



Utilisation des faisceaux corrélés au niveau quantique produits par un Oscillateur Paramétrique Optique en spectroscopie de grande sensibilité

Catherine Schwob

► To cite this version:

Catherine Schwob. Utilisation des faisceaux corrélés au niveau quantique produits par un Oscillateur Paramétrique Optique en spectroscopie de grande sensibilité. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1997. Français. NNT: . tel-00011780

HAL Id: tel-00011780

<https://theses.hal.science/tel-00011780>

Submitted on 7 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**LABORATOIRE
KASTLER BROSSEL**



Thèse de doctorat de l'Université Paris 6

Spécialité : Lasers et Matière

présentée par

Catherine Schwob

Pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet :

**Utilisation des faisceaux corrélés au niveau quantique
produits par un Oscillateur Paramétrique Optique
en spectroscopie de grande sensibilité**

Soutenue le 1er juillet 1997 devant le jury composé de :

M. H. BERGER	président - rapporteur
M. C. FABRE	directeur de thèse
M. P. GRANGIER	rapporteur
M. A. LEVENSON	
M. J.P. TARAN	

Remerciements

Le travail exposé dans ce manuscrit a été réalisé au laboratoire Kastler Brossel de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie. Je remercie Jacques Dupont-Roc et Michèle Leduc, ses deux directeurs successifs de m'y avoir accueillie. J'ai été financée pendant trois ans par une allocation MRES.

J'ai travaillé dans le groupe d'Optique Quantique dirigé par Elisabeth Giacobino et Claude Fabre. Je leur suis très reconnaissante pour l'accueil qu'ils m'ont tous deux réservé ainsi que pour l'intérêt qu'ils m'ont porté tout au long de ces quatre années.

Je remercie Hubert Berger, Philippe Grangier, Ariel Levenson et Jean-Pierre Taran d'avoir accepté de faire partie du jury malgré leurs multiples occupations et de m'avoir montré de ce fait, l'intérêt qu'ils portent à mon travail.

Claude Fabre a dirigé mes recherches avec une gentillesse et une patience inégalées. Malgré un emploi du temps souvent chargé, il a, en toutes circonstances, su trouver quelques instants pour répondre à mes questions et résoudre mes problèmes. Son soutien ne m'a jamais failli dans les périodes de déprime où le signal ne parvenait pas à sortir du bruit.

Un grand merci collectif à tous les membres de l'équipe: Serge Reynaud, Astrid Lambrecht, Antoine Heidman, Michel Pinard, Jean-Michel Courty et aux autres permanents du laboratoire: Lucile Julien, Bernard Cagnac, François Biraben, François Nez et Dominique Delande et Nicolas Billy pour leur présence et leur soutien. Je tiens tout particulièrement à témoigner ma reconnaissance à Agnès Maître pour avoir prêté une oreille patiente à mes problèmes et su me remonter le moral lorsqu'il était au plus bas. De plus Agnès a accepté d'abandonner pendant un temps son propre travail de recherche pour se consacrer à la tâche ingrate du « transfert de technologie » nécessitée par le retour au Brésil de Paulo Souto Ribeiro et par mon départ en congé maternité.

Paulo a travaillé pendant deux ans au laboratoire, en particulier sur la mise en oeuvre de l'OPO. Il a dépensé sans compter son temps et son énergie pour dompter ce système capricieux. Il s'est d'ailleurs comparé, et cette image est très juste à mon avis, à un jongleur qui tente de maintenir en l'air des assiettes à l'aide d'une perche. Pendant que l'on fait remonter une assiette, les autres se rapprochent inexorablement du sol. L'OPO se comporte de la même façon: tandis que l'on optimise une partie du montage, le reste se dégrade. Je le remercie pour sa patience et pour ses qualités d'expérimentateur sans lesquelles nous

n'aurions sans doute pas pu observer le signal d'absorption à deux photons sur bruit de fond réduit.

Merci à Thomas Coudreau, Antonio Khoury, Alberto Bramati, Cédric Begon, Valéry Jost, Gaétan Messin, Hichem Eleuch, Francesca Grassia, Yassine Hadjar et Pierre-François Cohadon pour la chaleureuse ambiance qui règne dans la salle des thésards (bien que je n'aime pas le foot), ainsi qu'à, Béatrice de Beauvoir, Sophie Bourzeix et Benoit Grémaud pour leur bonne humeur qui a contribué à rendre agréable chaque jour passé au laboratoire. Je remercie Christian Richy qui, dans les premiers mois de ma thèse, m'a initiée aux joies de l'optique expérimental.

Agnès, Thomas et Pierre-François ont eu la gentillesse de relire ce manuscrit.

Astrid Lambrecht et Benoit Grémaud ont pris le temps de m'initier aux mystères de Latex.

Nicolas Billy m'a donné l'opportunité d'enseigner à l'université d'Evry. Je l'en remercie.

Michel Gross nous a fourni un lambdamètre de sa fabrication qui nous a permis de mesurer avec précision les longueurs d'onde de l'OPO et de la diode laser. Je lui suis très reconnaissante pour le temps qu'il a passé à nous en expliquer le fonctionnement.

Un grand merci à toute l'équipe technique du laboratoire: Guy Flory, Francis Tréhin, Bernard Rodriguez, Alexis Poizat, Jean-Pierre Plaut, Jean-Claude Bernard, Jean-Pierre Okpiz et Philippe Pace pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa patience à mon égard. Un grand coup de chapeau à Bernard pour la magnifique cellule qu'il a réalisée dans le cadre de l'expérience de spectroscopie dans l'azote. Toute ma gratitude va à Jean-Claude pour le temps qu'il a passé à détecter et résoudre les diverses pannes du lambdamètre et pour sa patience face à mes lacunes en électronique ainsi qu'à Guy pour le remplissage de mes nombreuses cellules.

Merci à Blandine Moutiers et Karine Vasseur pour leur gentillesse et leur bonne humeur. Karine s'est chargée de la frappe du chapitre 2 de ma thèse (le plus pénible à cause du nombre important d'équations); je lui en suis très reconnaissante. Je garderai également un bon souvenir de nos conversations matinales de mères de famille.

Finalement, je remercie très sincèrement mes nombreux baby-sitters: parents, beaux parents, soeurs et belle soeur, sans lesquels je n'aurais pas pu retourner au laboratoire pour finir la rédaction de cette thèse après mon congé maternité. Merci à Olivier pour son soutien et sa grande patience, pardon à Rachel pour mes absences répétées ainsi que pour mes fréquents « Maman n'a pas le temps, Maman a du travail » de ces derniers mois. Merci à Rémi pour

son calme olympien sans lequel il m'aurait été impossible d'effectuer la plus grande partie de la rédaction à la maison.

Table des matières

1 Introduction générale	5
2 Structure transverse des champs dans l'oscillateur paramétrique optique (OPO).	9
2.1. Introduction	9
2.1.1 Motivations	9
2.1.2 Position du problème	10
2.2. Calcul des coefficients de couplage	13
2.2.1 Calcul des coefficients Λ_{0qr}^{0mn}	14
2.2.2 Etude de la variation des coefficients de couplage en fonction des indices n, q et m	16
2.2.3 Cas où un faisceau de pompage non TEM ₀₀ , produit des faisceaux signal et complémentaire TEM ₀₀	18
2.3. Equations de couplage entre les trois champs dans le cas d'un couplage faible	18
2.4. Insertion dans la cavité de l'OPO	21
2.4.1 Propagation dans la cavité de l'OPO	21
2.4.2 Résonances de la cavité	22
2.4.3 Cas où deux modes signaux de même fréquence et deux modes complémentaires de même fréquence oscillent dans la cavité	24
2.4.4 Conclusion	34
2.5. Fluctuations	34
2.5.1 Introduction	34
2.5.2 Cas découplé	36
2.5.3 Cas non découplé	37
2.6. Conclusion	50
3 Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux.	51
3.1. Introduction	51
3.1.1 Spectroscopie de haute résolution	51
3.1.2 Spectroscopie de haute sensibilité	52
3.2. Comment accroître la sensibilité d'une mesure?	52
3.2.1 Méthode de modulation / démodulation (détection synchrone) . .	53
3.2.2 Diminuer le bruit	56
3.2.3 Augmenter le signal	57
3.3. Spectroscopie non limitée par le shot noise	58
3.3.1 Expérience de spectroscopie utilisant en OPO dégénéré en dessous du seuil d'oscillation	58
3.3.2 Spectroscopie avec une diode laser squeezée en amplitude [Kasapi 1996]	60

3.3.3	Spectroscopie avec des diodes laser squeezees en amplitude [Marin 1997]	61
3.4.	Calcul du rapport signal à bruit d'une mesure	65
3.4.1	Mesure directe	65
3.4.2	Mesure différentielle	67
3.4.3	Photons jumeaux	70
3.4.4	Rapport signal à bruit dans le cas d'un signal modulé	71
3.5.	Technique de modulation	73
3.6.	Conclusion	74
4	Présentation de la spectroscopie à deux photons.	75
4.1.	Introduction	75
4.2.	Pourquoi utiliser deux photons?	75
4.3.	Différents types de transition à deux photons	76
4.3.1	Transitions non résonnantes et mécanisme de transfert de photons	77
4.3.2	Choix du milieu atomique ou moléculaire	78
4.4.	Calcul du signal d'absorption à deux photons	79
4.4.1	Calcul de la probabilité de transition à deux photons pour un atome immobile soumis à deux champs électromagnétiques	79
4.4.2	Puissance absorbée par un ensemble d'atomes immobiles	84
4.4.3	Structure hyperfine	89
4.4.4	Puissance absorbée par des atomes en mouvement	89
4.4.5	Variation de la densité atomique en fonction de la pression de vapeur	93
4.4.6	Application numérique: calcul du coefficient d'absorption sur le faisceau jumeau	94
4.5.	Conclusion	94
5	La source de photons jumeaux	97
5.1.	Description générale	97
5.2.	Le laser de pompe	99
5.2.1	Le milieu amplificateur	99
5.2.2	La cavité optique	99
5.3.	Asservissement du laser de pompe	100
5.3.1	Généralités	100
5.3.2	Méthode d'injection	101
5.4.	La cavité de doublage	109
5.4.1	Le cristal doubleur	109
5.4.2	La cavité optique	110
5.4.3	L'asservissement de la cavité de doublage	113
5.4.4	Performances de la cavité de doublage	113
5.5.	L'oscillateur paramétrique optique	114
5.5.1	Le cristal	114
5.5.2	La cavité	114

5.5.3	Caractéristiques spatiales et adaptation des cavités de doublage et de l'OPO	118
5.5.4	Seuil de l'OPO et puissance de sortie	120
5.5.5	Balayage de la longueur d'onde	123
5.5.6	L'asservissement de la cavité	123
5.5.7	Les faisceaux jumeaux	126
5.6.	Conclusion	137
6	Description de l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium	139
6.1.	Expérience de spectroscopie en lumière classique	139
6.1.1	Motivations	139
6.1.2	Source à 1064 nm: le laser Nd:YAG	140
6.1.3	Source à 859 nm: la diode laser	143
6.1.4	Modulation	148
6.1.5	La cellule	157
6.1.6	Mesure des longueurs d'onde	158
6.1.7	Alignement et adaptation spatiale des faisceaux lumineux	160
6.1.8	Puissances lumineuses disponibles	164
6.1.9	Détection	165
6.1.10	Traitement électronique du signal	165
6.1.11	Résultats expérimentaux	168
6.1.12	Conclusion et améliorations à apporter à l'expérience préliminaire	172
6.2.	Expérience de spectroscopie utilisant les faisceaux jumeaux	173
6.2.1	Source à 859 nm	173
6.2.2	L'OPO	175
6.2.3	Détection et démodulation du signal	177
6.2.4	Résultats expérimentaux	177
6.3.	Conclusion	185
7	Conclusion générale	187
Annexes		189
A.	La cavité multipassages	189
A.1	Introduction	189
A.2	Rayon de courbure des miroirs	189
A.3	Equation de l'ellipse	190
A.4	Nombre de passages	192
A.5	Rapport signal à bruit sans multipassages	192
A.6	Gain par passage dans la cavité	193
A.7	Rapport signal à bruit en présence du multipassages	193
A.8	Résumé de la configuration "multipassages" et résultats	194
B.	Mesure des longueurs d'onde	195

B.1	Corrections d'indice sur les mesures du lamdbamètre: passage du vide à l'air	195
B.2	Calibration du lambdamètre	197
C.	Effet d'une modulation sur un niveau de durée de vie finie	199
Bibliographie		203

1 Introduction générale

L'oscillateur paramétrique optique (OPO) est de plus en plus employé dans les laboratoires comme source lumineuse émettant une lumière cohérente, accordable dans un large domaine spectral. Dans les expériences de spectroscopie, il est généralement utilisé en impulsion. Il constitue alors une source aisément accordable, notamment dans l'infra-rouge, et fournissant une puissance de sortie non négligeable [Bourdon 1996] [Bourdon 1997].

La sensibilité d'une expérience de spectroscopie est limitée par le bruit du faisceau utilisé, ou, si l'on fait une mesure différentielle au moyen d'une lame semi-réfléchissante qui permet de s'affranchir du bruit propre du faisceau utilisé, par le bruit de photons ou shot noise. Celui-ci constitue la limite ultime d'une mesure en lumière classique.

Pour accroître la sensibilité d'une mesure, on peut augmenter l'intensité du faisceau ou le temps de mesure. Cependant, dans certains cas, une puissance lumineuse incidente trop importante peut engendrer des phénomènes de saturation. L'utilisation d'un temps de mesure très long exclut la possibilité d'observer des phénomènes transitoires.

L'OPO offre la possibilité de dépasser le shot noise: il crée de la lumière non classique et, en particulier des faisceaux jumeaux. Par génération paramétrique dans le cristal non linéaire, il produit, à partir d'un faisceau à la fréquence ω_0 , deux faisceaux aux fréquences ω_1 et ω_2 telles que $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$. Pour un photon de pompe, les photons aux fréquences ω_1 et ω_2 , appelés signal et complémentaire (idler), sont créés au cours du même processus quantique. Ils sont donc parfaitement corrélés au niveau quantique, à la sortie du cristal.

Cet effet apparaît sur différentes observables des champs en fonction de la façon dont l'OPO est utilisé. En particulier, il se manifeste sur la différence des intensités des faisceaux signal et idler produits par un OPO au dessus du seuil d'oscillation, dont les fluctuations sont dans le cas idéal, parfaitement identiques. Si on détecte la différence des intensités des deux faisceaux moyennée sur des temps très longs, on mesurera alors une quantité strictement nulle sans fluctuations autour de zéro.

Le bruit résiduel sur la différence des intensités, idéalement nul, est en fait dû aux pertes de l'OPO qui décorrèlent les deux faisceaux. Expérimentalement, il est minimal pour des fréquences de bruit différentes de zéro. Pour bénéficier de la réduction du bruit, il faut mesurer le signal spectroscopique sur la différence des intensités, à fréquence non nulle. Il est donc nécessaire de détecter un signal modulé. Mais l'application

d'une modulation rajoute du bruit. En particulier, elle risque de dégrader le taux de corrélation des faisceaux jumeaux.

L'idée de cette thèse est de conjuguer les deux avantages de l'OPO pour en faire un instrument de spectroscopie dont le bruit de fond est extrêmement réduit, permettant des mesures de grande sensibilité, en particulier de raies peu intenses ou d'espèces raréfiées.

Les meilleurs taux de réduction de bruit ont été obtenus avec des OPO continus doublement ou triplement résonnants [Mertz 1991b]. S'ils ont l'avantage d'avoir un seuil très bas, ils présentent l'inconvénient d'être difficiles à balayer en fréquence sans sauts de mode.

Une façon de pallier cette difficulté est d'utiliser une source auxiliaire que l'on peut balayer en fréquence et moduler. Ceci implique donc de détecter une transition à deux photons (effet Raman ou absorption à deux photons), l'un des photons étant fourni par l'OPO, l'autre par le laser auxiliaire.

En modulant l'amplitude de ce dernier, on ne couple pas le faisceau jumeau à des sources de bruit. Le signal de spectroscopie consiste alors dans le transfert de modulation du faisceau auxiliaire vers l'un des faisceaux jumeaux par l'intermédiaire du milieu atomique ou moléculaire. Puisque le faisceau modulé est différent du faisceau détecté, on observe un signal sur fond noir. Il est détecté sur la différence des intensités des faisceaux jumeaux, afin de profiter de la réduction du bruit, en balayant la fréquence du laser auxiliaire.

C'est à la description d'une telle expérience qu'est consacrée la plus grande partie de cette thèse.

En parallèle, il nous a paru nécessaire de mieux connaître théoriquement les performances ultimes de la réduction du bruit dans l'OPO. Jusqu'à présent, on a utilisé une approche en termes d'ondes planes pour prédire des effets non classiques. La prise en compte de la structure transverse non plane des modes de l'OPO va-t-elle modifier ces prédictions?

C'est l'objet de l'analyse théorique du premier chapitre qui étudie d'abord classiquement, puis quantiquement l'effet de l'existence des modes transverses dans l'OPO. On y montre que, si les conclusions du modèle à ondes planes sont reformulées pour tenir compte des structures transverses, les effets quantiques essentiels demeurent (génération d'états comprimés dans le cas dégénéré, de faisceaux jumeaux dans le cas non dégénéré).

Le chapitre 3 traite de la spectroscopie de grande sensibilité en général. Les méthodes classiques employées pour améliorer le rapport signal à bruit d'une mesure y sont détaillées. Les principales expériences basées sur l'utilisation des faisceaux lumineux dont les fluctuations sont réduites par rapport au shot noise sont résumées. La comparaison entre les rapports signal à bruit dans différentes configurations de mesure (mesure directe, mesure différentielle, utilisation de faisceaux jumeaux) démontre l'intérêt de l'OPO en spectroscopie.

La partie expérimentale de ce travail permet de faire apparaître que l'OPO continu au dessus du seuil d'oscillation constitue un outil de qualité en spectroscopie. Plus

précisément, il permet de détecter un signal dont le bruit de fond est nettement inférieur au shot noise des faisceaux lumineux utilisés.

L'expérience est basée sur l'observation d'une transition à deux photons dans l'atome de potassium. Le chapitre 4 explicite les raisons qui nous ont amené à travailler sur ce type de transition. Il décrit les principaux processus de transitions à deux photons, c'est-à-dire l'absorption à deux photons et l'effet Raman. Puis, j'y estime de façon théorique l'amplitude du signal d'absorption pour la transition étudiée en fonction des différents paramètres de l'expérience.

Le chapitre 5 développe le dispositif expérimental de génération de faisceaux jumeaux. L'OPO est en configuration semi monolithique, c'est-à-dire que l'un des miroirs de la cavité est formé par une face traitée du cristal non linéaire, l'autre étant un miroir indépendant. La cavité est pompée par un faisceau à 532 nm. Les faisceaux jumeaux sont produits à $1.06\mu\text{m}$. Le laser de pompe est un laser Nd:YAG de longueur d'onde d'émission égale à $1.06\mu\text{m}$. Afin de pomper l'OPO, il est donc nécessaire de doubler la fréquence du laser. Les éléments de base du montage sont donc le laser de pompe, la cavité de doublage et l'OPO. Un soin particulier a été apporté à la stabilisation du système global, paramètre indispensable à la génération de faisceaux jumeaux utilisables en spectroscopie.

L'expérience de spectroscopie est décrite dans le chapitre 6. Une expérience préliminaire en lumière classique, c'est-à-dire en remplaçant l'OPO par un laser Nd:YAG, a été réalisée. Elle a permis de situer la raie d'absorption dans l'espace des fréquences et de l'observer, dans un premier temps, avec un dispositif stable, facile à utiliser et produisant une puissance lumineuse plus importante que l'OPO. En effet, avec la transition choisie, on s'est placé dans des conditions de détection de très petits signaux. Il est donc préférable de décorrélérer les problèmes liés à l'observation du signal de ceux liés à l'utilisation de la source de photons jumeaux.

L'expérience en lumière non classique nous a permis d'observer une absorption relative de l'ordre de 10^{-7} sur la différence entre l'intensité de faisceau signal et celle du faisceau complémentaire, avec un bruit de fond abaissé de 35% par rapport au shot noise. C'est, à notre connaissance, la première expérience de spectroscopie sous le shot noise utilisant des faisceaux jumeaux.

2 Structure transverse des champs dans l'oscillateur paramétrique optique (OPO).

2.1. Introduction

2.1.1 Motivations

La plupart des études théoriques sur l'OPO traitent les champs électromagnétiques des trois modes en interaction, la pompe, le signal et le complémentaire, comme des ondes planes. Or, ce type de modèle est éloigné des réalités expérimentales dans lesquelles on est constamment confronté au caractère gaussien des faisceaux lumineux. On peut donc supposer que la prise en compte de la structure transverse des champs permettrait d'affiner les modèles existants en corrigeant les résultats qu'ils prédisent (valeur de seuil, taux de squeezing, taux de corrélation) par des facteurs traduisant la structure gaussienne de la lumière. Ce chapitre fournit la base du raisonnement utilisé et traite le cas de couplage le plus simple. La généralisation à des cas plus complexes est détaillée dans la référence [Schwob 1997]. Il existe dans la littérature quelques modèles prenant en compte la structure transverse des faisceaux de l'OPO dans des configurations particulières.

Bjorkholm a calculé le seuil d'un OPO pulsé en tenant compte de la structure spatiale du faisceau pompe. Il décompose le mode gaussien en une succession d'ondes planes infinitésimales, et indépendantes [Bjorkholm 1971]. Il néglige donc la diffraction couplant ces différentes ondes planes.

Lugiato *et al.* ont étudié les effets de structure spatiale pour un oscillateur paramétrique optique dégénéré en dessous du seuil. On peut citer par exemple : les effets de la structure spatiale de l'oscillateur local sur le vide squeezé [Lugiato 1993] [Lugiato 1997], les effets de diffraction dus à la propagation à travers la cavité [Oppo 1994], le calcul de la fonction de corrélation spatiale pour un OPO à miroirs sphériques [Lugiato 1995].

Nous nous intéresserons le plus souvent ici à un oscillateur paramétrique optique fonctionnant au dessus du seuil. Nous calculerons la contribution des différents modes spatiaux couplés grâce à l'interaction paramétrique dans le cristal non linéaire. Puis

nous analyserons l'effet de leur présence sur le comportement de l'OPO et les éventuelles corrections à apporter au modèle en onde plane.

Ce travail théorique se décompose en quatre parties.

La première détaille le calcul du recouvrement entre un mode du champ pompe TEM_{00} et un mode des champs signal et complémentaire de structure transverse quelconque à l'origine de la coordonnée longitudinale, c'est-à-dire au centre du cristal non linéaire. Nous verrons comment le couplage varie en fonction des indices caractérisant ces modes.

La deuxième partie étudie comment sont couplés ces différents modes transverses par interaction paramétrique sur toute la traversée du cristal.

La troisième partie montre comment les différents modes sont sélectionnés par la condition de résonance de la cavité. Cette sélection explique pourquoi l'OPO tend spontanément vers un fonctionnement monomode transverse. Puis, j'y décrirai l'étude semi-classique du fonctionnement de l'OPO dans la configuration, la plus simple mathématiquement, prenant en compte la structure spatiale des champs. On supposera que le champ pompe est TEM_{00} et que le champ signal (ou complémentaire) n'est composé que de deux modes transverses.

La quatrième partie permet de déterminer les propriétés quantiques des différents modes et de comparer les calculs de corrélation et de squeezing entre le modèle en onde plane et le modèle en onde gaussienne. Les cas traités sont: la réduction du bruit sur la différence des intensités des faisceaux signal et complémentaire, la réduction des fluctuations d'intensité sur un seul faisceau en fonctionnement très au dessus du seuil, le squeezing de quadrature dans le cas dégénéré en dessous du seuil.

2.1.2 Position du problème

On considère des champs électromagnétiques se propageant selon la direction z . On note $\vec{r}$ leur coordonnée transverse.

Le champ électrique oscillant à la fréquence ω_i s'écrit en fonction des amplitudes complexes:

$$\vec{E}_i^{réel}(\vec{r}, z, t) = \left(E_i(\vec{r}, z, t) e^{-i\omega_i t} + E_i^*(\vec{r}, z, t) e^{i\omega_i t} \right) \vec{\varepsilon}_i \quad (2.1)$$

où $\vec{\varepsilon}_i$ est le vecteur unitaire de la direction de polarisation.

Afin de tenir compte de la structure gaussienne de l'onde électromagnétique, on décompose l'amplitude du champ E_i sur la base des modes de Laguerre-Gauss $u_{pl}^i(\vec{r}, z)$ à la même fréquence ω_i :

$$E_i(\vec{r}, z) = \sum_{p,\ell} A_{pl}^i(z) u_{pl}^i(\vec{r}, z) e^{ik_i z} \quad (2.2)$$

$A_{pl}^i(z)$ est l'enveloppe du champ suivant la direction de propagation z , à la fréquence ω_i .

Les modes u_{pl}^i s'écrivent:

$$u_{pl}^i(\vec{r}, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi w_i^2(z)(p+|l|)!}} \left(\sqrt{2} \frac{r}{w_i(z)} \right)^{|l|} L_p^{(\ell)} \left(\frac{2r^2}{w_i^2(z)} \right) \quad (2.3)$$

$$\times \exp i \left(\frac{k_i r^2}{2\bar{z}} + \ell\theta + (2p + |l| + 1) \arctg \frac{z}{z_R} \right)$$

où $L_p^{(\ell)}$ est le polynôme de Laguerre associé au mode (p, ℓ) . Le facteur de normalisation $\sqrt{\frac{p!}{(p+\ell)!}}$ assure l'orthogonalité des modes $u_{pl}^i(\vec{r}, z)$ (voir l'équation 2.9).

r est le module de la coordonnée transverse $\vec{r}$, défini par $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. θ représente la variable angulaire dans le plan transverse.

$$w_i(z) = w_0^i \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

est la taille en z du faisceau à la fréquence ω_i , de col w_0^i . z_R est la longueur de Rayleigh définie par:

$$w_0^i = \sqrt{\frac{2z_R}{k_i}} \quad (2.5)$$

$$\bar{z} = z - iz_R \quad (2.6)$$

et

$$k_i = n(\omega_i) \frac{\omega_i}{c} \quad (2.7)$$

où $n(\omega_i)$ est l'indice du milieu à la fréquence ω_i .

Dans l'approximation paraxiale, les modes de Laguerre-Gauss sont solutions de l'équation d'Helmholtz dans un milieu linéaire isotrope:

$$\Delta_{\perp} u_{pl}^i + 2ik_i \frac{\partial u_{pl}^i}{\partial z} = 0 \quad (2.8)$$

où $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Ils constituent une base orthonormée:

$$\int \int d^2 \vec{r} u_{pl}^{i*}(\vec{r}, z) u_{p'l'}^i(\vec{r}, z) = \delta_{pp'} \delta_{ll'} \quad (2.9)$$

p est un entier positif et l peut prendre n'importe quelle valeur entière.

L'équation de propagation non linéaire du champ électromagnétique E_i , polarisé selon $\vec{e}_i$, dans l'approximation paraxiale est donnée par:

$$\Delta_{\perp} E_i(\vec{r}, z) + 2ik_i \frac{\partial E_i}{\partial z} = -\omega_i^2 \mu_0 P_{NL}(\vec{r}, z, \omega_i) e^{-ik_i z} \quad (2.10)$$

où $P_{NL}(\vec{r}, z, \omega_i)$ est la polarisation non linéaire du milieu à la fréquence ω_i et μ_0 la permittivité du vide.

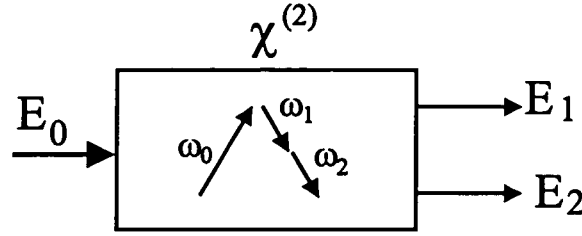


FIG. 1 - Génération paramétrique.

En utilisant les expressions 2.2, 2.8 et 2.9, l'équation de propagation de l'enveloppe du champ gaussien s'écrit:

$$\frac{dA_{pl}^i}{dz} = i \frac{\mu_0 \omega_i^2}{2k_i} \int \int d^2r u_{pl}^{i*}(\vec{r}, z) P_{NL}(\vec{r}, z, \omega_i) e^{-ik_i z} \quad (2.11)$$

La variation de l'enveloppe $A_{pl}^i(z)$ est due à la projection de la polarisation non linéaire sur le mode gaussien considéré.

Dans le problème traité ici, la polarisation non linéaire du cristal (milieu $\chi^{(2)}$) est due à l'interaction paramétrique, représentée par la figure 1, couplant les champs pompe, signal et complémentaire. Leurs fréquences sont notées respectivement ω_0 , ω_1 et ω_2 . En supposant que la susceptibilité non linéaire du cristal est indépendante de $\vec{r}$ et de z , on obtient:

$$P_{NL}(\vec{r}, z, \omega_0) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1(\vec{r}, z) E_2(\vec{r}, z) e^{i(k_1+k_2)z} \quad (2.12)$$

$$P_{NL}(\vec{r}, z, \omega_i) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0(\vec{r}, z) E_i^*(\vec{r}, z) e^{i(k_0-k_i)z} \quad (2.13)$$

où $i = 1, 2$.

On écrit l'équation 2.2 pour chacun des trois champs: on choisit le couple d'indices (p, ℓ) pour la pompe, (q, m) pour le signal, (r, n) pour le complémentaire.

$$E_0(\vec{r}, z) = \sum_{p, \ell} A_{pl}^0(z) u_{pl}^0(\vec{r}, z) \quad (2.14)$$

$$E_1(\vec{r}, z) = \sum_{q, m} A_{qm}^1(z) u_{qm}^1(\vec{r}, z) \quad (2.15)$$

$$E_2(\vec{r}, z) = \sum_{r, n} A_{rn}^2(z) u_{rn}^2(\vec{r}, z) \quad (2.16)$$

et les équations de propagation à résoudre déduites de l'équation 2.11 s'écrivent:

$$\frac{dA_{pl}^0(z)}{dz} = \frac{i\chi^{(2)}\omega_p}{n_0c} \sum_{qm, rn} \left(\bigwedge_{pqr}^{lmn}(z) \right)^* A_{qm}^1(z) A_{rn}^2(z) e^{i\Delta kz} \quad (2.17)$$

$$\frac{dA_{qm}^1(z)}{dz} = \frac{i\chi^{(2)}\omega_1}{n_1c} \sum_{pl, rn} \left(\bigwedge_{pqr}^{lmn}(z) \right) A_{pl}^0(z) A_{rn}^{1*}(z) e^{-i\Delta kz} \quad (2.18)$$

$$\frac{dA_{rn}^2(z)}{dz} = \frac{i\chi^{(2)}\omega_2}{n_2c} \sum_{pl, nm} \left(\bigwedge_{pqr}^{lmn}(z) \right) A_{pl}^0(z) A_{mq}^{1*}(z) e^{-i\Delta kz} \quad (2.19)$$

où n_i est l'indice de réfraction à la fréquence ω_i et Δk le désaccord de phase.

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_0 \quad (2.20)$$

Le coefficient de couplage $\bigwedge_{pqr}^{lmn}(z)$ est donné par:

$$\bigwedge_{pqr}^{lmn} = \int \int d^2r \ u_{pl}^0(\vec{r}, z) \ u_{qm}^{1*}(\vec{r}, z) \ u_{rn}^{2*}(\vec{r}, z) \quad (2.21)$$

Il représente le recouvrement spatial entre les modes TEM_{pl} , TEM_{qm} et TEM_{rn} couplés par l'interaction non linéaire. Les valeurs de ces coefficients, comparées à $\bigwedge_{000}^{(000)}$, couplage entre trois modes TEM_{00} , permettent d'estimer si le recouvrement des modes transverses est important. Mais, en définitive, l'élément déterminant le fonctionnement de l'OPO est la sélection des modes par la cavité optique. En effet, un mode du champ signal (ou complémentaire), même fortement couplé avec le champ pompe ($\bigwedge$ grand), est éliminé s'il n'est pas résonnant avec les modes de la cavité.

2.2. Calcul des coefficients de couplage

Dans un premier temps, nous allons calculer les coefficients de couplage pour z égal à zéro, position du col des modes gaussiens. Leur détermination dans le cas général implique des calculs compliqués. Nous allons ici adopter certaines hypothèses simplificatrices, mais qui décrivent correctement les conditions expérimentales usuelles.

- le champ pompe est dans le mode TEM_{00} ;

- l'amplitude des modes du champ pompe autres que le mode TEM_{00} , créés par l'interaction paramétrique avec les champs signal et complémentaire est négligeable. Autrement dit, le champ pompe intracavité conserve la configuration spatiale du champ entrant correspondant, soit TEM_{00} .

- on se place dans le cas quasi dégénéré: $\lambda_1 \sim \lambda_2 \sim 2\lambda_0$.

- la condition d'accord de phase est réalisée. L'équation 2.20 se limite à:

$$\Delta k = 0 \quad (2.22)$$

L'expression 2.3 décrivant les modes gaussiens $u_{pl}^i(\vec{r}, z)$ dépend de la taille du faisceau à la fréquence ω_i . Plus précisément, on s'intéresse à $w_i(z=0)$ car c'est en ce

14 2 Structure transverse des champs dans l'oscillateur paramétrique optique (OPO).

point que l'on calcule le coefficient de couplage. Le point de coordonnée longitudinale z égale à zéro est choisi au centre du cristal non linéaire. Pour une cavité symétrique, le col d'un faisceau gaussien est situé au milieu de la cavité, donc du cristal. Le paramètre $w_i(z=0)$ correspond donc au col du faisceau associé au champ à la fréquence ω_i .

Or la longueur de Rayleigh est fixée uniquement par la géométrie de la cavité: elle ne dépend pas de la longueur d'onde. Pour une cavité linéaire constituée par deux miroirs identiques, elle est donnée par:

$$z_R = \frac{\sqrt{2R\frac{L}{2} - \frac{L^2}{4}}}{2} \quad (2.23)$$

où R est le rayon de courbure des miroirs et L la longueur de la cavité.

Or le col d'un faisceau gaussien à la fréquence ω_i est égal à:

$$w_i^2 = \frac{z_R \lambda_i}{\pi} \quad (2.24)$$

z_R étant indépendante de la longueur d'onde, les cols des faisceaux pompe, signal et complémentaire, supposés résonnants dans la cavité, sont dans le rapport des longueurs d'onde associées. Puisque l'on s'est placé dans une configuration proche de la dégénérescence, on a:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_2 \\ w_p &= \frac{w_1}{\sqrt{2}} = \frac{w_2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Dans la suite, on notera w_0 , la valeur commune des cols des faisceaux signal et complémentaire, soit $w_1(z=0) = w_2(z=0)$.

2.2.1 Calcul des coefficients Λ_{0qr}^{0mn}

En utilisant les équations 2.3 et 2.21, le coefficient de couplage Λ_{0qr}^{0mn} , en $z=0$ s'écrit:

$$\begin{aligned} \Lambda_{0qr}^{0mn}(z=0) &= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{q!r!}{(q+m)!(r+n)!}} \frac{\sqrt{2}}{w_0^3} \int_0^\infty r dr \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0}\right)^{|m|+|n|} \\ &\times L_0^{(0)}\left(\frac{4r^2}{w_0^2}\right) L_q^{(m)}\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) L_r^{(n)}\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \exp\left(-\frac{4r^2}{w_0^2}\right) \int_0^{2\pi} d\theta \exp i[m+n]\theta \end{aligned} \quad (2.26)$$

Or

$$\int_0^{2\pi} \exp i(m+n)\theta d\theta = 2\pi \delta_{m-n} \quad (2.27)$$

où δ_{m-n} représente le symbole de Kronecker. La partie azimutale des modes gaussiens, impose donc la règle de sélection suivante : les coefficients Λ_{0qr}^{0mn} sont nuls si

$$m + n \neq 0 \quad (2.28)$$

On fait le changement de variable

$$v = \frac{2r^2}{w_0^2} \quad (2.29)$$

L'équation 2.27 devient :

$$\Lambda_{0qr}^{0m-m}(z=0) = \frac{4}{\sqrt{\pi w_0^2}} \sqrt{\frac{q!r!}{(q+|m|)!(r+|m|)!}} \int_0^\infty v^{|m|} L_q^{(m)}(v) L_r^{(m)}(v) \exp(-2v) dv \quad (2.30)$$

car $L_0^{(0)}(2v) = 1$

Pour calculer l'intégrale de l'équation 2.30, on utilise la fonction génératrice des polynômes de Laguerre :

$$L_q^{(m)}(x) = \frac{1}{q!} \frac{\partial^q}{\partial z^q} \left[\frac{1}{(1-z)^{|m|+1}} \exp \frac{xz}{z-1} \right]_{z=0} \quad (2.31)$$

L'intégrale de l'équation 2.30 devient :

$$\int_0^\infty v^{|m|} \frac{1}{q!r!} \frac{\partial^{q+r}}{\partial z_1^q \partial z_2^r} \left[\frac{1}{(1-z_1)^{|m|+1}} \exp \frac{z_1 v}{z_1-1} \times \frac{1}{(1-z_2)^{|m|+1}} \exp \frac{z_2 v}{z_2-1} \right]_{z_1=z_2=0} \times \exp(-2v) dv \quad (2.32)$$

On obtient :

$$\Lambda_{0qr}^{0m-m} = \frac{4}{\sqrt{\pi w_0^2}} \frac{|m|!}{[q!r! (q+|m|)!(r+|m|)!]^{1/2}} \frac{\partial^{q+r}}{\partial z_1^q \partial z_2^r} \left[\frac{1}{(2-z_1-z_2)^{|m|+1}} \right]_{z_1=z_2=0} \quad (2.33)$$

Il reste à calculer les dérivées d'ordre q et p de la fonction entre crochets par rapport à z_1 et z_2 . On déduit la formule générale de la forme des dérivées calculées pour n et p petits et on prouve par récurrence qu'elle est vraie pour toute valeur de n et p :

$$\frac{\partial^{q+r}}{\partial z_1^q \partial z_2^r} \left[\frac{1}{(2-z_1-z_2)^{|m|+1}} \right]_{z_1=z_2=0} = \frac{(|m|+q+r)!}{|m|!} \frac{1}{2^{|m|+q+r+1}} \quad (2.34)$$

Finalement, le coefficient de couplage en $z = 0$ a l'expression analytique suivante:

$$\Lambda_{0qr}^{0mn}(z=0) = \frac{2}{\sqrt{\pi w_0^2}} \frac{(|m| + q + r)!}{[q!r!(q + |m|)!(r + |m|)!]^{1/2} 2^{|m|+q+r}} \delta_{m-n} \quad (2.35)$$

Plaçons nous maintenant à une valeur de z différente de zéro. Il faut tenir compte de la variation longitudinale des modes gaussiens.

$$\varphi_{pl}^i = \frac{k_i r^2}{2\bar{z}} + (2p + |\ell| + 1) \arctg \frac{z}{z_R} \quad (2.36)$$

Le coefficient de couplage en $z \neq 0$ s'exprime en fonction de la relation 2.35 par:

$$\Lambda_{0qr}^{0mn}(z) = \Lambda_{0qr}^{0mn}(z=0) \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}} \exp -i(2(q + r) + 1) \arctg \frac{z}{z_R} \quad (2.37)$$

Soit,

$$\Lambda_{0qr}^{0mn}(z) = \Lambda_{0qr}^{0mn}(z=0) \frac{z_R}{z_R + iz} \left(\frac{z_R - iz}{z_R + iz} \right)^{q+r} \quad (2.38)$$

2.2.2 Etude de la variation des coefficients de couplage en fonction des indices n , q et m

D'après l'équation 2.35, le coefficient couplant les trois modes TEM₀₀ est égal à:

$$\Lambda_{000}^{000}(z=0) = \frac{2}{\sqrt{\pi w_0^2}} \quad (2.39)$$

Il a été calculé par différents auteurs [Byer 1975] [Debuisschert 1993].

La figure 2 donne les coefficients de couplage $C_{qr}^m = \frac{\Lambda_{0qr}^{0m-m}(z=0)}{\Lambda_{000}^{000}(z=0)}$ en fonction des indices q et r (variant de 0 à 10) pour différentes valeurs de m ainsi que les coefficients C_{qq}^m (q et m variant de 0 à 10).

On constate que, quelle que soit la valeur de m , les coefficients sont beaucoup plus grands sur la diagonale (c'est-à-dire pour $q=r$) que sur les bords (q très différent de r). On comprend bien que le recouvrement de deux modes semblables soit meilleur qu'entre deux modes ayant des structures transverses très différentes.

Quand m augmente, les valeurs de tous les coefficients diminuent même pour q et r petits ($\Lambda_{000}^{000} = 1$ $\Lambda_{000}^{01-1} = 0,4$ $\Lambda_{000}^{02-2} = 0,2$, etc...)

Le coefficient de couplage maximal est égal à:

$$C_{qq}^0 = \frac{(2q)!}{(2^q q!)^2} \quad (2.40)$$

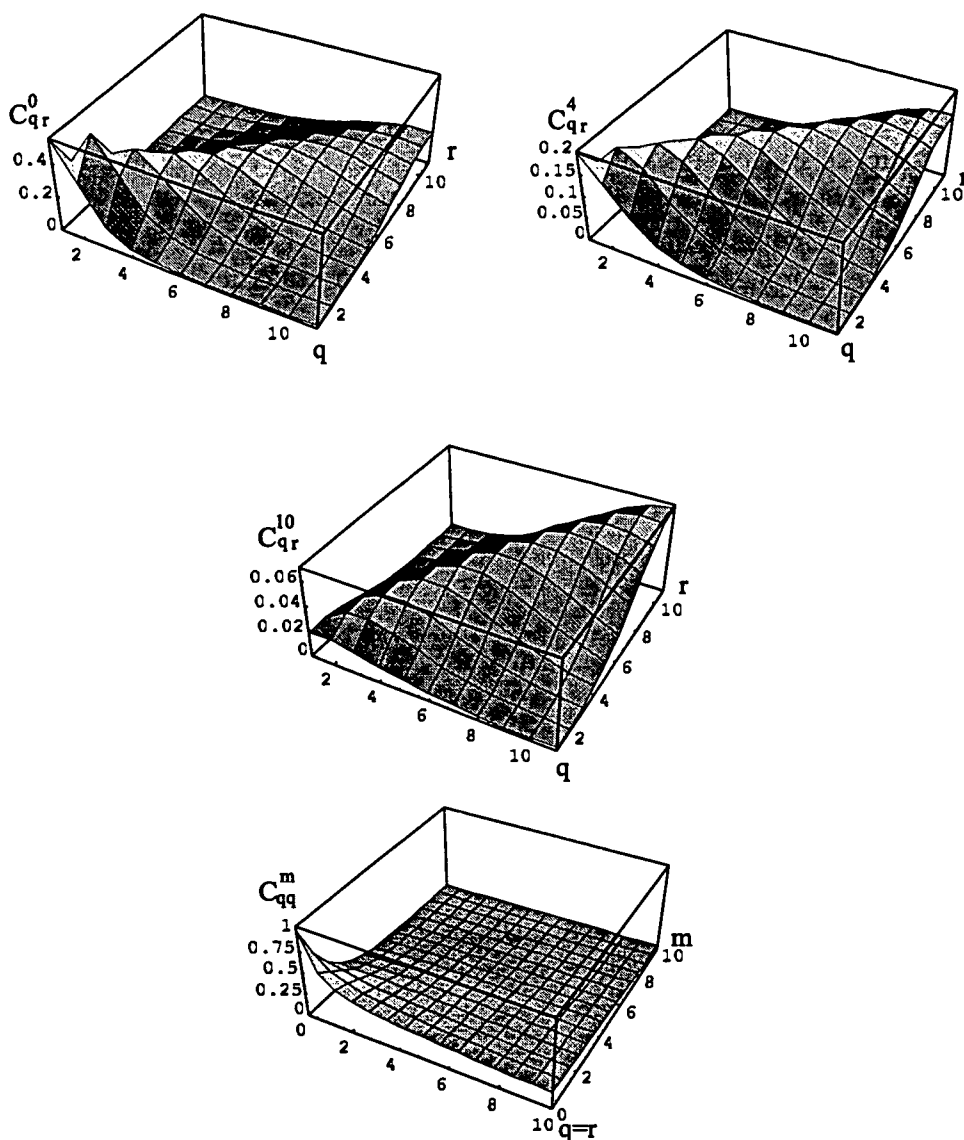


FIG. 2 - Variation des coefficients de couplage en fonction des indices.

Pour q grand, il varie comme $(\pi q)^{-\frac{1}{2}}$. Il décroît donc très lentement avec l'ordre du mode transverse.

En conclusion, la valeur des coefficients de couplage décroît quand l'ordre augmente, mais pas de façon très rapide. En effet, les recouvrements de beaucoup de modes transverses sont du même ordre de grandeur. L'interaction paramétrique dans le cristal $\chi^{(2)}$ n'est pas intrinsèquement très sélective en modes transverses.

2.2.3 Cas où un faisceau de pompage non TEM₀₀, produit des faisceaux signal et complémentaire TEM₀₀

On traite ici le cas où un champ pompe non TEM₀₀, soit TEM_{pl}, produit des champs signal et complémentaire TEM₀₀.

Le coefficient de couplage associé à ce cas est $\Lambda_{p00}^{(200)}$.

La règle de sélection 2.27 imposée par la partie azimutale des modes gaussiens fixe la valeur de l à zéro. On calcule $\Lambda_{p00}^{(000)}$ suivant la formule 2.35 :

$$\Lambda_{p00}^{(000)} = \frac{2}{\sqrt{\pi w_0^2}} \frac{1}{2^p} \quad (2.41)$$

Le recouvrement transverse des trois faisceaux décroît très vite dans ce cas. La conversion paramétrique n'est donc pas efficace lorsque l'on utilise un mode pompe non TEM₀₀.

2.3. Equations de couplage entre les trois champs dans le cas d'un couplage faible

Le gain paramétrique induit par un faisceau de pompage peu puissant, comme celui typiquement fourni par un laser continu, est très faible à cause des faibles susceptibilités non linéaires des cristaux généralement utilisés. Les différents champs impliqués dans le processus sont donc très peu modifiés après un passage dans le cristal. On parle alors de couplage faible et on peut résoudre les équations de propagation 2.17, 2.18 et 2.19 au premier ordre en $\chi^{(2)}$.

L'amplitude de l'enveloppe des trois champs impliqués, à la sortie du cristal, dont l'extension selon la direction longitudinale est comprise entre $-\frac{l}{2}$ et $+\frac{l}{2}$, est donnée par :

$$\begin{aligned} A_{00}^0 \left(\frac{l}{2} \right) &= A_{00}^0 \left(-\frac{l}{2} \right) + i\pi \chi^{(2)} \frac{\omega_p z_R}{n_0 c} \\ &\quad \times \sum_{qrm} I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m} (z=0) A_{qm}^1 \left(-\frac{l}{2} \right) A_{r-m}^2 \left(-\frac{l}{2} \right) \\ A_{qm}^1 \left(\frac{l}{2} \right) &= A_{qm}^1 \left(-\frac{l}{2} \right) + i\pi \chi^{(2)} \frac{\omega_1 z_R}{n_1 c} \\ &\quad \times \sum_r I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m} (z=0) A_{00}^0 \left(-\frac{l}{2} \right) A_{r-m}^{2*} \left(-\frac{l}{2} \right) \\ A_{r-m}^2 \left(\frac{l}{2} \right) &= A_{r-m}^2 \left(-\frac{l}{2} \right) + i\pi \chi^{(2)} \frac{\omega_2 z_R}{n_2 c} \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\times \sum_q I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) A_{00}^0 \left(-\frac{l}{2} \right) A_{qm}^{1*} \left(-\frac{l}{2} \right)$$

où, d'après l'expression 2.3, l'intégrale de la composante longitudinale de la phase s'écrit:

$$I_p(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\xi}^{\xi} \frac{\exp i [(2p+1) \arctan u]}{\sqrt{1+u^2}} du \quad (2.43)$$

Pour obtenir l'équation précédente, on a utilisé la relation 2.4 et on a posé:

$$u = \frac{z}{z_R} \quad (2.44)$$

et

$$\xi = \frac{l}{2z_R} \quad (2.45)$$

On fait le changement de variable suivant:

$$v = \arctan u \quad (2.46)$$

Soit,

$$\tan v = u \quad (2.47)$$

et

$$\cos v = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \quad (2.48)$$

L'expression 2.43 devient:

$$I_p(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\arctan \xi}^{\arctan \xi} \frac{\cos(2p+1)v}{\cos v} dv \quad (2.49)$$

La valeur de cette intégrale est donnée dans la référence [Gradshteyn 1980].

$$I_p(\xi) = (-1)^p \frac{2}{\pi} \left[\arctan \xi + \sum_{k=1}^p (-1)^k \frac{\sin(2k \arctan \xi)}{k} \right] \quad (2.50)$$

La figure 3 représente la variation de $I_p(\xi)$ en fonction de ξ pour différentes valeurs de p :

-Dans le cas où l'indice p est nul, ce qui correspond à deux modes signal et complémentaire $TEM_{0\pm m}$, $I_0 = \frac{2}{\pi} \arctg \xi$.

-Dans le cas limite d'un cristal infiniment fin ($l \ll z_R$), $I_p(\xi) = \frac{2\xi}{\pi}$. Cette valeur étant très petite, le coefficient de couplage associé l'est également. Il faut donc éviter de se placer dans cette configuration.

-Pour un cristal infiniment long ($l \gg z_R$), $I_p(\xi)$ tend vers $(-1)^p$ et la valeur absolue du coefficient de couplage est alors maximale. L'optimisation du recouvrement entre les différents modes nécessite donc un cristal très long devant la longueur de Rayleigh.

On observe qu'il existe des valeurs de l pour lesquelles $I_p(\xi)$ s'annule, c'est-à-dire pour lesquelles le coefficient de couplage et donc le recouvrement des modes sont égaux

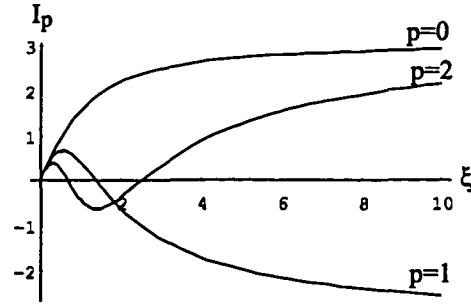


FIG. 3 - Intégration de la phase longitudinale sur la longueur du cristal.

à zéro. Le nombre de zéros est égal à p . Les premières valeurs de l'intégrale $I_p(\xi)$ et les zéros correspondants sont égaux à:

$$I_0(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctg \xi \quad I_1(\xi) = -\frac{2}{\pi} \left[\arctg \xi - \frac{2\xi}{1+\xi^2} \right] \quad (2.51)$$

$$I_2(\xi) = \frac{2}{\pi} \left[\arctg \xi - \frac{4\xi^3}{(1+\xi^2)^2} \right]$$

$$I_1(1.39) = I_2(2.50) = I_2(0.69) = 0$$

Les équations 2.42 s'écrivent plus simplement en remplaçant l'amplitude du mode $A_{pl}^i(z)$ par l'amplitude du flux de photons $\alpha_{pl}^i(z)$. Son module au carré est égal au nombre total de photons par unité de temps qui traversent une section transverse à la position z . On passe d'une variable à l'autre par:

$$\alpha_{pl}^i(z) = \sqrt{\frac{2k_i \epsilon_0 c}{\hbar \omega_i}} A_{pl}^i(z) \quad (2.52)$$

Les équations 2.42 deviennent:

$$\alpha_{00}^0 \left(\frac{l}{2} \right) = \alpha_{00}^0 \left(-\frac{l}{2} \right) + iK \sum_{qrm} I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) \alpha_{qm}^1 \left(-\frac{l}{2} \right) \quad (2.53)$$

$$\times \alpha_{r-m}^2 \left(-\frac{l}{2} \right)$$

$$\alpha_{qm}^1 \left(\frac{l}{2} \right) = \alpha_{qm}^1 \left(-\frac{l}{2} \right) + iK \sum_r I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) \alpha_{00}^0 \left(-\frac{l}{2} \right)$$

$$\times \alpha_{r-m}^{2*} \left(-\frac{l}{2} \right)$$

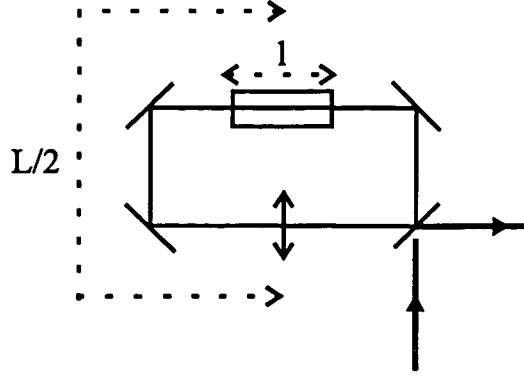


FIG. 4 - Cavité en anneau symétrique.

$$\alpha_{r-m}^2\left(\frac{l}{2}\right) = \alpha_{r-m}^2\left(-\frac{l}{2}\right) + iK \sum_r I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R}\right) \Lambda_{0qr}^{0m-m}(z=0) \alpha_{00}^0\left(-\frac{l}{2}\right) \\ \times \alpha_{qm}^{1*}\left(-\frac{l}{2}\right)$$

où

$$K = \pi \chi^{(2)} \frac{z_R}{c} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{2 \epsilon_0 c n_0 n_1 n_2}} \quad (2.54)$$

2.4. Insertion dans la cavité de l'OPO

On insère le cristal dans une cavité en anneau, de longueur géométrique L , résonnante pour les trois fréquences.

2.4.1 Propagation dans la cavité de l'OPO

On considère une cavité en anneau schématisée par la figure 4.

La cavité est triplement résonnante, c'est-à-dire résonnante pour les champs pompe, signal et complémentaire. Deux des miroirs sont parfaitement réfléchissants pour les trois champs. Le miroir de couplage est caractérisé par les coefficients de réflexion et de transmission r_i et t_i , avec r_i proche de 1 pour $i = 0, 1, 2$ (respectivement : pompe, signal, complémentaire).

On suppose que $r_1 = r_2 = r$ et $t_1 = t_2 = t$.

On note α_0^{in} le champ pompe entrant dans la cavité. La durée d'un tour complet dans la cavité est donnée par:

$$\tau_i = \frac{(n_i - 1)l + L}{c} \quad (2.55)$$

où l est la longueur du cristal et L celle de la cavité.

Le déphasage du mode (p, l) à la fréquence ω_i sur un tour de la cavité est noté φ_{pl}^i .

La description des étapes de la propagation des champs dans la cavité est détaillée dans la thèse de T. Debuisschert [Debuisschert 1990] .

Finalement, les équations d'évolution des champs intracavité sont données par:

$$\begin{aligned} \tau_0 \frac{d}{dt} \alpha_{00}^0 &= r_0 e^{i\varphi_{00}^0} \left(\alpha_{00}^0 + iK \sum_{qrm} I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) \alpha_{qm}^1 \alpha_{r-m}^2 \right) - \alpha_{00}^0 \\ &\quad + t_0 \alpha_0^{in} \\ \tau_1 \frac{d}{dt} \alpha_{qm}^1 &= r e^{i\varphi_{qm}^1} \left(\alpha_{qm}^1 + iK \sum_r I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) \alpha_{00}^0 \alpha_{r-m}^{2*} \right) - \alpha_{qm}^1 \\ \tau_2 \frac{d}{dt} \alpha_{r-m}^2 &= r e^{i\varphi_{r-m}^2} \left(\alpha_{r-m}^2 + iK \sum_r I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \bigwedge_{0qr}^{0m-m} (z=0) \alpha_{00}^0 \alpha_{qm}^{1*} \right) - \alpha_{r-m}^2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

Pour alléger les notations, on a noté α_{pl}^i l'amplitude du flux de photons en $z = 0$.

2.4.2 Résonances de la cavité

A la traversée des faces du cristal, la réfraction change la forme du mode, mais pas son caractère gaussien. La longueur de Rayleigh z'_R et le col du faisceau w'_0 à la sortie du cristal sont reliés aux quantités correspondantes à l'intérieur par:

$$z'_R = \frac{z_R}{n} \quad (2.57)$$

et

$$w'_0 = w_0 \quad (2.58)$$

La longueur de Rayleigh à l'extérieur est plus petite à cause de la plus forte divergence du faisceau causée par la réfraction. z'_R est déterminée par les conditions aux limites imposées par les miroirs. Celles-ci sont équivalentes à celles d'une cavité vide en remplaçant la longueur géométrique L par une longueur effective définie par [Kogelnik 1966]:

$$L_e = L + l \left(\frac{1}{n_i} - 1 \right) \quad (2.59)$$

Les propriétés longitudinales dépendent de la longueur optique du cristal $n_i l$, qui est plus grande que sa longueur géométrique. A l'opposé, les propriétés transverses dépendent de $\frac{l}{n_i}$, longueur plus courte que la longueur géométrique.

Le déphasage du mode α_{pl}^i après un tour complet dans la cavité est égal à :

$$\varphi_{pl}^i = \frac{\omega_i}{c} [(n_i - 1)l + L] + (2p + |l| + 1) \varphi_{cav} \quad (2.60)$$

où φ_{cav} est le déphasage correspondant au mode TEM₀₀.

Pour une cavité en anneau, symétrique, comme celle représentée par la figure 4, de longueur géométrique L, comprenant une lentille de distance focale notée f, on détermine le déphasage φ_{cav} sur un tour complet dans la cavité :

$$\varphi_{cav} = 2 \left[\arctan \frac{l}{2z_R} + \left(\arctan \frac{L}{2z'_R} - \arctan \frac{l}{2z'_R} \right) \right] \quad (2.61)$$

La quantité entre crochet représente le déphasage entre le centre du cristal, soit pour une cavité symétrique la position du col du faisceau, et la position de la lentille, c'est-à-dire sur une demi longueur de cavité. Le premier terme est le déphasage sur une demi longueur du cristal à l'intérieur duquel la longueur de Rayleigh est égale à z_R . Le second terme est égal au déphasage subi par le mode entre la sortie du cristal et la position de la lentille; la longueur de Rayleigh prend alors la valeur z'_R , définie par la relation 2.57, qui est égale à :

$$z'_R = \frac{1}{2} \sqrt{L_e (4f - L_e)} \quad (2.62)$$

On admet qu'il y a continuité du flux de photons au passage de la face de sortie du cristal, ce qui implique un traitement anti-reflets parfait sur les deux faces du cristal.

Le cas plus compliqué de la cavité linéaire est traité dans la référence [Schwob 1997]. Les seuls modes pouvant osciller dans la cavité sont ceux pour lesquels le déphasage après un tour complet dans la cavité est très proche d'un multiple de 2π , c'est-à-dire pour lesquels il existe un entier s_{pl}^i tel que :

$$\varphi_{pl}^i = 2\pi s_{pl}^i + \delta_{pl}^i \quad (2.63)$$

avec $\delta_{pl}^i \ll 1$ où $i = 0, 1, 2$ pour une cavité triplement résonnante.

Le nombre de modes remplissant la condition 2.63, pour une longueur L de la cavité donnée, dépend de façon cruciale de la quantité φ_{cav} , et donc de la valeur de $2p + |l|$. Dans le cas général, la résonance exacte de la cavité est obtenue pour une valeur donnée de $2p + |l|$. Les modes dont les indices ne correspondent pas à l'égalité recherchée n'oscillent pas. Cette condition est donc très restrictive et fournit la raison pour laquelle l'OPO tend spontanément au fonctionnement sur un petit nombre de modes.

Les modes transverses pour lesquels la quantité $2p + |l|$ est la même sont dégénérés.

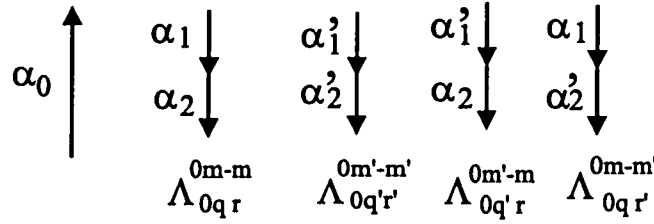


FIG. 5 - Différentes possibilités de création des photons signal et complémentaire à partir de l'annihilation d'un photon pompe.

Si φ_{cav} est proche de 2π , la relation 2.60 montre qu'une infinité de modes transverses sont résonnants pour une même longueur de cavité.

En conclusion, dans la plupart des configurations, les fréquences des modes transverses sont trop différentes de celle du mode fondamental ou bien, les constantes de couplage sont trop faibles pour que la cavité adopte un fonctionnement très multimode transverse. Cependant pour des types particuliers de cavité, comme la cavité sphérique ($\varphi_{cav} = 0$) ou la cavité confocale ($\varphi_{cav} = \pi$) un grand nombre de modes transverses sont couplés entre eux. La structure spatiale du faisceau gaussien revêt alors une grande importance et il devient difficile de traiter le problème analytiquement.

La suite de ce chapitre est consacrée à la description d'une première approche, où seule une paire de modes signaux et une paire de modes complémentaires sont résonnantes avec la cavité, le mode de pompe étant toujours supposé TEM_{00} .

2.4.3 Cas où deux modes signaux de même fréquence et deux modes complémentaires de même fréquence oscillent dans la cavité

On reprend le système d'équations 2.56 en le limitant à une paire de modes signaux et une paire de modes complémentaires. On note les cinq modes impliqués dans le processus de la façon suivante:

- champ pompe TEM_{00} , soit $\alpha_{00}^0(z) = \alpha_0(z)$
- champs signal $\rightarrow TEM_{qm}$, soit $\alpha_{qm}^1(z) = \alpha_1(z)$
 $\rightarrow TEM_{q'm'}$, soit $\alpha_{q'm'}^1(z) = \alpha_1'(z)$
- champs complémentaire $\rightarrow TEM_{r-m}$, soit $\alpha_{r-m}^2(z) = \alpha_2(z)$
 $\rightarrow TEM_{r-m'}$, soit $\alpha_{r-m'}^2(z) = \alpha_2'(z)$

On note $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_1', \varphi_2$ et φ_2' les déphasages sur un tour dans la cavité correspondants.

Pour l'annihilation d'un photon de pompe, il existe a priori quatre possibilités de création de photons signal et complémentaire, schématisées sur la figure 5. Les photons 1 et 1', 2 et 2' ne sont plus strictement jumeaux puisqu'il y a des possibilités de naissances croisées.

2.4.3.1 Equations stationnaires

On suppose que tous les modes considérés sont exactement résonnants avec la cavité. Le cas, plus général, d'un faible déphasage entre les modes gaussiens et la cavité est traité dans la référence [Schwob 1997]. Le coefficient de réflexion r_i est égal à $r_i = 1 - \gamma_i$ avec $\gamma_i \ll 1$. La quantité γ_i représente les pertes par transmission après un tour dans la cavité pour le mode α_{pi} . On considère qu'elles sont égales pour tous les modes signal et complémentaire; on note simplement γ .

Dans le cas particulier considéré, le système 2.56 devient:

$$\begin{aligned}
 \tau_0 \frac{d}{dt} \alpha_0 &= -\gamma_0 \alpha_0 + iK \left(I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m}(0) \alpha_1 \alpha_2 + I_{q'+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r}^{0m'-m}(0) \alpha'_1 \alpha_2 \right. \\
 &\quad \left. + I_{q+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr'}^{0m-m'}(0) \alpha_1 \alpha'_2 + I_{q'+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r'}^{0m'-m'}(0) \alpha'_1 \alpha'_2 \right) + t_0 \alpha_0 in \\
 \tau_1 \frac{d}{dt} \alpha_1 &= -\gamma \alpha_1 + iK \left(I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m}(0) \alpha_1 \alpha_2^* + \right. \\
 &\quad \left. I_{q+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr'}^{0m-m'}(0) \alpha_1 \alpha_2'^* \right) \\
 \tau_1' \frac{d}{dt} \alpha'_1 &= -\gamma \alpha'_1 + iK \left(I_{q'+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r}^{0m'-m}(0) \alpha_1 \alpha_2^* + \right. \\
 &\quad \left. I_{q'+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r'}^{0m'-m'}(0) \alpha_1 \alpha_2'^* \right) \\
 \tau_2 \frac{d}{dt} \alpha_2 &= -\gamma \alpha_2 + iK \left(I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m}(0) \alpha_1 \alpha_1^* + \right. \\
 &\quad \left. I_{q'+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r}^{0m'-m}(0) \alpha_1 \alpha_1'^* \right) \\
 \tau_2' \frac{d}{dt} \alpha'_2 &= -\gamma \alpha'_2 + iK \left(I_{q+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr'}^{0m-m'}(0) \alpha_1 \alpha_1^* + \right. \\
 &\quad \left. I_{q'+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r'}^{0m'-m'}(0) \alpha_1 \alpha_1'^* \right)
 \end{aligned} \tag{2.64}$$

Afin d'alléger les expressions, on notera dans la suite:

$$\begin{aligned}
 \chi &= K I_{q+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr}^{0m-m}(0) \\
 \chi' &= K I_{q'+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r'}^{0m'-m'}(0) \\
 \chi_c &= K I_{q+r'} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0qr'}^{0m-m'}(0) \\
 \chi'_c &= K I_{q'+r} \left(\frac{l}{2z_R} \right) \Lambda_{0q'r}^{0m'-m}(0)
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

Notons que, d'après la condition 2.27, les coefficients χ_c et χ'_c ne sont non nuls que si $m = m'$.

Les champs stationnaires intracavité obéissent aux équations suivantes:

$$\gamma_0 \alpha_0 - i\chi \alpha_1 \alpha_2 - i\chi'_c \alpha'_1 \alpha_2 - i\chi_c \alpha_1 \alpha'_2 - i\chi' \alpha'_1 \alpha'_2 = t_0 \alpha_0^{in} \quad (2.66)$$

$$-\gamma \alpha_1 + i\chi \alpha_0 \alpha_2^* + i\chi_c \alpha_0 \alpha_2'^* = 0$$

$$-\gamma \alpha'_1 + i\chi'_c \alpha_0 \alpha_2^* + i\chi' \alpha_0 \alpha_2'^* = 0$$

$$-\gamma \alpha_2 + i\chi \alpha_0 \alpha_1^* + i\chi'_c \alpha_0 \alpha_1'^* = 0$$

$$-\gamma \alpha'_2 + i\chi_c \alpha_0 \alpha_1^* + i\chi' \alpha_0 \alpha_1'^* = 0$$

On remarque que si les champs $(\alpha_1, \alpha'_1, \alpha_2, \alpha'_2)$ sont solutions du système précédent, les champs $(\alpha_1 e^{i\varphi}, \alpha'_1 e^{i\varphi}, \alpha_2 e^{-i\varphi}, \alpha'_2 e^{-i\varphi})$, φ étant une phase quelconque, le sont aussi. On a donc une indétermination globale de la phase, qui donnera lieu à un phénomène de diffusion globale de la phase au dessus du seuil d'oscillation.

Dans la suite du chapitre, on remplacera la grandeur $i\alpha_0$ apparaissant dans les équations par $\alpha'_0 = i\alpha_0$, ce qui revient à un changement de la référence de la phase du champ pompe.

2.4.3.2 Base découplée

Dans la base $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha'_1, \alpha'_2)$ on est en présence de couplages croisés, c'est-à-dire que les coefficients χ_c et χ'_c sont a priori non nuls. Un tel système est schématisé par la figure 5.

Il est possible dans certains cas de choisir une nouvelle base $(\alpha_1^+, \alpha_1^-, \alpha_2^+, \alpha_2^-)$ telle que le système précédent soit découplé. Les nouveaux modes propres de la cavité s'écrivent :

$$\alpha_1^+ = \cos \theta_1 \alpha_1 + \sin \theta_1 \alpha'_1 \quad (2.67)$$

$$\alpha_1^- = -\sin \theta_1 \alpha_1 + \cos \theta_1 \alpha'_1 \quad (2.68)$$

$$\alpha_2^+ = \cos \theta_2 \alpha_2 + \sin \theta_2 \alpha'_2 \quad (2.69)$$

$$\alpha_2^- = -\sin \theta_2 \alpha_2 + \cos \theta_2 \alpha'_2 \quad (2.70)$$

Afin de déterminer θ_1 et θ_2 , on écrit le système 2.66 dans la base $(\alpha_1^+, \alpha_1^-, \alpha_2^+, \alpha_2^-)$ et on annule chaque terme des sous matrices non diagonales. La condition sur θ_1 et θ_2

telle que la base $(\alpha_1^+, \alpha_1^-, \alpha_2^+, \alpha_2^-)$ soit découplée est :

$$tg\theta_1 = tg\theta_2 = \frac{\chi'_c - 1}{\chi_c + 1} \quad (2.71)$$

Ceci impose une condition sur les coefficients de couplage :

$$\chi_c \chi'_c = \chi \chi' \quad (2.72)$$

Cette condition en entraine une autre relative aux indices des différents modes gaussiens. En effet les relations 2.35, 2.38 et 2.72 impliquent qu'il n'existe une base découplée que si:

$$q = q' \quad (2.73)$$

ou

$$r = r' \quad (2.74)$$

Elle signifie que le même mode signal (ou complémentaire) est couplé à deux modes transverses complémentaires (ou signaux) différents.

2.4.3.3 Seuil de l'OPO

On suppose maintenant que la condition 2.72 n'est pas remplie.

A partir du système d'équations 2.66, nous allons déterminer le seuil de l'OPO, c'est-à-dire la valeur du champ pompe intracavité α'_0 à partir de laquelle les champs signal et complémentaire sont créés et oscillent dans la cavité.

Afin de simplifier les calculs, on se placera dans la configuration où les couplages croisés sont égaux, c'est-à-dire $\chi_c = \chi'_c$. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse et quel type de situation décrit-elle? A partir des relations 2.65, on détermine les constantes de couplage correspondantes:

$$\chi_c = \chi'_c \Rightarrow \Lambda_{0qr'}^{0m-m'} = \Lambda_{0q'r}^{0m'-m} \quad (2.75)$$

Cette condition implique que $m = m'$. En ce qui concerne les indices q, q', r et r' , deux cas sont possibles:

- $q = q'$ et $r = r'$

On a alors:

$$\chi \sim \Lambda_{0qr}^{0m-m} \quad (2.76)$$

$$\chi' \sim \Lambda_{0qr}^{0m-m}$$

$$\chi_c = \chi'_c \sim \Lambda_{0qr}^{0m-m}$$

Les différents modes s'écrivent:

$$\alpha_1 = \alpha_{qm}^1 \quad (2.77)$$

$$\alpha'_1 = \alpha_{q-m}^1$$

$$\alpha_2 = \alpha_{rm}^2$$

$$\alpha'_2 = \alpha_{r-m}^2$$

Les deux modes signaux et les deux modes complémentaires sont pratiquement identiques. La seule différence concerne le signe de leur hélicité, représentée par l'indice m . Cette situation est équivalente au cas découplé traité précédemment.

