



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation d'un arc électrique dans les appareils de coupure basse tension

Fulbert Baudoin

► **To cite this version:**

Fulbert Baudoin. Contribution à la modélisation d'un arc électrique dans les appareils de coupure basse tension. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2004. Français. NNT: . tel-00011591

**HAL Id: tel-00011591**

**<https://theses.hal.science/tel-00011591>**

Submitted on 13 Feb 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U. 1517  
EDSPIC : 303

**UNIVERSITE BLAISE PASCAL – CLERMONT II**  
**ECOLE DOCTORALE**  
**SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE CLERMONT-FERRAND**

**Thèse**

Présentée par

**FULBERT BAUDOIN**

Agrégé en Génie Electrique

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITE**

**SPÉCIALITÉ : ELECTROTECHNIQUE**

**Contribution à la modélisation d'un arc électrique dans les  
appareils de coupure basse tension**

Soutenue publiquement le 27 juillet 2004 devant le jury :

<b>M. Pascal ANDRE</b> <i>Professeur, LAEPT, Université Blaise Pascal</i>	Président
<b>M. Jacques AUBRETON</b> <i>Chargé de Recherche, SPCTS, Université de Limoges</i>	Rapporteur et examinateur
<b>M. Jean-Jacques GONZALEZ</b> <i>Chargé de Recherche, CPAT, Université de Toulouse</i>	Rapporteur et examinateur
<b>M. Paul CHECCHIN</b> <i>Maître de Conférence, LASMEA, Université Blaise Pascal</i>	Examineur
<b>M. Gérard VELLEAUD</b> <i>Professeur, LAEPT, Université Blaise Pascal</i>	Examineur
<b>M. André LEFORT</b> <i>Professeur, LAEPT, Université Blaise Pascal</i>	Directeur de thèse







# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier le Professeur Pascal ANDRE de l'Université Blaise Pascal, directeur du laboratoire LAEPT (Laboratoire Arc Electrique et Plasmas Thermiques, UMR 6069 CNRS), et le Professeur André LEFORT de l'Université Blaise Pascal, directeur scientifique de cette thèse, pour leur dévouement et leur disponibilité. Ils m'ont toujours soutenu, partageant avec moi leur grande expérience scientifique et prodiguant de précieux conseils. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements les plus sincères vont également à Paul CHECCHIN, Maître de Conférences à l'Université Blaise Pascal et co-encadrant de mes travaux de recherche, pour son soutien, pour la pertinence de ses analyses et pour ses multiples encouragements qui ont été déterminants dans la réussite de ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à Jacques AUBRETON, Chargé de Recherche au SPCTS et à Jean-Jacques GONZALEZ, Chargé de Recherche au CPAT, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse. Ils ont su me donner de nombreux conseils pendant la phase finale de la rédaction. Je remercie le Professeur Gérard VELLEAUD, de l'Université Blaise Pascal, pour avoir accepté de faire partie de ce jury. Je prie également Alain GLEIZES, Directeur de Recherche et Directeur du CPAT, d'accepter mes plus vifs remerciements pour l'attention qu'il a porté à mes travaux de recherche.

Il me reste à remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin, par leur aide et surtout par leur bonne humeur, à cette étude, ainsi que mes collègues de bureau et amis qui m'ont côtoyé et parfois supporté : Yann, Nadia, Youssef, Mohamed, David, Philippe ...

Enfin, je souhaite que tous mes proches trouvent ici le témoignage de ma profonde reconnaissance pour leur soutien moral et matériel. A Stéphanie et Antoine qui ont du supporter mes absences et mes humeurs. Je remercie particulièrement mes parents qui m'ont toujours encouragé et soutenu dans mes études. Merci du fond du cœur.



# Titre

Contribution à la modélisation d'un arc électrique dans les appareils de coupure basse tension.

## Résumé

A partir d'une démarche progressive, ce travail est une contribution à la modélisation des arcs électriques dans les appareils de coupure basse tension : le disjoncteur, le contacteur, l'interrupteur et le sectionneur. La modélisation 2D d'un arc libre dans l'argon a permis de valider le code de calcul et d'étudier l'influence des paramètres géométriques, physiques et numériques sur les grandeurs caractéristiques du plasma thermique. A partir de cette étude, une modélisation 3D en régime stationnaire d'un arc électrique dans l'air à 50 A est réalisée pour chaque dispositif de coupure. L'angle d'ouverture des contacts ainsi que la présence des amenées de courant sont pris en considération. Deux formes particulières sont analysées : une forme en « U » dans le cas du disjoncteur et une forme en « S » dans le cas du contacteur, de l'interrupteur et du sectionneur. Les résultats mettent en exergue l'influence d'un champ magnétique externe sur le galbe, la forme de l'arc électrique.

## Mots-clés

Arc électrique - plasma thermique - modélisation tridimensionnelle - appareils de coupure basse tension - forces magnétiques



# Title

Contribution to the modelling of an electrical arc in the low voltage breaking devices

## Abstract

This work is a contribution to the modelling of an electrical arc in the low voltage breaking devices: circuit breaker, contactor, switch and switch-disconnector. The 2D modelling of free burning argon made it possible to validate the numerical code and to study the influence of the geometrical, physical and numerical parameters on the physical variables of thermal plasma. According to this study, a 3D modelling in a stationary flow of an electrical arc in the air with an intensity of 50 A is realized for each breaking devices. The angle of the aperture of the contacts and the presence of the current feeds are considered. Two particular shapes are analyzed: a shape in "U" in the case of the circuit breaker and a shape in "S" in the case of the contactor, the switch and the switch-disconnector. The results show the influence of an external magnetic field on the curve, the shape of the electric arc.

## Keywords

Electrical arc - thermal plasma - 3D modelling - low voltage breaking devices - magnetic forces



# Table des matières

<b>TABLE DE FIGURES</b>	<b>3</b>
<b>TABLE DES TABLEAUX</b>	<b>7</b>
<b>NOMENCLATURE</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>11</b>
<b>CHAPITRE 1</b>	
<b>DÉFINITION DES OBJECTIFS</b>	<b>13</b>
1.1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE	13
1.1.1 <i>Introduction</i>	13
1.1.2 <i>Les zones anodique et cathodique</i>	13
1.1.3 <i>L'arc électrique de coupure</i>	21
1.2 ORIENTATION DE NOS TRAVAUX	28
1.2.1 <i>L'arc électrique : modèle mathématique/technique de résolution numérique</i>	28
1.2.2 <i>L'arc libre</i>	29
1.2.3 <i>L'arc de coupure</i>	29
1.3 LES APPAREILS DE COUPURE BASSE TENSION	30
1.3.1 <i>Introduction</i>	30
1.3.2 <i>Description de l'appareillage</i>	32
1.3.3 <i>Du courant de défaut à l'arc électrique</i>	35
<b>CHAPITRE 2</b>	
<b>DÉFINITION ET MODÈLE MATHÉMATIQUE DES PLASMAS THERMIQUES</b>	<b>39</b>
2.1 NOTIONS FONDAMENTALES	39
2.1.1 <i>L'arc électrique</i>	39
2.1.2 <i>Le plasma thermique</i>	41
2.2 LES ÉQUATIONS DE LA MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE OU MHD	42
2.2.1 <i>La dérivée particulière</i>	42
2.2.2 <i>Les équations de conservation</i>	43
2.2.3 <i>Les équations électromagnétiques</i>	46
2.3 MÉTHODES DE RÉOLUTION NUMÉRIQUES	47
2.3.1 <i>La méthode des éléments finis</i>	47

2.3.2	<i>La méthode des volumes finis</i>	48
2.3.3	<i>Choix d'une méthode numérique</i>	59
2.3.4	<i>Calcul du champ magnétique</i>	61
2.4	CONCLUSION	66
<b>CHAPITRE 3</b>		
<b>INFLUENCE DES PARAMETRES ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL : APPLICATION A L'ARC LIBRE A 200 A</b>		<b>67</b>
3.1	MODÉLISATION D'UN ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	67
3.1.1	<i>Modèle et équations de base</i>	67
3.1.2	<i>Domaine de calcul et conditions aux limites</i>	69
3.1.3	<i>Présentation et analyse des résultats de simulation</i>	73
3.2	ÉTUDE APPROFONDIE SUR L'ARC LIBRE	76
3.2.1	<i>Influence de la nature du gaz sur les grandeurs caractéristiques de l'arc</i>	77
3.2.2	<i>Cathode tronquée ou cathode pointue ?</i>	79
3.2.3	<i>Choix d'un modèle pour la condition aux limites de la densité de courant à la cathode</i>	80
3.2.4	<i>Influence des coefficients de transport les grandeurs caractéristiques de l'arc</i>	82
3.3	CONCLUSION	94
<b>CHAPITRE 4</b>		
<b>ETUDE DU GALBE DE L'ARC ELECTRIQUE SOUMIS A UN CHAMP MAGNETIQUE EXTERNE DANS LES APPAREIL DE COUPURE BT</b>		<b>97</b>
4.1	DESCRIPTION DU MODÈLE D'ÉTUDE	98
4.1.1	<i>Les schémas internes des appareils de coupure basse tension</i>	98
4.1.2	<i>Choix d'une géométrie d'étude</i>	99
4.1.3	<i>Équations de base et conditions aux limites</i>	102
4.1.4	<i>Géométrie et maillage</i>	104
4.2	MODÉLISATION 3D DE L'ARC ÉLECTRIQUE DANS LES APPAREILS DE COUPURE BT	105
4.2.1	<i>Etape d'initialisation</i>	105
4.2.2	<i>Champ magnétique externe : cas du contacteur</i>	110
4.2.3	<i>Le disjoncteur</i>	111
4.2.3	<i>Le contacteur</i>	113
4.2.3	<i>L'interrupteur et le sectionneur</i>	115
4.3	ANALYSE DU GALBE DE L'ARC ÉLECTRIQUE DANS LES APPAREILS DE COUPURE BT	117
4.3.1	<i>Introduction</i>	117
4.3.2	<i>Le disjoncteur</i>	118
4.3.3	<i>Le contacteur</i>	120
4.3.4	<i>L'interrupteur et le sectionneur</i>	122
4.3	CONCLUSION	124
<b>CONCLUSION</b>		<b>125</b>
<b>ANNEXES</b>		<b>127</b>
<b>REFERENCES</b>		<b>141</b>

# Table des figures

FIGURE 1 1 : TEMPÉRATURE DES ESPÈCES EN FONCTION DE LA DISTANCE À L'ANODE – I = 150 A	18
FIGURE 1 2 : TEMPÉRATURE DES ESPÈCES EN FONCTION DE LA DISTANCE À L'ANODE – I = 50 A	18
FIGURE 1 3 : CHUTES DE TENSION ANODIQUE	18
FIGURE 1 4 : CHAMP DE TEMPÉRATURE : CATHODE D'ANGLE AU SOMMET DE 30° - I = 250 A	19
FIGURE 1 5 : CHAMP DE TEMPÉRATURE : CATHODE D'ANGLE AU SOMMET DE 30° - I = 350 A	19
FIGURE 1 6 : LA ZONE CATHODIQUE	19
FIGURE 1 7 : INFLUENCE DE LA TAILLE DES CELLULES CATHODIQUES SUR LES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ARC	20
FIGURE 1 8 : INFLUENCE DE LA TAILLE DES CELLULES ANODIQUES SUR LES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ARC	20
FIGURE 1 9 : DOMAINE DE CALCUL POUR LE CHAMP MAGNÉTIQUE	25
FIGURE 1 10 : UN MODÈLE DE RÉPARTITION DE LA PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE – PLASMA/FER	25
FIGURE 1 11 : LIGNE DE CHAMP MAGNÉTIQUE AVEC PIECE FERROMAGNETIQUE	25
FIGURE 1 12 : POSITION DE L'ARC AVEC ET SANS PIECE FERROMAGNETIQUE	25
FIGURE 1 13 : DOMAINE DE CALCUL	26
FIGURE 1 14 : POSITION DE L'ARC EN FONCTION DE L'OUVERTURE DE LA CHEMINÉE D'ÉCHAPEMENT DES GAZ	26
FIGURE 1 15 : UN MODÈLE DE DISJONCTEUR BASSE TENSION	27
FIGURE 1 16 : DOMAINE DE CALCUL : CHAMBRE DE COUPURE D'UN DISJONCTEUR BASSE TENSION	28
FIGURE 1 17 : POSITIONS DES PIEDS D'ARC	28
FIGURE 1 18 : LES DIFFÉRENTES ÉTAPES D'UN ARC DE COUPURE	30
FIGURE 1 19 : UN EXEMPLE DE RÉSEAU ÉLECTRIQUE DE TYPE SOUTERRAIN	32
FIGURE 1 20 : SYMBOLE DU SECTIONNEUR	32
FIGURE 1 21 : SYMBOLE DE L'INTERRUPTEUR	33
FIGURE 1 22 : SYMBOLE DU CONTACTEUR AVEC SA COMMANDE	33
FIGURE 1 23 : COUPE D'UN DISJONCTEUR BT INDUSTRIEL	34
FIGURE 1 24 : RÉSEAU BT EN COURT CIRCUIT	36
FIGURE 1 25 : ÉVOLUTION DES SIGNAUX LORS D'UN COURT-CIRCUIT	36
FIGURE 1 26 : CHAMBRE DE COUPURE D'UN DISJONCTEUR BT	36
FIGURE 2 1 : LA TENSION D'ARC	41
FIGURE 2 2 : CHAMP ÉLECTRIQUE AXIAL DANS UN ARC STABILISÉ PAR PAROI	41
FIGURE 2 3 : MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS	47
FIGURE 2 4 : VOLUME DE CONTRÔLE	49
FIGURE 2 5 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 1	52
FIGURE 2 6 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 2	53
FIGURE 2 7 : PROPRIÉTÉS DE TRANSPORT : LE NOMBRE DE PECKET	54
FIGURE 2 8 : DIFFÉRENTIATION QUADRATIQUE AVAL – QUICK SCHÉMA	55
FIGURE 2 9 : ALGORITHME SCHÉMATIQUE SIMPLE POUR LE CALCUL DE LA PRESSION	57
FIGURE 2 10 : LOI DE BIOT ET SAVART	61
FIGURE 2 11 : THÉORÈME D'AMPÈRE	62
FIGURE 2 12 : CYLINDRE PLEIN INFINI À 200 A	65
FIGURE 2 13 : CHAMP MAGNÉTIQUE : CYLINDRE PLEIN INFINI. CAS N°1	65
FIGURE 2 14 : CHAMP MAGNÉTIQUE : CYLINDRE PLEIN INFINI. CAS N°2	65
FIGURE 2 15 : VECTEUR DENSITÉ DE COURANT : ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	66
FIGURE 2 16 : CHAMP MAGNÉTIQUE (mT) - COURBES DES ISOVALEURS : ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	66

FIGURE 3 1 : DOMAINE DE CALCUL POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON	70
FIGURE 3 2 : CHAMP DE TEMPERATURE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE	73
FIGURE 3 3 : TEMPERATURE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE	73
FIGURE 3 4 : ERREUR RELATIVE TEMPERATURE – Hsu / NOTRE MODÈLE	73
FIGURE 3 5 : VITESSE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE	74
FIGURE 3 6 : ERREUR RELATIVE VITESSE – Hsu / NOTRE MODÈLE	74
FIGURE 3 7 : DENSITÉ DE COURANT AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE	74
FIGURE 3 8 : ERREUR RELATIVE DE LA DENSITÉ DE COURANT – Hsu / NOTRE MODÈLE	74
FIGURE 3 9 : PRESSION RELATIVE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	75
FIGURE 3 10 : POTENTIEL ELECTRIQUE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	75
FIGURE 3 11 : DENSITÉ DE COURANT A LA POINTE DE LA CATHODE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	75
FIGURE 3 12 : FORCES DE LORENTZ - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	76
FIGURE 3 13 : CHAMP DE VITESSE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A	76
FIGURE 3 14 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARC LIBRE	77
FIGURE 3 15 : PRESSION RELATIVE AXIALE – ARC LIBRE	77
FIGURE 3 16 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE – ARC LIBRE	78
FIGURE 3 17 : VITESSE AXIALE – ARC LIBRE	78
FIGURE 3 18 : COEFFICIENT D'EMISSION NETTE DE L'AIR ET DE L'ARGON	78
FIGURE 3 19 : TEMPÉRATURES RADIALES D'UN ARC LIBRE À 200 A°DANS L'AIR ET DANS L'ARGON	78
FIGURE 3 20 : TEMPÉRATURE AXIALE – CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE	79
FIGURE 3 21 : PRESSION RELATIVE AXIALE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE	79
FIGURE 3 22 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE	79
FIGURE 3 23 : VITESSE AXIALE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE	79
FIGURE 3 24 : CHAMP DE TEMPÉRATURE (K) – CATHODE TRONQUÉE	79
FIGURE 3 25 : CHAMP DE TEMPÉRATURE (K) – CATHODE POINTUE	79
FIGURE 3 26 : MODÈLES MATHÉMATIQUES POUR LA DENSITÉ DE COURANT À LA POINTE DE LA CATHODE	81
FIGURE 3 27 : TEMPÉRATURE AXIALE	81
FIGURE 3 28 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE	82
FIGURE 3 29 : VITESSE AXIALE	82
FIGURE 3 30 : CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'AIR	83
FIGURE 3 31 : CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'ARGON	83
FIGURE 3 32 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'AIR	83
FIGURE 3 33 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'ARGON	83
FIGURE 3 34 : TEMPÉRATURE AXIALE - AIR	84
FIGURE 3 35 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'AIR	84
FIGURE 3 36 : TEMPÉRATURE AXIALE - ARGON	85
FIGURE 3 37 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'ARGON	85
FIGURE 3 38 : VITESSE AXIALE - AIR	85
FIGURE 3 39 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'AIR	85
FIGURE 3 40 : VITESSE AXIALE - ARGON	86
FIGURE 3 41 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'ARGON	86
FIGURE 3 42 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE -AIR	86
FIGURE 3 43 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE –ARGON	86
FIGURE 3 44 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'AIR	87
FIGURE 3 45 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'ARGON	87
FIGURE 3 46 : VISCOSITÉ DE L'AIR	87
FIGURE 3 47 : VISCOSITÉ DE L'ARGON	87
FIGURE 3 48 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VISCOSITÉ DE L'AIR	87
FIGURE 3 49 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VISCOSITÉ DE L'ARGON	87
FIGURE 3 50 : VITESSE AXIALE - AIR	88
FIGURE 3 51 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'AIR	88
FIGURE 3 52 : VITESSE AXIALE – ARGON	89
FIGURE 3 53 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'ARGON	89
FIGURE 3 54 : TEMPÉRATURE AXIALE - AIR	89
FIGURE 3 55 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARGON	89
FIGURE 3 56 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – AIR	89
FIGURE 3 57 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – ARGON	89
FIGURE 3 58 : CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'AIR	90
FIGURE 3 59 : CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'ARGON	90
FIGURE 3 60 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'AIR	90

FIGURE 3 61 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'ARGON	90
FIGURE 3 62 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – AIR	91
FIGURE 3 63 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'AIR	91
FIGURE 3 64 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – ARGON	91
FIGURE 3 65 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'ARGON	91
FIGURE 3 66 : TEMPÉRATURE AXIALE – AIR	92
FIGURE 3 67 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARGON	92
FIGURE 3 68 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'AIR	92
FIGURE 3 69 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'ARGON	92
FIGURE 3 70 : VITESSE AXIALE – AIR	93
FIGURE 3 71 : VITESSE AXIALE – ARGON	93
FIGURE 3 72 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'AIR	93
FIGURE 3 73 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'ARGON	93
FIGURE 4 1 : DOMAINE DE CALCUL POUR L'ÉTUDE DE L'ARC ÉLECTRIQUE : SECTIONNEUR ET INTERRUPTEUR	99
FIGURE 4 2 : DOMAINE DE CALCUL POUR L'ÉTUDE DE L'ARC ÉLECTRIQUE : DISJONCTEUR	100
FIGURE 4 3 : DOMAINE DE CALCUL POUR L'ÉTUDE DE L'ARC ÉLECTRIQUE : CONTACTEUR	101
FIGURE 4 4 : LES DIFFÉRENTES SYMÉTRIES DU DOMAINE DE CALCUL	101
FIGURE 4 5 : MAILLAGE DU DOMAINE DE CALCUL	104
FIGURE 4 6 : CHAMP DE TEMPÉRATURE – ÉTAPE INITIALISATION (DIE=6,5 MM)	105
FIGURE 4 7 : TEMPÉRATURE AXE Z – ÉTAPE INITIALISATION	106
FIGURE 4 8 : CHAMP DE VITESSE – ÉTAPE INITIALISATION (DIE=6,5 MM)	106
FIGURE 4 9 : VITESSE AXE Z – ÉTAPE INITIALISATION	106
FIGURE 4 10 : PLANS A, B, C	107
FIGURE 4 11 : LA CATHODE	107
FIGURE 4 12 : DENSITÉ DE COURANT – ÉTAPE INITIALISATION ( $d_{ie}=6,5$ )	108
FIGURE 4 13 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) – DISJONCTEUR	109
FIGURE 4 14 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) - INTERRUPTEUR / SECTIONNEUR	109
FIGURE 4 15 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) – CONTACTEUR	109
FIGURE 4 16 : DISCRÉTISATION DES CONDUCTEURS EXTERNES	109
FIGURE 4 17 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTERNE – CAS DU CONTACTEUR	110
FIGURE 4 18 : CHAMP DE VITESSE – DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	111
FIGURE 4 19 : CHAMP DE TEMPERATURE – DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	111
FIGURE 4 20 : FORME DE L'ARC DANS UN DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	111
FIGURE 4 21 : DENSITÉ DE COURANT – DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	112
FIGURE 4 22 : CHAMP DE VITESSE – CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	113
FIGURE 4 23 : CHAMP DE TEMPERATURE – CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	113
FIGURE 4 24 : FORME DE L'ARC DANS UN CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	113
FIGURE 4 25 : DENSITÉ DE COURANT – CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	114
FIGURE 4 26 : CHAMP DE VITESSE – INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	115
FIGURE 4 27 : CHAMP DE TEMPERATURE – INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	115
FIGURE 4 28 : FORME DE L'ARC DANS UN INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	115
FIGURE 4 29 : DENSITÉ DE COURANT – INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )	116
FIGURE 4 30 : LES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS ÉTUDIÉES DANS LES APPAREILS DE COUPURE BT	117
FIGURE 4 31 : FORME DE L'ARC DANS UN DISJONCTEUR	118
FIGURE 4 32 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - DISJONCTEUR	118
FIGURE 4 33 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE - DISJONCTEUR	119
FIGURE 4 34 : FORME DE L'ARC DANS UN CONTACTEUR	120
FIGURE 4 35 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - CONTACTEUR	120
FIGURE 4 36 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE - CONTACTEUR	121
FIGURE 4 37 : FORME DE L'ARC DANS UN INTERRUPTEUR	122
FIGURE 4 38 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - INTERRUPTEUR	122
FIGURE 4 39 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE - INTERRUPTEUR	123



# Table des tableaux

TABLEAU 1 1 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (DÉBUT)	15
TABLEAU 1 2 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (SUITE)	16
TABLEAU 1 3 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (FIN)	17
TABLEAU 1 4 : BILAN DES PUISSANCES DANS LA ZONE CATHODIQUE	20
TABLEAU 1 5 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (DÉBUT)	22
TABLEAU 1 6 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (SUITE)	23
TABLEAU 1 7 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (FIN)	24
TABLEAU 1 8 : DOMAINE DE TENSION / UTE C18-510 ART. 2.3.2	31
TABLEAU 2 1 : COEFFICIENTS DE TRANSPORT	42
TABLEAU 2 2 : DÉRIVÉES PARTICULAIRES	43
TABLEAU 2 3 : COEFFICIENTS POUR LA DIFFÉRENTIATION CENTRALE	51
TABLEAU 2 4 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS GÉNÉRAL	52
TABLEAU 2 5 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 1	52
TABLEAU 2 6 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 2	53
TABLEAU 2 7 : SYNTHÈSE DES SCHÉMAS NUMÉRIQUES	56
TABLEAU 2 8 : COMPARAISONS DES METHODES NUMERIQUES POUR LA RESOLUTION DES EDP	60
TABLEAU 3 1 : ÉQUATIONS 2D DE LA MHD DANS LE CAS DE L'ARC LIBRE EN REGIME STATIONNAIRE	69
TABLEAU 3 2 : CONDITIONS AUX LIMITES POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON	72
TABLEAU 3 3 : MODÈLES MATHÉMATIQUES POUR LA DENSITÉ DE COURANT À LA POINTE DE LA CATHODE	80
TABLEAU 3 4 : VITESSE MAXIMALE AXIALE POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON	82
TABLEAU 3 5 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - NATURE DU GAZ, GÉOMÉTRIE DE LA CATHODE, MODÈLE POUR LA DENSITÉ DE COURANT	94
TABLEAU 3 6 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITÉ THERMIQUE	95
TABLEAU 3 7 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA VISCOSITÉ	95
TABLEAU 3 8 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE	95
TABLEAU 4 1 : REPRÉSENTATION ET SCHÉMA INTERNE SIMPLIFIÉ DES APPAREILS DE COUPURE BASSE TENSION	98
TABLEAU 4 2 : ÉQUATIONS 3D DE LA MHD DANS LE CAS DE L'ARC ÉLECTRIQUE EN REGIME STATIONNAIRE	103
TABLEAU 4 3 : CONDITIONS AUX LIMITES POUR UN ARC DE COUPURE	103
TABLEAU 4 4 : CHUTE DE TENSION - DISJONCTEUR	119
TABLEAU 4 5 : CHUTE DE TENSION - CONTACTEUR	121
TABLEAU 4 6 : CHUTE DE TENSION - INTERRUPTEUR	123



# Nomenclature

$C_p$	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	chaleur spécifique par unité de volume et à pression constante
$E_i$	[J]	énergie de niveau $i$
$N_i$	[m <sup>-3</sup> ]	densité de la particule $i$
$P$	[Pa]	pression
$P_e$		nombre de Peclet
$Q$	[J.m <sup>-3</sup> ]	énergie thermique par unité de volume
$R$	[Ω]	résistance électrique
$R_e$		nombre de Reynolds
$S_{rad}$	[J.m <sup>-3</sup> ]	pertes radiatives par unité de volume
$T$	[K]	température
$U$	[V]	tension électrique
$c$	[m.s <sup>-1</sup> ]	célérité des ondes de pression dans le fluide considéré
$d_{ac}$	[m]	distance entre amenée de courant et l'extrémité de la cathode
$d_{ie}$	[m]	distance inter-électrodes
$e$	[C]	charge élémentaire de l'électron ( $e = 1,6021892.10^{-19}$ C)
$e_c$	[J.kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ]	énergie cinétique par unité de volume et par unité de masse
$e_{fem}$	[V]	force électromotrice
$e_{int}$	[J.kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ]	énergie interne par unité de volume et par unité de masse
$e_p$	[J.kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ]	énergie potentiel par unité de volume et par unité de masse
$f$	[J.m <sup>-3</sup> ]	travail des forces externes par unité de volume
$g_i$		poids statistique
$h$	[J.kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ]	enthalpie massique par unité de volume
$i, I$	[A]	courant électrique
$j_z, j_r$	[A.m <sup>-2</sup> ]	composante axiale et radiale de la densité de courant
$k$	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	conductivité thermique
$k_b$	[J.K <sup>-1</sup> ]	constante de Boltzmann ( $k_b = 1,380662.10^{-23}$ )
$l$	[H]	inductance propre
$m$	[kg]	masse
$n$	[m <sup>-3</sup> ]	nombre de particules par unité de volume
$r$	[m]	rayon
$t$	[s]	temps

$u, v$	$[\text{m.s}^{-1}]$	composante axiale et radiale de la vitesse
$\mathbf{A}$	$[\text{A.H.m}^{-1}]$	potentiel vecteur
$\mathbf{B}$	$[\text{T}]$	champ magnétique
$\mathbf{E}$	$[\text{V.m}^{-1}]$	champ électrique
$\mathbf{g}$	$[\text{m.s}^{-2}]$	accélération de la pesanteur
$\mathbf{j}$	$[\text{A.m}^{-2}]$	vecteur densité de courant

### symboles grecs

$\delta_{ij}$		symbole de Kronecker, $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et 0 sinon
$\varepsilon_n$	$[\text{W.m}^{-3}.\text{ster}^{-1}]$	puissance rayonnée par unité de volume et par unité d'angle solide (coefficient d'émission nette)
$\Gamma$		coefficient de diffusion
$\mu_0$	$[\text{H.m}^{-1}]$	perméabilité du vide ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ )
$\varepsilon_0$	$[\text{F.m}^{-1}]$	permittivité du vide ( $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ )
$\sigma$	$[\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}]$	conductivité électrique
$\mu$	$[\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}]$	viscosité
$\rho$	$[\text{kg.m}^{-3}]$	masse volumique
$\tau$	$[\text{N.m}^{-2}]$	tenseur des forces visqueuses

# Introduction

Les études portant sur les plasmas thermiques créés par les arcs électriques sont motivées par leurs implications industrielles dans des domaines très variés couvrant par leurs applications une large gamme technologique : les appareils de coupure, les lampes à arc, le soudage, le traitement de surface dans le domaine de la métallurgie, etc.

Par le biais des réseaux de distribution de l'énergie électrique, l'énergie produite en amont par les centrales de production est transférée en direction de l'utilisateur. On passe d'une tension de l'ordre de 400000 V (THT) près de la centrale de production de l'énergie électrique à une tension de l'ordre 400 V (BT) qui doit être utilisée sans danger par les personnes. C'est pourquoi, les appareils de coupure basse tension ont un rôle essentiel dans le domaine de la sécurité humaine et matérielle, ils ont pour but d'établir une sûreté et une fiabilité exemplaire. Pour cela, les caractéristiques des appareillages de coupure doivent satisfaire des normes de sécurité drastiques.

Ainsi, du point de vue du constructeur, il est souhaitable de réduire la durée de vie de l'arc électrique et par conséquent le temps de coupure car les fortes énergies mises en jeu sont responsables d'une forte érosion des différents matériaux : électrodes, parois, etc. De plus, la nécessité d'optimiser ces appareils afin de réduire le coût élevé des tests conduit les professionnels à avoir recours à des outils de modélisation et de simulation numériques des différents aspects du fonctionnement de ces dispositifs.

Cependant, la complexité de ces appareils rendent leur étude délicate et nécessite la prise en compte des phénomènes intervenant durant la coupure : érosion aux électrodes, déplacement de l'arc, optimisation de la chambre de coupure, reclaquage ou pertes radiatives. Au début des recherches sur les appareils de coupure, les nombreux progrès techniques se sont longtemps appuyés sur des données empiriques. Depuis l'apparition de l'outil informatique, il y a une trentaine d'années, l'arc électrique fait l'objet d'études fondamentales nombreuses. Elles ont débuté par une étude monodimensionnelle par la résolution de l'équation de conservation de l'énergie et la loi d'Ohm, appelé équation d'Elenbaas-Heller. Cette première simulation numérique d'arc a permis de mettre en exergue le rôle des phénomènes physico-chimiques tels que l'ionisation, la conduction thermique et le rayonnement. Puis des modèles bidimensionnels sont apparus dans les années 80, notamment par la modélisation de la colonne d'un arc libre. Aujourd'hui, la puissance de calcul des ordinateurs permet une modélisation tridimensionnelle en régime stationnaire et en régime instationnaire.

Ce travail de thèse, réalisé au sein de l'antenne du LAEPT (Laboratoire Arc Electrique et Plasmas Thermiques, UMR 6069 CNRS) à l'IUT de Montluçon, s'inscrit dans la démarche du laboratoire dont le but est d'étudier les appareillages de coupure.

Dans le premier chapitre, à partir d'une synthèse bibliographique sur l'étude expérimentale et théorique des arcs électriques nous donnons l'orientation de notre travail de recherche. Ainsi pour contribuer à la compréhension des phénomènes physiques ayant lieu dans les appareils de coupure basse tension, nous proposons d'étudier l'influence des forces magnétiques sur la dynamique de l'arc électrique dans le cas du disjoncteur, du contacteur, de l'interrupteur et du sectionneur.

Le chapitre 2 est consacré à la description mathématique des arcs électriques et aux méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles. Nous décrirons l'arc électrique par les équations de la magnétohydrodynamique. Ce système d'équations aux dérivées partielles étant non linéaire, nous justifions le choix d'une méthode numérique adaptée à ce type d'équations. A l'issue, nous utilisons la partie solveur du logiciel commercial Fluent 6.0 fondé sur les équations de Navier Stokes auxquelles les équations électromagnétiques sont couplées.

Pour valider notre méthode, une modélisation d'un arc libre dans l'argon à 200 A est proposée dans la première partie du chapitre 3. Une géométrie et des résultats connus tant expérimentaux que théoriques permettent une confrontation de nos résultats de simulation avec ceux issus de la littérature. Dans une deuxième partie, nous proposons l'analyse de l'influence, sur les grandeurs caractéristiques du plasma thermique, de paramètres comme : la nature du gaz, le choix d'un modèle mathématique pour la conditions aux limites de la densité de courant à la cathode, les différents coefficients de transport issus de la littérature, la géométrie de la pointe de la cathode.

Le chapitre 4 concerne la modélisation tridimensionnelle et en régime stationnaire d'un arc électrique dans l'air à 50 A dans les appareils de coupure basse tension. Dans un premier temps, nous proposons une géométrie d'étude simple et unique permettant de simuler l'arc électrique dans les dispositifs comme : le contacteur, le disjoncteur, l'interrupteur et le sectionneur. Puis, dans un second temps et pour chacune des configurations correspondantes au quatre dispositifs de coupure, une étude de l'influence des forces magnétiques sur la forme, le galbe de la colonne de l'arc est réalisée lorsque celui-ci est encore entre les contacts. Pour cela, nous allons prendre en considération deux paramètres : la distance inter-électrodes  $d_{ie}$  et la distance  $d_{ac}$  entre les amenées de courant et les électrodes.

# Chapitre 1

## DÉFINITION DES OBJECTIFS

### 1.1 Étude bibliographique

#### 1.1.1 Introduction

L'objectif principal de cette étude bibliographique est de fournir des informations nécessaires sur les recherches, réalisées ou en cours, dans le domaine de l'arc de coupure pour trouver une orientation à nos travaux. Nous proposons pour cela un recensement non exhaustif, d'une part, des méthodes proposées pour la modélisation des arcs électriques, et, d'autre part, des études menées sur l'arc électrique de coupure. Nous utilisons la méthode de classement établie par Checchin [Che 96]. Nous avons classé ces articles en deux groupes. Le premier groupe porte sur les études expérimentales ou théoriques des phénomènes proches des zones cathodique et anodique. Au regard de la complexité des phénomènes physiques à l'intérieur de ces zones où l'équilibre thermodynamique local est rarement établi, il est intéressant de connaître les différentes approches pour caractériser ces zones. Le deuxième groupe concerne les études menées sur les appareils de coupure type disjoncteur basse tension.

#### 1.1.2 Les zones anodique et cathodique

Les articles concernant les travaux au niveau de la cathode et de l'anode sont regroupés dans le tableau 1-1, le tableau 1-2 et le tableau 1-3. Pour chaque article nous rappelons le type d'arc et le contexte d'étude : basse ou haute pression, nature du gaz et intensité du courant. Ensuite, nous avons attaché une attention particulière à ces articles en répondant aux questions suivantes :

- quelle est le type d'électrode étudiée : anode ou cathode ? De quel type de matériau est-elle composée ?
- quelles sont les caractéristiques recherchées par les auteurs ?

- quelles sont les méthodes utilisées pour caractériser les pieds d'arc ? S'il s'agit d'une approche théorique, on précise le modèle utilisé et la technique de résolution.
- Y a-t-il une confrontation entre les résultats issus de la simulation et les mesures expérimentales ?

Quinze articles sont présentés dans ces tableaux mais cette liste n'est pas exhaustive. La majorité des articles traitent de la zone cathodique, il ressort quatre thèmes principaux :

- l'étude des chutes de tension anodique et/ou cathodique [Zho 94][Tan 99a][Tan 99b][Hem 03] ;
- l'étude de l'érosion [Sol 98][Tes 01][Nem 03] ;
- l'étude des phénomènes physiques dans les zones anodique et cathodique [Sal 96][Ben 97][Kon 99][Lai 00][Ros 03] ;
- l'étude des zones cathodique et anodique en vue d'une modélisation [Zhu 92][Low 92][Zho 94][Low 97].

Une classification distinguant la simulation d'une part, et l'expérimentation d'autre part, ne nous a pas paru cohérente. En effet, nous nous plaçons du point de vue du modélisateur et nous essayons de dégager toutes les informations nécessaires pour nous guider dans nos travaux, que les résultats proviennent d'un code de calcul ou d'une étude expérimentale.

#### Étude des chutes de tension cathodique et anodique

Tanaka et al [Tan 99a][Tan 99b] étudient la chute de tension anodique et l'influence de celle-ci sur l'équilibre thermique au niveau des pieds d'arc. Leurs études portent sur un arc libre dans l'argon. L'étude expérimentale [Tan 99a] valide leur modèle basé sur les équations de conservation [Tan 99b]. Les différents résultats obtenus permettent de faire deux remarques :

- lorsque la tension anodique dans le pied d'arc est négative (cf. figure 1-3), la température des particules lourdes est largement inférieure à la température électronique. Cette affirmation est d'autant plus vraie que le courant est faible, inférieur à 75 A (cf. figure 1-2). En revanche pour un courant plus élevé, la température des particules lourdes est pratiquement équivalente à la température des électrons (cf. figure 1-1). De ce fait, on peut considérer l'équilibre thermodynamique local [Bou 94] ;
- le gradient de la densité électronique dans la zone anodique joue un rôle important sur le flux d'électrons en direction de l'anode et de ce fait influe sur le signe du potentiel électrique.

Hemmi et al [Hem 03] proposent une méthode pour calculer la chute de tension anodique et cathodique d'un arc de décharge d'intensité allant de 350 A à 1200 A. Pour cela ils établissent une relation entre la masse perdue par érosion, la section du spot et la chute de tension. Ils obtiennent, pour des électrodes en cuivre, une chute de tension cathodique moyenne de 14 V et une chute de tension anodique moyenne de 4,5 V et ceci indépendamment du courant. Zhou et al [Zho 94] montrent que, pour un courant inférieur à 50 A, la chute de tension cathodique augmente considérablement. Pour un courant de 5 A, la chute de tension peut atteindre 24,2 V, pour un arc libre dans l'argon. Pour un courant supérieur à 50 A, ils retrouvent approximativement la même valeur que [Hem 03] et une chute de tension indépendante du courant.

auteurs références	type d'arc ; gaz	type d'électrode ; matériau	ampérage ; pression	caractéristiques recherches	modèle ; technique de résolution ; schéma numérique	méthodes expérimentales	confrontation modèle / expérience
Zhu & Lowke & Morrow [Zhu 92]	arc libre ; argon	cathode pointue ; tungstène	200 A ; pression atmosphérique	pieds d'arc : densité électronique ; température ; champ électrique	modèle 2D ; équations de conservation ; volumes finis ; SIMPLEC		non
Lowke & Kovitya & Schmidt [Low 92]	arc libre ; argon	cathode pointue ; tungstène	200 A ; pression atmosphérique	influence de la géométrie de la cathode sur : densité de courant, température	modèle 2D ; équations de conservation ; volumes finis ; SIMPLEC		oui
Zhou & Heberlein [Zho 94]	arc libre ; argon	cathode tronquée ; tungstène	50 à 600 A ; pression atmosphérique	chute de tension ; densité électronique et ionique ; température ; rayon du spot	1D pieds d'arc ; 2D cathode et colonne d'arc ; bilan d'énergie		non
Salliou & Guillot & Lefort [Sal 96]	arc libre ; argon	anode ; tungstène, cuivre, argent	2 à 6 A ; pression atmosphérique	température ; puissance ; rayon du spot ; densité de courant	bilan d'énergie ; analytique		oui
Lowke & Morrow & Haidar [Low 97]	arc libre ; argon	cathode pointue ; tungstène	50 à 400 A ; pression atmosphérique	influence du maillage sur les résultats ; température cathode	modèle 2D ; équations de conservation ; volumes finis ; SIMPLEC		oui

TABLEAU I-1 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (DÉBUT).

auteurs références	type d'arc ; gaz	type d'électrode ; matériau	ampérage ; pression	caractéristiques recherchées	modèle ; technique de résolution ; schéma numérique	méthodes expérimentales	confrontation modèle / expérience
Solana & Kapadia & Dowden [Sol 98]	arc libre	cathode pointue ; tungstène	250 à 300 A ; pression atmosphérique	érosion de la cathode en fonction : courant, angle au sommet	modèle 2D ; équation de la chaleur instationnaire		oui
Amakawa & Jenista & Heberlein [Ama 98]	arc libre ; argon	anode ; cuivre	200 A ; pression atmosphérique	influence du débit de gaz sur : densité de courant, température, potentiel électrique	modèle 2D ; équation de conservation ; volumes finis ; SIMPLEC		non
Tanaka & Ushio [Tan 99a]	arc libre ; argon	anode	50 à 150 A ; pression atmosphérique	lien entre chute de tension et l'ETL		spectroscopie ; sonde de Langmuir	oui
Kondrat'eva & Koval' & Korolev [Kon 99]	arc de décharge	cathode plate ; magnésium	100 A ; basse pression environ $10^{-2}$ Pa	vecteur vitesse des lourds ; densité électronique		spectroscopie	non
Tanaka & Ushio & Wu [Tan 99b]	arc libre ; argon	anode	50 à 150 A ; pression atmosphérique	lien entre chute de tension et l'ETL	modèle 1D ; équations de conservation ; différences finies		oui

TABLEAU 1-2 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (SUITE).

<b>auteurs références</b>	<b>type d'arc ; gaz</b>	<b>type d'électrode ; matériau</b>	<b>ampérage ; pression</b>	<b>caractéristiques recherchées</b>	<b>modèle ; technique de résolution ; schéma numérique</b>	<b>méthodes expérimentales</b>	<b>confrontation modèle / expérience</b>
Lai & Chen & Qui [Lai 00]	arc de décharge ; argon	cathode plate ; cuivre	4,6 mA / cm <sup>-2</sup> P = 100 Pa	comportement des particules en présence du champ magnétique	méthode de Monté Carlo		non
Teste & Leblanc & Andlauer [Tes 01]	arc de décharge ; air	cathode plate ; cuivre	400 à 600 A ; pression atmosphérique	causes de l'érosion		caméra 6000 images/s	non
Rossignol & Clain & Abbaoui [Ros 03]	arc électrique ; vide	cathode plate	très basse pression	densité de courant ; flux de chaleur ; vitesse de l'espèce	modèle 1D ; équations de conservation ; analytique		non
Hemmi & Yokomizu & Matsumura [Hem 03]	arc de décharge ; air	cathode et anode plates ; argent, cuivre	350 à 1200 A ; pression atmosphérique	chute de tension anodique et cathodique	modèle 2D ; équation de la chaleur instationnaire	appareil photo numérique ; balance de précision	oui
Benilov [Ben 97]	arc de décharge ; argon	cathode tungstène	200 A ; pression atmosphérique	bilan d'énergie ; densité électronique	modèle analytique		non
Nenichinsky & Showalter [Nem 03]	arc de décharge ; azote, oxygène	cathode pointue ; tungstène	200 à 400 A ; 2 à 5 atm	étude de l'érosion		mesures expérimentales	non

TABLEAU I-3 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ZONES ANODIQUE ET CATHODIQUE PUBLIÉES DANS DES REVUES (FIN).

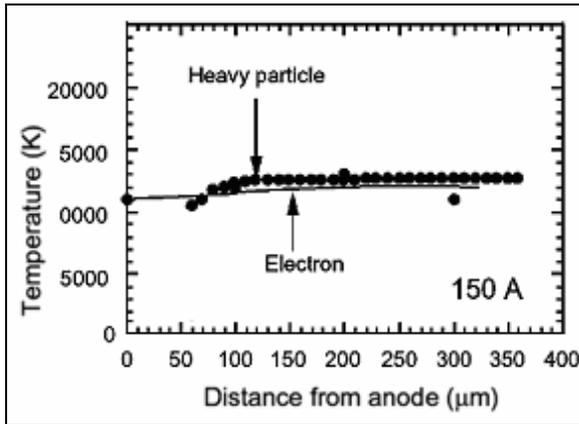


FIGURE 1-1 : TEMPÉRATURE DES ESPÈCES EN FONCTION DE LA DISTANCE À L'ANODE –  $I = 150 \text{ A}$  [Tan 99A].

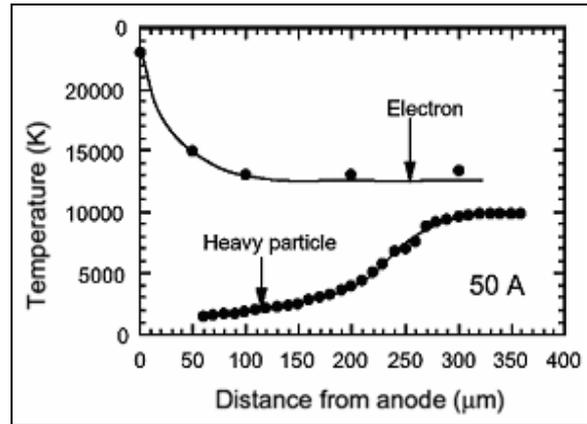


FIGURE 1-2 : TEMPÉRATURE DES ESPÈCES EN FONCTION DE LA DISTANCE À L'ANODE –  $I = 50 \text{ A}$  [Tan 99A].

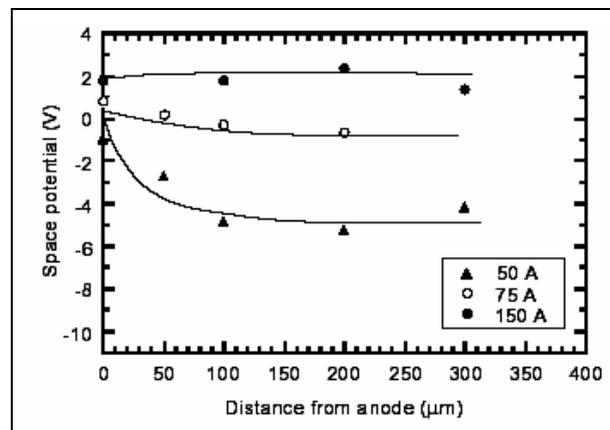


FIGURE 1-3 : CHUTES DE TENSION ANODIQUE [Tan 99A].

### Étude de l'érosion

Solana et al [Sol 98] ont établi un modèle 2D transitoire fondé sur la résolution de l'équation de la chaleur couplée à l'équation de Poisson pour le potentiel. Pour cela, ils considèrent une cathode pointue en forme de cône. La condition aux limites pour la densité de courant à l'intérieur du cône est le rapport entre le courant et la section de la cathode. L'électrode est en tungstène, de température de fusion de 3680 K. Les résultats obtenus permettent de tracer le champ de température de la cathode (cf. figure 1-4 et figure 1-5). Ces résultats pour différents angles permettent de chiffrer le pourcentage d'érosion en fonction du courant d'arc. Un tracé de la température à la périphérie de la cathode donne des renseignements sur la condition aux limites à imposer pour la température sur la cathode.

Teste et al [Tes 01] s'intéressent plus particulièrement aux causes de l'érosion sur des cathodes en cuivre. Une approche expérimentale est menée sur un arc de décharge à pression atmosphérique. L'intensité du courant d'arc reste inférieure à 600 A. La distance inter-électrodes joue un rôle important sur la vaporisation des matériaux composant la cathode. Lorsque les électrodes sont proches, distance inférieure à 6 mm, le pied d'arc est pratiquement immobile et par ce fait, « creuse » l'électrode. A l'inverse, pour une distance plus grande, la mobilité du pied d'arc rend le phénomène d'érosion à la cathode beaucoup moins important.

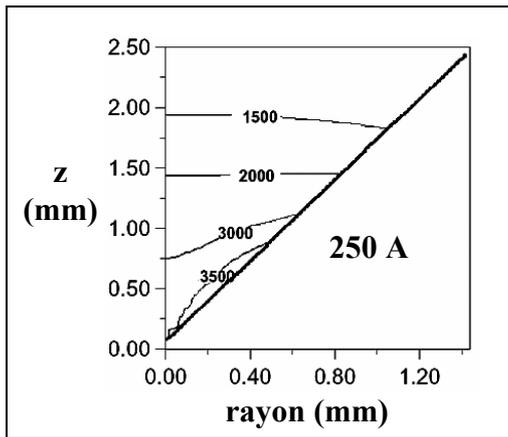


FIGURE 1-4 : CHAMP DE TEMPÉRATURE : CATHODE D'ANGLE AU SOMMET DE 30° - I = 250 A [Sol 98].

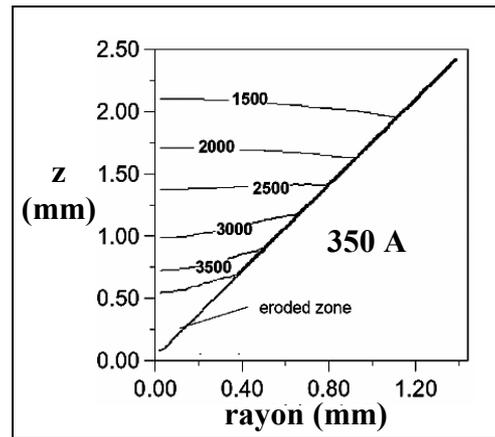


FIGURE 1-5 : CHAMP DE TEMPÉRATURE : CATHODE D'ANGLE AU SOMMET DE 30° - I = 350 A [Sol 98].

Étude des phénomènes physiques dans les pieds d'arc

Parmi les articles sélectionnés, trois traitent de la zone cathodique [Kon 99][Lai 00][Ros 03]. Salihou et al [Sal 96] étudient l'anode pour des courants de l'ordre de l'ampère. Rossignol et al [Ros 03] proposent un bilan d'énergie dans la zone cathodique. Cette zone est divisée en 3 parties (cf. figure 1-6) :

- la cathode où les électrons sont éjectés par effet thermoélectronique. La fusion du solide est la conséquence d'une émission d'atomes. Cette évaporation est due à une température élevée sous l'effet du bombardement ionique qu'elle subit ;
- la gaine, de longueur  $\Delta_z$ , où règne un champ électrique intense ;
- une zone de collision entre les lourds et les électrons de longueur  $\Delta_{zf}$ .

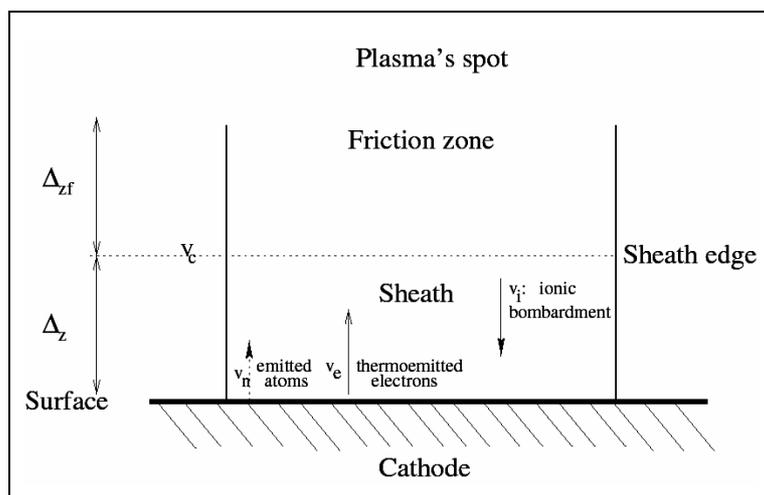


FIGURE 1-6 : LA ZONE CATHODIQUE [Ros 03].

D'après leurs travaux, l'énergie la plus importante à l'intérieur de la gaine est due au bombardement ionique. A titre d'exemple, pour une chute de tension dans la gaine de 10 V et un champ électrique en surface de la cathode de  $4 \times 10^9 \text{ V.m}^{-1}$ , les différentes puissances sont représentées dans le tableau 1-4.

phénomènes physiques	densité de puissance en $W. m^{-2}$
bombardement ionique	$2 \times 10^{12}$
pertes radiatives	$< 5 \times 10^{10}$
effet Joule	$10^{10}$
émission électronique	$< 5 \times 10^{11}$
bombardement électronique	$10^{10}$

TABLEAU I-4 : BILAN DES PUISSANCES DANS LA ZONE CATHODIQUE.

### Étude des zones cathodiques et anodiques en vue d'une modélisation

Les publications [Zhu 92][Low 92][Zho 94][Low 97] traitent d'un arc libre dans l'argon pour des courants inférieurs à 600 A. Lowke et al [Low 97] étudient l'influence de la taille des cellules du maillage proche de la zone cathodique. La température maximale de l'arc, la tension, la température à la pointe de la cathode sont représentées pour deux modèles différents : avec et sans l'influence de la zone cathodique (cf. figure 1-7). L'influence de cette zone peut être négligée si le maillage près de la pointe de la cathode est optimal. D'après la figure 1-7, pour un courant de 200 A, il faut une cellule de taille 0,005 cm. La figure 1-8 montre que le calcul de la densité de courant est fonction de la taille des cellules proches de l'anode. Une comparaison avec des valeurs expérimentales indique une taille de cellules optimale. D'après la figure 1-8, il faut un maillage de 0,05 cm. Dans notre cas, contrairement aux travaux de [Low 97] un profil de densité de courant à la pointe de la cathode est imposé de façon à s'affranchir de la modélisation de l'électrode. C'est pourquoi, la taille des cellules à la pointe de la cathode est 6 fois plus importante, 0,3 mm, de façon à faire coïncider nos résultats issus de la simulation numérique de l'arc libre dans l'argon à 200 A aux données expérimentales de [Hsu 83]. Les hypothèses, les équations, la géométrie, les conditions aux limites et les différents résultats sont présentés dans la première partie du chapitre 3.

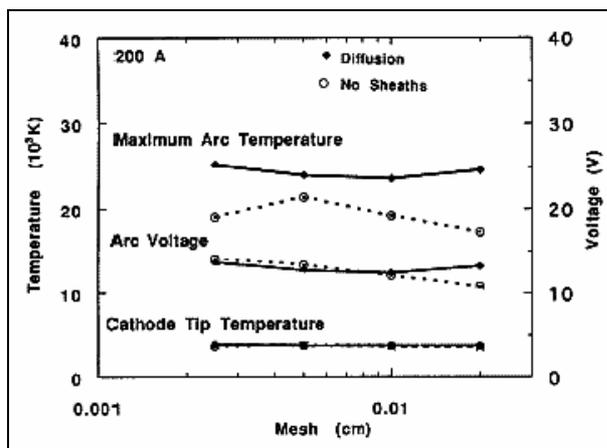


FIGURE I-7 : INFLUENCE DE LA TAILLE DES CELLULES CATHODIQUES SUR LES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ARC [Low 97].

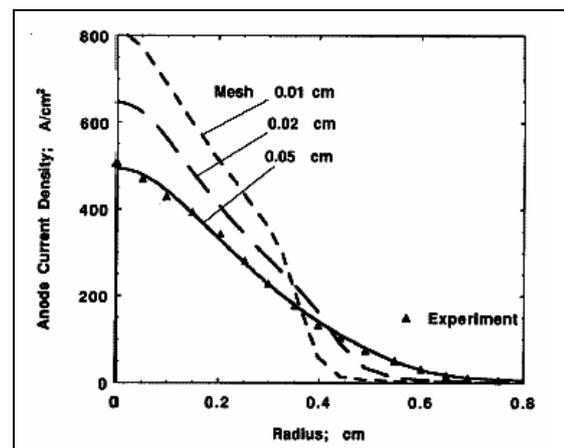


FIGURE I-8 : INFLUENCE DE LA TAILLE DES CELLULES ANODIQUES SUR LES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ARC [Low 97].

Les résultats obtenus par Zhu et al [Zhu 92] donnent des renseignements sur l'établissement de la condition aux limites de la densité de courant à la pointe de la cathode. En prenant le modèle de Richardson-Dushman pour la densité de courant, ces auteurs considèrent que le courant cathodique est uniquement électronique. Ils signalent toutefois que la prise en compte de la fraction de courant due aux ions n'apporterait, au niveau de la modélisation qu'ils ont faite, qu'une faible correction.

### 1.1.3 L'arc électrique de coupure

Nous avons regroupé les articles sur l'étude des arcs de coupure dans le tableau 1-5, le tableau 1-6 et le tableau 1-7. En accord avec le thème général de nos recherches, tous les articles traitent des appareils de coupure basse tension, à pression atmosphérique, où l'arc s'établit et s'éteint dans l'air. En suivant la même démarche que précédemment, nous avons attaché une attention particulière à ces articles en répondant aux questions suivantes :

- quel est le type d'appareil étudié ?
- quels sont les phénomènes étudiés : l'arc de coupure, les séparateurs, l'interaction entre l'arc et les parois du dispositif ?
- quelles sont les méthodes utilisées pour caractériser ces phénomènes ? S'il s'agit d'une approche théorique, on précise le modèle utilisé et la technique de résolution. Pour une approche expérimentale, on précise le moyen de diagnostic.
- pour une approche théorique, est-ce que les conditions aux limites apparaissent clairement, notamment à la périphérie des électrodes ?
- est-ce qu'il y a une confrontation entre les résultats issus de la simulation et les mesures expérimentales ?

