



HAL
open science

Commande en Effort des Systèmes Robotiques pour la Chirurgie Mini-Invasive

Nabil Zemiti

► **To cite this version:**

Nabil Zemiti. Commande en Effort des Systèmes Robotiques pour la Chirurgie Mini-Invasive. Automatique / Robotique. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT: . tel-00011767

HAL Id: tel-00011767

<https://theses.hal.science/tel-00011767>

Submitted on 7 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE de DOCTORAT

de

l'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité MECANIQUE - ROBOTIQUE

présentée par

Nabil ZEMITI

pour obtenir le titre de

DOCTEUR de L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

Commande en Effort des Systèmes Robotiques pour la Chirurgie Mini-Invasive

Soutenue le 05 Décembre 2005

devant le jury composé de :

E.	DOMBRE	Directeur de Recherche CNRS	<i>Rapporteur</i>
M.	de MATHELIN	Professeur à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg	<i>Rapporteur</i>
Ph.	BIDAUD	Professeur à l'Université de Paris 6	<i>Directeur de thèse</i>
M.	DROUIN	Professeur à l'Université de Paris 6	<i>Examineur</i>
G.	MOREL	Maître de Conférence à l'Université de Paris 6	<i>Examineur</i>
B.	SICILIANO	Professeur à l'Université de Naples	<i>Examineur</i>
A.	MICAELLI	Directeur de Recherche au Commissariat à l'Énergie Atomique de Fontenay-Aux-Roses	<i>Invité</i>
N.	BONNET	Chirurgien à l'Hôpital de la Pitié Salpêtrière	<i>Invité</i>

Commande en Effort des Systèmes Robotiques pour la Chirurgie Mini-Invasive

Résumé

Mettre en œuvre un retour d'effort pour un système robotique dédié à la chirurgie mini-invasive impose d'adresser deux difficultés principales. La première est d'ordre métrologique, puisqu'il est technologiquement très difficile de procéder à une mesure directe de l'interaction distale à l'intérieur du patient, tout en respectant les contraintes de stérilité et d'encombrement. La seconde concerne le contrôle d'interactions dont la géométrie et la dynamique sont fortement variables et mal connues (contacts avec des organes, le chirurgien, ou d'autres instruments) dans un contexte particulier où la contrainte cinématique induite par le passage des instruments par un point fixe ne permet pas l'asservissement de toutes les composantes du torseur d'interaction.

La réponse apportée à ces questions prend ici la forme d'un système robotique bâti autour :

- d'un bras compact de cinématique sphérique ;
- d'un capteur d'efforts placé à l'extérieur du patient permettant une estimation fine des interactions distales ;
- d'une commande en effort dont la passivité est garantie pour toutes les interactions ; celle-ci est déclinée selon plusieurs modes (retour explicite, commande en impédance, téléopération à retour d'efforts).

L'ensemble des propositions méthodologiques est validé de façon systématique sur un prototype de laboratoire développé dans le cadre de ce travail. Les expériences incluent des validations in vivo sur animal, depuis des tâches élémentaires jusqu'à l'utilisation du prototype comme "main gauche" pour une opération de cholécystectomie.

Mots clés

Robotique, Chirurgie mini-invasive, Commande en effort, Passivité, Instabilités cinématiques, Télé-chirurgie.

Force Control in Minimally Invasive Robotic Surgery

Abstract

In order to provide a minimally invasive surgical robot with force feedback, two major difficulties shall be addressed. Firstly, a metrology problem occurs, as it is technologically difficult to directly measure the distal interaction, inside the patient, due to sterilization and size constraints. Secondly, controlling interactions that exhibit unknown geometry and dynamics (as the instrument may contact organs, surgeon, or other instruments) in the particular case where the fulcrum point imposes a kinematic constraint, induces particular difficulties. Within this thesis, these two problems are coped with by the development of an original robotic system, that involves :

- a robotic arm with a spherical kinematics,
- a force sensor placed outside the patient, which still allows for a fine estimation of the organ-instrument interaction inside the patient,
- a force controller which passivity is ensured for any interactions, and which is implemented considering different control modes (explicit feedback, impedance control, teleoperation).

A laboratory prototype is developed and used for the validation of all the technological and methodological propositions. Experiments include in vivo validations, from simple tasks to the assistance to a complete cholecystectomy operation.

Keywords

Robotic, Minimally invasive surgery, Force control, Passivity, Kinematic instability, Tele-surgery.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iii
Notations	xi
Introduction générale	1
1 Conception d'un Robot Porte-Instrument en Chirurgie Endoscopique	
Intégrant une Mesure d'Efforts	9
1.1 Objectifs et Contraintes	9
1.2 Présentation générale du robot MC^2E	15
1.2.1 Architecture cinématique	15
1.2.2 Modèles géométrique et cinématique	18
1.2.3 Capteur et actionneurs	20
1.3 Mesure des efforts	20
1.3.1 Placement du capteur d'efforts	22
1.3.2 Modèle de transmission des efforts	23
1.3.3 Compensation de gravité	25
1.4 Conclusion	30
2 Commande en Effort des Manipulateurs Cinématiquement Contraints	31
2.1 Contraintes et objectifs	32
2.2 Modélisation	36
2.2.1 Modèle cinématique et de transmission des efforts pour les MCC	36
2.2.2 Modèle dynamique simplifié du robot	37
2.3 La passivité	38
2.3.1 Définition de la passivité	39
2.4 Commande en vitesse opérationnelle	41
2.5 Commande en effort des MCC	43
2.5.1 Commande en couple articulaire	43
2.5.2 Commande en effort avec mesure de force au niveau de l'effecteur	44
2.5.3 Analyse de passivité des deux approches proposées	46
2.5.4 Simulation de la commande en effort	48
2.6 Commande en viscosité	58
2.6.1 Commande en viscosité des manipulateurs conventionnels	58

2.6.2	Commande en viscosité des MCC avec une boucle interne en effort	59
2.6.3	Commande en viscosité des MCC avec une boucle interne en vitesse	63
2.6.4	Simulation de la commande en viscosité	65
2.7	Conclusion	71
3	Validations Expérimentales avec le Robot MC^2E	73
3.1	Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité	73
3.1.1	Validation expérimentale en laboratoire	74
3.1.2	Test in vivo de l'algorithme de compensation de gravité	78
3.2	Insensibilité aux perturbations au niveau du trocart	81
3.2.1	Frottements au niveau du trocart	81
3.2.2	Interactions trocart-abdomen	83
3.3	Résultats de la commande en effort	84
3.3.1	Validations expérimentale de la commande en effort	84
3.3.2	Maintien d'un effort de contact sur un organe soumis à des mouvements respiratoires	90
3.4	Application à la cholécystectomie	94
3.4.1	La cholécystectomie par laparoscopie	94
3.4.2	Cholécystectomie par laparoscopie avec le robot MC^2E	96
3.5	Conclusion	97
4	Vers une Télémanipulation à Retour d'Effort pour la Chirurgie Endoscopique	99
4.1	Téléopération à retour d'effort	99
4.1.1	Interfaces haptiques	100
4.1.2	Schémas de couplage en téléopération	102
4.2	Couplage position/force entre le robot MC^2E et le bras Virtuose 3D	103
4.2.1	Choix du point d'attachement	104
4.2.2	Couplage en position	106
4.2.3	Couplage en effort	107
4.3	Résultats expérimentaux	108
4.3.1	Évaluation expérimentale des performances d'ensemble du système bouclé	113
4.4	Conclusion	115
	Bibliographie	121
	Publications	127
	Annexes	129
A	Modèles géométrique et cinématique du robot	129
A.1	Modèle géométrique	129
A.2	Modèle cinématique et singularités de la jacobienne du robot	130

B	Preuves des propositions du chapitre 2	133
B.1	<u>Preuve de la Proposition 1</u>	133
B.2	<u>Preuve de la Proposition 2</u>	134
	B.2.1 Interprétation de la condition 2	136
B.3	<u>Preuve de la Proposition 3</u>	136
B.4	Cas particulier où $\mathbf{R}\mathbf{J}$ n'est pas de rang plein n	138
B.5	<u>Preuve de la Proposition 4</u>	140
B.6	<u>Preuve de la Proposition 5</u>	141
B.7	<u>Preuve de la Proposition 6</u>	142
C	Description du contrôleur du robot MC^2E	145

Table des figures

1	Le système <i>Hippocrate</i> : un robot qui manipule une sonde échographique	2
2	<i>DermaRob</i> : robot de prélèvement de lambeaux cutanés en chirurgie réparatrice des grands brûlés	3
3	Système de co-manipulation <i>Acrobot</i>	3
4	Système de co-manipulation <i>Surgicobot</i>	4
5	Système de télé-chirurgie <i>da Vinci</i> d'Intuitive Surgery Inc.	5
6	Système de télé-chirurgie <i>Zeus</i> de Computer Motion Inc.	5
1.1	Placement des trocarts dans l'abdomen et degrés de liberté à l'intérieur du patient en chirurgie laparoscopique.	10
1.2	Contrainte cinématique du trocart.	11
1.3	Robot <i>MC²E</i> avec repères associés et paramètres DH.	15
1.4	Partie supérieure du robot <i>MC²E</i>	16
1.5	Procédure d'installation du robot <i>MC²E</i> sur le patient	17
1.6	Instrument utilisé par le robot <i>MC²E</i> ainsi que la photo du robot exploité en co-manipulation lors d'expériences in-vivo	18
1.7	Capteur d'efforts Nano43 d'ATI	21
1.8	Dispositif de mesure des efforts d'interaction utilisant un trocart instrumenté avec un capteur d'efforts et un guidage passif en translation.	22
1.9	Trocart instrumenté avec un capteur d'efforts	23
1.10	Robot <i>MC²E</i> ainsi que le repère \mathcal{F}_s lié au capteur et le repère \mathcal{F}_2 lié à l'axe Θ_2	26
2.1	Manipulateur 1ddl qui co-manipule une charge avec un opérateur A.	34
2.2	Manipulateur 1ddl qui co-manipule une charge avec un opérateur B.	35
2.3	Commande en vitesse opérationnelle pour les MCC.	42
2.4	Schéma de commande en couple articulaire.	43
2.5	Schéma de commande en effort des MCC. \mathbf{S} est soit une matrice de sélection de rang n , soit une matrice identité $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$	46
2.6	MCC 2 ddl plan et ses repères associés utilisés pour les simulations.	48
2.7	MCC 2 ddl plan commandé en effort avec le schéma de la figure 2.5, expérimentant un contact en P ou en H	50
2.8	Résultats de la simulation au niveau articulaire pour les schémas de commande A et B : contact avec l'environnement en P	51
2.9	Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour les schémas de commande A et B : contact avec l'environnement en P	51

2.10	Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande A : contact avec l'environnement en H	52
2.11	Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande B : contact avec l'environnement en H	53
2.12	Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande B : contact avec l'environnement en H	54
2.13	Situation d'équilibre entre l'effort virtuel $\mathbf{w}_d _P$ et l'effort $\mathbf{w}_e _P$ dans l'espace articulaire : Robot expérimentant un contact en H	55
2.14	Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en P	55
2.15	Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en P	56
2.16	Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en H	56
2.17	Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en H	57
2.18	Comportement équivalent d'un manipulateur 6ddl commandé en viscosité : la matrice d'amortissement \mathbf{D} est matérialisée par un ensemble d'amortisseurs virtuels équivalents.	58
2.19	Schéma de commande en viscosité des MCC avec boucle interne en effort passive.	60
2.20	Représentation physique du comportement d'un MCC sous commande en viscosité avec boucle interne en effort pour un choix de $\mathcal{D} = \mathbf{D} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1}$	62
2.21	Schéma de commande en viscosité pour les MCC avec une boucle interne en vitesse.	63
2.22	Représentation physique du comportement d'un MCC sous commande en viscosité avec boucle interne en vitesse pour un choix de $\mathbf{K}_p \mathbf{A} = \alpha \mathbf{I}_n$ et \mathbf{K}_p diagonale.	65
2.23	MCC 2 ddl plan commandé en viscosité avec une boucle interne en effort avec le schéma de la figure 2.19.	66
2.24	Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1) sans obstacle.	67
2.25	Vitesse nominale (mesurée) et de référence (désirée) du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1) sans obstacle.	67
2.26	Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1), le robot entre en contact avec l'obstacle au point P à l'instant $t = 1,22$ s.	68
2.27	Vitesse nominale (mesurée) et de référence (désirée) du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (2), le robot entre en contact avec l'obstacle au point P à l'instant $t = 1,22$ s.	68
2.28	Effort mesuré $\mathbf{w}_e _P$ et désiré $\mathbf{w}_d _P$ sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (2), le robot entre en contact avec l'obstacle au point P à l'instant $t = 1,22$ s.	69

2.29	Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3), le robot entre en contact avec l'obstacle au point H à l'instant $t = 1, 13$ s.	69
2.30	Vitesse de nominale du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3), le robot entre en contact avec l'obstacle au point H à l'instant $t = 1, 13$ s.	70
2.31	Effort mesuré $w_e _P$ sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3) le robot entre en contact avec l'obstacle au point H à l'instant $t = 1, 13$ s.	70
3.1	Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité sur le robot STÄUBLI TX40	74
3.2	Angles θ_1 , θ_2 et d_4 utilisés durant la phase d'étalonnage du robot MC^2E	75
3.3	Angles θ_1 , θ_2 et d_4 utilisés durant la validation de l'algorithme de compensation de la gravité	76
3.4	Forces mesurées et calculées ainsi que les erreurs d'estimation durant la validation de l'algorithme de compensation de gravité - base du robot horizontale	77
3.5	Moments mesurés et calculés ainsi que les erreurs d'estimation durant la validation de l'algorithme de compensation de gravité - base du robot horizontale	77
3.6	Robot MC^2E placé sur un animal qui respire pour le test de l'algorithme de compensation de la gravité	79
3.7	Angles θ_1 , θ_2 et d_4 utilisés durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de la gravité sur un animal	79
3.8	Forces mesurées et calculées ainsi que les erreurs d'estimation durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de gravité sur animal	80
3.9	Moments mesurés et calculés ainsi que les erreurs d'estimation durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de gravité sur animal	80
3.10	Montage expérimental pour la validation de la mesure des forces d'interaction.	82
3.11	Forces d'interactions mesurées par le capteur du robot et par le capteur externe, force de commande pour le moteur de translation et position de l'instrument durant l'expérience	83
3.12	Montage expérimental pour la mise en évidence des interactions trocart-abdomen.	84
3.13	Forces et moments mesurés par le capteur d'effort du robot et par le capteur externe et position θ_2 durant la manipulation du trocart autour de l'abdomen.	85
3.14	Robot MC^2E attaché à l'environnement en P au niveau de la pointe de l'instrument : configuration de l'expérience (1).	86
3.15	Couples articulaires mesurés et désirés durant l'expérience (1).	87
3.16	Forces et moments désirés et retournés au correcteur durant l'expérience (1).	87
3.17	Robot MC^2E attaché à l'environnement en H au niveau de la poignée de l'instrument : configuration de l'expérience (2) et (3).	88

3.18	Couples articulaires mesurés et désirés durant l'expérience (2) : Le système est stable pour le schéma de commande A (entre $t = 0$ et $t \approx 0,6$ s) et instable pour le schéma de commande B (pour $t \geq 0,6$ s).	89
3.19	Couples articulaires mesurés et désirés durant l'expérience (3).	89
3.20	Forces désirées et retournées au correcteur durant l'expérience (3).	90
3.21	Robot MC^2E appliquant une force constante sur un environnement en mouvement.	91
3.22	Forces mesurée par le capteur du robot MC^2E et par le capteur externe ainsi que la position de l'instrument.	92
3.23	Robot MC^2E commandé en effort lors d'expériences in vivo.	92
3.24	Force de contact mesurée et désirée ainsi que la position de l'instrument durant l'expérience (1) de la commande en effort in vivo.	93
3.25	Force de contact mesurée et désirée ainsi que la position de l'instrument durant l'expérience (2) de la commande en effort in vivo.	94
3.26	Placement des incisions dans la paroi abdominale pour la pénétration des trocarts en cholécystectomie par laparoscopie	95
3.27	Clips sur l'artère et le canal cystique	95
3.28	Robot MC^2E lors d'une opération in vivo de cholécystectomie par laparoscopie	96
4.1	Interfaces haptiques <i>PHANToM</i> de la société SensAble.	100
4.2	Interfaces haptiques <i>Virtuose</i> de la société Haption.	101
4.3	Interfaces haptiques <i>OMEGA</i> et <i>DELTA</i> de la société Force Dimension.	101
4.4	Schéma général de téléopération	102
4.5	Schéma général du couplage position/force entre le robot MC^2E et le Virtuose 3D	104
4.6	Téléopération en mode position/force entre un bras maître Virtuose 3D et le robot esclave MC^2E	105
4.7	Repères associés au bras maître, au bras esclave et à la caméra endoscopique.	106
4.8	Schéma de commande du couplage en mode position/force entre le Virtuose 3D et le robot MC^2E	109
4.9	Pointe de l'instrument en contact avec un cercle tracé sur la surface d'une plaque en plexiglas	109
4.10	Opérateur manipulant la pointe de l'instrument via l'interface haptique Virtuose 3D.	110
4.11	Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement utilisant le schéma de commande (1).	111
4.12	Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement utilisant le schéma de commande (2).	111
4.13	Obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument	112

4.14	Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement : résultats stables obtenus avec le schéma de commande (2).	112
4.15	Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement : résultats instables obtenus avec le schéma de commande (1).	113
4.16	Trajectoires de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence obtenues lors des expériences menées avec l'opérateur (B1) avec et sans retour d'effort sur le bras maître.	114
4.17	Module des forces appliquées sur l'environnement lors des expériences menées avec l'opérateur (B1) avec et sans retour d'effort sur le bras maître.	114
4.18	Co-manipulation en télé-chirurgie laparoscopique à retour d'effort avec le robot MC^2E	118
B.1	Schéma équivalent de $\mathbf{H}_g(s)$ pour l'analyse de passivité de la commande en viscosité des MCC avec boucle interne en effort.	142
C.1	Contrôleur du robot MC^2E	146

Notations

- minuscule italique gras : torseurs
- minuscule gras : vecteurs
- minuscule italique : scalaires
- majuscule gras : matrices
- majuscule italique : point, corps, solide
- $\mathbf{v}(P \in A/B, t)$: vecteur vitesse de translation, dans le mouvement du corps A par rapport à au corps B , du point appartenant au corps A coïncidant à l'instant t avec le point mobile P .
- $\mathbf{v}(P/B)$: vecteur vitesse de translation du point P par rapport au corps B
- $\boldsymbol{\omega}(A/B)$: vecteur vitesse de rotation du corps A par rapport au corps B
- \mathbf{I}_n : matrice identité de taille $n \times n$
- $\mathbf{0}_n$: matrice nulle de taille $n \times n$
- $\mathbf{0}_{n \times m}$: matrice nulle de taille $n \times m$
- $\mathbf{0}$: vecteur nul
- $B_i = (\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$: base définie par les vecteurs orthonormés $\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i$ et \mathbf{z}_i
- $\mathcal{F}_i = (O_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$: repère de centre O_i et de base $B_i = (\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$
- ${}^i\mathbf{x}$: vecteur regroupant les composantes de \mathbf{x} exprimées dans la base B_i
- $\mathbf{w}|_P = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m}(P) \end{bmatrix}$: vecteur regroupant les éléments de réduction du torseur d'effort exprimé au point P , où \mathbf{f} et $\mathbf{m}(P)$ sont respectivement la résultante (vecteur force)

et le moment (vecteur moment)

- $\mathbf{v}|_P = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(P/B) \\ \boldsymbol{\omega}(A/B) \end{bmatrix}$: vecteur regroupant les éléments de réduction du torseur cinématique, décrivant le mouvement de A par rapport à B , exprimé au point P , où $\boldsymbol{\omega}(A/B)$ et $\mathbf{v}(P/B)$ sont respectivement la résultante (vecteur vitesse de rotation) et le moment (vecteur vitesse de translation)
- \mathbf{J}_P : matrice jacobienne du robot exprimée au point P dans la base fixe du manipulateur

Lorsque ce n'est pas requis, le point P n'est pas précisé.

Introduction générale

Depuis le milieu des années 1980, la robotique est l'objet d'applications de plus en plus nombreuses dans le domaine de la santé. Parmi ces applications, nombreuses sont celles qui concernent la chirurgie. Dans ce domaine, l'assistance robotique permet aux chirurgiens d'opérer avec des gestes fins, précis et dextres, et de procéder à des interventions qui minimisent les traumatismes, ce qui permet aux patients de se rétablir plus vite avec moins de complications.

Du point de vue de la commande, les robots aujourd'hui utilisés en routine clinique exploitent des techniques assez basiques. Ces systèmes sont commandés uniquement en position et reçoivent leur consigne soit depuis une interface pilotée en temps réel par le chirurgien (cas des systèmes de téléopération, par exemple en chirurgie laparoscopique), soit depuis une planification établie à partir d'une analyse pré-opératoire du geste à effectuer (cas de robots intervenants sur des structures rigides, par exemple en orthopédie).

Le fait de ne pouvoir asservir le robot que sur une position de consigne limite les fonctions et les performances de ces systèmes. C'est pourquoi, depuis quelques années, une nouvelle génération de robots médico-chirurgicaux a vu le jour dans les laboratoires de recherche. Ces robots peuvent réaliser des fonctions plus avancées. Par exemple, réaliser en mode autonome des gestes simples et/ou coopérer de façon plus interactive avec le praticien. Pour ce faire, ces robots sont équipés de capteurs extéroceptifs (caméra, capteur d'efforts, télémètre laser ou autres imageurs médicaux) qui permettent, une fois intégrés dans la commande, de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables. Pour un état de l'art détaillé sur les recherches en cours dans le domaine de la commande référencée capteurs en robotique médico-chirurgicale, on peut se référer aux travaux présentés dans [Morel 05].

Dans ce contexte, ce travail de thèse s'intéresse plus particulièrement à la commande en effort des robots chirurgicaux. Grâce à un capteur d'efforts, ces systèmes robotiques permettent d'introduire le sens du toucher dans la pratique autonome ou téléopérée, du geste chirurgical.

La commande en effort, dont les principes de base ont été développés dans les années 1980, [Whitney 87, Siciliano 99], a pour objet de maîtriser les contacts mécaniques entre le robot et un environnement dont on connaît mal la géométrie et pouvant présenter des mouvements.

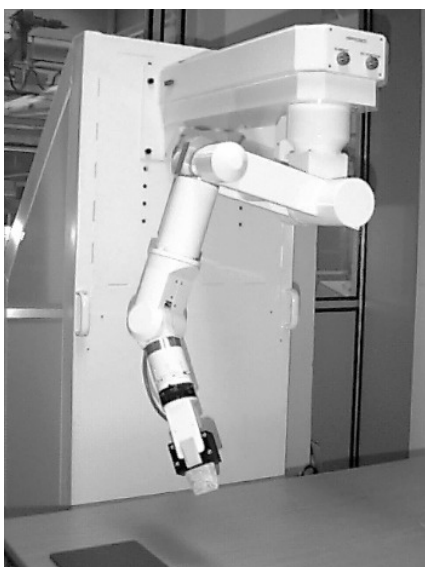
Appliquée à la robotique médicale et chirurgicale, la commande en effort permet de maî-

triser les interactions entre l'instrument et l'environnement de contact et donc d'améliorer la pratique du geste médico-chirurgical.

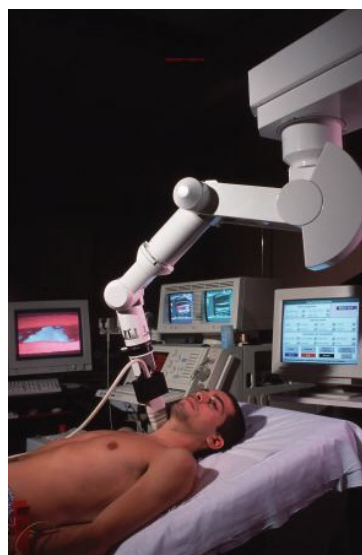
Selon la classification proposée dans [Morel 05], on distingue trois types différents de retour d'effort :

- les robots asservis sur un effort de consigne selon un mode autonome,
- les systèmes de co-manipulation permettant la manipulation simultanée d'un outil par le robot et un opérateur,
- les robots télé-manipulés offrant un retour d'effort à l'opérateur via un bras maître.

En robotique «autonome», les robots réalisent de façon autonome une partie de la stratégie opératoire planifiée. Dans ce cas, la commande en effort convient parfaitement dans les applications de gestes simples où le maintien d'une force de contact à une valeur constante est essentiel pour la qualité du résultat médical.



(a) Le robot *Hippocrate*.



(b) Le robot *Hippocrate* en salle de chirurgie.

FIG. 1 – *Hippocrate* : un robot qui manipule une sonde échographique.

Par exemple, le système *Hippocrate* [Pierrot 99] est un robot qui manipule, en mode autonome, une sonde échographique pour construire un modèle 3D des artères d'un patient (cf. figure 1). La commande hybride force-position permet de suivre une trajectoire le long du bras ou de la jambe du patient tout en maintenant un effort constant, ce qui est essentiel pour l'obtention d'images échographiques exploitables. Le système *DermaRob* [Dombre 03] exploite la même idée pour le prélèvement de lambeaux cutanés en chirurgie réparatrice des grands brûlés (cf. figure 2). Il est équipé d'un télémètre laser et d'un capteur d'efforts qui lui permettent de maintenir une inclinaison et un effort constants et d'avoir ainsi un prélèvement de qualité.

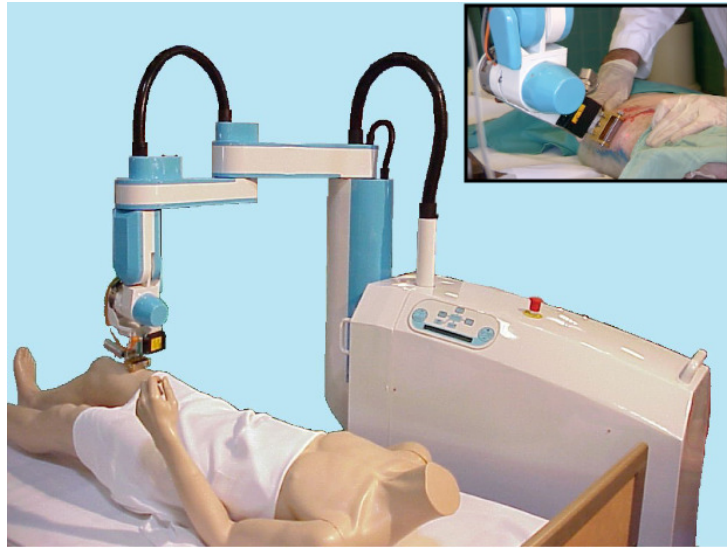


FIG. 2 – *DermaRob* : robot de prélèvement de lambeaux cutanés en chirurgie réparatrice des grands brûlés.

Pour les systèmes de co-manipulation, où le praticien et le robot manipulent simultanément un instrument, la commande en effort permet, par exemple, de guider et de corriger les gestes du chirurgien à travers des guides (barrières) virtuels. Ainsi, le système



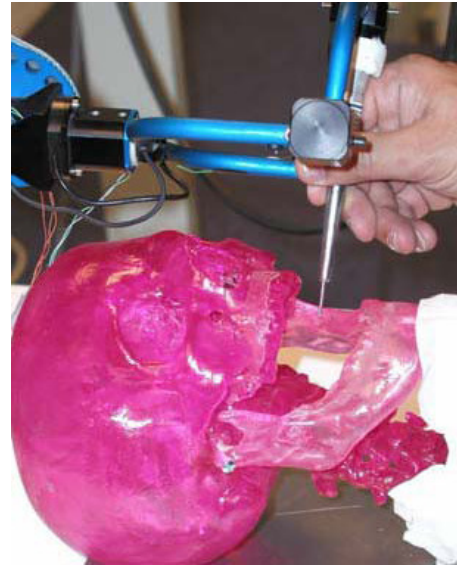
(a) Système de co-manipulation *Acrobot*.



(b) Système de co-manipulation *Acrobot* en salle de chirurgie.

FIG. 3 – Système de co-manipulation *Acrobot*.

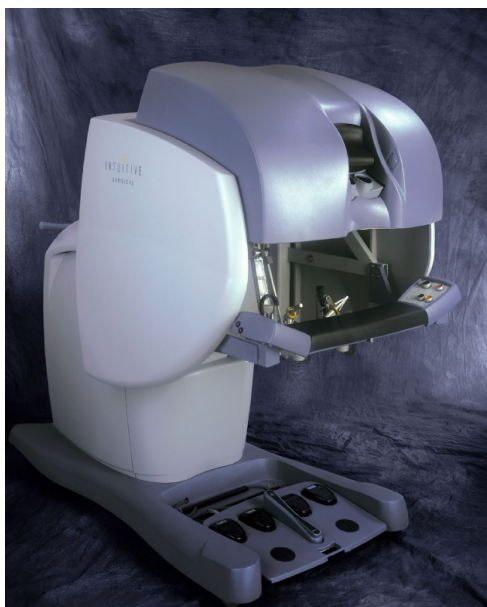
Acrobot [Jakopec 03] met en oeuvre un retour explicite d'effort pour réaliser un guidage actif des gestes du praticien en chirurgie orthopédique du genou (cf. figure 3). L'opération consiste à fraiser une forme prédéfinie dans l'os avant la pose d'un implant. Le chirurgien détermine, en phase préopératoire, différentes régions de travail en fonction de la géométrie à réaliser. Selon ces régions, le robot applique des forces actives qui permettent

(a) Système de co-manipulation *Surgicobot*.(b) Système de co-manipulation *Surgicobot* opérant sur un crâne en résine.FIG. 4 – Système de co-manipulation *Surgicobot*.

de ramener le chirurgien vers la forme prédéfinie lorsqu'il s'en éloigne. Le système *Surgicobot* [Bonneau 04] de la figure 4 exploite la même idée pour le guidage du geste du praticien en chirurgie maxillo-faciale pour la protection du nerf maxillaire. Transparent par conception, ce robot utilise un retour implicite d'effort (sans capteur d'efforts) par une commande en raideur qui produit les forces de guidage.

Dans [Taylor 99], un système cobotique utilisant deux capteurs d'efforts est proposé pour la microchirurgie de l'œil. Le premier capteur, placé à l'extrémité distale de l'instrument, mesure les efforts de contact avec l'organe et le second capteur, placé entre l'effecteur du robot et l'instrument, mesure les efforts appliqués par le chirurgien. Ce système permet d'améliorer le geste chirurgical en démultipliant les efforts de contact ressentis par le chirurgien et de filtrer les fréquences de tremblements du praticien, inévitables à cette échelle de travail (une précision de $10 \mu m$ est requise).

Enfin, pour les systèmes de télémanipulation en chirurgie mini-invasive, tels que les systèmes *daVinci* d'Intuitive Surgery Inc. [Guthart 00] (cf. figure 5) et *Zeus* de Computer Motion Inc. [Taylor 95] (cf. figure 6), le chirurgien pilote depuis une interface de commande appelée *bras maître*, un système robotique appelé *bras esclave*. Le bras esclave, commandé en position, reproduit exactement les gestes du chirurgien en manipulant les instruments de chirurgie à travers des trocarts de petite dimension. Par ailleurs, le fait d'une part, de manipuler indirectement les instruments par un robot et d'autre part, de les faire passer par des trocarts qui engendrent des frottements significatifs [Picod 03], fait perdre au chirurgien les sensations d'effort et de toucher dont il bénéficiait en chirurgie ouverte. Le praticien, n'ayant pas de retour d'effort de son interface de télémanipulation, ne peut ressentir les efforts qu'il applique sur son patient. La vision compense partiellement ce



(a) Manipulateur maître du robot da Vinci.



(b) Manipulateur esclave du robot da Vinci.

FIG. 5 – Système de télé-chirurgie *da Vinci* d'Intuitive Surgery Inc.



(a) Manipulateur maître du robot Zeus



(b) Manipulateur esclave du robot Zeus

FIG. 6 – Système de télé-chirurgie *Zeus* de Computer Motion Inc.

manque par l'observation de la déformation des organes, mais le geste chirurgical reste plus difficile et plus lent. Une étude menée sur un geste simple à l'aide d'une maquette reproduisant cinématiquement un système de chirurgie endoscopique a montré qu'un retour d'effort au niveau du bras maître permettait de diminuer le temps de l'opération

et de réduire de 50% en moyenne les forces appliquées sur les organes, limitant ainsi les risques de lésions et traumatismes [Wagner 02].

La commande en effort permettrait la restitution du sens tactile au chirurgien à travers un retour d'effort fidèle sur son interface de commande. Cependant, à notre connaissance, aucun système existant en routine clinique ne permet cette modalité.

La difficulté principale rencontrée pour réaliser de tels systèmes est la maîtrise des efforts d'interaction entre l'instrument et l'organe opéré. En effet, pour procéder à une mesure directe des efforts d'interaction, on pourrait placer un capteur d'efforts à l'extrémité distale de l'instrument. Cependant, comme le capteur est placé à l'intérieur du patient, cette solution impose des contraintes drastiques en termes de miniaturisation, de stérilisabilité, et de minimisation des coûts. Les études récentes [Berkelman 03b, Seibold 03] n'ont à ce jour pas permis d'aboutir à une solution satisfaisante (voir chapitre 1 pour une analyse plus détaillée).

D'une manière générale, l'option d'une mesure directe des efforts d'interaction est assez contestée dans la communauté robotique, en raison des difficultés technologiques importantes et des coûts élevés.

Une autre approche pour mesurer les efforts d'interaction, serait d'utiliser un capteur d'efforts placé non pas sur la partie distale de l'instrument, mais sur sa partie proximale, c'est-à-dire, à l'extérieur du patient, où les contraintes de stérilisation et de miniaturisation sont moindres. Ici, la mesure des efforts d'interaction est influencée par les perturbations non négligeables induites par le trocart [Picod 04, Dubois 02].

Il est à noter que le problème de télé-manipulation à retour d'effort est moins complexe en chirurgie ouverte où l'instrument est en contact direct avec l'organe (l'instrument ne passe pas par le trocart). Dans ce contexte, on peut citer à titre d'exemple, les systèmes de télé-microchirurgie à retour d'effort présentés dans [Kwon 98] et dans [Charles 97] où un capteur d'efforts placé entre le robot esclave et l'instrument a été utilisé.

L'objectif initial de notre travail était de concevoir un système robotique et sa commande, permettant de maîtriser les efforts d'interaction instrument-organe en chirurgie endoscopique. La solution proposée consiste à instrumenter un trocart conventionnel avec, d'une part un capteur d'efforts placé à l'extérieur du patient, ce qui réduit considérablement les contraintes de miniaturisation et de stérilisabilité, et, d'autre part, un guide passif en translation. Ce dispositif métrologique est intégré au Manipulateur Compact pour la Chirurgie Endoscopique (MC^2E), développé et mis en œuvre sur la base des travaux de conception préliminaires de Shi Jurong [Jurong 03]. Ce robot est léger, compact et possède une architecture série sphérique dédiée à la chirurgie endoscopique. Il permet l'utilisation d'un instrument standard et peut être utilisé en co-manipulation ou en téléopération. Le dispositif final (robot + dispositif de mesure) est tel que ni les frottements engendrés par les joints dans le trocart, ni les interactions avec la paroi abdominale ne sont mesurés. L'estimation des efforts d'interaction est alors réduite à une simple compensation de poids, ce qui nous a conduit au développement d'un algorithme de compensation de la gravité. La conception de ce robot est décrite en détail dans le chapitre 1 de ce mémoire.

Une des difficultés abordées dans le cadre de la commande en effort du robot MC^2E est celle posée par les instabilités cinématiques induites par la sélection des composantes de

l'effort à asservir. En effet, ce robot étant cinématiquement contraint, c'est-à-dire qu'il possède moins de degrés de liberté que la dimension de l'espace dans lequel son effecteur évolue, il n'est pas possible de contrôler indépendamment les 6 composantes de l'effort mesuré. Nous montrons au chapitre 2, en utilisant la théorie de la passivité, que la sélection de composantes des efforts à commander conduit en général à l'instabilité cinématique du système.

Pour résoudre ce problème, nous proposons un schéma de commande en effort avec une approche de projection passive qui n'utilise pas de sélection de composantes. Cette solution permet de garantir la stabilité du système sans faire appel à un modèle de l'environnement.

Le chapitre 3 est consacré aux validations expérimentales avec le robot MC^2E , menées en laboratoire et en conditions réelles in vivo. Ces validations concernent l'algorithme de compensation de la gravité, le principe de mesure des efforts d'interaction et la commande en effort. Elles font apparaître des applications possibles pour l'assistance au geste chirurgical, illustrées par la réalisation d'une cholécystectomie.

Dans le chapitre 4, on présente les premiers résultats de téléopération à retour d'effort avec le robot MC^2E . Une approche de couplage en mode position/force entre un bras maître à 3-ddl et le manipulateur cinématiquement contraint MC^2E est proposée. Cette approche reprend les principes d'équilibrage des efforts utilisés pour la synthèse de la commande passive proposée au chapitre 2.

Enfin, en conclusion nous résumons les contributions principales de notre travail et présentons quelques perspectives de recherche.

Chapitre 1

Conception d'un Robot Porte-Instrument en Chirurgie Endoscopique Intégrant une Mesure d'Efforts

Dans ce chapitre, on présente le Manipulateur Compact pour la Chirurgie Endoscopique (MC^2E) développé et mis en œuvre dans le cadre de ce travail, sur la base des travaux de conception préliminaires de Shi Jurong [Jurong 03]. Ce robot est léger, compact et possède une architecture série dédiée à la chirurgie endoscopique. Il est équipé d'un dispositif de mesure qui permet, grâce à un capteur d'efforts placé à l'extérieur du patient, de mesurer les interactions entre l'instrument et les organes.

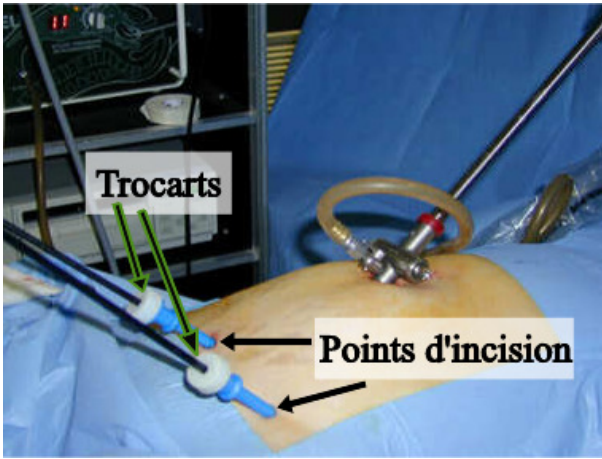
Dans le paragraphe 1.1, on présente les objectifs et les contraintes à respecter pour la conception de robots de chirurgie mini-invasive. Une description générale du robot MC^2E est donnée dans le paragraphe 1.2. Le principe du dispositif de mesure des efforts qui équipe le robot est détaillé dans la paragraphe 1.3.

1.1 Objectifs et Contraintes

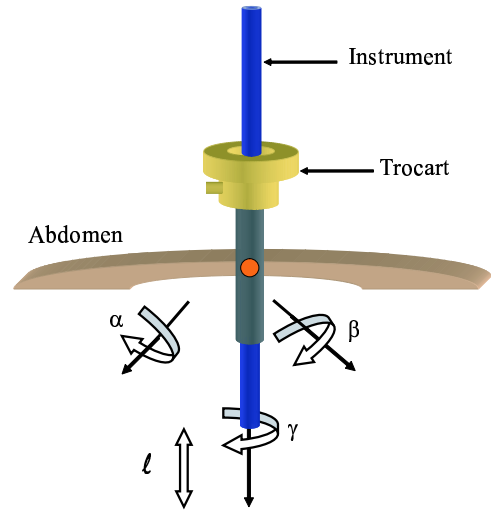
En Chirurgie Mini-Invasive (CMI), le chirurgien manipule l'instrument autour du point d'incision qui correspond au point d'entrée du trocart dans l'abdomen du patient (cf. fi-

gure 1.1(a)). Si un instrument rigide sans mobilités internes est utilisé et si l'on néglige les déformations de la paroi abdominale, les gestes du chirurgien se trouvent alors contraints à 4 degrés de libertés (ddl) à l'intérieur du patient (cf. figure 1.1(b)).

En Robotique Chirurgicale Mini-Invasive (RCMI), c'est le robot qui doit manipuler l'instrument autour du point d'incision. Il faut s'assurer qu'aucun effort susceptible d'endommager l'abdomen du patient ne sera appliqué en ce point. Pour ce faire, le point d'incision est considéré (approché) comme un point fixe (rotule-glissière), autour duquel doit être manipulé l'instrument. Une *contrainte cinématique plane* doit donc être respectée par le robot.



(a) Placement de trocarts dans un abdomen.



(b) Degrés de liberté à l'intérieur du patient en CMI.

FIG. 1.1 – Placement des trocarts dans l'abdomen et degrés de liberté à l'intérieur du patient en chirurgie laparoscopique.

En termes d'équations, la contrainte cinématique plane imposée par le trocart peut s'écrire :

$$\mathbf{v}^T(T \in I/O, t)\mathbf{x}_T = \mathbf{v}^T(T \in I/O, t)\mathbf{y}_T = 0 \quad (1.1)$$

où T est le point, lié à l'instrument I , qui coïncide instantanément avec le centre de rotation du trocart (cf. figure 1.2), $\mathbf{v}(T \in I/O, t)$ est le vecteur vitesse du point T dans le mouvement de l'instrument par rapport à un corps O fixe par rapport au patient et $\mathcal{F}_T = (T, \mathbf{x}_T, \mathbf{y}_T, \mathbf{z}_T)$ est le repère lié au trocart avec \mathbf{z}_T parallèle à l'axe d'insertion de l'instrument \mathbf{z}_I .

Si l'instrument n'a pas de mobilités internes, le robot qui manipule l'instrument (le porte-instrument) possède donc 4 ddl à l'intérieur du patient et le vecteur commande de ce robot peut donc s'exprimer comme suit :

$$\mathbf{u} = [\boldsymbol{\omega}^T(I/O), \mathbf{v}^T(T \in I/O, t)\mathbf{z}_T]^T \quad (1.2)$$

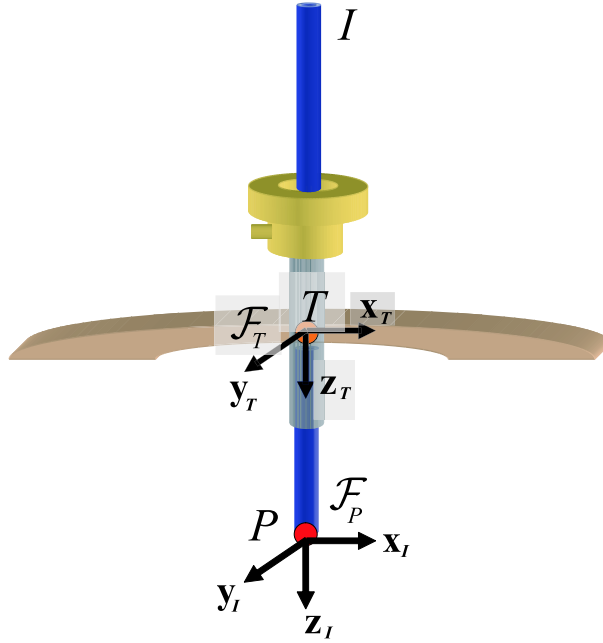


FIG. 1.2 – Contrainte cinématique du trocart.

où $\omega(I/O)$ représente le vecteur vitesse de rotation de l'instrument par rapport au corps O exprimé dans la base liée à l'instrument $(\mathbf{x}_I, \mathbf{y}_I, \mathbf{z}_I)$.

Il existe dans la littérature trois méthodes qui permettent, en RCMI, de respecter la contrainte cinématique imposée par le trocart et de limiter ainsi les efforts appliqués sur l'abdomen au point d'incision.

Une première méthode consiste à construire un robot avec une architecture dédiée à la CMI, comme proposé par les systèmes de télé-chirurgie Da Vinci d'Intuitive Surgery Inc. [Guthart 00, Ginhoux 03] et la station RTW de l'Université de Californie [Cavusoglu 01]. Par construction, les bras esclaves de ces systèmes manipulent l'instrument autour d'un point fixe devant coïncider avec le point d'entrée du trocart. En effet, comme ce point fixe de l'instrument, noté M , est lié à la base B du robot, il vérifie :

$$\mathbf{v}^T(M/B)\mathbf{x}_I = \mathbf{v}^T(M/B)\mathbf{y}_I = 0, \quad (1.3)$$

où $\mathbf{v}(M/B)$ est le vecteur vitesse du point M de l'instrument par rapport à la base B . Il suffit donc de positionner la base B pour que M coïncide avec T . La base B étant fixée par rapport au corps O (donc par rapport au point d'incision), la contrainte cinématique est alors respectée car l'équation (1.3) devient équivalente à l'équation (1.1). Cependant, cette exigence implique généralement l'utilisation d'un mécanisme de posi-

tionnement supplémentaire destiné à positionner la base du robot. Le système qui en résulte est relativement encombrant, comme c'est le cas pour le système daVinci.

Le robot daVinci possède trois bras esclaves qui manipulent les instruments de chirurgie et l'endoscope. Chaque bras esclave est positionné, relativement au patient, par un autre bras passif. Une fois le bras passif verrouillé, le bras esclave est alors contraint à manipuler l'instrument autour d'un point fixe qui coïncide avec le point d'incision. On peut noter que, comme la base du robot est ni attachée au patient ni à la table d'opération, un déplacement du robot ou un mouvement du patient risquerait d'endommager l'abdomen de celui-ci. Il ne semble pas, cependant, que ce problème ait été reporté lors des nombreuses interventions effectuées en routine clinique par ce système.

Une deuxième solution consiste à libérer l'orientation de l'instrument autour d'un point de l'effecteur du robot en exploitant un poignet à deux axes passifs en rotation. Le poignet se configure automatiquement en fonction du mouvement du robot pour que l'instrument, en appui sur le trocart, pivote librement autour du point d'incision.

En notant C le centre du poignet, la vitesse commandable du robot devient :

$$\mathbf{u}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(C/O) \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{z}_I \end{bmatrix}.$$

Cependant, comme il est plus pratique de commander la vitesse de la pointe P de l'instrument, un vecteur de commande possible est :

$$\mathbf{u}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(P/O) \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{z}_I \end{bmatrix} = \mathbf{u}_C + \begin{bmatrix} 0 & l & 0 \\ -l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{x}_I \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{y}_I \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{z}_I \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

où $\mathbf{d}_{CP} = l\mathbf{z}_I$, le vecteur de C à P .

Par ailleurs, comme la vitesse de rotation de l'instrument $\boldsymbol{\omega}(I/O)$ n'est pas directement commandable ($\boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{x}_I$ et $\boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{y}_I$ sont imposées par la contrainte cinématique du trocart et ne sont pas actionnées directement), elle doit être calculée en utilisant :

$$\mathbf{v}^T(T \in I/O, t) = \mathbf{v}^T(C/O) + \boldsymbol{\omega}(I/O) \times \mathbf{d}_{CT}.$$

Ce qui donne, en posant $\mathbf{d}_{CT} = \lambda\mathbf{z}_I$:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{x}_I \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{y}_I \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{z}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\lambda & 0 & 0 \\ -1/\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T(C/O)\mathbf{x}_I \\ \mathbf{v}^T(C/O)\mathbf{y}_I \\ \mathbf{v}^T(C/O)\mathbf{z}_I \\ \boldsymbol{\omega}^T(I/O)\mathbf{z}_I \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Ainsi, en remplaçant le résultat de l'équation (1.5) dans l'équation (1.4), on obtient :

$$\mathbf{u}_P = \begin{bmatrix} 1 - l/\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - l/\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_C \quad (1.6)$$

Le système est donc commandable en P pour tout $\lambda \neq 0$.

Avec cette approche, le robot n'a pas besoin d'être positionné avec précision par rapport au point fixe du trocart, ce qui facilite la procédure d'installation. Cependant, comme il est nécessaire de connaître λ , un étalonnage est requis après l'installation du robot.

Une des conditions à respecter pour la mise en œuvre de cette solution est que l'instrument reste en contact ferme avec le trocart. En effet, un jeu entre l'instrument et le trocart peut introduire des erreurs dans le positionnement de l'instrument car il apparaît des degrés de liberté non contrôlés. Le manipulateur esclave du robot de télé-chirurgie Zeus de Computer Motion Inc. [Taylor 95, Ginhoux 03] utilise cette solution. Il possède une architecture modulaire constituée de trois bras esclaves indépendants qui se fixent sur le bord de la table d'opération.

Une dernière solution consiste en l'utilisation de robots standards à 6 ddl en incluant la contrainte cinématique du point fixe dans le modèle cinématique inverse du robot.

En effet, il suffit d'augmenter le vecteur de commande \mathbf{u} de 2 composantes nulles pour obtenir une commande du point T à 6 paramètres :

$$[\mathbf{v}^T(T \in I/O, t), \boldsymbol{\omega}^T(I/O)] .$$

Ce vecteur de commande peut être converti en une commande de vitesse en un point E de l'effecteur.

En écrivant :

$$\mathbf{v}(E/O) = \mathbf{v}(T \in I/O, t) - \boldsymbol{\omega}(I/O) \times \mathbf{d}_{ET} ,$$

on obtient, en posant $\lambda = \mathbf{d}_{ET}^T \mathbf{z}_I$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}(E/O) \\ \boldsymbol{\omega}(I/O) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \begin{pmatrix} 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(\lambda)} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(T \in I/O, t) \\ \boldsymbol{\omega}(I/O) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

En combinant le modèle cinématique inverse du robot (à travers la matrice jacobienne inverse $\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})$ exprimée en E), au résultat de l'équation (1.7), nous pouvons calculer la vitesse articulaire $\dot{\mathbf{q}}$ du robot qui respecte la contrainte cinématique :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{H}(\lambda) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(I/O) \\ \mathbf{v}(T \in I/O, t) \end{bmatrix}$$

Il suffit donc de connaître λ , c'est-à-dire, localiser le centre du trocart par rapport au robot. Pour cela, une estimation des coordonnées de ce point est nécessaire. Cette estimation peut être effectuée avec des capteurs externes, comme dans [Krupa 02] où un capteur d'efforts placé sur l'effecteur du robot a été utilisé. Elle peut aussi exploiter directement les capteurs articulaires, comme dans [Ortmaier 00, Michelin 04].

Cette approche a tous les avantages des deux solutions précédentes. En effet, le robot n'a pas besoin d'être positionné par rapport au patient et l'instrument ne prend pas appui sur le trocart. Par contre, comme la contrainte est respectée par une loi de commande (au niveau logiciel), une erreur dans l'estimation de la position du point fixe, peut engendrer un effort susceptible d'endommager l'abdomen du patient.

D'un point de vue général, l'utilisation de 6 actionneurs pour réaliser 4ddl est visiblement une solution sous optimale et conduit à proposer des structures de manipulateurs lourdes et encombrantes, ce qui n'est pas souhaitable. En effet, en plus du respect de la contrainte cinématique, les robots utilisés en CMI doivent être légers et compacts pour n'occuper qu'un espace réduit en salle de chirurgie. Le robot doit pouvoir être facilement et rapidement installé et désinstallé par une seule personne. La réduction du temps d'installation du robot diminue d'autant la durée de l'opération. D'autre part, pour des raisons de sécurité, la désinstallation du robot doit être rapide pour permettre une intervention directe du chirurgien en cas de besoin.

Pour le système daVinci, la durée de la procédure pré-opératoire est d'environ 15 minutes depuis la mise sous puissance du robot jusqu'au début de l'opération chirurgicale. La procédure de désinstallation du robot ne prend quant à elle que quelques secondes [Guthart 00]. Ce robot est assez encombrant en salle de chirurgie avec son mécanisme de positionnement et pèse environ 544 kg [Drasin 03, Peters 03]. Le robot Zeus, quant à lui, est moins encombrant et possède trois bras esclaves indépendants pesant 18 kg environ chacun. Le temps d'installation de ce robot est de l'ordre d'une dizaine de minutes, la désinstallation s'opère en quelques secondes également.

Pour répondre aux différentes exigences imposées par les conditions particulières de la CMI, nous avons développé un nouveau robot, à la suite des travaux préliminaires présentés dans [Jurong 03]. Ce robot porte-instrument, baptisé MC^2E , possède une architecture série dédiée à la CMI qui permet de respecter la contrainte cinématique imposée par le point d'incision. Il se connecte directement sur un trocart conventionnel et prend appui sur le patient, ce qui résout le problème de positionnement de la base du robot par rapport au trocart (cf. paragraphe 1.2 pour la procédure d'installation du robot). Une approche similaire est proposée dans [Berkelman 03a, Kobayashi 02, Lum 04, Maurin 05].

Ce manipulateur est léger, compact et permet l'utilisation d'un instrument standard. De plus, il est équipé d'un dispositif de mesure qui permet, grâce à un capteur d'efforts classique placé à l'extérieur du patient, de mesurer les efforts d'interaction entre l'instrument et l'organe.

1.2 Présentation générale du robot MC^2E

1.2.1 Architecture cinématique

Le robot MC^2E comporte deux parties :

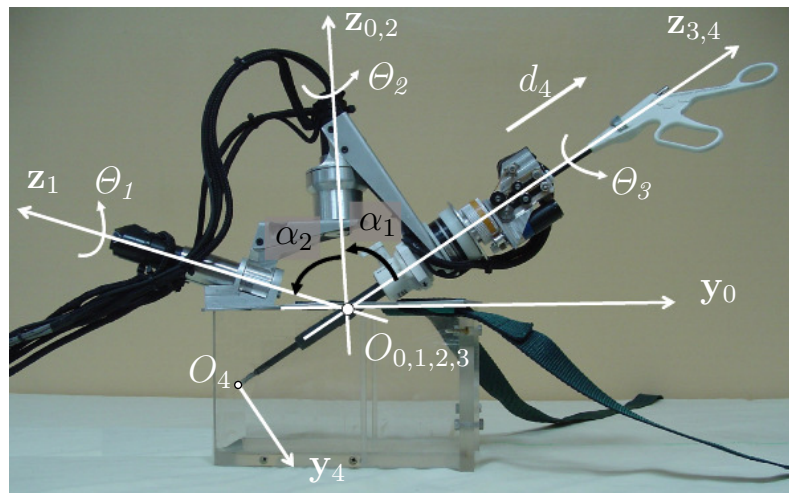


FIG. 1.3 – Robot MC^2E avec repères associés et paramètres DH.

- Une partie inférieure, constituée d'un mécanisme à deux axes rotoïdes concourants (θ_1 et θ_2). Une fois le trocart introduit dans l'abdomen du patient, la base de ce mécanisme est placée sur l'abdomen du patient et sa partie terminale est directement attachée au trocart. Ce système permet de manipuler le trocart autour d'un point fixe qui coïncide automatiquement avec le point d'incision. La contrainte cinématique décrite dans le paragraphe 1.1 est alors respectée, indépendamment de la configuration du robot :

$$\mathbf{v}^T(T \in I/O, t)\mathbf{x}_4 = \mathbf{v}^T(T \in I/O, t)\mathbf{y}_4 = 0 ,$$

où $(\mathbf{x}_4, \mathbf{y}_4, \mathbf{z}_4)$ est la base liée à l'instrument I .

