

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Jean-Pierre BARRAT

PREMIÈRE THÈSE

ÉTUDE DE LA DIFFUSION MULTIPLE COHÉRENTE
DE LA LUMIÈRE DE RÉSONANCE OPTIQUE
APPLICATION AU NIVEAU 6^3P_1 DU MERCURE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

SOUTENUES LE

1959 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. A. KASTLER, *Président*

MM. P. JACQUINOT

M. LÉVY

J. BROSSEL

} *Examineurs*

THES ES

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

Pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Jean-Pierre BARRAT

1ère Thèse :

ETUDE DE LA DIFFUSION MULTIPLE COHERENTE DE LA
LUMIERE DE RESONANCE OPTIQUE. APPLICATION AU
NIVEAU 6^3P_1 DU MERCURE.

2ème Thèse :

Propositions données par la Faculté.

Soutenues le

1959, devant la Commission d'Examen

MM. A. KASTLER : Président

P. JACQUINOT)

M. LÉVY)

J. BROSSEL)

Examineurs

Ce travail a été effectué au laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, au cours des années 1956-1959. Il a été entrepris à la suite des recherches de J.E. BLAMONT, qui a le premier mis en évidence les effets que j'ai étudiés.

Je remercie MM. A. KASTLER et J. BROSSEL, qui m'ont dirigé dans mes recherches, pour la bienveillance qu'ils m'ont constamment témoignée et l'aide indispensable qu'ils n'ont cessé de m'apporter.

Madame M.A. BOUCHIAT-GUIOCHON et Mademoiselle F. BOUTRON ont fait une partie des expériences décrites ci-dessous; je les en remercie très vivement, ainsi que tous les chercheurs et techniciens du laboratoire, sans le concours de qui je n'aurais pu mener à bien ce travail. En particulier, je tiens à exprimer ma reconnaissance à mes camarades J.E. BLAMONT, J.M. WINTER et J. MARGERIE avec qui j'ai eu de longues et fructueuses discussions sur les problèmes théoriques que j'ai envisagés.

Enfin, je remercie M. Y. ROCARD, Directeur du Laboratoire, de sa généreuse hospitalité, et la Direction du Centre National de la Recherche Scientifique de son aide financière.

TABLE DES MATIERES

	page
INTRODUCTION	1
I - GENERALITES SUR LA METHODE DE DOUBLE REONANCE APPLIQUEE AU NIVEAU 6^3P_1 DU MERCURE	4
1) Structure du niveau 6^3P_1 et de la raie de résonance 2537 Å	4
2) Polarisation de la raie 2537 Å	7
3) Forme de la raie de résonance magnétique en l'absence de diffusion multiple	11
4) Effets de la diffusion multiple sur la résonance magnéti- que	15
5) Caractère cohérent de la diffusion multiple	18
II - ETUDE THEORIQUE DES EFFETS DE LA DIFFUSION MULTIPLE	20
1) Introduction	20
2) Méthode de traitement du champ de rayonnement	21
3) Cas de l'émission de rayonnement par un atome isolé	27
4) Cas d' un système de 2 atomes	37
5) Cas général d'un système de N atomes	45
6) Calcul des intensités lumineuses émises	60
7) Interprétation physique du résultat	62
8) Etude de la validité des hypothèses faites	67
III - DISPOSITIF EXPERIMENTAL	70
1) Cellules utilisées	70
2) Thermostat	72
3) Sources lumineuses	73
4) Champ magnétique	75
5) Appareillage de haute fréquence	76
6) Détection des signaux au moyen d'un galvanomètre	77
7) Dispositif de mesure électronique pour les raies de résonance magnétique	78
8) Conduite des mesures de résonance magnétique	81
9) Mesure des taux de polarisation	86

...../.....

INTRODUCTION

De nombreuses informations sur les propriétés atomiques et nucléaires peuvent être obtenues par la méthode de la Résonance Magnétique dans les états atomiques excités. Depuis les premières expériences de BROSSSEL sur le niveau 6^3P_1 des différents isotopes du mercure (1), la méthode de détection optique de la Résonance Magnétique a été appliquée avec succès à d'autres cas, en particulier à certains niveaux de la série principale des métaux alcalins, aux niveaux de résonance du mercure et du zinc (2). La méthode d'excitation par bombardement électronique combinée avec la détection optique de la résonance magnétique permet d'atteindre des niveaux plus nombreux encore (3). On peut ainsi mesurer l'effet Stark des niveaux excités, leurs structures hyperfines, leurs durées de vie, les moments dipolaires magnétiques et quadrupolaires électriques des noyaux. C'est en étudiant l'effet Stark du niveau 6^3P_1 des différents isotopes du mercure que BLAMONT découvrit un effet nouveau (4)(5) dont l'étude fait l'objet du présent travail.

Dans le cas du mercure, le calcul permet de prévoir la forme de la raie de résonance magnétique; en l'absence de champ électrique créant un effet Stark, la largeur est déterminée théoriquement par la largeur naturelle des niveaux excités entre lesquels s'effectue la transition, à laquelle s'ajoute un élargissement causé par la radiofréquence (1). BROSSSEL observa des raies dont la forme était en excellent accord avec la formule théorique; l'étude de leurs largeurs le conduisit à conclure que la

durée de vie τ du niveau 6^3P_1 des différents isotopes du mercure était $\tau = 1,55 \cdot 10^{-7}$ sec.; cette valeur était nettement supérieure à celles résultant des déterminations antérieures dues aux méthodes traditionnelles de l'optique (6). BLAMONT, reprenant à l'occasion de ses recherches les mesures de BROSEL dans d'autres conditions expérimentales, obtint une valeur différente. Faisant varier de façon systématique les conditions des mesures, il constata que la grandeur, que nous désignerons désormais par T, interprétée tout d'abord comme étant la durée de vie du niveau 6^3P_1 d'un atome de mercure isolé, dépendait en réalité de ces conditions. En particulier, la variation de T avec la pression de vapeur du mercure dans la cellule où l'on effectue la double résonance est considérablement plus grande que les erreurs accidentelles possibles. Le sens de l'effet est inattendu : à densité de vapeur élevée, les chocs interatomiques deviennent plus nombreux et tendent à abrégier la durée pendant laquelle les atomes excités sont soumis sans perturbation à la radiofréquence; on s'attend donc à trouver un élargissement des raies en vertu de la relation d'incertitude. Or au contraire, T augmente, c'est-à-dire que les raies de résonance magnétique s'affinent quand la pression de vapeur de mercure augmente; on ne peut donc pas attribuer le phénomène à des collisions. Il devenait évident que T n'est pas égal à la durée de vie vraie du niveau (que nous continuerons à désigner par τ) et il était important de comprendre l'origine de l'affinement des raies de manière qu'aucune équivoque ne puisse subsister sur les autres résultats des mesures et que l'on connaisse les précautions à

prendre pour mesurer τ au moyen de la méthode de résonance magnétique.

Suivant une suggestion de J. BROSSEL, ces effets ont été attribués à la diffusion multiple des photons optiques de la raie de résonance 2537 \AA par les atomes de mercure soumis à la double résonance. Aux pressions de vapeur élevées, un photon émis par un atome excité qui retombe à l'état fondamental a une forte probabilité d'être réabsorbé par un autre atome de mercure à l'intérieur même de la cellule de résonance. Un photon issu de la source lumineuse et absorbé par un atome de mercure dans la cellule peut être ainsi réémis et réabsorbé plusieurs fois avant de sortir de la cellule. C'est le phénomène de la résonance secondaire ou diffusion multiple. D'autres effets bien connus sont dûs également, au moins dans le cas du mercure, à la diffusion multiple (emprisonnement et dépolarisation de la raie de résonance optique). Après avoir rappelé en détail les conditions de la méthode de double résonance dans le cas du mercure, nous exposerons les raisons qui ont conduit BROSSEL à cette conclusion (chapitre I). Le chapitre II comportera l'étude théorique des effets de la diffusion multiple. Dans les chapitres III et IV enfin, nous décrirons les dispositifs expérimentaux utilisés et les méthodes de mesures et nous exposerons les résultats obtenus.

I - GENERALITES SUR LA METHODE DE DOUBLE
RESONANCE APPLIQUEE AU NIVEAU 6^3P_1 DU MERCURE

1) Structure du niveau 6^3P_1 et de la raie de résonance 2537 \AA

Les premiers niveaux de l'atome de mercure sont représentés sur la figure 1. Le niveau fondamental 6^1S_0 a un moment angulaire $J = 0$; par suite, les isotopes de masse atomique paire sans spin nucléaire n'ont pas de décomposition Zeeman, alors que les isotopes impairs à spin nucléaire ont un effet Zeeman dû uniquement au moment magnétique du noyau. Le 1er niveau excité est le niveau 6^3P_1 , de moment angulaire électronique $J = 1$, relié au niveau fondamental par la raie d'intercombinaison $6^1S_0 - 6^3P_1$ (2537 \AA). Son facteur de Landé, déterminé par BROUSSEL dans le cas des isotopes pairs (1) vaut $g_J = 1,4838$.

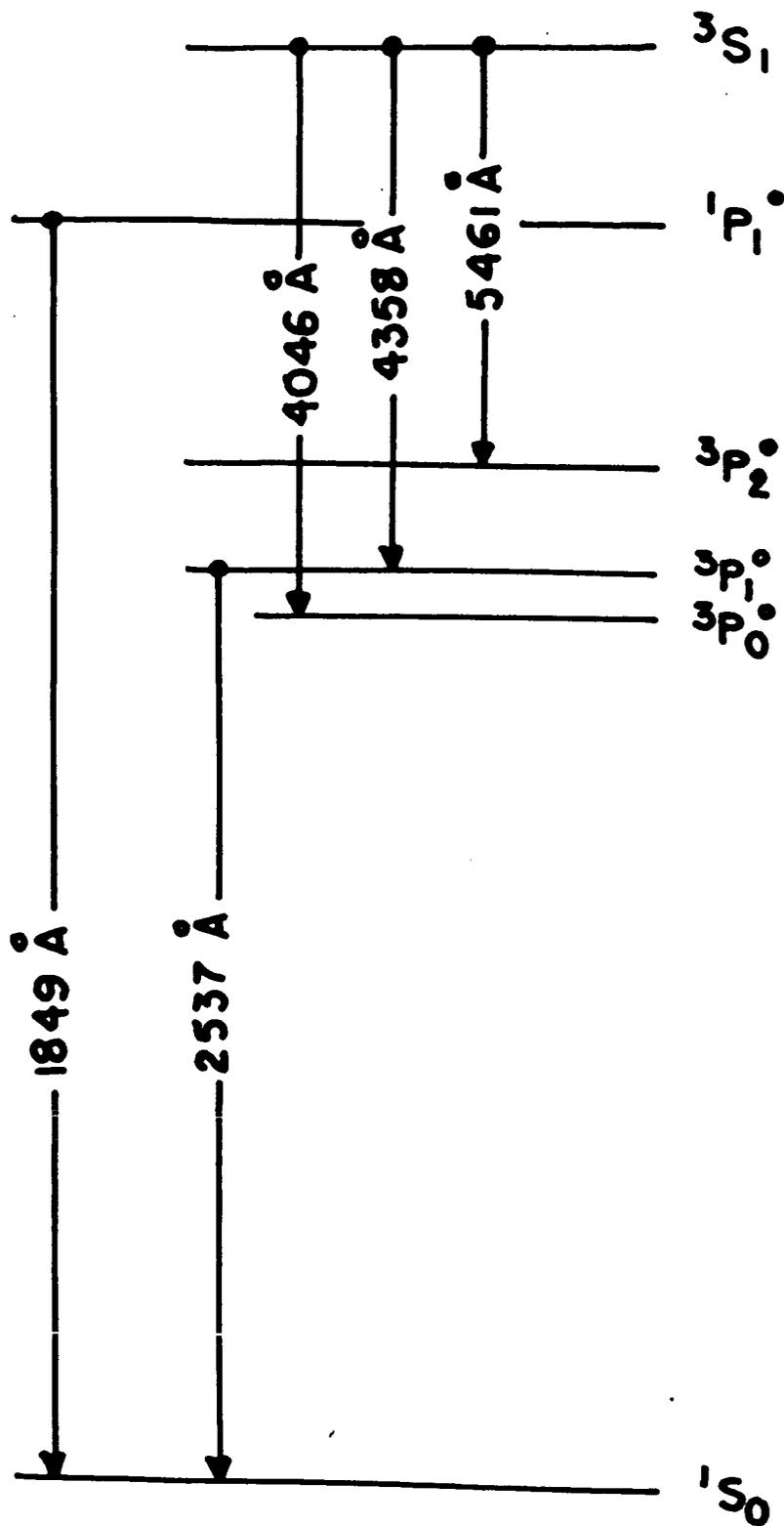
Le mercure naturel contient plusieurs isotopes stables dont le tableau 1 (page 4 bis) donne l'abondance relative et les spins nucléaires I . Il en résulte une structure hyperfine complexe de la raie 2537 \AA , analysée par SCHULER et KEYSTON, et plus récemment par BITTER, SAGALYN et MELISSINOS (7). Pour un isotope impair déterminé, le niveau excité 6^3P_1 est décomposé en niveaux hyperfins caractérisés par le nombre quantique F ($|I - J| \leq F \leq I + J$, avec ici $J = 1$), qui représente la grandeur du moment cinétique total $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ de l'atome. Le niveau fondamental pour lequel $J = 0$ reste simple; la raie d'un isotope impair est donc décomposée en $2J + 1$ ou $2I + 1$ composantes (selon que $J < I$ ou $J > I$). En outre, les centres de gravité des composantes de la raie de chaque isotope impair et les raies des isotopes pairs ne coïncident pas en raison du déplacement isotopique

TABEAU 1

Composition du mercure naturel et des mélanges isotopiques utilisés

isotope	spin nucléaire I	Hg naturel	Mélange n° 1	n° 2	3	4	5	6	7
^{196}Hg	0	0,15%	0,01		0,02		0,03	0,03	0
^{198}Hg	0	10,1%	0,23	98	1,3	0,0	7,93	1,4	0,107
^{199}Hg	1/2	17%	0,28	< 2	0,9	0,1	73,1	2,7	0,379
^{200}Hg	0	23,3%	1,34		91,3	0,2	11,37	5,6	3,59
^{201}Hg	3/2	13,2%	0,83		1,6	0,2	2,26	72	85,9
^{202}Hg	0	29,6%	96,45		4,6	0,5	4,25	17,3	9,87
^{204}Hg	0	6,7%	0,84		0,4	98,7	0,10	1,2	0,098

fig 1



Les figures 2 et 3 donnent la structure hyperfine de l'ensemble de la raie (7).

Cette structure présente une particularité très importante : si l'on écarte certaines coïncidences approchées accidentelles, la distance des composantes est grande devant la largeur Doppler de chacune d'elles, qui est de $35 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. En conséquence, si l'on dispose d'une source lumineuse contenant un isotope tel que ^{200}Hg ou ^{202}Hg pur, et dont la largeur de raie d'émission n'est guère supérieure à la largeur Doppler, les photons émis par cette source ne peuvent exciter dans un mélange isotopique quelconque que les atomes de cet isotope. Dans la diffusion multiple, les photons réémis et réabsorbés gardent la longueur d'onde primitive, dans les limites de la forme Doppler de la raie, et par suite les seuls atomes qui les diffusent sont ceux de cet isotope. La diffusion multiple se produit ainsi sur cet isotope indépendamment de la présence des autres isotopes qui n'interviennent pas plus qu'un diluant inerte. Il en est de même pour les composantes des isotopes impairs ou des isotopes ^{198}Hg ou ^{204}Hg , pourvu que la concentration dans la cellule de résonance des isotopes dont une composante coïncide accidentellement avec la composante étudiée soit suffisamment faible. Ainsi dans un mélange isotopique enrichi en ^{201}Hg et contenant une très faible concentration de ^{199}Hg , de ^{204}Hg et de ^{198}Hg , la diffusion multiple se fera indépendamment pour chacune des composantes a, b, c, de la raie 2537 \AA . (fig. 2 et 3).

On peut en outre profiter des coïncidences accidentelles pour exciter sélectivement une composante hyperfine d'un isotope impair. Par exemple, une excitation par une source contenant l'isotope ^{204}Hg pur excitera

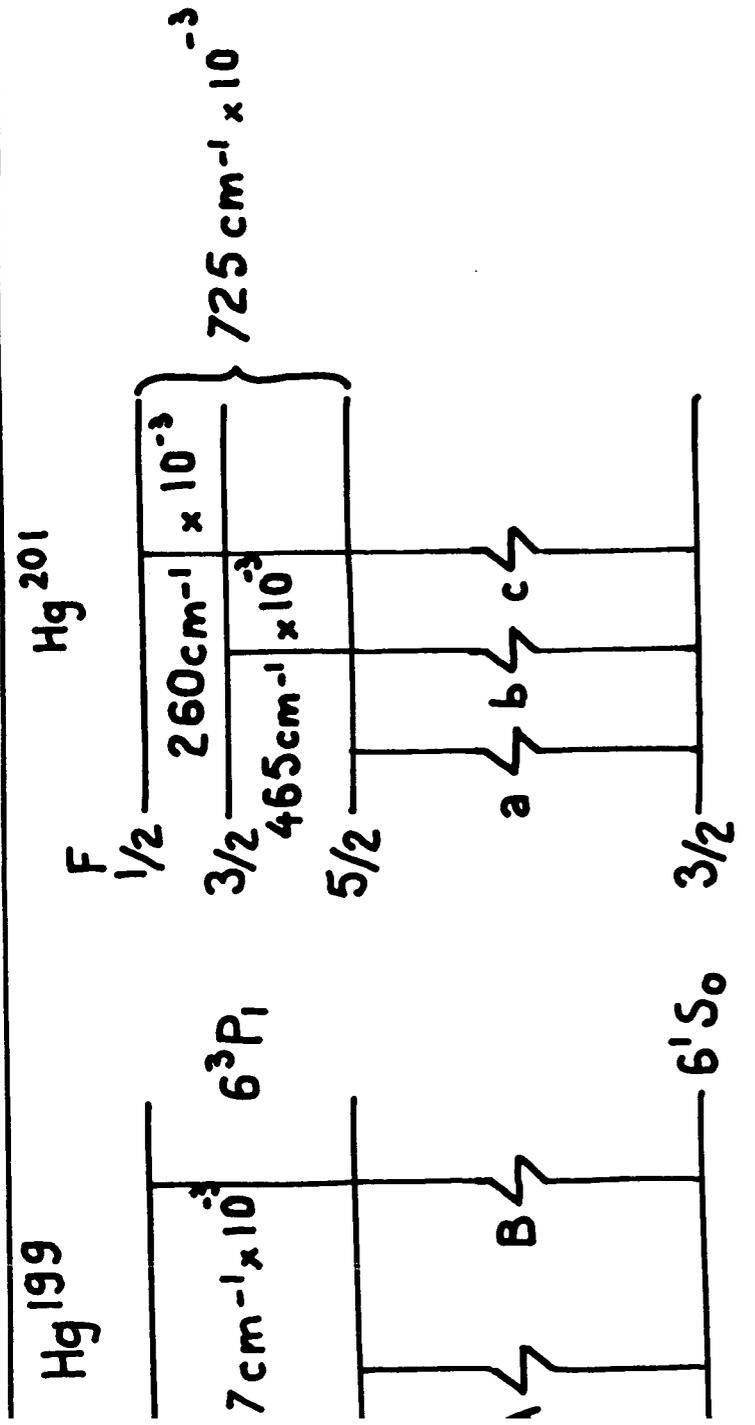


fig 3

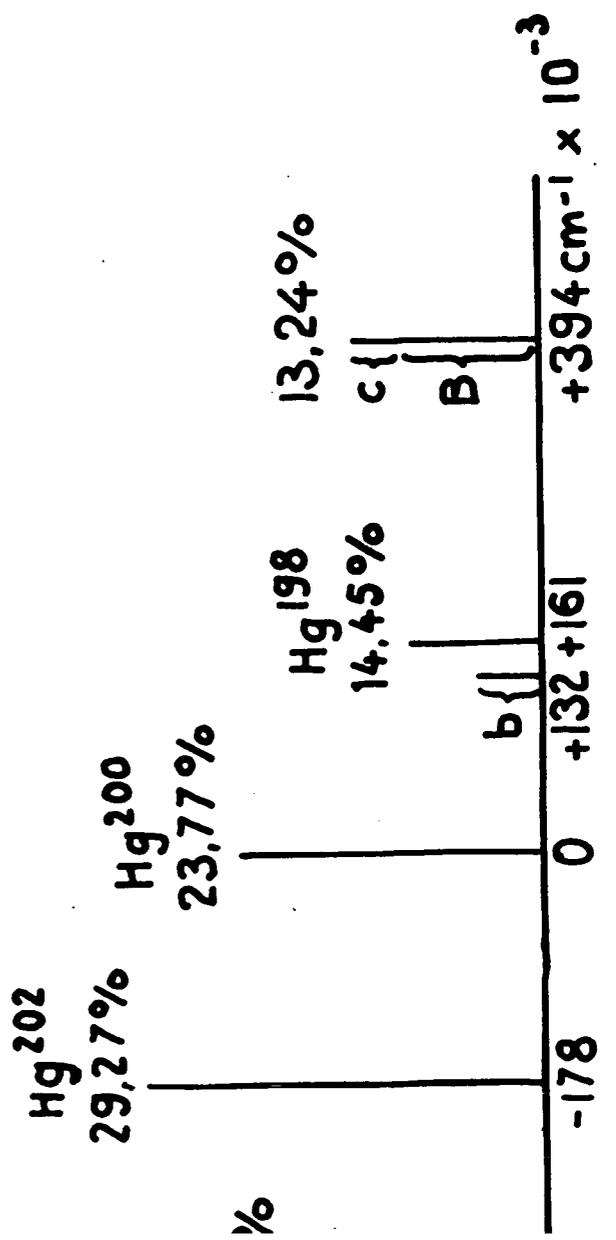


fig 2

sélectivement la composante a du ^{201}Hg dans un mélange enrichi en cet isotope.

TABLEAU 2

Valeurs de g_F pour les différents niveaux hyperfins

	I	F	g_F
Isotopes pairs	0	1	3/2
^{199}Hg	1/2	1/2 3/2	2 1
^{201}Hg	3/2	1/2 3/2 5/2	-1 2/5 3/5

En présence d'un champ magnétique, chaque niveau subit une décomposition Zeeman en $2F + 1$ sous-niveaux ($2J + 1 = 3$ pour les isotopes pairs). Le tableau 2 donne les facteurs de Landé g_F des différents niveaux (ou plus exactement les rapports $\frac{g_F}{g_J} \times \frac{3}{2}$ en négligeant le facteur de Landé nucléaire g_I). Nous avons toujours opéré dans des champs faibles, de 100 gauss au plus, dans lesquels l'effet Zeeman est petit devant l'effet Doppler et a fortiori devant la structure hyperfine. Les effets de découplages \vec{I}, \vec{J} restent très faibles et les conclusions précédentes sont encore valables.

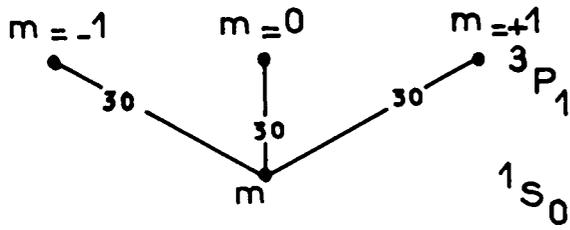
2) Polarisation de la raie 2537 Å

La figure 4 donne le tableau des différentes composantes Zeeman de chaque composante hyperfine de la raie 2537 Å, avec les valeurs relatives de leurs probabilités de transition et leurs états de polarisation. Dans le cas des isotopes impairs, les valeurs numériques sont valables en champ assez faible pour que le découplage $\vec{I} \cdot \vec{J}$ soit négligeable (effet Zeeman petit devant la structure hyperfine).

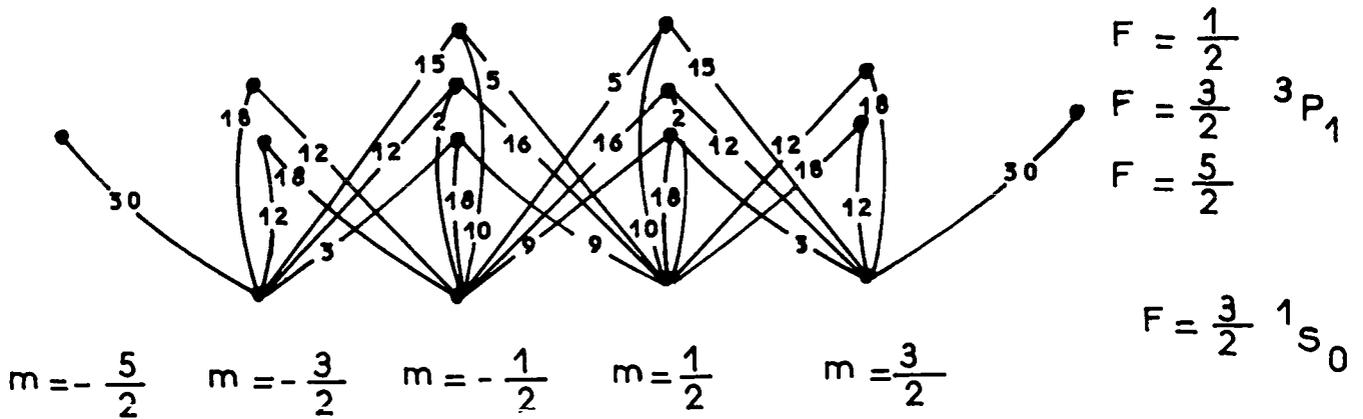
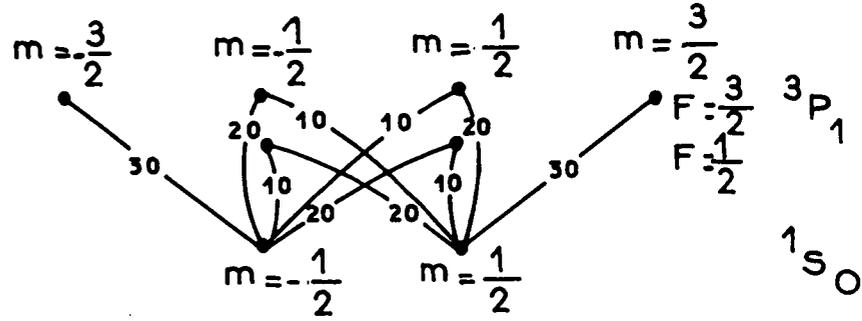
Si on éclaire avec la raie 2537 Å une cuve contenant de la vapeur de mercure, la lumière de résonance observée possède un état de polarisation qui dépend, entre autres, de la direction et de la polarisation de la lumière incidente, de la direction d'observation, de la direction et de la grandeur du champ magnétique. Nous prendrons toujours pour axe Oz du système de coordonnées de référence un axe parallèle au champ magnétique statique \vec{H}_0 . Si l'on observe dans une direction perpendiculaire à Oz telle que Ox, la lumière réémise est une superposition de lumière π (vecteur électrique parallèle à Oz) d'intensité I_π , et de lumière σ (vecteur électrique parallèle à Oy) d'intensité I_σ (fig. 5, page 19). Si l'excitation a lieu en lumière π (par exemple par une lumière incidente de direction Oy, de vecteur électrique parallèle à Oz), nous désignerons par $I_\pi^{(\pi)}$ et $I_\sigma^{(\pi)}$ ces intensités et le taux de polarisation P_π de la lumière réémise sera par définition :

$$P_\pi = 100 \frac{I_\pi^{(\pi)} - I_\sigma^{(\pi)}}{I_\pi^{(\pi)} + I_\sigma^{(\pi)}} \quad (I, 1).$$

(a) Hg isotopes pairs $I=0$



(b) Hg¹⁹⁹ $I=1/2$



(c) Hg²⁰¹ $I=3/2$

Fig. 4

En excitation σ (lumière de direction Oy, de vecteur électrique parallèle à Ox - ou lumière naturelle de direction Oz, superposition incohérente de σ_+ et σ_-) nous les désignerons par $I_{\pi}(\sigma)$ et $I_{\sigma}(\sigma)$; le taux de polarisation P_{σ} sera

$$P_{\sigma} = 100 \frac{I_{\sigma}(\sigma) - I_{\pi}(\sigma)}{I_{\sigma}(\sigma) + I_{\pi}(\sigma)} \quad (I, 2).$$

Enfin, si le champ magnétique est assez faible pour que l'effet Zeeman ne soit pas très grand devant la largeur naturelle des niveaux, la lumière réémise le long de Oz est polarisée (8)(9).

Si on excite le long de Oy avec un vecteur électrique parallèle à Ox, nous désignerons par I_x et I_y les intensités réémises dans la direction Oz avec des vecteurs électriques parallèles à Ox et Oy respectivement et le taux de polarisation sera

$$P = 100 \frac{I_x - I_y}{I_x + I_y} \quad (I, 3) ;$$

à la limite où $H_0 \rightarrow 0$, $P \rightarrow P_0$, qui doit se confondre avec P_{π} en raison du principe de stabilité spectroscopique (9).

Si il s'agit d'un phénomène de résonance optique simple, le calcul des taux de polarisation P_{σ} , P_{π} (ou P_0) se fait aisément dans le cas de l'excitation sélective d'une composante hyperfine, au moyen des probabilités de transition données par la fig. 4. On en déduit les valeurs théoriques pour un mélange isotopique donné éclairé par une source dont la répartition d'intensité sur les diverses composantes hyperfines est connue. Ainsi pour un isotope pair excité sélectivement, on prévoit que $P_{\pi} = P_{\sigma} = P_0 = 100$. Pour le mercure naturel excité par une source de mercure naturel, les résultats théoriques sont donnés dans le tableau 3 (page 9) dans le cas d'une excitation de type "broad line" (répartition uniforme de l'intensité lumineuse sur

toutes les composantes) ou "narrow line" (chaque composante ayant une intensité proportionnelle au poids statistique du niveau excité correspondant et à la concentration de l'isotope envisagé).

TABLEAU 3

Taux de polarisation théoriques dans le cas d'une diffusion
simple par Hg naturel

Excitation	P_{σ}	$P_{\pi} = P_{\circ}$
"broad line"	73, 50	84, 7
"narrow line"	81, 2	88, 7

Les valeurs expérimentales sont toujours inférieures en fait aux valeurs théoriques. De nombreuses études ont été faites sur la variation du taux de polarisation en fonction de la pression de vapeur du mercure (10). On constate que celui-ci diminue quand la pression de vapeur augmente. Ce phénomène est fréquemment attribué à des collisions interatomiques, produisant des transitions entre sous-niveaux Zeeman du niveau excité. Les expériences faites par Mlle ROLLET (10) dans le cas d'un isotope pair pur ont montré qu'il est dû en réalité à la diffusion multiple, au moins dans le cas du mercure à des pressions de vapeur inférieures à 10^{-3} mm. Un argument décisif en faveur de cette interprétation est que chaque isotope pair se comporte

indépendamment des autres en ce qui concerne cette variation. Le mécanisme du phénomène peut être compris au moyen d'une image classique : une lumière incidente π par exemple excite un atome A d'un isotope pair dans le niveau $m = 0$ de l'état 6^3P_1 (fig. 6, page 19) ; l'atome A rayonne alors comme une antenne parallèle à Oz. Le rayonnement qu'il émet vers un autre atome B du même isotope a un vecteur électrique \vec{E} parallèle à la projection de Oz sur un plan perpendiculaire à AB. En B, \vec{E} a une composante \vec{E}_π parallèle à Oz et une composante \vec{E}_σ perpendiculaire à Oz, que l'on peut encore décomposer en 2 composantes $\vec{E}_{\sigma+}$ et $\vec{E}_{\sigma-}$ tournant en sens inverses dans un plan perpendiculaire à Oz. Ces 3 composantes ont les états de polarisation requis pour exciter l'atome B dans les niveaux $m = 0, +1, -1$ respectivement. Mais le rayonnement émis par A dans la direction AB a sa longueur d'onde déplacée par effet Doppler en raison du mouvement de l'atome et il en est de même du rayonnement venant de cette direction que B peut absorber. La vitesse relative peut se trouver telle que la longueur d'onde d'une composante σ_+ ou σ_- de B coïncide ainsi avec celle de la composante π émise par A. B est alors excité en σ_+ ou σ_- et un observateur recevant le rayonnement émis par B reçoit de la lumière σ alors que l'excitation de A a eu lieu en lumière π . Quand l'effet Zeeman est beaucoup plus petit que la largeur Doppler de la raie d'absorption, la probabilité pour que les 2 atomes soient sans vitesse relative ou avec une vitesse relative convenable pour que la dépolarisation ait lieu est sensiblement la même. Il est clair que la dépolarisation devient de plus en plus notable après chaque rediffusion. Il en résulte la diminution constatée du taux de

polarisation quand la pression de vapeur augmente.

3) Forme de la raie de résonance magnétique en l'absence de diffusion multiple (1, 11)

La méthode de BROUCEL-BITTER consiste à créer une dissymétrie de population entre les sous-niveaux Zeeman de l'état 6^3P_1 en excitant les atomes par la raie 2537 \AA convenablement polarisée. Le taux de polarisation de la lumière de résonance optique réémise résulte de cette inégalité de population; cette dernière diminue si l'on induit par un champ de haute fréquence des transitions entre les sous-niveaux, et le changement du taux de polarisation qui en résulte permet de détecter la résonance magnétique.

Reproduisons le raisonnement fait par BROUCEL pour obtenir la forme de la raie.

Intéressons-nous au cas d'un sous-niveau hyperfin F d'un isotope déterminé ($F = J = 1$ pour un isotope pair). Nous désignerons par :

- N_m la population du sous-niveau Zeeman m à l'état stationnaire
- n_m le nombre d'atomes portés par unité de temps dans l'état m par absorption de rayonnement.
- $A\pi^m$ et $A\sigma^m$ les probabilités de transition π et σ partant du niveau m (cf. fig. 4), mais normalisées de telle sorte que $A\pi^m + A\sigma^m = 1$.
- $P(F, m, m'; t)$ la probabilité pour qu'un atome soit dans le niveau m' à l'instant t sachant qu'il était dans le niveau m à l'instant 0.

Le nombre d'atomes portés dans le niveau m pendant un intervalle dt , antérieur de la durée t à l'instant d'observation, est $n_m dt$. Le nombre de ces atomes passés au niveau m' à l'instant d'observation serait $n_m dt \times P(F, m, m'; t)$ en l'absence d'émission spontanée. Mais seule la fraction $e^{-t/\tau}$ de ces atomes est restée dans l'état excité. $N_{m'}$ s'obtient en ajoutant les contributions de tous les niveaux m avec toutes les valeurs de t possibles :

$$N_{m'} = \sum_m \int_0^{\infty} e^{-t/\tau} n_m dt P(F, m, m'; t) \quad (I, 4)$$

et les intensités I_{π} et I_{σ} réémises sont proportionnelles à $\sum_{m'} A_{\pi}^{m'} N_{m'}$ et $\sum_{m'} \frac{1}{2} A_{\sigma}^{m'} N_{m'}$, respectivement. En pratique, on observe I_{π} ou I_{σ} ou une combinaison linéaire des deux.

Si l'excitation optique est en lumière π ou σ (σ_+ et σ_- simultanément), la résonance magnétique n'est observable que si $F > 1/2$. Si on suppose en outre le champ magnétique assez faible pour que F soit un bon nombre quantique (découplage \vec{I}, \vec{J} négligeable, sous-niveaux Zeeman équidistants), on trouve que les variations lors de la résonance de I_{π} et I_{σ} sont proportionnelles à l'expression suivante (1, 11, 12) :

$$B(\Omega, \gamma, H_1, \tau) = \frac{K \rho^2 (1 + \rho^2 + 4\Omega^2 \tau^2)}{(1 + 4\rho^2 + 4\Omega^2 \tau^2) (1 + \rho^2 + \Omega^2 \tau^2)} \quad (I, 5)$$

soit pratiquement, pour $\rho^2 < 3$: $\Delta\omega^2 \approx \frac{4}{\tau^2} (1 + 6,13 \rho^2)$ (1, 8)

formule approchée valable à 1% près.

Pour $\Omega = 0$, l'amplitude à résonance de la courbe est

$$B_0(\gamma H_1 \tau) = B(0, \gamma H_1, \tau) = \frac{K \rho^2}{1 + 4 \rho^2} \quad (1, 9)$$

On pose $y = \frac{H_1^2}{B_0} = K' (1 + 4 \rho^2)$ (1, 10)

où K et K' sont des constantes.

Expérimentalement, H_1 est mesuré en valeur relative, et par suite, à partir des courbes, on connaît y à un facteur constant près. Si on porte les grandeurs $\Delta\omega^2$ et y mesurées en fonction de H_1^2 qui est proportionnel à ρ^2 , on doit obtenir des droites qui permettent de déterminer τ et la valeur numérique de ρ^2 pour chaque courbe. On peut alors tracer un réseau de courbes théoriques correspondant au même τ et aux mêmes valeurs de ρ^2 et le comparer au réseau expérimental. γ étant connu par la position de l'axe de symétrie des courbes, le réseau théorique dépend de 3 paramètres (τ , K et la valeur absolue de H_1 pour une courbe). L'accord entre les réseaux théoriques et les réseaux expérimentaux obtenus par BROSEL était excellent. Il était ainsi arrivé à la valeur $\tau = 1,55 \cdot 10^{-7}$ sec. en excitant par une source à mercure naturel du type "broad line" une cellule contenant du mercure naturel, à sa pression de vapeur saturante à 0°C. Les mesures effectuées sur les résonances du niveau F = 3/2 de l'isotope ^{201}Hg (en champ assez intense) l'avaient conduit à des valeurs très voisines (1).

4) Effets de la diffusion multiple sur la résonance magnétique

Ces résultats ont été remis en cause par BLAMONT qui, au cours de ses recherches sur l'effet Stark du niveau 6^3P_1 , fut amené à reprendre les mesures de BROSSEL (4). Les réseaux de courbes expérimentales qu'il obtenait étaient dans tous les cas en excellent accord avec la formule (1, 5), mais à condition de remplacer dans cette formule la durée de vie τ par un paramètre T variant dans de larges limites lorsqu'il changeait la forme et les dimensions de la cellule de résonance, la source lumineuse excitatrice, et surtout la densité de vapeur du mercure dans la cellule. Des expériences détaillées entreprises alors (5)(13) conduisirent à attribuer cet effet à la diffusion multiple. Notons encore le sens inattendu de l'effet : le paramètre T est une fonction croissante de la densité de vapeur du mercure, c'est-à-dire que dans un certain domaine de densités de vapeur, les raies de résonance magnétique sont d'autant plus fines que la densité est plus élevée. L'effet peut être qualifié de grand si on le compare aux erreurs d'expérience accidentelles (T pouvant varier par un facteur de l'ordre de 3), mais il reste relativement petit si on le compare à la variation correspondante de la densité de vapeur p (augmentant en même temps par un facteur de l'ordre de 1000).

Les arguments suivants ont permis cette interprétation, et ont confirmé l'attribution à la diffusion multiple de la dépolarisation de la raie de résonance :

a) Si des collisions (au sens de la théorie cinétique) intervenaient dans l'effet de dépolarisation, elles diminueraient le temps qu'un atome passe sans perturbation dans un sous-niveau Zeeman déterminé, donc élargiraient les raies quand p augmente; or on observe au contraire un affinement.

b) Le taux de polarisation, comme le paramètre T , dépendant à une densité de vapeur déterminée, de la forme et des dimensions des cellules, tout comme le nombre moyen de diffusions d'un photon par les atomes qu'elles contiennent. Au contraire, cette dépendance ne peut se comprendre si seules intervenaient des collisions.

c) Des mesures ont été faites en excitant par la même source contenant un échantillon de mercure très enrichi en ^{202}Hg (mélange n° 1, tableau 1), 2 cellules identiques contenant l'une du mercure naturel, l'autre le même échantillon enrichi en ^{202}Hg (5, 12, 13). Elles ont montré que les phénomènes de dépolarisation et d'affinement des raies ne dépendent, pour une géométrie donnée, que du nombre N par cm^3 d'atomes diffusant effectivement le rayonnement (c'est-à-dire ici appartenant à l'isotope ^{202}Hg) et non de la présence des autres isotopes. Ceci élimine une interprétation par des collisions entre atomes d'isotopes différents et s'interprète au contraire aisément par la diffusion multiple.

d) Notons qu'à basse densité de vapeur, où la diffusion multiple ne doit plus intervenir, toutes les mesures ont conduit à $T = 1,18 \cdot 10^{-7}$ sec, valeur que nous pensons être la durée de vie vraie τ de l'atome isolé.

e) Qualitativement, l'affinement des raies peut se comprendre au moyen de la quatrième relation d'incertitude d'HEISENBERG. Le temps moyen qui s'écoule entre l'absorption et la réémission d'un photon par un atome est la durée de vie τ du niveau excité; n absorptions et réémissions successives nécessitent en moyenne un temps $n \tau$. Il en résulte l'augmentation avec la densité de vapeur du temps d'emprisonnement τ' du rayonnement réémis, mesuré par divers auteurs (14) : par définition, τ' est la constante de temps avec laquelle son intensité diminue si on coupe brusquement le flux lumineux excitateur. τ' tend vers τ aux très basses pressions de vapeur. On peut considérer que τ' représente le temps moyen de la mesure d'effet Zeeman effectuée par la méthode de double résonance. L'incertitude $\Delta\omega$ sur la position de la raie, c'est-à-dire sa largeur limite pour un champ de radiofréquence nul, est alors bien une fonction décroissante de la densité de vapeur, puisque le temps de la mesure τ' en est une fonction croissante. Notons toutefois que ce raisonnement prévoit une largeur des raies égale à $\frac{2}{\tau'}$. Or la largeur limite $2/T$ des raies de résonance magnétique décroît beaucoup moins vite que $2/\tau'$ lorsque p croît ($\tau' \simeq 1000 \tau$ par exemple dans une zone de valeurs de p pour laquelle $T \sim 3 \tau$).

A ces arguments d'ordre qualitatif sont venus s'ajouter d'autres arguments d'ordre quantitatif, tirés de la comparaison entre les résultats expérimentaux et les prévisions fondées sur la théorie de l'effet, exposée au chapitre II. Nous les examinerons au chapitre IV.

5) Caractère cohérent de la diffusion multiple

L'interprétation que nous avons donnée jusqu'ici ne faisait intervenir que la notion de population des niveaux atomiques. La fonction d'onde d'un atome A excité à l'instant t est

$$\psi^A(t) = \sum_m C_m^A(t) \psi_m^A$$

les ψ_m^A étant les fonctions d'onde représentant l'atome A dans les sous-niveaux Zeeman m, et les $C_m^A(t)$ étant des coefficients tels que

$\sum_m |C_m^A(t)|^2 = 1$, dont l'évolution dans le temps est déterminée par l'équation de Schrödinger, en tenant compte des effets de la radiofréquence. Les populations des niveaux excités m sont $N_m = \sum_{A, B, \dots} |C_m^A(t)|^2$, la somme portant sur tous les atomes A, B...

Nous dirons que la diffusion multiple serait de type incohérent si l'atome A émettait des intensités lumineuses π , σ_+ , σ_- , incohérentes entre elles, ne dépendant que des $|C_m^A|^2$. Dans un tel phénomène, un atome B serait excité par des intensités lumineuses incohérentes, venant des atomes qui l'entourent; les probabilités de présence $|C_m^B|^2$ seules seraient déterminées lors de l'absorption de rayonnement par B. Une telle interprétation permet de comprendre l'augmentation du temps d'emprisonnement τ et la dépolarisation de la lumière de résonance optique quand la densité de vapeur augmente. Mais elle ne permet en aucun cas de comprendre l'affinement des raies de résonance magnétique.

En effet, si B est éclairé par une lumière d'intensité constante et de polarisation fixe, quand on fait agir sur lui la résonance magnétique, le signal de résonance magnétique qu'il émet est donné par la formule (I, 5).

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This ensures transparency and allows for easy verification of the data.

In addition, the document outlines the procedures for handling discrepancies. If there is a difference between the recorded amount and the actual amount received or paid, it is crucial to investigate the cause immediately. This could be due to a clerical error, a missing receipt, or a more serious issue like fraud.

The document also covers the process of reconciling accounts. This involves comparing the internal records with the bank statements to ensure they match. Any differences should be identified and explained. Regular reconciliation helps in detecting errors early and maintaining the integrity of the financial data.

Finally, the document stresses the need for confidentiality. Financial information is sensitive and should only be shared with authorized personnel. Proper access controls and secure storage of records are essential to protect the organization's assets and reputation.

The second part of the document provides a detailed overview of the accounting cycle. It consists of eight steps that ensure all financial transactions are properly recorded and summarized.

1. Identify and record all business transactions.
2. Journalize the transactions in the general journal.
3. Post the journal entries to the appropriate T-accounts in the ledger.
4. Prepare a trial balance to check for equality of debits and credits.
5. Adjust the accounts for accruals, deferrals, and other adjustments.
6. Prepare financial statements including the income statement, balance sheet, and statement of cash flows.
7. Close the temporary accounts (revenues, expenses, and dividends) to the permanent accounts (retained earnings).
8. Prepare a post-closing trial balance to verify the accuracy of the closing process.

Each step is explained in detail, including the necessary journal entries and ledger postings. The document also provides examples to illustrate how these steps are applied in a real-world scenario.

Furthermore, the document discusses the importance of internal controls. These are policies and procedures designed to prevent and detect errors and fraud. Key internal controls include segregation of duties, authorization of transactions, and independent verification.

The document concludes by highlighting the role of the accounting department in providing accurate and timely financial information to management. This information is essential for making informed decisions and ensuring the long-term success of the organization.

Mais dans l'hypothèse de la diffusion incohérente, la lumière que reçoit B vient en partie d'autres atomes soumis eux aussi à la résonance magnétique; par suite, elle se dépolarise si l'on approche de la condition de résonance $\omega = \gamma H_0 = \omega_0$. Il en résulte une diminution de l'inégalité des probabilités de présence $\left| C_m^B \right|^2$ lorsque B absorbe le rayonnement, et le signal émis par B est plus petit que le signal donné par la formule (I, 5). L'effet est d'autant plus important que l'on est plus près de la condition de résonance. En d'autres termes, l'hypothèse précédente conduit à conclure que la contribution de B à la raie de résonance observée est élargie par rapport à ce qu'elle serait d'après la formule (I, 5) (étant plus diminuée au centre de la raie que sur les ailes). La superposition d'un grand nombre de phénomènes de ce type ne pourrait que donner des raies élargies, et on n'observerait en aucun cas des raies 3 fois plus fines que leur largeur naturelle $2/\tau$. Cette hypothèse, trop simpliste, doit donc être rejetée.

