



HAL
open science

Recherche d'oscillation de neutrinos dans l'expérience MINOS par l'utilisation des interactions quasi-élastiques

Rodolphe Piteira

► **To cite this version:**

Rodolphe Piteira. Recherche d'oscillation de neutrinos dans l'expérience MINOS par l'utilisation des interactions quasi-élastiques. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT: . tel-00011451

HAL Id: tel-00011451

<https://theses.hal.science/tel-00011451>

Submitted on 24 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité
Constituants Élémentaires

présentée par
M. Rodolphe PITEIRA

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Recherche d'oscillation de neutrinos dans l'expérience
MINOS par l'utilisation des interactions
quasi-élastiques**

soutenue le 29 septembre 2005 devant le jury composé de

M. Thomas PATZAK	Directeur de thèse
M. Jacques BOUCHEZ	Rapporteur
M. Jacob SCHNEPS	Rapporteur
M. Murat BORATAV	Examineur
M. Emmanuel GANGLER	Examineur
M. Stavros KATSANEVAS	Examineur

À Nolwenn, mon épouse.

Remerciements

Devant la multitude d'aide et de soutien qui m'a été apporté tout au long de cette thèse, des remerciements exhaustifs semblent relever de l'utopie. Cependant, je me lance dans cet exercice, la partie la plus plaisante de la rédaction de ce manuscrit...

Je tiens à remercier en premier lieu Daniel Vignaud et Pierre Binétruy pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire PCC puis APC.

Pour m'avoir soutenu tout au long des trois années de thèse, je remercie grandement Thomas Patzak, qui a dirigé ma thèse, et fut toujours disponible pour discuter de thèmes scientifiques, de l'orientation de la thèse. Je le remercie également de la confiance et de l'autonomie qu'il a su me donner, ainsi que pour l'investissement professionnel et personnel qu'il a fourni pour que ma thèse se déroule dans les meilleures conditions.

Je tenais à remercier Hélène Le Bihan, notre "maman" à tous au laboratoire, mais aussi Claudine Masson, et Martine Piochaud, pour leur aide très précieuse, leur disponibilité et l'incroyable efficacité à traiter tous nos problèmes administratifs et aléas de missions! Sans compter, évidemment, leur extrême gentillesse.

Un remerciement particulier pour Jean-Claude Couillard pour sa bonne humeur permanente, et sa grande aide pour nos problèmes de reprographie. Je tiens à remercier le service informatique et tout particulièrement Dominique Vallée pour son aide et sa gentillesse.

Durant ces trois années, les problèmes de locaux nous ont obligé à déménager quelques fois, et dans notre vie de nomade, l'APC a mis sur mon chemin Éric Bréelle, mon premier co-bureau! Je le remercie d'avoir partagé avec moi quelques mètres carrés, et d'avoir mis un brin de bonne humeur dans mes débuts de thèse.

Biensûr, mon souvenir de ces trois années n'aurait jamais été tel qu'il est sans les thésards du PCC/APC, et en particulier Gilles (C.G. pour Éric B. :)) et Guillaume qui m'ont accompagné chaque année, chaque semaine, chaque jour!!! Un souvenir ému me reste des pauses choco fort, des voyages, des résals, et des discussions sans fin.

Aussi, je voudrais remercier tous mes amis et ma famille pour le soutien qu'il m'ont apporté. Biensûr, je pense tout particulièrement à Nolwenn, ma femme, qui a eu la patience de relire l'intégralité de ma thèse avec une minutie inégalable, et qui fut toujours présente pour m'épauler dans les moments les plus difficiles et les plus joyeux de ma condition de thésard!

I would like to thank the whole MINOS collaboration for having welcomed me so cheerfully. I will always keep a wonderful memory of all the time spent with Alex, Anatael, Andy, Simona & Tim, Chris, Erik, Panos, Niki, Mayly, Phil, and all the people I met during my trips to the US.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	ii
Table des figures	iv
Liste des tableaux	vii
Liste des abréviations	ix
Introduction	1
1 Les neutrinos dans le Modèle Standard	3
1.1 Les neutrinos, particules élémentaires	3
1.1.1 Les quarks	3
1.1.2 Les leptons	4
1.1.3 Les bosons de jauge	5
1.2 La théorie électrofaible	6
1.2.1 L'électromagnétisme comme théorie de jauge	6
1.2.2 L'invariance de jauge U(1) en théorie quantique des champs	8
1.2.3 La symétrie SU(2) × U(1) et le mécanisme de Higgs	9
1.2.4 Les masses des fermions dans le modèle électrofaible	12
1.3 Les interactions des neutrinos avec la matière	14
1.3.1 Couplages aux bosons de jauge	14
1.3.2 Approximation aux interactions courants-courants	16
1.3.3 Courants chargés - courants neutres	22
2 Au delà du Modèle Standard : les oscillations de neutrinos	35
2.1 Introduction historique : et Dieu créa le soleil...	35
2.2 Oscillations de neutrinos dans le vide	36
2.2.1 Système quantique à deux niveaux	36
2.2.2 Secteur des neutrinos : système quantique à trois niveaux	37
2.3 Oscillations de neutrinos dans la matière	41
2.3.1 Système quantique à deux niveaux	41
2.3.2 Application au secteur des neutrinos	43
2.4 Mesurer des oscillations de neutrinos	45
2.4.1 Mesures par disparition	45
2.4.2 Mesures par apparition	48
2.5 Meilleures mesures actuelles des expériences	50
2.5.1 Expériences sur neutrinos solaires	50

2.5.2	Expériences sur réacteurs de centrales nucléaires	51
2.5.3	Expériences sur neutrinos atmosphériques	52
2.5.4	Expériences sur faisceaux	52
3	L'expérience MINOS	55
3.1	Le faisceau	56
3.2	Les détecteurs	58
3.2.1	Technologie des détecteurs	58
3.2.2	Le détecteur lointain	60
3.2.3	Le détecteur proche	62
3.2.4	Etalonnage des détecteurs	64
3.3	La physique dans MINOS	67
3.3.1	Mesure principale	68
3.3.2	Autres domaines d'étude	68
4	Reconstruction des muons issus de courants chargés	73
4.1	Les événements dans MINOS	73
4.1.1	Vue des différentes interactions dans le détecteur	75
4.1.2	Accès à l'énergie du neutrino	76
4.2	Méthodes de détermination de l'énergie des muons	77
4.2.1	Longueur de la trajectoire et perte d'énergie par ionisation	77
4.2.2	Courbure de la trajectoire dans le champ magnétique	81
4.3	Le chasseur de trace	84
4.3.1	Transformation de Hough	85
4.3.2	Algorithme de détection de la trace	87
4.4	Résultats de la recherche de trace et de la reconstruction	95
4.4.1	Résultats de la recherche de trace	95
4.4.2	Reconstruction de l'énergie	98
4.5	Conclusion sur la reconstruction	104
5	Étude des interactions quasi-élastiques	105
5.1	Motivation du choix de l'analyse des QEL	105
5.2	La sélection des quasi-élastiques	106
5.2.1	Caractéristiques des quasi-élastiques	107
5.2.2	Coupure sur les distributions	110
5.2.3	Efficacité et pureté du filtre	111
5.3	L'énergie des neutrinos	113
5.3.1	La partie hadronique	113
5.3.2	Énergie totale	113
5.3.3	Les erreurs systématiques	116
5.4	Interprétation en terme de paramètres d'oscillation	119
5.4.1	Méthode d'extraction des paramètres d'oscillation	119
5.4.2	Rapport des spectres	120
5.4.3	Contours de confiance pour les QEL	124
	Conclusion	128
	Bibliographie	130

Table des figures

1.1	Tableau des particules élémentaires du Modèle Standard	3
1.2	Analogie entre diffusion électromagnétique et désintégration β	17
1.3	Désintégration du muon vue par Fermi et par GWS	21
1.4	Diagramme de Feynman à l'ordre des arbres de $\nu_l + l' \rightarrow l + \nu_{l'}$	22
1.5	Vertex d'interaction du CC $u - W^- - d$	24
1.6	Section efficace QE des neutrinos	27
1.7	Configuration d'interaction neutrino/antineutrino avec la matière	27
1.8	Distribution de Breit-Wigner des résonances	28
1.9	Sections efficaces totales des productions de résonances à un pion	29
1.10	Données de DIS de neutrinos et d'anti-neutrinos	31
1.11	Section efficace totale des neutrinos et des anti-neutrinos QE+RES+DIS	31
2.1	Spectre des neutrinos émis par le soleil	35
2.2	Probabilité de survie des neutrinos ν_e et ν_μ	46
2.3	Probabilités d'apparitions par oscillation de neutrinos	48
2.4	Espaces de paramètres déterminé par SNO ainsi que par d'autres expériences	50
2.5	Espace de paramètres déterminé par Kamland seul et par Kamland avec les expériences sur neutrinos solaires.	51
2.6	Espace des paramètres $(\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23}))$ pris par SK avec les neutrinos atmosphériques	52
2.7	Espace des paramètres $(\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23}))$ pris par SK avec les neutrinos du faisceau de KEK	53
2.8	Espace des paramètres pris par LSND avec les neutrinos électroniques du faisceau de LSND	53
3.1	Schéma du dispositif expérimental de MINOS	55
3.2	Différents spectres possibles pour MINOS	56
3.3	Contaminations du faisceau par intervalle d'énergie	57
3.4	Schéma de l'optique de MINOS.	58
3.5	Les bandes de scintillateur	60
3.6	Décalage spectral des fibres WLS	61
3.7	Le détecteur lointain	61
3.8	Schéma du détecteur proche et de ses différentes parties.	63
3.9	Schéma d'une plaque de la région calorimétrique du détecteur proche.	64
3.10	Photographie du détecteur d'étalonnage CalDet.	67
3.11	Réponse des détecteurs pour différentes particules	67
3.12	Sensibilité de MINOS sur l'espace des paramètres d'oscillation	68
3.13	Configuration du bouclier de veto actif de MINOS	69
3.14	Résultats estimés de MINOS pour l'angle de mélange θ_{13}	70

4.1	Schéma d'une plaque de scintillateur dont les bandes reçoivent un signal	74
4.2	Exemple de vue d'une interaction QE dans le détecteur lointain	75
4.3	Exemple de vue d'une interaction RES dans le détecteur lointain	75
4.4	Exemple de vue d'une interaction DIS dans le détecteur lointain	76
4.5	Réponse des détecteurs pour différentes particules	77
4.6	Pertes d'énergie par ionisation d'un muon dans le fer et dans le polystyrène	78
4.7	Schéma du motif de répétition des plaques du détecteur lointain de MINOS	79
4.8	Valeur initiale de γ d'un muon en fonction de la longueur de sa trace s_{tot}	80
4.9	Ecart à la courbe de l'ajustement de la perte d'énergie par ionisation	80
4.10	Variation de la partie orthoradiale de l'équation du mouvement du muon.	83
4.11	Relations entre l'espace réel et l'espace de Hough.	86
4.12	Relations entre l'espace réel et l'espace de Hough en coordonnées polaires.	87
4.13	Exemple de transformation de Hough	88
4.14	Procédé de construction de points tridimensionnels à partir de points sur les plans U et V	89
4.15	Masque appliqué à chaque bande touchée pour déterminer sa densité	90
4.16	Exemples de calcul de densité sur des bandes touchées.	90
4.17	Spectre des événements sélectionnés	91
4.18	Spectres des événements CC sélectionnés	92
4.19	Paramétrisation des paraboles pour la transformation de Hough	92
4.20	Proportion de triplets conservés pour différentes valeurs de k	94
4.21	Distributions des erreurs sur les positions transversales du vertex	96
4.22	Erreur sur la position longitudinale z du vertex	97
4.23	Corrélations entre position longitudinale et transverse	97
4.24	Distribution des erreurs sur les variables cinématiques, au vertex	99
4.25	Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées	100
4.26	Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées	101
4.27	Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS	102
4.28	Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées (erreurs relatives)	102
4.29	Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées (erreurs absolues)	103
4.30	Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS	104
5.1	Probabilité d'oscillation du ν_{μ} en fonction de son énergie	106
5.2	Moyenne des densités et des hauteurs de signaux pour les trois types d'interaction	107
5.3	Nombre de bandes par événement de densités supérieures à 4, 6, 8, 10, 12, et 14	108
5.4	Moyenne du signal sur les 4 premières plaques	109
5.5	Distribution des événements dans l'espace des variables de densité et de hauteur de signal	110
5.6	Distribution de proportions des types d'événements dans l'espace des variables de densité et de hauteur de signal	110
5.7	Puretés et efficacité de sélection du filtre	111
5.8	Résolution calorimétrique en énergie de différentes particules	113

5.9	Erreur faite en négligeant les effets nucléaires	116
5.10	Distribution des erreurs relatives sur l'énergie des neutrinos sélectionnés, par la reconstruction cinématique	118
5.11	Distribution des erreurs absolues sur l'énergie des RES	118
5.12	Distributions de l'erreur de reconstruction de l'énergie pour l'ensemble des événements sélectionnés	119
5.13	Rapport de normalisation des spectres simulés Lointain/Proche	121
5.14	Formation des rapports de spectres simulés et reconstruits	123
5.15	Déformation d'un intervalle par reconstruction	123
5.16	Relation entre déformation d'un bin et l'erreur de reconstruction	124
5.17	Rapport des spectres simulés oscillé/non-oscillé	126
5.18	Contours de confiance dans l'espace des paramètres $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$ pour deux ans de données	127
5.19	Contours de confiance dans l'espace des paramètres $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$ pour 25×10^{20} protons sur cible	127

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques des quarks	4
1.2	Caractéristiques des leptons chargés	5
1.3	Caractéristiques des neutrinos	5
1.4	Caractéristiques des Bosons d'interactions	6
1.5	Différents types d'opérateurs possibles $\bar{\psi}_a \mathcal{O} \psi_b$	18
2.1	Récapitulatif de différentes expériences de disparition possibles	47
3.1	Source des contaminations du faisceau en ν_e et en $\bar{\nu}_\mu$	57
3.2	Récapitulatif des caractéristiques et différences des deux détecteurs	65
5.1	Énergies des trois premiers maximum d'oscillation du ν_μ	106

Liste des abréviations

Pour des raisons de lisibilité, la signification d'une abréviation ou d'un acronyme n'est souvent rappelée qu'à sa première apparition dans le texte d'un chapitre. Par ailleurs, puisque nous utilisons toujours l'abréviation la plus usuelle, il est fréquent que ce soit le terme anglais qui soit employé, auquel cas nous présentons une traduction.

MS	Modèle Standard
MINOS	Main Injector for Neutrino Oscillation Search
QED	Quantum Electro Dynamic
QE	diffusion Quasi Elastique
DIS	Deep Inelastic Scattering (diffusion profondément inélastique)
RES	Diffusion avec production de résonance
CC	Courant Chargé
NC	Neutral Current (courant neutre)
DP	Détecteur Proche
DL	Détecteur Lointain

Introduction

Découvrir la physique des neutrinos, c'est s'émerveiller devant l'infiniment petit et l'infiniment grand. Cette particule, bien intégrée dans le modèle standard de la physique des particules, en est l'une des plus énigmatiques et défie les plus grands instruments de mesure. Sept décennies de recherche et d'expériences grandissantes de technologies, d'ingéniosité et surtout de taille, afin de déterminer les propriétés des neutrinos, ont fini par faire de cette physique, une branche indépendante de la physique des particules "usuelle". La raison d'un tel essor est l'espérance de la découverte des oscillations de neutrinos. Ce n'est pas le phénomène lui même qui passionne, mais ses conséquences sur les modèles phénoménologiques qui y sont liés, dont la principale est l'existence de neutrinos massifs, interdits par le modèle standard (*cf* chapitre 1) .

Cette oscillation est maintenant plus que certaine et l'ère des mesures de précision sur ses paramètres est sur le point de débiter. Après de nombreuses expériences couronnées de succès, et le plus souvent cohérentes entre elles pour mettre en lumière les oscillations, une grande dynamique mondiale s'organise autour de taches précise à découvrir, devant la multiplicité des paramètres déterminant les oscillations de neutrinos (*cf* chapitre 2). Dans ce but, l'expérience MINOS accumule d'ores et déjà des données permettant de mesurer au moins deux de ces paramètres, caractérisant l'oscillation du neutrino muonique. Les données doivent être analysées de manière à en tirer le plus grand profit scientifique. Pour cela, la collaboration fait évoluer un logiciel d'analyse dans le but principal et ultime d'observer l'oscillation des ν_μ dans une certaine gamme d'énergie. Les caractéristiques géométriques et physiques des détecteurs en font des instruments performants à la mesure de spectres en énergie du faisceau qui le traversent (*cf* chapitre 3). Ainsi, la clé de la réussite de l'expérience est sa capacité à identifier les interactions de neutrinos, et à en déterminer l'énergie, afin d'obtenir la meilleure précision possible sur les paramètres de l'oscillation des neutrinos observés. Dans cette optique, nous proposons dans cet ouvrage une méthode alternative de reconstruction de l'énergie des neutrinos, en passant par la recherche des traces des muons issus des interactions de neutrinos, jusqu'à la reconstruction de leur énergie par courbure ou par mesure de longueur de leurs traces (*cf* chapitre 4). En dernière partie (*cf* chapitre 5), nous proposons d'effectuer un filtre permettant de sélectionner les événements les plus propres que l'on ait : les interactions quasi-élastiques. Ces interactions sont les mieux reconstruits de tous, et correctement sélectionnés, ils permettent de diminuer considérablement les erreurs de reconstruction, diminuant les incertitudes systématiques. Ceci impose un sacrifice au niveau de la statistique du lot sélectionné, mais donne malgré tout des résultats encourageants quant au développement d'une analyse de sous-ensemble, que sont les interactions quasi-élastiques, car elles permettent d'observer une oscillation bien qu'à très faible statistique.

1

Les neutrinos dans le Modèle Standard

Le Modèle Standard, MS, est un ensemble de théories robustes modélisant les comportements des particules élémentaires connues. Ses prédictions, confirmées par de nombreuses expériences, lui valurent un grand succès au début de l'ère des accélérateurs de particules. Malgré quelques failles encore inexplicées, il reste une référence en la matière. Nous verrons donc comment le neutrino s'insère naturellement dans ce modèle, quelle masse lui est prédite, puis enfin comment il interagit avec la matière.

1.1 Les neutrinos, particules élémentaires

Cette première section a pour but de mettre en place, dans un premier temps, tous les acteurs du Modèle Standard de la physique des particules, pour introduire le formalisme de théorie de jauge du MS. Ce dernier s'est avéré être un outil puissant et prédictif dans le domaine de la physique des particules.

Le MS divise les particules élémentaires connues en deux catégories distinctes : les *fermions élémentaires* et les *bosons de jauge*. Les fermions sont caractérisés par un spin demi-entier et constituent la matière, alors que les bosons de jauge sont de spin entier et sont les messagers des trois interactions fondamentales du MS : faible, électromagnétique, et forte¹. Parmi les fermions élémentaires, on distingue deux sous-catégories : les *leptons*, et les *quarks*.

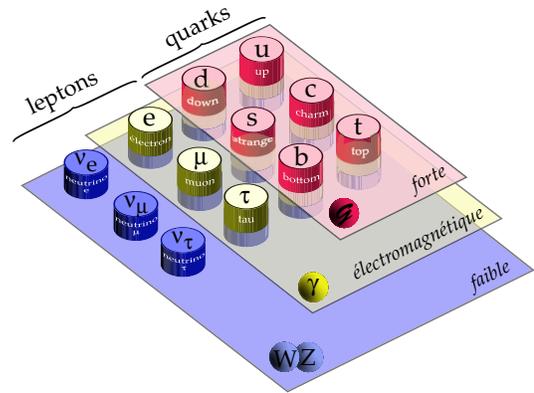


FIG. 1.1: Tableau des particules élémentaires du Modèle Standard

1.1.1 Les quarks

Les quarks sont présents dans la nature au nombre de six, comme indiqué sur la figure 1.1. Ce sont des fermions de spin 1/2 et constituent toute la matière dite *hadronique*. Ils ont deux

¹Il est à remarquer que l'interaction gravitationnelle n'est pas décrite par le MS.

manières principales de s'assembler : par paires pour former les *mésons*, ou par triplets pour former les *baryons*. Les baryons les plus connus sont les protons et les neutrons qui forment la matière nucléaire. Parmi les mésons on compte par exemple les pions chargés π^\pm , et neutres π^0 .

Ce sont les seules particules élémentaires subissant les trois interactions. En effet, ils possèdent une charge électrique (interaction électromagnétique), un isospin faible (charge de l'interaction faible) et une couleur (charge de l'interaction forte). Les couleurs des quarks sont une analogie avec les couleurs du visible. Il existe trois couleurs, rouge, vert, bleu, et trois anti-couleur, anti-rouge, anti-vert, anti-bleu. Les quarks s'assemblent de manière à créer une matière hadronique de couleur *blanche* comme de la même manière qu'en chromatologie : par exemple rouge/vert/bleu ou rouge/anti-rouge... Le tableau 1.1 résume les principales caractéristiques de chaque quark [Eidelman et al., 2004]. Les masses ne sont données qu'à titre indicatif. En effet, puisque l'on a n'a jamais observé de quarks isolés, on n'a jamais pu mesurer leur masse directement. Mais une estimation est souvent faite à partir des masses connues de la matière hadronique qu'ils constituent, ainsi que de l'estimation de l'énergie de cohésion des quarks au sein de cette matière. Les lettres r, v, b dans la colonne des couleurs correspond aux couleurs : rouge, vert, bleu.

Nom	Symbole	Charge électrique	Isospin faible T_3	Couleur	Masse
Down	d	$-1/3e$	$-1/2e$	r, v, b	4 \rightarrow 8 MeV/c ²
Up	u	$+2/3e$	$+1/2e$	r, v, b	1,5 \rightarrow 4 MeV/c ²
Strange	s	$-1/3e$	$-1/2e$	r, v, b	80 \rightarrow 130 MeV/c ²
Charm	c	$+2/3e$	$+1/2e$	r, v, b	1,15 \rightarrow 1,35 GeV/c ²
Bottom	b	$-1/3e$	$-1/2e$	r, v, b	4,1 \rightarrow 4,4 GeV/c ²
Top	t	$+2/3e$	$+1/2e$	r, v, b	174,3 \pm 5,1 GeV/c ²

TAB. 1.1: *Caractéristiques des quarks*

Le fait que les quarks aient une couleur et un isospin faible leur autorise un comportement particulier : les états propres de masse et d'isospins faible ne sont pas nécessairement les mêmes. Ainsi, lorsqu'on traitera de l'interaction faible pour les quarks, on les notera souvent comme états propres pour l'isospin faible. Les quarks (d', s', b'), états propres d'isospin faible, seront des combinaisons linéaires des états propres de masse (d, s, b). Ces deux bases sont reliées par une matrice de *mélange* que l'on appelle matrice de CKM pour Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

1.1.2 Les leptons

Les leptons sont les fermions du Modèle Standard qui ne subissent pas l'interaction forte. On peut les diviser en deux sous catégories : les leptons chargés et les leptons neutres, ou *neutrinos*. Ils sont également tous de spin 1/2. Les trois générations de leptons chargés sont l'électron, le muon et le tau. Le tableau 1.2 expose quelques propriétés des trois générations de leptons

chargés [Eidelman et al., 2004].

Nom	Symbole	Charge électrique	Masse	Durée de vie
(anti)électron	$e^{+/-}$	$+/- e$	511 keV/c ²	stable
(anti)muon	$\mu^{+/-}$	$+/- e$	105,7 MeV/c ²	2.2×10^{-6} s
(anti)tau	$\tau^{+/-}$	$+/- e$	1777,0 MeV/c ²	2.9×10^{-13} s

TAB. 1.2: *Caractéristiques des leptons chargés*

L'électron est le lepton chargé le plus léger et est le seul à être stable. Les deux autres se désintègrent pour donner des particules plus légères, comme pour la désintégration du muon que nous verrons plus loin.

Parmi les neutrinos, on trouve également trois générations. Le tableau 1.3 en donnent les propriétés principales [Eidelman et al., 2004].

Nom	Symbole	Charge électrique	Masse
(anti)neutrino e	$\bar{\nu}_e/\nu_e$	0	< 3 eV
(anti)neutrino μ	$\bar{\nu}_\mu/\nu_\mu$	0	< 0,19 MeV
(anti)neutrino τ	$\bar{\nu}_\tau/\nu_\tau$	0	< 18,2 MeV

TAB. 1.3: *Caractéristiques des neutrinos*

Les neutrinos ont la particularité de ne pas être chargés électriquement ; ce qui leur interdit toute interaction électromagnétique. Il ne leur reste que l'interaction faible qui, comme son nom l'indique, possède une constante de couplage bien inférieure à celles des interactions électromagnétiques et fortes. Il en résulte que les neutrinos n'interagissent que très difficilement avec la matière. Nous verrons plus loin leur différents modes, et sections efficaces, d'interaction.

1.1.3 Les bosons de jauge

Lorsqu'on parle d'interaction entre deux particules, il s'agit bien d'un échange entre les deux protagonistes. Cette information est tout simplement véhiculée par des particules intermédiaires qui se trouvent être des bosons de spin 1, que l'on appelle bosons de *jauge* pour des raisons que nous expliquerons dans le paragraphe 1.2.

Les bosons de jauge sont caractéristiques des interactions fondamentales de la nature (sauf la gravitation). Parmi ces derniers on compte le *photon* (souvent noté γ), les W^\pm et Z^0 , et les *gluons* \mathcal{G} .

Le photon est relatif à l'interaction électromagnétique. Étant de masse nulle et dénué de toute charge d'interaction (voir le tableau 1.4 [Eidelman et al., 2004]), l'interaction électromagnétique est de portée infinie et son potentiel décroît avec la distance (en l'occurrence en $1/r$).

Les W^\pm et Z^0 sont, quant à eux, relatifs à l'interaction faible. Ils ont la particularité d'être très massifs, ce qui va de paire avec la courte portée (10^{-17} m!) de l'interaction faible. Le fait qu'il y ait deux bosons de jauge et notamment, un neutre et un chargé, permet d'introduire un nouveau type de classement d'interactions : les courants chargés (dont le médiateur est un W^\pm)

et les courants neutres (dont le médiateur est un Z^0). Nous les verrons plus en détails dans le paragraphe 1.3.

Enfin, les gluons sont relatifs à l'interaction forte et couplent les couleurs des quarks et des autres gluons entre elles. Les gluons portent des charges (la couleur) de l'interaction forte qu'ils véhiculent. De ce fait cette interaction est à courte portée également (10^{-15} m !). Le fait que les quarks ne s'assemblent que de façon à créer des structures de *couleur blanche* ou *sans couleur*, permet de générer les huit gluons² couplant les quarks par leurs couleurs.

Nom	Symbole	Charges			Masse (GeV/c ²)
		électrique (Q)	faible (t ₃)	forte(couleur)	
photon	γ	0	0	0	0
W	W^\pm	$\pm e$	1/2	0	80,4
Z ⁰	Z^0	0	1/2	0	91,2
gluon	\mathcal{G}	0	0	8 combinaisons	0

TAB. 1.4: Caractéristiques des Bosons d'interactions

1.2 La théorie électrofaible

La masse et les interactions des particules dans le Modèle Standard reposent sur le concept d'invariance de jauge. Comme nous l'avons vu, les leptons et les quarks interagissent par l'échange de bosons qui ne sont autres que des quanta de champs de jauge. C'est en effet dans le cadre de la théorie quantique des champs que se place la théorie de jauge du Modèle Standard. Nous verrons comment une invariance de jauge $SU(2) \times U(1)$ permet de mettre en place la théorie électrofaible dans laquelle le neutrino *doit* avoir une masse nulle. Dans toute la suite, nous adopterons la convention d'écriture $\hbar = c = 1$ pour en alléger la lecture.

1.2.1 L'électromagnétisme comme théorie de jauge

Afin d'introduire le concept de théories de jauge, nous allons voir leur importance dans un cadre connu : l'électromagnétisme. Nous allons nous placer directement dans un cadre quantique où l'on considère une particule décrite par la fonction d'onde $\psi(\mathbf{x})$ dépendante de la position dans l'espace-temps $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\mu = (t, \vec{x})$. On veut également que cette fonction vérifie l'équation de Schrödinger d'une particule libre

$$\frac{1}{2m} (-i\nabla)^2 \psi(\mathbf{x}) = i\frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}) \quad (1.1)$$

Cette fonction est définie à une phase près. On peut lui appliquer une transformation de la sorte :

$$\psi'(\mathbf{x}) = e^{i\alpha} \psi(\mathbf{x}). \quad (1.2)$$

Il s'agit d'une transformation de jauge. Le principe de jauge consiste à dire qu'une transformation de jauge doit laisser invariante les observables physiques. Dans l'équation (1.2) la phase α est à

²C'est un ensemble irréductible de huit composants indépendants du groupe de symétrie $SU(3)$ des couleurs, permettant de décrire l'interaction forte dans le secteur des quarks.

priori quelconque. On remarque cependant, en le choisissant constant dans l'espace-temps, $\psi'(\mathbf{x})$ vérifie toujours l'équation de Schrödinger (1.1). Cette transformation particulière signifie que l'on choisit la même phase en tout point pour ψ , ce qui n'a que peu d'intérêt dans ce chapitre³. Pour rester dans le cas le plus général, nous allons donner à α la possibilité de prendre des valeurs différentes en tous points de l'espace-temps :

$$\alpha = \alpha(\mathbf{x}).$$

Ainsi ψ' s'écrit

$$\psi'(\mathbf{x}) = e^{i\alpha(\mathbf{x})}\psi(\mathbf{x}). \quad (1.3)$$

On voit immédiatement que ψ' ne vérifie plus l'équation de Schrödinger d'une particule libre ((1.1)). En effet, pour compenser l'introduction de cette phase non constante, nous devons modifier (1.1). Cette modification se fait en introduisant des champs \vec{A} et V de la façon suivante :

$$\frac{1}{2m} \left(-i\vec{\nabla} - q\vec{A} \right)^2 \psi(\mathbf{x}) = \left(i\frac{\partial}{\partial t} - qV \right) \psi(\mathbf{x}), \quad (1.4)$$

qui impose à \vec{A} et V les propriétés des potentiels connus de l'électromagnétisme et la transformation :

$$\begin{aligned} \vec{A} \rightarrow \vec{A}' &= \vec{A} + \frac{1}{q}\vec{\nabla}\alpha(\mathbf{x}) \\ V \rightarrow V' &= V - \frac{1}{q}\frac{\partial\alpha(\mathbf{x})}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Nous venons d'apercevoir comment la présence d'un champ vectoriel (V, \vec{A}) interagissant de façon universelle avec n'importe quelle particule de charge q , était imposée par l'invariance locale de jauge. Un champ vectoriel tel que $(V, \vec{A}) = A_\mu$, introduit pour garantir l'invariance de jauge, est appelé un champ de jauge.

Nous voyons également dans l'équation (1.4) que les modifications apportées à l'équation de Schrödinger de la particule libre reviennent à transformer :

$$\begin{aligned} -\vec{\nabla} &\rightarrow -\vec{\nabla} + iq\vec{A} \\ \frac{\partial}{\partial t} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + iqV. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Cette remarque a l'avantage de mettre en avant une forme explicitement covariante de Lorentz des transformations opérées sur les opérateurs différentiels de (1.1) :

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu. \quad (1.7)$$

Nous pouvons faire le même exercice pour le système (1.5) en l'écrivant de façon covariante de Lorentz :

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \frac{1}{q}\partial^\mu\alpha(\mathbf{x}). \quad (1.8)$$

Evidemment, l'équation de Schrödinger ne s'applique que pour les cas non relativistes, ce qui est quelque peu restrictif. Mais elle nous a permis d'introduire tous les concepts des théories de jauge dans un cas simple. Le même travail peut être fait dans un cadre de champs quantiques et relativistes.

³En fait, on peut montrer qu'une telle invariance de jauge *globale* conduit à la conservation de la charge électrique, ce qui n'est pas l'objet de ce paragraphe, et une jauge *locale* nous en apporte davantage.

1.2.2 L'invariance de jauge U(1) en théorie quantique des champs

Nous allons voir qu'en théorie des champs quantiques relativistes le même principe de jauge existe et donne la forme de l'interaction électromagnétique. En effet, nous montrerons l'invariance locale de la phase (- jauge -) U(1) du Lagrangien et la manière dont cela fait explicitement apparaître un *courant de symétrie* associé à cette invariance que l'on pourra identifier au courant électromagnétique.

Dans cette partie nous nous contenterons d'étudier les particules de spin 1/2 (que sont les leptons par exemple) décrites par la théorie de Dirac. Le Lagrangien de Dirac contenant la dynamique des particules de spin 1/2, est de la forme :

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad (1.9)$$

où ψ est le spineur de notre particule de Dirac. Ecrivons la transformation de phase locale en faisant apparaître cette fois-ci explicitement ce que l'on pourra identifier à la charge électromagnétique :

$$\psi(\mathbf{x}) \rightarrow \psi'(\mathbf{x}) = e^{iq\chi(\mathbf{x})} \psi(\mathbf{x}). \quad (1.10)$$

Alors on s'attend à l'invariance sous cette transformation du Lagrangien *local* :

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac local}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi, \quad (1.11)$$

où D_μ est la dérivée covariante (1.7). Evidemment, toute transformation de phase du spineur devra transformer D_μ par l'intermédiaire du champ A_μ introduit

$$D_\mu \rightarrow D'_\mu = \partial_\mu + iqA'_\mu. \quad (1.12)$$

Afin de montrer l'invariance, nous avons besoin de deux résultats préliminaires. En prenant le conjugué de (1.10) on trouve :

$$\bar{\psi}'(\mathbf{x}) = \bar{\psi}(\mathbf{x}) e^{-iq\chi(\mathbf{x})}. \quad (1.13)$$

Le deuxième résultat demande un peu plus de travail, mais nous le donnerons directement :

$$D'_\mu \psi' = e^{iq\chi} (D_\mu \psi). \quad (1.14)$$

A partir des formules (1.13) et (1.14), on trouve :

$$\begin{aligned} \bar{\psi}' (i\gamma^\mu D'_\mu - m) \psi' &= \bar{\psi} e^{-iq\chi} e^{iq\chi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi \\ &= \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi, \end{aligned} \quad (1.15)$$

ce qui montre bien l'invariance de $\mathcal{L}_{\text{Dirac local}}$ sous une transformation de jauge locale U(1). On remarque également que cette invariance de jauge transforme le Lagrangien libre en lui ajoutant un terme

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} \rightarrow \mathcal{L}_{\text{Dirac local}} = \mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{int}}, \quad (1.16)$$

où le terme additionnel vaut :

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu. \quad (1.17)$$

On reconnaît et on identifie alors l'opérateur courant électromagnétique $j_{\text{em}}^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ dans le Lagrangien que l'on peut qualifier d'*interaction*. Pour obtenir le Lagrangien complet, il ne reste qu'à rajouter le Lagrangien de Yang-Mills [Yang, 1954] du champ électromagnétique libre

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.18)$$

où $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ est le tenseur électromagnétique. Il est obtenu en regardant le commutateur des dérivées covariantes :

$$[D^\mu, D^\nu]\psi = iqF^{\mu\nu}\psi \quad (1.19)$$

Ce dernier paragraphe nous a permis de mettre en évidence l'importance et la place que jouent les théories de jauge dans l'interaction électromagnétique, ce qui va nous permettre d'introduire le même mécanisme pour un cas beaucoup plus général : la construction de la théorie électrofaible.

1.2.3 La symétrie $SU(2) \times U(1)$ et le mécanisme de Higgs

Dans le cadre d'une symétrie de jauge $SU(2)$, pouvant décrire l'interaction faible, on obtient des résultats analogues. La différence est que cette fois la phase est de la forme :

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})}\psi, \quad (1.20)$$

où $\boldsymbol{\tau}$ est un vecteur à trois composantes dont chaque composante est une matrice de Pauli : $\tau_i = \sigma_i$, dans le cas où ψ est un doublet de $SU(2)$. $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$ est la phase locale et est un vecteur à trois composantes, cette fois ci. Enfin, g est une constante de couplage dont nous verrons la signification dans la suite. Nous verrons plus loin que, par exemple, ce doublet sera un couple neutrino avec son lepton chargé associé, ou un couple quark u quark d. Le nombre quantique associé à cette symétrie est l'*isospin* faible t .

Dans cette théorie de jauge particulière, la dérivée covariante est :

$$D^\mu = \partial^\mu + i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu,$$

où $\mathbf{W}^\mu = (W_{1\mu}, W_{2\mu}, W_{3\mu})$ est un vecteur de 3 champs. La transformation de jauge $SU(2)$ change le vecteur de champs \mathbf{W}^μ de la façon suivante :

$$\mathbf{W}'^\mu = \partial^\mu + i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{W}^\mu - \partial^\mu\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})). \quad (1.21)$$

Ainsi, l'analogie des équations (1.13) et (1.14) pour $SU(2)$:

$$\bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{-i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})} \quad (1.22)$$

$$D'^\mu\psi' = e^{i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})}(D^\mu\psi). \quad (1.23)$$

Ces deux formules nous permettent de montrer l'invariance de jauge $SU(2)$ avec les choix de transformations que nous avons fait :

$$\begin{aligned} \bar{\psi}' (i\gamma^\mu D'_\mu - m) \psi' &= \bar{\psi}e^{-i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})}e^{i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi \\ &= \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi, \end{aligned} \quad (1.24)$$

L'invariance de jauge $SU(2)$ a donc nécessité l'introduction des trois champs de jauge \mathbf{W}^μ . Le tenseur $\mathbf{F}^{\mu\nu}$ des champs bosoniques \mathbf{W}^μ associés est donné par le commutateur :

$$\begin{aligned} [D^\mu, D^\nu]\psi &= i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot (\partial^\mu\mathbf{W}^\nu - \partial^\nu\mathbf{W}^\mu - g\mathbf{W}^\mu \times \mathbf{W}^\nu) \psi \\ &= i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu}\psi. \end{aligned}$$

En fait, la théorie de jauge reproduit presque correctement l'interaction faible, à un point près : les champs de jauge introduits par la symétrie SU(2) sont sans masse. Cela pose un problème car l'interaction faible étant de courte portée, ses bosons de jauge doivent être massifs (en l'occurrence 80 - 90 GeV/c²!!). Mais introduire un terme de masse dans le Lagrangien briserait la symétrie de jauge...

On s'inspire alors de la brisure spontanée de symétrie de Goldstone [Goldstone et al., 1962], dont l'idée générale est de dire que la symétrie existe, mais qu'elle est brisée spontanément au dessous d'une certaine échelle d'énergie, donc cachée. Ainsi, on pourra toujours décrire l'interaction faible comme une théorie de jauge, tout en autorisant des bosons de jauge massifs. Nous verrons cependant que pour ce faire, il faudra considérer une symétrie plus grande incluant aussi la symétrie U(1).

Cela nécessite l'introduction d'un champ scalaire que l'on appelle *champ de Higgs* et d'une symétrie de jauge SU(2) × U(1). Les résultats des sections précédentes s'appliquent aussi pour des champs scalaires traités par l'équation de Klein-Gordon. Le nombre quantique conservé associé à U(1) s'appellera l'*hypercharge* y et celui associé à SU(2), l'isospin faible t. Le champ de *Higgs* est un doublet de SU(2) :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

décrit par le Lagrangien

$$\mathcal{L}_\phi = (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) - V(\phi), \quad (1.26)$$

où V(φ) représente un potentiel de la forme

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger\phi)^2 + \mu^2(\phi^\dagger\phi), \quad (1.27)$$

avec μ² et λ positifs. Un minimum unique existe pour φ = 0. Le mécanisme de brisure de symétrie consiste alors à changer à *la main* le signe devant μ² (certains parlent de le rendre *négligatif*) et d'écrire ainsi le potentiel comme :

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger\phi)^2 - \mu^2(\phi^\dagger\phi). \quad (1.28)$$

Ce nouveau potentiel a des minima "classiques" dégénérés tels que (φ[†]φ)_{min} = 2μ²/λ = v²/2. Ainsi lorsque l'état fondamental est dégénéré dans le cas de champs quantiques (que l'on va ici faire correspondre à l'état fondamental classique...), la symétrie est alors spontanément brisée. Par la liberté de phase globale de la symétrie SU(2) × U(1), on peut définir arbitrairement un état fondamental :

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

Cette forme de fondamental implique que le *vide* (au sens de la théorie des champs) est invariant sous la combinaison de U(1) (à laquelle on associe un nombre quantique y) et de la troisième composante t₃ de l'isospin de SU(2) (pour un doublet de SU(2)). Ce qui se traduit par

$$\left(\frac{y}{2} + t_3\right) \langle 0|\phi|0\rangle = 0, \quad (1.30)$$

ou encore

$$\langle 0|\phi|0\rangle \rightarrow (\langle 0|\phi|0\rangle)' = e^{i\alpha(\frac{y}{2}+t_3)}\langle 0|\phi|0\rangle = \langle 0|\phi|0\rangle. \quad (1.31)$$

On s'attend donc à ce que cette symétrie non brisée génère un boson de jauge non massif qui serait celui de l'électromagnétisme : le photon, suggérant fortement que la charge électromagnétique s'écrive :

$$eQ = e(t_3 + y/2), \quad (1.32)$$

où t_3 est la troisième composante de l'isospin faible et e , la charge électrique *élémentaire*.

On applique maintenant le principe de jauge pour $SU(2) \times U(1)$ comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, en remplaçant dans le Lagrangien (1.26), les dérivées par la dérivée covariante

$$D^\mu \phi = \left(\partial^\mu + i\frac{g}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu + i\frac{g'}{2} y B^\mu \right) \phi, \quad (1.33)$$

où $i\frac{g'}{2}yB^\mu$ est la partie $U(1)$ avec g' la constante de couplage du champ B^μ . En rajoutant les termes de Yang-Mills pour les champs de jauge

$$\mathcal{L}_\phi = (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger \phi)^2 + \mu^2(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4}\mathbf{F}_{\mu\nu}\mathbf{F}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}, \quad (1.34)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{\mu\nu} &= \partial^\mu \mathbf{W}^\nu - \partial^\nu \mathbf{W}^\mu - g \mathbf{W}^\mu \times \mathbf{W}^\nu \\ G^{\mu\nu} &= \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \end{aligned} \quad (1.35)$$

On regarde maintenant des oscillations autour du fondamental, en remplaçant dans (1.34)

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H(\mathbf{x})) \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

où H est le champ de Higgs. En ne gardant que les termes du deuxième ordre en champs (masses, et énergies cinétiques). On trouve alors, après une petite réorganisation :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi^{\text{libre}} &= \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H - \mu^2 H^2 \\ &\quad - \frac{1}{4}(\partial_\mu W_{1\nu} - \partial_\nu W_{1\mu})(\partial^\mu W_1^\nu - \partial^\nu W_1^\mu) + \frac{1}{8}g^2 v^2 W_{1\mu} W_1^\mu \\ &\quad - \frac{1}{4}(\partial_\mu W_{2\nu} - \partial_\nu W_{2\mu})(\partial^\mu W_2^\nu - \partial^\nu W_2^\mu) + \frac{1}{8}g^2 v^2 W_{2\mu} W_2^\mu \\ &\quad - \frac{1}{4}(\partial_\mu W_{3\nu} - \partial_\nu W_{3\mu})(\partial^\mu W_3^\nu - \partial^\nu W_3^\mu) \\ &\quad + \frac{1}{8}v^2 (gW_{3\mu} - g'B_\mu)(gW_3^\mu - g'B^\mu) \end{aligned} \quad (1.37)$$

Cette longue partie de Lagrangien (1.37) nous apporte les informations suivantes :

- la première ligne nous annonce la présence d'un champ scalaire de masse $\sqrt{2}\mu$: le *boson de Higgs*,
- les deux lignes suivantes nous disent que les deux composantes W_1 et W_2 du triplet \mathbf{W} acquièrent une masse $M_1 = M_2 = gv/2 \equiv M_W$: ils nous permettront de construire les bosons de jauge W^\pm (à une paramétrisation près...),
- enfin, les deux dernières lignes montrent que les champs W_3 et B sont couplés. On peut cependant découpler deux nouveaux champs en écrivant le changement de variable unitaire :

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W_3^\mu \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

où

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \text{ et } \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.39)$$

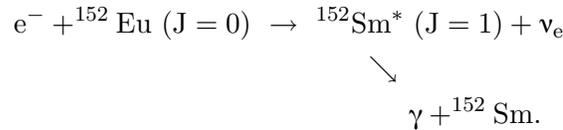
Cette substitution nous donne, dans le Lagrangien (1.37) un autre boson massif Z^0 de masse $M_Z = M_W / \cos \theta_W$, ainsi qu'un champ de masse nulle

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi^{\text{libre}} = & \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \mu^2 H^2 \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu W_{1\nu} - \partial_\nu W_{1\mu}) (\partial^\mu W_1^\nu - \partial^\nu W_1^\mu) + \frac{1}{2} M_W^2 W_{1\mu} W_1^\mu \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu W_{2\nu} - \partial_\nu W_{2\mu}) (\partial^\mu W_2^\nu - \partial^\nu W_2^\mu) + \frac{1}{2} M_W^2 W_{2\mu} W_2^\mu \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \end{aligned} \quad (1.40)$$

Ainsi, le mécanisme de Higgs génère 3 bosons massifs (les W et le Z^0) et un sans masse, le photon. Mais il peut faire davantage : il peut également donner les masses des fermions. Pour cela, nous nous placerons dans le cadre de la théorie de l'interaction faible de Glashow-Weinberg-Salam (GWS).

1.2.4 Les masses des fermions dans le modèle électrofaible

Avant d'explicitier le modèle de GWS, il est important de noter un fait expérimental fondamental : la violation de la parité dans l'interaction faible. En effet, ce phénomène fut montré expérimentalement pour la première fois par Wu [Wu et al., 1957]. L'expérience consistait à étudier la désintégration β de noyaux de cobalt ^{60}Co polarisés. Le comptage directionnel des électrons émis lors de ces désintégrations a montré une asymétrie spatiale de leur émission. Ceci a mis en évidence la violation de la parité dans ce phénomène. Et c'est en 1958 que Goldhaber [Goldhaber et al., 1958] et ses collaborateurs ont montré l'hélicité unique du neutrino par une expérience étudiant la capture électronique de noyaux europium ^{152}Eu .



Ainsi, il est clairement établi que l'interaction faible brise la parité et de façon totale pour les processus analogues à la désintégration β (comme la capture électronique)⁴.

Revenons maintenant à la théorie électrofaible de GWS. C'est une théorie de jauge $SU(2) \times U(1)$ comme nous avons pu le voir dans les sections précédentes. Les acteurs du modèle sont des doublets d'isospin faible 1/2 de $SU(2)$ dont entre autres :

⁴Nous verrons que la parité n'est que partiellement brisée pour d'autres interaction faible : les courant neutres.

$$\begin{aligned}
l_{eL} &= \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} & l_{\mu L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix} & l_{\tau L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix} \\
q_{1L} &= \begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix} & q_{2L} &= \begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix} & q_{3L} &= \begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

L'indice L signifie qu'il s'agit des fermions d'hélicité *gauche*⁵. Ici, $e_L^- = (1 - \gamma^5)/2e^-$, projection de l'électron sur son état d'hélicité gauche, avec l'habituel $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Les expériences montrant que le neutrino n'interagit que dans une hélicité gauche suggèrent fortement que seul le neutrino *gauche* existe, et comme nous le verrons plus loin, qu'il est de masse nulle. Ce n'est pas le cas pour les parties *droites* des fermions chargés. Ils doivent donc rester présents dans cette théorie qui traite la partie électromagnétique. Ainsi, pour ne pas les exclure, on les inclut comme des singulets d'isospin faible (pas de charge faible : $t=0$) de $SU(2)$ ⁶ :

$$\begin{array}{ccc}
e_R^- & \mu_R^- & \tau_R^- \\
u_R & c_R & t_R \\
d'_R & s'_R & b'_R
\end{array}$$

Le fait que seuls les fermions gauches subissent l'interaction faible implique l'intervention de l'opérateur $\frac{(1-\gamma^5)}{2}$ pour projeter les champs fermioniques interagissant dans leur hélicité gauche. Nous verrons dans la section 1.3.2 la démarche historique qui conduisit la théorie de Fermi vers une théorie de l'interaction faible de type $V - A$ (V pour *vecteur* comme γ^μ , et A pour "*axial-vector*" ou pseudo vecteur en français, comme $\gamma^\mu\gamma^5$). En effet, bien avant l'établissement de la théorie électrofaible de GWS, ce comportement avait déjà été inclus dans le modèle phénoménologique de Fermi par Feynman et Gell-Mann.

Pour revenir à la génération des masses des fermions dans le Modèle Standard, il est tout d'abord à noter qu'un terme de masse d'un champ de Dirac pour un spineur ψ , mélange les deux hélicités :

$$-m(\psi_L\psi_R - \psi_R\psi_L) \quad (1.41)$$

Une transformation de jauge appliquée à ψ_L uniquement, briserait $SU(2)_L$ pour ce terme de masse. Le mécanisme de Higgs propose un brisure spontanée de cette symétrie ; on s'attend donc à ce qu'il puisse générer les masses des fermions. Dans le Modèle Standard, un doublet l_{eL} se couple "à la Yukawa" avec un doublet de Higgs ϕ et le singulet l_{eR} donnant le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^e = -g_e(\bar{l}_{eL}\phi e_R + \bar{e}_R\phi^\dagger l_{eL}),$$

où g_e est un coefficient de couplage de Yukawa. En insérant la valeur du fondamental dans ϕ responsable de la brisure de symétrie, on obtient :

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^e = -g_e \frac{v}{\sqrt{2}}(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L). \quad (1.42)$$

On reconnaît un terme de masse de Dirac, et en identifiant avec (1.41), on a la masse de l'électron $m_e = g_e \frac{v}{\sqrt{2}}$. De même on génère la masse du muon, du tau et celles des quarks. Un tel terme

⁵Il faut rajouter à cette liste les conjugués CP de ces doublets, en changeant les particules par leur antiparticules, et les L par des R.

⁶Il faut rajouter à cette liste les conjugués CP de ces doublets, en changeant les particules par leur antiparticules, et les R par des L.

de masse pour les neutrinos ne pourrait exister que si les neutrinos dans l'état d'hélicité droite existaient. Or toutes les expériences semblent indiquer l'absence d'une telle hélicité pour les neutrinos, ce qui, dans le Modèle Standard, interdit au neutrino d'avoir une masse.

Nous avons dit au début de ce chapitre que les bosons de jauge étaient les médiateurs des interactions, en particulier que les W^\pm et le Z^0 étaient ceux de l'interaction faible. Dans le cadre de la théorie de jauge $SU(2)_L \times U(1)$ de GWS nous avons construit explicitement ces bosons. Voyons comment ils permettent de modéliser les interactions faibles.

1.3 Les interactions des neutrinos avec la matière

1.3.1 Couplages aux bosons de jauge

Nous avons vu dans la section précédente que la brisure de symétrie dans le secteur de Higgs générerait 3 bosons de jauge massifs et un de masse nulle. Dans l'équation (1.40), nous avons déjà explicitement dégagé le champ du photon et celui du boson Z^0 . Pour les W , la normalisation que l'on emploie est $W^\mu \equiv (W_1^\mu - iW_2^\mu) / \sqrt{2}$. Ainsi, le terme $i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu$ de la dérivée covariante (1.33) devient :

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\tau_+ \frac{(W_1^\mu - iW_2^\mu)}{\sqrt{2}} + \tau_- \frac{(W_1^\mu + iW_2^\mu)}{\sqrt{2}} \right) + \frac{\tau_3}{2} W_3^\mu, \quad (1.43)$$

où $\tau_\pm = (\tau_1 \pm i\tau_2) / 2$ sont les opérateurs analogues aux $\sigma_{\uparrow\downarrow}$ dans la symétrie $SU(2)$ du spin. Alors, de l'expression du lagrangien leptonique libre dans la théorie GWS, on pourra voir apparaître les couplages des leptons aux bosons de jauge :

$$\mathcal{L}_{\text{lept}} = \sum_{f=e,\mu,\tau} \bar{l}_{fL} (i\gamma_\mu D_L^\mu) l_{fL} + \sum_{f=e,\mu,\tau} \bar{l}_{fR} (i\gamma_\mu D_R^\mu) l_{fR} \quad (1.44)$$

où

$$D_L^\mu = \partial^\mu + i\frac{g}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu + i\frac{g'}{2}yB^\mu \quad (1.45)$$

$$D_R^\mu = \partial^\mu + i\frac{g'}{2}yB^\mu. \quad (1.46)$$

Ce lagrangien (1.44) contient donc des termes de couplages aux bosons de jauge qui peuvent être écrits comme une somme de trois autres Lagrangiens spécifiques :

- une partie relative au champ W ,
- une partie relative au Z^0 ,
- et enfin, une partie électromagnétique.

$$\mathcal{L}_{\text{lept}}^{\text{couplage}} = \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_Z + \mathcal{L}_A \quad (1.47)$$

Evidemment, la partie de champs *droits* de (1.44) sera exclusive au lagrangien électromagnétique (avec une fraction des facteurs de W_3 de la partie gauche). Ainsi on trouve pour les trois

lagrangiens

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_l \right) W_\mu + \text{H.C.} \quad (1.48)$$

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{\cos \theta_W} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau,\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau} \bar{\psi}_l \gamma^\mu \left[t_3^l \frac{(1-\gamma^5)}{2} - Q_l \sin^2 \theta_W \right] \psi_l \right) Z_\mu + \text{H.C.} \quad (1.49)$$

$$\mathcal{L}_A = g \sin \theta_W \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_l \gamma^\mu \psi_l \right) A_\mu + \text{H.C.} \quad (1.50)$$

où Q_l est le nombre quantique conservé $Q_l = t_3 + y/2$ que l'on associe au nombre de charge électrique. Nous pouvons à ce stade faire plusieurs remarques :

- l'universalité, au niveau des *savours* leptoniques, de ces expressions. En effet, on retrouve le même comportement pour les trois générations de leptons.
- le couplage au W (1.48) est un pur V - A
- le couplage électromagnétique (1.50) a perdu sa structure V - A, comme on s'y attendait (pas de violation de la parité en électromagnétisme!).
- le couplage au Z (1.49) n'est pas purement V - A. En fait, il l'est pour les neutrinos (où le nombre de charge $Q_\nu = 0$), ce qui est cohérent avec le fait que sa partie droite n'existe pas. Cependant, les leptons chargés apportent une contribution non négligeable de couplage V + A au Z.

