



**HAL**  
open science

# **Théorie du pompage optique avec un laser. Etude expérimentale dans le cas du néon, de la réponse linéaire et de quelques effets de saturation**

Michel. Dumont

## **► To cite this version:**

Michel. Dumont. Théorie du pompage optique avec un laser. Etude expérimentale dans le cas du néon, de la réponse linéaire et de quelques effets de saturation. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1971. Français. NNT: . tel-00011808

**HAL Id: tel-00011808**

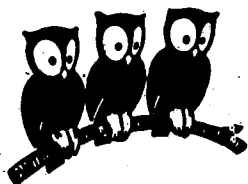
**<https://theses.hal.science/tel-00011808>**

Submitted on 8 Mar 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE  
SUPÉRIEURE



THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE PARIS

par

Michel DUMONT

pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences

Sujet de la thèse : "THEORIE DU POMPAGE OPTIQUE AVEC UN LASER. ETUDE EXPERIMENTALE DANS LE CAS DU NEON, DE LA REPOSE LINAIRE ET DE QUELQUES EFFETS DE SATURATION".

Soutenue le 30 AVRIL 1971 devant la Commission d'Examen :

MM. A. KASTLER,

Président

P. JACQUINOT

J. BROSSEL

C. COHEN-TANNOUJJI

J. DUCUING

)  
Examineurs

N° d'enregistrement  
au C.N.R.S.  
A.O. 5608

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE PARIS

par

Michel D U M O N T

pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences

Sujet de la thèse :

"THEORIE DU POMPAGE OPTIQUE AVEC UN LASER. ETUDE EXPERIMENTALE DANS LE CAS  
DU NEON, DE LA REPOSE LINEAIRE ET DE QUELQUES EFFETS DE SATURATION".

Soutenu le 30 AVRIL 1971 devant la Commission d'Examen :

MM. A. KASTLER,	Président
P. JACQUINOT	} Examineurs
J. BROSSEL	
C. COHEN-TANNOUDJI	
J. DUCUING	

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure au cours des années 1964 - 1970. Je remercie vivement Monsieur le Professeur A. KASTLER de m'avoir accueilli dans son groupe de recherche, auquel il a su transmettre son enthousiasme scientifique.

Je suis heureux d'exprimer ma gratitude à Monsieur le Professeur J. BROSEL qui a dirigé mes recherches et m'a assuré d'excellentes conditions de travail. Je lui suis particulièrement reconnaissant de s'être toujours senti responsable de mon travail, comme de celui de chaque personne qu'il a acceptée dans le groupe, malgré la lourde tâche que cela représente.

Les quatre premières années de cette étude ont été réalisées en collaboration avec B. DECOMPS que je suis heureux de remercier pour tout ce qu'il m'a apporté. Son esprit d'initiative et son intuition des phénomènes physiques ont rendu ce travail en équipe très efficace et j'ai éprouvé quelque regret lorsqu'il s'est éloigné de nous pour accepter le service d'enseignement auquel ses qualités pédagogiques et son sens de l'organisation l'ont naturellement conduit. Malgré ses lourdes responsabilités, il joue toujours un rôle prépondérant dans l'équipe qui a pu continuer grâce à M. DUCLOY et E. GIACOBINO. C'est avec plaisir que je les remercie tous deux de leur collaboration. Les nombreuses discussions avec M. DUCLOY m'ont beaucoup aidé pour les interprétations théoriques. E. GIACOBINO a réalisé certaines des mesures rapportées dans ce mémoire.

Je remercie C. COHEN-TANNOUJJI qui a accepté de lire le manuscrit du présent travail et qui m'a permis d'améliorer considérablement la présentation. Sans pouvoir nommer tous mes camarades du groupe, je voudrais citer J.P. DESCUBES qui, lors de mes débuts au laboratoire, m'a appris tous les petits "trucs" indispensables sur le plan expérimental.

Je suis très reconnaissant envers G. DURAND, grâce à qui j'ai pu m'initier aux techniques laser, au cours de mon service militaire au Laboratoire de l'Ecole Polytechnique.

Je tiens à remercier les ingénieurs et techniciens du groupe et tout particulièrement G. CAMY et P. CASSOU qui ont véritablement fait partie de notre équipe lors de la réalisation des montages expérimentaux et qui, ensuite, se sont toujours montrés disponibles et efficaces chaque fois que nous avons besoin de leur aide. Je veux aussi mentionner A. GARCIA qui a réalisé un important ensemble électronique.

Il est de coutume de remercier Mademoiselle I. BRODSCHI "qui a assuré, avec amabilité et compétence, la tâche ingrate de la frappe". Je pense que le lecteur sera vite convaincu qu'une telle phrase est bien insuffisante pour faire son éloge. De plus, ce serait oublier tout le travail administratif qu'elle réalise quotidiennement.

Les expériences décrites ici ont été possibles grâce au concours financier de la D.R.M.E. De plus, je la remercie d'avoir affecté à notre laboratoire J.F. WYART qui a réalisé pour moi d'importants calculs sur ordinateur.

Enfin, je remercie Monsieur le Professeur Y. ROCARD, Directeur du Laboratoire, qui a permis l'organisation des services généraux si précieux quotidiennement. Je citerai particulièrement le service de l'imprimerie qui a réalisé ce volume.

T A B L E   D E S   M A T I E R E S

---

THEORIE DU POMPAGE OPTIQUE AVEC UN LASER.