- Une partie supérieure, montée sur le trocart (cf. figure 1.4), fournit les 2ddl complémentaires : la rotation propre de l'instrument (θ_3) et la translation de l'instrument (d_4) le long de son axe propre. On obtient ainsi les 4 ddl nécessaires en CMI.

La translation de l'instrument se fait par un mécanisme de transmission à galets qui transmet la rotation du moteur à l'instrument à travers 6 galets qui pressent la surface de l'instrument. Ce mécanisme permet de réaliser n'importe quelle translation de l'instrument (dans la limite de la longueur de l'instrument) tout en ayant une taille réduite. Cette approche de manipulation de l'instrument avec un mécanisme d'orientation du

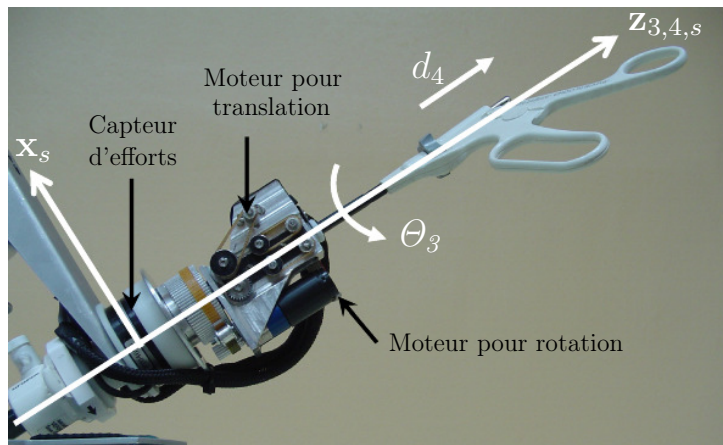


FIG. 1.4 – Partie supérieure du robot MC^2E .

trocart et un translateur à galets permet un encombrement réduit, contrairement à la solution anthropomorphe, où le robot saisit la poignée de l'instrument.

En effet, comme le montre la figure 1.3, le robot est assez compact (cf. tableau 1.1 pour

Caractéristique	Configuration	Valeur
Hauteur maximale	$\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 100^\circ$	20 cm
Largeur/Profondeur maximale	$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 0^\circ$	36 cm

TAB. 1.1 – Dimensions maximales de MC^2E .

les dimensions de MC^2E sans instrument) et léger (environ 1,3 kg pour le robot complet). Compte tenu de ses caractéristiques de compacité et de poids, le robot est facilement et rapidement installable/désinstallable par une seule personne en une minute environ.

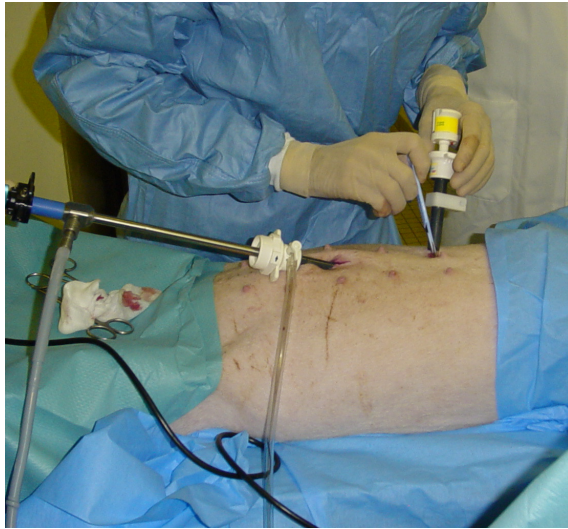
En effet, pour l'installer, il faut simplement (cf. figures 1.5(a), (b) et (c)) :

1. installer le trocart dans l'abdomen du patient,
2. placer la base du robot sur l'abdomen du patient,
3. attacher le trocart à la partie inférieure du robot,
4. centrer correctement la base du robot de façon à ce que les efforts soient réduits au niveau de l'abdomen,
5. attacher la base du robot à la table d'opération en utilisant des sangles.

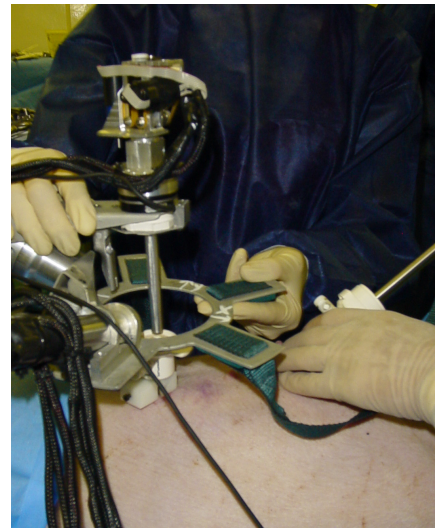
La désinstallation du robot s'obtient en quelques secondes en effectuant les opérations inverses.

De plus, comme le robot prend appui sur l'abdomen du patient et s'attache à la table d'opération, l'ensemble table+patient+robot peut être déplacé sans risquer d'endommager l'abdomen du patient.

Le robot MC^2E permet l'utilisation d'un instrument standard que l'on équipe d'un fourreau (cf. figure 1.6(a)). Ce dernier permet d'améliorer la translation de l'instrument en augmentant la surface de contact entre les galets et l'instrument. L'utilisation d'un



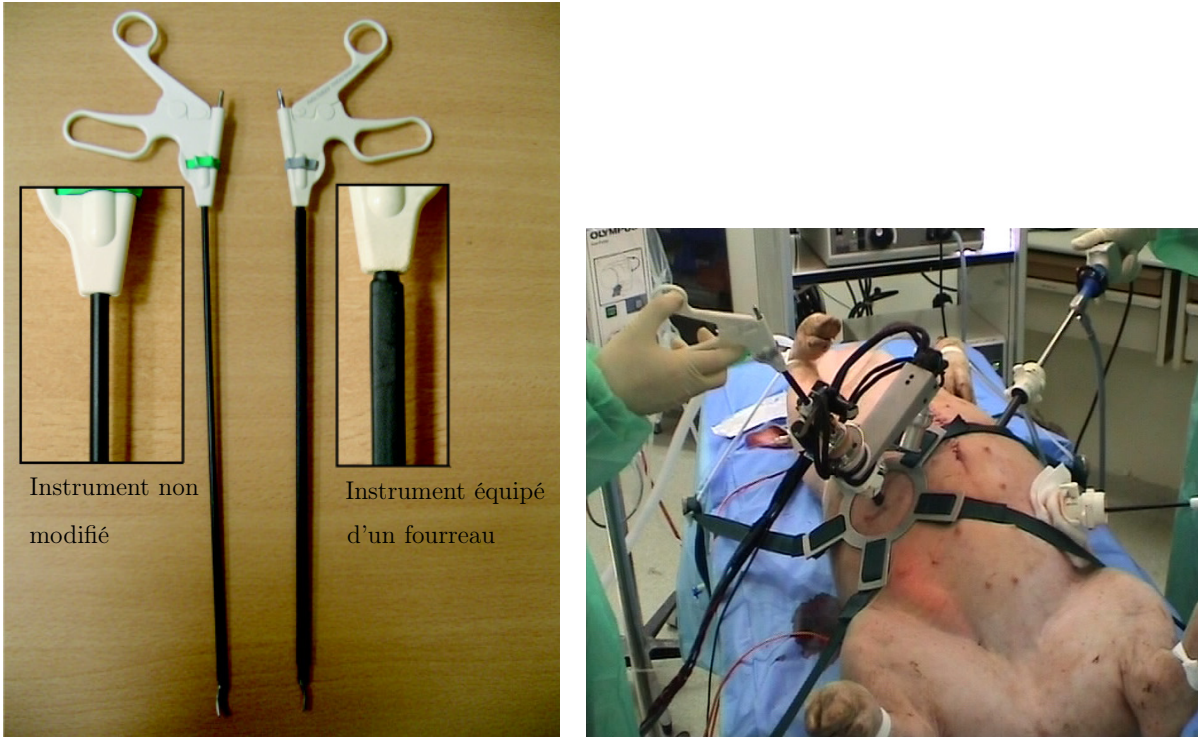
(a) Étape 1 : Installer le trocart dans l'abdomen.

(b) Étape 2 : Placer la base du robot MC^2E sur l'abdomen.

(c) Étape 3, 4 et 5 : Attacher le robot au trocart, centrer la base du robot et l'attacher à la table d'opération.

FIG. 1.5 – Procédure d'installation du robot MC^2E sur le patient.

instrument standard permet d'exploiter le robot en co-manipulation. Le chirurgien peut donc manipuler l'instrument, comme en CMI classique, tout en étant assisté dans ses gestes par le robot, comme montré sur la figure 1.6(b).



(a) Instrument classique (non modifié) et instrument équipé d'un fourreau (b) Robot MC^2E exploité en co-manipulation lors d'expériences in-vivo

FIG. 1.6 – Instrument utilisé par le robot MC^2E ainsi que la photo du robot exploité en co-manipulation lors d'expériences in-vivo.

1.2.2 Modèles géométrique et cinématique

Les paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés (DH), calculés selon la notation de Khalil et Kleinfinger [Khalil 99], ainsi que les repères associés (cf. figure 1.3) sont présentés dans le tableau 1.2.

	α_i	a_i	θ_i	d_i
$\mathbf{T}_{0 \rightarrow 1}$	$\alpha_1 = 70^\circ$	0	θ_1	0
$\mathbf{T}_{1 \rightarrow 2}$	$-\alpha_1$	0	θ_2	0
$\mathbf{T}_{2 \rightarrow 3}$	$-\alpha_2 = -60^\circ$	0	θ_3	0
$\mathbf{T}_{3 \rightarrow 4}$	0	0	0	$-d_4$

TAB. 1.2 – Paramètres de Denavit-Hartenberg.

Les matrices de transformation homogènes $\mathbf{T}_{i \rightarrow j}$ pour le passage du repère \mathcal{F}_j (d'origine O_j et de base \mathcal{B}_j) au repère \mathcal{F}_i (d'origine O_i et de base \mathcal{B}_i) sont données en annexe A.

La transformation globale qui permet de passer du repère \mathcal{F}_4 lié à la pointe de l'instrument au repère \mathcal{F}_0 lié à la base du robot est :

$$\mathbf{T}_{0 \rightarrow 4} = \mathbf{T}_{0 \rightarrow 1} \mathbf{T}_{1 \rightarrow 2} \mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} \mathbf{T}_{3 \rightarrow 4} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0 \rightarrow 4} & \mathbf{x} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

où $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 4} \in SO(3)$ est la matrice de rotation qui transforme le repère \mathcal{F}_0 en \mathcal{F}_4 et le vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ représente la position de la pointe de l'instrument O_4 dans \mathcal{F}_0 . Comme le vecteur \mathbf{x} ne dépend pas de la rotation de l'instrument autour de son axe propre θ_3 (cf. annexe A), on choisit de paramétrer les 4 ddl de l'instrument avec le vecteur suivant :

$$\mathbf{p} = [\mathbf{x}^T(\theta_1, \theta_2, d_4), \theta_3]^T. \quad (1.9)$$

Le modèle cinématique du robot qui permet de relier les vitesses articulaires $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{d}_4)$ au vecteur regroupant les éléments de réduction du torseur cinématique correspondant $[{}^0\mathbf{v}(O_4), {}^0\boldsymbol{\omega}]$ exprimé dans \mathcal{B}_0 (base lié à la base du robot) est donné par :

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{v}(O_4) \\ {}^0\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{d}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (1.10)$$

où ${}^0\boldsymbol{\omega}$ regroupe les coordonnées dans \mathcal{B}_0 de la vitesse de rotation angulaire de l'instrument par rapport à la base du robot, ${}^0\mathbf{v}(O_4)$ regroupe les coordonnées dans \mathcal{B}_0 de la vitesse de translation de la pointe de l'instrument O_4 par rapport à la base du robot, et $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ est la matrice jacobienne du système. Le calcul de la matrice jacobienne ainsi que du modèle géométrique du robot sont donnés en annexe A.

La matrice $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ est de rang 4 sauf quand le robot est singulier pour (cf. annexe A) :

$$d_4 = 0, \text{ et} \quad (1.11)$$

$$\theta_2 = \pm k\pi \quad \text{avec} \quad k = 0, 1, 2, \dots. \quad (1.12)$$

La première singularité $d_4 = 0$ est une singularité d'ordre 2 qui correspond à la coïncidence de la pointe de l'instrument avec le point fixe du trocart. Cette singularité n'est atteinte que durant l'insertion/extraction de l'instrument. Elle n'influence donc pas le déroulement de l'opération car l'insertion/extraction de l'instrument peut être réalisée sous asservissement des positions articulaires.

La singularité $\theta_2 = \pi$ ne peut jamais être atteinte à cause des butées mécaniques du robot. Par contre, la singularité $\theta_2 = 0$ partage l'espace de travail du robot en deux. Afin d'éviter que la singularité $\theta_2 = 0$ soit atteinte durant les expériences, nous devons choisir de travailler soit dans l'espace défini par $\theta_2 > 0$ (configuration du robot en bras gauche), soit dans l'espace défini par $\theta_2 < 0$ (configuration du robot en bras droit). Pour notre travail expérimental, nous avons choisi d'utiliser le robot en configuration bras gauche.

Il est à noter que, pour des raisons techniques (flexion et jeux non négligeables introduits par le mécanisme de rotation), l'axe θ_3 a été désactivé pour les expériences produites dans ce manuscrit. On ne contrôlera alors que la position cartésienne \mathbf{x} de la pointe de

l'instrument.

1.2.3 Capteur et actionneurs

Les moteurs utilisés pour construire le robot sont ceux de *Faulhaber* : deux moteurs de douze Watts (12 W) pour la partie orientation du trocart (θ_1 et θ_2) et deux moteurs de 4 W pour la partie supérieure du robot (θ_3 et d_4). Les caractéristiques des moteurs sont présentées dans le tableau 1.3. Ils permettent de transmettre une force maximale à

	θ_1 et θ_2	θ_3 et d_4
Série du moteur	2342S024CR	1724T003SR
Puissance	12 W	4 W
Série du réducteur	26/1	16/7
Rapport de réduction	66 :1	3,71 :1
Série du codeur	IE2-512	IE2-512
Résolution du codeur	512	512
Résistance de l'induit	7,1 Ω	0,78 Ω
Inductance	265 μH	21 μH
Constante de couple	26,1 mNm/A	3,46 mNm/A
Tension nominale	24 V	3 V
Courant maximal	0,72 A	1,7 A

TAB. 1.3 – Caractéristiques des moteurs, réducteurs et codeurs utilisés pour construire le robot.

la pointe de l'instrument d'environ 15 N dans les directions \mathbf{x}_4 et \mathbf{y}_4 et d'environ 8 N dans la direction \mathbf{z}_4 (au-delà de cette valeur, on observe un glissement entre les galets et l'instrument). Le capteur d'efforts utilisé est le *Nano43* d'*ATI Industrial Automation* qui est un capteur force/moment à 6 composantes. Les caractéristiques du capteur d'efforts sont présentées dans le tableau 1.4¹.

Le capteur d'efforts *Nano43* de la figure 1.7 à une forme annulaire qui permet de faire passer l'instrument à travers l'orifice central, comme détaillé dans le paragraphe 1.3.1.

1.3 Mesure des efforts

Pour mesurer les efforts d'interaction instrument-organe, on pourrait procéder à une mesure directe en plaçant un capteur d'efforts sur la pointe de l'instrument. Cependant, cette solution impose des contraintes drastiques en termes de miniaturisation, de stérilisabilité, et de minimisation des coûts (le capteur doit être stérilisable plusieurs fois et doit

¹Les résolutions du capteur d'efforts, présentées dans le tableau 1.4, ont été obtenues avec des cartes d'acquisition de 16 bits.

Caractéristique	Valeur
Force mesurée max en x,y,z	36 N
Moment mesuré max en x,y,z	0,5 Nm
Poids	0,04 kg
Diamètre (externe/interne)	43 mm/19,9 mm
Hauteur	11,5 mm
Résolution en force	1/512 N
Résolution en moment	1/40000 Nm

TAB. 1.4 – Caractéristiques du capteur d'efforts Nano43 d'ATI.



FIG. 1.7 – Capteur d'efforts Nano43 d'ATI.

avoir un diamètre de l'ordre de 10 mm). Le capteur miniaturisé développé dans [Berkelman 03b] pour la microchirurgie, pourrait répondre à ce problème. Avec un diamètre de 12,5 mm, il permet de mesurer les trois composantes de la force appliquée (il ne mesure pas de moment). Par contre, il a une plage de mesure très limitée et aucune information sur la stérilisabilité du capteur n'est donnée. La conception de ce capteur à partir de plusieurs éléments vissés laisse présager des difficultés sur ce point.

Dans [Seibold 03] un capteur micro-usiné dans un seul bloc qui se place à l'extrémité distale de l'instrument est présenté. Il a un diamètre de 10 mm et permet de mesurer les forces et les moments d'interactions entre l'instrument et l'organe (± 30 N en force ± 300 mNm en moment). La colle choisie pour placer les jauges de contrainte dans ce capteur supporte une stérilisation en autoclave. Cependant, aucune information sur la robustesse et le coût de revient du capteur n'est donnée.

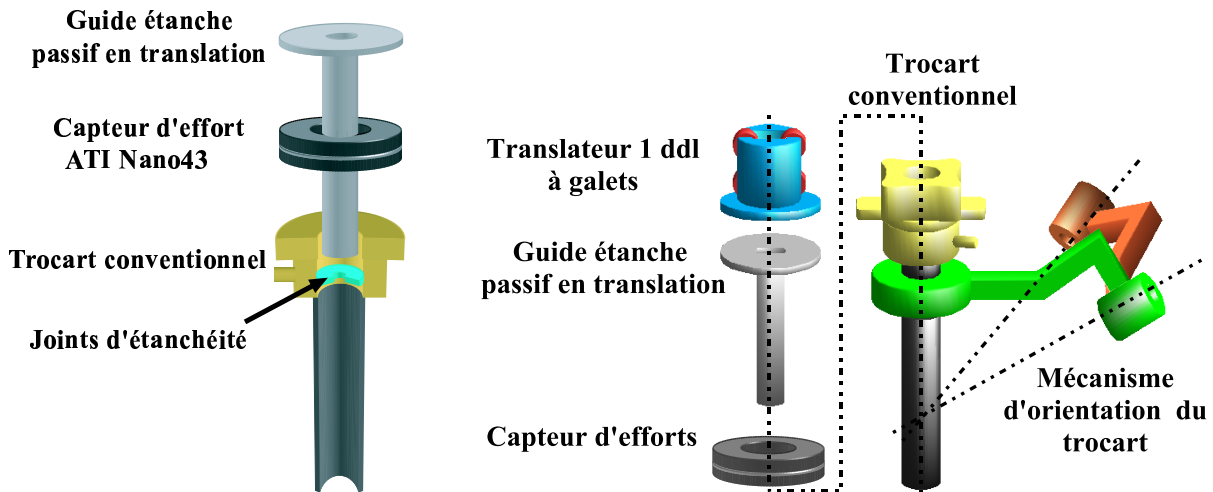
D'une manière générale, l'option d'une mesure directe des efforts en CMI est assez contestée dans la communauté robotique, en raison des difficultés technologiques importantes et des coûts élevés.

On a donc cherché à mesurer de façon indirecte les efforts interaction instrument-organes. On peut citer les tentatives d'estimation des efforts à partir de mesures visuelles de déformation [Kennedy 02]. Ces estimations sont fondées sur un modèle éléments finis de déformation des organes et sur une mesure de déplacements de marqueurs dans l'image. Cependant, cette méthode semble très difficile à mettre en œuvre en pratique.

Une autre approche consiste à placer un capteur d'efforts à l'extérieur du patient, minimisant ainsi les contraintes de miniaturisation et de stérilisabilité du capteur. Une première option serait de placer le capteur entre le poignet du robot et l'instrument, comme dans [Tavakoli 03] où des jauges de contraintes ont été placées sur la poignée de l'instrument. Dans cette configuration, la mesure fournie par le capteur est la superposition des efforts d'interaction instrument-organe avec les efforts de perturbations engendrés au niveau du trocart. En effet, ces efforts deviennent dans certains cas prédominants par rapport aux efforts d'interaction, [Picod 03]. En chirurgie endoscopique, les frottements générés en translatant l'instrument dans le trocart peuvent atteindre, selon le type de trocart, presque 4 N, [Picod 04]. Les forces latérales exercées par la paroi abdominale sur le trocart, peuvent, quant à elles, atteindre 1,5 N, [Dubois 02]. Par ailleurs, ces forces latérales sont plus importantes en chirurgie cardiaque, puisque le trocart est placé dans un espace intercostal.

La solution proposée est d'instrumenter un trocart conventionnel avec, d'une part un capteur d'efforts placé à l'extérieur du patient, ce qui réduit considérablement les contraintes de miniaturisation et de stérilisabilité et, d'autre part, un guide passif en translation.

1.3.1 Placement du capteur d'efforts



(a) Trocart instrumenté avec un capteur d'efforts et un guidage passif en translation.

(b) Dispositif de mesure des efforts d'interaction

FIG. 1.8 – Dispositif de mesure des efforts d'interaction utilisant un trocart instrumenté avec un capteur d'efforts et un guidage passif en translation.

Le capteur d'efforts est placé entre le trocart et le guide passif en translation (cf. figure 1.8(a)). Il mesure 6 composantes de force et de moment entre ses plateaux supérieur

et inférieur. Le plateau inférieur est attaché au trocart conventionnel qui inclut des joints d'étanchéité. Le plateau supérieur est attaché au guide.

Le guide passe à travers l'orifice du capteur ainsi qu'à l'intérieur du trocart sans entrer en contact avec ce dernier (sauf au niveau des joints d'étanchéité du trocart).

Le guide est également équipé de joints permettant d'assurer l'étanchéité avec l'instrument. De plus, il rigidifie le système et permet à l'instrument, une fois inséré dans le guide, de translater sans toucher le trocart. Par conséquent, si le trocart est choisi comme corps de référence, le capteur d'efforts mesurera les efforts appliqués sur le guide, donc sur l'instrument, comme détaillé dans le paragraphe 1.3.2.

La figure 1.8(b) illustre le dispositif final qui a donné lieu à la réalisation du Manipulateur Compact pour la Chirurgie Endoscopique (MC^2E) présenté précédemment dans le paragraphe 1.2.1.

1.3.2 Modèle de transmission des efforts

Pour modéliser le transfert des efforts entre l'instrument et l'organe, on écrit successivement l'équation dynamique de l'instrument, du translateur et du guide passif. Ces solides sont respectivement numérotés par (1), (2) et (3) sur la figure 1.9.

L'équation dynamique de l'instrument (1) s'écrit :

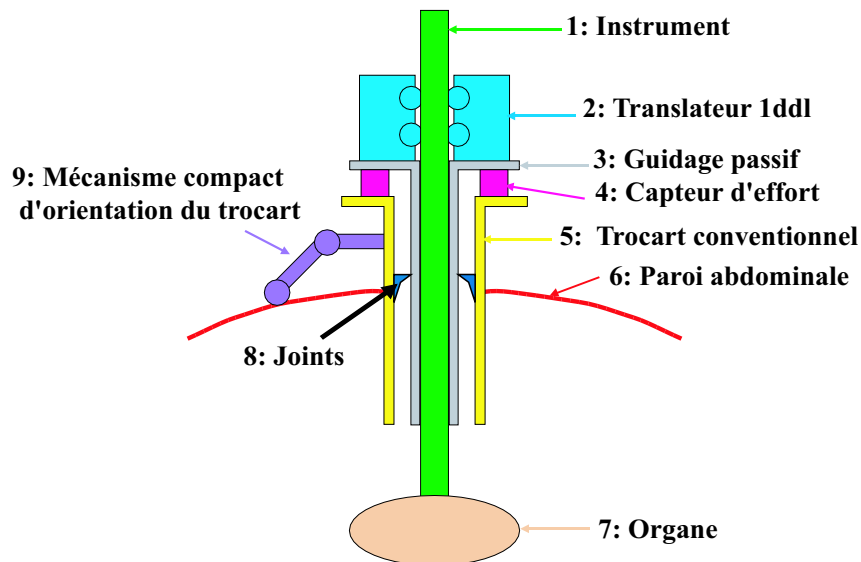


FIG. 1.9 – Trocart instrumenté avec un capteur d'efforts.

$$\mathbf{w}_{2 \rightarrow 1} + \mathbf{w}_{3 \rightarrow 1} + \mathbf{w}_{7 \rightarrow 1} + \mathbf{w}_{g_1} - \mathbf{w}_{d_1} = 0, \quad (1.13)$$

où $\mathbf{w}_{i \rightarrow j}$ représente le vecteur regroupant les éléments de réduction du torseur d'effort² appliqué par l'élément i sur l'élément j , \mathbf{w}_{g_i} représente le torseur de gravité appliqué sur l'élément i (poids de l'élément i), et \mathbf{w}_{d_i} représente le torseur dynamique de l'élément i . La numérotation des solides est donnée sur la figure 1.9.

L'équation dynamique du translateur (2) s'écrit :

$$\mathbf{w}_{1 \rightarrow 2} + \mathbf{w}_{3 \rightarrow 2} + \mathbf{w}_{g_2} - \mathbf{w}_{d_2} = 0, \quad (1.14)$$

L'équation dynamique du guide de translation (3) est :

$$\mathbf{w}_{2 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{1 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{4 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{8 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{g_3} - \mathbf{w}_{d_3} = 0. \quad (1.15)$$

L'effort $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$ représente l'interaction instrument-organe à identifier et $\mathbf{w}_{4 \rightarrow 3}$ représente l'effort mesuré par le capteur.

En sommant les équations (1.13) à (1.15), on obtient l'équation dynamique du système (1), (2) et (3), dans laquelle les efforts internes disparaissent :

$$\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7} = \mathbf{w}_{4 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{8 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_g - \mathbf{w}_d, \quad (1.16)$$

où \mathbf{w}_g est la somme des torseurs de gravité :

$$\mathbf{w}_g = \mathbf{w}_{g_1} + \mathbf{w}_{g_2} + \mathbf{w}_{g_3}, \quad (1.17)$$

et \mathbf{w}_d est la somme des torseurs dynamiques :

$$\mathbf{w}_d = \mathbf{w}_{d_1} + \mathbf{w}_{d_2} + \mathbf{w}_{d_3}. \quad (1.18)$$

En d'autres termes, l'interaction instrument-organe $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$ est égale à l'effort $\mathbf{w}_{4 \rightarrow 3}$ mesuré par le capteur, perturbé par le poids \mathbf{w}_g de l'ensemble (1)+(2)+(3), le torseur $\mathbf{w}_{8 \rightarrow 3}$ et les effets dynamiques \mathbf{w}_d . Les frottements entre l'instrument et le guide $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 3}$ et les efforts $\mathbf{w}_{5 \rightarrow 6}$ générés entre le trocart et la paroi abdominale ou thoracique n'interviennent pas dans la mesure (ce sont des efforts internes).

L'effort $\mathbf{w}_{8 \rightarrow 3}$, appliqué par les joints du trocart sur le guide, peut être supposé constant car le joint du trocart est une membrane souple, bien moins rigide que le capteur d'efforts. Le guide peut donc être supposé fixe par rapport au trocart.

Par ailleurs, on considère $\mathbf{w}_d \approx 0$ car les vitesses et les accélérations sont très faibles (quasi-statique).

L'équation (1.16) devient alors :

$$\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7} = \mathbf{w}_{4 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{8 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_g. \quad (1.19)$$

Par conséquent, pour calculer l'effort d'interaction distale $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$ à partir de l'effort mesuré par le capteur $\mathbf{w}_{4 \rightarrow 3}$, il est nécessaire d'identifier le torseur $\mathbf{w}_{8 \rightarrow 3}$ et le torseur \mathbf{w}_g pour compenser l'effet de la gravité sur le système.

²Dans un souci d'abréviation, le vecteur regroupant les éléments de réduction d'un torseur d'effort sera appelé ici torseur d'effort.

1.3.3 Compensation de gravité

1.3.3.1 Algorithme de compensation

Le dispositif de mesure qui équipe le robot MC^2E permet de mesurer le torseur des efforts d'interaction $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$ entre l'instrument et l'organe à partir du torseur mesuré $\mathbf{w}_{4 \rightarrow 3}$ par le capteur d'efforts. Cependant, comme le montre l'équation (1.19), une compensation de la gravité est nécessaire, ce qui est, généralement, une étape inévitable en commande en effort de robots équipés de capteur d'efforts.

Le torseur gravité \mathbf{w}_g exprimé au point G , centre de gravité de l'ensemble (1),(2) et (3), est donné par :

$$\mathbf{w}_g|_G = [m\mathbf{g}, \mathbf{0}]_G, \quad (1.20)$$

où m désigne la masse de l'ensemble (1),(2) et (3) et \mathbf{g} l'intensité du champ gravitationnel de norme $\|\mathbf{g}\| = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.

De plus, en pratique, le torseur d'effort \mathbf{w}_{mes} fourni par le capteur est toujours biaisé par rapport au torseur réel $\mathbf{w}_{4 \rightarrow 3}$ appliqué :

$$\mathbf{w}_{\text{mes}} = \mathbf{w}_{4 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{\text{offcap}},$$

où $\mathbf{w}_{\text{offcap}} = [\mathbf{f}_{\text{offcap}}, \mathbf{m}_{\text{offcap}}]$ est le torseur d'effort mesuré par le capteur lorsque aucun effort n'est appliqué sur ce dernier (mesure à vide). Il est appelé torseur d'offset du capteur. Dans le cas du manipulateur MC^2E , le capteur d'efforts mesure un torseur constant qui est la somme de la mesure à vide du capteur et de l'effort $\mathbf{w}_{8 \rightarrow 3}$ appliqué par les joints du trocart sur le guide.

Dans le reste de notre travail, on considère que le torseur d'offset du capteur d'efforts est :

$$\mathbf{w}_{\text{off}} = \mathbf{w}_{\text{offcap}} + \mathbf{w}_{8 \rightarrow 3} = [\mathbf{f}_{\text{off}}, \mathbf{m}_{\text{off}}].$$

La mesure fournie par le capteur devient :

$$\mathbf{w}_{\text{mes}} = \mathbf{w}_{4 \rightarrow 3} + \mathbf{w}_{\text{off}}. \quad (1.21)$$

En combinant les équations (1.19) à (1.21), on peut calculer le torseur d'interaction $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$ à partir d'un modèle de gravité et de la compensation de l'offset du capteur. En exprimant le torseur d'interaction au point S , centre du repère \mathcal{F}_s lié au capteur d'efforts, et en projetant la force et le moment dans \mathcal{B}_s , base du capteur d'efforts, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}|_S &= \begin{bmatrix} {}^s\mathbf{f}_{1 \rightarrow 7} \\ {}^s\mathbf{m}_{1 \rightarrow 7}(S) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}^s\mathbf{f}_{\text{mes}} - {}^s\mathbf{f}_{\text{off}} + \mathbf{R}_{s \rightarrow 0}(m^0\mathbf{g}) \\ {}^s\mathbf{m}_{\text{mes}} - {}^s\mathbf{m}_{\text{off}} + [\mathbf{R}_{s \rightarrow 0}(m^0\mathbf{g})]_{\times} {}^s\mathbf{d}_{GS} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

où ${}^s\mathbf{f}_{\text{mes}}$ et ${}^s\mathbf{m}_{\text{mes}}$ désignent respectivement les vecteurs force et moment mesurés par le capteur au point S , ${}^s\mathbf{d}_{GS}$ désigne le vecteur de G vers S (exprimé dans \mathcal{B}_s) qui traduit la position du centre de gravité G dans \mathcal{F}_s , et $[\mathbf{a}]_{\times}$ désigne la matrice antisymétrique du pré-produit vectoriel associée au vecteur \mathbf{a} . Cette matrice, définie par

$$[\mathbf{a}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix},$$

permet d'écrire, pour tout vecteur \mathbf{b} :

$$[\mathbf{a}]_{\times} \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}.$$

La matrice de rotation $\mathbf{R}_{s \rightarrow 0}$, donnée par

$$\mathbf{R}_{s \rightarrow 0} = \mathbf{R}_{s \rightarrow 2} \mathbf{R}_{2 \rightarrow 0}(\theta_1, \theta_2), \quad (1.23)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{2 \rightarrow 0}(\theta_1, \theta_2) &= (\mathbf{R}_{0 \rightarrow 2})^T \\ &= (\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} \mathbf{R}_{1 \rightarrow 2})^T, \end{aligned}$$

est la matrice de rotation obtenue à partir du modèle géométrique du robot présenté dans le paragraphe 1 ; et

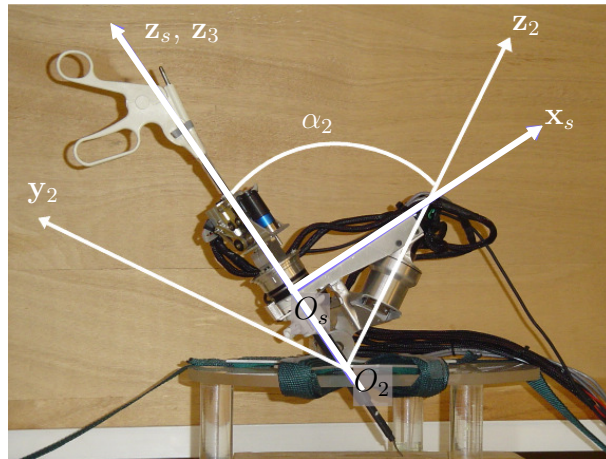


FIG. 1.10 – Robot MC^2E ainsi que les repères \mathcal{F}_s du capteur et \mathcal{F}_2 de l'axe θ_2 .

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{s \rightarrow 2} &= \mathbf{R}_{s \rightarrow 3}(\Theta_3 = 0) \mathbf{R}_{3 \rightarrow 2}(\Theta_3 = 0) \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \cos(\alpha_2) & -\sin(\psi) \sin(\alpha_2) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \cos(\alpha_2) & -\cos(\psi) \sin(\alpha_2) \\ 0 & \sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (1.24)
\end{aligned}$$

où $\mathbf{R}_{s \rightarrow 3}(\Theta_3 = 0)$ est la matrice qui décrit la rotation, autour de l'axe \mathbf{z}_s , entre le repère du capteur \mathcal{F}_s et le repère \mathcal{F}_3 d'un angle connu $\psi = 3\pi/2$ rad et pour un angle Θ_3 nul. La matrice $\mathbf{R}_{3 \rightarrow 2}(\Theta_3 = 0)$ est obtenue à partir du modèle géométrique du robot présenté dans le paragraphe 1.

Comme le montre l'équation (1.22), afin de pouvoir calculer le torseur d'interaction $\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7}$, il est nécessaire de connaître avec précision le torseur d'offset, le vecteur poids ($m^0 \mathbf{g}$) projeté dans \mathcal{B}_0 et la position du centre de gravité G dans le repère \mathcal{F}_s . En pratique, aucun de ces paramètres n'est connu par avance. En effet :

- le torseur d'offset du capteur dépend de la charge initiale appliquée sur ce dernier ainsi que des conditions de l'expérience telles que le montage des joints et la température ;
- comme le robot MC^2E est installé arbitrairement sur l'abdomen du patient, l'orientation du champ gravitationnel par rapport à la base du robot n'est pas connue a priori. Les coordonnées du vecteur gravité ${}^0 \mathbf{g}$, dans le repère \mathcal{F}_0 lié à la base du robot, ne sont donc pas connues ;
- le robot MC^2E permet l'utilisation de différents instruments de chirurgie qui peuvent avoir une masse différente d'une opération à une autre. De ce fait, la masse totale de l'ensemble (1), (2) et (3) ainsi que la position du centre de gravité G , peuvent varier d'une opération à une autre.

Par conséquent, au début de chaque opération, après avoir installé le robot sur le patient, on doit passer par une procédure d'étalonnage qui va permettre, en utilisant un algorithme d'estimation, de calculer le torseur d'offset \mathbf{w}_{off} , le vecteur poids ($m^0 \mathbf{g}$) et la position du centre de gravité G dans \mathcal{F}_s .

1.3.3.2 Identification paramétrique

Durant la procédure d'étalonnage, l'instrument ne doit entrer en contact avec aucun environnement ($\mathbf{w}_{1 \rightarrow 7} = 0$) et le torseur \mathbf{w}_{mes} est mesuré quand le robot est à l'arrêt (pour avoir des mesures stables que l'on peut éventuellement moyenner afin de réduire le bruit et pour que $\mathbf{w}_d = 0$).

L'équation (1.22) devient alors, pour la force mesurée :

$${}^s \mathbf{f}_{\text{mes}} = {}^s \mathbf{f}_{\text{off}} - \mathbf{R}_{s \rightarrow 0}(m^0 \mathbf{g}) , \quad (1.25)$$

et pour le moment mesuré

$${}^s \mathbf{m}_{\text{mes}}(S) = {}^s \mathbf{m}_{\text{off}} - [\mathbf{R}_{s \rightarrow 0}(m^0 \mathbf{g})]_{\times} {}^s \mathbf{d}_{G_{d_0} S} , \quad (1.26)$$

Afin d'identifier les paramètres inconnus de l'équation (1.25) qui sont l'offset en force du capteur ${}^s\mathbf{f}_{\text{off}}$ et le vecteur poids ($m^0\mathbf{g}$) exprimé dans \mathcal{F}_0 , on utilise un algorithme d'identification au sens des moindres carrés linéaires.

Le robot est placé en n positions différentes de l'espace de travail. Durant cette phase, on enregistre les positions angulaires :

$$\Theta_{1,i} \quad , \quad \Theta_{2,i} \quad \text{et} \quad d_{4,i} \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots, n$$

en même temps que les valeurs des forces ${}^s\mathbf{f}_{\text{mes},i}$ et des moments ${}^s\mathbf{m}_{\text{mes},i}(S)$ mesurés par le capteur d'efforts.

On cherche donc les paramètres qui minimisent :

$$e_f = \sum_{i=1}^n \left\| {}^s\mathbf{f}_{\text{off}} - \mathbf{R}_{s \rightarrow 0,i}(m^0\mathbf{g}) - {}^s\mathbf{f}_{\text{mes},i} \right\|^2 . \quad (1.27)$$

En résolvant $\frac{\partial e_f}{\partial (m^0\mathbf{g})} = 0$, on trouve le minimum de e_f pour :

$$\begin{aligned} (\widehat{m^0\mathbf{g}}) = & \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{0 \rightarrow s,i} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{s \rightarrow 0,i} - n\mathbf{I}_3 \right)^{-1} \right. \\ & \left. \left(\sum_{i=1}^n {}^0\mathbf{f}_{\text{mes},i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{0 \rightarrow s,i} \sum_{i=1}^n {}^s\mathbf{f}_{\text{mes},i} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.28)$$

et en résolvant $\frac{\partial e_f}{\partial {}^s\mathbf{f}_{\text{off}}} = 0$, on trouve le minimum de e_f pour :

$${}^s\hat{\mathbf{f}}_{\text{off}} = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n {}^s\mathbf{f}_{\text{mes},i} + \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{s \rightarrow 0,i} \right) (\widehat{m^0\mathbf{g}}) \right] \quad (1.29)$$

Une fois $(\widehat{m^0\mathbf{g}})$ calculé, on peut identifier les paramètres inconnus de l'équation (1.26) qui sont la position ${}^s\mathbf{d}_{GS}$ du centre de gravité G dans \mathcal{F}_s et l'offset en moment du capteur ${}^s\mathbf{m}_{\text{off}}$. Pour ce faire, on minimise, au sens des moindres carrés linéaires, le critère d'erreur suivant :

$$e_m = \sum_{i=1}^n \left\| {}^s\mathbf{m}_{\text{off}} - \left[\mathbf{R}_{s \rightarrow 0,i} (\widehat{m^0\mathbf{g}}) \right]_{\times} {}^s\mathbf{d}_{GS} - {}^s\mathbf{m}_{\text{mes},i}(S) \right\|^2 . \quad (1.30)$$

Pour rendre la procédure d'identification linéaire, on maintient, pendant la phase d'étalonnage, la pénétration de l'instrument constante à une valeur $d_4 = d_{4_0}$ afin que la position du centre de gravité G reste fixe dans \mathcal{F}_s . On note G_0 le point qui coïncide avec G pour $d_4 = d_{4_0}$ et ${}^s\mathbf{d}_{G_0S}$ sa position dans \mathcal{F}_s .

Les mesures obtenues pour $d_4 = d_{4_0}$ durant la phase d'étalonnage précédente, permettent

de calculer ${}^s\hat{\mathbf{d}}_{G_0S}$ et ${}^s\hat{\mathbf{m}}_{\text{off}}$ comme suit :

en notant par $[\mathbf{P}]_{i\times} = \left[\mathbf{R}_{s \rightarrow 0,i} \left(\widehat{m^0 \mathbf{g}} \right) \right]_{\times}$, et en résolvant $\frac{\partial e_m}{\partial {}^s\mathbf{d}_{G_0S}} = 0$,

on trouve le minimum de e_m pour :

$${}^s\hat{\mathbf{d}}_{G_0S} = \left[\left(\sum_{i=1}^n [\mathbf{P}]_{i\times}^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n [\mathbf{P}]_{i\times} \right)^2 \right)^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\mathbf{P}]_{i\times} \sum_{i=1}^n {}^s\mathbf{m}_{\text{mes},i}(S) - \sum_{i=1}^n [\mathbf{P}]_{i\times} {}^s\mathbf{m}_{\text{mes},i}(S) \right) \right] \quad (1.31)$$

et en résolvant $\frac{\partial {}^s e_m}{\partial {}^s\mathbf{m}_{\text{off}}} = 0$, on trouve le minimum de e_m pour :

$${}^s\hat{\mathbf{m}}_{\text{off}} = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n {}^s\mathbf{m}_{\text{mes},i} + \sum_{i=1}^n [\mathbf{P}]_{i\times} {}^s\hat{\mathbf{d}}_{G_0S} \right]. \quad (1.32)$$

Le résultat de l'équation (1.31) correspond à l'estimation de la position du centre de gravité G (qui coïncide avec G_0) dans \mathcal{F}_s pour une pénétration de l'instrument $d_4 = d_{4_0}$. Cependant, comme cette dernière ne restera pas fixe durant l'opération chirurgicale, une actualisation de la position de G dans \mathcal{F}_s est nécessaire.

Pour une pénétration d_4 de l'instrument, la position ${}^s\mathbf{d}_{GS}$ du centre de gravité peut être calculée en utilisant la définition du barycentre comme suit :

$${}^s\mathbf{d}_{GS} = \frac{m_1 {}^s\mathbf{d}_{G^1S} + m_{2,3} {}^s\mathbf{d}_{G^{2,3}S}}{m}, \quad (1.33)$$

où $m = m_1 + m_{2,3}$, m_1 dénote la masse de l'instrument (1) qui est supposée connue (facilement mesurable hors ligne), ${}^s\mathbf{d}_{G^1S}$ la position du centre de gravité G^1 de l'instrument dans \mathcal{F}_s , $m_{2,3}$ la masse de l'ensemble (2) et (3) (translateur et guide de translation) et ${}^s\mathbf{d}_{G^{2,3}S}$ la position du centre de gravité $G^{2,3}$ de cet ensemble dans \mathcal{F}_s qui ne dépend pas de d_4 .

Par ailleurs, le centre de gravité G_1 de l'instrument se déplace parallèlement à l'axe $\mathbf{z}_s = \mathbf{z}_4$ de l'instrument quand ce dernier translate de d_{4_0} à d_4 . Ce qui revient à écrire que

$${}^s\mathbf{d}_{G_0^1G} = (d_4 - d_{4_0}) {}^s\mathbf{z}_s.$$

On peut donc établir l'équation suivante pour la position de G_1 dans \mathcal{F}_s :

$${}^s\mathbf{d}_{G^1S} = (d_{4_0} - d_4) {}^s\mathbf{z}_s + {}^s\mathbf{d}_{G_0^1S}, \quad (1.34)$$

où ${}^s\mathbf{d}_{G_0^1S}$ est la position du centre de gravité G_0^1 de l'instrument durant la phase d'étalonnage lorsque $d_4 = d_{4_0}$.

En combinant l'équation (1.33) et l'équation (1.34) on obtient :

$${}^s\mathbf{d}_{GS} = \frac{m_1(d_{40} - d_4)}{m} {}^s\mathbf{z}_s + \underbrace{\frac{m_1 {}^s\mathbf{d}_{G_0^1S} + m_{2,3} {}^s\mathbf{d}_{G^{2,3}S}}{m}}_{{}^s\mathbf{d}_{G_0S}}, \quad (1.35)$$

La position du centre de gravité G de l'ensemble (1), (2) et (3) dans \mathcal{F}_s peut alors être estimée pour toute pénétration d_4 de l'instrument comme suit :

$${}^s\hat{\mathbf{d}}_{GS} = \frac{m_1(d_{40} - d_4)}{\hat{m}} {}^s\mathbf{z}_s + {}^s\hat{\mathbf{d}}_{G_0S}. \quad (1.36)$$

La masse estimée \hat{m} de l'ensemble (1), (2) et (3) peut être facilement obtenue avec :

$$\hat{m} = \frac{\|(\widehat{m^0\mathbf{g}})\|_2}{9.81 \text{ ms}^{-2}}. \quad (1.37)$$

Les validations expérimentales de l'algorithme de compensation de gravité sont présentées dans le chapitre 3.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le manipulateur porte-instrument MC^2E , destiné à une utilisation en chirurgie laparoscopique. Notre choix s'est porté sur la conception d'un système compact et léger, en rupture avec les dispositifs cliniques existants. Le robot MC^2E s'inscrit ainsi en cohérence avec de nombreux travaux entrepris simultanément dans différentes équipes de recherche, qui ont abouti à la proposition de cinématiques sphériques dont la base est posée sur le patient [Berkelman 03a, Maurin 05, Lum 04].

Au sein de cette famille, MC^2E se distingue essentiellement par ses capacités de mesure des efforts. Un dispositif original a été proposé qui permet, grâce à un capteur proximal, de mesurer les efforts appliqués sur les organes au niveau de l'extrémité distale de l'instrument. La propriété essentielle de ce système est que les perturbations engendrées par la présence d'un trocart étanche n'influencent pas la mesure, de sorte qu'une simple compensation du poids embarqué par le capteur est nécessaire pour la mesure. Cette compensation peut se faire en exploitant des algorithmes tout-à-fait classiques en robotique, avec cependant la particularité que, le robot étant monté sur le patient, l'orientation de sa base est inconnue et doit être identifiée après l'installation du robot.

Avant de présenter les résultats expérimentaux au chapitre 3, nous nous intéressons au chapitre 2 à la mise en œuvre de la commande en effort de ce dispositif, en considérant la classe générale des systèmes cinématiquement contraints à laquelle il appartient.

Chapitre 2

Commande en Effort des Manipulateurs Cinématiquement Contraints

Dans ce chapitre, on s'intéresse au problème de la commande en effort des *Manipulateurs Cinématiquement Contraints* (MCC). Les MCC sont des robots qui ont moins de degrés de liberté que la dimension de l'espace physique dans lequel évolue leur corps terminal.

La commande en vitesse des MCC est un problème connue des roboticiens. Il peut être simplement résolu par une sélection appropriée des composantes du torseur cinématique mesuré. En ce qui concerne la commande en effort, on montre dans la première partie de ce chapitre, à travers un état de l'art et l'étude d'un exemple de MCC plan, que l'approche de sélection de composantes peut conduire à une instabilité cinématique, en particulier quand la géométrie du contact n'est pas connue a priori.

Le paragraphe 2.2 est consacré à la présentation des notations utilisées et du modèle simplifié du robot. Dans le paragraphe 2.4, l'approche de sélection des composantes est appliquée à la commande en vitesse opérationnelle d'un MCC et une analyse de passivité est proposée. Dans le paragraphe 2.5, on traite le problème de la commande en effort des MCC et on établit les conditions de passivité de deux méthodes de projection des efforts dans l'espace articulaire. Une formulation passive de la commande en viscosité pour les MCC est présentée dans le paragraphe 2.6, où deux schémas de commande différents ont été considérés : commande en viscosité avec boucle interne en effort et commande en viscosité avec boucle interne en vitesse.

À la fin des paragraphes 2.5 et 2.6, des simulations de la commande en effort et de la commande en viscosité avec boucle interne en effort appliquées à un MCC plan sont présentées.

2.1 Contraintes et objectifs

De nos jours, on rencontre de plus en plus de robots qui ont une géométrie particulière qui les rend plus adaptés à la tâche pour laquelle ils ont été construits. Une partie de ces robots ont moins de degrés de liberté que la dimension de l'espace où leur corps terminal évolue. Ces robots sont appelés ici *Manipulateur Cinématiquement Contraints* (MCC).

On peut citer, par exemple, les robots qui n'offrent que 4 ou 5ddl comme le LRMate 100iB (Fanuc Robotics, <http://www.fanuc.co.jp>) et le DR-3000/DR-3200 (Daihen Corp., <http://www.daihen.co.jp>) en industrie, ou encore l'Ericc3 (Cybernetix Industrie, <http://www.cybernetix.fr>) et le WAM (Barrett Technology Inc., <http://www.barrett.com>) en éducation et recherche.

Le robot MC^2E fait partie de cette famille de manipulateurs car il ne possède que 4-ddl (l'espace des tâches est réduit à $\mathbb{R} \times SO(3)$ }) et son corps terminal évolue dans $SE(3)$ (cf. paragraphe 1.2).

La commande en vitesse des MCC à n -axes est un problème connu des roboticiens. Il peut être simplement résolu par une sélection appropriée de n composantes du torseur cinématique mesuré. Le problème devient alors carré à n -mesures et n -axes à commander. De plus, cette solution permet de préserver la passivité du système, comme il est montré dans le paragraphe 2.4.

En ce qui concerne la commande en effort, des études ont montré que l'approche de sélection de composantes n'est pas appropriée et qu'elle pouvait conduire à l'instabilité du système, en particulier quand la géométrie du contact n'est pas connue a priori. Cette forme d'instabilité est qualifiée dans la littérature *d'instabilité cinématique* car elle ne dépend ni de la dynamique du robot ni de celle de l'environnement mais uniquement de la direction des efforts à commander et de la géométrie du manipulateur.

Ce problème a été reporté initialement, dans [An 87] puis dans [Zhang 89]. Dans [An 87], il est montré que la stabilité cinématique de la commande hybride position/force proposée par Raibert et Craig [Raibert 81] [Perdereau 91] dépend fortement de la géométrie du manipulateur et donc du jacobien. De plus, l'auteur, dans [Zhang 89], propose une condition nécessaire et suffisante qui permet de tester la stabilité cinématique de la commande en effort. L'approche proposée n'est pas constructive et ne sert que de test de stabilité. En d'autres termes, aucune solution n'est proposée pour résoudre le problème de l'instabilité cinématique. Dans [Chung 91], l'auteur montre, à travers un exemple, que la commande en compliance cartésienne (cartesian compliant control) d'un manipulateur plan peut devenir cinématiquement instable pour certaines configurations du manipulateur. Pour éviter ce problème d'instabilité cinématique, inhérent à la commande en effort cartésienne, une approche alternative est proposée. Cette solution consiste à obtenir une commande en compliance articulaire en projetant l'erreur cartésienne de force dans l'espace articulaire. La stabilité du schéma de commande proposé n'est validée qu'expérimentalement sur un manipulateur plan et aucune analyse de stabilité rigoureuse n'est établie pour un cas générique 3D.

Dans [Yi 91], l'utilisation même d'une matrice de sélection est caractérisée comme une autre source d'instabilité cinématique des manipulateurs commandés en effort. En effet, il est montré que la commande en effort peut devenir instable si le choix de la direction des efforts à commander n'est pas fait avec précaution en prenant en compte la configuration du manipulateur. Par ailleurs, les auteurs proposent une méthode analytique et graphique qui permet de trouver, en fonction de la configuration du robot, les directions stables des efforts dans lesquelles le manipulateur peut être commandé en effort. Cette méthode n'est pas adaptée aux manipulateurs 3D.

Une première explication du problème de l'instabilité cinématique a été donnée dans [Fisher 91]. Il est montré que l'instabilité cinématique de la commande hybride position/force est introduite par la sélection de composantes. Une solution alternative qui, selon les auteurs, garantit la stabilité cinématique du système est proposée. Cette solution consiste à spécifier la tâche à effectuer (sélectionner les directions des efforts à commander) en utilisant un projecteur orthogonal, au lieu d'utiliser une matrice de sélection classique. Cependant, la notion de projecteur orthogonal a été sévèrement critiquée dans [Lipkin 88]. De plus, dans [Joly 97], un contre exemple est donné, montrant que la projection orthogonale proposée dans [Fisher 91] ne permet pas d'éviter les instabilités cinématiques dans tous les cas. La solution proposée dans [Joly 97] consiste à spécifier la tâche à effectuer en utilisant un projecteur dynamique. Cette approche permet de conserver la passivité du contrôleur, ce qui garantit la stabilité cinématique de la commande hybride position/force. Cependant, puisque le projecteur dynamique est calculé à partir du modèle du manipulateur, une erreur dans l'estimation de ce dernier pourrait affecter la stabilité du système.

Une autre approche intéressante, basée sur la dualité cinémato-statique (réciprocité forces/déplacements), a été proposée récemment dans [Shen 05]. Il s'agit de formuler la commande hybride position/force dans l'espace articulaire et de spécifier la tâche à accomplir en utilisant un projecteur cinématique calculé à partir du modèle de contact et du modèle dynamique du manipulateur. De plus, cette approche est la seule dans la littérature, à notre connaissance, dont l'application aux MCC est évoquée.

Le problème de sélection de composantes, traité dans notre cas, est différent de celui de la commande hybride position/force. En commande hybride position/force, le choix des directions des efforts à commander (que ce soit par une matrice de sélection ou par un projecteur orthogonal), se fait en fonction de la géométrie du contact qui est connue. Dans le cas qui nous intéresse, la géométrie de contact n'est pas connue à l'avance et les efforts de contact peuvent être appliqués dans des directions arbitraires. En effet, pour des applications complexes, comme la co-manipulation, les efforts de contact peuvent être appliqués en différents endroits par un ou plusieurs opérateurs.

Ce problème de la sélection des composantes pour les MCC peut alors être présenté comme suit :

Étant donné un MCC non singulier à n ddl dont l'effecteur interagit avec un environnement inconnu, comment sélectionner n directions des efforts à mesurer et à asservir, pour que le système soit cinématiquement stable ?

La réponse à cette question doit être formulée avec précaution comme le montre l'exemple ci-après.

Considérons un manipulateur plan à 1 ddl en rotation qui co-manipule une charge de masse importante avec un opérateur A, comme illustré dans la figure 2.1. Supposons que

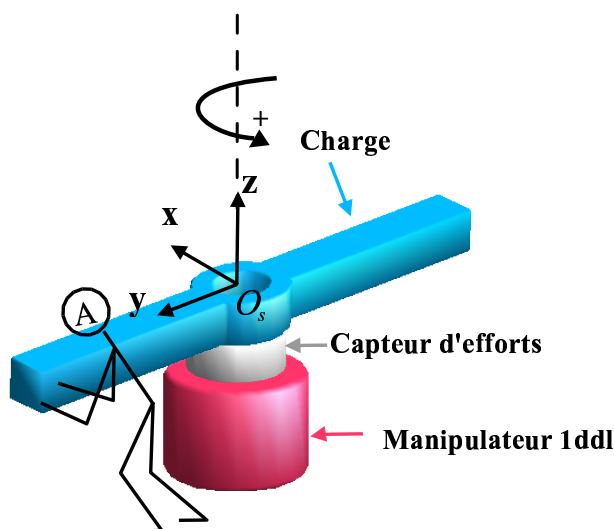


FIG. 2.1 – Manipulateur 1ddl qui co-manipule une charge avec un opérateur A.

le comportement désiré du système soit la transparence, c'est-à-dire que la charge ne doit pas résister aux forces appliquées par l'opérateur. Ce comportement peut être obtenu par une commande en effort avec un effort désiré nul.