Cette dernière remarque nous amène à réécrire (1.49) d'une façon différente :

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{\cos \theta_W} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{1}{2} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_{\nu_l} + \bar{\psi}_l \gamma^\mu \left[c_L^l \frac{(1-\gamma^5)}{2} + c_R^l \frac{(1+\gamma^5)}{2} \right] \psi_l \right) Z_\mu + \text{H.C.}, \quad (1.51)$$

avec

$$\begin{aligned} c_L^l &= t_3^l - Q_l \sin^2 \theta_W &= -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \\ c_R^l &= -Q_l \sin^2 \theta_W &= \sin^2 \theta_W. \end{aligned}$$

On utilise également une autre écriture pour (1.49)

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_{\nu_l} + \bar{\psi}_l \gamma^\mu \left[g_V^l - g_A^l \gamma^5 \right] \psi_l \right) Z_\mu, \quad (1.52)$$

avec

$$\begin{aligned} g_V^l &= t_3^l - 2Q_l \sin^2 \theta_W &= -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \\ g_A^l &= t_3^l &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

On peut d'ailleurs établir une relation simple entre (g_V, g_A) et (c_L, c_R) :

$$g_V = c_L + c_R \quad (1.53)$$

$$g_A = c_L - c_R. \quad (1.54)$$

L'universalité leptonique des couplages (1.48), (1.49), et (1.50) est également vraie dans le secteur des quarks. Les expressions sont même identiques (au détail près de la présence de singulets droits pour u, c, t). Une complication majeure est malgré tout présente, dans le fait que les quarks d, s, b, se couplant de cette façon *universelle* avec les bosons de jauge W^\pm , Z^0 et γ , ne sont pas les mêmes que ceux de l'interaction forte, comme évoqué en début de chapitre, mais des combinaisons linéaires de d' , s' , et b' :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

1.3.2 Approximation aux interactions courants-courants

En reprenant les termes de couplages décrits par (1.48), (1.49) et (1.50), on peut voir sur la partie électromagnétique le terme correspondant au courant électromagnétique déjà signalé dans l'équation (1.17) de la section 1.2.2

$$\mathcal{L}_A = g \sin \theta_W \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_l \gamma^\mu \psi_l \right) A_\mu \quad (1.56)$$

$$= -j_{\text{elec}}^\mu A_\mu, \quad (1.57)$$

où j_{elec}^μ est le courant électromagnétique en question. De même pour les termes correspondant aux W et Z, on peut définir des *courants*

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_l \right) W_\mu \quad (+ \text{H.C.}) \quad (1.58)$$

$$= \left(-j_{\text{CC}}^\mu(\text{leptons charges}) W_\mu - j_{\text{CC}}^\mu(\text{leptons charges})^\dagger W_\mu^\dagger \right) \quad (1.59)$$

et

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{\cos \theta_W} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{1}{2} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_{\nu_l} + \bar{\psi}_l \gamma^\mu \left[g_V^l - g_A^l \gamma^5 \right] \psi_l \right) Z_\mu \quad (1.60)$$

$$= -j_{\text{NC}}^\mu(\text{leptons}) Z_\mu$$

$$= [-j_{\text{NC}}^\mu(\text{neutrinos}) - j_{\text{NC}}^\mu(\text{leptons chargés})] Z_\mu.$$

Dans cette notation simple et forte en analogies, on trouve les termes CC et NC. Le premier est pour Courants Chargés (Charged Currents), car il y a couplage avec un boson de jauge chargé : W^+ ou W^- ; alors que le second est pour Courants Neutres (Neutral Currents) car il y a couplage avec un boson de jauge neutre : Z^0 .

Théorie de Fermi et ses extensions

La notion de courants dans le cadre des interactions faibles a été introduite par Fermi, qui avait, de façon phénoménologique fait l'analogie avec les courants électromagnétiques de la

QED⁷. Par exemple il écrit l'amplitude de désintégration β à quatre fermions de façon analogue à l'amplitude de diffusion proton-électron, schématisées sur la figure 1.2.

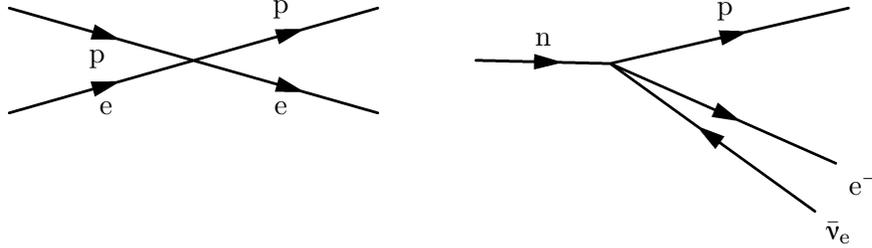


FIG. 1.2: Analogie entre diffusion électromagnétique et désintégration β

Ainsi, il déduit une amplitude de la désintégration β de la forme :

$$A \bar{\psi}_p(x) \gamma_\mu \psi_n(x) \bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu \psi_\nu(x), \quad (1.61)$$

où A est une constante (réelle).

Le cas nucléaire

La découverte de la désintégration β^+ et de la capture électronique, peuvent être décrites facilement en ajoutant à (1.61) son terme conjugué hermitien. Cependant, on observe des transitions nucléaires qui ne peuvent être décrites par ces formes d'amplitude, notamment les transitions nucléaires avec inversion de spin. En effet, ces dernières étant de bons exemples de phénomènes non-relativistes, l'expression (1.61) prend en compte, à la limite non relativiste, les transitions nucléaires avec $\Delta J = 0$, mais pas $\Delta J = 1$, comme nous allons le voir. Pour remédier à cela, une possibilité est d'introduire un terme *tenseur* : $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ à la place du terme vecteur γ^μ . Ainsi, l'amplitude de transition nucléaire

$$\bar{\psi}_p(x) \sigma_{\mu\nu} \psi_n(x), \quad (1.62)$$

dite de Gamow-Teller [Gamow and Teller, 1936], autorise des variations de spin $\Delta J = 1$. De façon plus générale, nous recherchons une expression invariante de Lorentz, et nous venons d'en citer deux : Vectorielle (V), et Tensorielle (T). Ce ne sont pas les seules. En particulier on peut ajouter des expressions faisant apparaître γ^5 , déjà rencontré précédemment. Ainsi on peut former un terme dit Pseudo-Scalaire (PS) avec le terme γ^5 ; de même qu'un terme Pseudo-Vecteur, ou Axial Vector en anglais (A), avec le terme $\gamma^\mu \gamma^5$. Et bien sûr il y a le terme Scalaire (S) $\bar{\psi}_p(x) \psi_n(x)$. Le tableau 1.5 présente les différents termes précédemment cités, dans une amplitude de transition du type $\bar{\psi}_a \mathcal{O} \psi_b$.

L'opérateur (T) comporte 2 types de termes non nuls :

⁷QED : Quantum Electro Dynamics, *i.e.* Electro Dynamique Quantique.

Type	Forme de \mathcal{O}	Parité de la transition
Scalaire (S)	$\mathbb{1}$	+1
Vecteur (V)	γ^μ	-1 (Espace), +1 (Temps)
Tenseur (T)	$\sigma^{\mu\nu}$	<i>spécial</i>
Pseudo/Axial 4-Vecteur (A)	$\gamma^\mu\gamma^5$	+1 (Espace), -1 (Temps)
Pseudo Scalaire(PS)	γ^5	-1

TAB. 1.5: Différents choix pour l'opérateur \mathcal{O} dans les courants généralisés de type $\bar{\psi}_a\mathcal{O}\psi_b$.

- des termes de type Espace-Espace correspondant à la partie Espace-Espace de $\sigma^{\mu\nu}$: $\sigma^{ij} = \varepsilon^{ijk}\Sigma^k = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix}$
- des termes mixtes correspondant aux parties Espace-Temps et Temps-Espace de $\sigma^{\mu\nu}$: $\sigma^{0k} = -\sigma^{k0} = i\alpha^k$.

On peut alors voir que les termes Espace-Espace sont pairs alors que les termes mixtes sont impairs. La démarche qui fut adoptée, historiquement, consistait à passer à la limite non relativiste, où des simplifications nous permettent de faire le lien avec les différents résultats expérimentaux de désintégrations nucléaires, qui sont effectivement des processus non relativistes (pour le système hadronique!!). En effet, le spineur de Dirac peut se décomposer en deux parties

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (1.63)$$

donc si l'on considère les spineurs du neutron et du proton ψ_n et ψ_p :

$$\psi_n = \begin{pmatrix} \phi_n \\ \chi_n \end{pmatrix}, \text{ et } \psi_p = \begin{pmatrix} \phi_p \\ \chi_p \end{pmatrix}, \quad (1.64)$$

on peut montrer que les opérateur (S) = $\bar{\psi}_p\psi_n$ et (V) = $\bar{\psi}_p\gamma^\mu\psi_n$ tendent vers $\phi_p^\dagger\phi_n$. De même on montre que (T) = $\bar{\psi}_p\sigma^{\mu\nu}\psi_n$ et (A) = $\bar{\psi}_p\gamma^\mu\gamma^5\psi_n$ tendent vers $\phi_p^\dagger\vec{\sigma}\phi_n$. Enfin, (PS) tend vers 0.

La première limite $\phi_p^\dagger\phi_n$ correspond à des transitions nucléaires sans changement de spin $\Delta J = 0$, alors que la deuxième, $\phi_p^\dagger\vec{\sigma}\phi_n$, autorise un changement de spin. Or les deux types de transitions sont observés, ce qui signifie qu'il faut que le hamiltonien contienne les termes (S) et/ou (V) et (T) et/ou (A). Et bien sûr, on ne peut rien dire pour (PS). Le travail de Fierz (1937) montra que si les termes (S) et (V) ou (A) et (T) étaient présents dans l'interaction, cela générerait une interférence visible en $1 + a/E_e$ sur le spectre de la désintégration β , où E_e est l'énergie de l'électron. Cette interférence n'a jamais été observée. Ceci restreint encore les différents choix. Pour les combinaisons restantes, une autre interférence prévue (mais non observée) entre d'autres termes permet de rejeter leur existence. Ne restaient en course, en 1950 que les combinaisons $\{(S),(T),(P)\}$ et $\{(V),(A)\}$. Et ce n'est qu'en 1958, avec la découverte de la violation de la parité et des expériences de mesures de corrélations angulaires de désintégrations, que la forme unique du courant nucléaire faible fut établie comme $\{(V),(A)\}$ de la forme : $\bar{\psi}_p\gamma^\mu(C_V + C_A\gamma^5)\psi_n$. Ainsi, la désintégration β permet de donner une valeur [Budd et al., 2005] au rapport $C_V/C_A \simeq -1,267$.

Le cas leptonique

Pour ce qui est de la partie leptonique, $\bar{\psi}_e \mathcal{O} \psi_\nu$, le cheminement fut moins douloureux, car la violation *totale* de la parité permet d'imposer non seulement les termes (V) et (A) mais aussi leur contribution respective.

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.2.4, l'expérience de Goldhaber a permis d'établir la violation totale de la parité ainsi que l'existence du neutrino dans un état d'hélicité unique : le gauche. Cette donnée permet de partir du principe que seules les composantes leptoniques d'hélicité gauche participent aux processus de type désintégration β . Ainsi, on peut écrire que l'opérateur $\bar{\psi}_e \mathcal{O} \psi_\nu$ doit être identique à celui obtenu en projetant les champs ψ_e et ψ_ν sur leur états d'hélicité gauche. Cela se fait en faisant agir les opérateurs

$$P_{\pm} = \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \quad (1.65)$$

L'opérateur P_+ appliqué à un champ le projette sur sa partie d'hélicité droite, et P_- sur la partie d'hélicité gauche. Dans notre cas, le courant leptonique s'écrit :

$$(\overline{P_- \psi_e}) \mathcal{O} (P_- \psi_\nu) = \psi_e^\dagger P_-^\dagger \gamma^0 \mathcal{O} P_- \psi_\nu \quad (1.66)$$

Or $P_-^\dagger = P_-$ et $P_- \gamma^0 = \gamma^0 P_+$. On trouve finalement que le courant leptonique doit être de la forme

$$\bar{\psi}_e P_+ \mathcal{O} P_- \psi_\nu \quad (1.67)$$

On voit que la projection des leptons sur leur partie d'hélicité gauche revient à transformer l'opérateur \mathcal{O} en $\mathcal{O}' = P_+ \mathcal{O} P_-$. On remarque que tous les \mathcal{O} listés dans le tableau 1.5 qui commutent avec P_{\pm} , donneront une contribution nulle car $P_+ P_- = 0$. Les seuls qui ne commutent pas sont ceux de type Vecteurs (V) et de type Pseudo Vecteur (A) puisque l'on a :

$$\begin{aligned} P_+ \gamma^\mu &= \frac{1 + \gamma^5}{2} \gamma^\mu = \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} + \frac{\{\gamma^5, \gamma^\mu\}}{2} \\ &= \gamma^\mu P_- \end{aligned}$$

De même, on trouve que $P_+ \gamma^\mu \gamma^5 = \gamma^\mu \gamma^5 P_-$.

Ce qui donne, pour $\mathcal{O}_V = \gamma^\mu$:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}'_V &= P_+ \gamma^\mu P_- \\ &= \gamma^\mu (P_-)^2 = \gamma^\mu P_- \\ &= \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \end{aligned}$$

Pour ce qui est du cas pseudo-vecteur (A), où $\mathcal{O}_A = \gamma^\mu \gamma^5$, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{O}'_A &= P_+ \gamma^\mu \gamma^5 P_- \\ &= \gamma^\mu \gamma^5 (P_-)^2 = \gamma^\mu \gamma^5 P_- \\ &= \gamma^\mu \gamma^5 \frac{1 - \gamma^5}{2} \\ &= -\gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \end{aligned}$$

On voit donc que les formes (V) et (A), les seules à être non nulles par cette transformation, donnent une même contribution (au signe près), suggérant la forme V-A attendue pour l'interaction faible. Le courant leptonique pour la désintégration β prend finalement la forme :

$$\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu \quad (1.68)$$

L'unification

On voyait alors déjà apparaître un brin d'universalité dans les courants de l'interaction faible. La théorie connut un grand succès et permit de décrire des phénomènes comme les désintégrations β ou la désintégration du muon. La théorie courant-courant (de type désintégration β , c'est-à-dire des courants chargés) de Fermi se généralise parfaitement à tout le secteur leptonique donnant un courant leptonique de la forme

$$\begin{aligned} j_{CC}^\lambda(\text{lepton}) &= \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_e + \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\mu + \bar{\psi}_{\nu_\tau} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\tau \\ &= j_{CC}^\lambda(e) + j_{CC}^\lambda(\mu) + j_{CC}^\lambda(\tau) \end{aligned}$$

Ainsi, tous les processus purement leptoniques de courants chargés sont contenus dans le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_{CC}(\text{lepton}) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_{CC}^\mu(\text{lepton})^\dagger j_{CC\mu}(\text{lepton}) + \text{H.C.} \quad (1.69)$$

Ainsi, dans le modèle courant-courant de Fermi (et V-A) on pourra voir apparaître, par exemple, le terme

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\mu \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_e}, \quad (1.70)$$

Donnant à l'amplitude \mathcal{M} la forme

$$\mathcal{M} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\mu \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_e}, \quad (1.71)$$

Tel quel, ce terme décrit la désintégration du muon $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ illustrée en figure 1.3, mais aussi toutes les interactions existantes lorsqu'on échange une particule d'un côté à l'autre de la flèche (avec l'action de l'opérateur de conjugaison de charge sur la particule déplacée, bien sûr) ; comme par exemple, l'interaction par courant chargé du ν_μ sur un e^-

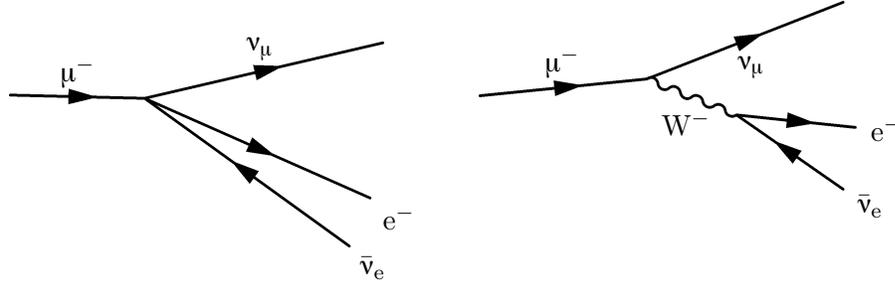
$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e \quad (1.72)$$

Dans le modèle GWS, l'amplitude d'une telle interaction tient compte du fait que l'interaction est véhiculée par le boson de jauge W. Apparaît donc dans l'amplitude \mathcal{M} son propagateur (dans lequel on a omis le $i\epsilon$) :

$$\mathcal{M} = \frac{-ig}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\lambda \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \psi_\mu \frac{i(-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / M_W^2)}{k^2 - M_W^2} \frac{-ig}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_e \gamma^\lambda \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \psi_{\nu_e}, \quad (1.73)$$

où k est l'énergie-impulsion cédée au W, autrement dit, l'énergie du muon non cédée au neutrino muonique. Dans les domaines d'énergie leptonique qui nous intéressent, de l'ordre du GeV, on a $k^2 \ll M_W^2$, car $M_W \simeq 80,4 \text{ GeV}/c^2$. Le propagateur se réduit alors à la constante $\frac{g^{\mu\nu}}{M_W^2}$, ce qui permet d'écrire l'amplitude à basse énergie :

$$\mathcal{M} \simeq -i \frac{g^2}{8M_W^2} \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\mu \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_e}. \quad (1.74)$$

FIG. 1.3: Désintégration du muon *vis par Fermi et par GWS*

Ainsi, en comparant cette amplitude (1.74) à celle trouvée dans le cadre de la théorie courant-courant (1.71), on extrait l'identité :

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}. \quad (1.75)$$

Les deux résultats (1.71) et (1.74) montrent que la théorie de Fermi et celle de GWS se rejoignent à basse énergie, et la dernière est une théorie renormalisable et unitaire [Aitchison and Hey, 2004] (contrairement à la première).

La mesure du temps de désintégration du muon, ainsi que celle de sa masse permirent de déterminer la constante de Fermi G_F . De plus, si l'on se réfère aux relations qui relient les différents paramètres du modèle GWS, on a $M_W = gv/2$. Ce qui donne une relation directe entre G_F et v

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2v^2}. \quad (1.76)$$

Or, il se trouve que $v/\sqrt{2}$ est la valeur du vide du champ de Higgs. La valeur de $G_F \simeq 1,166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ et la relation (1.76) donnent $v/\sqrt{2} \simeq 174 \text{ GeV}$. Ceci fixe l'échelle d'énergie de brisure de symétrie électrofaible ($v \simeq 246 \text{ GeV}$).

Le modèle GWS diffère cependant beaucoup plus de celui de Fermi en ce qui concerne les courants neutres et les interactions hadroniques faibles. En effet, les courants neutres ne sont pas purement V-A comme nous avons pu le voir dans la section 1.3. Le modèle GWS prédit la forme des coefficients associés à la partie vectorielle (C_V) et pseudo-vectorielle (C_A) de l'interaction.

En ce qui concerne les interactions faibles dans le secteur hadronique, le modèle GWS repose sur le modèle des quarks, contrairement à celui de Fermi, et dispose ainsi de la même description pour les quarks et pour les leptons, enfin presque... En effet, comme nous l'avons vu dans la section 1.3, le secteur des quarks possède une difficulté supplémentaire puisque les états propres de l'interaction faibles ne sont pas les mêmes que ses états propres de l'interaction forte. Or ils sont créés dans ces derniers états propres. A chaque fois que l'on traitera de l'interaction faible dans le domaine des quarks, il faudra appliquer le changement de base $(d, s, b) \rightarrow (d', s', b')$ pour travailler avec les éléments de $SU(2)$ de notre théorie électrofaible.

1.3.3 Courants chargés - courants neutres

En nous appuyant sur tout ce que nous venons de voir, nous pouvons étudier les interactions de neutrinos pour des énergies de l'ordre du GeV en remplaçant les propagateurs des W et, *a fortiori*, du Z (qui possède une masse supérieure à celle du W) par sa version simplifiée

$$\frac{(-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / M_W^2)}{k^2 - M_W^2} \rightarrow \frac{g^{\mu\nu}}{M_{W/Z}^2}. \quad (1.77)$$

Dans cette partie, nous traiterons successivement des courants chargés et des courants neutres de l'interaction faible dans le secteur des neutrinos. Nous verrons dans la suite que, dans le cadre de cette thèse, les courants chargés, et en particulier les diffusions quasi-élastiques, seront notre sujet d'étude. C'est pourquoi nous développerons particulièrement ce dernier type d'interaction.

Courants chargés

Comme nous l'avons vu précédemment, les courants chargés - CC - sont des interactions faisant intervenir un boson de jauge de l'interaction faible chargé : W^\pm . On peut donc généralement modéliser un CC de neutrino par une interaction de ce type :

$$\nu_l + A \rightarrow l + B, \quad (1.78)$$

où l est un lepton e, μ, τ , A est la cible et B , le produit restant de l'interaction. Le cas le plus simple est celui où A et B sont des leptons. En effet, une interaction faible de neutrino, de type purement leptonique est purement V-A. Par exemple, la diffusion

$$\nu_l + l' \rightarrow l + \nu_{l'}, \quad (1.79)$$

où $l \neq l'$, à un graphe de Feynman à l'ordre des arbres donné par la figure 1.4.

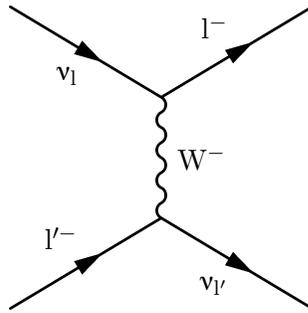


FIG. 1.4: Diagramme de Feynman à l'ordre des arbres de $\nu_l + l' \rightarrow l + \nu_{l'}$

Si l'interaction est cinématiquement possible, un tel processus a une amplitude

$$\mathcal{M} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_l \bar{\psi}_{l'} \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_{l'}}. \quad (1.80)$$

La formule générale de section efficace de diffusion 2 – 2, où l'on néglige les masses des particules par rapport à l'énergie dans le centre de masse est donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\overline{\mathcal{M}}|^2, \quad (1.81)$$

où s est la variable de Mandelstam correspondant au carré de l'énergie totale dans le centre de masse, et $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ est l'élément de matrice au carré pour lequel on fait une moyenne sur les spins. Dans notre cas particulier, on moyenne sur les spins de l et on somme sur ceux de l' . Quant aux neutrinos, pas besoin de sommer ou de moyennner puisque leur hélicité et leur impulsion imposent leur spin. Justement, la présence de $(1 - \gamma^5)$ en assure l'hélicité et, pour simplifier le calcul, les sommes et moyennes peuvent être appliquées également aux neutrinos sans perte de leur propriété d'hélicité unique. On trouve que la section efficace totale de diffusion $\nu_\mu e^-$, par exemple, vaut :

$$\sigma = \frac{G_F^2 s}{\pi} \simeq \frac{2m_e G_F^2}{\pi} E_{\nu_\mu}, \quad (1.82)$$

où l'on a considéré e^- "immobile" et où E_{ν_μ} est l'énergie du neutrino incident, dans le référentiel du laboratoire. On observe que dans l'approximation *basse énergie*, cette section efficace de diffusion est proportionnelle à l'énergie, et l'on peut en calculer l'ordre de grandeur :

$$\sigma \simeq 1,7 \times 10^{-17} \left(\frac{E_\nu}{\text{GeV}} \right) \text{ barn} \simeq 1,7 \times 10^{-41} \left(\frac{E_\nu}{\text{GeV}} \right) \text{ cm}^2. \quad (1.83)$$

Dans le cadre de MINOS, cette interaction ne nous intéresse pas, car à faible section efficace, comme nous allons le voir. En effet, les principaux événements que MINOS voit sont des interactions neutrino-nucléon. Cette fois, il faut prendre en compte le fait que :

- ce n'est plus une interaction purement leptonique,
- elle met en jeu des quarks,
- la structure du nucléon est sondée (particulièrement autour de quelques GeV), apportant des incertitudes de sections efficaces.

Dans le cas le plus naïf, on peut considérer le quark comme une particule isolée dans le nucléon et voir, par exemple, l'interaction $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ comme agissant au niveau des quarks

$$\nu_\mu + u \rightarrow \mu^- + d. \quad (1.84)$$

L'interaction (1.84) possède une amplitude

$$\mathcal{M} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_\mu \bar{\psi}_u \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \psi_d. \quad (1.85)$$

Le problème ici est que le quark d n'est pas un état propre de l'interaction faible. Comme nous l'avons vu dans la section 1.3.1, le quark d est une superposition de (d', s', b') . Les éléments de cette matrice ont été mesurés et permettent de faire l'approximation suivante : le quark b est quasiment découplé des d' et s' . Ce qui signifie qu'il y a un mélange entre (d, s) et (d', s') mais que la composante en b' ne se mélange pas et $b' \simeq b$. Les valeurs expérimentales (les limites à 90% de niveau de confiance) [Eidelman et al., 2004] des modules des coefficients de la matrice CKM sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,9739 \text{ à } 0,9751 & 0,221 \text{ à } 0,227 & 0,0029 \text{ à } 0,0045 \\ 0,221 \text{ à } 0,227 & 0,9730 \text{ à } 0,9751 & 0,039 \text{ à } 0,044 \\ 0,0048 \text{ à } 0,014 & 0,037 \text{ à } 0,043 & 0,9990 \text{ à } 0,9992 \end{pmatrix} \quad (1.86)$$

Seuls les modules sont présentés ici car certains coefficients sont complexes. Cependant, ces données montrent bien le découplage du b avec les autres quarks. Ainsi se détache un mélange à deux quarks pouvant être représenté par une matrice de rotation 2×2 dont l'angle sera appelé angle de Cabibbo θ_C

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (1.87)$$

En effet, ce mélange fut trouvé à l'origine par Cabibbo, et généralisé par Kobayashi et Maskawa pour trois quarks. Ainsi toute interaction mettant en jeu d, s, ou b se verra attribuer des coefficients correspondants aux états propres d' , s' , et b' . Le vertex de l'interaction de courant chargé du quark u représenté sur la figure 1.5 donnera une contribution

$$\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi_d \rightarrow \cos \theta_C \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi_{d'} \approx V_{ud} \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi_{d'} \quad (1.88)$$

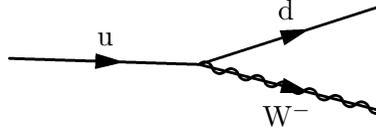


FIG. 1.5: Vertex d'interaction du CC $u - W^- - d$

Malheureusement, les quarks ne sont pas isolés, et sont confinés dans les nucléons. Ce qui implique que le calcul de section efficaces des interactions neutrino-nucléon se compliquera dès que cette dernière sonde la structure même du nucléon. Nous verrons que l'énergie du neutrino incident sera un facteur important sur le type d'interaction : plus elle est grande, plus le nucléon sera "sondé". Le courants chargés dominant à basse énergie (\lesssim GeV) est la diffusion quasi élastiques (QE), puis autour du GeV, apparaissent les premières productions de résonances, et enfin à hautes énergie, l'interaction dominante est la diffusion profondément inélastique (DIS - Deep Inelastic Scattering). Dans tous les cas que nous allons décrire, nous considérerons des diffusions $\nu_\mu - \text{nucléon}$.

Les diffusions quasi-élastiques

Le terme "diffusion quasi élastique" signifie qu'il y a une "quasi" conservation de l'impulsion pour le système $\nu N \rightarrow \mu N'$, donc que le neutrino transfère la "quasi" totalité de son énergie au muon et au nucléon de produit (N'). Pourquoi les QE sont-ils dominantes à plus basse énergie ? Considérons un nucléon de taille caractéristique d'un fermi, et la masse du neutrino largement inférieure (voire nulle) à son énergie. L'énergie correspondante à une longueur d'onde de de Broglie de 1 fm vaut

$$E = 2\pi \frac{\hbar c}{\lambda} \simeq 1,2 \text{ GeV}, \quad (1.89)$$

ce qui signifie que pour des énergies de neutrinos inférieures au GeV, on ne sonde pas la structure du nucléon. La simple conséquence de ceci est que le résultat est une interaction à $2 \rightarrow 2$ où toute l'énergie du neutrino incident est contenue dans les impulsions du muon et du nucléon de recul. L'étude de ce type de CC constitue la meilleure façon de déterminer l'énergie du neutrino incident.

La section efficace de ce processus n'est pourtant pas si simple que l'approche naïve que nous avons faite. En effet, le neutrino voyant la globalité du nucléon, il ne s'agit pas d'un modèle simple d'interaction neutrino-quark, mais neutrino-nucléon. Dans le modèle des partons [Smith, 1972], on considère le nucléon comme un mélange de quarks, caractérisé par des fonctions de répartitions spatiales. Plutôt que de travailler avec ces fonctions, on utilise en général les *facteurs de forme* nucléaires, qui ne sont autre que des représentations dans l'espace de Fourier des distributions spatiales des quarks dans le nucléons. Il s'agit du même concept que pour la diffraction d'une onde par un réseau. Pour chaque type d'interaction, on aura des facteurs de forme différents :

- pour l'électromagnétisme on considèrera les distributions des charges électriques et des moments magnétiques pour exprimer les facteurs de forme électrique (G_V^E) et magnétique (G_V^M),
- et pour l'interaction faible, on considèrera les distributions des isospins faibles pour exprimer les facteurs de forme faible décomposés en une partie vectorielle ($F_V^{1,2}$), pseudo-vectorielle (F_A), et pseudo-scalaire (F_P), tenseur (F_T), scalaire (F_S).

Tous ces facteurs de forme sont des fonctions du transfert d'énergie-impulsion Q^2 .

Afin d'explicitier la forme des sections efficaces différentielles des QE, mettons en place le jeu de variables cinématiques dont nous avons besoin. Soient k, k', p, p' les quadrivecteurs énergie-impulsion respectifs du neutrino, du muon, du hadron cible et du hadron produit. Les énergies E et E' sont celles du neutrino et du muon. On note également M, M' et m les masses des nucléons et du muon. On définit ensuite les variables cinématiques suivantes :

$$\begin{aligned} s &= (k + p)^2 = M^2 + 2ME \\ u &= (k' - p)^2 = M^2 + m^2 \\ q^\mu &= (k - k')^\mu \\ Q^2 &= -q^2 = -q_\mu q^\mu \\ M &= \frac{M+M'}{2} \end{aligned}$$

Les variables s et u sont les variables de Mandelstam, et q^2 est le transfert d'énergie du neutrino au nucléon. Comme nous l'avons vu précédemment, l'interaction QE de CC peut être vue comme une interaction courant-courant [Smith, 1972], avec d'une part, le courant leptonique

$$j^\lambda(\text{muon}) = \bar{\psi}_\mu \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_\mu}, \quad (1.90)$$

et d'autre part le courant hadronique

$$J_\lambda^+(\text{hadronique}) = \cos \theta_C \bar{\Psi}_p \Gamma_\lambda \Psi_n, \quad (1.91)$$

où nous avons introduit l'opérateur Γ_λ :

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &\simeq \gamma_\lambda (F_V^1(Q^2) + \xi F_V^2(Q^2)) + \gamma_5 \gamma_\lambda F_A(Q^2) \\ &+ \frac{q_\lambda F_S(Q^2)}{M} - \frac{(p + p')_\lambda F_V^2(Q^2)}{2M} + i\gamma_5 \frac{\sigma_{\lambda\mu} q^\mu \xi F_T(Q^2)}{M}, \end{aligned}$$

où $\xi = \mu_p - \mu_n$ la différence de moments magnétiques entre le proton et le neutron. Pour des raisons de symétries expliquées dans [Smith, 1972], les termes tenseurs F_T et scalaires F_S deviennent nuls. Les sections efficaces différentielles des interactions $\nu_{\mu}n \rightarrow \mu^-p$ et $\bar{\nu}_{\mu}p \rightarrow \mu^+n$ peuvent alors s'écrire :

$$\frac{d\sigma_{CC}}{dQ^2} \left(\begin{array}{l} \nu_{\mu}n \rightarrow \mu^-p \\ \bar{\nu}_{\mu}p \rightarrow \mu^+n \end{array} \right) = \frac{M^2 G_F^2 \cos^2 \theta_C}{8\pi E_\nu^2} \left[A(Q^2) \pm B(Q^2) \left(\frac{s-u}{M^2} \right) + C(Q^2) \left(\frac{s-u}{M^2} \right)^2 \right], \quad (1.92)$$

où les termes A, B, et C valent :

$$A(Q^2) = \frac{1}{4} \frac{Q^2}{M^2} \left[\left(4 + \frac{Q^2}{M^2} \right) |F_A|^2 - \left(4 - \frac{Q^2}{M^2} \right) |F_V^1|^2 + \frac{1}{4} \frac{Q^2}{M^2} |\xi F_V^2|^2 \left(4 + \frac{Q^2}{M^2} \right) + 4 \frac{Q^2}{M^2} \Re(F_V^{1*}) \xi F_V^2 \right]$$

$$B(Q^2) = \frac{Q^2}{M^2} \Re(F_A^*) (F_V^1 + \xi F_V^2)$$

$$C(Q^2) = \frac{1}{4} \left(|F_A|^2 + |F_V^1|^2 + \frac{Q^2}{M^2} \left| \frac{\xi F_V^2}{2} \right|^2 \right).$$

Dans ces dernières formules, les facteurs de forme n'apparaissent pas comme des fonctions de Q^2 , pour alléger les notations, mais il faut lire $F_V^1(Q^2)$, $F_V^2(Q^2)$, et $F_A(Q^2)$.

Des expériences de diffusion élastiques électron-proton, mesure des facteurs de formes que l'on appelle électromagnétiques ou facteurs de forme de Sachs : $G_V^E(Q^2)$ et $G_V^M(Q^2)$ (E pour "électrique" et M pour magnétique). On peut relier [Fuchs et al., 2004] les facteurs de formes vectoriels F_V^1 dit de Dirac et F_V^2 dit de Pauli, en fonction des G_V :

$$F_V^1(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{4M^2} \right)^{-1} \left[G_V^E(Q^2) + \frac{Q^2}{4M^2} G_V^M(Q^2) \right] \quad (1.93)$$

$$\xi F_V^2(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{4M^2} \right)^{-1} [G_V^M(Q^2) - G_V^E(Q^2)] \quad (1.94)$$

$$(1.95)$$

Grâce aux expériences de diffusions d'électrons sur des noyaux, ces facteurs de formes électromagnétiques ont été mesuré et sont de la forme (approximation dipolaire) :

$$G_V^E(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_V^2} \right)^2} \quad G_V^M(Q^2) = \frac{1 + \xi}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_V^2} \right)^2}, \quad (1.96)$$

où M_V est ce que l'on appelle la "masse vectorielle" et vaut $M_V^2 = 0,71 \text{ GeV}^2$. Pour ce qui est maintenant du facteur de forme F_A , on le suppose de la même forme que (1.96) :

$$F_A(Q^2) = \frac{F_A(0)}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2} \right)^2}. \quad (1.97)$$

La constante $F_A(0)$ est déterminée par la désintégration β , et vaut : $-1,267$. Les meilleurs ajustements aux expériences donnent la valeur de $M_A = 1,00 \pm 0,02 \text{ GeV}$. En intégrant numériquement la section efficace différentielle (1.92), on obtient les courbes représentées sur la figure 1.6. Les différents points correspondent à l'ensemble des données mondiales de mesures de section efficace QE

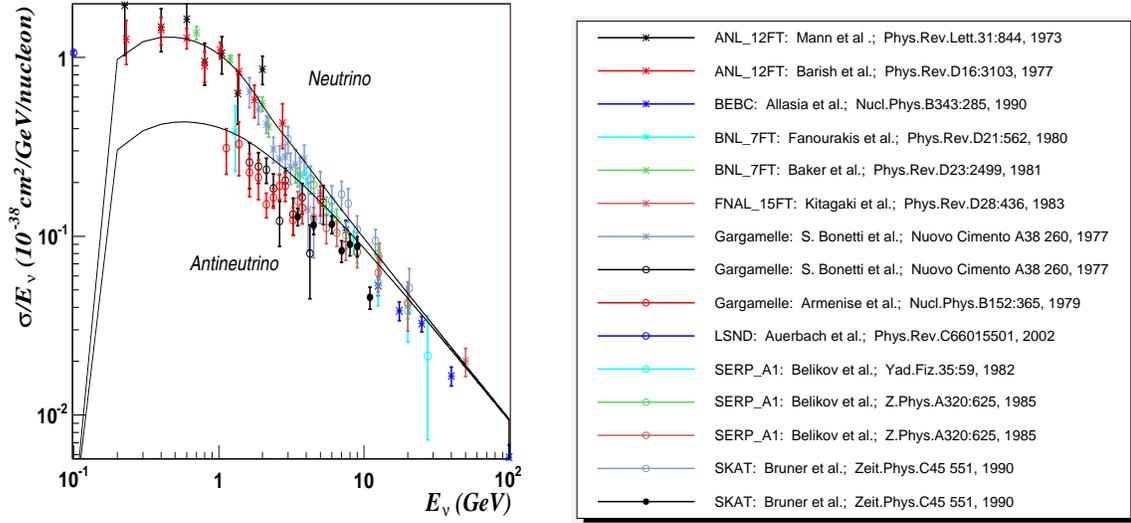


FIG. 1.6: Section efficace d'interaction quasi-élastique du neutrino et de l'antineutrino

de neutrino et d'anti neutrino regroupées par l'outil GENIE [Andreopoulos and Gallagher, 2005], et la courbe continue correspond à l'intégration numérique calculée par NEUGEN [Gallagher, 2002]. Ce que l'on peut observer dans un premier temps, c'est que la section efficace augmente rapidement jusqu'à une énergie du neutrino de 1 GeV, à une valeur de $\sigma \simeq 1 \times 10^{-38} \text{cm}^2$ (pour le neutrino), puis elle reste quasiment constante et garde cette valeur à plus haute énergie (pente de -1 sur le graphe $\sigma/E = f(E)$). La deuxième remarque réside dans la comparaison des deux courbes. On remarque que la section efficace de l'antineutrino est inférieure à celle du neutrino. Cela est bien évidemment encore un effet de la violation totale de parité.

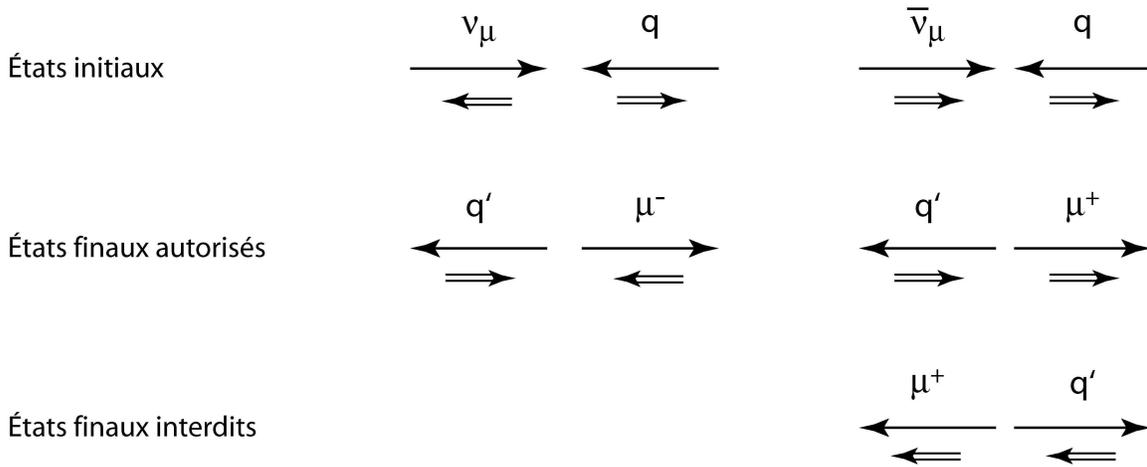


FIG. 1.7: Configurations possibles d'interaction $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu$ avec un quark. Les simples flèches représentent l'impulsion et les doubles, le spin, dans le référentiel du centre de masse.

En effet, pour les courants chargés, seuls les particules gauches interagissent, et la matière nucléaire étant principalement composée de quark et non d'antiquark, la conservation de l'impul-

sion et du moment cinétique supprime un scénario d'interaction antineutrino-nucléon, comme on peut le voir sur la figure 1.7. À gauche, le neutrino sur un quark peut donner le produit muon-quark avec n'importe quel angle. À droite, l'antineutrino sur un quark ne peut donner le produit antimuon-quark qu'avec une configuration particulière d'angle pour que le moment angulaire total soit conservé.

Les productions de résonance

À partir du GeV, on voit apparaître un type d'interaction, où le neutrino produit ce que l'on appelle des résonances. Lors de l'interaction, le proton ou le neutron (qui sont des baryons, voir la section 1.1) peuvent se retrouver dans un état excité que l'on qualifiera de résonance, qui a alors tout d'une particule différente. Elle porte ce nom car sa section efficace de production est décrite, par analogie avec un oscillateur harmonique forcé, par une distribution de Breit-Wigner (distribution de Lorentz) déterminée par la données d'une moyenne (qui sera sa masse) et d'une largeur à mi-hauteur (Γ). Ce type de distribution décrit également la désintégration de particules instables. Les résonances sont des baryons (état lié de trois quarks) très instables. En se désintégrant, ils donnent principalement naissance, entre autres, à des pions (π^0 , π^+ , ou π^-). Il peut y avoir production simple ou multiple de pion. La simple est dominée, à basse énergie, par une résonance que l'on nomme le $\Delta(1232)$ - c'est à dire de masse 1232 MeV -, avec une petite contribution de la $N(1440)$ à plus haute énergie, et les autres au dessus de 1,4 GeV.

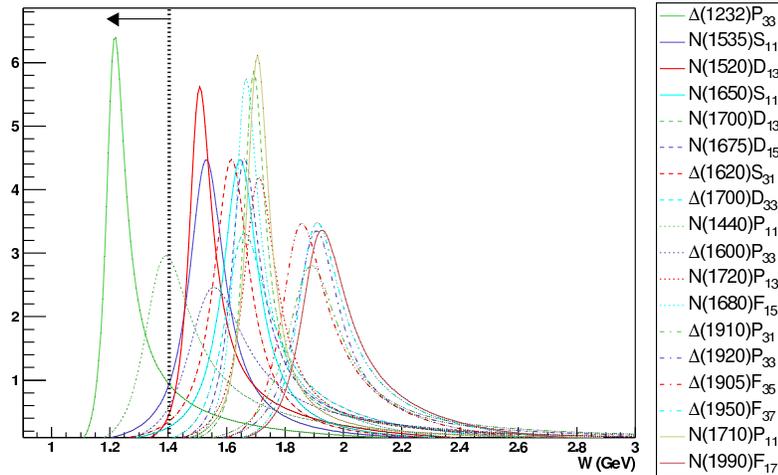


FIG. 1.8: *Distribution de Breit-Wigner des résonances donnant une production simple de pion*

Sur la figure 1.8, on peut voir les distributions des principales résonances prises en compte par la simulation NEUGEN pour les productions simples de pions. La variable W est la masse invariante du système hadronique (la masse disponible pour la production de hadrons). La ligne en pointillés montre la limite prise par NEUGEN pour traiter le domaine de résonance pur, après cette limite on estime atteindre une zone dominée par les diffusions profondément inélastiques. Les doubles sont très peu observées dans les interactions de neutrinos qui nous intéressent, et nous ne nous en préoccupons pas dans toute la suite. Le figure 1.9 montre les sections efficaces de ces productions de résonance pour le neutrino sur les nucléons.

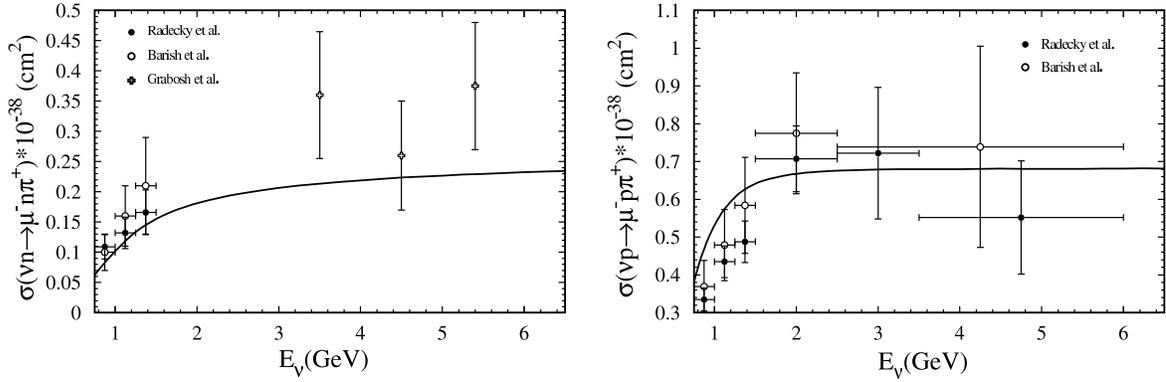


FIG. 1.9: Section efficaces des productions de résonances à un pion

Les diffusions profondément inélastiques

L'autre extrême des CC est la diffusion profondément inélastique, DIS. En effet, dans ce type d'interaction, le neutrino sonde en profondeur le nucléon, et produit le plus souvent une grande quantité de particules résultantes. La section efficace des DIS a la particularité d'augmenter quasi-linéairement avec l'énergie, et ils dominent les interactions au bout de quelques GeV. La phénoménologie des DIS met en jeu des fonctions de structure qui rendent compte de la structure des nucléons, de façon analogue aux facteurs de forme, mais dépendant explicitement de x , une autre variable dynamique que Q^2 (détaillée à l'équation (1.99)). La description des DIS demande l'introduction de nouvelles variables cinématiques

$$\nu = E - E' \quad (1.98)$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (1.99)$$

$$y = \frac{\nu}{E}. \quad (1.100)$$

La première variable ν est la perte d'énergie du système leptonique, dans notre cas il s'agit de la différence entre l'énergie du neutrino et celle du muon. La deuxième variable x est, dans le modèle des partons, représente la fraction d'impulsion du nucléon transportée par les quarks le constituant. La variable y est appelée aussi *inélasticité* est la fraction d'énergie du neutrino cédée au système hadronique. Enfin, la dernière, est la masse invariante, la même que celle du paragraphe précédent sur les productions de résonances. Alors, la section efficace différentielle d'une interaction DIS prend la forme [Aitchison and Hey, 2004] :

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu)}}{dx dy} = \frac{G_F^2}{2\pi} s \left(F_2(x) \frac{1 + (1-y)^2}{2} + xF_3(x) \frac{1 - (1-y)^2}{2} \right). \quad (1.101)$$

Chaque fonction de structure peut être décomposée en ses contributions en quarks dans le nucléon : $u(x)$, $d(x)$, pour les quarks de valence auxquels il faut ajouter $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$, $c(x)$, $s(x)$, $\bar{c}(x)$ et $\bar{s}(x)$ pour les quarks de la *mer*. Ces différentes parties peuvent, à leur tour être réunies par quark et antiquarks : $q(x)$ et $\bar{q}(x)$. Nous considérerons ici que les contributions *étranges* et *charmées*

sont négligeables [Aitchison and Hey, 2004] par rapport aux $\bar{u}(x)$ et $\bar{d}(x)$ de la mer, ce qui donne

$$q(x) = u(x) + d(x) \quad (1.102)$$

$$\bar{q}(x) = \bar{u}(x) + \bar{d}(x). \quad (1.103)$$

La section efficace différentielle, cette fois ci sur le noyaux (car on moyenne les interactions sur neutrons et sur protons) s'écrit alors

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu N)}}{dx dy} = \sigma_0 x (q(x) + (1-y)^2 \bar{q}(x)) \quad (1.104)$$

$$\frac{d^2\sigma^{(\bar{\nu} N)}}{dx dy} = \sigma_0 x ((1-y)^2 q(x) + \bar{q}(x)), \quad (1.105)$$

où $\sigma_0 = \frac{G_F^2 s}{2\pi} \simeq 1,5 \times 10^{-38} (E/\text{GeV}) \text{cm}^2$ est la section efficace d'une interaction ponctuelle. En intégrant on fait apparaître les quantités Q et \bar{Q} correspondant aux $xq(x)$ et $x\bar{q}(x)$ intégrées sur x . Q et \bar{Q} (à ne pas confondre avec le Q^2 du transfert d'énergie précédemment introduit !) représentent la fraction de l'impulsion des nucléons transportés par les quarks et les anti-quarks respectivement :

$$\frac{d\sigma^{(\nu N)}}{dy} = \sigma_0 (Q + (1-y)^2 \bar{Q}) \quad (1.106)$$

$$\frac{d\sigma^{(\bar{\nu} N)}}{dy} = \sigma_0 ((1-y)^2 Q + \bar{Q}). \quad (1.107)$$

Intégré sur y , on trouve finalement :

$$\sigma^{(\nu N)} = \sigma_0 \left(Q + \frac{1}{3} \bar{Q} \right) \quad (1.108)$$

$$\sigma^{(\bar{\nu} N)} = \sigma_0 \left(\frac{1}{3} Q + \bar{Q} \right). \quad (1.109)$$

La collaboration CHARM [Allaby et al., 1988] a mesuré le rapport $\bar{Q}/(Q + \bar{Q}) \simeq 0,154$. Alors le rapport des sections efficaces neutrino/antineutrino donne $\sigma^{(\nu N)}/\sigma^{(\bar{\nu} N)} \simeq 2,06$. C'est ce que l'on peut voir sur les données de la figure 1.10.

Il s'agit de mesures de sections efficaces totales de neutrinos et d'anti-neutrinos, mais comme les DIS dominant largement les autres types d'interactions à partir de 6-7 GeV, cette figure les représente assez bien. On peut voir tout d'abord que la section efficace augmente linéairement avec l'énergie dans les deux cas, comme prévu, et en mesurant les pentes des courbes formées, on trouve une pente de 0,705 pour les neutrinos et 0,346 pour les anti-neutrinos. Le rapport des deux vaut 2,040 ce qui est en très bon accord avec les données de CHARM et la théorie de partons/quarks incluant la mer de quarks. Si on ne la prend pas en compte, les prédictions donnent un rapport d'un tiers puisqu'on supprime le terme \bar{Q} des équations (1.108) et (1.109).

En conclusion de cette partie, sur les courants chargés, la figure 1.11 montre la section efficace totale d'interaction pour les neutrinos ainsi que ses composantes en QE, RES, et DIS.

