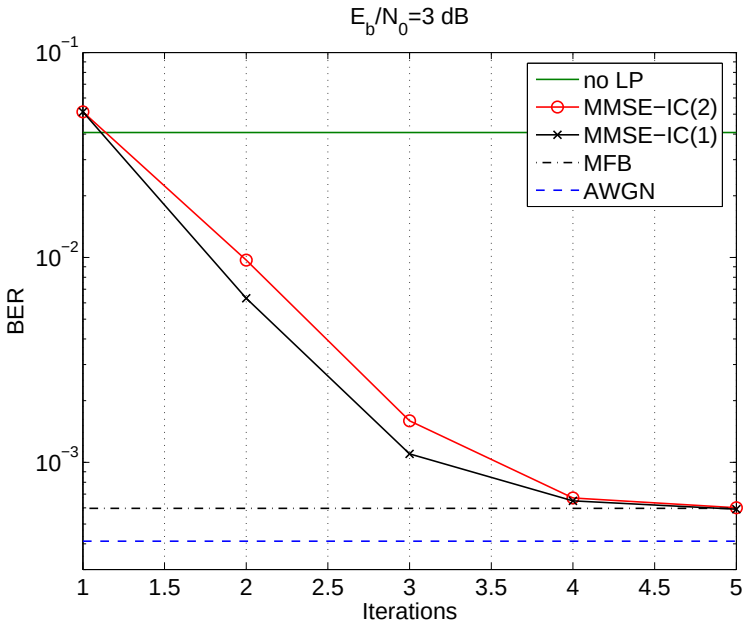


(b) $L_p = 4$, matrice SU(2) et Hadamard

FIG. 4.3 – Performances du récepteur itératif MMSE-IC(1) sur un système SISO précodé sur canal de Rayleigh i.i.d., QPSK ,codage convolutif $(133, 171)_o$, $\eta = 1$ bps/Hz



(a) $L_p = 4$ et 16, matrice SU(2)



(b) $L_p = 4$, matrice SU(2)

FIG. 4.4 – Comparaisons des récepteurs MMSE-IC(1) et MMSE-IC(2) sur un système SISO précodé sur canal de Rayleigh i.i.d., QPSK ,codage convolutif $(133, 171)_o$, $\eta = 1$ bps/Hz

4.1.4.3 Synthèse

Sans codage de canal, le récepteur MAP associé à une matrice de précodage de type Vandermonde est le système le plus performant. En présence de codage de canal, les meilleures performances sont obtenues avec le récepteur itératif MMSE-IC(1) qui permet de converger vers les performances de la MFB correspondant à un système à diversité avec L_p branches indépendantes. Pour ce type de récepteur on observe que l'influence du type de matrice sur les courbes de taux d'erreur est faible.

4.2 Techniques MIMO associées au précodage linéaire

Comme nous venons de le voir, le précodage linéaire est un outil efficace pour exploiter de façon simple la diversité du canal de propagation. L'association de cette technique avec un schéma MIMO peut avoir deux intérêts :

- exploiter la diversité fréquentielle et/ou temporelle de façon identique que dans le cas SISO
- exploiter de façon systématique la diversité spatiale en répartissant les symboles d'information sur les antennes d'émission

4.2.1 Exploitation de la diversité fréquentielle et/ou temporelle

4.2.1.1 Motivation

Dans le modèle de canal utilisé jusqu'à présent i.e. le canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T, la matrice de canal $\mathbf{H}$ est indépendante par bloc de longueur T. Cette indépendance est une source de diversité supplémentaire que l'on peut formuler de la façon suivante :

Propriété 4.1 *Si on considère une transmission d'une durée L_pT sur un canal MIMO indépendant par bloc de longueur T, la diversité physique du canal constitué est au maximum égal à $L_pN_tN_r$*

La place du précodeur dans la chaîne de transmission est très importante et dépend de l'objectif visé. Dans cette section, nous allons simplement chercher à exploiter la diversité de réalisation de la matrice $\mathbf{H}$ qui correspond en pratique à la diversité fréquentielle et/ou temporelle de chaque sous-canal. La diversité spatiale est quant à elle exploitée par un schéma de transmission $\mathcal{S}$ arbitraire. Pour exploiter la diversité de réalisation de $\mathbf{H}$, il convient de créer uniquement des combinaisons linéaires entre des symboles émis par une même antenne. En effet, relier des symboles émis par des antennes différentes, reviendrait à exploiter également la diversité spatiale d'émission donc serait potentiellement redondant avec le schéma de codage $\mathcal{S}$. Ainsi, la solution est de placer un précodeur sur chaque flux d'antenne comme le montre la figure 4.5. Afin de garantir une exploitation optimale de la diversité, il est nécessaire de relier ensemble des symboles provenant de blocs différents. En effet le canal étant supposé constant sur un bloc de longueur T, relier des symboles provenant d'un même bloc ne permettrait d'exploiter aucune diversité. Un moyen simple pour réaliser cette condition est d'utiliser une matrice de précodage modifiée $\bar{\mathbf{\Theta}} \in \mathbb{C}^{L_pT \times L_pT}$ définie de la façon

suivante :

$$\bar{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{\Theta} \otimes \mathbf{I}_T = \begin{bmatrix} \theta_{11}\mathbf{I}_T & \dots & \theta_{1L_p}\mathbf{I}_T \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_{L_p1}\mathbf{I}_T & \dots & \theta_{L_pL_p}\mathbf{I}_T \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

où $\mathbf{\Theta}$ est une matrice de précodage unitaire et de rang plein.

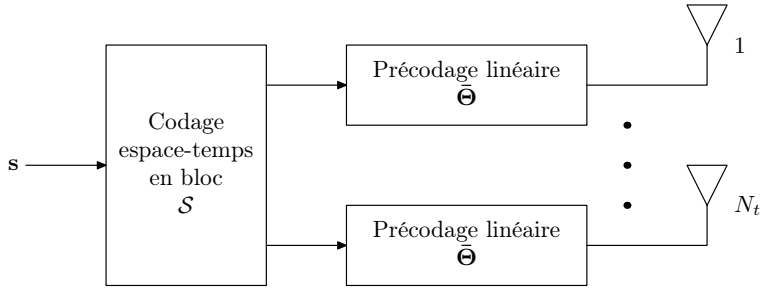


FIG. 4.5 – Association du précodage linéaire avec un schéma de codage multi-antennes

4.2.1.2 Réception

Considérons un schéma de codage espace-temps de matrice représentative $\mathbf{S}$. En reprenant les notations introduites en section 3.2.2, on extrait les matrices $\mathbf{G}_1$ et $\mathbf{G}_2$. Soit $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{QL_p \times 1}$ le vecteur de données utiles, le signal $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^{TN_tL_p \times 1}$ obtenu sur les différentes antennes d'émission s'écrit :

$$\mathbf{z} = \big(\mathbf{\Theta} \otimes \mathbf{I}_{TN_t}\big)\Big[\big(\mathbf{I}_{L_p} \otimes \mathbf{G}_1\big)\mathbf{s} + \big(\mathbf{I}_{L_p} \otimes \mathbf{G}_2\big)\mathbf{s}^*\Big] \tag{4.20}$$

Soit $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$ une réalisation du canal MIMO, on pose :

$$\underline{\mathbf{H}} = \mathrm{diag}\Big(\overbrace{\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_1}^{T}, \dots, \overbrace{\mathbf{H}_{L_p}, \dots, \mathbf{H}_{L_p}}^{T}\Big) \in \mathbb{C}^{TL_pN_r \times TL_pN_t}$$

et on écrit l'expression de $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{TL_pN_r \times 1}$ le signal obtenu sur les différentes antennes de réception :

$$\mathbf{r} = \underline{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{n} \tag{4.21}$$

où $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{TL_pN_r \times 1}$ est un vecteur de bruit. En utilisant le résultat (3.8), on obtient le modèle équivalent suivant :

$$\check{\mathbf{r}} = \check{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{s} + \check{\mathbf{n}} \tag{4.22}$$

avec la matrice équivalente :

$$\check{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{\Phi_1}}\,\underline{\mathbf{H}}\big(\mathbf{\Theta} \otimes \mathbf{I}_{TN_t}\big)\underline{\mathbf{G}}_1 + \underline{\mathbf{\Phi_2}}\,\underline{\mathbf{H}}^*\big(\mathbf{\Theta} \otimes \mathbf{I}_{TN_t}\big)\underline{\mathbf{G}}_2^* \tag{4.23}$$

et

$$\begin{aligned}
\check{\mathbf{r}} &= \underline{\mathbf{\Phi}}_\mathbf{1}\mathbf{r} + \underline{\mathbf{\Phi}}_\mathbf{2}\mathbf{r}^* \\
\check{\mathbf{n}} &= \underline{\mathbf{\Phi}}_\mathbf{1}\mathbf{n} + \underline{\mathbf{\Phi}}_\mathbf{2}\mathbf{n}^* \\
\underline{\mathbf{\Phi}}_1 &= \mathbf{I}_{L_p} \otimes \big(\mathbf{\Phi}_1 \otimes \mathbf{I}_{N_r}\big) \\
\underline{\mathbf{\Phi}}_2 &= \mathbf{I}_{L_p} \otimes \big(\mathbf{\Phi}_2 \otimes \mathbf{I}_{N_r}\big) \\
\underline{\mathbf{G}}_1 &= \big(\mathbf{I}_{L_p} \otimes \mathbf{G}_1\big) \\
\underline{\mathbf{G}}_2 &= \big(\mathbf{I}_{L_p} \otimes \mathbf{G}_2\big)
\end{aligned}$$

On peut montrer également que la matrice $\check{\mathbf{H}}$ peut s'exprimer en fonction des différentes réalisations $\check{\mathbf{H}}_l$ de la matrice équivalente du schéma $\mathcal{S}$ et des coefficients de la matrice précodage $\mathbf{\Theta}$ de la façon suivante :

$$\check{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \theta_{11}\check{\mathbf{H}}_1 & \dots & \theta_{1L_p}\check{\mathbf{H}}_1 \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_{L_p1}\check{\mathbf{H}}_{L_p} & \dots & \theta_{L_pL_p}\check{\mathbf{H}}_{L_p} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

On note que la relation (4.22) s'identifie au modèle équivalent MIMO de l'équation (3.8) de la section 3.2. Ainsi le récepteur MMSE-IC décrit en section 3.3 peut être directement appliqué au signal reçu $\check{\mathbf{r}}$ en prenant comme matrice de canal équivalent la matrice $\check{\mathbf{H}}$.

Si l'on considère le récepteur MMSE-IC(1), la complexité de le l'algorithme est dominée par l'inversion matricielle $\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H + \mathbf{I}_{TL_pN_r}$ de taille TL_pN_r. Cependant en utilisant d'une part le fait que la matrice de précodage $\mathbf{\Theta}$ soit unitaire et d'autre part la relation (4.24), on montre l'égalité suivante :

$$\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H = \mathrm{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1\check{\mathbf{H}}_1^H, \dots, \check{\mathbf{H}}_{L_p}\check{\mathbf{H}}_{L_p}^H\right) \tag{4.25}$$

L'inversion matricielle requise est ainsi équivalente à L_p inversions de matrice $\check{\mathbf{H}}_l\check{\mathbf{H}}_l^H$. On en déduit que la complexité du récepteur MMSE-IC(1) pour un schéma MIMO précodé est comparable à celle du même récepteur pour un schéma MIMO seul.

4.2.1.3 Résultats de simulation

Nous nous intéressons aux performances deux systèmes MIMO associés à du précodage linéaire. Les paramètres de simulation sont récapitulés dans le tableau 4.2.

	Système 1	Système 2
Canal	2×1	2×2
Type de canal	Rayleigh quasi-statique sur T	
Corrélation spatiale	Aucune	
Codage de canal $\mathcal{C}$	convolutif, $(133, 171)_{\mathrm{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $L_{\mathcal{C}} = 512$	
Entrelacement bit Π_b	aléatoire, 10000 bits	
Modulation	QPSK, mapping de Gray	
Schéma MIMO $\mathcal{S}(N_t, T, Q)$	Alamouti (2,2,2)	SDM(2,1,2)
Précodage linéaire	matrice SU(2), $L_p = 4$	
$N_b = L_{\mathcal{C}}/mT$	128	256
Récepteur	MMSE-IC(1)	
Efficacité spectrale η	1 bps/Hz	2 bps/Hz

TAB. 4.2 – Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO précodés

Code d'Alamouti sur canal 2×1 Le canal considéré est statique par bloc de taille $T = 2$ symboles consécutifs. Soit $h_{ij,p}$ le coefficient du canal reliant l'antenne i à l'antenne j pour le bloc d'index p. On construit la matrice de canal équivalente $\check{\mathbf{H}}$

selon la relation (4.24). En utilisant une matrice de précodage unitaire on montre le résultat suivant :

$$\alpha_k = \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k = \frac{1}{L_p} \sum_{p=1}^{L_p} \left(|h_{11,p}|^2 + |h_{21,p}|^2 \right) \tag{4.26}$$

De fait, en supposant $h_{ij,p} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$, on peut calculer la diversité asymptotique du schéma espace-temps obtenu par construction :

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{STC}^2 \mathbb{E}\Big\{ |\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2 \Big\}} = \frac{4}{1 \times \frac{2}{L_p}} = 2L_p \tag{4.27}$$

Or la diversité physique du canal sur la fenêtre considérée vaut

$$d_{\text{phy}} = N_t N_r L_p = 2L_p$$

Il en découle que le schéma de transmission proposé exploite de façon optimal la diversité fournie par le canal. A l'inverse le schéma d'Alamouti utilisé seul exploite uniquement la diversité d'antenne d'émission qui est d'ordre 2. Ceci est vérifié en simulation comme le montre la figure 4.6(a), où les performances du récepteur MMSE-IC(1) sont tracées pour une matrice de précodage SU(2) de taille $L_p = 4$. Pour un BER de 10^{-4} on observe un gain de diversité de plus d'1 dB par rapport au schéma d'Alamouti classique et plus de 3 dB par rapport à une transmission SISO.

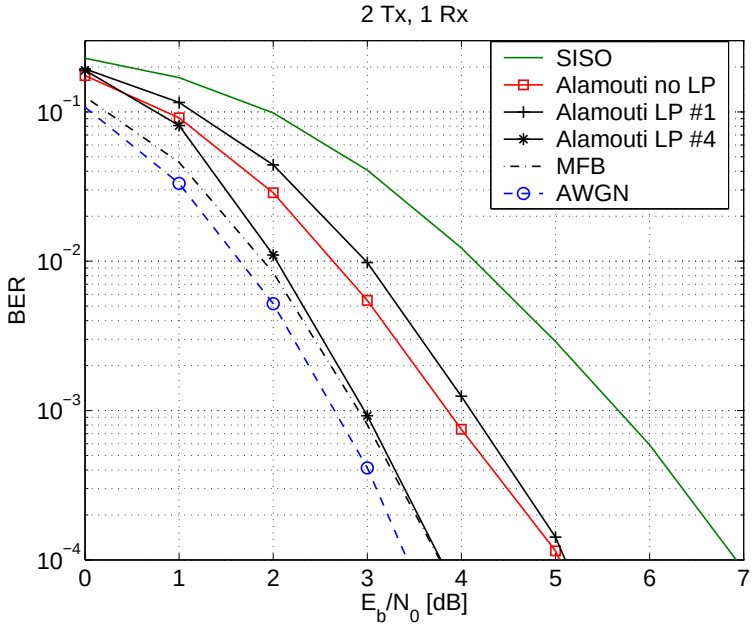
Multiplexage spatial sur canal 2×2 On considère à présent un canal 2×2 de type Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats. En utilisant toujours la relation (4.24) on montre que :

$$\alpha_k = \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k = \frac{1}{L_p} \sum_{p=1}^{L_p} \left(|h_{11,p}|^2 + |h_{12,p}|^2 \right) \tag{4.28}$$

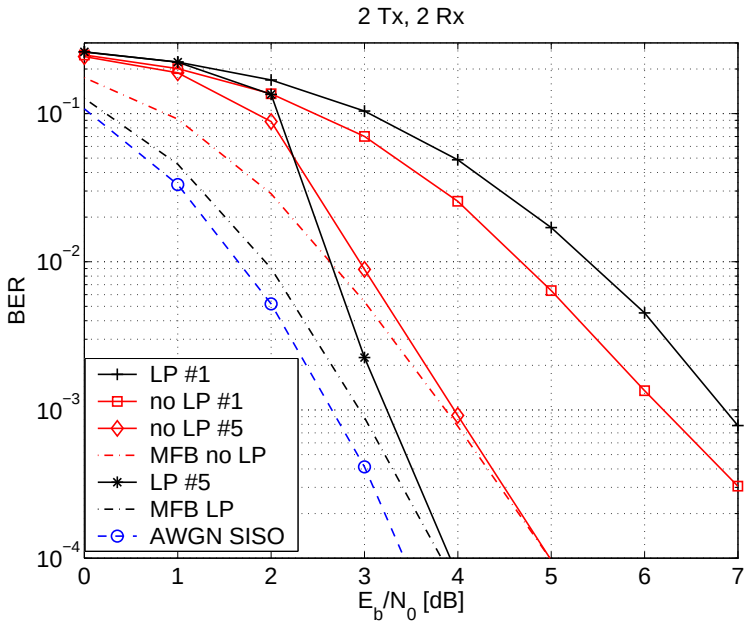
On en déduit la diversité de codage espace-temps :

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{STC}^2 \mathbb{E}\Big\{ |\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2 \Big\}} = \frac{16}{4 \times \frac{2}{L_p}} = 2L_p \tag{4.29}$$

qui s'avère être la même que dans le cas du codage espace-temps en bloc d'Alamouti sur canal 2×1. La figure 4.6(b) présente les performances du récepteur MMSE-IC(1) pour un système à multiplexage spatial précodé $L_p = 4$ et un système ST-BICM conventionnel. Alors que le système non précodé exploite seulement la diversité d'antennes de réception (donc d'ordre 2), le précodage linéaire permet d'exploiter une diversité spatio-temporelle d'ordre 8. Avec la normalisation de puissance adoptée, on vérifie que la courbe asymptotique du système ST-BICM précodé est bien confondue avec celle de l'Alamouti précodé sur canal 2×1. En revanche la CAI combinée aux interférences du précodage linéaire entraînent une sensible dégradation à bas SNR mise en évidence sur la figure.



(a) Codage espace-temps d'Alamouti, canal 2×1 Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur $T = 2$, $\eta = 1$ bps/Hz



(b) Multiplexage spatial, canal 2×2 Rayleigh i.i.d, $\eta = 2$ bps/Hz

FIG. 4.6 – Comparaison des performances du récepteur itératif MMSE-IC(1) pour différents systèmes combinés ou non avec du précodage linéaire $L_p = 4$, matrice SU(2), codage convolutif $(133, 171)_o$ $R_\mathcal{C} = 1/2$, QPSK

Synthèse L'association du précodage linéaire avec une technique MIMO permet d'exploiter efficacement à la fois la diversité spatiale et la diversité fréquentielle et/ou temporelle du canal de propagation. Grâce à son principe itératif, le récepteur MMSE-IC converge en peu d'itérations vers la MFB signifiant que toute la diversité disponible est exploitée. Sous réserve que le schéma de transmission est de type O-STBC ou SDM, le récepteur itératif MMSE-IC voit la complexité de son algorithme équivalente au cas non précodé.

4.2.2 Exploitation de la diversité spatiale

4.2.2.1 Principe

Nous avons vu en section 2.4, que le précodage linéaire pouvait être utilisé pour construire des codes espace-temps maximisant l'exploitation de la diversité spatio-temporelle au prix d'une perte d'orthogonalité [90, 52, 56, 59, 97, 98]. De plus en associant le précodage linéaire avec du multiplexage spatial il est possible d'exploiter de façon optimale à la fois la diversité et la capacité. Les codes TAST proposés dans [99] (voir également section 2.4) illustrent de façon intéressante une telle association. Cependant le critère utilisé pour la maximisation de la diversité suppose une réception de type MAP. En supposant une réception itérative telle que introduite au chapitre 3, nous nous intéressons à une famille de code $\mathcal{LD}^*$ maximisant à la fois le débit et l'exploitation de la diversité.

Conformément aux conclusions de la section 3.4, le récepteur itératif exploite asymptotiquement une diversité d'ordre égal à d_{STC}. il en découle que sur un canal MIMO statique par bloc de longueur T, la diversité est maximisée lorsque $d_{\text{STC}} = d_{\text{phy}} = N_t N_r$. Pour ce faire on se propose d'utiliser la propriété suivante :

Propriété 4.2 *Une condition nécessaire pour qu'un code $\mathcal{S}$ engendre une diversité espace-temps d'ordre $N_t N_r$ est que chaque symbole s_q soit transmis de façon unique par les N_t antennes d'émissions.*

Démonstration : La condition précédente se répercute sur la matrice équivalente $\check{\mathbf{H}}$ de la façon suivante :

$$\forall i \in [1, N_t],\ \forall j \in [1, N_r], \forall q \in [1, Q],\ \exists n \in [1, TN_r] \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{e}_n^T \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_q \propto h_{ij}$$

De cette propriété on montre facilement :

$$\mathbf{e}_q^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_q \propto \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_t} |h_{ij}|^2, \quad \forall q \in [1, Q]$$

En appliquant la définition de la diversité de codage espace-temps pour $h_{ij} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$, il vient :

$$d_{\text{STC}} = N_t N_r \tag{4.30}$$

4.2.2.2 Codes DTST

La figure 4.7 montre la construction d'un code espace-temps de type $\mathcal{LD}^*$ que nous appellerons DTST[(1)]. Ce schéma de codage, largement inspiré des codes TAST [99],

[(1)] Diagonal Threaded Space-Time

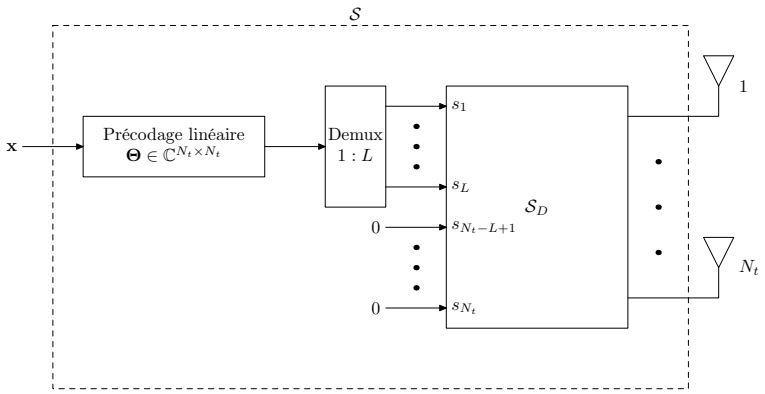


FIG. 4.7 – Émetteur DTST

consiste en la concaténation d'un précodage linéaire de taille $N_t \times N_t$ avec un code $\mathcal{S}_D$ à multiplexage spatial diagonal de latence $T = N_t$ et de rendement $R_{\mathcal{S}_D} = N_t$ défini comme suit :

$$\mathbf{S}_D = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_t1} & \dots & a_{N_tN_t} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t} \tag{4.31}$$

où les éléments de la matrice de codage sont définis à partir des symboles d'information s_q pour tout $q \in [1, N_t]$:

$$a_{t,i} = \sqrt{\frac{N_t}{L}} s_q \quad \text{avec } (t,i) = \left([q]_{N_t}, \left\lfloor \frac{q-1}{N_t} \right\rfloor + [q]_{N_t} \right) \tag{4.32}$$

Afin de pouvoir disposer de plusieurs rendements de codage espace-temps, on prévoit de ne transmettre que L symboles utiles par bloc et combler les symboles restants par des 0 comme le montre la figure 4.7. Le code $\mathcal{S}$ ainsi constitué a un rendement $R_{\mathcal{S}} = L \leq N_t$ et une latence de N_t.