ETUDE EXPERIMENTALE DANS LE CAS DU NEON, DE LA REPONSE LINEAIRE  
ET DE QUELQUES EFFETS DE SATURATION

<u>CHAPITRE I - INTRODUCTION</u> .....	1
A. <u>Présentation du sujet</u> .....	1
B. <u>Caractères généraux du pompage optique laser</u> .....	4
1) Similitudes avec le pompage optique classique .....	4
2) Grande densité d'énergie .....	5
3) Cohérence de la lumière .....	6
C. <u>Plan du mémoire et guide de lecture</u> .....	8
<u>- Première Partie - Hypothèses et formalisme général -</u>	
<u>CHAPITRE II - CALCUL DE LA MATRICE DENSITE DU SYSTEME ATOMIQUE</u> .....	13
A. <u>Position du problème. Hypothèses</u> .....	13
1) Définition du système étudié. Position du problème .....	13
2) Equations du problème .....	14
a) Méthode de LAMB .....	15
b) Méthode utilisée dans nos publications antérieures .....	15
c) Méthode de RAUTIAN .....	16
3) La matrice densité des niveaux étudiés .....	16
4) La matrice d'excitation $\Lambda(r, v, t)$ .....	18
5) Le terme de relaxation et de transfert .....	19
a) Le terme de collision .....	19
b) Le terme d'émission spontanée .....	24
c) Expression générale du terme de relaxation .....	27
6) L'Hamiltonien .....	29
B. <u>Résolution des équations</u> .....	32
1) Méthode d'approximation par itération .....	32
2) Réponse linéaire et saturation pour les grandeurs atomiques et les grandeurs optiques .....	33
3) Expression tensorielle des équations de récurrence .....	34
4) Forme générale de la solution stationnaire .....	36
a) ordre zéro .....	36
b) ordres supérieurs .....	37
5) Calcul formel de la solution linéaire .....	40
a) ordre 1 .....	40
b) Notations .....	42
c) ordre 2 : le niveau supérieur b .....	43
d) diagrammes mnémotechniques .....	43
e) le niveau inférieur a .....	45
f) cas d'une onde progressive .....	47
6) Calcul des termes non linéaires .....	50
a) ordre 3 .....	50
b) ordre 4 .....	51
c) onde progressive .....	55
d) ordre quelconque .....	56
<u>CHAPITRE III - COMPARAISON AVEC LES THEORIES EXISTANTES (POUR LES SOURCES LUMINEUSES CONVENTIONNELLES</u>	59
A. <u>Propriétés optiques du milieu. Forme de raie</u> .....	59
B. <u>Comparaison avec la théorie quantique de cycle de pompage optique de COHEN-TANNOUJJI</u> .....	61
1) Analogie formelle des expressions à l'ordre 2 .....	63
2) Equivalence des théories pour une lumière conventionnelle .....	66
3) Nécessité du calcul par itération dans le cas d'une lumière laser .....	69
4) Comparaison des non-linéarités dans les deux types de pompage .....	70

5) Autres cas physiques permettant un calcul valable à tous les ordres	72
6) Problèmes posés par l'intégration sur les vitesses	74
7) Forme opératorielle des équations	76

- Deuxième Partie - Effets linéaires -

<u>CHAPITRE IV - REPONSE LINEAIRE DES ATOMES (DANS UNE DECHARGE ISOTROPE)</u>	79
A. <u>Dépendance spatiale</u>	80
1) Cas d'une onde laser progressive	80
2) Cas d'une onde stationnaire	81
B. <u>Termes indépendants du temps. Effet Hanle</u>	84
1) Effet de l'intensité et de la fréquence du laser	85
2) Effet du champ magnétique	86
a) Grandeurs transversales ( $Q \neq 0$ )	86
b) Grandeurs longitudinales ( $Q = 0$ )	88
3) Dépendance angulaire. Formulation explicite de la matrice densité	88
C. <u>Termes modulés aux fréquences de battement entre modes</u>	91
1) Grandeurs transversales	92
2) Grandeurs longitudinales	92
3) Interprétation physique des résonances. Cas $\omega_a \neq \omega_b$	93
4) Problème de la phase	96
<u>CHAPITRE V - METHODES DE DETECTION OPTIQUE DES GRANDEURS ATOMIQUES</u>	99
A. <u>Expression générale de la lumière de fluorescence</u>	100
B. <u>Détermination du vecteur polarisation</u>	101
1) Changement d'axes	101
2) Expression générale pour une combinaison polariseur-lame biréfringente	102
C. <u>Séparations des différentes observables</u>	104
1) Formule développée de la lumière de fluorescence	104
2) Etude de l'alignement	106
a) Détection de $\rho_2^2$ . Mesure de $\Gamma(2)$	106
b) Détection de $\rho_1^2$	107
c) Rapport $\rho_1^2/\rho_0^0$ . Détermination de $\Gamma(0)/\Gamma(2)$	108
d) Le taux d'anisotropie. Autre détermination de $\Gamma(0)/\Gamma(2)$ (en polarisation $\sigma$ cohérente)	109
e) Remarques sur R et F	109
3) Etude de l'orientation	110
4) Choix des raies d'excitation et de détection	112
D. <u>Méthode de la polarisation modulée</u>	113
1) Polarisation modulée à la détection	113
2) Polarisation modulée à l'excitation	113
3) Choix de la détection dans le cas d'une excitation modulée	115
4) Avantages et inconvénients de l'excitation de polarisation modulée	117
<u>CHAPITRE VI - ETUDE EXPERIMENTALE DE LA REPONSE LINEAIRE</u>	119
A. <u>Montage du type I : cellule dans la cavité laser</u>	120
B. <u>Rappel des résultats obtenus par DECOMPS</u>	122
1) Vérification de la théorie linéaire	123
2) Phénomènes étudiés et grandeurs mesurées	124
C. <u>Modulation de la lumière de fluorescence à la fréquence de battement entre modes</u>	126
1) Méthode d'observation de la modulation	126
2) Conditions de fonctionnement du laser	127
a) Modes désynchronisés	128
b) Modes synchronisés	128
c) Obtention de la modulation de la lumière de fluorescence	131
3) Amplitude de la modulation en fonction du champ magnétique	133
D. <u>Montage du type II : cellule hors de la cavité laser</u>	134
E. <u>Etude de l'orientation des niveaux <math>3s_2</math> et <math>2p_4</math> du néon</u>	138

1) Effet du laser	139
2) Effet de la décharge	139
a) Observations expérimentales	141
b) Interprétations possibles	147
3) Effet de la pression	150
a) le niveau $2p_4$	150
b) le niveau $3s_2$	154
4) Vérification des résultats avec un champ perpendiculaire à l'excitation	158
5) Conclusion	159