Comme dans le cas des études sur les électrodes, nous présentons une liste non exhaustive d'une quinzaine d'articles. Après analyse des tableaux, nous établissons un regroupement de ces articles en deux groupes l'étude de l'arc électrique dans un appareil de coupure et la modélisation complète d'un appareil de coupure :

- l'étude de l'arc électrique dans un appareil de coupure :
  - l'influence des matériaux ferromagnétiques [Lin 01] ;
  - l'influence de la dimension de la cheminée d'échappement de la chambre de coupure [Lin 02] ;
  - l'influence des séparateurs [Brd 02][Deb 01] ;
  - l'étude des grandeurs électriques [Pod 01a][Pod 01b] ;
  - l'étude du reclaquage de l'arc [Fie 97][Deb 01] ;
  - l'étude de la présence de vapeurs métalliques [Hon 03a][Hon 03b].
- la modélisation complète d'un appareil de coupure [Deg 01][Dau 01][Swi 04][Rac 99][Bar 00][Dom 97].

#### L'étude de l'arc électrique dans un appareil de coupure

##### *L'influence des matériaux ferromagnétiques*

Lindmayer et al [Lin 01] proposent dans leur article, la modélisation des lignes de champ magnétique dans les amenées de courant. Pour cela, ils considèrent deux rails parallèles avec et sans pièce ferromagnétique (cf. figure 1-9).

auteurs références	appareil de coupure	intensité ; fréquence	caractéristiques recherchées	modèle ; technique de résolution ; schéma numérique	conditions aux limites	méthodes expérimentales	confrontation modèle / expérience
Doméjean & Chévrier & Fiévet et al [Dom 97]	disjoncteur basse tension	5 kA crête ; 50 Hz	interaction arc électrique / parois	modèle 2D ; équations de conservation instationnaire ; volumes finis	non	mesures électriques ; pression	oui
Fiévet & Barrault & Petit et al [Fié 97]	disjoncteur basse tension	5 kA crête ; 50 Hz	reclaque de l'arc ; interaction arc électrique / parois	modèle 2D ; équations de conservation instationnaire	non	mesures électriques ; caméra CCD	non
Rachard & Chévrier & Henry et al [Rac 99]	disjoncteur basse tension	2410 A crête ; 60 Hz	influence de la pression et des forces magnétiques sur le déplacement de l'arc de coupure	modèle 2D ; équations de conservation instationnaire ; éléments et volumes finis	non		non
Barcikowski & Lindmayer [Bar 00]	disjoncteur basse tension	100 A	échange d'énergie entre les différents compartiments du disjoncteur BT	modèle 3D ; bilan d'énergie ; éléments finis	oui	mesure température	oui
Debellut & Gary & Cajal et al [Deb 01]	disjoncteur basse tension	4000 A crête ; 50 Hz	reclaque de l'arc ; rôle des séparateurs			mesures électriques ; méthode inverse	non

TABLEAU 1-5 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (DÉBUT).

<b>auteurs références</b>	<b>appareil de coupure</b>	<b>intensité ; fréquence</b>	<b>caractéristiques recherchées</b>	<b>modèle ; technique de résolution ; schéma numérique</b>	<b>conditions aux limites</b>	<b>méthodes expérimentales</b>	<b>confrontation modèle / expérience</b>
Daube & Stammberger & Anheuser et al [Dau 01]	disjoncteur basse tension	150 kA crête	caractéristiques de l'arc électrique : température, vitesse, pression	modèle 3D ; équations de conservation instationnaire	non		non
Degui & Xu & Yingsan [Deg 01]	disjoncteur basse tension	3 kA crête ; 50 Hz	extinction de l'arc électrique	modèle 2D ; équations de conservation instationnaire ; éléments finis	non	mesures électriques	oui
Lindmayer & Springstube [Lin 01]	appareils de coupure	1 kA continu	influence des matériaux ferromagnétiques sur le comportement de l'arc électrique	modèle 3D ; équations de conservation instationnaire ; volumes finis	non		non
Podolsky & Sokolov & Akachev [Pod 01a]	appareils de coupure	8 kA/mm	densité linéique de l'arc électrique	modèle 2D ; équations de Maxwell	oui		non
Podolsky & Sokolov & Samoylov [Pod 01b]	appareils de coupure	10 kA	densité linéique de l'arc électrique	modèle 2D ; équations de Maxwell	oui		non

TABLEAU I-6 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (SUITE).

auteurs références	appareil de coupure	intensité ; fréquence	caractéristiques recherchées	modèle ; technique de résolution ; schéma numérique	conditions aux limites	méthodes expérimentales	confrontation modèle / expérience
Brdys & Toumazet & Laurent et al [Brd 02]	disjoncteur basse tension	1 à 7,3 kA crête ; 50 Hz	influence des séparateurs sur la coupure de l'arc électrique			caméra CCD ; mesures électriques et magnétiques ; méthode inverse	non
Lindmayer [Lin 02]	disjoncteur basse tension	500 à 8 kA RMS ; 50 Hz	influence de la dimension de la cheminée d'échappement de la chambre de coupure sur le comportement de l'arc électrique	modèle 3D ; équations de conservation instationnaire ; volumes finis	non	caméra CCD	oui
Hong & Sandolache & Lan et al [Hon 03]	disjoncteur basse tension	5 kJ ; 50 Hz	présence de vapeurs métalliques dans le plasma d'arc			spectroscopie	non
Swierczynski & Gonzalez & Gleizes [Swi 04]	disjoncteur basse tension	100 A ; 50 Hz	grandeurs caractéristiques de l'arc électrique ; position des pieds d'arc	modèle 3D ; équations de conservation ; volumes finis	non		oui

TABLEAU 1-7 : SYNTHÈSE SUR L'ÉTUDE DES ARCS ÉLECTRIQUES DE COUPURE PUBLIÉES DANS DES REVUES (FIN).

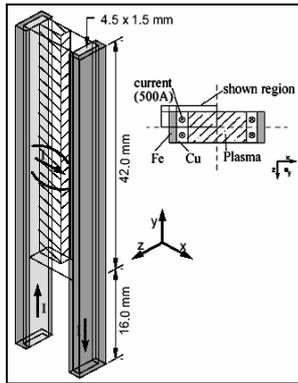


FIGURE 1-9 : DOMAINE DE CALCUL POUR LE CHAMP MAGNÉTIQUE [Lin 01].

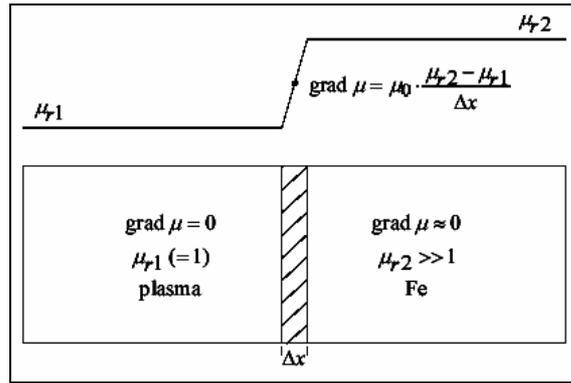


FIGURE 1-10 : UN MODÈLE DE RÉPARTITION DE LA PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE – PLASMA/FER [Lin 01].

Leur étude est basée sur les équations de Maxwell, la figure 1-10 donne un modèle de répartition de la perméabilité magnétique à l'intérieur du matériau et dans le plasma.

Les résultats, pour un courant de 500 A, sont présentés (cf. figure 1-11 et figure 1-12). Pour des amenées de courant en cuivre la densité moyenne du champ magnétique est de  $84 \mu\text{T}\cdot\text{A}^{-1}$ . La différence entre deux lignes représente une excitation magnétique de  $1,49\text{e-}05 \text{ nT}\cdot\text{m}$ .

Pour un courant constant de 1000 A, la concentration des lignes de champ par les bandes en fer a pour conséquence une augmentation de 28 % de la densité moyenne du champ magnétique, soit  $108 \mu\text{T}\cdot\text{A}^{-1}$ . En effet, la perméabilité du fer étant de  $10^3$  à  $10^4$  fois plus élevée que la perméabilité du cuivre, la concentration des lignes de champ par les matériaux ferromagnétiques amplifie le champ magnétique créé par la circulation du courant dans les électrodes. Ceci se traduit par une élévation des forces de Lorentz et, par conséquent, de la vitesse de déplacement de l'arc de coupe (cf. figure 1-12). Dans notre cas, les hypothèses du modèle ne permettent pas de prendre en considération l'effet de ces forces. En effet, la simulation de l'arc de coupe étant réalisée en régime stationnaire (cf. chapitre 4), la notion de déplacement de la colonne de l'arc ne peut être considérée.

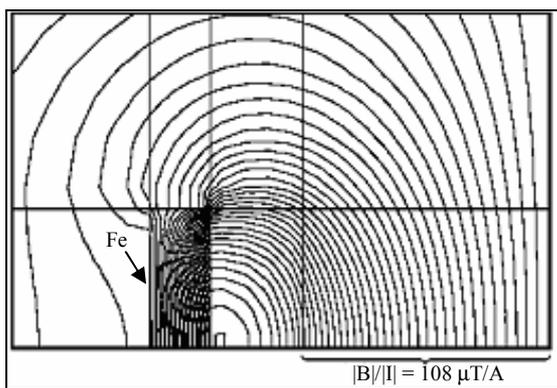


FIGURE 1-11 : LIGNE DE CHAMP MAGNÉTIQUE AVEC PIECE FERROMAGNETIQUE [Lin 01].

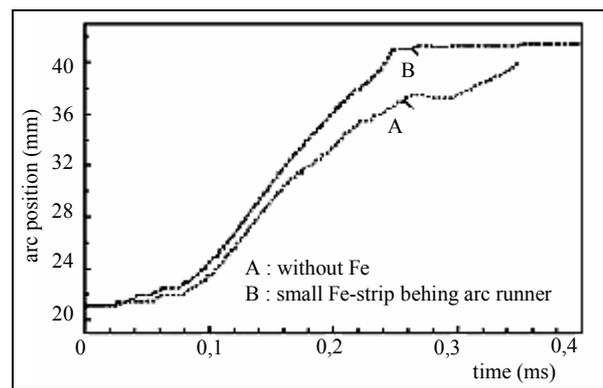


FIGURE 1-12 : POSITION DE L'ARC AVEC ET SANS PIECE FERROMAGNETIQUE [Lin 01].

### L'influence de la dimension de la cheminée d'échappement du gaz

Dans la configuration représentée figure 1-13, Lindmayer [Lin 02] étudie l'influence d'une ouverture dans la chambre de coupe.

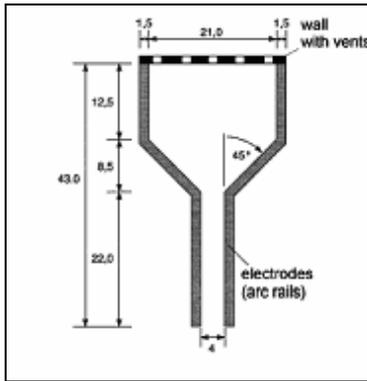


FIGURE 1-13 : DOMAINE DE CALCUL  
[Lin 02].

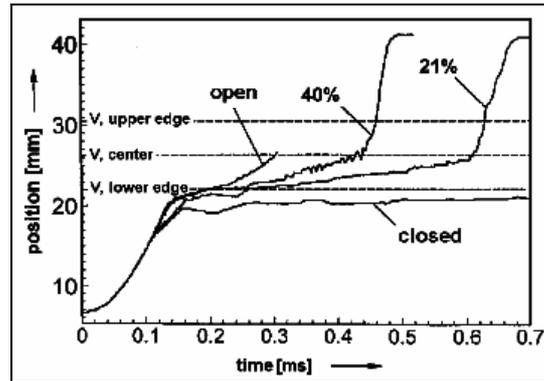


FIGURE 1-14 : POSITION DE L'ARC EN FONCTION DE  
L'OUVERTURE DE LA CHEMINÉE D'ÉCHAPEMENT DES  
GAZ [Lin 02].

Une modélisation en 3D par les équations de conservation montre l'influence du champ de pression et, par conséquent, l'influence du gradient de température sur la vitesse de convection du gaz. Pour une ouverture complète et un courant de 8000 A efficace, l'arc dépasse les 22 mm en 0,2 ms environ. En revanche pour une chambre fermée l'arc stagne dans la zone des rails parallèles, en dessous des 22 mm (cf. figure 1-14).

#### *L'influence des séparateurs*

Brdys et al [Brd 02][Deb 01] étudient l'influence des séparateurs sur l'arc électrique. La méthode utilisée est la mesure du champ magnétique. Brdys et al [Brd 02] effectuent ces mesures à l'aide de capteurs à effet Hall, tandis que [Deb 01] utilisent des microbobines. Dans les deux cas, l'étude consiste à exploiter des mesures de l'induction magnétique créée par la totalité du circuit électrique en différents points extérieurs à ce circuit. Les capteurs permettent d'obtenir la mesure ponctuelle de la composante de l'induction dans une direction et permettent de traiter cette information afin de reconstituer la forme de l'arc. Le principe est de disposer une matrice de sondes, capteurs à effet Hall ou microbobines, en dehors du trajet de l'arc. Ainsi, on obtient en autant de points qu'il y a de sondes, une composante de la projection du champ magnétique induit par l'évolution de l'arc. Le rôle des séparateurs est de créer autant d'électrodes supplémentaires intercalées sur le trajet de l'arc. Ils permettent donc d'augmenter la tension de l'arc par l'addition des chutes de tensions anodiques et cathodiques, d'une part, et, de sectionner l'arc en l'obligeant à consommer plus d'énergie pour ioniser la zone froide occupée par les séparateurs, ce qui accélère son extinction, d'autre part.

Debllut [Deb 01] et Brdys et al [Brd 02] montrent que le comportement de l'arc est modifié par la présence de plusieurs séparateurs. Cette présence fait obstacle à l'arc, l'empêchant de poursuivre son évolution vers le haut des électrodes. Cette analyse est similaire quel que soit le type d'électrodes utilisées : cuivre, acier ou fer. Un diagnostic optique, réalisé à l'aide d'une caméra CCD, permet de valider les résultats. [Deb 01] observe qu'un décalage des séparateurs permet de diminuer cet effet.

#### *L'étude des grandeurs électriques*

[Pod 01a] et [Pod 01b] s'intéressent à la répartition de la densité de courant entre deux rails parallèles. Leur modèle est fondé sur la résolution de l'équation de Poisson pour le potentiel. L'allure du potentiel électrique est donnée ainsi qu'un modèle de la répartition de la résistivité électrique. Il s'agit d'une représentation logarithmique pour le potentiel. En ce qui

concerne la résistivité électrique, ils considèrent deux cas : arc concentré ou arc diffus. A partir de là, ils aboutissent à la résolution d'une équation avec pour inconnue la densité de courant. Les données exploitées sont la répartition de la résistivité en fonction de la densité linéique de courant et ceci pour un courant de 10 kA.

#### *L'étude du reclaquage de l'arc*

Fiévet et al [Fie 97] caractérisent le milieu propice à un reclaquage :

- présence d'un gaz faiblement ionisé ;
- température minimum de 4000 K ;
- tension supérieure à 300 V (400 V pour Debollut et al [Deb 01]) ;
- présence de vapeurs métalliques issues des électrodes.

L'apparition d'un second arc est due, entre autre, à la présence d'un fort champ électrique [Deb 01]. Ces résultats proviennent d'une étude expérimentale, diagnostic optique, et d'une modélisation 2D par les équations de conservation. L'ensemble de ces travaux montre que la durée moyenne du phénomène est de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. Grâce au modèle mis au point pour l'étude des phénomènes de reclaquage, la répartition du courant entre les séparateurs peut être déterminée pour plusieurs instants donnés.

#### *L'étude de la présence de vapeurs métalliques*

Hong et al [Hon 03a] ont montré que divers atomes métalliques : cuivre et argent étaient présents dans le plasma d'arc. Pour cela, ils ont effectué des mesures de spectroscopie d'absorption large bande en utilisant une source de rayonnement spécialement développée pour ce type de mesure [Hon 03b]. L'arc électrique est créé par la décharge d'un banc de condensateurs après la séparation des deux contacts montés sur les électrodes en cuivre (cf figure 1-15).

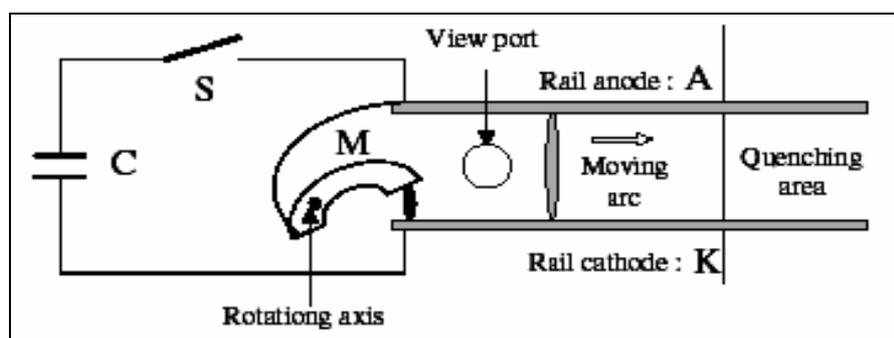


FIGURE 1-15 : UN MODÈLE DE DISJONCTEUR BASSE TENSION [Hon 03B].

A partir du spectre d'absorption dans la gamme 510 à 523 nm, la concentration de cuivre, la température des électrons et la concentration d'argent ont été déterminées en supposant l'équilibre thermodynamique local. Pour un courant de 5000 A crête, la concentration totale de l'atome de cuivre est de  $1,4 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$  celle de l'argent  $2,5 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$  et la température est de 8935 K.

#### La modélisation complète d'un appareil de coupure

Barcikowski et Lindmayer [Bar 00] étudient les échanges de chaleur entre les différents compartiments d'un disjoncteur basse tension. Pour cela, ils décomposent l'appareil

en 3 zones : la zone de détection magnétique, la zone de détection thermique, la zone des contacts, des amenées de courant et de la chambre de coupure. En utilisant les équations de conservation, ils comparent les mesures expérimentales et théoriques de la température dans les trois zones.

Degui et al [Deg 01] et Daube et al [Dau 01] proposent une modélisation de l'arc électrique en 3D dans une chambre de coupure avec séparateurs. Leur modèle repose sur la résolution des équations de conservation en instationnaire. Une étude de la bobine de détection par [Deg 01] permet de calculer la vitesse d'ouverture des contacts. Cette étude est réalisée en faisant un bilan des forces : force de répulsion, force magnétique, force de maintien et frottements. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, ils tracent la position des contacts en fonction du temps.

[Swi 04] s'intéresse au calcul du champ magnétique créé par le courant circulant dans la cathode et l'anode et le champ magnétique créé par l'arc (cf. figure 1-16). Afin d'améliorer le temps de calcul nécessaire pour la résolution des équations de la magnétohydrodynamique, ils proposent deux méthodes différentes pour résoudre les équations de Maxwell. En ce qui concerne les amenées de courant, elles sont considérées comme des segments rectilignes. L'équation de Biot et Savart donne une bonne approximation du champ magnétique, pour le cas de l'arc, il est préférable d'appliquer la méthode du potentiel vecteur. Un résultat de la simulation est donnée figure 1-17, il s'agit de la position des pieds d'arc ; le pied anodique effectue un mouvement de recul au bout d'environ 350  $\mu$ s.

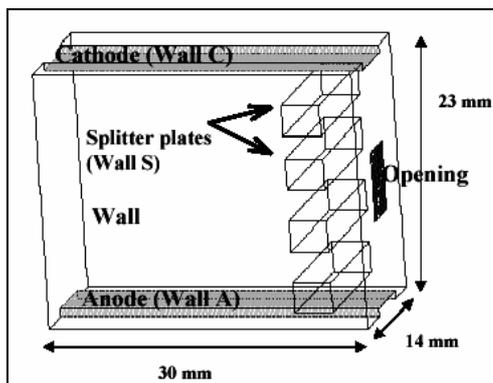


FIGURE 1-16 : DOMAINE DE CALCUL : CHAMBRE DE COUPURE D'UN DISJONCTEUR BASSE TENSION [Swi 04].

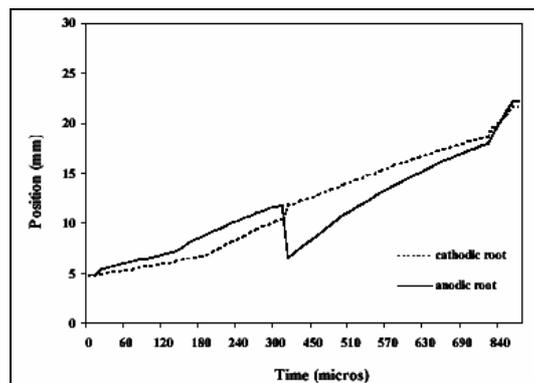


FIGURE 1-17 : POSITIONS DES PIEDS D'ARC [Swi 04].

## 1.2 Orientation de nos travaux de recherche

A partir de la synthèse bibliographique sur l'étude expérimentale et théorique des arcs électriques que nous venons d'effectuer, nous donnons à présent l'orientation de nos travaux de recherche.

### 1.2.1 L'arc électrique : modèle mathématique – technique de résolution numérique

Pour notre étude, on considère l'arc électrique comme un fluide neutre conducteur. Les équations de conservations peuvent être alors appliquées. La conductivité du fluide nous impose de coupler aux équations de conservation, les équations électromagnétiques de Maxwell. L'ensemble de ce système ainsi formé constitue les équations de la magnétohydrodynamique qui seront présentées dans la première partie du chapitre 2. La

résolution de ce système d'équations aux dérivées partielles non linéaires ne présente pas de solution analytique. C'est pourquoi, l'utilisation d'une méthode numérique adéquate s'impose. D'autant plus que la puissance croissante des ordinateurs permet aujourd'hui d'aborder des problèmes de plus en plus complexes.

A partir de là, nous proposons une étude des méthodes numériques adaptées à ce genre de problème dans la deuxième partie du chapitre 2. Nous choisissons volontairement de détailler deux méthodes qui répondent parfaitement à ces critères : la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. La validation de notre méthode de résolution numérique est réalisée par une confrontation de nos résultats de simulation numérique d'un arc libre à 200 A avec ceux issus de la littérature.

### 1.2.2 L'arc libre

Parmi les articles que nous avons recensés, plus de la moitié concerne l'arc libre dans l'argon pour des courants inférieurs à 600 A. Des études expérimentales permettent de confirmer dans la plupart des cas les modèles théoriques, justifiant ainsi les conditions aux limites nécessaires pour la modélisation. Même si l'étude expérimentale des pieds d'arc est difficile, de part leur taille généralement inférieure au libre parcours moyen des espèces, les travaux réalisés permettent d'obtenir des indications essentielles en vue d'une simulation : température et densité de courant à la cathode, taille des cellules, etc. De plus, lorsqu'il s'agit d'une modélisation 2D ou 3D, nous constatons que la méthode de résolution est presque systématiquement de type volumes finis. Nous avons décidé, dans la première partie du chapitre 3, de modéliser un arc libre dans l'argon à 200 A. Une géométrie simple et des résultats validés dans la littérature ont guidé ce choix. Afin de tester la validité de notre modèle, nous confrontons, dans la deuxième partie de ce chapitre, nos résultats avec ceux d'autres auteurs. Ainsi, nous discuterons du rôle joué par la géométrie de la cathode, les coefficients de transport, la nature du gaz et la condition aux limites pour la densité de courant. Le code validé, la dernière partie de ce mémoire concerne le sujet principal de nos travaux de recherche : la modélisation tridimensionnelle d'un arc de coupure.

### 1.2.3 L'arc de coupure

La simulation des arcs électriques dans les appareils de coupure est dans la plupart des cas réalisée sur des géométries complexes où peu de justifications sont faites quant aux conditions aux limites, au maillage et aux choix des méthodes numériques utilisées. De plus, très peu d'articles comparent leur résultat par une autre approche. Enfin, en ce qui concerne les arcs de coupure, les travaux portent essentiellement sur le disjoncteur. De part sa structure et sa fonction dans un réseau de distribution, il est l'un des appareils de protection le plus complexe. Ce premier point peut justifier le nombre important de travaux de recherche qui lui est consacré.

Pour l'ensemble des articles la modélisation est tridimensionnelle et instationnaire. Le modèle mathématique de l'arc électrique, considéré comme un plasma thermique, est fondé sur les équations de la magnétohydrodynamique. En se référant à la figure 1-18 leur analyse est centrée sur les étapes 4, 5 même si dans la plupart des cas les séparateurs sont présents dans le domaine de calcul [Swi 04][Dau 01]. En effet, l'étude théorique des arcs de coupure dans les séparateurs, étape 6, doit comporter un modèle qui assure la continuité du courant électrique entre les arcs et les séparateurs. Chen et al [Che 01] se sont intéressés, en plus de la modélisation de l'arc électrique, au déclenchement des contacts en modélisant le mécanisme

de détection du courant de défaut. Ils ont pu ainsi trouver un modèle mathématique reliant le déplacement des électrodes au temps de commutation.

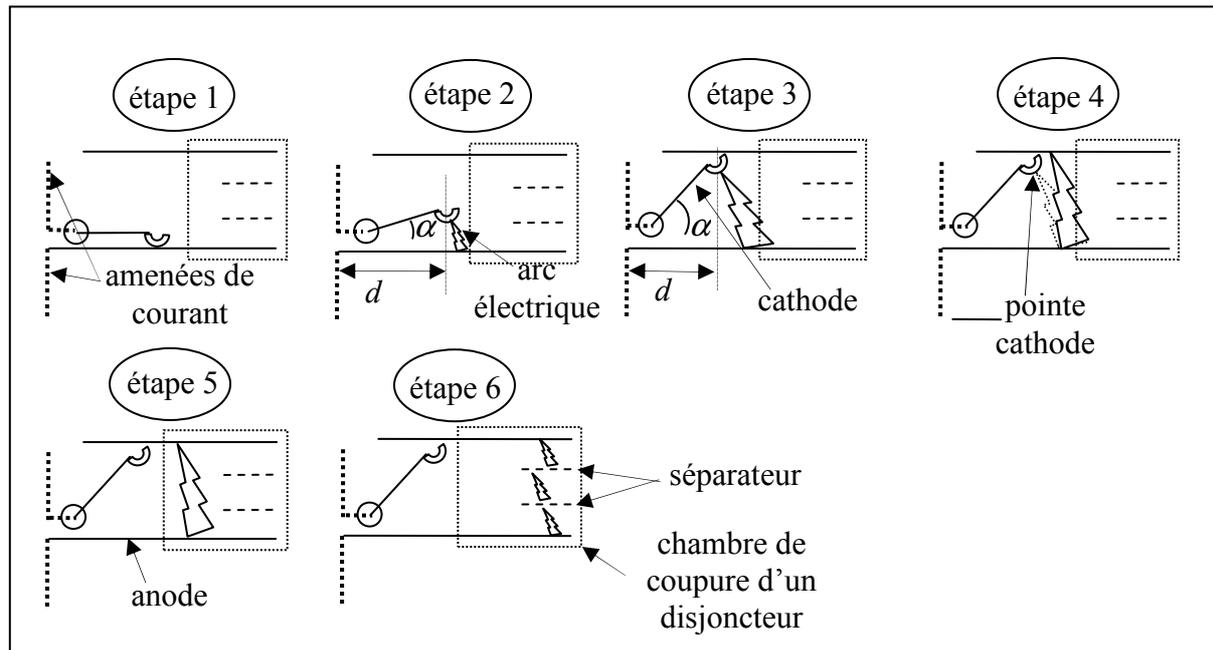


FIGURE I-18 : LES DIFFÉRENTES ÉTAPES D'UN ARC DE COUPURE.

En ce qui nous concerne, une modélisation d'un arc électrique dans les appareils de coupure basse tension est proposée. Les appareils étudiés sont le disjoncteur, le contacteur, l'interrupteur et le sectionneur. Notre modèle est tridimensionnel et en régime stationnaire. Dans chacune des configurations correspondantes au quatre dispositifs de coupure, une étude de l'influence des forces magnétiques sur la forme de la colonne de l'arc est réalisée lorsque celui-ci est encore entre les contacts (étape 2 ou étape 3). Pour cela, nous allons prendre en considération deux paramètres : l'angle d'ouverture  $\alpha$  de la cathode et la distance  $d$  entre les amenées de courant et les électrodes. Ceci constitue le sujet principal du chapitre 4.

## 1.3 Les appareils de coupure basse tension

### 1.3.1 Introduction

L'appareillage électrique de coupure constitue un ensemble de produits très variés, dont le rôle est de protéger les installations électriques contre les défauts accidentels et garantir un fonctionnement correct des charges utilisatrices. Ces produits sont appelés constituants d'appareillage et remplissent des fonctions élémentaires, qu'il faut associer entre elles pour réaliser des fonctions plus complexes.

Le rôle fondamental de l'appareillage de coupure est l'ouverture des circuits électriques, ce qui a donné lieu à l'appellation générale d'appareils de connexion. Cette dénomination correspond à une fonction élémentaire, que l'on retrouve dans la quasi-totalité des constituants. Il faut, cependant, distinguer entre eux [Fec 84] :

- les constituants qui assurent la connexion des circuits de puissance, où le passage du courant est contrôlé pour son usage énergétique et pour lesquels la coupure du circuit

représente l'essentiel de la difficulté, d'où leur appellation plus restrictive d'appareils de coupure ;

- les constituants qui opèrent dans les circuits de faible puissance, où circulent des signaux de commande ; ils ont été considérés à l'origine comme de simples appareils auxiliaires, mais se sont considérablement développés dans des fonctions d'automatisme, c'est-à-dire de commande, de détection et de traitement logique ; ils ont longtemps conservé une technologie exclusivement électromécanique, mais utilisent largement aujourd'hui les semi-conducteurs ; si certains de ces nouveaux constituants sont de simples substituts technologiques, d'autres sont de véritables produits informatiques dotés de fonctions nouvelles.

Nous allons nous intéresser tout particulièrement aux appareils de coupure basse tension dont la coupure est réalisée par l'ouverture de deux contacts dans l'air : le disjoncteur, le sectionneur, l'interrupteur, le contacteur. Le tableau 1-8 rappelle la classification des installations électriques en cinq domaines, selon la valeur de la tension nominale.

domaines	courant alternatif (V efficace)	courant continu (ondulation < 15%)
HTB	$U > 50 \text{ kV}$	$U > 75 \text{ kV}$
HTA	$1 \text{ kV} < U \leq 50 \text{ kV}$	$1,5 \text{ kV} < U \leq 75 \text{ kV}$
BTB	$500 \text{ V} < U \leq 1 \text{ kV}$	$750 \text{ V} < U \leq 1,5 \text{ kV}$
BTA	$50 \text{ V} < U \leq 500 \text{ V}$	$120 \text{ V} < U \leq 750 \text{ V}$
TBT	$U \leq 50 \text{ V}$	$U \leq 120 \text{ V}$

TABLEAU 1-8 : DOMAINE DE TENSION / UTE C18-510 ART. 2.3.2.

Un exemple de réseau basse tension de type souterrain, utilisé en zone urbaine [Cro 91], permet de situer ces dispositifs dans une installation électrique (cf. figure 1-19).

Il comporte en série, depuis le client (C) jusqu'en amont du transformateur moyenne tension / basse tension, les protections suivantes :

- le disjoncteur **d** du client ;
- les coupe-circuit à fusibles **AD** d'accompagnement de ce disjoncteur ;
- les coupe-circuit à fusibles sectionneurs **FC** de pied de colonnes montantes des immeubles ;
- les coupe-circuit à fusibles sectionneurs **FD** des départs BT ;
- les coupe-circuit à fusibles **FMT** du transformateur MT/BT.

On trouve également, de part et d'autre du transformateur T, des interrupteurs sectionneurs pour la basse tension **IBT** et la moyenne tension **IMT**.

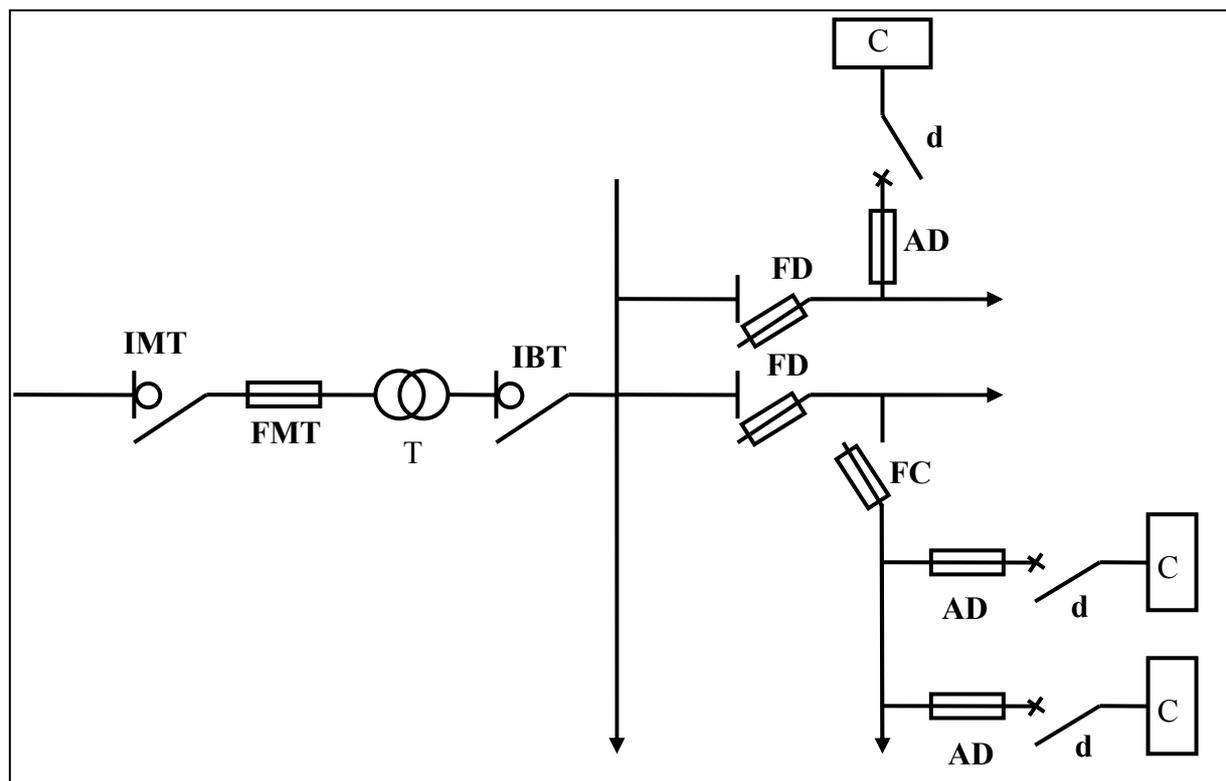


FIGURE 1-19 : UN EXEMPLE DE RÉSEAU ÉLECTRIQUE DE TYPE SOUTERRAIN.

### 1.3.2 Description de l'appareillage [Lag 00][Mau 00][Mor 90]

#### Les sectionneurs

Les sectionneurs sont avant tout des organes de sécurité utilisés pour ouvrir ou fermer un circuit lorsqu'il n'est pas parcouru par un courant. Ils sont prévus pour isoler, par rapport au reste du réseau, un ensemble de circuits, un appareil, une machine, une section de ligne ou de câble, afin de permettre au personnel d'exploitation d'y accéder sans danger. Une fonction complémentaire de protection par fusibles est souvent ajoutée pour protéger la ligne d'alimentation (cf. figure 1-20).

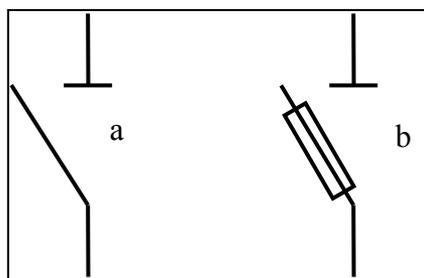


FIGURE 1-20 : SYMBOLE DU SECTIONNEUR.

a) SANS FUSIBLE.

b) AVEC FUSIBLE.

En principe, les sectionneurs n'ont pas à interrompre de courants ; cependant, certains sectionneurs peuvent être amenés à couper des courants de transfert de barres, jusqu'à 1 600 A sous 10 à 300 V et les sectionneurs de terre doivent être capables de couper les courants induits qui peuvent circuler dans les circuits hors tension par couplage capacitif et inductif avec les circuits adjacents sous tension, jusqu'à 160 A sous 20 kV.

### Les interrupteurs

Les interrupteurs sont des appareils destinés à établir et à interrompre un circuit dans des conditions normales de charge.

Certains interrupteurs sont prévus pour remplir également les fonctions de sectionneur. Leurs performances sont limitées car, s'ils sont capables d'éliminer les surcharges sur le réseau, ils ne peuvent en aucun cas interrompre un courant de court-circuit. De ce fait les interrupteurs sont utilisés en aval des disjoncteurs. En effet, le disjoncteur, par son pouvoir de coupure élevé, limite l'intensité lors d'un court-circuit. Les interrupteurs sont plus économiques que les disjoncteurs, ils sont utilisés pour protéger les circuits de prises de courant pour les locaux humides, salle d'eau, etc.

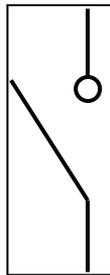


FIGURE 1-21 :  
SYMBOLE DE  
L'INTERRUPTEUR.

### Les contacteurs

Le contacteur est destiné à ouvrir ou fermer un circuit électrique par l'intermédiaire d'un circuit de commande (cf. figure 1-22). Ce circuit est isolé galvaniquement du circuit de puissance, ce qui permet :

- la commande à distance d'un récepteur ;
- la commande automatique du récepteur ;
- l'utilisation d'une tension de commande différente de celle du circuit commandé.

Son rôle est comparable à celui d'un interrupteur, mais il est capable de fonctionner avec des cadences très élevées. Ils possèdent une grande endurance électrique combinée avec une grande endurance mécanique. Ils sont généralement utilisés pour la commande de fours, de moteurs à haute tension ou d'équipements industriels divers qui nécessitent des manœuvres fréquentes. Ils ne peuvent jamais être utilisés comme sectionneurs et ne restent fermés que si leur bobine de commande est alimentée.

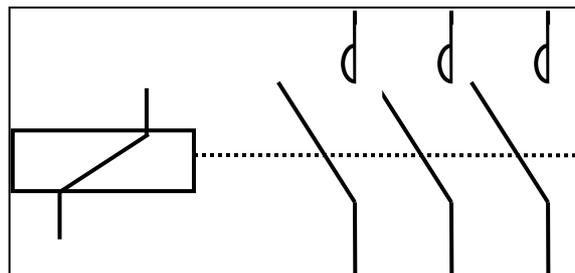


FIGURE 1-22 : SYMBOLE DU CONTACTEUR AVEC SA  
COMMANDE.

### Le disjoncteur basse tension

Un disjoncteur est destiné à établir, supporter et interrompre des courants, sous sa tension assignée, dans les conditions normales de service et dans les conditions anormales spécifiées : court-circuit, discordance de phases, etc.

C'est l'appareil de protection par excellence, capable d'une totale capacité d'intervention sans provoquer de surtension excessive sur le réseau. À un disjoncteur est très généralement associée à un système de protection, détectant un défaut et élaborant des ordres au disjoncteur pour éliminer automatiquement le défaut ou pour remettre en service un circuit lorsque le défaut présente un caractère fugitif ou a été éliminé par un autre disjoncteur.

Certains disjoncteurs sont équipés de matériels électroniques permettant à tout moment de connaître leur état : usure, pression de gaz pour la coupure, etc., ce qui permet à l'exploitant de programmer les opérations de maintenance et éventuellement de détecter, par des dérives de caractéristiques, un risque de défaillance. Ils peuvent aussi être équipés de dispositifs de synchronisation des ordres de fermeture et d'ouverture pour permettre de manœuvrer des lignes, des transformateurs, des réactances ou des condensateurs, sans provoquer de surtensions ou de courants d'appels susceptibles d'endommager les composants du réseau. Tous les types de relais et de systèmes de protection peuvent lui être associés pour assurer, dans les meilleures conditions, l'élimination des défauts qui surviennent dans les circuits qu'il protège.

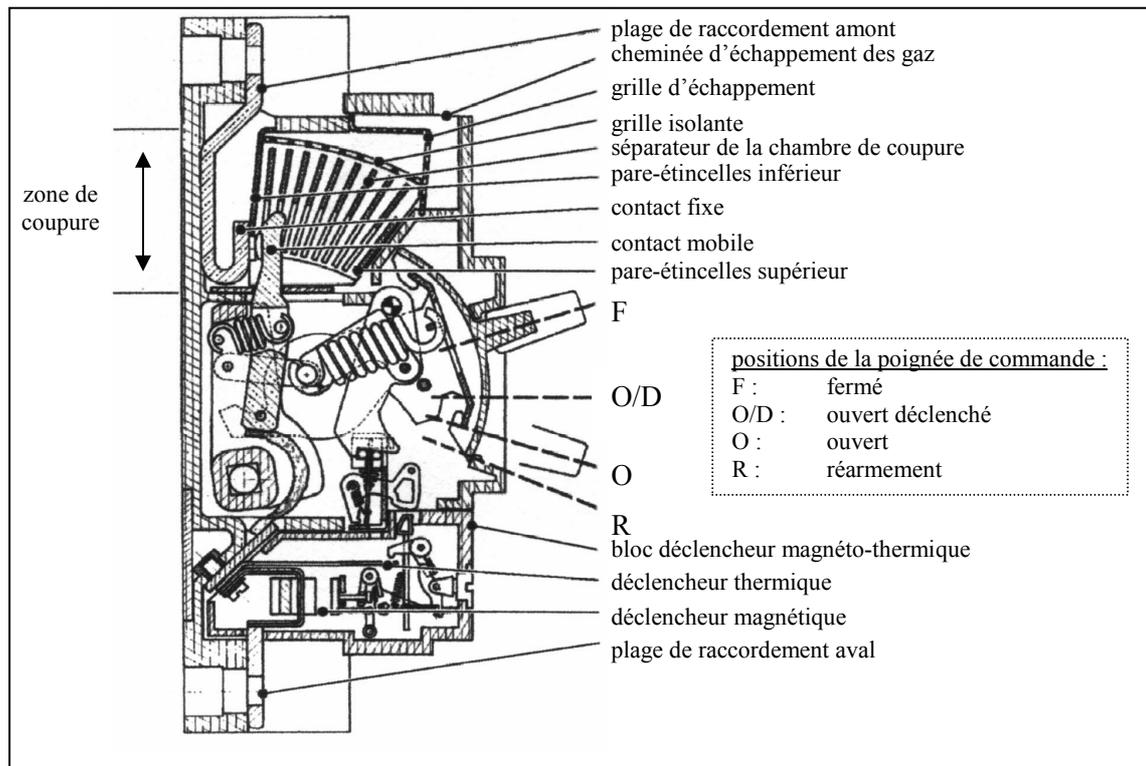


FIGURE 1-23 : COUPE D'UN DISJONCTEUR BT INDUSTRIEL [Mor 90].

Les courants de défauts ou de court-circuit sont détectés par un bloc déclencheur magnétothermique (cf. figure 1-23). En condition de surcharge, c'est l'atteinte d'un échauffement significatif qui provoque le déclenchement grâce à un élément thermo-mécanique : un bilame. Lorsque la surcharge est faible les températures évoluent vers une

position d'équilibre thermique. Le calibre nominal du déclencheur est défini par des conditions d'échauffement en régime asymptotique. Le déclencheur peut être compensé pour éviter l'influence de la température ambiante.

Pour des surcharges importantes, les échauffements évoluent en régime adiabatique. Le temps de déclenchement est donc fonction de l'état d'échauffement préalable du disjoncteur.

En condition de court-circuit, à partir d'un certain seuil de courant, les déclenchements seront assurés en instantané par un circuit magnétique qui actionne une palette ou un noyau.

### 1.3.3 Du courant de défaut à l'arc électrique [Lag 00][Mor 90]

#### Courant de défauts

Les courants de défaut ont principalement pour origine, soit :

- une surtension provoquée par la foudre ou par des manœuvres d'appareillage ;
- la dégradation des surfaces isolantes, par cheminement ou par dépôt de poussières conductrices ;
- la fissuration des isolants, réduisant la distance dans l'air au-dessous du minimum nécessaire ;
- la rupture mécanique des conducteurs eux-mêmes ou la présence de pièces métalliques étrangères.

#### Naissance d'un arc électrique

La présence d'un courant de défaut déclenche l'ouverture des contacts dans les appareils de coupure basse tension. Les arcs électriques se forment quasi instantanément à l'intérieur des appareils, aux points où les électrodes se séparent. En effet, les surfaces réelles de contact se réduisent lors de l'ouverture, ce qui provoque localement la fusion, puis la vaporisation du métal. L'arc électrique apparaît alors sans qu'une surtension soit nécessaire. Il faut rappeler qu'aucun appareil ne peut éliminer instantanément le courant d'un circuit inductif sans provoquer des surtensions que l'installation ne supporterait pas. L'arc électrique est donc un élément de transition indispensable, permettant d'attendre le passage du courant par la valeur nulle. Bien qu'il soit possible de trouver des exceptions à toute définition trop précise, on admet généralement que le nom d'arc électrique est associé à une décharge à forte densité de courant pour laquelle les processus thermiques sont dominants.

#### La coupure d'un courant de défaut

Pour éteindre un arc électrique il faut que la tension nécessaire à son entretien devienne supérieure à la tension fournie par le réseau d'alimentation. Il en découle deux principes d'action :

- l'allongement de l'arc ;
- la fragmentation de l'arc.

L'allongement de l'arc est obtenu sous l'effet simultané de la convection thermique et des efforts électrodynamiques : les forces de Lorentz. L'augmentation de la tension d'arc peut être obtenue également par la multiplication des chutes de tension anodiques et cathodiques réalisée par le deuxième principe d'action : la fragmentation.

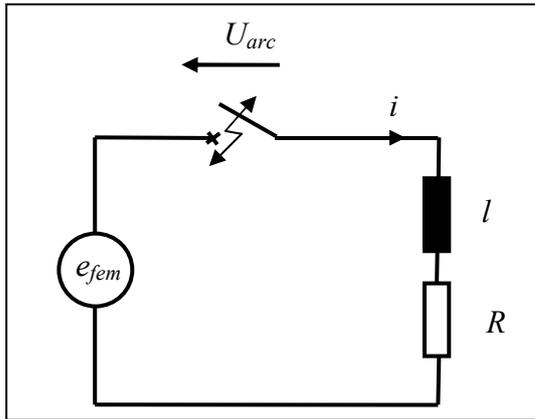


FIGURE 1-24 : RÉSEAU BT EN COURT CIRCUIT.

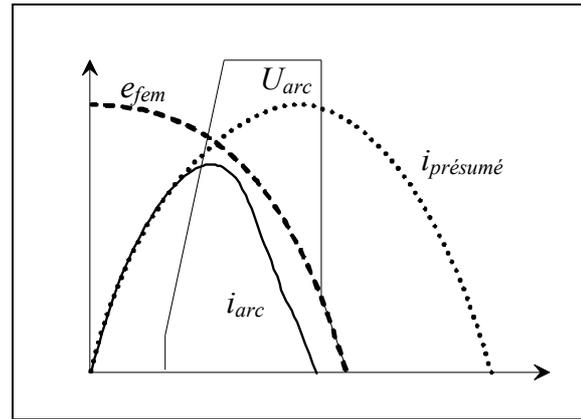


FIGURE 1-25 : ÉVOLUTION DES SIGNAUX LORS D'UN COURT-CIRCUIT.

Nous avons représenté sur la figure 1-24 un réseau en court-circuit. La résistance  $R$  représente les pertes par effet Joule dans les conducteurs et l'inductance  $l$  l'inductance de fuite du transformateur ramenée au secondaire additionnée à l'inductance des câbles. La force électromotrice  $e_{fem}$  est la tension en sortie du transformateur. Le courant établi à l'ouverture des contacts peut être calculé par la loi d'Ohm généralisée :

$$e_{fem} - Ri(t) - l \frac{di(t)}{dt} - U_{arc}(t) = 0 \quad (1.1)$$

Si on néglige la chute de tension résistives par rapport aux tensions inductives dans la ligne, la relation (1.1) devient :

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{e_{fem} - U_{arc}}{l} \quad (1.2)$$

D'après la relation (1.2) le courant décroît si la tension d'arc devient supérieure à la tension réseau. L'extinction peut alors avoir lieu avant les 10 ms correspondant à la demi période d'une tension réseau à 50 Hz (cf. figure 1-25).

#### Cas du disjoncteur basse tension

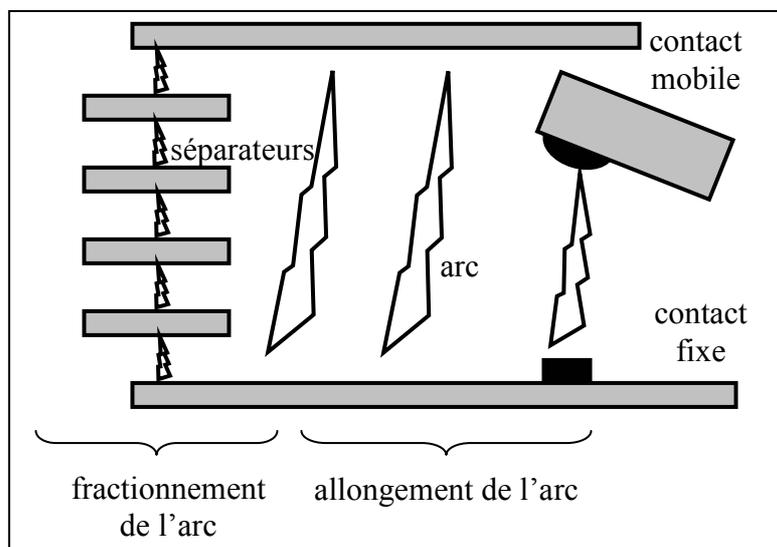


FIGURE 1-26 : CHAMBRE DE COUPURE D'UN DISJONCTEUR BT.

Les deux principes que nous venons de détailler pour augmenter la tension d'arc sont réalisés dans la chambre de coupure du disjoncteur basse tension (cf. figure 1-26).

A l'ouverture des contacts, l'arc s'allonge et est fractionné par un empilage de séparateurs disposés transversalement à la colonne d'arc. La chambre de coupure doit également absorber l'énergie développée par l'arc. Pour donner un ordre de grandeur de cette énergie, considérons une tension d'arc de 500 V et un courant de court circuit de 10 kA pendant 2 ms. L'énergie que doit absorber la chambre de coupure est égale à 10 kJ. Elle doit satisfaire des conditions de régénération diélectrique suffisantes pour assurer la coupure définitive malgré la présence de la tension réseau.



# Chapitre 2

## DÉFINITION ET MODÈLE MATHÉMATIQUE DES PLASMAS THERMIQUES

Dans une première partie, on cherche à établir un modèle mathématiques de l'arc électrique dans les dispositifs de coupure basse tension étudié dans le chapitre précédent. Le but ultime est d'être capable de prédire le comportement de ces dispositifs à partir de données purement macroscopiques qui sont, dans le cas de l'arc électrique, la géométrie, l'intensité du courant et le débit de gaz. On cherche donc des modèles qui associent les traitements mathématiques rigoureux de tous les mécanismes. Cependant, dans le cas des appareils de coupure basse tension, ce niveau de modélisation n'est pas atteint à cause de la complexité des phénomènes physiques, de leur formulation mathématique et des difficultés numériques engendrées par leur résolution. Dans notre cas, l'arc électrique étant assimilé à un fluide neutre et conducteur, le modèle mathématique de l'arc est fondé sur les équations de la magnétohydrodynamique. Dans une seconde partie, nous décrivons les méthodes de résolution numérique de ces équations aux dérivées partielles non linéaires que nous avons exploitées.

### 2.1 Notions fondamentales

#### 2.1.1 L'arc électrique

Dans les appareils de coupure basse tension, l'amorçage de l'arc est la conséquence de la fusion des électrodes. Lorsque les contacts se séparent, la totalité du courant du circuit passe par une surface de très faible dimension, inférieure à  $1 \text{ mm}^2$ . En raison des irrégularités de surface, les zones d'appui des deux contacts se limitent à quelques aspérités peu avant la séparation complète. La résistance du pont ainsi créée augmente. La puissance dissipée conduit à une élévation de température, suffisante pour provoquer la fusion du métal. Il se forme ainsi entre les deux contacts un pont fondu. Ce pont s'allonge au fur et à mesure de l'écartement des pôles. Il est alors soumis à de fortes instabilités qui entraînent sa rupture. Celle-ci prend l'aspect d'une explosion se traduisant par l'éjection de vapeurs métalliques et de

fines gouttelettes. Ce plasma thermique de vapeurs métalliques est rapidement remplacé par un plasma thermique formé à partir du gaz ambiant et l'arc ainsi créé se maintient si la source d'alimentation est suffisante.

### La zone cathodique

L'émission des électrons est réalisée au niveau de la cathode dont le potentiel électrique est négatif par rapport au plasma. Ce mécanisme d'émission couplé à la densité d'énergie considérable de ce milieu de très faible volume rend son étude théorique et expérimentale délicate. On distingue trois types d'émission électronique indispensable à la continuité du courant [Ros 01] :

- l'émission thermoélectronique ou thermoionique : caractéristique des arcs dont le matériau cathodique a un point de fusion élevé (graphite, tungstène). Elle a lieu pour une gamme de températures élevée et des champs électriques faibles, généralement inférieurs à  $10^9 \text{ V.m}^{-1}$  ;
- l'émission par effet de champ : pour des domaines de fort champ électrique et de faible température. Cette émission est caractéristique des matériaux cathodiques à bas point de fusion ;
- l'émission thermoélectronique à effet de champ (émission TF) : en pratique, l'émission de champ se superpose souvent à l'émission thermoélectronique. En effet, le champ surfacique est produit par des charges statistiquement distribuées dans la zone cathodique.

### La colonne d'arc

La colonne d'un arc est composée d'un plasma. Le plasma est formé de particules provenant du gaz, des parois et des électrodes. La densité électronique supérieure à  $10^{20} \text{ m}^{-3}$ , est maintenue par la haute température régnant dans cette région, supérieure à 10 kK. La répartition du potentiel à travers la colonne est quasi-linéaire, ce qui impose au champ électrique d'être pratiquement constant. Les électrons acquièrent rapidement une grande énergie sous l'effet du champ électrique. Ils communiquent par la suite cette énergie aux ions et aux molécules par collision. On considère le nombre de collisions suffisant pour homogénéiser les températures des électrons, des ions et des atomes. La colonne est supposée macroscopiquement neutre. Enfin, dans cette zone, l'échange d'énergie avec l'extérieur se fait par convection, conduction, rayonnement et ablation.

### La zone anodique

Elle réalise la transition entre l'électrode positive et la zone de plasma électriquement neutre. L'anode joue le rôle d'un collecteur d'électrons, ce qui contribue à l'essentiel de l'énergie qui lui est transférée. De ce fait, pour les arcs à pression atmosphérique, la tache anodique est toujours présente et très lumineuse, ce qui va provoquer l'érosion du matériau. Sa surface est généralement plus grande que celle de la cathode et donc la densité de courant sur celle-ci est moins grande.

### Le champ électrique

D'un point de vue énergétique, la zone cathodique d'injection des électrons et la zone anodique de génération des ions sont les lieux de fortes chutes de tension. La colonne positive absorbe l'énergie nécessaire au maintien du plasma. La figure 2-1 donne schématiquement la

répartition du potentiel entre les deux électrodes. On remarque une croissance monotone du potentiel dans la colonne positive. Les particules chargées sont donc soumises à un champ électrique longitudinal sensiblement constant. La figure 2-2 donne l'évolution du champ électrique axial dans un arc d'air de rayon 3 mm à pression atmosphérique.

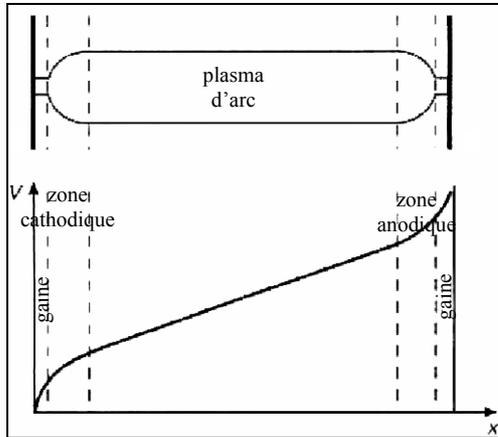


FIGURE 2-1 : LA TENSION D'ARC [Vac 00].