$-q = r$ et $q' = r'$

On a alors:

$$\chi \sim \Lambda_{0qq}^{0m-m} \quad (2.78)$$

$$\chi' \sim \Lambda_{0q'q'}^{0m-m}$$

$$\chi_c = \chi'_c \sim \Lambda_{0qq'}^{0m-m}$$

Les différents modes sont donnés par:

$$\alpha_1 = \alpha_{qm}^1 \quad (2.79)$$

$$\alpha'_1 = \alpha_{q'-m}^1$$

$$\alpha_2 = \alpha_{qm}^2$$

$$\alpha'_2 = \alpha_{q'-m}^2$$

Dans ce cas, les modes transverses des champs signaux et complémentaires sont égaux deux à deux. Les recouvrements associés sont importants car ils correspondent aux constantes de couplage les plus élevées, c'est-à-dire aux valeurs de la diagonale des courbes de la figure 2. C'est donc une situation intéressante à traiter.

On effectue le changement de variable suivant pour les quatre dernières équations du système 2.66.

$$\alpha^+ = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (2.80)$$

$$\alpha^{+'} = \alpha'_1 + \alpha'_2 \quad (2.81)$$

$$\alpha^- = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (2.82)$$

$$\alpha'^- = \alpha'_1 - \alpha'_2 \quad (2.83)$$

En faisant des combinaisons linéaires du système 2.66, on découple les équations en α^+ et α'^+ , celles en α^- et α'^- .

On obtient :

$$(\chi\alpha'_0 - \gamma)(\chi'\alpha'_0 - \gamma) = \chi_c^2 |\alpha'_0|^2 \quad (2.84)$$

$$(\chi\alpha'_0 + \gamma)(\chi'\alpha'_0 + \gamma) = \chi_c^2 |\alpha'_0|^2 \quad (2.85)$$

Si α'_0 est solution de l'équation 2.84 alors $-\alpha'_0$ est solution de l'équation 2.85. Les deux équations ne sont pas compatibles.

La solution en α'_0 est tirée des équations en α^+ et α'^+ .

Elle implique $\alpha^- = \alpha'^- = 0$, soit

$$\overline{\alpha_1} = \overline{\alpha_2} \quad (2.86)$$

et

$$\overline{\alpha'_1} = \overline{\alpha'_2} \quad (2.87)$$

où on note $\overline{\alpha}$ les valeurs stationnaires des champs intracavité. L'égalité des valeurs moyennes des champs signal et complémentaire est nécessaire à l'obtention de faisceaux jumeaux. Dans le cas des équations 2.86 et 2.87, les champs signal et complémentaire sont en phase.

La solution en $-\alpha'_0$ est tirée des équations en α^- et α'^- . Elle implique $\alpha^+ = \alpha'^+ = 0$, soit

$$\overline{\alpha_1} = -\overline{\alpha_2} \quad (2.88)$$

et

$$\overline{\alpha'_1} = -\overline{\alpha'_2} \quad (2.89)$$

Les champs signal et complémentaire sont alors en opposition de phase.

On choisit le cas des champs en phase, soit $(\chi\alpha'_0 - \gamma)(\chi'\alpha'_0 - \gamma) = \chi_c^2 |\alpha'_0|^2$. Pour déterminer la valeur seuil du champ pompe intracavité, il faut résoudre cette équation du second degré en α'_0 que l'on peut aussi écrire:

$$(\chi\chi' - \chi_c^2) \alpha'^2_0 - \gamma(\chi + \chi') \alpha'_0 + \gamma^2 = 0 \quad (2.90)$$

Son discriminant, donné par:

$$\Delta = \gamma^2 (\chi - \chi')^2 + 4\chi_c^2 \quad (2.91)$$

est toujours positif. Il existe donc deux valeurs réelles possibles du champ pompe.

$$\alpha'_{0\pm} = \gamma \left[\frac{(\chi + \chi') \pm \sqrt{(\chi - \chi')^2 + 4\chi_c^2}}{2(\chi\chi' - \chi_c^2)} \right] \quad (2.92)$$

On trouve que seule la valeur minimale de $|\alpha'_0|$ donne un fonctionnement stable dans ce cas simple. L'analyse de stabilité correspondante est décrite dans la référence [Schwob 1997]. On a donc déterminé la valeur du champ pompe intracavité nécessaire à l'oscillation des champs signal et complémentaire dans la cavité en fonction des coefficients de couplage et de γ . Elle remplace la valeur du seuil $\alpha_0 = \frac{\gamma}{\chi}$ obtenue dans le régime monomode habituel. On peut maintenant écrire la valeur du champ pompe incident au seuil. Pour cela, on remplace α'_0 par α'_{0-} dans la première équation du système 2.66 en posant les valeurs moyennes des autres champs égales à zéro.

d'où, au seuil,

$$\alpha'^{in}_{0seuil} = \frac{\gamma_0}{t_0} \alpha'_{0-} \quad (2.93)$$

et, au dessus du seuil, on définit le coefficient σ par:

$$\alpha'^{in}_0 = \sigma \alpha'^{in}_{0seuil} = \sigma \frac{\gamma_0}{t_0} \alpha'_{0-} \quad (2.94)$$

avec $\sigma > 1$.

2.4.3.4 Valeurs moyennes des champs intracavité

On va calculer $\overline{\alpha_1}, \overline{\alpha'_1}, \overline{\alpha_2}, \overline{\alpha'_2}$ en régime stationnaire dans la cavité de l'OPO.

D'après les relations 2.86 et 2.87, on a:

$$\overline{\alpha_1} = \overline{\alpha_2} = \overline{\alpha} \quad (2.95)$$

$$\overline{\alpha'_1} = \overline{\alpha'_2} = \overline{\alpha'}$$

On pose

$$\overline{\alpha'} = \left(\frac{\gamma - \alpha'_0 \chi}{\alpha'_0 \chi_c} \right) \overline{\alpha} \quad (2.96)$$

où α'_0 est égal à α'_{0-} donné par l'équation 2.92. Dans la suite, on fixera α'_0 à cette valeur. Pour simplifier les notations, on écrit :

$$g = \chi \alpha'_{0-} = \chi \alpha'_0 \quad (2.97)$$

$$g_c = \chi_c \alpha'_{0-} = \chi_c \alpha'_0 \quad (2.98)$$

$$g' = \chi' \alpha'_{0-} = \chi' \alpha'_0 \quad (2.99)$$

L'équation 2.96 devient:

$$\bar{\alpha}' = \left(\frac{\gamma - g}{g_c} \right) \bar{\alpha} \quad (2.100)$$

En remplaçant $\alpha_1, \alpha_2, \alpha'_1, \alpha'_2$ par $\bar{\alpha}$ et $\bar{\alpha}'$ dans l'équation de la pompe du système 2.66 et en utilisant l'équation 2.94, donnant α_0^{in} en fonction de α'_0 , on obtient les expressions suivantes pour les champs intracavité en fonction du paramètre de pompage σ :

$$\bar{\alpha}^2 = \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{\gamma - g'}{(2\gamma - g - g')} \alpha_0'^2 (\sigma - 1) \quad (2.101)$$

$$\bar{\alpha}'^2 = \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{\gamma - g}{g_c} \frac{\gamma - g'}{(2\gamma - g - g')} \alpha_0'^2 (\sigma - 1) \quad (2.102)$$

Les valeurs des amplitudes des deux champs sont ainsi parfaitement déterminées: l'OPO dans cette configuration fonctionne sur une combinaison linéaire bien déterminée des deux modes gaussiens. Il reste donc monomode, mais sur un mode plus compliqué que les modes gaussiens TEM_{pl} .

2.4.3.5 L'OPO à deux modes transverses signal et deux modes transverses complémentaire est-il un système réaliste?

Peut-on définir une cavité et des modes des champs signal et complémentaire tels que :

- il n'existe que deux modes signal (ou complémentaire) exactement résonnants avec la cavité;
- le recouvrement entre les modes α_{qm}^1 et $\alpha_{r,-m}^2$, d'une part et les modes α_{qm}^1 et $\alpha_{r,-m}^2$, d'autre part, soit non nul.

A résonance, la propagation de la phase d'un mode gaussien $\alpha_{pl}^i(z)$ sur un tour complet dans la cavité est donnée par la relation 2.60:

$$(2p + |\ell| + 1) \varphi_{cav} + \frac{\omega}{c} L_{k,p,\ell} = 2\pi k, k \in N \quad (2.103)$$

où φ_{cav} , définie dans le cas d'une cavité en anneau par l'expression 2.61, ne dépend que de la géométrie de la cavité.

$L_{k,p,\ell}$ est la longueur de la cavité correspondant à la résonance pour le mode considéré (où k indice le mode de la cavité).

On a donc:

$$L_{k,p,\ell} = \frac{c}{\omega} [2\pi k - \varphi_{cav} (2p + |\ell| + 1)] \quad (2.104)$$

On considère ici une cavité quadrifocale, c'est-à-dire $\varphi_{cav} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. Dans ce cas, l'équation 2.104 s'écrit :

$$L_{k,p,\ell} = \lambda \left[k - \frac{1}{4} (2p + |\ell| + 1) \right] \quad (2.105)$$

Le mode α_{pl}^i est résonnant si

$$2p + |\ell| = 4 \quad (2.106)$$

Afin de fixer les idées et de se placer dans un cas expérimental usuel, on suppose que l'un des modes du champ signal et du champ complémentaire est TEM_{00} , soit :

$$p = r = m = 0 \quad (2.107)$$

Afin que la condition 2.106 soit vérifiée, les modes possibles (k_1, q', m') du champ signal superposés avec le mode fondamental $(k_1 + 1, 0, 0)$ sont $(k_1, 0, \pm 4)$, $(k_1, 1, \pm 2)$ et $(k_1, 2, 0)$. Les modes $(k_2, r', -m')$ du champ complémentaire sont $(k_2, 0, \pm 4)$, $(k_2, 1, \pm 2)$ et $(k_2, 2, 0)$.

La condition 2.27 impose pour chaque mode signal, un mode complémentaire unique tel que leur recouvrement avec le mode pompe TEM_{00} ($k_0, 0, 0$) soit non nul.

On a donc les triplets {pompe, signal, complémentaire} suivants :

	pompe	signal	complémentaire
modes principaux TEM_{00}	$(k_0, 0, 0)$	$(k_1 + 1, 0, 0)$	$(k_2 + 1, 0, 0)$
	$(k_0, 0, 0)$	$(k_1, 0, +4)$	$(k_1, 0, -4)$
	$(k_0, 0, 0)$	$(k_2, 0, -4)$	$(k_2, 0, +4)$
modes secondaires possibles	$(k_0, 0, 0)$	$(k_1, 1, +2)$	$(k_1, 1, -2)$
	$(k_0, 0, 0)$	$(k_2, 1, -2)$	$(k_2, 1, +2)$
	$(k_0, 0, 0)$	$(k_1, 2, 0)$	$(k_2, 2, 0)$

La figure 6 illustre ces différentes possibilités.

D'après la condition 2.27, il n'existe des couplages croisés que si $m = s = 0$ pour les modes secondaires.

On est donc bien dans le cas de deux modes signal (et complémentaire) résonnants avec existence de couplages croisés, si le système adopte la configuration représentée par la figure 7.

Ceci n'est vrai que si le seuil d'oscillation de l'OPO dans cette configuration est inférieur aux seuils déterminés avec les modes $(k_{1,2}, 0, \pm 4)$ et $(k_{1,2}, 1, \pm 2)$.

Calcul des coefficients de couplage D'après la formule 2.35, on a :

$$\Lambda_{000}^{000} = 1, \quad \Lambda_{002}^{000} = \frac{1}{4}, \quad \Lambda_{022}^{000} = \frac{3}{8}, \quad \Lambda_{022}^{04-4} = \frac{1}{16} \text{ et } \Lambda_{011}^{02-2} = \frac{1}{4}$$

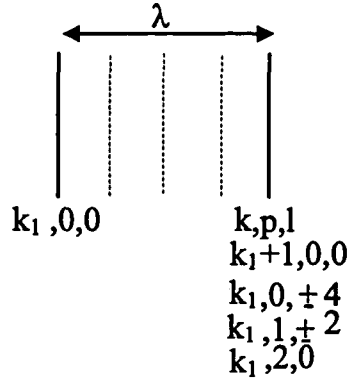


FIG. 6 - Différents modes possibles dans la cavité quadrifocale.

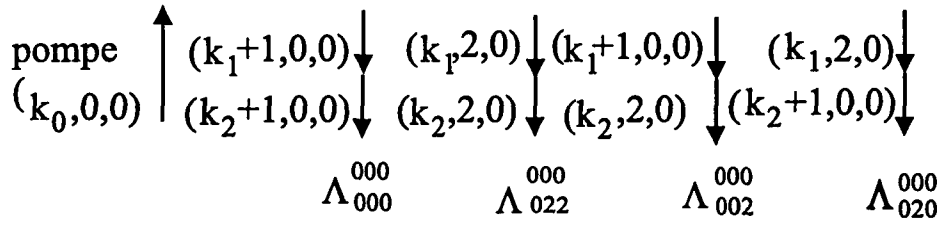


FIG. 7 - Cas où il existe des couplages croisés.

Calcul des seuils d'oscillation - mode $(k_{1,2}, 2, 0)$

$$\Lambda_{000}^{000} \sim \chi, \quad \Lambda_{002}^{000} \sim \chi_c, \quad \Lambda_{022}^{000} \sim \chi'$$

Pour trois champs pompe, signal et complémentaire TEM_{00} , au seuil $\alpha'_0 = \frac{\gamma}{\chi} = \gamma$.

Dans le cas qui nous intéresse, d'après l'équation 2.92, $\alpha'_{0-} = 0.92\gamma$.

- mode $(k_{1,2}, 0, \pm 4)$

$$\Lambda_{000}^{(000)} \sim \chi, \quad \Lambda_{000}^{(04-4)} \sim \chi', \quad \Lambda_{000}^{(00\pm 4)} \sim \chi_c = 0 \text{ (pas de couplage croisé)}$$

d'où $\alpha'_{0-} = \gamma$

- mode $(k_{1,2}, 1, \pm 2)$

$$\Lambda_{000}^{000} \sim \chi, \quad \Lambda_{011}^{02-2} \sim \chi', \quad \Lambda_{001}^{00\pm 2} \sim \chi_c = 0$$

d'où $\alpha'_{0-} = \gamma$

Le seuil d'oscillation avec le mode $(k_{1,2}, 2, 0)$ est inférieur à ceux calculés avec les modes $(k_{1,2}, 0, \pm 4)$ et $(k_{1,2}, 1, \pm 2)$. Quand on augmente la puissance de pompe, c'est bien le mode $(k_{1,2}, 2, 0)$ qui va osciller le premier et donc la configuration décrite par la figure 7 qui va être choisie par le système.

2.4.4 Conclusion

Nous avons caractérisé le fonctionnement de l'OPO en régime stationnaire en tenant compte de façon simple de la structure spatiale des faisceaux lumineux pour un système réalisable expérimentalement. En général, si deux paires de modes de l'OPO sont susceptibles d'osciller simultanément, c'est celle de seuil le plus bas qui l'emporte et l'OPO demeure monomode. Nous avons cependant montré que dans certaines circonstances, il pouvait osciller sur une combinaison linéaire de modes transverses. L'OPO est caractérisé par des grandeurs telles que le seuil d'oscillation et les valeurs moyennes des champs intracavité. Celles-ci sont corrigées par rapport au cas monomode (pompe, signal et complémentaire TEM_{00}) par les coefficients de couplage qui caractérisent la qualité du recouvrement des modes spatiaux considérés.

2.5. Fluctuations

L'OPO s'est révélé être un système très efficace pour créer des états ayant des fluctuations en dessous de la limite quantique standard. Il permet de produire des photons jumeaux, c'est-à-dire des faisceaux dont les fluctuations de la différence des intensités sont corrélées au niveau quantique. Des taux de corrélation supérieurs à 80% ont été observés [Mertz 1991b]. Utilisé en dessous du seuil d'oscillation, l'OPO produit du vide comprimé, c'est-à-dire un champ de valeur moyenne nulle dont les fluctuations sont en dessous du shot noise. Un tel état a déjà été employé à une expérience de spectroscopie sub shot noise [Polzik 1992]. La théorie en onde plane prédit de plus que chacun des faisceaux signal et complémentaire a un bruit d'intensité réduit de 50% par rapport au shot noise lorsque l'OPO est pompé très au dessus du seuil [Bjork 1988] [Fabre 1989]. Un tel effet n'a jamais été observé. L'approche habituelle de traitement des états non classiques produits par l'OPO consiste à considérer tous les champs comme des ondes planes. Or on sait que ce type de traitement ne reflète pas la réalité.

Il est donc nécessaire de développer une approche quantique prenant en compte la structure transverse des champs.

De même que dans la partie de ce chapitre consacrée aux valeurs stationnaires des champs, on se limitera au cas simple impliquant une paire de modes signaux et une paire de modes complémentaires pour un OPO pompé par un mode TEM_{00} .

2.5.1 Introduction

Dans ce paragraphe, on écrit les équations pour les fluctuations quantiques des champs émis par l'OPO. Ces fluctuations sont traitées par la méthode semi-classique développée par Serge Reynaud et Antoine Heidmann [Reynaud 1989] [Fabre 1990] et décrite dans les thèses de T. Debuisschert [Debuisschert 1990], J. Mertz [Mertz 1991a], L. Hillico [Hillico 1992], J.M. Courty [Courty 1990] et A. Lambrecht [Lambrecht 1995b], qui permet de déterminer les fluctuations des champs sortants en fonction des

champs entrants, basée sur une linéarisation autour des valeurs moyennes des champs. Chaque champ entrant est modélisé par un champ classique fluctuant ayant les mêmes propriétés statistiques que le champ quantique correspondant: le vide si le champ est de valeur moyenne nulle, un état cohérent sinon. Les fluctuations des différents modes entrants ne sont pas corrélées.

Un mode du champ i est décrit par une amplitude complexe fluctuante:

$$\alpha_i = \overline{\alpha_i} + \delta\alpha_i \quad (i = 0, 1, 2) \quad (2.108)$$

où $\overline{\alpha_i}$ représente la valeur moyenne stationnaire et $\delta\alpha_i(t)$ les fluctuations. α_i est normalisé pour que son module au carré $|\alpha_i|^2$ soit égal au flux de photons traversant une section transverse du faisceau en un point de la propagation.

On se place dans le cas où $\delta\alpha_i \ll \overline{\alpha_i}$, ce qui implique un faisceau lumineux associé au champ α_i intense. Ce cas correspond à la situation expérimentale. On peut donc, à partir du système 2.66, linéariser les équations d'évolution des fluctuations dans la cavité de l'OPO.

En notant les bruits entrants $\delta\alpha_0'^{in}$, $\delta\alpha_1'^{in}$, $\delta\alpha_1'^{in}$, $\delta\alpha_2'^{in}$ et $\delta\alpha_2'^{in}$ respectivement pour les modes α_0' , α_1 , α_1' , α_2 et α_2' , on obtient, par linéarisation des équations 2.56:

$$\tau_0 \frac{d}{dt} \delta\alpha_0' = -\gamma_0 \delta\alpha_0' - \chi \overline{\alpha_1} \delta\alpha_2 - \chi \overline{\alpha_2} \delta\alpha_1 - \chi' \overline{\alpha_1'} \delta\alpha_2' - \chi' \overline{\alpha_2'} \delta\alpha_1' + t_0 \delta\alpha_0'^{in} \quad (2.109)$$

$$\tau_1 \frac{d}{dt} \delta\alpha_1 = -\gamma \delta\alpha_1 + \chi \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_2^* + \chi \overline{\alpha_2^*} \delta\alpha_0' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_2'^* + \chi_c \overline{\alpha_2'^*} \delta\alpha_0' + t \delta\alpha_1'^{in} \quad (2.110)$$

$$\tau_1' \frac{d}{dt} \delta\alpha_1' = -\gamma \delta\alpha_1' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_2^* + \chi_c \overline{\alpha_2^*} \delta\alpha_0' + \chi' \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_2'^* + \chi' \overline{\alpha_2'^*} \delta\alpha_0' + t \delta\alpha_1'^{in} \quad (2.111)$$

$$\tau_2 \frac{d}{dt} \delta\alpha_2 = -\gamma \delta\alpha_2 + \chi \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_1^* + \chi \overline{\alpha_1^*} \delta\alpha_0' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_1'^* + \chi_c \overline{\alpha_1'^*} \delta\alpha_0' + t \delta\alpha_2'^{in} \quad (2.112)$$

$$\tau_2' \frac{d}{dt} \delta\alpha_2' = -\gamma \delta\alpha_2' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_1^* + \chi_c \overline{\alpha_1^*} \delta\alpha_0' + \chi' \overline{\alpha_0'} \delta\alpha_1'^* + \chi' \overline{\alpha_1'^*} \delta\alpha_0' + t \delta\alpha_2'^{in} \quad (2.113)$$

On a établi dans le chapitre précédent les égalités 2.86 et 2.87, soit

$$\overline{\alpha_1} = \overline{\alpha_2} = \overline{\alpha}$$

$$\overline{\alpha_1'} = \overline{\alpha_2'} = \overline{\alpha'}$$

Puisque l'on a supposé que les valeurs moyennes des champs sont réelles, les équations 2.109 à 2.113 deviennent:

$$\tau_0 \frac{d}{dt} \delta \alpha_0' = -\gamma_0 \delta \alpha_0' - \chi \overline{\alpha} \delta \alpha_2 - \chi \overline{\alpha} \delta \alpha_1 - \chi' \overline{\alpha'} \delta \alpha_2' - \chi' \overline{\alpha'} \delta \alpha_1' + t_0 \delta \alpha_0'^{in} \quad (2.114)$$

$$\tau_1 \frac{d}{dt} \delta \alpha_1 = -\gamma \delta \alpha_1 + \chi \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_2^* + \chi \overline{\alpha} \delta \alpha_0' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_2'^* + \chi_c \overline{\alpha'} \delta \alpha_0' + t \delta \alpha_1^{in} \quad (2.115)$$

$$\tau_1' \frac{d}{dt} \delta \alpha_1' = -\gamma \delta \alpha_1' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_2^* + \chi_c \overline{\alpha} \delta \alpha_0' + \chi' \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_2'^* + \chi' \overline{\alpha'} \delta \alpha_0' + t \delta \alpha_1'^{in} \quad (2.116)$$

$$\tau_2 \frac{d}{dt} \delta \alpha_2 = -\gamma \delta \alpha_2 + \chi \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_1^* + \chi \overline{\alpha} \delta \alpha_0' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_1'^* + \chi_c \overline{\alpha'} \delta \alpha_0' + t \delta \alpha_2^{in} \quad (2.117)$$

$$\tau_2' \frac{d}{dt} \delta \alpha_2' = -\gamma \delta \alpha_2' + \chi_c \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_1^* + \chi_c \overline{\alpha} \delta \alpha_0' + \chi' \overline{\alpha_0'} \delta \alpha_1'^* + \chi' \overline{\alpha'} \delta \alpha_0' + t \delta \alpha_2'^{in} \quad (2.118)$$

Le système d'équations 2.114 à 2.118 donnant la valeur des fluctuations intracavité des différents champs considérés, est le point de départ de l'étude de la réduction de ces fluctuations. Dans ce chapitre, nous allons considérer différentes situations pour lesquelles une réduction du bruit est envisageable. Dans chaque cas, on comparera les résultats théoriques obtenus avec ceux de la configuration où les champs pompe, signal et complémentaire sont des ondes planes. L'approche habituelle en ondes planes se généralise au cas monomode. α_i étant l'amplitude du mode considéré, par exemple TEM₀₀, le champ s'écrit sous la forme [Fabre 1995]:

$$E_i(\vec{r}, t) = \alpha_i u(\vec{r}, t) e^{i(\vec{k}_i \vec{r} - \omega_i t)} \quad (2.119)$$

2.5.2 Cas découplé

On considère la configuration suivante, représentée par la figure 8. Elle correspond au cas où les fréquences ω_1 et ω_2 des champs signal et complémentaire sont différentes

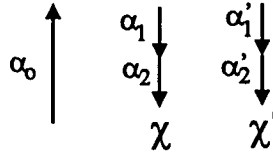


FIG. 8 - Cas découplé.

ou bien à un système pour lequel on peut définir une base découplée comme dans le paragraphe 2.4.3.2.

Les coefficients de couplage χ_c et χ'_c sont donc nuls. Dans ce cas, les équations 2.115 et 2.117 deviennent:

$$\tau_1 \frac{d}{dt} \delta\alpha_1 = -\gamma\delta\alpha_1 + \chi\overline{\alpha'_0}\delta\alpha_2^* + \chi\overline{\alpha}\delta\alpha'_0 + t\delta\alpha_1^{in} \quad (2.120)$$

et

$$\tau_2 \frac{d}{dt} \delta\alpha_2 = -\gamma\delta\alpha_2 + \chi\overline{\alpha'_0}\delta\alpha_1^* + \chi\overline{\alpha}\delta\alpha'_0 + t\delta\alpha_2^{in} \quad (2.121)$$

Il est donc évident que la présence des modes secondaires α'_1 et α'_2 ne perturbe pas les fluctuations des modes principaux α_1 et α_2 . On retrouve exactement le cas monomode, α'_1 et α'_2 ne jouant aucun rôle.

Qu'en est-il des fluctuations du champ pompe? On a indiqué dans le paragraphe 2.4.3.3, que dans le cas où le recouvrement entre les modes α_1 et α'_2 d'une part, α'_1 et α_2 d'autre part, est nul (soit $\chi_c = \chi'_c = 0$), les modes α'_1 et α'_2 ne lasent pas, soit $\overline{\alpha'_1} = \overline{\alpha'_2} = 0$ [Schwob 1997].

On remplace $\overline{\alpha'}$ par zéro dans l'équation 2.114:

$$\tau_0 \frac{d}{dt} \delta\alpha'_0 = -\gamma_0\delta\alpha'_0 - \chi\overline{\alpha}\delta\alpha_2 - \chi\overline{\alpha}\delta\alpha_1 + t_0\delta\alpha_0^{in} \quad (2.122)$$

Il n'y a donc pas de contribution de $\delta\alpha'_1$ et $\delta\alpha'_2$ aux fluctuations du champ pompe.

En conclusion, si les couplages croisés sont nuls, la configuration considérée ne diffère pas du cas monomode. Les fluctuations des modes principaux ne sont pas perturbées par l'existence des modes secondaires, en particulier les fluctuations entrant sur ces modes ne rajoutent pas de bruit sur les modes oscillants. Dans cette configuration, qui est la plus fréquente dans l'OPO, les conclusions théoriques du modèle en onde plane s'appliquent sans modification à la configuration plus réaliste étudiée ici.

2.5.3 Cas non découplé

Considérons maintenant la situation représentée par la figure 5, c'est-à-dire pour laquelle χ_c est non nul. Le système est alors décrit par les équations 2.114 à 2.118.

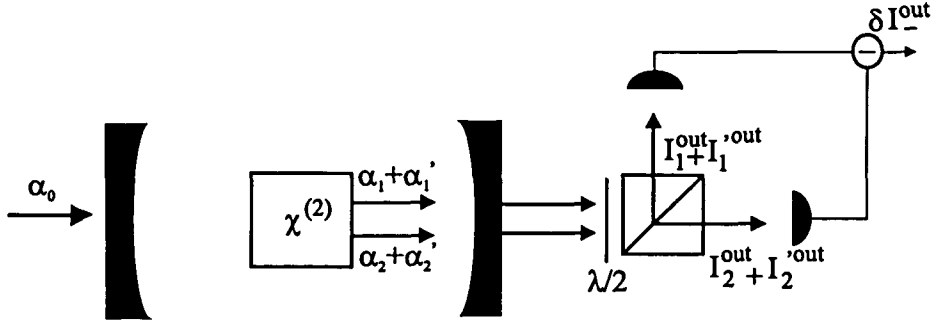


FIG. 9 - Mesure différentielle.

2.5.3.1 Réduction du bruit quantique sur la différence des intensités

Une des grandeurs les plus intéressantes dans l'OPO est la différence des intensités des faisceaux signal et complémentaire. C'est sur cette quantité qu'il existe une réduction totale des fluctuations à fréquence nulle dans le cas des ondes planes. Le but de ce paragraphe est d'établir si ce résultat est toujours valable quand on tient compte de la structure transverse des champs, et dans le cas de deux modes signal et complémentaire découplés.

L'intensité intracavité I_i associée au champ α_i est donnée par:

$$I_i = |\alpha_i|^2 \quad (2.123)$$

Les fluctuations correspondantes sont:

$$\delta I_i = \overline{\alpha_i} \delta \alpha_i^* + \overline{\alpha_i^*} \delta \alpha_i \quad (2.124)$$

On sépare les fluctuations $\delta \alpha_i$ en parties réelle et imaginaire:

$$\delta \alpha_i = \delta p_i + i \delta q_i \quad (2.125)$$

Supposons que les valeurs moyennes des champs sont réelles, soit $\overline{\alpha_i} = \overline{\alpha_i^*}$, on a alors:

$$\delta \alpha_i = 2 \overline{\alpha_i} \delta p_i \quad (2.126)$$

Les fluctuations d'intensité ne dépendent donc, dans ce cas, que de la partie réelle des fluctuations.

Expérimentalement, l'accord de phase du cristal non linéaire utilisé (KTP) étant de type II, les faisceaux signal et complémentaire ont des polarisations orthogonales.

On peut donc les séparer grâce à un cube séparateur de polarisation comme le montre la figure 9.

On détecte l'intégrale sur la surface du détecteur du module carré du champ électrique E_1 , soit $|\alpha_1|^2 + |\alpha'_1|^2$ pour le premier, du module carré du champ électrique E_2 , soit $|\alpha_2|^2 + |\alpha'_2|^2$, les termes croisés s'éliminant du fait de l'orthogonalité des différents modes transverses. Si la surface des détecteurs est suffisamment grande, on détecte la totalité de l'intensité lumineuse sur chaque voie, soit $I_1^{out} + I_1'^{out}$ sur le signal et $I_2^{out} + I_2'^{out}$ sur le complémentaire.

I_i' correspond à l'intensité intracavité du mode transverse du champ i ($i = 1, 2$), soit à $|\alpha'_i|^2$. I_i^{out} et $I_i'^{out}$ sont les intensités lumineuses correspondantes, à la sortie de la cavité, après transmission par le miroir de couplage, comme l'illustre la figure 9 dans le cas d'une cavité linéaire.

En faisant la différence des intensités, on mesure donc:

$$I_-^{out} = (I_1^{out} + I_1'^{out}) - (I_2^{out} + I_2'^{out}) \quad (2.127)$$

La différence des intensités moyennes $\overline{I_-^{out}}$ est nulle d'après les égalités 2.86 et 2.87.

La relation entre le champ intracavité et le champ sortant dépend des coefficients de réflexion et de transmission (r, t) du miroir de couplage. On a:

$$\alpha_i^{out} = t\alpha_i - r\alpha_i^{in} \quad (2.128)$$

où α_i est le champ intracavité à la fréquence ω_i et α_i^{in} le champ entrant à la même fréquence.

En particulier, cette relation est vraie pour les fluctuations:

$$\delta\alpha_i^{out} = t\delta\alpha_i - r\delta\alpha_i^{in} \quad (2.129)$$

On suppose que la cavité est de grande finesse pour les champs signal et complémentaire et que les seules pertes du système sont dues à la transmission du miroir de couplage. On pose donc:

$$r = 1 - \gamma \quad (2.130)$$

$$t^2 = 2\gamma \quad (2.131)$$

où $\gamma \ll 1$.

Soit,

$$\delta p_i^{out} = \frac{r}{\sqrt{2\gamma_i}} \delta p_i - t \delta p_i^{in} \quad (2.132)$$

Les fluctuations sur I_-^{out} sont données par:

$$\begin{aligned}\delta I_-^{out} &= \delta \left[(I_1^{out} + I_1'^{out}) - (I_2^{out} + I_2'^{out}) \right] = \delta \left(|\alpha_1^{out}|^2 + |\alpha_1'^{out}|^2 - |\alpha_2^{out}|^2 - |\alpha_2'^{out}|^2 \right) \\ &= 2 \left[\bar{\alpha} (\delta p_1^{out} - \delta p_2^{out}) + \bar{\alpha}' (\delta p_1'^{out} - \delta p_2'^{out}) \right]\end{aligned}\quad (2.133)$$

On fait le changement de variables suivant:

$$\delta p_- = \delta p_1 - \delta p_2 \quad (2.134)$$

$$\delta p'_- = \delta p'_1 - \delta p'_2 \quad (2.135)$$

L'expression 2.133 devient alors:

$$\delta I_-^{out} = 2 \left[\bar{\alpha} \delta p_-^{out} + \bar{\alpha}' \delta p_-'^{out} \right] \quad (2.136)$$

En utilisant l'expression 2.132, on obtient:

$$\delta I_-^{out} = 2 \left[\bar{\alpha} (t \delta p_- - r \delta p_-^{in}) + \bar{\alpha}' (t \delta p'_- - r \delta p_-'^{in}) \right] \quad (2.137)$$

Par analogie, on note:

$$\delta I_- = \bar{\alpha} \delta p_- + \bar{\alpha}' \delta p'_- \quad (2.138)$$

et

$$\delta I_-^{in} = \bar{\alpha} \delta p_-^{in} + \bar{\alpha}' \delta p_-'^{in} \quad (2.139)$$

On obtient finalement l'expression des fluctuations d'intensité sortantes en fonction des fluctuations d'intensité entrantes et intracavité:

$$\delta I_-^{out} = t \delta I_- - r \delta I_-^{in} \quad (2.140)$$

La suite de ce paragraphe consiste à établir les expressions de δI_- puis de δI_-^{out} .

Pour simplifier, nous nous restreindrons au calcul de la partie stationnaire des fluctuations, c'est-à-dire de la composante de Fourier à fréquence nulle. C'est en effet pour cette valeur de la fréquence que la suppression des fluctuations quantiques dans le cas des ondes planes est totale. Il suffit donc de prendre $\frac{d}{dt} = 0$ dans les équations 2.114 à 2.118. En soustrayant membre à membre les équations 2.115 et 2.117, on obtient:

$$(\gamma + \chi \bar{\alpha}_0') \delta p_- + \chi_c \bar{\alpha}_0' \delta p'_- - t \delta p_-^{in} = 0 \quad (2.141)$$

De même pour les équations 2.116 et 2.118 réécrites pour les parties réelles des fluctuations:

$$\chi_c \bar{\alpha}_0' \delta p_- + (\gamma + \chi' \bar{\alpha}_0') \delta p'_- - t \delta p'_- = 0 \quad (2.142)$$

On déduit des équations précédentes, les expressions de δp_- et $\delta p'_-$ en fonction des fluctuations entrantes:

$$\delta p_- = \frac{t}{-g_c^2 + (\gamma + g)(\gamma + g')} [(\gamma + g') \delta p_-^{in} - g_c \delta p_-'^{in}] \quad (2.143)$$

$$\delta p'_- = \frac{t}{-g_c^2 + (\gamma + g)(\gamma + g')} [-g_c \delta p_-^{in} + (\gamma + g) \delta p_-'^{in}] \quad (2.144)$$

avec g , g' et g_c donnés par les équations 2.97 à 2.99.

On remplace $\bar{\alpha}$ et $\bar{\alpha}'$ par leur valeur donnée par l'équation 2.100. De plus, la condition au seuil explicitée par l'équation 2.84 permet de simplifier l'expression du dénominateur des formules 2.143 et 2.144.

Finalement, les fluctuations d'intensité intracavité s'écrivent:

$$\delta I_- = \frac{t}{2\gamma} \left[\bar{\alpha} \delta p_-^{in} + \frac{\gamma - g}{g_c} \bar{\alpha} \delta p_-'^{in} \right] \quad (2.145)$$

On peut donc exprimer les fluctuations sur la différence des intensités intracavité en fonction de δI_-^{in} , donné par l'équation 2.139:

$$\delta I_- = \frac{t}{2\gamma} \delta I_-^{in} \quad (2.146)$$

En remplaçant les fluctuations d'intensité intracavité par leur expression en fonction des fluctuations entrantes dans l'équation 2.140, on obtient:

$$\delta I_-^{out} = \gamma \delta I_-^{in} \quad (2.147)$$

Finalement, à fréquence nulle:

$$\delta I_-^{out} = 0 \quad (2.148)$$

quand $\gamma \rightarrow 0$.

Ce résultat est identique à celui obtenu dans le cas monomode où les seuls modes à considérer sont α'_0 , α_1 et α_2 . Les fluctuations sur la différence des intensités totales mesurées par chaque détecteur sont totalement supprimées à fréquence nulle. Il n'en serait pas de même si les détecteurs mesuraient la différence sur un mode transverse unique, $I_1^{out} - I_2^{out}$ par exemple.

En résumé, la configuration étudiée dans ce paragraphe est équivalente au cas monomode en redéfinissant les grandeurs mesurées. Les photodiodes du système de détection équilibrée mesurent $I_i^{out} + I_i'^{out}$ et non plus I_i^{out} .

La prise en compte de la structure spatiale des faisceaux lumineux, dans le modèle développé ici, prévoit donc une suppression totale des fluctuations sur la différence des intensités émises par l'OPO, pourvu que l'on mesure bien la totalité des champs. En effet, en reprenant le schéma de principe de la figure 5, on comprend que les faisceaux associés aux champs α_1 et α_2 ne sont plus toujours jumeaux mais α_1 ou α'_1 est toujours

suivi de α_2 ou α'_2 . Si on mesure l'intensité lumineuse correspondant au champ total signal, on trouvera toujours son "jumeau" dans le champ total complémentaire.

2.5.3.2 Réduction du bruit sur un seul faisceau

On s'intéresse maintenant à la réduction des fluctuations d'intensité sur un seul faisceau signal (ou complémentaire). Lorsque la puissance de pompe tend vers l'infini, le modèle onde plane prévoit que chacun des faisceaux signal ou complémentaire a un bruit d'intensité égal à la moitié du shot noise [Bjork 1988] [Fabre 1989]. Un tel effet d'OPO "sub Poissonien" n'a jamais été démontré expérimentalement.

Comme dans le paragraphe précédent, on utilise le système d'équations 2.114 à 2.118 pour la partie réelle des fluctuations des champs α_i (équation 2.125). On cherche à déterminer les fluctuations de la somme des intensités signal $I_1 + I'_1$. Elles sont égales à:

$$\delta\tilde{p}_1 = 2(\bar{\alpha}\delta p_1 + \bar{\alpha}'\delta p'_1) \quad (2.149)$$

où $\bar{\alpha}'$ est donné par l'équation 2.100. Ici aussi, on ne fera le calcul que pour les fluctuations stationnaires (de fréquence nulle) car c'est là que l'effet prédit en onde plane est maximal.

En éliminant $\delta p'_0$ et $\delta\tilde{p}_2$ des équations 2.114 à 2.118, on exprime $\delta\tilde{p}_1$ en fonction des bruits entrants $\delta p'_0$, $\delta p_{1,2}^{in}$ et $\delta p_{1,2}'^{in}$ (où les δp^{in} sont les parties réelles des $\delta\alpha^{in}$).

Puis, on écrit les fluctuations d'intensité $\delta\tilde{p}_1$ à la sortie de la cavité, de la même façon que pour l'équation 2.132:

$$\delta p_1^{out} = t\delta\tilde{p}_1 - \delta\tilde{p}_1^{in} \quad (2.150)$$

où

$$\delta\tilde{p}_1^{in} = \bar{\alpha}\delta p_1^{in} + \frac{\gamma - g}{g_c}\bar{\alpha}\delta p_1'^{in} \quad (2.151)$$

Après calculs, on obtient:

$$\begin{aligned} \delta\tilde{p}_1^{out} = & \frac{\bar{\alpha}}{2} \left[\frac{\gamma_0 \bar{\alpha}_0'^2}{\gamma \bar{\alpha}^2 g_c^2 + (\gamma - g)^2} - 1 \right] \left[\delta p_1^{in} + \delta p_2^{in} + \frac{\gamma - g}{g_c} (\delta p_1'^{in} + \delta p_2'^{in}) \right] \\ & - \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma}} \frac{\bar{\alpha}_0'}{g_c} \delta p_0'^{in} \end{aligned} \quad (2.152)$$

où α'_0 est donné par l'expression 2.92.

On détermine maintenant le spectre de bruit à fréquence nulle normalisé par rapport au shot noise.

Toutes les fluctuations entrantes étant non corrélées, $\tilde{S}_1^{out}$ est égal à la somme des carrés de chaque terme de $\delta\tilde{p}_1^{out}$, et on prend:

$$\langle \delta p_1^{in 2} \rangle = \langle \delta p_1'^{in 2} \rangle = \dots = \frac{1}{4} \quad (2.153)$$

On obtient finalement:

$$\tilde{S}_1^{out} = \frac{g_c^2 + (\gamma - g)^2}{2g_c^2} \left[\frac{g_c^4 (\sigma - 1)^2 + 1}{g_c^4 (\sigma - 1)^2} \right] \quad (2.154)$$

La grandeur intéressante est la limite de $\tilde{S}_1^{out}$ lorsque σ , qui définit la valeur du champ pompe par rapport à sa valeur au seuil, tend vers l'infini.

Dans ce cas, $\frac{g_c^4 (\sigma - 1)^2 + 1}{g_c^4 (\sigma - 1)^2}$ tend vers 1 et $\tilde{S}_1^{out}$ tend vers $\frac{g_c^2 (\gamma - g)^2}{2g_c^2}$.

D'où,

$$\tilde{S}_1^{out} \longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{(\gamma - g)^2}{2g_c^2} \quad (2.155)$$

quand $\sigma \rightarrow +\infty$.

Le même calcul dans le cas monomode ($\alpha'_1 = \alpha'_2 = 0$) donne comme spectre de bruit pour le faisceau d'intensité I_1 :

$$S_1^{out} = 1 - \frac{\sigma (\sigma - 2)}{2(\sigma - 1)^2} \quad (2.156)$$

d'où

$$\tilde{S}_1^{out} \longrightarrow \frac{1}{2} \quad (2.157)$$

quand $\sigma \rightarrow +\infty$.

On rappelle que $S_1^{out} = 0$ correspond à un squeezing parfait, $S_1^{out} = 1$ correspond au shot noise.

En comparant les équations 2.154 et 2.156, on remarque que l'ajout des modes transverses α'_1 et α'_2 dégrade le squeezing en intensité du champ signal. Il apporte un excès de bruit, par rapport à la valeur $\frac{1}{2}$ du cas monomode, égal à $\frac{(\gamma - g)^2}{2g_c^2}$. Quantifions cet effet pour la configuration choisie au paragraphe 2.4.3.5 (cf. figure 7). Les coefficients de couplage et le seuil d'oscillation correspondants ont été calculés dans le paragraphe 2.4.3.3.

On rappelle que $\chi = 1$, $\chi_c = \frac{1}{4}$, $\chi' = \frac{3}{8}$ et $\alpha'_{0-} = 0,92 \gamma$.

$$\frac{(\gamma - g)^2}{2g_c^2} = \frac{(\gamma - \alpha'_{0-} \chi)^2}{2(\alpha'_{0-} \chi_c)^2} \quad (2.158)$$

d'où

$$\tilde{S}_1^{out} = \frac{1}{2} + 0,06 \quad (2.159)$$

L'action de la structure transverse sur le spectre de bruit d'intensité du champ signal ne détruit pas complètement le squeezing, mais le réduit de 12% par rapport au cas monomode.

2.5.3.3 OPO dégénéré en dessous du seuil d'oscillation

Introduction Il existe une autre grandeur dont les fluctuations sont complètement supprimées dans l'OPO, du moins lorsqu'il est monomode: il s'agit de l'une des qua-

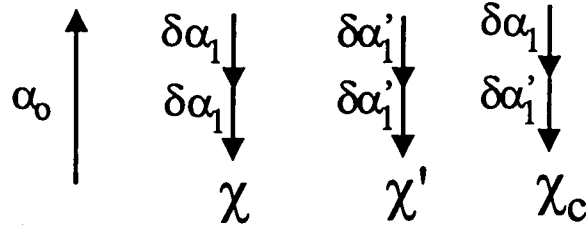


FIG. 10 - OPO dégénéré en dessous du seuil.

dratures du champ signal en régime dégénéré, lorsque l'on se rapproche du seuil d'oscillation par valeurs inférieures. On obtient un "vide comprimé", qui a été observé expérimentalement par plusieurs groupes [Kimble 1992], [Slusher 1985], [Slusher 1987], [Wu 1986], [Wu 1987]. On s'intéresse donc maintenant au fonctionnement de l'OPO en dessous du seuil, c'est-à-dire pour lequel les valeurs moyennes $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}'_1$, $\bar{\alpha}_2$ et $\bar{\alpha}'_2$ sont nulles. Dans le cas dégénéré, le système est décrit par la figure 10.

On va déterminer les fluctuations de la quadrature des champs comprimée dans cette configuration ainsi que les conditions d'optimisation du squeezing.

Expression des fluctuations transmises par la cavité Dans les conditions décrites dans l'introduction de ce paragraphe, à fréquence nulle, les équations 2.114 à 2.118 exprimant l'évolution des fluctuations des champs dans la cavité de l'OPO s'écrivent:

$$-\gamma_0 \delta \alpha'_0 = -t_0 \delta \alpha_0^{in} \quad (2.160)$$

$$-\gamma \delta \alpha_1 + \chi \bar{\alpha}'_0 \delta \alpha_1^* + \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta \alpha_1'^* = -t \delta \alpha_1^{in} \quad (2.161)$$

$$-\gamma \delta \alpha'_1 + \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta \alpha_1^* + \chi' \bar{\alpha}'_0 \delta \alpha_1'^* = -t \delta \alpha_1'^{in} \quad (2.162)$$

On remarque que, le fonctionnement en dessous du seuil annule les termes en $\delta \alpha'_0$ dans les équations 2.115 et 2.116. Les fluctuations du champ pompe ne jouent donc aucun rôle dans l'évolution de celles des autres champs.

On sépare les parties réelle et imaginaire des fluctuations selon l'expression 2.125. Les équations 2.160 et 2.161 deviennent:

$$(-\gamma + \chi \bar{\alpha}'_0) \delta p_1 + \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta p'_1 = -t \delta p_1^{in} \quad (2.163)$$

$$(-\gamma - \chi \bar{\alpha}'_0) \delta q_1 - \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta q'_1 = -t \delta q_1^{in} \quad (2.164)$$

$$(-\gamma + \chi' \bar{\alpha}'_0) \delta p'_1 + \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta p_1 = -t \delta p_1'^{in} \quad (2.165)$$

$$(-\gamma - \chi' \bar{\alpha}'_0) \delta q'_1 - \chi_c \bar{\alpha}'_0 \delta q_1 = -t \delta q_1^{in} \quad (2.166)$$

En utilisant l'équation 2.163, on exprime δp_1 en fonction $\delta p'_1$. La valeur obtenue est reportée dans l'équation 2.165. On en déduit l'expression de $\delta p'_1$ en fonction des fluctuations entrantes, soit:

$$\frac{(-\gamma + \chi' \bar{\alpha}'_0)(-\gamma + \chi \bar{\alpha}'_0) - \chi_c^2 \bar{\alpha}'_0{}^2}{-\gamma + \chi \bar{\alpha}'_0} \delta p'_1 = -t \delta p_1^{in} + t \frac{\chi_c \bar{\alpha}'_0}{-\gamma + \chi \bar{\alpha}'_0} \delta p_1^{in} \quad (2.167)$$

La condition au seuil 2.84 annule le coefficient en facteur devant $\delta p'_1$. On en conclut que la partie réelle des fluctuations du champ α'_1 diverge. On s'attend donc à une compression des fluctuations sur l'autre quadrature.

Le même raisonnement conduit à la divergence de la partie réelle des fluctuations du champ α_1 .

Calculons maintenant la partie imaginaire des fluctuations, soit δq_1 et $\delta q'_1$ en fonction des bruits entrants.

A partir des équations 2.164 et 2.166, et en simplifiant les coefficients grâce à la condition 2.84, on obtient:

$$\delta q_1 = \frac{t}{2\gamma} \frac{\gamma + \chi' \bar{\alpha}'_0}{(\chi + \chi') \bar{\alpha}'_0} \delta q_1^{in} - \frac{t}{2\gamma} \frac{\chi_c}{\chi + \chi'} \delta q_1^{in} \quad (2.168)$$

et

$$\delta q'_1 = -\frac{t}{2\gamma} \frac{\chi_c}{\chi + \chi'} \delta q_1^{in} + \frac{t}{2\gamma} \frac{\gamma + \chi \bar{\alpha}'_0}{(\chi + \chi') \bar{\alpha}'_0} \delta q_1^{in} \quad (2.169)$$

Puis on détermine les fluctuations transmises par la cavité de l'OPO comme dans les deux paragraphes précédents.

$$\delta q_1^{out} = t \delta q_1 - \delta q_1^{in} \quad (2.170)$$

et

$$\delta q_1'^{out} = t \delta q'_1 - \delta q_1'^{in} \quad (2.171)$$

Toujours en supposant que les seules pertes du système sont dues à la transmission du miroir de sortie ($t^2 = 2\gamma$), on obtient les expressions suivantes pour les fluctuations de la quadrature imaginaire des champs à la sortie de la cavité:

$$\delta q_1^{out} = \frac{\gamma - g}{g + g'} \delta q_1^{in} - \frac{g_c}{g + g'} \delta q_1'^{in} \quad (2.172)$$

$$\delta q_1'^{out} = -\frac{g_c}{g + g'} \delta q_1^{in} + \frac{\gamma - g'}{g + g'} \delta q_1'^{in} \quad (2.173)$$

où g , g' et g_c sont donnés par les relations 2.97 à 2.99.

En se plaçant au seuil dans les équations 2.172 et 2.173, on constate qu'il n'y a annulation des fluctuations ni pour δq_1^{out} , ni pour $\delta q_1'^{out}$.

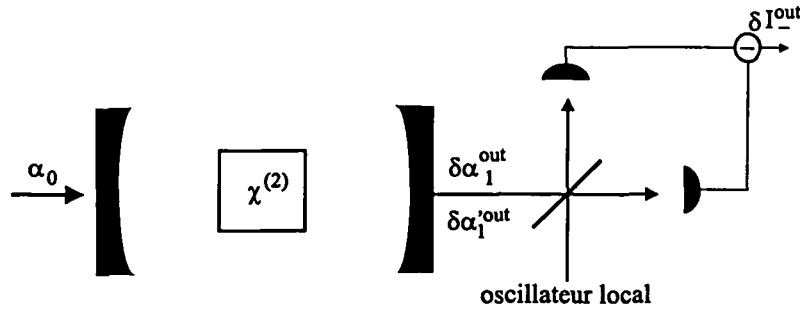


FIG. 11 - Détection des fluctuations transmises par la cavité.

Mélange avec l'oscillateur local Quel type de détection doit-on utiliser pour obtenir une réduction des fluctuations maximale? Le mélange du champ sortant de l'OPO avec un oscillateur local, nécessaire pour observer la compression des fluctuations dans le vide comprimé, est une bonne solution car elle offre la possibilité de choisir la structure transverse de ce dernier de façon à optimiser la compression des fluctuations.

Les fluctuations sortantes de l'OPO sont mélangées avec un oscillateur local via une lame semi réfléchissante. On détecte la différence des intensités transmise et réfléchie par la lame. Le dispositif expérimental est représenté par la figure 11.

On note $A(r, z)$, le champ de valeur moyenne nulle émis par l'OPO.

$$A(r, z) = (\alpha_1^{out} u(r) + \alpha_1'^{out} u'(r)) \exp i(kz - \omega t) \quad (2.174)$$

où $u(r)$ et $u'(r)$ sont deux modes gaussiens orthogonaux, soit

$$\int d^2r u(r) u'^*(r) = 0 \quad (2.175)$$

Le champ de l'oscillateur local est donné par:

$$E_{Lo} = (E u(r) + E' u'(r)) e^{i\varphi} \quad (2.176)$$

où E (respectivement E') est l'amplitude du champ associée au mode $u(r)$ (respectivement $u'(r)$) et φ la phase globale de l'oscillateur local.

La lame semi réfléchissante mélange les champs A et E_{Lo} comme le montre la figure 12.

On appelle $I^-(r)$, la différence des intensités réfléchie et transmise par la lame en un point des détecteurs.

$$\begin{aligned} I^-(r) &= \frac{1}{2} [|A + E_{Lo}|^2 - |A - E_{Lo}|^2] \\ &= A E_{Lo}^* + A^* E_{Lo} \end{aligned} \quad (2.177)$$

On intègre cette grandeur sur la surface des détecteurs:

$$I^{-out} = \int d^2r I^-(r)$$

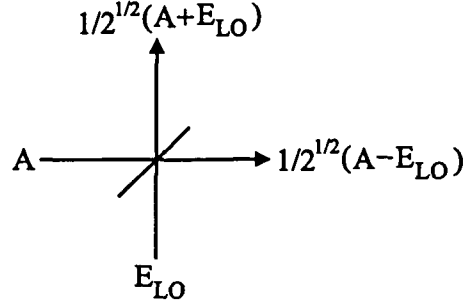


FIG. 12 - Mélange avec l'oscillateur local.

et on remplace A et E_{LO} par leurs valeurs explicitées par les équations 2.174 et 2.176. On simplifie l'expression de I^{-out} grâce à la relation d'orthonormalisation des modes gaussiens 2.175.

$$I^{-out} = (\alpha_1^{out} E^* + \alpha_1'^{out} E'^*) e^{-i\varphi} + (\alpha_1^{*out} E + \alpha_1'^{*out} E') e^{i\varphi} \quad (2.178)$$

On choisit la phase de l'oscillateur local telle que E soit réel, on remplace donc E' par $|E'| e^{i\psi}$ où ψ est la phase relative entre E et E' .

$$I^{-out} = E (\alpha_1^{out} e^{-i\varphi} + \alpha_1^{*out} e^{i\varphi}) + |E'| (\alpha_1'^{out} e^{i(\varphi+\psi)} + \alpha_1'^{*out} e^{-i(\varphi+\psi)}) \quad (2.179)$$

Les fluctuations sur la différence des intensités δI^{-out} sont décrites par l'équation 2.179 en remplaçant α_1^{out} et $\alpha_1'^{out}$ par les fluctuations correspondantes $\delta\alpha_1^{out} = \delta p_1^{out} + i \delta q_1^{out}$ et $\delta\alpha_1'^{out} = \delta p_1'^{out} + i \delta q_1'^{out}$.

Finalement, on obtient:

$$\delta I^{-out} = 2E (\delta p_1^{out} \cos \varphi + \delta q_1^{out} \sin \varphi) + 2|E'| (\delta p_1'^{out} \cos (\varphi + \psi) + \delta q_1'^{out} \sin (\varphi + \psi)) \quad (2.180)$$

Optimisation du squeezing - Détermination de la structure de l'oscillateur local Il reste à déterminer les valeurs de E , $|E'|$, φ et ψ minimisant les fluctuations δI^{-out} .

On a vu dans le paragraphe 2.5.3.3 que les parties réelles des fluctuations δp_1^{out} et $\delta p_1'^{out}$ divergent. On fixe donc les phases φ et ψ de l'équation 2.180 de façon à annuler les termes en δp_1^{out} et $\delta p_1'^{out}$.

Soit, $\cos \varphi = 0$ d'où

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{N} \quad (2.181)$$

et $\cos(\varphi + \psi) = 0$ d'où

$$\varphi + \psi = \frac{\pi}{2} + 2k'\pi \quad k' \in N \quad (2.182)$$

L'équation 2.180 devient:

$$\delta I^{-out} = 2E \delta q_1^{out} + 2|E'| \delta q_1'^{out} \quad (2.183)$$

Exprimons δI^{-out} en fonction des fluctuations entrantes. A partir des relations 2.172 et 2.173, on obtient:

$$\delta I^{-out} = \frac{2}{g + g'} \left[((\gamma - g) E - g_c |E'|) \delta q_1^{in} + (-g_c E + (\gamma - g') |E'|) \delta q_1'^{in} \right] \quad (2.184)$$

Existe-t-il une configuration de l'oscillateur local pour laquelle la suppression des fluctuations est totale? On pose $\delta I^{-out} = 0$ et on détermine ce que cela implique pour les valeurs de E et de $|E'|$. Les fluctuations δq_1^{in} et $\delta q_1'^{in}$ étant indépendantes, on obtient:

$$(\gamma - g) E - g_c |E'| = g_c E - (\gamma - g') |E'| \quad (2.185)$$

Soit,

$$g_c^2 = (\gamma - g)(\gamma - g') \quad (2.186)$$

et

$$\frac{E}{|E'|} = \frac{g_c}{\gamma - g} \quad (2.187)$$

La relation 2.186 montre que la compression totale des fluctuations n'est valable qu'au seuil d'oscillation. En dessous de cette valeur, le bruit augmente, comme pour l'OPO monomode.

La relation 2.187 donne la structure des amplitudes de l'oscillateur local pour laquelle $\delta I^{-out} = 0$.

Pour déterminer à quoi correspond cette structure, on revient au système 2.66 décrivant l'évolution des champs moyens intracavité lorsque l'OPO fonctionne au dessus du seuil. En les adaptant au cas dégénéré, ces équations s'écrivent:

$$-\gamma \alpha_1 + \chi \alpha_0' \alpha_1^* + \chi_c \alpha_0' \alpha_1'^* = 0 \quad (2.188)$$

$$-\gamma \alpha_1' + \chi_c \alpha_0' \alpha_1^* + \chi' \alpha_0' \alpha_1'^* = 0 \quad (2.189)$$

Les équations 2.188 et 2.189, deviennent pour les valeurs moyennes réelles des champs α_1 et α_1' :

$$(\gamma - g) \overline{\alpha_1} - g_c \overline{\alpha_1'} = 0 \quad (2.190)$$

$$g_c \overline{\alpha_1} - (\gamma - g') \overline{\alpha_1'} = 0 \quad (2.191)$$

Soit,

$$-\frac{(\gamma - g)}{g + g'}\overline{\alpha_1} + \frac{g_c}{g + g'}\overline{\alpha'_1} = 0 \quad (2.192)$$

$$\frac{\overline{\alpha_1}}{\overline{\alpha'_1}} = \frac{g_c}{(\gamma - g)} \quad (2.193)$$

En comparant ce résultat avec la relation 2.187, on observe que le rapport des amplitudes E et E' de l'oscillateur local est égal au rapport des valeurs moyennes des modes α_1 et α'_1 .

En conclusion, dans le cas d'un OPO dégénéré fonctionnant au seuil d'oscillation, à fréquence nulle, on peut obtenir, comme dans le cas monomode, un squeezing parfait sur la phase du champ signal. Pour cela, la structure spatiale de l'oscillateur local doit être la même que celle du champ signal moyen correspondant, au dessus du seuil.

Dégradation du squeezing de phase par un oscillateur local TEM₀₀ En revenant à l'exemple du paragraphe 2.4.3.5, nous pouvons calculer le squeezing obtenu en utilisant un oscillateur local TEM₀₀.

Dans ce cas, le champ électromagnétique servant d'oscillateur local s'écrit:

$$E_{Lo} = E u(r) e^{i\varphi} \quad (2.194)$$

avec $E = 1$

Les fluctuations δI^{-out} données par l'équation 2.180 deviennent:

$$\delta I^{-out} = 2\delta q_1^{out} \quad (2.195)$$

$$\delta I^{-out} = 2 \left[\frac{\gamma - g}{g + g'} \delta q_1^{in} - \frac{g_c}{g + g'} \delta q_1'^{in} \right] \quad (2.196)$$

Le spectre de bruit correspondant S_{I-out} est égal à la valeur moyenne du carré des fluctuations:

$$S_{I-out} = \left\langle (\delta I^{-out})^2 \right\rangle \quad (2.197)$$

Les bruits entrants étant décorrélés et tels que $\langle (\delta q_1^{in})^2 \rangle = \langle (\delta q_1'^{in})^2 \rangle = 1$, on en déduit l'expression du spectre de bruit en fonction de δq_1^{in} et $\delta q_1'^{in}$:

$$S_{I-out} = 4 \left[\frac{(\gamma - g)^2}{(g + g')^2} + \frac{g_c^2}{(g + g')^2} \right] \quad (2.198)$$

Dans le cas du paragraphe 2.4.3.5, on a $\chi = 1$, $\chi_c = \frac{1}{4}$, $\chi' = \frac{3}{8}$ et $\overline{\alpha_0} = 0,92\gamma$ au seuil.

En utilisant les égalités 2.97 à 2.99, on obtient numériquement: $S_{I-out} = 0,15$ au lieu de $S_{I-out} = 0$ pour un oscillateur local de même structure transverse que le champ émis par l'OPO au dessus du seuil.

En conclusion, l'utilisation d'un oscillateur local TEM_{00} ne permet donc pas d'observer un squeezing de phase parfait dans l'OPO multimode.

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le fonctionnement d'un OPO plus proche des conditions expérimentales que celui du modèle en onde plane en tenant compte de la structure gaussienne de la lumière et de l'existence d'éventuels modes transverses des champs électromagnétiques.

Le calcul de recouvrement spatial de ces modes montre qu'on ne peut a priori pas les négliger mais, en présence d'une cavité optique, la plupart des modes secondaires sont éliminés par la condition de résonance de la cavité. Lorsque plusieurs modes transverses non couplés entre eux sont susceptibles d'osciller simultanément, seul celui de plus faible seuil oscille. L'OPO fonctionne donc en général dans un régime monomode, comme dans un laser à élargissement homogène. Dans ce régime, nous avons montré que les fluctuations quantiques des modes transverses qui n'oscillent pas ne contribuent pas au bruit du mode qui oscille. Les conclusions tirées du modèle monomode à onde plane demeurent valables dans ce cas. Dans certaines circonstances que nous avons détaillées, l'OPO peut fonctionner avec plusieurs modes transverses tous couplés entre eux. Un modèle simple impliquant un couple de modes du champ signal et un couple de modes du champ complémentaire, démontre des effets notables sur certaines propriétés de l'OPO (réduction des fluctuations d'intensité sur un faisceau, squeezing de phase dans le cas dégénéré en dessous du seuil). Nous avons montré comment il fallait adapter la détection pour être en mesure d'observer une réduction complète des fluctuations dans ces deux cas.

Il est probable que les conséquences seraient plus importantes dans le cas d'une cavité confocale. En effet, pour une telle cavité, tous les modes spatiaux étant dégénérés, ils ne sont pas sélectionnés par la condition de résonance et jouent donc un rôle dans le fonctionnement de l'OPO.

3 Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux.

3.1. Introduction

Depuis déjà longtemps, la spectroscopie constitue une partie importante de la recherche en physique. Elle a pris un nouvel essor dans les années 1960 grâce à l'avènement du laser. En effet, ce nouveau type de source lumineuse, détrônant les lampes spectrales utilisées jusqu'alors, s'est avéré être une avancée technologique déterminante pour cette discipline.

La sensibilité des mesures spectroscopiques s'est accrue grâce à la puissance lumineuse importante délivrée par ces sources stables et cohérentes et, en particulier grâce aux performances des lasers accordables comme le laser à colorant, et plus récemment le laser Titane-Saphir.

L'apparition des lasers monofréquences a permis d'améliorer la résolution des mesures. Leurs qualités spectrales, en particulier leur faible largeur de raie (de l'ordre du MHz, voire du kHz) ont rendu possible la résolution de transitions atomiques ou moléculaires sur de très petits intervalles de fréquence. La précision sans cesse croissante du pointé des raies a permis la mesure de fréquences absolues avec des barres d'erreur de plus en plus petites.

L'apparition du laser est donc à l'origine de la prolifération de nouveaux thèmes de recherche en spectroscopie que je classerai en deux groupes: spectroscopie de haute résolution et spectroscopie de haute sensibilité.

3.1.1 Spectroscopie de haute résolution

Cette discipline n'est pas exactement le sujet de ce chapitre. Je citerai donc, juste pour mémoire, les principaux thèmes de recherche qui lui sont associés.

Une application possible est la stabilisation de lasers sur des raies atomiques ou moléculaires bien connues. En asservissant la longueur d'onde d'émission sur une transition mesurée avec précision (en général absorption ou absorption saturée), on limite les éventuelles dérives en fréquence du laser. On obtient ainsi des sources lumineuses plus stables et mieux contrôlées qui peuvent être utilisées comme étalons de fréquence de plus en plus stables et précis.

On peut associer aux longueurs d'onde d'émission des principaux lasers utilisés aujourd'hui des transitions atomiques ou moléculaires: le Césium à 852 nm ou le Rubidium à 780 nm pour stabiliser les diodes lasers ou les lasers Sa:Ti, l'Iode moléculaire à 532 nm correspond à la longueur d'onde du laser Nd:YAG doublé [Jun Ye 1996], le Césium moléculaire [Orlov 1986], [Wallmeroth 1990] ou, plus exotique, l'acétylène (C_2HD) [Jun Ye 1996], à 1064 nm à la longueur d'onde fondamentale du laser Nd:YAG.

Je voudrais également citer les progrès réalisés dans le domaine de la mesure des constantes fondamentales de la physique. La mise en oeuvre de chaînes de fréquences bien contrôlées permet, par exemple, la détermination de la constante de Rydberg avec une précision de plus en plus grande [Biraben 1989] [Nez 1993]. Le développement de la spectroscopie moléculaire de haute résolution permet une détermination très précise des hamiltoniens moléculaires ainsi que des processus d'interaction.

3.1.2 Spectroscopie de haute sensibilité

La puissance croissante des lasers ainsi que les progrès technologiques réalisés sur les dispositifs de détection permettent l'observation de raies très peu intenses.

Ainsi ont pu être détectés des signaux de fluorescence correspondant à des transitions multiphotoniques, par exemple dans le sodium [Biraben 1974]. Comme exemple de transitions peu intenses, on peut citer la spectroscopie Raman stimulée, ou l'absorption à deux photons, très non résonnante, c'est-à-dire pour laquelle la différence d'énergie correspondant au niveau relais est très différente de celle du premier photon.

Une application possible de la spectroscopie de grande sensibilité est la détection de substances à l'état de traces. Cette discipline a des répercussions évidentes en biologie ou dans les études menées sur la pollution de l'atmosphère.

Si le degré de sensibilité suffisant est atteint, on peut aussi espérer observer des transitions atomiques a priori interdites par les règles de sélection établies par la physique atomique. Les raies correspondantes sont très faibles par définition. Ce type d'expérience est mené au laboratoire et a permis de mettre en évidence le phénomène de violation de la parité dans l'atome de Césium [Bouchiat 1982] [Bouchiat 1984].

La meilleure sensibilité des mesures a rendue possible l'étude de phénomènes transitoires. Une équipe de Grenoble travaille sur l'absorption intracavité laser. Elle profite de l'importante puissance lumineuse délivrée dans la cavité laser entre l'allumage et l'instant où le régime stationnaire est atteint pour l'utiliser à des expériences de spectroscopie. On peut donc parler de spectroscopie en régime transitoire [Romanini 1995].

3.2. Comment accroître la sensibilité d'une mesure?

Il existe deux solutions pour augmenter le rapport signal à bruit d'une mesure, et donc sa sensibilité: réduire le bruit ou augmenter le signal. Ce paragraphe décrit les différentes méthodes susceptibles de réaliser ces deux objectifs.

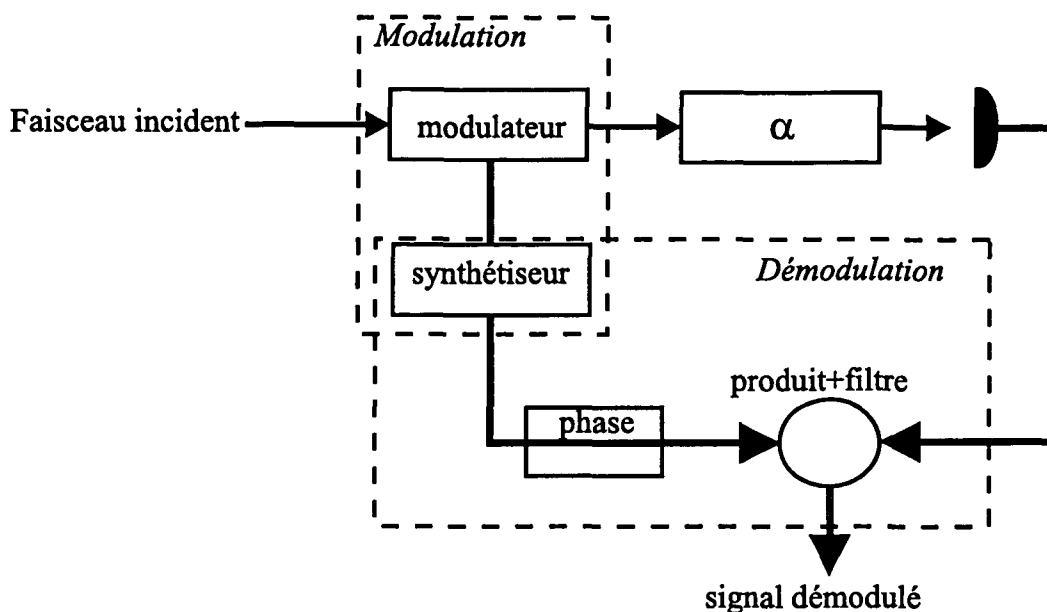


FIG. 13 - Technique de modulation / démodulation.

3.2.1 Méthode de modulation / démodulation (détection synchrone)

Les progrès technologiques permettent de limiter l'amplitude du bruit dû à l'électronique de détection: on sait maintenant réaliser des composants, en particulier des amplificateurs à très faible bruit. Les photodiodes utilisées pour la détection sont également de plus en plus performantes. Ceci est particulièrement vrai dans le domaine infrarouge, où les composants en silicium ou en InGaAs atteignent des rendements quantiques proches de l'unité. Une méthode très employée en spectroscopie est celle que je qualifierai de technique de modulation/démodulation. Elle consiste à détecter un signal modulé à une fréquence donnée et non plus un signal continu. Elle permet donc de s'affranchir de toutes les sources de bruit aux fréquences autres que la fréquence de modulation. On a tout intérêt à choisir une haute fréquence, de l'ordre du MHz ou plus, afin d'être le moins sensible possible au bruit technique (fluctuations du laser ou bruit de l'électronique) et à utiliser une bande passante de détection la plus faible possible, car le bruit varie comme l'inverse de la racine carrée de la bande passante.

La technique de modulation/démodulation comprend deux étapes. Elle est illustrée par la figure 13.

La partie modulation nécessite une source, par exemple un synthétiseur, appelée référence, fournissant la fréquence désirée. La phase, l'amplitude ou la polarisation du faisceau lumineux incident est modulée à cette fréquence. Pour les modulations de phase ou d'amplitude, on utilise généralement un modulateur électro-optique.

