



**HAL**  
open science

# SIMULATION DES GRANDES ECHELLES D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS SUPERSONIQUES

Samuel Dubos

► **To cite this version:**

Samuel Dubos. SIMULATION DES GRANDES ECHELLES D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS SUPERSONIQUES. Modélisation et simulation. INSA de Rouen, 2005. Français. NNT: . tel-00011588

**HAL Id: tel-00011588**

**<https://theses.hal.science/tel-00011588>**

Submitted on 11 Feb 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée en vue de l'obtention du titre de

**Docteur**

de

**L'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen**

Discipline : Mécanique

Spécialité : Mécanique des Fluides

par

SAMUEL DUBOS

---

## **SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS SUPERSONIQUES**

---

soutenue le 20 septembre 2005

*Membres du jury*

Rapporteurs :

E. LAMBALLAIS

Professeur à l'Université de Poitiers

O. MÉTAIS

Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble

Examineurs :

L. BOCCALETTO

Docteur ingénieur, CNES, Systèmes Moteurs et Etages

J.-P. DUSSAUGE

Directeur de Recherches au CNRS, IUSTI, Marseille

A. HADJADJ

Maître de Conférences, HDR, INSA de Rouen

D. SAUCEREAU

Ingénieur expert, SNECMA-Moteurs, Vernon

L. VERVISCH

Professeur à l'INSA de Rouen

P. VUILLERMOZ

Docteur ingénieur, EADS Space Transportation, Les Mureaux



*A mes parents*

*A Magali*



## *Avant-propos*

*Cette thèse de doctorat a été réalisée au sein du Laboratoire de Mécanique des Fluides Numériques rattaché au CORIA, UMR CNRS 6614. Je tiens à remercier Monsieur Michel Ledoux, directeur de cette entité, de m'y avoir accueilli.*

*Ces recherches ont été financées par le CNES et la SNECMA, sous l'impulsion de Messieurs Patrick Vuillermoz et Philippe James. Je leur exprime toute ma gratitude. Je remercie également Monsieur Luca Boccaletto du CNES, ainsi que Madame Laure-Sophie Ballester et Monsieur Didier Saucereau de la SNECMA, pour la qualité de nos échanges au long de ces quelques années.*

*Merci à Messieurs Olivier Métais et Eric Lamballais d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Que soient également remerciés Messieurs Jean-Paul Dussauge, Luc Vervisch, Patrick Vuillermoz, Didier Saucereau et Luca Boccaletto pour leur participation au jury.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur Abdellah Hadjadj qui a su encadrer ces recherches tout en me laissant une réelle autonomie et en me témoignant sa confiance.*

*Un grand merci à Monsieur Julien Réveillon pour avoir mis à ma disposition certains moyens informatiques ayant grandement facilité la période finale de cette thèse.*

*Je voudrais de même saluer quelques chercheurs permanents du CORIA, notamment Alain Berlemont et François-Xavier Démoulin, qui, par ouverture d'esprit ont été amenés à s'intéresser à mes travaux. Les marques de sympathie qu'ils m'ont témoigné ont contribué à mettre en confiance le jeune chercheur que je suis.*

*Je tiens également à remercier ici toutes les personnes, les amis, dont j'ai croisé le chemin au CORIA et ailleurs, et qui ont contribué à rendre agréables toutes ces années. Bien qu'il me soit impossible de les citer tous, je voudrais témoigner mon amitié à Julien, Alexandre, Sandra, Sébastien, Thibault, Corine, Matthieu, Gilles et Jean-Bernard, dont la compagnie et les attentions m'ont aidé à surmonter les moments difficiles. Je voudrais de même adresser toute ma sympathie à l'ensemble des doctorants du laboratoire. Je pense notamment aux plus anciens que sont Raphaël, Cyrille, Matthieu, ainsi qu'aux plus jeunes tels que Romain, Cyprien, Camille, David, Pierre-Arnaud, Aurélien et Guillaume qui ont largement contribué à ce qu'il règne une bonne ambiance au sein du laboratoire et souvent au dehors.*

*Je tiens enfin et surtout à remercier mes proches, en particulier mes parents, Lionel et Roberte, pour leur soutien inconditionnel sans lequel ce manuscrit n'aurait pu voir le jour, ainsi que ma compagne, Magali, qui à été si présente, si compréhensive et n'a jamais cessé de m'encourager.*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
1.1	Contextes scientifique et technologique . . . . .	5
1.2	Tuyères décollées et charges latérales . . . . .	6
1.3	Interaction onde de choc/couche limite . . . . .	9
1.4	Cadre et plan de l'étude . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Equations et modélisation de sous-maille</b>	<b>15</b>
2.1	Les équations de Navier-Stokes instantanées pour un fluide compressible . .	15
2.2	Filtrage du système d'équations . . . . .	17
2.2.1	Notions de filtrage . . . . .	17
2.2.2	Extension au cas compressible . . . . .	18
2.2.3	Application au système d'équations et termes de sous-maille . . . . .	19
2.3	Modélisation des termes de sous-maille . . . . .	22
2.3.1	Hypothèses simplificatrices . . . . .	23
2.3.2	Modèle de Smagorinsky . . . . .	24
2.3.2.1	Fermeture pour le tenseur des contraintes de sous-maille . .	24
2.3.2.2	Fermeture pour le flux de chaleur de sous-maille . . . . .	25
2.3.3	Approche dynamique de la LES . . . . .	26
2.4	Simulation des grandes échelles d'écoulements pariétaux . . . . .	30
2.4.1	Résolution spatiale . . . . .	30
2.4.1.1	considérations générales . . . . .	30
2.4.1.2	Cas spécifique des écoulements pariétaux . . . . .	31
2.4.2	Correction anisotrope . . . . .	31

2.4.3	Fonctions d'amortissement . . . . .	32
2.4.4	Simulation des grandes échelles et modélisation de la couche limite . .	33
2.4.4.1	Loi de paroi "zonale" . . . . .	33
2.4.4.2	Simulation des échelles détachées (DES) . . . . .	34
2.5	Conclusion . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Méthodes numériques</b>	<b>37</b>
3.1	Schémas numériques pour les flux convectifs . . . . .	37
3.1.1	Schéma WENO . . . . .	38
3.1.1.1	Principe de base des schémas ENO : cas scalaire monodimen- sionnel . . . . .	38
3.1.1.2	Cas du système conservatif des équations d'Euler . . . . .	40
3.1.1.2.1	Calcul des flux aux variables caractéristiques . . . . .	41
3.1.1.2.2	Partitionnement des flux . . . . .	42
3.1.1.2.3	Reconstruction WENO . . . . .	42
3.1.2	Stratégie de réduction des effets diffusifs : schéma hybride . . . . .	44
3.1.2.1	Le senseur de Ducros . . . . .	45
3.1.2.2	Schéma hybride (WENO5 / Schéma centré d'ordre 4) . . . . .	45
3.2	Schéma numérique pour les flux diffusifs . . . . .	46
3.3	Schéma d'intégration temporelle . . . . .	47
3.4	Validation des schémas numériques . . . . .	48
3.4.1	Tube à choc . . . . .	49
3.4.2	Evolution d'un tourbillon isentropique . . . . .	50
3.4.2.1	Cas stationnaire . . . . .	51
3.4.2.2	Cas instationnaire . . . . .	52
3.4.3	Simulation directe d'une Turbulence Homogène Isotrope 3D . . . . .	52
3.4.3.1	Caractéristiques du cas-test . . . . .	53
3.4.3.2	Influence du schéma numérique pour les termes convectifs .	54
3.5	Conclusion . . . . .	57

<b>4</b>	<b>Couche limite turbulente supersonique à Mach 2.28</b>	<b>59</b>
4.1	Définitions et généralités sur les couches limites turbulentes supersoniques . . .	59
4.2	Présentation du cas-test . . . . .	61
4.3	Caractéristiques de la simulation . . . . .	62
4.3.1	Génération de conditions d'entrée turbulentes . . . . .	63
4.3.1.1	Principe de la méthode de renormalisation . . . . .	64
4.3.1.2	Inconvénients et modification de la méthode . . . . .	66
4.3.2	Autres conditions aux limites . . . . .	68
4.4	Influence du schéma hybride . . . . .	68
4.5	Résultats et discussions . . . . .	69
4.5.1	Acquisition et traitement des statistiques . . . . .	70
4.5.2	Visualisation du champ instantané et de quelques structures cohérentes	71
4.5.3	Corrélations en deux points . . . . .	71
4.5.4	Champ moyen . . . . .	73
4.5.4.1	Variables aérothermodynamiques . . . . .	73
4.5.4.2	Viscosité turbulente . . . . .	76
4.5.5	Champ fluctuant . . . . .	77
4.5.5.1	Tensions de Reynolds . . . . .	77
4.5.5.2	Energie cinétique turbulente et terme de production associé .	80
4.5.5.3	Corrélations $R_{uv}$ et paramètre de structure $a_1$ . . . . .	82
4.5.5.4	Cisaillements visqueux et turbulents . . . . .	84
4.5.5.5	Fluctuations des variables thermodynamiques et corrélations $R_{\rho T}$ . . . . .	85
4.5.5.6	Corrélations $R_{uT}$ et analogie forte de Reynolds (SRA) . . . .	87
4.6	Conclusion . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Interaction onde de choc/couche limite turbulente</b>	<b>91</b>
5.1	Présentation du cas-test . . . . .	91
5.2	Paramètres de la simulation . . . . .	92
5.3	Résultats statistiques et discussions . . . . .	93
5.3.1	Topologie de l'écoulement . . . . .	93

5.3.2	Champ moyen . . . . .	94
5.3.2.1	Comportement du modèle de sous-maille . . . . .	94
5.3.2.2	Évolution longitudinale de la pression pariétale et du coefficient de frottement . . . . .	97
5.3.2.3	Variables aérothermodynamiques . . . . .	98
5.3.3	Champ fluctuant . . . . .	99
5.3.3.1	Tensions de Reynolds et énergie cinétique turbulente . . . . .	99
5.3.3.2	Corrélations $R_{uv}$ . . . . .	103
5.3.3.3	Fluctuations de température . . . . .	103
5.3.3.4	Analogie forte de Reynolds . . . . .	105
5.3.3.5	Fluctuations de pression . . . . .	106
5.4	Caractérisation des instationnarités à basses fréquences . . . . .	116
5.4.1	Position du problème . . . . .	116
5.4.2	Analyse fréquentielle des signaux issus de la simulation . . . . .	117
5.4.2.1	Spectres d'impulsion dans la couche limite amont . . . . .	118
5.4.2.2	Instationnarité du choc réfléchi . . . . .	119
5.4.2.3	Spectres d'impulsion dans la bulle de recirculation . . . . .	121
5.4.2.4	Spectre d'impulsion dans la couche limite en relaxation . . . . .	122
5.5	Conclusion . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>129</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>137</b>

# Nomenclature

## Notations latines

$A, B, C$	: matrices jacobiennes
$c_p$	: capacité calorifique à pression constante
$c_v$	: capacité calorifique à volume constant
$C_s, C_I$	: constantes du modèle de Smagorinsky
$e$	: énergie interne
$E$	: énergie totale
$E[x^n]$	: moment d'ordre $n$ du signal $x(t)$
$f$	: fréquence
$Fl$	: coefficient d'aplatissement (flatness)
$F, G, H$	: vecteurs des flux convectifs
$F_v, G_v, H_v$	: vecteurs des flux visqueux
$k$	: énergie cinétique de la turbulence
$l_k$	: échelle de Kolmogorov
$M$	: nombre de Mach
$Nk$	: nombre d'onde
$p$	: pression statique
$p(x)$	: probabilité
$Pr$	: nombre de Prandtl
$Pr_t$	: nombre de Prandtl turbulent
$q_j$	: $j$ -ème composante du flux de chaleur
$r$	: Constante des gaz parfaits
$Re$	: nombre de Reynolds
$R_{\alpha\beta}$	: corrélation entre les fluctuations des variables $\alpha$ et $\beta$
$Sk$	: coefficient de symétrie (skewness)
$S_{ij}$	: tenseur de déformation
$t$	: temps
$T$	: température statique
$U$	: vecteur des variables conservatives
$u_i$	: $i$ -ème composante de la vitesse
$u_\tau$	: vitesse de frottement à la paroi

$u^+$	: vitesse longitudinale normalisée
$u_{vd}^+$	: vitesse longitudinale normalisée au sens de van Driest
$u, v, w$	: composantes de la vitesse
$x(t)$	: signal temporel
$x_i$	: $i$ -ème composante de l'espace
$x, y, z$	: composantes de l'espace
$x^+, y^+, z^+$	: distances en unités de paroi

## Notations grecques

$\delta$	: épaisseur de couche limite
$\delta_1$	: épaisseur de déplacement
$\delta_2, \theta$	: épaisseur de quantité de mouvement
$\Delta$	: taille du filtre caractéristique en LES
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	: pas du maillage dans les trois directions de l'espace
$\Lambda$	: échelle intégrale de la turbulence
$\varepsilon$	: dissipation de l'énergie cinétique turbulente
$\eta$	: distance à la paroi normalisée par l'épaisseur de couche limite
$\kappa$	: constante de von Karman
$\lambda_c$	: coefficient de conductivité thermique
$\lambda_t$	: échelle de Taylor
$\mu$	: viscosité dynamique moléculaire
$\mu_t$	: viscosité dynamique de sous-maille
$\nu$	: viscosité cinématique
$\nu_t$	: viscosité cinématique de sous-maille
$\Phi$	: senseur de Ducros
$\rho$	: masse volumique
$\sigma_x$	: écart type relatif au signal $x(t)$
$\sigma_{ij}$	: tenseur des contraintes visqueuses
$\tau_p$	: contrainte pariétale
$\tau_v$	: cisaillement visqueux
$\tau_t$	: cisaillement turbulent
$\tau_{ij}$	: tenseur des contraintes de sous-maille

## Indices

$X_p$	: relatif à la paroi
$X_\infty$	: relatif à l'écoulement hors de la couche limite
$X_{inl}$	: relatif à l'entrée du domaine
$X_{resc}$	: relatif à la station de renormalisation

## Exposants

- $X^{inn}$  : relatif à la partie interne de la couche limite  
 $X^{out}$  : relatif à la partie externe de la couche limite

## Notation diverses

- $\overline{X}, \langle X \rangle$  : filtrage ou moyenne au sens de Reynolds  
 $\tilde{X}$  : filtrage ou moyenne au sens de Favre  
 $\check{X}$  : partie résolue d'une quantité filtrée  
 $\hat{X}$  : relatif au filtrage test  
 $X'$  : fluctuations relatives à l'opérateur de filtrage ou de moyenne au sens de Reynolds  
 $X''$  : fluctuations relatives à l'opérateur de filtrage ou de moyenne au sens de Favre

## Abréviations

- AGARD : *Advisory Group for Aerospace Research and Developpement*  
 ATAC : *Aérodynamique des Tuyères et Arrières-Corps*  
 CFL : *Courant Friedrichs Levy*  
 CNES : *Centre National d'Etudes Spatiales*  
 CORIA : *Complexe de Recherche Interprofessionnel en Aérothermochimie*  
 CRIHAN : *Centre de Ressources Informatique de Haute-Normandie*  
 DES : *Detached Eddy Simulation*  
 DFT : *Data Fourier Transform*  
 DNS : *Direct Numerical Simulation*  
 DSP : *Densité Spectrale de Probabilité*  
 ENO : *Essentially Non-Oscillatory*  
 FFT : *Fast Fourier Transform*  
 FSCD : *Flow Separation Control Device*  
 FSS : *Free Shock Separation*  
 HWA : *Hot Wire Anemometry*  
 IDRIS : *Institut du développement des Ressources en Informatique Scientifique*  
 IMST : *Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence*  
 LDA : *Laser Doppler Anemometry*  
 LEA : *Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques*  
 LES : *Large Eddy Simulation*  
 LMFN : *Laboratoire de Mécanique des Fluides Numérique*  
 PDF : *Probability Density Function*  
 RANS : *Reynolds Averaged Navier-Stokes*  
 rms : *root mean square*

RSS	: <i>Restricted Shock Separation</i>
RSM	: <i>Reynolds Stress Model</i>
RTO	: <i>Research and Technology Organisation</i>
SNECMA	: <i>Société Nationale d'Etudes et Conceptions de Moteurs Aéronautiques</i>
SRA	: <i>Strong Reynolds Analogy</i>
TVD	: <i>Total Variation Diminishing</i>
URANS	: <i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
WENO	: <i>Weighted Essentially Non-Oscillatory</i>

# Chapitre 1

## Introduction

---

*Le 11 décembre 2002, le vol 157 d'Ariane 5 échouait. La commission d'enquête déclarera par la suite que des fissures dans le circuit de refroidissement du moteur Vulcain, résultant de charges thermiques et dynamiques élevées, étaient à l'origine de l'accident. Si de tels épisodes malheureux demeurent rares, face aux nombreux succès rencontrés par Ariane, ils suffisent néanmoins à justifier un important effort de recherche, au titre duquel le travail présenté dans ce mémoire ne représente qu'une très modeste contribution.*

---

### 1.1 Contextes scientifique et technologique

Les vols spatiaux ont constitué l'une des plus ambitieuses aventures technologiques du vingtième siècle. Au cours des 50 dernières années, l'être humain a pu, grâce à eux, faire évoluer sa conscience et sa connaissance du milieu qui entoure la planète Terre, ainsi que tirer profit de ce dernier dans le cadre de ses activités au sol. En effet, l'homme moderne exige un accès rapide à une information abondante, dépendant en grande partie de transmissions par satellites, et donc de la réussite de missions spatiales qui restent pour le moins délicates. Afin de satisfaire à ces besoins et faire face à une concurrence aujourd'hui mondiale, les professionnels de l'espace doivent continuellement optimiser le coût des lancements, accroître la charge utile des véhicules, tout en respectant des objectifs draconiens de fiabilité. Il apparaît donc inévitable d'avoir recours à un effort de compréhension et de prédiction des phénomènes physiques susceptibles de placer les lanceurs dans des situations menaçant leur intégrité.

En particulier, un processus efficace de conception de véhicules supersoniques et hypersoniques, requiert l'utilisation de méthodes précises permettant une évaluation correcte des

contraintes aérothermodynamiques. La connaissance des champs moyens et fluctuants de pression ainsi que les échanges thermiques au niveau des surfaces solides s'avère indispensable au bon dimensionnement des engins spatiaux, souvent soumis à de rudes conditions de vol.



FIG. 1.1 – Ascension d'Ariane 5. Tiré de [www.cnes.fr](http://www.cnes.fr).

La propulsion de l'étage principal d'un lanceur est assurée par un moteur alimenté en oxygène et hydrogène liquides, également appelés ergols cryogéniques. Ces derniers sont brûlés dans une chambre de combustion pour produire des gaz qui sont ensuite accélérés dans une tuyère de détente et fournissent la poussée. On distingue trois différents régimes de fonctionnement d'une tuyère, dépendant des niveaux de pression régnant juste en sortie ( $p_s$ ) et dans le milieu ambiant ( $p_a$ ) :

- Si  $p_a = p_s$  on parle de régime adapté.
- Si  $p_a < p_s$ , les gaz achèvent de se détendre dans le milieu ambiant. On parle alors de régime de sousdétente.
- Si  $p_a > p_s$ , les gaz sont recomprimés dans la tuyère ou à la sortie de celle-ci. On parle alors de régime de surdétente.

## 1.2 Tuyères décollées et charges latérales

Un problème technologique important se pose lors de l'exploitation de tuyères surdétendues (adaptées à haute altitude), pour lesquelles la pression chambre n'est pas suffisamment élevée pour que l'écoulement soit supersonique dans toute la tuyère durant la totalité de l'as-

cension : celui-ci est alors recomprimé à travers une onde de choc afin de s'adapter à la pression extérieure. Il est possible que cette recompression s'accompagne d'un décollement de la couche limite (visible sur la figure 1.2), à l'origine de charges mécaniques qui viennent contraindre la structure.

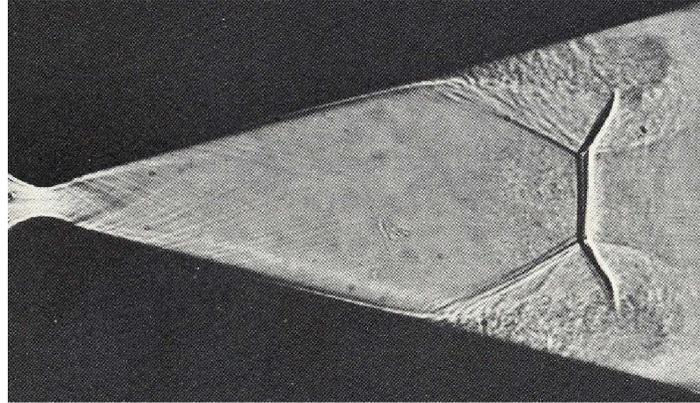


FIG. 1.2 – Décollement de couche limite dans une tuyère surdétendue. Tiré de [2].

On distingue principalement deux types de décollement représentés, pour un essai au sol, sur la figure 1.3 : le décollement libre (FSS) et le décollement restreint (RSS).

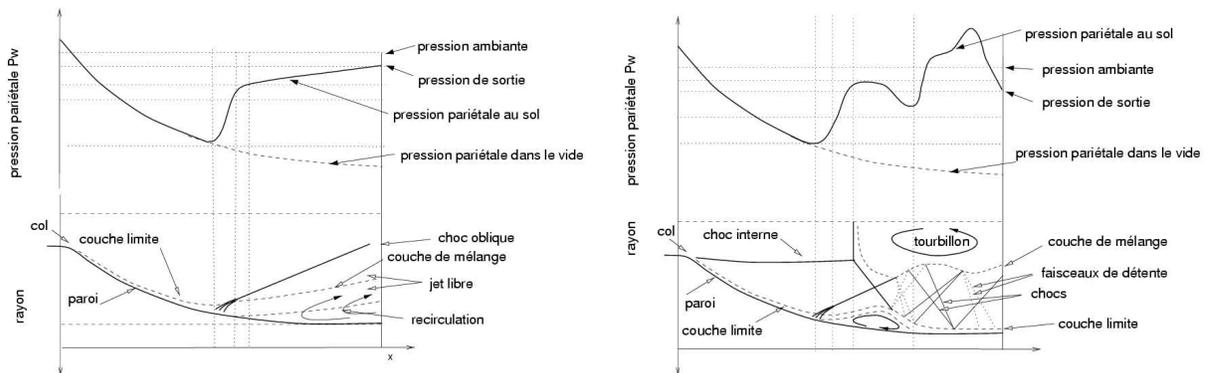


FIG. 1.3 – Schématisation du décollement libre (à gauche) et restreint (à droite) et profils de pression pariétale correspondant. Tiré de [60].

Le plus souvent, le décollement rencontré est libre, c'est-à-dire que l'écoulement surdétendu dans la tuyère décolle complètement. Un écoulement de retour, en aval du point de décollement, se forme : une partie du fluide ambiant est "aspirée" jusqu'au point de décollement avant d'être réorientée par le jet principal. On observe sur la figure 1.2 que le choc oblique de décollement vient se réfléchir sur l'axe de la tuyère pour former un choc droit appelé disque de Mach.

Dans le cas d'un décollement restreint, l'écoulement décolle puis recolle rapidement sur la

paroi de la tuyère. L'évolution de la pression pariétale en aval du décollement est irrégulière, cette dernière dépassant parfois la pression ambiante. Cette configuration, plus rarement rencontrée que le décollement libre, est largement influencée par la géométrie de l'organe de propulsion. En effet, dans le cas de tuyères fortement optimisées, un choc interne se forme près du col (en raison d'un changement de courbure du profil), et vient interagir avec la réflexion du choc de décollement sur l'axe. Cette organisation des chocs tend à favoriser l'apparition d'un décollement restreint. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux travaux de Mouronval [60] qui dresse un état de l'art prolixe en détails sur le sujet.

Chacune de ces configurations est susceptible d'affecter de manière très sensible les charges dynamiques et thermiques auxquelles sont soumises les parties concernées du moteur. Il est également utile de souligner que, si les efforts subis par la structure ont pour origine le décollement de la couche limite, ils n'en demeurent pas moins la conséquence d'une combinaison complexe des phénomènes suivants :

- asymétrie de la ligne de décollement ;
- pulsations de pression au niveau du décollement et dans la zone de recirculation (ce point nous intéresse tout particulièrement ici) ;
- transition entre décollement libre et restreint (et inversement) ;
- couplage aéroélastique ;
- fortes variations de pression externe ("buffeting").

A titre d'illustration, lors du premier vol d'Ariane 5, d'importantes fluctuations d'efforts furent mesurées au niveau de l'arrière-corps, à l'approche du domaine transsonique. Ce phénomène fut interprété comme la réponse de la structure ("buffeting") à une excitation aérodynamique aux basses fréquences. On peut également faire référence aux travaux expérimentaux de Moreaux [58] qui, afin d'étudier les effets aéroélastiques dans le cadre du programme ATAC, instrumenta une tuyère souple. Après une trentaine de rafales couvrant une gamme de pression de 11 à 64 *bars*, la tuyère explosa (voir fig. 1.4). Les analyses ont révélé, par la suite, l'existence d'un couplage aéroélastique pour des pressions voisines de 60 *bars*. Par ailleurs, dans ses travaux expérimentaux, Girard [32] a pu observer un battement basse fréquence du choc de décollement dans une tuyère surdétendue. Ce phénomène peut s'avérer dangereux si un couplage aéroélastique se met en place à ces fréquences. Il est donc évident qu'une estimation erronée des contraintes générées par le décollement de jet peut menacer l'intégrité de la structure, en conduisant à son endommagement ou, dans le meilleur des cas, à une difficulté accrue du pilotage.

A travers le monde, de nombreuses actions de recherche ont été engagées pour améliorer la compréhension de ces phénomènes et tenter de prévenir les effets critiques qu'ils engendrent. On pense notamment aux groupes AGARD et RTO dont certaines composantes sont dédiées à l'étude des couches limites turbulentes supersoniques décollées. En Europe et en France, dans le cadre du programme Ariane, les pôles de compétences FSCD et ATAC regroupent industriels et organismes de recherche dans le but d'améliorer le contrôle du décollement de couche limite rencontré dans les tuyères surdétendues, et qui, depuis plusieurs

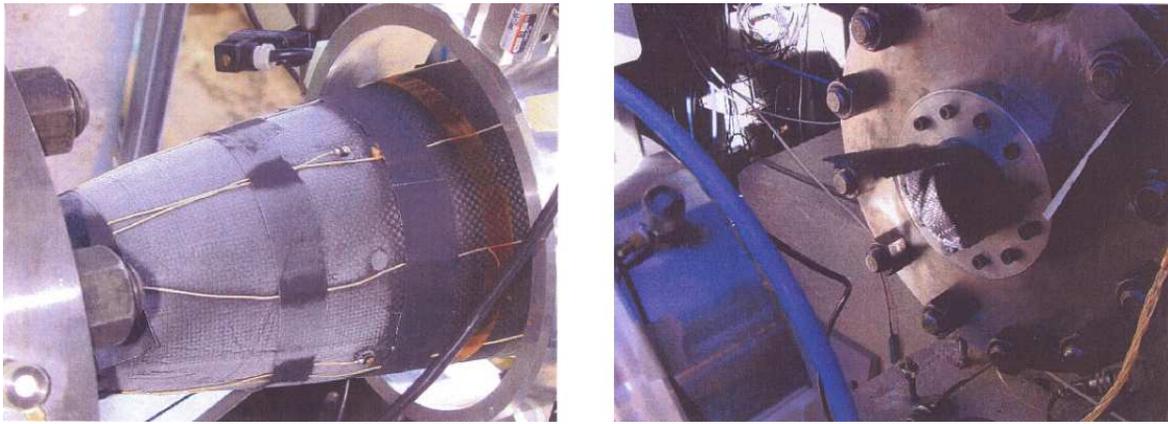


FIG. 1.4 – *Tuyère souple exploitée au LEA avant et après explosion. Tiré de [58].*

années, mènent de façon complémentaire de nombreux travaux expérimentaux et numériques sur ce sujet.

### 1.3 Interaction onde de choc/couche limite

Si, comme il vient d'être souligné, le décollement de la couche limite supersonique dans les organes de propulsion met en jeu des phénomènes résultant d'un couplage complexe, il reste en grande partie gouverné par la physique des interactions onde de choc/couche limite turbulente. La topologie globale ainsi que les caractéristiques instationnaires des écoulements rencontrés sont en effet assez similaires. Il paraît donc légitime d'avoir recours à des modèles expérimentaux simplifiés permettant d'appréhender de façon plus directe les phénomènes étudiés, tout en s'affranchissant d'effets annexes comme ceux induits par la courbure de la géométrie d'une tuyère.

D'une manière générale, dans les modèles expérimentaux d'interaction les plus utilisés, la compression provoquant l'interaction est générée selon deux méthodes principales :

- par choc incident,
- par déflexion de la paroi (interaction sur rampe ou sur marche).

Dans cette étude, nous nous intéresserons particulièrement au premier modèle, pour lequel le choc, généré extérieurement à la couche limite par un dièdre, vient se réfléchir sur la paroi en provoquant l'épaississement de la couche limite (voir fig. 1.5). Si le choc est suffisamment fort, cette dernière décolle de la paroi et la déflexion des lignes de courant, au niveau du décollement, donne naissance à un second choc dit "de séparation". On observe alors, à ce niveau, une croissance de la pression pariétale qui peut exhiber un plateau intermédiaire centré sur la zone de recirculation, si le décollement est suffisamment étalé. Le choc incident se courbe progressivement au fur et à mesure qu'il pénètre dans la couche limite et se réfléchit

en ondes de détente sur la ligne sonique. Le recollement provoque à nouveau l'émission d'ondes de compression qui achèvent de redresser l'écoulement.

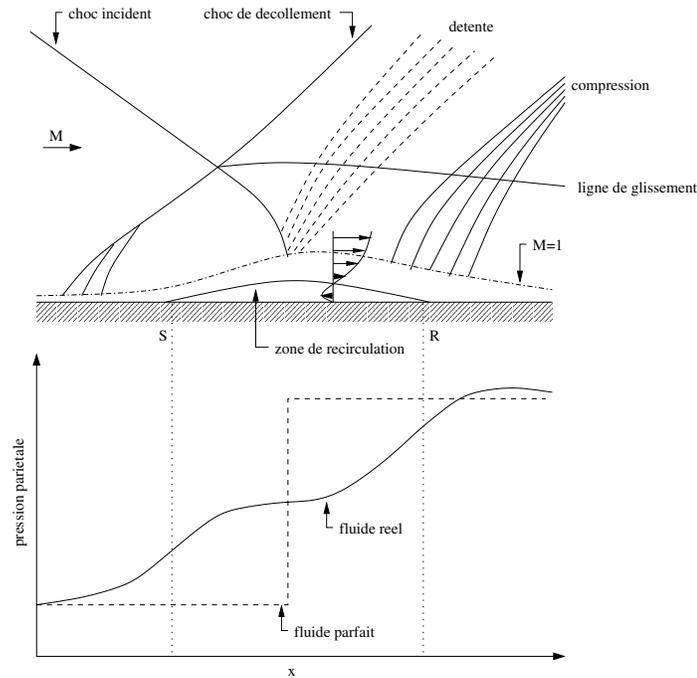


FIG. 1.5 – Schématisation de l'interaction par choc incident et distribution de la pression pariétale.

Par le passé, de nombreux travaux expérimentaux ont été menés sur les différentes configurations mentionnées précédemment. Il ressort en particulier que la pression au niveau du décollement et la pression plateau en aval de celui-ci évoluent de façon croissante avec le nombre de Mach de l'écoulement [3, 16]. Néanmoins, l'évolution longitudinale des grandeurs telles que la pression pariétale et le coefficient de frottement, dépendent très fortement de la nature initiale de la couche limite. Ainsi, la zone de décollement sera beaucoup plus étendue en écoulement laminaire qu'en écoulement turbulent, la couche limite étant initialement moins énergétique. À l'inverse, le saut de pression pariétale provoqué par l'interaction sera plus important si la couche limite est de nature turbulente. Il convient de noter ici l'existence d'interactions dites transitionnelles pour lesquelles le décollement est laminaire alors que le recollement est turbulent, et dont l'analyse reste extrêmement délicate.

Les interactions en écoulements turbulents se révèlent être la cause d'une profonde modification des propriétés des champs fluctuants au sein de la couche limite. En particulier, à la traversée de l'interaction, une forte augmentation du taux de fluctuation, ainsi qu'un déséquilibre prononcé entre les fluctuations normales et longitudinales sont observés [3, 17]. On souligne également que l'apparition d'une instabilité basse fréquence au pied du choc de décollement et dans le bulbe de recirculation est souvent détectée, indépendamment de la configuration étudiée, que ce soit dans le cadre d'une interaction sur plaque plane [21, 24, 46, 22] ou sur rampe de compression [5, 18, 19]. Il s'agit d'un problème particulier,

puisqu'en général, les phénomènes rencontrés, en écoulements supersoniques, opèrent dans des gammes de hautes fréquences. Il reste que ces basses fréquences peuvent s'avérer néfastes en interagissant avec les premiers modes propres de la structure. Si l'origine de ce phénomène reste encore mal connue, il ressort de la littérature trois explications contradictoires :

- Existence de perturbations provenant de l'amont [5, 18, 19].
- Mouvement du choc lié à la dynamique du bulbe de recirculation (perturbations provenant de l'aval) [8, 21, 22, 24].
- Comportement du choc de décollement comme un système mécanique masse/ressort [74].

On note également que cette instabilité provoque une modification de la répartition probabiliste des signaux de pression pariétale, qui révèlent, au pied du choc, un caractère intermittent [19], [40].

Du point de vue des simulations numériques, les études engagées jusqu'à présent ont majoritairement concerné des aspects stationnaires. Les contraintes en termes de ressources informatiques ont justifié un recours quasiment systématique à une modélisation statistique de la turbulence (de type RANS), peu à même de fournir des informations sur les aspects instationnaires relatifs aux grandes structures de l'écoulement, du fait de leur modélisation. Ainsi, les fluctuations de pression pariétale, contribuant pour une grande part aux charges latérales, ne peuvent être évaluées par ce type de simulation. De plus, dans un état de l'art sur les avancées en termes de prédiction numérique des interactions onde de choc/couche limite, Knight *et al.* [43] soulignent que globalement, les méthodes RANS ne permettent pas de prédire avec précision la position du décollement et les transferts de chaleur dans le cas d'interactions de forte intensité. Il apparaît alors naturel de se tourner vers des méthodes de simulation telles que la simulation directe (DNS) ou la simulation des grandes échelles (LES) [27, 86, 88], qui permettent d'accéder à la nature instationnaire des écoulements. La DNS consiste à résoudre la totalité des structures turbulentes participant aux transferts énergétiques. Elle nécessite dès lors une résolution très fine (dont l'effort en terme de maillage est proportionnel à  $Re^{9/4}$ ), qui mène très rapidement à des coûts de calculs prohibitifs, et reste donc, pour le moment, réservée à des simulations d'écoulements à faibles nombres de Reynolds. Une amélioration substantielle est apportée par les méthodes LES [56]. En effet celles-ci sont fondées sur le principe d'une résolution des grandes échelles, alors que les petites, présentant un comportement plus générique (stationnaires et isotropes), sont modélisées. Néanmoins, Deck [15] estime que la LES tridimensionnelle d'une tuyère à échelle réelle, fonctionnant en régime décollé, présenterait aujourd'hui un coût de 5 années CPU sur les supercalculateurs les plus puissants. Si cette approche ne permet pas de s'affranchir de toutes les contraintes, elle offre néanmoins la possibilité de simuler des écoulements s'apparentant aux configurations rencontrées dans les tuyères surdétendues, mais présentant de plus faibles nombres de Reynolds. Elle s'avère donc incontournable dans le cadre de simulations d'interactions onde de choc/couche limite turbulente. Ainsi, aujourd'hui comme dans un futur proche, la simulation des grandes échelles doit être utilisée comme un outil

aidant à la compréhension physique des phénomènes et non pas comme une méthode de dimensionnement directe des organes de propulsion.

## 1.4 Cadre et plan de l'étude

Ce travail de thèse a été initié par le CNES et la SNECMA dans le cadre du programme de recherche ATAC. La présente contribution se rapporte à l'activité numérique en proposant une simulation des grandes échelles d'une couche limite turbulente supersonique et de son interaction avec une onde de choc. A des fins de validation, de nombreux résultats issus de campagnes expérimentales sont disponibles. Un accent particulier a été porté sur les analyses statistiques relatives aux champs fluctuants, ainsi que sur les caractéristiques des signaux de pression pariétale. Ce dernier point revêt une importance toute particulière puisqu'il est identifié comme étant l'une des causes de l'apparition de charges latérales instationnaires. De telles simulations restent cependant un exercice assez délicat. D'une part, le numéricien se voit confronté à la nécessité d'utiliser un maillage suffisamment fin en paroi permettant de capter les plus petites structures énergétiques. Cette contrainte entraîne une réduction du pas de temps physique afin de résoudre toutes les échelles temporelles nécessaires, et mène à des simulations très coûteuses en temps CPU. D'autre part, les simulations d'écoulements compressibles, présentant des discontinuités, nécessitent l'utilisation de schémas numériques robustes, donc dissipatifs, qui peuvent venir dégrader la qualité des résultats. Ce point est particulièrement sensible en LES et impose de faire un compromis entre robustesse et précision.

Ce travail étant le fruit d'une demande industrielle, nous nous sommes attachés à ce qu'il en ressorte une méthodologie claire, relative aux types de simulations étudiées. Le présent mémoire, dont le plan découle directement de cette motivation, s'organise autour de six chapitres :

Faisant suite à cette introduction, le second chapitre expose, après un rappel des équations régissant les écoulements compressibles, la stratégie retenue en termes de modélisation de sous-maille. La méthode de filtrage des équations de Navier-Stokes, à partir de laquelle les équations de la LES sont dérivées, est détaillée. Plusieurs modèles pour la fermeture des termes de sous-maille sont ensuite exposés. Enfin, quelques points spécifiques, se rapportant aux simulations des grandes échelles d'écoulements pariétaux, sont abordés.

Le troisième chapitre traite des méthodes numériques utilisées. Les schémas numériques implémentés dans le code de calcul sont présentés ainsi que leur validation sur quelques cas-tests académiques. Une stratégie de réduction des effets de dissipation d'un schéma de type "shock capturing", reposant sur une hybridation de ce dernier avec un schéma moins diffusif, est également exposée.

Le quatrième chapitre traite de la simulation des grandes échelles d'une couche limite turbulente supersonique à Mach 2.28, permettant une validation précise du code de calcul. Le

problème de la génération de conditions d'entrée turbulente y est abordé, et la méthode retenue, ainsi que quelques améliorations qui lui ont été apportées sont détaillées. Après avoir discuté de la dynamique de tels écoulements, les résultats statistiques obtenus sur les champs aérodynamiques moyens et fluctuants sont enfin analysés et confrontés à des données à la fois issues de simulations directes et de campagnes expérimentales.

Les résultats issus de la simulation des grandes échelles de l'interaction d'une onde de choc avec la précédente couche limite sont enfin présentés dans le cadre du cinquième chapitre. Après avoir exposé les principales caractéristiques de ce type d'écoulement, les statistiques issues du calcul et les résultats expérimentaux sont comparés. Une analyse de la répartition probabiliste des signaux de pression pariétale dans l'interaction et en amont de celle-ci est ensuite entreprise. Le chapitre se referme enfin sur une étude fréquentielle des signaux turbulents, afin de caractériser les instationnarités aux basses fréquences de l'écoulement observées expérimentalement.

Finalement, le sixième chapitre présente nos conclusions et donne quelques perspectives à ce travail.



## Chapitre 2

# Equations et modélisation de sous-maille

---

*L'objet de ce chapitre est de présenter l'approche utilisée dans ce travail en terme de modélisation de sous-maille. Après un bref rappel des équations générales régissant les écoulements compressibles, la méthode de filtrage retenue, à partir de laquelle sont dérivées les équations pour la simulation des grandes échelles, est exposée. Plusieurs modèles pour la fermeture des termes de sous-maille sont ensuite présentés. Enfin, quelques points spécifiques à la simulation des grandes échelles d'écoulement pariétaux sont abordés.*

---

### 2.1 Les équations de Navier-Stokes instantanées pour un fluide compressible

Il est admis que le comportement de tout écoulement vérifiant l'hypothèse des milieux continus, quelle que soit la nature du fluide (compressible ou non), et de l'écoulement (turbulent, laminaire ou en transition), peut être représenté par les équations de Navier-Stokes qui expriment la conservation de la quantité de mouvement, auxquelles viennent s'ajouter les équations de conservation de la masse et de l'énergie totale.

La simulation numérique d'un écoulement repose donc sur la discrétisation de ce système complet. Pour un fluide compressible, visqueux, conducteur de chaleur et pour lequel les forces volumiques de pesanteur sont négligeables devant les effets inertiels, les équations s'écrivent de la façon suivante :

**Conservation de la masse :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1.1)$$

**Conservation de la quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.1.2)$$

**Conservation de l'énergie totale :**

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (u_j (\rho E + p))}{\partial x_j} = \frac{\partial (u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (2.1.3)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $p$  la pression statique,  $T$  la température statique,  $u_i$  la  $i^{eme}$  composante du vecteur vitesse,  $\sigma_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $E$  l'énergie totale par unité de masse et  $q_j$  le flux de chaleur.

L'énergie totale s'exprime comme la somme de l'énergie interne  $e$ , et de l'énergie cinétique par unité de masse :

$$E = e + \frac{1}{2} u_i u_i \quad (2.1.4)$$

avec, pour un gaz parfait,  $e = c_v T = (c_p/\gamma) T$ , où  $c_p$  et  $c_v$  sont les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants et  $\gamma = c_p/c_v$ .

Le fluide étant considéré Newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses s'écrit de la façon suivante :

$$\sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.1.5)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique qui est évaluée par la loi de Sutherland, dont l'intervalle de validité englobe les gammes de température rencontrées dans les écoulements étudiés ici :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \left( \frac{1 + \frac{S}{T_0}}{1 + \frac{S}{T}} \right) \quad (2.1.6)$$

où  $\mu_0 = 1.711 \cdot 10^{-5} \text{ Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$  est la viscosité du fluide à la température de référence  $T_0 = 273.15 \text{ K}$  et  $S$  est une constante fixée pour l'air à  $110.4 \text{ K}$ .

Selon la loi de conduction thermique de Fourier, le flux de chaleur de composante  $q_j$  s'exprime en fonction de la température comme :

$$q_j = -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.1.7)$$

$\lambda_c$  étant le coefficient de conductivité thermique relié à la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl  $Pr$  pris égal à 0.72 dans cette étude :

$$\lambda_c = \frac{\mu c_p}{Pr} \quad (2.1.8)$$

Enfin, la fermeture du système est effectuée sur la pression grâce à une loi d'état afin de prendre en compte les variations de pression liées à celles de température et de masse volumique. En considérant l'air comme un gaz parfait, on a :

$$p = \rho r T \quad (2.1.9)$$

où  $r$  est relié aux chaleurs spécifiques par la relation de Meyer :  $r = c_p - c_v$ .

## 2.2 Filtrage du système d'équations

### 2.2.1 Notions de filtrage

Le concept de modélisation de sous-maille repose sur une distinction entre les grandes et petites structures turbulentes, les premières devant être résolues alors que les secondes font l'objet d'une modélisation. Cette séparation d'échelles est faite à l'aide d'une opération de filtrage passe-bas appliquée au système des équations régissant l'écoulement.

Si on note  $f$  une variable à filtrer, et  $G$  une fonction filtre de taille caractéristique  $\Delta$ , alors la fonction filtrée  $\bar{f}$ , correspondant aux échelles de taille supérieures à  $\Delta$ , est le résultat de l'opération suivante :

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{y}, t) G(\vec{x} - \vec{y}, t) d\vec{y} \quad (2.2.1)$$

$\bar{f}$  correspond au champ résolu. Ainsi, la partie haute fréquence de  $f$  non résolue, notée  $f'$ , représente le champ de sous maille et est définie par :

$$f' = f - \bar{f} \quad (2.2.2)$$

De tels filtres doivent être linéaires et commuter avec les opérateurs de dérivation temporelle et spatiale [49]. Cependant, cette dernière propriété n'est vérifiée que si le domaine de filtrage

est infini et  $\Delta$  est constant et indépendant de l'espace [31]. Dans la majorité des cas, ces conditions ne sont pas vérifiées. En particulier, la simulation d'écoulement de paroi exige une direction de raffinement privilégiée normale à la paroi, et l'utilisation de conditions aux limites périodiques est exclue. Il est cependant généralement admis que l'erreur inhérente à ces causes est négligeable. On souligne également que le filtre ainsi défini n'est pas un opérateur de Reynolds. Ainsi, à priori :

$$\overline{f\bar{g}} \neq \bar{f}\bar{g}, \quad \overline{\bar{f}} \neq \bar{f}, \quad \overline{f'} \neq 0$$

La taille caractéristique du filtre  $\Delta$ , appliqué intrinsèquement au système d'équations de par sa discrétisation sur un maillage cartésien non-uniforme, est définie par Germano *et al.* [29] comme :

$$\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} \quad (2.2.3)$$

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ , représentant respectivement les pas du maillage dans les trois directions de l'espace.

Il faut cependant garder à l'esprit que le filtrage opéré sur le champ total n'est pas uniquement le résultat du filtrage dû à la résolution en espace décrit précédemment. On considère également que la dissipation induite par les schémas numériques d'intégration temporelle et spatiale, ainsi que les erreurs de modélisation contribuent au processus de filtrage intrinsèque.

## 2.2.2 Extension au cas compressible

Dans le cadre de l'étude de la turbulence compressible, il est usuel d'utiliser un changement de variable analogue à la moyenne de Favre employée pour la modélisation RANS des écoulements turbulents compressibles [26, 90, 91]. L'opération consiste à pondérer la variable à filtrer par la masse volumique :

$$\overline{\rho \tilde{f}} = \overline{\rho f} \quad (2.2.4)$$

Ainsi, on décompose la variable  $f$  en une partie basse fréquence  $\tilde{f}$  associée aux grandes structures résolues et une partie haute fréquence relative  $f''$  aux petites structures modélisées :

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (2.2.5)$$

On note que l'opérateur  $(\tilde{\cdot})$  est linéaire mais ne commute pas avec les opérateurs de dérivation en temps et en espace.

L'intérêt de l'utilisation de l'opérateur de Favre est double :

- Il évite l'introduction de termes supplémentaires (termes de sous-maille) dans l'équation de continuité filtrée.
- La formulation des équations filtrées est très proche de celle de départ (aux termes de sous-maille près).

On précise que les filtrages de la masse volumique, de la pression et de la viscosité ne sont pas pondérés par la masse volumique. Ainsi, compte tenu des définitions précédentes, on établit les décompositions suivantes pour la densité, la vitesse, la température et la pression qui seront utilisées dans ce travail :

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', \quad u_i = \tilde{u}_i + u_i'', \quad T = \tilde{T} + T'', \quad p = \bar{p} + p' \quad (2.2.6)$$

### 2.2.3 Application au système d'équations et termes de sous-maille

Si tous les auteurs s'accordent sur la façon de filtrer l'équation de continuité, on note l'existence de différentes approches pour le traitement des équations d'impulsion et de conservation de l'énergie. Dans ce mémoire, le choix a été fait de ne détailler que la méthode proposée par Vreman *et al.* [91, 90] utilisée dans la suite. Cette formulation, si on la compare à celles de Sreedhar et Ragab [85] ou de Comte et Lesieur [12], présente l'avantage de conduire à une expression des équations de transport filtrées extrêmement semblable à celle des équations de base.