Il faut au contraire tenir compte en détail des effets de cohérence entre les coefficients C_m^A , C_m^B , etc... qui doivent être reliés entre eux en grandeur et en phase. Le calcul, qui doit être mené en utilisant l'équation de Schrödinger, tenant compte de la Théorie Quantique du Rayonnement, fait l'objet du chapitre II.

Main body of handwritten text, consisting of several paragraphs of cursive script.

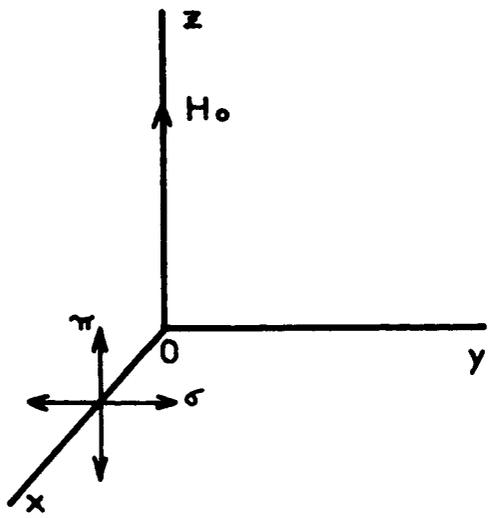


Fig. 5

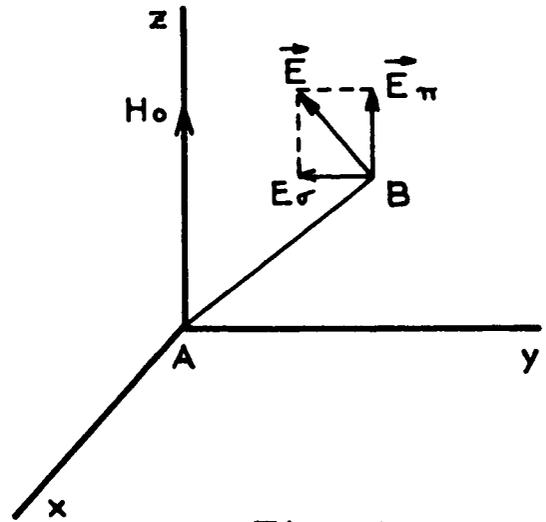


Fig. 6

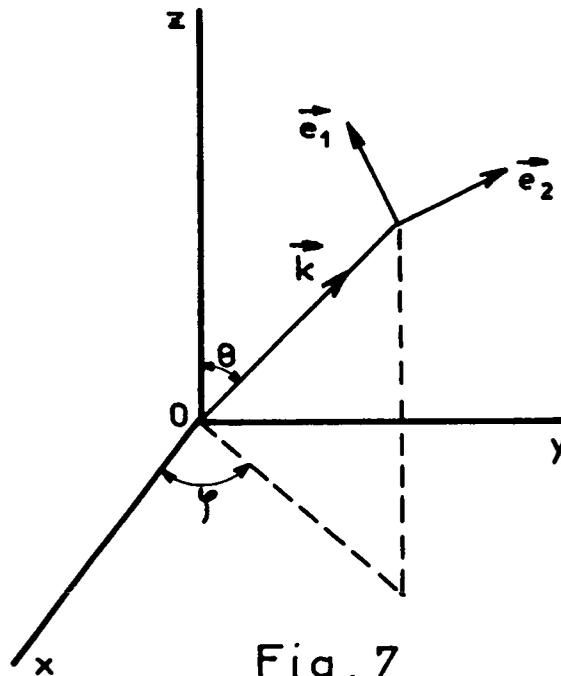


Fig. 7

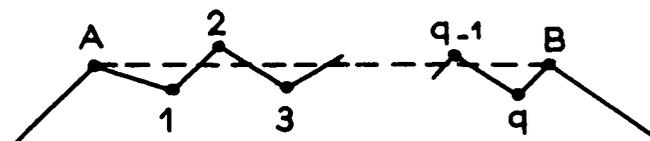


Fig. 8

II - ETUDE THEORIQUE DES EFFETS DE LA DIFFUSION MULTIPLE

1) Introduction

L'étude théorique du phénomène impose de reprendre à la base

- la théorie de l'absorption et de l'émission des photons par un système atomique.
- le problème même de la résonance magnétique dans l'état excité d'un atome, puisque le raisonnement de BROUILLON donné au chapitre I, paragraphe 3, valable dans le cas d'un seul atome, ne permet de déterminer que les intensités lumineuses émises par l'intermédiaire des populations des niveaux.

Les calculs que nous avons faits s'appliquent essentiellement au cas du mercure, c'est-à-dire d'une transition optique entre un niveau fondamental pour lequel $J = 0$ et un niveau excité de résonance pour lequel $J = 1$; on suppose en outre que le noyau de l'atome a un spin nucléaire I et que la structure hyperfine est grande devant la largeur Doppler de la raie, si bien que la diffusion multiple se produit indépendamment pour chaque composante hyperfine. Les résultats obtenus sont également valables pour toute transition optique reliant 2 niveaux de moments angulaires quelconques (qui correspondent aux moments angulaires I et F de notre calcul) pourvu que la raie correspondante soit bien isolée dans le spectre. Ainsi le calcul ne serait pas valable dans le cas du sodium dont chacune des 2 raies de résonance D_1 et D_2 a

1. The first part of the document is a letter from the author to the editor of the journal.

2. The second part is a letter from the editor to the author.

3. The third part is a letter from the author to the editor.

4. The fourth part is a letter from the editor to the author.

5. The fifth part is a letter from the author to the editor.

6. The sixth part is a letter from the editor to the author.

7. The seventh part is a letter from the author to the editor.

8. The eighth part is a letter from the editor to the author.

9. The ninth part is a letter from the author to the editor.

10. The tenth part is a letter from the editor to the author.

11. The eleventh part is a letter from the author to the editor.

12. The twelfth part is a letter from the editor to the author.

13. The thirteenth part is a letter from the author to the editor.

14. The fourteenth part is a letter from the editor to the author.

15. The fifteenth part is a letter from the author to the editor.

16. The sixteenth part is a letter from the editor to the author.

17. The seventeenth part is a letter from the author to the editor.

18. The eighteenth part is a letter from the editor to the author.

19. The nineteenth part is a letter from the author to the editor.

20. The twentieth part is a letter from the editor to the author.

21. The twenty-first part is a letter from the author to the editor.

22. The twenty-second part is a letter from the editor to the author.

23. The twenty-third part is a letter from the author to the editor.

24. The twenty-fourth part is a letter from the editor to the author.

25. The twenty-fifth part is a letter from the author to the editor.

26. The twenty-sixth part is a letter from the editor to the author.

27. The twenty-seventh part is a letter from the author to the editor.

28. The twenty-eighth part is a letter from the editor to the author.

29. The twenty-ninth part is a letter from the author to the editor.

30. The thirtieth part is a letter from the editor to the author.

31. The thirty-first part is a letter from the author to the editor.

32. The thirty-second part is a letter from the editor to the author.

33. The thirty-third part is a letter from the author to the editor.

34. The thirty-fourth part is a letter from the editor to the author.

35. The thirty-fifth part is a letter from the author to the editor.

36. The thirty-sixth part is a letter from the editor to the author.

37. The thirty-seventh part is a letter from the author to the editor.

38. The thirty-eighth part is a letter from the editor to the author.

39. The thirty-ninth part is a letter from the author to the editor.

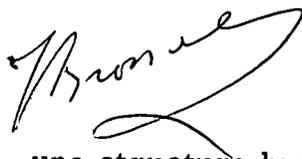
40. The fortieth part is a letter from the editor to the author.

41. The forty-first part is a letter from the author to the editor.

42. The forty-second part is a letter from the editor to the author.

43. The forty-third part is a letter from the author to the editor.

44. The forty-fourth part is a letter from the editor to the author.



une structure hyperfine qui est de l'ordre de la largeur Doppler. D'autre part, nous avons dû, pour conduire le calcul jusqu'au bout, faire un certain nombre d'hypothèses restrictives, satisfaites dans les conditions de la plupart de nos expériences :

- niveaux Zeeman équidistants (pas de découplage $\vec{I} \cdot \vec{J}$ ni d'effet Stark),
- effet Zeeman faible devant la largeur Doppler de la raie.
- atomes pas trop voisins les uns des autres, (la longueur d'onde optique doit être petite devant la distance des atomes dans la vapeur).

Nous indiquerons tout d'abord (paragr. 2) la méthode utilisée pour tenir compte en détail des effets du champ de rayonnement sur les états excités des atomes et sur la fonction d'onde représentant l'ensemble du système. Nous appliquerons cette méthode d'abord au cas de la diffusion simple, ce qui nous permettra de retrouver les résultats classiques du chapitre I (paragr. 3). Puis nous étudierons le cas de 2 atomes (paragr. 4) et nous généraliserons ensuite au cas de l'ensemble des N atomes d'une vapeur (paragr. 5). Enfin, nous appliquerons nos résultats aux divers cas concrets rencontrés dans nos expériences (calcul explicite des taux de polarisation, durées de cohérence, etc...).

2) Méthode de traitement du champ de rayonnement.

Nous avons à étudier le système constitué par les N atomes identiques d'une vapeur et le champ de rayonnement. Nous supposerons que le vecteur d'état Ψ de ce système peut être dans tous les cas décomposé en

superposition linéaire d'états orthonormés $|f, \alpha\rangle$ et $|e, \beta\rangle$:

$$\Psi(t) = \sum_{\alpha} a_{f\alpha}(t) |f, \alpha\rangle + \sum_{\beta} a_{e\beta}(t) |e, \beta\rangle \quad (\text{II, 1})$$

Dans les états $|f, \alpha\rangle$, d'énergie E_{α} , les atomes sont tous dans un sous-niveau Zeeman de l'état fondamental, en présence d'un photon, caractérisé par son vecteur d'onde et une direction de polarisation et dont l'énergie est voisine de celle correspondant à l'excitation du niveau de résonance de l'un des atomes. Dans les états $|e, \beta\rangle$, d'énergie E_{β} , l'un des atomes est porté dans un sous-niveau Zeeman de son niveau de résonance, aucun photon n'étant présent. Les lettres α ou β indiquent l'ensemble des nombres quantiques et paramètres qui spécifient chaque état.

Nous négligeons ainsi tous les états dans lesquels plusieurs atomes sont excités en même temps, ceux où plusieurs photons sont présents et ceux où des atomes sont excités dans d'autres niveaux que le niveau de résonance. Ces approximations sont classiques dans l'étude de la résonance optique (8, 15, 16). La dernière revient à supposer essentiellement que chaque atome n'a que 2 niveaux, ayant chacun une structure Zeeman; les autres niveaux sont à une distance énergétique assez grande de ces 2 niveaux principaux pour que l'on puisse ne pas en tenir compte.

L'Hamiltonien du système a la forme (en l'absence d'une perturbation par la radiofréquence) : $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$ (II, 2) formule dans laquelle

- \mathcal{H}_0 est un Hamiltonien diagonal. Ses éléments de matrice

entre les états $|f, \alpha\rangle$ ou $|e, \beta\rangle$ sont les énergies E_α et E_β de ces états :

$$\begin{cases} \langle f, \alpha | \mathcal{H}_0 | f, \alpha \rangle = E_\alpha \\ \langle e, \beta | \mathcal{H}_0 | e, \beta \rangle = E_\beta \end{cases} \quad (\text{II, 3})$$

- \mathcal{H}_I est une partie non diagonale de l'Hamiltonien et n'a d'éléments de matrice non nuls qu'entre des états du type $|f, \alpha\rangle$ et des états du type $|e, \beta\rangle$. \mathcal{H}_I est la partie du champ de rayonnement responsable des transitions dipolaires électriques entre l'état excité et l'état fondamental des atomes, avec absorption ou émission d'un photon. Nous verrons que les éléments de matrice de \mathcal{H}_I peuvent éventuellement dépendre du temps (cf. paragr. 3).

En présence d'un champ magnétique de radiofréquence, il faudra ajouter à l'Hamiltonien un terme supplémentaire \mathcal{H}_{RF} , dont les éléments de matrice relieront entre eux les états $|e, \beta\rangle$ correspondant à l'excitation du même atome et auront une dépendance du temps en $e^{\pm i\omega t}$; nous négligeons ainsi l'action de la radiofréquence sur l'état fondamental, ce qui est légitime si les fréquences de résonance sont très différentes dans l'état fondamental et dans l'état excité pour un même champ magnétique statique (cas du mercure). Un changement de variables convenable nous permettra de nous ramener au même problème mathématique qu'en l'absence de radiofréquence. Remarquons que nous traitons de manière semi-classique la partie \mathcal{H}_{RF} du champ de rayonnement responsable des transitions dipolaires magnétiques entre sous-niveaux Zeeman, c'est-à-dire que les éléments de matrice correspondant à

l'absorption et à l'émission d'un photon de radiofréquence seront considérés comme égaux; ce traitement est ici justifié par la valeur négligeable des probabilités d'émission spontanée pour ces transitions, comparées aux probabilités des transitions induites (en d'autres termes, le nombre de photons de fréquence hertzienne par cm^3 est toujours très grand).

La dépendance du temps de $\Psi(t)$, c'est-à-dire des coefficients $a_{f\alpha}(t)$ et $a_{e\beta}(t)$ de son développement (II, 1), sera déterminée par l'équation de Schrödinger ^{x)}

$$i \frac{d}{dt} \Psi(t) = [\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I(t)] \Psi(t) \quad (\text{II, 4})$$

Nous passerons alors en représentation d'interaction, posant

$$\Phi(t) = e^{i\mathcal{H}_0 t} \Psi(t) = \sum_{\alpha} b_{f\alpha}(t) |f, \alpha\rangle + \sum_{\beta} b_{e\beta}(t) |e, \beta\rangle \quad (\text{II, 5})$$

avec :

$$\begin{cases} b_{f\alpha}(t) = a_{f\alpha}(t) e^{iE_{\alpha} t} \\ b_{e\beta}(t) = a_{e\beta}(t) e^{iE_{\beta} t} \end{cases} \quad (\text{II, 6})$$

$\Phi(t)$ satisfait à l'équation :

$$i \frac{d}{dt} \Phi(t) = \mathcal{H}'_I(t) \Phi(t) \quad (\text{II, 7})$$

avec :

$$\mathcal{H}'_I(t) = e^{i\mathcal{H}_0 t} \mathcal{H}_I(t) e^{-i\mathcal{H}_0 t} \quad (\text{II, 8})$$

x)

Dans tout ce chapitre, on a utilisé un système d'unités dans lequel $\hbar = c = 1$.

La résolution de (II, 7) s'effectue de façon approchée ^{x)} suivant une méthode classique en Electrodynamique Quantique (8, 15, 16) consistant à éliminer les coefficients $b_{f\alpha}(t)$.

On intègre (II, 7) de 0 à t :

$$\Phi(t) = \Phi(0) - i \int_0^t \mathcal{H}'_I(t') \Phi(t') dt' \quad (\text{II, 9})$$

Le 2e membre de (II, 9) est alors substitué à $\Phi(t)$ au 2e membre de (II, 7) :

$$i \frac{d\Phi}{dt}(t) = \mathcal{H}'_I(t) \Phi(0) - i \int_0^t \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') \Phi(t') dt' \quad (\text{II, 10})$$

En portant le développement (II, 5) et en multipliant par

$$\langle e, \beta | \frac{d b_{e\beta}}{dt}(t) \rangle, \text{ on obtient}$$

$$i \frac{d b_{e\beta}}{dt}(t) = \langle e, \beta | \mathcal{H}'_I(t) | \Phi(0) \rangle - i \int_{e\beta'} \int_0^t \langle e, \beta | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | e\beta' \rangle b_{e\beta'}(t') dt' \quad (\text{II, 11})$$

(en tenant compte du fait que les éléments de matrice tels que

$\langle e\beta | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | f\alpha \rangle$ sont nuls d'après les hypothèses faites sur $\mathcal{H}'_I(t)$ qui n'a d'éléments de matrice non nuls qu'entre un état du type $|e, \beta\rangle$ et un état du type $|f, \alpha\rangle$).

^{x)} Cette méthode classique de résolution de l'équation (II, 7) est en toute rigueur incorrecte. On peut montrer que, dans le cas d'un seul atome, envisagé au paragraphe 3, la solution exacte des équations ne peut pas conduire pour des temps très grands à une décroissance d'allure exponentielle des coefficients $|b_m(t)|^2$ introduits plus loin, alors que la solution approchée exposée ici conduit à ce résultat (cf. II, 26). Toutefois les résultats approchés sont valables pour des temps comparables à la durée de vie τ du niveau excité étudié.

En général $\Phi(0)$ sera un état excité $|e, \beta_0\rangle$ et le 1er terme du 2e membre de (II, 11) sera nul. Notons que cette condition initiale n'a pas de réalité physique. Elle signifie que la perturbation due au champ de rayonnement commence à agir seulement à partir d'un instant initial déterminé. Mais on peut montrer (8, 15, 16) que les effets dûs à l'établissement de la perturbation s'amortissent en un temps court, de l'ordre de l'inverse de la fréquence correspondant à la transition optique envisagée (c'est-à-dire 10^{-15} sec environ), alors que les effets qui nous intéressent correspondent à la durée de vie d'un niveau excité (de l'ordre de 10^{-9} à 10^{-7} sec). En tout état de cause, il est possible même de s'affranchir de cette restriction et de prendre comme état initial celui dans lequel un paquet d'onde correspondant à 1 photon excite les atomes de la vapeur (cf. appendice n° 1). Quel que soit l'état initial, les équations (II, 11) ne font plus intervenir que les amplitudes de probabilité $b_{e\beta}$ des états excités. Nous aurons à évaluer les intégrales du second membre, ce que nous pourrons faire en supposant que la solution est une somme d'exponentielles $e^{\rho t}$, avec $|\rho| \ll E_\alpha, E_\beta$; nous vérifierons ensuite que la solution obtenue satisfait bien à cette condition. Connaissant les $b_{e\beta}(t)$, l'équation (II, 7) nous donnera, par multiplication par $\langle f, \alpha |$:

$$i \frac{d}{dt} b_{f\alpha} = \sum_{\beta} \langle f, \alpha | \mathcal{H}'_I(t) | e, \beta \rangle b_{e\beta}(t) \quad (\text{II, 12})$$

Nous obtiendrons ainsi toutes les valeurs cherchées

$|a_{f\alpha}(t)|^2$ et nous pourrons étudier le rayonnement émis.

3) Cas de l'émission de rayonnement par un atome isolé

Les résultats de cette étude sont bien connus; nous allons brièvement reprendre le calcul par la méthode exposée au paragr. 2, en supposant que l'atome est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse \vec{v} , et se trouve éventuellement en présence d'un champ de radiofréquence.

A) Notations et conventions.

Nous supposons, comme nous l'avons dit plus haut (paragr. 1) que dans l'état fondamental le moment cinétique électronique vaut $J = 0$ et que le spin nucléaire est I ; l'énergie de l'état fondamental sera prise comme zéro en l'absence de champ magnétique; le sous-niveau Zeeman $|\mu\rangle$, de nombre quantique magnétique μ , aura l'énergie $\mu\omega_f$ dans un champ magnétique \vec{H}_0 . Nous ne considérons que la transition vers un niveau hyperfin de moment cinétique total F de l'état excité. L'énergie de ce niveau sera désignée par k_0 en l'absence de champ magnétique et l'énergie Zeeman du sous-niveau $|m\rangle$ de nombre quantique magnétique m , sera $m\omega_0$ dans le champ \vec{H}_0 .

Lorsque l'atome est dans un état $|\mu\rangle$, nous supposons qu'un photon, caractérisé par un vecteur d'onde \vec{k} et une direction de polarisation repérée par l'indice λ ($\lambda = 1$ ou 2), est présent. Les états sont ainsi désignés par $|\mu, \vec{k}, \lambda\rangle$ et constituent un ensemble continu; l'énergie de chacun est $k + \mu\omega_f$. Le champ de rayonnement est quantifié en ondes planes: dans un trièdre de référence $Oxyz$ ($Oz // \vec{H}_0$), les vecteurs électriques \vec{e}_1 et \vec{e}_2 des ondes planes repérées par les indices 1 et 2, et dont le vecteur d'onde \vec{k}

a des angles polaires θ et φ , sont dans le plan (\vec{k}, Oz) et perpendiculaire à ce plan respectivement (fig. 7, page 19).

Nous connaissons les éléments de matrice de \mathcal{H}_0 entre ces divers états puisque \mathcal{H}_0 représente leurs énergies; il nous reste à connaître ceux de \mathcal{H}_I . Pour un atome fixe, de dimensions négligeables devant la longueur d'onde optique du rayonnement, placé au point A tel que $\vec{OA} = \vec{R}$ on a :

(cf. réf. 16, pp. 143 et 176)

$$\langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I | m \rangle = A_k e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}} \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m \rangle$$

(II, 13)

A_k est une fonction de k , proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{k}}$, dont la valeur dépend des fonctions d'onde électroniques de l'atome.

\vec{D} est un opérateur vectoriel hermitique sans dimensions, proportionnel au moment dipolaire électrique de l'atome; dans le cas particulier où $I = 0$ (et par suite $F = J = 1$), ses éléments de matrice sont (17) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \mu = 0 | \vec{D} | m_J = \pm 1 \rangle_{I=0} = \mp \frac{\vec{i} \pm \vec{j}}{\sqrt{2}} \\ \langle \mu = 0 | \vec{D} | m_J = 0 \rangle_{I=0} = \vec{k} \end{array} \right. \quad (\text{II, 14})$$

($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ étant les vecteurs unitaires des axes).

Pour un isotope de spin nucléaire I, les fonctions d'onde $|m\rangle$ du niveau hyperfin F sont :

$$|m\rangle = \sum_{m_J=-1}^{+1} C_{II}(F, m; m_J, m-m_J) \chi(m-m_J) |m_J\rangle_{I=0} \quad (\text{II, 15})$$

où - $|m_J\rangle_{I=0}$ est la fonction d'onde en l'absence de spin nucléaire
 - $\chi(m_I)$ est la fonction d'onde de spin nucléaire correspondant à la valeur propre m_I de l'opérateur I_z .

- les $C_{II}(F, m; m_J, m_I)$ sont des coefficients de CLEBSCH-GORDAN (notation de BLATT et WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics, p. 490).

On en déduit en général

$$\langle \mu | \vec{D} | m \rangle = C_{II}(F, m; m - \mu, \mu) \langle \mu = 0 | \vec{D} | m_J = m - \mu \rangle_{I=0} \quad (\text{II, 16})$$

Lorsque l'atome est mobile avec une vitesse \vec{v} constante, faible devant celle de la lumière, nous négligerons tous les effets relativistes et nous admettrons en particulier que les éléments de matrice de \mathcal{H}_I sont toujours donnés par (II, 13), mais \vec{R} étant maintenant variable avec le temps : $\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{v}t$. Il s'agit d'une approximation de type adiabatique consistant à prendre pour \mathcal{H}_I à l'instant t la valeur qu'il aurait si l'atome occupait en

permanence la position qu'il occupe à l'instant t . Nous négligeons également le recul de l'atome lors de l'émission ou de l'absorption d'un photon; l'impulsion de ce dernier est environ $5 \cdot 10^4$ fois plus petite que celle d'un atome dont l'énergie cinétique est l'énergie thermique à la température ambiante.

B) Cas d'un atome isolé sans champ de radiofréquence

Nous avons vu au paragraphe 2 que la résolution du problème conduit à évaluer les intégrales du second membre de (II, 11) ce que nous ferons en supposant que la solution $b_m(t)$ est une combinaison linéaire d'exponentielles $e^{\rho t}$ où $|\rho| \ll k_0$.

Tenant compte de (II, 8) et (II, 13) on trouve pour un tel terme exponentiel

$$\int_0^t \langle m | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | m' \rangle e^{\rho t'} dt'$$

$$= \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} |A_k|^2 \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle e^{[i(m-m')\omega_0 + \rho] t}$$

$$\int_0^t e^{i[k_0 + m' \omega_0 - k - \mu \omega_k + \vec{k} \cdot \vec{v} + i \rho] (t-t')} dt' \quad (II, 17)$$

Or, lorsque $t \gg \frac{1}{x_0}$ on sait que (16) :

$$\int_0^t e^{i(x_0 - x)(t-t')} dt' = i \zeta(x_0 - x) \quad (II, 18)$$

où :

$$\zeta(x) = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{x + i\xi} = \mathcal{P} \frac{1}{x} - i\pi \delta(x) \quad (II, 19)$$

D'autre part, la sommation sur \vec{k} doit être interprétée comme une intégration sur \vec{k} (16) :

$$\sum_{\vec{k}} \longrightarrow \int \rho(k) \sin \theta \cdot d\theta \, d\varphi \, dk \quad \text{avec } \rho(k) = \frac{k^2}{(2\pi)^3} \quad (II, 20)$$

D'où :

$$\int_0^t \langle m | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | m' \rangle e^{\int_0^{t'} \rho dt'} dt'$$

$$= ie^{[i(m-m')\omega_0 + \int_0^t \rho]t} \sum_{\lambda, \mu} \int \rho(k) \sin \theta d\theta d\varphi dk |A_k|^2 \mathcal{Z}(k_0 + m'\omega_0 - k - \mu(\omega_f + \vec{k} \cdot \vec{v} + i\rho))$$

$$\langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \quad (\text{II, 21})$$

La fonction \mathcal{Z} a sa singularité au voisinage de $k = k_0$, quantité très grande devant ω_0, ω_f (effet Zeeman), $\vec{k} \cdot \vec{v}$ (effet Doppler) et $|\rho|$ (par hypothèse).

$\rho(k)$ et $|A_k|^2$ varient très peu si k a une variation de l'ordre de ces quantités. On peut donc les négliger dans l'argument de la fonction \mathcal{Z} . Les sommations et l'intégration sur les angles conduisent alors à $\frac{8\pi}{3} \delta_{mm'}$ (voir appendice n° 2) et il reste, en ajoutant tous les termes possibles en $e^{\int_0^t \rho dt'}$ qui constituent $b_{m'}(t')$:

$$\int_0^t \langle m | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | m' \rangle b_{m'}(t') dt' = \delta_{mm'} b_{m'}(t) \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) \quad (\text{II, 22})$$

$$\text{où} \quad \begin{cases} \frac{\Gamma}{2} = \frac{8\pi^2}{3} \rho(k_0) |A_{k_0}|^2 \\ \Delta E = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty \rho(k) |A_k|^2 \mathcal{P} \frac{1}{k_0 - k} dk \end{cases} \quad (\text{II, 23})$$

Γ n'est autre que la somme sur \vec{k}, λ et μ des probabilités par unité de temps des transitions $|m\rangle \longrightarrow |\mu, \vec{k}, \lambda\rangle$, obtenues en appliquant la théorie des perturbations dépendant du temps.

ΔE est une intégrale divergente, qui représente la self-énergie de l'état excité de l'atome en présence du champ de rayonnement. Après élimination de la partie divergente, ΔE est une petite correction à l'énergie k_0 . On posera par la suite

$$\tilde{k}_0 = k_0 + \Delta E \quad (\text{II, 24})$$

On a donc, d'après (II, 11) et (II, 22), en supposant que l'état initial est un état excité, comme il a été expliqué au paragraphe 2 :

$$\frac{d}{dt} b_m(t) = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) b_m(t) \quad (\text{II, 25})$$

et
$$b_m(t) = b_m(0) e^{- \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) t} \quad (\text{II, 26})$$

Le résultat est bien une exponentielle $e^{\rho t}$, telle que $|\rho| \ll k_0$ ce qui justifie le calcul fait plus haut. L'interprétation physique de ce résultat est évidente : la probabilité $|b_m(t)|^2 = |b_m(0)|^2 e^{-\Gamma t}$ de trouver l'atome dans l'état excité $|m\rangle$ décroît exponentiellement avec une constante de temps $\tau = \frac{1}{\Gamma}$, durée de vie de l'état excité, la même pour tous les sous-niveaux Zeeman.

De même, tous les sous-niveaux Zeeman ont la même self-énergie ΔE . Ces résultats sont les mêmes, quelle que soit la vitesse de l'atome, ce qui est a priori évident avec nos hypothèses non relativistes.

Enfin, si l'atome est à l'instant initial dans un état $|m_0\rangle$ déterminé,

$$b_m(0) = \delta_{mm_0} \quad \text{et} \quad |b_m(t)|^2 = \delta_{mm_0} e^{-\Gamma t}$$

c'est-à-dire qu'il n'y a pas de transitions vers les autres sous-niveaux Zeeman, résultat également évident.

On peut alors utiliser l'équation (II, 12) pour calculer $b_{\mu, \vec{k}, \lambda}^{(t)}$

On obtient en particulier dans le cas où $b_m(0) = \delta_{mm_0}$:

$$\left| b_{\mu, \vec{k}, \lambda}^{(t = \infty)} \right|^2 = \left| A_{\vec{k}} \right|^2 \frac{\left| \langle \mu | e_{\lambda}^{\vec{e}} \cdot \vec{D} | m_0 \rangle \right|^2}{(k + \mu \omega_f - \vec{k}_0 - m_0 \omega_0 - \vec{k} \cdot \vec{v})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

On retrouve ainsi le résultat classique selon lequel la raie optique émise est une forme de Lorentz, déplacée par effet Doppler (terme $\vec{k} \cdot \vec{v}$ du dénominateur), de largeur à mi-hauteur Γ (largeur naturelle du niveau excité).

C) Cas d'un atome isolé en présence d'un champ de radiofréquence

Nous supposons qu'il s'agit d'un champ magnétique \vec{H}_1 tournant à la vitesse angulaire ω dans le plan xOy. Avec les conventions indiquées au paragraphe 2 (ne tenir compte que des transitions possibles entre les sous-niveaux $|m\rangle$), l'Hamiltonien contient un terme supplémentaire \mathcal{H}_{RF}

$$\mathcal{H}_{RF} = \frac{\gamma H_1}{2} \left[e^{-i\omega t} F_+ + e^{+i\omega t} F_- \right] \quad (\text{II, 27})$$

où l'on a posé : $F_{\pm} = F_x \pm i F_y$ (\vec{F} = moment cinétique du niveau excité,

γ = sont rapport gyromagnétique). On a donc

$$\langle m' | \mathcal{H}_{RF} | m \rangle = K_{m'm} \left[\delta_{m', m+1} e^{-i\omega t} + \delta_{m', m-1} e^{i\omega t} \right] \quad (\text{II, 28})$$

L'équation de Schrödinger s'écrit :

$$i \frac{d}{dt} \Psi(t) = [\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I(t) + \mathcal{H}_{RF}(t)] \Psi(t)$$

Soit en utilisant le développement :

$$\Psi(t) = \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} a_{\mu, \vec{k}, \lambda}(t) |\mu, \vec{k}, \lambda\rangle + \sum_m a_m(t) |m\rangle :$$

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} a_m = (k_0 + m\omega_0) a_m + \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} \langle m | \mathcal{H}_I(t) | \mu, \vec{k}, \lambda \rangle a_{\mu, \vec{k}, \lambda} + \sum_{m'=m \pm 1} K_{mm'} e^{-i(m-m')\omega t} a_{m'} \\ i \frac{d}{dt} a_{\mu, \vec{k}, \lambda} = (k + \mu\omega_f) a_{\mu, \vec{k}, \lambda} + \sum_m \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I(t) | m \rangle a_m \end{cases} \quad (\text{II, 29})$$

Pour se ramener au problème précédent, il faut éliminer le couplage entre les divers coefficients a_m . Pour cela, on effectue le changement de variables qui correspond au passage dans un référentiel tournant à la vitesse angulaire ω (18) :

$$a_m = a'_m e^{-im\omega t}$$

(II, 29) devient :

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} a'_m = [k_0 + m(\omega_0 - \omega)] a'_m + \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} e^{im\omega t} \langle m | \mathcal{H}_I(t) | \mu, \vec{k}, \lambda \rangle a'_{\mu, \vec{k}, \lambda} + \sum_{m'=m \pm 1} K_{mm'} a'_{m'} \\ i \frac{d}{dt} a'_{\mu, \vec{k}, \lambda} = (k + \mu\omega_f) a'_{\mu, \vec{k}, \lambda} + \sum_m \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I(t) | m \rangle e^{-im\omega t} a'_m \end{cases} \quad (\text{II, 30})$$

La matrice à $2F + 1$ lignes et $2F + 1$ colonnes $\mathcal{H} = (\omega_0 - \omega) F_z + \gamma H_1 F_x$

(II, 31) (dont les éléments de matrice non diagonaux entre $|m\rangle$ et $|m'\rangle$

sont précisément les $K_{mm'}$) peut être diagonalisée au moyen d'une transforma-

tion unitaire (qui correspond à la quantification sur l'axe du champ effectif dans le référentiel tournant). On appellera $|M\rangle$ ses états propres, correspondant à la valeur propre M de la projection de \vec{F} sur l'axe du champ effectif, et à la valeur propre $M\xi$ de la matrice ($\xi = \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma H_1)^2}$). $\langle m | M \rangle$ sera l'élément de matrice de la transformation unitaire. On pose donc

$$(II, 32) \left\{ \begin{array}{l} |m\rangle = \sum_M \langle M | m \rangle |M\rangle \\ |M\rangle = \sum_m \langle m | M \rangle |m\rangle \\ a''_M = \sum_m \langle M | m \rangle a'_m \\ a'_m = \sum_M \langle m | M \rangle a''_M \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_m \langle M | m \rangle \langle m | M' \rangle = \delta_{MM'} \\ \sum_M \langle m | M \rangle \langle M | m' \rangle = \delta_{mm'} \end{array} \right.$$

On est ainsi conduit au système

$$\left\{ \begin{array}{l} i \frac{d}{dt} a''_M = (k_0 + M\xi) a''_M + \sum_{\substack{m \\ \mu, \vec{k}, \lambda}} \langle M | m \rangle e^{im\omega t} \langle m | \mathcal{H}_I(t) | \mu, \vec{k}, \lambda \rangle a_{\mu, \vec{k}, \lambda} \\ i \frac{d}{dt} a_{\mu, \vec{k}, \lambda} = (k + \mu\omega_f) a_{\mu, \vec{k}, \lambda} + \sum_{mM} \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I(t) | m \rangle e^{-im\omega t} \langle m | M \rangle a''_M \end{array} \right. \quad (II, 33)$$

Ainsi on se trouve ramené à un problème dans lequel les états excités ne sont pas couplés directement entre eux. On passe dans la représentation d'interaction correspondant à ce problème (cf. paragr. 2).

$$(II, 34) \quad \left\{ \begin{array}{l} b_M = e^{i(k_0 + M\xi)t} a''_M \\ b_{\mu, \vec{k}, \lambda} = e^{i(k + \mu\omega_f)t} a_{\mu, \vec{k}, \lambda} \end{array} \right.$$

L'opérateur $\mathcal{H}_I^T(t)$ d'éléments de matrice

$$\langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I^T(t) | M \rangle = \sum_m \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I(t) | m \rangle e^{-im\omega t} \langle m | M \rangle \quad (\text{II, 35})$$

joue maintenant le rôle de $\mathcal{H}_I(t)$ dans le calcul précédent.

On aura à calculer les intégrales du type (II, 17); ξ et ω

étant, comme ω_0 , négligeables devant k_0 , on trouve :

$$\begin{aligned} & \int_0^t \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} \langle M | \mathcal{H}_I^T(t) | \mu, \vec{k}, \lambda \rangle \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \mathcal{H}_I^T(t) | M' \rangle b_{M'}(t) dt \\ &= \sum_{mm'} \langle M | m \rangle e^{i(m-m')\omega t} \langle m' | M' \rangle \int_{mm'} \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) b_{M'}(t) \\ &= \int_{MM'} \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) b_M(t) \end{aligned} \quad (\text{II, 36})$$

D'où la solution :

$$a''_M = e^{-i(k_0 + M\xi - i\frac{\Gamma}{2})t} a''_M(0) = e^{-i(k_0 - i\frac{\Gamma}{2})t} \sum_m \langle M | m \rangle e^{-iM\xi t} a'_m(0)$$

et

$$\begin{aligned} a'_m(t) &= e^{-i(k_0 - i\frac{\Gamma}{2})t} \sum_{Mm'} \langle m | M \rangle e^{-iM\xi t} \langle M | m' \rangle a'_{m'}(0) \\ &= e^{-i(k_0 - i\frac{\Gamma}{2})t} \sum_{m'} \langle m | e^{-i\mathcal{H}t} | m' \rangle a'_{m'}(0) \end{aligned}$$

puisque $\mathcal{H} = (\omega_0 - \omega) F_z + \gamma H_1 F_x$ a pour états propres $| M \rangle$ et pour valeurs propres $M\xi$, et que $\mathcal{H} = \sum_M | M \rangle M\xi \langle M |$.

On trouve ainsi que les $a'_m(t)$ sont les éléments d'un vecteur

A à $2F + 1$ éléments, dont l'évolution dans le temps satisfait à

$$i \frac{d}{dt} A = \left(k_0 - i \frac{\Gamma}{2} + \mathcal{H} \right) A \quad (\text{II, 37})$$

Tout se passe donc pour l'évolution dans le temps des α'_m comme si $\mathcal{K}_I(t)$ n'existait pas mais k_0 étant remplacé par $\tilde{k}_0 - i \frac{\Gamma}{2}$, dont le terme imaginaire provoque une décroissance exponentielle des probabilités $|a'_m(t)|^2 = |a_m(t)|^2$. Les valeurs de $|\langle m | e^{-i\mathcal{H}t} | m' \rangle|^2$ ne sont autres que les $P(F, m', m; t)$ du chapitre I, paragr. 3.

Par suite la probabilité de trouver un atome dans l'état m' à l'instant t , sachant qu'il était dans l'état m à l'instant 0, est $e^{-\Gamma t} P(F, m, m'; t)$; ceci justifie le résultat précédemment obtenu pour la détermination des N_m lorsque l'on a affaire à une assemblée d'atomes suffisamment éloignés les uns des autres pour que les effets de la diffusion multiple soient négligeables.

4) Cas d'un système de 2 atomes

A) Notations

Les 2 atomes, de vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 sont situés aux distances \vec{R}_1 et \vec{R}_2 de l'origine à l'instant $t = 0$. Les états du système seront désignés par :

- $|1 \mu_1, 2m_2 \rangle$
 - atome 1 dans le sous-niveau Zeeman μ_1 de l'état fondamental,
 - atome 2 dans le sous-niveau Zeeman m_2 de l'état excité.
- $|1m_1, 2\mu_2 \rangle$
 - atome 1 dans le sous-niveau Zeeman m_1 de l'état excité,
 - atome 2 dans le sous-niveau Zeeman μ_2 de l'état fondamental.

- $|1 \mu_1, 2 \mu_2, \vec{k}, \lambda\rangle$ - atomes 1 et 2 dans les sous-niveaux Zeeman μ_1 et μ_2 de l'état fondamental.
 - présence d'un photon de vecteur d'onde \vec{k} caractérisé par la polarisation λ .

Les énergies de ces 3 types d'états sont respectivement

$$\mu_1 \omega_f + k_0 + m_2 \omega_0, \quad k_0 + m_1 \omega_0 + \mu_2 \omega_f, \quad \mu_1 \omega_f + \mu_2 \omega_f + k.$$

Remarquons que nous traitons le mouvement des atomes d'une façon classique, au moyen de la donnée de leur position en fonction du temps. La Mécanique Quantique n'intervient que pour ce qui concerne leur état interne. La question de la symétrie globale du vecteur d'état par rapport aux 2 atomes considérés comme des particules classiques ne se pose donc pas.

B) Calcul des intégrales (II, 11)

Nous supposons toujours pour les évaluer que les $b(t)$ sont des combinaisons linéaires d'exponentielles $e^{\rho t}$, où $|\rho| \ll k_0$, en vérifiant a posteriori l'exactitude de cette hypothèse.

Les intégrales étudiées sont de 2 types. Pour le 1er type, les 2 états excités qui interviennent correspondent à l'excitation du même atome. Elles valent évidemment :

$$\int_0^t \langle 1 \mu_1, 2 m_2 | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | 1 \mu'_1, 2 m'_2 \rangle b_{1 \mu'_1, 2 m'_2}(t') dt'$$

$$= \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) \delta_{\mu_1 \mu'_1} \delta_{m_2 m'_2} b_{1 \mu_1, 2 m_2}(t)$$

$$\int_0^t \langle 1 m_1, 2 \mu_2 | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | 1 m'_1, 2 \mu'_2 \rangle b_{1 m'_1, 2 \mu'_2}(t') dt'$$

$$= \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) \delta_{\mu_2 \mu'_2} \delta_{m_1 m'_1} b_{1 m_1, 2 \mu_2}(t)$$

(II, 38)

En effet, les éléments de matrice du type $\langle 1 \mu_1, 2 m_2 | \mathcal{H}'_I(t) | 1 \mu'_1, 2 \mu'_2, \vec{k}, \lambda \rangle$ ne diffèrent de zéro que si $\mu_1 = \mu'_1$.

La 2e catégorie d'intégrales comporte celles du type

$$\int_0^t \langle 1 \mu_1, 2 m_2 | \mathcal{H}'_I(t) \mathcal{H}'_I(t') | 1 m_1, 2 \mu_2 \rangle e^{\rho t'} dt'$$

$$\equiv \sum_{\vec{k}, \lambda} \int_0^t dt' |A_k|^2 e^{i \vec{k} \cdot [\vec{R}_2 - \vec{R}_1 + \vec{v}_2 t - \vec{v}_1 t']}$$

$$e^{i [(m_2 - m_1) \omega_0 + (\mu_1 - \mu_2) \omega_f] t} e^{i [k_0 + m_1 \omega_0 - k - \mu_1 \omega_f] (t-t')} e^{\rho t'} dt'$$

Nous commencerons par effectuer l'intégration sur les angles polaires de \vec{k} et la sommation sur λ , en posant

$$\Delta \vec{R} = (\vec{R}_2 + \vec{v}_2 t) - (\vec{R}_1 + \vec{v}_1 t')$$

$$\sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{e}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_1 | \vec{e}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_1 \rangle = f(\theta, \varphi) = g(\theta', \varphi'; \odot, \Phi)$$

θ' et φ' sont les angles polaires de \vec{k} dans un système d'axes $Ox'y'z'$ dont l'axe Oz' est porté par $\Delta \vec{R}$ (d'angles polaires \odot et Φ dans l'ancien système $Oxyz$). On trouve :

$$\int \sin \theta' d\theta' d\varphi' e^{ik\Delta R \cos \theta'} g(\theta', \varphi'; \Theta, \Phi)$$

$$= \frac{1}{ik\Delta R} \int d\varphi' \left[e^{ik\Delta R} g(\theta' = 0, \varphi'; \Theta, \Phi) - e^{-ik\Delta R} g(\theta' = \pi, \varphi'; \Theta, \Phi) \right]$$

+ termes en $\frac{1}{(k\Delta R)^2}$

Nous ne garderons que le 1er terme, moyennant l'hypothèse que $k_0 \Delta R \gg 1$ (II, 39), c'est-à-dire que la distance des atomes est supposée grande devant la longueur d'onde du rayonnement optique (notons en effet que les seules valeurs de k importantes sont voisines de k_0). Il est démontré en appendice n° 7 que cette approximation n'est pas contradictoire avec le développement utilisé au paragr. 5. Il est clair d'autre part que $g(\theta' = 0$ ou $\pi, \varphi'; \Theta, \Phi)$ ne doit plus dépendre de φ' et se réduit à $f(\Theta, \Phi)$ ou $f(\pi - \Theta, \pi + \Phi)$; ces 2 valeurs sont d'ailleurs égales, car $f(\theta, \varphi)$ ne dépend que de la direction de \vec{k} et non de son sens. L'intégrale cherchée vaut donc avec ces approximations :

$$-2\pi i e^{i[(m_2 - m_1)\omega_0 + (\mu_1 - \mu_2)\omega_f - i\rho]t} \int_0^\infty \rho(k) dk |A_k|^2 \int_0^t dt' f(\Theta, \Phi) \times$$

$$\frac{e^{ik\Delta R} - e^{-ik\Delta R}}{k\Delta R} e^{i[k_0 + m_1\omega_0 - k - \mu_1\omega_f + i\rho](t - t')}$$

$\rho \frac{(k)|A_k|^2}{k\Delta R}$ est une fonction de k beaucoup plus lentement variable

que les exponentielles contenant k . Pour une variable u quelconque, lorsque

$k'u \gg 1$, nous écrirons

$$\int_0^{\infty} \rho(k) |A_k|^2 e^{i(k' - k)u} \frac{e^{ik \Delta R} - e^{-ik \Delta R}}{k \Delta R} dk$$

$$\sim \frac{\rho(k') |A_{k'}|^2}{k' \Delta R} \left\{ e^{ik' \Delta R} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k' - k)(u - \Delta R)} dk - e^{-ik' \Delta R} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k' - k)(u + \Delta R)} dk \right\}$$

$$\sim \frac{2\pi \rho(k') |A_{k'}|^2}{k' \Delta R} \left\{ e^{ik' \Delta R} \delta(u - \Delta R) - e^{-ik' \Delta R} \delta(u + \Delta R) \right\}$$

L'intégrale sur t qui reste à effectuer comporte donc 2 fonctions $\delta(t - t' \pm \Delta R)$. Nous supposons les atomes assez proches pour que, aux valeurs de t intéressantes ($t \sim \frac{1}{\Gamma}$), $\Delta R \ll t$ (II, 40) (c'est-à-dire que le temps de parcours de la lumière, de vitesse $c = 1$, d'un atome à l'autre est petit devant $\tau = \frac{1}{\Gamma}$)

Posons $\vec{R}_{12} = \vec{R}_2 - \vec{R}_1$, $\vec{v}_{12} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

$$Q_{12} = k_0 \frac{\vec{v}_{12} \cdot \vec{R}_{12}}{R_{12}} \quad (\text{II, 41})$$

(produit par k_0 de la projection de \vec{v}_{12} sur \vec{R}_{12}).

Nous supposons aussi que $|\vec{v}_{12} t| \ll |\vec{R}_{12}|$ (II, 42)

c'est-à-dire que ΔR varie peu pendant le temps t . On peut alors négliger la variation de ΔR , Θ et Φ avec le temps sauf dans les termes du type $k_0 \Delta R$ des exponentielles ($k_0 \Delta R$ étant très supérieur à 1 d'après (II, 39), la condition (II, 40) n'implique pas que $|Q_{12} t|$ soit très inférieur à 1). Tenant compte de (II, 23), il vient finalement :

1. The first part of the document

describes the general situation

and the main objectives

of the project.

The second part of the document

describes the methodology

used in the study.