Le signal de spectroscopie, détecté par une photodiode, est donc modulé à la même fréquence: directement pour une expérience où on détecte un taux d'absorption sur le faisceau incident, indirectement si le faisceau détecté n'est pas le faisceau incident

modulé. C'est le cas pour l'absorption à deux photons, utilisant deux faisceaux indépendants, pour laquelle on peut moduler le premier faisceau et détecter le transfert de cette modulation sur le deuxième. Les paragraphes suivants traitent ces deux configurations.

La partie démodulation consiste à multiplier électroniquement le signal de référence et le signal spectroscopique en ajustant leur phase relative. Si les deux signaux sont en phase, l'amplitude moyenne du produit est maximale, s'ils sont en quadrature, elle est nulle. Les composantes à hautes fréquences sont filtrées. On obtient donc un signal à fréquence nulle.

3.2.1.1 Cas où le faisceau lumineux détecté est modulé directement

Soit une onde lumineuse incidente $Ae^{i\omega t}$ modulée en amplitude ou en phase à la fréquence Ω . Le champ incident devient alors:

$$E_{in} = A \left[1 + \frac{\varepsilon}{2} \left(e^{i(\Omega t + \varphi)} + \delta e^{-i(\Omega t + \varphi)} \right) \right] e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

où $\delta = 1, -1$.

Le cas où $\delta = 1$ correspond à une modulation d'amplitude. Si l'amplitude de la modulation ε est très petite devant l'unité, on peut également traiter le cas de la modulation de phase, c'est-à-dire $\delta = -1$.

La transmission du milieu (ou fonction de transfert) est donnée par $\alpha(\omega) = 1 - \frac{a}{2}$ avec $a \ll 1$. Elle dépend de la fréquence. Dans ce calcul, nous supposons que le milieu répond instantanément à toute fréquence. La réponse d'un milieu atomique à une fréquence de modulation fait l'objet de l'annexe C.

Le champ à la sortie du milieu est:

$$E_{out} = A \left[\alpha(\omega) e^{i\omega t} + \frac{\varepsilon}{2} e^{i\varphi} \alpha(\omega + \Omega) e^{i(\omega + \Omega)t} + \delta \frac{\varepsilon}{2} e^{-i\varphi} \alpha(\omega - \Omega) e^{i(\omega - \Omega)t} \right] \quad (3.2)$$

Il est ensuite détecté par une photodiode. Le photocourant résultant est donné par:

$$I_{out} = |E_{out}|^2 \quad (3.3)$$

On en déduit l'expression de la composante modulée de I_{out} .

$$I_{out} = A^2 \frac{\varepsilon}{2} \left[(\alpha^*(\omega) \alpha(\omega + \Omega) + \delta \alpha(\omega) \alpha^*(\omega - \Omega)) e^{i(\Omega t + \varphi)} + cc \right] \\ + \delta A^2 \frac{\varepsilon^2}{4} \left[\alpha(\omega + \Omega) \alpha^*(\omega - \Omega) e^{2i(\Omega t + \varphi)} + cc \right] \quad (3.4)$$

La partie démodulation consiste à multiplier électroniquement I_{out} par un signal de référence à la fréquence Ω de la forme $\cos(\Omega t + \psi)$. Le produit, dont on ne conserve

par filtrage que la composante continue, est égal à:

$$I_{final} = A^2 \frac{\varepsilon}{4} (\alpha^*(\omega) \alpha(\omega + \Omega) + \delta \alpha(\omega) \alpha^*(\omega - \Omega)) \exp i(\varphi - \psi) + cc \quad (3.5)$$

Si la modulation et la référence sont en phase, c'est-à-dire si $\varphi = \psi + 2k\pi, k \in N$, l'expression 3.5 devient:

$$I_{final} = A^2 \frac{\varepsilon}{2} \operatorname{Re}[\alpha^*(\omega) \alpha(\omega + \Omega) + \delta \alpha(\omega) \alpha^*(\omega - \Omega)] \quad (3.6)$$

Le signal d'absorption, c'est-à-dire la partie réelle de la fonction de transfert, est maximum.

Si elles sont en quadrature: $\varphi = \psi + \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in N$,

$$I_{final} = A^2 \frac{\varepsilon}{2} \operatorname{Im}[\alpha^*(\omega) \alpha(\omega + \Omega) + \delta \alpha(\omega) \alpha^*(\omega - \Omega)] \quad (3.7)$$

On détecte de façon optimale le déphasage subi par la fonction de transfert lors de la traversée du milieu. Expérimentalement, la détection n'est pas sensible à cette quadrature.

On choisit la phase ψ de la référence de façon à se placer dans la configuration $\varphi = \psi + 2k\pi, k \in N$.

3.2.1.2 Cas où le milieu atomique est modulé

On suppose maintenant que l'on module non plus l'amplitude du champ incident, mais la transmission du milieu atomique. C'est à cette situation que correspond l'expérience de spectroscopie décrite dans le chapitre intitulé "Description de l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium".

La transmission du milieu, modulée à la fréquence Ω s'écrit:

$$\alpha(\omega) = 1 - \frac{a(\omega)}{2} \varepsilon \cos(\Omega t + \varphi) \quad (3.8)$$

Le champ à la sortie du milieu est donné par:

$$E_{out} = A \left(1 - \frac{a(\omega)}{2} \varepsilon \cos(\Omega t + \varphi) \right) e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

La photodiode détecte le module au carré du champ sortant, dont la composante modulée est égale à:

$$I_{out} = A^2 \left(\frac{\varepsilon^2 |a(\omega)|^2}{8} \cos 2(\Omega t + \varphi) - \varepsilon \cos(\Omega t + \varphi) (a(\omega) + a^*(\omega)) \right) \quad (3.10)$$

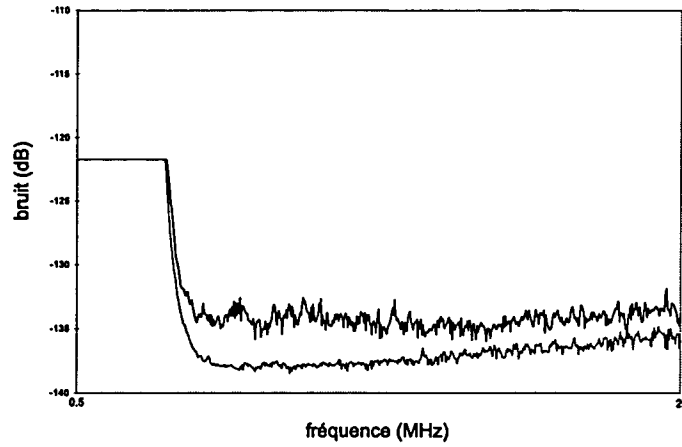


FIG. 14 - Spectre de bruit d'un laser.

L'étape de démodulation consiste à multiplier l'expression précédente par $\cos(\Omega t + \psi)$ et à ne conserver que la composante continue. Le signal final est donné par:

$$I_{final} = -A^2 \epsilon \text{Re}[a(\omega)] \cos(\psi - \varphi) \quad (3.11)$$

De même que dans le cas où l'amplitude du faisceau est modulée, il est maximal lorsque la modulation et la référence sont en phase. Il vaut alors:

$$I_{final} = -A^2 \epsilon \text{Re}[a(\omega)] \quad (3.12)$$

3.2.2 Diminuer le bruit

L'amplitude des fluctuations dépend de la fréquence à laquelle on travaille. Les sources lumineuses classiques présentent de l'excès de bruit à basse fréquence. On peut citer en particulier l'oscillation de relaxation des lasers ainsi que le bruit lié aux vibrations mécaniques. Lorsque l'on augmente la fréquence, le bruit technique diminue. Le shot noise est atteint pour des fréquences de l'ordre du MHz, voire de la dizaine de MHz. Le spectre de bruit typique d'une source classique, comparé au bruit électronique, est représenté par la figure 14. Il s'agit plus précisément celui d'un laser Nd:YAG continu. Le shot noise est donné par $\sqrt{2q\langle i \rangle \delta f}$ où i est le photocourant et δf la bande passante d'analyse.

Dans la méthode de modulation / démodulation, au niveau du filtrage, on fixe la bande passante d'analyse autour de la fréquence nulle. Le signal I_{final} lui ne dépend pas de la bande passante. Plus celle-ci est petite, c'est-à-dire plus la constante de temps est grande, plus le bruit entachant la mesure est moyenné à zéro. Le rapport signal à bruit est amélioré d'autant puisqu'il est inversement proportionnel à la bande passante d'analyse.

Des perfectionnements peuvent être apportés sur la base de cette technique afin d'éliminer les sources de bruit limitant encore la sensibilité de la mesure.

Je citerai le travail de J.Hall *et al* consistant à contrôler activement la modulation d'amplitude résiduelle apparaissant sur un laser modulé en phase par un modulateur électro-optique [Wong 1985]. Une modulation de phase pure est obtenue si les directions des axes du cristal de l'électro-optique sont exactement alignées avec ceux du polariseur et de l'analyseur placés respectivement avant et après le modulateur. Un décalage entre ces directions produit une modulation d'amplitude résiduelle qui limite la sensibilité de la mesure.

Très schématiquement, la méthode développée dans cette équipe consiste à asservir électroniquement la direction des axes du cristal en appliquant une tension continue sur celui-ci. Ses performances ont été appliquées à des mesures d'absorption limitées par le shot noise dans l'iode moléculaire [Wong 1985].

Finalement, la sensibilité maximale atteinte avec la technique de modulation / démodulation est donnée par le bruit de photons des faisceaux lumineux dans la bande passante d'analyse considérée.

3.2.3 Augmenter le signal

La puissance lumineuse fournie par le laser de pompe n'est pas toujours suffisante pour permettre l'observation de transitions atomiques ou moléculaires, surtout si celles-ci sont très peu intenses. Il faut alors mettre en oeuvre des techniques qui amplifient le signal spectroscopique jusqu'à rendre possible sa détection. Il existe deux méthodes principales: le résonateur externe de grande finesse et la cavité multipassages.

La première consiste à placer le milieu à étudier à l'intérieur d'une cavité optique résonnante pour le faisceau de pompe (Fabry-Pérot). Si la finesse est élevée, la puissance intracavité devient très importante. Le gain ou l'absorption, généralement proportionnel à la puissance de pompe, peut alors être détecté.

Cette méthode est employée par l'équipe de J. Hall pour réaliser le spectre d'absorption saturée de C_2HD par modulation de fréquence [Jun Ye 1996], ainsi que par celle de F. Biraben, au laboratoire, qui place son jet atomique d'hydrogène ou de deutérium dans une cavité optique afin d'accroître l'amplitude de la transition à deux photons étudiée.

La cavité multipassages permet augmenter la distance sur laquelle le processus de gain ou d'absorption a lieu ou bien sur laquelle les différents faisceaux lumineux interagissent dans le cas de transitions multiphotoniques. Le signal recherché croît avec cette longueur, évidemment limitée par les dimensions de la table d'expérience et de la cellule contenant le milieu à étudier. Ce type de cavité est généralement formé par deux miroirs sphériques dont l'un au moins est percé en son centre. Les faisceaux lumineux dont la direction de propagation est légèrement différente de l'axe formé par les centres des deux miroirs, sont réfléchis plusieurs fois et ressortent par l'un des trous. Si les coefficients de réflexion des miroirs à la longueur d'onde de la lumière se propageant dans la cavité sont suffisamment élevés, on peut, par cette méthode, réaliser un grand

nombre de passages et donc augmenter de façon conséquente la longueur d'interaction des faisceaux. A titre d'exemple, la cavité multipassages développée par l'équipe de M.A. Bouchiat réalise 150 passages; la longueur d'interaction correspondante est de 60 mètres [Bouchiat 1980].

La technique du multipassage est détaillée dans l'annexe A de ce manuscrit. Elle a été mise en oeuvre dans le cadre de l'expérience de spectroscopie Raman stimulée dans la molécule d'azote, tentée au cours de mon travail de thèse.

3.3. Spectroscopie non limitée par le shot noise

La sensibilité des mesures en spectroscopie présentées jusqu'ici est au mieux limitée par le bruit de photons, ou shot noise, des faisceaux lumineux impliqués dans l'expérience.

Or, des montages capables de réduire les fluctuations de la lumière en deçà de cette limite, longtemps considérée comme infranchissable, ont été réalisés. Parmi eux, on peut citer les oscillateurs paramétriques optiques et les doubleurs de fréquence, les milieux Kerr, comme par exemple les atomes piégés et refroidis par laser, et les diodes laser [Lambrecht 1995b] [Richardson 1987] [Zhang 1995] [Marin 1995]. En les utilisant dans des expériences de spectroscopie, il est a priori possible d'en accroître la sensibilité au delà du bruit de photons.

Deux systèmes ont déjà été employés dans ce but: l'oscillateur paramétrique optique dégénéré en dessous du seuil d'oscillation et les diodes laser. Ce paragraphe décrit les expériences correspondantes.

3.3.1 Expérience de spectroscopie utilisant en OPO dégénéré en dessous du seuil d'oscillation

L'expérience de 1992 du groupe de H.J. Kimble est décrite dans la référence [Polzik 1992] et illustrée par la figure 15.

Son objectif est d'observer le spectre d'absorption saturée de la raie D_2 de l'atome de Césium ($6S_{1/2}F=4$ vers $6P_{3/2}F=5$) à 852 nm avec une sensibilité accrue par l'utilisation de lumière comprimée. E. Polzik *et al* ont choisi la méthode habituelle de modulation de fréquence, excepté que le champ sonde est un champ comprimé.

La source de lumière comprimée est un OPO, composé d'un cristal non linéaire de niobate de Potassium ($KNbO_3$) placé dans une cavité en anneau. Cette cavité est résonnante pour les faisceaux signal et complémentaire mais transparente pour la pompe. Les champs signal et complémentaire sont dégénérés.

L'OPO est pompé en dessous du seuil d'oscillation par un laser Ti:Sa dont la longueur d'onde d'émission est préalablement doublée par une cavité externe. Le laser, la cavité de doublage et l'OPO sont tous les trois asservis sur une cavité de référence. En changeant la longueur de celle-ci, on peut ainsi produire un "vide comprimé" dont la fréquence est continuellement variable sur 2 GHz.

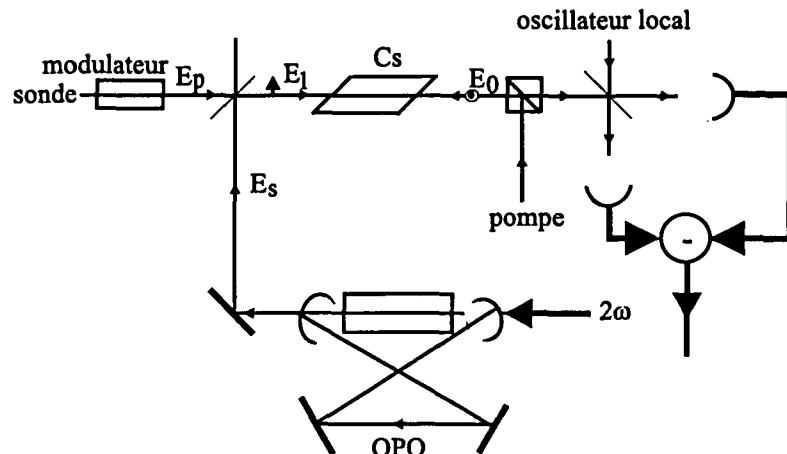


FIG. 15 - Expérience de spectroscopie de l'équipe de H.J Kimble.

On mesure le taux de squeezing du champ E_s (voir la figure 15) en réalisant une détection homodyne équilibrée. Le vide squeezé E_s est mélangé à un oscillateur local au moyen d'une lame semi-réfléchissante. En ajustant la phase de l'oscillateur local, on obtient 5 dB de réduction de bruit en dessous du shot noise, soit 5.3 dB en tenant compte du bruit thermique des détecteurs.

Le faisceau sonde qui traverse la cellule de Césium est obtenu en mélangeant le vide comprimé issu de l'OPO, qui n'est pas assez intense pour permettre une mesure spectroscopique, avec un champ cohérent produit par le laser Ti:Sa au moyen d'une lame fortement réfléchissante ($R=0.985$). Le champ résultant de ce mélange est également comprimé mais d'intensité moyenne non nulle ($P=0.11$ mW). Il peut donc servir de faisceau sonde pour l'expérience de spectroscopie. L'état cohérent est modulé en fréquence ($\frac{\Omega}{2\pi}=2.7$ MHz). Le taux de modulation est $\beta = 0.02$.

Les faisceaux sonde et pompe se propagent en sens opposés à travers la cellule de Césium. Leurs polarisations sont croisées. Le signal d'absorption saturée est obtenu en envoyant le faisceau sonde à la sortie de la cellule sur le montage de détection homodyne équilibrée. On asservit la phase relative des champs E_p et E_s (voir figure 15) afin que le photocourant détecté présente des fluctuations minimales. On est alors en présence d'un champ sonde comprimé en amplitude. L'autre quadrature correspondant à un champ sonde comprimé en phase présente de l'excès de bruit.

On compare la sensibilité de cette expérience avec celle d'une expérience en lumière classique, c'est-à-dire, au mieux limitée par le shot noise, en bloquant le faisceau issu de l'OPO. On obtient alors le signal d'absorption saturée fourni par deux champs cohérents. L'augmentation de la sensibilité est de 3.1 dB, soit 3.8 dB en tenant compte du bruit thermique des détecteurs.

Cette expérience fournit donc une preuve convaincante de l'utilité de la lumière comprimée en spectroscopie.

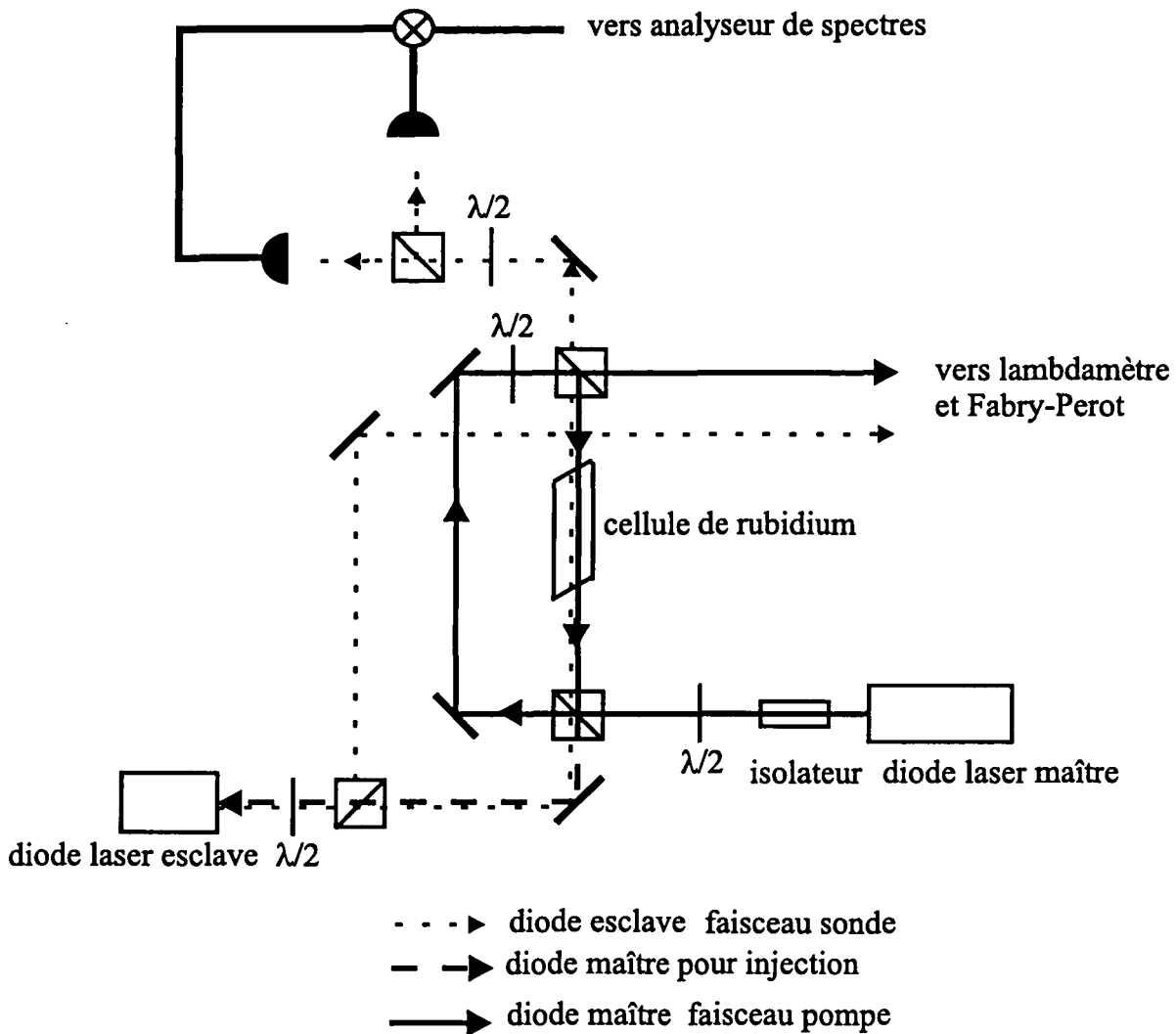


FIG. 16 - Expérience de spectroscopie de l'équipe de Y. Yamamoto.

3.3.2 Spectroscopie avec une diode laser squeezée en amplitude [Kasapi 1996]

Cette expérience est illustrée par la figure 16.

Le principe et le dispositif expérimental sont très proches de ceux présentés dans le paragraphe précédent. La différence majeure est la source de lumière comprimée. Il s'agit ici d'une diode laser dont les fluctuations en amplitude sont comprimées [Yamamoto 1986], [Machida 1989]. Plus précisément, le groupe de Y. Yamamoto utilise une diode laser (Spectra Diode Labs SDL-5410-G) libre, injectée par une diode laser (même référence) utilisée en cavité étendue, stabilisée en fréquence et dont le courant d'alimentation est modulé.

Cette modulation du courant se traduit en modulation de fréquence utilisée pour détecter le spectre d'absorption saturée de la raie $5S_{1/2}F=3 \rightarrow 5P_{3/2}F=4$ à 780 nm dans le Rubidium.

Avant l'injection, la diode laser esclave présente un excès de bruit de 5 à 10 dB probablement dû à la compétition entre des modes longitudinaux anti-corrélés. Après l'injection, les fluctuations sur son amplitude sont réduites de 0.8 dB à 1dB en dessous du niveau du shot noise.

Pour les diodes laser, la large bande passante de réduction des fluctuations (supérieure à 1 GHz) autorise l'utilisation de hautes fréquences de modulation et de détection. Dans cette expérience, le courant de la diode laser maître, et donc le signal d'absorption saturée sont modulés à 80 MHz. Ce type de modulation de fréquence engendre une modulation d'amplitude résiduelle. Celle-ci est très atténuée sur le faisceau du laser esclave du fait de son fonctionnement très au dessus du seuil d'oscillation: la modulation parasite est réduite par des effets de saturation.

Le dispositif d'observation du spectre d'absorption saturée consiste à envoyer une partie du faisceau de la diode laser maître, constituant le faisceau pompe, et celui de la diode laser esclave, constituant le faisceau sonde, en sens opposés sur la cellule de Rubidium. Leurs polarisations sont linéaires et croisées. Après la traversée de la cellule, la sonde est envoyée sur un montage de détection équilibrée. Les signaux de chaque bras de la détection sont mélangés en phase ou en quadrature afin d'observer respectivement les fluctuations du laser esclave ou le shot noise.

La raie du Rubidium est balayée en changeant la fréquence de l'esclave grâce au déplacement de la cale PZT, collée sur le réseau définissant la cavité étendue du laser maître.

Afin de déterminer le degré de sensibilité de cette expérience, la cellule de Rubidium est refroidie jusqu'à -3°C . De cette façon, on réduit la densité atomique et donc le signal d'absorption correspondant. La puissance utilisée est cependant largement saturante pour la transition de résonance du Rubidium.

Cette expérience a permis de détecter un signal dont le bruit est 0.8 dB en dessous du shot noise.

3.3.3 Spectroscopie avec des diodes laser squeezées en amplitude [Marin 1997]

L'équipe du laboratoire composée de F. Marin, A. Bramati et V. Jost et dirigée par E. Giacobino a réalisé le même type d'expériences que celles décrites dans le paragraphe précédent.

Leur étude est cependant plus approfondie car elle compare les performances des diodes laser dans le domaine de la spectroscopie dans les différentes configurations où elles présentent du squeezing en amplitude [Zhang 1995]. Les expériences citées ici sont issues de la référence [Marin 1997].

Il s'agit comme précédemment d'observer un spectre d'absorption saturée avec des faisceaux dont la phase est modulée à haute fréquence. La transition étudiée est la raie D_2 du Césium à 852 nm.

Les différentes configurations mises en oeuvre sont:

- la diode laser en cavité étendue par un réseau externe.
- la diode laser libre injectée par une diode laser en cavité étendue.
- la diode laser libre injectée par une diode laser DBR.

Les résultats obtenus pour chacune de ces trois expériences sont décrits dans la suite de ce paragraphe.

Dans les deux premiers cas, la source de modulation de phase est un modulateur électro-optique externe utilisé à 7.5 MHz. Dans le dernier, la modulation de la diode libre est obtenue en modulant le courant d'alimentation de la diode DBR à la même fréquence.

Afin de simuler un signal d'absorption saturée très faible et donc de déterminer la sensibilité ultime de chaque expérience, le faisceau pompe est obtenu en déviant 3% du faisceau incident grâce à une lame très peu réfléchissante. La réflexion sur la seconde face de cette même lame fournit le faisceau sonde. L'intensité de chacun des deux faisceaux est contrôlée par des filtres gris. Une autre façon d'atténuer le signal est de réduire la densité atomique dans la cellule en fixant son point froid à la température de l'azote liquide.

Le faisceau sonde, après la traversée de la cellule, est envoyé sur un montage de détection équilibrée afin de calibrer le niveau du shot noise. Le signal est visualisé sur un analyseur de spectre.

3.3.3.1 Diode laser en cavité étendue

Le montage correspondant est illustré par la figure 17.

Le taux de squeezing en amplitude obtenu dans cette configuration est de -0.6 dB sur une bande de fréquence allant de 0.5 à 30 MHz. L'amplitude du signal est presque totalement en dessous du niveau du shot noise. La sensibilité de la mesure, correspondant à un rapport signal à bruit égal à 1, est estimée à $0.84 \cdot 10^{-6}$.

3.3.3.2 Diode laser libre injectée par une diode laser en cavité étendue

Le montage est schématisé par la figure 18.

Le taux de squeezing en amplitude est de -1 dB en dessous du shot noise sur la même plage de fréquences que précédemment. Le signal se situe complètement en dessous du niveau du shot noise. La sensibilité correspondante est égale à $2.1 \cdot 10^{-7}$. Elle est supérieure à celle de la première configuration.

3.3.3.3 Diode laser libre injectée par une diode laser DBR

Le montage est schématisé par la figure 19.

Le taux de squeezing, toujours mesuré sur la même plage de fréquences est de -0.9 dB. La sensibilité de la mesure est égale à $5.2 \cdot 10^{-8}$.

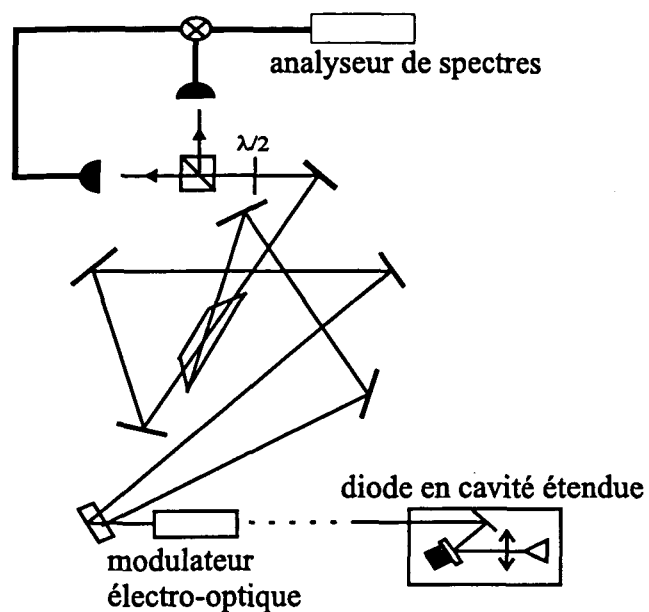


FIG. 17 - Configuration où la diode laser est en cavité étendue.

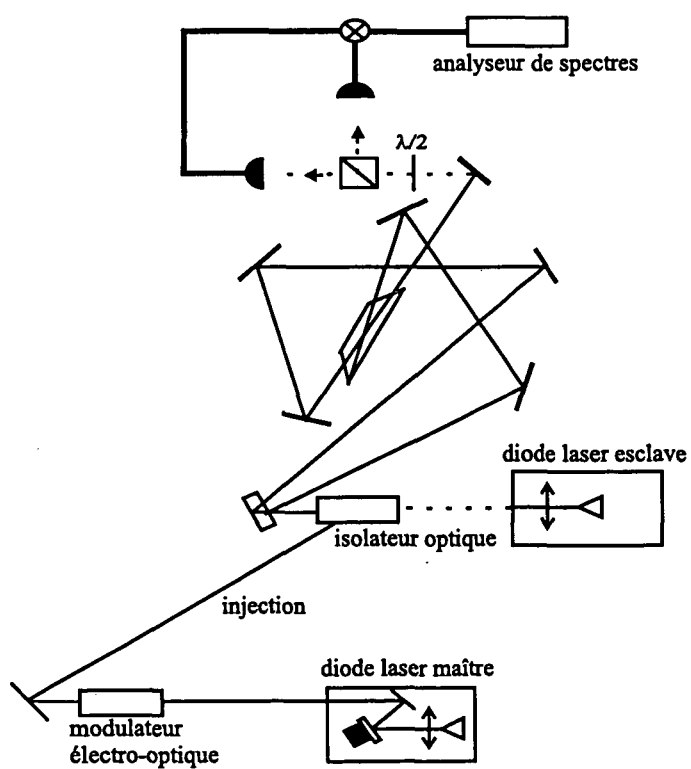


FIG. 18 - Configuration où la diode laser est injectée par une diode en cavité étendue.

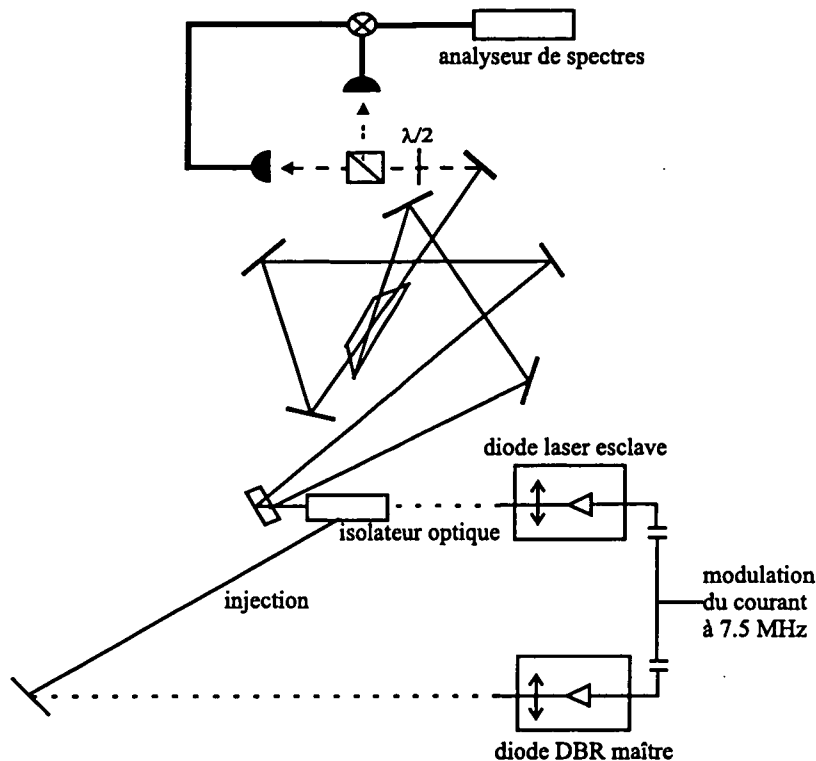


FIG. 19 - Configuration où la diode laser est injectée par une diode DBR.

Des trois configurations étudiées, c'est cette dernière qui procure la plus forte sensibilité.

Il a donc été démontré que les diodes laser sont de bons outils pour la spectroscopie de très grande sensibilité. On peut également citer la récente expérience utilisant des diodes laser comprimées en amplitude correspondant à la référence [Li 1997].

L'OPO dégénéré en dessous du seuil a également fait ses preuves dans ce domaine.

Toutes les expériences mentionnées précédemment utilisent des raies de résonance d'alcalins, c'est-à-dire les raies les plus intenses qui existent.

L'équipe de Y. Yamamoto travaille en régime de saturation; dans l'expérience de F. Marin, seule une très petite partie du faisceau est utilisée afin de déterminer la sensibilité de la mesure; l'expérience de E. Polzik est basée sur la méthode d'absorption saturée: elle se limite donc aux transitions saturées donc intenses.

L'objet de la présente étude est d'étudier une vraie transition faible, aux limites de la sensibilité des techniques usuelles, et de mettre en évidence l'amélioration apportée par l'utilisation des états comprimés.

L'OPO continu au dessus du seuil d'oscillation semble être un bon candidat pour ce type d'expériences car la réduction des fluctuations sur la différence des intensités des faisceaux jumeaux est bien supérieure au taux de squeezing en amplitude obtenu sur les diodes laser [Mertz 1991b]. Il est donc a priori possible d'obtenir un très bon rapport signal à bruit sur une mesure spectroscopique. Dans cette configuration, au-

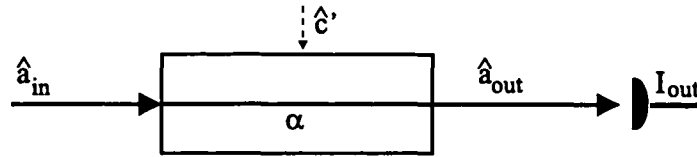


FIG. 20 - Mesure directe.

cune expérience de spectroscopie n'avait jamais été tentée jusqu'à présent. Seules deux expériences de mesure d'un signal modulé par un électro-optique sur un bruit de fond réduit par rapport au shot noise ont été publiées [Nabors 1997] [Wang 1997].

3.4. Calcul du rapport signal à bruit d'une mesure

Afin de quantifier l'amélioration de la sensibilité d'une mesure en spectroscopie sub-shot noise, l'objectif de ce paragraphe est de calculer et de comparer les rapports signal à bruit obtenus pour une mesure directe, une mesure différentielle et une mesure utilisant les faisceaux jumeaux produits par un OPO.

3.4.1 Mesure directe

On considère un milieu faiblement absorbant illustré par la figure 20.

Son coefficient de transmission α est proche de l'unité. On pose $\alpha = 1 - \frac{a}{2}$ avec $a \ll 1$.

Les opérateurs associés aux champs entrant et sortant du milieu sont notés respectivement $\hat{a}_{in}$ et $\hat{a}_{out}$. Le milieu absorbant apporte des fluctuations au système: soit $\hat{c}'$, l'opérateur de valeur moyenne nulle correspondant.

L'opérateur $\hat{a}_{out}$ s'exprime en fonction de $\hat{a}_{in}$ et des coefficients de transmission et de réflexion du milieu:

$$\hat{a}_{out} = \alpha \hat{a}_{in} + \sqrt{1 - |\alpha|^2} \hat{c} \quad (3.13)$$

Soit, en fonction de a ,

$$\hat{a}_{out} = \left(1 - \frac{a}{2}\right) \hat{a}_{in} + \sqrt{a} \hat{c}' \quad (3.14)$$

L'expression 3.14 est obtenue en faisant un développement limité au premier ordre en $\frac{a}{2}$ de $\sqrt{1 - |\alpha|^2}$. Pour le signal, on a donc:

$$\langle \hat{a}_{out} \rangle \sim \left(1 - \frac{a}{2}\right) \langle \hat{a}_{in} \rangle \quad (3.15)$$

car $\langle \hat{c}' \rangle = 0$.

D'autre part, on a $\sqrt{a} \succ \frac{a}{2}$, l'influence du terme $\sqrt{a}\hat{c}'$ est donc a priori plus importante que celle de $\frac{a}{2}\hat{a}_{in}$. On a donc :

$$\hat{a}_{out} \sim \hat{a}_{in} + \sqrt{a}\hat{c}' \quad (3.16)$$

Pour de très faibles absorptions ($a \sim 10^{-7}$ dans l'expérience), il n'y a pratiquement pas de bruit rajouté à cause de l'absorption.

Pour le bruit, en ne conservant que le terme dominant, on obtient :

$$\delta\hat{a}_{out} \sim \delta\hat{a}_{in} \quad (3.17)$$

3.4.1.1 Calcul du signal

D'après l'équation 2.174, le signal détecté par la photodiode est égal à :

$$\bar{I}_{out} = |\hat{a}_{out}|^2 = \left|1 - \frac{a}{2}\right|^2 |\hat{a}_{in}|^2 = \left|1 - \frac{a}{2}\right|^2 \bar{I}_{in} \quad (3.18)$$

où $\bar{I}_{in}$ et $\bar{I}_{out}$ sont les intensités moyennes correspondant à $\hat{a}_{in}$ et $\hat{a}_{out}$.

Soit,

$$\bar{I}_{out} \sim (1 - \text{Re}a) \bar{I}_{in} \quad (3.19)$$

L'expression 3.19 donne la valeur du signal continu détecté par une mesure directe.

Le rapport signal à bruit est égal au signal sans bruit, c'est-à-dire à résonance, divisé par le bruit sans signal, c'est-à-dire hors résonance. La composante du signal qui intervient dans ce rapport est donc $\bar{I}_{out}^{res}$ définie par :

$$\bar{I}_{out}^{res} \sim -\text{Re}a \bar{I}_{in} \quad (3.20)$$

3.4.1.2 Calcul du bruit

Les fluctuations sur le signal sont définies par la variance de l'intensité lumineuse sortante, notée $\Delta^2 I_{out}$. Cette variance est égale au produit de la densité spectrale de bruit d'intensité par la bande passante d'analyse.

$$\Delta^2 I_{out} = 2S_{I_{out}} \times \Delta\nu \quad (3.21)$$

où $S_{I_{out}}$ est la densité spectrale de bruit d'intensité et $\Delta\nu$ la bande passante d'analyse.

On définit $S_{I_{out}}$ comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation de l'opérateur $\hat{a}_{out}$. Soit, pour un opérateur x quelconque, $S_x[\Omega] = \int C_x(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau = \int [\langle x(t)x(t-\tau) \rangle - \langle x(t) \rangle^2] e^{i\Omega\tau} d\tau$ où Ω est la fréquence d'analyse [Fabre 1990].

D'après l'expression 3.17, on a :

$$S_{I_{out}} \sim S_{I_{in}} \quad (3.22)$$

Soit,

$$\Delta^2 I_{out} = 2S_{I_{in}} \Delta\nu \quad (3.23)$$

Pour des faisceaux lumineux classiques, $S_{\hat{a}_{in}}$ est en général très grand devant $\bar{I}_{in}$. On le note:

$$S_{I_{in}} = \bar{I}_{in} (1 + Ex) \quad (3.24)$$

où Ex représente l'excès de bruit.

L'égalité entre ces deux grandeurs, soit $S_{I_{in}} = \bar{I}_{in}$ correspond au cas où $Ex = 0$. La mesure est alors limitée par le shot noise comme on le verra dans le paragraphe sur la mesure différentielle.

3.4.1.3 Calcul du rapport signal à bruit

Le rapport signal à bruit, noté $\frac{S}{B}$, est traditionnellement donné par:

$$\frac{S}{B} = \frac{\bar{I}_{out}^{res2}}{\Delta^2 I_{out}} \quad (3.25)$$

le signal étant caractérisé par le carré du photocourant. En utilisant les expressions 3.20, 3.23 et 3.24, on obtient:

$$\frac{S}{B} = \frac{(Rea)^2 \bar{I}_{in}}{2(1 + Ex) \Delta\nu} \quad (3.26)$$

On voit que le rapport signal à bruit dans le cas d'un signal continu varie comme le carré du signal à détecter, c'est-à-dire a , et comme l'inverse de la bande passante d'analyse. Il augmente linéairement avec l'intensité du faisceau incident. On constate qu'il est limité par l'excès de bruit, souvent très important, du faisceau incident par rapport au shot noise.

3.4.2 Mesure différentielle

La mesure différentielle est réalisée au moyen d'une lame semi-réfléchissante qui sépare le faisceau incident en deux parties d'intensités moyennes égales. La détection consiste à soustraire les deux photocourants ainsi obtenus comme le montre la figure 21.

De cette façon, les fluctuations d'intensité corrélées sur les deux voies, en particulier celles dues au bruit technique du laser, sont éliminées par différence.

Les seules fluctuations encore présentes sont déterminées par la statistique des photons. En effet, chaque photon incident est transmis ou réfléchi par la lame avec une probabilité $\frac{1}{2}$. Les intensités moyennes des deux voies sont donc égales, mais leurs fluctuations quantiques sont décorréées. Par conséquent, les valeurs quadratiques moyennes des fluctuations des deux faisceaux s'ajoutent lorsque l'on fait la différence. Le shot noise constitue la limite ultime de cette méthode.

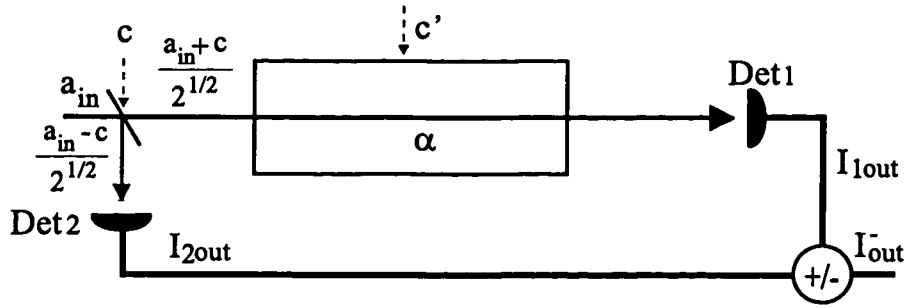


FIG. 21 - Mesure différentielle.

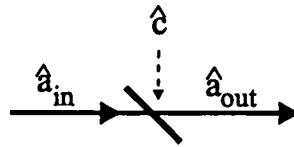


FIG. 22 - Introduction des fluctuations du vide au niveau de la lame semi-réfléchissante.

On suppose, comme précédemment, que le faisceau incident présente de l'excès de bruit.

On note $\hat{c}$, l'opérateur de valeur moyenne nulle, représentant les fluctuations du vide introduites au niveau de la lame semi-réfléchissante. r et t sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission de la lame (voir figure 22).

On a:

$$r = t = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.27)$$

et donc

$$r^2 + t^2 = 1 \quad (3.28)$$

Comme pour la mesure directe, on néglige les fluctuations $\hat{c}'$ dues au milieu absorbant.

La lame sépare le faisceau incident $\hat{a}_{in}$ en $\frac{\hat{a}_{in} + \hat{c}}{\sqrt{2}}$ et $\frac{\hat{a}_{in} - \hat{c}}{\sqrt{2}}$. L'amplitude des champs arrivant sur les détecteurs 1 et 2 (voir figure 21) sont respectivement:

$$\hat{a}_{1out} = \alpha \left(\frac{\hat{a}_{in} + \hat{c}}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.29)$$

et

$$\hat{a}_{2out} = \left(\frac{\hat{a}_{in} - \hat{c}}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.30)$$

La différence des intensités détectées par les détecteurs 1 et 2 est égale à:

$$\hat{I}_{out}^- = \hat{I}_{1out} - \hat{I}_{2out} = \hat{a}_{1out}^+ \hat{a}_{1out} - \hat{a}_{2out}^+ \hat{a}_{2out} \quad (3.31)$$

3.4.2.1 Calcul du signal

A partir des relations 3.29 et 3.30, en utilisant le fait que:

$$\hat{c} |0\rangle = 0 \quad (3.32)$$

et

$$\langle 0 | \hat{c}^+ = 0 \quad (3.33)$$

On obtient pour la différence des intensités moyennes, la formule suivante:

$$\bar{I}_{out}^- = \frac{1}{2} (|\alpha|^2 - 1) \bar{I}_{in} \quad (3.34)$$

avec

$$\bar{I}_{in} = |\hat{a}_{in}|^2 \quad (3.35)$$

Or,

$$|\alpha|^2 = \left| 1 - \frac{a}{2} \right|^2 \approx 1 - \text{Re}a \quad (3.36)$$

car $a \ll 1$.

Le signal dans le cas de la mesure différentielle est donc égal à:

$$\bar{I}_{out}^- \approx -\frac{\text{Re}a}{2} \bar{I}_{in} \quad (3.37)$$

3.4.2.2 Calcul du bruit

Les fluctuations sur I_{out}^- se calculent en différentiant $I_{1out} - I_{2out}$ donné par l'équation 3.31.

$$\delta I_{out}^- = \bar{a}_{in} \delta \hat{c}^+ + \bar{a}_{in}^+ \delta \hat{c} - \frac{a}{2} (\bar{a}_{in} \delta \hat{a}_{in}^+ + \bar{a}_{in}^+ \delta \hat{a}_{in} + \bar{a}_{in} \delta \hat{c}^+ + \bar{a}_{in}^+ \delta \hat{c}) \quad (3.38)$$

Le bruit sans signal correspond au cas où la quantité a est nulle.

On obtient alors, en supposant que $\bar{a}_{in} = \bar{a}_{in}^+$:

$$\delta I_{out}^- = \bar{a}_{in} (\delta \hat{c} + \delta \hat{c}^+) \quad (3.39)$$

On note $\hat{c}_p = \frac{1}{2} (\hat{c} + \hat{c}^+)$ et donc $\delta \hat{c}_p = \frac{1}{2} (\delta \hat{c} + \delta \hat{c}^+)$

On a donc:

$$\delta I_{out}^- = 2\bar{a}_{in} \delta \hat{c}_p \quad (3.40)$$

La variance des fluctuations d'intensité se calcule, comme dans le paragraphe précédent, à partir de la densité spectrale de bruit.

$$\Delta^2 I_{out}^- = 2S_{out}\Delta\nu \quad (3.41)$$

D'après l'équation 3.40, S_{out} est égal à:

$$S_{out} = 4\bar{I}_{in}S_{\hat{c}_p} \quad (3.42)$$

Or, $S_{\hat{c}_p}$, la densité spectrale associée aux fluctuations du vide, est égale à $\frac{1}{4}$.
D'où,

$$\Delta^2 I_{out}^- = 2\bar{I}_{in}\Delta\nu \quad (3.43)$$

3.4.2.3 Calcul du rapport signal à bruit

A partir des expressions 3.37 et 3.43, on détermine le rapport signal à bruit dans le cas de la mesure différentielle.

$$\frac{S}{B} = \frac{(\bar{I}_{out}^-)^2}{\Delta^2 I_{out}^-} = \frac{(Rea)^2}{4} \frac{\bar{I}_{in}}{(2\Delta\nu)} \quad (3.44)$$

A un facteur 4 près, cette expression est égale à la relation 3.26 en posant $Ex = 0$. Le facteur 4 provient du fait que l'on perd la moitié de l'intensité lumineuse au passage de la lame semi-réfléchissante. En fait, la seule quantité qui compte dans une mesure spectroscopique est l'intensité lumineuse incidente traversant le milieu atomique.

La sensibilité de la mesure est dans ce cas, limitée par le shot noise quelque soit l'excès de bruit existant sur le faisceau incident. C'est l'intérêt de la mesure différentielle.

3.4.3 Photons jumeaux

Le rapport signal à bruit avec un OPO produisant des photons jumeaux se déduit aisément de celui obtenu par mesure différentielle. Le schéma de principe est illustré par la figure 23.

3.4.3.1 Calcul du signal

Il est donné par l'expression 3.37, le cube séparateur de polarisation jouant exactement le même rôle que la lame semi-réfléchissante au niveau des intensités moyennes. On utilise ici un cube car, l'accord de phase les cristaux non linéaires employés dans les OPO pour réaliser la génération paramétrique étant généralement de type II, il permet de séparer en polarisation des faisceaux signal et complémentaire.

On a donc:

$$(\bar{I}_{out}^-)^2 = \frac{(Rea)^2}{4} (\bar{I}_{in})^2 = (Rea)^2 (\bar{I}_{in})^2 \quad (3.45)$$

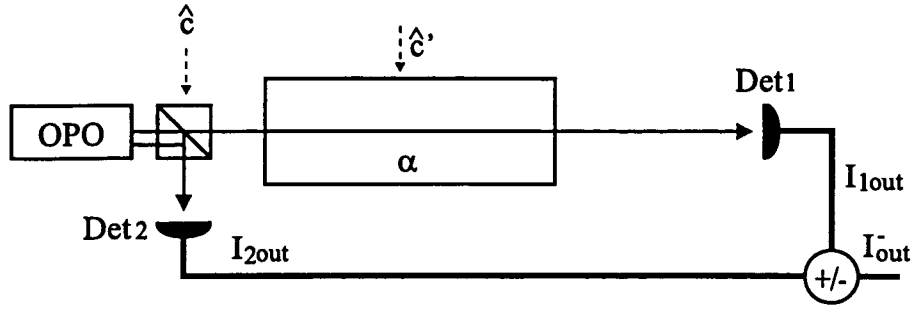


FIG. 23 - Mesure avec les faisceaux jumeaux.

$\hat{I}_{in}$ étant l'intensité totale des faisceaux signal et complémentaire et $\hat{I}_{1in}$ l'intensité de l'un de ceux-ci.

3.4.3.2 Calcul du bruit

L'expression du bruit sans signal s'obtient de la même façon que dans le cas de la mesure différentielle avec $S_{\hat{c}_p} = \frac{\Sigma(\Omega=0)}{4}$.

où $\Sigma(\Omega = 0)$ est le taux de corrélation des faisceaux jumeaux à la fréquence $\Omega = 0$. Le signal à mesurer est dans ce cas un signal continu. L'équation 3.42 devient:

$$S_{out} = \bar{I}_{in} \Sigma(\Omega = 0) \quad (3.46)$$

Finalement, la variance des fluctuations d'intensité sur la différence des faisceaux jumeaux est donnée par:

$$\Delta^2 I_{out}^- = S_{out} \times 2\Delta\nu = 2\bar{I}_{in} \Delta\nu \Sigma(\Omega = 0) \quad (3.47)$$

3.4.3.3 Calcul du rapport signal à bruit

En faisant le rapport des expressions 3.45 et 3.47, on obtient le rapport signal à bruit dans le cas d'une mesure utilisant les photons jumeaux.

$$\frac{S}{B} = \frac{(\text{Rea})^2}{4} \frac{\bar{I}_{in}}{(2\Delta\nu \Sigma(\Omega = 0))} \quad (3.48)$$

La sensibilité de la mesure n'est plus limitée par le shot noise car elle dépend maintenant du taux de squeezing.

Plus $\Sigma(\Omega = 0)$ est petit, meilleure est la corrélation des faisceaux jumeaux. Le rapport signal à bruit est donc d'autant plus grand que $\Sigma(\Omega = 0)$ est petit.

3.4.4 Rapport signal à bruit dans le cas d'un signal modulé

Les calculs précédents ont été effectués dans le cas d'un signal continu. Or, l'expérience de spectroscopie décrite dans la suite de ce manuscrit consiste à observer un

signal modulé. Afin de déterminer le rapport signal à bruit théorique associé à cette situation expérimentale, nous allons adapter les expressions obtenues pour un signal continu au cas d'une modulation.

On supposera que les fluctuations, données par la variance de l'intensité I_{out} , sont égales à celles déterminées dans le cas d'un signal continu. Cela revient à dire que la modulation ne rajoute pas de bruit, ce qui est faux en général. Cependant, dans la partie expérimentale de ce travail, on module, non pas le faisceau détecté, mais un faisceau auxiliaire. L'hypothèse est donc parfaitement justifiée dans le cadre de cette expérience. Le calcul correspondant serait plus compliqué dans le cas d'une modulation directe d'amplitude ou de phase.

De plus, comme la modulation est appliquée sur un faisceau auxiliaire, donc sur le milieu atomique, nous utiliserons les expressions du signal obtenues dans le paragraphe 3.2.1.2.

3.4.4.1 Mesure directe

D'après l'expression 3.12, l'intensité moyenne du signal après démodulation est donnée par:

$$\bar{I}_{out} = \text{Rea}(\omega) \varepsilon \bar{I}_{in} \quad (3.49)$$

où $\bar{I}_{in}$ est égale à A^2 et ε est l'amplitude de modulation, Ω étant la pulsation de modulation.

Les fluctuations hors résonance obéissent à l'équation 3.23.

Le rapport signal à bruit est donc égal à:

$$\frac{S}{B} = \frac{a^2(\omega) \varepsilon^2}{2} \frac{\bar{I}_{in}}{2(1 + Ex(\Omega)) \Delta\nu} \quad (3.50)$$

Le rapport signal à bruit varie comme le carré de l'amplitude de modulation. Il dépend de l'excès de bruit à la fréquence de modulation Ω , inférieur en général à $Ex(\Omega = 0)$.

3.4.4.2 Mesure différentielle

Le signal est égal à celui de la mesure directe divisé par deux à cause de la présence de la lame semi-réfléchissante. On a donc:

$$\bar{I}_{out} = \frac{a(\omega) \varepsilon}{2} \bar{I}_{in} \quad (3.51)$$

En utilisant l'expression des fluctuations de l'équation 3.43, on obtient:

$$\frac{S}{B} = \frac{a^2(\omega) \varepsilon^2}{4} \frac{\bar{I}_{in}}{2\Delta\nu} \quad (3.52)$$

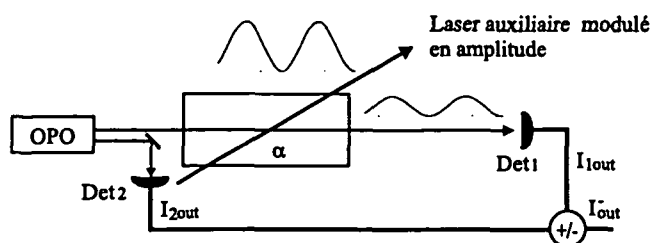


FIG. 24 - Transfert de modulation d'amplitude entre le laser auxiliaire et l'un des faisceaux jumeaux.

3.4.4.3 Photons jumeaux

L'expression du signal est la même que pour la mesure différentielle. Celle du bruit ne diffère que par le facteur $\Sigma(\Omega)$ représentant le taux de réduction des fluctuations.

Le rapport signal à bruit correspondant est donc égal à :

$$\frac{S}{B} = \frac{a^2(\omega)\epsilon^2}{4} \frac{\bar{I}_{in}}{2\Delta\nu\Sigma(\Omega)} \quad (3.53)$$

La détection d'un signal modulé permet de s'affranchir des fluctuations à toutes les fréquences autres que la fréquence de modulation. Ces dernières sont minimisées par le choix d'une bande passante d'analyse la plus petite possible.

3.5. Technique de modulation

Comme cela a été mentionné dans le paragraphe 3.2., une mesure en spectroscopie consiste généralement à détecter un signal modulé.

Dans le cas d'une expérience mettant en oeuvre un OPO, comment peut on moduler le signal sans rajouter du bruit et donc détruire la corrélation? On comprend qu'en modulant l'intensité du faisceau jumeau qui traverse le milieu atomique, on perd la moitié de la lumière sur ce faisceau: la corrélation est donc divisée par deux.

Il est possible de moduler la phase [Giacobino 1988] ou la polarisation de ce faisceau sans réduire la compression des fluctuations sur la différence des intensités.

Ces types de modulation ne sont pas facilement envisageables pour les faisceaux jumeaux. En effet, la réduction du bruit apparaissant sur l'intensité, le signal doit également être détecté sur cette observable, donc consister en une modulation d'amplitude.

Sinon, il faudrait imaginer un dispositif qui transmette l'information fournie par une modulation de phase ou de polarisation sur la différence des intensités des faisceaux jumeaux.

La solution retenue dans la partie expérimentale de ma thèse est l'utilisation d'un faisceau auxiliaire. Il est fourni, dans notre cas, par une diode laser, dont l'amplitude est modulée (voir figure 24).

Il interagit avec l'un des faisceaux jumeaux, dans la cellule contenant le gaz atomique. Le but de l'expérience est de détecter le transfert de modulation du laser annexe vers le faisceau jumeau via les atomes. L'information est alors inscrite sur l'intensité du faisceau jumeau et est donc sensible à la réduction du bruit sur la différence des intensités.

La modulation transférée est très faible par rapport aux pertes, dues aux divers éléments optiques de l'expérience, subies par ce faisceau jumeau (voir le calcul théorique du signal dans le chapitre suivant). Elle n'altère en rien la corrélation.

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, ont été mentionnées les avancées réalisées dans le domaine de la spectroscopie en insistant sur les efforts fournis pour accroître la sensibilité des mesures.

Longtemps, celle-ci a été limitée par le shot noise des faisceaux lumineux.

Des expériences récentes ont démontré la possibilité de s'affranchir de cette limite.

Les photons jumeaux produits par un OPO continu au dessus du seuil d'oscillation devraient constituer une source de lumière comprimée de qualité pour la spectroscopie sub shot noise. Comme on l'a démontré théoriquement, leur utilisation permet d'augmenter le rapport signal à bruit d'une mesure de façon significative.

4 Présentation de la spectroscopie à deux photons.

4.1. Introduction

Le but de la partie expérimentale de ce travail est de démontrer que l'utilisation des photons jumeaux produits par un OPO permet d'augmenter la sensibilité d'une mesure en spectroscopie.

Ce chapitre explique les motivations du choix de la spectroscopie à deux photons. J'y décris les principales possibilités offertes par ce type de spectroscopie: la spectroscopie Raman stimulée et l'absorption à deux photons.

Une partie importante est consacrée au calcul du signal d'absorption à deux photons. L'application numérique est adaptée aux données de l'expérience.

4.2. Pourquoi utiliser deux photons?

L'expérience consiste à observer une raie d'amplification ou d'absorption du milieu atomique. Ceci implique de balayer la fréquence de l'un des faisceaux afin d'avoir accès à la structure de cette raie. Or, on ne peut balayer la longueur d'onde des faisceaux produits par l'OPO doublement résonnant que par sauts de modes. En effet, lorsque l'on balaie la longueur de la cavité, on fait varier la fréquence des champs signal et complémentaire dans le même sens, ce qui est en contradiction avec le fait que la somme des deux doit rester constante. La variation de la fréquence en fonction de la longueur dépend de la distance par rapport à la dégénérescence [Fabre 1997]. Loin de la dégénérescence, on retrouve le comportement d'une cavité laser. En revanche, si les deux faisceaux sont quasiment dégénérés, contrairement à l'intensité, la fréquence varie très peu avec la longueur de la cavité. Ces deux grandeurs sont indépendantes à la dégénérescence exacte. L'expression de la fréquence du signal en fonction de la longueur de la cavité et de la distance par rapport à la dégénérescence est donnée dans la référence [Fabre 1997].

Expérimentalement, on travaillera à des fréquences proches de la dégénérescence. Il est donc beaucoup plus confortable de disposer d'un laser auxiliaire que l'on peut balayer continuellement sur une grande plage de fréquences.

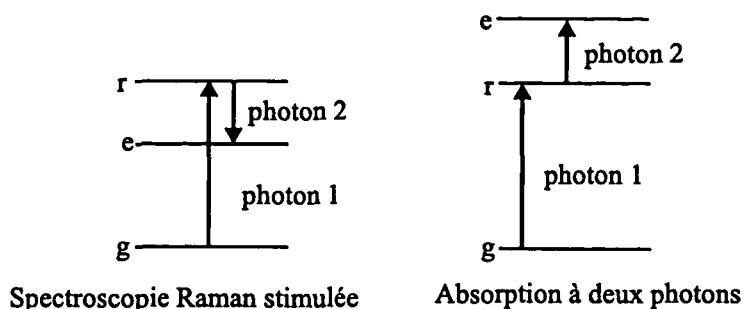


FIG. 25 - Transition à deux photons.

D'autre part, pour un OPO utilisé au dessus du seuil d'oscillation, la réduction des fluctuations apparait sur la différence des intensités des faisceaux jumeaux. Il est donc nécessaire que le signal de spectroscopie soit détecté sur la même quadrature, c'est-à-dire sur l'intensité. La manière la plus simple d'y parvenir est de moduler l'amplitude de l'un des faisceaux jumeaux, ce qui implique la perte de 50% de la corrélation à la sortie de l'OPO. De plus, moduler un faisceau, de quelque façon que ce soit, le couple à d'autres sources de bruit et est donc susceptible de réduire son squeezing. Il est préférable de moduler un faisceau autre que celui dont les fluctuations sont comprimées.

La présence d'un faisceau lumineux auxiliaire modulé en amplitude, et donc d'un deuxième photon pour atteindre le niveau atomique excité, est bien adaptée à ce type d'expérience.

Ces deux raisons sont déterminantes pour le choix de la spectroscopie à deux photons.

Finalement, on peut signaler le fait que la probabilité de transition à deux photons étant beaucoup plus faible que celle à un photon, on s'attend à un signal très faible et, donc à une preuve convaincante de la grande sensibilité de l'expérience. Il ne sera pas nécessaire de diminuer artificiellement l'amplitude de la raie pour déterminer la limite de sensibilité de la mesure.

4.3. Différents types de transition à deux photons

Il existe deux schémas principaux de transition à deux photons: la spectroscopie Raman stimulée pour laquelle le premier photon est absorbé et le second émis et l'absorption à deux photons pour laquelle les deux photons sont absorbés [Cagnac 1973] [Biraben 1974] [Giacobino 1976]. Ces deux possibilités sont illustrées par la figure 25.

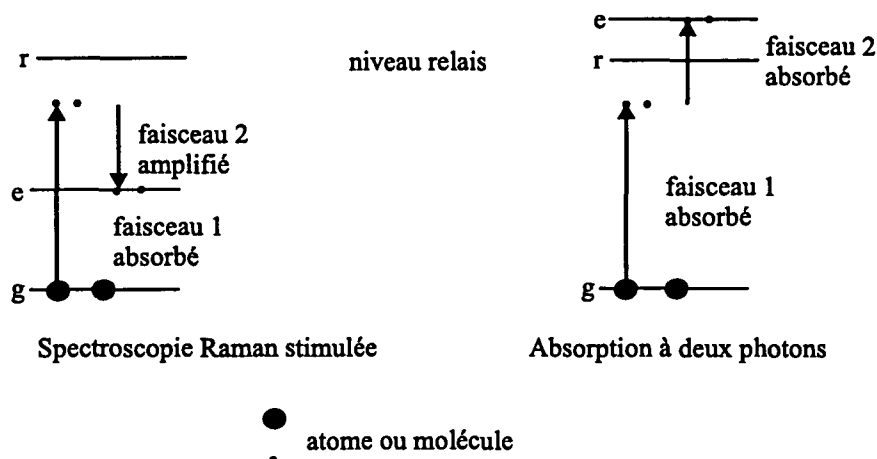


FIG. 26 - Transition à deux photons non résonnantes.

4.3.1 Transitions non résonnantes et mécanisme de transfert de photons

La figure 26 représente les deux principaux processus de transition à deux photons entre le niveau d'énergie fondamental, noté g (ground) et un niveau excité, noté e: la spectroscopie Raman stimulée et l'absorption à deux photons.

Leurs mécanismes respectifs sont décrits dans les paragraphes suivants. Chacun comporte deux faisceaux indépendants: un premier faisceau, appelé faisceau 1 sur le schéma et un deuxième faisceau, soit le faisceau 2. Ces deux faisceaux porteront l'atome dans un nouvel état E_e (excité) si la somme (dans le cas de l'absorption à deux photons) ou la différence (dans le cas de l'effet Raman) des fréquences vaut $\frac{E_e - E_g}{\hbar}$. Le processus sera d'autant plus probable que l'état intermédiaire sera plus proche de la résonance avec un niveau relais noté r.

On s'intéresse ici à des transitions pour lesquelles l'énergie du faisceau 1 est très différente de l'écart d'énergie entre les niveaux atomiques g (ground) et r (relais). Il s'agit de processus non résonnants.

4.3.1.1 Spectroscopie Raman stimulée

Le mécanisme de transfert de photons du faisceau pompe 1 vers le faisceau sonde 2 pour la transition Raman stimulée est le suivant:

On suppose que les atomes (ou les molécules) sont initialement sur le niveau de plus basse énergie, c'est-à-dire sur le niveau fondamental g.

Le faisceau de pompe 1 les excite avec une énergie $\hbar\omega_1$. Les atomes se dés excitent rapidement vers le niveau e (excité) en émettant des photons dont la longueur d'onde correspond à la différence entre $\hbar\omega_1$ et l'énergie du niveau e, c'est-à-dire à la longueur d'onde du faisceau 2. L'intensité lumineuse de celui-ci se trouve donc amplifiée par ce processus alors que l'intensité du faisceau 1 a diminué.

En détectant le photocourant correspondant au faisceau 2 à la sortie du milieu atomique, on observe du gain. On peut également détecter le faisceau 1 et donc une absorption.

4.3.1.2 Absorption à deux photons

Le mécanisme de l'absorption à deux photons est analogue. Les atomes absorbent des photons du faisceau 1 d'énergie $\hbar\omega_1$. Simultanément, ils sont susceptibles absorber les photons du faisceau 2. On détecte la diminution du nombre de photons, c'est-à-dire l'absorption du faisceau 2 ou bien celle du faisceau 1.

4.3.2 Choix du milieu atomique ou moléculaire

4.3.2.1 Longueur d'onde d'émission de l'OPO

Ce choix est limité par un paramètre fixe de l'expérience qui est la longueur d'onde d'émission de l'OPO. En effet, puisque le laser de pompe disponible au laboratoire est un laser Nd:YAG, elle est de l'ordre de $1.064\ \mu\text{m}$. Elle est exactement égale à la valeur centrale de la courbe de gain du laser Nd:YAG si les faisceaux jumeaux sont dégénérés en fréquence. Quand on s'éloigne de dégénérescence, la longueur d'onde de l'un des faisceaux jumeaux augmente tandis que celle de l'autre diminue de façon à respecter la loi de conservation de l'énergie. Ceci est réalisable expérimentalement en modifiant la température du cristal de l'OPO.

On peut ainsi faire varier la longueur d'onde d'émission de l'OPO de quelques $10\ \text{nm}$, mais son ordre de grandeur reste constant.

4.3.2.2 Choix du deuxième laser

Le deuxième laser doit pouvoir être modulé en amplitude et balayé en fréquence. Notre choix s'est porté sur les diodes laser. En plus des qualités mentionnées ci-dessus, elles sont faciles à utiliser et relativement peu onéreuses. Des diodes laser monomodes fournissant une puissance lumineuse de l'ordre de la centaine de mW sont actuellement commercialisées.

Les diodes laser utilisées au laboratoire émettent dans le domaine du proche infra-rouge vers $850\ \text{nm}$. Leur longueur d'onde peut varier de plusieurs nanomètres en modifiant la valeur de la température ou du courant d'alimentation.

4.3.2.3 Choix du milieu atomique ou moléculaire

Le choix du milieu atomique est limité par les longueurs d'onde dont nous disposons pour les faisceaux pompe et sonde, soit $850\ \text{nm}$ et $1.064\ \mu\text{m}$.

Les autres critères de choix sont le fait qu'il ne soit si possible ni toxique, ni dangereux à manipuler et préférentiellement bien connu en spectroscopie.

Une première expérience de spectroscopie Raman stimulée de l'azote moléculaire a été tentée au cours de mon travail de thèse. Le milieu gazeux était pompé à $852\ \text{nm}$

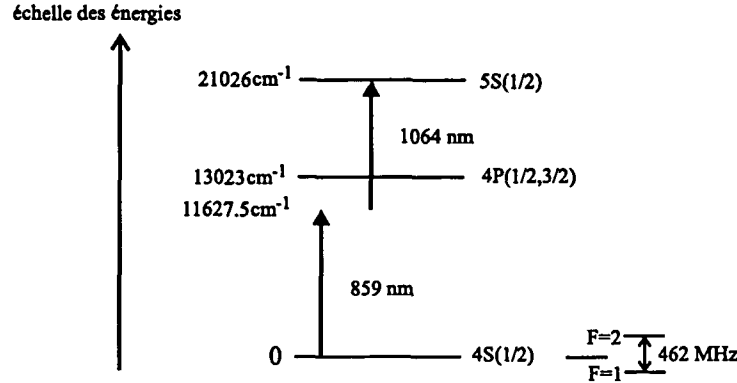


FIG. 27 - Transition à deux photons dans le Potassium.

par une diode laser et sondé à $1.064\mu m$. Le signal attendu était extrêmement faible et n'a finalement pas été observé.

Finalement, l'absorption à deux photons dans l'atome de Potassium a été choisie comme seconde tentative. Les longueurs d'onde utilisées sont 859 nm pour la diode laser et $1.064\mu m$ pour le faisceau jumeau. La figure 27 représente les niveaux d'énergie de l'atome de Potassium impliqués dans l'expérience. Le niveau fondamental est le niveau $4S_{1/2}$, le niveau excité est $5S_{1/2}$ et le niveau relais $4P_{1/2}$ ou $4P_{3/2}$. Le niveau fondamental présente une structure hyperfine, $F = 1$ et $F = 2$, la différence d'énergie entre ces deux états est de l'ordre de $462 MHz$. Le faisceau 1, de longueur d'onde $859 nm$, est fourni par une diode laser. La différence d'énergie associée est inférieure d'environ $1400 cm^{-1}$, soit $4.2 \cdot 10^4 GHz$, à la différence d'énergie entre le niveau fondamental et les niveaux relais. Le faisceau 2 de longueur d'onde $1064 nm$, dont on veut détecter l'absorption, est fourni par l'un des faisceaux jumeaux produits par l'OPO.

4.4. Calcul du signal d'absorption à deux photons

Ce calcul est issu des références [Giacobino 1976] et [Grynberg 1976]. Les notations utilisées sont explicitées sur la figure 28.