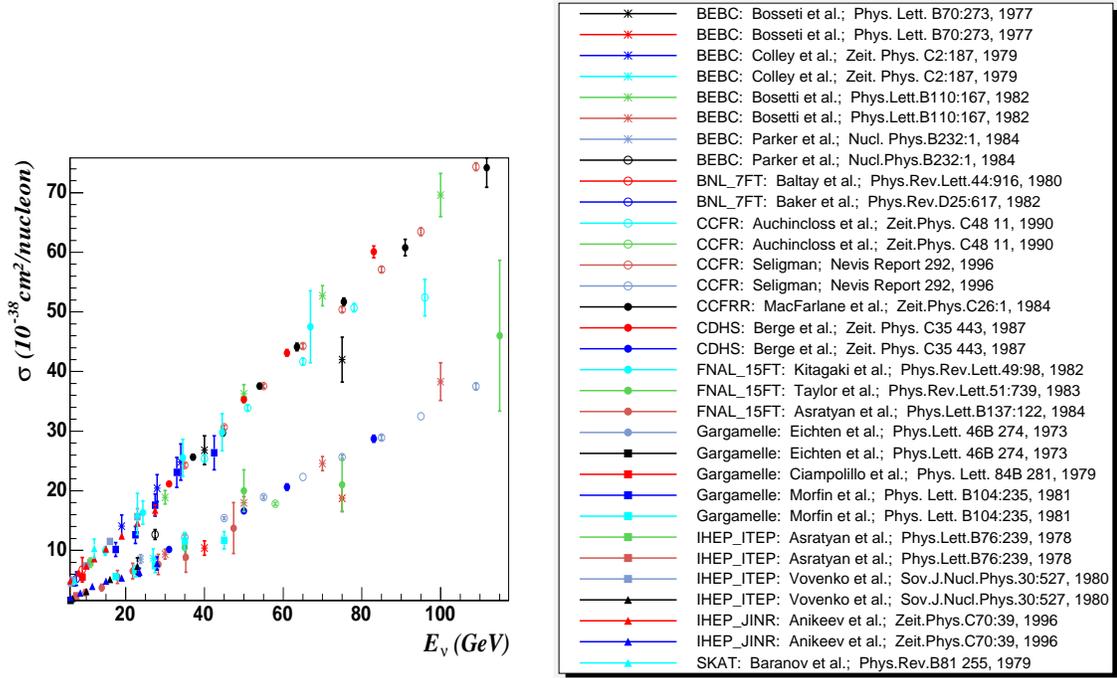


FIG. 1.10: Données de DIS de neutrinos et d'anti-neutrinos

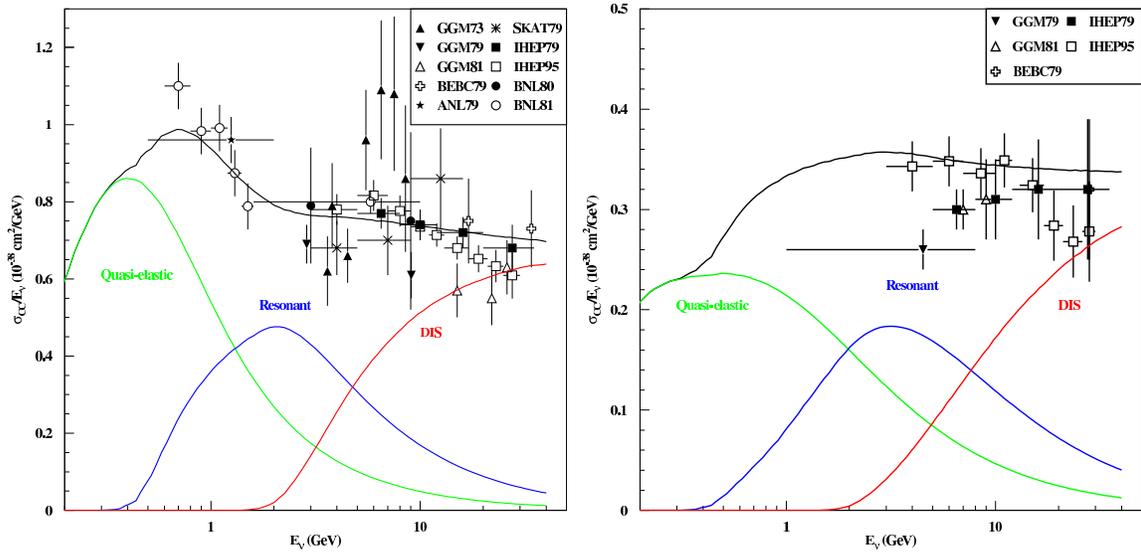


FIG. 1.11: Section efficace totale des neutrinos et des anti-neutrinos QE+RES+DIS

Courants neutres

Les courants chargés de ν_μ constituent une partie de ce que voient les détecteurs de MINOS, mais on observe également les courants neutres de la forme

$$\nu_1 + A \rightarrow \nu_1 + B, \quad (1.110)$$

où l peut être n'importe quelle saveur leptonique (e , μ , τ). L'avantage des courants neutres, est qu'ils n'ont pas de seuil en énergie (pas de lepton "lourd" à créer). Ce qui signifie que toutes les saveurs de neutrinos interagissent de manière équiprobable (avec la même section efficace), et donnent les mêmes produits (non leptoniques) d'interaction. Pour MINOS, les courants neutres sont une manière de connaître le flux de neutrinos qui traversent les détecteurs indépendamment de leur saveur, donc indépendamment du fait qu'ils aient oscillés ou non. Le Lagrangien correspondant aux courants neutres (1.51) donne la forme de l'interaction par courant neutre pour la partie leptonique. La partie qui nous intéresse est celle du neutrino :

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left(\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \psi_{\nu_l} \right) Z_\mu. \quad (1.111)$$

Pour le neutrino, il s'agit bien sûr d'une interaction purement V-A. Par contre, pour tout ce qui est du reste, en particulier de la partie non leptonique, nous avons vu qu'une partie V+A est présente. Ainsi, le couplage des quarks au Z s'écrit :

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{g}{\cos \theta_W} \left(\sum_q \bar{\psi}_q \gamma^\mu \left[c_L^q \frac{(1-\gamma^5)}{2} + c_R^q \frac{(1+\gamma^5)}{2} \right] \psi_q \right) Z_\mu, \quad (1.112)$$

avec les $c_R^q = t_3^q - Q^q \sin^2 \theta_W$ et $c_L^q = -Q^q \sin^2 \theta_W$ vallant :

$$\begin{aligned} c_L^u &= +\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W & c_R^u &= -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \\ c_L^d &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W & c_R^d &= +\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W . \end{aligned}$$

Les différentes sections efficaces seront donc affectées par cette partie droite. Une façon qualitative de le voir est de considérer uniquement les quarks de valence et de calculer le rapport des sections efficaces NC/CC pour le neutrino et l'anti-neutrino, que l'on notera R_ν et $R_{\bar{\nu}}$. Une bonne approximation de ces rapports est le suivant :

$$R_\nu = \frac{1}{2} \frac{\sigma(\nu u \rightarrow \nu u) + \sigma(\nu d \rightarrow \nu d)}{\sigma(\nu u \rightarrow \mu^- d)} \quad (1.113)$$

$$R_{\bar{\nu}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma(\bar{\nu} u \rightarrow \bar{\nu} u) + \sigma(\bar{\nu} d \rightarrow \bar{\nu} d)}{\sigma(\bar{\nu} d \rightarrow \mu^+ u)} . \quad (1.114)$$

On considère que le noyaux contient globalement autant de protons que de neutrons, donc autant de quark u que de quark d. On trouve alors :

$$R_\nu = \left(|c_L^u|^2 + |c_L^d|^2 \right) + \frac{1}{3} \left(|c_R^u|^2 + |c_R^d|^2 \right) \quad (1.115)$$

$$R_{\bar{\nu}} = 3 \left(\left(|c_R^u|^2 + |c_R^d|^2 \right) + \frac{1}{3} \left(|c_L^u|^2 + |c_L^d|^2 \right) \right) . \quad (1.116)$$

Le 3 de $R_{\bar{\nu}}$ vient du même facteur entre $\sigma(\nu u \rightarrow \mu^- d)$ et $\sigma(\bar{\nu} d \rightarrow \mu^+ u)$ à cause de la conservation de l'hélicité (figure 1.7). On trouve finalement :

$$R_\nu = \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W + \frac{20}{27} \sin^4 \theta_W \quad (1.117)$$

$$R_{\bar{\nu}} = \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W + \frac{20}{9} \sin^4 \theta_W. \quad (1.118)$$

En prenant $\sin^2 \theta_W \simeq 0,23$, on trouve $R_\nu \simeq 0,31$ et $R_{\bar{\nu}} \simeq 0,38$.

Malgré sa faible section efficace, l'interaction du neutrino est assez bien comprise en théorie. Le fait qu'il interagisse exclusivement faiblement réduit les modes d'interaction et permet de les identifier. Pour cette raison, le neutrino constitue une excellente sonde pour la matière, et les bases de données mondiales d'expériences de neutrinos permettent d'établir d'ores et déjà des modèles assez précis de la structure en quark de la matière nucléaire profonde.

2

Au delà du Modèle Standard : les oscillations de neutrinos

La robustesse du Modèle Standard et ses prédictions incroyablement bien vérifiées, ne firent que conforter la communauté scientifique dans l'idée d'un neutrino sans masse. Un grand revers est cependant venu perturber ces certitudes. L'histoire des expériences dédiées aux neutrinos fut longue et douloureusement coûteuse, mais a conduit à un développement inespéré de notre connaissance dans ce domaine. Ainsi, la première section est dédiée à la genèse expérimentale de l'idée d'oscillation de neutrinos. La deuxième section traite du formalisme de celle-ci pour des neutrinos massifs. Celui-ci une fois posé, nous nous attarderons, dans une troisième section, sur les différents types d'expériences d'oscillation de neutrinos, et la manière dont on les mesure. La quatrième section fait un bilan des résultats les plus récents dans les différents domaines d'oscillation.

2.1 Introduction historique : et Dieu créa le soleil...

Bien que requérant des coûts importants et une technologie souvent élaborée, les expériences de détection de neutrinos se sont multipliées au cours des dernières décennies ; et la recherche d'oscillation n'a évidemment fait qu'amplifier ce phénomène. Le début expérimental du bouleversement de la physique des neutrinos ne commence qu'en 1968, quand Raymond Davis fit paraître un article sur les résultats de son expérience. Celle-ci visait à mesurer le flux de neutrinos nous parvenant du soleil, formidable source continue et stable de neutrinos de basse énergie. Il s'agissait d'une expérience dite au chlore [?], dont la technique permettait simplement de compter le nombre d'interactions de neutrinos dans le volume de son détecteur. La confrontation de ses résultats aux valeurs prédites par les modèles solaires donnèrent un rapport entre le flux observé et le flux prédit de 30%. Ce type d'expériences n'est sensible qu'aux neutrinos au-dessus de 1 MeV (*c.f.* figure 2.1) et ne pouvait déterminer leur direction d'arrivée. Cet embarrassant déficit de neutrinos fut confirmé, à un taux de 50% quant à lui, à partir de 1988

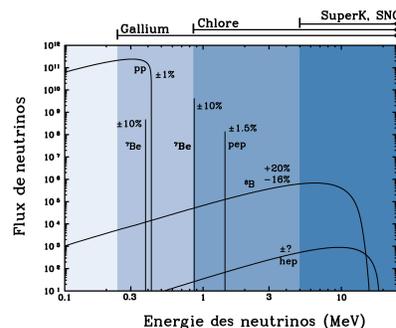


FIG. 2.1: *Spectre des neutrinos émis par le soleil.*

Cet embarrassant déficit de neutrinos fut confirmé, à un taux de 50% quant à lui, à partir de 1988

par l'expérience Kamiokande puis Super-Kamiokande. Ces deux expériences japonaises avaient la caractéristique de reconstruire la direction d'arrivée des neutrinos, prouvant ainsi qu'ils venaient effectivement du soleil. Pour couronner ces résultats, les expériences au gallium comme GALLEX et SAGE, dont la sensibilité permettait de compter des interactions de neutrinos d'énergie beaucoup plus faibles, confirmèrent un déficit important. Celui-ci, pour les deux expériences, s'éleva à 40% (rapport entre flux observé et flux prédit valant 60%), au milieu des années 90. Ces différentes expériences paraissent en accord sur un point : un déficit dans le flux de neutrinos solaire existe. Les différentes valeurs des déficits observés pourraient amener à penser qu'il y a un désaccord entre les expériences citées, mais celui-ci peut n'être qu'apparent. En effet, un mécanisme expliquant les déficits en flux de neutrinos solaires, permettrait également d'en expliquer les différences : l'oscillation de neutrinos massifs, dépendant de leur énergie !

2.2 Oscillations de neutrinos dans le vide

L'oscillation des neutrinos est inspirée du modèle d'oscillation des systèmes quantiques à deux niveaux. Cette oscillation est donc à prendre au sens quantique, telle l'oscillation de Rabi. Ce phénomène permet d'expliquer comment un système quantique peut, à partir d'un état initial donné, évoluer en oscillant d'un état à un autre. Le formalisme de l'oscillation de Rabi s'exprime simplement pour un système à deux niveaux [Cohen-Tannoudji, 1973].

2.2.1 Système quantique à deux niveaux

Soit un système quantique dont l'espace des états est de dimension deux. Soient $|\phi_1\rangle$ et $|\phi_2\rangle$, les deux vecteurs propres d'un hamiltonien libre \mathcal{H}_0 , aux valeurs propres E_1 et E_2 respectives. Ainsi, si l'on prépare le système dans un de ces deux états, il y restera indéfiniment. Supposons maintenant qu'on le prépare dans un état $|\phi_a\rangle$ différent de ces vecteurs propres. On peut définir son état orthogonal $|\phi_b\rangle$ tel que

$$\langle \phi_a | \phi_b \rangle = 0$$

Le système ainsi préparé ne restera pas dans son état initial. On peut décomposer $|\phi_a\rangle$ et $|\phi_b\rangle$ sur les vecteurs de la base propre du hamiltonien. S'agissant d'une transformation unitaire, cette décomposition s'écrit de façon minimale en introduisant un angle réel et une phase complexe que nous noterons θ et φ :

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= e^{i\varphi} (\cos \theta |\phi_1\rangle + \sin \theta |\phi_2\rangle) \\ |\phi_b\rangle &= e^{i\varphi} (-\sin \theta |\phi_1\rangle + \cos \theta |\phi_2\rangle). \end{aligned}$$

On définit maintenant $|\psi(t)\rangle$ comme étant l'état du système à un instant t de son évolution. Comme nous l'avons dit précédemment, celui-ci est préparé initialement dans l'état $|\phi_a\rangle$, ce qui se traduit par la condition initiale :

$$|\psi(0)\rangle = |\phi_a\rangle = e^{i\varphi} (\cos \theta |\phi_1\rangle + \sin \theta |\phi_2\rangle).$$

Chacun des états propres évolue avec une phase qui lui est propre et proportionnelle à sa valeur propre. Ainsi, l'action de l'opérateur d'évolution \mathcal{U} sur les vecteurs propres est la suivante :

$$\begin{aligned}\mathcal{U}|\phi_1\rangle &= e^{-iE_1t/\hbar}|\phi_1\rangle \\ \mathcal{U}|\phi_2\rangle &= e^{-iE_2t/\hbar}|\phi_2\rangle\end{aligned}$$

On en déduit l'évolution de $|\psi(t)\rangle$:

$$|\psi(t)\rangle = \mathcal{U}|\psi(0)\rangle = e^{i\varphi} \left(\cos \theta e^{-iE_1t/\hbar}|\phi_1\rangle + \sin \theta e^{-iE_2t/\hbar}|\phi_2\rangle \right).$$

Nous avons évoqué le fait que si l'état n'est pas initialement dans un état propre du hamiltonien, il évoluera au cours du temps et changera d'état. Exprimons alors l'amplitude de probabilité qu'un état initialement préparé en $|\phi_a\rangle$ soit observé, après un temps t , en $|\phi_b\rangle$:

$$\begin{aligned}\langle\phi_b|\psi(t)\rangle &= e^{i\varphi} \left(\cos \theta e^{-iE_1t/\hbar}\langle\phi_b|\phi_1\rangle + \sin \theta e^{-iE_2t/\hbar}\langle\phi_b|\phi_2\rangle \right) \\ &= -\sin \theta \cos \theta \left(e^{-iE_1t/\hbar} - e^{-iE_2t/\hbar} \right)\end{aligned}$$

Ainsi, la probabilité $\mathcal{P}_{ab}(t)$ associée à cette amplitude vaut :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{ab}(t) &= |\langle\phi_b|\psi(t)\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left[1 - \cos \left(\frac{E_1 - E_2}{\hbar} t \right) \right] \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{E_1 - E_2}{2\hbar} t \right).\end{aligned}$$

On voit apparaître un terme oscillant dépendant du temps, qui permet au système préparé dans un état non "propre", d'avoir une probabilité non nulle d'être observé dans son état orthogonal au cours de son évolution dans le temps. Le fréquence de cette oscillation est proportionnelle à la différence des valeurs propres du hamiltonien, et son amplitude, $\sin^2 2\theta$, dépend de ce que l'on appelle l'angle de mélange θ . On remarque que cette amplitude est maximale (et vaut 1) lorsque $\theta = \frac{\pi}{4}$.

2.2.2 Secteur des neutrinos : système quantique à trois niveaux

L'idée d'oscillation de neutrinos fut pour la première fois évoqué par Pontecorvo en faisant l'analogie avec le système oscillant des kaons neutres, par laquelle le neutrino oscillerait en un antineutrino et inversement. Nous savons maintenant que ce n'est pas un bon modèle d'oscillation, mais qu'il s'agit d'oscillation de saveur. Considérons un système quantique dont l'espace des états est de dimension trois. Nous allons travailler directement sur l'exemple des neutrinos qui existent en trois saveurs et forment trois états quantiques que l'on va considérer orthogonaux : $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$, et $|\nu_\tau\rangle$. A ce stade, nous allons faire trois hypothèses :

- les trois états $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$, et $|\nu_\tau\rangle$ ne forment pas une base propre du hamiltonien ;
- les vecteurs propres du hamiltonien notés $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$, et $|\nu_3\rangle$, sont massifs ;
- les valeurs propres associées E_1 , E_2 , et E_3 ne sont pas toutes les trois dégénérées.

Les deux premiers points nous permettent d'écrire les états de saveurs $|\nu_l\rangle_{l=\{e, \mu, \tau\}}$ comme une décomposition en états propres du hamiltonien :

$$|\nu_l\rangle = \sum_{i=1,2,3} U_{li} |\nu_i\rangle. \quad (2.1)$$

Les coefficients U_{li} forment une matrice $n \times n$ (avec $n = 3$ dans notre cas) d'éléments complexes.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

Une telle matrice est paramétrée par $2n^2$ nombres réels. Comme il s'agit d'un changement de base, U doit être unitaire, c'est-à-dire que $U^\dagger U = \mathbb{1}$. Cette contrainte permet de réduire le nombre de paramètres réels de moitié (n^2). Les $2n - 1$ phases relatives des $2n$ neutrinos peuvent être redéfinies de manière à ne laisser que $(n - 1)^2$ paramètres réels indépendants.

Un choix de paramétrisation est de définir $C_2^n = \frac{1}{2}n(n - 1)$ d'entre eux comme des angles de mélange et les $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$ restants, comme des phases de violation de CP. Nous allons donc exprimer notre matrice comme un produit de $\frac{1}{2}n(n - 1)$ matrices de rotation \mathcal{O}_{ij} (avec $i < j$) associées aux angles de mélange θ_{ij} , et de $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$ phases de violation de CP associées à toutes les matrices de rotations \mathcal{O}_{ij} tels que $(j - i) \geq 2$. Ce formalisme a l'avantage d'être généralisable pour tout nombre de dimensions.

Pour en revenir à nos trois dimensions du secteur des neutrinos, il existe donc trois angles de mélange θ_{12} , θ_{23} , et θ_{13} , ainsi qu'une phase de violation de CP unique, δ , associée à la matrice \mathcal{O}_{13} . L'introduction du terme CP se fait de la même manière que pour le secteur des quarks. On choisit alors de faire la transformation suivante :

$$\mathcal{O}'_{13} = P_\delta^\dagger \mathcal{O}_{13} P_\delta,$$

où $P_\delta = \text{diag}(e^{i\delta}, 1, 1)$. Finalement, la matrice $U = \mathcal{O}_{12} \mathcal{O}'_{13} \mathcal{O}_{23}$ aura la forme suivante :

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} e^{i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix}$$

Cette matrice porte le nom de matrice MNSP pour : Maki, Nakagawa, Sakata et Pontecorvo. Elle s'écrit souvent sous sa forme développée :

$$U_{\text{MNSP}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

où $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ et $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Il est cependant un cas particulier à considérer, qui corse les choses. Dans le cas où les champs sont de Majorana, c'est-à-dire où le neutrino et l'anti-neutrino sont identiques, des contraintes sur les phases des champs de neutrinos ajoutent deux phases supplémentaires que l'on appelle phases de Majorana [?]. Ainsi, dans ces conditions il faudrait multiplier la matrice MNSP par $\text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta})$. Il est à remarquer que les phases de Majorana ne peuvent pas être mesurées par des expériences d'oscillation¹ [Petcov, 2004].

¹Cependant, la recherche de double désintégration β sans neutrino permet de les déterminer ou d'en mettre une limite.

Maintenant que la matrice de mélange est explicitée, revenons à la formule (2.1) qui nous donne la projection des états de saveur sur les états propres du hamiltonien. On s'attend, comme dans le cas de la section 2.2.1 des systèmes à deux niveaux, à ce qu'un neutrino créé à l'origine dans un état de saveur donné, évolue en un neutrino d'une saveur différente. Pour cela, calculons l'amplitude de probabilité $\mathcal{A}_{l'l'}$ (t) qu'un neutrino de saveur l soit détecté comme un neutrino de saveur l' au cours de son évolution temporelle :

$$\mathcal{A}_{l'l'}(t) = \langle \nu_{l'} | \mathcal{U} | \nu_l \rangle, \quad (2.2)$$

où \mathcal{U} est toujours l'opérateur d'évolution agissant sur les états propres du Hamiltonien, de la même façon que dans la section 2.2.1, mais pour une onde plane de Dirac cette fois-ci (et en unité naturelles $\hbar = c = 1$) :

$$\mathcal{U} | \nu_k \rangle = e^{-i(E_k t - \vec{p}_k \vec{x})} | \nu_k \rangle$$

L'équation (2.2) devient, avec (2.1) :

$$\mathcal{A}_{l'l'}(t) = \sum_j \sum_k U_{lk} U_{l'j}^* e^{-i(E_k t - \vec{p}_k \vec{x})} \langle \nu_j | \nu_k \rangle \quad (2.3)$$

Les $\{ | \nu_k \rangle \}_{k=1,2,3}$ formant une base, on a :

$$\langle \nu_j | \nu_k \rangle = \delta_{jk} \quad (2.4)$$

Ainsi, (2.3) et (2.4) donnent, pour l'amplitude de transition :

$$\mathcal{A}_{l'l'}(t) = \sum_k U_{lk} U_{l'k}^* e^{-i(E_k t - \vec{p}_k \vec{x})} \quad (2.5)$$

Dans toute la suite nous supposons que le neutrino parcourt une distance L en un temps t de façon rectiligne (le produit scalaire de \vec{p} avec \vec{x} vaut pL). Ainsi, de l'amplitude (2.5), on peut déduire une probabilité de transition $\mathcal{P}_{l'l'}$ (t) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{l'l'}(t) &= |\mathcal{A}_{l'l'}(t)|^2 = \left(\sum_k U_{lk}^* U_{l'k} e^{i(E_k t - p_k L)} \right) \left(\sum_j U_{lj} U_{l'j}^* e^{-i(E_j t - p_j L)} \right) \\ &= \sum_j \sum_k \left(U_{lk}^* U_{lj} U_{l'k} U_{l'j} e^{-i((E_j - E_k)t - (p_j - p_k)L)} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Cette probabilité est, par construction, réelle, nous pouvons donc la mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{l'l'}(t) &= \sum_j |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2 \\ &\quad + 2 \sum_{j < k} \Re (U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \cos [(E_j - E_k)t - (p_j - p_k)L] \\ &\quad + 2 \sum_{j < k} \Im (U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \sin [(E_j - E_k)t - (p_j - p_k)L] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Le caractère relativiste du neutrino peut être exploité pour écrire différemment les phases des termes oscillants. En effet, la masse du neutrino étant quasiment nulle (les recherches directes de masse donnent celle du ν_e inférieure à quelques eV), cette particule est rapidement ultrarelativiste

et pour des neutrinos dont l'énergie est de l'ordre du GeV, sa masse m est négligeable devant l'impulsion et l'énergie. Ainsi, on peut écrire, pour $m \ll E, p$:

$$\begin{aligned} (Et - pL) &= EL \left(\frac{t}{L} - \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{E} \right) \\ &\simeq EL \left(\frac{t}{L} - 1 + \frac{m^2}{2E^2} \right), \end{aligned}$$

Ainsi, en fixant par exemple l'énergie² ($E_i = E_j$) les phases des termes oscillants s'écrivent :

$$\begin{aligned} (E_j - E_k)t - (p_j - p_k)L &= (m_j^2 - m_k^2) \frac{L}{2E} \\ &= \Delta m_{jk}^2 \frac{L}{2E} \end{aligned} \quad (2.8)$$

La remarque précédente permet de réécrire (2.7) de la façon suivante, non plus en fonction du temps, mais de la distance parcourue L :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ll'}(L) &= |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2 + 2 \sum_{j < k} \Re(U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \cos\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{2E}\right) \\ &\quad + 2 \sum_{j < k} \Im(U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \sin\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Enfin, une dernière transformation trigonométrique permet d'éliminer le premier terme de (2.9) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ll'}(L) &= \delta_{ll'} - 4 \sum_{j < k} \Re(U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \sin^2\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E}\right) \\ &\quad + 4 \sum_{j < k} \Im(U_{lj} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{l'k}) \sin\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E}\right) \cos\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E}\right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nous pouvons faire quelques remarques à ce stade :

- le terme où la partie imaginaire des éléments de matrice MNSP apparaît, provient du terme de violation de CP : $e^{i\delta}$. Or nous avons vu que ce terme est toujours couplé à $\sin \theta_{13}$. Nous verrons dans la suite que les expériences ayant eu accès à l'angle θ_{13} , en ont mis une limite supérieure petite devant 1. On s'attend donc à ce que ce terme soit petit même en présence d'une violation maximale de la parité ;
- si l'on réalise une expérience de disparition, c'est-à-dire que l'on regarde l'évolution du flux d'une seule saveur de neutrino donnée, on teste la probabilité $\mathcal{P}_{ll}(L)$. Dans ce cas précis, les produits d'éléments de matrice se mettent sous la forme $U_{lj} U_{lj}^* U_{lk}^* U_{lk}$, qui sont des nombres réels. La deuxième somme de l'équation (2.10) s'annule et la probabilité devient :

$$\mathcal{P}_{ll}(L) = 1 - 4 \sum_{j < k} |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \sin^2\left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E}\right) \quad (2.11)$$

Nous verrons qu'il s'agit de la formule adéquate pour la physique d'oscillation de neutrinos muoniques que MINOS observe.

²On aurait pu fixer les impulsions.

Afin de traiter numériquement les formules d'oscillation, nous pouvons faire en sorte de les utiliser de telle manière que les paramètres variables, comme l'énergie E et la longueur d'oscillation L , puissent s'exprimer en unités usuelles : en GeV pour E et en km pour L . Pour cela il faut transformer la phase d'oscillation de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E} &= \frac{1}{4\hbar c} (\Delta m_{jk}^2 c^4) \frac{L}{E} \\ &= \frac{1}{4\hbar c (\text{eV}\cdot\text{m})} \Delta m_{jk}^2 c^4 (\text{eV}^2) \frac{L(\text{km}) \times 1000}{E(\text{GeV}) \times 10^9} \\ &= 1,27 \Delta m_{jk}^2 (\text{eV}^2) \frac{L(\text{km})}{E(\text{GeV})}\end{aligned}$$

2.3 Oscillations de neutrinos dans la matière

Les effets du passage des neutrinos dans la matière ont un rôle quelques fois non négligeable, et celle-ci génère un potentiel effectif qui modifie les paramètres apparents des oscillations. A nouveau, plaçons nous dans le cas quantique (non-relativiste) d'un système à deux niveaux.

2.3.1 Système quantique à deux niveaux

Les états $|\phi_1\rangle$ et $|\phi_2\rangle$ sont toujours les états propres du hamiltonien libre \mathcal{H}_0 . On ajoute maintenant un potentiel V donnant un nouveau hamiltonien :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + V$$

Dans la même base, la matrice représentant le hamiltonien s'écrit :

$$(\mathcal{H}) = \begin{pmatrix} E_1 + V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & E_2 + V_{22} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Dans le cas général, V couple donc $|\phi_1\rangle$ et $|\phi_2\rangle$. Des termes non diagonaux viennent modifier les états propres et valeurs propres du nouveau hamiltonien. Dans la suite nous poserons $V_{11} = V_{22} = 0$ car ces termes peuvent être intégrés dans E_1 et E_2 respectivement. Pour être totalement rigoureux, nous pourrions, à la fin du calcul, remplacer E_1 par $E_1 + V_{11}$, et E_2 par $E_2 + V_{22}$. De plus, on peut noter que, \mathcal{H} devant être hermitique, $V_{21} = V_{12}^*$. Ainsi la matrice de (2.12) devient :

$$(\mathcal{H}) = \begin{pmatrix} E_1 & V_{12} \\ V_{12}^* & E_2 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

La diagonalisation de cette matrice permet de trouver les vecteurs propres $\{|\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle\}$, et les valeurs propres associées $\{E_+, E_-\}$:

$$E_{\pm} = \frac{1}{2}(E_1 + E_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(E_1 - E_2)^2 + 4|V_{12}|^2} \quad (2.14)$$

et :

$$|\psi_+\rangle = \cos \theta' e^{-i\phi'} |\phi_1\rangle + \sin \theta' e^{i\phi'} |\phi_2\rangle \quad (2.15)$$

$$|\psi_-\rangle = -\sin \theta' e^{-i\phi'} |\phi_1\rangle + \cos \theta' e^{i\phi'} |\phi_2\rangle \quad (2.16)$$

Ici, les angles θ' et ϕ' sont définis par :

$$\tan 2\theta' = \frac{2|V_{12}|^2}{E_1 - E_2} \quad (2.17)$$

$$V_{12} = |V_{12}|e^{-i2\phi'} \quad (2.18)$$

En inversant les relations (2.15) et (2.16) on retrouve alors les mêmes types de formules que dans la section 2.2.1 :

$$\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= e^{i\phi'} (\cos \theta' |\psi_+\rangle + \sin \theta' |\psi_-\rangle) \\ |\phi_2\rangle &= e^{i\phi'} (-\sin \theta' |\psi_+\rangle + \cos \theta' |\psi_-\rangle) \end{aligned} \quad (2.19)$$

On considère maintenant des états orthogonaux $|\phi_a\rangle$ et $|\phi_b\rangle$ étant des superpositions de $|\phi_1\rangle$ et $|\phi_2\rangle$:

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= e^{i\phi} (\cos \theta |\phi_1\rangle + \sin \theta |\phi_2\rangle) \\ |\phi_b\rangle &= e^{i\phi} (-\sin \theta |\phi_1\rangle + \cos \theta |\phi_2\rangle) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Par transitivité, on peut exprimer $|\phi_a\rangle$ et $|\phi_b\rangle$ comme des superpositions de $|\psi_+\rangle$ et $|\psi_-\rangle$:

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= e^{i\phi_m} (\cos \theta_m |\psi_+\rangle + \sin \theta_m |\psi_-\rangle) \\ |\phi_b\rangle &= e^{i\phi_m} (-\sin \theta_m |\psi_+\rangle + \cos \theta_m |\psi_-\rangle) \end{aligned}$$

En utilisant les notations des équations (2.19) et (2.20), on trouve :

$$\begin{aligned} \phi_m &= \phi + \phi' \\ \theta_m &= \theta + \theta' \end{aligned}$$

En reprenant les résultats de la section 2.2.1, on peut exprimer la probabilité qu'un état $|\psi(t)\rangle$ initialement préparé en $|\phi_a\rangle$ soit détecté dans un état $|\phi_b\rangle$ après un temps t :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ab}(t) &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_m \left[1 - \cos \left(\frac{E_+ - E_-}{\hbar} t \right) \right] \\ &= \sin^2 2\theta_m \sin^2 \left(\frac{E_+ - E_-}{2\hbar} t \right) \end{aligned}$$

L'équation (2.14) permet d'exprimer la différence d'énergies propres $E_- - E_+$:

$$E_+ - E_- = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + 4|V_{12}|^2} \quad (2.21)$$

En réintroduisant les potentiels V_{11} et V_{22} , on transforme systématiquement :

$$(E_1 - E_2) \rightarrow (E_1 - E_2) + (V_{11} - V_{22}).$$

Par soucis de lisibilité nous ne les introduirons toujours pas, mais nous nous en servirons dans la section suivante. Exprimons maintenant $\sin^2 2\theta_m$ en fonction de E_1 , E_2 , V_{12} et θ grâce à la

relation (2.17) :

$$\begin{aligned}
\sin^2 2\theta_m &= (\sin 2\theta \cos 2\theta' + \sin 2\theta' \cos 2\theta)^2 \\
&= \cos^2 2\theta \cos^2 2\theta' (\tan 2\theta + \tan 2\theta')^2 \\
&= \frac{(\tan 2\theta + \tan 2\theta')^2}{(1 + \tan^2 2\theta)(1 + \tan^2 2\theta')} \\
&= \frac{\left(\tan 2\theta + \frac{2|V_{12}|^2}{E_1 - E_2}\right)^2}{(1 + \tan^2 2\theta) \left(1 + \left(\frac{2|V_{12}|^2}{E_1 - E_2}\right)^2\right)} \\
&= \sin^2 2\theta \frac{\left(1 + \frac{2|V_{12}|^2}{\tan 2\theta(E_1 - E_2)}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{2|V_{12}|^2}{E_1 - E_2}\right)^2\right)}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

On remarque fort heureusement que pour $V_{12} = 0$, le $\sin^2 2\theta_m$ est égal au $\sin^2 2\theta$.

2.3.2 Application au secteur des neutrinos

La relation entre la propagation des neutrinos dans la matière et l'ensemble des calculs que nous venons de mener, réside dans le fait que la matière génère un potentiel effectif qui s'ajoute au hamiltonien dans le vide. En effet, Wolfenstein annonce [Wolfenstein, 1978] en 1978, que des diffusions cohérentes vers l'avant peuvent modifier la propagation des neutrinos dans la matière et générer un comportement d'oscillation effectif différent de celui qu'ils auraient eu dans le vide. Cet effet est désormais connu sous le nom d'effet MSW portant le nom de ses pères : Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein.

Ces diffusions cohérentes élastiques peuvent intervenir *via* l'échange d'un boson Z^0 , donc par courant neutre, indépendamment de la nature du neutrino. Ce terme contribue de la même façon dans le hamiltonien pour toutes les saveurs. Cependant, le neutrino possède une manière supplémentaire de réaliser cette diffusion : par courant chargé. En effet, pour que cette diffusion soit cohérente, il faut que celle-ci ne modifie pas les particules, or une interaction par courant chargé d'un neutrino produit le lepton chargé associé. La cohérence impose que ce lepton créé ait été présent également avant l'interaction. Le seul lepton chargé présent dans la nature de façon permanente et stable est l'électron. Ce déséquilibre favorise la famille leptonique électronique dans la diffusion, et crée une différence de phase entre les états électroniques et les autres. Cette différence de phase introduit un potentiel effectif différent, pour la famille électronique, des autres familles.

Ce phénomène de potentiel effectif est analogue à celui présent dans la réfraction de la lumière dans les milieux matériels [Smirnov, 2004]. Plus précisément, la différence vient, comme nous venons de le voir, du courant chargé $\nu_e + e^- \rightarrow e^- + \nu_e$, possible uniquement pour le ν_e . Cette interaction génère un potentiel effectif que nous noterons V_W . Tous les neutrinos (y compris le ν_e), indépendamment de leur saveur, peuvent interagir avec la matière de composition de la terre (hadrons et électrons) par l'intermédiaire d'un boson de jauge Z^0 . Cette interaction commune génère un potentiel effectif que nous noterons V_Z . Ainsi, on rajoute un hamiltonien diagonal dans

la base des états de saveur.

$$\mathbf{H}_{\text{mat}} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_Z + V_W & 0 & 0 \\ 0 & V_Z & 0 \\ 0 & 0 & V_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Plaçons nous d'abord dans une configuration à deux familles de neutrinos, pour faire le lien avec la section précédente. Afin de travailler dans une base commune, on applique sur la matrice représentant le hamiltonien précédent, la transformation suivante, :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{mat}} \rightarrow \mathbf{H}_{\text{mat}}^{12} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_Z + V_W & 0 \\ 0 & V_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ &= V_Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + V_W \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On voit que le terme dépendant de V_Z est proportionnel à la matrice unité. Or on a vu dans la section précédente que les probabilités de transition dépendent de la différence des éléments diagonaux, ce qui signifie que le terme commun en V_Z disparaît dans cette probabilité. L'analogie avec la section précédente donne alors, pour une approximation à deux familles de neutrinos : le potentiel $V_{12} = V_W \sin \theta \cos \theta$, $V_{11} = V_W \cos^2 \theta$ et $V_{22} = V_W \sin^2 \theta$. En prenant un cas à deux familles (ν_e, ν_μ) dont les états propres de masse sont (ν_1, ν_2), les paramètres d'oscillation sont modifiés d'après les résultats de la section précédente (équations (2.21) et (2.22)). Pour ce qui est du Δm^2 effectif, il se retrouve dans l'expression du ΔE de l'équation (2.21) :

$$\begin{aligned} (E_+ - E_-) &= \frac{\Delta m_{\text{mat}}^2}{2E} \\ &= \sqrt{(E_1 - E_2 + V_W(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta))^2 + 4V_W^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta m^2}{2E} - V_W \cos(2\theta)\right)^2 + V_W^2 \sin^2(2\theta)} \\ &= \frac{1}{2E} \sqrt{(\Delta m^2 \cos(2\theta) - 2EV_W)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2(2\theta)} \\ &= \frac{\Delta m^2}{2E} \sqrt{\left(\cos(2\theta) - \frac{2EV_W}{\Delta m^2}\right)^2 + \sin^2(2\theta)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

On peut expliciter le potentiel effectif comme [Zuber, 2004] :

$$V_W = \sqrt{2} G_{\text{F}} n_e \quad (2.25)$$

En notant $A = 2\sqrt{2}EG_{\text{F}}n_e$, on trouve, avec l'équation (2.24) :

$$\Delta m_{\text{mat}}^2 = \Delta m^2 \sqrt{\left(\cos(2\theta) - \frac{A}{\Delta m^2}\right)^2 + \sin^2(2\theta)} \quad (2.26)$$

On trouve, de même, l'angle de mélange effectif :

$$\sin^2(2\theta_{\text{mat}}) = \frac{\sin^2(2\theta)}{\left(\cos(2\theta) - \frac{A}{\Delta m^2}\right)^2 + \sin^2(2\theta)} \quad (2.27)$$

On voit, dans l'équation (2.27), la présence d'une résonance lorsque la relation :

$$2\sqrt{2}EG_{\text{F}}n_e = \Delta m^2 \cos(2\theta)$$

Dans cette configuration, l'amplitude d'oscillation vaut 1, et la fréquence d'oscillation est multipliée par $\sin^2(2\theta)$, c'est à dire diminuée.

Le cas à 3 familles est plus délicat car il faut bien sur diagonaliser la matrice 3×3 représentant le hamiltonien dans la base des états propres de masse :

$$\begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix} + U_{\text{MNSP}}^\dagger \begin{pmatrix} V_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} U_{\text{MNSP}}$$

Cependant nous pouvons remarquer que les effets de matière n'apparaîtront que pour les oscillations faisant intervenir le neutrino électronique. En première approximation il s'agit de l'oscillation $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$, comme nous le verrons dans la section suivante. Ainsi, au premier ordre, les effets de matière peuvent être traités comme un cas à deux familles.

Pour le moment, nous avons considéré que la densité d'électron était constante. Mais lorsque cette densité varie, les états propres de propagation varient également, et nous observons un phénomène similaire à celui traité habituellement en RMN (Résonance Magnétique Nucléaire). Nous ne développerons pas cet aspect car trop éloigné de notre sujet³.

Le formalisme des oscillations ayant été posé, voyons maintenant les aspects fondamentaux des expériences les mesurant.

2.4 Mesurer des oscillations de neutrinos

D'après les expériences d'oscillation de neutrinos existantes et passées, nous avons déjà une idée des domaines de L/E à regarder. En effet, la combinaison des résultats de ces expériences permet d'avoir un ordre de grandeur et les valeurs approximatives des paramètres d'oscillation. L'analyse combinée de SNO [Aharmim et al., 2005], Kamland [Araki et al., 2005] ainsi que de toutes les expériences de neutrinos solaires donnent un comportement d'oscillation avec $\Delta m_{12}^2 \simeq 8 \times 10^{-5}$ et $\sin^2 2\theta_{12} \simeq 0,86$. De plus, Super-Kamiokande et K2K [Aliu et al., 2005] donnent $\Delta m_{23}^2 \simeq 2,5 \times 10^{-3}$ et $\sin^2 2\theta_{23} \simeq 1$. Enfin, pour le dernier angle de mélange l'expérience Chooz donne la meilleure limite actuelle car aucune oscillation de $\sin^2 2\theta_{13} > 0,18$ n'a été détectée. Ces résultats, aussi peu précis soient-ils, donnent une information primordiale pour les mesures d'oscillations actuelles et futures. Ils permettent d'optimiser les différents paramètres des expériences mettant en évidence les oscillations. Ainsi peut-on jouer sur l'énergie, la distance de parcours et le type de neutrinos étudiés. Mais principalement, toutes les expériences de mesures d'oscillations se divisent en deux catégories : les mesures par disparition et celles par apparition d'une saveur.

2.4.1 Mesures par disparition

La mesure par disparition consiste à ne regarder qu'une seule saveur de neutrino, et d'en observer la variation de flux au cours de sa propagation. Celle-ci est alors proportionnelle à la

³Pour davantage d'information, se référer à l'ouvrage suivant : [Zuber, 2004], par exemple.

probabilité qu'un neutrino d'une saveur donnée soit détecté dans sa saveur d'origine :

$$\mathcal{P}_{\Pi}(L) = 1 - 4 \sum_{j < k} |U_{1j}|^2 |U_{1k}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E} \right)$$

$$\mathcal{P}_{\Pi}(L) = 1 - 4|U_{11}|^2 |U_{12}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{12}^2 \frac{L}{4E} \right)$$

$$- 4|U_{11}|^2 |U_{13}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{13}^2 \frac{L}{4E} \right)$$

$$- 4|U_{12}|^2 |U_{13}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right)$$

Sur la figure 2.2, on peut voir les probabilités \mathcal{P}_{ee} et $\mathcal{P}_{\mu\mu}$ en fonction du rapport L/E , et pour différentes valeurs de $\sin^2 2\theta_{13}$ et avec les meilleurs ajustements actuels aux expériences, pour les autres paramètres.

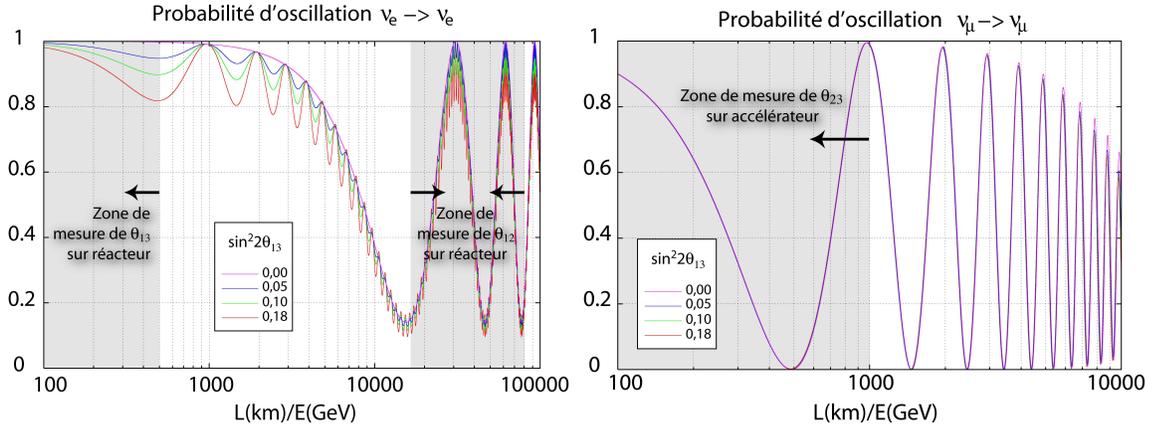


FIG. 2.2: Probabilité de survie des neutrinos ν_e et ν_μ . L'ensemble des courbes ont été tracées en considérant les valeurs suivantes des paramètres d'oscillation, les plus favorisés par les expériences actuelles d'oscillation : $\sin^2 2\theta_{12} = 0,86$, $\Delta m_{12}^2 = 8 \times 10^{-5}$, $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, $\Delta m_{23}^2 = 2,5 \times 10^{-3}$. Différentes valeurs de $\sin^2 2\theta_{13}$ ont été prises

Sur cette même figure on peut voir les différentes zones que scrutent les différents types d'expériences de mesure d'oscillation. Le principe de mesure consiste à comparer un flux attendu (déterminé par mesure ou par simulation), au flux mesuré à une certaine distance de parcours. On peut ensuite procéder à un ajustement des paramètres d'un modèle d'oscillation (les Δm^2 et les θ_{ij}) au rapport des flux attendus et mesurés. On peut voir sur la figure de droite que la probabilité de survie du ν_μ ne dépend pas des valeurs du paramètre θ_{13} inférieures à la limite de Chooz. On peut voir également que la composante en Δm_{12}^2 commence à apparaître⁴ à partir de $L/E \approx 2000 \text{ km/GeV}$ et produit une enveloppe autour de l'oscillation de la composante de plus grande fréquence en Δm_{23}^2 . On est alors en mesure de faire un certain nombre de simplifications sur la probabilité $\mathcal{P}_{\mu\mu}$ à bas L/E :

- puisque le paramètre θ_{13} joue un rôle négligeable en dessous de la limite de Chooz, prenons le nul pour simplifier les calculs ;

⁴On devine qu'il s'agit de cette composante à grande longueur d'onde car elle apparaît bien après l'oscillation à petite longueur d'onde.

- à faible L/E , les termes de faibles fréquences, en Δm_{12}^2 , jouent un rôle négligeables devant ceux des hautes fréquences, en Δm_{23}^2 ;
- les expériences sur accélérateur ne regardant que le premier pique d'oscillation (ou le premier déficit de probabilité de survie), nous pouvons écarter tout risque de phénomènes de battements entre les composantes en Δm_{23}^2 et Δm_{13}^2 et nous pouvons donc faire l'approximation que $\sin^2\left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E}\right) \approx \sin^2\left(\Delta m_{13}^2 \frac{L}{4E}\right)$ pour la première oscillation.

La matrice MNSP devient, dans cette approximation :

$$U_{\text{MNSP}} \approx \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}c_{23} & -c_{12}s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}$$

La probabilité de survie $\mathcal{P}_{\mu\mu}$ devient :

$$\mathcal{P}_{\mu\mu}(L) \approx 1 - 4 (|U_{\mu1}|^2 |U_{\mu3}|^2 + |U_{\mu2}|^2 |U_{\mu3}|^2) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.28)$$

$$\approx 1 - 4 (|U_{\mu1}|^2 + |U_{\mu2}|^2) |U_{\mu3}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.29)$$

$$\approx 1 - 4 (1 - |U_{\mu3}|^2) |U_{\mu3}|^2 \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.30)$$

$$\approx 1 - 4 \cos^2(\theta_{23}) \sin^2(\theta_{23}) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.31)$$

$$\mathcal{P}_{\mu\mu}(L) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.32)$$

Ces approximations conduisent bien à une solution d'oscillation à deux familles de neutrinos (ν_μ, ν_τ), que nous attendions, puisque poser θ_{13} nul conduit à découpler les oscillations $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ et $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$. De même, nous pourrions montrer que l'étude de la probabilité de survie du ν_e est principalement une solution à deux familles (ν_e, ν_μ) pour les premières oscillations (*c.f.* figure 2.2). En ce qui concerne les mesures type Kamland, on voit sur les courbes de gauche de la figure 2.2 que les oscillations hautes fréquences ne perturbent qu'à l'ordre $\sin^2 2\theta_{13}$ les oscillations de basse fréquence et d'amplitude $\sin^2 2\theta_{12} \approx 0,86$. En conclusion, les expériences de mesure d'oscillations par disparition peuvent mesurer, dans une certaine configuration, une oscillation à deux familles, comme dans le tableau 2.1. Dans tous les cas, une mesure d'oscillation

Sources de neutrinos	Neutrinos observés	L/E (km/GeV ou m/MeV)	Paramètres explorés	Approximations à deux familles
Réacteurs	$\bar{\nu}_e$	$> 10^4$	$(\theta_{13}, \Delta m_{13}^2)$	(ν_e, ν_μ)
		$< 10^3$	$(\theta_{12}, \Delta m_{12}^2)$	
Soleil	ν_e	MSW		
Accélérateurs	ν_μ	$< 10^3$	$(\theta_{23}, \Delta m_{23}^2)$	(ν_μ, ν_τ)
Atmosphère		$< 10^4$		

TAB. 2.1: *Récapitulatif de différentes expériences de disparition possibles. Pour les neutrinos solaire, le paramètre L/E n'a pas vraiment de sens vu que l'effet MSW modifie la distance d'oscillation.*

par disparition est insensible à toute phase de violation de CP, car dans la probabilité de survie, les termes de la matrice MNSP apparaissent en norme au carré. Ce n'est pas le cas dans les mesures par apparition.

2.4.2 Mesures par apparition

Une alternative à la mesure par disparition est celle par apparition. Ces deux méthodes étant opposées dans le principe. Cette fois-ci, la mesure consiste à observer le flux de neutrino d'un type différent de celui qui a été produit à l'origine. Ainsi, la probabilité $\mathcal{P}_{ll'}$ est testée (avec $l \neq l'$). Les différentes combinaisons d'apparition sont les suivantes :

1. $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ou $\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu$;
2. $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ ou $\nu_\tau \rightarrow \nu_e$;
3. $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ou $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$.

En supposant dans un premier temps que les éléments de la matrice MNSP sont réels (pas de violation de CP), la figure 2.3 représente les probabilités des différentes expériences d'apparition.

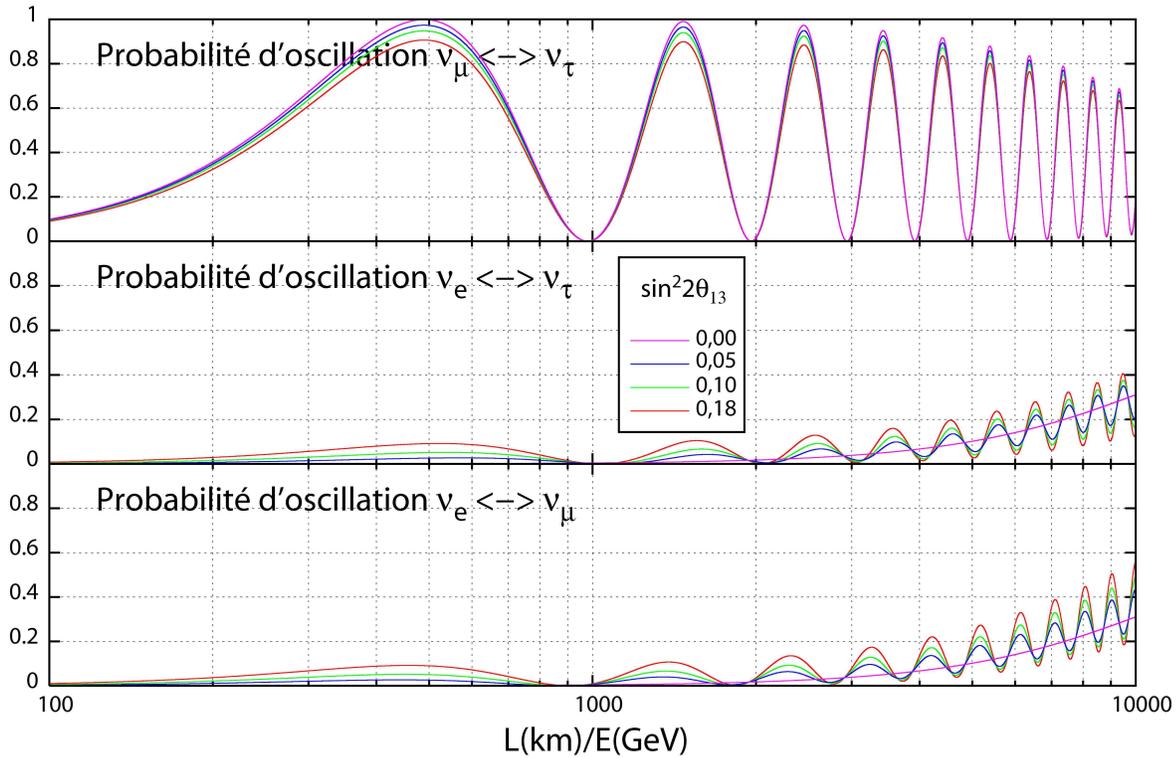


FIG. 2.3: Probabilités d'apparitions par oscillation de neutrinos. L'ensemble des courbes a été tracé en considérant les valeurs des paramètres d'oscillation les plus favorisés par les expériences actuelles d'oscillation : $\sin^2 2\theta_{12} = 0,86$, $\Delta m_{12}^2 = 8 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, $\Delta m_{23}^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$. Différentes valeurs de $\sin^2 2\theta_{13}$ ont été prises

En se plaçant sur la zone des premières oscillations de grandes fréquences pour l'ensemble de ces courbes, on peut négliger les composantes de petite fréquence⁵. Dans toute la suite, nous

⁵On rappelle que dans ce cas, les termes oscillants de grande fréquence sont ceux en Δm_{23}^2 et Δm_{13}^2 , alors que Δm_{12}^2 est celui de basse fréquence et est négligeable.

supposeront qu'il n'y a pas de violation de CP, donc que U_{MNSP} est réelle. De cette manière, l'équation (2.10) se simplifie (pour le cas $l \neq l'$) de la façon suivante, :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ll'}(L) &= -4 \sum_{j < k} (U_{lj} U_{lk} U_{l'j} U_{l'k}) \sin^2 \left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{4E} \right) \\ &\approx -4 \left((U_{11} U_{13} U_{l'1} U_{l'3}) \sin^2 \left(\Delta m_{13}^2 \frac{L}{4E} \right) + (U_{12} U_{13} U_{l'2} U_{l'3}) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \right) \\ &\approx -4 (U_{11} U_{l'1} + U_{12} U_{l'2}) U_{l'3} U_{13} \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right). \end{aligned}$$

En introduisant les angles de mélange pour les différentes probabilités d'apparition, on obtient les expressions simplifiées suivantes :

$$\mathcal{P}_{e\mu}(L) \approx \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{23} \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.33)$$

$$\mathcal{P}_{e\tau}(L) \approx \sin^2(2\theta_{13}) \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.34)$$

$$\mathcal{P}_{\mu\tau}(L) \approx \cos^4 \theta_{13} \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right). \quad (2.35)$$

Sachant que l'angle de mélange θ_{13} est petit devant 1 et que θ_{23} a de fortes chances de valoir $\pi/4$, les expressions (2.33), (2.34) et (2.35) deviennent :

$$\mathcal{P}_{e\mu}(L) \approx 2\theta_{13}^2 \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.36)$$

$$\mathcal{P}_{e\tau}(L) \approx 2\theta_{13}^2 \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right) \quad (2.37)$$

$$\mathcal{P}_{\mu\tau}(L) \approx (1 - 2\theta_{13}^2) \sin^2 \left(\Delta m_{23}^2 \frac{L}{4E} \right). \quad (2.38)$$

On voit qu'*a priori*, ces trois méthodes permettent de mesurer θ_{13} connaissant θ_{23} .