Le précodage linéaire a pour effet d'exploiter la diversité des N_t antennes d'émission. Le multiplexeur diagonal a quant à lui pour effet de disperser les symboles utiles de telle façon qu'à un instant donné un même symbole ne soit transmis que par une seule antenne d'émission. Comme nous venons de le voir, cette propriété garantie au code DTST d'engendrer une diversité de codage espace-temps d'ordre N_tN_r. Par ailleurs, en fixant, le rendement de codage à $R_{\mathcal{S}} = \min(N_t, N_r)$ (ce qui est toujours possible puisque par construction $R_{\mathcal{S}} \leq N_t$), le codage DTST maximise le débit de la transmission.

Exemple 4.2.1 (Code DTST pour $N_t = 4$ et $N_r = 3$) On fixe tout d'abord $R_{\mathcal{S}} = L = \min(N_t, N_r) = 3$. Le code à multiplexage spatial diagonal est le suivant :

$$\mathbf{S}_D = \begin{bmatrix} s_1 & s_5 & s_9 & s_{13} \\ s_{14} & s_2 & s_6 & s_{10} \\ s_{11} & s_{15} & s_3 & s_7 \\ s_8 & s_{12} & s_{16} & s_4 \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

En appliquant une matrice de Hadamard de taille $N_t = 4$, on obtient le code DTST final :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_5 + x_6 + x_7 + x_8 & x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} & 0 \\ 0 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & x_5 - x_6 + x_7 - x_8 & x_9 - x_{10} + x_{11} - x_{12} \\ x_9 + x_{10} - x_{11} - x_{12} & 0 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & x_5 + x_6 - x_7 - x_8 \\ x_5 - x_6 - x_7 + x_8 & x_9 - x_{10} - x_{11} + x_{12} & 0 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

On en déduit la relation suivante :

$$\alpha_k = \mathbf{e}_k^T \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} |h_{ij}|^2$$

à partir de laquelle on peut calculer la diversité de codage espace-temps dans le cas où $h_{ij} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$:

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_S^2 \mathbb{E}\Big\{ |\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2 \Big\}} = \frac{16 \times 9}{9 \times \frac{4}{3}} = 12 \tag{4.35}$$

On vérifie que le code DTST engendre une diversité de codage espace-temps d'ordre $N_t N_r$ égale à la diversité physique du canal par conséquent maximale.

4.2.2.3 Réception

Puisque le code DTST appartient à la famille $\mathcal{LD}^*$, l'algorithme MMSE-IC et ses différentes variantes sont directement applicables en réception. Nous ne donnons pas dans ce chapitre de courbes de performances des codes DTST, nous les proposons au chapitre 5 où des comparaisons sont effectuées avec les codes espace-temps fournis par la littérature.

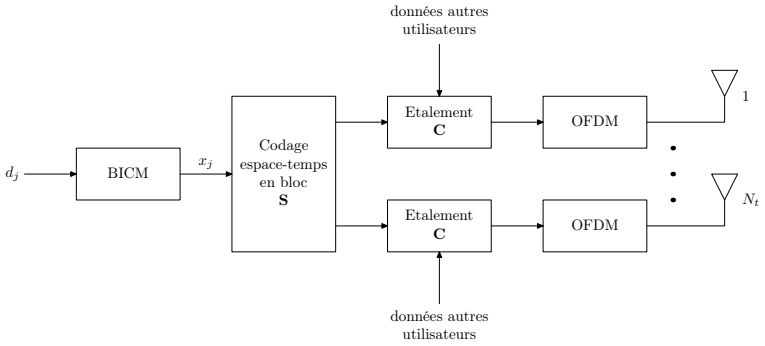
4.3 Techniques MIMO MC-CDMA

4.3.1 État de l'art

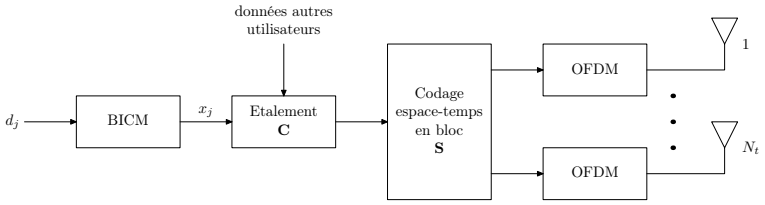
Afin de répondre aux exigences de haut débit, la modulation MC-CDMA a récemment été étudiée en association avec des techniques multi-antennes au sein de projets européens IST comme MATRICE ou 4MORE [159, 160]. Dans [161], les auteurs étudient la possibilité d'intégrer un codage espace-temps en bloc dans un système MC-CDMA afin de tirer parti de la diversité spatiale. A une efficacité spectrale donnée, il est montré dans [162] que les meilleures performances sont obtenues avec le schéma de codage en bloc orthogonal d'Alamouti [163]. Le meilleur compromis consiste à associer le schéma d'Alamouti avec un turbo-code et à utiliser en réception un détecteur MMSE mono-utilisateur de faible complexité [162]. Dans le cas où le MC-CDMA est combiné avec un schéma espace-temps non orthogonal du type multiplexage spatial, la présence de termes de CAI limite l'utilisation de récepteur linéaire. Ainsi sous l'hypothèse d'une réception MMSE mono-utilisateur, il est montré qu'à même efficacité spectrale, le code d'Alamouti est plus intéressant qu'un système à multiplexage spatial [164]. Dans [165, 166], les auteurs proposent d'utiliser un récepteur itératif inspiré du schéma Turbo-BLAST afin de traiter la CAI et ainsi de tirer parti du gain en capacité

apporté par le multiplexage spatial. Cependant le récepteur proposé souffre du fait que la MAI ne soit pas traitée et voit ses performances sensiblement dégradées lorsque l'on augmente le nombre d'utilisateurs actifs.

4.3.2 Modélisation



(a) État de l'art



(b) Proposé

FIG. 4.8 – Schémas d'émission MIMO MC-CDMA

On suppose un schéma de transmission MIMO vérifiant l'hypothèse 3.1 de matrice représentative **S**. Nous avons vu en section 1.2.2 que le MC-CDMA était une technique d'accès multiple consistant en un étalement des données des différents utilisateurs sur l'axe fréquentiel. Dans [164, 166], l'opération d'étalement est effectuée juste avant la modulation OFDM. Ainsi dans le cas MIMO, chaque flux d'utilisateur se voit appliqué un codage spatio-temporel de façon indépendante, et l'empilement des N_u données utilisateurs se fait en parallèle sur chaque flux d'antennes comme le montre la figure 4.8(a) [164, 165, 166]. Ce schéma garantit une exploitation optimale de la diversité spatiale et fréquentielle et rappelle le schéma de précodage linéaire multi-antennes présenté en section 4.2. Cependant, on remarque qu'il est nécessaire d'effectuer une opération d'étalement par antennes, ainsi qu'un codage spatio-temporel par utilisateur. Dans ce qui suit, nous allons considérer une solution alternative qui consiste à empiler les utilisateurs en amont du codage espace-temps comme représenté sur la figure 4.8(b). L'avantage de cette solution réside dans le fait qu'un seul étalement est effectué quel que soit le nombre d'antennes considéré. En revanche on montre que dans certains cas l'exploitation de la diversité n'est pas optimale. Dans ce qui suit, nous allons considérer une taille d'étalement relativement grande. Ainsi, bien que potentiellement sous optimal, le gain en diversité est néanmoins important.

Par commodité de notation, on suppose que $L_c = \lambda Q$ avec $\lambda \in \mathbb{N}$. Soit $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_u \times 1}$ le vecteur des données utilisateurs dont on note σ_x^2 la variance. Le signal équivalent

$\mathbf{z} \in \mathbb{C}^{\frac{L_c N_t}{Q} \times 1}$ en sortie de codage espace-temps s'écrit :

$$\mathbf{z} = \big(\mathbf{I}_{\frac{L_c}{Q}} \otimes \mathbf{G}_1\big)\mathbf{C}\mathbf{x} + \big(\mathbf{I}_{\frac{L_c}{Q}} \otimes \mathbf{G}_2\big)\mathbf{C}\mathbf{x}^* \tag{4.36}$$

On rappelle que $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{L_c \times N_u}$ désigne la matrice d'étalement en l'occurrence une matrice d'Hadamard. On définit à présent la matrice globale de canal :

$$\underline{\mathbf{H}} = \mathrm{diag}\left(\overbrace{\mathbf{H}_1, \ldots, \mathbf{H}_1}^{T}, \ldots, \overbrace{\mathbf{H}_{\frac{L_c}{Q}}, \ldots, \mathbf{H}_{\frac{L_c}{Q}}}^{T}\right) \in \mathbb{C}^{\frac{TL_cN_r}{Q} \times \frac{TL_cN_t}{Q}}$$

qui nous permet de donner l'expression du signal reçu $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{\frac{TL_cN_r}{Q} \times 1}$ en fonction du signal émis :

$$\mathbf{r} = \underline{\mathbf{H}}\mathbf{z} + \mathbf{n} \tag{4.37}$$

Le modèle équivalent s'obtient en posant $\check{\mathbf{r}} = (\mathbf{I}_{\frac{N_r L_c}{Q}} \otimes \mathbf{\Phi_1})\mathbf{r} + (\mathbf{I}_{\frac{N_r L_c}{Q}} \otimes \mathbf{\Phi_2})\mathbf{r}^*$, il vient :

$$\boxed{\check{\mathbf{r}} = \check{\mathbf{H}}_g \mathbf{x} + \check{\mathbf{n}}} \tag{4.38}$$

avec la matrice de canal équivalente suivante :

$$\check{\mathbf{H}}_g = (\mathbf{I}_{\frac{N_r L_c}{Q}} \otimes \mathbf{\Phi_1})\underline{\mathbf{H}}\big(\mathbf{I}_{\frac{L_c}{Q}} \otimes \mathbf{G}_1\big)\mathbf{C} + (\mathbf{I}_{\frac{N_r L_c}{Q}} \otimes \mathbf{\Phi_2})\underline{\mathbf{H}}^*\big(\mathbf{I}_{\frac{L_c}{Q}} \otimes \mathbf{G}_2^*\big)\mathbf{C}^* \tag{4.39}$$

Pour une réalisation du canal MIMO, on pose $\check{\mathbf{H}}_k \in \mathbb{C}^{TN_r \times Q}$ la matrice équivalente du canal représentant le codage espace-temps seul (selon le modèle (3.8)) :

$$\check{\mathbf{H}}_k = \mathbf{\Phi_1}\underline{\mathbf{H}}_k\mathbf{G}_1 + \mathbf{\Phi_2}\underline{\mathbf{H}}_k^*\mathbf{G}_2^*$$

Il vient :

$$\boxed{\check{\mathbf{H}}_g = \mathrm{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1, \ldots, \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}\right)\mathbf{C}} \tag{4.40}$$

Le signal reçu s'exprime alors en faisant intervenir le signal utile et les termes interférents :

$$\check{\mathbf{r}} = \check{\mathbf{H}}_g\mathbf{e}_j x_j + \underbrace{\sum_{i \neq j} \check{\mathbf{H}}_g\mathbf{e}_i x_i}_{\text{CAI+MAI}} + \check{\mathbf{n}} \tag{4.41}$$

4.3.3 Réception

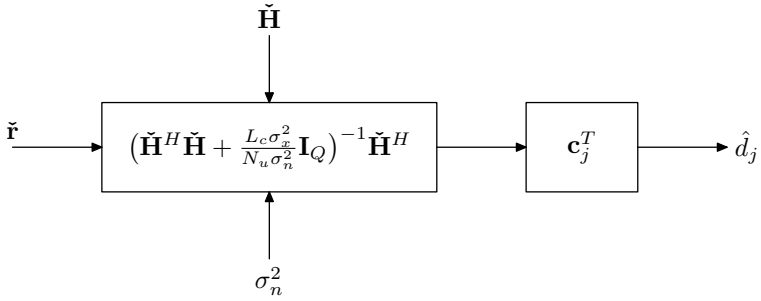
4.3.3.1 Détection MMSE mono-utilisateur

Soit $\mathbf{c}_k$ la $k$ième colonne de $\mathbf{C}$ correspondant au code du $k$ième utilisateur. La détection MMSE mono-utilisateur consiste à appliquer le vecteur $\mathbf{w}_k^H$ au signal reçu équivalent $\check{\mathbf{r}}$:

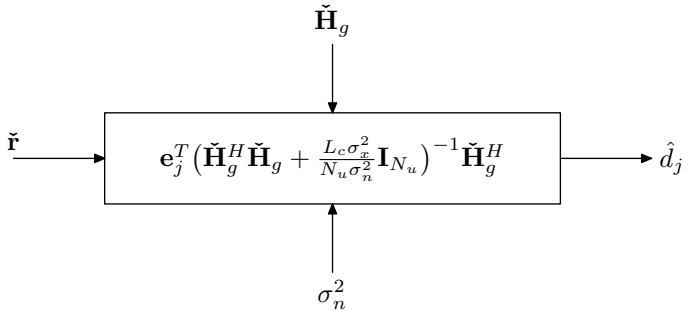
$$\mathbf{w}_j^H = \mathbf{c}_j^T\left(\mathrm{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1^H\check{\mathbf{H}}_1, \ldots, \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}^H\check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}\right) + \frac{L_c\sigma_x^2}{N_u\sigma_n^2}\mathbf{I}_{L_c}\right)^{-1}\mathrm{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1^H, \ldots, \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}^H\right) \tag{4.42}$$

Cet algorithme, que nous appellerons SU-MMSE[(2)], revient à appliquer un récepteur MIMO-MMSE conventionnel suivit d'une opération de désétalement mono-utilisateur comme le montre la figure 4.9(a). D'un point de vue de complexité, l'algorithme SU-MMSE ne nécessite que l'inversion de matrices de taille $Q \times Q$ éventuellement diagonales dans le cas où le schéma de codage espace-temps est orthogonal.

[(2)] Single User MMSE



(a) SU-MMSE



(b) MU-MMSE

FIG. 4.9 – Schémas de réception MIMO MC-CDMA linéaires

4.3.3.2 Détection MMSE multi-utilisateurs

Si on suppose la connaissance, au niveau du récepteur, de l'ensemble des codes d'étalement $\mathbf{c}_k$, l'application du critère MMSE aboutit au filtre linéaire suivant :

$$\mathbf{w}_j^H = \mathbf{e}_j^T\left(\check{\mathbf{H}}_g^H\check{\mathbf{H}}_g + \frac{L_c\sigma_x^2}{N_u\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_u}\right)^{-1}\check{\mathbf{H}}_g^H \tag{4.43}$$

Ce récepteur que nous appellerons MU-MMSE[(3)] est en fait une extension MIMO du détecteur multi-utilisateurs GMMSE introduit dans [42]. Dans notre cas, l'algorithme nécessite l'inversion d'une matrice de taille $N_u \times N_u$. Ainsi la complexité du récepteur est dans la plupart des cas plus importante que celle du SU-MMSE. A pleine charge, on montre, en utilisant la propriété d'unitarité de la matrice d'Hadamard, que les performances du SU-MMSE et du MU-MMSE sont identiques.

4.3.3.3 Détection MMSE-IC multi-utilisateurs

L'équation (4.38) fait apparaître une relation matricielle entre le vecteur reçu équivalent $\check{\mathbf{r}}$ et le vecteur multi-utilisateurs $\mathbf{x}$. Ainsi le récepteur MMSE-IC décrit en section 3.3 peut être directement appliqué en prenant comme matrice de canal équivalent la matrice $\check{\mathbf{H}}_g$ définie en (4.40). Les vecteurs $\mathbf{p}_j^H$ et $\mathbf{q}_j^H$ de l'annuleur d'interférences s'obtiennent de la façon suivante [167, 168] :

$$\mathbf{p}_j^H = \lambda_j\bar{\mathbf{p}}_j^H \tag{4.44}$$

$$\mathbf{q}_j^H = \mathbf{p}_j^H\check{\mathbf{H}}_g \tag{4.45}$$

[(3)] Multi User MMSE

avec

$$\lambda_j = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 \mathbf{e}_j^T \check{\mathbf{H}}_g^H \bar{\mathbf{p}}_j} \tag{4.46}$$

et

$$\bar{\mathbf{p}}_j^H = \sigma_x^2 \mathbf{e}_j^T \left(\check{\mathbf{H}}_g^H \check{\mathbf{H}}_g (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) + \frac{L_c \sigma_n^2}{N_u} \mathbf{I}_{N_u} \right)^{-1} \check{\mathbf{H}}_g^H \tag{4.47}$$

Afin de simplifier le calcul de $\bar{\mathbf{p}}_j^H$, nous proposons l'approximation suivante :

$$\bar{\mathbf{p}}_j^H \approx \sigma_x^2 \mathbf{c}_k^H \left(\text{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1^H \check{\mathbf{H}}_1, \ldots, \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}^H \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}} \right) (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) + \frac{L_c \sigma_n^2}{N_u} \mathbf{I}_{N_u} \right)^{-1} \text{diag}\left(\check{\mathbf{H}}_1^H, \ldots, \check{\mathbf{H}}_{\frac{L_c}{Q}}^H \right) \tag{4.48}$$

Les deux expressions (4.47) et (4.48) sont identiques pour la première itération i.e. $\sigma_{\hat{x}}^2 = 0$. Pour les itérations suivantes puisque le terme $\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2$ tend progressivement vers 0, la différence entre l'expression exacte et la forme approchée est très faible. On notera par ailleurs qu'à pleine charge, qui correspond au cas le plus défavorable en termes d'interférences, les relations (4.47) et (4.48) sont identiques. Grâce à cette nouvelle expression, le calcul du vecteur d'égalisation avant nécessite des inversions de matrices de taille $Q \times Q$, la complexité de l'étage d'égalisation est donc comparable au cas OFDM.

Le récepteur itératif nécessite tout de même l'estimation, à chaque itération, du vecteur multi-utilisateurs $\mathbf{x}$. Autrement dit, en plus de nécessiter la connaissance des codes d'étalement de tous les utilisateurs, l'algorithme MU-MMSE-IC impose le décodage des N_u flux utilisateurs afin de construire le vecteur estimé $\hat{\mathbf{x}}$. Ce surcroît de complexité est évidemment à prendre en considération surtout en voie descendante dans le cadre de communications radio-mobiles. Toutefois, avec la sophistication et la miniaturisation des puces de traitement numérique, un tel récepteur peut être envisageable à moyen terme d'autant plus que la complexité de l'algorithme n'est pas exponentiellement dépendante du nombres d'utilisateurs, du nombre d'antennes ou de l'ordre de la modulation.

4.3.4 Résultats de simulation

Nous examinons les performances des différents récepteurs proposés dans la section précédente pour une transmission MIMO MC-CDMA en considérant dans un premier temps le schéma de codage espace-temps d'Alamouti et dans un deuxième temps un schéma à multiplexage spatial. Les canaux de propagation étudiés sont de type Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T modélisant une transmission OFDM idéale sur canaux sélectifs en temps et en fréquence. Les paramètres de simulation sont récapitulés dans le tableau 4.3.

4.3.4.1 Schéma de codage d'Alamouti

La figure 4.10(a) présente les performances d'un système MC-CDMA à pleine charge associé au STBC d'Alamouti. Puisque ce schéma MIMO est orthogonal, seuls des termes de MAI vont venir perturber le signal reçu. Cependant on note que le récepteur SU-MMSE propose un bon rapport performance/complexité puisqu'il permet d'atteindre à 10^{-4} un SNR de 5 dB qui est à seulement 1.6 dB de la courbe

	Système 1	Système 2
Canal	2×1	4×4
Type de canal	Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T	
Corrélation spatiale	Aucune	
Codage de canal $\mathcal{C}$	convolutif, $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $L_{\mathcal{C}} = 512$	
Entrelacement bit Π_b	aléatoire, 10000 bits	
Modulation	QPSK, mapping de Gray	
Schéma MIMO $\mathcal{S}(N_t, T, Q)$	Alamouti (2,2,2)	SDM (4,1,4)
Étalement	FHT, $L_c = 64$	
$N_b = L_{\mathcal{C}}/mT$	128	256
Récepteur	SU-MMSE, MU-MMSE et MU MMSE-IC(1)	
Efficacité spectrale η	1 bps/Hz	4 bps/Hz

TAB. 4.3 – Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO MC-CDMA

gaussienne. L'utilisation du récepteur itératif MU-MMSE-IC(1) permet, à un SNR relativement bas, de converger vers la courbe gaussienne représentant les performances optimales à un schéma de codage et de modulation donnés. De plus la convergence est relativement rapide, puisque 5 itérations suffisent à converger vers la MFB.

Examinons à présent la diversité de codage espace-temps exploitée par le système. Par construction de la matrice $\mathbf{H}_g$, il vient :

$$\alpha_j = \mathbf{e}_j^T \check{\mathbf{H}}_g^H \check{\mathbf{H}}_g \mathbf{e}_j = \frac{1}{L_c} \sum_{p=1}^{L_c/2} \left(|h_{11,p}|^2 + |h_{21,p}|^2 \right) \tag{4.49}$$

d'où on extrait la diversité de codage espace-temps :

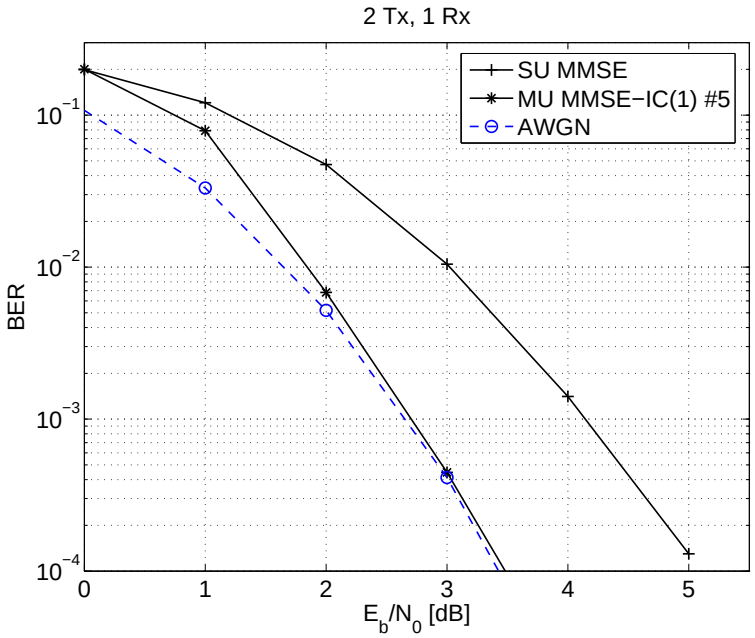
$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{\mathcal{S}}^2 \mathbb{E}\left\{ |\alpha_k - \mathbb{E}\{\alpha_k\}|^2 \right\}} = \frac{4}{1 \times \frac{2}{L_c}} = L_c \tag{4.50}$$

Le canal étant quasi-statique sur $T = 2$, la diversité physique du canal sur une fenêtre d'observation L_c vaut : $d_{\text{phy}} = N_t N_r \frac{L_c}{T} = L_c$. Ainsi le schéma de transmission est optimal au sens de la diversité.

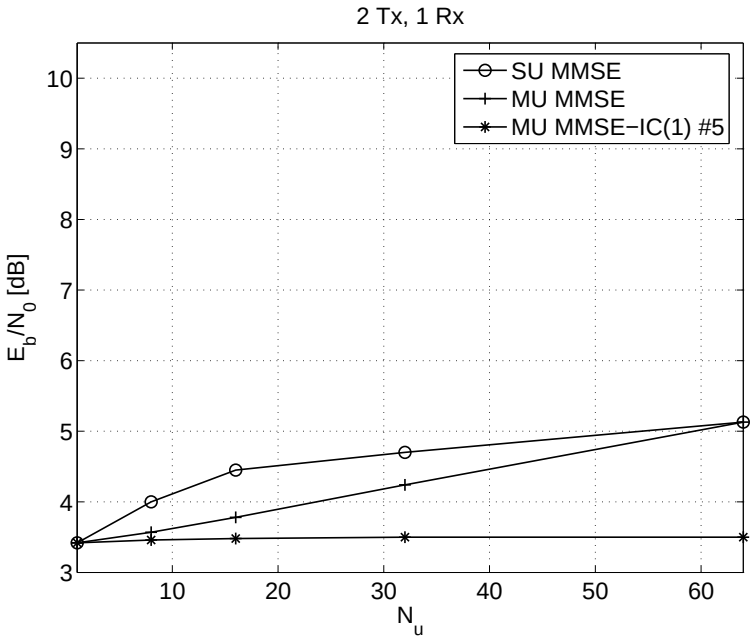
Lorsque l'on fait varier la charge des utilisateurs, la figure 4.10(b) démontre la supériorité du MU-MMSE vis-à-vis du SU-MMSE : pour $N_u/L_c = 0.25$ par exemple, un gain de 0.8 dB est constaté. Par ailleurs, puisque le récepteur MU-MMSE-IC(1) a pour but d'annuler la MAI, on vérifie bien que ses performances sont quasiment identiques suivant la charge.