4.4.1 Calcul de la probabilité de transition à deux photons pour un atome immobile soumis à deux champs électromagnétiques

La probabilité de transition à deux photons par unité de temps entre les niveaux atomiques g et e , notée $\Gamma_{ge}^{(2)}$ obéit à la relation suivante [Giacobino 1976]:

$$\Gamma_{ge}^{(2)} = \frac{E_1^2 E_2^2}{4\hbar^2} \frac{|\langle e | Q_{e_1}^S \varepsilon_2 | g \rangle|^2}{2J_g + 1} \frac{\Gamma_e}{4\delta\omega^2 + \frac{\Gamma_e^2}{4}} \quad (4.1)$$

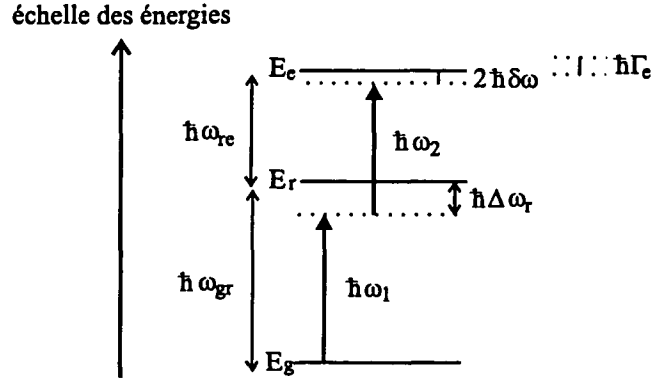


FIG. 28 - Transition à deux photons: notations.

E_1 et E_2 sont les amplitudes des champs correspondant aux deux faisceaux laser impliqués dans la transition. J_g est le moment cinétique du niveau fondamental.

$\hbar\Gamma_e$ est la largeur du niveau excité en unités d'énergie et $\hbar\delta\omega$ l'écart à la résonance, c'est-à-dire la différence entre les énergies ($\hbar\omega_2 - \hbar\Delta\omega_r$) et $\hbar\omega_{re}$ où $\hbar\Delta\omega_r$ est la différence d'énergie entre un niveau relais r et $\hbar\omega_1$. Or, comme le montre la figure 27, il existe deux niveaux relais dans l'atome de Potassium. Dans la suite, on notera r_1 le niveau $4P_{\frac{1}{2}}$, r_2 le niveau $4P_{\frac{3}{2}}$.

L'élément de matrice au carré de l'équation 4.1 traduit la transition dipolaire électrique entre les niveaux g et e . $Q_{\varepsilon_1\varepsilon_2}^S$ est l'opérateur de transition à deux photons associé.

4.4.1.1 Expression de la densité d'états du niveau excité

Dans l'expression 4.1, $\frac{\Gamma_e}{4\delta\omega^2 + \frac{\Gamma_e^2}{4}}$ représente la densité d'états du niveau excité e pour une forme de raie lorentzienne, qui vaut $\frac{4}{\Gamma_e}$ à résonance. Puisque c'est le cas pour la transition considérée expérimentalement, on va calculer dans ce paragraphe la valeur de $\Gamma_{ge}^{(2)}$ à résonance.

4.4.1.2 Expression de l'opérateur transition à deux photons

Le module au carré de l'opérateur de transition à deux photons entre les niveaux g et e l'équation 4.1 s'écrit:

$$|\langle e | Q_{\varepsilon_1\varepsilon_2}^S | g \rangle|^2 = \sum_q |\langle e | Q_q^{(k)} | g \rangle|^2 \left| \sum_q a_q^{(k)} \right|^2 \quad (4.2)$$

où $Q_q^{(k)}$ est l'opérateur tensoriel associé. $\sum_q |a_q^{(k)}|^2$ représente le terme de polarisation de la lumière. Il dépend de la polarisation des deux ondes et du rang de l'opérateur. Ses valeurs sont résumées dans le tableau dans le cas d'un opérateur isotrope ($k=0$) ou

quadratique (k=2) [Grynberg 1976].

	σ^-	π	σ^+
σ^-	$a_q^2 = \delta_{q,-2}$ $a_0^0 = 0$	$a_q^2 = \delta_{q,-1}\sqrt{\frac{1}{2}}$ $a_0^0 = 0$	$a_q^2 = \delta_{q,0}\sqrt{\frac{1}{6}}$ $a_0^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$
π	$a_q^2 = \delta_{q,-1}\sqrt{\frac{1}{2}}$ $a_0^0 = 0$	$a_q^2 = \delta_{q,0}\sqrt{\frac{2}{3}}$ $a_0^0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$a_q^2 = \delta_{q,1}\sqrt{\frac{1}{2}}$ $a_0^0 = 0$
σ^+	$a_q^2 = \delta_{q,0}\sqrt{\frac{1}{6}}$ $a_0^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$a_q^2 = \delta_{q,1}\sqrt{\frac{1}{2}}$ $a_0^0 = 0$	$a_q^2 = \delta_{q,2}$ $a_0^0 = 0$

On exprime l'élément de matrice réduit de l'équation 4.2 en fonction de l'opérateur dipolaire électrique associé D et du 6-j correspondant, en sommant sur tous les niveaux relais.

$$\langle e \| Q^{(k)} \| g \rangle = (-1)^{J_e + J_g + k} \sqrt{2k+1} \sum_{J_r} \left(\frac{\langle e \| D \| r \rangle \langle r \| D \| g \rangle}{\hbar \Delta \omega_r} \begin{pmatrix} J_e & J_g & k \\ 1 & 1 & J_r \end{pmatrix} \right) \quad (4.3)$$

où J_r est le moment cinétique du niveau relais considéré.

En se plaçant dans le cas où $\delta\omega = 0$ (condition de résonance), l'équation 4.1 devient:

$$\Gamma_{ge}^{(2)res} = \frac{E_1^2 E_2^2}{\hbar^2} \frac{1}{\Gamma_e} \frac{2k+1}{2J_g+1} \left| \sum_{J_r} \left(\frac{\langle e \| D \| r \rangle \langle r \| D \| g \rangle}{\hbar \Delta \omega_r} \begin{pmatrix} J_e & J_g & k \\ 1 & 1 & J_r \end{pmatrix} \right) \right|^2 \left| \sum_q a_q^{(k)} \right|^2 \quad (4.4)$$

Les niveaux impliqués dans la transition de l'atome de Potassium considérée sont les suivants:

$$g = 4S_{\frac{1}{2}} (F = 1, 2)$$

$$e = 5S_{\frac{1}{2}}$$

$$r_1 = 4P_{\frac{1}{2}}$$

$$r_2 = 4P_{\frac{3}{2}}$$

Les moments cinétiques associés à la transition sont:

$$J_g = J_e = J_{r_1} = \frac{1}{2} \quad (4.5)$$

$$J_{r_2} = \frac{3}{2}$$

Les moments des niveaux initial et final (J_g et J_e) étant égaux, l'opérateur de transition susceptible de les relier est de rang k égal à zéro. Il est donc scalaire. Dans ces conditions, les deux ondes doivent être polarisées de la même façon afin de maximiser le terme de polarisation. Le terme de polarisation de l'expression 4.4 vaut alors, pour q égal à 1, -1 ou 0 ($q=1$ correspond aux polarisations $\sigma^+ - \sigma^+$, $q=-1$ aux polarisations $\sigma^- - \sigma^-$ et $q=0$ aux polarisations $\pi - \pi$):

$$\left| \sum_q a_q^{(0)} \right|^2 = \frac{1}{3} \quad (4.6)$$

Les 6-j sont tabulés:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad (4.7)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \quad (4.8)$$

Leurs normes sont égales et leurs signes opposés, ce qui permet de simplifier l'expression 4.4.

4.4.1.3 Expression des forces d'oscillateur

Les éléments de matrices réduits du moment dipolaire électrique s'expriment en fonction des forces d'oscillateur.

La force d'oscillateur entre les niveaux g et r est de la forme:

$$f_{gr} = \frac{2m\omega_{gr}}{3q^2\hbar} \frac{|\langle r \| D \| g \rangle|^2}{2J_g + 1} \quad (4.9)$$

où $\hbar\omega_{gr}$ est l'écart d'énergie entre les niveaux atomiques g et r , m la masse de l'électron et q sa charge.

De même, la force d'oscillateur associée aux niveaux r et e s'écrit:

$$f_{re} = \frac{2m\omega_{re}}{3q^2\hbar} \frac{|\langle e \| D \| r \rangle|^2}{2J_r + 1} \quad (4.10)$$

où $\hbar\omega_{re}$ est l'écart d'énergie entre les niveaux atomiques r et e .

Les éléments de matrice réduits entre le niveau g (ou e) et chaque niveau relais ne sont pas très différents car les énergies correspondant à r_1 et r_2 sont proches (voir tableau 1). En particulier, ils sont de même signe. Partant de cette constatation, on exprime les éléments de matrice en fonction des forces d'oscillateur correspondantes.

$$\langle r_{1,2} \| D \| g \rangle = \varepsilon \sqrt{\frac{3q^2\hbar}{2m\omega_{gr_{1,2}}} (2J_g + 1) f_{gr_{1,2}}} \quad (4.11)$$

$$\langle e \| D \| r_{1,2} \rangle = \varepsilon' \sqrt{\frac{3q^2 \hbar}{2m\omega_{r_{1,2}e}}} (2J_{r_{1,2}} + 1) f_{r_{1,2}e}$$

avec $\varepsilon = \pm 1$ et $\varepsilon' = \pm 1$.

$\hbar\omega_{r_1e}$ (respectivement $\hbar\omega_{r_2e}$) est la différence d'énergie entre le niveau relais r_1 (respectivement r_2) et le niveau excité e , $\hbar\omega_{gr_1}$ (respectivement $\hbar\omega_{gr_2}$) la différence d'énergie entre le niveau fondamental g et le niveau relais r_1 (respectivement r_2), $\hbar\Delta\omega_{r_1}$ (respectivement $\hbar\Delta\omega_{r_2}$) l'écart en énergie entre r_1 (respectivement r_2) et $\hbar\omega_1$ (respectivement $\hbar\omega_2$).

J_{r_1} (respectivement J_{r_2}) est le moment cinétique du niveau r_1 (respectivement r_2).

Les valeurs numériques des niveaux d'énergie et des forces d'oscillateur proviennent de la référence [Wiese 1969] et sont récapitulées dans le tableau 1. Les énergies sont données en unité de nombre d'onde σ , soit en cm^{-1} . Nous utiliserons de préférence l'unité de fréquence (ou pulsation) ω exprimée en rad.s^{-1} . On passe de l'une à l'autre par la relation:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi c\sigma \quad (4.12)$$

avec ω en rad.s^{-1} , σ en cm^{-1} et c , la vitesse de la lumière exprimée dans le système d'unité CGS, soit $c = 3 \cdot 10^{10} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

	$\sigma(\text{cm}^{-1})$	$\omega(\text{rad.s}^{-1})$	force d'oscillateur
$\hbar\omega_1$	11627.5	$2.19 \cdot 10^{15}$	—
$\hbar\omega_2$	9398.5	$1.80 \cdot 10^{15}$	—
$\hbar\omega_{gr_1}$	12985.2	$2.45 \cdot 10^{15}$	0.339
$\hbar\omega_{gr_2}$	13042.9	$2.46 \cdot 10^{15}$	0.682
$\hbar\omega_{r_1e}$	8040.8	$1.52 \cdot 10^{15}$	0.183
$\hbar\omega_{r_2e}$	7983.1	$1.50 \cdot 10^{15}$	0.183
$\hbar\Delta\omega_{r_1}$	1357.7	$2.56 \cdot 10^{14}$	—
$\hbar\Delta\omega_{r_2}$	1415.4	$2.67 \cdot 10^{14}$	—

tableau 1.

4.4.1.4 Probabilité de transition à deux photons

On remplace donc les éléments de matrices réduits par leur expression en fonction des forces d'oscillateur et on écrit les constantes de l'équation 4.4 en fonction du rayon de l'électron, noté r_0 .

r_0 est égal à:

$$r_0 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2} \quad (4.13)$$

où m est la masse de l'électron, q sa charge, ε_0 la permittivité du vide. On a donc $r_0 = 2.8 \cdot 10^{-15} \text{m}$. On obtient finalement:

$$\Gamma_{ge}^{(2)res} = \left(\frac{6\pi c^2 \varepsilon_0 r_0}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{\Gamma_e} (2k+1) \left| \sum_q a_q^{(k)} \right|^2 \begin{pmatrix} J_e & J_g & k \\ 1 & 1 & J_r \end{pmatrix}^2 \quad (4.14)$$

$$\times \left[\begin{aligned} & (2J_{r_1} + 1) \frac{f_{r_1} e f_{gr_1}}{(\Delta\omega_{r_1})^2 \omega_{r_1} e \omega_{gr_1}} + (2J_{r_2} + 1) \frac{f_{r_2} e f_{gr_2}}{(\Delta\omega_{r_2})^2 \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}} \\ & - \frac{2}{\Delta\omega_{r_1} \Delta\omega_{r_2}} \sqrt{\frac{(2J_{r_1} + 1)(2J_{r_2} + 1) f_{r_1} e f_{gr_1} f_{r_2} e f_{gr_2}}{\omega_{r_1} e \omega_{gr_1} \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}}} \end{aligned} \right] E_1^2 E_2^2$$

$\Gamma_{ge}^{(2)res}$ décroît comme le carré de la différence d'énergie entre le niveau relais et l'énergie $\hbar\omega_1$.

Cette relation est locale; on ne s'est pas soucié jusqu'ici de la géométrie des faisceaux.

La probabilité de transition à deux photons pour un atome immobile est donc égale au produit des amplitudes au carré des deux champs, multiplié par un facteur purement atomique.

Nous allons maintenant déterminer la puissance absorbée par un ensemble d'atomes immobiles.

4.4.2 Puissance absorbée par un ensemble d'atomes immobiles

La puissance absorbée sur le faisceau 2 est égale au produit de la probabilité de transition à deux photons par le nombre d'atomes qui ont réalisé cette transition multiplié par l'énergie d'un photon du faisceau 2, soit:

$$P_{abs} = \Gamma_{ge}^{(2)res} \times N \times \hbar\omega_2 \quad (4.15)$$

N est le nombre d'atomes sur le niveau e , c'est-à-dire le nombre d'atomes ayant effectué la transition $g \rightarrow e$. N s'exprime en fonction de la densité atomique n . Il faut alors prendre en compte la géométrie des faisceaux. D'une façon générale, la puissance absorbée s'écrit:

$$P_{abs} = C G E_{10}^2 E_{20}^2 \quad (4.16)$$

où C est une constante décrivant le milieu atomique, G un facteur géométrique, E_{10} et E_{20} les parties constantes des amplitudes des deux champs.

L'objet de ce paragraphe est de déterminer G dans deux configurations: la première représente le cas idéal où les amplitudes dans champs sont constantes dans un cylindre de section S et de longueur L , c'est-à-dire sur toute la longueur de la cellule qui contient les atomes, la seconde, plus réaliste tient compte de la structure gaussienne de la lumière. On déterminera, dans ce cas, la géométrie pour laquelle la valeur de la puissance absorbée est optimisée.

4.4.2.1 Cas idéal où les champs sont constants sur toute la longueur de la cellule

Ce cas correspond à la figure 29.

On a:

$$E_1 = E_{10} \quad (4.17)$$

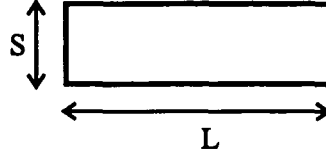


FIG. 29 - Champs constants sur la longueur de la cellule.

$$E_2 = E_{20}$$

Le nombre total d'atomes est égal à:

$$N = nSL \quad (4.18)$$

où L est la longueur du cylindre et S sa section.

D'après les équations 4.15 et 4.19, la puissance absorbée sur le faisceau 2 s'écrit:

$$P_{abs} = C(SL) E_{10}^2 E_{20}^2 \quad (4.19)$$

où la constante décrivant le milieu atomique est égale à:

$$C = n\hbar\omega_2 \left(\frac{6\pi c^2 \varepsilon_0 r_0}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{\Gamma_e} (2k+1) \left| \sum_q a_q^{(k)} \right|^2 \begin{pmatrix} J_e & J_g & k \\ 1 & 1 & J_r \end{pmatrix}^2 \quad (4.20)$$

$$\times \left[(2J_{r_1} + 1) \frac{f_{r_1} e f_{gr_1}}{(\Delta\omega_{r_1})^2 \omega_{r_1} e \omega_{gr_1}} + (2J_{r_2} + 1) \frac{f_{r_2} e j_{gr_2}}{(\Delta\omega_{r_2})^2 \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}} \right]$$

$$- \frac{2}{\Delta\omega_{r_1} \Delta\omega_{r_2}} \sqrt{\frac{(2J_{r_1} + 1)(2J_{r_2} + 1) f_{r_1} e f_{gr_1} f_{r_2} e j_{gr_2}}{\omega_{r_1} e \omega_{gr_1} \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}}}$$

Soit,

$$C = 2n\hbar\omega_2 \left(\frac{\pi c^2 \varepsilon_0 r_0}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{\Gamma_e} \quad (4.21)$$

$$\times \left[2 \frac{f_{r_1} e f_{gr_1}}{(\Delta\omega_{r_1})^2 \omega_{r_1} e \omega_{gr_1}} + 4 \frac{f_{r_2} e j_{gr_2}}{(\Delta\omega_{r_2})^2 \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}} - \frac{4\sqrt{2}}{\Delta\omega_{r_1} \Delta\omega_{r_2}} \sqrt{\frac{f_{r_1} e f_{gr_1} f_{r_2} e j_{gr_2}}{\omega_{r_1} e \omega_{gr_1} \omega_{r_2} e \omega_{gr_2}}} \right]$$

4.4.2.2 Cas des faisceaux gaussiens

On se place donc dans une configuration où E_1 et E_2 dépendent de la position dans l'espace notée $\vec{r}$. On calcule la puissance absorbée dans un petit élément de volume

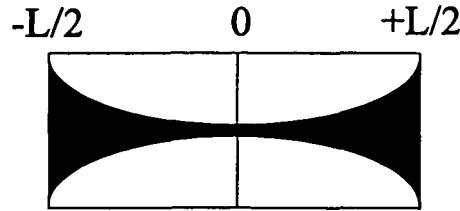


FIG. 30 - Focalisation des faisceaux gaussiens au centre de la cellule.

δV autour de $\vec{r}$.

$$\delta P_{abs} = n\hbar\omega_2 \Gamma_{ge}^{(2)res}(\vec{r}) \delta V \quad (4.22)$$

D'où,

$$\begin{aligned} P_{abs} &= n\hbar\omega_2 \int \int \int_{volume} \Gamma_{ge}^{(2)res}(\vec{r}) \delta V \\ &= C \int \int \int_{volume} E_1^2 E_2^2 r dr d\theta dz \end{aligned} \quad (4.23)$$

où C est la constante donnée par la relation 4.21.

Plus précisément, on suppose que les champs ont une structure gaussienne.

$$E_1^2 = \frac{w_1^2 E_{10}^2}{w_1^2 + \alpha_1^2 z^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w_1^2 + \alpha_1^2 z^2}\right) \quad (4.24)$$

et

$$E_2^2 = \frac{w_2^2 E_{20}^2}{w_2^2 + \alpha_2^2 z^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w_2^2 + \alpha_2^2 z^2}\right) \quad (4.25)$$

où w_1 et w_2 représentent respectivement le rayon des faisceaux 1 et 2 au col, que l'on suppose situé au même point pour les deux faisceaux. α_1 et α_2 sont les divergences correspondantes avec:

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\pi w_i} \quad i = 1, 2 \quad (4.26)$$

où λ_i désigne la longueur d'onde du faisceau considéré.

On se place dans la configuration représentée par la figure 30, c'est-à-dire pour laquelle les deux faisceaux sont focalisés au centre de la cellule, pris comme origine des coordonnées. E_{10} et E_{20} sont les amplitudes locales des champs 1 et 2 au col sur l'axe de propagation.

L'intégrale de l'équation 4.23 est égale à:

$$P_{abs} \sim \int \int \int_{volume} \frac{1}{(w_1^2 + \alpha_1^2 z^2)(w_2^2 + \alpha_2^2 z^2)} \quad (4.27)$$

$$\exp -2r^2 \left(\frac{1}{(w_1^2 + \alpha_1^2 z^2)} + \frac{1}{(w_2^2 + \alpha_2^2 z^2)} \right) r dr d\theta dz$$

Pour simplifier les notations, on pose:

$$\frac{1}{w'^2(z)} = \frac{1}{(w_1^2 + \alpha_1^2 z^2)} + \frac{1}{(w_2^2 + \alpha_2^2 z^2)} \quad (4.28)$$

On intègre l'équation 4.27 sur les différentes variables:

-l'intégrale sur θ est égale à 2π .

-l'intégrale sur r s'écrit:

$$\int \exp \left(\frac{-2r^2}{w'^2} \right) r dr = \frac{w'^2}{4} \quad (4.29)$$

-enfin, la valeur de l'intégration en z sur la longueur de la cellule est:

$$\int \frac{w_1^2 w_2^2 w'^2}{(w_1^2 + \alpha_1^2 z^2)(w_2^2 + \alpha_2^2 z^2)} dz = \frac{w_1^2 w_2^2}{\sqrt{(w_1^2 + w_2^2)(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)}} \arctan \left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{w_1^2 + w_2^2}} \right) \quad (4.30)$$

Expérimentalement, on choisit de faire coïncider les cols des faisceaux, on a donc:

$$w_1 = w_2 \quad (4.31)$$

et

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (4.32)$$

Finalement, la puissance absorbée est égale à:

$$P_{abs} = C \left(\frac{\pi^2}{2} \frac{w_2^4}{\lambda_2 \sqrt{2 \left(1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 \right)}} \arctan \left(\frac{L}{2} \frac{\lambda_2}{\pi w_2^2} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2}{2}} \right) \right) E_{10}^2 E_{20}^2 \quad (4.33)$$

Les longueurs d'onde des faisceaux utilisés dans l'expérience sont proches ($\lambda_1 = 859nm$ et $\lambda_2 = 1064nm$). L'argument de l'arctangente de l'équation 4.33 est donc environ égal à $\frac{L}{2} \frac{\lambda_2}{\pi w_2^2}$. La puissance absorbée est maximale et indépendante de la géométrie des faisceaux si l'argument de l'arctangente tend vers l'infini. La valeur de l'arctangente est alors égale à $\frac{\pi}{2}$.

$$\frac{L}{2} \lambda_2 \gg \pi w_2^2 \quad (4.34)$$

Soit,

$$L \gg 2z_R \quad (4.35)$$

où z_R est la longueur de Rayleigh du faisceau 2.

En conclusion, afin de maximiser le signal, il est nécessaire de choisir une longueur de Rayleigh courte devant la longueur de la cellule. Pour une longueur de cellule donnée, les faisceaux doivent être très focalisés au centre. Pour cela, leur rayon doit être maximum au niveau des extrémités de la cellule. Mais, lorsque la valeur du col des faisceaux est telle que l'on est très proche de l'asymptote de l'arctangente, le facteur géométrique est optimisé: il ne sert donc à rien de focaliser plus. L'intérêt d'observer l'absorption sur un faisceau au lieu de la fluorescence de la cellule est que l'on détecte tous les photons qui ont pris part au processus d'interaction.

Expérimentalement, on a:

$$L = 14cm \quad (4.36)$$

$$z_R = 3cm \quad (4.37)$$

ce qui correspond à un col

$$w_0 \approx 100\mu m \quad (4.38)$$

On se limite à un col de $100\mu m$ car, plus la valeur du col est petite, plus l'alignement des faisceaux est difficile. On obtient donc:

$$\arctan\left(\frac{L}{2z_R}\right) \approx 1.17 \approx \frac{\pi}{2} \quad (4.39)$$

Afin de quantifier la puissance absorbée, il est plus commode de l'exprimer en fonction des puissances lumineuses associées aux faisceaux 1 et 2. L'amplitude au carré des champs au centre de la cellule s'écrit $E_{i0}^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_i^2}\right)$ où $i = 1, 2$. La puissance correspondante est donc égale à:

$$P_i = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_{i0}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{2r^2}{w_i^2}\right) r dr d\theta \quad (4.40)$$

Soit,

$$E_{i0}^2 = \frac{4}{\epsilon_0 c} \frac{1}{\pi w_i^2} P_i \quad (4.41)$$

L'expression 4.33 devient, en posant $w_1 = w_2$:

$$P_{abs} = C \left(\frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2 \left(1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2\right)}} \arctan \left(\frac{L}{2} \frac{\lambda_2}{\pi w_2^2} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2}{2}} \right) \right) \frac{8}{\epsilon_0^2 c^2} P_1 P_2 \quad (4.42)$$

4.4.3 Structure hyperfine

Il existe une structure hyperfine des niveaux 4S et 5S du Potassium. La transition à deux photons impose la règle de sélection $\Delta F = 0$ entre les niveaux hyperfins. Ceux du niveau 5S sont trop proches les uns des autres pour que l'on puisse les résoudre. En revanche, les niveaux 4S ($F = 1$) et 4S ($F = 2$) sont séparés de $\frac{\Delta\omega}{2\pi} = 462\text{MHz}$ [Kuhn 1964]. On peut observer le dédoublement des raies correspondantes si:

$$\Delta\omega \succ \Gamma \quad (4.43)$$

C'est le cas pour des atomes supposés immobiles: Γ est alors égal à Γ_e , c'est-à-dire à la largeur du niveau atomique excité. La largeur du niveau 5S étant de l'ordre de 7MHz , on peut donc résoudre les pics de structure hyperfine. La raie d'absorption est alors dédoublée.

Le poids relatif des raies hyperfines est donné par le facteur $(2F + 1)$: il vaut 3 pour $F = 1$ et 5 pour $F = 2$. L'amplitude maximale du signal observable correspond donc aux $\frac{5}{8}$ du signal obtenu dans le cas où les raies de structure hyperfine ne sont pas résolues.

4.4.4 Puissance absorbée par des atomes en mouvement

On a traité jusqu'ici le cas d'atomes immobiles. On prend maintenant en compte leur mouvement. La raie d'absorption est alors élargie par effet Doppler. Le déplacement de la fréquence de résonance pour un atome de vitesse $\vec{v}$ est donnée par:

$$\delta\omega = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{v} \quad (4.44)$$

dans le cas de l'absorption à deux photons.

Pour un effet Raman, on a:

$$\delta\omega = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{v} \quad (4.45)$$

où $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont les valeurs algébriques des vecteurs d'onde des faisceaux 1 et 2 et $\vec{v}$ la vitesse des atomes. Les normes des vecteurs $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont égales à:

$$k_1 = \frac{n_1\omega_1}{c} \quad (4.46)$$

et

$$k_2 = \frac{n_2\omega_2}{c} \quad (4.47)$$

où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction et ω_1 et ω_2 les fréquences, associés à chaque faisceau.

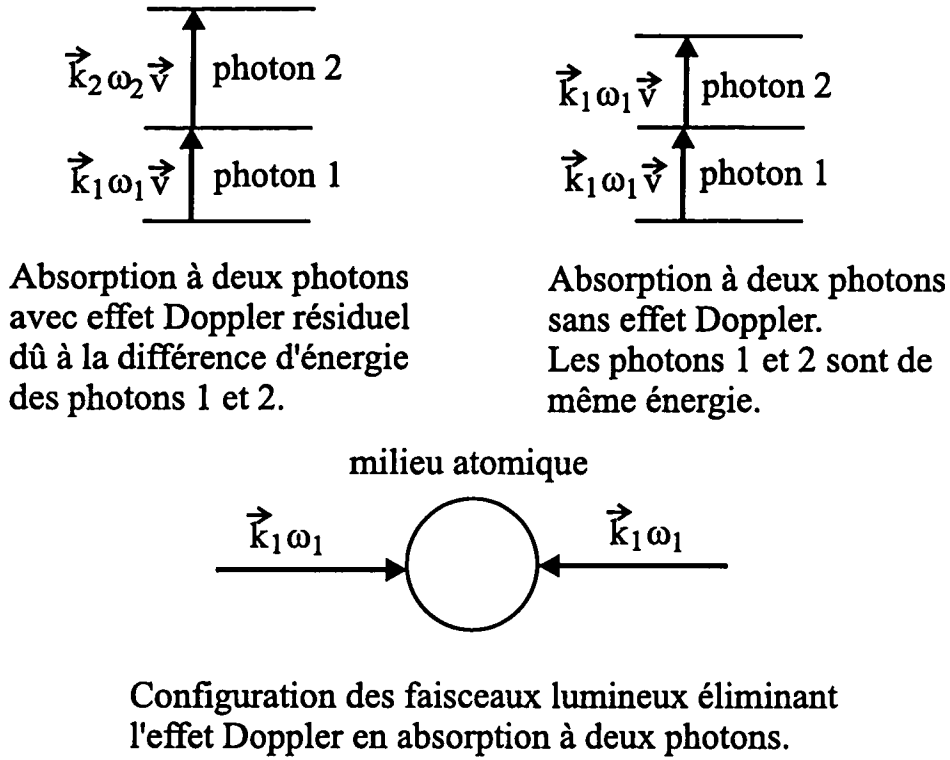


FIG. 31 - Compensation de l'élargissement Doppler.

Les configurations où les faisceaux se propagent dans le même sens ou en sens opposés sont représentées par la figure 31.

4.4.4.1 Cas où les faisceaux se propagent dans le même sens

Pour l'absorption à deux photons, la vitesse d'un atome absorbé par le faisceau 1 est de même sens que celle d'un atome absorbé par le faisceau 2.

Si les faisceaux se propagent également dans le même sens, on a alors:

$$\begin{aligned}\Gamma_{doppler} &= (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{v} = 2\pi \Delta\sigma \cdot \vec{v} \\ &= 2\pi (\sigma_{diode} + \sigma_{OPO}) v\end{aligned}\quad (4.48)$$

où σ_{diode} et σ_{OPO} sont respectivement les nombre d'onde des faisceaux 1 et 2. Leurs valeurs sont données dans le tableau 1.

On détermine la vitesse moyenne d'un atome de Potassium qui obéit à la relation:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kT \quad (4.49)$$

où k est la constante de Boltzmann et T la température en kelvin et m , la masse de l'atome de Potassium qui vaut $6.5 \cdot 10^{-26} kg$.

Pour une température $T = 473 K$, on trouve $v \approx 317 m \cdot s^{-1}$.

Finalement, on obtient:

$$\Gamma_{doppler} = 4.2 \cdot 10^9 s^{-1} \quad (4.50)$$

d'où,

$$\Delta\nu_{doppler} = 668 MHz \quad (4.51)$$

Cette valeur est supérieure à la largeur de raie due, dans le cas où les atomes sont immobiles, à la durée de vie du niveau excité.

En se référant au paragraphe 4.4.3, on constate qu'il n'est pas possible, dans cette configuration, de résoudre les raies de structure hyperfine. On n'observe qu'un seul pic d'absorption de largeur à mi-hauteur de l'ordre du GHz.

L'effet Doppler réduit la valeur de la puissance absorbée à une fréquence donnée. Dans l'expression de la probabilité de transition à deux photons, on remplace la largeur de raie Γ_e par $\Gamma_{doppler}$.

4.4.4.2 Cas où les faisceaux se propagent en sens opposés

L'élargissement Doppler est alors égal à:

$$\Gamma'_{doppler} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) v = (\Delta\sigma) v = (\sigma_{diode} - \sigma_{OPO}) v \quad (4.52)$$

Numériquement, il vaut:

$$\Gamma'_{doppler} = 4.4 \cdot 10^8 s^{-1} \quad (4.53)$$

d'où,

$$\Delta\nu'_{doppler} = 70 MHz \quad (4.54)$$

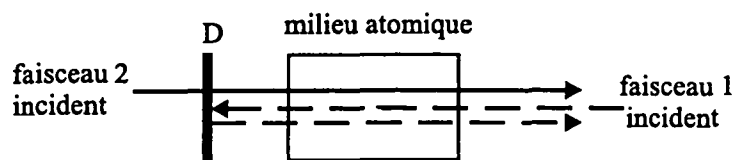
Cette valeur est inférieure à la séparation en fréquence des pics de structure hyperfine: les raies correspondantes sont donc résolues. De plus, elle est dix fois plus faible que l'élargissement Doppler dans la configuration où les faisceaux se propagent dans le même sens.

A partir de l'expression 4.52, on constate que l'élargissement Doppler est nul pour $\omega_1 = \omega_2$ si:

$$\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 \quad (4.55)$$

Chebotayev et Cagnac ont eu l'idée d'utiliser cette configurations dans les transitions à deux photons pour éliminer l'élargissement Doppler des raies atomiques [Vasilenko 1970] [Cagnac 1973] [Levenson 1974].

Cet effet a été mis en évidence par F. Biraden, B. Cagnac, G. Grynberg d'une part, Levenson et Blombergen d'autre part [Biraben 1974] [Levenson 1974].



D: miroir dichroïque hautement réfléchissant pour le faisceau 1 et transparent pour le faisceau 2.

- ① Les faisceaux 1 et 2 se propagent en sens opposés:
raie intense sans effet Doppler (uniquement effet Doppler résiduel).
- ② Les faisceaux 1 et 2 se propagent dans le même sens:
raie peu intense, élargie par effet Doppler.

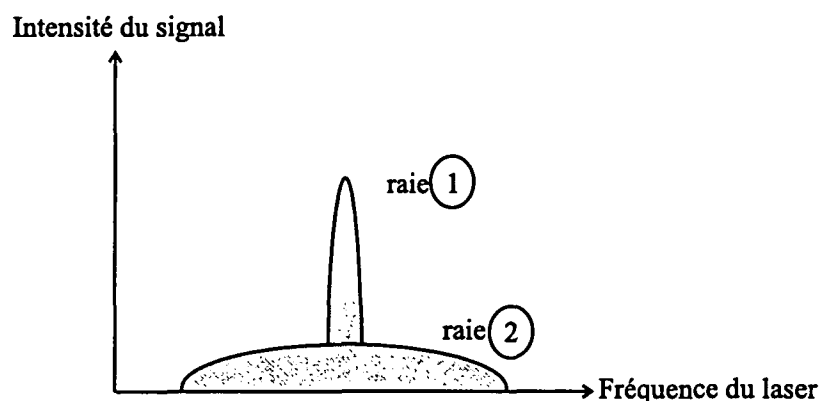


FIG. 32 - Raies avec ou sans effet Doppler.

Dans le cadre de l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium, les longueurs d'onde des faisceaux impliqués étant légèrement différentes (1064 nm et 859 nm), il est impossible d'éliminer totalement l'effet Doppler. Il faut donc en tenir compte comme cause d'élargissement de la raie car $\Gamma'_{doppler}$ est supérieure à Γ_e .

4.4.4.3 Intérêt d'observer la raie élargie par effet Doppler

La conclusion du paragraphe précédent est que l'on a intérêt à utiliser des faisceaux se propageant en sens opposés car le signal à détecter étant plus fin spectralement, son intensité est plus importante. En effet, la surface du pic étant constante, l'absorption est d'autant plus faible que la raie est large.

Cependant, une raie fine est difficile à pointer. Plus elle est étroite, plus le risque qu'elle soit en dehors de la plage de balayage du laser est grand.

Il peut être préférable, pour la faisabilité de l'expérience, de détecter, dans un premier temps, un signal moins intense, mais plus large.

Pour cela, on réalise un montage en double passage, représenté par la figure 32. Initialement, les deux faisceaux se propagent en sens opposés: on détecte une raie fine et intense. L'un des faisceaux est renvoyé sur lui-même après sa première traversée de la cellule. Il se propage alors dans le même sens que l'autre: on détecte une raie élargie par effet Doppler et donc moins intense. Le taux d'élargissement de la raie est égal au taux de réduction de l'intensité du signal.

4.4.5 Variation de la densité atomique en fonction de la pression de vapeur

D'après l'expression de la probabilité d'absorption à deux photons, l'un des seuls paramètres dont on a la liberté d'optimiser la valeur pour augmenter celle du coefficient d'absorption, est la densité atomique notée n .

En effet, le nombre d'atomes participant à la transition croît avec la pression de vapeur du gaz et donc avec la température. Afin d'augmenter le signal, il est nécessaire de chauffer la cellule. La référence [Alcock 1984] donne la variation de la pression de vapeur du Potassium en fonction de la température:

$$\log P = 4.961 - \frac{4646}{T} \quad (4.56)$$

où P est la pression de vapeur exprimée en atmosphère et T la température en Kelvin.

D'après la loi des gaz parfaits, on écrit la densité atomique sous la forme:

$$n \text{ (cm}^{-3}\text{)} = 9.7 \cdot 10^{18} \frac{P \text{ (mmHg)}}{T \text{ (K)}} \quad (4.57)$$

où n est la densité atomique exprimée en cm^{-3} .

A partir des relations 4.56 et 4.57, on peut donc déterminer la température de la cellule nécessaire à impliquer suffisamment d'atomes dans le processus à deux photons.

En raison de contraintes sur la qualité du verre constituant la cellule, on a choisi de travailler vers 200°C , soit 473 K.

D'après l'équation 4.56, la pression de vapeur est de 0.01mmHg . Celle-ci correspond, d'après l'équation 4.57 à une densité atomique $n = 2 \cdot 10^{14} \text{atomes.cm}^{-3}$, soit $n = 2 \cdot 10^{20} \text{atomes.m}^{-3}$.

4.4.6 Application numérique: calcul du coefficient d'absorption sur le faisceau jumeau

Le coefficient d'absorption à deux photons est égal à:

$$\alpha = \frac{P_{abs}}{P_2} \quad (4.58)$$

où P_2 est la puissance lumineuse incidente du faisceau sur lequel on mesure l'absorption.

P_1 correspond à la puissance lumineuse du laser auxiliaire, c'est-à-dire de la diode laser.

Expérimentalement, on dispose d'environ 19 mW. Or, comme on souhaite détecter un transfert de modulation, c'est la valeur de la puissance modulée qui intervient dans le calcul du coefficient d'absorption. En modulant deux fois l'amplitude du faisceau, on perd 70% de la lumière, comme on le verra dans le chapitre "Présentation de l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium": P_1 effective est donc de l'ordre de 6 mW.

4.4.6.1 Coefficient d'absorption dans le cas où l'élargissement Doppler n'est pas compensé (faisceaux se propageant dans le même sens)

On a souligné dans le paragraphe 4.4.4.3 qu'il serait intéressant d'avoir accès à la raie élargie par effet Doppler, c'est-à-dire correspondant à deux faisceaux se propageant dans le même sens (voir figure 32).

Or,

$$\Gamma_{doppler} \approx 4.2 \cdot 10^9 s^{-1}$$

Le coefficient d'absorption dans le cas de la raie élargie par effet Doppler est donc égal à:

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-6} \quad (4.59)$$

4.4.6.2 Coefficient d'absorption pour la raie avec élargissement Doppler résiduel (faisceaux se propageant en sens opposés)

On a $\Gamma'_{doppler} \approx 4.4 \cdot 10^8 s^{-1}$. De plus, l'amplitude du coefficient d'absorption est diminué d'un facteur $\frac{5}{8}$ à cause de la résolution de la structure hyperfine du niveau 4S.

Finalement, on obtient:

$$\alpha' = 8 \cdot 10^{-6}$$

4.5. Conclusion

Ce chapitre conclut la partie générale et théorique de ce mémoire sur la spectroscopie de haute sensibilité et, en particulier sur l'absorption à deux photons. Après avoir

décrit le processus de transition à deux photons, nous avons déterminé l'absorption qu'il nous faudra détecter dans la partie expérimentale. En tenant compte de la géométrie des faisceaux, de la structure hyperfine du milieu atomique et de l'élargissement des raies dû au mouvement des atomes, ce calcul montre que l'on a trouvé dans l'atome de Potassium une transition suffisamment faible pour démontrer l'intérêt de l'utilisation de l'OPO, mais suffisamment intense pour faire une expérience de spectroscopie. L'expérience décrite dans la suite de ce manuscrit est la première, à notre connaissance, à utiliser une vraie transition faible en spectroscopie en lumière non classique. Elle cumule donc les difficultés liées à la production de faisceaux lumineux dont les fluctuations sont comprimées et celles relatives à l'observation d'un signal spectroscopique très faible.

5 La source de photons jumeaux

5.1. Description générale

Ce chapitre décrit le dispositif expérimental fournissant les faisceaux jumeaux utilisés pour la spectroscopie à deux photons dans le Potassium.

Il a été montré à partir des années 1985 que des sources lumineuses appelées oscillateurs paramétriques optiques (ou OPO) possèdent la particularité de produire des faisceaux dont les fluctuations sur certaines observables sont inférieures au shot noise. En particulier, les fluctuations des intensités des faisceaux signal et complémentaire créés par un OPO fonctionnant au dessus du seuil d'oscillation sont corrélées au niveau quantique (faisceaux jumeaux). La différence de ces fluctuations n'est pas limitée par le bruit de photons. Au laboratoire, l'équipe de Claude Fabre s'est spécialisée dans les OPO continus. La mesure et l'optimisation de la corrélation des faisceaux jumeaux ont constitué l'un des thèmes de recherche de l'équipe d'optique quantique. L'OPO au dessus du seuil est un système très favorable à la réduction des fluctuations quantiques [Mertz 1991b] [Pan 1997a] [Pan 1997b].

Cependant, ces sources ne présentaient pas toutes les caractéristiques nécessaires à la mise en oeuvre d'expériences de spectroscopie. En particulier, il est indispensable en spectroscopie de disposer d'une source accordable afin de pouvoir localiser la transition dans l'espace des fréquences. Ceci n'est pas encore très bien maîtrisé en ce qui concerne les OPO. En effet, pour obtenir des seuils d'oscillation faibles et des taux de compression élevés, il faut utiliser des OPO doublement voire triplement résonnants, dont il est très difficile de faire varier continûment la fréquence.

En spectroscopie de grande sensibilité, c'est-à-dire dans le cadre de l'observation de signaux très faibles, il est important de bénéficier d'une puissance lumineuse suffisante. Or, jusqu'ici la puissance à la sortie d'un OPO se limitait à quelques mW.

Nous nous sommes efforcés de réaliser un dispositif produisant des faisceaux jumeaux les plus puissants possible (quelques dizaines de mW), très stables en fréquence, bien corrélés au niveau quantique et dont la longueur d'onde d'émission soit bien contrôlée et si possible accordable.

Une telle source constituerait l'outil idéal pour toute application à la spectroscopie.

La production de faisceaux jumeaux comporte plusieurs étapes illustrées par la figure 33.

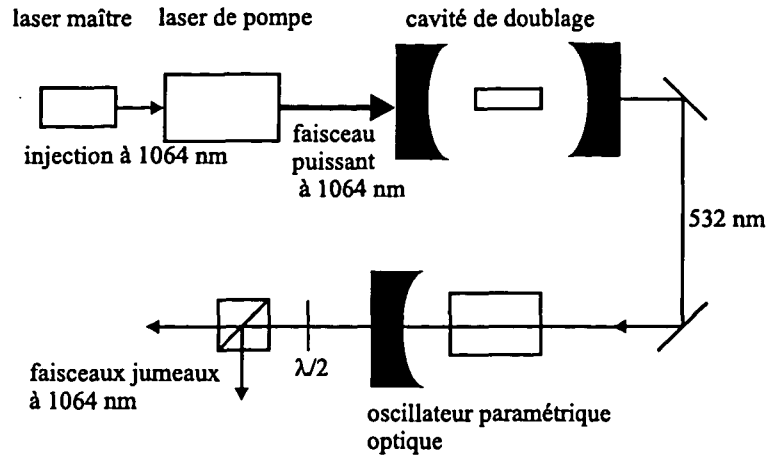


FIG. 33 - Différents éléments constituant la source de faisceaux jumeaux.

Un laser de pompe, en l'occurrence un laser Nd:YAG, fournit un faisceau lumineux à 1064 nm.

Sa fréquence est doublée par une cavité externe contenant un cristal non linéaire de LBO. On obtient un faisceau à 532 nm.

Ce dernier joue le rôle de faisceau de pompage pour l'OPO. Les faisceaux jumeaux de longueur d'onde voisine de 1064 nm sont créés par génération paramétrique dans le cristal non linéaire de KTP.

L'obtention d'une intensité lumineuse importante à la sortie de l'OPO nécessite l'utilisation d'un laser de pompe puissant, ainsi qu'un bon rendement de conversion entre les différents éléments du montage. Mais le laser Nd:YAG puissant dont nous disposons, présente une stabilité en fréquence insuffisante, critère primordial pour l'expérience envisagée. Il a donc fallu mettre en oeuvre un dispositif de stabilisation active de ce laser. La méthode de l'injection par un laser annexe très stable spectralement a été choisie pour sa grande efficacité car un laser est d'autant plus difficile à stabiliser qu'il est puissant. Elle a été mise en oeuvre par A. Maître.

La principale difficulté du montage global est d'en préserver la stabilité à long terme jusqu'au dernier élément. Il a donc été nécessaire de mettre en oeuvre des boucles d'asservissement au niveau de chaque élément, l'efficacité de chaque boucle dépendant de celle des précédentes.

Chaque élément de la chaîne aboutissant à la production de photons jumeaux fait l'objet de l'un des paragraphes suivants. Je décrirai le laser de pompe, la méthode d'injection, la réalisation de la cavité de doublage, et enfin, la production des faisceaux jumeaux par l'OPO continu. P. Souto Ribeiro a, en particulier, mis au point la cavité de doublage et celle de l'OPO ainsi que les asservissements correspondants.

5.2. Le laser de pompe

Ce paragraphe décrit le laser à solide Nd:YAG continu utilisé comme laser de pompe pour la production de faisceaux jumeaux. Les caractéristiques de puissance et de stabilité de l'OPO dépendent de la qualité du pompage. Il faut donc produire un faisceau pompe, le plus intense possible, très stable spectralement.

5.2.1 Le milieu amplificateur

Il s'agit d'un barreau de verre dopé par des ions néodyme (Spectron SL 1101), pompé par une lampe flash. La longueur du barreau est de 130 mm, son diamètre de 4.5 mm. La lampe flash est alimentée par un courant électrique ajustable entre 6 et 19 A. On le fixe habituellement à 14.5 A. De la valeur du courant dépend la puissance de sortie. Typiquement, la puissance émise par le milieu amplificateur placé dans une cavité linéaire, pour un courant de 19 A, est de l'ordre de 120 watts multimode en continu.

Le rendement du pompage par lampe flash est de l'ordre de 5%. L'échauffement que ce type de pompage induit sur le milieu amplificateur nécessite la mise en oeuvre d'un circuit de refroidissement par eau.

Ces phénomènes thermiques créent un effet de lentille au niveau du barreau.

La distance focale correspondante varie entre 35 et 40 cm, d'après le constructeur. Mais, elle ne répond pas aux caractéristiques d'une lentille mince. Son comportement est celui d'une lentille épaisse inhomogène: il est donc difficile de la mesurer plus précisément.

5.2.2 La cavité optique

Le milieu amplificateur est placé dans une cavité en anneau d'un mètre de longueur environ, réalisée au laboratoire. Elle est représentée par la figure 34.

Elle est constituée de quatre miroirs plans: trois d'entre eux sont pourvus d'un traitement hautement réfléchissant à 1064 nm. Le quatrième joue le rôle de coupleur avec le laser d'injection et sert également de miroir de sortie. Son coefficient de réflexion à 1064 nm est de 82% pour la polarisation verticale et de 51% pour la polarisation horizontale. Une lame à incidence de Brewster permet de privilégier la polarisation verticale du faisceau lumineux.

La finesse de la cavité est égale à 16 pour la polarisation verticale et à 5 pour la polarisation horizontale.

La puissance laser intra-cavité, en présence du diaphragme qui sélectionne le mode transverse oscillant dans la cavité et du faisceau d'injection, est de l'ordre de 30 W pour un courant d'alimentation de 14.5 A. La puissance de sortie optimale est de 5.4W.

Le faisceau lumineux est multimode transverse et longitudinal. On le rend monomode transverse, en insérant sur son trajet un diaphragme: on sélectionne ainsi le mode TEM₀₀. Le fonctionnement monomode longitudinal est imposé par l'injection car

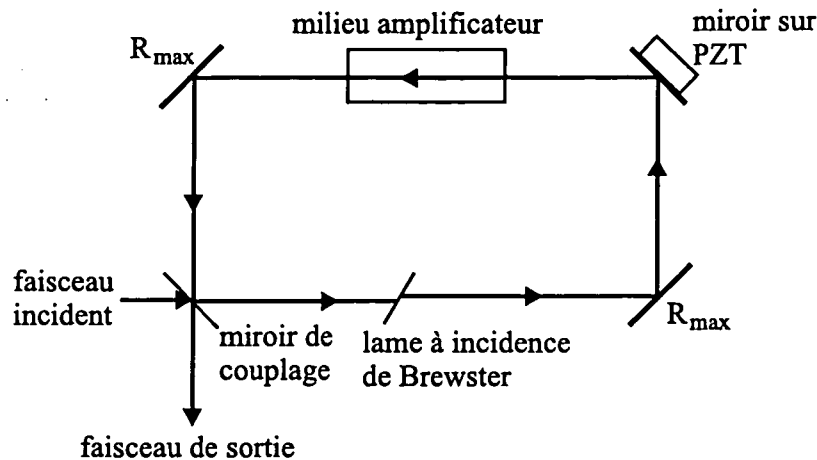


FIG. 34 - Cavité du laser Nd:YAG de pompe.

les caractéristiques spectrales du faisceau esclave sont fixées par celles du laser maître. La méthode d'injection fait l'objet du paragraphe 5.3.2.

La configuration en anneau est un atout pour l'injection. On élimine ainsi le phénomène d'ondes stationnaires propre aux cavités linéaires. L'onde stationnaire donne lieu à des noeuds et des ventres d'intensité lumineuse. Dans les zones de plus faible intensité, le gain n'est pas saturé: plusieurs modes longitudinaux peuvent alors atteindre le seuil d'oscillation. La cavité en anneau favorise donc a priori le fonctionnement monomode du laser.

La cavité étant symétrique, le col du faisceau est situé au centre du milieu amplificateur. On mesure son rayon, ou, plus précisément celui de son image à l'extérieur de la cavité grâce à un analyseur de modes (Cohérent). Il est égal à $375 \mu m$.

L'un des miroirs de la cavité est monté sur une cale piezoélectrique. En lui appliquant une tension, on modifie la longueur de la cavité. C'est par ce moyen qu'est réalisé l'asservissement du laser.

5.3. Asservissement du laser de pompe

5.3.1 Généralités

Le laser Nd:YAG décrit précédemment présente d'importantes fluctuations d'intensité ainsi qu'une dérive en fréquence non négligeable. Dans ces conditions, il est inutilisable pour la suite de l'expérience. Dans la suite de ce paragraphe, nous nous intéresserons à sa stabilisation en fréquence.

5.3.1.1 Origine des instabilités

La principale source de bruit est d'origine instrumentale. Elle est due à des fluctuations thermiques et mécaniques basses fréquences. Ces fluctuations impliquent des variations de la longueur des éléments de la cavité et donc de la longueur globale du résonateur. La conséquence en est l'apparition d'une dérive des fréquences propres de la cavité.

Le refroidissement par eau du milieu amplificateur induit les vibrations non négligeables.

5.3.1.2 Tentatives de stabilisation

Différentes méthodes de stabilisation ont été envisagées.

Dans un premier temps, un étalon épais a été inséré dans la cavité laser. Son rôle consiste à créer une sous-cavité dont l'intervalle spectral libre détermine la fréquence de fonctionnement du laser. Des étalons de diverses épaisseurs de l'ordre du millimètre ont été essayés. Cette méthode stabilise efficacement le laser lorsque celui-ci fonctionne à puissance réduite. Elle n'est pas suffisante aux besoins de l'expérience. De plus, elle augmente les pertes dans la cavité.

Par la suite, nous avons mis en oeuvre la méthode de Hansch et Couillaud décrite dans la référence [Hansch 1980]. Elle consiste à élaborer un signal d'erreur à partir de la polarisation du faisceau laser réfléchi par une cavité de référence dans laquelle une lame est placée à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale. Celle-ci est donc amplifiée dans la cavité, tandis que la polarisation verticale voit une cavité à fortes pertes. La composante horizontale réfléchie par le premier miroir est la somme des ondes multiples qui se sont propagées dans la cavité; la composante verticale est uniquement composée de la réflexion sur le premier miroir avant la propagation dans la cavité. A résonance, ces deux composantes sont en phase: à la sortie de la cavité, on obtient donc une vibration rectiligne. Hors résonance, les composantes sont déphasées: la vibration résultante est elliptique. Elle est analysée au moyen d'une lame quart d'onde et d'un cube polariseur. Le signal d'erreur est formé par la différence des intensités réfléchie et transmise par le cube. Il est nul à résonance. Il est envoyé sur la cale piezo-électrique montée sur l'un des miroirs de la cavité laser. La longueur de la cavité, et donc sa fréquence de fonctionnement est ainsi asservie. Outre la difficulté à obtenir un signal d'erreur d'amplitude acceptable, cette méthode ne s'est pas révélée être suffisante pour stabiliser correctement le laser.

Finalement, nous avons opté pour la méthode d'injection du laser par un laser annexe très stable.

5.3.2 Méthode d'injection

5.3.2.1 Principe de la méthode

La technique d'injection est représentée par la figure 35.

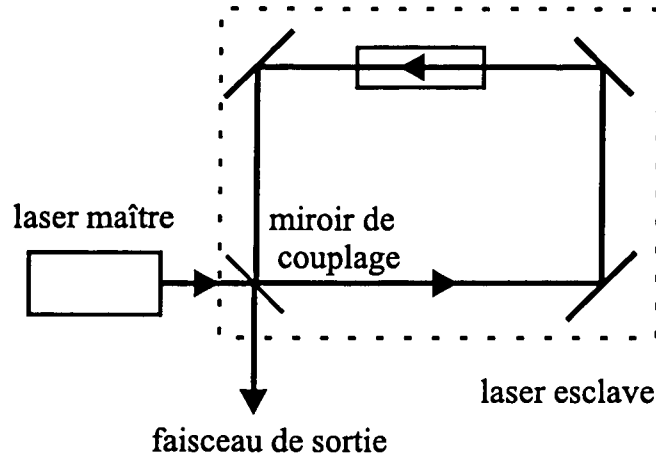


FIG. 35 - Schéma du principe de l'injection.

Un laser de relativement faible puissance, appelé laser maître, présentant de bonnes qualités spatiales et spectrales, impose sa fréquence et sa structure de mode à un laser, qualifié de laser esclave, puissant et instable.

Le processus d'injection entre deux lasers continus est le suivant. Lorsqu'un laser continu oscille, les pertes sur un aller-retour dans la cavité sont égales au gain qui se sature pour assurer leur compensation. Si on injecte une faible quantité de lumière à une fréquence proche d'une résonance de la cavité de l'esclave, une grande quantité d'énergie est stockée dans cette cavité. Elle contribue à saturer davantage le gain du milieu amplificateur. Si cette énergie est suffisante, la saturation du gain est telle que le laser esclave passe en dessous du seuil d'oscillation. Il se comporte non plus comme un laser mais uniquement comme un amplificateur pour la lumière injectée. Le nombre de passages dans l'amplificateur est d'autant plus grand que le gain est proche du seuil d'oscillation. L'injection bloque réellement l'oscillation et la lumière émise par le laser esclave présente les mêmes caractéristiques spatiales et spectrales que la lumière injectée.

Cependant, il s'établit dans la cavité esclave une compétition entre l'oscillation propre du laser et l'amplification de la lumière injectée. En effet, si la fréquence de la lumière injectée est trop éloignée de l'une des résonances du laser esclave ou si son intensité est trop faible, le gain du milieu amplificateur n'est plus suffisamment saturé pour bloquer l'oscillation propre du laser. Celui émet alors simultanément son propre signal et un signal correspondant à l'amplification de la lumière injectée.

La plage spectrale de blocage $\Delta\omega$ est trouvée égale à [Siegman 1986]:

$$\Delta\omega = \frac{2\omega_0}{Q} \sqrt{\frac{I_{inj}}{I_0}} \quad (5.1)$$

où I_0 est l'intensité lumineuse émise par le laser esclave non injecté à la fréquence ω_0 , Q le facteur de surtension de la cavité esclave et I_{inj} l'intensité lumineuse injectée.

Le facteur de surtension est défini par:

$$Q = \frac{FL}{\lambda} \quad (5.2)$$

où L est la longueur de la cavité, F sa finesse et λ la longueur d'onde d'émission laser.

La bande passante de la cavité $\Delta\omega_{cav}$ s'exprime en fonction de facteur de surtension.

$$\Delta\omega_{cav} = \frac{\omega_0}{Q} \quad (5.3)$$

La plage spectrale de blocage dépend donc de la bande passante de la cavité.

$$\Delta\omega = \Delta\omega_{cav} \sqrt{\frac{I_{inj}}{I_0}} \quad (5.4)$$

5.3.2.2 Description du laser maître

Le laser maître est un laser Nd:YAG Lightwave modèle 122. Il est constitué d'un résonateur monolithique, unidirectionnel dans lequel le cristal est directement configuré en anneau. Le pompage est assuré par des diodes laser.

Le faisceau de sortie, d'une puissance de 350 mW, est monomode transverse et longitudinal. Il est polarisé linéairement et limité par la diffraction.

Ce laser est très stable en fréquence: d'après le constructeur, sa dérive est inférieure à 50 MHz/heure et l'amplitude de ses fluctuations de fréquence inférieure à 75 kHz/ms.

D'après les spécifications, le col du faisceau est situé à 50 ± 2 mm en arrière de la fenêtre de sortie. Expérimentalement, on estime son rayon à $131 \mu\text{m}$ et sa position à 2.2 cm en arrière de la fenêtre de sortie [Berreby 1994].

Le faisceau émis par le laser maître est légèrement elliptique. De plus, il est astigmatique. Or, comme de ses qualités spatiales dépendent celles du faisceau de sortie du laser esclave, il est important de corriger cette disymétrie entre les deux directions transverses. Pour cela, on utilise une paire de prismes anamorphoseurs. Afin de compenser à la fois l'astigmatisme et l'asymétrie, il est nécessaire de focaliser le faisceau entre les deux prismes au moyen d'une lentille de distance focale égale à 10 cm. Le positionnement de ces derniers est très critique. Leur insertion dans le faisceau entraîne 3% de pertes en puissance.

Auparavant, le signal d'injection traverse un isolateur optique (Conoptics) qui protège le laser maître contre d'éventuels retours de la lumière émise par l'esclave qui se produisent lorsque l'injection n'est pas correctement réalisée. L'isolateur optique est composé d'un rotateur de Faraday qui fait tourner la polarisation de la lumière de 45° dans un sens dépendant du sens de propagation, d'une lame $\frac{\lambda}{2}$ qui fait tourner la polarisation de la lumière indépendamment du sens de propagation, et de deux polariseurs de Glan. Le faisceau du laser maître est focalisé dans l'isolateur par une lentille de distance focale 15 cm.

L'isolation mesurée est égale à 26 dB. La puissance lumineuse est de $340mW$ à la sortie de l'isolateur optique et de $320mW$ après les prismes anamorphoseurs.

5.3.2.3 Adaptation des deux lasers

La qualité de l'injection dépend de façon cruciale de l'adaptation des modes des deux lasers. En effet, d'après l'équation 5.1, la plage spectrale de blocage varie comme la racine carrée de l'intensité lumineuse injectée. Il est donc primordial que les fronts d'onde du maître et de l'esclave soient égaux afin de ne pas perdre une partie de la puissance injectée dans d'autres modes du laser à asservir.

On détermine la valeur des distances focales des deux lentilles nécessaires à l'adaptation des modes des deux lasers. Leur distance focale est égale à $30cm$ pour la première et $50cm$ pour la seconde.

On injecte le faisceau du laser maître dans la cavité esclave. Une photodiode mesure la lumière transmise par l'un des miroirs. Elle permet de s'assurer que l'alignement du faisceau d'injection est correct.

5.3.2.4 La boucle d'asservissement

La technique utilisée pour créer le signal d'erreur destiné à l'asservissement du laser esclave est celle dite des bandes latérales. Elle consiste à moduler la phase du laser maître à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$ grâce à un modulateur électro-optique. Il apparaît alors deux raies latérales autour de la fréquence centrale du laser $\frac{\omega}{2\pi}$ à $\frac{(\omega \pm \omega_m)}{2\pi}$, d'amplitudes opposées. La fréquence de modulation est supérieure à la bande passante de la cavité du laser esclave.

Si on envoie ce signal sur une photodiode, les battements entre la porteuse et chacune des bandes latérales sont égaux en valeur absolue et de signes opposés. Ils s'annulent donc parfaitement.

Ce faisceau est injecté dans la cavité du laser esclave. Si la fréquence du laser maître est égale à l'une des fréquences de résonance de la cavité, le signal à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$ est nul. En revanche, si la fréquence du laser est différente d'une fréquence de résonance de la cavité, il apparaît un déphasage et donc un signal non nul à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$.

La structure antisymétrique des bandes latérales permet d'obtenir, à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$, un signal impair autour de la fréquence de résonance.

Ce signal démodulé constitue le signal d'erreur. Il est amplifié et filtré afin de piloter la céramique piezoélectrique placée sur l'un des miroirs de la cavité esclave. De cette façon, la longueur de la cavité est asservie et les fluctuations de fréquences du laser corrigées.

Il est préférable de choisir une fréquence de modulation du laser maître supérieure au MHz. En effet, la majorité des lasers présentent un excès de bruit d'amplitude très important à basse fréquence. C'est également à basse fréquence qu'a lieu l'oscillation de relaxation du laser. Ces effets limitent les performances des asservissements.

Le bruit d'amplitude décroît quand on augmente la fréquence pour atteindre le bruit de photons vers quelques MHz. C'est donc dans cette plage spectrale qu'il faut travailler pour s'affranchir du bruit technique.

La fréquence de modulation de notre asservissement est égale à 14.7 MHz. Elle est imposée par le circuit résonnant associé au modulateur de phase.

5.3.2.5 Calcul et obtention du signal d'erreur

Le calcul du signal d'erreur est issu de la référence [Houssin 1989].

Le champ électrique à la sortie du laser maître est:

$$E = E_0 \exp(i\omega t) \quad (5.5)$$

où $\frac{\omega}{2\pi}$ est la fréquence d'émission de ce laser et E_0 l'amplitude du champ.

La phase du champ est modulée à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$ par un modulateur électro-optique. Le champ s'écrit alors:

$$E = E_0 \exp[i(\omega t + \delta \sin \omega_m t)] \quad (5.6)$$

où δ représente l'indice de modulation et $\frac{\omega_m}{2\pi}$ la fréquence de modulation.

On peut également exprimer le champ électrique en le développant en termes de fonctions de Bessel, soit:

$$E = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\delta) \exp[i(\omega t + n\omega_m t)] \quad (5.7)$$

où $J_n(\delta)$ est la fonction de Bessel d'ordre n .

Lorsque l'indice de modulation est inférieur ou égal à 1, les termes du développement de l'équation 5.7 d'ordre supérieur ou égal à deux sont négligeables. Dans notre expérience, le taux de modulation est très faible. L'amplitude des bandes latérales ne représente qu'environ 1% de celle de la porteuse. L'approximation précédente est donc totalement justifiée dans notre cas.

On peut donc limiter l'expression 5.7 du champ modulé à l'équation suivante:

$$E = E_0 [J_0(\delta) \exp i\omega t + J_1(\delta) \exp i(\omega + \omega_m) t + J_{-1}(\delta) \exp i(\omega - \omega_m) t] \quad (5.8)$$

Le faisceau lumineux destiné à être transformé en signal d'erreur est la superposition de l'onde émise par le laser maître directement réfléchi par le miroir de couplage et de celle qui circule dans le résonateur esclave.

Le champ réfléchi par le miroir de couplage s'écrit:

$$E_r = E_i \left(r_1 - t_1^2 r_2 \exp i\omega \tau \sum_{n=0}^{\infty} g^n r_1^n r_2^n \exp(in\omega \tau) \right) \quad (5.9)$$

où E_i est le champ incident, r_1 et t_1 sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du miroir de couplage, r_2 le coefficient de réflexion des autres miroirs, g le gain en amplitude pour un passage par le milieu amplificateur du laser esclave, τ la durée d'un tour de la lumière dans la cavité du laser esclave et n le nombre de passages dans cette cavité.

D'où,

$$E_r = E_i \left(r_1 - \frac{t_1^2 r_2 \exp i\omega\tau}{1 - r_1 r_2 g \exp(i\omega\tau)} \right) \quad (5.10)$$

Dans notre cas, E_i est donné par l'expression 5.8. L'équation 5.10 devient alors:

$$\begin{aligned} E_r = E_0 J_0(\delta) & \left[r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - \exp(i\omega\tau)}{D} \right] \exp(i\omega t) \\ & + E_0 J_1(\delta) \left[r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - \exp i(\omega + \omega_m)\tau}{D^+} \right] \exp i(\omega + \omega_m) t \\ & + E_0 J_{-1}(\delta) \left[r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - \exp i(\omega - \omega_m)\tau}{D^-} \right] \exp i(\omega - \omega_m) t \end{aligned} \quad (5.11)$$

où

$$D = 1 + (r_1 r_2 g)^2 - 2r_1 r_2 g \cos \omega\tau \quad (5.12)$$

$$D^+ = 1 + (r_1 r_2 g)^2 - 2r_1 r_2 g \cos(\omega + \omega_m)\tau$$

$$D^- = 1 + (r_1 r_2 g)^2 - 2r_1 r_2 g \cos(\omega - \omega_m)\tau$$

Le signal détecté par la photodiode est proportionnel à $E_r E_r^*$. Les composantes continues sont éliminées par filtrage. Les termes en $\exp \pm 2i\omega_m t$ de l'expression 5.11 sont toujours en facteur de produits de fonctions de Bessel du premier ordre, c'est-à-dire $J_1(\delta) J_{-1}^*(\delta)$ ou $J_{-1}(\delta) J_1^*(\delta)$. Les fonctions $J_n(\delta)$ décroissent rapidement quand n augmente. Ces termes sont donc négligeables par rapport à ceux en $J_0(\delta)$. D'ailleurs, on ne s'intéresse qu'à la composante à la fréquence ω_m , le reste n'étant pas vu après le mixer.

$$\begin{aligned} E_r E_r^* = E_0^2 J_0(\delta) & \left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{i\omega\tau}}{D} \right) \\ & \times \left[J_1^*(\delta) \left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{-i(\omega + \omega_m)\tau}}{D^+} \right) \exp(-i\omega_m t) \right. \\ & \left. + J_{-1}^*(\delta) \left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{-i(\omega - \omega_m)\tau}}{D^-} \right) \exp(i\omega_m t) \right] + cc \end{aligned} \quad (5.13)$$

Les fonctions de Bessel sont réelles et $J_{-1}(\delta) = -J_1(\delta)$.

L'expression 5.13 devient:

$$E_r E_r^* = E_0^2 J_0(\delta) J_1(\delta) \left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{i\omega\tau}}{D} \right) \quad (5.14)$$

$$\times \left[\left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{-i(\omega+\omega_m)\tau}}{D^+} \right) \exp(-i\omega_m t) \right] + cc$$

$$\times \left[- \left(r_1 + r_2 t_1^2 \frac{r_1 r_2 g - e^{-i(\omega-\omega_m)\tau}}{D^-} \right) \exp(i\omega_m t) \right]$$

Le signal précédent est démodulé par une détection synchrone, c'est-à-dire multiplié par un signal électronique, appelé référence, dont on peut fixer la fréquence et la phase. Sa fréquence est la fréquence de modulation, soit $\frac{\omega_m}{2\pi}$. Sa phase est choisie de façon à obtenir un signal impair à la sortie du mélangeur. Concrètement, on multiplie le photocourant à la sortie de la photodiode par $\sin \omega_m t$. Les hautes fréquences sont alors filtrées: on ne conserve que la composante continue. Le signal de sortie de la détection synchrone constitue le signal d'erreur, noté S_e destiné à l'asservissement du laser esclave.

Après calculs, on obtient:

$$S_e \sim E_0^2 J_0(\delta) J_1(\delta) r_1 r_2 t_1^2 \left[\begin{aligned} & -\frac{1}{D} \left(2 + r_2^2 t_1^2 g \left(\frac{1}{D^+} + \frac{1}{D^-} \right) \right) \sin \omega \tau \\ & -\frac{1}{D} \frac{r_2 t_1^2}{r_1} \left(\frac{1}{D^+} - \frac{1}{D^-} \right) \sin \omega_m \tau \\ & + \left(1 + \frac{r_2^2 t_1^2 g}{D} \right) \left(\frac{\sin(\omega+\omega_m)\tau}{D^+} + \frac{\sin(\omega-\omega_m)\tau}{D^-} \right) \end{aligned} \right] \quad (5.15)$$

Lorsque la fréquence de modulation $\frac{\omega_m}{2\pi}$ est inférieure à l'intervalle spectral libre $\frac{1}{\tau}$, soit $\omega_m \tau \ll 2\pi$, l'expression 5.15 se simplifie. Expérimentalement, la fréquence de modulation est égale à $14.7 MHz$ et l'intervalle spectral libre de la cavité du laser esclave à environ $300 MHz$. La condition précédente est donc vérifiée.

On a alors:

$$\cos(\omega - \omega_m) \tau \sim \cos(\omega + \omega_m) \tau \sim \cos \omega \tau \quad (5.16)$$

D'après les relations 5.12, on obtient:

$$D^+ \sim D^- \sim D \quad (5.17)$$

L'expression du signal d'erreur 5.15 se simplifie:

$$S_e \sim -\frac{2}{D} \left(1 + \frac{r_2^2 t_1^2 g}{D} \right) \sin \omega \tau + \frac{1}{D} \left(1 + \frac{r_2^2 t_1^2 g}{D} \right) (\sin(\omega + \omega_m) \tau + \sin(\omega - \omega_m) \tau) \quad (5.18)$$

Il varie donc selon:

$$S_e \sim -2 \frac{\sin \omega \tau}{D} + \frac{\sin(\omega + \omega_m) \tau}{D} + \frac{\sin(\omega - \omega_m) \tau}{D} \quad (5.19)$$

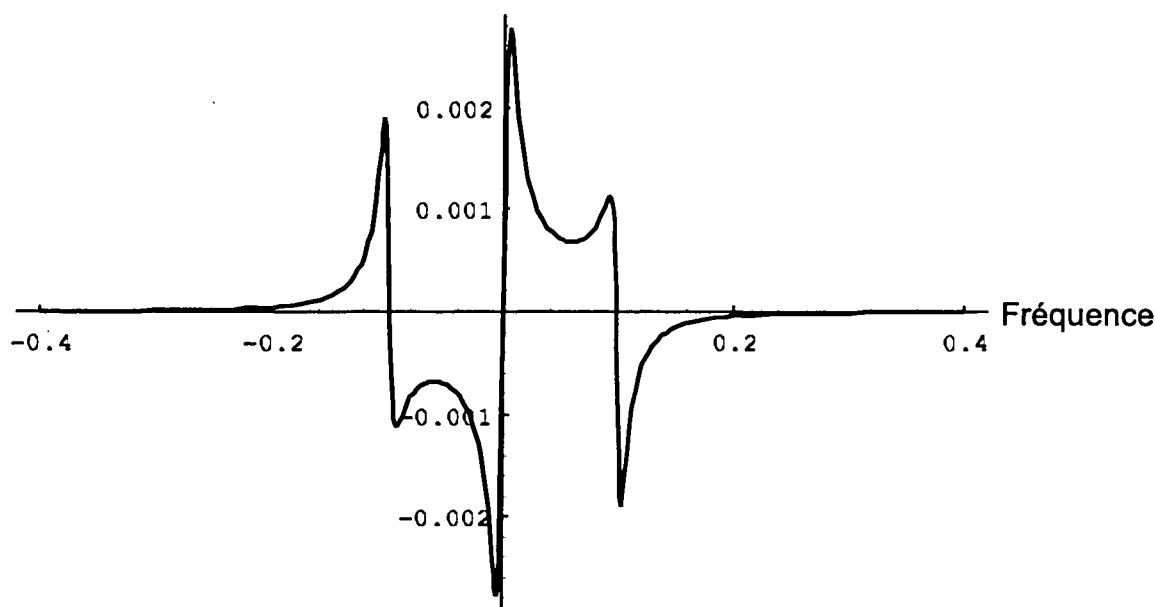


FIG. 36 - Signal d'erreur.