Les expériences faisant intervenir les ν_τ ne sont pas forcément idéales. En effet, à cause de la masse élevée du tau (1,77 GeV), les seuils de détection et de création du ν_τ sont de l'ordre de quelques GeV. Or la figure 2.3 indique que la zone la plus favorable pour détecter une oscillation par apparition se situe à $L/E = 500 \text{ km/GeV}$, ce qui signifie que la longueur d'oscillation idéale vaut

$$L_{\text{max}} \approx 500 \text{ km} \times E(\text{GeV})$$

Ainsi, pour détecter ou produire un τ , il faudrait une longueur d'oscillation de plusieurs milliers de kilomètres. S'il s'agit d'un faisceau de neutrinos τ , le problème de la divergence apparaît. En effet, à cette énergie, les impulsions transverses des neutrinos du faisceau sont énormes. S'il s'agit de détecter des apparitions de neutrinos, la tâche n'est pas des plus simples. Il faut souligner que le ν_τ est le neutrino le plus difficile à détecter. D'ailleurs, la première interaction de ν_τ n'a été observée qu'en 2000 avec l'expérience DONUT [Kodama et al., 2001], et n'a, à ce jour identifié qu'une dizaine d'événements. Ceci ne nous laisse que le type d'oscillation $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ par apparition. Dans cette optique, les futures expériences telles que Nova aux Etats-Unis ou T2K au Japon seront constituées d'un faisceau de ν_μ et détecteront les ν_μ et les ν_e . Elles pourront faire des analyses combinées de disparition et d'apparition pour mesurer les paramètres d'oscillations

Δm_{23}^2 , $\sin^2(2\theta_{13})$ et $\sin^2(2\theta_{23})$. L'avantage de ces expériences est qu'elles pourront également avoir accès à la phase de violation de CP et aux effets de matière.

L'autre approche de ce type d'oscillation est en envoyant un faisceau de neutrinos électroniques. Une possibilité est de faire un "faisceau- β ". Ceci consiste à créer un faisceau de noyaux radioactifs qui, en se β -désintégrant, donneraient un ν_e . Cette idée ingénieuse est à l'étude et est fortement considérée pour un éventuel projet d'usine à neutrinos !

2.5 Meilleures mesures actuelles des expériences

Comme nous venons de le voir, il y a un large choix pour ce qui est de la façon de mesurer les oscillations de neutrinos. Ces choix sont déterminés essentiellement par notre connaissance actuelle des valeurs possibles des paramètres d'oscillation. Les meilleures estimations de celles-ci sont données par les expériences décrites dans ce qui suit.

2.5.1 Expériences sur neutrinos solaires

L'expérience la plus précise à ce jour sur la mesure d'oscillation de neutrinos solaires est l'expérience SNO (Sudbury Neutrino Observatory) [Aharmim et al., 2005]. Il s'agit d'un détecteur situé au Canada dans la mine de Sudbury à 2500 mètres de profondeur. Il observe les neutrinos en provenance du soleil. Celui-ci est constitué de 1000 tonnes d'eau lourde (D_2O), constituant la cible pour des interactions de neutrinos, et créant de la lumière Cerenkov lorsqu'une particule chargée la traverse. Cette lumière est détectée par 9600 photomultiplicateurs. Les seuils d'énergie auxquels SNO est sensible lui permettent de détecter les neutrinos issus du 8B . Sa grande force est qu'il mesure le flux total de neutrinos avec les interactions par courants neutres dont l'efficacité a été augmentée par l'addition de sel dans l'eau lourde [Ahmed et al., 2004]. Ces interactions sont indépendantes de la nature des neutrinos. Ainsi, SNO a pu mesurer le flux total et le comparer au flux de neutrinos de type électroniques.

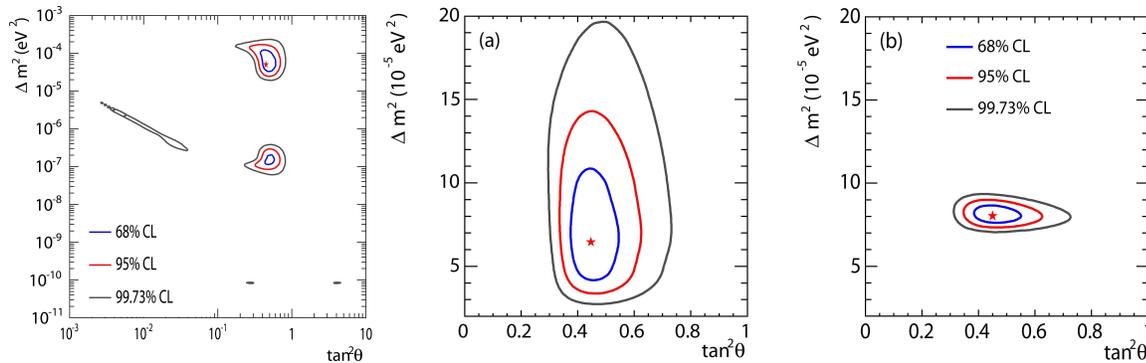


FIG. 2.4: *Espaces de paramètres déterminés par SNO seul (à gauche), par SNO + les autres expériences sur neutrinos solaires (au milieu en (a)); et enfin, SNO + les autres expériences sur neutrinos solaires + Kamland (à droite en (b))*

Ses résultats, que l'on peut voir en figure 2.4 sur le flux de neutrinos sont en accord avec le modèle solaire standard et le déficit de neutrinos électronique a conduit à une valeur du meilleur ajustement à une oscillation de $\Delta m^2 = 5,0_{-1,8}^{+6,2} \times 10^{-5} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta = 0,45_{-0,10}^{+0,11}$ pour SNO seul, $\Delta m^2 = 6,5_{-2,3}^{+4,4} \times 10^{-5} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta = 0,45_{-0,08}^{+0,09}$ en incluant toutes les expériences sur neutrinos solaires jusqu'ici. Et enfin, une analyse combinée avec les résultats de Kamland (*c.f.* 2.5.2) donne des valeurs de $\Delta m^2 = 8,0_{-0,4}^{+0,6} \times 10^{-5} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta = 0,45_{-0,07}^{+0,09}$ [Ahmed et al., 2004].

2.5.2 Expériences sur réacteurs de centrales nucléaires

Comme nous l'avons vu dans la section précédente 2.4, il existe deux types d'expériences sur réacteurs de centrales. La première permet de mesurer le paramètre θ_{13} et l'autre, Δm_{12}^2 et θ_{12} . En ce qui concerne θ_{13} , la meilleure limite obtenue pour le moment est l'expérience CHOOZ. On parle de limite car l'oscillation n'a pas été observée. Cette expérience était constituée d'un détecteur situé à 1 km des deux réacteurs de 4,2 GW de la centrale électrique du site de Chooz, dans les Ardennes. A cette distance, et aux énergies des réacteurs, on mesure le paramètre θ_{13} (*c.f.* 2.4). Sa limite sur ce paramètre, dominée par les incertitudes de flux des réacteurs, vaut [Apollonio et al., 1998] : $\sin^2(2\theta_{13}) < 0,18$.

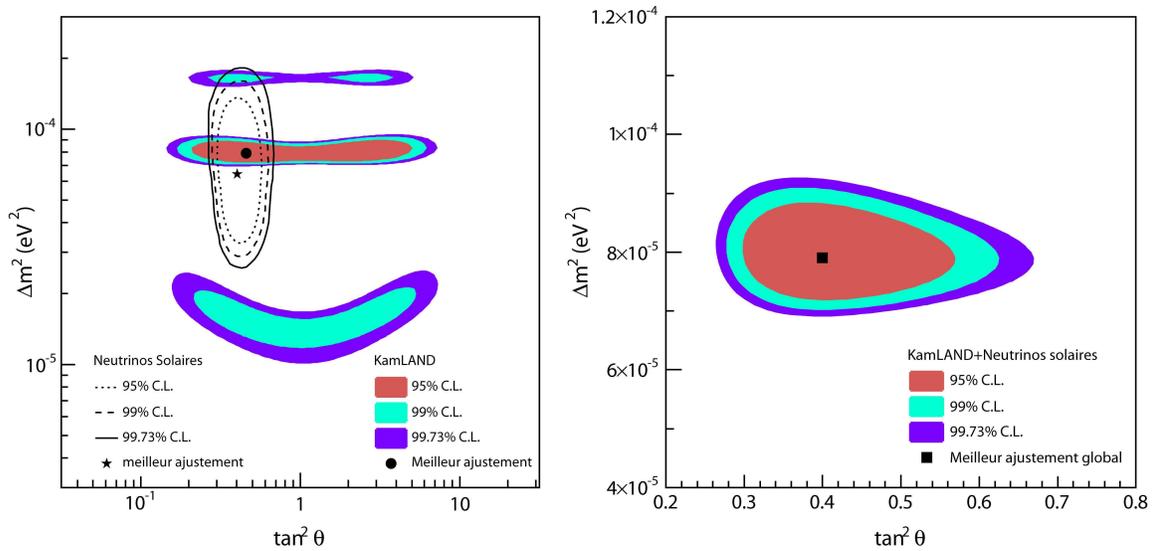


FIG. 2.5: Espace de paramètres déterminé par Kamland seul et par Kamland avec les expériences sur neutrinos solaires.

Le deuxième type d'expérience sur réacteur mesure les paramètres "12" des oscillations, les mêmes, *a priori*, que les neutrinos solaires. L'expérience Kamland apour le moment la meilleure mesure de ces paramètres sur réacteur. Il s'agit d'une expérience japonaise dont le détecteur, rempli de scintillateur liquide, est situé dans la mine de Kamioka et entouré d'une cinquantaine de réacteurs situés à quelques centaines de kilomètres de là. Les résultats que lui procurent sa situation unique donnent [Araki et al., 2005] : $\Delta m^2 = 7,9 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ pour un modèle d'oscillation à deux neutrinos. L'analyse combinée avec les résultats des neutrinos solaires donnent les valeurs mentionnées dans la section précédente : $\Delta m^2 = 7,9_{-0,5}^{+0,6} \times 10^{-5} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta = 0,40_{-0,07}^{+0,1}$, comme cela est représenté sur la figure 2.5.

2.5.3 Expériences sur neutrinos atmosphériques

Les neutrinos provenant de l'atmosphère sont originellement créés par un flux important de rayons cosmiques de haute énergie qui la traversent. Ces particules y interagissent fortement pour créer ce que l'on appelle des gerbes. Il s'agit d'une cascade de création de particules donnant, entre autres, des pions, se désintégrant alors en neutrinos et muons, et qui peuvent à leur tour se désintégrer en électron et neutrinos. La chaîne complète de désintégration est la suivante :

$$\pi^\pm \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^\pm$$

$$\searrow e^\mp + \bar{\nu}_\mu + \bar{\nu}_e$$

La première relation étant largement dominante, on se retrouve avec un flux important de $\bar{\nu}_\mu$ et de $\bar{\nu}_\mu$, venant de toutes les directions. L'expérience Super-Kamiokande donne à ce jour les résultats les plus précis sur les mesures des paramètres d'oscillation des neutrinos atmosphériques. Située au Japon, cette expérience est constituée d'un réservoir de 50 000 tonnes d'eau pure tapissé de 11146 photomultiplicateurs, en plus des 1885 permettant d'effectuer un veto sur les signaux de bruit. Le principe de l'expérience réside dans la détection de la lumière Cerenkov émise par les particules chargées induites par les courants chargés de neutrinos traversant le volume effectif de 22 500 tonnes. Les anneaux Cerenkov sont alors caractéristiques pour les muons et les électrons, signant une interaction de $\bar{\nu}_\mu$ et $\bar{\nu}_e$ respectivement. Les analyses à différentes énergies, et dans différentes directions permettent une mesure des paramètres d'oscillation $\sin^2(2\theta_{23}) > 0,90$ et $\Delta m_{23}^2 = 2,5_{-0,6}^{+0,4} \times 10^{-3} \text{eV}^2$, à 90% de niveau de confiance, comme on peut le voir sur la figure 2.6. Il est à noter que Super Kamiokande mesure également les neutrinos venant du faisceau de KEK pour l'expérience K2K.

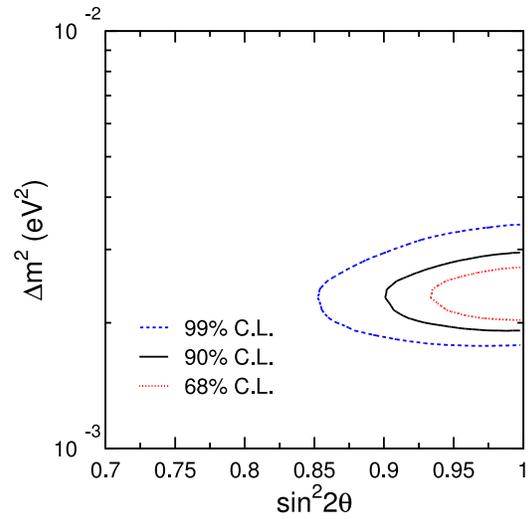


FIG. 2.6: Espace des paramètres $(\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23}))$ pris par Super Kamiokande avec les neutrinos atmosphériques

2.5.4 Expériences sur faisceaux

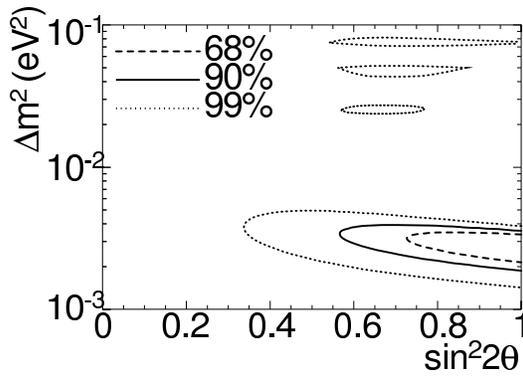


FIG. 2.7: Espace des paramètres $(\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23}))$ pris par Super Kamiokande avec les neutrinos du faisceau de KEK (expérience K2K)

sphérique du même détecteur...

Une autre expérience sur faisceau est cependant venue semer le trouble dans le cadre des oscillations de neutrinos : LSND. Cette expérience, située à Los Alamos, était constituée d'un réservoir de 167 tonnes de scintillateur liquide tapissé de photomultiplicateurs, utilisant la lumière Cerenkov comme moyen de détection des particules chargées. Le détecteur et la cible étaient distants de 30 mètres. LSND mesurait des flux de neutrinos provenant de la désintégration de pions et de muons au repos, piégés par un "stoppeur de faisceau en cuivre" situé après la cible. La source de neutrinos ainsi créée est essentiellement constituée de ν_μ et de $\bar{\nu}_\mu$, avec une contamination en $\bar{\nu}_e$ de 10^{-4} . L'énergie typique des neutrinos créés est de quelques dizaines de MeV, c'est-à-dire sous le seuil de création de muons. Donc seuls les $\bar{\nu}_e$ issus d'une interaction par courant chargé étaient détectés. La cinématique de la désintégration au repos de ces particules étant bien connue, la comparaison des spectres des neutrinos émis et détectés a permis d'observer un excès de $\bar{\nu}_e$ compatible avec une oscillation dont le paramètre Δm^2 est dans une zone de 0,2 à 10 eV^2 , à 90% de niveau de confiance en prenant en compte les limites des autres expériences données en figure 2.8. Cette valeur n'est compatible avec aucune autre. Cela signifierait qu'il existe une troisième valeur de Δm^2 comptible avec 4 types de neutrinos ! Des théories sur un éventuel neutrino "stérile" permettraient d'expliquer cette quatrième saveur jamais observée. Mais la même zone de L/E est sur le point d'être à nouveau observée par l'expérience MiniBoone à Fermilab, qui devrait très prochainement annoncer son verdict : quel suspense !

Grâce aux données de plus en plus précises sur les domaines possibles des paramètres d'oscillation, les expériences sur faisceau sont en plein essor et de plus en plus optimisées concernant leurs valeurs caractéristiques de L/E. Pour le moment, l'expérience Japonaise K2K est la seule de sa catégorie à avoir mesuré $\mathcal{P}_{\mu\mu}$. K2K utilise Super Kamiokande comme détecteur lointain et possède un détecteur proche à 300 mètres de la cible. Le faisceau de ν_μ d'énergie moyenne de 1,4 GeV, est produit à KEK, au Japon. La distance de KEK à Super Kamiokande est d'environ 250 km. Leur déficit en ν_μ a permis à K2K de déduire les paramètres d'oscillation $\sin^2(2\theta_{23}) = 1$ et $\Delta m_{23}^2 = 2,8_{-0,9}^{+0,8} \times 10^{-3} eV^2$ (c.f. figure 2.7), ce qui est en bon accord avec les données de neutrinos atmo-

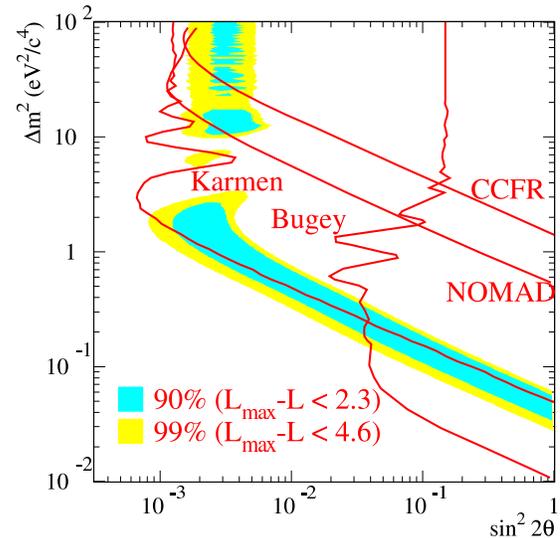


FIG. 2.8: Espace des paramètres pris par LSND avec les neutrinos électroniques du faisceau de LSND. Les courbes en rouge correspondent aux limites imposées par les autres expériences dans le même domaine de L/E. On voit que l'expérience KARMEN exclue quasiment toute la zone de LSND.

L'ensemble des expériences actuelles d'oscillation de neutrinos tisse un cadre cohérent (à quelques exceptions près...) et l'ère des mesures de précision des paramètres d'oscillation a commencé. La difficulté de détection des neutrinos pousse sans cesse la communauté scientifique à trouver des moyens ingénieux pour abaisser les incertitudes systématiques et augmenter la statistique à moindre coût. Dans cette optique de mesures de précision, MINOS apportera une précision 10 fois supérieure à la mesure actuelle de Δm_{23}^2 et poussera encore plus loin la limite de l'angle de mélange θ_{13} . En effet, comme nous l'avons vu, la mesure du paramètre θ_{13} est directement liée à la valeur de Δm_{13}^2 , donc de Δm_{23}^2 . Or cette partie de l'oscillation, dont les meilleurs contours de confiance sont donnés par le détecteur Super Kamiokande avec les neutrinos atmosphériques, et ceux du faisceau de KEK. Pour ce qui est des neutrinos atmosphériques, la source n'est pas maîtrisée, et les meilleurs ajustements sont faits en calculant la distance de parcours du neutrino avec son angle d'arrivée. Ceci introduit une composante d'incertitude systématique qui constitue le facteur limitant de l'analyse des neutrinos atmosphériques avec Super Kamiokande. Pour ce qui est de K2K, l'analyse est limitée par la statistique car l'énergie d'oscillation, pour la distance de parcours des neutrinos, est faible (en dessous du GeV), ce qui limite fortement la section efficace d'interaction proportionnelle à l'énergie (comme nous l'avons vu au chapitre 1), venant s'ajouter à la relativement faible intensité du faisceau. C'est dans cette optique que MINOS fut pensé : une augmentation considérable de la statistique grâce au faisceau de neutrino NuMI, le plus intense du monde ; une source de neutrinos connue et une limitation des erreurs systématiques, grâce au détecteur proche et au blindage du détecteur lointain ; une visualisation directe des traces des particules chargées, et leur identification afin de reconstruire le spectre des neutrinos avec une meilleure précision. Nous passerons en revue l'ensemble de ces caractéristiques dans le chapitre qui suit.

3

L'expérience MINOS

L'expérience MINOS a pour but principal de mesurer l'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ à une distance de 730 km. Pour cela, elle utilise le faisceau de NuMI (Neutrinos at the Main Injector) créé à Fermilab (Illinois, USA), constitué de neutrinos muoniques. Ce faisceau traverse un premier détecteur dit "proche" situé lui aussi à Fermilab, poursuit sa route souterraine sous l'état du Wisconsin, pour enfin traverser le détecteur dit "lointain" à 730 km de sa source, dans la mine de Soudan, au nord du Minnesota. Une vue schématique du dispositif expérimental est proposée sur la figure 3.1.



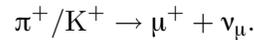
FIG. 3.1: Schéma du dispositif expérimental de MINOS.

Nous décrirons, dans ce chapitre, les principales caractéristiques des éléments de l'expérience : le faisceau, le détecteur proche, puis le lointain. Une partie sera également consacrée au détecteur d'étalonnage qui a pris des données pendant 2 ans sur des faisceaux-tests du CERN. Enfin, dans une dernière section, nous exposerons un panel des possibilités de la physique dans MINOS.

3.1 Le faisceau

La conception du faisceau de neutrinos NuMI est l'aboutissement de quatre étapes principales :

- des protons de 120 GeV sont extraits du *Main Injector* par paquets¹ de $2,5 \times 10^{13}$ particules, toutes les 2 secondes,
- les paquets de protons sont dirigés vers une cible de carbone provoquant une violente collision de laquelle naissent massivement des pions et des kaons ;
- un champ magnétique intense, produit par une première *corne* magnétique parabolique, focalise les π^+ et les K^+ et dévie² les π^- et les K^- . Une deuxième corne magnétique permet d'ajuster la configuration d'énergie du faisceau ;
- les pions et les kaons voyagent jusqu'à leur désintégration dans un tunnel prévu à cet effet. De ces dernières naissent enfin des ν_μ *via* les canaux :



Faisceaux de NuMI

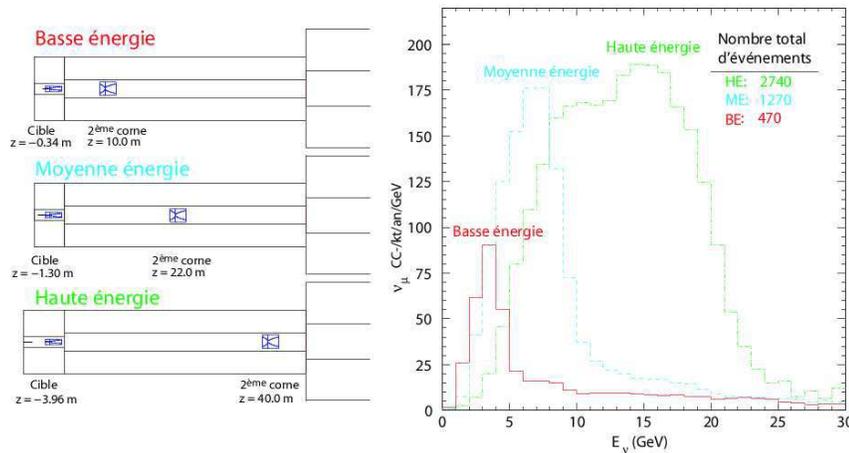


FIG. 3.2: Différents spectres possibles pour MINOS, avec les positions des cornes magnétiques associées. La position de référence ($z=0$) correspond à celle de la première corne magnétique.

Les positions relatives des cornes magnétiques et de la cible permettent de modifier le spectre du faisceau de neutrinos. La particularité de NuMI est de pouvoir disposer de faisceaux d'énergies

¹La durée du paquet à son extraction est de $10 \mu\text{s}$.

²On choisit de focaliser les π^+ et les K^+ pour avoir un faisceau de neutrinos. Garder les particules de charges – permettrait de créer un faisceau d'anti-neutrinos.

différentes. Le faisceau actuel est celui dit de basse énergie (BE), mais il existe aussi d'autres configurations possibles : un de moyenne énergie (ME), et un de haute énergie (HE). La figure 3.2 montre ces trois différents faisceaux avec un schéma des positions des cornes magnétiques et de la cible.

Une fois passées les deux cornes magnétiques, les particules focalisées entrent dans le *tunnel de désintégration*, qui est, comme son nom l'indique, l'endroit où les pions et les kaons se désintègrent pour donner les ν_μ . Ce tunnel est d'une importance capitale pour les problèmes de contaminations parasites du faisceau par d'autres saveurs de neutrinos. Les désintégrations *mères* principales du pion ou du kaon donnent bien un ν_μ , mais donnent aussi un μ^+ qui peut se désintégrer à son tour pour donner un $\bar{\nu}_\mu$ et un ν_e . Une autre contamination en neutrino électronique vient des désintégrations moins probables du pion et surtout du kaon. Le tableau 3.1 résume les principales sources de contaminations du faisceau par des neutrinos autres que des ν_μ .

Ainsi, la contamination en neutrino électronique représente environ 1,4% du nombre total de

Désintégration	Type de contamination		Rapport de taux de branchement
	$\bar{\nu}_\mu$	ν_e	
$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ ³	✓	✓	$\simeq 100\%$
$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$		✓	$\simeq 0,0123\%$
$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$		✓	$\simeq 4,87\%$

TAB. 3.1: Source des contaminations du faisceau en ν_e et en $\bar{\nu}_\mu$

neutrinos du faisceau. Quant aux $\bar{\nu}_\mu$, ils représentent 20% du total des événements. La figure 3.3 montrent les contaminations pour les différentes énergies.

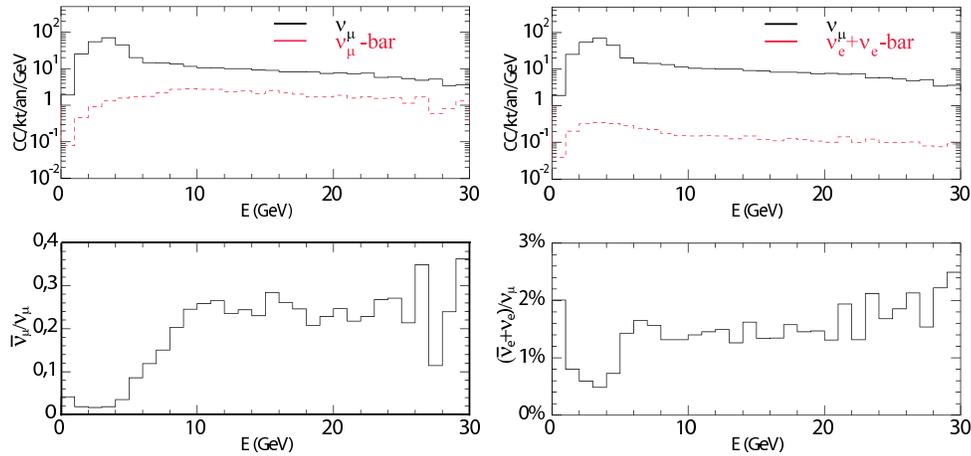


FIG. 3.3: Contaminations du faisceau en $\bar{\nu}_\mu$, ν_e et $\bar{\nu}_e$ par intervalle d'énergie

Ces contaminations sont celles de la configuration de basse énergie. Cette dernière a été préférée aux autres, malgré la statistique, car elle est plus adaptée à la recherche d'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, comme nous le verrons au chapitre 5.

³Le muon vient des désintégrations principales du pion et du kaon. Il s'agit donc d'une désintégration secondaire.

3.2 Les détecteurs

La fiabilité de la mesure des paramètres d'oscillations des neutrinos mesurés par MINOS, réside en grande partie dans la comparaison des signaux entre le détecteur proche et le lointain. C'est pour cette raison que les technologies et les matériaux sont très proches pour les deux. Dans cette section, nous présenterons donc les constantes des détecteurs pour ensuite décrire les spécificités de chacun. Enfin, nous présenterons le détecteur d'étalonnage CalDet.

3.2.1 Technologie des détecteurs

Le concept général des deux détecteurs est d'alterner des plaques d'acier et des plaques de bandes de scintillateur pour constituer un instrument de calorimétrie et de traçage efficace. Les plaques d'acier ont deux rôles : le premier est d'amorcer l'interaction des neutrinos en fournissant l'essentiel de la masse des détecteurs à moindre coût, le deuxième est d'absorber l'énergie des particules générées par cette interaction, permettant la mesure calorimétrique. Les bandes de scintillateur sont les parties actives du détecteur.

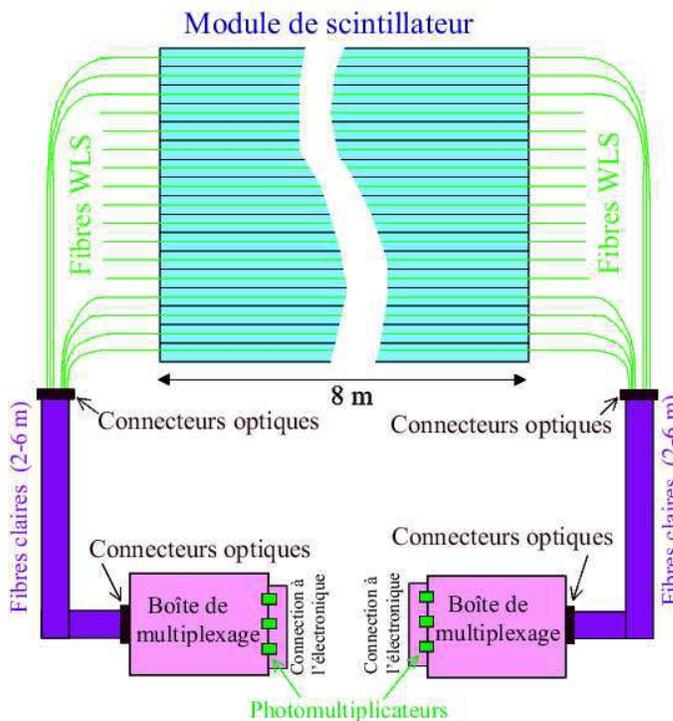


FIG. 3.4: Schéma de l'optique du détecteur lointain de MINOS. Une particule excite le scintillateur à son passage, qui produit de la lumière collectée et transmise par les fibres WLS, puis les claires. Les signaux lumineux sont multiplexés sur les pixels des PM dont les signaux sont traités par l'électronique.

Toute particule chargée traversant le scintillateur laisse une trace de son passage en y émettant de la lumière. Cette lumière collectée par des fibres optiques WLS (WaveLength Shifting) collées au

scintillateur, guidée ensuite par des fibres optiques claires, jusqu'à des photomultiplicateurs où le signal lumineux est transformé en signal électrique et amplifié. Ce signal donne une information sur les positions des différentes particules au cours de leur propagation dans le détecteur. Le schéma de la figure 3.4 montre la chaîne des instruments optiques permettant la collection de l'information du passage des particules dans le scintillateur.

Le scintillateur

Les bandes de scintillateur sont constituées de polystyrène dopé aux scintillants PPO ⁴ à 1% et POPOP ⁵ à 0,030%. Elles sont recouvertes d'un matériau réfléchissant, un mélange de polystyrène et de dioxyde de titane (TiO₂), afin de conserver le maximum de lumière au sein du système optique. Une photographie ainsi qu'un schéma, en figure 3.5, en donnent l'aspect et les dimensions.

Les bandes sont assemblées par paquets de 20 ou 28 unités formant ce que l'on appelle un module, recouvert d'aluminium sur toute sa surface. La troisième image de la figure 3.5 montre un module lors de son assemblage avant qu'on le recouvre d'aluminium.

Les fibres

Le sillon que l'on aperçoit au centre des bandes du scintillateur sur la figure 3.5 permet de placer la fibre WLS sur toute sa longueur. L'avantage de ces fibres est que, en plus de servir de guide d'onde pour la lumière collectée dans le scintillateur, elles permettent d'en modifier la longueur d'onde. Cette dernière est alors déviée principalement vers le vert. La figure 3.6 montre l'effet de décalage spectral des fibres WLS.

Aussi bien les bandes de scintillateur que les fibres WLS permettent un décalage des longueurs d'onde. Cela comporte plusieurs avantages dans notre cas :

- le domaine spectral des photons envoyés aux photomultiplicateurs correspond au maximum d'efficacité quantique de ces derniers ;
- le transport de la lumière dans un domaine spectral restreint est meilleur car les guides d'onde sont performants à des longueurs d'ondes particulières.

Les photomultiplicateurs

Les photomultiplicateurs ont la principale tâche de transformer le signal collecté dans les bandes de scintillateur et transporté par les fibres optiques (WLS et claires), en signal électrique lisible par l'électronique de MINOS. Les PM utilisés sont différents pour chaque détecteur, et sont employés de façons différentes également, comme nous allons le voir dans les deux prochaines sections.

⁴PolyPhénylène Oxyde.

⁵2,2'-p-phényl-bis-(5-phényloxazol).

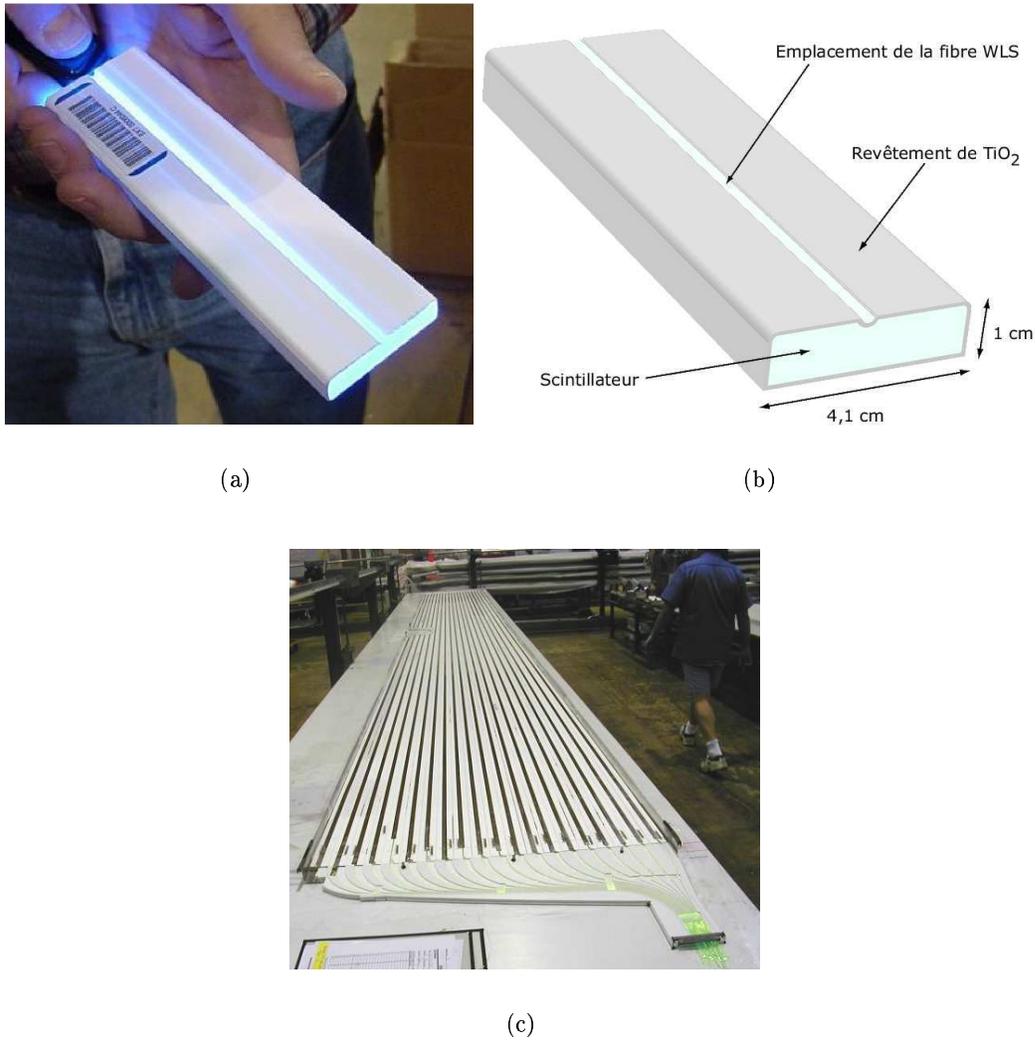
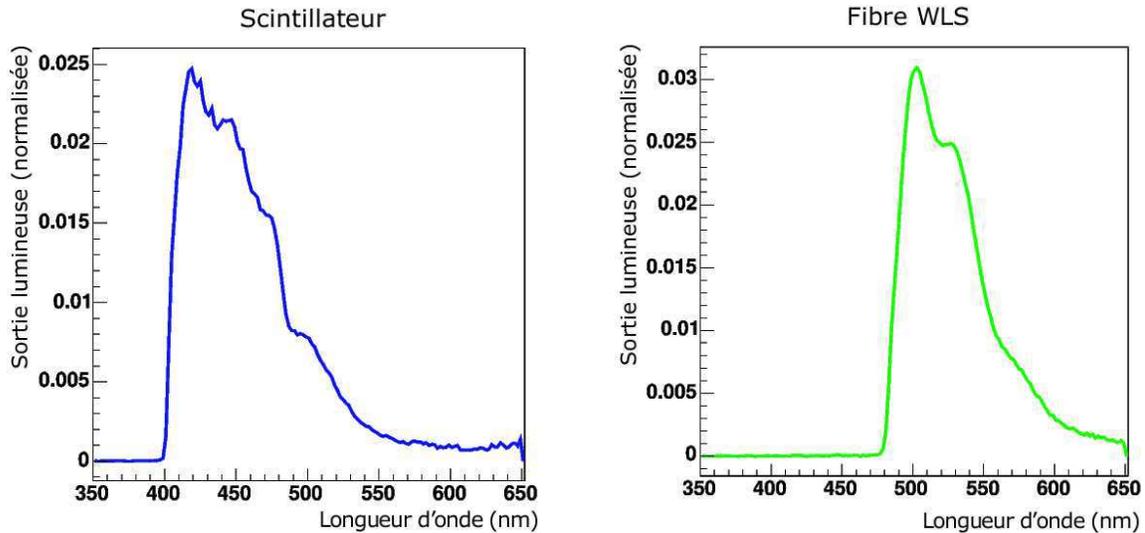


FIG. 3.5: Photographie et schéma des bandes de scintillateur des détecteurs de MINOS. La figure (a) est une photographie d'une bande scintillateur éclairée par une lumière bleue. La figure (b) est un schéma de la même bande. Sur la figure (c) on peut voir l'assemblage des bandes et des fibres WLS en modules avant qu'ils soient recouverts d'aluminium.

3.2.2 Le détecteur lointain

Le détecteur lointain, DL, est le plus massif des deux détecteurs de MINOS. Il se trouve dans une ancienne mine d'exploitation de minerais de fer dans la ville de Soudan, au nord du Minnesota. Situé à 700 mètres sous terre (protection de 2000 mètres équivalent-eau), sa masse atteint 5400 tonnes. Sa construction fut achevée fin 2003. Il est entièrement en fonctionnement depuis cette date également. Il est divisé en deux parties que l'on appelle "supermodules", constituées chacune de 242 paires de plaques octogonales, de 8 mètres de large (et 2,54 cm d'épaisseur), d'acier + scintillateur⁶ totalisant 484 paires de plaques. Des câbles traversent chaque supermo-

⁶Il y a, en fait, une plaque d'acier en plus par supermodule pour que le scintillateur n'apparaisse jamais à un bout.



(a) Spectre d'émission du scintillateur éclairé par un laser UV.

(b) Spectre d'émission de la fibre WLS éclairée par le scintillateur (dont le spectre est à gauche.).

FIG. 3.6: Décalage spectral des fibres WLS.

dule permettant le passage d'un courant électrique de 80 kA établissant un champ magnétique intense sur tout le volume du détecteur d'une moyenne de 1,5 tesla. La figure 3.7 montre, schématiquement et réellement le détecteur lointain.

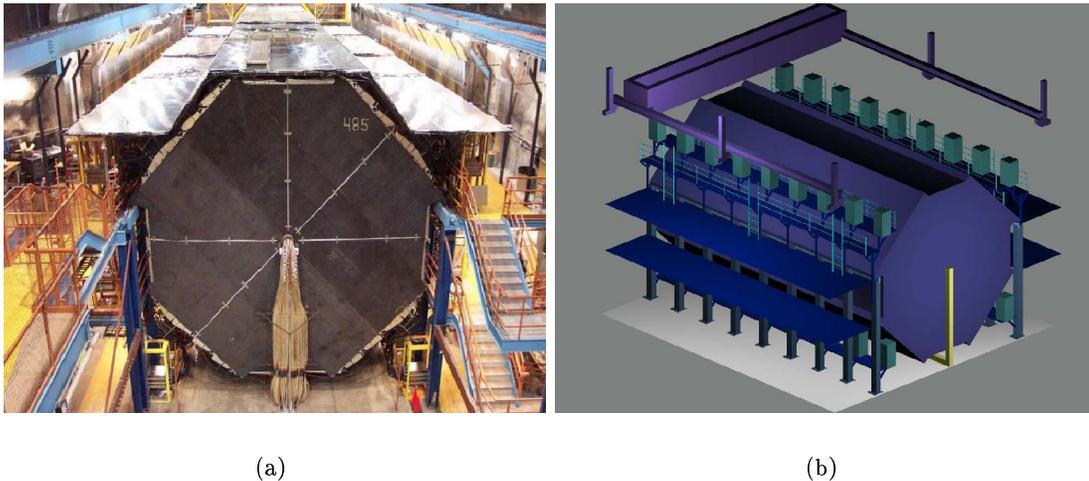


FIG. 3.7: Photographie (a) et schéma (b) du détecteur lointain de MINOS.

Chaque plaque de scintillateur contient 192 bandes de scintillateur dont la longueur varie de 3,3 mètres à 8 mètres, en fonction de sa position par rapport au centre.

La spécificité du détecteur lointain est que les signaux lumineux acheminés par les fibres optiques est

multiplexée sur les pixels des PM. En effet, sur ces derniers, des PM Hamamatsu M16⁷, chaque pixel lit huit fibres claires. Les fibres multiplexées correspondent à des bandes d'une même plaque, espacées les unes des autres d'environ un mètre. Ainsi, trois PM suffisent à lire deux plaques. En fait, ce n'est pas tout à fait vrai, puisque les deux bouts de chaque module sont lus, nécessitant trois PM pour une seule plaque cette fois-ci. Cette lecture bilatérale accroît la précision sur la mesure de l'instant du signal, ainsi que de la reconstruction de la quantité de lumière créée dans le scintillateur par le passage de la particule. Une fois le signal lumineux lu par les PM, le signal électrique en sortie est numérisée par l'électronique.

Le détecteur lointain a la particularité de posséder un véto actif. Ce sont des modules de scintillateur identiques à ceux du détecteur, et permettant de détecter et d'identifier des muons ayant été créés à l'extérieur du volume du détecteur. Ce véto est surtout important pour l'étude des neutrinos atmosphériques, comme nous le verrons à la section 3.3.

3.2.3 Le détecteur proche

Le détecteur proche, DP, possède la même technologie de base que le celle du détecteur lointain : même scintillateur, même type de plaques d'acier et même champ magnétique. Cependant quelques différences subsistent. Le détecteur proche étant à 315 mètres du tunnel de désintégration, il bénéficie d'une intensité et d'une densité de faisceau bien supérieures au DL⁸. Pour cette raison, des économies ont pu être faites sur sa configuration.

Sa masse atteint 0,98 ktonne (contre 5,4 ktonnes pour le DL) sur un volume réparti de la façon suivante : 16,6 mètres de long ($2 \times 14,4$ mètres pour le DL), 3,8 mètres de hauteur (8 mètres pour le DL), et 4,8 mètres de largeur (8 mètres pour le DL). Sa construction fut achevée mi 2004. Il est situé à environ 100 mètres de profondeur (300 mètres équivalent eau). Le schéma de la figure 3.8 montre le découpage du DP en plusieurs régions distinctes :

- la première région, dite calorimétrique ;
- la deuxième région, dite spectrométrique.

La région calorimétrique, permet de valider l'interaction de neutrino, en définissant une région cible où l'on observe les vertex, ainsi que de mesurer par calorimétrie l'énergie de la gerbe hadronique. Ces fonctions sont spécifiques à trois parties de détecteur successives. Les deux premières, dite de déclenchement (trigger), donnent l'information sur le type d'événement observé. Ces deux parties sont appelées : le véto (20 plaques), et la cible (40 plaques).

Si du signal est observé dans la partie véto, il n'est pas considéré comme un événement neutrino, car il pourrait s'agir d'un muon ou d'un neutron du faisceau, d'un muon de la roche, ou même cosmique.

Si, cette fois-ci, du signal est observé dans la partie cible, et pas dans le véto, on considèrera le signal compris dans une fenêtre de temps à partir de cet instant comme un événement neutrino. La troisième partie, dite de gerbes hadroniques (60 plaques), permet une reconstruction des gerbes hadroniques induites par des interactions de neutrinos, avec une précision identique à

⁷Un photomultiplicateur Hamamatsu M16 contient, comme son nom l'indique, 16 pixels de lecture indépendants.

⁸Au DP, le diamètre du faisceau est d'une cinquantaine de centimètres.

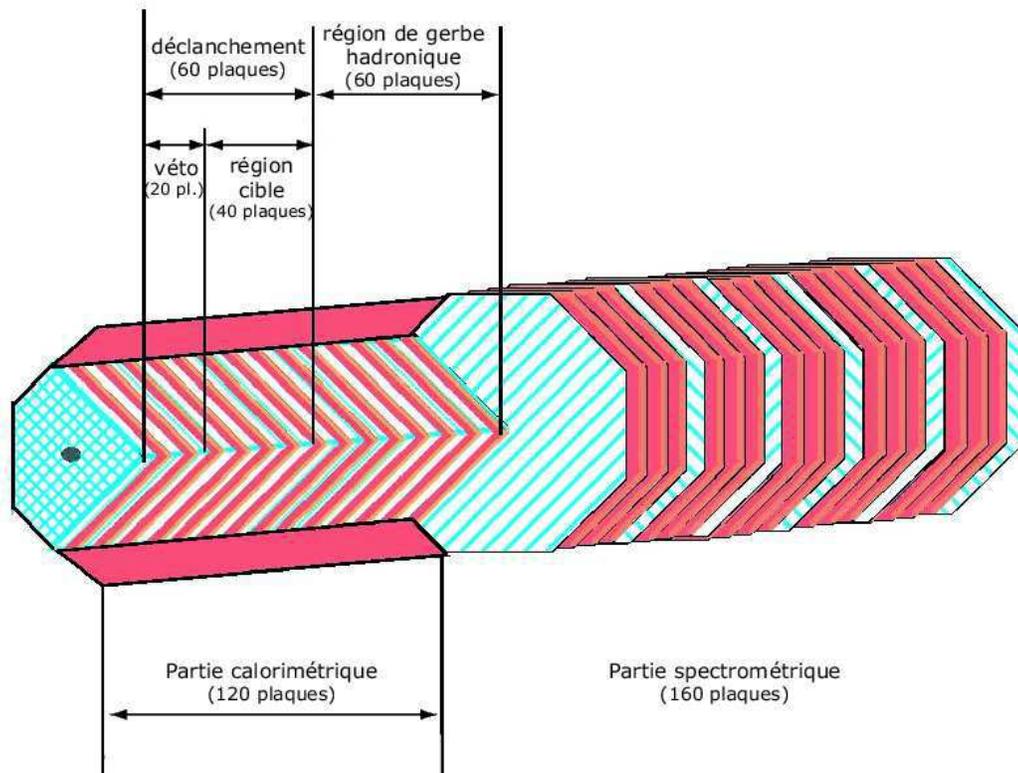


FIG. 3.8: Schéma du détecteur proche et de ses différentes parties.

celle du détecteur lointain.

Dans la totalité de la région calorimétrique, toutes les plaques d'acier sont accompagnées d'une plaque de scintillateur. Cependant ces dernières sont d'une taille réduite, comme on peut le voir sur les figures 3.8 et 3.9 (à l'exception d'une plaque sur cinq qui est de taille normale). En effet, aussi bien la région cible que la partie de développement des gerbes n'a besoin de s'étendre transversalement (le faisceau est étroit et les gerbes hadroniques sont courtes). Aucune des bandes de scintillateur n'est multiplexée dans cette région.

La deuxième région spectrométrique (161 plaques), permet la reconstruction de la trajectoire du muon. Dans cette partie, l'énergie du muon peut donc être reconstruite par la longueur de sa trace ou par sa courbure dans le champ magnétique, comme nous le verrons dans le chapitre 4. Dans la totalité de la région spectrométrique, seulement une plaque d'acier sur cinq est accompagnée d'une plaque de scintillateur. Les bandes de scintillateur de cette région ont un multiplexage de 4 fibres par pixel de photomultiplicateur.

Les PM employés pour l'ensemble du détecteur proche sont des Hamamatsu M64⁹. De plus, seul un coté des fibres est lu.

Enfin, l'électronique du DP est destinée à recevoir beaucoup plus de signal que le DL. Il s'agit donc d'une électronique rapide sans temps mort, divisant le signal en fenêtres de 19 ns de signal

⁹Un photomultiplicateur Hamamatsu M64 contient, comme son nom l'indique, 64 pixels de lecture indépendants.

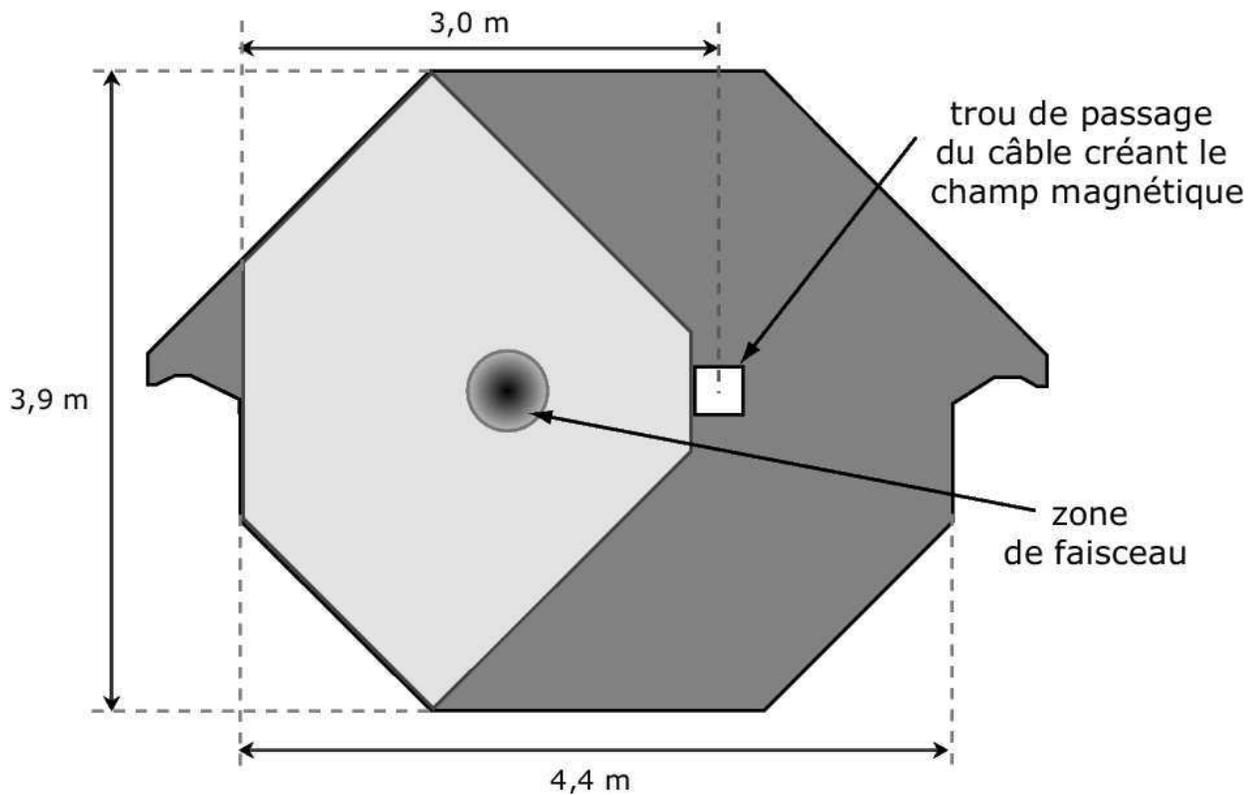


FIG. 3.9: Schéma d'une plaque de la région calorimétrique du détecteur proche.

analogique, qu'il digitalise ensuite. Le tableau 3.2 reprend les caractéristiques les plus importantes des deux détecteurs en les comparant.

3.2.4 Etalonnage des détecteurs

Toutes les différences entre détecteurs proche et lointain que nous venons de présenter, ont des effets sur la précision et la crédibilité des résultats de MINOS. Le principe de MINOS repose en partie sur la comparaison des signaux entre les deux détecteurs. Il est nécessaire de comprendre l'effet de ces différences sur la reconstruction des signaux et l'analyse physique. L'objectif de cette section est de présenter toutes les méthodes d'étalonnage relatif et absolu permettant de faire la lumière sur ces effets.

Etalonnage relatif

L'étalonnage relatif permet de mieux comprendre les différences internes dans les réponses des détecteurs, mais aussi les différences d'un détecteur à l'autre. Nous allons détailler les quatre types d'étalonnages relatifs utilisés dans MINOS : par injection de charges, par injection de lumière, l'étalonnage bande à bande, et par l'étude des muons stoppés. L'ensemble de ces méthodes permet d'obtenir un étalonnage relatif à 2%.

	Détecteur lointain	Détecteur proche	
		Région calorimétrique	Région spectrométrique
Profondeur	$\simeq 700\text{m}$	$\simeq 100\text{m}$	
Masse	5,4 ktonnes	0,98 ktonne	
Dimensions totales (L×H×l)	30m×8m×8m	16,6m×3,8m×4,8m	
Plaques d'acier (E×H×l)	2,54cm×8m×8m	2,54cm×3,8m×4,8m	
Plaques de scintillateur (E×H×l)	1cm×8m×8m	1cm×3,8m×3m	1cm×3,8m×4,8m
Photomultiplicateurs	Hamamatsu M16	Hamamatsu M64	
Multiplexage	8 :1	-	4 :1
Electronique	10 μs de temps mort lente	pas de temps mort résolution de 19 ns	

TAB. 3.2: *Récapitulatif des caractéristiques et différences des deux détecteurs*

Injection de charges

Le signal de sortie du photomultiplicateur est traité par l'électronique, découpé en intervalles de temps et digitalisé. La linéarité du signal digitalisé doit donc être vérifiée. C'est le but de l'étalonnage de l'électronique par injection de charge. On envoie une impulsion électrique que l'on appelle constituant une charge connue (simulant un signal de photomultiplicateur) à l'électronique, et l'on mesure le signal de sortie. En balayant la zone de charges habituellement délivrées par le PM, on mesure directement la linéarité de l'électronique. Cette procédure permet d'étalonner la digitalisation à 1%.