#### *Equation d'état*

En appliquant l'opérateur de filtrage à la loi classique des gaz parfaits (éq. 2.1.9), il vient :

$$\bar{p} = \overline{r\rho T} \quad (2.2.7)$$

soit, par définition du filtrage au sens de Favre :

$$\bar{p} = \bar{\rho} r \tilde{T} \quad (2.2.8)$$

#### *Equation de continuité*

Le filtrage de l'équation de transport de la masse volumique (éq. 2.1.1) permet d'obtenir immédiatement :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2.9)$$

### Equations d'impulsion

L'application de l'opérateur de filtrage aux équations de quantité de mouvement (éq. 2.1.2) donne tout d'abord :

$$\frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\sigma_{ij}}}{\partial x_j} \quad (2.2.10)$$

Les évaluations des termes  $\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}$  et  $\overline{\sigma_{ij}}$  sont inaccessibles par résolution des équations filtrées, il convient donc de les décomposer en une partie résolue et une partie qui fera l'objet d'une modélisation.

Soit en définissant  $\tau_{ij}$ , le tenseur des contraintes de sous-maille :

$$\tau_{ij} = \overline{p} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (2.2.11)$$

et  $\check{\sigma}_{ij}$ , la partie résolue du tenseur des contraintes visqueuses :

$$\check{\sigma}_{ij} = \mu(\tilde{T}) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu(\tilde{T}) \left( \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.2.12)$$

on obtient :

$$\begin{array}{l} \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j} = \\ \overline{\sigma_{ij}} = \end{array} \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j} \\ \check{\sigma}_{ij} \end{array}} \\ \boxed{\begin{array}{c} \tau_{ij} \\ (\overline{\sigma_{ij}} - \check{\sigma}_{ij}) \end{array}} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{\tau_{ij}} \\ \boxed{(\overline{\sigma_{ij}} - \check{\sigma}_{ij})} \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}$

*partie résolue*
*partie à modéliser*

Finalement, les équations d'impulsion filtrées peuvent s'écrire sous une forme proche des équations de départ à deux termes supplémentaires près,  $A_1$  et  $A_2$  :

$$\frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j})}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \check{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} = A_1 + A_2 \quad (2.2.13)$$

avec

$$A_1 = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2.14)$$

et

$$A_2 = \frac{\partial (\overline{\sigma_{ij}} - \check{\sigma}_{ij})}{\partial x_j} \quad (2.2.15)$$

Ces termes sont dits de sous-maille, c'est à dire qu'ils représentent la contribution des fluctuations hautes fréquences non résolues. Plusieurs modèles de fermeture relatifs à ceux-ci sont présentés plus loin dans ce chapitre.

### Equation de l'énergie totale

Si le filtrage des équations d'impulsion et de continuité ne pose pas de problèmes particuliers, il en va autrement pour l'équation de conservation de l'énergie (éq. 2.1.3).

Préalablement, il convient de définir l'énergie totale calculable filtrée  $\check{E}$  telle que :

$$\bar{\rho}\check{E} = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_i \quad (2.2.16)$$

L'équation de l'énergie totale filtrée est obtenue en sommant celles de l'énergie interne et cinétique filtrées. Il vient alors :

$$\frac{\partial (\bar{\rho}\check{E})}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_j (\bar{\rho}\check{E} + \bar{p}))}{\partial x_j} - \frac{\partial (\tilde{u}_i \check{\sigma}_{ij})}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{q}_j}{\partial x_j} = -B_1 - B_2 - B_3 + B_4 + B_5 - B_6 \quad (2.2.17)$$

$\check{q}_j$  étant le flux de chaleur filtré calculable tel que :

$$\check{q}_j = -\frac{\mu(\tilde{T})c_p}{Pr} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.2.18)$$

et les termes de sous-maille  $B_1, \dots, B_6$  s'écrivant :

$$B_1 = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial (\overline{p u_j} - \bar{p} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} \quad (2.2.19)$$

$$B_2 = \overline{p \frac{\partial u_j}{\partial x_j}} - \bar{p} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} \quad (2.2.20)$$

$$B_3 = \tilde{u}_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2.21)$$

$$B_4 = \overline{\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \overline{\sigma_{ij}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.2.22)$$

$$B_5 = \frac{\partial (\tilde{u}_i (\overline{\sigma_{ij}} - \check{\sigma}_{ij}))}{\partial x_j} \quad (2.2.23)$$

$$B_6 = \frac{\partial (\bar{q}_j - \check{q}_j)}{\partial x_j} \quad (2.2.24)$$

On remarque que, hormis les termes  $B_i$ , les équations (2.2.17) et (2.1.3) sont structurellement identiques.

Le terme  $B_1$  exprime la corrélation pression-vitesse. Il est issu de la non-linéarité résultant du filtrage de l'équation de l'énergie interne et représente l'influence de la turbulence en sous-maille sur la conduction thermique.  $B_2$  est le terme de pression-dilatation qui ne rend compte que des effets de compressibilité puisqu'il s'annule avec la divergence de la vitesse.  $B_3$  exprime le transfert d'énergie cinétique des échelles résolues vers la sous-maille.  $B_4$  représente le taux de dissipation turbulente de sous-maille. Enfin,  $B_5$  et  $B_6$  sont dus aux non-linéarités du tenseur visqueux et du flux de chaleur.

Ces termes doivent également être modélisés, c'est à dire exprimés en fonctions des seules variables accessibles par le calcul ( $\bar{p}$ ,  $\tilde{u}_i$ ,  $\bar{p}$ ,  $\check{E}$ ).

## 2.3 Modélisation des termes de sous-maille

Les modèles de sous-maille peuvent faire l'objet d'une classification établie sur la base du type d'approche utilisée :

- On distingue, d'une part, les modèles fonctionnels qui consistent à modéliser l'action des termes de sous-maille sur le champ résolu. Par exemple, l'effet dissipatif du tenseur des contraintes de sous-maille peut être estimé par un terme possédant la même structure que celui de diffusion moléculaire [79].
- D'autre part, il existe une approche de modélisation dite structurelle qui revient à approcher le terme de sous-maille en le construisant à partir d'une évaluation du champ de sous-maille lui-même. On cite, à ce titre, le modèle de similarité d'échelles de Bardina [4] fondé sur le principe selon lequel les structures des tenseurs construits à partir des échelles de sous-maille sont similaires à leurs homologues évalués à partir des plus petites échelles résolues.

Dans la suite, seule l'approche fonctionnelle, utilisée ici, est détaillée. Il faut cependant préciser que chaque type de modélisation possède ses propres forces et faiblesses. Ainsi, les modèles fonctionnels prédisent généralement de façon correcte les transferts d'énergie inter-échelles, ce qui ne semble pas être le cas des modèles structurels, qui s'avèrent souvent trop peu dissipatifs et instables d'un point de vue numérique. En revanche, ces derniers fournissent une meilleure estimation de la structure des tenseurs de sous-maille.

### 2.3.1 Hypothèses simplificatrices

Vreman *et al.* [90] ont publié, dans le cadre de tests a priori sur des simulations directes de couches de mélange bidimensionnelles, les contributions relatives de chaque terme de sous-maille. Les conclusions de ces tests, qui ont été effectués pour une gamme de nombres de Mach variant de 0.2 à 1.2, sont présentés dans le tableau suivant :

importance relative	terme de sous-maille
Grande (de l'ordre de la convection)	–
moyenne (de l'ordre de la diffusion)	$A_1, B_1, B_2, B_3$
Petite	$B_4$
négligeable	$A_2, B_5, B_6$

Un ordre de grandeur sépare les différentes classes d'importance.

L'auteur conclue qu'il est légitime de négliger les termes de sous-maille provenant des non-linéarités du tenseur visqueux et du flux de chaleur ( $A_2, B_5, B_6$ ), dont l'influence est très faible devant celle des termes diffusifs et convectifs des équations filtrées.

Dans [91], Vreman néglige le terme de dissipation turbulente de sous-maille ( $B_4$ ), même si celui-ci devient d'autant plus important que le nombre de Mach décroît. Dans cette étude, on pratiquera également cette approximation, puisque les écoulements simulés présentent des zones à faible nombre de Mach particulièrement restreintes, confinées en très proche paroi.

Il reste les termes  $A_1, B_1, B_2$  et  $B_3$ , dont l'influence relative est de l'ordre des effets diffusifs. Il n'existe donc, a priori, aucune raison d'en négliger certains. Néanmoins, de nombreux auteurs dont Erlebacher *et al.* [26], Moin *et al.* [57] et parfois Vreman *et al.* [91], considèrent que les variations du nombre de Mach restent faibles en sous-maille (hypothèse d'incompressibilité des petites échelles) et négligent le terme de pression-dilatation  $B_2$ .

Ces observations ne se limitent pas uniquement aux couches de mélange compressibles puisque Adams *et al.* [1], sur un cas d'interaction onde de choc/couche limite turbulente à  $M = 3$ , notent que les termes de sous-maille se comportent d'une manière similaire. Les simplifications exposées ci-dessus seront donc retenues dans le cadre de ce travail.

#### Synthèse :

Le système d'équations filtrées retenu pour les simulations effectuées dans cette étude se résume à :

#### Equation de continuité filtrée :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3.1)$$

*Equations d'impulsion filtrée :*

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \check{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} = A_1 \quad (2.3.2)$$

avec

$$A_1 = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.3.3)$$

*Equation d'énergie totale calculable filtrée :*

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \check{E})}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_j (\bar{\rho} \check{E} + \bar{p}))}{\partial x_j} - \frac{\partial (\tilde{u}_i \check{\sigma}_{ij})}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{q}_j}{\partial x_j} = -B_1 - B_3 \quad (2.3.4)$$

avec

$$B_1 = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j - \bar{p} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} \quad (2.3.5)$$

et

$$B_3 = \tilde{u}_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.3.6)$$

Les termes restant à modéliser sont donc :

- le tenseur des contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}$ .
- le flux de chaleur de sous-maille.

On souligne que la modélisation du tenseur des contraintes de sous-maille (présent dans les termes  $A_1$  et  $B_3$ ) est d'une importance particulière puisqu'il est le seul terme apparaissant dans les équations filtrées pour un fluide incompressible et isotherme. On peut donc présumer de son influence prépondérante.

## 2.3.2 Modèle de Smagorinsky

### 2.3.2.1 Fermeture pour le tenseur des contraintes de sous-maille

Le premier modèle de sous-maille fut proposé par Smagorinsky [79] pour un écoulement incompressible. Il part du principe que les grandes échelles turbulentes de l'écoulement (résolues) cèdent de l'énergie aux plus petites. Ainsi, la turbulence de sous-maille peut être considérée comme un phénomène dissipatif et modélisée comme tel. Le transfert d'énergie

est pris en compte en reliant proportionnellement le tenseur des contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}$  au tenseur du taux de déformation des échelles résolues  $\widetilde{S}_{ij}$  au moyen d'une viscosité turbulente de sous-maille  $\mu_t$ . On a :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\mu_t(\widetilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\widetilde{S}_{kk}\delta_{ij}) \quad (2.3.7)$$

où  $\tau_{kk}$  est la partie isotrope du tenseur des contraintes de sous-maille et  $\widetilde{S}_{ij}$ , le tenseur de déformation filtré, donné par :

$$\widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.3.8)$$

et  $|\widetilde{S}|$  son second invariant :

$$|\widetilde{S}| = \left( 2\widetilde{S}_{ij}\widetilde{S}_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.3.9)$$

La viscosité turbulente de sous maille s'exprime de la façon suivante :

$$\mu_t = \bar{\rho} C_s \Delta^2 |\widetilde{S}| \quad (2.3.10)$$

Pour les écoulements compressibles, Yoshisawa [93] propose un modèle de fermeture pour la partie isotrope du tenseur de sous-maille tel que :

$$\tau_{kk} = 2C_I \bar{\rho} \Delta^2 |\widetilde{S}| \quad (2.3.11)$$

Ainsi, le problème est fermé dès que les paramètres  $C_s$  et  $C_I$  sont déterminés. Dans le modèle initial,  $C_s$  est pris constant et le plus souvent égal à 0.04 (estimation effectuée sur la base d'une hypothèse d'équilibre production / dissipation en turbulence homogène isotrope). Pour  $C_I$ , Moin *et al.* [57] proposent une valeur de 0.005.

### 2.3.2.2 Fermeture pour le flux de chaleur de sous-maille

L'hypothèse selon laquelle le transfert d'énergie des échelles résolues vers les échelles de sous-maille est proportionnel au gradient de température résolue fait l'unanimité chez les auteurs.

Ainsi, on utilise, de la même manière que précédemment, une fermeture à base de viscosité turbulente pour modéliser le flux de chaleur de sous-maille  $B_1$  :

$$B_1 = -\frac{\mu_t c_p}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.3.12)$$

où  $Pr_t$  est le nombre de Prandtl de sous-maille considéré constant et égal à 0.9 dans cette étude.

La grande faiblesse du modèle de Smagorinsky est de considérer constants les coefficients de fermeture  $C_s$  et  $C_I$ . En effet, l'expérience montre que cela induit une dissipation excessive dans les zones de fort cisaillement moyen et qu'il est nécessaire d'ajuster les paramètres du modèle en fonction de la géométrie et des conditions initiales de l'écoulement. Ceci détériore le caractère universel de la simulation des grandes échelles. Une solution plus satisfaisante consiste à utiliser une procédure d'autodétermination des coefficients à partir des échelles résolues. Cette méthode fait l'objet du paragraphe suivant.

### 2.3.3 Approche dynamique de la LES

Le principe de cette approche est de présumer les flux de sous-maille en tirant profit de la connaissance des échelles résolues. Il est en effet possible d'évaluer les flux à un niveau du spectre de la turbulence où l'écoulement est résolu et d'en déduire les paramètres du modèle  $C_s$  et  $C_I$  (fig. 2.1). Ces coefficients deviennent alors dépendants, non seulement de l'espace, mais aussi du temps, puisqu'ils sont déterminés à partir des variables instantanées de l'écoulement. Ceci est très intéressant pour l'étude de cas complexes où l'instationnarité, et les différentes situations présentes au sein d'un même écoulement peuvent être pris en compte par le modèle. Ces aspects confèrent à cette approche un caractère plus universel que la formulation première de Smagorinsky.

Dans la pratique, cette méthode fait intervenir une deuxième coupure du spectre dans la partie des échelles résolues, à un niveau "test", correspondant à un nombre d'onde  $Nk_{test}$ , inférieur au nombre d'onde de coupure relatif à la sous-maille  $Nk_{sgs}$ . On note  $(\cdot)$  l'opération de filtrage au niveau test et  $\hat{\Delta}$  la taille du filtre correspondant. Dans cette étude, le rapport entre les filtres test et de sous-maille  $\alpha = \hat{\Delta}/\Delta$  est pris égal à 2. Des travaux ont montré la faible sensibilité des résultats face à ce paramètre [29, 57].

Le premier modèle dynamique a été proposé par Germano *et al.* [29] pour un fluide incompressible. Une généralisation au cas compressible, développée par Moin *et al.* [57], est présentée dans ce qui suit.

Pour cela, on réécrit le tenseur des contraintes de sous-maille sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j}) \\ &= \overline{\rho u_i u_j} - \left( \frac{\overline{\rho u_i} \overline{\rho u_j}}{\bar{\rho}} \right)\end{aligned}\tag{2.3.13}$$

Il est alors possible, par analogie avec  $\tau_{ij}$ , de définir le tenseur des contraintes évalué au niveau "test", noté  $T_{ij}$  :

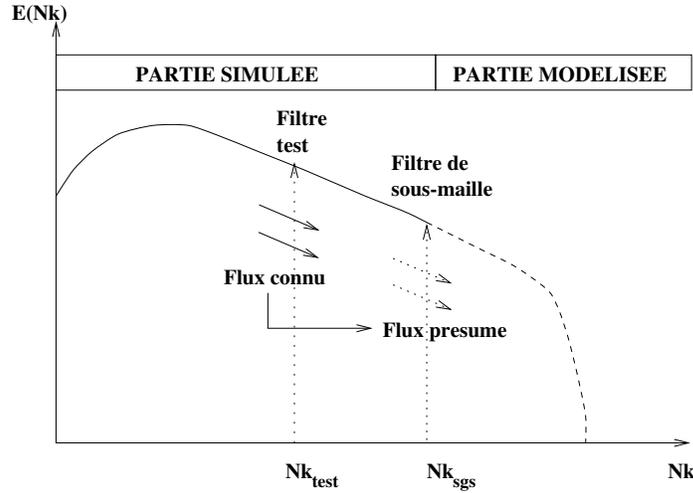


FIG. 2.1 – Spectre d'énergie : principe de l'approche dynamique de la LES.

$$T_{ij} = \widehat{\overline{\rho u_i u_j}} - \left( \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}} \widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \right) \quad (2.3.14)$$

On souligne que le filtre “test” est appliqué sur le champ résolu, lui-même implicitement filtré au niveau de la sous-maille.

On introduit désormais le tenseur de Léonard  $L_{ij}$ , qui d'après les relations (2.3.13) et (2.3.14) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} L_{ij} &= T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} \\ &= \left( \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}} \widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \right) - \left( \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}} \widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \right) \\ &= \left( \widehat{\overline{\widetilde{\rho u_i} \widetilde{u_j}}} \right) - \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}} \widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

On note que  $L_{ij}$  est connu, puisque son évaluation ne nécessite que des informations provenant des échelles résolues.

Il est, par ailleurs, possible d'évaluer le tenseur des contraintes au niveau “test”  $T_{ij}$ , par analogie avec les modèles utilisés pour fermer  $\tau_{ij}$  (éq. 2.3.7 et 2.3.11) :

$$T_{ij} - \frac{1}{3} T_{kk} \delta_{ij} = -2C_s \widehat{\overline{\rho}} \widehat{\Delta}^2 |\widehat{\overline{S}}| (\widehat{\overline{S}}_{ij} - \frac{1}{3} \widehat{\overline{S}}_{kk} \delta_{ij}) \quad (2.3.16)$$

$$T_{kk} = 2C_I \widehat{\rho} \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}|^2 \quad (2.3.17)$$

à partir des deux relations précédentes et de l'expression du tenseur de Léonard (éq. 2.3.15), on obtient facilement :

$$\underbrace{L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij}}_{L_{ij}^{C_s}} = C_s \underbrace{\left[ -2\widehat{\rho} \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \left( \widehat{S}_{ij} - \frac{1}{3} \widehat{S}_{kk} \delta_{ij} \right) + 2\Delta^2 \left( \left( \overline{\widehat{\rho} |\widehat{S}|} \widehat{S}_{ij} \right) - \frac{1}{3} \left( \overline{\widehat{\rho} |\widehat{S}|} \widehat{S}_{kk} \right) \delta_{ij} \right) \right]}_{M_{ij}^{C_s}} \quad (2.3.18)$$

et

$$L_{kk} = C_I \underbrace{\left[ 2\widehat{\rho} \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}|^2 - 2\Delta^2 \left( \overline{\widehat{\rho} |\widehat{S}|^2} \right) \right]}_{M_{ij}^{C_I}} \quad (2.3.19)$$

Soit sous forme compacte :

$$L_{ij}^{C_s} = C_s M_{ij}^{C_s} \quad (2.3.20)$$

et

$$L_{kk} = C_I M_{ij}^{C_I} \quad (2.3.21)$$

Si ces deux dernières égalités permettent de déterminer les paramètres du modèle, on note que la relation (2.3.20) possède un caractère surdéterminé, puisqu'il en découle un système de six équations pour une inconnue.

Pour définir une relation unique, Germano *et al.* [29] et Lilly *et al.* [51] proposent de minimiser l'erreur commise sur le calcul de  $C_s$ , en utilisant le résidu  $E_{ij}$  défini par :

$$E_{ij} = L_{ij}^{C_s} - C_s M_{ij}^{C_s} \quad (2.3.22)$$

Lilly propose d'évaluer  $C_s$  par une méthode de moindre carré. On définit alors la somme des carrés,  $\Xi$ , telle que :

$$\begin{aligned} \Xi &= E_{ij} E_{ij} \\ &= L_{ij}^{C_s} L_{ij}^{C_s} - 2C_s L_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s} + C_s^2 M_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s} \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

La solution consiste à déterminer  $C_s$  pour que  $\Xi$  soit minimum. Puisqu'il peut être montré que  $\partial^2 \Xi / \partial C_s^2 > 0$ , cette condition est satisfaite si :

$$\frac{\partial \Xi}{\partial C_s} = 0 \quad (2.3.24)$$

On en déduit donc :

$$C_s = \frac{L_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s}}{M_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s}} \quad (2.3.25)$$

On remarque que la valeur de  $C_s$ , ainsi obtenue, n'est pas bornée et peut être négative. De plus, cette relation peut parfois mener à une indétermination si localement  $M_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s}$  est nul. Puisque ces propriétés sont susceptibles de provoquer une divergence de la solution, il s'avère nécessaire de réguler les variations du paramètre  $C_s$ . Pour cela, deux méthodes sont communément utilisées :

- On effectue une moyenne dans une direction statistiquement homogène de l'écoulement. Si on note  $\langle \cdot \rangle_H$  cette opération, on obtient :

$$C_s = \frac{\langle L_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s} \rangle_H}{\langle M_{ij}^{C_s} M_{ij}^{C_s} \rangle_H} \quad (2.3.26)$$

On souligne que ce problème de stabilité se pose également lors de la détermination du coefficient  $C_I$  à partir de l'équation (2.3.21). Il convient donc d'appliquer la même procédure. Il vient :

$$C_I = \frac{\langle L_{kk} \rangle_H}{\langle M_{kk}^{C_I} \rangle_H} \quad (2.3.27)$$

- Il est également possible de limiter les variations de  $C_s$  et de  $C_I$  dans un intervalle de valeurs permettant d'assurer la stabilité de la simulation.

En ce qui concerne les travaux présentés ici, ces deux types de limiteurs sont utilisés simultanément, c'est-à-dire qu'avant d'appliquer l'opérateur de moyenne, les conditions  $C_s \geq 0$  et  $C_I \geq 0$  sont imposées.

On ajoute que, dans cette étude, l'existence d'une direction statistiquement homogène pour chaque écoulement considéré justifie pleinement l'emploi de cette approche. On note toutefois qu'en l'absence d'une telle propriété, le modèle peut voir ses capacités d'auto-adaptation aux propriétés locales de l'écoulement se dégrader fortement en conséquence de l'application de la moyenne. Il est alors nécessaire d'avoir recours à une autre méthode. A ce titre, Meneveau [54] propose d'effectuer une moyenne temporelle des coefficients basée sur un suivi lagrangien des particules fluides. Ce modèle a notamment été testé avec succès par Blin sur une configuration complexe d'inverseur de poussée [6, 7].

## 2.4 Simulation des grandes échelles d'écoulements pariétaux

La présence de frontières solides, au sein d'un écoulement, affecte de différentes manières le comportement des échelles de sous-maille. Tout d'abord, la croissance des petites structures se trouve restreinte près des parois, et les mécanismes de transfert entre les échelles de sous-maille et les échelles résolues sont altérés. Ensuite, il est à noter qu'en très proche paroi, les échelles de sous-maille sont susceptibles de participer à la production de la turbulence. Afin de prendre en compte au mieux ces aspects, la couche limite peut être résolue ou bien faire l'objet d'une modélisation partielle. De ces deux approches possibles, seule la première est retenue dans ce travail. Néanmoins, comme il est mentionné plus loin, le coût d'une simulation de couche limite dépendant essentiellement du nombre de Reynolds, une modélisation peut s'avérer inévitable lorsque ce dernier devient grand. C'est pourquoi, dans ce qui suit, après avoir mis en évidence certaines spécificités de la simulation des grandes échelles de couches limites, quelques axes de modélisation sont présentés.

### 2.4.1 Résolution spatiale

#### 2.4.1.1 considérations générales

Une des principales exigences inhérente à toute simulation des grandes échelles est qu'il est impératif de résoudre de façon correcte les grandes structures de l'écoulement. Cela se traduit, en terme de discrétisation spatiale, par la nécessité d'utiliser un maillage suffisamment fin permettant de capter les échelles non-dissipatives. On définit ici trois échelles de longueur correspondant chacune à une taille caractéristique des structures rencontrées :

$$\begin{aligned}
 \Lambda &= \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} && \text{Echelle intégrale} \\
 \lambda_t &= \left( \frac{15\nu k}{\varepsilon} \right)^{1/2} && \text{Echelle de Taylor} \\
 l_k &= \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} && \text{Echelle de Kolmogorov}
 \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

L'échelle intégrale est liée aux plus grandes structures de l'écoulement, puisqu'elle représente la distance au-delà de laquelle les corrélations de vitesse deviennent quasiment nulles. L'échelle de Taylor est une micro-échelle associée aux petites structures, proche de la taille des échelles dissipatives. Enfin, l'échelle de Kolmogorov correspond, quant à elle, à une taille de structures au niveau desquelles la dissipation visqueuse devient très importante.

Ainsi, dans le cadre d'une simulation des grandes échelles, la taille de maille doit impérativement être inférieure à l'échelle intégrale, et se situer idéalement entre cette dernière et l'échelle de Taylor. Cette condition est évidemment très difficile à vérifier, en tous points du

domaine de calcul, notamment dans le cas de simulations d'écoulements complexes, où les maillages employés sont le plus souvent fortement anisotropes.

#### 2.4.1.2 Cas spécifique des écoulements pariétaux

On considère ici une couche limite dont l'écoulement moyen est orienté suivant la direction  $x$  et pour laquelle  $y$  est la direction normale à la paroi. En ce qui concerne ce type de simulations, il est usuel d'exprimer la taille des mailles  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ , en terme d'unités de paroi,  $\Delta x^+$ ,  $\Delta y^+$  et  $\Delta z^+$ , définis par :

$$\Delta x^+ = \frac{\Delta x u_\tau}{\nu_p}, \quad \Delta y^+ = \frac{\Delta y u_\tau}{\nu_p}, \quad \Delta z^+ = \frac{\Delta z u_\tau}{\nu_p} \quad (2.4.2)$$

Toute simulation de couche limite, si elle n'inclue pas de modèles spécifiques de type loi de paroi, voit la nécessité de prendre en compte les effets visqueux prépondérants dans les zones très proches de la frontière solide. Ainsi, la taille de la maille située à la paroi doit satisfaire à la condition  $\Delta y^+ < 1$ . Ceci induit l'utilisation de maillages très raffinés en paroi, qui, pour des raisons de coût, sont fortement anisotropes dans la direction normale à celle-ci. Dans cet esprit, Chapman [10] estime que le nombre de points nécessaire pour résoudre la sous-couche visqueuse évolue proportionnellement à  $Re^{1.8}$ . On note également qu'un grand nombre de mailles (proportionnel à  $Re^{0.4}$  selon le même auteur) doit être consacré à la résolution des phénomènes se déroulant dans les zones tampon, logarithmique et de sillage.

Si on s'intéresse maintenant aux autres directions de l'espace, Garnier [27] montre, sur une simulation des grandes échelles de couche limite supersonique, que des résultats corrects sont obtenus pour  $\Delta x^+ = 50$  et  $\Delta z^+ = 18$ .

Le problème de la détermination de la taille du domaine se pose ensuite. Il est en effet nécessaire d'utiliser un domaine de calcul assez grand qui puisse permettre de résoudre un nombre de structures turbulentes suffisant pour prendre en compte toute la dynamique de l'écoulement. Ainsi, Jimenez et Moin [38] définissent les "*minimal channel flow units*", en montrant que la simulation directe d'un canal turbulent donne des résultats satisfaisants au premier ordre pour des dimensions minimales de  $Lx^+ = 250 - 350$  et  $Lz^+ = 100$  (cette dernière valeur correspondant approximativement à l'espacement entre les structures de la sous-couche visqueuse, appelées "*streaks*").

#### 2.4.2 Correction anisotrope

Généralement, la taille caractéristique du filtre local  $\Delta$  est estimée par  $\Delta_{eq} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ . Dans le cas de maillages présentant une forte anisotropie, comme il en est rencontré lors de la simulation de couches limites, le choix de  $\Delta$  n'est plus trivial. En se basant sur une estimation du taux de dissipation pour une turbulence isotrope, Scotti *et al.* [75] montrent qu'une évaluation améliorée de la taille caractéristique du filtre peut être donnée par :

$$\Delta = \Delta_{eq} f(a_1, a_2) \quad (2.4.3)$$

avec

$$f(a_1, a_2) = \cosh \sqrt{\frac{4}{27} \left( (\ln a_1)^2 - \ln a_1 \ln a_2 + (\ln a_2)^2 \right)} \quad (2.4.4)$$

où  $a_1$  et  $a_2$  sont les deux rapports de forme inférieurs ou égaux à l'unité (à titre d'exemple :  $a_1 = \Delta x / \Delta y$  et  $a_2 = \Delta y / \Delta z$  si  $\Delta x \leq \Delta y \leq \Delta z$ ).

Des tests portant sur cette correction ont été effectués dans le cadre de ce travail, sur la simulation des grandes échelles d'une couche limite supersonique. Néanmoins, aucune influence notable sur les résultats n'a pu être constatée. C'est pourquoi, dans la suite, cette correction ne sera pas prise en compte.

### 2.4.3 Fonctions d'amortissement

Dans les simulations où la couche limite est résolue, il est nécessaire de considérer la croissance réduite des petites structures dans les régions proches de la paroi. Dans le cas des modèles non-dynamiques, ce phénomène peut être pris en compte par l'utilisation de fonctions d'amortissement, ayant pour effet de réduire artificiellement la longueur caractéristique  $\Delta$  dans l'expression de la viscosité de sous-maille.

Dans cet esprit, le modèle de Smagorinsky-Lilly [75, 50] consiste à faire décroître l'échelle de longueur en fonction de la distance à la paroi  $d$ . la viscosité de sous-maille s'écrit alors :

$$\mu_t = \bar{\rho} C_s |\tilde{S}| \quad \text{et} \quad C_s = \min [0.42d; 0.1\Delta] \quad (2.4.5)$$

D'autres modèles sont, quant à eux, basés sur un amortissement de type van Driest [89] :

$$\mu_t = \bar{\rho} C_s \left[ \Delta \left( 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{25} \right) \right) \right]^2 |\tilde{S}| \quad (2.4.6)$$

alors que Piomelli [65] utilise un amortissement plus "raide", pour limiter davantage la dissipation de sous-maille en proche paroi :

$$\mu_t = \bar{\rho} C_s \Delta^2 \left[ 1 - \exp \left( -\left( \frac{y^+}{25} \right)^3 \right) \right] |\tilde{S}| \quad (2.4.7)$$

Il convient de souligner que, même couplés à ces fonctions d'amortissement, les modèles non-dynamiques restent encore trop dissipatifs dans la couche limite. En la matière, une amélioration notable a été apportée par la modélisation dynamique qui, comme le montre Meneveau [54], assure naturellement un comportement correct des tensions de sous-maille dans la couche limite.

### 2.4.4 Simulation des grandes échelles et modélisation de la couche limite

Même si l'utilisation d'un modèle de sous-maille permet de réduire le coût d'une simulation par rapport à celui d'une DNS, l'étude de configurations industrielles reste encore très difficile du point de vue du temps de calcul. En effet, le coût d'une simulation de couche limite dépend fortement du nombre de Reynolds de l'écoulement. La contrainte en terme de discrétisation spatiale, à savoir la nécessité de résoudre correctement des phénomènes de proche paroi, induit, non seulement l'utilisation de maillages comportant un grand nombre de points, mais aussi une limitation sévère du pas de temps explicite. Dans le cas d'écoulement à grands nombres de Reynolds, cette dernière contrainte peut mener à l'impossibilité d'effectuer une simulation sur un temps physique assez long, permettant un traitement statistique correct.

Une alternative, pour contourner ce problème, est l'utilisation de lois de paroi autorisant l'utilisation de maillages moins denses et, par conséquent, l'augmentation du pas de temps physique.

#### 2.4.4.1 Loi de paroi "zonale"

Balaras et Benocci [25] proposent une méthode "zonale" dont le but est de s'affranchir, dans une certaine mesure, de la restriction sur le pas de temps inhérente à la discrétisation de la couche limite dans la direction normale à la paroi. Pour cela, les auteurs proposent un traitement numérique différent selon que l'on se situe dans la région de très proche paroi ou que l'on s'éloigne de celle-ci.

Le principe de cette méthode consiste à résoudre les équations de la LES sur un maillage peu raffiné dans la couche limite, et à faire dégénérer le système près de la paroi en équations simplifiées se résumant à :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{u}_i)}{\partial x_1} + \frac{\partial (\bar{u}_n \bar{u}_i)}{\partial x_n} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_n} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_n} \right] \quad (2.4.8)$$

pour  $i = 1, 3$  si la paroi est située dans le plan  $x - z$ .  $x_n$  représente la direction normale à la paroi.

La composante de la vitesse normale à la paroi est déduite par conservation de la masse.

Ce système d'équations, basé sur une modélisation bidimensionnelle de couche limite, est résolu sur un maillage raffiné ( $\Delta y^+ \approx 1$ ) près de la frontière solide (fig. 2.2). Il permet alors de déterminer la valeur du frottement pariétal et fournit ainsi les conditions aux limites de paroi à la simulation des grandes échelles.

L'évaluation de la viscosité turbulente sur ce maillage raffiné reste importante car, dans cette région de l'écoulement, elle représente les effets induits par toutes les échelles dissipatives de

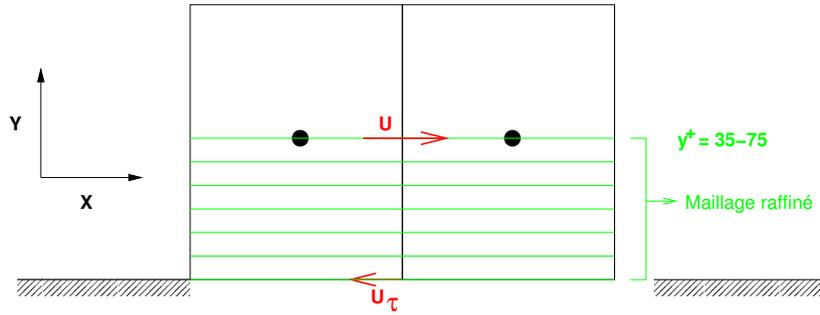


FIG. 2.2 – Loi de paroi bi-zonale : représentation 2D d'une maille paroi.

la turbulence. Balaras propose donc de la modéliser à l'aide de la fonction d'amortissement suivante :

$$\mu_t = \bar{\rho} (0.42d)^2 \left[ 1 - \exp \left( - \left( \frac{y^+}{25} \right)^3 \right) \right] |\tilde{S}| \quad (2.4.9)$$

Dans la direction normale à la paroi, le premier point du maillage peu raffiné est placé à une distance  $\Delta y^+ \approx 35 - 75$  de la frontière solide, et se situe donc dans la zone logarithmique de la couche limite. La sous-couche visqueuse étant résolue par les équations simplifiées sur le maillage raffiné, les termes de diffusion du système (2.4.8) sont traités de manière implicite par un schéma de Cranck-Nicolson, afin d'éviter une restriction de stabilité sur le pas de temps.

Balaras et Benocci ont validé ce modèle avec succès pour des écoulements incompressibles dans le cas de canaux plans, à section carrée, et pour un canal en rotation. Les résultats obtenus sont en bon accord avec l'expérience et en particulier en ce qui concerne la prédiction du frottement pariétal, des vitesses moyennes et des grandeurs statistiques de la turbulence. Cependant, cette méthode n'a été reprise que par très peu d'auteurs, son coût demeurant assez élevé.

#### 2.4.4.2 Simulation des échelles détachées (DES)

La technique DES (*Detached Eddy Simulation*) a été introduite en 1997 par Spalart *et al.* [64, 83], dans le cadre d'écoulements décollés sur des profils d'ailes. Elle consiste en une hybridation des méthodes URANS et LES et permet de combiner les avantages de chacune d'entre elles. En effet, la couche limite est traitée en RANS, ce qui permet de s'affranchir des contraintes inhérentes aux simulations des grandes échelles, alors que les structures détachées de la paroi font l'objet d'une LES, qui permet d'accéder à leur dynamique instationnaire.

Dans l'approche DES, les contraintes de sous-maille sont évaluées d'une manière similaire à celle proposée par Smagorinsky. A savoir, pour un fluide incompressible :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (2.4.10)$$

Cependant, la différence principale entre la DES et les modèles de sous-maille fonctionnels, réside dans le fait que la viscosité turbulente est obtenue en résolvant une équation de transport pour une variable auxiliaire  $\tilde{\nu}$ , en faisant intervenir une distance  $\tilde{d}$  telle que :

$$\tilde{d} = \min(d_{RANS}, C_{DES}\Delta) \quad (2.4.11)$$

où  $d_{RANS}$  est la distance à la paroi,  $C_{DES}$  une constante à déterminer, et  $\Delta$  une échelle de longueur définie comme étant la longueur maximale de la maille dans les trois directions :

$$\Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \quad (2.4.12)$$

Par suite, au voisinage des parois,  $d_{RANS} \ll \Delta$ , on retrouve un modèle RANS de Spalart-Allmaras classique. Lorsque  $\Delta \ll d_{RANS}$ , la taille de la maille devient l'échelle de longueur du modèle, et on montre que celui-ci évolue vers un modèle de sous-maille [15]. En théorie, la transition entre les deux types de modèles (dans la zone où  $d_{RANS} \approx C_{DES}\Delta$ ) doit se faire de façon assez douce, sous l'action de la diffusion turbulente.

Du point de vue des applications, la DES doit permettre de simuler des écoulements décollés à forts nombres de Reynolds, tout en offrant la possibilité de résoudre les instationnarités à grande échelle présentes dans les zones de sillage et de mélange. Cette approche a donné des résultats encourageants, tant sur des configurations académiques, que sur des cas plus complexes (tuyères de propulseurs [15]).

## 2.5 Conclusion

Après un rappel des équations générales régissant les écoulements compressibles, le traitement des termes de sous-maille présents dans les équations de Navier-Stokes filtrées a été présenté, en s'appuyant sur les travaux de Vreman, dans le cadre d'une modélisation fonctionnelle. Différents éléments permettant de juger de la supériorité des modèles dynamiques sur les formes premières du modèle de Smagorinsky ont ensuite été exposés, justifiant ainsi du choix fait, dans cette étude, d'utiliser le modèle dynamique de Germano modifié par Lilly.

Enfin, quelques aspects spécifiques à la simulation des grandes échelles de couches limites ont été mis en évidence, et les contraintes liées à ce type de simulation identifiées. Il apparaît que le coût d'une LES de couche limite dépend fortement du nombre de Reynolds de l'écoulement et peut s'avérer rapidement prohibitif pour des applications industrielles. Ainsi, quelques axes de modélisation prometteurs, dont la technique DES, permettant de s'affranchir en partie de la contrainte citée précédemment, ont été brièvement exposés.

Néanmoins, dans la présente étude, le choix a été fait de ne procéder à aucune modélisation de la couche limite, afin de juger de la pertinence de l'utilisation des seuls outils LES pour la simulation de couches limites supersoniques décollées.

# Chapitre 3

## Méthodes numériques

---

*Le code de calcul utilisé dans cette étude est un solveur Navier-Stokes tridimensionnel parallèle, principalement dédié à la simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents compressibles. Des outils numériques spécifiques, adaptés à ce type d'étude, y ont été implémentés. Ce chapitre présente les différentes méthodes numériques employées ainsi que les résultats d'une étude menée sur la simulation directe d'une turbulence homogène isotrope 3D afin d'apprécier les performances respectives de chaque schéma numérique considéré.*

---

### 3.1 Schémas numériques pour les flux convectifs

En dehors de l'approche MILES (*Monotonically Integrated Large Eddy Simulation*), proposée initialement par Boris *et al.* en 1992 [9], et pour laquelle la dissipation des schémas numériques est utilisée en remplacement de celle induite par un modèle de sous-maille, il est communément admis que les simulations LES requièrent, pour l'évaluation des flux convectifs, l'utilisation de schémas numériques présentant des propriétés peu dissipatives, afin de maintenir une précision correcte des résultats [30, 31, 44].

Si on s'intéresse aux écoulements incompressibles, tout état de l'art sur ce sujet fait ressortir la nécessité d'utiliser des schémas centrés présentant un caractère naturellement peu dissipatif. Néanmoins, il est bien évident que de tels schémas se révèlent instables face aux cas d'épreuves d'écoulements compressibles présentant de forts niveaux acoustiques ou bien des discontinuités (ondes de choc, lignes de glissement) pour lesquels l'utilisation de schémas du type "shock capturing" est inévitable.

Pour ce travail, notre choix s'est naturellement orienté vers les schémas d'ordre élevé WENO (*Weighted Essentially Non-Oscillatory*), puisqu'ils possèdent, avec les schémas de type ENO

(*Essentially Non-Oscillatory*), des propriétés dissipatives encore acceptables pour un coût en temps de calcul qui reste accessible.

Le schéma WENO de Jiang *et al.* [37], précis au 5<sup>ème</sup> ordre, utilisé dans la présente étude est décrit dans ce qui suit.

### 3.1.1 Schéma WENO

Si les schémas ENO et WENO peuvent être considérés comme des développements des schémas de type TVD (*Total Variation Diminishing*), ils présentent l'avantage par rapport à ces derniers de ne pas réduire la précision à l'ordre 1 près des discontinuités et de conserver un ordre élevé partout ailleurs. En revanche le principe général de ces deux familles de schéma reste le même, à savoir qu'ils introduisent de la viscosité numérique près des discontinuités afin d'éviter les oscillations.

#### 3.1.1.1 Principe de base des schémas ENO : cas scalaire monodimensionnel

On considère dans un premier temps, pour des raisons de simplicité, le cas d'une équation de conservation scalaire monodimensionnelle (problème de Cauchy) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial f(U)}{\partial x} = 0 \quad (3.1.1)$$

Dans le cas d'un schéma centré d'ordre 2, il peut être écrit pour la dérivée du flux  $f$  :

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[ f\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right) \right] + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (3.1.2)$$

et on peut également écrire :

$$\frac{1}{\Delta x} \left[ f\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right) \right] \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\frac{\Delta x}{2}}^{x+\frac{\Delta x}{2}} f(\xi) d\xi \right) \quad (3.1.3)$$

L'idée de base des schémas Essentiellement Non-Oscillants est de déterminer un opérateur  $F$  permettant d'évaluer la dérivée du flux, à un ordre supérieur à 2, tel que :

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[ F\left(f\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)\right) - F\left(f\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right)\right) \right] + \mathcal{O}(\Delta x^q) \quad q \geq 2 \quad (3.1.4)$$

Si on note :

$$G(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\frac{\Delta x}{2}}^{x+\frac{\Delta x}{2}} f(\xi) d\xi \quad (3.1.5)$$

et que l'on considère désormais, l'approximation de  $F$  (resp.  $G$ ), à l'ordre  $2m+1$ , notée  $F_{2m+1}$  (resp.  $G_{2m+1}$ ), ce qui précède nous permet d'écrire :

$$F_{2m+1} \circ G_{2m+1} = f(x) + \mathcal{O}(\Delta x^{2m+1}) \quad (3.1.6)$$

Le symbole  $(\circ)$  étant l'opérateur de combinaison de fonctions.

A partir d'un développement en série de Taylor de  $G_{2m+1}$  en  $x$ , on obtient l'approximation suivante de  $F_{2m+1}$  :

$$F_{2m+1} = 1 + \sum_{p=1}^{p=m} \Delta x^{2p} a_{2p} \frac{\partial^{2p} f(x)}{\partial x^{2p}} + \mathcal{O}(\Delta x^{2m+1}) \quad (3.1.7)$$

où les coefficients  $a_{2p}$ , pour une approximation de  $F$  à l'ordre 9, sont donnés ci-après :

$a_2$	$a_4$	$a_6$	$a_8$
$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{5760}$	$-\frac{31}{967680}$	$\frac{127}{154828800}$

Le polynôme  $F_{2m+1}$  étant de degré  $2m$ , il existe  $r = 2m + 1$  façon de le discrétiser, ce qui amène à considérer autant de stencils contenant  $r$  points et présentant différents niveaux de stabilité en raison de leur décentrement par rapport au point où est évalué le flux.

Les stencils candidats pour la reconstruction du flux au point  $i + \frac{1}{2}$  sont les suivants :

$$S^{(k)} = \{x_{i+k-r+1}, x_{i+k-r+1}, \dots, x_{i+k}\} \quad , \quad k = 0, \dots, r - 1$$

Ainsi, sur le stencil  $S^{(k)}$ , le flux est reconstruit comme une combinaison de  $r$  flux voisins :

$$F_{2m+1}^{(k)} \left( f_{i+\frac{1}{2}} \right) = \sum_{l=0}^{r-1} \alpha_{k,l}^r f_{i-r+1+k+l} = \widehat{f}_{i+\frac{1}{2}} \quad (3.1.8)$$

où  $\alpha_{k,l}^r$  sont les coefficients de reconstruction. Pour un ordre de reconstruction ENO  $r = 3$ , comme c'est le cas dans cette étude, ces coefficients sont les suivants :

$k$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
0	1/3	-7/6	11/6
1	-1/6	5/6	1/3
2	1/3	5/6	-1/6
3	11/6	-7/6	1/3

Plusieurs procédures de sélection des stencils de reconstruction sont alors possibles. Nous présenterons en détail la méthode relative aux schémas WENO dans la section 3.1.1.2.3 de ce chapitre.

### 3.1.1.2 Cas du système conservatif des équations d'Euler

On s'intéresse au cas des équations d'Euler tridimensionnelles, écrites ici sous leur forme conservative :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (3.1.9)$$

avec :

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E_t \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(\rho E_t + P) \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ v(\rho E_t + P) \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ w(\rho E_t + P) \end{pmatrix} \quad (3.1.10)$$

Shu [78] a montré qu'une reconstruction des flux aux variables caractéristiques était plus précise et robuste qu'une procédure de reconstruction directe des flux  $F$ ,  $G$  et  $H$ .

En définissant les jacobiens  $A$ ,  $B$  et  $C$  des flux  $F$ ,  $G$  et  $H$  tels que :

$$A = \frac{\partial F}{\partial U}, \quad B = \frac{\partial G}{\partial U}, \quad C = \frac{\partial H}{\partial U} \quad (3.1.11)$$

Il est alors possible d'écrire l'équation (3.1.9) sous sa forme non-conservative :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial U}{\partial y} + C \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (3.1.12)$$

Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont diagonalisables et leurs valeurs propres s'écrivent :

$$\Lambda_A = L_A A R_A, \quad \Lambda_B = L_B B R_B, \quad \Lambda_C = L_C C R_C \quad (3.1.13)$$

avec

$$\Lambda_A = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u+c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u-c \end{pmatrix}, \quad \Lambda_B = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v+c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v-c \end{pmatrix}$$

$$\Lambda_C = \begin{pmatrix} w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w+c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w-c \end{pmatrix}$$

et  $L_X$  (resp.  $R_X$ ) étant les vecteurs propres à gauche (resp. à droite) de la matrice jacobienne  $X$ .

$c$  est la vitesse locale du son telle que  $c = \sqrt{\gamma(\gamma-1)c_v T}$ .

On souligne ici que cette décomposition n'est rigoureusement valide que pour des systèmes monodimensionnels. Les flux totaux sont reconstruits par superposition des flux monodimensionnels dans les trois directions de l'espace.

Dans la suite, on détaille la procédure d'évaluation du flux numérique  $\widehat{F}_{i+\frac{1}{2}}$ .