Pour ce faire, on équipe le manipulateur d'un capteur d'efforts qui permet de mesurer les efforts externes appliqués sur le robot. Dans le cas plan décrit ici, les composantes de l'effort mesuré sont les forces f_x et f_y selon les axes x et y et le moment m_z (au point O_s) selon l'axe z (cf. figure 2.1).

Par ailleurs, comme le robot ne possède que 1 ddl, il est impossible d'asservir toutes ces composantes mesurées à leurs valeurs désirées. Une solution triviale consiste, par exemple, à sélectionner la force f_x et à l'asservir à une valeur désirée nulle. L'erreur construite dans ce cas est :

$$\varepsilon_f = -f_x = \mathbf{R} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m_z \end{bmatrix} \right), \quad (2.1)$$

où $\mathbf{R} = [1 \ 0 \ 0]$ est la matrice de réduction qui permet de construire une erreur à une dimension à partir d'une erreur torsorielle (à 3 composantes). On peut noter que la matrice de réduction est liée à la matrice de sélection utilisée en commande hybride par :

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Grâce à cette commande en effort, le manipulateur est transparent et produira une vitesse

(ou un couple) articulaire négative en réponse aux forces f_x positives appliquées. Cependant, si l'opérateur A est remplacé par l'opérateur B, (cf. figure 2.2), le système

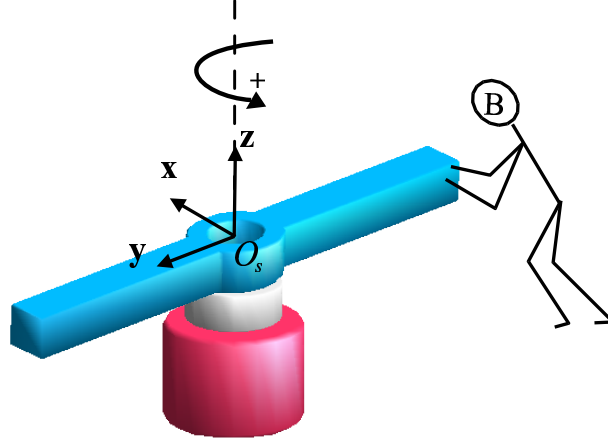


FIG. 2.2 – Manipulateur 1ddl qui co-manipule une charge avec un opérateur B.

réagira de façon instable. En effet, la commande en force obtenue à partir de l'erreur ϵ_f , ne permet pas de différencier entre la force appliquée par l'opérateur A et l'opérateur B. Si la commande en effort est stable vis-à-vis des forces appliquées par l'opérateur A, elle sera nécessairement instable vis-à-vis des forces appliquées par l'opérateur B.

La solution à ce problème consiste à commander le moment selon \mathbf{z} au lieu de commander la force selon \mathbf{x} . En effet, en choisissant

$$\epsilon_f = -m_z = \mathbf{R} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m_z \end{bmatrix} \right), \quad (2.2)$$

où $\mathbf{R} = [0 \ 0 \ 1]$,

le comportement du système sera toujours transparent et réagira de façon stable quel que soit le point d'application des efforts.

Cet exemple montre que, si on se place dans un cas simple où la géométrie du contact est connue (c'est-à-dire si on sait par avance que l'opérateur est placé en A), il est possible de sélectionner les composantes de l'effort à asservir sans introduire d'instabilité. En revanche, pour des applications complexes, comme la co-manipulation où le point d'application et la direction des efforts de contact n'est pas connue a priori, la sélection des composantes peut rendre le système instable.

Dans le paragraphe 2.5 nous allons montrer que la condition nécessaire pour que le système commandé en effort réponde de façon passive, donc stable, est que la matrice jacobienne du manipulateur \mathbf{J} et la matrice de sélection \mathbf{S} vérifient : $\mathbf{J} = \mathbf{S}\mathbf{J}$ (ce qui est le cas dans l'exemple ci-dessus avec la sélection des moments). Pour cela nous avons besoin d'utiliser un modèle linéaire simplifié du MCC pour l'analyse de stabilité.

2.2 Modélisation

2.2.1 Modèle cinématique et de transmission des efforts pour les MCC

Soit un robot à n -axes indépendants dont la position du corps terminal évolue dans $SE(3) := \{ \mathbb{R}^3 \times SO(3) \}$ et soit $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur position articulaire de ce robot. Le modèle cinématique de ce MCC est donné par :

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(P/S_0) \\ \boldsymbol{\omega}(S_n/S_0) \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.3)$$

où $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^6$ regroupe les composantes des vecteurs vitesse linéaire et vitesse de rotation de l'effecteur du robot, $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ est la matrice jacobienne du manipulateur et $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur vitesse articulaire.

Comme d'une part la matrice $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ est non carrée et d'autre part $n < \dim(SE(3))$, ($\dim(SE(3)) = 6$), on ne peut pas spécifier arbitrairement une vitesse désirée \mathbf{v}_d à 6-composantes et calculer la vitesse articulaire correspondante à $n < 6$ composantes. Autrement dit, le robot n'a pas assez de mobilité pour atteindre \mathbf{v}_d . La solution à ce problème est donnée dans le paragraphe 2.4, où l'approche de sélection de composantes est appliquée.

Le modèle de transmission des efforts est obtenu en combinant le principe des puissances virtuelles avec l'équation (2.3), ce qui conduit à :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m}(P) \end{bmatrix} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}, \quad (2.4)$$

où $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des efforts généralisés aux liaisons¹ et $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^6$ est le vecteur regroupant les éléments de réduction du torseur d'effort (forces, moments), appliqué par l'effecteur du robot sur l'environnement, équivalent à $\boldsymbol{\tau}$ (c'est-à-dire, produisant les mêmes effets mécaniques que $\boldsymbol{\tau}$). Là aussi, comme $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$ n'est pas carré, \mathbf{w} n'est pas commandable par $\boldsymbol{\tau}$.

Il faut noter que le problème de la commande en effort est fondamentalement différent de celui de la commande en vitesse.

En effet, supposons qu'une vitesse \mathbf{v}_d est spécifiée, telle que \mathbf{v}_d soit dans l'image de $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ ($\mathbf{v}_d \in \text{Im}(\mathbf{J}(\mathbf{q}))$). Comme, hors singularité, le noyau de $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ est de dimension nulle ($\dim(\text{N}(\mathbf{J}(\mathbf{q}))) = 0$), l'équation (2.3) permet de calculer l'unique $\dot{\mathbf{q}}_d$ correspondant à \mathbf{v}_d . L'application de $\dot{\mathbf{q}}_d$ aux articulations du robot produira nécessairement la vitesse \mathbf{v}_d au niveau de l'effecteur.

Par contre, si un effort désiré $\mathbf{w}_d \in \mathbb{R}^6$ est spécifié, l'équation (2.4) permet de calculer

¹Dans un souci d'abréviation, le vecteur des efforts généralisés aux liaisons $\boldsymbol{\tau}$ sera appelé *couple articulaire*. Cependant, il faut garder à l'esprit que les composantes de ce vecteur peuvent être des forces ou des couples, selon la nature de la liaison correspondante (rotoïde ou prismatique).

l'unique couple articulaire correspondant $\boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}_d$. L'application de ce couple $\boldsymbol{\tau}_d$ aux articulations du robot produira, au niveau de son effecteur, un effort équivalent \mathbf{w} qui vérifie :

$$\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w} = \boldsymbol{\tau}_d \Rightarrow \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}_d . \quad (2.5)$$

Comme la dimension de $N(\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))$ est non nulle, l'équation (2.5) ne garantit pas que l'effort résultant \mathbf{w} soit égal à l'effort désiré \mathbf{w}_d . La solution générale donnée par l'équation (2.5) est telle que la projection de $(\mathbf{w} - \mathbf{w}_d)$ soit dans le noyau de $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$. On parlera dans ce cas d'équilibre entre les torseurs d'efforts résultant \mathbf{w} et désiré \mathbf{w}_d , et non d'égalité entre les torseurs, [Murray 94].

On est donc face à un problème hyperstatique qui, pour être résolu, nécessite la connaissance du modèle de déformation de l'environnement.

2.2.2 Modèle dynamique simplifié du robot

Dans ce chapitre on étudie le problème des instabilités cinématiques des MCC dans la commande en efforts. Pour simplifier l'analyse du problème, on utilisera un modèle dynamique linéarisé du robot, attendu que ces simplifications ne modifient pas le problème cinématique étudié.

Le modèle dynamique inverse d'un manipulateur à n -axes est généralement exprimé sous la forme :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\Gamma}_f = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_e , \quad (2.6)$$

où :

- $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ représentent, respectivement, les vecteurs position, vitesse et accélération articulaire du robot ;
- $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ est la matrice symétrique définie positive d'inertie du robot ;
- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ est le vecteur des couples articulaires de Coriolis et centrifuges ;
- $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ est le vecteur des couples articulaires de gravité ;
- $\boldsymbol{\Gamma}_f$ est le vecteur des couples articulaires dissipatifs (frottements) ;
- $\boldsymbol{\tau}$ est le vecteur de commande des couples articulaires (couple produit par les actionneurs) ;
- $\boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}_e$ est le couple articulaire équivalent aux efforts extérieurs \mathbf{w}_e appliqués par le robot sur l'environnement. Par convention, on note $-\mathbf{w}_e$ le torseur d'effort extérieur appliqué par l'environnement sur le robot.

Afin de linéariser partiellement le modèle dynamique du robot, on utilise, au bas niveau du contrôleur, un boucle de rétroaction en vitesse articulaire à gain proportionnel (retour tachymétrique). Le couple de commande est alors donné par :

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_c , \quad (2.7)$$

où

- \mathbf{B} est une matrice diagonale définie positive qui représente le gain proportionnel de la boucle de rétroaction en vitesse articulaire ;
- $\hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ est le terme de compensation des couples articulaires de Coriolis et centrifuges ;
- $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$ est le terme de compensation des couples articulaires de gravité ;
- $\boldsymbol{\tau}_c$ est le nouveau vecteur de commande des couples articulaires.

D'un point de vue mécanique, la boucle de rétroaction en vitesse $\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$ représente un terme de frottements visqueux additionnel. Si le gain \mathbf{B} est choisit assez grand, alors $\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$ devient prédominant par rapport à $\boldsymbol{\Gamma}_f$. Les frottements secs présents aux articulations sont donc *noyés* dans un frottement visqueux linéaire.

De plus, si les termes de compensations sont assez précis, alors on peut écrire le modèle dynamique du robot sous la forme linéarisée suivante :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_c - \boldsymbol{\tau}_e . \quad (2.8)$$

Dans le reste de notre travail, on considère que le robot évolue autour d'un point de fonctionnement \mathbf{q}_0 , ce qui nous permet de linéariser localement le modèle dynamique du robot en considérant $\mathbf{M}(\mathbf{q}_0) = \mathbf{M}$ constante.

Le modèle dynamique linéarisé du robot devient alors :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_c - \boldsymbol{\tau}_e . \quad (2.9)$$

De plus, le fait de travailler autour d'un point de fonctionnement nous permet aussi de linéariser le modèle cinémato-statique du manipulateur :

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{w} ,$$

où $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_0)$.

Il est important de rappeler que la linéarisation du modèle dynamique du robot autour d'un point de fonctionnement n'intervient que dans le but de simplifier l'analyse de passivité en utilisant des outils d'analyse linéaires. Cette linéarisation n'influence pas l'analyse du problème de l'instabilité cinématique des MCC. Par ailleurs, on sait aussi que le modèle dynamique du manipulateur est toujours passif même s'il n'est pas linéarisé [Murray 94].

2.3 La passivité

Lorsque l'on considère un robot en contact avec un environnement, la stabilité de la commande en boucle fermée dépend non seulement de la dynamique du robot, mais aussi de celle de l'environnement.

Pour des applications simples, la stabilité de la commande peut être obtenue en se basant sur un modèle connu de l'environnement. Cependant, pour des applications avancées, il est difficile de modéliser l'environnement. Par exemple, pour des applications de co-

manipulation en robotique chirurgicale mini-invasive, il faut tenir compte, notamment, du chirurgien, des organes qui présentent des mouvements physiologiques et de la géométrie des contacts qui est inconnue, ce qui semble impossible à réaliser.

L'outil privilégié pour garantir la stabilité de tels systèmes complexes est l'analyse de passivité. Plus précisément, on cherche à ce que le port d'interaction² entre le robot et l'environnement soit passif (ne crée pas d'énergie). En d'autres termes, le transfert entre les efforts externes $-\mathbf{w}_e$ appliqués au système et la vitesse \mathbf{v} du système ne crée pas d'énergie.

Une fois la passivité³ de ce port vérifiée, le système interagira via ce port, de façon stable, avec n'importe quel environnement passif.

2.3.1 Définition de la passivité

Une définition générale de la passivité, inspirée de la théorie des réseaux, permet d'énoncer qu'un système est passif en un port d'interaction lorsque, pour un état initial quelconque du système et pour une entrée quelconque appliquée au système, la puissance extérieure, fournie au système via ce port, est positive, [Khalil 02].

En pratique, chaque port d'interaction est caractérisé par une variable d'entrée \mathbf{u} (un effort ou un flux), et une variable de sortie \mathbf{y} (un flux ou un effort). Pour les systèmes mécaniques, les variables d'entrée et de sortie sont l'effort (\mathbf{w} ou $\boldsymbol{\tau}$) et la vitesse (\mathbf{v} ou $\dot{\mathbf{q}}$). Pour les systèmes linéaires invariants, un port d'interaction, d'entrée \mathbf{u} et de sortie \mathbf{v} , est caractérisé par ses opérateurs immittance \mathbf{Z} (impédance) ou \mathbf{Y} (admittance) avec $\mathbf{v} = \mathbf{Z}(s)\mathbf{u}$ et $\mathbf{u} = \mathbf{Y}(s)\mathbf{v}$. Ces opérateurs sont des matrices de transfert de fonctions réelles rationnelles en la variable de Laplace $s = \sigma + j\omega$.

Ce port d'interaction est passif si et seulement si la matrice $\mathbf{Y}(s)$ est Positive Réelle (PR), [Khalil 02].

De plus, d'après la Propriété 1 ci-après, la passivité d'un port d'interaction peut aussi être montrée par l'étude de la Positivité Réelle de $\mathbf{Z}(s)$.

Propriété 1. : Si $\mathbf{Y}(s)$ est positive réelle et que $\mathbf{Z}(s) = \mathbf{Y}^{-1}(s)$ et $[\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}(s)]^{-1}$ existent, alors $\mathbf{Z}(s)$ est PR. ■

Cette propriété est très pratique car elle permet d'avoir le choix de montrer la passivité d'un port d'interaction soit par l'étude de la positivité réelle de son admittance $\mathbf{Y}(s)$, soit par l'étude de la positivité réelle de son impédance $\mathbf{Z}(s)$.

D'une façon générale, la Positivité Réelle d'une matrice de transfert de fonctions réelles rationnelles peut être montrée en utilisant la propriété suivante, [Anderson 73] :

²Le port d'interaction d'un système correspond au point d'échange de puissance entre le système et la source d'énergie extérieure.

³Dans ce chapitre, on s'intéresse à la passivité simple et non à la *passivité stricte* car, en pratique, le port d'interaction n'a pas besoin d'avoir un excès de passivité pour garantir la stabilité du système [Khalil 02].

Propriété 2. : Soit $\mathbf{T}(s)$, une matrice de transfert de fonctions réelles rationnelles en s . Soit $s_k = \sigma_k + j\omega_k$, $k \in \{1..m\}$, les pôles des tous les éléments $\mathbf{T}_{ij}(s)$ de $\mathbf{T}(s)$, et ω_l , $l \in \{1..p\}$, les pôles imaginaires purs de tous les éléments $\mathbf{T}_{ij}(s)$ de $\mathbf{T}(s)$.

La matrice $\mathbf{T}(s)$ est Positive Réelle (PR) **si et seulement si** :

1. $\forall k \in \{1..m\}$, $\Re(s_k) = \sigma_k \leq 0$;
2. $\forall l \in \{1..p\}$, $j\omega_l$ est un pôle simple et la matrice des résidus associés est Hermitienne⁴ Semi-Définie Positive (SDP). Cette matrice des résidus associés se calcule par :

$$\mathbf{K}_0 = \lim_{s \rightarrow j\omega_l} (s - j\omega_l)\mathbf{T}(s) , \text{ si } j\omega_l \text{ est un pôle fini} \quad (2.10)$$

et par :

$$\mathbf{K}_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{T}(s)}{s} , \text{ si } j\omega_l \text{ est un pôle infini} \quad (2.11)$$

Il faut noter que si $\mathbf{T}(s)$ possède un zéro alors ce dernier est considéré comme un pôle imaginaire pur à l'infini.

3. $\mathbf{T}^T(-j\omega) + \mathbf{T}(j\omega) = \mathbf{T}^*(j\omega) + \mathbf{T}(j\omega)$ est Semi-Définie Positive (SDP), pour tout $\omega \in \mathbb{R} - \{\omega_l, l \in \{1..p\}\}$.

■

À titre d'exemple, nous allons étudier la passivité du modèle linéaire du manipulateur en utilisant sa matrice de transfert admittance :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Y}_R(s)(-\boldsymbol{\tau}_e) , \quad \text{avec :} \quad \mathbf{Y}_R(s) = (\mathbf{M}s + \mathbf{B})^{-1} \quad (2.12)$$

On montre facilement la PR de $\mathbf{Y}_R(s)$ en utilisant la définition donnée dans la Propriété 2 :

- Les pôles de $\mathbf{Y}_R(s)$ sont les solutions de $\det(\mathbf{M}s + \mathbf{B}) = 0$, c'est-à-dire, les valeurs propres de $-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}$. Comme \mathbf{M} (donc \mathbf{M}^{-1}) et \mathbf{B} sont des matrices symétriques Définies Positives (DP), alors les valeurs propres de $-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}$ sont toutes réelles strictement négatives.
- $\mathbf{Y}_R(s)$ n'a pas de pôles imaginaires purs.
- On montre facilement que $\mathbf{Y}_R^T(-j\omega) + \mathbf{Y}_R(j\omega)$ est DP si \mathbf{B} est DP.
En effet, la définie positivité de $\mathbf{Y}_R^T(-j\omega) + \mathbf{Y}_R(j\omega)$ est équivalente à celle de

$$(j\mathbf{M}\omega + \mathbf{B})[\mathbf{Y}_R^T(-j\omega) + \mathbf{Y}_R(j\omega)](-j\mathbf{M}^T\omega + \mathbf{B}^T) ,$$

ce qui donne :

$$(j\mathbf{M}\omega + \mathbf{B})[\mathbf{Y}_R^T(-j\omega) + \mathbf{Y}_R(j\omega)](-j\mathbf{M}^T\omega + \mathbf{B}^T) = 2\mathbf{B} ,$$

car $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$ et $\mathbf{B} = \mathbf{B}^T$.

⁴Une matrice carrée complexe \mathbf{A} est dite Hermitienne si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^* = \bar{\mathbf{A}}^T$, où $\bar{\mathbf{A}}$ est la matrice conjuguée de \mathbf{A} .

Ainsi, le port d'interaction du manipulateur, donné par la matrice admittance $\mathbf{Y}_R(s)$, est passif pour tout choix de \mathbf{B} symétrique DP.

2.4 Commande en vitesse opérationnelle

Considérons le problème de la commande en vitesse opérationnelle des MCC. Comme on ne peut contrôler indépendamment que n composantes du torseur cinématique du robot, la vitesse commandable du robot peut être *réduite* à :

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{R}\mathbf{v} , \quad (2.13)$$

où $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times 6}$ est la matrice de réduction qui permet de sélectionner les composantes de \mathbf{v} à commander. Chaque ligne de \mathbf{R} est formée de zéros sauf pour la colonne correspondante à l'élément sélectionné de \mathbf{v} où un 1 est utilisé.

Dans la suite, nous utiliserons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 1. : Les matrices \mathbf{R} , \mathbf{J} et $\mathbf{R}\mathbf{J}$ sont de rang plein n . ■

En pratique, cette hypothèse n'est pas restrictive : le fait que \mathbf{R} soit de rang n veut dire que n composantes différentes de \mathbf{v} ont été sélectionnées ; \mathbf{J} est de rang n veut dire que le robot n'est pas en singularité ; $\mathbf{R}\mathbf{J}$ est de rang n veut dire que le paramétrage réduit choisi ne crée pas de singularité. En d'autres termes, les n composantes sélectionnées sont linéairement indépendantes, ce qui rend la vitesse $\tilde{\mathbf{v}}$ commandable.

En notant $\tilde{\mathbf{v}}_d$ la valeur désirée du torseur cinématique réduit, le schéma de la commande en vitesse opérationnelle pour les MCC peut être donné par la figure 2.3, où $(\tilde{\mathbf{v}}_d - \tilde{\mathbf{v}})$ est l'erreur en vitesse à asservir.

L'Hypothèse 1 permet de calculer l'erreur articulaire $\epsilon_{\dot{\mathbf{q}}}$ correspondante à $(\tilde{\mathbf{v}}_d - \tilde{\mathbf{v}})$:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\dot{\mathbf{q}}} &= \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}} \\ &= \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_d - \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \tilde{\mathbf{v}} \\ &= \tilde{\mathbf{J}}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_d - \tilde{\mathbf{v}}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

où $\tilde{\mathbf{J}} := (\mathbf{R}\mathbf{J}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice jacobienne réduite telle que :

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{R}\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} . \quad (2.15)$$

Le correcteur en vitesse articulaire $\mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$ permet de calculer le couple de commande à partir de l'erreur articulaire comme suit :

$$\boldsymbol{\tau}_c = \mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)\boldsymbol{\epsilon}_{\dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)\tilde{\mathbf{J}}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_d - \tilde{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}) . \quad (2.16)$$

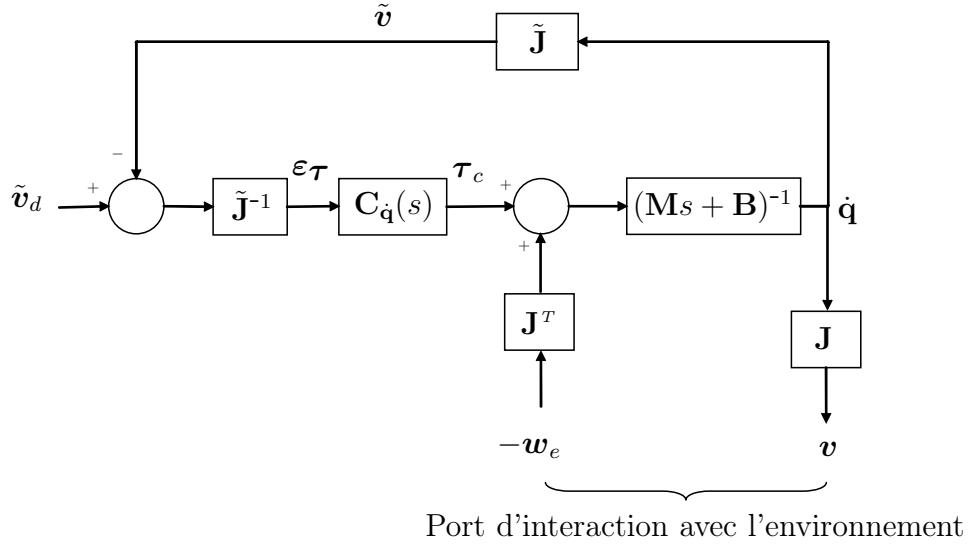


FIG. 2.3 – Commande en vitesse opérationnelle pour les MCC.

L'admittance du port d'interaction du schéma de commande en vitesse est alors donnée par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{Y}_v(s)(-\mathbf{w}_e) \Rightarrow \mathbf{Y}_v(s) = \mathbf{J} [\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_R(s)\mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)]^{-1} \mathbf{Y}_R(s)\mathbf{J}^T . \quad (2.17)$$

Considérons qu'un correcteur Proportionnel-Intégral (PI) est utilisé :

$$\mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) = \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} , \quad (2.18)$$

où $\mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices de constantes diagonales DP qui correspondent respectivement au gain proportionnel et au gain intégral du correcteur. Comme \mathbf{J} est de rang plein n , la passivité de $\mathbf{Y}_v(s)$ est équivalente à celle de :

$$\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) = [\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_R(s)\mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)]^{-1} \mathbf{Y}_R(s) . \quad (2.19)$$

Proposition 1. : *L'admittance $\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$, est passive pour tout choix des gains \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} symétriques DP.* ■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.1.

Finalement, comme \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} sont diagonales DP et \mathbf{J} est de rang plein n , alors l'admittance $\mathbf{Y}_v(s)$ est passive.

L'interprétation de ce résultat est que, tant que l'approche de sélection de composantes pour la commande en vitesse des MCC conserve le rang de la transmission cinématique ($\text{rang}(\mathbf{J}) = \text{rang}(\mathbf{R}\mathbf{J}) = n$), la passivité du port d'interaction, donc la stabilité du système, est assurée. Par contre, comme détaillé dans le paragraphe suivant, l'approche de sélection de composantes pour la commande en effort des MCC peut créer une perte de passivité.

2.5 Commande en effort des MCC

2.5.1 Commande en couple articulaire

Pour étudier la commande en effort des MCC, nous allons d'abord considérer le cas où le manipulateur est équipé de capteurs de couples articulaires. Ces capteurs, placés aux articulations du robot, permettent de mesurer le couple articulaire ($-\tau_e$) équivalent à l'effort extérieur ($-\mathbf{w}_e$) appliqué au niveau de l'effecteur de robot.

Pour commander en effort un tel système, le schéma de commande de la figure 2.4 peut être utilisé. Dans ce cas, l'erreur en couple ε_τ est construite en comparant le couple désiré

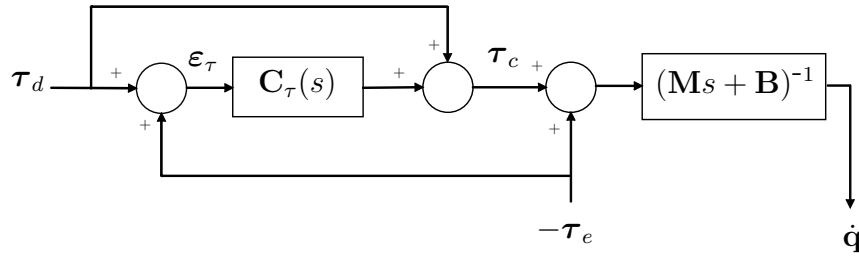


FIG. 2.4 – Schéma de commande en couple articulaire.

τ_d au couple mesuré τ_e . Cette erreur est ensuite présentée au correcteur articulaire $C_\tau(s)$ qui est, en général, de type PI avec un terme d'anticipation. Ce type de correcteur permet d'avoir une bande passante suffisante et de compenser les frottements secs du système. Le couple de commande résultant est alors donné par :

$$\tau_c = \tau_d + \underbrace{\left(\mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} \right)}_{:=C_\tau(s)} (\tau_d - \tau_e) , \quad (2.20)$$

où les gains du correcteur $\mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices constantes diagonales DP.

L'admittance du port d'interaction avec l'environnement (au niveau articulaire) est :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Y}_\tau(s)(-\tau_e) \Rightarrow \mathbf{Y}_\tau(s) = (\mathbf{M}s + \mathbf{B})^{-1} \left(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} \right) . \quad (2.21)$$

Proposition 2. : L'admittance $\mathbf{Y}_\tau(s)$, donnée dans l'équation (2.21), est passive si et seulement si :

$$\begin{cases} \text{a) } \mathbf{M} = \mathbf{K}_p \mathbf{M} \mathbf{K}_p^{-1} , \\ \text{b) } (\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p)\mathbf{B} - \mathbf{K}_i\mathbf{M} \text{ est SDP} \end{cases} \quad (2.22)$$

■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.2.

L'équation (2.22-a) n'est vérifiée que si tout vecteur propre de \mathbf{M} , multiplié par \mathbf{K}_p , reste vecteur propre de \mathbf{M} . Comme \mathbf{M} est, dans le cas général, ni diagonale ni constante sur l'espace de travail du manipulateur (rappelons que \mathbf{M} n'est définie que localement autour d'un point de fonctionnement \mathbf{q}_0), un choix possible pour \mathbf{K}_p est⁵ :

$$\mathbf{K}_p = k_p \mathbf{I}_n, \text{ avec } : k_p \in \mathbb{R}^+ . \quad (2.23)$$

Pour certains manipulateurs particuliers, il existe d'autres choix de \mathbf{K}_p qui vérifient la condition de l'équation (2.22-a). Par exemple, si \mathbf{M} est diagonale alors tout choix de \mathbf{K}_p diagonal satisfait la condition de l'équation (2.22-a). De même, si \mathbf{M} est bloc-diagonale, alors on peut choisir \mathbf{K}_p diagonale avec des gains différents pour chaque bloc de \mathbf{M} .

En choisissant \mathbf{K}_p comme donné dans l'équation (2.23), la condition de l'équation (2.22-b) devient :

$$(1 + k_p)\mathbf{B} - \mathbf{K}_i\mathbf{M} \text{ est SDP.} \quad (2.24)$$

Comme la matrice $(1 + k_p)\mathbf{B}$ est DP, alors la condition donnée par l'équation (2.22-b) peut être vue comme une limitation sur la valeur du gain intégral \mathbf{K}_i . Si on choisit, par exemple, les mêmes gains pour toutes les articulations du robot ($\mathbf{B} = b\mathbf{I}_n$ et $\mathbf{K}_i = k_i\mathbf{I}_n$), la condition nécessaire et suffisante pour la passivité de $\mathbf{Y}_\tau(s)$ devient :

$$\frac{b(k_p + 1)}{k_i} \geq \sigma_{\max}(\mathbf{M}) \quad (2.25)$$

où $\sigma_{\max}(\mathbf{M})$ est la plus grande valeur singulière de \mathbf{M} . En pratique, la valeur de $\sigma_{\max}(\mathbf{M})$ peut être identifiée ou estimée. Par conséquent, une fois les gains b et k_p fixés, la valeur maximale du gain k_i est directement calculée par l'équation (2.25).

2.5.2 Commande en effort avec mesure de force au niveau de l'effecteur

En pratique, l'effort extérieur $-\mathbf{w}_e$ appliqué au robot est généralement mesuré au niveau de l'effecteur, en utilisant un capteur d'efforts (forces-moments) à 6 composantes. De plus, comme il est plus commode de spécifier l'effort désiré \mathbf{w}_d au niveau de l'effecteur, qu'un couple articulaire $\boldsymbol{\tau}_d$, l'entrée du schéma de commande en effort correspondant sera donc une erreur en effort $\boldsymbol{\varepsilon}_w$.

Cependant, il a été montré (pour des manipulateurs 6ddl) qu'un schéma de commande en effort basé sur un correcteur articulaire était moins sensible au changement de configuration du manipulateur, donc plus robuste, qu'un schéma de commande basé sur un correcteur opérationnel (cartésien), [Williams 95]. Nous allons donc considérer cette implémentation du schéma de commande effort, c'est-à-dire, une erreur en effort $\boldsymbol{\varepsilon}_w$ en entrée

⁵Une autre solution possible serait d'utiliser un correcteur dynamique à gain proportionnel $\mathbf{K}_p \propto \mathbf{M}$. Autrement dit, une estimation de $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ est nécessaire. Cette solution ne sera pas retenue dans ce chapitre : les gains du correcteur PI utilisé sont diagonaux et constants.

et un correcteur articulaire $\mathbf{C}_\tau(s)$ dans la boucle interne de la commande.

Comme l'entrée de ce correcteur est une erreur en couple $\boldsymbol{\varepsilon}_\tau$, il est nécessaire de calculer cette dernière à partir de $\boldsymbol{\varepsilon}_w$, ce qui peut se faire comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\tau = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\varepsilon}_w. \quad (2.26)$$

La question qui se pose dans le cas de la commande en effort des MCC concerne la construction de l'erreur en effort $\boldsymbol{\varepsilon}_w$. En effet, $\boldsymbol{\varepsilon}_w$ n'étant pas commandable par les $n < 6$ ddl du MCC, est-il nécessaire de sélectionner les composantes du torseur d'effort mesuré pour calculer l'erreur $\boldsymbol{\varepsilon}_w$?

Pour répondre à cette question, on propose deux approches différentes pour le calcul de $\boldsymbol{\varepsilon}_w$:

- La première approche consiste à sélectionner les n composantes de l'erreur en effort commandables :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_w = \mathbf{S}(\mathbf{w}_d - \mathbf{w}_e). \quad (2.27)$$

où, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ est la *matrice de sélection* utilisée dans les schémas conventionnels de commande hybride position/force. La matrice de sélection \mathbf{S} est liée à la matrice de réduction \mathbf{R} de l'équation (2.13), par $\mathbf{S} = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$.

Cette approche de sélection de composantes permet de construire une erreur en effort à partir de n mesures en efforts, ce qui permet d'utiliser un capteur d'effort à n composantes, moins coûteux qu'un capteur 6 composantes. Par exemple, pour un MCC à 3 dll, on peut utiliser un simple capteur de forces à 3 composantes.

Cependant, nous verrons que cette approche conduit, en général, à une perte de passivité en sortie, ce qui peut rendre le système instable.

- La deuxième approche consiste à spécifier un effort désiré \mathbf{w}_d à 6 composantes et calculer l'erreur en effort avec :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_w = \mathbf{w}_d - \mathbf{w}_e \quad (2.28)$$

Cette approche permet, même si \mathbf{w}_d n'est pas commandable, de calculer l'erreur en couple articulaire équivalente à $\boldsymbol{\varepsilon}_w$ grâce à l'équation (2.26).

Ces deux approches conduisent à un comportement du système très différent. Pour illustrer cette différence de comportement, on peut étudier les points d'équilibre du système en boucle fermée.

En supposant que le système en boucle fermée est stable, le correcteur articulaire $\mathbf{C}_\tau(s)$ (de type PI avec boucle d'anticipation) produira nécessairement une erreur en couple nulle à l'équilibre :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\tau = \mathbf{0}. \quad (2.29)$$

Avec la première approche, une erreur en couple nulle est équivalente à :

$$\mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{S}(\mathbf{w}_d - \mathbf{w}_e) = (\mathbf{R}\mathbf{J}(\mathbf{q}))^T (\mathbf{R}\mathbf{w}_d - \mathbf{R}\mathbf{w}_e) = \mathbf{0}. \quad (2.30)$$

En utilisant la paramétrisation réduite des torseurs d'effort :

$$\tilde{\mathbf{w}} := \mathbf{R}\mathbf{w} ,$$

et en rappelant la notation $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}\mathbf{J}(\mathbf{q})$, l'équation (2.30) devient :

$$\tilde{\mathbf{J}}^T(\mathbf{q}) (\tilde{\mathbf{w}}_d - \tilde{\mathbf{w}}_e) = \mathbf{0} . \quad (2.31)$$

En d'autres termes, nous avons réduit le problème de la commande à un problème carré de rang n . Si la matrice jacobienne réduite $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})$ est non singulière, alors, à l'équilibre, on aura une égalité entre les n composantes sélectionnées du torseur d'effort réduit $\tilde{\mathbf{w}}_e$, et les n composantes du torseur désiré $\tilde{\mathbf{w}}_d$.

Au contraire, avec la deuxième approche, une erreur en couple nulle est équivalente à :

$$\mathbf{J}^T(\mathbf{q}) (\mathbf{w}_d - \mathbf{w}_e) = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \boldsymbol{\varepsilon}_w = \mathbf{0}. \quad (2.32)$$

La solution de cette équation ne garantit pas que l'erreur $\boldsymbol{\varepsilon}_w$ est nulle, mais seulement qu'elle appartient à l'espace nul de $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$. Autrement dit, on obtient un équilibre entre l'effort désiré \mathbf{w}_d et l'effort externe \mathbf{w}_e .

2.5.3 Analyse de passivité des deux approches proposées

Le schéma de commande en effort des MCC, correspondant aux deux approches précédentes, est donné par la figure 2.5. On retrouve bien le cas de la première approche si

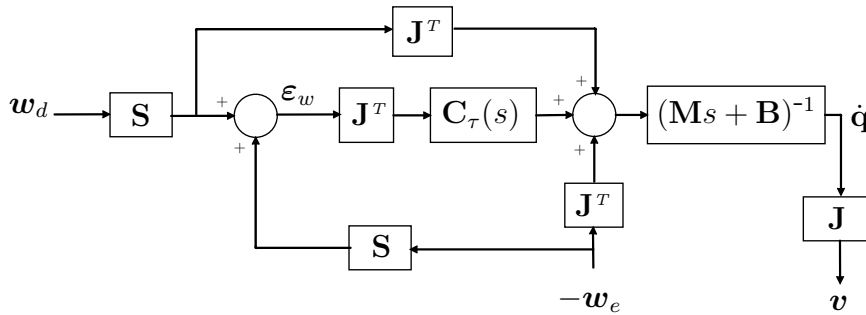


FIG. 2.5 – Schéma de commande en effort des MCC. \mathbf{S} est soit une matrice de sélection de rang n , soit une matrice identité $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$.

\mathbf{S} est une matrice de sélection de rang n , (cf. équation (2.27)). Pour $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$, on retrouve le cas de la deuxième approche, (cf. équation (2.28)).

L'admittance du port de sortie du système (port d'interaction avec l'environnement) est donnée par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{Y}_w(s)(-\mathbf{w}_e) \Rightarrow \mathbf{Y}_w(s) = \mathbf{J}\mathbf{Y}_R(s) [\mathbf{J}^T + \mathbf{C}_\tau(s)\mathbf{J}^T\mathbf{S}] . \quad (2.33)$$

Considérons le cas particulier où la géométrie de contact est connue par avance et que le modèle de contact est parfait, et tel qu'on peut supposer nulle une partie des composantes du torseur externe. Par exemple, pour un effort de contact ponctuel parfait, les composantes du moment de contact en ce point sont nulles. On peut alors choisir la matrice de sélection de façon à ce que l'on ait, à tout instant, $\mathbf{S}\mathbf{w}_e = \mathbf{w}_e$. Dans ce cas, l'admittance du port de sortie du système devient :

$$\mathbf{v} = \mathbf{Y}_{\mathbf{S}w}(s)(-\mathbf{S}\mathbf{w}_e) \Rightarrow \mathbf{Y}_{\mathbf{S}w}(s) = \mathbf{J}\mathbf{Y}_R(s) [\mathbf{J}^T + \mathbf{C}_\tau(s)\mathbf{J}^T] = \mathbf{J}\mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T .$$

Grâce à l'Hypothèse 1, la passivité de l'admittance $\mathbf{Y}_{\mathbf{S}w}(s)$ est équivalente à celle de $\mathbf{Y}_\tau(s)$, donnée dans l'équation (2.21).

Cependant, comme on s'intéresse dans notre étude, au cas général où la géométrie de contact n'est pas connue a priori, c'est la passivité de l'admittance $\mathbf{Y}_w(s)$ qui doit être analysée.

Proposition 3. *Sous l'Hypothèse 1, l'admittance $\mathbf{Y}_w(s)$ est passive si et seulement si :*

1. $\mathbf{S}\mathbf{J} = \mathbf{J}$ et
2. $\mathbf{Y}_\tau(s)$ est passive (les conditions de l'équation (2.22) sont vérifiées). ■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.3. Le cas particulier où $\mathbf{R}\mathbf{J}$ n'est pas de rang n (l'Hypothèse 1 n'est pas vérifiée) est traité en annexe B.4. On montre, dans ce cas, qu'on retrouve les mêmes conditions que celles énoncées dans la Proposition 3.

Les conditions 1 et 2 de la Proposition 3 sont indépendantes. La condition 1 concerne la cinématique du manipulateur et le choix des directions des efforts à commander, ce qui justifie l'utilisation du terme *d'instabilité cinématique* pour qualifier le problème traité. La condition 2, quant à elle, concerne les matrices de gains du correcteur articulaire ainsi que la matrice d'inertie du robot. Elle reflète les conditions de stabilité dynamique.

On peut noter que la condition 1 est toujours vérifiée avec la seconde approche, lorsque $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$. En revanche, pour l'approche de sélection de composantes, où $\text{rang}(\mathbf{S}) = n$, la condition 1 n'est satisfaite que pour des manipulateurs à architecture très particulière.

En effet, la condition 1 est satisfaite si et seulement si :

- le robot considéré a une architecture particulière qui permet d'exprimer sa matrice jacobienne $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ avec $6 - n$ lignes de zéros (condition sur le robot et sur le choix du point de réduction où est exprimé $\mathbf{J}(\mathbf{q})$)
- tous les zéros de la matrice \mathbf{S} correspondent aux lignes nulles de $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ (condition sur la sélection).

Dans le cas général, $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ ne peut avoir $6 - n$ lignes nulles sur tout l'espace de travail du manipulateur. On ne peut donc trouver de matrice \mathbf{S} , de rang n , qui satisfasse la passivité du port d'interaction.

Par conséquent, la seule solution retenue qui garantisse un comportement passif de la commande en effort des MCC à n ddl, est celle donnée par $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$, où l'erreur en effort est projetée dans l'espace articulaire selon l'équation (2.26).

Nous donnons au paragraphe 2.5.4 des résultats de simulation montrant que la perte de passivité peut conduire à une instabilité. Les résultats expérimentaux, présentés dans le chapitre 3, confirment cette mise en évidence.

2.5.4 Simulation de la commande en effort

Afin de valider l'analyse de passivité de la commande en effort des MCC, nous allons étudier le comportement du MCC plan de la figure 2.6 sous le schéma de commande en effort de la figure 2.5. Les deux approches de projection de l'erreur en effort seront considérées : l'approche passive où $\mathbf{S} = \mathbf{I}_3$ et l'approche de sélection de composantes où $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est une matrice de sélection de rang $n = 2$.

Le robot de la figure 2.6 est un MCC qui possède $n = 2$ ddl et un corps terminal (S_2) qui évolue dans le plan. Le corps (S_0) représente la base fixe de ce robot. Soit $\mathbf{q} = [q_1 ; q_2]$ le vecteur position articulaire de ce robot et $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 ; \tau_2]$ le vecteur des couples articulaires correspondants. Considérons que ce manipulateur plan est équipé d'un capteur d'efforts à 3 composantes, qui permet de mesurer les efforts externes \mathbf{w}_e appliqués par le corps terminal du robot sur l'environnement.

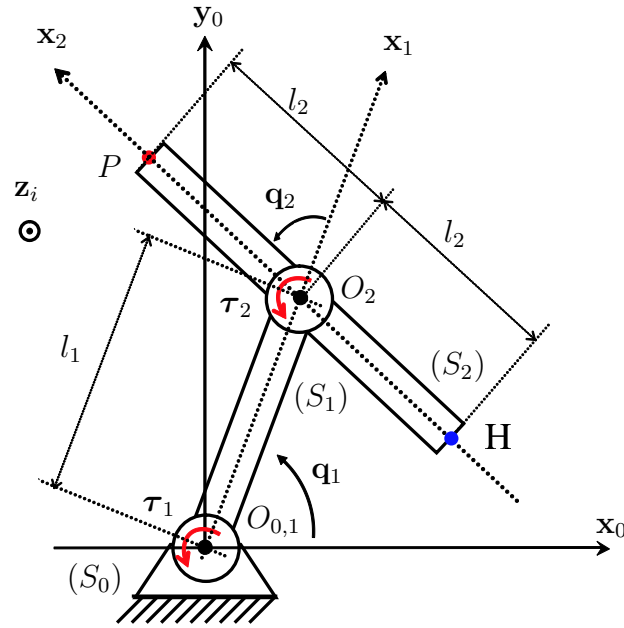


FIG. 2.6 – MCC 2 ddl plan et ses repères associés utilisés pour les simulations.

Ce manipulateur a une matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}$ constante sur tout l'espace de travail du robot, puisque le centre d'inertie du corps terminal (S_2) coïncide avec le centre de rotation O_2 de ce même corps. Cette matrice d'inertie est choisie égale à :

$$\mathbf{M} \text{ [kg m}^2\text{]} = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,05 \\ 0,05 & 0,2 \end{bmatrix} .$$

Soit $\mathbf{J}_P(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, le jacobien du manipulateur, exprimé au point P dans la base fixe

$(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$, liée au corps (S_0) du robot. Ce jacobien est donné par :

$$\mathbf{J}_P(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

où $l_1 = l_2 = 0,5$ m.

On note $\mathbf{d}_P \in \mathbb{R}^3$ la position du point P par rapport au repère lié à (S_0) , et $\mathbf{d}_{P_0} \in \mathbb{R}^3$ la position de P correspondant à la position articulaire $\mathbf{q}_0 = [\pi/2; -\pi/4]$ (position initiale du robot pour les simulations).

Le gain de la boucle de rétroaction en vitesse choisi est :

$$\mathbf{B} [\text{Nms}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

et les gains proportionnel et intégral du correcteur en couple articulaire utilisé sont respectivement :

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix},$$

et

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 \\ 0 & 0,8 \end{bmatrix}.$$

Grâce à ce choix des gains, on vérifie facilement que les conditions de passivité du schéma de commande en couple articulaire, données par l'équation (2.22), sont respectées. En effet, la matrice

$$(\mathbf{I}_2 + \mathbf{K}_p)\mathbf{B} - \mathbf{K}_i\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1,7 & -0,04 \\ -0,04 & 0,85 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

est DP, puisque ses valeurs propres ($\lambda_1 = 1,7019$) et ($\lambda_2 = 0,8481$) sont positives.

La passivité du schéma de commande en effort de la figure 2.5 ne dépend alors que du choix de \mathbf{S} vis-à-vis de $\mathbf{J}_P(\mathbf{q})$.

Dans une première expérience, notée expérience (1), le robot est attaché en P à deux ressorts identiques, comme montré sur la figure 2.7(a). L'attache est supposée ponctuelle, grâce à un pivot. Le moment $m_{e_z}(P)$ exercé au point de contact est donc nul. Tout mouvement du robot entraînant un déplacement \mathbf{d}_P du point P , par rapport à sa position initiale \mathbf{d}_{P_0} , engendre un effort \mathbf{w}_e mesuré en P modélisé par :

$$\mathbf{w}_e|_P = \begin{bmatrix} {}^0f_{e_x} \\ {}^0f_{e_y} \\ {}^0m_{e_z}(P) \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{env}({}^0\mathbf{d}_P - {}^0\mathbf{d}_{P_0}),$$

où

$$\mathbf{K}_{env}[\text{N/m}] = \begin{bmatrix} 500 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

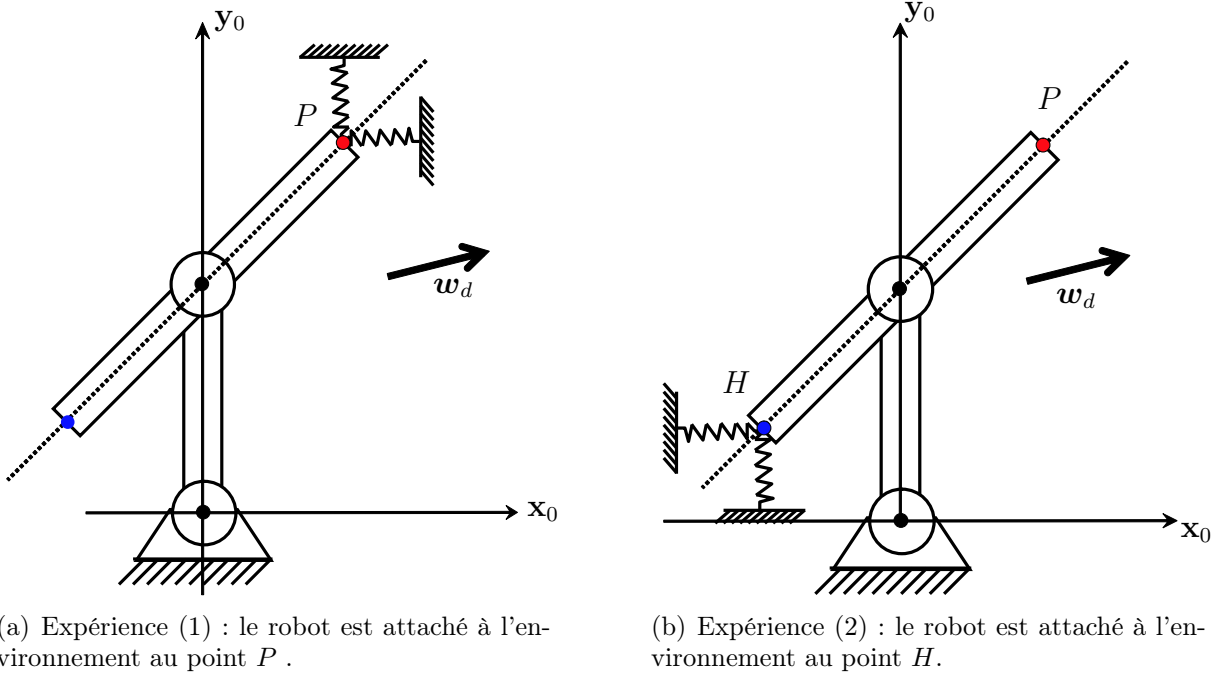


FIG. 2.7 – MCC 2 ddl plan commandé en effort avec le schéma de la figure 2.5, expérimentant un contact en P ou en H .

est la matrice regroupant les raideurs des ressorts.

Pour cette expérience, deux schémas de commande en effort sont évalués :

- Le schéma de commande A utilise l'approche de sélection de composantes avec $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, ce qui permet d'asservir uniquement les forces f_{e_x} et f_{e_y} . D'après l'analyse théorique du paragraphe 2.5.2, la condition $\mathbf{S}\mathbf{J}_P(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_P(\mathbf{q})$ n'est pas vérifiée et le schéma de commande A n'est pas passif.
- Le schéma de commande B n'utilise pas de sélection de composantes. Dans ce cas $\mathbf{S} = \mathbf{I}_3$ et le schéma de commande est passif.

Pour présenter des résultats de simulations comparables, on spécifie le même effort désiré $\mathbf{w}_d|_P$ pour les deux schémas, avec :

$$\mathbf{w}_d|_P = \begin{bmatrix} f_{d_x} \\ f_{d_y} \\ 0 \end{bmatrix},$$

où ${}^0f_{d_x} = 0,1$ N et ${}^0f_{d_y} = 0,2$ N sont des échelons en force.

Suite à ce choix de $\mathbf{w}_d|_P$, le couple désiré $\boldsymbol{\tau}_d$ est identique pour les deux schémas de commande. En effet, comme $\mathbf{w}_d|_P = \mathbf{S} \mathbf{w}_d|_P$ pour le schéma de commande A , alors le couple désiré correspondant $\boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{J}_P^T(\mathbf{q})\mathbf{S} \mathbf{w}_d|_P$, est identique à celui du schéma de commande B , calculé par $\boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{J}_P^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_d|_P$.

Les résultats de la simulation sont donnés dans l'espace articulaire sur la figure 2.8 pour

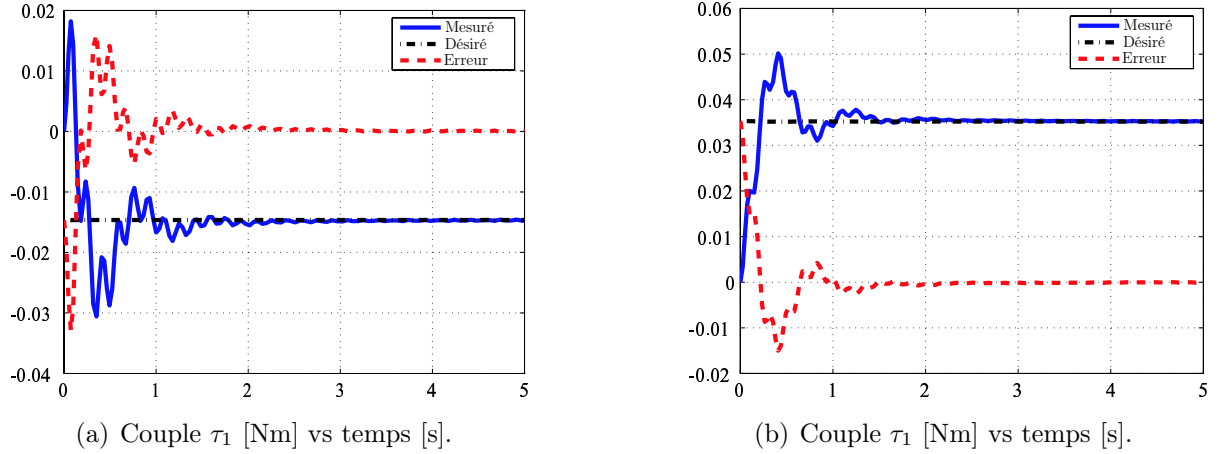


FIG. 2.8 – Résultats de la simulation au niveau articulaire pour les schémas de commande A et B : contact avec l'environnement en P .

les schémas de commande A et B , où on peut noter que ces deux schémas sont identiques. Ce résultat était prévisible, dès lors que le moment $m_{e_z}(P)$ est nul, on a $\mathbf{w}_e|_P = \mathbf{S} \mathbf{w}_e|_P$. Dans ce cas, les schémas de commande A et B sont équivalents.

Les réponses en force au niveau de l'effecteur, données sur la figure 2.9 pour les schémas de commande A et B , montrent que les forces désirées sont égales aux forces mesurées.

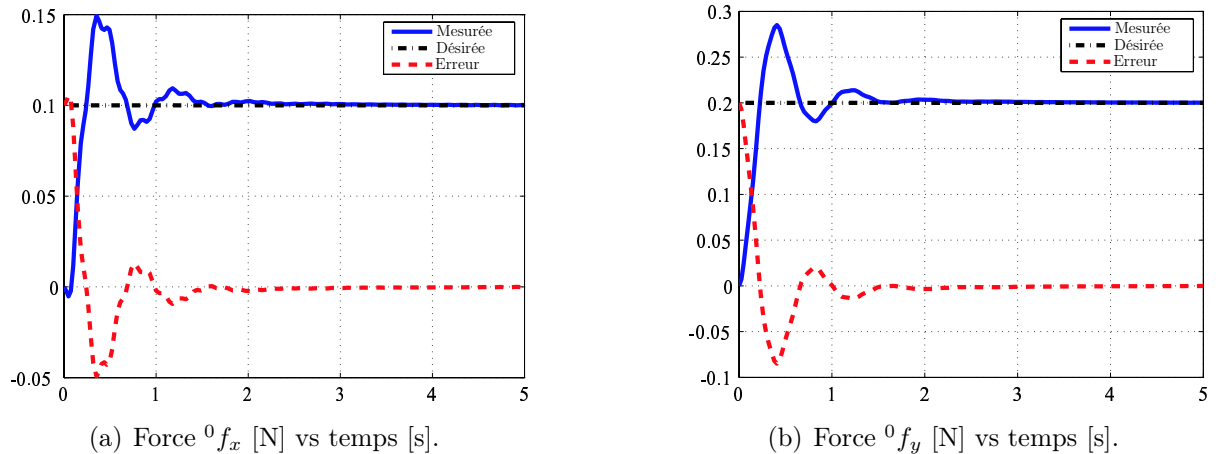


FIG. 2.9 – Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour les schémas de commande A et B : contact avec l'environnement en P .