The third part of the document

describes the results of the study.

The fourth part of the document

describes the conclusions of the study.

The fifth part of the document

describes the recommendations of the study.

The sixth part of the document

describes the references of the study.

The seventh part of the document

describes the appendix of the study.

The eighth part of the document

describes the index of the study.

$$-\frac{3}{4} i \int_0^t \frac{e^{i(k_0 + m_1 \omega_0 - \mu_1 \omega_f) R_{12}}}{(k_0 + m_1 \omega_0 - \mu_1 \omega_f + i \rho) R_{12}} \left[\sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_1 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_1 \rangle \right] \\ \times e^{i \left[(m_2 - m_1) \omega_0 + (\mu_1 - \mu_2) \omega_f \right] t} e^{-\rho (t - R_{12})} e^{i \alpha_{12} t}$$

formule dans laquelle \vec{u}_{λ} est la position que prend \vec{e}_{λ} lorsque \vec{k} a la direction et le sens de \vec{R}_{12} , et dans laquelle on a utilisé le développement :

$$\Delta R = R_{12} + \frac{\alpha_{12} t}{k_0} + \dots$$

Supposant enfin $\omega_0 R_{12}$, $\omega_f R_{12}$, $|\rho| R_{12} \ll 1$

(distance entre atomes très petite devant les longueurs d'onde associées aux effets Zeeman et à la variation dans le temps des amplitudes b) on obtient :

$$\int_0^t \langle 1 | \mu_1, 2 m_2 | \mathcal{K}_I(t) \mathcal{K}_I(t') | 1 m_1, 2 \mu_2 \rangle b_{1 m_1, 2 \mu_2}(t') dt' \\ = - \int_0^t \langle 1 | \mu_1, 2 m_2; 1 m_1, 2 \mu_2; t \rangle e^{i \alpha_{12} t} b_{1 m_1, 2 \mu_2}(t) dt \quad (II, 43)$$

en posant

$$\int_0^t \langle 1 | \mu_1, 2 m_2; 1 m_1, 2 \mu_2; t \rangle = \frac{3}{4} i \int_0^t \frac{e^{i k_0 R_{12}}}{k_0 R_{12}} e^{i \left[(m_2 - m_1) \omega_0 + (\mu_1 - \mu_2) \omega_f \right] t} \\ \times \sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_1 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_1 \rangle \quad (II, 44)$$

Il en résulte que les équations d'évolution des coefficients b sont couplées entre elles; ainsi, d'après (II, 11) et (II, 43) :

$$\frac{d}{dt} b_{1\mu_1, 2m_2} = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i \Delta E \right) b_{1\mu_1, 2m_2} + \sum_{\mu_1, \mu_2} \Gamma (1\mu_1, 2m_2; 1m_1, 2\mu_2; t) e^{i\omega_{12}t} b_{1m_1, 2\mu_2} \quad (\text{II, 45})$$

Le terme de couplage décroît avec R_{12} comme $\frac{1}{k_o R_{12}}$, ce qui conduit à une probabilité de passage du photon d'un atome à un autre en $\frac{1}{(k_o R_{12})^2}$; ceci était prévisible : l'énergie émise par un atome se répartit sur une sphère et l'autre atome a une section efficace pour son photon de résonance dont le diamètre est de l'ordre de la longueur d'onde du rayonnement $\Delta = \frac{2\pi}{k_o}$. Le facteur Γ a d'ailleurs une dépendance angulaire, qui est celle que l'on peut déduire de l'image classique des oscillateurs du paragr. 2 (chap. I) : il varie comme le produit scalaire des projections de $\langle m_2 | \vec{D} | \mu_2 \rangle$ et $\langle \mu_1 | \vec{D} | m_1 \rangle$ sur un plan perpendiculaire à \vec{R}_{12} . Le facteur exponentiel $e^{i[(m_2 - m_1)\omega_o + (\mu_1 - \mu_2)\omega_f]t}$ correspond à la différence d'énergie entre les états $|1\mu_1, 2m_2\rangle$ et $|1m_1, 2\mu_2\rangle$ et le facteur $e^{i\omega_{12}t}$ traduit le décalage en fréquence dû à l'effet Doppler des photons de résonance émis par l'atome 1 et absorbés par l'atome 2. Le facteur $e^{ik_o R_{12}}$ contenu dans $\Gamma(1\mu_1, 2m_2; 1m_1, 2\mu_2; t)$ correspond enfin au déphasage de l'onde lumineuse sur le trajet \vec{R}_{12} . L'effet de retard dans la propagation de l'onde est encore contenu dans le facteur $e^{\rho(t-R_{12})}$ (formule (II, 42)), mais il a été ensuite négligé d'après l'hypothèse $|\rho|R_{12} \ll 1$.

Notons enfin qu'une résolution de (II, 45) par un développement en puissances de $\frac{1}{k_0 R_{12}}$, c'est-à-dire en considérant le couplage comme une perturbation, conduira bien à une solution en somme d'exponentielles $e^{\rho t}$ satisfaisant à la condition $|\rho| \ll k_0$.

C) Cas où il existe un champ de radiofréquence

On effectue alors des changements de variables du type (II, 32) qui sont les mêmes pour les 2 types d'états $|1 \mu_1, 2 m_2\rangle$ et $|1 m_1, 2 \mu_2\rangle$ puisque la radiofréquence agit de façon identique sur l'état excité de chaque atome en donnant les mêmes éléments de matrice. On obtient ainsi les équations

$$i \frac{d}{dt} a'_{1 \mu_1, 2 m_2} = \left[k_0 - i \frac{\Gamma}{2} + m_2 (\omega_0 - \omega) \right] a'_{1 \mu_1, 2 m_2} + \sum_{m'_2 = m_2 - 1} K m_2 m'_2 a'_{1 \mu_1, 2 m'_2} + i \sum_{\mu_2 = m_1} \Gamma (1 \mu_1, 2 m_2; 1 m_1, 2 \mu_2; t) e^{i a_{12} t} e^{i (m_2 - m_1) (\omega - \omega_0) t} a'_{1 m_1, 2 \mu_2} \quad (II, 46)$$

On a posé $a'_{1 \mu_1, 2 m_2} = e^{\int m_2 \omega + \mu_1 \omega_0 dt} a_{1 \mu_1, 2 m_2}$.

Ainsi le champ de radiofréquence ne modifie pas la nature du couplage entre les états excités des 2 atomes. On peut alors, pour une valeur déterminée de μ_1 (ou μ_2) former avec les $2F + 1$ coefficients $a'_{1 \mu_1, 2 m_2}$ (ou $a'_{1 m_1, 2 \mu_2}$) un vecteur à $2F + 1$ composantes, désigné par $A(1 \mu_1, 2)$ (ou $A(1, 2 \mu_2)$). Les coefficients $\Gamma (1 \mu_1, 2 m_2; 1 m_1, 2 \mu_2; t) e^{i (m_2 - m_1) (\omega - \omega_0) t}$ forment une matrice de rang $2F + 1$ pour μ_1 et μ_2 fixés, $C(1 \mu_1, 2 \mu_2; t)$

et les équations d'évolution des vecteurs A sont du type :

$$i \frac{d}{dt} A(1\mu_1, 2) = (\tilde{k}_0 - i\frac{\Gamma}{2} + \mathcal{H}) A(1\mu_1, 2) + i \sum_{\mu_2} C(1\mu_1, 2\mu_2; t) e^{iQ_{12}t} A(1, 2\mu_2) \quad (\text{II, 47})$$

où \mathcal{H} est la matrice de rang $2F + 1$: $\mathcal{H} = (\omega_0 - \omega) F_z + \gamma H_1 F_x$.

D'après la formule (II, 44), on peut écrire C sous la forme :

$$C(1\mu_1, 2\mu_2; t) = \frac{3}{4} i \left[\frac{e^{ik_0 R_{12}}}{k_0 R_{12}} \sum_{\lambda} e^{iF_z \omega t} \begin{pmatrix} \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} \\ \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} \end{pmatrix} e^{-i\vec{l}_z \omega t} \right] |\mu_2\rangle \langle \mu_1| e^{i\vec{l}_z \omega t} \quad (\text{II, 48})$$

Notons que l'équation (II, 47) est valable en l'absence de champ de radiofréquence (il suffit de faire $\omega = 0$ et $\gamma H_1 = 0$).

5) Cas général d'un système de N atomes

A) Notations et équations du problème

Les atomes seront numérotés $1, 2, \dots, N$, et leurs positions à l'instant 0 seront les points $\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N$; leurs vitesses seront $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_N$. On définira de même les vecteurs à $2F + 1$ éléments,

$A [1\mu_1; \dots; n\mu_n; \dots; N\mu_N; t]$ dont les composantes sur les vecteurs de base $|m_n\rangle$ de l'espace à $2F + 1$ dimensions utilisé sont

$O_C [1\mu_1; \dots; n, m_n; \dots; N\mu_N; t]$, amplitudes de probabilité (au facteur $e^{[m_n \omega t + \mu_1 \omega t + \dots + \mu_N \omega t]}$ près) pour que tous les atomes soient dans les sous-niveaux

$\mu_1 \dots \mu_N$ de l'état fondamental, sauf le n ième, qui est dans le sous-niveau m_n de l'état excité. Les équations d'évolution de ces vecteurs sont

obtenues comme dans le problème à 2 atomes :

10/1/2011

10/1/2011

10/1/2011

(1)

10/1/2011

10/1/2011

10/1/2011

10/1/2011

$$i \frac{d}{dt} A [1 \mu_1; \dots n_e; \dots \mathcal{H}_{\mu_0}; t] = \left[k_0 - i \frac{\Gamma}{2} + \mathcal{H} \right] A [1 \mu_1 \dots; n_e; \dots \mathcal{H}_{\mu_0}; t]$$

$$+ i \sum_{n' \mu_n} C(n', \mu_{n'}; n, \mu_n; t) e^{i Q_{n'} n t} A [1 \mu_1 \dots; n \mu_n \dots; n' e; \dots \mathcal{H}_{\mu_0}; t]$$

(II, 49)

les C étant définis comme dans l'équation (II, 48).

B) Méthode de résolution des équations (II, 49)

Il est naturellement impossible de résoudre sans approximations le système des équations (II, 49). Pour obtenir une solution approchée, nous utiliserons le fait que l'ordre de grandeur des coefficients des matrices C est $\frac{\Gamma}{k_0 R}$, où R désigne la distance entre 2 atomes arbitraires, alors que les coefficients de la matrice \mathcal{H} sont de l'ordre de Γ dans les cas intéressants. Or $k_0 R$ a été supposé grand devant l'unité (II, 39). Le couplage entre les divers vecteurs A apparaît donc comme une perturbation. Nous ferons un développement en série par rapport à ces termes, en résolvant les équations (II, 49) par approximations successives et en prenant comme état initial, celui dans lequel tous les vecteurs A sont nuls, sauf l'un d'eux, $A(1, \mu_1, \dots n_0 e \dots; 0)$ (c'est-à-dire qu'on suppose l'atome n_0 excité à l'instant initial). Chaque vecteur A est une somme de contributions $A^{(p)}$ de même argument, correspondant à l'ordre p dans la méthode d'approximations successives :

$$\begin{aligned}
 A^{(p)} [| \mu_1; \dots n_0 \mu_{n_0}; n_1 \mu_{n_1}; \dots n_{p-1} \mu_{n_{p-1}}; n_p e; \dots; t] &= \sum_{n_1 \dots n_{p-1}} e^{-i(k_0 - i\frac{\Gamma}{2} + \mathcal{H})t} \\
 \times \int_0^t dt_p \int_0^{t_p} dt_{p-1} \dots \int_0^{t_2} dt_1 e^{i\mathcal{H}t_p} e^{i a_{n_{p-1} n_p} t_p} C(n_{p-1}, \mu_{n_{p-1}}; n_p, \mu'_{n_p}; t_p) e^{-i\mathcal{H}t_p} \\
 \times e^{i\mathcal{H}t_{p-1}} e^{i a_{n_{p-2} n_{p-1}} t_{p-1}} C(n_{p-2}, \mu_{n_{p-2}}; n_{p-1}, \mu'_{n_{p-1}}; t_{p-1}) e^{-i\mathcal{H}t_{p-1}} \\
 \dots e^{i\mathcal{H}t_1} e^{i a_{n_0 n_1} t_1} C(n_0, \mu_{n_0}; n_1, \mu'_{n_1}; t_1) e^{-i\mathcal{H}t_1}
 \end{aligned}$$

$$A(1, \mu_1; \dots n_0 e, \dots; n_1 \mu'_{n_1} \dots; n_p \mu'_{n_p}; \dots; 0) \quad (\text{II, 50})$$

L'interprétation physique d'un tel terme est claire : l'état

$| 1 \mu_1 \dots; n_0 \mu_{n_0}; \dots n_1 \mu_{n_1}; \dots n_{p-1} \mu_{n_{p-1}}; \dots n_p e; \dots \rangle$ est obtenu à partir de l'état initial $| 1 \mu_1; \dots n_0 e \dots; n_1 \mu'_{n_1}; \dots n_{p-1} \mu'_{n_{p-1}}; \dots n_p \mu_{n_p} \rangle$ par l'intermédiaire de p passages d'un photon d'un atome à un autre, constituant ce que nous appellerons un chemin. Ce chemin conduit le photon successivement de l'atome n_0 à l'atome n_1 , de l'atome n_1 à l'atome $n_2 \dots$ de l'atome n_{p-1} à l'atome n_p ; après diffusion du photon, ces atomes sont passés des sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental $\mu'_{n_1}, \mu'_{n_2} \dots \mu'_{n_{p-1}}$ aux sous-niveaux $\mu_{n_1}, \mu_{n_2} \dots \mu_{n_{p-1}}$ respectivement. La valeur de $A^{(p)}$ s'obtient en sommant sur tous les chemins possibles. Nous verrons que nous aurons pratiquement besoin des grandeurs

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n_1 \dots n_{p-1}} \sum_{\mu_{n_1} \dots \mu_{n_{p-1}}} a [| 1 \mu_1; \dots; n-1, \mu_{n-1}; n, m; n+1, \mu_{n+1}; \dots \sigma_{\mu, \mu'}(t)] \\
 &\times a [| 1 \mu_1 \dots; n-1, \mu_{n-1}; n, m'; n+1, \mu_{n+1}; \dots \sigma_{\mu, \mu'}(t)]
 \end{aligned}$$

qui sont les éléments (m, m') de la matrice densité $\rho(t)$ représentant l'état d'excitation de l'ensemble du système, définie par

$$\rho(t) = \sum_n \sum_{\substack{\mu_1 \dots \mu_{n-1} \\ \mu_{n+1} \dots \mu_{n+6}}} |A(1, \mu_1; \dots; n; \dots; t)\rangle \langle A^*(1, \mu_1; \dots; n; \dots; t)| \quad (\text{II, 51})$$

En principe la valeur de A doit être obtenue en sommant tous les $A^{(p)}$ de même argument. Chaque $A^{(p)}$ est lui-même la somme d'un grand nombre de termes, correspondant à tous les chemins possibles d'ordre p qui font passer le système d'un même état initial à un même état final. Si l'on effectue ce développement, l'expression (II, 51) est la somme de termes de 2 sortes : les uns, qui seront dits "carrés", sont des produits de 2 facteurs complexes conjugués l'un de l'autre correspondant au même chemin, les autres, qui seront dits "rectangles" correspondent à l'interférence entre les contributions de 2 chemins différents. Or chaque terme de (II, 50) contient un facteur de phase dû aux exponentielles $e^{ik_0 R_{nn'}}$ qui figurent dans les matrices C ; ces facteurs de phase disparaissent dans les termes "carrés", mais subsistent en général dans les termes "rectangles" lorsque le chemin suivi par le photon n'a pas la particularité que nous envisagerons plus loin. L'hypothèse selon laquelle $k_0 R_{nn'} \gg 1$ implique une variation très rapide et aléatoire de ces facteurs d'un terme d'interférence à un autre, puisque les atomes sont disposés au hasard. Nous admettrons qu'il en résulte l'annulation en moyenne des effets d'interférence entre les contributions de différents chemins. Il nous suffira donc de calculer les termes "carrés" et de sommer ensuite sur tous les chemins possibles et sur tous les ordres possibles.

Toutefois, il existe des termes d'interférence non négligeables entre la contribution d'ordre p d'un chemin C et la contribution d'ordre $p + q$ d'un chemin C' , si ces 2 chemins ont la particularité suivante : le chemin C' comporte tous les atomes du chemin C et dans le même ordre, mais il existe en outre q atomes dans le chemin C' qui sont placés entre 2 atomes A et B du chemin C et par lesquels le photon est diffusé sans modifier leurs sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental. De plus, il faut que ces q atomes soient suffisamment près de la droite AB et situés dans leur ordre de succession $1, 2, \dots, q$ près de cette droite, de sorte que les facteurs de phase $e^{ik_0 R_{AB}}$ et $e^{ik_0(R_{A1} + R_{12} + \dots + R_{qB})}$ ne diffèrent pratiquement pas (cf. fig. 8, page 19).

Il faut pour cela que $\left| R_{A1} + R_{12} + \dots + R_{qB} - R_{AB} \right| \ll \frac{2\pi}{k_0} = \lambda$ (II, 52)

longueur d'onde du rayonnement optique de résonance. Inversement, à chaque chemin C dans lequel on ne peut pas trouver 3 atomes consécutifs alignés, on peut faire correspondre une infinité de chemins analogues à C' ; la différence entre ce chemin C et les chemins C' consiste en q atomes placés entre les atomes O et A du chemin C' , q' entre les atomes A et B , etc... Il est clair qu'on pourra rendre compte de l'effet d'interférence en sommant les amplitudes A correspondant à tous les chemins C' associés à un chemin C déterminé; ce calcul fait l'objet du paragraphe C suivant. Ensuite, nous sommerons tous les termes "carrés" de l'expression (II, 51) dûs à tous les

chemins C possibles, en tenant compte dans ce dernier calcul de l'effet des chemins C' associés aux chemins C. (1)

A ce point du calcul, il importe de noter ce qui maintient dans notre formalisme la cohérence nécessaire pour expliquer l'affinement des raies de résonance magnétique. Il ne s'agit pas de la cohérence entre les contributions des divers chemins C, puisqu'en général on néglige l'effet de leur interférence. Mais il s'agit de la cohérence entre les coefficients a qui sont les composantes des vecteurs A. Lors du calcul de la contribution (II, 50) d'un chemin C, nous ne raisonnons à aucun moment en termes de populations de niveaux ou d'intensités lumineuses; tout le calcul est mené au moyen des amplitudes de probabilité a , liées entre elles par la matrice \mathcal{H} lorsqu'elles correspondent à l'excitation d'un même atome (d'où les transitions induites par la radiofréquence) et par les matrices C lorsqu'elles correspondent à

(1)

L'approximation consistant à tenir compte des interférences des termes correspondant aux chemins C' et non de celles dues aux termes correspondant aux chemins C n'est autre que l'approximation dite "de la phase stationnaire", utilisée par L.I. SCHIFF pour améliorer l'approximation de Born dans les problèmes de diffusion aux hautes énergies. Dans le cas d'une particule dont l'impulsion initiale et l'impulsion finale sont $\hbar \vec{k}_0$ et $\hbar \vec{k}_f$, le terme d'ordre n du développement de Born pour l'amplitude de l'onde diffusée correspond à n diffusions successives, aux points $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$, et à la somme des contributions de chacun de ces "chemins". On montre que la contribution d'un "chemin" n'est importante que si les vecteurs $\vec{r}_2 - \vec{r}_1, \vec{r}_3 - \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_m - \vec{r}_{m-1}$ sont pratiquement parallèles à \vec{k}_0 , et les vecteurs $\vec{r}_{m+1} - \vec{r}_m, \dots, \vec{r}_n - \vec{r}_{n-1}$ pratiquement parallèles à \vec{k}_f . L'approximation utilisée par SCHIFF revient à ne tenir compte que de ces "chemins" particuliers. Le résultat de notre appendice n° 5 est en particulier démontré par SCHIFF. Voir à ce sujet, L.I. SCHIFF, Phys. Rev. 103, 443 (1956); 104, 1481 (1956).

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This not only helps in tracking expenses but also ensures compliance with tax regulations.

In the second section, the author outlines the various methods used for data collection and analysis. These include surveys, interviews, and focus groups. Each method has its own strengths and limitations, and the choice depends on the specific research objectives.

The third section delves into the statistical analysis of the collected data. It covers topics such as descriptive statistics, inferential statistics, and regression analysis. The goal is to identify patterns and trends in the data that can inform decision-making.

Finally, the document concludes with a summary of the findings and recommendations. It highlights the key insights gained from the research and provides practical advice for implementing these findings in a business or organizational context.

l'excitation d'atomes différents (passage de l'excitation d'un atome à un autre par l'intermédiaire du champ de rayonnement, c'est-à-dire par diffusion multiple). C'est en cela que le calcul exposé ici diffère de l'interprétation simpliste ne tenant pas compte de la cohérence, donnée au chapitre I, paragr. 5, et c'est grâce à ces effets de cohérence qu'il permet de comprendre les phénomènes observés expérimentalement.

C) Calcul de l'effet des chemins C'

Si les chemins C' ne diffèrent d'un chemin C que par q atomes placés entre 2 atomes A et B, le calcul de l'expression (II, 50) jusqu'à l'atome A sera le même et donnera la contribution $\Phi_{OA}(t)$ pour les 2 sortes de chemins. De A à B, le calcul sur le chemin C donne

$$C = \int_0^t e^{i\mathcal{H}t'} e^{i\alpha_{AB}t'} C(A, \mu_A; B, \mu_B; t') e^{-i\mathcal{H}t'} \Phi_{OA}(t') dt' \quad (II, 53)$$

et sur les chemins C'

$$C' = \int_{1 \dots q} \int_0^t dt_{q+1} \int_0^{t_{q+1}} dt_q \dots \int_0^{t_2} dt_1 e^{i\mathcal{H}t_{q+1}} e^{i\alpha_{qB}t_{q+1}} C(q, \mu_q; B, \mu_B; t_{q+1}) e^{-i\mathcal{H}t_{q+1}} \\ \times e^{i\mathcal{H}t_q} e^{i\alpha_{q-1q}t_q} C(q-1, \mu_{q-1}; q, \mu_q; t_q) e^{-i\mathcal{H}t_q} \dots \\ \times e^{i\mathcal{H}t_1} e^{i\alpha_{A1}t_1} C(A, \mu_A; 1, \mu_1; t_1) e^{-i\mathcal{H}t_1} \Phi_{OA}(t_1) \quad (II, 54)$$

Nous poserons dans ce qui suit :

$$\mathcal{O}(1, \mu_1; 2, \mu_2; t) = \frac{4 k_o R_{12}}{3i \Gamma e^{ik_o R_{12}}} C(1, \mu_1; 2, \mu_2; t) \quad (II, 55)$$

L'équation (II, 54) prend alors la forme

$$C' = \left(\frac{3i\Gamma}{4} \right)^{q+1} \sum_{1 \dots q} \frac{e^{ik_0(R_{A1} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q+1} R_{A1} \dots R_{qB}} \int_0^{t'} dt_{q+1} \int_0^{t_{q+1}} dt_q \dots \int_0^{t_2} dt_1$$

$$e^{i\mathcal{H}t_{q+1}} e^{iO_{qB}t_{q+1}} \mathcal{O}(q, \mu_q; B, \mu'_B; t_{q+1}) e^{-i\mathcal{L}t_{q+1}} \dots$$

$$x e^{i\mathcal{H}t_1} e^{iO_{A1}t_1} \mathcal{O}(A, \mu_A; 1, \mu'_1; t_1) e^{-i\mathcal{L}t_1} \Phi_{OA}(t_1) \quad (II, 56)$$

On sait a priori d'après le raisonnement fait en B) que les seuls atomes 1, 2... q qui peuvent apporter une contribution importante sont presque alignés sur le segment AB, dans l'ordre 1, 2... q. Nous pourrions donc effectuer la sommation sur tous les chemins C' possibles comme si les atomes étaient ainsi effectivement alignés, sauf en ce qui concerne le facteur

$\frac{e^{ik_0(R_{A1} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q+1} R_{A1} \dots R_{qB}}$. Ce dernier facteur sera ensuite intégré comme si

les atomes étaient répartis uniformément dans l'espace avec une densité N par unité de volume (méthode analogue à la méthode du col).

Nous pourrions remplacer les diverses sommations par des intégrations, étant donné la forte densité d'atomes dans le volume envisagé ($N \sim 10^{10}$ à 10^{14} atomes par cm^3). Nous admettrons, pour simplifier, que tous les atomes sont animés de la même vitesse v que nous prendrons égale à la vitesse quadratique moyenne. On montre en appendice n° 3 que la sommation sur toutes les orientations possibles des vitesses revient à effectuer

l'intégration $\frac{1}{(2k_0 v)^q} \int \dots \int d a_{A1} d a_{12} \dots d a_{q-1 q}$.

On tient compte en outre du fait que pour des atomes alignés

$$a_{qB} = a_{AB} - (a_{A1} + a_{12} + \dots + a_{q-1q})$$

L'intégrale à évaluer donnant la moyenne de C' sur la vitesse des atomes 1, 2... q, est alors

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2k_0v)^q} \int \dots \int d\alpha_{A1} \dots d\alpha_{q-1q} e^{i\alpha_{AB}t_{q+1}} e^{i\alpha_{A1}(t_1-t_{q+1})} e^{i\alpha_{12}(t_2-t_{q+1})} \dots e^{i\alpha_{q-1q}(t_q-t_{q+1})} \\ & = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{1}{(k_0v)^q} e^{i\alpha_{AB}t_{q+1}} \frac{\sin \alpha(t_1 - t_{q+1})}{t_1 - t_{q+1}} \dots \frac{\sin \alpha(t_q - t_{q+1})}{t_q - t_{q+1}} \end{aligned}$$

L'intégrale qui reste à effectuer sur $t_1, t_2 \dots t_{q+1}$ est calculée au moyen

du changement de variables :

$$\begin{cases} t_{q+1} - t_1 = u_1 \\ t_{q+1} - t_2 = u_2 \\ \vdots \\ t_{q+1} - t_q = u_q \end{cases}$$

Elle prend la forme, en représentant par G tout ce qui dépend de $t_1 \dots t_{q+1}$:

$$\begin{aligned} & \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_0^t dt_{q+1} \dots \int_0^{t_2} dt_1 \frac{1}{(k_0v)^q} e^{i\alpha_{AB}t_{q+1}} \frac{\sin \alpha(t_1 - t_{q+1})}{t_1 - t_{q+1}} \dots \\ & \quad \times \frac{\sin \alpha(t_q - t_{q+1})}{t_q - t_{q+1}} G(t_1, t_2 \dots t_{q+1}) \\ & = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_0^t dt_{q+1} \int_0^{t_{q+1}} du_1 \int_0^{u_1} du_2 \dots \int_0^{u_{q-1}} du_q \frac{1}{(k_0v)^q} e^{i\alpha_{AB}t_{q+1}} \\ & \quad \times \frac{\sin \alpha u_1}{u_1} \dots \frac{\sin \alpha u_q}{u_q} G[t_{q+1} - u_1, t_{q+1} - u_2 \dots t_{q+1} - u_q, t_{q+1}] \\ & = \left(\frac{\pi}{2k_0v}\right)^q \int_0^t dt_{q+1} e^{i\alpha_{AB}t_{q+1}} G(t_{q+1}, t_{q+1} \dots; t_{q+1}) \end{aligned} \quad (II, 57)$$

En utilisant ce résultat, on trouve :

$$\begin{aligned}
 C' = & \frac{3i\Gamma}{4} \left(\frac{3i\pi\Gamma}{8k_0v} \right)^q \sum_{\substack{1 \dots q \\ \text{positions}}} \frac{e^{ik_0(R_{A1} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q+1} R_{A1} \dots R_{qB}} \\
 & \times \int_0^t dt' e^{i\alpha_{AB}t'} e^{i\mathcal{H}t'} \mathcal{G}(q, \mu_q; B, \mu'_B; t') \mathcal{G}(q-1, \mu_{q-1}; q, \mu_q; t') \dots \\
 & \times \mathcal{G}(A, \mu_A, 1, \mu_1; t') e^{-i\mathcal{H}t'} \Phi_{CA}(t') \quad (II, 58)
 \end{aligned}$$

La sommation ne porte plus que sur les positions des atomes puisque la moyenne sur les vitesses a été effectuée. Si l'on admet une répartition uniforme des atomes entre les sous-niveaux de l'état fondamental, on doit également faire la moyenne sur $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q$. En revenant aux définitions (II, 48) et (II, 55), on peut montrer (cf. appendice n° 4) que cette moyenne donne pour le produit des opérateurs \mathcal{G} de l'expression (II, 58) le résultat

$$\left[\frac{2F+1}{3(2I+1)} \right]^q \mathcal{G}(A, \mu_A; B, \mu'_B; t')$$

Enfin, l'intégration sur les positions des atomes (cf. appendice n° 5) conduit, en négligeant des termes d'ordre supérieur en $\frac{1}{k_0 R_{AB}}$, au facteur

$$\frac{1}{q!} \left(\frac{i 2\pi N R_{AB}}{k_0^2} \right)^q \frac{e^{ik_0 R_{AB}}}{k_0 R_{AB}}$$

Ainsi, l'expression C' vaut =

$$\begin{aligned}
 C' &= \frac{1}{q!} \frac{3i\Gamma}{4} \left[-\frac{\pi^2}{2} \times \frac{2F+1}{2I+1} \times \frac{N\Gamma R_{AB}}{2k_0^3 v} \right]^q \frac{e^{ik_0 R_{AB}}}{k_0 R_{AB}} \\
 &\times \int_0^t dt' e^{ia_{AB}t'} e^{i\mathcal{H}t'} \mathcal{G}(A, \mu_A; B, \mu_B; t') e^{-i\mathcal{H}t'} \Phi_{OA}(t') \\
 &= \frac{1}{q!} \left(-\frac{\pi^2}{2} \times \frac{2F+1}{2I+1} \times \frac{N\Gamma R_{AB}}{2k_0^3 v} \right)^q C \quad (II, 59)
 \end{aligned}$$

C étant donné par (II, 53). Si on ajoute toutes les contributions C' correspondant à tous les ordres q, on trouve enfin

$$\sum_q C' = e^{-KNR_{AB}} C \quad (II, 60)$$

en posant

$$K = \frac{\pi^2}{4} \times \frac{2F+1}{2I+1} \times \frac{\Gamma}{k_0^3 v} \quad (II, 61)$$

L'interprétation physique de ce résultat est claire : le seul effet de l'ensemble des chemins C' est de modifier le résultat du calcul de la contribution du chemin C par le facteur $e^{-KNR_{AB}}$; ce facteur traduit l'absorption du rayonnement par les atomes qui se trouvent entre les atomes A et B. Si l'on envisage non plus seulement les chemins C' particuliers précédents, mais tous les chemins C' possibles associés à un chemin C déterminé, on voit qu'il suffira pour en tenir compte de remplacer dans le calcul les matrices

$$C(1, \mu_1; 2, \mu_2; t) \text{ par les matrices } C'(1, \mu_1; 2, \mu_2; t) = e^{-KNR_{12}} C(1, \mu_1; 2, \mu_2; t) \quad (II, 62)$$

C'est ainsi que le calcul sera mené par la suite.

D) Détermination de la matrice densité $\rho(t)$

Nous devons maintenant évaluer l'expression (II, 51) au moyen du développement (II, 50), en remplaçant les matrices C par les matrices C' définies par (II, 62) et en ne calculant que les termes "carrés". Nous effectuons la sommation sur les p atomes du chemin C en intégrant d'abord sur les coefficients $a_{n_0 n_1}, a_{n_1 n_2} \dots$ avec le poids $\frac{1}{(2k_0 v)^p}$ (moyenne sur les vitesses relatives possibles. cf. appendice n° 3).

Les divers termes ont la forme

$$\frac{1}{(2k_0 v)^p} \int \dots \int da_{n_{p-1} n_p} \dots da_{n_0 n_1} \int_0^t dt_p \int_0^{t_p} dt_{p-1} \dots \int_0^{t_2} dt_1$$

$$\int_0^t dt'_p \dots \int_0^{t'_2} dt'_1 e^{i a_{n_{p-1} n_p} (t_p - t'_p)} \dots e^{i a_{n_0 n_1} (t_1 - t'_1)}$$

$$H(t_1, t_2 \dots t_p; t'_1, t'_2 \dots t'_p) \approx \left(\frac{\pi}{k_0 v}\right)^p \int_0^t dt_p \int_0^{t_p} dt'_p \dots \int_0^{t_2} dt_1 \int_0^{t'_2} dt'_1$$

$$\delta(t_p - t'_p) \dots \delta(t_1 - t'_1) H(t_1 \dots t_p; t'_1 \dots t'_p) = \left(\frac{\pi}{k_0 v}\right)^p \int_0^t dt_p \dots \int_0^{t_2} dt_1 H(t_1 \dots t_p; t'_1 \dots t'_p)$$

En particulier, "le terme "carré" représentant p diffusions successives, après moyenne sur les vitesses possibles, donne, d'après (II, 50) :

$$\left(\frac{\pi}{k_0 v}\right)^p e^{-\Gamma t} \int_0^t dt_p \dots \int_0^{t_2} dt_1 e^{-i\mathcal{H}(t-t_p)} C'(n_{p-1}, \mu_{n_{p-1}}; n_p, \mu_{n_p}; t_p) \dots$$

$$\dots e^{-i\mathcal{H}t_1} \left| A(1, \mu_1; \dots n_0 e \dots; 0) \right\rangle \left\langle A^*(1, \mu_1, \dots n_0 e \dots; 0) \right| e^{i\mathcal{H}t_1}$$

$$\dots C'^*(n_{p-1}, \mu_{n_{p-1}}; n_p, \mu_{n_p}; t_p) e^{i\mathcal{H}(t-t_p)} \quad (II, 63)$$

Il reste à faire la somme de ces résultats sur toutes les positions possibles des atomes, c'est-à-dire à intégrer (II, 63) avec l'élément d'intégration

$$N^p \int \dots \int d\vec{R}_{n_{p-1}n_p} \quad d\vec{R}_{n_{p-2}n_{p-1}} \quad \dots \quad d\vec{R}_{n_0n_1}$$

Puis on doit effectuer la moyenne sur les valeurs initiales des μ

$$(\mu'_{n_1}, \mu'_{n_2} \dots \mu'_{n_p}) \text{ et la sommation sur les valeurs finales } (\mu_{n_0}, \mu_{n_1}, \dots, \mu_{n_{p-1}}), \text{ ce qui conduit à calculer } \frac{1}{(2I+1)^p} \int \mu'_{n_1} \dots \mu'_{n_p} \mu_{n_0} \dots \mu_{n_{p-1}}$$

L'intégrale à faire sur les positions des atomes comporte une intégration sur les angles des vecteurs \vec{R} , puis une intégration sur leurs modules. Celle-ci conduit à calculer $\int \frac{9}{16} \frac{\Gamma^2}{(k_0 R)^2} e^{-2KNR} R^2 dR$, R étant la distance entre 2 atomes consécutifs des chemins C d'ordre p possibles.

A priori, dans une cellule de forme quelconque contenant les atomes, la limite supérieure de chacune des intégrations sur $R_{n_{p-1}n_p}, R_{n_{p-1}n_{p-2}}, \dots, R_{n_0n_1}$ dépend de la position des atomes $n_{p-1}, n_{p-2}, \dots, n_0$ respectivement et des angles polaires des vecteurs $\vec{R}_{n_{p-1}n_p}, \vec{R}_{n_{p-2}n_{p-1}}, \dots, \vec{R}_{n_0n_1}$. En effet, 2 atomes placés à des positions différentes dans la cellule ne sont pas à la même distance des parois qui fixent la limite supérieure d'intégration. Toutefois, la seule façon de poursuivre le calcul est de supposer qu'une bonne approximation consiste à donner une valeur fixe L à la borne supérieure de l'intégrale,

indépendante des paramètres précédemment cités. Cela revient à dire que l'on fait le calcul comme si chaque atome était placé de manière identique par rapport aux parois de la cellule; en fait, chaque atome serait le centre d'une sphère de rayon L formée par les parois. Cette approximation est évidemment assez grossière; elle doit être d'autant plus valable que les dimensions de la cellule sont plus grandes devant la longueur de diffusion moyenne des photons, c'est-à-dire que la pression de vapeur est plus grande. Nous verrons plus loin que les résultats obtenus ainsi ne sont pas en désaccord trop grossier avec l'expérience. Cette approximation conduit en tout cas à remplacer les intégrales sur les modules des vecteurs \vec{R} par le facteur

$$\left[\frac{9}{16} \frac{\int \vec{r}^2}{k_0^2} \frac{1 - e^{-2KNL}}{2KN} \right]^p = \left[\frac{9}{8\pi^2} \frac{\int k_{ov}}{N} \frac{2I+1}{2F+1} (1 - e^{-2KNL}) \right]^p$$

Nous poserons, dans tout ce qui suit : $x = 1 - e^{-2KNL}$ (II, 64)

Nous montrerons plus loin que la signification physique de ce paramètre est la suivante : avec le modèle approximatif que nous avons choisi, x représente la probabilité totale pour qu'un photon, émis par un atome de la vapeur, soit réabsorbé au moins une fois avant de sortir de la cellule.

La contribution au résultat des termes "carrés" d'ordre p est donc

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{9x\Gamma}{8\pi(2F+1)} \right]^p e^{-\Gamma t} \sum_{\mu'_{n_1} \dots \mu'_{n_p}} \sum_{\text{angles}} \int_0^t dt_p \int_0^{t_p} dt_{p-1} \dots \int_0^{t_2} dt_1 e^{-i\mathcal{H}(t-t_p)} \\
 & \quad \mathcal{O}^{(n_{p-1}, \mu_{n_{p-1}}; n_p, \mu'_{n_p}; t_p)} \times e^{-i\mathcal{H}(t_p-t_{p-1})} \dots e^{-i\mathcal{H}(t_2-t_1)} \\
 & \quad \mathcal{O}^{(n_0, \mu_{n_0}; n_1, \mu'_{n_1}; t_1)} e^{-i\mathcal{H}t_1} |A(1, \mu_1; \dots n_0 e; \dots; 0) \rangle \\
 & \langle A^*(1, \mu_1; \dots n_0 e; \dots; 0) | e^{i\mathcal{H}t_1} \mathcal{O}^{(n_0, \mu_{n_0}; n_1, \mu'_{n_1}; t_1)} e^{i\mathcal{H}(t_2-t_1)} \dots \\
 & \quad e^{i\mathcal{H}(t_p-t_{p-1})} \mathcal{O}^{(n_{p-1}, \mu_{n_{p-1}}; n_p, \mu'_{n_p}; t_p)} e^{i\mathcal{H}(t-t_p)} \quad (II, 65)
 \end{aligned}$$

(la sommation porte sur les angles polaires des vecteurs \vec{R}).

Or $|A(1, \mu_1; \dots n_0 e; \dots; 0) \rangle \langle A^*(1, \mu_1; \dots n_0 e; \dots; 0) |$ n'est autre que la matrice densité $\rho(0)$ qui représente l'état initial du système.

Nous poursuivrons le calcul en évaluant

$$\rho' = \sum_{\mu'_{n_1}} \sum_{\text{angles}} \sum_{\mu_{n_0}} e^{i\mathcal{H}t_1} \mathcal{O}^{(n_0, \mu_{n_0}; n_1, \mu'_{n_1}; t_1)} e^{-i\mathcal{H}t_1} \rho(0)$$

Le détail des calculs est donné dans l'appendice n° 6; dans les cas pratiquement intéressants, il conduit à un résultat de la forme

$$\rho' = \frac{8\pi}{9} (2F+1) \left[\alpha \rho(0) + \frac{1-\alpha}{2F+1} \text{II} \right] \quad \text{II étant la matrice unité}$$

de rang $2F+1$, α étant une constante dépendant de I et F.

On en déduit par récurrence que (II, 65) s'écrit

$$\begin{aligned} \rho^{(p+1)}(t) &= \left(\frac{9}{8\pi} \frac{x \Gamma}{2F+1} \right)^p e^{-\Gamma t} \int_0^t dt_p \int_0^{t_p} dt_{p-1} \dots \int_0^{t_2} dt_1 e^{-i\mathcal{H}t} \\ &\times \left[\frac{8\pi}{9} (2F+1) \right]^p \left[\alpha^p \rho(0) + \frac{1-\alpha^p}{2F+1} \text{II} \right] e^{i\mathcal{H}t} \\ &= \frac{(x \Gamma t)^p}{p!} e^{-\Gamma t} e^{-i\mathcal{H}t} \left[\alpha^p \rho(0) + \frac{1-\alpha^p}{2F+1} \text{II} \right] e^{i\mathcal{H}t} \end{aligned} \quad (\text{II, 66})$$

On voit qu'au bout d'un temps d'excitation très long le nombre d'atomes excités par un photon qui a déjà été diffusé p fois est proportionnel à x^p , ce qui justifie l'interprétation physique donnée plus haut.

Après sommation sur tous les ordres p , on obtient

$$\rho(t) = e^{-\Gamma(1-x)t} \left[e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}t} - \frac{1}{2F+1} \text{II} \right] + \frac{e^{-\Gamma(1-x)t}}{2F+1} \text{II} \quad (\text{II, 67})$$

Ce résultat permet d'obtenir les intensités lumineuses émises dans les différentes directions de l'espace, et leurs états de polarisation correspondants, qui peuvent directement être comparés aux résultats expérimentaux.

6) Calcul des intensités lumineuses émises

Nous calculerons les amplitudes de probabilité

$b(1 \mu_1; 2 \mu_2; \dots \mathcal{H}_{\mu_{\nu}}; \vec{k}, \lambda; t)$ correspondant à l'état dans lequel tous les atomes sont au niveau fondamental, en présence d'un photon caractérisé par \vec{k} et λ , en utilisant les équations du type (II, 12). Nous négligerons dans ce calcul les interférences entre les rayonnements émis par les différents atomes

QUESTION (10.11)

1. The following table shows the number of...

2. The following table shows the number of...

3. The following table shows the number of...

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13. The following table shows the number of...

14.

15. The following table shows the number of...

16. The following table shows the number of...

17. The following table shows the number of...

18. The following table shows the number of...

19. The following table shows the number of...

20. The following table shows the number of...

21. The following table shows the number of...

22. The following table shows the number of...

23. The following table shows the number of...

24. The following table shows the number of...

25. The following table shows the number of...

26. The following table shows the number of...

27. The following table shows the number of...

28. The following table shows the number of...

29. The following table shows the number of...

30. The following table shows the number of...

31. The following table shows the number of...

32. The following table shows the number of...

33. The following table shows the number of...

34. The following table shows the number of...

35. The following table shows the number of...

36. The following table shows the number of...

37. The following table shows the number of...

38. The following table shows the number of...

39. The following table shows the number of...

40. The following table shows the number of...

41. The following table shows the number of...

42. The following table shows the number of...

43. The following table shows the number of...

44. The following table shows the number of...

45. The following table shows the number of...

en raison de leur répartition au hasard dans l'espace. Il suffit donc d'étudier le rayonnement émis par un atome n et de sommer sur tous les atomes n les intensités lumineuses obtenues. On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \left| b(1 \mu_1; \dots, \mu_n; \vec{k}, \lambda; \infty) \right|_{nm'm''}^2 &= \sum_{nm'm''} |A_k|^2 \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \langle \mu_n | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \\ &\langle m' | A(1 \mu_1; \dots, \mu_n; t') \rangle \langle A^*(1 \mu_1; \dots, \mu_n; t'') | m'' \rangle \langle m'' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu_n \rangle \\ &e^{i(k + \mu_n \omega_f - \vec{k} \cdot \vec{v}_n)(t' - t'')} e^{-i(m' \omega t' - m'' \omega t'')} \end{aligned} \quad (\text{II, 68})$$

L'intensité totale $I(\lambda) \Delta \Omega$ émise avec la polarisation λ dans un angle solide $\Delta \Omega$ autour d'une direction déterminée s'obtient en faisant la sommation de (II, 68) sur $\mu_1 \dots \mu_n$ et en intégrant sur k avec le poids $\rho(k) dk \Delta \Omega$. Les seules valeurs importantes de k étant au voisinage de k_0 , on obtient

$$\begin{aligned} I(\lambda) \Delta \Omega &\simeq |A_{k_0}|^2 \rho(k_0) \Delta \Omega \sum_{\mu_1 \dots \mu_n} \sum_{nm'm''} \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \langle \mu_n | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \\ &\langle m' | A(1 \mu_1; \dots, \mu_n; t') \rangle \langle A^*(1 \mu_1; \dots, \mu_n; t'') | m'' \rangle \langle m'' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu_n \rangle \\ &\int_0^\infty dk e^{i(k - k_0)(t' - t'')} e^{i(k_0 + \mu_n \omega_f - \vec{k} \cdot \vec{v}_n)(t' - t'')} e^{-i(m' \omega t' - m'' \omega t'')} \\ &= 2\pi |A_{k_0}|^2 \rho(k_0) \Delta \Omega \sum_{\mu} \sum_{m'm''} \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \\ &\left[\int_0^\infty dt e^{-im' \omega t} \langle m' | \rho(t) | m'' \rangle e^{im'' \omega t} \right] \langle m'' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \end{aligned} \quad (\text{II, 69})$$

Ce résultat est exactement celui qu'on obtiendrait en l'absence de tout effet de diffusion multiple, mais dans ce dernier cas la matrice $\rho(t)$ serait $\rho_0(t) = e^{-\Gamma t} e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}t}$, caractérisant l'évolution de la fonction d'onde d'un seul atome en présence du champ de radiofréquence (d'où l'Hamiltonien \mathcal{H}) et du champ de rayonnement (d'où le facteur $e^{-\Gamma t}$).

Ici $\rho(t)$ est donné par (II, 67). Les intensités lumineuses, d'après (II, 69) dépendent linéairement de $\rho(t)$, c'est-à-dire que chaque terme de (II, 67) apporte séparément sa contribution.

7) Interprétation physique du résultat

Le 1er terme de (II, 67) donne une contribution I_1 à l'intensité lumineuse qui est la même que pour un phénomène de diffusion simple pour un atome dont la durée de vie serait $T = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha x)} = \frac{\tau}{1-\alpha x}$ (II, 70).

Le 2e et le 3e terme de (II, 67) correspondent à une distribution uniforme des populations entre les sous-niveaux Zeeman de l'état excité. La lumière correspondante I_2 est donc totalement dépolarisée et sa répartition dans l'espace est isotrope.