4.3.4.2 Multiplexage spatial

La figure 4.11(a) présente les performances d'un système MC-CDMA à pleine charge associé à du multiplexage spatial sur un canal théorique 4×4. Contrairement au codage d'Alamouti, le multiplexage spatial fait apparaître des termes de CAI qui viennent s'ajouter à la MAI provenant de l'accès CDMA. Ces différentes sources



(a) Performances en BER, pleine charge $L_c = N_u$



(b) Performances selon la charge pour un BER de 10^{-4}

FIG. 4.10 – Performances des récepteurs SU-MMSE, MU-MMSE et MU-MMSE-IC(1) pour un schéma MC-CDMA associé au codage d'Alamouti, canal 2×1 Rayleigh i.i.d. quasi-statique, codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, QPSK, Étalement $L_c = 64$, $\eta = 1$ bps/Hz

d'interférences expliquent le fait que le récepteur SU-MMSE soit relativement peu performant vis-à-vis du récepteur MU-MMSE-IC(1), en effet plus de 6 dB les séparent pour un BER de 10^{-4}.

La diversité de codage espace-temps exploitée pour le système se calcule en évaluant le terme α_j. Pour des raisons de simplicité, nous ne calculons que le terme α_1, les diversités exploitées pour les autres valeurs de j étant identiques. On montre ainsi :

$$\alpha_1 = \mathbf{e}_1^T \check{\mathbf{H}}_g^H \check{\mathbf{H}}_g \mathbf{e}_1 = \frac{1}{L_c} \sum_{p=1}^{L_c/N_t} \sum_{j=1}^{N_r} \big(\sum_{i=1}^{N_t} h_{ij,p} \big) \big(\sum_{i=1}^{N_t} h_{ij,p} \big)^* \tag{4.51}$$

Sous l'hypothèse $h_{ij,p} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$, on extrait la diversité de codage espace-temps :

$$d_{\text{STC}} = \frac{N_t^2 N_r^2}{R_{\mathcal{S}}^2 \mathbb{E}\Big\{ |\alpha_1 - \mathbb{E}\{\alpha_1\}|^2 \Big\}} = \frac{16 \times 16}{16 \times \frac{16}{L_c}} = L_c \tag{4.52}$$

La diversité physique du canal sur la fenêtre d'observation L_c vaut :

$$d_{\text{phy}} = N_t N_r L_c = 16 L_c$$

Pour le schéma de multiplexage spatial, on montre que l'association effectuée avec le précodage linéaire est sous-optimale au sens de la diversité. Néanmoins, pour $L_p = 64$, on montre en figure 4.11(a) que cette diversité suffit pour s'approcher à quelques dixième de dB de la courbe AWGN. Autrement dit pour une valeur importante de L_c, cette sous-optimalité n'est pas un inconvénient.

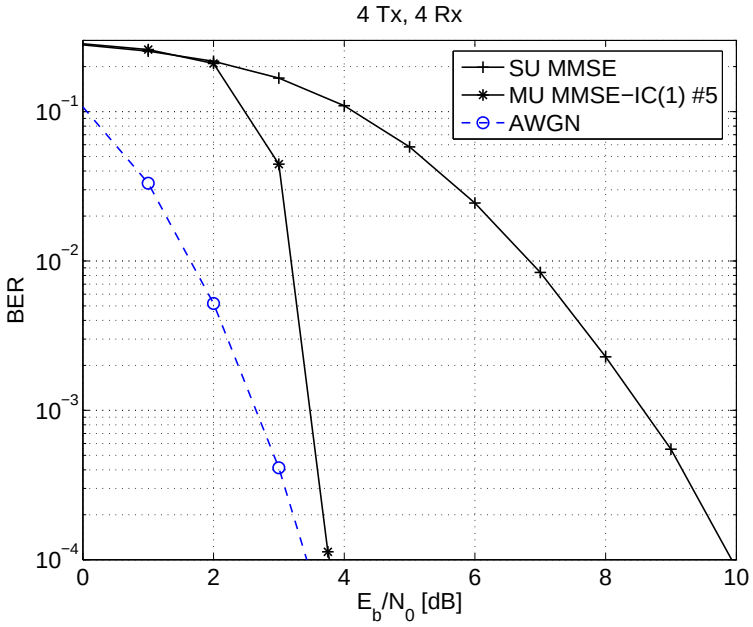
Lorsque l'on réduit la charge, on observe en figure 4.11(b) un plus grand écart entre le SU MMSE et le MU-MMSE pour des charges intermédiaires que dans la figure 4.10(b) : 1.8 dB contre 0.8 dB pour $N_u/L_c = 0.25$. Ceci s'explique encore une fois par les termes d'interférence plus nombreux dans le cas du multiplexage spatial.

4.3.4.3 Synthèse

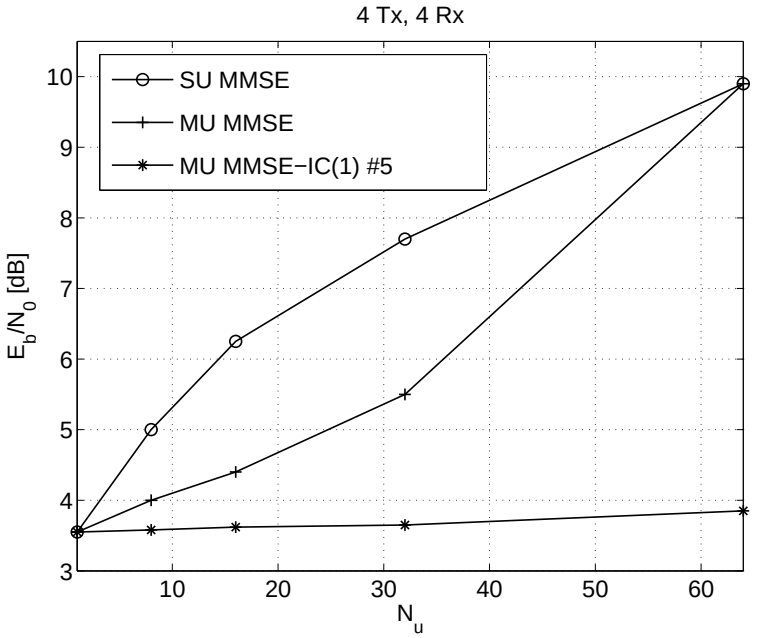
Lorsque le schéma de transmission MIMO occasionne pas ou peu de CAI, le récepteur SU-MMSE apparaît être une solution intéressante puisque relativement performante et peu complexe à mettre en oeuvre. Lorsque au contraire, le signal reçu est perturbé par des termes de CAI, ces derniers viennent s'ajouter à la MAI et rendent les récepteurs SU-MMSE et MU-MMSE relativement peu performants. Dans ces conditions, le récepteur itératif MU-MMSE-IC(1) réalise un traitement conjoint de ces deux types d'interférences et permet d'obtenir les performances optimales qui se révèlent être celles de la gaussienne codée lorsque L_c est suffisamment grand.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les possibilités de combinaison d'un schéma de transmission SISO ou MIMO avec des techniques complémentaires telles que le précodage linéaire ou le MC-CDMA. Dans tous les cas, on montre que le récepteur itératif introduit au chapitre précédent peut être généralisé pour traiter les interférences



(a) Performances en BER, pleine charge $L_c = N_u$



(b) Performances selon la charge pour un BER de 10^{-4}

FIG. 4.11 – Performances des récepteurs SU-MMSE, MU-MMSE et MU-MMSE-IC(1) pour un schéma MC-CDMA associé à du multiplexage spatial, canal 4×4 Rayleigh i.i.d., codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement $1/2$, QPSK, Étalement $L_c = 64$, $\eta = 4$ bps/Hz

apportées par ces techniques complémentaires.

Dans un premier temps nous avons considéré un schéma de transmission SISO précodé. Pour une telle configuration, le récepteur itératif MMSE-IC(1) permet d'exploiter de façon optimale la diversité apportée par le précodage linéaire pour une complexité relativement réduite.

Dans un deuxième temps, nous avons étudié l'association du précodage linéaire avec un schéma de transmission MIMO. Deux stratégies ont été analysées : la première consiste à utiliser le précodage pour exploiter la diversité fréquentielle et la combiner avec la diversité espace-temps apportée par le schéma MIMO. On montre que le récepteur MMSE-IC(1) permet d'exploiter de façon optimale ces deux sources de diversité. On note tout particulièrement que la complexité du récepteur reste comparable au cas non précodé. La deuxième stratégie consiste à utiliser le précodage linéaire pour exploiter de façon optimale la diversité d'antenne d'émission. En combinant ce dernier avec un multiplexeur espace-temps convenablement choisi nous proposons une construction de codes de type $\mathcal{LD}^*$ dénommés DTST engendrant une diversité de codage espace-temps optimale tout en garantissant un débit maximal et ce quelque soit le nombre d'antennes d'émission et de réception.

Enfin dans un dernier temps, nous avons étudié une transmission MIMO combinée au MC-CDMA et comparé plusieurs récepteurs mono et multi-utilisateurs. Lorsque le schéma de codage espace-temps est non-orthogonal et qu'on peut se permettre une certaine complexité au niveau du récepteur, l'algorithme MU-MMSE-IC permet d'obtenir un gain intéressant par rapport au récepteurs conventionnels et ce quelle que soit la charge. Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes :

- Récepteur itératif pour système LP-OFDM, applications aux canaux sélectifs en temps et en fréquence : [169]
- Récepteur itératif pour système MIMO précodé : [170]
- Systèmes MIMO MC-CDMA avec réception itérative : [167, 168]

Chapitre 5

Comparaisons de systèmes

Sommaire

5.1 Critères de construction d'un codage spatio-temporel . . 126
5.1.1 Maximisation de la capacité 126
5.1.2 Maximisation de la diversité 127
5.1.3 Synthèse 127
5.2 Configurations étudiées 127
5.3 Comparaisons sur canaux théoriques 128
5.3.1 Analyse en capacité 128
5.3.2 Analyse en performances 129
5.3.3 Comportement suivant l'efficacité spectrale 132
5.3.4 Synthèse 132
5.4 Influence de la corrélation spatiale 132
5.4.1 Modèle 134
5.4.2 Comparaison en performances 134
5.4.3 Comparaison en diversité 135
5.4.4 Synthèse 135
5.5 Analyse en contexte radio-mobile réaliste 135
5.5.1 Projet 4MORE 135
5.5.2 Performances en estimation parfaite 139
5.5.3 Influence de l'estimation de canal 141
5.5.4 Synthèse 141
5.6 Conclusion 145

Dans ce chapitre nous proposons une comparaison de plusieurs schémas de transmission MIMO pour différentes configurations d'antennes en utilisant les récepteurs itératifs introduits au chapitre 3. Après une définition des critères nécessaires à la construction de code espace-temps optimaux, nous présentons les différents schémas de transmission considérés par la suite et analysons théoriquement leur optimalité en termes d'exploitation de la diversité et de la capacité du canal MIMO. Dans une troisième partie nous comparons les différents systèmes sur canaux théoriques d'un point de vue de la capacité et des performances. Dans une quatrième partie nous nous intéressons à l'impact de la corrélation spatiale sur les différents schémas. Enfin dans une dernière partie, nous considérons une transmission radio-mobile réaliste s'inscrivant dans le projet IST 4MORE et analysons dans ce contexte le comportement du récepteur itératif sur voie descendante.

5.1 Critères de construction d'un codage spatio-temporel

Un schéma de transmission MIMO est caractérisé par deux grandeurs essentielles à savoir le gain de multiplexage et le gain de diversité qui représentent respectivement le gain en débit et l'augmentation de l'ordre de diversité comparativement au cas SISO. Sous l'hypothèse d'un décodage ML, l'optimisation conjointe de ses deux quantités a fait l'objet de nombreuses publications [96, 92, 171]. Dans [171] notamment, L. Zheng et D. N. C. Tse définissent le gain de multiplexage et de diversité pour des performances asymptotiques (quand le SNR tend vers l'infini) et montrent que ces deux grandeurs sont théoriquement liées par une relation que les auteurs dénomment compromis fondamental entre diversité et multiplexage. Par ce biais, il devient possible de caractériser le degré d'optimalité d'un code en terme de gain de diversité et de multiplexage.

Dans notre étude nous utilisons une approche différente en supposant au lieu d'une réception ML une réception itérative telle qu'introduite au chapitre 3. Afin de rendre cette réception possible, nous nous restreignons au schéma de codage de type $\mathcal{LD}^*$. De même afin de maximiser les chances de convergence on impose $Q \leq TN_r$. Au vu des considérations théoriques proposées en section 3.4, l'optimisation de la matrice de codage $\mathbf{S}$ passe par la réalisation des critères suivants :

1. maximisation de la capacité C
2. maximisation de la diversité d_{STC}
3. minimisation de T et Q
4. minimisation des termes non diagonaux de $\mathbf{S}\mathbf{S}^H$

où la matrice $\mathbf{S}$ est soumise à la contrainte de puissance suivante :

$$\operatorname{Tr}\mathbb{E}\left[\mathbf{S}\mathbf{S}^H\right] = TN_t \tag{5.1}$$

La recherche d'un code vérifiant simultanément ces différentes conditions est très complexe. Afin de simplifier l'optimisation nous choisissons de considérer seulement les conditions 1. et 2. qui se révèlent être prépondérantes pour les performances du système. En effet la condition 3. garantie une minimisation de la complexité de l'algorithme tandis que 4. optimise les performances de la première itération sans pour autant influer sur les performances asymptotiques du récepteur.

5.1.1 Maximisation de la capacité

La capacité ergodique d'un schéma $\mathcal{S} \in \mathcal{LD}^*$ peut s'exprimer en fonction de la matrice de canal équivalente $\check{\mathbf{H}}$ et des différents paramètres du code [92] :

$$C_{\mathcal{S}}(N_t, N_r, T, Q, \sigma_n^2) = \frac{1}{T}\mathbb{E}_{\mathbf{H}}\left\{ \log_2 \det\left(\mathbf{I}_{TN_r} + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2 N_t}\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H\right)\right\} \quad \text{bps/Hz} \tag{5.2}$$

Par construction la capacité de $\mathcal{S}$ est bornée par la capacité du canal MIMO :

$$C_{\mathcal{S}}(N_t, N_r, T, Q, \sigma_n^2) \leq C(N_t, N_r, \sigma_n^2)$$

La condition de maximisation de la capacité s'énonce :

$$\mathcal{S} \in \mathcal{LD}^* \text{maximise la capacité} \iff \mathcal{S} = \arg\max C_{\mathcal{S}}(N_t, N_r, T, Q, \sigma_n^2) \tag{5.3}$$

Bien que des stratégies de résolution soient disponibles dans la littérature comme par exemple dans [92], l'optimisation d'une matrice **S** suivant la capacité est loin d'être triviale. A haut SNR, il est montré dans [2, 3] que la capacité de canal MIMO augmente suivant $\min(N_t, N_r) \log_2 SNR$. Une condition pour atteindre la capacité du canal est donc de fixer, pour une réalisation de canal, $\min(N_t, N_r)$ degrés de liberté. Cette condition se traduit directement sur le rendement du code :

$$R_{\mathcal{S}} = \min(N_t, N_r) \tag{5.4}$$

En pratique, on montre qu'un code vérifiant la condition (5.4) engendre une capacité relativement proche de la capacité physique du canal [92]. De plus, le fait d'imposer seulement (5.4) permet de relâcher la contrainte sur $\mathcal{S}$ et de rendre plus simple la maximisation de la diversité.

5.1.2 Maximisation de la diversité

La diversité de codage espace-temps d_{STC} est maximale lorsqu'elle est égale à la diversité physique du canal d_{phy}. Or, pour un code $\mathcal{S}$ de paramètres (Nt, Nr, T, Q) la diversité physique est égale à $N_T N_r$. Ainsi on obtient la condition suivante :

$$\mathcal{S} \in \mathcal{LD}^* \text{ engendre une diversité optimale } \iff d_{\text{STC}}(\mathcal{S}) = N_t N_r \tag{5.5}$$

5.1.3 Synthèse

Sous l'hypothèse d'une réception itérative convergeant vers ses performances optimales, un code $\mathcal{S} \in \mathcal{LD}^*$ sera dit optimal en termes d'exploitation de la diversité et de la capacité si les deux conditions suivantes sont réalisées :

1. $R_{\mathcal{S}} = \min(N_t, N_r)$
2. $d_{\text{STC}}(\mathcal{S}) = N_t N_r$

On note qu'un code optimal sous l'hypothèse d'une réception ML vérifie bien les critères ci-dessus. On peut citer comme exemple le code d'Alamouti sur un canal 2×1. A l'inverse, un code optimal au sens d'une réception itérative ne l'est pas forcément au sens d'une réception ML.

5.2 Configurations étudiées

Nous allons nous intéresser à 4 architectures multi-antennes : 2×2, 4×2, 2×4 et 4×4. Pour chaque configuration d'antennes, le tableau 5.1 récapitule les différents schémas d'émission proposés dont on trouvera en annexe A les matrices de codage **S** correspondantes. Le tableau 5.1 fournit également le rendement $R_{\mathcal{S}}$ et la diversité de codage espace-temps d_{STC}. Au vu des critères de construction énoncés précédemment, nous mettons en gras les valeurs de $R_{\mathcal{S}}$ et d_{STC} lorsque celles ci sont optimales. Pour chaque schéma nous spécifions si le code espace-temps associé est orthogonal. On note que pour les configurations d'antennes étudiées il n'existe pas de schéma de codage orthogonal exploitant de façon optimale la capacité et la diversité du canal.

Pour chaque système, la technique de réception utilisée va dépendre du code $\mathcal{S}$ considéré. Lorsque celui ci est orthogonal, on utilise un égaliseur MRC suivit d'un décodeur de canal. On sait en effet d'après la section 2.4 qu'un tel schéma de réception

permet d'atteindre les performances optimales du système considéré. Lorsqu'en revanche, le code $\mathcal{S}$ est non-orthogonal, l'égalisation linéaire de type MRC ou MMSE est sous-optimale. Les codes espace-temps étudiés appartenant bien à la famille $\mathcal{LD}^*$, on se propose d'utiliser le récepteur MMSE-IC(1) introduit en section 3.3. Au vu de l'analyse faite en section 3.5, nous choisissons d'effectuer, pour chaque système, 5 itérations au récepteur (sachant que les performances asymptotiques sont parfois atteintes avec un nombre d'itérations inférieur).

Nom	$R_{\mathcal{C}}$	Mod.	Canal $N_t \times N_r$	$T, Q, R_{\mathcal{S}}$	Orth.	d_{STC}	η (bps/Hz)
SISO	$\frac{1}{2}$	16-QAM	1×1	$1, 1, 1$	✓	1	2
		256-QAM		$1, 1, 1$	✓	1	4
Alamouti AS	$\frac{1}{2}$	16-QAM	4×2	$4, 4, 1$	✓	4	2
DA		QPSK		$2, 4, \mathbf{2}$		4	
Jafarkhani		16-QAM		$4, 4, 1$		**8**	
DTST		QPSK		$4, 8, \mathbf{2}$		**8**	
Alamouti	$\frac{1}{2}$	16-QAM	2×4	$2, 2, 1$	✓	**8**	2
SDM		QPSK		$1, 2, \mathbf{2}$		4	
DTST		QPSK		$1, 2, \mathbf{2}$		**8**	
SDM	$\frac{1}{2}$	QPSK	4×4	$1, 4, \mathbf{4}$		4	4
DTST		QPSK		$4, 16, \mathbf{4}$		**16**	
Alamouti AS		256-QAM		$1, 1, 1$		8	

TAB. 5.1 – Schémas étudiés

5.3 Comparaisons sur canaux théoriques

Nous considérons dans cette section des canaux de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats, quasi-statiques sur T et décorrélés spatialement. Après une analyse de la capacité ergodique de chaque système, nous proposons les courbes de performances correspondantes. Les courbes de capacité sont tracées en fonction de σ_s^2/σ_n^2 qui correspond au rapport signal à bruit, faisant apparaître par conséquent le gain d'antennes de réception. En revanche les courbes de BER restent exprimées en fonction de E_b/N_0, correspondant au rapport signal à bruit par bit utile normalisé.

5.3.1 Analyse en capacité

Pour chaque architecture nous calculons la capacité ergodique en utilisant la relation (5.2). Les figures 5.1(a), 5.1(b), 5.1(c) et 5.1(d) présentent les courbes de capacité pour les différentes architectures. Le tableau 5.2 propose une comparaison de la capacité exploitée par chaque schéma de transmission en terme de pourcentage de la capacité physique de chaque canal pour un SNR de 6 dB.

Canal 2×2 Dans le cas du multiplexage spatial, on montre facilement que $\check{\mathbf{H}} = \mathbf{H}$ et que par conséquent la capacité associée à ce schéma est exactement égale à la capacité du canal 2×2. On vérifie ainsi que le multiplexage spatial exploite de façon optimale la capacité du canal MIMO. Un résultat intéressant est que le code DTST engendre

une capacité identique au SDM donc optimale sur le canal considéré. Pour un SNR de 6 dB, on vérifie par ailleurs que le canal MIMO associé à un schéma SDM ou DTST permet de doubler la capacité vis-à-vis d'une transmission SISO [3]. En revanche on note que le code d'Alamouti est sous-optimal d'un point de vue capacité, ceci est dû à son rendement $R_{\mathcal{S}}$ qui est inférieur à $\min(N_r, N_t)$ [92].

Canal 4×2 Pour une telle configuration d'antennes, on a vu en section 3.5 que le multiplexage spatial, même associé à un récepteur itératif, ne donnait pas de résultats satisfaisants puisque le rang de la matrice équivalente était bien inférieure à Q. Ainsi on ne peut disposer d'un schéma de transmission exploitant de façon optimale la capacité du canal. Néanmoins, on note que le code Double Alamouti (DA) ou également dans une moindre mesure le code DTST engendrent une capacité relativement proche de celle du canal 4×2 : à 6 dB, on obtient respectivement 97 % et 93 % de la capacité maximum. En revanche les codes d'Alamouti AS[(1)] et de Jafakhani, du fait de leur rendement unitaire, exploitent une capacité bien inféfieure à celle du canal physique.

Canal 2×4 Pour un tel canal, on vérifie bien que le SDM est optimal d'un point de vue capacité. Néanmoins, tout comme en 2×2, le code DTST exploite également de façon parfaite la capacité du canal. Le code d'Alamouti quant à lui engendre encore une fois une capacité bien inférieure à celle du canal.