Dans la deuxième expérience, notée expérience (2), l'environnement précédent (les deux ressorts) est attaché au corps terminal du robot au point H , comme montré sur

la figure 2.7(b). Cette expérience illustre la situation où $\mathbf{w}_e|_P \neq \mathbf{S} \mathbf{w}_e|_P$. Ce type de situation est inévitable lorsque le point de contact n'est pas connu a priori. Dans la configuration de l'expérience (2), le moment $m_{e_z}(H)$ est nul.

Les conditions de l'expérience (1) sont reproduites, avec la même position initiale du robot \mathbf{q}_0 et le même effort de désiré $\mathbf{w}_d|_P = [{}^0f_{x_d}; {}^0f_{y_d}; 0]$.

La figure 2.10 donne le résultat de la simulation au niveau articulaire pour le schéma

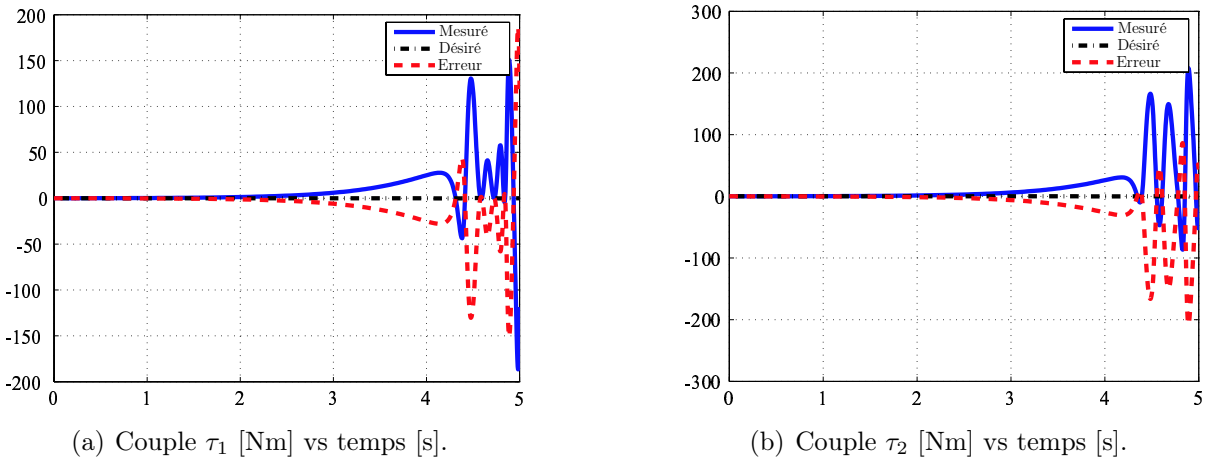


FIG. 2.10 – Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande A : contact avec l'environnement en H .

de commande A . On peut observer sur cette figure que le couple mesuré diverge et que le système devient instable. Le schéma de commande A n'est évidemment pas passif, ce qui se traduit par une instabilité lorsque l'égalité $\mathbf{w}_e|_P = \mathbf{S} \mathbf{w}_e|_P$ n'est plus vérifiée (le moment $m_{e_z}(P)$ n'est pas nul).

Au contraire, les résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande B , données sur la figure 2.11, montrent que le système est stable, ce qui était prévisible compte-tenu de la passivité du système.

La figure 2.12 donne la réponse en effort du schéma de commande B . On peut observer sur cette figure que les composantes de l'effort mesuré ne sont pas égales à leurs valeurs désirées. Il faut noter que ce résultat ne découle pas d'un manque de performance du système mais du fait que $\mathbf{w}_d|_P$ représente un effort virtuel (plutôt que désiré) qui s'équilibre avec $\mathbf{w}_e|_P$ dans l'espace articulaire avec : $\mathbf{J}_P^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_d|_P = \mathbf{J}_P^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_e|_P$ comme montré sur la figure 2.13.

À travers ces simulations, on a vérifié que la commande en effort d'un MCC avec sélection de composantes peut conduire à l'instabilité cinématique du système. Cette instabilité ne se manifeste pas dans toutes les situations. Par exemple, lorsque $\mathbf{S} \mathbf{w}_e = \mathbf{w}_e$, le schéma de commande A répond de façon stable. Par ailleurs, on a vérifié que le schéma de commande en effort avec l'approche de projection passive ($\mathbf{S} = \mathbf{I}_3$) est robuste par

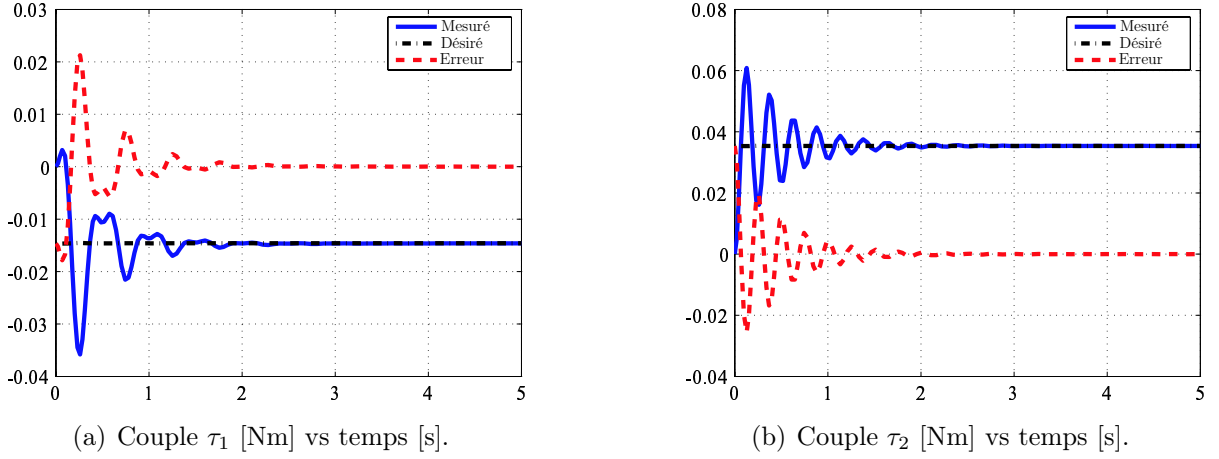


FIG. 2.11 – Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande B : contact avec l'environnement en H .

rapport au changement de point d'application des efforts.

Pour compléter l'analyse de stabilité cinématique du robot, on peut noter qu'il existe pour le manipulateur particulier de la figure 2.6, un autre schéma passif de commande en effort avec sélection de composantes qui vérifie $\mathbf{S}\mathbf{J} = \mathbf{J}$.

En effet, en exprimant le jacobien du manipulateur au point O_2 dans la base liée corps (S_1), on obtient :

$$\mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Puisque la première ligne de $\mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q})$ est nulle, on peut choisir $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, et la

condition $\mathbf{S}\mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q})$ est toujours vérifiée. Le schéma de commande en effort correspondant, noté schéma de commande C , est passif.

Avec ce choix de la matrice \mathbf{S} , les directions de l'effort \mathbf{w}_e à commander sont la force ${}^1f_{e_y}$ et le moment ${}^1m_{e_z}(O_2)$. Dans ce cas, on peut utiliser un simple capteur d'efforts 2 composantes (au lieu de 3 composantes) pour mesurer ces deux directions de $\mathbf{w}_e|_{O_2}$.

L'erreur en couple articulaire est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_\tau &= \mathbf{J}_{O_2}^T(\mathbf{q}) \mathbf{S}(\mathbf{w}_d|_{O_2} - \mathbf{w}_e|_{O_2}) \\ &= \tilde{\mathbf{J}}_{O_2}^T(\mathbf{q}) \underbrace{(\tilde{\mathbf{w}}_d|_{O_2} - \tilde{\mathbf{w}}_e|_{O_2})}_{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_w}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

où $\mathbf{w}_d|_{O_2} = [{}^1f_{x_d} ; {}^1f_{y_d} ; {}^1m_{d_z}(O_2)]$ est l'effort désiré exprimé au point O_2 dans la base liée au corps (S_1) et $\tilde{\mathbf{w}}_d|_{O_2} = [{}^1f_{y_d} ; {}^1m_{d_z}(O_2)]$ est l'effort réduit correspondant.

Il faut noter que l'on peut toujours spécifier un effort désiré $\mathbf{w}_d|_P$ au niveau de l'effecteur

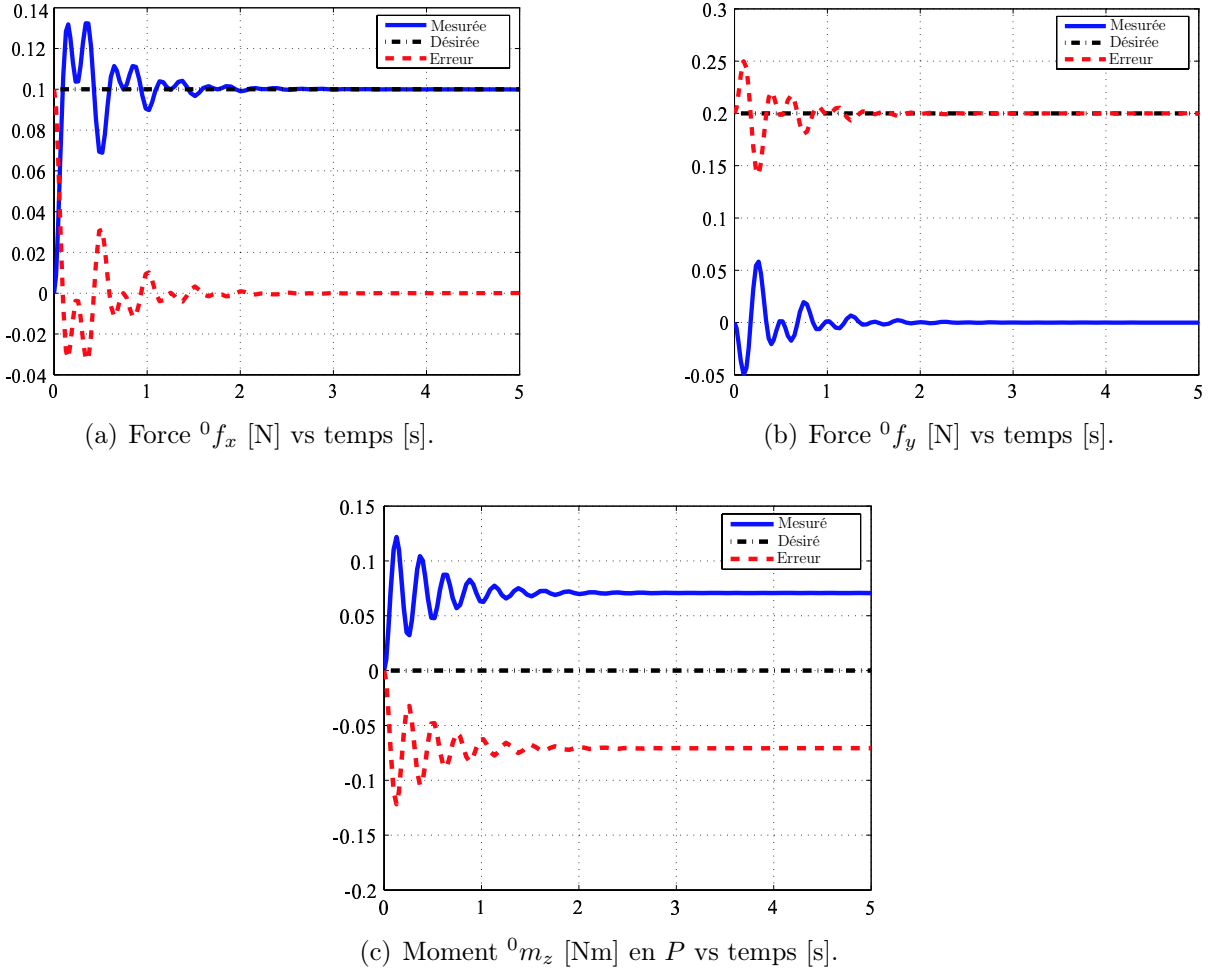


FIG. 2.12 – Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande B : contact avec l’environnement en H .

P par rapport à la base fixe liée au corps (S_0), ce qui peut être préférable pour l’utilisateur. Dans ce cas, il faut calculer $\mathbf{w}_d|_{O_2}$ à partir de $\mathbf{w}_d|_P$ comme suit⁶ :

$$\begin{bmatrix} {}^1f_{x_d} \\ {}^1f_{y_d} \\ {}^1m_{d_z}(O_2) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(q_1) & \sin(q_1) & 0 \\ -\sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ -l_2 \sin(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}(\mathbf{q})} \begin{bmatrix} {}^0f_{x_d} \\ {}^0f_{y_d} \\ {}^0m_{d_z}(P) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

En commandant en effort ce manipulateur avec le schéma de commande C dans les conditions de l’expérience (1) (cf. figure 2.7(a), avec un contact en P), le système répond de façon stable comme le montre la figure 2.14 où est présentée la réponse du système dans l’espace articulaire.

⁶Le fait que la composante 1f_x ne soit pas commandable, ne veut pas dire que la force désirée selon

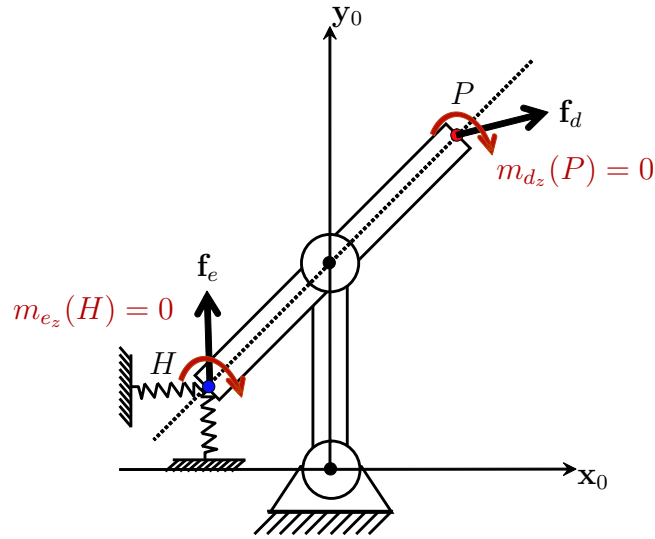


FIG. 2.13 – Situation d'équilibre entre l'effort virtuel $\mathbf{w}_d|_P$ et l'effort $\mathbf{w}_e|_P$ dans l'espace articulaire : Robot expérimentant un contact en H .

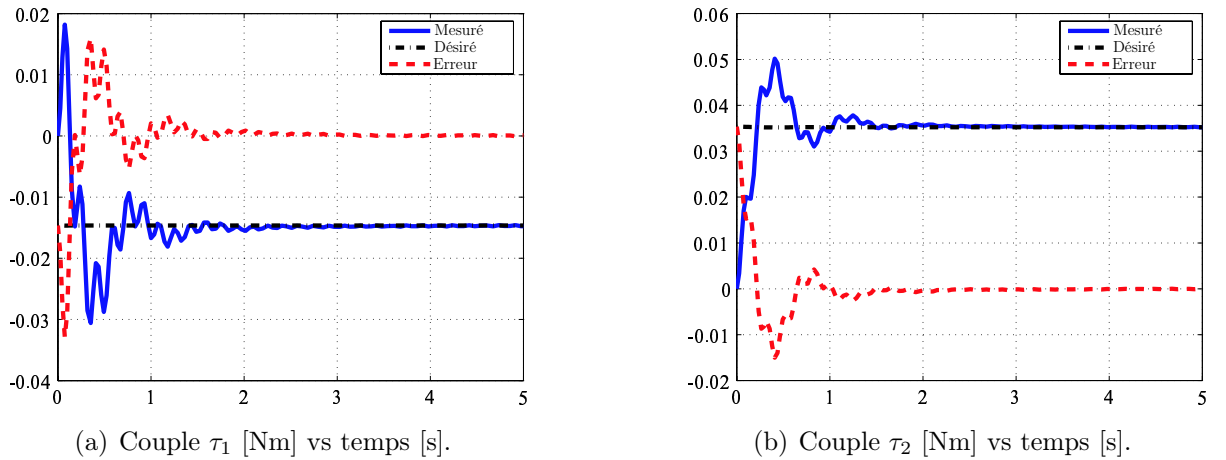


FIG. 2.14 – Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en P .

De plus, on peut observer sur la figure 2.15 que les composantes de l'effort mesuré en P sont égales aux valeurs désirées données par $\mathbf{w}_d|_P$. En effet, d'après l'équation (2.35), si $\mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q})$ n'est pas singulier, une erreur en couple nulle implique une erreur en effort réduite $\tilde{\mathbf{e}}_w$ nulle. Autrement dit :

$$\begin{bmatrix} {}^1f_{e_y} \\ {}^1m_{e_z}(O_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^1f_{d_y} \\ {}^1m_{d_z}(O_2) \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

cette direction est nécessairement nulle.

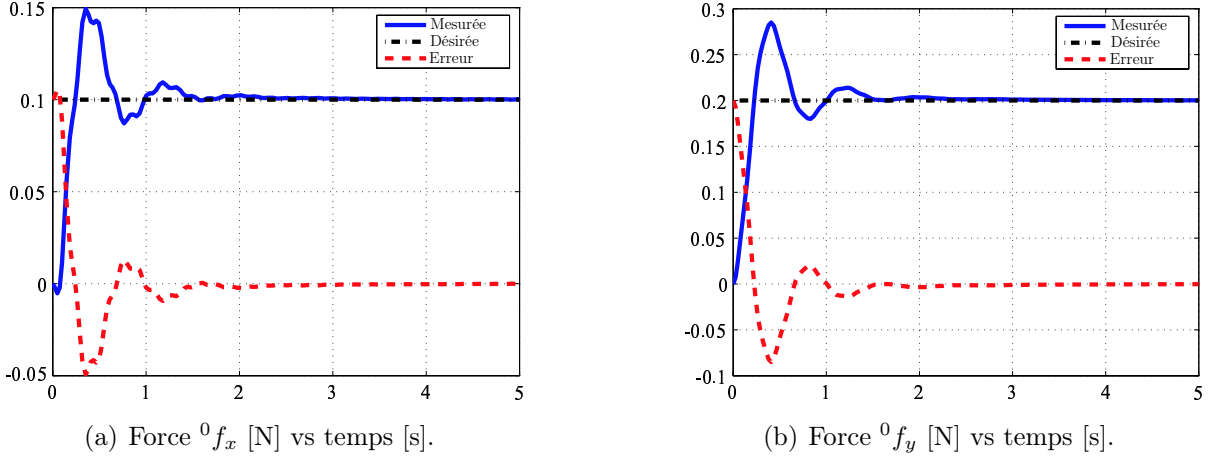


FIG. 2.15 – Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande C : contact avec l’environnement en P .

De plus, ${}^1m_{d_z}(P)$ et ${}^1m_{e_z}(P)$ étant nuls (conditions de l’expérience (1)), on montre facilement en exploitant l’équation (2.37), que ${}^1f_{e_x} = {}^1f_{d_x}$. On obtient, par conséquent, l’égalité entre les efforts désirés et mesurés.

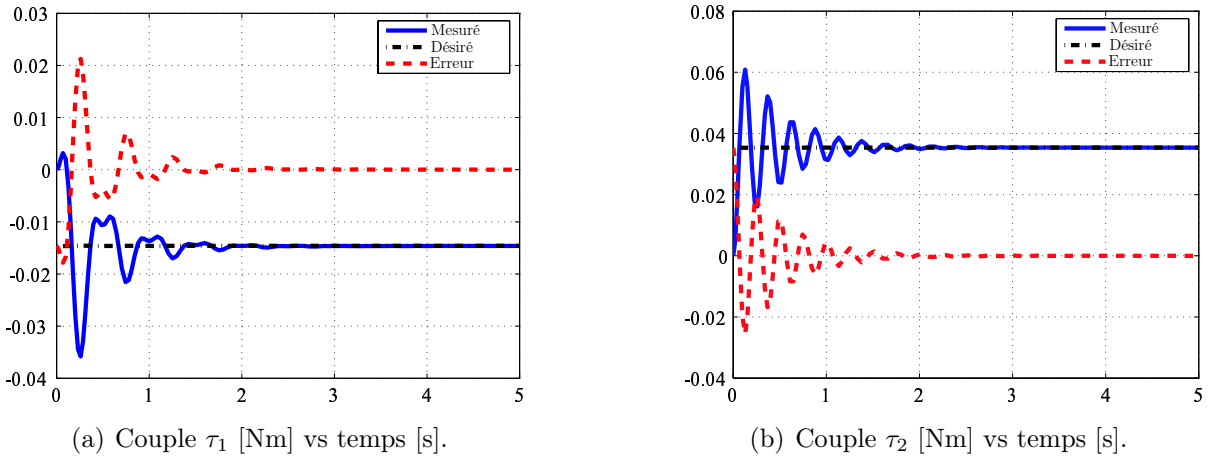


FIG. 2.16 – Résultats de la simulation au niveau articulaire pour le schéma de commande C : contact avec l’environnement en H .

Considérons maintenant les conditions de l’expérience (2) où l’environnement est attaché en H , comme montré sur la figure 2.7(b). Rappelons que dans ce cas ${}^1m_{e_z}(P) \neq 0$. La figure 2.16 donne la réponse du système dans l’espace articulaire sous le schéma de commande en effort C , où on peut noter que ce schéma est robuste par rapport au point d’application des efforts puisque le système reste stable. Par ailleurs, la figure 2.17, montre que l’effort mesuré au niveau de l’effecteur n’est pas égal à l’effort désiré $\mathbf{w}_d|_P$. Là aussi,

comme l'erreur en couple est nulle, l'égalité de l'équation (2.37) est toujours vérifiée. En revanche, comme ${}^1m_{e_z}(P)$ n'est pas nul (c'est-à-dire ${}^1f_{e_x} \neq {}^1f_{d_x}$) l'égalité entre les torseurs mesuré et désiré ne peut être obtenue. Cependant, ce résultat représente l'équilibre des efforts désiré et mesuré dans l'espace articulaire (cf. figure 2.13) et non un manque de performance du système.

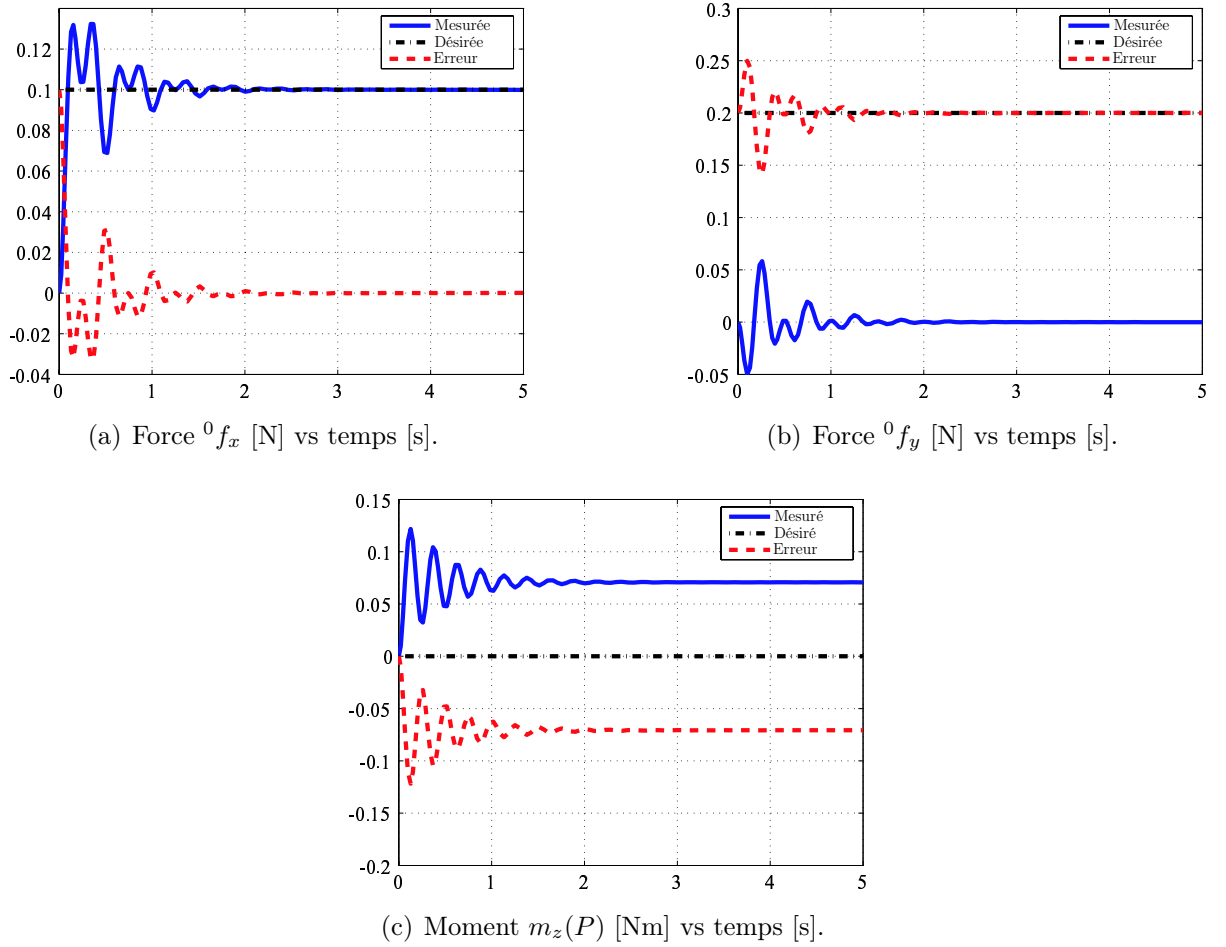


FIG. 2.17 – Résultats de la simulation au niveau opérationnel pour le schéma de commande C : contact avec l'environnement en H .

On peut noter que le comportement du schéma de commande C est identique à celui du schéma de commande B . En effet, comme d'une part, l'effort désiré \mathbf{w}_d est identique pour les deux schémas de commande et d'autre part $\mathbf{J}_P(\mathbf{q}) = \mathbf{H}^T(\mathbf{q}) \mathbf{J}_{O_2}(\mathbf{q})$ (cf. équations (2.34) et (2.36)), le couple désiré $\boldsymbol{\tau}_d$ est identique pour les deux schémas de commande.

2.6 Commande en viscosité

2.6.1 Commande en viscosité des manipulateurs conventionnels

La commande en viscosité est une implémentation particulière de la commande en compliance (compliant control). Il s'agit de commander non seulement la vitesse nominale du robot mais aussi la *modification* de la valeur de cette vitesse engendrée par les efforts extérieurs.

Considérons un manipulateur conventionnel à 6 ddl. La commande en viscosité de ce manipulateur permet de spécifier une vitesse de référence \mathbf{v}_r , qui correspond à la vitesse de l'effecteur du robot quand les efforts extérieurs appliqués sur ce dernier sont nuls, et une matrice de viscosité $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ telle que :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_r + \mathbf{D}^{-1}(-\mathbf{w}_e) . \quad (2.38)$$

L'interprétation physique de ce comportement est donnée sur la figure 2.18. Le robot est remplacé par un mécanisme virtuel équivalent, constitué d'un ensemble d'amortisseurs (1 ddl) indépendants qui sont attachés à l'effecteur du robot. La vitesse de référence de l'effecteur (de masse nulle) correspond à la vitesse du mécanisme virtuel.

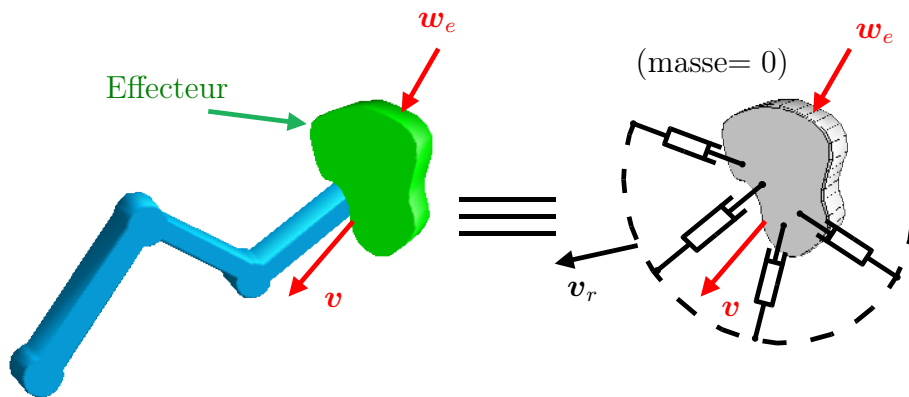


FIG. 2.18 – Comportement équivalent d'un manipulateur 6ddl commandé en viscosité : la matrice d'amortissement \mathbf{D} est matérialisée par un ensemble d'amortisseurs virtuels équivalents.

En pratique, ce comportement peut être obtenu par deux schémas de commande en viscosité différents.

Le premier schéma de commande utilise une boucle en effort interne, avec une entrée désirée \mathbf{w}_d , et une boucle externe en vitesse qui permet de calculer l'effort désiré \mathbf{w}_d à partir de l'erreur en vitesse comme suit :

$$\mathbf{w}_d = \mathbf{D}(\mathbf{v}_r - \mathbf{v}) . \quad (2.39)$$

Le deuxième schéma de commande exploite, quant à lui, une boucle interne en vitesse, avec une entrée désirée \mathbf{v}_d , et une boucle externe en effort qui permet de calculer la vitesse désiré \mathbf{v}_d à partir de la vitesse de référence \mathbf{v}_r et des efforts extérieurs \mathbf{w}_e comme suit :

$$\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_r + \mathbf{D}^{-1} (-\mathbf{w}_e) . \quad (2.40)$$

Le comportement du système obtenu avec les schémas de commande décrits par l'équation (2.39) et l'équation (2.40), n'est qu'une approximation du comportement désiré, décrit par l'équation (2.38). En effet, le comportement désiré n'est obtenu que si la boucle de commande interne est assez rapide (par rapport à la boucle externe) et précise pour produire une sortie égale à tout instant à l'entrée désirée, c'est-à-dire, $\mathbf{w}_e = \mathbf{w}_d$ pour le premier schéma et $\mathbf{v} = \mathbf{v}_d$ pour le deuxième schéma. En d'autres termes, il faut que la bande passante de la boucle interne soit bien plus grande que celle du système complet. En pratique, c'est le schéma de commande en viscosité avec boucle interne en effort qui est le plus utilisé car la bande passante obtenue avec une boucle interne en effort est plus grande que celle obtenue avec une boucle interne en vitesse. Cependant, il existe des cas particuliers où l'on est contraint d'utiliser la commande en viscosité avec une boucle interne en vitesse, par exemple si les variateurs utilisent une boucle de vitesse ne pouvant être désactivée.

Dans le cas des MCC, la commande en viscosité doit être formulée avec précaution. En effet, comme on ne peut spécifier que n composantes du torseur de vitesse réduit \mathbf{v}_r , une sélection de composantes en vitesse s'impose. Par ailleurs, comme montré dans le paragraphe précédent, l'approche de sélection de composantes, pour la commande en effort des MCC, peut conduire à l'instabilité cinématique du système. Par conséquent, le passage de 6 composantes en effort à n composantes en vitesse doit se faire avec précaution au risque de rendre le système cinématiquement instable.

2.6.2 Commande en viscosité des MCC avec une boucle interne en effort

Considérons un MCC commandé en effort avec le schéma de commande de la figure 2.5, où la formulation passive est choisie, avec $\mathbf{S} = \mathbf{I}_n$, et un effort désiré \mathbf{w}_d est spécifié (cf. paragraphe 2.5).

Pour commander en viscosité ce manipulateur, il faut insérer dans le schéma de commande en effort précédent une boucle externe en vitesse qui calcule l'effort désiré \mathbf{w}_d à partir de l'erreur en vitesse. Par ailleurs, comme on ne peut spécifier que n composantes de la vitesse de référence \mathbf{v}_r , une paramétrisation réduite de la vitesse de référence $\tilde{\mathbf{v}}_r$ est utilisée. Le torseur d'effort désiré est donc calculé à partir d'une erreur réduite en vitesse

$$\tilde{\mathbf{e}}_v = \tilde{\mathbf{v}}_r - \tilde{\mathbf{v}} , \quad (2.41)$$

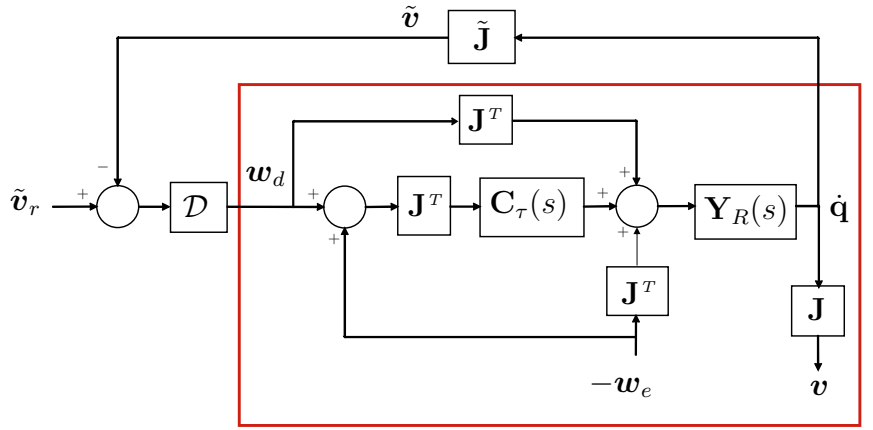
comme suit :

$$\mathbf{w}_d = \mathcal{D}\tilde{\mathbf{e}}_v = \mathcal{D}(\tilde{\mathbf{v}}_r - \tilde{\mathbf{v}}) , \quad (2.42)$$

où $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ est une matrice dont les éléments sont homogènes à des coefficients de viscosité.

Le schéma de commande en viscosité correspondant est donné sur la figure 2.19.

Pour évaluer les choix possibles de la matrice \mathcal{D} , assurant la stabilité du système en boucle



Boucle interne en effort - formulation passive -

FIG. 2.19 – Schéma de commande en viscosité des MCC avec boucle interne en effort passive.

fermée, on fait une analyse de passivité du port d'interaction avec l'environnement, dont l'entrée et la sortie sont, respectivement, l'effort externe $-\mathbf{w}_e$ et la vitesse \mathbf{v} . L'admittance de sortie est alors donnée par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{Y}_D(s)(-\mathbf{w}_e) \Rightarrow \mathbf{Y}_D(s) := \mathbf{J} \left[\mathbf{I}_d + \mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} \right]^{-1} \mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T , \quad (2.43)$$

où $\mathbf{Y}_\tau(s) = \mathbf{Y}_R(s)[\mathbf{I}_d + \mathbf{C}_\tau(s)]$, est l'admittance de sortie du schéma de commande en couple articulaire du manipulateur, définie par l'équation (2.21).

Proposition 4. *Sous l'Hypothèse 1, l'admittance $\mathbf{Y}_D(s)$ est passive si et seulement si :*

1. $\mathbf{M} = \mathbf{K}_p\mathbf{M}\mathbf{K}_p^{-1}$;
2. $(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p)\mathbf{B} - \mathbf{K}_i\mathbf{M} + (\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p)(\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}})(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p)$ est SDP,
3. $\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}^T\mathbf{D}\mathbf{R}\mathbf{J}$ est DP. ■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.5.

Pour simplifier l'évaluation des choix possibles de la matrice \mathcal{D} , nous considérons dans ce qui suit les conditions *suffisantes* suivantes :

Proposition 5. *Sous l'Hypothèse 1, l'admittance $\mathbf{Y}_{\mathcal{D}}(s)$ est passive sous les conditions suffisantes suivantes :*

1. $\mathbf{Y}_{\tau}(s) = \mathbf{Y}_R(s)[\mathbf{I}_d + \mathbf{C}_{\tau}(s)]$ est passive ;
2. et $\mathbf{J}^T \mathcal{D} \tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}^T \mathcal{D} \mathbf{R} \mathbf{J}$ est DP. ■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.6.

En considérant que la boucle interne en effort est passive, alors la passivité de $\mathbf{Y}_{\mathcal{D}}(s)$ dépend uniquement du choix de la matrice \mathcal{D} .

Un premier choix possible de \mathcal{D} peut se faire en intégrant directement la contrainte cinématique, imposée par le robot, dans le comportement désiré du système donné par l'équation (2.38). En effet, en remplaçant :

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1}\tilde{\mathbf{v}} , \quad (2.44)$$

dans l'équation (2.38), on obtient :

$$\mathbf{w}_d = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_v = \underbrace{\mathbf{D} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1}}_{=: \mathcal{D}} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_v . \quad (2.45)$$

Avec ce choix pour \mathcal{D} , on a :

$$\mathbf{J}^T \mathcal{D} \tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}^T \mathbf{D} \mathbf{J} . \quad (2.46)$$

La passivité du port d'interaction de sortie est donc garantie pour tout choix de \mathbf{D} définie positive.

Pour interpréter physiquement le comportement du système résultant du choix de \mathcal{D} défini par l'équation (2.45), considérons le cas où la boucle interne en effort fournit une erreur en effort nulle telle que :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})^T(\mathbf{w}_e - \mathbf{w}_d) \approx \mathbf{0} .$$

Le comportement du système en boucle fermée est alors donné par :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{w}_e = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{w}_d = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{D} \underbrace{\mathbf{J}(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1}}_{\boldsymbol{\varepsilon}_v} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_v \quad (2.47)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}_v := \mathbf{J}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\varepsilon}_{\dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_v$, est l'erreur en vitesse de l'effecteur du robot qui correspond à l'erreur en vitesse réduite $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_v$. Bien entendu, l'erreur en vitesse $\boldsymbol{\varepsilon}_v$ n'est pas quelconque, puisqu'elle respecte la contrainte cinématique.

L'équation (2.47) signifie que le torseur d'effort externe \mathbf{w}_e s'équilibre avec le torseur d'effort ($\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_v$) créé par les amortisseurs virtuels attachés à l'effecteur du robot. Le mécanisme virtuel équivalent conserve donc un effecteur attaché à une chaîne cinématique identique au robot.

La représentation physique du comportement du système est donnée sur la figure 2.20. On peut noter que cette approche n'impose pas de contrainte sur la dimension de l'amortisseur virtuel choisi. On peut donc spécifier un amortisseur virtuel \mathbf{D} dans $\mathbb{R}^{6 \times 6}$ bien que le manipulateur ne comporte que n -ddl.

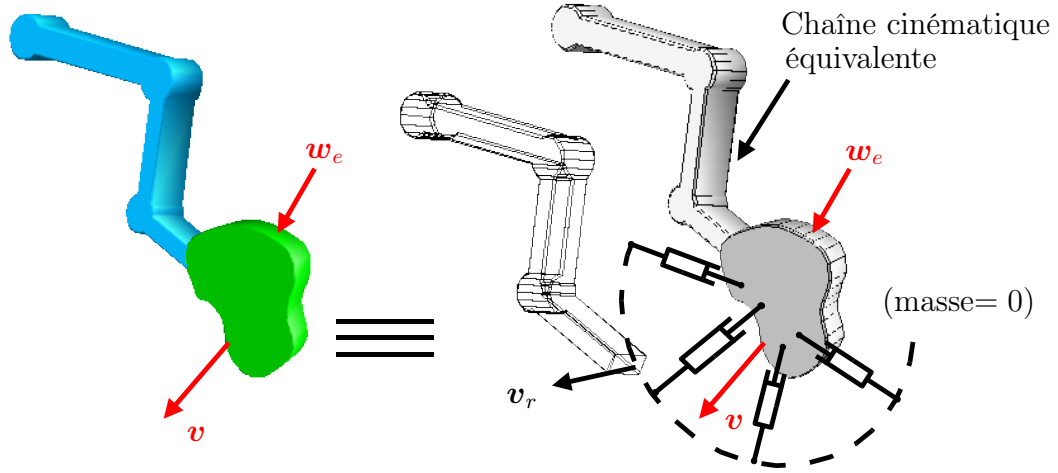


FIG. 2.20 – Représentation physique du comportement d'un MCC sous commande en viscosité avec boucle interne en effort pour un choix de $\mathcal{D} = \mathbf{D} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^{-1}$.

Un deuxième choix possible pour \mathcal{D} consiste à spécifier :

$$\mathcal{D} = \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{D}}, \quad (2.48)$$

où $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice DP qui correspond à un amortisseur virtuel à n ddl. \mathbf{R}^T est la matrice de réduction transposée qui permet de construire la matrice de viscosité $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ à partir de $\tilde{\mathbf{D}}$ en ajoutant $6 - n$ lignes de zéros correspondants aux directions non commandées.

Avec ce choix, on retrouve bien

$$\mathbf{J}^T \mathcal{D} \tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}^T \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{J}} = \tilde{\mathbf{J}}^T \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.49)$$

qui, sous l'Hypothèse 1, est définie positive.

Dans ce cas, le comportement du système en boucle fermée devient (pour une erreur en couple nulle au niveau de la boucle interne en effort) :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{w}_e = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_v = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \left[\mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_v, \quad (2.50)$$

ce qui correspond exactement au comportement obtenu précédemment en choisissant $\mathbf{D} = \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R}$ (cf. équation (2.47)). Cependant, l'amortissement virtuel \mathbf{D} , obtenu avec cette approche, correspond à une spécification de $\tilde{\mathbf{D}}$ dans $\mathbb{R}^{n \times n}$.

2.6.3 Commande en viscosité des MCC avec une boucle interne en vitesse

Considérons maintenant le cas d'un MCC commandé en vitesse avec le schéma de commande de la figure 2.3, où l'entrée désirée est une vitesse réduite \tilde{v}_d et le correcteur en position articulaire utilisé permet d'assurer un comportement passif du système.

Pour commander en viscosité ce manipulateur, on insère une boucle externe en effort qui permet de calculer la vitesse désirée réduite \tilde{v}_d à partir de la vitesse de référence réduite \tilde{v}_r et de l'effort externe w_e . Ceci donne, par analogie avec l'équation (2.40), le résultat suivant :

$$\tilde{v}_d = \tilde{v}_r + \mathcal{D}_{-1}(-w_e) \quad (2.51)$$

où $\mathcal{D}_{-1} \in \mathbb{R}^{n \times 6}$ est une matrice de gain dont les éléments sont homogènes à l'inverse d'une viscosité.

Le schéma de commande correspondant est alors donné par la figure 2.21. Pour évaluer

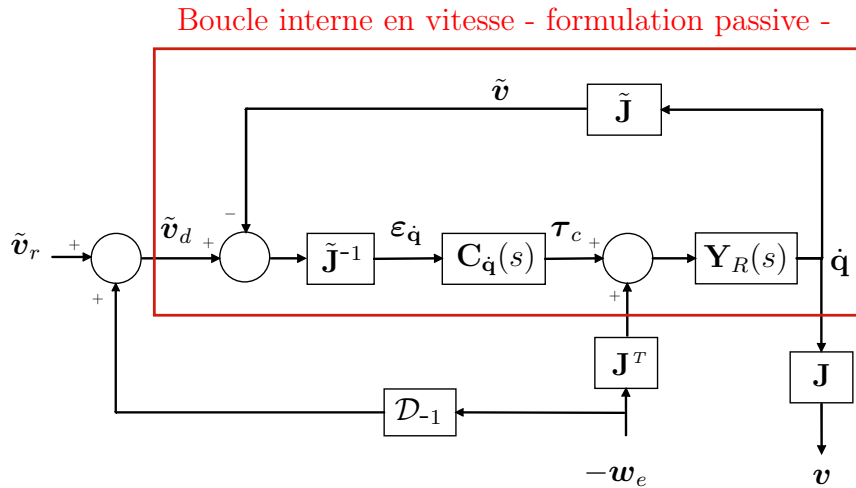


FIG. 2.21 – Schéma de commande en viscosité pour les MCC avec une boucle interne en vitesse.

les choix possibles de la matrice \mathcal{D}_{-1} , assurant la stabilité du système en boucle fermée, on analyse la passivité du port d'interaction de sortie, dont l'admittance est donnée par :

$$v = Y_{\mathcal{D}_{-1}}(s)(-w_e) \Rightarrow Y_{\mathcal{D}_{-1}}(s) := \mathbf{J}Y_{\dot{q}}(s) \left[\mathbf{J}^T + \mathbf{C}_{\dot{q}}(s)\tilde{\mathbf{J}}^{-1}\mathcal{D}_{-1} \right], \quad (2.52)$$

où $Y_{\dot{q}}(s)$ est l'admittance du port d'interaction (au niveau articulaire) du schéma de commande en vitesse, définie par l'équation (2.19).

Proposition 6. *Sous l'Hypothèse 1, l'admittance $Y_{\mathcal{D}_{-1}}(s)$ est passive si et seulement si :*

$$\exists \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \text{ tel que } \text{rang}(\mathbf{A}) = n, \text{ et } \mathcal{D}_{-1} = \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{A}\mathbf{J}^T, \quad (2.53)$$

et :

1. $\mathbf{M} = \mathbf{K}_p \mathbf{A} \mathbf{M} (\mathbf{A}^T \mathbf{K}_p)^{-1}$.
2. $[(\mathbf{B} + \mathbf{K}_p) \mathbf{A}^T + \mathbf{K}_p \mathbf{A}] \mathbf{K}_i = \mathbf{K}_i [\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{K}_p) + \mathbf{A}^T \mathbf{K}_p]$.
3. $(\mathbf{B} + \mathbf{K}_p) (\mathbf{I}_n + \mathbf{A}^T \mathbf{K}_p)$ est DP.
4. \mathbf{A} est DP.
5. $\forall s \in \mathbb{C} / \det [(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p \mathbf{A}) s + \mathbf{K}_i \mathbf{A}] = 0, \Re(s) \leq 0$. ■

La preuve de cette proposition est donnée en annexe B.7.

Il est important de souligner que la condition donnée par l'équation (2.53) impose que les 6 composantes du torseur d'effort externe soient mesurées du fait de la forme particulière de \mathcal{D}_{-1} . Dans le cas contraire, le comportement du système n'est passif, que si le manipulateur possède une architecture particulière qui permet d'exprimer sa jacobienne avec $6-n$ lignes de zéros qui correspondent aux directions non sélectionnées (dans ce cas on peut trouver une matrice de sélection qui vérifie $\mathbf{J}^T \mathbf{S} = \mathbf{J}^T$ et choisir $\mathcal{D}_{-1} = \tilde{\mathbf{J}} \mathbf{A} \mathbf{J}^T \mathbf{S}$). Ce résultat concorde avec celui obtenu dans le paragraphe 2.5, pour la commande en effort des MCC. L'équation (2.53) montre aussi que, pour calculer la matrice \mathcal{D}_{-1} , on spécifie la matrice \mathbf{A} dont les éléments sont homogènes à l'inverse d'une viscosité articulaire.

Dans le cas où aucune structure particulière de \mathbf{M} n'est considérée (diagonale ou bloc-diagonale), et où \mathbf{M} est supposée variable dans l'espace de travail (ce qui est le cas en pratique), la condition 1 peut être vérifiée simplement avec un choix constant pour le gain \mathbf{K}_p :

$$\mathbf{K}_p \mathbf{A} = \alpha \mathbf{I}_n \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}^+ . \quad (2.54)$$

Avec ce choix, les conditions 2 à 5 sont vérifiées pour toutes valeurs de \mathbf{B} , \mathbf{K}_p et \mathbf{K}_i diagonale DP. Notons que lorsque \mathbf{K}_p est diagonal, $\mathbf{A} = \alpha \mathbf{K}_p^{-1}$ l'est également.

Finalement, les conditions assurant, dans un cas général⁷, un comportement passif de la commande en viscosité pour un MCC avec boucle interne en vitesse à gains fixes sont données par les équations (2.53) et (2.54).

L'interprétation physique du comportement du système, peut être faite en considérant le choix de $\mathbf{K}_p \mathbf{A}$ donné dans l'équation (2.54). En supposant que la boucle interne en vitesse permet d'obtenir une erreur en vitesse réduite nulle ($\tilde{\mathbf{v}} \approx \tilde{\mathbf{v}}_d$), le comportement du système en boucle fermée est alors décrit par :

$$\tilde{\mathbf{v}} \approx \tilde{\mathbf{v}}_r + \mathcal{D}_{-1} \mathbf{w}_e = \tilde{\mathbf{v}}_r + \tilde{\mathbf{J}} \mathbf{A} \mathbf{J}^T \mathbf{w}_e , \quad (2.55)$$

où de façon équivalente par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\dot{\mathbf{q}}} := \tilde{\mathbf{J}}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_r - \tilde{\mathbf{v}}) \approx -\mathbf{A} \boldsymbol{\tau}_e . \quad (2.56)$$

Le système équivalent en boucle fermée est celui représenté sur la figure 2.22 : l'effecteur du manipulateur est attaché à une chaîne cinématique (non actionnée) iden-

⁷Dans le cas particulier où le manipulateur possède une matrice d'inertie \mathbf{M} diagonale, ou bloc-diagonale, alors ces conditions ne sont que suffisantes.

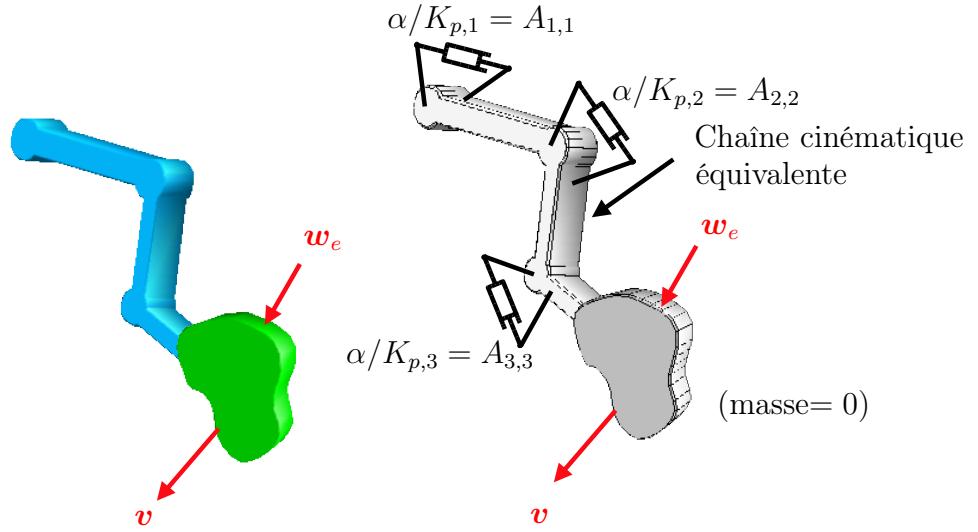


FIG. 2.22 – Représentation physique du comportement d’un MCC sous commande en viscosité avec boucle interne en vitesse pour un choix de $\mathbf{K}_p \mathbf{A} = \alpha \mathbf{I}_n$ et \mathbf{K}_p diagonale.

tique au robot. On peut observer sur la figure 2.22, que chaque articulation i de la chaîne cinématique équivalente, est équipée d’un amortisseur articulaire de coefficient d’amortissement égal à $\alpha/K_{p,i} = A_{i,i}$.

2.6.4 Simulation de la commande en viscosité

Dans cette partie, nous avons choisi de simuler le comportement du MCC plan de la figure 2.6 sous la commande en viscosité avec boucle interne en effort de la figure 2.19. La commande en viscosité avec boucle interne en vitesse n’étant pas préconisée en pratique, elle ne sera pas traitée ici.

Considérons alors la boucle interne en effort passive du schéma de commande en effort B (cf. paragraphe 2.5.4). L’entrée $\mathbf{w}_d|_P$ de cette boucle interne est calculée à partir de la vitesse de référence réduite $\tilde{\mathbf{v}}_r \in \mathbb{R}^2$ et de la vitesse nominale (mesurée) réduite $\tilde{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^2$ du point P du corps (S_2) comme suit :

$$\mathbf{w}_d|_P = \mathcal{D}(\tilde{\mathbf{v}}_r - \tilde{\mathbf{v}}) ,$$

où la matrice $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ est spécifiée selon le choix donné par l’équation (2.48) comme suit :

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

Le but de cette partie est de vérifier que ce schéma de commande en viscosité avec boucle interne en effort est robuste et reste stable pour toute situation de contact. Pour cela, les

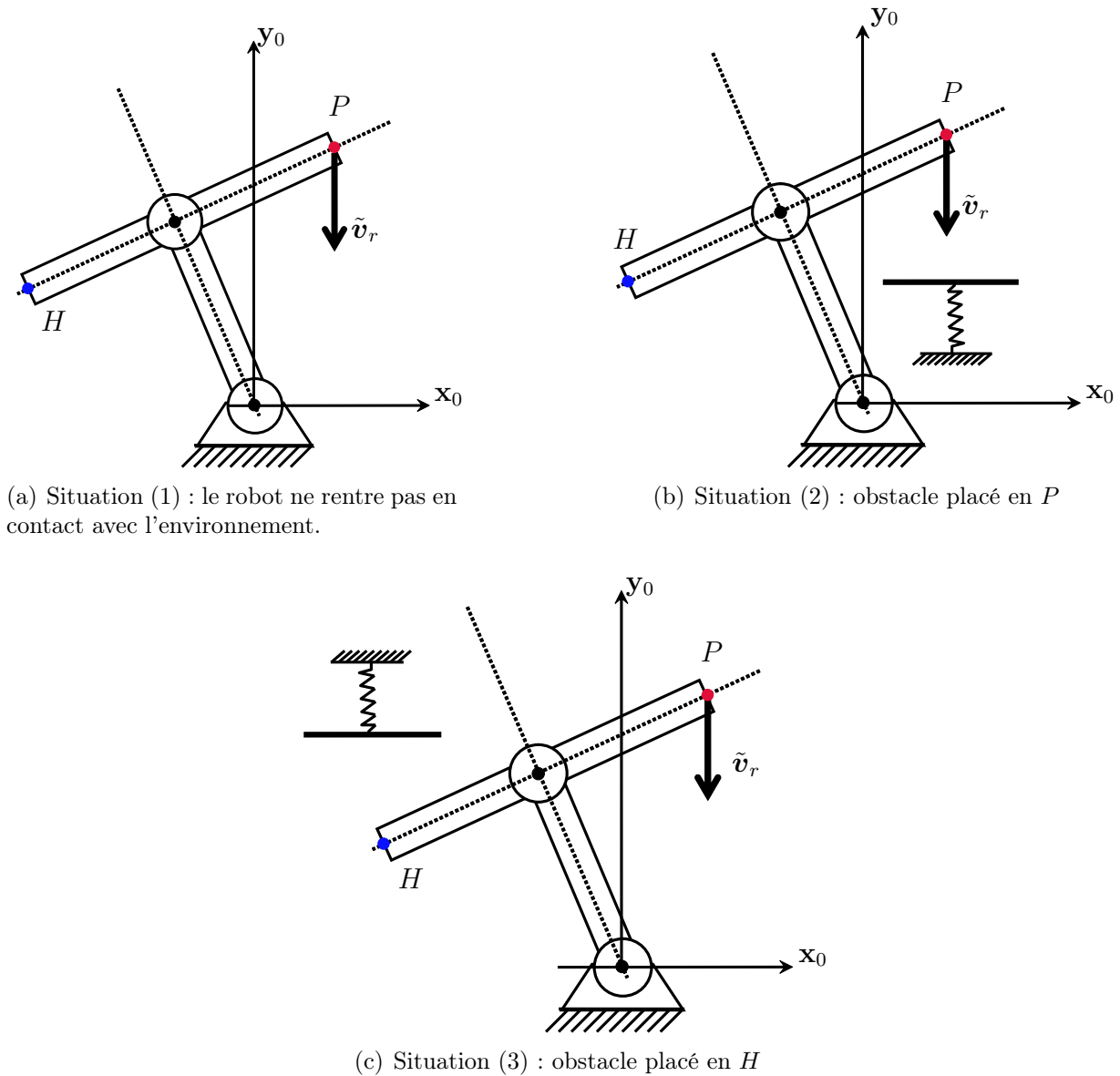


FIG. 2.23 – MCC 2 ddl plan commandé en viscosité avec une boucle interne en effort avec le schéma de la figure 2.19.

trois situations de contact suivantes sont simulées :

1. Dans la situation (1), le MCC commandé en viscosité ne rentre en contact avec aucun environnement (cf. figure 2.23(a)).
2. Dans la situation (2), on place un obstacle, modélisé ici par un ressort de raideur 10000 N/m dans la direction \mathbf{y}_0 , sur la trajectoire du point P comme montré sur la figure 2.23(b). Le contact est supposé ponctuel sans frottements.
3. Dans la situation (3), l'obstacle est placé sur la trajectoire du point H comme montré sur la figure 2.23(c). Ici aussi, le contact est supposé parfait.