- Troisième Partie - Effets de saturation -

<u>CHAPITRE VII - ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE DES EFFETS NON LINEAIRES (SATURATION)</u>	161
A. <u>Mise en évidence expérimentale des effets non linéaires</u>	161
1) Résonance de saturation en champ nul	162
a) Interprétation phénoménologique	163
b) Taux de relaxation $R'$ . Grandeur $F'$	164
2) Résonance de saturation en champ non nul	166
a) Position des résonances : mesure des facteurs de Landé	166
b) Amplitude relative de la résonance centrale et des résonances latérales	169
3) Problèmes posés par l'interprétation des effets non linéaires	171
B. <u>Effet de l'intensité laser sur <math>R'</math> (taux d'anisotropie) et <math>F'</math></u>	172
C. <u>Etude théorique des résonances de saturation (cas d'une onde progressive)</u>	176
1) Rappel des formules du 4e ordre	176
2) Intégration sur les vitesses. Approximation des grandes largeurs Doppler	179
a) Termes existant en l'absence de diffusion des vitesses	180
b) Termes de "restitution" par les processus de diffusion de vitesse	182
c) Discussion de l'ordre de grandeur des termes négligés	183
3) Expression générale des résonances de saturation	184
4) Formule développée dans le cas d'une excitation de polarisation rectiligne $\sigma$	186
5) Signification physique des différents termes et des approximations	188
a) Contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse	188
$\alpha$ ) cas général	188
$\beta$ ) effet de population (résonnant)	189
$\gamma$ ) effet de population (non résonnant)	190
$\delta$ ) effet de "cohérence Zeeman" au second ordre	191
b) Contribution des atomes qui ont changé de vitesse à l'ordre 2	193
c) Signification physique et validité des approximations	195
D. <u>Amplitude relative des résonances. Influence de la phase des modes</u>	196
1) Cas des modes très écartés ( $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ )	196
2) Importance de la phase des modes lorsque ceux-ci sont rapprochés ( $\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$ )	197
a) Effet de cohérence Zeeman au second ordre	198
b) Effet de population	200
c) Conclusion	201
3) Justification des résultats par un calcul numérique (cas $J_a=0, J_b=1$ )	202
4) Expression analytique approximative pour la forme des résonances lorsque les modes sont très rapprochés ( $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$ )	209
a) Forme des termes résonnants	209
b) Forme de courbe pour une détection $\pi$ ou $\sigma$	211
5) Récapitulation des résultats sur l'amplitude des résonances	214
E. <u>Position des résonances</u>	215
1) Expression générale	215
2) Cas $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$ . Modes synchronisés	217
3) Cas où les $\Gamma'_\alpha$ ne dépendent pas de l'ordre tensoriel $k_2$	218
4) Etude de deux cas particuliers	220
a) cas $J_a = J_b = 1$	220
b) cas $J_a = 2, J_b = 1$	221
5) Interprétation des résultats à l'aide de diagrammes	222

F. <u>Mesure du facteur de Landé de plusieurs niveaux du néon</u> .....	225
1) Méthode expérimentale .....	225
2) Interprétation des mesures .....	226
3) Raies 6.328 Å et 1,15 μ ; niveau 2p <sub>4</sub> .....	229
a) Calcul de l'ordre de grandeur de l'erreur produite par les résonances provenant du niveau supérieur (3s <sub>2</sub> et 2s <sub>2</sub> ) .....	229
b) Cas particulier de la raie de fluorescence 5.944 Å (2p <sub>4</sub> → 1s <sub>5</sub> ) : mise en évidence des limites du calcul du 4e ordre .....	230
4) Résultats expérimentaux pour les raies laser J=1 → J=0 et J=1 → J=2 .....	232
5) Raie laser 6.401 Å : niveaux 3s <sub>2</sub> et 2p <sub>2</sub> .....	234
6) Cas particulier de la raie 3,39 μ ; niveau 3p <sub>4</sub> .....	237

CHAPITRE VIII - EFFETS NON LINEAIRES DANS LE CAS D'UNE ONDE STATIONNAIRE .....

A. <u>Laser multimode</u> .....	241
1) Formule générale .....	241
2) Interprétation physique des termes .....	245
a) contribution des atomes qui ont changé de vitesse .....	245
b) contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse .....	246
3) Etude détaillée dans le cas d'une excitation de polarisation σ rectiligne .....	248
4) Problème de recouvrement des résonances. Signal effectivement observables .....	252
B. <u>Cas d'un laser monomode. Observation du "Lamb dip" sur la lumière de fluorescence</u> .....	255
1) Formule générale .....	255
2) En champ magnétique nul .....	256
3) Effet du champ lorsque le mode est loin du centre de la raie .....	256
4) Mode au centre de la raie ("Lamb dip") .....	258
C. <u>Puissance émise par un laser monomode en champ nul : "Lamb dip"</u> .....	260
1) Rappel de la théorie de LAMB .....	260
2) Utilisation du formalisme du chapitre II pour le calcul de la polarisation du milieu .....	261
3) Discussion des résultats. Comparaison avec la bibliographie .....	265
4) Application numérique à partir des résultats de CORDOVER et BONCZYK .....	270

= Parties Annexes =

CHAPITRE IX - QUELQUES REMARQUES SUR L'ANISOTROPIE DU MILIEU ATOMIQUE .....

A. <u>Mise en évidence expérimentale des anisotropies de la décharge</u> .....	276
B. <u>Etude théorique de l'effet des anisotropies</u> .....	277
1) Anisotropie d'excitation et anisotropie de relaxation .....	277
2) Traitement de l'anisotropie de relaxation dans l'espace de Liouville .....	278
3) Effet de l'anisotropie sur la réponse linéaire des atomes au pompage laser .....	281
C. <u>Estimation expérimentale de l'ordre de grandeur de l'anisotropie</u> .....	283
1) Méthode de mesure de $\Gamma_0^{20}$ (effet Hanle en l'absence de laser) .....	283
2) Méthode de détermination de l'effet de l'anisotropie provenant de l'ordre zéro .....	284
3) Résultats expérimentaux .....	286
4) Effet de l'anisotropie sur les expériences réalisées avec un champ magnétique axial (cas des expériences de DECOMPS) .....	287
5) Conclusion .....	290

CONCLUSION GENERALE .....



A - FORMULES SUR LES OPERATEURS TENSORIELS IRREDUCTIBLES

- 1) Formules générales
- 2) Rotations
- 3) Quelques formules utiles
- 4) Opérateur  $\bar{D}$
- 5) Matrices de rotation

B - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION (II,44)

C - ETUDE DU CAS OU LES FACTEURS DE LANDE DES NIVEAUX SONT DIFFERENTS

- 1) Position des équations
- 2) Résolution des équations dans le cas d'une excitation isotrope
- 3) Cas où il n'y a qu'un seul temps de relaxation par niveau
- 4) Représentation en diagrammes des équations générales

D - FORMULES DU SECOND ORDRE DANS LE CAS D'UNE EXCITATION PAR UNE DECHARGE ANISOTROPE

E - CONDITIONS POUR LA THERMALISATION DES VITESSES DES ATOMES POMPES PAR UN LASER MONOMODE

F - FONCTION DE FORME DE RAIE W ET FONCTION Z

- 1) Définition de W
- 2) Forme de raie optique en présence de diffusion de la vitesse
- 3) Intégration sur les vitesses lorsque 2 facteurs résonnants dépendent de v

G - ACQUISITION DE DONNEES ET AUTOMATISME

H - METHODE DE DEPOUILLEMENT DES COURBES, SUR ORDINATEUR

K - CALCUL NUMERIQUE DU DEPLACEMENT DES RESONANCES DE SATURATION PAR LA PRESENCE DE FAIBLES RESONANCES PARASITES

M - LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

REFERENCES

C H A P I T R E I

I N T R O D U C T I O N

A - PRESENTATION DU SUJET

Depuis les premiers travaux de A. KASTLER et J. BROSEL (1) sur le pompage optique et la double résonance, ces méthodes ont fait l'objet de nombreuses études et se sont révélées très fructueuses pour l'étude de nombreuses propriétés atomiques (mesure de facteurs de Landé, de structures hyperfines, de durées de vie radiatives, de sections efficaces de collision; étude de la diffusion multiple des raies de résonance ; croisement de niveaux, ...). La théorie quantique du cycle de pompage optique (J.P. BARRAT et C. COHEN-TANNOUJJI (2)(3)) a permis de comprendre en détail le mécanisme de ce processus dans le cas d'une source lumineuse conventionnelle.