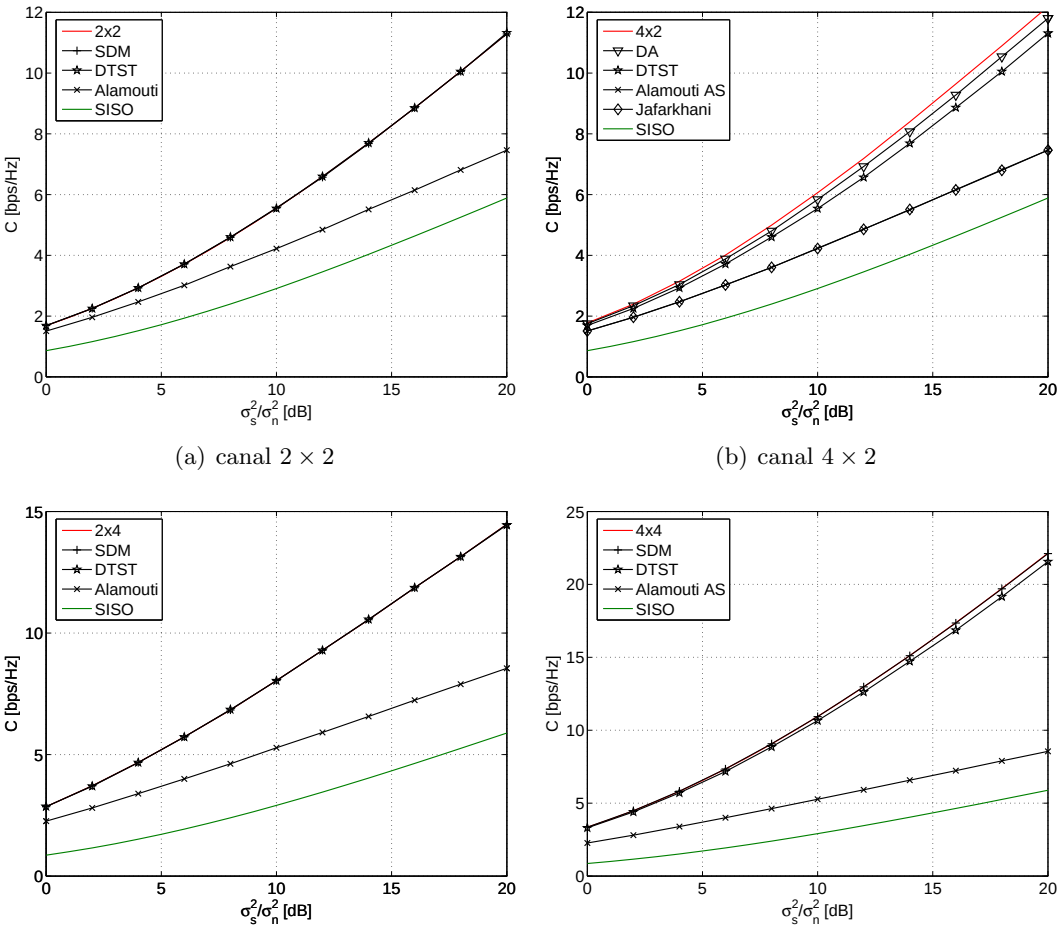
Canal 4×4 Le schéma SDM reste encore une fois optimal. On note que par rapport au SISO la capacité a été multipliée par 4. Le code DTST est légèrement sous optimal mais exploite néanmoins 97 % de la capacité du canal. En revanche, le code d'Alamouti AS n'exploite plus que 53 % de la capacité. En effet le rendement $R_{\mathcal{S}}$ est cette fois 4 fois moindre que ceux des schémas SDM et DTST.

5.3.2 Analyse en performances

Nous nous intéressons à présent aux performances en BER des différents schémas MIMO. Les paramètres systèmes choisis sont récapitulés dans le tableau 5.3. On rappelle que lorsque le code $\mathcal{S}$ considéré est non orthogonal, nous utilisons le récepteur itératif MMSE-IC(1) avec 5 itérations et dans le cas contraire nous utilisons le récepteur MRC classique suivi d'un décodeur de canal. Pour chaque configuration d'antennes, nous présentons la courbe de performance de l'AWGN découplé correspondant au cas hypothétique où les informations sont transmises sur $\min(N_t, N_r)$ canaux AWGN en parallèle. Il s'agit d'une borne inférieure en performances pour chacun de nos systèmes.

Canal 2×2 On voit en figure 5.2(a), que le code DTST associé au récepteur itératif MMSE-IC(1) donne les meilleures performances et permet d'approcher la courbe de l'AWGN découplé à 0.4 dB pour un BER de 10^{-4}. En effet ce code espace-temps exploite une diversité d'ordre 4 qui constitue la diversité optimale du canal sur un bloc de longueur T donné contrairement au schéma SDM qui n'exploite que la diversité d'antennes de réception. A l'inverse le code d'Alamouti qui exploite bien une diversité d'ordre 4, a un rendement deux fois moindre que les schémas DTST et SDM, ce qui nécessite l'utilisation d'une 16-QAM pour assurer un même débit et engendre par cette occasion une perte en performance.

[(1)] Antenna Switched



(a) canal 2×2 (b) canal 4×2

(c) canal 2×4 (d) canal 4×4

FIG. 5.1 – Capacités ergodique des différents schémas de transmission sur canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T

Canal	$\mathcal{S}$	% capacité de $\mathbf{H}$
2×2	SDM	100
	DTST	100
	Alamouti	81
	SISO	50
4×2	DA	97
	DTST	93
	Alamouti AS	75
	Jafarkhani	75
	SISO	53
2×4	SDM	100
	DTST	100
	Alamouti	70
	SISO	34
4×4	SDM	100
	DTST	97
	Alamouti AS	54
	SISO	25

TAB. 5.2 – Pourcentage de la capacité du canal atteint par les différents schémas de transmission étudiés pour $\sigma_s^2/\sigma_n^2 = 6$ dB

Codage de canal $\mathcal{C}$	convolutif. $(133, 171)_o$, $R_\mathcal{C} = 1/2$, $L_\mathcal{C} = 512$
Entrelacement bit Π_b	aléatoire, 10000 bits
Modulation	QPSK, 16-QAM et 256-QAM, mapping de Gray
Récepteur	MRC ou MMSE-IC(1) (5 itérations)

TAB. 5.3 – Paramètres de simulation

Canal 4×2 Pour cette configuration d'antennes, la figure 5.2(b) nous enseigne que le code DTST, toujours associé au récepteur itératif MMSE-IC(1), apporte encore une fois les meilleures performances. La diversité exploitée est désormais d'ordre 8, et à 10^{-4} l'écart avec l'AWGN découplé n'est plus que de 0.2 dB. A bas SNR cependant, la présence de nombreux termes interférents occasionne une dégradation en performances. Le code Double Alamouti (DA) quant à lui exploite une diversité d'ordre 4, cependant puisque construit à partir du code orthogonal d'Alamouti, on montre que les termes interférents engendrés par le code DA sont moins importants que dans le cas du code DTST. Ceci explique le fait qu'à bas SNR le code DA surpasse le code DTST. Les codes d'Alamouti AS et Jafarkhani sont quant à eux pénalisés par leur association avec la modulation 16-QAM. Le code de Jafarkhani exploite une diversité d'ordre 8 contre 4 pour le code d'Alamouti AS ce qui explique l'écart en performances entre les 2 systèmes.

Canal 2×4 La figure 5.2(c) présente les performances des différentes systèmes sur le canal en question. Le code DTST engendre encore une fois les meilleures performances en exploitant une diversité d'ordre 8 cependant le schéma SDM, avec une diversité de codage espace-temps d'ordre 4, n'est plus qu'à quelques dixièmes de dB.

En effet, comme on l'a vu en figure 1.17 au chapitre 1, le gain en diversité a une croissance logarithmique. Ainsi, en présence de codage de canal, les gains apportés par une diversité de codage espace-temps d'ordre 8 et une diversité d'ordre 4 sont très proches.

Canal 4×4 La figure 5.2(d) montre encore une fois l'intérêt du code DTST associé avec le récepteur MMSE-IC(1). Si à 10^{-4}, les performances du schéma SDM sont très proches du code DTST, les pentes des 2 courbes ne sont pas les mêmes : la diversité de codage espace-temps est d'ordre 16 pour le schéma DTST et seulement 4 pour le SDM. Le code d'Alamouti AS est quant à lui beaucoup moins performant du fait de son faible rendement (4 fois moins grand que le DTST)

5.3.3 Comportement suivant l'efficacité spectrale

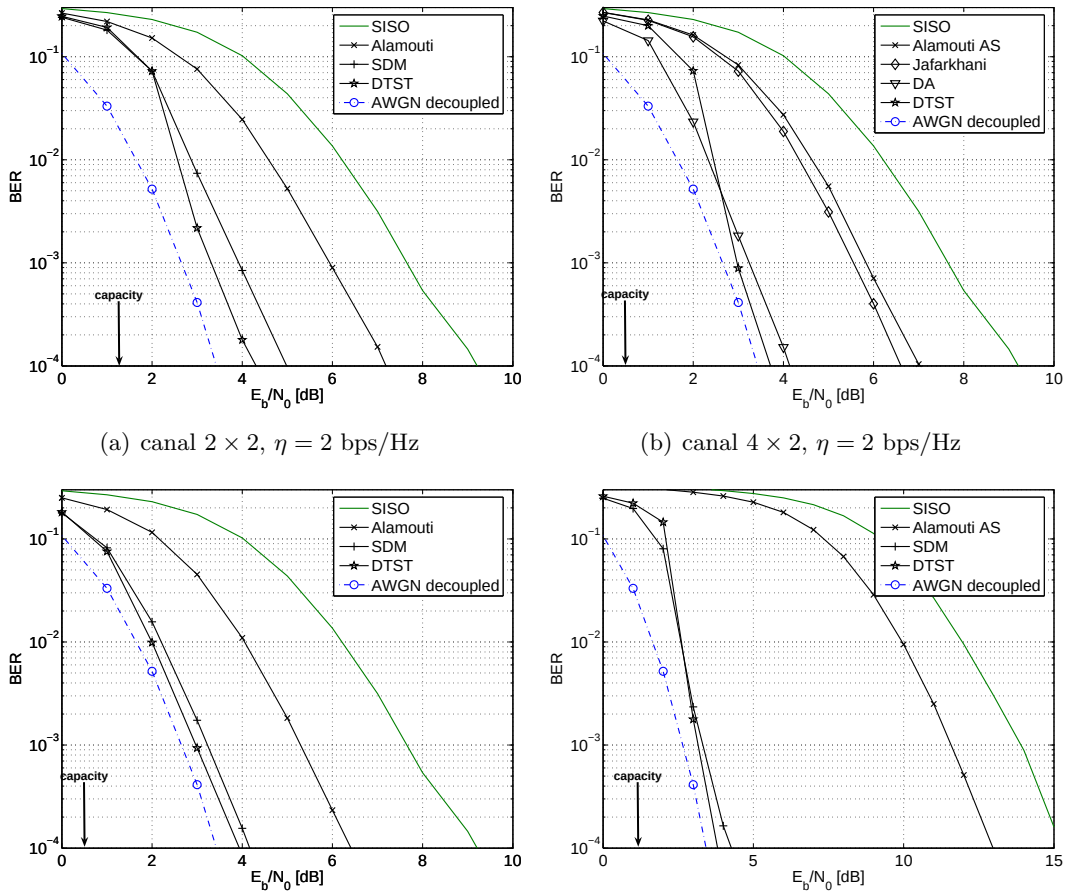
La figure 5.3 présente les capacités à un BER de 10^{-4} des différents schémas MIMO considérés sur le canal 4×2. Conformément à l'observation des figures 5.1(b) et 5.2(b), on vérifie bien que le schéma DTST associé à une réception itérative de type MMSE-IC(1) constitue la meilleure solution en termes de performances. Lorsque l'on augmente l'efficacité spectrale, on note que l'écart en performances entre les courbes itératives (DTST et DA) et la courbe d'Alamouti avec réception linéaire augmente sensiblement, on a ainsi de plus de 7 dB à $\eta = 4$bps/Hz.

5.3.4 Synthèse

Pour toutes les configurations d'antennes et efficacités spectrales étudiées, la réception itérative apparaît être une solution très efficace. Plus précisément, les meilleures performances sont obtenues en associant le récepteur itératif avec un code espace-temps optimisé pour exploiter efficacement la diversité et la capacité du canal multi-antennes. En l'occurrence on a bien vérifié que les codes DTST, optimaux par construction, donnent à chaque fois les meilleurs résultats. La solution itérative est d'autant plus justifiée que le nombre d'antennes est important. En effet si on prend le cas d'un schéma non-orthogonal, les nombreux termes de CAI rendent une réception MMSE linéaire relativement sensible au bruit, et donc beaucoup moins performante qu'une réception itérative. A l'inverse si l'on choisit un code orthogonal afin de rendre la réception linéaire de type MRC optimale, on est contraint de sacrifier à coup sûr l'exploitation de la capacité et parfois également l'exploitation de la diversité. Cette sous-optimalité rend un tel système beaucoup moins intéressant qu'un code non-orthogonal (convenablement choisi) associé à un récepteur itératif.

5.4 Influence de la corrélation spatiale

Nous examinons à présent l'influence de la corrélation entre les antennes d'émission et de réception sur les performances de nos systèmes. Après avoir défini le modèle de corrélation, nous donnons des courbes de performances sur deux architectures MIMO constituées de canaux Rayleigh i.i.d. quasi-statiques sur T.



(a) canal 2×2, $\eta = 2$ bps/Hz

(b) canal 4×2, $\eta = 2$ bps/Hz

(c) canal 2×4, $\eta = 2$ bps/Hz

(d) canal 4×4, $\eta = 4$ bps/Hz

FIG. 5.2 – Performances des différents schémas de transmission sur canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T

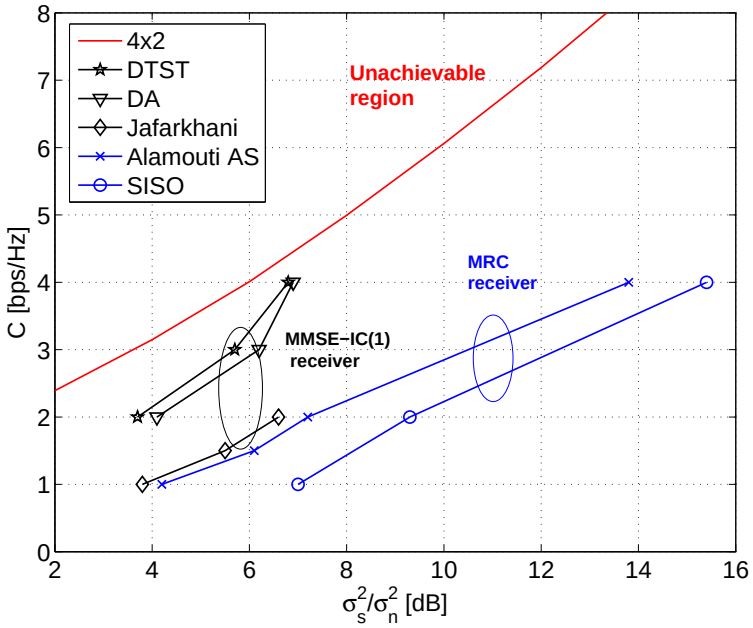


FIG. 5.3 – Performances des différents schéma sur le canal 4×2 pour un BER de 10^{-4} et différentes efficacités spectrales

5.4.1 Modèle

Nous utilisons le modèle de canal défini en relation (2.11) faisant intervenir des matrices de corrélation à l'émission et à la réception. Pour faciliter l'étude nous considérons que ces matrices de corrélations sont identiques à l'émission et à la réception. Nous choisissons des matrices de corrélations de la forme suivante [141] :

$$\mathbf{R}_{TX} = \mathbf{R}_{RX} = \begin{bmatrix} 1 & \delta & \delta & \delta \\ \delta & 1 & \delta & \delta \\ \delta & \delta & 1 & \delta \\ \delta & \delta & \delta & 1 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

où δ est un réel compris dans l'intervalle $[0, 1]$. Notons que ce modèle suppose que la corrélation spatiale est identique pour toutes les antennes. Cependant, en pratique dans un réseau d'antennes on peut s'attendre à ce que la corrélation soit plus forte entre 2 antennes proches qu'entre 2 antennes plus distantes. Il s'agit donc d'un modèle assez défavorable par rapport à la réalité [141].

5.4.2 Comparaison en performances

La figure 5.4(a) décrit les performances d'un système SDM associé au récepteur MMSE-IC(1) sur un canal 4×4 corrélé avec $\delta = 0.3$. Si après la $1^{\text{ère}}$ itération, la corrélation spatiale entraîne une dégradation de 1 dB à 10^{-4}, celle-ci n'est plus que de 0.2 dB après 5 itérations. En effet en présence de corrélation spatiale, la rang de la matrice $\check{\mathbf{H}}$ est diminué et l'inversion matricielle requise à la première itération entraîne une dégradation des performances. En revanche pour les itérations suivantes puisque la quantité $\sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2$ tend vers 0, l'inversion de $\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H$ n'est plus prépondérante, et la

dégradation occasionnée par la 1ère itération a tendance à être rattrapée. Les figures 5.4(b) et 5.4(c) présentent les performances des différents schémas 2×2 et 4×4 à un BER de 10^{-4} suivant la corrélation. On note que les codes DTST et SDM avec réception itérative résistent mieux à la corrélation dans le cas 2×2 que dans le cas 4×4. Pour les schémas d'Alamouti et Alamouti AS, l'orthogonalité de la matrice $\mathbf{S}$ autorise en réception un algorithme MRC qui ne nécessite pas d'inversion matricielle. On vérifie ainsi sur les figures 5.4(b) et 5.4(c) que la corrélation spatiale a peu d'effets sur les performances de ces schémas.

5.4.3 Comparaison en diversité

La corrélation spatiale a également pour effet de modifier les statistiques du canal de propagation, ainsi la quantité $\mathrm{var}\{\alpha_k\}$ voit sa valeur augmentée au fur et à mesure que δ augmente. Ceci se traduit par une diminution de la diversité de codage espace-temps exploitée par les différents récepteurs. Ceci est mis en évidence sur les figures 5.5(a) et 5.5(b) où la valeur d_{STC} de chaque schéma de transmission est calculée pour différentes valeurs de δ. Cette diminution de la diversité exploitée occasionne une réduction de la pente de la courbe asymptotique du récepteur (ou directement de le courbe de performances dans le cas où le schéma considéré est orthogonal).

5.4.4 Synthèse

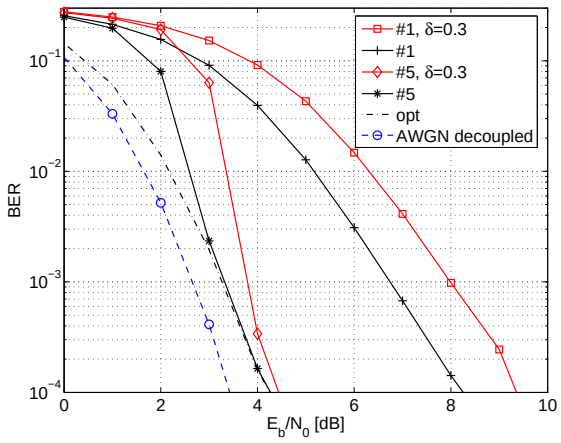
Dans un schéma de transmission MIMO, la corrélation spatiale influe à deux niveaux : d'une part elle dégrade les performances de la réception MMSE (lorsque celle ci est utilisée) et d'autre part elle abaisse la diversité de codage espace-temps exploitée par le système. Cependant on montre que pour des valeurs de δ inférieures à 0.5, le récepteur itératif MMSE-IC(1) compense efficacement la corrélation. Or dans la pratique une valeur de 0.3 est en général un maximum comme en témoignent les spécifications du 3GPP [172].

5.5 Analyse en contexte radio-mobile réaliste

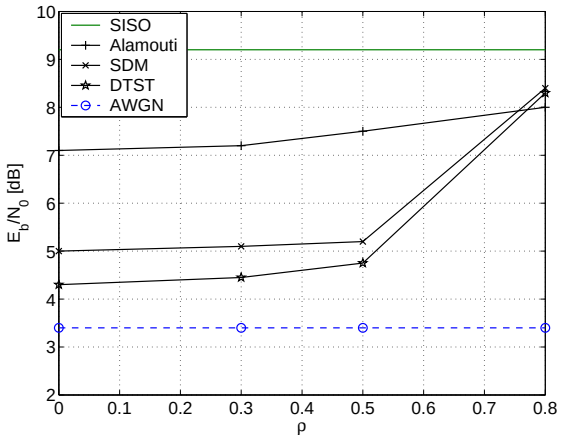
5.5.1 Projet 4MORE

Le projet européen IST-4MORE (4G MC-CDMA multiple antenna system On chip Radio Enhancements) s'inscrit dans le cadre de la recherche sur les systèmes radio-mobiles post-UMST, dénommés B3G. En se basant sur des études de solutions innovantes effectuées au sein du projet IST-MATRICE, 4MORE a pour objectif de démontrer dans un contexte multi-antennes la faisabilité d'un modem intégré MC-CDMA et d'en évaluer ses performances [160, 159]. Dans ce but, un démonstrateur complet mettant en oeuvre une station de base et deux terminaux mobiles est en cours de développement. Comparativement à la plate-forme hardware du projet MATRICE, le projet 4MORE a pour ambition d'intégrer une composante MIMO ainsi qu'une optimisation entre les couches 1 et 2.

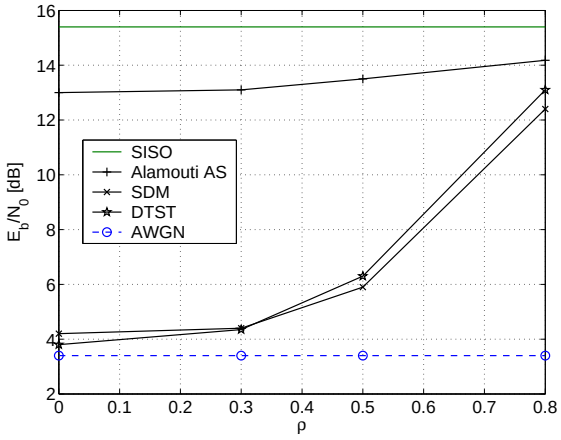
La configuration d'antennes choisie pour le démonstrateur est de quatre antennes pour la station de base et de deux pour le terminal mobile tandis que les technologies



(a) SDM sur canal 4×4, récepteur MMSE-IC(1), $\eta =$ 2 bps/Hz

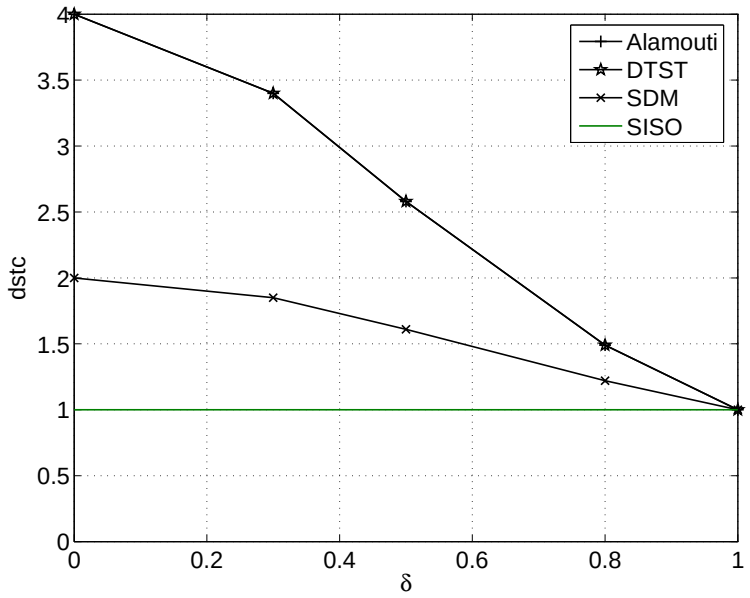


(b) canal 2×2, $\eta = 2$ bps/Hz

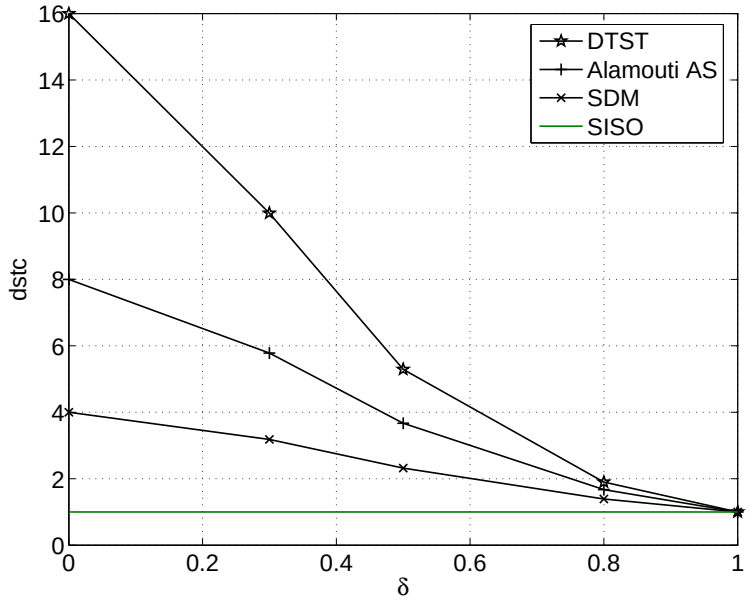


(c) canal 4×4, $\eta = 4$ bps/Hz

FIG. 5.4 – Influence de la corrélation spatiale sur différents systèmes de transmission MIMO, canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T, QPSK, codage convolutif $(133, 171)_o$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$



(a) canal 2×2



(b) canal 4×4

FIG. 5.5 – Diversité de codage espace-temps suivant la corrélation

d'accès radio retenues sont le MC-CDMA pour la voie descendante et le SS-MC-MA[(2)] pour la voie montante. Dans notre étude nous avons considéré la liaison descendante, dont les paramètres systèmes sont donnés en tableau 5.4.