Pour ces trois expériences, le robot est placé dans la même position initiale $\mathbf{q}_0 = [4\pi/6; -\pi/2]$ et la même vitesse de référence réduite est spécifiée :

$$\tilde{\mathbf{v}}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{v}_{r_y}(P/(S_0)) \end{bmatrix},$$

où ${}^0\tilde{v}_{r_y}(P/(S_0))$ est un créneau d'amplitude $-0,2$ m/s et de durée 2,25 s.

Les résultats de la simulation pour l'expérience de la situation (1) sont donnés sur la

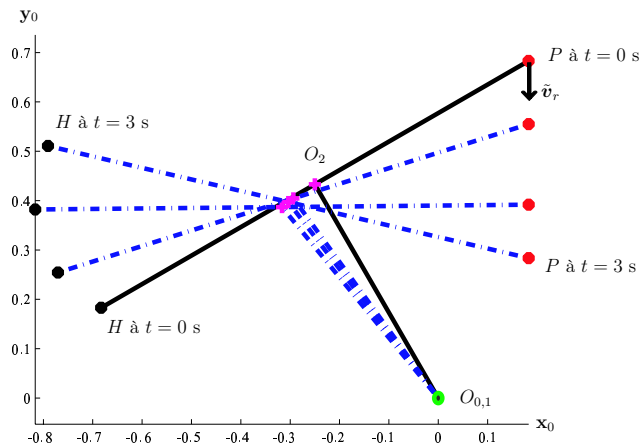


FIG. 2.24 – Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1) sans obstacle.

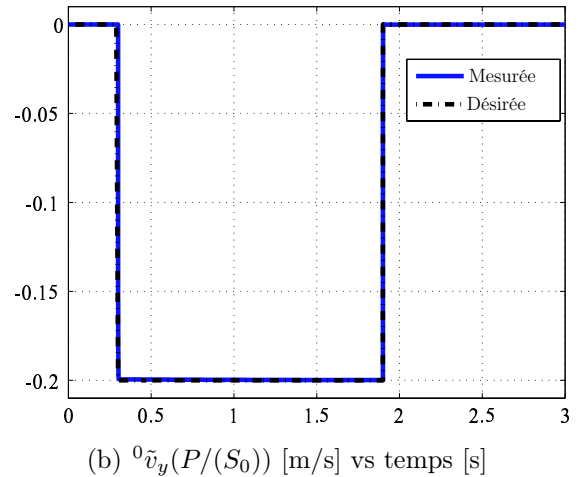
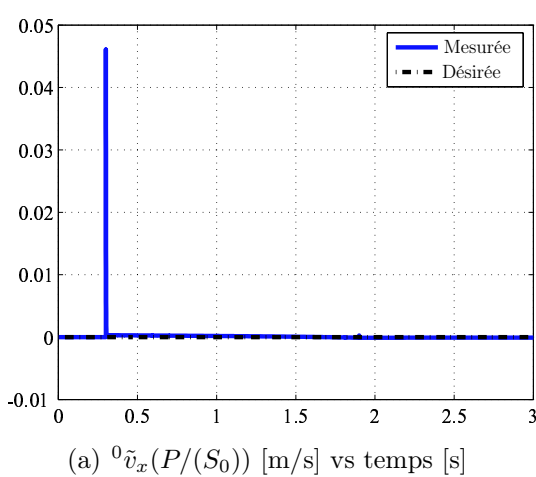


FIG. 2.25 – Vitesse nominale (mesurée) et de référence (désirée) du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1) sans obstacle.

figure 2.24 où sont reportées les positions du manipulateur durant cette simulation. Aussi,

on peut noter sur la figure 2.25 que le système est stable et que la vitesse en P est asservie à sa valeur de référence.

Les positions du manipulateur durant la simulation correspondante à la situation (2) sont

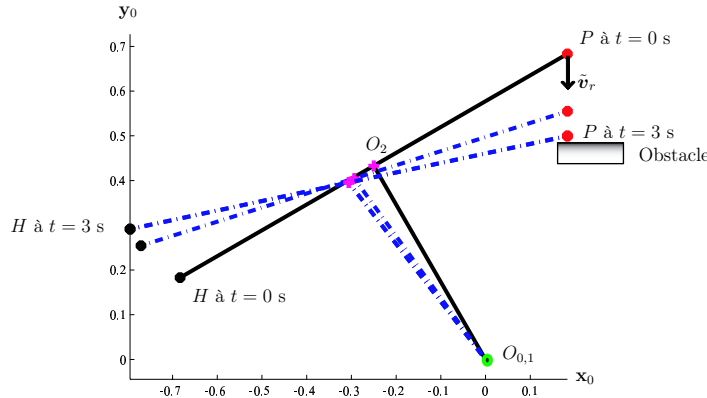
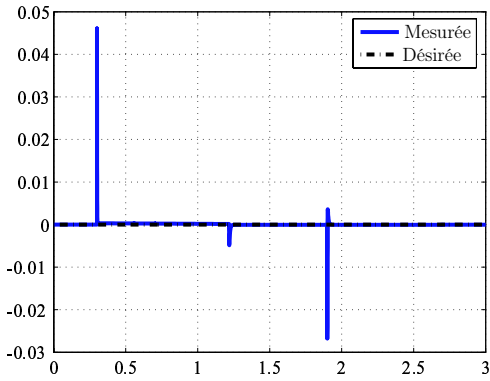
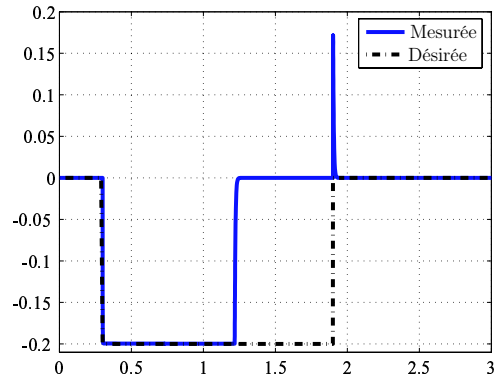


FIG. 2.26 – Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (1), le robot entre en contact avec l’obstacle au point P à l’instant $t = 1,22$ s.



(a) ${}^0\tilde{v}_x(P/(S_0))$ [m/s] vs temps [s]



(b) ${}^0\tilde{v}_y(P/(S_0))$ [m/s] vs temps [s]

FIG. 2.27 – Vitesse nominale (mesurée) et de référence (désirée) du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (2), le robot entre en contact avec l’obstacle au point P à l’instant $t = 1,22$ s.

données sur la figure 2.26. On peut noter sur cette figure que le robot devient immobile après la collision avec l’obstacle. En effet, la figure 2.27 montre que, entre $t = 0$ et $t = 1,22$ s, la vitesse $\tilde{\mathbf{v}}$ est asservie à sa valeur de référence. Par contre, à l’instant $t = 1,22$ s où le corps terminal du robot rentre en contact avec l’obstacle en P , la vitesse du point P s’annule sous l’effet de l’effort externe \mathbf{w}_e .

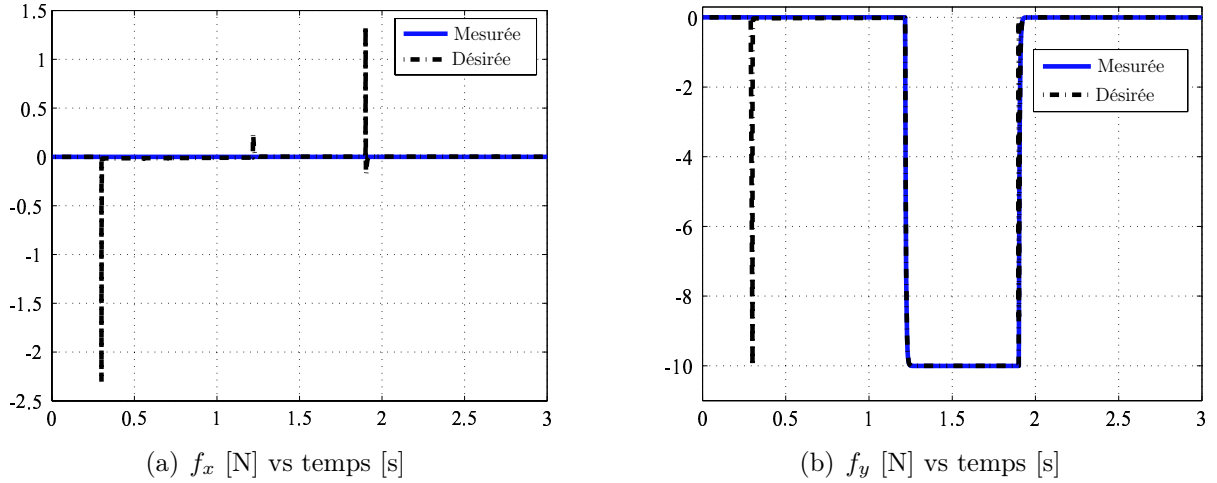


FIG. 2.28 – Effort mesuré $w_e|_P$ et désiré $w_d|_P$ sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (2), le robot entre en contact avec l'obstacle au point P à l'instant $t = 1,22$ s.

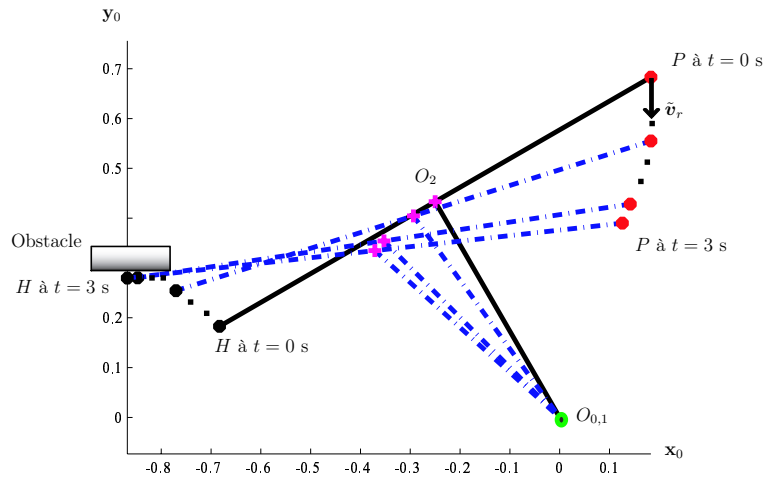


FIG. 2.29 – Mouvement du robot sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3), le robot entre en contact avec l'obstacle au point H à l'instant $t = 1,13$ s.

Aussi, les figures 2.28(a) et 2.28(b) montrent que les composantes de l'effort mesuré sont égales à leur valeurs désirées⁸. En résumé, le système répond de façon stable. Enfin, les résultats de la simulation pour l'expérience de la situation (3) sont donnés sur la figure 2.29 où sont reportées les positions du manipulateur durant cette simulation. Cette figure montre que le manipulateur est dévié de sa trajectoire de référence (trajectoire

⁸Comme le contact entre le point P et l'environnement est supposé parfait, les moments de contact mesuré et désiré sont nuls et ne sont pas reportés sur cette figure.

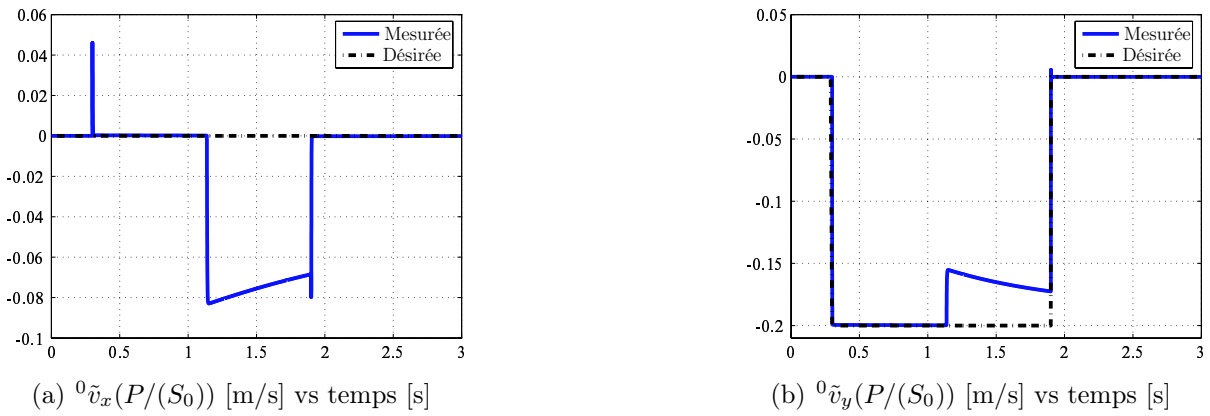


FIG. 2.30 – Vitesse de nominale du point P sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3), le robot entre en contact avec l’obstacle au point H à l’instant $t = 1,13$ s.

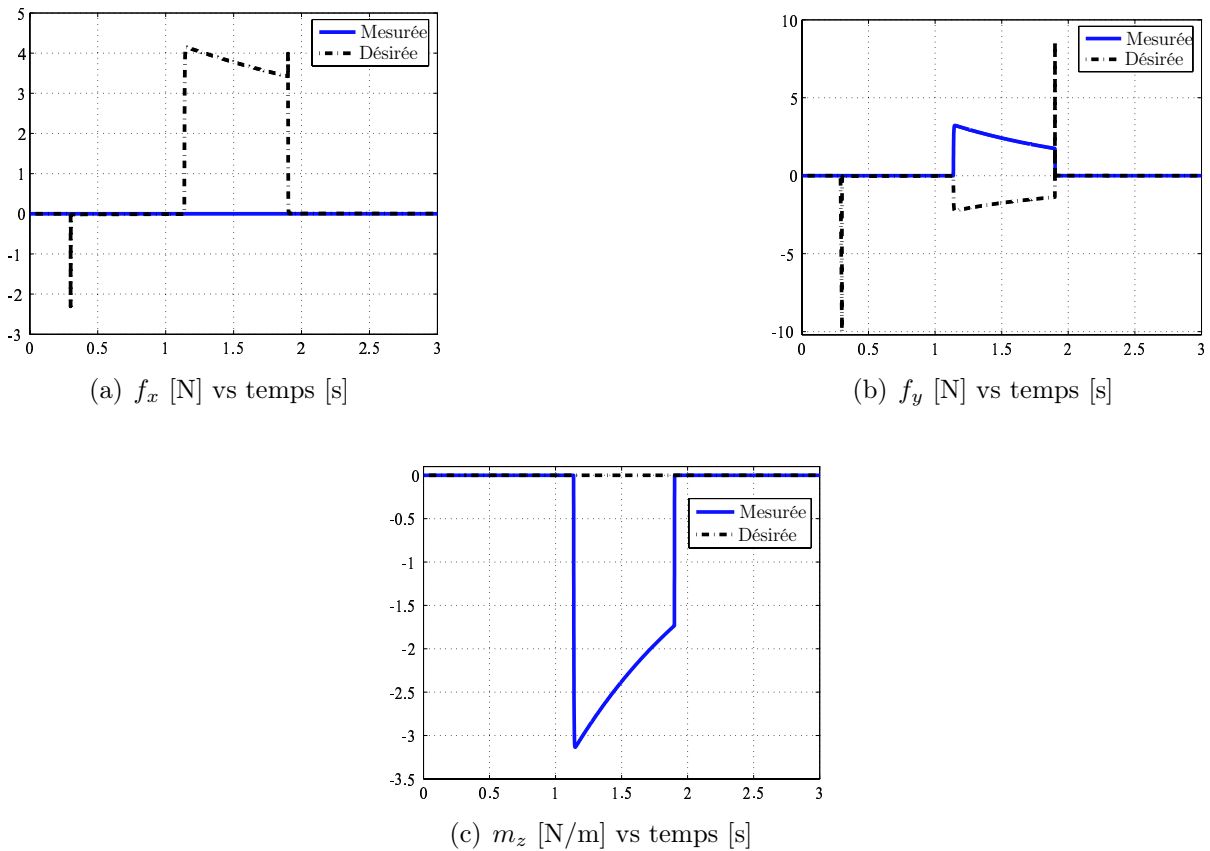


FIG. 2.31 – Effort mesuré $\mathbf{w}_e|_P$ sous la commande en viscosité avec boucle interne en force : Situation (3) le robot entre en contact avec l’obstacle au point H à l’instant $t = 1,13$ s.

obtenue lors de l'expérience de la situation (1)) suite à l'impact du corps terminal avec l'obstacle en H .

En effet, on peut observer sur la figure 2.30 que, entre $t = 0$ et $t = 1,13$ s, la vitesse mesurée est égale à sa valeur désirée. Par contre, à l'instant $t = 1,13$ s où le corps terminal du robot entre en contact avec l'obstacle en H , la vitesse du point P est *déviée* de sa valeur de référence par \mathbf{w}_e . Là aussi, le système répond de façon stable par rapport au changement de point de contact, même si, pour la boucle interne, les composantes de l'effort mesuré $\mathbf{w}_e|_P$ ne sont pas égales à leurs valeurs désirées $\mathbf{w}_d|_P$ (cf. figure 2.31).

La passivité du schéma de commande en viscosité avec la boucle interne en effort assure donc la robustesse du système, c'est-à-dire que le comportement du système est stable vis-à-vis de situations de contact quelconques.

2.7 Conclusion

Les systèmes porte-instrument pour la chirurgie endoscopique, par la nature même des manipulations qu'ils réalisent à travers un point d'incision, sont cinématiquement contraints. Nous avons étudié dans ce chapitre les problèmes particuliers qui se posent pour la commande de ce type de mécanismes lorsqu'ils sont soumis à des actions mécaniques extérieures arbitraires.

Concernant la commande en efforts, nous avons obtenu une condition nécessaire et suffisante pour que le système, au plan cinématique, soit passif. Cette condition, qui s'écrit sous la forme $\mathbf{J} = \mathbf{S}\mathbf{J}$, montre que la sélection des composantes à asservir ne peut se faire que si la cinématique du robot permet, en un point judicieusement choisi, de n'engendrer que n vitesses non nulles dans la base de sélection. Ce résultat n'est pas surprenant puisque, avec un autre choix de point, des efforts extérieurs non contrôlés peuvent engendrer un travail, dont le signe dépend du point d'application et peut devenir moteur, c'est-à-dire non passif.

Nous avons également proposé une approche sans sélection de composantes, pour laquelle l'effort spécifié \mathbf{w}_d n'est plus, au sens de l'automaticien, une *consigne* à respecter, mais un *torseur virtuel* avec lequel l'interaction doit être équilibrée. Ce principe, validé expérimentalement au chapitre 3, sera étendu au chapitre 4 à la téléopération à retour d'efforts. Nous avons également traité la commande en viscosité qui est une forme simple de la commande en impédance. Les contraintes de passivité imposent des choix particuliers sur la forme des impédances que l'on peut spécifier, qui dépend de l'architecture de contrôle retenue (boucle interne en vitesse ou en effort). On peut noter que les règles de spécification des matrices de viscosité pourraient être utilisées pour les autres termes d'impédance (raideur, inertie). Il est vraisemblable que l'on éviterait ainsi les problèmes d'instabilité cinématique. Cependant, comme la théorie de la passivité, très conservatrice, est limitée aux systèmes d'ordre relatif 1, on ne peut pas l'exploiter pour montrer la robustesse de ce type d'approche.

Chapitre 3

Validations Expérimentales avec le Robot MC^2E

Ce chapitre est consacré aux validations expérimentales des différents algorithmes d'identification et de commande proposés aux chapitres précédents. Les expériences sont conduites à l'aide du robot MC^2E , dont, pour des raisons techniques, un axe a du être supprimé. Dans le paragraphe 3.1, on présente les validations effectuées en laboratoire et en salle de chirurgie de l'algorithme de compensation de gravité donné au paragraphe 1.3.3. Dans le paragraphe 3.2, on valide le modèle de transmission des efforts, présenté dans le paragraphe 1.3.2. Pour cela, on montre, en utilisant un capteur d'effort externe, que la mesure fournie par le capteur d'effort embarqué sur le robot MC^2E est insensible aux perturbations au niveau du trocart. Enfin, dans le paragraphe 3.3, on présente les résultats des expériences de la commande en effort effectuées en laboratoire et en salle de chirurgie sur animal.

3.1 Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité

La procédure d'identification, décrite précédemment dans le chapitre 1, a été testée expérimentalement en laboratoire et in vivo, afin de valider l'algorithme de compensation de gravité.

3.1.1 Validation expérimentale en laboratoire

Dans cette partie, la base du robot MC^2E a été attachée au corps terminal d'un robot (manipulateur série à 6 ddl) $STÄUBLI TX40$, comme le montre la figure 3.1. Le but de ce montage est de pouvoir faire varier l'orientation de la base du robot MC^2E par rapport à la direction du champ gravitationnel.

Dans un premier temps, le robot $STÄUBLI$ a été positionné de façon à ce que la base

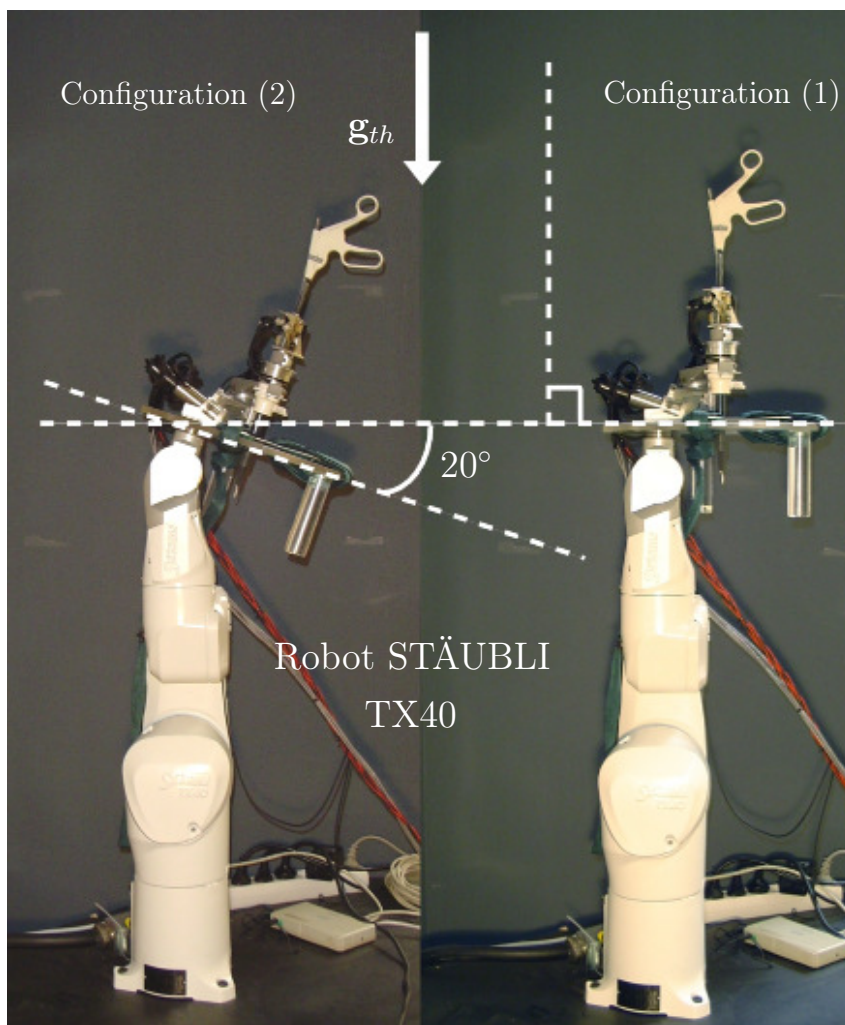


FIG. 3.1 – Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité sur le robot $STÄUBLI TX40$.

du robot MC^2E soit placée horizontalement (configuration (1)). Les composantes dans la base du robot du vecteur \mathbf{g} sont donc, en principe, $\mathbf{g}_{th} = [0, 0, -9, 81]^T \text{ ms}^{-2}$.

Une fois la phase d'étalonnage lancée sur $n = 53$ positions de l'espace de travail (cf. figure 3.2 où sont reportées les positions angulaires $\theta_{1,i}$, $\theta_{2,i}$ et $d_{4,i}$), on obtient, en utilisant

3.1. Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité 75

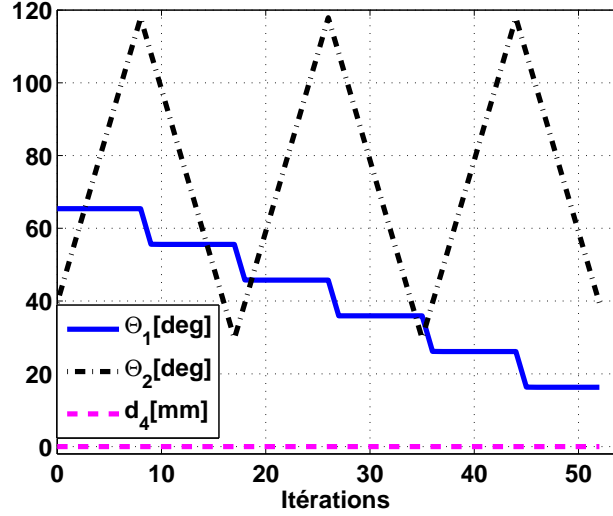


FIG. 3.2 – Angles θ_1 , θ_2 et d_4 utilisés durant la phase d'étalonnage du robot MC^2E .

les équations (1.28), (1.29), (1.31) et (1.32), les résultats de l'identification suivants :

$${}^s\hat{\mathbf{f}}_{\text{off}} [\text{N}] = \begin{bmatrix} -3,5027 \\ 7,8453 \\ 0,7482 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$${}^s\hat{\mathbf{m}}_{\text{off}} [\text{mNm}] = \begin{bmatrix} 12,8696 \\ 12,9784 \\ 43,2426 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$${}^0\hat{\mathbf{g}} [\text{ms}^{-2}] = \begin{bmatrix} -0,0247 \\ -0,0927 \\ -9,8095 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$${}^0\hat{\mathbf{d}}_{G_0S} [\text{mm}] = \begin{bmatrix} -1,8172 \\ 0,5113 \\ -40,6271 \end{bmatrix} \text{ et} \quad (3.4)$$

$$\hat{m} [\text{kg}] = 0,2665. \quad (3.5)$$

Durant cette phase d'étalonnage, la pénétration d_4 de l'instrument a été fixée à $d_{4_0} = 0$ mm et tout contact avec l'instrument a été évité.

Nous obtenons un angle d'environ $0,6^\circ$ entre la valeur théorique de ${}^0\mathbf{g}$ et son estimée. Cet écart peut être introduit par :

- les incertitudes sur les paramètres géométriques du robot tels que les paramètres DH du robot et l'orientation du capteur d'efforts par rapport à la base du robot ;
- l'erreur dans le positionnement de la base du robot MC^2E par rapport à l'hori-

zontale;

- le bruit de mesure du capteur d'efforts;
- les jeux articulaires du robot MC^2E .

Cependant, les erreurs moyennes d'estimation, obtenues pour cette identification, sont assez faibles. On obtient, pour la minimisation du critère de l'équation (1.27), une erreur moyenne $(e_f/n) = 0,024$ N. Pour la minimisation du critère de l'équation (1.30), on obtient une erreur moyenne $(e_m/n) = 0,008$ mNm.

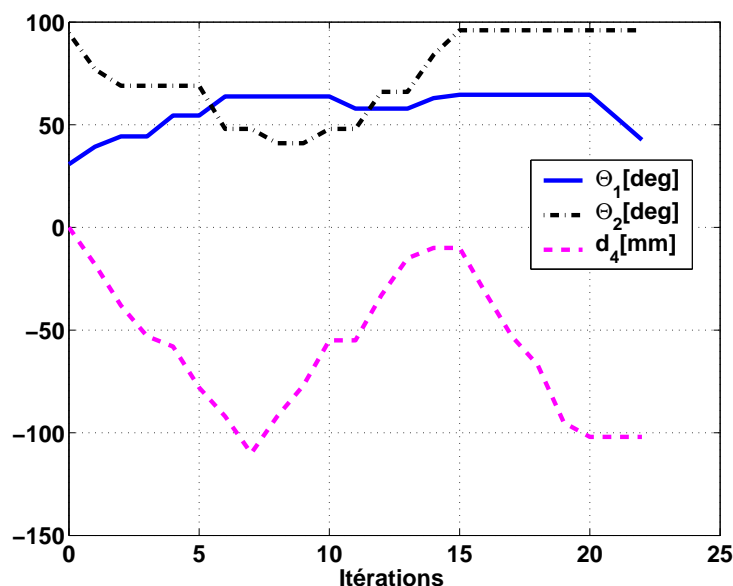


FIG. 3.3 – Angles θ_1 , θ_2 et d_4 utilisés durant la validation de l'algorithme de compensation de la gravité.

Pour vérifier la qualité de l'estimation obtenue et valider l'algorithme de compensation de gravité, on met en place une nouvelle expérience. Le robot, dans la configuration (1), est placé dans 23 positions différentes de l'espace de travail (cf. figure 3.3) en faisant varier la pénétration d_4 de l'instrument et en gardant l'orientation de la base du robot constante. Il faut noter que ces positions sont différentes de celles utilisées pour l'étalonnage. On compare, par la suite, comme illustré sur les figures 3.4 et 3.5, les mesures fournies par le capteur d'efforts durant cette expérience, aux valeurs du torseur de compensation calculées avec les équations (1.25) et (1.26) en utilisant les résultats de l'estimation précédente (équations (3.1) à (3.6)).

Les figures 3.4(b) et 3.5(b), montrent que l'erreur d'estimation est faible et que l'effet de la gravité est compensé avec précision. On obtient une erreur maximale en force de 0,2 N et une erreur maximale en moment de 8 mNm.

3.1. Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité 77

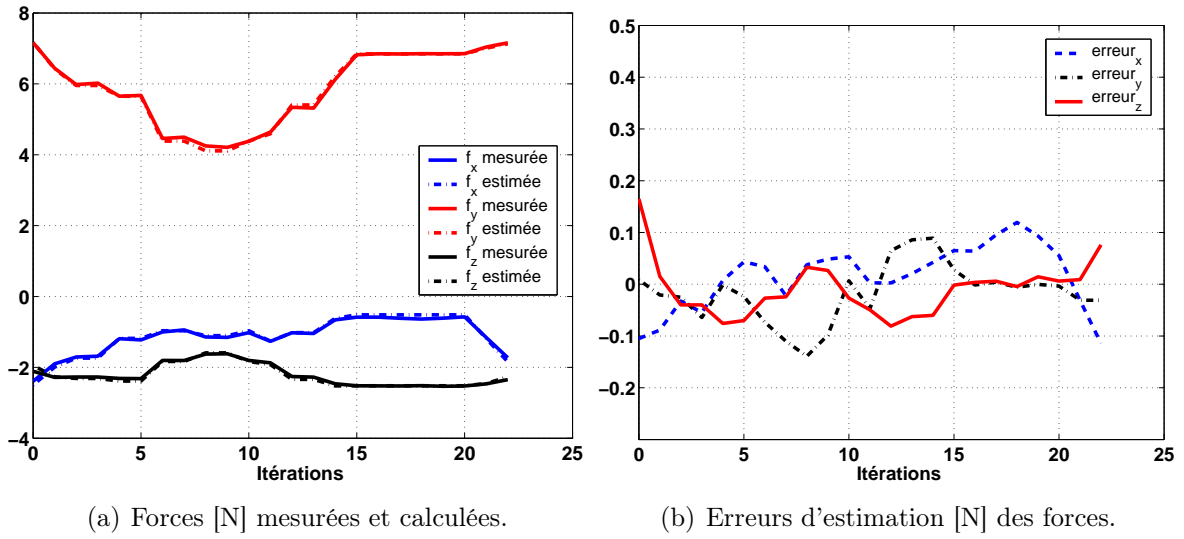


FIG. 3.4 – Forces [N] mesurées et calculées ainsi que les erreurs d'estimation [N] durant la validation de l'algorithme de compensation de gravité - base du robot horizontale.

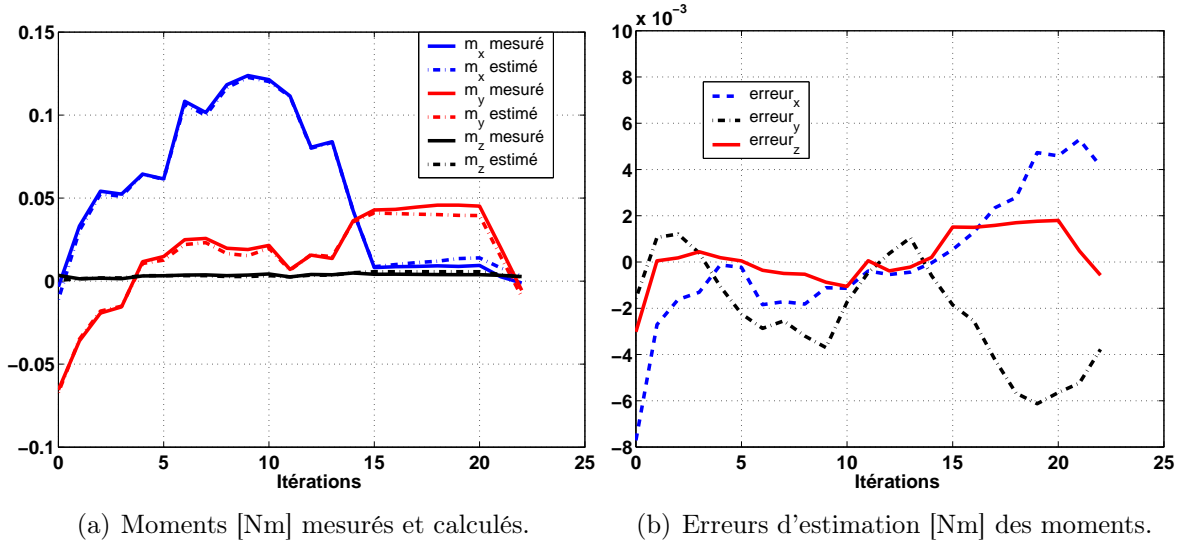


FIG. 3.5 – Moments [Nm] mesurés et calculés ainsi que les erreurs d'estimation durant la validation de l'algorithme de compensation de gravité - base du robot horizontale.

Dans un deuxième temps, afin de vérifier que le vecteur gravité est bien identifié quelle que soit l'orientation de la base du robot, on réalise l'expérience suivante : la base du robot MC^2E est repositionnée à l'aide du robot STÄUBLI, de façon à ce que cette dernière forme un angle de 20° par rapport à l'horizontale comme illustré sur la figure 3.1 (configuration (2)). Autrement dit, le vecteur gravité estimé qu'on est supposé identifier, devra avoir un angle de 20° par rapport à celui calculé par l'équation (3.3).

En relançant la procédure d'étalonnage pour cette nouvelle orientation de la base du robot, on obtient les résultats suivants :

$${}^0\hat{\mathbf{g}} \text{ [ms}^{-2}\text{]} = \begin{bmatrix} 0,1792 \\ -3,3017 \\ -9,2359 \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

$${}^0\hat{\mathbf{d}}_{G_0S} \text{ [mm]} = \begin{bmatrix} -2,1389 \\ 0,4985 \\ -41,0527 \end{bmatrix} \text{ et} \quad (3.7)$$

$$\hat{m} \text{ [kg]} = 0,2678. \quad (3.8)$$

On peut noter que les résultats obtenus pour les paramètres \hat{m} et ${}^0\hat{\mathbf{d}}_{G_0S}$ restent pratiquement inchangés comparés à ceux de l'expérience précédente (configuration (1)).

On calcule l'angle de rotation entre le vecteur gravité de l'équation (3.6) et celui de l'équation (3.3) on trouve un angle de $19,7^\circ$.

On a donc réussi à retrouver, à $0,3^\circ$ près, l'angle de rotation avec lequel a été ré-orientée la base du robot entre les deux expériences.

Là aussi, les erreurs moyennes d'estimation sont assez faibles. On obtient, pour la minimisation du critère de l'équation (1.27), une erreur moyenne $(e_f/n) = 0,027$ N. Pour la minimisation du critère de l'équation (1.30), on obtient une erreur moyenne $(e_m/n) = 0,008$ mNm.

Tous ces résultats nous permettent de conclure que l'algorithme de compensation de gravité, présenté dans le paragraphe 1.3.3.1, permet d'annuler avec précision l'effet de la gravité, quelle que soit l'orientation de la base du robot.

Ainsi, une fois l'effet de la gravité compensé, le torseur d'interaction entre l'instrument et l'environnement de contact sera directement mesuré par le capteur d'efforts du robot.

3.1.2 Test in vivo de l'algorithme de compensation de gravité

Nous avons également testé l'algorithme de compensation de gravité dans des conditions cliniques où le robot est posé sur l'abdomen du patient. Le patient est un animal (un porc) placé sous assistance respiratoire, comme le montre la figure 3.6. Dans ce cas, la base du robot n'est pas fixe, comme dans le cas des expériences conduites en laboratoire, mais elle suit les mouvements de respiration du patient.

Une fois la phase d'étalonnage lancée sur $n = 42$ positions de l'espace de travail du robot (cf. figure 3.7), on obtient les résultats suivants :

$${}^0\hat{\mathbf{g}} \text{ [ms}^{-2}\text{]} = \begin{bmatrix} -0,7037 \\ -2,0434 \\ -9,5690 \end{bmatrix}, \quad \hat{m} \text{ [kg]} = 0,3125, \quad {}^0\hat{\mathbf{d}}_{G_0S} \text{ [mm]} = \begin{bmatrix} 5,4767 \\ -8,9340 \\ -69,68 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

3.1. Validation expérimentale de l'algorithme de compensation de gravité 79

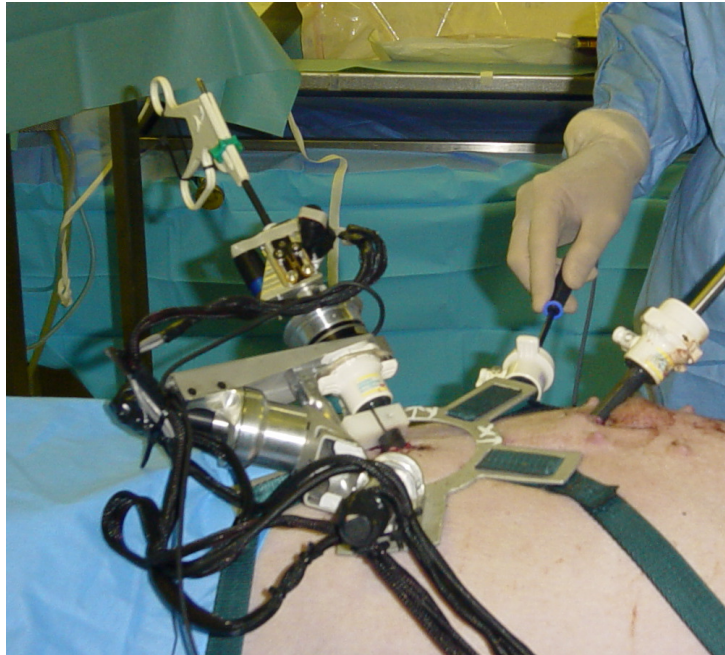


FIG. 3.6 – Robot MC^2E placé sur un animal qui respire pour le test de l'algorithme de compensation de la gravité.

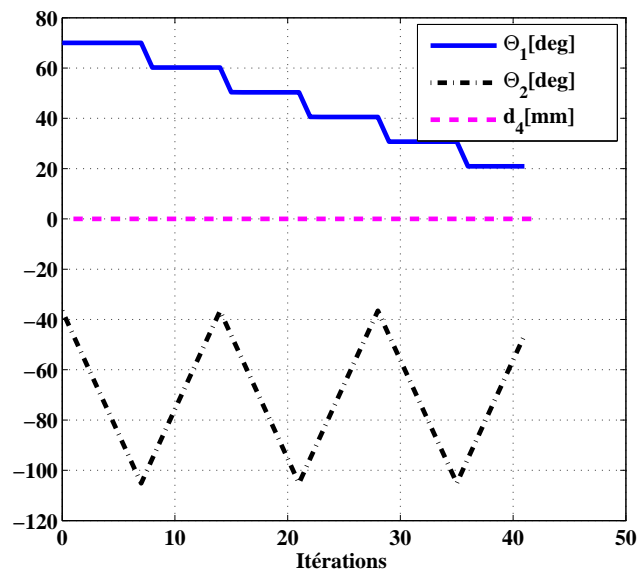
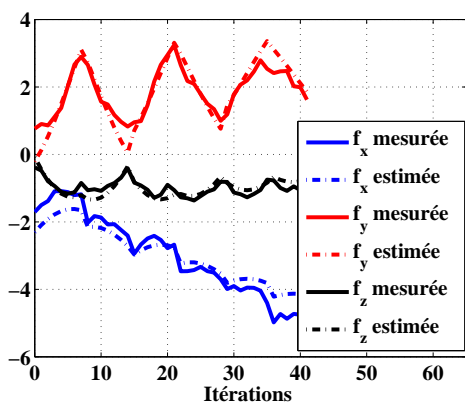


FIG. 3.7 – Angles Θ_1 , Θ_2 et d_4 utilisés durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de la gravité sur un animal.

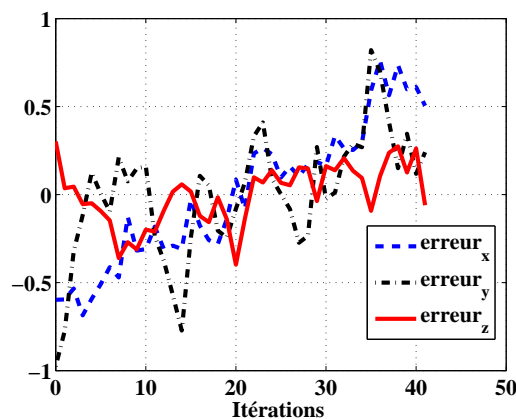
On compare, par la suite, comme illustré sur les figures 3.8 et 3.9, les mesures fournies par le capteur d'efforts durant cette phase d'étalonnage, aux valeurs du torseur d'interaction

calculées en utilisant les résultats de l'estimation.

La figure 3.8(b) montre que l'erreur d'estimation pour les forces n'est pas négligeable (on

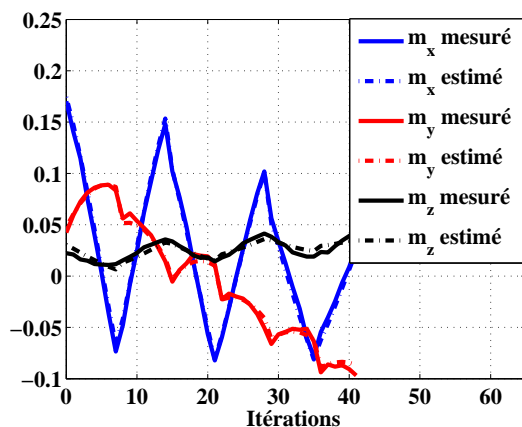


(a) Forces [N] mesurées et calculées.

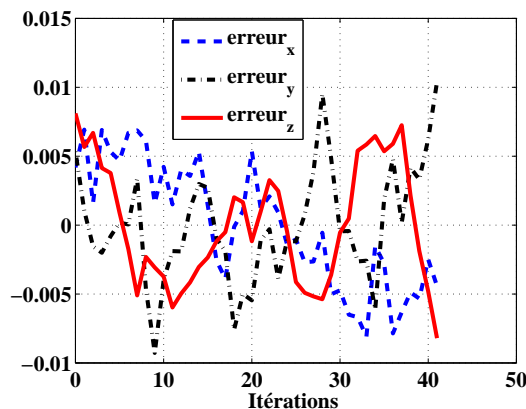


(b) Erreurs d'estimation [N] des forces.

FIG. 3.8 – Forces [N] mesurées et calculées ainsi que les erreurs d'estimation [N] durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de gravité sur animal.



(a) Moments [Nm] mesurés et calculés.



(b) Erreurs d'estimation [Nm] des moments.

FIG. 3.9 – Moments [Nm] mesurés et calculés ainsi que les erreurs d'estimation durant la phase d'étalonnage de l'algorithme de compensation de gravité sur animal.

obtient une erreur maximale en force de 1 N). L'erreur d'estimation pour les moments (cf. figure 3.9(b)), quant à elle, est assez faible (l'erreur maximale en moments est de 10 mNm).

L'erreur moyenne obtenue lors de la minimisation du critère d'erreur en force, vaut $(e_f/n) = 0,28$ N. L'erreur est donc 10 fois plus grande environ, comparée à celle obtenue pour la base du robot fixe. Pour la minimisation du critère d'erreur en moment, l'erreur moyenne obtenue reste faible est vaut $(e_m/n) = 0,055$ mNm.

La dégradation des performances de l'algorithme est liée au fait que les mouvements de respiration du patient engendrent des variations non négligeables de l'orientation du champ gravitationnel par rapport à la base du robot. L'algorithme de compensation de gravité, par conséquent, ne peut identifier avec précision le paramètre variable ${}^0\mathbf{g}$. Les résultats de l'identification des paramètres \hat{m} et ${}^0\hat{\mathbf{d}}_{G_0S}$, dépendants de ${}^0\mathbf{g}$, seront alors différents de ceux obtenus pour la base du robot fixe.

En résumé, l'amplitude des mouvements de respiration du patient est assez importante pour influencer l'algorithme de compensation de la gravité.

Cependant, les effets de cette imprécision sur l'estimation du modèle de gravité peuvent être amoindris pour des petits déplacements (réalisation d'un geste fin). En effet, en travaillant autour d'un point de fonctionnement, le modèle poids du robot ne varie pas beaucoup. Il est donc possible d'annuler l'effet de la gravité sur le système en recalant, hors contact instrument-organe, les valeurs calculées de l'effort de contact sur les valeurs mesurées.

Une autre solution qui permettrait de connaître avec précision l'orientation de champ gravitationnel par rapport à la base du robot serait d'utiliser un inclinomètre monté sur la base. Dans ce cas, les mouvements respiratoires du patient n'influenceraient pas la compensation de l'effet de la gravité sur le robot.

3.2 Insensibilité aux perturbations au niveau du trocart

Pour valider le modèle de transmission des effort, présenté dans le paragraphe 1.3.2, on met en place les expériences présentées ci-après, où un capteur d'effort externe, identique à celui monté sur le robot (modèle *Nano43* d'*ATI Industrial Automation*), est utilisé.

Le but de ces expériences est de comparer la force effective appliquée par l'instrument, qui sera mesurée par le capteur d'effort externe, à la force d'interaction estimée par le robot *MC²E*. Dans le même temps, on veut mettre en évidence les perturbations engendrées au niveau du trocart qui sont les frottements entre l'instrument et le guide et les efforts entre le trocart et l'abdomen du patient.

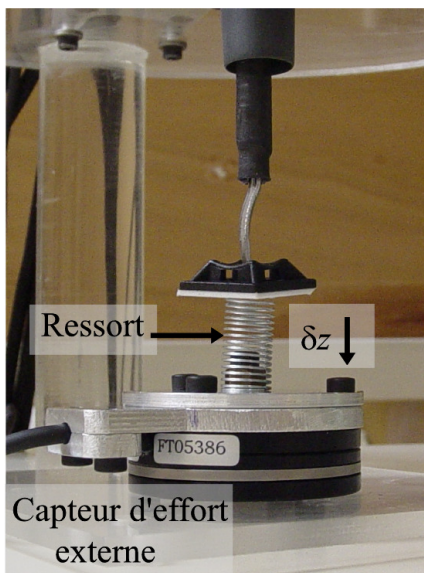
Dans tout ce qui suit, on considère que l'effet de la gravité est compensé avec précision.

3.2.1 Frottements au niveau du trocart

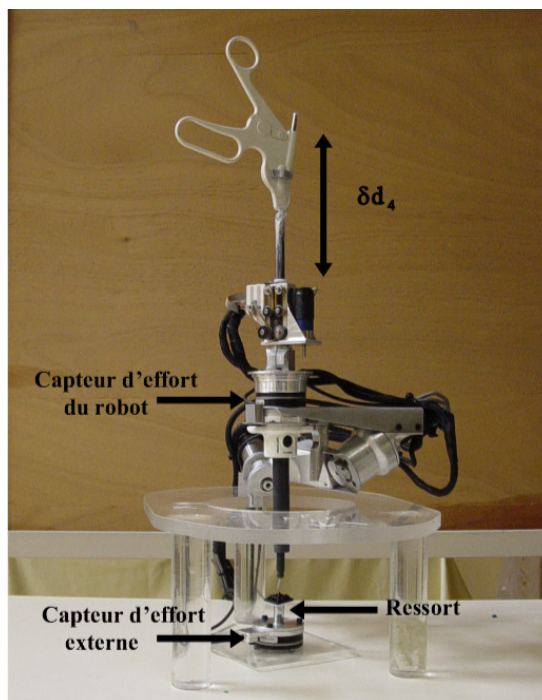
Dans un premier temps, on pose sur le capteur d'effort externe, un ressort de raideur k , comme le montre la figure 3.10(a). Ce montage permet de mesurer, par le biais du capteur d'effort externe, la force $f = k \delta z$ engendrée par la compression δz du ressort.

Ainsi, en plaçant le robot dans la position verticale de la figure 3.10(b), où l'instrument est en contact ferme avec le ressort, toute pénétration δd_4 de l'instrument comprime le ressort et produit une force qui sera mesurée par le capteur d'effort externe.

D'autre part, comme l'instrument est en contact avec le ressort, le capteur d'effort em-



(a) Ressort posé sur le capteur d'effort externe.



(b) Robot MC^2E appliquant un effort $f = k \delta d_4$ sur un capteur d'effort externe via un ressort.

FIG. 3.10 – Montage expérimental pour la validation de la mesure des forces d'interaction.

barqué mesure également une force de contact. Après compensation par l'équation (1.19), on doit retrouver la force de compression mesurée par le capteur d'effort externe.

Durant cette expérience, nous avons fait varier la pénétration de l'instrument suivant le mouvement sinusoïdal donné sur la figure 3.11(c). Le module de la force mesurée par le capteur d'effort externe est comparé, sur la figure 3.11(a), à celui de la force d'interaction mesurée par le capteur d'effort du robot. On observe sur la figure 3.11(a) que la force d'interaction, mesurée par le capteur du robot, est pratiquement superposée à la force effective appliquée par l'instrument, ce qui valide le principe de mesure.

Pourtant, le fait de translater l'instrument «de haut en bas» dans un guidage équipé d'un joint d'étanchéité, engendre des frottements importants entre l'instrument et son guide. De plus, le signe de ces frottements change à chaque fois que le signe de la vitesse de pénétration de l'instrument change.

Pour évaluer l'importance de ces frottements, on a représenté sur la figure 3.11(b) la force de commande équivalente, produite par le moteur de translation lors du déplacement de l'instrument (cf. figure 3.11(c)). Cette force de commande, calculée à partir du courant de commande du moteur de translation, présente des variations d'amplitude importantes à chaque fois que le signe de la vitesse de pénétration de l'instrument change. Elle atteint environ 2 N pour faire translater l'instrument vers le haut et environ -4 N pour le translater vers le bas. Ces valeurs sont très grandes comparées à la force d'interaction qui reste comprise entre $-0,5$ N et $-0,1$ N (cf. figure 3.11(a)).

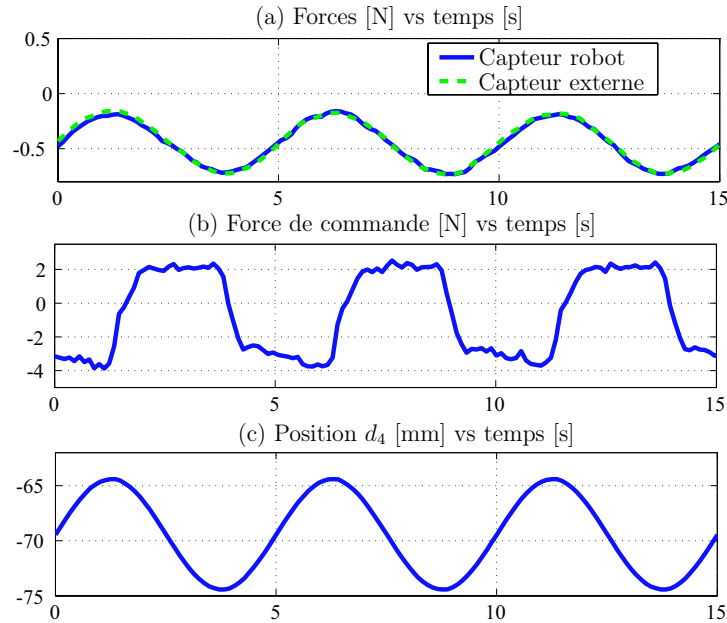


FIG. 3.11 – Forces d’interactions mesurées par le capteur du robot et par le capteur externe, force de commande pour le moteur de translation et position de l’instrument durant l’expérience.

On peut donc conclure, d’après les résultats de l’expérience de la figure 3.10, que le dispositif de mesure qui équipe le robot MC^2E permet de mesurer les forces d’interaction entre l’instrument et l’environnement de contact, sans influence des frottements.