L'apparition, vers 1960, des lasers a fourni aux physiciens un type de sources lumineuses totalement nouveau (grande densité d'énergie, cohérence). Comme le faisait déjà remarquer COHEN-TANNOUJJI dans sa thèse (3), l'utilisation de telles sources pour le pompage optique nécessitait une étude théorique et expérimentale nouvelle car la plupart des hypothèses et des approximations utilisées dans la théorie du pompage optique habituel ne sont plus valables. C'est à partir de cette remarque que B. DECOMPS et moi-même avons entrepris l'étude du pompage optique avec une source laser.

Pour décrire l'interaction entre les atomes et le faisceau laser, nous avons utilisé une méthode analogue à celle de LAMB (4) (onde laser traitée comme un champ électromagnétique classique). Nous avons étendu cette méthode au cas d'atomes possédant une structure Zeeman en présence d'un champ magnétique. De nombreux auteurs ont abordé ce problème, mais dans le but de calculer les caractéristiques du faisceau émis par un laser entièrement soumis à un champ magnétique. L'un des premiers à le faire fut G. DURAND (5); parmi les nombreux articles parus sur le sujet, citons ceux de SARGENT, LAMB et FORK (6) et de D'YAKONOV et FRIDRIKHOV (7). Bien qu'une partie du calcul soit parallèle, notre point de vue est très différent de celui de ces auteurs : nous nous intéressons au comportement d'atomes soumis à une onde laser imposée de l'extérieur (comme une source de pompage optique) et nous les étudions grâce à la lumière de fluorescence qu'ils émettent.

Le premier point de vue mentionné plus haut (étude des atomes du laser lui-même) est très important si l'on s'intéresse au mécanisme de l'oscillation laser, par contre notre point de vue permet d'atteindre avec une meilleure précision les grandeurs atomiques car il permet d'isoler simplement l'interaction atomes-faisceau laser. En effet, le problème n'est pas compliqué par l'effet de la cavité

laser ni par la réaction des atomes sur l'onde laser : en raison de ces deux effets, l'étude des propriétés du faisceau laser reflète les propriétés atomiques de façon essentiellement non linéaire (note 1).

Au contraire, notre méthode de détection par la lumière de fluorescence fournit des mesures reliées linéairement aux grandeurs atomiques.

La simplification introduite par l'absence de réaction de la cavité laser sur le système nous a permis de traiter les processus de relaxation avec beaucoup plus de précision que les auteurs cités précédemment. Nous nous sommes efforcés de faire une théorie aussi complète que possible et de rassembler en un même formalisme (note 2) :

. Les processus de relaxation bien connus en physique atomique classique, tels que les collisions désorientantes et les collisions de quenching.

. Des processus de relaxation pratiquement négligeables en physique atomique classique (si c'en est pour l'étude des formes de raie optique), mais très étudiés par les spécialistes des lasers, tels que les collisions détruisant le dipôle optique et celles changeant la vitesse des atomes (GYORFFY, BORENSTEIN et LAMB (8), RAUTIAN (10) et SOBEL'MAN (9)).

. La diffusion multiple "cohérente" des raies de résonance. Ce phénomène, très étudié sur le plan théorique (BARRAT (11), OMONT (12), D'YAKONOV et PEREL (12a), SALOMAN et HAPPER (13)) depuis la découverte de l'affinement des raies qu'il produit (11a), prend ici un nouvel aspect car il fait passer l'excitation d'un atome donné à un atome de vitesse différente.

. Le transfert de grandeurs atomiques d'un niveau à l'autre par émission spontanée (28).

L'étude de tous ces phénomènes pose un important problème de symétrie. En effet, comme nous le verrons, l'excitation optique par un laser (et aussi la géométrie tubulaire des cellules utilisées) impose une symétrie axiale aux relaxations. Nous discuterons ce problème en détail (ch. II et XI) mais, en raison de sa complexité, nous serons amenés à faire l'hypothèse (plus ou moins justifiée suivant les cas) que tous les processus de relaxation ont la symétrie sphérique. Pour cette raison, nous utiliserons le formalisme de la matrice densité dans la base des opérateurs tensoriels irréductibles. Ce formalisme introduit par FANO (14) et très utilisé en physique nucléaire a été plus récemment introduit en physique

---

(note 1) Dans certains cas, cependant, cette non linéarité est très favorable expérimentalement. C'est par exemple le cas de la "Lamb dip spectroscopy".

(note 2) Il est important de citer ici les travaux de HÄNSCH et TOSCHEK (16)(17) qui, pour interpréter des expériences très différentes des nôtres, ont été amenés à effectuer un calcul dans lequel la relaxation a été traitée avec beaucoup de détails (en particulier pour les collisions de vitesse).

atomique (en particulier par OMONT (15)). Il a également été utilisé sous une forme **non conventionnelle** dans la théorie du laser Zeeman de DURAND (5).

L'analyse théorique qui constitue la plus grande partie du présent travail met en évidence deux types de phénomènes :

1) Ceux qui ne se distinguent pas expérimentalement des phénomènes obtenus en pompage optique "classique" (note 1). Il s'agit essentiellement de l'effet Hanle (19) que nous avons étudié en détail tant sur le plan théorique (24) que sur le plan expérimental (note 2). Pour ces effets "quasi-classiques", nous montrerons théoriquement que l'on peut négliger les phénomènes de relaxations complexes, et si importants dans le domaine laser, que sont les collisions de vitesse ou le changement de vitesse accompagnant la diffusion multiple des raies de résonance. Il en résulte que les temps de relaxation que l'on peut mesurer à partir de l'effet Hanle sont les mêmes que ceux que l'on obtiendrait en pompage optique classique (à condition de faire tendre l'intensité laser vers zéro). Jusqu'ici ce résultat avait été admis intuitivement sans démonstration (24).