### 3.1.1.2.1 Calcul des flux aux variables caractéristiques

Aux points d'indices entiers, les flux  $f_{s,i}$  associés aux variables caractéristiques sont obtenus en multipliant les flux  $F$  par les vecteurs propres à gauche de la matrice  $A_{i+\frac{1}{2}}$ . On a donc :

$$f_{s,i} = L_{A_{s,i+\frac{1}{2}}} F_i \quad \text{et} \quad u_{s,i} = L_{A_{s,i+\frac{1}{2}}} U_i \quad (3.1.14)$$

On précise que l'état en  $i + \frac{1}{2}$  est évalué à partir des états aux deux points entiers contigus ( $i$  et  $i + 1$ ) selon la moyenne de Roe [69] définie sur les variables primitives par :

$$\begin{aligned} \rho_{i+\frac{1}{2}} &= \sqrt{\rho_i \rho_{i+1}} \\ u_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{u_i + D u_{i+1}}{1 + D} \\ v_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{v_i + D v_{i+1}}{1 + D} \\ w_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{w_i + D w_{i+1}}{1 + D} \\ T_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{T_i + D T_{i+1}}{1 + D} \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

avec

$$D = \sqrt{\frac{\rho_{i+1}}{\rho_i}} \quad (3.1.16)$$

### 3.1.1.2.2 Partitionnement des flux

Dans un deuxième temps, les flux caractéristiques  $f_s(u_s)$  doivent être scindés en deux parties  $f_s^+(u_s)$  et  $f_s^-(u_s)$  telles que :

$$f_s(u_s) = f_s^+(u_s) + f_s^-(u_s) \quad \text{avec} \quad \frac{\partial f_s^+(u_s)}{\partial u_s} \geq 0, \quad \frac{\partial f_s^-(u_s)}{\partial u_s} \leq 0 \quad \text{et} \quad s = 1, \dots, 5 \quad (3.1.17)$$

Plusieurs types de décomposition sont alors possibles [76, 77] :

– Décomposition au sens de Lax-Friedrichs :

$$f_s^\pm(u_s) = \frac{1}{2} (f_s(u_s) \pm \alpha u_s) \quad (3.1.18)$$

$\alpha$  étant la plus grande valeur propre sur une ligne de maillage concernée.

– Décomposition au sens de Roe :

$$f_s^\pm(u_s) = \frac{1}{2} (f_s(u_s) \pm \text{sgn}(\lambda_A^s) f_s(u_s)) \quad (3.1.19)$$

En pratique, la décomposition de Lax-Friedrichs mène à des schémas plus robustes mais également plus dissipatifs. En outre, elle induit des temps de calcul nettement plus importants que la décomposition de Roe, pour laquelle, suivant le signe de la valeur propre, un des deux flux décomposé est nul.

### 3.1.1.2.3 Reconstruction WENO

Il est à noter, qu'en ce qui concerne les schémas de type ENO (WENO inclus), la seule source de diffusion numérique est due à l'erreur de troncature qui est dépendante du décentrement amont des stencils utilisés pour calculer les flux  $\hat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^\pm$ . La précision globale du schéma dépend donc fortement de la méthode de sélection ou de combinaison des stencils de reconstruction.

Dans le cas de la méthode ENO, le stencil retenu, parmi les  $r$  candidats, est celui sur lequel la fonction est la moins raide, ceci afin de minimiser les oscillations en présence de forts gradients. On note, dans ce cas, que l'ordre du schéma ne dépend pas du stencil de reconstruction et reste donc constant.

Un moyen d'améliorer la précision du schéma est d'adopter l'approche WENO [52, 37] qui permet d'accroître l'ordre théorique du schéma jusqu'à  $2r - 1$ . Cette méthode consiste à utiliser une superposition des  $r$  flux ENO d'ordre  $r$  possibles auxquels on associe un poids. Ce dernier est déterminé de sorte à ce qu'il soit très faible pour les flux reconstruits sur des stencils contenant de forts gradients et important dans les autres régions.

Les stencils retenus pour calculer les flux WENO sont différents selon la partie du flux à recomposer. Ainsi,  $\hat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^+$  est évalué de la manière suivante :

$$\widehat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^+ = \sum_{k=0}^{r-1} \omega^{(k)} q_r^{(k)} \left( f_{s,i+k-r+1}^+, \dots, f_{s,i+k}^+ \right) \quad (3.1.20)$$

et  $\widehat{f}_{i+\frac{1}{2}}^-$  est obtenu sur les stencils symétriques aux précédents par rapport au point  $i + \frac{1}{2}$  :

$$\widehat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^- = \sum_{k=0}^{r-1} \omega^{(k)} q_r^{(k)} \left( f_{s,i+k-r+2}^-, \dots, f_{s,i+k+1}^- \right) \quad (3.1.21)$$

$q_r^{(k)}$  est le flux ENO reconstruit à l'ordre  $r$  sur le stencil  $S^{(k)}$  (éq. 3.1.8), et  $\omega^{(k)}$  les coefficients de pondération tels que :

$$\omega^{(k)} = \frac{\sigma^{(k)}}{\sigma^{(1)} + \dots + \sigma^{(r-1)}} \quad (3.1.22)$$

avec :

$$\sigma^{(k)} = \frac{\Omega^{(k)}}{(\varepsilon + IS^{(k)})^2} \quad (3.1.23)$$

$\Omega^{(k)}$  sont les poids optimaux qui permettent d'obtenir la précision d'ordre  $2r - 1$  du schéma. Ils sont donnés dans le tableau suivant, pour  $r = 3$  :

$\Omega^{(k)}$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
$\widehat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^+$	1/10	6/10	3/10
$\widehat{f}_{s,i+\frac{1}{2}}^-$	3/10	6/10	1/10

$IS^{(k)}$  sont des indicateurs permettant de diminuer les poids des stencils contenant des discontinuités et sont calculés de la manière suivante pour le flux  $\widehat{f}_{i+\frac{1}{2}}^+$  (dans le cas où  $r = 3$ ) :

$$\begin{aligned} IS^{(0)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i-2}^+ - 2f_{s,i-1}^+ + f_{s,i}^+ \right)^2 + \frac{1}{4} \left( f_{s,i-2}^+ - 4f_{s,i-1}^+ + 3f_{s,i}^+ \right)^2 \\ IS^{(1)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i-1}^+ - 2f_{s,i}^+ + f_{s,i+1}^+ \right)^2 + \frac{1}{4} \left( f_{s,i}^+ - f_{s,i+1}^+ \right)^2 \\ IS^{(2)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i}^+ - 2f_{s,i+1}^+ + f_{s,i+2}^+ \right)^2 + \frac{1}{4} \left( 3f_{s,i}^+ - 4f_{s,i+1}^+ + f_{s,i+2}^+ \right)^2 \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

et symétriquement pour le flux  $\widehat{f}_{i+\frac{1}{2}}^-$ , à savoir :

$$\begin{aligned}
IS^{(0)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i+1}^- - 2f_{s,i+2}^- + f_{s,i+3}^- \right)^2 + \frac{1}{4} \left( 3f_{s,i+1}^- - 4f_{s,i+2}^- + f_{s,i+3}^- \right)^2 \\
IS^{(1)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i}^- - 2f_{s,i+1}^- + f_{s,i+2}^- \right)^2 + \frac{1}{4} \left( f_{s,i+1}^- - f_{s,i+2}^- \right)^2 \\
IS^{(2)} &= \frac{13}{12} \left( f_{s,i-1}^- - 2f_{s,i}^- + f_{s,i+1}^- \right)^2 + \frac{1}{4} \left( f_{s,i-1}^- - 4f_{s,i}^- + 3f_{s,i+1}^- \right)^2
\end{aligned} \tag{3.1.25}$$

$\varepsilon$  est un nombre très faible permettant d'éviter l'annulation du dénominateur de l'équation (3.1.23). Il est pris égal à  $10^{-6}$  dans cette étude.

Enfin, le flux caractéristique total s'écrit :

$$\hat{f}_{i+\frac{1}{2}} = \hat{f}_{i+\frac{1}{2}}^+ + \hat{f}_{i+\frac{1}{2}}^- \tag{3.1.26}$$

Ainsi, pour déterminer le flux conservatif  $\hat{F}_{i+\frac{1}{2}}$ , on multiplie  $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}}$  par les vecteurs propres à droite de  $A_{i+\frac{1}{2}}$  :

$$\hat{F}_{i+\frac{1}{2}} = \sum_{s=1}^5 \hat{f}_{s,i+\frac{1}{2}} R_{A_{s,i+\frac{1}{2}}} \tag{3.1.27}$$

Finalement, la même procédure est utilisée pour évaluer  $\hat{F}_{i-\frac{1}{2}}$ , et le terme  $\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_i$  est approximé par :

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_i = \frac{\hat{F}_{i+\frac{1}{2}} - \hat{F}_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \tag{3.1.28}$$

### 3.1.2 Stratégie de réduction des effets diffusifs : schéma hybride

Les efforts de développement de schémas numériques à capture de chocs d'ordre élevés ont permis de minimiser les problèmes liés à l'excès de dissipation numérique. On constate néanmoins, dans certains cas, que les propriétés dissipatives de ces schémas sont encore relativement importantes, ce qui mène à une dégradation non acceptable de la qualité des simulations.

En effet, même si Pirozzoli *et al.* [66] ont montré qu'un schéma WENO d'ordre 7 permettait de simuler, avec de très bons résultats, une couche limite turbulente supersonique sur un maillage DNS présentant environ trente millions de points, le schéma WENO5 que nous utilisons n'échappe pas à la contrainte liée à la dissipation lorsqu'il est utilisé sur un maillage LES, par nature moins dense, et donc favorisant les effets de diffusion numérique.

### 3.1.2.1 Le senseur de Ducros

En ce qui concerne la simulation des grandes échelles des interactions choc/turbulence, de nombreuses recherches ont été dédiées à l'élaboration de schémas numériques à capture de chocs capables, en dehors des discontinuités, de traiter la turbulence avec un minimum de dissipation.

Certains travaux font apparaître une notion de senseur de discontinuité permettant d'appliquer localement la dissipation. Citons à ce titre l'approche de Jameson [36] qui, même si elle est assez éloignée des "philosophies" ENO, est à l'origine de l'élaboration d'outils qui seront utilisés dans la présente étude. L'auteur utilise une formulation centrée d'ordre 2, donc peu dissipative mais peu robuste, en appliquant une dissipation artificielle d'ordre 2 et 4 proportionnelle à la valeur d'un senseur  $\Psi$  (dit de Jameson), évalué à partir des fluctuations locales de pression. Il s'est malheureusement avéré que ce senseur était inadapté à la simulation d'écoulements turbulents puisque les valeurs qu'il retourne sont importantes, à la fois, dans les zones à fort gradient et à fort rotationnel.

Ducros *et al.* [20], sur la base d'un travail concernant les senseurs de discontinuité, ont proposé une modification du schéma de Jameson. Les lieux où doit s'appliquer la dissipation artificielle sont alors déterminés par la combinaison du senseur de Jameson et d'un senseur  $\Phi$  défini par Ducros tel que :

$$\Phi = \frac{(\text{div}(\vec{u}))^2}{(\text{rot}(\vec{u}))^2 + (\text{div}(\vec{u}))^2 + \varepsilon} \quad (3.1.29)$$

$\varepsilon$  étant un nombre très petit permettant d'éviter les indéterminations.

Le calcul de  $\Phi$  retourne une valeur bornée entre 0 et 1, d'autant plus importante que les effets de gradient dominant ( $\text{div}(\vec{u})$  grand) et d'autant plus faible dans les zones pleinement turbulentes ( $\text{rot}(\vec{u})$  grand).

Il a été montré que l'emploi du senseur de Ducros seul, dans un schéma de Jameson, était suffisant.

Le senseur de Ducros parvenant à différencier les zones présentant de forts gradients des zones turbulentes, celui-ci se révélera être un élément essentiel pour la simulation des grandes échelles d'écoulements supersoniques.

### 3.1.2.2 Schéma hybride (WENO5 / Schéma centré d'ordre 4)

Il a été choisi, dans cette étude, d'utiliser une approche proposée par Garnier *et al.* [27] combinant le schéma WENO5 avec un schéma centré d'ordre 4 (dont le caractère peu dissipatif est démontré sur le cas de turbulence homogène isotrope dans la suite de ce chapitre). Cette méthode permet de réduire la dissipation numérique du schéma WENO5 tout en conservant l'avantage de sa robustesse.

L'idée est d'utiliser localement le schéma centré d'ordre 4 lorsque les propriétés de l'écoulement ne peuvent pas générer d'instabilités numériques (typiquement en l'absence de chocs ou d'ondes acoustiques), c'est-à-dire aux endroits où l'emploi du WENO5 n'est pas justifié.

Ainsi, il convient d'avoir recours à un critère permettant de déterminer les lieux où il est possible d'employer le schéma centré d'ordre 4 sans pour autant dégrader la stabilité du code de calcul. Le senseur de Ducros est adapté pour sélectionner le schéma numérique à utiliser puisqu'il parvient à identifier les régions turbulentes ne présentant pas de discontinuités.

Les améliorations dues à ce schéma sont présentées sur le cas test de couche limite supersonique exposé au chapitre 4.

### 3.2 Schéma numérique pour les flux diffusifs

L'évaluation des termes diffusifs est effectuée à l'aide d'un schéma précis à l'ordre 4 proposé par Kudryavtsev *et al.* [45].

Les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles en fluide compressible peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} - \left( \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + \frac{\partial H_v}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.2.1)$$

Les vecteurs des variables conservatives ( $U$ ) et des flux convectifs ( $F, G, H$ ) étant définis par l'équation (3.1.10) et les flux diffusifs sont tels que :

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ f_v \end{pmatrix}, \quad G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ g_v \end{pmatrix}, \quad H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \\ h_v \end{pmatrix} \quad (3.2.2)$$

$\sigma_{ij}$  est le tenseur des efforts visqueux, et  $q_j$  le flux de chaleur définis au chapitre 2 (en adoptant la notation  $x \equiv x_1, y \equiv x_2$  et  $z \equiv x_3$ ).

$f_v, g_v$  et  $h_v$  s'expriment :

$$\begin{aligned} f_v &= u \sigma_{11} + v \sigma_{12} + w \sigma_{13} - q_1 \\ g_v &= u \sigma_{12} + v \sigma_{22} + w \sigma_{23} - q_2 \\ h_v &= u \sigma_{13} + v \sigma_{23} + w \sigma_{33} - q_3 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Les termes de diffusion sont approximés par un schéma centré du quatrième ordre :

$$\frac{\partial F_v}{\partial x} \Big|_{i,j,k} = \frac{F_{v_{i-2,j,k}} - 8F_{v_{i-1,j,k}} + 8F_{v_{i+1,j,k}} - F_{v_{i+2,j,k}}}{12\Delta x} \quad (3.2.4)$$

Cependant, les composantes de  $F_v$  contiennent des dérivées du type  $\frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial}{\partial y}$  et  $\frac{\partial}{\partial z}$ . Pour calculer  $\frac{\partial}{\partial y}$  et  $\frac{\partial}{\partial z}$ , on utilise une formulation centrée. Si la même formulation, purement centrée, est utilisée pour évaluer  $\frac{\partial}{\partial x}$ , cela mène à l'utilisation d'un très large stencil de 9 points suivant  $x$ , posant des problèmes de dissipation pour les grands nombres d'onde et la définition de conditions aux limites en terme de nombre de mailles fictives.

Pour s'affranchir de ces contraintes, il est possible de déterminer les dérivées suivant  $x$  par différentes formulations au 5<sup>ème</sup> ordre sur un stencil de 5 points  $S = \{i - 2, i - 1, i, i + 1, i + 2\}$  :

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i-2,j,k} &= \frac{-25u_{i-2,j,k} + 48u_{i-1,j,k} - 36u_{i,j,k} + 16u_{i+1,j,k} - 3u_{i+2,j,k}}{12\Delta x} \\
\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i-1,j,k} &= \frac{-3u_{i-2,j,k} - 10u_{i-1,j,k} + 18u_{i,j,k} - 6u_{i+1,j,k} + u_{i+2,j,k}}{12\Delta x} \\
\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i,j,k} &= \frac{u_{i-2,j,k} - 8u_{i-1,j,k} + 8u_{i+1,j,k} - u_{i+2,j,k}}{12\Delta x} \\
\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i+1,j,k} &= \frac{-u_{i-2,j,k} + 6u_{i-1,j,k} - 18u_{i,j,k} + 10u_{i+1,j,k} + 3u_{i+2,j,k}}{12\Delta x} \\
\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i+2,j,k} &= \frac{3u_{i-2,j,k} - 16u_{i-1,j,k} + 36u_{i,j,k} - 48u_{i+1,j,k} + 25u_{i+2,j,k}}{12\Delta x}
\end{aligned} \tag{3.2.5}$$

Les flux de sous-maille sont évalués à partir de la même procédure.

### 3.3 Schéma d'intégration temporelle

Dans cette étude, le choix à été fait de n'utiliser que des schémas d'intégration temporelle explicites. Le principal désavantage de ce type de schéma est que leurs critères de stabilité induisent une limitation sévère du pas de temps. Cependant, on notera que le caractère instationnaire des simulations présentées ici impose que l'incrément temporel soit suffisamment faible pour prendre en compte toutes les échelles temporelles associées à l'écoulement.

Le choix d'un schéma d'intégration temporelle est dicté par les contraintes de précision, de coût (stockage et temps de calcul) et de stabilité. Les schémas de type Runge-Kutta offrent un bon compromis sur ces trois points. Nous utilisons, dans ce travail, les méthodes Runge-Kutta respectant le critère TVD décrites par Shu *et al.* [76]. Ces dernières sont détaillées ci-après.

L'équation (3.2.1) peut se mettre sous la forme simplifiée suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = L(U) \tag{3.3.1}$$

où  $L(U)$  est une approximation des flux convectifs et visqueux.

La méthode optimale Runge-Kutta au second ordre est donnée par :

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^n + \Delta t L(U^n) \\ U^{n+1} &= \frac{1}{2}U^n + \frac{1}{2}U^{(1)} + \frac{1}{2}\Delta t L(U^{(1)}) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

On utilise également la méthode Runge-Kutta au troisième ordre :

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^n + \Delta t L(U^n) \\ U^{(2)} &= \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(U^{(1)}) \\ U^{n+1} &= \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(U^{(2)}) \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

Le critère de stabilité sur le pas de temps est le suivant :

$$\Delta t = CFL \min [\min (\Delta t_{c,x}, \Delta t_{v,x}), \min (\Delta t_{c,y}, \Delta t_{v,y}), \min (\Delta t_{c,z}, \Delta t_{v,z})] \quad (3.3.4)$$

$\Delta t_{c,x}$  et  $\Delta t_{v,x}$  sont respectivement les pas de temps issus des critères de stabilité convectifs et diffusifs. Ils s'écrivent :

$$\Delta t_{c,x} = \frac{\Delta x}{|u| + c} \quad \text{et} \quad \Delta t_{v,x} = \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\gamma \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)} \quad (3.3.5)$$

Le nombre de Courant-Friedrichs-Levy ( $CFL$ ) doit être choisi inférieur à 1 pour assurer la stabilité du schéma. Il représente le rapport entre la vitesse maximale physique de l'information et la vitesse maximale numérique qu'il est possible de capter sur un maillage de taille  $\Delta x$  avec un pas de temps  $\Delta t$ .

Dans les calculs présentés ici, on prend  $CFL = 0.9$ . On précise en outre que, dans cette étude, aucun problème d'éventuelle instabilité du schéma d'ordre 2 n'a été observée. L'utilisation de ce dernier a donc été préférée à celle du schéma d'ordre 3 pour des raisons de réduction du coût en temps de calcul.

On notera que le cas présent, la simulation d'une couche limite implique l'utilisation d'un maillage très raffiné dans la direction normale à la paroi ( $y$ ). Ainsi le critère de stabilité visqueux devient prépondérant en proche paroi du fait de la présence du terme  $\Delta y^2$ , et conduit à l'utilisation d'un pas de temps relativement faible.

### 3.4 Validation des schémas numériques

Cette partie présente trois cas-tests de validation des schémas numériques. Le premier est le calcul d'un tube à choc monodimensionnel, le second repose sur la convection bidimension-

nelle d'un tourbillon isentropique, et enfin le troisième concerne la simulation numérique directe d'une turbulence homogène isotrope tridimensionnelle.

### 3.4.1 Tube à choc

Ce premier cas-test consiste à simuler l'écoulement eulérien 1D dans un tube supposé infiniment long (fig. 3.1) après la rupture d'une membrane séparant deux gaz maintenus à des états thermodynamiques (1) et (2) différents tels que :

$$\begin{aligned} (\rho_1, u_1, p_1) &= (1, 0, 1) & \text{si } x < L/2 \\ (\rho_2, u_2, p_2) &= (0.125, 0, 0.1) & \text{si } x \geq L/2. \end{aligned}$$

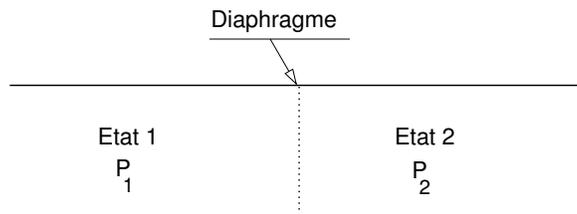


FIG. 3.1 – Tube à choc : état initial.

Il s'agit d'un test classique (problème de Sod [81]) regroupant plusieurs phénomènes instationnaires et comportant des zones de gradients importants. En effet, à la rupture de la membrane, une onde de compression se propage à la vitesse  $u_s$  du milieu en surpression vers le milieu en dépression. Au même instant, une onde de détente se forme et se propage en sens inverse à la vitesse  $u_d$ . Les deux discontinuités sont séparées par une ligne de glissement isobare se déplaçant à la vitesse  $u_g$  (fig. 3.2).

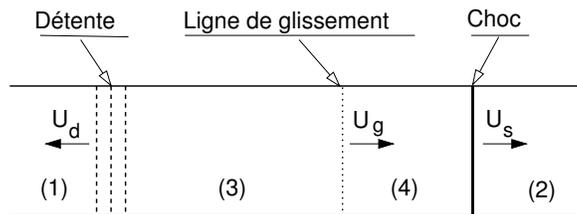


FIG. 3.2 – Tube à choc : après rupture du diaphragme.

Le tube simulé ici comporte 500 mailles uniformément réparties. Les conditions initiales sont exposées ci-dessus. Le nombre de CFL est pris égal à 0.7.

Si le schéma numérique est assez robuste, les résultats ne doivent pas présenter d'oscillations au voisinage des discontinuités. La solution obtenue (fig. 3.3) est correcte et montre la

robustesse du schéma WENO cinquième ordre. En effet, bien qu'il soit d'un ordre très élevé, ce dernier a un comportement stable au voisinage des discontinuités (onde de choc, ligne de glissement...) comme le schéma de Roe.

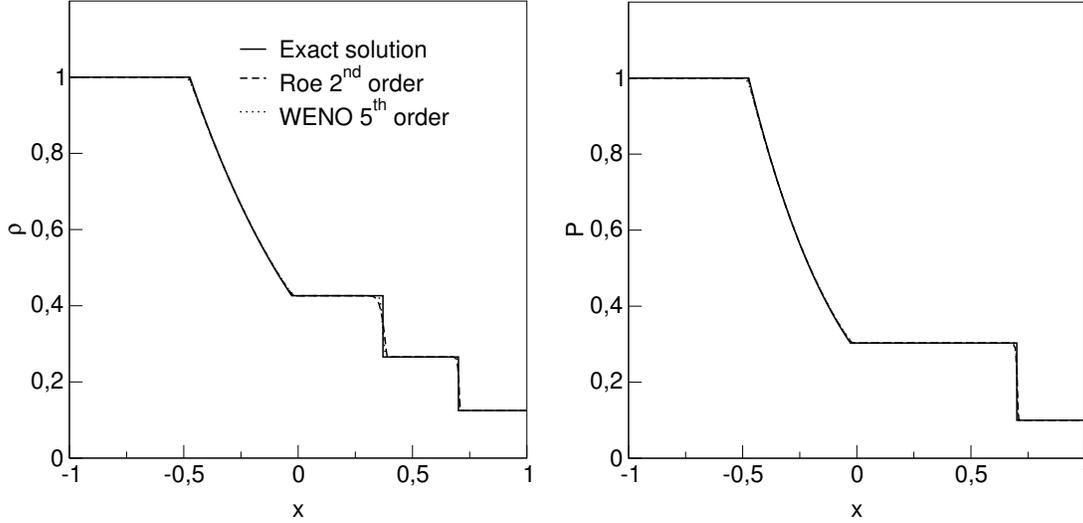


FIG. 3.3 – Tube à choc : solution à  $t=0.4$ .

### 3.4.2 Evolution d'un tourbillon isentropique

L'étude de l'évolution temporelle d'un tourbillon isentropique, placé dans un écoulement uniforme, est un cas-test fréquemment utilisé pour évaluer le taux de convergence des schémas numériques en absence de chocs [92, 14]. En effet, la connaissance de la solution exacte permet d'en mesurer la précision pour des écoulements eulériens ne présentant pas de forts gradients.

Ce cas-test consiste en un écoulement 2D uniforme ( $p_\infty = 1$ ;  $\rho_\infty = 1$ ;  $u_\infty = cst$ ;  $v_\infty = cst$ ) dans lequel se trouve un tourbillon isentropique provoquant des perturbations de l'écoulement :

$$(\delta u, \delta v) = \frac{\hat{\beta}}{2\pi} \exp^{\frac{1-r^2}{2}} (-\bar{y}, \bar{x}), \quad \delta T = -\frac{(\gamma-1)\hat{\beta}^2}{8\gamma\pi^2} \exp^{1-r^2} \quad (3.4.1)$$

où  $\hat{\beta} = 5$  est l'intensité du tourbillon,  $\gamma = 1.4$ ,  $T = p/\rho$ ,  $T_\infty = 1$ ,  $(\bar{x}, \bar{y}) = (x - x_0, y - y_0)$  avec  $x_0$  et  $y_0$  les coordonnées du centre du tourbillon à l'instant initial et  $r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$ . L'écoulement est isentropique ( $\delta s = 0$ ), soit pour un gaz parfait :  $p/\rho^\gamma = 1$ .

Etant données les relations  $u = u_\infty + \delta u$ ,  $v = v_\infty + \delta v$ ,  $T = T_\infty + \delta T$  et la relation d'isentropie,

les variables conservatives à l'état initial sont données par :

$$\begin{aligned}
\rho &= T^{\frac{1}{\gamma-1}} = (T_\infty + \delta T)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left[ 1 - \frac{(\gamma-1)\hat{\beta}^2}{8\gamma\pi^2} \exp^{1-r^2} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \\
\rho u &= \rho(u_\infty + \delta u) = \rho \left[ u_\infty - \frac{\hat{\beta}}{2\pi} \exp^{\frac{1-r^2}{2}} \bar{y} \right] \\
\rho v &= \rho(v_\infty + \delta v) = \rho \left[ v_\infty + \frac{\hat{\beta}}{2\pi} \exp^{\frac{1-r^2}{2}} \bar{x} \right] \\
p &= \rho^\gamma \\
\rho E_t &= \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2).
\end{aligned} \tag{3.4.2}$$

Le domaine de calcul comporte  $N$  points dans chaque direction. Le centre du tourbillon se situe en  $(x_0, y_0) = (5, 0)$  et les conditions aux limites sont de type périodique. Le CFL est fixé à 0.8 pour tous les calculs. Le schéma WENO utilisé est du cinquième ordre en espace et du troisième ordre en temps alors que le schéma TVD est du second ordre en espace et en temps.

### 3.4.2.1 Cas stationnaire

Nous nous intéressons en premier lieu au cas où le tourbillon est stationnaire ( $u_\infty = 0$ ,  $v_\infty = 0$ ). Dans ce cas, la mesure de l'erreur relative en norme  $L_1$  sur la masse volumique durant l'évolution temporelle du tourbillon, permet d'estimer l'ordre de convergence du schéma. Si la méthode est de l'ordre  $r$ , pour un maillage uniforme, l'ordre de convergence  $r$  est donné par :

$$r = \frac{\ln \left[ E_1^N / E_1^{N'} \right]}{\ln(N'/N)} \tag{3.4.3}$$

où  $E_1^N$  et  $E_1^{N'}$  sont les erreurs relatives en norme  $L_1$  sur les maillages de  $N \times N$  et  $N' \times N'$  points, respectivement. Après cinq périodes (une période correspondant au temps mis par une perturbation pour faire la longueur du domaine de calcul à la célérité du son), la solution numérique obtenue pour différents maillages est comparée à la solution exacte et les erreurs relatives sur la masse volumique sont calculées. Le taux de convergence est ensuite évalué selon l'équation (3.4.3). Le tableau suivant résume les résultats obtenus et met en évidence que, lorsque  $N \rightarrow \infty$ ,  $r \rightarrow 2$  pour le schéma TVD et  $r \rightarrow 5$  pour le schéma WENO. Ceci confirme les précisions théoriques en espace des deux schémas.

Schéma	$N \times N$	Erreur (norme $L_1$ )	$r$	Schéma	Erreur (norme $L_1$ )	$r$
WENO	$40 \times 40$	$2.322 e-3$	—	TVD	$2.656 e-2$	—
	$80 \times 80$	$1.077 e-4$	4.430		$9.197 e-3$	1.530
	$160 \times 160$	$4.061 e-6$	4.729		$2.603 e-3$	1.821
	$320 \times 320$	$1.263 e-7$	5.007		$6.779 e-4$	1.941
	$640 \times 640$	$3.944 e-9$	5.001		$1.711 e-4$	1.986

### 3.4.2.2 Cas instationnaire

L'évolution de ce même tourbillon a été étudiée lorsque celui-ci est convecté diagonalement. Ce cas ne diffère du précédent que par les vitesses de l'écoulement moyen ( $u_\infty = 1$ ,  $v_\infty = 1$ ).

Les résultats obtenus, après plusieurs périodes de convection du tourbillon (sur une distance correspondant à la longueur de la diagonale du domaine de calcul) et pour différents maillages, sont présentés sur la figure 3.4. Cette figure représente un profil de la masse volumique au centre du tourbillon. Ces résultats montrent une nette différence entre les schémas TVD et WENO pour le maillage ( $80 \times 80$ ) : le schéma WENO du cinquième ordre est peu dissipatif même après plusieurs périodes (fig. 3.4.a) contrairement au schéma TVD du second ordre (fig. 3.4.b). Sur cette même figure, il est également possible de noter une dérive croissante du centre du tourbillon au fur et à mesure de sa convection. Comme l'indique Yee [92], la dérive verticale du tourbillon est principalement due à la dissipation spatiale du schéma alors que le décalage horizontal est lié à l'erreur de phase de l'intégration en temps.

Enfin, les calculs montrent que lorsque le maillage est raffiné ( $200 \times 200$ ), le schéma TVD du second ordre converge vers la solution exacte (fig. 3.4.c). Cependant la solution fournie par le schéma TVD sur le maillage le plus fin n'est toujours pas aussi précise que celle du schéma WENO obtenue sur le maillage ( $80 \times 80$ ).

Ce test montre clairement que dans les régions ne présentant pas de forts gradients, le schéma WENO du cinquième ordre est moins diffusif que le schéma TVD du second ordre. Concernant les coûts de calcul, celui du schéma WENO est environ trois à quatre fois plus important que celui du schéma TVD.

En conclusion, les deux cas-tests présentés ci-dessus (tube à choc et tourbillon isentropique) indiquent que les schémas TVD donnent de bons résultats pour des écoulements simples avec des chocs (fig. 3.3) mais que pour des écoulements plus complexes présentant des tourbillons, des ondes acoustiques, des lignes de glissement, des ondes instationnaires..., les schémas de type WENO sont sans doute plus appropriés.

### 3.4.3 Simulation directe d'une Turbulence Homogène Isotrope 3D

Afin de mesurer l'influence du schéma numérique utilisé pour approximer les termes convectifs et de valider le calcul des flux diffusifs, nous choisissons d'effectuer la simula-

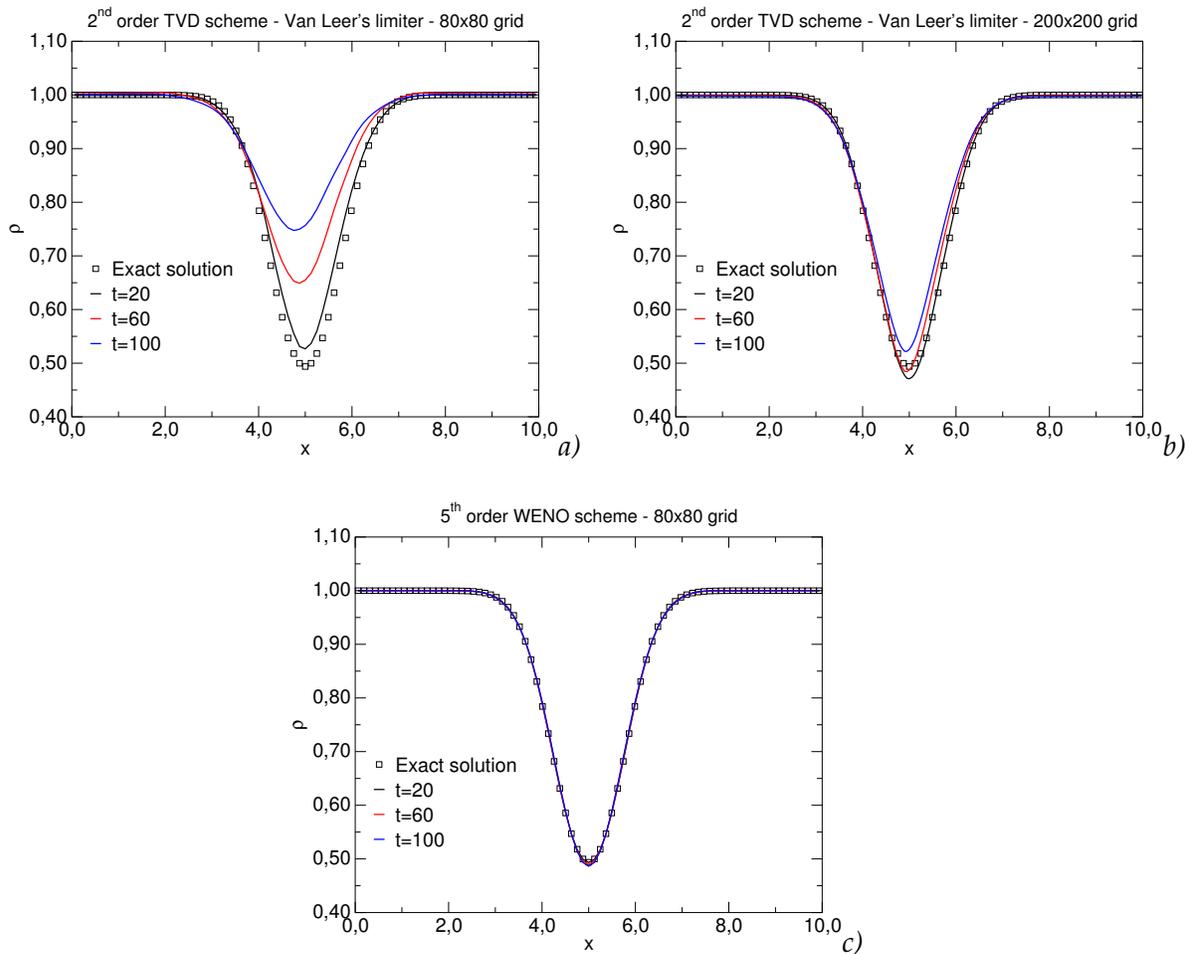


FIG. 3.4 – Evolution temporelle d'un tourbillon 2D convecté diagonalement pour différents maillages et schémas numériques.

tion directe d'une turbulence homogène isotrope tridimensionnelle incompressible. Nous disposons de résultats issus d'une simulation obtenue à l'aide d'un code de calcul utilisant un schéma compact PADE précis au 6<sup>ème</sup> ordre [48] auxquels nous comparons des calculs effectuées avec un schéma WENO 5 (avec décomposition des flux au sens de Lax-Friedrichs puis de Roe) et enfin avec un schéma centré d'ordre 4. Le schéma hybride n'a pu être testé en l'absence de discontinuité. Ce cas de validation présente l'avantage d'être assez simple à mettre en oeuvre et permet d'avoir un aperçu global du comportement du code de calcul.

### 3.4.3.1 Caractéristiques du cas-test

On parle de turbulence homogène isotrope lorsqu'aucune direction privilégiée de l'écoulement n'est observée. Toute grandeur statistique doit alors rester invariante par rotation et translation des axes. En conséquence, l'écoulement moyen doit être nul.

Le champ initial est obtenu à l'aide d'un spectre de Passot-Pouquet qui présente l'avantage de contenir essentiellement des grandes structures (fig. 3.5). La méthode pour générer le champ de vitesse à partir des paramètres spectraux de la turbulence a été initialement développée par Rogallo [70]. Elle est détaillée par Réveillon [68] dans son mémoire de thèse.

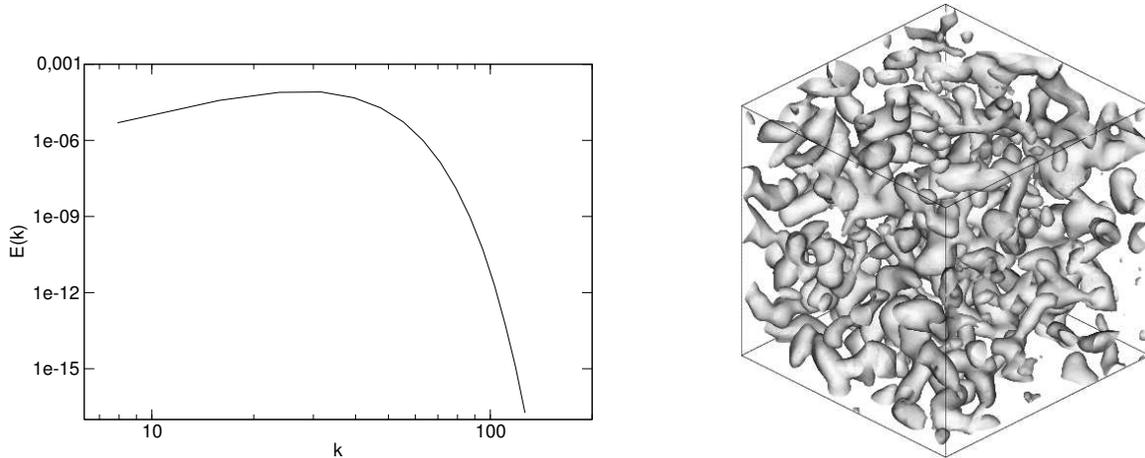


FIG. 3.5 – Spectre de Passot-pouquet - Représentation d'une iso-vorticité du champ initial.

On précise tout d'abord les grandeurs caractéristiques d'adimensionnement. Elles sont déterminées sur le champ initial.

- La longueur caractéristique est l'échelle intégrale  $\Lambda$  de la turbulence.
- La vitesse caractéristique est la vitesse *rms* calculée telle que  $u' = \sqrt{(\overline{u'_i u'_i})} / 3$ .
- Le temps caractéristique  $\tau_{ov}$ , appelé temps de retournement tourbillonnaire ("eddy turn over time"), représente le temps de retournement d'un gros tourbillon, entraînant une forte modification du champ fluctuant. Il est donné par  $\tau_{ov} = \Lambda / u'$ .

On note également que le nombre de Reynolds turbulent, basé sur l'échelle intégrale, est de 40 et que le domaine de calcul contient initialement environ 10 échelles intégrales.

Un maillage uniformément réparti de  $64^3$  nœuds est utilisé. S'agissant d'une simulation directe, la discrétisation spatiale correspond à l'échelle de Kolmogorov évaluée sur le champ initial. Les conditions aux limites sont périodiques dans les trois directions de l'espace.

### 3.4.3.2 Influence du schéma numérique pour les termes convectifs

La figure 3.6 montre l'évolution de la vorticité au cours du temps dans un plan 2D. La décroissance des niveaux de vorticité s'accompagne d'une croissance globale de la valeur de l'échelle intégrale (fig. 3.7). On note que le schéma WENO5, quelle que soit la décomposi-

tion du flux utilisée, surestime  $\Lambda$  dès l'instant initial, tandis que les résultats obtenus avec le schéma centré d'ordre 4 sont très proches de la DNS de référence.

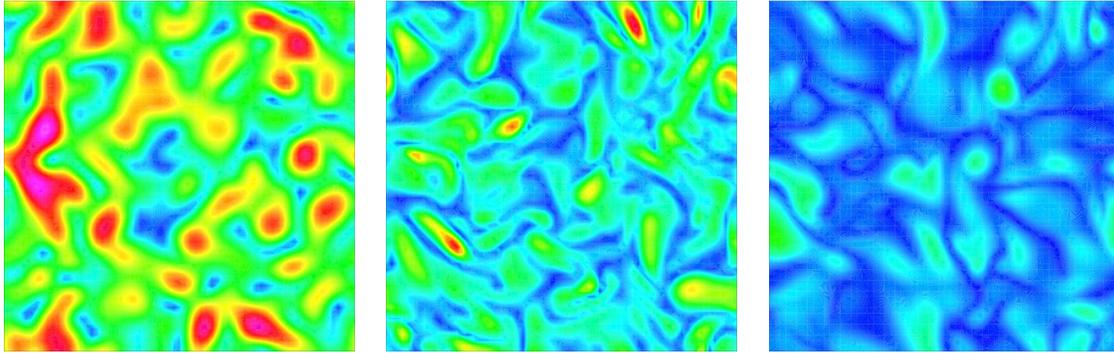


FIG. 3.6 – Champs de vorticité dans un plan, aux temps  $t = 0, 1, 2\tau_{ov}$ .

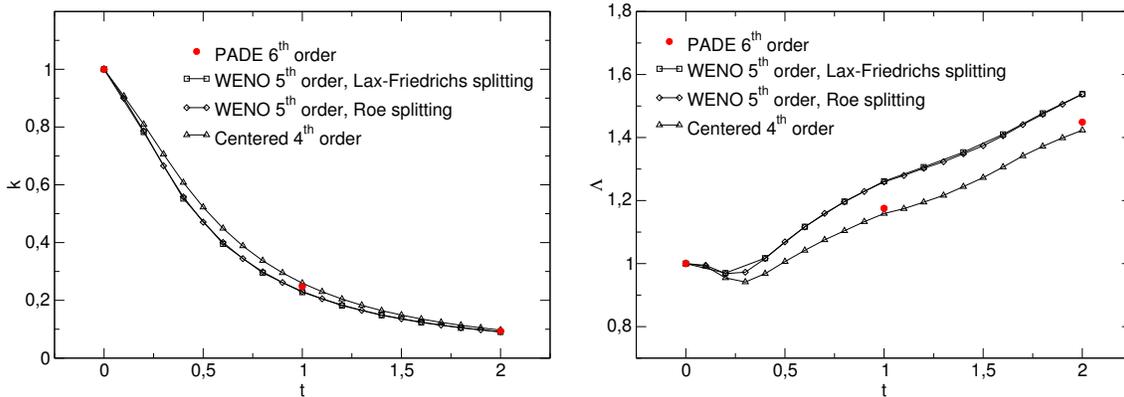


FIG. 3.7 – Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente et de l'échelle intégrale.

La turbulence n'étant plus alimentée depuis l'instant initial, on observe une décroissance de son énergie cinétique  $k$  (fig. 3.7).

Le tableau 3.1 donne les différences relatives observées sur celle-ci, par rapport au calcul PADE6, et ceci pour tous les schémas testés.

Il ressort de ces comparaisons que le schéma centré d'ordre 4 est le moins dissipatif de tous, puisqu'il pr dicit la plus faible décroissance de l'énergie. Ainsi, un schéma compact PADE d'ordre 6 peut s'avérer plus diffusif qu'une simple formulation centrée d'ordre 4. Comme on pouvait s'y attendre, les schémas WENO5 sont les plus dissipatifs. Même si les deux méthodes de décomposition des flux donnent des résultats très proches, ces analyses confirment que la décomposition de Roe conduit à une précision légèrement meilleure. C'est donc cette dernière que nous utiliserons dans ce travail.

Energie cinétique turbulente : Différence relative / PADE6	t=1	t=2
WENO5 Lax-Friedrichs splitting	- 7.79 %	- 3.41 %
WENO5 Roe splitting	- 6.76 %	- 2.81 %
Centré ordre 4	+ 4.78 %	+ 3.42 %

TAB. 3.1 – Comportement des schémas testés par rapport au PADE6, en terme de différence relative observée sur l'énergie cinétique turbulente.

L'étude spectrale des champs obtenus tous les  $2\tau_{ov}$  (fig. 3.8) confirme les résultats précédents. Les différences entre les simulations sont surtout visibles au niveau des petites structures. En effet, plus le schéma numérique utilisé est dissipatif, moins il associe d'énergie aux petites échelles de la turbulence. La hiérarchie des schémas testés, établie sur les critères de dissipation, est donc confirmée ici.

En outre, on note qu'après un certain temps, dès que la cascade énergétique de la turbulence se met en oeuvre, la pente du spectre en  $Nk^{-5/3}$ , dans la zone inertielle, est respectée.

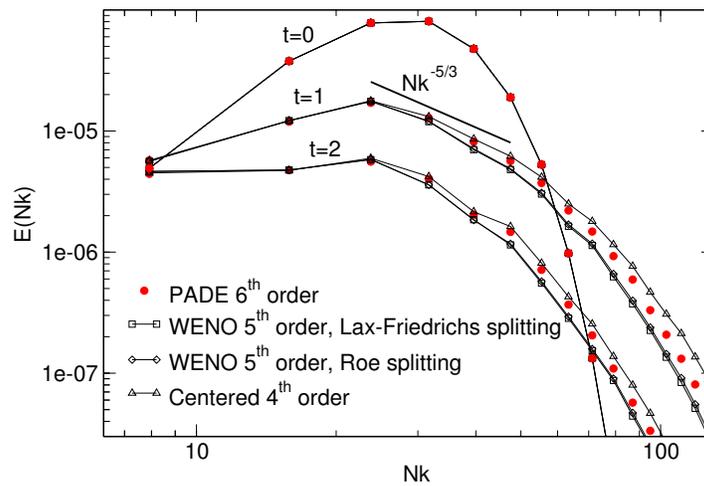


FIG. 3.8 – Spectres énergétiques aux temps  $t = 0, 1, 2\tau_{ov}$ .

Ces calculs nous ont permis de valider l'intégration dans le code des techniques numériques. Quel que soit le schéma numérique utilisé, les résultats obtenus sont très proches de la simulation de référence. Cependant, les caractéristiques dissipatives du schéma WENO5, même si elles restent acceptables dans le cas présent, ont été démontrées.

### 3.5 Conclusion

Les méthodes numériques utilisées dans ce travail de thèse ont été présentées. On rappelle ici les différentes caractéristiques du code de calcul dont nous disposons :

- Schéma centré d'ordre 4 pour le calcul des flux visqueux.
- Schéma de Runge-Kutta TVD d'ordre 2 et 3 pour l'intégration temporelle.
- Schéma WENO5 éventuellement couplé avec un schéma centré d'ordre 4 (schéma hybride) pour l'évaluation des flux convectifs.

Ces outils ont été validés sur différents cas-tests. Même s'il est évident que ceux-ci ne sont pas assez sévères pour présumer de la capacité du code à simuler des écoulements plus complexes, ces validations ont permis d'effectuer une vérification globale de l'implémentation des méthodes numériques et d'appréhender les caractéristiques dissipatives des techniques d'évaluation des flux convectifs. En particulier, la simulation directe d'une turbulence homogène isotrope 3D, même si elle se révèle discriminante, a montré que la dissipation induite par le schéma WENO5 provoque des effets sensibles sur les résultats, ce qui laisse présager tout l'intérêt du schéma hybride en vue d'améliorer la précision des simulations.



## Chapitre 4

# Couche limite turbulente supersonique à Mach 2.28

---

*Ce chapitre présente les résultats de la simulation des grandes échelles d'une couche limite turbulente supersonique à Mach 2.28. Les principales caractéristiques du cas-test sont tout d'abord présentées. Ensuite, le problème de la génération de conditions d'entrée turbulentes est abordé. La méthode retenue, fondée sur un procédé de recyclage et de re-normalisation de champs turbulents, ainsi que les quelques améliorations qui lui ont été apportées dans le cadre de ce travail, sont détaillées. Enfin, après avoir mis en évidence l'intérêt de l'utilisation du schéma numérique hybride (chap. 3, §3.1.2.2), les statistiques obtenues sur les variables aérodynamiques moyennes et fluctuantes sont commentées.*

---

### 4.1 Définitions et généralités sur les couches limites turbulentes supersoniques

Tout au long de ce chapitre, différents aspects phénoménologiques précis, relatifs aux écoulements de couches limites, seront abordés et illustrés par les résultats obtenus. Néanmoins, il a été jugé utile de rappeler ici les principales caractéristiques de ce type d'écoulement, ainsi que les quelques variables utiles à leur description.