Les méthodes de mesure de durée de vie que nous avons utilisées consistent à étudier la variation en fonction de divers paramètres (champ H_0 , champ H_1 , etc.) soit des intensités I_π ou I_σ , soit de la différence $I_\pi - I_\sigma$, soit du taux de polarisation $\frac{I_\pi - I_\sigma}{I_\pi + I_\sigma}$, dans une direction déterminée. Seules les intensités I_1 varient avec ces paramètres, les intensités I_2 en sont indépendantes; par suite, ces méthodes donneront non pas le paramètre τ , mais le

paramètre T , durée de cohérence du niveau dans les conditions de géométrie fixées. Aux très basses pressions de vapeur, N étant très petit, $x \rightarrow 0$ et $T \rightarrow \tau$. $T > \tau$ dès que x est non nul. Ainsi, la méthode de la résonance magnétique de BROSSSEL, ou celle de la dépolarisation magnétique due à HANLE (8)(9) et utilisée par divers auteurs dans le cas du mercure (10, 19) permettent, dans les mêmes conditions, de mesurer la même durée de cohérence. La forme des raies de résonance magnétique doit être la même qu'en l'absence de diffusion multiple; de même la variation du taux de polarisation dans la méthode de HANLE doit suivre la loi classique démontrée par WEISSKOPF et BREIT (8) :

$$P = \frac{P_0}{1 + 4 \omega_0^2 T^2}$$

Les formules théoriques restent les mêmes, seule la grandeur τ est remplacée par T . Le tableau 4 (page 63 bis) donne les valeurs de α et de T dans les divers cas intéressants, ainsi que l'expression de $x_{I, F}^{(N)}$ correspondant aux valeurs I et F des moments angulaires en fonction de $x_{0, 1}^{(N)} = x_p^{(N)}$ correspondant aux isotopes pairs (relation tirée de II, 64 et II, 61). Il est à remarquer que, même lorsque la diffusion multiple devient importante (x voisin de 1), T ne tend que vers une limite finie. L'interprétation de ce résultat est sans doute la suivante : lorsque 2 atomes sont sans vitesse relative, si le 1er émet en retombant dans le sous-niveau Zeeman $| \mu \rangle$ un photon que le 2e absorbe en partant du même sous-niveau Zeeman $| \mu \rangle$, la cohérence de phase doit être conservée autant qu'il est possible : il y a dans une certaine

TABLEAU 4

	α	$T_{I, F}^{(N)}$	$x_{I, F}^{(N)}$
$I=0$ $F=J=1$ (isotopes pairs)	$\frac{7}{10}$	$\frac{\tau}{1 - \frac{7x}{10^p}}$	$x_{0, 1}^{(N)} = x_p^{(N)}$
$I = 1/2$ $F = 3/2$ (isotope 199)	$\frac{7}{20}$	$\frac{\tau}{1 - \frac{7}{20} x_{1/2, 3/2}^{(N)}}$	$x_{1/2, 3/2}^{(N)} = x_p \left(\frac{2N}{3} \right)$
$I = 3/2$ $F = 3/2$ (isotope 201)	$\frac{28}{125}$	$\frac{\tau}{1 - \frac{28}{125} x_{3/2, 3/2}^{(N)}}$	$x_{3/2, 3/2}^{(N)} = x_p \left(\frac{N}{3} \right)$
$I = 3/2$ $F = 5/2$ (isotope 201)	$\frac{49}{250}$	$\frac{\tau}{1 - \frac{49}{250} x_{3/2, 5/2}^{(N)}}$	$x_{3/2, 5/2}^{(N)} = x_p \left(\frac{N}{2} \right)$

mesure échange des fonctions d'onde des 2 atomes. Dans toutes les autres possibilités de passage de l'excitation d'un atome à un autre, une partie de la cohérence doit être perdue. Alors que tous les transferts d'excitation contribuent à l'augmentation du temps d'emprisonnement du rayonnement, seuls les premiers doivent jouer un rôle important dans l'affinement de la raie de résonance magnétique.

Le temps d'emprisonnement du rayonnement est également facile à déterminer dans notre formalisme; la probabilité totale de trouver un atome excité à l'instant t , sachant qu'un atome était excité à l'instant 0 , est

$$P(t) = \text{Trace } \rho(t) = e^{-\Gamma(1-x)t} \text{ puisque } \text{Trace } \rho(0) = 1$$

$$P(t) = e^{-\frac{t}{\tau'}} \quad \text{où} \quad \tau' = \frac{\tau}{1-x} \quad (\text{II, 71}) \text{ est le temps d'emprisonnement.}$$

Comme $\alpha < 1$, on constate que $\tau' > T$, conclusion en accord avec les résultats des mesures de τ' par différents auteurs (14) et nos résultats de mesure de T . τ' tend vers l'infini quand x tend vers 1, c'est-à-dire quand les photons ne peuvent plus sortir de la cellule.

En ce qui concerne les valeurs des taux de polarisation P_σ et P_π enfin, si on se trouve en champ fort et en l'absence de radiofréquence, la matrice \mathcal{H} est diagonale, ainsi que $\rho(0)$, si bien que

$$\rho(t) = e^{-\Gamma(1-\alpha x)t} \left[\rho(0) - \frac{\Pi}{2F+1} \right] + \frac{e^{-\Gamma(1-x)t}}{2F+1} \quad \Pi \quad (\text{II, 72})$$

Ainsi, la répartition de populations donnée en l'absence de diffusion multiple par $e^{-\Gamma t} \rho(0)$ est remplacée par celle donnée par $\rho(t)$. On en déduit facilement dans les divers cas possibles les valeurs de P_σ et P_π

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee. The names are listed in alphabetical order, and the addresses are given in full, including the street name, number, and city.

2. The second part of the document is a list of the names and addresses of the members of the committee who have been elected to the office of chairman and vice-chairman. The names are listed in alphabetical order, and the addresses are given in full, including the street name, number, and city.

3. The third part of the document is a list of the names and addresses of the members of the committee who have been elected to the office of secretary and treasurer. The names are listed in alphabetical order, and the addresses are given in full, including the street name, number, and city.

4. The fourth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the committee who have been elected to the office of clerk and recorder. The names are listed in alphabetical order, and the addresses are given in full, including the street name, number, and city.

5. The fifth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the committee who have been elected to the office of auditor and comptroller. The names are listed in alphabetical order, and the addresses are given in full, including the street name, number, and city.

en fonction de x . Les résultats sont donnés par le tableau 5.

TABLEAU 5

	$P_{\sigma}/100$	$P_{\pi}/100$
$I = 0$ $F = J = 1$ (isotopes pairs)	$\frac{1-x}{1-\frac{3x}{5}}$	$\frac{1-x}{1-\frac{4x}{5}}$
$I = 1/2$ $F = 3/2$ (isotope 199)	$\frac{3}{7} x \frac{1-x}{1-\frac{9x}{35}}$	$\frac{3}{5} x \frac{1-x}{1-\frac{12x}{25}}$
$I = 1/2$ $F = 3/2$ et $F = 1/2$ excitation broad line (isotope 199)	$\frac{3}{11} \frac{1-x}{1-\frac{16x}{55}}$	$\frac{3}{7} x \frac{1-x}{1-\frac{31x}{70}}$
$I = 3/2$ $F = 3/2$ (isotope 201)	$\frac{6}{23} \frac{1-x}{1-\frac{18x}{115}}$	$\frac{12}{29} \frac{1-x}{1-\frac{48x}{145}}$
$I = 3/2$ $F = 5/2$ (isotope 201)	$\frac{7}{31} \frac{1-x}{1-\frac{21x}{155}}$	$\frac{7}{19} \frac{1-x}{1-\frac{28x}{95}}$

Dans tous les cas, P_{σ} et P_{π} sont inférieurs aux valeurs obtenues pour $x = 0$ (absence de diffusion multiple) et tendent vers 0 quand x tend vers 1.

Ainsi se trouve justifié l'ensemble des résultats qualitatifs décrits au chapitre I.

Remarque

Les résultats précédents permettent également de prévoir théoriquement les résultats obtenus en isolant les photons diffusés $p+1$ fois. Il suffit de calculer les intensités lumineuses correspondant à la matrice densité (II, 66). En particulier, dans le cas de la diffusion double, $p = 1$ et l'on a la matrice densité

$$\rho^{(2)}(t) = \alpha \Gamma t e^{-\Gamma t} e^{-i\mathcal{H}t} \left[\alpha \rho(0) + \frac{1-\alpha}{2F+1} \text{II} \right] e^{i\mathcal{H}t}$$

dont la partie variable avec le champ de haute fréquence dans le cas de la résonance magnétique est

$$\rho^{(2)}(t) = \alpha \Gamma t e^{-\Gamma t} e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}t} = -\alpha \Gamma \frac{\partial}{\partial \Gamma} \rho^{(1)}(t) \quad (\text{II, 73})$$

Il en résulte que la forme de raie observée dans le cas de la diffusion double isolée est proportionnelle à

$$-\Gamma^2 \frac{\partial}{\partial \Gamma} \left[\frac{1}{\Gamma} B(\Omega, \gamma H_1, \frac{1}{\Gamma}) \right] = B^{(2)}(\Omega, \gamma H_1, \frac{1}{\Gamma}) \quad (\text{II, 74})$$

B étant donné par (I, 5).

On trouve en particulier que la largeur $\Delta\omega$ de la forme $B^{(2)}$ est donnée par :

$$\Delta\omega^2 \sim 0,46 \times \frac{4}{\tau^2} (1 + 11,77 \rho^2) \quad (\text{II, 75})$$

alors que l'amplitude à résonance est telle que

$$\frac{H_1^2}{B^{(2)}(0, \gamma H_1, \frac{1}{\Gamma})} = \frac{K(4\rho^2 + 1)^2}{4\rho^2 + 3} \quad (\text{II, 76})$$

(avec $\rho = \gamma H_1 \tau = \frac{\gamma H_1}{\Gamma}$)

8) Etude de la validité des hypothèses faites

Au cours de ce chapitre, nous avons fait un certain nombre d'approximations que l'on peut ranger en quatre groupes. Nous allons maintenant discuter leur validité, en particulier si on applique nos résultats au cas des différents isotopes du mercure.

a) Certaines approximations concernent les ordres de grandeur des fréquences et intervalles énergétiques. Nous avons supposé que k_0 est une fréquence optique, de l'ordre de 10^{14} à 10^{15} sec^{-1} ($k_0 = 2,48 \cdot 10^{15}$ sec^{-1} pour la raie 2537 \AA du mercure). k_0 est donc effectivement très grand devant toutes les fréquences qui interviennent, de l'ordre au plus de quelques milliers de Mégahertz. Nous avons supposé en outre que les intervalles de structure hyperfine sont grands devant la largeur Doppler des composantes de la raie, celle-ci étant elle-même très supérieure à l'effet Zeeman; c'est ce qui correspond aux conditions de nos expériences sur le mercure. Mais cette approximation ne serait pas valable dans d'autres cas, comme celui du sodium.

b) Nous avons fait une approximation non relativiste (paragr. 3, A) entièrement justifiée puisque les vitesses quadratiques moyennes sont de l'ordre de 10^4 cm/sec .

c) Si R représente la distance entre 2 atomes, nous avons supposé que

$$\left\{ \begin{array}{l} k_0 R \gg 1 \\ \omega_0 R, \omega_f R, \omega R, \varepsilon R, \Gamma R \ll 1 \end{array} \right.$$

... the first

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

...

La 2e série d'hypothèses revient à dire que la distance entre deux atomes est toujours très petite devant les longueurs d'onde associées aux fréquences $\omega_0, \omega_f, \omega, \epsilon, \Gamma$. Celles-ci sont de l'ordre de plusieurs mètres ou dizaines de mètres, alors que les dimensions des cellules de résonance utilisées ne sont que de quelques centimètres. L'approximation est donc parfaitement valable.

L'hypothèse $k_0 R \gg 1$ implique $R \gg 4 \cdot 10^{-6}$ cm. Le nombre d'atomes se trouvant à une distance d'un atome déterminé inférieure à $4 \cdot 10^{-6}$ cm est $\frac{4}{3} \pi (4 \cdot 10^{-6})^3 N \sim 3 \cdot 10^{-16} N$. Dans le domaine de pressions de vapeur exploré ($N \leq 2 \cdot 10^{13}$ atomes par cm^3), 1 atome sur 150 en moyenne se trouve dans une sphère de rayon $4 \cdot 10^{-6}$ cm centrée sur un autre. Cette approximation est donc encore justifiée.

d) Enfin, nous avons admis que $|\vec{v}_{12} t| \ll |\vec{R}_{12}|$ (II, 42) pour des temps t de l'ordre de τ . Cette condition est la plus restrictive. Pour $\tau \sim 1, 2 \cdot 10^{-7}$ sec, si $|\vec{v}_{12}| \sim 2 \cdot 10^4$ cm/s, elle correspondrait à $|\vec{R}_{12}| \gg 2, 5 \cdot 10^{-3}$ cm, ce qui exclurait un nombre important d'atomes situés autour d'un autre. Toutefois, notons que la pénétration du rayonnement autour d'un atome se fait dans une sphère dont le rayon est de l'ordre de $\frac{1}{KN} \sim \frac{1}{2 \cdot 10^{-13} N}$ cm. Il en résulte que la fraction d'atomes pour lesquels l'approximation n'est pas valable est au plus de l'ordre de

$$\left(\frac{2, 5 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{2 \cdot 10^{-13} N}} \right)^3 \sim (5 \cdot 10^{-16} N)^3$$

1. The first part of the document is a list of names.

2. The second part of the document is a list of names.

3. The third part of the document is a list of names.

4. The fourth part of the document is a list of names.

5. The fifth part of the document is a list of names.

6. The sixth part of the document is a list of names.

7. The seventh part of the document is a list of names.

8. The eighth part of the document is a list of names.

9. The ninth part of the document is a list of names.

10. The tenth part of the document is a list of names.

11. The eleventh part of the document is a list of names.

12. The twelfth part of the document is a list of names.

13. The thirteenth part of the document is a list of names.

14. The fourteenth part of the document is a list of names.

15. The fifteenth part of the document is a list of names.

16. The sixteenth part of the document is a list of names.

17. The seventeenth part of the document is a list of names.

18. The eighteenth part of the document is a list of names.

19. The nineteenth part of the document is a list of names.

20. The twentieth part of the document is a list of names.

21. The twenty-first part of the document is a list of names.

22. The twenty-second part of the document is a list of names.

23. The twenty-third part of the document is a list of names.

24. The twenty-fourth part of the document is a list of names.

25. The twenty-fifth part of the document is a list of names.

III - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental comportait essentiellement une cellule en quartz dont le queusot, contenant la goutte de mercure, doit être soigneusement thermostaté. L'excitation optique était fournie soit par un arc basse pression alimenté en courant alternatif, soit par des lampes excitées par une décharge haute fréquence. Les champs magnétiques utilisés étaient fournis par une paire de bobines en position d'Helmholtz. Un émetteur à quartz suivi d'un amplificateur débitant dans un circuit accordé fournissait le champ H.F. H_1 que l'on mesurait en valeur relative. Des photomultiplicateurs recevaient les signaux I_π et I_σ de résonance optique. Le signal de résonance magnétique $I_\pi - I_\sigma$ était étudié en général au moyen de la déviation d'un galvanomètre. Toutefois, dans certaines mesures, nous avons utilisé un dispositif électronique de modulation de la puissance de haute fréquence, et d'amplification sélective avec détection synchrone du signal de résonance magnétique. Nous décrirons en détail successivement chaque partie du montage.

1) Cellules utilisées

Les cellules utilisées sont en quartz fondu. En général, elles ont la forme d'un cube de 2,4 à 2,8 cm d'arête, dont une des 6 faces est étirée en forme de piège à lumière; cette partie cubique constituait la zone d'observation. Les 2 cellules utilisées pour faire des mesures en excitant sélectivement l'isotope ^{202}Hg , d'une part dans le mercure naturel, et d'autre part dans le mélange isotopique n° 1 avaient été choisies aussi semblables que possible. Des diaphragmes supportés par des tubes de carton ou

de bakélite délimitaient les faisceaux lumineux et des vis calantes, sur lesquelles certains points de la cellule venaient s'appuyer, permettaient de reproduire les conditions géométriques d'une façon assez précise pour que les résultats des mesures restent les mêmes, dans les limites de leur dispersion habituelle, au cours des remises en place successives de la cellule.

Le remplissage de la cellule était fait, après dégazage pendant plusieurs heures à 400°C, par distillation à partir d'un amalgame or-mercure sous vide poussé. Les concentrations des différents isotopes dans les mélanges isotopiques utilisés et en outre dans le mercure naturel sont données dans le tableau 1 (page 4 bis).

Dans les intervalles séparant les mesures, le queusot des cellules contenant la goutte de mercure était maintenu dans l'azote liquide. Si cette précaution n'était pas prise, du mercure risquait de passer dans la partie cubique de la cellule; l'application de la haute fréquence provoquait alors une décharge, suivie d'un dégazage. Malgré la faible pression de gaz résultant, un nouveau remplissage se révélait nécessaire; en effet, les raies observées étaient systématiquement élargies de quelques pour cent sans doute en raison des collisions contre les molécules du gaz. Lorsqu'à la fin d'une série de mesures on mettait dans l'azote liquide le queusot de la cellule, les signaux de résonance optique et de résonance magnétique disparaissaient presque instantanément, sauf dans les expériences où le queusot avait été porté à température élevée (supérieure à 20°C), la partie avant de la cellule étant chauffée à 70°C. Dans ce dernier cas, il fallait attendre parfois près d'une

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for consistent data collection procedures and the use of advanced analytical techniques to derive meaningful insights from the data.

3. The third part of the document focuses on the role of technology in enhancing data management and analysis. It discusses the benefits of using cloud-based storage solutions and data visualization tools to improve the efficiency and effectiveness of the data analysis process.

4. The fourth part of the document addresses the challenges associated with data security and privacy. It provides guidance on implementing robust security measures to protect sensitive information and ensure compliance with relevant regulations and standards.

5. The fifth part of the document discusses the importance of data governance and the role of a data governance committee. It outlines the key principles of data governance, including data quality, data access, and data retention, and provides recommendations for establishing an effective data governance framework.

6. The sixth part of the document focuses on the role of data in decision-making and strategic planning. It emphasizes the need for data-driven decision-making and the use of data to identify trends, opportunities, and risks in the organization's operations.

7. The seventh part of the document discusses the importance of data literacy and the need for ongoing training and development. It provides recommendations for designing data literacy programs that equip employees with the skills and knowledge needed to effectively use data in their work.

8. The eighth part of the document addresses the role of data in fostering innovation and growth. It discusses the benefits of using data to identify new market opportunities, develop new products, and improve existing services, and provides recommendations for creating a data-driven culture of innovation.

9. The ninth part of the document discusses the importance of data in building trust and credibility with stakeholders. It emphasizes the need for transparency in data collection and analysis and the use of data to demonstrate the organization's commitment to ethical and responsible data practices.

10. The tenth part of the document provides a summary of the key findings and recommendations of the report. It emphasizes the need for a holistic approach to data management and analysis, one that integrates data governance, data security, data literacy, and data-driven decision-making into the organization's overall strategy and operations.

heure pour que le signal s'annule. Nous ne comprenons pas la raison de ce phénomène.

2) Thermostat

Les mesures nécessitaient la régulation de la température du queusot avec une précision de l'ordre de $1/10$ de degré pendant des durées pouvant atteindre 10 heures. A 0°C , on utilisait simplement un bain de glace fondante. Aux températures comprises entre $+ 15^{\circ}\text{C}$ et $- 36^{\circ}\text{C}$, le queusot de la cellule plongeait dans un récipient en cuivre R, plein d'alcool (cf. fig. 9), placé dans un vase de Dewar V de 2 litres garni intérieurement d'une feuille de cuivre destinée à homogénéiser la température. Le vase V était fermé à sa partie supérieure par un tampon de laine de verre. Une résistance chauffante dissipant de 1 à 2 watts assurait une fuite thermique constante. De l'air comprimé, refroidi par barbotage dans un second vase de Dewar V', était envoyé par un tube à 2 parois, entre lesquelles on a fait le vide, dans le vase V et en assurait le refroidissement.

Pour stabiliser la température, un thermomètre à contact variable placé dans le vase V et dont le réservoir touchait le récipient R, commandait par l'intermédiaire d'un thyatron une valve interrompant ou rétablissant le débit d'air comprimé. La température effective à l'intérieur du récipient R, mesurée avec un thermomètre gradué au $1/10$ de degré était en un point déterminé très stable au cours du temps mais son homogénéité était mauvaise d'un point à l'autre du récipient (elle variait de 1 à 2° selon sa valeur moyenne

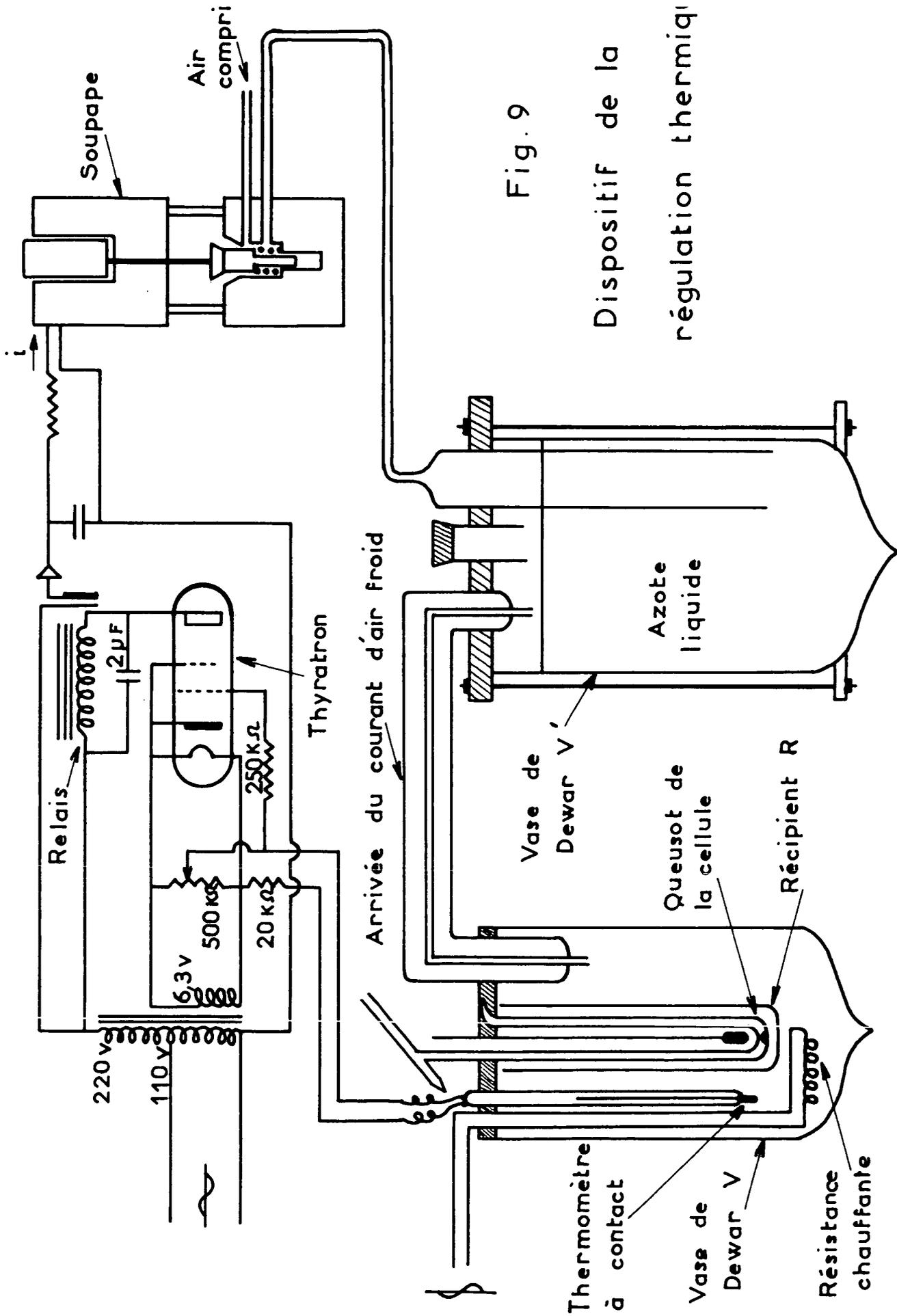


Fig. 9

Dispositif de la
régulation thermique

sur les 12 à 15 cm de la longueur du queusot immergée dans l'alcool). On déterminait en principe la température du point le plus froid.

Aux températures supérieures à 15°C, il était nécessaire de chauffer la partie cubique de la cellule pour que le queusot constitue effectivement un point froid. Elle était placée dans une boîte en plexiglass, munie de fenêtres en quartz, portée à 70°C par soufflage d'air chaud (un chauffage électrique aurait risqué de créer des inhomogénéités du champ magnétique statique). Le vase V était remplacé par une 2e boîte s'adaptant sur la lère, contenant le récipient R rempli d'eau et non plus d'alcool; un chauffage électrique créait une fuite thermique d'une dizaine de watts et le soufflage d'air froid permettait de thermostatier.

3) Sources lumineuses

Dans les premières expériences effectuées par M.A. GUIOCHON (5, 13), la source était un arc Gallois haute tension, basse pression, dont la partie émettrice est un tube cylindrique en quartz. Selon qu'on l'utilise longitudinalement ou transversalement, on se rapproche des conditions d'excitation du type "broad line" ou "narrow line" respectivement. Dans la suite, nous avons toujours utilisé des tubes sans électrodes excités par décharge H.F., de 10 cm de long et 6 mm de diamètre, contenant un peu de mercure et de l'argon à une pression variant selon les cas de 2 à 6 mm de mercure. La puissance H.F. nécessaire était fournie par un émetteur à quartz suivi d'étages amplificateurs et multiplicateurs de fréquence. La fréquence était 108 MHz.

(la lampe était placée entre les bornes d'un condensateur faisant partie du circuit accordé sur lequel débitait l'amplificateur).

La stabilité de ces lampes était assez médiocre. L'intensité d'une lampe, dans les meilleures conditions, fluctuait d'au moins plusieurs pour cent au cours d'une série de mesures. En outre, d'un jour à l'autre, la lampe devenait moins brillante et il était périodiquement nécessaire de la régénérer en la chauffant au chalumeau. Une partie du bruit observé provenait des fluctuations de la lampe; les dérives d'intensité nécessitaient des précautions particulières au cours des mesures et des corrections diverses dans leur dépouillement (voir paragr. 8).

En général, la cellule était éclairée par des faisceaux parallèles obtenus à l'aide d'une lentille en quartz fondu. Dans la plupart des expériences, l'excitation optique se faisait en lumière σ (σ_+ + σ_- incohérentes) dans l'axe du champ magnétique H_0 ; il est alors inutile de polariser la lumière excitatrice. Toutefois, dans les expériences de résonance magnétique et de dépolarisation magnétique effectuées sur le même montage (cf. chap. IV, paragr. 2), l'excitation se faisait dans une direction perpendiculaire à H_0 ; la polarisation était obtenue au moyen d'un prisme de Glazebrook collé à la glycérine.

Utilisation de filtres : En général, la lampe contenait un isotope pair pur, destiné à exciter sélectivement soit cet isotope dans le mélange isotopique contenu dans la cellule, soit une composante hyperfine d'un isotope impair (^{204}Hg et ^{198}Hg pour ^{201}Hg , $F = 5/2$ et $F = 3/2$ respectivement). Pour exciter la composante A ($F = 3/2$) de l'isotope ^{199}Hg , le plus simple

était d'exciter le mélange n° 5 par une lampe contenant ce même mélange. Mais on excite alors en même temps les isotopes pairs contenus dans la cellule dont la raie de résonance magnétique, à la fréquence choisie (14,48 MHz) est très voisine de celle du ^{199}Hg et la recouvre à peu près complètement. Le choix de la fréquence était imposé par d'autres considérations (cf. chap. IV, paragr. 6). Nous avons pu réduire l'importance de la raie des isotopes pairs en interposant sur le trajet de la lumière excitatrice 3 cuves à absorption de 8 mm d'épaisseur, contenant respectivement des mélanges enrichis en ^{202}Hg , ^{198}Hg et en ^{200}Hg (mélanges n° 1, 2, 3), chauffées à 70°C environ. Les intensités des composantes hyperfines correspondantes dans la lumière incidente sont alors considérablement réduites et la résonance des isotopes pairs ne dépasse plus alors 1/10 de celle de l'isotope ^{199}Hg . Une correction restait cependant nécessaire, la résonance à étudier étant rendue dissymétrique; elle sera étudiée au chap. IV, paragr. 6.

4) Champ magnétique

Les champs magnétiques utilisés étaient obtenus à l'aide de paires de bobines placées approximativement en position de Helmholtz, alimentées par batteries et éventuellement refroidies par eau. La mesure relative du champ se faisait en déterminant avec un potentiomètre Leeds-Northrup la d.d.p. aux bornes d'une résistance étalon, maintenue à 0°C et parcourue par le courant magnétisant. Le champ créé par les bobines était horizontal et avait la direction du méridien magnétique. Le pointé de la résonance des

isotopes pairs dans les 2 sens possibles du courant magnétisant et la connaissance du facteur de Landé du niveau 6^3P_1 déterminé par BROUSSEL permettaient d'étalonner le champ en valeur absolue avec une précision suffisante.

Les bobines utilisées pour la plupart des mesures avaient un diamètre moyen de 40 cm et donnaient un champ de 42,5 gauss par ampère. Pour les expériences de dépolarisation magnétique, nous avons opéré avec un autre montage comportant des bobines de 25 cm de diamètre moyen, créant un champ de 20 gauss par ampère. Dans la plupart des expériences, nous n'avons pas compensé la composante verticale du champ terrestre. Mais dans le cas des expériences de dépolarisation magnétique, où il est nécessaire d'opérer en champ rigoureusement nul, une paire de bobines supplémentaires de 70 cm de diamètre moyen la compensait à 2 ou 3% près de sa valeur; lorsque le champ des bobines principales compensait exactement la composante horizontale du champ terrestre, l'effet Zeeman dû au faible champ vertical résiduel valait au plus 1% de la largeur naturelle des niveaux.

5) Appareillage de haute fréquence

Nous avons utilisé les fréquences de 144 MHz - 14,48 MHz - 11,9 MHz et 19 MHz. Dans tous les cas, l'onde H.F. fournie par un émetteur à quartz est amplifiée dans un amplificateur Millen (push-pull à lampe 829 B). La sortie se fait par câble coaxial terminé par une boucle de couplage avec le circuit d'utilisation et un condensateur série. Le circuit accordé d'utilisation, dont les boucles entourent la cellule à résonance, est en tube de cuivre, refroidi

par eau. En agissant sur la tension plaque de la lampe amplificatrice, on peut faire varier l'amplitude du champ H.F. dans la cellule. Un wattmètre directionnel, en série sur le coaxial d'amenée, permet d'accorder les circuits et de régler le couplage de manière à annuler la puissance H.F. réfléchie par le circuit.

Pour mesurer le champ H.F. en valeur relative, un second circuit accordé est placé près du premier; une diode à filament suivie d'un circuit résistance-capacité forme voltmètre de crête. La tension redressée est proportionnelle au champ H.F. dans le domaine de linéarité de la diode. On vérifie la linéarité de l'ensemble du montage au moyen du wattmètre directionnel en comparant les indications de ce dernier avec le carré des indications du voltmètre de crête.

La puissance H.F. nécessaire pour saturer les raies des isotopes pairs était pratiquement atteinte dans nos montages; mais les isotopes impairs, dont le facteur de Landé est plus petit, correspondent pour un même champ H.F. H_1 à des valeurs plus petites de $\rho^2 = (\gamma H_1 T)^2$; leurs raies étaient toujours très loin de la saturation, bien qu'un champ H_1 de près de 1 gauss soit atteint.

6) Détection des signaux au moyen d'un galvanomètre

Chaque banc d'optique de détection comporte une lentille en quartz fondu, formant à travers un prisme de Glazebrook l'image du diaphragme placé contre la cellule sur la photocathode d'un photomultiplicateur R.C.A. IP28. En général, les bancs d'optique sont perpendiculaires à H_0 , l'un rece-

vant la composante π du signal optique, l'autre la composante σ . Dans les expériences de dépolarisation magnétique, le banc d'optique recevant la composante σ était disposé dans l'axe de H_0 .

Dans la presque totalité des mesures de résonance magnétique, les 2 courants d'anode, proportionnels respectivement aux intensités lumineuses I_π et I_σ , sont opposés dans un galvanomètre (sensibilité $2 \cdot 10^{-11}$ A/mm à 1 mm, période 15 s.) au moyen d'un pont de résistances (1)(20). Le pont est équilibré de telle sorte que le galvanomètre ne dévie pas lorsque l'on masque ou démasque la lampe illuminatrice. Ce montage présente l'avantage d'éliminer les fluctuations de zéro dues à une variation d'intensité globale de la lampe. Lors de la résonance magnétique (en excitation σ) I_π augmente et I_σ diminue. Le galvanomètre qui mesure $\lambda I_\pi - \mu I_\sigma$ (λ et μ étant des constantes déterminées par l'équilibrage du pont) dévie, les 2 effets s'ajoutant.

7) Dispositif de mesures électronique pour les raies de résonance magnétique

Pour des raisons que nous mentionnerons plus loin, le spectre de bruit du signal de résonance optique a probablement un maximum dans la zone des très basses fréquences. Par suite il devrait être plus avantageux de moduler le signal de résonance magnétique et de l'amplifier sélectivement que de le détecter avec un galvanomètre. L'essai n'a été fait que dans le cas des isotopes pairs à pression de vapeur élevée et l'amélioration ainsi obtenue dans le rapport signal sur bruit a, seule, permis de faire des mesures dans cette zone.

Mais pour que la forme des raies de résonance magnétique soit respectée, si on veut moduler seulement le signal de résonance magnétique, c'est-à-dire la variation à résonance du signal de résonance optique, la modulation doit consister à se placer alternativement dans les conditions où le signal existe, puis dans celles où il est nul, et le signal modulé doit être amplifié linéairement. Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi de moduler en ondes carrées le champ H_1 de haute fréquence, par l'intermédiaire de la tension plaque de l'amplificateur de puissance.

a) Modulation du signal :

Un générateur 25 périodes, synchronisé sur le secteur, fournit d'une part un signal de référence sinusoïdal qui alimente le vibreur de la détection synchrone, et d'autre part un signal en ondes carrées qui coupe la tension plaque de l'alimentation haute tension de l'amplificateur par l'intermédiaire d'un interrupteur électronique.

b) Amplification du signal photoélectrique :

Le courant d'anode modulé est amplifié d'abord dans un préamplificateur à large bande, comportant comme lampe d'entrée une lampe électromètre alimentée par batteries, suivi d'un amplificateur sélectif dont la bande passante est de l'ordre du cycle. Après déphasage, le signal de sortie attaque le vibreur de la détection synchrone, qui est suivie d'un circuit résistance-capacité fournissant une constante de temps de 15 sec. environ. Le signal est mesuré au moyen d'un galvanomètre mis en série avec la résistance. L'ensemble du montage est représenté par la figure 10.

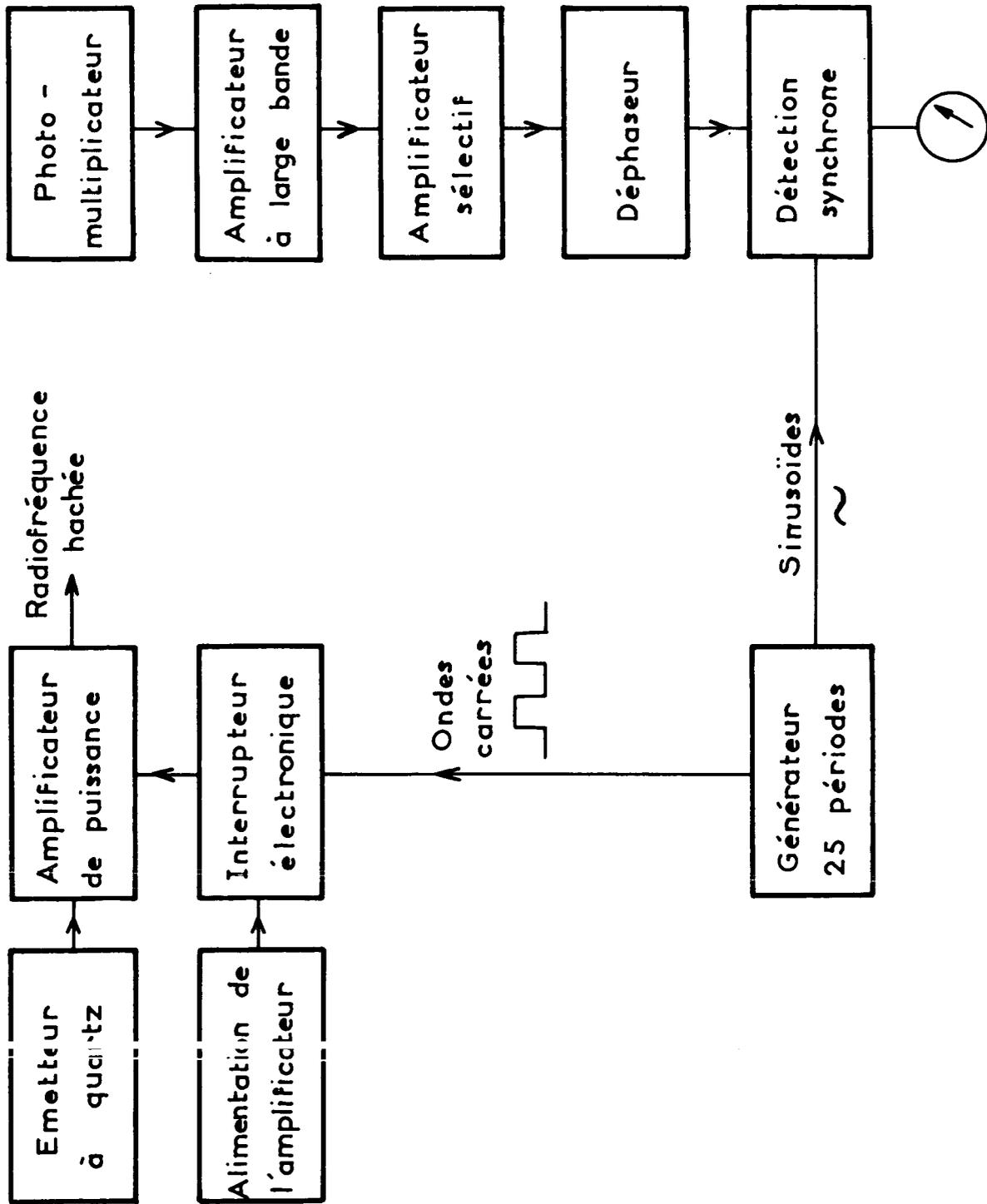


Fig.10 - Schéma du dispositif électronique

L'avantage de ce dispositif est une réduction considérable du rapport du bruit de zéro au signal lorsque les mesures deviennent impossibles en utilisant la méthode d'opposition décrite au paragr. 6 (dans les mesures sur les isotopes pairs à une température du queusot de 25°C, le rapport signal sur bruit avec ce dispositif était de l'ordre de 90, alors qu'il ne dépassait pas l'unité avec la méthode d'opposition). Mais il comporte des inconvénients notables :

- risque de non linéarité des amplificateurs. Le domaine de linéarité doit être déterminé pour chacun d'eux, puis on vérifie encore que les résultats sont cohérents avec ceux de la méthode d'opposition dans les conditions où celle-ci est utilisable.

- un grand nombre de paramètres étant en jeu, la stabilité de l'ensemble du dispositif est beaucoup moins bonne que celle de la méthode d'opposition.

- enfin, lorsque la méthode d'opposition donne un rapport signal sur bruit excellent (de l'ordre de 100 par exemple), le dispositif électronique non seulement n'apporte aucune amélioration, mais détériore même la qualité du signal. Cette limitation des performances est peut-être due aux défauts de stabilité des ondes carrées et au bruit engendré dans la chaîne amplificatrice.

Malgré ces défauts, cette méthode s'est révélée de la plus grande utilité. Elle devra être utilisée pour des investigations ultérieures dans le domaine des fortes pressions de vapeur.

8) Conduite des mesures de résonance magnétique

a) Etude du bruit et du rapport signal sur bruit

Le rapport du signal de résonance magnétique au bruit est le produit du rapport du signal de résonance optique au bruit par la variation relative du signal de résonance optique lors de la résonance magnétique. Cette variation est d'autant plus grande que la dissymétrie moyenne des populations des niveaux atomiques excités est plus importante, donc que le taux de polarisation est plus grand, ou que la pression de vapeur est plus faible. On s'explique ainsi que, toutes choses égales d'ailleurs, le rapport signal sur bruit soit plus grand aux faibles pressions de vapeur qu'aux pressions de vapeur élevées.

Les principales causes de bruit sont les suivantes :

- Bruit Schottky des courants d'anode des photomultiplicateurs.

Il est calculable théoriquement. Même en admettant que le bruit réel est plusieurs fois supérieur à sa valeur théorique, il reste toujours très faible devant le signal de résonance optique. Le rapport signal sur bruit correspondant est de l'ordre de 1000 au moins. Mais le signal de résonance magnétique est parfois de l'ordre de 1% du signal de résonance optique. Les bruits Schottky des 2 photomultiplicateurs s'ajoutent dans la méthode du pont et le rapport du signal de résonance magnétique au bruit dû à cette cause peut descendre jusqu'à 10 ou 20. Il reste cependant toujours supérieur au rapport signal sur bruit effectif.

- Bruit dû aux fluctuations rapides d'intensité de la source .

Celles-ci sont assez faibles, de l'ordre du pour cent de l'intensité totale . Le montage en opposition des courants d'anode élimine en principe leur effet sur le zéro du galvanomètre . Bien entendu, les variations d'intensité de la source se retrouvent en totalité sur le signal de résonance magnétique, mais le rapport signal sur bruit correspondant reste de l'ordre de 100 .

- Bruit dû aux fluctuations de la répartition d'intensité de la lampe sur les différentes composantes hyperfines de la raie 2537 \AA , ou aux fluctuations du renversement de la raie . Ceci se produit dans le cas de l'excitation du mélange n° 5 enrichi en ^{199}Hg par une source contenant le même mélange, qui excite les 2 composantes $F = 5/2$ et $F = 3/2$ simultanément ou dans le cas de l'excitation du mélange n° 6 enrichi en ^{201}Hg par une source contenant l'isotope ^{204}Hg ou l'isotope ^{198}Hg pratiquement pur (qui excite une composante hyperfine de l'isotope impair en même temps que l'isotope pair présent dans le mélange). L'excitation sélective d'une composante bien déterminée correspondrait à un taux de polarisation fixe, mais différent d'une composante à l'autre; les signaux I_{π} et I_{σ} observés sont la somme des signaux donnés par chaque composante . Une variation de la répartition d'intensité de la lampe sur les différentes composantes modifie leur importance relative dans I_{π} et I_{σ} de et entraîne une variation I_{π} et I_{σ} dans des sens opposés; il en résulte un déplacement du zéro pouvant être important dans la méthode d'opposition.

- Bruit dû aux fluctuations du taux de polarisation de la lumière de résonance, liées peut-être à des fluctuations de la pression de vapeur si la goutte de mercure (très petite avec des mélanges isotopiques autres que le mercure naturel) migre à l'intérieur du queusot dont la température est peu homogène (cf. paragr. 2). Seul un tel phénomène nous semble pouvoir expliquer le bruit de zéro constaté avec la méthode d'opposition, dans le cas où on excite sélectivement un isotope pair tel que ^{202}Hg aux pressions de vapeur élevées (queusot vers 20°C). Dans ce cas, les causes précédemment invoquées sont insuffisantes pour expliquer le bruit de zéro observé. Le rapport résonance magnétique sur bruit tombe à 1 ou 2. Il en est de même avec les isotopes impairs lorsque la température du queusot atteint 10 à 14°C .

Les 3 dernières causes de bruit sont dues sans doute à des phénomènes assez lents et leur spectre de bruit a probablement un important maximum aux très basses fréquences. C'est alors que le dispositif électronique permettant une modulation à une fréquence de 25 périodes apporte une amélioration considérable, le rapport signal sur bruit pouvant atteindre 20 avec les isotopes pairs vers 25°C .

b) Tracé expérimental des courbes de résonance

Un certain nombre de réseaux complets de courbes de résonance ont été tracés. Toutefois, pour abrégier les mesures, on se contentait en général du sommet et de quelques points sur les ailes de chaque courbe, ce qui suffit pour en déterminer la largeur avec une bonne précision.

Lorsque le rapport signal sur bruit était excellent (dépassant 50 par exemple dans le cas des isotopes pairs aux basses pressions de vapeur), il suffisait de prendre chaque mesure 1 fois en vérifiant le zéro de temps à autre. Mais si le rapport signal sur bruit devenait plus mauvais, il fallait reprendre le zéro à chaque mesure, et éventuellement reprendre chaque mesure plusieurs fois, parfois jusqu' à 8 fois, puis faire la moyenne des résultats obtenus.

Pour corriger les dérives lentes éventuelles de la source lumineuse, on déterminait l'amplitude à résonance de chaque courbe au début, au milieu et à la fin des mesures la concernant; les résultats étaient corrigés en admettant une dérive linéaire de l'intensité lumineuse entre les mesures de l'amplitude à résonance. Une mesure en un temps assez court de l'ensemble des amplitudes à résonance permettait de "normaliser" le réseau en ramenant toutes les mesures à une intensité lumineuse déterminée.

c) Dépouillement des mesures et détermination des durées de cohérence

Après les corrections précédentes et les corrections nécessaires dans le cas des isotopes impairs (cf. chap. IV, paragr. 6, 7 et 8) on mesurait les largeurs en gauss ΔH des courbes de résonances ($\Delta H = \frac{\Delta \omega}{\gamma}$) et on portait les valeurs de ΔH^2 des différentes courbes en fonction de H_1^2 .

$$\begin{aligned} \Delta H^2 &= \frac{\Delta \omega^2}{\gamma^2} = \frac{4}{\gamma^2 T^2} \left[1 + 6,13 (\gamma H_1 T)^2 \right] \\ &= \frac{4}{\gamma^2 T^2} + 24,52 H_1^2 \end{aligned} \quad \text{(III, 1)}$$

d'après l'équation (I, 8)

valable pour la forme théorique de la raie, les points doivent se placer sur une droite dont l'ordonnée à l'origine détermine T et qui permet pour chaque valeur de H_1 de connaître le paramètre $\rho^2 = (\gamma H_1 T)^2$. La droite s'accordant au mieux avec les points expérimentaux était déterminée par la méthode des moindres carrés.

Remarquons que les pentes de toutes les droites obtenues doivent être les mêmes; le parallélisme des droites expérimentales est un bon contrôle de la cohérence des résultats.