L'étude de l'effet Hanle nous a permis de mesurer en fonction des conditions expérimentales les temps de relaxation de la population, de l'orientation et de l'alignement de plusieurs niveaux du Néon (20)(23)(25)(26)(27). Ainsi nous avons pu :

- mesurer des durées de vie radiatives
- étudier les collisions interatomiques et mesurer des sections efficaces
- étudier la diffusion multiple des raies de résonance
- étudier le transfert par émission spontanée
- mesurer la probabilité de transition de certaines raies.

A l'exception de l'étude du transfert par émission spontanée réalisée par M. DUCLOY (28) (29)(31)(34) et E. GIACOBINO-FOURNIER (30)(32)(35), l'étude expérimentale de la population et de l'alignement a été plus particulièrement l'oeuvre de B. DECOMPS (33) qui a également analysé théoriquement les sections efficaces mesurées sur les niveaux du Néon. Nous donnerons au § VI-B un résumé des résultats obtenus.

---

(note 1) Nous appellerons souvent pompage optique "classique" celui réalisé avec des sources conventionnelles. Ceci malgré l'aspect quantique de ces sources (photons indépendants) et malgré l'aspect d'onde électromagnétique classique des faisceaux lasers.

(note 2) Bien que nous ne les ayons pas encore étudiés, on peut classer dans cette catégorie la résonance magnétique ou les croisements de niveaux.

Pour compléter ces résultats, nous donnerons au chapitre VI une étude expérimentale de la relaxation de l'orientation <sup>(27)</sup> des niveaux  $2p_4$  et  $3s_2$  du Néon.

2) Des phénomènes spécifiques du pompage optique laser qui se classent eux-mêmes en deux catégories :

- Un phénomène linéaire (défini au § II-B-2) en fonction de l'intensité du laser (les phénomènes "quasi-classiques" du paragraphe précédent sont également linéaires) lié au spectre de modes du faisceau laser : il s'agit des modulations de la lumière de fluorescence que nous étudierons théoriquement au paragraphe IV-C et expérimentalement au § VI-C.

- Des phénomènes non linéaires (ou saturations) qui apparaissent du fait de la grande densité d'énergie du faisceau laser. Ils interviennent comme des phénomènes parasites lors de la mesure des temps de relaxation par la méthode de l'effet Hanle (élargissement des courbes <sup>(20)</sup>) et il faut les éliminer par une extrapolation des résultats à intensité de laser nulle.

Ces phénomènes non linéaires font également apparaître de nouveaux effets tels que les résonances de saturation en champ nul <sup>(21)</sup> (généralisation du "Lamb-dip") ou en champ non nul lorsque l'écart entre modes est égal à l'écart Zeeman <sup>(22)</sup> (mesure possible de facteurs de Landé). Nous étudierons ces phénomènes nouveaux aux chapitres VII et VIII. Enfin notre formalisme nous permettra (§ VIII-C) d'interpréter la forme des courbes de "Lamb-dip" (au sens habituel du terme, c'est-à-dire le creux observé dans la courbe donnant la puissance d'un laser monomode en fonction de la fréquence du mode).

L'étude présentée ici nous permet de comprendre qualitativement beaucoup d'effets non linéaires, mais comme il s'agit d'un calcul de perturbation par rapport à l'intensité du laser (méthode de LAMB <sup>(4)</sup>), il ne peut s'appliquer quantitativement qu'à la limite des intensités laser faibles. Entre autres, il ne permet pas de calculer l'élargissement des courbes d'effet Hanle pour une intensité laser quelconque. Cette étude nécessite un calcul qui ne soit pas basé sur une méthode de perturbation : elle est actuellement en cours, tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental (thèse en cours de M.DUCLOY).

## B - CARACTERES GENERAUX DU POMPAGE OPTIQUE LASER

Comme notre but est d'étendre les méthodes du pompage optique "classique" au domaine laser, nous allons baser ce paragraphe sur la comparaison des caractères généraux des deux types de pompage optique.

Ici, nous nous contenterons d'idées générales et nous reviendrons en détail sur cette comparaison au chapitre III après le calcul du pompage optique laser.

### 1) Similitudes avec le pompage optique classique

Le principe des expériences que nous décrirons au chapitre VI et que nous analyserons théo-

riquement tout au long de ce mémoire est calqué sur le principe des expériences de pompage optique avec une source conventionnelle.

Le système comprend d'une part une cellule contenant le gaz à étudier et d'autre part une source de lumière pompante -ici le laser- qui modifie la population des niveaux atomiques du gaz et qui, du fait de sa polarisation, introduit des grandeurs anisotropes dans ces niveaux.

Comme c'est souvent le cas pour le pompage optique "classique", la détection des modifications introduites dans les niveaux atomiques se fait par l'étude de l'intensité et du diagramme de polarisation de la lumière émise spontanément par les atomes du gaz.

Enfin, l'application à la cellule d'un champ magnétique statique nous fournit également un moyen commode de distinguer les grandeurs transversales, affectées par la précession de Larmor, des grandeurs longitudinales qui ne le sont pas.

Cependant, il faut noter un certain nombre de caractères spécifiques du pompage optique laser :

## 2) La grande densité d'énergie lumineuse

Dans le pompage optique "classique", il y a toujours une dissymétrie entre le niveau supérieur peu peuplé (niveau excité) et le niveau inférieur très peuplé (niveau fondamental - niveau métastable peuplé par une légère décharge comme c'est le cas pour l'Hélium (<sup>36</sup>) ou le Néon (<sup>37</sup>) - niveau de résonance peuplé par une forte excitation optique comme c'est le cas lors de l'excitation par échelon du mercure (<sup>38</sup>)). Ceci provient de la faible densité d'énergie fournie par les sources lumineuses conventionnelles : la probabilité qu'a chaque atome d'être pompé est faible ( $1/T_p \lesssim 10^4 \text{ s}^{-1}$ ,  $T_p$  est le temps de pompage défini par COHEN-TANNOUJDI (<sup>3</sup>); voir aussi au chapitre III), il faut donc beaucoup d'atomes dans le niveau inférieur pour que le débit de pompage ne soit pas négligeable.