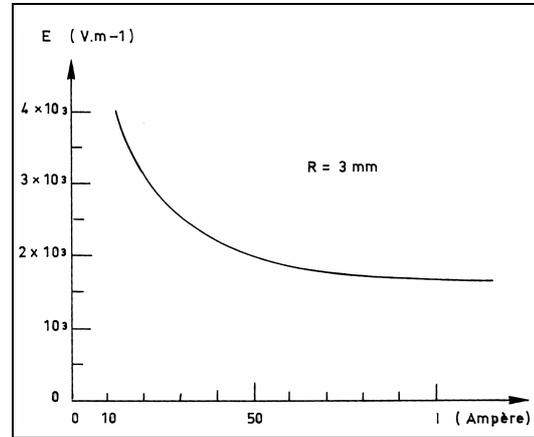


FIGURE 2-2 : CHAMP ÉLECTRIQUE AXIAL DANS UN ARC STABILISÉ PAR PAROIS [Vac 00].

### 2.1.2 Le plasma thermique

#### Définitions

Le plasma est le quatrième état de la matière, faisant suite dans l'échelle des températures aux trois états classiques, solide, liquide et gaz. Les plasmas thermiques sont des plasmas pour lesquels les densités électroniques varient  $10^{20} \text{ m}^{-3}$  à  $10^{26} \text{ m}^{-3}$  à 10 kK. Ce sont des milieux gazeux constitués de molécules d'atomes, d'ions et d'électrons, l'ensemble est généralement supposé électriquement neutre. C'est ce type de plasma que l'on retrouve dans les appareils de coupe et les arcs libres. Dans les plasmas thermiques, il existe plusieurs types d'équilibre thermodynamique comme par exemple les plasmas à l'équilibre thermodynamique complet (ETC), les plasmas à l'équilibre thermodynamique local (ETL), les plasmas hors d'équilibre chimique et/ou thermique. Le plasma est dit à l'ETC lorsqu'il est entièrement caractérisé par quatre lois avec une seule température : la loi de distribution de Maxwell-Boltzmann, la loi de distribution de Boltzmann, la loi d'action de masse et la loi de Planck. On parle d'ETL lorsque l'ETC est vérifié localement. Dans un plasma thermique, lorsque toutes les réactions chimiques sont équilibrées, il est considéré à l'équilibre chimique. Enfin, les plasmas hors équilibre thermique sont caractérisés par plusieurs températures. La notion de température est délicate. Néanmoins, nous pouvons définir les températures de translation :

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_b T \quad (2.1)$$

Et les températures internes, excitation, rotation et vibration pour lesquelles la distribution de Boltzmann est satisfaite.

$$T = - \frac{E_1 - E_2}{k_b} \ln \frac{g_1 N_2}{g_2 N_1} \quad (2.2)$$

Pour la suite de nos travaux, nous allons considérer l'équilibre thermodynamique local.

### Notions de coefficients de transports

Dans l'étude de l'appareillage de coupure ou les arcs libres, il existe des gradients de température, de densité, de quantité de mouvement et de tension. Par exemple, le flux de chaleur est dirigé des régions chaudes vers les régions froides, et le flux de particules des régions de forte densité vers les régions de densité plus faible. Les flux sont donc proportionnels aux gradients de densité, de vitesse ou de température. Ces facteurs de proportionnalité correspondant aux coefficients de transport que sont la diffusion  $\Gamma$ , la viscosité  $\mu$ , la conductivité thermique  $k$  et la conductivité électrique  $\sigma$ . A l'équilibre thermodynamique, ces propriétés de transport peuvent être calculées par une seule température [Rat 01] (cf tableau 2-1).

flux de particules	flux de chaleur	flux de densité de courant	flux de quantité de mouvement suivant $x$
$-\Gamma \text{grad } n$	$-k \text{grad } T$	$-\sigma \text{grad } U$	$-\mu \frac{dv_x}{dz}$

TABLEAU 2-1 : COEFFICIENTS DE TRANSPORT.

## 2.2 Les équations de la magnétohydrodynamique ou MHD

### 2.2.1 La dérivée particulaire

Soit  $\Phi$  une propriété qui dépend de la masse  $m$  de la particule fluide. Ce paramètre peut s'écrire en fonction d'un paramètre  $\varphi$ , qui ne dépend pas de la masse de cette particule, soit :

$$d\Phi = \varphi dm \quad (2.3)$$

avec  $dm = \rho dw$ ,  $dw$  étant un petit élément de volume, on a :

$$\Phi = \iiint_{\Omega} \rho \varphi dw \quad (2.4)$$

$\Phi$  peut être un champ scalaire ou vectoriel :

- si  $\Phi = m$                       masse du système                       $\varphi = 1$  ;
- si  $\Phi = m\mathbf{v}$                       quantité de mouvement                       $\varphi = \mathbf{v}$  ;
- si  $\Phi = \frac{1}{2} m\mathbf{v}^2$                       énergie cinétique                       $\varphi = \frac{1}{2} v^2$ .

Pour établir les équations de la magnétohydrodynamique, nous avons besoin d'exprimer la forme mathématique de la dérivée temporelle d'une quantité physique appelée dérivée particulaire  $D$  d'une grandeur eulérienne<sup>1</sup>. Cette dérivée doit son nom au fait qu'elle

<sup>1</sup> Définition en annexe 1

est la dérivée par rapport au temps de  $\Phi$  dans un référentiel qui se déplace avec la particule fluide. Dans ce cas, les variables d'espace varient elles-mêmes au cours du temps et la dérivée temporelle est une différentielle totale.

cas d'un champ scalaire <sup>2</sup>	cas d'un champ vectoriel <sup>2</sup>	cas d'une intégrale volumique <sup>2</sup>
$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} f$	$\frac{D\mathbf{A}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + [\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}] \mathbf{A}$	$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \text{div} \rho \phi \mathbf{v}$

TABLEAU 2-2 : DÉRIVÉES PARTICULAIRES.

Un exemple de champ vectoriel est la vitesse. Le tableau 2-2 montre que la dérivée particulière de la vitesse, qui n'est autre que l'accélération d'une particule fluide dans une description eulérienne, est donnée par :

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + [\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}] \mathbf{v} = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}}_{\text{accélération locale}} + \underbrace{\mathbf{grad} \frac{\mathbf{v}^2}{2} + [\mathbf{rot} \mathbf{v}] \times \mathbf{v}}_{\text{accélération convective}} \quad (2.5)$$

L'accélération locale traduit la non permanence du mouvement et l'accélération convective traduit la non uniformité de l'écoulement. Il est important de remarquer que la dérivée de la vitesse est différente de  $\partial \mathbf{v} / \partial t$ . En effet, la vitesse à l'instant  $t+dt$  est la vitesse d'une autre particule, celle qui, au bout d'un temps  $dt$ , a remplacé la première au point  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ .

### 2.2.2 Les équations de conservation [Com 82]

Les hypothèses suivantes ont été appliquées pour les équations de la MHD :

- le plasma d'arc est considéré comme un milieu continu ;
- le plasma d'arc est traité comme un fluide neutre conducteur ;
- le fluide a une description eulérienne ;
- le plasma est en équilibre thermodynamique local.

#### Conservation de la masse : $\phi = 1$

La conservation de la masse impose qu'il n'y a ni apparition ni disparition de matière dans la particule de fluide considérée. Elle se traduit par l'équation de continuité :

$$\begin{matrix} \text{variation de la masse dans un} & & \text{flux net de la masse} \\ \text{élément de fluide en fonction} & + & \text{échangé avec l'élément} \\ \text{du temps} & & \text{de fluide} \end{matrix} = \text{terme source}$$

Dans le cas présent, il n'y a pas de terme source correspondant à la création ou l'annihilation de la masse. En effet, puisque nous considérons l'ETL ne prenons pas en

<sup>2</sup> démonstration en annexe 2



toutes les forces internes au système et de l'énergie interne  $e_{int}$ . Cette grandeur  $e_{int}$  est une grandeur d'état extensive non mesurable, seule la variation d'énergie totale peut être déterminée. Ainsi, lorsque le système échange les transferts thermiques  $\delta q$  et de travail  $\delta f$  avec le milieu extérieur, son énergie totale varie telle que :

$$d(e_c + e_p + e_{int}) = \delta q + \delta f \quad (2.8)$$

Dans notre modèle nous utilisons l'enthalpie pour définir l'énergie d'un système puisque nous travaillons à pression constante. L'enthalpie massique s'écrit en fonction de l'énergie interne :

$$h = e_{int} + \frac{P}{\rho} \quad (2.9)$$

D'après le tableau 2-2, la variation de l'énergie interne peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{D}{Dt} \iiint_{\Omega} \rho e_{int} dw = \frac{\partial \rho h}{\partial t} + div(\rho v h) - \left[ \frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} P \right] \quad (2.10)$$

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit donc :

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + div(\rho v h) = - \underbrace{div Q}_{\text{quantité de chaleur}} + \frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} P + \underbrace{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}}_{\text{énergie électrique}} - \underbrace{S_{rad}}_{\text{énergie radiative}} + \underbrace{\frac{5 k_b}{2 e} \mathbf{j} \cdot \mathbf{grad} \frac{h}{C_p}}_{\text{flux enthalpique des électrons}} \quad (2.11)$$

Nous pouvons, à l'aide de l'équation (2.11), établir l'équation de conservation de l'énergie en fonction de la température en faisant intervenir la chaleur spécifique du gaz  $C_p$  tel que :

$$C_p = \frac{\partial h}{\partial T} \quad (2.12)$$

Le signe moins de la quantité de chaleur indique une réaction exothermique du plasma d'arc, la particule fluide libère de la chaleur.

Le calcul de l'énergie transportée par rayonnement dans le plasma d'arc est très difficile et nécessite donc quelques remarques. Les deux méthodes les plus fréquemment utilisées pour le calcul du rayonnement sont la méthode du coefficient moyen d'absorption et la méthode du coefficient d'émission nette. La méthode du coefficient moyen d'absorption suppose que le plasma rayonne comme un corps gris sur tout le spectre. Par conséquent ce coefficient ne varie pas en fonction de la fréquence. Le spectre est découpé en différentes bandes préalablement définies et justifiées dans lequel le coefficient d'absorption sera considéré constant pour une température donnée. La méthode du coefficient d'émission nette considère le plasma comme une sphère isotherme et homogène. Différents travaux, [Cre 01] pour l'argon, [Nag 99] pour l'air et [Err 99] pour le SF6, montrent que le rayonnement est estimé convenablement pour les régions les plus chaudes de l'arc par la méthode du coefficient d'émission nette tandis que la méthode du coefficient moyen d'absorption s'avère plus précise dans les régions de plus basse température.

Néanmoins, la méthode du coefficient d'émission nette est majoritairement utilisée dans les modélisations de plasmas thermiques [Low 92][Bau 97][Fre 00]. En effet, les résultats de cette méthode présentent l'avantage d'être directement intégrables dans le code sous la forme d'un terme source linéaire :

$$S_{rad} = 4\pi\epsilon_N \quad (2.13)$$

Enfin, le dernier terme de l'équation (2.11) représente le transport de l'enthalpie par les électrons, en supposant que la densité de courant est due principalement à la contribution des électrons. Delalondre [Del 90] montre que ce terme contribue pour approximativement 5% à l'élévation de la température dans la colonne de l'arc. Dans la zone anodique, ce mode de transfert d'énergie est prépondérant et participe à environ 60% à l'élévation de la température dans cette région.

### 2.2.3 Les équations électromagnétiques [Pur 93]

Les fluides considérés sont des conducteurs. Ils sont donc régis, entre autre, par les équations de Maxwell. Pour compléter la description on ajoute, aux équations de Maxwell, la loi d'Ohm simplifiée et on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \mathbf{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \mathit{div} \mathbf{E} &= 0 \\ \mathit{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{équations de Maxwell} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \text{ loi d'Ohm} \quad (2.15)$$

A ces équations s'ajoutent l'équation de conservation de la charge, indispensable pour déterminer complètement le champ électromagnétique. Dans notre cas, le plasma d'arc étant électriquement neutre, on obtient :

$$\mathit{div} \mathbf{j} = 0 \quad (2.16)$$

Les équations de la MHD sont maintenant complètement définies. Elles ont été volontairement présentées sous une forme générale en transitoire. A partir de là, suivant les simulations numériques réalisées, ces équations seront réécrites sous une forme simplifiée en adéquation avec les hypothèses du modèle d'étude considéré.

En l'absence de solutions exactes explicites et analytiques de ce système d'équations aux dérivées partielles, le recours à l'approximation des solutions s'avère d'autant plus incontournable que la puissance des ordinateurs permet d'aborder des problèmes de plus en plus complexes. A partir de là, la section suivante est une étude des méthodes numériques adaptées à ce genre de problème. Le but de cette étude est de choisir une technique de résolution capable de résoudre les équations de conservation sur des géométries complexes. Nous choisissons volontairement de détailler deux méthodes qui répondent parfaitement à ces critères : la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis.

## 2.3 Méthodes de résolution numériques

Il existe en mathématique trois grandes classes d'équations aux dérivées partielles, illustrées chacune par un type de phénomène bien particulier. Il y a les équations de type elliptique, qui apparaissent dans les études de régime stationnaire en électricité, en mécanique ou en thermique. Les équations de type parabolique sont représentatives des problèmes de diffusion, équation de la chaleur, etc. Enfin, les équations de type hyperbolique caractérisent le phénomène de propagation des ondes, que ce soient les ondes vibratoires, sonores ou les ondes électromagnétiques. Cependant, un problème aux dérivées partielles, avec les conditions aux limites qui lui sont associées, ne modélise pas forcément un phénomène ou un processus physique. Il serait vain de rechercher la méthode universelle capable de discrétiser les systèmes d'équations modélisant les écoulements de fluide, tout comme il est vain de rechercher la meilleure forme des volumes de contrôle dans le contexte des volumes finis. En revanche, il faut s'assurer que les méthodes fournissent des solutions numériques correspondant à des solutions physiques et il faut limiter la présence de phénomènes purement numériques. L'outil universel de résolution des problèmes aux dérivées partielles a été longtemps la méthode des différences finies qui consiste à discrétiser les équations différentielles. Les méthodes de volumes finis et les méthodes d'éléments finis, qui font l'objet de cette section, présentent l'avantage de pouvoir traiter des géométries plus complexes.

### 2.3.1 La méthode des éléments finis [Pou 88]

Le principe de la méthode des éléments finis est de découper le domaine d'intégration en une, deux ou trois dimensions en domaines élémentaires de taille finie.

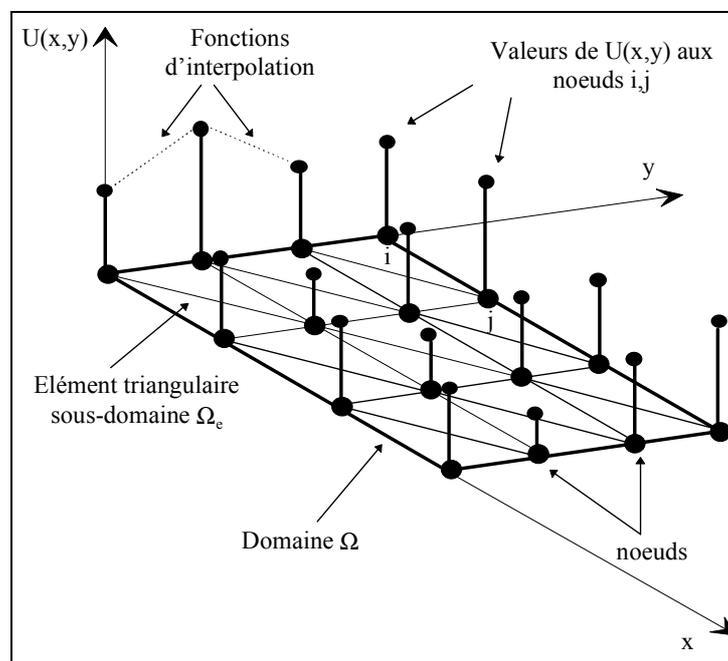


FIGURE 2-3 : MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS.

Sur chacun de ces sous domaines, appelés éléments finis, la fonction inconnue est approchée par une combinaison linéaire de polynômes de faible degré à une ou plusieurs variables. Les coefficients de chaque polynôme sont déterminés par la valeur de la fonction en des points particuliers que l'on appelle les nœuds de l'élément. Par exemple, en deux

dimensions, on pourra choisir des triangles comme éléments finis, leurs sommets pour nœuds et les polynômes de degré inférieur ou égal à 1 comme base. Une fois effectué le découpage en éléments finis, les valeurs de la fonction en chaque nœud deviennent les inconnues à déterminer (cf. figure 2-3).

La méthode des éléments finis est toujours associée aux règles d'utilisation cités à présent :

Le problème est traité à partir d'une formulation affaiblie de façon à pouvoir utiliser les fonctions de forme les plus simples, c'est-à-dire celles dont la classe de continuité est la plus faible possible.

Les fonctions de forme  $\varphi_i(x)$  sont choisies de telle sorte que les coefficients inconnus de la solution approchée  $U(x, y)$  dans un élément soient précisément les valeurs de la solution en certains points particuliers de cet élément, ces points sont appelés les nœuds de l'élément. Ceci donne un sens physique aux coefficients cherchés, et donc une grande clarté à l'exposé de la solution puisque les résultats numériques calculés sont directement les variables d'intérêt en des points choisis par l'utilisateur. De plus, la prise en compte de conditions limites imposées est alors considérablement simplifiée puisque les nœuds de frontière ont une valeur connue qui est naturellement exclue du système à résoudre.

La solution approchée est donc :

$$U(x) = \sum_{i=1}^N U_i \varphi_i(x) \quad (2.17)$$

avec  $U_i = U(x_i)$  où  $x_i$  sont les coordonnées des nœuds. Les fonctions de forme  $\varphi_i(x)$  sont ainsi telles qu'elles permettent simplement le calcul de  $U(x_i)$  en tout point à partir des valeurs  $U_i$  de la solution aux nœuds. C'est pourquoi dans le cadre de la méthode des éléments finis les fonctions de forme sont souvent appelées fonctions d'interpolation. Ce changement d'appellation est d'ailleurs souhaitable puisque le découpage de l'espace en éléments finis fait perdre aux fonctions  $\varphi_i(x)$  toute représentativité de l'allure de la solution complète.

Les fonctions de pondération sont les mêmes que les fonctions de forme. La méthode des éléments finis est donc un cas d'application de la méthode de Galerkin avec les avantages d'avoir à résoudre des systèmes symétriques et simplifiés.

### 2.3.2 La méthode des volumes finis [Pat 80][Ver 95]

La méthode des volumes finis ou volume de contrôle est une méthode numérique fondée sur l'intégration des équations du transport qui gouvernent les écoulements des fluides et les transferts de la chaleur. L'équation générale de transport, ou équation de Patankar, s'écrit pour une propriété  $\varphi$  intensive :

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \text{div}(\rho \varphi \mathbf{v}) = \text{div}(\Gamma_\varphi \mathbf{grad} \varphi) + S_\varphi \quad (2.18)$$

avec  $\Gamma_\varphi$  coefficient de diffusion généralisé de la propriété  $\varphi$ , on a :



distance de deux nœuds adjacents. Donc, chaque nœud est enveloppé par un volume de contrôle ou cellule. Un système de notation est mis en place, illustré sur la figure 2-4.

Un nœud quelconque est identifié par  $P$  et ses nœuds voisins dans le cas 1D sont à sa gauche le nœud  $W$  pour Ouest ou en anglais West et à sa droite le nœud  $E$  pour Est. Le West du volume de contrôle est dénoté  $w$  et l'Est est  $e$ . La distance entre les nœuds  $W$  et  $P$  et celle entre les nœuds  $P$  et  $E$  est dénotée respectivement  $\delta x_{WP}$  et  $\delta x_{PE}$ . De la même façon, on dénote par  $\delta x_{wP}$  la distance qui sépare  $w$  et  $P$  et par  $\delta x_{Pe}$  la distance qui sépare  $P$  et  $e$ . La longueur du volume de contrôle est  $\Delta x = \delta x_{we}$ .

La deuxième étape est la discrétisation. Le principe de cette étape réside en l'intégration de l'équation régissant le transport, à travers le volume de contrôle, qui permet la discrétisation de l'équation et de ses points nodaux  $P$ . Pour le volume de contrôle tel qu'il est défini, il vient :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \frac{d}{dx} (\rho v_x \varphi) dw &= (\rho v_x A \varphi)_e - (\rho v_x A \varphi)_w \\ \iiint_{\Omega} \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\varphi}{dx} \right) dw &= \left( \Gamma A \frac{d\varphi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\varphi}{dx} \right)_w \end{aligned} \quad (2.23)$$

où  $A$  est la section droite du volume de contrôle,  $\Omega$  son volume. Afin qu'on puisse aboutir à des formes d'équations discrétisées utiles, nous allons avoir besoin du coefficient de diffusion  $\Gamma_{\varphi}$  et du gradient de  $\varphi$  à l'Est  $e$  comme à l'Ouest  $w$ . Ce qui nous amène à évaluer  $\Gamma_{\varphi}$  et  $\varphi$  aux points nodaux. Pour le calcul du gradient aux facettes du volume de contrôle. Il va falloir utiliser une distribution approximative des propriétés mises en jeu entre les nœuds. Pour commencer, nous choisissons la plus simple des approximations qui est l'approximation linéaire. Cette pratique est dénommée Différentiation Centrale.

L'intégration de (2.21) sur ce volume de contrôle est :

$$(\rho v_x A \varphi)_e - (\rho v_x A \varphi)_w = \left( \Gamma_{\varphi} A \frac{d\varphi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma_{\varphi} A \frac{d\varphi}{dx} \right)_w \quad (2.24)$$

celle de (2.22) est :

$$(\rho v_x A)_e - (\rho v_x A)_w = 0 \quad (2.25)$$

Avec

$$\Gamma_{\varphi w} = \frac{\Gamma_{\varphi W} + \Gamma_{\varphi P}}{2} \quad \Gamma_{\varphi e} = \frac{\Gamma_{\varphi P} + \Gamma_{\varphi E}}{2} \quad (2.26)$$

$$\varphi_e = \frac{\varphi_P + \varphi_E}{2} \quad \varphi_w = \frac{\varphi_W + \varphi_P}{2} \quad (2.27)$$

$$\left( \Gamma_{\varphi} A \frac{d\varphi}{dx} \right)_e = \Gamma_{\varphi e} A_e \left( \frac{\varphi_E - \varphi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad \text{et} \quad \left( \Gamma_{\varphi} A \frac{d\varphi}{dx} \right)_w = \Gamma_{\varphi w} A_w \left( \frac{\varphi_P - \varphi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (2.28)$$

Pour discrétiser (2.24) et (2.25) nous définissons les variables  $F$  et  $D$  représentant respectivement le flux massique convectif par unité de surface et la conductance de diffusion.

$$F = \rho v_x \text{ et } D = \frac{\Gamma_\varphi}{\delta x} \quad (2.29)$$

En supposant que  $A_w = A_e = A$ , on obtient :

$$F_e \varphi_e - F_w \varphi_w = D_e (\varphi_E - \varphi_P) - D_w (\varphi_P - \varphi_W) \quad (2.30)$$

$$F_e - F_w = 0 \quad (2.31)$$

Après réarrangement des termes, l'équation (2.24) s'écrit :

$$\left[ \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right) + \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right) + (F_e - F_w) \right] \varphi_P = \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right) \varphi_W + \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right) \varphi_E \quad (2.32)$$

Soit :

$$a_P \varphi_P = a_W \varphi_W + a_E \varphi_E \quad (2.33)$$

Avec :

$a_W$	$a_E$	$a_P$
$D_w + \frac{F_w}{2}$	$D_e - \frac{F_e}{2}$	$a_W + a_E + (F_e - F_w)$

TABLEAU 2-3 : COEFFICIENTS POUR LA DIFFÉRENTIATION CENTRALE.

La troisième étape est la résolution des équations. Les équations discrétisées données par (2.33) sont formulées pour chaque nœud en vue de résoudre le problème de convection-diffusion en 1D. Pour les volumes de contrôle qui sont adjacents aux frontières, l'équation (2.33) est modifiée afin qu'elle puisse aussi les incorporer. Nous obtenons alors un système composé d'équations linéaires qu'il faut résoudre. La solution obtenue est constituée de la valeur nodale de la propriété  $\varphi$ .

Exemple : soit une propriété  $\varphi$  transportée par convection et diffusion le long d'un domaine unidirectionnel de longueur  $L = 1 \text{ m}$ ,  $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $\Gamma_\varphi = 0,1 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ . Les conditions aux frontières sont :  $\varphi_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$  à  $x = 0$  et  $\varphi_L = 0$  à  $x = L$ .

La résolution de ce problème n'est pas abordée, la solution, donnée par l'équation (2.34), suffit à comprendre les limites la Différentiation Centrale.

Solution analytique :

$$\frac{\varphi(x) - \varphi_0}{\varphi_L - \varphi_0} = \frac{e^{\frac{\rho v_x}{\Gamma} x} - 1}{e^{\frac{\rho v_x}{\Gamma} L} - 1} \quad (2.34)$$

Solution par la méthode des volumes finis :

$$a_P \varphi_P = a_W \varphi_W + a_E \varphi_E + S_u \quad (2.35)$$

noeuds	$a_W$	$a_E$	$a_P$	$S_u$
1	0	$D - \frac{F}{2}$	$-(2D + F)$	$(2D + F)\varphi_0$
2, 3, 4, ..., n-1	$D + \frac{F}{2}$	$D - \frac{F}{2}$	0	0
n	$D + \frac{F}{2}$	0	$-(2D - F)$	$-(2D - F)\varphi_L$

TABLEAU 2-4 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS GÉNÉRAL.

Les deux exemples ci-dessous montrent les limites de ce type de schéma numérique.

Cas 1 :  $n = 5$  cellules,  $v_x = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $F = \rho v_x = 0,1 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$  et  $D = \frac{\Gamma_\varphi}{\delta x} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

noeud	1	2	3	4	5
distance x en m	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
volumes finis	0,9421	0,8006	0,6276	0,4163	0,1579
solution exacte	0,9388	0,7964	0,6225	0,4100	0,1505
erreur relative	-0,35	-0,53	-0,83	-1,52	-4,87

TABLEAU 2-5 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 1.

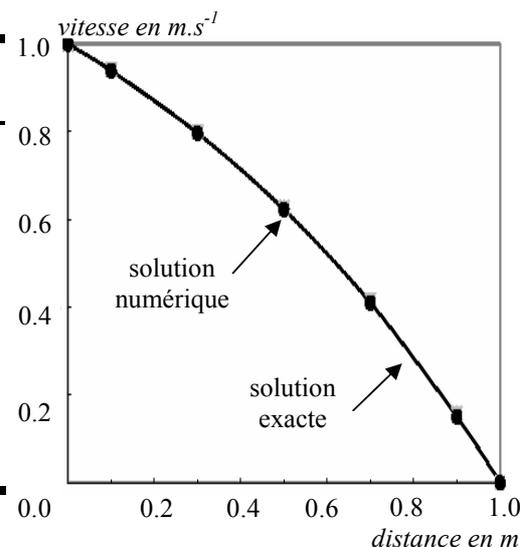


FIGURE 2-5 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 1.

Cas 2 :  $n = 5$  cellules,  $v_x = 2,5$  m/s,  $F = \rho v_x = 2,5$  kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup> et  $D = \frac{\Gamma_\phi}{\delta x} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$  kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>

noeud	1	2	3	4	5
distance x en m	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
volumes finis	1,0356	0,8694	1,2573	0,3521	2,4644
solution exacte	1,0000	0,9999	0,9999	0,9994	0,9179
erreur relative	-3,56	13,06	-25,74	64,70	-168,47

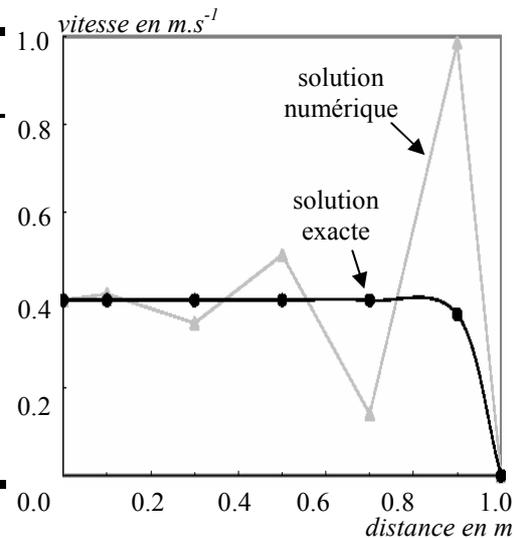


TABLEAU 2-6 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 2.

FIGURE 2-6 : EXEMPLE DE PROBLÈME DE CONVECTION-DIFFUSION – CAS 2.

En effet, lorsqu'on augmente le terme convectif, cas n°2, la solution numérique devient instable. Cette instabilité diminue si le maillage est plus fin.

Pour un maillage supérieur à 20 cellules, la solution numérique est en accord avec la solution analytique. Le fait que l'on raffine le maillage réduit le rapport  $F/D$  de 5 à 1,25, ce qui conduit à la remarque suivante, concernant la précision de la Différentiation Centrale :

- si le rapport  $F/D$  augmente la précision diminue ;
- si le rapport  $F/D$  diminue la précision augmente.

Comme nous venons de le voir, l'échec de la Différentiation Centrale dans certains cas est dû essentiellement aux forces de diffusion et celles de convection.

Dans ce qui suit, nous allons étudier les principaux schémas numériques en nous intéressant plus particulièrement aux propriétés de conservation, de frontière et de transport pour chacun d'entre eux.

### Schémas numériques

Les propriétés les plus importantes des schémas de discrétisation sont liées à :

- la conservation ;
- la stabilité numérique ;
- le transport.

### Propriété de conservation

Le terme de conservation de  $\phi$  est d'assurer l'égalité entre le flux de  $\phi$  sortant d'un volume de contrôle et celui entrant au volume de contrôle suivant à travers la même face.

Pour atteindre cet objectif, le flux passant une face commune doit être représenté d'une manière concise avec une seule et unique expression.

### Propriété de stabilité numérique

La technique d'itération numérique débute le processus de résolution à partir d'une distribution supposée de la variable  $\varphi$  puis exécute des ajouts successifs jusqu'à ce que la solution converge. Scarborough [Pat 80] a montré que la condition suffisante pour qu'une méthode itérative converge est que :

$$\left. \begin{array}{l} \sum |a_i| \\ |a_p - S_p| \end{array} \right\} \begin{array}{l} \leq 1 \text{ pour tous les noeuds} \\ < 1 \text{ pour au moins un noeud} \end{array} \quad (2.36)$$

### Propriété de transport

Cette propriété renseigne sur l'effet de la directionnalité et de la tendance relative de la convection par rapport à la diffusion. Pour cela, on définit un nombre adimensionnel appelé nombre de Peclet par :

$$P_e = \frac{F}{D} = \frac{\rho v_x \delta x}{\Gamma_\varphi} \quad (2.37)$$

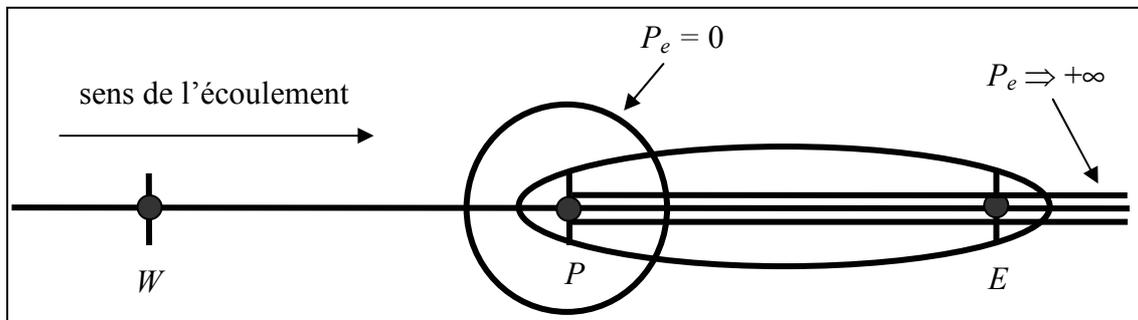


FIGURE 2-7 : PROPRIÉTÉS DE TRANSPORT : LE NOMBRE DE PECLLET.

Si  $P_e = 0$  alors le fluide est stagnant, il n'y a pas de convection. Le processus diffusera donc la propriété  $\varphi$  équitablement dans toutes les directions. Les profils pour lesquels  $\varphi$  est constant correspondent à des cercles dont le centre est  $P$ . Par conséquent, les conditions au nœud  $E$  seront influencées par celles à l'amont en  $P$  comme par celles à l'aval. Au fur et à mesure que le nombre de Peclet augmente, la forme des contours circulaires devient elliptique et s'étire dans la direction de l'écoulement. Pour de grand nombre de Peclet, l'écoulement est dirigée vers l'aval de sorte que le nœud  $E$  sera fortement influencé par les conditions en  $P$ , par contre  $P$  ne sera que peu ou pas influencé par les conditions en  $E$ . Dans le cas d'une pure convection,  $P_e \Rightarrow \infty$  les contours elliptiques seront complètement étirés et aplatis dans le sens de l'écoulement et toute la propriété  $\varphi$  émanant de la source  $P$  sera immédiatement transportée dans la direction aval vers  $E$ . Comme il n'y a pas de diffusion,  $\varphi_E = \varphi_P$ , la valeur de  $\varphi$  en  $E$  sera influencée uniquement par les conditions en amont.

Commentaires

Les différents schémas numériques sont regroupés dans le tableau 2-7. Pour des problèmes de convection-diffusion à une dimension, les équations discrétisées d'un nœud interne relatif aux schémas de Différentiation Centrale, Aval, Hybride et Loi de Puissance prennent la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} a_P \varphi_P &= a_W \varphi_W + a_E \varphi_E \\ a_P &= a_W + a_E + (F_e - F_w) \end{aligned} \quad (2.38)$$

En ce qui concerne la Différentiation Quadratique Aval, Leonard [Leo 79] utilise trois points à poids pour évaluer  $\varphi$  aux faces des cellules. La valeur de  $\varphi$  est obtenue en utilisant une fonction quadratique passant par deux nœuds en chaque face et un nœud du côté amont.

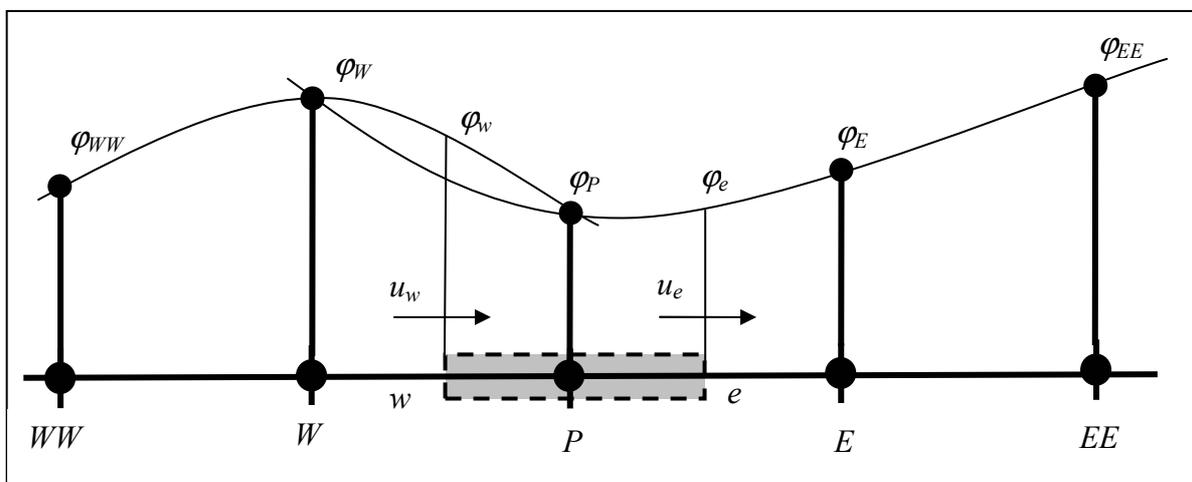


FIGURE 2-8 : DIFFÉRENTIATION QUADRATIQUE AVAL – QUICK SCHÉMA.

Quand  $u_w > 0$  et  $u_e > 0$  une quadrature passant par  $WW$ ,  $W$  et  $P$  sert au calcul de  $\varphi_w$  et une autre par  $W$ ,  $P$  et  $E$  sert au calcul de  $\varphi_e$ . Lorsque  $u_w < 0$  et  $u_e < 0$  les valeurs de  $\varphi$  en  $W$ ,  $P$  et  $E$  sont utilisées pour le calcul de  $\varphi_w$  et les valeurs de  $\varphi$  en  $P$ ,  $E$  et  $EE$  sont utilisées pour le calcul de  $\varphi_e$ . On montre que pour une grille uniforme, la valeur de  $\varphi$  aux faces d'une cellule entre les nœuds  $i$  et  $i-1$  et pour un nœud amont  $i-2$  est donnée par :

$$\varphi_{face} = \frac{6}{8} \varphi_{i-1} + \frac{3}{8} \varphi_i - \frac{1}{8} \varphi_{i-2} \quad (2.39)$$

Le tableau 2-7 donne, pour chaque schéma numérique, la valeur des coefficients voisins  $a_W$  et  $a_E$ . Nous indiquons également si les propriétés citées ci-dessus sont respectées ainsi que la précision numérique des schémas de discrétisation.

Les différents travaux réalisés sur des problèmes, à une dimension, de convection-diffusion par [Gaj 98][Yon 01] et confirmés par [Ver 95], permettent de faire quelques remarques concernant les méthodes de discrétisation des équations obtenues par la méthode des volumes finis.

Les schémas qui possèdent des propriétés de Transport, Conservation et Frontière fournissent des solutions réalistes et des itérations stables. C'est le cas de la Différentiation

Avale, Hybride et Loi de Puissance. Mais ces schémas numériques souffrent de la fausse diffusion pour les écoulements multidimensionnels si le vecteur vitesse n'est pas parallèle à une coordonnée de direction. En revanche, la Différentiation Centrale n'est en général pas appropriée pour les problèmes de convection et diffusion parce qu'elle ne remplit pas le critère de transport et fournit des solutions non réalistes. Pour respecter la condition de frontière, c'est-à-dire  $P_e < 2$ , il faut diminuer la vitesse et/ou affiner le maillage.

schéma numérique	technique de discrétisation des équations	conservation ; frontière ; transport	précision
Différentiation Centrale DC	$a_W = D_w + \frac{F_w}{2}$ $a_E = D_e - \frac{F_e}{2}$	oui ; Si $P_e < 2$ ; non	deuxième ordre
Différentiation Avale DA	$a_W = D_w + \max(F_w, 0)$ $a_E = D_e + \max(0, -F_e)$	oui ; oui ; oui	premier ordre
Différentiation Hybride DH	$a_W = \max \left[ F_w, \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right]$ $a_E = \max \left[ -F_e, \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right]$	oui ; oui ; oui	premier ordre
Loi de Puissance LP	$a_W = D_w \max \left[ 0, \left( 1 - 0.1  P_{e_w}  \right)^5 \right] + \max(F_w, 0)$ $a_E = D_e \max \left[ 0, \left( 1 - 0.1  P_{e_e}  \right)^5 \right] + \max(-F_e, 0)$	oui ; oui ; oui	premier ordre
Différentiation Quadratique Aval QUICK	$a_W = D_w + \frac{6}{8} a_w F_w + \frac{1}{8} a_e F_e + \frac{3}{8} (1 - a_w) F_w$ $a_E = -\frac{1}{8} a_w F_w$ $a_{WW} = D_e - \frac{3}{8} a_e F_e - \frac{6}{8} (1 - a_e) F_e - \frac{1}{8} (1 - a_w) F_w$ $a_{EE} = -\frac{1}{8} (1 - a_e) F_e$ <p>avec</p> $a_w = 1 \text{ pour } F_w > 0 \text{ et } a_e = 1 \text{ pour } F_e > 0$ $a_w = 0 \text{ pour } F_w < 0 \text{ et } a_e = 0 \text{ pour } F_e < 0$	oui ; oui ; oui	troisième ordre

TABLEAU 2-7 : SYNTHÈSE DES SCHÉMAS NUMÉRIQUES.

Les schémas de haut degré comme le Quick peuvent réduire les erreurs générées par une fausse diffusion mais ils sont moins stables numériquement. Ceux-ci se manifestent par des sur-dépassements ou des sous-dépassements dans la solution de certains problèmes y compris ceux avec de large gradient de  $\varphi$  conduisant à un comportement non physique. Hayase et al [Hay 92] ont proposé un réarrangement du Quick schéma pour remédier au problème de stabilité numérique. Cette approche a l'avantage d'imposer les coefficients  $a_i$  positifs et de satisfaire les critères de Conservation, de Frontière et de Transport.

### Cas de la pression

A l'aide des équations de conservation, nous pouvons déterminer l'enthalpie, la quantité de mouvement et la masse pour chaque particule fluide. La pression n'étant pas gouvernée par une équation de conservation, elle doit subir un traitement particulier. Patankar [Pat 80] propose plusieurs algorithmes permettant le calcul de la pression.

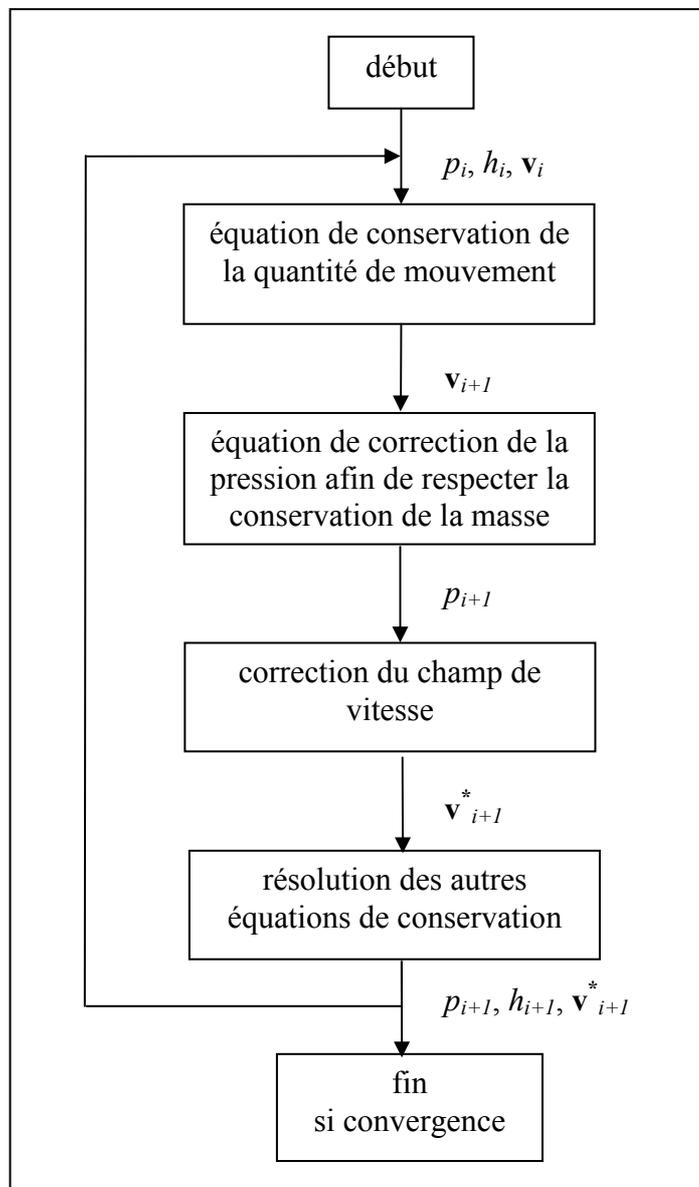


FIGURE 2-9 : ALGORITHME SCHÉMATIQUE SIMPLE POUR LE CALCUL DE LA PRESSION.

L'idée générale de ces algorithmes est de corriger petit à petit la pression ainsi que les composantes de la vitesse afin que ces variables qui vérifient les équations de la quantité de mouvement vérifient également l'équation de continuité. Un exemple d'algorithme, la méthode SIMPLE, est représenté sur la figure 2-9 sous forme schématique.

### Notion de convergence et de stabilité numérique

Le contrôle de la convergence du processus de résolution est réalisé à l'aide des résidus pour chacune des équations de conservation, nous rappelons qu'une procédure est convergente si l'erreur tend à décroître au cours des itérations. Nous avons vu qu'une fois discrétisées, toutes les équations à résoudre sont de la forme :

$$a_p \varphi_p = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + S_\varphi \quad (2.40)$$

où  $a_{nb}$  sont les coefficients de la variable  $\varphi$  au centre des mailles voisines.

A chaque itération de l'algorithme de résolution, on appelle résidu pour une équation la valeur absolue de la différence entre les deux membres de l'équation (2.40), sommée sur l'ensemble des cellules :

$$\mathfrak{R} = \sum_{\text{noeuds}} \left| \sum_{NB} a_i \varphi_i + S_\varphi - a_p \varphi_p \right| \quad (2.41)$$

On définit ainsi un résidu pour les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'enthalpie. Pour la pression, le résidu apparaissant porte sur la conservation de la masse. Plus les résidus diminuent, plus on s'approche de la solution convergée.

Le couplage de l'ensemble des équations aux dérivées partielles modélisant notre système nous oblige, afin de stabiliser la convergence du système, à ralentir les changements dans la solution d'une itération à l'autre. Si on note  $\varphi_p^*$  la valeur  $\varphi_p$  à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\varphi_p = \varphi_p^* + \left( \frac{\sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + S_\varphi}{a_p} - \varphi_p^* \right) \quad (2.42)$$

où le terme entre parenthèse représente le changement survenu à  $\varphi_p$  pendant une itération. Cette variation peut alors être amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation  $\alpha_\varphi$  de la manière suivante :

$$\varphi_p = \varphi_p^* + \alpha_\varphi \left( \frac{\sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + S_\varphi}{a_p} - \varphi_p^* \right) \quad (2.43)$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et plus la convergence est lente. Mais plus ils sont forts, plus la sous relaxation est faible et plus il y a de chance de faire intervenir des instabilités dans le processus itératif. Il n'existe pas de généralité pour choisir les

coefficients de sous relaxation. Cela peut dépendre de la nature du problème, du nombre et de la taille des cellules du maillage, de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour le bon déroulement de la procédure itérative.

La pression demande également à être sous relaxée afin que l'équation de continuité soit résolue sans problème de divergence. La sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage vitesse-pression SIMPLE. Elle est simplement introduite dans la correction de pression  $p'$  sous la forme :

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (2.44)$$

### 2.3.3 Choix d'une méthode numérique

La méthode des éléments finis a été développée à l'origine pour le calcul des structures, où elle se montre très puissante dans le traitement de géométries complexes. Cette méthode est particulièrement bien adaptée pour la résolution de problèmes de type principalement elliptique. Elle a d'abord trouvé un domaine d'application privilégié en mécanique des fluides pour de tels problèmes : calcul des écoulements visqueux par résolution des équations de Navier-Stokes, calcul des écoulements transsoniques de fluide parfait par résolution de l'équation complète du potentiel. Elles ont ensuite fait l'objet de nombreux travaux concernant leur application à la résolution des équations d'Euler ou de Navier-Stokes en fluide compressible et elles couvrent maintenant tous les domaines d'écoulements.

Les méthodes volumes finis sont naturellement adaptées au traitement des opérateurs hyperboliques et au calcul des solutions qui développent des discontinuités en temps finis. Elles sont intuitives, préservent le principe du maximum et, bien que peu précises, elles permettent un traitement automatique des conditions aux limites si l'on ne tient pas compte de la difficulté à les modéliser lorsqu'un domaine infini est restreint à un domaine de calcul fini. Pour approcher numériquement la solution des équations de conservation, les méthodes de discrétisation par volumes finis se sont montrées robustes et efficaces : elles permettent d'assurer les lois de conservation à un niveau discret, de préserver le principe du maximum et la monotonie, de capturer les discontinuités grâce à des techniques de décentrement et de traiter des géométries ou des maillages complexes. Ces méthodes sont en général peu précises et diffusives, mais l'adaptation du maillage, le choix d'un schéma numérique adéquat et le raffinement local peuvent réduire cette diffusion.

Enfin, on a dit qu'il existe en mathématique trois grandes classes d'équations aux dérivées partielles : hyperbolique, elliptique, parabolique. On a vu que la méthode des éléments finis est principalement adaptée aux problèmes de type elliptique. La solution d'une équation elliptique ne peut avoir de branche infinie et le temps ne peut donc pas y intervenir. Comme, par essence, le temps tend vers l'infini, toute équation faisant intervenir cette variable indépendante est donc soit hyperbolique, soit parabolique. C'est pourquoi ces dernières équations sont dites d'évolution. Ainsi l'équation de type elliptique n'a pas de sens physique. Un problème elliptique est défini dans un milieu fermé. Par opposition aux équations d'évolution, les équations elliptiques (2.45) sont ainsi appelées des équations stationnaires. Les équations hyperboliques et paraboliques (2.46) sont aussi des équations stationnaires au sens strict du terme, mais la présence de directions caractéristiques réelles les rendent assimilables à des problèmes d'évolution en posant par exemple  $y=vt$ .

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.46)$$

Le tableau 2-8 présente de manière non exhaustive les avantages et les inconvénients des trois méthodes les plus employées pour résoudre les équations aux dérivées partielles : différences finies, éléments finis et volumes finis. La méthode des différences finies est fondée sur le développement en série de Taylor, dans le but d'obtenir des relations linéaires, permettant d'évaluer les dérivées à partir des valeurs des variables aux points de discrétisation.

	<b>avantages</b>	<b>inconvénients</b>
<b>différences finies</b>	nombre importants de schémas numériques connus maillage structuré simple à concevoir facile à mettre en oeuvre	précision des schémas en fonction du nombre de points de discrétisation pris en compte géométries complexes difficiles à représenter
<b>éléments finis</b>	méthode intégrale et plus précisément une méthode de Galerkin, pratique en présence de discontinuités développement mathématique important grâce au domaine de la mécanique des structures maillages non structurés beaucoup plus adaptés à la description de géométries complexes	méthode assez lourde à mettre en oeuvre principe variationnel mal adapté aux équations de Navier Stokes, on lui préfère la méthode des résidus pondérés trop « mathématique »
<b>volumes finis</b>	méthode intégrale et plus précisément une méthode de sous domaine, pratique en présence de discontinuités méthode conservative utilisation possible de maillages non structurés adaptés à la description de géométrie complexes méthode plus « physique »	méthode diffuse: impose un choix appropriés de schéma numérique

TABEAU 2-8 : COMPARAISONS DES METHODES NUMERIQUES POUR LA RESOLUTION DES EDP.

D'après le tableau 2-8 comparatif nous avons décidé d'utiliser la méthode des volumes finis. Le principe de conservation de cette méthode et sa relative simplicité par rapport à la méthode des éléments finis nous a guidé dans notre choix. La résolution de notre système est réalisée à l'aide du logiciel commercial Fluent 6.0 [Flu 01]. Ce logiciel est particulièrement adapté aux écoulements fluides à basses températures. A l'aide de routines écrites en langage C, nous utilisons la partie solveur du logiciel pour résoudre les équations de la MHD.

### 2.3.4 Calcul du champ magnétique

Le calcul des forces de Lorentz, terme source de l'équation de conservation du mouvement, est obtenu par le produit vectoriel entre la densité de courant et le champ magnétique  $\mathbf{B}$ . Il nous faut donc connaître à chaque instant, ou chaque itération, la répartition de ce champ créé par les amenées de courant, les conducteurs et l'arc électrique. L'objectif de cette partie est d'étudier les différentes méthodes relatives au calcul de  $\mathbf{B}$ . C'est pourquoi, l'analyse des méthodes de calcul du champ  $\mathbf{B}$  nous permettra d'établir un critère de choix, pour chaque élément du dispositif à étudier, afin de minimiser le temps de calcul et par conséquent favoriser la convergence du processus. Pour obtenir le champ magnétique  $\mathbf{B}$  localement, nous utilisons trois méthodes différentes : deux méthodes directes (la loi de Biot et Savart et le théorème d'Ampère) et une méthode indirecte (le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ ).

#### La loi de Biot et Savart [Pur 93]

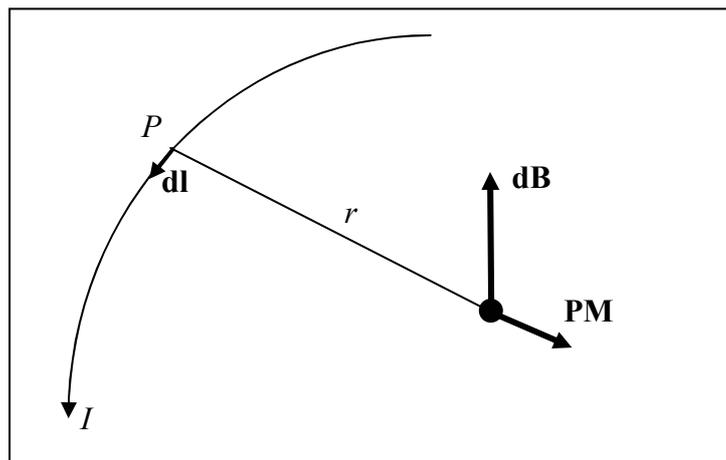


FIGURE 2-10 : LOI DE BIOT ET SAVART.

Considérons au voisinage du point  $P$  un élément de circuit  $d\mathbf{l}$  parcouru par un courant  $I$ . Le vecteur  $d\mathbf{l}$  est orienté dans le sens de circulation du courant. Soit  $r$  la distance séparant l'élément  $d\mathbf{l}$  du point  $M$  où l'on cherche à déterminer le champ magnétique. On appelle  $\mathbf{r}$  le vecteur unitaire parallèle au vecteur  $\mathbf{PM}$ . La loi de Biot et Savart exprime que l'élément de champ magnétique  $d\mathbf{B}$  crée au point  $M$  par l'élément de fil  $d\mathbf{l}$  parcouru par le courant  $I$  s'écrit :

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (2.47)$$

En vertu du principe de superposition des champs magnétiques, le champ total créé par l'ensemble des circuits contenus dans l'espace s'écrit :

$$\mathbf{B} = \int_{\text{circuits}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (2.48)$$

Le calcul se ramène donc à celui de trois intégrales relatives à chacune des composantes de  $\mathbf{B}$ . En tenant compte des symétries de la distribution, on est souvent ramené à deux ou parfois une seule intégrale.

#### Théorème d'Ampère [Pur 93]

La circulation du vecteur axial champ magnétostatique créé par une distribution de courant le long d'une courbe quelconque mais fermée  $C$ , appelée courbe d'Ampère, est égale au produit par  $\mu_0$  de la somme algébrique des intensités des courants qui traversent une surface  $S$  s'appuyant sur  $C$  (cf. figure 2-11).

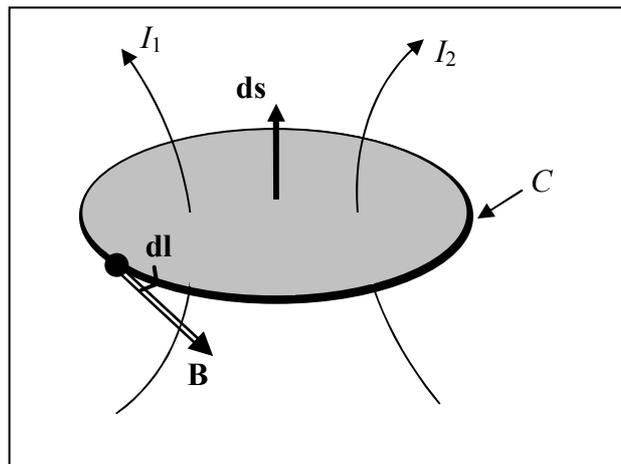


FIGURE 2-11 : THÉORÈME D'AMPÈRE.

Le théorème d'Ampère s'exprime par la relation :

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I = \mu_0 \iint_S \mathbf{J} ds \quad (2.49)$$

Dans notre cas, le théorème d'Ampère n'est utilisé que si le domaine de calcul possède un haut degré de symétrie, on choisit alors la courbe d'Ampère de façon à simplifier au maximum les calculs :

- $\mathbf{B}$  parallèle ou perpendiculaire à  $d\mathbf{l}$  ;
- $\|\mathbf{B}\|$  constante sur une partie ou sur la totalité du contour.

Il faut donc étudier la topographie du champ  $\mathbf{B}$  en examinant les symétries de la distribution des courants dans le domaine de calcul.