Les couches limites compressibles diffèrent des couches limites incompressibles, principalement par une forte augmentation de la température au niveau de la paroi. Le gradient de pression normal à celle-ci restant très faible, cet échauffement s'accompagne d'une décroissance de la masse volumique. Néanmoins, la description d'une couche limite turbulente reste globalement indépendante de sa nature compressible ou incompressible. D'une manière générale, la principale caractéristique de ce type d'écoulements est déterminée par la

coexistence d'effets visqueux et turbulents. La région de très proche paroi est dominée par la viscosité moléculaire alors qu'en s'éloignant de celle-ci, les contraintes dominantes sont dues à l'agitation turbulente. Cet aspect relate la diversité des échelles en présence, au sein de la couche limite et ainsi la difficulté de représenter d'un seul tenant le profil de vitesse dans toute son épaisseur. Afin de décrire un tel écoulement, on est amené à définir certaines variables caractéristiques sans dimensions.

La vitesse de frottement à la paroi notée  $u_\tau$  peut être définie à partir de la contrainte pariétale  $\tau_p$  par :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_p}} = \sqrt{\nu_p \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_p} \quad (4.1.1)$$

On définit également la vitesse longitudinale normalisée notée  $u^+$  donnée par :

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (4.1.2)$$

Pour les régions internes de la couche limite les longueurs sont souvent exprimées en unités de paroi telles que :

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu_p} \quad (4.1.3)$$

Pour la région externe on utilise de préférence la variable normalisée  $\eta = y/\delta$ , où  $\delta$  est l'épaisseur de couche limite telle que  $\bar{u}(\delta) = 0.99\bar{u}_\infty$ .

Il est alors commode de scinder la couche limite en plusieurs zones afin de procéder à un description systématique de celle-ci :

La zone interne (définie par Chassaing [11] pour  $\eta < 0.2$ ) se décompose en trois couches pour lesquelles  $u^+$  suit des lois particulières :

- La sous couche visqueuse ( $y^+ < 5$ ) dans laquelle les effets visqueux dominent et la vitesse longitudinale évolue de façon linéaire en fonction de la distance à la paroi :

$$u^+(y^+) = y^+ \quad (4.1.4)$$

- Une région de transition ( $5 < y^+ < 30$ ) dans laquelle la production de turbulence est maximale.

- Une région logarithmique ( $y^+ > 30$ ) dans laquelle le profil de vitesse longitudinal suit la loi suivante :

$$u^+(y^+) = \frac{\ln(y^+)}{\kappa} + C \quad \text{avec } \kappa = 0.41 \text{ et } C = 5.2 \quad (4.1.5)$$

Cette loi n'est valable que pour une couche turbulente incompressible. Pour un écoulement de couche limite supersonique, van Driest [89] propose une correction sur la densité qui permet de retrouver un comportement logarithmique :

$$u_{vd}^+ = \int_0^{u^+} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_p}} d(u^+(y^+)) = \frac{\ln(y^+)}{\kappa} + C \quad (4.1.6)$$

Huang *et al.* [34] ont montré que les constantes  $\kappa$  et  $C$  restent les mêmes qu'en écoulement incompressible si on utilise les échelles transformées de van Driest.

La zone externe de la couche limite (pour  $0.2 < \eta < 1$ ) est composée du haut de la région logarithmique puis d'une zone où le comportement du profil de vitesse longitudinale s'éloigne de la loi logarithmique. Cette dernière région est appelée zone de sillage par analogie avec certains écoulements présentant ce type de profil de vitesse.

Une couche limite peut également être caractérisée par ses différentes épaisseurs. On définit ici l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  et de quantité de mouvement  $\theta$  :

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty}\right) dy \quad \text{et} \quad \theta = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy \quad (4.1.7)$$

Il est alors commun de définir un nombre de Reynolds  $Re_\theta = \frac{u_\infty \theta}{\nu_\infty}$ , basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement.

## 4.2 Présentation du cas-test

La couche limite supersonique, à laquelle nous nous intéressons ici, possède les mêmes caractéristiques que celle instrumentée par Laurent et Deleuze dans leurs travaux de thèse [46, 17]. Elle correspond, dans leurs expérimentations, à une couche limite turbulente à l'équilibre, sur paroi adiabatique, soumise à une interaction avec une onde de choc oblique, plus ou moins inclinée, pouvant éventuellement provoquer un décollement. Une étude numérique de cette interaction est proposée dans le chapitre suivant.

Les campagnes expérimentales ont été réalisées dans la veine S8 de la soufflerie supersonique de L'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, équipée d'une tuyère produisant un écoulement à Mach 2.28. Cette veine présente une hauteur de 120 mm pour une largeur de 170 mm. Le plancher de la zone instrumentée est constitué d'une plaque de cuivre d'une longueur de 500 mm pour une envergure de 130 mm. Ces travaux ont fourni une base de données, issue de mesures par anémométrie doppler laser (LDA) et fil chaud (HWA), s'avérant précieuse pour la validation de codes de calculs et de méthodes instationnaires comme la simulation des grandes échelles.

Les propriétés de la couche limite simulée sont les suivantes :

- Nombre de Mach :  $M_\infty = 2.28$
- Composante longitudinale de la vitesse :  $u_\infty = 557 \text{ m.s}^{-1}$
- Température statique :  $T_\infty = 144.6 \text{ K}$
- Masse volumique :  $\rho_\infty = 0.0966 \text{ Kg.m}^{-3}$
- Vitesse de frottement en paroi :  $u_\tau = 24.75 \text{ m.s}^{-1}$
- Épaisseur de la couche limite :  $\delta = 10.83 \text{ mm}$
- Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur  $\theta$  :  $Re_\theta = 5350$

Le fluide utilisé est de l'air, considéré comme un gaz parfait, de chaleur spécifique calorifique à volume constant  $c_v = 716.6 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , le rapport  $c_p/c_v$  valant  $\gamma = 1.4$ .

### 4.3 Caractéristiques de la simulation

Pour cette simulation, le modèle dynamique de sous-maille de Germano modifié par Lilly (chap. 2, §2.3.3) est utilisé. La direction homogène considérée est celle de l'envergure de la plaque ( $z$ ).

Les méthodes numériques employées sont les suivantes :

- Schéma hybride (chap. 3, §3.1.2.2), pour l'évaluation des flux convectifs.
- Schéma centré d'ordre 4, pour l'évaluation des flux diffusifs.
- Schéma Runge-Kutta TVD d'ordre 2, pour l'intégration temporelle.
- Le nombre de CFL est fixé à une valeur de 0.9.

Les dimensions physiques du domaine de calcul sont :  $160 \text{ mm} \times 70 \text{ mm} \times 7 \text{ mm}$  (soit  $14.8 \delta \times 6.5 \delta \times 0.6 \delta$ ). Ce qui donne pour la longueur et l'envergure, en terme d'unités de paroi<sup>1</sup>,  $Lx^+ = 9600$  et  $Lz^+ = 455$ . Ces valeurs sont très supérieures aux "minimal flow units" conseillées par Jimenez et Moin ([38] et chap. 2, §2.4.1.2), qui préconisent des dimensions minimales de  $Lx^+ \simeq 250 - 350$  et  $Lz^+ = 100$ , afin de ne pas inhiber la dynamique de la turbulence.

Quant à la hauteur choisie ( $70 \text{ mm}$ ), elle a été jugée suffisante pour éviter le confinement de la couche limite, puisqu'elle représente plus de la moitié de la dimension réelle. Elle doit donc permettre de conserver "un état infini" sur une grande partie du domaine.

Le maillage utilisé comprend 2.3 millions de points dont la répartition est donnée dans le tableau 4.1.

<sup>1</sup>Les dimensions exprimées en unités de paroi sont déterminées à partir de la vitesse de frottement expérimentale.

$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\min(\Delta y^+)$	$\Delta z^+$
240	150	65	40	1	7

TAB. 4.1 – Résolution spatiale : répartition des points du maillage.

La condition  $\Delta y^+ < 1$  dans la maille paroi permet d’assurer qu’au moins un point du maillage est situé dans la sous-couche visqueuse. De plus, 14 points sont situés dans la région  $y^+ < 30$ , ce qui permet une résolution fine de la zone de transition.

On note que Garnier [27] a, sur une simulation semblable, obtenu de bons résultats avec une résolution spatiale légèrement moins précise.

### 4.3.1 Génération de conditions d’entrée turbulentes

La génération de conditions d’entrée turbulentes instationnaires demeure une des principales difficultés lors de la réalisation d’une simulation des grandes échelles. En effet, la qualité d’une simulation dépend presque toujours des conditions d’entrée, rendant inévitable la spécification de fluctuations turbulentes réalistes, en cohérence avec l’écoulement moyen.

Dans le cadre spécifique de simulations spatio-temporelles de couches limites turbulentes, plusieurs méthodes peuvent être proposées :

- La solution, conceptuellement la plus simple, consiste à imposer un profil laminaire en entrée et d’y superposer des fluctuations aléatoires, afin que s’effectue une transition naturelle vers la turbulence. Cette approche, utilisée par Pirozzoli *et al.* [66] sur un cas de couche limite supersonique, a donné des résultats probants. L’avantage de cette technique est qu’elle ne nécessite pas d’imposer de fluctuations turbulentes à l’entrée. Néanmoins, son coût reste prohibitif puisqu’une grande partie du domaine de calcul est consacrée au phénomène de transition. Ainsi, celle-ci perd de son intérêt pour la simulation d’écoulements turbulents pleinement développés.
- Il est également possible d’imposer, en entrée de domaine, des conditions aux limites moyennes, auxquelles on superpose un bruit blanc vérifiant un certain taux de turbulence ou bien les moments d’ordre 2. Cette méthode pose le problème de générer des fluctuations qui ne vérifient que statistiquement les propriétés turbulentes réelles de l’écoulement et nécessite l’emploi de grands domaines de calculs afin que celles-ci se réorganisent en fluctuations réalistes, ce qui induit un coût de calcul déraisonnable.
- Enfin, Lund *et al.* [53] ont proposé une méthode pour la simulation des grandes échelles de couches limites turbulentes, dans laquelle l’écoulement produit ses propres conditions d’entrée, à partir d’un processus de renormalisation d’un profil de vitesse situé à une station proche de la sortie du domaine de calcul (voir fig. 4.1). Cette technique présente l’avantage de réduire le domaine de calcul et, de ce fait, le coût de la simulation.

Dans cette étude, nous avons retenu la dernière des solutions citées précédemment, dont les grandes lignes sont présentées ci-après.

#### 4.3.1.1 Principe de la méthode de renormalisation

Cette méthode, a été initialement proposée pour un écoulement incompressible, et a été généralisée aux écoulements compressibles par Urbin et Knight [88] et Stolz et Adams [87]. Le principe général consiste en la décomposition en une partie moyenne et fluctuante des différentes variables décrivant l'écoulement, à une station légèrement en amont de la sortie du domaine de calcul (par exemple à  $(x_{resc} - x_{inl}) / L_x = 0.8$ ). On renormalise alors fluctuations et champs moyens à l'aide d'un procédé approprié avant de les réintroduire en entrée du domaine, connaissant à ce niveau les valeurs moyennes de la vitesse de frottement et de l'épaisseur de couche limite (fig. 4.1).

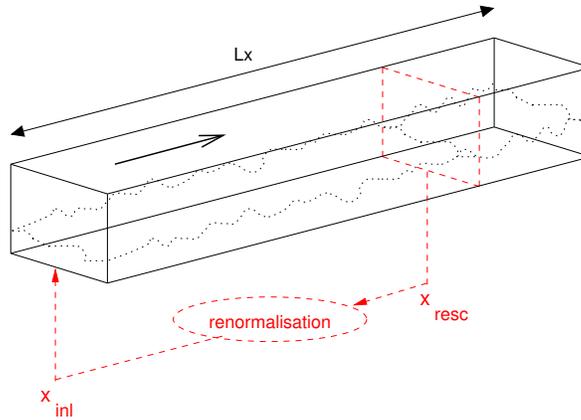


FIG. 4.1 – Domaine de calcul - principe de la méthode de renormalisation

On effectue tout d'abord la décomposition d'une variable  $u$ , en sa partie moyenne  $\bar{u}$  et fluctuante  $u'$ , de la façon suivante :

$$\bar{u} = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} u dt \quad \text{et} \quad u' = u - \bar{u} \quad (4.3.1)$$

où  $t_i$  (resp.  $t_f$ ) représente l'instant initial (resp. final) de la période sur laquelle est effectuée la statistique.

Il faut maintenant décomposer la couche limite en une région interne et une région externe.

Pour la région interne, le profil de vitesse longitudinale est obtenu, en entrée de domaine, en respectant la loi de paroi classique :

$$\bar{u}_{inl}^{inn} = \beta \times \bar{u}_{resc}(y_{inl}^+) \quad (4.3.2)$$

Pour la région externe, on a :

$$\bar{u}_{inl}^{out} = \beta \times \bar{u}_{resc}(\eta_{inl}) + (1 - \beta) \times \bar{u}_{\infty} \quad (4.3.3)$$

où  $\beta$  est le rapport des vitesses de frottement entre l'entrée du domaine et la station à recycler :

$$\beta = \frac{u_{\tau, inl}}{u_{\tau, resc}} \quad (4.3.4)$$

La renormalisation de la composante moyenne de la vitesse normale à la paroi est donnée par :

$$\bar{v}_{inl}^{inn} = \bar{v}_{resc}(y_{inl}^+) \quad et \quad \bar{v}_{inl}^{out} = \bar{v}_{resc}(\eta_{inl}) \quad (4.3.5)$$

La partie moyenne de la troisième composante de la vitesse (direction de l'envergure de la plaque) étant nulle, elle ne fera l'objet d'aucune renormalisation.

Les fluctuations de vitesse sont renormalisées simplement :

$$(u'_i)_{inl}^{inn} = \beta \times (u'_i)_{resc}(y_{inl}^+, z, t) \quad et \quad (u'_i)_{inl}^{out} = \beta \times (u'_i)_{resc}(\eta_{inl}, z, t) \quad (4.3.6)$$

Pour un écoulement compressible, la température et la masse volumique sont également renormalisées comme :

$$\bar{T}_{inl}^{inn} = \bar{T}_{resc}(y_{inl}^+) \quad et \quad \bar{T}_{inl}^{out} = \bar{T}_{resc}(\eta_{inl}) \quad (4.3.7)$$

$$(T')_{inl}^{inn} = (T')_{resc}(y_{inl}^+, z, t) \quad et \quad (T')_{inl}^{out} = (T')_{resc}(\eta_{inl}, z, t) \quad (4.3.8)$$

$$\bar{\rho}_{inl}^{inn} = \bar{\rho}_{resc}(y_{inl}^+) \quad et \quad \bar{\rho}_{inl}^{out} = \bar{\rho}_{resc}(\eta_{inl}) \quad (4.3.9)$$

$$(\rho')_{inl}^{inn} = (\rho')_{resc}(y_{inl}^+, z, t) \quad et \quad (\rho')_{inl}^{out} = (\rho')_{resc}(\eta_{inl}, z, t) \quad (4.3.10)$$

A ce stade, les profils internes et externes, à réintroduire en entrée de domaine, sont déterminés. Il ne reste plus qu'à effectuer une moyenne pondérée spatialement de ces deux profils, à l'aide d'une fonction permettant une transition douce entre les deux régions pour une valeur de  $\eta=0.2$  :

$$u_{inl} = (\bar{u}_{inl}^{inn} + (u')_{inl}^{inn}) \times (1 - W(\eta)) + (\bar{u}_{inl}^{out} + (u')_{inl}^{out}) \times W(\eta) \quad (4.3.11)$$

avec :

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tanh \left[ \frac{4(\eta-B)}{(1-2B)\times\eta+B} \right]}{\tanh(4)} \right) \quad \text{avec} \quad B = 0.2 \quad (4.3.12)$$

Enfin, pour l'extérieur de la couche limite ( $\eta > 1$ ), un bruit aléatoire d'amplitude  $u'_i = 0.1u_\infty \exp(-2(\eta - 1))$  est ajouté à l'écoulement moyen, en entrée de domaine.

Cette méthode présente toutefois quelques inconvénients auxquels nous avons tenté de remédier.

#### 4.3.1.2 Inconvénients et modification de la méthode

Outre la validation du code de calcul, le but de cette étude est de générer une base de donnée permettant d'alimenter les conditions d'entrée turbulentes d'une simulation plus complexe faisant intervenir une interaction onde de choc/couche limite. Il est donc nécessaire d'avoir un contrôle correct sur les paramètres moyens de la couche limite (notamment l'épaisseur et le frottement pariétal), pour faire correspondre ceux-ci à l'expérience.

L'imposition de ces deux paramètres moyens, en entrée de domaine, provoque une distorsion particulièrement visible sur le profil de vitesse longitudinale renormalisé (voir fig. 4.2). Dans notre cas, cette singularité prend naissance dans une zone de la couche limite où l'écoulement est supersonique, ce qui a pour effet de provoquer l'apparition locale d'une discontinuité de type onde de choc.

Ce problème est dû à la chute du frottement pariétal (d'origine naturelle ou numérique - dissipation du schéma ou sous-résolution en espace), entre l'entrée du domaine et la station à renormaliser.

Plus précisément, la méthode proposée par Lund impose, pour le profil interne,  $(\bar{u}_{inl}^{inn})^+ = (\bar{u}_{rec})^+$  (éq. 4.3.2). Cependant, pour le profil externe, l'écoulement doit dégénérer vers un état infini imposé qui est quasiment le même au niveau des deux stations alors que les vitesses de frottement  $y$  sont différentes, nous avons donc nécessairement  $(\bar{u}_{inl}^{out})^+ \neq (\bar{u}_{rec})^+$ . Ainsi, ces deux profils renormalisés ne peuvent se raccorder parfaitement. Même si la fonction  $W(\eta)$  (éq. 4.3.12) permet de conserver la continuité du profil de vitesse longitudinale renormalisé, elle n'est pas en mesure d'assurer son caractère monotone.

C'est, dans notre cas, l'inconvénient majeur de cette méthode qui se traduit par le fait, qu'en pratique, il est impossible d'imposer à la fois le frottement et l'épaisseur de couche limite en entrée de domaine.

Lund propose d'imposer  $\delta_{inl}$  et d'avoir recours à la relation suivante pour déterminer  $u_{\tau,inl}$  :

$$u_{\tau,inl} = u_{\tau,rec} \left( \frac{\theta_{rec}}{\theta_{inl}} \right)^{1/8} \quad (4.3.13)$$

Or, cette solution provoque des difficultés de convergence statistique, et ne nous a pas permis de contrôler de façon satisfaisante le frottement pariétal en entrée de domaine. De plus une légère distorsion des profils renormalisés peut subsister.

Nous proposons donc une modification simple de la méthode, concernant uniquement le processus de renormalisation de la vitesse longitudinale :

- Pour la partie interne de la couche limite, nous imposons en entrée de domaine un profil moyen de vitesse longitudinale ( $\bar{u}_{inl}^{inn}$ ) correspondant à un profil générique de couche limite turbulente.
- Le profil externe ( $\bar{u}_{inl}^{out}$ ), est obtenu de façon à assurer  $\bar{u}_{inl}^{out}(\eta_r) = \bar{u}_{inl}^{inn}(\eta_r)$  (continuité du profil final renormalisé). Avec  $\eta_r = 0.2$ .

Pour cela un nouveau facteur de renormalisation  $\beta'$  est défini tel que :

$$\beta' = \frac{\bar{u}_{inl}^{inn}(\eta_r) - \bar{u}_\infty}{\bar{u}_{rec}(\eta_r) - \bar{u}_\infty} \quad (4.3.14)$$

et  $\beta'$  est utilisé pour calculer  $\bar{u}_{inl}^{out}$  de la façon suivante :

$$\bar{u}_{inl}^{out} = \beta' \times \bar{u}_{resc}(\eta_{inl}) + (1 - \beta') \times \bar{u}_\infty \quad (4.3.15)$$

La fonction de pondération spatiale  $W(\eta)$  est toujours utilisée pour assurer la continuité de  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ .

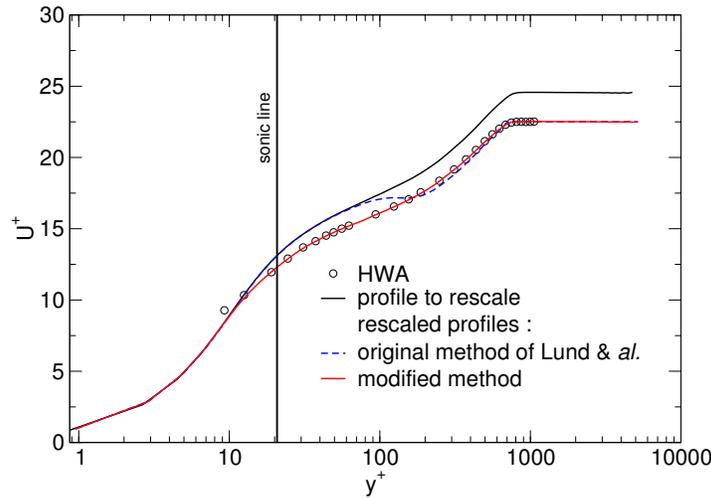


FIG. 4.2 – Modification de la méthode de renormalisation

La figure 4.2 montre que, contrairement à la méthode originale, la méthode modifiée permet

d'obtenir un profil de vitesse longitudinale renormalisé identique à un profil de couche limite turbulente générique, avec le frottement pariétal et l'épaisseur de couche limite désirée.

### 4.3.2 Autres conditions aux limites

Dans le cadre des simulations de couches limites supersoniques, il convient de distinguer deux états possibles de l'écoulement à la sortie du domaine :

- Un état supersonique qui ne pose, à priori, pas de problème puisque toute l'information se propage de l'amont vers l'aval. En pratique, la sortie est laissée libre en faisant une extrapolation des variables en espace et en temps.
- Un état subsonique, confiné sur une zone située près de la paroi (canal subsonique), pour lequel, si les conditions aux limites imposées sont trop "brutales", des ondes caractéristiques sont susceptibles de se réfléchir sur la sortie du domaine de calcul et venir dégrader la qualité de la simulation.

Pour cette dernière région, notre choix s'est tout d'abord naturellement orienté vers l'utilisation de techniques de conditions de non-réflexion [67, 72], qui permettent d'atténuer le retour d'ondes caractéristiques depuis la frontière sortante. Cependant, il est apparu que le couplage du schéma centré d'ordre 4, majoritairement employé dans le canal subsonique, avec ce type de conditions aux limites conduisait à des solutions non physiques.

Il a donc été choisi d'utiliser uniquement le schéma WENO5 dans les dernières mailles, en amont de la sortie du domaine. Cette technique présente l'avantage de mettre à profit les caractéristiques dissipatives de ce schéma, pour atténuer les ondes réfléchies sur la frontière de sortie. L'usage des conditions de non-réflexion provoquant encore des instabilités dans ces conditions, il a été décidé de procéder à une extrapolation des variables, semblable à celle qui est faite dans la zone supersonique.

Pour chaque simulation effectuée, on s'assure d'exploiter les résultats dans des zones suffisamment éloignée de la sortie du domaine de calcul. Ainsi, les mailles les plus proches de la sortie, où seul le schéma WENO5 est employé, ne sont évidemment pas prises en compte lors du traitement statistique.

Les conditions aux limites dans la direction de l'envergure de la plaque ( $z$ ) sont périodiques, ce qui revient à simuler une partie de l'écoulement située de part et d'autre du plan central de la veine de soufflerie. La frontière supérieure du domaine est, quant à elle, laissée libre, alors que des conditions de non-glissement sont imposées à la paroi.

## 4.4 Influence du schéma hybride

La valeur seuil du senseur  $\Phi_c$ , en deçà de laquelle le schéma centré d'ordre 4 est utilisé, est fixée à 0.035. Au-delà, nous avons constaté que des problèmes de stabilité pouvaient apparaître.

Des statistiques effectuées sur  $\Phi$  montrent que le schéma centré d'ordre 4 est employé très majoritairement à l'intérieur de la couche limite puisque  $\bar{\Phi} < \Phi_c$  pour  $y/\delta < 0.96$  (voir fig. 4.3).

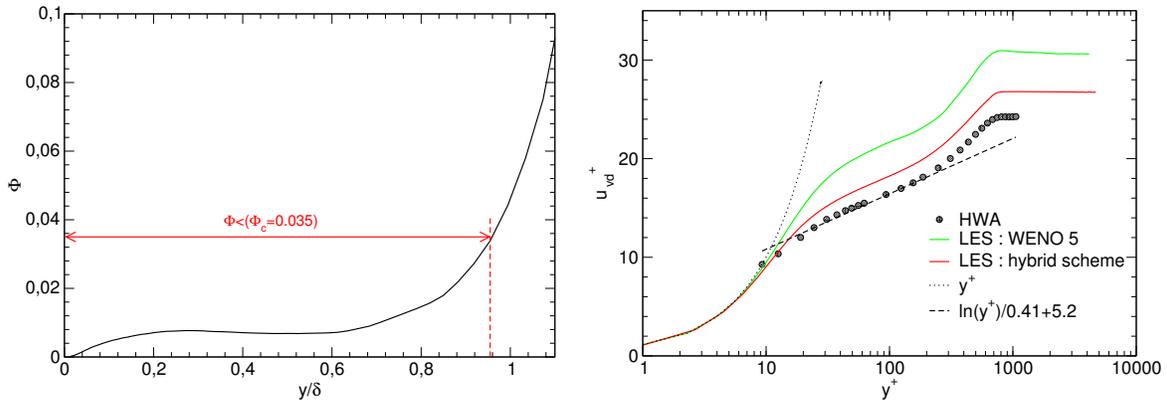


FIG. 4.3 – Valeur moyennée en temps du senseur de Ducros en fonction de l'épaisseur de couche limite normalisée et influence du traitement numérique des termes convectifs sur le profil de vitesse longitudinale.

Dans le cas d'une simulation de couche limite, un excès de dissipation numérique se traduit notamment par une sous-estimation de la vitesse de frottement en paroi.

La différence entre les performances respectives du WENO5 et du schéma hybride est très fortement visible sur le profil de vitesse longitudinale normalisée  $u_{vd}^+$ , du fait de la forte sous estimation d'environ 20% de la vitesse de frottement  $u_\tau$  par le WENO5. En effet, la combinaison de ce dernier avec un schéma centré d'ordre 4 permet de réduire cette erreur à moins de 10% (voir fig. 4.3), qui est un niveau de précision classique et en accord avec la littérature pour les simulations des grandes échelles de couches limites compressibles utilisant des schémas "shock capturing" [27, 84].

## 4.5 Résultats et discussions

Dans sa thèse, Deleuze [17] présente une série de mesures ADL, menée sur la couche limite turbulente, dans une configuration sans interaction. Les résultats de ces expériences sont semblables à ceux obtenus sur la couche limite incidente, soumise à une interaction, pour le peu que les mesures soient effectuées suffisamment en amont du plan d'impact du choc incident sur la paroi. Dans cette partie, afin de valider nos simulations, c'est cette dernière série de mesure qui sera utilisée. Les profils considérés sont, dans les travaux de Deleuze (mesures ADL), situés à 90 mm en amont de l'impact du choc incident et à 76 mm, en ce qui concerne les travaux de Laurent [46] (mesures HWA).

En outre, une comparaison avec les résultats de la simulation numérique directe de Pirozzoli *et al.* [66] a également été effectuée. Ce calcul correspond à la transition d'une couche limite laminaire à Mach 2.28, vers un état de couche limite turbulente à l'équilibre (qui sera le seul état auquel on s'intéressera dans la présente étude), dont le nombre de Reynolds, basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement, est  $Re_\theta = 4000$ . Cette DNS a été menée sur un maillage comprenant 30 millions de points avec un schéma WENO du 7<sup>ème</sup> ordre pour le calcul des flux convectifs.

#### 4.5.1 Acquisition et traitement des statistiques

Le temps d'intégration physique nécessaire pour que le bruit blanc imposé se réorganise en fluctuations turbulentes réalistes est d'environ  $1000 \frac{\delta_{int}}{u_\infty}$ , ce qui est cohérent avec les constatations de Lund pour une simulation de couche limite turbulente incompressible. Lors de cette période, on observe une chute de la valeur du frottement pariétal suivie d'une brusque augmentation de celui-ci, lorsque les niveaux des fluctuations de vitesse deviennent suffisamment importants à l'intérieur de la couche limite.

La figure 4.4-a montre l'évolution des deux facteurs de renormalisation  $\beta$  et  $\beta'$ , après réorganisation des fluctuations. On observe une stabilisation des deux paramètres après un certain temps, ce qui indique que le frottement pariétal converge statistiquement. La période d'échantillonnage, sur laquelle sont collectées les statistiques, couvre un temps de  $160 \frac{\delta_{int}}{u_\infty}$ , ce qui représente un coût en temps CPU de 2000 heures réparties sur 20 processeurs sur les calculateurs IBM SP4 de l'IDRIS et du CRIHAN.

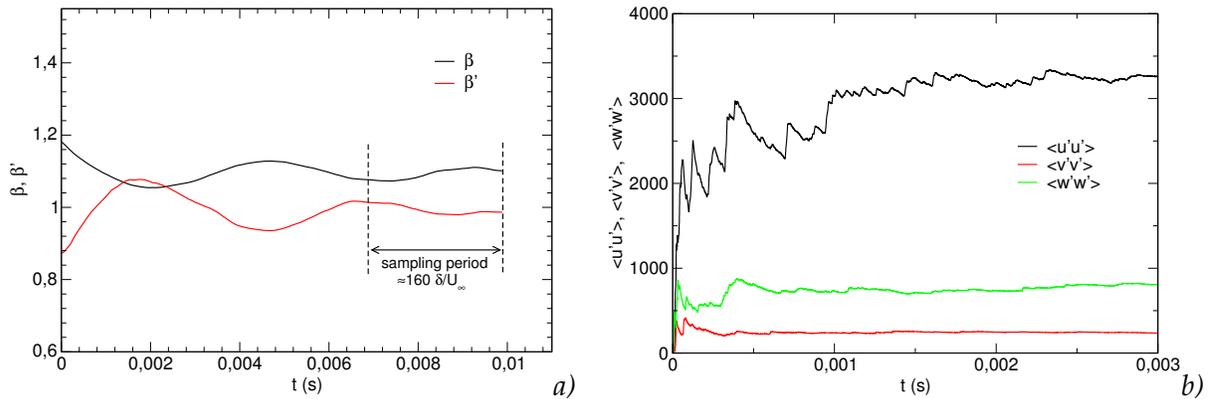


FIG. 4.4 – Évolution temporelle des facteurs de renormalisation a) et des statistiques sur les contraintes normales du tenseur de Reynolds pour  $y^+ = 30$  b).

Les grandeurs moyennes sont obtenues à l'aide d'une intégration temporelle sur la période d'échantillonnage, et d'une intégration spatiale selon la direction homogène de l'écoulement ( $z$ ) :

$$\overline{\alpha(x, y)} = \frac{1}{L_z(t_1 - t_0)} \int_0^{L_z} \int_{t_0}^{t_1} \alpha(x, y, z, t) dz dt \quad (4.5.1)$$

Et les valeurs *rms* sont obtenues de la façon suivante :

$$\alpha_{rms}(x, y) = \sqrt{\frac{1}{L_z(t_1 - t_0)} \int_0^{L_z} \int_{t_0}^{t_1} \left( \alpha(x, y, z, t) - \overline{\alpha(x, y)} \right)^2 dz dt} \quad (4.5.2)$$

La figure 4.4-b représente l'évolution des statistiques, effectuées en un point (c'est-à-dire sans opération de moyenne dans la direction de l'envergure) à une distance  $y^+ = 30$  de la paroi, sur les tensions normales de Reynolds. Une stabilisation des contraintes, après un temps d'échantillonnage de 1 *ms*, témoigne d'une convergence statistique satisfaisante.

Pour ce calcul, et sauf mention contraire, les résultats présentés sous la forme  $\alpha = f(y^+)$  et  $\alpha = f(\eta)$ , sont de plus moyennés suivant la direction longitudinale de l'écoulement ( $x$ ), après projection des profils sur  $y^+$  ou  $\eta$  pour chaque valeur de  $x$ . Cela se justifie par l'invariance de ces profils adimensionnés.

#### 4.5.2 Visualisation du champ instantané et de quelques structures cohérentes

La visualisation d'un champ instantané, en terme de masse volumique (fig. 4.5), révèle la présence de structures organisées ("bulges") à la frontière entre la couche limite et l'écoulement irrotationnel. Globalement, on observe que ces structures sont fortement inclinées par rapport à la paroi et qu'elles possèdent un fort caractère tridimensionnel (fig. 4.6).

Il est également possible d'observer, dans la sous-couche visqueuse, une distribution de la vitesse longitudinale alternée de fluide à haute et basse vitesse. Ces structures, appelées "streaks", s'étendent jusque dans la zone logarithmique mais de manière d'autant moins marquée que l'on s'éloigne de la paroi. Elles peuvent être mises en évidence par la visualisation des fluctuations instantanées de vitesse longitudinale, révélant une alternance de zones positives et négatives (fig. 4.7).

Ces structures sont les témoins des phénomènes de balayage et d'éjection ("sweeps" et "bursts"). En effet, le fluide basse vitesse tend à être éjecté dans la direction normale à la paroi alors que le fluide plus rapide est transporté vers celle-ci. Par ailleurs, ces visualisations permettent de vérifier que l'envergure de la plaque calculée est suffisante pour capter plusieurs "streaks" de la sous-couche visqueuse.

#### 4.5.3 Corrélations en deux points

Un autre moyen plus rigoureux d'achever de valider la résolution spatiale dans la direction de l'envergure, et de s'assurer que la largeur du domaine de calcul est suffisante pour ne pas

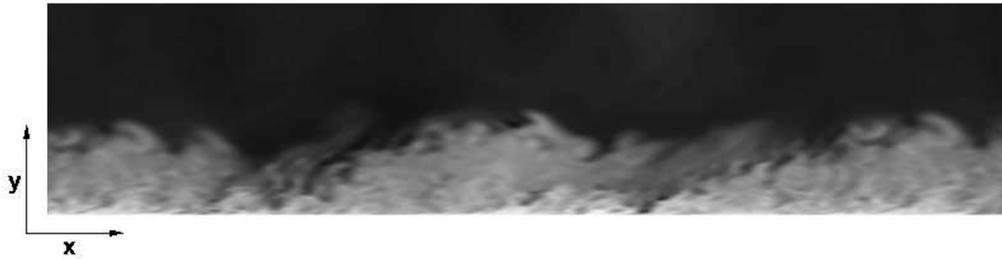


FIG. 4.5 – *Champ instantané de masse volumique - vue 2D.*

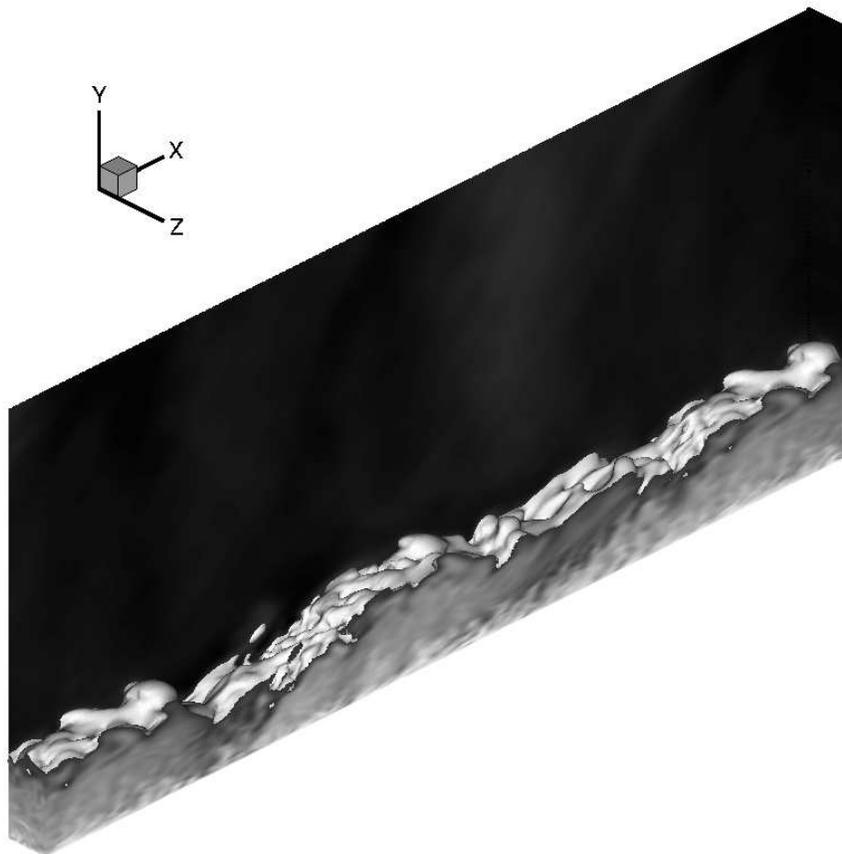


FIG. 4.6 – *Champ instantané de masse volumique - vue 3D.*

dégrader les mécanismes de la turbulence, est d'analyser la fonction de corrélation en deux points, dans la direction homogène ( $z$ ). Cette dernière est définie comme :

$$R_{\alpha\alpha}(r_z) = \frac{1}{N_z} \sum_k \overline{\alpha_k \alpha_{k+k_r}} \quad , \quad k_r = 0, 1, \dots, N_z \quad (4.5.3)$$

où  $r_z = k_r \Delta_z$ , et  $\alpha$  représente la fluctuation d'une variable donnée. La figure 4.8 montre la distribution des coefficients d'auto-corrélation,  $R_{\alpha\alpha}(r_z) / R_{\alpha\alpha}(0)$ , calculés pour les variables  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ,  $\rho'$ ,  $T'$ , pour différentes distances à la paroi. D'une manière générale, on observe une décroissance vers zéro des corrélations à mesure que  $r_z$  tend vers  $Lz/2$ . Cela signifie que deux structures turbulentes espacées d'une distance  $Lz/2$  sont suffisamment décorrélées, et qu'ainsi, l'envergure du domaine de calcul est assez large pour ne pas inhiber la dynamique de la turbulence.

On remarque également, sur la figure 4.8.a, correspondant aux auto-corrélations en sortie de la sous-couche visqueuse ( $y^+ = 10$ ), que le premier minimum de  $R_{uu}(r_z) / R_{uu}(0)$  est atteint pour  $r_z/Lz = 0.12$ , ce qui correspond statistiquement à l'espacement entre deux structures à hautes et basses vitesses ( $u' > 0$  et  $u' < 0$ ). Ramenée en unité de paroi, cette distance vaut  $z^+ = 54.6$ . Ce résultat est en accord avec les travaux expérimentaux de Smith et Metzler [80], qui, pour différentes couches limites turbulentes incompressibles ( $740 \leq Re_\theta \leq 5830$ ), mesurent un espacement de  $z^+ = 100 \pm 20$  entre deux streaks à basse vitesse. Dans le cas présent, l'envergure du domaine prise en compte permet de simuler plus de quatre structures de même signe ( $Lz^+ = 455$ ).

On note, en outre, que la décroissance des auto-corrélations est d'autant moins "raide" que l'on s'éloigne de la paroi, et que les extremums de la fonction  $R_{uu}(r_z) / R_{uu}(0)$  sont d'autant moins marqués. Ceci traduit, non seulement une augmentation de l'espacement des "streaks", mais aussi le fait que, pour  $y^+ \geq 30$ , l'identification de ces structures devient très incertaine. Ces observations sont, encore une fois, cohérentes avec celles de Smith [80].

## 4.5.4 Champ moyen

### 4.5.4.1 Variables aérothermodynamiques

On s'intéresse tout d'abord au profil de vitesse longitudinale adimensionné au sens de van Driest,  $u_{vd}^+$  (voir fig. 4.9). On remarque en premier lieu, qu'au niveau du plan d'entrée du domaine de calcul, le profil issu de la simulation LES est très proche du profil expérimental. Ceci est dû à la modification apportée à la méthode de renormalisation, qui permet d'imposer la valeur moyenne de la vitesse de frottement sur la condition d'entrée.

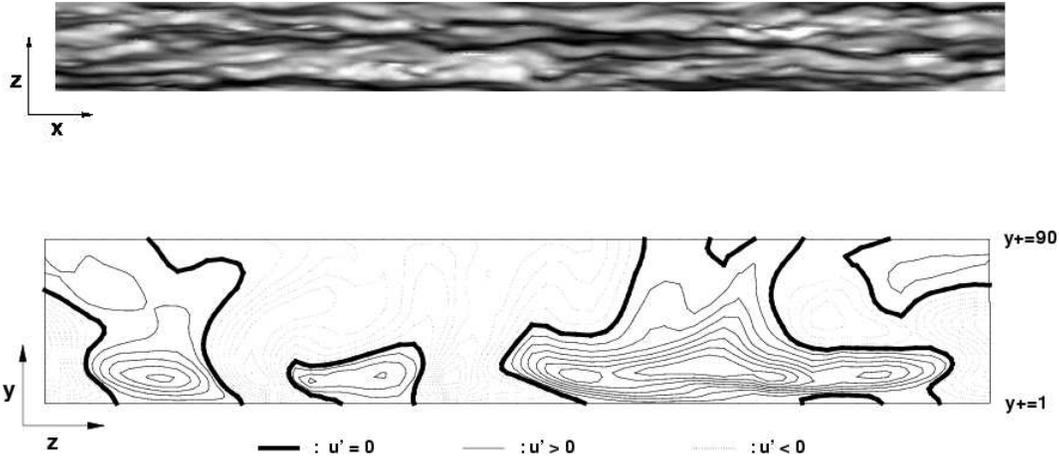


FIG. 4.7 – Champs instantanés de fluctuations de vitesses longitudinales : en haut dans un plan parallèle à la paroi en  $y^+ \sim 10$ , en bas dans un plan perpendiculaire à la paroi.

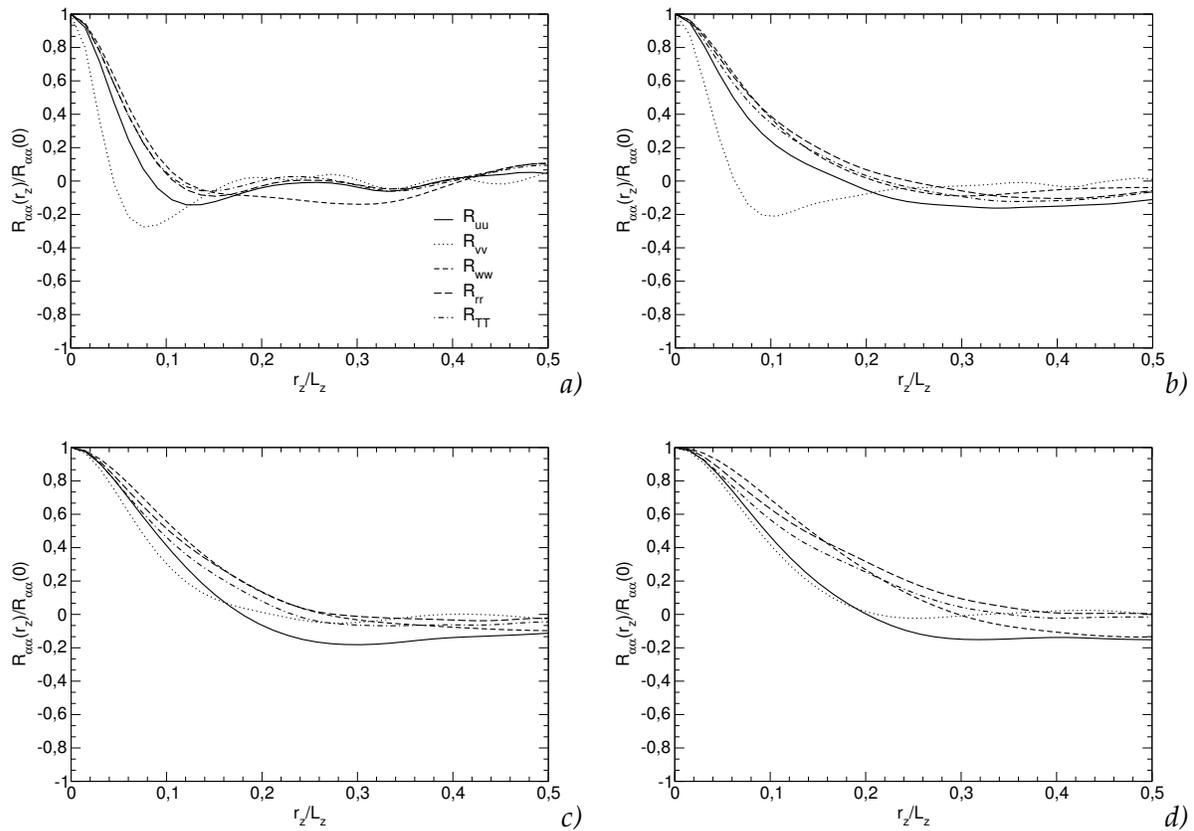


FIG. 4.8 – Distribution des corrélations en deux points, dans la direction de l'envergure, à différentes distances de la paroi : a)  $y^+ = 10$ , b)  $y^+ = 30$ , c)  $y^+ = 100$ , d)  $y^+ = 150$ .

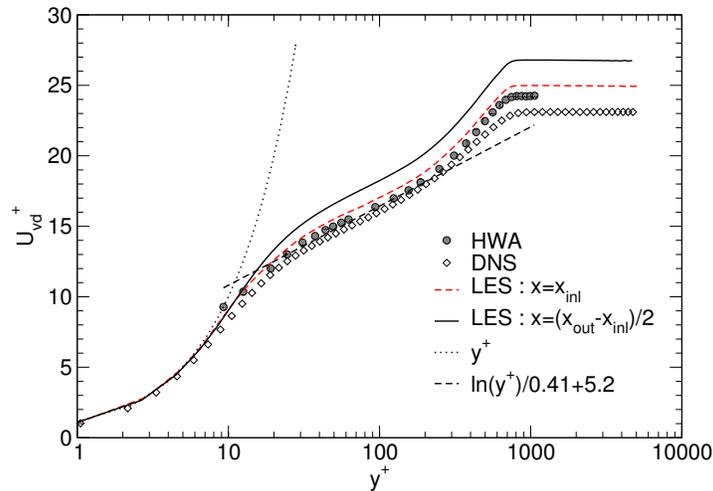


FIG. 4.9 – Profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnés.

On observe ensuite, qu'en s'éloignant de l'entrée, à une station située au milieu du domaine, le profil est surestimé pour des valeurs de  $y^+ > 10$ . Le phénomène responsable de cet écart est la chute de la vitesse de frottement, provoquée par la dissipation du schéma numérique et/ou la sous-résolution en espace. En effet, Pirozzoli retrouve un profil très proche de l'expérience avec un maillage trois fois plus fin dans la direction longitudinale que dans le cas présent. De la même manière, Garnier [27] montre que la qualité de la prévision du frottement dépend grandement de la résolution spatiale dans cette direction.

On observe également que les profils expérimentaux et DNS de  $u_{vd}^+$  se superposent aux lois de comportement régissant  $u^+ = f(y^+)$ , pour une couche limite incompressible ( $u^+ = y^+$  dans la sous-couche visqueuse et  $u^+ = \ln(y^+)/0.41 + 5.2$  dans la zone logarithmique). En ce qui concerne les profils issus des simulations LES, la loi de sous-couche visqueuse est vérifiée et la zone logarithmique conserve une pente correcte, mais se trouve décalée avec l'effet de sous-estimation du frottement visqueux.