La faible population du niveau supérieur entraîne que l'on peut toujours négliger l'émission stimulée dans les expériences de pompage optique "classique" (la probabilité pour qu'un atome du niveau supérieur émette un photon par émission stimulée est égale à la probabilité  $1/T_p$  pour qu'un atome du niveau inférieur absorbe un photon). De toute façon, même si le niveau supérieur de la transition était plus peuplé, l'émission stimulée resterait négligeable devant l'émission spontanée qui est beaucoup plus probable (Temps de pompage  $T_p \gg$  durée de vie du niveau  $\tau$ ).

Avec un faisceau laser on peut obtenir des densités d'énergies beaucoup plus grandes, ce qui donne des probabilités de transitions induites très importantes. Il est alors possible d'effectuer

un pompage optique entre deux niveaux excités (note 1) tous deux peu peuplés et de faible durée de vie, car le temps de pompage (note 2) est d'un ordre de grandeur comparable ou supérieur à la durée de vie radiative de ces niveaux (typiquement  $\tau \sim 10^{-8}$  s). En général, les deux niveaux, excités par une décharge, ont une population du même ordre de grandeur (on peut, en particulier, trouver plus d'atomes dans le niveau supérieur : c'est l'inversion de population nécessaire à l'oscillation laser). Il en résulte que le faisceau pompant interagit de façon symétrique avec les deux niveaux : l'émission stimulée joue un rôle aussi important que l'absorption. Du fait de cette symétrie, nous ne ferons pas de distinction fondamentale entre le niveau supérieur et le niveau inférieur ni entre l'absorption et l'émission stimulée. La symétrie n'est rompue que par la possibilité d'émission spontanée du niveau du haut vers le niveau du bas, mais ce processus sera plutôt considéré comme un phénomène parasite : nous montrerons qu'il a un effet assez faible dans beaucoup de cas (si le rapport de branchement de la raie laser est assez faible).

Ce point de vue est très différent de celui du pompage optique "classique" pour lequel on peut décrire le cycle de pompage par deux processus différents et indépendants : l'atome passe du fondamental au niveau excité par absorption d'un photon du faisceau pompant puis il retombe par émission spontanée (dans les deux types de pompage, il faut en plus tenir compte de l'évolution à l'intérieur de chaque niveau).

### 3) Cohérence de la lumière laser

Un second caractère important du pompage optique laser vient de la cohérence du faisceau laser : celui-ci est composé d'un ou plusieurs modes dont la fréquence est déterminée, à l'intérieur du profil Doppler de la raie par la longueur de la cavité laser. Chaque mode peut être considéré comme parfaitement monochromatique, c'est-à-dire qu'il peut être décrit par un champ électrique oscillant dont la phase reste bien déterminée durant toute la durée de vie des atomes. En d'autres termes, le temps de cohérence de la lumière est très supérieur à toutes les constantes de temps du système atomique ( $\sim 10^{-8}$  s).

---

(note 1) Jusqu'à présent, c'est même la règle car, à moins d'une coïncidence accidentelle (comme c'est le cas pour le pompage de certaines molécules), la condition de résonance limite la possibilité de pompage aux niveaux susceptibles de participer à une oscillation laser, le laser étant constitué d'atomes de même nature que ceux à étudier. Les progrès rapides dans le domaine des lasers de fréquence réglable (lasers à "dye") permet d'espérer que cette restriction sera vite levée et qu'il sera possible de pomper optiquement des niveaux fondamentaux à l'aide de lasers.

(note 2) Cette notion de temps de pompage introduite ici par analogie avec le pompage classique est moins claire dans le cas du pompage laser. Nous en reparlerons au chapitre III. Il suffit ici de considérer  $T_p$  comme l'inverse de la probabilité de transition induite.

Ceci peut se montrer aisément expérimentalement : pour s'assurer que la phase du faisceau laser est constante durant un temps supérieur à  $10^{-8}$  s, il suffit de vérifier que l'on peut faire des interférences entre deux portions du faisceau dont l'une est retardée de plus de  $10^{-8}$  s, c'est-à-dire avec une différence de marche supérieure à 3 m. Il est évident que le temps de cohérence des lasers est supérieur à cette valeur de plusieurs ordres de grandeur.

Cette situation est exactement l'opposée de celle du pompage optique classique où la raie pompante a une largeur  $\Delta$ , de plusieurs milliers de Mégahertz, c'est-à-dire qu'elle peut être considérée comme une succession incohérente de trains d'ondes dont chacun interagit avec les atomes pendant un temps de l'ordre de  $1/(2\pi\Delta) \sim 10^{-10}$  s. Dans ce cas, COHEN-TANNOUJJI (3) a montré les propriétés suivantes :

. le pompage optique classique ne peut créer de moment dipolaire électrique macroscopique dans le gaz : en d'autres termes, la matrice densité représentant les atomes ne possède pas d'éléments non diagonaux entre le niveau fondamental et le niveau excité (termes de "cohérence optique").

. l'absorption d'un photon peut être considérée comme instantanée, c'est-à-dire que les transitoires liées à ce processus sont amorties en un temps négligeable devant les constantes de temps atomiques.

. Il est commode de faire les calculs en représentant le faisceau pompant par des états  $| \vec{k}_i, \vec{e}_\lambda, n \rangle$  qui correspondent à un nombre de photons  $n$  dans le mode de vecteur d'onde  $\vec{k}_i$  et de polarisation  $\vec{e}_\lambda$ . Ce modèle qui n'est pas tout à fait évident intuitivement se justifie en partie par le faible nombre d'occupation,  $n$ , de chaque mode et rend bien compte de la non existence dans le gaz d'un dipôle macroscopique, grâce à l'indétermination de la phase des états  $| \vec{k}_i, \vec{e}_\lambda, n \rangle$ .

Ces trois aspects du pompage optique classique doivent être abandonnés dans le cas du pompage optique laser :

- La phase bien définie des modes crée, dans le gaz, un dipôle électrique macroscopique : la matrice densité des atomes possède des termes de "cohérence optique".

- On ne peut plus parler simplement d'absorption instantanée d'un photon : l'interaction avec l'onde lumineuse se poursuit tout le temps de la durée de vie de l'atome.

- La représentation de l'onde laser par des états correspondant à un nombre défini de photons est évidemment inacceptable puisque ces états n'ont pas de phase déterminée. Il faudrait trouver des états quantiques de la lumière plus réalistes (on pourrait essayer les états cohérents  $| \alpha \rangle$  de GLAUBER (54)). Cependant, pour des raisons de simplicité, nous avons préféré prendre une représentation classique de la lumière, par un champ électrique oscillant. Pour cela, nous avons suivi la méthode de calcul utilisée par LAMB (4) dans sa théorie semi-classique du laser.