#### Méthode indirecte : le potentiel vecteur

Les équations électromagnétiques (2.14) et (2.15) concernant le champ magnétique sont :

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (2.50)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.51)$$

L'équation (2.50) permet de représenter le champ magnétique comme le rotationnel d'une fonction vectorielle :

$$\mathbf{B} = \mathbf{rot} \mathbf{A} \quad (2.52)$$

Nous appellerons  $\mathbf{A}$  le potentiel vecteur. On peut s'apercevoir facilement que l'équation (2.50) est alors automatiquement satisfaite quel que soit le vecteur  $\mathbf{A}$  :

$$\mathit{div} \mathbf{rot} \mathbf{A} = 0 \quad (2.53)$$

Il s'agit maintenant de calculer le potentiel vecteur connaissant la répartition de la densité de courant  $\mathbf{j}$ . A partir de l'équation (2.51) on obtient comme relation entre  $\mathbf{j}$  et  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{rot} \mathbf{rot} \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.54)$$

Connaissant la répartition de la densité de courant  $\mathbf{j}$ , il est facile de calculer le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathit{div} \mathbf{grad} A_x &= -\mu_0 j_x \\ \mathit{div} \mathbf{grad} A_y &= -\mu_0 j_y \\ \mathit{div} \mathbf{grad} A_z &= -\mu_0 j_z \end{aligned} \quad (2.55)$$

En revenant à l'équation (2.52) nous obtenons le champ magnétique dans les trois directions :

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ B_y &= \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ B_z &= \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Cette méthode est utilisée lorsque l'on connaît la distribution de la densité de courant et lorsque celle-ci ne comporte peu ou pas de symétrie. Le critère de choix de ces méthodes est basé sur la répartition de la densité de courant. On utilisera la loi de Biot et Savart dans les cas où la densité de courant n'est pas connue, seul le courant total est fourni. Lorsque la densité de courant est donnée on a la possibilité d'utiliser soit le théorème d'Ampère soit le potentiel vecteur. Le théorème d'Ampère sera appliqué lorsque des simplifications, liées à la symétrie du domaine, permettent de résoudre une intégrale simple. De ce fait, le calcul du champ  $\mathbf{B}$  revient à réaliser une intégration numérique sur l'ensemble des cellules.

#### Le calcul du champ magnétique avec le logiciel commercial Fluent 6.0

Pour rappel, Fluent 6.0 résout les équations hydrodynamiques intégrales lorsque celles-ci sont sous la forme d'une équation de Patankar. Pour un champ scalaire d'une propriété  $\varphi$ , Fluent 6.0 résout l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \text{div}(\rho \varphi \mathbf{v}) = \text{div}(\Gamma_\varphi \mathbf{grad} \varphi) + S_\varphi \quad (2.57)$$

Lorsqu'on observe le système (2.55), la propriété  $\varphi$  est une composante du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et ainsi l'équation (2.57) est équivalente à une équation du système (2.55) si :  $\varphi = A_i$ ,  $\Gamma_\varphi = 1$  et  $S_\varphi = \mu_0 j_i$ .

Pour résoudre complètement les équations de la magnétohydrodynamique, nous devons coupler aux équations de Navier Stokes les équations électromagnétiques. Les méthodes directes, la loi de Biot et Savart et le théorème d'Ampère, sont utilisées lorsque l'on a à résoudre une seule intégrale. Pour cela, les méthodes classiques d'analyse numérique suffisent. En ce qui concerne le potentiel vecteur, nous allons utiliser la méthode des volumes finis, en utilisant le formalisme du logiciel Fluent 6.0.

Il faut donc résoudre trois équations correspondantes aux trois directions spatiale  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ensuite le champ  $\mathbf{B}$  est calculé avec l'équation (2.56) à l'aide de la fonction dérivée accessible par l'appel du sous-programme associé. Le champ magnétique est donc obtenu en deux étapes. La première étape consiste à trouver le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  pour une répartition de densité de courant donnée. Une des principales difficultés est alors le choix des conditions aux limites à imposer aux frontières du domaine de calcul. On sait que le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est nul à l'infini [Fre 02]. Il faut donc une géométrie telle que ses frontières soient suffisamment loin de la zone où passe le courant pour pouvoir imposer un potentiel vecteur nul. Les exemples ci-dessous illustrent nos propos. La deuxième étape est le calcul du champ  $\mathbf{B}$  à partir du potentiel vecteur estimé.

Deux exemples sont présentés pour valider notre démarche. L'arc libre dans l'argon en coordonnées sphériques et le cylindre infini en coordonnées cartésiennes. Dans les deux cas, les résultats sont comparés par une méthode directe type Biot et Savart ou théorème d'Ampère.

#### Application au cylindre infini

Le premier exemple est celui du cylindre plein conducteur, de rayon  $R_1$ , de longueur infinie et parcouru par un courant continu de 200 A (cf figure 2-12). Les résultats sont connus et peuvent se mettre sous une forme analytique :

$$\begin{cases} B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r & \text{si } r < R_1 \\ B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & \text{si } r > R_1 \end{cases} \quad (2.58)$$

où  $B(r)$  représente la valeur du champ magnétique à une distance  $r$ .

Pour une zone de calcul limitée par la longueur  $L = 20$  cm et le rayon  $R_2 = 2$  cm nous avons comparé le résultat numérique à celui donné par la solution analytique dans deux cas :

- Cas n°1 :  $R_1 = 2$  mm (cf. figure 2-13) ;
- Cas n°2 :  $R_1 = 1$  cm (cf. figure 2-14).

On observe un écart non négligeable entre le champ calculé analytiquement et le champ calculé par la méthode des volumes finis, à l'aide du potentiel vecteur.

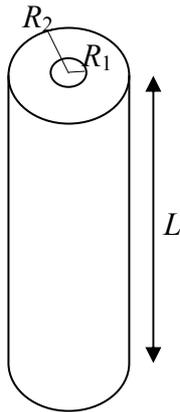


FIGURE 2-12 : CYLINDRE PLEIN  
INFINI À 200 A.

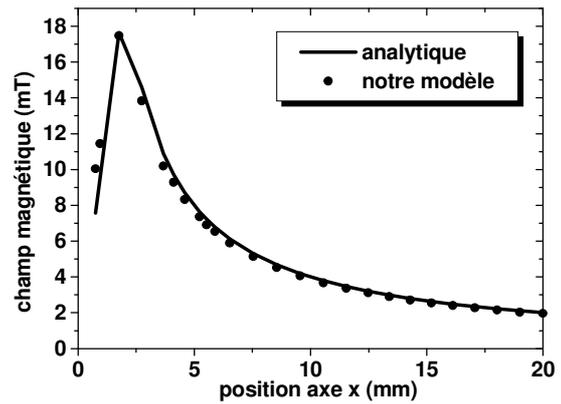


FIGURE 2-13 : CHAMP MAGNÉTIQUE : CYLINDRE PLEIN  
INFINI. CAS N°1

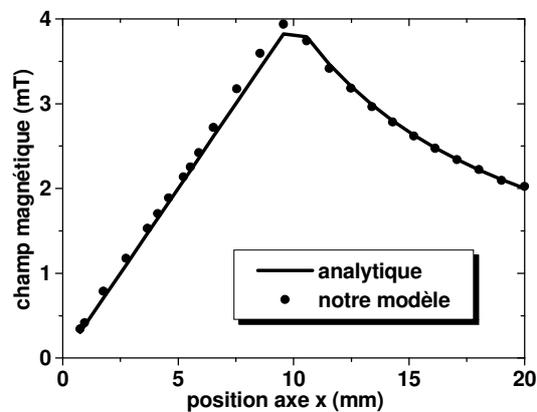


FIGURE 2-14 : CHAMP MAGNÉTIQUE : CYLINDRE PLEIN  
INFINI. CAS N°2

### Application à l'arc libre dans l'argon à 200 A

L'exemple est celui de l'arc libre dans l'argon étudié au chapitre 3. Nous supposons les résultats connus et validés, notamment en ce qui concerne la distribution de la densité de courant représentée sur la figure 2-15. Cette densité correspond à un courant de 200 A. La courbe d'Ampère est choisie de façon à ne prendre en compte pour notre calcul uniquement la composante axiale de la densité de courant, le vecteur normal à cette courbe est donc parallèle à l'axe de rotation  $\mathbf{AB}$  (cf. figure 2-15). De plus, la symétrie de révolution par rapport à cet axe impose une norme du champ  $\mathbf{B}$  constante le long du contour.

A partir de là, le champ magnétique azimutal est calculé, dans un repère cylindrique  $(r, \theta, z)$ , à l'aide de la relation suivante :

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0}{R} \int_0^R j_z(r) r dr \quad (2.59)$$

Sur la figure 2-16 est représentée la répartition du champ magnétique calculé par le théorème d'Ampère et par la méthode du potentiel vecteur.

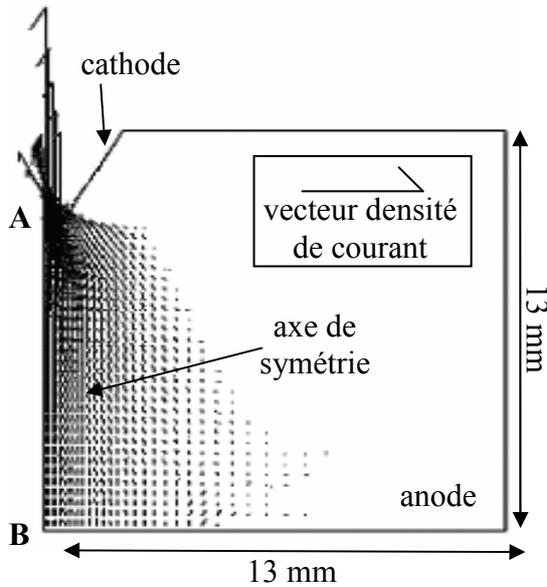


FIGURE 2-15 : VECTEUR DENSITÉ DE COURANT :  
ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A.  
 $\|\mathbf{j}\|_{\max} = 1.2 \cdot 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ .

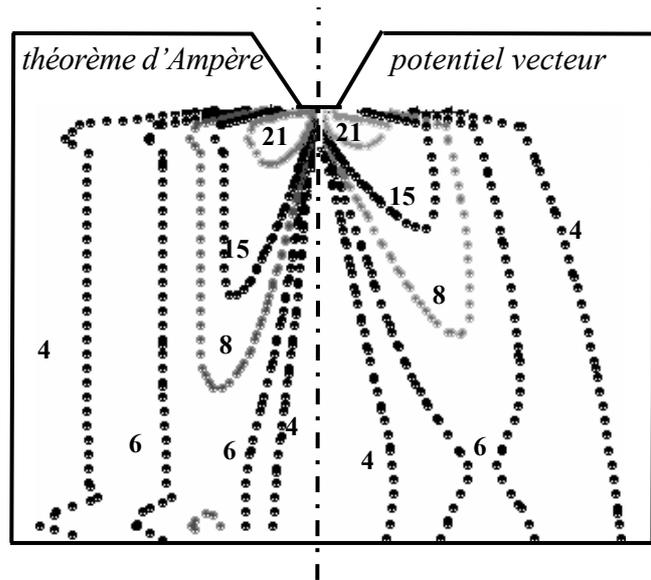


FIGURE 2-16 : CHAMP MAGNÉTIQUE (mT) - COURBES DES  
ISOVALEURS : ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A.

L'analyse des deux exemples ci-dessus valide notre code dans deux configurations différentes : pour une géométrie 2D présentant une symétrie de révolution et pour une géométrie 3D. Pour chaque cas, nous avons comparé nos résultats par une méthode directe : le théorème d'Ampère. A partir de maintenant et par l'étude de la répartition de la densité de courant, nous pouvons calculer le champ magnétique de trois manières différentes : la loi de Biot et Savart lorsque la densité de courant n'est pas connue, le théorème d'Ampère lorsque le domaine de calcul présente un haut degré de symétrie et le potentiel vecteur.

## 2.4 Conclusion

Nous avons établi les équations de la magnétohydrodynamique en supposant le milieu continu neutre et conducteur en équilibre thermodynamique local avec une description du mouvement de type eulérien. Ce système aux dérivées partielles non linéaire ainsi formé n'a pas de solutions analytiques, nous avons donc étudié deux méthodes numériques : la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Bien qu'aucune méthode ne soit parfaite pour ce genre de résolution, la méthode des volumes finis nous a semblé la plus adéquate. Pour ce faire, nous utilisons la partie solveur du logiciel commercial Fluent 6.0.

A partir de la synthèse bibliographique réalisée au chapitre 1, nous avons montré l'importance des travaux sur l'arc libre dans l'argon. Les travaux portent aussi bien sur des études théoriques que sur des études expérimentales. C'est pourquoi, dans le chapitre suivant, la validation de notre modèle d'étude est réalisée sur ce type d'arc pour un courant de 200 A.

# Chapitre 3

## INFLUENCE DES PARAMÈTRES ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL : APPLICATION À L'ARC LIBRE À 200 A

### 3.1 Modélisation d'un arc libre dans l'argon à 200 A

#### 3.1.1 Modèle et équations de base

##### Hypothèses

Pour la modélisation bidimensionnelle d'un arc libre dans l'argon à 200 A, nous utilisons les hypothèses suivantes :

- le plasma est en équilibre thermodynamique local ;
- le modèle est stationnaire ;
- le plasma est un fluide visqueux, laminaire, newtonien et incompressible ;
- la gravité est négligée devant les forces de pression ;
- la symétrie est cylindrique ;
- les phénomènes physiques dans les zones anodique et cathodique ne sont pas pris en compte, la modélisation concerne uniquement la colonne de l'arc libre.

L'écoulement d'un fluide visqueux dans une conduite rectiligne s'effectue de telle façon que les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles, l'écoulement est alors appelé laminaire.

Dans ce type d'écoulement il n'y a pas d'échange de particule fluide d'une couche à l'autre. Lorsque la vitesse du fluide augmente, les couches ont tendance à se mélanger de façon désordonnée. L'écoulement devient turbulent. Ainsi, on peut quantifier la transition entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent par le nombre de Reynolds. Ce

nombre est défini comme le rapport entre le flux convectif et le flux diffusif de la quantité de mouvement, soit :

$$R_e = \frac{\rho v^2}{\frac{\mu v}{L}} \quad (3.1)$$

$L$  représente une longueur qui caractérise l'échelle de l'écoulement considéré du plasma, distance sur laquelle la vitesse varie notablement, et  $\mu$  la viscosité. On considère en général que l'écoulement est turbulent si  $R_e$  est supérieur à 2000, soit un flux convectif largement supérieur au flux diffusif.

Un fluide est incompressible si la masse volumique de chaque élément reste constante au cours du mouvement :

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (3.2)$$

Les conditions dans lesquelles un fluide peut être considéré comme incompressible peuvent se réduire dans la plupart des cas à l'inégalité :

$$U \ll c \text{ ou } M \ll 1 \quad (3.3)$$

$U$  représente l'échelle de vitesse caractéristique de l'écoulement et  $c$  est la célérité des ondes de pression dans le fluide considéré, ondes acoustiques par exemple.  $M$  est le nombre de Mach défini comme le rapport entre  $U$  et la vitesse du son  $c$ . Si le nombre de Mach est inférieur à l'unité, l'écoulement est subsonique. Si  $M$  est supérieur à l'unité, l'écoulement est dit supersonique. Pour un nombre de Mach voisin de l'unité on parle d'écoulement transsonique.

Dans l'équation de la quantité de mouvement, le tenseur des contraintes n'est a priori pas connu. Cependant, dans la plupart des cas, les fluides sont considérés comme newtoniens. Cette hypothèse traduit le fait que les forces visqueuses peuvent être décomposées en une partie proportionnelle à la déformation linéaire du fluide et une autre à la déformation volumique du fluide. On a ainsi :

$$\tau_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_i}{\partial v_j} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

Les indices  $i$  et  $j$  correspondent aux différentes coordonnées  $x, y, z$  et  $\delta$  représente le symbole de Kronecker,  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et 0 sinon.

### Équations de l'arc libre dans l'argon

Dans un repère cylindrique  $(r, z, \theta)$ , les équations de la MHD avec les hypothèses ci-dessus, s'écrivent, comme nous l'avons vu au chapitre 2, sous la forme d'une équation de Patankar [Pat 80] :

$$\text{div}(\rho \phi \mathbf{v}) = \text{div}(\Gamma_\phi \mathbf{grad} \phi) + S_\phi \quad (3.5)$$

A partir de cette équation, le tableau 3-1 donne les équations de conservation en fonction de la propriété  $\varphi$ .

équation de conservation	$\varphi$	$\Gamma_\varphi$	$S_\varphi$
masse	1	0	0
quantité de mouvement axial	$u$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\frac{\partial v}{\partial z}\right) - j_r B_\theta$
quantité de mouvement radial	$v$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial r} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right) + j_z B_\theta$
énergie	$h$	$\frac{k_b}{C_p}$	$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k}{C_p}\frac{\partial h}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k}{C_p}\frac{\partial h}{\partial r}\right) + \frac{j_z^2 + j_r^2}{\sigma} - S_R$ $+ \frac{5}{2}\frac{k_b}{e}\left(j_z\frac{1}{C_p}\frac{\partial h}{\partial z} + j_r\frac{1}{C_p}\frac{\partial h}{\partial r}\right)$
potentiel	$V$	$\sigma$	0

TABLEAU 3-1 : ÉQUATIONS 2D DE LA MHD DANS LE CAS DE L'ARC LIBRE EN RÉGIME STATIONNAIRE.

Le champ magnétique azimuthal est calculé à l'aide du théorème d'Ampère, soit :

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{R} \int_0^R j_z(r) r dr \quad (3.6)$$

### 3.1.2 Domaine de calcul et conditions aux limites

#### Domaine de calcul

Le domaine de calcul représenté sur la figure 3-1, réalisé par le logiciel commercial Gambit 2.0.4 [Flu 01], est celui utilisé par [Hsu 83]. L'espace inter-électrode est de 10 mm. On utilise une cathode en tungstène d'angle au sommet de 60° et une anode plate. Le segment AB constitue l'axe de symétrie. Avant d'aborder les conditions aux limites, il est nécessaire de faire une remarque concernant la forme de la cathode. Dans notre cas, nous supposons une cathode tronquée de rayon 0,5 mm. Cette hypothèse est en accord avec les études expérimentales. En effet, celles-ci montrent qu'au bout d'un temps très court la pointe de la cathode s'érode [Low 92]. De plus, les travaux d'Hsu et al sont réalisés sur une cathode en marche d'escalier afin de rendre le maillage structuré. Notre domaine de calcul est divisé

axialement en 39 cellules et radialement en 40 cellules. Suivant l'axe, le maillage est uniforme, la taille des cellules est de 0,33 mm.

Nous avons optés pour un maillage structuré, la géométrie est divisée en petits blocs quadrilatéraux. Le principal avantage de ce type de maillage est d'assurer une plus grande stabilité numérique par l'alignement des cellules avec l'écoulement. Ce type de maillage n'est malheureusement pas toujours réalisable, surtout pour des géométries complexes ou l'utilisation d'éléments tétraédriques est nécessaire. D'après le tableau 2.7 du chapitre 2, le schéma numérique de type Power Law est celui qui prend le mieux en compte la nature convecto-diffusive du problème. Si la convection est très forte,  $Pe \gg 1$ , on retrouve un schéma de type Différentiation Avale, si la diffusion prime,  $Pe \ll 1$ , on retrouve le schéma des différences finies. L'équation de conservation de la charge n'ayant pas de terme diffusif, un schéma de type Différentiation Centrale est suffisant. Nous fixons le seuil de convergence pour l'ensemble des équations à  $10^{-8}$ . De plus un nombre maximal d'itérations pour chaque pas de temps est requis sous Fluent 6.0 afin que le processus de résolution soit stoppé en cas d'oscillations ou de divergence, même si le critère de convergence n'est pas encore satisfait. Nous avons fixé ce nombre à 80000 itérations maximal. Notre système à résoudre est composé de plusieurs équations aux dérivées partielles fortement couplées, nous imposons alors un coefficient de sous relaxation égal à 0,8 pour l'ensemble des variables.

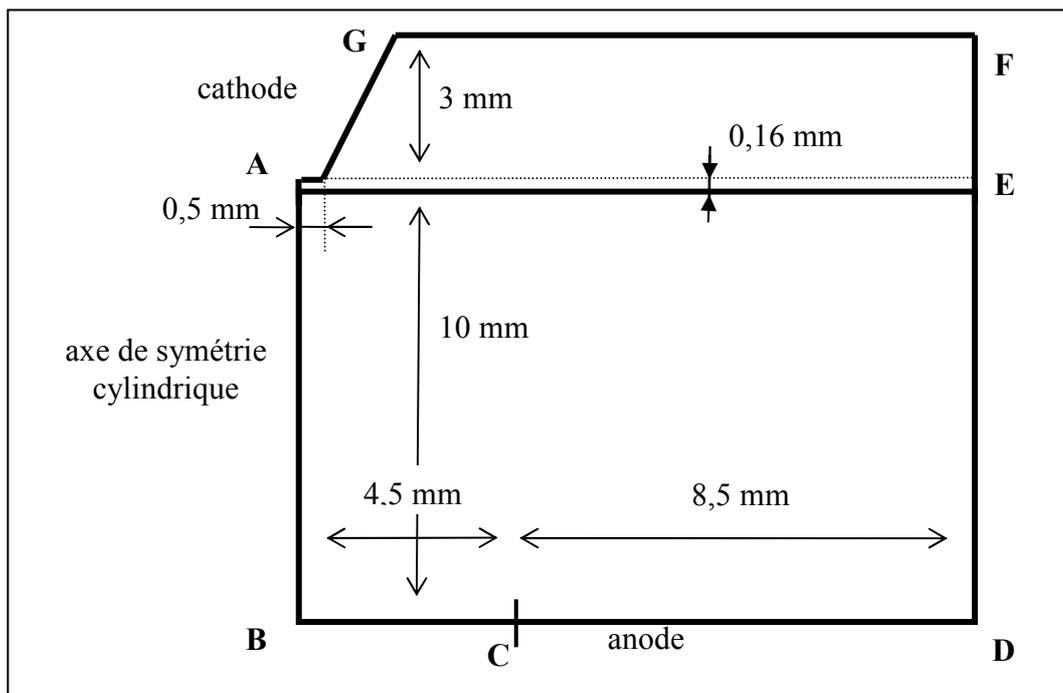


FIGURE 3-1 : DOMAINE DE CALCUL POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON.

Pour résumer :

- |  |   |   |                            |
|--|---|---|----------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- définition de la géométrie ;</li> <li>- réalisation du maillage ;</li> <li>- types conditions aux limites.</li> </ul>   | } | <p><b>Pre-Processing</b></p>            | <p><b>Gambit 2.0.4</b></p> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- définition du problème physique ;</li> <li>- résolution du problème ;</li> <li>- exploitation des résultats.</li> </ul> | } | <p><b>Solveur / Post-Processing</b></p> | <p><b>Fluent 6.0</b></p>   |

Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont de trois types :

- conditions de Dirichlet : valeurs de la fonction sur la frontière ;
- conditions de Neumann : valeurs de la dérivée normale sur la frontière ;
- conditions de Cauchy : valeurs de la fonction et de sa dérivée normale sur la frontière.

**Axe de symétrie cylindrique AB**

Aux frontières où sont définies des conditions de symétrie, la composante radiale de la vitesse est imposée nulle et toutes les autres variables sont régies par des conditions de type Neumann : flux nul.

**Anode BD**

L'anode est divisée en deux parties **BC** et **CD**. A l'instar de Freton et al [Fre 00], nous imposons un flux nul de température sur le segment **BC**. La longueur du segment correspond au rayon de l'isotherme 11500 K près de l'anode dans les résultats expérimentaux de Hsu et al [Hsu 83]. Sur le segment **BC** nous imposons une température de 1000 K. A cette température, la conductivité électrique de l'argon est négligeable. Nous choisissons comme potentiel électrique de référence l'anode, soit  $V = 0$ . Les valeurs axiale et radiale du vecteur vitesse de l'anode sont bien évidemment nulles.

**Entrée FD – Sortie GF**

Nous travaillons à la pression atmosphérique ce qui impose des conditions de type Dirichlet pour la pression statique sur les segments **GF** et **FD**.

**Cathode**

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à la zone située entre la colonne positive et le pied d'arc, car la zone très proche de la surface de l'électrode présente des gradients très élevés, et de valeurs mal connues. Les travaux de Zhu et al [Zhu 92] montrent que, pour une cathode en tungstène d'angle au sommet de  $60^\circ$ , la température maximale à la pointe de la cathode est de 4000 K pour un arc de 200 A dans l'argon. La température ensuite décroît pour atteindre 2500 K au point **G** situé à 3 mm au dessus de la pointe de la cathode. Une approche théorique et expérimentale valide cette condition. Dans notre cas, nous fixons une température uniforme de 3500 K à la cathode. De même que pour l'anode le vecteur vitesse est nul à la cathode. En ce qui concerne la condition pour la densité de courant à la pointe de la cathode, plusieurs modèles sont utilisés dans la littérature. Certains auteurs considèrent que la densité de courant est uniforme, hypothèse de Richardson Dushman. En réalité, il existe une atténuation au bord du spot. En suivant [Hsu 83] et [Kov 86], on peut définir une répartition de la densité axiale de courant dans une section de l'arc au niveau de l'électrode par :

$$j_z(r) = J_{max} \exp\left(-\frac{r}{R_c}\right) \quad (3.7)$$

où  $J_{max} = 1,2 \cdot 10^8$  A/m<sup>2</sup>, indépendamment de la valeur du courant. Cela signifie que lorsque le courant augmente, ce n'est pas l'amplitude de la densité de courant qui augmente, mais le diamètre du spot [Zho 94]. L'étude menée par Hsu et al permet de connaître le rayon

du spot cathodique. Pour un arc libre dans l'argon à 200 A, le rayon du spot est d'environ 0,51 mm. A partir de là, nous pouvons imposer la densité de courant sur un rayon  $R_i$ , partie du segment **AE** située à 0,16 mm en dessous de la pointe de la cathode, de façon à respecter la valeur du courant définie par :

$$I = 2\pi \int_0^{R_i} J_{max} \exp\left(-\frac{r}{R_c}\right) r dr \quad (3.8)$$

$$I = 2\pi J_{max} \left\{ -\exp\left(-\frac{R_i}{R_c}\right) (R_i + R_c) R_c + R_c^2 \right\} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) permet pour des valeurs fixées de  $I$ ,  $J_{max}$  et  $R_c$ , de déterminer  $R_i$ , le rayon d'intégration qui délimite l'étendue radiale du profil. Les différentes conditions aux limites sont résumées dans le tableau 3-2 pour le domaine de calcul représenté sur la figure 3-1.

	$u$	$V$	$V$	$T$	$p$
<b>axe de symétrie AB</b>	$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$	0	$\frac{\partial V}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial p}{\partial r} = 0$
<b>anode BC</b>	0	0	0	$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$	
<b>anode CD</b>	0	0	0	1000 K	
<b>sortie DF</b>	$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial r} = 0$	1000 K	101325 Pa
<b>entrée FG</b>	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial z} = 0$	1000 K	101325 Pa
<b>cathode GA</b>	0	0	$\frac{\partial V}{\partial z} = 0$	3500 K	
<b>cathode AE</b>	0	0	$\frac{j_z(r)}{\Delta z}$		

TABLEAU 3-2 : CONDITIONS AUX LIMITES POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON.

Les coefficients de transport de l'argon à pression atmosphérique utilisés sont représentés en annexe 4. Ils sont issus des travaux de Cressault [Cre 01]. Pour la chaleur spécifique de l'argon, on utilise les données de Chervy [Che 95].

3.1.3 Présentation et analyse des résultats de simulation

*Présentation des résultats*

Le champ de température obtenu par notre modèle est comparé au champ de température expérimentale de Hsu et al [Hsu 83] (cf. figure 3-2). Il s'agit des différents isothermes dans l'intervalle de température comprise entre 11 kK et 21 kK.

Le rayon maximal du plasma thermique est situé à  $z = 8,5$  mm de la pointe de la cathode. La valeur estimée par simulation numérique est de 6,2 mm et est en accord avec celle déduite des résultats expérimentaux. Le champ de température présente une forme en cloche caractéristique des arcs libres. Proche de la cathode, l'arc subit une compression radiale connue dans la littérature sous l'expression « pinch ».

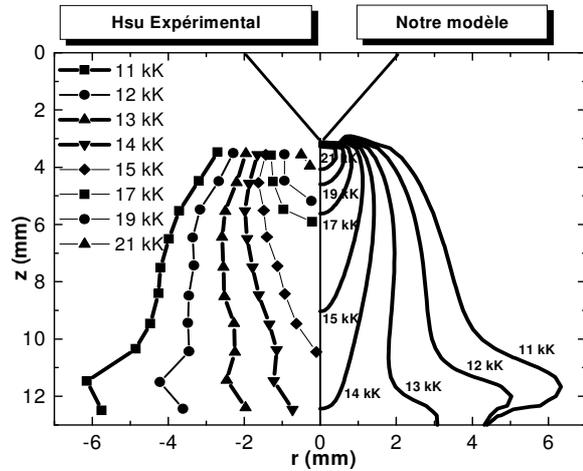


FIGURE 3-2 : CHAMP DE TEMPERATURE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – HSU / NOTRE MODÈLE.

La figure 3-3 et la figure 3-4 représentent respectivement la température le long de l'axe AB et l'erreur relative entre les résultats de Hsu et al [Hsu 83] et les données issues de

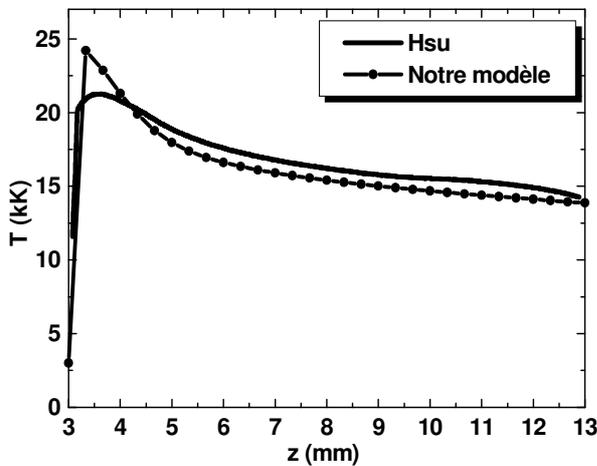


FIGURE 3-3 : TEMPERATURE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – HSU / NOTRE MODÈLE.

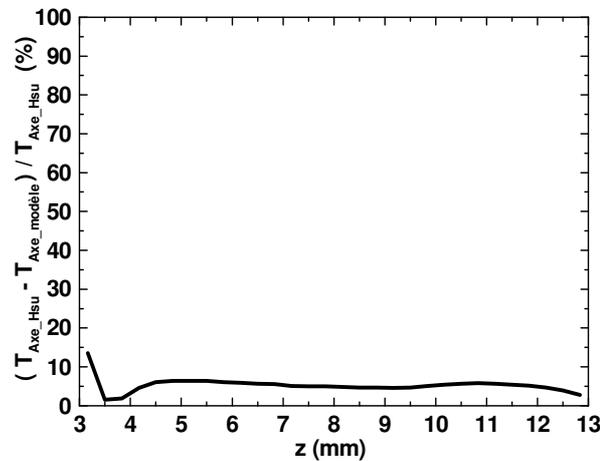


FIGURE 3-4 : ERREUR RELATIVE TEMPERATURE – HSU / NOTRE MODÈLE.

notre modèle. A la cathode la température correspond à la condition aux limites de type Dirichlet de valeur 3,5 kK. Puis, la température augmente pour atteindre un maximum à  $z = 3,5$  mm. Avec notre modèle, ce maximum est de 24 kK soit une différence de 14 % avec le résultat obtenu par [Hsu 83].

A partir de là, il y a une légère décroissance de la température le long de l'axe AB. Dans cette zone, la température calculée par [Hsu 83] est légèrement supérieure à celle obtenue par notre modèle, une différence de 8 %. A l'anode, on observe une température axiale de 14 kK, résultat conforme aux données expérimentales présentées sur la figure 3-2.

La figure 3-5 et la figure 3-6 représentent respectivement la vitesse le long de l'axe **AB**

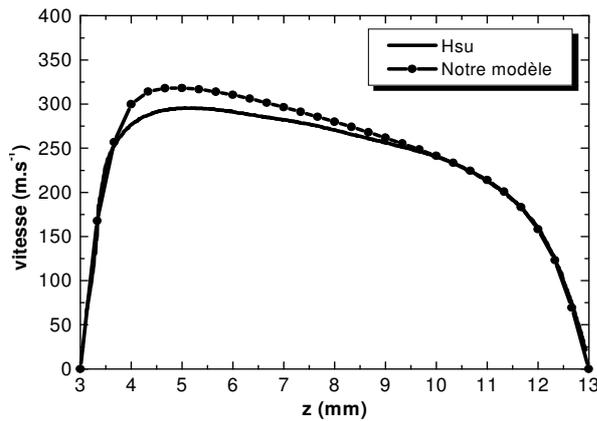


FIGURE 3-5 : VITESSE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE.

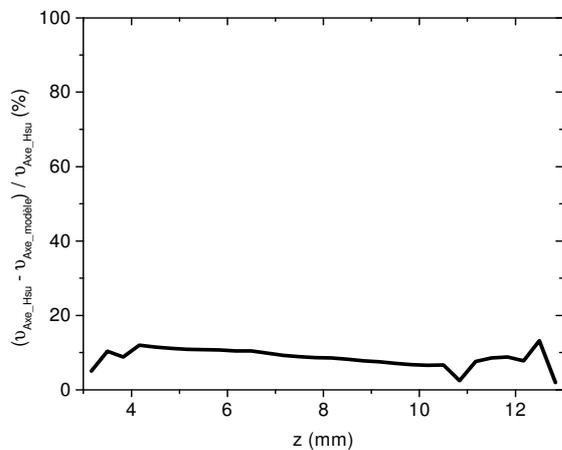


FIGURE 3-6 : ERREUR RELATIVE VITESSE – Hsu / NOTRE MODÈLE.

et l'erreur relative entre les résultats de Hsu et al [Hsu 83] et les données issues de notre modèle. En ce qui concerne nos résultats, on remarque un maximum de  $336 \text{ m.s}^{-1}$  à  $z = 1,8 \text{ mm}$  en dessous de la pointe de la cathode. Ensuite, la vitesse diminue légèrement sur l'axe pour s'annuler à l'anode. A une distance de  $1,5 \text{ mm}$  au dessus de l'anode, la vitesse du gaz est d'environ  $200 \text{ m.s}^{-1}$ . Une comparaison de nos résultats avec ceux de Hsu et al [Hsu 83] montre une différence de l'ordre de 15 % concernant la valeur maximale de la vitesse. Puis cette erreur diminue pour avoisiner les 10 % long de l'axe.

La figure 3-7 et la figure 3-8 représentent respectivement la densité de courant le long de l'axe **AB** et l'erreur relative entre les résultats de Hsu et al [Hsu 83] et les données issues de notre modèle. A la pointe de la cathode, la valeur de la densité de courant correspond à la valeur de  $J_{max}$  de l'équation (3.7), soit  $1,2 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2$ . Les résultats obtenus par [Hsu 83] pour la densité de courant sont largement inférieurs près de la pointe de la cathode : plus de 100 % de différence à  $z = 3,5 \text{ mm}$ . Cet écart important peut s'expliquer par une condition aux limites

sur la densité de courant légèrement différente de la nôtre. En revanche, à l'anode les valeurs de la densité de courant sont quasiment identiques : écart inférieur à 10 %. Pour Hsu et al [Hsu 83], cette valeur est de  $3,1 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$  contre  $2,9 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$  dans notre cas. C'est valeurs calculées proches de la colonne sont faibles comparées à celles déterminées par Sharakhovsky et al [Sha 97] sur la surface de l'électrode, environ  $5 \cdot 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ .

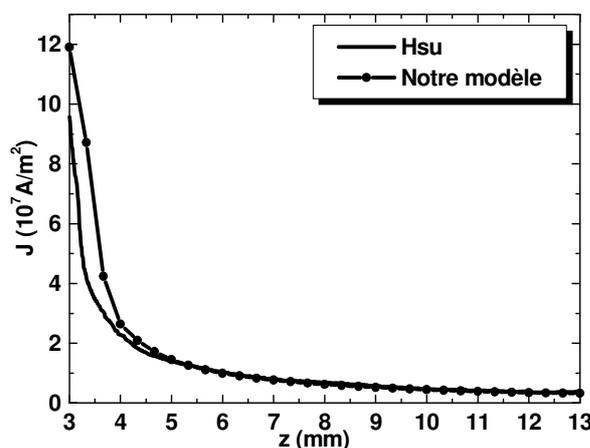


FIGURE 3-7 : DENSITÉ DE COURANT AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A – Hsu / NOTRE MODÈLE.

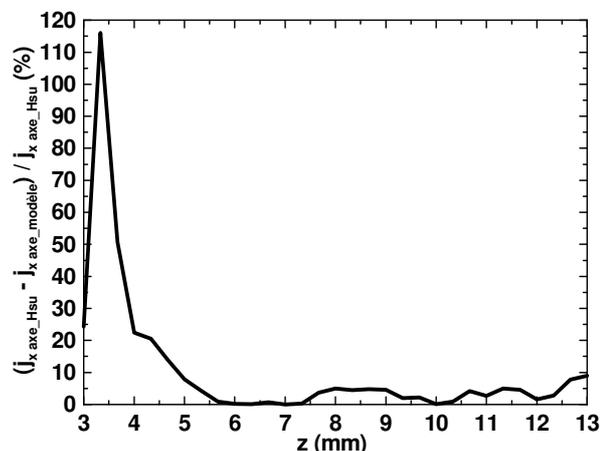


FIGURE 3-8 : ERREUR RELATIVE DE LA DENSITÉ DE COURANT – Hsu / NOTRE MODÈLE.

La figure 3-9 représente la pression axiale le long de l'axe **AB**.

On observe un maximum à la pointe de la cathode de 102400 Pa, soit 1 % de plus que la pression atmosphérique. Ensuite, le long de l'axe la pression diminue et avoisine la pression atmosphérique à une distance  $z$  comprise entre 5 mm et 11 mm. A partir de  $z = 11$  mm, la pression augmente de nouveau et atteint 101890 Pa à l'anode. Cette pression à l'électrode est 0,5 % plus élevée que la pression atmosphérique.

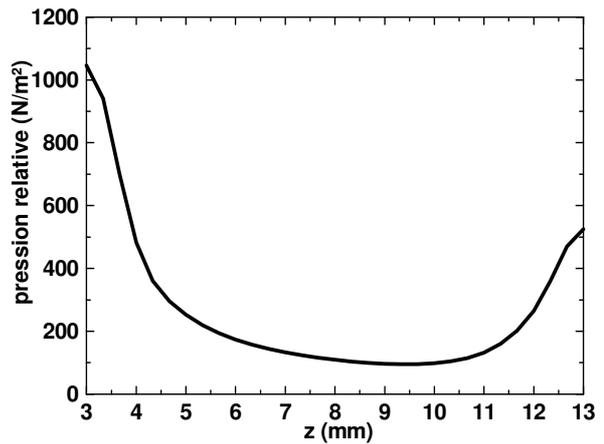


FIGURE 3-9 : PRESSION RELATIVE AXIALE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A.

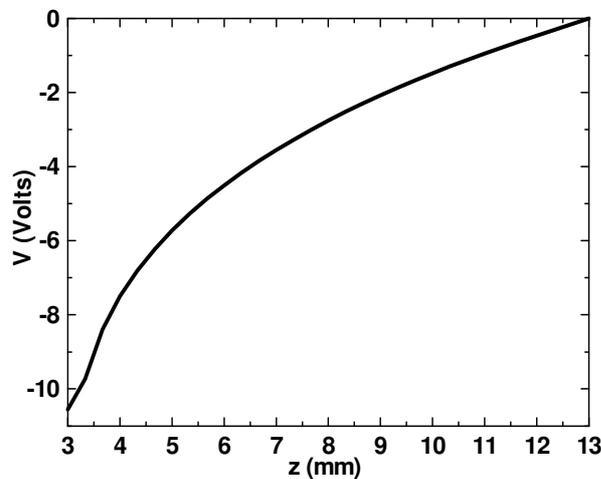


FIGURE 3-10 : POTENTIEL ELECTRIQUE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A.

Enfin, la figure 3-10 représente le potentiel électrique le long de l'axe **AB**. Nous observons une chute de tension dans la colonne de l'arc libre de 11,2 V. Pour connaître la chute de tension totale, entre les deux électrodes, il faudrait ajouter à cette valeur, les chutes de tension anodique et cathodique, non prises en compte dans notre modèle. Hsu et al [Hsu 83] obtient une chute de tension dans la colonne de 13,3 V, soit un écart de 15 %.

### 3.1.3.1 Analyse des résultats

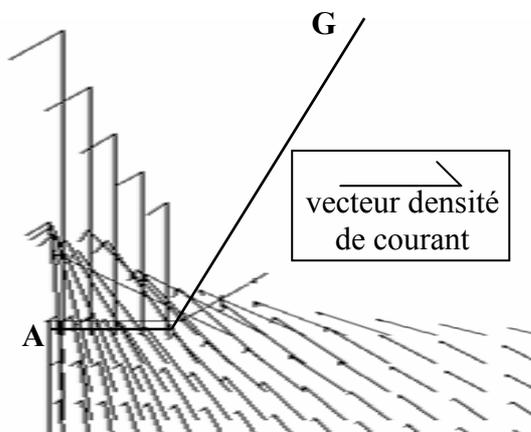


FIGURE 3-11 : DENSITÉ DE COURANT A LA POINTE DE LA CATHODE - ARC LIBRE DANS L'ARGON À 200 A  
 $\|j\|_{max} = 1.2 \cdot 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ .

Pour expliquer les différents phénomènes observés précédemment, observons la figure 3-11 représentant les vecteurs de la densité de courant à la pointe de la cathode. On observe, près de cette électrode les deux composantes de ce vecteur : une composante axiale et une composante radiale.

Or, l'effet « pinch » observé à la figure 3-2 est dû principalement à la composante axiale de la densité de courant, maximale à la pointe de la cathode.

En effet, observons la figure 3-12 représentant les forces de Lorentz à la pointe de la cathode. La composante radiale responsable du « pincement » du plasma thermique est créée par la combinaison de  $j_z$  avec  $B_\theta$ . A l'inverse, la présence d'une composante axiale pour la force de Lorentz est due à la composante radiale de la densité de courant proche de la cathode. La combinaison de  $j_r$  avec  $B_\theta$  produit une force axiale dirigée de la cathode pointue vers l'anode.

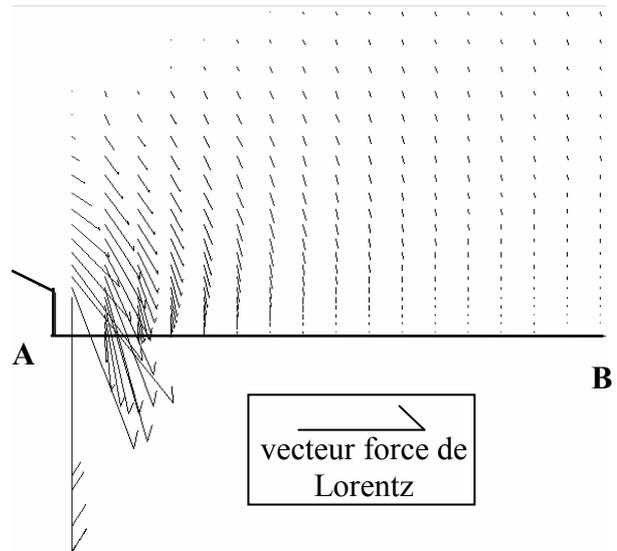


FIGURE 3-12 : FORCES DE LORENTZ - ARC LIBRE DANS  
L'ARGON À 200 A  
 $\|\mathbf{F}_L\|_{max} = 1.46.10^6 \text{ N.m}^{-3}$ .

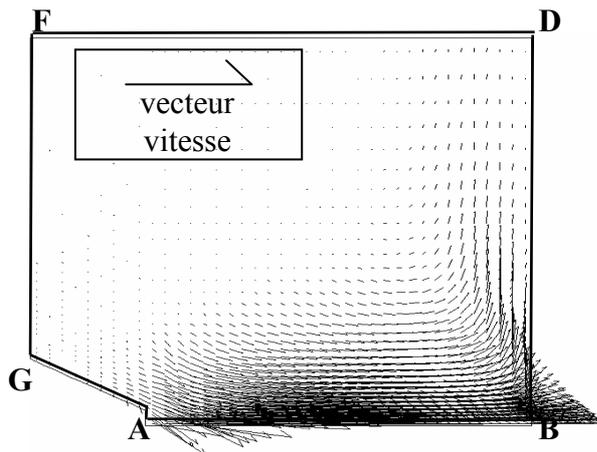


FIGURE 3-13 : CHAMP DE VITESSE - ARC LIBRE DANS  
L'ARGON À 200 A  
 $\|\mathbf{v}\|_{max} = 318 \text{ m.s}^{-1}$ .

La figure 3-13 représente le champ de vitesse du gaz.

Ainsi, comme nous pouvons le constater sur cette figure, la composante radiale de la force de Lorentz incline les vecteurs vitesses à la pointe de la cathode. La composante axiale de la force de Lorentz induit un écoulement de plasma de la cathode à l'anode.

### 3.2 Étude approfondie sur l'arc libre

Nous allons étudier l'influence sur les grandeurs caractéristiques du plasma thermique de paramètres comme : la nature du gaz, le choix d'un modèle mathématique pour la condition aux limites de la densité de courant à la cathode, la géométrie de la pointe de la cathode et les différents coefficients de transport issus de la littérature.

Le plasma thermique étudié est un arc libre à 200 A. Les hypothèses, les équations et les conditions aux limites de notre modèle sont ceux établis dans la première partie de ce chapitre.

### 3.2.1 Influence de la nature du gaz sur les grandeurs caractéristiques de l'arc

L'objectif de cette partie est de comparer et d'analyser les grandeurs fondamentales issues des modélisations d'un arc libre dans l'argon et d'un arc libre dans l'air à puissance constante et égale à 2200 W.

Lorsque le gaz considéré est l'argon,  $I = 200$  A, les coefficients de transport sont ceux établis par Cressault [Cre 01] (cf. annexe 4). En ce qui concerne l'air,  $I = 100$  A, les coefficients de transport sont issus de Boulos et al [Bou 94] et les données concernant le coefficient d'émission nette sont issues des travaux de Naghizadeh-Kashani [Nag 02] (cf. annexe 5).

#### Présentation des résultats

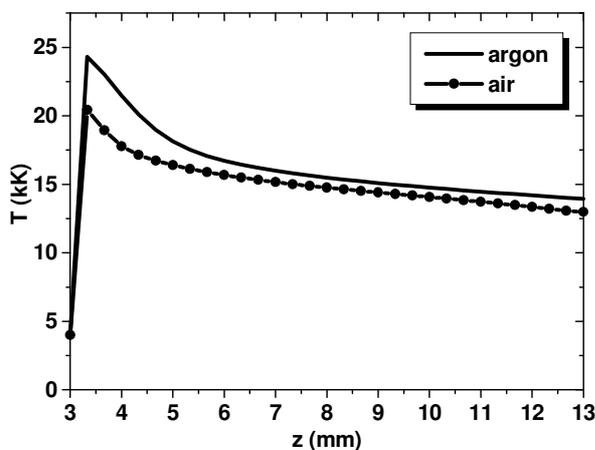


FIGURE 3-14 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARC LIBRE  
AIR / ARGON.

La figure 3-14 représente la température le long de l'axe **AB** pour un arc libre dans l'air et dans l'argon.

Dans les deux cas, la température maximale est située à  $z = 3,4$  mm. Lorsque le gaz considéré est l'air cette température est inférieure à la température obtenue pour l'argon : 21 kK pour l'air contre 24 kK pour l'argon.

Puis, pour  $z$  supérieur à 5 mm l'écart diminue. La température est 5 % plus élevée dans le cas de l'argon.

La figure 3-15 représente la pression relative le long de l'axe **AB** pour un arc libre dans l'air et dans l'argon.

On observe une différence de 47 % à la pointe de la cathode entre un arc libre dans l'argon et dans l'air.

Ensuite le long de l'axe **AB**, l'écart entre les données, pour les deux gaz considérés, diminue et s'inverse, 34 % à  $z = 8$  mm.

Puis, pour  $z$  supérieur à 11 mm la différence entre les pressions augmentent considérablement. A l'anode cette différence est supérieure à 200 %.

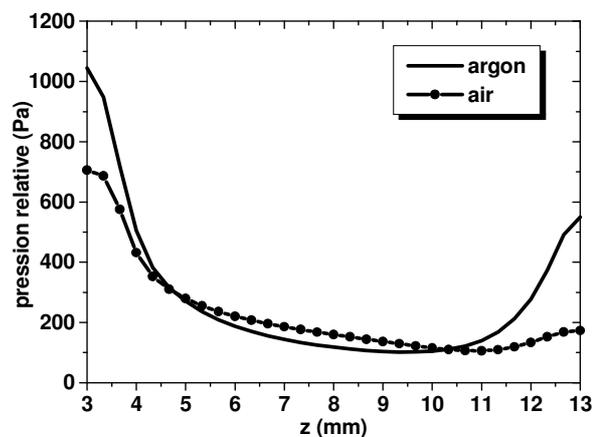


FIGURE 3-15 : PRESSION RELATIVE AXIALE – ARC LIBRE  
AIR / ARGON.

La figure 3-16 représente la chute de tension le long de l'axe **AB** pour un arc libre dans l'air et dans l'argon. Nous pouvons remarquer que la chute de tension dans la colonne d'un arc libre dans l'air est deux fois plus élevée que la chute de tension dans la colonne d'un arc libre dans l'argon : respectivement 22 V dans l'air contre 11 V dans l'argon.

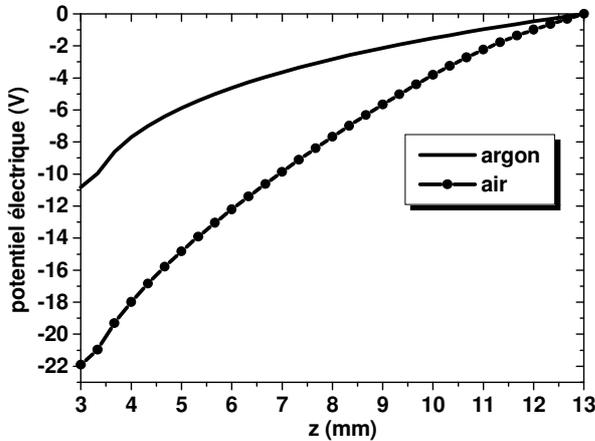


FIGURE 3-16 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE – ARC LIBRE AIR / ARGON.

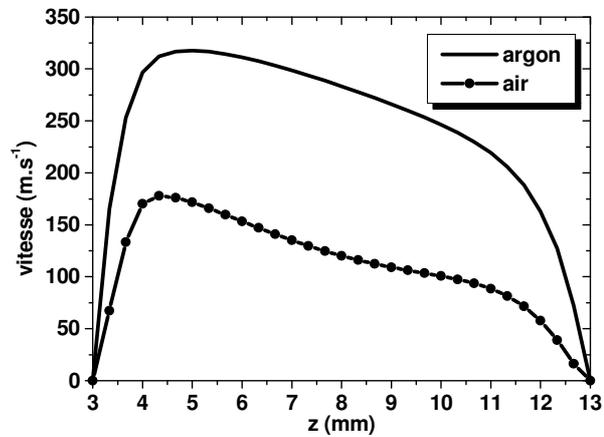


FIGURE 3-17 : VITESSE AXIALE – ARC LIBRE AIR / ARGON.

Pour les deux gaz considérés, air et argon, la figure 3-17 représente la vitesse le long de l'axe **AB**. La vitesse maximale est située à  $z = 4,5$  mm. Ce maximum est de  $325 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'argon contre  $180 \text{ m.s}^{-1}$  pour l'air. Soit un écart de 80 %. Les écarts diminuent légèrement sur l'axe pour s'annuler à l'anode. A l'anode, et pour les deux gaz considérés, la vitesse est nulle.

Analyse des résultats

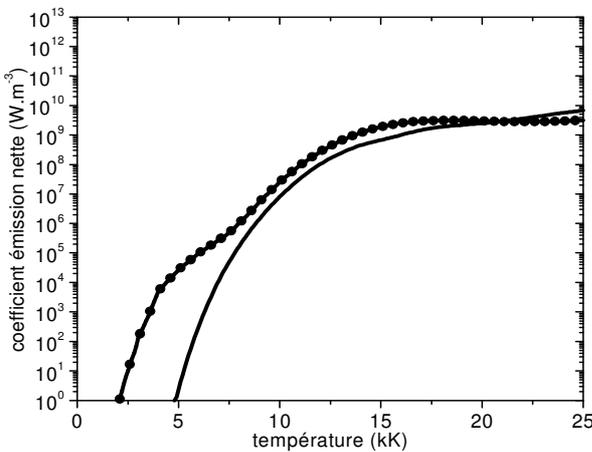


FIGURE 3-18 : COEFFICIENT D'EMISSION NETTE DE L'AIR ET DE L'ARGON.

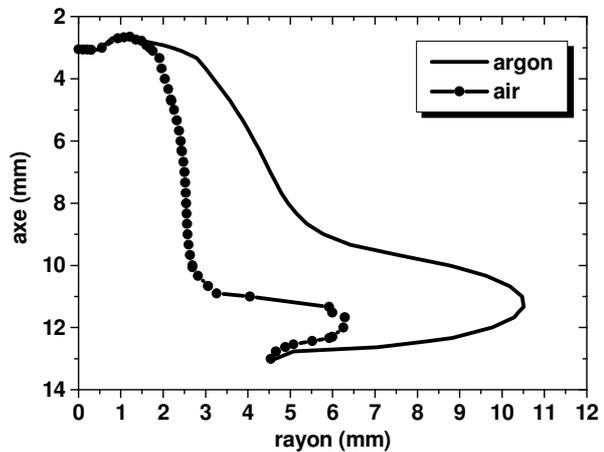


FIGURE 3-19 : TEMPÉRATURES RADIALES D'UN ARC LIBRE À 200 A DANS L'AIR ET DANS L'ARGON.

La figure 3-18 représente le coefficient d'émission nette de l'argon et de l'air, ce coefficient est directement proportionnel à l'énergie radiative par unité de volume dissipée par le plasma thermique. Nous observons que pour des températures inférieures à 20 kK les pertes radiatives sont plus importantes dans l'air que dans l'argon. Ainsi, lorsque les pertes radiatives augmentent, la température de l'arc diminue (cf. figure 3-14) et le canal conducteur, représenté par l'isotherme à 7 kK pour les deux gaz considérés (cf. figure 3-19), est plus étroit. Le rayon de conduction du plasma thermique diminuant, on observe une modification

de la répartition de la densité de courant. Ainsi, cette variation de la répartition de la densité de courant couplée au champ magnétique azimuthal induit une modification de la vitesse de l'écoulement du plasma thermique de la cathode à l'anode (cf. figure 3-17).

### 3.2.2 Cathode tronquée ou cathode pointue ?

L'étude concerne la géométrie de la pointe de la cathode dans le cas d'un arc libre à 200 A dans l'argon. Suivant les auteurs, on constate deux types de configuration. La cathode tronquée est généralement utilisée pour deux raisons. La première porte sur la géométrie des cellules. Une cathode tronquée permet d'imposer un maillage structuré dans tout le domaine de calcul. La deuxième raison est liée au phénomène d'érosion de la pointe de la cathode. Une étude expérimentale montre que dès l'instant qu'il y a présence d'un arc, la cathode s'érode.

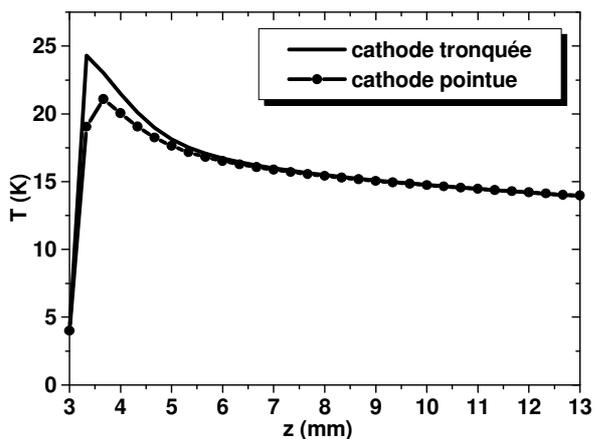


FIGURE 3-20 : TEMPÉRATURE AXIALE – CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE.

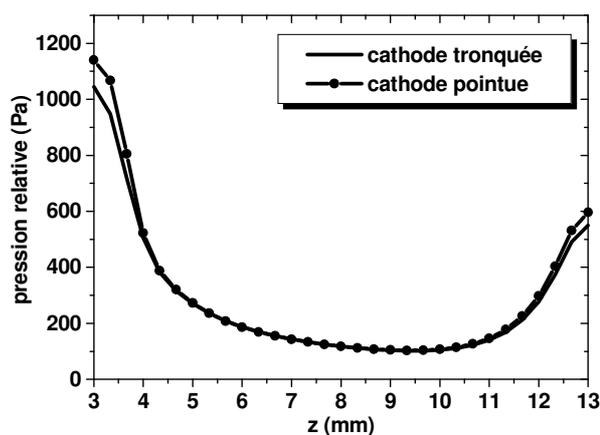


FIGURE 3-21 : PRESSION RELATIVE AXIALE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE.

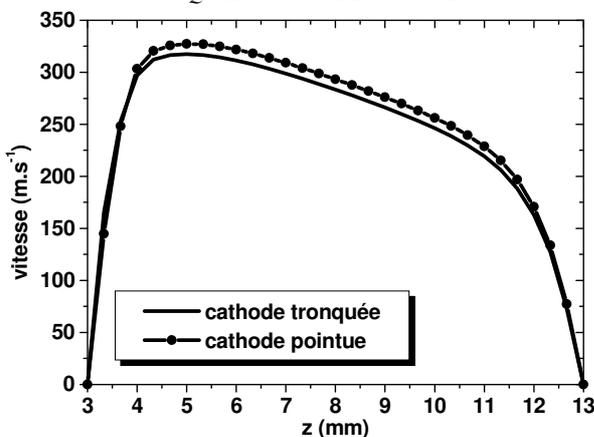


FIGURE 3-22 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE.