Fréquence porteuse	f_0	5 GHz
Fréquence d'échantillonnage du canal	f_{cs}	50 MHz
Taille de la FFT	N_{FFT}	1024
Durée d'un slot	T_{slot}	0.667 ms
Fréquence d'échantillonnage du signal	$f_s = 1/T_s$	61.44 MHz
Encombrement spectral du signal	B	41.7 MHz
Intervalle de garde	T_Δ	4.16 μ s
Intervalle de garde en échantillons	Δ	256
Nombre de porteuses modulées	N_c	695
Nombre de porteuses pour les données	N_{dc}	672
Nombre de porteuses pour les pilotes	N_{pc}	22

TAB. 5.4 – Paramètres systèmes du projet 4MORE pour la liaison descendante

Nous supposons par ailleurs que les antennes, à l'émission et à la réception, sont suffisamment espacées, signifiant que les sous-canaux sont parfaitement décorrélés spatialement. Pour la liaison descendante, la mise en trame choisie par les différents contributeurs est décrite en figure 5.7 où N désigne un symbole nul, S un symbole de synchronisation, P un symbole pilote, G un symbole de garde et D un symbole de donnée. Nous représentons en figure 5.6, le canal BRAN[(3)] E à 16.6 m/s pris sur la longueur d'une trame 4 MORE [173]. Dans notre application nous avons choisi les paramètres systèmes récapitulés dans le tableau 5.5.

	Système 1	Système 2
Schéma MIMO $\mathcal{S}(N_t, T, Q)$	DA $(4, 2, 4)$	Alamouti AS $(4, 4, 4)$
Canal	4×2	
Type de canal	Bran E, $v = 16$ m/s	
Corrélation spatiale	Aucune	
Codage de canal $\mathcal{C}$	convolutif, $(133, 171)_o$, $R_\mathcal{C} = 1/2$, $L_\mathcal{C} = 512$	
Entrelacement bit Π_b	512	1024
Modulation	QPSK	16-QAM
Étalement	FHT, $L_c = 64$	
Récepteur	MMSE-IC(1) ou SU-MMSE	SU-MMSE
Efficacité spectrale brute	$\eta_{brut} = 2$ bps/Hz	

TAB. 5.5 – Paramètres de simulation

Pour la configuration d'antennes considérée nous allons comparer 2 schémas d'émission différents : le code DA et le code d'Alamouti AS. Le schéma d'émission DA a

(2) Spread Spectrum Multi Carrier Multiple Access
(3) Broadband Radio Access Network

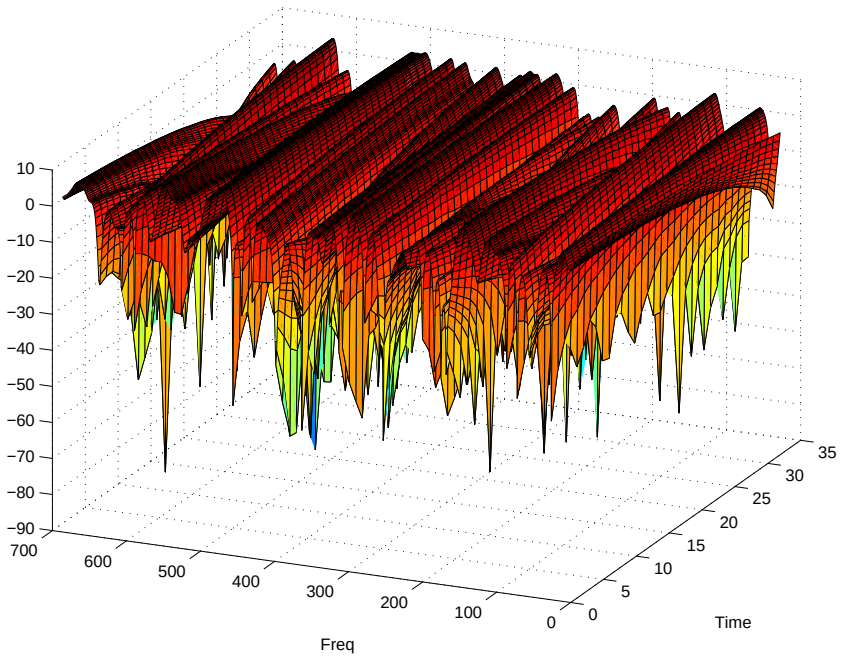


FIG. 5.6 – Visualisation du canal Bran E à 16 m/s sur une trame 4 MORE DL

pour avantage d'avoir un rendement R_s de 2, optimal puisque égal à $\min(N_t, N_r)$. En revanche la non-orthogonalité du code ajouté au termes de MAI inhérents à la modulation MC-CDMA sur canaux à évanouissement vont avoir pour effet de dégrader les performances. Pour cette raison, nous proposons d'utiliser le récepteur MU-MMSE-IC(1) décrit en section 4.3 que nous comparerons avec le récepteur conventionnel SU-MMSE. Le schéma d'Alamouti AS a quant à lui l'intérêt d'être orthogonal, à l'inverse le rendement unitaire de code est sous-optimal vis-à-vis de la configuration d'antennes utilisée. Du fait de l'orthogonalité du code, nous proposons d'utiliser le récepteur SU-MMSE proposant un bon rapport performances/complexité.

5.5.2 Performances en estimation parfaite

La figure 5.8(a) présente les performances sur la canal Bran E du code DA associé avec le récepteur itératif MU-MMSE-IC(1) ainsi que du code Alamouti AS avec réception SU-MMSE. A même efficacité spectrale, on note que le code DA apporte un gain d'environ 3.5 dB à 10^{-4} par rapport au code d'Alamouti AS dû essentiellement à la différence de modulation utilisée (QPSK contre 16-QAM). On remarque que la dégradation par rapport au canal de Rayleigh est un peu plus importante pour le code DA que pour le code d'Alamouti. En effet pour respecter la mise en trame, la profondeur de l'entrelacement bit est moins importante avec une QPSK qu'avec une 16-QAM. Or l'entrelacement binaire est une fonction cruciale pour le récepteur itératif. Enfin, il serait possible d'utiliser un récepteur MU-MMSE-IC pour le code d'Alamouti AS pour supprimer les termes de MAI résiduels. Cependant, les performances de ce récepteur ne serait pas meilleures que la courbe AWGN 16-QAM, elle même inférieure

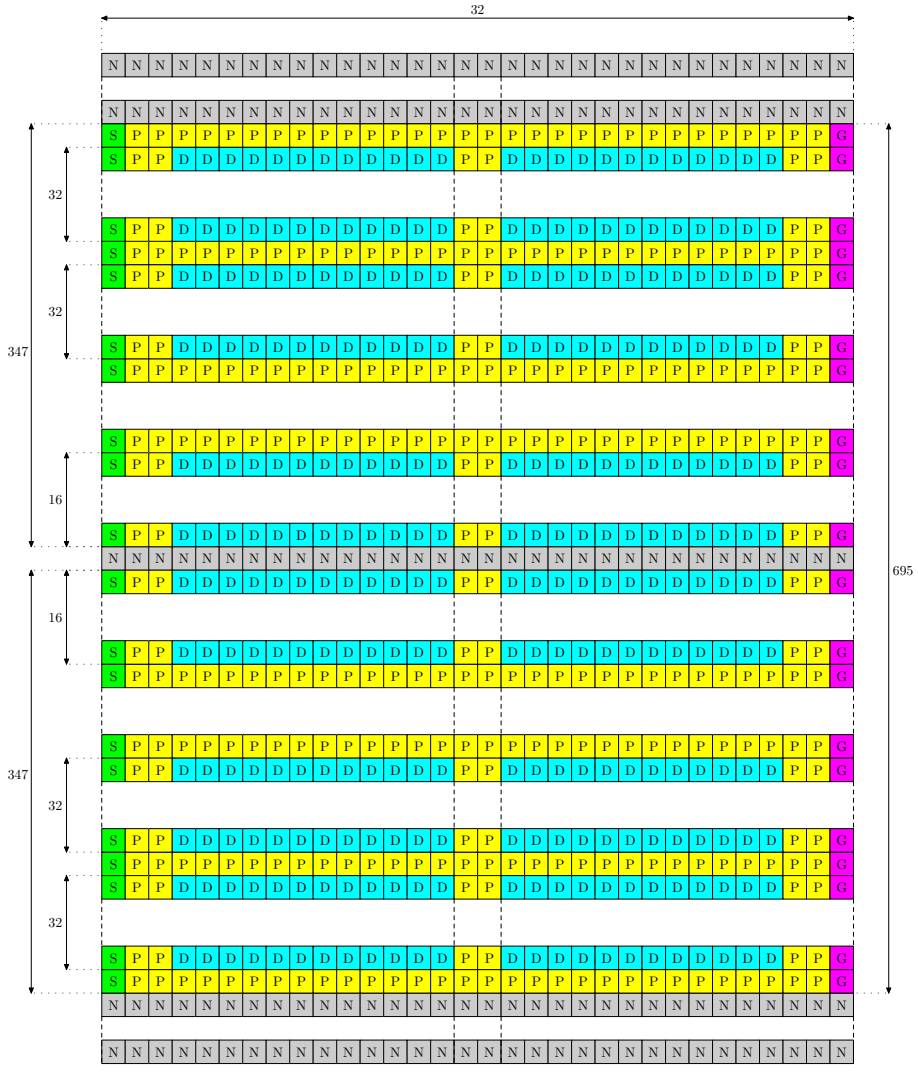


FIG. 5.7 – Trame 4 MORE pour la voie descendante

en performances à la courbe DA.

Nous traçons en figure 5.8(b) les performances des 2 mêmes schémas de transmission mais en utilisant un récepteur SU-MMSE pour le code DA. Du fait des nombreux termes de CAI et de MAI, on note que la courbe DA n'est que légèrement supérieure à la courbe D'Alamouti avec un récepteur identique.

5.5.3 Influence de l'estimation de canal

Nous nous intéressons à présent aux performances des systèmes étudiés précédemment en considérant une estimation de canal imparfaite. Nous choisissons un estimateur de canal basique réalisant une interpolation linéaire uniquement sur l'axe temporel. Pour ce faire nous utilisons simplement les pilotes répartis. Afin de discriminer les pilotes émis sur les différentes antennes d'émission, nous utilisons un *pattern* de pilotes différent sur chaque antenne d'émission comme le montre la figure 5.9. Nous supposerons pour cela que le canal est constant sur ce *pattern*. Pour chaque porteuse utile, l'estimateur de canal extrait de la trame reçue une séquence de L_D données utiles où $L_d = 12$ comme le montre la figure 5.10. La première étape consiste à évaluer les coefficients de canal H_{ij}^{inf} et H_{ij}^{sup} à partir des échantillons reçus sur l'antenne j et du pattern de pilote correspondant à l'antenne i. La deuxième étape consiste à effecteur une interpolation linéaire sur l'axe temporelle en utilisant l'algorithme suivant :

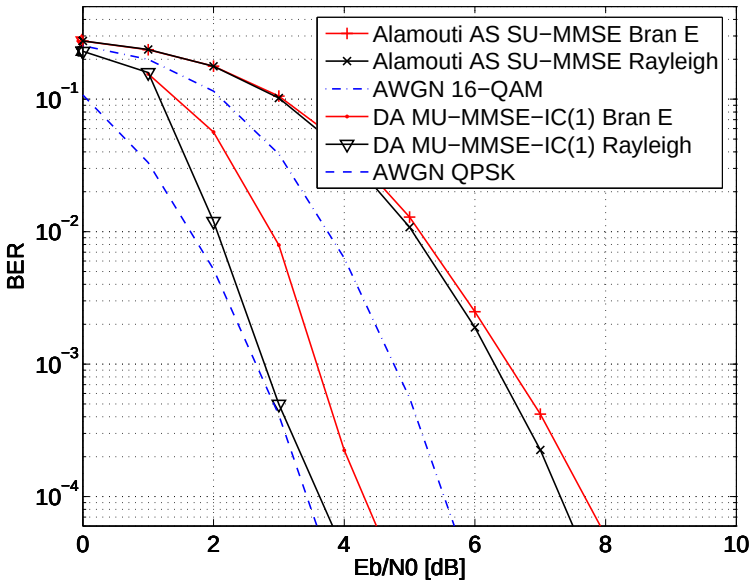
$$\hat{h}_{ij}(n) = \frac{(L_D - n + 1)\hat{H}_{ij}^{\text{inf}} + n\hat{H}_{ij}^{\text{sup}}}{L_D + 1} \tag{5.7}$$

Ce processus est effectué 2 fois pour chaque porteuse utile afin d'estimer les coefficients de canaux correspondant aux 24 données utiles de chaque porteuse considérée.

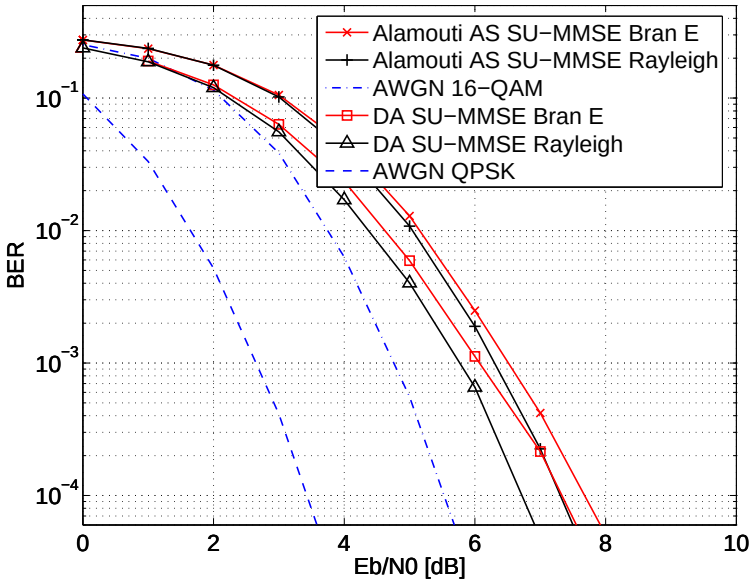
Les figures 5.11(a) et 5.11(b) proposent les performances des systèmes DA et Alamouti AS avec estimation de canal. On note que la dégradation due à l'estimation imparfaite est sensiblement identique quels que soient le schéma d'émission et le récepteur considéré : on constate un écart de 2 dB à 10^{-4} entre les courbes avec estimation parfaite et estimation imparfaite. Étant donné la vitesse considéré, 16 m/s et et le nombre d'antennes à l'émission, on montre qu'une estimation relativement basique donne de bons résultats. Par ailleurs, on peut montrer qu'en augmentant la vitesse (27 m/s), la dégradation reste inchangée.

5.5.4 Synthèse

S'il est possible d'implanter un récepteur itératif de type MU-MMSE-IC dans le récepteur mobile, on montre qu'il est préférable d'utiliser à l'émission un schéma d'émission de type DA. Si à l'inverse on souhaite limiter la complexité du récepteur, le code DA associé à un récepteur SU-MMSE donne des performances très proches de celle de l'Alamouti AS mais nécessite une modulation à 4 fois moins d'états, le code DA reste donc dans tous les cas la solution la plus intéressante. On montre également que sur canal Bran E à 16 m/s, l'écart avec les courbes théoriques données par la canal de Rayleigh i.i.d est inférieur à 0.5 dB. Avec estimation de canal imparfaite, on montre enfin qu'un algorithme d'interpolation basique n'occasionne qu'une perte de 2 dB à 10^{-4}.



(a) DA avec Récepteur itératif MU-MMSE-IC(1) 5 itérations



(b) DA avec Récepteur SU-MMSE(1)

FIG. 5.8 – Performances du code DA sur canal Bran E, comparaison avec le code d'Alamouti AS avec récepteur SU-MMSE, code convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $\eta_{\text{brut}} = 2$ bps/Hz

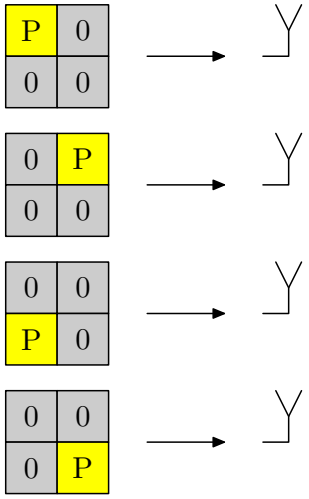


FIG. 5.9 – Agencement des pilotes en espace

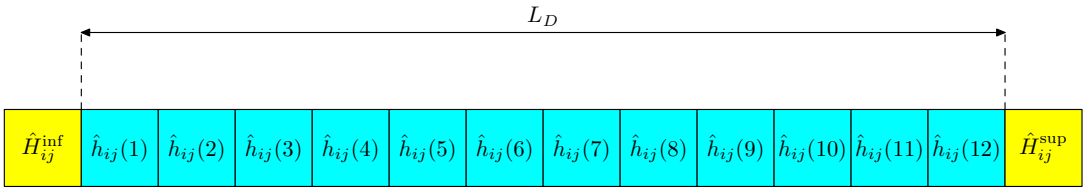
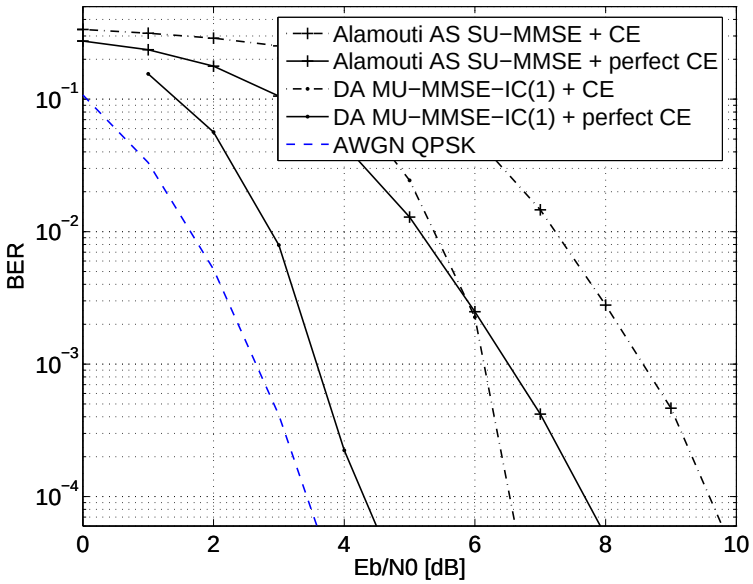
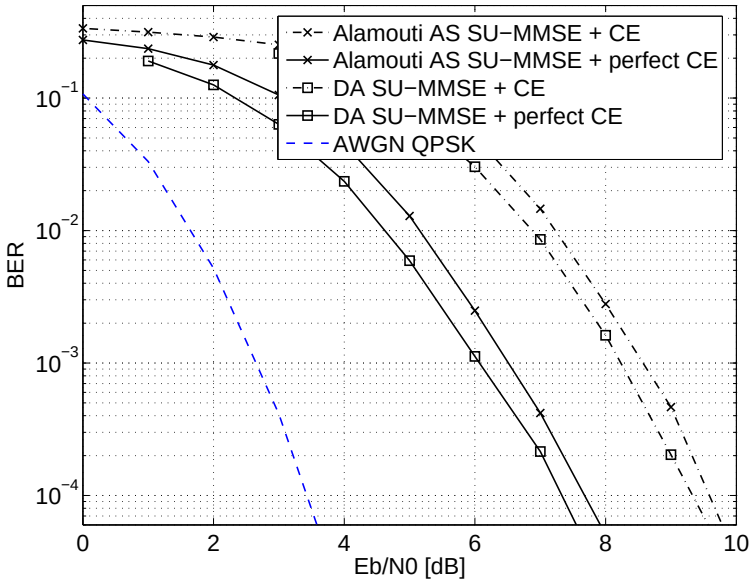


FIG. 5.10 – Estimation de canal sur l'axe temporel



(a) DA avec Récepteur itératif MU-MMSE-IC(1) 5 itérations



(b) DA avec Récepteur SU-MMSE(1)

FIG. 5.11 – Performances du code DA sur canal Bran E avec estimation imparfaite, comparaison avec le code d'Alamouti AS avec récepteur SU-MMSE, code convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $\eta_{\text{brut}} = 2$ bps/Hz

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons comparé différents systèmes MIMO en considérant dans un premier temps des canaux théoriques, dans un deuxième temps de la corrélation spatiale et dans un dernier temps une application radio-mobile réaliste en voie descendante. Si on peut s'autoriser l'utilisation du récepteur itératif MMSE-IC introduit au chapitre 3, on montre que les codes DTST proposés en section 4.2 conduisent sur toutes configurations étudiées aux meilleures performances. De façon générale, il est également montré que le récepteur itératif résiste mieux qu'un récepteur conventionnel à la corrélation spatiale. Pour des valeurs réalistes de cette dernière, la dégradation occasionnée est faible. Enfin, dans un contexte radio-mobile réaliste où un schéma MIMO est associé avec la modulation MC-CDMA, nous montrons que le récepteur itératif permet d'exploiter les potentialités du canal de propagation tout en résistant aussi bien qu'un récepteur conventionnel à l'estimation de canal imparfaite. Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes :

- Performances d'un système à multiplexage spatial sur canal réaliste avec analyse de l'impact de la corrélation spatiale [156]
- Performances d'un système MIMO MC-CDMA avec réception itérative, comparaisons en contexte 4MORE [169]
- Comparaison de techniques MIMO cohérentes et non-cohérentes sur canal rapide sélectif en fréquence [174, 175].

Conclusion et Perspectives

L'objectif de cette thèse est de proposer des procédés de réception itératifs pour des systèmes de transmission multi-antennes et d'étudier différentes associations avec des techniques multi-porteuses.

Le **chapitre 1** présente la chaîne de transmission ainsi que des techniques de base telles que les modulations multi-porteuses et le précodage linéaire. Les canaux considérés dans cette thèse sont sélectifs en temps et en fréquence pour être représentatifs d'une transmission radio dans un environnement multi-trajets. Dans notre étude nous avons choisi un schéma d'émission de type BICM, performant sur canaux à évanouissements et bien adapté au traitement itératif en réception. Les modulations multi-porteuses telles l'OFDM permettent de traiter simplement le phénomène d'interférences dû à la sélectivité fréquentielle en transformant le canal de propagation en canal à évanouissements plats en fréquence. Les évanouissements peuvent quant à eux être traités en utilisant des techniques de diversité telles que le précodage linéaire. Ce dernier possède l'intérêt d'être simple à mettre en oeuvre et de ne pas engendrer de diminution de l'efficacité spectrale.