Si on ne fait pas intervenir de normalisation par  $u_\tau$  du profil de vitesse longitudinale, on observe un accord frappant entre l'expérience et la LES (fig. 4.10), la chute artificielle du frottement n'affectant que la région très proche de la paroi.

Le profil de température simulé s'avère être très proche de la mesure par fil chaud. Toutefois, près de la paroi, pour  $y/\delta \approx 0.1$ , la simulation sous-estime la température d'une dizaine de degrés Kelvin, ce qui représente une erreur commise de 6%. Cette remarque va dans le sens d'un frottement calculé qui reste trop faible. On note d'autre part, que dans la partie supérieure de la couche limite, pour  $0.5 < y/\delta < 1$ , la température est très légèrement surestimée (de moins de 10 K). Cette dernière observation a également été faite par Garnier [27] dans sa thèse.

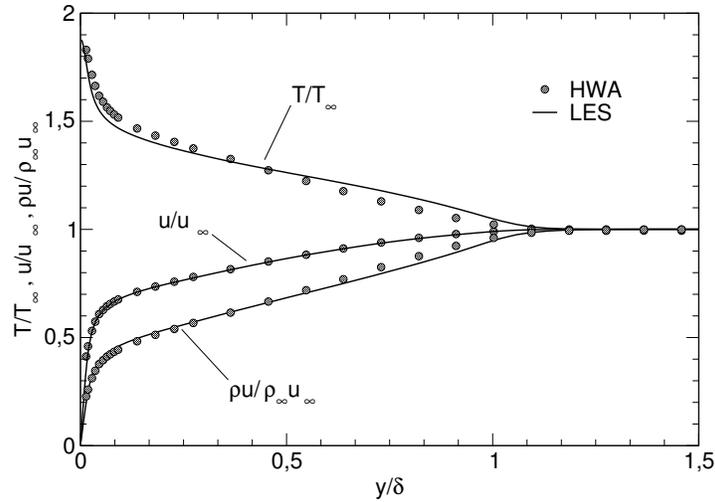


FIG. 4.10 – *Grandeurs aérothermodynamiques moyennes.*

#### 4.5.4.2 Viscosité turbulente

La figure 4.11 montre l'évolution du rapport de la viscosité turbulente à la viscosité moléculaire  $\mu_t/\mu$  dans la couche limite. On observe que le maximum de ce rapport est de 1.5, ce qui est modéré et témoigne d'une simulation correctement résolue. De plus, on note que ce maximum est atteint dans la zone logarithmique, pour  $y^+ = 300$ , et que près de la paroi une décroissance proche d'une loi en  $y^{+3}$ , similaire à celle observée pour une turbulence incompressible à viscosité constante [61], est respectée.

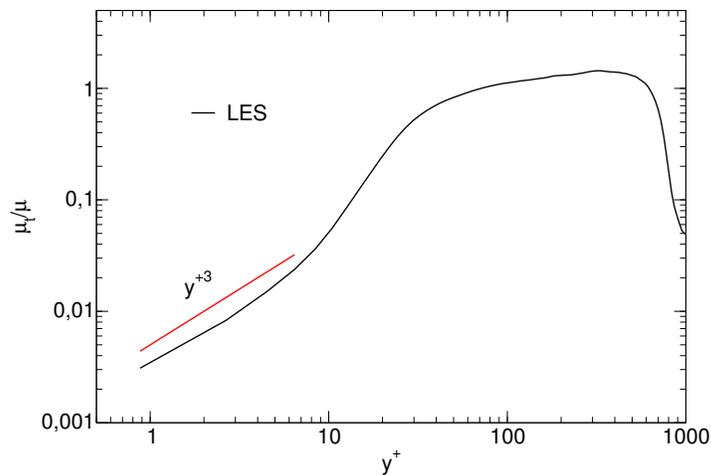


FIG. 4.11 – *Evolution du rapport de la viscosité turbulente à la viscosité moléculaire.*

## 4.5.5 Champ fluctuant

### 4.5.5.1 Tensions de Reynolds

L'évolution, dans la direction normale à la paroi, des composantes normales du tenseur de Reynolds  $\sqrt{\overline{u'_i u'_i}}$ , ainsi que du cisaillement turbulent  $\overline{u'v'}$ , est représentée sur la figure 4.12. Une bonne prédiction globale des tensions est observée.

En ce qui concerne la composante  $\sqrt{\overline{u'u'}}$ , les résultats obtenus en LES sont très satisfaisants, puisqu'ils se situent globalement entre les mesures laser et fil chaud dans toute la couche limite. Même si la dispersion entre ces deux types d'instrumentation est importante, on note que l'accord est particulièrement frappant avec les mesures ADL, en proche paroi (pour  $y/\delta \approx 0.05$ ), et dans la seconde moitié de la couche limite ( $0.5 < y/\delta < 1$ ). Ceci est un fait qui profite à la simulation, puisque les techniques d'anémométrie laser, du fait de leur caractère non-intrusif, sont réputées être plus précises que celles à fil chaud.

Quant à la contrainte  $\sqrt{\overline{v'v'}}$ , la comparaison entre les résultats LES et les mesures expérimentales s'avère assez décevante. En effet, la simulation semble surestimer ce terme d'environ 40% dans la majeure partie de la couche limite. Deleuze souligne par ailleurs que, même en faisant intervenir une pondération par la densité qui permet de tenir compte des effets de compressibilité et de comparer les données compressibles et incompressibles, ces mesures sont en désaccord avec celles de Klebanoff [41] pour une couche limite turbulente incompressible. On note que la DNS donne une tension  $\sqrt{\overline{v'v'}}$  proche de celle issue de la LES dans la partie inférieure de la couche limite, mais se rapproche de l'expérience pour  $y/\delta > 0.5$ . Il semble donc que la LES donne une estimation trop importante de la contrainte  $\sqrt{\overline{v'v'}}$  dans la seconde moitié de la couche limite. Néanmoins, ces différents éléments ne permettent pas de conclure clairement quant à la pertinence des résultats obtenus sur ce point.

La contrainte  $\sqrt{\overline{w'w'}}$ , se rapportant à la composante de la vitesse dans la direction de l'envergure, montre un comportement très similaire à celui prédit par la simulation directe. Les niveaux donnés par les deux calculs sont en effet très proches dans l'ensemble de la couche limite.

La prédiction de la composante  $\overline{u'v'}$  est en bon accord avec les mesures et la DNS, même si, en dépit d'une forte dispersion, l'expérience donne, près de la paroi ( $0.05 < y/\delta < 0.4$ ), une valeur absolue de la tension croisée plus importante que les calculs. En revanche, à mesure que l'on s'approche de la frontière de la couche limite, la décroissance de cette contrainte est très correctement évaluée. Le fait que la tension  $\overline{u'v'}$  soit négative dans la couche limite témoigne du conditionnement des fluctuations par les phénomènes de balayage ( $u' > 0$  et  $v' < 0$ ) et d'éjection ( $u' < 0$  et  $v' > 0$ ).

L'absence de mesures expérimentales en proche paroi, pour  $y/\delta < 0.05$ , rend précieuse la possibilité d'une comparaison avec la DNS. Elle révèle que la LES présentée ici, surestime le pic de  $\sqrt{\overline{u'u'}}$  et à l'inverse, sous-estime ceux de  $\sqrt{\overline{v'v'}}$ ,  $\sqrt{\overline{w'w'}}$  et  $|\overline{u'v'}|$ . Ceci est cohérent avec les remarques d'Urbin et Knight [88] et de Spyropoulos [84], qui observent des tendances

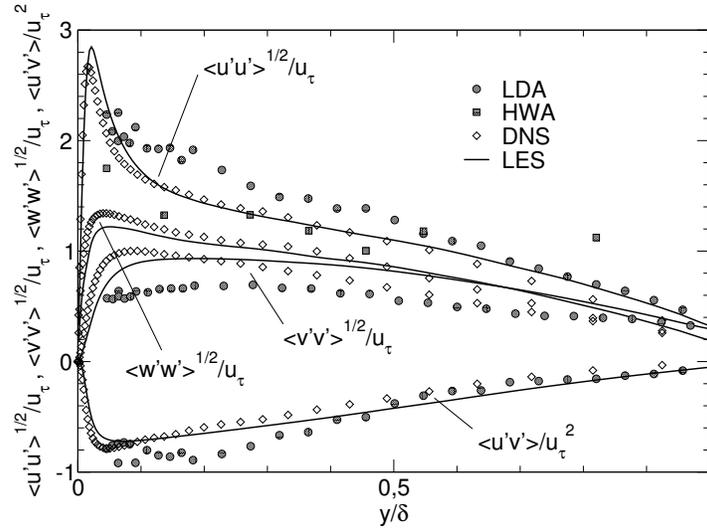


FIG. 4.12 – Profils des tensions de Reynolds.

similaires, d'autant plus marquées que la dissipation induite par les schémas numériques est importante. On souligne que la valeur du pic de  $\sqrt{\overline{u'u'}}$ , donnée par la LES menée ici, est rigoureusement la même que celle obtenue par Garnier [27] ( $\max(\overline{\rho u'u'}/u_{\tau})^{1/2} = 3.2$ ).

Afin d'analyser plus finement l'évolution des tensions normales dans la zone logarithmique, on propose de reprendre l'analyse effectuée par Pirozzoli. Ce dernier s'inspire des travaux de Perry et Li [63] qui montrent que, dans le cas d'une turbulence incompressible, les tensions normales peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u'u'}}{u_{\tau}^2} &= B_1 - A_1 \log\left(\frac{y}{\delta}\right) - V(y^+) \\ \frac{\overline{v'v'}}{u_{\tau}^2} &= B_2 - V(y^+) \\ \frac{\overline{w'w'}}{u_{\tau}^2} &= B_3 - A_3 \log\left(\frac{y}{\delta}\right) - V(y^+) \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

où  $V(y^+)$  représente la déviation du profil logarithmique due aux effets visqueux, et s'écrit :

$$V(y^+) = 5.58 (y^+)^{-1/2} - 22.4 (y^+)^{-1} + 22 (y^+)^{-5/4} - 5.62 (y^+)^{-2} + 1.27 (y^+)^{-11/4} \quad (4.5.5)$$

Pour une couche limite présentant un nombre de Reynolds de  $Re_{\delta_2} = \rho_{\infty} U_{\infty} \delta_2 / \mu_p = 5000$  ( $\delta_2$  étant l'épaisseur de quantité de mouvement), les auteurs déterminent expérimentalement

les constantes  $A_i$  et  $B_i$  telles que :

$$B_1 = 2.39, \quad A_1 = 1.03, \quad B_3 = 1.2, \quad A_3 = 0.475$$

A titre indicatif, la couche limite simulée ici correspond à  $Re_{\delta_2} = 3100$ , et celle de Pirozzoli à  $Re_{\delta_2} = 2400$ . Ce dernier, à partir d'une méthode des moindres carrés sur les résultats de DNS, pour  $50 < y^+ < 300$ , trouve que les tensions normales suivent le comportement logarithmique suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_p} \frac{\overline{u'u'}}{u_\tau^2} &= 1.5 - 1.086 \log\left(\frac{y}{\delta}\right) - V(y^+) \\ \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_p} \frac{\overline{v'v'}}{u_\tau^2} &= 1.526 - V(y^+) \\ \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_p} \frac{\overline{w'w'}}{u_\tau^2} &= 1.243 - 0.510 \log\left(\frac{y}{\delta}\right) - V(y^+) \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

où la pondération par  $\rho/\bar{\rho}_p$  permet de prendre en compte les variations de densité, et ainsi de comparer les cas compressibles et incompressibles.

Ces comportements sont représentés et comparés aux tensions normales, données par la simulation des grandes échelles, sur la figure 4.13.

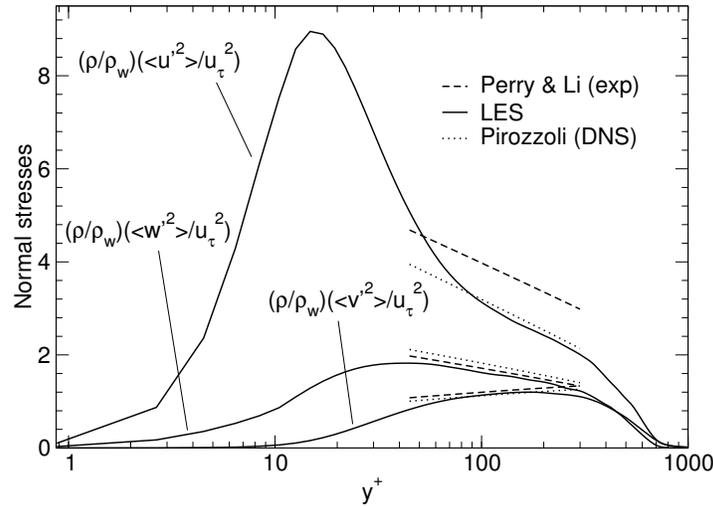


FIG. 4.13 – Profils des tensions normales.

On note que la LES reproduit un comportement très semblable à celui de la DNS pour  $100 < y^+ < 300$ , les niveaux et les pentes des tensions étant similaires. On remarque en outre, un accord frappant des calculs avec la turbulence incompressible étudiée expérimentalement par Perry et Li, notamment en ce qui concerne les contraintes  $\sqrt{\overline{v'v'}}$  et  $\sqrt{\overline{w'w'}}$ .

#### 4.5.5.2 Energie cinétique turbulente et terme de production associé

L'énergie cinétique turbulente par unité de masse  $k$  est calculée à partir des tensions normales par :

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}) \quad (4.5.7)$$

Dans le cas de simulations tridimensionnelles, qui permettent d'accéder aux fluctuations de vitesse dans les trois directions de l'espace, l'évaluation de l'énergie cinétique turbulente est évidente. En revanche, dans l'expérience à laquelle on se réfère, la composante de la vitesse dans la direction de l'envergure ne fait l'objet d'aucune mesure. Ainsi, Deleuze évalue la contribution des fluctuations  $\overline{w'w'}$  de la façon suivante :

$$\overline{w'w'} = \frac{1}{2} (\overline{u'u'} + \overline{v'v'}) \quad (4.5.8)$$

La figure 4.14 montre l'évolution de  $k$  dans la couche limite. On observe tout d'abord que les résultats expérimentaux souffrent d'une forte dispersion. Néanmoins, les points de mesure les plus proches de la paroi ( $30 < y^+ < 50$ ), recourent de façon satisfaisante les résultats des simulations. Il en va de même lorsque l'on se place dans la partie supérieure de la couche limite ( $y^+ > 300$ ), où la décroissance du profil est très bien évaluée par le calcul. La comparaison avec la simulation directe montre que la valeur du pic d'énergie cinétique turbulente est bien prédite par la LES. En outre, les deux simulations situent ce dernier à  $y^+ \approx 14$ , à savoir au niveau de la zone de transition entre la sous-couche visqueuse et la zone logarithmique, ce qui constitue un résultat classique.

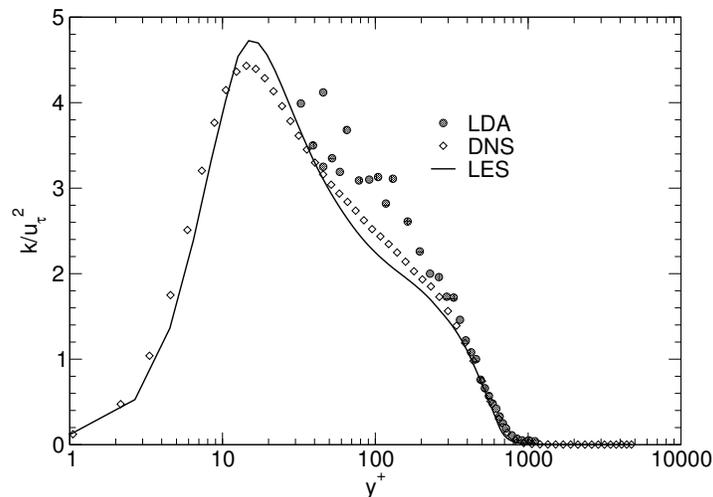


FIG. 4.14 – Profil de l'énergie cinétique turbulente.

L'étude de la génération de la turbulence au sein d'un écoulement nécessite la localisation de la production de l'énergie cinétique du mouvement fluctuant  $k$ . Pour une couche limite en équilibre spectral, on définit le terme de production de  $k$  par :

$$P_k = -\overline{\rho u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.5.9)$$

Son évolution est représentée sur la figure 4.15. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre que la décroissance de  $P_k$ , au delà de  $y^+ = 40$ , est correctement évaluée par le calcul. Cependant, la valeur du terme de production est déjà très faible à ce niveau. En effet, la simulation des grandes échelles donne un maximum pour  $y^+ \approx 13$ , et la simulation directe de Pirozzoli situe ce pic vers  $y^+ \approx 10.5$ . Ceci est cohérent avec le fait que cette production est associée au phénomène intermittent d'éjection de fluide à basse vitesse ("bursting") [39] dans la zone tampon [42]. Globalement, les résultats des simulations compressibles sont très proches, même si la LES semble donner une valeur du maximum de production légèrement inférieure à la DNS. Ceci n'est pas étonnant, puisque les méthodes LES utilisées ici amènent à sous-estimer les termes présents dans l'équation (4.5.9), comme il a été montré précédemment. La normalisation par  $(\nu_p/u_\tau^4)/\rho_p$  permet de prendre en compte les variations de densité, et ainsi de comparer les cas compressibles et incompressibles. A ce titre, on observe sur la figure 4.15 que les résultats de Spalart [82], pour une couche limite incompressible, sont très proches des autres simulations.

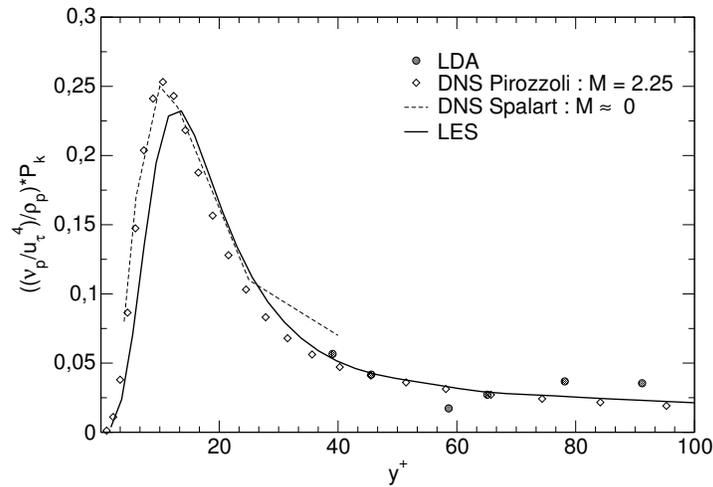


FIG. 4.15 – Production de l'énergie cinétique turbulente.

### 4.5.5.3 Corrélations $R_{uv}$ et paramètre de structure $a_1$ .

Le coefficient de corrélation entre deux variables fluctuantes  $\alpha'$  et  $\beta'$  est donné par :

$$R_{\alpha\beta} = \frac{\overline{\alpha'\beta'}}{\sqrt{\overline{\alpha'^2}}\sqrt{\overline{\beta'^2}}} \quad (4.5.10)$$

Par définition, une corrélation entre deux variables indique le degré de linéarité existant entre celles-ci. En effet, plus le coefficient de corrélation est proche de 1 (resp.  $-1$ ), plus la distribution des points  $(\alpha', \beta')$  dans leur repère associé  $(O, \alpha', \beta')$  aura tendance à s'aligner sur une droite affine de pente positive (resp. négative). On dira alors que ces variables sont totalement corrélées (resp. anticorrélées). Il faut néanmoins souligner qu'une corrélation ne permet pas d'établir un rapport de cause à effet entre ces variables.

La figure 4.16 montre que la LES prédit un niveau quasiment constant de  $-R_{uv} \sim 0.45$  dans toute la couche limite. Pour  $\eta < 0.7$ , ce point est en accord avec les travaux expérimentaux de Klebanoff et la DNS de Pirozzoli. Deleuze, quant à lui, observe un niveau de corrélation semblable uniquement dans la partie supérieure de la couche limite pour  $\eta > 0.7$  et en deçà de cette valeur, un niveau supérieur atteignant un maximum de  $-R_{uv} = 0.7$ . On note également que la décroissance de  $-R_{uv}$  prédite par la LES est en accord avec les mesures de Deleuze, et a lieu à l'extérieur de la couche limite (pour  $1 < \eta < 1.2$ ). Pirozzoli, quant à lui, prévoit une décroissance plus précoce, débutant à l'intérieur de la couche limite (pour  $\eta > 0.7$ ), en accord avec la turbulence incompressible de Klebanoff.

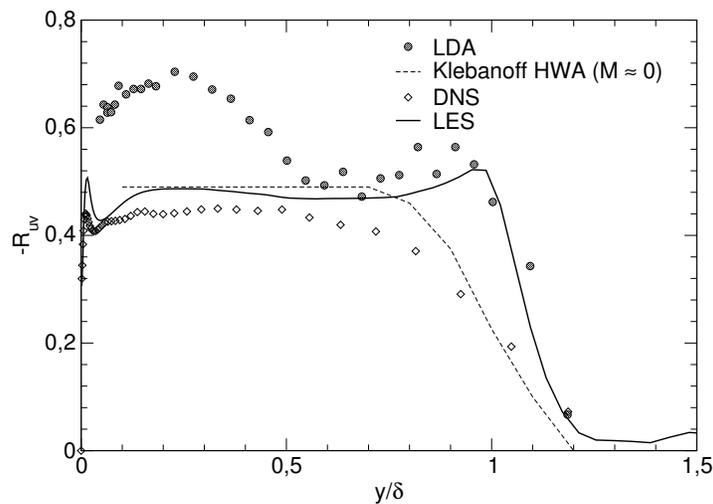


FIG. 4.16 – Profil de la corrélation  $R_{uv}$ .

Les différences entre les mesures ADL de Deleuze et la LES, sur le coefficient  $R_{uv}$ , peuvent provenir, en partie, de celles observées sur la tension  $\sqrt{v'v'}$ . Cependant, Deleuze [17] écarte

l'hypothèse que la disparité des comportements puisse provenir d'une dépendance au nombre de Reynolds de l'écoulement, et souligne que la valeur de ce coefficient de corrélation est sujette à controverse. Il reste que la LES, en prédisant une faible anticorrélation des fluctuations  $u'$  et  $v'$ , s'approche globalement des expériences et simulations de référence.

Le paramètre de structure  $a_1$  est défini par le rapport de la tension de cisaillement et du double de l'énergie cinétique turbulente :

$$a_1 = -\frac{\overline{u'v'}}{2k} \quad (4.5.11)$$

La figure 4.17 montre son évolution. On observe que, comme dans le cas subsonique, le paramètre  $a_1$  reste constant proche de 0.15 dans toute la couche limite. Ce point est vérifié par la LES, la DNS et dans une moindre mesure par l'expérience, présentant une assez forte dispersion. On note toutefois que le profil LES exhibe curieusement un pic, au niveau de la frontière supérieure de la couche limite, atteignant une valeur de 0.21. On peut penser que ce phénomène est dû au schéma numérique hybride, qui provoque un changement dans le traitement des termes convectifs à ce niveau de la couche limite. En effet, la figure 4.3 montre qu'au delà de  $\eta = 0.96$ , le schéma WENO5, plus dissipatif que celui utilisé dans la couche limite est employé. Il est possible que ceci mène à une légère sous-estimation de l'énergie cinétique turbulente à la sortie de la couche limite, entraînant la formation d'un pic sur le paramètre de structure  $a_1$ . Cette hypothèse est cependant très difficilement vérifiable, puisqu'il est impossible de repousser la borne inférieure pour l'utilisation du schéma WENO5 au delà de  $\eta = 0.96$ , pour des raisons de stabilité du code de calcul.

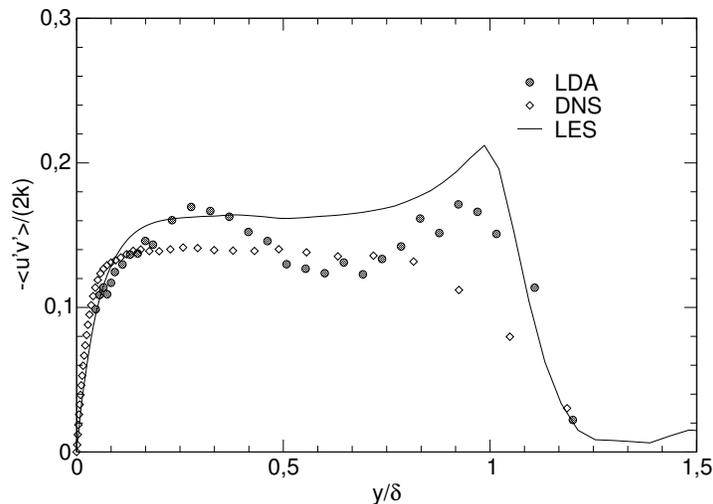


FIG. 4.17 – Profil du paramètre de structure  $a_1$ .

#### 4.5.5.4 Cisaillements visqueux et turbulents

Il est possible de décomposer le cisaillement total  $\tau$  dans la couche limite comme la somme des cisaillements visqueux  $\tau_v$  et turbulent  $\tau_t$  tels que :

$$\tau_v = \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{et} \quad \tau_t = -\overline{\rho u'v'} \quad (4.5.12)$$

La figure 4.18 montre l'évolution de ces différents cisaillements. On note que  $-\overline{\rho u'v'}$  représente la quasi-totalité de la tension totale, en dehors de la région de très proche paroi où les effets visqueux sont prépondérants, et que le cisaillement total reste constant à l'intérieur de la couche visqueuse jusqu'à la limite inférieure de la zone logarithmique (pour  $y^+ < 40$ ). On observe que, malgré une légère sous-estimation de la contrainte turbulente, la LES est en très bon accord avec la DNS. D'autres simulations ont donné des résultats semblables pour des écoulements compressibles (Guarini *et al.* [33]), comme incompressibles (Spalart [82]).

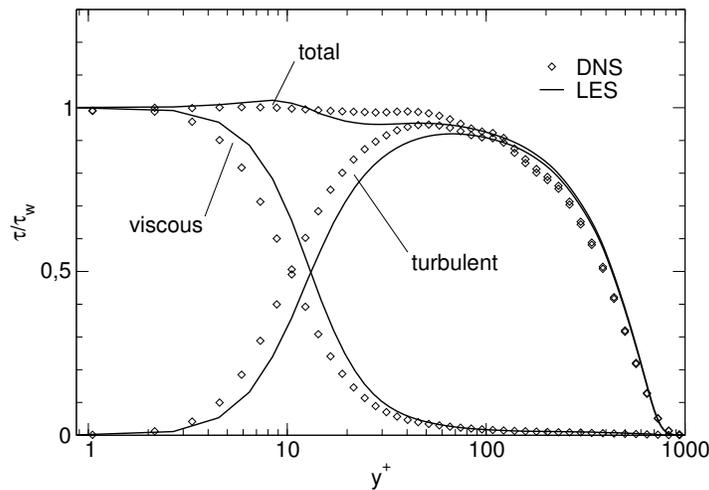


FIG. 4.18 – Profils des différents cisaillements.

#### 4.5.5.5 Fluctuations des variables thermodynamiques et corrélations $R_{\rho T}$

Les profils *rms* de température et de masse volumique sont reportés sur la figure 4.19.

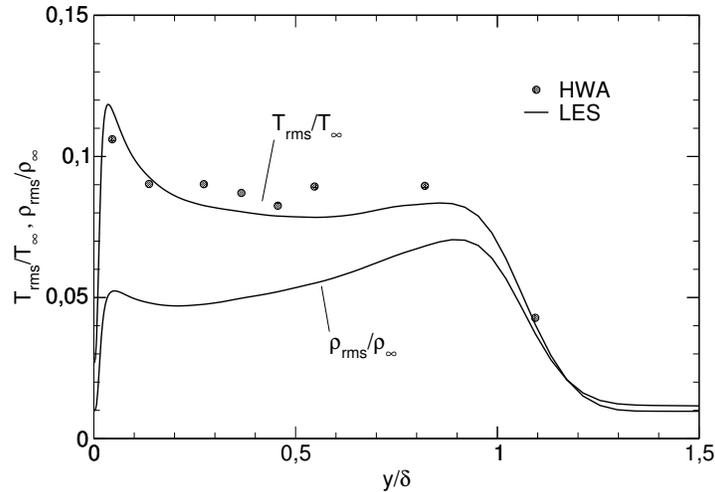


FIG. 4.19 – Profils des valeurs *rms* de température, masse volumique et pression.

En ce qui concerne les fluctuations de température, on remarque un très bon accord entre la LES et les mesures à fil chaud de Laurent [46]. En effet, les niveaux de fluctuations les plus importants sont atteints dans la couche limite, très près de la paroi, pour  $\eta = 0.035$ , où l'on observe un pic d'une amplitude représentant 12% de la température extérieure  $T_\infty$ . Les fluctuations de température exhibent ensuite un comportement constant pour  $0.2 < \eta < 0.9$ , où elles représentent 8% de  $T_\infty$ , puis décroissent au-delà de  $\eta = 1$  pour atteindre des niveaux très faibles (environ 1% de  $T_\infty$ ).

On note que les fluctuations de masse volumique restent relativement importantes dans toute la couche limite puisqu'elles y représentent de 5 à 7% de  $\rho_\infty$ , avant d'observer le même comportement de décroissance que les fluctuations de température pour  $\eta > 1$ . Néanmoins, le maximum des fluctuations n'est pas situé près de la paroi mais au sortir de la couche limite, pour  $\eta = 0.9$ , ce qui est cohérent avec les résultats LES et DNS de Stolz et Adams [86]. Des discussions récentes avec Rainer Friedrich laissent présager qu'il pourrait s'agir d'un effet local de compressibilité dans la zone de sillage de la couche limite.

Il a été observé que les niveaux des fluctuations de pression restent extrêmement faibles, avec un maximum n'excédant pas 1.2% de la valeur de  $P_\infty$ .

Il est possible de faire l'hypothèse, comme Lechner *et al.* [47] sur la base des travaux de Rubesin [71], que les fluctuations des variables thermodynamiques se comportent de manière polytropic. On a alors :

$$\frac{p'}{\bar{p}} = n \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = \frac{n}{n-1} \frac{\rho T'}{\bar{\rho} \bar{T}} \quad (4.5.13)$$

et une linéarisation de la seconde égalité donne :

$$(n-1) \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \approx \frac{T'}{\bar{T}} \quad (4.5.14)$$

Ce qui, pour  $n = 0$ , comme le montrent Huang *et al.* [35], se révèle être en excellent accord avec les données de simulations directes d'écoulements turbulents supersoniques en proche paroi.

Dans ces conditions, la première égalité de l'équation (4.5.13) implique, comme il a été vérifié précédemment, que les fluctuations de pression restent extrêmement faibles dans la couche limite.

De la même manière, on déduit de l'équation (4.5.14) que le coefficient de corrélation entre les fluctuations de masse volumique et de température  $R_{\rho T}$  est de l'ordre de  $-1$  :

$$R_{\rho T} = \frac{\overline{\rho' T'}}{\sqrt{\overline{\rho'^2}} \sqrt{\overline{T'^2}}} \approx -\frac{\sqrt{\overline{\rho' \rho'}} \bar{T}}{\sqrt{\overline{T' T'}} \bar{\rho}} = -1 \quad (4.5.15)$$

On observe, sur la figure 4.20, que la forte anticorrélation de ces deux variables fluctuantes, à l'intérieur de la couche limite, est très bien représentée par la LES.

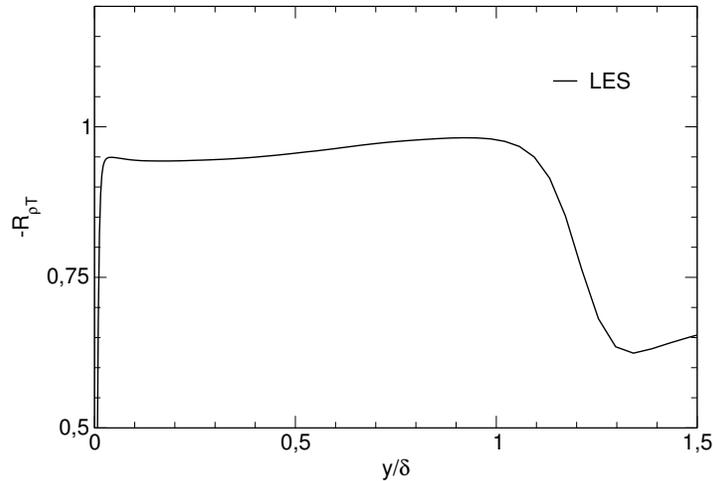


FIG. 4.20 – Profil de la corrélation  $R_{\rho T}$ .

#### 4.5.5.6 Corrélations $R_{uT}$ et analogie forte de Reynolds (SRA)

Une hypothèse proposée par Morkovin en 1962 [59], consiste à supposer que, dans une couche limite supersonique, les fluctuations de température totale sont négligeables devant celles de température statique. Il est alors possible de relier les fluctuations de température et de vitesse par la relation suivante :

$$SRA = \frac{\frac{\sqrt{T'T'}}{T}}{(\gamma - 1)M^2 \frac{\sqrt{u'u'}}{u}} \approx 1 \quad (4.5.16)$$

Il est aussi possible d'en déduire la valeur des corrélations entre les fluctuations de vitesse longitudinale et de température :

$$R_{uT} = \frac{\overline{u'T'}}{\sqrt{\overline{u'u'}}\sqrt{\overline{T'T'}}} \approx -1 \quad (4.5.17)$$

Ces deux relations sont connues sous le nom de Strong Reynolds Analogy. En pratique, les corrélations  $R_{uT}$  mesurées sont de l'ordre de  $-0.85$ , ce qui peut être interprété en terme de diffusion de la température par la vitesse. Néanmoins, des calculs récents de DNS et LES montrent que  $R_{uT}$  n'atteint que des valeurs de l'ordre de  $-0.5$  en dehors de la zone proche paroi [33, 66, 87]. Ce résultat est confirmé par la présente LES (Fig. 4.21) qui trouve un coefficient plus proche des DNS que de l'expérience même s'il reste légèrement plus faible (de l'ordre de  $-0.4$ ).

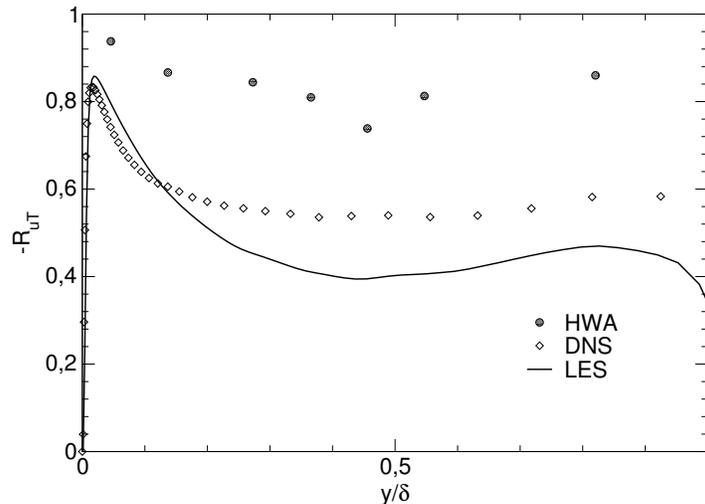


FIG. 4.21 – Profil de la corrélation  $-R_{uT}$ .

En revanche, on observe que la relation (4.5.16) est vérifiée par la LES dans la majeure partie de la couche limite (Fig. 4.22). Ces deux constatations ont été faites par plusieurs auteurs

dans le cadre de simulations directes et de simulations des grandes échelles [33, 66, 87]. Ces résultats montrent que, l'hypothèse selon laquelle les fluctuations de température totale sont négligeables devant les fluctuations de température statique, n'est pas vérifiée par le calcul.

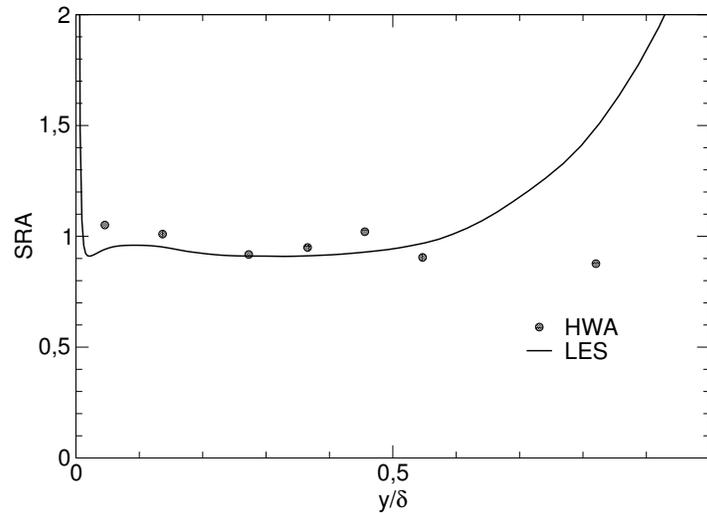


FIG. 4.22 – Test de l'analogie forte de Reynolds.

Sur ce point, les divergences entre simulations et expériences ne sont pas encore totalement expliquées. Guarini [33] remarque que les fluctuations de température totale données par les calculs sont souvent 2 fois plus importantes que celles issues de mesures expérimentales, et qu'il est fort probable qu'une incompatibilité existe entre les deux types d'approches utilisées pour les évaluer. Une autre explication, due à Gaviglio [28], est reprise par Guarini. Elle suggère que ces divergences puissent provenir du fait qu'une simulation numérique reproduit généralement des niveaux acoustiques plus faibles que ceux rencontrés dans une veine de soufflerie.

## 4.6 Conclusion

La méthodologie et les résultats, relatifs à la simulation des grandes échelles d'une couche limite supersonique à Mach 2.28, ont été présentés dans ce chapitre.

En premier lieu, la méthode de génération de conditions aux limites d'entrée turbulente a été exposée. Cette technique, due à Lund [53], est fondée sur un principe de renormalisation du champ aérodynamique, situé dans un plan en aval de la section d'entrée. Elle a fait l'objet d'une modification, afin de permettre un contrôle précis des paramètres moyens de la couche limite, rendu difficile par la dissipation inhérente aux méthodes numériques utilisées pour traiter les écoulements compressibles.

Dans cet esprit, l'intérêt du schéma hybride (WENO5/centré d'ordre 4) a pu être mis en évidence. Il a été montré que celui-ci permet de réduire à 10% la sous-estimation du frottement pariétal, provoquée par la diffusion numérique (contre 20% lorsqu'un schéma WENO5 est employé seul).

L'étude des corrélations en deux points, dans la direction de l'envergure, a permis de montrer que le calcul reproduit un espacement entre les "streaks" de la sous-couche visqueuse en accord avec les observations expérimentales.

Les résultats statistiques, obtenus sur les champs moyens et fluctuants, sont en bon accord avec les expériences de Laurent [46] et Deleuze [17], et les calculs DNS de Pirozzoli [66]. En particulier, les tensions de Reynolds sont globalement très bien reproduites par la LES, même si un écart subsiste sur la contrainte  $\sqrt{v'v'}$ , entre les calculs et l'expérience.

En ce qui concerne l'aspect thermique, les niveaux *rms* de température sont en excellent accord avec les mesures, et il a également été montré que le comportement polytropique des fluctuations des variables thermodynamiques était reproduit dans la couche limite. Les analyses menées sur l'analogie forte de Reynolds "SRA" ont conduit à des résultats très proches des simulations directes existantes, en désaccord avec les mesures effectuées sur les corrélations entre les fluctuations de température et de vitesse longitudinale. Les causes de ces divergences restent sujettes à controverse.



## Chapitre 5

# Interaction onde de choc/couche limite turbulente

---

*Ce chapitre traite de la simulation des grandes échelles de l'interaction d'une onde de choc avec une couche limite turbulente. Après avoir présenté les propriétés du cas étudié, les résultats relatifs aux champs moyens et fluctuants sont exposés et confrontés aux mesures expérimentales. Une étude sur la répartition probabiliste des fluctuations de pression pariétale, dans la couche limite amont et l'interaction est ensuite proposée. Enfin, une analyse spectrale des signaux turbulents est entreprise, afin de tenter de caractériser les instationnarités basses fréquences, en particulier celles relatives au système composé du choc réfléchi et du bulbe de recirculation, ainsi que leur éventuelle influence sur la couche limite, en aval de l'interaction.*

---

### 5.1 Présentation du cas-test

Ce cas-test, instrumenté à l'IMST par Laurent et Deleuze [46, 17], puis par Dussauge *et al.* [24, 21, 22], présente l'avantage d'être bien documenté (mesures ADL et fil chaud). Expérimentalement, un dispositif constitué d'un dièdre incliné est utilisé afin de générer un choc qui vient perturber la couche limite (fig. 5.1). Des investigations expérimentales ont été effectuées pour des inclinaisons du générateur de choc variant de  $4^\circ$  à  $9.5^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le cas auquel on s'intéresse ici correspond à une inclinaison du dièdre de  $8^\circ$ , ce qui permet de générer un choc suffisamment fort (lui-même incliné de  $32.41^\circ$ ) pour provoquer le décollement de la couche limite. Cette dernière recollant plus loin à la paroi pour former un bulbe de recirculation, la physique du phénomène étudié ici est proche de celle d'un jet décollé dans une tuyère en configuration RSS ("Restricted Shock Separation"). Les caractéristiques de la couche limite incidente, en amont de l'interaction, sont identiques à celles du cas-test étudié dans le chapitre précédent ( $M_\infty = 2.28$ ,  $Re_\theta = 5350$ ).

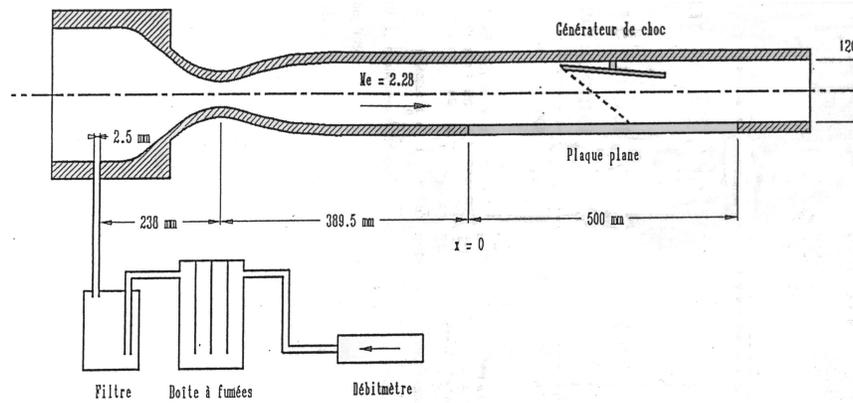


FIG. 5.1 – Schéma du dispositif expérimental (tiré de [17]).

## 5.2 Paramètres de la simulation

Les méthodes numériques prises en compte sont rigoureusement les mêmes que celles qui ont été utilisées pour la simulation de la couche limite non perturbée.

La seule différence notable, entre les deux simulations, concerne le modèle de turbulence. En effet, le choix a été fait ici de n'avoir recours au modèle de sous-maille que lorsque le schéma centré d'ordre 4 est employé dans le cadre du schéma hybride. Ainsi, la valeur de la viscosité turbulente est fixée à  $\mu_t = 0$ , dès que le schéma WENO5 est utilisé. Les raisons de ce choix sont explicitées plus loin dans ce chapitre.

La résolution spatiale, retenue pour simuler ce cas-test, est identique à celle utilisée pour la couche limite turbulente étudiée précédemment. Néanmoins, la taille du domaine a été augmentée dans les directions  $x$  et  $y$  pour couvrir toutes les stations de mesure et éviter ainsi les effets de confinement du choc réfléchi. Ainsi, on a  $L_x \times L_y \times L_z = 207 \text{ mm} \times 110 \text{ mm} \times 65 \text{ mm}$ , ce qui se répercute sur le nombre de points du maillage et donne :  $N_x \times N_y \times N_z = 312 \times 160 \times 65$ .

La simulation de l'écoulement autour du dièdre s'avérant très coûteuse, la condition d'entrée est scindée en deux parties, afin de générer l'onde de choc devant impacter la couche limite :

- La partie inférieure, correspondant à un état de couche limite turbulente à l'équilibre, est alimentée par une base de données issue du calcul de couche limite turbulente présenté précédemment.
- Une partie supérieure, correspondant à un état thermodynamique différent, est déterminée à partir de l'angle d'inclinaison du dièdre et des relations de Rankine-Hugoniot.

Quant aux autres conditions aux limites (sortie, direction de l'envergure et bord supérieur), elles sont identiques à celles du calcul présenté précédemment.

Le coût de cette simulation, en terme de temps CPU, représente environ 2800 heures réparties sur 25 processeurs d'un ordinateur IBM SP4. Cette durée se rapporte au temps d'acquisition des statistiques et n'inclue pas la phase d'établissement de l'écoulement.

### 5.3 Résultats statistiques et discussions

Les résultats expérimentaux pris en compte proviennent essentiellement des travaux de Laurent et Deleuze [46, 17]. Il est important de noter que, lors des campagnes de mesure d'anémométrie laser, le point d'impact du choc incident sur la paroi en l'absence de couche limite, a été mesuré en  $x = 330 \text{ mm}$ , contre une incidence en  $x = 336 \text{ mm}$  mesurée lors des investigations par anémométrie à fil chaud. Cet écart, qui représente pratiquement 20% de l'étalement longitudinal du bulbe de recirculation ne peut être négligé. Aussi aura-t-il une influence sur les comparaisons simulation/expérience et donc sur l'interprétation même des résultats. Néanmoins, afin de minimiser ces effets, il a été choisi de décaler les mesures par fil chaud de  $6 \text{ mm}$  vers l'amont, pour les faire coïncider avec les mesures laser. Finalement, lors de l'exploitation des résultats de la simulation, le point d'impact du choc incident sur la paroi a donc été choisi en  $x = 330 \text{ mm}$ .

Les différentes stations de mesures expérimentales sont représentées sur la figure 5.2. Elles se répartissent de la façon suivante :

- $x = 240 \text{ mm}$  : couche limite incidente à l'équilibre.
- $x = 310 \text{ mm}$  et  $x = 320 \text{ mm}$  : partie centrale de l'interaction.
- $x = 340 \text{ mm}$ ,  $x = 380 \text{ mm}$  et  $x = 420 \text{ mm}$  : couche limite en relaxation.

Il est à noter qu'à l'intérieur du bulbe de recirculation, aucune mesure expérimentale n'est disponible.

Les profils en amont de l'interaction, relatifs à la couche limite incidente, ayant déjà été commentés dans le chapitre précédent, ne feront pas l'objet d'une étude détaillée dans cette partie.

#### 5.3.1 Topologie de l'écoulement

La figure 5.2, représentant une strioscopie numérique du champ moyen, donne une bonne représentation qualitative de l'interaction. On observe que le choc incident s'incurve en pénétrant la partie supersonique de la couche limite et provoque, en déviant la ligne sonique, un épaississement du canal subsonique. Des ondes de compression, provenant de la zone subsonique, apparaissent alors et se focalisent pour générer un choc réfléchi très en amont du plan d'impact présumé du choc incident en fluide parfait. En rencontrant la ligne sonique, le choc incident donne naissance à un éventail de détente en aval du choc réfléchi. Enfin, à la suite de celle-ci, l'écoulement est redressé par une onde de recompression étalée.

Ce système de détente et de recompression est bien mis en évidence par la visualisation du champ moyen de pression (voir plus loin fig. 5.33).

La visualisation des lignes de courant révèle la présence d'un bulbe de recirculation en proche paroi, provoqué par le décollement puis le recollement de la couche limite, et la déviation du champ de vitesse s'organisant autour de celui-ci.