Cette expression s'annule pour les fréquences de résonance du laser esclave, c'est-à-dire pour $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k}{\tau}$ où k est un entier et est impair autour de ces fréquences. Les deux derniers termes de l'équation 5.19 sont aussi impairs. Ils correspondent aux contributions aux fréquences $\frac{\omega_m}{2\pi} \pm \frac{k}{\tau}$ où S_e s'annule.

L'allure du signal d'erreur est tracée sur la figure 36.

Expérimentalement, la modulation de la phase du faisceau du laser maître est réalisée par un modulateur électro-optique (Gsanger LMO202PO-1W-IR) composé de quatre cristaux de KD_2PO_4 (KD*P) de façon à éviter les problèmes de variation de la biréfringence naturelle, causés par des effets thermiques. Afin d'obtenir une modulation de phase quasiment pure, une lame demi-onde aligne la polarisation de la lumière sur les axes propres du cristal.

On envoie sur le modulateur un signal électronique sinusoïdal à la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi} = 14.7 \text{ MHz}$. Celui-ci est produit par un générateur de fonction (Toellner 7710) et amplifié par un amplificateur de puissance (Minicircuits ZHL-1-2W). Un circuit LC résonnant minimise la tension d'alimentation de l'électro-optique nécessaire à l'obtention d'un indice de modulation raisonnable.

5.3.2.6 Système électronique de traitement du signal d'erreur

Détection Il s'agit d'une photodiode rapide ETX300, alimentée sous 5 V. Elle détecte les fréquences jusqu'à 100 MHz. Afin de s'affranchir du bruit électronique aux fréquences autres que la fréquence de modulation, on réalise deux filtres, l'un "passe haut", l'autre "passe bas".

Un troisième filtre, passe bande centré sur 14.7 MHz, de facteur de qualité supérieur à 50, améliore les performances du montage.

Mélangeur-déphaseur-intégrateur On utilise le modèle habituellement conçu au laboratoire. Il est décrit plus en détails dans le paragraphe concernant la modulation à haute fréquence du chapitre suivant.

La particularité de ce montage est que l'on peut régler manuellement l'offset électronique du mélangeur et de l'intégrateur. Ceci permet de rétablir l'asservissement même si les dérives thermiques du laser esclave sont très importantes.

Le niveau du signal de référence du mélangeur a été choisi de façon à éviter les oscillations.

La tension de sortie de l'intégrateur, amplifiée par un amplificateur haute tension, pilote la céramique piezo-électrique placée sur l'un des miroirs de la cavité esclave afin de corriger les fluctuations de longueur de celle-ci, et donc les fluctuations de fréquence.

En fonctionnement courant, l'asservissement du laser de pompe pour une puissance de sortie de l'ordre de 5 W résiste facilement quelques heures, à condition qu'aucun choc n'ébranle la table d'expérience.

5.4. La cavité de doublage

L'OPO doit être pompé par de la lumière verte, à 532 nm, afin de produire des faisceaux jumeaux dans l'infrarouge, à 1064 nm, utilisables dans l'expérience d'absorption à deux photons dans le Potassium. Il est donc nécessaire de créer à partir du faisceau de sortie du laser Nd:YAG esclave de la lumière à 532 nm. On réalise pour cela la génération de seconde harmonique grâce à un cristal non linéaire placé dans une cavité [Yang 1991]. La cavité de doublage est externe, c'est-à-dire, située à l'extérieur du résonateur esclave, afin de découpler les problèmes liés à la stabilité de laser de pompe et ceux liés à la cavité de doublage.

5.4.1 Le cristal doubleur

Comme dans la référence [Yang 1991], où une puissance de 6.5 W à 532nm a été obtenue à partir de 18W à 1.06 μ m, on utilise un cristal de LiB_3O_5 (LBO). Son seuil de dommage élevé, sa faible absorption aux longueurs d'onde du fondamental et de la seconde harmonique, la possibilité de l'utiliser dans la configuration d'adaptation de phase non critique de type I en font un bon candidat pour la génération de seconde harmonique. Cependant son coefficient non linéaire (1 pm/V) est faible comparé à celui du KTP (de l'ordre de 4.7 pm/V), également utilisé dans ce type d'application.

Nous avons testé deux cristaux de LBO. Les dimensions du premier sont $7 \times 5 \times 5$ mm, celles du second $20 \times 4 \times 4$ mm. Leur transmission dans l'infra-rouge spécifiée par le constructeur est supérieure à 99.35% pour l'un et supérieure à 99.8% pour l'autre. En mesurant les pertes de la cavité optique, on peut évaluer celles dues au cristal: les

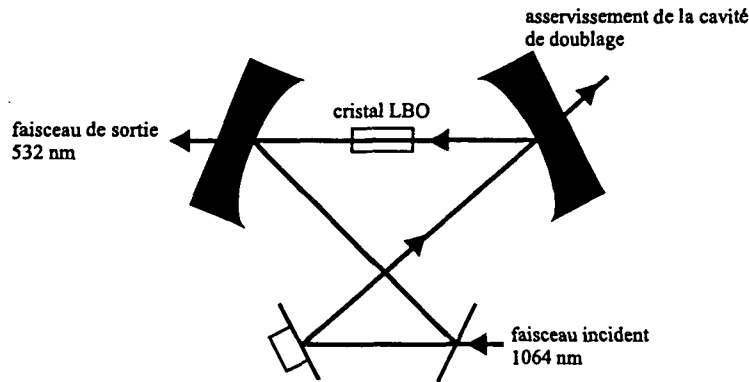


FIG. 37 - Cavité de doublage.

valeurs ainsi déterminées sont bien supérieures aux données théoriques. J'y reviendrai dans le paragraphe 5.4.2, après la description de la cavité.

Afin de réaliser les conditions d'accord de phase, le cristal est placé dans un four chauffé à 132°C . La température est stabilisée à 0.1°C près.

5.4.2 La cavité optique

Elle est représentée par la figure 37. C'est une cavité en anneau composée par deux miroirs plans et deux miroirs concaves de rayon de courbure égal à 10 cm. Elle est résonnante pour le faisceau infra-rouge incident et transparente pour le vert.

Les miroirs de la cavité sont hautement réfléchissants à 1064 nm, sauf le miroir de couplage dont le coefficient de réflexion est égal à 95%. La mesure de la finesse est présentée dans la suite du paragraphe.

5.4.2.1 Calcul du col du faisceau au niveau de la cavité de doublage et adaptation de modes

Afin d'optimiser le rendement du doublage, le faisceau issu du laser Nd:YAG est focalisé au centre du cristal doubleur. Plus précisément, on doit avoir [Boyd 1968]:

$$\frac{l_{eff}}{b_{\pi}} = 2.84 \quad (5.20)$$

où l_{eff} est la longueur effective du cristal. Pour les modes longitudinaux, elle est égale au produit de la longueur géométrique par l'indice du cristal ($n = 1.6$ pour le LBO).

$$l_{eff} = n l_{géo} \quad (5.21)$$

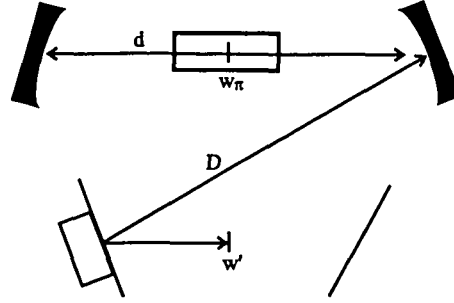


FIG. 38 - Projection du col de la cavité entre les deux miroirs plans.

b_π est le paramètre confocal défini par [Kogelnik 1966]:

$$w_\pi = \sqrt{\frac{\lambda b_\pi}{2\pi}} \quad (5.22)$$

où w_π est la valeur du col du faisceau et λ la longueur d'onde du faisceau considéré.

La longueur du cristal est de 7 mm et la longueur d'onde résonnante dans la cavité est égale à $1.064\mu m$. A partir des équations 5.20 et 5.22, on obtient:

$$w_\pi = 26\mu m$$

$$b_\pi = 3.94mm$$

Expérimentalement, on ne mesure pas le col entre les miroirs concaves, mais son image au milieu de la distance qui sépare les deux miroirs plans, la cavité étant symétrique (voir figure 38). On passe du col du centre du cristal à son image w' par la relation:

$$\frac{w_\pi^2}{w'^2} = \frac{\frac{d_{eff}}{2} - f}{\frac{D}{2} - f} \quad (5.23)$$

d_{eff} est la distance effective, hors cristal, entre les miroirs concaves. Elle s'exprime en fonction de la distance géométrique, de la longueur et de l'indice du cristal.

$$d_{eff} = d_{géo} - l_{géo} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (5.24)$$

D est la distance géométrique séparant la position de w' du miroir concave suivant et f la distance focale correspondant au rayon de courbure de celui-ci.

Connaissant w_π et les paramètres de la cavité ($D = 76cm$ et $d_{géo} = 11.76cm$), on déduit:

$$d_{eff} = 11.5cm$$

$$w' = 172\mu m$$

La plage de stabilité de la cavité est donnée par l'expression:

$$0 < \left(1 - \frac{d_{eff}}{R}\right)^2 < 1 \quad (5.25)$$

Or, on a:

$$\left(1 - \frac{d_{eff}}{R}\right)^2 = 0.02$$

La condition de stabilité est donc vérifiée pour la cavité considérée.

On utilise la valeur de w' établie précédemment pour calculer la distance focale de la lentille qui permet d'adapter le front d'onde du faisceau de sortie du laser esclave à la cavité de doublage. Le col du laser esclave w_L , égal à $375\mu m$, est transformé en w' , tant pour la valeur que pour la position, par une lentille de distance focale $30cm$ située à $81.5cm$ de w_L et à $40.6cm$ de w' .

L'adaptation des modes est réalisée lorsque le fonctionnement de la cavité de doublage est monomode pour le faisceau infra-rouge. On s'assure que c'est le cas en balayant la longueur de celle-ci grâce à une céramique piezo-électrique placée sur l'un des miroirs plans de la cavité et en détectant sur une photodiode les résonances du faisceau à 1064 nm . Le faisceau utilisé dans ce but est fourni par la lumière transmise par l'un des miroirs plans.

5.4.2.2 Optimisation de la transmission de la cavité

En utilisant cette fuite, on estime les pertes dues au cristal. On envoie sur la cavité de doublage le faisceau du laser Lightwave, plus stable que celui du laser esclave. En balayant la longueur de la cavité, on détermine sa finesse en absence, puis en présence du cristal, en mesurant le rapport entre l'intervalle spectral libre et la largeur à mi-hauteur du pic de transmission. Entre ces deux mesures, il faut modifier la distance entre les miroirs concaves car l'indice du cristal change la longueur optique de la cavité: si on le retire, la condition de stabilité 5.25 n'est plus respectée.

On obtient typiquement, une finesse sans cristal de l'ordre de 90 et une finesse avec cristal de l'ordre de 50.

Les pertes totales s'expriment en fonction de la finesse:

$$pertes = T + L = \frac{2\pi}{F} \quad (5.26)$$

où T représente les pertes dues à la transmission des miroirs, L les pertes autres et F la finesse mesurée.

Sans cristal, on a:

$$T + L \sim 7\%$$

Avec cristal,

$$T + L \sim 12.6\%$$

En comparant ces deux résultats, on estime les pertes dues au cristal, c'est-à-dire l'absorption et la réflexion sur les faces d'entrée et de sortie, à 5.6%. Cet ordre de grandeur est bien supérieur aux données du constructeur. Ces mesures ne sont pas très fiables car difficilement reproductibles. Cela peut être dû à une dégradation locale du traitement du cristal à cause de l'échauffement provoqué par la puissance laser incidente. Dans la suite de l'expérience, on veillera à déplacer de temps en temps le point d'impact du faisceau. Néanmoins, on peut affirmer que les pertes dues au cristal sont beaucoup plus importantes que prévu.

5.4.3 L'asservissement de la cavité de doublage

Il est primordial de disposer d'un faisceau stable pour réaliser le pompage de l'OPO. L'asservissement de la cavité de doublage est effectué selon le même principe que celui du laser Nd:YAG esclave. En fait, on utilise la modulation de phase transmise au faisceau infra-rouge esclave par le faisceau maître. Les bandes latérales ainsi créées sont détectées par la photodiode placée sur le faisceau à 1064 nm transmis par un miroir plan de la cavité de doublage. Le signal d'erreur est traité par le même type de dispositif électronique que pour l'asservissement de la cavité esclave: les bandes latérales sont démodulées à 14.7 MHz grâce à un mélangeur. Le réglage de la phase relative du signal et de la référence est optimisée par le contrôle de la longueur du câble qui relie le générateur de fonctions fournissant la tension de référence et le mélangeur. La fréquence de modulation 14.7 MHz correspond à une longueur d'onde de 20.4 m. La sortie du mélangeur est intégrée. Le signal électrique résultant, amplifié par un amplificateur haute tension fabriquée au laboratoire, pilote la cale piezo-électrique placée sur l'un des miroirs plans de la cavité de doublage.

Les deux asservissements sont donc imbriqués: si le laser Nd:YAG esclave sort de la plage de blocage, l'asservissement de la cavité de doublage "saute" également. Cet inconvénient n'est pas fondamental car, de toute façon, dans ce cas, la puissance de lumière infra-rouge chute brutalement, entraînant une diminution équivalente de la puissance de lumière verte. La puissance de pompage nécessaire à l'OPO pour atteindre son seuil d'oscillation n'est alors plus disponible. La durée pendant laquelle l'asservissement de la cavité de doublage fonctionne est donc inférieure ou égale à celle correspondant à l'asservissement de son laser de pompe. Elle est de l'ordre de l'heure pour une puissance de sortie de 500 mW.

5.4.4 Performances de la cavité de doublage

La puissance intra-cavité est de l'ordre de 200 W.

Typiquement, pour un faisceau incident de 5 W, on obtient en sortie de la cavité de doublage environ 500 mW de lumière verte destinée à pomper l'OPO. La puissance maximale mesurée à 532 nm est égale à 900 mW.

La meilleure efficacité de conversion fondamental / second harmonique mesurée est d'environ 20%.

5.5. L'oscillateur paramétrique optique

Il est composé d'un cristal non linéaire placé dans une cavité optique résonnante pour les champs pompe, signal et complémentaire. Ses performances en matière de puissance de sortie et de degré de corrélation des faisceaux jumeaux dépendent de la qualité du cristal (absorption, qualité du traitement) et de la stabilité de la cavité.

5.5.1 Le cristal

On utilise un cristal de KTiOPO_4 (KTP). Théoriquement, ses pertes par absorption sont très faibles, de l'ordre de 0.2%/ cm dans l'infra-rouge et de 1%/ cm dans le vert. Son seuil de dommage est élevé ($5\text{MW}/\text{cm}^2$ à 532 nm). Son coefficient non linéaire est de l'ordre de 4.7 pm/V.

L'accord de phase dans le KTP est réalisé à température ambiante. De plus, comme il est de type II, les faisceaux jumeaux produits sont polarisés orthogonalement. Il est donc possible de les séparer au moyen d'un cube polariseur.

Les performances de différents cristaux ont été comparées, dans le cas de l'OPO semi-monolithique décrit dans le paragraphe 5.5.2.2.

Celui qui a donné les résultats de spectroscopie dans le Potassium a été taillé et traité par la firme chinoise Fujian Castech.

L'autre cristal a été taillé par Cristal Laser et traité par Laseroptiks.

5.5.2 La cavité

On met en oeuvre une cavité triplement résonnante, c'est-à-dire résonnante pour les faisceaux pompe à 532 nm, signal et complémentaire à 1064 nm. Elle permet de maximiser le rapport entre la transmission et les pertes totales tout en ayant un seuil bas [Mertz 1991b] [Fabre 1997]. Deux types de cavité ont été successivement élaborées: la cavité monolithique et la cavité semi-monolithique.

5.5.2.1 La cavité monolithique

Le schéma de principe est illustré par la figure 39.

Les miroirs de la cavité sont formés par les faces du cristal taillées et traitées en conséquence. Ce type de montage permet de s'affranchir des instabilités, dues aux mouvements d'air, qui interviennent dans les cavités classiques. La cavité monolithique que nous avons testée a été élaborée par Roger Berreby au cours de son stage de DEA. Les valeurs numériques des diverses caractéristiques de cet OPO sont issues de son rapport de stage [Berreby 1994].

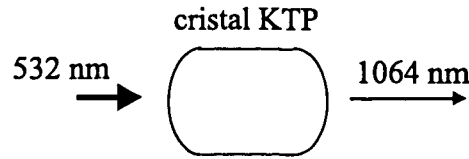


FIG. 39 - Cavité monolithique.

Les dimensions du cristal de KTP utilisé sont $4 \times 4 \times 10\text{mm}$. Ses faces sont polies selon des surfaces sphériques de rayon de courbure $r = 25\text{mm}$. La transmission de la face d'entrée est égale à 11.5% à 532nm et à 0.2% à $1.064\mu\text{m}$; celle de la face de sortie est de 0.4% pour le vert et de 4.1% pour l'infra-rouge.

L'intervalle spectral libre de la cavité ainsi constituée est donné par:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL} \quad (5.27)$$

où c est la vitesse de la lumière, n l'indice de réfraction du cristal dans la direction de propagation pour la polarisation considérée ($n = 1.85$) et L la longueur de la cavité ($L = 10\text{mm}$).

D'où,

$$\Delta\nu = 8.11\text{GHz}$$

La largeur à mi-hauteur du pic de résonance de la cavité, notée $\Delta\nu_0$, a été mesurée: elle est égale à 69.8MHz .

On déduit de ces deux résultats la finesse de la cavité:

$$F = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_0} = 116$$

Classiquement, on asservit une cavité optique en appliquant une tension dérivée d'un signal d'erreur sur une céramique piezo-électrique solidaire de l'un des miroirs. Ici, la longueur de la cavité est fixée par la dimension du cristal. Il faut donc trouver une autre méthode de balayage en fréquence et donc d'asservissement. Les deux principales possibilités sont le balayage en température et la modulation du cristal par application d'un champ électrique perpendiculairement à la direction de propagation de la lumière. Le champ appliqué fait varier l'indice de réfraction du cristal et donc la longueur optique de la cavité.

Le balayage de la fréquence de l'OPO en fonction de la température est exclu car les constantes de temps associées à l'inertie thermique du système ne permettent pas une modulation à haute fréquence.

Les performances de la méthode consistant à appliquer un champ électrique sont elles aussi limitées. La tension à appliquer pour balayer un pic de résonance de la cavité est importante. En effet, en appliquant une tension modulée sur le cristal, on mesure la variation de fréquence en fonction de cette tension: on obtient 0.6MHz/V . On en

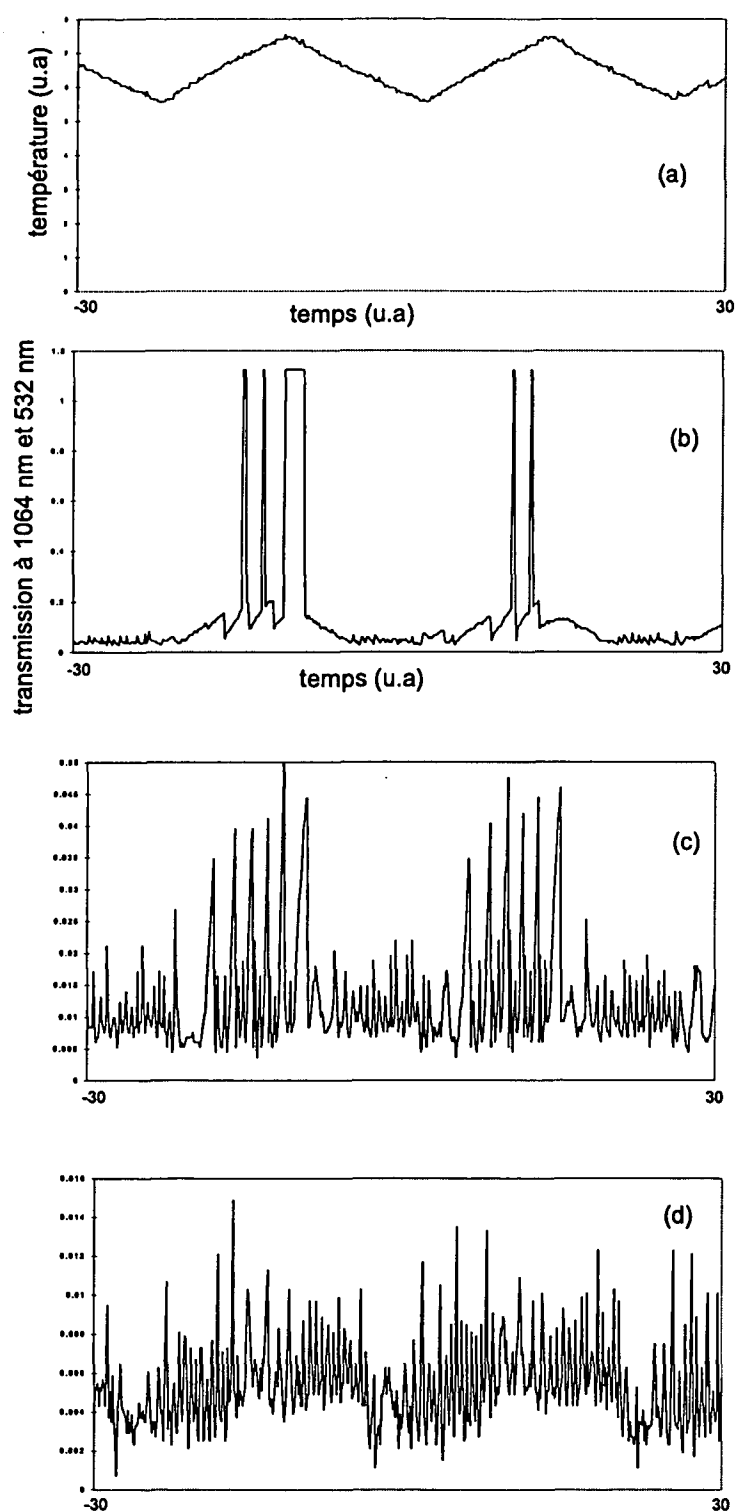


FIG. 40 - Bistabilité thermique.

déduit la variation de l'indice de réfraction correspondante.

$$\Delta n = -n \frac{\Delta \nu}{\nu} = 3.6 \cdot 10^{-15} / V$$

La tension à appliquer pour balayer une résonance de la cavité monolithique est égale à 116V. L'application d'une tension trop importante peut causer des dommages irréversibles sur le cristal.

Mais, le principal problème posé par la cavité monolithique est dû au phénomène de bistabilité thermique. Lorsque l'on augmente la puissance de pompage, celui-ci entraîne une inclinaison des pics de résonance qui peut être supérieure à l'intervalle spectral libre de la cavité. Dans ce cas, on passe continument d'un pic au suivant sur la branche haute de la courbe de bistabilité: l'OPO est alors constamment à résonance. En revanche, sur la branche basse, le signal de sortie est toujours de l'ordre de zéro. La transmission à 532 nm et 1.06 μm de la cavité balayée en température est représentée par la figure 40.

L'enregistrement (a) correspond à la rampe de température. Pour la courbe (b), la puissance de pompe est égale à 250 mW. Les pics fins représentent les résonances de l'infra-rouge, les pics beaucoup plus larges la transmission à 532 nm. On constate donc que ceux-ci ne sont pas séparés par l'intervalle spectral libre. La plage sur laquelle le signal est nul correspond à la partie décroissante de la rampe en température: on décrit alors la branche basse de la courbe de bistabilité pour laquelle l'OPO n'atteint pas le seuil d'oscillation. Lorsque la rampe de température est dans la phase croissante, l'OPO est constamment à résonance, ce qui correspond à la branche haute de la courbe de bistabilité. La puissance de pompe associée à l'enregistrement (c) est égale à 50 mW. A cette valeur correspond le passage du comportement bistable au comportement monostable: lorsque la rampe est décroissante, le signal n'est plus tout à fait nul. L'enregistrement (d) a été réalisé pour 10 mW de pompe. Il correspond au comportement monostable.

Ce type de cavité a donc été abandonné en raison des difficultés rencontrées lors de la mise en oeuvre de son asservissement.

5.5.2.2 La cavité semi-monolithique

Son schéma de principe est illustré par la figure 41.

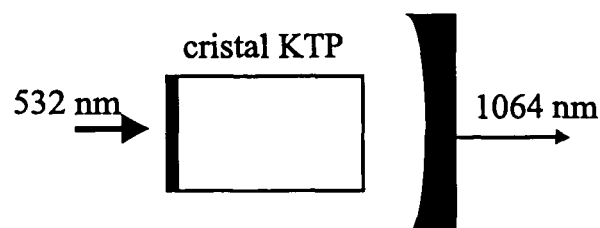


FIG. 41 - Cavité semi-monolithique.

Le miroir d'entrée de la cavité est formé par une des faces du cristal, taillée et traitée en conséquence. Le miroir de sortie est un miroir classique. On peut donc faire varier la longueur de la cavité en appliquant une haute tension sur la cale piezo-électrique, placée à l'arrière du miroir.

- ° Le cristal utilisé est celui décrit dans le paragraphe 5.5.1. Le coefficient de réflexion de sa face d'entrée est de 90% à 532 nm et hautement réfléchissant à 1064 nm. La face de sortie est recouverte d'un traitement anti-reflets aux deux longueurs d'onde.

La courbure du miroir de sortie correspond à une lentille convergente de distance focale égale à +10mm.

Ce type de cavité est plus souple à utiliser que la cavité monolithique. On verra dans le paragraphe 5.5.6 que son asservissement, même s'il est loin être évident à mettre en oeuvre, présente moins de difficultés. C'est donc la configuration semi-monolithique qui a été choisie pour la suite de l'expérience.

5.5.3 Caractéristiques spatiales et adaptation des cavités de doublage et de l'OPO

De la même façon qu'entre le laser de pompe à 1.064μm et la cavité de doublage, on adapte le front d'onde du faisceau à 532nm sur la cavité de l'OPO afin de maximiser le rendement de conversion paramétrique et la stabilité du système.

5.5.3.1 Caractéristiques spatiales du faisceau de l'OPO

Comme pour la cavité de doublage, on utilise l'expression $\frac{l_{eff}}{b_\pi} = 2.84$ (où l_{eff} est la longueur du cristal et b_π le paramètre confocal) [Boyd 1968] pour optimiser la focalisation du faisceau vert dans l'OPO et donc le rendement de conversion paramétrique. La longueur physique du cristal est égale à 10mm, ce qui correspond à une longueur effective de 18.5mm, l'indice du KTP valant 1.85. Le paramètre confocal est donc égal à 6.51mm.

On déduit la valeur du col des faisceaux vert et infra-rouge, sachant que:

$$w_0^2 = \frac{\lambda b_\pi}{2\pi} \quad (5.28)$$

où λ est la longueur d'onde considérée.

Finalement, on obtient un col égal à 23μm à 532nm et à 33μm à 1.064μm. Il est situé au niveau de la face d'entrée du cristal.

Dans le cas d'une cavité plan-concave, la longueur géométrique de la cavité obéit à la relation [Kogelnik 1966]:

$$b_\pi = 2\sqrt{d_{geo}(R - d_{geo})} \quad (5.29)$$

Soit

$$d_{geo} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - b_\pi^2}}{2} \quad (5.30)$$

où R est le rayon de courbure du miroir de sortie de l'OPO, soit $R = 2f = 20mm$.

La valeur minimale donnée par l'équation 5.30 correspond à une longueur de cavité inférieure à celle du cristal. On retient donc la valeur maximale. La longueur géométrique de la cavité est donc égale à $19.45mm$.

Or,

$$d_{géo} = d_{eff} - l_{géo} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (5.31)$$

où d_{eff} est la longueur effective de la cavité hors cristal et $l_{géo}$ la longueur physique du cristal. Numériquement, on obtient $d_{eff} = 14.86mm$.

La taille du faisceau infra-rouge avant le miroir de sortie est égale à $158\mu m$. Après la traversée de la lentille correspondant à ce miroir, on obtient un faisceau de $30\mu m$ de rayon.

5.5.3.2 Adaptation spatiale des cavités de doublage et de l'OPO

Afin d'optimiser l'injection du faisceau à 532 nm dans la cavité de l'OPO, on égalise ses fronts d'onde au niveau du cristal doubleur de LBO et au centre du cristal de KTP. On transforme un col w_{doubl} égal à $26\mu m$ en un col w_{OPO} égal à $23\mu m$. Pour cela, on utilise une lentille de distance focale de $15cm$, placée à $29cm$ de la position de w_{doubl} et à $31cm$ de celle de w_{OPO} .

On contrôle la stabilité de la cavité de l'OPO en balayant sa longueur. On observe les pics de résonance à 532 nm et 1064 nm , représentés sur la figure 42, afin de déterminer si le fonctionnement de l'OPO est monomode transverse et longitudinal. Le signal d'erreur, dont l'obtention fait l'objet du paragraphe 5.5.6, nous renseigne sur la stabilité du système.

5.5.3.3 Analyse des modes de l'OPO au moyen d'une cavité Fabry Pérot

On analyse le spectre des faisceaux vert et infra-rouge transmis par l'OPO en les injectant dans une cavité Fabry Pérot. Les résultats typiques sont représentés par les figures 43. Ils correspondent à différentes puissances de pompage: $150mW$ pour les deux premiers, $50mW$ pour les deux derniers. On constate que, lorsqu'on augmente la puissance, les résonances présentent des structures secondaires. En particulier, il semble que le front d'onde du mode du faisceau à 532 nm soit pas parfaitement adapté sur la cavité. Ceci induit la présence de modes transverses, qui ne sont pas couplés aux faisceaux infra-rouge, dans la cavité et explique la faiblesse de la conversion paramétrique mesurée dans le paragraphe suivant.

En ajustant les résonances infra-rouge de l'OPO sur une courbe gaussienne, on évalue les caractéristiques de la cavité. On obtient une finesse de l'ordre de 20, un intervalle spectral libre égal à 650 MHz et une largeur à mi-hauteur égale à 33 MHz . Ces mesures ont été réalisées avec un miroir de sortie dont le coefficient de réflexion est égal à 95% à $532nm$ et à 96% à $1.064\mu m$.

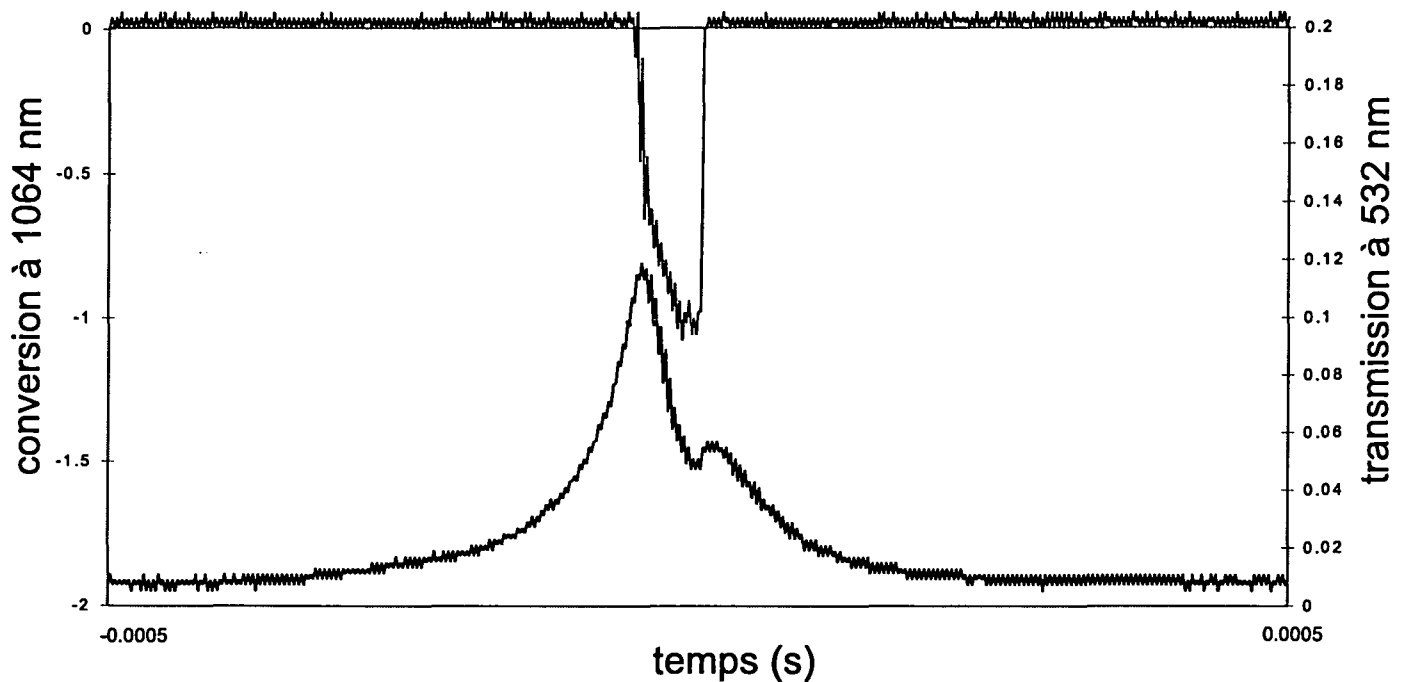


FIG. 42 - Analyse des modes de l'OPO.

5.5.4 Seuil de l'OPO et puissance de sortie

Ces deux paramètres dépendent du choix du miroir de sortie de la cavité de l'OPO. Des miroirs de coefficients de réflexion variés aux deux longueurs d'onde ont été testés. Ce paragraphe récapitule les performances obtenues dans les différentes configurations, tant sur le plan de la puissance que sur celui de la stabilité du système.

5.5.4.1 Test des différents miroirs

98%-98% Ce miroir est traité pour transmettre 2% aux deux longueurs d'onde. Il en résulte un seuil très élevé, de l'ordre de la centaine de mW. Le rendement de conversion paramétrique mesuré est de l'ordre de 27%. Mais, la cavité est tellement instable dans cette configuration qu'il est impossible de l'asservir. Les résonances correspondantes à 1064 nm et 532 nm sont représentées par la figure 44 (a).

90%-96% Ce miroir transmet 10% à 532nm et 4% à 1.064 μ m. La puissance de pompage nécessaire à la création de faisceaux infra-rouge est de l'ordre de 200 mW. Cette possibilité a été éliminée à cause de l'importance de cette valeur ajoutée au caractère instable de la cavité (voir figure 44 (b)).

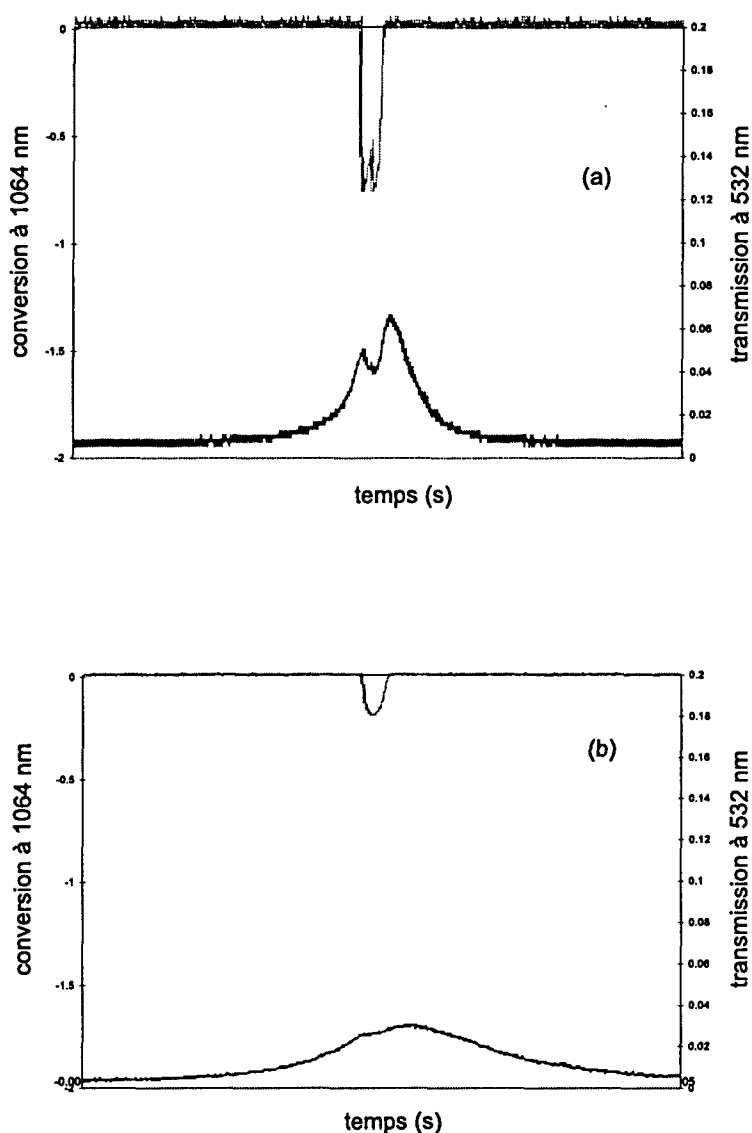


FIG. 43 - Transmission de l'OPO en fonction de la puissance de pompe (a) 150 mW (b) 50 mW.

90%-98% La transmission est égale à 10% à 532nm et à 2% à 1.064 μ m. Le seuil d'oscillation correspond à une puissance de pompe d'environ 100mW. L'efficacité de conversion est égale à 7.5% pour une puissance de pompe de 400mW.

5.5.4.2 Performances de la configuration finale

Le miroir finalement retenu transmet 5% à 532nm et 4% à 1.064 μ m.

Il a été choisi en raison de la faible valeur, de l'ordre de 35 mW, du seuil associé.

Le meilleur résultat obtenu avec ce miroir est la production d'un faisceau à 1.06 μ m de 80mW, soit 40mW par faisceau jumeau, à partir de 400mW de lumière verte inci-

dente. Dans ce cas, le rendement de conversion paramétrique est égal à 20%, analogue à celui de la cavité de doublage.

La stabilité de la cavité est acceptable, c'est-à-dire que l'asservissement résiste suffisamment longtemps (de l'ordre de quelques minutes) pour permettre une mesure de spectroscopie.

La puissance de sortie de l'OPO dépend de façon cruciale de la stabilité de sa cavité. Les puissances typiquement mesurées sont de l'ordre de 10 mW par faisceau jumeau. Il faut noter que leurs valeurs sont limitées par le mode d'asservissement de la cavité basé sur l'utilisation d'une tension de référence (voir paragraphe 5.5.6.2).

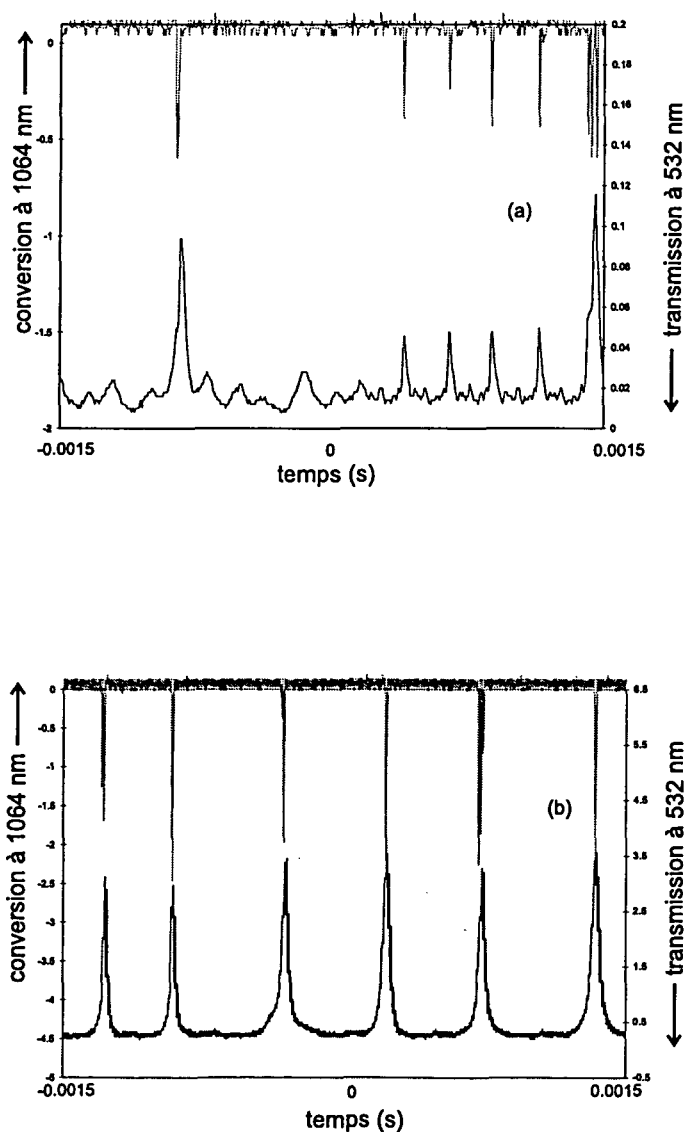


FIG. 44 - Etude en fonction des coefficients de réflexion du miroir de sortie (a) 98%-98% (b) 90%-96%.

5.5.5 Balayage de la longueur d'onde

En vue de l'expérience de spectroscopie, il est intéressant d'être en mesure d'accorder la longueur d'onde d'émission de l'OPO de façon à l'adapter à celle de la diode laser pour atteindre la valeur de la transition à deux photons. L'expérience gagne en souplesse quand le nombre de paramètres ajustables augmente.

La variation de la longueur d'onde en fonction de la température est égale à $0.1\text{nm}/^{\circ}\text{C}$.

Afin de faire varier sa température entre 0°C et 80°C , le cristal est inséré dans un four. Le chauffage est assuré par un transistor. La température est lue par un capteur et stabilisée au dixième de degré par une régulation de température fabriquée au laboratoire, similaire à celle utilisée pour la cavité de doublage.

De plus, un élément à effet Peltier (Marlow MI1021T), associé à une thermistance, permet de corriger les petites fluctuations autour de la valeur moyenne ainsi obtenue.

Cependant, le dispositif ne fonctionne pas de manière très stable, sans doute en raison de problèmes d'échanges thermiques entre les différentes parties du four. Mais, l'asservissement autour de la température ambiante suffit aux besoins de l'expérience. En effet, la longueur d'onde de la diode laser utilisée comme laser auxiliaire est facilement accordable. Il suffit donc que la valeur de celle de l'OPO soit stable. A partir de cette valeur, on fixe la longueur d'onde de la diode de façon à réaliser la transition à deux photons.

On stabilise la longueur d'onde de l'OPO à température ambiante au moyen de l'élément à effet Peltier. On évite ainsi que la température du cristal ne dépende des variations de celle de la salle.

A une température donnée, il existe plusieurs valeurs possibles, en général au nombre de trois, de la longueur d'onde d'émission de l'OPO ou, plus précisément, du faisceau jumeau que l'on mesure. Elles correspondent aux différentes résonances de la cavité apparaissant sur la plage de balayage de la cale piezo-électrique. Expérimentalement, on asservit la cavité de l'OPO selon la méthode décrite dans le paragraphe suivant et on mesure la longueur d'onde du faisceau jumeau destiné au montage d'absorption à deux photons grâce au lambdamètre. En fonction de la résonance sur laquelle elle est asservie, la longueur d'onde varie de quelques $10^{-5}\mu\text{m}$.

5.5.6 L'asservissement de la cavité

On asservit la cavité de l'OPO sur le faisceau infra-rouge transmis.

Deux dispositifs ont été testés et comparés: le premier consiste à moduler le cristal de KTP, le second à asservir la cavité sur une référence de tension.

5.5.6.1 Modulation du cristal non linéaire

Principe Ce principe a déjà été mentionné au sujet de la cavité monolithique. Il consiste à utiliser l'effet électro-optique. Le cristal de KTP est soumis à une modulation rapide, à 19MHz , obtenue en lui appliquant un champ électrique. On fait ainsi varier

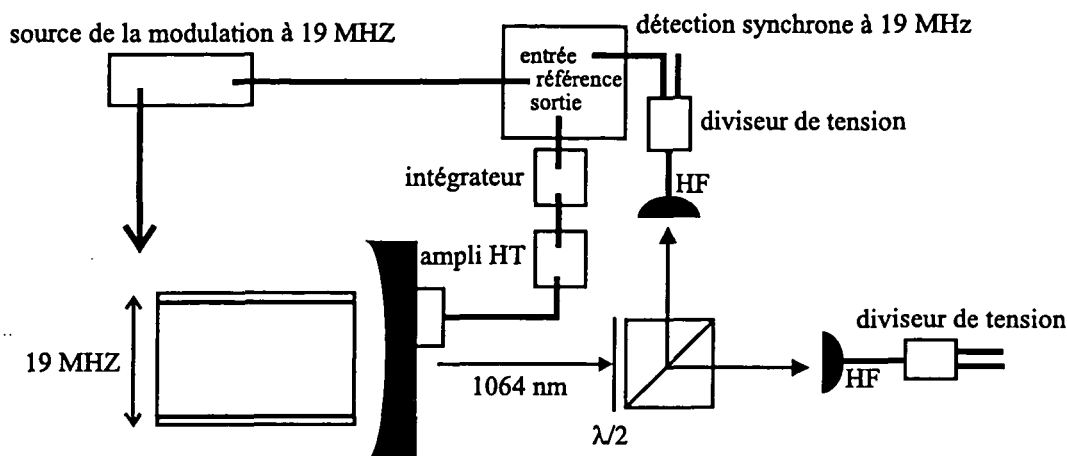


FIG. 45 - Asservissement par modulation du cristal.

son indice de réfraction et donc la longueur optique de la cavité. Les résonances à $1.064\mu m$ sont porteuses d'une petite modulation à la même fréquence.

Le principe du dispositif électronique est illustré par la figure 45.

Une partie de la tension de la sortie hautes fréquences du détecteur de l'un des faisceaux jumeaux est prélevée électroniquement au moyen d'un diviseur de tension (Minicircuits). Elle est démodulée à la fréquence de modulation du cristal par une détection synchrone fabriquée au laboratoire. Le signal d'erreur ainsi obtenu est intégré. Il pilote la céramique piezo-électrique afin de corriger les fluctuations de fréquence de la cavité. Le point d'asservissement correspond au sommet du pic de transmission.

Afin de conserver l'équilibre des deux détecteurs, on prélève une partie de la tension de la voie hautes fréquences détectée sur l'autre faisceau jumeau de la même façon.

Performances Le signal d'erreur typiquement observé est représenté par la figure 46.

L'existence d'une modulation à $19MHz$ ne perturbe apparemment pas le faisceau infra-rouge transmis. En revanche, elle a tendance à déstabiliser la cavité de doublage.

L'asservissement de la cavité de l'OPO réalisé avec cette méthode est très instable. Sa durée de fonctionnement est de l'ordre de la seconde. Il semble qu'il soit très sensible aux instabilités du cristal. Dans ces conditions, il n'est évidemment pas envisageable de mettre en oeuvre l'expérience de spectroscopie. De plus l'asservissement sur une référence de tension, décrit dans le paragraphe suivant, possède l'avantage de pas utiliser la voie HF des détecteurs et de permettre le contrôle de la puissance de sortie de l'OPO.

5.5.6.2 Asservissement sur une référence de tension

Principe Le second type d'asservissement est représenté par la figure 47.

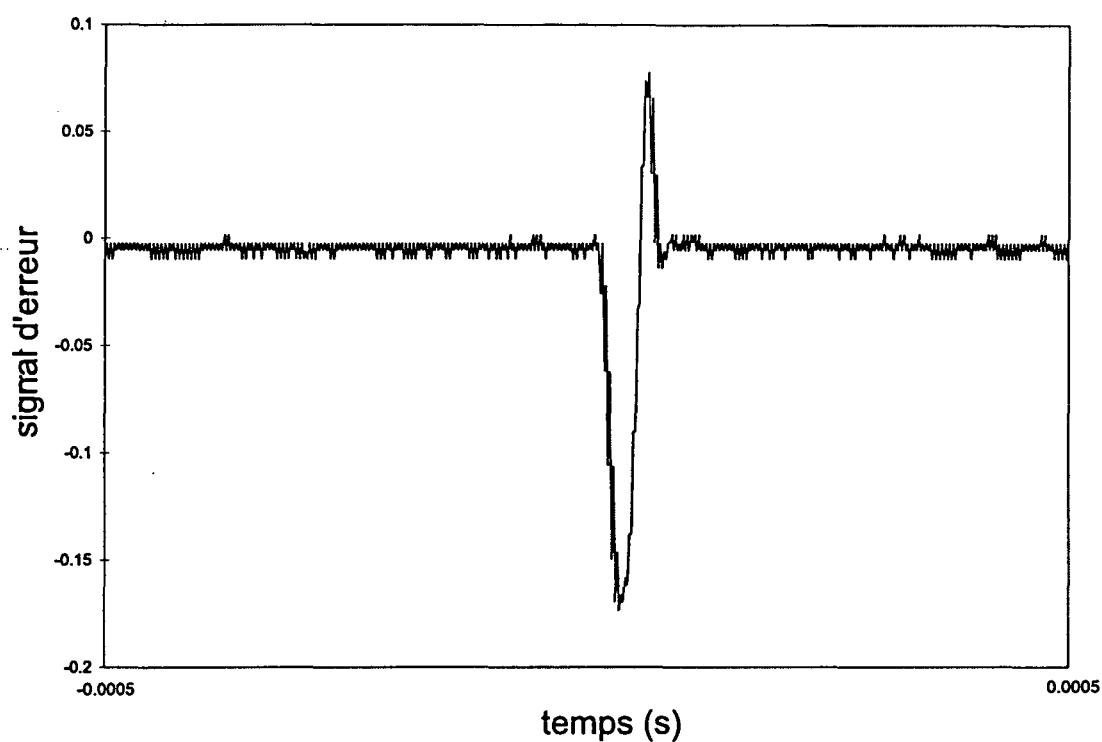


FIG. 46 - Signal d'erreur obtenu par modulation du cristal à 19 MHz.

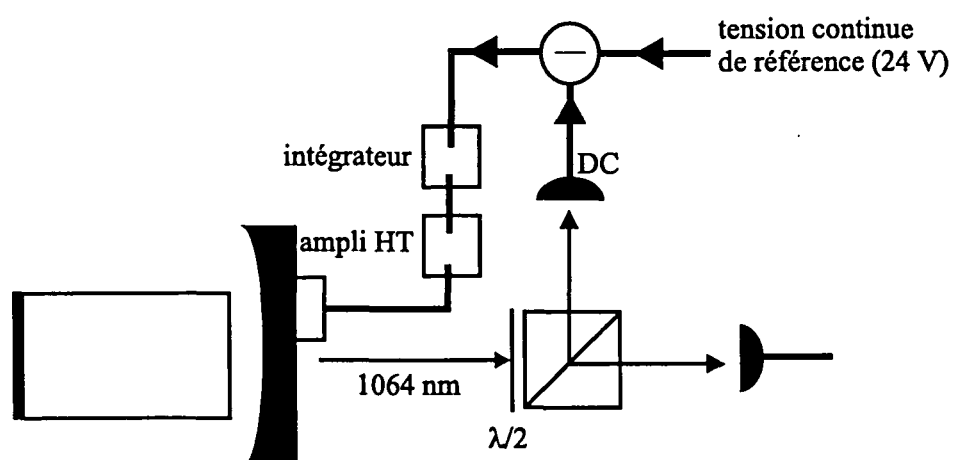


FIG. 47 - Asservissement de la cavité OPO par comparaison avec une référence de tension.

Il consiste à comparer la sortie continue de la photodiode qui détecte l'un des faisceaux jumeaux à une tension de référence fournie par une pile. Un soustracteur fait la différence des deux signaux électroniques. Le résultat est équivalent à un pic d'absorption sur le flanc duquel on réalise l'asservissement. Le signal d'erreur correspond à la pente du pic. Après intégration, on l'envoie sur un amplificateur haute tension, puis sur la cale piezo-électrique. Un inconvénient de cette méthode est que le système est asservi au milieu du flanc du pic, c'est-à-dire pour une valeur variable de l'ordre de la moitié de la puissance infra-rouge disponible. Mais l'asservissement sur le flanc du pic de transmission est plus stable et efficace qu'au sommet. Afin de le renforcer, on limite l'influence des vibrations mécaniques en plaçant la cavité sur un bloc massif et en solidarisant la monture du cristal et celle du miroir.

Performances On a vu que ce type d'asservissement limite la puissance de sortie de l'OPO. Par exemple, tandis que, pour une puissance de pompage égale à 300 mW , on mesure 20 mW par faisceau jumeau en asservissant la cavité par la méthode de modulation, la puissance obtenue, avec l'asservissement à partir d'une tension de référence, est de l'ordre de 7 mW . Dans ce cas particulier, l'efficacité de conversion paramétrique passe de 13% à 5%.

Cependant, la stabilité du système est améliorée. L'asservissement fonctionne pendant plusieurs minutes. Il semble que la cavité soit plus facile à stabiliser quand la puissance de sortie est réduite.

C'est donc en asservissant la cavité de l'OPO par cette méthode que les mesures de spectroscopie ont été réalisées.

5.5.7 Les faisceaux jumeaux

5.5.7.1 La détection

Cette partie du montage est primordiale car la mesure du taux de corrélation dépend de la qualité de la détection. Un travail important a été effectué sur l'optimisation du rapport signal à bruit à la sortie des détecteurs ainsi que sur leur équilibrage.

On utilise des photodiodes en InGaAs (Epitaxx), bien adaptées à la détection dans l'infra-rouge. En effet, leur plage de réponse spectrale est comprise entre 800 nm et 1700 nm, avec des rendements de conversion photon / électron égaux à 0.1 à 0.2 A/W à 850 nm, à 0.85 A/W à 1300 nm et à 0.95 A/W à 1550 nm.

Comme on envisageait dans un premier temps d'utiliser des faisceaux jumeaux de plusieurs dizaines de mW, on a d'abord étudié les performances des photodiodes de grand diamètre ETX3000T₅, utilisées dans l'expérience préliminaire de spectroscopie en lumière classique, décrite dans le chapitre 6.

Puis, la puissance effectivement disponible étant beaucoup plus faible que prévu, on est retourné à une configuration de détection plus classique, utilisant des photodiodes ETX300.

Ce paragraphe détaille le travail réalisé sur chaque type de détecteur. Leur performances ont été étudiées sur un montage annexe, représenté par la figure 48, utilisant

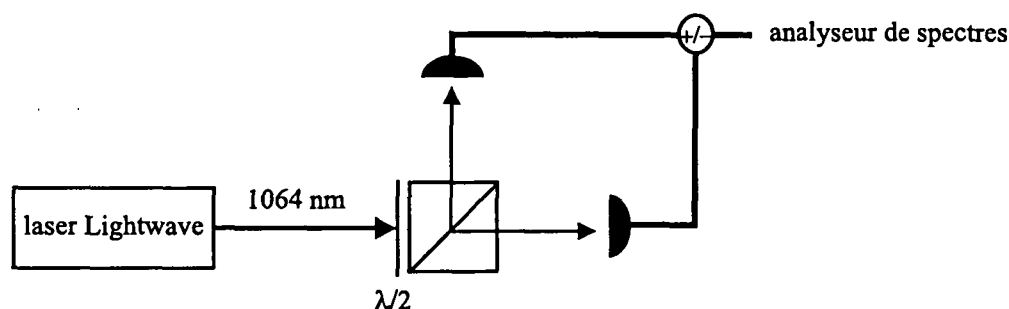


FIG. 48 - Montage pour l'étude des détecteurs.

le faisceau émis par le laser d'injection (Lightwave), beaucoup plus facile à mettre en oeuvre que le dispositif de production des faisceaux jumeaux.

Photodiode ETX3000T₅ En raison de l'importance de sa surface sensible (égale à 7mm^2), cette photodiode est bien adaptée à la détection de fortes puissances incidentes. En effet, si le faisceau est peu focalisé sur le détecteur, la densité lumineuse correspondante est répartie sur toute la surface active. Elle est donc suffisamment faible localement pour éviter les problèmes de saturation [Caron 1994].

Le courant d'obscurité, spécifié par le constructeur est égal à 2000 nA et la bande passante à 2.6MHz . Celle-ci doit être étendue de façon à permettre la détection du signal de spectroscopie, modulé à 3MHz . Pour cela, on met en oeuvre un montage en transimpédance sur la voie hautes fréquences (HF) (voir figure 49). Il permet de s'affranchir de la capacité parasite de la photodiode, de l'ordre de 800 pF, qui limite la bande passante de détection.

La voie basses fréquences (DC) conserve la configuration classique d'amplificateur de tension.

La faible tension de polarisation inverse, autorisée aux bornes de la photodiode, constitue une limitation. D'après les spécifications du constructeur, celle-ci doit être inférieure à 2 V. Néanmoins, nous polarisons la photodiode sous 5 V, ce qui n'augmente pas de façon significative la valeur du courant d'obscurité. La tension de claquage a été mesurée par A. Dominjon [Caron 1994]; elle est égale à 30 V.

Les performances du montage de la figure 49 sont donc limitées par les problèmes de tension de polarisation. En effet, pour des puissances incidentes, et donc des photocourants importants, la chute de tension U due au photocourant dans la résistance de charge dépasse rapidement 5 V: La photodiode n'est plus polarisée dans le bon sens. Quantitativement, si on envoie 10 mW sur le détecteur, on obtient un photocourant égal à 10 mA (au rendement de la photodiode près). Avec une résistance de charge de $1\text{k}\Omega$, on obtient une tension U égale à 10 V, donc supérieure à la tension de polarisation inverse.

Une solution consiste à abaisser la valeur de la résistance de charge. Sur le montage représenté par la figure 49, on court-circuite la résistance de $1\text{k}\Omega$. La résistance de charge effective est égale à 56Ω .

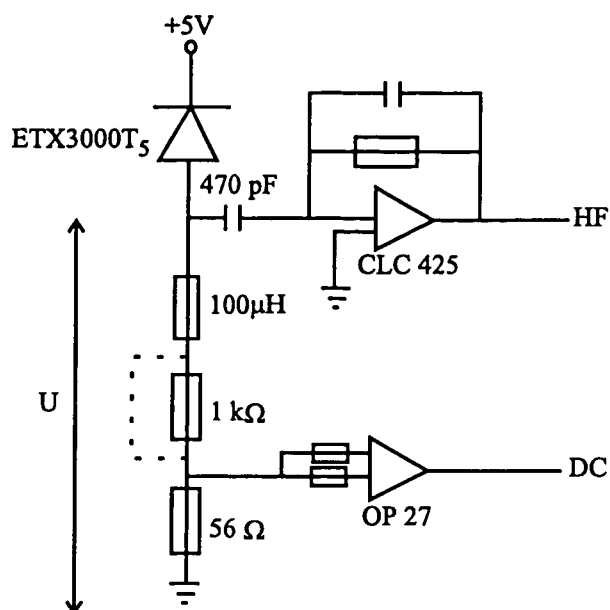


FIG. 49 - Electronique de détection: la voie HF est montée en transimpédance.

Cette configuration n'est pas idéale car en diminuant la valeur de la résistance de charge, on augmente le bruit Johnson, d'origine thermique. En effet, celui-ci varie comme l'inverse de la résistance de charge.

$$S_{thermique} = \frac{4kT}{R} \quad (5.32)$$

où T est la température en Kelvin, k la constante de Boltzmann et R la résistance de charge.

Les enregistrements de la figure 50 montrent le rapport entre le bruit de la lumière et le bruit électronique dans ces conditions après la différence électronique des photocourants détectés par chaque photodiode de la mesure différentielle pour une puissance incidente de 25 mW par faisceau. Il est inférieur à 5 dB.

Afin d'améliorer ce rapport, on teste un dispositif pour lequel les voies HF et DC sont toutes deux en configuration de transimpédance (voir figure 51). La tension de polarisation est alors constante par rapport à un point zéro virtuel, fixé par l'amplificateur de la voie DC.

Ce montage augmente légèrement le rapport bruit de la lumière / bruit électronique (voir figure 52), mais il crée un circuit résonnant formé par la capacité de 470 pF et l'inductance de 100 μH qui séparent la voie HF de la voie DC. La fréquence de résonance correspondante est égale à:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow 735 kHz \quad (5.33)$$

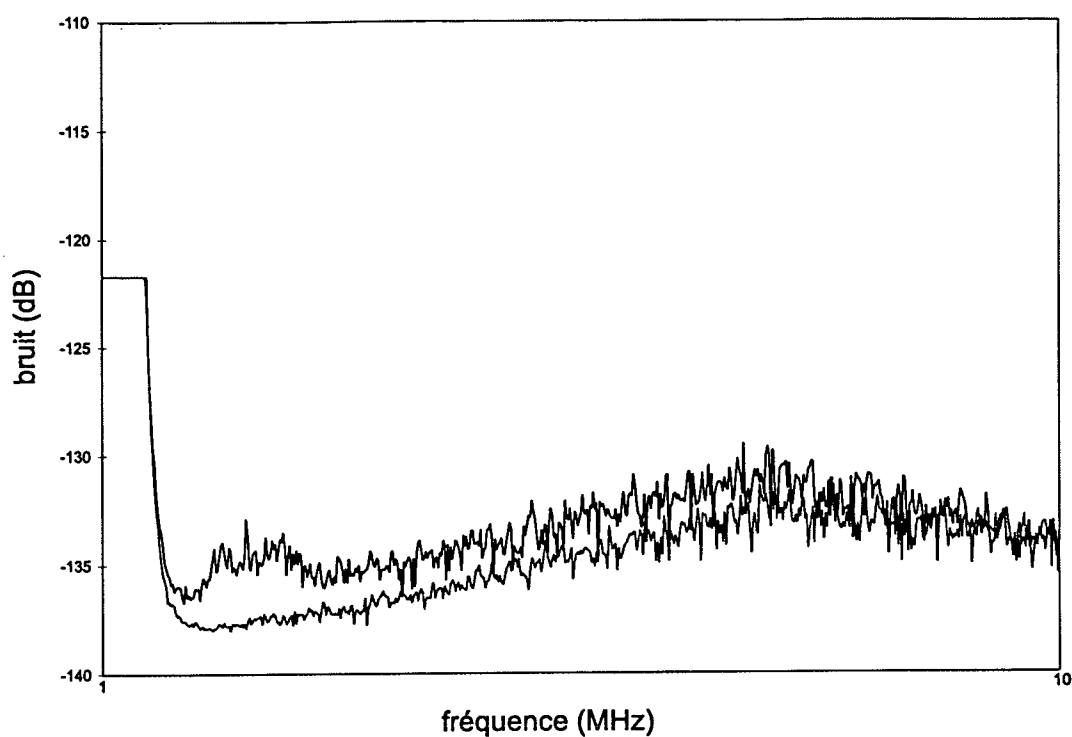


FIG. 50 - Comparaison entre le bruit électronique et le bruit de la lumière: la voie HF est montée en transimpédance.

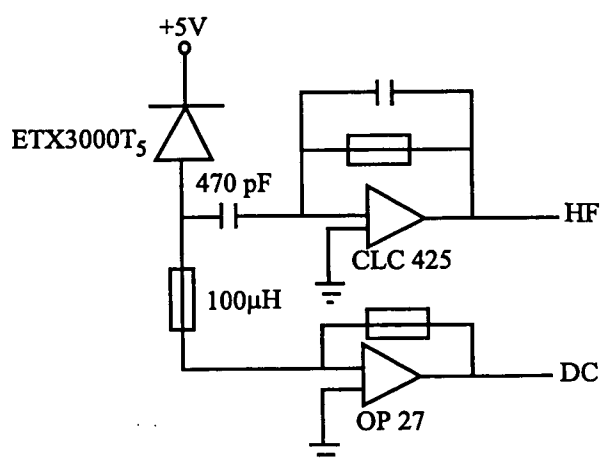


FIG. 51 - Electronique de détection: les voies HF et DC sont montées en transimpédance.

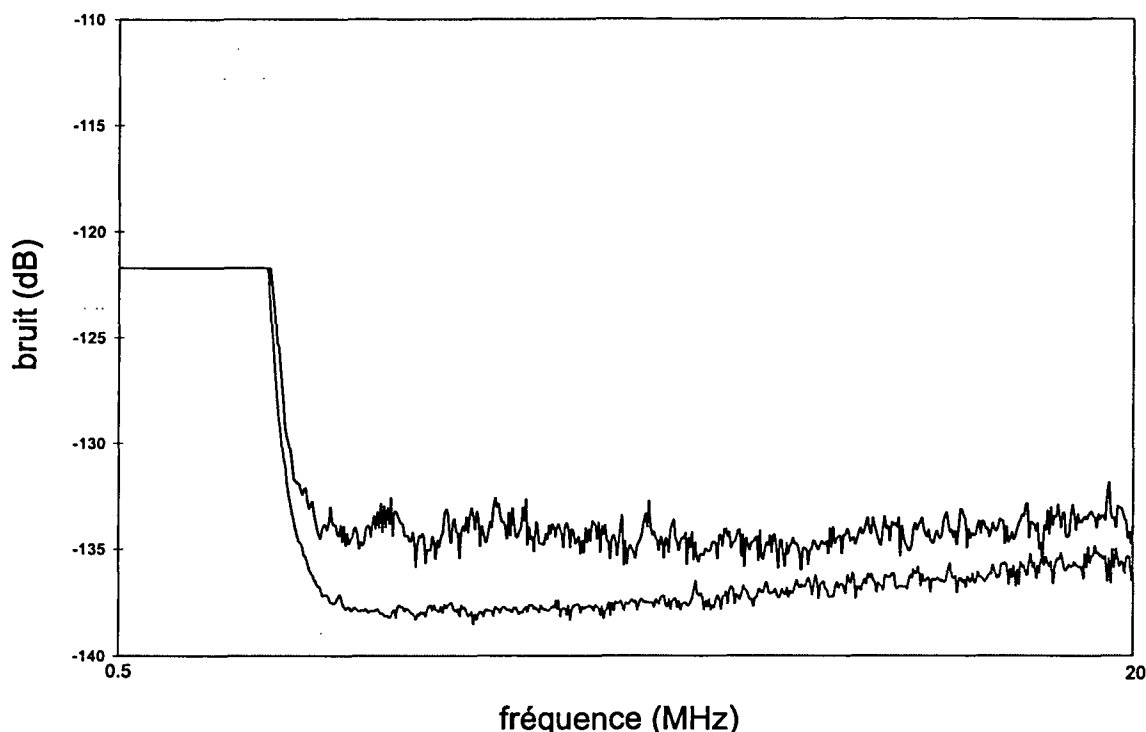


FIG. 52 - Comparaison entre le bruit électronique et le bruit de la lumière: les voies HF et DC sont montées en transimpédance.

On observe donc une résonance à basse fréquence, mais son existence perturbe également la réponse des détecteurs à haute fréquence.

On introduit des pertes sur cet oscillateur en ajoutant une résistance comme sur la figure 53.

Le problème lié au circuit résonnant est résolu, mais le rapport bruit de la lumière / bruit électronique n'a pas augmenté.

En conclusion, aucune des configurations testées n'a donné des résultats satisfaisants quant au rapport bruit de la lumière / bruit électronique de la détection.

De plus, l'équilibrage des deux détecteurs (voir figure 48) n'est pas aisé. La méthode consiste à leur envoyer des faisceaux de puissances équivalentes, puis à égaliser les tensions de sortie des voies DC en tournant la lame demi-onde. On constate alors que les gains et les réponses en fréquence des amplificateurs CLC 425 des voies HF sont différents. La compensation se fait en modifiant les composants de chaque voie HF, jusqu'à obtenir l'égalisation. Ce travail est long et fastidieux.

On a mesuré le rendement de conversion photon / électron des détecteurs, sans fenêtre de protection, dans la configuration de la figure 53. Pour une puissance lumineuse donnée (égale à 20.5 mW), on mesure la tension aux bornes de la résistance de rétroaction (205Ω) de la voie DC. Celle-ci est égale à 3.48 V. Le courant correspondant vaut donc 16.9 mA, d'où une efficacité quantique égale à 98.6%.

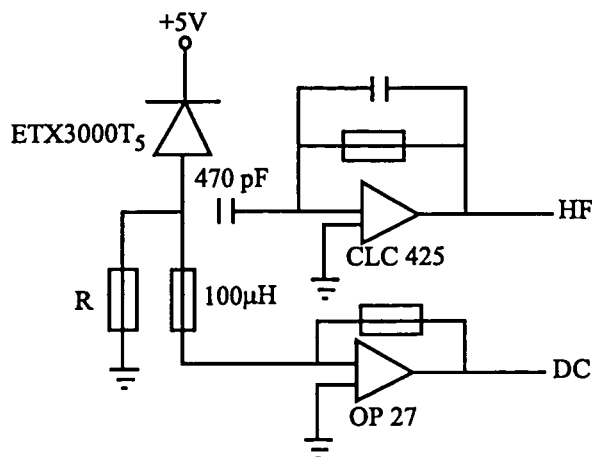


FIG. 53 - Atténuation du circuit résonnant.

Photodiode ETX300 Etant donnés les problèmes posés par les photodiodes ETX3000T₅ et le fait que la puissance produite par l'OPO, de l'ordre de 10 mW par faisceau juméau, ne nécessite pas des détecteurs de diamètre aussi important, on revient à une configuration plus classique basée sur des photodiodes ETX300.

Celles-ci ont une surface active égale à 0.07mm^2 . Leur rendement de conversion photon/ électron est compris entre 0.8 et 0.9 A/W à 1064nm , soit une efficacité quantique comprise entre 92 et 100%. Le courant d'obscurité est de l'ordre de 20nA pour une tension de polarisation de 5 V et la capacité parasite de 7pF dans les même conditions de polarisation.