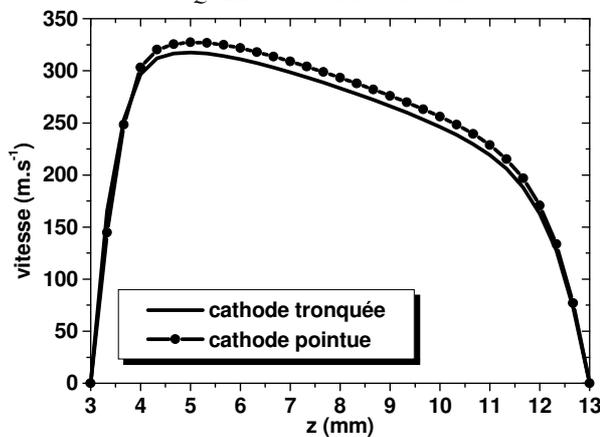


FIGURE 3-23 : VITESSE AXIALE - CATHODE TRONQUÉE / CATHODE POINTUE.

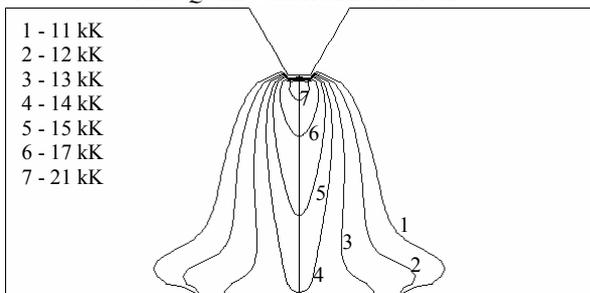


FIGURE 3-24 : CHAMP DE TEMPÉRATURE (K) – CATHODE TRONQUÉE.

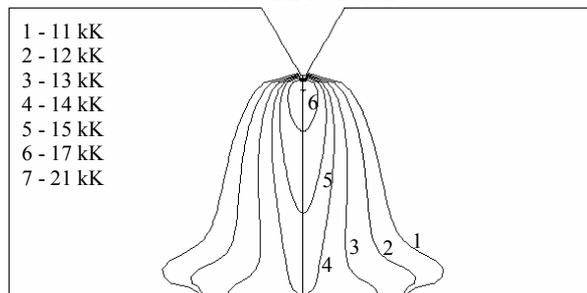


FIGURE 3-25 : CHAMP DE TEMPÉRATURE (K) – CATHODE POINTUE.

Nous avons donc réalisé la simulation numérique d'un arc libre dans l'argon pour deux géométries différentes. Une cathode tronquée de 0,5 mm et une cathode pointue.

Les différents résultats de simulation sont présentés de la figure 3-20 à la figure 3-23. Il s'agit respectivement de la température, de la pression, du potentiel électrique et de la vitesse le long de l'axe **AB**. La figure 3-24 et la figure 3-25 représentent le champ de température pour deux géométries de cathode différentes, pointue et tronquée. L'intervalle de température est compris entre 11 kK et la température maximale à la pointe de l'électrode.

Nous pouvons remarquer que l'écart entre les grandeurs caractéristiques est très faible. La différence la plus importante concerne la température dans la région cathodique. La température est de 14 % plus élevée dans le cas d'une cathode tronquée : environ 24 kK contre 21 kK dans le cas d'une cathode pointue.

**3.2.3 Choix d'un modèle pour la condition aux limites de la densité de courant à la cathode**

L'objectif principal de cette étude est d'analyser l'influence du modèle mathématique à imposer à la pointe de la cathode pour la condition aux limites de la densité de courant sur les grandeurs caractéristiques de l'arc libre.

Nous nous intéressons tout particulièrement aux trois modèles les plus utilisés dans la littérature : un modèle exponentiel [Hsu 83][Kov 86][Bau 97][Fre 00], un modèle parabolique [Ush 82][Fre 02] et un modèle constant [McK 86][Choo 92].

Afin de mener cette étude et ne pas dépasser la température maximale admissible pour nos banques de données, les coefficients de transport, le maximum de la densité de courant, identique pour chacun des profils, sera légèrement différent de celui utilisé par [Hsu 83],  $J_{max} = 6,36.10^7 \text{ A.m}^{-2}$ .

Les différentes valeurs des constantes sont données dans le tableau 3-3. Le profil de la densité de courant est appliqué sur un rayon tel que le courant total soit de 200 A : 3 mm dans le cas d'un modèle exponentiel, 1,4 mm pour un modèle parabolique et 1 mm lorsque le profil est constant.

profil	expression mathématique	données
exponentiel	$j_z(r) = J_{max} \exp\left(-\frac{r}{R_c}\right)$	$J_{max} = 6,36.10^7 \text{ A.m}^{-2}$ ; $R_c = 0,75 \text{ mm}$
parabolique	$j_z(r) = J_{max} \left(1 - \left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right)$	$J_{max} = 6,36.10^7 \text{ A.m}^{-2}$ ; $R_c = 1,4 \text{ mm}$
constant	$j_z = \frac{I}{\pi R_c^2}$	$R_c = 1 \text{ mm}$

TABLEAU 3-3 : MODÈLES MATHÉMATIQUES POUR LA DENSITÉ DE COURANT À LA POINTE DE LA CATHODE.

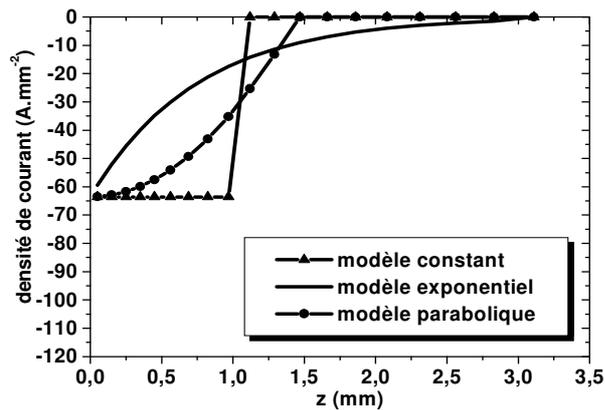


FIGURE 3-26 : MODÈLES MATHÉMATIQUES POUR LA DENSITÉ DE COURANT À LA POINTE DE LA CATHODE.

La figure 3-26 représente la condition aux limites de la densité de courant le long de l'axe AE.

Il s'agit des trois profils présentés dans le tableau 3-3 : constant, exponentiel et parabolique.

Nous observons un maximum de la densité de courant de l'ordre de  $6,3 \cdot 10^7 \text{ A.m}^{-2}$  identique pour les trois profils. De plus, nous constatons que le rayon de conduction varie en fonction du modèle mathématique de la densité de courant imposé à la pointe de la cathode.

La figure 3-27 représente la température le long de l'axe AB obtenue avec les trois profils de condition aux limites de la densité de courant à la pointe de la cathode : constant, exponentiel et parabolique.

Les différences les plus marquantes sont au niveau de la région cathodique. La température maximale à  $z = 3,5 \text{ mm}$  est obtenue avec un profil constant, 23200 kK, et la température minimum est observée avec un profil exponentiel, 17000 kK. Avec un profil parabolique, la température est légèrement inférieure à celle estimée avec un profil constant, soit 22400 kK.

Ces différences s'expliquent en observant les profils de la densité de courant imposés à la pointe de la cathode, figure 3-26. C'est pour un profil exponentiel que le canal conducteur est le plus important : la densité de courant à la cathode s'étale sur un rayon de 3 mm. En revanche, le rayon conducteur est inférieur à 1,5 mm pour les deux autres modèles mathématiques.

Ainsi, la résistance électrique équivalente du plasma thermique diminue. L'étude est réalisée à courant constant, la puissance électrique fournie à l'arc est donc plus faible ce qui a pour conséquence une diminution de la température sur l'axe.

De plus, une diminution de la résistance équivalente à courant constant induit une tension électrique plus faible.

En effet, sur la figure 3-28 on observe une légère différence suivant le modèle de la densité de courant imposé à la pointe de la cathode.

Une chute de tension d'environ 9,5 V pour un modèle exponentiel et une chute de tension de 10 V pour un modèle parabolique et constant, soit une différence de l'ordre de 5 %.

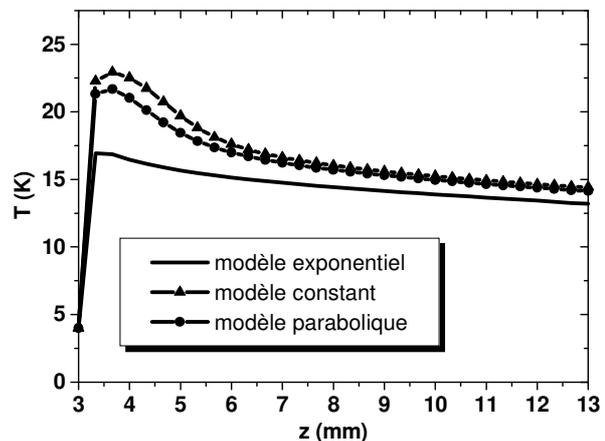


FIGURE 3-27 : TEMPÉRATURE AXIALE.

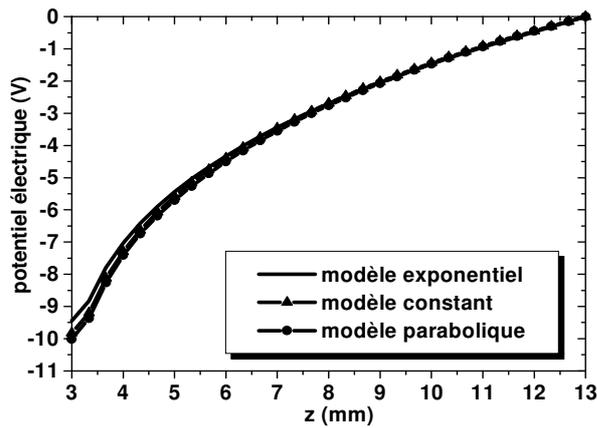


FIGURE 3-28 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE.

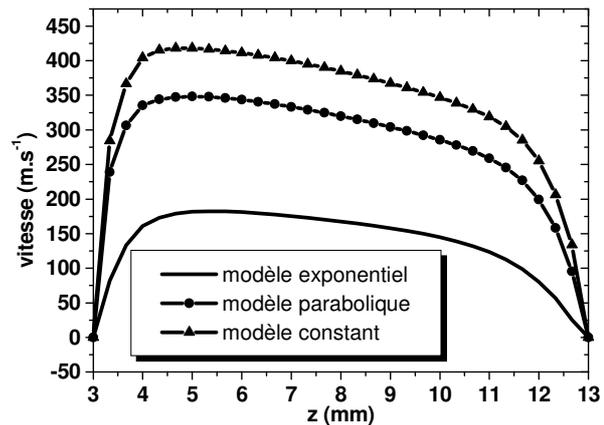


FIGURE 3-29 : VITESSE AXIALE

La figure 3-29 représente la vitesse du gaz le long de l'axe **AB** obtenue avec les trois profils de la condition aux limites de la densité de courant à la pointe de la cathode. Comme le montre cette figure, le profil axial de la vitesse est largement conditionné par le modèle mathématique de la densité de courant. En effet, une répartition spatiale de la densité de courant différente à la pointe de la cathode modifie la valeur des forces de Lorentz responsable du pompage magnétique.

Cette particularité se retrouve dans la littérature. Ainsi, la vitesse axiale maximale varie de  $260 \text{ m.s}^{-1}$  à environ  $500 \text{ m.s}^{-1}$  soit une variation de plus de 100 % suivant les auteurs. Le tableau 3-4 donne la valeur de la vitesse axiale maximale suivant le modèle mathématique utilisé pour la condition aux limites de la densité de courant à la cathode.

auteurs	modèle mathématique de la densité de courant à la cathode	vitesse axiale maximale en $\text{m.s}^{-1}$
[Fre 02]	exponentiel	260
[Hsu 83]	exponentiel	294
[Goo 97]	constant	390
[Low 92]	constant	430
[Zhu 92]	constant	500
[Ush 82]	parabolique	210

TABLEAU 3-4 : VITESSE MAXIMALE AXIALE POUR UN ARC LIBRE DANS L'ARGON.

### 3.2.4 Influence des coefficients de transport les grandeurs caractéristiques de l'arc

#### 3.2.4.1 Introduction

Dans cette section, nous allons étudier l'influence des écarts entre les coefficients de transport issus d'auteurs différents sur les grandeurs caractéristiques de l'arc libre à 200 A. Les gaz considérés sont l'air et l'argon. Les coefficients de transport étudiés sont la conductivité thermique, la conductivité électrique et la viscosité. Les trois publications choisies pour les coefficients de transport de l'air sont Boulos et al [Bou 94], Murphy et al [Mur 95] et Capitelli et al [Cap 00]. En ce qui concerne les coefficients de transport de

l'argon, les données ont été prises dans les articles de Boulos et al [Bou 94], Murphy et al [Mur 94] et Deveto et al [Dev 73].

Les hypothèses, les équations et les conditions aux limites de notre modèle sont celles établies dans la deuxième partie de ce chapitre. Ainsi, pour chaque coefficient de transport nous réalisons trois modélisations d'arc libre à 200 A correspondant aux trois auteurs sélectionnés pour notre étude. Seul le coefficient de transport étudié est modifié dans notre base de données, pour les autres coefficients de transport il s'agit pour l'argon des données présentées en annexe 4 et pour l'air des données présentées en annexe 5.

### 3.2.4.2 Influence de la conductivité thermique

La figure 3-30 et la figure 3-31 représentent respectivement la conductivité thermique de l'air et la conductivité thermique de l'argon. En ce qui concerne l'air, la figure 3-32 représente la différence relative, en pourcentage, entre les données de [Mur 95] par rapport au données de [Bou 94] ( $[Mur\ 95] / [Bou\ 94]$ ), entre les données de [Mur 95] par rapport à [Cap 00] ( $[Mur\ 95] / [Cap\ 00]$ ) et entre les données de [Cap 00] par rapport à aux données de [Bou 94] ( $[Cap\ 00] / [Bou\ 94]$ ). Même type de représentation pour les différences relatives entre les conductivités thermiques de l'argon (cf. figure 3-33).

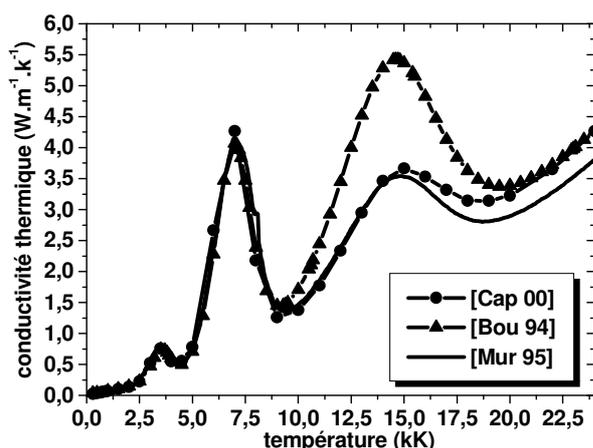


FIGURE 3-30 : CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'AIR.

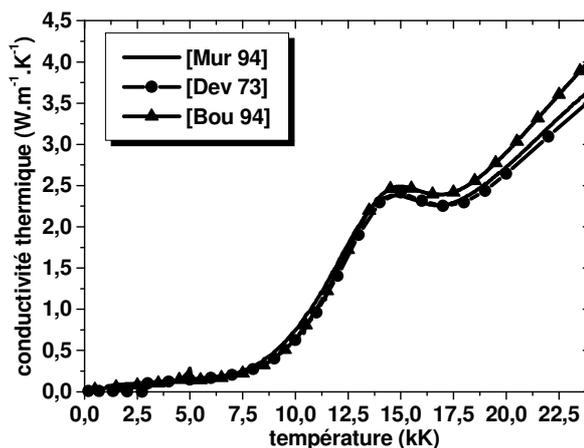


FIGURE 3-31 : CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'ARGON.

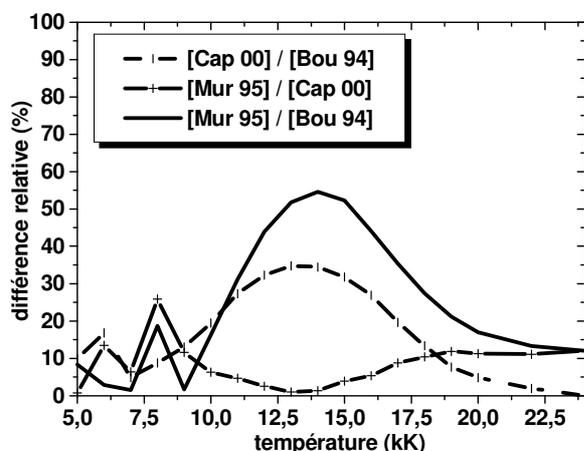


FIGURE 3-32 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'AIR.

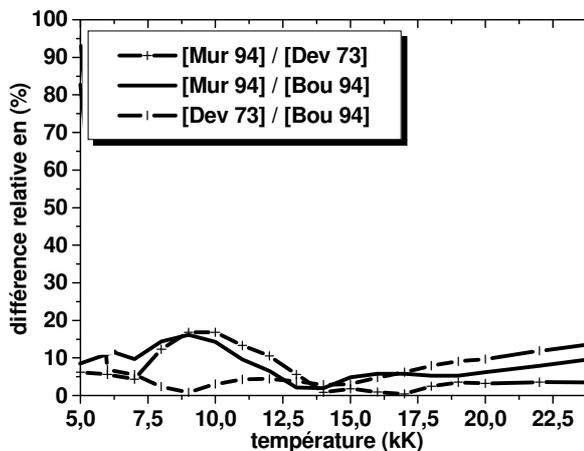


FIGURE 3-33 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'ARGON.

Nous appelons une différence relative entre une grandeur  $x$  par rapport à une grandeur  $y$  (noté  $x/y$ ) le résultat issu du calcul suivant :

$$\left| \frac{x - y}{x} \right| * 100 \tag{3.10}$$

Notre analyse se limite à l'intervalle de température 10 kK à 24 kK. Pour des températures inférieures à 10 kK la conductivité électrique est négligeable et par conséquent, nous considérons qu'il n'y a pas présence d'arc électrique. En ce qui concerne la conductivité thermique de l'argon, les différences entre les données, dans cette gamme de température, sont inférieures à 15 %. Dans le cas de l'air, la différence la plus importante se situe au niveau du deuxième maximum de la conductivité thermique correspondant à la première ionisation des molécules d'azote et d'oxygène. Les données issues de [Bou 94] sont, dans cette gamme de température, entre 30 à 55 % supérieures à [Mur 95] et [Cap 00]. Pour des températures supérieures à 20 kK, les écarts entre les données de [Cap 00] et [Bou 94] diminuent tandis que pour [Mur 95] la différence s'accroît.

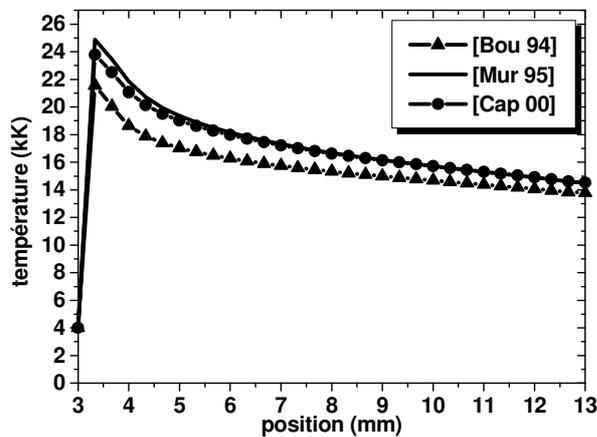


FIGURE 3-34 : TEMPÉRATURE AXIALE - AIR.

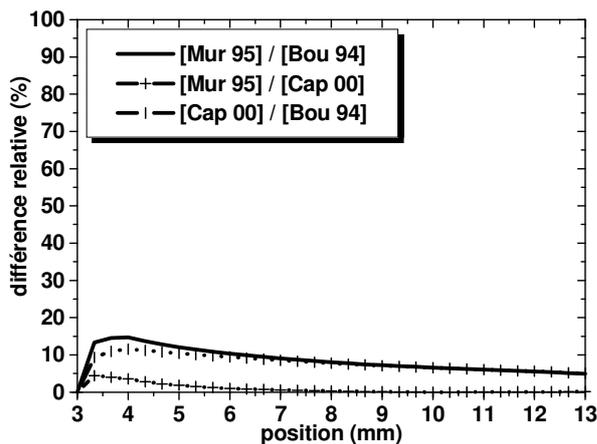


FIGURE 3-35 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L’AIR.

Lorsque le gaz considéré est l'air, la figure 3-34 et la figure 3-35 représentent respectivement la température axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité thermique issues de la littérature.

Lorsqu'on utilise les données de [Bou 94] pour la conductivité thermique, on observe un profil de température dans la colonne de l'arc inférieur à ceux trouvés avec les données de [Mur 95] et [Cap 00]. En effet, un écart de 54 %, sur le deuxième maximum de la conductivité thermique, entre les auteurs [Mur 95] et [Bou 94] induit une différence d'environ 10 % sur le profil axial de température.

Comme nous pouvons le remarquer sur la figure 3-30, les données de [Bou 94] concernant la conductivité thermique sont les plus élevées. Cette particularité explique que les températures axiales avec les données de [Mur 95] et [Cap 00] sont 10% supérieures à la température calculée avec les données de [Bou 94].

D'un point de vue mathématique, les équations magnétohydrodynamiques du modèle présentées tableau 3-1 montrent que la conductivité thermique intervient exclusivement dans l'équation de conservation de l'énergie. Or, c'est cette équation qui détermine en partie le champ de température.

Lorsque le gaz considéré est l'argon, la figure 3-36 et la figure 3-37 représentent respectivement la température axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité thermique issues de la littérature.

Le profil axial de température est quasiment identique, les écarts sont majoritairement inférieurs à 5 %. Donc, lorsque les différences entre les données de base concernant la conductivité thermique sont inférieures à 15 %, il n'y a pas de répercussion sur le profil de température axiale.

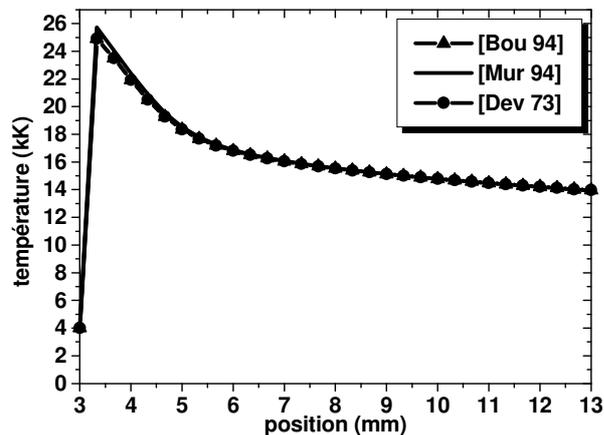


FIGURE 3-36 : TEMPÉRATURE AXIALE - ARGON.

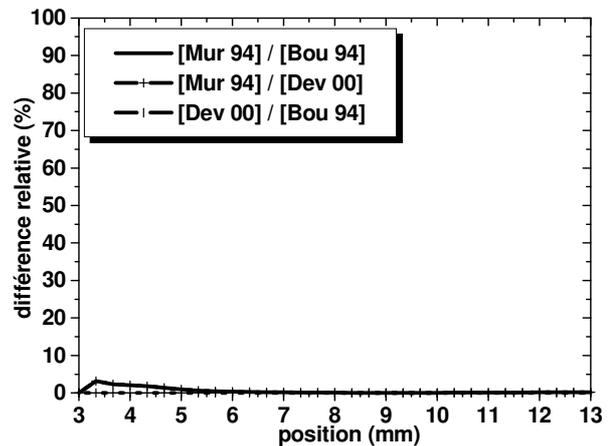


FIGURE 3-37 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'ARGON.

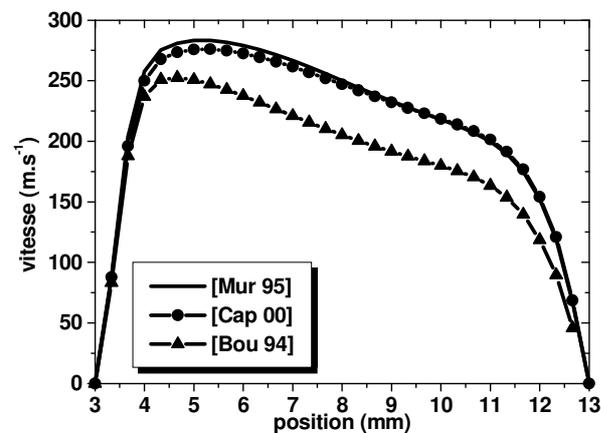


FIGURE 3-38 : VITESSE AXIALE - AIR.

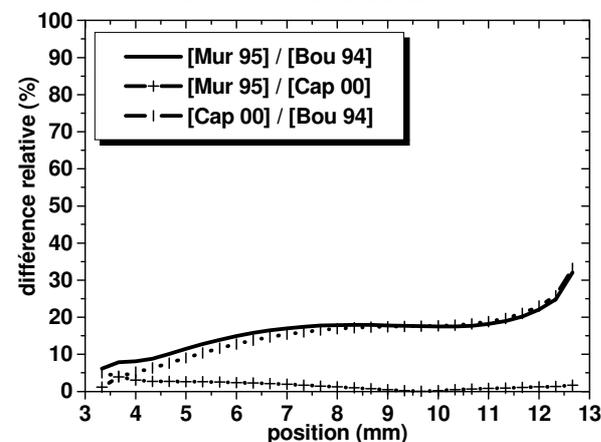


FIGURE 3-39 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'AIR.

Lorsque le gaz considéré est l'air, la figure 3-38 et la figure 3-39 représentent respectivement la vitesse axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité thermique issues de la littérature.

Un écart de 54 %, sur le deuxième maximum de la conductivité thermique, entre les auteurs [Mur 95] et [Bou 94] induit une différence d'environ 15 % sur le profil axial de vitesse.

Dans l'équation de conservation du mouvement, le terme source dépend de la densité de courant  $\mathbf{j}$  et du champ magnétique  $\mathbf{B}$ , appelé forces de Lorentz. Or, une différence de température induit une différence sur la conductivité électrique et par conséquent sur la densité de courant  $\mathbf{j}$ . A partir des données issues de [Mur 95] le profil axial de la vitesse du gaz est plus important que celui obtenu avec les données de [Bou 94], ce qui est en accord avec les profils axiaux de température (cf. figure 3-34).

En ce qui concerne l'argon, la figure 3-40 et la figure 3-41 représentent respectivement la vitesse axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité thermique issues de la littérature.

Suite à l'analyse de ces deux figures, nous pouvons faire la même remarque que précédemment. En effet, les écarts entre les différents résultats sont négligeables, inférieures à 5 %.

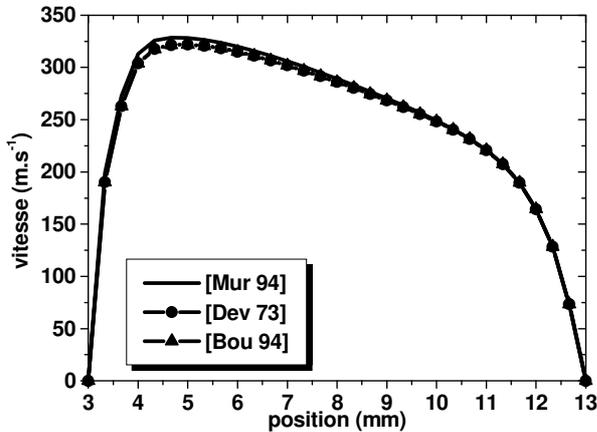


FIGURE 3-40 : VITESSE AXIALE - ARGON.

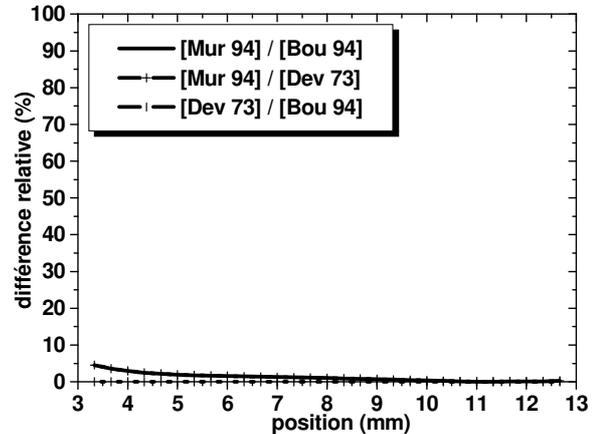


FIGURE 3-41 : DIFFÉRENCE RELATIVE - VITESSE AXIALE DANS L'ARGON.

La figure 3-42 et la figure 3-43 représentent respectivement la chute de tension dans la colonne de l'arc libre dans l'air et la chute de tension lorsque le gaz considéré est l'argon. Et la figure 3-44 et la figure 3-45 représentent respectivement les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données des conductivités thermiques, de l'air et de l'argon, issues de la littérature. Dans les deux cas, les différences sont négligeables, inférieures à 5 %.

Lorsque l'on observe les profils axiaux de température dans le cas de l'air et de l'argon, figure 3-34 et figure 3-36, on constate que la température est supérieure à 15 kK. Or, à cette température, le plasma est quasiment ionisé ce qui implique que les conductivités électriques de l'air et de l'argon sont pratiquement équivalentes.

Ainsi, lorsque l'on résout l'équation de Poisson pour le potentiel, les résultats suivant les auteurs sont quasiment identiques, une différence de potentiel de 22 V dans le cas de l'air et de 11 V dans le cas de l'argon.

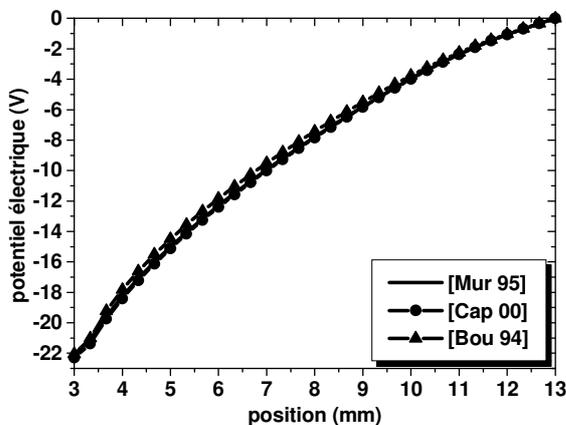


FIGURE 3-42 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE - AIR.

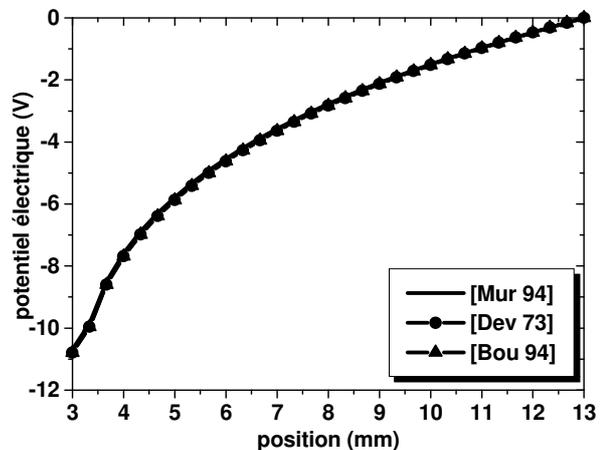


FIGURE 3-43 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE - ARGON.

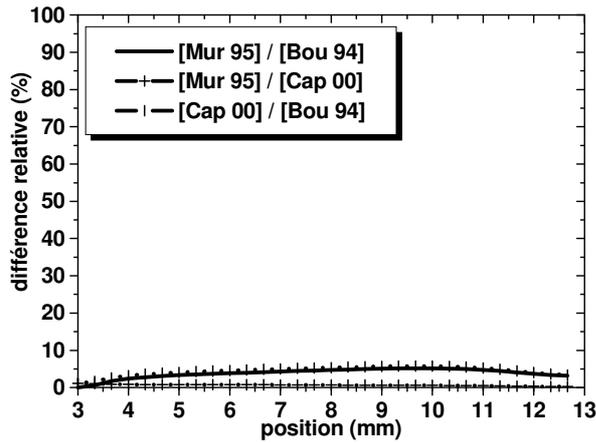


FIGURE 3-44 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'AIR.

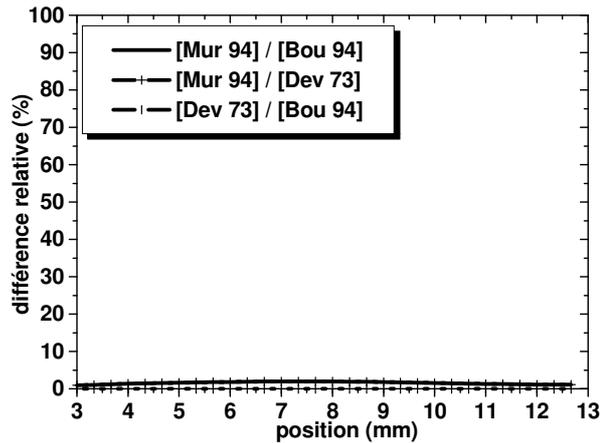


FIGURE 3-45 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L'ARGON.

### 3.2.4.3 Influence de la viscosité

La figure 3-46 et la figure 3-47 représentent respectivement la viscosité de l'air et la viscosité de l'argon. La figure 3-48 et la figure 3-49 représentent les différences relatives, en pourcent, entre les différentes données issues de [Bou 94], [Mur 95] et [Cap 00] pour l'air et entre les données de [Bou 94], [Mur 94] et [Dev 73] pour l'argon.

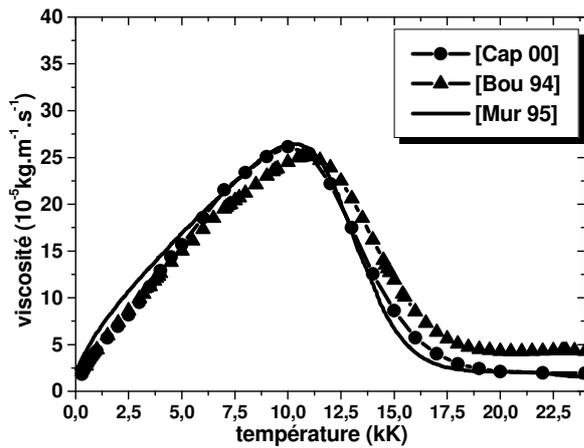


FIGURE 3-46 : VISCOSITÉ DE L'AIR.

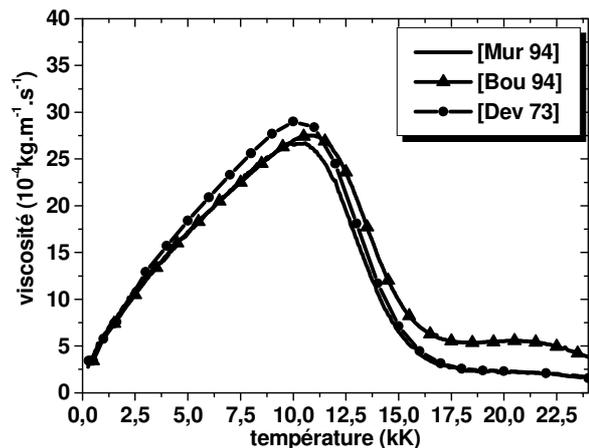


FIGURE 3-47 : VISCOSITÉ DE L'ARGON.

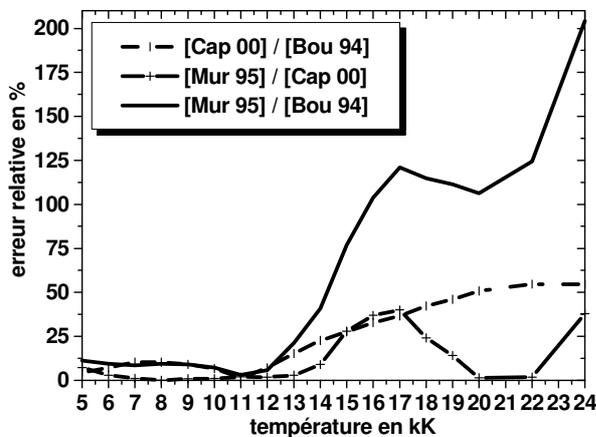


FIGURE 3-48 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VISCOSITÉ DE L'AIR.

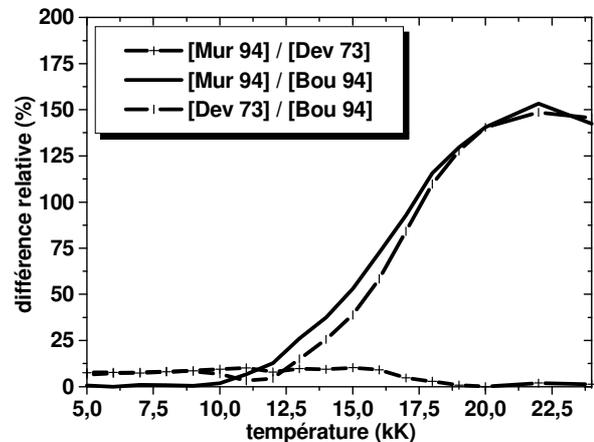


FIGURE 3-49 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VISCOSITÉ DE L'ARGON.

Contrairement à la conductivité thermique, les écarts entre les auteurs concernant la viscosité, dans le cas de l'air comme l'argon, sont plus importants. En effet, pour des températures supérieures à 11 kK, les différences dépassent les 100 % entre les données calculées par [Mur 94], [Mur 95] et celles de [Bou 94]. Dans le cas de l'air, cette différence atteint les 200 %. Les écarts les plus faibles sont entre les données issues de [Mur 95] et celles issues de [Cap 00], inférieurs à 30 % dans le cas de l'air, et, dans le cas de l'argon, les écarts ne dépassent pas les 10 % entre les données calculées par [Mur 94] et celles calculées par [Dev 73].

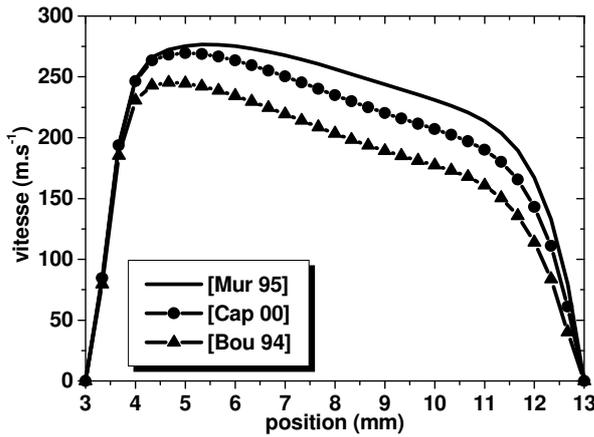


FIGURE 3-50 : VITESSE AXIALE - AIR.

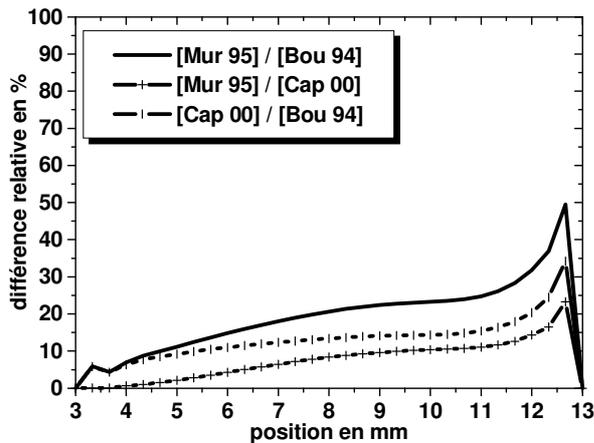


FIGURE 3-51 : DIFFÉRENCE RELATIVE - VITESSE AXIALE DANS L'AIR.

Lorsque le gaz considéré est l'air, la figure 3-50 et la figure 3-51 représentent respectivement la vitesse axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la viscosité issues de la littérature.

La vitesse axiale la plus élevée est obtenue avec les données de la viscosité calculée par [Mur 95]. La différence est supérieure à 15 % avec [Bou 94] et de 10 % avec [Cap 00]. Or, la figure 3-54 montre que sur l'axe, la température est comprise entre 15 kK et 22 kK.

Ce résultat sur le profil axial de vitesse est donc conforme à nos attentes puisque, pour cette gamme de température, la viscosité calculée par [Mur 95] est la plus faible et celle calculé par [Bou 94] est la plus élevée (cf. figure 3-46).

Lorsque le gaz considéré est l'argon, la figure 3-56 et la figure 3-57 représentent respectivement la vitesse axiale et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la viscosité issues de la littérature. La vitesse axiale la plus élevée est obtenue avec les données de la viscosité de [Dev 73] et [Mur 94]. Cette grandeur caractéristique est 10 % à 15 % plus grande que dans le cas d'une modélisation avec les données de la viscosité de [Bou 94]. Avec le même type de raisonnement que précédemment, les différences sur la vitesse axiale dans le cas d'un arc libre dans l'argon peuvent être expliquées.

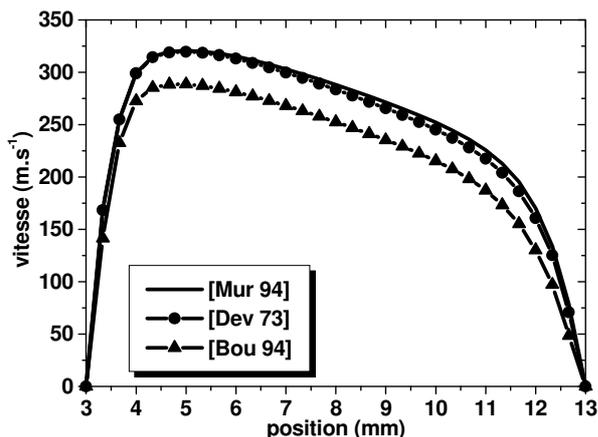


FIGURE 3-52 : VITESSE AXIALE – ARGON.

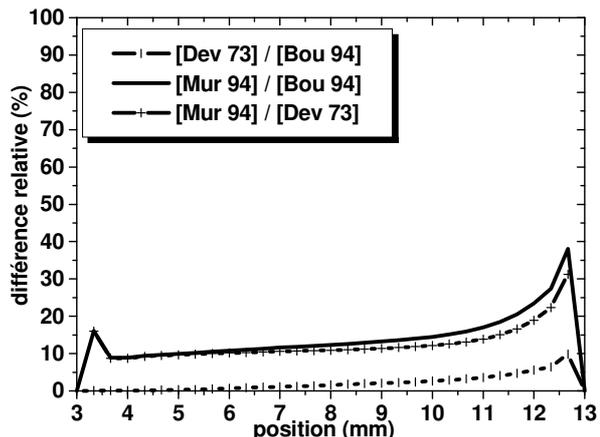


FIGURE 3-53 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'ARGON.

Du point de vue mathématique, les équations du modèle présentées tableau 3-1 montrent que la viscosité intervient essentiellement dans l'équation de conservation du mouvement. C'est cette équation qui détermine en partie le champ de vitesse et le champ de pression.

La figure 3-54 et la figure 3-56 représentent respectivement la température axiale et le potentiel électrique d'un arc libre dans l'air. Dans le cas de l'argon, ce sont respectivement la figure 3-55 et la figure 3-57.

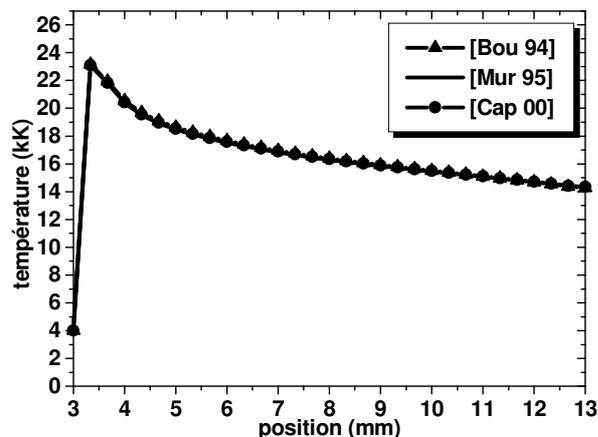


FIGURE 3-54 : TEMPÉRATURE AXIALE - AIR.

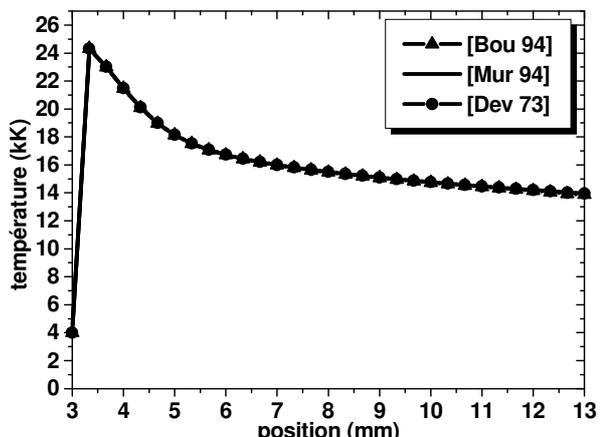


FIGURE 3-55 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARGON.

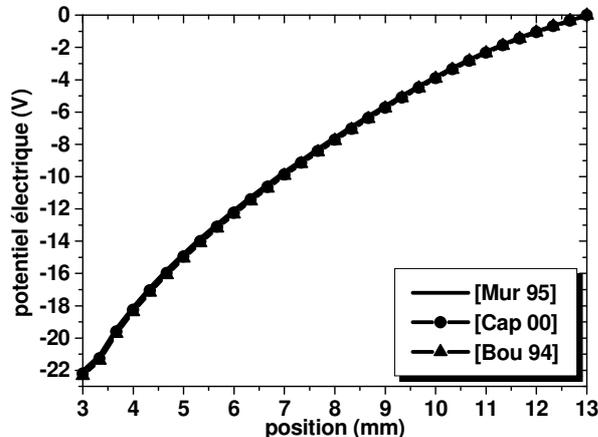


FIGURE 3-56 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – AIR.

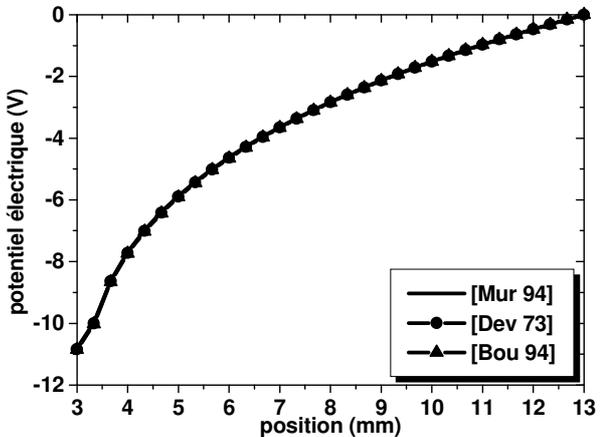


FIGURE 3-57 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – ARGON.

Nous n'observons aucune différence entre les profils axiaux de température et entre les potentiels électriques. La viscosité n'intervenant que dans l'équation de conservation du mouvement, ces grandeurs caractéristiques des plasmas thermiques ne sont pas influencées par un écart sur les données de la viscosité.

### 3.2.4.4 Influence de la conductivité électrique

La figure 3-58 et la figure 3-60 représentent respectivement la conductivité électrique de l'air et la différence, en pourcentage, entre les différentes données issues de [Bou 94], [Mur 95] et [Cap 00]. En ce qui concerne la conductivité électrique de l'argon, ce sont respectivement la figure 3-59 et la figure 3-61 avec les données de [Bou 94], [Mur 94] et [Dev 73].

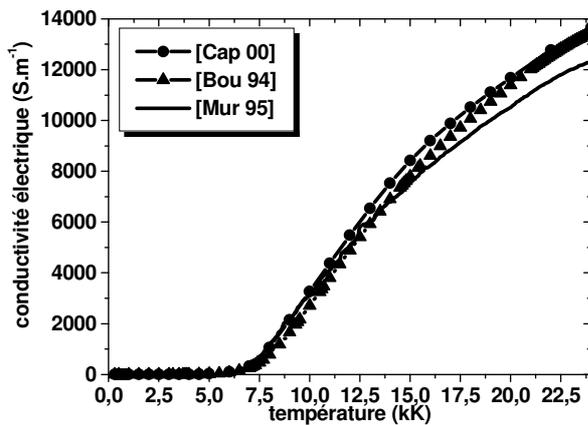


FIGURE 3-58 : CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'AIR.

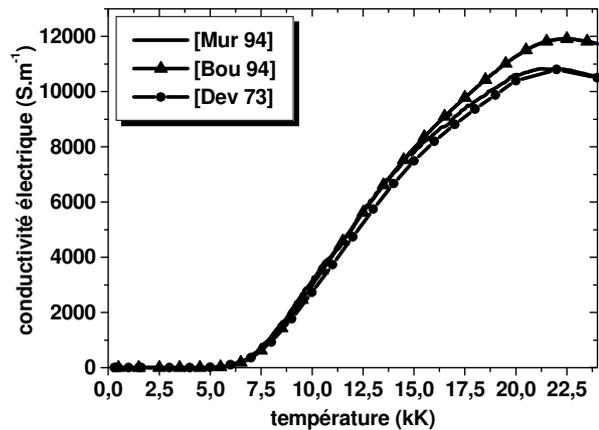


FIGURE 3-59 : CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'ARGON.

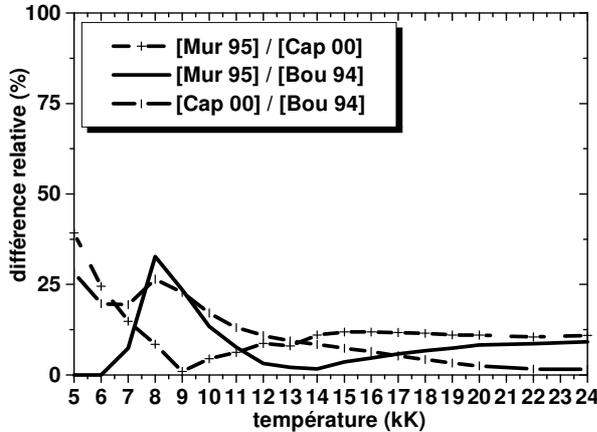


FIGURE 3-60 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'AIR.

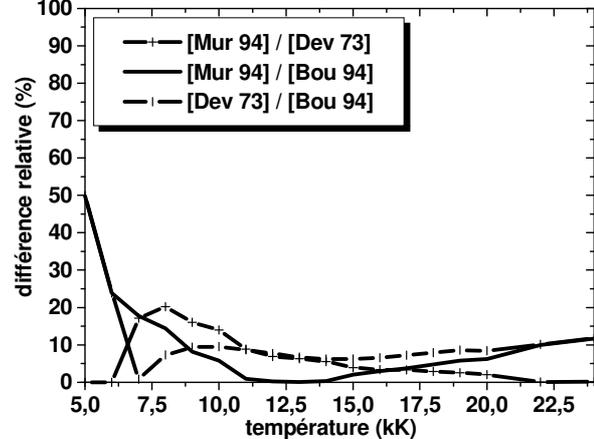


FIGURE 3-61 : DIFFÉRENCE RELATIVE – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE L'ARGON.

Lorsque le gaz considéré est l'air et l'intervalle de température est entre 10 kK à 24 kK, les différences maximales sont de l'ordre de 15 %. Lorsque la température est inférieure à 17 kK les écarts sont entre les données de [Cap 00] et les données de [Bou 94] et [Mur 95]. En revanche, pour des températures supérieures à 17 kK, les écarts sont inversés : entre la conductivité électrique calculée par [Mur 95] et celle calculée par [Bou 94] et [Cap 00]. Pour un arc libre dans l'argon, les différences avoisinent les 10 %. Les écarts les plus marquants sont entre les données de [Bou 94] et les données de [Dev 73] et [Mur 94] et sont situées pour des températures supérieures à 19 kK.

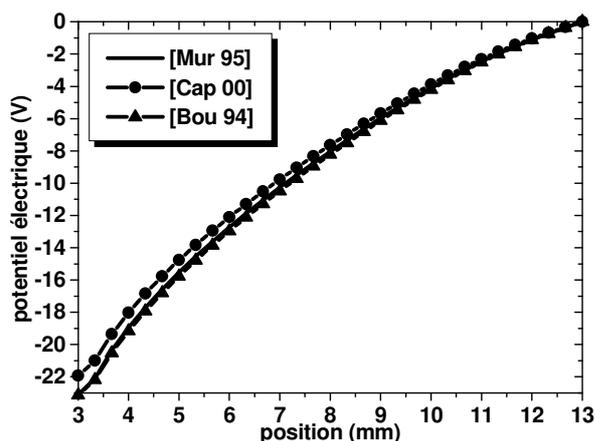


FIGURE 3-62 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – AIR.

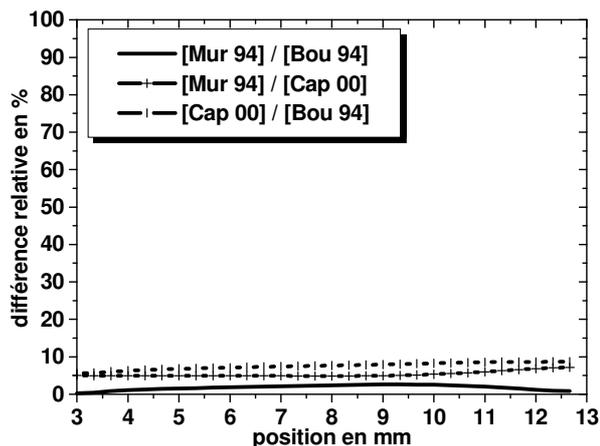


FIGURE 3-63 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L' AIR.

Lorsque le gaz considéré est l'air, la figure 3-62 et la figure 3-63 représentent respectivement la chute de potentiel dans la colonne de l'arc libre et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité électrique issues de la littérature. Nous constatons une différence d'environ 5 % entre le potentiel électrique calculé à l'aide des données de [Mur 95], 23 V, et le potentiel électrique calculé à l'aide des données de [Bou 94] et [Cap 00], 22 V.

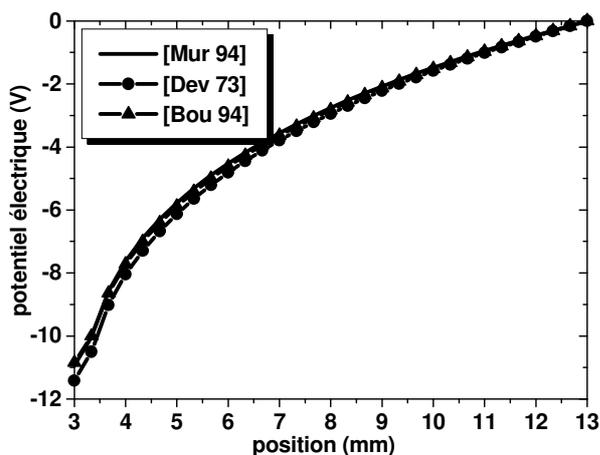


FIGURE 3-64 : POTENTIEL ÉLECTRIQUE SUR L'AXE – ARGON.

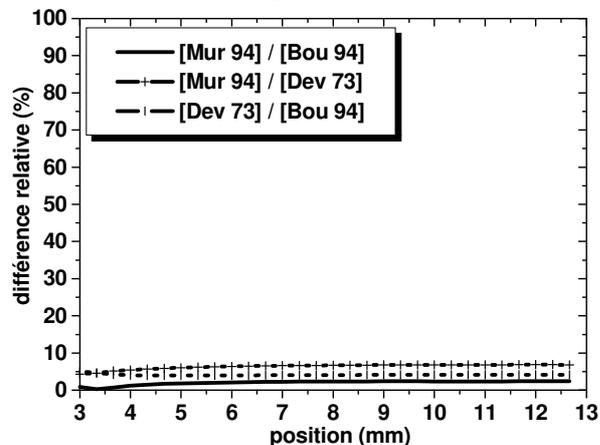


FIGURE 3-65 : DIFFÉRENCE RELATIVE – POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS L' ARGON.

La chute de tension dans la colonne d'un arc libre dans l'argon est présentée à la figure 3-64. La figure 3-65 représente les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité électrique issues de la littérature.

Nous observons également une différence de l'ordre de 5 % entre la chute de tension calculée à l'aide des données de [Dev 73], 11,5 V, et le potentiel électrique calculé à l'aide des données de [Bou 94] et [Mur 94], 11 V.

Pour les deux gaz considérés, ces résultats de simulation sont en parfait accord avec les modèles mathématiques utilisés pour modéliser les plasmas thermiques. En effet, la conductivité électrique intervient dans l'équation de poisson du potentiel électrique :

$$\text{div}(-\sigma \text{grad}V) = 0 \quad (3.11)$$

C'est pourquoi, une différence, de l'ordre de 10 %, sur les données de la conductivité électrique induit une différence, de l'ordre de 5 %, sur la chute

de tension dans la colonne d'un arc libre à 200 A.