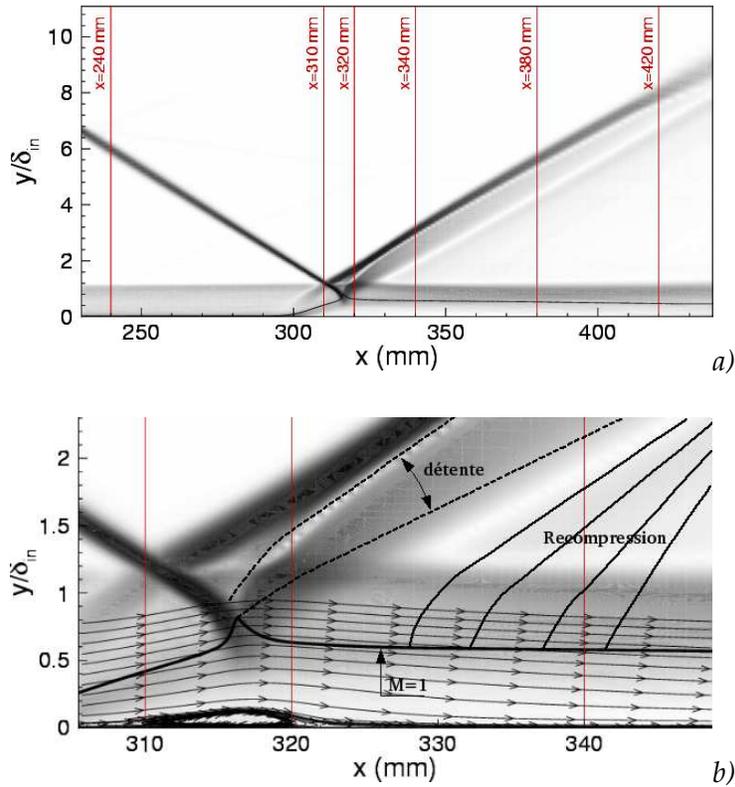


FIG. 5.2 – Strioscopia de champ moyen et stations de mesure. a) vue globale du domaine de calcul, b) grossissement sur le décollement. \_\_\_\_ : ligne sonique.

La visualisation d'un champ tridimensionnel instantané de quelques iso-masse volumique montre que la couche limite ressort très perturbée de l'interaction, et que l'on peut s'attendre à une profonde modification de la turbulence.

## 5.3.2 Champ moyen

### 5.3.2.1 Comportement du modèle de sous-maille

Pour pouvoir appliquer un modèle de sous-maille, il est nécessaire que les petites échelles soient turbulentes. Dans une certaine mesure, le modèle LES, utilisé dans cette étude,

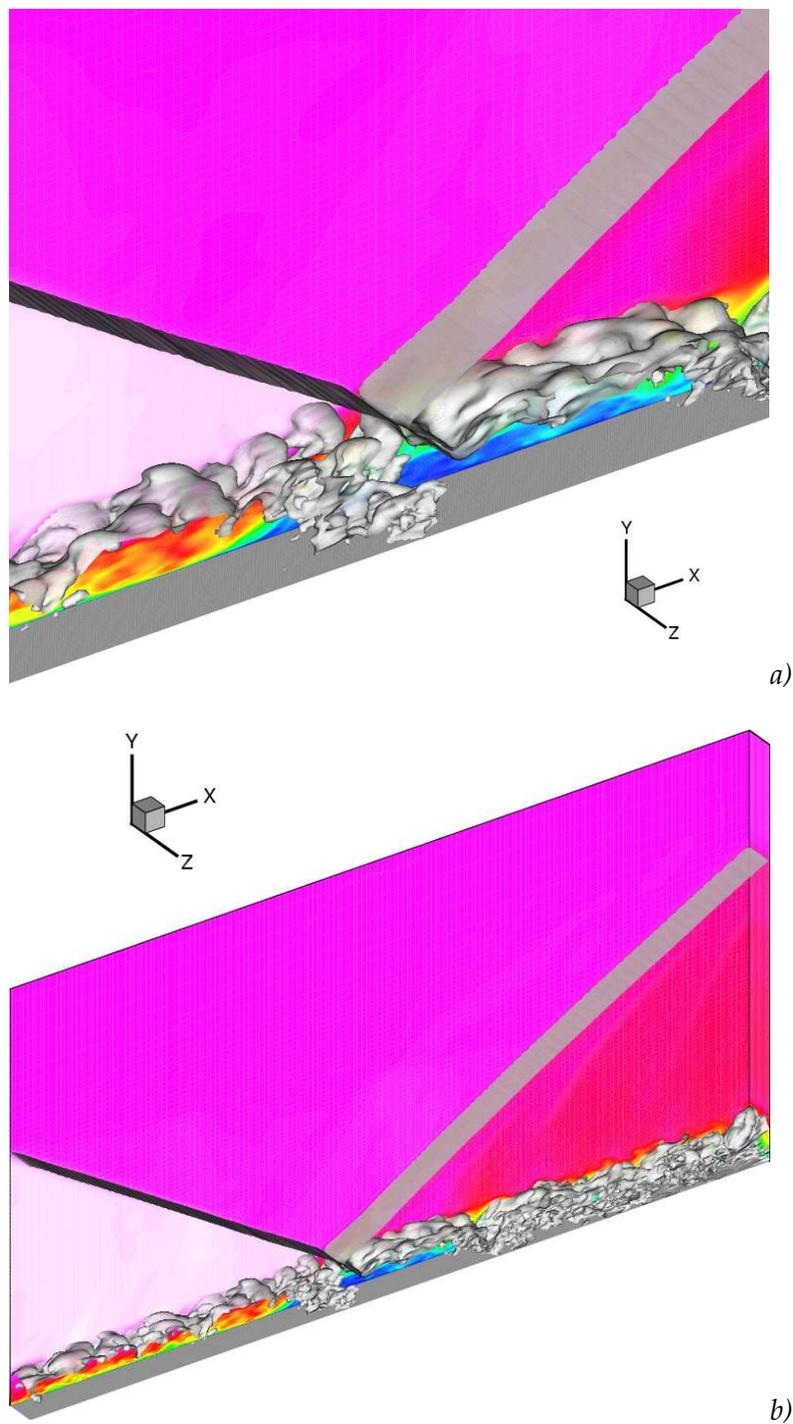


FIG. 5.3 – Visualisation instantanée de quelques iso-masse volumique 3D et du nombre de Mach (en fond) : a) grossissement sur la zone d'interaction, b) vue globale du domaine de calcul.

s'adapte naturellement à la nature de l'écoulement. Par exemple, lors de la simulation d'une couche limite en équilibre, la valeur de la viscosité de sous-maille devient quasiment nulle à l'extérieur de celle-ci, c'est-à-dire à l'endroit où l'écoulement est eulérien. Néanmoins, la présence d'ondes de choc dans la présente simulation pose un problème particulier. En effet, la figure 5.4 montre que le rapport  $\mu_t/\mu$  prend des valeurs très importantes au niveau des discontinuités, même à l'extérieur de la couche limite où l'écoulement n'est pas turbulent. Du reste, ceci n'est pas étonnant, puisque les niveaux de viscosité de sous-maille évoluent proportionnellement à ceux du second invariant du tenseur de déformation. Ainsi, une turbulence traversant un choc peut se trouver artificiellement altérée par une dissipation de sous-maille trop importante.

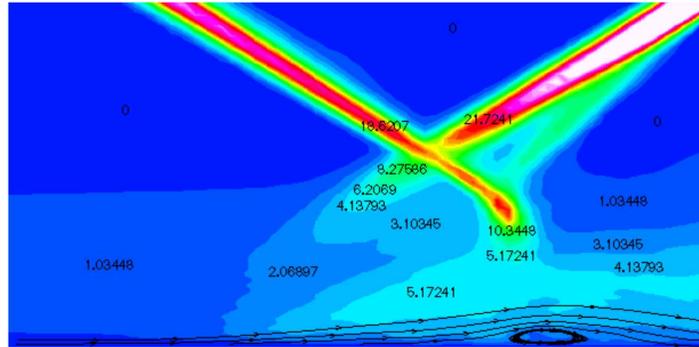


FIG. 5.4 – Champ moyen du rapport  $\mu_t/\mu$ , lorsque le modèle de sous-maille est appliqué sur tout le domaine.

Dans le but de palier à cet inconvénient, Garnier [27] utilise un senseur structurel (initialement proposé par David [13]), afin d'identifier les régions turbulentes. Cette technique, basée sur le taux de variation angulaire du vecteur vorticité, détermine les zones où le modèle de sous-maille est appliqué.

Dans la présente étude, il a été choisi de procéder à une toute autre approche sur la base des constatations suivantes (cf. chap. 4) :

- Le schéma WENO5 possède des propriétés dissipatives importantes telles qu'il mène à des résultats altérés lorsqu'il est employé seul lors de l'évaluation des flux convectifs.
- Le senseur de Ducros parvient à distinguer les régions turbulentes des régions présentant des discontinuités.

Ainsi, le choix a été fait de ne pas prendre en compte le modèle de sous-maille lorsque le schéma WENO5 est employé, ses propriétés dissipatives étant jugées suffisantes. Le modèle de sous-maille étant toujours utilisé dans les zones turbulentes (où les flux convectifs sont évalués par un schéma centré d'ordre 4), on peut considérer que cette stratégie s'apparente à une approche MILES locale. La figure 5.5 révèle que le maximum du rapport  $\mu_t/\mu$  est de l'ordre de 4.5, ce qui reste très raisonnable, et que l'on n'observe pas de fortes valeurs à la traversée des chocs. Par ailleurs, on note que la viscosité de sous-maille prend des valeurs

nulles dans la couche limite, sur une petite distance située directement en amont de la sortie du domaine. Ceci est dû au fait que le schéma WENO5 est employé dans cette région afin d'atténuer les réflexions d'ondes caractéristiques sur la frontière de sortie (voir §4.3.2).

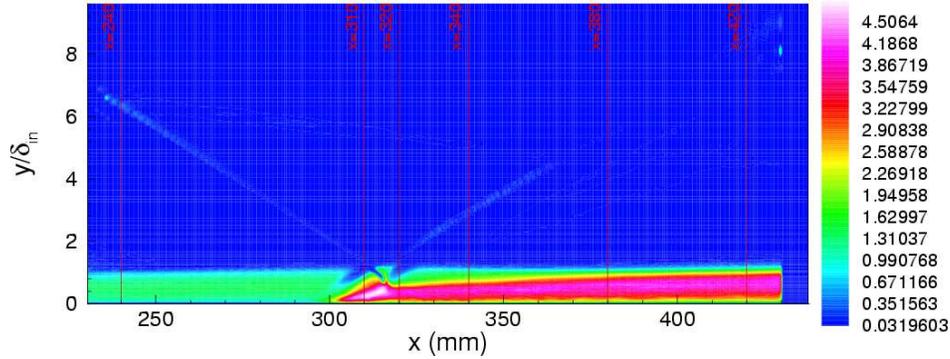


FIG. 5.5 – Champ moyen du rapport  $\mu_t/\mu$ , lorsque le modèle de sous-maille est appliqué de façon sélective.

### 5.3.2.2 Évolution longitudinale de la pression pariétale et du coefficient de frottement

La pression pariétale subit une brusque croissance, à la traversée de l'interaction, due aux ondes de compression, présentes au pied du choc réfléchi. Le niveau de pression pariétale, atteint dans la zone de relaxation, est conditionné par l'intensité des faisceaux de détente et de recompression situés en aval de celui-ci. La figure 5.6 montre que la simulation des grandes échelles prédit de façon très correcte la montée de pression, ainsi que les niveaux en aval de l'interaction. Ceci va dans le sens d'un bon positionnement du choc réfléchi par le calcul.

La figure 5.7 représente l'évolution longitudinale du coefficient de frottement, défini par :

$$C_f = \frac{2\tau_p}{\bar{\rho}_\infty(x)\bar{u}_\infty(x)}$$

En premier lieu, on observe, en amont de l'interaction, une sous-estimation du coefficient de frottement, inhérente à la dissipation artificielle provoquée par les méthodes numériques utilisées. A la sortie de l'interaction, la valeur de  $C_f$  est très correctement prédite, ainsi que sa croissance, à mesure que l'on s'éloigne de la zone décollée. La simulation indique que le coefficient de frottement s'annule pour  $x = 300 \text{ mm}$  et  $x = 328 \text{ mm}$ , on en déduit donc que le bulbe de recirculation est statistiquement situé entre ces deux bornes. Ceci est proche des observations de Deleuze qui mesure une ligne de vitesse nulle située entre  $x = 300 \text{ mm}$  et  $x = 332 \text{ mm}$ .

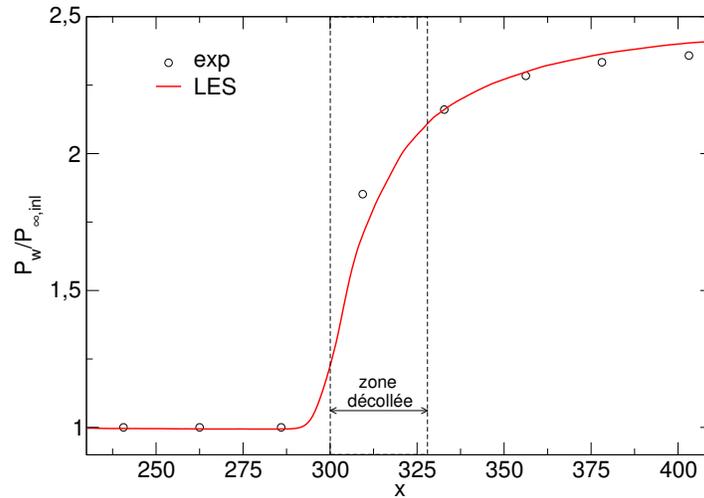


FIG. 5.6 – Évolution longitudinale de la pression pariétale.

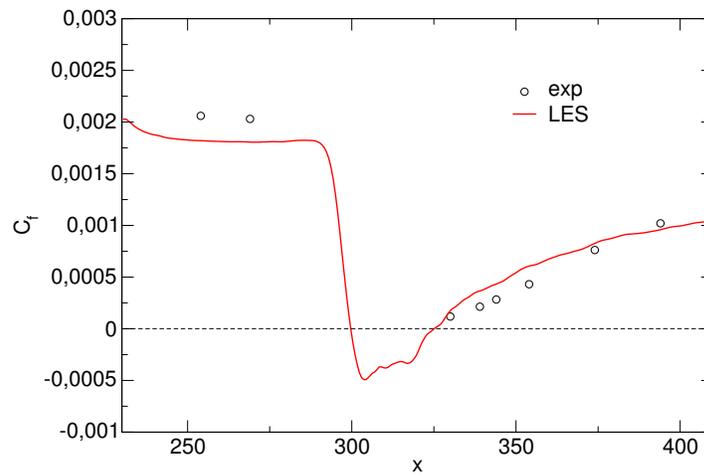


FIG. 5.7 – Évolution longitudinale du coefficient de frottement.

### 5.3.2.3 Variables aérothermodynamiques

L'évolution de la vitesse longitudinale aux différentes stations de mesure est donnée par la figure 5.8. La ligne sonique a été reportée sur la figure afin de montrer que les distorsions observées sur les profils, particulièrement en  $x = 310 \text{ mm}$  et  $x = 320 \text{ mm}$ , ont lieu dans la zone supersonique et sont dues à la traversée des chocs. De façon globale, on observe que, pour toutes les stations de mesure, les profils moyens de vitesse longitudinale donnés par la LES sont en excellent accord avec l'expérience. En particulier, la forte décroissance de la vitesse observée à la traversée de l'interaction ( $x = 310 \text{ mm}$  et  $x = 320 \text{ mm}$ ) dans la zone

interne de la couche limite et la phase de retour vers l'équilibre ( $x = 340 \text{ mm}$ ,  $x = 380 \text{ mm}$  et  $x = 420 \text{ mm}$ ) sont extrêmement bien prédites. Le champ moyen de vitesse longitudinale (fig. 5.34) permet de visualiser la région à basse vitesse entourant le bulbe de recirculation.

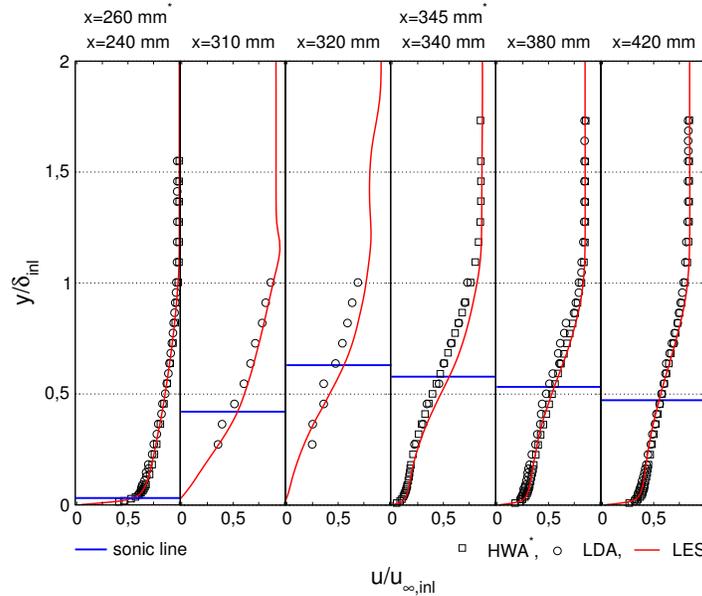


FIG. 5.8 – Profils moyens de vitesse longitudinale aux différentes stations de mesure.

On constate, sur la figure 5.9, que la simulation sous-estime la température, à la sortie de l'interaction, dans la partie inférieure de la couche limite. Cet écart, qui se révèle être au maximum de l'ordre de  $20 \text{ K}$  en  $x = 340 \text{ mm}$ , s'amenuise à mesure que l'on s'éloigne de la zone de recirculation. Il reste néanmoins que les tendances globales sont très bien reproduites. En outre, on note qu'à l'extérieur de la couche limite, les niveaux de température simulés sont en accord avec les mesures, ce qui témoigne d'un bon positionnement des chocs incidents et réfléchis. La visualisation du champ moyen de température (fig. 5.35) montre très bien, qu'à la suite de la perturbation, les zones d'interaction et de relaxation sont concernées par un échauffement important.

D'une manière générale, sous l'effet de l'interaction, la forme des profils est fortement modifiée et tend à se relaxer vers l'état initial lorsque l'on s'éloigne de la zone d'interaction.

### 5.3.3 Champ fluctuant

#### 5.3.3.1 Tensions de Reynolds et énergie cinétique turbulente

Les champs moyens des composantes normales du tenseur de Reynolds  $\sqrt{u'u'}$ ,  $\sqrt{v'v'}$  et  $\sqrt{w'w'}$  sont respectivement représentés sur les figures 5.36, 5.37 et 5.38. On observe que les

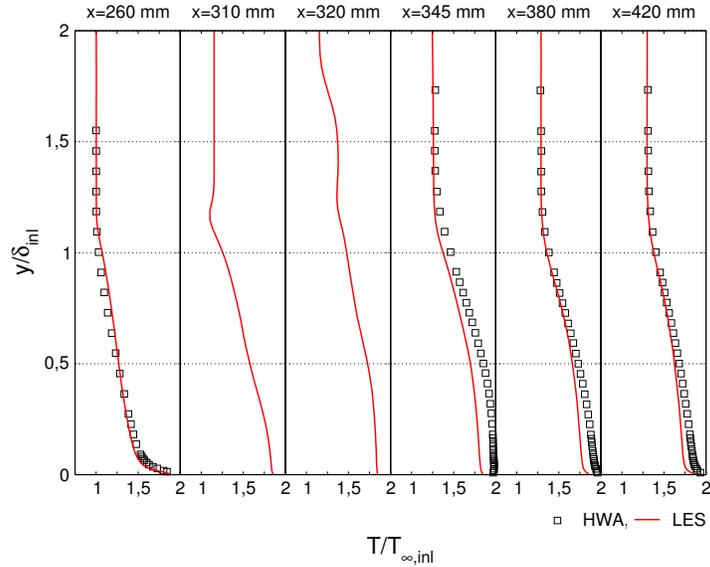


FIG. 5.9 – Profils moyens de température aux différentes stations de mesure.

intensités de ces contraintes sont amplifiées au passage des ondes de compression situées au pied du choc réfléchi. En aval de l'interaction, seules les fluctuations longitudinales subissent une relaxation, alors que les fluctuations normales à la paroi ne retrouvent pas leurs niveaux amont.

Les profils des fluctuations de vitesse longitudinale calculées sont en très bon accord avec les mesures expérimentales et ceci pour les différentes stations explorées (fig. 5.10). Le maximum de ces fluctuations se détache de la paroi au passage de l'interaction et vient se localiser au-dessus de la zone décollée. Par la suite, dans la zone de relaxation, ce maximum tend à décroître, et un second pic apparaît, très près de la paroi, en  $y/\delta_{inl} \approx 0.02$ , ce qui va dans le sens d'un retour à l'équilibre. On note que, même si la contrainte  $\sqrt{u'u'}$  semble légèrement sous-estimée par la LES, pour  $0.5 < y/\delta_{inl} < 1$ , au niveau de l'interaction, cette différence s'atténue à mesure que l'on s'éloigne du décollement, dans la zone de relaxation.

Les profils des fluctuations de vitesse normale à la paroi sont représentés sur la figure 5.11. On observe que, dans toute la partie inférieure de la couche limite ( $y/\delta_{inl} < 0.7$ ), la tension  $\sqrt{v'v'}$  semble largement sur-estimée par le calcul. Cet écart, initialement observé en  $x = 240\text{ mm}$ , lorsque la couche limite turbulente n'est pas encore perturbée (voir également chap. 4), semble amplifié au passage de l'interaction. Il reste que, globalement, les tendances sont bien prédites. Notamment, dans la couche limite aval, le maximum de la tension  $\sqrt{v'v'}$  reste quasiment constant et se situe à une distance de la paroi de  $y/\delta_{inl} \approx 0.37$ , ce qui est en accord avec les observations de Deleuze, et témoigne du fait que les fluctuations de vitesse normale à la paroi ne se relaxent que très peu en s'éloignant de l'interaction.

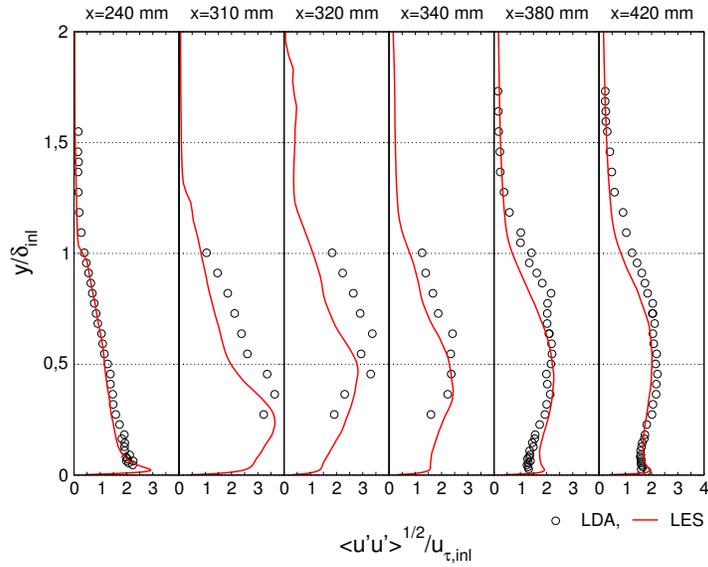


FIG. 5.10 – Profils des fluctuations de vitesse longitudinale.

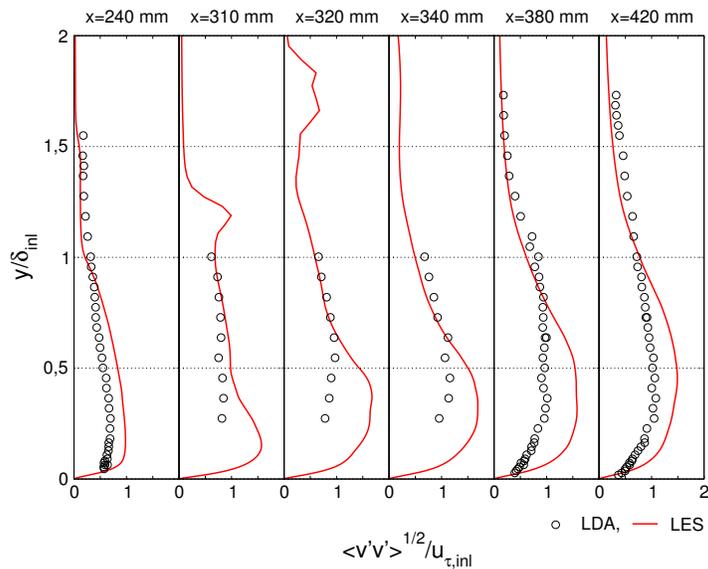


FIG. 5.11 – Profils des fluctuations de vitesse normale à la paroi.

Si on s'intéresse maintenant aux fluctuations de vitesse dans la direction de l'envergure, dont les profils sont donnés sur la figure 5.12, on remarque que leur comportement s'apparente à celui des fluctuations de vitesse longitudinale, avec cependant une relaxation moins rapide. On note, en particulier, la réapparition d'un pic dans la couche limite perturbée, très près de

la paroi, à un niveau où  $\sqrt{w'w'}$  atteint son maximum dans la couche limite amont.

D'une manière générale, les tensions normales subissent une forte amplification à la traversée de l'interaction et, si les contraintes longitudinales et dans la direction de l'envergure tendent à se relaxer en s'éloignant du bulbe de recirculation, la contrainte dans la direction normale à la paroi conserve des niveaux constants dans la couche limite perturbée, et son unique extremum reste détaché de la paroi.

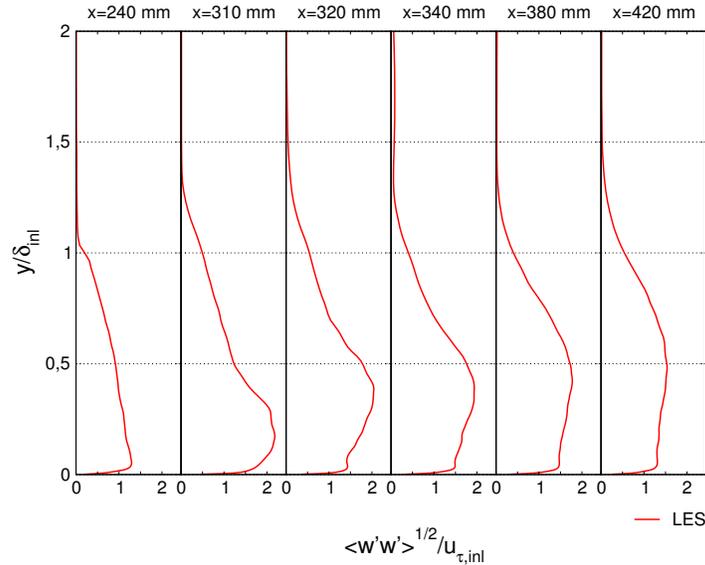
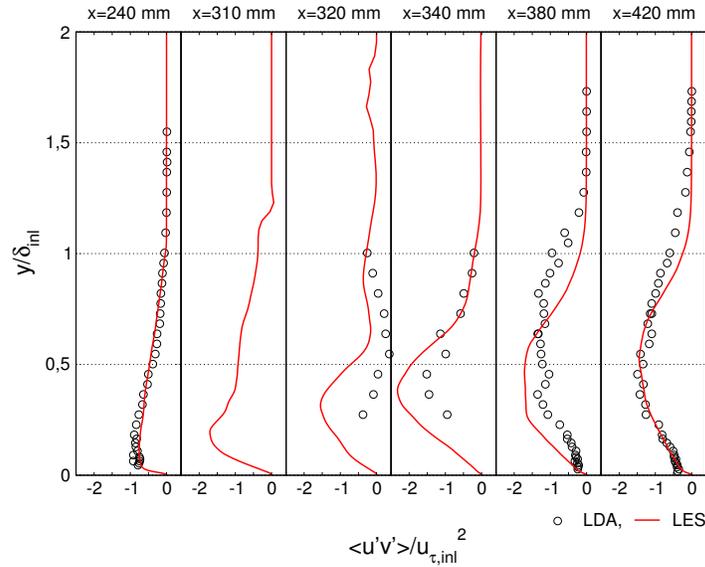


FIG. 5.12 – Profils des fluctuations de vitesse dans la direction de l'envergure.

Il est également intéressant d'examiner le comportement de l'énergie cinétique de la turbulence  $k$  à travers l'interaction. Le champ moyen (fig. 5.39) indique que le maximum d'énergie, initialement situé en très proche paroi ( $y/\delta_{inl} \approx 0.022$  en  $x = 240$  mm), est amplifié et dévié par l'interaction, puis subit une relaxation dans la couche limite aval. Ainsi, le comportement de  $k$  est largement piloté par les fluctuations de vitesse longitudinale  $\sqrt{u'u'}$ , qui restent prépondérantes devant les fluctuations de vitesse dans les autres directions.

L'extremum de la tension croisée  $\overline{u'v'}$  subit une forte amplification à la traversée du pied du choc réfléchi, puis tend à se relaxer en aval de l'interaction. La figure 5.40 montre que, dans l'interaction, les  $iso - \overline{u'v'}$  sont quasiment parallèles au choc réfléchi, ce qui indique que l'amplification de la contrainte de cisaillement s'effectue dans la direction normale au choc. Cette constatation a été faite expérimentalement par Deleuze. Ce dernier enregistre également une inversion très localisée du signe de  $\overline{u'v'}$  qui devient positive à la sortie de l'interaction en  $x = 320$  mm, pour  $y/\delta_{inl} \approx 0.55$ . Cette croissance de la tension  $\overline{u'v'}$  est reproduite par la LES (fig. 5.13), mais le changement de signe n'est pas observé. Néanmoins, les tendances générales restent très correctement prédites, particulièrement lors de la relaxation où les niveaux calculés sont en très bon accord avec les mesures.

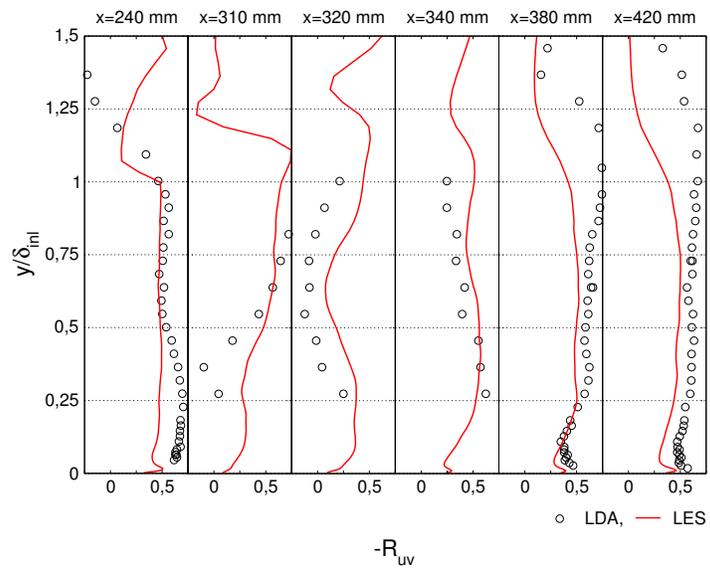
FIG. 5.13 – Profils de la tension de cisaillement  $\overline{u'v'}$ .

### 5.3.3.2 Corrélations $R_{uv}$

L'évolution du coefficient de corrélation  $R_{uv}$  est représentée sur la figure 5.14. En dépit d'une forte distorsion des profils au niveau de l'interaction, notamment due à la traversée des chocs, on observe, en valeurs absolues, une forte diminution de la corrélation ( $x = 310 \text{ mm}$  et  $x = 320 \text{ mm}$ ), dans la partie inférieure de la couche limite, avant un retour progressif vers un état similaire à celui de la couche limite amont. On remarque toutefois que la "bosse" observée expérimentalement en proche paroi ( $y/\delta_{\text{inl}} < 0.5$ ), en amont de l'interaction ( $x = 240 \text{ mm}$ ), ne semble pas réapparaître lors du retour à l'équilibre. On note également que les mesures donnent une forte amplification des niveaux du coefficient vers le bord de la couche limite, où  $-R_{uv}$  atteint une valeur de 0.8 en  $x = 380 \text{ mm}$ . Néanmoins, la LES qui reproduit assez bien, pour  $y/\delta_{\text{inl}} < 0.75$ , les modifications globales subies par la corrélation à la traversée de l'interaction, ne prédit pas cette amplification et prévoit, en comparaison avec l'expérience, une décroissance plus précoce à la frontière de la couche limite.

### 5.3.3.3 Fluctuations de température

Les profils des fluctuations de température sont tracés sur la figure 5.15. On observe que les tendances globales sont assez fidèlement reproduite par le calcul, à savoir que le maximum des fluctuations se déplace vers la frontière supérieure de la couche limite. En particulier, les résultats du calcul et de l'expérience sont en très bon accord pour  $x = 420 \text{ mm}$ . Néanmoins, le calcul LES tend à sous-estimer les valeurs de  $\sqrt{T'T'}$ , en aval de l'interaction, dans la partie supérieure de la couche limite. La visualisation du champ moyen de  $\sqrt{T'T'}$  (fig. 5.41) illustre

FIG. 5.14 – Profils de la corrélation  $-R_{uv}$ .

bien le fait que, dans la couche limite perturbée, l'interaction provoque le détachement de la paroi du maximum des fluctuations.

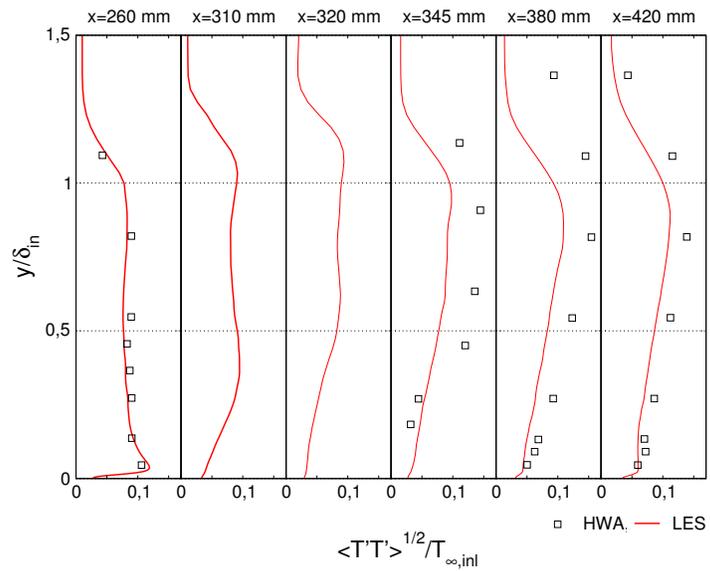


FIG. 5.15 – Profils des fluctuations de température.

### 5.3.3.4 Analogie forte de Reynolds

L'analyse des profils des corrélations  $R_{uT}$  (éq. 4.5.17) donnés par l'expérience montre que, en dehors des zones très proches du décollement, les liens entre les champs thermique et dynamique se maintiennent dans la couche limite en relaxation. En effet, dans la majorité des zones explorées, les mesures donnent des valeurs de la corrélation de l'ordre de  $-R_{uT} = 0.8$  (fig. 5.16). La simulation, comme dans le cas d'une couche limite turbulente à l'équilibre (cf. chap. 4), donne une valeur de  $-R_{uT}$  inférieure, de l'ordre de 0.5. Comme il a été mentionné dans le chapitre précédent, ces différences sont très souvent observées lors de comparaisons entre les simulation et l'expérience [33, 87, 66], mais ne font encore l'objet d'aucune explication réellement validée. On note également, qu'en aval de l'interaction, l'expérience observe une relaxation plus rapide de la corrélation par rapport à la simulation qui prédit encore une faible valeur de  $R_{uT}$  près de la paroi (de l'ordre de 0) à la station la plus éloignée de l'interaction (en  $x = 420 \text{ mm}$ ).

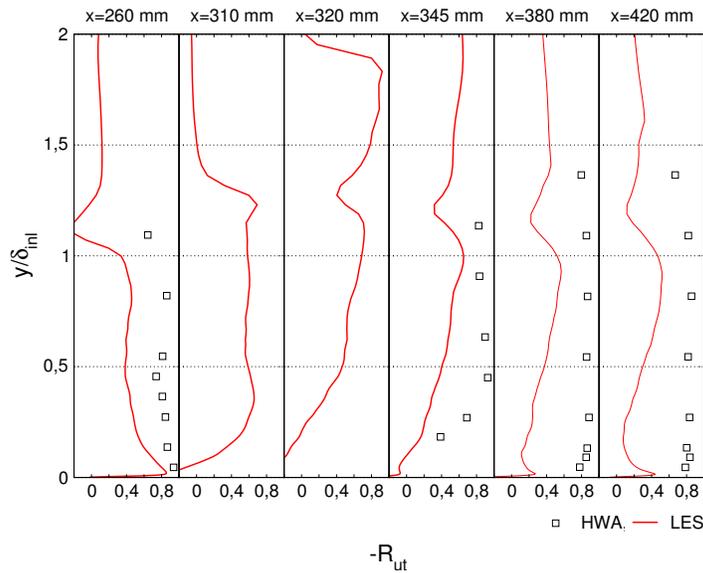


FIG. 5.16 – Profils des corrélations  $-R_{ut}$ .

Néanmoins, la simulation retrouve, en accord avec l'expérience, un coefficient SRA (éq. 4.5.16) présentant des valeurs voisines de 1, dans la couche limite aval comme dans la couche limite incidente. Ainsi, l'interaction ne modifie que très peu le comportement des relations définissant l'analogie forte de Reynolds, et les écarts observés, entre le calcul et les mesures, dans la couche limite perturbée, sont du même type que ceux d'une couche limite turbulente à l'équilibre.

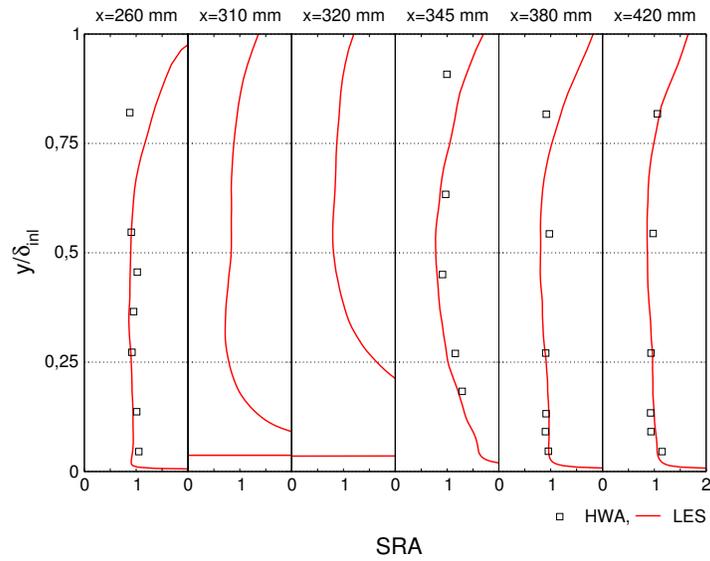
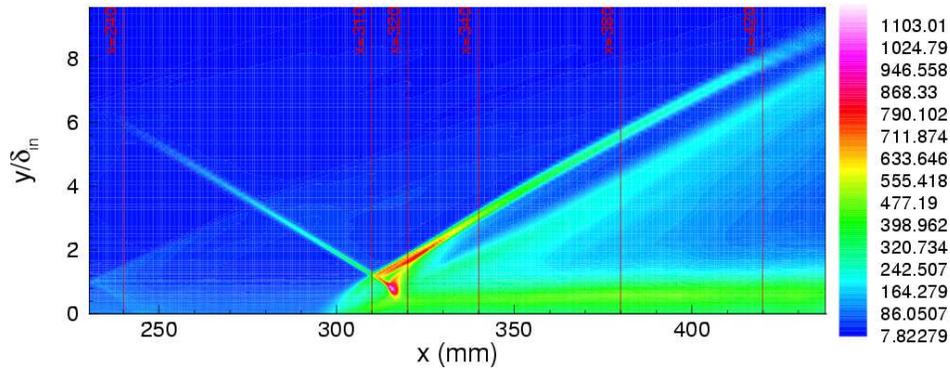


FIG. 5.17 – Test de l'analogie forte de Reynolds.

### 5.3.3.5 Fluctuations de pression

#### Evolution longitudinale

La figure 5.18 représente les iso-valeurs des fluctuations de pression  $\sqrt{p'p'}$  sur l'ensemble du domaine. On remarque, tout d'abord, que l'amplitude des fluctuations est beaucoup plus importante dans l'interaction et la zone de relaxation qu'au niveau de la couche limite amont, où les signaux de pression ne fluctuent que très peu.

FIG. 5.18 – Champ moyen de  $\sqrt{p'p'}$  (Pa).

Cet aspect est visible sur l'évolution longitudinale des fluctuations de pression pariétale (fig. 5.19-a). On observe, en effet, que les niveaux de  $\sqrt{p'p'}$  sont quasiment constants dans la couche limite perturbée et sont très supérieurs à ceux présents en amont de l'interaction (environ 8% contre 2.3% de  $P_{\infty, inl}$ ). On note, en outre, un niveau plus important des fluctua-

tions dans l'interaction ( $307 \text{ mm} < x < 330 \text{ mm}$ ), où ces derniers, en assez bon accord avec les résultats expérimentaux (fig. 5.19-b), atteignent de 8% à 9% de  $P_{\infty, inl}$  (c'est-à-dire de 320 à 360 Pa). Les figures 5.18 et 5.19 révèlent de fortes valeurs de  $\sqrt{p'p'}$  autour du choc réfléchi. On peut penser que ceci est dû à la nature instationnaire de ce dernier, mise en évidence par Laurent [46], puis par Dussauge *et al.* [24, 21]. De même, le pied du choc incident, reposant sur la ligne sonique, est le siège de fortes fluctuations, dont il est possible qu'elles soient issues d'oscillations du bulbe de recirculation se répercutant sur la ligne sonique.

On observe, qu'en amont de l'interaction, même si les fluctuations prédites par le calcul restent faibles (2% de  $P_{\infty, inl}$ ), elles sont près de deux fois supérieures à celles données par l'expérience (1% de  $P_{\infty, inl}$ ).

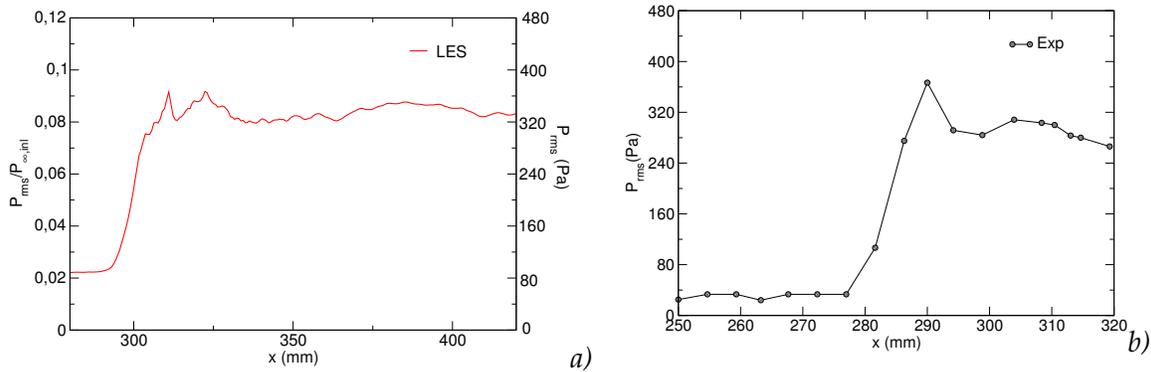


FIG. 5.19 – Évolution longitudinale des fluctuations de pression pariétale : a) LES et b) expérience (tiré de [22]).

### Corrélations en deux points

La figure 5.20 présente la répartition du coefficient d'auto-corrélation (calculé en deux points  $m$  et  $n$ ),  $R_{pp}(m, n)$ , des fluctuations de pression pariétale, sur un domaine situé entre les abscisses  $x = 260 \text{ mm}$  et  $x = 320 \text{ mm}$ . La zone étudiée couvre ainsi une partie de la couche limite amont, le pied du choc réfléchi et une grande partie de la zone décollée (localisée entre  $x = 300 \text{ mm}$  et  $x = 328 \text{ mm}$ ). On rappelle que le coefficient  $R_{pp}(m, n)$  est donné par :

$$R_{pp}(m, n) = \frac{\overline{p'(m)p'(n)}}{\sqrt{\overline{p'(m)p'(m)}}\sqrt{\overline{p'(n)p'(n)}}} \quad (5.3.1)$$

On observe que la diagonale présente des corrélations de 1, puisque chaque point est corrélé avec lui-même. Au niveau du pied du choc réfléchi et du décollement ( $293 \text{ mm} < x < 305 \text{ mm}$ ), on note que de fortes valeurs des corrélations persistent sur des distances plus grandes que partout ailleurs sur le domaine étudié. On note également, qu'en amont du pied de choc ( $x < 290 \text{ mm}$ ), les corrélations en deux points sont presque exclusivement positives, et en fait, décroissent très vite vers une valeur nulle lorsque la distance qui sépare

les deux points augmente. Ceci n'est, en revanche, pas le cas en aval du décollement, où des corrélations négatives peuvent être observées. Il semble donc que les signaux, dans l'interaction, se décorrèlent du reste de l'écoulement sur une distance plus grande qu'en amont de celle-ci.

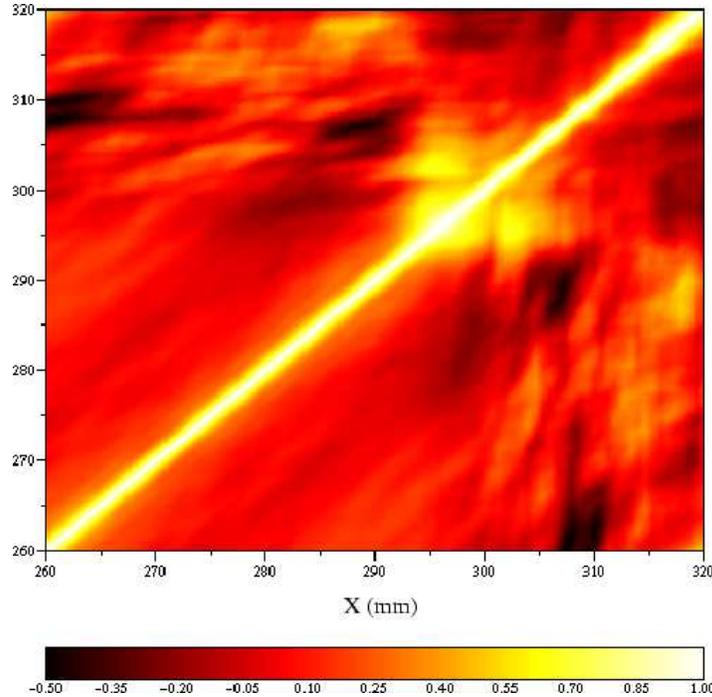


FIG. 5.20 – Carte d'isovaleurs du coefficient d'auto-corrélation des fluctuations de pression pariétale pour  $260 \text{ mm} < x < 320 \text{ mm}$ .

### Densité de probabilité

La fonction de densité de probabilité  $p(x)$  d'un signal aléatoire  $x(t)$  peut être définie comme la dérivée de la fonction de répartition qui exprime la probabilité  $P(\xi)$  qu'une valeur instantanée  $\xi$  de  $x(t)$  soit telle que  $\xi \leq x(t)$ . Ainsi :

$$p(\xi) = \frac{\partial P(\xi)}{\partial \xi} \quad (5.3.2)$$

Dans le cas présent, nous disposons de signaux aléatoires discrets composés de  $N$  échantillons. La probabilité, pour  $\xi$ , d'appartenir à une classe  $\Delta$  de  $x(t)$  peut être approchée par le rapport entre le nombre de points  $n_{\Delta}$  observés dans cette classe sur le nombre total d'échantillons. Ainsi, si on suppose que  $\Delta$  est un petit intervalle autour du point  $\xi$ , la densité de probabilité locale peut être estimée par :

$$p(\xi) = \frac{n_{\Delta}}{N l_{\Delta}} \quad (5.3.3)$$

où  $l_{\Delta}$  désigne la taille de la classe  $\Delta$ .