L'amplitude à résonance vaut $B(0) = \frac{K \rho^2}{4 \rho^2 + 1}$ et on a posé $y = \frac{H_1^2}{B(0)} = K' (1 + 4 \rho^2)$. On portait de même y en fonction de H_1^2 , et la droite obtenue donnait une autre détermination des paramètres ρ^2 . L'accord entre le réseau expérimental et un réseau théorique de Majorana-Brossel donné par la formule (I, 5) où τ est remplacé par T peut être considéré comme excellent si l'écart entre les 2 séries de valeurs de ρ^2 obtenues à partir des 2 droites ne dépasse pas 7 à 10%.

Finalement, nous estimons que la précision sur T est de l'ordre de 2 à 3% dans de bonnes conditions de rapport signal sur bruit mais peut ne pas dépasser 10% lorsqu'elles sont mauvaises.

d) Cas particuliers

Nous envisagerons plus loin le cas des expériences faites avec 2 cellules (cf. chap. IV, paragr. 4). La seule différence avec le cas précédent est qu'on ne peut plus parler d'une droite donnant y en fonction de H_1^2 ; la

forme de raie est en effet très différente de celle de Majorana-Brossel (cf. chap. II, paragr. 7, remarque).

Il nous est arrivé de désirer mesurer T en n'utilisant qu'un seul photomultiplicateur, avant de disposer de l'appareillage électronique. Le signal de résonance magnétique est obtenu sous forme d'une faible variation du signal de résonance optique. Il était nécessaire de prendre les mesures plusieurs fois pour chaque point et nous n'avons pu tracer que quelques courbes. Il nous a paru alors plus sûr pour déterminer T de tracer la droite donnant y en fonction de H_1^2 , d'en déduire les valeurs de ρ^2 et de les reporter dans la formule (III, 1) après avoir mesuré les largeurs des 2 ou 3 courbes tracées; on faisait la moyenne des valeurs de T ainsi obtenues. Mais on ne doit pas ainsi compter sur une précision dépassant 5%.

9) Mesure des taux de polarisation

Pour mesurer un taux de polarisation, il ne suffit pas de mesurer les courants d'anode d'un photomultiplicateur en laissant passer à l'aide d'un prisme de Glazebrook successivement les 2 composantes de polarisations perpendiculaires de la lumière de résonance optique. En effet, la sensibilité d'une photocathode dépend de l'état de polarisation de la lumière incidente. Il faut donc déterminer le facteur de conversion permettant de passer d'une sensibilité à l'autre. Deux méthodes ont été employées :

a) Pour mesurer P_π ou P_σ (cf. chap. I, paragr. 2), on mesure successivement les courants d'anode i_π et i_σ du photomultiplicateur en l'absen-

ce de résonance magnétique, puis leurs variations Δi_{π} et Δi_{σ} en présence d'un champ H.F. de grandeur fixée, H_0 ayant la valeur correspondant à la résonance.

$$\text{On a } \begin{cases} i_{\sigma} = k_{\sigma} I_{\sigma} \\ i_{\pi} = k_{\pi} I_{\pi} \end{cases}, \quad k_{\sigma} \text{ et } k_{\pi} \text{ étant des constantes représentant}$$

les sensibilités du photomultiplicateur pour les 2 états de polarisation π et σ .

Le flux lumineux total émis est proportionnel à $I_{\pi} + 2I_{\sigma}$. A la résonance,

$$\Delta I_{\pi} + 2\Delta I_{\sigma} = 0. \text{ D'où } \frac{\Delta i_{\pi}}{k_{\pi}} + 2 \frac{\Delta i_{\sigma}}{k_{\sigma}} = 0 ; \text{ on mesure donc ainsi le rapport } \frac{k_{\pi}}{k_{\sigma}} .$$

b) Pour mesurer P (taux de polarisation en champ faible dans l'axe du champ H_0 , cf. chap. I, paragr. 2) on utilise le fait qu'en champ intense (effet Zeeman grand devant la largeur naturelle des niveaux), la lumière émise dans la direction de H_0 est formée de 2 composantes circulaires σ_+ et σ_- incohérentes. Les intensités I_x et I_y sont alors égales et P est nul. Le rapport des courants d'anode correspondants donne le rapport cherché des sensibilités.

Nous estimons que l'erreur commise dans la mesure d'un taux de polarisation P_{π} , P_{σ} ou P ne dépasse pas 3 ou 4% quand sa valeur est élevée (de 60 à 100 par exemple), mais peut atteindre 20 ou 30% quand elle devient inférieure à 10%. En effet, le numérateur de la formule donnant le taux de polarisation est une différence, sur laquelle l'erreur relative croît

quand sa valeur diminue. En outre, la mesure dans le cas a) de k_{π}/k_{σ} requiert la mesure des 2 différences Δi_{π} et Δi_{σ} , elle-même peu précise.

Dans le cas des expériences de dépolarisation magnétique sur les isotopes impairs, le taux de polarisation P est toujours très faible et nous avons estimé que les déterminations de T en utilisant la variation de P avec le champ magnétique étaient trop peu sûres. On peut montrer (cf. fig. 5 et formule I, 3) que l'intensité I_y et l'intensité I' réémise dans la direction

Oy ont la forme

$$\begin{cases} I_y = C^{te} + \frac{A}{1 + 4\omega_o^2 T^2} \\ I' = C^{te} - \frac{B}{1 + 4\omega_o^2 T^2} \end{cases}$$

Si bien qu'une méthode d'opposition, utilisant un équilibrage en champ intense (ω_o très grand), permet de mesurer la partie variable avec le champ H_o de I_y et I' . La largeur de la courbe de Lorentz obtenue permet de déterminer T comme la mesure directe de P et l'application de la formule $P = \frac{P_o}{1 + 4\omega_o^2 T^2}$.

:-:-:-:-:-:-:-:-

IV - RESULTATS DES MESURES. COMPARAISON AVEC
LES PREVISIONS THEORIQUES

1) Résonance magnétique et taux de polarisation dans le cas de l'excitation sélective d'un isotope pair.

Ainsi que nous l'avons dit précédemment, dans le domaine de pression de vapeur qui correspond à un nombre N d'atomes diffusants par cm^3 compris entre 10^{10} et $2 \cdot 10^{13}$ (1), les raies de résonance magnétique obtenues par excitation sélective d'un isotope pair dans un mélange isotopique quelconque ont la forme de Majorana-Brossel, ce qui est en accord avec les prévisions théoriques, et ceci à toutes les fréquences qui aient été utilisées. Plusieurs réseaux complets de courbes de résonance ont été tracés et comparés à des réseaux théoriques, la fréquence choisie étant 144 MHz (cf. fig. 11); l'accord est excellent. Dans des conditions de géométrie identiques, le paramètre T , durée de vie apparente du niveau ou "durée de cohérence", est une fonction seulement de N , indépendamment de la présence des autres isotopes. La courbe donnant T en fonction de N (fig. 12) comporte des points obtenus en excitant soit les isotopes ^{202}Hg et ^{198}Hg dans du mercure naturel, soit l'isotope ^{202}Hg dans une cellule contenant ce dernier presque pur (mélange n° 1) (2). Ce résultat a été l'un des premiers arguments donnés en faveur

(1) Ces mesures ont été effectuées par Mlles M.A. GUIOCHON et F. BOUTRON et ont constitué une partie de leurs Diplômes d'Etudes Supérieures (5, 12, 13).

(2) Il semble que la présence dans le mercure naturel de l'isotope ^{201}Hg , dont une composante hyperfine est voisine de celle du ^{198}Hg (cf. fig. 2 et 3) n'influe pas dans la zone de concentrations étudiée, sur la valeur de T . Ceci résulte sans doute de la faible concentration de ^{201}Hg et de l'écart non absolument nul des 2 composantes.

Hg 202 - 13°8

Comparaison du réseau
expérimental et du
réseau calculé

• points expérimentaux
x points calculés

Fig. 11

déviaton du galvanomètre

champ magnétique
en œersteds

66,41

68,6

70,73

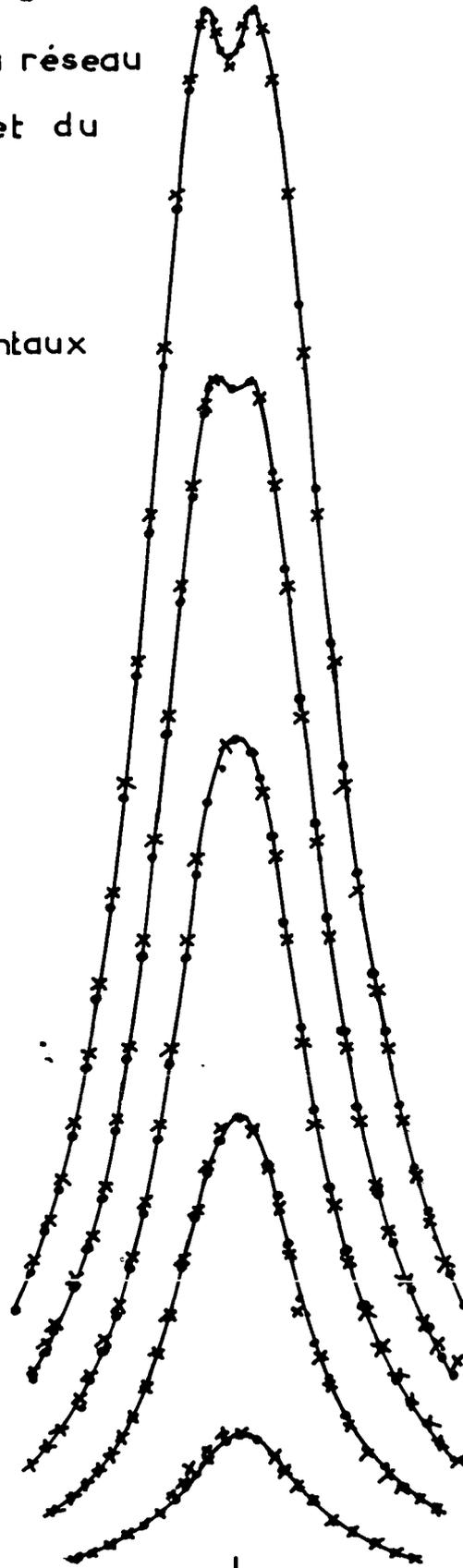


Fig. 12

Isotopes pairs
 durées de cohérence mesurées par la
 méthode du pont

$$T = F(\log N)$$

N nombre d'atomes diffusants par cm^3

- T du Hg 198 mesurée sur cellule a Hg naturel
- x T du Hg 202 " " "
- + T du Hg 202 mesurée sur cellule a Hg 202

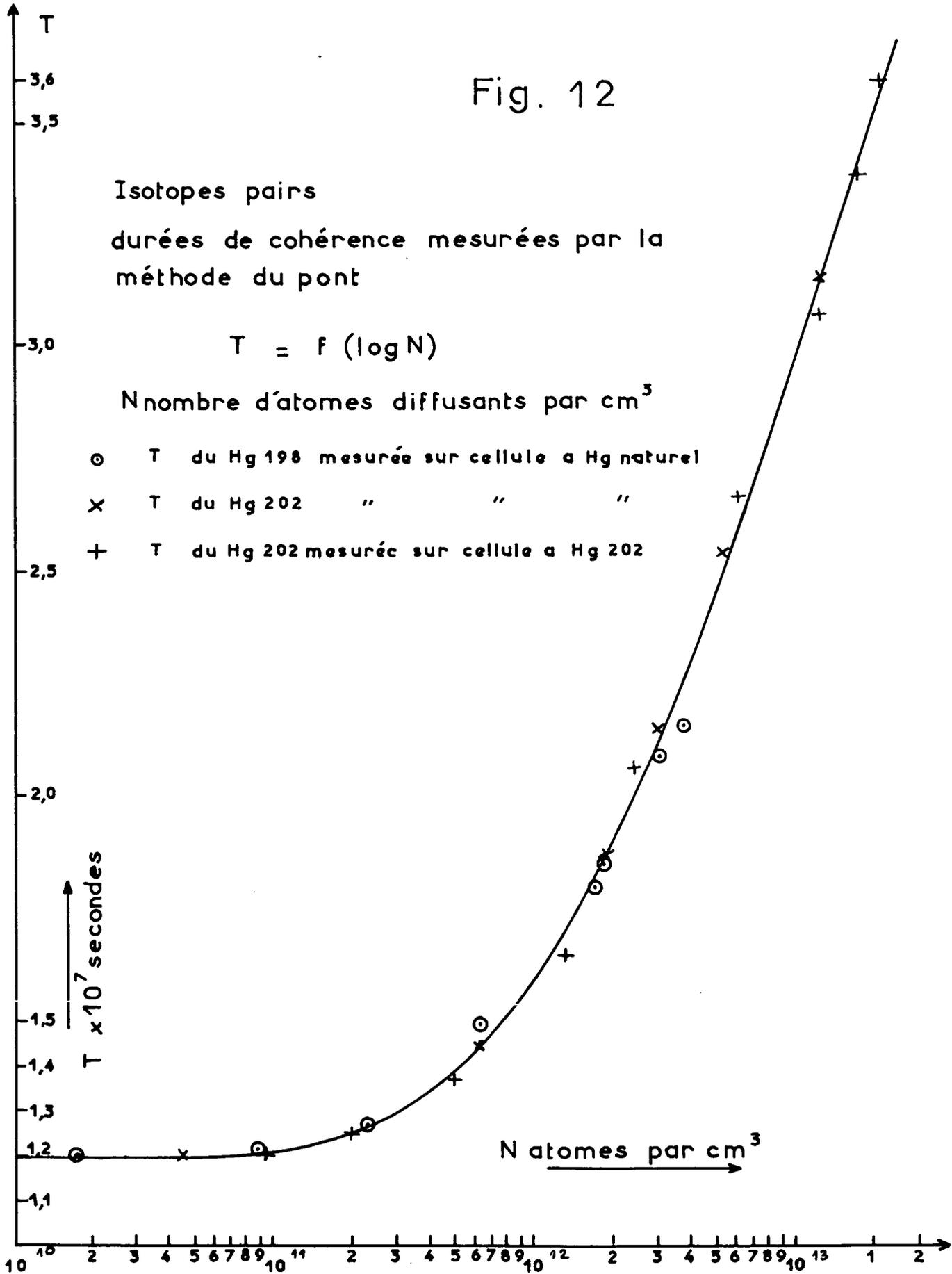
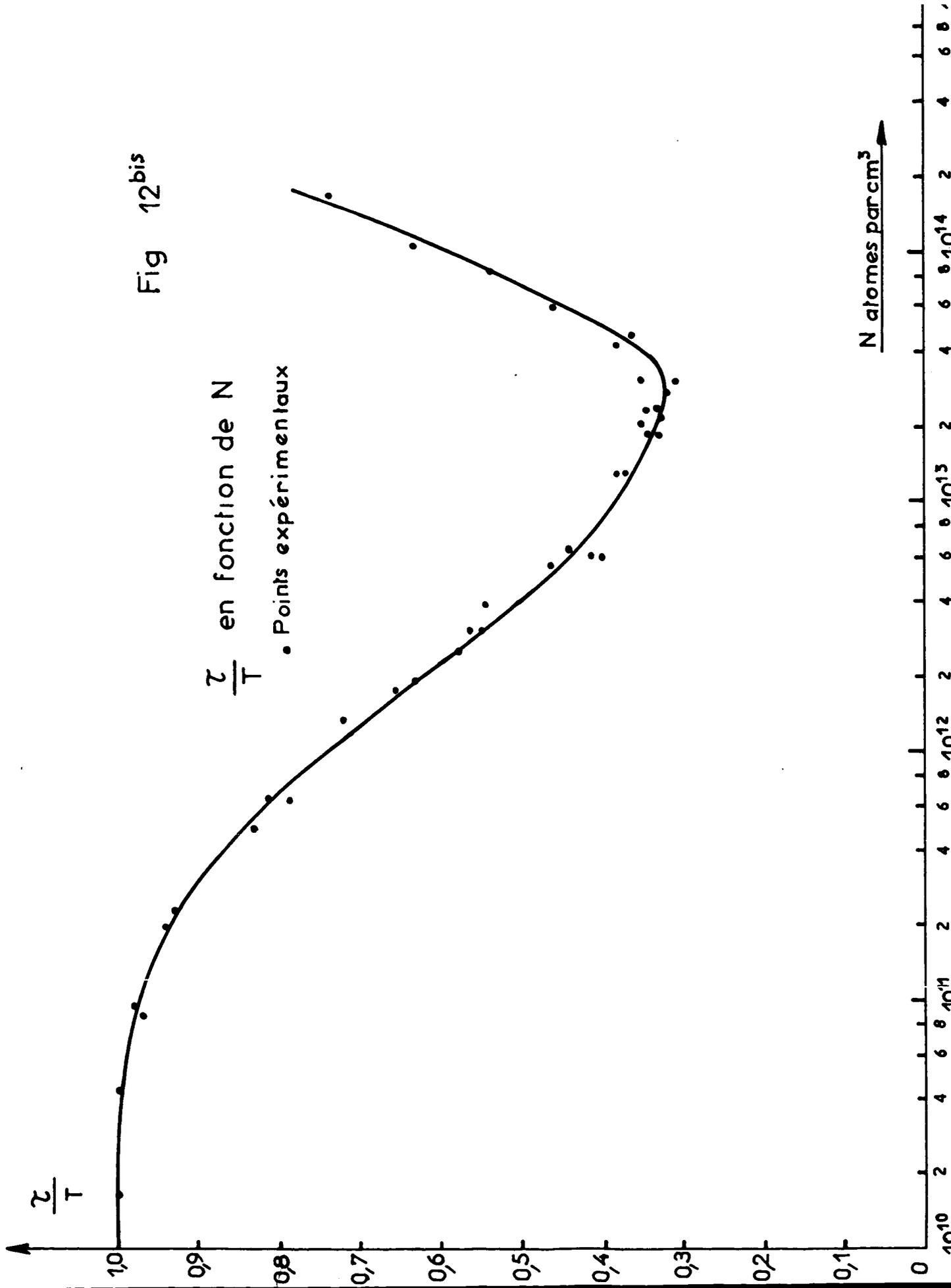


Fig 12 bis



de l'interprétation de l'affinement des raies par la diffusion multiple.

La valeur limite de T pour N très faible, $1,18 \cdot 10^{-7}$ sec, est à interpréter comme la durée de vie vraie τ du niveau 6^3P_1 pour un atome isolé.

Pour comparer de façon plus précise les prévisions théoriques et les résultats, il est intéressant de tenter de déterminer le paramètre x en fonction de N, ce qui nécessite la fixation de la limite supérieure L (cf. chap. II, paragr. 5, D). Les cellules utilisées étant des cubes de 2,5 cm d'arête environ, le calcul de x, puis de τ/T en fonction de N a été fait pour $L = 1$ cm ou $L = 0,8$ cm (cf. fig. 13). Les résultats encadrent les valeurs expérimentales et ne s'en écartent pas de plus de 20%. L'accord nous semble satisfaisant étant donné les approximations faites dans la définition même de x et L.

Dans les conditions de nos mesures, les taux de polarisation P_σ et P_π sont aussi des fonctions bien déterminées de N (fig. 14 et 15). Il est remarquable toutefois que P_σ et P_π ne semblent pas atteindre leur limite théorique 100 aux très faibles valeurs de N. L'explication de ce phénomène n'a pas été trouvée de façon sûre. Il est dû peut-être au défaut de parallélisme des faisceaux lumineux, ou à la dépolarisation de la lumière par la traversée des fenêtres de la cellule ou par des réflexions et diffusions sur ces fenêtres. S'il s'agit d'un effet de dépolarisation par traversée de dioptrés, les valeurs correctes doivent s'obtenir en effectuant sur les valeurs limites une affinité

Fig 13

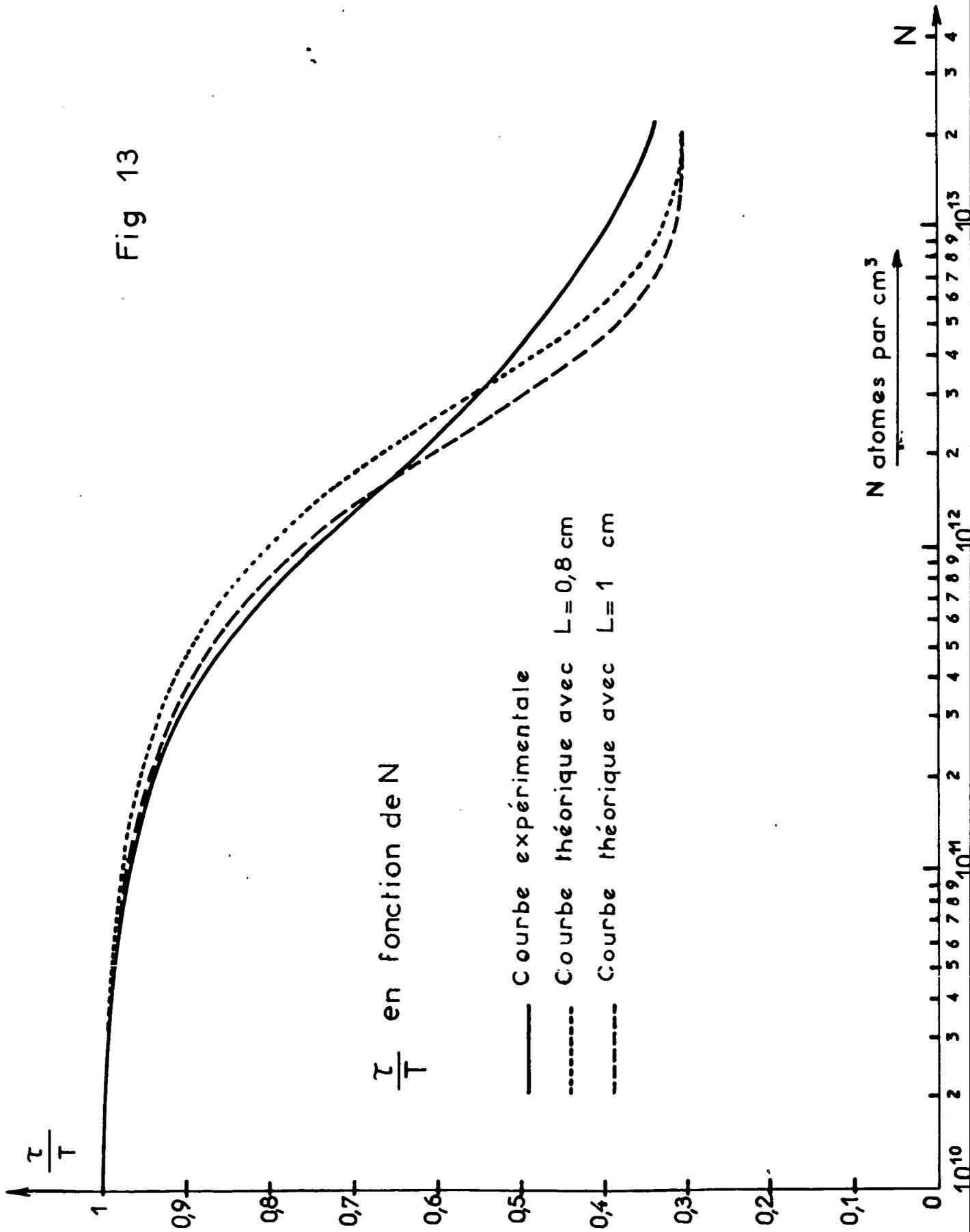


Fig. 14

Taux de polarisation P_σ du Hg 202

x P_σ mesuré sur le banc d'optique 1
o P_σ mesuré sur le banc d'optique 2

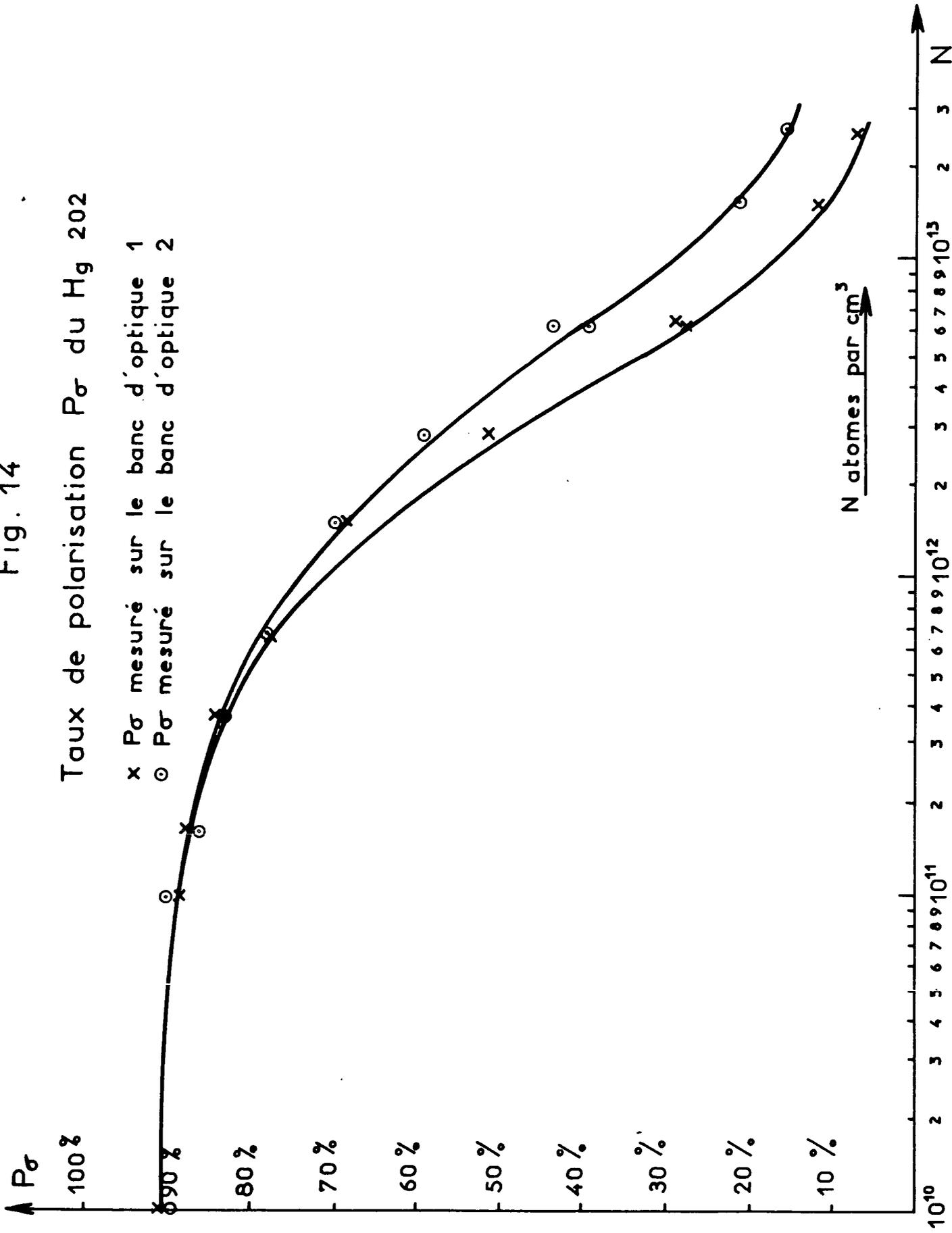
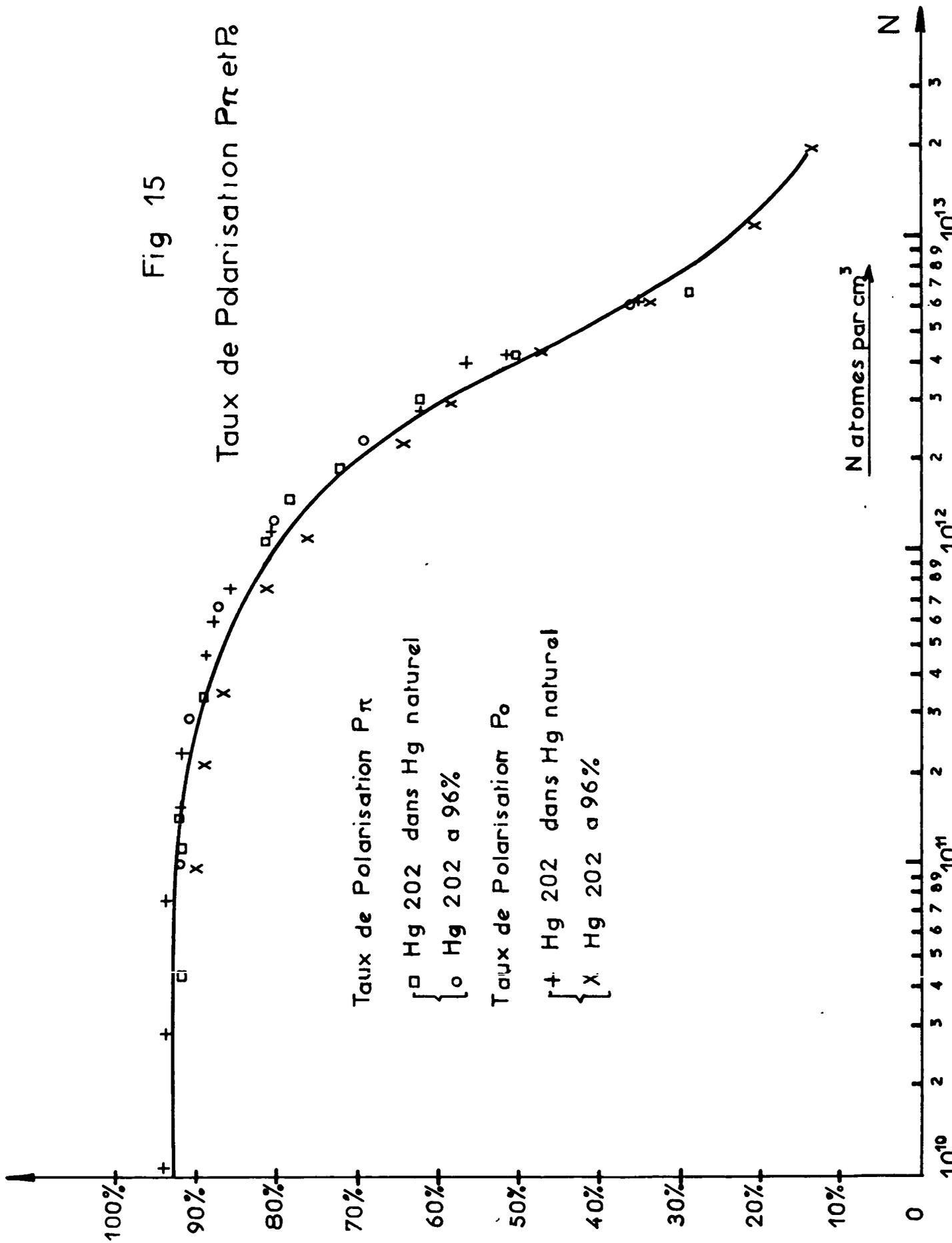


Fig 15

Taux de Polarisation $P\pi$ et P_0



Taux de Polarisation $P\pi$

□ Hg 202 dans Hg naturel

○ Hg 202 a 96%

Taux de Polarisation P_0

+ Hg 202 dans Hg naturel

x Hg 202 a 96%

N atomes par cm^3

N

ramenant à 100 la limite pour N très faible. Ce sont ces valeurs ainsi corrigées qui sont comparées plus loin aux valeurs théoriques.

Etant donné les approximations faites dans la définition même du paramètre x , on peut penser que les faibles désaccords entre les résultats théoriques et expérimentaux (cf. fig. 13) seront moins importants si on élimine x entre les diverses formules démontrées au chap. II et que l'on essaie de comparer la relation théorique obtenue aux valeurs expérimentales. La courbe de la figure 16 donne les valeurs théoriques de τ/T en fonction de P_σ , les points représentant le résultat des mesures; à une valeur de τ/T déterminée à partir du montage en pont utilisant 2 bancs d'optique (cf. chap. III, paragr. 6) sont associées 2 valeurs de P_σ mesurées à la même valeur de N sur chacun des 2 bancs d'optique. D'où 2 séries de points expérimentaux. La différence entre ces 2 valeurs de P_σ résulte assurément du fait qu'ils ne visaient pas la même région de la cellule (influence de la géométrie); on conçoit que les 2 séries de points expérimentaux encadrent presque partout la courbe théorique. Lorsque T a été mesuré en n'utilisant qu'un seul banc d'optique, comme il a été indiqué au chapitre II, paragr. 8, d), le point représentant la valeur de τ/T obtenue et la valeur de P_σ correspondante est beaucoup plus près de la courbe théorique,

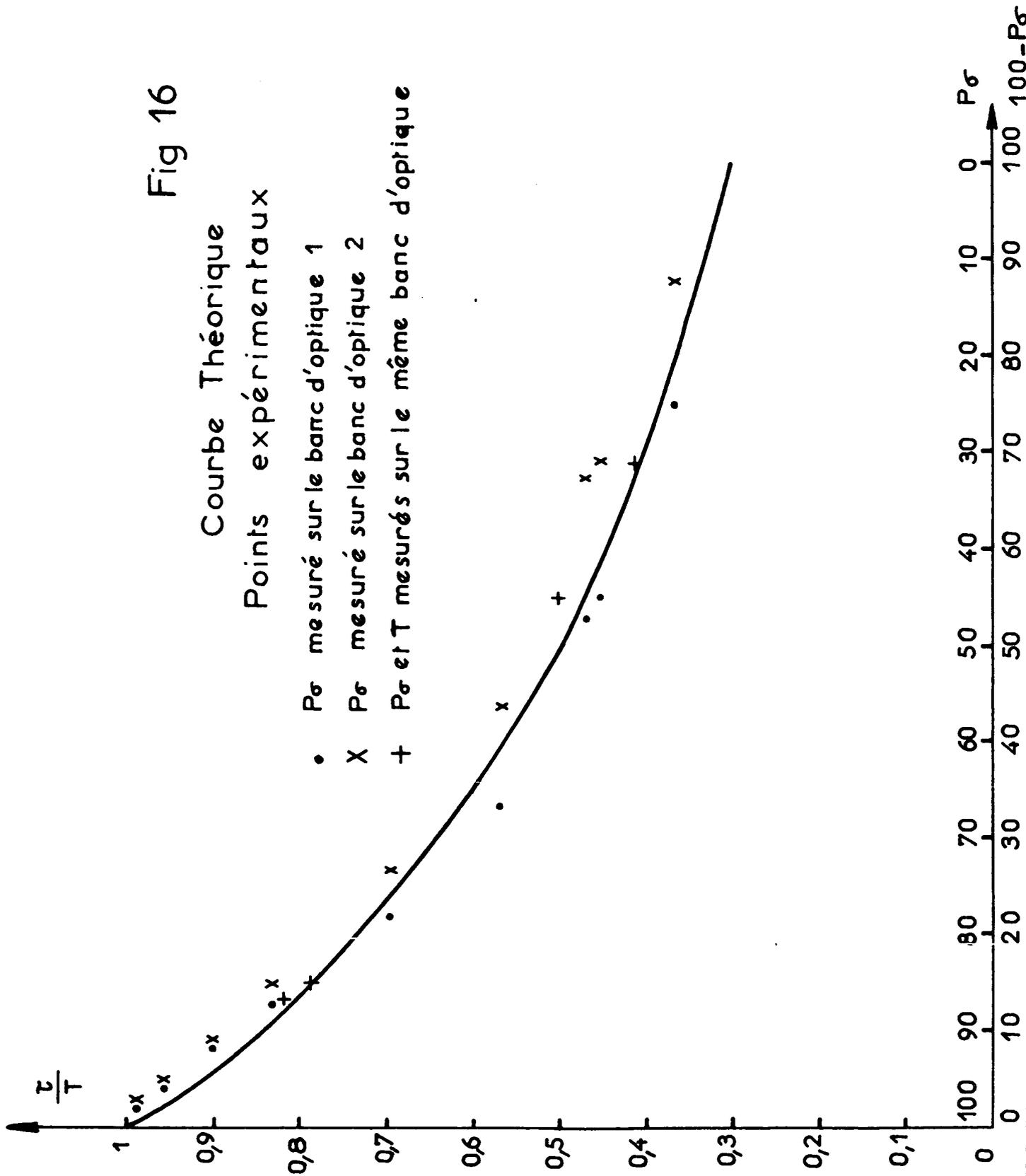
Aux pressions de vapeur plus élevées, les mesures devenaient beaucoup plus difficiles : le taux de polarisation devient en effet très faible et le signal de résonance magnétique n'est plus qu'une faible fraction du signal

Fig 16

Courbe Théorique

Points expérimentaux

- $P\sigma$ mesuré sur le banc d'optique 1
- X $P\sigma$ mesuré sur le banc d'optique 2
- + $P\sigma$ et T mesurés sur le même banc d'optique



de résonance optique; le rapport signal sur bruit devient très médiocre et il est nécessaire d'utiliser le dispositif électronique décrit au chapitre III, paragr. 7. Seules des mesures de T ont été effectuées, à la fréquence de 14,48 MHz, les mesures de P_{σ} étant trop imprécises. Nous n'avons opéré que sur une cellule contenant le mélange n°1 (^{202}Hg presque pur); la précision des mesures était très médiocre, il est difficile de décider si les désaccords observés entre les valeurs des paramètres ρ^2 déduites des droites donnant ΔH^2 et $y = H_1^2/B(0)$ (cf. chap. III, paragr. 8) en fonction de H_1^2 , étaient réels ou seulement dûs aux erreurs accidentelles; de tels désaccords correspondraient à un écart entre les formes de raies expérimentales et celles données par la formule de Majorana-Brossel; en général, la valeur tirée des ΔH^2 était plus grande que l'autre, le désaccord pouvant dépasser 30%. En tout cas, la largeur limite permettait de déduire une valeur de T et de τ/T . Les quelques mesures faites ont montré que T ne dépassait pas la valeur maximum $\frac{10}{3} \tau$ donnée par la théorie. Pour $N > 3 \cdot 10^{13}$, T décroît très rapidement quand N croît, c'est-à-dire que les raies s'élargissent. Nous n'avons pas cherché à étudier en détail ce phénomène. Il est possible que l'effet soit dû encore à la diffusion multiple; la validité des approximations faites dans le calcul du chapitre II est en effet beaucoup moins sûre dans cette zone de pression de vapeur (en particulier R n'est plus très supérieur à Λ). Si au contraire on attribue cet effet à des collisions entre atomes excités et atomes dans l'état fondamental, on peut admettre en pre-

mière approximation que la largeur limite est la somme des largeurs $\frac{3}{10} \frac{1}{\tau}$ due à la diffusion multiple et $\frac{1}{\tau_c}$ due aux collisions, (τ_c était le temps moyen entre collisions). De τ_c on peut déduire le libre parcours moyen et la section efficace σ^2 que l'on trouve de l'ordre de $8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$. Cette valeur est 8 fois plus grande que celle donnée par HOLSTEIN pour les collisions $^{198}\text{Hg} - ^{199}\text{Hg}$ (14). Cet ordre de grandeur semble donc raisonnable. Des investigations ultérieures dans ce domaine de pressions de vapeur seraient souhaitables; en particulier des mesures faites en excitant ^{202}Hg dans le mercure naturel permettraient d'étudier le rôle des collisions entre isotopes différents.

2) Résonance magnétique et dépolarisation magnétique dans le cas des isotopes pairs (21)

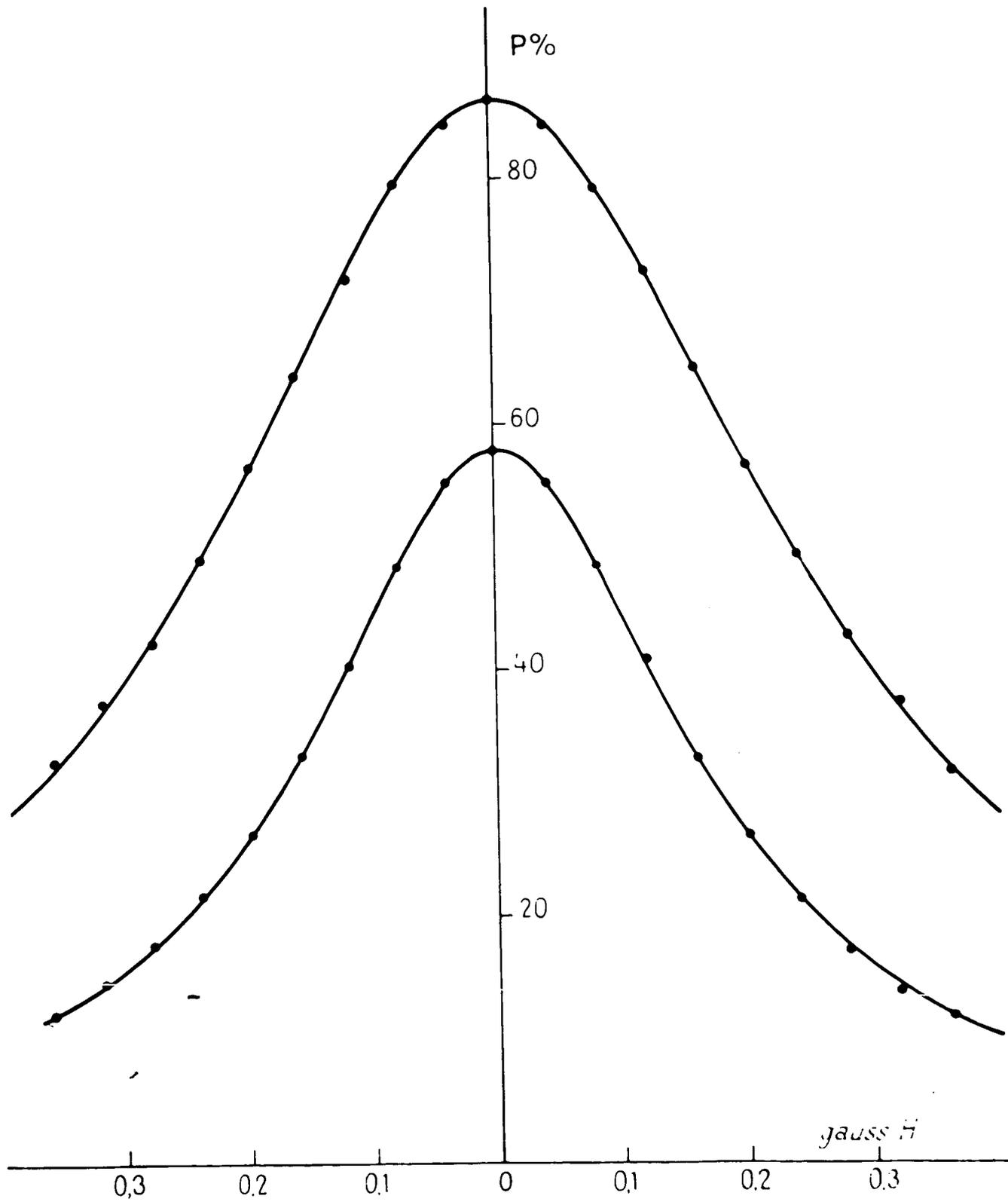
En utilisant 2 cellules identiques, les mêmes que dans les expériences décrites ci-dessus, contenant l'une du mercure naturel et l'autre le mélange n° 1 enrichi en ^{202}Hg , nous avons effectué sur un appareillage différent des mesures comparées de T en fonction de N par les 2 méthodes de résonance magnétique et de dépolarisation magnétique (cf. chap. II, paragr. 7). Le taux de polarisation P en fonction du champ H_0 satisfait bien aux diverses valeurs de N à une loi du type

$$P = \frac{P_0}{1 + 4 \omega_0^2 T^2} \quad (\text{IV, 1}) \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \gamma H_0$$

(cf. fig. 17, où les courbes sont calculées avec $P_0 = 86,4$ et 58 et

$T = 1,37 \cdot 10^{-7}$ sec. et $2,06 \cdot 10^{-7}$ sec. respectivement, les points étant obtenus

Fig 17
Dépolarisation magnétique



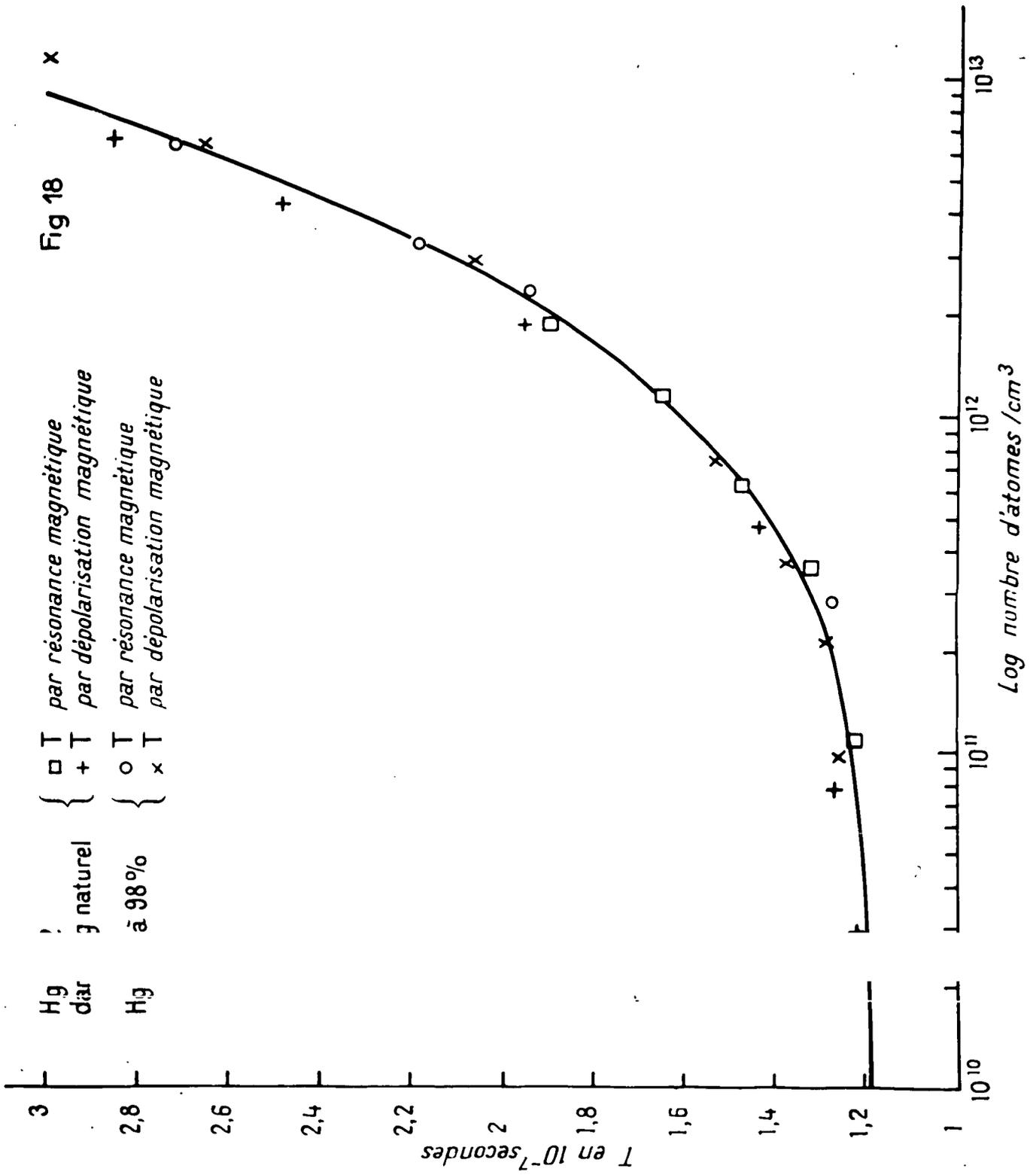
expérimentalement). Toutefois les courbes donnant P en fonction de H_0 étaient parfois légèrement dissymétriques autour de la valeur $H_0 = 0$ et la somme $I_x + I_y$, qui devrait rester constante quel que soit H_0 , présentait une faible variation. Nous pensons que ces effets ont un ordre de grandeur (3 à 4% au plus) explicable par de légers défauts dans le parallélisme des directions d'observation et du champ ou dans la compensation du champ terrestre et qu'ils n'affectent pas de façon importante les mesures de T .