Le **chapitre 2** introduit la notion de transmission MIMO, les problématiques qui lui sont associées ainsi que les différentes techniques existantes dans la littérature. La théorie de l'information permet de montrer que l'utilisation d'antennes multiples apporte un gain en capacité qui, dans le cas où tous les sous-canaux sont décorrélés, peut être linéaire en fonction du minimum de nombre d'antennes d'émission et de réception. Lorsque les antennes sont suffisamment espacées, la présence de trajets multiples permet d'assurer cette décorrélation spatiale. L'utilisation d'une modulation multi-porteuses telle que l'OFDM permet de s'affranchir de la sélectivité fréquentielle du canal et donc de simplifier le traitement multi-antennes. Les différentes techniques MIMO peuvent être classées suivant la connaissance qu'ont le récepteur et l'émetteur de l'état du canal. On se place dans un contexte radio-mobile où l'estimation du canal n'est disponible qu'en réception. Sous cette hypothèse, deux approches, au départ distinctes, sont avancées dans la littérature. La première approche consiste à multiplexer les données à transmettre sur les différentes antennes d'émission sans ajouter de redondance. Cette technique permet d'exploiter la capacité du canal au prix d'une réception relativement complexe, d'une nécessité d'avoir au moins autant d'antennes en réception qu'en émission et au prix de ne pas pouvoir exploiter la diversité spatiale d'émission. La deuxième approche consiste à exploiter la diversité spatiale d'émission et de réception en ajoutant de la redondance, il s'agit du codage espace-temps. Lorsque ce codage est effectué par bloc, le procédé de réception est très simple à mettre en oeuvre. Cependant l'exploitation de la diversité se fait au détriment de la

capacité. Multiplexage spatial et codage espace-temps en bloc peuvent être néanmoins regroupés dans une même famille plus générale : les codes à dispersion linéaire. Ces codes peuvent être optimisés afin d'exploiter de façon optimale aussi bien la diversité que la capacité du canal. A part le cas particulier du canal à deux antennes d'émission et une antenne de réception, la réception associée au codage à dispersion linéaire est complexe et nécessite l'utilisation d'algorithmes à recherche exhaustive de type ML dont la complexité augmente suivant le nombre d'antennes et l'ordre de la modulation.

Le **chapitre 3** décrit une technique de réception itérative pour un schéma de transmission MIMO. Afin de simplifier la réception, nous choisissons une sous-famille des codes à dispersion linéaire pouvant se représenter sous la forme d'une matrice de canal équivalente de taille réduite dont nous donnons une méthode de construction. Nous proposons un récepteur générique de faible complexité réalisant de façon itérative une annulation des termes interférents engendrés par le schéma MIMO. Nous présentons ensuite des possibilités de simplification de l'algorithme d'égalisation. L'analyse des performances asymptotiques du récepteur, nous amène à définir une quantité que nous appelons diversité de codage espace-temps ; elle se calcule à partir des statistiques de la matrice de canal équivalente et permet de mesurer le degré d'optimalité du schéma d'émission en termes de diversité exploitée, sous l'hypothèse d'une réception itérative. Nous examinons ensuite la complexité de chacun des algorithmes proposés et montrons, en vue d'une implémentation, leur intérêt vis-à-vis d'un algorithme ML. Nous donnons enfin des résultats de performances pour différents schémas de transmission sur canaux théoriques. Pour chaque système, nous mettons en évidence le fait que le récepteur converge bien vers les performances asymptotiques théoriques signifiant que les différents termes interférents ont été complètement supprimés. Nous montrons ainsi que les gains par rapport aux techniques non itératives de l'état de l'art sont conséquents.

Dans le **chapitre 4**, le procédé de réception itérative est étendu à des techniques complémentaires telles que le précodage linéaire ou le MC-CDMA. Dans un contexte SISO, nous montrons tout d'abord que la diversité apportée par le précodage linéaire peut être parfaitement exploitée en utilisant un récepteur itératif de très faible complexité. Les gains en performance par rapport au cas non précodé sont alors très intéressants. Nous associons ensuite le précodage linéaire avec des schémas de transmission MIMO et montrons qu'un récepteur itératif peut exploiter à la fois la diversité spatiale et la diversité de réalisation du canal correspondant en pratique à de la diversité temporelle et fréquentielle. De plus cette association est réalisée sans augmenter la complexité du récepteur. Nous étudions enfin la combinaison du MC-CDMA avec des techniques MIMO. Afin de simplifier le schéma d'émission nous proposons d'effectuer l'étalement des utilisateurs en amont du schéma de codage espace-temps. Lorsque ce dernier est non-orthogonal et que l'on peut se permettre au niveau du récepteur un algorithme de détection multi-utilisateurs, il est montré qu'un récepteur itératif permet de tendre vers les performances optimales du système, et ce quelle que soit la charge.

Le **chapitre 5** propose une comparaison de plusieurs schémas MIMO pour différentes configurations d'antennes : 2×2, 4×2, 2×4 et 4×4. En procédant tout d'abord à une analyse théorique de capacité et de diversité, nous mettons en évidence les schémas de codage exploitant au mieux les potentialités du canal MIMO. En examinant en-

suite les performances en taux d'erreurs binaires nous montrons que ces schémas de codage optimaux associés à une réception itérative permettent de dépasser largement les systèmes conventionnels proposés dans la littérature. Dans un second temps, nous étudions l'impact de la corrélation spatiale sur les performances de nos systèmes. Pour des valeurs réalistes de corrélation , nous montrons que le récepteur converge toujours et que, qui plus est, le principe itératif permet de récupérer la dégradation occasionnée par la corrélation spatiale. Enfin dans une troisième partie, nous nous plaçons dans un contexte de transmission radio-mobile réaliste tel que celui proposé par le projet européen IST-4MORE. Pour une transmission en voie descendante basée sur un système MC-CDMA, nous montrons l'intérêt d'utiliser un schéma de codage non-orthogonal associé à un récepteur itératif en comparant les performances à un système conventionnel. Nous montrons également que les performances sur canaux réalistes ne sont pas très éloignées de celles obtenues sur canaux théoriques. Nous examinons enfin l'impact de l'estimation de canal sur les performances du récepteur itératif et montrons que la dégradation occasionnée est comparable à celle constatée sur un schéma classique. Cette dégradation reste largement acceptable pour le contexte considéré.

Au cours de cette thèse nous avons montré que les récepteurs itératifs permettaient d'exploiter au mieux les potentialités du canal MIMO quelle que soit la configuration d'antennes au prix d'une complexité de réalisation largement acceptable. Les systèmes proposés permettent ainsi de répondre au besoin de montée en efficacité spectrale requis par les futurs réseaux de communications, locaux et/ou radio-mobiles. A titre d'exemple, on montre qu'un schéma MIMO associé à un récepteur itératif sur un canal 4×2 permet de multiplier l'efficacité spectrale d'un facteur 4 par rapport à une transmission équivalente sur canal SISO à même rapport signal à bruit (cf. la figure 5.3 en section 5.3). Ces performances peuvent même encore être améliorées, sans grand ajout de complexité, en utilisant du précodage linéaire.

Les contributions majeures de cette thèse sont les suivantes :

- Proposition d'un schéma d'émission MIMO générique admettant une représentation simplifiée sous forme de canal équivalent. Méthode de calcul de cette matrice (cf. section 3.2).
- Analyse d'un récepteur itératif de faible complexité pour système multi-antennes générique et proposition de plusieurs simplifications de ce récepteur : algorithme MMSE-IC(2) et algorithme ZF-IC. Étude de complexité (cf. sections 3.3 et 3.4).
- Proposition d'une mesure de diversité de codage espace-temps basée sur la statistique des données égalisées permettant de prévoir les performances asymptotiques des récepteurs itératifs (cf. section 3.4).
- Extension des récepteurs itératifs proposés au cas SISO/MIMO avec précodage linéaire ou modulation MC-CDMA (cf. chapitre 4).
- Proposition d'une classe de code espace-temps en bloc, le codage DTST, permettant, sous l'hypothèse d'une réception itérative, d'exploiter de façon optimale à la fois la capacité et la diversité du canal MIMO et ce quelle que soit la configuration d'antennes (cf. section 4.2).

- Comparaisons des systèmes proposés avec des schémas conventionnels pour différentes configurations d'antennes, sur canaux théoriques et réalistes en intégrant la corrélation spatiale puis l'estimation de canal (cf. chapitre 5).

Les études menées dans le cadre de cette thèse ouvrent de nombreuses perspectives. Tout d'abord il serait nécessaire d'étudier le comportement de nos récepteurs lorsque le codeur de canal est un turbo-code. La présence de boucles multiples dans le récepteur permet d'envisager des études intéressantes de convergence. L'entrelaceur utilisé dans nos systèmes pourrait faire également l'objet d'une étude. Il serait aussi intéressant de profiter du caractère itératif de nos récepteurs pour intégrer une estimation itérative de canal. De même, il serait aussi possible d'optimiser l'opération de conversion Maire-binaire en utilisant les informations *a priori* fournies par le décodeur de canal. Les nombreux résultats issus du domaine de la turbo-démodulation, laissent espérer de possibles gains en performance.

Il serait enfin nécessaire de continuer à intégrer nos schémas d'émission et de réception dans des contextes réalistes : utiliser par exemple un modèle de canal MIMO issu de données purement déterministes ou étudier le comportement des récepteurs en présence de techniques d'accès telles que l'OFDMA. Enfin l'implémentation de nos récepteurs nécessite des études supplémentaires comme l'augmentation de la vitesse de convergence, passage en virgule fixe, optimisation et éventuellement parallélisation des différents calculs requis par le récepteur. De telle études sont actuellement menées en interne à France Telecom R&D.

Annexe

Annexe A

Matrice de codage espace-temps en bloc

A.1 Deux antennes d'émission

A.1.1 Code d'Alamouti

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

A.1.2 SDM

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

A.1.3 DTST 2×2

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} s_1 + s_2 & s_3 + s_4 \\ s_3 - s_4 & s_1 - s_2 \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

A.2 Quatre antennes d'émission

A.2.1 Code d'Alamouti Antenna Switched

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & 0 & 0 \\ -s_2 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_3^* & s_4^* \\ 0 & 0 & -s_4^* & s_3^* \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

A.2.2 Double Alamouti (DA)

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2^* & s_1^* & -s_4^* & s_3^* \end{bmatrix} \tag{A.5}$$

A.2.3 DTST 4×2

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} s_1 + s_2 + s_3 + s_4 & s_5 + s_6 + s_7 + s_8 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 - s_2 + s_3 - s_4 & s_5 - s_6 + s_7 - s_8 & 0 \\ 0 & 0 & s_1 + s_2 - s_3 - s_4 & s_5 + s_6 - s_7 - s_8 \\ s_5 - s_6 - s_7 + s_8 & 0 & 0 & s_1 - s_2 - s_3 + s_4 \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

A.2.4 DTST 4×4

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} s_1 + s_2 + s_3 + s_4 & s_5 + s_6 + s_7 + s_8 & s_9 + s_{10} + s_{11} + s_{12} & s_{13} + s_{14} + s_{15} + s_{16} \\ s_{13} - s_{14} + s_{15} - s_{16} & s_1 - s_2 + s_3 - s_4 & s_5 - s_6 + s_7 - s_8 & s_9 - s_{10} + s_{11} - s_{12} \\ s_9 + s_{10} - s_{11} - s_{12} & s_{13} + s_{14} - s_{15} - s_{16} & s_1 + s_2 - s_3 - s_4 & s_5 + s_6 - s_7 - s_8 \\ s_5 - s_6 - s_7 + s_8 & s_9 - s_{10} - s_{11} + s_{12} & s_{13} - s_{14} - s_{15} + s_{16} & s_1 - s_2 - s_3 + s_4 \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

A.2.5 Code de Jafarkhani

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2^* & s_1^* & -s_4^* & s_3^* \\ -s_3^* & s_4^* & s_1^* & -s_2^* \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \end{bmatrix} \tag{A.8}$$

A.2.6 SDM

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{bmatrix} \tag{A.9}$$

Annexe B

Démonstration de la formule de construction du canal équivalent

Commençons par développer l'expression du vecteur reçu équivalent :

$$\begin{aligned}\check{\mathbf{r}} &= \underline{\mathbf{\Phi}}_1\underline{\mathbf{H}}\mathbf{z} + \underline{\mathbf{\Phi}}_2\underline{\mathbf{H}}^*\mathbf{z}^* + \check{\mathbf{n}} \\ &= \left[\underline{\mathbf{\Phi}}_1\underline{\mathbf{H}}\mathbf{G}_1 + \underline{\mathbf{\Phi}}_2\underline{\mathbf{H}}^*\mathbf{G}_2^*\right]\mathbf{s} + \left[\underline{\mathbf{\Phi}}_1\underline{\mathbf{H}}\mathbf{G}_2 + \underline{\mathbf{\Phi}}_2\underline{\mathbf{H}}^*\mathbf{G}_1^*\right]\mathbf{s}^* + \check{\mathbf{n}}\end{aligned} \tag{B.1}$$

La matrice $\mathbf{G}_2$ peut s'écrire en fonction des matrices de dispersion :

$$\mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1^T\mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{D}_Q^T\mathbf{e}_1 \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{D}_1^T\mathbf{e}_T & \dots & \mathbf{D}_Q^T\mathbf{e}_T \end{pmatrix}$$

après quelques manipulations matricielles, on obtient la relation suivante :

$$\underline{\mathbf{\Phi}}_1\underline{\mathbf{H}}\mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T\mathbf{\Phi}_1\mathbf{H}\mathbf{D}_1^T\mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_1^T\mathbf{\Phi}_1\mathbf{H}\mathbf{D}_Q^T\mathbf{e}_1 \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{e}_T^T\mathbf{\Phi}_1\mathbf{H}\mathbf{D}_1^T\mathbf{e}_T & \dots & \mathbf{e}_T^T\mathbf{\Phi}_1\mathbf{H}\mathbf{D}_Q^T\mathbf{e}_T \end{pmatrix} \tag{B.2}$$

Supposons à présent :

$$\mathbf{e}_t^T\mathbf{\Phi}_1 \neq \mathbf{0}_{N_t} \tag{B.3}$$

Puisque $\mathbf{\Phi}_1$ est diagonale il est équivalent d'écrire : $\mathbf{e}_t^T\mathbf{\Phi}_1\mathbf{e}_t \neq 0$. En remplaçant dans (3.2), la condition (B.3) s'écrit également :

$$\mathbf{e}_t^T\sum_{q=1}^{Q}\mathbf{D}_q\mathbf{D}_q^H\mathbf{e}_t = 0$$

Par construction, la relation précédente est équivalente à

$$\mathbf{e}_t^T\mathbf{D}_q = \mathbf{0}_{N_t}, \quad \forall q \in [1, Q]$$

On écrit finalement :

$$\mathbf{e}_t^T\mathbf{\Phi}_1 \neq \mathbf{0}_{N_t} \iff \mathbf{D}_q^T\mathbf{e}_t = \mathbf{0}_{N_t} \quad \forall q \in [1, Q] \tag{B.4}$$

De cette équivalence on obtient le résultat suivant :

$$\underline{\mathbf{\Phi}}_1\underline{\mathbf{H}}\mathbf{G}_2 = \mathbf{0}_{TN_r \times Q} \tag{B.5}$$

De façon similaire on montre que :

$$\mathbf{e}_t^T \mathbf{\Phi}_2 \neq \mathbf{0}_{N_t} \iff \mathbf{C}_q^T \mathbf{e}_t = \mathbf{0}_{N_t} \quad \forall q \in [1, Q] \tag{B.6}$$

et on obtient :

$$\underline{\underline{\mathbf{\Phi}}}_2 \underline{\underline{\mathbf{H}}} \mathbf{G}_1 = \mathbf{0}_{TN_r \times Q} \tag{B.7}$$

En remplaçant dans (B.1) il vient finalement :

$$\check{\mathbf{r}} = \left[\underline{\underline{\mathbf{\Phi}}}_1 \underline{\underline{\mathbf{H}}} \mathbf{G}_1 + \underline{\underline{\mathbf{\Phi}}}_2 \underline{\underline{\mathbf{H}}}^* \mathbf{G}_2^*\right] \mathbf{s} + \check{\mathbf{n}} \tag{B.8}$$

ce qui complète la démonstration.

Annexe C

Calcul des vecteurs d'égalisation optimaux au sens du critère MMSE

C.1 Modèle

On considère le système matriciel suivant :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \tag{C.1}$$

Où $\mathbf{s} = [s_1, \ldots, s_{N_1}]^T, \quad \mathbf{s} \in \mathcal{A}^{N_1 \times 1}$ est le vecteur de données émises t.q.

$$\mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \sigma_s^2 \mathbf{I}_{N_1} \tag{C.2}$$

$\mathbf{H} \in \mathcal{C}^{N_2 \times N_1}$ est la matrice de canal avec :

$$\mathbb{E}\big[\mathrm{Tr}[\mathbf{H}\mathbf{H}^H]\big] = N_1 N_2 \mathbf{I}_{N_2} \tag{C.3}$$

et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_2 \times 1}$ est un vecteur équivalent de bruit t.q :

$$\mathbb{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_2} \tag{C.4}$$

Dans ce qui suit, on supposera que les échantillons de bruit sont parfaitement décorrélés des signaux émis i.e. $\mathbb{E}[\mathbf{n}\mathbf{s}^H] = \mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{n}^H] = \mathbf{0}$. Enfin nous rappelons dans le tableau suivant les règles de dérivations par rapport à un vecteur.

$f(\mathbf{x})$	$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$
$\mathbf{u}^H\mathbf{x} + \mathbf{x}^H\mathbf{u}$	$\mathbf{u}$
$\mathbf{x}^H\mathbf{M}\mathbf{x}$	$\mathbf{M}\mathbf{x}$

TAB. C.1 – Règles de dérivation vectorielle

C.2 Égalisation linéaire

Soit $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{N_2 \times 1}$, le vecteur d'égalisation. La sortie de l'égaliseur linéaire s'écrit :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{r} \tag{C.5}$$

Le critère MMSE appliqué au vecteur $\mathbf{w}_k$ impose la minimisation suivante :

$$\mathbf{w}_k^{\text{opt}} = \arg\min_{\mathbf{w}_k} \varepsilon_k^2 \tag{C.6}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_k^2 &= \mathbb{E}\Big[\big|s_k - \tilde{s}_k\big|^2\Big] \\
&= \mathbb{E}\Big[(s_k - \mathbf{w}_k^H\mathbf{r})\cdot(s_k - \mathbf{w}_k^H\mathbf{r})^*\Big] \\
&= \mathbb{E}\big[s_k s_k^*\big] - \mathbb{E}\big[s_k\mathbf{w}_k^T\mathbf{r}^* - \mathbf{w}_k^H\mathbf{r}s_k + \mathbf{w}_k^H\mathbf{r}\mathbf{w}_k^T\mathbf{r}^*\big] \\
&= \sigma_s^2 - \mathbb{E}\big[s_k\mathbf{r}^H\mathbf{w}_k - \mathbf{w}_k^H\mathbf{r}s_k + \mathbf{w}_k^H\mathbf{r}\mathbf{r}^H\mathbf{w}_k\big]
\end{aligned} \tag{C.7}$$

En prenant le gradient par rapport à $\mathbf{w}_k$, il vient :

$$\frac{\partial\varepsilon_k^2}{\partial\mathbf{w}_k} = \mathbf{0} - \mathbb{E}\big[\mathbf{r}s_k^*\big] + \mathbb{E}\big[\mathbf{r}\mathbf{r}^H\big]\mathbf{w}_k \tag{C.8}$$

avec :

$$\mathbb{E}\big[\mathbf{r}s_k^*\big] = \sigma_s^2\mathbf{H}\mathbf{e}_k \tag{C.9}$$

$$\mathbb{E}\big[\mathbf{r}\mathbf{r}^H\big] = \sigma_s^2\mathbf{H}\mathbf{H} + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_2} \tag{C.10}$$

La minimisation de l'erreur quadratique moyenne revient à poser $\frac{\partial\varepsilon_k^2}{\partial\mathbf{w}_k} = \mathbf{0}$, on en déduit le vecteur d'égalisation optimal au sens du critère MMSE :

$$\boxed{\mathbf{w}_k^{\text{opt}} = \left(\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2}\mathbf{I}_{N_2}\right)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{e}_k} \tag{C.11}$$

Il reste maintenant à déterminer les paramètres β_k et μ_k introduits dans le paragraphe 3.3.2 lesquels serviront pour la conversion Maire-binaire. Écrivons l'expression du signal égalisé en faisant apparaître le signal utile, les termes interférents et le bruit résiduel :

$$\tilde{s}_k = \underbrace{\mathbf{w}_k^H\mathbf{H}\mathbf{e}_k s_k}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\mathbf{w}_k^H\mathbf{H}\mathbf{s}_k}_{\text{termes interférents}} + \underbrace{\mathbf{w}_k^H\mathbf{n}}_{\text{bruit résiduel}} \tag{C.12}$$

où $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_1\times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\mathbf{s}_k = \begin{bmatrix} s_1 & \dots & s_{k-1} & 0 & s_{k+1} & \dots & s_{N_1}\end{bmatrix}^T \tag{C.13}$$

On en déduit le biais de l'égaliseur β_k :

$$\boxed{\beta_k = \mathbf{w}_k^H\mathbf{H}\mathbf{e}_k} \tag{C.14}$$

En développant cette dernière expression, on peut montrer que β_k est un scalaire réel. Le terme γ_k^2, quant à lui, correspond à la puissance des termes interférents plus celle du bruit. En utilisant (C.12), on obtient :

$$\begin{aligned}
\gamma_k^2 &= \mathbb{E}\big[|\tilde{s}_k - \beta_k s_k|^2\big] \\
&= \mathbb{E}\big[|\tilde{s}_k|^2\big] - \beta_k^2\mathbb{E}\big[|s_k|^2\big] \\
&= \mathbb{E}\Big[\mathbf{w}_k^H\big(\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}\big)\big(\mathbf{s}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{n}^H\big)\mathbf{w}_k\Big] - \beta_k^2\sigma_s^2 \\
&= \mathbf{w}_k^H\big(\sigma_s^2\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_2}\big)\mathbf{w}_k - \beta_k^2\sigma_s^2 \\
&= \sigma_s^2\mathbf{w}_k^H\mathbf{H}\mathbf{e}_k - \beta_k^2\sigma_s^2
\end{aligned} \tag{C.15}$$

En remplaçant par (C.14), il vient :

$$\boxed{\gamma_k^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k)} \tag{C.16}$$

Enfin on calcule l'erreur quadratique moyenne optimale :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^2 &= \mathbb{E}\big[|s_k - \beta_k s_k + \beta_k s_k - \tilde{s}_k|^2\big] \\ &= \mathbb{E}\big[|(1-\beta_k)s_k|^2\big] + \gamma_k^2 \\ &= (1-\beta_k^2)\sigma_s^2 + \gamma_k^2 \end{aligned} \tag{C.17}$$

En utilisant (C.16), on obtient :

$$\boxed{\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2 (1 - \beta_k)} \tag{C.18}$$

C.3 Annulation souple d'interférences

Soient $\mathbf{p}_k \in \mathbb{C}^{N_2 \times 1}$ et $\mathbf{q}_k \in \mathbb{C}^{N_1 \times 1}$ les deux vecteurs d'égalisation. La sortie de l'égaliseur d'interférences s'écrit :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{r} - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k \tag{C.19}$$

où $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_1 \times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\mathbf{s}_k = \begin{bmatrix} s_1 & \dots & s_{k-1} & 0 & s_{k+1} & \dots & s_{N_1} \end{bmatrix}^T$$

Le critère MMSE appliqué à l'annuleur d'interférences implique la minimisation suivante :

$$\big(\mathbf{p}_k^{\text{opt}}, \mathbf{q}_k^{\text{opt}}\big) = \arg \min_{\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k} \mathbb{E}\Big[\big|s_k - \tilde{s}_k\big|^2\Big] \tag{C.20}$$

Développons tout d'abord l'expression du signal égalisé en faisant apparaître le signal utile, les termes interférents et le bruit résiduel :

$$\tilde{s}_k = \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k s_k}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k}_{\text{termes interférents}} + \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{n}}_{\text{bruit résiduel}} \tag{C.21}$$