Injection de lumière

L'injection de lumière a été spécialement étudié pour MINOS. Il s'agit de connaître le comportement de la partie optique des détecteurs. Pour cela, on éclaire plusieurs fibres WLS avec une diode électro-luminescente (DEL) dans les longueurs d'onde du bleu. L'intensité de cette éclairage est mesuré, d'autre part, par une diode photosensible. Ainsi, la même quantité de lumière est envoyée dans différentes fibres. En comparant le signal en sortie de l'électronique (déjà étalonnée par injection de charge...) de différentes bandes, on peut tester et corriger la linéarité de la réponse de l'optique à la quantité de lumière injectée. Ce système permet également de mesurer son gain, ainsi que la variation de celui-ci au cours du temps.

Ces deux méthodes d'injection se font pendant les temps morts du faisceau, qui constituent la majorité du temps.

Etalonnage bande à bande

Ce troisième type d'étalonnage utilise le signal déposé par les muons cosmiques de haute énergie traversant le détecteur. Le but est de comparer le signal déposé dans deux bandes consécutives, et ainsi d'étalonner de façon relative, par transitivité les ensembles de chaque détecteur. En

prenant un muon cosmique de haute énergie, on peut affirmer que l'énergie de celui-ci, d'une plaque à l'autre est approximativement la même. Ainsi, en comparant le signal en sortie de deux bandes de deux plaques successives, on établit un étalonnage de la réponse du système optique au passage d'un muon.

Etude des muons stoppés

La méthode précédente permettait de faire un étalonnage relatif, bande à bande, avec un muon d'énergie quelconque non connue. Avec les muons stoppés, on peut faire le même genre d'étalonnage, mais, cette fois-ci, avec une énergie connue. On peut calibrer la quantité de lumière collectée par le système optique pour un muon d'une énergie donnée. En effet, lorsque le muon perd le reste de son énergie dans le détecteur par ionisation¹⁰, il est facile de remonter la trace pour estimer celle qu'il avait, le long de son parcours, avant de s'arrêter. En accumulant de la statistique sur l'ensemble du détecteur, les réponses de l'ensemble des canaux peuvent être comparés pour des muons de différentes énergies.

Etalonnage absolu

L'inter-étalonnage est, comme nous venons de le voir, très développé et d'une précision à 2%. Cependant, un étalonnage absolu a été pensé et réalisé au CERN. L'idée est de mesurer la réponse des deux détecteurs, pour les différents types de particules, et à différentes énergies, que MINOS détecte. Ces mesures ont conduit à un étalonnage absolu d'une précision de 5%.

Pour cela, des versions miniatures des DP et DL ont été mises en place au CERN afin qu'elles soient soumises à des faisceaux tests de muons, d'électrons, de protons et de pions. Ce détecteur particulier appelé CalDet (*Calibration Detector*) en figure 3.10, a pris des données pendant 3 ans, sous différents angles, à différentes énergies, pour l'ensemble de ces particules. Il en est sorti des résultats très intéressants et utiles pour l'étalonnage et l'analyse. Le plus important est représenté en figure 3.11. Il s'agit d'un étalonnage du signal produit par le passage de différents types de particules dans les détecteurs.

Ce résultat tient bien évidemment compte des différents étalonnages relatifs, dont disposait également CalDet. Le deuxième résultat important obtenu par cet étalonnage absolu, est la mesure de la résolution calorimétrique pour les gerbes hadroniques et électromagnétiques. Il en est sorti que MINOS détermine l'énergie d'un hadron avec une résolution de $55\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$. Quant à la résolution électromagnétique, on trouve $22\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$. On remarque donc qu'à basse énergie, le calorimètre de MINOS est plutôt imprécis...

¹⁰Ce mécanisme, régit par l'équation de Bethe-Bloch, est décrit en large détail dans le chapitre 4

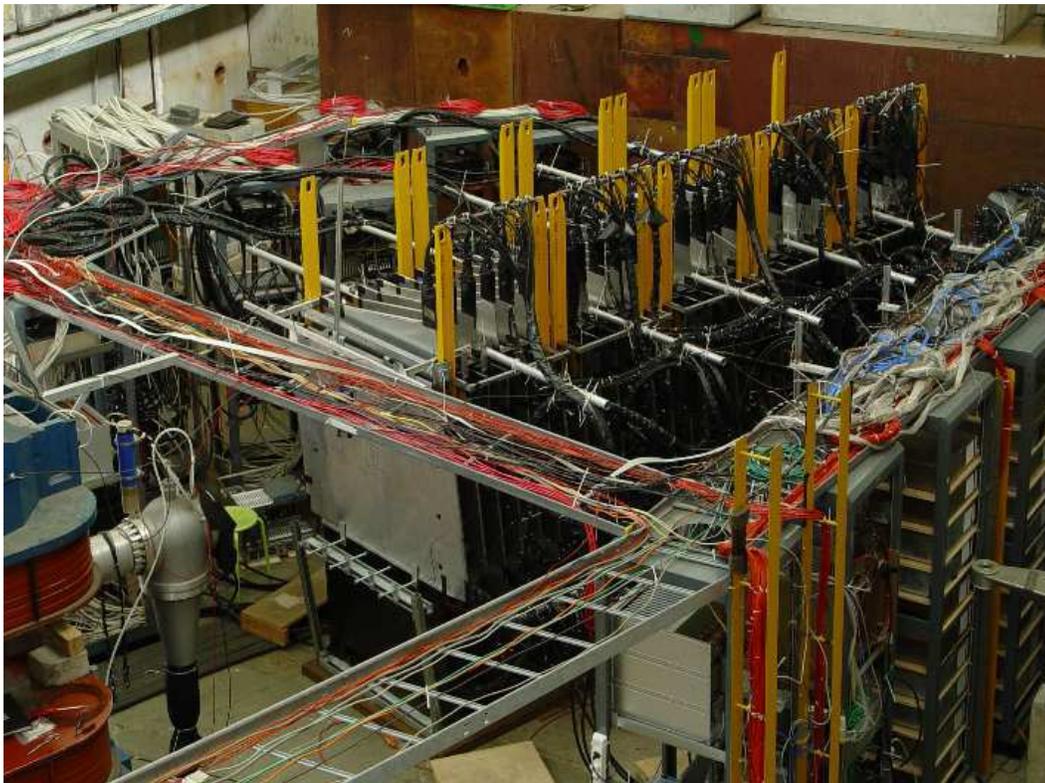


FIG. 3.10: Photographie du détecteur d'étalonnage CalDet.

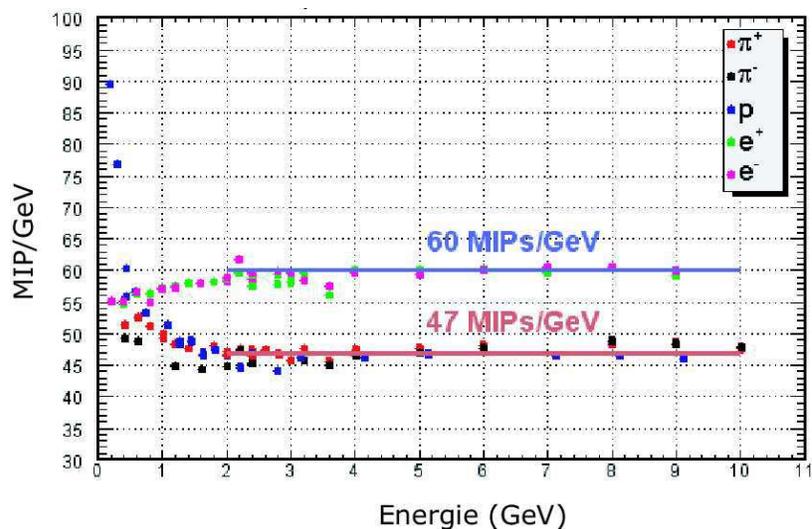


FIG. 3.11: Réponse des détecteurs pour différentes particules. Le MIP est une unité directement reliée au signal corrigé en sortie d'électronique. Ce graphique montre deux comportements spécifiques différents : les leptons déposent asymptotiquement 60 MIP/GeV alors que les hadrons en déposent 47. A basse énergie, les deux tendent vers le même comportement, sauf pour le proton.

3.3 La physique dans MINOS

Le détecteur proche a observé le premier neutrino de faisceau en décembre 2004 et continue à prendre des données depuis. Quant au détecteur lointain, il n'a observé ses premiers neutrinos

qu'en mars 2005 car les cornes magnétiques n'étaient pas sous tension en permanence. L'expérience MINOS a été construite dans le but premier de mesurer les paramètres d'oscillation Δm_{23}^2 et $\sin^2(\theta_{23})$. Dans cette section, nous en verrons les résultats attendus et la sensibilité des détecteurs à l'égard de ces mesures, mais aussi les autres domaines de la physique des neutrinos auxquels MINOS a accès.

3.3.1 Mesure principale

La longueur d'oscillation de 730 km, la gamme d'énergie du faisceau et la sensibilité des détecteurs permettront à MINOS de mesurer l'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_{\tau,e}$ avec une précision dépassant les actuelles. En effet, si les paramètres d'oscillation sont tels que l'affirment les observations de Super-K et K2K, MINOS déterminera Δm_{23}^2 et $\sin^2(\theta_{23})$ à 10% (contre $\simeq 50\%$ pour SuperK). La figure 3.12 montre une simulation de la zone d'espace des paramètres d'oscillation ($\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23})$) que MINOS pourra isoler.

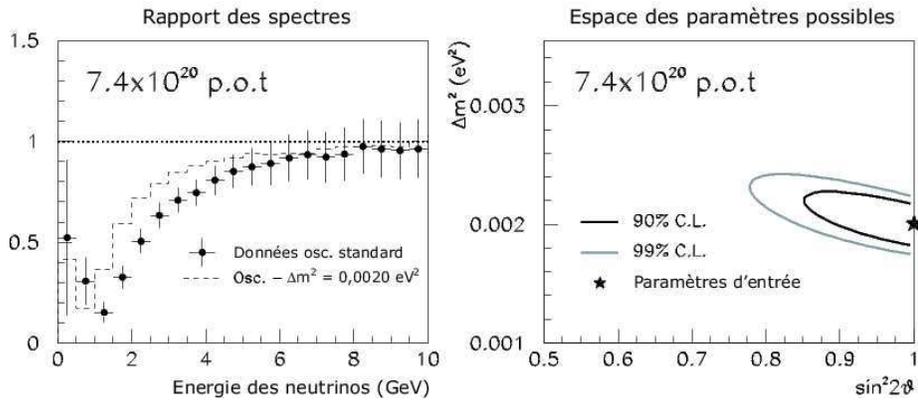


FIG. 3.12: Sensibilité de MINOS à l'oscillation de ν_μ . Le graphe de gauche montre le rapport entre le spectre attendu et le spectre observé. Celui de droite montre la zone de l'espace des paramètres d'oscillation qu'isolera MINOS après 2 ans de prise de données. La valeur des paramètres d'entrée sont $\Delta m_{23}^2 = 0.0020 eV^2$ et $\sin^2(2\theta_{23}) = 1$.

Cette étude sera plus détaillée dans le chapitre 5 dédié aux résultats de l'analyse d'oscillation par disparition de ν_μ .

3.3.2 Autres domaines d'étude

Les capacités des détecteurs de MINOS vont au-delà de la seule mesure des paramètres d'oscillation. Le détecteur lointain permet une étude des neutrinos atmosphériques. L'étude d'oscillation de neutrinos atmosphériques se fait, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, en regardant les différentes directions d'arrivée des neutrinos. Chaque direction correspond à une distance de propagation différente (à la manière de SuperK dans le chapitre 2). En comparant les flux de neutrinos dans les différentes directions, on peut observer un déficit dû à une oscillation par rapport à la prévision sans oscillation. De plus, MINOS est capable de mesurer assez précisément

l'énergie du neutrino (pour des CC). On peut donc directement étudier les distributions de L/E , où L est la distance de parcours du neutrino donnée par la direction d'arrivée, et E , l'énergie, est donnée par la longueur de la trace du muon (événements contenus) ou par la courbure (événement pas trop verticaux). Cette étude a été faite pour MINOS qui continue à prendre des données pour avoir davantage de statistique. Des premiers résultats devraient être publiés courant 2005. Pour être certain qu'il s'agit d'un neutrino qui a interagit dans le détecteur, et non pas d'un muon créé avant, le DL est doté d'un bouclier de veto comme évoqué dans la section précédente. Il s'agit d'une ou de plusieurs couches de modules de scintillateur couvrant toutes les directions d'angle zénithal inférieur à 45° . Ainsi, si un muon est détecté venant de ce cône, deux cas sont envisagés :

- soit le bouclier de veto a détecté un impact cohérent avec cette trace : il s'agit d'un muon créé à l'extérieur du détecteur ;
- soit le bouclier de veto n'a pas détecté d'impact cohérent avec cette trace : il s'agit certainement d'un neutrino atmosphérique.

Afin de localiser le point d'impact d'un éventuel muon passant dans le veto, une cartographie de celui-ci a été réalisée. Cela a fait partie de mes contributions à l'installation de MINOS en avril-mai 2003 dans la mine de Soudan. La figure 3.13 montre la configuration transversale des modules de véto.

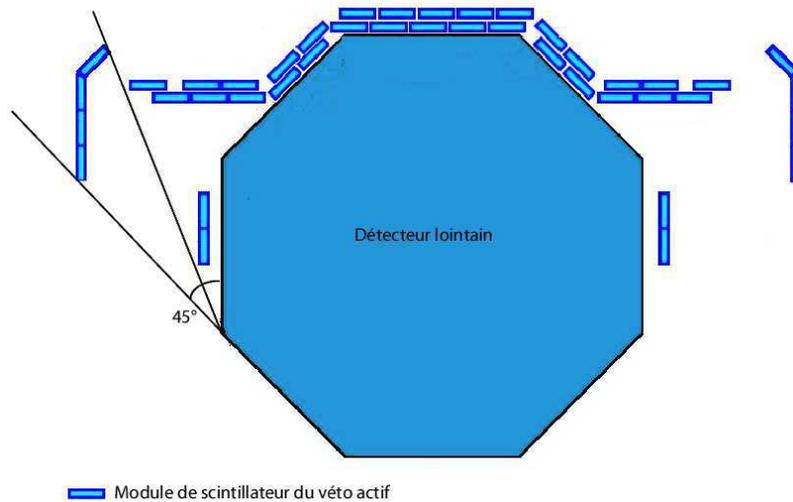


FIG. 3.13: Configuration du bouclier de veto actif de MINOS. Le bouclier détecte tout muon dont l'angle d'incidence est inférieur à 45°

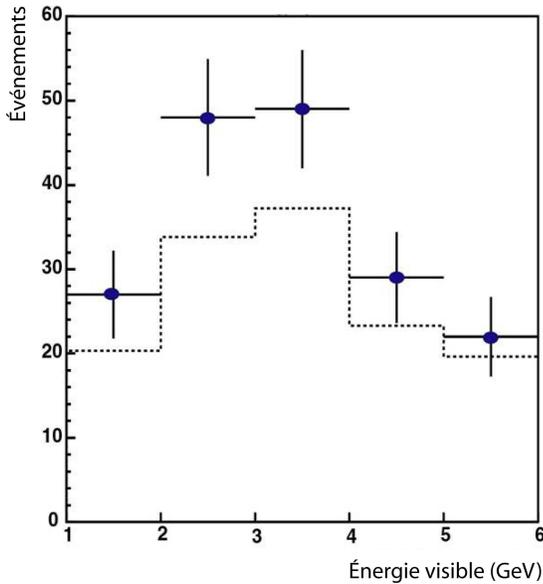
Le bouclier ne permet pas d'enlever TOUT le bruit de fond puisque des neutrinos venant du bas et des côtés peuvent interagir dans la roche, mais il aide grandement à s'affranchir du bruit de fond principal qui est le flux de muons cosmiques qui est parvenu jusque là. Les muons créés en dehors du détecteur ne sont cependant pas à ignorer. Ils peuvent avoir un intérêt certain dans l'étude, unique en son genre, de la conservation de la symétrie CPT. Cette symétrie peut être mise à l'épreuve en comparant l'oscillation de ν_μ avec celle de $\bar{\nu}_\mu$. En effet, les expériences de disparition n'étant pas sensibles à la violation de CP, on teste, par cette méthode, directement Δm_{23}^2 pour les oscillations de ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$. Or toute différence entre ces deux grandeurs serait une conséquence directe de la violation de CPT dans le secteur des neutrinos. Concrètement, il s'agit de regarder tous les muons créés par une interaction de neutrino, venant du bas et des côtés. En effet, ceux venant de dessus sont susceptibles d'être des muons cosmiques. D'autre part, le

fait que le détecteur soit magnétisé permet de distinguer les neutrinos des anti-neutrinos : lors d'une interaction par courant chargé, le ν_μ produit un μ^- , tandis que le $\bar{\nu}_\mu$ produit un μ^+ . Ainsi le champ magnétique courbera la trajectoire de ces deux particules de façon opposée. Ceci permet d'établir une distribution de flux pour les neutrinos (ayant créé les muons visibles), avec celle pour les anti-neutrinos (ayant créé les anti-muons visibles). Une différence visible entre les deux distributions pourrait alors être interprétée en terme de violation de CPT. Dans le cas contraire, MINOS pourrait affirmer sa conservation.

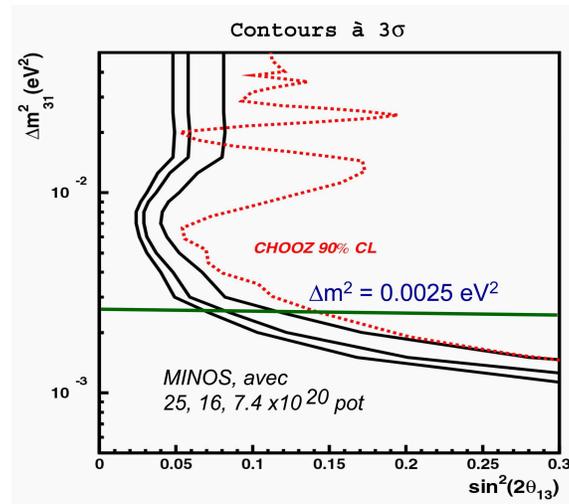
Une dernière mesure importante que MINOS est en mesure de réaliser, est l'apparition de neutrinos électroniques. Bien que le détecteur ne soit pas optimisé pour ce genre de mesure, un lourd effort est engagé dans cette direction. Un neutrino électronique pourrait être identifié lorsqu'il interagit par courant chargé, donnant un électron. La principale difficulté de l'exercice consiste à distinguer une gerbe électronique de la gerbe hadronique d'un courant neutre. Plusieurs méthodes sont à l'étude et l'objectif final est d'avoir une sensibilité 2 fois meilleure à l'angle de mélange θ_{13} que celle de CHOOZ. Deux scénarios sont alors possibles :

1. soit la valeur de l'angle de mélange θ_{13} est proche de la limite établie par l'expérience Chooz (à savoir $\sin^2 \theta_{13} \gtrsim 0.18$) ;
2. soit elle est inférieure à la sensibilité de MINOS (à savoir $\sin^2 \theta_{13} < 0.07$).

Dans le cas 1, MINOS pourra observer l'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ grâce à la mesure du spectre de ν_e illustré en figure 3.14(a) tel qu'il est décrit dans le chapitre 2.



(a) Spectre de ν_e estimé après 3 ans de prises de données



(b) Limites atteignables par MINOS sur l'angle de mélange θ_{13}

FIG. 3.14: Résultats estimés de MINOS pour l'angle de mélange θ_{13} .

On voit sur ce spectre que le bruit de fond en courants neutres est assez élevé. Dans le cas 2, MINOS ne verra pas d'oscillation dans le spectre de la figure 3.14(a), et en déduira

une limite : $\sin^2 \theta_{13} < 0.07$, à 3σ , pour une statistique de 25×10^{20} protons sur cible¹¹, et pour $\Delta m_{23}^2 \approx 2,5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$. Ce résultat est schématisé sur la figure 3.14(b) pour différentes statistiques, et pour différentes valeurs de Δm_{23}^2 .

Nous venons de voir que MINOS possède un large éventail de mesures de physique possible. Cependant, ses détecteurs sont optimisés pour la détermination des paramètres Δm_{23}^2 et θ_{23} , grâce à l'excellente efficacité sur la mesure de l'énergie des muons, qui constitue le coeur de mon analyse.

¹¹Ce qui correspond à 5 ans de faisceau nominal.

4

Reconstruction des muons issus de courants chargés

Ce chapitre est consacré à la méthode de reconstruction des traces de muons que j'ai développée, comme une alternative à la méthode de reconstruction standard de MINOS. Mon travail a porté en particulier sur la recherche des traces des muons ainsi que sur la détermination de leur énergie; cette dernière pouvant être réalisée de deux façons différentes : par calorimétrie, ou par analyse de la courbure du muon. Dans tout ce qui suit, on se place dans le détecteur lointain. L'application de cet algorithme au détecteur proche n'a pas encore été faite. La détermination de l'énergie des neutrinos est la clef de l'analyse principale des événements de MINOS. En effet, c'est "l'observable" qui permet de déterminer s'il y a eu une oscillation et, le cas échéant, les paramètres d'oscillation. L'analyse principale de MINOS réside dans l'étude des courants chargés de ν_μ :

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X . \quad (4.1)$$

La détermination de l'énergie du neutrino dépend donc de celle du muon et du produit hadronique de l'interaction. Les détecteurs de MINOS permettent de mesurer ces énergies. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, les détecteurs sont des calorimètres, ce qui limite leur résolutions en énergie pour les gerbes hadronique à $55\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$ et d'environ 10% pour les muons. Nous nous concentrerons, dans ce manuscrit, sur la détermination de l'énergie des muons un point clef de l'analyse des QEL que nous verrons au chapitre suivant.

4.1 Les événements dans MINOS

Il est intéressant, dans un premier temps, d'avoir une idée de ce que l'on peut observer dans les détecteurs de MINOS. Chaque type d'événement laisse une trace caractéristique. Dans tout ce chapitre, il sera question de caractériser les signaux des détecteurs et de les analyser. Il est donc essentiel de préciser l'ensemble des notations que nous emploierons, et d'approfondir la description de la topologie des détecteurs.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, les détecteurs de MINOS consistent en une alternance de plaques d'acier et de scintillateur. Les plaques de scintillateur sont découpées en bandes, ce qui permet d'obtenir la localisation transversale de la source du signal dans le plan orthogonal à la direction des bandes, comme schématisé sur la figure 4.1.

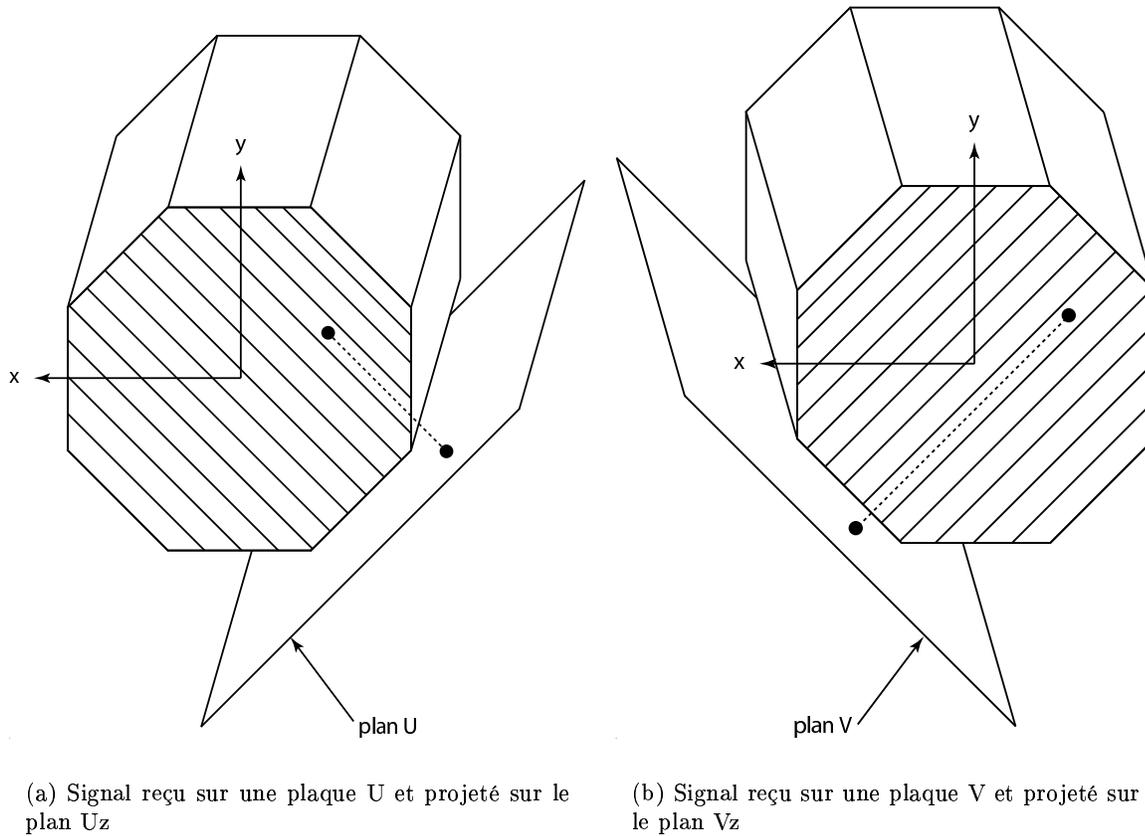


FIG. 4.1: Schéma d'une plaque de scintillateur dont les bandes reçoivent un signal. Ce signal permet de connaître une projection de la localisation de sa source sur un plan orthogonal à la direction des bandes (toujours inclinée à 45° par rapport à la verticale). Il existe deux projections orthogonales : sur les plans U et V.

Dans les détecteurs de MINOS, les bandes de scintillateurs sont toujours inclinées à 45° par rapport à l'horizontale (et la verticale!!). Pour cette raison, on introduit deux systèmes de coordonnées :

- l'un naturel (x,y,z) , où z est dirigé selon la direction et le sens du faisceau, x correspond à la position horizontale par rapport au sol, et y la verticale ;
- l'autre (U,V,z) , où z est toujours dirigé selon la direction et le sens du faisceau, mais U et V sont les coordonnées correspondant aux projections par rapport aux deux configurations possibles des bandes de scintillateur, comme indiqué sur la figure 4.1.

Aussi bien dans le détecteur proche que dans le lointain, il y a alternance entre une plaque de type U et de type V. Cette succession de vues permet d'avoir deux projections orthogonales des traces de particules chargées dans le détecteur. Ainsi lorsqu'on parlera de vues U ou V, il s'agira des projections sur les plans U et V telles qu'indiquées sur la figure 4.1.

4.1.1 Vue des différentes interactions dans le détecteur

Les signaux détectés permettent donc de visualiser les traces laissées par les interactions de neutrinos dans les détecteurs. Voyons quelques exemples de traces caractéristiques.

La figure 4.2 montre la trace d'une interaction quasi-élastique. On ne voit pratiquement que la trace du muon qui forme une longue ligne régulière incurvée par le champ magnétique. Il s'agit d'un courant chargé QE de neutrino de 2,5 GeV donnant un muon de 2,4 GeV.

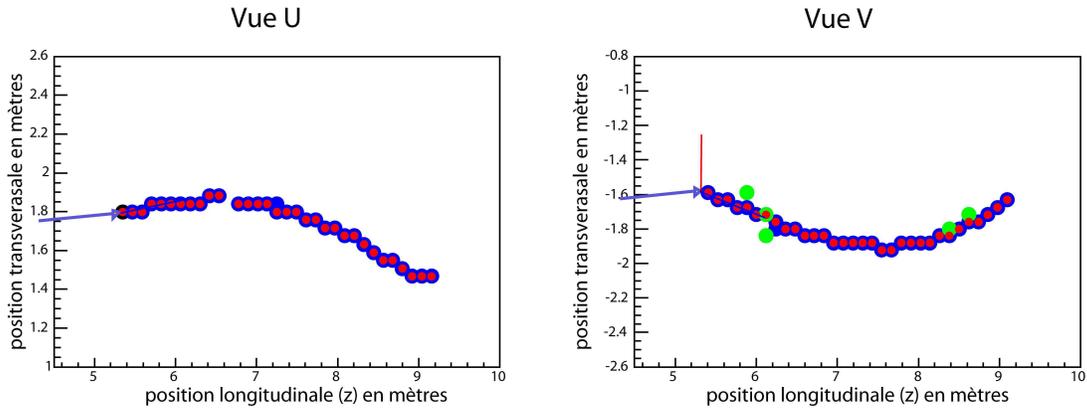


FIG. 4.2: Exemple de vue transversale d'une interaction QE dans le détecteur lointain : $\nu(2,5 \text{ GeV}) + n \rightarrow \mu^{-}(1,7 \text{ GeV}) + p(0,4 \text{ GeV})$

Bien souvent, les productions de résonances donnant lieu à la création d'un pion, donnent des vues ressemblant à celles des interactions quasi élastiques à transfert d'énergie important. La seule façon de les différencier est de regarder le dépôt d'énergie dans le scintillateur autour du vertex d'interaction. Nous verrons, dans la prochaine section, comment filtrer les QE.

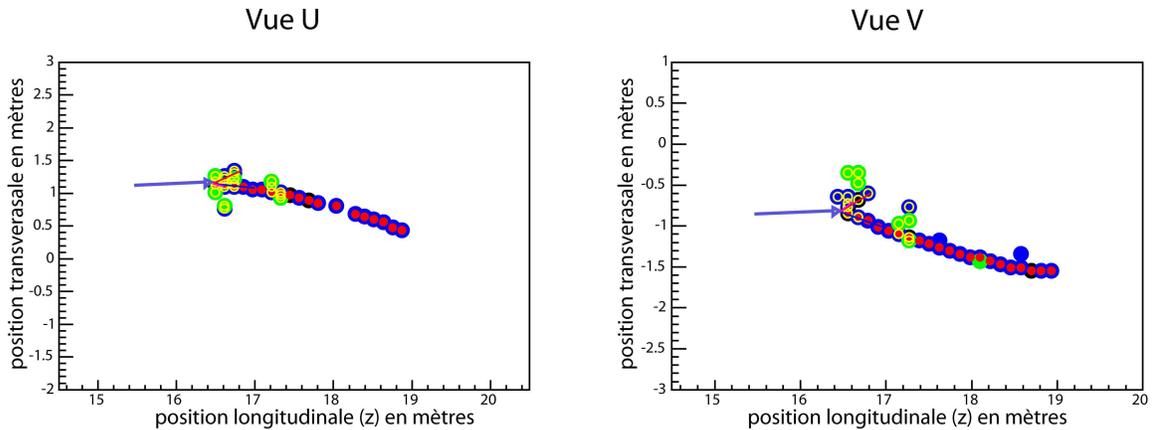


FIG. 4.3: Exemple de vue transversale d'une interaction RES dans le détecteur lointain : $\nu(2,8 \text{ GeV}) + p \rightarrow \mu^{-}(1,7 \text{ GeV}) + p(1,0 \text{ GeV}) + \pi^{+}(0,6 \text{ GeV})$

Par exemple, sur la figure 4.3, le pion et le proton contribuent tous les deux au dépôt d'énergie de la gerbe, donnant une contribution hadronique supplémentaire et plus étendue qu'un proton

seul de même énergie. Malgré tout, la différenciation des QE et des RES reste délicate et nous verrons, dans la prochaine section, comment filtrer les QE. En ce qui concerne les diffusions profondément inélastiques, il y a moins d'ambiguïté. Elles sont facilement discernable des deux interactions précédemment évoquées : QE et RES. Sur la figure 4.4, représentant une interaction DIS dans le détecteur lointain, on peut voir une importante activité hadronique autour du vertex. La fraction d'énergie transmise au système hadronique s'élève ici à 56%. La *morphologie* de toutes ces interactions nous permettra de construire des variables discriminantes adéquates à leur séparation par la nature de la diffusion : QE, RES, ou DIS.

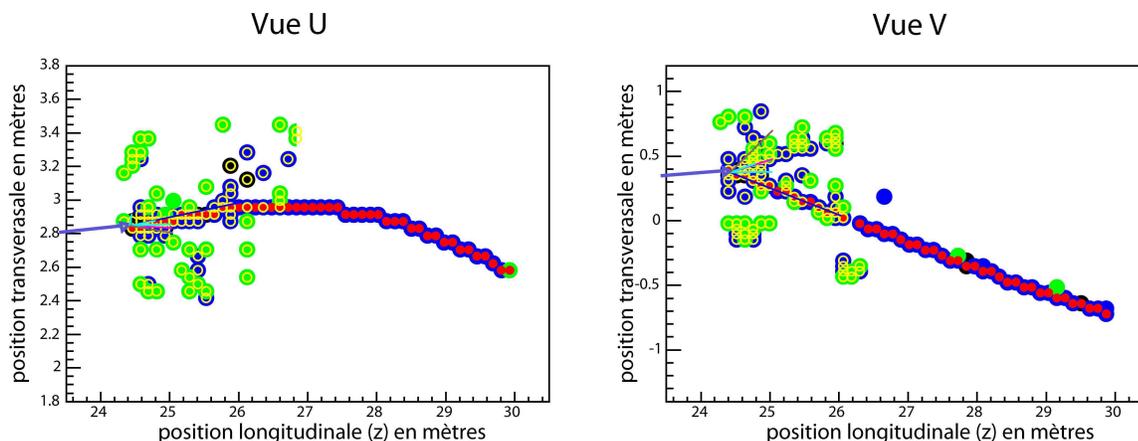


FIG. 4.4: Exemple de vue transversale d'une interaction DIS dans le détecteur lointain : $\nu(11, 2 \text{ GeV}) + n \rightarrow \mu^-(4, 9 \text{ GeV}) + (\pi^0, \pi^+, \pi^-)(5, 2 \text{ GeV})$

4.1.2 Accès à l'énergie du neutrino

Il n'est possible d'avoir accès à l'énergie du neutrino que dans le cas où il interagit par courant chargé. En effet, un courant neutre donne un neutrino dans l'état final qui ne laissera aucune trace de son passage. Donc dans le cas d'un courant chargé, le neutrino interagit avec un noyau au repos¹ et l'énergie du neutrino est intégralement transmise au muon résultant du CC et à la partie hadronique. Ainsi, en mesurant l'énergie du muon et celle de la partie hadronique, on peut remonter à celle du neutrino. Dans le cas d'une interaction QE, la réaction est la suivante : $\nu(E) + n(M) \rightarrow \mu^-(E') + p(M')$, la partie hadronique résultante est le proton, qui porte l'énergie $E - E'$. Cette énergie est mesurable dans le scintillateur des détecteurs. La réponse de ce dernier est calibrée par le détecteur de calibration du CERN CalDet. En figure 4.5, on peut voir la réponse des détecteurs pour différents types de particules. Le problème de cette calibration est qu'elle n'est pas bien définie à basse énergie, en dessous du GeV. Mais la plus grosse partie de l'énergie revient malgré tout au muon, de façon générale dans une interaction QE. Il est donc important de connaître cette énergie.

¹Nous verrons qu'il est plus juste de considérer le noyau comme en mouvement dans le référentiel du laboratoire, lorsque nous traiterons d'erreurs systématiques.

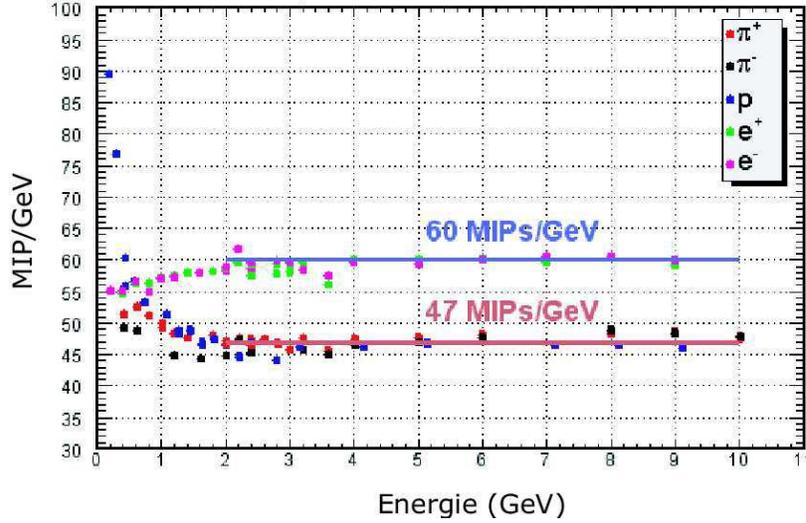


FIG. 4.5: Réponse des détecteurs pour différentes particules

4.2 Méthodes de détermination de l'énergie des muons

Dans le détecteur de MINOS, il existe deux façons de la mesurer, en mesurant la longueur de la trace laissée par le muon pour en déduire l'énergie qu'il a déposée par ionisation, ou bien en déduisant l'énergie à partir de la courbure de sa trajectoire.

4.2.1 Longueur de la trajectoire et perte d'énergie par ionisation

La première méthode est la base de la mesure par un calorimètre. Quand le muon traverse la matière, il perd de l'énergie par ionisation. Cette perte est un phénomène bien connu et mesuré. La formule de Bethe-Bloch [Eidelman et al., 2004] décrit la perte d'énergie par ionisation, ce qui donne pour un muon incident :

$$\frac{dE}{ds} = -\rho K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{2\beta^2} \left[\ln \frac{(2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2)^2}{I^2 (1 + 2\gamma(m_e/m_\mu))} - 2\beta^2 \right], \quad (4.2)$$

où s est l'abscisse curviligne de la trajectoire du muon, ρ est la densité du matériau de numéro atomique Z , et de masse atomique A ; z est la charge de la particule incidente, I est l'énergie moyenne d'excitation du noyau, et m_e est la masse de l'électron. Enfin, K est donné par :

$$K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \simeq 0,307 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mol}^{-1},$$

où r_e est le rayon de classique de l'électron. Dans tout ce qui suit, nous allons travailler avec la variable $\gamma = E/m_\mu c^2$, qui est sans dimension, tout en la nomant "énergie". Pour notre cas particulier, les pertes d'énergie par ionisation (4.2) dans le scintillateur (polystyrène), et dans

l'acier (considéré comme du fer), s'écrivent :

$$\left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_{\text{scint}} = -k_0^{\text{scint}} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left((k_1^{\text{scint}})^2 \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{1 + 2\gamma(m_e/m_\mu)} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (4.3)$$

$$\left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_{\text{fer}} = -k_0^{\text{fer}} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left((k_1^{\text{fer}})^2 \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{1 + 2\gamma(m_e/m_\mu)} \right) - 2\beta^2 \right], \quad (4.4)$$

où les constantes $k_0 = \frac{K\rho}{2m_\mu c^2} \frac{Z}{A}$ et $k_1 = \frac{2m_e c^2}{I}$ valent [Eidelman et al., 2004] :

Matériaux	k_0	k_1
Scintillateur	$8,27 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$	$1,49 \cdot 10^4$
Fer	$5,31 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$	$3,57 \cdot 10^3$

Les équations différentielles de type (4.4) et (4.3) n'ont pas de solution analytique connue donnant γ en fonction du chemin parcouru dans la matière pour une condition initiale γ_0 donnée. Alors, nous sommes contraints de procéder à une résolution numérique. Ce que nous cherchons à obtenir, est l'expression de cette condition initiale γ_0 en fonction de la longueur totale s_{tot} du chemin parcouru par la particule : $\gamma_0(s_{\text{tot}})$. Sur la figure 4.6, on peut voir les pertes d'énergie par ionisation d'un muon dans le fer et dans le scintillateur (polystyrène) en fonction de γ .

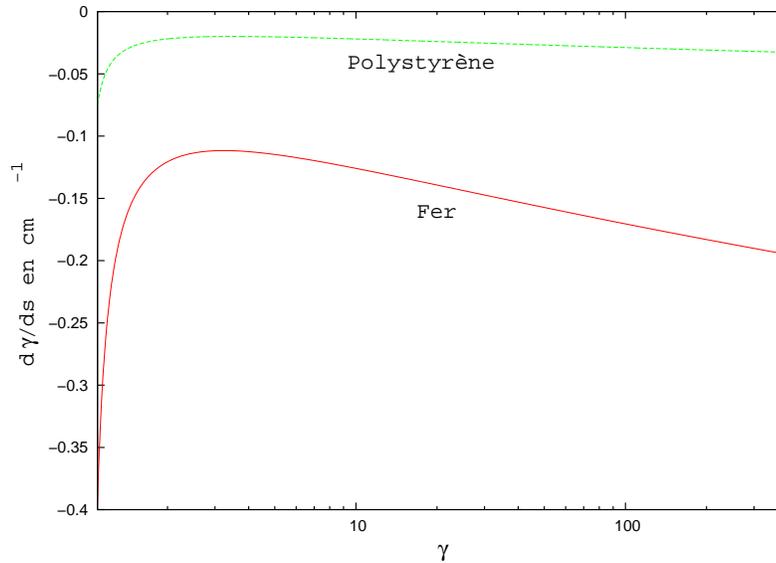


FIG. 4.6: Pertes d'énergie par ionisation d'un muon dans le fer et dans le polystyrène en fonction de γ

Ces pertes sont régulières et très inférieures à l'énergie sur toute sa gamme, même à faible γ (jusqu'à $\gamma \simeq 2$). On s'attend donc à ce que la fonction $\gamma(s)$ soit assez régulière. Pour la déterminer on procède alors par itération sur des portions de chemin δs . On part d'une particule d'énergie initiale γ_0 , et pour chaque valeur de $\gamma(s)$ à un endroit s de sa trajectoire, on détermine la valeur

de $\gamma(s + \delta s)$ par la formule différentielle :

$$\gamma(s + \delta s) = \gamma(s) + \delta s \frac{d\gamma}{ds} \quad (4.5)$$

En s'arrêtant raisonnablement dès que γ atteint la valeur de 1,1 par exemple, la valeur de s atteinte correspond à la longueur totale de la trajectoire d'une particule d'énergie initiale γ_0 . Le problème est que les détecteurs de MINOS ne sont pas homogène en matériaux. Il s'agit d'une succession de plaques d'acier (principalement du fer), de scintillateur (polystyrène) et de l'air (considéré comme du vide!). Dans le détecteur lointain, les plaques d'acier font 2,54 cm d'épaisseur et celles de scintillateur, 1 cm ; ce motif se répète tous les 5,94 cm, comme indiqué sur le schéma de la figure 4.7.

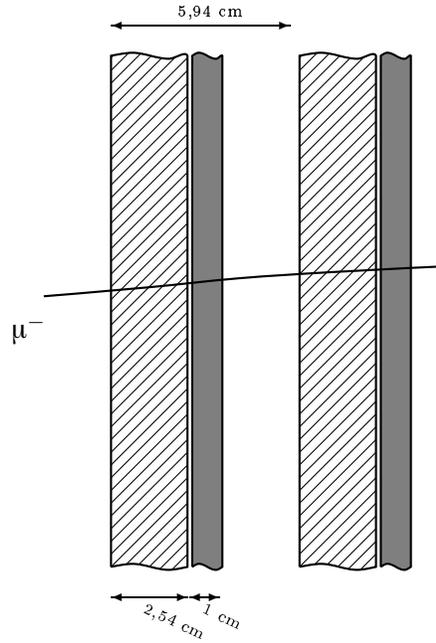


FIG. 4.7: Schéma du motif de répétition des plaques du détecteur lointain de MINOS

La traversée de 2,54 cm d'acier ne modifie presque pas la valeur de γ du muon et encore moins celle de $\frac{d\gamma}{ds}$, qui est quasiment constante. On fait alors l'approximation que traverser l'acier, le scintillateur, puis le vide, revient à traverser un matériau équivalent dans lequel :

$$\left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_{\text{equiv}} = \left(2,54 \times \left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_{\text{fer}} + 1 \times \left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_{\text{scint}}\right) / 5,94. \quad (4.6)$$

Cette approximation génère une erreur sur $d\gamma/ds$ de moins de 0,3%, quelle que soit la valeur de γ supérieure à 3, et de l'angle d'incidence (inférieur à 80°) du muon. On prend désormais, pour $d\gamma/ds$, l'expression donnée par l'équation (4.6).

La figure 4.8 montre la valeur initiale calculée de γ d'un muon en fonction de la longueur de sa trace s_{tot} .

Afin de rendre analytique la correspondance entre γ_0 et la longueur totale de la trace, on effectue un ajustement par une fonction appropriée. Prenons une fonction du type :

$$\gamma_0(s_{\text{tot}}) = (a_0 + a_1 s_{\text{tot}} + a_2 s_{\text{tot}}^2) \ln(b_0 + b_1 s_{\text{tot}} + b_2 s_{\text{tot}}^2). \quad (4.7)$$

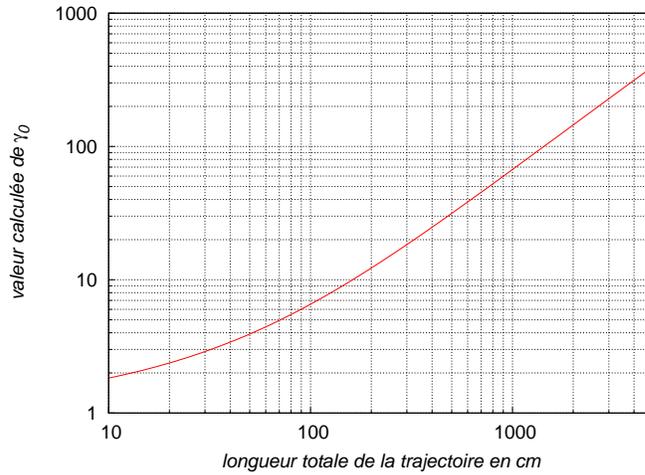


FIG. 4.8: Valeur initiale de γ d'un muon en fonction de la longueur de sa trace s_{tot}

Le meilleur ajustement des paramètres donne :

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,300055 & b_0 &= 40,8478 \\ a_1 &= 5,44961 \times 10^{-3} & b_1 &= 11,7814 \\ a_2 &= -2,0064 \times 10^{-8} & b_2 &= 0,110866 \end{aligned}$$

La figure 4.9 montre l'erreur relative de la courbe représentant la nouvelle fonction ajustée par rapport à la courbe originale. Cette erreur est inférieure à 0,6% quelque soit l'énergie initiale du muon et même inférieure à 0,2% pour des γ_0 supérieurs à 0,6 GeV (ce qui correspond à la grande majorité des cas des muons du faisceau NuMI).

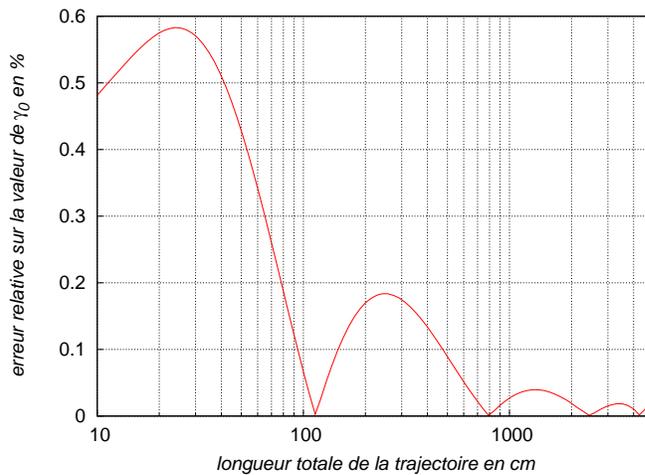


FIG. 4.9: Ecart relatif de la courbe ajustée à la courbe de référence en pourcents : $100 \times \left| \frac{\gamma_0^{\text{ajust}} - \gamma_0^{\text{vrai}}}{\gamma_0^{\text{vrai}}} \right|$

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre 3, le détecteur lointain possède deux supermodules séparés par un espace vide. Pour les événements qui traversent les deux supermodules, il faut en tenir compte. Il suffit simplement de retrancher la longueur de trajectoire dans cet espace, et de rajouter l'énergie que l'on a omise en enlevant les deux plaques d'acier délimitant l'espace intermodule. Cette énergie omise $\Delta\gamma$ dépend de trois paramètres : l'énergie du muon $\gamma_{\text{intermodule}}$ lorsqu'elle traverse ces 2 plaques (énergie que l'on suppose identique pour les deux plaques), l'angle d'incidence sur chaque plaque θ_{SM1} et θ_{SM2} . Alors ce dépôt d'énergie vaut :

$$\Delta\gamma = 2,54 \left(\frac{1}{\cos \theta_{\text{SM1}}} + \frac{1}{\cos \theta_{\text{SM2}}} \right) \left(\frac{d\gamma}{ds}(\gamma_{\text{intermodule}}) \right)_{\text{Fer}} \quad (4.8)$$

La valeur de $\gamma_{\text{intermodule}}$ se déduit de la longueur de la trace du muon s_{SM2} dans le deuxième supermodule, grâce au graphe de la figure 4.8.

Cette méthode, consistant à mesurer la trace du muon et à en déduire l'énergie initiale, donne de très bons résultats tant que l'ensemble de la trace reste contenue dans le détecteur. Les principales erreurs viennent alors de la mesure précise de la longueur de la trace. Lorsque le muon s'échappe du détecteur sans y avoir déposé l'ensemble de son énergie, cette dernière méthode ne peut plus être utilisée. C'est alors que la deuxième méthode reste l'unique à être valable. Elle consiste à déterminer l'énergie grâce à la courbure de la trace. En effet, le champ magnétique généré par le courant de 15200 ampères-tours (80 ampères \times 190 tours) produit un champ magnétique suffisant pour courber visiblement la trajectoire des muons.

4.2.2 Courbure de la trajectoire dans le champ magnétique

Afin d'extraire l'énergie initiale du muon de la courbure de la trajectoire, il est cette fois-ci nécessaire de se soucier des équations du mouvement. Le champ magnétique est orthoradial, c'est-à-dire selon \vec{e}_θ en coordonnées cylindriques. Les muons étant de plus relativistes, l'équation du mouvement ne peut pas se résoudre analytiquement. Une solution est alors de résoudre numériquement l'équation du mouvement à chaque point de la trace. Cette méthode, employée dans le programme de reconstruction standard de MINOS, prend beaucoup de temps de calcul et n'est pas nécessairement la plus précise à cause de la granularité du détecteur. La solution alternative que nous proposons dans cette partie consiste à utiliser les symétrie du problème ainsi que la forme de la trace directement. Tout d'abord écrivons les équations du mouvement du muon :

$$\frac{d}{dt} (\gamma m \vec{v}) = q \vec{v} \times \vec{B} + \frac{\vec{v}}{v} \frac{dE}{ds}, \quad (4.9)$$

où \vec{v} est la vitesse et v , sa norme, q est la charge du muon, et $\frac{dE}{ds}$ est la perte d'énergie par ionisation que nous avons évoqué précédemment. Nous avons modélisé ici cette perte d'énergie comme résultant d'une force de frottement opposée à la direction de la particule : $\frac{\vec{v}}{v}$. Afin de garder le plus possible de quantités sans dimensions, faisons les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \beta c \\ v &= \beta c \\ E &= \gamma mc^2 \\ t &= \tau/c \\ \frac{d}{ds} &= \frac{1}{\beta} \frac{d}{d\tau} \end{aligned}$$

En remplaçant \vec{B} par $B\vec{e}_0$ dans (4.9) et en y faisant les changements de variables, on trouve :

$$mc^2 \frac{d}{d\tau} (\gamma \vec{\beta}) = qcB \vec{\beta} \times \vec{e}_0 + mc^2 \frac{\vec{\beta}}{\beta^2} \frac{d\gamma}{d\tau}. \quad (4.10)$$

Nous ne nous intéressons pas aux faibles énergies pour le moment, c'est-à-dire : $\gamma < 4$. Or

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{1 - 1/\gamma^2} \simeq 1 + \frac{1}{\gamma^2}, \text{ pour } \gamma^2 \gg 1. \quad (4.11)$$

Nous pouvons donc ignorer le terme en $o(1/\gamma^2)$, en faisant une erreur de l'ordre de $1/(2\gamma^4)$, qui est inférieure à 0,2% pour $\gamma > 4$.

Grâce à cette simplification ce terme d'amortissement compense exactement un terme de dérivée à gauche de l'équation (4.10). Cette dernière se réécrit :

$$\frac{d}{d\tau} \vec{\beta} = \frac{qcB}{\gamma mc^2} \vec{\beta} \times \vec{e}_0 + \frac{\vec{\beta}}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau}. \quad (4.12)$$

Cette équation (4.12), projetée en coordonnées polaires donne :

$$-\beta_\theta \frac{d}{d\tau} \theta + \frac{d}{d\tau} \beta_r = -\frac{qcB}{\gamma mc^2} \beta_z + \frac{\beta_r}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau} \quad (4.13a)$$

$$\beta_r \frac{d}{d\tau} \theta + \frac{d}{d\tau} \beta_\theta = \frac{\beta_\theta}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau} \quad (4.13b)$$

$$\frac{d}{d\tau} \beta_z = \frac{qcB}{\gamma mc^2} \beta_r + \frac{\beta_z}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau} \quad (4.13c)$$

L'équation (4.13b) peut être réécrite de manière à faire apparaître une dérivée de chaque coté. En effet, en y manipulant les définitions mêmes $\beta_r = \frac{d}{d\tau} r$ et $\beta_\theta = r \frac{d}{d\tau} \theta$, on trouve que (4.13b) est équivalent à :

$$\frac{1}{r\beta_\theta} \frac{d}{d\tau} (r\beta_\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \frac{1}{\gamma^2} \quad (4.14)$$

En intégrant cette équation, on trouve :

$$\ln (r\beta_\theta) = -\frac{1}{2\gamma^2} + \text{cste} \quad (4.15)$$

$$\Rightarrow r\beta_\theta = r_0\beta_\theta(0) e^{\frac{1}{2\gamma_0^2} - \frac{1}{2\gamma^2}} \quad (4.16)$$

$$= r_0\beta_\theta(0) e^{\frac{1}{2\gamma_0^2} \left(1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0}\right)^2} \right)} \quad (4.17)$$

Écrite de cette façon, l'exponentielle fait apparaître γ_0 , l'énergie du muon à sa création, ainsi que la fraction d'énergie dissipée $\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0}$. Les courbes de la figure 4.10 représentent 1 moins la valeur de cette exponentielle en fonction de la fraction d'énergie perdue $\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0}$, pour différentes valeurs de γ_0 .