#### 4) Importance de la répartition des vitesses atomiques

En raison de l'effet Doppler, des atomes de vitesses différentes voient le spectre de fréquence du faisceau pompant, décalé de façon différente. Un mode donné n'est résonnant que pour une catégorie d'atomes dont la vitesse a une projection bien déterminée sur l'axe de propagation du faisceau. Il est donc indispensable de tenir compte très précisément de la répartition des vitesses des atomes. Ceci est beaucoup plus critique que pour le pompage optique classique pour deux raisons :

. la monochromaticité des modes permet une excitation sélective des atomes de certaines classes de vitesse. Les sources classiques par contre émettent des raies dont la largeur est égale et souvent supérieure à la largeur Doppler : les atomes sont alors excités de façon plus uniforme.

. Dans le pompage classique, le temps de pompage et, généralement, les temps de relaxation des grandeurs anisotropes de l'état fondamental, sont beaucoup plus longs que le temps moyen entre deux collisions atomiques (ou sur les parois lorsque la pression est très faible) : la vitesse des atomes pompés est très vite thermalisée. Dans le niveau fondamental, on peut admettre qu'il n'y a pas de corrélation entre l'état des variables internes et la vitesse des atomes (quel que soit, d'ailleurs, le spectre de la lumière).

Par contre, le pompage optique laser nécessite un temps au plus égal à la durée de vie des atomes excités. Pendant ce temps, le nombre des collisions est peu élevé (aux pressions utilisées de l'ordre de 1 torr). De plus, chaque collision modifie de façon appréciable l'état interne des niveaux et les cohérences optiques. En effet, il s'agit d'atomes excités pour lesquels les sections efficaces de désorientation sont en général d'un ordre de grandeur comparable aux sections efficaces cinétiques. Pour ces raisons, la thermalisation des vitesses des atomes pompés se fait mal.

Ce fait est particulièrement bien illustré par les expériences de CORDOVER, BONCZYK et JAVAN<sup>(39)</sup> (voir aussi<sup>(18)</sup>) : la lumière de fluorescence émise dans l'axe d'un laser monomode par le niveau inférieur de la transition laser, présente un profil Doppler anormal : sur un fond normal correspondant à la distribution Maxwellienne des vitesses se superposent deux "bosses" provenant des atomes dont la vitesse est telle qu'ils puissent interagir avec l'onde laser (stationnaire).

Ce problème de la distribution des vitesses atomiques complique considérablement les calculs et surtout l'interprétation de la relaxation par collisions (voir chap. II, § A-5).

#### C - PLAN DU MEMOIRE ET GUIDE DE LECTURE

Ce travail comporte trois parties principales.

La première partie est consacrée à l'établissement du formalisme : au paragraphe A du chapitre II, nous introduisons toutes les hypothèses de base du calcul en ce qui concerne l'excitation

par la décharge, la relaxation et l'interaction avec le laser. Ce paragraphe permet de construire tous les termes de l'équation de Schrödinger du système. Au paragraphe B, nous résolvons les équations du système (dans la base des  $T_Q^k$ ) par une méthode d'itération <sup>(4)</sup>(<sup>46</sup>) qui nous permet d'exprimer la matrice densité sous la forme d'un développement en fonction des puissances successives du champ électrique de l'onde laser. Nous étudions en détail l'expression générale des termes des quatre premiers ordres.

Au chapitre III, après quelques brèves remarques sur la polarisation optique du milieu et la forme de raie optique, nous étudions de façon détaillée les liens entre la théorie du pompage optique laser et la théorie de COHEN-TANNOUJJI sur le pompage optique avec des sources conventionnelles. Nous cherchons en particulier les hypothèses qu'il faut modifier, ou celles qu'il faut ajouter pour que notre théorie soit tout à fait équivalente à celle de COHEN-TANNOUJJI.

La deuxième partie est consacrée à l'étude théorique et expérimentale de la réponse linéaire des atomes (c'est-à-dire le deuxième ordre de perturbation) lorsque l'excitation par la décharge est isotrope.

Au chapitre IV, nous étudions en détail l'influence des différents paramètres sur la matrice densité (à l'ordre 2) du niveau supérieur et du niveau inférieur de la transition laser. Nous étudions d'abord (§ A) la répartition spatiale des effets, ce qui est d'une certaine importance dans le cas où la cellule est placée à l'intérieur de la cavité laser. Nous montrons que la modulation spatiale, due à l'aspect stationnaire de l'onde laser peut pratiquement être négligée. Au paragraphe B, nous étudions les termes indépendants du temps responsables de l'effet Hanle et au paragraphe C, les termes modulés à la fréquence de battement entre modes. Nous montrons que ces termes sont résonnants quand l'écart Zeeman est égal à l'écart entre modes.

Le chapitre V est entièrement consacré à l'étude de la lumière de fluorescence. Les trois premiers paragraphes sont très classiques : Ils permettent de calculer l'expression générale de la lumière de fluorescence en fonction des composantes de la matrice densité, dans la base  $T_Q^k$ , et en fonction de la direction d'observation et de la polarisation détectée. Au paragraphe C, nous cherchons les géométries expérimentales à utiliser pour isoler les différentes grandeurs tensorielles. Nous définissons en particulier deux grandeurs d'accès expérimental facile, qui ont été utilisées par DECOMPS <sup>(25)</sup>(<sup>33</sup>) pour la mesure de  $\Gamma(0)/\Gamma(2)$ . Le paragraphe D est plus original : il expose une nouvelle méthode de séparation de l'orientation et de l'alignement par modulation de la polarisation du faisceau excitateur.

Au chapitre VI, nous présentons nos résultats expérimentaux. Nous décrivons d'abord un montage expérimental, avec la cellule placée à l'intérieur de la cavité laser (§ A). Ce montage a servi aux expériences de DECOMPS (rappel des résultats au § B), à l'étude de la modulation de la lumière de fluorescence (§ C) et aux expériences sur les effets non linéaires décrites au chapitre VII. Au paragraphe D, nous décrivons un nouveau type de montage : la cellule est placée à l'extérieur de la cavité

laser et le pompage optique se fait à l'aide d'un faisceau de polarisation modulée. Ce montage est utilisé pour l'étude de l'orientation des niveaux  $3s_2$  et  $2p_4$  du Néon. Les résultats sont analysés et comparés à ceux de DECOMPS au § E.

La troisième partie est consacrée aux effets non linéaires.