Leur bande passante de détection est plus étendue que celle des ETX3000T₅ (100MHz). L'avantage des photodiodes ETX300 est surtout que l'on peut les polariser sous 15V. On évite ainsi les problèmes dus à la diminution de la résistance de charge et donc du rapport entre le bruit de la lumière et le bruit électronique.

On les utilise sur un montage électronique similaire à celui de la figure 51. Le rapport bruit de la lumière / bruit électronique est de l'ordre de 15 dB en sortie du soustracteur. Il a été mesuré pour différentes valeurs de la puissance de sortie du laser (voir figure 54).

Les performances de ce système sont donc bien supérieures à celles obtenues avec les photodiodes ETX3000T₅. Pour tenter de comprendre pourquoi l'efficacité des dispositifs précédents était si faible, on a remplacé la photodiode ETX300 par une ETX3000T₅ sur le montage actuel et on a mesuré le rapport bruit de la lumière / bruit électronique exactement dans les même conditions. On constate qu'il chute: le problème est donc intrinsèque au détecteur. On peut supposer qu'il est dû à la présence de la capacité parasite, plus importante pour l'ETX3000T₅ que pour l'ETX300.

On a mesuré l'efficacité quantique des photodiodes ETX300 de la même façon que précédemment. On obtient des valeurs supérieures à 90%, mais légèrement différentes pour chaque détecteur.

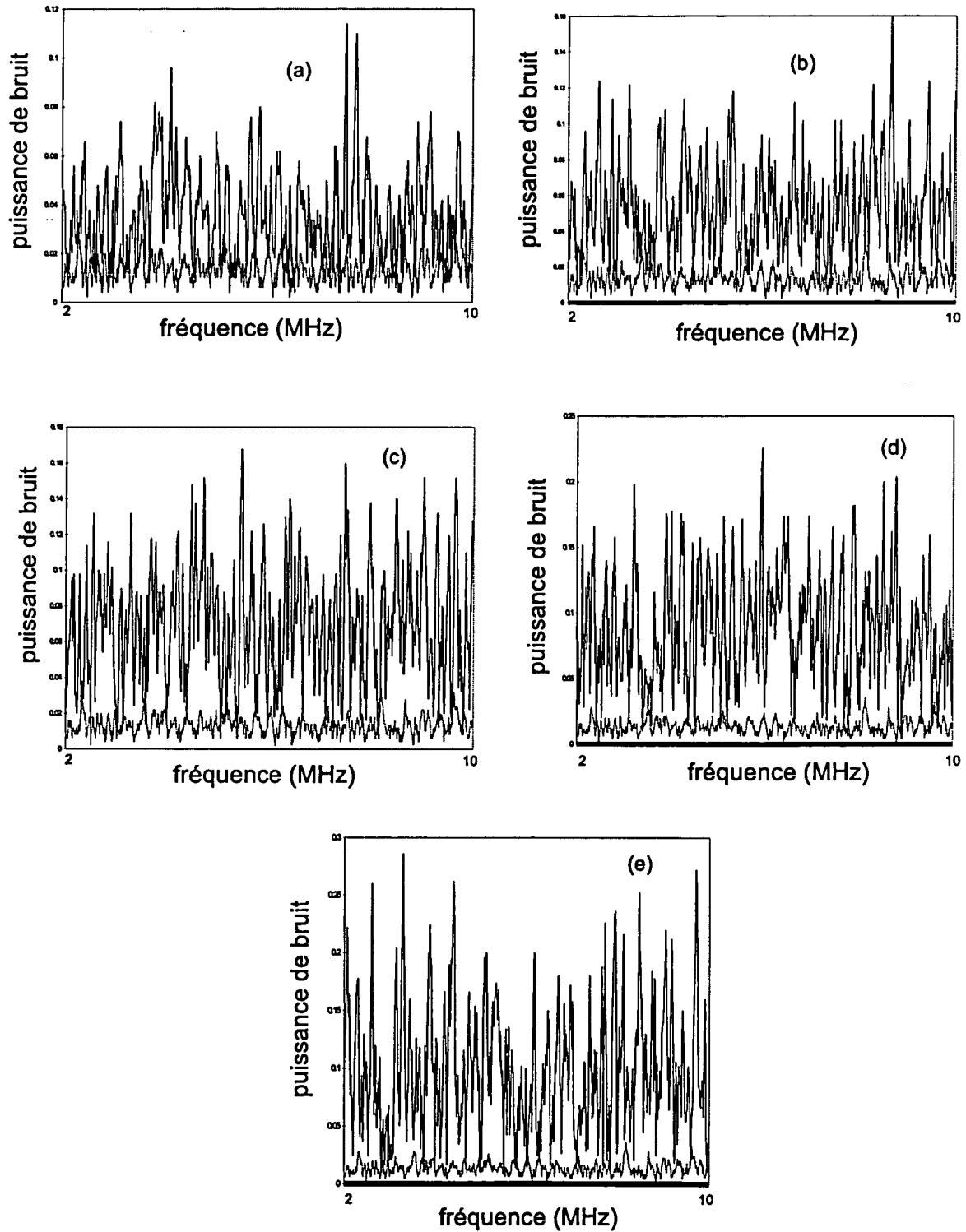


FIG. 54 - Comparaison entre le bruit électronique et le bruit de la lumière pour différentes valeurs de la tension continue (a) 1 V (b) 3 V (c) 5 V (d) 8 V (e) 10 V.

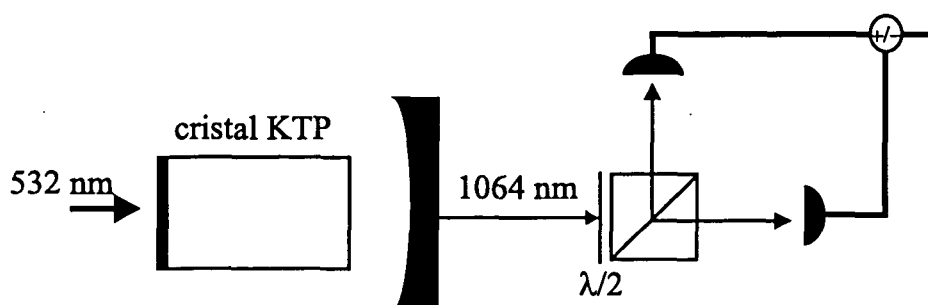


FIG. 55 - Mesure différentielle.

On compense cette différence électroniquement et on vérifie l'équilibrage des deux voies de la mesure différentielle avec le montage annexe de la figure 48.

Le système de détection est alors prêt à être utilisé avec les faisceaux jumeaux.

5.5.7.2 Principe de la mesure de la différence des intensités

Le montage relatif à la mesure différentielle est illustré par la figure 55.

Les faisceaux jumeaux produits par l'OPO ont des polarisations orthogonales car l'accord de phase du KTP est de type II. A la sortie de l'OPO, ils sont envoyés sur un cube séparateur de polarisation. Une lame demi-onde, placée avant le cube, permet de choisir l'orientation de leurs polarisations par rapport aux axes de celui-ci.

Dans une première configuration, on fixe l'orientation de la lame de façon à ce que les polarisations des faisceaux jumeaux soient parallèles aux axes du cube. Ils sont alors séparés. On mesure leur corrélation en effectuant la différence des intensités transmise et réfléchi par le cube.

Dans une seconde configuration, l'orientation de la lame est telle que les polarisations des faisceaux jumeaux soient à 45° des axes du cube. Un photon arrivant sur le cube a une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être transmis ou réfléchi. Le cube est équivalent à une lame semi-réfléchissante. Les faisceaux sont décorrélés et la mesure de la différence des signaux transmis et réfléchi correspond au shot noise de la somme des intensités incidentes.

Le rendement quantique des photodiodes à $532nm$ est faible. Néanmoins, on place un filtre avant la lame demi-onde pour éliminer le faisceau de pompage transmis par l'OPO qui pourrait éventuellement perturber la détection.

La différence des faisceaux jumeaux est réalisée électroniquement par un soustracteur construit au laboratoire.

La tension de sortie du soustracteur est envoyée sur l'analyseur de spectre (HP 8560E) et visualisée sur une bande passante allant de 0 à quelques MHz.

5.5.7.3 Calibration du shot noise

Il existe deux méthodes pour mesurer le shot noise.

La première consiste à utiliser le montage décrit ci-dessus (voir figure 55) en positionnant la lame demi-onde en conséquence. Mais les valeurs ainsi obtenues ne sont pas fiables dans le cadre de l'expérience de spectroscopie. En effet, le faisceau jumeau impliqué dans la transition à deux photons subit des pertes en puissance supérieures à 10% dues principalement à la traversée de la cellule de Potassium. Au niveau de la détection, les intensités lumineuses des deux faisceaux jumeaux sont donc très différentes. Il est donc nécessaire d'atténuer électroniquement le faisceau jumeau de référence.

Du fait du manque de stabilité de la source de photons jumeaux, nous avons jugé plus sûr de réaliser la calibration du shot noise sur un montage annexe. On utilise le faisceau du laser Nd:YAG Lightwave que l'on détourne au moyen d'un miroir amovible pour l'envoyer sur le système de détection.

Il est donc soumis aux mêmes composants électroniques que les faisceaux jumeaux. En revanche, il diffère par sa focalisation, mais on s'assure que toute la puissance incidente est effectivement détectée. Sa stabilité, bien supérieure à celle des faisceaux produits par l'OPO, facilite les mesures.

On mesure ainsi le niveau du bruit de la lumière par rapport à celui du bruit électronique pour différentes puissances lumineuses incidentes. Celles-ci sont représentées par la tension de sortie de la voie DC des photodiodes: la détection est équilibrée, c'est-à-dire que les puissances transmise et réfléchiée par le cube sont égales, si les tensions DC sont les mêmes pour les deux détecteurs. L'équilibrage est réalisé au moyen de la lame demi-onde.

Des mesures du shot noise ont été effectuées avec les deux types de détecteurs décrits dans le paragraphe 5.5.7.1. Comme on l'a vu dans ce paragraphe, le rapport entre le shot noise et le bruit électronique est bien meilleur avec les photodiodes ETX300.

Les mesures précédemment réalisées sont jugées fiables si, pour des tensions DC équivalentes, on retrouve le même niveau de shot noise avec les faisceaux jumeaux.

Le montage actuel a également été utilisé pour mesurer le taux de réjection du soustracteur électronique. On compare le niveau de bruit en position "addition des intensités" du soustracteur, c'est-à-dire l'excès de bruit du laser, au niveau de bruit en position "soustraction des intensités", c'est-à-dire le shot noise correspondant. On constate que la réjection est de l'ordre de 30 dB.

5.5.7.4 Mesures de la corrélation

Des mesures de corrélation ont été réalisées dans différentes configurations, en particulier avec les deux types de détecteurs successivement utilisés.

Avec les photodiodes ETX3000T₅ Les résultats présentés dans ce paragraphe ont été obtenus avec les photodiodes ETX3000T₅ utilisées dans la configuration de la figure 51, c'est-à-dire que les voies HF et DC sont toutes deux montées en transimpédance. L'enregistrement 56 a été réalisé en balayant la fréquence de la cavité de l'OPO. La puissance de pompage à 532nm est de 300mW, la puissance infra-rouge associée est de 5mW par faisceau jumeau. La réduction du bruit mesurée est d'environ 5 dB à 2MHz avec une bande passante d'analyse égale à 30Hz. Ceci constitue le meilleur

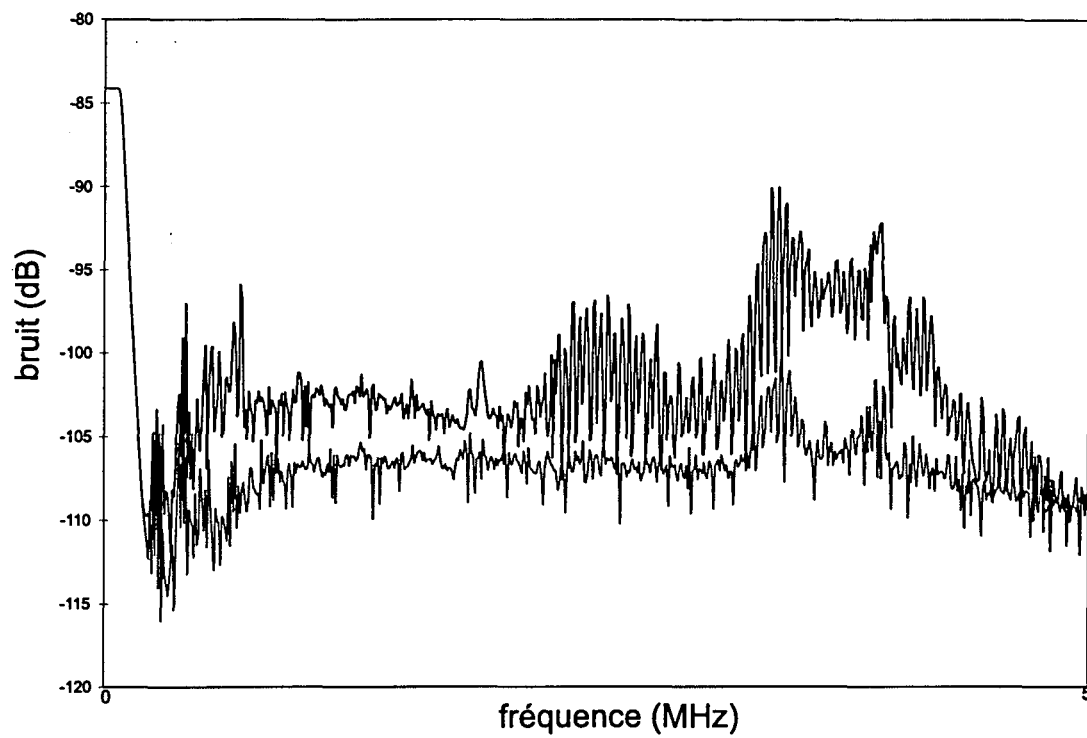


FIG. 56 - Corrélation mesurée en balayant la longueur de la cavité.

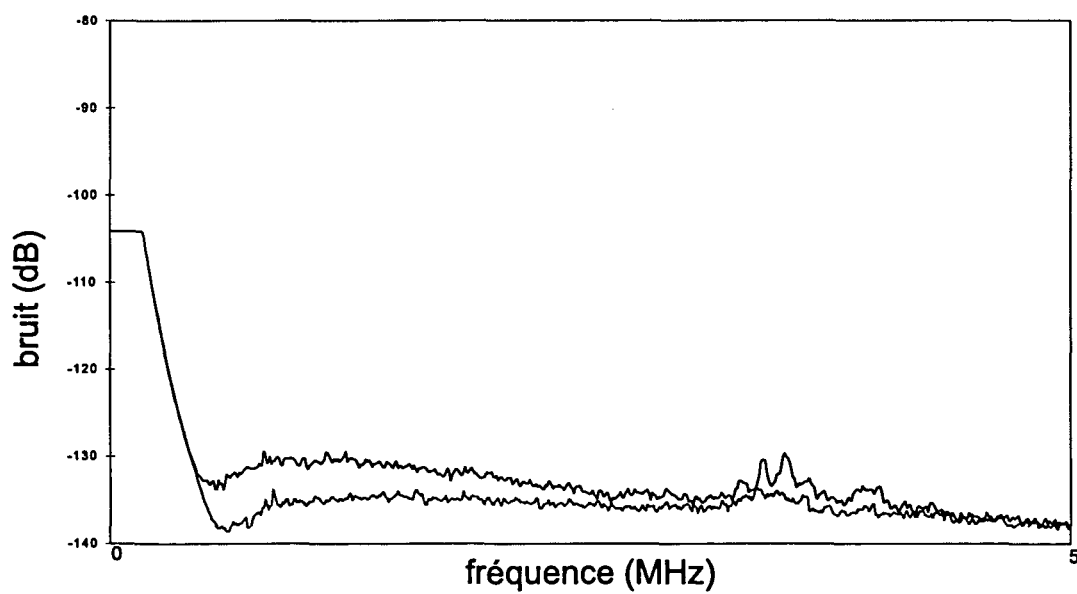


FIG. 57 - Corrélation obtenue quand la cavité est asservie.

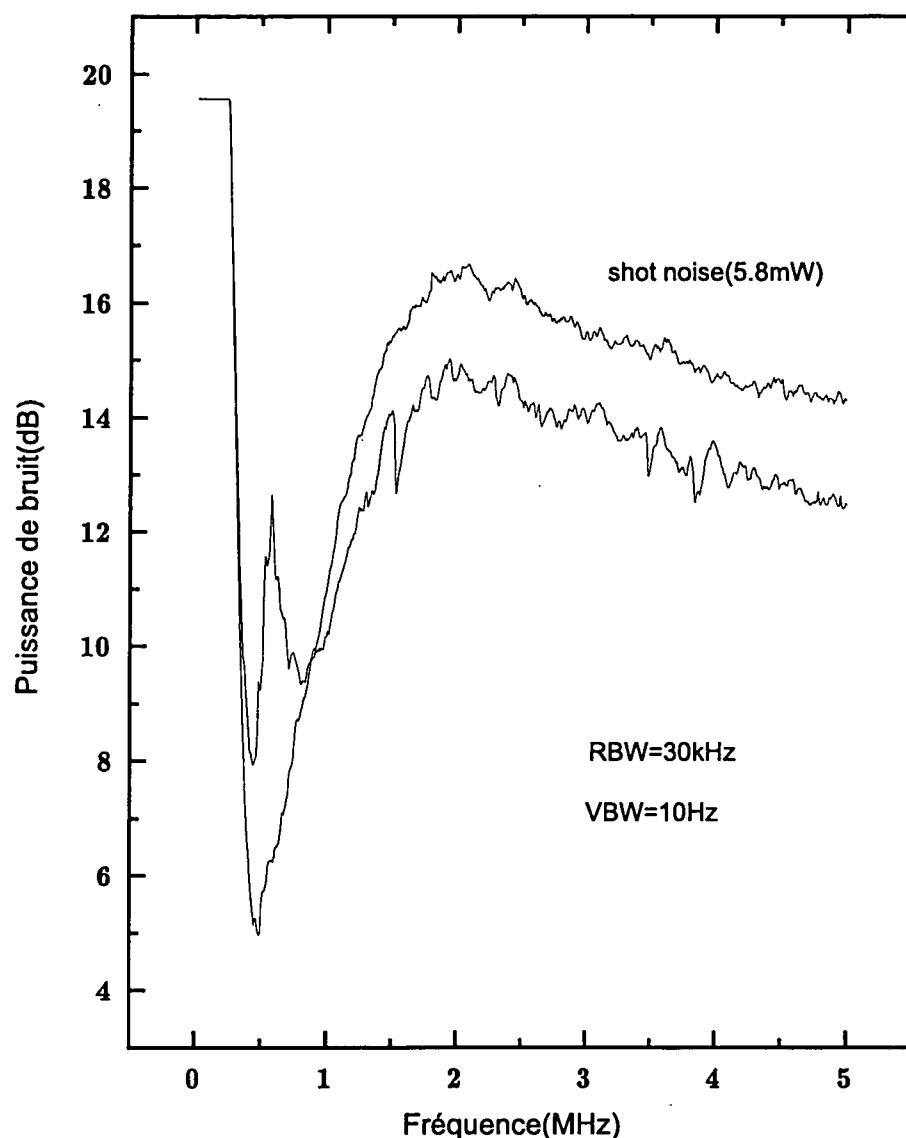


FIG. 58 - Corrélation mesurée avec les photodiodes ETX300.

taux de corrélation obtenu sur cette expérience. Le fait qu'il soit mesuré alors que la cavité est balayée signifie peut-être que les performances de l'OPO sont limitées par la stabilité médiocre de l'asservissement. Il est évidemment impossible d'utiliser ce mode de fonctionnement dans l'expérience de spectroscopie.

L'enregistrement 57 correspond à une mesure faite dans les mêmes conditions que la précédente, tandis que la cavité de l'OPO est asservie.

Avec les photodiodes ETX300 Les résultats correspondants sont présentés sur l'enregistrement 58.

Conclusion La plus importante réduction du bruit mesurée avec la cavité de l'OPO asservie est d'environ 3 dB, soit 50%. Le résultat typiquement obtenu est de 1.88 dB, soit environ 35%. La faiblesse des valeurs de squeezing mesurées est liée aux problèmes de stabilité du système, qui empêchent une optimisation parfaite des différents paramètres de l'expérience. La meilleure valeur observée, soit 5 dB est bien inférieure à celles de la référence [Mertz 1991b]. Ceci peut également s'expliquer par des pertes par absorption plus importantes que prévu dans le cristal de KTP, celles-ci augmentant avec la puissance de pompage.

5.6. Conclusion

Les faisceaux dont la corrélation des intensités est de 35%, d'une puissance d'environ 6mW, sont produits et stabilisés pendant un temps suffisant pour les utiliser dans l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium.

Les performances de la source de photons jumeaux sont un peu décevantes. Premièrement, le dispositif mis en oeuvre ne permet pas de produire des faisceaux intenses, malgré une importante puissance de pompage. Ceci est dû en partie aux valeurs élevées du coefficient d'absorption du cristal non linéaire de la cavité de doublage dans l'infrarouge (voir paragraphe 5.4.2.2). Des améliorations de la conception de cette cavité sont actuellement en cours.

Les difficultés rencontrées pour stabiliser le système posent un problème majeur. Les asservissements du laser esclave, de la cavité de doublage et de la cavité de l'OPO sont tous imbriqués: les imperfections des premiers se répercutent sur les derniers, rendant le montage global instable. Ceci peut expliquer la faiblesse de la puissance lumineuse des faisceaux jumeaux. En effet, l'asservissement de l'OPO est d'autant moins efficace que la puissance est élevée: on est donc obligé de travailler à des puissances réduites.

Cependant, cette puissance lumineuse assez faible nous a permis de faire de la spectroscopie. Le signal obtenu n'a pas été amplifié artificiellement par l'utilisation de faisceaux très intenses. On a donc observé une vraie transition faible, ce qui démontre véritablement l'intérêt de réduire le bruit de fond grâce à l'OPO afin d'accroître la sensibilité de l'expérience.

6 Description de l'expérience de spectroscopie à deux photons dans le Potassium

Ce chapitre décrit les dispositifs expérimentaux et les résultats obtenus au cours de mon travail de thèse sur l'absorption à deux photons dans le Potassium. Il comporte deux parties.

La première a pour thème l'observation du signal spectroscopique à partir d'un montage en lumière classique, c'est-à-dire en utilisant deux lasers.

La deuxième décrit la première expérience de spectroscopie utilisant les faisceaux jumeaux.

Les résultats obtenus illustrent l'augmentation du rapport signal à bruit sur la raie d'absorption à deux photons entre l'expérience en lumière classique et celle utilisant des faisceaux corrélés quantiquement.

6.1. Expérience de spectroscopie en lumière classique

6.1.1 Motivations

Dans une première expérience, on cherche à observer la transition à deux photons en utilisant un laser Nd:YAG à la place de l'OPO. Cette expérience préliminaire s'avère indispensable si l'on désire quantifier l'augmentation du rapport signal à bruit due à l'utilisation des photons jumeaux. Elle fournit le signal auquel on comparera le résultat de l'expérience en lumière non classique.

De plus, l'une des difficultés majeures de l'expérience consiste à situer la transition à deux photons dans l'espace des fréquences. En effet, la largeur du signal attendu étant de l'ordre du GHz, il est nécessaire de fixer les longueurs d'onde des deux photons à $10^{-6} \mu m$ près et de balayer la fréquence de l'un d'eux de façon stable, systématique et reproductible, le risque étant de "passer à côté" de la raie. Afin de bien maîtriser cet aspect de l'expérience, il est plus confortable, dans un premier temps, d'utiliser un montage très stable et facile à mettre en oeuvre. Or, on a vu dans le chapitre traitant du dispositif expérimental correspondant à la production des faisceaux jumeaux que celui-ci est relativement complexe et comprend des boucles d'asservissement en cascade.

Un autre avantage du laser Nd:YAG est qu'il nous permet de disposer d'une puissance lumineuse importante, de l'ordre de la centaine de mW, à comparer aux quelques mW d'infra-rouge produits par l'OPO. L'amplitude de la raie d'absorption sera donc plus grande que pour l'expérience en lumière non classique et donc plus aisée à observer.

Ce premier montage va donc nous permettre de dominer les paramètres expérimentaux autres que la source de photons jumeaux nécessaires à l'observation du signal spectroscopique. La suite de l'expérience en sera grandement facilitée.

Ce paragraphe décrit chaque élément du montage, puis les résultats obtenus dans le cadre de cette partie de l'expérience.

6.1.2 Source à 1064 nm: le laser Nd:YAG

On utilise un laser à 1064nm à la place des faisceaux jumeaux.

Il s'agit d'un laser Lightwave modèle 122, comme celui décrit dans le paragraphe traitant de l'asservissement du laser de pompe du chapitre intitulé "La source de photons jumeaux".

Ses principales caractéristiques sont les mêmes que celles du laser mentionné précédemment. Sa puissance de sortie est égale à 300 mW.

6.1.2.1 Caractéristiques spatiales

Le col du faisceau lumineux produit par ce laser est situé à 50 ± 2 mm en arrière de la fenêtre de sortie. Sa valeur est fournie par le constructeur sous la forme de la divergence.

On a, selon les deux directions transverses:

$$2\theta_x = 8\text{mrad}$$

$$2\theta_y = 6\text{mrad}$$

Soit,

$$w_{0x} = 85\mu\text{m}$$

$$w_{0y} = 113\mu\text{m}$$

En utilisant la loi de propagation des faisceaux gaussiens [Kogelnik 1966], on obtient un rayon moyen d'environ $400\mu\text{m}$ au niveau de la fenêtre de sortie du laser.

6.1.2.2 Isolation optique

Comme le montre la figure 59, le faisceau de sortie traverse un isolateur optique afin d'éliminer tout retour de la lumière vers le laser. L'isolateur (Optics For Research IO-5-YAG), est composé d'un rotateur de Faraday, placé entre deux cubes polariseurs. A sa sortie, la lumière est polarisée linéairement.

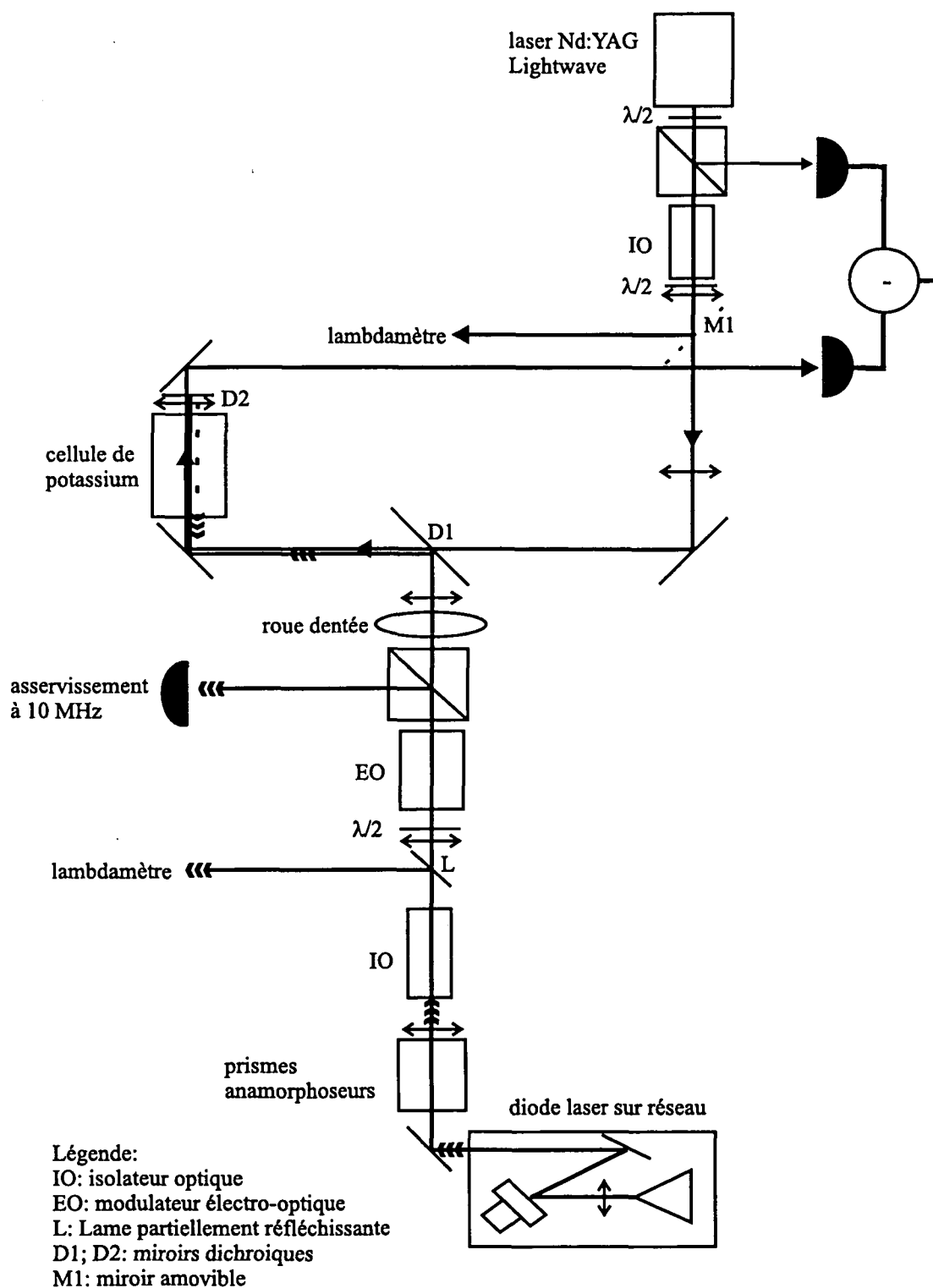


FIG. 59 - Schéma général de l'expérience en lumière classique.

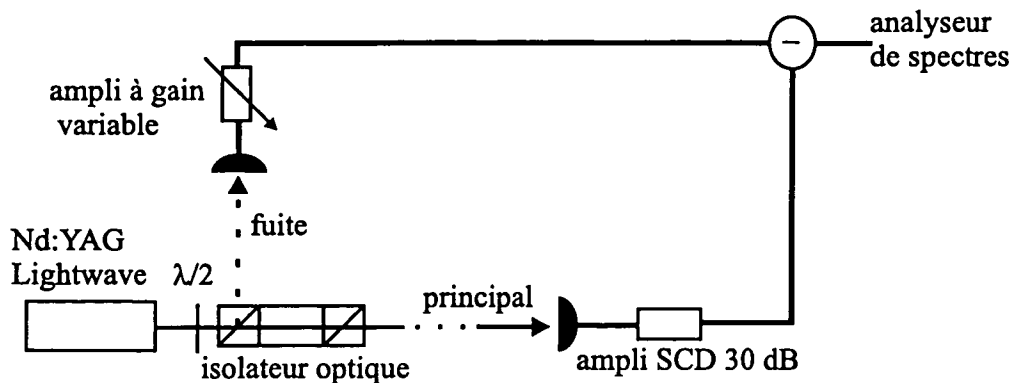


FIG. 60 - Dispositif expérimental de mesure différentielle.

La lame demi-onde située après l'isolateur optique permet de faire tourner à volonté la direction de polarisation. Cette direction doit être la même que celle du faisceau de la diode laser afin de maximiser l'interaction entre les deux lasers dans la cellule de Potassium (voir calcul du coefficient d'absorption dans le chapitre "Présentation de la spectroscopie à deux photons"). On choisit la polarisation linéaire verticale pour les deux faisceaux. L'orientation de la lame placée après l'isolateur est réglée en conséquence.

6.1.2.3 Excès de bruit du laser Lightwave

Ce laser présente de l'excès de bruit. Afin de s'en affranchir, nous réalisons une mesure différentielle. Comme cela a été dit dans le chapitre intitulé "Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux", cette méthode permet théoriquement de faire une mesure limitée uniquement par le bruit de photons.

Le montage expérimental correspondant est illustré par la figure 60.

Le faisceau de sortie du laser est séparé en deux par le premier cube séparateur de polarisation intégré à l'isolateur optique. La partie transmise est qualifiée de faisceau principal et est utilisée dans l'expérience de spectroscopie, la partie réfléchie, de plus faible intensité, est qualifiée de faisceau de fuite. La lame $\frac{\lambda}{2}$ fixe les puissances de ces deux faisceaux. On définit sa position de façon à disposer d'environ 200 mW sur le faisceau principal. On dispose d'une trentaine de mW au niveau de la détection du faisceau de fuite. L'équilibrage des deux voies de la mesure différentielle est réalisé électroniquement. Chaque faisceau est détecté par une photodiode rapide Epitaxx ETX3000T₅. Les faisceaux principal et fuite sont focalisés sur les détecteurs correspondants au moyen d'une lentille de distance focale respectivement égale à 8 cm et 10 cm.

La sortie HF de la photodiode principale est amplifiée de 30 dB, celle de la photodiode de fuite par un amplificateur fabriqué au laboratoire de gain variable compris entre 28 et 90 en tension. Ce dernier permet l'équilibrage des deux voies de la mesure différentielle. Un soustracteur électronique réalise la différence des tensions principale et fuite. Sa tension de sortie, amplifiée par un facteur 5, est envoyée sur l'analyseur de

spectres. On compare, à 5 MHz, le bruit obtenu en débranchant l'entrée correspondant à la fuite au niveau du soustracteur, soit l'excès de bruit, et le bruit sur la différence. On minimise ce dernier en jouant sur le gain de l'amplificateur de tension variable. On obtient une diminution de 10 dB des fluctuations d'amplitude de la lumière.

6.1.3 Source à 859 nm: la diode laser

Ce paragraphe décrit la laser auxiliaire utilisé pour observer la transition à deux photons $4S - 5S$ de l'atome de Potassium.

On utilise une diode laser monomode en AlGaAs (Spectra Diode Labs 5422-H1).

Sa puissance maximale de sortie est de 150 mW pour un courant d'alimentation de 175 mA. Le courant au seuil est égal à 17 mA. La longueur d'onde d'émission à 25°C est de 854 nm. L'efficacité quantique différentielle est de 66%. Le coefficient de réflexion de la face de sortie est de quelques % malgré le traitement anti-réfléchissant dont elle est recouverte. Il est suffisant pour obtenir l'émission laser avec un courant de seuil évidemment plus élevé (17 mA) que dans le cas de la cavité étendue (14.2 mA).

La diode laser est placée dans une boîte métallique thermostatée à 30°C par l'intermédiaire d'un transistor. Sa température propre est asservie grâce à un élément à effet Peltier inclus dans son boîtier et piloté électroniquement.

6.1.3.1 Diode laser en cavité étendue

Pourquoi utiliser une cavité étendue?

Typiquement, il est possible de décaler la longueur d'onde d'émission de la diode libre de 3 à 4 nm de part et d'autre de sa valeur centrale en jouant sur le courant d'alimentation et surtout sur sa température de fonctionnement. Je quantifierai l'excursion en longueur d'onde en fonction de ces deux paramètres dans le paragraphe 6.1.3.3. Avec la diode dont nous disposons, il n'est donc pas envisageable d'atteindre la valeur comprise entre 859 nm et 860 nm nécessaire pour observer la transition à deux photons dans le Potassium. L'utilisation d'une cavité étendue permet d'augmenter l'excursion en longueur d'onde et donc d'atteindre facilement la valeur souhaitée.

La cavité étendue est représentée par la figure 61.

Le faisceau de sortie de la diode laser est collimaté par un objectif de microscope (Melles Griot 06GLC002). Sa position par rapport à la diode est ajustée de façon à disposer d'un faisceau de lumière parallèle.

On dispose un réseau en réflexion (Jobin-Yvon 1200 traits/mm) placé à une dizaine de centimètres de la diode dans la configuration de Littrow. L'ordre (-1) de la réflexion, soit 30% de la lumière émise, retourne dans le laser. Grâce à cette injection, la cavité de la diode n'est plus limitée par sa face de sortie. Son fonctionnement est imposé par la nouvelle cavité formée par sa face d'entrée et par le réseau. Il en résulte un seuil plus bas, comme on le verra dans le paragraphe suivant, une largeur de raie plus fine et une excursion en longueur d'onde de ± 10 nm autour de la valeur centrale. L'ordre zéro de la réflexion constitue le faisceau de sortie.

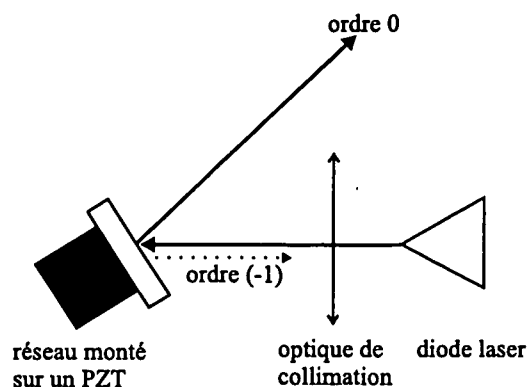


FIG. 61 - Diode laser en cavité étendue.

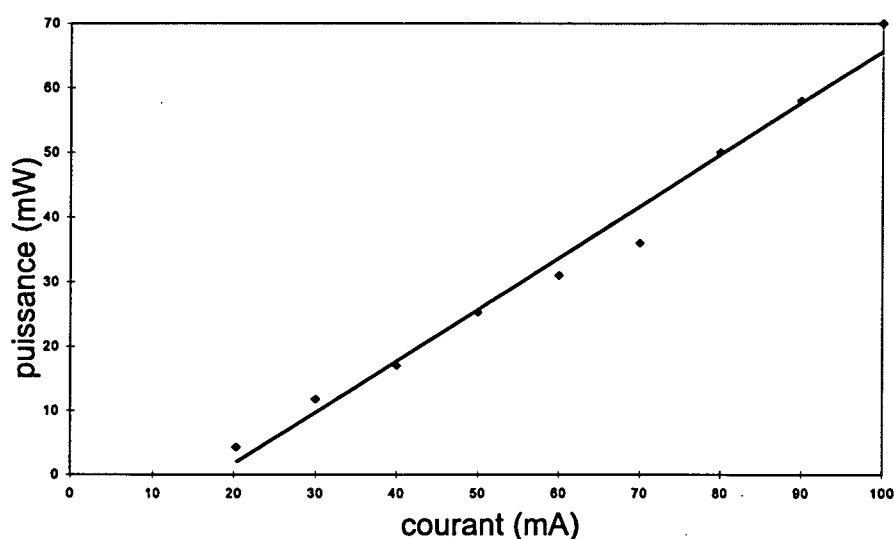


FIG. 62 - Puissance de sortie de la diode laser sur réseau en fonction du courant.

Une céramique piezo-électrique (Quartz et Silice P4-68), résistant à une tension de 1000 volts, est collée à l'arrière du réseau. Elle permet, en faisant varier la longueur de la cavité étendue, de modifier la longueur d'onde d'émission.

6.1.3.2 Puissance de sortie de la diode laser

En réglant la collimation et la position du réseau, on minimise la valeur du seuil.

La figure 62 représente la variation de la puissance de sortie de la diode en cavité étendue en fonction du courant.

Ces deux grandeurs sont liées par une loi linéaire. La pente de la droite donne l'efficacité de conversion courant / puissance, ici de l'ordre de 0.8 mW/mA . L'ordon-

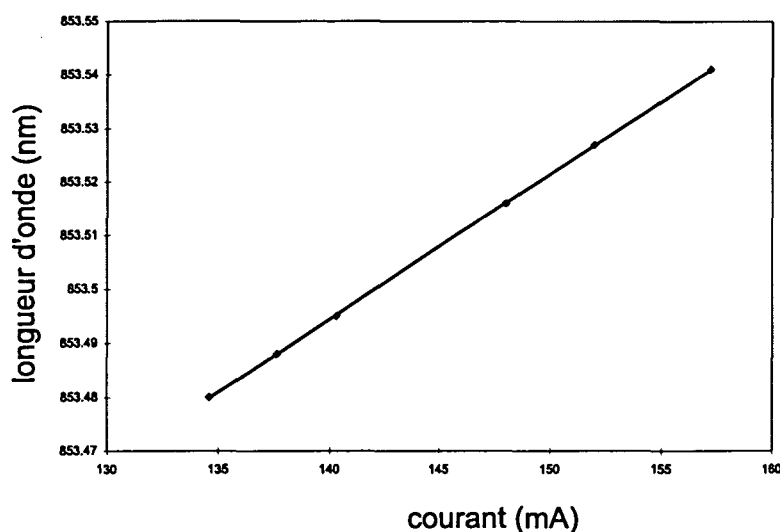


FIG. 63 - Variation de la longueur d'onde de la diode laser libre en fonction du courant.

née à l'origine est égale à la valeur du courant d'alimentation correspondant au seuil d'émission laser. Elle vaut 14.2 mA, soit une diminution de 2.8 mA par rapport au seuil de la diode libre.

6.1.3.3 Longueur d'onde d'émission de la diode

Pour quantifier la dépendance de la longueur d'onde en fonction des différents paramètres, c'est-à-dire la température, le courant et la position du réseau, il faut traiter séparément les deux configurations: la diode libre et la diode sur réseau.

Diode libre On mesure grâce au lambdamètre décrit dans le paragraphe 6.1.6 la longueur d'onde de la diode pour différentes valeurs du courant d'alimentation.

La dépendance de la longueur d'onde en fonction du courant est tracée sur la figure 63. La pente de la droite ainsi obtenue montre une variation de 0.0027 nm/mA , soit en fréquence de 1 GHz/mA , la longueur d'onde moyenne étant de l'ordre de 853 nm. La variation en fonction de la température est de l'ordre de $16 \text{ GHz/}^\circ\text{C}$.

On balaie la longueur d'onde en modulant le courant d'alimentation. Le boîtier électronique délivrant le courant est pourvu d'une entrée modulation basse fréquence (jusqu'au kHz). On l'alimente par une tension modulée, fournie par un générateur de fonctions basse fréquence (Centrad 961). On parvient à faire varier continuellement la longueur d'onde de 6 à 10 GHz, sans sauts de mode.

Diode sur réseau Dans cette configuration, le fonctionnement de la diode est déterminé par la cavité étendue. En particulier, la longueur d'onde dépend principalement

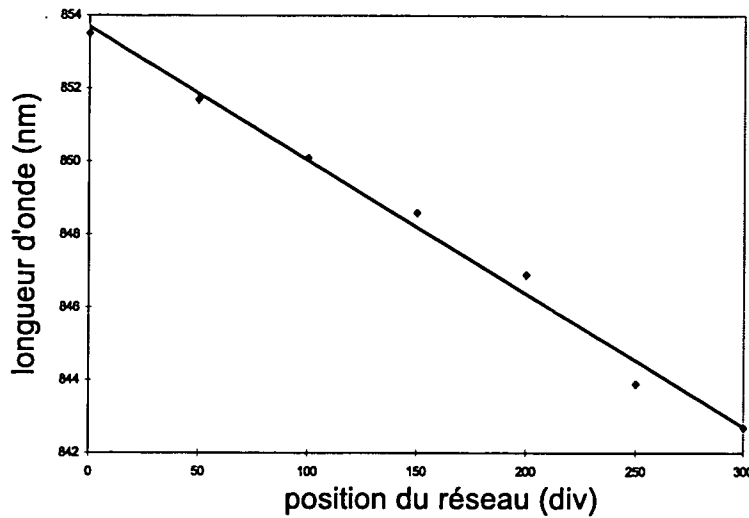


FIG. 64 - Variation de la longueur d'onde de la diode laser en fonction de la position du réseau.

de la position du réseau. La figure 64 montre que cette dépendance est linéaire et égale à 0.036 nm/div , soit 15 GHz/div . Or sur la butée différentielle utilisée pour régler la position du réseau (Melles Griot BD17-04), une division équivaut à $7.2 \mu\text{m}$. On a donc une variation de longueur d'onde égale à $2.1 \text{ GHz}/\mu\text{m}$.

La variation en courant et en température est très réduite par rapport à la première configuration. Expérimentalement, on obtient $454 \text{ MHz}/\text{mA}$ pour le courant et $8 \text{ GHz}/^\circ\text{C}$ pour la température.

Ces deux paramètres ne sont utilisés que pour fixer finement la valeur de la longueur d'onde. Pour la balayer, on modifie la longueur de la cavité étendue en appliquant une haute tension modulée sur la cale piezo-électrique. La figure 65 représente la variation de la longueur d'onde en fonction de la tension appliquée.

De cette façon, on balaie la longueur d'onde sur 2 à 3 GHz, sans saut de modes. Cet intervalle étant tout juste suffisant à décrire la raie d'absorption du Potassium, on préférera balayer la fréquence du laser Nd:YAG. Ce point est détaillé dans le paragraphe 6.1.6.4. En revanche, l'expérience utilisant les faisceaux jumeaux impose de balayer la fréquence de la diode laser et non pas celle de l'OPO. Les raisons sont explicitées dans la chapitre "Présentation de la spectroscopie à deux photons".

6.1.3.4 Caractéristiques spatiales du faisceau de la diode laser

Le faisceau de sortie est elliptique: son extension selon la direction horizontale est trois fois plus importante que selon la direction verticale. Il est donc nécessaire de l'anamorphoser. Les prismes utilisés ici (Melles Griot 06GPA004) sont pré-réglés par le constructeur pour corriger l'ellipticité typique des faisceaux de diodes laser. La

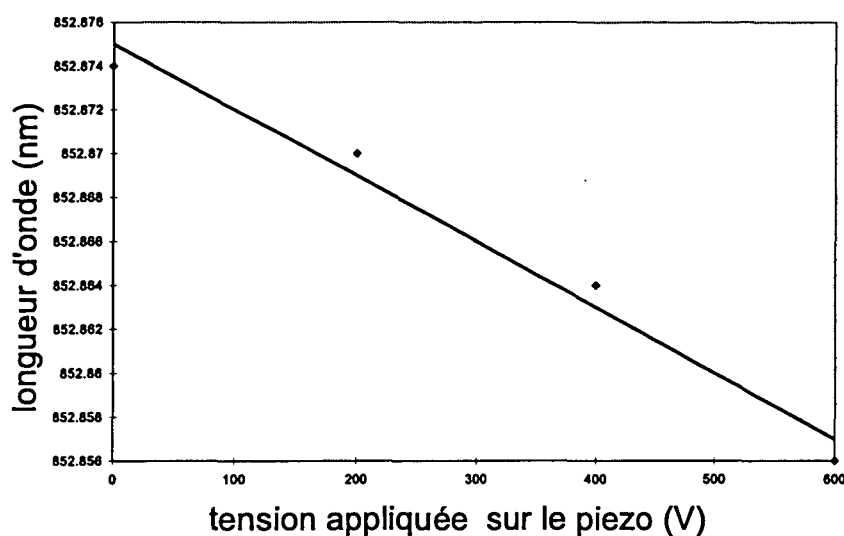


FIG. 65 - Variation de la longueur d'onde de la diode laser en fonction de la tension appliquée sur le PZT.

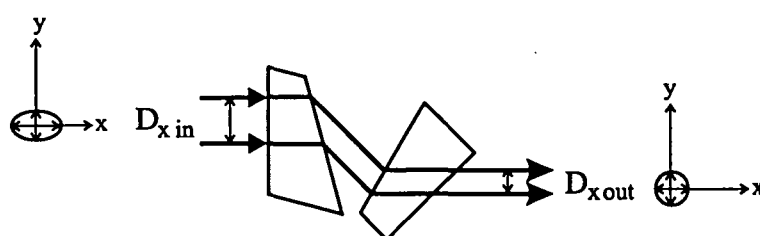


FIG. 66 - Anamorphose du faisceau du laser Nd:YAG (vue du dessus).

figure 66 schématise l'action des prismes anamorphoseurs en vue de réduire la taille du faisceau selon la direction horizontale. Leur insertion sur le trajet faisceau entraîne une perte de puissance de 8%.

6.1.3.5 Isolation optique

Les diodes laser sont très sensibles au retour de la lumière. Leur fonctionnement en est perturbé. On évite cet effet en plaçant un isolateur optique (Isowave 760-900 nm IBOT44) sur le trajet du faisceau. L'isolation est de 40dB. Le diamètre du faisceau parallèle de la diode étant trop important par rapport à l'ouverture de 4 mm de diamètre de l'isolateur, on le focalise avec une lentille de distance focale égale à 20 cm placé à 25 cm avant le centre de l'isolateur. A la traversée de l'isolateur, les pertes en puissance lumineuse sont de 17%.

6.1.4 Modulation

Cet élément de l'expérience est primordial. En effet, le signal à observer consiste en un transfert de modulation entre la diode et le laser Nd:YAG par l'intermédiaire des atomes de Potassium. Son amplitude dépend donc crucialement de l'efficacité de la modulation.

A priori, moduler l'un ou l'autre des deux lasers donne des résultats équivalents car le signal varie comme le produit des puissances. Cependant, dans le cadre de la seconde partie de l'expérience mettant en oeuvre les photons jumeaux, il est obligatoire de moduler le laser auxiliaire, soit la diode laser, sous peine de détruire la corrélation. Ce point a été mentionné dans le chapitre "Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux". Afin d'établir un parallèle avec cette seconde partie, on modulera également le faisceau de la diode dans le montage en lumière classique. De plus, comme on ne module pas directement le faisceau que l'on détecte, on obtient un signal sur fond noir.

6.1.4.1 Modulation d'amplitude à haute fréquence

Le choix de la modulation d'amplitude a été explicité dans le chapitre "Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux": il permet de détecter directement le signal sur la quadrature sensible à la réduction du bruit.

On module à haute fréquence, plus précisément à 5 MHz, car c'est dans cette gamme de fréquences que les meilleurs taux de compression des fluctuations de la lumière par l'OPO ont été observés. Les effets d'une modulation sur un niveau de durée de vie finie sont détaillés dans l'annexe C.

Caractéristiques du modulateur On utilise un modulateur électro-optique (Conoptics modèle 360-40) composé d'un cristal de LiTaO_3 (LTA) de longueur 40 mm, transparent pour des longueurs d'onde comprises entre 700 à 4000 nm. D'après les spécifications fournies par le constructeur, la tension V_π , c'est-à-dire correspondant à la transmission maximale du modulateur, est égale à 376 V pour 1000 nm, soit environ 300 V à 854 nm.

Modulation d'amplitude A la base, cet appareil est un modulateur de phase. On l'adapte à la modulation d'amplitude en le plaçant entre polariseur et analyseur croisés à 45° des axes du cristal.

La polarisation du faisceau transmis est linéaire verticale, comme celle du laser Nd:YAG.

La transmission de l'électro-optique dépend de la tension appliquée selon la relation suivante [Yariv 1984]:

$$T = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{V}{V_\pi} \right) \quad (6.1)$$

où T est la transmission, V la tension appliquée et V_π la tension correspondant à la transmission maximale.

La courbe correspondante est tracée sur la figure 67.

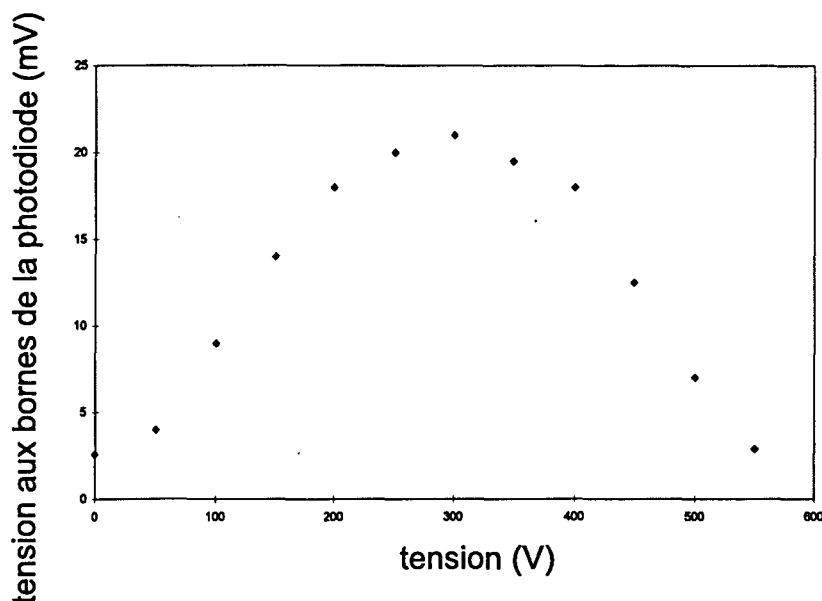


FIG. 67 - Transmission du modulateur électro-optique en fonction de la tension appliquée.

Une haute tension continue V est appliquée aux bornes du cristal. On détecte la lumière transmise par l'électro-optique sur une photodiode dont on mesure la tension de sortie, notée U sur un oscilloscope. On observe bien une variation de U , donc de T , en fonction de la tension appliquée: l'amplitude du faisceau est modulée. La tension V_π est égale à 300 V, d'où $\frac{V_\pi}{2} = 150V$.

Une lentille de distance focale égale à 8.5 cm est placée à 22 cm avant l'électro-optique afin de focaliser le faisceau au centre du cristal. Les pertes dues à l'insertion du modulateur sur trajet de la diode laser sont de 10%.

Montage électronique Il est illustré par la figure 68.

Le modulateur est pourvu de deux entrées BNC correspondant aux deux électrodes du cristal. On envoie sur l'une d'elles une tension de 1.5 volts crête à crête, modulée à 5 MHz. Elle est produite par un oscillateur à 5 MHz.

Cette tension est amplifiée par un amplificateur de puissance (Mini circuits ZHL-1-2W), alimenté en 24 V. Il est spécifié pour un signal d'entrée de 10 dBm, c'est-à-dire de 10 mW sous 50 Ω , soit 2 V crête à crête. Sa sortie est de 33 dBm, soit 28 V crête à crête dans les mêmes conditions. Son gain est de 29 dB.

Le signal de sortie de l'amplificateur est envoyé sur un circuit résonnant à 5 MHz, composé d'une inductance de 32 nH et d'une capacité de 25 pF. Grâce à ce composant électronique, la transmission maximale de l'électro-optique est atteinte pour une tension de 16 V, au lieu des 300 V nécessaires dans le cas d'un dispositif non résonnant. Le générateur de fonctions produit une sinusoïde dont la fréquence, pouvant varier entre 3 et 7 MHz, est donnée avec une précision de 10 kHz. On l'ajuste finement afin qu'elle

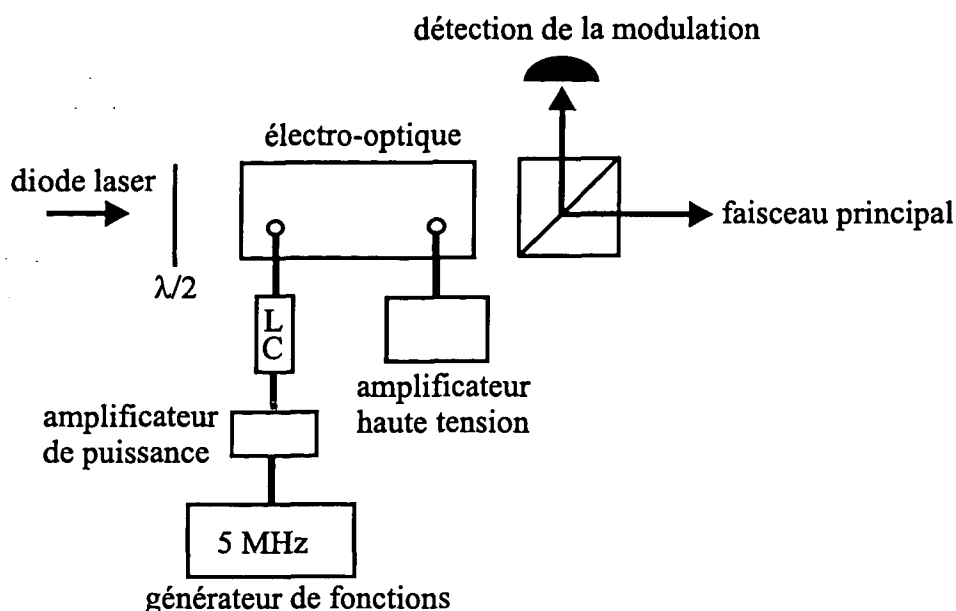


FIG. 68 - Dispositif électronique de modulation à 5 MHz.

soit exactement égale à la fréquence de résonance du circuit LC, c'est-à-dire 4.9 MHz: le taux de modulation est alors maximal.

Sur la seconde entrée BNC du modulateur, on applique une haute tension continue qui permet de corriger la biréfringence naturelle du cristal en fixant le point de fonctionnement de l'électro-optique à $\frac{V_\pi}{2}$. On obtient alors une modulation d'amplitude pure à 4.9 MHz.

La biréfringence naturelle du cristal varie au cours du temps à cause de lentes variations de la température du cristal. Par exemple, dans le cas des mesures représentées sur la figure 67, sa valeur, correspondant à une tension appliquée nulle, équivaut à une tension 2.6 mV aux bornes de la photodiode. Le point de fonctionnement n'est pas stable. Il est nécessaire de compenser ces effets par un asservissement actif. Ce point fait l'objet du paragraphe 6.1.4.2.

Taux de modulation Habituellement, on estime la valeur du taux de modulation en comparant les tensions continue et alternative délivrées par le détecteur, au moyen d'un oscilloscope. Cependant, la voie hautes fréquences de notre photodiode coupe les tensions continues. Il est donc nécessaire de comparer ses sorties DC et HF. Or, leurs calibrations ne sont pas équivalentes. Le résultat obtenu en terme de taux de modulation n'est donc pas très fiable. Nous avons donc utilisé une autre méthode. Celle-ci fournit des résultats comparables à ceux obtenus à l'oscilloscope. On optimise le taux de modulation à 5 MHz en observant le pic de modulation principal et ses harmoniques sur un analyseur de spectres. On décompose le spectre en fonctions de Bessel $J_n(\Omega)$: la fonction d'ordre un correspond à une modulation à la fréquence $\Omega = 5\text{ MHz}$, la fonction d'ordre deux à une modulation à la fréquence $2\Omega = 10\text{ MHz}$, etc. L'amplitude

des pics pairs varie à l'opposé de celle des pics impairs. La fréquence de modulation, donc l'amplitude des pics, varie suivant la valeur de la haute tension appliquée sur l'électro-optique. Une tension égale à $\frac{V_\pi}{2}$ correspond à une modulation à Ω presque pure, la hauteur des pics pairs est minimale. Une tension égale à V_π correspond à une modulation à 2Ω presque pure, la hauteur des pics impairs est minimale.

Afin d'optimiser le taux de modulation à Ω , on règle la valeur de la haute tension telle que les pics pairs soient le plus petit possible. La variation de la biréfringence naturelle du cristal au cours du temps rend cette valeur fluctuante, mais la constante de temps associée est suffisamment grande (de l'ordre de la minute) pour permettre une estimation de taux de modulation.

On le mesure en comparant les amplitudes de $J_1(\Omega, \Gamma_m)$ et $J_3(3\Omega, \Gamma_m)$. Γ_m , le retard de phase créé par le modulateur est égal à :

$$\Gamma_m = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \quad (6.2)$$

où V_m est la tension de modulation.

L'analyseur de spectres donne le module carré de ces fonctions de Bessel.

Le rapport des amplitudes des deux pics en dB est égal à :

$$g_{dB} = \log \left(\frac{J_1(\Gamma_m)}{J_3(\Gamma_m)} \right) = \frac{|J_1(\Gamma_m)|^2 - |J_3(\Gamma_m)|^2}{2} - 3dB \quad (6.3)$$

Les -3 dB apparaissant dans l'équation 6.3 tiennent compte du fait que la bande passante de l'électronique de détection coupe en partie les hautes fréquences. Le gain avec lequel $J_3(\Gamma_m)$ est détecté est différent de celui appliqué à $J_1(\Gamma_m)$.

Le rapport des amplitudes en échelle linéaire se déduit aisément de l'équation 6.3 :

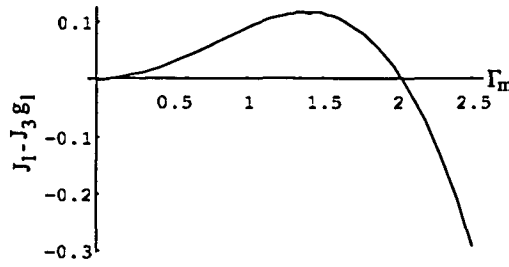
$$g_l = 10^{\frac{g_{dB}}{10}} \quad (6.4)$$

On trace la fonction $(J_1 - g_l \times J_3)$ en fonction de Γ_m .

Le taux de modulation, $\tau_m = \frac{V_m}{V_\pi}$ correspond à la valeur de Γ_m telle que la fonction $(J_1 - g_l \times J_3)$ s'annule. La figure 69 affiche un taux de modulation égal à 61%. Il est impossible d'atteindre un taux de 100% car les modules au carré des amplitudes des harmoniques élevées, même s'ils sont faibles individuellement, s'ajoutent. Le taux maximal correspond à la valeur de Γ_m telle que le rapport $\frac{|J_1(\Gamma_m)|^2}{\sum_{n=0}^{\infty} |J_n(\Gamma_m)|^2}$ soit maximal. En calculant ce rapport avec les 15 premières harmoniques, on obtient une limite supérieure pour le taux de modulation égale à 64%.

6.1.4.2 Asservissement du second harmonique

Fluctuations de la biréfringence naturelle de cristal de l'électro-optique On observe à l'analyseur de spectres que la fréquence de modulation varie de façon cyclique au cours du temps.



Taux de modulation par l'électro-optique.

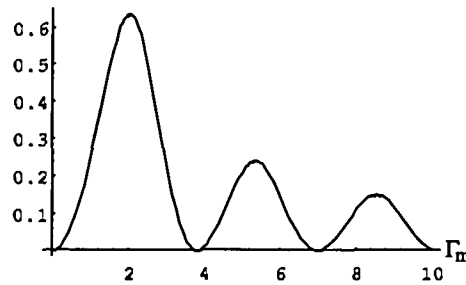
Rapport entre le module carré de J_1 et la somme des modules carré des 15 premières fonctions de Bessel.

FIG. 69 - Taux de modulation à 5MHz.

Ce phénomène s'explique par des fluctuations de la biréfringence naturelle du cristal dues à des effets thermiques, sans doute produits par un échauffement du cristal sous l'action de faisceau laser. Le point de fonctionnement de l'électro-optique se déplace alors sur la courbe de la figure 67 et la fréquence de modulation varie entre $\Omega = 5MHz$ ($V_m = \frac{V_\pi}{2}$) et $2\Omega = 10MHz$ ($V_m = V_\pi$).

Il est nécessaire de bloquer la tension de modulation à la valeur $\frac{V_\pi}{2}$. Pour cela, on réalise un asservissement électronique.

Calcul du signal d'erreur D'après la référence [Yariv 1984], le retard de phase produit par le modulateur est donné par:

$$\Gamma = \Gamma_c + \Gamma_m \sin \Omega t \quad (6.5)$$

Il se décompose en une partie continue,

$$\Gamma_c = \pi \frac{V_c}{V_\pi} \quad (6.6)$$

et une partie modulée,

$$\Gamma_m = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \quad (6.7)$$

L'équation 6.5 s'exprime donc en fonction des tensions:

$$\Gamma = \frac{\pi}{V_\pi} (V_c + V_m \sin \Omega t) \quad (6.8)$$

D'après l'équation 6.1, la transmission de l'électro-optique est égale à:

$$T = \sin^2 \left(\frac{\Gamma}{2} \right) = \sin^2 \left[\frac{\pi}{2V_\pi} (V_c + V_m \sin \Omega t) \right] \quad (6.9)$$

soit,

$$T = \frac{1}{2} \{1 - [\cos \Gamma_c \cos (\Gamma_m \sin \Omega t) - \sin \Gamma_c \sin (\Gamma_m \sin \Omega t)]\} \quad (6.10)$$

On développe les expressions $\cos (\Gamma_m \sin \Omega t)$ et $\sin (\Gamma_m \sin \Omega t)$ en fonctions de Bessel:

$$\cos (\Gamma_m \sin \Omega t) = J_0 (\Gamma_m) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_{2k} (\Gamma_m) \cos 2k\Omega t \quad (6.11)$$

$$\sin (\Gamma_m \sin \Omega t) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k J_{2k+1} (\Gamma_m) \sin (2k+1) \Omega t$$

On remplace $\cos (\Gamma_m \sin \Omega t)$ et $\sin (\Gamma_m \sin \Omega t)$ par leur valeur dans l'équation 6.10. Le signal à la fréquence 2Ω a la forme suivante:

$$S_{2\Omega} = -J_2 (\Gamma_m) \cos \Gamma_c \cos 2\Omega t \quad (6.12)$$

Il constitue le signal d'erreur utilisé pour l'asservissement.

Il s'annule pour $\Gamma_c = \frac{\pi}{2}$, soit $V_c = \frac{V_\pi}{2}$, c'est-à-dire pour une modulation à Ω quasi pure. Il est maximum pour $\Gamma_c = \pi$, soit $V_c = V_\pi$, c'est-à-dire dans le cas d'une modulation à 2Ω . Son amplitude croît avec celle de $J_2 (\Gamma_m)$.

Boucle d'asservissement Le dispositif électronique de traitement du signal d'erreur est illustré par le figure 70.

L'élément central est une détection synchrone, élaborée au laboratoire, qui mélange la tension de sortie de la photodiode rapide à une référence à $2\Omega = 10\text{MHz}$. La phase relative de ces deux signaux est réglable.

La référence à 10 MHz est obtenue en doublant électroniquement la source de tension modulée à 5 MHz qui alimente l'électro-optique.

La sortie du mélangeur est intégrée par un intégrateur à étages dont le gain est égal à 6dB/octade et est envoyée sur l'entrée d'un amplificateur haute tension. La sortie de l'amplificateur pilote l'une des entrées de l'électro-optique.

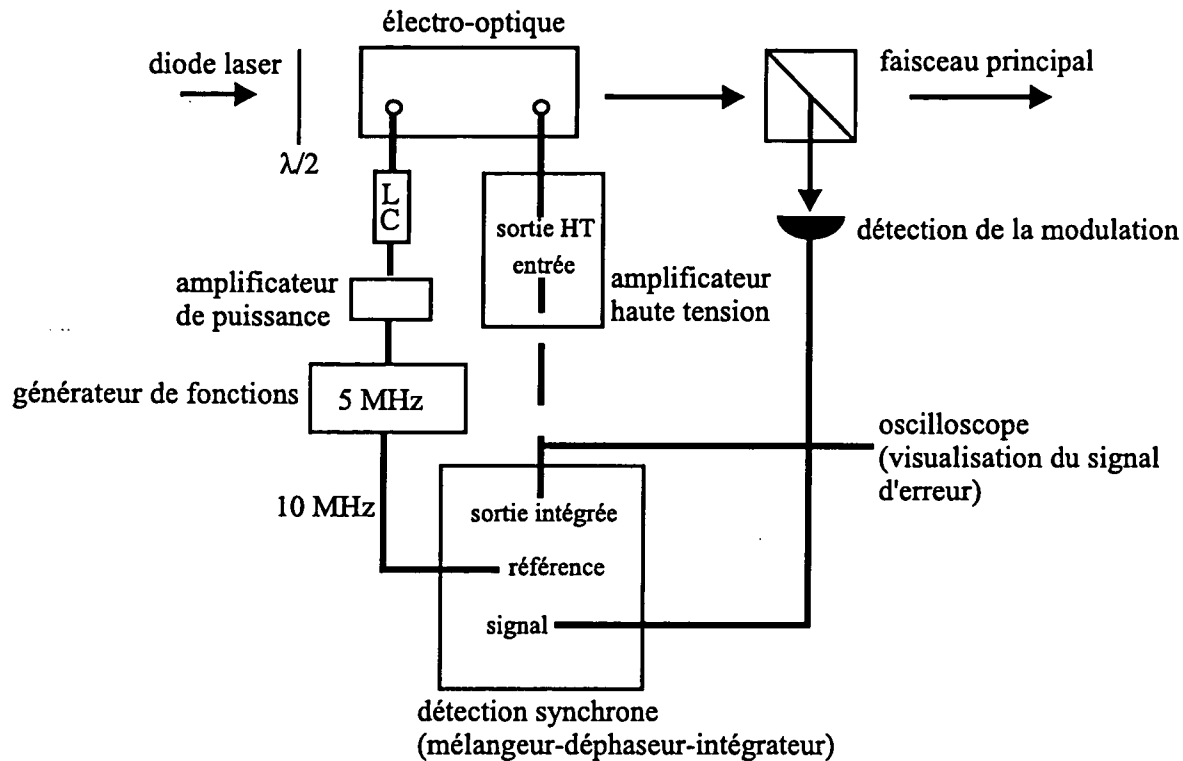


FIG. 70 - Dispositif électronique d'asservissement à 10 MHz .

6.1.4.3 Double modulation

Apparition d'un signal parasite à la fréquence de modulation On observe en sortie de la photodiode destinée à détecter le signal d'absorption à deux photons un signal à la fréquence de modulation, soit 5 MHz. Il existe même si aucune lumière n'éclaire le détecteur. En revanche, son amplitude dépend linéairement du taux de modulation.

On explique sa présence par le rayonnement à 5 MHz causé par la modulation. En effet, l'onde à cette fréquence est fortement amplifiée par l'amplificateur de puissance (ZHL-1-2W) et par le circuit résonnant. Elle rayonne dans l'espace et est captée par la photodiode.

L'existence de ce pic parasite perturbe toute mesure de grande sensibilité puisqu'il apparaît exactement à la même fréquence que le signal et que son amplitude est bien supérieure à celle attendue pour le signal.

Afin de résoudre ce problème, nous avons utilisé une double modulation et donc à une double démodulation. Le but est de détecter le signal non plus à 5 MHz, mais à une fréquence somme ou différence, composée de 5 MHz et d'une fréquence plus basse (comprise entre la centaine de Hz et le kHz), qui n'est donc rayonnée par aucune source dans l'expérience.

Il faut donc moduler l'amplitude du faisceau de la diode laser à la fréquence somme ou différence, en s'assurant qu'aucun signal parasite n'est détecté.