La formule de Sicart-Max donne un ordre de grandeur du nombre optimal de classes  $n$ , en fonction du nombre total d'évènements, pour des probabilités gaussiennes. Elle s'écrit :

$$n = 1 + 3.3 \log_{10} N \quad (5.3.4)$$

Les signaux traités dans cette étude comprenant environ 13000 échantillons, les séries  $x(t)$  seront partitionnées en 15 classes.

On rappelle ici qu'une variable aléatoire continue de moyenne  $\bar{x}$  et de variance  $\sigma_x^2$  est dite à distribution gaussienne (ou normale) si sa densité de probabilité est du type :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} \quad (5.3.5)$$

où la variance  $\sigma_x^2$  est donnée par :

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx \quad (5.3.6)$$

On définit également le moment d'ordre  $n$  du signal  $x(t)$  par :

$$E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^n p(x) dx \quad (5.3.7)$$

Les coefficients de dissymétrie ou skewness (noté  $Sk$ ) et d'aplatissement ou Flatness (noté  $Fl$ ) représentent des mesures de la symétrie et de l'aplatissement de la densité de probabilité. Ils sont définis à partir des moments d'ordre 2 et 3 par :

$$Sk = \frac{E[x^3]}{\sigma_x^3} \quad et \quad Fl = \frac{E[x^4]}{\sigma_x^4} \quad (5.3.8)$$

Une loi gaussienne, par définition symétrique, aura donc un skewness nul, et celui-ci prendra des valeurs d'autant plus importantes que la PDF du signal considéré est dissymétrique. Quant au Flatness, il prend une valeur de 3 dans le cas de lois gaussiennes. On distingue alors deux comportements possibles de la PDF : un Flatness inférieur à 3 (resp. supérieur à 3) témoigne d'une décroissance plus rapide (resp. moins rapide) vers zéro qu'une loi gaussienne, on parle alors de loi "sous-gaussienne" (resp. "sur-gaussienne").

On propose maintenant d'appliquer ces notions aux signaux de fluctuations de pression pariétale issus de la simulation. La portion de paroi prise en compte ici est identique à celle étudiée dans le paragraphe précédent ( $260 \text{ mm} < x < 320 \text{ mm}$ ).

Les figures 5.21 à 5.25 représentent l'évolution des densités de probabilité des fluctuations de pression pariétale ainsi que les signaux temporels correspondant, sur tout le domaine étudié, à des stations espacées de 5 *mm* environ. D'une façon générale, on observe un comportement gaussien des fluctuations, en particulier dans la couche limite amont, ainsi qu'au cœur de la recirculation (fig. 5.25-b et d). Il est intéressant de noter que c'est au voisinage du point de décollement (voir fig. 5.24-b, d et f) que les distributions s'éloignent le plus d'une loi gaussienne. Ces remarques sont confortées par le fait que les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement (voir fig. 5.26) sont globalement proches des caractéristiques d'une loi gaussienne ( $Sk \approx 0$  et  $Fl \approx 3$ ), mais qu'ils s'en éloignent néanmoins aux environs du décollement. En particulier, on note que le coefficient d'aplatissement atteint une valeur allant jusqu'à 4.8, à la naissance du décollement (en  $x = 305$  *mm*).

Des observations similaires ont également été faites par Deck [15] dans le cadre de simulations DES du décollement de jet dans des tuyères surdétendues, ainsi qu'expérimentalement par Dolling [19] sur une rampe de compression à Mach 3. Ces derniers observent néanmoins une déformation plus importante, par rapport à la présente étude, des profils gaussiens, à la traversée du choc de décollement. En particulier, Dolling met en évidence une PDF bi-modale dont un mode correspond à la répartition des fluctuations dans la couche limite amont, l'autre mode se rapportant à l'écoulement en aval du pied de choc. Ce type de distribution est caractéristique d'un signal intermittent, dû aux oscillations du choc. Si on considère que le mouvement du choc réfléchi présente une bande de fréquences dominantes localisée entre 0 et 1 *kHz*, comme semblent le montrer les travaux de Dussauge *et al.* [21, 24], le présent calcul qui couvre un temps physique de  $3 \cdot 10^{-3}$  *s* ne peut pas rendre compte de phénomène de fréquences inférieures à 300 *Hz* qui, on peut le supposer, conditionnent en partie l'intermittence du signal au pied du choc. Ainsi, il n'est pas étonnant d'observer une moindre déformation des PDF par rapport à l'expérience, où des calculs autorisant un temps d'intégration physique suffisamment long.

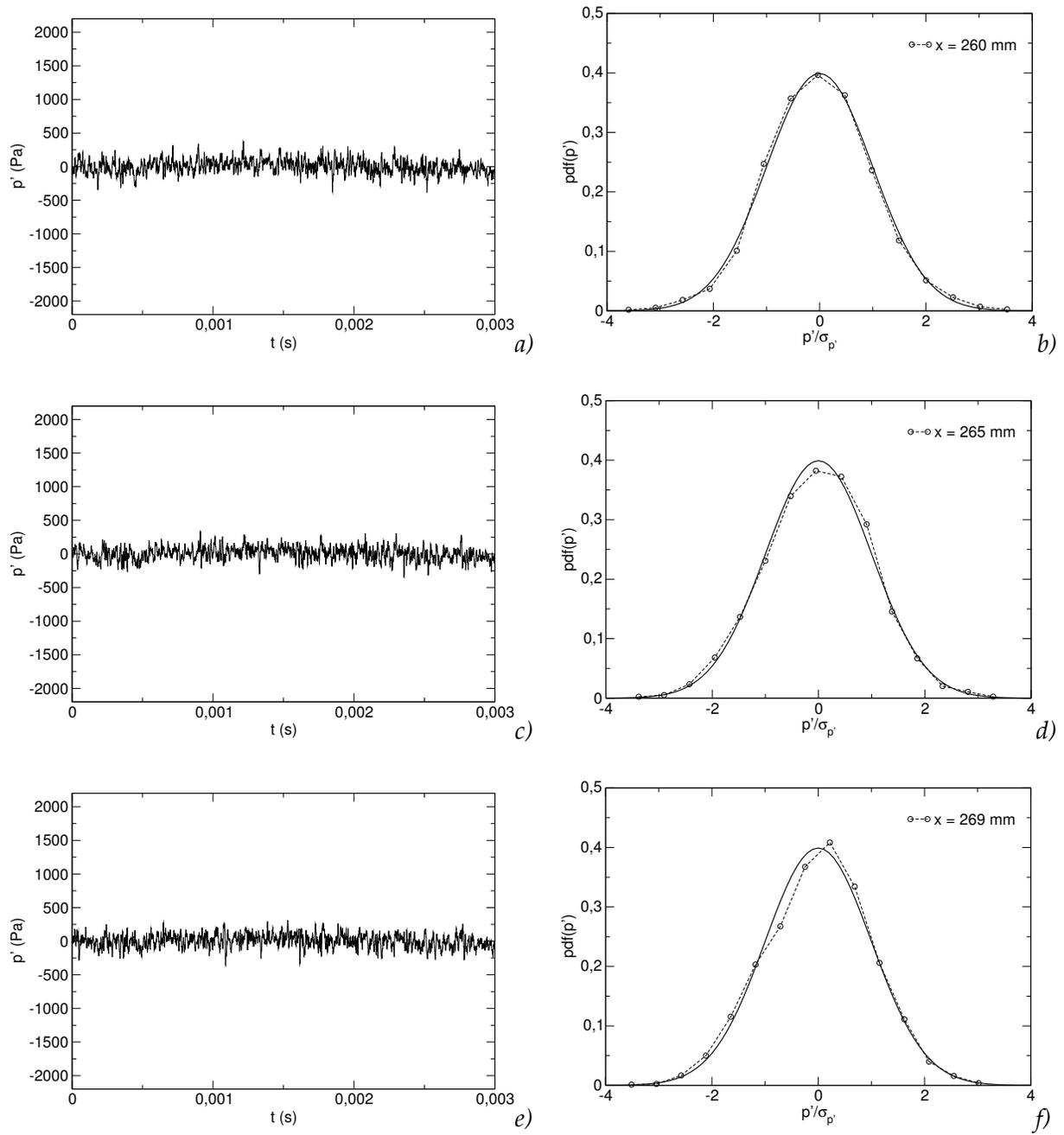


FIG. 5.21 – Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. — : loi gaussienne.

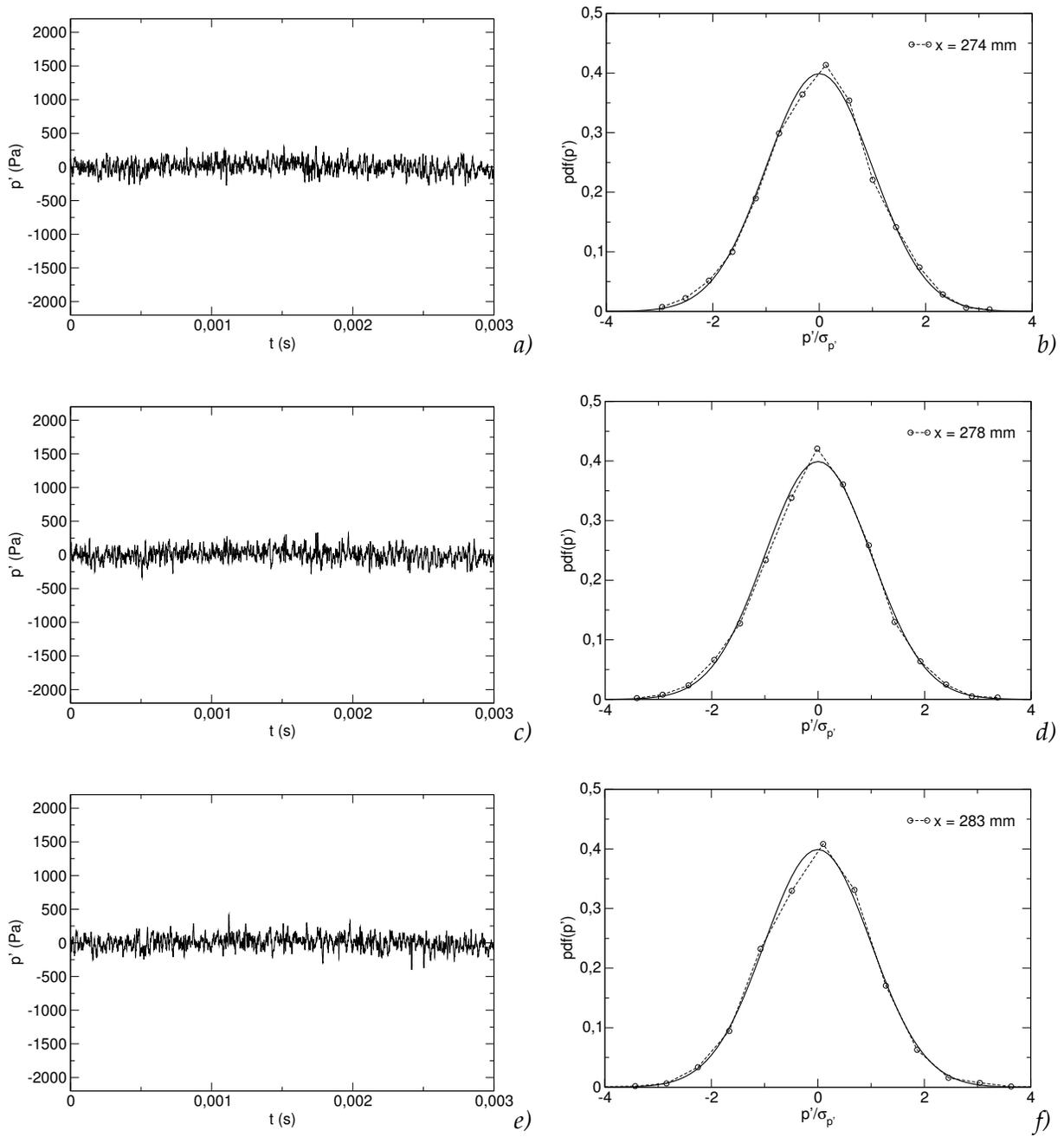


FIG. 5.22 – Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. — : loi gaussienne.

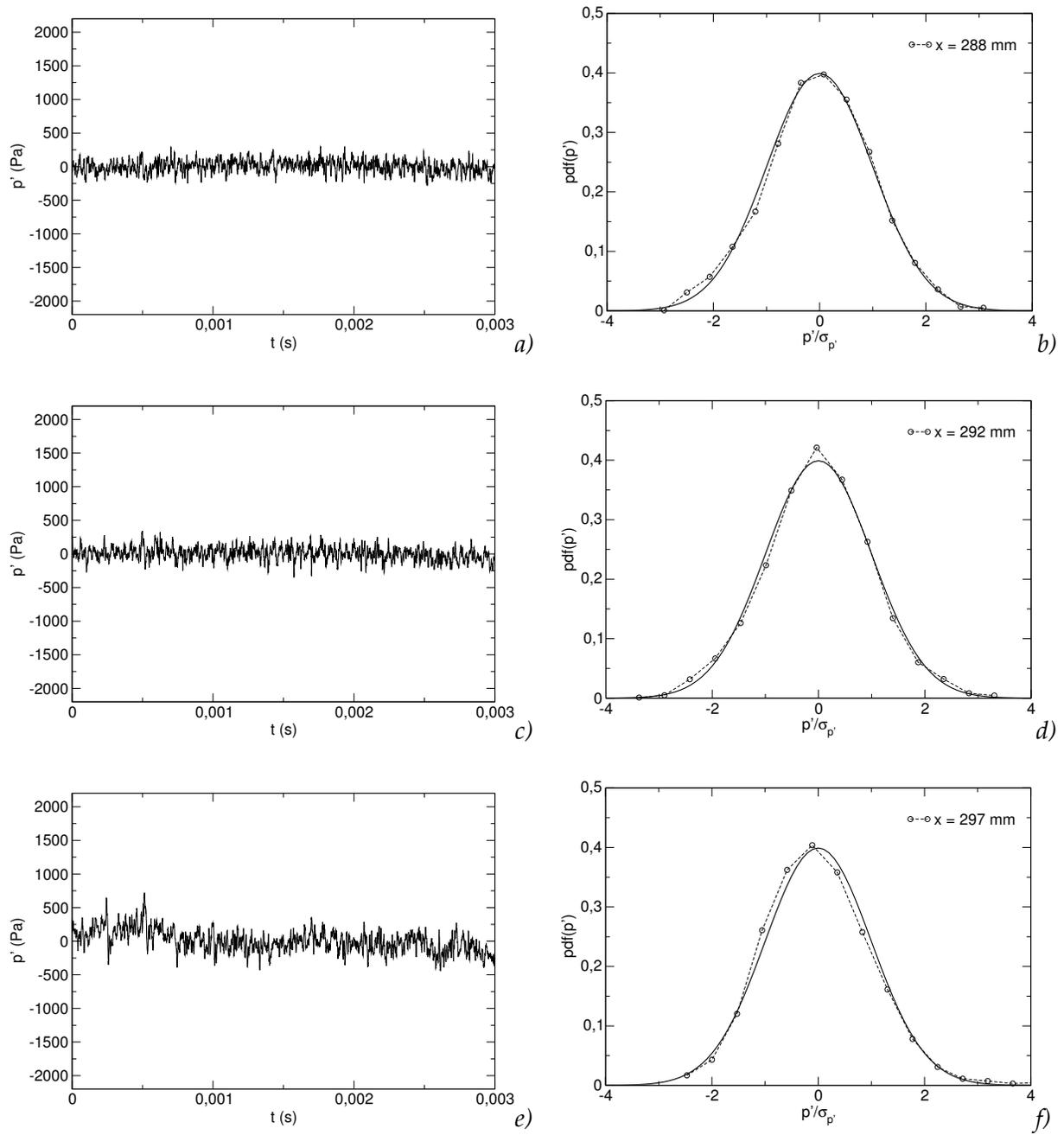


FIG. 5.23 – Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. \_\_\_\_ : loi gaussienne.

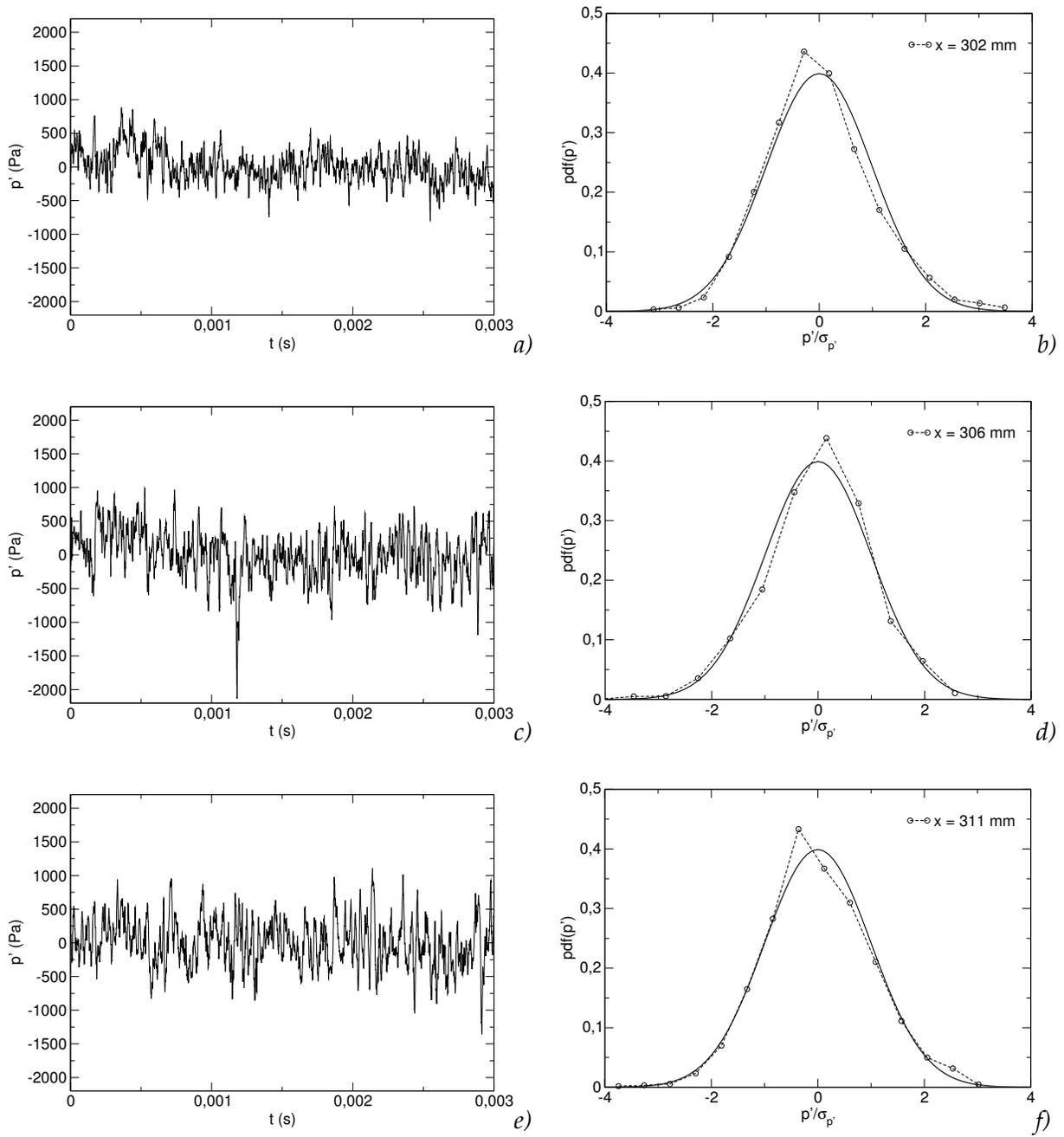


FIG. 5.24 – Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. — : loi gaussienne.

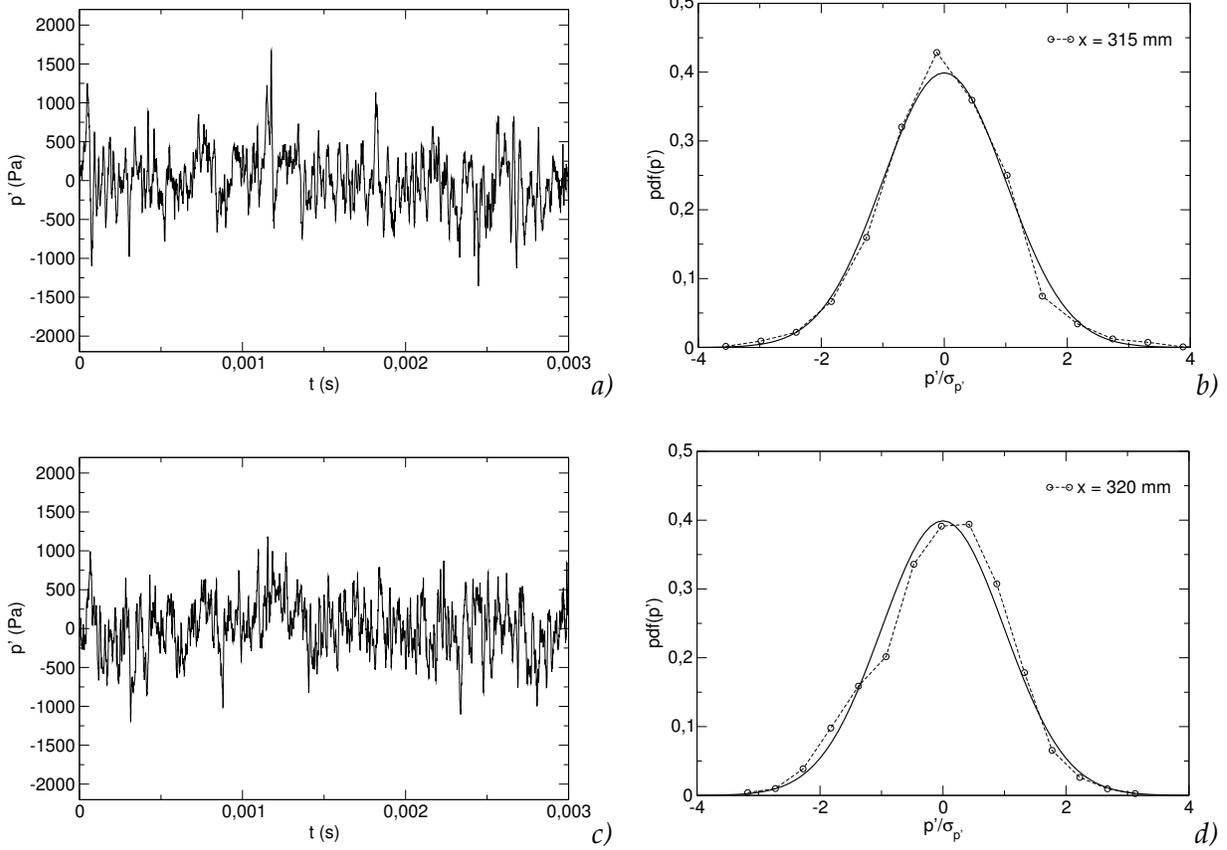


FIG. 5.25 – Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. \_\_\_\_ : loi gaussienne.

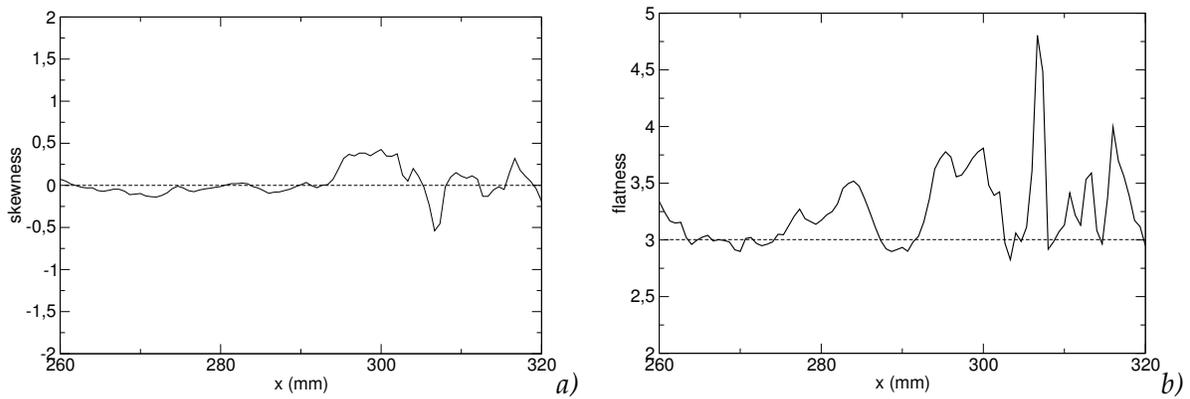


FIG. 5.26 – Évolution longitudinale des coefficients de dissymétrie a) et d'aplatissement b).

## 5.4 Caractérisation des instationnarités à basses fréquences

### 5.4.1 Position du problème

L'objet de cette partie est de caractériser les instationnarités des phénomènes mis en jeu lors d'une interaction onde de choc/couche limite provoquant un décollement. Très souvent, dans ce type de configuration, le choc réfléchi présente un mouvement fluctuant à basse fréquence, et le bulbe de recirculation se révèle posséder des caractéristiques instationnaires identiques. Dussauge [23] insiste sur le fait que les fréquences associées à ces instationnarités sont inférieures à celles relatives aux fluctuations turbulentes présentes dans la couche limite amont et qu'il convient de faire une distinction entre ces deux phénomènes. A partir de ces considérations, deux principaux types de modèles ont pu être élaborés, afin de tenter d'expliquer l'origine de ces instationnarités. Comme il a été rappelé en introduction, une première approche, soutenue par Dolling *et al.* [5], suggère que les mouvements aux basses fréquences du choc et du bulbe de recirculation sont dus à la nature des fluctuations de vitesse observées dans la couche limite en amont de l'interaction. La seconde, quant à elle, privilégie l'influence de la dynamique de la zone décollée.

La figure 5.27 rappelle les principaux résultats issus des travaux expérimentaux de Dussauge concernant les instationnarités observées sur la configuration étudiée [24, 21]. On observe que les spectres compensés (représentant  $f E(f)$  en fonction de  $f$ ) de pression pariétale au pied du choc et de l'impulsion dans la recirculation et la zone de relaxation présentent des bandes de fréquences disjointes. Le domaine fréquentiel du battement du pied de choc étant inférieur à  $1 \text{ kHz}$ , alors que dans les autres parties de l'écoulement considérées, les fréquences dominantes sont de l'ordre de  $10 \text{ kHz}$ .

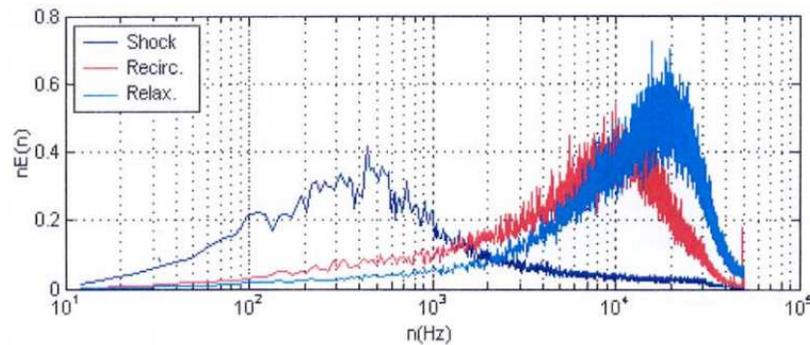


FIG. 5.27 – Spectres expérimentaux compensés des fluctuations de pression pariétale au pied du choc et des fluctuations d'impulsion  $(\rho u)'$  dans la recirculation et la relaxation. Tiré de [21].

L'auteur constate également une forte cohérence des spectres au pied du choc réfléchi et dans la zone de relaxation pour des fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$ . Ces fréquences semblent mettre en jeu des échelles d'espace correspondant à environ 50 fois l'épaisseur de la couche

limite, qui ne peuvent correspondre à des structures convectées mais plutôt à des pulsations d'ensemble de l'écoulement qui suivrait le battement du choc. D'autre part, des structures espacées d'environ  $5\delta$ , correspondant à une fréquence de l'ordre de  $6 \text{ kHz}$ , ont été mises en évidence, en aval du recollement, par Dupont et Debiève [24]. Une hypothèse avancée par les auteurs est que ces échelles sont liées aux oscillations du bulbe de décollement.

#### 5.4.2 Analyse fréquentielle des signaux issus de la simulation

La transformée de Fourier est une opération mathématique qui, en faisant appel aux signaux sinusoïdaux, permet l'interprétation d'un signal temporel dans le domaine fréquentiel.

Si on considère un signal temporel  $x(t)$ , sa transformée de Fourier, notée  $X(f)$  sera définie par :

$$X(f) = \int_{\mathbb{R}} x(t)e^{-2j\pi ft} dt \quad (5.4.1)$$

On peut également définir la transformée inverse telle que :

$$x(t) = \int_{\mathbb{R}} X(f)e^{2j\pi ft} df \quad (5.4.2)$$

En pratique, l'évaluation de la transformée de Fourier d'un signal discret  $x(n)$  nécessite l'utilisation de la transformée de Fourier dite discrète qui peut être améliorée pour réduire la charge de calcul. Cet algorithme optimisé porte le nom de transformée de Fourier rapide (FFT pour *Fast Fourier Transform*), et est implanté dans SCILAB, logiciel utilisé, dans cette étude, pour traiter les signaux instationnaires. Ainsi, pour un signal  $x$  composé de  $N$  échantillons, l'algorithme FFT retourne les  $N$  composantes suivantes :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2j\pi k \frac{n}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.4.3)$$

La densité spectrale de puissance d'un signal (DSP) notée  $G(f)$ , peut être définie à partir du périodogramme  $\check{G}(f)$ , proportionnel à la distribution d'énergie le long de l'axe des fréquences, donnée par  $|X(f)|^2$ . Ainsi :

$$\check{G}(f) = \frac{|X(f)|^2}{N} \quad (5.4.4)$$

En pratique, nous diviserons le périodogramme  $\check{G}(f)$  ainsi obtenu par la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ , pour obtenir la DSP  $G(f)$  avec la dimension voulue (*unité physique du signal*)<sup>2</sup>/Hz).

Afin de réduire l'erreur commise sur l'estimation du spectre, il est possible d'effectuer la moyenne de plusieurs périodogrammes. Le signal  $x(n)$  contenant  $N$  échantillons doit alors être divisé en  $L$  blocs de longueur  $M$ . On peut alors calculer  $L$  périodogrammes et les moyenner. Le périodogramme résultant est alors donné par :

$$\check{G}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{|X_l(f)|^2}{M} \quad (5.4.5)$$

$X_l(f)$  étant la transformée de Fourier de la partie du signal  $x(n)$  correspondant au bloc  $l$ .

La principale contrainte liée au traitement de signaux, issus de simulations numériques, réside dans le fait que ces dernières fournissent des signaux de courte durée. En effet, les méthodes numériques utilisées ici imposent l'utilisation de pas de temps réduits, limitant le temps physique d'intégration et conduisant ainsi à un accès difficile aux phénomènes basses fréquences qui nous intéressent. L'utilisation du périodogramme moyenné, du fait de la nécessaire division du signal, aggrave encore cette contrainte. C'est pour cette raison que cette méthode ne sera pas utilisée dans cette étude, les DSP seront donc évaluées par la relation (5.4.4).

Le présent calcul couvre un temps physique de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-3}$  s, ce qui permet, en toute rigueur, de caractériser les phénomènes de fréquences supérieures à 600 Hz. Ainsi, on ne prétend en aucun cas extraire les fréquences dominantes associées au mouvement du choc, puisqu'il est possible que celles-ci soient inférieures à la limite de résolution. On précise que les signaux traités sont composés d'environ 13000 échantillons.

#### 5.4.2.1 Spectres d'impulsion dans la couche limite amont

On peut s'attendre à ce que la méthode de génération de conditions d'entrée turbulente, utilisée dans cette étude et décrite au chapitre 4, favorise une certaine gamme de fréquence et puisse venir altérer la qualité d'une analyse fréquentielle. En effet, cette technique étant fondée sur le principe de renormalisation d'un champ instantané situé à une station en aval de l'entrée du domaine, il est fort possible qu'une certaine périodicité des signaux traités apparaisse artificiellement. En toute rigueur, cette périodicité devrait dépendre de la vitesse de convection des structures turbulentes dans la couche limite amont, puisque c'est à partir de celle-ci qu'ont été générées les conditions d'entrée de la présente simulation. Pour vérifier ce point, il a été choisi d'effectuer une analyse fréquentielle des signaux des fluctuations d'impulsion longitudinale  $(\rho u)'$ , en amont de l'interaction. La figure 5.28 montre les densités spectrales de puissance d'impulsion calculées à différentes distances de la paroi. On observe un apport d'énergie en proche paroi, pour  $y^+ = 10$  et  $y^+ = 30$ , localisé à des fréquences de 2 kHz ( $St = 0.039$ ) et 5 – 6 kHz ( $St = 0.097 - 0.117$ ), où  $St$  est le nombre de Strouhal défini par  $St = (f \delta_{inl})/u_{\infty, inl}$ . En s'éloignant de la paroi, ces apports semblent se décaler légèrement vers de plus hautes fréquences (4 kHz,  $St = 0.078$  et 8 kHz,  $St = 0.156$

pour  $y^+ = 500$  et  $y^+ = 800$ ). Ces fréquences étant trop faibles pour pouvoir les associer à des fluctuations turbulentes réalistes, on peut émettre l'hypothèse qu'elles sont dues à la technique utilisée pour générer le champ instationnaire. Ainsi, il est possible de voir ici une limitation inhérente à cette méthode qui rendra difficile l'interprétation des spectres dans une gamme de fréquences situées entre  $2\text{ kHz}$  et  $8\text{ kHz}$ . Néanmoins, on constate l'existence de fréquences énergétiques aux environs de  $10\text{ kHz}$  et au-delà, qui sont également mesurées expérimentalement et peuvent correspondre aux fluctuations turbulentes.

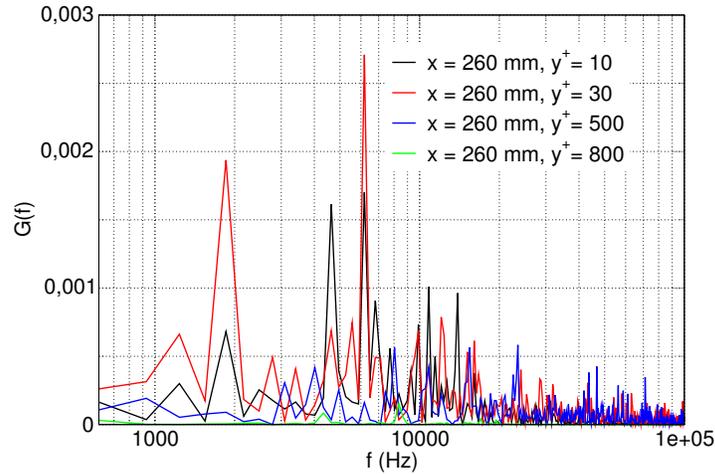


FIG. 5.28 – DSP des fluctuations d'impulsion longitudinale  $(\rho u)'$  dans la couche limite amont ( $\text{kgm}^{-2}$ ).

#### 5.4.2.2 Instationnarité du choc réfléchi

Dans le même esprit que Dupont et Debiève [24, 21], on s'intéresse aux fluctuations de pression statique à la paroi, afin de mettre en évidence le mouvement basse fréquence du choc réfléchi constaté expérimentalement. La zone pariétale étudiée, située entre les abscisses  $x = 260\text{ mm}$  et  $x = 320\text{ mm}$ , couvre une partie de la couche limite amont, le pied du choc réfléchi et une grande partie de la zone décollée (située entre  $x = 300\text{ mm}$  et  $x = 328\text{ mm}$ ).

Les DSP des fluctuations de pression pariétale, sur cet intervalle, sont représentées sur la figure 5.29. Les cartes colorées représentent la répartition des iso-DSP dans l'espace  $(x, \log(f))$ . La figure 5.29-b donne la DSP normalisée par son intégrale locale, notée  $G_n(f)$ . Cette dernière présente l'avantage de mettre plus facilement en évidence la contribution de chaque fréquence à une abscisse  $x$  donnée. On a :

$$\int_0^{\infty} G_n(f) df \Big|_x = 1$$

Le profil moyen de pression pariétale a également été reporté, puisque sa croissance localise les ondes de compression situées au pied du choc réfléchi.

D'une manière générale, on observe, à ce niveau, une accumulation d'énergie aux basses fréquences. Ce phénomène est observé entre les abscisses  $x = 295 \text{ mm}$  et  $x = 310 \text{ mm}$ , (qui englobent une partie de la zone décollée) et témoigne d'un mouvement du choc réfléchi mettant en jeu des fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$  ( $St = 0.019$ ). Cette constatation est en accord avec les investigations expérimentales qui font ressortir une fréquence dominante, associée au mouvement du choc, de  $400 \text{ Hz}$  ( $St = 0.008$ )[22]. On note que la plus forte contribution absolue de l'énergie est située au début du décollement pour  $300 \text{ mm} < x < 310 \text{ mm}$  (fig. 5.29-a), alors qu'en terme de contribution relative (fig. 5.29-b), les plus fortes énergies sont localisées juste avant celui-ci ( $295 \text{ mm} < x < 300 \text{ mm}$ ). On constate en outre que, dans la couche limite amont, les énergies associées aux fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$  sont très faibles, ainsi qu'au centre de la zone décollée ( $x = 315 \text{ mm}$ ). Il semble en revanche que vers l'extrémité aval de cette dernière ( $x = 320 \text{ mm}$ ), des phénomènes aux basses fréquences réapparaissent.

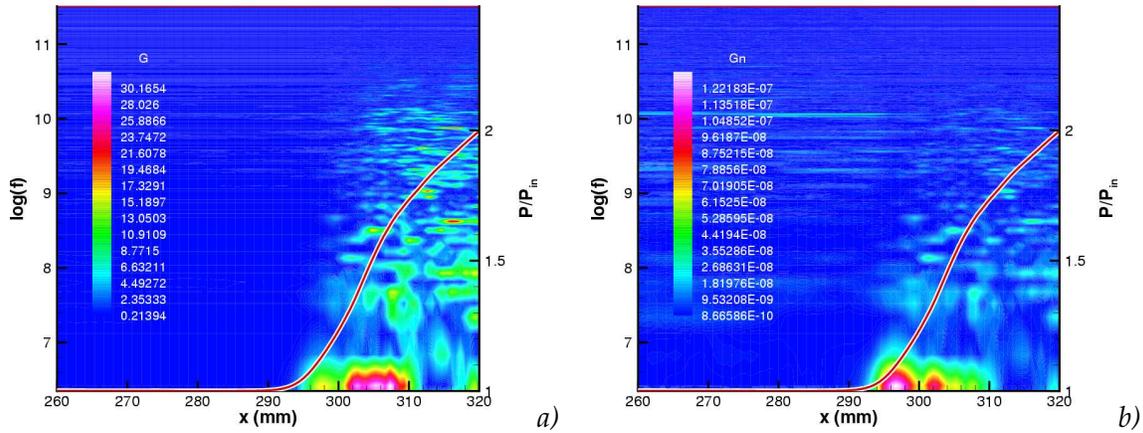


FIG. 5.29 – DSP des fluctuations de pression pariétale et profil moyen de pression pariétale : a) DSP en  $\text{Pa}^2/\text{Hz}$ , b) DSP normalisée par son intégrale locale ( $s$ ).

Afin d'achever la caractérisation du mouvement du choc réfléchi, il a été choisi de tracer la densité spectrale de puissance des fluctuations de pression statique, enregistrées à partir d'un capteur situé sur la position moyenne du choc, en dehors de la couche limite ( $x = 322 \text{ mm}$  et  $y = 16.8 \text{ mm}$ , soit  $y_{inl}^+ = 1150$ ). La figure 5.30 montre clairement que les plus fortes énergies sont associées, comme précédemment, à des fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$ . Ce résultat confirme que la simulation reproduit bien un mouvement d'ensemble du choc réfléchi à basse fréquence, déjà constaté expérimentalement. On note également la présence de fréquences secondaires à  $3 \text{ kHz}$  ( $St = 0.058$ ),  $6 \text{ kHz}$  ( $St = 0.0117$ ) et  $10 \text{ kHz}$  ( $St = 0.114$ ), qui sont globalement les mêmes que celles qui sont rencontrées dans la couche limite amont (fig. 5.28).

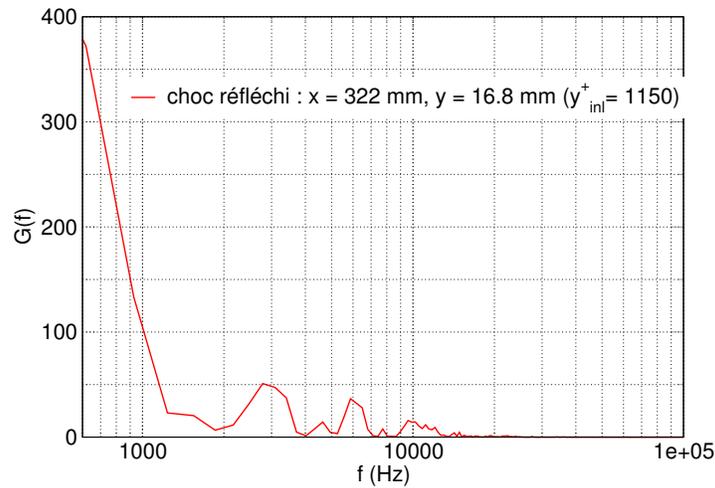


FIG. 5.30 – DSP des fluctuations de pression statique sur la position moyenne de choc réfléchi, en dehors de la couche limite ( $\text{Pa}^2/\text{Hz}$ ).

#### 5.4.2.3 Spectres d'impulsion dans la bulle de recirculation

Une analyse spectrale des fluctuations d'impulsion longitudinale  $(\rho u)'$  dans la zone de recirculation a été entreprise, afin de détecter d'éventuels phénomènes ayant lieu dans la gamme fréquentielle correspondant au mouvement du choc réfléchi. Les signaux temporels traités sont issus de capteurs situés vers l'extrémité aval de la recirculation, en  $x = 322 \text{ mm}$ , c'est-à-dire en des points de la zone décollée les plus éloignés du pied du choc réfléchi. Les capteurs considérés sont situés à des distances de la paroi  $y = 0.122 \text{ mm}$  et  $y = 0.7 \text{ mm}$  (soit respectivement  $y_{inl}^+ = 10$  et  $y_{inl}^+ = 30$ ). La figure 5.31-a confirme que l'on se situe bien dans la zone de recirculation puisque les signaux temporels de vitesse longitudinale fluctuent dans un intervalle comprenant des valeurs positives et négatives. Les densités spectrales de puissance associées aux fluctuations d'impulsion  $(\rho u)'$  sont représentées sur la figure 5.31-b. On note, encore une fois, une accumulation d'énergie associée à des fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$ . Ainsi, la simulation semble prédire un mouvement basse fréquence du bulbe de recirculation, en cohérence avec celui du choc réfléchi.

On précise que Dupont *et al.*, dans leurs travaux expérimentaux, mesurent dans la recirculation, des fréquences dominantes supérieures à  $1 \text{ kHz}$ , localisées autour de  $10 \text{ kHz}$ . Toutefois, une étude numérique de Boin *et al.* [8], sur un cas d'interaction onde de choc/couche limite laminaire, a pu mettre en évidence une oscillation auto-entretenu de la zone décollée à très basse fréquence ( $25 \text{ Hz}$ , pour la fréquence principale). L'auteur précise que cette oscillation est présente partout dans l'écoulement et que le choc réfléchi bat également à cette fréquence.

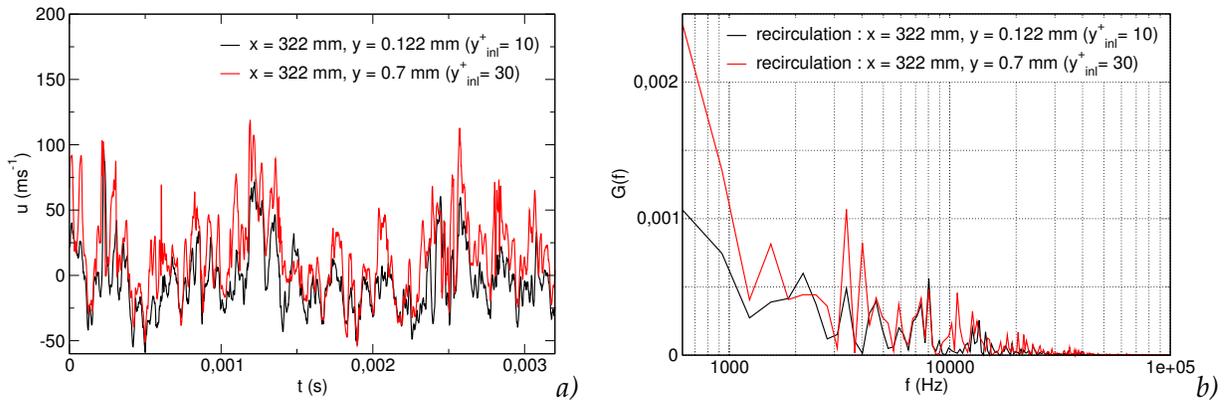


FIG. 5.31 – a) Signaux temporels de vitesse longitudinale dans la bulle de recirculation ( $ms^{-1}$ ), b) DSP des fluctuations d'impulsion  $(\rho u)'$  dans la bulle de recirculation ( $kgm^{-2}$ ).

#### 5.4.2.4 Spectre d'impulsion dans la couche limite en relaxation

La figure 5.32 représente la DSP des fluctuations d'impulsion  $(\rho u)'$  dans la couche limite en relaxation ( $x = 402\text{ mm}$ ) à  $y = 9\text{ mm}$ . On observe que les fréquences les plus énergétiques, en accord avec l'expérience, sont localisées aux alentours de  $10\text{ kHz}$  et au-delà. On note que le domaine fréquentiel compris entre  $1\text{ kHz}$  et  $10\text{ kHz}$ , bien qu'il présente une énergie associée assez importante, est néanmoins difficile à interpréter puisqu'on constate un apport énergétique important dans cette gamme de fréquences au niveau de la couche limite amont, dont on présume qu'il est dû à la condition limite d'entrée. Ainsi, il apparaît difficile de mettre clairement en évidence, à partir de cette simulation, la présence des échelles possédant des fréquences caractéristiques d'environ  $6\text{ kHz}$ , observées par Dupont dans la zone de relaxation.

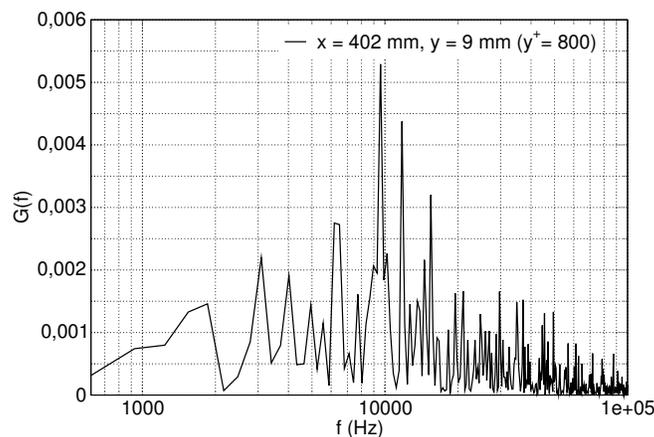


FIG. 5.32 – DSP des fluctuations d'impulsion  $(\rho u)'$  dans la couche limite en relaxation ( $kgm^{-2}$ ).