3.2.2 Interactions trocart-abdomen

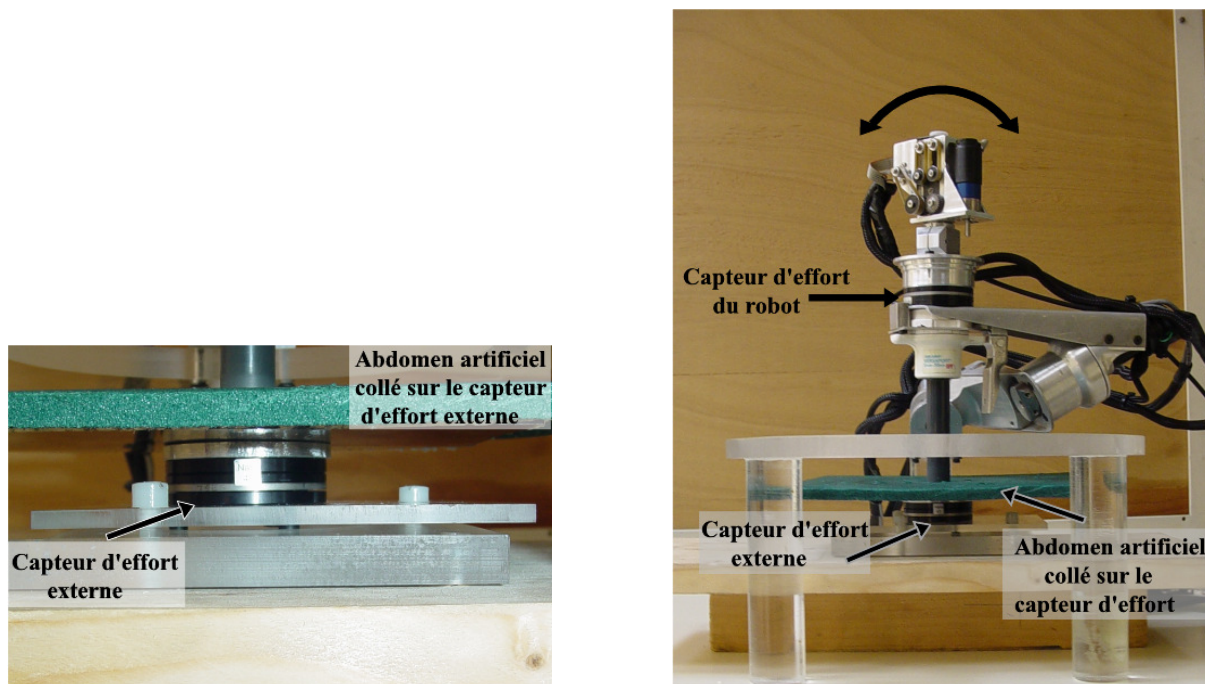
Le montage expérimental de la figure 3.12, permet d’évaluer l’effet des interactions trocart-patient sur le capteur d’effort du robot.

Pour les besoins de cette expérience, un abdomen artificiel (une pièce en mousse élastique) a été collé sur le capteur d’effort externe précédemment utilisé, comme l’illustre la figure 3.12(a).

On insère un trocart dans l’abdomen, instrumenté du capteur d’effort, puis on attache le robot au trocart. Ainsi, toute manipulation du trocart engendre un effort qui sera mesuré par le capteur d’effort externe.

Durant cette expérience, le trocart a été manipulé en commandant la position articulaire de l’axe Θ_2 du robot comme reporté sur la figure 3.13(c).

En comparant, sur la figure 3.13(a) (respectivement 3.13(b)), le module des forces (resp. des moments) mesurées par le capteur d’effort externe lors de la manipulation du trocart, au module des forces (resp. des moments) mesurées par le capteur d’effort du robot, on constate que les interactions trocart-abdomen, mesurées par le capteur externe, ne se



(a) Abdomen artificiel collé sur le capteur d'effort externe.

(b) Robot MC^2E appliquant un effort sur un capteur d'effort externe via un abdomen artificiel.

FIG. 3.12 – Montage expérimental pour la mise en évidence des interactions trocart-abdomen.

répercutent pas sur le capteur d'effort du robot, comme montré au paragraphe 1.3.2.

3.3 Résultats de la commande en effort

3.3.1 Validations expérimentale de la commande en effort

Dans cette partie, nous allons utiliser le robot MC^2E pour évaluer le comportement pratique du schéma de commande en effort de la figure 2.5. Les deux choix de la matrice \mathbf{S} seront traités.

Les gains \mathbf{K}_p et \mathbf{K}_i du correcteur articulaire ainsi que le gain \mathbf{B} de la boucle de rétroaction en vitesse sont choisis tels que les conditions de passivité données par l'équation (2.22) soient vérifiées. Au niveau articulaire, la commande est donc passive de sorte que la passivité du schéma de commande en effort de la figure 2.5 ne dépende que du choix de la matrice \mathbf{S} . Durant toutes les expériences qui suivent, la matrice jacobienne $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ du robot, (cf. annexe A), est exprimée à la pointe de l'instrument, dans la base fixe du robot. De

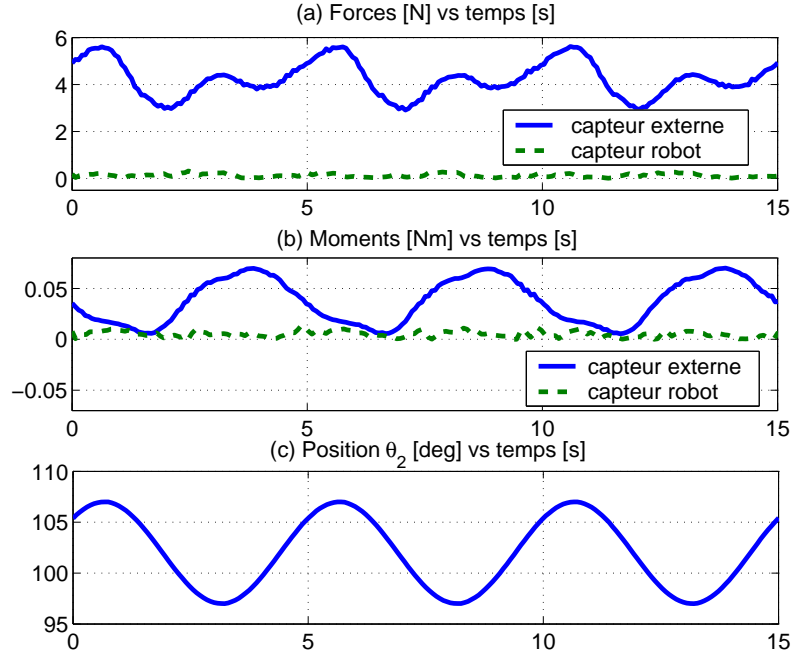


FIG. 3.13 – Forces et moments mesurés par le capteur d’effort du robot et par le capteur externe et position θ_2 durant la manipulation du trocart autour de l’abdomen.

même, les torseurs d’effort sont exprimés à la pointe de l’instrument dans la base fixe du robot.

Dans une première expérience, notée expérience (1), le robot est rigidement attaché à un corps fixe, au point P , au niveau de la pointe de l’instrument (cf. figure 3.14). Pour cette expérience, deux schémas de commande en effort sont évalués :

- le schéma de commande A n’utilise pas de sélection de composantes. Dans ce cas $\mathbf{S} = \mathbf{I}_6$ et le schéma de commande est passif ;
- le schéma de commande B utilise la sélection des composantes avec $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}$, ce qui permet d’asservir uniquement les forces au niveau de la pointe de l’instrument. Dans ce cas, la condition $\mathbf{S}\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}(\mathbf{q})$ n’est pas vérifiée et le schéma de commande B n’est pas passif.

Pour présenter des résultats expérimentaux comparables, on spécifie le même effort désiré $\mathbf{w}_d = [f_{dx} ; f_{dy} ; f_{dz} ; 0 ; 0 ; 0]$ pour les deux schémas, où f_{dx} , f_{dy} et f_{dz} sont des signaux triangulaires variants entre 1 N et 3 N. Puisque $\mathbf{w}_d = \mathbf{S}\mathbf{w}_d$, le couple désiré $\boldsymbol{\tau}_d$, défini par

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{J}^T \mathbf{w}_d & \text{pour le schéma } A \\ \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{J}^T \mathbf{S} \mathbf{w}_d = \mathbf{J}^T \mathbf{w}_d & \text{pour le schéma } B, \end{cases} \quad (3.10)$$

est identique pour les deux schémas de commande.

Les résultats de l’expérience (1) sont donnés au niveau articulaire sur la figure 3.15. Durant cette expérience, le robot est commandé en effort avec le schéma de commande

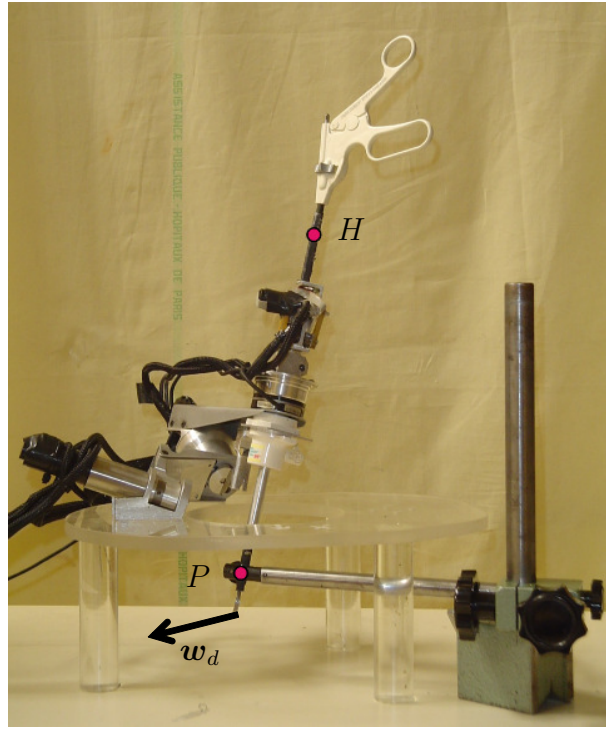


FIG. 3.14 – Robot MC^2E attaché à l'environnement en P au niveau de la pointe de l'instrument : configuration de l'expérience (1).

A de $t = 0$ à $t \approx 2,4$ s. À partir de $t \approx 2,4$ s, on remplace le schéma de commande A par le schéma de commande B . On peut observer sur la figure 3.15 que les deux schémas de commande ont un comportement similaire, même si le schéma de commande B n'est pas passif. Ce résultat est dû au fait que le robot a été attaché à l'environnement au point P , près de la pointe de l'instrument. Par conséquent, le moment créé par le système d'attache (l'environnement) au niveau de la pointe de l'instrument est assez faible pour vérifier $\mathbf{w}_e \approx \mathbf{S}\mathbf{w}_e$. Ainsi, le schéma de commande B est stable car il répond passivement aux efforts qui vérifient $\mathbf{w}_e = \mathbf{S}\mathbf{w}_e$ (cf. paragraphe 2.5.2).

Les forces et moments mesurés durant l'expérience (1) sont donnés sur la figure 3.16. On peut noter à travers cette figure qu'il existe, pour les deux schémas de commande, une différence de comportement au niveau de l'effecteur. Avec le schéma de commande A (cf. figure 3.16 entre $t = 0$ et $t \approx 2,4$ s), les valeurs mesurées des forces et moments ne sont pas égales aux valeurs désirées. Cependant, grâce à l'approche de projection de l'erreur utilisée par le schéma de commande A , ces efforts mesurés et désirés s'équilibrent dans l'espace articulaire à travers : $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}_e = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{w}_d$.

Dans le cas du schéma de commande B (cf. figure 3.16 pour $t \geq 2,4$ s), une erreur en couple nulle impose une erreur en force nulle. De plus, on peut noter sur la figure 3.16(d) que les composantes du moment mesuré $\mathbf{m}_e(P)$ sont annulées dans la boucle de retour.

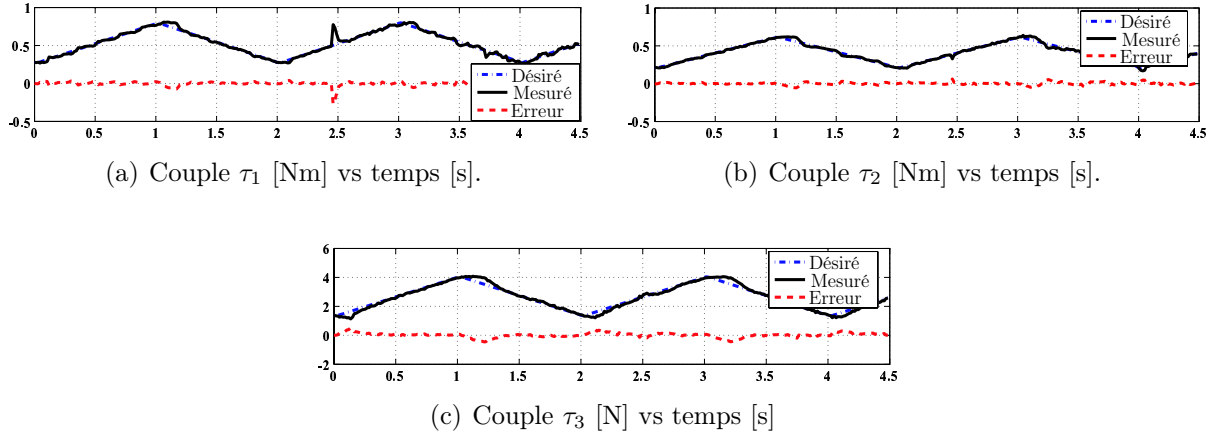


FIG. 3.15 – Couples articulaires mesurés et désirés durant l'expérience (1).

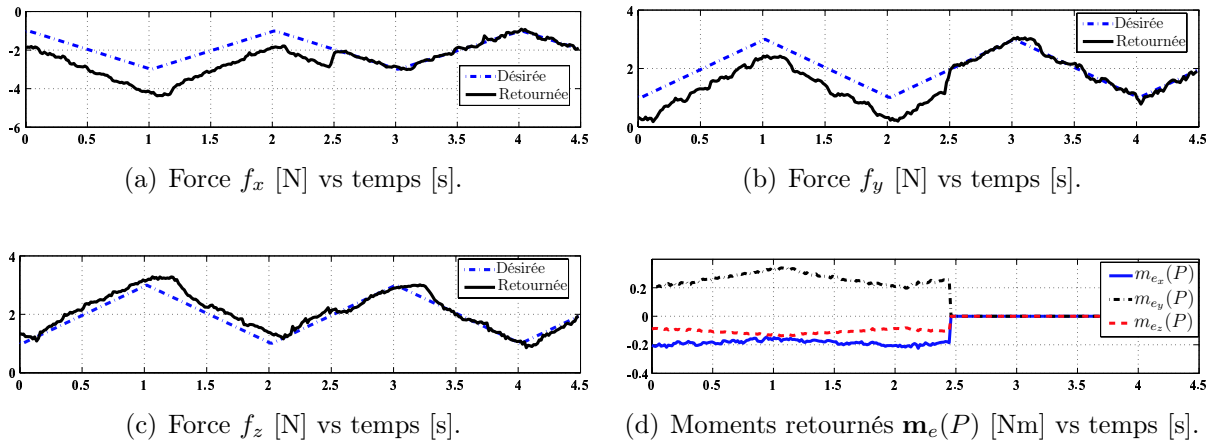


FIG. 3.16 – Forces et moments désirés et retournés au correcteur durant l'expérience (1).

Dans une seconde expérience (expérience (2)), l'environnement est attaché au robot au point H au niveau de la poignée de l'instrument (cf. figure 3.17). Le robot est ensuite commandé en effort avec un effort désiré nul (mode transparent) en utilisant le schéma de commande A et le schéma de commande B . Cette expérience illustre le mode de la co-manipulation où le chirurgien co-manipule l'instrument avec le robot.

Pour cette situation de contact, le schéma de commande B est instable comme le montre la figure 3.18. On peut observer sur cette figure, entre $t = 0$ et $t \approx 0,6$ s où le robot est commandé avec le schéma de commande A , que les couples mesurés sont nuls et le système répond de façon stable. Par contre, à $t \approx 0,6$ s, en passant du schéma de commande A au schéma de commande B , la réponse en couple diverge et le système devient très vite instable¹. En effet, comme l'environnement est attaché au robot en H , l'égalité $\mathbf{S}\mathbf{w}_e = \mathbf{w}_e$

¹Par mesure de sécurité, on a imposé une valeur de saturation en courant pour les moteurs du robot,

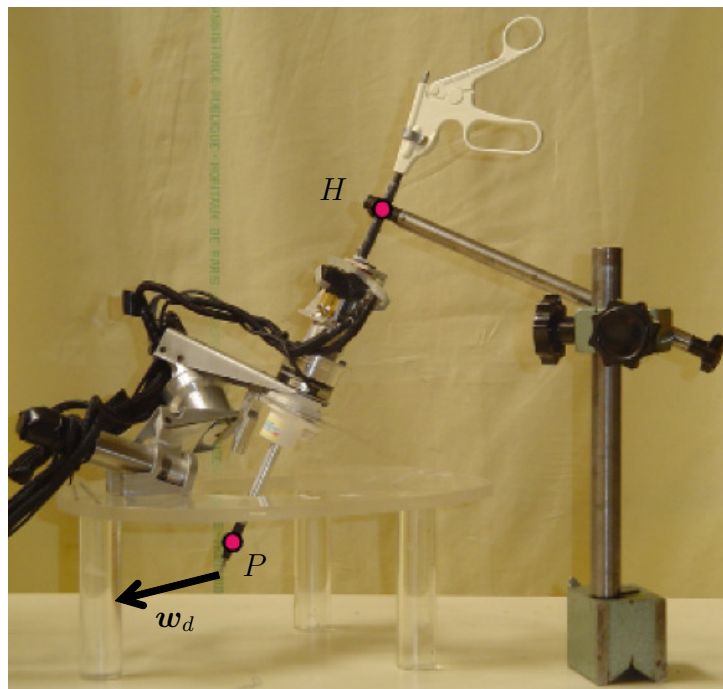


FIG. 3.17 – Robot MC^2E attaché à l'environnement en H au niveau de la poignée de l'instrument : configuration de l'expérience (2) et (3).

n'est plus vérifiée car le moment mesuré en P devient trop important pour être négligé. Dans ce cas pratique, la non passivité du schéma de commande B induit l'instabilité du système.

Finalement, les figures 3.19 et 3.20 montrent les résultats de la troisième expérience (expérience (3)) où le robot MC^2E , en contact avec l'environnement en H , est commandé en effort avec le schéma de commande A . Ici, un effort désiré $\mathbf{w}_d = [f_{d_x} ; f_{d_y} ; f_{d_z} ; 0 ; 0 ; 0]$ a été spécifié à la pointe de l'instrument, où f_{d_x} , f_{d_y} et f_{d_z} sont des signaux triangulaires. Cette expérience montre que le schéma de commande A est robuste par rapport au changement de point d'application des efforts. En effet, les couples mesurés (cf. figure 3.19) sont asservis de façon stable à leurs valeurs désirées, même si les composantes des forces mesurées ne sont pas égales à leurs valeurs désirées (cf. figure 3.20). Là aussi, on peut noter que l'effort désiré, spécifié à la pointe de l'instrument, s'équilibre avec l'effort effectif \mathbf{w}_e appliqué au point H .

ce qui explique que les couples mesurés se stabilisent à la valeur de saturation, après environ 150 ms.

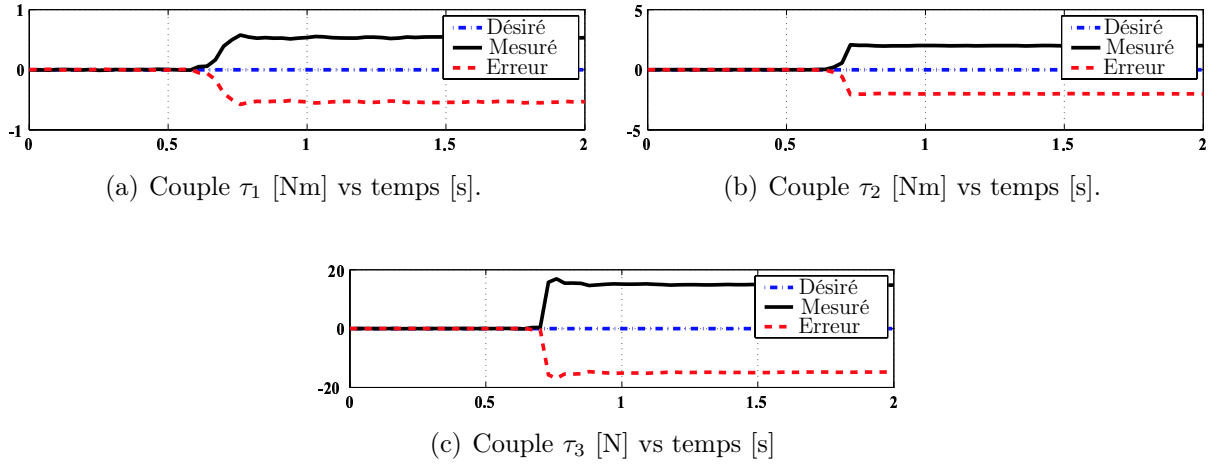


FIG. 3.18 – Couples articulaires mesurés et désirés durant l’expérience (2) : Le système est stable pour le schéma de commande *A* (entre $t = 0$ et $t \approx 0,6$ s) et instable pour le schéma de commande *B* (pour $t \geq 0,6$ s).

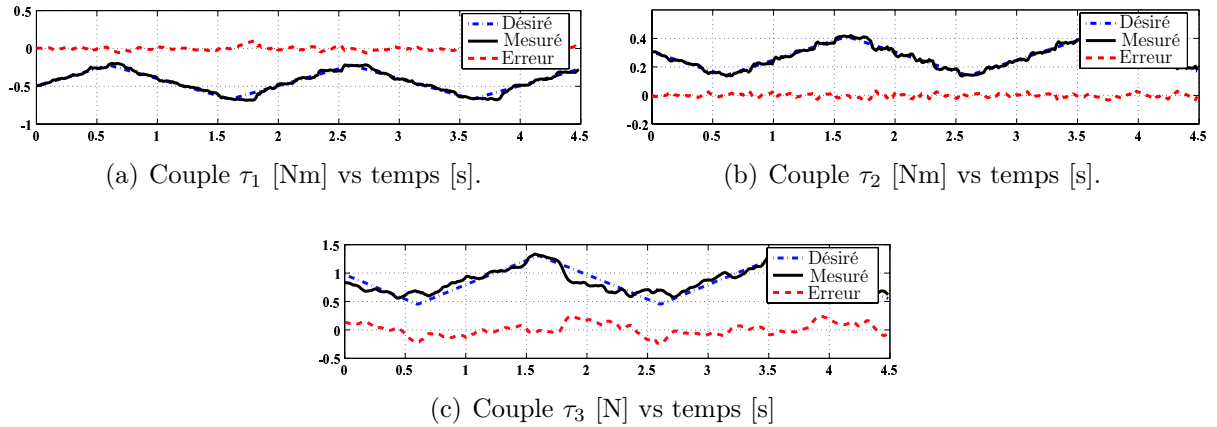


FIG. 3.19 – Couples articulaires mesurés et désirés durant l’expérience (3).

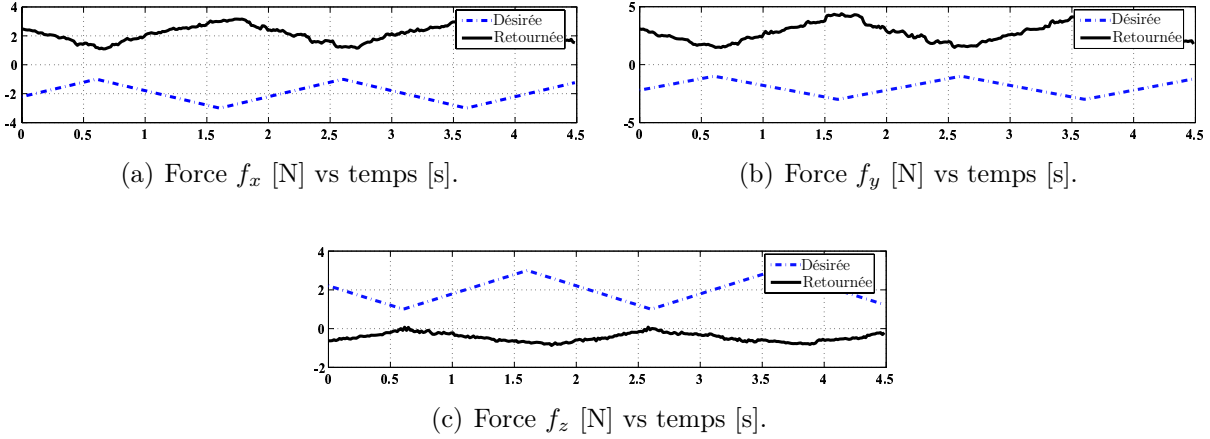


FIG. 3.20 – Forces désirées et retournées au correcteur durant l'expérience (3).

3.3.2 Maintien d'un effort de contact sur un organe soumis à des mouvements respiratoires

Dans cette partie on évalue les capacités du robot MC^2E à maintenir une force de contact, au niveau de la pointe de l'instrument, sur un environnement en mouvement. Dans ce cas, le schéma de commande en effort présenté précédemment n'est pas approprié. En effet, comme la pointe de l'instrument ne peut être attachée à l'environnement en mouvement, le schéma de commande en effort de la figure 2.5 ne permet pas au robot de se maintenir autour de sa position de travail (le robot est asservi en effort et non en position).

Par conséquent, pour les expériences de maintien de contact, les axes θ_1 et θ_2 du robot sont bloqués à la position de travail et seul l'axe d_4 est actif. Le robot est commandé en force selon la direction \mathbf{z}_4 de l'axe d_4 avec une boucle en effort articulaire utilisant un correcteur articulaire de type PI.

3.3.2.1 Expérience en laboratoire

Dans cette expérience, le robot doit maintenir, sur l'environnement, une force de contact ${}^4f_{d_z} = 0,2$ N. L'environnement utilisé ici est un capteur d'effort externe que l'on déplace de «haut en bas» comme montré sur la figure 3.21. Le capteur externe permet de vérifier que la valeur de la force de contact, produite par la commande, au niveau de la pointe de l'instrument, est égale à la force désirée ${}^4f_{d_z} = 0,2$ N.

Les résultats de l'expérience, donnés sur la figure 3.22(a), montrent que le module des forces mesurées par le capteur externe et par le capteur du robot sont égaux à la force désirée (0,2 N). De plus, l'instrument reste en contact avec l'environnement sur toute la durée de l'expérience. La position de l'instrument, qui représente la position du point de

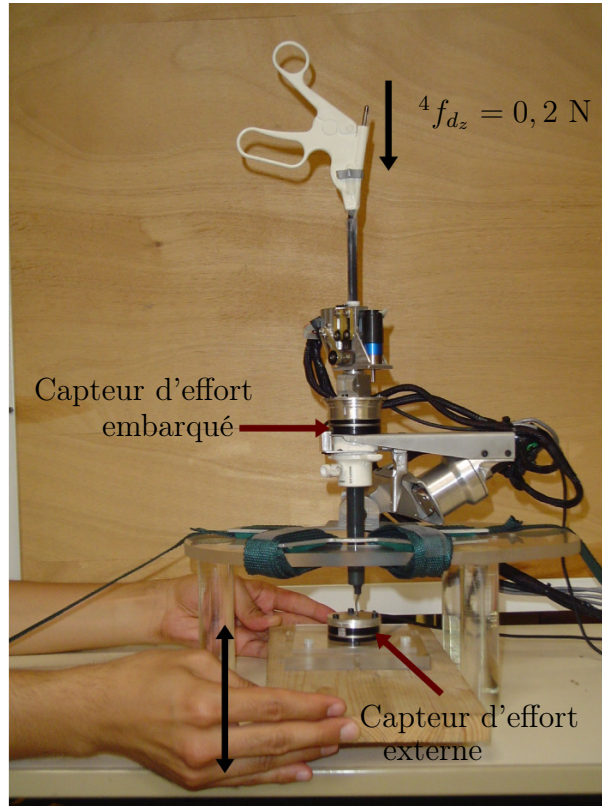


FIG. 3.21 – Robot MC^2E appliquant une force constante sur un environnement en mouvement.

contact, est reportée sur la figure 3.22(b).

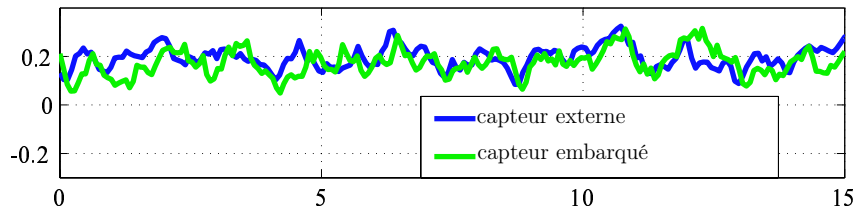
3.3.2.2 Expérience in vivo

Dans cette partie, le robot MC^2E ainsi que sa commande en effort sont testés in vivo. Il s'agit d'appliquer un effort sur un organe présentant des mouvements physiologiques. Plus précisément, la base du robot est posée sur l'abdomen d'un patient (un porc) qui est placé sous assistance respiratoire (cf. figure 3.23(a)). La période du respirateur² est fixée à 4 s. L'instrument applique un effort sur le foie du patient (cf. figure 3.23(b)). Durant les expériences conduites ici, le robot travaille autour d'un point de fonctionnement. Les erreurs d'estimation du modèle poids du robot n'influencent donc pas l'expérience.

Dans une première expérience, notée expérience (1), la force de contact, spécifiée dans le repère \mathcal{F}_4 lié à l'instrument, est :

$${}^4f_{dz} = -0,5\text{N} .$$

²Le respirateur est un appareil assurant la respiration artificielle du patient. Il peut être réglable en amplitude, en fréquence et en pression.



(a) Module de la force mesurée [N] vs temps [s].

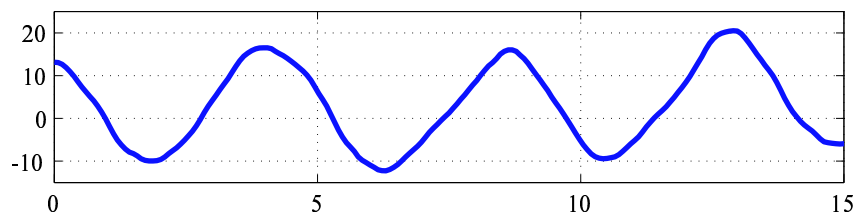
(b) Position d_4 [mm] vs temps [s].

FIG. 3.22 – Forces mesurée par le capteur du robot MC^2E et par le capteur externe ainsi que la position de l'instrument.

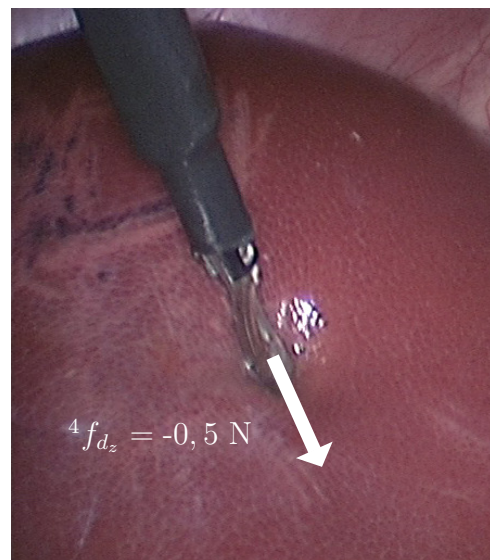
(a) Vue externe : robot MC^2E posé sur le patient.(b) Vue interne : instrument appliquant une force selon l'axe z_4 sur un organe (un foie).

FIG. 3.23 – Robot MC^2E commandé en effort lors d'expériences in vivo.

Les résultats de l'expérience (1) sont donnés sur la figure 3.24. On peut observer sur la figure 3.24(a) que la force de contact mesurée ${}^4f_{e_z}$ est égale à la valeur désirée ${}^4f_{d_z} = -0,5\text{N}$. Le contact entre l'instrument et l'organe est maintenu sur toute la durée du mouvement

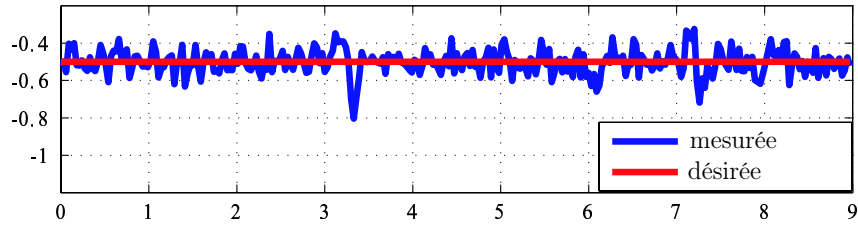
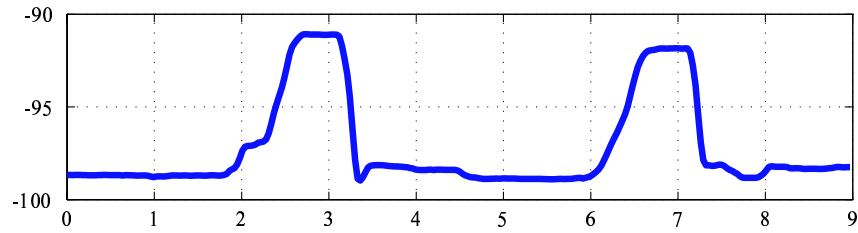
(a) Force de contact 4f_z [N] mesurée et désirée.(b) Position d_4 [mm] de l'instrument.

FIG. 3.24 – Force de contact mesurée et désirée ainsi que la position de l'instrument durant l'expérience (1) de la commande en effort in vivo.

de respiration du patient. Cependant, on peut noter la présence d'une perturbation, aux instants $t = 3,1$ s et $t = 7,1$ s, qui est vite rejetée par la commande. Cette perturbation est engendrée par la dynamique du mouvement d'expiration du patient. En effet, on peut observer sur la figure 3.24(b), où est reportée la position du point de contact sur 2 périodes de respiration (donnée par la position d_4 de l'instrument), que la dynamique du mouvement d'inspiration du patient (début du mouvement à $t = 2$ s et $t = 6$ s) est plus lente que la dynamique du mouvement d'expiration (début du mouvement à $t = 3,1$ s et $t = 7,1$ s).

Dans une seconde expérience, notée expérience (2), la force de contact désirée ${}^4f_{d_z}$ est une force triangulaire qui varie entre -0.6 N et -0.4 N.

Les résultats de l'expérience (2) sont donnés sur la figure 3.25(a), où on peut noter que la force de contact mesurée ${}^4f_{e_z}$ est égale à sa valeur désirée ${}^4f_{d_z}$. Là aussi, à l'instant $t = 3$ s, on observe la présence d'une perturbation engendrée par la dynamique du mouvement d'expiration du patient (cf. figure 3.25(b)) qui est rejetée par la commande.

L'interprétation de ces expériences est que le robot MC^2E est capable de maintenir un effort de contact de faible amplitude sur un environnement de faible raideur qui présente des mouvements physiologiques.

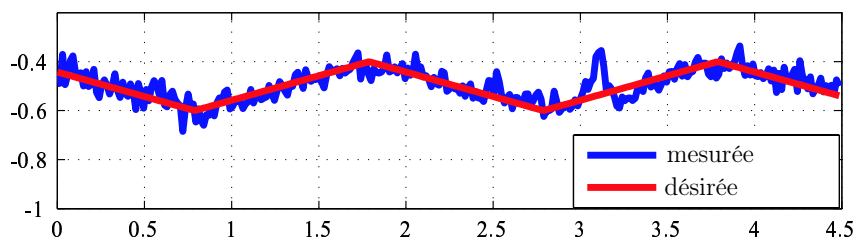
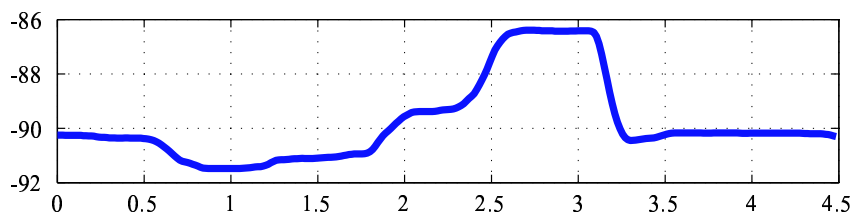
(a) Force de contact f_z [N] mesurée et désirée.(b) Position d_4 [mm] de l'instrument.

FIG. 3.25 – Force de contact mesurée et désirée ainsi que la position de l'instrument durant l'expérience (2) de la commande en effort in vivo.

3.4 Application à la cholécystectomie

Une application clinique du robot MC^2E et de ses capacités à maintenir une force de contact sur un organe a été proposée par le Dr Nicolas Bonnet. Il s'agit, pour le robot MC^2E , de remplacer la main gauche du chirurgien au cours d'une opération de cholécystectomie³ par laparoscopie.

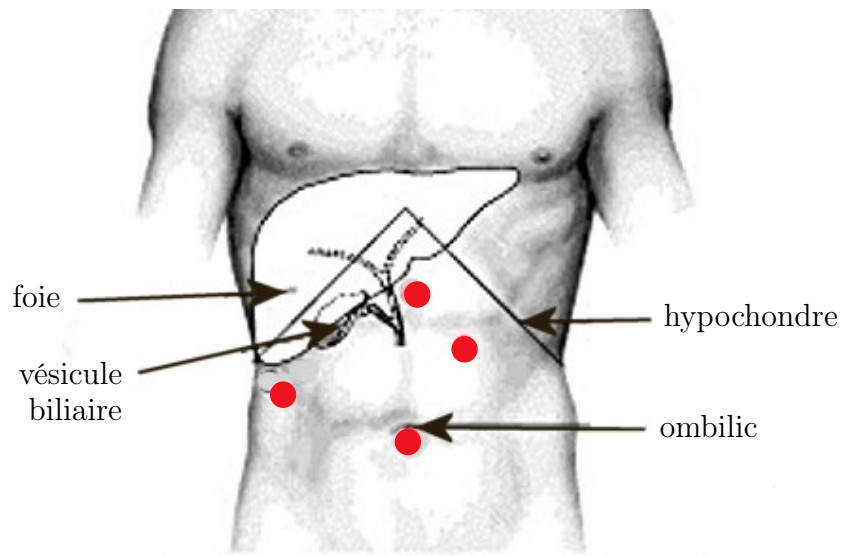
3.4.1 La cholécystectomie par laparoscopie

La cholécystectomie est l'intervention la plus courante en laparoscopie. Elle nécessite généralement 4 orifices (incisions) dans la paroi abdominale pour la pénétration des trocarts (cf. figure 3.26) :

- le trocart positionné au niveau de l'ombilic (nombril) permet de faire passer l'endoscope.
- les deux trocarts positionnés dans la région de l'hypochondre⁴ droit, permettent d'introduire un instrument pour récliner le foie et un autre pour saisir la vésicule qui est accolée à la face inférieure du foie.
- dans le quatrième trocart, placé au niveau de l'hypochondre gauche près de la ligne médiane, sont introduits un crochet coagulateur (bistouri électrique) ou des ciseaux pour détacher la vésicule biliaire du foie.

³Ablation de la vésicule biliaire

⁴Zone localisée sous les cotes.



Les ● représentent les points d'incision

FIG. 3.26 – Placement des incisions dans la paroi abdominale pour la pénétration des trocarts en cholécystectomie par laparoscopie.

La pratique d'une cholécystectomie nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments et d'un assistant pour positionner l'endoscope. Plus précisément, le chirurgien

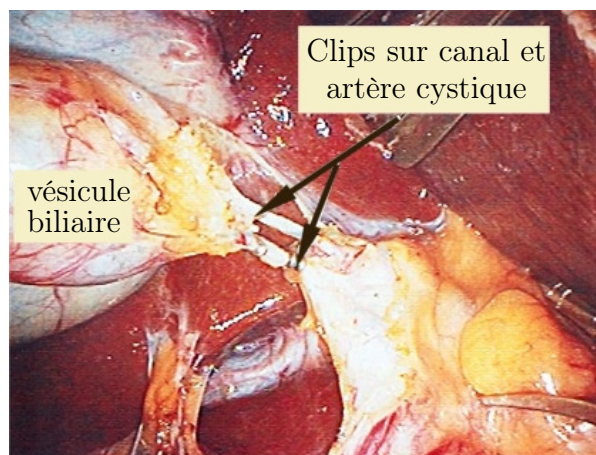


FIG. 3.27 – Clips sur l'artère et le canal cystique.

tire, d'une main, la vésicule pour dégager la zone de dissection et utilise le bistouri électrique, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie. Une fois la vésicule détachée, des clips (ou du fil de suture) sont utilisés pour fermer l'artère et le canal cystique (cf. figure 3.27). Pour finir, le chirurgien sectionne l'artère et le canal cystique puis extériorise la vésicule par l'orifice péri-ombilical.

3.4.2 Cholécystectomie par laparoscopie avec le robot MC^2E

Durant cette expérience, le robot MC^2E a été utilisé comme une troisième main pour tirer la vésicule à la place du chirurgien, au fur et à mesure que ce dernier détache, d'une seule main, la vésicule du foie. Le chirurgien, ayant une main libérée, peut positionner seul l'endoscope sans faire appel à un assistant, comme montré sur la figure 3.28.



FIG. 3.28 – Robot MC^2E lors d'une opération in vivo de cholécystectomie par laparoscopie.

Dans un premier temps, le chirurgien co-manipule le robot MC^2E , commandé en mode transparent, pour aller saisir la vésicule avec l'instrument du robot (une pince à préhension). Une fois la zone de dissection dégagée, le robot est bloqué à la position correspondante et la poignée de l'instrument est verrouillée, pour empêcher l'ouverture des mors de la pince (le robot ne doit pas relâcher la vésicule). À la demande du chirurgien, le robot est commandé en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri électrique pour détacher la vésicule du foie. Au besoin, le chirurgien peut demander de repasser en mode co-manipulation pour repositionner le

robot MC^2E et saisir la vésicule en un autre point. Une fois la vésicule détachée du foie, le robot est bloqué à une position désirée, pour permettre au chirurgien de fermer l'artère et le canal cystique pour ensuite les sectionner. À la fin de l'opération, la poignée de l'instrument est déverrouillée pour permettre au chirurgien de récupérer la vésicule avec un autre instrument et d'extérioriser la vésicule par l'orifice péri-ombilical.

Cette opération a été menée avec succès, à deux reprises (le 30 septembre et le 10 octobre 2005), à l'école de chirurgie de Paris par le docteur Nicolas Bonnet, chirurgien à l'hôpital *la Pitié Salpêtrière* de Paris. Il est à noter qu'un problème de compatibilité électromagnétique a été observé : les arcs électriques du bistouri perturbent la mesure des efforts. Ce problème n'a cependant pas perturbé le déroulement de l'opération mais doit être résolu pour les prochains essais cliniques du robot MC^2E .

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, des expériences avec le robot MC^2E ont été présentées. Le principe du trocart instrumenté a été validé par des expérimentations en laboratoire où il a été montré que ni les frottements, ni les interactions entre le trocart et l'abdomen, n'influencent la mesure des efforts d'interaction instrument-organe.

Concernant l'algorithme de compensation de gravité, les bonnes performances observées lors des expériences *in vitro* sont dégradées lorsque le robot est monté sur un patient du fait des mouvements respiratoires. Cependant, un recalage du zéro du capteur permet d'obtenir des performances satisfaisantes en pratique si la zone de travail reste suffisamment petite.

En ce qui concerne la commande en effort, après avoir validé expérimentalement les propositions théoriques du chapitre 2, nous avons montré comment la commande en effort permet au robot MC^2E d'appliquer un effort constant sur un organe présentant des mouvements physiologiques, par simple effet du rejet de la perturbation. Il est clair que ces performances pourraient être accrues si un mécanisme spécifique de rejet de perturbation était mis en œuvre, comme c'est le cas dans [Ginhoux 03], où une commande prédictive est utilisée.

Enfin, nous avons présenté une première application clinique potentielle du robot MC^2E . Il s'agit d'une opération de cholécystectomie par laparoscopie, pour laquelle le robot remplace, en mode autonome et grâce à l'asservissement des efforts, la main gauche du chirurgien manipulant la vésicule.

Après ces résultats encourageants, nous nous sommes intéressés à la télé-manipulation à retour d'efforts, en couplant le robot MC^2E à un bras maître actionné.

Chapitre 4

Vers une Télémanipulation à Retour d'Effort pour la Chirurgie Endoscopique

Dans ce chapitre on s'intéresse au problème de la télé-manipulation en chirurgie endoscopique, en s'appuyant sur les résultats présentés aux chapitres précédents. Après un rapide aperçu des méthodes et techniques utilisées pour la téléopération à retour d'effort dans le paragraphe 4.1, on propose dans le paragraphe 4.2 un schéma de commande pour le couplage position/force entre un bras maître à 3 ddl (le *Virtuose 3D* d'Haption) et le manipulateur cinématiquement contraint MC^2E . Ce couplage reprend la formulation passive de la commande en effort, en ceci qu'il est construit en exprimant, au niveau articulaire, l'équilibre entre l'effort mesuré sur les organes et l'effort restitué au chirurgien, virtuellement couplé à la pointe de l'instrument. Le paragraphe 4.3 est consacré aux résultats expérimentaux, mettant en évidence d'une part l'absence d'instabilités cinématiques et, d'autre part, l'apport d'un retour d'effort pour une tâche de suivi de trajectoire.

4.1 Téléopération à retour d'effort

En téléopération à retour d'effort, l'opérateur réalise une tâche sur un environnement distant, en télé-manipulant un robot esclave, via une *interface haptique* (un bras maître à retour d'effort). L'interface haptique est un bras manipulateur qui possède des axes actifs (motorisés) permettant de reproduire, au niveau de son extrémité (poignée de saisie), les efforts d'interaction exercés par l'effecteur du bras esclave sur l'environnement. L'opéra-

teur peut ainsi ressentir et maîtriser les efforts que l'esclave applique sur l'environnement. La conception des dispositifs haptiques est l'objet d'une recherche active qui a abouti à la mise sur le marché de plusieurs dispositifs industrialisés.

4.1.1 Interfaces haptiques

Parmi les interfaces haptiques les plus couramment utilisées en industrie et en laboratoire de recherche¹, on peut distinguer les dispositifs à architecture série et les dispositifs à architecture parallèle.



(a) Interface haptique *PHANToM Omni*.



(b) Interface haptique *PHANToM Premium 3.0/6DOF*.

FIG. 4.1 – Interfaces haptiques *PHANToM* de la société SensAble.

- Les dispositifs à architecture série sont les manipulateurs les plus répandus. Les interfaces *PHANToM* de la société SensAble (www.sensable.com) sont des bras légers à 6 ddl utilisant une transmission par câble pour assurer la réversibilité du bras (cf. figure 4.1). Destinées à une utilisation sur un bureau, au même titre qu'une souris, ces interfaces peuvent avoir, selon le modèle, 6 axes motorisés pour offrir un retour d'effort selon les 6 ddl (cas du *PHANToM Premium 3.0/6DOF*) ou seulement 3 axes actifs et n'offrir un retour d'effort que sous la forme d'une force appliquée en un point (cas du *PHANToM Omni*). Le principal défaut de ces bras se situe dans la gamme du retour d'effort disponible qui peut être insuffisante dans certaines applications (la force maximale transmise à l'opérateur est de 37N).

Les interfaces *Virtuose* (cf. figure 4.2), commercialisées par la société Haption (www.haption.com), utilisent aussi une transmission par câble pour la réversibilité mécanique et offrent un espace de travail et une gamme de retour d'effort plus grand comparés aux interfaces *PHANToM* (la force transmise à l'opérateur peut

¹Les exemples présentés ici sont loin d'être exhaustifs. Pour un état de l'art plus détaillé se référer à [Kheddar 02] et aux travaux de thèse de Christian Duriez [Duriez 04].

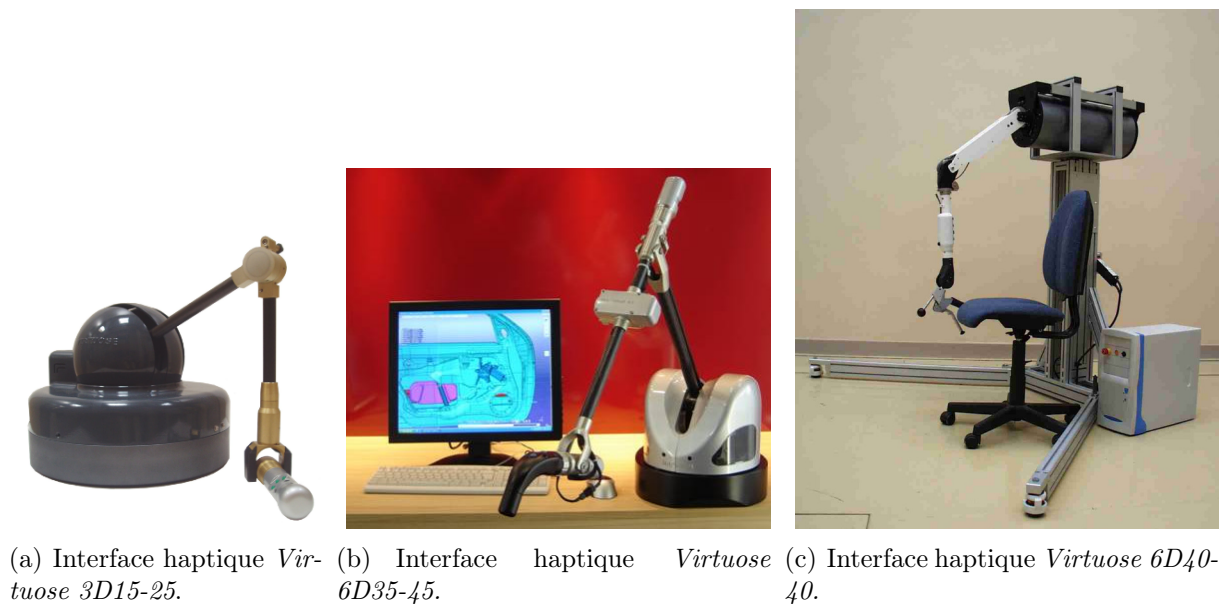


FIG. 4.2 – Interfaces haptiques *Virtuose* de la société Haption.

atteindre 100N). Ces interfaces possèdent 6 axes et peuvent transmettre un retour d'effort selon les 6 ddl (6 axes actifs), cas du *Virtuose 6D35-45* ou du *Virtuose 6D40-40*, ou selon les 3 ddl en translation (3 axes passifs), cas du *Virtuose 3D15-25*.



(a) Interface haptique *OMEGA* à 3 ddl en effort.



(b) Interface haptique *DELTA* à 6 ddl en effort.

FIG. 4.3 – Interfaces haptiques *OMEGA* et *DELTA* de la société Force Dimension.

- Les interfaces haptiques à architecture parallèle offrent une meilleure bande passante et une meilleure précision comparées aux bras à architecture série. En revanche, l'espace de travail offert est plus petit. Les interfaces commercialisées par

la société Force Dimension (www.forcedimension.com) possèdent 3 ou 6 ddl (cf. figure 4.3).

4.1.2 Schémas de couplage en téléopération

D'un point de vue général, en téléopération, l'opérateur interagit avec un bras maître, selon un mode qui dépend du type de son interface², pour manipuler à distance un bras esclave qui interagit avec l'environnement. La figure 4.4 montre un schéma général de téléopération, où w_h est l'effort appliqué par l'opérateur sur son interface et x_m la posi-

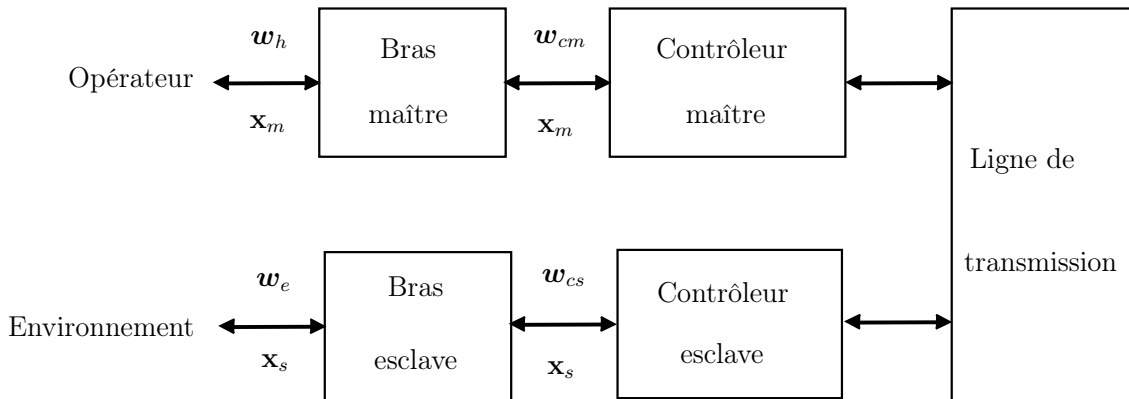


FIG. 4.4 – Schéma général de téléopération.

tion du corps terminal de l'interface. Le torseur w_{cm} (respectivement w_{cs}) dénote l'effort commandé par le contrôleur maître (resp. contrôleur esclave) au bras maître (resp. bras esclave). Le torseur w_e représente l'effort appliqué par l'environnement sur le bras esclave dont la position de l'effecteur est donnée par x_s .

On trouve dans la littérature différents schémas de couplage pour les systèmes de téléopération³. Ces schémas peuvent être regroupés, en fonction des informations échangées entre le bras maître et le bras esclave, en quatre schémas principaux :

1. Schéma position/force : c'est probablement le premier schéma de commande apparu dans la littérature pour la téléopération à retour d'effort [Arcara 02]. Ce schéma est très intuitif et simple à mettre en œuvre. Il permet d'asservir le bras esclave sur la position du bras maître et d'asservir⁴ le bras maître sur les efforts exercés par l'effecteur du bras esclave sur l'environnement [Ferrell 66]. Les informations

²Le bras maître peut être de type impédance, c'est-à-dire mesurer un mouvement et fournir un effort, ou de type admittance, c'est-à-dire mesurer un effort et fournir un mouvement [Duriez 04].

³On peut se référer à [Arcara 02], où l'auteur présente un état de l'art et une étude comparative des différents schémas de commande des systèmes de téléopération existants dans la littérature.

⁴Si le bras maître est réversible par conception, c'est-à-dire qu'il ne possède pas de capteur d'efforts (cas du virtuose 3D), on parle de commande en boucle ouverte du bras maître et non d'asservissement sur les efforts d'interaction.

4.2. Couplage position/force entre le robot MC^2E et le bras Virtuose 3D103

échangées dans la ligne de transmission sont la position du bras maître et l'effort appliqué par le bras esclave. Le principal inconvénient de ce schéma est sa non passivité et sa non robustesse au problème du temps de retard dans la transmission [Eusebi 98].

2. Schéma position/position : ce schéma symétrique est une approche passive couramment préconisée dans la communauté télé-robotique. Il permet d'asservir le bras esclave sur la position du bras maître et d'asservir le bras maître sur la position du bras esclave [Kim 92]. Les informations échangées dans la ligne de transmission sont la position du bras maître et la position du bras esclave. Cette approche suppose cependant de disposer de systèmes mécaniques avec une bonne réversibilité.
3. Schéma passif : ce schéma, basé sur la théorie de la passivité, permet d'assurer la stabilité inconditionnelle du système même en présence d'un temps de retard dans la transmission [Niemeyer 91]. Le couplage entre le maître et l'esclave se fait uniquement avec des éléments passifs (couplages mécaniques virtuels). Les informations échangées dans la ligne de transmission sont des variables d'onde ou des variables de répartition calculées à partir des variables de puissance (vitesse et effort) correspondantes du bras maître et du bras esclave.
4. Schéma type multimédia : appelé aussi architecture quatre canaux, ce schéma est une approche générique pour la commande des systèmes de téléopération. Il nécessite la connaissance a priori des impédances du bras maître et du bras esclave pour annuler leurs inerties et obtenir une télé-manipulation transparente [Lawrence 92]. En revanche, la passivité et la robustesse vis-à-vis du temps de retard dans la transmission ne sont pas garanties. Les informations échangées dans la ligne de transmission sont la vitesse et l'effort correspondants au bras maître (dans un sens) et la vitesse et l'effort correspondants au bras esclave (dans l'autre sens), ce qui nécessite l'utilisation de quatre canaux de transmission [Arcara 02].