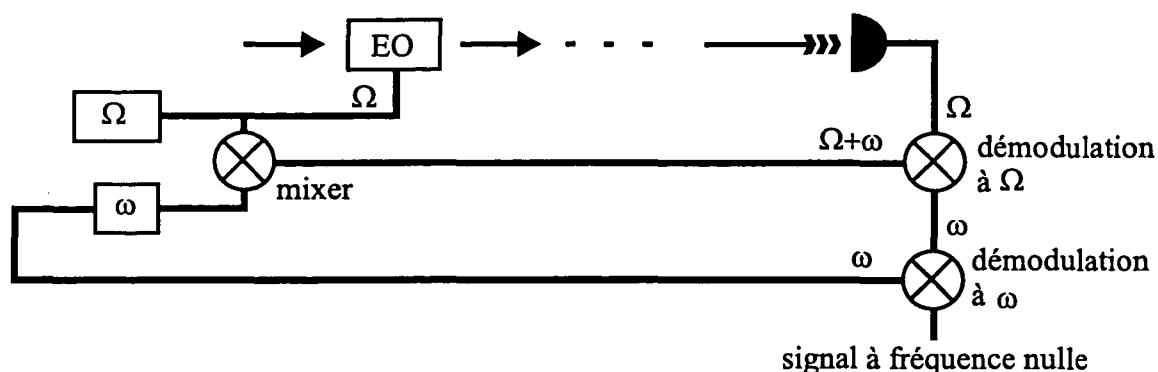


FIG. 71 - Production électronique de la double modulation.

Je vais décrire brièvement les différents dispositifs qui ont été mis en oeuvre, puis la solution retenue pour s'affranchir du signal parasite.

Tentatives d'élimination du signal parasite Dans un premier temps, on multiplie électroniquement les deux fréquences. Le dispositif correspondant est illustré par la figure 71. Dans la suite, je noterai Ω la fréquence de modulation de l'électro-optique ($\Omega = 4.9 MHz$) et ω la basse fréquence.

La méthode utilisée consiste à introduire la fréquence $\Omega \pm \omega$ sur la voie référence, et non sur la voie signal. Le mixer (Minicircuits ZAD-8) mélange les sinusoides produites par les sources de tension à Ω et ω .

Le produit ainsi obtenu constitue le signal de référence de la première démodulation.

Le faisceau lumineux est modulé à Ω . La première étape consiste à le démoduler en le mélangeant à la référence de fréquence $\Omega \pm \omega$. Il en résulte un signal modulé à ω . Celui-ci est envoyé sur un second mélangeur avec, comme référence, la modulation à ω produite par le générateur basse fréquence. A la suite de cette seconde démodulation, on obtient un signal à fréquence nulle.

Avec cette méthode, l'électro-optique n'est jamais soumis directement à une onde à la fréquence somme ou différence. Cependant, le signal parasite n'a pas disparu. On peut tenter d'expliquer sa présence par une isolation insuffisante entre les voies du mixer. A partir des fréquences Ω et ω , celui-ci crée les fréquences somme et différence. Mais la fréquence de la porteuse, soit Ω , est également présente. Des battements entre ces trois fréquences produisent du signal à ω et 2ω . Il est envisageable que, du fait d'une mauvaise isolation entre les entrées et la sortie du mixer, la tension de sortie à $\Omega \pm \omega$ "pollue" l'entrée branchée sur l'électro-optique. Ce dernier est alors effectivement alimenté par une tension modulée à $\Omega \pm \omega$, qu'il rayonne.

La création de la fréquence $\Omega \pm \omega$ par un dispositif électronique n'est donc pas adaptée à l'élimination du signal parasite.

La méthode suivante (figure 72) consiste à faire apparaître cette fréquence directement sur la lumière.

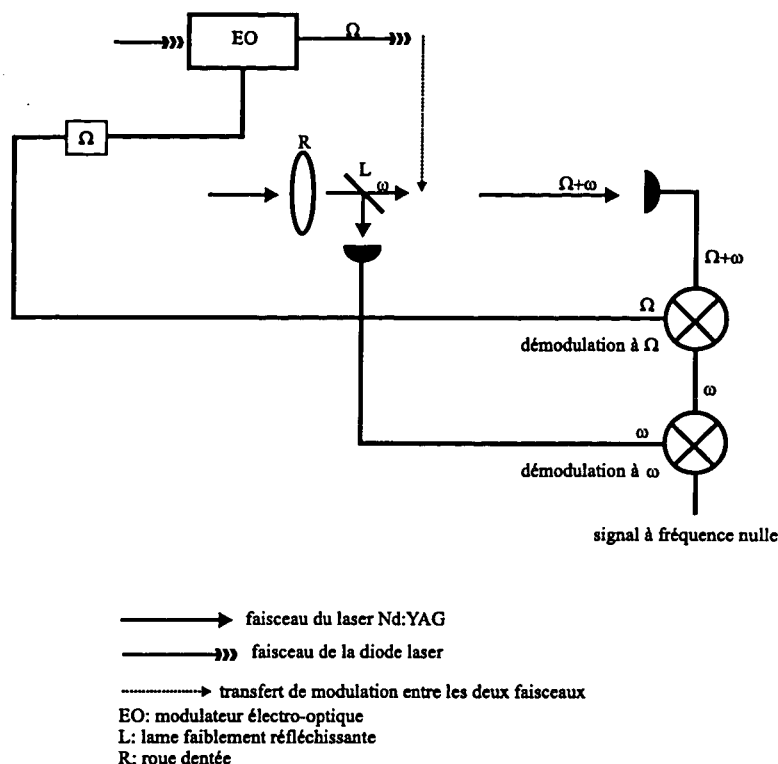


FIG. 72 - Création de la fréquence somme en modulant séparément chaque faisceau.

Le faisceau de la diode laser est modulé à Ω par l'électro-optique. Celui du laser Nd:YAG Lightwave est modulé à ω grâce à une roue dentée pourvue d'un moteur alimenté en tension continue. La vitesse de rotation de la roue et donc la fréquence de modulation du faisceau résultante dépend de la tension appliquée.

Le signal d'absorption à deux photons étant proportionnel au produit des puissances des deux lasers, il est modulé par le produit des modulations, c'est-à-dire à la fréquence $\Omega \pm \omega$. Comme précédemment, on procède à une première démodulation à la fréquence Ω , puis à une seconde à la fréquence ω . Là encore, le signal parasite persiste même si le faisceau de la diode n'est pas détecté par la photodiode. En revanche, il disparaît si l'on obstrue le faisceau du laser Nd:YAG.

On explique ce phénomène de la façon suivante: la photodiode capte le rayonnement à Ω émis par l'électro-optique, elle détecte la modulation à ω portée par la lumière à 1064 nm. L'intensité de ce faisceau est importante (de l'ordre de la centaine de mW). Il est donc envisageable qu'elle provoque des non linéarités au niveau de la photodiode ou de son électronique, donnant lieu à des battements entre la fréquence rayonnée et la fréquence détectée et donc à la production des fréquences somme et différence.

La lacune de ce dernier montage est que le faisceau détecté à l'issue de l'expérience porte une modulation. Si l'explication ci dessus est valable, il serait plus judicieux de moduler l'amplitude du faisceau de la diode laser aux deux fréquences. C'est ce qui a été

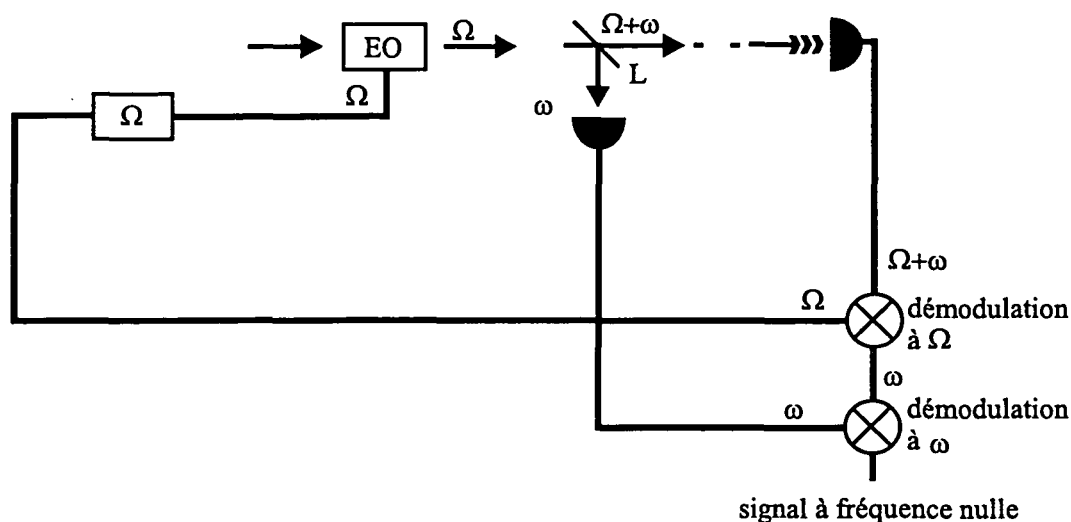


FIG. 73 - Création de la fréquence somme en modulant deux fois le faisceau de la diode laser.

fait dans le dispositif final, présenté dans le paragraphe suivant. Moyennant quelques précautions expérimentales, il a permis de s'affranchir totalement du signal parasite.

Montage permettant l'élimination du signal parasite Il est illustré par la figure 73.

La lumière issue de la diode est d'abord modulée à Ω par l'intermédiaire de l'électro-optique, puis à ω au moyen de la roue dentée. En définitive, le faisceau est modulé à la fréquence somme ou différence, soit $\Omega \pm \omega$. On procède alors à la double démodulation.

On a pris soin de placer la roue dentée après le modulateur sur le trajet du faisceau afin d'éviter d'éventuels mélanges de fréquences pouvant être causés par des non linéarités au niveau de l'électro-optique et conduire au rayonnement de la fréquence $\Omega \pm \omega$.

De plus, pour s'affranchir des phénomènes mal contrôlés de boucles de masse pouvant être à l'origine de signaux parasites, on a séparé les alimentations des photodiodes détectant l'absorption à deux photons sur le faisceau du laser Nd:YAG et la modulation à Ω sur celui de la diode laser. La photodiode (en silicium) qui détecte la modulation à ω créée par la roue dentée est alimentée par une pile de 9 volts. Elle est donc complètement indépendante du reste du montage.

Ce dernier dispositif interdit l'apparition de signal parasite aux fréquences de modulation. Il a donc été adopté pour la suite de l'expérience.

6.1.5 La cellule

Comme cela a été dit dans le chapitre "Présentation de la spectroscopie à deux photons", il est nécessaire de travailler à température élevée pour disposer d'une densité

d'atomes de Potassium suffisante dans la cellule. A partir de la relation 4.57, on obtient à 200°C , soit 473K une densité égale à $2 \cdot 10^{14} \text{atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$.

6.1.5.1 Le verre

Le Potassium, comme tous les alcalins, est très réactif. Il faut disposer, pour fabriquer la cellule, d'un verre résistant aux attaques de ce gaz à haute température. Une cellule, constituée par un verre comme le Pyrex, deviendrait rapidement opaque. On utilise du verre 8250, équivalent au Corning 1720. Sa transparence est garantie jusqu'à des températures de l'ordre de 200°C . La cellule est conçue par la Société de Verrerie et de Thermométrie (SVT). Elle ne dispose malheureusement pas de fenêtres taillées à l'incidence de Brewster. Les pertes en transmission sont donc de 4% par face.

6.1.5.2 Le four

Le queusot de la cellule constitue son point froid. Sa température doit être inférieure d'au moins 10°C à celle du corps de la cellule. Dans le cas contraire, du Potassium métallique risque de se déposer sur les fenêtres.

C'est la température du queusot qui fixe la pression de vapeur et donc la densité atomique.

Afin de contrôler les températures relatives du corps et du queusot, on met en place deux chauffages indépendants. Un cylindre en cuivre, de grande inertie thermique, percé aux extrémités pour laisser passer la lumière, entoure le corps de la cellule. Autour de ce cylindre, on enroule un câble thermocoax de résistance totale égale à 30Ω . Un second cylindre en cuivre, pourvu d'un câble thermocoax de résistance totale égale à 9Ω , est utilisé pour chauffer le queusot.

On utilise une alimentation variable en tension montage indépendante pour chaque partie de la cellule. La température du corps est lue par une sonde située entre la cellule et le cylindre en cuivre. De la même façon, on contrôle la température du queusot grâce à un thermocouple.

Une température du queusot de 200°C correspond à un courant de 1 A. Un courant d'environ 1.6 A permet le chauffage du corps de la cellule à 240°C .

La cellule et son dispositif de chauffage sont placés à l'intérieur d'une boîte en feutre réfractaire, résistant aux hautes températures. Afin de permettre la traversée des faisceaux, cette dernière est percée aux deux extrémités. Des lames de verre traitées anti-reflets à 1064nm et 859nm assurent une herméticité convenable.

6.1.6 Mesure des longueurs d'onde

6.1.6.1 Description du lambdamètre

Il existe différents modèles de lambdamètres. Le nôtre a été conçu par Michel Gross. Son fonctionnement est uniquement électronique et totalement informatisé.

Les parties optique et mécanique constitue un interféromètre de Michelson classique. La lumière incidente est séparée en deux par une lame semi-réfléchissante. Le

trajet de chacun des deux faisceaux ainsi créés, forme un bras de l'interféromètre. La différence de marche entre les deux bras est assurée par la translation d'un coin de cube au moyen d'un moteur.

Les franges d'interférence ainsi produites sont détectées par une photodiode, puis traitées électroniquement. Le résultat est transmis à l'ordinateur. Celui-ci pilote également le moteur.

Le déplacement du coin de cube n'est pas linéaire: quand il atteint une extrémité de sa trajectoire, il obstrue une photodiode. Un signal est alors produit électroniquement afin de le relancer dans l'autre sens.

Deux faisceaux sont envoyés sur le lambdamètre: celui d'un laser de référence (laser He-Ne stabilisé en température) dont la longueur d'onde dans l'air est connue ($632.817nm$), et celui dont on désire mesurer la longueur d'onde. Le lambdamètre compte les franges d'interférence obtenues pour chaque faisceau. Connaissant la longueur d'onde du laser He-Ne, il en déduit la longueur d'onde inconnue. Le résultat de la mesure est affichée sur l'ordinateur. Sa précision dépend de façon cruciale de la superposition du faisceau à mesurer et du laser He-Ne. De plus, il est important d'envoyer sur le lambdamètre de la lumière parallèle. On atteint facilement une précision de $10^{-6}\mu m$.

6.1.6.2 Calcul des longueurs d'onde pour l'observation de la transition dans le Potassium

A partir des considérations de l'annexe B, traitant des corrections d'indices à apporter aux mesures du lambdamètre et de sa calibration, et connaissant la valeur de la transition à deux photons dans le Potassium, on établit une relation entre la longueur d'onde de la diode laser et celle du laser Nd:YAG affichées par le lambdamètre.

Expérimentalement, on fixe la valeur de la longueur d'onde proche de 1064 nm et on en déduit celle de la diode laser afin d'effectuer la transition.

L'écart entre les niveaux 4S et 5S du Potassium est égal à [Bashkin 1978]:

$$\sigma_{tr} = 21026.55 cm^{-1} \quad (6.13)$$

soit:

$$\nu_{tr} = \nu_{diode} + \nu_{YAG} = \sigma_{tr}c = 630360110.8 MHz \quad (6.14)$$

avec $c = 299792458 m \cdot s^{-1}$

A partir des résultats de l'annexe B et en tenant compte de la surestimation de la longueur d'onde par le lambdamètre, sans doute due aux imperfections de l'injection des faisceaux, on obtient:

$$\lambda_{diode} = \frac{c}{\nu_{tr} - \left(\frac{c}{\lambda_{YAG} \frac{n_{YAG} n_R(P_0, T_0)}{n_r} - er} \right) \frac{n_R}{n_{diode} n_R(P_0, T_0)} + er} \quad (6.15)$$

On remplace les constantes par leur valeur numérique.

$$\lambda_{diodelue} (\mu m) = \left[\frac{299710457.2}{630360110.8 - \frac{299710637}{\lambda_{YAGlue}(\mu m) - 3 \cdot 10^{-6}}} \right] + 3 \cdot 10^{-6} \quad (6.16)$$

6.1.6.3 Dispositif expérimental: injection des faisceaux dans le lambdamètre

Le faisceau de la diode laser est constamment mesuré au cours de l'expérience. On prélève une fuite du faisceau principal à l'aide d'une lame de verre. Une baïonnette, formée par deux miroirs, la superpose au faisceau du laser He-Ne sortant du lambdamètre. Une lentille de distance focale égale à 90 cm la transforme en un faisceau parallèle.

Le laser Nd:YAG étant beaucoup plus stable que la diode laser, il n'est pas nécessaire de mesurer sa longueur d'onde tout au long de l'expérience. Un miroir amovible envoie la totalité du faisceau vers le lambdamètre. Il traverse la même lentille de distance focale 90 cm.

On mesure sa longueur d'onde une seule fois, avant de poursuivre l'expérience, pour vérifier que le balayage couvre bien l'intervalle de fréquence souhaité sans saut de mode.

6.1.6.4 Balayage de la longueur d'onde du laser Nd:YAG

On applique une rampe d'amplitude $\pm 10V$ et de fréquence 5mHz, soit une période de 200ms sur l'entrée "modulation lente" intégrée au boîtier d'alimentation du laser. Le balayage doit être lent à cause des constantes de temps (de l'ordre de la seconde) imposées par l'électronique de démodulation du signal d'absorption.

La figure 74 représente la variation de la longueur d'onde mesurée par le lambdamètre en fonction de la tension appliquée. On constate que l'on balaie $5.1 \cdot 10^{-5} \mu m$, soit 13.5GHz sans saut de mode. Cette excursion correspond à une variation de tension de 11.5V, soit 1.17GHz/V. Il est donc préférable de balayer la fréquence du laser Nd:YAG: on dispose d'une excursion de 13.5GHz, à comparer avec la plage de 2 ou 3 GHz entre deux sauts de mode de la diode laser en cavité étendue.

6.1.7 Alignement et adaptation spatiale des faisceaux lumineux

L'amplitude du signal d'absorption dépend de la qualité du recouvrement des deux faisceaux dans la zone d'interaction. L'alignement est un paramètre très critique de l'expérience. Pour s'en persuader, on calcule le recouvrement de deux faisceaux modélisés par des gaussiennes.

On note w , leur rayon en un point de leur propagation. Il est supposé être le même pour les deux faisceaux. On considère que les ordonnées des centres des faisceaux sont égales. Les centres sont décalés, selon la direction horizontale, d'une grandeur notée a .

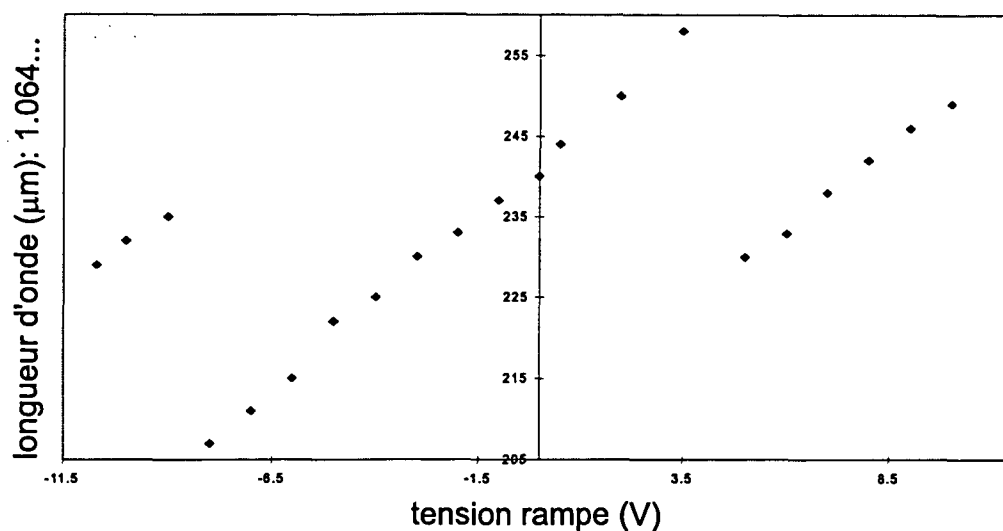


FIG. 74 - Variation de la longueur d'onde du laser Nd:YAG en fonction de la tension de la rampe.

Le recouvrement des deux gaussiennes en fonction du paramètre a est donné par:

$$I(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\frac{(x-\frac{a}{2})^2}{w^2}} e^{-2\frac{(x+\frac{a}{2})^2}{w^2}} e^{-2\frac{y^2}{w^2}} e^{-2\frac{y^2}{w^2}} dy \quad (6.17)$$

Soit,

$$I(a) = I(0) e^{-\frac{a^2}{w^2}} \quad (6.18)$$

où $I(0)$ est le recouvrement optimal, c'est-à-dire correspondant au cas où a est nul.

On calcule le rapport $\frac{I(a)}{I(0)}$ pour différentes valeurs de a :

$$a = w \Rightarrow \frac{I(a)}{I(0)} = 37\% \quad (6.19)$$

$$a = 2w \Rightarrow \frac{I(a)}{I(0)} = 1.8\%$$

$$a = 3w \Rightarrow \frac{I(a)}{I(0)} = 0.01\%$$

Le signal est divisé par 10 si $a \geq 1.5w$.

Il faut donc veiller à l'optimisation de leur superposition des deux faisceaux, ainsi qu'à leur adaptation spatiale.

Une première étape consiste à aligner les faisceaux du laser Nd:YAG et de la diode laser qui se propagent dans le même sens, la seconde à renvoyer sur lui-même le faisceau de la diode qui a traversé la cellule une première fois. On obtient ainsi les raies avec et sans effet Doppler décrites dans le paragraphe traitant du calcul du coefficient d'absorption du chapitre intitulé "Présentation de la spectroscopie à deux photons". En réalité, la raie qualifiée de "sans effet Doppler" présente un élargissement Doppler résiduel dû au fait que les deux photons n'ont pas la même énergie.

Les trois faisceaux, celui du laser Nd:YAG et les faisceaux aller et retour de la diode, sont focalisés au centre de la cellule contenant le Potassium. Leur taille en ce point est égale à $100\mu m$ (voir paragraphe sur le facteur géométrique apparaissant dans le calcul du coefficient d'absorption du même chapitre).

6.1.7.1 Faisceaux se propageant dans le même sens

Les faisceaux à 1064 nm et 860 nm sont mélangés au niveau du miroir dichroïque D_1 de la figure 59. Ce miroir transmet la longueur d'onde du laser Nd:YAG et réfléchit celle de la diode laser. Utilisé à une incidence de 45° , son coefficient de réflexion donné par le constructeur est de 99% à 1064 nm et de 1.5% à 860 nm.

Adaptation spatiale Le laser Nd:YAG est focalisé au centre de la cellule. Afin de réaliser un col de $100\mu m$ en ce point, on place sur son trajet une première lentille de distance focale 70 cm, puis une seconde de distance focale 50 cm.

Le faisceau de la diode laser est adapté sur celui du laser Nd:YAG grâce à une lentille divergente de distance focale -30 cm.

Superposition des faisceaux L'injection du laser à 1064 nm dans la cellule s'effectue au moyen de deux miroirs, dont le revêtement est en argent (Evap MTO) et dont le coefficient de réflexion est de l'ordre de 95% aux deux longueurs d'onde. Ils sont pourvus de butées micrométriques (Microcontrôle BD17-04) afin d'ajuster finement leur orientation.

Le faisceau de la diode est superposé au précédent grâce à une baionnette composée d'un miroir hautement réfléchissant à 860 nm (Laseroptik) et du miroir dichroïque D_1 . Les réglages correspondants sont également micrométriques.

Afin d'optimiser la superposition des deux faisceaux à la position de leur col commun, on place un diaphragme de diamètre égal à $20\mu m$ au point correspondant au centre de la cellule. Il est monté sur des translations micrométriques (Microcontrôle) dans les trois directions de l'espace. Une photodiode est placée derrière le diaphragme. La superposition des faisceaux se fait de la manière suivante: on envoie le laser Nd:YAG sur le diaphragme, la position de ce dernier est ajustée de façon à optimiser l'intensité lumineuse détectée par la photodiode, puis on aligne le faisceau de la diode sur le diaphragme, désormais fixe, de façon à maximiser le signal détecté à 860nm.

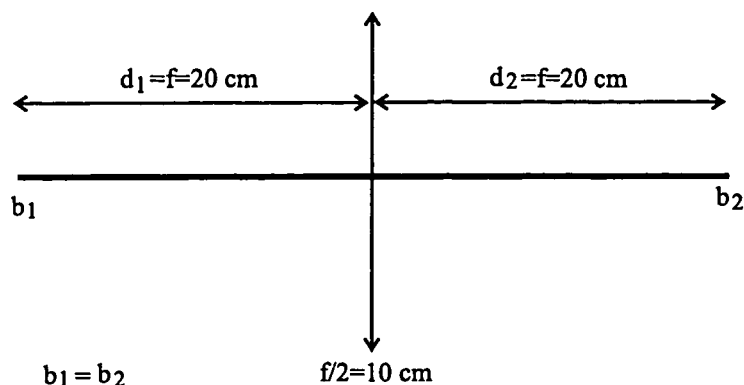


FIG. 75 - Adaptation spatiale du double passage de la diode laser.

6.1.7.2 Faisceaux se propageant en sens opposés

Après une première traversée de la cellule, le faisceau de la diode est renvoyé sur lui-même au moyen du miroir dichroïque D_2 utilisé en incidence nulle. Dans cette configuration, son coefficient de réflexion est égal à 98.5% à 1064 nm et est inférieure à 0.2% à 860 nm.

Le rôle du miroir dichroïque D_2 est également de permettre la réjection du faisceau de la diode laser afin que celui-ci ne soit pas détecté par la photodiode ETX3000T₅.

Adaptation spatiale Pour que ce double passage soit efficace, le faisceau de retour doit avoir le même front d'onde, et donc le même col que le faisceau aller.

D'après la référence [Kogelnik 1966], le paramètre confocal d'un faisceau lumineux, noté b_1 , placé à une distance d_1 d'une lentille de distance focale f , est transformé par cette lentille en b_2 tel que:

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{2f}\right)^2} \quad (6.20)$$

Or,

$$b_{1,2} = \frac{2\pi w_{1,2}^2}{\lambda} \quad (6.21)$$

On impose $w_1 = w_2$ (les cols de l'aller et du retour sont égaux), soit $b_1 = b_2$.

En négligeant le terme $\left(\frac{b_1}{2f}\right)^2$ de l'équation 6.20, on obtient:

$$b_1 = b_2 \Rightarrow d_1 = 2f \quad (6.22)$$

Dans le cas du double passage, le faisceau de la diode traverse deux fois la lentille f . C'est équivalent à une seule lentille de distance focale moitié, soit $\frac{f}{2}$ (voir figure 75).

On utilise une lentille de distance focale 20 cm, soit une lentille équivalente de 10 cm, placée à 20 cm du centre de la cellule.

On vérifie que l'approximation $\left(\frac{b_1}{2f}\right)^2 \ll 1$ est justifiée.

$$w_1 = 100\mu\text{m} \Rightarrow b_1 = 6\text{cm}$$

$$2f_{eq} = 20cm$$

$$\text{On a bien } \left(\frac{b_1}{2f}\right)^2 = 0.09 \ll 1.$$

6.1.8 Puissances lumineuses disponibles

On mesure sur chaque faisceau la puissance lumineuse dont on dispose effectivement pour réaliser la mesure de spectroscopie. Le signal d'absorption varie comme le produit des deux puissances.

6.1.8.1 Sur le faisceau à 1064 nm

Après la mesure différentielle décrite dans le paragraphe 6.1.2.3, on dispose d'environ $200mW$ sur le faisceau principal du laser Nd:YAG. A l'issue du trajet représenté sur la figure 59, la puissance lumineuse détectée par la photodiode ETX3000T₅ est égale à $70mW$, ce qui correspond à 65% de pertes.

6.1.8.2 Sur le faisceau à 859 nm

La valeur du courant d'alimentation de la diode laser utilisée pour les mesures de spectroscopie est $80mA$. Après la figure 62, la puissance de sortie de la diode pour le courant considéré est égale à $50mW$. Sans modulation, la puissance disponible à l'entrée de la cellule est de $19mW$: les pertes sur ce faisceau sont donc de l'ordre de 62%. L'amplitude de la lumière de la diode est modulée deux fois: à 5 MHz par électro-optique, puis vers 660 Hz par la roue dentée. La modulation à haute fréquence fait perdre 39% de la puissance lumineuse; la modulation à basse fréquence divise la puissance disponible par un facteur 2. On a donc une puissance effective de l'ordre de 6 mW à l'entrée de la cellule.

6.1.8.3 Coefficient d'absorption

A partir de la valeur théorique du coefficient d'absorption, on détermine la puissance absorbée sur le faisceau à $1604nm$.

D'après le calcul du chapitre "Présentation de la spectroscopie à deux photons", le coefficient d'absorption correspondant au cas où les deux faisceaux se propagent en sens opposés est donné par:

$$\alpha' = \frac{P_{abs}}{P_2} \approx 8 \cdot 10^{-6} \quad (6.23)$$

où P_2 est la puissance du laser Nd:YAG au niveau de la détection.

On a donc:

$$P_2 = 70mW \Rightarrow P_{abs} = 0.56\mu W \quad (6.24)$$

Dans le cas où les faisceaux se propagent dans le même sens, on a:

$$\alpha_{dop} = \frac{P_{abs}}{P_2} \approx 2 \cdot 10^{-6} \quad (6.25)$$

soit,

$$P_2 = 70 \text{ mW} \Rightarrow P_{abs} = 0.14 \mu\text{W} \quad (6.26)$$

6.1.9 Détection

6.1.9.1 Photodiode de grand diamètre

La détection du signal de spectroscopie a lieu sur le faisceau du laser Nd:YAG. La puissance lumineuse incidente sur le détecteur étant importante (de l'ordre de 70 mW), on utilise une photodiode de grand diamètre.

Le même type de détecteur est utilisé pour la seconde voie de la mesure différentielle, décrite dans le paragraphe 6.1.2.3, la puissance correspondante (environ 30 mW) n'étant pas non plus négligeable.

On utilise des photodiodes Epitaxx ETX3000T₅ en InGaAs. L'étude détaillée du montage électronique fait l'objet d'un paragraphe du chapitre intitulé "La source de photons jumeaux".

Dans cette expérience préliminaire, l'optimisation de la détection est moins cruciale que pour les faisceaux jumeaux, corrélés au niveau quantique. En effet, nous avons vu dans le chapitre précédent que le rapport du bruit de la lumière sur le bruit électronique est inférieur à 5 dB au niveau des détecteurs (voir figure 50). La détection du signal de spectroscopie est donc quasiment limitée par le bruit électronique. Conscients de ces problèmes, nous avons néanmoins poursuivi l'expérience dans ces conditions, le plus important étant de localiser le signal dans l'espace des fréquences.

6.1.9.2 Linéarité de la réponse HF du détecteur

On envoie la sortie HF de la photodiode sur l'analyseur de spectres et on mesure le rapport du bruit de la lumière sur le bruit électronique, noté $\frac{(\Delta i)_{laser}^2}{(\Delta i)_{elect}^2}$ pour différentes valeurs de la puissance incidente, sur une bande d'analyse allant de 0 à 10 MHz. Sur la figure 76, on a reporté la variation du gain linéaire, soit $g_l = 10 \log \left(\frac{(\Delta i)_{laser}^2}{(\Delta i)_{elect}^2} \right)$, en fonction de la puissance. La réponse est effectivement linéaire jusqu'à des puissances de l'ordre de 70 mW.

6.1.10 Traitement électronique du signal

Son principe est illustré par la figure 77.

Il consiste en une double démodulation ayant pour but de mettre en évidence le signal à $\Omega \pm \omega$ transféré de la diode laser au laser Nd:YAG.

Je ne reviendrai pas sur les caractéristiques du montage électronique mis en oeuvre dans le cadre de la mesure différentielle sur le faisceau du laser Nd:YAG et décrit dans le paragraphe 6.1.2.3. A la sortie du soustracteur, on effectue la première démodulation à haute fréquence, puis une seconde à basse fréquence.

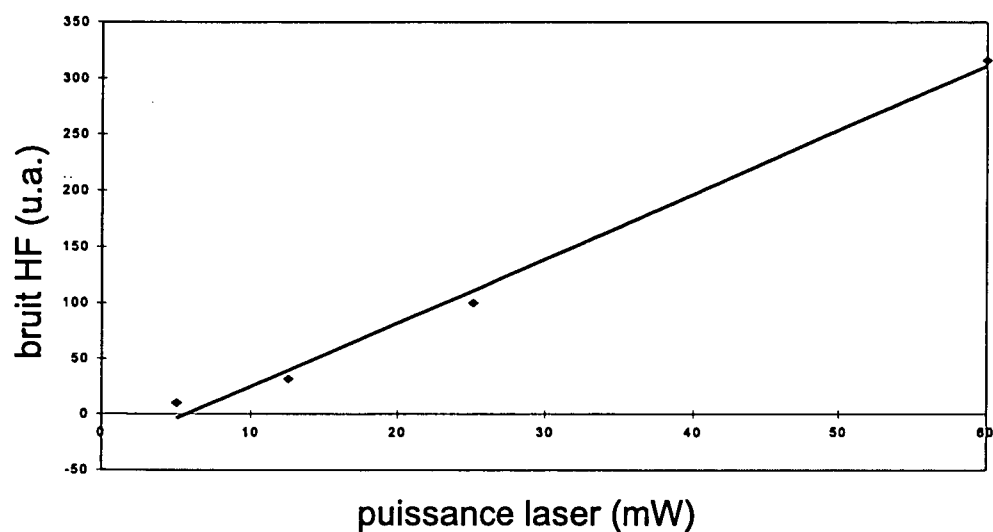


FIG. 76 - Linéarité de la voie HF de la photodiode ETX3000T5.

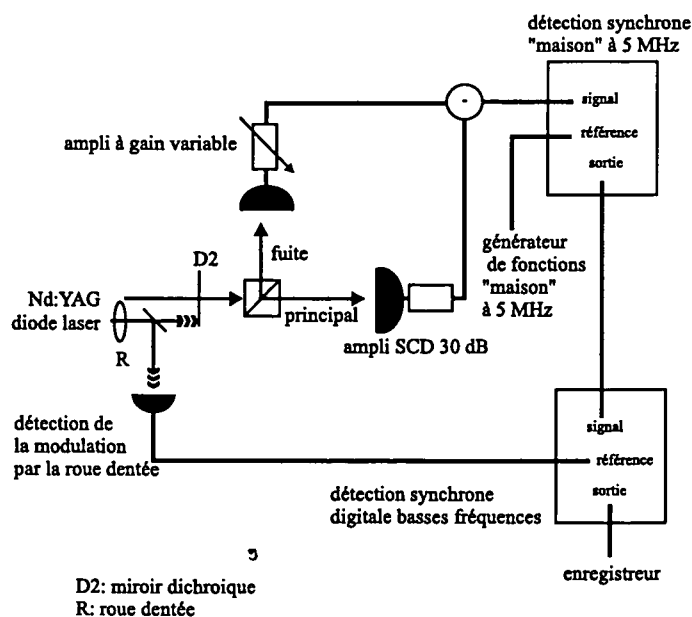


FIG. 77 - Détection et démodulation du signal.

6.1.10.1 Démodulation à 5 MHz

On utilise une détection synchrone fabriquée au laboratoire. On mélange la tension de sortie du soustracteur à une référence à la fréquence de modulation. Celle-ci est fournie par le générateur de fonctions à 5 MHz qui alimente le modulateur électro-optique.

Afin d'optimiser le signal de sortie du mélangeur, il est nécessaire de régler la phase relative entre le signal de l'expérience et la référence. Pour cela, on simule le signal d'absorption par un autre signal de même phase, porteur de la modulation à 5 MHz. L'électronique de l'expérience pouvant introduire des déphasages, il est indispensable que les deux signaux passent par les mêmes éléments. On utilise le faisceau de la diode laser dont on autorise la détection par la photodiode ETX3000T₅ en augmentant au maximum la puissance de sortie. Le pic de modulation produit par l'électro-optique sur ce faisceau est alors détecté. La tension HF de sortie de la photodiode ainsi obtenue est envoyée sur les modules électroniques de la mesure différentielle, puis sur la détection synchrone. On observe alors un signal en sortie de cette dernière que l'on maximise en ajustant la phase de la référence.

La bande passante, centrée sur 5 MHz est égale à ± 10 kHz. La tension de sortie, amplifiée par un facteur 47, est envoyée sur la seconde détection synchrone.

6.1.10.2 Démodulation à basse fréquence

On dispose d'une détection synchrone digitale basse fréquence, c'est-à-dire de quelques Hz à la centaine de kHz (Stanford Research System SR 830). Sa gamme de sensibilité va de 5 V à 1 nV, celle des constantes de temps de 300 ks à 1 μ s. Son bruit d'obscurité est de l'ordre de 500 nV.

Le signal d'entrée est constitué par la sortie de la première démodulation. Le signal de référence est fourni par la tension de sortie de la photodiode qui détecte la modulation due à la roue dentée sur le faisceau de la diode laser.

Etant donnée l'amplitude du signal à détecter, on fixe la sensibilité du mélangeur à 2 ou 5 mV. La constante de temps choisie est égale à 1 s.

Le signal de sortie de cette détection synchrone est envoyé sur un enregistreur (Servogor 124) qui trace la tension correspondante en fonction du temps. Son intérêt est qu'il permet de suivre les variations de tension (et donc éventuellement du signal d'absorption) en temps réel, pendant une durée illimitée en comparaison avec la dimension réduite de la base de temps d'un oscilloscope. Ceci rend plus confortable la phase de recherche du signal. On utilise l'enregistreur sur l'échelle 10 V avec un défilement du papier de 2 cm/min.

6.1.10.3 Estimation de la sensibilité du dispositif électronique

Les fluctuations de la lumière du laser Nd:YAG représentent environ 400 μ V à l'entrée de la détection synchrone digitale. A partir de cette valeur, connaissant les gains des différents éléments du montage, on estime la limite inférieure de la puissance

lumineuse δP susceptible d'être détectée. On compare le rapport $\frac{\delta P}{P_2}$ ainsi obtenu au coefficient d'absorption calculé.

On obtient une puissance minimale vue par la photodiode:

$$\delta P = 2.7nW$$

soit une sensibilité limite en absorption de:

$$\frac{\delta P}{P_2} = 4 \cdot 10^{-8}$$

Cette valeur est bien inférieure aux coefficients d'absorption théoriques.

6.1.11 Résultats expérimentaux

6.1.11.1 Conditions expérimentales d'obtention du signal

Le signal de spectroscopie à deux photons dans le Potassium est représenté sur la figure A.

La diode laser est alimentée par un courant de 82 mA, sa température de fonctionnement est égale à $15^{\circ}C$. La longueur d'onde d'émission correspondante est $859.421nm$.

La fréquence du laser Nd:YAG est balayée selon la courbe de la figure 74 avec une période de 2 mHz.

Le haut de la cellule de Potassium est chauffé à $240^{\circ}C$, le bas à $220^{\circ}C$.

Le faisceau de la diode laser est modulé à 4.9 MHz par l'électro-optique et à 658 Hz par la roue dentée. La détection synchrone digitale est utilisée avec une sensibilité de 2 mV et une constante de temps de 1 s.

6.1.11.2 Amplitude du signal et rapport signal à bruit

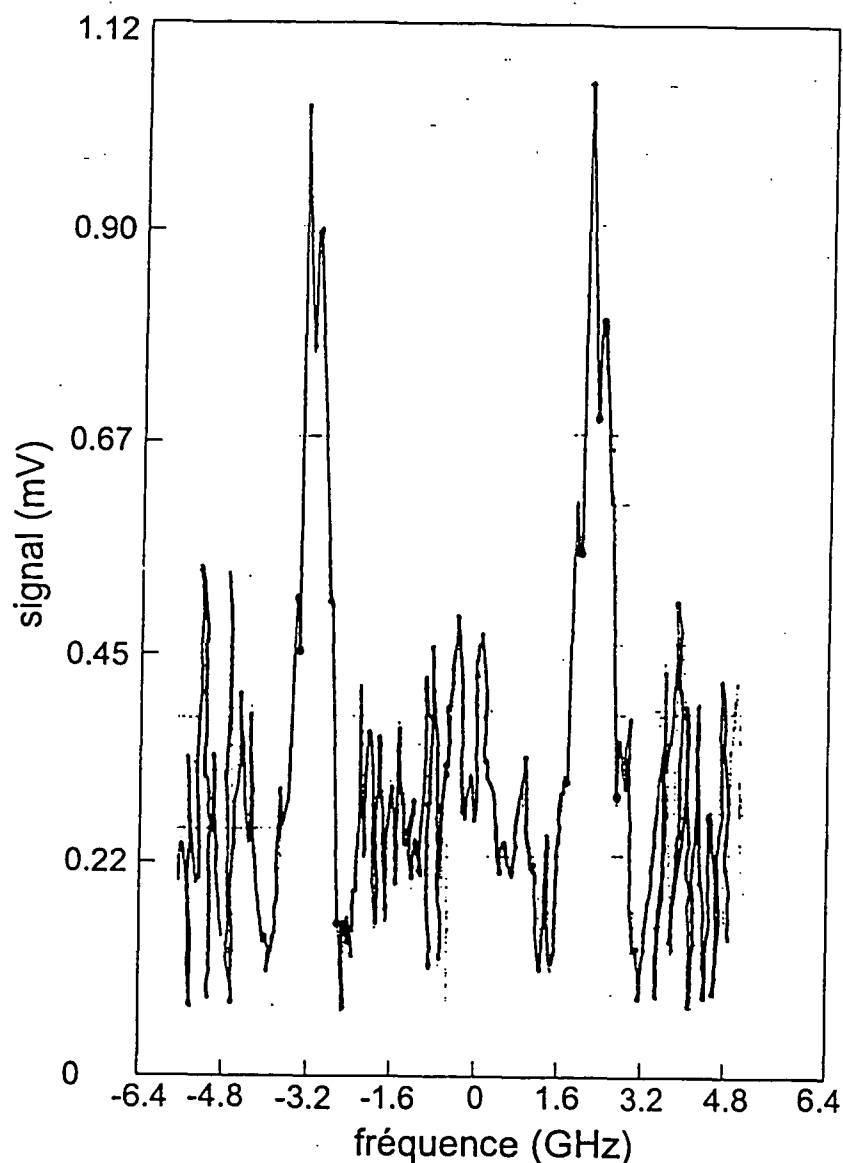


Fig A: Signal d'absorption à deux photons.

La hauteur du pic obtenu au niveau de la table traçante est de 5.8 V. En remontant la chaîne électronique, on en déduit une puissance lumineuse absorbée:

$$P_{abs} = 7 \cdot 10^{-6} mW$$

La puissance du laser Nd:YAG incidente sur la photodiode est de 70 mW. Avec un taux de modulation par l'électro-optique de l'ordre de 60% associé à la modulation basse fréquence, on en déduit une puissance effective $P_2 = 21 mW$. Le coefficient d'absorption

expérimental est donc égal à:

$$\alpha = \frac{P_{abs}}{P_2} \sim 3 \cdot 10^{-7} \quad (6.27)$$

Il correspond à la raie pour laquelle l'élargissement Doppler n'est pas compensé car on constate sur la figure A que les pics de structure hyperfine $F=1$ et $F=2$, que l'on ne peut observer que si l'effet Doppler est compensé, sont mal résolus.

Le coefficient d'absorption théorique associé est égal à:

$$\alpha_{dop} = \frac{P_{abs}}{P_2} = 2 \cdot 10^{-6}$$

Le signal expérimental est donc plus faible que prévu. Ceci peut s'expliquer par une valeur effective de la pression de vapeur dans la cellule, et donc de la densité d'atomes de Potassium, différente de la valeur théorique, ajoutée aux imperfections du montage et du recouvrement des deux faisceaux dans la cellule.

Afin d'estimer le bruit associé à la mesure, on convertit un tiers de la hauteur de "l'herbe" de la figure A en puissance lumineuse de la même façon que pour le signal.

On obtient:

$$\delta P = 1.1 \cdot 10^{-6} mW$$

soit,

$$\frac{\delta P}{P_2} = 5 \cdot 10^{-8} \quad (6.28)$$

En comparant les expressions 6.27 et 6.28, on obtient un rapport signal à bruit tel que:

$$\frac{S}{B} \sim 6$$

6.1.11.3 Valeur expérimentale de la position en fréquence de la transition à deux photons

On vérifie que la valeur expérimentale de la transition à deux photons est en accord avec la valeur connue précédemment.

La longueur d'onde de la diode laser est égale à $859.421 nm$. Le signal apparaît pour une valeur de la rampe de balayage du laser Nd:YAG égale à $-2.68V$, correspondant, d'après la figure 74, à une longueur d'onde de $1.064231 \mu m$. En reprenant le calcul du paragraphe 6.1.6.2, on déduit une valeur expérimentale de la transition à deux photons:

$$\sigma_{tr \exp} = 21026.45 cm^{-1}$$

La valeur figurant dans les tables est égale à:

$$\sigma_{tr} = 21026.55 cm^{-1}$$

La valeur mesurée est donc égale à la valeur connue à 3 GHz près.

6.1.11.4 Largeur de raie

A partir des courbes expérimentales, on estime la largeur de raie du signal d'absorption.

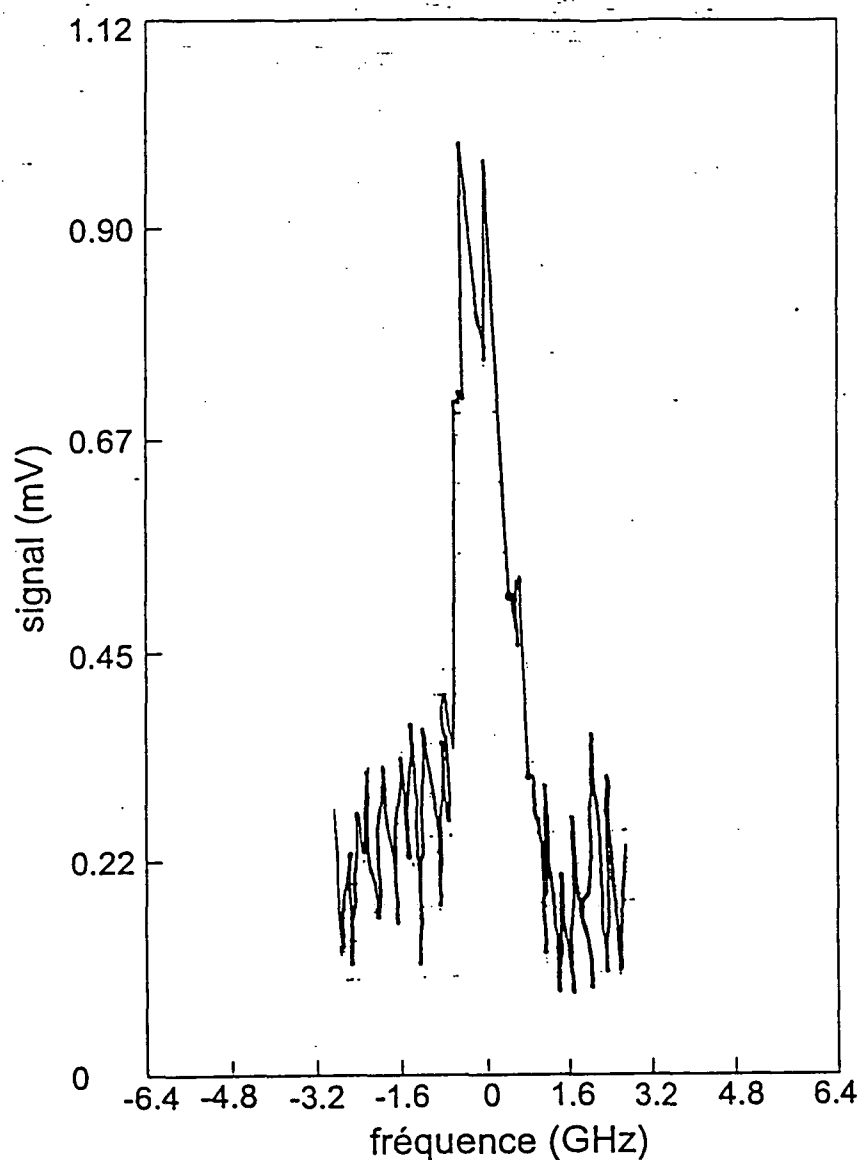


Fig B: Signal d'absorption à deux photons.

La largeur à mi-hauteur du pic avec effet Doppler est de l'ordre de 1 cm sur la courbe de la figure B. Elle correspond à 30s d'enregistrement. La période de balayage du laser est de 5mHz, soit 100s de temps de montée. Ce dernier équivaut à une variation

de tension de 5.04V. On a donc la correspondance:

$$1s \leftrightarrow 50mV$$

La raie correspond donc à une excursion en tension de 1.5V. La conversion tension / fréquence est donnée par (voir paragraphe 6.1.6.4):

$$1V \leftrightarrow 1.17GHz$$

La largeur à mi-hauteur de la raie est donc de l'ordre de 1.76 GHz. La valeur donnée dans les tables est de 1.16 GHz. Ces deux résultats sont compatibles.

L'espacement entre les deux pics de structure hyperfine correspond à 0.4 cm au niveau du traceur. En utilisant le même raisonnement, on déduit un écart en fréquence mesuré égal à $(709 \pm 177) MHz$ au lieu des 462 MHz attendus.

6.1.12 Conclusion et améliorations à apporter à l'expérience préliminaire

Nous avons donc détecté une absorption relative de $3 \cdot 10^{-7}$ à partir d'un montage composé de deux sources de lumière classique. Cette expérience a permis de localiser la raie d'absorption à deux photons dans l'espace des fréquences, mais également de déterminer les améliorations à apporter au montage en vue de l'utilisation de l'OPO.

6.1.12.1 Modulation

On a constaté sur le montage précédent qu'une modulation résiduelle à 5 MHz, portée par le faisceau de la diode laser, était détectée par la photodiode ETX3000T₅. La réjection de ce faisceau par le miroir dichroïque D2 n'est donc pas suffisante: il est nécessaire de placer un deuxième, voire un troisième miroir dichroïque devant le détecteur.

6.1.12.2 Alignement

Comme le montrent les enregistrements du signal d'absorption, les pics de structure hyperfine sont mal résolus. Une raison possible est un mauvais alignement du retour de la diode dans la cellule.

6.1.12.3 Diode laser

Dans le cadre de l'expérience avec les photons jumeaux, on balayera la fréquence de la diode laser. Afin d'avoir accès à une plage de balayage suffisante, l'utilisation d'une diode libre s'impose. De plus, la puissance lumineuse disponible dans cette configuration est plus importante que pour la diode en cavité étendue.

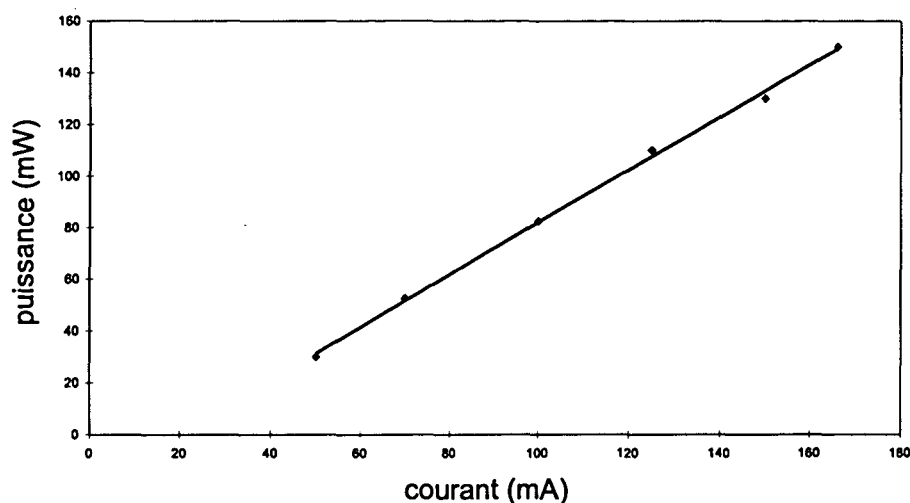


FIG. 78 - Puissance de sortie en fonction du courant d'alimentation.

6.2. Expérience de spectroscopie utilisant les faisceaux jumeaux

On reprend l'expérience précédente en remplaçant le laser Nd:YAG par la source de photons jumeaux. Avant de présenter les résultats, ce paragraphe décrit les changements apportés à l'expérience par rapport à la spectroscopie en lumière classique ainsi que les détails qui concernent plus particulièrement l'OPO.

6.2.1 Source à 859 nm

6.2.1.1 Puissance de sortie

Dans cette seconde partie de l'expérience, on utilise une diode laser libre (SDL 5422-H₁). Sa longueur d'onde d'émission est spécifiée à 858 nm pour une température de 25°C. Son efficacité quantique est égale à 70%, son courant au seuil donné par le constructeur à 15 mA. La puissance de sortie est de 150 mW pour un courant d'alimentation de 166 mA.

La puissance lumineuse issue de ce laser est plus importante que dans la première partie de l'expérience, pour laquelle les pertes dues à la cavité étendue étaient de l'ordre de 30%. La figure 78 représente la variation de la puissance de sortie de la diode libre en fonction du courant d'alimentation. La valeur mesurée du courant correspondant au seuil d'émission laser est égale à 19.5 mA.

6.2.1.2 Balayage de la fréquence de la diode

On réalise le balayage en modulant le courant d'alimentation. On utilise une rampe de tension digitale car elle autorise d'importantes périodes de balayage, de l'ordre de la minute.

La sortie de la rampe digitale est branchée sur l'entrée modulation du boîtier d'alimentation de courant de la diode. Pour une amplitude de balayage égale à 2 V, on constate une excursion en courant de 5.2 mA, soit 2.6 mA/V . Dans les mêmes conditions, le lambdamètre mesure une variation de longueur d'onde égale à $1.7 \cdot 10^{-5} \mu\text{m}$, soit 6.9 GHz . La dépendance de la longueur d'onde en fonction de l'amplitude de balayage est de 3.46 GHz/V , elle est de 1.3 GHz/mA en fonction du courant.

On balaie donc sans difficulté une plage de 6.9 GHz , bien supérieure à la largeur du signal, et donc amplement suffisante aux besoins de l'expérience.

6.2.1.3 Injection du faisceau dans le lambdamètre

L'utilisation de la nouvelle diode a modifié les caractéristiques spatiales du faisceau de sortie. En particulier celui-ci n'est plus collimaté au niveau du lambdamètre. On utilise deux lentilles de distance focale égale à 40 cm pour retrouver la situation favorable à la mesure de la longueur d'onde. Le balayage décrit dans le paragraphe précédent, et en particulier la valeur des longueurs d'onde initiale et finale, étant stable et reproductible, il n'est pas nécessaire de mesurer constamment le faisceau de la diode. On utilise donc un miroir amovible pour l'envoyer vers le lambdamètre. Ceci permet de disposer d'un maximum de puissance lumineuse pour l'expérience de spectroscopie. On constate que le retour de la lumière du laser He-Ne perturbe le fonctionnement de la diode. Afin d'éviter ce phénomène, on place le miroir amovible après l'isolateur optique.

6.2.1.4 Modulation d'amplitude à haute fréquence

La fréquence de modulation choisie est de l'ordre de 3 MHz. Les composants du circuit résonnant sont: $L = 8 \text{ nH}$ et $C = 25 \text{ pF}$. La fréquence de résonance exacte est égale à 2.92 MHz.

6.2.1.5 Puissance lumineuse disponible à 859 nm à l'entrée de la cellule

On utilise couramment la diode alimentée par un courant de 150 mA. Sa puissance de sortie est alors égale à 130 mW. Les pertes sur le trajet du faisceau sont de l'ordre de 65%, comme dans la première partie de l'expérience. Il en résulte une puissance lumineuse de l'ordre de 40 mW à l'entrée de la cellule. La puissance effectivement disponible est de l'ordre de 12 mW, si l'on tient compte des modulations.

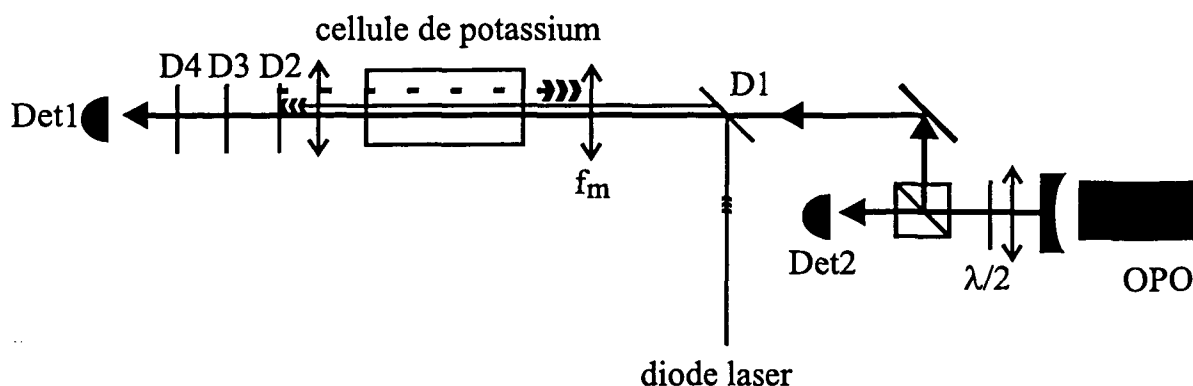


FIG. 79 - Trajet optique du faisceau jumeau interagissant avec celui de la diode laser dans la cellule de Potassium.

6.2.2 L'OPO

Le faisceau jumeau qui interagit avec la diode laser dans la cellule est celui réfléchi par le cube séparateur de polarisation. Sa polarisation est verticale tout comme celle de la diode.

6.2.2.1 Focalisation au centre de la cellule de Potassium

Les éléments d'optique insérés sur son trajet sont représentés sur la figure 79.

Une lentille de distance focale égale à 15 cm est placée juste après l'OPO afin de transformer le faisceau de sortie, convergent, dont la taille est de $31\mu m$, en un faisceau parallèle. Il est transmis par le miroir dichroïque D1. Une lentille, notée f_m , de distance focale égale à 15 cm, permet de réaliser le col du faisceau au centre de la cellule de Potassium. Sa taille en ce point est d'environ $150\mu m$. Le profil spatial du faisceau est mesuré au moyen d'un réseau de diodes.

6.2.2.2 Adaptation des modes du faisceau jumeau et de celui de la diode au niveau de la cellule

Les faisceaux de la diode et de l'OPO sont superposés au niveau du miroir dichroïque D1. A cet endroit de sa propagation, le faisceau jumeau est donc parallèle.

Le faisceau de la diode est très divergent à la sortie de l'isolateur optique. On utilise deux lentilles de distance focale égale à 5 cm, placées en configuration confocale pour le rendre parallèle et de même diamètre que celui de l'OPO au niveau du dichroïque. La distance entre les deux lentilles est très critique. Pour l'ajuster précisément, on monte les lentilles sur des translations micrométriques.

Le faisceau à $859nm$ passe par la lentille f_m qui adapte son front d'onde à celui de l'OPO au centre de la cellule.

6.2.2.3 Pertes sur le faisceau jumeau

Après la cellule, le faisceau jumeau passe par la lentille de distance focale 20 cm et par le miroir dichroïque D2 qui renvoie et refocalise la diode laser dans la cellule, comme dans le montage en lumière classique.

Avant de parvenir au détecteur, il est transmis par deux miroirs dichroïques supplémentaires, utilisés pour optimiser la réjection de la lumière à 859nm .

Les pertes dues aux lentilles, traitées anti-reflets pour l'infra-rouge, sont inférieures à 1%. Celles dues aux miroirs dichroïques sont de l'ordre de 3% par miroir. Les fenêtres de la cellule n'étant pas taillées à l'incidence de Brewster, elles créent environ 10% de pertes supplémentaires. La puissance de ce faisceau jumeau est donc environ 23% plus faible que celle de l'autre. Or, les intensités moyennes des faisceaux à la sortie de l'OPO sont déjà légèrement différentes. Le déséquilibre des voies DC des deux détecteurs est finalement de l'ordre de 15%. Ces pertes dégradent la corrélation par rapport à la valeur observée avec les photodiodes placées directement à la sortie de l'OPO.

6.2.2.4 Conditions de fonctionnement de l'OPO

Je récapitule ici les principales caractéristiques de l'OPO utilisé pour l'expérience de spectroscopie. Elles sont décrites en détail dans le chapitre intitulé "La source de photons jumeaux".

L'OPO est en configuration semi-monolithique avec un miroir de sortie de coefficient de réflexion égal à 95% à 532nm et à 96% à $1.064\mu\text{m}$. La cavité est triplement résonnante. Elle reste asservie sur une référence de tension continue pendant quelques minutes.

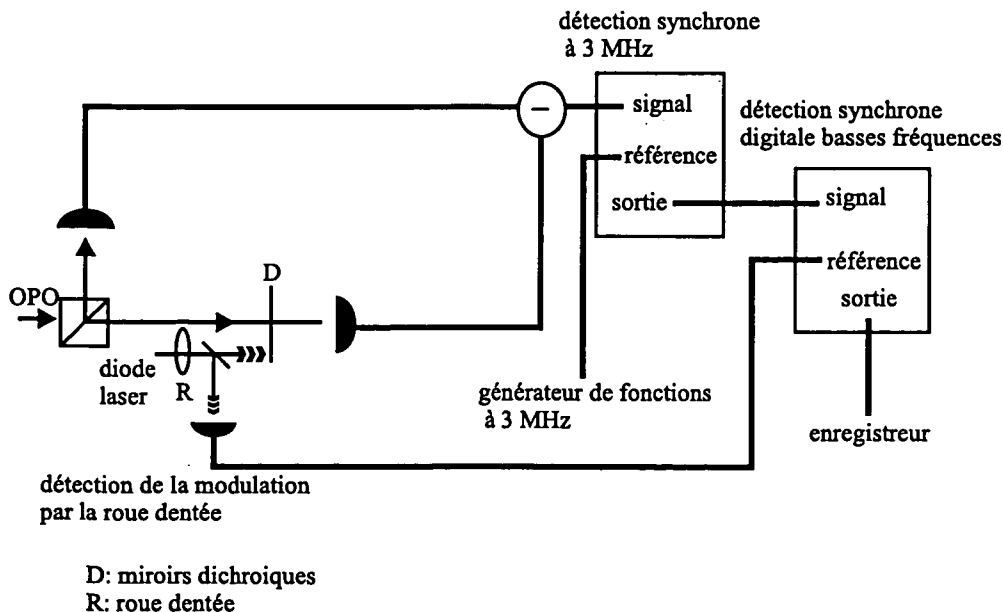


FIG. 80 - Détection et démodulation du signal.

La puissance de sortie moyenne est de l'ordre de 5.8 mW par faisceau.

La détection des faisceaux jumeaux est basée sur l'utilisation de photodiodes ETX300.

6.2.3 Détection et démodulation du signal

Le dispositif de détection et de traitement du signal est pratiquement le même que celui de l'expérience en lumière classique. Il est représenté par la figure 80.

6.2.3.1 Rapport entre le bruit de la lumière et la bruit électronique à la fin de la chaîne de détection

Il se dégrade entre les détecteurs et la détection synchrone digitale. Il passe de 15 à environ 5 dB.

Les enregistrements 81 représentent le bruit électronique et le niveau du shot noise, mesuré avec le laser Nd:YAG Lightwave, au niveau des photodiodes, pour différentes puissances lumineuses correspondant aux tensions continues 1 V pour (a), 5 V pour (b) et 10 V pour (c).

On les compare aux enregistrements 82 obtenus dans les mêmes conditions au niveau de la détection synchrone.

6.2.3.2 Calibration du dispositif de traitement du signal

Pour ce faire, on retire le dichroïque D4 de la figure 80 afin de rendre possible la détection de la modulation à 2.92 MHz sur le faisceau de la diode laser. Une puissance incidente de $6.7 \mu W$ à $859 nm$ correspond à une tension égale à 230 mV à la fin de la chaîne de détection. Sachant que le taux de conversion des photodiodes à cette longueur d'onde est de $0.25 A/W$ et que le taux de modulation mesuré à 2.92 MHz au moment de la calibration est égal à 22%, on estime la conversion du photocourant détecté en tension à $6.2 \cdot 10^5 V/A$.

6.2.4 Résultats expérimentaux

6.2.4.1 Conditions expérimentales d'obtention du signal de spectroscopie

La puissance lumineuse fournie par l'OPO est de 5.8 mW par faisceau jumeau. Elle est mesurée sur la sortie DC des photodiodes ETX300. Celle de la diode laser, modulée en amplitude à 3 MHz et 660 Hz, est de 12 mW à l'entrée de la cellule. La température du haut de la cellule est égale à 258°C, celle du queusot à 243°C.

La longueur d'onde du faisceau jumeau, mesurée par le lambdamètre au début de l'expérience, est égale à $1.064438 \mu m$. Celle de la diode est balayée en fréquence avec une période de 200 s. La longueur d'onde correspondant au signal d'absorption à deux photons est égale à $0.859287 \mu m$.

Le signal de sortie de la détection synchrone digitale est mesuré sous la forme d'une amplitude et d'une phase (R et θ) et enregistré sur un oscilloscope digital. La

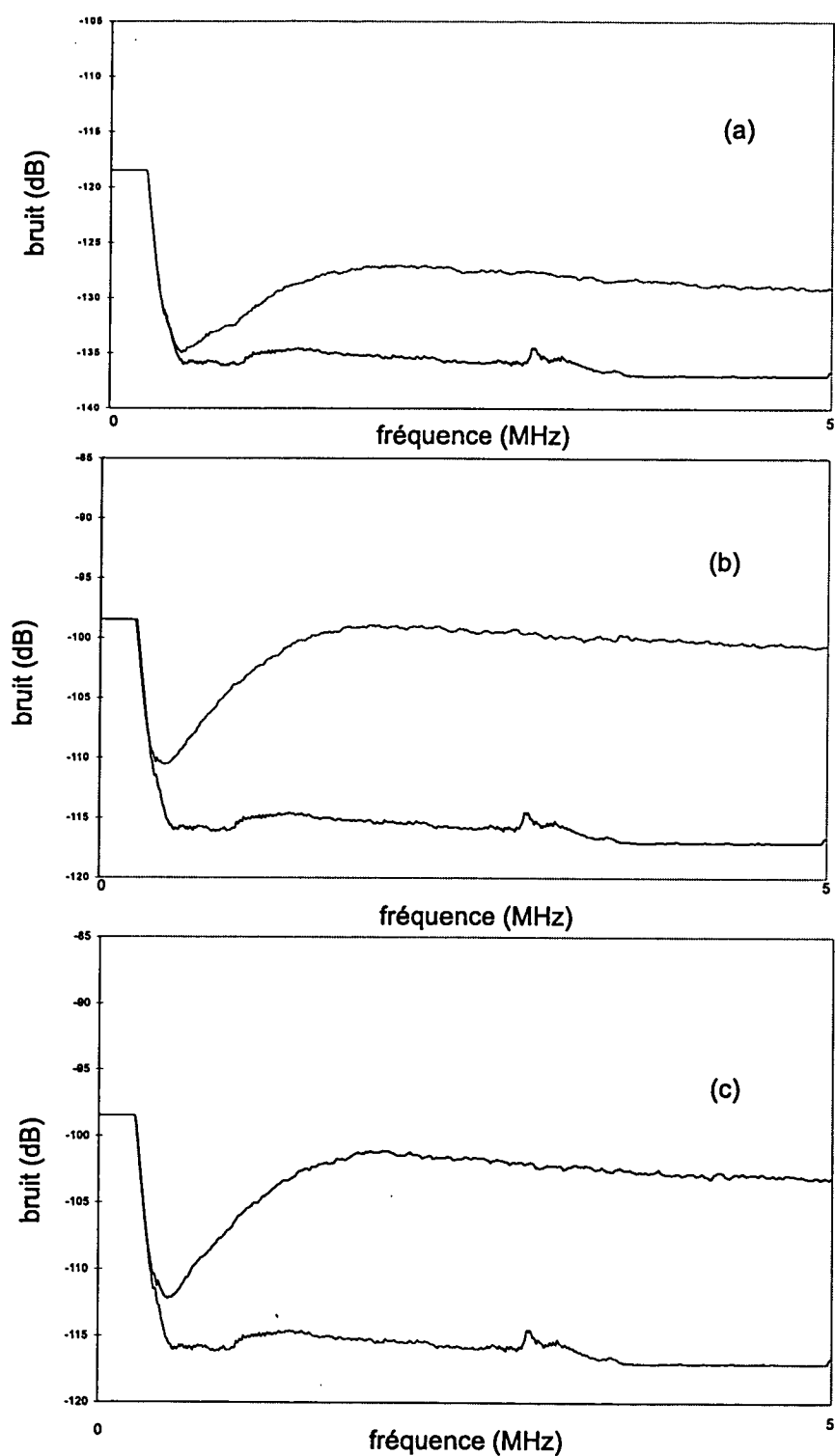


FIG. 81 - Rapport du bruit de la lumière par rapport au bruit électronique au niveau des détecteurs.

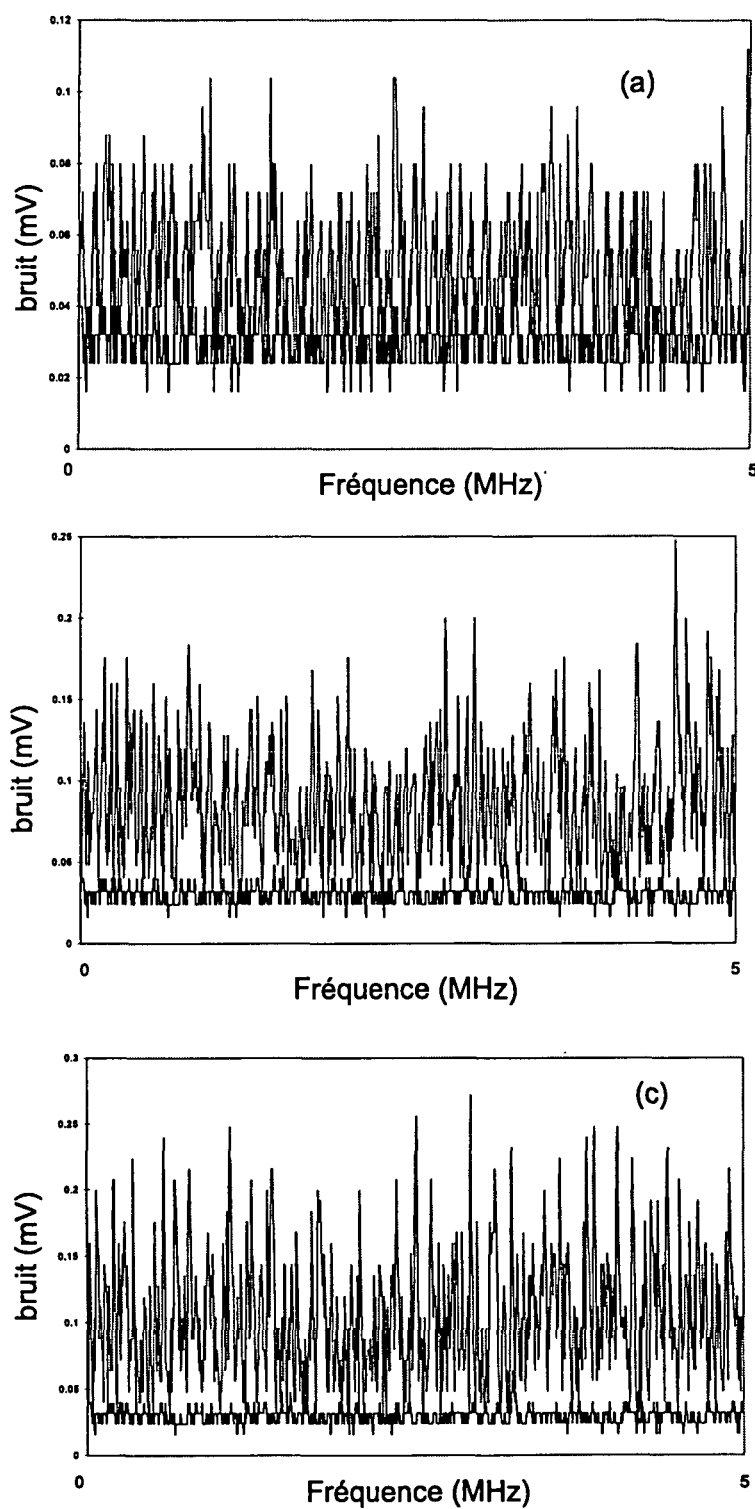


FIG. 82 - Rapport du bruit de la lumière par rapport au bruit électronique au niveau de la détection synchrone digitale.