## 5.5 Conclusion

Les résultats de la simulation des grandes échelles d'une interaction onde de choc/couche limite turbulente avec décollement, ont été présentés dans ce chapitre.

Tout d'abord, il a été montré que la topologie moyenne de l'écoulement est retrouvée, et en particulier la présence d'un bulbe de recirculation est observée. L'analyse du champ moyen révèle une bonne prédiction de l'évolution longitudinale de la pression pariétale et du coefficient de frottement. Ces deux aspects témoignent d'un bon positionnement du choc réfléchi et de la zone de recirculation par le calcul. L'évolution des profils des variables moyennes à la traversée de l'interaction et dans la couche limite en relaxation est très satisfaisante. On note, en particulier, un très bon accord avec l'expérience pour la vitesse longitudinale  $\bar{u}$  et la température statique  $\bar{T}$ .

La même remarque peut être faite en ce qui concerne les champs fluctuants. Néanmoins, la surestimation observée dans la couche limite amont sur la contrainte  $\sqrt{v'v'}$ , à la fois par la DNS et la LES (voir chap. 4), persiste dans toute l'interaction et la couche limite aval. Il reste que les tendances globales sont reproduites puisque, en accord avec les mesures, la fluctuation  $\sqrt{v'v'}$  ne se relaxe que très peu en aval de l'interaction, contrairement à la composante  $\sqrt{u'u'}$  qui est évaluée de façon très correcte et tend à retrouver ses niveaux amont. La prédiction de la contrainte de cisaillement  $\overline{u'v'}$  est qualitativement et quantitativement satisfaisante, en particulier son amplification à la traversée du choc réfléchi, dans la direction normale à celui-ci, est retrouvée.

Les différences observées entre la simulation et les mesures lors de l'étude de l'analogie forte de Reynolds (SRA) sont du même type que celles rencontrées dans la couche limite à l'équilibre, à savoir une sous-estimation des corrélations reliant les fluctuations de température statique et de vitesse longitudinale.

L'analyse des fluctuations de pression pariétale révèle une distribution gaussienne des signaux dans la couche limite amont et la recirculation. On observe une légère déformation des densités de probabilité, au niveau du décollement. Cet écart, visible sur les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement, est attribué au comportement instationnaire du choc de décollement, qui tend à favoriser un caractère intermittent des signaux.

Une étude fréquentielle des signaux de fluctuations de pression, au pied du décollement et en dehors de la couche limite, a permis de mettre en évidence un mouvement d'ensemble du choc réfléchi à des fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$  ( $St = 0.019$ ). On rappelle ici que l'on ne prétend pas extraire la fréquence dominante relative au mouvement du choc, puisque le temps physique d'intégration correspondant à la présente simulation ne permet pas de caractériser des phénomènes de fréquences inférieures à  $600 \text{ Hz}$  ( $St = 0.012$ ). Les densités spectrales de puissance des fluctuations d'impulsion longitudinale ont également révélé la présence de phénomènes de fréquences inférieures à  $1 \text{ kHz}$  dans la zone décollée. L'absence de telles fréquences sur les spectres d'impulsion de la couche limite amont tend à appuyer

l'hypothèse que le mouvement du choc est conditionné par les oscillations du bulbe de recirculation. En effet, si l'origine de ces instabilités demeure encore inconnue, Boin et Robinet [8], sur la base d'une étude de stabilité linéaire, soulignent qu'elles pourraient avoir pour origine une instabilité globale de la zone décollée. Les auteurs s'appuyant sur le fait que, dans le cas d'un bulbe laminaire incompressible, il existe un ou plusieurs modes globaux instables et qu'il est possible que ce même type de phénomène apparaisse dans un bulbe compressible. Il convient de noter que, dans les cas turbulents, le problème s'avère encore plus complexe puisque la présence de structures convectées est susceptible d'affecter la dynamique de l'écoulement. Il n'a, en revanche, pas été possible de mettre en évidence, en aval du décollement, les structures de fréquences caractéristiques de l'ordre de  $6\text{ kHz}$  ( $St = 0.117$ ) détectées expérimentalement. En effet, un apport énergétique, dont on suppose qu'il est dû à une périodicité du signal turbulent induit par la méthode de génération des conditions aux limites instationnaires, est observé à ce niveau, dans la couche limite amont.

Globalement, il ressort de ces différents points que la LES s'avère être un outil performant dans le cadre de simulations d'interactions onde de choc/couche limite turbulente. En effet, en opposition aux simulations RANS, la LES permet la réalisation d'analyses instationnaires mais aussi une prédiction des champs moyens beaucoup plus précise. A titre d'exemple, de récents travaux menés au LMFN-CORIA par Perrot [62] ont montré, sur le cas d'interaction étudié ici, qu'une simulation utilisant le modèle SST de Menter [55] ne parvenait pas à prédire correctement la position et l'étalement de la zone de recirculation qui reste beaucoup trop importante. De même, l'utilisation d'une modélisation RANS sophistiquée de type RSM [73], dans le cadre d'interactions sur plaque plane et sur rampe de compression, conduit à une estimation fortement erronée des contraintes de Reynolds, notamment au sein de l'interaction, ainsi qu'à une importante surestimation du coefficient de frottement au niveau du recollement.

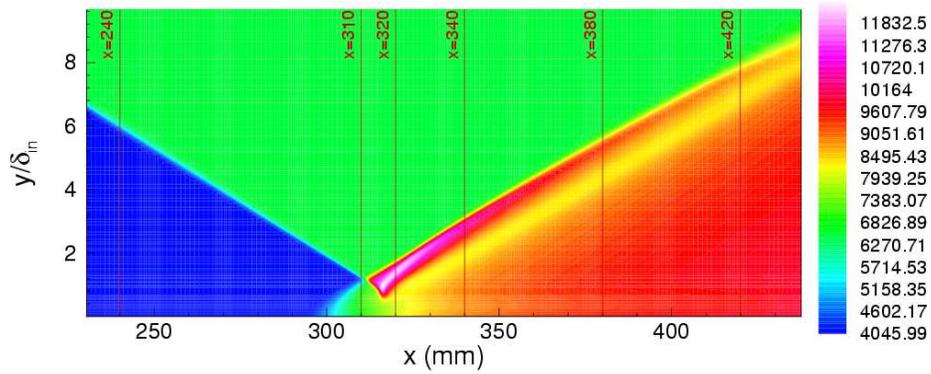


FIG. 5.33 – Champ moyen de pression (Pa).

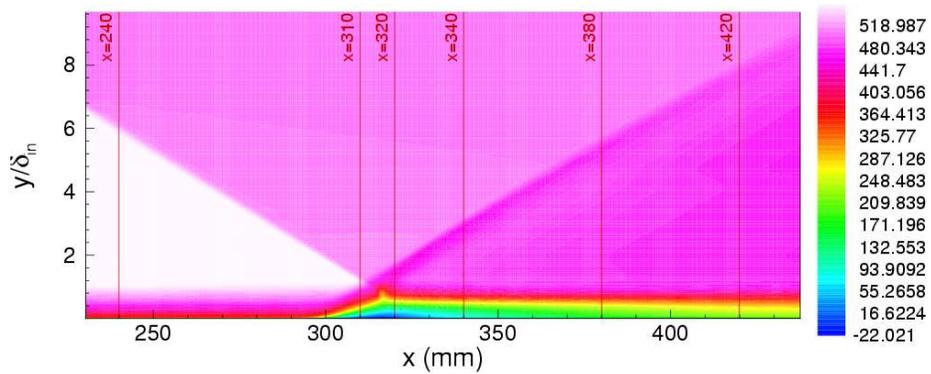


FIG. 5.34 – Champ moyen de vitesse longitudinale ( $\text{ms}^{-1}$ ).

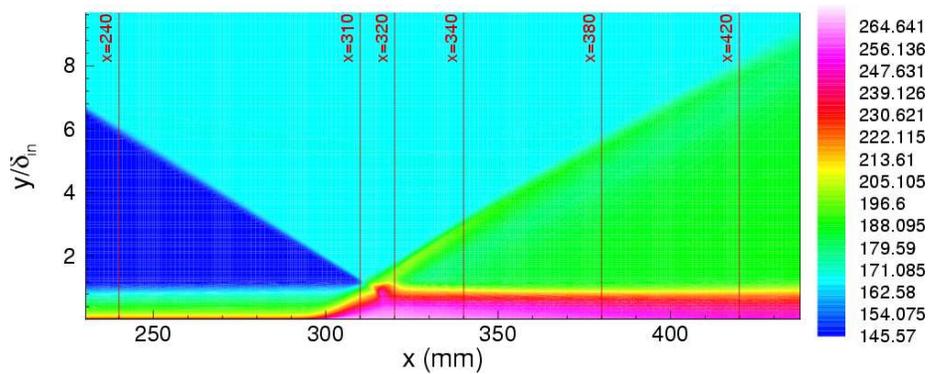
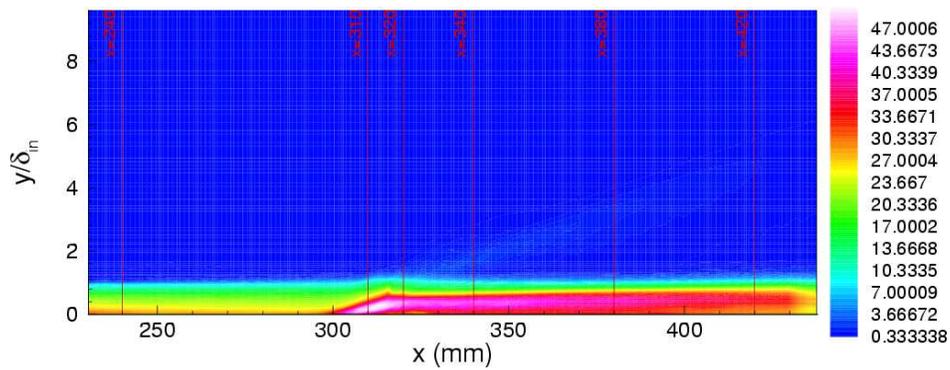
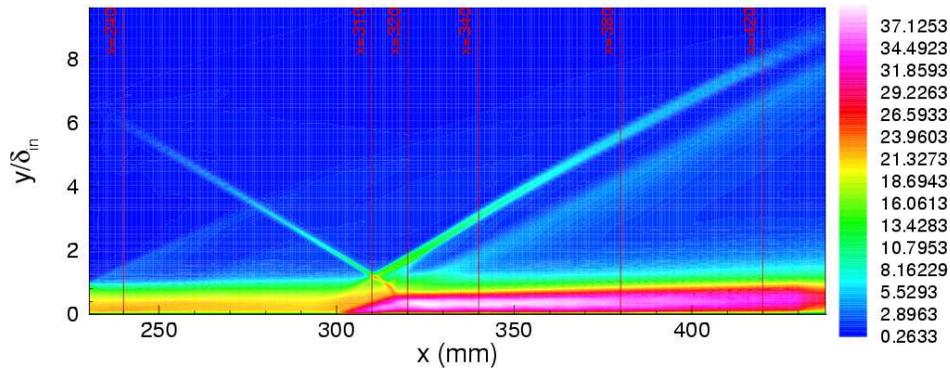
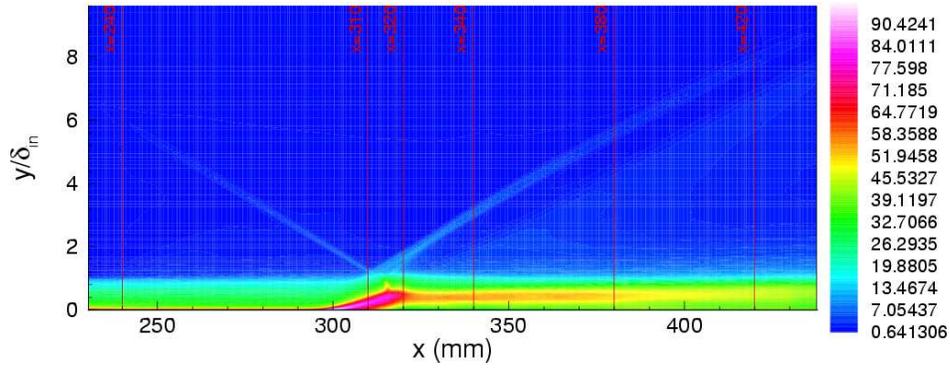


FIG. 5.35 – Champ moyen de température (K).



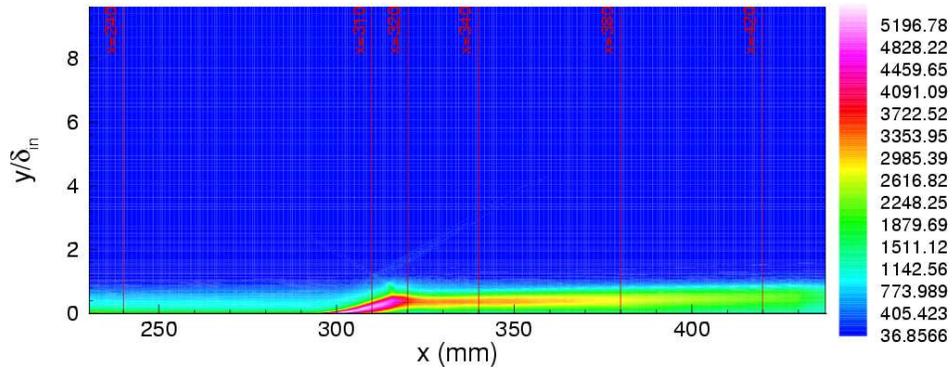


FIG. 5.39 – Champ moyen d'énergie cinétique turbulente  $k$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ).

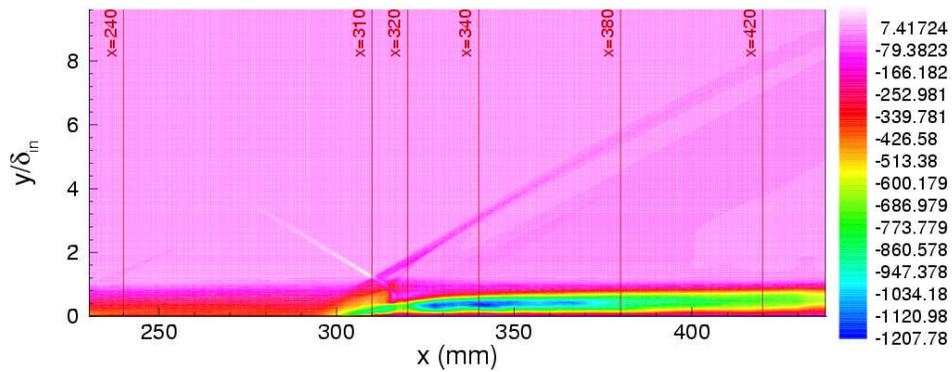


FIG. 5.40 – Champ moyen de  $\overline{u'v'}$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ).

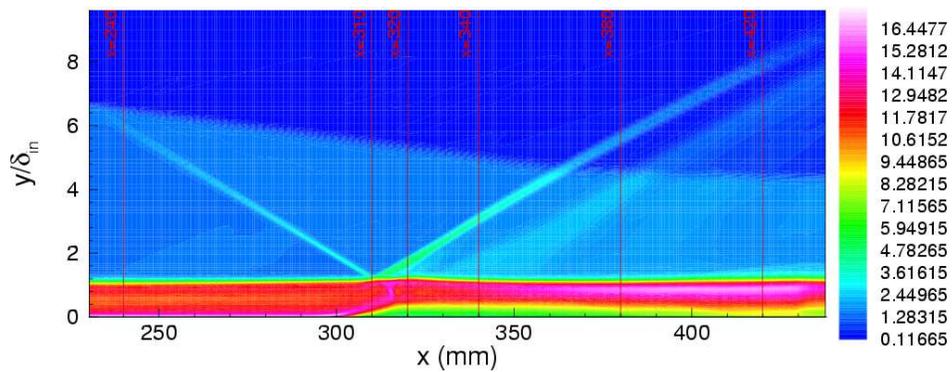


FIG. 5.41 – Champ moyen de  $\sqrt{T'T'}$  ( $\text{K}$ ).



## Chapitre 6

# Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse, initié par le CNES et la SNECMA dans le cadre du programme ATAC, a été dédié à l'étude d'écoulements supersoniques et à leurs simulations au moyen d'une modélisation de sous-maille. Il a été montré que la LES constituait un outil pertinent, permettant une prédiction fine des caractéristiques moyennes et fluctuantes d'une couche limite turbulente supersonique ainsi que de son interaction avec une onde de choc. Par ailleurs, certains aspects instationnaires comme le mouvement aux basses fréquences du choc de décollement, intrinsèques à cette dernière catégorie d'écoulement, ont pu être observés. En outre, nous nous sommes attachés à ce qu'il ressorte de ce mémoire un aspect "pédagogique" permettant au lecteur intéressé de mettre en oeuvre aisément la méthodologie proposée, dans l'optique d'un éventuel transfert technologique vers un code de calcul industriel.

Le cadre de l'étude a tout d'abord été précisé. Il a été rappelé que la compréhension de certaines problématiques technologiques liées au décollement de jet dans les tuyères surdétendues, notamment en ce qui concerne la topologie des écoulements et leurs aspects instationnaires, justifie d'avoir recours à des modèles expérimentaux d'interaction onde de choc/couche limite. Les nombreuses campagnes expérimentales menées sur ces configurations, par la communauté scientifique mondiale, constituent autant de cas d'épreuves pour la validation de codes de calcul.

Ce travail a nécessité que l'on s'intéresse en premier lieu aux aspects numériques liés aux simulations LES. En particulier, les méthodes numériques implémentées dans le code de calcul ont fait l'objet d'une validation sur plusieurs cas-tests académiques. Il est ressorti de cette étude que le schéma WENO5, dédié à la capture de discontinuités et utilisé pour traiter les termes convectifs, possédait des propriétés dissipatives induisant des écarts sensibles, en comparaison à un schéma PADE6, sur le cas peu sévère d'une DNS de turbulence homogène isotrope. Ces résultats furent confirmés par la suite lors de la simulation d'une couche limite turbulente supersonique, pour laquelle la dissipation induite par le schéma WENO provoquait une sous-estimation de près de 20% de la vitesse de frottement pariétale. Une amélioration (notamment la réduction de cette sous-estimation à 10%) a pu être apportée par le couplage de ce schéma avec une formulation centrée d'ordre 4 peu dissipative. Le schéma

résultant, dit "hybride", est rendu stable par l'utilisation d'un senseur à même de distinguer les zones à forts gradients des zones turbulentes et permettant d'appliquer chaque schéma de façon sélective.

La génération de conditions aux limites d'entrée turbulente est un autre problème crucial posé par la LES. Il a été choisi d'utiliser une technique développée par Lund pour les simulations instationnaires de couches limites turbulentes. Dans ce travail, cette méthode, fondée sur un principe de renormalisation du champ aérothermodynamique situé dans un plan en aval de la section d'entrée, a fait l'objet d'une modification afin de permettre un contrôle correct des paramètres moyens de la couche limite, rendu difficile par la dissipation inhérente aux méthodes numériques utilisées.

L'approche retenue, en termes de modélisation de sous-maille, repose sur une modélisation fonctionnelle due aux travaux de Smagorinsky et de Vreman, éprouvée sur de nombreux cas d'études. La présence d'une direction statistiquement homogène dans les simulations considérées a permis d'exploiter le modèle dynamique de Germano modifié par Lilly pour l'autodétermination des constantes du modèle.

A la suite de ces travaux de validation, la simulation des grandes échelles d'une couche limite turbulente supersonique à Mach 2.28, sur une paroi adiabatique, a été entreprise. Tout d'abord, une étude des corrélations en deux points, dans la direction de l'envergure, a permis de montrer que le calcul reproduisait un espacement entre les "streaks" de la sous-couche visqueuse d'environ 110 unités de paroi, en accord avec les observations expérimentales. De manière générale, les champs moyens et fluctuants fournis par la LES se sont révélés être en accord très satisfaisant avec les expériences et les simulations numériques directes. En particulier, les tensions de Reynolds sont bien reproduites. On note toutefois un écart sur la contrainte  $\sqrt{v'v'}$ , pour laquelle les simulations (LES et DNS) prédisent un niveau de fluctuations *rms* plus important (d'environ 40%) que l'expérience. L'aspect thermique, qui a également été partiellement investi, a révélé des niveaux *rms* de température en excellent accord avec les mesures. De plus, il a également été montré que le comportement polytropique des fluctuations des variables thermodynamiques, avec un coefficient  $n$  nul, se traduisant par une anticorrélation des fluctuations de température et de masse volumique, était bien reproduit dans la couche limite. En ce qui concerne les analyses effectuées sur l'analogie forte de Reynolds, la LES a donné des résultats très proches des DNS existantes, à savoir un coefficient SRA proche de l'unité dans la couche limite mais une anticorrélation entre les fluctuations de température et de vitesse longitudinale nettement plus faible que celle donnée par l'expérience. Même si quelques tentatives d'explication ont pu être avancées sur le sujet (niveau acoustique des souffleries mal reproduit dans les simulations), les causes de ces divergences restent encore mal connues.

La simulation des grandes échelles de l'interaction de la couche limite, étudiée précédemment, avec une onde de choc a enfin été abordée. Les méthodes utilisées se sont révélées aptes à prédire de façon très correcte l'évolution longitudinale de la pression pariétale ainsi que du coefficient de frottement, ce qui témoigne d'un bon positionnement du bulbe de recir-

culatation par le calcul. Il en va de même pour ce qui concerne l'évolution des profils de vitesse longitudinale et de température à travers l'interaction et dans la couche limite en relaxation, qui se révèlent être en très bon accord avec les mesures expérimentales. La prédiction du comportement des contraintes de Reynolds est également très satisfaisante. En particulier, on note, à la traversée de l'interaction, une forte augmentation du taux de fluctuation, ainsi qu'un déséquilibre prononcé entre les contraintes normales  $\sqrt{v'v'}$  et longitudinales  $\sqrt{u'u'}$ . On observe, en effet, que si la tension normale ne se relaxe que très peu en aval de l'interaction, la tension longitudinale tend à retrouver ses niveaux amont. L'évaluation de la contrainte de cisaillement  $\overline{u'v'}$  est, quand à elle, qualitativement et quantitativement satisfaisante. En ce qui concerne l'analogie forte de Reynolds, les écarts rencontrés entre la simulation et l'expérience sont du même type que ceux qui sont observés dans la couche limite à l'équilibre. L'analyse de la répartition probabiliste des signaux de fluctuations de pression pariétale a révélé une distribution gaussienne en amont du décollement et dans la recirculation. Au niveau du décollement, les densités de probabilité s'avèrent s'éloigner légèrement d'une loi normale. On peut penser que ceci est dû au mouvement instationnaire du choc réfléchi qui, comme cela a été observé expérimentalement sur des rampes de compression, favorise le caractère intermittent des signaux. Pour des raisons de coût, l'étude fréquentielle des signaux issus de la simulation ne nous a pas permis de caractériser des phénomènes de fréquences inférieures à 600 Hz. Néanmoins, l'analyse des fluctuations de pression au pied du décollement, ainsi qu'à l'extérieur de la couche limite, a révélé un mouvement du choc réfléchi, à des fréquences inférieures à 1 kHz, en accord avec les observations expérimentales qui donnent une fréquence dominante, associée à ce mouvement, de 400 Hz. Les densités spectrales de puissance des fluctuations d'impulsion longitudinale dans la recirculation font également ressortir des fréquences inférieures à 1 kHz. L'énergie associée à ces fréquences étant très faible dans la couche limite amont, ces observations tendent à accréditer l'hypothèse selon laquelle le mouvement du choc est conditionné par les oscillations du bulbe de recirculation, siège de modes instables. On note également, dans la simulation, un apport énergétique situé dans une gamme de fréquences comprise entre 2 kHz et 8 kHz dont on suppose qu'il est dû à une périodicité des signaux, inhérente à la méthode de génération de condition d'entrée turbulente.

Plusieurs travaux futurs, concernant la simulation des grandes échelles d'interactions onde de choc/couche limite, sont envisagés en perspectives de cette thèse :

- Il serait très instructif d'effectuer la simulation d'une interaction sur paroi chauffée, afin de prendre en compte les effets de transferts thermiques pariétaux, qui se révèlent être d'une importance capitale pour la conception d'organes de propulsion.
- La simulation d'une interaction incluant les parois latérales de la soufflerie serait également d'un grand intérêt. En effet, pour des interactions suffisamment fortes, Dupont *et al.* [22] ont observé la présence de tourbillons contra-rotatifs sur les bords latéraux de la veine d'essai, dont on peut penser qu'ils sont susceptibles d'affecter la dynamique du bulbe de recirculation.
- Enfin, le développement de lois de paroi pour la LES apparaît aujourd'hui comme une

étape incontournable afin de rendre accessible la simulation d'un écoulement dans un organe de propulsion (par exemple une tuyère surdétendue) à échelle réelle.

# Table des figures

1.1	<i>Ascension d'Ariane 5. Tiré de <a href="http://www.cnes.fr">www.cnes.fr</a>.</i>	6
1.2	<i>Décollement de couche limite dans une tuyère surdétendue. Tiré de [2].</i>	7
1.3	<i>Schématisme du décollement libre (à gauche) et restreint (à droite) et profils de pression pariétale correspondant. Tiré de [60].</i>	7
1.4	<i>Tuyère souple exploitée au LEA avant et après explosion. Tiré de [58].</i>	9
1.5	<i>Schématisme de l'interaction par choc incident et distribution de la pression pariétale.</i>	10
2.1	<i>Spectre d'énergie : principe de l'approche dynamique de la LES.</i>	27
2.2	<i>Loi de paroi bi-zonale : représentation 2D d'une maille paroi.</i>	34
3.1	<i>Tube à choc : état initial.</i>	49
3.2	<i>Tube à choc : après rupture du diaphragme.</i>	49
3.3	<i>Tube à choc : solution à <math>t=0.4</math>.</i>	50
3.4	<i>Evolution temporelle d'un tourbillon 2D convecté diagonalement pour différents maillages et schémas numériques.</i>	53
3.5	<i>Spectre de Passot-pouquet - Représentation d'une iso-vorticité du champ initial.</i>	54
3.6	<i>Champs de vorticité dans un plan, aux temps <math>t = 0, 1, 2\tau_{ov}</math>.</i>	55
3.7	<i>Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente et de l'échelle intégrale.</i>	55
3.8	<i>Spectres énergétiques aux temps <math>t = 0, 1, 2\tau_{ov}</math>.</i>	56
4.1	<i>Domaine de calcul - principe de la méthode de renormalisation</i>	64
4.2	<i>Modification de la méthode de renormalisation</i>	67
4.3	<i>Valeur moyennée en temps du senseur de Ducros en fonction de l'épaisseur de couche limite normalisée et influence du traitement numérique des termes convectifs sur le profil de vitesse longitudinale.</i>	69

4.4	Évolution temporelle des facteurs de renormalisation a) et des statistiques sur les contraintes normales du tenseur de Reynolds pour $y^+ = 30$ b). . . . .	70
4.5	Champ instantané de masse volumique - vue 2D. . . . .	72
4.6	Champ instantané de masse volumique - vue 3D. . . . .	72
4.7	Champs instantanés de fluctuations de vitesses longitudinales : en haut dans un plan parallèle à la paroi en $y^+ \sim 10$ , en bas dans un plan perpendiculaire à la paroi. . . .	74
4.8	Distribution des corrélations en deux points, dans la direction de l'envergure, à différentes distances de la paroi : a) $y^+ = 10$ , b) $y^+ = 30$ , c) $y^+ = 100$ , d) $y^+ = 150$ . . .	74
4.9	Profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnés. . . . .	75
4.10	Grandeurs aérothermodynamiques moyennes. . . . .	76
4.11	Evolution du rapport de la viscosité turbulente à la viscosité moléculaire. . . . .	76
4.12	Profils des tensions de Reynolds. . . . .	78
4.13	Profils des tensions normales. . . . .	79
4.14	Profil de l'énergie cinétique turbulente. . . . .	80
4.15	Production de l'énergie cinétique turbulente. . . . .	81
4.16	Profil de la corrélation $R_{uv}$ . . . . .	82
4.17	Profil du paramètre de structure $\alpha_1$ . . . . .	83
4.18	Profils des différents cisaillements. . . . .	84
4.19	Profils des valeurs r.m.s de température, masse volumique et pression. . . . .	85
4.20	Profil de la corrélation $R_{\rho T}$ . . . . .	86
4.21	Profil de la corrélation $-R_{uT}$ . . . . .	87
4.22	Test de l'analogie forte de Reynolds. . . . .	88
5.1	Schéma du dispositif expérimental (tiré de [17]). . . . .	92
5.2	Strioscopie de champ moyen et stations de mesure. a) vue globale du domaine de calcul, b) grossissement sur le décollement. ____ : ligne sonique. . . . .	94
5.3	Visualisation instantanée de quelques iso-masse volumique 3D et du nombre de Mach (en fond) : a) grossissement sur la zone d'interaction, b) vue globale du domaine de calcul. . . . .	95
5.4	Champ moyen du rapport $\mu_t/\mu$ , lorsque le modèle de sous-maille est appliqué sur tout le domaine. . . . .	96
5.5	Champ moyen du rapport $\mu_t/\mu$ , lorsque le modèle de sous-maille est appliqué de façon sélective. . . . .	97

5.6	Évolution longitudinale de la pression pariétale. . . . .	98
5.7	Évolution longitudinale du coefficient de frottement. . . . .	98
5.8	Profils moyens de vitesse longitudinale aux différentes stations de mesure. . . . .	99
5.9	Profils moyens de température aux différentes stations de mesure. . . . .	100
5.10	Profils des fluctuations de vitesse longitudinale. . . . .	101
5.11	Profils des fluctuations de vitesse normale à la paroi. . . . .	101
5.12	Profils des fluctuations de vitesse dans la direction de l'envergure. . . . .	102
5.13	Profils de la tension de cisaillement $\overline{u'v'}$ . . . . .	103
5.14	Profils de la corrélation $-R_{uv}$ . . . . .	104
5.15	Profils des fluctuations de température. . . . .	104
5.16	Profils des corrélations $-R_{ut}$ . . . . .	105
5.17	Test de l'analogie forte de Reynolds. . . . .	106
5.18	Champ moyen de $\sqrt{p'p'}$ (Pa). . . . .	106
5.19	Évolution longitudinale des fluctuations de pression pariétale : a) LES et b) expérience (tiré de [22]). . . . .	107
5.20	Carte d'isovaleurs du coefficient d'auto-corrélation des fluctuations de pression pariétale pour $260 \text{ mm} < x < 320 \text{ mm}$ . . . . .	108
5.21	Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. ____ : loi gaussienne. . . . .	111
5.22	Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. ____ : loi gaussienne. . . . .	112
5.23	Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. ____ : loi gaussienne. . . . .	113
5.24	Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. ____ : loi gaussienne. . . . .	114
5.25	Signaux temporels et évolution de la densité de probabilité des fluctuations de pression pariétale. ____ : loi gaussienne. . . . .	115
5.26	Évolution longitudinale des coefficients de dissymétrie a) et d'aplatissement b). . . . .	115
5.27	Spectres expérimentaux compensés des fluctuations de pression pariétale au pied du choc et des fluctuations d'impulsion $(\rho u)'$ dans la recirculation et la relaxation. Tiré de [21]. . . . .	116
5.28	DSP des fluctuations d'impulsion longitudinale $(\rho u)'$ dans la couche limite amont ( $\text{kgm}^{-2}$ ). . . . .	119

5.29	DSP des fluctuations de pression pariétale et profil moyen de pression pariétale : a) DSP en $\text{Pa}^2/\text{Hz}$ , b) DSP normalisée par son intégrale locale (s). . . . .	120
5.30	DSP des fluctuations de pression statique sur la position moyenne de choc réfléchi, en dehors de la couche limite ( $\text{Pa}^2/\text{Hz}$ ). . . . .	121
5.31	a) Signaux temporels de vitesse longitudinale dans la bulle de recirculation ( $\text{m.s}^{-1}$ ), b) DSP des fluctuations d'impulsion $(\rho u)'$ dans la bulle de recirculation ( $\text{kgm}^{-2}$ ). . . . .	122
5.32	DSP des fluctuations d'impulsion $(\rho u)'$ dans la couche limite en relaxation ( $\text{kgm}^{-2}$ ). . . . .	122
5.33	Champ moyen de pression (Pa). . . . .	125
5.34	Champ moyen de vitesse longitudinale ( $\text{ms}^{-1}$ ). . . . .	125
5.35	Champ moyen de température (K). . . . .	125
5.36	Champ moyen de $\sqrt{u'u'}$ ( $\text{ms}^{-1}$ ). . . . .	126
5.37	Champ moyen de $\sqrt{v'v'}$ ( $\text{ms}^{-1}$ ). . . . .	126
5.38	Champ moyen de $\sqrt{w'w'}$ ( $\text{ms}^{-1}$ ). . . . .	126
5.39	Champ moyen d'énergie cinétique turbulente $k$ ( $\text{m}^2\text{s}^{-2}$ ). . . . .	127
5.40	Champ moyen de $\overline{u'v'}$ ( $\text{m}^2\text{s}^{-2}$ ). . . . .	127
5.41	Champ moyen de $\sqrt{T'T'}$ (K). . . . .	127

# Bibliographie

- [1] N. A. Adams, S. Stolz, A. Honein, and K. Mahesh. Analysis and subgrid modeling of shock wave/boundary layer interaction. In *Proceeding of the summer program*, pages 337–349, Stanford University, 1998.
- [2] H.O. Amann. Experimental study of the starting process in a reflection nozzle. *Phys. Fluids Supplement*, 12 :150–153, 1967.
- [3] P. Ardonneau. Etude de l'interaction onde de choc - couche limite supersonique. *Ph-D thesis, University of Poitiers, France*, 1981.
- [4] J. Bardina, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds. Improved turbulence models, based on on large eddy simulation of homogeneous, incompressible turbulent flows. *AIAA Paper 80-1357*, 1980.
- [5] S. J. Beresh, N. T. Clemens, and D. S. Dolling. Relationship between upstream turbulent boundary-layer velocity fluctuations and separation shock unsteadiness. *AIAA J.*, 40 :2412–2422, 2003.
- [6] L. Blin. Modélisation statistique et simulation des grandes échelles des écoulements turbulents. application aux inverseurs de poussée. *University of Rouen, France*, 1999.
- [7] L. Blin, A. Hadjadj, and L. Vervisch. Large eddy simulation of turbulent flows in reversing systems. *J. Turbulence*, 4 :1–19, 2003.
- [8] J. Ph. Boin, J. Ch. Robinet, and Ch. Corre. Interaction choc/couche limite laminaire : caractéristiques instationnaires. In *XVI Congrès Français de Mécanique, Nice, September 6-7, 2003*.
- [9] J. P. Boris, F. Grinstein, E. S. Oran, and R. L. Grohens. New insights into large eddy simulation. *Fluid Dyn. Res.*, 10 :199–228, 1992.
- [10] D. R. Chapman. Computational aerodynamics developpement and outlook. *AIAA J.*, 17 :1293–1319, 1979.
- [11] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides*. Cépaduès-Editions, 2000.
- [12] P. Comte and M. Lesieur. Large eddy simulation of compressible turbulent flows. *Lecture series 1998-05, Advance in turbulent modeling, von Karman institute for fluid dynamics*, 1998.

- [13] E. David. Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques. *Ph-D thesis, INP Grenoble, France, 1993.*
- [14] F. Davoudzadeh, H. McDonald, and B.E. Thompson. Accuracy evaluation of unsteady CFD numerical schemes by vortex preservation. *Comput. Fluids*, 24 :883, 1995.
- [15] S. Deck. Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur. *Ph-D thesis, Université d'Orléans, France, 2002.*
- [16] J. Déleroy and J. G. Marvin. *Shock-Wave Boundary layer Interactions*. AGARD, 1986.
- [17] J. Deleuze. Structure d'une couche limite turbulente soumise à une onde de choc incidente. *Ph-D thesis, Université Aix-Marseille II, France, 1995.*
- [18] D.S. Dolling. Fluctuating loads in shock-waves/turbulent boundary layer interaction : tutorial and update. *AIAA Paper 93-0284*, 1993.
- [19] D.S. Dolling and C. T. Tor. Unsteadiness of the shock wave structure in attached and separated compression ramp flows. *Experiments in Fluids*, 3 :24–32, 1985.
- [20] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, and T. Poinso. Large-eddy simulation of shock/turbulence interaction. *J. Comput. Phys.*, 152 :517–549, 1999.
- [21] P. Dupont, J. F. Debieve, J. P. Dussauge, J. P. Ardissonne, and C. Haddad. Unsteadiness in shock wave/boundary layer interaction. Compte rendu de réunion du groupe ATAC, ONERA, 18 septembre 2003.
- [22] P. Dupont, C. Haddad, J. P. Ardissonne, and J. F. Debiève. Space and time organisation of a shock wave/turbulent boundary layer (article in press). *Aerospace Science and Technology*, 2005.
- [23] J. P. Dussauge. Compressible turbulence and energetic scales : What is known from experiments in supersonic flows. *Flow, Turbulence and Combustion*, 66 :373–391, 2001.
- [24] J. P. Dussauge, P. Dupont, J. F. Debieve, J.C. Robinet, A. Dervieux, M. Braza, P. Sagaut, R. Bur, and G. Casalis. Intationnarités et structures à grandes échelles : cas des interactions choc/couche limite avec décollement. In *Recherche aéronautique sur le supersonique, Programmes et actes*, pages 22–30, Paris, February 6-7, 2002.
- [25] C. Benocci E. Balaras. Two layer approximate boundary conditions for large eddy simulations. *AIAA J.*, 34 :1111–1119, 1996.
- [26] G. Erlebacher, M.Y. Speziale, C.G. Hussaini, and T.A. Zang. Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows. *ICASE Report 90-76*, 1990.
- [27] E. Garnier. Simulation des grandes échelles en régime transsonique. *Ph-D thesis, University of Paris XI Orsay, France, 2000.*
- [28] J. Gaviglio. Reynolds analogies and experimental study of heat transfert in the supersonic boundary layer. *Int. J. Heat Mass Transfer.*, 30 :911–926, 1987.
- [29] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids*, 3(7) :1760–1765, 1991.

- [30] S. Ghosal. An analysis of numerical errors in large eddy simulations of turbulence. *J. Comput. Phys.*, 125 :187–206, 1996.
- [31] S. Ghosal. Mathematical and physical constraints on LES. *AIAA J.*, 1999.
- [32] S. Girard. Etude des charges latérales dans une tuyère supersonique surdétendue. *Ph-D thesis, University of Poitiers, France*, 1999.
- [33] S. Guarini, R. Moser, K. Shariff, and A. Wray. Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer at Mach 2.5. *J. Fluid Mech.*, 414 :1–33, 2000.
- [34] P.G. Huang and G.N. Coleman. van Driest transformation and compressible wall-bounded flows. *AIAA J.*, 32 :2110–2113, 1994.
- [35] P.G. Huang, G.N. Coleman, and P. Bradshaw. Compressible turbulent channel flows : DNS results and modelling. *J. Fluid Mech.*, 305 :185–218, 1995.
- [36] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical simulation of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping schemes. *AIAA Paper 81-1259*, 1981.
- [37] G. Jiang and C.-W. Shu. Efficient implementation of Weighted Essentially Non-Oscillatory schemes. *J. Comput. Phys.*, 126 :202–228, 1996.
- [38] J. Jiménez and P. Moin. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 225 :213–240, 1991.
- [39] H. T. Kim, S. J. Kline, and W. C. Reynolds. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 50 :133–160, 1971.
- [40] A. L. Kistler. Fluctuating wall pressure under a separated supersonic flow. *J. of the acoustical society of america*, 36 :543–550, 1964.
- [41] P.S. Klebanoff. Characteristics of the turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. Technical Report TN 3178, NACA, 1954.
- [42] S. S. Kline, W. C. Reynolds, F. A. Schraub, and P. W. Runstadler. The structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 30 :741–773, 1967.
- [43] D. Knight, H. Yan, A. G. Panaras, and A. Zheltovodov. Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions. *Progress in Aerospace Sciences*, 139 :121–184, 2003.
- [44] A. G. Kravchenko and P. Moin. On the effect of numerical errors in large eddy simulations of turbulent flows. *J. Comput. Phys.*, 131 :310–322, 1996.
- [45] A.N. Kudryavtsev and D.V. Khotyanovsky. A numerical method for simulation of unsteady phenomena in high speed shear flows. In *Proc. of ICMAR'98, Int. Conf. on Methods of Aerophysical Research*, Novosibirsk, June 1998.
- [46] H. Laurent. Turbulence d'une interaction onde de choc/couche limite sur une paroi plane adiabatique ou chauffée. *Ph-D thesis, Université Aix-Marseille II, France*, 1996.
- [47] R. Lechner, J. Sesterhenn, and R. Friedrich. Turbulent supersonic channel flow. *J. turbulence*, 2, January 2001.

- [48] S. Lele. Compact finite difference schemes with spectral like resolution. *J. Comput. Phys.*, 103 :16–42, 1992.
- [49] A. Leonard. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. *Adv. Geophys.*, 1974.
- [50] D. K. Lilly. On the application of the eddy viscosity concept in the inertial subrange of turbulence. *NCAR Manuscript 123*, 1966.
- [51] D.K. Lilly. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids*, 3 :633–635, 1991.
- [52] X. D. Liu, S. Osher, and T. Chan. Weighted essentially non-oscillatory schemes. *J. Comput. Phys.*, 115 :200–212, 1994.
- [53] T.S. Lund, X. Wu, and K.D. Squires. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *J. Comput. Phys.*, 140 :233–258, 1998.
- [54] C. Meneveau, T.S. Lund, and W. Cabot. A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 319 :353–386, 1996.
- [55] F.R. Menter. Zonal two equation  $k - \omega$  turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper 93-2906*, 1993.
- [56] O. Métais and M. Lesieur. Spectral large eddy simulation of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 239 :157–194, 1992.
- [57] P. Moin, K. Squires, W. Cabot, and S. Lee. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Phys. Fluids*, 11 :2746–2757, 1991.
- [58] N. Moreaux. Essais sur la tuyère souple ATAC au LEA de Poitiers. Technical Report RT 77/00144 DAFE/DDSS, ONERA, Février 2002.
- [59] M.V. Morkovin. *Effect of compressibility on turbulent flows*. Mécanique de la Turbulence, edited by A. Favre, p. 367, 1961.
- [60] A.-S. Mouronval. Etude numérique des phénomènes aéroélastiques en aérodynamique supersonique. Application aux tuyères propulsives. *Ph-D thesis, University of Rouen, France*, 2004.
- [61] F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62 :183–200, 1999.
- [62] Y. Perrot. Simulation numérique et modélisation des écoulements décollés dans les tuyères et les arrières-corps. *Ph-D thesis, INSA de Rouen, France*, en cours (soutenance prévue en décembre 2005).
- [63] A. E. Perry and J. D. Li. Experimental support for the attached-eddy hypothesis in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 218, 1990.
- [64] U. Piomelli, E. Balaras, M. Strelets, and P.R. Spalart. The inner-outer layer interface in large eddy simulations with wall-layer models. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 24 :538–550, 2003.
- [65] U. Piomelli, J. Ferziger, P. Moin, and J. Kim. New approximate boundary conditions for large eddy simulation of wall-bounded flows. *Phys. Fluids A*, 1 :1061–1068, 1989.

- [66] S. Pirozzoli, F. Grasso, and T.B. Gatski. Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at  $M=2.25$ . *Phys. Fluids*, 16 :530–545, 2004.
- [67] T. Poinso and S.K. L  l  . Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 101 :104–128, 1992.
- [68] J. Réveillon. Simulation dynamique des grandes structures appliquée aux flammes turbulentes non-pr  m  lang  es. *Ph-D thesis, University of Rouen, France*, 1996.
- [69] P. L. Roe. Approximate Riemann solvers, parameters vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 43 :357–372, 1981.
- [70] R. S. Rogallo. Numerical experiments in homogeneous turbulence. *Technical Memorandum No. 81315*, 1981.
- [71] M. W. Rubesin. Extra compressibility terms for favre-averaged two-equation models of inhomogeneous turbulent flows. Technical Report CR 177556, NASA, 1990.
- [72] D. Rudy and J. Strikwerda. A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic Navier-Stokes calculations. *J. Comput. Phys.*, 36, 1980.
- [73] E. Sauret. Analyse et développement de modèles de turbulence au second ordre proche paroi. *Ph-D thesis, University of Paris 6, France*, 2004.
- [74] R. Schwane, H. Wong, D. Perigo, and Y. Xia. Unsteady turbulent flow predictions for separated flow in over-expanded rocket nozzles. *AIAA Paper 2003-4761*, 2003.
- [75] A. Scotti, C. Meneveau, and D. K. Lilly. Generalized Smagorinsky model for anisotropic grids. *Phys. Fluids A*, 5 :2306–2308, 1993.
- [76] C. W. Shu and S. Osher. Efficient implementation of Essentially Non-Oscillatory shock capturing schemes. i. *J. Comput. Phys.*, 77 :439–471, 1988.
- [77] C. W. Shu and S. Osher. Efficient implementation of Essentially Non-Oscillatory shock-capturing schemes. ii. *J. Comput. Phys.*, 83 :32–78, 1989.
- [78] C. W. Shu, T. A. Zang, G. Erlebacher, D. Whitaker, and S. Osher. High order ENO scheme applied to two- and three-dimensional compressible flows. *App. Num. Math.*, 9 :45–71, 1992.
- [79] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitives equations. *Mon. Weather Rev.*, 61 :99–164, 1963.
- [80] C. R. Smith and S. P. Metzler. Low-speed streaks in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 129 :27–54, 1983.
- [81] G. Sod. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws. *J. Comput. Phys.*, 27 :1–31, 1978.
- [82] P. R. Spalart. Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 1410$ . *J. Fluid Mech.*, 187, 1988.

- [83] P. R. Spalart, W. H. Jou, M. Strelets, and S. R. Allmaras. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach. *1<sup>st</sup> AFOSR Int. Conf. on DNS/LES, Ruston(LA)*, 1997.
- [84] E. T. Spyropoulos and G. A. Blaisdell. Large-eddy simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary-layer flow. *AIAA J.*, 36 :1983–1990, 1998.
- [85] M. Sreedhar and S. Ragab. Large eddy simulation of longitudinal stationary vortices. *Phys. Fluids*, 6 :2501–2514, 1994.
- [86] S. Stolz, N. A. Adams, and L. Kleiser. The approximate deconvolution model for large-eddy simulation of compressible flows and its application to shock-turbulent-boundary-layer interaction. *Phys. Fluids*, 13 :2985–3001, 2001.
- [87] S. Stolz and N.A. Adams. Large-eddy simulation of high-Reynolds-number supersonic boundary layers using the approximate deconvolution model and a rescaling and recycling technique. *Phys. Fluids*, 15 :2398–2412, 2003.
- [88] G. Urbin and D. Knight. Compressible large eddy simulation using unstructured grid : supersonic boundary layer. In *Second AFOSR Conference on DNS/LES, Kluwer Academic Publishers*, pages 443–458, Rutgers University, June 7-9 1999.
- [89] E. R. van Driest. Turbulent boundary layer in compressible fluids. *J. Aero. Sci.*, 18 :145–160, 1951.
- [90] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. A priori tests of large eddy simulation of the compressible plane mixing layer. *J. Eng. Math.*, 29 :299–327, 1995.
- [91] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. Subgrid modelling in LES of compressible flow. *Appl. Scient. Research*, 54 :191–203, 1995.
- [92] H. C. Yee, N.D. Sandham, and M.J. Djemohri. Low-dissipative high-order shock-capturing methods using characteristic-based filters. *J. Comput. Phys.*, 150 :199–238, 1999.
- [93] A. Yoshizawa. Statistical theory for compressible turbulent shear flows with the application to subgrid modeling. *Phys. Fluids*, 7 :2152–2164, 1986.