Nous remarquons également, que ce sont les écarts compris dans l'intervalle de températures 12 kK et 15 kK pour la conductivité électrique qui modifient les résultats sur le potentiel électrique de la colonne du plasma thermique.

En effet, si on prend le cas de l'air, la figure 3-58 montre que pour des températures supérieures à 15 kK, il y a une différence de 13 % entre les données issues [Mur 95] et les données calculées par [Cap 00] et [Bou 94]. Or, si on observe la figure 3-62, le potentiel électrique est identique que ce soit avec les données issues de [Bou 94] ou celles issues de [Mur 95]. Nous pouvons effectuer le même raisonnement dans le cas d'un arc libre dans l'argon.

Les profils axiaux de température sont très peu influencés par la variation de la conductivité électrique. En effet, si on observe la figure 3-66 et la figure 3-68, représentant respectivement la température axiale dans l'air et les écarts sur cette grandeur en utilisant les différentes données de la conductivité électrique issues de la littérature pour un arc libre dans l'air, la différence est inférieure à 5 %, l'écart le plus significatif étant situé près de la cathode.

Dans le cas d'un arc libre dans l'argon, les profils axiaux sont quasiment confondus (cf. figure 3-67 et figure 3-69).

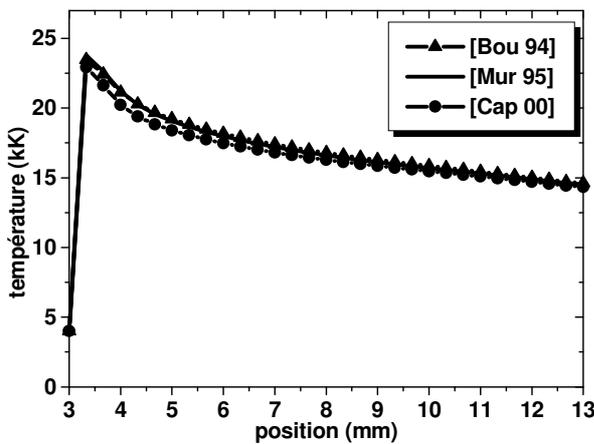


FIGURE 3-66 : TEMPÉRATURE AXIALE – AIR.

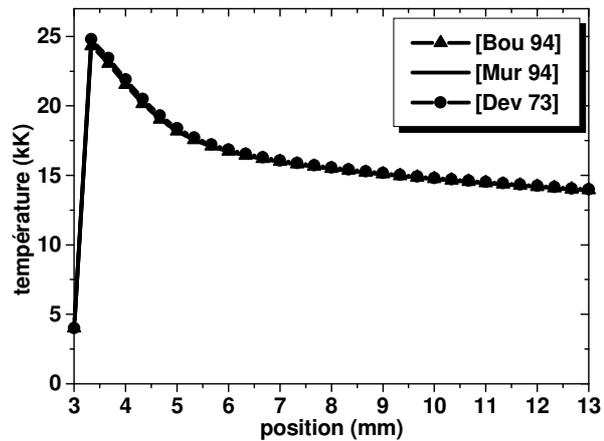


FIGURE 3-67 : TEMPÉRATURE AXIALE – ARGON.

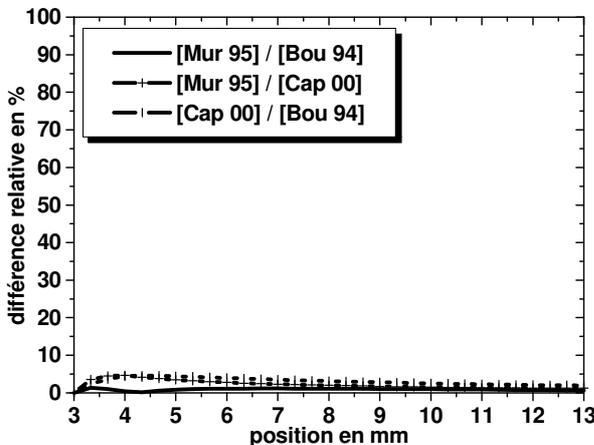


FIGURE 3-68 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'AIR.

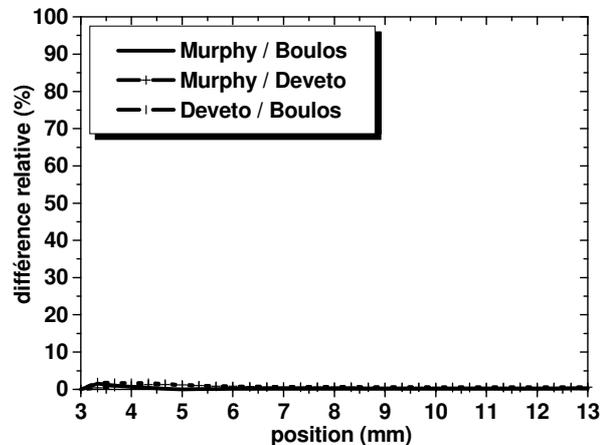


FIGURE 3-69 : DIFFÉRENCE RELATIVE – TEMPÉRATURE AXIALE DANS L'ARGON.

En ce qui concerne la vitesse axiale d'un arc libre dans l'air, figure 3-70, les différences sont plus importantes que précédemment. En effet, les écarts entre les vitesses axiales calculées avec les données issues de [Cap 00] et [Bou 94] sont de l'ordre de 10 % (cf. figure 3-72).

Dans le cas de l'argon, figure 3-71 et figure 3-73, les écarts sont en moyenne inférieurs à 2 %. Ces différences plus ou moins prononcées sont dues aux forces de Lorentz, terme en  $\mathbf{j} \wedge \mathbf{B}$ , présent dans l'équation de conservation du mouvement. La densité de courant étant reliée à la conductivité électrique par la loi d'Ohm :

$$\mathbf{j} = -\sigma \text{grad} V \quad (3.12)$$

Une différence de plus de 10 % sur les données de la conductivité électrique induit une différence sur les forces de Lorentz, terme source de l'équation de conservation du mouvement, et par conséquent sur le profil de la vitesse axiale.

Lorsque cette différence est égale ou inférieure à 10 %, cas de la conductivité électrique de l'argon (cf. figure 3-61), les influences sont négligeables.

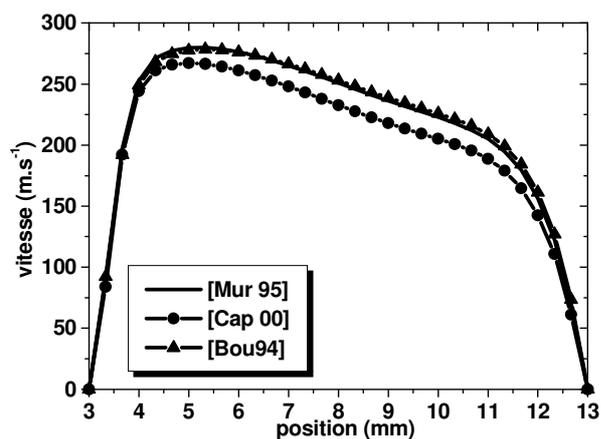


FIGURE 3-70 : VITESSE AXIALE – AIR.

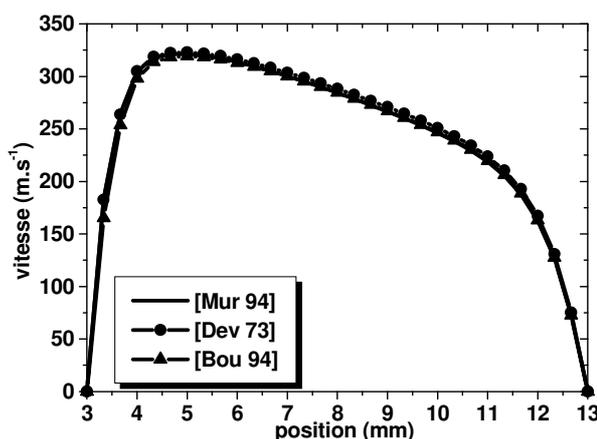


FIGURE 3-71 : VITESSE AXIALE – ARGON.

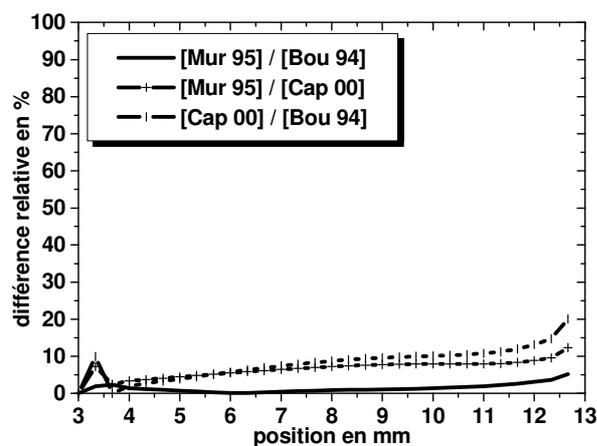


FIGURE 3-72 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'AIR.

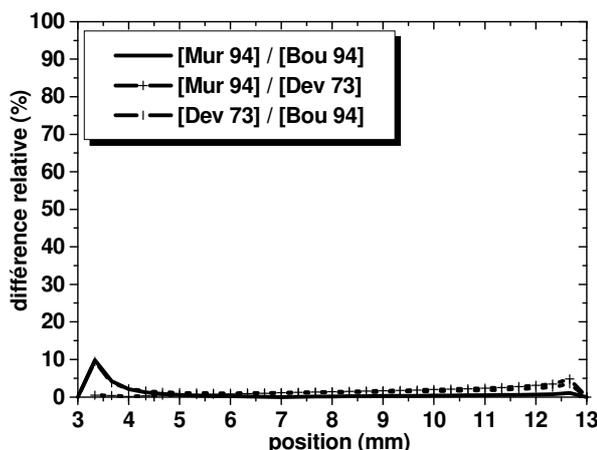


FIGURE 3-73 : DIFFÉRENCE RELATIVE – VITESSE AXIALE DANS L'ARGON.

### 3.3 Conclusion

Dans un premier temps, nous avons modélisé un arc libre dans l'argon à 200 A. L'objectif de cette simulation numérique était de comparer nos résultats à ceux obtenus par Hsu et al [Hsu 83], par l'expérimentation et la modélisation. Une analyse détaillée des différentes grandeurs caractéristiques a permis de conclure quant à la validité de notre modèle. A partir de là, nous avons décidé d'approfondir notre étude sur ce type d'arc. Pour cela, nous avons analysé l'influence, sur les grandeurs caractéristiques du plasma thermique, de paramètres comme : la nature du gaz, le choix d'un modèle mathématique pour la condition aux limites de la densité de courant à la cathode, la géométrie de la pointe de la cathode et les différents coefficients de transport issus de la littérature.

Le tableau 3-5 représente une synthèse sur les écarts des grandeurs caractéristiques d'un arc libre à 200 A suivant le gaz considéré (air ou argon), la géométrie de la cathode (pointue ou tronquée) et la condition aux limites concernant la densité de courant (constant, exponentiel, parabolique). Pour chaque grandeur, nous présentons les différences relatives dans la région cathodique à  $z = 4$  mm : « cathode » ; dans la colonne de l'arc libre entre  $z = 4$  mm et  $z = 12$  mm (colonne) ; dans la région anodique à  $z = 12$  mm (anode). Les écarts entre les grandeurs sont exprimés en pourcentage. Nous constatons que les champs de vitesse et de pression sont les deux grandeurs les plus influencées par la variation de la condition aux limites concernant la densité de courant ou la géométrie de la cathode. Majoritairement, les écarts dépassent les 20 %. En ce qui concerne la température, la région la plus sensible aux variations de paramètres est située à 1 mm en dessous de la pointe de la cathode.

		température			vitesse			pression			potentiel électrique
		cathode	colonne	anode	cathode	colonne	anode	cathode	colonne	anode	
nature du gaz	argon / air	+6	-5	-3	+20	+17	+9	+29	+59	-13	-50
géométrie cathode	pointue / tronquée	-27	-2	0	+2	+3	+4	+10	0	+7	+7
condition aux limites pour la densité de courant à la pointe de la cathode	exponentiel / parabolique	+9	-4	-4	-20	-13	-25	+16	+10	-11	+7
	exponentiel / constant	+8	-4	-4	-40	-33	-60	+3	+1	-40	+8
	parabolique / constant	-5	-2	-2	-20	-20	-28	-20	-10	-30	+1

TABLEAU 3-5 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - NATURE DU GAZ, GÉOMÉTRIE DE LA CATHODE, MODÈLE POUR LA DENSITÉ DE COURANT.

Le tableau 3-6, le tableau 3-7 et le tableau 3-8 représentent respectivement une synthèse sur l'influence de la conductivité thermique, de la viscosité et de la conductivité électrique sur les grandeurs caractéristiques d'un arc libre dans l'argon. Afin de faciliter la compréhension de ces tableaux, nous allons détailler la partie grisée du tableau 3-6. Il s'agit de l'influence des conductivités thermiques calculées par Murphy et al [Mur 94] et Boulos et al [Bou 94]. Les données calculées par [Mur 94] sont en moyenne de 8 % inférieures dans la gamme de température 11 kK à 25 kK (« -8 % » de la colonne « coefficients de transport ») aux données calculées par [Bou 94]. Par contre, cette différence de 8 % n'a aucune répercussion sur le profil de température, de vitesse et de potentiel électrique le long de l'axe **AB**. Le tableau 3-7 et le tableau 3-8 ont été élaborés suivant le même principe.

			coefficients de transport	température axiale	vitesse axiale	potentiel électrique
conductivité thermique	argon	[Mur 94] / [Bou 94]	-8	0	0	0
		[Mur 94] / [Dev 73]	+5	0	0	0
		[Dev 73] / [Bou 94]	-10	0	0	0
	air	[Mur 95] / [Bou 94]	-40	+10	+20	0
		[Mur 95] / [Cap 00]	-10	+1	+1	0
		[Cap 00] / [Bou 94]	-15	+8	+18	0

TABLEAU 3-6 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITÉ THERMIQUE.

			coefficients de transport	température axiale	vitesse axiale	potentiel électrique
viscosité	argon	[Mur 94] / [Bou 94]	-100	0	+20	0
		[Mur 94] / [Dev 73]	-90	0	+18	0
		[Dev 73] / [Bou 94]	-3	0	+3	0
	air	[Mur 95] / [Bou 94]	-130	0	+20	0
		[Mur 95] / [Cap 00]	-20	0	+8	0
		[Cap 00] / [Bou 94]	-30	0	+10	0

TABLEAU 3-7 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA VISCOSITÉ.

			coefficients de transport	température axiale	vitesse axiale	potentiel électrique
conductivité électrique	argon	[Mur 94] / [Bou 94]	-5	0	0	0
		[Mur 94] / [Dev 73]	+5	0	0	+5
		[Dev 73] / [Bou 94]	-10	0	0	+5
	air	[Mur 95] / [Bou 94]	-10	0	0	0
		[Mur 95] / [Cap 00]	-13	+3	+6	+5
		[Cap 00] / [Bou 94]	+8	-3	-6	+5

TABLEAU 3-8 : TABLEAU RÉCAPITULATIF - INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE.

L'analyse de ces trois tableaux permet de mettre en exergue trois remarques fondamentales. En ce qui concerne la conductivité thermique (cf. tableau 3-6), une différence de moins de 10 % sur les données de base n'a pratiquement aucune répercussion sur les grandeurs caractéristiques obtenues par la simulation numérique. A partir de 10 % d'écart sur les données, les champs de température et de vitesse sont les deux grandeurs qui subissent les plus fortes variations. Puis, on remarque qu'un écart sur les données de la viscosité modifie uniquement le champ de vitesse. La température et le potentiel électrique ne sont pas influencés par une variation de ce coefficient de transport (cf. tableau 3-7). Enfin, en ce qui concerne la conductivité électrique (cf. tableau 3-8), une différence de moins de 10 % sur les données de la conductivité électrique modifie uniquement le potentiel électrique. A partir de 10 % d'écart entre les données de base, nous observons une modification de l'ensemble des grandeurs caractéristiques du plasma thermique étudiées : le potentiel électrique, la température et la vitesse axiale.

# Chapitre 4

## ÉTUDE DU GALBE DE L'ARC ÉLECTRIQUE SOUMIS À UN CHAMP MAGNÉTIQUE EXTERNE DANS LES APPAREILS DE COUPURE BASSE TENSION

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier l'influence des forces magnétiques externes sur la colonne d'un arc électrique à 50 A dans les appareils de coupure basse tension comme le contacteur, le sectionneur, l'interrupteur ou le disjoncteur. Notre modèle est en régime stationnaire puisque notre étude ne concerne pas la dynamique de l'arc de coupure mais l'influence des forces magnétiques externes sur la forme de l'arc, le galbe de l'arc, lorsque celui-ci est encore entre les contacts. Pour cela, nous allons considérer deux paramètres : la distance inter-électrodes,  $d_{ie}$ , et la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode,  $d_{ac}$ , et quatre configurations différentes correspondantes aux quatre dispositifs de coupure étudiés.

Dans un premier temps, nous allons recenser l'ensemble des dispositifs de coupure basse tension et analyser leur structure interne. Cette étape permet d'établir, pour chaque type d'appareillage, un schéma interne simplifié et directement exploitable pour la définition du domaine de calcul. En effet, la définition du domaine de calcul est une étape importante dans la modélisation numérique car toutes les étapes qui suivent en sont dépendantes : les conditions aux limites, la convergence des différents résidus, l'analyse des résultats, etc. Ainsi, la stabilité numérique est fortement liée au choix et à la taille des cellules du maillage. Un maillage qui présente de fortes variations de taille entre chaque cellule voisine augmente les chances d'avoir une divergence numérique. C'est pourquoi, non seulement notre géométrie doit correspondre au mieux à la structure des différents appareils de coupure, mais doit posséder une forme géométrique la plus élémentaire possible. En effet, le processus itératif de résolution de notre modèle est d'autant plus rapide et stable que le maillage est structuré.

## 4.1 Description du modèle d'étude

### 4.1.1 Les schémas internes des appareils de coupure basse tension

Les appareils de coupure étudiés et leurs schémas internes simplifiés sont présentés dans le tableau 4-1.

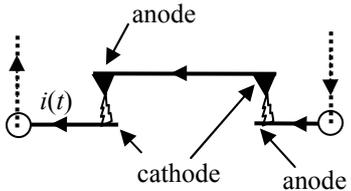
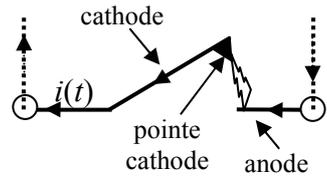
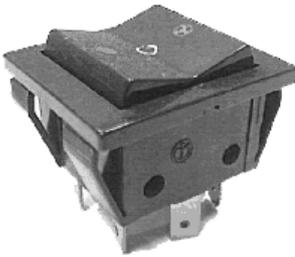
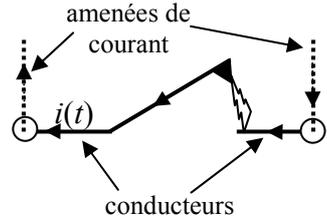
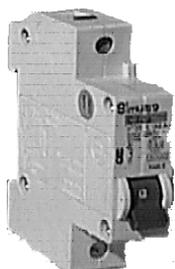
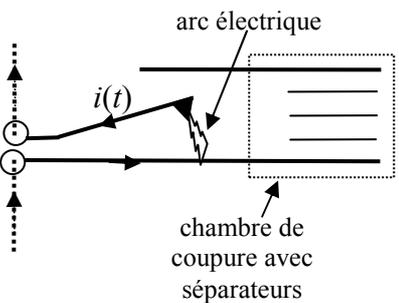
appareil de coupure	Photo	schéma interne simplifié
contacteur		
sectionneur porte fusible		
interrupteur		
disjoncteur		

TABLEAU 4-1 : REPRÉSENTATION ET SCHÉMA INTERNE SIMPLIFIÉ DES APPAREILS DE COUPURE BASSE TENSION.

Suite à l'observation de ces appareils, plusieurs remarques peuvent être faites :

- présence d'au moins deux électrodes, anode et cathode (quatre pour le contacteur) ;
- présence d'une pastille sur la cathode facilitant l'accrochage du pied d'arc ;
- présence de deux amenées de courant, permettant de relier le circuit extérieur aux appareils de coupure ;
- présence de deux conducteurs permettant de relier le circuit extérieur avec les électrodes ;
- angle droit entre les amenées de courant et les conducteurs ;
- angle variable à l'ouverture des contacts entre les conducteurs et la cathode, sauf pour le contacteur ;
- à l'ouverture des contacts un arc apparaît entre les deux électrodes, sauf pour le contacteur présence de deux arcs ;
- le courant circule de droite à gauche, sauf pour le disjoncteur ;
- présence d'une chambre de coupure avec séparateurs pour le disjoncteur basse tension.

A partir de ces différentes remarques, nous avons représenté dans la troisième colonne du tableau 4-1 le schéma interne simplifié de ces dispositifs de coupure.

#### 4.1.2 Choix d'une géométrie d'étude

A partir de ces remarques, nous allons définir une géométrie d'étude générale et simple (cf. figure 4-1). Les trois critères à respecter pour notre domaine de calcul sont :

- la prise en compte du maximum de paramètres présents dans les appareils de coupure ;
- l'adaptabilité à chaque type d'appareillage ;
- une géométrie symétrique.

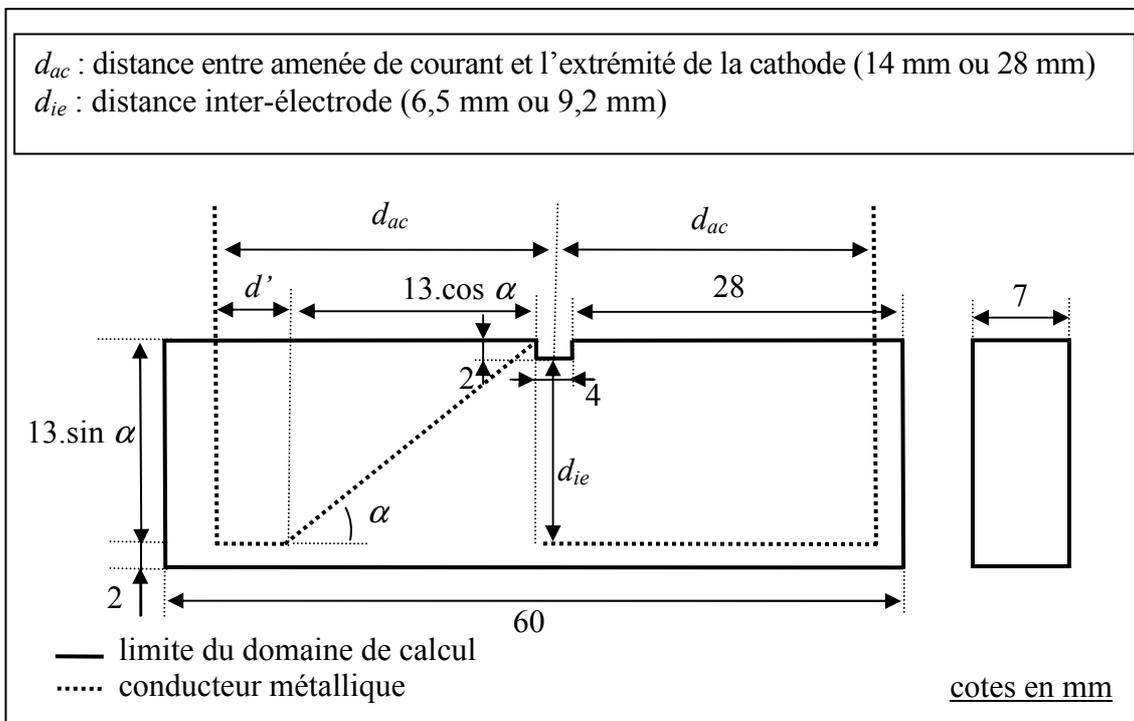


FIGURE 4-1 : DOMAINE DE CALCUL POUR L'ÉTUDE DE L'ARC ÉLECTRIQUE : SECTIONNEUR ET INTERRUPTEUR.

### Prise en compte du maximum de paramètres présents dans les appareils de coupure

Les limites réelles du domaine de calcul sont indiquées en trait plein. Les pointillées représentent les amenées de courant, les conducteurs et la cathode qui ne sont pas représentés par la géométrie mais pris en considération dans notre code de calcul. Lorsque les amenées de courant ou les conducteurs sont confondus avec le domaine de calcul, les traits sont des traits d'axes. Les dimensions sont en millimètre et sont proches des dimensions réelles des dispositifs de coupure basse tension.

Les distances  $d_{ac}$  (distance entre les amenées de courant et l'extrémité de la cathode) et  $d_{ie}$  (distance inter-électrodes) sont les deux paramètres réglables pour étudier l'influence des forces magnétiques sur la dynamique de l'arc. Les électrodes et l'ensemble du circuit électrique ont une épaisseur de 4 mm. En se référant aux différentes remarques établies à partir de l'analyse du tableau 4-1, nous retrouvons l'ensemble des paramètres cités : anode, cathode, amenées de courant, conducteurs, etc.

### Adaptabilité à chaque type d'appareillage

Plusieurs configurations sont possibles à partir de ce domaine de calcul : le sectionneur et l'interrupteur (cf. figure 4-1), le disjoncteur (cf. figure 4-2) et le contacteur (cf. figure 4-3). En ce qui concerne le disjoncteur, nous ne prenons pas en compte la chambre de coupure avec ses séparateurs.

En ce qui concerne le contacteur, la géométrie ainsi définie permet d'étudier un seul des deux arcs. On prend uniquement en compte le champ magnétique créé par le deuxième arc dans le code de calcul. Pour cela on le considère comme un cylindre plein de rayon 2 mm et de densité de courant surfacique uniforme. La prise en considération du champ magnétique créé par le deuxième arc électrique est détaillée dans la section suivante.

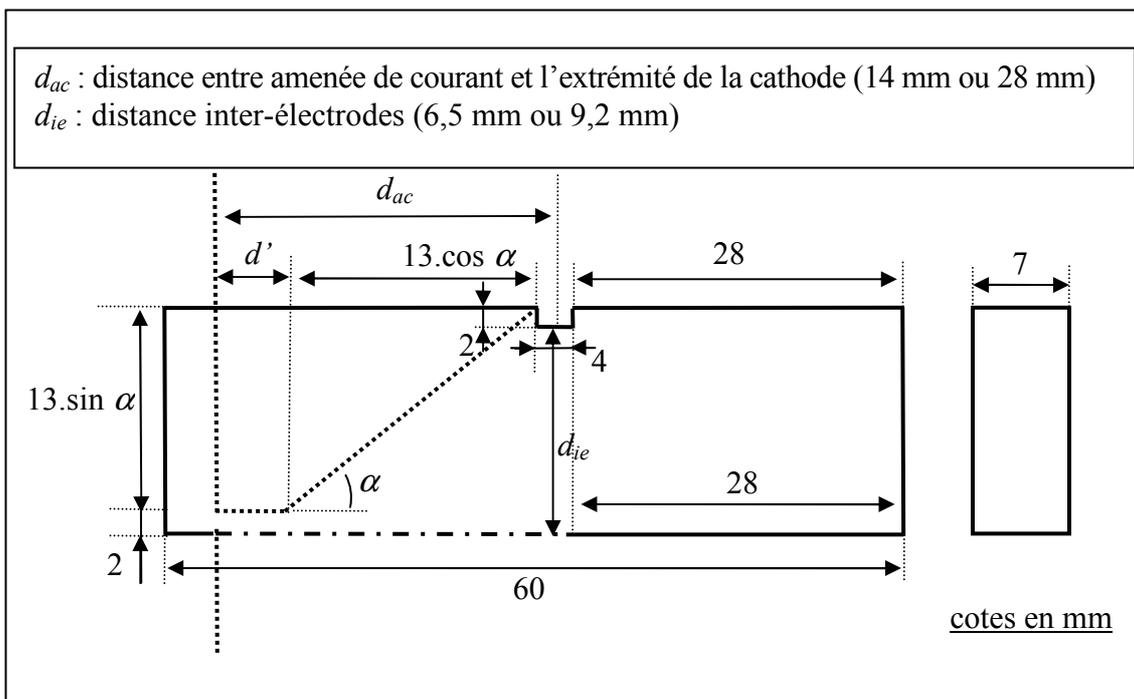


FIGURE 4-2 : DOMAINE DE CALCUL POUR L'ÉTUDE DE L'ARC ÉLECTRIQUE : DISJONCTEUR.



### 4.1.3 Équations de base et conditions aux limites

Les hypothèses du modèle tridimensionnel de l'arc électrique sont pratiquement les mêmes que dans le cas de l'arc libre dans l'argon, soit :

- le repère est cartésien  $(x, y, z)$  ;
- le plasma est en équilibre thermodynamique local ;
- le modèle est à trois dimensions et stationnaire ;
- le plasma est un fluide visqueux, laminaire, newtonien et incompressible ;
- plan de symétrie  $(y, z)$  ;
- les phénomènes physiques dans les zones anodique et cathodique ne sont pas pris en compte, la modélisation concerne uniquement la colonne de l'arc libre. Dans la suite du document, les cellules géométriques connexes aux électrodes seront désignées par l'expression « pieds d'arc »

équation de conservation	$\varphi$	$\Gamma_\varphi$	$S_\varphi$
masse	1	0	0
quantité de mouvement	$v_x$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)$ $-\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + j_y B_z - j_z B_y$
quantité de mouvement	$v_y$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)$ $-\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + j_z B_x - j_x B_z$
quantité de mouvement	$v_z$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)$ $-\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + j_x B_y - j_y B_x$
énergie	$h$	$\frac{k}{C_p}$	$v_z \frac{\partial p}{\partial z} + v_x \frac{\partial p}{\partial x} + v_y \frac{\partial p}{\partial y}$ $+ \mu \left[ 2 \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right]^2 + \left[ \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right]^2 - \frac{2}{3} \left[ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right]^2 \right]$ $+ \frac{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2}{\sigma} - S_R + \frac{5 k_B}{2 e} \left( \frac{j_x}{C_p} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{j_y}{C_p} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{j_z}{C_p} \frac{\partial h}{\partial z} \right)$

équation de conservation (suite)	$\varphi$	$\Gamma_\varphi$	$S_\varphi$
potentiel électrique	$U$	$\sigma$	0
potentiel vecteur	$A_x$	1	$\mu_0 j_x$
potentiel vecteur	$A_y$	1	$\mu_0 j_y$
potentiel vecteur	$A_z$	1	$\mu_0 j_z$

TABLEAU 4-2 : ÉQUATIONS 3D DE LA MHD DANS LE CAS DE L'ARC ÉLECTRIQUE EN RÉGIME STATIONNAIRE.

	$v_x$	$v_y$	$v_z$	$V$	$T$	$p$	$A_x$	$A_y$	$A_z$
<b>A</b>	0	$\frac{\partial v_y}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial v_z}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial p}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_y}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_z}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>B</b>	0	0	0	$\frac{j_z(x,y)}{\Delta z}$	3500 K		$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>C</b>	0	0	0	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K		$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>D</b>	0	0	0	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K		$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>E</b>	0	0	0	$\frac{j_z(x,y)}{\Delta z}$	3500 K		$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>F</b>	0	0	0	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K		$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial A_x}{\partial \bar{n}} = 0$
<b>G</b>	0	0	0	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K	0	0	0	0
<b>H</b>	0	0	0	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K	0	0	0	0
<b>I</b>	$\frac{\partial v_x}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial v_y}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial v_z}{\partial \bar{n}} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial \bar{n}} = 0$	300 K	0,1 MPa	0	0	0

TABLEAU 4-3 : CONDITIONS AUX LIMITES POUR UN ARC DE COUPURE.

Les équations, sous forme de Patankar (relation (2.18)), sont regroupées dans le tableau 4-2 et les conditions aux limites pour la simulation tridimensionnelle de l'arc de coupure sont présentées dans le tableau 4-3 et la figure 4-5. Les conditions aux frontières sur le potentiel vecteur **A** ont été discutées dans la troisième partie du chapitre 2, elles sont nulles à « l'infini » : **G** et **H**, et on impose un flux nul sur les électrodes.

En ce qui concerne les autres conditions, elles sont semblables aux conditions établies dans le chapitre 2 dans le cadre de l'arc libre dans l'argon. En ce qui concerne la condition aux limites pour la densité de courant  $j_z$  à la zone cathodique et anodique, on impose un profil exponentiel, même profil que le cas 2D axisymétrique [Swi 04] :

$$j_z(x, y) = J_{\max} \exp\left(-\frac{1}{R_c} \sqrt{x^2 + y^2}\right) \quad (4.1)$$

Le rayon  $R_c$  et la densité maximale de courant  $J_{\max}$  sont choisis de façon à obtenir un courant de 50 A dans la colonne d'arc.

#### 4.1.4 Géométrie et maillage

Dans notre étude, un arc est initialisé lorsque le champ magnétique créé par les amenées de courant et les électrodes est nul. Nous prenons en compte uniquement le champ magnétique créé par la répartition spatiale de la densité de courant du plasma thermique. Ce champ est calculé par la méthode du potentiel vecteur. La difficulté de cette méthode concerne les conditions aux limites à imposer.

En se référant à la troisième partie du chapitre 2, les conditions aux limites du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  à l'infini sont nulles. C'est pourquoi notre domaine est volontairement grand par rapport à l'intervalle spatial d'étude. De plus, on impose une symétrie du domaine par rapport à la pointe de la cathode pour obtenir une symétrie de révolution de l'arc électrique lors de sa phase d'initialisation.

Pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm (correspondant à un angle d'ouverture des électrodes  $\alpha$  de 30°), la géométrie d'étude avec son maillage est présentée figure 4-5.

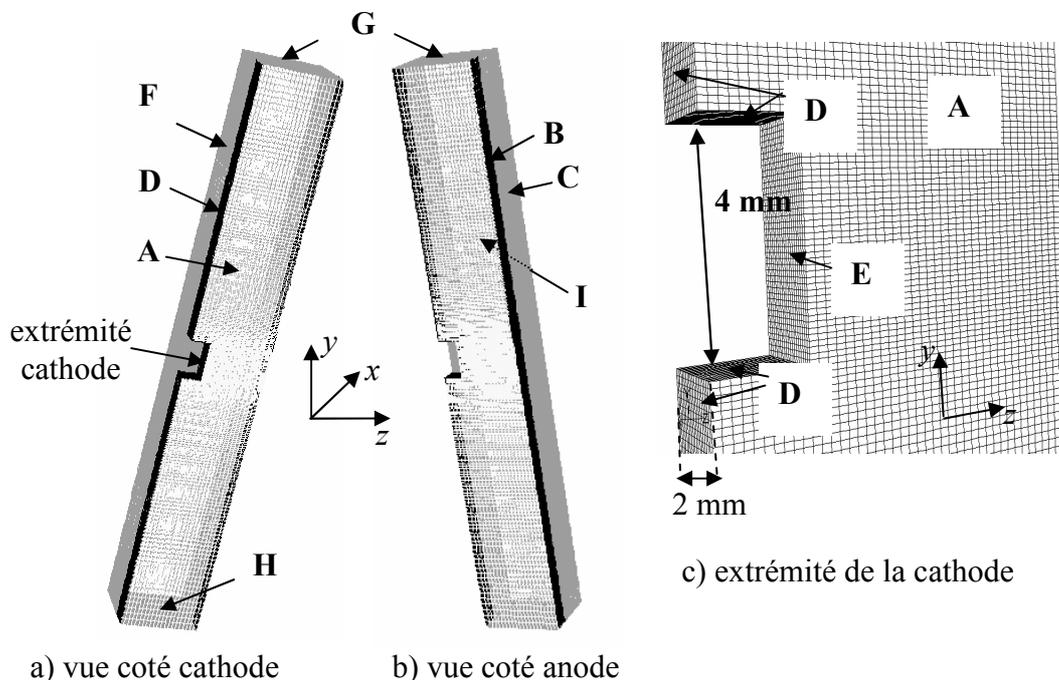


FIGURE 4-5 : MAILLAGE DU DOMAINE DE CALCUL.

Au niveau de la cathode le maillage est très raffiné, la taille d'une cellule est de 0,2 mm suivant l'axe  $y$  et de 0.4 mm suivant l'axe  $z$ . Puis il y a un accroissement exponentiel

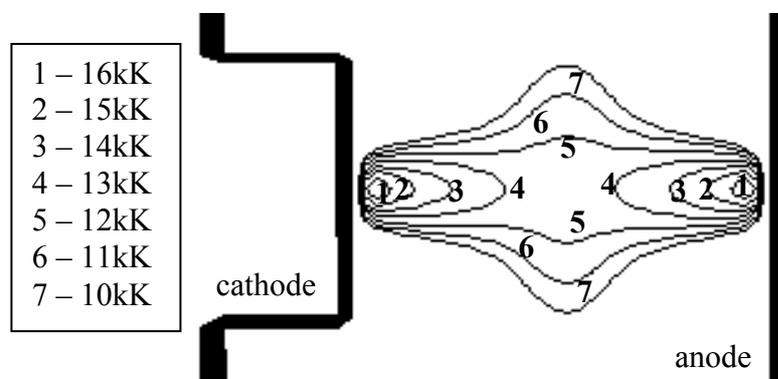
suivant l'axe  $y$  jusqu'aux sommets **G**, **H**. Le nombre total de quadrilatères dépasse le million. La taille du domaine de calcul est de 60 mm de hauteur, 30 mm de chaque côté de la pointe de la cathode.

Pour un angle d'ouverture des électrodes de  $45^\circ$ , soit  $d_{ie} = 9,2$  mm, la largeur du domaine est de 11,2 mm et de 8,5 mm pour un angle d'ouverture de  $30^\circ$ , soit  $d_{ie} = 6,5$  mm. La profondeur du domaine de calcul est de 7 mm. Les dimensions de l'extrémité de la cathode sont représentées sur la figure 4-5. L'épaisseur des électrodes est de 4 mm et leur longueur de 13 mm. Les dimensions utilisées sont celles d'un disjoncteur industrielle basse tension de calibre 63 A.

## 4.2 Modélisation 3D de l'arc électrique dans les appareils de coupure basse tension

Dans cette section, une présentation et une analyse des résultats de simulations pour les trois configurations étudiées est proposée : disjoncteur, contacteur, interrupteur et sectionneur. Pour cela, on considère une distance inter-électrodes,  $d_{ie}$ , de 6,5 mm et une distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode,  $d_{ac}$ , de 14 mm. Dans un premier temps, la simulation de l'arc électrique dans ces appareils est réalisée en annulant le champ magnétique externe : étape d'initialisation. Lorsque les différents résidus ont convergé l'étape suivante consiste à enclencher les champs magnétiques externes correspondant aux quatre dispositifs de coupure.

### 4.2.1 Etape d'initialisation



Sur la figure 4-6 et la figure 4-8 sont représentés les lignes de champ de la température et de la vitesse lorsque le champ magnétique externe est nul.

La température maximale est située dans les zones anodique et cathodique, elle a pour valeur 17 kK.

FIGURE 4-6 : CHAMP DE TEMPÉRATURE – ÉTAPE INITIALISATION ( $d_{ie}=6,5$  mm).

La figure 4-7 représente la température le long de l'axe  $z$  ( $x = 0$  et  $y = 0$ ) pour une distance inter-électrodes  $d_{ie}$  de 6,5 mm et 9,2 mm. La température est maximum proche des électrodes, 17 kK, puis décroît lorsque l'on s'éloigne de celles-ci. La température est minimum au centre de l'espace inter-électrodes : 11 kK pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm et 13 kK pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm.

Lorsque la distance entre les électrodes est de 9,2 mm la température le long de l'axe  $z$  est légèrement plus élevée que la température calculée avec une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm. En effet, lorsque la distance inter-électrodes augmente la chute de tension croît. Pour un même courant, 50 A, la puissance du plasma thermique augmente ce qui explique la différence de température pour les deux distances  $d_{ie}$ .

Enfin, on constate une température de 3500 K à la cathode et à l'anode. Cette température correspond aux conditions aux limites imposées aux électrodes.

En ce qui concerne le champ de vitesse et pour un courant de 50 A, celui-ci présente un maximum de  $110 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  proche des électrodes. Nous observons également un resserrement des lignes de champs proche des électrodes tandis qu'au centre les lignes s'étalent.

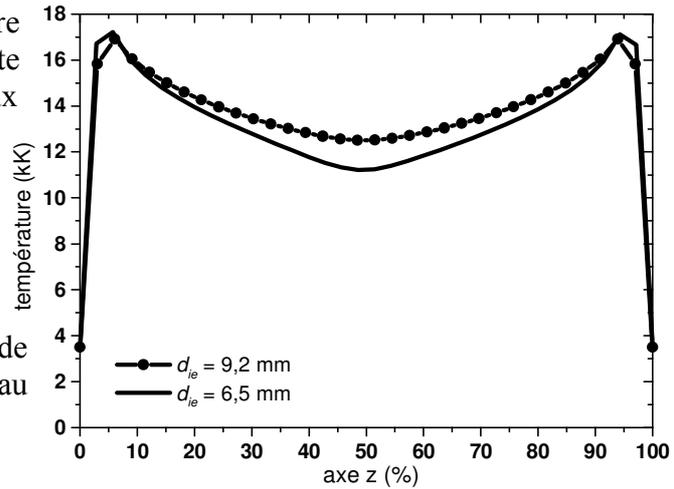
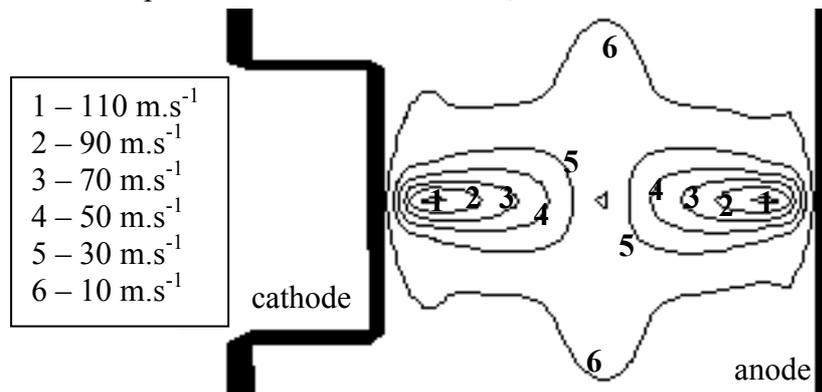


FIGURE 4-7 : TEMPÉRATURE AXE Z – ÉTAPE INITIALISATION.

La figure 4-9 représente la vitesse le long de l'axe z ( $x = 0$  et  $y = 0$ ) pour une distance inter-électrodes  $d_{ie}$  de 6,5 mm et 9,2 mm. La vitesse est maximum proche des électrodes,  $122 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm et environ  $110 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm. Puis la vitesse décroît lorsque l'on s'éloigne des contacts.



La vitesse est minimum au centre de l'espace inter-électrodes : un peu moins de  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

FIGURE 4-8 : CHAMP DE VITESSE – ÉTAPE INITIALISATION ( $d_{ie}=6,5 \text{ mm}$ ).

Enfin, on observe une vitesse nulle aux électrodes qui correspond à la condition aux limites à l'anode et à la cathode. Ensuite la vitesse augmente pour atteindre un maximum à 10% et 90% de l'espace inter-électrodes.

Est représentée également sur la figure 4-12 les lignes de champ de la densité de courant dans les trois plans  $z = 0$ , à 10%, 50% et 90% de l'espace inter-électrodes.

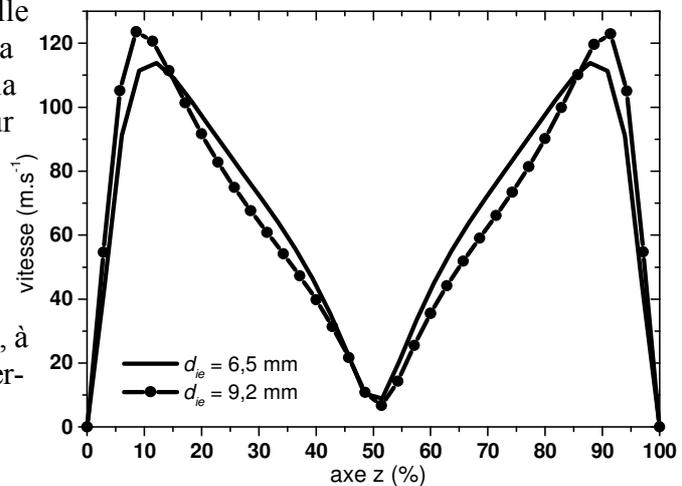


FIGURE 4-9 : VITESSE AXE Z – ÉTAPE INITIALISATION.

Les différents plans sont présentés sur la figure 4-10. Si la distance  $d_{ie}$  est de 6,5 mm, le plan **A** a pour équation  $z = 0$  et  $x = 2,65$  mm, le plan **B**  $z = 0$  et  $x = 5,25$  mm et le plan **C**  $z = 0$  et  $x = 7,85$  mm. Si la distance  $d_{ie}$  est de 9,2 mm, le plan **A** a pour équation  $z = 0$  et  $x = 2,92$  mm, le plan **B**  $z = 0$  et  $x = 6,6$  mm et le plan **C**  $z = 0$  et  $x = 10,28$  mm.

Sur la figure 4-11 est représentée, suivant l'axe  $x$  et l'axe  $y$ , la cathode. Le centre du repère tridimensionnel est situé au milieu de la pointe de la cathode. C'est dans ce repère que sont tracées les lignes de champ de la densité de courant.

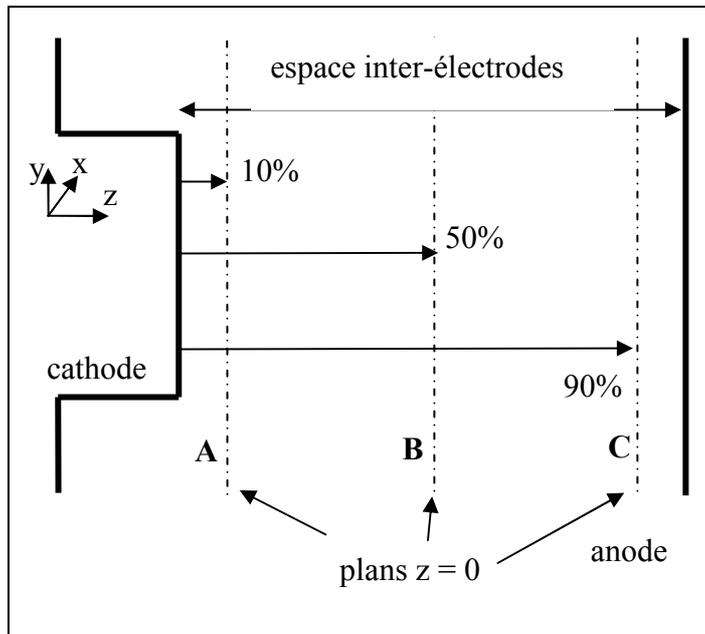


FIGURE 4-10 : PLANS A, B, C

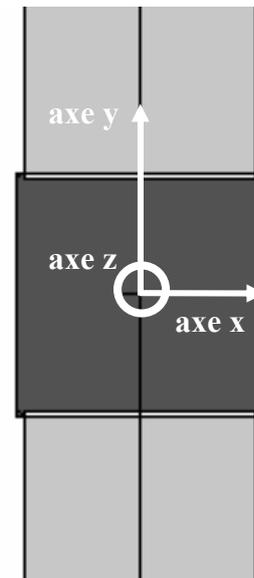


FIGURE 4-11 : LA CATHODE.

Les lignes de champ de la densité de courant sont représentées en deux dimensions ( $x, y$ ) pour des valeurs de  $1e7 \text{ A.m}^{-2}$  à  $1e5 \text{ A.m}^{-2}$ . Les distances sont exprimées en millimètre.

Le tracé de ces lignes de champ sur le plan **A** correspond à la densité de courant proche de la zone cathodique (cf. figure 4-12a) et forment des ellipses de centre  $(0, 0)$ . Le rayon maximal de la densité de courant sur l'axe  $x$ , correspondant à une valeur de  $1e5 \text{ A.m}^{-2}$ , est d'environ 2,8 mm et sur l'axe  $y$  ce rayon est de 2,5 mm.

En ce qui concerne la région proche de l'anode, figure 4-12c, les rayons maxima de l'ellipse, correspondant à une densité de courant de  $1e5 \text{ A.m}^{-2}$ , sont quasiment égal à 3 mm. La densité de courant et, par conséquent, le plasma thermique formé par l'arc de coupure est plus épais dans la région anodique.

Enfin, sur la figure 4-12b, au centre de l'espace inter-électrodes, les lignes de champ s'étalent. En effet, le rayon maximal obtenu pour une densité de courant de  $1e5 \text{ A.m}^{-2}$  est d'environ 4,6 mm soit plus de 50% supérieur aux rayons du plasma thermique proche des électrodes. On constate également une densité de courant plus faible au centre de l'espace inter-électrodes. L'ellipse correspondant à une densité de courant de  $1e7 \text{ A.m}^{-2}$  n'apparaît plus.

Dans cette section, nous avons uniquement analysé les résultats de simulation dans une configuration :  $d_{ie} = 6,5$  mm et  $d_{ac} = 14$  mm et lorsque le champ magnétique externe est nul. Une simulation similaire a été réalisée pour une distance inter-électrodes  $d_{ie}$  de 9,2 mm. La température et la vitesse suivant l'axe  $z$  sont présentées sur la figure 4-7 et la figure 4-9.

1- $j=1e7$  A.m<sup>-2</sup>  
 2- $j=5e6$  A.m<sup>-2</sup>  
 3- $j=1e6$  A.m<sup>-2</sup>  
 4- $j=5e5$  A.m<sup>-2</sup>  
 5- $j=1e5$  A.m<sup>-2</sup>

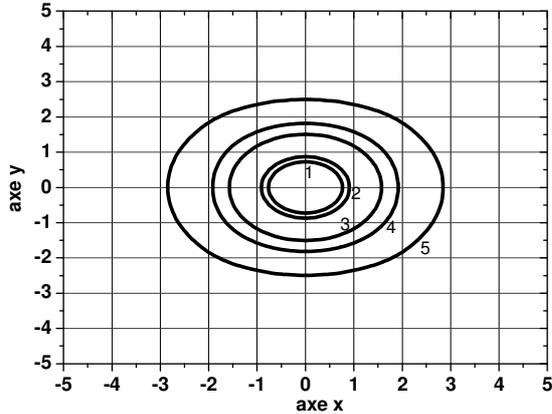


FIGURE 4-12a : PLAN A.

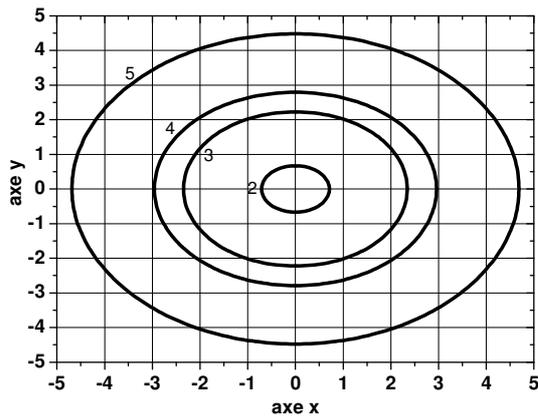


FIGURE 4-12b : PLAN B.

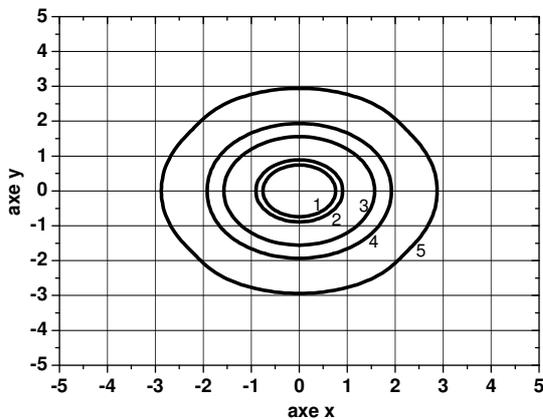


FIGURE 4-12c : PLAN C.

FIGURE 4-12 : DENSITÉ DE COURANT  
 ÉTAPE INITIALISATION ( $d_{ie}=6,5$  mm).

A partir de maintenant, le champ magnétique externe est pris en considération dans notre code de calcul. Lorsque les différents résidus auront tous convergé, les lignes de champ de la densité de courant seront présentées sur les plans A, B et C comme précisées sur la figure 4-10 et la figure 4-11. Le champ magnétique externe sera également analysé et, en ce qui concerne le contacteur, le calcul du champ magnétique créé par le second arc sera détaillé.

La figure 4-13, la figure 4-14 et la figure 4-15 représentent respectivement les iso-valeurs du champ du champ magnétique pour le disjoncteur, l'interrupteur et le sectionneur et le contacteur. Est également représenté le sens du courant électrique choisi dans les amenées de courant.

Ce courant et le champ magnétique dans le plasma thermique sont à l'origine des forces de Lorentz, équation 4.2, qui induisent un mouvement de la colonne de l'arc de coupure.

$$F_{Lorentz} = j \wedge B \quad (4.2)$$

Ainsi, pour chaque appareil de coupure, les grandeurs caractéristiques du plasma thermique sont enregistrées et permettent d'analyser la forme, le galbe de l'arc électrique dans chacune des configurations étudiées : les deux distances  $d_{ie}$  et les deux distances  $d_{ac}$ .

Le champ magnétique externe a une valeur maximale de l'ordre de  $10^{-2}$  T proche des électrodes. Le signe du champ magnétique dans l'espace inter-électrodes s'inverse dans le cas du contacteur, du sectionneur et de l'interrupteur.

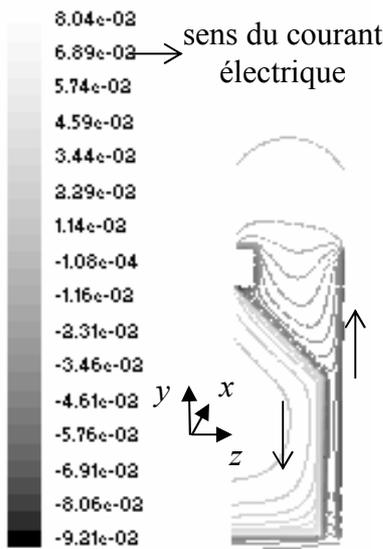


FIGURE 4-13 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) – DISJONCTEUR  
 $d_{ie} = 9,2 \text{ mm}$  et  $d_{ac} = 28 \text{ mm}$ .

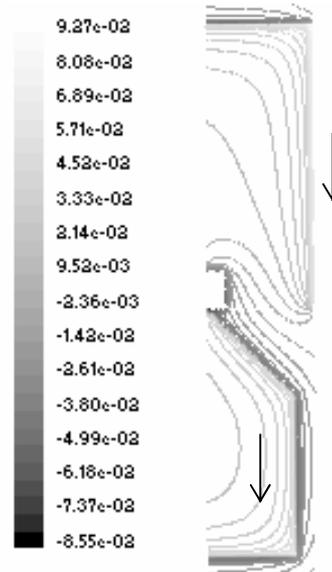


FIGURE 4-14 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) – INTERRUPTEUR / SECTIONNEUR  
 $d_{ie} = 9,2 \text{ mm}$  et  $d_{ac} = 28 \text{ mm}$ .

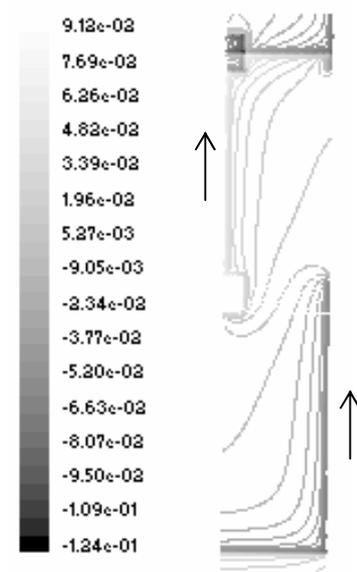


FIGURE 4-15 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTÉRIEUR (EN T) – CONTACTEUR  
 $d_{ie} = 9,2 \text{ mm}$  et  $d_{ac} = 28 \text{ mm}$ .

Les amenées de courant ont une épaisseur de 4 mm suivant l'axe  $x$ . Le champ magnétique induit par la circulation du courant électrique dans ces amenées de courant est calculé par la loi de Biot et Savart :

$$\mathbf{B} = \int_{\text{circuits}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (4.3)$$

Pour cela nous avons discrétisé ces conducteurs en 5 fils equi-répartis sur une distance de 4 mm, la distance entre deux fils et de 1 mm. A partir de là, nous avons calculé par la loi de Biot et Savart le champ créé par chacun des filets de courant. Le champ magnétique total créé par le conducteur étant la somme des champs magnétiques créés par chacun des filets (cf. figure 4-13, figure 4-14 et figure 4-15).