Les mesures de T par la résonance magnétique ont été effectuées à la fréquence de 144 MHz. (Les conditions géométriques étaient aussi voisines que possible, dans les 2 types de mesures, de celles des expériences décrites au paragr. 1). La figure 18 représente en fonction de N les diverses valeurs de T obtenues. Tous les points se groupent bien autour d'une même courbe, conformément au résultat théorique (d'après lequel les 2 méthodes doivent fournir la même valeur de T). L'accord entre la théorie et l'expérience est ici excellent.

Notons, toutefois, les points de désaccord suivants :

a) P_0 , valeur de P en champ H_0 nul, est calculable théoriquement à partir de x , lui-même déterminé par le rapport τ/T ; or là encore, les valeurs expérimentales sont plus faibles que les valeurs théoriques et ne tendent pas vers 100 pour N très faible; en outre il est ici impossible de réconcilier les résultats théoriques et expérimentaux en faisant subir à ces derniers une correction analogue à celle du paragr. 1 (multiplication par un facteur constant).

Fig 18



La raison de ce désaccord n'est pas comprise. Par contre, conformément aux prévisions, P_{π} et P_0 ont la même valeur pour une valeur de N donnée (fig. 15).

b) A forte concentration ($N = 2 \cdot 10^{13}$ atomes/cm³), la résonance magnétique donne $T = 3,40 \cdot 10^{-7}$ sec. et la dépolarisation magnétique $T < 3 \cdot 10^{-7}$ sec. Il est difficile de préciser s'il s'agit d'un désaccord réel ou si les mesures dans cette zone de pressions sont fortement erronées (P_0 étant faible, les mesures de T par mesure de P sont peu sûres). C'est pourquoi les mesures n'ont pas été poursuivies aux pressions de vapeur plus élevées.

3) Etude d'effets dépendant de la géométrie

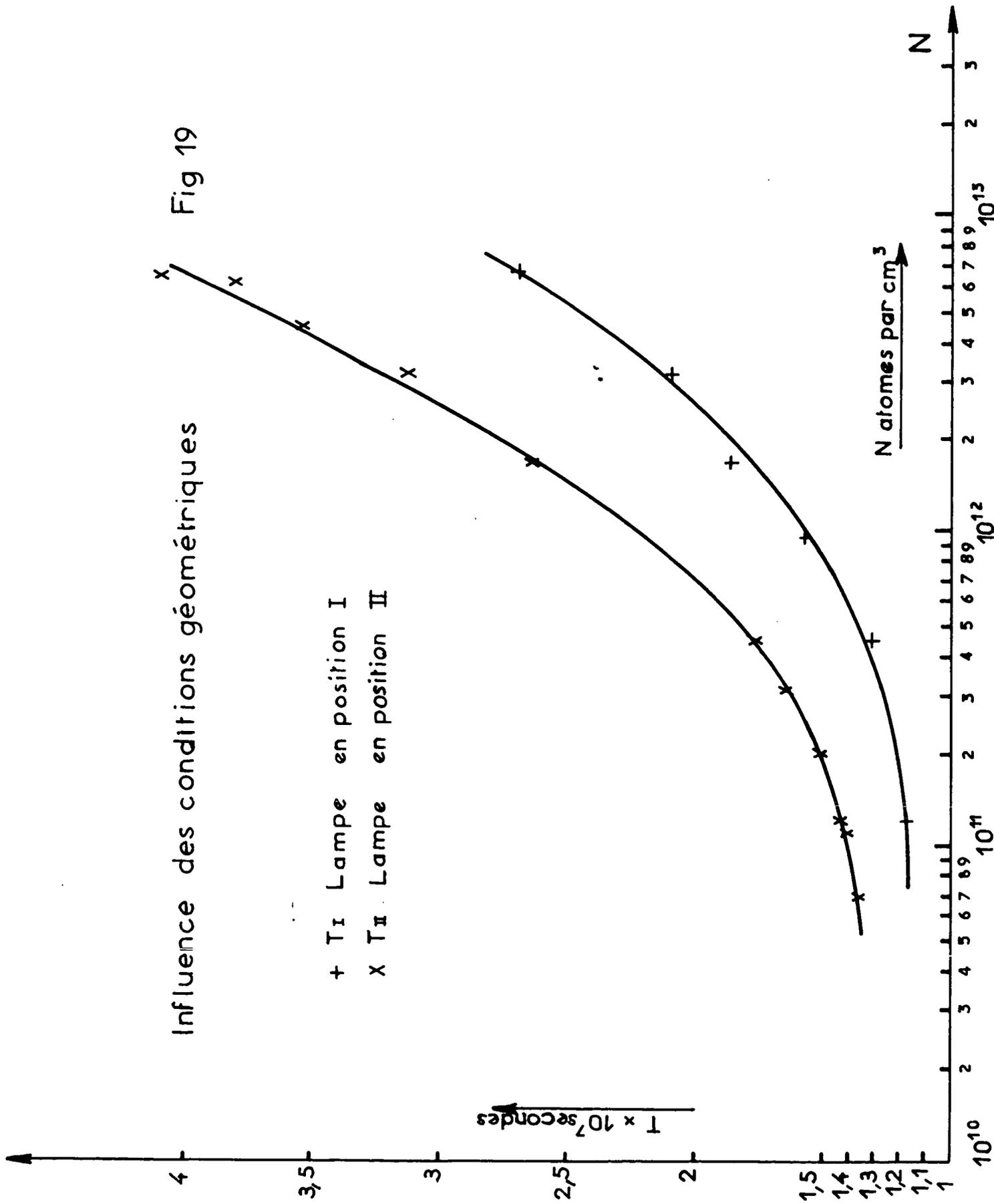
Quelques effets dépendant de la géométrie du montage ont été étudiés en utilisant une cellule de dimensions plus grandes que les cellules usuelles (cube de 4,2 cm d'arête), contenant du mercure naturel dans lequel on excitait sélectivement l'isotope ²⁰²Hg. Au lieu d'utiliser un faisceau d'excitation parallèle, on formait l'image de la lampe à l'intérieur de la cellule, soit au niveau des diaphragmes de détection (position I de la lampe), soit dans une autre région bien déterminée de la cellule (position II de la lampe) de telle sorte que le faisceau excitateur ne passe pas au niveau de ces diaphragmes. En principe, lorsque la lampe était en position II, les photomultiplicateurs n'auraient pas dû recevoir de photons résultant d'un phénomène de résonance optique simple (diffusion simple), mais uniquement des photons ayant été diffusés 2 fois au moins. En pratique, il y a

toujours réflexion et diffusion par les parois de la cellule de la lumière incidente et de la lumière de résonance optique simple; celle-ci arrivait donc malgré tout aux photomultiplicateurs, mais son intensité était considérablement réduite. Grossièrement, on pouvait prévoir des raies de résonance magnétique résultant de la différence de 2 raies de Majorana-Brossel, l'une correspondant à la superposition de tous les ordres de diffusion multiple, l'autre (avec la largeur naturelle $1/\tau$) à la diffusion simple, dont les amplitudes relatives étaient a priori inconnues. Dans ces conditions, aucune vérification quantitative de la forme de raie n'a été entreprise. Nous nous sommes contentés de mesurer en fonction de N les largeurs limites pour H_1 nul des réseaux obtenus avec la lampe en position I et II; on en déduisait des paramètres T_I et T_{II} et on constate que $T_{II} > T_I$ à la même valeur de N (fig. 19). En outre, les réseaux de type II ne peuvent pas être représentés par une formule de Majorana-Brossel; le désaccord entre les paramètres ρ^2 déterminés par les largeurs et les amplitudes à résonance passait de 20% pour N faible à un facteur 2 pour N élevé, la 1ère valeur étant plus faible que la 2e, ce qui est très supérieur aux erreurs possibles, étant donné le rapport signal sur bruit excellent dans ces mesures. Ces résultats sont qualitativement conformes aux prévisions; il semble impossible de comprendre autrement que par la diffusion multiple (par exemple par l'intervention de collisions) ces effets dépendant uniquement de la géométrie du montage.

Influence des conditions géométriques

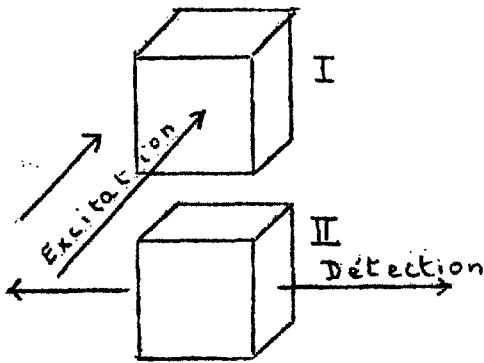
Fig 19

+ TI Lampe en position I
 x TII Lampe en position II



4) Expériences de diffusion double (22)

Pour confirmer de façon particulièrement frappante l'interprétation donnée, nous avons étudié les formes des raies de résonance magnétique dans le cas où tous les photons de résonance optique ont été diffusés 2 fois par les atomes soumis à la résonance magnétique. Dans cette expérience, nous



utilisons 2 cellules cubiques de 2,4 cm d'arête, juxtaposées; la droite joignant leurs centres est perpendiculaire au champ magnétique statique H_0 . Les cellules sont remplies de mercure naturel dans lequel on excite l'isotope ^{202}Hg . Des diaphragmes permettent de n'exciter optiquement que la cellule I, mais de n'observer que la lumière de résonance optique réémise par la cellule II.

La pression de vapeur est telle dans chaque cellule que la diffusion multiple y est négligeable devant la diffusion simple (température du queusot inférieure à -20°C ; c'est-à-dire $N < 2 \cdot 10^{11}$ atomes par cm^3). Ainsi les photons observés issus de la cellule II illuminée par la résonance optique de la cellule I ont été diffusés 2 fois et 2 fois seulement. En condensant dans l'azote liquide le mercure d'une seule cellule, on constate toutefois que le signal ne s'annule pas complètement, en raison de diffusions et de réflexions parasites; le signal résiduel est très faible et constitue une petite correction aux résultats bruts des mesures.

Ainsi que nous l'avons vu (cf. chap. II, paragr. 7, remarque) si la droite joignant les 2 atomes qui diffusent successivement le même photon a une répartition isotrope dans l'espace (c'est pratiquement le cas pour 2 cellules très voisines) la contribution de la diffusion double à la raie de résonance magnétique est proportionnelle à (formule II, 74)

$$B^{(2)}(\Omega, \gamma H_1, \tau) = \frac{\tau}{\gamma \tau} \left[\tau B(\Omega, \gamma H_1, \tau) \right] \quad (\text{IV, 2})$$

La largeur limite des courbes théoriques pour H_1 nul correspond à une valeur $T_2 = 1,47 \tau = 1,74 \cdot 10^{-7}$ sec. La largeur ΔH est donnée en fonction de H_1 par :

$$\Delta H^2 = 0,46 \times \frac{4}{\gamma^2 \tau^2} \left[1 + 11,77 (\gamma H_1 \tau)^2 \right] \quad (\text{IV, 3})$$

D'autre part, l'amplitude à résonance est

$$B^{(2)}(0, \gamma H_1, \tau) = B^{(2)}(0) = K \frac{\rho^2 (4 \rho^2 + 3)}{(4 \rho^2 + 1)^2} \quad (\text{IV, 4})$$

Elle présente un maximum quand H_1 croît, puis tend vers sa limite en décroissant; la courbe $y^{(2)} = \frac{H_1^2}{B^{(2)}(0)}$ en fonction de H_1^2 a l'allure d'une parabole.

Nous avons tracé 5 réseaux expérimentaux de courbes de résonance en diffusion double. Les valeurs de T_2 obtenues ont été :

$$T_2 \times 10^7 = 1,69 - 1,70 - 1,71 - 1,77 - 1,73. \\ (\text{sec})$$

...
...
...

...
...
...

...
...
...

...
...
...

...
...
...

...
...
...

...
...
...

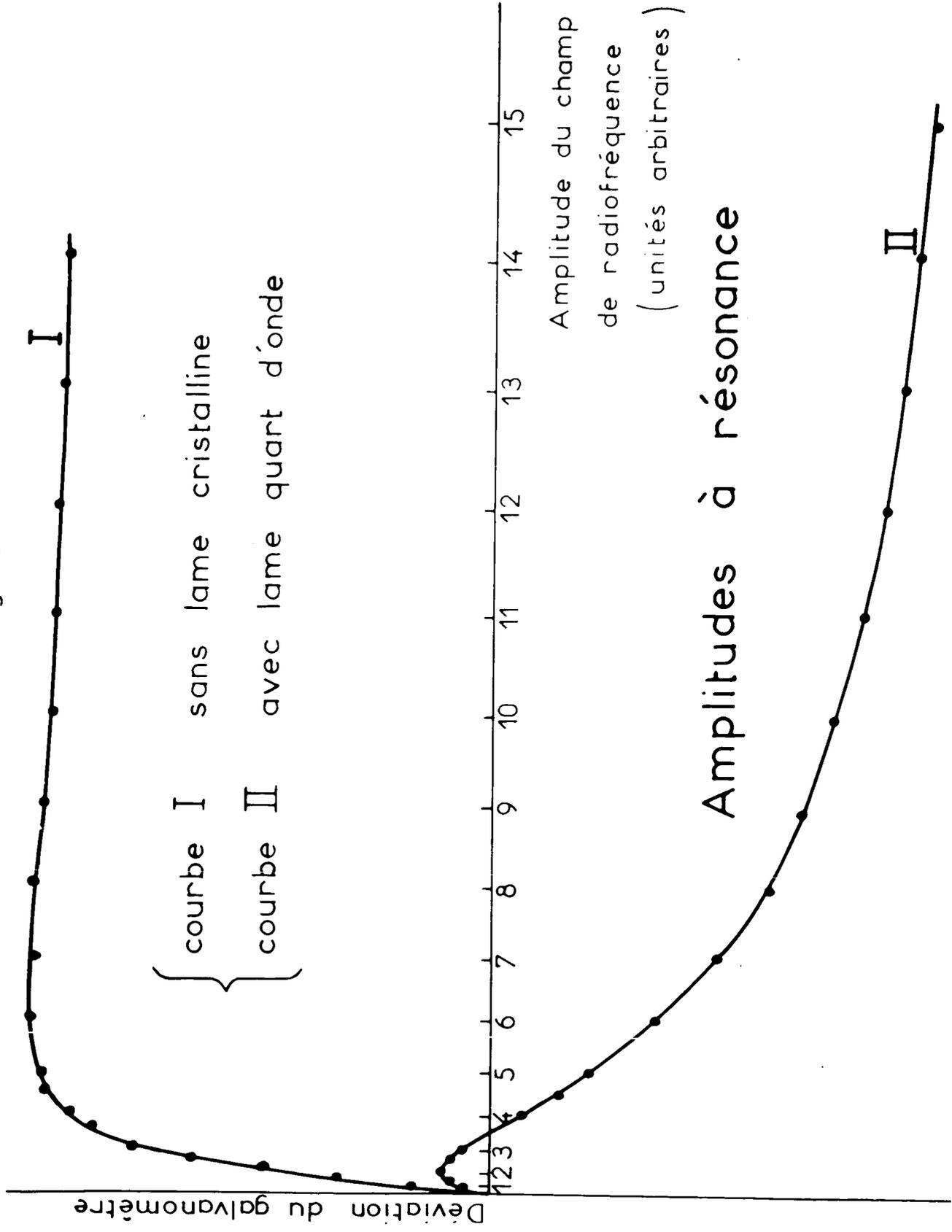
...
...
...

...
...
...

...
...
...

...
...
...

Fig 20



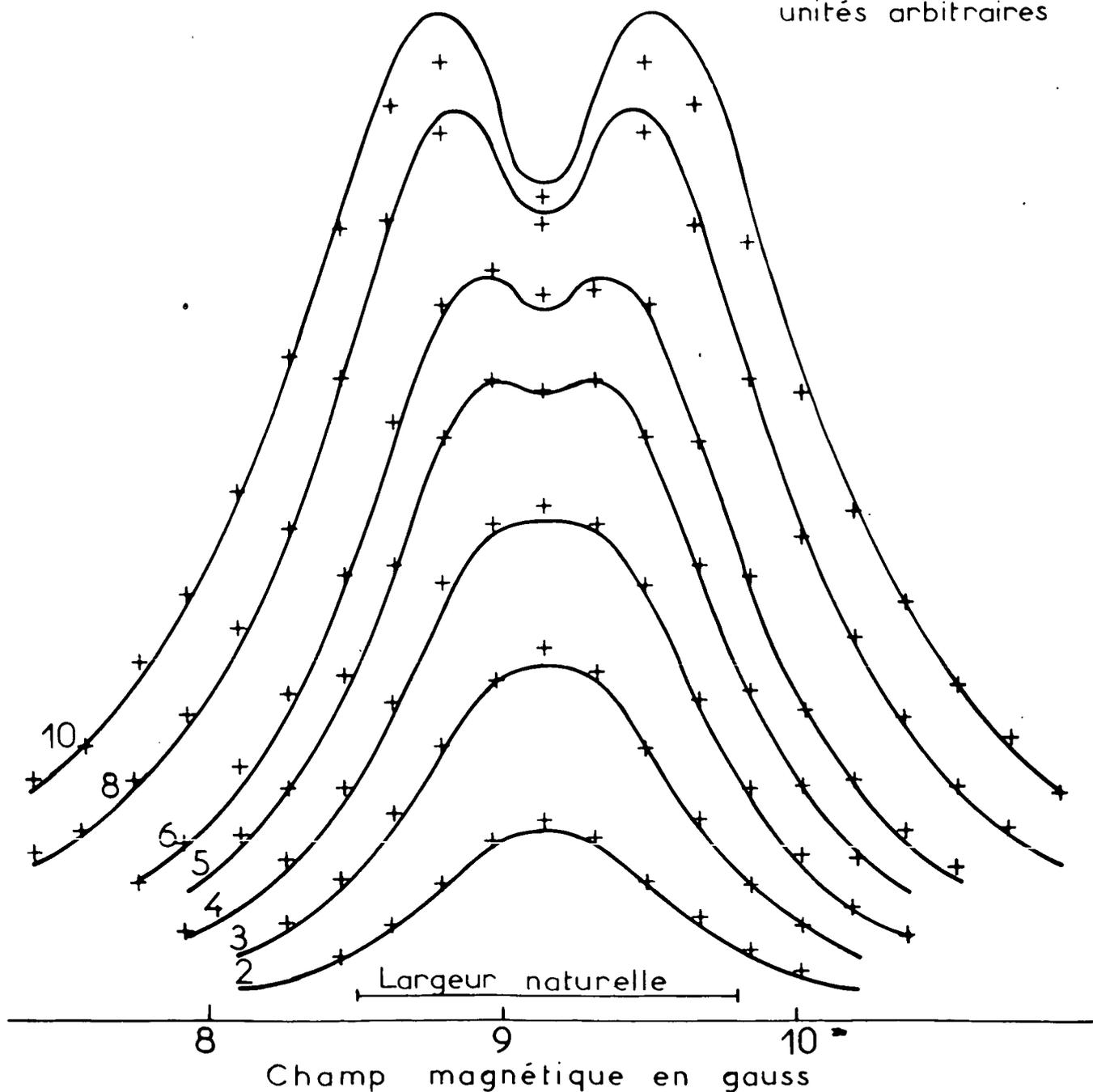
Sur la figure 21, les courbes d'un réseau théorique sont comparées aux points expérimentaux; H_1 étant mesuré en valeur relative, 2 paramètres seulement sont nécessaires pour ajuster le réseau théorique au réseau expérimental (la valeur absolue de H_1 pour une courbe et un facteur multiplicatif d'ensemble). L'accord est bon et les faibles désaccords peuvent être attribués au caractère non parfaitement isotrope de la diffusion double dans notre expérience. La diminution de $B_2(0)$ quand H_1 devient très grand a été également observée (cf. fig. 20, courbe I). Ainsi les courbes ne peuvent absolument pas être représentées par la formule de Majorana-Brossel, mais sont bien représentées par la formule (IV, 2).

L'importance de la cohérence de phase sur la forme des raies se manifeste également si l'on interpose une lame de quartz cristallin entre les 2 cellules. Les rayonnements π et σ émis par la cellule I sont perturbés (en différence de phase et dans leur état de polarisation) de façon différente avant d'exciter les atomes de la cellule II. Les formes des raies de résonance magnétique sont considérablement modifiées. Il est nécessaire pour introduire la lame d'écarter légèrement les 2 cellules. Le champ magnétique est alors insuffisamment uniforme sur le volume qu'elles occupent et les raies peuvent devenir nettement dissymétriques. Les expériences ne peuvent être que qualitatives et nous avons opéré avec les 2 gouttes de mercure à 0°C. Le signal est ainsi rendu plus grand, mais la diffusion multiple est très appréciable dans chaque cellule. La figure 20 montre la variation avec H_1^2 de l'amplitude à résonance en l'absence de lame cristalline (courbe I) et avec une lame

Réseau théorique et réseau expérimental pour la diffusion double

{ courbes théoriques
 + points expérimentaux

Les nombres indiquent les amplitudes du champ $H \cdot F$ en unités arbitraires



quart d'onde dont les lignes neutres sont orientées à 45° du champ magnétique (courbe II). On remarque le maximum que présente la courbe I (analogue à celui observé à basse température) et le changement du signe de l'amplitude à résonance dans le 2e cas. La forme de raie elle-même est complètement changée dans ce dernier cas.

5) Résonance magnétique de l'ensemble des isotopes pairs dans le mercure naturel

Les premières expériences de BROUSSEL (1), puis de BLAMONT (4, 5) portaient sur la résonance magnétique des isotopes pairs dans le mercure naturel, l'excitation optique venant d'une source à mercure naturel (arc Gallois) se rapprochant des conditions d'émission "broad line" ou "narrow line" selon les cas. Or nous savons maintenant que l'excitation sélective d'un isotope pair dans un mélange isotopique donne des courbes de résonance magnétique ayant la forme B de Majorana-Brossel et que chaque isotope se comporte dans le mélange comme s'il était seul. Les courbes observées par BROUSSEL et BLAMONT ne peuvent donc être que la superposition par addition des courbes correspondant à l'excitation sélective de chaque isotope; le réseau observé doit être la superposition par addition d'autant de réseaux qu'il y a d'isotopes pairs avec des valeurs de T différentes. Or BROUSSEL et BLAMONT avaient trouvé des réseaux de courbes en excellent accord avec la forme théorique (I, 5). Ce résultat doit être considéré comme une coïncidence; il doit être en effet très difficile, pratiquement impossible, de distinguer entre

un véritable réseau de Majorana-Brossel et un réseau résultant de la superposition par addition de plusieurs autres ayant des largeurs limites assez voisines.

Cette interprétation a été vérifiée par M.A. GUIOCHON (5, 13).

On admet que la raie observée est la superposition

$$R = \sum_j \alpha_j b_j B(\omega, \gamma H_1, T_j) \quad (\text{IV, 5})$$

Dans cette formule, la somme s'étend aux 4 isotopes pairs j (en négligeant ^{196}Hg très peu concentré); α_j est un coefficient qui dépend de l'intensité de la composante hyperfine correspondant à l'isotope j dans la lumière de la source; b_j est un coefficient d'intensité de la raie de résonance de l'isotope j , lié à l'absorption de la lumière excitatrice par la couche de vapeur de mercure précédant la région d'observation et à la dépolarisation par la diffusion multiple de la lumière de résonance. Expérimentalement, nous connaissons T_j en fonction de N_j , nombre d'atomes par cm^3 de l'isotope j (cf. fig. 12). α_j est fait égal à 1 dans le cas "broad line" et à l'intensité relative de la composante hyperfine donnée par SCHULER et KEYSTON (7) dans le cas "narrow line". On admet d'autre part que b_j est, comme T_j , une fonction bien déterminée de N_j . On a mesuré (à un facteur constant près) en fonction de N_{202} et pour les diverses valeurs de H_1 utiles les grandeurs $b_{202} B[0, \gamma H_1, T_{202}]$ en excitant sélectivement l'isotope ^{202}Hg ; la droite donnant $H_1^2 / b_{202} B(0, \gamma H_1, T_{202})$ pour une valeur fixée de N_{202} permet de déterminer $\gamma_{202} = \gamma H_1 T_{202}$ pour les diverses valeurs utiles de

1975

1976

1977

1978

1979

1980

1981

1982

1983

1984

1985

1986

1987

1988

1989

1990

1991

1992

1993

1994

1995

H_1 , donc les valeurs absolues correspondantes de γH_1 . On en déduit $B [0, \gamma H_1, T_{202}]$ à toutes les pressions de vapeur et par suite les valeurs de b_{202} . Tous les paramètres nécessaires à la reconstitution d'un réseau de l'ensemble des isotopes pairs sont alors connus.

Notons toutefois que dans le cas de l'isotope ^{198}Hg l'expérience a montré que les courbes $b_{198} B [0, \gamma H_1, T_{198}]$ et $b_{202} B [0, \gamma H_1, T_{202}]$ en fonction de N_{198} et N_{202} respectivement ne sont pas identiques, bien que les courbes donnant T_{198} et T_{202} le soient, mais se déduisent à très peu près l'une de l'autre par une translation (si l'on a porté en abscisses $\log N_{198}$ et $\log N_{202}$). Nous attribuons ce fait à la présence dans le mercure naturel de l'isotope ^{201}Hg dont la composante hyperfine b coïncide partiellement avec celle de l'isotope ^{198}Hg . La diffusion multiple ne se fait donc pas dans le cas de ^{198}Hg comme s'il était seul; un même photon peut être diffusé successivement par des atomes des 2 isotopes. L'effet sur T_{198} est négligeable, mais il est important sur le taux de polarisation, donc sur b_{198} . Tout se passe pour b_{198} comme si l'isotope ^{198}Hg avait dans le mercure naturel une concentration fictive plus grande que sa concentration réelle; le rapport de ces 2 concentrations est déterminé par la translation amenant l'une sur l'autre les courbes $b_{198} B [0, \gamma H_1, T_{198}]$ et $b_{202} B [0, \gamma H_1, T_{202}]$. Aucune correction analogue n'a été faite pour l'isotope ^{204}Hg , dont la composante hyperfine est très voisine des composantes a de l'isotope ^{201}Hg et A de l'isotope ^{199}Hg ; en effet ^{204}Hg est très peu concentré dans le mercure naturel, sa contribution au réseau reconstitué est petite et une erreur

1. The first part of the document is a list of names and titles.

2. The second part of the document is a list of names and titles.

3. The third part of the document is a list of names and titles.

4. The fourth part of the document is a list of names and titles.

5. The fifth part of the document is a list of names and titles.

6. The sixth part of the document is a list of names and titles.

7. The seventh part of the document is a list of names and titles.

8. The eighth part of the document is a list of names and titles.

9. The ninth part of the document is a list of names and titles.

10. The tenth part of the document is a list of names and titles.

11. The eleventh part of the document is a list of names and titles.

12. The twelfth part of the document is a list of names and titles.

13. The thirteenth part of the document is a list of names and titles.

14. The fourteenth part of the document is a list of names and titles.

15. The fifteenth part of the document is a list of names and titles.

16. The sixteenth part of the document is a list of names and titles.

17. The seventeenth part of the document is a list of names and titles.

18. The eighteenth part of the document is a list of names and titles.

19. The nineteenth part of the document is a list of names and titles.

20. The twentieth part of the document is a list of names and titles.

21. The twenty-first part of the document is a list of names and titles.

22. The twenty-second part of the document is a list of names and titles.

23. The twenty-third part of the document is a list of names and titles.

24. The twenty-fourth part of the document is a list of names and titles.

25. The twenty-fifth part of the document is a list of names and titles.

26. The twenty-sixth part of the document is a list of names and titles.

27. The twenty-seventh part of the document is a list of names and titles.

28. The twenty-eighth part of the document is a list of names and titles.

Fig. 22 Comparaison du réseau reconstitué et du réseau de Majorana .

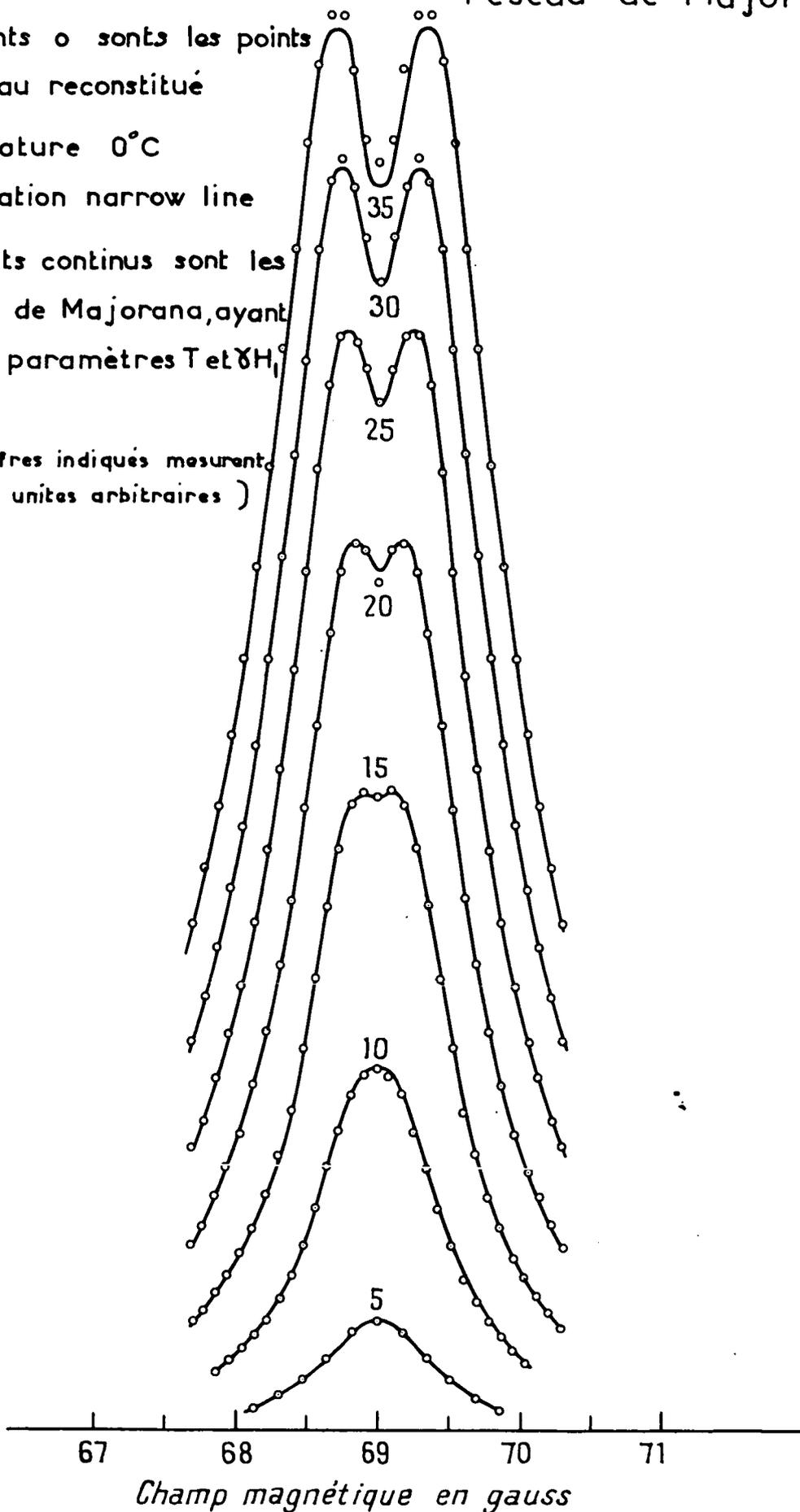
Les points o sont les points du réseau reconstitué

Température 0°C

illumination narrow line

Les traits continus sont les courbes de Majorana, ayant mêmes paramètres T et δH_1

(Les chiffres indiqués mesurent δH_1 en unites arbitraires)



sur celle-ci est peu importante .

Finalement, 2 réseaux R_1 et R_2 obtenus par la superposition (IV, 5) ont été tracés dans les cas "broad line" et "narrow line" respectivement. Les valeurs des paramètres correspondaient à une température du queusot de 0°C . Nous avons constaté qu'il était impossible de les distinguer de 2 réseaux réellement donnés par la formule de Majorana-Brossel (fig. 22) . En particulier, les largeurs et les amplitudes à résonances des courbes de R_1 et R_2 satisfont à des lois du type (I, 8) et (I, 10). Les valeurs de T correspondant à R_1 et R_2 sont comparées dans le tableau 6 aux valeurs déterminées à partir des réseaux expérimentaux R'_1 et R'_2 obtenus en excitant le mercure naturel par un arc Gallois . L'accord est très satisfaisant et laisse là encore peu de doute quant à l'interprétation des résultats .

TABLEAU 6

Condition d'excitation	Réseau Reconstitué	Réseau Expérimental
Broad line	$T = 1,68 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$	$1,65 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$
Narrow line	$1,75 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$	$1,80 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$

6) Résonance magnétique sur le niveau $F = 3/2$ de l'isotope ^{199}Hg (1)

Le spin nucléaire de l'isotope ^{199}Hg est $I = 1/2$. Le niveau 6^3P_1 est décomposé en 2 niveaux hyperfins, avec les nombres quantiques $F = 1/2$ et $F = 3/2$; la structure hyperfine est $\eta \simeq 22.000 \text{ MHz}$. En champ magnéti-

(1) Les mesures ont été effectuées par Mlle F. BOUTRON (12, 23)

que faible et en excitation lumineuse σ , la résonance magnétique n'est observable que sur le niveau $F = 3/2$; le calcul des effets de la diffusion multiple n'a été fait que dans le cas des champs très faibles, lorsque la largeur naturelle des sous-niveaux Zeeman est grande devant les écarts à l'équidistance dûs au découplage $\vec{I} \cdot \vec{J}$. Les distances des sous-niveaux $F = 3/2$ sont données par la formule valable au 2e ordre près en $\frac{\nu'}{\eta}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu \left(+\frac{3}{2} \right) \longleftrightarrow \nu \left(+\frac{1}{2} \right) \simeq \nu' \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\nu'}{\eta} \right) \\ \nu \left(-\frac{1}{2} \right) \longleftrightarrow \nu \left(+\frac{1}{2} \right) \simeq \nu' \end{array} \right. \quad (\text{IV}, 6)$$

où $\nu' = \frac{eH_0}{4\pi mc}$ (IV, 7), fréquence de Larmor dans le champ H_0 .

La distance des résonances extrêmes $\delta\nu = \frac{\nu'^2}{\eta}$ à la fréquence de 14,48 MHz choisie est 9,6 kHz, soit $7 \cdot 10^{-3}$ de la largeur naturelle de la raie. Les effets de l'écartement des résonances sont du second ordre en $\pi T \delta\nu$, lui-même de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$, et peuvent être alors négligés.

Mais à cette fréquence, l'écart entre les raies des isotopes pairs et du niveau $F = 3/2$ de l'isotope ^{199}Hg est de l'ordre de leurs largeurs. Dans les conditions d'excitation optique utilisées (mélange n°5 excité par une lampe contenant ce mélange, en présence des filtres contenant les mélanges n°1, 2, 3, cf. chap. III, paragr. 3), l'intensité de la raie des isotopes pairs restait de l'ordre de 1/10 de celle du ^{199}Hg , et rendait celle-ci dissymétrique. Une correction restait nécessaire. En négligeant le faible pourcentage d'isotope ^{204}Hg contenu dans le mélange n°5, la raie observée résulte de la superposi-

tion par addition de la raie du ^{199}Hg et des raies des 3 isotopes ^{202}Hg , ^{200}Hg et ^{198}Hg , puisque la diffusion multiple se produit indépendamment pour chacun d'eux. On connaît a priori les axes de symétrie des raies du ^{199}Hg et des isotopes pairs et on peut ainsi décomposer la raie dissymétrique observée en ses deux composantes symétriques. Mais cette méthode est longue. En pratique, nous avons constaté que les raies des isotopes pairs ne se distinguaient pas de la raie du ^{198}Hg excité sélectivement dans le mélange à la même pression de vapeur totale. Pour corriger le réseau observé et déterminer le réseau du niveau 3/2 de l'isotope ^{199}Hg , nous nous sommes donc contentés en général d'en retrancher un réseau obtenu par excitation sélective de l'isotope ^{198}Hg , après multiplication par un facteur constant convenable; ce facteur était déterminé de telle sorte que la courbe la plus haute du réseau corrigé de l'isotope ^{199}Hg soit symétrique. Le détail de la méthode est donné dans la référence 12.

Les mesures de résonance magnétique étaient en général difficiles. Le rapport signal sur bruit, de l'ordre de 40 aux basses pressions de vapeur, diminuait jusqu'à 4 ou 3 aux pressions les plus élevées atteintes (pour lesquelles $N \simeq 2 \cdot 10^{13}$). Cette diminution est liée à celle du taux de polarisation et du rapport de la résonance magnétique au signal de résonance optique. Aucun réseau complet de courbes n'a été tracé; mais l'accord des paramètres ρ^2 déterminés à partir des droites représentant $\Delta \omega^2$ et $H_1^2/B(0)$ en fonction de H_1^2 est en général assez bon pour que l'on soit sûr

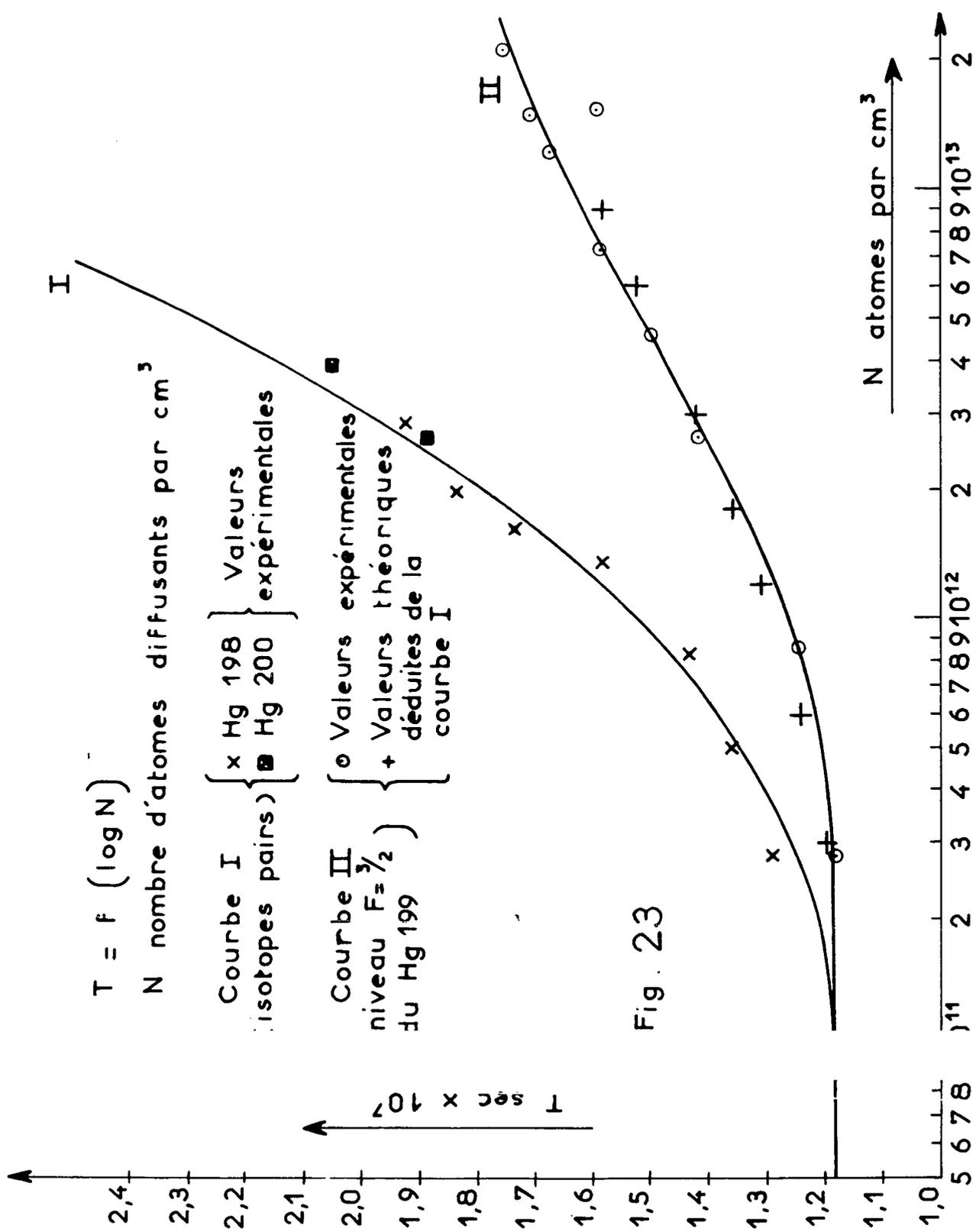


Fig. 23

que le réseau satisfait bien à une loi de Majorana-Brossel. Nous estimons que la précision des mesures de T reste de l'ordre de 3 à 4%, sauf aux pressions de vapeur les plus élevées où elle est assurément moins bonne.

La valeur limite de $T_{I=1/2, F=3/2}$ pour N très faible est bien la même ($\tau = 1,18 \cdot 10^{-7}$ sec) que dans le cas des isotopes pairs, considérée comme la durée de vie vraie du niveau 6^3P_1 . La courbe donnant $T_{I=0, F=1}$ en fonction de N (dans le cas des isotopes pairs) avec les conditions géométriques de ce montage a été également tracée (par excitation sélective de ^{198}Hg ou ^{200}Hg dans le mélange). Des valeurs expérimentales de $T_{I=0, F=1}$ et des formules du tableau 4 se déduisent les valeurs attendues pour $T_{I=1/2, F=3/2}$

$$T_{I=1/2, F=3/2} (N) = \frac{2 \tau T_{I=0, F=1} \left(\frac{2N}{3} \right)}{\tau + T_{I=0, F=1} \left(\frac{2N}{3} \right)} \quad (\text{IV, 9})$$

La figure 23 permet de les comparer aux valeurs expérimentales. L'accord est satisfaisant.

Nous avons mesuré également le taux de polarisation P_c de la lumière de résonance optique sur chacun des 2 bancs d'optique de la méthode du pont. Le rapport des intensités des raies de résonance magnétique des isotopes pairs et de l'isotope ^{199}Hg permet d'estimer à quelques pour cent au plus la contribution des premiers au signal de résonance optique; la contribution de l'isotope ^{201}Hg , dont la concentration dans la lampe et la cellule est faible, peut être de même négligée. En supposant que l'excitation lumineuse

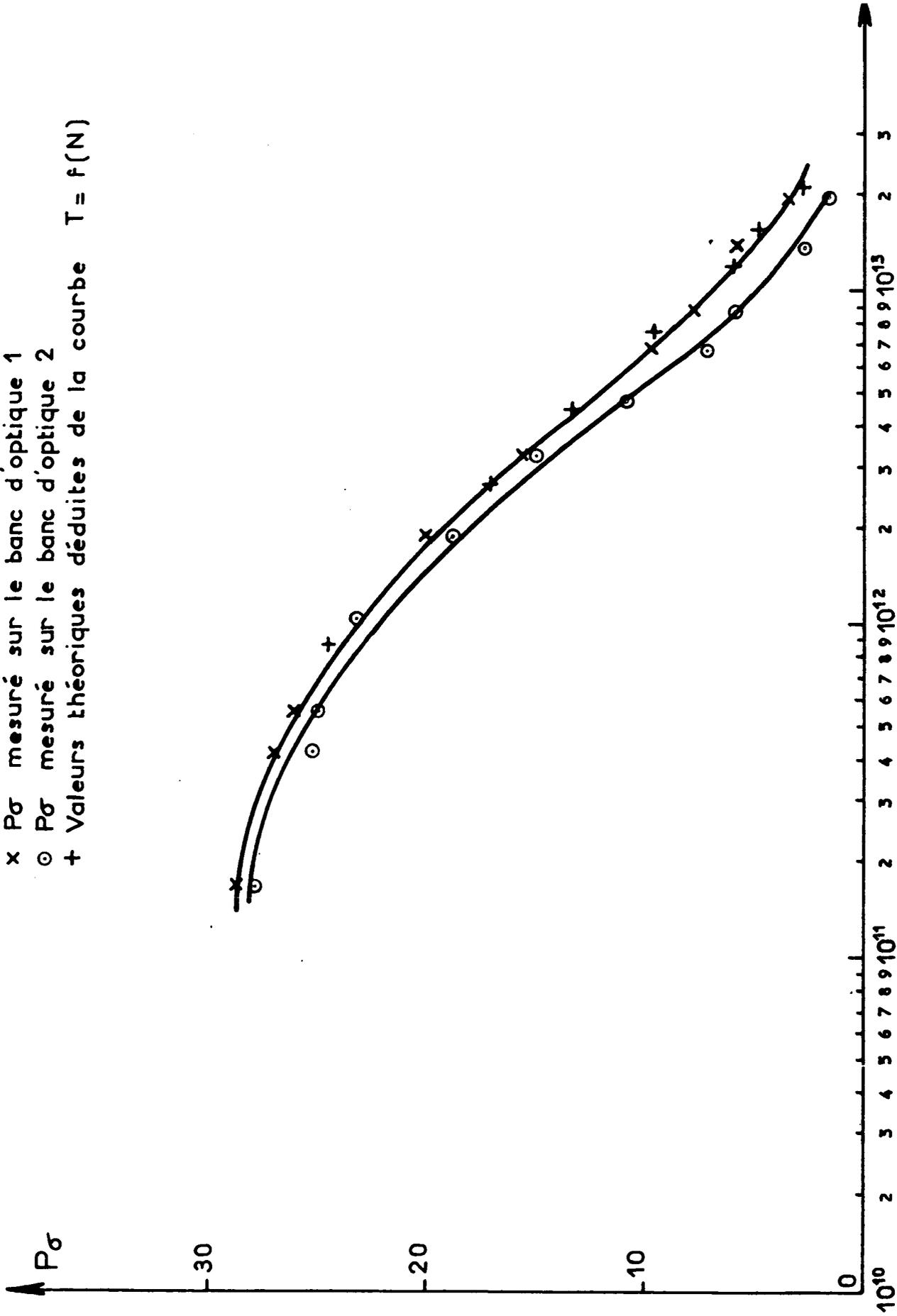
Fig. 24

Taux de polarisation $P\sigma$ du Hg₁₉₉ (excitation "broad line")

x $P\sigma$ mesuré sur le banc d'optique 1

o $P\sigma$ mesuré sur le banc d'optique 2

+ Valeurs théoriques déduites de la courbe $T = f(N)$



a la même intensité sur les 2 composantes hyperfines de la raie du ^{199}Hg (excitation de type "broad line"), on peut calculer à partir des valeurs expérimentales de $T_{I=0, F=1}$ les valeurs attendues pour P_{σ} (cf. chap. II, tableau 4); l'accord est encore suffisamment bon, étant donné l'imprécision des mesures et les approximations faites (fig. 24).