A partir de cette relation, on en déduit le SINR :

$$\text{SINR} = \frac{\mathbb{E}\big[\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^H \mathbf{H}_g^H \mathbf{p}_k\big] \sigma_s^2}{\mathbb{E}\Big[\big(\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k + \mathbf{p}_k^H \mathbf{n}\big) \cdot \big(\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k + \mathbf{p}_k^H \mathbf{n}\big)^H\Big]} = \frac{\beta_k^2 \sigma_s^2}{\gamma_k^2} \tag{C.22}$$

où β_k et γ_k^2 sont les variables introduites dans le paragraphe 3.3.2. Remarquons tout d'abord que l'égaliseur optimal au sens du critère MMSE maximise le SNIR. Comme seul le dénominateur de ce dernier dépend de $\mathbf{q}_k$, le vecteur optimal $\mathbf{q}_k^{\text{opt}}$ s'obtient en minimisant la quantité γ_k^2. Prenons le gradient relativement à $\mathbf{q}_k$, il vient :

$$\frac{\partial \gamma_k^2}{\partial \mathbf{q}_k} = -\mathbb{E}\big[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{s}_k^H\big] \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k - \mathbb{E}\big[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{n}^H\big] \mathbf{p}_k + \mathbb{E}\big[\hat{\mathbf{s}}_k \hat{\mathbf{s}}_k^H\big] \mathbf{q}_k \tag{C.23}$$

Si l'on admet que $\mathbb{E}\big[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{s}_k^H\big] = \mathbb{E}\big[\hat{\mathbf{s}}_k \hat{\mathbf{s}}_k^H\big]$, il suffit de fixer $\frac{\partial \gamma_k^2}{\partial \mathbf{q}_k} = \mathbf{0}$ pour trouver l'expression du premier vecteur d'égalisation optimal :

$$\boxed{\mathbf{q}_k^{\text{opt}} = \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k} \tag{C.24}$$

On en déduit l'expression de la l'erreur quadratique moyenne :

$$\varepsilon_k^2 = \mathbb{E}\Big[\Big(s_k - \mathbf{p}_k\big(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)\Big) \cdot \Big(s_k - \mathbf{p}_k^H\big(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)\Big)^H\Big] \tag{C.25}$$

Dérivons maintenant ε_k^2 par rapport à $\mathbf{p}_k$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{p}_k} &= \mathbb{E}\Big[\big(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)\big(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)^H\Big]\mathbf{p}_k - \mathbb{E}\Big[\big(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)s_k^*\Big] \\ &= \Big(\mathbf{H}\mathbb{E}\big[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k})^H\big]\mathbf{H}^H + \mathbb{E}\big[\mathbf{n}\mathbf{n}^H\big]\Big)\mathbf{p}_k - \mathbb{E}\Big[\big(\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_k\big)s_k^*\Big] \\ &= \Big(\mathbf{H}\mathbb{E}\big[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k})^H\big]\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_2}\Big)\mathbf{p}_k - \sigma_s^2\mathbf{H}\mathbf{e}_k\end{aligned} \tag{C.26}$$

et posons :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_k &= \mathbb{E}\Big[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k})^H\Big] \\ &= \mathbb{E}\Big[(\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k^T s_k + \mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k^T s_k + \mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_\mathbf{k})^H\Big] \\ &= \mathbb{E}\big[s_k s_k^*\big]\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k^T + \sum_{n=1, n\neq k}^{N_1} \mathbb{E}\Big[(s_n - \hat{s}_n) \cdot (s_n - \hat{s}_n)^*\Big]\mathbf{e}_n\mathbf{e}_n^T \\ &= \sigma_s^2\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k^T + \sum_{n=1, n\neq k}^{N_1} \nu_n^2\mathbf{e}_n\mathbf{e}_n^T\end{aligned} \tag{C.27}$$

On obtient l'expression du deuxième vecteur optimal en fixant $\frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{p}_k} = \mathbf{0}$:

$$\boxed{\mathbf{p}_k^{opt} = \sigma_s^2\big(\mathbf{H}\mathbf{V}_k\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_2}\big)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{e}_k} \tag{C.28}$$

Tout comme dans le paragraphe précédent, il est nécessaire de calculer les paramètres β_k et γ_k^2 qui seront fournis au convertisseur Maire-binaire. A partir de la relation (C.21), on peut calculer le biais de l'égaliseur :

$$\boxed{\beta_k = \mathbf{p}_k^H\mathbf{H}\mathbf{e}_k} \tag{C.29}$$

De même on calcule la puissance des termes interférents résiduels :

$$\begin{aligned}\gamma_k^2 &= \mathbb{E}\big[|\tilde{s}_k - \beta_k s_k|^2\big] \\ &= \mathbb{E}\Big[\mathbf{p}_k^H\big(\mathbf{H}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k) + \mathbf{n}\big)\big((\mathbf{s}^H - \hat{\mathbf{s}}_k^H)\mathbf{H}^H + \mathbf{n}^H\big)\mathbf{w}_k\Big] - \beta_k^2\sigma_s^2 \\ &= \mathbf{p}_k^H\big(\sigma_s^2\mathbf{H}\mathbf{V}_k\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_2}\big)\mathbf{p}_k - \beta_k^2\sigma_s^2 \\ &= \sigma_s^2\mathbf{p}_k^H\mathbf{H}\mathbf{e}_k - \beta_k^2\sigma_s^2\end{aligned} \tag{C.30}$$

En remplaçant par (C.29), il vient :

$$\boxed{\gamma_k^2 = \sigma_s^2\beta_k(1 - \beta_k)} \tag{C.31}$$

Enfin, en utilisant le même raisonnement que dans le paragraphe C.2, il vient :

$$\boxed{\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2(1 - \beta_k)} \tag{C.32}$$

Annexe D

Liste des publications

D.1 Conférence Nationale

- "*Comparaison de techniques MIMO cohérentes et non-cohérentes sur canal rapide sélectif en fréquence*", B. Le Saux, M. Hélard et **P.-J. Bouvet**, MajeSTIC'05, Rennes, Novembre 2005

D.2 Conférences internationales

- "*Which Interleaver for turbo-equalization system on frequency and time selective channels for high order modulations ?*" C. Langlais, **P.-J. Bouvet**, M. Hélard et C. Laot, IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'03), Rome, Italie, Juin 2003
- "*On the performance of a Turbo Equalizer including Blind Equalizer over Time and Frequency Selective Channel. Comparison with an OFDM system*", M. Hélard, **P.-J. Bouvet**, C. Langlais, Y. M. Morgan et I. Siaud, International Symposium on Turbo Codes and Related Topics (ISTC'03), Brest, France, Septembre 2003
- "*Low complexity iterative receiver for linear precoded MIMO systems*", **P.-J. Bouvet**, M. Hélard et V. Le Nir, IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques & Applications (ISSSTA'04), Sydney, Australie, Août 2004
- "*Spatial multiplexed coded MC-CDMA with iterative receiver*", **P.-J. Bouvet**, V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'04), Barcelone, Espagne, Septembre 2004
- "*Low complexity iterative receiver for non-orthogonal space-time block code with channel coding* ", **P.-J. Bouvet**, M. Hélard et V. Le Nir, IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall'04), Los Angeles, Etats-unis, Septembre 2004
- "*Efficient iterative receiver for spatial multiplexed OFDM system over time and frequency selective channels*", **P.-J. Bouvet** et M. Hélard, World Wireless Congress (WWC'05), San Francisco, Etats-unis, Mai 2005

- "*Low complexity iterative receiver for linear precoded OFDM*", **P.-J. Bouvet**, M. Hélard et V. Le Nir, IEEE Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob'05), Montreal, Canada, Août 2005
- "*Comparison of coherent and non-coherent space time schemes for frequency selective fast-varying channels*", B. Le Saux, M. Hélard et **P.-J. Bouvet**, International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS'05), Siena, Italie, Septembre 2005
- "*Near optimal performance for high data rate MIMO MC-CDMA scheme*", **P.-J. Bouvet** et M. Hélard, IEEE International Workshop on Multi-Carrier Spread Spectrum (MC-SS'05), Oberpfaffenhofen, Allemagne, Septembre 2005
- "*Iterative receiver for Linear Precoded MIMO systems*", **P.-J. Bouvet**, M. Hélard, J. Le Masson et C. Langlais, International Symposium on Turbo Codes and Related Topics (ISTC'06), Munich, Allemagne, Avril 2006

D.3 Brevets

- "*Procédé de décodage d'un signal codé à l'aide d'une matrice espace-temps, récepteur et procédé de codage et décodage correspondant*", M. Hélard, **P.-J. Bouvet**, V. Le Nir et R. Le Gouable, FR 03 10 360, déposé le 1er septembre 2003
- "*Procédé de réception itératif pour système de type MIMO, récepteur et programme d'ordinateur correspondants*", **P.-J. Bouvet**, M. Hélard et V. Le Nir, FR 04 11 787, déposé le 4 novembre 2004
- "*Procédé de réception d'un signal ayant subi un précodage linéaire et un codage de canal, dispositif de réception et produit programme d'ordinateur correspondants*", **P.-J. Bouvet**, V. Le Nir et M. Hélard, EU 04 364 041.6, déposé le 4 juin 2004
- "*Procédé de réception itératif d'un signal multiporteuse à annulation d'interférence, récepteur et programme d'ordinateur correspondants*", **P.-J. Bouvet** et M. Hélard, FR 05 02 319, déposé le 8 Mars 2005
- "*Procédé de décodage itératif d'un signal OFDM/OQAM utilisant des symboles à valeurs complexes, dispositif et programme d'ordinateur correspondants*", J-P. Javaudin et **P.-J. Bouvet**, FR 05 04 519, déposé le 3 Mai 2005
- "*Procédé de codage d'un signal multiporteuse de type OFDM/OQAM utilisant des symboles à valeurs complexes, signal, dispositifs et programmes d'ordinateur correspondants*", J-P. Javaudin et **P.-J. Bouvet**, FR 05 04 517, déposé le 3 Mai 2005

Table des figures

1.1 Architecture générique d'une chaîne de communication 3
1.2 Canal discret équivalent 5
1.3 Émetteur de type BICM 7
1.4 Code convolutif $K = 7$ 7
1.5 Constellation QPSK avec mapping de Gray 7
1.6 Constellation 16-QAM avec mapping de Gray 8
1.7 Modulation et Démodulation OFDM 14
1.8 Représentation de quelques porteuses OFDM 14
1.9 Canal OFDM 17
1.10 Chaîne COFDM classique 18
1.11 Schéma d'émission MC-CDMA sur voie descendante 19
1.12 Schéma général d'un système à diversité 21
1.13 Distribution de la partie réelle d'un signal précodé avec une matrice de Hadamard de taille $L_p = 256$ 24
1.14 Capacité ergodique d'un canal de Rayleigh SISO suivant la distribution du signal d'entrée 25
1.15 Densité de probabilité de la variable aléatoire Y 28
1.16 Probabilité d'erreur binaire en fonction de l'ordre de diversité 29
1.17 Gain en SNR en fonction de L pour $P_e = 10^{-4}$ 30

2.1 Architecture MIMO générique 34
2.2 Schéma de pré-égalisation 41
2.3 Différents schémas d'émission de multiplexage spatial 47
2.4 Schéma de codage espace-temps en treillis (STTC) 48
2.5 Exemple de treillis pour un système à 2 antennes d'émission et 4 états de phase 49
2.6 Schéma de codage espace-temps en bloc 50
2.7 Schéma de réception pour codage espace-temps en bloc 51
2.8 TAST 55
2.9 Canal MIMO-OFDM 59

3.1 Le principe *turbo* 63
3.2 Schéma d'émission MIMO considéré 66
3.3 Schéma de réception MIMO 68
3.4 Schéma du récepteur MIMO itératif 70
3.5 Schéma de l'annuleur d'interférences 73
3.6 Diversité maximale (borne du Singleton) pour un schéma de transmission MIMO sur un canal 2×2 83

3.7 Erreur quadratique moyenne en sortie de l'égaliseur en première itération pour différentes matrices de codage espace-temps, canal 4×1 de type Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T 84
3.8 Évaluation de la complexité en terme d'opérations élémentaires des différents algorithmes d'égalisation mis en oeuvre au sein du processus itératif 88
3.9 Récepteurs itératifs MMSE-IC et ZF-IC pour le code en bloc de Jafarkhani, codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$ rendement 1/2, canal 4×1 de type Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T , QPSK, $\eta = 1$ bps/Hz 91
3.10 Performances des récepteurs itératifs MMSE-IC(1), MMSE-IC(2) et ZF-IC pour un système ST-BICM, codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$ rendement 1/2, canal 4×4 de type Rayleigh i.i.d. 93
3.11 Performances du récepteurs itératif MMSE-IC(1) pour un système ST-BICM surchargé, codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$ rendement 1/2, canal de Rayleigh i.i.d. 94

4.1 Performance des récepteurs MMSE et MAP pour un système à précodage linéaire de taille $L_p = 4$, matrices de précodage Hadamard, SU(2) et Vandermonde, canal de Rayleigh i.i.d., QPSK 102
4.2 Performance du récepteur MMSE linéaire pour un système à précodage linéaire de taille L_p, matrice de précodage SU(2), canal de Rayleigh i.i.d., QPSK 103
4.3 Performances du récepteur itératif MMSE-IC(1) sur un système SISO précodé sur canal de Rayleigh i.i.d., QPSK ,codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $\eta = 1$ bps/Hz 105
4.4 Comparaisons des récepteurs MMSE-IC(1) et MMSE-IC(2) sur un système SISO précodé sur canal de Rayleigh i.i.d., QPSK ,codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $\eta = 1$ bps/Hz 106
4.5 Association du précodage linéaire avec un schéma de codage multi-antennes 108
4.6 Comparaison des performances du récepteur itératif MMSE-IC(1) pour différents systèmes combinés ou non avec du précodage linéaire $L_p = 4$, matrice SU(2), codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$ $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, QPSK 111
4.7 Émetteur DTST 113
4.8 Schémas d'émission MIMO MC-CDMA 115
4.9 Schémas de réception MIMO MC-CDMA linéaires 117
4.10 Performances des récepteurs SU-MMSE, MU-MMSE et MU-MMSE-IC(1) pour un schéma MC-CDMA associé au codage d'Alamouti, canal 2×1 Rayleigh i.i.d. quasi-statique, codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, QPSK, Étalement $L_c = 64$, $\eta = 1$ bps/Hz 120
4.11 Performances des récepteurs SU-MMSE, MU-MMSE et MU-MMSE-IC(1) pour un schéma MC-CDMA associé à du multiplexage spatial, canal 4×4 Rayleigh i.i.d., codage convolutif $(133, 171)_o$ rendement 1/2, QPSK, Étalement $L_c = 64$, $\eta = 4$ bps/Hz 122

5.1 Capacités ergodique des différents schémas de transmission sur canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T 130
5.2 Performances des différents schémas de transmission sur canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T 133

5.3 Performances des différents schéma sur le canal 4×2 pour un BER de 10^{-4} et différentes efficacités spectrales 134
5.4 Influence de la corrélation spatiale sur différents systèmes de transmission MIMO, canal de Rayleigh i.i.d. quasi-statique sur T, QPSK, codage convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$ 136
5.5 Diversité de codage espace-temps suivant la corrélation 137
5.6 Visualisation du canal Bran E à 16 m/s sur une trame 4 MORE DL . 139
5.7 Trame 4 MORE pour la voie descendante 140
5.8 Performances du code DA sur canal Bran E, comparaison avec le code d'Alamouti AS avec récepteur SU-MMSE, code convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $\eta_{\text{brut}} = 2$ bps/Hz 142
5.9 Agencement des pilotes en espace 143
5.10 Estimation de canal sur l'axe temporel 143
5.11 Performances du code DA sur canal Bran E avec estimation imparfaite, comparaison avec le code d'Alamouti AS avec récepteur SU-MMSE, code convolutif $(133, 171)_{\text{o}}$, $R_{\mathcal{C}} = 1/2$, $\eta_{\text{brut}} = 2$ bps/Hz 144

Liste des tableaux

3.1 Complexité de quelques opérations élémentaires sur les nombres complexes 84
3.2 Algorithme du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés 86
3.3 Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés 86
3.4 Algorithme du MMSE-IC(1) pour un bloc de Q symboles égalisés . . 87
3.5 Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC(1) pour un bloc de Q symboles égalisés 87
3.6 Algorithme du MMSE-IC(2) pour un bloc de Q symboles égalisés . . 87
3.7 Complexité de mise en oeuvre du MMSE-IC(2) pour un bloc de Q symboles égalisés 87
3.8 Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO 89

4.1 Paramètres de simulation pour les systèmes SISO précodé 100
4.2 Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO précodés 109
4.3 Paramètres de simulation pour les systèmes MIMO MC-CDMA . . . 119

5.1 Schémas étudiés 128
5.2 Pourcentage de la capacité du canal atteint par les différents schémas de transmission étudiés pour $\sigma_s^2/\sigma_n^2 = 6$ dB 131
5.3 Paramètres de simulation 131
5.4 Paramètres systèmes du projet 4MORE pour la liaison descendante . 138
5.5 Paramètres de simulation 138

C.1 Règles de dérivation vectorielle 157

Bibliographie

[1] C. E. Shannon, « Communication in the presence of noise ». *IRE Trans. Inform. theory*, vol. 37, pages 10–21, 1949.

[2] E. Telatar, « Capacity of multiantenna gaussian channel ». *Bell Labs. Tech. Memo.*, juin 1995.

[3] G. J. Foschini, « Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multielement antennas ». *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 1, pages 41–59, octobre 1996.

[4] D. Gesbert et J. Akhtar, « Breaking the Barriers of Shannon's Capacity : An Overview of MIMO Wireless Systems ». *Telenor's journal : Telektronikk*, 2002.

[5] A. J. Paulraj, D. A. Gore, R. U. Nabar et H. Bolcskei, « An overview of MIMO communications - a key to gigabit wireless ». *Proceedings of the IEEE*, vol. 2, n°2, pages 198–218, février 2004.

[6] S. M. Alamouti, « A simple transmit diversity technique for wireless communications ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, n°8, pages 1451–1458, octobre 1998.

[7] C. Berrou, A. Glavieux et P. Thitimajshima, « Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes ». In *Proceedings of ICC'93*, (Geneva, Switzerland), pages 1064–1070, mai 1993.

[8] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jézéquel, C. Berrou et A. Glavieux, « Iterative correction of intersymbol interference : Turbo-equalization ». *Eur. Trans. Telecommunications*, vol. 6, n°5, septembre 1995.

[9] A. Glavieux, C. Laot et J. Labat, « Turbo equalization over a frequency selective channel ». In *Proceedings of ISTC'97*, (Brest, France), pages 96–102, septembre 1997.

[10] J.-C. Bic, D. Duponteil et J.-C. Imbeaux, *Eléments de communications numériques*. Collection Techniques et Scientifiques des Télécommunications, Dunod, 1986.

[11] A. Glavieux et M. Joindot, *Communications numériques, introduction*. Collection pédagogique de Télécommunication, Masson, 1996.

[12] J.G. Proakis, *Digital Communications*. Third Edition, McGraw-Hill International Editions, 1995.

[13] G. Ungerboeck et I. Csajka, « On improving data-link performance by increasing channel alphabet and introducing sequence coding ». In *Proceedings of ISIT'76*, (Ronneby, Sweden), juin 1976.

[14] G. Ungerboeck, « Channel coding with multilevel/phase signals ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, n°1, pages 55–67, janvier 1982.

[15] H. Imai et S. Hirakawa, « A new multilevel coding method using error-correcting codes ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 23, n°3, pages 371–377, mai 1977.

[16] A. J. Viterbi, J. K. Wolf, E. Zehavi et R. Padovani, « A pragmatic approach to trellis-coded modulation ». *IEEE Commun. Mag.*, vol. 27, n°7, pages 11–19, juillet 1989.

[17] E. Zehavi, « 8-PSK treillis codes for a Rayleigh channel ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 40, n°5, pages 873–884, mai 1992.

[18] G. Caire, G. Taricco et E. Biglieri, « Bit-interleaved coded modulation ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pages 927–945, mai 1998.

[19] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelineck et J. Raviv, « Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 20, n°3, pages 284–287, mars 1974.

[20] G. D. Forney, « Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequence in presence intersymbol interference ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 18, n°3, pages 363–378, mai 1972.

[21] N. Al-Dhahir et J. M. Cioffi, « Efficiently computed reduced-parameter input-aided MMSE equalizers for ML detection : A unified approach ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pages 903–915, mai 1996.

[22] F. Xiong, A. Zerik et E. Shwedyk, « Sequential Sequence Estimation for Channels with Finite or Infinite Intersymbol Interference ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 35, n°6, pages 795–804, juin 1990.

[23] M. V. Eyuboglu et S. U. H. Qureshi, « Reduced-state sequence estimation with set partitioning and decision feedback ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, n°1, pages 13–20, janvier 1988.

[24] A. Duel-Hallen et C. Heegard, « Delayed decision-feedback sequence estimation ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, n°5, pages 428–436, mai 1989.

[25] J. Anderson et S. Mohan, « Sequential Coding Algorithms : A Survey and Cost Analysis ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 32, n°2, pages 169–176, février 1984.

[26] T. Hashimoto, « A list-type reduced-constraint generalization of the Viterbi algorithm ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 33, n°6, pages 866–876, novembre 1987.

[27] W. H. Gerstacker et R. Schober, « Equalization concepts for EDGE ». *IEEE Trans. Wireless. Commun.*, vol. 1, n°1, pages 190–199, janvier 2002.

[28] B. Widrow et S. D. Stearns, *Adaptive signal processing.* Prentice-Hall signal processing series, 1985.

[29] R. Le Bidan, *Turbo-equalization for bandwith-efficient digital communications over frequency-selective channels.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2003.

[30] R. R. Mosier et R. G. Clabaugh, « Kineplex, a bandwidth-efficient binary transmission system ». *AIEE Trans.*, vol. 76, pages 723–728, 1958.

[31] R. W. Chang et R. A. Gibby, « Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission ». *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 45, décembre 1966.

[32] S. Weinstein et P. Ebert, « Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 19, n°5, pages 628–634, octobre 1971.

[33] A. Peled et A. Ruiz, « Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms ». In *Proceedings of ICASSP'80*, vol. 5, (Denver, USA), pages 964–967, avril 1980.

[34] L. J. Cimini, « Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency-Division Multiplexing ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, n°7, pages 665–675, juillet 1985.

[35] M. Alard et R. Lassalle, « Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers ». *EBU Tech. Review*, n°224, pages 47–69, août 1987.

[36] D. Lacroix-Penther et D. Castelain, « A study of OFDM parameters for high data rate radio LANs ». In *Proceedings of VTC Spring '00*, vol. 2, (Tokyo, Japan), pages 1075–1079, mai 2000.

[37] C. Langlais, *Etude et amélioration d'une technique de réception numérique itérative : turbo-égalisation.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2002.

[38] M. Hélard, P-J. Bouvet, C. Langlais, Y. M. Morgan et I. Siaud, « On the performance of a Turbo Equalizer including Blind Equalizer over Time and Frequency Selective Channel. Comparison with an OFDM system ». In *Proceedings of ISTC'03*, (Brest, France), septembre 2003.

[39] N. Yee, J. Linnartz et G. Fettweis, « Multi-Carrier CDMA In Indoor Wireless Radio Networks ». In *Proceedings of PIMRC'93*, (Yokohama, Japan), septembre 1993.

[40] K. Fazel et L. Papke, « On the performance of convolutionnally-coded CDMA/OFDM for mobile communication system ». In *Proceedings of PIMRC'93*, (Yokohama, Japan), pages 468–472, septembre 1993.

[41] R. Le Gouable, *Association de modulations multiporteuses et de techniques d'accès multiple : applications aux transmissions sans fil à haut débit.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2001.

[42] M. Hélard, R. Le Gouable, J. F. Helard et J. Y. Baudais, « Multicarrier CDMA techniques for future wideband wireless networks ». *Annal. Télécom*, vol. 56, pages 260–274, 2001.

[43] J.-Y. Baudais, *Étude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé : analyse et optimisation.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2001.

[44] D. G. Brennan, « Linear diversity combining techniques ». *Proceedings of the IRE*, vol. 47, pages 1075–1102, juin 1959.

[45] R. G. Gallager, *Information theory and reliable communications.* New York : Wiley, 1968.