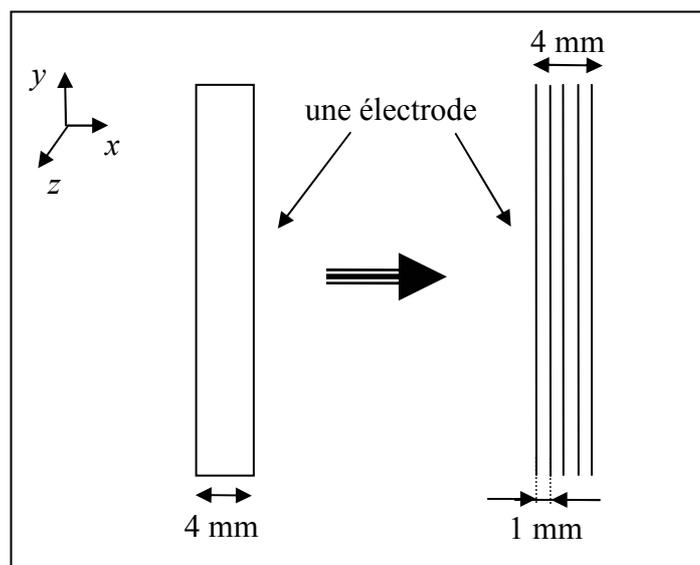


FIGURE 4-16 : DISCRÉTISATION DES CONDUCTEURS EXTERNES

#### 4.2.2 Champ magnétique externe : cas du contacteur

En ce qui concerne le contacteur, la géométrie définie à la figure 4-5 permet de modéliser un seul des deux arcs. En ce qui concerne le deuxième arc, on prend uniquement en considération le champ magnétique créé par celui-ci en le considérant comme un conducteur de rayon 2 mm et dont la répartition de la densité de courant est uniforme et égale à :

$$j = \frac{I}{\pi r^2} \text{ avec } I = 50 \text{ A et } r = 2 \text{ mm} \quad (4.4)$$

La répartition de la densité de courant étant uniforme, le conducteur peut être assimilé à un cylindre plein de longueur infinie. Ainsi, les résultats sont connus et peuvent se mettre sous une forme analytique :

$$\begin{cases} B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r & \text{si } r < R_1 \\ B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & \text{si } r > R_1 \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $B(r)$  représente la valeur du champ magnétique à une distance  $r$ .

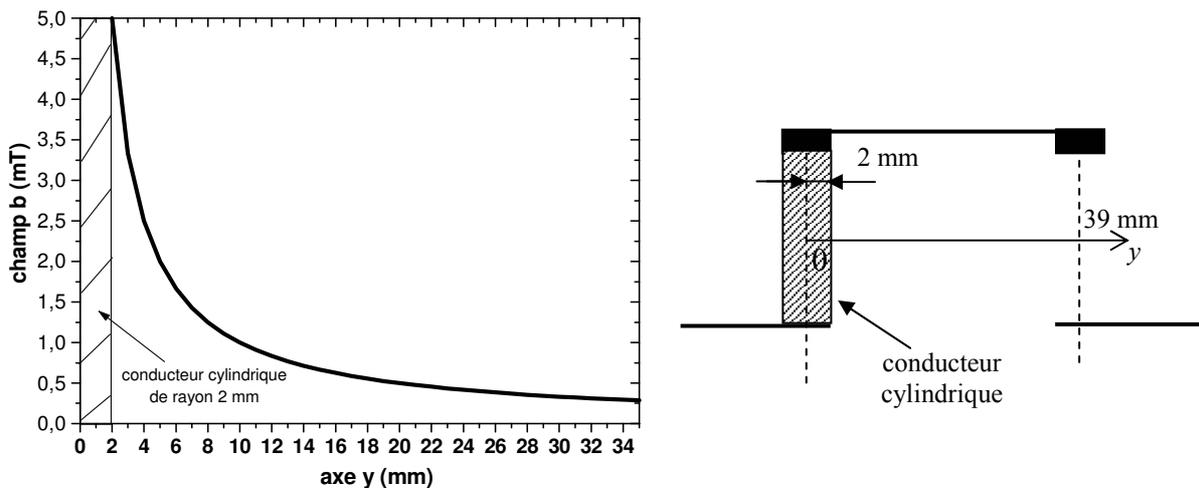


FIGURE 4-17 : CHAMP MAGNÉTIQUE EXTERNE – CAS DU CONTACTEUR

La figure 4-17 représente la composante radiale du champ magnétique créé par le conducteur cylindrique de rayon 2 mm. La distance entre les deux arcs ou les deux électrodes est de 39 mm. La valeur maximum du champ magnétique créé par le conducteur est de 5 mT. A une distance de 22 mm, nous constatons que le champ magnétique est inférieur au milli-Tesla.

L'influence du champ magnétique créé par ce deuxième arc est donc négligeable. Il serait intéressant d'étudier, suivant la distance entre les deux contacts, les forces de répulsion ou d'attraction entre les deux arcs électriques. Cette étude n'a pas été réalisée. Dans notre cas, on s'intéresse essentiellement à l'influence d'un champ magnétique externe créé par les amenées de courant et les électrodes sur les grandeurs caractéristiques d'un arc électrique dans les appareils de coupure basse tension.

### 4.2.3 Le disjoncteur

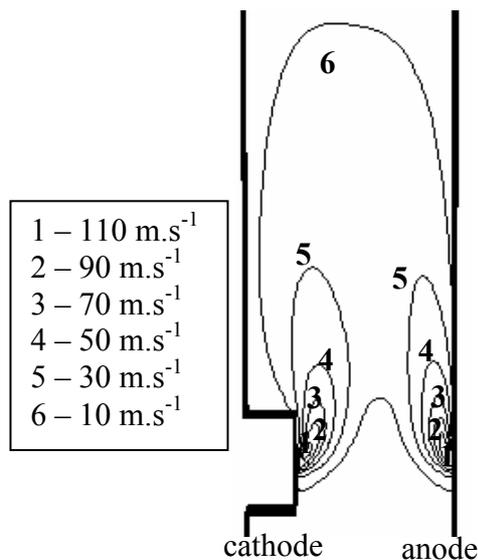


FIGURE 4-18 : CHAMP DE VITESSE – DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )

Dans une configuration de type disjoncteur, figure 4-2, et un courant électrique de 50 A, la figure 4-18 et la figure 4-19 représentent respectivement le champ de vitesse et le champ de température. Le champ magnétique externe est maintenant pris en considération ce qui provoque une déformation de la colonne de l'arc de coupure.

Pour quantifier cette déformation ou le galbe de l'arc électrique, la figure 4-20, représente la valeur maximum de la densité de courant ou de la température le long de la colonne de l'arc. Le repère choisi est celui représenté sur la figure 4-11, l'origine de ce repère correspond au centre de la cathode.

Les forces magnétiques externes créées par les amenées de courant et les électrodes provoquent une poussée de l'arc de coupure vers le haut, dans le sens des  $y$  croissants.

En effet, le galbe de l'arc représenté sur la figure 4-20 montre une déformation maximale au milieu de l'espace inter-électrodes, entre 4 mm et 6,5 mm. Nous allons comparer cette forme de l'arc obtenue dans une configuration de type disjoncteur à celle obtenue dans la phase d'initialisation, lorsque le champ magnétique externe n'est pas implémenté dans notre code de calcul. Comme le montre la figure 4-6 ou la figure 4-8, la valeur maximale de la densité de courant le long de la colonne de l'arc est représenté par le trait en pointillé sur la figure 4-20. Ainsi, la déformation maximale est de 3,5 mm dans le sens de l'axe  $y$  et est située au

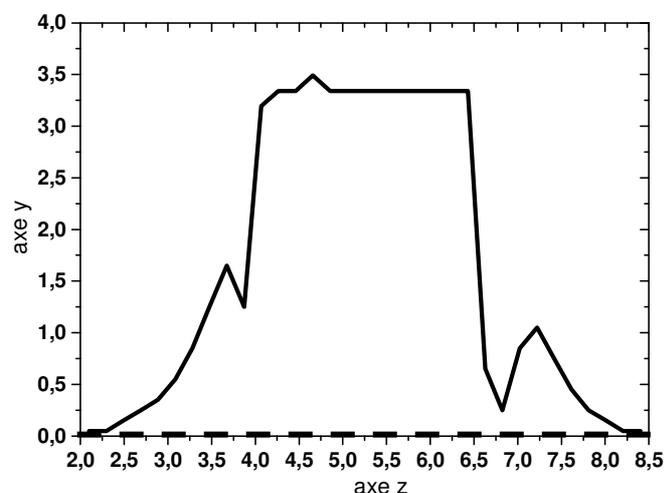


FIGURE 4-20 : FORME DE L'ARC DANS UN DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5/d_{ac}=14$ )

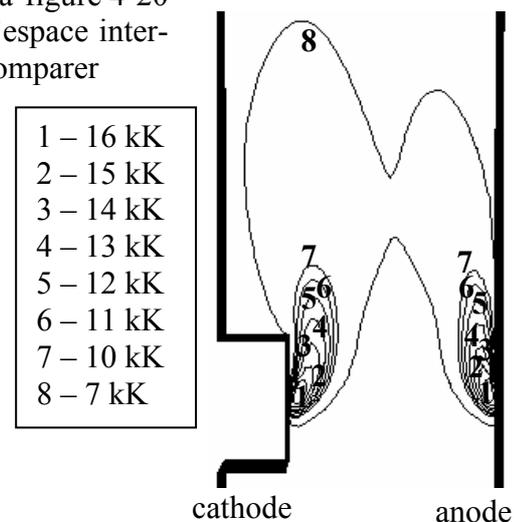


FIGURE 4-19 : CHAMP DE TEMPÉRATURE – DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )

milieu de la distance inter-électrodes.

On observe sur la figure 4-18 une vitesse maximale proche des électrodes, cette vitesse est de l'ordre de  $110 \text{ m.s}^{-1}$ . Puis la vitesse décroît lorsque l'on s'éloigne de l'anode et de la cathode.

La vitesse atteint un minimum,  $10 \text{ m.s}^{-1}$ , au milieu de l'espace inter-électrodes. En ce qui concerne le champ de température, les mêmes remarques peuvent être faites. La valeur maximale  $16 \text{ kK}$  est située proche des électrodes. Puis la température diminue lorsque l'on s'éloigne de la cathode et de l'anode.

Toujours dans une configuration de type disjoncteur, figure 4-2, les lignes de champs de la densité de courant sur les plans **A**, **B** et **C** (cf. figure 4-10) sont représentées sur la figure 4-21. La distance inter-électrodes est de  $6,5 \text{ mm}$  et la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode est de  $14 \text{ mm}$ . Les distances sur les axes  $x$ ,  $y$  sont exprimées en millimètre.

Premièrement, nous constatons que l'arc de coupure proche de la cathode à un rayon inférieur au rayon du plasma proche de l'anode. Pour une densité de courant de  $1e5 \text{ A.m}^2$ , les lignes de champ s'étalent sur l'axe  $y$  sur une distance de  $3 \text{ mm}$  dans le cas de la cathode alors que proche de l'anode, le diamètre suivant l'axe  $y$  est de  $8,5 \text{ mm}$ . Cette particularité est due à la condition de flux pour la température à l'anode, alors que dans le cas de la cathode une condition de Dirichlet est imposée. Au milieu de l'espace inter-électrodes, plan **B**, l'arc a une température inférieure à la température proche des électrodes. En effet, Les lignes de champ correspondant aux valeurs  $1e7 \text{ A.m}^2$  et  $5e6 \text{ A.m}^2$  ne sont plus présentes sur la figure 4-21b.

Deuxièmement, l'arc électrique soumis aux forces magnétiques externes est poussé vers le haut de la chambre de coupure (dans le sens des  $y$  croissants). Ainsi, pour un courant de  $50 \text{ A}$  et à la moitié de la distance inter-électrode, le cœur de l'arc de coupure est situé à une distance de  $4,5 \text{ mm}$  du centre de l'électrode. Proche des électrodes ce phénomène est moins perceptible dû au fait de la condition aux limites d'accrochage de l'arc sur les contacts. On observe une montée de l'ordre de  $0,5 \text{ mm}$  suivant l'axe  $y$ .

Troisièmement, les lignes de champ de la densité de courant ont tendance à s'étaler dans le sens des  $y$  croissants et sont resserrées en dessous de l'arc de coupure.

$$\begin{aligned} 1-j &= 1e7 \text{ A.m}^{-2} \\ 2-j &= 5e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 3-j &= 1e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 4-j &= 5e5 \text{ A.m}^{-2} \\ 5-j &= 1e5 \text{ A.m}^{-2} \end{aligned}$$

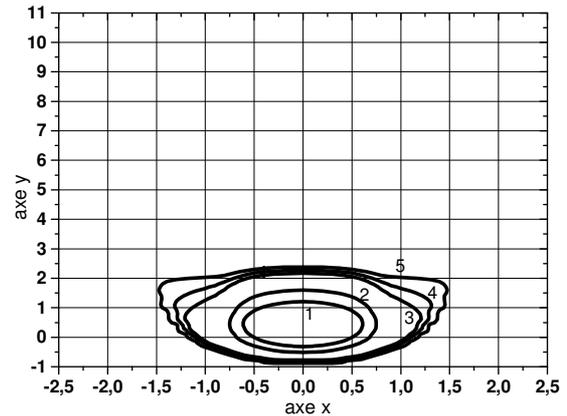


FIGURE 4-21a : PLAN A.

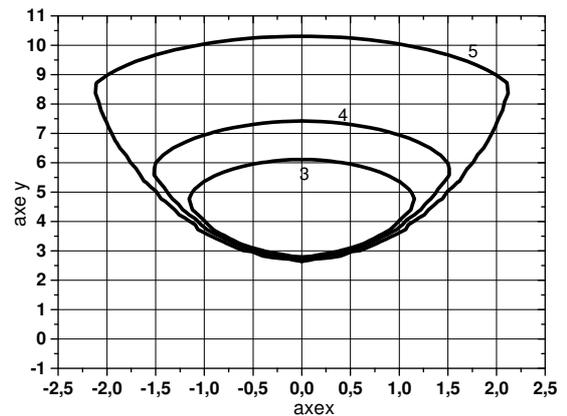


FIGURE 4-21b : PLAN B.

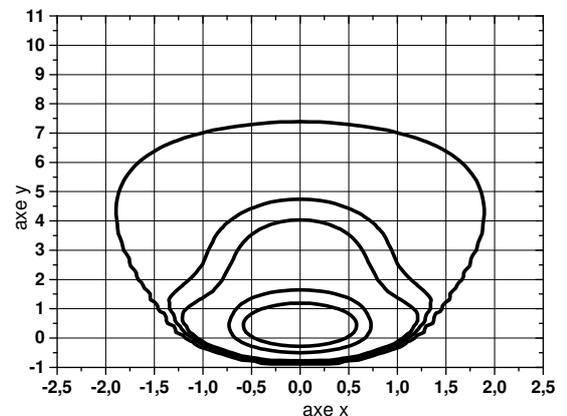


FIGURE 4-21c : PLAN C.

FIGURE 4-21 : DENSITÉ DE COURANT DISJONCTEUR ( $d_{ie}=6,5 \text{ mm}/d_{ac}=14 \text{ mm}$ ).

4.2.4 Le contacteur

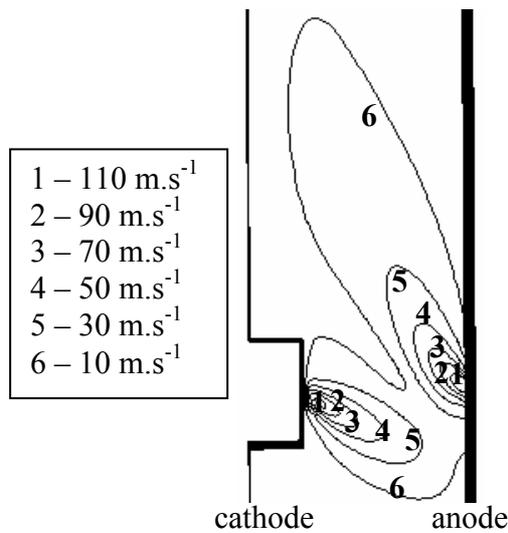


FIGURE 4-22 : CHAMP DE VITESSE – CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )

Dans une configuration de type contacteur, figure 4-3, et un courant électrique de 50 A, la figure 4-22 et la figure 4-23 représentent respectivement le champ de vitesse et la température de l'arc de coupure lorsque le champ magnétique externe est pris en considération.

La figure 4-24 représente la valeur maximale de la densité de l'arc électrique le long de l'axe z. Contrairement au disjoncteur, nous constatons une déformation de la colonne de l'arc en « S ». Les forces magnétiques proches de la cathode sont de signe opposées aux forces magnétiques proches de l'anode. Cette particularité est due au sens du courant électrique dans les amenées de courant et les conducteurs externes.

Par rapport à l'étape d'initialisation, trait en pointillé sur la figure 4-24, on observe deux maxima. Un maximum dans le sens des y négatifs, de l'ordre de 1,25 mm et un maximum dans le sens des y positifs d'environ 0,15 mm. A partir de ces observations, deux remarques peuvent être faites.

- 1 – 16 kK
- 2 – 15 kK
- 3 – 14 kK
- 4 – 13 kK
- 5 – 12 kK
- 6 – 11 kK
- 7 – 10 kK

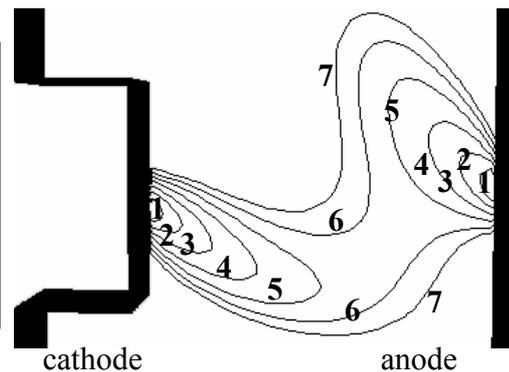


FIGURE 4-23 : CHAMP DE TEMPÉRATURE CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )

Premièrement, les forces magnétiques sont

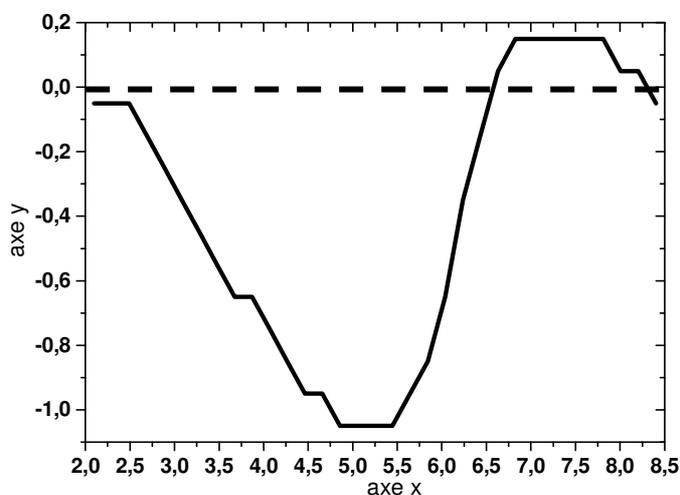


FIGURE 4-24 : FORME DE L'ARC DANS UN CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5/d_{ac}=14$ )

plus faibles que les forces magnétiques créées dans une configuration de type disjoncteur : un maximum de 3,5 mm pour le disjoncteur contre un maximum de 1,25 mm pour le contacteur. Deuxièmement, la forme de l'arc diffère suivant les configurations étudiées : forme en « U » dans le cas du disjoncteur et une forme en « S » dans le cas du contacteur. De plus, le galbe de l'arc est plus prononcé proche de la cathode (cf. figure 4-24).

D'après la figure 4-22, la vitesse maximale est proche des électrodes,  $110 \text{ m.s}^{-1}$ . Puis, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la cathode ou de l'anode la vitesse décroît pour atteindre un minimum au centre de l'espace inter-électrodes.

De plus, les lignes de champ sont plus resserrées dans la région cathodique que dans la région anodique. Si on observe la ligne de champ de vitesse correspondant à la valeur  $10 \text{ m.s}^{-1}$ , on constate que celle-ci est plus éloignée des autres lignes de champ.

$$\begin{aligned} 1-j &= 1e7 \text{ A.m}^{-2} \\ 2-j &= 5e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 3-j &= 1e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 4-j &= 5e5 \text{ A.m}^{-2} \\ 5-j &= 1e5 \text{ A.m}^{-2} \end{aligned}$$

Toujours dans une configuration de type contacteur, figure 4-3, les lignes de champs de la densité de courant sur les plans **A**, **B** et **C** (cf. figure 4-10) sont représentées sur la figure 4-25. La distance inter-électrodes est de 6,5 mm et la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode est de 14 mm. Les distances sur les axes  $x$ ,  $y$  sont exprimées en millimètre.

Premièrement, comme dans le cas du disjoncteur, le rayon du plasma décroît lorsque l'on s'approche de la cathode. En effet, sur la figure 4-25a (proche de la cathode), le diamètre suivant l'axe  $x$  est d'environ 3 mm, sur la figure 4-25b (au centre de l'espace inter-électrodes), le diamètre est de 5,8 mm et sur la figure 4-25c (proche de l'anode), celui-ci est égal à 5,2 mm.

Deuxièmement, de la cathode au milieu de l'espace inter-électrodes, les lignes de champ de la densité de courant sont resserrées en dessous de l'arc et s'étalent au dessus de celui-ci. En revanche, proche de l'anode le phénomène s'inverse. Cette remarque montre encore une fois que les forces magnétiques à la cathode sont plus importantes que les forces magnétiques à l'anode.

Troisièmement, le rayon de l'arc de coupure est plus important dans une configuration de type contacteur que dans une configuration de type disjoncteur. Si on observe la densité de courant sur le plan **B**, le diamètre suivant l'axe  $x$  dans le cas du disjoncteur est de 4,2 mm tandis que pour le contacteur le diamètre est égal à 5,8 mm soit une augmentation de 38%. Ce phénomène est observable également proche des électrodes.

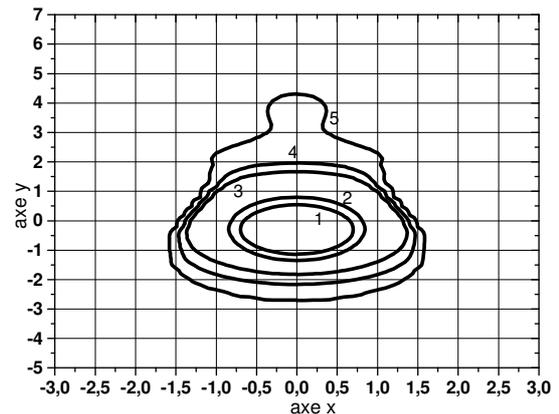


FIGURE 4-25a : PLAN A.

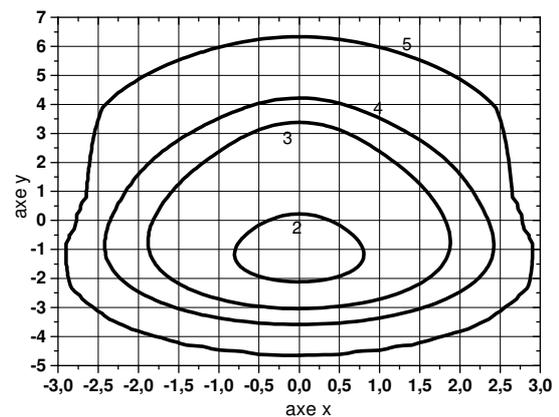


FIGURE 4-25b : PLAN B.

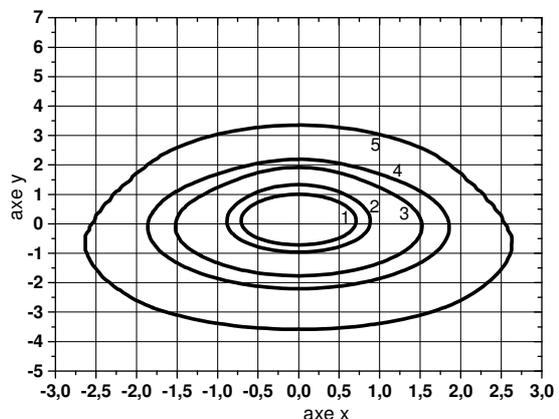


FIGURE 4-25c : PLAN C.

FIGURE 4-25 : DENSITÉ DE COURANT CONTACTEUR ( $d_{ie}=6,5 \text{ mm}/d_{ac}=14 \text{ mm}$ ).

4.2.5 L'interrupteur et le sectionneur

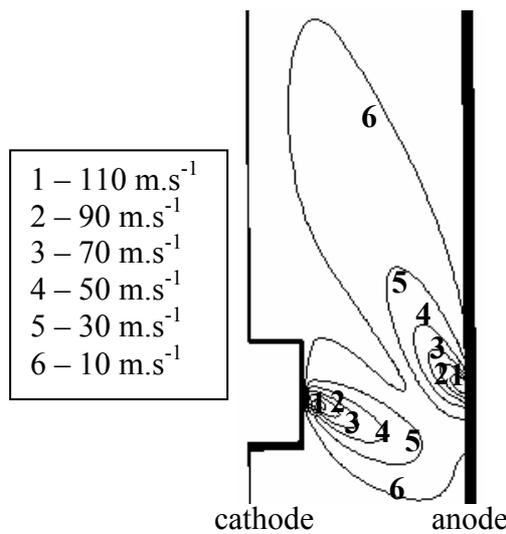


FIGURE 4-26 : CHAMP DE VITESSE –  
INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ )

Dans une configuration de type interrupteur ou sectionneur, figure 4-1, et un courant électrique de 50 A, la figure 4-26 et le figure 4-27 représentent respectivement le champ de vitesse et la température de l'arc de coupure lorsque le champ magnétique externe est pris en considération.

Sur la figure 4-28 est représentée le lieu de la densité de courant maximale le long de l'axe z. Comme dans le cas du contacteur, on observe une forme en « S ». Cette forme est inversée par rapport au contacteur. Cette particularité est due au sens du courant électrique dans les conducteurs (cf. figure 4-14).

On peut distinguer deux zones sur cette figure. De 2 mm à environ 6,5 mm, l'arc de coupure est situé dans les y positifs, zone 1.

De 6,5 mm à 8,5 mm, l'arc de coupure est situé dans les y négatifs, zone 2. Dans la zone 1, le maximum de la courbure de l'arc électrique est d'environ +1,08 mm tandis que dans la zone 2 le maximum est de -0,15 mm. Le galbe de l'arc électrique est donc plus prononcé proche de la cathode.

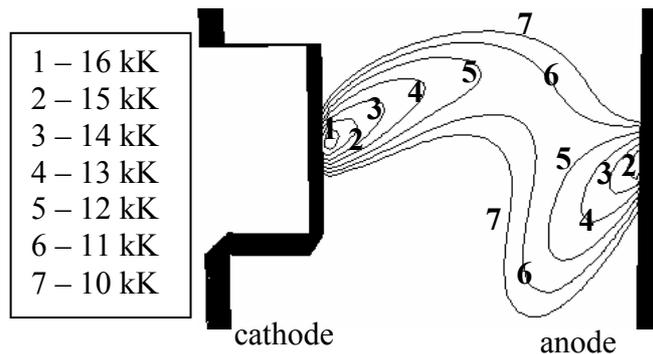


FIGURE 4-27 : CHAMP DE TEMPÉRATURE –  
INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5 / d_{ac}=14$ ).

Ainsi, les forces sont plus importantes à

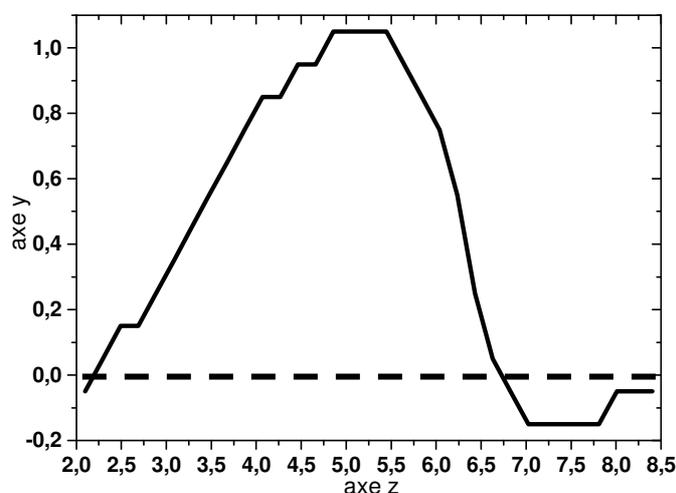


FIGURE 4-28 : FORME DE L'ARC DANS  
UN INTERRUPTEUR ( $d_{ie}=6,5/d_{ac}=14$ )

la cathode qu'à l'anode mais restent inférieures aux forces magnétiques créées dans une configuration de type disjoncteur.

En ce qui concerne le champ de température et de vitesse (cf. figure 4-26 et figure 4-27), nous constatons un maximum proche des électrodes puis une diminution de ces valeurs au fur et à mesure que l'on s'éloigne des contacts.

La condition aux limites imposée pour l'accrochage de l'arc à la cathode et à l'anode est une condition sur la densité de courant.

Cette densité de courant, maximale aux électrodes, est un terme source de l'équation de conservation de l'énergie. C'est pourquoi, proche des contacts, la température est maximale. Nous pouvons faire le même raisonnement avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

$$\begin{aligned} 1-j &= 1e7 \text{ A.m}^{-2} \\ 2-j &= 5e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 3-j &= 1e6 \text{ A.m}^{-2} \\ 4-j &= 5e5 \text{ A.m}^{-2} \\ 5-j &= 1e5 \text{ A.m}^{-2} \end{aligned}$$

Toujours dans une configuration de type interrupteur ou sectionneur, figure 4-1, les lignes de champs de la densité de courant sur les plans **A**, **B** et **C** (cf. figure 4-10) sont représentées sur la figure 4-29. La distance inter-électrodes est de 6,5 mm et la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode est de 14 mm. Les distances sur les axes  $x, y$  sont exprimées en millimètre.

La figure 4-29a indique que proche de la cathode le centre du plasma thermique est situé au dessus de la pointe de la cathode, à  $y = 0,5$  mm tandis que proche de l'anode (cf. figure 4-29c) le centre du plasma thermique est légèrement en dessous de la pointe de la cathode,  $y = -0,15$  mm. Le décalage de l'arc électrique par rapport au centre de la cathode est beaucoup plus prononcé au centre de l'espace inter-électrodes (cf. figure 4-29b),  $y = +1$  mm.

A la cathode, le diamètre maximal de l'arc de coupure est d'environ 5,6 mm. Ce diamètre est beaucoup plus important à l'anode, il est pratiquement égal à 7 mm, soit une différence de 25%. Comme dans le cas du contacteur ou du disjoncteur le diamètre de l'arc de coupure est maximum au centre de l'espace inter-électrodes, environ 11 mm.

Enfin, nous pouvons constater que la ligne de champ de la densité de courant correspondant à la valeur  $1e7 \text{ A.m}^{-2}$  a disparu au milieu de l'espace inter-électrodes (cf figure 4-29b). Cette particularité indique un refroidissement du plasma thermique lorsque l'on s'éloigne des contacts. La figure 4-7 confirme nos observations dans le cas particulier où le camp magnétique externe est nul : étape d'initialisation.

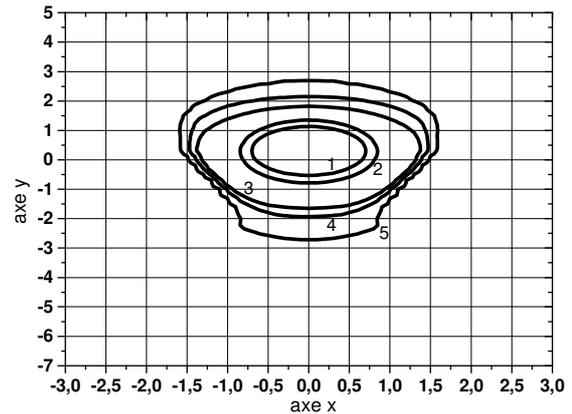


FIGURE 4-29a : PLAN A.

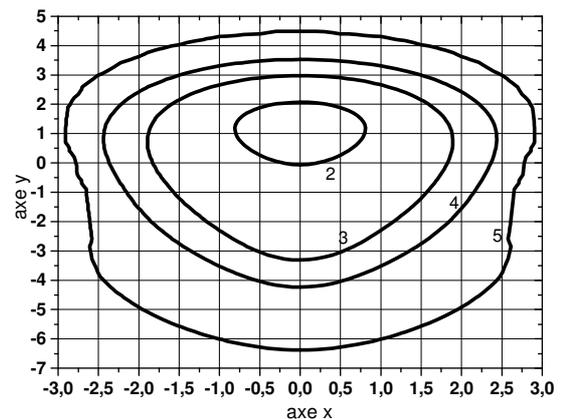


FIGURE 4-29b : PLAN B.

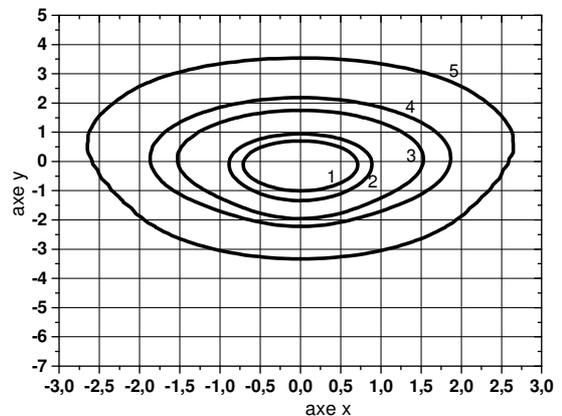


FIGURE 4-29c : PLAN C.

FIGURE 4-29 : DENSITÉ DE COURANT  
INTERRUPTEUR ( $d_{ie} = 6,5 \text{ mm} / d_{ac} = 14 \text{ mm}$ ).

### 4.3 Analyse du galbe de l'arc électrique dans les appareils de coupure basse tension

#### 4.3.1 Introduction

L'objectif de cette section est d'analyser l'influence des amenées de courant et des conducteurs externes sur le galbe de l'arc dans les appareils de coupures basse tension. Les conditions aux limites, les équations du modèle, la géométrie d'étude sont celles présentées dans la première section de ce chapitre. Pour chaque type d'appareillage quatre simulations sont proposées correspondant aux configurations présentées sur la figure 4-30. Pour cela nous considérons deux distances inter-électrodes,  $d_{ie}$ , 6,5 mm et 8,2 mm et deux distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode,  $d_{ac}$ , 14 mm et 28 mm. A partir de là, une confrontation de nos différents résultats de simulation est proposée dans chacun des cas.

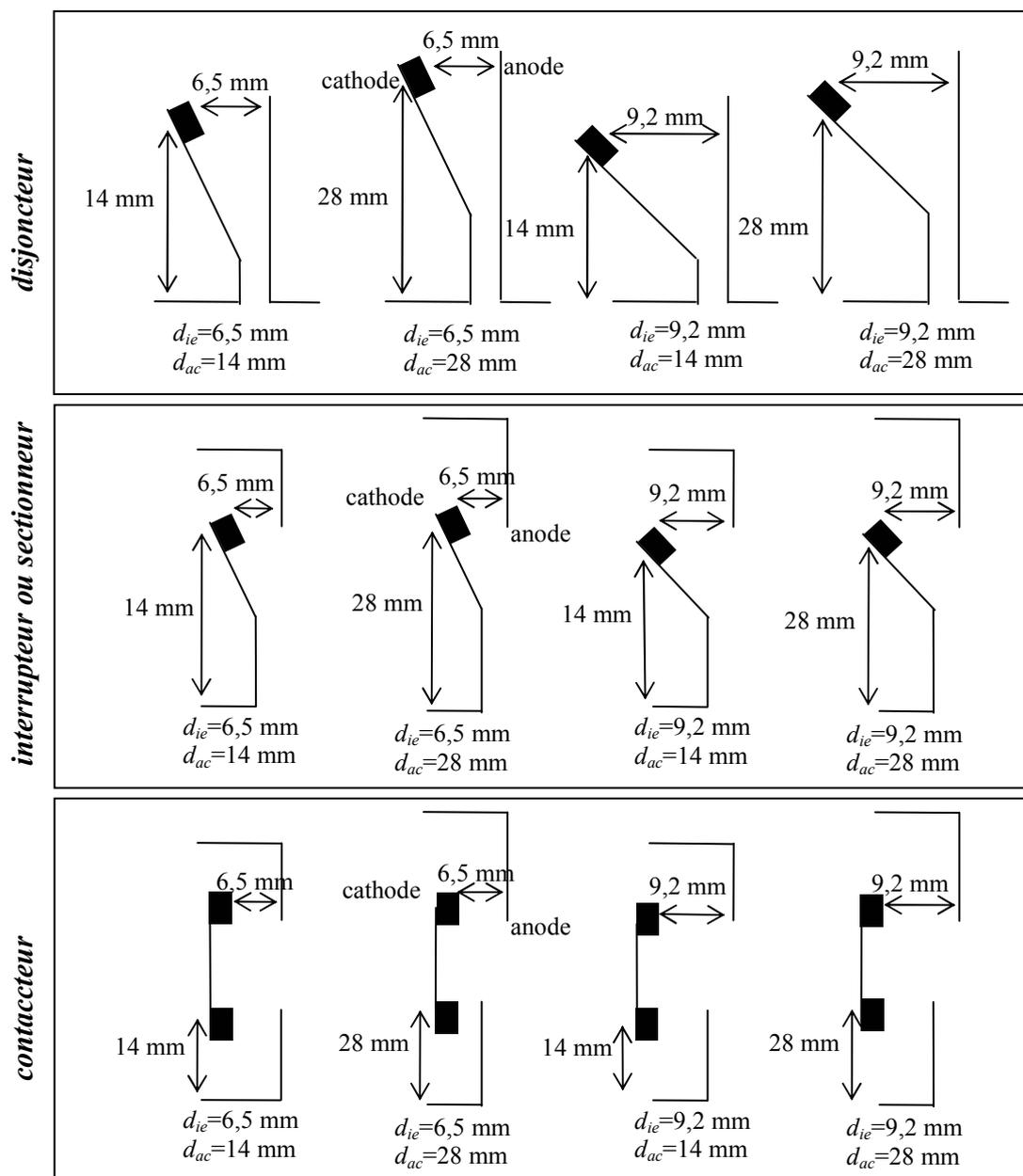


FIGURE 4-30 : LES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS ÉTUDIÉES DANS LES APPAREILS DE COUPURE BT

### 4.3.2 Le disjoncteur

Sur la figure 4-31 est représentée, suivant l'axe  $z$ , le lieu de la densité de courant maximale pour les quatre configurations étudiées. L'origine du repère correspond au centre de la cathode. Les données sont en millimètre sur l'axe  $y$  et en pourcent sur l'axe  $z$  : 0% correspond à une distance inter-électrodes nulle et 100% à une distance  $d_{ie}$  maximale, soit 6,5 mm ou 9,2 mm suivant la configuration. Premièrement, le galbe de l'arc est plus important lorsque l'angle d'ouverture des électrodes est grand. Pour une distance  $d_{ie} = 9,2$  mm le maximum de la courbure, suivant l'axe  $y$ , est situé entre +5,3 mm et +7 mm alors que pour une distance de 6,5 mm, le maximum de la courbure est entre 3,5 mm et 3,9 mm.

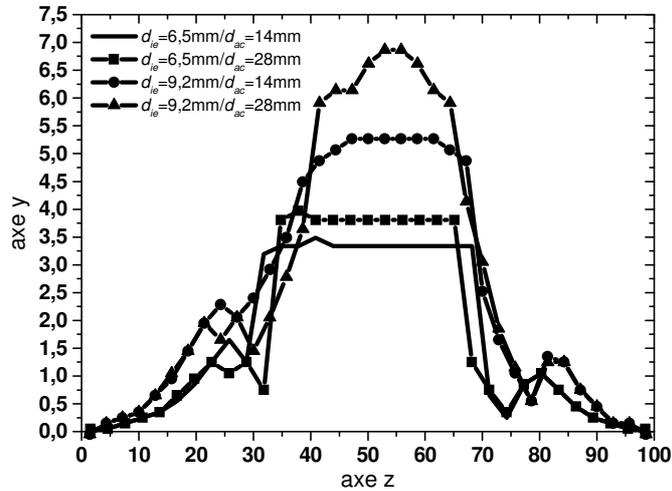


FIGURE 4-31 : FORME DE L'ARC DANS UN DISJONCTEUR.

Deuxièmement, pour une même distance inter-électrodes  $d_{ie}$ , le maximum du galbe de l'arc est plus important lorsque les amenées de courant sont éloignées. En effet, pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm, le maximum est situé à 3,9 mm pour une distance  $d_{ac}$  de 28 mm et 3,5 mm pour une distance de 14 mm. Pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm, le maximum est situé à 7 mm pour une distance  $d_{ac}$  de 28 mm et 5,3 mm pour une distance de 14 mm.

Sur la figure 4-32 sont représentées, toujours suivant l'axe  $z$ , les valeurs de la densité de courant maximale, la densité de courant au cœur du plasma thermique. Aux extrémités de l'axe  $z$  la densité de courant est maximale puisqu'il s'agit des conditions aux limites à la cathode et à l'anode. Lorsque la courbure de l'arc est plus importante la densité de courant augmente. Cette différence s'accroît au milieu de l'espace inter-électrode. Nous remarquons que la densité de courant varie le long de la colonne de l'arc électrique de quelques  $10^5$  à  $10^8 \text{ A.m}^{-2}$  pour un courant de 50 A.

Deuxièmement, pour une même distance inter-électrodes,  $d_{ie}$  de 6,5 mm ou 9,2 mm, les valeurs de la densité de courant sont pratiquement équivalentes. En revanche, l'angle d'ouverture des électrodes joue un rôle fondamental dans le comportement de l'arc de coupure.

La figure 4-33 représente la valeur de la composante  $x$  du champ magnétique externe créé par les amenées de courant et les électrodes pour les quatre configurations étudiées.

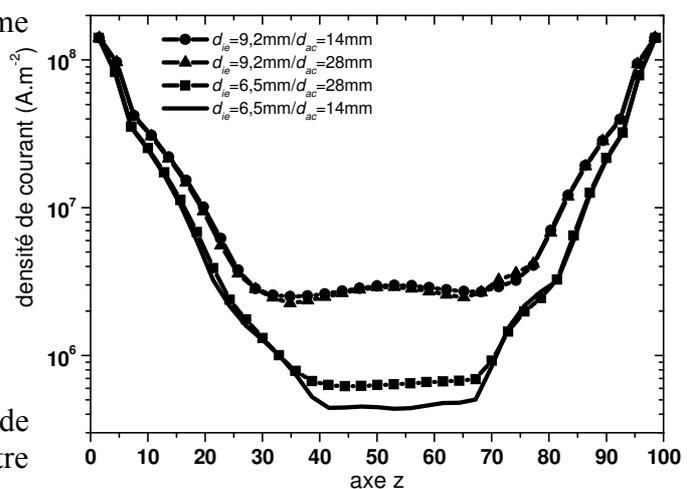


FIGURE 4-32 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - DISJONCTEUR

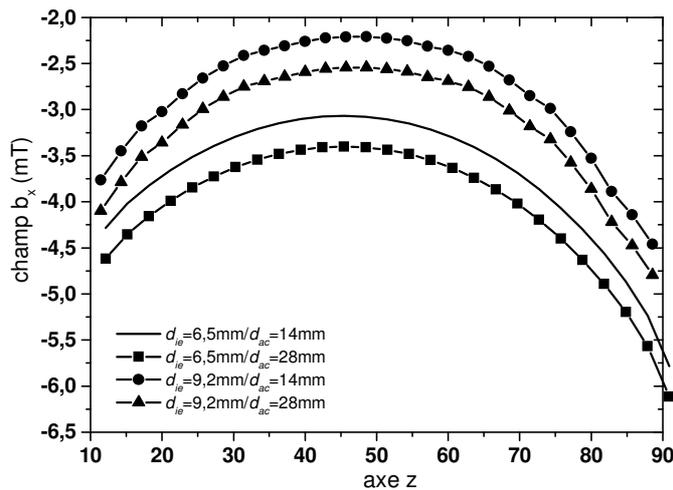


FIGURE 4-33 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE DISJONCTEUR

Le champ magnétique tracé sur la figure ci-contre est obtenue à  $y = 0$  et  $x = 0$ .

Pour un même courant électrique de 50 A, le champ magnétique est minimum, lorsque l'angle d'ouverture des électrodes est grand et la distance  $d_{ac}$  petite. Inversement, le champ magnétique est maximum lorsque l'espace inter-électrodes est faible et la distance  $d_{ac}$  grande.

Dans tous les cas, une distance inter-électrodes petite augmente le champ magnétique responsable de la déformation de la colonne de l'arc électrique. Comment se fait-il que sur la figure 4-31 la déformation soit maximum pour un angle d'ouverture des électrodes important ? Pour répondre à cette question analysons la figure 4-7 représentant la température au cœur du plasma thermique dans l'étape d'initialisation. La température et donc la densité de courant sont plus importantes lorsque la distance inter-électrodes est grande. Cette densité de courant combinée à la composante x champ magnétique représente en grande partie la force de Lorentz responsable de la mise en mouvement de l'arc électrique suivant l'axe y.

En revanche, la proximité des amenées de courant diminue le champ magnétique externe et par conséquent le galbe de l'arc. En effet, pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm, si  $d_{ac}$  est égal à 14 mm le maximum de la courbure de l'arc est de 5,5 mm alors que pour une distance  $d_{ac}$  de 28 mm le maximum de la courbure est de 7 mm (cf. figure 4-31).

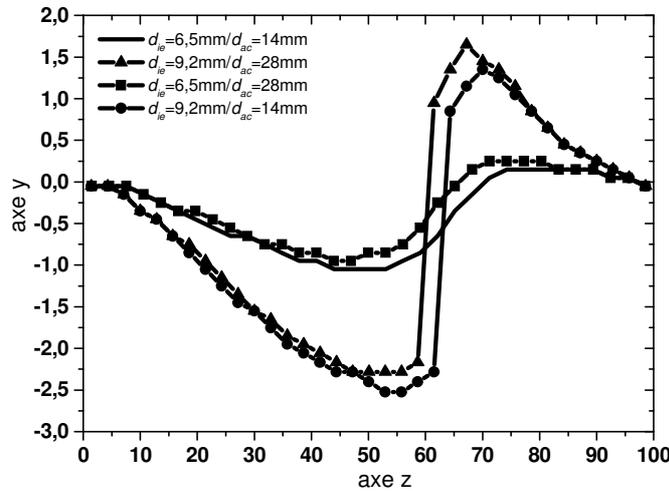
Le tableau 4-4 donne la chute de tension de la colonne dans l'espace inter-électrodes en fonction des différentes configurations. Premièrement, plus la distance entre les contacts est importante plus la chute de tension augmente. Pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm la chute de tension est d'environ 49 V, alors que pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm la chute de tension est en moyenne égale à 55,2 V. Deuxièmement, nous pouvons constater que plus l'arc électrique est long ou plus le galbe est prononcé plus la chute de tension augmente. En effet, à l'étape d'initialisation la chute de tension est de 19 V pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm. Lorsque l'arc se courbe sous l'effet des forces de Lorentz, la tension passe de 19 V à environ 50 V soit une augmentation de plus de 150%.

	$d_{ie} = 6,5 \text{ mm}$ $d_{ac} = 14 \text{ mm}$	$d_{ie} = 6,5 \text{ mm}$ $d_{ac} = 28 \text{ mm}$	$d_{ie} = 9,2 \text{ mm}$ $d_{ac} = 14 \text{ mm}$	$d_{ie} = 9,2 \text{ mm}$ $d_{ac} = 28 \text{ mm}$
chute de tension (V)	48,1	50,1	54	56,8

TABLEAU 4-4 : CHUTE DE TENSION - DISJONCTEUR.

### 4.3.3 Le contacteur

Dans cette section, l'appareil étudié est le contacteur. Comme dans le cas du disjoncteur la figure 4-34 représente, suivant l'axe  $z$ , le lieu de la colonne de l'arc de coupure.



Les distances sur l'axe  $y$  et  $z$  sont en millimètre.

Contrairement au disjoncteur, il y a deux maxima pour chaque configuration étudiée. L'arc électrique a donc une forme en « S » caractéristique de l'arc de coupure dans ce type d'appareil. Lorsque la distance inter-électrodes est de 9,2 mm la courbure de l'arc électrique est plus prononcée par rapport à une distance inter-électrodes de 6,5 mm.

FIGURE 4-34 : FORME DE L'ARC DANS UN CONTACTEUR

Ainsi, pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm les deux maxima sont à environ -2,5 mm et +1,5 mm, et pour une distance inter-électrodes de 9,2 mm les deux maxima sont à -0,7 mm et +0,4 mm. On remarque que le galbe de l'arc électrique est plus important dans le sens des  $y$  décroissant soit dans la région proche de la cathode.

Dans la première moitié de l'espace inter-électrodes, région proche de la cathode, la courbure de l'arc est dirigée dans les  $y$  négatifs. Dans cette région et pour une même distance  $d_{ie}$  le galbe de l'arc est plus prononcé lorsque la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode,  $d_{ac}$ , est faible. Inversement, dans la deuxième moitié de l'espace inter-électrodes, région proche de l'anode, la courbure de l'arc de coupure est dirigée dans les  $y$  positifs. Dans cette région et pour une même distance  $d_{ie}$ , c'est pour une distance  $d_{ac}$  élevée que le galbe de l'arc est le plus important.

Ainsi, pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm, si la distance  $d_{ac}$  est égale à 14 mm les deux maxima sont de -2,6 mm et +1,5 mm tandis que pour une distance  $d_{ac}$  égale à 28 mm les deux maxima sont à -2,2 mm et +1,7 mm. Enfin pour une distance de 6,5 mm, si la distance  $d_{ac}$  est égale à 14 mm les deux maxima sont de -0,7 mm et +0,25 mm tandis que pour une distance  $d_{ac}$  égale à 28 mm les deux maxima sont à -0,6 mm et +0,4 mm.

La figure 4-35 représente la densité de courant maximale le long de la colonne de l'arc électrique, suivant l'axe  $z$ . La densité de courant est exprimée en  $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$  et correspond à la valeur de  $j$  au cœur du plasma thermique.

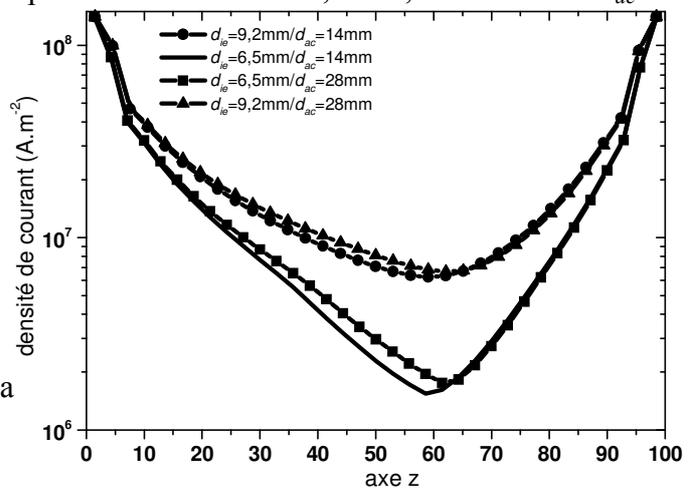


FIGURE 4-35 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - CONTACTEUR

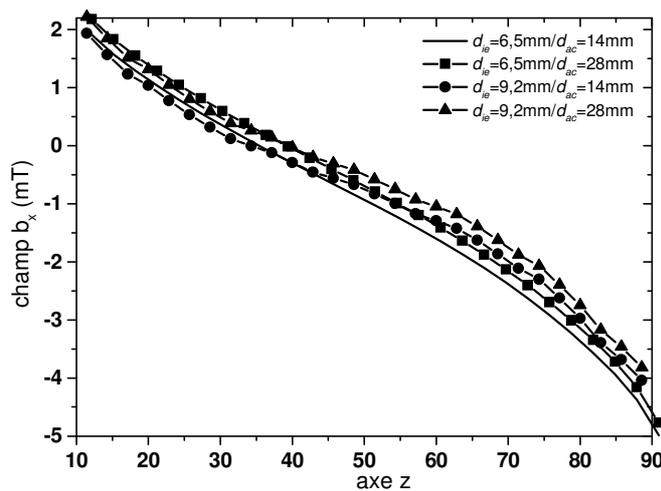


FIGURE 4-36 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE CONTACTEUR

Comme dans le cas du disjoncteur, la densité de courant au coeur du plasma thermique est d'autant plus grande que le galbe de l'arc est élevé. Nous constatons également que la densité de courant varie de quelques  $10^6$  à  $10^8$  A.m<sup>-2</sup> soit une densité de courant plus importante que dans le cas du disjoncteur.

La figure 4-36 représente la composante  $x$  du champ magnétique en fonction de  $z$  pour  $x = 0$  et  $y = 0$ .

Premièrement, le sens du courant électrique dans les amenées de courant et les conducteurs (cf. figure 4-15) font que ce champ change de signe à environ 30% de l'espace inter-électrodes. Dans la région proche de la cathode, zone 1, le champ magnétique est positif et proche de l'anode, zone 2, le champ devient négatif ce qui explique la forme en « S » du plasma thermique.

Deuxièmement, dans la zone 2, pour une même distance inter-électrodes, la composante  $x$  du champ magnétique externe augmente lorsque la distance  $d_{ac}$  diminue. Dans la zone 1, une diminution de la distance  $d_{ac}$  a pour conséquence une diminution du champ magnétique. Ces résultats sur le champ magnétique externe ont une répercussion directe sur le galbe de l'arc (cf. figure 4-34).

Le tableau 4-5 donne la chute de tension dans l'espace inter-électrodes, cette tension varie pour le contacteur de 21,4 V à 29,5 V. Premièrement, les différentes valeurs sont plus petites que celles obtenues dans le cas du disjoncteur, environ deux fois plus faibles. Cette particularité est due à la forme de l'arc électrique dans ces deux appareils. L'arc est beaucoup plus allongé dans une configuration de type disjoncteur que dans une configuration de type contacteur.

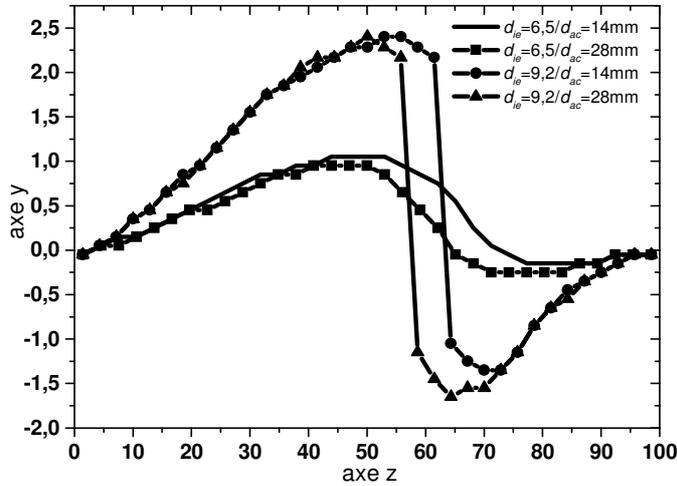
Deuxièmement, lorsque la distance inter-électrodes est de 6,5 mm la chute de tension est d'environ 21,8 V alors que pour une distance plus grande,  $d_{ie} = 9,2$  mm, la chute de tension est de l'ordre de 28,6 V, soit une augmentation de 31%. Les forces magnétiques sont donc responsables de l'augmentation de la chute de tension et par conséquent de la puissance électrique fournie au plasma thermique.

	$d_{ie} = 6,5$ mm $d_{ac} = 14$ mm	$d_{ie} = 6,5$ mm $d_{ac} = 28$ mm	$d_{ie} = 9,2$ mm $d_{ac} = 14$ mm	$d_{ie} = 9,2$ mm $d_{ac} = 28$ mm
chute de tension (V)	21,4	22,3	27,7	29,5

TABEAU 4-5 : CHUTE DE TENSION - CONTACTEUR.

#### 4.3.4 L'interrupteur et le sectionneur

Considérons enfin un arc électrique dans un interrupteur ou un sectionneur. La figure 4-37 représente le lieu, suivant l'axe  $z$ , de la densité de courant maximale pour les quatre configurations étudiées. L'origine du repère correspond au centre de la cathode ( $x = 0$  et  $y = 0$ ).



Comme dans le cas du contacteur, on observe deux maxima. De 0 à 60% de l'espace inter-électrodes, côté cathode, le galbe de l'arc électrique est positif tandis que dans la deuxième partie de l'espace inter-électrodes la courbure de l'arc électrique est du côté des  $y$  négatifs.

FIGURE 4-37 : FORME DE L'ARC DANS UN INTERRUPTEUR

C'est toujours pour une distance  $d_{ie}$  importante que la courbure est la plus prononcée. En effet, pour une distance  $d_{ie}$  de 9,2 mm, on observe deux maxima à environ -1,5 mm et +2,5 mm, alors que pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm les maxima sont de l'ordre de -0,25 mm et +1 mm. On constate également que ces maxima sont positionnés exactement au même endroit de l'espace inter-électrodes que ce soit pour une configuration de type contacteur que pour une configuration de type interrupteur ou sectionneur : les deux maxima sont à 55% et 70% de l'espace inter-électrodes.