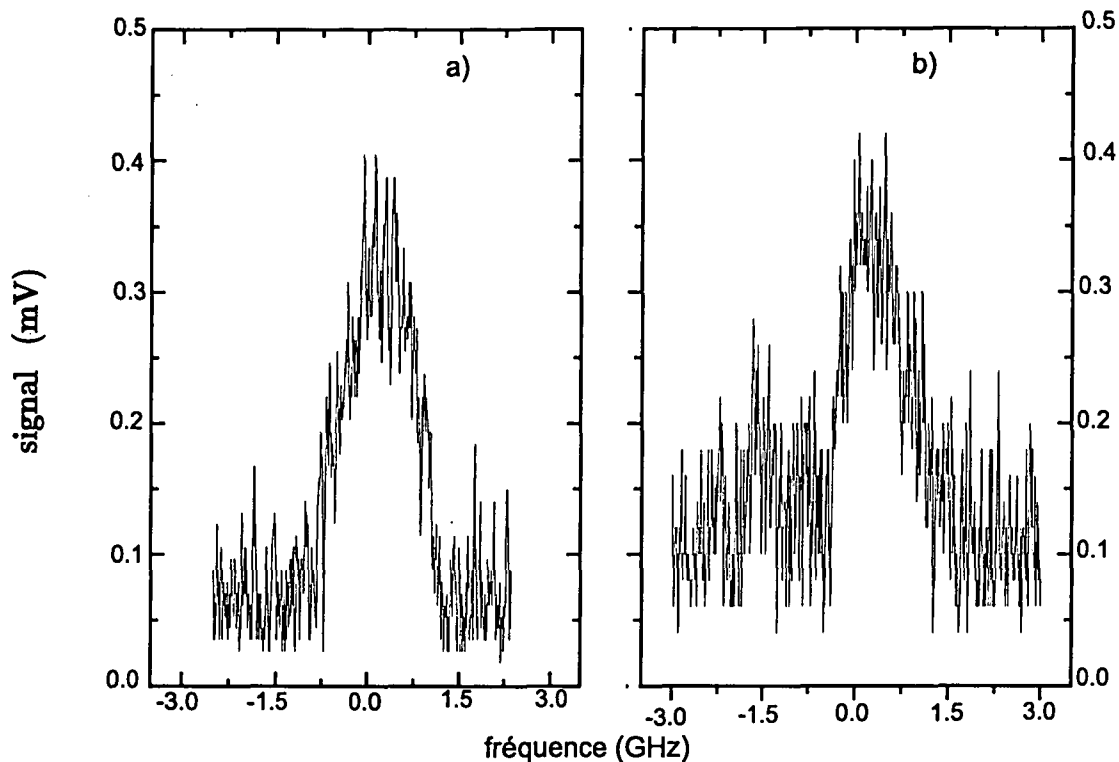


FIG. 83 - Observation de l'absorption à deux photons dans le Potassium.

constante de temps de la détection synchrone est de 300ms, ce qui correspond à une bande passante de l'ordre de 3 Hz.

Notre montage expérimental permet de passer facilement de la configuration où l'on utilise les faisceaux jumeaux à celle où on les remplace par le laser Lightwave (voir montage utilisé pour la mesure du shot noise dans le chapitre "La source de photons jumeaux"). Il suffit de le détourner de son trajet habituel au moyen d'un miroir amovible pour l'envoyer sur le système de détection équilibrée, puis de démodulation. On fixe sa puissance de façon à obtenir un signal d'absorption de même amplitude qu'avec les faisceaux jumeaux et on compare le bruit aux pieds du pic dans les deux cas. On peut donc comparer directement la mesure de spectroscopie limitée par le shot noise et celle utilisant les faisceaux jumeaux.

6.2.4.2 Augmentation du rapport signal à bruit de l'expérience par rapport à l'utilisation de lumière classique

La figure 83 représente l'amplitude du signal de sortie de la détection synchrone basse fréquence pour la configuration utilisant l'OPO (a) et celle utilisant le laser Nd:YAG (b). Le bruit de fond est diminué de 35% dans le cas de l'OPO, ce qui correspond à une réduction de -1.88 dB de la puissance de bruit.

Le taux de corrélation a également été mesuré directement avec l'analyseur de spectres. Il est représenté sur la figure 58.

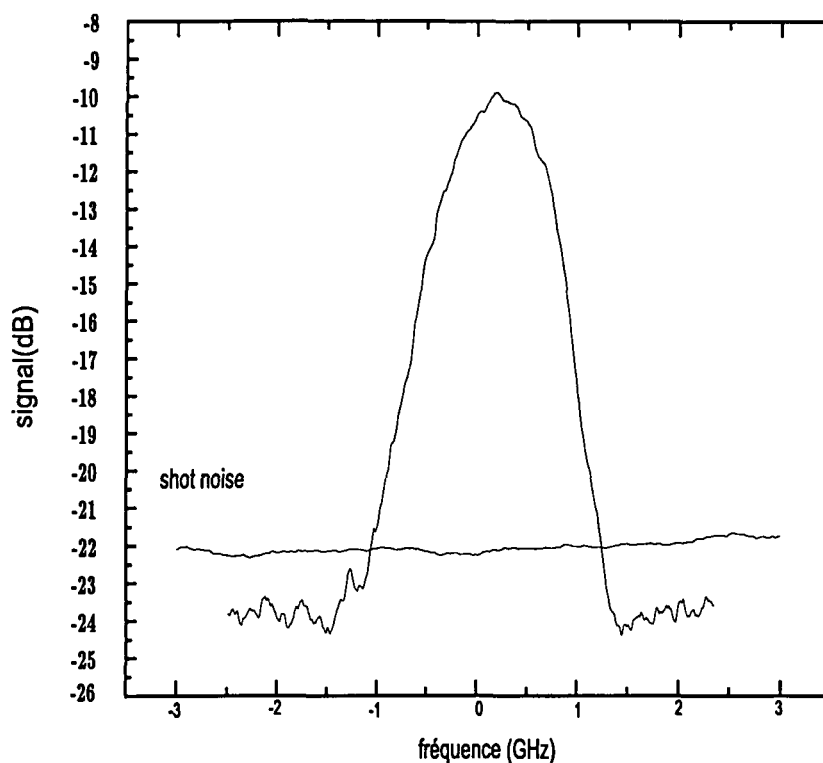


FIG. 84 - Comparaison du bruit de fond de la mesure avec le niveau du shot noise.

On peut également présenter ces résultats en termes de puissance de bruit, comme sur la figure 84. Ceci permet de comparer directement le signal dont le bruit de fond est réduit avec le niveau du shot noise mesuré selon la même méthode.

6.2.4.3 Amplitude et largeur du signal d'absorption

D'après la calibration réalisée dans le paragraphe 6.2.3.2, on estime le coefficient d'absorption associé à $2.5 \cdot 10^{-7}$. Sa largeur à mi-hauteur est de l'ordre de 1.6 GHz .

On constate sur la figure 85 qu'il existe un autre pic de largeur à mi-hauteur égale à environ 240 MHz . Ce pic est re-centré par rapport à la plage de balayage de la diode laser sur la figure 86. On ne connaît pas son origine.

L'existence de ce signal inconnu fournit une limite supérieure à la largeur à mi-hauteur du faisceau jumeau. Celle-ci est donc inférieure à 240 MHz . De ce point de vue, l'OPO est un outil intéressant en spectroscopie.

On va tenter de découvrir l'origine du pic supplémentaire observé avec les faisceaux jumeaux. Son amplitude décroît quand on abaisse la température de la cellule. Elle dépend également du taux de modulation, de la présence des deux faisceaux dans le milieu atomique, et, plus précisément de leur longueur d'onde. En effet, si l'on déplace celle du laser Nd:YAG de quelques GHz, il disparaît. Afin de le retrouver, on fait varier celle de la diode laser de la même quantité dans le même sens: la différence des deux longueurs d'onde reste constante. Il semble donc que ce pic soit dû à un processus de

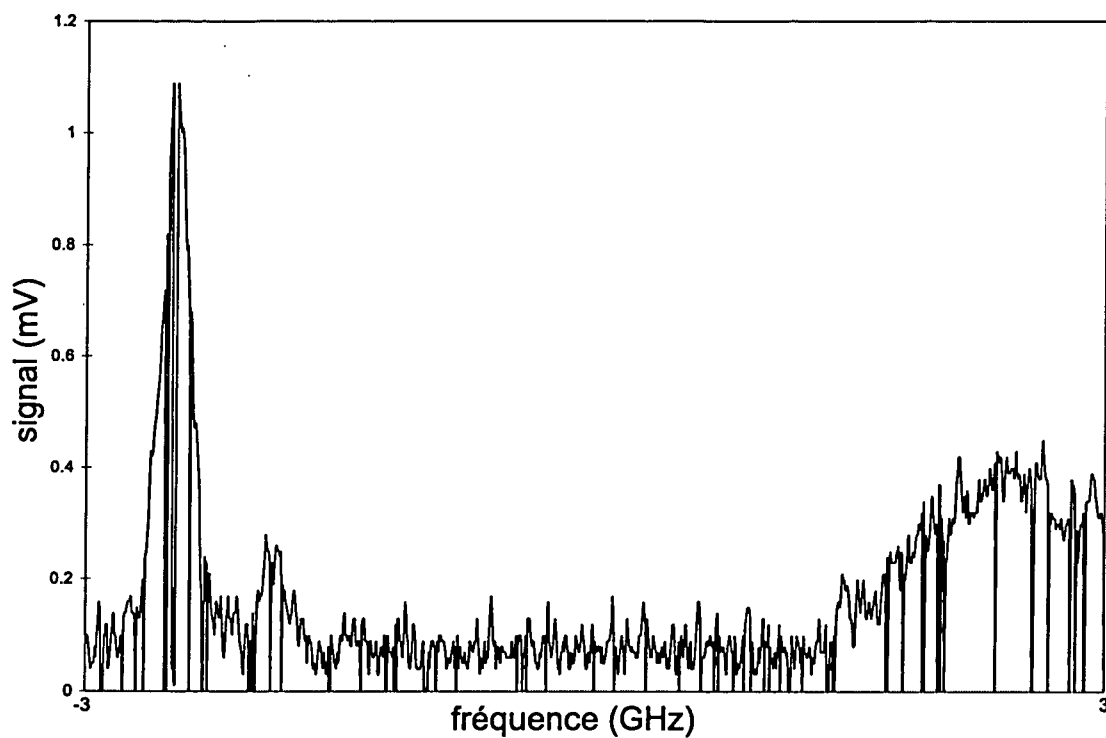


FIG. 85 - Observation d'un deuxième signal spectroscopique.

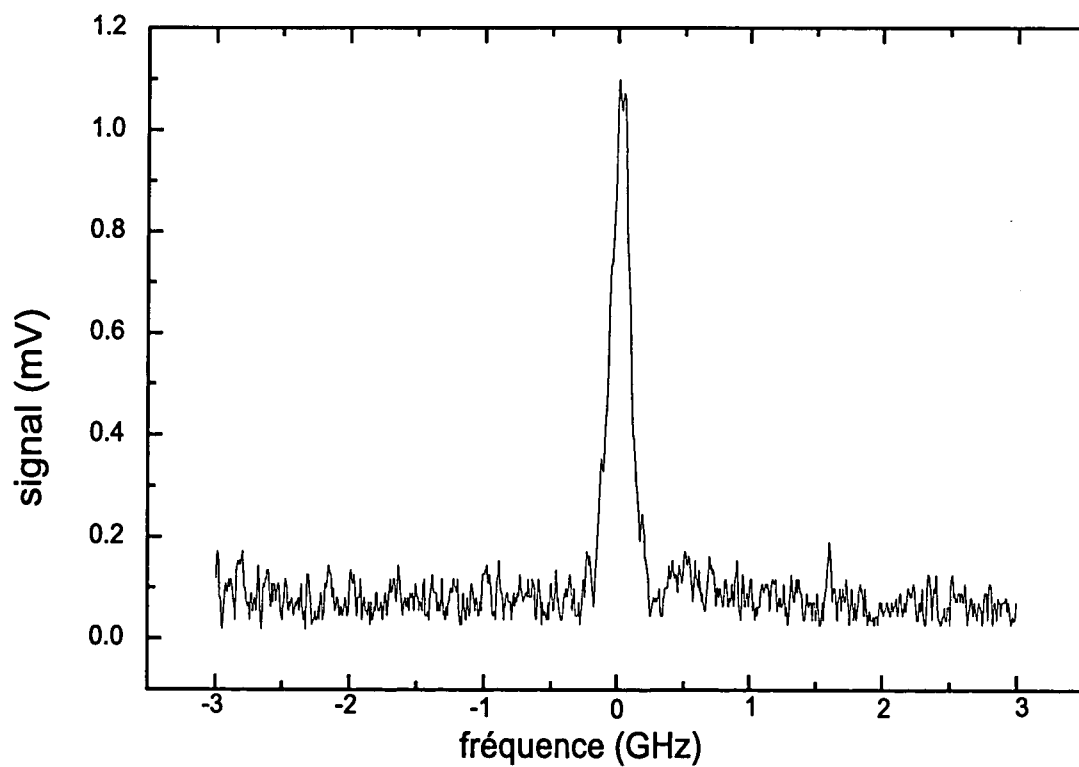


FIG. 86 - Deuxième signal spectroscopique centré sur la plage de balayage.

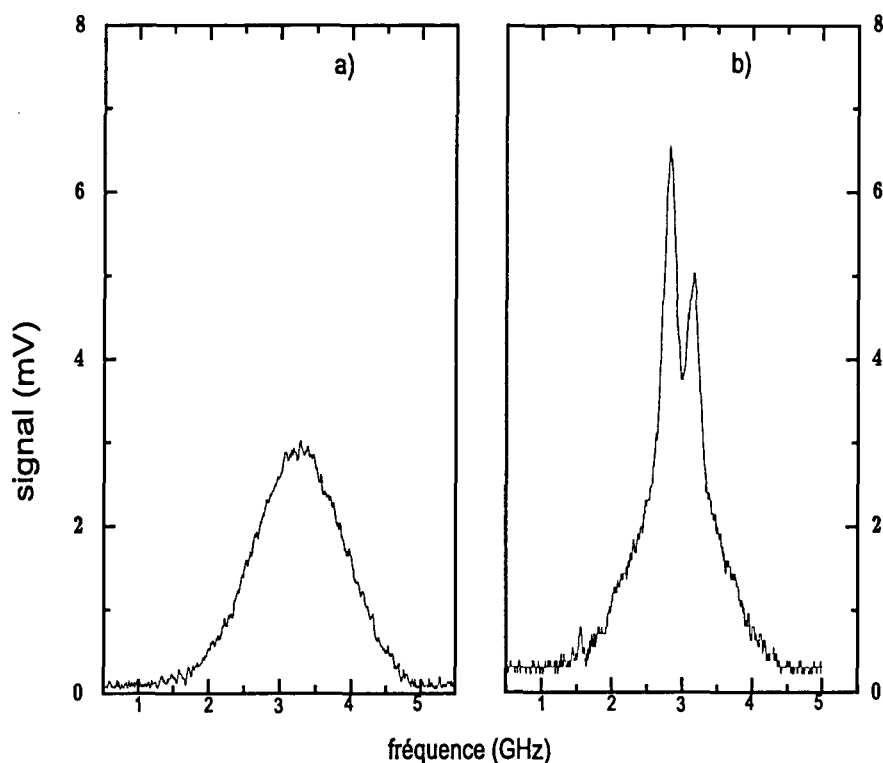


FIG. 87 - Résolution des raies de structure hyperfine.

type Raman. Il reste à déterminer à quelle espèce atomique ou moléculaire correspond cette transition.

Malheureusement, il n'a pas été possible d'observer la structure hyperfine du pic car le faisceau de retour de la diode laser n'était pas correctement aligné. Par la suite, la stabilité de l'OPO n'a pas permis d'effectuer de nouvelles mesures.

6.2.4.4 Retour à la spectroscopie en lumière classique

On utilise le montage avec le laser Nd:YAG.

Structure hyperfine Les enregistrements de la figure 87 représentent les raies avec et sans compensation de l'effet Doppler. Pour la seconde, la structure hyperfine du niveau de départ de la transition est résolue.

La puissance du laser Nd:YAG est fixée à 5.8 mW au niveau des détecteurs. La température du haut de la cellule est égale à 250°C , celle du bas à 231°C .

Variation du signal en fonction de la température Dans les mêmes conditions, on a mesuré l'amplitude en fonction de la température de la cellule. Les enregistrements correspondent à la figure 88.

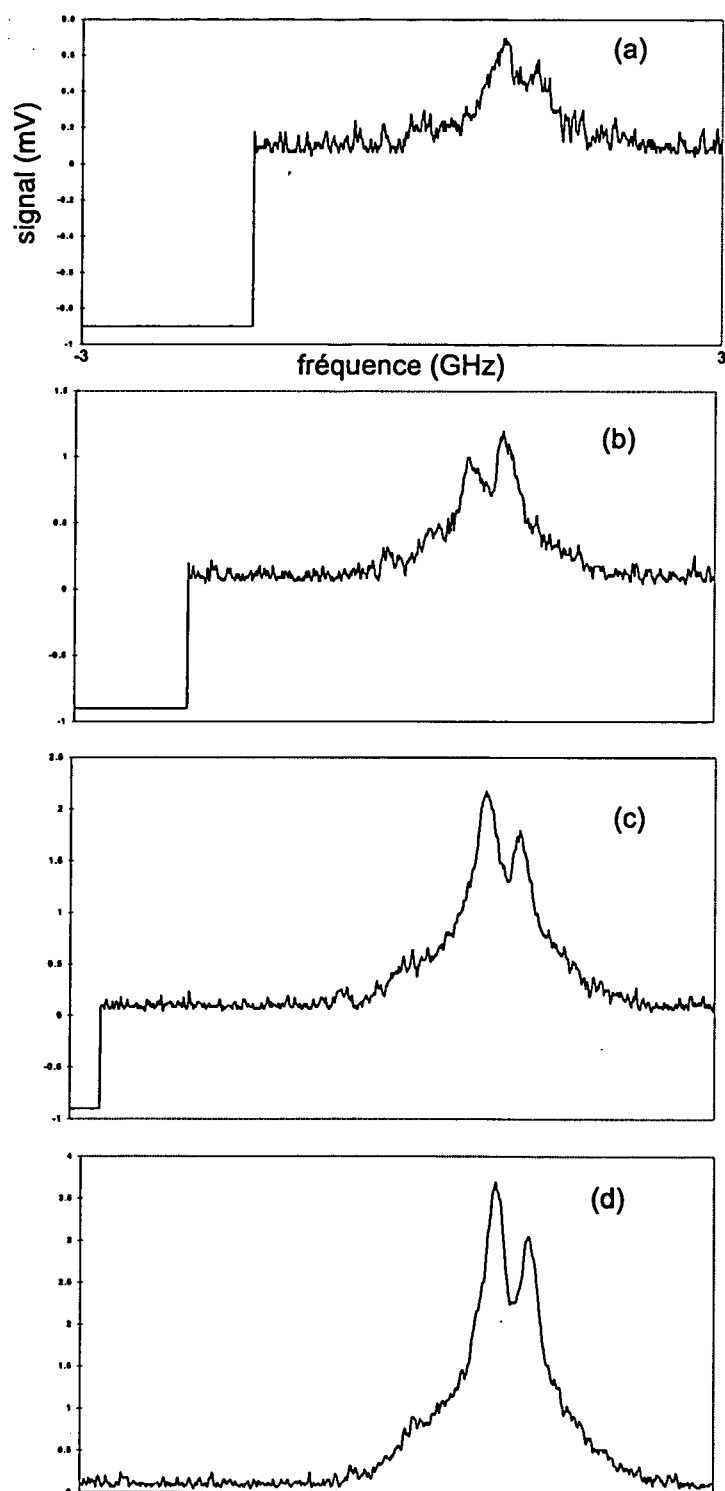


FIG. 88 - Variation de l'amplitude du signal en fonction de la température du queusot (a) 180°C (b) 191°C (c) 208°C (d) 220°C .

6.3. Conclusion

Nous avons démontré pour la première fois, à notre connaissance, qu'il est possible de faire de la spectroscopie de grande sensibilité avec les faisceaux jumeaux produits par un OPO continu. Nous avons mesuré une absorption à deux photons avec une sensibilité égale à $2 \cdot 10^{-7}$ avec des faisceaux limités par le shot noise et supérieure à $2 \cdot 10^{-7}$ en utilisant les propriétés de corrélation quantique entre les faisceaux jumeaux, afin d'observer le signal sur un bruit de fond réduit.

Cette expérience a été réalisée en régime continu avec des puissances lumineuses assez faibles (12 mW pour la diode laser et environ 6 mW pour le faisceau de l'OPO). Nous avons donc montré que, dans une vraie expérience de spectroscopie, les faisceaux jumeaux produits par un OPO permettent d'améliorer la sensibilité de la mesure en outrepassant la limite du shot noise.

De plus, l'observation d'un signal Raman de faible largeur de raie (de l'ordre de 240MHz) démontre que la largeur des faisceaux jumeaux ne constitue pas une limitation pour un bon nombre d'expériences. De plus, la largeur à mi-hauteur instantanée, obtenue par l'analyse des résonances infra-rouge de l'OPO au moyen d'une cavité Fabry Péro, a été évaluée à 33MHz (voir paragraphe 5.5.3.3). Ces résultats sont une preuve du potentiel des OPO continus, utilisés au dessus du seuil, comme source lumineuse en spectroscopie de grande sensibilité.

7 Conclusion générale

Les résultats de la partie expérimentale de ma thèse ont clairement démontré l'intérêt de l'OPO continu en spectroscopie. En effet, nous avons pu détecter un signal d'absorption relative de $2.5 \cdot 10^{-7}$ sur un temps de mesure de 3 secondes avec un bruit de fond réduit de 35% par rapport au shot noise.

Aux qualités classiques de ce système en tant que source lumineuse destinée à la spectroscopie, s'ajoutent les propriétés de réduction du bruit qui en font un outil doublement intéressant pour l'observation de transitions faibles.

L'obtention d'un taux de corrélation convenable ne demande pas d'investissement supplémentaire. Il suffit de séparer les faisceaux jumeaux en polarisation (dans le cas d'un accord de phase de type II), ce qui correspond à la mesure différentielle, réalisée au moyen d'une lame semi-réfléchissante, que l'on met en oeuvre en lumière classique afin que la sensibilité de la mesure ne soit limitée que par le bruit de photons des faisceaux. Pour un OPO à faibles pertes, si l'efficacité quantique des détecteurs est suffisante, on obtient sans difficulté une réduction des fluctuations sur la différence des intensités. L'OPO est donc intrinsèquement un outil adapté à la spectroscopie de grande sensibilité.

De plus, en observant une transition de faible largeur (240 MHz), nous avons démontré que la largeur de raie de l'OPO ne constitue pas une limitation dans la plupart des expériences de spectroscopie.

Nous avons travaillé avec des puissances lumineuses faibles (5.8 mW par faisceau jumeau pour l'OPO et 12 mW pour le laser auxiliaire). Nous avons donc établi le potentiel de ce système dans des conditions de spectroscopie réalistes. Ceci a accru la difficulté de l'expérience. En effet, aux problèmes posés par la mise en oeuvre de la source de photons jumeaux se sont ajoutés ceux associés à l'observation d'un signal très faible.

Les résultats obtenus démontrent la faisabilité de l'expérience mais ils peuvent être améliorés.

Le taux de corrélation mesuré est un peu décevant en comparaison avec les résultats obtenus précédemment avec un montage du même type [Mertz 1991b]. Il s'explique par des pertes importantes par absorption dans le cristal de KTP. De plus, en raison de la puissance de pompe élevée, les traitements des faces du cristal ont tendance à se dégrader au cours du temps. Les résultats que l'on peut attendre en termes de squeezing ne sont donc pas limités aux 35% mesurés dans cette expérience.

L'absence de stabilité du dispositif global constitue un problème plus conséquent. Elle a rendu l'expérience très délicate, le temps de mesure des longueurs d'onde des deux faisceaux, puis de la transition à deux photons étant limité par la durée de stabilité de l'OPO (c'est-à-dire quelques minutes).

De plus, elle a considérablement limité les performances du système. On peut espérer qu'avec un montage plus stable le squeezing mesuré aurait été plus important. Les faibles puissances lumineuses ont été imposées par l'asservissement de la cavité de l'OPO, celui fonctionnant d'autant moins bien que la puissance était élevée. Ceci a rendu la détection du signal spectroscopique plus délicate, mais nous a permis de travailler dans de vraies conditions de recherche d'un signal peu intense.

Il est donc nécessaire d'optimiser la stabilité du montage global.

Il faudra encore réaliser des efforts technologiques pour faire de l'OPO continu utilisé au dessus du seuil, l'outil idéal en spectroscopie de grande sensibilité, mais, à présent, le potentiel de ce système n'est plus à démontrer.

Annexes

A. La cavité multipassages

A.1 Introduction

Au cours de mon travail de thèse, une première expérience de spectroscopie à deux photons a été mise en oeuvre. Il s'agissait plus précisément d'observer un signal d'émission Raman stimulée dans la molécule d'azote. Le signal théorique étant très faible, il est nécessaire de mettre en oeuvre un dispositif permettant d'augmenter son amplitude.

Il existe deux méthodes principales, mentionnées dans le chapitre "Spectroscopie de grande sensibilité et photons jumeaux": la cavité résonnante et la cavité multipassages. Notre choix s'est arrêté sur cette dernière pour des raisons principalement technologiques. L'efficacité des deux types de cavité dépend de leur "finesse", donc de la réflectivité des miroirs qui les composent.

Une éventuelle cavité Fabry Péroth serait résonnante à la longueur d'onde de la diode laser et transparente à 1064nm . Compte tenu que ces deux longueurs d'onde sont très proches, il est difficile techniquement de réaliser des miroirs avec le traitement voulu. C'est pour cette raison que nous avons opté pour une cavité multipassages, pour laquelle les miroirs sont hautement réfléchissants à 852nm et 1064nm .

Les deux faisceaux sont introduits hors d'axe dans la cavité par un trou conique percé au centre du premier miroir. Après avoir réalisé un certain nombre d'allers et retours, ils ressortent par un trou percé au centre du second. A chaque passage, ils sont focalisés au centre de la cellule où ils interagissent avec les molécules d'azote.

Dans ce paragraphe, je décrirai quelques caractéristiques de ce montage: le choix du rayon de courbure des miroirs, l'équation de l'ellipse formée sur chaque miroir par les "impacts" des faisceaux lumineux, le choix du nombre de passages en fonction des coefficients de réflexion des miroirs.

A.2 Rayon de courbure des miroirs

On suppose que la cavité est symétrique, c'est-à-dire que les rayons de courbure des deux miroirs sont les mêmes et que le col des faisceaux est situé au centre de la cavité.

D'après la référence [Kogelnik 1966], le col du faisceau dépend de la géométrie de la cavité de la façon suivante:

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 (2RL - L^2) \quad (7.1)$$

où R désigne le rayon de courbure des miroirs, L la longueur de la cavité et λ la longueur d'onde considérée. Dans la suite, on prendra $\lambda = 1064nm$ car la cavité doit être optimisée pour la longueur d'onde de l'OPO.

De plus w_0 s'exprime en fonction de la longueur de Rayleigh, notée z_R :

$$w_0^4 = \left(\frac{z_R \lambda}{\pi} \right)^2 \quad (7.2)$$

Or le col des faisceaux est égal à $100\mu m$, ce qui correspond à $z_R = 3cm$ à $1064nm$. La longueur de la cellule contenant l'azote est de $18cm$. On a donc:

$$z_R = \frac{L}{6} \quad (7.3)$$

En combinant les équations 7.1, 7.2 et 7.3, on obtient une relation liant la longueur de la cavité et le rayon de courbure:

$$5L - 9R = 0 \quad (7.4)$$

Puisque L est fixée, le rayon de courbure l'est aussi:

$$R = 10cm$$

A.3 Equation de l'ellipse

On établit l'équation de l'ellipse qui décrit la propagation des faisceaux à l'intérieur de la cellule multipassages en fonction des conditions initiales, de la géométrie de la cavité et du nombre de passages.

Soit z , l'axe formé par les centres des deux miroirs. On note x , la direction transverse horizontale et y , la direction transverse verticale. Les conditions initiales sont définies de la façon suivante: on note x_0 (respectivement y_0) la position du faisceau incident par rapport au centre du miroir selon la direction x (respectivement y) et x'_0 (respectivement y'_0) son angle par rapport à l'axe des x (respectivement des y). le nombre de passages dans la cavité est désigné par n .

Les réflexions multiples entre deux miroirs de rayon de courbure R , distants de L sont équivalentes à une succession de lentilles de distance focale $\frac{R}{2}$ distantes de L .

D'après la référence [Kogelnik 1966], une séquence correspond donc à une propagation sur une distance L , suivie de la traversée de la lentille f , soit en termes de matrice

A-B-C-D:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{L}{f} \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

Les coordonnées du point correspondant au $n^{\text{ième}}$ point sont données par:

$$\begin{pmatrix} x_n \\ x'_n \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} A \sin n\theta - \sin(n-1)\theta & B \sin n\theta \\ C \sin n\theta & D \sin n\theta - \sin(n-1)\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

où,

$$\cos n\theta = \frac{1}{2}(A + D) = 1 - \frac{L}{2f} \quad (7.7)$$

et

$$\sin n\theta = \sqrt{1 - \cos^2 n\theta} = \sqrt{\frac{L}{f} - \left(\frac{L}{2f}\right)^2} \quad (7.8)$$

On peut écrire le même type d'expression que 7.6 selon la coordonnée y.

En remplaçant A, B, C et D par les valeurs de la relation 7.5 dans l'expression 7.6, on obtient:

$$x_n = x_0 \cos n\theta + \sqrt{\frac{L}{4f - L}} (x_0 + 2fx'_0) \sin n\theta \quad (7.9)$$

$$y_n = y_0 \cos n\theta + \sqrt{\frac{L}{4f - L}} (y_0 + 2fy'_0) \sin n\theta$$

On connaît donc la position du $n^{\text{ième}}$ point sur le miroir en fonction des conditions initiales et des paramètres décrivant la cavité.

Il est plus usuel d'écrire l'équation d'une ellipse sous la forme:

$$x_n = a \sin(n\theta + \alpha) \quad (7.10)$$

$$y_n = b \sin(n\theta + \beta)$$

Le grand axe de l'ellipse, noté A' est tel que:

$$\left(\frac{A'}{2}\right)^2 = a^2 + b^2 \quad (7.11)$$

D'après l'expression 7.9, les constantes des relations 7.10 sont données par:

$$a^2 = \frac{4f}{4f - L} (x_0^2 + fLx_0'^2 + Lx_0x'_0) \quad (7.12)$$

$$b^2 = \frac{4f}{4f - L} (y_0^2 + fLy_0'^2 + Ly_0y'_0)$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{4f}{L} - 1} \frac{1}{1 + 2f \frac{x'_0}{x_0}}$$

$$\tan \beta = \sqrt{\frac{4f}{L} - 1} \frac{1}{1 + 2f \frac{y'_0}{y_0}}$$

Le choix des paramètres de l'ellipse doit répondre à plusieurs contraintes.

-Le paramètre θ est fixé par la géométrie de la cavité. En effet,

$$\cos \theta = 1 - \frac{L}{R} \Rightarrow \theta = 2.5 \text{rad} \quad (7.13)$$

-Les valeurs de a et b de la relation 7.12 sont limitées par les dimensions de l'ellipse et donc des miroirs, dont le diamètre est égal à 6cm .

- α et β (et donc x'_0 et y'_0) doivent être suffisamment petits pour que l'on puisse conserver l'approximation de l'optique paraxial.

-Les points formant l'ellipse doivent être suffisamment éloignés les uns des autres pour le dernier, associé à la sortie du faisceau de la cavité soit bien distinct des autres. Sinon, un "point intermédiaire" sortira de la cavité et le nombre de passages désiré ne sera pas respecté. On calcule que la quasi totalité de la lumière d'un faisceau gaussien est comprise dans un cercle de diamètre $3w$, où w est la taille du faisceau au niveau du miroir ($w \sim 300 \mu\text{m}$).

-Le nombre de passages dépend du coefficient de réflexion des miroirs comme on le verra dans le paragraphe suivant.

A.4 Nombre de passages

Pour que le dispositif de multipassages soit efficace, il faut trouver le compromis entre le gain à chaque passage et les pertes dues à la transmission des miroirs. Pour cela, on calcule le rapport signal à bruit en l'absence, puis en présence de la cavité multipassages et on compare les deux résultats.

A.5 Rapport signal à bruit sans multipassages

On note I_{1064}^{in} et I_{852}^{in} les intensités des champs incidents sur le milieu moléculaire aux deux longueurs d'onde et I_{1064}^{out} l'intensité du champ sortant à 1064nm . Cette dernière s'écrit:

$$I_{1064}^{\text{out}} = I_{1064}^{\text{in}} (1 + \alpha_g I_{852}^{\text{in}}) \quad (7.14)$$

où $\alpha_g I_{852}^{\text{in}}$ représente le gain Raman en intensité.

Le rapport signal à bruit en puissance est égal à:

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{ssmulti}} = (\alpha_g I_{852}^{\text{in}})^2 I_{1064}^{\text{in}} \quad (7.15)$$

A.6 Gain par passage dans la cavité

Afin de déterminer le rapport signal à bruit en présence du multipassages, il faut calculer l'accroissement de l'intensité incidente à $1064nm$ en fonction du nombre de passages et des coefficients de réflexion des miroirs. On appelle R_{1064} (respectivement R_{852}) le coefficient de réflexion des miroirs en intensité à la longueur d'onde de l'OPO (respectivement de la diode laser).

D'après l'équation 7.14, l'accroissement de l'intensité lumineuse par passage dans le milieu amplificateur qu'est l'azote est égal à:

$$\Delta I_{1064} = \alpha_g I_{852}^{in} I_{1064}^{in} \quad (7.16)$$

Après une première réflexion sur un miroir ΔI_{1064} devient:

$$\Delta I_{1064}^{(1)} = \alpha_g R_{852} R_{1064} I_{852}^{in} I_{1064}^{in} + \alpha_g R_{1064} I_{852}^{in} I_{1064}^{in} \quad (7.17)$$

Soit,

$$\frac{\Delta I_{1064}^{(1)}}{\alpha_g I_{852}^{in} I_{1064}^{in}} = G^{(1)} = R_{1064} (1 + R_{852}) \quad (7.18)$$

De même, après la deuxième réflexion,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta I_{1064}^{(2)}}{\alpha_g I_{852}^{in} I_{1064}^{in}} &= G^{(2)} = R_{852}^2 R_{1064}^2 + R_{1064}^2 (1 + R_{852}) \\ &= R_{852}^2 R_{1064}^2 + R_{1064} G^{(1)} \end{aligned} \quad (7.19)$$

Par récurrence, on obtient le gain au $(n+1)^{ième}$ passage en fonction du gain au $n^{ième}$ passage et des coefficients de réflexion des miroirs:

$$G^{(n+1)} = R_{852}^n R_{1064}^n + R_{1064} G^{(n)} \quad (7.20)$$

On exprime la relation précédente sous la forme:

$$G^{(n+1)} = R_{1064}^n \frac{1 - R_{852}^{(n+1)}}{1 - R_{852}} \quad (7.21)$$

A.7 Rapport signal à bruit en présence du multipassages

En utilisant le même type de raisonnement que dans le paragraphe A.5, on obtient:

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{multi} = \left(\alpha_g I_{852}^{in} I_{1064}^{in} R_{1064}^n \frac{1 - R_{852}^{(n+1)}}{1 - R_{852}}\right)^2 \times \frac{1}{R_{1064}^n I_{1064}^{in}} \quad (7.22)$$

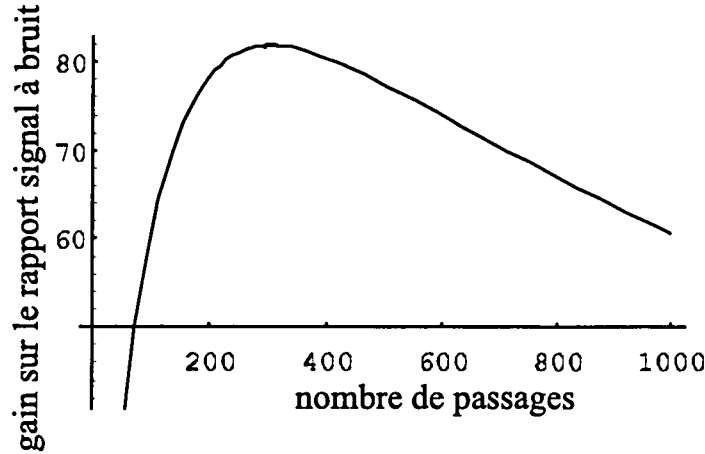


FIG. 89 - Rapport signal à bruit en fonction du nombre de passages.

En comparant les relations 7.15 et 7.22, on détermine le rapport signal à bruit du système en fonction du rapport signal à bruit sans multipassages, des coefficients de réflexion et du nombre de passages.

$$\sqrt{\left(\frac{S}{B}\right)_{multi}} = \sqrt{\left(\frac{S}{B}\right)_{ss}} R_{1064}^{\frac{n}{2}} \frac{1 - R_{852}^{(n+1)}}{1 - R_{852}} \quad (7.23)$$

Pour évaluer le nombre de passages optimum, on trace la fonction $f(n) = R_{1064}^{\frac{n}{2}} \frac{1 - R_{852}^{(n+1)}}{1 - R_{852}}$ pour n variant de 10 à 1000 (figure 89). Les traitements hautement réfléchissants des miroirs sont réalisés par LaserOptiks.

$$R_{1064} = 0.999 \quad (7.24)$$

$$R_{852} > 0.99$$

La figure montre que le rapport signal à bruit est maximum pour $n = 287$. Cette valeur est difficile à atteindre car elle implique une ellipse, et donc des miroirs, de très grande dimension. Dans la pratique, on se limitera à $n = 101$ passages, ce qui présente déjà des difficultés expérimentales. Le rapport signal à bruit sans multipassages est alors théoriquement multiplié par un facteur 88.

A.8 Résumé de la configuration "multipassages" et résultats

Les miroirs utilisés ont un diamètre de 6cm et les coefficients de réflexion aux deux longueurs d'onde mentionnés ci-dessus. Ils sont percés en leur centre d'un trou conique de diamètre égal à 1.2mm au niveau de la surface réfléchissante. Leur rayon de courbure est égal à 10cm. Ils sont distants de 18cm.

Les faisceaux effectuent 101 passages dans la cavité avant de ressortir par le second miroir. Ils sont focalisés à chaque passage en un col égal à $100\mu m$, situé au centre de la cavité.

Les différents paramètres de l'ellipse ainsi décrite sur chaque miroir, sont, avec les notations du paragraphe A.3:

$$a = 1.5cm$$

$$b = 1.4cm$$

$$\alpha = 0.13rad$$

$$\beta = 0.2rad$$

$$\theta = 2.49rad$$

Expérimentalement, la cavité multipassages est composée par les deux miroirs, pourvus de réglages micrométriques sur les trois positions de leurs montures "point-trait-plan" afin de permettre un réglage fin et bien reproductible de leur orientation. Ils sont solidarisés par des tiges en acier afin de définir avec précision l'axe de la cavité. Ils peuvent coulisser le long de ces tiges: on modifie ainsi la longueur de la cavité et donc la valeur de θ . Ce dispositif est inséré dans une cellule étanche que l'on peut éventuellement mettre sous pression. Le réglage de l'orientation des miroirs est très critique.

On réalise ainsi une centaine de passages.

B. Mesure des longueurs d'onde

B.1 Corrections d'indice sur les mesures du lambdamètre: passage du vide à l'air

La valeur de référence du lambdamètre est la longueur d'onde du laser He-Ne *dans l'air*, c'est-à-dire pour des conditions de température, de pression et d'humidité de la pièce données. Il faut donc faire des corrections absolues d'indice pour passer des longueurs d'onde mesurées dans l'air aux longueurs d'onde dans le vide.

Le lambdamètre mesure le rapport, noté N , des sinusoides associées au laser He-Ne et au laser à mesurer, soit:

$$N = \frac{\lambda_m}{\lambda_R} = \frac{\nu_m n_R}{\nu_R n_m} \quad (7.25)$$

L'indice R correspond à la référence, c'est-à-dire au laser He-Ne, l'indice m est associé au laser à mesurer. λ_m et λ_R sont les longueurs d'onde associées *dans l'air*, ν_m et ν_R , les fréquences, n_R et n_m , les indices dans l'air aux deux longueurs d'onde.

Ensuite, le lambdamètre multiplie N par sa référence. Le résultat affiché est:

$$\lambda_{mlue} = N \lambda_R (P_0, T_0) \quad (7.26)$$

où P_0 et T_0 caractérisent respectivement les conditions de pression et de température pour lesquelles la valeur de la référence a été établie.

En combinant les équations 7.25 et 7.26, on obtient:

$$\lambda_{mlue} = \lambda_m \frac{n_R}{n_R(P_0, T_0)} \quad (7.27)$$

où,

$$\lambda_m = \frac{\lambda_{mvide}}{n_m} = \frac{1}{n_m} \frac{c}{\nu_m} \quad (7.28)$$

soit,

$$\lambda_{mlue} = \lambda_{mvide} \frac{n_R}{n_m n_R(P_0, T_0)} \quad (7.29)$$

λ_{mvide} est la longueur d'onde inconnue *dans le vide* et c , la vitesse de la lumière.

La longueur d'onde de référence affichée par le lambdamètre est: $\lambda_R(P_0, T_0) = 632.817nm$. La fréquence associée à l'émission d'un laser He-Ne est égale à $473612353586.9kHz$. En appliquant la relation 7.28, on déduit la valeur de l'indice $n_R(P_0, T_0)$.

$$n_R(P_0, T_0) = 1.0002753 \quad (7.30)$$

Dans l'expérience d'absorption à deux photons dans le Potassium, on connaît la valeur de la transition. On en déduit les longueurs d'onde *dans le vide* des deux photons impliqués. Afin de rattacher ces longueurs d'onde aux mesures du lambdamètre, il est nécessaire de déterminer la valeur des indices n_R et n_m , où n_m désigne l'indice de l'air du laser Nd:YAG ou de la diode laser. On le notera n_{YAG} ou n_{diode} selon les cas.

La notice du lambdamètre fournit les corrections d'indice en air sec $a(\lambda)$ et en air humide $b(\lambda)$ en fonction de la longueur d'onde.

En tenant compte de toutes les corrections, l'indice est donné par:

$$n_\lambda = 1 + \frac{1}{T} [a(\lambda) P + 23b(\lambda) \tau] \quad (7.31)$$

où T est la température en degrés Kelvin, P la pression en mbar et τ le taux d'humidité.

Pour les longueurs d'onde considérées, les corrections en air sec ou humide sont égales à:

$$a(1.06\mu m) = 7788 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

$$a(0.860\mu m) = 7810 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

$$a(0.632\mu m) = 7861 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

$$b(1.06\mu m) = 6538 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

$$b(0.860\mu m) = 6566 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

$$b(0.632\mu m) = 6630 \cdot 10^{-8} K/mbar$$

En estimant que la salle d'expérience est à 30°C et 60% d'humidité, on obtient:

$$n_{YAG} = 1.0002634 \quad (7.32)$$

$$n_{diode} = 1.0002640$$

$$n_R = 1.0002657$$

En appliquant les valeurs numériques des indices 7.30 et 7.32 à la relation 7.29, on associe la longueur d'onde dans le vide à celle mesurée par le lambdamètre pour les deux lasers impliqués dans la transition à deux photons.

B.2 Calibration du lambdamètre

La précision des valeurs mesurées par le lambdamètre est suffisante pour les besoins de l'expérience, mais il faut s'assurer qu'elles sont exactes, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'erreur systématique dans leur détermination. Pour cela, on compare le résultat fourni par le lambdamètre à des valeurs de référence.

La référence choisie est la raie d'absorption D₂ du césium.

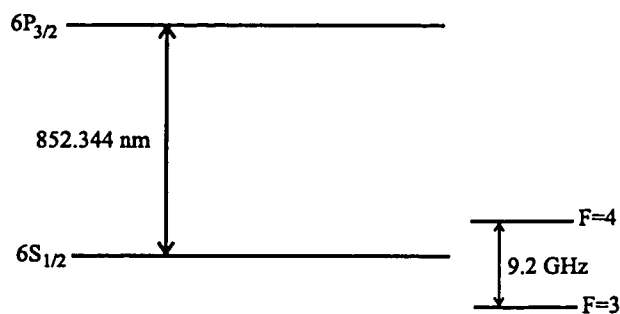
D'après la référence [Moore 1971], le niveau d'énergie correspondant dans le vide est:

$$\sigma_{Cs} = 11732.35 cm^{-1}$$

D'où une longueur d'onde dans le vide égale à:

$$\lambda_{Csvide} = 852.344 nm$$

La raie d'absorption D₂ comporte deux pics correspondant aux niveaux de structure hyperfine F=3 et F=4 de l'état de départ. Comme le montre la figure 90, ils sont séparés par 9.2 GHz. En tenant compte de leurs poids relatifs, variant comme $F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)$ où J est le moment cinétique de électrons et I celui du noyau et $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ (ici $J = \frac{1}{2}$ et $I = \frac{7}{2}$), on estime leur écart par rapport à la valeur de la transition sans structure hyperfine, soit λ_{Csvide} . La structure hyperfine du niveau d'arrivée est négligeable, l'écart entre les différents niveaux étant de l'ordre de 200 MHz.

FIG. 90 - Transition D_2 de l'atome de Césium.

Pour le niveau $F=3$, l'écart en fréquence est de -5.2 GHz, soit de $-12.6 \cdot 10^{-6} \mu m$ en longueur d'onde. On a donc:

$$\lambda_{C_{s_{vide}}}(F=3) = 852.331 nm$$

Le lambdamètre devrait donc afficher la valeur:

$$\lambda_{C_{s_{lue}}}(F=3) = 852.098 nm \quad (7.33)$$

Pour le niveau $F=4$, l'écart en fréquence est de $+4$ GHz, soit $+9.7 \cdot 10^{-6} \mu m$. On en déduit que:

$$\lambda_{C_{s_{vide}}}(F=4) = 852.354 nm$$

et

$$\lambda_{C_{s_{lue}}}(F=4) = 852.121 nm \quad (7.34)$$

On règle la position du réseau de la diode laser pour observer la fluorescence de la transition D_2 . On mesure les longueurs d'onde correspondantes avec le lambdamètre.

On obtient:

$$\lambda_{C_{s_{lue}}}(F=3) = 852.100 nm \quad (7.35)$$

et

$$\lambda_{C_{s_{lue}}}(F=4) = 852.124 nm \quad (7.36)$$

En comparant les résultats 7.33 et 7.35 d'une part, 7.34 et 7.36 d'autre part, on estime que l'erreur systématique est comprise entre $2 \cdot 10^{-6} \mu m$ et $3 \cdot 10^{-6} \mu m$.

Le lambdamètre affiche des valeurs surestimées.

On retiendra:

$$er = 3 \cdot 10^{-6} \mu m \quad (7.37)$$

où "er" représente l'erreur systématique entachant les mesures réalisées par le lambdamètre.

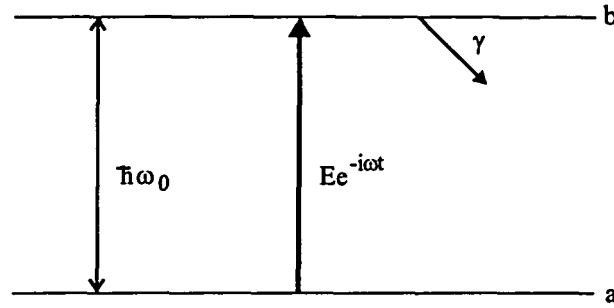


FIG. 91 - Atome à deux niveaux.

C. Effet d'une modulation sur un niveau de durée de vie finie

Le signal de spectroscopie à observer consiste en un transfert de modulation entre l'un des faisceaux jumeaux produits par l'OPO et la diode laser par l'intermédiaire du Potassium. Ceci revient donc à moduler le milieu atomique. Existe-il une fréquence de modulation optimale? La durée de vie du niveau excité de la transition constitue-t-elle une limitation?

C'est ce que nous allons déterminer en modélisant l'atome par un système à deux niveaux, représenté par la figure 91.

On écrit les équations de Bloch décrivant un tel système:

$$\frac{d}{dt}\sigma_{aa} = \gamma\sigma_{aa} + i\frac{Ed}{2\hbar} \left(e^{i\omega t}\sigma_{ba} - e^{-i\omega t}\sigma_{ab} \right) \quad (7.38)$$

$$\frac{d}{dt}\sigma_{bb} = -\gamma\sigma_{bb} - i\frac{Ed}{2\hbar} \left(e^{i\omega t}\sigma_{ba} - e^{-i\omega t}\sigma_{ab} \right)$$

$$\frac{d}{dt}\sigma_{ab} = -\frac{\gamma}{2}\sigma_{ab} + i\omega_0\sigma_{ab} + i\frac{Ed}{2\hbar}e^{i\omega t}(\sigma_{bb} - \sigma_{aa})$$

Les quantités σ_{aa} et σ_{bb} représentent respectivement les populations des niveaux a et b et σ_{ab} leur cohérence. Ed est le moment dipolaire électrique et ω la fréquence du champ électrique E. $\hbar\omega_0$ est la différence d'énergie entre les niveaux a et b et γ l'inverse de la durée de vie du niveau b.

$$\gamma = \frac{1}{\tau} \quad (7.39)$$

L'amplitude du champ électrique est modulée à la fréquence ω_m :

$$E = E_0 \cos \omega_m t \quad (7.40)$$

avec $\omega_m \ll \omega$.

On résout l'équation de Bloch décrivant l'évolution de la cohérence à l'ordre le plus bas, soit:

$$\sigma_{aa} = 1 \quad (7.41)$$

$$\sigma_{bb} = 0$$

Elle devient:

$$\frac{d}{dt}\sigma_{ab} = -\frac{\gamma}{2}\sigma_{ab} + i\omega_0\sigma_{ab} - i\frac{E_0d}{2\hbar}\cos\omega_m t e^{i\omega t} \quad (7.42)$$

Soit:

$$\sigma_{ab}(t) = -i\frac{E_0d}{2\hbar}e^{i\omega t} \left(\frac{e^{i\omega_m t}}{i(\omega + \omega_m - \omega_0) + \frac{\gamma}{2}} + \frac{e^{-i\omega_m t}}{i(\omega - \omega_m - \omega_0) + \frac{\gamma}{2}} \right) \quad (7.43)$$

On définit le dipole électrique par $D = \sigma_{ab}(t)d$ à résonance exacte, c'est-à-dire pour $\omega = \omega_0$.

$$D = -i\frac{E_0d^2}{2\hbar}e^{i\omega_0 t} \left[\frac{(-i\omega_m + \frac{\gamma}{2})e^{i\omega_m t} + (i\omega_m + \frac{\gamma}{2})e^{-i\omega_m t}}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \right] \quad (7.44)$$

d'où,

$$D = -i\frac{E_0d^2}{2\hbar}e^{i\omega_0 t} \left[\frac{-\omega_m \sin \omega_m t + \frac{\gamma}{2} \cos \omega_m t}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \right] \quad (7.45)$$

Le dipole électrique possède donc des composantes selon les deux quadratures, c'est-à-dire en cosinus et en sinus. On peut détecter le signal démodulé sur l'une ou l'autre de ces quadratures au choix. Nous allons déterminer comment celles-ci dépendent de la fréquence de modulation.

On définit la réponse du milieu selon les deux quadratures:

$$\chi_x = \chi_0 \frac{\frac{\gamma^2}{4}}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \quad (7.46)$$

$$\chi_y = \chi_0 \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}}$$

où χ_0 représente la réponse en l'absence de modulation.

Le coefficient d'atténuation dû à la modulation selon x est égal à:

$$\alpha_x = \frac{\frac{\gamma^2}{4}}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}} = \frac{1}{1 + 16\pi^2\tau^2\nu_m^2} \quad (7.47)$$

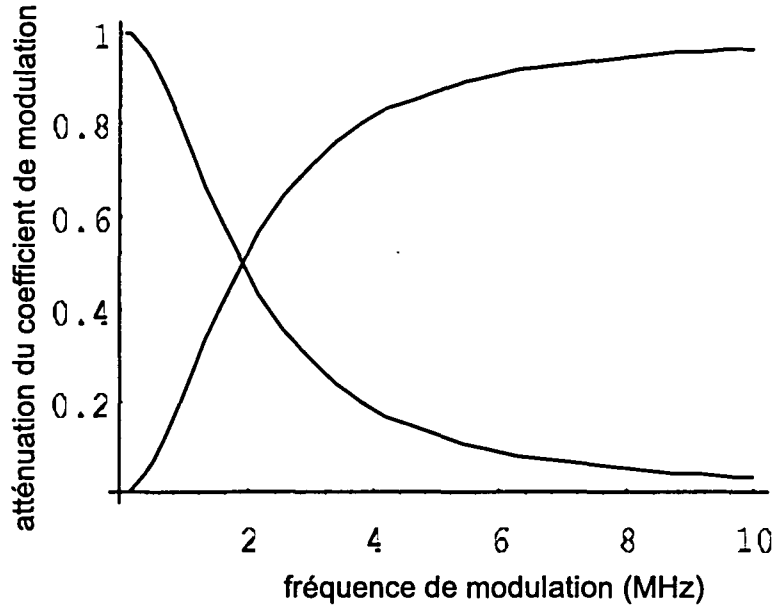


FIG. 92 - Atténuation de la réponse du milieu sur les quadratures x et y.

Selon y, on obtient:

$$\alpha_y = \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \frac{\gamma^2}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{16\pi^2\tau^2\nu_m^2}} \quad (7.48)$$

où τ est donné par la relation 7.39 et ν est défini par $\omega = 2\pi\nu$.

La figure 92 représente la variation de α_x et α_y en fonction de ν , comprise entre 0 et 10 MHz. La durée de vie du niveau excité 5S du Potassium est égale à 42 ms. Les coefficients d'atténuation sont compris entre 0 et 1. Leurs dépendances en fréquence sont très différentes. α_x diminue quand la fréquence de modulation augmente. La détection sur cette quadrature est donc limitée par la durée de vie du milieu. Elle correspond à la détection de l'amplitude. Afin de l'optimiser, il est donc nécessaire de moduler le plus lentement possible. On est bien sûr limité par le bruit technique important à basse fréquence.

En revanche, la réponse du milieu selon la quadrature y, c'est-à-dire la phase, est d'autant meilleure que la fréquence de modulation est élevée.

Il est également possible d'observer le signal en détectant la quantité R, c'est-à-dire:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (7.49)$$

La réponse du milieu selon cette quadrature est égale à:

$$\chi_R = \chi_0 \frac{1}{(2\pi\nu_m)^2 + \frac{1}{4\tau^2}} \sqrt{\frac{\frac{1}{16\tau^4} + (2\pi\nu_m)^4}{2}} \quad (7.50)$$

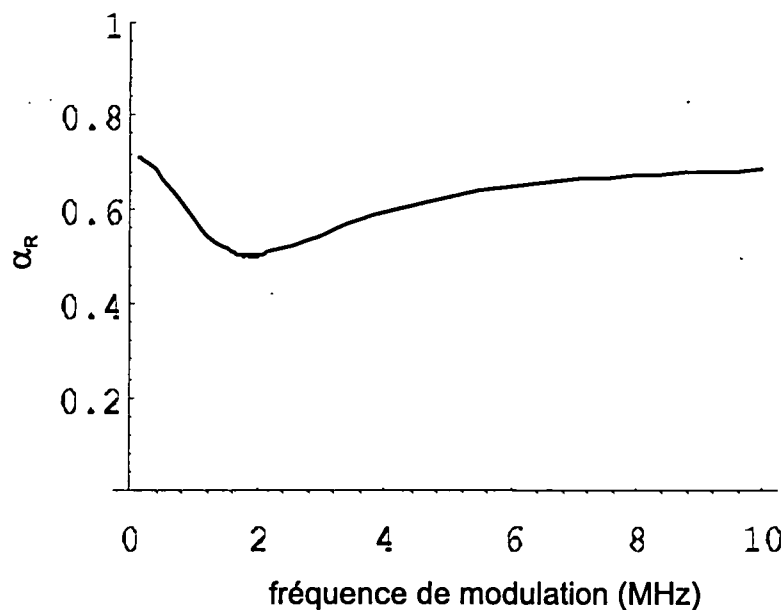


FIG. 93 - Atténuation de la réponse du milieu sur la quadrature R.

La figure 93 représente le coefficient d'atténuation correspondant en fonction de la fréquence. Sa valeur optimale est inférieure à ce que l'on obtient selon x ou y. Il présente un minimum vers 2 MHz; la valeur correspondante est supérieure aux valeurs minimales selon x et y.

En conclusion, il faut donc être attentif à la quadrature sur laquelle on observe le signal démodulé. Il faut adapter la fréquence de modulation au cas étudié sinon, on peut perdre jusqu'à 10% de l'amplitude du signal.

Nous avons effectué ce calcul dans le cas d'un système à deux niveaux. Il s'applique au cas de la transition à deux photons à condition que le niveau intermédiaire soit très non résonnant et que les deux faisceaux soient indépendants. Ces deux conditions sont vérifiées pour la transition 4S-5S du Potassium.

Bibliographie

- [Alcock 1984] C.B. Alcock, V.P. Itkin, M.K. Horrigan, *Canadian Metallurgical Quarterly*, **23**, 309 (1984)
- [Asby 1969] R. Asby, *Phys. Rev.*, **187**, n°3, 1070 (1969)
- [Bashkin 1978] S. Bashkin, J. Stoner, *Atomic energy-level and grotrian diagrams* 2 (1978)
- [Berreby 1994] Stage de DEA (1994)
- [Biraben 1974] F. Biraben, B. Cagnac, G. Grynberg, *Phys. Lett.*, **49 A**, 71 (1974)
- [Biraben 1989] F. Biraben, J.C. Garreau, L. Julien, M. Allegrini, *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 621 (1989)
- [Bjork 1988] G. Bjork, Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A*, **37**, 125 (1988)
- [Bjorkholm 1971] J.E. Bjorkholm, *IEEE journal of quantum electronics*, vol QE-7 n°3, 109 (mars 1971)
- [Bourdon 1996] thèse ONERA (1996)
- [Bourdon 1997] P. Bourdon, M. Péalat, *Quantum Semiclass. Optics*, **9**, n°2, (avril 1997)
- [Bouchiat 1980] M.A. Bouchiat, L. Pottier, G. Trenec, *Revue Phys. Appl.*, **15**, 785 (mars 1980)
- [Bouchiat 1982] M.A. Bouchiat, J. Guéna, L. Pottier, *Phys. Lett.*, **117B** (1982)
- [Bouchiat 1984] M.A. Bouchiat, J. Guéna, L. Pottier, *Phys. Lett.*, **358** et **134B** (1984)
- [Boyd 1968] R.W. Boyd, D.A. Kleinman, *J. Appl. Phys.*, **39**, 3597 (1968)
- [Byer 1975] R.L. Byer, in *Treatise in Quantum Electronics*, H. Rabin et C.L. Tang, eds (Academic, N.Y.), 587 (1975)
- [Cagnac 1973] B. Cagnac, G. Grynberg, F. Biraben, *J. Physique*, **34**, 845 (1973)
- [Courty 1990] Thèse de l'université P. et M. Curie (1990)
- [Caron 1994] B. Caron, A. Dominjon, R. Hermel, J.C. Lacotte, F. Marion, L. Massonet, R. Morand, B. Mours, D. Verkindt, M. Yvert, congrès: *Frontier Detectors for Frontier Physics*, La Biodola (1994)
- [Debuisschert 1990] Thèse de l'université P et M Curie (1990)
- [Debuisschert 1993] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, C. Fabre, *JOSA B*, **10**, n°9, 1668 (1993)
- [Ditchburn 1941] R.W. Ditchburn, J.C. Gilmour, *Rev. Mod. Phys.*, **13**, 310 (1941)
- [Fabre 1989] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, *J. Physique France*, **50**, 1209 (1989)
- [Fabre 1990] C. Fabre, S. Reynaud, course 11, *Quantum noise in optical systems: a semiclassical approach*, Les Houches, Session LIII (1990)
- [Fabre 1995] C. Fabre, *Quantum fluctuations in light beams*, Les Houches, Ses-

- sion LXIII (1995)
- [Fabre 1997] C. Fabre, P.F Cohadon, C. Schwob, *Quantum Semiclass. Optics*, **9**, n°2, 165 (avril 1997)
- [Giacobino 1976] E. Giacobino, B. Cagnac, *Progress in optics*, vol 17, ed. Emil Wolf (1976)
- [Giacobino 1988] E. Giacobino, C. Fabre, S. Reynaud, A. Heidmann, R. Horowicz, *Photons and quantum fluctuations*, Cortina (1988)
- [Gradshteyn 1980] I.S. Gradshteyn I.M. Ryzhik page 142 formule 2539-7 *Table of integrals, series and products*, Academic Press INC (1980)
- [Grynberg 1976] Thèse d'état (1976)
- [Hansch 1980] T.W. Hansch, B. Couillaud, *Optics Comm.*, **35**, n°3, 441 (1980)
- [Herzberg 1950] G. Herzberg, *Spectra of diatomic molecules* (1950)
- [Hillico 1992] Thèse de l'université P. et M. Curie (1992)
- [Houssin 1989] Thèse de l'université Paris 6 (1989)
- [Jun Ye 1996] Jun Ye, Long-Sheng Ma, J.L. Hall, *Optics Letters*, **21**, n°13, 1000 (juillet 1996)
- [Kasapi 1996] S. Kasapi, S. Lathi, Y. Yamamoto *Optics, Letters*, **22**, n°7, 478 (1997)
- [Kimble 1992] H.J. Kimble, *Physics Reports*, **219**, n°3-6 (octobre 1992)
- [Kogelnik 1966] H. Kogelnik, T. Li, *Applied Optics*, **5**, n°10 (octobre 1966)
- [Kuhn 1964] H.G Kuhn, *Atomic spectra*, Longman (1964)
- [Lambrecht 1995a] A. Lambrecht, J.M. Courty, S. Reynaud, E. Giacobino, *Appl. Phys. B*, **60**, 129 (1995)
- [Lambrecht 1995b] Thèse de l'université P. et M. Curie (1995)
- [Levenson 1974] M.D. Levenson, N. Bloembergen, *Phys. Rev. Lett.*, **32**, 645 (1974)
- [Li 1997] Y. Li, P. Lynam, M. Xiao, P.J. Edwards, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, n°16, 3105 (1997)
- [Lugiato 1993] L.A. Lugiato, A. Gatti *Phys.Rev.Lett*, **70**, n°25, 3868 (1993)
- [Lugiato 1995] L.A. Lugiato, I. Marzoli, *Phys. Rev. A*, **52**, n°6, 4886 (1995)
- [Lugiato 1997] L.A. Lugiato, P. Grangier, *JOSA B*, **14**, n°2, 225 (1997)
- [Machida 1989] S. Machida, Y. Yamamoto, *Opt. Lett.*, **14**, 1045 (1989)
- [Marin 1995] F. Marin, A. Bramati, E. Giacobino, T.C. Zhang, J.P. Poizat, J.F. Roch, P. Grangier, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, n°25, 4606 (1995)
- [Marin 1997] F. Marin, A. Bramati, V. Jost, E. Giacobino, *Opt. Comm. à paraître*
- [Mertz 1991a] Thèse de l'université P. et M. Curie (1991)
- [Mertz 1991b] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, E. Giacobino, *Optics Letters*, **16**, n°16, 1234 (août 1991)

-
- [Moore 1971] C.E. Moore, Atomic energy levels, N.B.S. (1971)
- [Nabors 1997] C.D. Nabors, R.M. Shelby, Phys. Rev. Lett. soumis
- [Nez 1993] F. Nez, M.D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerioux, P. DeNatale, Europhys. Lett., **24**, 635 (1993)
- [Oppo 1994] G.L. Oppo, M. Brambilla, L.A. Lugiato, Phys. Rev. A, **49**, n°3, 2028 (mars 1994)
- [Orlov 1986] O.A. Orlov, V.I. Usyugov, Sov.Tech. Phys.Lett, **12**, n°3, 120 (mars 1986)
- [Pan 1997a] Q. Pan, Y. Zhang, T. Zhang, C. Xie, K. Peng, J. Phys D: Appl. Phys., **30**, 1588 (1997)
- [Pan 1997b] Q. Pan, Y. Zhang, T. Zhang, C. Xie, K. Peng, Acta Optica Sinica, **17**, n°8 (1997)
- [Polzik 1992] E.S. Polzik, J. Carri, H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett, **68**, n°20, 3020 (mai 1992)
- [Reynaud 1989] S. Reynaud, A. Heidmann, Opt. Commun., **71**, 209 (1989)
- [Richardson 1987] W.H. Richardson, S. Machida, Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett, **58**, 1000 (1987)
- [Romanini 1995] D. Romanini, A. Kachanov, E. Lacot, F. Stoeckel, congrès EQEC "Laser Spectroscopy", Capri (1995)
- [Schwob 1997] C. Schwob, P.F. Cohadon, C. Fabre, M. Marte, H. Ritsch, A. Gatti, L.A. Lugiato, Phys. Rev. A soumis
- [Siegman 1986] A. Siegman, Lasers, Oxford University Press (1986)
- [Slusher 1985] R.E. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz, J.F. Valley, Phys. Rev. Lett., **55**, 2409 (1985)
- [Slusher 1987] R.E. Slusher, B. Yurke, P. Grangier, A. LaPorta, D.F. Walls, M. Reid, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1453 (1987)
- [Vasilenko 1970] L.S. Vasilenko, V.P. Chebotayev, A.V. Shishaev, JETP Lett., **12**, 161 (1970)
- [Wallmeroth 1990] K. Wallmeroth, R. Letterer, Optics Letters, **15**, n°14, 812 (juillet 1990)
- [Wang 1997] Wang Hai, Xie Changde, Pan Qing, Xue Chenyang, Zhang Yun, Peng Kunchi, "optical measurements of weak absorption beyond shot-noise limit" préprint
- [Wiese 1969] W.L Wiese, M.W Smith, B.M Miles, Atomic transitions probabilities vol.II N.B.S (1969)
- [Wong 1985] N.C. Wong, J.L. Hall, JOSA B, **2**, n°9, 1527 (Sept 1985)
- [Wu 1986] L.A. Wu, H.J. Kimble, J.L. Hall, H. Wu, Phys. Rev. Lett., **57**, 2520 (1986)
- [Wu 1987] L.A. Wu, M. Xiao, H.J. Kimble, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1465 (1987)

- [Yamamoto 1986] Y. Yamamoto, Haus, Phys. Rev. A, **34**, 4025 (1986)
- [Yang 1991] S.T. Yang, C.C. Pohalski, E.K. Gustafson, R.L. Byer, R.S. Feigelson, R.J. Raymarkers, R.K. Route, Optics Letters, **16**, n°19, 1493 (1991)
- [Yariv 1984] A. Yariv, P. Yeh, Optical waves in crystals chapitre 7 (1984)
- [Zhang 1995] T.C. Zhang, J.P. Poizat, P. Grelu, J.F. Roch, P. Grangier, F. Marin, A. Bramati, V. Jost, M.D. Levenson, E. Giacobino, Quantum Semiclass. Opt., **7**, 601 (1995)

Catherine SCHWOB

Utilisation des faisceaux corrélés au niveau quantique produits par un Oscillateur Paramétrique Optique en spectroscopie de grande sensibilité.

Résumé

La sensibilité des expériences de spectroscopie avec des sources de lumière classiques est limitée, au mieux, par le bruit de photons des faisceaux. L'Oscillateur Paramétrique Optique (OPO) produit des faisceaux dont les fluctuations sont corrélées au niveau quantique. Leur utilisation en spectroscopie peut donc permettre de réduire le bruit de fond de la mesure en dessous de la limite quantique standard.

La partie expérimentale de cette thèse consiste à observer le signal d'absorption de la transition 4S-5S du Potassium sur l'un des faisceaux jumeaux. La mesure est effectuée sur la différence entre l'intensité du faisceau signal et celle du faisceau complémentaire en balayant la fréquence du laser à semi-conducteur qui fournit le second photon de la transition.

Pour un faisceau signal de 6 mW produit par un OPO continu et un faisceau du laser à semi conducteur de 20 mW, nous avons observé une absorption relative de $2.5 \cdot 10^{-7}$ sur une bande passante de 3 Hz. Ce très faible signal a été détecté avec un bruit de fond réduit de 35% par rapport à la limite quantique standard.

Sur le plan théorique, nous avons approfondi le modèle décrivant les champs produits par génération paramétrique. Jusqu'à présent, les théories sur le fonctionnement de ces sources de lumière non classique étaient basées sur un modèle en onde plane. Nous avons affiné ce modèle en prenant en compte la structure gaussienne de la lumière. Dans un premier temps, nous avons analysé le fonctionnement multimode transverse de l'OPO. Puis, du point de vue de la réduction des fluctuations quantiques des champs, nous avons étudié les modifications des prédictions du modèle en onde plane, dues aux effets transverses.

Mots clé

oscillateur paramétrique optique, réduction des fluctuations quantiques, structure transverse, spectroscopie de grande sensibilité, transition à deux photons.