Ce que l'on peut déduire de cette figure 4.10 est que la composante selon \vec{e}_0 est quasiment constante, et qu'en prenant environ les 90 premiers pourcents de la trajectoire², l'exponentielle

²En considérant grossièrement que la perte d'énergie est linéaire le long de la trajectoire...

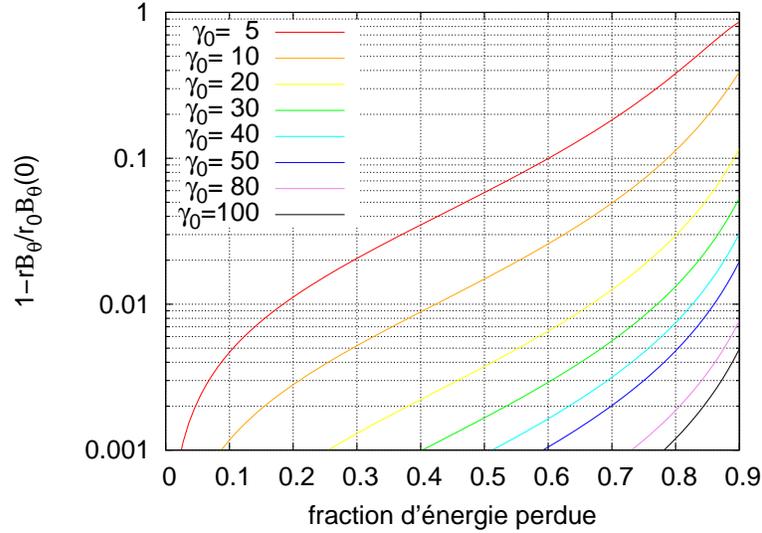


FIG. 4.10: Variation de la partie orthoradiale de l'équation du mouvement du muon.

est à peu près égale à 1, à moins de 5% près pour un muon d'un GeV. Pour les plus hautes énergie, l'erreur est encore bien moindre (1% pour un muon de deux GeV). Ainsi, à partir de maintenant, nous noterons $r\beta_\theta = r(0)\beta_\theta(0) = k$, où k est une constante. Ce dernier résultat nous permet de dire que le terme $\beta_\theta d\theta/d\tau$ de l'équation (4.13a) vaut k^2/r^3 . Les équations du mouvements non statiques deviennent :

$$-\frac{k^2}{r^3} + \frac{d}{d\tau}\beta_r = -\frac{qcB}{\gamma mc^2}\beta_z + \frac{\beta_r}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau} \quad (4.18a)$$

$$\frac{d}{d\tau}\beta_z = \frac{qcB}{\gamma mc^2}\beta_r + \frac{\beta_z}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{d\tau} \quad (4.18b)$$

Maintenant que le système est éclairci, nous voulons y ajuster la trajectoire. Comme nous venons de le voir, dans notre approximation, la part orthoradiale est découplée des autres équations, ce qui signifie que nous pouvons les traiter indépendamment et ne regarder la trajectoire que dans le plan $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$. La trajectoire représentera alors l'équation $r = f(z)$. Aux vues des simulations et des données actuelles, toutes les trajectoires semblent tracer des fonctions injectives de l'ensemble des z sur celui des r . Pas besoin donc de représentations paramétriques du type $(r(t), z(t))$. Cependant nos équations du mouvement sont encore paramétriques (tout dépend du temps), mais on peut modifier ce comportement en faisant les modifications suivantes :

$$\frac{d}{d\tau} = \beta_z \frac{d}{dz}$$

donc $\beta_r = \beta_z \frac{dr}{dz}$.

Notre nouveau système devient :

$$-\frac{k^2}{r^3} + \beta_z \frac{d}{dz} \left(\beta_z \frac{dr}{dz} \right) = -\frac{qcB}{\gamma mc^2} \beta_z + \frac{\beta_z^2 \frac{dr}{dz}}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{dz} \quad (4.19a)$$

$$\beta_\theta = \frac{k}{r} \quad (4.19b)$$

$$\beta_z \frac{d}{dz} \beta_z = \beta_z \frac{qcB}{\gamma mc^2} \frac{dr}{dz} + \frac{\beta_z^2}{\gamma^3} \frac{d\gamma}{dz}. \quad (4.19c)$$

En notant $r = f(z)$, et en conjuguant les équations (4.19a) et (4.19c), on trouve la relation suivante en écrivant $\{f'(z)(4.19c) + (4.19a)\}$:

$$\frac{k^2}{r^3} - \beta_z^2 f''(z) = \frac{qcB}{\gamma mc^2} \beta_z (1 + f'^2(z)), \quad (4.20)$$

d'où on isole γ :

$$\gamma = \frac{qcB \beta_z (1 + f'^2(z))}{mc^2 \left(\frac{k^2}{r^3} - \beta_z^2 f''(z) \right)}. \quad (4.21)$$

Il reste encore à convertir les termes β_z . Reprenons la définition de β :

$$\beta^2 = \beta_r^2 + \beta_z^2 + \beta_\theta^2 = \beta_z^2 (1 + f'^2(z)) + \frac{k^2}{r^2} \quad (4.22)$$

En restant dans l'hypothèse de départ, on pose $\beta^2 \simeq 1$, et on trouve :

$$\beta_z^2 = \frac{1 - k^2/r^2}{1 + f'^2(z)}. \quad (4.23)$$

En injectant (4.23) dans (4.21), on trouve enfin :

$$\gamma = \frac{qcB}{mc^2} \frac{(1 + f'^2(z))^{\frac{3}{2}} \sqrt{1 - k^2/r^2}}{(1 + f'^2(z)) \frac{k^2}{r^3} - (1 - k^2/r^2) f''(z)}. \quad (4.24)$$

On peut, à ce stade, étudier un cas particulier où $k = 0$. Ce cas correspond à $\beta_\theta = 0$, c'est-à-dire, quand la particule est idéalement dans le plan $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ et l'équation (4.24) devient :

$$\gamma = \frac{qcB}{mc^2} \rho(z), \quad (4.25)$$

où $\rho(z) = (1 + f'^2(z))^{\frac{3}{2}} / f''(z)$ est, par définition le rayon de courbure de la courbe décrite par $r = f(z)$ dans le plan (z, r) au point $(z, f(z))$. On retrouve bien le résultat connu que dans ce cas, la trajectoire de la particule décrit un cercle (rayon de courbure constant) si elle ne perd pas d'énergie.

4.3 Le chasseur de trace

Quelle que soit la méthode de reconstruction d'énergie, la reconnaissance de la trace du muon est déterminante. Il est nécessaire de l'isoler correctement des autres traces générées par les gerbes

hadroniques. Les caractéristiques communes des traces des muons est leur caractère longiligne et net. Dans un détecteur non magnétisé, la trace d'un muon ressemblerait à une droite. La méthode, alors adéquate pour extraire cette ligne droite du reste, consisterait à appliquer une méthode de traitement d'image appelé la transformation de Hough. Celle-ci permet justement de repérer les segments de droites les plus représentés sur une image.

Cependant, le champ magnétique courbant la trajectoire, la transformée de Hough simple ne nous donnerait pas de très bon résultats. Il est néanmoins possible d'employer une transformation analogue, permettant de repérer les lignes courbées. Dans notre cas, ajuster la courbe à un polynôme d'ordre 2 reproduit assez bien cette courbure.

4.3.1 Transformation de Hough

Nous allons donc utiliser le même principe que la transformation de Hough linéaire mais en une version à davantage de paramètres. Afin d'exposer le principe de la transformation, voyons l'exemple simple de la transformée de Hough usuelle permettant d'isoler des droites.

L'idée est de chercher l'ensemble le plus grand de points vérifiant une même équation de courbe, en l'occurrence, pour l'exemple qui suit, un droite.

Nous disposons d'une image représentant un ensemble de points M_i de coordonnées (x_i, y_i) , et l'on cherche la droite passant par le maximum de points. Posons pour cela l'équation d'une droite Δ quelconque du plan étant : $y = ax + b$. Ainsi, trouver une solution à notre problème revient à trouver le couple de paramètres (a, b) caractérisant la droite solution. On appelle l'ensemble des paramètres (a, b) possibles, l'espace de Hough. Il y a donc une correspondance bijective entre une droite dans le plan réel et un point H_j de coordonnées (a_j, b_j) dans l'espace de Hough, de même qu'il y en a une entre un point de l'espace réel et une droite de l'espace de Hough (voir l'illustration de la figure 4.11).

L'algorithme consiste alors, pour chaque point de l'espace réel, à remplir l'espace de Hough, puis à en extraire le point H_{\max} ayant été le plus sollicité.

Le principe étant celui que nous venons d'exposer, en pratique, il faut être plus prudent :

- Il faut s'assurer que la transformation de Hough choisie est "homogène", c'est-à-dire qu'elle ne favorise pas arbitrairement des valeurs particulières de paramètres ;
- de plus, l'opération étant numérique, il est préférable de s'assurer que les paramètres ont un domaine de variation fini !

Ainsi le cas que nous venons de considérer est un exemple de ce qu'il faut éviter, bien qu'il illustre de façon simple la méthode.

Pour y remédier nous nous plaçons dans un espace de Hough différent, c'est-à-dire où les droites de l'espace réel sont paramétrées de façon différentes : en coordonnées polaires. Le schéma de la figure 4.12 donne une illustration de ce que devient l'espace de Hough. Une droite de l'espace réel est paramétré par sa distance à l'origine ainsi que son angle d'inclinaison.

Voyons la puissance de cette transformation sur un exemple simple et concret.

On génère un ensemble de points aléatoirement dispersés, puis on y ajoute quelques points par-

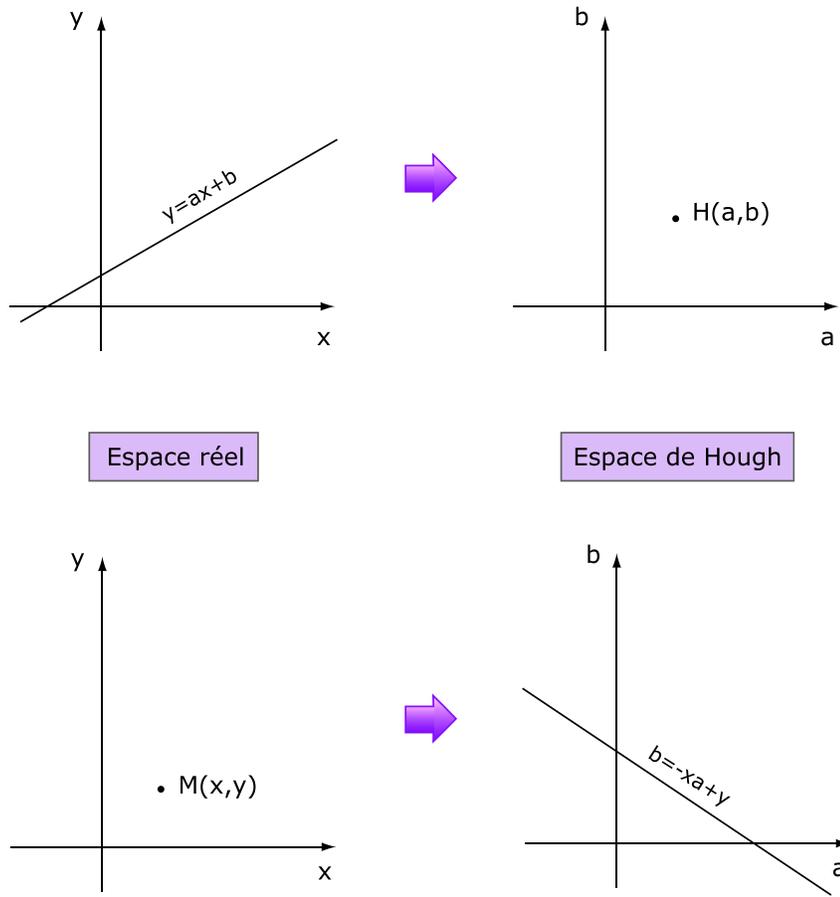


FIG. 4.11: Relations entre l'espace réel et l'espace de Hough.

ticulaires disposés sur une droite. Enfin, on applique une transformée de Hough pour retrouver selon quelle droites les quelques points sont alignés.

Dans l'exemple qui suit, nous avons générés 1000 points aléatoirement dispersés, auxquels nous avons ajouté 50 points alignés. Cette opération donne la figure 4.13(a). En appliquant une transformée de Hough, on obtient un espace de Hough représenté par la figure 4.13(c). En appliquant un filtre pour isoler le maximum, de cet espace, on trouve un point que s'en dégage. Ce point correspond alors à une droite dans l'espace réel. La figure 4.13(b) montre l'espace réel auquel on a rajouté la droite correspondant au maximum de l'espace de Hough.

On voit bien que dans le cas où le nombre de points est important, la transformation traditionnelle que nous venons de voir, prend beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul. Une alternative consiste alors à choisir aléatoirement les points. Son inconvénient est que la quantité de points à traiter dépend du bruit, dans le cas où le rapport signal sur bruit est faible, il faut s'attendre à devoir faire un tirage important de points pour détecter le signal.

La transformation de Hough ayant été introduite, nous pouvons maintenant passer au cas concret qui consiste à retrouver la trace du muon parmi le signal d'un événement. Cette trace est, comme nous l'avons vu, courbée par le champ magnétique. Nous n'allons donc pas chercher une droite

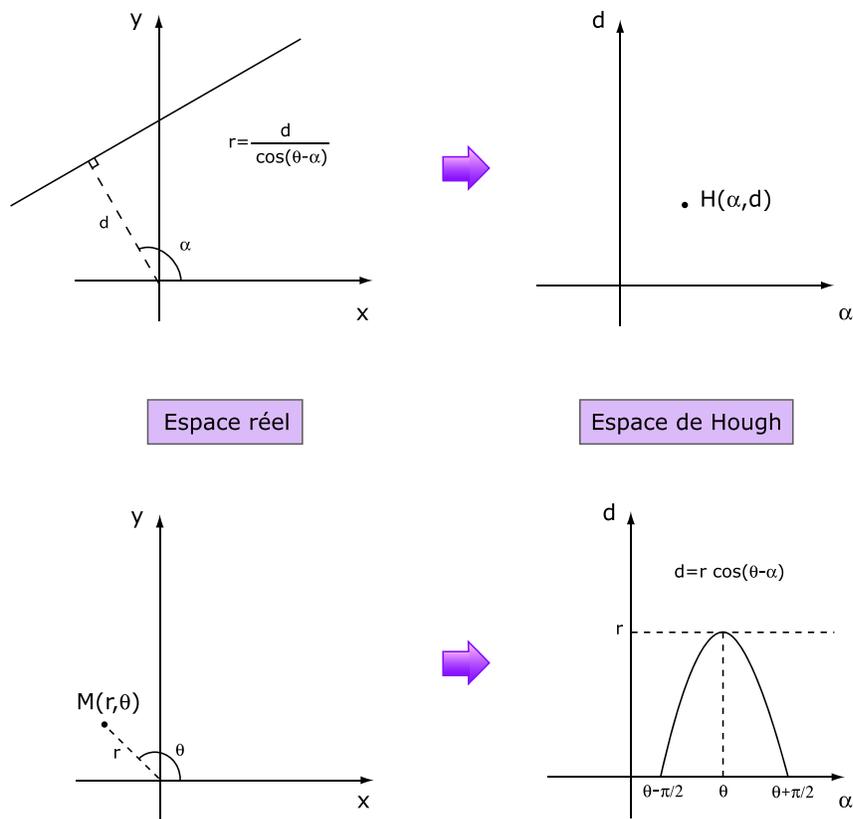


FIG. 4.12: Relations entre l'espace réel et l'espace de Hough en coordonnées polaires.

par la méthode de Hough, mais un polynôme de degré supérieur, en l'occurrence une parabole. Le choix du degré se fait sur un premier critère qui est le temps de calcul, et d'autre part la qualité de reconstruction de la trace. L'espace de Hough est de dimension le nombre de paramètres libres, ce qui signifie que numériquement, la mémoire nécessaire à sa représentation grandit exponentiellement avec le nombre de paramètres libres. Le temps de calcul en est également affecté, mais nous verrons que des outils puissants de programmation permettent d'avoir des temps d'accès réduits (logarithmiques en taille mémoire de l'espace). De plus, étant donné les erreurs systématiques sur la position des signaux dans les détecteurs, dûes tout simplement à la granularité de ces derniers, on se rend compte qu'une parabole passe très bien dans les cellules d'incertitude des points constituant les traces.

4.3.2 Algorithme de détection de la trace

Comme dans la section 4.2.2, nous nous plaçons dans le repère (\vec{e}_z, \vec{e}_r) . Malheureusement, le système de détection ne permet pas d'avoir *directement* l'information sur la position en 3 dimensions du signal. Il faut donc trouver un moyen simple de le faire.

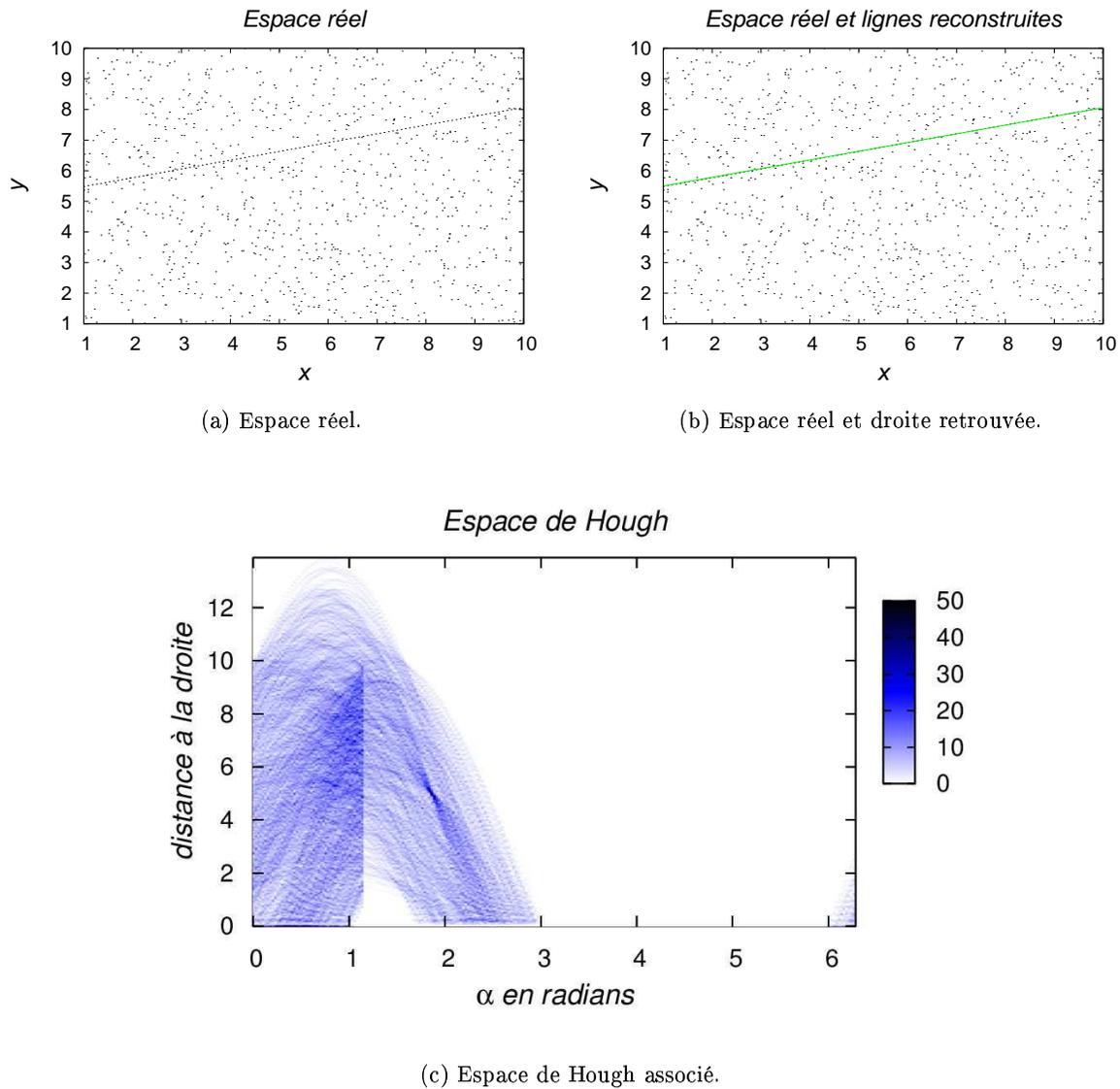


FIG. 4.13: Exemple de transformation de Hough. La première figure représente 1000 points générés aléatoirement, plus 50 points alignés. La deuxième représente le même espace réel ainsi que la droite correspondant au maximum de l'espace de Hough. La troisième figure représente l'espace de Hough associé à l'espace réel.

Tridimensionalisation

Les bandes de scintillateur placées de façon alternées projettent les traces sur l'un des deux plans orthogonaux que l'on appelle U et V.

Afin d'obtenir une trace en trois dimensions, nous sommes obligés d'extrapoler. Nous choisissons de le faire de la manière qui suit. On prend l'ensemble des bandes touchées sur deux plaques V consécutives, puis on constitue tous les couples de points de ces plans formés d'un point d'une plaque et d'un autre, de l'autre plaque. Les milieux de tous les couples formés par ce segments donnent l'ensemble des coordonnées de type V possibles d'une trace, à l'endroit la position de la plaque U (puisque entre deux plaques V se trouve toujours une plaque U). Ensuite on formera des points à trois dimensions à la position z de la plaque U, formés des coordonnées U de cette même plaque, et des coordonnées V extrapolées par les milieux des segments.

On fait de même avec une plaque V en regardant ses voisins U. Ce procédé est illustré sur la figure 4.14. Cette méthode ne reflète évidemment pas la réalité, dans ce sens que dans les parties où les plaques sont touchées sur plusieurs bandes, on extrapole beaucoup plus de points tridimensionnels qu'il n'en existe en réalité : on peut en effet estimer que le nombre de points générés va comme le cube du nombre de points réels. Cependant, l'avantage est que l'on est certain d'avoir tous les points réels tridimensionnels de la trace. On rappelle que le but de cette opération est de retrouver le trace du muon et non de représenter fidèlement l'ensemble exclusif des points en trois dimensions. Cette méthode est évidemment très efficace dès lors que l'on se trouve dans la partie muonique pure³, car dans cette partie, on compte une ou deux bandes de scintillateur touchées par plaque.

La multiplication exagérée des signaux des parties hadroniques risque de créer des résultats incohérents dans la recherche de trace du muon uniquement dus au fait que le nombre de points trop important concentrés sur la zone de la gerbe va monopoliser la transformation de Hough. Pour remédier à cela, on va épurer l'événement.

Épuration de l'événement

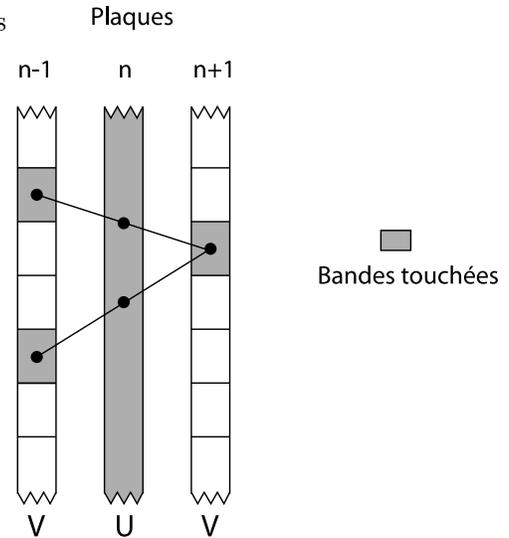


FIG. 4.14: Procédé de construction de points tridimensionnels à partir de points sur les plans U et V

³C'est-à-dire en dehors de l'étendue de la gerbe hadronique.

Cela consiste à supprimer tout ce qui pourrait être une gerbe. La caractéristique d'une gerbe est, par définition, de couvrir une zone étendue de points comme on peut le voir en début de chapitre sur la figure 4.4, schématisant une interaction DIS, en opposition à une trace de muon qui se présente sous la forme d'une ligne. Ainsi, une manière d'éliminer une partie de la gerbe est de supprimer toute partie dense de l'événement. Pour cela, pour chaque point d'un événement, nous associons un nombre que l'on appelle densité, qui quantifiera le caractère dense de son entourage. Nous construisons ce nombre en comptant les voisins de chaque point d'un événement, et en leur attribuant un poids en fonction de leur éloignement. Nous appliquons un *masque*, représenté sur la figure 4.15, pour déterminer sa densité. En supposant que l'on regarde la $i^{\text{ème}}$ bande de la $n^{\text{ème}}$ plaque, notée B_n^i , la densité d_n^i est déterminée de la façon suivante :

$$\forall \{j, m\}, \text{ tels que } \begin{cases} n \text{ et } m \text{ de même parité} \\ 0 < |i - j| + \frac{3}{2}|n - m| < 6 \end{cases}, d_n^i = \sum_{B_m^j \text{ touchés}} 6 - \left(|i - j| + \frac{3}{2}|n - m| \right) \quad (4.26)$$

La figure 4.16 illustre le procédé. Il va sans dire que le comptage de la densité se fait sur l'événement brut, qui n'a subi aucune *tridimensionalisation*, et donc, le facteur $3/2$ qui apparaît dans la formule (4.26) du calcul de la densité vient du fait que les plaques sont séparées d'environ 6 cm alors que deux bandes voisines sont distantes d'environ 4 cm : le rapport des deux est bien de $3/2$.

		Plaques		
		$n-2$	n	$n+2$
Bandes	i+5		1	
	i+4		2	
	i+3		3	
	i+2	1	4	1
	i+1	2	5	2
	i	3	6	3
	i-1	2	5	2
	i-2	1	4	1
	i-3		3	
	i-4		2	
	i-5		1	
		U	V	U

FIG. 4.15: *Masque appliqué à chaque bande touchée pour déterminer sa densité*

		Plaques												
		n_1-2		n_1		n_1+2		n_2-2		n_2		n_2+2		
Bandes	i+4													
	i+3													
	i+2													
	i+1													
	i													
	i-1													
	i-2													
	i-3													
	i-4													
			U	V	U	V	U	V	U	V	U	V	U	V

FIG. 4.16: *Deux exemples de calcul de densité sur des bandes touchées. Ici, les densités des bandes rouge d'une part et bleue d'autre part, sont calculées en fonction des bandes voisines touchées (en gris).*

Un fois le calcul de densité effectué, nous pouvons écarter les bandes ayant une densité trop grande, c'est-à-dire susceptibles d'appartenir à une gerbe hadronique, ou trop faible afin de

purifier l'événement de signaux fantômes non physiques pouvant provenir d'une erreur de démultiplexage ou du partage accidentel de signal entre deux pixels d'un photomultiplicateur (phénomène que l'on appelle *cross-talk*). Avec cette configuration de masque, nous avons choisi de ne garder que les bandes dont la densité vérifie les conditions suivantes :

$$2 \leq d \leq 10.$$

L'événement ainsi nettoyé peut être passé en trois dimensions sans multiplication trop importante du nombre de points et en n'ayant gardé que des signaux qui sont plus probablement dus au passage d'une muon. Évidemment, s'il n'y a pas de muon ou si la trace est peu visible⁴, l'événement purifié sera quasiment vide et sera rejeté dans le cadre de cette reconstruction. Le critère de sélection est que l'événement doit comporter au moins 10 plaques touchées. En effet, réaliser une transformée de Hough à 3 paramètres sur un trop faible échantillon n'aurait pas de sens et conduirait à de mauvais résultats. La figure 4.17 montre la proportion d'événements sélectionnés par rapport au nombre total d'événements pour les courants chargés et les courants neutres.

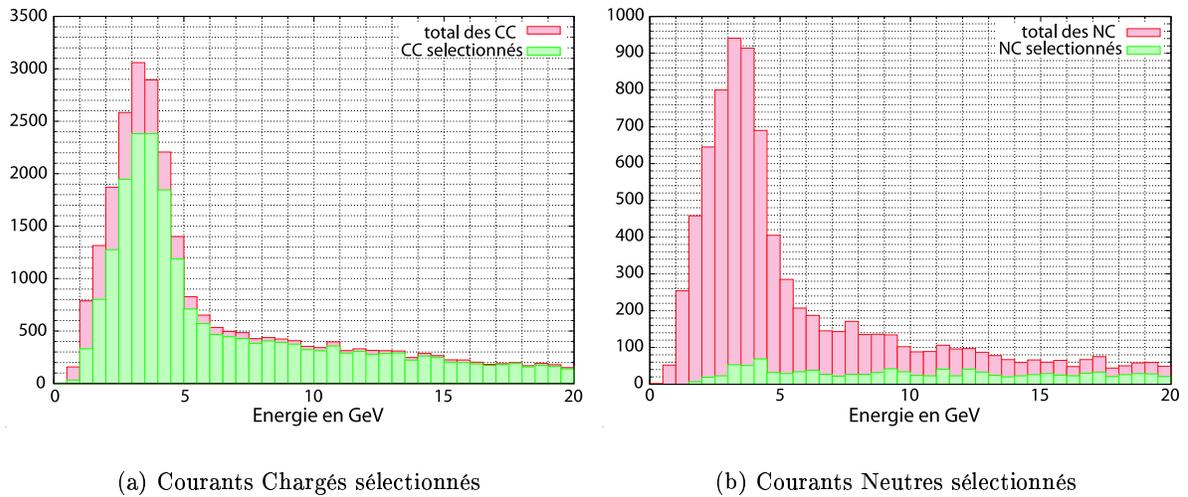


FIG. 4.17: Spectre des événements sélectionnés par leur taille après la purification par densité, sur 40000 événements simulés.

La première observation marquante est que la plupart des courants neutres sont rejetés par ce type de sélection. Ceci n'est pas étonnant, étant donné que les courants neutres sont purement des gerbes, ce qu'élimine justement notre sélection. Malheureusement, on élimine aussi beaucoup d'événements de basse énergie dans les courants chargés à cause de leur trop petite étendue. La figure 4.18 détaille la sélection des courants chargés en QEL, RES et DIS. On remarque que les DIS sont davantage rejetés par cette coupure préliminaire, ce qui est compréhensible vu qu'il s'agit du type de CC qui génère le plus de hadrons ; lesquels produisent des gerbes qui sont éliminées, et donc l'événement est raccourci.

Cette sélection préliminaire étant faite, et l'événement étant purifié, il est passé en trois dimensions de la manière que nous avons exposée plus haut, et nous pouvons passer au coeur de la reconstruction de l'événement.

⁴Dans le cas où elle est noyée dans la gerbe hadronique ou dans le cas où le vertex est proche d'une bord et que le muon n'est pas longtemps visible.

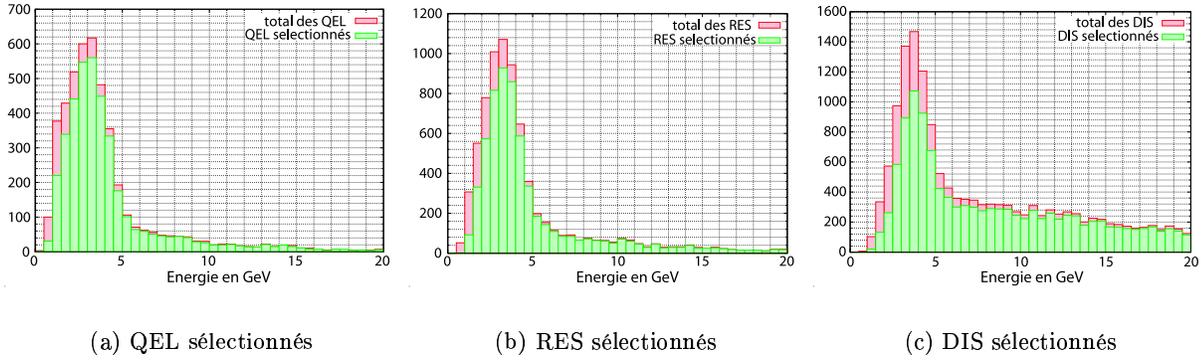


FIG. 4.18: Spectre des événements de CC sélectionnés détaillés par type d'interaction, sur 40000 événements simulés.

Préparation de la chasse

Nous allons dans un premier temps faire pivoter l'événement pour des raisons relatives à la reconstruction de l'énergie que nous exposerons dans la section 4.4. Nous prenons les points de début D, et de fin F, de l'événement et nous le faisons pivoter par rapport à F de façon à ce que D et F soient sur une même ligne horizontale. Puis à l'aide d'une première transformation de Hough parabolique⁵, nous déduisons une parabole s'ajustant approximativement à la trace déjà pivotée. Cette première étape nous permet d'avoir une idée de la forme de la trace et de la faire pivoter davantage de manière à ce que la tangente au point F en bout de trace, soit horizontale. A partir de cette nouvelle trace, on refait une transformation de Hough pour retrouver une parabole s'ajustant au mieux à la présence d'une trace de muon.

Transformation de Hough appliquée à l'événement

La transformation que nous utilisons dans cette étude est à 3 paramètres, comme nous l'avons évoqué plus haut. Il s'agit de trouver une parabole dans notre lot de points que constitue un événement. Afin de donner un maximum de sens géométrique nous paramétrons la parabole de la façon suivante :

$$\mathcal{P}(r_0, z_0, a) : r(z) = r_0 + a(z - z_0)^2$$

Ainsi, deux des paramètres seront les coordonnées des extrema locaux (z_0 et r_0) de la parabole et l'autre, a , sera relié à son ouverture.

Comme nous l'avons évoqué plus tôt, une Transformation de Hough (TH) à trois paramètres, dont les intervalles d'étude des paramètres sont divisés en un nombre p de pas de précision, est

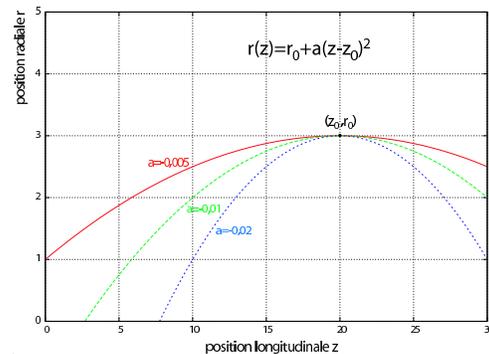


FIG. 4.19: Paramétrisation des paraboles pour la transformation de Hough

⁵Il s'agit, comme nous l'avons évoqué plus haut, d'une transformation de Hough à 3 paramètres que nous décrirons dans la section suivante.

de taille p^3 . Alors on s'aperçoit que la taille en mémoire d'un tel espace devient vite grande dès que l'on veut atteindre une précision correcte sur des intervalles suffisamment grands. Une solution serait de faire une série de TH successives en zoomant à chaque fois sur les zones des maximums. Ce genre d'opération, à défaut de prendre de la mémoire, prend du temps de calcul. Un compromis est alors possible. Il suffit de ne pas allouer de la mémoire pour l'ensemble de l'espace de Hough, mais de n'allouer de la mémoire pour une partie de l'espace que lorsque celle-ci n'est pas vide. Pour cela nous représentons l'espace de Hough grâce à l'outil "map" de la bibliothèque standard en C++, qui est une liste associative ordonnée. Chaque élément de cette liste est une paire de nombre (d'où "associative"), le premier code un élément de l'espace de Hough, et l'autre représente la valeur associée à cet élément. Le temps d'accès à un élément est logarithmique par rapport à la taille de l'espace⁶.

Ensuite, plutôt que de traiter individuellement chaque point de l'espace réel, en remplissant l'espace de Hough pour chacun, nous allons prendre des triplets de points qui définissent une et une seule parabole⁷. Ainsi, chaque triplet de points définit un point de l'espace de Hough. En considérant l'ensemble des triplets possibles, on ne remplit l'espace qu'avec très peu de points, limitant la diversité et les zones ne correspondant pas à des solutions possibles. Une fois le triplet choisit, on fait une interpolation polynomiale de Newton adaptée au calcul numérique. Afin de prendre en compte la granularité du détecteur, pour chaque triplet on en construit 64 autres correspondant à toutes les combinaisons possibles de trois points formés par les coins de chaque cellule constituant le triplet d'origine : 4 coins pour la première cellule \times 4 coins pour la deuxième \times 4 coins pour la troisième = $4^3 = 64$.

Si l'on considère un événement qui touche n plaques, et dans le cas le plus optimiste qui existe, une seule bande est touchée par plaque, alors on peut estimer le nombre N possible de triplets :

$$N(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} (n-j) = \frac{n^3}{6} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}, \quad (4.27)$$

ce qui, pour des valeurs de $n=100$, assez fréquentes, font monter N à 10^6 . En considérant un cas plus réaliste de plusieurs points par plaques pour l'événement en 3D (en tout cas, pour le début de celui ci qui peut contenir quelques restes de gerbes), N peut gonfler encore d'un facteur 10. Faire autant de calcul rend la reconstruction plus lente et ne donne pas nécessairement de meilleurs résultats. En effet, l'interpolation polynomiale n'aura réellement de sens que si les trois points du triplet ont des abscisses distinctes, c'est-à-dire si leur différences d'abscisses sont grandes devant l'incertitude en position de chaque cellule : $\Delta z \gg 6 \text{ cm}$. Ce n'est pas toujours possible pour des événement courts et c'est une des raisons pour lesquelles ces derniers sont écartés de la reconstruction, car sujets à une mauvaise reconstruction.

Pour remédier à ces deux problèmes, nous choisissons de ne pas prendre en compte tous les triplets, mais uniquement ceux dont les points sont suffisamment éloignés et de plus, on choisit cet éloignement en fonction de la taille de l'événement. Plus l'événement est long, et plus on choisit un intervalle minimum important entre les points. On note k , le nombre de cellules minimum séparant deux points d'un triplet. Ainsi le nombre minimum de triplets $N(n,k)$ change

⁶Contrairement à un tableau dont le temps d'accès est linéaire.

⁷Au sens où par ces trois points ne passe qu'une et une seule parabole $\mathcal{P}(r_0, z_0, a)$ telle que nous l'avons définie.

l'équation (4.27) en :

$$N(n, k) = \sum_{i=1}^{n-2k} \sum_{j=i+k}^{n-k} (n-j) = \frac{2k - n + 3kn - 6k^2 - 3kn^2 + 4k^3 + n^3}{6} \quad (4.28)$$

La figure 4.20 montre la proportion de triplet que l'on garde pour différentes valeurs de k par rapport au cas où $k=1$.

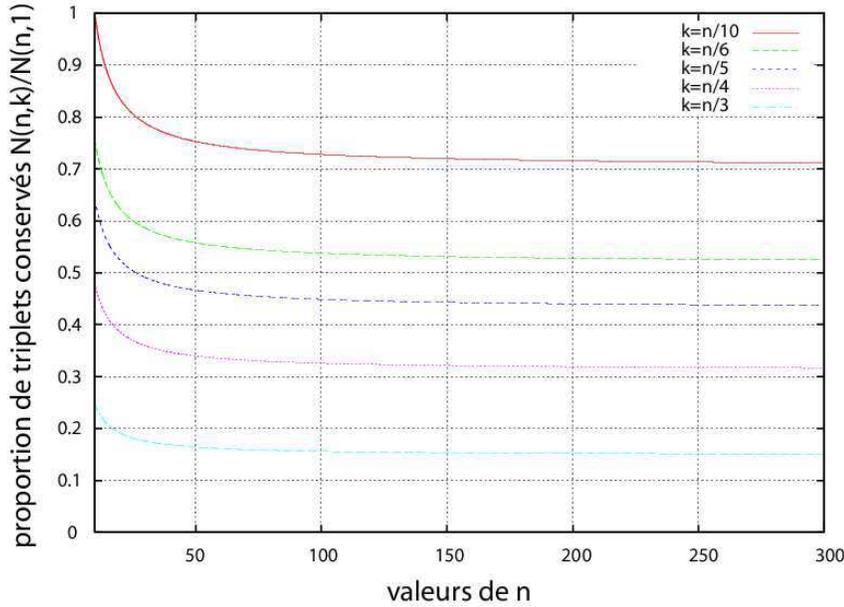


FIG. 4.20: Proportion de triplets conservés pour différentes valeurs de k

On peut donc voir que pour n grand, on arrive à diviser le nombre de triplets traités par 5 en divisant l'événement en 3 et en ne prenant, à chaque fois, qu'un point par partie pour constituer le triplet. Ceci ne constitue pas un énorme écrémage, mais contribue cependant à la vitesse et la qualité du traitement.

Une fois nos triplets interpolés, et l'espace de Hough rempli, nous prenons les paramètres pour lesquels la valeur maximale de l'espace de Hough est atteinte. Cela nous donne donc des valeurs pour r_0 , z_0 , et a . En ce qui concerne les précisions que l'on souhaite atteindre pour chacun de ces paramètres, nous ne chercherons pas mieux que 2 cm pour r_0 et 3 cm pour z_0 . Quant à a , sa précision est un élément décisif, dans la reconnaissance de trace, ainsi que dans la reconstruction de l'énergie par courbure. Nous choisissons donc de le déterminer à 2%. Pour cela, lors de la première transformation de Hough, si la précision sur a est inférieure à 2% de sa valeur, nous effectuons un zoom sur la valeur maximum de l'espace de Hough et nous réitérons ce procédé jusqu'à ce que la précision voulue soit atteinte.

Traitement et interprétation du résultat

Une fois la parabole obtenue, avec la précision voulue, nous pouvons commencer à extraire des informations physiques de ce résultat. Le premier est bien sûr d'isoler la trace d'un muon.

L'opération est simple, car il suffit de conserver l'ensemble des cellules suffisamment proches de la parabole trouvée⁸. Nous faisons évidemment cette opération sur l'événement d'origine pour retrouver l'ensemble des cellules touchées, dont celles qui avaient été enlevées par l'épuration par densité.

Il faut garder à l'esprit que nous n'avons pas travaillé directement sur l'événement en 3 dimensions vu que nous n'avons gardé que les coordonnées longitudinales et radiales z et r . Il s'agissait donc d'une projection. Afin d'obtenir maintenant une vraie trace de muon en trois dimensions, nous traitons la pseudo trace qui accueille parfois des cellules ne correspondant pas à un signal de muon. Pour cela, en partant de la pseudo trace, on exige cette fois-ci, une cohérence de la succession des points avec une trace régulière en trois dimensions. Il faut alors regarder une vue différente de (z, r) . Le mieux est de se placer dans une projection complémentaire à celle-ci : (z, θ) . En effet, si la pseudo trace trouvée en (z, r) contient de mauvaises cellules, c'est principalement dans les parties des gerbes, et ce sont alors des points de même r que ceux qui correspondent effectivement au muon. C'est donc en regardant, pour un même z , la distribution angulaire des cellules, que l'on détectera celles qui dévient d'une ligne principale, nous permettant de les éliminer.

Lorsque l'on ne se trouve pas trop près du centre du détecteur (au sens de r proche de 0), la variation angulaire est assez faible. De plus, la pseudo trace étant déjà bien épurée, on ne demande pas une précision extrême, mais nous allons simplement rechercher une droite par transformation de Hough linéaire cette fois-ci, puis conserver tous les points qui ne s'en éloignent pas trop, ainsi que tous les points seuls sur une plaque de la pseudo trace. La trace ainsi obtenue est d'une bonne pureté en général. Pour illustrer les résultats de la recherche de trace, nous pouvons regarder comment l'algorithme retrouve les différentes caractéristiques des traces, puis, à partir de celle-ci, comment on remonte à l'énergie du muon.

4.4 Résultats de la recherche de trace et de la reconstruction

Tout d'abord, il faut garder à l'esprit que ce travail nécessite encore des mises au point qui permettraient d'éliminer beaucoup de mauvaises reconstructions dans quelques cas pathologiques. De plus, pour les événements contenus, la trace retrouvée ne contient pas toujours l'ensemble des points de la trace réelle, ce qui est un problème pour retrouver l'énergie par calorimétrie. Cependant, voici les résultats que cette reconstruction permet d'obtenir pour le moment.

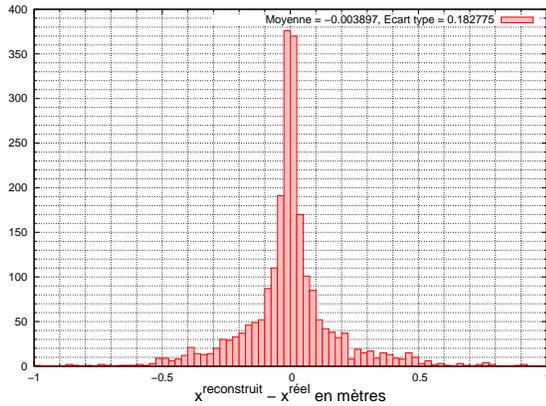
4.4.1 Résultats de la recherche de trace

Nous pouvons évaluer la qualité de la trace retrouvée en un point précis de l'événement : le vertex. En ce point, il est possible de déterminer en quelle mesure la trace reconstruite coïncide avec la trace réelle : dans la position du vertex et dans la direction initiale de la trace.

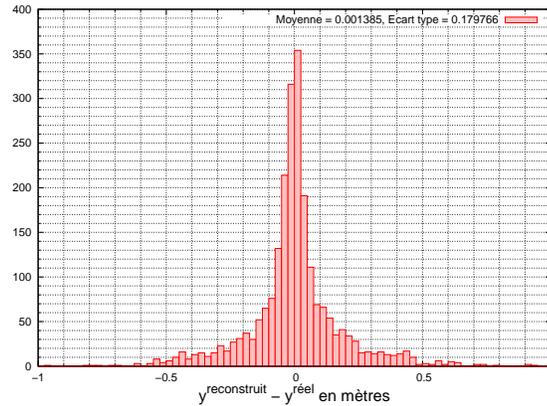
⁸Nous appelons "suffisamment proche", toute cellule dont les coordonnées (z, r) vérifient $|r - (r_0 + a(z - z_0)^2)| < 4 \text{ cm}$

Caractéristiques spatiales

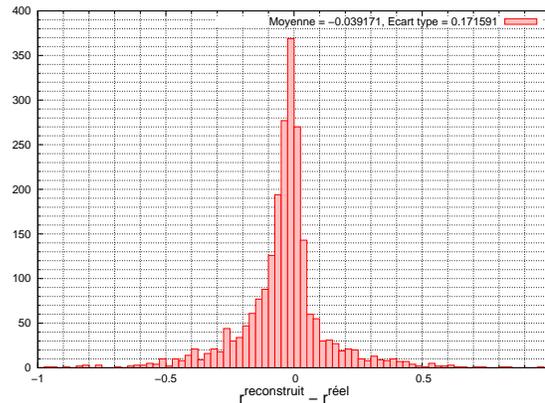
Dans cette reconstruction, le vertex est, par définition, le premier point de la trace. Nous avons donc comparé les différentes coordonnées retrouvées avec les coordonnées réelles (c'est-à-dire correspondant aux entrées de la simulation Monte Carlo). Sur les figures 4.21(a) et 4.21(b), on peut voir les écarts en x et en y .



(a) Distribution des erreurs en x



(b) Distribution des erreurs en y

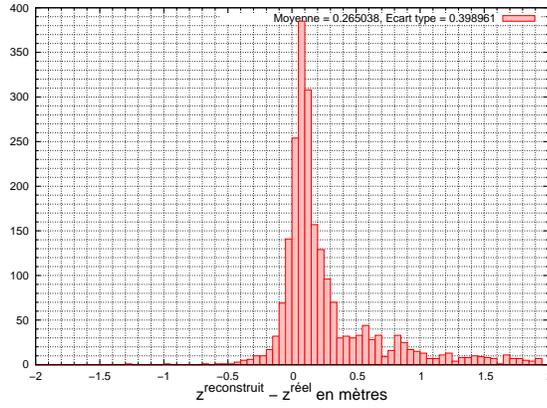


(c) Distribution des erreurs en r

FIG. 4.21: Distributions des erreurs sur les positions transversales du vertex en x , y et r

Ces erreurs sont assez faibles mais restent malgré tout encore trop importantes. On peut voir que l'erreur typique sur la détermination des positions transversales est de 18 cm. Ceci correspond à une erreur d'environ 4 à 5 bandes de scintillateurs. Evidemment, cette erreur se répercute sur la détermination de la position radiale du vertex que l'on peut voir sur la figure 4.21(c). Cependant, on peut voir que les erreurs sont du même ordre en r . L'origine de cette différence pourrait alors s'expliquer lorsque l'on regarde la figure 4.22.

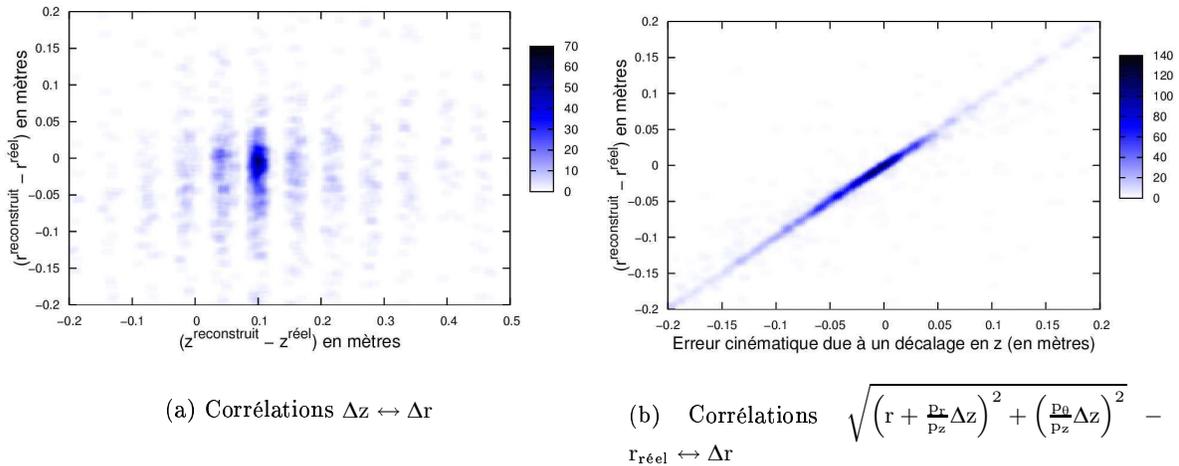
En effet, on voit que cette fois-ci, la détermination de la position longitudinale est biaisée et le plus souvent sur-estimée. Cette situation est explicable par la façon dont nous l'avons détermi-


 FIG. 4.22: Erreur sur la position longitudinale z du vertex

née. Il y a rarement du signal très en amont du vertex pour une interaction de neutrinos à cette énergie. Or, la recherche de trace se fait sur celle existante, qui est quasi-systématiquement en aval du vertex, expliquant ce biais.

Ainsi, l'erreur sur la première plaque touchée, considérée comme appartenant à la trace, engendrerait une erreur sur la position transversale. Pour vérifier cette hypothèse, nous pouvons tracer dans un premier temps Δr en fonction de Δz , et l'on obtient le graphe de la figure 4.23(a). On peut remarquer sur cette figure que les deux variables n'ont pas de corrélation apparente. Il faut cependant garder à l'esprit qu'un décalage Δz , peut avoir un effet sur la position r . Afin de voir cet effet, nous devons tracer l'erreur que génère un Δz sur r , en fonction de r , p_r/p_z et p_θ/p_z .

Il convient donc de tracer Δz en fonction de $\sqrt{\left(r + \frac{p_r}{p_z} \Delta z\right)^2 + \left(\frac{p_\theta}{p_z} \Delta z\right)^2} - r_{\text{réel}}$. Cette dernière variable correspond au décalage en r d'un objet animé d'une impulsion (p_r, p_θ, p_z) , quand il a parcouru une distance longitudinale Δz . Le graphe est présenté en figure 4.23(b).


 FIG. 4.23: Visualisation de la corrélation entre l'erreur sur la position en z sur la position en r .

Cette fois-ci, la corrélation est frappante et totale. La pente de la droite formée vaut d'ailleurs 1. Cela signifie que l'erreur faite sur la position z du vertex engendre la quasi totalité de celle

faite sur la position transversale du vertex, ce qui est plutôt encourageant quant au potentiel d'amélioration de cette reconstruction. En effet, ce problème n'est pas difficile à corriger, et permettrait d'améliorer considérablement les recherches de conditions initiales.

Cette partie purement spatiale de la recherche de position du vertex ayant été traitée, on peut maintenant tirer des informations cinématiques de la trace, comme sa direction au vertex.

Caractéristiques cinématiques

Lorsqu'on parle de direction, il s'agit de déterminer les deux rapports $\frac{p_x}{p_z}$ et $\frac{p_y}{p_z}$, et donc finalement du rapport transversal :

$$\frac{p_{\perp}}{p_z} = \frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{p_z}.$$

Ces différentes variables ont été calculées en considérant les premières plaques de la trace reconstruites. De manière plus concrète, la variable $\frac{p_x}{p_z}$ a été déterminée en effectuant une régression linéaire sur les points (z, r) des 10 premières plaques de la trace. De même pour $\frac{p_y}{p_z}$, déterminée à l'aide d'une régression linéaire des points (z, θ) . Les résultats obtenus sont visibles sur la figure 4.24(a) pour $\frac{p_x}{p_z}$ et sur 4.24(b) pour $\frac{p_y}{p_z}$. Enfin, la figure 4.24(c) traite de $\frac{p_{\perp}}{p_z}$.

Les erreurs sur la direction de la trace au vertex sont elles aussi assez grandes : de l'ordre de 0,15 pour $\frac{p_x}{p_z}$, 0,25 pour $\frac{p_y}{p_z}$ et un total de 0,18 pour $\frac{p_{\perp}}{p_z}$. On peut imaginer que l'erreur en z joue aussi un rôle sur ces dispersions, même si la corrélation n'est pas facile à mettre en évidence. Cependant il y a de fortes chances que Δz ne soit pas seule responsable de l'erreur. En effet, les bandes ayant une largeur de 4,1 cm, on peut considérer que pour la trace en 3D, on a une incertitude sur la position transversale de cette même valeur. Ce qui entraîne, en négligeant l'incertitude sur z , une erreur de l'ordre de 0,2, qui est l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on observe effectivement.