7) Résonance magnétique sur le niveau $F = 5/2$ de l'isotope ^{201}Hg (23)

Le spin nucléaire de cet isotope est $I = 3/2$. La distance des sous-niveaux hyperfins $F = 5/2$ et $F = 3/2$ est $\eta \simeq 14.000$ MHz. Les distances des sous-niveaux Zeeman du niveau $F = 5/2$ sont données par les formules valables au 2e ordre près en $\frac{\nu'}{\eta}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu \left(\begin{array}{c} + \frac{5}{2} \\ - \frac{5}{2} \end{array} \right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} + \frac{3}{2} \\ - \frac{3}{2} \end{array} \right) \simeq \frac{3}{5} \nu' \left(1 \pm \frac{9}{10} \frac{\nu'}{\eta} \right) \\ \nu \left(\begin{array}{c} + \frac{3}{2} \\ - \frac{3}{2} \end{array} \right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} + \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \end{array} \right) \simeq \frac{3}{5} \nu' \left(1 \pm \frac{9}{20} \frac{\nu'}{\eta} \right) \\ \nu \left(- \frac{1}{2} \right) \longleftrightarrow \left(+ \frac{1}{2} \right) \simeq \frac{3}{5} \nu' \end{array} \right. \quad (\text{IV, 9})$$

ν' étant donné par (IV, 7).

A la fréquence choisie de 14,48 MHz, l'écart à l'équidistance des niveaux lorsque le champ magnétique a la valeur de résonance, n'est que $1,7 \cdot 10^{-2}$ de la largeur naturelle d'un sous-niveau. On peut donc s'attendre encore dans ce cas à la validité des résultats du chapitre II : la raie doit avoir la forme de Majorana-Brossel, la durée de cohérence $T_{I=3/2, F=5/2}$ étant liée par la formule :

$$T_{I=3/2, F=5/2} = \frac{25 \tau T_{I=0, F=1} \left(\frac{N}{2}\right)}{7 \tau + 18 T_{I=0, F=1} \left(\frac{N}{2}\right)} \quad (\text{IV, 10})$$

à la durée de cohérence $T_{I=0, F=1}$ des isotopes pairs.

Le mélange isotopique utilisé était le mélange n°6 (tableau 1) enrichi en ^{201}Hg contenant 1,2% de ^{204}Hg . La source lumineuse contenait le mélange n°4 enrichi à 98% en ^{204}Hg ; elle excitait ainsi sélectivement le niveau $F = 5/2$ de l'isotope ^{201}Hg et le ^{204}Hg présent dans la cellule. On observe donc à la fois les 2 signaux de résonance magnétique correspondants. Il y a encore dans ce cas recouvrement partiel entre les ailes des 2 raies qui sont rendues légèrement dissymétriques. Une correction est donc nécessaire pour déterminer la durée de cohérence cherchée de l'isotope ^{201}Hg .

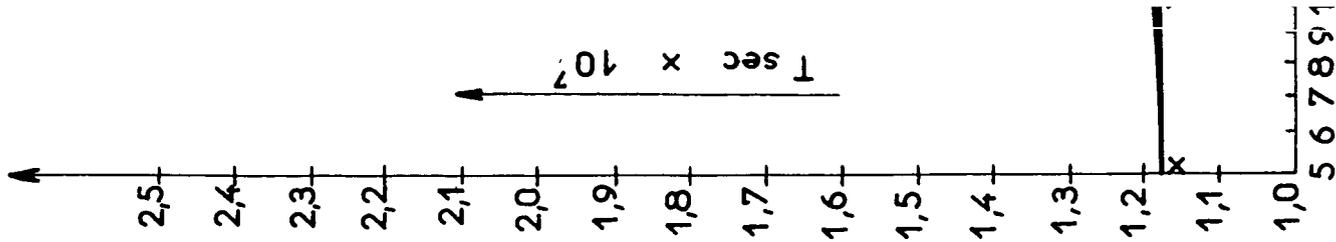
Malgré la coïncidence approchée des raies optiques des 2 isotopes, nous avons admis pour cette correction que la diffusion multiple se produit indépendamment pour chacun d'eux. C'est sans doute une bonne approximation en ce qui concerne l'isotope ^{201}Hg pour lequel l'isotope ^{204}Hg est une impureté de faible concentration, mais c'est probablement assez inexact en ce qui concerne l'isotope ^{204}Hg . Toutefois, le signal dû à ce dernier n'a d'intérêt que par les ailes de la raie pour faire une correction, et une erreur commise sur la grandeur du signal doit être de peu d'importance. On admet donc que le signal de résonance magnétique total est la somme des signaux dûs aux deux isotopes, ces signaux étant les mêmes que si chaque isotope était seul dans la cellule.

La correction était effectuée comme suit : au niveau de radiofréquence le plus élevé utilisé, on trace complètement la raie résultante expérimentale. On connaît d'autre part les axes de symétrie théoriques des deux raies et en opérant comme dans le cas du niveau $F = 3/2$ de l'isotope ^{199}Hg , on peut en déduire les contributions des deux isotopes. Les mesures étant très longues, on ne pouvait opérer ainsi à tous les niveaux de radiofréquence utilisés et nous avons préféré calculer théoriquement à partir de cette seule courbe la contribution de l'isotope ^{204}Hg aux raies expérimentales de l'isotope ^{201}Hg . Il résulte des hypothèses que cette contribution constitue un réseau de Majorana-Brossel dont la durée de cohérence T_{204} est connue (valeur correspondant aux isotopes pairs à la concentration N_{204} du ^{204}Hg dans la cellule). La largeur ΔH_{204} de la courbe connue expérimentalement permet de déterminer H_1 en valeur absolue par la relation

$$\Delta H_{204}^2 = \frac{4}{\gamma^2 T_{204}^2} \left[1 + 6,13 (\gamma H_1 T_{204})^2 \right] \quad \text{et d'en déduire tout le}$$

réseau de l'isotope ^{204}Hg . On retranchait sa contribution aux signaux obtenus sur la raie de l'isotope ^{201}Hg .

Le rapport signal sur bruit était légèrement supérieur à celui que l'on observait dans le cas de l'isotope ^{199}Hg . Mais les dérives des signaux étaient considérables étant donné les instabilités de la lampe employée, et les corrections effectuées sont peu sûres. Nous estimons que la précision est du même ordre que dans le cas de l'isotope ^{199}Hg . Les réseaux corrigés



$$T = f(\log N)$$

N nombre d'atomes diffusants par cm^3

Courbe I : Isotope Hg 202

x Valeurs expérimentales

Courbe II : niveau $F = \frac{5}{2}$
de l'isotope Hg 201

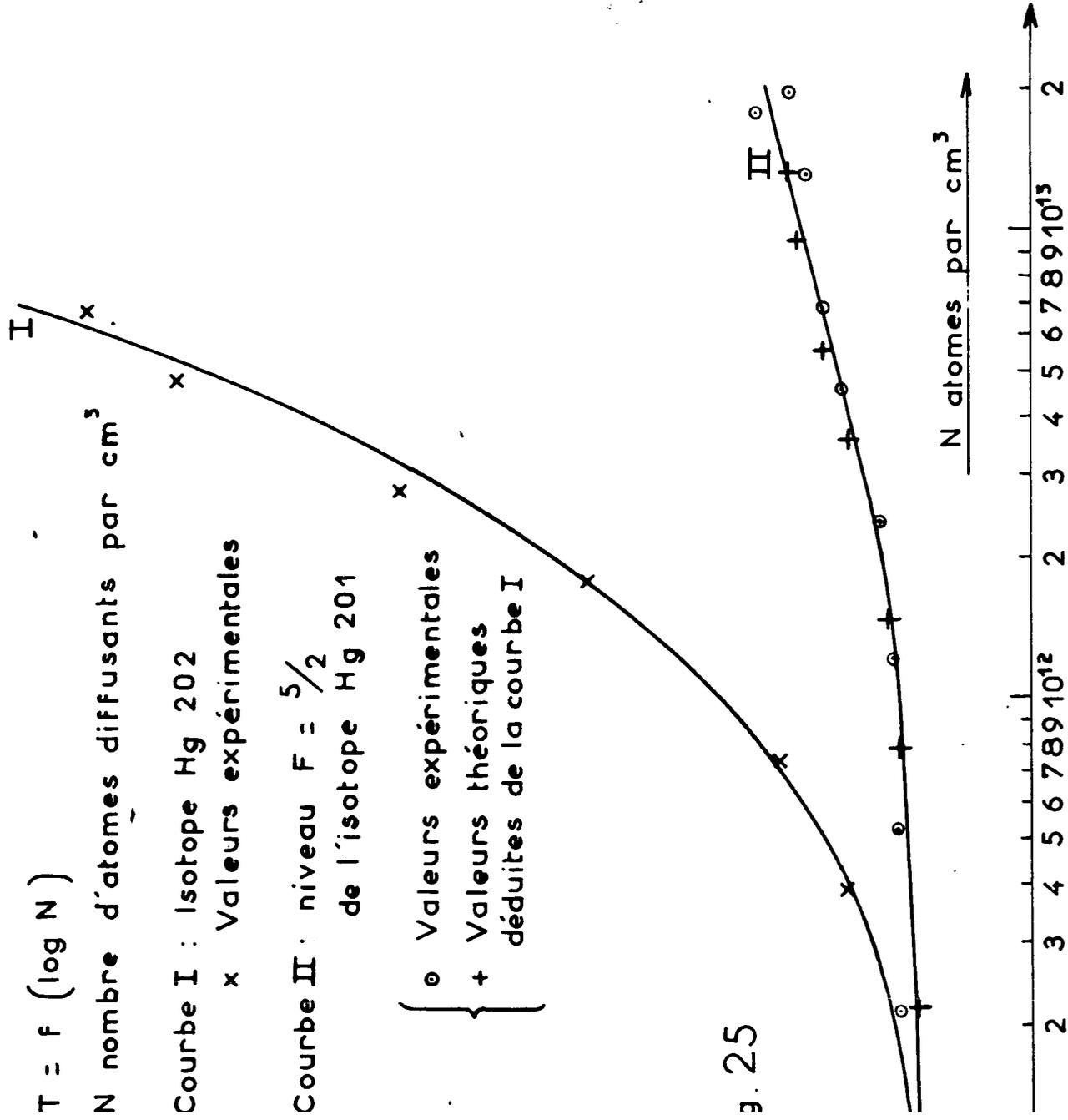
{

 o Valeurs expérimentales

 + Valeurs théoriques

 déduites de la courbe I

Fig. 25



obtenus satisfaisaient bien à la formule de Majorana-Brossel. La figure 25 résume les résultats; nous avons mesuré sur la même cellule $T_{I=0, F=1}$ en fonction de N par excitation sélective de l'isotope ^{202}Hg et la formule (IV, 10) donne les valeurs attendues pour $T_{I=3/2, F=5/2'}$ en bon accord avec les résultats expérimentaux. La valeur limite aux basses pressions de vapeur est encore $\tau = 1,18 \cdot 10^{-7}$ sec.

8) Résonance magnétique sur le niveau $F = 3/2$ de l'isotope ^{201}Hg

Les fréquences des transitions sont données cette fois par

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu \left(\frac{+3}{2} \longleftrightarrow \frac{+1}{2} \right) = \frac{2}{5} \nu' \left(1 \frac{+68}{15} \frac{\nu'}{\eta} \right) \\ \nu \left(\frac{1}{2} \longleftrightarrow -\frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} \nu' \end{array} \right. \quad (\text{IV, 11})$$

L'excitation sélective de la composante hyperfine correspondante et de la composante de l'isotope ^{198}Hg présent dans la cellule (le mélange utilisé étant toujours le mélange n°6) se fait à l'aide d'une lampe contenant l'isotope ^{198}Hg pratiquement pur. Les conditions des mesures sont les mêmes que dans le cas du niveau $F = 5/2$ et les corrections nécessaires sont faites de la même manière (cf. paragr. 7).

Une différence importante existe cependant : aux fréquences utilisées qui séparent de manière suffisante la raie de l'isotope pair ^{198}Hg et celle du niveau $F = 3/2$ de l'isotope ^{201}Hg que l'on étudie, les

Fig 26

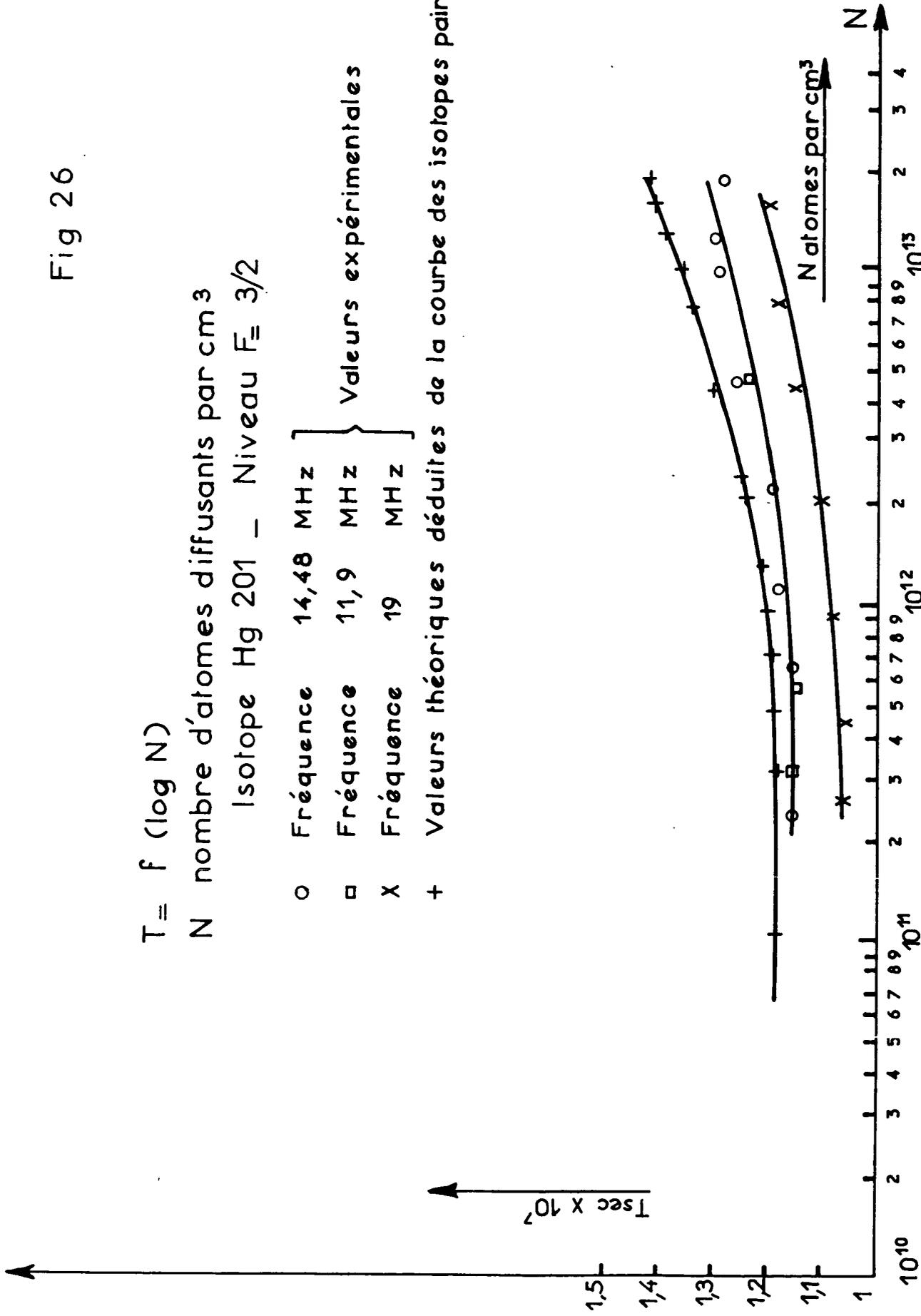
$$T = f(\log N)$$

N nombre d'atomes diffusants par cm³

Isotope Hg 201 - Niveau F_{3/2}

o	Fréquence	14,48 MHz	} Valeurs expérimentales
□	Fréquence	11,9 MHz	
X	Fréquence	19 MHz	

+ Valeurs théoriques déduites de la courbe des isotopes pairs



champs résonnants sont assez grands pour que le découplage \vec{I}, \vec{J} ne soit plus négligeable dans ce niveau. L'écart des niveaux à l'équidistance vaut aux 3 fréquences utilisées (11,9 MHz, 14,48 MHz et 19 MHz) respectivement 1,4%, 2% et 3,5% de la largeur naturelle de la raie. Dans ce cas, le calcul de la forme de raie est inextricable, même en l'absence de diffusion multiple. Nous avons constaté que les réseaux obtenus différaient légèrement de réseaux de Majorana-Brossel. Les largeurs limites donnaient des valeurs de T plus petites que les valeurs prévues théoriquement par la formule

$$T_{I=3/2, F=3/2} = \frac{25 \tau T_{I=0, F=1} \left(\frac{N}{3}\right)}{8 \tau + 17 T_{I=0, F=1} \left(\frac{N}{3}\right)} \quad (\text{IV, 12})$$

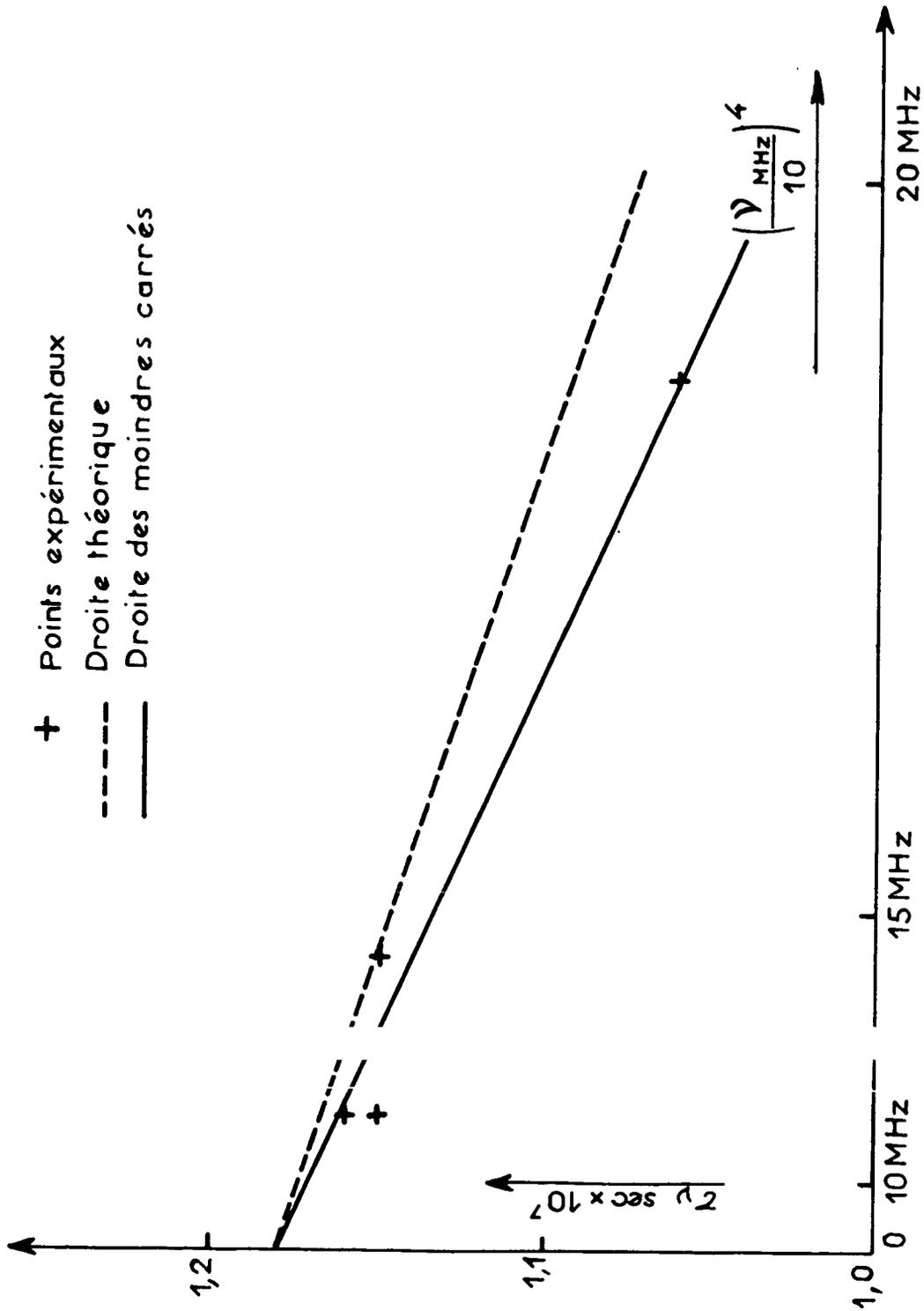
(élargissement par le découplage \vec{I}, \vec{J}). L'écart augmentait à une pression de vapeur déterminée quand la fréquence augmente, et semble augmenter à fréquence fixe avec la pression de vapeur (cette dernière augmentation est à la limite des erreurs de mesure) (cf. fig. 26).

En l'absence de diffusion multiple, on peut montrer qu'aux très faibles niveaux de radiofréquence (H_1 étant considéré comme une très faible perturbation) la raie observée doit être une superposition par addition de 2 raies de Lorentz, ayant la largeur naturelle, centrées sur les champs résonnants des transitions $m = \pm 3/2 \rightleftharpoons \pm 1/2$. On s'attend alors à une largeur limite $\Delta\omega = \frac{2}{\tau} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{68\pi\nu^2}{\eta\Gamma} \right)^2 \right]$. Il en résulte une durée de vie apparente lorsque la fréquence résonnante est ν : $\tau_\nu \approx \tau (1 + \alpha\nu^4)$

Isotope Hg 201 — Niveau $F=3/2$

Fig 27

$\tau\nu$ en fonction de ν^4



avec théoriquement $\alpha = -0.56 \cdot 10^{-6}$, ν étant exprimé en MHz. Les 3 valeurs obtenues pour τ_ν aux faibles valeurs de N aux 3 fréquences choisies ont permis de déterminer τ et α expérimentalement par la méthode des moindres carrés (cf. fig. 27). Nous avons trouvé $\tau = 1,18 \cdot 10^{-7}$ sec et $\alpha = -0,78 \cdot 10^{-6}$. La durée de vie vraie du niveau a bien la valeur prévue et nous estimons satisfaisant l'accord des 2 valeurs de α .

9) Dépolarisation magnétique dans le cas de l'isotope ^{201}Hg

En utilisant le mélange isotopique n° 6, il est pratiquement impossible de mesurer T par la méthode de dépolarisation magnétique dans le cas de l'isotope ^{201}Hg . En effet, si l'on excite sélectivement les niveaux $F = 3/2$ et $F = 5/2$ au moyen de sources enrichies en ^{198}Hg et ^{204}Hg respectivement, la résonance optique observée résulte de la diffusion des photons par l'isotope pair et l'isotope ^{201}Hg à étudier. La courbe donnant le taux de polarisation P en fonction du champ H_0 autour de la valeur $H_0 = 0$ résulte de la superposition des courbes des deux isotopes; chacune a une largeur différente (pour T donné, la largeur est inversement proportionnelle au facteur de Landé g) et la largeur de la courbe observée ne permet pas d'obtenir de renseignements sur les isotopes pris séparément. Nous avons tenté les mesures avec le mélange isotopique n°7 (fourni par le C.E.A.) qui contient un pourcentage particulièrement faible des isotopes ^{204}Hg et ^{198}Hg . La méthode de mesure est décrite au chap. III, paragr. 9.

V - CONCLUSION

Nous estimons, en résumé, avoir établi les faits suivants :

- Dans le cas du mercure, et au moins dans la zone de densités de vapeur étudiée ($10^{10} < N < 2 \text{ à } 3,10^{13}$ atomes par cm^3), la diffusion multiple des photons de la raie de résonance 2537 \AA est responsable quand N augmente :

- a) de l'affinement des raies de résonance magnétique observé,
- b) de l'affinement des courbes de dépolarisation magnétique en champ magnétique faible et de l'augmentation de la durée de vie apparente T du niveau 6^3P_1 mesurée par ces deux méthodes,
- c) de la diminution du taux de polarisation P de la lumière de résonance optique.

Dans les conditions précédentes, les collisions interatomiques n'interviennent pas dans ces divers effets.

- La théorie développée permet de rendre compte qualitativement et quantitativement de ces effets moyennant un certain nombre d'approximations et de simplifications. En particulier, nous avons obtenu des formules reliant entre elles les grandeurs T et P correspondant aux différents niveaux

hyperfins des isotopes du mercure. Les résultats expérimentaux sont en général en bon accord avec les prévisions théoriques.

- La durée de vie vraie du niveau 6^3P_1 est

$\tau = (1,18 \pm 0,02) \cdot 10^{-7}$ sec, la même pour tous les niveaux hyperfins de tous les isotopes étudiés.

- Dans le cas particulier où l'on isole des photons ayant été diffusés deux fois par les atomes de mercure, la forme de la raie de résonance magnétique observée et sa largeur sont celles que prévoient les résultats théoriques.

- Si l'on excite le mélange d'isotopes pairs contenu dans le mercure naturel par une source contenant ce même mélange, la forme de la raie ne peut être pratiquement distinguée d'une forme théorique de Majorana-Brossel, ce qui permet de comprendre les résultats de BROSSSEL et de BLAMONT (1, 4).

Pratiquement, peu d'applications de ces résultats peuvent être envisagées. Il est difficile de se servir de l'affinement des raies pour améliorer la précision de la mesure du rapport gyromagnétique du niveau 6^3P_1 du mercure : lorsque la largeur des raies devient 2 ou 3 fois plus petite que la largeur naturelle du niveau, le rapport signal sur bruit devient très mauvais et la mesure devient plutôt moins précise. Un optimum de précision semble atteint pour une densité de vapeur correspondant à une température

du queusot voisine de 0°C; ce sont les conditions expérimentales utilisées par BROSSEL dont nous n'avons pas tenté d'améliorer le résultat.

Nous noterons aussi que l'importance particulière du phénomène dans le cas des isotopes pairs du mercure est liée à l'existence d'un niveau fondamental dans lequel $J = 0$. Il en résulte d'une part une valeur en général assez élevée du taux de polarisation, même lorsque la diffusion multiple est importante, ce qui rend les mesures relativement faciles. D'autre part, on conçoit physiquement que l'absence de structure Zeeman dans l'état fondamental facilite les effets de cohérence dans la diffusion multiple, si bien que l'affinement de la raie est très important. Avec un isotope impair, un atome peut tomber dans le sous-niveau Zeeman $|\mu\rangle$ en émettant un photon qui excite un 2e atome situé primitivement dans le sous-niveau Zeeman $|\mu'\rangle$ si $\mu' \neq \mu$, il est clair qu'un tel processus a beaucoup moins de chances de maintenir la cohérence et de contribuer à l'affinement de la raie que si $\mu' = \mu$. La théorie (cf. tableau 4), en accord avec l'expérience (cf. chap. IV) prévoit effectivement une augmentation de la durée de cohérence beaucoup plus importante dans le cas des isotopes pairs que dans le cas des isotopes à spin nucléaire. Par contre, la diminution du taux de polarisation est plus rapide pour les isotopes impairs, et les mesures sont beaucoup plus difficiles.

Il en résulte en particulier qu'il semble difficile d'étendre les applications de ces résultats à d'autres éléments que le mercure ou ceux du groupe II de la classification périodique. Pour les éléments tels que les

métaux alcalins, dont les moments angulaires sont élevés dans le niveau fondamental et le niveau excité, l'effet n'est sans doute pas aussi important. Notons en outre que les hypothèses faites au cours de notre calcul ne sont généralement plus valables dans ce cas (par exemple la structure hyperfine peut être inférieure à l'effet Doppler ou être du même ordre, si bien que les diverses composantes hyperfines ne sont pas bien isolées dans le spectre). Toutefois, nous pensons utile de faire remarquer que des effets de cohérence, analogues à ceux que nous avons observés, pourront se produire chaque fois qu'une excitation passera par l'intermédiaire du rayonnement électromagnétique d'un système atomique à un autre identique, dans des cas beaucoup plus généraux que celui du rayonnement de résonance (propagation des excitons dans les solides par exemple). Mais il faudra, pour observer ces effets, réaliser des conditions telles que la fonction d'onde de chaque système soit une superposition cohérente des différents états propres de l'énergie.

Il serait souhaitable également d'étendre les calculs et les résultats expérimentaux au cas où l'effet Zeeman devient grand devant la largeur Doppler de la raie optique (isotopes pairs du mercure en champ magnétique intense), -ou dans le cas de niveaux non équidistants (isotopes impairs en champ moyen ou cas de l'effet Stark, même pour les isotopes pairs)- et enfin dans le cas où on étudie des transitions hyperfines $\Delta F = 1$. Nous pensons aussi que l'étude des élargissements de raie que l'on observe aux pressions de vapeur élevées mérite d'être développée, permettant ainsi de confirmer la réalité de cet effet et d'en déterminer l'origine.

The first part of the document is a list of names and titles, including:

 1. Mr. J. H. ...

 2. Mr. ...

 3. Mr. ...

 4. Mr. ...

 5. Mr. ...

 6. Mr. ...

 7. Mr. ...

 8. Mr. ...

 9. Mr. ...

 10. Mr. ...

 11. Mr. ...

 12. Mr. ...

 13. Mr. ...

 14. Mr. ...

 15. Mr. ...

 16. Mr. ...

 17. Mr. ...

 18. Mr. ...

 19. Mr. ...

 20. Mr. ...

 21. Mr. ...

 22. Mr. ...

 23. Mr. ...

 24. Mr. ...

 25. Mr. ...

 26. Mr. ...

 27. Mr. ...

 28. Mr. ...

 29. Mr. ...

 30. Mr. ...

 31. Mr. ...

 32. Mr. ...

 33. Mr. ...

 34. Mr. ...

 35. Mr. ...

 36. Mr. ...

 37. Mr. ...

 38. Mr. ...

 39. Mr. ...

 40. Mr. ...

 41. Mr. ...

 42. Mr. ...

 43. Mr. ...

 44. Mr. ...

 45. Mr. ...

 46. Mr. ...

 47. Mr. ...

 48. Mr. ...

 49. Mr. ...

 50. Mr. ...

 51. Mr. ...

 52. Mr. ...

 53. Mr. ...

 54. Mr. ...

 55. Mr. ...

 56. Mr. ...

 57. Mr. ...

 58. Mr. ...

 59. Mr. ...

 60. Mr. ...

 61. Mr. ...

 62. Mr. ...

 63. Mr. ...

 64. Mr. ...

 65. Mr. ...

 66. Mr. ...

 67. Mr. ...

 68. Mr. ...

 69. Mr. ...

 70. Mr. ...

 71. Mr. ...

 72. Mr. ...

 73. Mr. ...

 74. Mr. ...

 75. Mr. ...

 76. Mr. ...

 77. Mr. ...

 78. Mr. ...

 79. Mr. ...

 80. Mr. ...

 81. Mr. ...

 82. Mr. ...

 83. Mr. ...

 84. Mr. ...

 85. Mr. ...

 86. Mr. ...

 87. Mr. ...

 88. Mr. ...

 89. Mr. ...

 90. Mr. ...

 91. Mr. ...

 92. Mr. ...

 93. Mr. ...

 94. Mr. ...

 95. Mr. ...

 96. Mr. ...

 97. Mr. ...

 98. Mr. ...

 99. Mr. ...

 100. Mr. ...

APPENDICE N° 1

Cas où l'état initial correspond à un paquet d'ondes incident

Nous nous contenterons de montrer dans le cas simple d'un atome isolé en présence d'un champ de radiofréquence éventuel que la condition initiale selon laquelle l'état $\Phi(0)$ est un état excité de l'atome donne les mêmes résultats que l'hypothèse plus réaliste selon laquelle $\Phi(0)$ est un paquet d'ondes incident sur le système atomique et contenant un photon. Il est clair d'après (II, 11) que dans ce cas les équations (II, 37) sont remplacées par :

$$\frac{d}{dt} a'_m = \left[\tilde{k}_0 - \frac{i\Gamma}{2} + m(\omega_0 - \omega) \right] a'_m + \sum_{m'=m-1} K_{mm'} a'_{m'} + \sum_{\mu, \vec{k}, \lambda} e^{im\omega t} \langle m | \mathcal{H}_I(t) | \mu, \vec{k}, \lambda \rangle e^{-i(k + \mu\omega_f)t} \langle \mu, \vec{k}, \lambda | \Phi(0) \rangle$$

(AI, 1)

Nous prendrons pour $\Phi(0)$ un état du type

$$\Phi(0) = \int f(k_i) d k_i | \mu, \vec{k}_i, \lambda \rangle$$

(AI, 2)

où $f(k_i)$ est une fonction assez lentement variable avec k_i , importante seulement pour $k_i \sim k_0 + m\omega_0$, variant peu lorsque k_i varie de Γ . $\Phi(0)$ représente un état dans lequel l'atome est dans un sous-niveau Zeeman déterminé $|\mu\rangle$; le train d'ondes qui arrive sur lui a une polarisation déterminé λ , une direction de propagation déterminée, mais sa largeur en fréquence est supposée grande devant la largeur naturelle de la raie de résonance étudiée. Le terme supplémentaire apparu dans l'équation (AI, 1) s'écrit :

$$\int f(k_i) dk_i e^{im\omega t} \langle m | \mathcal{H}_I(t) | \mu, \vec{k}_i, \lambda \rangle e^{-i(k_i + \mu\omega_f)t}$$

$$= \int f(k_i) dk_i e^{im\omega t} A_{k_i}^* e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R} + i\vec{k}_i \cdot \vec{v}t} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle e^{-i(k_i + \mu\omega_f)t}$$

(AI, 3)

Pour $t \neq 0$, dès que $t \sim \frac{1}{k_0}$, le facteur $e^{-ik_i t}$ varie très vite devant tous les autres facteurs, si bien que l'expression (AI, 3) ne diffère appréciablement de 0 que pour $t \sim 0$. On peut donc l'écrire approximativement

$$f(k_0 + m\omega_0) A_{k_0}^* e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{R})} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik_i t} dk_i$$

$$\simeq 2\pi i f(k_0 + m\omega_0) A_{k_0}^* e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{R})} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \delta(t)$$

(AI, 4)

\vec{k}_i ayant pour module k_0).

Le terme correspondant est donc nul et on est ramené aux équations (II, 3⁷) pour $t \neq 0$. Pour se rendre compte de l'effet de la discontinuité représentée par la fonction $\delta(t)$, nous intégrerons (II, 3⁷), complétée par (AI, 4) sur un très petit intervalle Δt autour du temps $t = 0$. a'_m , étant fini et Δt étant très petit, on obtient :

$$a'_m\left(+\frac{\Delta t}{2}\right) - a'_m\left(-\frac{\Delta t}{2}\right) \simeq -2\pi i f(k_0 + m\omega_0) A_{k_0}^* e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{R})} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle$$

A la limite où $\Delta t \rightarrow 0$ et en supposant $a'_m(-0) = 0$

$$a'_m(+0) = -2\pi i f(k_0 + m\omega_0) A_{k_0}^* e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{R})} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \quad (\text{AI, 5})$$

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

2. The second part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

3. The third part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

4. The fourth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

5. The fifth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

6. The sixth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

7. The seventh part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

8. The eighth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

9. The ninth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

10. The tenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

11. The eleventh part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

12. The twelfth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

Nous voyons donc que le remplacement de l'équation (II, 37) par l'équation (AI, 1) ne la change en fait pas, mais revient à fixer la condition initiale (AI, 5). Les résultats seront donc les mêmes, à un facteur multiplicatif constant près, qu'en prenant pour $\Phi(0)$ un état excité. Si l'on opère en champ magnétique grand devant la largeur naturelle des niveaux, on peut supposer que la largeur de la fonction $f(k_i)$ est petite devant l'effet Zeeman ω_0 , si bien que seul un sous-niveau Zeeman $|m\rangle$ sera excité. Si au contraire, ω_0 est de l'ordre de Γ (cas des expériences de dépolarisation magnétique) la largeur de $f(k_i)$ sera grande devant ω_0 et la condition initiale :

$$a'_m(0) = \frac{\langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle}{\sum_{m'} |\langle m' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle|^2} \quad (\text{AI, 6})$$

donnera les mêmes résultats que la condition (AI, 2).

Dans le cas général de N atomes, on négligera la cohérence entre les divers coefficients $a'_m(0)$ correspondant à l'excitation de différents atomes, en raison de la répartition au hasard de ceux-ci dans l'espace (voir chap. II, paragr. 5 B et paragr. 6). Il est clair que le raisonnement précédent s'étendra alors sans difficulté.

APPENDICE N° 2

Intégrations angulaires de l'expression (II, 21). Nous devons évaluer

$$\int \sin \theta d\theta d\varphi \sum_{\lambda, \mu} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \quad (\text{AII, 1})$$

D'après (II, 14) et (II, 16)

$$\begin{aligned} & \sum_{\lambda, \mu} \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \\ &= \sum_{\mu} \left\{ C_{II}(F, m; m - \mu, \mu) C_{II}(F, m'; m' - \mu, \mu) \right. \\ & \quad \left. \times \left[\sum_{\lambda} \langle m_J = m - \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \mu = 0 \rangle_{I=0} \langle \mu = 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m_{J'} = m' - \mu \rangle_{I=0} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{AII, 2})$$

θ et φ étant les angles polaires de \vec{k} , on a

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = -\cos \theta \cos \varphi \vec{i} - \cos \theta \sin \varphi \vec{j} + \sin \theta \vec{k} \\ \vec{e}_2 = -\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j} \end{cases} \quad (\text{AII, 3})$$

D'où

$$\begin{cases} \langle \mu = 0 | \vec{e}_1 \cdot \vec{D} | m_J \rangle_{I=0} = \frac{\cos \theta e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \delta_{m_J, 1} + \sin \theta \delta_{m_J, 0} - \frac{\cos \theta e^{-i\varphi}}{\sqrt{2}} \delta_{m_J, -1} \\ \langle \mu = 0 | \vec{e}_2 \cdot \vec{D} | m_J \rangle_{I=0} = \frac{-i e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \delta_{m_J, 1} - \frac{i e^{-i\varphi}}{\sqrt{2}} \delta_{m_J, -1} \end{cases} \quad (\text{AII, 4})$$

Le crochet de l'expression (AII, 2), sommé sur λ , est alors donné par le tableau suivant :

$m_J \backslash m_{J'}$	+ 1	0	- 1
+ 1	$\frac{1 + \cos^2 \theta}{2}$	$\frac{\sin \theta \cos \theta e^{i\varphi}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sin^2 \theta e^{2i\varphi}}{2}$
0	$\frac{\sin \theta \cos \theta e^{-i\varphi}}{\sqrt{2}}$	$\sin^2 \theta$	$-\frac{\sin \theta \cos \theta e^{+i\varphi}}{\sqrt{2}}$
- 1	$\frac{\sin^2 \theta e^{-2i\varphi}}{2}$	$-\frac{\sin \theta \cos \theta e^{-i\varphi}}{\sqrt{2}}$	$\frac{1 + \cos^2 \theta}{2}$

L'intégration de ce résultat sur θ et φ avec le poids $\sin \theta d\theta d\varphi$ donne $\frac{8\pi}{3} \delta_{m_J, m_{J'}} = \frac{8\pi}{3} \delta_{m-\mu, m'-\mu} = \frac{8\pi}{3} \delta_{mm'}$. Il en résulte que

$$\begin{aligned}
 (\text{AII}, 1) \text{ vaut } & \frac{8\pi}{3} \sum_{\mu} \delta_{mm'} C_{II}(F, m; m-\mu, \mu) C_{II}(F, m'; m'-\mu, \mu) \\
 & = \frac{8\pi}{3} \delta_{mm'} \sum_{\mu} |C_{II}(F, m; m-\mu, \mu)|^2 = \frac{8\pi}{3} \delta_{mm'},
 \end{aligned}$$

d'après les propriétés des coefficients de CLEBSCH-GORDAN.

APPENDICE N° 3

Moyennes sur les vitesses des différents atomes

Nous admettrons pour simplifier que tous les atomes sont animés de la même vitesse v , que nous prendrons égale à la vitesse quadratique moyenne. Nous appellerons, dans la suite d'atomes $1, 2, \dots, p$ d'un chemin C , ψ_r et ψ'_r les angles de \vec{v}_r avec les droites joignant les atomes $r-1$ et r , et r et $r+1$ respectivement. On a par définition : $a_{r, r+1} = k_0 v (\cos \psi_{r+1} - \cos \psi'_r)$ (AIII, 1)

Si on intègre successivement sur les vitesses des atomes $p, p-1, \dots$, on effectue la dernière intégration sur $a_{p-1, p}$, les autres coefficients a étant fixes.

On a alors $da_{p-1, p} = -k_0 v \sin \psi_p d\psi_p$ et on doit intégrer sur toutes les valeurs possibles de ψ_p , avec le poids $\frac{1}{2} \sin \psi_p d\psi_p = -\frac{1}{2k_0 v} da_{p-1, p}$.

Les limites d'intégration sont données par (AIII, 1) : $k_0 v (\frac{1}{2} - \cos \psi'_{p-1})$, c'est-à-dire $-2k_0 v \cos^2 \frac{\psi'_{p-1}}{2}$ et $2k_0 v \sin^2 \frac{\psi'_{p-1}}{2}$. Or $k_0 v$ est grand devant $\frac{1}{2}$ c'est-à-dire devant l'inverse des temps t qui interviennent pratiquement.

$a_{p-1, p}$ ne figure que dans des exponentielles du type $e^{i a_{p-1, p} t}$. Il est donc possible de remplacer les limites d'intégration par $\mp \infty$ sans commettre une grosse erreur. L'intégrale à faire est donc $\frac{1}{2k_0 v} \int_{-\infty}^{+\infty} da_{p-1, p}$. Elle est devenue indépendante des valeurs des autres paramètres a et ψ . La

moyenne à faire sur les vitesses reviendra donc à calculer l'intégrale

$$\frac{1}{(2k_0 v)^p} \iiint \dots \int da_{01} da_{12} \dots da_{p-1, p} \text{ du résultat.}$$

Dans le cas particulier d'un chemin C' , il n'y a pas à intégrer sur a_{qB} , puisque les atomes sont pratiquement alignés et que par suite a_{qB} est lié aux autres a par $a_{qB} = a_{AB} - (a_{A1} + a_{12} + \dots + a_{q-1, q})$.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability, particularly in financial matters. The text notes that without clear records, it becomes difficult to track expenses, revenues, and other critical data points.

2. The second section addresses the challenges associated with data management and storage. It highlights the need for secure and scalable solutions to handle large volumes of information. The document suggests that investing in robust IT infrastructure is crucial to ensure that data is protected from loss or unauthorized access. Additionally, it mentions the importance of regular backups and disaster recovery plans.

3. The third part of the document focuses on the role of technology in streamlining operations. It discusses how automation can reduce manual errors and improve efficiency. The text mentions various software tools and platforms that can be used to manage workflows, track progress, and facilitate communication. It also notes that training employees on these technologies is essential for maximizing their benefits.

4. The fourth section discusses the importance of collaboration and communication within an organization. It emphasizes that effective teamwork is key to achieving common goals and overcoming challenges. The document suggests implementing regular meetings, clear lines of communication, and open channels for feedback. It also mentions the value of cross-functional collaboration in driving innovation and problem-solving.

5. The fifth part of the document addresses the need for continuous learning and development. It notes that the business landscape is constantly evolving, and employees must stay updated with the latest trends and skills. The text suggests providing opportunities for training, workshops, and conferences. It also mentions the importance of fostering a culture of learning and innovation within the organization.

6. The sixth section discusses the importance of risk management and compliance. It emphasizes that organizations must identify potential risks and implement measures to mitigate them. The text mentions the need for regular audits, adherence to industry regulations, and maintaining up-to-date policies. It also notes the importance of having a clear risk management strategy in place.

7. The seventh part of the document focuses on the importance of customer satisfaction and retention. It discusses how providing excellent customer service can lead to increased loyalty and repeat business. The text mentions the need for understanding customer needs, responding promptly to inquiries, and resolving issues effectively. It also suggests implementing feedback loops to continuously improve the customer experience.

8. The eighth section discusses the importance of financial planning and budgeting. It emphasizes that organizations must have a clear understanding of their financial health and future projections. The text mentions the need for regular financial reviews, setting realistic budgets, and monitoring expenses. It also notes the importance of having contingency plans in place for unexpected financial challenges.

9. The ninth part of the document addresses the importance of innovation and research and development. It discusses how investing in R&D can lead to new products, services, and competitive advantages. The text mentions the need for a dedicated R&D team, fostering a culture of experimentation, and seeking external partnerships. It also notes the importance of staying abreast of technological advancements and market trends.