De plus, lorsque la courbure est positive, côté cathode, le maximum est toujours plus élevé que le maximum de la courbure négative (même observation dans le cas du contacteur). Par exemple, pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm et une distance  $d_{ac}$  de 14 mm, le premier pic à une amplitude de +1 mm alors que le deuxième pic à une amplitude de -0,25 mm.

Sur la figure 4-38 est représentée, toujours suivant l'axe  $z$ , les valeurs de la densité de courant maximale, la densité de courant au cœur du plasma thermique. La densité de courant est plus faible lorsque la courbure est moins importante (mêmes observations dans le cas du disjoncteur et du contacteur). De plus, les valeurs de cette densité de courant varient entre quelques  $10^6$  et  $10^8 \text{ A.m}^{-2}$ . Les valeurs obtenues sont très proches des valeurs trouvées dans le cas du contacteur.

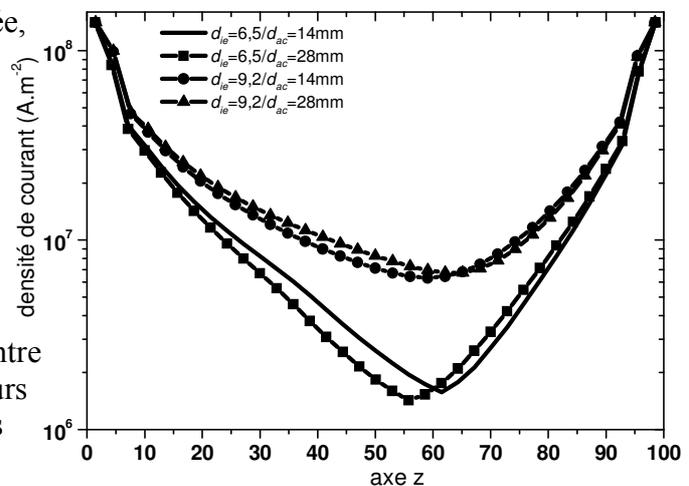


FIGURE 4-38 : DENSITÉ DE COURANT AXE Z - INTERRUPTEUR

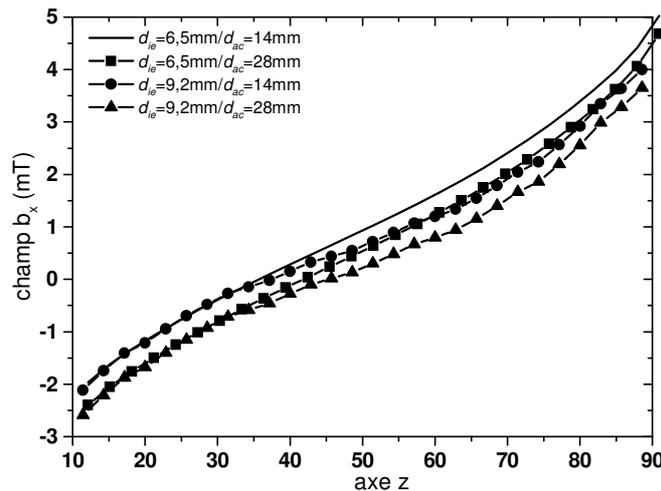


FIGURE 4-39 : COMPOSANTE X DU CHAMP MAGNÉTIQUE  
INTERRUPTEUR

Premièrement, on constate deux zones caractérisées par le signe du champ magnétique. De 0 à 40% de l'espace inter-électrodes, zone 1, le champ est négatif alors que de 40% à 100% de l'espace inter-électrodes le champ est positif, zone 2. Ce qui explique la forme en « S » de l'arc électrique obtenue après la simulation numérique.

Dans la zone 1, le champ magnétique n'est pratiquement pas influencé par la distance  $d_{ie}$ . De plus, dans cette zone, le champ magnétique est d'autant plus élevé que la distance entre les amenées de courant et la pointe de la cathode  $d_{ac}$  est grande. Dans la zone 2, le champ magnétique est maximum lorsque la distance inter-électrodes et la distance  $d_{ac}$  sont faibles. Inversement, la composante x du champ magnétique externe est minimum lorsque la distance  $d_{ie}$  et la distance  $d_{ac}$  sont grandes.

Le tableau 4-6 donne la chute de tension entre les contacts d'un interrupteur ou d'un sectionneur. Les valeurs de ces tensions électriques sont pratiquement équivalentes à celles obtenues avec une configuration de type contacteur, elles varient de 21,7 V à 28,7 V. La forme de l'arc et surtout la longueur de celui-ci sont quasiment identiques que ce soit dans un contacteur, dans un interrupteur ou dans un sectionneur.

Lorsque la distance  $d_{ac}$  augmente la chute de tension s'élève, ainsi pour une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm, lorsque la distance  $d_{ac} = 14$  mm la tension électrique est de 21,7 V tandis que pour une distance  $d_{ac} = 28$  mm la chute de tension est de 22,6 V. De plus, comme dans les deux autres appareils de coupure, le disjoncteur et le contacteur, lorsque la distance inter-électrodes augmente de 100%, de 14 mm à 28 mm, la chute de tension augmente d'environ 27%, de 22 V à 28 V.

	$d_{ie} = 6,5$ mm $d_{ac} = 14$ mm	$d_{ie} = 6,5$ mm $d_{ac} = 28$ mm	$d_{ie} = 9,2$ mm $d_{ac} = 14$ mm	$d_{ie} = 9,2$ mm $d_{ac} = 28$ mm
chute de tension (V)	21,7	22,6	27,2	28,7

TABLEAU 4-6 : CHUTE DE TENSION - INTERRUPTEUR.

Enfin, que ce soit pour le contacteur, le sectionneur ou l'interrupteur, le minimum de la densité de courant au cœur de l'arc électrique est situé à 60% de l'espace inter-électrodes.

La figure 4-39 représente la valeur de la composante x du champ magnétique externe créé par les amenées de courant et les électrodes dans les quatre configurations étudiées.

#### 4.4 Conclusion

Dans un premier temps, nous avons établi une géométrie d'étude adaptable à chaque type d'appareillage : le disjoncteur, le contacteur, l'interrupteur et le sectionneur. A partir de là, dans un repère cartésien  $(x, y, z)$ , nous avons simulé un arc électrique en ne considérant que le champ magnétique auto-induit par le plasma thermique. Cette étape correspond à la phase d'initialisation de l'arc électrique entre les deux électrodes et pour deux distances inter-électrodes différentes :  $d_{ie} = 6,5$  mm et  $d_{ie} = 9,2$  mm. Les résultats issus de cette simulation numérique permettent d'établir une comparaison entre les différentes grandeurs caractéristiques de l'arc de coupure : température, vitesse et la chute de tension dans la colonne de l'arc de coupure durant l'étape d'initialisation.

Dans un deuxième temps, le champ magnétique externe créé par les amenées de courant et les électrodes est implémenté dans notre code de calcul de l'étape d'initialisation. A l'issue, pour chaque appareil de coupure et dans chacune des configurations, une distance  $d_{ie}$  de 6,5 mm ou 9,2 mm et une distance  $d_{ac}$  de 14 mm ou 28 mm nous avons analysé la courbure de l'arc électrique obtenue après convergence des différents résidus. Cette étude permet d'analyser le galbe, la courbure de l'arc électrique soumis à un champ magnétique externe dans quatre appareils de coupure basse tension. Deux formes particulières ont été trouvées : une forme en «  $U$  » dans le cas du disjoncteur et une forme en «  $S$  » dans le cas du contacteur, de l'interrupteur et du sectionneur.

De plus, nous avons étudié l'influence de l'angle d'ouverture des électrodes  $d_{ie}$  et de la distance des amenées de courant par rapport aux électrodes  $d_{ac}$ , cathode et anode. Premièrement, nous avons montré qu'une distance inter-électrodes importante augmente l'intensité des forces de Lorentz responsable de la mise en mouvement de la colonne de l'arc de coupure et donc accentue, dans notre cas, le galbe, la courbure de celui-ci. Deuxièmement, la proximité des amenées de courant, dans le cas du disjoncteur, diminue l'intensité des forces magnétiques. La forme particulière en «  $S$  » de l'arc électrique dans l'interrupteur, le sectionneur ou le contacteur fait que la proximité ou l'éloignement des amenées de courant a un effet opposé sur les deux courbes du «  $S$  ». Par exemple, dans le cas du contacteur, la proximité des amenées de courant augmente la courbure du «  $S$  » proche de la cathode tandis que, proche de l'anode, le galbe est moins prononcé.

# Conclusion

L'analyse bibliographique des études réalisées sur l'arc électrique dans les appareils de coupure basse tension a orienté la direction de nos travaux de recherche vers la modélisation tridimensionnelle de ce phénomène intervenant dans ces dispositifs tels que le disjoncteur, le contacteur, l'interrupteur et le sectionneur. Le plasma thermique créé par l'arc électrique a été considéré comme un fluide neutre conducteur. A partir de là, on a défini sur une particule de fluide un certain nombre de propriétés physiques : pression, masse volumique, température, etc. Les équations de conservations ont pu être alors appliquées. La conductivité du fluide nous a imposé de coupler aux équations de conservation les équations électromagnétiques de Maxwell. L'ensemble de ce système ainsi formé, appelé équations de la magnétohydrodynamique, a été introduit en supposant le plasma thermique en équilibre thermodynamique local et à pression atmosphérique. Par hypothèse, le milieu de l'écoulement a été considéré comme continu, laminaire, visqueux et en régime stationnaire. Pour résoudre numériquement ce système d'équations aux dérivées partielles deux méthodes s'offraient à nous : la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. La méthode des volumes finis dont le principe est fondé sur les équations de conservation nous a semblé la plus adéquate pour notre modèle. Ainsi, nous avons utilisé le logiciel commercial Fluent 6.0, dont la technique de résolution numérique est fondé sur l'algorithme de Patankar. Pour pouvoir utiliser la partie solveur du logiciel commercial Fluent 6.0, nous avons implémenté, à l'aide de sous programmes, les équations électromagnétiques et les données physiques pour les hautes températures. En effet, ce logiciel est consacré originellement au traitement des écoulements de combustion dont les températures ne dépassent pas les 5000 K.

En nous fondant sur les conclusions de l'étude bibliographique du chapitre 1, nous avons choisi, pour valider notre modèle et notre code de calcul, de modéliser un arc libre dans l'argon à 200 A. Le modèle est à deux dimensions et possède une symétrie cylindrique. Dans un premier temps, les résultats issus de la simulation numérique sont comparés aux valeurs théoriques et/ou expérimentales des travaux de recherche de Hsu et al [Hsu 83]. Les résultats montrent un bon accord entre ces deux modèles. Puis nous avons étudié l'influence de la géométrie de la cathode, la condition aux limites à la pointe de la cathode concernant la densité de courant, l'influence de la nature du gaz et l'influence des coefficients de transport de l'argon et de l'air sur les grandeurs caractéristiques de l'arc électrique : la température, la vitesse, la pression et le potentiel électrique. En se référant à différents articles issus de la littérature pour la valeur des données concernant les coefficients de transport, nous avons montré que non seulement, pour un même gaz, les écarts entre ces données peuvent dépasser les 100 %, mais que ces différences peuvent avoir des répercussions non négligeables sur les résultats issus de la simulation numérique.

Une fois le code validé, la modélisation tridimensionnelle et en régime stationnaire d'un arc de coupure dans l'air à 50 A a pu être réalisée dans la dernière partie de ce mémoire. En s'appuyant de nouveau sur les conclusions de l'étude bibliographique du chapitre 1, nous avons choisi de nous intéresser à l'arc électrique de coupure dans les premiers instants de sa vie. Nous ne considérons pas dans notre modèle les phénomènes physiques liés à la naissance de l'arc. La première partie concerne la définition d'une géométrie adaptable à chaque type d'appareillage : le contacteur, le disjoncteur, le sectionneur et l'interrupteur. A partir de là, pour comprendre et analyser l'influence des forces magnétiques totales sur la forme, le galbe de l'arc nous avons pris en considération deux paramètres : la distance inter-électrodes  $d_{ie}$  (l'angle d'ouverture des électrodes) et la distance  $d_{ac}$  entre les amenées de courant et l'extrémité de la cathode. Deux formes particulières ont été trouvées : une forme en « U » dans le cas du disjoncteur et une forme en « S » dans le cas du contacteur, de l'interrupteur et du sectionneur. Nous avons également montré qu'une distance inter-électrodes importante augmente l'intensité des forces de Lorentz et, par conséquent, le galbe, la courbure de l'arc électrique.

Les perspectives de ce travail, envisageables à plus ou moins long terme, sont nombreuses et concernent les différentes parties de notre étude. Dans un premier temps, il conviendrait de parfaire l'étude sur la dynamique de l'arc de coupure par une analyse quantitative des zones cathodique et anodique. Cette analyse, par un calcul complet de la zone de charge d'espace, peut apporter des renseignements fondamentaux sur le déplacement des pieds d'arc par les forces magnétiques. En parallèle, l'application à des configurations d'arcs électriques industrielles, où les courants de défauts ou de court-circuit dépassent généralement plusieurs centaines d'Ampère, ne pourra être obtenue sans la simulation de la turbulence de l'écoulement plasma et probablement des instabilités propres à l'arc. De plus, le caractère rapide et transitoire de l'arc de coupure doit être traduit par une modélisation en régime instationnaire.

Comme nous l'avons montré tout au long de ce mémoire, les forces magnétiques ont un rôle primordial dans la dynamique de l'arc de coupure. Un dispositif expérimental capable de mesurer le champ magnétique de l'arc électrique serait nécessaire à la confrontation des résultats de simulation numérique. Ainsi, la validation de la méthode du potentiel vecteur pour le calcul du champ magnétique peut être réalisée par des sondes à effet Hall placé le long de la trajectoire de l'arc. Cette méthode présente l'avantage d'être non intrusive puisque les capteurs sont placés en dehors du trajet de l'arc électrique. De plus, sa mise en oeuvre est assez simple et ne nécessite qu'un faible nombre de capteurs.

Enfin, une confrontation de nos résultats de simulation avec des données expérimentales telle que la température peut être envisageable. En effet, en se référant aux travaux de Guillot [Gui 03], l'imagerie rapide a permis de visualiser la dynamique de l'arc électrique dans un disjoncteur basse tension, adapté à partir d'un modèle industriel, pendant toute la phase de coupure et localiser ainsi les différentes espèces en utilisant des filtres interférentiels. De plus, Guillot [Gui 03] a pu obtenir les concentrations des espèces métalliques ainsi que la température du plasma thermique par une méthode de spectroscopie d'absorption large bande. Cette technique peut être tout à fait adaptée aux autres appareils de coupure basse tension comme ceux présentés dans cette thèse, et ainsi constituer une base de données expérimentales indispensable au perfectionnement de notre modèle numérique.

# Annexe 1

## DESCRIPTION DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE FLUIDE

Pour décrire le mouvement d'une particule fluide, on dispose de deux méthodes. La description eulérienne et la description lagrangienne [Guy 94] : La description eulérienne, consiste à attacher les propriétés aux points du repère fixe que l'on a choisi. Une caractéristique physique donnée est alors définie en chaque point du repère et à chaque instant comme étant celle de la particule qui passe en ce point à cet instant. Les caractéristiques physiques constituent donc ici des champs. Elles sont des fonctions du temps et du point où l'on se place.

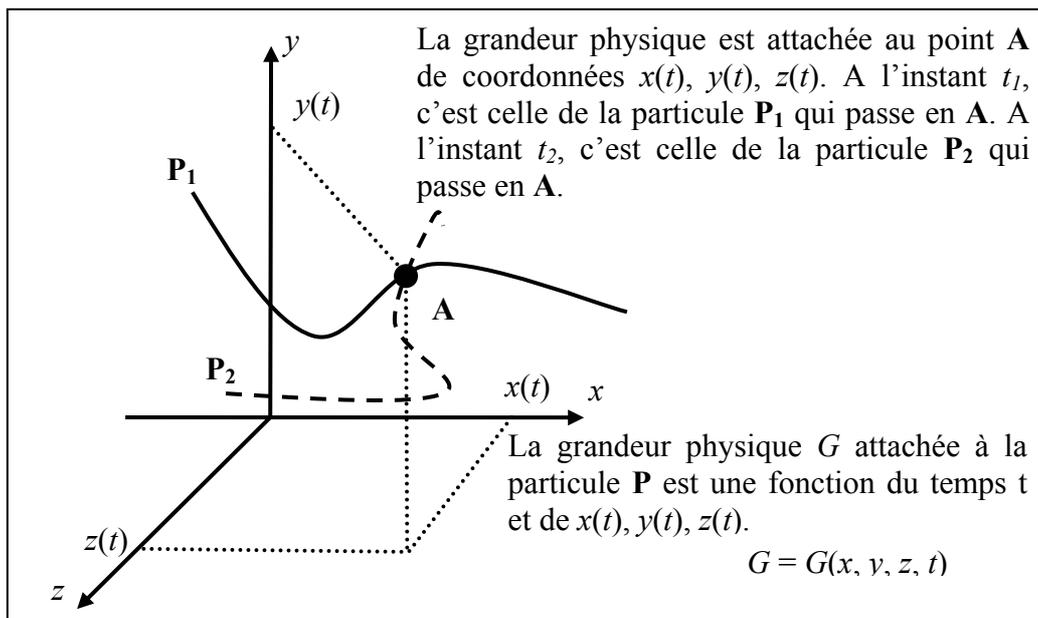


FIGURE A1-1 : SYSTÈME EULERIEN.

C'est la vitesse eulérienne que nous percevons lorsque nous regardons s'écouler une rivière du haut d'un pont. Les particules de fluide qui défilent sous nos yeux sont différentes à chaque instant. Leur vitesse est fonction, d'une part, de l'instant d'observation et, d'autre part, du point d'observation (cf. figure A1-1).

La seconde méthode, dites lagrangienne, consiste à attacher les propriétés aux particules fluides, et à suivre ces particules dans leur mouvement. Les différentes grandeurs physiques sont alors des fonctions du temps, mais elles dépendent aussi de la particule que l'on a choisi de suivre. Le repérage de la particule choisie s'effectue par ses coordonnées matricules, constituées par exemple par les trois coordonnées de la position qu'elle occupe dans l'espace tridimensionnel à un instant donné. Les coordonnées matricules ne dépendent évidemment pas du temps. Dans la description imagée de la rivière qui s'écoule, ce point de vue est celui d'un observateur sur une barque entraînée par le courant : la vitesse de la barque représente la vitesse lagrangienne. Le point de vue lagrangien correspond à des mesures faites avec des instruments qui suivent le fluide dans son mouvement, tels que des ballons-sondes dans l'atmosphère ou des particules marquées (cf. figure A1-2).

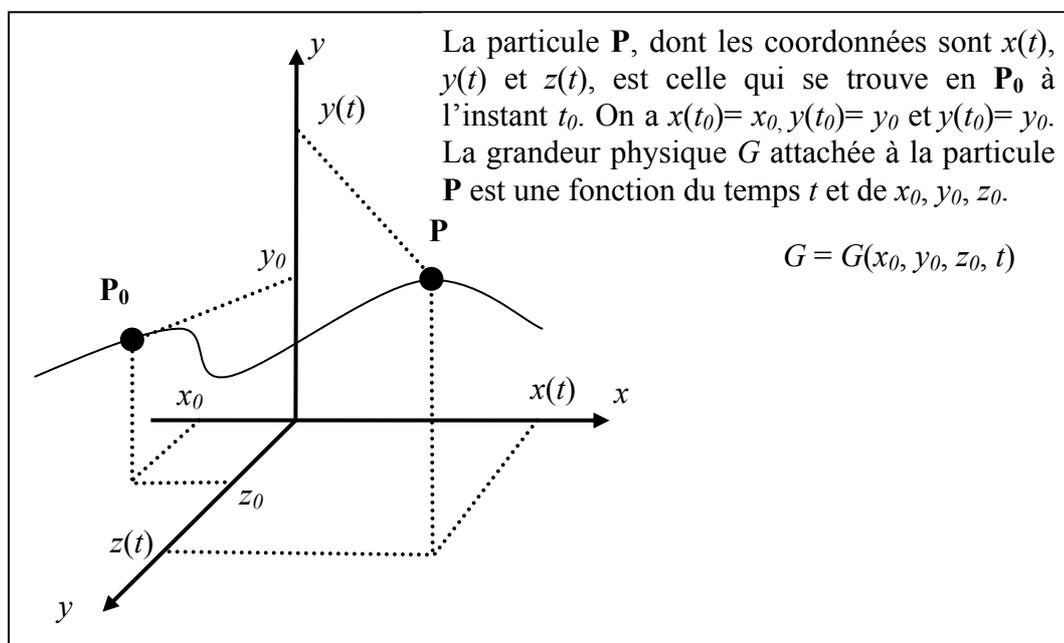


FIGURE A1-2 : SYSTÈME LAGRANGIEN.

Dans notre cas, il n'est pas nécessaire d'obtenir les trajectoires et les positions relatives des particules le long des trajectoires par rapport au temps. Pour cette raison, la méthode d'Euler est plus adéquate. Au lieu de suivre une particule le long de sa trajectoire, l'étude est concentrée sur un point donné de l'espace. A chaque instant on étudie en ce point les variations temporelles de la vitesse, de la pression, de la température, etc. On considère donc pour notre étude une description eulérienne du mouvement.

## Annexe 2

# DÉRIVÉES PARTICULAIRES D'UNE GRANDEUR EULÉRIENNE.

### Cas d'un champ scalaire $f(x, y, z, t)$

La fonction  $f$  dépend à la fois de l'instant  $t$  et du lieu d'observation  $(x, y, z)$ , la dérivée totale s'écrit donc :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (\text{A2.1})$$

$$\frac{Df}{Dt} = v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (\text{A2.2})$$

Avec :

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{grad} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.3})$$

On a :

$$\boxed{\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} f} \quad (\text{A2.4})$$

### Cas d'un champ vectoriel $A(x, y, z, t)$

Pour chaque projection,  $A_x$ ,  $A_y$  et  $A_z$ , la formule précédente s'applique :

$$\frac{DA_i}{Dt} = \frac{\partial A_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} A_i \quad (\text{A2.5})$$

Qu'on peut écrire sous la forme symbolique :

$$\boxed{\frac{D\mathbf{A}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + [\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}] \mathbf{A}} \quad (\text{A2.6})$$

### Cas d'une intégrale volumique

Soit  $\Phi$  une propriété extensive, on a :

$$\Phi = \rho \delta w \text{ avec } \delta w = \delta x \delta y \delta z \quad (\text{A2.7})$$

La dérivée particulière de  $\Phi$  s'écrit :

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{D(\rho\phi)}{Dt} \delta w + \frac{D(\delta w)}{Dt} \rho\phi \quad (\text{A2.8})$$

Evaluons physiquement le deuxième terme. Nous raisonnons à une dimension pour simplifier les calculs, bien que la figure A2-1 fasse référence à un motif de fluide à deux dimensions.

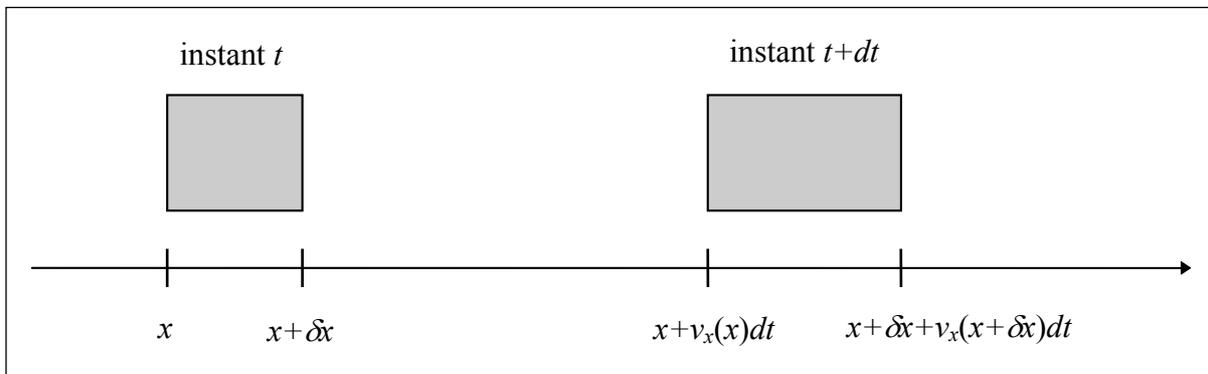


FIGURE A2-1 : ÉLÉMENT FLUIDE EN DEUX DIMENSIONS.

A l'instant  $t$ , la longueur suivant  $x$  du segment vaut  $\delta x(t)$

A l'instant  $t + dt$ , la longueur suivant  $x$  du segment vaut :

$$\delta x(t + dt) = [x + \delta x + v_x(x + \delta x)dt] - [x + v_x(x)dt] \quad (\text{A2.9})$$

$$\delta x(t + dt) = \delta x + [v_x(x + \delta x) - v_x(x)]dt \quad (\text{A2.10})$$

$$\delta x(t + dt) = \delta x + \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \delta x dt \quad (\text{A2.11})$$

L'allongement se déduit immédiatement :

$$d(\delta x) = \delta x(t + dt) - \delta x(t) = \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \delta x dt \text{ soit } \frac{d(\delta x)}{\delta x} = \frac{\partial v_x}{\partial x} dt \quad (\text{A2.12})$$

Ceci se généralise à trois dimensions et la variation relative du volume du motif de fluide considéré vaut :

$$\frac{d(\delta w)}{\delta w} = \frac{d(\delta x)}{\delta x} + \frac{d(\delta y)}{\delta y} + \frac{d(\delta z)}{\delta z} \quad (\text{A2.13})$$

$$\frac{d(\delta w)}{\delta w} = \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] dt \quad (\text{A2.14})$$

$$\frac{d(\delta w)}{\delta w} = \text{div } \mathbf{v} dt \quad (\text{A2.15})$$

Finalement, nous avons :

$$\text{div } \mathbf{v} = \frac{1}{\delta w} \frac{d(\delta w)}{dt} = \frac{1}{\delta w} \frac{D(\delta w)}{Dt} \quad (\text{A2.16})$$

En insérant le résultat dans l'équation (A2.8), on obtient :

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{D(\rho\varphi)}{Dt} + \rho\varphi \text{div } \mathbf{v} = \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \rho\varphi + \rho\varphi \text{div } \mathbf{v} \quad (\text{A2.17})$$

Sachant que :

$$\text{div } \rho\varphi \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \rho\varphi + \rho\varphi \text{div } \mathbf{v} \quad (\text{A2.18})$$

On obtient finalement :

$$\boxed{\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{\partial \rho\varphi}{\partial t} + \text{div} \rho\varphi \mathbf{v}} \quad (\text{A2.19})$$



## Annexe 3

# LES FORCES SURFACIQUES EN MÉCANIQUE DES FLUIDES

### Définition

Considérons un volume de fluide  $w$  délimité par une surface  $a$  entourant  $w$ . Les forces surfaciques résultent de l'interaction à courte portée entre les molécules constituant le fluide. Ces forces traduisent les actions de contact localisées au niveau de la surface  $a$  et exercées par le fluide extérieur à  $w$  sur le fluide intérieur à  $w$ .

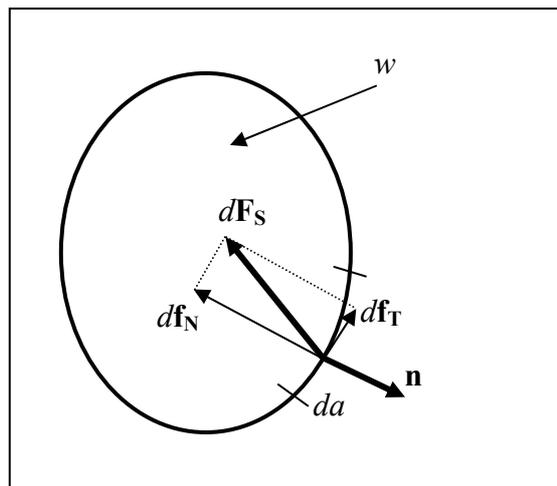


FIGURE A3-1 : FORCES DE SURFACE D'UNE PARTICULE FLUIDE.

La force surfacique élémentaire, notée  $d\mathbf{F}_s$ , qui s'exerce sur l'élément de surface  $da$  est proportionnelle au nombre de molécules qui interagissent à travers cette surface  $da$ , elle est donc proportionnelle à  $da$  :

$$d\mathbf{F}_s = \overline{\tau} \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A3.1})$$

La norme du vecteur  $\boldsymbol{\tau} = \overline{\tau} \cdot \mathbf{n} da$  a la dimension d'une force divisée par une surface, ce type de grandeur porte le nom de contrainte. Dans le cas d'un fluide réel en mouvement, le vecteur  $\boldsymbol{\tau}$  n'est pas normal à l'élément de surface et celui-ci présente une composante normale et une composante tangentielle à  $da$  (cf. figure A3-1).

$$d\mathbf{F}_s = \left( \overline{\tau}_t - \overline{\tau}_n \right) \mathbf{n} da \quad (\text{A3.2})$$

La contrainte tangentielle correspond aux forces de viscosité, la contrainte normale est appelée pression.

### Tenseur des contraintes

Dans un repère cartésien  $(x, y, z)$ , on note  $\tau_{ij}$  la composante suivant l'axe  $i$  de la force exercée sur une surface unité dont la normale est orientée suivant  $j$ . La figure A3-2 est un exemple des contraintes exercées sur une surface dont la normale est orientée suivant  $x$ .

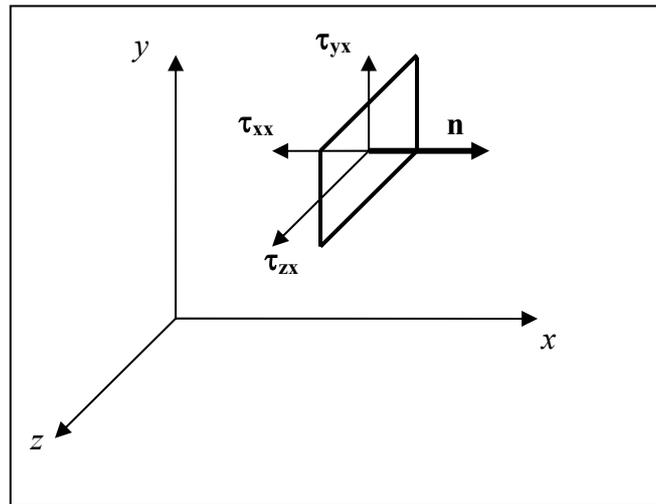


FIGURE A3-2 : CONTRAINTES EXERCÉES SUR UNE FACE.

Nous pouvons calculer le tenseur des contraintes comme suit :

$$\begin{pmatrix} \tau_{xn} \\ \tau_{yn} \\ \tau_{zn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & -\tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & -\tau_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (\text{A3.3})$$

On peut extraire du tenseur des contraintes la partie qui correspond aux contraintes de pression, qui sont les seules présentes en l'absence de gradients de vitesse. Cette composante est purement diagonale et isotrope. On décompose le tenseur sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \tau_{xn} \\ \tau_{yn} \\ \tau_{zn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (\text{A3.4})$$

$$\boldsymbol{\tau} = \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} \mathbf{n} - [P] \mathbf{n} \quad (\text{A3.5})$$

### Forces de surface

D'après l'équation (A3.1), la composante totale de la force de surface dans la direction  $i$  peut s'écrire :

$$\left[ \iint_{\Sigma} \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} \cdot \mathbf{n} da \right]_i = \iint_{\Sigma} \overline{\overline{\tau}}_{ij} n_j da \quad (\text{A3.6})$$

Elle représente donc le flux du vecteur de composante  $(\tau_{ix}, \tau_{iy}, \tau_{iz})$  à travers la surface  $\Sigma$ . La relation (A3.6) peut se transformer en intégrale de volume à l'aide du théorème d'Ostrogradski :

$$\iint_{\Sigma} \overline{\overline{\tau}}_{ij} n_j da = \iiint_{\Omega} \mathbf{div} \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} dw \quad (\text{A3.7})$$

En faisant tendre le volume  $\Omega$  vers zéro et en divisant par l'élément de volume  $w$ , on obtient l'équation locale de mouvement d'une particule fluide :

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{div} \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} \quad (\text{A3.8})$$

Séparons maintenant dans le tenseur des contraintes la partie correspondant aux forces de pression de celle se rapportant aux forces de viscosité, on obtient :

$$\boxed{\mathbf{F}_s = \mathbf{div} \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}} - \mathbf{grad} P} \quad (\text{A3.9})$$



## Annexe 4

# COEFFICIENTS DE TRANSPORT DE L'ARGON A LA PRESSION ATMOSPHERIQUE

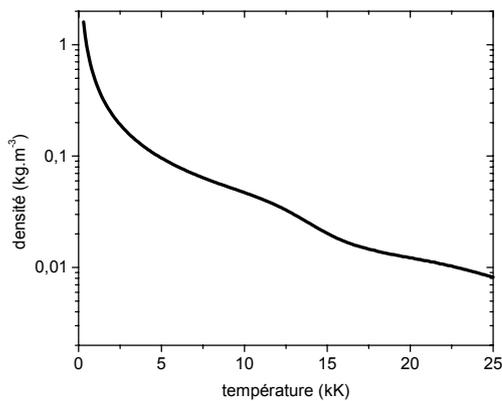


FIGURE A3-1 : DENSITE DE MASSE DE L'ARGON [Cre 01].

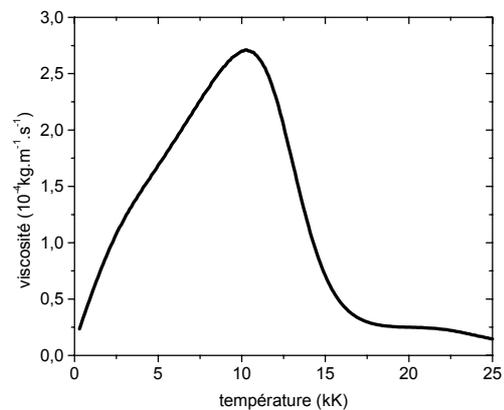


FIGURE A3-2 : VISCOSITE DE L'ARGON [Cre 01].

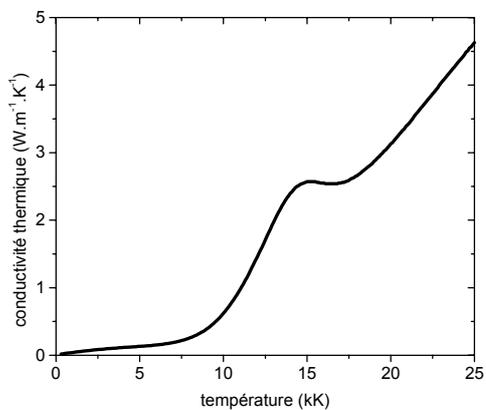


FIGURE A3-3 : CONDUCTIVITE THERMIQUE DE  
L'ARGON [Cre 01].

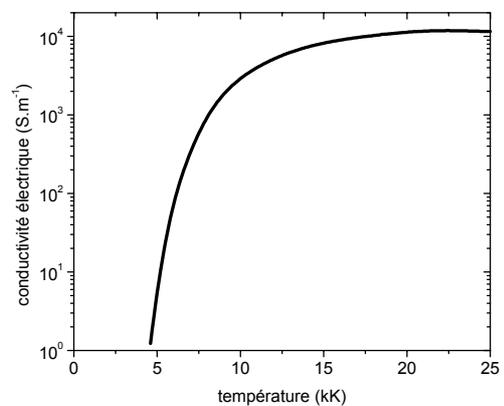


FIGURE A3-4 : CONDUCTIVITE ELECTRIQUE DE  
L'ARGON [Cre 01].

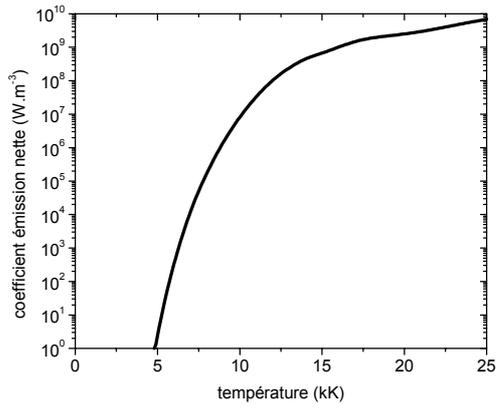


FIGURE A3-5 : COEFFICIENT D'EMISSION NETTE DE L'ARGON POUR UN RAYON DE PLASMA DE 5 mm [Cre 01].

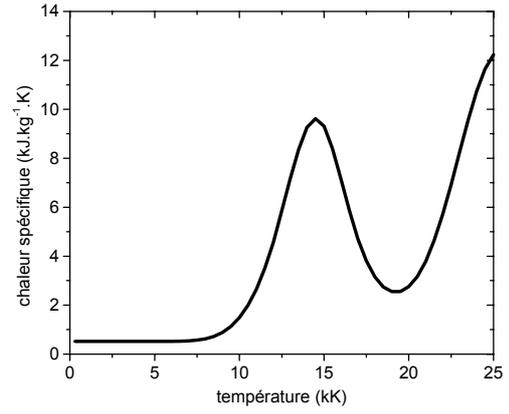


FIGURE A3-6 : CHALEUR SPECIFIQUE DE L'ARGON [Cre 01].

## Annexe 5

# COEFFICIENTS DE TRANSPORT DE L'AIR À LA PRESSION ATMOSPHERIQUE

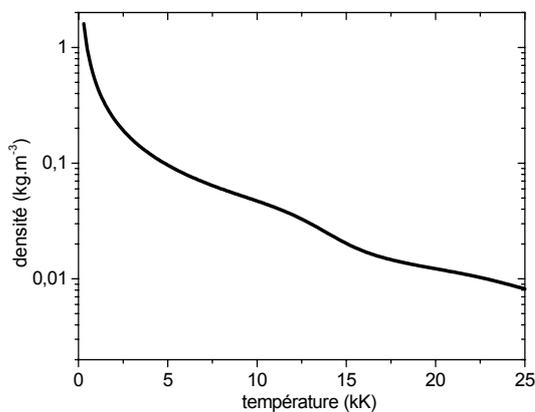


FIGURE A4-1 : DENSITÉ DE MASSE DE L'AIR [BOU 94].

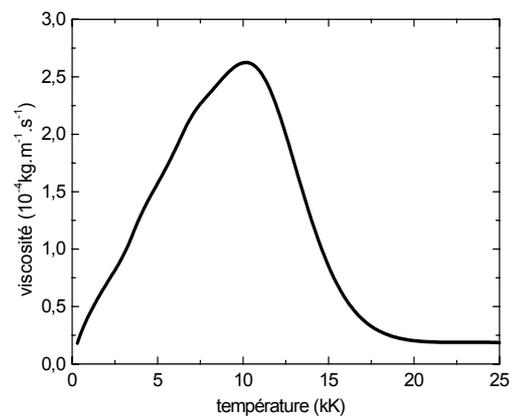


FIGURE A4-2 : VISCOSITÉ DE L'AIR [BOU 94].

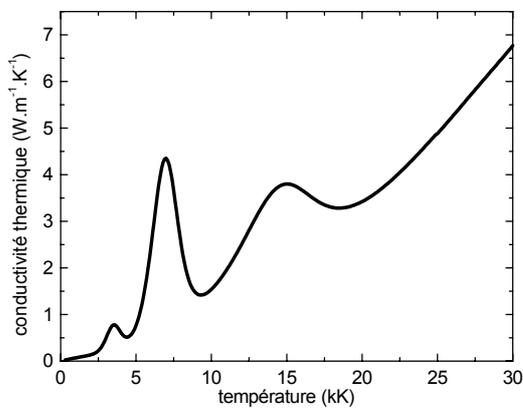


FIGURE A4-3 : CONDUCTIVITÉ THERMIQUE DE L'AIR [BOU 94].

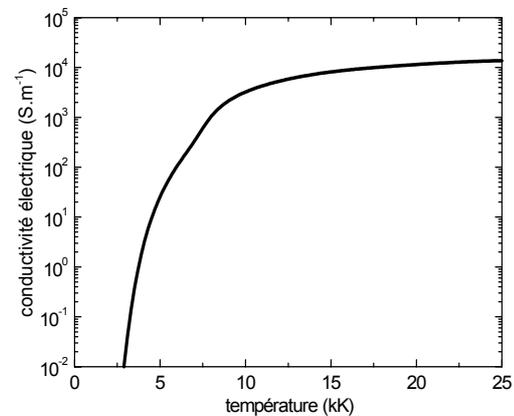


FIGURE A4-4 : CONDUCTIVITÉ ELECTRIQUE DE L'AIR [BOU 94].

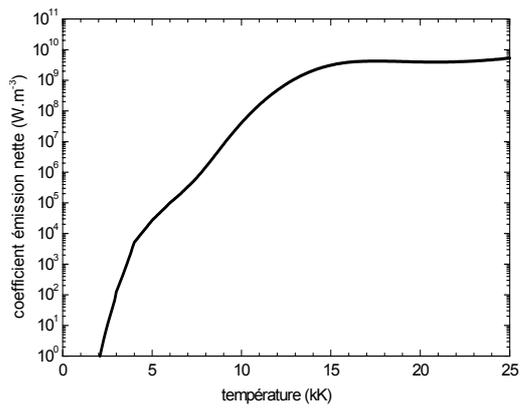


FIGURE A4-5 : COEFFICIENT D'ÉMISSION NETTE DE L'AIR POUR UN RAYON DE PLASMA DE 5 mm [Nag 02].

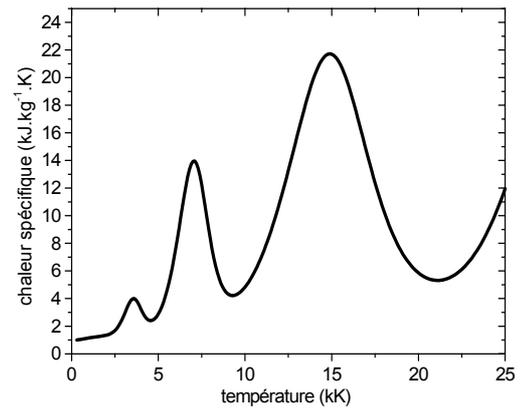


FIGURE A3-6 : CHALEUR SPÉCIFIQUE DE L'AIR [Bou 94].

## Références

- [Ama 98] AMAKAWA T., JENISTA J., HEBERLEIN J., PFENDER E. *Anode-boundary-layer behaviour in a transferred, high-intensity arc*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1998, vol. 31, pp. 2826-2834.
- [Bar 00] BARCIKOWSKI F., LINDMAYER M. *Simulations of the Heat Balance in Low-Voltage Switchgear*. 20<sup>th</sup> International Conference on Electrical Contacts, 2000, Stockholm, pp. 1-7.
- [Bau 97] BAUCHIRE J.M. *Modélisation numérique d'une torche de projection à plasma : influence de la géométrie et de la turbulence sur les propriétés du plasma*, 1997, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 184p.
- [Ben 97] BENILOV M.S. *Analysis of thermal non-equilibrium in the near-cathode region of atmospheric-pressure arcs*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1997, vol. 30, pp. 3353-3359.
- [Brd 02] BRDYS C., TOUMAZET J.P., LAURENT A., PONTHENIER J.L. *Optical and magnetic diagnostics of the electric arc dynamics in a low voltage circuit breakers*. Meas. Sci. Technol., 2002, vol. 13, pp. 1146-1153.
- [Bou 94] BOULOS M.I., FAUCHAIS P., PFENDER E. *Thermal Plasmas, Fundamentals and Applications*, Plenum Press, Vol. 1, New York, English, 1994, 452p.
- [Cap 00] CAPITELLI M., COLONNA G., GORSE C., D'ANGOLA A. *Transport properties of high temperature air in local thermodynamic equilibrium*. Eur. Phys. J. D, 2000, vol. 11, pp. 279-289.
- [Che 01] CHEN D., CHEN X., GENG Y. *Visual simulation of interruption in low voltage circuit breaker*, Switching Arc Phenomena (SAP), 2001, Lodz, pp. 20-24.
- [Che 96] CHECCHIN P. *Segmentation d'images de profondeur*, 1996, Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal, 211p.
- [Che 95] CHERVY B. *Calcul des propriétés de transport et étude du pouvoir de coupure des mélanges hexafluorures de soufre (SF6)-fluorure de carbone (CF4 ou C2F6) et SF6-vapeur de cuivre*, 1995, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier.

- [Choo 92] CHOO R.T.C., SZEKELY J., WESTHOFF R.C. *On the Calculation of the Free Surface Temperature of Gas-Tungsten-Arc Weld Pools from First Principles: Part I. Modeling the Welding Arc*, Metall. Trans., 1992, vol. 23B, pp. 357-368.
- [Com 82] COMOLET R. *Mécanique expérimentale des fluides*. Paris : Masson, 1982, 453 p. (Vol 2).
- [Cre 01] CRESSAULT Y. *Propriétés des plasmas thermiques dans des mélanges argon-hydrogène-cuivre*, 2001, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 220p.
- [Cro 91] CROGUENOC A. *Protection des réseaux à basse tension de distribution publique*. Techniques de l'Ingénieur, 1991, vol. DAC, D4815.
- [Dau 01] DAUBE T., STAMMBERGER H., ANHEUSER M., DEHNING C. *3-D Simulation of a Low Voltage Switching Arc Based on MHD Equations*. Switching Arc Phenomena (SAP), 2001, Lodz, pp. 168-173.
- [Deb 01] DEBELLUT E., GARY F., CAJAL D., LAURENT A. *Study of re-strike phenomena in a low-voltage breaking device by means of the magnetic camera*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2001, vol. 34, pp. 1665-1674.
- [Deg 01] DEGUI C., XU C., YINGSAN G. *Visual simulation of interruption in low voltage circuit breaker*. Switching Arc Phenomena (SAP), 2001, Lodz, pp. 20-24.
- [Del 90] DELALONDRE C. *Modélisation aérothermodynamique d'arcs électriques à forte intensité avec prise en compte du déséquilibre thermodynamique local et du transfert thermique à la cathode*, 1990, Thèse de doctorat de l'Université de Rouen, 160p.
- [Del 94] DELCROIX J.L., BERS A. *Physique des plasmas*. Paris : CNRS Editions, 1994, 375 p. (Vol 1).
- [Dev 73] DEVETO R.S. *Transport coefficients of ionized argon*. The Physics of Fluids, 1973, vol. 16, n°5, pp. 616-623.
- [Dom 97] DOMEJEAN E., CHEVRIER P., FIEVET C., PETIT P. *Arc-wall interaction modelling in a low-voltage circuit breaker*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1997, vol. 30, pp. 2132-2142.
- [Err 99] ERRAKI A. *Etude du transfert radiatif dans les plasmas thermiques : application au SF6 et au mélange argon - fer*, 1999, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 189p.
- [Fec 84] FECHANT L. *Appareillage électrique à BT – Généralités. Principes. Technologie*. Techniques de l'Ingénieur, 1984, vol. DAC, D4860.
- [Fié 97] FIEVET C., BARRAULT M., PETIT P., CHEVRIER P., FLEURIER C., ANDRE V. *Optical diagnostics and numerical modelling of arc re-strikes in low-voltage circuit breakers*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1997, vol. 30, pp. 2991-2999.

- [Flu 01] Fluent.Inc, FLUENT 6.0 User's Guide, 2001.
- [Fre 02] FRETON P. *Etude d'un arc de découpe par plasma d'oxygène Modélisation – expérience*, 2002, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 253p.
- [Fre 00] FRETON P, GONZALES J.J., GLEIZES A. *Comparison between a two- and a three-dimensional arc plasma configuration*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2000, vol. 33, pp. 2442-2452.
- [Gaj 98] GAJDOS A., MANDELKERN S. *Comparative study of numerical schemes used for one-dimensional transport modelling*. 2<sup>nd</sup> Int. PhD Symposium in Civil Engineering, 1998, Budapest.
- [Gui 03] GUILLOT S. *Etude optique et spectroscopique du plasma d'arc dans un disjoncteur basse-tension*, 2003, Thèse de doctorat de l'Université d'Orléans, 184p.
- [Hay 92] HAYASE T. *A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Interactive Calculation Procedures*. J. Comp. Phys., 1992, vol. 98, pp. 108-118.
- [Hem 03] HEMMI R., YOKOMIZU Y., MATSUMURA T. *Anode-fall and cathode-fall voltages of air arc in atmosphere between silver electrodes*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2003, vol. 36, pp. 1097-1106.
- [Hon 03a] HONG D., BAUCHIRE J.M., LE MENN E., GENTILS F., FIEVET C., FLEURIER C. *Détermination des concentrations d'atomes métalliques dans un disjoncteur basse tension par méthode de spectroscopie d'absorption large bande*. 6<sup>ème</sup> journées d'études sur les fluctuations des arcs, 2003, Clermont-Ferrand, pp. IV.17-IV.22.
- [Hon 03b] HONG D., SANDOLACHE G., LAN K., BAUCHIRE J.M., LE MENN E., FLEURIER C. *A radiation source developed for broad band optical absorption spectroscopy measurements*. Plasma Sources Sci. Technol., 2003, vol. 12, pp. 1-7.
- [Hsu 83] HSU K.C., ETEMADI K., PFENDER E., *Study of the Free-Burning High-Intensity Argon Arc*, J. Appl. Phys., 1983, vol. 54(3), pp. 1293-1301.
- [Kon 99] KONDRAT'EVA N.P., KOVAL' N.N., KOROLEV Y.D., SCHANIN P.M. *A spectroscopic investigation of the near-cathode regions in a low-pressure arc*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1999, vol. 32, pp. 699-705.
- [Kov 86] KOVITYA P., CRAM L.E. *A Two-Dimensional Model of Gas-Tungsten Welding Arcs*, Welding Journal, 1986, pp. 34-39.
- [Lag 00] LAGONOTTE P. *Les installations électriques*. Paris : Hermès Science Publications, 2000, 381 p.

- [Lai 00] LAI J.J., CHEN Q.M., QIU J.L. *The effect of various magnetic field configurations on a hollow-cathode discharge*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2000, vol. 33, pp. 1785-1793.
- [Lar 91] LAROCHE G. *Les plasmas dans l'industrie*. Electra, 1991, 699 p.
- [Leo 79] LEONARD B.P. *A Stable and Accurate Convection Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1979, vol. 19, pp. 59-98.
- [Lin 02] LINDMAYER M. *Complete of Moving Arcs in Low-Voltage Switchgear*. XIV International Conference on Gas Discharges and their Applications, 2002, Liverpool.
- [Lin 01] LINDMAYER M., SPRINGSTUBBE M. *3D-Simulation of arc motion between arc runners including the influence of ferromagnetic material*. Proceeding of the 47<sup>th</sup> IEEE Holm Conference on Electrical Contacts, 2001, Montreal, pp. 148-153.
- [Low 97] LOWKE J.J., MORROW R., HAIDAR J. *A simplified unified theory of arcs and their electrodes*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1997, vol. 30, pp. 2033-2042.
- [Low 92] LOWKE J.J., KOVITYA P., SCHMIDT H.P. *Theory of free-burning arc columns including the influence of the cathode*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1992, vol. 25, pp. 1600-1606.
- [Mau 00] MAUCLERC J.C., AUBERT Y., DOMENACH A. *Guide du technicien en électrotechnique*. Hachette technique, 2000, 272 p.
- [McK 86] MCKELLIGET J., SZEKELY J. *Heat Transfer and Fluid Flow in the Welding Arc*. Metall. Trans., 1986, vol. 17A, pp. 1139-1148.
- [Mor 90] MOREL R. *Techniques de coupure des disjoncteurs Basse Tension*. Cahiers Techniques Merlin Gerin n°154, 1990, 16 p.
- [Mur 95] MURPHY A.B. *Transport Coefficients of Air, Argon-Air, Nitrogen-Air, and Oxygen-Air Plasmas*. Plasma Chemistry and Plasma Processing, 1995, vol. 15, n°2, pp. 279-307.
- [Mur 94] MURPHY A.B., ARUNDELL C.J., *Transport Coefficients of Argon, Nitrogen, Oxygen, and Argon-Oxygen Plasmas*. Plasma Chemistry and Plasma Processing, 1994, vol. 14, n°4, pp. 451-489.
- [Nag 02] NAGHIZADEH-KASHANI Y., CRESSAULT Y., GLEIZES A. *Net emission coefficient of air thermal plasmas*, J. Phys. D : Appl. Phys., 2002, vol. 35 (22), pp. 2925-2934.
- [Nag 99] NAGHIZADEH-KASHANI Y. *Calcul du transfert radiatif dans un plasma d'air*, 1999, Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 179p.

- [Nem 03] NEMCHINSKY V.A., SHOWALTER M.S. *Cathode erosion in high-current high-pressure arc*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2003, vol. 36, pp. 704-712.
- [Pat 80] PATANKAR S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York : McGraw-Hill editions, 1980, 197 p.
- [Pod 01a] PODOLSKY V., SOKOLOV A., AKACHEV S. *The simulation of arc motion between two straight electrodes*. Switching Arc Phenomena (SAP), 2001, Lodz, pp. 13-19.
- [Pod 01b] PODOLSKY V., SOKOLOV A., SAMOYLOV V. *The simulation of arc current distribution at points on electrode surface*. Switching Arc Phenomena (SAP), 2001, Lodz, pp. 162-167.
- [Pou 88] LE POURHIET A. *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*. Paris : CEPADUES Editions, 1988, 392 p.
- [Pur 93] PURCELL E.M. *Berkeley : Cours de Physique, électricité et magnétisme*. Paris : Armand Colin, 1993, 460 p.
- [Rac 99] RACHARD H., CHEVRIER P., HENRY D., JEANDEL D. *Numerical study of coupled electromagnetic and aerothermodynamic phenomena in a circuit breaker electric arc*. Int. J. Heat Mass Transfer, 1999, vol. 42, pp. 1723-1734.
- [Rat 01] RAT V. *Contribution au calcul des propriétés de transport des plasmas thermiques hors d'équilibre en prenant en compte le couplage électrons-particules lourdes - Applications à l'argon et au mélange Ar-H<sub>2</sub>*, 2001, Thèse de doctorat de l'Université de Limoges, 262p.
- [Ros 03] ROSSIGNOL J., CLAIN S., ABBAOUI M. *The modelling of the cathode sheath of an electrical arc in vacuum*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2003, vol. 36, pp. 1495-1503.
- [Ros 01] ROSSIGNOL J. *Théorie et simulation des phénomènes physiques du pied d'arc cathodique, 2001*, Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal, 145p.
- [Sal 96] SALIHOU H., GUILLOT J.P., ABBAOUI M., LEFORT A. *Anode parameters of short arcs at low current*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1996, vol. 29, pp. 2915-2921.
- [Sha 97] SHARAKHOVSKY L.I., MAROTTA A., BORISYUK V.N. *A Theoretical and experimental investigation of copper electrode erosion in electric arc heaters: II. The experimental determination of arc spot parameters*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1997, vol. 30, pp. 2018-2025.
- [Sol 98] SOLANA P., KAPADIA P., DOWDEN J. *A mathematical analysis of heating effects and electrode erosion in conical electrical arc cathodes*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1998, vol. 31, pp. 3446-3456.

- [Swi 04] SWIERCZYNSKI B, GONZALES J.J., TEULET P., FRETON P., GLEIZES A. *Advances in low-voltage circuit breaker modelling*. J. Phys. D : Appl. Phys., 2004, vol. 37, pp. 595-609.
- [Tan 99a] TANAKA M., USHIO M. *Observations of the anode boundary layer in free-burning argon arcs*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1999, vol. 32, pp. 906-912.
- [Tan 99b] TANAKA M., USHIO M., WU C.S. *One-dimensional analysis of the anode boundary layer in free-burning argon arcs*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1999, vol. 32, pp. 605-611.
- [Tes 01] TESTE P., LEBLANC T., ANDLAUER R., CHABRERIE J.P. *Copper cathode erosion by an electric arc – the causes of the variations of the erosion rate with the electrode gap*. Plasma Sources Sci. Technol., 2001, vol. 10, pp. 10-16.
- [Ush 82] USHIO M., MATSUDA F. *Mathematical Modelling of Heat Transfer of Welding Arc (Part 1)*. JWRI, 1982, vol. 11, n°1, pp. 7-15.
- [Vac 00] VACQUIE S. *L'arc électrique*. Paris : CNRS Editions, 2000, 305 p.
- [Ver 95] VERSTEEG H.K., MALALASEKERA W. *An introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*. Edinburgh : Longman, 1995, 233 p.
- [Yon 01] YONGQI W., KOLUMBAN H. *Comparisons of numerical methods with respect to convectively dominated problems*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2001, vol. 37, pp. 721-745.
- [Zho 94] ZHOU X., HEBERLEIN J. *Analysis of the arc-cathode interaction of free-burning arcs*. Plasma Sources Sci. Technol., 1994, vol. 3, pp. 564-574.
- [Zhu 92] ZHU P., LOWKE J.J., MORROW R. *A unified theory of free burning arcs, cathode sheaths and cathodes*. J. Phys. D : Appl. Phys., 1992, vol. 25, pp. 1221-1230.