Enfin, pour conclure ce chapitre, traitons les caractéristiques dynamiques de cette reconstruction.

4.4.2 Reconstruction de l'énergie

La motivation de toute cette reconstruction, était, rappelons-le, de proposer une méthode alternative à la reconstruction standard de MINOS dans le domaine des interactions de ν_{μ} par courants chargés. Les deux objectifs étaient de retrouver toute trace du muon (ce que nous venons de développer) pour l'extraire de l'événement, ainsi que d'en déterminer son énergie. Nous allons développer maintenant ce deuxième aspect.

Il convient d'utiliser tout le potentiel du détecteur. Ce qui signifie que nous devons exploiter toutes les techniques nous permettant de déterminer l'énergie des muons avec les détecteurs de MINOS. Comme nous l'avons exposé dans la section 4.2, nous traiterons les deux méthodes principales : par mesure de la longueur de la trace du muon⁹, ainsi que par mesure de la courbure de la trace.

⁹Afin de déduire l'énergie déposée par ionisation dans le détecteur.

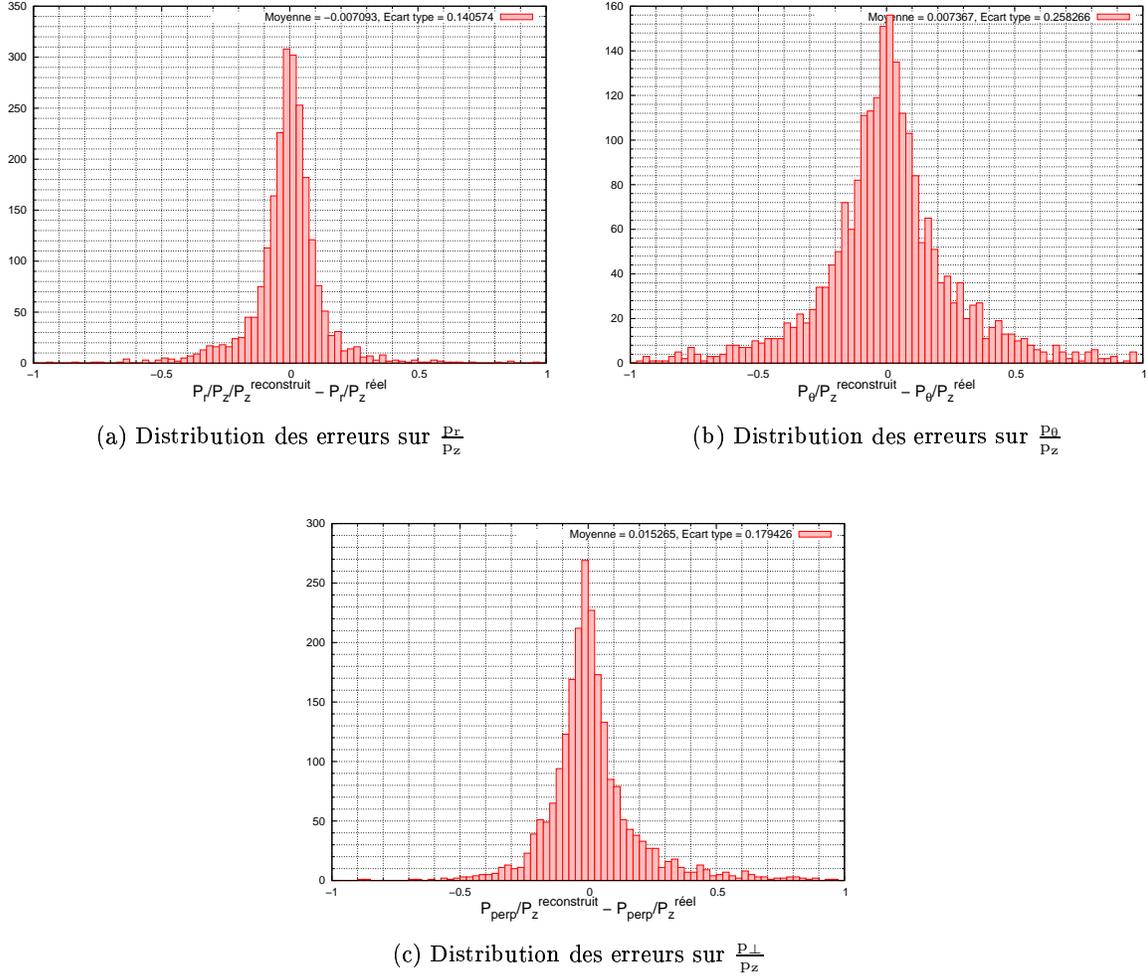
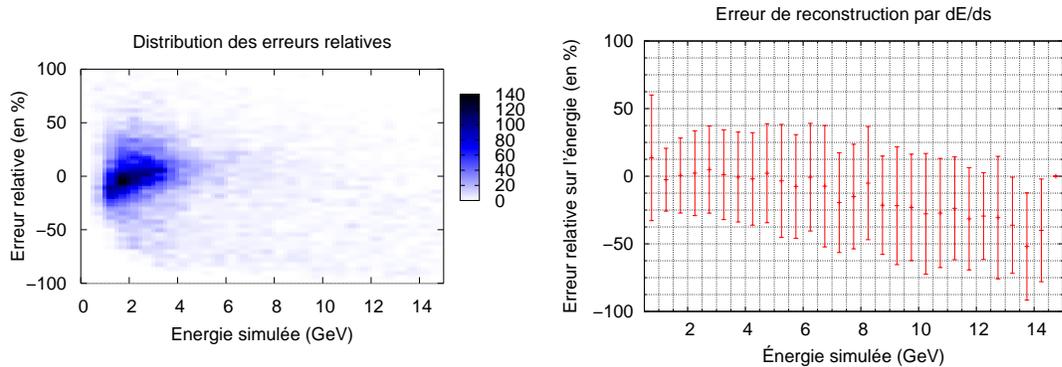


FIG. 4.24: Distribution des erreurs sur les variables cinématiques, au vertex

Énergie par calorimétrie

Cette première méthode est certainement la meilleure pour les événements courts. Il y a plusieurs raisons à cela. On appelle événement court, un événement dont la trace est de toute façon moins longue que le détecteur. En effet, si le muon en échappe, on ne peut absolument rien dire sur l'énergie qu'il peut encore porter à sa sortie. Alors, si la trace est contenue, la raison pour laquelle cette méthode de mesure est meilleure que la mesure par courbure pour les muons de faible énergie est que le muon est sujet à un phénomène que l'on appelle la diffusion multiple [Eidelman et al., 2004], qui ajoute à sa trajectoire une composante aléatoire de type diffusive. Cet effet n'est dominant qu'à basse énergie, donc elle y affecte la mesure de l'énergie par courbure, mais pas celle par ionisation. Ainsi, dans cette partie, nous ne traiterons que les événements entièrement contenus dans le détecteur, dont on peut déduire l'énergie grâce à la mesure de la longueur TOTALE de la trace du muon. On la calcule de la façon explicitée dans la section 4.2. Tout d'abord, la longueur de la trace est calculée en sommant les distances entre chaque points adjacents de celle-ci. Dans le cas où plusieurs points correspondant à la trace sont contenus dans une même plaque, on en prend le barycentre, car ils sont distants de moins de 4,1

cm. Ensuite on en déduit l'énergie à l'aide de la formule (4.7), en prenant évidemment compte de l'écart entre les deux Super-Modules le cas échéant.



(a) Distribution des erreurs relatives sur l'énergie reconstruite en fonction des énergies simulées

(b) Moyenne des erreurs relatives sur l'énergie reconstruite en fonction des énergies simulées

FIG. 4.25: Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées

Afin de caractériser la qualité de la reconstruction, la figure 4.25 fait un comparatif entre les énergies reconstruites et simulées, par cette méthode. Le graphe 4.25(a), montre la distribution des erreurs de relatives de reconstruction des énergies en fonction des énergies "réelles" de la simulation¹⁰, ou encore en d'autres termes, il s'agit de la distribution des points $(E_{\text{simulée}}, 100 \times (E_{\text{mesurée}} - E_{\text{simulée}}) / E_{\text{mesurée}})$. De manière plus quantitative, le graphe 4.25(b), un "squelette" de son voisin, montre les moyennes des distributions d'erreurs pour les différentes énergies, ainsi que la largeur caractéristique (ici, l'écart-type) de ces mêmes distributions.

Bien que le premier graphe soit un peu qualitatif, son intérêt subsiste dans le fait que l'on peut y apprécier le nombre d'événements par intervalle d'énergie constituant la moyenne du deuxième graphe 4.25(b).

En effet, on peut dire que les erreurs au dessus de 6 GeV n'ont plus beaucoup de sens car les distributions d'erreur sont quasi homogènes, et de faible statistiques. On observe également que l'erreur moyenne augmente dans les négatifs avec l'énergie. Ceci signifie que l'on a tendance à davantage sous estimer la longueur de la trace.

C'est ce qu'illustre plus explicitement la figure 4.26. Cette fois-ci, on ne trace plus les erreurs relatives, mais les erreurs absolues sur l'énergie : $(E_{\text{mesurée}} - E_{\text{simulée}})$. Aussi bien sur le graphe 4.26(a) que sur 4.26(b), on peut voir que :

1. la moyenne de l'erreur augmente dans les négatifs ;
2. les écarts aux moyennes augmentent avec l'énergie.

Ces deux observations sont complètement dépendantes du même phénomène : le chasseur de trace n'en capte pas la totalité ! En effet, dans le cas où une partie de la trace est laissée de côté,

¹⁰Il s'agit de l'énergie "réelle" d'événements simulés et non pas de l'énergie d'événement réels dont on ne pourrait pas connaître la valeur exacte de l'énergie !

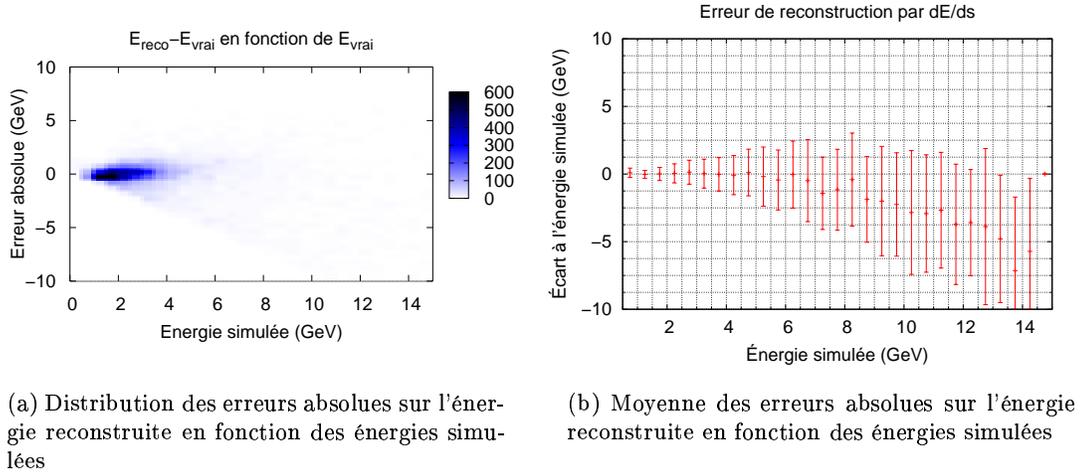


FIG. 4.26: Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées

son énergie est sous-estimée. Donc s'il y a davantage de sous-estimation que de sur-estimation, la moyenne augmente dans les négatifs ; et plus la trace réelle est longue, plus les sous-estimations sont nombreuses et importantes, faisant plonger la moyenne dans les négatifs et augmentant la dispersion, ce qui répond aux observations 1 et 2. Pour appuyer cela, on peut observer, sur le graphe 4.26(a), une délimitation au niveau de la droite "Erreur = - énergie simulée" au dessous de laquelle on ne peut pas descendre, vu que l'énergie reconstruite est toujours positive...

Malheureusement, la méthode de capture de trace n'est pas suffisamment efficace pour en garder l'ensemble, et conduit à des erreurs trop importantes sur la reconstruction en énergie par mesure de la longueur de la trace (réduite!). À titre comparatif, l'analyse standard de MINOS donne des performances meilleures qui sont présentées sur la figure 4.27.

De la même façon que pour l'analyse précédente, les résultats d'erreur de l'analyse standard de MINOS au dessus de 6 GeV n'ont pas beaucoup de sens, dans cette étude, car la statistique est faible aux hautes énergies. Cependant, on peut voir que la même tendance pour la moyenne de l'erreur qui a tendance à s'éloigner de 0 en chutant. Malgré cela, la reconstruction de l'énergie du muon reste de bonne qualité avec moins de 10% d'erreur pour des muons d'énergie inférieure à 5 GeV.

Énergie par courbure

Pour ce qui est de la courbure, les résultats ne sont pas meilleurs, comme on peut le voir sur les figures 4.28(a) et 4.28(b) pour les erreurs relatives et 4.29(a) et 4.29(b).

Les erreurs sont beaucoup plus dispersées. Nous sommes donc amenés à nous demander ce qui peut être la source d'un tel désaccord. La première, et certainement la meilleure explication est

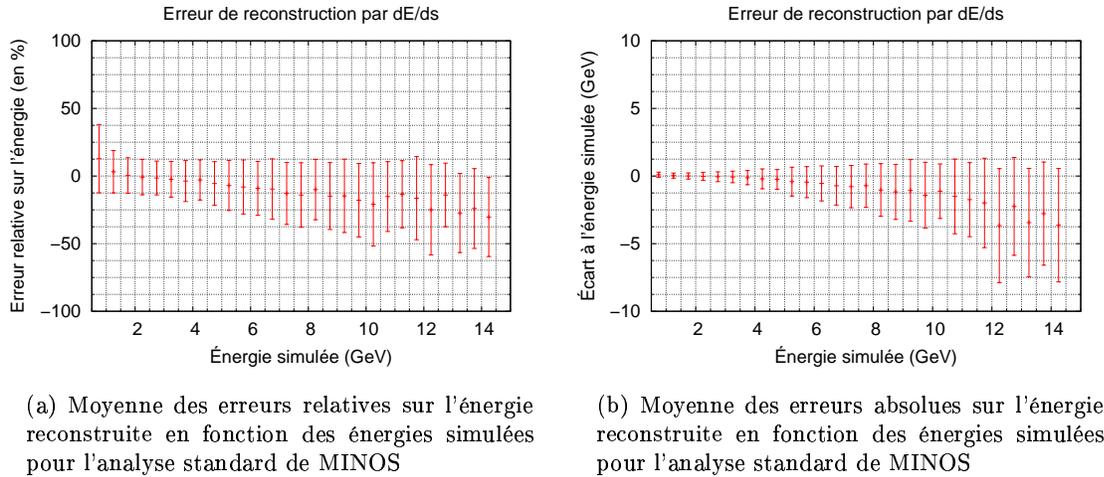


FIG. 4.27: Comparaison entre les énergies reconstruites par mesure de la longueur de la trace et les énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS

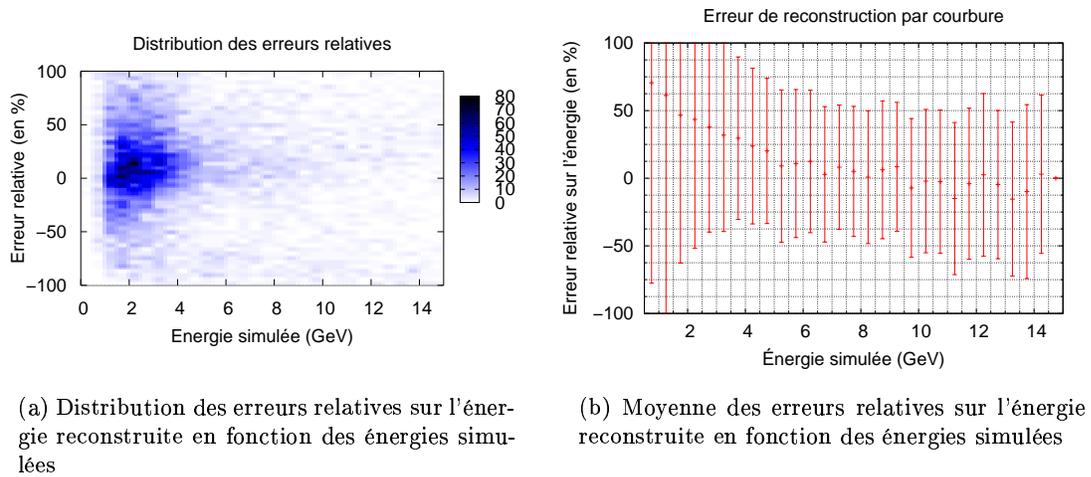


FIG. 4.28: Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées (erreurs relatives)

que la fonction que nous avons choisi pour identifier la trace en reflète bien la forme générale, mais ne donne pas de bons résultats pour la courbure. Il faudrait effectuer davantage de recherche analytique sur l'équation du mouvement du muon dans ce genre de champ magnétique pour trouver une fonction adaptée, autre qu'une parabole pour décrire avec plus de justesse la courbure. De plus, il se trouve que la trace entière détermine la parabole choisie, et la courbure n'est prise qu'au vertex reconstruit.

Une manière d'améliorer la reconstruction par courbure serait de suivre les étapes suivantes pour chaque point de la trace :

- on détermine la cohérence de la parabole avec la trace réelle ;
- on détermine la courbure de la trace puis l'énergie du muon en ce point ;
- on remonte à l'énergie du muon au vertex par la longueur de la trace jusque là ;

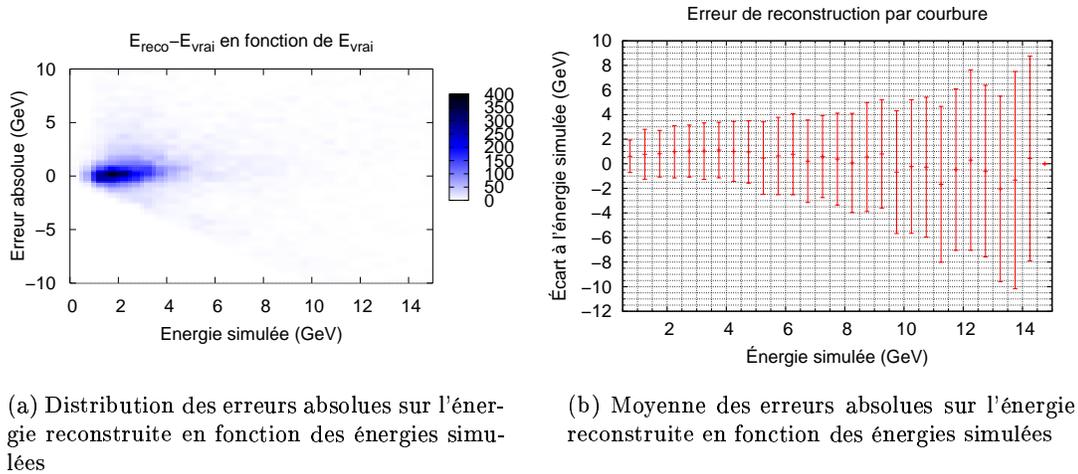


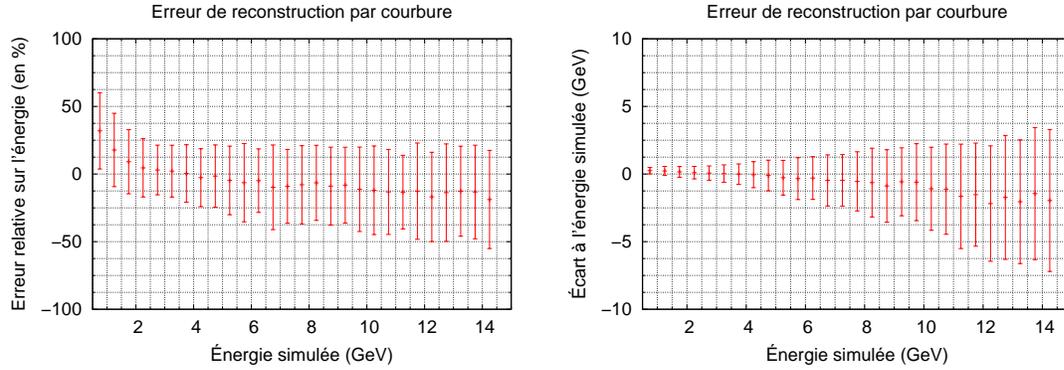
FIG. 4.29: Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées (erreurs absolues)

- on incrémente un histogramme de distribution d'énergie pour le muon avec la valeur trouvée.

Ensuite, grâce à cet histogramme, on pourrait faire une moyenne, ou prendre l'énergie la plus représentée, pour en déduire une énergie par courbure, beaucoup plus réaliste et prenant en compte la courbure de la totalité de la trace.

La méthode standard de MINOS, quant à elle, comporte un algorithme différent pour reconstruire l'énergie par courbure de la trace. En effet, elle s'apparente plus à ce que nous venons de décrire dans le sens où un algorithme est appliqué à la trace de façon locale en voyageant tout au long de celle-ci pour ajuster l'énergie au vertex du muon afin qu'il rende compte au mieux de la trace qu'il a laissée dans le détecteur. Les performances de cette reconstruction standard sont présentées sur les figures 4.30.

On s'aperçoit ici que la détermination de l'énergie par reconstruction de la courbure de la trace donne de moins bon résultats qu'avec la longueur de la trace. On voit que pour les basses énergies (<2 GeV), cette dernière est, de façon quasi-systématique, sur-estimée. Cela tient au fait qu'il n'y a pas suffisamment de points pour estimer une trajectoire correcte du muon qui est de toute façon sujet à la diffusion multiple dans le détecteur et donne des trajectoires peu régulières et non représentatives de l'impulsion des muons. Pour les énergies intermédiaires (entre 2 et 6 GeV), les erreurs et les biais sont minimaux. Pour les énergies plus hautes, on observe une dérive de la moyenne vers les valeurs négatives. Ceci signifie que les énergies reconstruites ont tendance à être sous-estimées, ce qui met en valeur une erreur systématique dans la reconstruction standard qui pourrait certainement être corrigée en recherchant la cause. Cet effet est plus marqué pour la reconstruction standard que pour la reconstruction que nous venons de présenter, bien que les erreurs soient moindres.



(a) Moyenne des erreurs relatives sur l'énergie reconstruite en fonction des énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS

(b) Moyenne des erreurs absolues sur l'énergie reconstruite en fonction des énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS

FIG. 4.30: Comparaison entre les énergies reconstruites par courbure et les énergies simulées pour l'analyse standard de MINOS

4.5 Conclusion sur la reconstruction

La recherche des traces de muons nous a amené à nous demander à quoi leurs trajectoires pouvaient ressembler. En étudiant ce que pourraient être les formes des solutions de l'équation du mouvement d'un muon dans le champ magnétique du détecteur, nous avons pu exprimer l'énergie de celui-ci en fonction de l'équation de la trajectoire dans le plan mobile $(O, \vec{e}_z, \vec{e}_r)$ du détecteur présentant une symétrie particulière. Par soucis de simplicité nous avons choisi de paramétrer cette trajectoire par une parabole. Le polynôme du second degré ajusté par une méthode de transformation de Hough sur les points résultant d'une interaction de neutrino nous ont permis de retrouver la trace du muon parmi l'ensemble de l'événement. Une fois la trace isolée, nous avons utilisé l'équation de la parabole pour déterminer l'énergie du muon au vertex par deux méthodes : par mesure de la longueur de la trace, et par analyse de sa courbure.

Les résultats de cette reconstruction donnent des performances encore moins bonnes que la reconstruction standard de MINOS, mais elle comporte, en plusieurs aspects, des méthodes intéressantes pouvant être incluses dans une partie de cette reconstruction standard. Par exemple, la méthode standard de MINOS utilise une transformation de Hough linéaire pour amorcer sa recherche de trace. L'utilisation de la transformation de Hough à dimension supérieure (comme pour le cas de la parabole) pourrait s'avérer plus satisfaisante dans un environnement magnétisé comme le sont les détecteurs de MINOS.

Bien qu'un peu ambitieuse, l'idée de trouver une fonction analytique s'ajustant au mieux à la trace, pour en déduire la courbure est séduisante et prometteuse.

5

Étude des interactions quasi-élastiques

Après avoir présenté, dans le chapitre 4, un travail de reconstruction des événements vus par le détecteur, nous allons voir comment on peut utiliser un lot d'événements reconstruits pour déterminer une oscillation de neutrinos dans MINOS. Dans tout ce qui suit, nous n'utiliserons cependant pas la reconstruction présentée (car elle ne donne pas encore d'assez bon résultats), mais la reconstruction standard de MINOS dont nous avons vu les performances en terme de reconstruction en énergie. Dans ce chapitre nous ferons une analyse des interactions quasi-élastiques pour en déduire les paramètres d'oscillation ($\Delta m_{23}^2, \sin^2(2\theta_{23})$). Pour cela, nous exposerons les motivations d'un tel choix, puis la sélection de ce type d'interaction parmi toutes les autres. Nous verrons ensuite comment, à partir de l'énergie des muons des événements sélectionnés, on déduit celle des neutrinos responsables de l'interaction, ainsi que les erreurs systématiques présentes dans le calcul. Enfin, toujours à partir de données simulées, nous déterminerons l'espace favorable des paramètres d'oscillation que nous comparerons avec les valeurs d'entrée de la simulation.

5.1 Motivation du choix de l'analyse des QEL

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, l'oscillation du neutrino dépend de son énergie et de sa distance de propagation. Dans le cas de MINOS, le faisceau de NuMI envoie des ν_μ sur une distance de $L=730$ km, dont le spectre s'étend de moins d'un GeV à plusieurs dizaines de GeV. Au détecteur lointain, on peut exprimer la probabilité d'oscillation d'un neutrino muonique en fonction de son énergie :

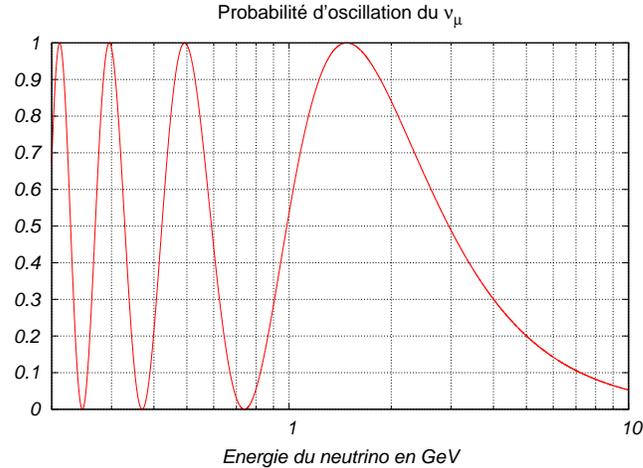
$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_x} \approx \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left(1,27 \Delta m_{23}^2 \frac{L(\text{km})}{E(\text{GeV})} \right), \quad (5.1)$$

où Δm_{23}^2 est exprimé en eV^2 . L'oscillation aura une probabilité maximale d'être observée pour des énergies E_n telles que $1,27 \Delta m_{23}^2 \frac{L}{E_{\text{osc}}} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$, avec n entier, ce qui donne :

$$E_n = 2,54 \Delta m_{23}^2 \frac{L}{(2n+1)\pi}. \quad (5.2)$$

Les maxima d'oscillation apparaîtront donc pour des énergies inférieures à $E_0 = 2,54 \Delta m_{23}^2 \frac{L}{\pi} \approx 1,5$ GeV. Le tableau 5.1 reprend les trois premiers maxima, et la figure 5.1 reproduit la probabilité d'oscillation (5.1) en fonction de l'énergie du neutrino.

Ordre n du maximum	0	1	2
Énergie E_n (GeV)	1,48	0,49	0,30

TAB. 5.1: Énergies des trois premiers maximum d'oscillation du ν_μ FIG. 5.1: Probabilité d'oscillation du ν_μ en fonction de son énergie

Étant donné son spectre basse énergie (figure 3.2), MINOS devrait voir l'oscillation autour du premier pique (ordre 0) vers 1,5 GeV. Or, comme nous l'avons déjà souligné, les événements de basse énergie sont dominés par les QEL. De plus, les QEL constituent le meilleur lot d'événements que l'on puisse imaginer car très propre, donc très bien reconstruit. Ce qui signifie que c'est le type d'événement qui nous donnera le moins d'erreur systématique dans la reconstruction de l'énergie, donc de l'espace des paramètres. Mais évidemment, l'utilisation des QEL nécessite d'abord qu'on les identifie! C'est ce que nous allons essayer de réaliser dans la section qui suit.

5.2 La sélection des quasi-élastiques

Après l'étape purement algorithmique de recherche de trace, et de reconstruction de l'énergie, nous pouvons procéder à la sélection des événements qui nous intéressent pour cette analyse : les interactions quasi élastiques par courants chargés de ν_μ . Pour réaliser cette sélection, il est essentiel de s'appuyer sur les simulations Monte Carlo d'interactions de neutrinos de faisceau avec les détecteurs. La technique de séparation s'effectue de manière très simple :

- on choisit judicieusement un lot de variables caractérisant au mieux chaque type d'interaction ;
- on optimise des coupures sur ces variables permettant de séparer les événements selon tel ou tel type d'interaction ;
- on applique ces coupures aux événements afin de les rassembler en paquets, selon les critères définis par l'optimisation précédente des coupures.

5.2.1 Caractéristiques des quasi-élastiques

Concrètement, la difficulté de l'exercice est dans le choix de ces variables discriminantes. La première constatation, la plus naïve, est que les QEL produisent une faible composante hadronique. La majorité de l'énergie du neutrino est transmise au muon dans les réactions $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$. Le proton ainsi produit possèdera en moyenne une énergie d'une centaine de MeV, et le détecteur ne le percevra quasiment pas. Les RES, eux, produisent en plus une résonance (en général une $\Delta(1232)$ comme nous l'avons vu dans le chapitre 1) qui se désintègre pour produire des pions. Ainsi, la somme de l'énergie du pion et de celle du recul du nucléon produits génère une partie hadronique plus importante. Cela ne se traduit pas toujours par une gerbe hadronique visible. En effet, le pion étant bien souvent de faible énergie, il ne touche pas plus d'une ou deux bandes avant d'être absorbé par le détecteur. Cependant, l'addition du pion au nucléon provoque un signal au niveau du vertex, sans même que la trace au vertex soit étendue. Quant aux DIS, ils génèrent, eux, une grande composante hadronique qui se traduit par une très forte activité au vertex d'interaction, donc une gerbe hadronique étendue, et beaucoup de lumière déposée dans les bandes.

Nous apercevons déjà deux types de données qui pourront nous aider à constituer les variables discriminantes : la densité de la trace au vertex et la hauteur de signal dans cette même zone. Nous allons donc, dans ce chapitre, utiliser à nouveau la variable densité que nous avons introduite dans le chapitre précédent. En ce qui concerne la hauteur de signal, il s'agira de ce qu'on appelle le "signal corrigé", qui prend le signal correspondant à la bande touchée et qui le traite en fonction des données de calibrations présentées au chapitre 3, comme l'injection de lumière ou de charge pour le système optique et électronique.

Dans un premier temps, voyons comment se comportent les moyennes, sur un événement, des signaux corrigés et des densités.

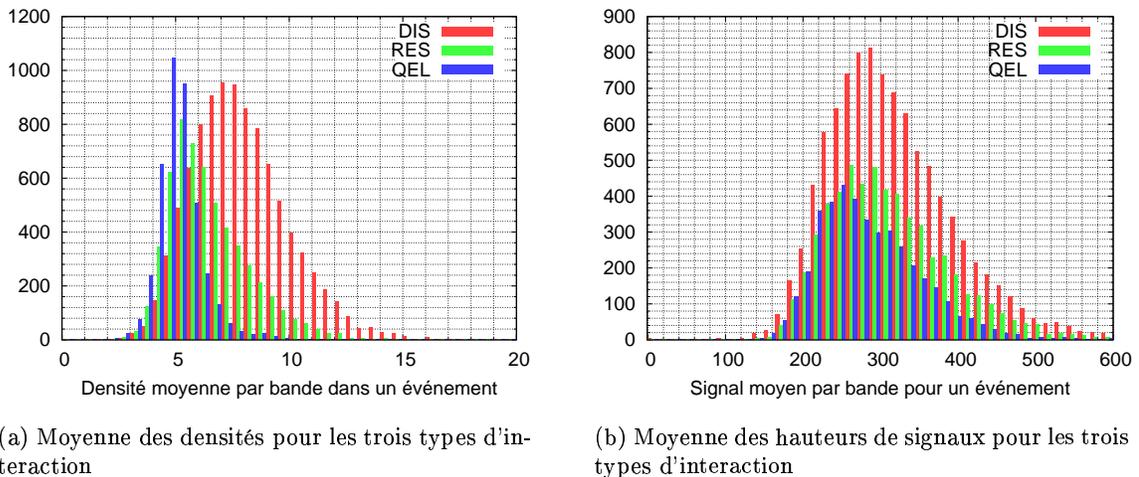


FIG. 5.2: Moyenne des densités et des signaux pour les trois types d'interaction

Ce que l'on peut déjà observer, est que la moyenne de signal par bande ne donne pas une variable

très discriminante, car les événements QEL sont complètement noyés dans les autres RES et DIS. Cependant, nous verrons qu'il est possible de trouver une autre variable utilisant la hauteur du signal, beaucoup plus discriminante. Quant à la densité, la moyenne constitue déjà une variable efficace. Du moins, on distingue bien les QEL des DIS.

Variables de densité

Cependant, en ce qui concerne cette densité, on peut être plus précis pour différencier les QEL des DIS. Même s'il arrive qu'on observe des petites gerbes sur un événement QEL, elles restent peu étendues et en faible nombre. Or la moyenne, en figure 5.2(a), peut parfois être affectée par ces rares exceptions dans la trace, et être rendue peu fiable à cause d'une trop grande variance. Nous allons pour cela former une autre variable de la manière qui suit.

On considère, pour chaque événement, le nombre de bandes dont la densité est au dessus d'une densité seuil. Les figures 5.3 montrent le comportement de cette variable en fonction de la densité seuil.

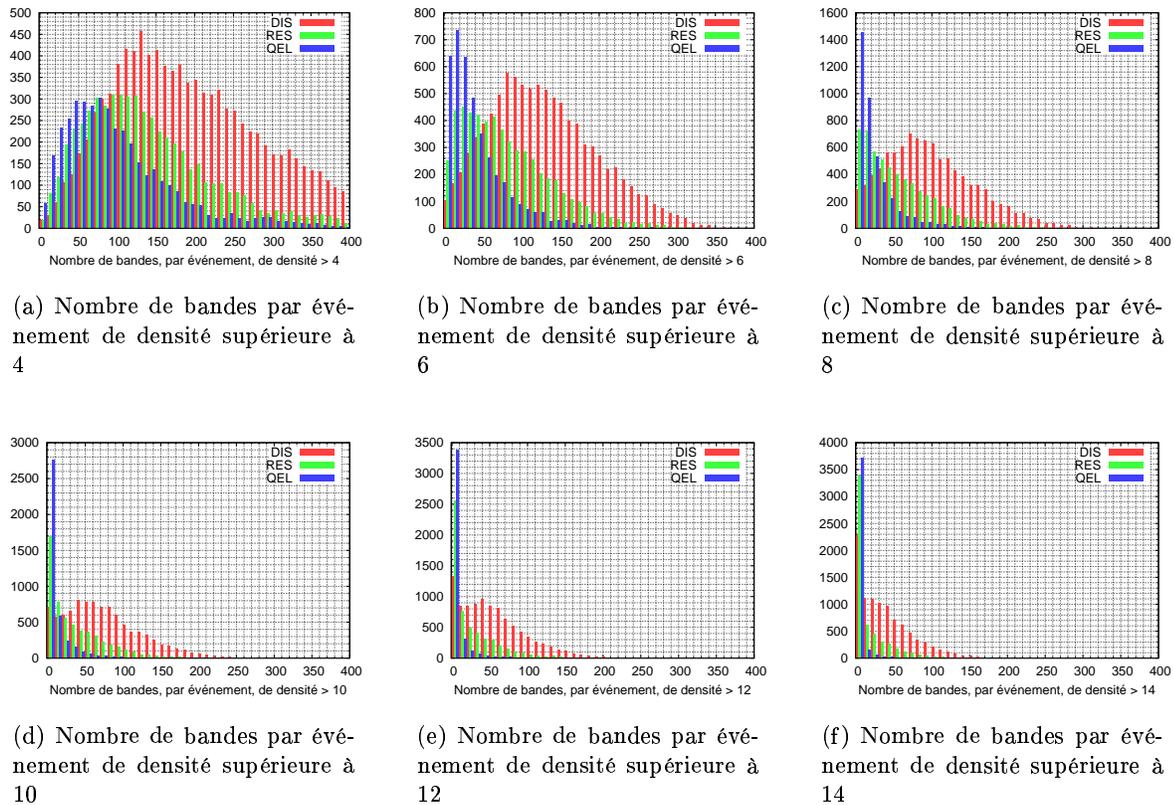


FIG. 5.3: Nombre de bandes par événement de densités supérieures à 4, 6, 8, 10, 12, et 14

On voit que le seuil de densité a une grande importance dans la séparation des types d'événements, et constitue notre meilleure type de variable. En jouant sur les coupures, nous pourrions rejeter une majeure partie des DIS. En fait, il y a une grande partie des DIS et des RES que

l'on peut à peine distinguer d'un QEL. Ce type d'événement pose problème dans le sens où l'on aura du mal à isoler totalement les QEL. Cependant, ces faux QEL auront naturellement une énergie hadronique faible (du fait de leur similitude avec un QEL), ce qui leur donnera le bon goût d'être assez bien reconstruits, comme nous le verrons dans la section 5.3.

Variables de hauteur de signal

Il s'agit maintenant de trouver une variable discriminante relative à la hauteur de signal. La hauteur de signal correspond au signal corrigé, grâce aux différentes calibrations, en photo-électrons. Plutôt que d'utiliser la hauteur moyenne de signal sur tout l'événement, nous allons nous intéresser à la partie qui distingue les DIS des QEL : le début de la trace. C'est en effet au niveau du vertex que se situe la plus grosse activité hadronique. Pour cela, nous construisons une variable qui moyenne la hauteur de signal par plaque, sur les quatre premières plaques touchées dans l'événement. La figure 5.4 montre la distribution de cette variable pour les trois types d'interactions.

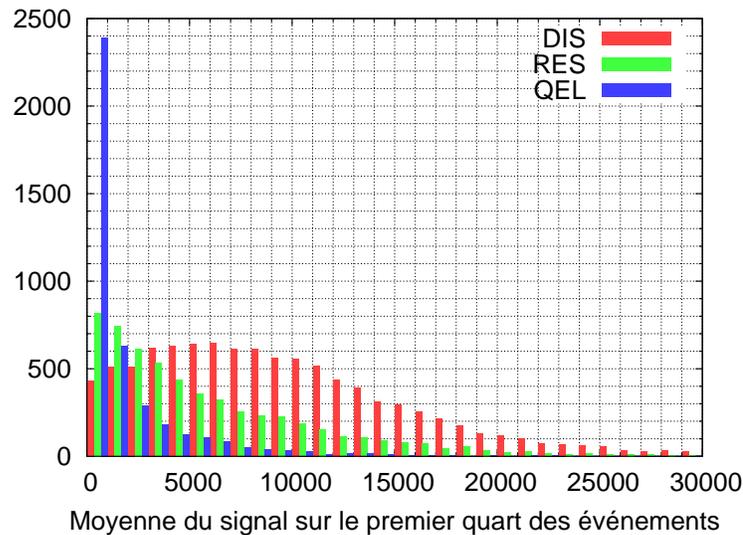


FIG. 5.4: Moyenne du signal sur les 4 premières plaques

Sur cette figure, on peut voir que les valeurs de cette variable, pour les QEL, sont concentrées sur une petite fenêtre des plus faibles valeurs, alors que pour les DIS, les valeurs de la variable sont réparties de façon plus homogène. Cela permettra d'éliminer un grand nombre de DIS. Cependant, nous pouvons voir que des événements non QEL sont toujours logés dans les régions de forte présence de QEL. Encore une fois, les événements de cette région sont indissociables car topologiquement trop semblables. Nous allons tout de même voir comment rejeter un maximum de DIS en croisant les deux variables que nous venons de présenter.

5.2.2 Coupure sur les distributions

Ayant présenté les deux variables discriminantes que nous souhaitons utiliser, nous pouvons maintenant les coupler afin d'accroître leur pouvoir discriminant. Il est intéressant de regarder les distribution des événements, pour les trois types d'interaction dans l'espace à deux dimensions des deux variables, comme illustré sur les graphes de la figure 5.5

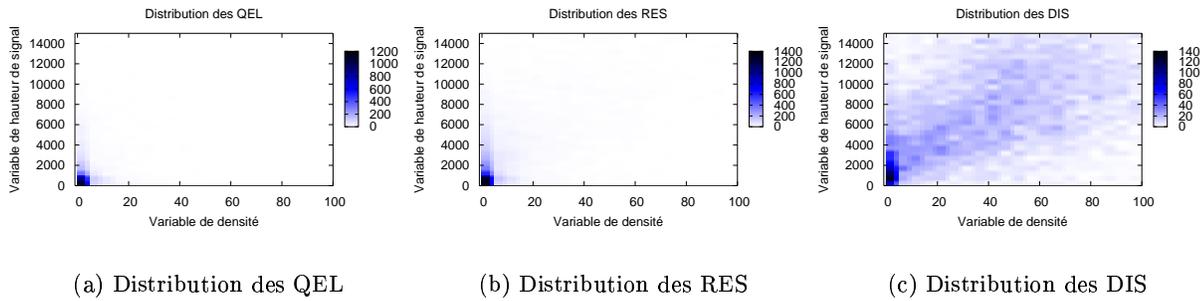


FIG. 5.5: *Distribution des événements dans l'espace des variables de densité et de hauteur de signal*

Sur cette figure, on peut voir que les QEL et les RES ont globalement le même comportement : les événements sont principalement concentrés pour les petites valeurs des variables, comme on s'y attendait en ayant vu les distributions individuelles. Quant aux DIS, on remarque que la distribution est beaucoup plus dispersée, et par conséquent, la quantité d'événements de ce type dans les bins les plus remplis plafonne à 140, comparativement à 1200 et 1400 pour les QEL et RES respectivement. Ceci présage d'une bonne réjection des DIS.

Afin de réellement comparer ces trois distributions, les graphes de la figure 5.6 donnent la proportion de chaque type d'événement pour chaque couple de valeurs de variables discriminantes, dans l'espace de leurs valeurs.

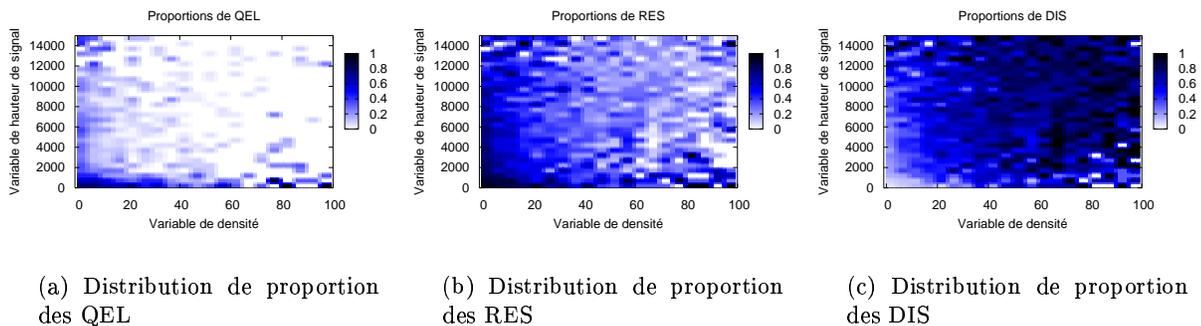


FIG. 5.6: *Distribution de proportions des types d'événements dans l'espace des variables de densité et de hauteur de signal*

Sur cette nouvelle figure, le caractère antagoniste des QEL et DIS est plus visible, et l'on voit plus clairement également, que les événements de type RES sont un intermédiaire entre les deux

autres.

La question se pose maintenant de savoir comment l'on va procéder à la séparation des lots d'événements que l'on souhaite garder, et de ceux que l'on jette. Nous avons déjà pressenti qu'il ne serait pas possible d'approcher d'un lot de QEL pur (sans sacrifier une grande proportion d'entre eux), et les proportions de la figure 5.6 nous le confirme. On voit en effet que les régions les plus denses en QEL ne correspondent pas à des proportions très élevées, mais que ces régions sont partagées globalement avec les RES. Ainsi, il est plus raisonnable de rejeter un maximum de DIS, plutôt que de chercher à ne garder qu'exclusivement des QEL. Pour ce faire, pour chaque portion d'espace de valeurs de variables discriminantes, un événement sera conservé si :

$$\begin{cases} P_{\text{QEL}} + P_{\text{RES}} > P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}} \\ P_{\text{RES}} + P_{\text{DIS}} < P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}, \end{cases} \quad (5.3)$$

où P_{QEL} , P_{RES} , et P_{DIS} , sont les proportions représentés sur les figures 5.6(a), 5.6(b), et 5.6(c) respectivement, et où $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$ représentent des proportions seuil de tolérance de sélection d'un non DIS et de rejection d'un non QEL.

Ces conditions permettent donc de séparer les événements en deux lots contenant (malheureusement) tous les types d'événements, mais en des proportions différentes qui permettent de déterminer ce que l'on appelle l'efficacité et la pureté du filtre.

5.2.3 Efficacité et pureté du filtre

Les compositions en QEL, RES, et DIS, des deux lots d'événements : *type QEL* et *type DIS*, ne dépendent que des deux nombres que nous venons de définir : $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$. Voyons donc comment évoluent ces compositions en fonction des valeurs seuils. Les graphes de la figure 5.7 résument les performances du filtre pour diverses valeurs de seuil.

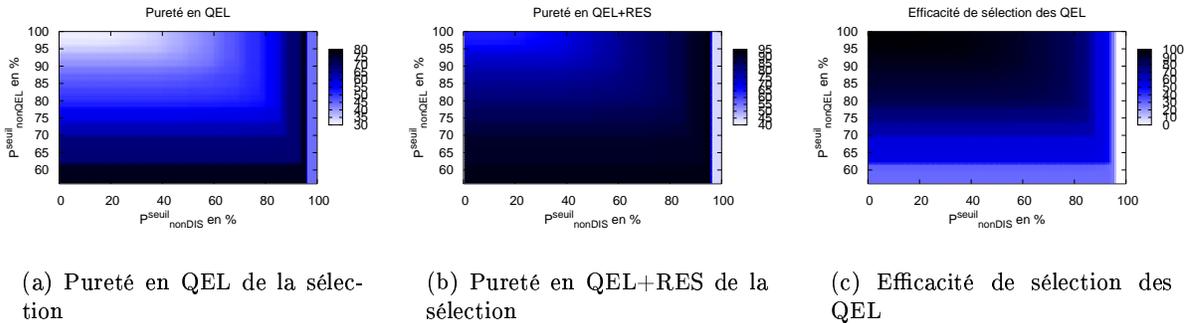


FIG. 5.7: *Puretés et efficacité de sélection du filtre, en fonction des valeurs de seuils $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$*

L'efficacité

L'efficacité est la capacité du filtre à garder les QEL dans le lot sélectionné. Elle est représentée par un nombre défini comme le rapport du nombre de QEL sélectionné sur le nombre total

de QEL traité. Ce nombre est donc compris entre 0 et 1, et nous l'exprimerons en pourcents. Le graphe 5.7(c) donne l'efficacité du filtre pour diverses valeurs des seuils $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$. Comme on peut s'y attendre, l'efficacité augmente avec $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et diminue avec $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$. Le facteur réellement limitant pour l'efficacité est la valeur de ce dernier qui ne donne de bons résultats que sur une faible zone de coupure (>80%), contrairement à $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ qui est potentiellement performant sur une large gamme de valeurs.

La pureté

La pureté représente la quantité relative de QEL dans le lot sélectionné. Elle est exprimée par un nombre défini comme le rapport du nombre de QEL dans le lot sélectionné sur le nombre total d'événements du lot sélectionné. Ce nombre est également compris entre 0 et 1, et il sera également exprimé en pourcentage. Comme nous l'avons vu, les productions de résonance sont souvent très proche des interactions quasi-élastiques, et pour cela, nous évaluons également la pureté de notre sélection en événements "non-DIS", c'est-à-dire l'ensemble des événements étant soit des QEL, soit des RES.

Les graphes 5.7(a) et 5.7(b) donnent la pureté du filtre en QEL et en non-DIS, pour diverses valeurs des seuils de $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$. Pour ces deux graphes, la pureté augmente avec $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ et baisse avec $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$. Leur comportement en fonction des deux paramètres seuils est opposé à celui de l'efficacité. Comme on peut le comprendre facilement, il n'est possible d'avoir une bonne pureté de QEL qu'au prix du sacrifice d'un nombre important de ces derniers, faisant inévitablement chuter l'efficacité. Le tout est de trouver un compromis idéal. Aussi, un des sacrifices que l'on peut choisir de faire est d'accepter la présence non négligeable de RES dans notre lot de "bons événements". On peut voir à ce propos, sur le graphe 5.7(b), que si l'on ne considère pas un RES comme un mauvais événement (sans pour autant le considérer comme un bon), la pureté ne devient plus un problème, car sur une large gamme des deux paramètres seuils, elle est au dessus de 70%.

La bonne combinaison

Il s'agit de faire un compromis judicieux entre la pureté de l'échantillon sélectionné et sa taille. Le choix sera évidemment imposé par nos attentes en terme de performance de reconstruction. Pour ces mêmes raisons, nous ne pouvons pas faire ce travail à ce stade de l'étude, et nous allons faire le choix d'une valeur particulière pour $P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}}$ et $P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}}$ de façon à obtenir une bonne pureté, au sacrifice de l'efficacité. Nous verrons dans la suite que ce choix ne donne pas pour autant de bons résultats à cause justement de la faible statistique que la coupure occasionne. Pour toute la suite, nous choisirons cependant les valeurs :

$$P_{\text{nonQEL}}^{\text{seuil}} = 0.65 \quad (5.4)$$

$$P_{\text{nonDIS}}^{\text{seuil}} = 0.93 \quad (5.5)$$

Donc pour ces valeurs particulières des valeurs seuils, la pureté en QEL est de 70%, la pureté en QEL+RES est de 90%, et l'efficacité de sélection des QEL est de 50%. Grâce à ces coupures, nous obtenons un lot d'événement assez pur en QEL, et très peu contaminé par les DIS. Nous verrons

dans la prochaine section l'influence de chaque type d'événement dans une reconstruction basée sur la cinématique, et qu'une bonne pureté est indispensable.

5.3 L'énergie des neutrinos

Dans une interaction par courant chargé, l'énergie "visible" d'un ν_μ est contenue dans ses composantes muonique et hadronique. Nous nous servons de ce fait pour déterminer le spectre en énergie des neutrinos du faisceau. Nous allons voir que dans les différents types d'interaction il convient d'utiliser ces deux composantes de manière différentes.

5.3.1 La partie hadronique

La reconstruction standard de MINOS permet d'identifier les gerbes et d'en calculer l'énergie. Cette énergie ne peut être évidemment calculée que par calorimétrie. Mais cette fois-ci, on somme l'ensemble du signal perçu dans les bandes touchées, sur toute l'étendue de la gerbe. La conversion entre signal reçu et énergie totale est un processus assez difficile et qui a fait l'objet (entre autre) de la série d'expériences de calibration sur le détecteur miniature du CERN : CalDet. L'importante analyse de ces données de calibration [Kordosky et al., 2003] a permis d'avoir les résultats présentés sur la figure 5.8.

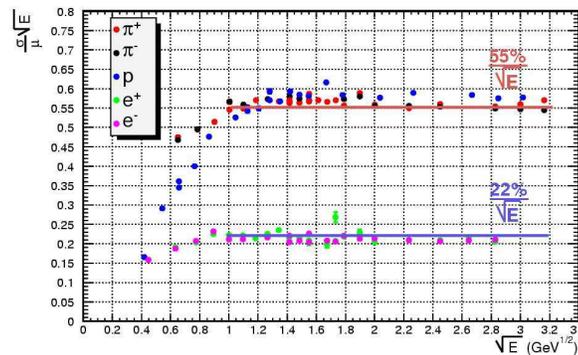


FIG. 5.8: Résolution en énergie de différentes particules dans le calorimètre

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, la résolution en énergie au niveau hadronique est de $\frac{55\%}{\sqrt{E(\text{GeV})}}$ pour des hadrons de plus d'un GeV. En dessous de ce seuil, on voit que pour les protons, la résolution ne dépend plus de l'énergie et stagne à 55%. Pour les pions, la résolution est un peu moins bonne.

5.3.2 Énergie totale

Nous avons vu, dans le chapitre 4, que l'analyse standard de MINOS permet de reconstruire l'énergie du muon à mieux de 10%. Nous venons de voir que celle d'une gerbe hadronique est

déterminée avec une résolution de $\frac{55\%}{\sqrt{E(\text{GeV})}}$. Qu'en est-il alors de l'énergie totale ?

Il y a en fait plusieurs façons de la calculer en fonction de la configuration dans laquelle on se trouve. Dans un premier cas, la partie hadronique est suffisamment importante, donc sa résolution en énergie aussi, on peut alors calculer l'énergie du neutrino comme la somme de l'énergie du neutrino et de celle de la partie hadronique. Dans un second cas, où la partie hadronique porte peu d'énergie, on ne peut pas utiliser son dépôt d'énergie pour calculer l'énergie du neutrino. Il faut alors utiliser la cinématique de l'interaction. Cette cinématique est simple lorsqu'il s'agit d'une interaction $2 \rightarrow 2$, ce qui est le cas pour les QEL, et presque le cas pour les RES. En général, cela ne l'est pas pour les DIS. Discutons les cas d'une interaction $2 \rightarrow 2$ pure.