[46] R. F. H. Fischer, *Precoding and signal shaping for digital transmission.* Wiley - IEEE Press, 2002.

[47] G. D. Forney, R. Gallager, G G. Lang, F. Longstaff et S. Qureshi, « Efficient Modulation for Band-Limited Channels ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 2, pages 632–647, septembre 1984.

[48] H. Boullé et J.-C. Belfiore, « Modulation schemes designed for the Rayleigh Channel ». In *Proceedings of the 1992 Conference on Information Sciences and Systems*, (Princeton, USA), mars 1992.

[49] J. J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello et J. C. Belfiore, « Good lattice constellations for both Rayleigh fading and Gaussian channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, n°2, pages 502–518, mars 1996.

[50] X. Giraud, E. Boutillon et J. C. Belfiore, « Algebraic tools to build modulation schemes for fading channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, n°3, pages 938–952, mai 1997.

[51] J. J. Boutros et E. Viterbo, « Signal space diversity : a power and bandwith efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, n°4, pages 1453–1467, juillet 1998.

[52] Y. Xin, Z. Wang et G. B. Giannakis, « Space-Time Diversity Systems Based on Unitary Constellation-Rotating Precoders ». In *Proceedings of AS-SPCC'00*, (Lake Louise, Canada), octobre 2000.

[53] S. Kaiser, « OFDM code-division multiplexing in fading channels ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°8, pages 1266–1273, août 2002.

[54] M. Debbah, *Linear Precoders for OFDM Wireless Communications*. Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure de Cachan, octobre 2002. `http://www.eurecom.fr/~debbah/Publications.html`.

[55] H. Schulze, « The performance of Multicarrier CDMA for the correlated Rayleigh fading channel ». *Int. Journal of Elec. and Comm. (AEÜ)*, vol. 55, n°2, pages 88–94, 2001.

[56] Y. Xin, Z. Wang et G. B. Giannakis, « Space-time constellation-rotating codes maximizing diversity and coding gains ». In *Proceedings of GLOBECOM'01*, (San Antonio, Texas), novembre 2001.

[57] X. Ma et G. B. Giannakis, « Full-Diversity Full-Rate Complex-Field Space-Time Coding ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 51, n°11, pages 2917–2930, 2003.

[58] Z. Wang, S. Zhou et G. B. Giannakis, « Joint coding-precoding with low-complexity turbo-decoding ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 3, n°3, pages 832–842, mai 2004.

[59] V. Le Nir et M. Hélard, « Reduced-complexity space-time block coding and decoding schemes with block linear precoding ». *IEE Elec. Letters*, vol. 39, n°14, pages 1066–1068, juillet 2003.

[60] J. H. Winters, « On the Capacity of Radio Communication Systems with Diversity in a Rayleigh Fading Environment ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 5, n°5, pages 871–878, juin 1987.

[61] Chen-Nee Chuah, J. M. Kahn et D. Tse, « Capacity of multi-antenna array systems in indoor wireless environment ». In *Proceedings of GLOBECOM'98*, vol. 4, (Sydney, Australia), pages 1894–1899, novembre 1998.

[62] R. B. Ertel, P. Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport et J. H. Reed, « Overview of spatial channel models for antenna array communication systems ». *Wireless Pers. Commun.*, vol. 2, n°1, pages 10–22, février 1998.

[63] W. C. Jakes, *Microwave mobile communications*. New York : Wiley, 1974.

[64] Da-Shan SHIU, G. J. FOSCHINI, M. J. GANS et J. M. KAHN, « Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pages 502–513, 2000.

[65] G. BAUCH, « MIMO capacity loss for real world signal constellations and channel degradations ». In *Proceedings of PIMRC'04*, vol. 2, (Barcelona, Spain), pages 1439–1443, septembre 2004.

[66] L. H. OZAROW, S. Shamai SHITZ et A. D. WYNER, « Information-theoretic considerations for cellular mobile radio ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, pages 359–378, 1994.

[67] G. J. FOSCHINI et M. J. GANS, « On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antenna ». *Wireless Pers. Commun.*, vol. 6, pages 311–335, mars 1998.

[68] A. S. Y. POON, D. N. C. TSE et R. W. BRODERSEN, « An adaptive multiantenna transceiver for slowly flat fading channel ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, n°11, pages 1820–1827, novembre 2003.

[69] P. GUGUEN, *Techniques multi-antennes émission-réception - Application aux réseaux domestiques sans file.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2003.

[70] A. SCAGLIONE, P. STOICA, S. BARBAROSSA, G. B. GIANNAKIS et H. SAMPATH, « Optimal designs for space-time linear precoders and decoders ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, n°5, pages 1051 –1064, mai 2002.

[71] H. SAMPATH et A. PAULRAJ, « Linear precoding for space-time coded systems with known fading correlations ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 6, n°6, pages 239–241, juin 2002.

[72] H. SAMPATH, P. STOICA et A. PAULRAJ, « Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, n°12, pages 2198–2206, décembre 2001.

[73] L. COLLIN, *Optimisation de systémes multi-antennes basée sur la distance minimale.* Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, décembre 2002.

[74] J. WISHART, « The generalized product moment distribution in samples from a normal multivariate population ». *Biometrika*, vol. 20, n°32, 1928.

[75] P. WOLNIANSKY, G. J. FOSCHINI, G. GOLDEN et R. VALENZUELA, « V-BLAST : an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel ». In *Proceedings of ISSSE'98*, (Pisa, Italy), septembre 1998.

[76] A. M. TONELLO, « Space-time bit-interleaved coded modulation with an iterative decoding strategy ». In *Proceedings of VTC Fall'00*, (Boston, USA), pages 473–478, septembre 2000.

[77] H. VIKALO, B. HASSIBI et T. KAILATH, « Iterative decoding for MIMO channels via modified sphere decoding ». *IEEE Trans. Wireless. Commun.*, vol. 3, n°6, pages 2299–2311, novembre 2004.

[78] V. TAROKH, N. SESHADRI et R. CALDERBANK, « Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criterion and code construction ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, n°2, pages 744–765, mars 1998.

[79] S. BÄRO, G. BAUCH et A. HANSMANN, « Improved codes for space-time trellis-coded modulation ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, n°1, pages 20–22, janvier 2000.

[80] Z. Chen, J. Yuan et B. Vucetic, « Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow Rayleigh fading channels ». *IEE Elec. Letters*, vol. 37, n°7, pages 440–441, mars 2001.

[81] Q. Yan et R. S. Blum, « Optimum space-time convolutional codes ». In *Proceedings of WCNC'00*, vol. 3, (Chicago, USA), pages 1351–11355, septembre 2000.

[82] A. R. Hammons, Jr. et H. El Gamal, « On the theory of space-time codes for PSK modulation ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, n°2, pages 524–542, mars 2000.

[83] Y. Liu, M. P. Fitz et O. Y. Takeshita, « A rank criterion for QAM space-time codes ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, n°12, pages 3062–3079, décembre 2002.

[84] V. Tarokh, H. Jafarkhani et R. Calderbank, « Space-Time Block Coding for Wireless Communications : Performance Results ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, n°3, pages 451–460, mars 1999.

[85] V. Tarokh, H. Jafarkhani et R. Calderbank, « Space-time block codes from orthogonal designs ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, n°4, pages 1456–1467, juillet 1999.

[86] G. Ganesan et P. Stoica, « Space-time diversity using orthogonal and amicable orthogonal designs ». *Wireless Pers. Commun.*, vol. 18, pages 165–178, août 2001.

[87] H. Jafarkhani, « A quasi-orthogonal space-time block code ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, n°1, pages 42–45, janvier 2001.

[88] O. Tirkkonen, A. Boariu et A. Hottinen, « Minimal non-orthogonality rate 1 space-time block code for 3+ Tx antennas ». In *Proceedings of ISSSTA'00*, (New jersey, USA), pages 429–432, septembre 2000.

[89] M. D. Zoltowski et M. B. Breinholt, « Space-time block codes using square Hankel data blocks ». In *Proceedings of VTC Fall '01*, (Atlantic City, USA), pages 372–374, octobre 2001.

[90] V. M. Da Silva et E. S. Sousa, « Fading-resistant modulation using several transmitter antennas ». *IEEE Trans. Commun.*, pages 1236–1244, octobre 1997.

[91] E. Viterbo et J. Boutros, « A universal lattice code decoder for fading channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, n°5, pages 1639–1642, mai 1999.

[92] B. Hassibi et B. M. Hochwald, « High-rate codes that are linear in space and time ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, n°7, pages 1804–1824, juillet 2002.

[93] S. Sandhu et A. Paulraj, « Unified design of linear space-time block codes ». In *Proceedings of GLOBECOM'01*, (San Antonio, Texas), novembre 2001.

[94] R. H. Gohary et T. N. Davidson, « Design of linear dispersion codes : some asymptotic guidelines and their implementation ». In *Proceedings of Signal Processing Advances in Wireless Communications*, (Roma, Italia), jun 2003.

[95] M. O. Damen, A. Chkeif et J. C. Belfiore, « Lattice code decoder for space-time codes ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, n°5, pages 166–169, mai 2000.

[96] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri et R. Calderbank, « Space-time Codes for High Data Rate Wireless Communication : Performance Criteria In the

Presence of Channel Estimation Errors, Mobility, and Multiple Paths ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, n°2, pages 199–207, février 1999.

[97] M. O. Damen, K. Abed-Meraim et J-C. Belfiore, « Diagonal Algebraic Space-Time Block Codes ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, n°3, pages 628–636, mars 2002.

[98] M. O. Damen et N. C. Beaulieu, « On diagonal Algebraic Space-Time Block Codes ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, n°6, pages 911–919, juin 2003.

[99] H. El Gamal et M. O. Damen, « Universal Space-Time Coding ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, n°5, pages 1097–1118, 2003.

[100] T. L. Marzetta et B. M. Hochwald, « Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, n°1, pages 139–157, 1999.

[101] B. M. Hochwald et T. L. Marzetta, « Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, n°2, pages 543–564, mars 2000.

[102] V. Tarokh et H. Jafarkhani, « A Differential Detection Scheme for Transmit Diversity ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, n°7, pages 1169–1174, juillet 2000.

[103] B. L. Hughes, « Differential space-time modulation ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, n°7, pages 2567–2578, novembre 2000.

[104] B. M. Hochwald et W. Sweldens, « Differential unitary space-time modulation ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, n°12, pages 2041–2052, décembre 2000.

[105] B. Hassibi et B. M. Hochwald, « Cayley differential unitary space-time codes ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, n°6, pages 1485–1503, juin 2002.

[106] B. A. Bjerke et J. G. Proakis, « Equalization and decoding for multiple-input multiple-output wireless channels ». *EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Special Issue on Space-Time Coding and its Application Part I*, vol. 2002, n°3, pages 249–266, mars 2002.

[107] W.-J. Choi, K.-W. Cheong et J. M. Cioffi, « Iterative soft interference cancellation for multiple antenna systems ». In *Proceedings of WCNC'00*, vol. 1, (Chicago, USA), pages 304–309, septembre 2000.

[108] T. Abe et T. Matsumoto, « Space-time turbo equalization in frequency-selective MIMO channels ». *IEEE Trans. Vehicular. Techn.*, vol. 52, n°3, pages 469–475, mai 2003.

[109] R. Visoz et A. O. Berthet, « Iterative decoding and channel estimation for space-time BICM over MIMO block fading multipath AWGN channel ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, n°8, pages 1358–1367, août 2003.

[110] X. Wautelet, A. Dejonghe et L. Vandendorpe, « MMSE-based fractional turbo receiver for space-time BICM over frequency-selective MIMO fading channels ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, n°6, pages 1804–1809, juin 2004.

[111] N. Al-Dhahir, A. F. Naguib et A. R. Calderbank, « Finite-length MIMO decision feedback equalization for space-time block-coded signals over multipath-fading channels ». *IEEE Trans. Vehicular. Techn.*, vol. 50, n°1, pages 1176–1182, juillet 2001.

[112] G. G. Raleigh et J. M. Cioffi, « Spatio-temporal coding for wireless communication ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pages 357–366, mars 1998.

[113] J. Hagenauer, « The Turbo Principle : Tutorial Introduction and State of the Art ». In *Proceedings of ISTC'97*, (Brest, France), septembre 1997.

[114] C. Berrou et A. Glavieux, « Near optimum error correcting coding and decoding : turbo-codes ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, n°10, pages 1261–1271, octobre 1995.

[115] R. Pyndiah, « Near optimum decoding of product codes : block turbo codes ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, n°8, pages 1003–1010, août 1998.

[116] A. Berthet, R. Visoz et P. Tortelier, « Sub-Optimal Turbo-Detection for Coded 8-PSK Signals over ISI Channels with application to EDGE Advanced Mobile System ». In *Proceedings of PIMRC'00*, (London, Great Britain), septembre 2000.

[117] C. Laot, A. Glavieux et J. Labat, « Turbo equalization : adaptive equalization and channel decoding jointly optimized ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 19, n°9, pages 1744–1752, septembre 2001.

[118] C. Laot, *Egalisation autodidacte et turbo-égalisation. Application aux canaux sélectifs en fréquences.* Thèse de Doctorat, Université de Rennes I, France, 1997.

[119] A. Gersho et T. M. Lim, « Adaptive cancellation of intersymbol interference for data transmission ». *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 64, n°11, pages 1997–2021, novembre 1981.

[120] J. Labat, O. Macchi et C. Laot, « Adaptive decision feedback equalization : can you skip the training period ? ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, n°7, pages 921–930, juillet 1998.

[121] X. Wang et H.V. Poor, « Iterative (turbo) soft interference cancellation and decoding for coded CDMA ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, n°7, pages 1046–1061, juillet 1999.

[122] M. Tüchler, R. Koetter et A. C. Singer, « Minimum mean squared error equalization using a priori information ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, n°3, pages 673–683, mars 2002.

[123] M. Tüchler, R. Koetter et A. C. Singer, « Turbo equalization : principles and new results ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°5, pages 754–767, mai 2002.

[124] D. Reynolds et X. Wang, « Low complexity turbo-equalization for diversity channels ». *Signal Processing*, vol. 85, n°5, pages 989–995, mai 2001.

[125] A. Dejonghe et L. Vandendorpe, « Turbo-equalization for multilevel modulation : an efficient low-complexity scheme ». In *Proceedings of ICC'02*, (New York City, USA), avril 2002.

[126] C. Laot, R. Le Bidan et D. Leroux, « Low Complexity Linear Turbo Equalization : A Possible Solution for EDGE ». *IEEE Trans. Wireless. Commun.*, vol. 4, n°3, pages 965–974, mai 2005.

[127] M. Moher, « An iterative multiuser decoder for near-capacity communications ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pages 870–880, 1998.

[128] X. Li et J. A. Ritcey, « Bit-interleaved coded modulation with iterative decoding ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 1, n°6, pages 169–171, novembre 1997.

[129] A. Chindapol et J. A. Ritcey, « Design, analysis, and performance evaluation for BICM-ID with square QAM constellations in Rayleigh fading channels ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 19, n°5, pages 944–957, mai 2001.

[130] S. ten Brink, J. Speidel et R. H. Yan, « Iterative demapping and decoding for multilevel modulation ». In *Proceedings of GLOBECOM'00*, (San Francisco, CA, USA), pages 579–584, novembre 1998.

[131] J. Hagenauer, « Source controlled channel decoding ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, n°9, pages 2449–2457, septembre 1995.

[132] R. Bauer et J. Hagenauer, « Turbo-FEC/VLC-decoding and its application to text compression ». In *Proceedings of the 2000 Conference on Information Sciences and Systems*, (Princeton, USA), mars 2000.

[133] L. Guivarch, J. Carlach et P. Siohan, « Joint source-channel soft decoding of Huffman codes with turbo-codes ». In *Proceedings of the Data Compression Conference*, (Snowbird, USA), mars 2000.

[134] S. L. Ariyavisitakul et Y. Li, « Joint coding and decision feedback equalization for broadband wireless channels ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, n°9, pages 1670–1678, décembre 1998.

[135] S. L. Ariyavisitakul, « Turbo space-time processing to improve wireless channel capacity ». In *Proceedings of ICC'00*, (New Orleans, USA), pages 1238–1242, juin 2000.

[136] J. J. Boutros, F. Boixadera et C. Lamy, « Bit-interleaved coded modulations for multiple-input multiple-output channels ». In *Proceedings of ISSSTA'00*, (New jersey, USA), pages 123–126, septembre 2000.

[137] I. Lee, A. M. Chan et C-E. W. Sundberg, « Space-time bit interleaved coded modulation for OFDM system ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, n°3, pages 820–825, mars 2004.

[138] H. Vikalo et B. Hassibi, « Low-complexity iterative detection and decoding of multi-antenna systems employing channel and space-time codes ». In *Proceedings of Asilomar Conference*, vol. 1, (Pacific Grove, California), pages 294–298, novembre 2002.

[139] M. Sellathurai et S. Haykin, « TURBO-BLAST for high-speed wireless communications ». In *Proceedings of WCNC'00*, (Chicago, USA), septembre 2000.

[140] M. Sellathurai et S. Haykin, « TURBO-BLAST for wireless communications : theory and experiments ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, n°10, pages 2538–2546, octobre 2002.

[141] M. Sellathurai et S. Haykin, « TURBO-BLAST : Performance Evaluation in Correlated Rayleigh-Fading Environment ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 21, n°3, avril 2003.

[142] A. Gueguen, « Comparison of suboptimal iterative space-time receivers ». In *Proceedings of VTC Spring'03*, (Jeju, Korea), mai 2003.

[143] M. Witzke, « Iterative detection of generalized coded MIMO signals using a widely linear detector ». In *Proceedings of GLOBECOM'03*, vol. 4, (San Francisco, CA, USA), pages 1821–1825, décembre 2003.

[144] T. H. Liew et L. Hanzo, « Space-time codes and concatenated channel codes for wireless communications ». *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, n°2, pages 187–219, février 2002.

[145] F. Tosato et P. Bisaglia, « Simplified soft-output demapper for binary interleaved COFDM with application to HIPERLAN/2 ». In *Proceedings of ICC'02*, (New York City, USA), pages 664–668, avril 2002.

[146] H. Omori, T. Asai et T. Matsumoto, « A matched filter approximation for SC/MMSE iterative equalizers ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, pages 310–312, 2001.

[147] C. Berrou, P. Adde, E. Angui et S. Faudeil, « A low complexity soft-output Viterbi decoder architecture ». In *Proceedings of ICC'93*, (Geneva, Switzerland), pages 737–740, mai 1993.

[148] S. ten Brink, « Convergence of iterative decoding ». *IEE Elec. Letters*, vol. 35, n°10, pages 806–808, mai 1999.

[149] C. Hermosilla et L. Szczecinski, « Exit charts for turbo receivers in MIMO systems ». In *Proceedings of ISSPA'03*, (Paris, France), juillet 2003.

[150] E. Malkamaki et H. Leib, « Coded diversity on block-fading channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, n°2, pages 771–781, 1999.

[151] R. Knopp et P. A. Humblet, « On coding for block fading channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, n°1, pages 189–205, janvier 2000.

[152] N. Gresset, *New space-time coding techniques with bit interleaved coded modulations.* Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure de Télécommunication de Paris, France, 2004. `http://gresset.nicolas.free.fr/`.

[153] A. Boariu et D. M. Ionescu, « A class of non-orthogonal rate-one space-time block codes with controlled interference ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 2, n°2, pages 270–276, mars 2003.

[154] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing.* Second Edition, Cambridge University Press, 1992.

[155] P-J. Bouvet, M. Hélard et V. Le Nir, « Low complexity iterative receiver for non-orthogonal space-time block code with channel coding ». In *Proceedings of VTC Fall '04*, (Los Angeles, USA), septembre 2004.

[156] P-J. Bouvet et M. Hélard, « Efficient iterative receiver for spatial multiplexed OFDM system over time and frequency selective channels ». In *Proceedings of World Wireless Conference 2005*, (San Francisco Bay area, USA), mai 2005.

[157] D. Qu, G. Zhu et Z. Chen, « Low complexity LMMSE turbo equalization for linearly precoded OFDM ». In *Proceedings of PIMRC'02*, vol. 5, (Beijing, China), pages 964–967, septembre 2003.

[158] J. Le Masson, C. Langlais et C. Berrou, « Linear Precoding with low complexity MMSE turbo-equalization and application to the wireless LAN system ». In *Proceedings of ICC'05*, (Seoul, Korea), mai 2005.

[159] « IST MATRICE project : Multi-carrier CDMA TRansmission techniques for Integrated boradband CEllular systems ». `http://www.ist-matrice.org`.

[160] « IST 4MORE project : 4G MC-CDMA multiple antenna system on Chip for Radio Enhancements ». `http://www.ist-4more.org`.

[161] H. Tao, N. Arumugam et G. H. Krishna, « Performance of space-time coded MC-CDMA over time and frequency selective fading channel ». In *Proceedings of WCNC'02*, (Orlando, USA), mars 2002.

[162] V. Le Nir, M. Hélard et R. Le Gouable, « Space-time block coding applied to turbo coded multicarrier CDMA ». In *Proceedings of VTC Spring'03*, (Jeju, Korea), pages 577–581, mai 2003.

[163] V. Le Nir, J.-M. Auffray, M. Hélard, J.-F. Hélard et R. Le Gouable, « Combination of space-time block coding with MC-CDMA technique for MIMO systems with two, three and four antennas ». In *IST Summit '03*, (Aveiro, Portugal), juin 2003.

[164] X. Peng, Z. Lei et F. P. S. Chin, « Performance comparison of different MIMO configurations for downlink MC-CDMA systems ». In *Proceedings of ICCS'04*, (Singapoure), novembre 2004.

[165] M. Vehkapera, D. Tujkovic, Zexian Li et M. Juntti, « Layered space-frequency coding and receiver design for MIMO MC-CDMA ». In *Proceedings of ICC'05*, (Seoul, Korea), pages 3005–3009, mai 2005.

[166] M. Juntti, M. Vehkapera, J. Leinonen, V. Zexian, D. Tujkovic, S. Tsumura et S. Hara, « MIMO MC-CDMA communications for future cellular systems ». *IEEE Commun. Mag.*, vol. 43, n°2, pages 118–124, février 2005.

[167] P-J. Bouvet, V. Le Nir, M. Hélard, V. Le Nir et R. Le Gouable, « Spatial multiplexed coded MC-CDMA with iterative receiver ». In *Proceedings of PIMRC'04*, (Barcelona, Spain), septembre 2004.

[168] P-J. Bouvet et M. Hélard, « Near optimal performance for high data rate MIMO MC-CDMA scheme ». In *Proceedings of MC-SS'03*, (Oberpfaffenhofen, Germany), septembre 2005.

[169] P-J. Bouvet, V. Le Nir et M. Hélard, « Low complexity iterative receiver for Linear Precoded OFDM ». In *Proceedings of WIMOB'05*, (Montreal, Canada), août 2005.

[170] P-J. Bouvet, M. Hélard et V. Le Nir, « Low complexity iterative receiver for linear precoded MIMO systems ». In *Proceedings of ISSSTA'04*, (Sydney, Australia), août 2004.

[171] L. Zheng et D. N. C. Tse, « Diversity and multiplexing : a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, n°5, pages 1073–1096, mai 2003.

[172] Lucent, Nokia, Siemens et Ericsson, « A standardized set of MIMO radio propagation channels ». In *3GPP TSG-RAN WG1 23*, (Jeju, Korea), novembre 2001.

[173] ETSI, « Broadband Radio Acces Networks (BRAN) ; HIPERLAN type 2 ; Physical layer ». décembre 2001.

[174] B. Le Saux, M. Hélard et P. J. Bouvet, « Comparison of coherent and non-coherent space time schemes for frequency selective fast-varying channels ». In *Proceedings of ISWCS'05*, (Siena, Italy), septembre 2005.

[175] B. Le Saux, M. Hélard et P. J. Bouvet, « Comparaison de techniques MIMO cohérentes et non-cohérentes sur canal rapide sélectif en fréquence ». In *Proceedings of MajeSTIC'05*, (Rennes, France), novembre 2005.