4.2 Couplage position/force entre le robot MC^2E et le bras Virtuose 3D

Pour nos premières expériences de téléopération à retour d'effort, nous avons choisi de coupler l'interface haptique Virtuose 3D d'Haption (6 ddl en position et 3 ddl en effort) au robot esclave MC^2E (3 ddl en position) en utilisant le schéma de commande position/force. Ce schéma nous a semblé le plus adapté pour une première validation, puisqu'il est très simple à mettre en œuvre. Le schéma général de ce couplage est donné sur la figure 4.5.

S'agissant de manipulateurs cinématiquement contraints, le nombre de mouvements possibles et d'efforts contrôlables indépendamment n'est pas égal à six. Comme nous l'avons vu pour la commande en effort (cf. chapitre 2), le couplage doit être établi avec précaution, le risque étant d'aboutir à des instabilités cinématiques.

Les questions qui se posent sont alors les suivantes :

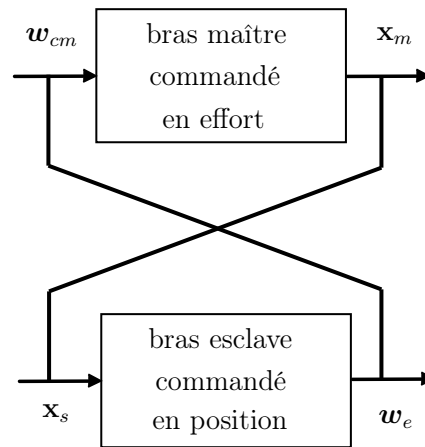


FIG. 4.5 – Schéma général du couplage position/force entre le robot MC^2E et le Virtuose 3D.

- en supposant que les six composantes de l'effort d'interaction sont mesurables au niveau du bras esclave, alors comment calculer l'effort de commande du bras maître sachant qu'il ne possède que trois directions en effort commandables indépendamment ?
- en supposant que la position mesurée du bras maître possède six paramètres indépendants, alors comment calculer la position de consigne du bras esclave sachant qu'il ne possède que trois paramètres en position commandables indépendamment ?

Les réponses à ces questions sont données ci-après dans le cas du couplage entre le Virtuose 3D et le robot MC^2E .

4.2.1 Choix du point d'attachement

En chirurgie endoscopique, le chirurgien se base, pour réaliser son geste, sur des images endoscopiques projetées sur un écran, montrant la partie distale de l'instrument en contact avec l'organe.

Pour le couplage entre le robot MC^2E et le Virtuose 3D, nous avons choisi d'attacher virtuellement la pointe O_4 de l'instrument du robot MC^2E au centre C de la poignée de saisie du bras haptique comme illustré sur la figure 4.6.

La position mesurée du bras maître, \mathbf{x}_m , possède six paramètres indépendants (trois pour la position du point C et trois pour l'orientation). Elle est exprimée dans le repère $\mathcal{F}_m = (O_m, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m, \mathbf{z}_m)$, lié à la base du bras maître (cf. figure 4.7), par :

$$\mathbf{x}_m = \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{x}_C \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} .$$

4.2. Couplage position/force entre le robot MC^2E et le bras Virtuouse 3D105

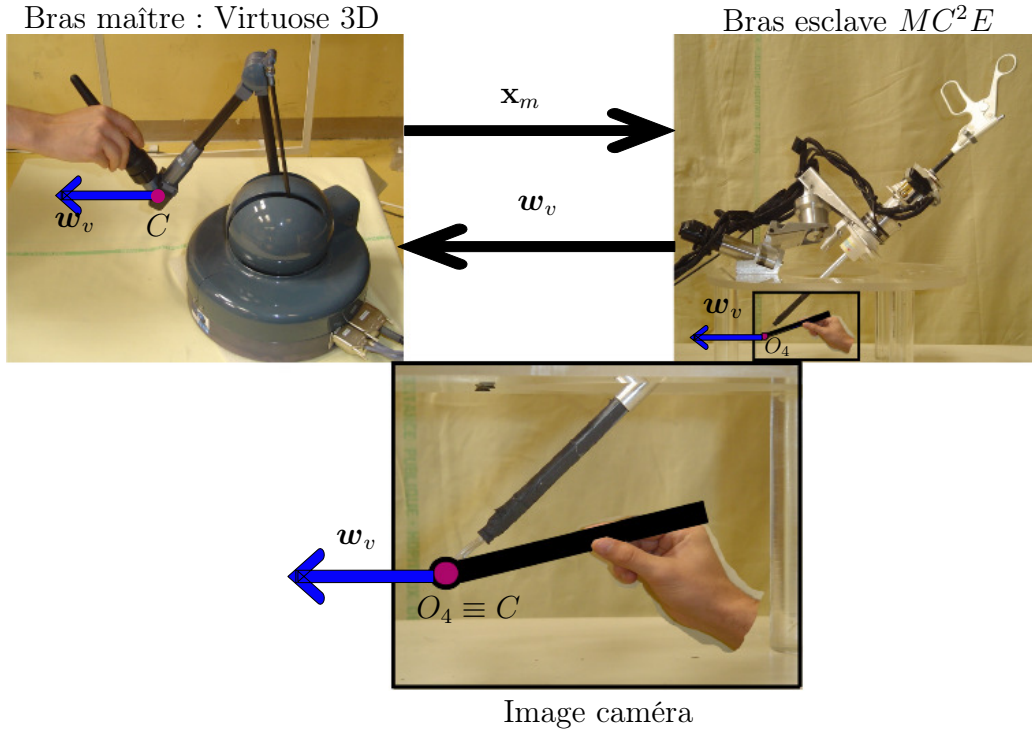


FIG. 4.6 – Téléopération en mode position/force entre un bras maître Virtuouse 3D et le robot esclave MC^2E .

Il est à noter que cette position n'est pas référencée par rapport au centre O_m du repère \mathcal{F}_m mais par rapport à la position initiale du point C (au début du couplage).

Pour permettre à l'opérateur une manipulation intuitive de son interface, la caméra endoscopique est orientée de façon à ce que la position et l'orientation des objets dans l'image projetée soient respectées (si l'instrument est au-dessus de l'organe dans la scène réelle, il le sera aussi sur l'image). De plus, l'opérateur et son interface sont placés face à l'écran de façon à ce que la base $\mathcal{B}_c = (\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c)$, liée à la caméra, coïncide avec la base \mathcal{B}_m de l'interface (cf. figure 4.7). Ce placement permet à l'opérateur de commander les déplacements de la pointe de l'instrument dans l'image de façon naturelle : un déplacement de la poignée de saisie vers la droite entraîne un déplacement de la pointe de l'instrument vers la droite de l'image. Ceci nécessite, bien entendu, la connaissance a priori de la rotation $\mathbf{R}_{0 \rightarrow c}$ entre la base \mathcal{B}_c de la caméra et la base \mathcal{B}_0 du robot MC^2E . Dans le reste de notre travail, la rotation $\mathbf{R}_{0 \rightarrow c}$ est supposée connue, ce qui peut être obtenu, en pratique, en utilisant un porte-endoscope comme celui proposé dans [Berkelman 03a].

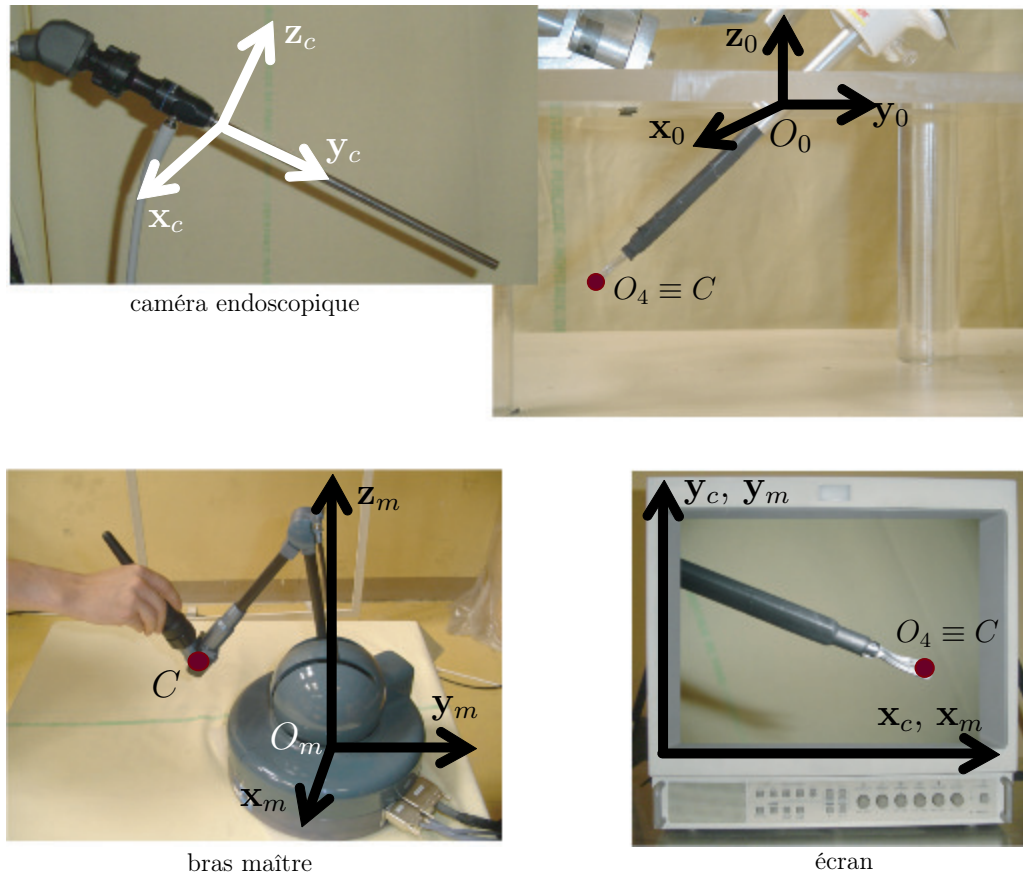


FIG. 4.7 – Repères associés au bras maître, au bras esclave et à la caméra endoscopique.

4.2.2 Couplage en position

Pour le couplage en position, le contrôleur du bras maître envoie la position mesurée \mathbf{x}_m au contrôleur du robot MC^2E . Cependant, la position \mathbf{x}_s de la pointe de l'instrument ne possédant que trois paramètres indépendants (3 ddl), on choisit de commander la position cartésienne ${}^0\mathbf{x}_{O_4} \in \mathbb{R}^3$ de la pointe O_4 . On utilise donc une paramétrisation réduite de la position \mathbf{x}_s :

$${}^0\mathbf{x}_{O_4} = \mathbf{R} \mathbf{x}_s ,$$

et de façon équivalente, une paramétrisation réduite de la position \mathbf{x}_m :

$${}^m\mathbf{x}_C = \mathbf{R} \mathbf{x}_m ,$$

où la matrice de réduction $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ est donnée par :

$$\mathbf{R} = [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_3] .$$

4.2. Couplage position/force entre le robot MC^2E et le bras Virtuose 3D107

La position de consigne de la pointe de l'instrument est donc calculée par :

$${}^0\mathbf{x}_{O_4} = \mathbf{R}_{0 \rightarrow c} {}^m\mathbf{x}_C .$$

Du point de vue cinématique, cette sélection de composantes sur les positions du bras maître et de l'esclave suit les mêmes principes que la formulation de la commande en vitesse présentée au paragraphe 2.4. Ceci nous laisse supposer que la sélection de composante n'engendrera pas d'instabilité cinématique au niveau du couplage en position. Les expériences présentées dans le paragraphe 4.3 confirmeront cette hypothèse.

4.2.3 Couplage en effort

Pour le couplage en effort, le problème est fondamentalement différent de celui du couplage en position : l'architecture du bras maître avec ses 3 axes passifs au niveau de la poignée impose que la consigne envoyée au contrôleur du bras maître ait la forme :

$$\mathbf{w}_{cm}|_C = \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{f}_{cm} \\ {}^m\mathbf{m}_{cm}(C) = \mathbf{0} \end{bmatrix} .$$

Le point C étant virtuellement attaché au point O_4 , l'effort $\mathbf{w}_{cm}|_C$ doit être calculé à partir d'un effort d'interaction virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$, appliqué sur l'instrument en O_4 . Cet effort virtuel, défini dans \mathcal{F}_0 par :

$$\mathbf{w}_v|_{O_4 \equiv C} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{f}_v \\ {}^0\mathbf{m}_v(O_4) = \mathbf{0} \end{bmatrix} ,$$

permet de calculer l'effort de consigne $\mathbf{w}_{cm}|_C$ avec :

$$\mathbf{w}_{cm}|_C = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c \rightarrow 0} {}^0\mathbf{f}_v \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c \rightarrow 0} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \mathbf{w}_v|_{O_4} , \quad (4.1)$$

car les bases \mathcal{B}_c et \mathcal{B}_0 sont supposées confondues.

Comment, cependant, calculer l'effort virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ à partir de l'effort d'interaction

$${}^0\mathbf{w}_e|_{O_4} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{f}_e \\ {}^0\mathbf{m}_e(O_4) \end{bmatrix} \text{ mesuré à la pointe de l'instrument } O_4 ?$$

Une première solution consiste à poser $\mathbf{f}_v = \mathbf{f}_e$, sans tenir compte du moment de contact $\mathbf{m}_e(O_4)$, ce qui se traduit par une sélection des composantes de l'effort mesuré et de l'effort virtuel :

$$\mathbf{w}_v|_{O_4} = \mathbf{S} \mathbf{w}_v|_{O_4} = \mathbf{S} \mathbf{w}_e|_{O_4} , \quad (4.2)$$

$$\text{où } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} .$$

Cette approche du couplage en effort avec sélection de composantes conduit potentielle-

ment à l'instabilité cinématique du système si le robot MC^2E est en contact avec un point autre que O_4 . En effet, le capteur d'effort du robot MC^2E ne peut pas différencier les forces appliquées sur la pointe de l'instrument des forces appliquées, par exemple, sur la poignée de l'instrument. Si le système est stable envers les forces appliquées au niveau de la pointe, il ne le sera sûrement pas envers les forces appliquées sur la poignée. L'instabilité cinématique de ce couplage est montrée dans les expériences du paragraphe 4.3.

Une seconde solution consiste à calculer l'effort $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ de sorte à ce qu'il s'équilibre avec l'effort d'interaction $\mathbf{w}_e|_{O_4}$ dans l'espace articulaire du robot MC^2E . Ceci se traduit par :

$$\mathbf{J}_{O_4}^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_v|_{O_4} = \mathbf{J}_{O_4}^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_e|_{O_4} , \quad (4.3)$$

où $\mathbf{J}_{O_4}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ est le jacobien du robot MC^2E exprimé au point O_4 dans \mathcal{F}_0 . En exploitant la forme particulière de $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ et en écrivant le jacobien sous la forme :

$$\mathbf{J}_{O_4}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}} \\ \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} ,$$

où $\mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est le jacobien en vitesse de translation et $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est le jacobien en vitesse de rotation, l'équation (4.3) devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}}^T(\mathbf{q}) & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}}^T(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{f}_v \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}}^T(\mathbf{q}) {}^0\mathbf{f}_v = \mathbf{J}_{O_4}^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_e|_{O_4} . \quad (4.4)$$

Si le jacobien $\mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}}(\mathbf{q})$ est inversible, c'est-à-dire, si le robot n'est pas en singularité (cf. annexe A), le torseur virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$, vérifiant l'équation (4.3), est donné par :

$$\mathbf{w}_v|_{O_4} = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}_{\mathbf{v}_{O_4}}^T)^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_{O_4}^T(\mathbf{q}) \mathbf{w}_e|_{O_4} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} . \quad (4.5)$$

L'effort $\mathbf{w}_{cm}|_C$ retourné dans ce cas sur le bras maître, suit les mêmes principes que la formulation passive de la commande en effort présentée dans le chapitre 2. On peut donc supposer que ce couplage ne présente pas d'instabilité cinématique. Les expériences présentées ci-après confirment cette hypothèse.

4.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, on présente les premiers résultats de téléopération à retour d'effort en mode position/force, menés en laboratoire avec le robot MC^2E . Le schéma de commande utilisé est celui donné sur la figure 4.8. Le correcteur en position articulaire utilisé est un simple gain proportionnel qui fournit une bande passante suffisante, la précision n'étant

pas, en téléopération, un objectif important. Des facteurs d'homothétie en position \mathbf{H}_x et en force \mathbf{H}_f ont été utilisés pour augmenter la précision et la sensibilité du geste de l'opérateur. L'effort de commande du bras maître $\mathbf{w}_{cm}|_C$ est calculé à partir de l'effort virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ avec l'équation (4.1).

Afin de comparer le comportement des deux approches de couplage en effort présentées dans le paragraphe précédent, on utilise deux schémas de commande différents.

- Dans une première série d'expériences, l'effort virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ est calculé avec l'équation (4.2) en utilisant la sélection de composantes. Le schéma de commande correspondant est noté schéma (1).
- Dans un deuxième série d'expériences, l'effort virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ est calculé avec l'équation (4.3). Le schéma de commande correspondant est noté schéma (2).

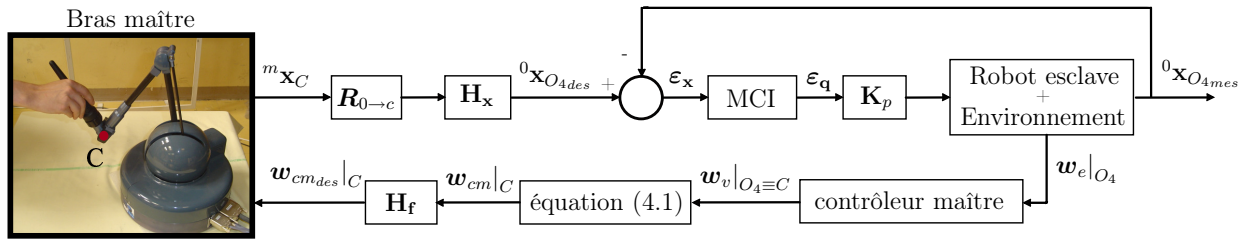


FIG. 4.8 – Schéma de commande du couplage en mode position/force entre le Virtuose 3D et le robot MC^2E .

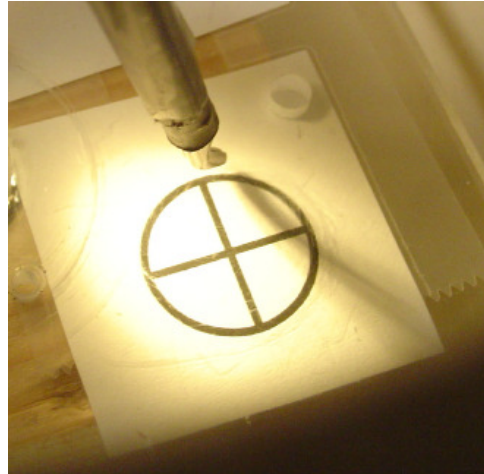


FIG. 4.9 – Pointe de l'instrument en contact avec un cercle tracé sur la surface d'une plaque en plexiglas.

La tâche à réaliser durant ces expériences, est le suivi de trajectoire (un cercle) avec un minimum d'effort appliqué sur l'environnement. Plus précisément, l'opérateur commande, en agissant sur la position cartésienne \mathbf{x}_C de l'interface, la position cartésienne \mathbf{x}_{O_4} de la pointe de l'instrument. Le but est de mettre la pointe de l'instrument au contact d'une plaque en plexiglas (environnement non déformable) et de suivre ensuite le contour

d'un cercle, tracé sur la surface de la plaque (cf. figure 4.9). Les instructions données à l'opérateur sont de suivre le contour, tout en maintenant le contact et en limitant les efforts appliqués.



(a) Robot esclave MC^2E commandé en mode position/force.

(b) Opérateur manipulant la pointe de l'instrument depuis l'interface haptique Virtuouse 3D.

FIG. 4.10 – Opérateur manipulant la pointe de l'instrument via l'interface haptique Virtuouse 3D.

L'opérateur, privé d'une vue directe de la tâche à réaliser, perçoit, grâce à une caméra, les images 2D de la scène sur un écran placé à sa proximité (cf. figure 4.10). La notion de profondeur, dans ce cas, est difficilement perçue par l'opérateur. Pour augmenter la précision du geste de l'opérateur, un facteur d'homothétie en position $\mathbf{H}_x = 0,01$ a été utilisé.

Les résultats de l'expérience de suivi de trajectoire obtenus, par le même opérateur, avec le schéma (1) et le schéma (2) sont donnés respectivement sur la figure 4.11 et la figure 4.12. On peut noter sur ces figures, que le comportement du système avec le schéma de commande (1) est pratiquement identique à celui obtenu avec le schéma (2). Dans les deux cas, le système est stable, le suivi du contour est correct et la force moyenne appliquée par l'opérateur sur l'environnement est proche de 1,2 N.

Pour évaluer la robustesse des schémas de couplage (1) et (2) vis-à-vis de la géométrie de contact, on refait l'expérience de suivi de contour en présence d'un obstacle au niveau de la poignée de l'instrument comme montré sur la figure 4.13.

Les résultats de cette expérience, obtenus avec le schéma (2), sont reportés sur la figure 4.14. On peut noter sur la figure 4.14(a) que la trajectoire de l'instrument est déviée de sa référence lorsque ce dernier est en contact avec l'obstacle. Cependant, comme montré sur la figure 4.14(b), le système réagit de façon stable et la force appliquée sur l'environnement reste faible.

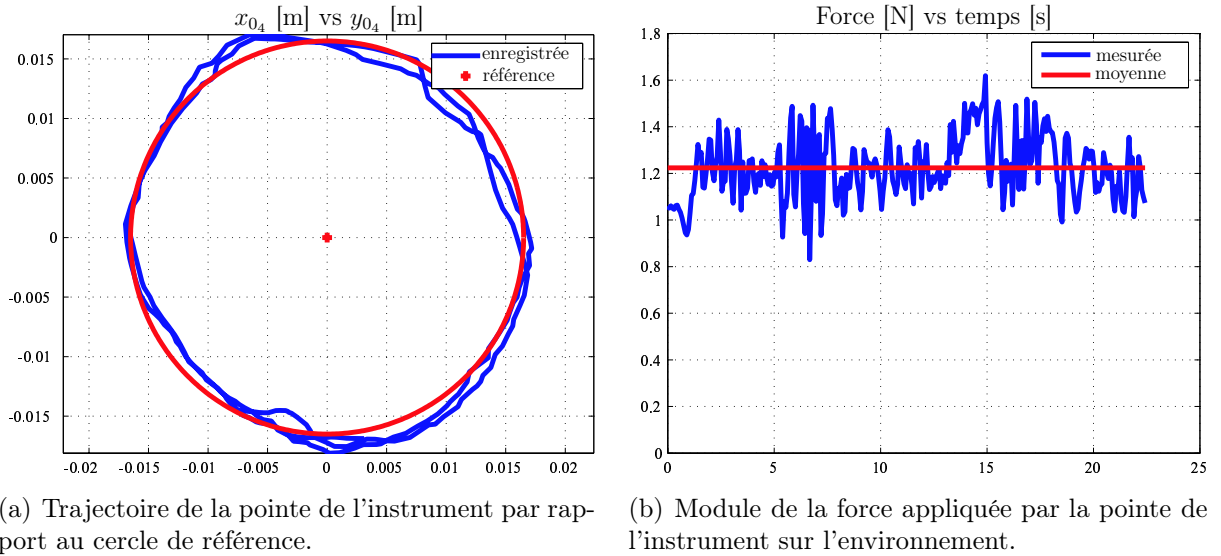


FIG. 4.11 – Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement utilisant le schéma de commande (1).

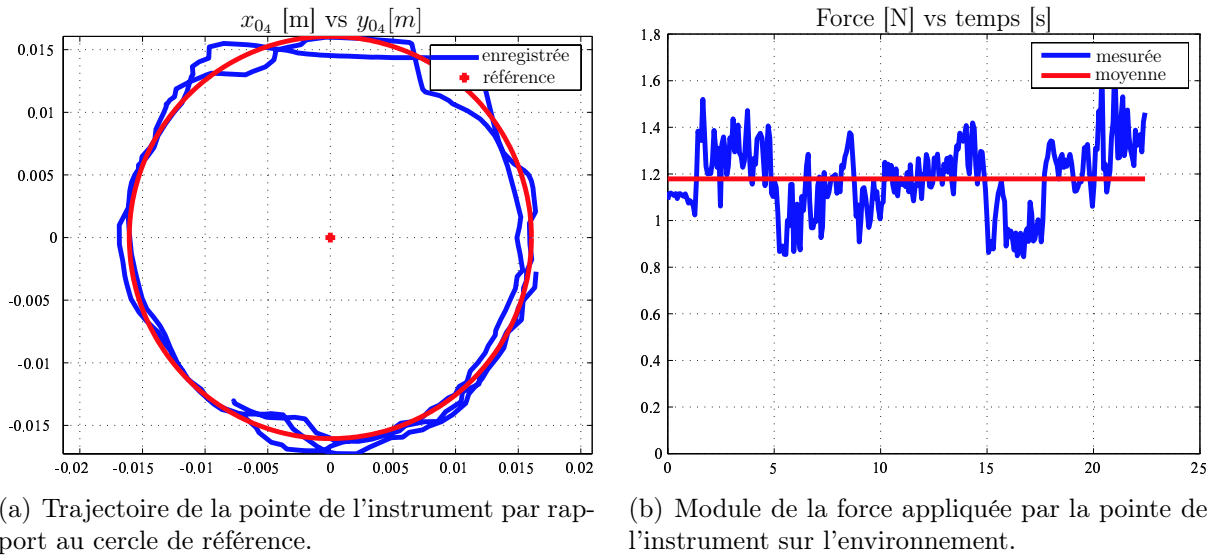


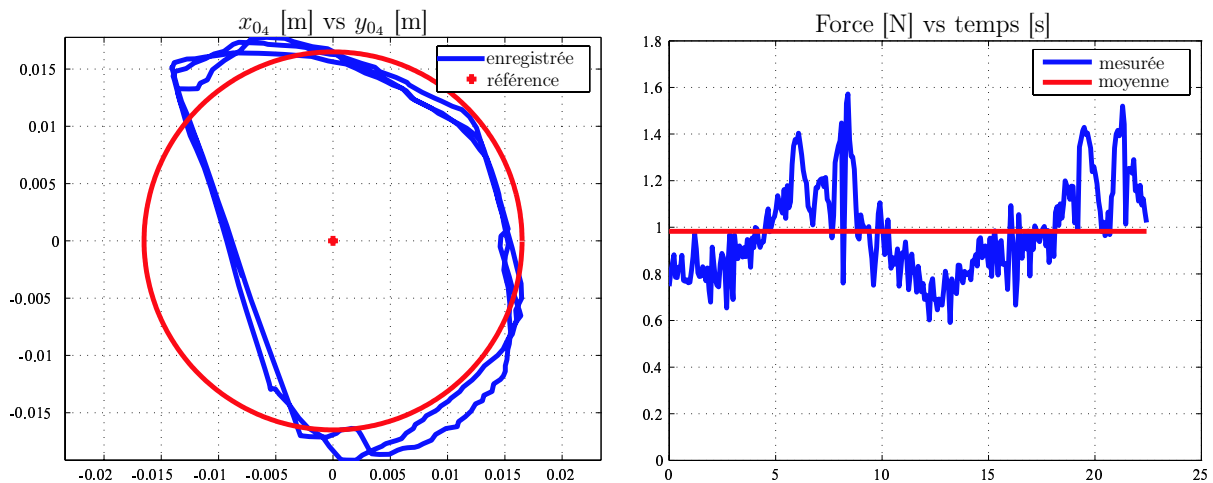
FIG. 4.12 – Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement utilisant le schéma de commande (2).

Cette robustesse au point d'application des efforts est assurée par le fait que le couplage exprime l'équilibre entre le torseur virtuel $\mathbf{w}_v|_{O_4}$ et le torseur d'interaction $\mathbf{w}_e|_{O_4}$, dans l'espace articulaire du robot MC^2E .

En revanche, les résultats de l'expérience (cf. figure 4.15) obtenus avec le schéma (1),



FIG. 4.13 – Obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument.

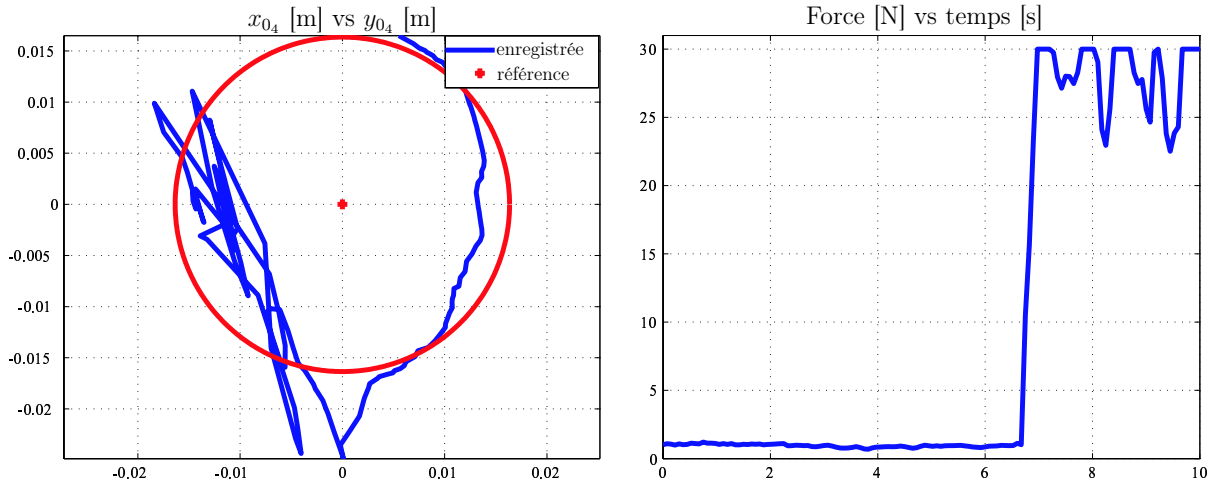


(a) Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument.

(b) Module de la force appliquée par la pointe de l'instrument sur l'environnement.

FIG. 4.14 – Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement : résultats stables obtenus avec le schéma de commande (2).

montrent que le système n'est pas robuste vis-à-vis du changement de point d'application des efforts. On peut noter sur la figure 4.15(a) que le système devient instable au moment de l'interaction de la poignée de l'instrument avec l'obstacle et que la force appliquée par l'instrument atteint une valeur importante qui dépasse la gamme de mesure du capteur d'effort.



(a) Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument.

(b) Module de la force appliquée par la pointe de l'instrument sur l'environnement.

FIG. 4.15 – Trajectoire de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence en présence d'un obstacle placé au niveau de la poignée de l'instrument ainsi que le module de la force appliquée sur l'environnement : résultats instables obtenus avec le schéma de commande (1).

4.3.1 Évaluation expérimentale des performances d'ensemble du système bouclé

Afin d'évaluer la pertinence du mode de couplage choisi (choix de la pointe de l'instrument plutôt que la poignée) et les performances d'ensemble de la boucle de téléopération, nous avons reproduit une expérience classique en téléopération à retour d'efforts, qui consiste à comparer l'exécution d'une tâche élémentaire avec et sans retour d'effort.

Ainsi, dans une première expérience, l'opérateur est privé de retour d'effort en imposant un facteur d'homothétie en force nul ($\mathbf{H}_f = 0$). Cette expérience illustre le cas d'une opération de télé-chirurgie sans retour d'effort pratiquée de nos jours en routine clinique. Dans une seconde expérience, conduite avec le même opérateur, la sensation des forces de contact est restituée avec un facteur d'homothétie $\mathbf{H}_f = 2$. Cette expérience illustre les possibilités de démultiplication des sensations de contact offertes par la télé-chirurgie à retour d'effort.

Ces expériences de suivi de trajectoire ont été effectuées par 10 opérateurs, classés en deux groupes :

- Groupe (A) : cinq opérateurs ayant une bonne expérience en télé-manipulation ;
- Groupe (B) : cinq opérateurs non expérimentés, qui n'ont jamais pratiqué la télé-manipulation.

Nous avons cependant choisi de ne présenter ici que les résultats, représentatifs des deux groupes, obtenus avec l'opérateur (B1). Ces résultats sont reportés sur la figure 4.16 pour

la trajectoire de l'instrument et sur la figure 4.17 pour le module de la force appliquée. On peut noter sur la figure 4.16 que le contour du cercle est mieux suivi en présence d'un

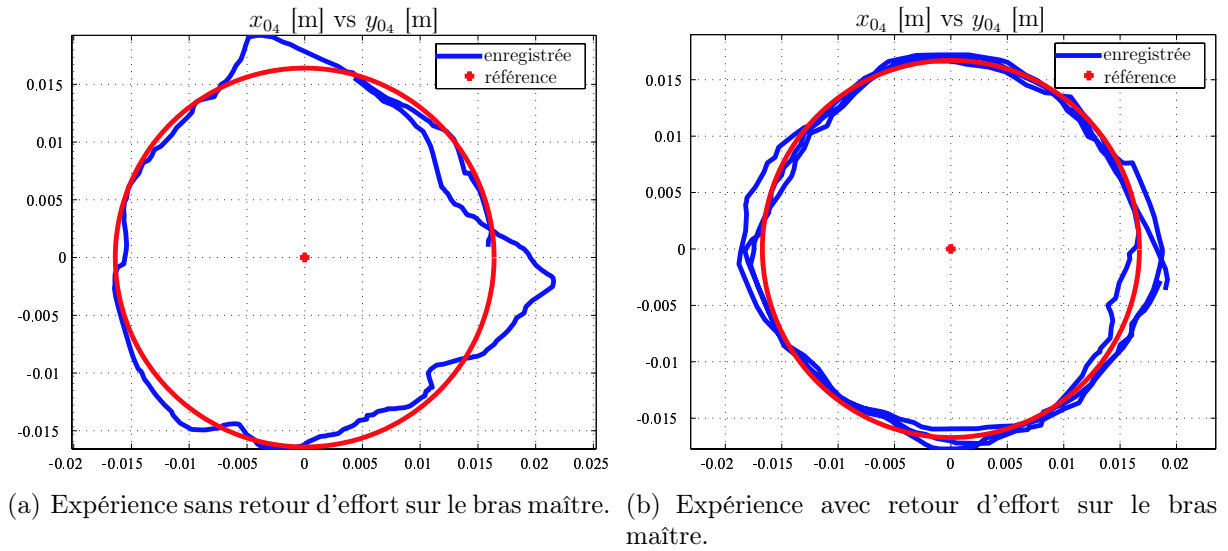


FIG. 4.16 – Trajectoires de la pointe de l'instrument par rapport au cercle de référence obtenues lors des expériences menées avec l'opérateur (B1) avec et sans retour d'effort sur le bras maître.

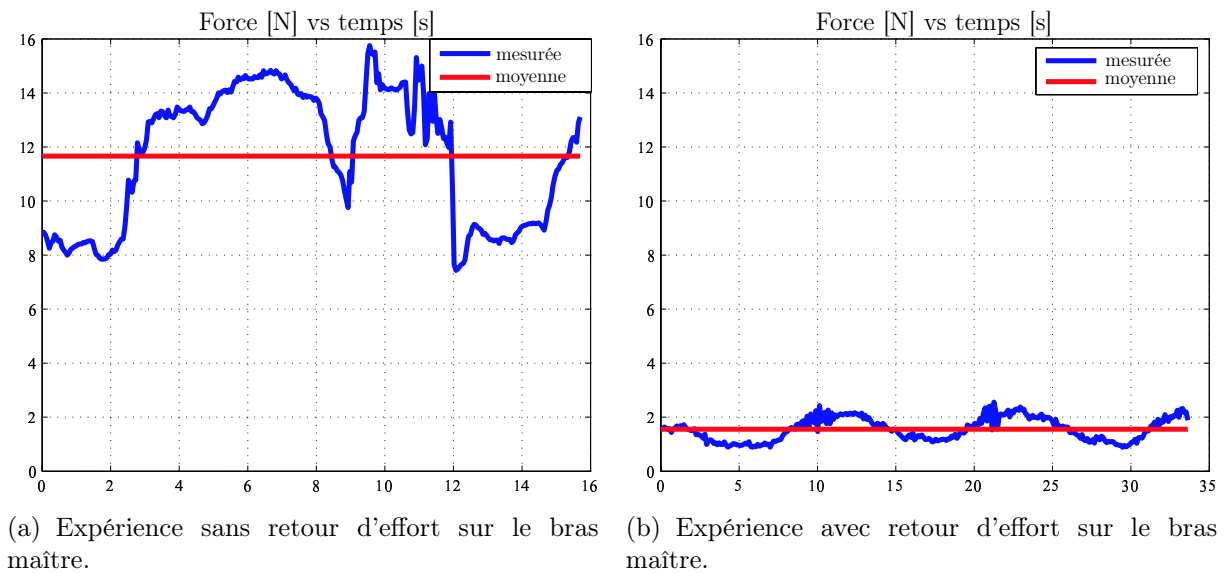


FIG. 4.17 – Module des forces appliquées sur l'environnement lors des expériences menées avec l'opérateur (B1) avec et sans retour d'effort sur le bras maître.

retour d'effort sur le bras maître que sans retour d'effort. De plus, du point de vue des forces appliquées, la figure 4.17 montre que, sans retour d'effort, l'opérateur (B1) applique

une force environ sept fois plus grande, comparée à celle appliquée en présence d'un retour d'effort.

Il apparaît clairement que le retour d'effort sur le bras maître permet à l'opérateur une maîtrise plus fine des forces appliquées sur l'environnement ainsi qu'une précision accrue pour le suivi de la trajectoire.

Ces résultats confirment ceux obtenus avec des systèmes de télémanipulation conventionnels à retour d'effort [Coiffet 02]. Ils permettent donc de montrer que le contrôleur proposé pour la manipulation endoscopique, avec amplification des efforts et couplage au niveau de la pointe de l'instrument, permet de retrouver des performances classiques en téléopération à retour d'effort, ce qui est encourageant pour conduire des campagnes expérimentales *in vivo*.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les premiers résultats de télémanipulation à retour d'effort en mode position/force avec le robot MC^2E .

Nous avons proposé une solution qui consiste à commander l'interface haptique avec un torseur virtuel qui s'équilibre, dans l'espace articulaire du robot esclave, avec l'effort d'interaction sur l'environnement.

Nous n'avons pas de preuve de stabilité puisque la passivité n'est pas garantie par le couplage position/force, même au niveau articulaire. Cependant, puisque l'effort virtuel retourné sur le bras maître est calculé suivant les mêmes principes que la formulation passive (et donc cinématiquement stable) de la commande présentée dans le chapitre 2, on peut supposer que le couplage proposé ne présente pas d'instabilité cinématique.

Les expériences conduites avec le robot MC^2E et l'interface haptique *Virtuose 3D*, faisant intervenir des contacts stables au niveau des extrémités distale et proximale de l'instrument, nous confirment cette supposition. Nous avons également montré expérimentalement que le couplage position/force par sélection de composantes sur les efforts, peut devenir cinématiquement instable.

Enfin, des expériences comparatives de télé-manipulation avec et sans retour tactile sur le bras maître nous ont permis de mettre en avant l'apport potentiel du retour d'effort en télé-chirurgie endoscopique. Elles doivent être complétées par des campagnes expérimentales *in vivo*.

Conclusion et Perspectives

Abordant le problème de la mise en œuvre d'un retour d'effort pour une application de chirurgie mini-invasive, nous avons été confronté à deux difficultés principales :

- les contraintes d'encombrement et de stérilisation rendent difficiles la mesure des interactions entre instruments et organes ;
- la contrainte cinématique imposée par le trocart induit un risque d'instabilité pour la commande des efforts, en particulier lorsque le point d'application des forces extérieures est inconnu (problème qui nous est d'ailleurs apparu aux cours d'expériences préliminaires sur la commande en force et qui nous a conduit à l'étude générale proposée au chapitre 2).

En réponse à chacune de ces difficultés, nous avons proposé des solutions originales. La première, de nature technologique, a été concrétisée par la réalisation du robot MC^2E , intégrant, au niveau du trocart qu'il manipule directement, un capteur d'efforts six axes. Ce dispositif permet une mesure fine des interactions distales en dépit des perturbations au niveau du trocart. La seconde, de nature méthodologique, prend la forme de conditions nécessaires et suffisantes à respecter pour pouvoir asservir le robot sur un nombre de composantes du torseur d'effort égal à son degré de mobilité. Divers schémas de commande en effort ou en viscosité, prouvés passifs, découlent de cette analyse. Ils ont été validés par des simulations et des expériences.

La forme la plus concrète que prennent les résultats de notre travail est sans doute l'opération de cholécystectomie par laparoscopie réalisée par le Dr. Nicolas Bonnet avec l'aide du robot MC^2E . La réalisation de cette opération a permis de mettre en évidence (à notre connaissance, pour la première fois) l'intérêt pratique que peut avoir, en chirurgie mini-invasive, un système capable de maîtriser les efforts qu'il applique. En effet, le rôle de main gauche que le robot a assuré durant l'opération n'aurait pu être tenu par un dispositif asservi sur la position seulement.

Ces résultats nous semblent ouvrir un certain nombre de perspectives. Bien sûr, des études sont encore à conduire sur le problème de la commande en efforts. Par exemple, il semble intéressant d'étudier la possibilité de compenser les mouvements physiologiques par un mécanisme plus performant que le simple rejet de perturbation de la boucle d'asservissement.

Mais au delà, la mise en œuvre d'un système de télémanipulation à retour d'effort, qui nous semble être la direction la plus prometteuse pour les applications de chirurgie mini-invasive, et que nous n'avons que brièvement abordé dans le cadre de cette thèse, pose des problèmes nombreux et ouvre une problématique riche :

- Un premier travail sera de trouver une formulation prouvée passive du schéma de téléopération proposé au chapitre 4. On pourra pour cela s'inspirer des schémas de commande passifs utilisant les variables d'ondes ou un couplage vitesse/force [Arcara 02, Niemeyer 91], tout en conservant les mêmes principes pour le calcul des efforts transmis.
- Une autre difficulté, apparue lors d'essais qualitatifs de télé-manipulation avec le robot MC^2E en salle de chirurgie, est posée par la très faible raideur des organes. Celle-ci impose, pour un ressenti correct des interactions, d'utiliser un facteur d'homothétie en effort très grand. Le maintien de la stabilité de la boucle n'est alors assuré que si le facteur d'homothétie en position est diminué. Les gestes que doit faire le chirurgien deviennent par conséquent trop amples, ce qui occasionne une gêne de l'opérateur. Ce problème de la télé-manipulation sur des environnements à faible raideur devra être considéré avec attention et nous semble assez ouvert, car la littérature, en matière de réglage des commandes, se focalise souvent sur le cas d'un environnement très rigide, considéré comme le plus pénalisant en termes de stabilité.
- Une autre difficulté concerne la compensation des mouvements physiologiques. Avec un couplage maître/esclave conventionnel, les mouvements physiologiques des organes ne peuvent être compensés que s'ils sont répercutés sur le bras esclave. Le geste chirurgical peut alors devenir complexe car le chirurgien doit superposer le mouvement de compensation et le geste opératoire en lui même. Il semble donc intéressant d'envisager une compensation autonome de ces mouvements, au niveau de l'esclave, et leur filtrage au niveau du maître (découplage maître/esclave en position), ce qui permettrait de rendre la compensation des mouvements (pseudo)périodiques transparente pour le chirurgien. Le problème de la distinction entre les mouvements induits par l'environnement et ceux commandés par l'opérateur dans un système bouclé semble ardu, mais des travaux récents [Kuchenbecker 04] montrent des pistes intéressantes à suivre.



FIG. 4.18 – Co-manipulation en télé-chirurgie laparoscopique à retour d'effort avec le robot MC^2E .

- Enfin, les systèmes tels que MC^2E offrant la possibilité d'une télé-manipulation et d'une co-manipulation peuvent être utilisés pour des applications d'apprentissage d'un genre nouveau, que l'on pourrait appeler *co-télémanipulateurs*. Avec ces dispositifs, un élève chirurgien pratique le geste en co-manipulation avec le robot, sous la supervision d'un enseignant chirurgien, qui télémanipule l'ensemble à travers une interface haptique (voir figure 4.18). On peut imaginer un réglage pour débutants, limitant l'amplitude des efforts retournés à l'enseignant, qui permette à ce dernier d'imposer les trajectoires correspondant au geste à effectuer et un réglage pour les élèves plus expérimentés, pour lequel l'enseignant n'impose que de petites corrections éventuelles. Des premiers travaux sont apparus récemment dans ce domaine, [Nudehi 05].

Les difficultés de mise en œuvre concernant à la fois les impératifs de stabilité du système couplé, qu'il semble judicieux d'aborder sous l'angle de la passivité, et la nécessité de conserver une utilisation intuitive et un système d'apprentissage efficace.

Bibliographie

- [An 87] Chae H. An & John M. Hollerbach. *Kinematic stability issues in force control of manipulators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 4, pages 897–903, avril 1987.
- [Anderson 73] Brian D.O. Anderson & Sumeth Vongpanitlerd. *Network analysis and synthesis -a modern systems theory approach-*. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1973.
- [Arcara 02] Paolo Arcara. *Control of haptic and robotic telemanipulation systems*. Thèse de doctorat, Université de Bologne, mars 2002.
- [Berkelman 03a] P. Berkelman, E. Boidard, P. Cinquin & J. Troccaz. *LER : The Light Endoscope Robot*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, octobre 2003.
- [Berkelman 03b] Peter J. Berkelman, Louis L. Whitcomb, Russell H. Taylor & Patrick Jensen. *A Miniature MicroSurgical Instrument Tip Force Sensor for Enhanced Force Feedback During Robot-Assisted Manipulation*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 19, n° 5, pages 917–922, octobre 2003.
- [Bonneau 04] Eric Bonneau, Farid Taha, Philippe Gravez & Sylvie Lamy. *SUR-GICOBOT : Surgical Gesture Assistance COBOT for Maxillo-Facial Interventions*. In Proceedings of the Scientific Workshop on Medical Robotics, Navigation and Visualization, pages 353–360, Allemagne, mars 2004.
- [Cavusoglu 01] M. C. Cavusoglu, W. Williams, F. Tendick & S.S. Sastry. *Robotics for Telesurgery : Second Generation Berkeley/UCSF Laparoscopic Telesurgical Workstation and Looking towards the Future Applications*. In Proceedings of the 39th Allerton Conference on Communication, Control and Computing, octobre 2001.
- [Charles 97] Steve Charles, Hari Das, Tim Ohm, Curtis Boswell, Guillermo Rodriguez, Robert Steele & Dan Istrate. *Dexterity-enhanced Telerobotic Microsurgery*. IEEE International Conference on Advanced Robotics, 1997.

- [Chung 91] Tae-Sang Chung. *An Inherent Stability Problem in Cartesian Compliance and an Alternative Structure of Compliance Control*. IEEE Transaction on Robotics and Automation, vol. 7, n° 1, pages 21–30, février 1991.
- [Coiffet 02] Philippe Coiffet. Téléopération et téléopérobotique, chapitre Historique et enjeux de la téléopération, pages 19–37. Hermes, France, 2002.
- [Dombre 03] E. Dombre, G. Duchemin, P. Poignet & F. Pierrot. *DERMAROB : A Safe Robot for Reconstructive Surgery*. IEEE Transactions on Robotics and Automation (Special Issue on Medical Robotics), vol. 19, n° 5, pages 876–884, 2003.
- [Drasin 03] Todd Drasin, Carlos Gracia & James Atkinson. *Pediatric Applications of Robotic Surgery*. Pediatric Endosurgery and Innovative Techniques, vol. 7, n° 4, pages 377–384, 2003.
- [Dubois 02] P. Dubois, Q. Thommen & A.C. Jambon. *In vivo Measurement of Surgical Gestures*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 49, n° 1, pages 49–54, janvier 2002.
- [Duriez 04] Christian Duriez. *Contact frottant entre objets déformables dans des simulations temps-réel avec retour haptique*. Thèse de doctorat, Université d'Evry, décembre 2004.
- [Eusebi 98] Alessandro Eusebi & Claudio Melchiorri. *Force Reflecting Telemanipulators with Time-Delay : Stability Analysis and Control Design*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, n° 4, pages 635–640, août 1998.
- [Ferrell 66] W.R. Ferrell. *Delayed force feedback*. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, vol. 8, n° 5, pages 449–455, octobre 1966.
- [Fisher 91] William D. Fisher & M. Shahid Mujtaba. *Hybrid Position/Force Control : a Correct Formulation*. Rapport technique, Hewlett Packard, octobre 1991.
- [Ginhoux 03] Romuald Ginhoux. *Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur -Strasbourg I-, décembre 2003.
- [Guthart 00] G. Guthart & J. Salisbury. *The Intuitive Telesurgery System : Overview and Application*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2000.
- [Jakopec 03] M. Jakopec, F. Rodriguez y Baena, S.J. Harris, P. Gomes, J. Cobb & B.L. Davies. *The hands-on orthopaedic robot "acrobot" : Early clinical trials of total knee replacement surgery*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 19, n° 5, pages 902– 911, octobre 2003.

- [Joly 97] L. D. Joly. *Commande Hybride Position/Force pour la téléopération : une Approche Basée sur des Analogies Mécaniques*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1997.
- [Jurong 03] Shi Jurong, Pascal Mederic, Viviane Pasqui, Guillaume Morel & Wang Shuxin. *Preliminary Results on the Design of a Novel Laparoscopic Manipulator*. In Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, IFToMM, 2003.
- [Kennedy 02] C. Kennedy, T. Hu & J. Desai. *Combining Haptic and Visual Servoing for Cardiothoracic Surgery*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2106–2111, mai 2002.
- [Khalil 99] Wisama Khalil & Etienne Dombre. *Modélisation, indentification et commande des robots*. Hermes, 2^e édition, 1999.
- [Khalil 02] Hassan K. Khalil. *Nonlinear systems*. Pearson Education, Prentice-Hall, 3^e édition, 2002.
- [Kheddar 02] Abderrahmane Kheddar. *Téléopération et téléopérobotique, chapitre Rendus haptique*, pages 95–141. Hermes, France, 2002.
- [Kim 92] W.S. Kim. *Developments of New Force Reflecting Control Schemes and an Application to a Teleoperation Training Simulator*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1412–1419, mai 1992.
- [Kobayashi 02] Yuki Kobayashi, Shingo Chiyoda, Kouichi Watabe, Masafumi Okada & Yoshihiko Nakamura. *Small Occupancy Robotic Mechanisms for Endoscopic Surgery*. In Proceedings of the 5th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention, Part 1, Tokyo, Japan, septembre 2002.
- [Krupa 02] A. Krupa, G. Morel & M. de Mathelin. *Achieving High Precision Laparoscopic Manipulation Using Force Feedback Control*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1864–1869, mai 2002.
- [Kuchenbecker 04] Katherine J. Kuchenbecker & Günter Niemeyer. *Canceling induced master motion in force-reflecting teleoperation*. In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, volume 2, USA California, novembre 2004. 60049.
- [Kwon 98] D.S. Kwon, K.Y. Woo, S.K. Song, W.S. Kim & H.S. Cho. *Microsurgical Telerobot System*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 945–950, 1998.
- [Lawrence 92] D. A. Lawrence. *Stability and transparency in bilateral teleoperation*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 9, n^o 5, pages 625–637, octobre 1992.

- [Lipkin 88] H. Lipkin & J. Duffy. *Hybrid twist and wrench control for robotic manipulator*. Transactions of ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, vol. 110, n° 2, pages 138–144, juin 1988.
- [Lum 04] M.J.H. Lum, J. Rosen, M. Sinanan & B. Hannaford. *Kinematic optimization of a spherical mechanism for a minimally invasive surgical robot*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 829–834, mai 2004.
- [Maurin 05] B. Maurin, C. Doignon, J. Gangloff, B. Bayle, M. de Mathelin, O. Piccin & A. Gangi. *CT-Bot : A stereotactic-Guided Robotic Assistant for Percutaneous Procedures of the Abdomen*. In Proceedings of the SPIE Medical Imaging, USA San Diego, février 2005.
- [Michelin 04] M. Michelin, P. Poignet & E. Dombre. *Geometrical Control Approaches for Minimally Invasive Surgery*. In Workshop on Medical Robotics Navigation and Visualization, Remagen, Germany, 2004.
- [Morel 05] Guillaume Morel & Jacques Gangloff. *Commande référencée capteurs en robotique médicale et chirurgicale*. In 5^e Journées Nationales de la Recherche en Robotique, pages 131–142, France, octobre 2005.
- [Murray 94] Richard M. Murray, Zexiang Li & S. Shankar Sastry. *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC Press, 1994.
- [Niemeyer 91] G. Niemeyer & J.J. E. Slotine. *Stable adaptive teleoperation*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 16, n° 1, pages 152–162, janvier 1991.
- [Nudehi 05] Shahin S. Nudehi, Ranjan Mukherjee & Moji Ghodoussi. *A Shared-Control Approach to Haptic Interface Design for Minimally Invasive Telesurgical Training*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 13, n° 4, juillet 2005.
- [Ortmaier 00] T. Ortmaier & G. Hirzinger. *Cartesian Control Issues for Minimally Invasive Robot Surgery*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, octobre 2000.
- [Perdereau 91] Véronique Perdereau. *Contribution à la commande hybride force-position application à la coopération de deux robots*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 1991.
- [Peters 03] Craig A. Peters. *Robotics Assisted Surgery in Pediatric Urology*. Pediatric Endosurgery and Innovative Techniques, vol. 7, n° 4, pages 403–413, 2003.
- [Picod 03] G. Picod, A.C. Jambon, P. Dubois & D. Vinatier. *Measurement of the friction in the sheath of the trocars used in laparoscopy*. ITBM-RBM

- Editions scientifiques et médicales Elsevier, vol. 24, pages 217–222, 2003.
- [Picod 04] G. Picod, A.C. Jambon, P. Dubois & D. Vinatier. *Effect of Laparoscopic trocar model on the quality of the movement : experimental study of friction*. Gynécologie Obstétrique & Fertilité -Editions scientifiques et médicales Elsevier, vol. 32, pages 937–941, 2004.
- [Pierrot 99] F. Pierrot, E. Dombre, E. Dégoullange, L. Urbain, P. Caron, S. Boudet, J. Gariepy & J. Megnier. *A Safe Robot Arm for Medical Applications with Force Feedback*. Medical Image Analysis, vol. 3, n° 3, pages 285–300, 1999.
- [Raibert 81] M.H. Raibert & J.J. Craig. *Hybrid position/force control of manipulators*. Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, vol. 102, pages 126 – 133, 1981.
- [Seibold 03] U. Seibold & G. Hirzinger. *A 6-Axis Force/Torque Sensor Design for Haptic Feedback in Minimally Invasive Robotic Surgery*. In Proceedings of the 2nd VDE World Microtechnologies Congress, Munich, Germany, octobre 2003.
- [Shen 05] Yueshi Shen & Knut Hüper. *A Joint Space Formulation for Compliant Motion Control of Robot Manipulators*. IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, juillet 2005.
- [Siciliano 99] Bruno Siciliano & Luigi Villani. Robot force control, volume 540. Kluwer Academic Publishers, 1999. International Series in Engineering and Computer Science.
- [Tavakoli 03] M. Tavakoli, R.V. Patel & M. Moallem. *A Force Reflective Master-Slave System for Minimally Invasive Surgery*. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, octobre 2003.
- [Taylor 95] Russel H. Taylor, Stéphane Lavallée, Grigore C. Burdea & Ralph Mösges, éditeurs. Computer-integrated surgery : Technology and clinical applications, chapitre Robotically Assisted Laparoscopic Surgery : From Concept to Development, pages 577–580. MIT Press, 1995.
- [Taylor 99] Russell Taylor, Pat Jensen, Louis Whitcomb, Aaron Barnes, Rajesh Kumar, Dan Stoianovici, Puneet Gupta, Zhengxian Wang, Eugene Dejuan & Louis Kavoussi. *A Steady-Hand Robotic System for Microsurgical Augmentation*. The International Journal of Robotics Research, vol. 18, n° 12, pages 1201–1210, 1999.
- [Wagner 02] C. Wagner, N. Stylopoulos & R. Howe. *The Role of Force Feedback in Surgery : Analysis of Blunt Dissection*. In Proc. of the 10th Annual Haptics Symposium, mars 2002.