Soit l'interaction $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + N'$, où N et N' sont des nucléons, ou assimilés¹. On note P_ν l'énergie-impulsion du neutrino incident, et P_μ , P_N , $P_{N'}$ celles du muon et de N et N' respectivement. On note également la décomposition de ces quadrivecteurs de la façon suivante : $P_x = (E_x, -\vec{p}_x)$. Alors l'égalité des invariants relativistes des particules initiales et finales donne :

$$\begin{aligned} (P_\nu + P_N)^2 &= (P_\mu + P_{N'})^2 \\ M_\nu^2 + M_N^2 + 2P_\nu \cdot P_N &= M_\mu^2 + M_{N'}^2 + 2P_\mu \cdot P_{N'} \\ P_\nu \cdot P_N - P_\mu \cdot P_{N'} &= \frac{M_\mu^2 + M_{N'}^2 - M_\nu^2 - M_N^2}{2} \end{aligned}$$

On se met dans un cas un peu plus général que d'habitude, en gardant l'impulsion de N non nulle, et nous la noterons $\vec{\epsilon}$, pour la bonne raison qu'elle est petite devant celle du neutrino ou du muon. De plus, nous considérons que la masse du neutrino est négligeable (voire nulle !). On note également $\theta_{xx'}$ l'angle $(\vec{p}_x, \vec{p}_{x'})$. On trouve alors :

$$\begin{aligned} P_\nu \cdot P_N - P_\mu \cdot (P_\nu + P_N - P_\mu) &= \frac{M_\mu^2 + M_{N'}^2 - M_N^2}{2} \\ P_\nu \cdot (P_N - P_\mu) &= \frac{M_{N'}^2 - M_\mu^2 - M_N^2}{2} + P_\mu \cdot P_N \\ E_\nu (E_N - E_\mu - \epsilon \cos(\theta_{\nu N}) + p_\mu \cos(\theta_{\nu\mu})) &= \frac{M_{N'}^2 - M_\mu^2 - M_N^2}{2} + P_\mu \cdot P_N \end{aligned}$$

Cela donne, pour l'expression finale de E_ν en fonction des différents paramètre cinématiques :

$$E_\nu = \frac{(M_{N'}^2 - M_\mu^2 - M_N^2)/2 + P_\mu \cdot P_N}{E_N - E_\mu - \epsilon \cos(\theta_{\nu N}) + p_\mu \cos(\theta_{\nu\mu})} \quad (5.6)$$

Cette expression complète ne nous est pas d'un grand intérêt puisque nous ne maîtrisons pas l'ensemble des paramètres de l'expression obtenue pour E_ν . Prenons alors le cas où le nucléon cible est au repos, c'est à dire $P_N = (M_N, \vec{0})$ ou encore $\epsilon = 0$. L'expression (5.6) devient l'équation bien connue :

$$E_\nu = \frac{(M_{N'}^2 - M_\mu^2 - M_N^2)/2 + E_\mu M_N}{M_N - E_\mu + p_\mu \cos(\theta_{\nu\mu})} \quad (5.7)$$

Le cas quasi-élastique

Pour un QEL, la réaction est $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$. Étant donné que n et p ont quasiment la même masse² (à 1,3 MeV près), $(M_{N'}^2 - M_N^2)/2 \simeq 1,2 \times 10^{-3} \text{GeV}^2$. Le terme $M_\mu^2/2$, quant à lui vaut

¹Une résonance Δ par exemple...

²Environ 1 GeV

environ $2,5 \times 10^{-3} \text{GeV}^2$. De plus, des muons de trop faibles énergie ne font pas de traces assez longues et sont rejetés, la plupart du temps, par les contraintes minimales de reconstruction. Ainsi, même pour un muon de $0,5 \text{ GeV}$, le numérateur est dominé par $E_\mu M_N > E_\mu (\text{GeV}) \text{GeV}^2$. L'expression (5.7) atteint alors son niveau de simplification maximal :

$$E_\nu = \frac{E_\mu M_N}{M_N - E_\mu + p_\mu \cos(\theta_{\nu\mu})} \quad (5.8)$$

Nous noterons cette expression de l'énergie, E_ν^0 . Dans l'approximation du nucléon cible au repos, il suffit juste de connaître l'impulsion du muon et la masse du hadron sortant.

Le cas de production de résonance à 1π

Dans le cas un peu plus compliqué de la production de résonance, il s'agit d'une interaction, par exemple, du type :

$$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^+ \rightarrow \mu^- + p + \pi^+$$

Nous ne considérerons que le cas de production simple de pions, qui constitue la majorité des RES à basse énergie, comme nous l'avons vu dans le chapitre 4. Ainsi, même si la résonance n'est qu'un état excité du nucléon, elle n'en reste pas moins une particule et l'on suppose que la direction du muon n'est alors déterminée que par la cinématique à 4 corps du premier vertex : $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^+$. Dans ce cas, l'équation (5.7) ne se simplifie pas de la même façon que pour le cas QEL. En effet, en considérant la masse de la résonance dominante $\Delta(1232)$, la différence des masses au carré ($M_{N'}^2 - M_N^2$) vaut environ $0,64 \text{ GeV}^2$. Cette fois-ci cette différence de masses carrées n'est plus négligeable par rapport au terme $E_\mu M_N$, qui est du même ordre de grandeur. Dans le cas des RES on peut écrire (5.7) de la façon suivante :

$$E_\nu = \frac{(M_{N'}^2 - M_N^2)/2 + E_\mu M_N}{M_N - E_\mu + p_\mu \cos(\theta_{\nu\mu})} \quad (5.9)$$

Ce terme supplémentaire introduit donc une différence d'expression entre le cas QEL et RES. Cela provoquera une erreur systématique de reconstruction que nous étudierons dans la prochaine section 5.3.3.

Les autres cas

Dans tous les autres cas, la solution cinématique n'est pas adaptée, et il est préférable de procéder au calcul par les mesures calorimétriques. En effet, lorsqu'on se trouve dans une interaction produisant plusieurs pions, la partie hadronique devient plus énergétique et la mesure calorimétrique plus fiable. Il n'y a alors plus aucune raison de ne pas l'utiliser, car, rappelons le, la méthode cinématique n'est à utiliser que lorsque la partie hadronique n'est peu ou pas visible ! Cependant, dans le cas d'un lot d'événements de type quasi-élastiques, il est rare d'observer une activité hadronique suffisante pour préférer la reconstruction de type $E_{\text{had}} + E_{\text{muon}}$.

5.3.3 Les erreurs systématiques

On se doute bien qu'autant d'approximation dans la modélisation va générer des erreurs que l'on ne pourra pas corriger, mais que l'on peut malgré tout estimer. On ne parle pas des termes $M_{N'}^2 - M_N^2$ ou $M_\mu^2/2$ que l'on a négligés, car ces derniers peuvent être rajoutés dans le calcul, si nécessaire³. On parle plutôt de phénomènes physiques que l'on a omis pour le moment, ainsi que des erreurs que va causer le traitement des événements non quasi-élastiques qui ont échappé au filtre, en tant que quasi-élastiques.

Les effets intra-nucléaires

Parmi les effets nucléaires, beaucoup sont connus pour modifier la section efficace des neutrinos. On y compte le modèle nucléaire comme un gaz de Fermi. Il est gouverné par le principe de Pauli qui interdit deux particules identiques d'être dans le même état d'énergie. Cela implique donc que le nucléon ne soit pas au repos mais qu'il possède une impulsion limitée, par la taille du noyau, à l'impulsion de Fermi notée k_F . Le même principe de Pauli joue un autre rôle qui est celui d'interdire certains états finaux. En effet, si un nucléon, après interaction possède une certaine impulsion, celle-ci ne peut égaler aucun des états d'impulsions déjà occupées dans le noyau, ce qui modifie notablement la section efficace. Outre l'incertitude causée par ce phénomène que l'on appelle la "suppression de Pauli"⁴, il en existe une autre dans la mesure même de l'énergie des produits de l'interaction du neutrino avec le nucléon. En effet, on voit que si l'on a une incertitude sur l'impulsion de départ du nucléon, cela se répercute sur le calcul de l'énergie du neutrino.

La valeur de cette impulsion limite particulière est de l'ordre de 300 MeV. En reprenant l'expression (5.6), on ne rend pas nulle l'impulsion de N ($P_N = (E_N, \vec{\epsilon})$), avec $\epsilon < k_F$. L'énergie E_N est alors clairement dominée par sa masse (par un facteur au moins 30). La figure 5.9 montre l'erreur faite en négligeant les effets intranucléaires pour différentes valeurs de ϵ et de l'impulsion du muon. On a pris, ici, tous les angles égaux à 0.

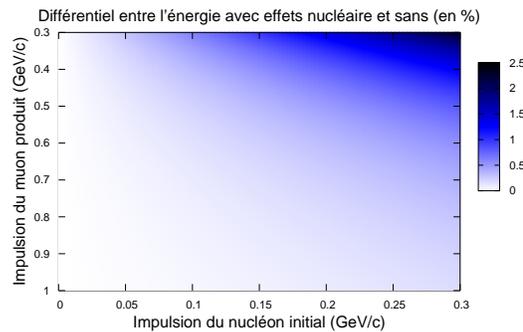


FIG. 5.9: Erreur (en %) faite en négligeant les effets nucléaires de suppression de Pauli dans le modèle de Fermi.

³Le but de ces simplifications n'était qu'esthétique!

⁴Car elle supprime certains états finaux.

Ces effets sont donc très limités, même à grande impulsion ϵ et à petite impulsion du muon. Pour un muon de 0,5 GeV, et pour $\epsilon=0,3$ GeV, on trouve un effet inférieur à 1% sur l'énergie du muon. Sachant que l'on ne reconstruit que très rarement un muon de si faible énergie, on peut conclure que cet effet est négligeable et largement inférieur à 1%.

Il existe un autre effet intranucléaire potentiellement source d'erreur dans le calcul de l'énergie du neutrino, que l'on appelle l'absorption de pion. Comme son nom l'indique, un pion créé au cours d'une interaction neutrino-nucléon a une probabilité non nulle de se faire réabsorbé par le milieu nucléaire. Ceci a pour conséquence de perdre la trace d'une partie de l'énergie hadronique, sous-estimant l'énergie du neutrino incident. Les effets de cette réabsorption ne sont pas très importants dans MINOS bien que le phénomène reste encore mal compris.

Les erreurs systématiques de reconstructions

Outre les effets physiques que nous venons de décrire, il existe d'autres sources d'erreur systématiques qui sont, cette fois-ci, propres à la reconstruction. Il existe alors plusieurs sources :

- l'incertitude sur la détermination de l'énergie des différents produits de l'interaction du neutrino ;
- l'énergie non visible, dissimulée par l'épaisseur des plaques d'acier ;
- l'erreur produite par le choix de la méthode de calcul de l'énergie du neutrino.

Nous avons déjà traité le premier point, car il s'agit ici de la résolution sur la détermination des énergies du muon (par longueur de trace ou par courbure), et des hadrons. Elle est de 10% en moyenne pour les muons et de $55\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$ pour les hadrons. En ce qui concerne le deuxième point, on peut dire que cette erreur est déjà comptabilisée dans le premier point. En effet, la performance de résolution du détecteur prend en compte l'énergie reconstruite par rapport à l'énergie réelle. Un seul effet supplémentaire peut survenir de l'énergie non visible, et il aura une influence directe sur le troisième point.

Le fait de ne pas (ou trop peu) voir un hadron dans une interaction qui n'est pas quasi élastique aura une influence systématique sur les performances de tout filtre QEL. Cet effet est alors cumulé à celui suggéré dans le troisième point, à savoir l'erreur produite en traitant un RES ou DIS comme un QEL. On se propose alors de quantifier l'ampleur de l'erreur brute faite par la reconstruction cinématique pour chaque type d'événement : c'est le but de la figure 5.10. Sur cette figure sont tracées les distributions d'erreur relatives pour les QEL sur 5.10(a), les RES sur 5.10(b), et les DIS sur 5.10(c).

Les événements représentés dans ces distributions sont ceux du lot sélectionné, donc *a priori* des événements à faible composante hadronique. Cela n'empêche en rien la reconstruction cinématique d'être faussée par le fait que la partie hadronique ne soit pas un simple nucléon. Le cas le plus marquant est le celui des productions de résonance qui montre une distribution du même genre que les QEL mais décalée de manière systématique. On sait, de la section précédente, que la différence entre la reconstruction cinématique des QEL et des RES est un terme valant :

$$\Delta E = E_{\nu}^{\text{QEL}}(\text{GeV}) \frac{0,32}{0,939 \times E_{\mu}(\text{GeV})}.$$

À première vue, cette erreur dépend de l'énergie du neutrino et de son muon induit. Elle dépend surtout du rapport des deux, ce qui est, dans les cas des événements à faible activité hadronique,

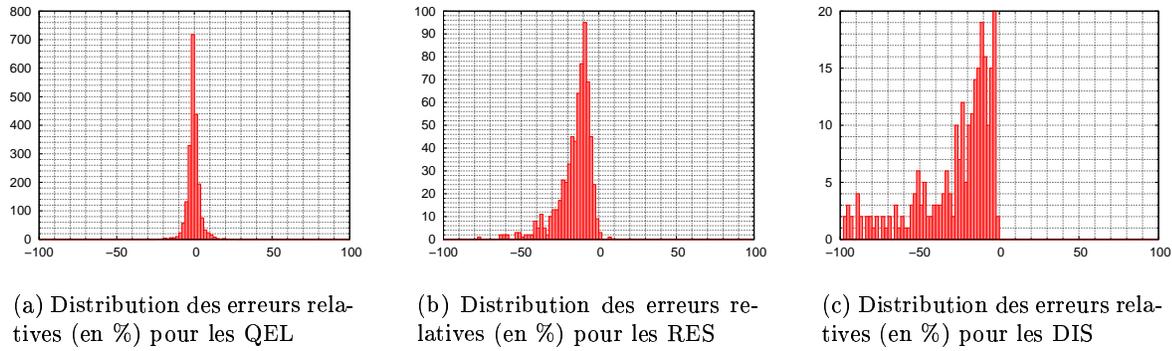


FIG. 5.10: Distribution des erreurs relatives sur l'énergie des neutrinos sélectionnés par la reconstruction cinématique

un nombre proche de 1. Ceci donne $\Delta E \simeq 0,34$. Pour vérifier ce décalage quasi-systématique, il faut regarder non pas l'erreur relative, mais l'erreur absolue qui doit être en moyenne proche de 0,34. C'est effectivement ce que l'on peut voir sur la figure 5.11(a)

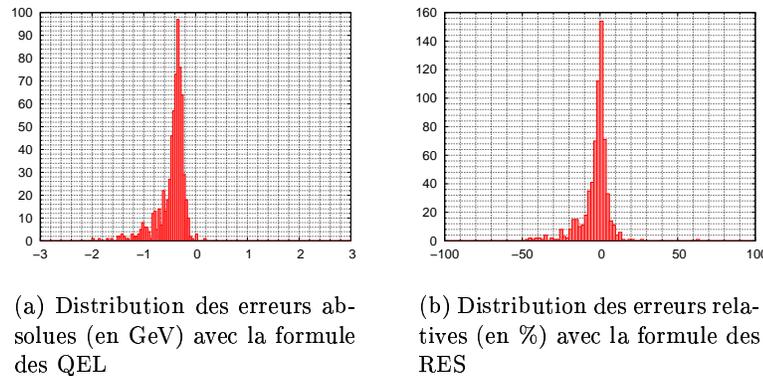


FIG. 5.11: Distribution des erreurs sur l'énergie des RES, (a) en utilisant la formule cinématique des QEL (erreurs absolues), (b) en utilisant la formule cinématique des RES (erreurs relatives).

Sur cette figure, le décalage systématique en énergie est bien proche de 0,34. La queue de distribution dans les valeurs négatives provient justement du fait que le rapport E_ν/E_μ est toujours supérieur à 1. On vérifie d'ailleurs sur la figure 5.11(b) que la formule de la cinématique des RES appliquée aux RES donne de bons résultats. Ceci signifie que si l'on pouvait séparer ces RES des QEL, ils pourraient être reconstruits avec une précision comparable à celle des QEL. Malheureusement, une partie de ces RES est pour le moment indissociable des QEL et lorsqu'on regarde l'erreur relative de reconstruction sur la totalité des événements, on observe la somme des distributions 5.10(a), 5.10(b), et 5.10(c), ce qui donne le graphe de la figure 5.12(a)

De manière plus précise, dans MINOS, on s'intéresse au spectre en énergie des neutrinos, et pour la suite il est important d'évaluer les erreurs localement, par intervalle d'énergie. C'est

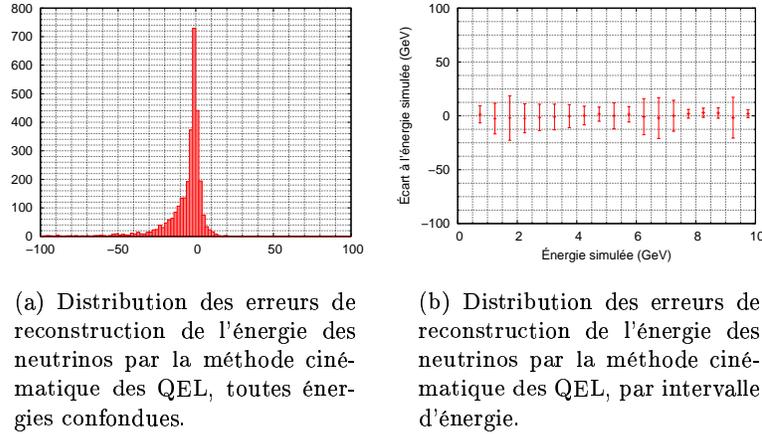


FIG. 5.12: *Distributions de l'erreur de reconstruction de l'énergie des neutrinos, avec la formule cinématique des QEL, pour l'ensemble des événements sélectionnés. Une reconstruction parfaite des muons est ici considérée.*

ce que l'on peut voir sur la figure 5.12(b). Il s'agit des erreurs dues uniquement à la formule utilisée pour reconstruire l'énergie des neutrinos en considérant que les muons sont reconstruits parfaitement en énergie et en direction. Cette erreur dans la méthode de reconstruction conduit à une erreur systématique qui aura tendance à diluer le signal d'un bin à l'autre. La dispersion occasionnée est évidemment dépendante des coupures du filtre que l'on a effectuées, et plus particulièrement du nombre de RES et de DIS dans chaque intervalle d'énergie. Nous pouvons évaluer les proportions de chacun d'eux grâce aux graphes de la figure 5.6, que nous avons présenté à la section précédente. Malheureusement, la reconstruction des muons n'est pas parfaite, et il faut en tenir compte comme erreur supplémentaire pour l'incertitude sur l'énergie des neutrinos. Les erreurs de reconstruction de l'analyse standard ont été présentées en fin de chapitre 4. Les deux erreurs étant évaluées par intervalle d'énergie, nous pourrions les intégrer simplement dans l'analyse de la section suivante.

5.4 Interprétation en terme de paramètres d'oscillation

Comme tout phénomène quantique, la manifestation macroscopique de l'oscillation de neutrinos est de nature statistique, ce qui signifie que l'on ne pourra la mesurer avec précision qu'en accumulant un nombre important d'événements, de manière à ce que les fluctuations statistiques soient négligeables devant le signal.

5.4.1 Méthode d'extraction des paramètres d'oscillation

Comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, l'oscillation est observable sur le spectre en énergie des neutrinos. Il s'agit donc de reproduire la distribution en énergie des neutrinos observés dans les détecteurs proche et lointain. L'idée est de comparer le spectre mesuré au détecteur lointain avec celui auquel on s'attend sans oscillation. Pour effectuer cette extrapolation, on

utilise le spectre mesuré au détecteur proche.

On procède donc par étapes successives :

1. mesure du spectre en énergie des neutrinos dans le détecteur proche ;
2. mesure du spectre en énergie des neutrinos dans le détecteur lointain ;
3. extrapolation du spectre proche \rightarrow lointain, par simulation, pour obtenir le spectre théorique de l'énergie des neutrinos, dans le détecteur lointain, en absence d'oscillation ;
4. comparaison des spectres mesurés et extrapolés, au détecteur lointain en en faisant le rapport (*i.e.* normalisation) ;
5. ajustement des paramètres d'une oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ par la méthode du χ^2 , au rapport des spectres "mesuré / extrapolé", et détermination des contours de confiance avec la vallée de χ^2 calculée.

Nous avons déjà traité les étapes 1 et 2 dans le chapitre précédent et dans celui-ci. En effet, mesurer le spectre revient à déterminer l'énergie des neutrinos détectés dans les deux détecteurs. Il est évidemment indispensable d'effectuer les mêmes coupures dans les deux détecteurs pour ne pas introduire de biais systématique lors de l'extrapolation. Nous supposons que les variables du filtre QEL se comportent de la même manière pour les deux détecteurs. Pour justifier cette hypothèse, il suffit de prendre, dans le détecteur proche, les événements dont le vertex d'interaction est suffisamment proche du début du détecteur pour avoir un maximum de la trace dans la partie calorimétrique qui possède une géométrie identique à celle du détecteur lointain. En faisant ce choix, on restreint un peu le nombre de neutrinos traités, mais étant donnée la statistique très importante du détecteur proche⁵, la restriction n'est pas gênante.

Il nous faut traiter maintenant les points 3, 4, et 5, ce que nous allons faire dans les deux prochaines sections.

5.4.2 Rapport des spectres

Grâce à une simulation Monte Carlo, la collaboration a établi le rapport des spectres théorique entre le détecteur lointain et le proche, que l'on devrait obtenir dans le cas où il n'y a pas d'oscillation. Cela permet en effet de réaliser l'extrapolation du spectre lointain connaissant le proche. Ce rapport théorique, correspondant à la normalisation des deux spectres l'un par rapport à l'autre, est donné par la figure 5.13(a).

Tout d'abord, on peut voir sur ce graphe qu'il y a un rapport global de statistique d'environ 10^{-6} . On voit également que le rapport n'est pas constant en fonction de l'énergie. Enfin, on remarque que les incertitudes, en figure 5.13(b) sont elles aussi variables avec l'énergie. Nous allons donner des raisons à ces différentes observations.

En ce qui concerne la statistique, il faut préciser que le faisceau diverge, très peu, mais suffisamment pour qu'à 730 km, le rapport des spectres atteigne une telle valeur. La surface moyenne S du faisceau de divergence α à une distance L croît comme L^2 et est donnée par :

$$S = \pi (L \tan \alpha)^2 \simeq \pi L^2 \alpha^2$$

Avec une divergence moyenne $\alpha \simeq 4,5 \text{ mrad}$, on trouve une surface correspondant à celle d'un disque d'environ 3 km de rayon. Le rapport de la surface du détecteur lointain et de la section

⁵Il y a en moyenne 10^6 fois plus de statistique dans le détecteur proche que dans le lointain.

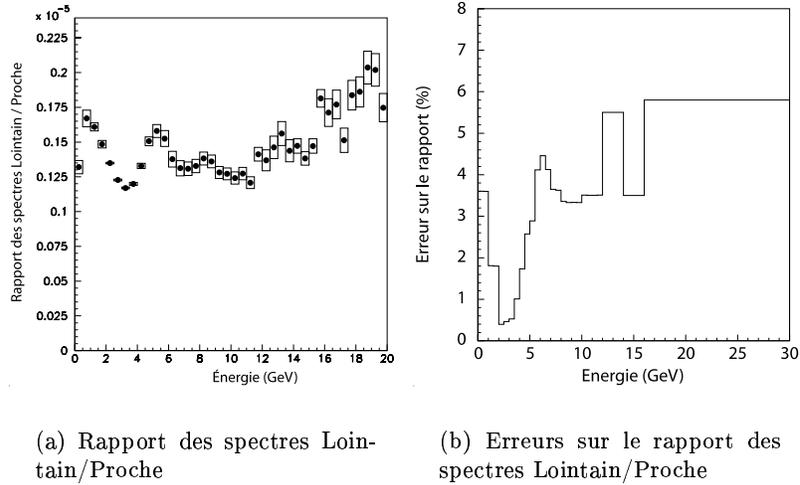


FIG. 5.13: Rapport de normalisation des spectres simulés Lointain/Proche, et ses erreurs et incertitudes systématiques

du faisceau donne un rapport $R \simeq \frac{(4m)^2}{(3,3km)^2} \simeq 1,5 \times 10^{-6}$, correspondant au rapport moyen de la figure 5.13(a).

En ce qui concerne l'inhomogénéité des rapports, il paraît évident, d'après ce qui précède que la dispersion angulaire est fonction de l'énergie des neutrinos, et que les neutrinos issus de pions plus énergétiques seront plus focalisés que ceux de moindre énergie. De plus, l'énergie d'un neutrino produit par la désintégration d'un pion est fonction du facteur γ du pion et de l'angle d'émission dans le référentiel terrestre :

$$E_\nu \propto \frac{1}{1 + \gamma^2 \theta^2}$$

Ceci montre donc que pour un pion d'une énergie donnée, plus le neutrino produit possède une énergie importante, plus il est focalisé. Tous ces résultats sont évidemment, la simple conséquence d'un boost de Lorentz. C'est ce que l'on peut observer qualitativement sur les rapports à hautes énergies qui est plus élevé que la moyenne. Cependant, aux plus basses énergie, la compréhension du phénomène devient plus difficile car les neutrinos de basse énergie peuvent être le produits aussi bien de pions de hautes que de basse énergie. Ainsi le résultat de la simulation ne s'explique pas simplement par un raisonnement qualitatif.

De plus, sur cette figure, on peut voir également les barres d'erreurs associées aux rapports. Celles-ci prennent en compte un grand nombre d'inconnues et de paramètres que l'on ne peut pas maîtriser dans MINOS. La première à laquelle on pourrait penser est la méconnaissance de la composition spectrale exacte du faisceau à sa création. Ici, le problème est un peu différent car la présence du détecteur proche permet justement de s'affranchir de cette nécessité. En effet, le faisceau traversant entièrement le détecteur proche, celui-ci permet de le normaliser en flux et en énergie. C'est un atout essentiel de MINOS qui abaisse de façon considérable les erreurs systématiques que la méconnaissance du faisceau provoquerait. En fait, l'origine de ces barres d'erreur est principalement la façon dont sont produits les neutrinos : ils sont les produits de la désintégration de pions et de kaons dans un tunnel de désintégration d'environ 700 m de long, et d'un mètre de rayon. L'importante longueur du tunnel permet aux hadrons d'avoir le temps de se désintégrer, augmentant ainsi le flux, mais ajoutant l'inconnue de la localisation de la désintégration. Un grand diamètre du tunnel (2 mètres) permet également d'augmenter le flux

en étant moins sélectif sur l'angle des hadrons, mais introduit une autre inconnue sur la position transverse de la désintégration. Ainsi, un neutrino observé au niveau du détecteur proche à une certaine position peut avoir été produit à n'importe quel endroit du tunnel de désintégration, ajoutant une inconnue sur l'angle que sa trajectoire fait avec l'axe principale : détecteur proche - détecteur lointain.

Le dernier problème important que nous avons évoqué est que le faisceau est contaminé en kaon de façon mal déterminée, en flux et en énergie. Or les kaons ont une cinématique de désintégration un peu différente de celle des pions puisque les angles d'émission des neutrinos dépendent de la masse du hadron qui les produisent⁶. Ainsi, la méconnaissance de la composante du faisceau en kaon donne une incertitude supplémentaire sur la divergence du faisceau en fonction de l'énergie. La conclusion de cette partie sur les incertitudes systématiques pour le rapport des spectres lointain/proche est qu'elles sont inférieures à 3% pour $E_\nu < 5\text{GeV}$, et globalement $< 6\%$.

Maintenant, grâce à ce rapport de spectre théorique, nous pouvons déduire d'un spectre mesuré au détecteur proche, le spectre théorique au détecteur lointain sans oscillation. Les erreurs qui en résulteront seront liées d'une part, à l'erreur du rapport théorique de la simulation (normalisation), mais surtout, d'autre part à la reconstruction des événements pour le détecteur proche. Nous avons supposé plus haut que la reconstruction au niveau du détecteur proche était identique à celle du détecteur lointain, donc nous pouvons utiliser les résultats que nous avons énoncés dans tout ce qui précède. Nous prendrons en considération les incertitudes et erreurs estimées sur les grandeurs suivantes :

- le rapport théorique Lointain/Proche ;
- la détermination de l'énergie du muon ;
- la détermination de l'angle que fait le muon avec le neutrino ;
- la détermination de l'énergie du neutrino par la cinématique du QEL.

L'ensemble de ces erreurs donne une erreur systématique totale sur la détermination finale du rapport réel des spectres oscillé/non-oscillé. En plus de celle-ci, s'ajouteront les fluctuations statistiques, proportionnelles à la racine du nombre d'événements dans chaque intervalle d'énergie considéré (fluctuations en \sqrt{N}).

Nous avons donc un spectre normalisé au détecteur lointain, sans oscillation, et nous pouvons lui appliquer une oscillation pour obtenir un spectre normalisé avec une certaine oscillation (correspondant à des paramètres d'oscillation précis, dits paramètres d'entrée). À ces deux lots d'événements, on applique la reconstruction. Les graphes de la figure 5.14 montrent la formation du rapport des spectres pour les spectres simulés purs, et ceux issus de la reconstruction.

On peut voir que la reconstruction a tendance à diluer le spectre. Cet effet de flou peut se comprendre en prenant en compte le fait que l'erreur de reconstruction sur l'énergie fait passer un neutrino d'un certain intervalle d'énergie à un autre. En moyenne, plus un intervalle est peuplé, plus il donne à ses voisins une partie de ses événements. La conséquence de ceci est que plus il y a de variations violentes dans le spectre, et plus celui-ci est déformé par la reconstruction. Ici, les variations étant assez douces, la forme générale du spectre est conservée. De plus, on peut voir que sur le spectre réel des événements sélectionnés il n'y a pas d'événements de moins de 0,5 GeV. Ceci est une pure conséquence de la sélection effectuée, qui rejette les événements de faible étendue spatiale. Cependant, une fois reconstruits, les événements de l'intervalle entre 0,5 et 1 GeV se font passer pour moins de 0,5 GeV induisant un rapport sur ce dernier intervalle (0 - 0,5 GeV) qui n'a pas de signification, et qui sera coupé pour la suite.

⁶Le kaon a une masse d'environ 494 MeV/c², et le pion en a une d'environ 140 MeV/c².

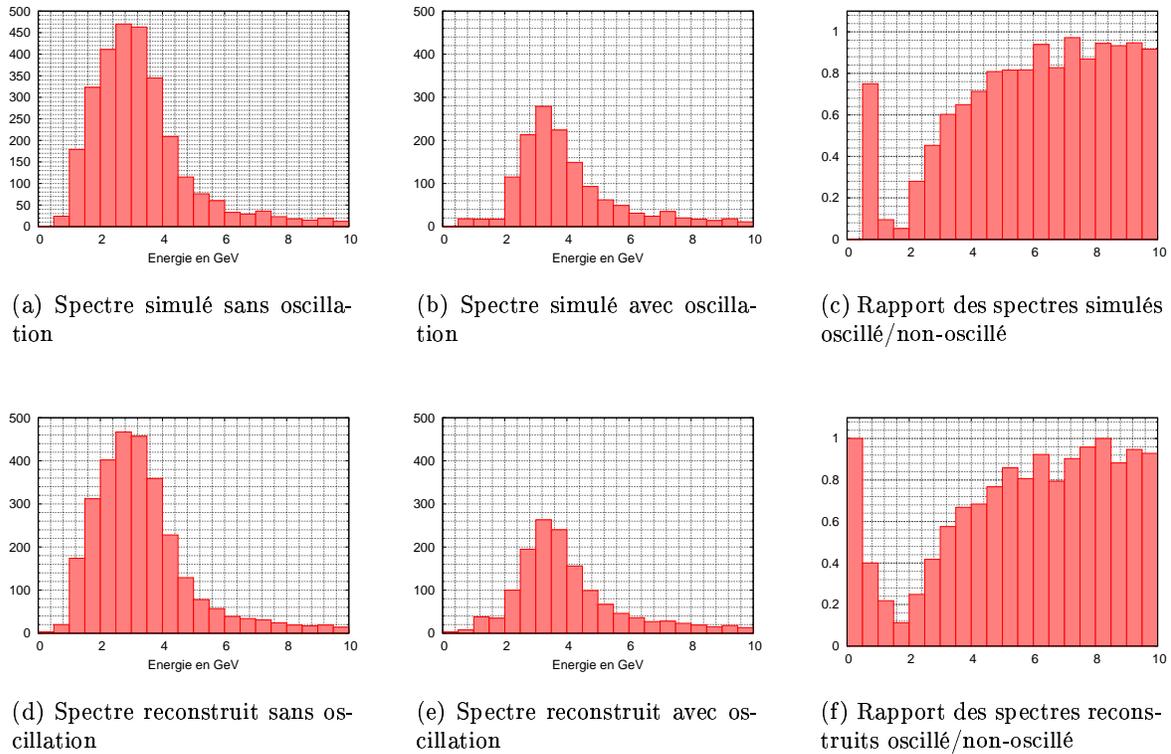


FIG. 5.14: Formation des rapports de spectres oscillés/non-oscillés, simulés et reconstruits. Il s'agit d'un oscillation à deux neutrinos dont les paramètres d'entrée sont : $\sin^2(2\theta) = 1$ et $\Delta m^2 = 2,5 \times 10^{-3}$. Les spectres représentés correspondent aux événements sélectionnés par le filtre.

Pour en revenir à l'effet de dilution, il peut être compris de la façon suivante. Nous schématiserons le spectre réel comme un histogramme à une dimension, c'est-à-dire une succession de distributions plates. Considérons maintenant un seul de ces intervalles. Il s'agit d'une "fenêtre". Nous supposerons qu'une erreur systématique identique soit faite sur la détermination de l'énergie pour l'ensemble des événements de cet intervalle.

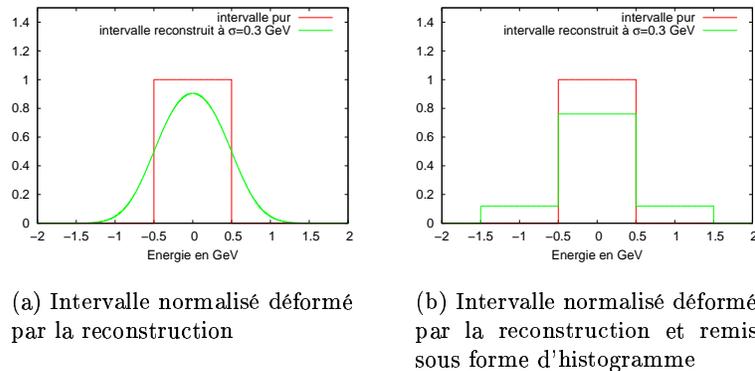


FIG. 5.15: Déformation d'un intervalle par reconstruction

Alors, pour un intervalle de 1 GeV, et une erreur systématique de 0,3 GeV, on obtient la déformation d'une distribution rectangulaire en une fonction représentée sur la figure 5.15(a). On voit qu'une partie des événements débordent sur l'intervalle adjacent. Ceci conduit à la multiplication par 0,76 de la valeur du bin central et de l'augmentation des bins adjacents de 12% de la valeur du bin central. C'est ce que l'on peut voir sur la figure 5.15(b), où la fonction a été transformée en histogramme par intégration.

De manière plus générale, si l'erreur vaut σ , une étude analytique montre que l'intervalle de largeur δ verra sa valeur multipliée par la fonction :

$$\frac{1}{2} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{-\frac{\delta}{2}} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(\delta + 2x)}{\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(-\delta + 2x)}{\sigma} \right) \right) dx,$$

avec $\operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-t^2} dt$. Ainsi, lorsque l'on procède à la reconstruction du spectre, il apparaît une corrélation entre l'incertitude sur la hauteur de chaque intervalle et la hauteur des intervalles voisins. Si nous appelons α le coefficient d'atténuation d'un intervalle dû à une erreur de largeur σ , il existe une relation entre ces deux grandeurs qui est représentée par le graphe de la figure 5.16.

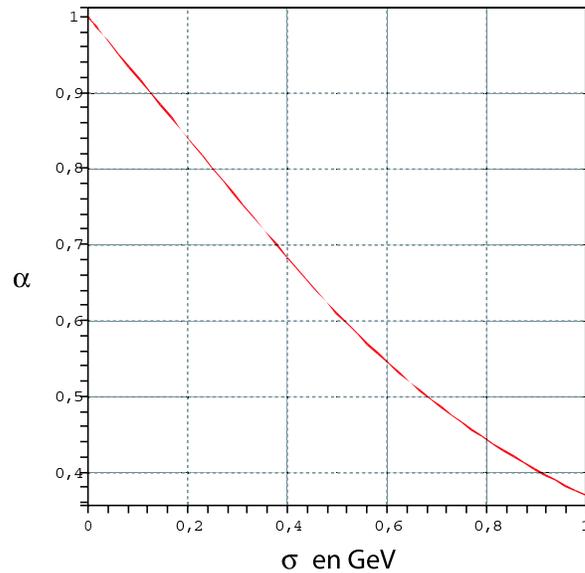


FIG. 5.16: Relation entre l'atténuation propre α d'un intervalle, et l'erreur de reconstruction de largeur σ

La prise en considération de cet effet est l'objet de la section suivante.

5.4.3 Contours de confiance pour les QEL

À ce stade, il ne nous reste qu'à compiler l'ensemble des résultats que nous avons obtenus pour faire l'analyse de physique à proprement parlé, celle de la détermination des paramètres d'oscillation du ν_μ . Pour cela, Nous allons procéder à une analyse par minimisation du χ^2 , en utilisant le rapport des spectres mesurés associés aux erreurs systématiques et statistiques. L'estimation des erreurs étant évidemment la partie la plus critique de l'analyse.

des deux spectres, l'erreur associée vaut :

$$\left(\frac{\sigma_{R_i}}{R_i}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{S_i^{\text{osc}}}}{S_i^{\text{osc}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{S_i^{\text{non-osc}}}}{S_i^{\text{non-osc}}}\right)^2, \quad (5.12)$$

où R_i est le rapport des spectres théoriques sur l'intervalle i , et S_i^{osc} et $S_i^{\text{non-osc}}$ sont respectivement les spectres théoriques avec et sans oscillation. Les incertitudes statistiques seront liées au spectre oscillé, donc lointain, et les incertitudes systématiques, au spectre non-oscillé servant de référence de normalisation et déterminé à partir des neutrinos au détecteur proche. Ainsi, pour $\sigma_{S_i^{\text{osc}}}$, nous prendrons les expressions de l'équation (5.11), et pour $\sigma_{S_i^{\text{non-osc}}}$, les valeurs de la figure 5.13(b). Alors, en effectuant l'ensemble de ces opérations, l'incertitude totale associée au rapport des spectres est synthétisé par le graphe 5.17.

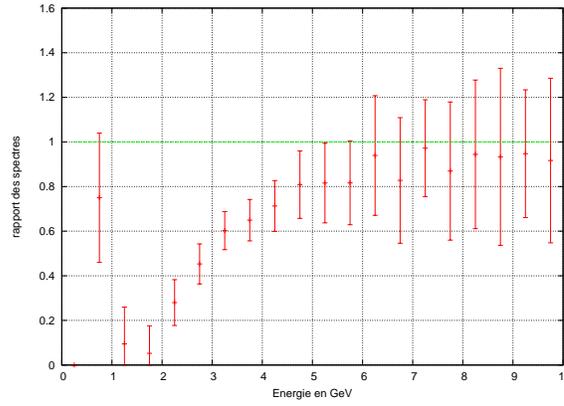


FIG. 5.17: Rapport des spectres simulés oscillé/non-oscillé. Les barres d'erreur correspondent à l'erreur totale, systématique et statistique pour une accumulation de données de 2 ans, soit 7×10^{20} protons sur cibles.

Ajustement d'une oscillation au rapport

À partir de ce rapport, nous pouvons effectuer l'ajustement par χ^2 , par comparaison des rapports théorique oscillé et observés :

$$\chi^2 = \sum_{\text{bins } i} \frac{R_{\text{théo}}(i) - R_{\text{obs}}(i)}{\sigma_{\text{total}}(i)}$$

où $R_{\text{théo}}(i)$ est l'effet théorique de l'oscillation sur le rapport, c'est-à-dire :

$$R_{\text{théo}}(i) = \frac{1}{\delta E} \int_{\text{intervalle } i} \left(1 - \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(1, 27 \Delta m^2 \frac{730}{E(\text{GeV})} \right) \right) dE$$

avec δE étant la largeur d'un intervalle ; quant à $R_{\text{obs}}(i)$, il s'agit de la valeur du rapport mesuré (ici, simulé!!). Il y a donc 2 degrés de liberté dans ce χ^2 , et il s'agit des paramètres d'oscillation. Nous l'avons donc calculé pour un ensemble de couple $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$, et le résultat de ce calcul est montré en figure 5.18.

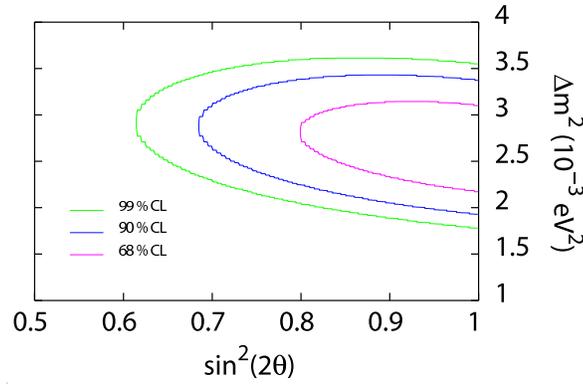


FIG. 5.18: *Contours de confiance dans l'espace des paramètres $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$, pour deux ans de données ou 7×10^{20} protons sur cible. Les paramètres d'entrée sont $(\sin^2(2\theta) = 1, \Delta m^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{eV}^2)$.*

Cette figure montre les lignes de niveau correspondant aux surfaces de l'espace des paramètres pour lesquelles les paramètres d'oscillation sont à 1σ , 3σ , 5σ du meilleur ajustement (χ^2 minimum). On peut voir que les contours ne sont pas très performants par rapport aux possibilités de MINOS. Mais en accumulant plus de statistique, sur 6 ans, on obtient le graphe 5.19, qui est plus intéressant, et qui donne comme meilleur ajustement, les valeurs d'entrée des paramètres d'oscillation ($\sin^2(2\theta) = 1, \Delta m^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$).

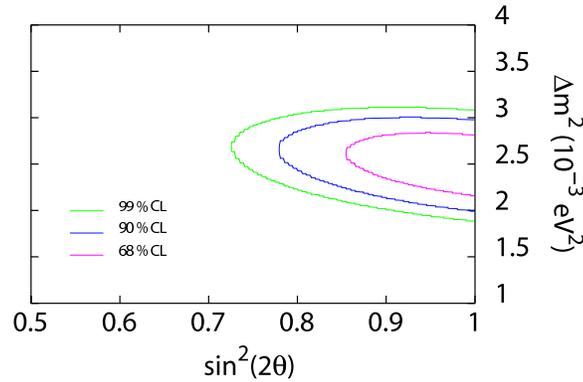


FIG. 5.19: *Contours de confiance dans l'espace des paramètres $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$, pour 25×10^{20} protons sur cible. Les paramètres d'entrée sont $(\sin^2(2\theta) = 1, \Delta m^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{eV}^2)$.*

Nous pouvons voir que même après les 6 ans de données, l'encadrement de Δm^2 est similaire à celui de Super Kamiokande (montré en figure 2.6), mais moins bon que celui que l'analyse de MINOS compte obtenir au bout du même temps, à savoir un encadrement de Δm^2 à 10% (*cf* 3). Cette différence s'explique par le potentiel d'optimisation de notre analyse qui n'a pas pu être exploité dans sa globalité. De plus, nous n'avons pas mené l'analyse de la même façon que la collaboration l'a fait. En effet, toute la partie sur l'influence des erreurs de reconstruction sur la forme du spectre n'est pas traitée de la même façon par la collaboration.

Pour ce qui est de l'analyse QEL même, un jeu sur les paramètres de coupure aurait pu certainement donner lieu à des résultats plus intéressants. Nous avons pu vérifier également que cette analyse a un potentiel non négligeable, bien qu'en début de développement, car elle donne des

résultats cohérents avec la réalité, et peut observer une oscillation. Pour mener à bien la fin de cette analyse, il serait important d'étudier le comportement des erreurs statistique et systématique en fonction des coupures, tant au niveau des variables discriminantes que des P^{seuil} . Cela exige encore un important investissement, notamment en temps de calcul, pour étudier l'ensemble des possibilités.

Conclusion

Au fil des deux derniers chapitres, nous avons pu constater que traiter les données comme celles de MINOS demande un traitement informatique lourd et couteux en temps. Le fait que les détecteurs soient magnétisés apportent une difficulté supplémentaire au niveau du traitement des données, mais un grand bénéfice pour l'information que l'on peut en tirer. L'analyse par courbure des trajectoire des muons issus des interactions des neutrinos par courants chargés est un atout essentiel dans l'analyse permettant d'augmenter considérablement le volume fiduciel, et donc, la statistique. La reconstruction alternative que nous avons proposée au chapitre 4 se base essentiellement sur cet aspect. Bien que l'analyse menée au bout ne donne pas de résultats aussi probants que ceux de l'analyse standard de MINOS, la recherche des traces de muons à l'aide de la transformation de Hough à trois dimensions peut être insérée dans l'algorithme standard dans le but d'amorcer la reconstruction par le filtre de Kalman (utilisé dans la reconstruction standard). Pour cette raison, il serait nécessaire de pousser davantage l'étude de notre reconnaissance de traces, en appliquant des algorithmes de convergence plus performants que ceux utilisés, ainsi qu'en recherchant une nouvelle fonction à trois paramètres qui s'ajusterait mieux à la courbure générale de la trace. L'avantage d'un tel module d'amorçage permettrait améliorer les performances en rapidité et en précision de la reconnaissance de muons, donc de courants chargés.

En ce qui concerne le travail sur le filtrage des événements, le but est tout autre. L'idéal étant de pouvoir séparer l'ensemble des événements par type d'interaction : courants neutres / courants chargés, mais également au sein des courants chargés, on souhaite pouvoir séparer les QEL, les RES, et les DIS. L'objet de notre filtre consiste à isoler les QEL. Nous avons vu que séparer les QEL des RES est loin d'être évident, à cause, entre autre, de la granularité du détecteur. Cependant, nous avons élaboré un filtre basé sur deux variables discriminantes que nous avons construits, en partie grâce à l'analyse du chapitre 4, et qui permet d'obtenir un lot d'une bonne pureté, mais d'une efficacité encore trop faible. La séparation événement par événement pour un oeil habitué, peut donner de meilleurs résultats, ce qui laisse présager qu'en élaborant encore les critères de sélection on pourrait améliorer de façon considérable le filtre, et ce déjà en poussant l'étude de nos variables de seuil qui n'ont pas pu être optimisées, faute de temps. Comme nous l'avons signalé en fin de chapitre 5, il serait nécessaire d'étudier les contours de confiance induits par chaque type de coupure et chaque valeur des variables de seuil, pour en déduire la configuration optimale de permettant de retrouver l'oscillation avec le plus de précision. Cela constitue évidemment un travail important et gourmand en temps de calcul et de traitement.

L'étape suivante consisterait alors à adapter de nouvelles variables, encore plus discriminantes, afin de pouvoir séparer les QEL des autres interactions, voire d'utiliser un réseau de neurones⁷

⁷Une telle analyse par réseau de neurones existe déjà dans la collaboration pour de nombreux domaines comme

simulant justement la reconnaissance événement par événement par l'oeil humain...

L'évolution de l'analyse de MINOS n'est donc pas en butée, et une recherche sans relâche de la meilleure précision possible sur les paramètres 23 de l'oscillation est un élément déterminant pour les expériences de neutrino de prochaine génération comme les expériences dites "off-axis" aux États-Unis pour Nova ou au Japon pour T2K. De même, les flux de neutrinos, après oscillation, auprès des expériences sur réacteur sont directement liés à Δm_{23}^2 . Ainsi, une bonne connaissance préalable de ces paramètres est un atout important pour limiter les incertitudes systématique dans la mesure de θ_{13} puis de la phase de violation de CP accessible en théorie aux expériences par disparition.

Bibliographie

- [Aharmim et al., 2005] Aharmim, B. et al. (février 2005). *preprint*, arXiv :nucl-ex/0502021.
- [Ahmed et al., 2004] Ahmed, S. N. et al. (2004). Measurement of the Total Active ^8B Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity. *Physical Review Letters*, 92(18) :181301–+.
- [Aitchison and Hey, 2004] Aitchison, I. J. R. and Hey, A. J. G. (2004). *Gauge theories in particle physics : A practical introduction, 3rd ed. vol. 2 (454p)*. Bristol, uk : Iop edition.
- [Aliu et al., 2005] Aliu, E. et al. (2005). Evidence for muon neutrino oscillation in an accelerator-based experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :081802.
- [Allaby et al., 1988] Allaby, J. V. et al. (1988). Total cross-sections of charged current neutrino and anti-neutrino interaction on isoscalar nuclei. *Z. Phys.*, C38 :403–410.
- [Andreopoulos and Gallagher, 2005] Andreopoulos, C. and Gallagher, H. (2005). Tools for neutrino interaction model validation. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 139 :247–252.
- [Apollonio et al., 1998] Apollonio, M. et al. (1998). Initial results from the CHOOZ long baseline reactor neutrino oscillation experiment. *Physics Letters B*, 420 :397–404.
- [Araki et al., 2005] Araki, T. et al. (2005). Measurement of neutrino oscillation with kamland : Evidence of spectral distortion. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :081801.
- [Budd et al., 2005] Budd, H., Bodek, A., and Arrington, J. (2005). Vector and axial form factors applied to neutrino quasielastic scattering. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 139 :90–95.
- [Cohen-Tannoudji, 1973] Cohen-Tannoudji, C. (1973). *Mécanique quantique Vol. 1*. Hermann 890 p.
- [Eidelman et al., 2004] Eidelman, S., Hayes, K., and Olive, K. . (2004). Review of Particle Physics. *Physics Letters B*, 592 :1+.
- [Fuchs et al., 2004] Fuchs, T., Gegelia, J., and Scherer, S. (2004). Electromagnetic form factors of the nucleon in relativistic baryon chiral perturbation theory. *J. Phys.*, G30 :1407–1426.
- [Gallagher, 2002] Gallagher, H. (2002). The neugen neutrino event generator. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112 :188–194.
- [Gamow and Teller, 1936] Gamow, G. and Teller, E. (1936). Selection rules for the beta disintegration. *Phys. Rev.*, 49 :895–899.
- [Goldhaber et al., 1958] Goldhaber, M., Grodzins, L., and Sunyar, A. (1958). Helicity of neutrinos. *Phys. Rev.*, 109 :1015–1017.
- [Goldstone et al., 1962] Goldstone, J., Salam, A., and Weinberg, S. (1962). Broken symmetries. *Phys. Rev.*, 127 :965–970.
- [Kodama et al., 2001] Kodama, K. et al. (2001). Observation of tau-neutrino interactions. *Phys. Lett.*, B504 :218–224.

- [Kordosky et al., 2003] Kordosky, M. et al. (2003). Caldet hadron data and analysis. Technical report, NuMI-NOTE-ANA-947.
- [Petcov, 2004] Petcov, S. T. (2004). Neutrino masses, mixing, Majorana CP-violating phases and $(\beta\beta)_{0\nu}$ decay. *New Journal of Physics*, 6 :109–+.
- [Smirnov, 2004] Smirnov, A. Y. (2004). The msw effect and matter effects in neutrino oscillations.
- [Smith, 1972] Smith, C. H. L. (1972). Neutrino reactions at accelerator energies. *Phys. Rept.*, 3 :261.
- [Wolfenstein, 1978] Wolfenstein, L. (1978). Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev.*, D17 :2369.
- [Wu et al., 1957] Wu, C., Ambler, E., Hayward, R. W., Hoppes, D. D., and Hudson, R. P. (1957). Experimental test of parity conservation in beta decay. *Phys. Rev.*, 105 :1413–1415.
- [Yang, 1954] Yang, C.N. et Mills, R. (1954). Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Phys. Rev.*, 96 :191–196.
- [Zuber, 2004] Zuber, K. (2004). *Neutrino physics*. Bristol, UK : IOP (2004).

Résumé

L'enthousiasme de la communauté scientifique pour l'étude des oscillations de neutrinos n'a d'égal que les masses de leurs détecteurs. L'expérience MINOS détermine et compare les spectres proches et lointains des neutrinos muoniques du faisceau NuMI, afin de mesurer deux paramètres d'oscillation : Δm_{23}^2 et $\sin^2(2\theta_{23})$. Les spectres sont obtenus par analyse des interactions par courants chargés dont la difficulté réside dans l'identification des produits des interactions (e.g. muons). Une méthode alternative permettant d'identifier les traces de muons courbées par le champ magnétique des détecteurs, ainsi que de déterminer leurs énergies est présentée dans ce manuscrit. La sensibilité des détecteurs est optimale pour les interactions quasi-élastiques dont une méthode de sélection est proposée, afin d'étudier leur oscillation. Bien que réduisant la statistique, une telle étude introduit moins d'erreur systématique, constituant la méthode idéale à long terme.

Abstract

The enthusiasm of the scientific community for studying oscillations of neutrinos is equalled only by the mass of their detectors. The MINOS experiment determines and compares the near spectrum of muonic neutrinos from the NuMI beam to the far one, in order to measure two oscillation parameters : Δm_{23}^2 and $\sin^2(2\theta_{23})$. The spectra are obtained by analysing the charged current interactions which difficulty lies in identifying the interactions products (e.g. muons). An alternative method identifying the traces of muons, bent by the magnetic field of the detectors, and determining their energies is presented in this manuscript. The sensitivity of the detectors is optimal for the quasi-elastic interactions, for which a selection method is proposed, to study their oscillation. Even though it reduces the statistics, such a study introduces fewer systematic errors, constituting the ideal method on the long range.