10. The tenth and final section discusses the importance of sustainability and social responsibility. It emphasizes that organizations have a responsibility to their stakeholders beyond just financial performance. The text mentions the need for ethical practices, environmental stewardship, and community engagement. It also suggests implementing sustainable business practices and reporting on social and environmental impact.

APPENDICE N° 4

Calcul de l'expression (II, 58)

Nous ferons tout d'abord la moyenne sur les valeurs des paramètres $\mu_1, \mu_2 \dots \mu_q$. Chaque valeur étant également probable, nous devons calculer

$$\frac{1}{(2I+1)^q} \sum_{\mu_1 \dots \mu_q} \mathcal{O}(q, \mu_q; B, \mu_B'; t') \mathcal{O}(q-1, \mu_{q-1}; q, \mu_q; t') \dots \mathcal{O}(A, \mu_A; 1, \mu_1; t') \quad (\text{AIV, 1})$$

Commençons par évaluer

$$\frac{1}{2I+1} \sum_{\mu_1} \mathcal{O}(1, \mu_1; 2, \mu_2; t') \mathcal{O}(A, \mu_A; 1, \mu_1; t') \quad (\text{AIV, 2})$$

D'après les définitions (II, 55) et (II, 48), (AIV, 2) s'écrit

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2I+1} \sum_{\mu_1} \left[e^{iF_z \omega t'} \sum_{\lambda} (\vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D}) e^{-iI_z \omega_{ft'}} |\mu_2\rangle \langle \mu_1| e^{iI_z \omega_{ft'}} (\vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D}) e^{-iF_z \omega t'} \right] \\ & \times \left[e^{iF_z \omega t} \sum_{\lambda'} (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) e^{-iI_z \omega_{ft'}} |\mu_1\rangle \langle \mu_A| e^{iI_z \omega_{ft'}} (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) e^{-iF_z \omega t'} \right] \\ & = \frac{1}{2I+1} \sum_{\mu_1} e^{iF_z \omega t'} |m_2\rangle \left[\sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_1 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_1 \rangle \right] \\ & \quad \times \left[\sum_{\lambda'} \langle m_1 | \vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D} | \mu_1 \rangle \langle \mu_A | \vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D} | m_A \rangle \right] \\ & \quad \times \langle m_A | e^{-iF_z \omega t'} e^{i(\mu_A - \mu_2) \omega_{ft'}} \end{aligned} \quad (\text{AIV, 3})$$

1. The first part of the text is a list of names.

2. The second part of the text is a list of names.

3. The third part of the text is a list of names.

4. The fourth part of the text is a list of names.

5. The fifth part of the text is a list of names.

6. The sixth part of the text is a list of names.

7. The seventh part of the text is a list of names.

8. The eighth part of the text is a list of names.

9. The ninth part of the text is a list of names.

10. The tenth part of the text is a list of names.

11. The eleventh part of the text is a list of names.

12. The twelfth part of the text is a list of names.

13. The thirteenth part of the text is a list of names.

14. The fourteenth part of the text is a list of names.

15. The fifteenth part of the text is a list of names.

16. The sixteenth part of the text is a list of names.

17. The seventeenth part of the text is a list of names.

18. The eighteenth part of the text is a list of names.

19. The nineteenth part of the text is a list of names.

20. The twentieth part of the text is a list of names.

21. The twenty-first part of the text is a list of names.

22. The twenty-second part of the text is a list of names.

L'expression (AIV, 7) devient alors :

$$\sum_{\lambda\lambda'} (-1)^{q+q'} u_{\lambda}^{(-q)} u_{\lambda}^{(q')} u_{\lambda'}^{(-q')} u_{\lambda'}^{(q''')} \times \frac{2F+1}{3} \times C_{II}(F, m_2; q, \mu_2) C_{II}(F, m_A; q''', \mu_A)$$

Mais étant donné le caractère orthonormé des vecteurs \vec{u}_{λ} :

$$\sum_{q'} (-1)^{q'} u_{\lambda}^{q'} u_{\lambda'}^{(-q')} = \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{u}_{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}$$

et on obtient :

$$\sum_{\lambda q q'''} (-1)^{q+q'} u_{\lambda}^{(-q)} u_{\lambda}^{(q''')} \times \frac{2F+1}{3} C_{II}(F, m_2; q, \mu_2) C_{II}(F, m_A; q''', \mu_A)$$

$$= \frac{2F+1}{3} \sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_A | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_A \rangle \quad (\text{AIV, 9})$$

On voit donc que l'expression (AIV, 3) n'est autre que

$$\frac{2F+1}{3(2I+1)} \sum_{\substack{m_2 \\ m_A}} e^{iF_z \omega t'} | m_2 \rangle \left[\sum_{\lambda} \langle m_2 | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | \mu_2 \rangle \langle \mu_A | \vec{u}_{\lambda} \cdot \vec{D} | m_A \rangle \right]$$

$$\times \langle m_A | e^{-iF_z \omega t'} e^{i(\mu_A - \mu_2) \omega_f t'}$$

et par suite

$$\frac{1}{2I+1} \sum_{\mu_1} \mathcal{O}(1, \mu_1; 2, \mu_2; t') \mathcal{O}(A, \mu_A; 1, \mu_1; t') = \frac{2F+1}{3(2I+1)} \mathcal{O}(A, \mu_A; 2, \mu_2; t')$$

(AIV, 10)

Par récurrence, on montre ainsi que l'expression (AIV, 1) se réduit à

$$\left[\frac{2F+1}{3(2I+1)} \right]^q \mathcal{O}(A, \mu_A; B, \mu_B; t')$$

APPENDICE N° 5

Calcul de l'expression (II, 58) (suite)

La sommation sur les positions possibles des q atomes du chemin C' conduit à l'intégrale

$$N^q \int \dots \int d\vec{R}_1 d\vec{R}_2 \dots d\vec{R}_q \frac{e^{ik_0 (R_{A1} + R_{12} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q+1} R_{A1} R_{12} \dots R_{qB}} \quad (AV, 1)$$

Nous effectuerons successivement les intégrales sur $\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_q$. Nous allons montrer qu'après les s premières intégrations, le résultat est

$$\frac{N^q}{s!} \int \dots \int \left(\frac{2\pi i R_{A, s+1}}{k_0^2} \right)^s \frac{e^{ik_0 (R_{A, s+1} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q-s+1} R_{A, s+1} \dots R_{qB}} d\vec{R}_{s+1} \dots d\vec{R}_q \quad (AV, 2)$$

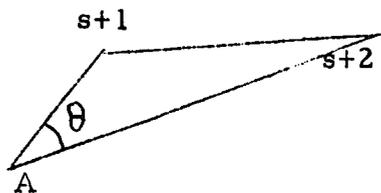
Nous procéderons par récurrence. Supposant que (AV, 2) est le résultat correct après les s premières intégrations, effectuons la s + lième qui porte sur \vec{R}_{s+1} ($\vec{R}_{s+2} \dots \vec{R}_q$ étant fixés).

Nous devons calculer

$$\int \frac{R_{A, s+1}^s e^{ik_0 (R_{A, s+1} + R_{s+1, s+2})}}{R_{A, s+1} R_{s+1, s+2}} dR_{s+1}$$

$$= \int \frac{R_{A, s+1}^{s-1} e^{ik_0 (R_{A, s+1} + R_{s+1, s+2})}}{R_{s+1, s+2}} 2\pi \sin \theta R_{A, s+1}^2 dR_{A, s+1} d\theta \quad (AV, 3)$$

où θ est l'angle $(\vec{R}_{A, s+1}, \vec{R}_{A, s+2})$



Nous passons des variables θ et $R_{A, s+1}$, aux variables $R_{A, s+1}$ et $R_{s+1, s+2}$

(AV, 3) s'écrit

$$2\pi \int \frac{R_{A, s+1}^s}{R_{A, s+2}} e^{i k_0 (R_{A, s+1} + R_{s+1, s+2})} dR_{A, s+1} dR_{s+1, s+2}$$

$$= -\frac{2\pi i}{k_0 R_{A, s+2}} \int_0^{R_{A, s+2}} R_{A, s+1}^s \left\{ e^{i k_0 [2R_{A, s+1} + R_{A, s+2}]} - e^{i k_0 R_{A, s+2}} \right\} dR_{A, s+1}$$

Seul le 2e terme n'oscille pas très vite lorsque $R_{A, s+1}$ varie et à des termes

d'ordre supérieur près, en $\frac{1}{k_0 R_{A, s+2}}$, il reste

$$\frac{2\pi i}{k_0} \frac{R_{A, s+2}^s}{s+1} e^{i k_0 R_{A, s+2}} \tag{AV, 4}$$

Ce résultat, porté dans (AV, 2) donne

$$\frac{N^q}{(s+1)!} \int \dots \int \left(\frac{2\pi i}{k_0^2} \right)^{s+1} \frac{R_{A, s+2}^s e^{i k_0 (R_{A, s+2} + \dots + R_{qB})}}{k_0^{q-s} R_{s+2, s+3} \dots R_{qB}} dR_{s+2} \dots dR_q \tag{AV, 5}$$

ce qui est bien la forme que prend (AV, 2) quand on change s en $s+1$. Le résultat final au bout de q intégrations est donc

$$\frac{1}{q!} \left(\frac{2\pi i N R_{AB}}{k_0^2} \right)^q \frac{e^{i k_0 R_{AB}}}{k_0 R_{AB}}$$

APPENDICE N° 6

Calcul de $\rho' = \sum_{\mu, \mu_0} \sum_{\substack{\text{angles} \\ \text{de } R_{01}}} e^{i\frac{\omega}{2}t} \mathcal{Q}(0, \mu_0; 1, \mu_1; t) e^{-i\frac{\omega}{2}t} \rho(0) e^{i\frac{\omega}{2}t} \mathcal{Q}^*(0, \mu_0; 1, \mu_1; t) e^{-i\frac{\omega}{2}t}$

Ce calcul permet de passer de l'expression (II, 65) à l'expression (II, 66). Il comporte les étapes suivantes :

- 1) Evaluation de $\rho(0)$ dans les cas intéressants en pratique.
- 2) Intégration sur les angles polaires du vecteur $\vec{R}_{01} = \rho'$ est alors exprimé sous la forme d'une somme de 3 termes,

$$\rho'_1 + \rho'_2 + \rho'_3.$$
- 3) Evaluation du terme ρ'_3 .
- 4) Réduction des termes ρ'_1 et ρ'_2 .
- 5) Exposé de la méthode de calcul de ρ'_1 .
- 6) Calcul effectif de ρ'_1 .

1) Expression de $\rho(0)$

a) Dans le cas où l'effet Zeeman est grand devant la largeur naturelle Γ des niveaux et la largeur en fréquence des trains d'ondes excitateurs, nous avons vu (appendice n°1) que l'on peut prendre :

$$(AVI, 1) \langle m | \rho(0) | m' \rangle = K \sum_{\mu} \langle m | e_{\lambda}^{\vec{0}} \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | e_{\lambda}^{\vec{0}} \cdot \vec{D} | m \rangle$$

$e_{\lambda}^{\vec{0}}$ étant le vecteur électrique de la lumière excitatrice (normé à l'unité).

Nous faisons l'hypothèse d'une excitation, soit en lumière de polarisation linéaire, soit en lumière naturelle. Dans ce dernier cas, il suffit d'ajouter

2 expressions telles que (AVI, 1) correspondant à 2 états de polarisation rectangulaires, les trains d'onde correspondants étant incohérents entre eux;.

K est une constante de normalisation telle que $\text{Trace } \rho(0) = 1$.

On peut écrire (cf. appendice n°4)

$$\begin{aligned} \langle m | \rho(0) | m' \rangle &= K \sum_{mm'} \sum_{qq'} (-1)^q e_{\lambda}^{o(-q)} e_{\lambda}^{o(q')} C_{II}(F, m; q, \mu) C_{II}(F, m; q', \mu) \\ &= K \sum_{mm'} \sum_{\mu}^{qq'} (-1)^{m-\mu} e_{\lambda}^{o(\mu-m)} e_{\lambda}^{o(m-\mu)} |C_{II}(F, m; m-\mu, \mu)|^2 \end{aligned} \quad (\text{AVI, 2})$$

\vec{e}_{λ}^o est un vecteur réel pour lequel $e_{\lambda}^{o(q)} = (-1)^q \left[e_{\lambda}^{o(-q)} \right]^*$

Si bien que

$$\begin{aligned} \langle m | \rho(0) | m' \rangle &= K \sum_{mm'} \sum_{\mu} |e_{\lambda}^{o(m-\mu)}|^2 |C_{II}(F, m; m-\mu, \mu)|^2 \\ &= K \sum_{mm'} \left\{ |e_{\lambda}^{o(1)}|^2 \left[|C_{II}(F, m; 1, m-1)|^2 + |C_{II}(F, m; -1, m+1)|^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + |e_{\lambda}^{o(0)}|^2 |C_{II}(F, m; 0, m)|^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{AVI, 3})$$

ou, d'après les propriétés des coefficients de CLEBSCH-GORDAN :

$$\begin{aligned} \langle m | \rho(0) | m' \rangle &= K \sum_{mm'} \left\{ \left[|e_{\lambda}^{o(1)}|^2 - |e_{\lambda}^{o(0)}|^2 \right] \left[|C_{II}(F, m; 1, m-1)|^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + |C_{II}(F, m; -1, m+1)|^2 \right] + |e_{\lambda}^{o(0)}|^2 \right\} \\ &= K \sum_{mm'} \left\{ \left[|e_{\lambda}^{o(1)}|^2 - |e_{\lambda}^{o(0)}|^2 \right] \langle m | J_z^2 | m \rangle + |e_{\lambda}^{o(0)}|^2 \right\} \end{aligned}$$

Cette dernière relation est obtenue grâce à (II, 15). On en tire :

$$\begin{aligned}
 \rho(0) &= K \left\{ \left[|e_{\lambda}^{o(1)}|^2 - |e_{\lambda}^{o(o)}|^2 \right] J_z^2 + |e_{\lambda}^{o(o)}|^2 \Pi \right\} \\
 &= K \left\{ \left[|e_{\lambda}^{o(1)}|^2 - |e_{\lambda}^{o(o)}|^2 \right] \left[J_z^2 - \frac{1}{3} J(J+1)\Pi \right] + \left[\frac{2}{3} |e_{\lambda}^{o(1)}|^2 + \frac{1}{3} |e_{\lambda}^{o(o)}|^2 \right] \Pi \right\} \\
 &= K \left\{ \left[|e_{\lambda}^{o(1)}|^2 - |e_{\lambda}^{o(o)}|^2 \right] \left[J_z^2 - \frac{2}{3} \Pi \right] + \frac{1}{3} \Pi \right\} \quad (\text{AVI, 4})
 \end{aligned}$$

b) Dans le cas où l'effet Zeeman est de l'ordre de $\sqrt{\quad}$, on a vu (appendice n° 1) que

$$\langle m | \rho(0) | m' \rangle = K \sum_{\mu} \langle m | e_{\lambda}^{\circ} \cdot \vec{D} | \mu \rangle \langle \mu | e_{\lambda}^{\circ} \cdot \vec{D} | m' \rangle$$

Si i, j, k représentent les indices x, y, z , on trouve :

$$\begin{aligned}
 \langle m | \rho(0) | m' \rangle &= K \sum_{i, j, \mu} (e_{\lambda}^{\circ})_i (e_{\lambda}^{\circ})_j \langle m | D_i | \mu \rangle \langle \mu | D_j | m' \rangle \\
 &= \frac{1}{2} K \sum_{ij} (e_{\lambda}^{\circ})_i (e_{\lambda}^{\circ})_j \left[\sum_{\mu} \left[\langle m | D_i | \mu \rangle \langle \mu | D_j | m' \rangle + \langle m | D_j | \mu \rangle \langle \mu | D_i | m' \rangle \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{2}{3} \delta_{ij} \sum_k \langle m | D_k | \mu \rangle \langle \mu | D_k | m' \rangle \right] \right. \\
 &+ \frac{1}{3} K \sum_{ijk\mu} \delta_{ij} (e_{\lambda}^{\circ})_i (e_{\lambda}^{\circ})_j \langle m | D_k | \mu \rangle \langle \mu | D_k | m' \rangle \quad (\text{AVI, 5})
 \end{aligned}$$

Le dernier terme s'écrit

$$\frac{1}{3} \sum_{iq\mu} |(e_{\lambda}^{\circ})_i|^2 |C_{1I}(F, m; q, \mu)|^2 = \frac{1}{3}. \text{ D'où il résulte que}$$

$$\begin{aligned}
 \rho(0) &= \frac{1}{2} K \sum_{ij} (e_{\lambda}^{\circ})_i (e_{\lambda}^{\circ})_j \\
 &\times \sum_{\mu} \left[D_i | \mu \rangle \langle \mu | D_j + D_j | \mu \rangle \langle \mu | D_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \sum_k D_k | \mu \rangle \langle \mu | D_k \right] + \frac{1}{3} K \Pi
 \end{aligned}$$

(AVI, 6)

Les 2 expressions (AVI, 4) et (AVI, 6) montrent que dans tous les cas $\rho(0)$ s'exprime sous la forme d'une somme d'opérateurs dont chacun est soit la composante ij d'un opérateur tensoriel T_{ij} du second rang, symétrique et tel que $\sum_i T_{ii} \rho_0$ soit un scalaire. En vertu d'un théorème général sur les opérateurs tensoriels, il en résulte que $\rho(0)$ a la forme

$$\rho(0) = \sum_{ij} a_{ij} \left[\frac{1}{2} (F_i F_j + F_j F_i) - \frac{1}{3} \delta_{ij} F^2 \right] + \frac{1}{2F+1} \Pi \quad (\text{AVI, 7})$$

les a_{ij} sont des coefficients qui dépendent du mode d'excitation et le coefficient de Π est tel que $\text{Trace } \rho(0) = 1$.

Il résulte de cette expression de $\rho(0)$ que

$$\langle -m' | \rho(0) | -m \rangle = (-1)^{m-m'} \langle m | [\rho(0)]^* | m' \rangle = (-1)^{m-m'} \langle m | \rho(0) | m' \rangle \quad (\text{AVI, 8})$$

Cette propriété est vraie en effet pour les opérateurs iF_i , pour leurs produits $(iF_i)(iF_j) = -F_i F_j$ et enfin pour $\rho(0)$.

2) Intégration sur les angles polaires de \vec{R}_{01}

D'après la définition des opérateurs \mathcal{O} , (II, 48) et (II, 55)

$$\begin{aligned} & e^{i\mathcal{H}t} \mathcal{O}(0, \mu_0; 1, \mu_1; t) e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}t} \mathcal{O}^*(0, \mu_0; 1, \mu_1; t) e^{-i\mathcal{H}t} \\ &= \sum_{\lambda\lambda'} e^{i\mathcal{H}t} e^{iF_z \omega t} (\vec{u}_\lambda \cdot \vec{D}) e^{-iI_z \omega ft} |\mu_1\rangle \langle \mu_0| e^{iI_z \omega ft} (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) \\ & e^{i\mathcal{H}t} e^{iF_z \omega t} (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) e^{-iI_z \omega ft} |\mu_0\rangle \langle \mu_1| e^{iI_z \omega ft} (\vec{u}_\lambda \cdot \vec{D}) e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} \\ &= e^{i\mathcal{H}t} e^{iF_z \omega t} \left\{ \sum_{\lambda} (\vec{u}_\lambda \cdot \vec{D}) |\mu_1\rangle \langle \mu_0| (\vec{u}_\lambda \cdot \vec{D}) \tilde{\rho}(t) \sum_{\lambda'} (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) |\mu_0\rangle \langle \mu_1| (\vec{u}_{\lambda'} \cdot \vec{D}) \right\} \\ & \quad e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} \quad (\text{AVI, 9}) \end{aligned}$$

en posant $\tilde{\rho}(t) = e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}t} e^{iF_z \omega t}$ (AVI, 10)

Seule la partie entre accolades de l'expression (AVI, 9) dépend des angles. Son élément de matrice $\langle m | , | m' \rangle$ est :

$$\sum_{\lambda \lambda'} u_{\lambda i} u_{\lambda j} u_{\lambda' k} u_{\lambda' \ell} \langle m | D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_j | m'' \rangle$$

$$\sum_{m'' m'''} \sum_{ijkl} \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle \langle m''' | D_k | \mu_0 \rangle \langle \mu_1 | D_\ell | m' \rangle$$

Complétons les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 par un vecteur $\vec{u}_3 = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2$. On voit aisément que

$$\sum_{\lambda, \lambda'=1, 2} u_{\lambda i} u_{\lambda j} u_{\lambda' k} u_{\lambda' \ell} = (\delta_{ij} - u_{3i} u_{3j}) (\delta_{k\ell} - u_{3k} u_{3\ell})$$

et l'intégrale sur les angles polaires de $\frac{\vec{R}_{01}}{R_{01}} = -\vec{u}_3$ de cette expression est

$$4\pi \left[\delta_{ij} \delta_{k\ell} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{k\ell} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{k\ell} + \frac{1}{5} \delta_{ij} \delta_{jk} \delta_{k\ell} + \frac{1}{15} \delta_{ij} \delta_{k\ell} \right. \\ \left. + \frac{1}{15} \delta_{ik} \delta_{j\ell} + \frac{1}{15} \delta_{i\ell} \delta_{jk} \right] \\ = \frac{4\pi}{15} \left[6 \delta_{ij} \delta_{k\ell} + \delta_{ik} \delta_{j\ell} + \delta_{i\ell} \delta_{jk} \right] \quad (\text{AVI, 11})$$

Ainsi l'élément de matrice cherché est, après sommation sur les angles polaires de \vec{R}_{01} :

$$\frac{8\pi}{5} \sum_{ij} \langle m | D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_i | m'' \rangle \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle$$

$$\langle m''' | D_j | \mu_0 \rangle \langle \mu_1 | D_j | m' \rangle + \frac{4\pi}{15} \sum_{ij} \langle m | D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_j | m'' \rangle$$

$$\langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle \langle m''' | D_i | \mu_0 \rangle \langle \mu_1 | D_j | m' \rangle$$

$$+ \frac{4\pi}{15} \sum_{ij} \langle m | D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_j | m'' \rangle \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle$$

$$\langle m''' | D_j | \mu_0 \rangle \langle \mu_1 | D_i | m' \rangle \quad (\text{AVI, 12})$$

Nous appellerons $\rho'_1, \rho'_2, \rho'_3$ les contributions de ces 3 termes à l'expression ρ' .

3) Evaluation de ρ'_3 . On a donc

$$\rho'_3 = \frac{4\pi}{15} \left\{ e^{i\mathcal{K}t} e^{iF_z \omega t} \left[\sum_{\mu_1} \vec{D} | \mu_1 \rangle \cdot \langle \mu_1 | \vec{D} \right] e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{K}t} \right\}$$

$$\times \left\{ \sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0}} \langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} | m'' \rangle \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle \right\}$$

Or

$$\sum_{\mu_0} \langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} | m'' \rangle = \sum_{q \mu_0} C_{II}(F, m'''; q, \mu_0) C_{II}(F, m''; q, \mu_0)$$

$$= \delta_{m'' m'''}$$

Donc l'opérateur $\sum_{\mu_0} \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} = \Pi$ et il reste

$$\rho'_3 = \frac{4\pi}{15} \left\{ e^{i\mathcal{K}t} e^{iF_z \omega t} \Pi e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{K}t} \right\} \left\{ \text{Trace} \left[\Pi \tilde{\rho}(t) \right] \right\} = \frac{4\pi}{15} \Pi$$

(AVI, 13)

4) Réduction des termes ρ'_1 et ρ'_2 . Nous montrerons maintenant que les termes ρ'_1 et ρ'_2 sont semblables. En effet, le terme de (AVI, 12) donnant naissance à ρ'_2 est proportionnel à

$$\sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1}} \left[\langle m | \vec{D} | \mu_1 \rangle \cdot \langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \right] \left[\langle \mu_0 | \vec{D} | m'' \rangle \cdot \langle \mu_1 | \vec{D} | m' \rangle \right] \cdot \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle$$

$$= \sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1 \\ qq'}} (-1)^{q+q'} C_{II}(F, m; q, \mu_1) C_{II}(F, m'''; -q, \mu_0) C_{II}(F, m''; -q', \mu_0) C_{II}(F, m'; q', \mu_1) \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle$$

Changeant les indices muets m'' , m''' , μ_0 en $-m''$, $-m'''$, $-\mu_0$ respectivement, utilisant la propriété (AVI, 8) vraie pour $\tilde{\rho}(t)$ comme pour $\rho(0)$ et les relations de symétrie des coefficients de CLEBSCH-GORDAN, on obtient :

$$\sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1 \\ qq'}} (-1)^{q+q'} C_{II}(F, m; q, \mu_1) C_{II}(F, -m'''; -q, -\mu_0) C_{II}(F, -m''; -q', -\mu_0) C_{II}(F, m'; q', \mu_1) \langle -m'' | \tilde{\rho}(t) | -m''' \rangle$$

$$= \sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1 \\ qq'}} (-1)^{q+q'+2(1+I-F)+m''-m'''} C_{II}(F, m; q, \mu_1) C_{II}(F, m'''; q, \mu_0) C_{II}(F, m''; q', \mu_0) C_{II}(F, m'; q', \mu_1) \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle$$

Or $I + 1 - F$ est entier et $2(I + 1 - F)$ est pair; d'autre part, les seuls termes non nuls correspondent à $m''' = q + \mu_0$, $m'' = q' + \mu_0$, donc $m'' - m''' = q' - q$ et $q + q' + m'' - m''' = 2q'$ qui est pair aussi. On obtient donc :

$$\sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1 \\ q q'}} C_{II}(F, m; q, \mu_1) C_{II}(F, m''; q, \mu_0) C_{II}(F, m''; q', \mu_0) C_{II}(F, m'; q', \mu_1) \langle m''' | \tilde{\rho}(t) | m'' \rangle$$

$$= \sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0 \mu_1}} \left[\langle m | \vec{D} | \mu_1 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} | m''' \rangle \right] \langle m''' | \tilde{\rho}(t) | m'' \rangle \left[\langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_1 | \vec{D} | m' \rangle \right]$$

ce qui est semblable au terme donnant naissance à ρ'_1 . Il en résulte que

$$\rho'_1 + \rho'_2 = \rho'_1 + \frac{1}{6} \rho'_1 = \frac{7}{6} \rho'_1 \text{ (AVI, 14) et qu'il suffit maintenant de calculer}$$

$$\rho'_1.$$

5) Méthode de calcul de ρ'_1

a) Elimination du temps. Nous avons posé

$$\rho'_1 = \frac{8\pi}{5} \sum_{ij} \left\{ \sum_{\mu_1} e^{i\mathcal{H}t} e^{iF_z \omega t} D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_1 | D_j e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} \right\} \times \left\{ \sum_{\substack{m'' m''' \\ \mu_0}} \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle \langle m''' | D_j | \mu_0 \rangle \langle \mu_0 | D_i | m'' \rangle \right\}$$

Nous allons montrer que ce résultat est indépendant de t et peut

être calculé par conséquent en faisant $t = 0$. Remarquons que l'opérateur

$e^{-iF_z \omega t} e^{-i\mathcal{H}t} = R(t)$ représente une rotation $R(t)$ qui transforme les états

$|m\rangle_z$ et $|\mu\rangle_z$ quantifiés par rapport aux axes $Oxyz$ en des états

$|m\rangle_z = R(t) |m\rangle_z$ et $|\mu\rangle_z = R(t) |\mu\rangle_z$, correspondant aux mêmes

valeurs propres m et μ des composantes de \vec{F} et \vec{I} respectivement sur un axe OZ, les axes OXYZ étant déduits de Oxyz par la rotation $R(t)$. Nous poserons

$$R(t) |\mu_1\rangle = \sum_{\mu'_1} R_{\mu_1 \mu'_1}(t) |\mu'_1\rangle \quad (\text{AVI, 15})$$

et on aura

$$\begin{aligned} \sum_{\mu_1} R(t) |\mu_1\rangle \langle \mu_1| R^{-1}(t) &= \sum_{\mu_1 \mu'_1 \mu''_1} R_{\mu_1 \mu'_1}(t) R_{\mu_1 \mu''_1}^*(t) |\mu'_1\rangle \langle \mu''_1| \\ &= \sum_{\mu'_1 \mu''_1} \delta_{\mu'_1 \mu''_1} |\mu'_1\rangle \langle \mu''_1| = \sum_{\mu_1} |\mu_1\rangle \langle \mu_1| \end{aligned} \quad (\text{AVI, 16})$$

d'après les propriétés d'orthogonalité des coefficients $R_{\mu_1 \mu'_1}(t)$.

Il en résulte que

$$\begin{aligned} \langle m | \rho'_1 | m' \rangle &= \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{ij \\ m''m''' \\ \mu_0 \mu_1}} \langle m | R^{-1}(t) D_i R(t) | \mu_1 \rangle \\ &\quad \langle \mu_1 | R^{-1}(t) D_j R(t) | m' \rangle \langle m'' | \tilde{\rho}(t) | m''' \rangle \\ &\quad \langle m''' | D_j R(t) | \mu_0 \rangle \langle \mu_0 | R^{-1}(t) D_i | m'' \rangle \\ &= \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{ij \\ m''m''' \\ \mu_0 \mu_1}} \langle m | R^{-1}(t) D_i R(t) | \mu_1 \rangle \langle \mu_1 | R^{-1}(t) D_j R(t) | m' \rangle \\ &\quad \langle m'' | \rho(0) | m''' \rangle \langle m''' | R^{-1}(t) D_j R(t) | \mu_0 \rangle \\ &\quad \langle \mu_0 | R^{-1}(t) D_i R(t) | m'' \rangle \end{aligned} \quad (\text{AVI, 17})$$

Or $R^{-1}(t) D_i R(t)$ a les éléments de matrices de la composante i de \vec{D} sur les axes Oxyz, entre des états quantifiés sur les axes OXYZ = R(t) Oxyz. Ce sont les mêmes que ceux de la composante i de \vec{D} sur les axes OX'Y'Z' = $R^{-1}(t)$ Oxyz, entre états quantifiés sur Oxyz. Or pour tout vecteur \vec{V} :

$$(V_i)_{X'Y'Z'} = \sum_k C_{ik} V_k$$

où les C_{ik} sont les coefficients d'une matrice unitaire : $\sum_i C_{ik} C_{i\ell} = \delta_{k\ell}$.

$$\text{Donc } \langle m | R^{-1}(t) D_i R(t) | \mu \rangle = \sum_k C_{ik} \langle m | D_k | \mu \rangle$$

$$\begin{aligned} \text{et } \sum_i \langle m | R^{-1}(t) D_i R(t) | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | R^{-1}(t) D_i R(t) | m'' \rangle \\ = \sum_{ik\ell} C_{ik} C_{i\ell} \langle m | D_k | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_\ell | m'' \rangle \\ = \sum_{k\ell} \delta_{k\ell} \langle m | D_k | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_\ell | m'' \rangle \\ = \sum_k \langle m | D_k | \mu_1 \rangle \langle \mu_0 | D_k | m'' \rangle \end{aligned}$$

Utilisant cette relation dans (AVI, 17) on obtient

$$\langle m | \rho'_1 | m' \rangle = \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{k\ell \\ m''m''' \\ \mu_0 \mu_1}} \langle m | D_k | \mu_1 \rangle \langle \mu_1 | D_\ell | m' \rangle \langle m'' | \rho(0) | m''' \rangle \langle m''' | D_\ell | \mu_0 \rangle \langle \mu_0 | D_k | m'' \rangle$$

Le résultat est bien indépendant de t.

b) Calcul de ρ'_1 pour t = 0. Le raisonnement que l'on vient de

faire est valable pour une rotation quelconque R. Il en résulte que

$$\langle m | R^{-1} \rho'_1 R | m' \rangle = \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{ij \\ \mu_0 \mu_1 \\ m'' m'''}} \langle m | D_i | \mu_1 \rangle \langle \mu_1 | D_j | m' \rangle \langle m'' | R^{-1} \rho(0) R | m''' \rangle \\ \langle m''' | D_j | \mu_0 \rangle \langle \mu_0 | D_i | m'' \rangle \quad (\text{AVI, 18})$$

Si $\rho(0)$ était un scalaire, $R^{-1} \rho(0) R = \rho(0)$ et $R^{-1} \rho'_1 R = \rho'_1$.

Si $\rho(0)$ se transforme dans une rotation comme la composante i, j d'un tenseur,

on voit qu'il en est de même de ρ'_1 . Or, ρ'_1 dépend linéairement de $\rho(0)$ et

sera la somme des résultats obtenus en remplaçant dans (AVI, 18) $\rho(0)$ par chaque terme de (AVI, 7). On obtiendra ainsi un terme scalaire et des termes

de la forme $\alpha'_{ij} \left[\frac{1}{2} (F_i F_j + F_j F_i) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \vec{F}^2 \right]$; $\frac{\alpha'_{ij}}{\alpha_{ij}}$ sera indépen-

dant de i et j .

Il suffira de chercher sa valeur en prenant par exemple le cas où $i = j = z$,

$m = m' = F$. Le terme $\frac{1}{2F+1}$ II dans (AVI, 7) contribue à $\langle m | \rho'_1 | m' \rangle$ par

$$\frac{1}{2F+1} \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{\mu_0 \mu_1 \\ m'' m'''}} \left[\langle m | \vec{D} | \mu_1 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} | m'' \rangle \right] \\ \left[\langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_1 | \vec{D} | m' \rangle \right] \delta_{m'' m'''} \\ = \frac{1}{2F+1} \frac{8\pi}{5} \sum_{qq'} C_{11}(F, m; q, \mu_1) C_{11}(F, m''; q, \mu_0) \\ \mu_0 \mu_1^{m''} C_{11}(F, m''; q', \mu_0) C_{11}(F, m'; q', \mu_1) \\ = \frac{1}{2F+1} \frac{8\pi}{5} \sum_{qq' \mu_1} C_{11}(F, m; q, \mu_1) C_{11}(F, m'; q', \mu_1) \times \frac{2F+1}{3} \delta_{qq'} \\ = \frac{8\pi}{15} \sum_{q \mu_1} C_{11}(F, m; q, \mu_1) C_{11}(F, m'; q, \mu_1) \\ = \frac{8\pi}{15} \delta_{m m'}$$

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

La contribution correspondante à ρ'_1 est donc $\frac{8\pi}{15} \Pi$ et à $\rho'_1 + \rho'_2$ elle est $\frac{28\pi}{45} \Pi$

Pour les autres termes, le rapport $\frac{a'_{ij}}{a_{ij}}$ sera déterminé par

$$\frac{a'_{ij}}{a_{ij}} \langle F | F_z^2 - \frac{1}{3} \vec{F}^2 | F \rangle = \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{\mu_0 \mu_1 \\ m'' m'''}} \left[\langle F | \vec{D} | \mu_1 \rangle \cdot \langle \mu_0 | \vec{D} | m'' \rangle \right]$$

$$\langle m''' | F_z^2 - \frac{1}{3} \vec{F}^2 | m'' \rangle \left[\langle m''' | \vec{D} | \mu_0 \rangle \cdot \langle \mu_1 | \vec{D} | F \rangle \right]$$

$$= \frac{8\pi}{5} \sum_{\substack{q q' \\ \mu_0 \mu_1 m''}} C_{II}(F, F; q, \mu_1) C_{II}(F, F; q', \mu_1)$$

$$C_{II}(F, m''; q, \mu_0) C_{II}(F, m''; q', \mu_0) \left[m''^2 - \frac{F(F+1)}{3} \right]$$

D'où

$$\frac{a'_{ij}}{a_{ij}} = \frac{24\pi}{5F(2F-1)} \sum_{\mu m} \left| C_{II}(F, F; F-\mu, \mu) \right|^2$$

$$\left| C_{II}(F, m; F-\mu, m-F+\mu) \right|^2 \times \left[m^2 - \frac{F(F+1)}{3} \right]$$

$$\frac{a'_{ij}}{a_{ij}} = \frac{16\pi}{21} \alpha (2F+1)$$

par définition de α :

$$\alpha = \frac{63}{10F(2F-1)(2F+1)}$$

$$\sum_{\mu m} \left| C_{II}(F, F; F-\mu, \mu) C_{II}(F, m; F-\mu, m-F+\mu) \right|^2$$

$$\times \left[m^2 - \frac{F(F+1)}{3} \right] \quad (\text{AVI, 19})$$

et finalement :

$$\rho'_1 + \rho'_2 = \frac{7}{6} \left\{ \sum_{ij} \frac{16\pi}{21} \alpha (2F+1) \alpha_{ij} \left[\frac{F_i F_j + F_j F_i}{2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \vec{F}^2 \right] \right\} + \frac{28\pi}{45} \Pi$$

$$= \frac{8\alpha\pi}{9} (2F+1) \left\{ \rho(0) + \frac{1}{2F+1} \Pi \right\} + \frac{28\pi}{45} \Pi$$

$$\rho'_1 + \rho'_2 + \rho'_3 = \frac{8\pi(2F+1)}{9} \left\{ \alpha \rho(0) + \frac{1-\alpha}{2F+1} \Pi \right\}$$

(AVI, 20)

expression utilisée au chapitre II.

Le calcul de l'expression (AVI, 19) donne les résultats suivants :

$$\text{Si } F = I + 1 \quad \alpha = \frac{7}{100} \frac{(F+1)(2F+3)}{F(2F-1)}$$

$$\text{Si } F = I \quad \alpha = \frac{7}{100} \frac{(2F-1)(2F+3)}{F(F+1)}$$

$$\text{Si } F = I - 1 \quad \alpha = \frac{7}{100} \frac{F(2F-1)}{(F+1)(2F+3)}$$

APPENDICE N° 7

Au chapitre II, paragr. 4, B, nous avons négligé les termes en $\frac{1}{(k_o \Delta R)^2}$ et $\frac{1}{(k_o \Delta R)^3}$ des coefficients de couplage Γ donnés par (II, 44) en vertu de l'hypothèse (II, 39). On peut se demander si cette approximation n'est pas contradictoire avec le développement en puissance de $\frac{1}{k_o \Delta R}$ qui est fait au paragr. 5. Nous montrons ici qu'il n'y a pas de contradiction entre ces 2 approximations. Il suffit de montrer que la contribution aux chemins d'ordre 1 du terme en $\left(\frac{1}{k_o R_{12}}\right)^2$ de Γ est négligeable devant la contribution aux chemins d'ordre 2 du terme en $\frac{1}{k_o R_{12}}$. Nous cherchons uniquement des ordres de grandeur et nous négligerons toute dépendance angulaire des coefficients, ainsi que les facteurs Γ de (II, 44) qui sont multipliés par des temps $t \sim \tau = \frac{1}{\Gamma}$; la contribution aux chemins d'ordre 2 du terme en $\frac{1}{k_o R_{12}}$ a pour ordre de grandeur

$$\frac{1}{k_o R_{12}} \left[\int_0^L \left(\frac{1}{k_o R}\right)^2 NR^2 dR \right]^2 = \left(\frac{NL}{k_o}\right)^2$$

Tenant compte du terme en $\left(\frac{1}{k_o R_{12}}\right)^2$, l'expression complète de (II, 44) aurait la forme $\frac{1}{k_o R_{12}} \left[1 + \frac{a}{k_o R_{12}} + \dots \right]$ où $a \sim 1$ et

l'effet de la correction en $\frac{a}{k_o R_{12}}$ à l'ordre le plus bas, résulte du terme rectangle $\int \left(\frac{1}{k_o R}\right)^2 \times \frac{2a}{k_o R} NR^2 dR.$

Cette intégrale diverge pour R très petit; mais nous pouvons lui fixer la borne inférieure $\frac{1}{k_0}$ puisque de toutes manières nos résultats ne sont pas

valables pour $R < \frac{1}{k_0}$.

$$\text{Elle vaut } \frac{2 \alpha N}{k_0^3} \int_{1/k_0}^L \frac{dR}{R} = \frac{2 \alpha N}{k_0^3} \text{Log}(k_0 L)$$

Le rapport de cette correction au terme principal des chemins d'ordre 2 est de l'ordre de $\frac{k_0}{NL^2} \text{Log}(k_0 L)$. Pour $L \sim 1 \text{ cm}$, $k_0 \sim 2,5 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, $N > 10^{10} \text{ at/cm}^3$, ce rapport vaut au plus $3,1 \cdot 10^{-4}$, ce qui justifie pleinement l'approximation faite. Physiquement, le caractère négligeable de ces termes correctifs vient du fait qu'ils sont multipliés par la même puissance de N que le terme principal; au contraire, les termes principaux des divers ordres sont multipliés par des puissances de N différentes.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice to ensure transparency and accountability.

2. The second section outlines the procedures for handling discrepancies between the recorded amounts and the actual cash flow. It suggests a systematic approach to identify the source of the error and correct it promptly to avoid any financial misstatements.

3. The third part of the document provides a detailed breakdown of the budgeting process. It explains how to allocate resources effectively across different departments and projects, ensuring that the organization stays within its financial limits while achieving its strategic goals.

4. The fourth section discusses the role of internal controls in preventing fraud and mismanagement. It highlights the need for a strong internal control system that includes regular audits, segregation of duties, and a clear reporting structure.

5. The fifth part of the document addresses the importance of timely financial reporting. It stresses that accurate and up-to-date financial statements are essential for informed decision-making by management and stakeholders.

6. The sixth section covers the process of reconciling bank statements with the company's accounting records. It provides a step-by-step guide to identify and resolve any differences between the two, ensuring the integrity of the financial data.

7. The seventh part of the document discusses the impact of tax regulations on the organization's financial performance. It offers practical advice on how to optimize tax payments and take full advantage of available tax incentives.

8. The eighth section of the document focuses on the importance of maintaining a good relationship with external auditors. It suggests that open communication and cooperation are key to a successful audit process and to maintaining the organization's reputation.

9. The ninth part of the document discusses the role of financial forecasting in long-term planning. It explains how to use historical data and market trends to predict future financial performance and make strategic decisions based on these forecasts.

10. The tenth and final section of the document provides a summary of the key points discussed throughout the document. It reiterates the importance of accurate record-keeping, effective budgeting, and strong internal controls in ensuring the financial health and success of the organization.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) F. BITTER et J. BROUSSEL - Phys. Rev. 1952, 86, 308
J. BROUSSEL - Thèse Paris, 1952; Ann. de Phys. 1952, 7, 622
- (2) K.H. ALTHOFF et H. KRUGER - Naturw. 1954, 41, 368
K.H. ALTHOFF - Zeit. Phys. 1955, 141, 33
H. KRUGER et A. MEYER-BERKHOUT - Naturw. 1955, 42, 94
A. MEYER-BERKHOUT - Zeit. Phys. 1955, 141, 185
C.J. RITTER et G.W. SERIES - Proc. Phys. Soc. A, 1955, 68, 450
- Proc. Phys. Soc. A, 1957, 238, 473
P. SAGALYN - Phys. Rev. 1954, 94, 885
M.L. PERL, I.I. RABI, B. SENITZKY - Phys. Rev. 1955, 98, 611
B. SENITZKY, I.I. RABI - Phys. Rev. 1956, 103, 315

K. BÖCKMANN, H. KRUGER, E. RECKNAGEL - Ann. Phys. 1957, 20, 250
- (3) W.E. LAMB - Phys. Rev. 1957, 105, 559; 1957, 105, 573
J.C. PEBAY-PEYROULA, J. BROUSSEL, A. KASTLER - C.R. 1957,
244, 57; 1957, 245, 840
- (4) J.E. BLAMONT - Thèse Paris, 1957; Ann. de Phys. 1957, 2, 551
- (5) M.A. GUIOCHON, J.E. BLAMONT, J. BROUSSEL - C.R. 1956, 243, 1859;
J. Phys. Rad. 1957, 18, 99
- (6) Voir MITCHELL et ZEMANSKY - "Resonance Radiation and Excited
Atoms", page 147
- (7) H. SCHULER et J.E. KEYSTON - Zeit. f. Phys. 1931, 72, 423
H. SCHULER et E.G. JONES - Zeit. f. Phys. 1932, 74, 631
F. BITTER - Phys. Rev. 1954, 96, 1531
P. SAGALYN, A.C. MELISSINOS, F. BITTER - Phys. Rev. 1958, 109,
375
- (8) V. WEISSKOPF - Ann. Phys. 1931, 9, 23
G. BREIT - Rev. Mod. Phys. 1933, 5, 91
- (9) Voir MITCHELL et ZEMANSKY - "Resonance Radiation and Excited
Atoms", chapitre 5

- (10) V. Von KEUSSLER - Ann. Phys. 1927, 82, 793
N. ROLLET - Diplôme d'Etudes Supérieures, Paris 1955
N. ROLLET, J. BROSSEL, A. KASTLER - C.R. 1956, 242, 240
- (11) E. MAJORANA - Nuovo Cimento, 1932, 9, 43
- (12) F. BOUTRON - Diplôme d'Etudes Supérieures, Paris 1957
- (13) M.A. GUIOCHON - Diplôme d'Etudes Supérieures, Paris 1956
- (14) H.W. WEBB et H.A. MESSENGER - Phys. Rev. 1929, 33, 319
P.H. GARRETT - Phys. Rev. 1932, 40, 779
T. HOLSTEIN, - Phys. Rev. 1947, 72, 1212
T. HOLSTEIN, D. ALPERT, A.O. McCOUBREY - Phys. Rev. 1949, 76,
1257;
Phys. Rev., 1951, 82, 567;
Phys. Rev., 1952, 85, 985
- (15) F.J. DYSON - "Advanced Quantum Mechanics", cours professé à l'Uni -
versité Cornell
- (16) W. HEITLER - "The Quantum Theory of Radiation", 3e édition
- (17) Voir E.U. CONDON et G.H. SHORTLEY - "The Theory of Atomic Spectra"
- (18) N.F. RAMSEY - "Molecular Beams", p. 146
- (19) R. LENNUIER et J.L. COJAN - C.R. 1950, 231, 1450
R. LENNUIER - C.R. 1956, 242, 2230
H.F. OLSON - Phys. Rev. 1928, 32, 443
S. MROZOWSKI - Zeit. Phys. 1931, 68, 278
- (20) ^{O.}OLDENBERG et H.P. BROIDA - Journ. of Opt. Soc. Amer. 1950,
40, 381
- (21) J.P. BARRAT - C.R. 1957, 244, 2785
- (22) J.P. BARRAT et J. BROSSEL - C.R. 1958, 246, 2744
- (23) F. BOUTRON, J.P. BARRAT et J. BROSSEL - C.R. 1957, 245, 2250
-

[Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page]

1911 (11)

1912 (12)

1913 (13)

1914 (14)

1915 (15)

1916 (16)

1917 (17)

1918 (18)

1919 (19)

1920 (20)

1921 (21)

1922 (22)