- [Whitney 87] Daniel E. Whitney. *Historical perspective and state of the art in robot force control*. International Journal of Robotics Research, vol. 6, pages 3 – 14, 1987.
- [Williams 95] David Williams & Oussama Khatib. *Improved Force Control for Conventional Arms Using Wrist-Based Torque Feedback*. IEEE International Symposium on Experimental Robotics, pages 516–525, 1995.
- [Yi 91] Byung-Ju Yi, Ian D. Walker, Delbert Tesar & Robert A. Freeman. *Geometric Stability in Force Control*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 281–286, avril 1991.
- [Zhang 89] H. Zhang. *Kinematic Stability of Robot Manipulators under Force Control*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 1, pages 80–85, 1989.

Publications

1. N. Zemiti, T. Ortmaier, M. Vitrani & G. Morel. *A Force Controlled Laparoscopic Surgical Robot without Distal Force Sensing*. Dans Proceedings of the IEEE 9th International Symposium on Experimental Robotics, Singapour, juin 2004.
2. N. Zemiti, T. Ortmaier & G. Morel. *A New Robot for Force Control in Minimally Invasive Surgery*. Dans Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pages 3643 – 3648, Sendai, Japon, octobre 2004.
3. E. Dombre, M. Michelin, F. Pierrot, Ph. Poignet, Ph. Bidaud, G. Morel, T. Ortmaier, D. Sallé, N. Zemiti, Ph. Gravez, N. Bonnet & M. Karouia. *MARGE Project : Modeling and Control of Assistive Devices for Minimally Invasive Surgery*. Dans Proceedings of the 7th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, volume 2, pages 1–8, Saint-Malo, France, septembre 2004.
4. N. Zemiti, T. Ortmaier & G. Morel. *MC²E : un Robot de Chirurgie Mini-Invasive Commandé en Effort*. Dans Proceedings of the 18^e Journées des Jeunes Chercheurs en Robotique, Douai, France, septembre 2004.

Annexe A

Modèles géométrique et cinématique du robot

A.1 Modèle géométrique

Les matrices de transformation homogènes $\mathbf{T}_{i \rightarrow j}$ pour le passage du repère \mathcal{F}_j au repère \mathcal{F}_i du robot sont :

$$\mathbf{T}_{0 \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 c\alpha_1 & c\theta_1 c\alpha_1 & -s\alpha_1 & 0 \\ s\theta_1 s\alpha_1 & c\theta_1 s\alpha_1 & c\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{T}_{1 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 c\alpha_1 & c\theta_2 c\alpha_1 & s\alpha_1 & 0 \\ -s\theta_2 s\alpha_1 & -c\theta_2 s\alpha_1 & c\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 c\alpha_2 & c\theta_3 c\alpha_2 & s\alpha_2 & 0 \\ -s\theta_3 s\alpha_2 & -c\theta_3 s\alpha_2 & c\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{T}_{3 \rightarrow 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

avec :

$$\begin{aligned} c\theta_i &= \cos(\theta_i), & s\theta_i &= \sin(\theta_i), \\ c\alpha_i &= \cos(\alpha_i), & s\alpha_i &= \sin(\alpha_i). \end{aligned}$$

La transformation globale qui permet de passer du repère \mathcal{F}_4 lié à la pointe de l'instrument au repère \mathcal{F}_0 lié à la base du robot est :

$$\mathbf{T}_{0 \rightarrow 4} = \mathbf{T}_{0 \rightarrow 1} \mathbf{T}_{1 \rightarrow 2} \mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} \mathbf{T}_{3 \rightarrow 4} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0 \rightarrow 4} & \mathbf{x} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

où $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 4} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est la matrice de rotation qui transforme le repère \mathcal{F}_0 en \mathcal{F}_4 et le vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ représente la position cartésienne de la pointe de l'instrument dans le repère de la base du robot.

Le modèle géométrique du robot, qui permet de relier les positions articulaires $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, d_4)$ à la position cartésienne ${}^0\mathbf{x}$ est calculé à partir de l'équation (A.5) et s'écrit comme suit :

$${}^0\mathbf{x} = \begin{bmatrix} (d_4 s \alpha_2 c \theta_1 s \theta_2 - d_4 s \alpha_2 s \theta_1 c \theta_2 c \alpha_1 - d_4 s \theta_1 s \alpha_1 c \alpha_2) \\ (d_4 s \alpha_2 s \theta_1 s \theta_2 c \alpha_1 + d_4 s \alpha_2 c \theta_1 c \alpha_1^2 c \theta_2 + d_4 s \alpha_2 c \theta_2 - \\ d_4 s \alpha_2 c \theta_2 c \alpha_1^2 + d_4 c \alpha_2 c \theta_1 c \alpha_1 s \alpha_1 - d_4 c \alpha_2 s \alpha_1 c \alpha_1) \\ (-d_4 s \alpha_2 s \theta_1 s \alpha_1 s \theta_2 - d_4 s \alpha_2 c \theta_1 s \alpha_1 c \theta_2 c \alpha_1 + \\ d_4 s \alpha_2 c \alpha_1 c \theta_2 s \alpha_1 - d_4 c \alpha_2 c \theta_1 + d_4 c \alpha_2 c \theta_1 c \alpha_1^2 - d_4 c \alpha_2 c \alpha_1^2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Modèle cinématique et singularités de la jacobienne du robot

Le modèle cinématique du robot qui permet de relier les vitesses articulaires $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{d}_4)$ au vecteur $[{}^0\mathbf{v}(O_4), {}^0\boldsymbol{\omega}]$ équivalent au torseur cinématique exprimé dans le repère \mathcal{F}_0 , est donné par :

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{v}(O_4) \\ {}^0\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{d}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (\text{A.7})$$

où ${}^0\boldsymbol{\omega}$ est la vitesse de rotation angulaire de l'instrument, ${}^0\mathbf{v}(O_4)$ la vitesse de translation de la pointe de instrument O_4 , et $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ la matrice jacobienne du système (fonction des positions articulaires notées ici par q).

L'expression du jacobien $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ au point O_4 s'exprime de la manière suivante :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \times \mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_2 \times \mathbf{O}_2\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_3 \times \mathbf{O}_3\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_4 \\ \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \mathbf{z}_3 & \mathbf{0}_{3,1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

où O_i et \mathbf{z}_i sont respectivement le centre et l'axe du repère \mathcal{F}_i associé à la liaison i et $\mathbf{O}_i\mathbf{O}_j$ désigne le vecteur de O_i vers O_j .

La géométrie de MC^2E est telle que $\forall \mathbf{q}, \mathbf{z}_3 \times \mathbf{O}_3\mathbf{O}_4 = \mathbf{0}$. Il en résulte, d'après l'équation A.7 que la vitesse de translation de la pointe de l'instrument est commandable par :

$$\dot{\mathbf{q}}_t = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_4]^T$$

Si l'on souhaite uniquement commander la rotation propre de l'instrument, on pose :

$$\dot{\mathbf{q}}_r = [\dot{\theta}_3]$$

On peut alors rendre carré le problème posé par l'équation A.7 en écrivant :

$$\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{v}(O_4) \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_t(\mathbf{q}) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{J}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_t \\ \dot{\mathbf{q}}_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

où $\mathbf{J}_t(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \times \mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_2 \times \mathbf{O}_2\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_4 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{J}_r = \mathbf{I}_1$.

Le problème est alors inversible si le déterminant de $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_t(\mathbf{q}) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{J}_r \end{bmatrix}$ est non nul.

On a clairement :

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{J}(\mathbf{q})) = 0 &\Leftrightarrow \det(\mathbf{J}_t(\mathbf{q})) \det(\mathbf{J}_r) = 0 \\ &\Leftrightarrow \det(\mathbf{J}_t(\mathbf{q})) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

ce qui revient à écrire que :

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{J}(\mathbf{q})) = 0 &\Leftrightarrow \left| \begin{array}{ccc} \mathbf{z}_1 \times \mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_2 \times \mathbf{O}_2\mathbf{O}_4 & \mathbf{z}_4 \end{array} \right| = 0 \\ &\Leftrightarrow -d_4^2 \sin(\alpha_1) \sin(\alpha_2) \sin(\theta_2) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Les solutions de l'équation (A.11) définissent les singularités suivantes de l'espace de travail du robot :

$$d_4 = 0 \text{ , et} \quad (\text{A.12})$$

$$\theta_2 = \pm k\pi \text{ avec } k = 0, 1, 2, \dots \text{ .} \quad (\text{A.13})$$

L'équation (A.13) montre qu'on retrouve bien les singularités correspondantes aux systèmes d'axes mobiles concourants.

La première singularité $d_4 = 0$ est une singularité d'ordre 2 qui correspond à la coïncidence de la pointe de l'instrument avec le point fixe du trocart. Cette singularité n'est atteinte que durant l'insertion/extraction de l'instrument. Elle n'influence donc pas le déroulement de l'opération car l'insertion/extraction de l'instrument peut être réalisée sous asservissement en positions articulaires.

La singularité $\Theta_2 = \pi$ ne peut jamais être atteinte à cause des butées mécaniques du robot. Par contre, la singularité $\Theta_2 = 0$ partage l'espace de travail du robot en deux parties. Afin d'éviter que la singularité $\Theta_2 = 0$ soit atteinte durant les expériences, nous devons choisir de travailler soit dans l'espace défini par $\Theta_2 > 0$ (configuration du robot en bras gauche), soit dans l'espace défini par $\Theta_2 < 0$ (configuration du robot en bras droit).

Au final, l'expression du jacobien en translation du système est la suivante :

$$\mathbf{J}_t(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} J_{t11} & J_{t12} & J_{t13} \\ J_{t21} & J_{t22} & J_{t23} \\ J_{t31} & J_{t32} & J_{t33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$J_{t11} = d_4 s \alpha_2 s \Theta_1 s \Theta_2 + d_4 s \alpha_2 c \Theta_1 c \Theta_2 c \alpha_1 + d_4 c \alpha_2 c \Theta_1 s \alpha_1 ,$$

$$J_{t12} = s \alpha_2 d_4 s \Theta_1 s \Theta_2 c \alpha_1 + s \alpha_2 d_4 c \Theta_1 c \Theta_2 ,$$

$$J_{t13} = s \alpha_2 c \Theta_1 s \Theta_2 - s \alpha_2 s \Theta_1 c \Theta_2 c \alpha_1 - s \Theta_1 s \alpha_1 c \alpha_2 ,$$

$$J_{t21} = -c \alpha_1 d_4 s \alpha_2 c \Theta_1 s \Theta_2 + c \alpha_1^2 d_4 s \alpha_2 s \Theta_1 c \Theta_2 + c \alpha_1 d_4 s \Theta_1 s \alpha_1 c \alpha_2 ,$$

$$J_{t22} = -s \alpha_2 d_4 c \Theta_1 c \alpha_1^2 s \Theta_2 - s \alpha_2 d_4 s \Theta_2 + s \alpha_2 d_4 s \Theta_2 c \alpha_1^2 + s \alpha_2 d_4 s \Theta_1 c \alpha_1 c \Theta_2 ,$$

$$J_{t23} = s \alpha_2 s \Theta_1 s \Theta_2 c \alpha_1 + s \alpha_2 c \Theta_1 c \alpha_1^2 c \Theta_2 + s \alpha_2 c \Theta_2 - s \alpha_2 c \Theta_2 c \alpha_1^2 + c \alpha_2 c \Theta_1 c \alpha_1 s \alpha_1 - c \alpha_2 s \alpha_1 c \alpha_1 ,$$

$$J_{t31} = -s \alpha_1 d_4 s \alpha_2 c \Theta_1 s \Theta_2 + s \alpha_1 d_4 s \alpha_2 s \Theta_1 c \Theta_2 c \alpha_1 + d_4 s \Theta_1 c \alpha_2 - d_4 s \Theta_1 c \alpha_2 c \alpha_1^2 ,$$

$$J_{t32} = s \alpha_1 d_4 s \alpha_2 s \Theta_2 c \alpha_1 + s \Theta_1 d_4 s \alpha_2 c \Theta_2 s \alpha_1 - d_4 s \alpha_1 c \alpha_1 s \alpha_2 c \Theta_1 s \Theta_2 ,$$

$$J_{t33} = s \alpha_2 s \Theta_1 s \alpha_1 s \Theta_2 + s \alpha_2 c \Theta_1 s \alpha_1 c \Theta_2 c \alpha_1 - s \alpha_2 c \alpha_1 c \Theta_2 s \alpha_1 + c \alpha_2 c \Theta_1 - c \alpha_2 c \Theta_1 c \alpha_1^2 + c \alpha_2 c \alpha_1^2 .$$

Annexe B

Preuves des propositions du chapitre 2

B.1 Preuve de la Proposition 1

On veut étudier la passivité, donc la la Positivité Réelle (PR), de

$$\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) = [\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_R(s)\mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)]^{-1} \mathbf{Y}_R(s) . \quad (\text{B.1})$$

D'après la Propriété 1, la PR de $\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$ est équivalent à la PR de son inverse :

$$\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) = \mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}^{-1}(s) = \mathbf{M}s + \mathbf{B} + \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} .$$

En utilisant la Propriété 2, la PR de $\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$ se montre comme suit :

- $\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$ a un seul pôle $s_0 = 0$ qui vérifie $\Re(s_0) \leq 0$;
- la matrice des résidus associés au pôle $s_0 = 0$

$$\mathbf{K}_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) = \mathbf{K}_i$$

est Hermitienne DP pour tout \mathbf{K}_i symétrique DP ;

- la matrice des résidus associés au pôle à l'infini

$$\mathbf{K}_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)}{s} = \mathbf{M}$$

est Hermitienne DP puisque \mathbf{M} est symétrique DP ;

- pour finir, on monte facilement que

$$\mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}^T(-j\omega) + \mathbf{Z}_{\dot{\mathbf{q}}}(j\omega) = 2\mathbf{B} + 2\mathbf{K}_p ,$$

est DP pour tout choix de \mathbf{B} et \mathbf{K}_p symétrique DP.

Ainsi, $\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s)$ est PR pour tout choix de \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} symétrique DP. ■

B.2 Preuve de la Proposition 2

Pour étudier la passivité de

$$\mathbf{Y}_\tau(s) = \frac{\dot{\mathbf{q}}}{-\boldsymbol{\tau}_e} = (\mathbf{M}s + \mathbf{B})^{-1} \left(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} \right) , \quad (\text{B.2})$$

on utilise la Propriété 2 comme suit :

- $\mathbf{Y}_\tau(s)$ a un pôle simple en $s_0 = 0$ qui vérifie $\Re(s_0) \leq 0$ et n pôles, solutions de $\det(\mathbf{M}s + \mathbf{B}) = 0$, qui vérifient tous $\Re(s) \leq 0$, pour tout choix de \mathbf{B} symétrique DP ;
- pour que la matrice des résidus associés au pôle $s_0 = 0$

$$\mathbf{K}_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s \mathbf{Y}_\tau(s) = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_i ,$$

soit Hermitienne SDP, il faut que

$$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_i \geq 0 ;$$

- Il ne reste donc qu'à vérifier que :

$$\mathbf{H}_1(j\omega) := \mathbf{Y}_\tau(j\omega) + \mathbf{Y}_\tau^T(-j\omega) .$$

Comme la définie positivité de $\mathbf{H}_1(j\omega)$ est équivalente à celle de

$$\mathbf{H}_2(j\omega) := (j\omega \mathbf{M} + \mathbf{B}) \mathbf{H}_1(j\omega) (-j\omega \mathbf{M}^T + \mathbf{B}^T) , \quad (\text{B.3})$$

on obtient, en développant :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_2(j\omega) = & j\omega(\mathbf{M}\mathbf{K}'^T - \mathbf{K}'\mathbf{M}^T) \\ & + \frac{1}{j\omega} (\mathbf{K}_i \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{K}_i^T) \\ & + [\mathbf{K}'\mathbf{B}^T + \mathbf{B} \mathbf{K}'^T - (\mathbf{K}_i \mathbf{M}^T + \mathbf{M} \mathbf{K}_i^T)] , \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

où $\mathbf{K}' := \mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p$.

Par ailleurs, la décomposition de $\mathbf{H}_2(j\omega)$ en partie réelle et imaginaire donne :

$$\mathbf{H}_2(j\omega) = \mathbf{H}_{2r} + j\mathbf{H}_{2i}$$

où \mathbf{H}_{2r} et \mathbf{H}_{2i} sont des matrices réelles définies par :

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{2i} = \omega (\mathbf{M}\mathbf{K}'^T - \mathbf{K}'\mathbf{M}^T) + \frac{1}{\omega} (\mathbf{K}_i\mathbf{B}^T - \mathbf{B}\mathbf{K}_i^T) \\ \mathbf{H}_{2r} = \mathbf{K}'\mathbf{B}^T + \mathbf{B}\mathbf{K}'^T - (\mathbf{K}_i\mathbf{M}^T + \mathbf{M}\mathbf{K}_i^T) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Au final, on montre la DP $\mathbf{H}_2(j\omega)$, pour tout ω où le système n'est pas singulier, par la DP de :

$$(\mathbf{a}^T - j\mathbf{b}^T) \mathbf{H}_2(j\omega) (\mathbf{a} + j\mathbf{b}) \quad \forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n,$$

ce qui donne la condition suivante :

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n, \forall \omega \in \mathbb{R}, \\ \mathbf{a}^T \mathbf{H}_{2r} \mathbf{a} + \mathbf{b}^T \mathbf{H}_{2r} \mathbf{b} - 2\mathbf{a}^T \mathbf{H}_{2i} \mathbf{b} \geq 0. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Cette condition a été obtenue en exploitant le fait que, d'une part, $\mathbf{H}_2(j\omega)$ soit Hermittienne par définition, autrement dit, sa partie réelle est symétrique ($\mathbf{H}_{2r} = \mathbf{H}_{2r}^T$) et sa partie imaginaire est antisymétrique ($\mathbf{H}_{2i} = -\mathbf{H}_{2i}^T$), et d'autre part, que toute matrice antisymétrique est *définie nulle*.

Par conséquent, les conditions nécessaires et suffisantes pour que $\mathbf{H}_2(j\omega)$ soit DP sont :

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{2i} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{M}\mathbf{K}'^T = \mathbf{K}'\mathbf{M}^T \\ \text{et} \\ \mathbf{K}_i\mathbf{B}^T = \mathbf{B}\mathbf{K}_i^T \end{cases} \\ \text{et} \\ \mathbf{H}_{2r} = \mathbf{K}'\mathbf{B}^T + \mathbf{B}\mathbf{K}'^T - (\mathbf{K}_i\mathbf{M}^T + \mathbf{M}\mathbf{K}_i^T) \text{ est SDP} \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

En rappelant que $\mathbf{K}' = \mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p$ et que \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i , \mathbf{B} et \mathbf{M} sont symétriques DP, alors l'admittance $\mathbf{Y}_\tau(s)$ est passive si et seulement si :

1. $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}_i$ est SDP ;
2. $\mathbf{M} = \mathbf{K}_p \mathbf{M} \mathbf{K}_p^{-1}$;
3. $\mathbf{K}_i\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{K}_i$;
4. $(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p)\mathbf{B} - \mathbf{K}_i\mathbf{M}$ est SDP ;

De plus, si \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} sont diagonales DP, alors on retrouve les conditions de l'équation (2.22).

B.2.1 Interprétation de la condition 2

La condition 2, donnée par :

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}_p \mathbf{M} \mathbf{K}_p^{-1}, \quad (\text{B.8})$$

veut dire que tout vecteur propre de \mathbf{M} multiplié par \mathbf{K}_p , reste vecteur propre de \mathbf{M} . En effet, comme \mathbf{M} est symétrique alors elle est diagonalisable. Soit \mathbf{M}_d la forme diagonale de \mathbf{M} obtenue par la matrice de transformation \mathbf{P} (appelée aussi matrice de passage ou matrice modèle de \mathbf{M}), dont les colonnes sont les vecteurs propres de \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{P} \mathbf{M}_d \mathbf{P}^{-1} \quad (\text{B.9})$$

En remplaçant l'équation (B.9) dans l'équation (B.8) on obtient :

$$\mathbf{M} = (\mathbf{K}_p \mathbf{P}) \mathbf{M}_d (\mathbf{K}_p \mathbf{P})^{-1} \quad (\text{B.10})$$

L'équation (B.10) n'est vérifiée que si les colonnes de $\mathbf{K}_p \mathbf{P}$ sont les vecteurs propres de \mathbf{M} .

■

B.3 Preuve de la Proposition 3

Pour montrer la passivité de

$$\mathbf{Y}_w(s) = \mathbf{J} \mathbf{Y}_R(s) [\mathbf{J}^T + \mathbf{C}_\tau(s) \mathbf{J}^T \mathbf{S}] , \quad (\text{B.11})$$

considérons tout d'abord la troisième condition de la Propriété 2. Nous allons donc montrer que :

$$\mathbf{x}^* \mathbf{H}_3(j\omega) \mathbf{x} \geq 0 \quad , \forall \mathbf{x} \in \mathbb{C}^6 , \quad (\text{B.12})$$

où

$$\mathbf{H}_3(j\omega) := \mathbf{Y}_w(j\omega) + \mathbf{Y}_w^T(-j\omega) .$$

Pour cela, considérons la décomposition propre de la matrice $\mathbf{J} \mathbf{J}^T$, qui est aussi de rang n (d'après l'Hypothèse 1). Soit, $\mathbf{X}_1 \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ la matrice qui regroupe les vecteurs propres de $\mathbf{J} \mathbf{J}^T$ associés aux n valeurs propres strictement positives de $\mathbf{J} \mathbf{J}^T$, et $\mathbf{X}_2 \in \mathbb{R}^{6 \times (6-n)}$ la matrice qui regroupe les vecteurs propres de $\mathbf{J} \mathbf{J}^T$ associés aux $6 - n$ valeurs propres nulles de $\mathbf{J} \mathbf{J}^T$.

On peut donc écrire, pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^6$:

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{X}_2 \mathbf{x}_2 , \quad (\text{B.13})$$

où $\mathbf{J}\mathbf{J}^T\mathbf{X}_2\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$, autrement dit, $\mathbf{X}_2\mathbf{x}_2$ engendre (span) l'espace nul de \mathbf{J}^T (ou aussi \mathbf{X}_2 est une base de $N(\mathbf{J}^T)$).

En remplaçant l'équation (B.13) dans l'équation (B.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^*\mathbf{H}_3(j\omega)\mathbf{x} &= \mathbf{x}_1^*\mathbf{X}_1^T\mathbf{J}[\mathbf{Y}_R(j\omega) + \mathbf{Y}_R^T(-j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1\mathbf{x}_1 \\ &\quad + \mathbf{x}_1^*\mathbf{X}_1^T\mathbf{J}[\mathbf{Y}_R(j\omega)\mathbf{C}_\tau(j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_1\mathbf{x}_1 \\ &\quad + \mathbf{x}_1^*\mathbf{X}_1^T\mathbf{J}[\mathbf{Y}_R(j\omega)\mathbf{C}_\tau(j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2\mathbf{x}_2 \\ &\quad + \mathbf{x}_1^*\mathbf{X}_1^T\mathbf{S}\mathbf{J}[\mathbf{C}_\tau^T(-j\omega)\mathbf{Y}_R^T(-j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1\mathbf{x}_1 \\ &\quad + \mathbf{x}_2^*\mathbf{X}_2^T\mathbf{S}\mathbf{J}[\mathbf{C}_\tau^T(-j\omega)\mathbf{Y}_R^T(-j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1\mathbf{x}_1 . \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Supposons dans un premier temps que $\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2$ est non nul. Dans ce cas, il est toujours possible de trouver un vecteur $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{C}^{6-n}$ tel que $\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2\mathbf{x}_2 \neq \mathbf{0}$.

Par ailleurs, comme les colonnes de \mathbf{X}_1 forment une base de $\text{Im}(\mathbf{J})$, alors la matrice $\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est de rang n , alors on peut trouver un réel $\lambda > 1$ tel que la matrice $\lambda\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1 + \mathbf{C}_\tau(j\omega)\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_1$ soit aussi de rang n .

Pour résumer, il est toujours possible de trouver $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{6-n}$ et $\lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 1$ tels que :

$$\mathbf{x}_1 = -(\lambda\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1 + \mathbf{C}_\tau(j\omega)\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{C}_\tau(j\omega)\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2\mathbf{x}_2 , \quad (\text{B.15})$$

avec $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{0}$. En combinant ce choix de \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 avec l'équation (B.14), on aura :

$$\mathbf{x}^*\mathbf{H}_3(j\omega)\mathbf{x} = (1-\lambda)\mathbf{x}_1^*\mathbf{X}_1^T\mathbf{J}[\mathbf{Y}_R(j\omega) + \mathbf{Y}_R^T(-j\omega)]\mathbf{J}^T\mathbf{X}_1\mathbf{x}_1 , \quad (\text{B.16})$$

qui est strictement défini négatif.

En conclusion, une première condition nécessaire à vérifier pour la définie positivité de $\mathbf{H}_3(j\omega)$ est que $\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$.

Par ailleurs, comme d'une part les colonnes de \mathbf{X}_2 forment une base de $N(\mathbf{J}^T)$ et, d'autre part on a $\mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$, alors on peut écrire :

$$\forall \mathbf{x} \in N(\mathbf{J}^T), \exists \mathbf{x}_2 / \mathbf{x} = \mathbf{X}_2\mathbf{x}_2 \Rightarrow \mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{0} . \quad (\text{B.17})$$

Ce qui veut dire :

$$N(\mathbf{J}^T) \subset N(\mathbf{J}^T\mathbf{S}) . \quad (\text{B.18})$$

Cependant, comme, d'après l'Hypothèse 1, $\mathbf{R}\mathbf{J}$ est de rang plein n , alors la matrice $\mathbf{S}\mathbf{J}$ a aussi un rang n . En effet, la structure particulière de la matrice de sélection \mathbf{S} (donc \mathbf{R}) fait que $\mathbf{S}\mathbf{J} = \mathbf{R}^T\mathbf{R}\mathbf{J}$ possède n lignes identiques aux lignes de $\mathbf{R}\mathbf{J}$ et $6-n$ lignes de zéros. Ce qui fait que $\text{rang}(\mathbf{R}\mathbf{J}) = \text{rang}(\mathbf{S}\mathbf{J})$. Par conséquent, $N(\mathbf{J}^T)$ et $N(\mathbf{J}^T\mathbf{S})$ sont de même dimension $6-n$, et alors :

$$N(\mathbf{J}^T) = N(\mathbf{J}^T\mathbf{S}) \text{ et par extension } \text{Im}(\mathbf{J}) = \text{Im}(\mathbf{S}\mathbf{J}) . \quad (\text{B.19})$$

D'autre part, comme on sait que :

$$\text{Im}(\mathbf{S}\mathbf{J}) \subset \text{Im}(\mathbf{S}) , \quad (\text{B.20})$$

et que $\text{Im}(\mathbf{S}\mathbf{J})$ et $\text{Im}(\mathbf{S})$ sont de même dimension n alors :

$$\text{Im}(\mathbf{S}\mathbf{J}) = \text{Im}(\mathbf{S}) \quad \text{et par extension} \quad \text{N}(\mathbf{J}^T\mathbf{S}) = \text{N}(\mathbf{S}) . \quad (\text{B.21})$$

Au final, en combinant l'équation (B.19) avec l'équation (B.21) on obtient :

$$\text{Im}(\mathbf{S}) = \text{Im}(\mathbf{J}) \quad \text{et} \quad \text{N}(\mathbf{S}) = \text{N}(\mathbf{J}^T) . \quad (\text{B.22})$$

Comme $\text{Im}(\mathbf{S})$ est engendré par un ensemble de n vecteurs de la base canonique de \mathbb{R}^6 , correspondants aux n directions des efforts sélectionnées, alors ces mêmes vecteurs engendrent aussi $\text{Im}(\mathbf{J})$. Ce qui veut dire que tous les vecteurs appartenant à $\text{Im}(\mathbf{J})$ ont des composantes nulles selon les $6 - n$ directions non sélectionnées. Les $6 - n$ lignes de \mathbf{J} , correspondantes aux $6 - n$ directions non sélectionnées, sont donc nulles. En terme d'équation, ceci veut dire que :

$$\mathbf{S}\mathbf{J} = \mathbf{J} \quad (\text{ou, de façon équivalente : } \mathbf{J}^T\mathbf{S} = \mathbf{J}^T). \quad (\text{B.23})$$

L'équation (B.23), devient alors la première condition nécessaire à vérifier pour que $\mathbf{Y}_w(s)$ soit DP. En effet, du moment où $\mathbf{J}^T\mathbf{S} = \mathbf{J}^T$ alors $\mathbf{J}^T\mathbf{X}_2 = \mathbf{J}^T\mathbf{S}\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$.

En supposant que cette condition est vérifiée, alors l'admittance de sortie $\mathbf{Y}_w(s)$ devient :

$$\mathbf{Y}_w(s) = \mathbf{J}\mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T . \quad (\text{B.24})$$

Par conséquent, grâce à l'Hypothèse 1, l'analyse de passivité de $\mathbf{Y}_w(s)$ devient équivalente à celle de $\mathbf{Y}_\tau(s)$.

En résumé, la passivité de $\mathbf{Y}_w(s)$ est obtenue si et seulement si, $\mathbf{J}^T\mathbf{S} = \mathbf{J}^T$ et $\mathbf{Y}_\tau(s)$ est PR (la passivité de $\mathbf{Y}_\tau(s)$ est montrée dans le paragraphe B.2).

■

B.4 Cas particulier où $\mathbf{R}\mathbf{J}$ n'est pas de rang plein n

Ce cas particulier correspond au schéma de commande en effort avec sélection de composante où $p < n$ composantes de l'erreur en effort à commander sont sélectionnées. Dans ce cas, l'Hypothèse 1 n'est plus vérifiée et les conditions de passivité de la Proposition 3 ne sont plus valables.

Pour traiter ce cas particulier, on analysera la passivité de l'admittance $\mathbf{Y}_w(s)$ dans le cas particulier où le rang $\mathbf{S}\mathbf{J}$ est nul, puis dans le cas où $0 < \text{rang}(\mathbf{S}\mathbf{J}) < n$.

1. Cas où $\text{rang}(\mathbf{S}\mathbf{J}) = 0$:

Ce cas n'a aucun sens en pratique. En effet, si $\text{rang}(\mathbf{S}\mathbf{J}) = 0$, alors l'erreur en couple $\boldsymbol{\varepsilon}_\tau = \mathbf{J}^T\mathbf{S}\boldsymbol{\varepsilon}_w$ est toujours nulle. En d'autres termes, le robot n'est pas commandable. Par ailleurs, comme l'admittance $\mathbf{Y}_w(s)$ devient telle que :

$$\mathbf{Y}_w(s) = \mathbf{J}\mathbf{Y}_R(s)\mathbf{J}^T ,$$

alors le port d'interaction de sortie du système est passif même si le robot n'est pas commandable.

2. Cas où $0 < \text{rang}(\mathbf{SJ}) < n$: Pour montrer la passivité de $\mathbf{Y}_w(s)$, nous allons procéder de la même façon que pour la preuve de la Proposition 3. En effet, comme \mathbf{JJ}^T est de rang n , alors la troisième condition de passivité de la Propriété 2, appliquée à $\mathbf{Y}_w(s)$, impose que :

$$\mathbf{x}^* \mathbf{H}_3(j\omega) \mathbf{x} \geq 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{C}^6, \quad (\text{B.25})$$

où

$$\mathbf{H}_3(j\omega) := \mathbf{Y}_w(j\omega) + \mathbf{Y}_w^T(-j\omega).$$

Nous obtenons donc la même condition nécessaire pour que $\mathbf{x}^* \mathbf{H}_3(j\omega) \mathbf{x}$, soit DP, qui est $\mathbf{J}^T \mathbf{S} \mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$, (cf. équation (B.14)).

En supposant, maintenant que $\mathbf{J}^T \mathbf{S} \mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$, autrement dit, la matrice de sélection appliquée à un vecteur quelconque du noyau de \mathbf{J}^T donnera toujours un vecteur du noyau de \mathbf{J}^T , alors l'équation (B.14) devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* \mathbf{H}_3(j\omega) \mathbf{x} &= \mathbf{x}_1^* \mathbf{X}_1^T \mathbf{J} [\mathbf{Y}_R(j\omega) + \mathbf{Y}_R^T(-j\omega)] \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 \mathbf{x}_1 \\ &\quad + \mathbf{x}_1^* \mathbf{X}_1^T \mathbf{J} [\mathbf{Y}_R(j\omega) \mathbf{C}_\tau(j\omega) \mathbf{\nabla}] \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 \mathbf{x}_1 \\ &\quad + \mathbf{x}_1^* \mathbf{X}_1^T \mathbf{J} [\mathbf{\nabla}^T \mathbf{C}_\tau^T(-j\omega) \mathbf{Y}_R^T(-j\omega)] \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 \mathbf{x}_1, \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

où

$$\mathbf{\nabla} := (\mathbf{J}^T \mathbf{S} \mathbf{X}_1) (\mathbf{J}^T \mathbf{X}_1)^{-1}. \quad (\text{B.27})$$

D'autre part, comme $\mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est de rang plein n , alors la définie positivité de $\mathbf{H}_3(j\omega)$ devient équivalente à celle de :

$$\mathbf{Y}_R(j\omega) [\mathbf{I}_n + \mathbf{C}_\tau(j\omega) \mathbf{\nabla}] + [\mathbf{\nabla}^T \mathbf{C}_\tau^T(-j\omega) + \mathbf{I}_n] \mathbf{Y}_R^T(-j\omega). \quad (\text{B.28})$$

En multipliant l'équation (B.28) à gauche par $\mathbf{Y}_R^{-1}(j\omega)$ et à droite par $\mathbf{Y}_R^{-T}(-j\omega)$, la DP de $\mathbf{H}_3(j\omega)$ devient aussi équivalente à celle de :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_4(j\omega) &:= [\mathbf{I}_n + \mathbf{C}_\tau(j\omega) \mathbf{\nabla}] \mathbf{Y}_R^{-T}(-j\omega) + \\ &\quad \mathbf{Y}_R^{-1}(j\omega) [\mathbf{\nabla}^T \mathbf{C}_\tau^T(-j\omega) + \mathbf{I}_n]. \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

En remplaçant dans l'équation (B.29), $\mathbf{C}_\tau(j\omega)$ et $\mathbf{Y}_R(j\omega)$ par leurs expressions données, respectivement, par l'équation (2.20) et l'équation (2.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_4(j\omega) &= j\omega (\mathbf{M} \mathbf{K}'^T - \mathbf{K}' \mathbf{M}^T) + \frac{1}{j\omega} (\mathbf{K}_i \mathbf{\nabla} \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{\nabla}^T \mathbf{K}_i^T) \\ &\quad + [\mathbf{K}' \mathbf{B}^T + \mathbf{B} \mathbf{K}'^T - (\mathbf{K}_i \mathbf{\nabla} \mathbf{M}^T + \mathbf{M} \mathbf{\nabla}^T \mathbf{K}_i^T)], \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

où $\mathbf{K}' := \mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p \mathbf{\nabla}$.

En rappelant que \mathbf{M} , \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} sont des matrices symétriques DP et en utilisant une approche identique à celle conduite pour $\mathbf{H}_2(j\omega)$ dans la preuve de la Proposition 2, alors les conditions nécessaires et suffisantes pour que $\mathbf{Y}_w(j\omega) + \mathbf{Y}_w^T(-j\omega)$

soit DP, pour tout ω où le système n'est pas singulier, sont :

$$\mathbf{M}\nabla^T\mathbf{K}_p = \mathbf{K}_p\nabla\mathbf{M}, \quad (\text{B.31})$$

et

$$\mathbf{K}_i\nabla\mathbf{B} = \mathbf{B}\nabla^T\mathbf{K}_i, \quad (\text{B.32})$$

et

$$2\mathbf{B} + \mathbf{K}_p\nabla\mathbf{B} + \mathbf{B}\nabla^T\mathbf{K}_p - (\mathbf{K}_i\nabla\mathbf{M} + \mathbf{M}\nabla^T\mathbf{K}_i) \text{ est SDP}. \quad (\text{B.33})$$

Il faut noter que les conditions données par les l'équations (B.31) à (B.33), ne peuvent être vérifiées pour tous les cas génériques. Considérons, alors le cas particulier et avantageux où $\mathbf{K}_i = k_i\mathbf{I}_n$, $\mathbf{K}_p = k_p\mathbf{I}_n$ et $\mathbf{B} = b\mathbf{I}_n$. Les équations (B.31) et (B.32), donnent :

$$\nabla = \mathbf{M}^{-1}\nabla^T\mathbf{M} = \nabla^T, \quad (\text{B.34})$$

en d'autres termes, ∇ doit être symétrique et doit avoir des vecteurs propres qui restent inchangés en les multipliant par \mathbf{M} . Cependant, comme ∇ et \mathbf{M} ne sont définies que localement autour de \mathbf{q}_0 et comme, d'une part, ∇ dépend de la cinématique du manipulateur et de la matrice de sélection et, d'autre part, \mathbf{M} dépend de l'inertie articulaire du robot, alors il est impossible de satisfaire en pratique la condition de l'équation (B.34), sauf si $\nabla = \mathbf{0}$ (on retrouve le cas où $\text{rang}(\mathbf{S}\mathbf{J}) = 0$) ou si $\nabla = \mathbf{I}_n$ (on retrouve le cas où $\mathbf{S}\mathbf{J} = \mathbf{J}$). ■

B.5 Preuve de la Proposition 4

Comme \mathbf{J} est de rang plein n , alors la passivité de :

$$\mathbf{Y}_D(s) := \mathbf{J} \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} \right]^{-1} \mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T, \quad (\text{B.35})$$

est équivalente à celle de :

$$\mathbf{H}_5(s) := \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_\tau(s)\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} \right]^{-1} \mathbf{Y}_\tau(s), \quad (\text{B.36})$$

où

$$\mathbf{Y}_\tau(s) = (\mathbf{M}s + \mathbf{B})^{-1} \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} \right].$$

D'après la Propriété 1, la passivité de $\mathbf{H}_5(s)$ est équivalente à celle de son inverse, donc on a :

$$\mathbf{H}_6(s) := [\mathbf{K}'s + \mathbf{K}_i]^{-1} (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{B}s) + \mathcal{A}. \quad (\text{B.37})$$

où $\mathcal{A} := \mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}}$ et $\mathbf{K}' := \mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p$.

Étudions alors la passivité de $\mathbf{H}_6(s)$ selon la Propriété 2 :

- les pôles de $\mathbf{H}_6(s)$ sont les solutions de :

$$\det(\mathbf{K}'s + \mathbf{K}_i) = 0 .$$

Comme \mathbf{K}' et \mathbf{K}_i sont symétriques alors les pôles de $\mathbf{H}_6(s)$ vérifient $\Re(s) \leq 0$;

- $\mathbf{H}_6(s)$ n'a pas de pôles imaginaires purs.
- Pour finir, il reste à montrer que :

$$\mathbf{H}_6^T(-j\omega) + \mathbf{H}_6(j\omega) \text{ est SDP ,}$$

ce qui revient donc, en multipliant cette expression à gauche par $(\mathbf{K}' + \frac{\mathbf{K}_i}{j\omega})$ et à droite par $(\mathbf{K}' - \frac{\mathbf{K}_i}{j\omega})^T$, à montrer que :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_7(j\omega) := & j\omega [\mathbf{M}\mathbf{K}'^T - \mathbf{K}'\mathbf{M}^T] + \frac{1}{j\omega} [\mathbf{K}_i\mathbf{B}^T - \mathbf{B}^T\mathbf{K}_i] \\ & + \mathbf{B}\mathbf{K}'^T + \mathbf{K}'\mathbf{B}^T - (\mathbf{K}_i\mathbf{M}^T + \mathbf{M}\mathbf{K}_i^T) + \mathbf{K}'(\mathcal{A} + \mathcal{A}^T)\mathbf{K}'^T \\ & + \frac{1}{\omega^2} [\mathbf{K}_i(\mathcal{A} + \mathcal{A}^T)\mathbf{K}_i^T] \text{ est SDP} \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

Une approche similaire à celle présentée dans la preuve de la Proposition 2 pour $\mathbf{H}_2(j\omega)$, permet de trouver que les conditions nécessaires et suffisantes, pour que $\mathbf{H}_7(j\omega)$ soit DP, sont :

1. $\mathbf{M}\mathbf{K}'^T = \mathbf{K}'\mathbf{M}^T$;
2. $\mathbf{K}_i\mathbf{B}^T = \mathbf{B}\mathbf{K}_i^T$;
3. $\mathbf{B}\mathbf{K}'^T + \mathbf{K}'\mathbf{B}^T - (\mathbf{K}_i\mathbf{M}^T + \mathbf{M}\mathbf{K}_i^T) + \mathbf{K}'(\mathcal{A} + \mathcal{A}^T)\mathbf{K}'^T$ est SDP.
4. $\mathbf{K}_i(\mathcal{A} + \mathcal{A}^T)\mathbf{K}_i^T$ est SDP

En utilisant le fait que \mathbf{M} et \mathbf{K}_p (donc \mathbf{K}') sont symétriques DP et que \mathbf{K}_i et \mathbf{B} sont diagonales DP, on retrouve facilement les conditions de passivité de $\mathbf{Y}_{\mathcal{D}}(s)$ données dans la Proposition 4.

■

B.6 Preuve de la Proposition 5

Comme \mathbf{J} est de rang plein n , alors la passivité de :

$$\mathbf{Y}_{\mathcal{D}}(s) := \mathbf{J} \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_{\tau}(s)\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} \right]^{-1} \mathbf{Y}_{\tau}(s)\mathbf{J}^T , \quad (\text{B.39})$$

est équivalente à celle de :

$$\mathbf{H}_8(s) := \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_{\tau}(s)\mathbf{J}^T\mathcal{D}\tilde{\mathbf{J}} \right]^{-1} \mathbf{Y}_{\tau}(s) . \quad (\text{B.40})$$

Cependant, ce transfert peut être mis sous la forme de deux transferts en rétroaction négative comme le montre la figure B.1. Par conséquent, les conditions suffisantes pour

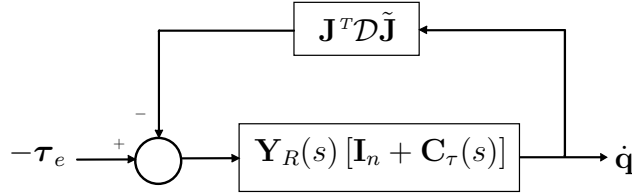


FIG. B.1 – Schéma équivalent de $\mathbf{H}_8(s)$ pour l'analyse de passivité de la commande en viscosité des MCC avec boucle interne en effort.

que le système donné par le schéma de la figure B.1 soit passif sont, [Khalil 02] :

1. $\mathbf{Y}_\tau(s) = \mathbf{Y}_R(s)[\mathbf{I}_d + \mathbf{C}_\tau(s)]$ est positive réelle, donc passif , et ,
2. $\mathbf{J}^T \mathcal{D} \tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}^T \mathcal{D} \mathbf{R} \mathbf{J}$ est DP.

En conclusion, pour assurer un comportement passive du schéma de commande en viscosité, dans le cas d'une boucle interne en effort passive, il est suffisant de choisir une matrice \mathcal{D} qui satisfasse

$$\mathbf{J}^T \mathcal{D} \mathbf{R} \mathbf{J} \text{ SDP .}$$

■

B.7 Preuve de la Proposition 6

Pour montrer la passivité de l'admittance de sortie

$$\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}(s) := \frac{\mathbf{v}}{-\mathbf{w}_e} = \mathbf{J} \mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) \left[\mathbf{J}^T + \mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(s) \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathcal{D}_{-1} \right] , \quad (\text{B.41})$$

considérons, en premier lieu, la troisième condition de la Propriété 2. La condition nécessaire pour que

$$\mathbf{x}^* [\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}(j\omega) + \mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}^T(-j\omega)] \mathbf{x} \geq 0$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^6$, est que \mathcal{D}_{-1} ait le même noyau que \mathbf{J}^T .

En effet, en considérant la décomposition donnée dans l'équation (B.13), et en choisissant :

$$\mathbf{x}_1 = -(\lambda \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 + \mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(j\omega) \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathcal{D}_{-1} \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{C}_{\dot{\mathbf{q}}}(j\omega) \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathcal{D}_{-1} \mathbf{X}_2 \mathbf{x}_2 ,$$

où $\lambda > 1$ est un réel choisi de façon à ce que $(\lambda \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 + \mathbf{C}_{\dot{q}}(j\omega) \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathcal{D}_{-1} \mathbf{X}_1)$ soit inversible et que \mathbf{x}_2 est choisi tel que $\mathcal{D}_{-1} \mathbf{X}_2 \mathbf{x}_2 \neq \mathbf{0}$, alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* \left[\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}(j\omega) + \mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}^T(-j\omega) \right] \mathbf{x} = \\ (1 - \lambda) \mathbf{x}_1^* \mathbf{X}_1^T \mathbf{J} [\mathbf{Y}_{\dot{q}}(j\omega) + \mathbf{Y}_{\dot{q}}^T(-j\omega)] \mathbf{J}^T \mathbf{X}_1 \mathbf{x}_1 < 0 . \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

Un tel choix est toujours possible, sauf si \mathcal{D}_{-1} a le même noyau que \mathbf{J}^T , autrement dit $\mathcal{D}_{-1} \mathbf{X}_2 \mathbf{x}_2 = 0$.

Pour résoudre ce problème, il faut suffit de trouver une matrice $\tilde{\mathcal{D}}_{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ telle que :

$$\mathcal{D}_{-1} = \tilde{\mathcal{D}}_{-1} \mathbf{J}^T . \quad (\text{B.43})$$

Dans ce cas, l'équation (B.41) devient :

$$\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}(s) = \mathbf{J} \mathbf{Y}_{\dot{q}}(s) \left[\mathbf{I}_n + \mathbf{C}_{\dot{q}}(s) \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \tilde{\mathcal{D}}_{-1} \right] \mathbf{J}^T . \quad (\text{B.44})$$

Grâce à l'Hypothèse 1 et à la Propriété 1, la passivité de $\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_{-1}}(s)$ devient équivalente à celle de :

$$\mathbf{H}_9(s) := [\mathbf{I}_n + \mathbf{C}_{\dot{q}}(s) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{Y}_{\dot{q}}^{-1}(s) , \quad (\text{B.45})$$

où $\mathbf{A} := \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \tilde{\mathcal{D}}_{-1}$.

En remplaçant :

$$\mathbf{Y}_{\dot{q}}(s) = [\mathbf{I}_n + \mathbf{Y}_R(s) \mathbf{C}_{\dot{q}}(s)]^{-1} \mathbf{Y}_R(s) , \quad (\text{B.46})$$

et

$$\mathbf{C}_{\dot{q}}(s) = \mathbf{K}_p + \frac{\mathbf{K}_i}{s} , \quad (\text{B.47})$$

dans l'équation (B.45), on obtient :

$$\mathbf{H}_9(s) = [(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p \mathbf{A}) s + \mathbf{K}_i \mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{M} s^2 + \mathbf{B}' s + \mathbf{K}_i] , \quad (\text{B.48})$$

où $\mathbf{B}' := \mathbf{B} + \mathbf{K}_p$.

L'analyse de passivité de $\mathbf{H}_9(s)$ se fait, selon la Propriété 2, comme suit :

- Comme les pôles de $\mathbf{H}_9(s)$ sont les solutions de

$$\det [(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p \mathbf{A}) s + \mathbf{K}_i \mathbf{A}] = 0 ,$$

alors ils doivent vérifier la condition suivante :

$$\forall s \in \mathbb{C} / \det [(\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p \mathbf{A}) s + \mathbf{K}_i \mathbf{A}] = 0 , \text{ alors } \Re(s) \leq 0 . \quad (\text{B.49})$$

- $\mathbf{H}_9(s)$ n'a pas de pôles imaginaires purs

- Il nous reste donc à trouver les conditions pour que :

$$\mathbf{H}_9(j\omega) + \mathbf{H}_9^T(-j\omega), \text{ soit semi-définie positive.} \quad (\text{B.50})$$

Comme la semi-définie positivité de l'équation (B.50) reste inchangée en la multipliant à gauche par $[\mathbf{I}_n + \mathbf{C}_q(j\omega)\mathbf{A}]$ et à droite par $[\mathbf{I}_n + \mathbf{A}^T\mathbf{C}_q^T(-j\omega)]$, alors la semi-définie positivité de l'équation (B.50) est équivalente à celle de :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{10}(j\omega) = & j\omega [\mathbf{M}\mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T - \mathbf{K}_p\mathbf{A}\mathbf{M}^T] \\ & + \frac{1}{j\omega} [-(\mathbf{B}'\mathbf{A}^T + \mathbf{K}_p\mathbf{A})\mathbf{K}_i^T + \mathbf{K}_i(\mathbf{A}\mathbf{B}'^T + \mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T)] \\ & + \mathbf{B}'(\mathbf{I}_n + \mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T) + (\mathbf{I}_n + \mathbf{K}_p\mathbf{A})\mathbf{B}'^T \\ & + \frac{1}{\omega^2} [\mathbf{K}_i\mathbf{A}^T\mathbf{K}_i^T + \mathbf{K}_i\mathbf{A}\mathbf{K}_i^T] . \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

En utilisant une approche similaire à celle présentée dans la preuve de la Proposition 2 pour $\mathbf{H}_2(j\omega)$, on trouve que les conditions nécessaires et suffisantes pour que $\mathbf{H}_{10}(j\omega)$ soit SDP sont :

1. $\mathbf{M}\mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T = \mathbf{K}_p\mathbf{A}\mathbf{M}^T$.
2. $(\mathbf{B}'\mathbf{A}^T + \mathbf{K}_p\mathbf{A})\mathbf{K}_i^T = \mathbf{K}_i(\mathbf{A}\mathbf{B}'^T + \mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T)$.
3. $\mathbf{B}'(\mathbf{I}_n + \mathbf{A}^T\mathbf{K}_p^T)$ est SDP.
4. $\mathbf{K}_i\mathbf{A}^T\mathbf{K}_i^T$ est SDP.

En considérant la condition donnée par l'équation (B.49) et en utilisant le fait que \mathbf{M} , \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i et \mathbf{B} sont symétriques, on retrouve facilement les conditions de passivité de $\mathbf{Y}_{\mathcal{D}_-1}(s)$ données dans la Proposition 6.

■

Annexe C

Description du contrôleur du robot *MC²E*

Le schéma de la figure C.1 décrit le principe général de fonctionnement du contrôleur du robot *MC²E* ainsi que les différentes interfaces matérielles et logicielles qui permettent de communiquer avec le robot.

Les cartes variateur (cartes de puissance) fournissent le courants de commande des moteurs en fonction de la consigne envoyée par le contrôleur et des mesures fournies par le robot : positions, vitesses et courants des moteurs et les tensions des jauges de contraintes du capteur d'effort.

L'utilisateur communique avec le robot via une IHM (Interface Homme Machine) soit de façon logicielle (à travers la souris, le clavier et l'écran) soit de façon matérielle (à travers des interrupteurs et des indicateurs lumineux (des LED)) et dans ce cas, les interruptions matérielles sont converties en interruptions logicielles et réciproquement grâce à des convertisseurs analogique-numérique et numérique-analogique.

Pour gérer toutes ces tâches de communications et de commande du robot, on utilise un contrôleur temps réel avec un noyau RTlinux (linux temps réel) cadencé à 1,5 ms.

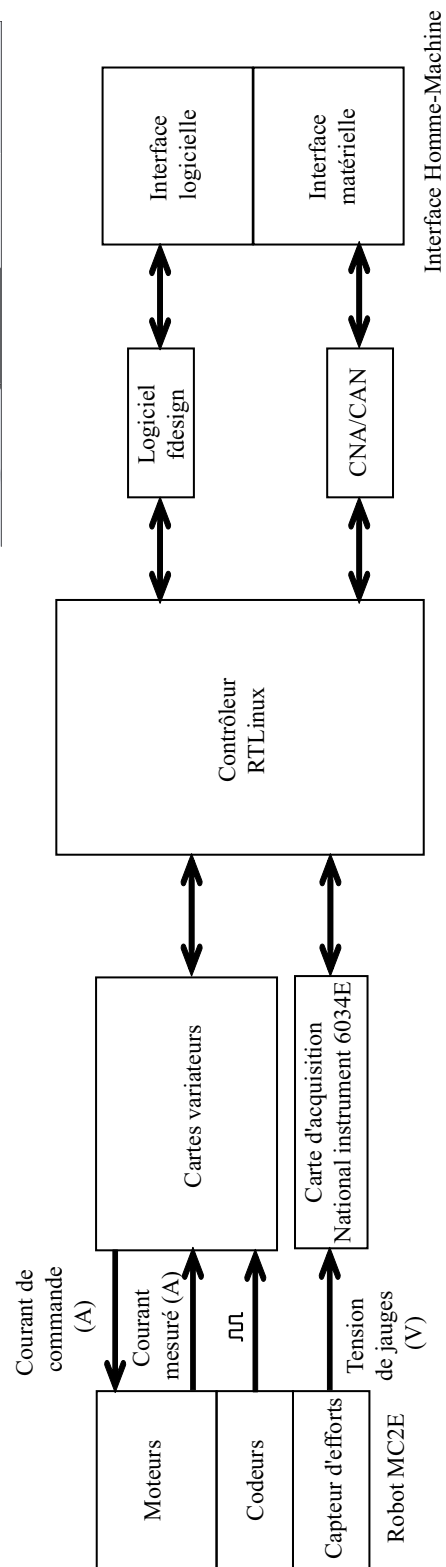
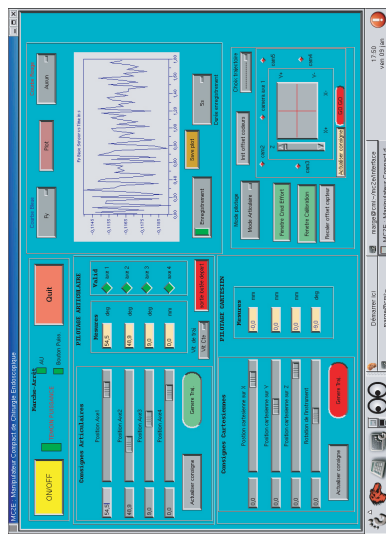


FIG. C.1 – Contrôleur du robot MC^2E .