Le chapitre VII est limité à l'étude des effets non linéaires lors d'une excitation en onde progressive. Au paragraphe A, nous décrivons l'observation expérimentale d'un certain nombre d'effets non linéaires et nous posons le problème de leur interprétation. Cette interprétation des observations expérimentales fait l'objet des quatre paragraphes suivants : au paragraphe B, nous étudions la variation en fonction de la puissance du laser du taux d'anisotropie de la lumière de fluorescence. Au paragraphe C, nous dégageons du formalisme général du chapitre II les termes du 4e ordre responsables des résonances de saturation observées sur les grandeurs longitudinales. Au paragraphe D, nous montrons que la phase relative des modes a une influence considérable sur l'amplitude des résonances en champ magnétique non nul (résonances obtenues lorsque l'écart entre modes est égal à l'écart Zeeman). Nous démontrons ainsi l'effet de la "synchronisation" des modes sur ces résonances. Au paragraphe E, nous nous posons le problème de la position des résonances : nous montrons que dans certains cas (choix judicieux de la raie laser et de la raie de fluorescence), il est possible de mesurer le facteur de Landé de l'un des niveaux par la mesure de l'écart entre les résonances. Dans d'autres cas, au contraire, l'effet des deux niveaux s'ajoute de façon à rendre les mesures inutilisables. Au paragraphe F, nous appliquons ces résultats à la mesure du facteur de Landé de plusieurs niveaux du Néon.

Au chapitre VIII, nous étudions les modifications apportées aux résultats précédents par l'aspect stationnaire du faisceau laser (§ A). Nous montrons que dans les conditions expérimentales qui nous intéressent (beaucoup de modes rapprochés), ces modifications sont peu importantes. Ensuite, nous étudions une propriété particulière au cas d'une onde laser monomode et stationnaire ("Lamb-dip" balayé magnétiquement, § B). Au paragraphe C, nous étudions la forme du "Lamb-dip" observé sur le faisceau laser lui-même. Nous comparons nos résultats à ceux des nombreux auteurs qui ont abordé ce sujet. Enfin, nous montrons que la diffusion multiple de la raie de résonance issue du  $3s_2$  suffit comme processus de diffusion de la vitesse pour expliquer la forme expérimentale du "Lamb-dip" sur la raie 6328 : il n'est pas besoin de faire appel aux collisions changeant la vitesse. Ceci est démontré à partir de l'étude expérimentale du Lamb-dip faite par CORDOVER et BONCZYK (<sup>49</sup>) et des résultats de DECOMPS sur la diffusion multiple.

En annexe, nous faisons au chapitre IX quelques remarques sur l'effet d'une petite anisotropie de relaxation. Cette étude est motivée par l'observation expérimentale d'un léger effet Hanle en l'absence de pompage par le laser. Cette anisotropie semble provenir de la diffusion multiple dans un tube capillaire.

### Quelques remarques pratiques pour la lecture

. Nous donnons à la fin du mémoire (Appendice M ) une liste des principaux symboles utilisés et un rappel des formules de définition de certains d'entre eux.

. Pour une lecture rapide du chapitre II :

- Si l'on n'est pas soucieux de rigueur on peut sauter, après l'équation (II,3), la discussion des approximations et se contenter des définitions de la relaxation à symétrie sphérique (§ II-A-5-c), de l'Hamiltonien (§ II-A-6) et de  $\Lambda$  (éq. II,10).

- Si l'on ne s'intéresse qu'aux effets linéaires, on peut sauter le § II-B-6 (à la rigueur, ceci est également possible pour la lecture des effets non linéaires, car les formules de II-B-6 sont rappelées au début de VII-C).

. Le chapitre III n'est pas indispensable à la lecture de la suite.

. Le chapitre V contient beaucoup de résultats bien connus sur le diagramme de rayonnement d'atomes orientés ou alignés : il doit plutôt être considéré comme un formulaire.

. Le paragraphe VII-B n'est pas utile pour la suite.

### Numérotation des formules

A l'intérieur de chaque chapitre, les formules sont repérées par un simple numéro. Pour référer à une formule d'un autre chapitre, on fait précéder le numéro de la formule du numéro du chapitre (chiffre romain) ou de l'appendice (lettre majuscule). Pour simplifier la recherche des formules, le numéro du chapitre(et du paragraphe) figure en haut de chaque page.

Première Partie

Hypothèses et Formalisme Général

CHAPITRE II

CALCUL DE LA MATRICE DENSITE  
DU SYSTEME ATOMIQUE

A - POSITION DU PROBLEME. HYPOTHESES

1) Définition du système étudié. Position du problème

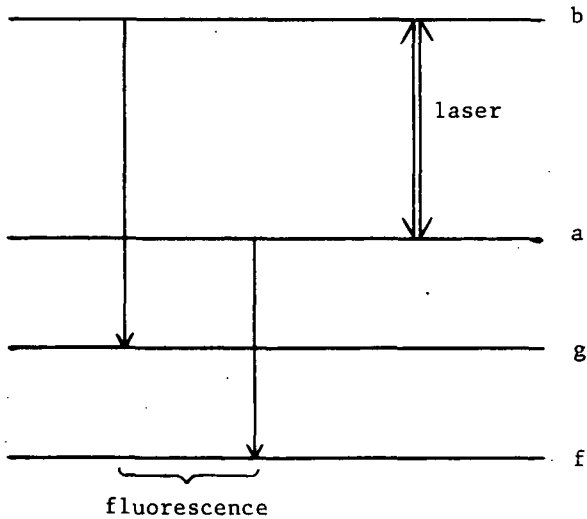


FIGURE II-1

Nous considérons un gaz d'atomes plongés dans un champ magnétique et soumis à une décharge qui peuple tous les niveaux excités.

Ce gaz est irradié par un faisceau laser résonnant pour la transition  $b \leftrightarrow a$  (b est le niveau supérieur et a le niveau inférieur). Le faisceau laser peut être une onde progressive si la cellule contenant le gaz étudié est à l'extérieur de la cavité laser, ou une onde stationnaire si la cellule est à l'intérieur. De façon générale, nous supposons le laser multimode, et nous envisageons aussi bien le cas où les modes sont indépendants que le cas où ils sont rigoureusement équidistants avec des phases relatives "bloquées" (ou "synchronisées").

Les niveaux a et b sont des niveaux excités relativement peu peuplés. Il en résulte que le gaz est toujours considéré comme optiquement mince pour la raie laser. De plus, lorsque la cellule est placée dans la cavité laser, nous négligerons la réaction de celle-ci sur l'oscillation laser, ou du moins nous la considérerons comme constante (c'est presque toujours le cas dans nos expériences). Donc nous con-

sidérons toujours que l'intensité et la phase de chaque mode sont constantes et imposées.

Le but du calcul est de déterminer l'intensité et le diagramme de polarisation de la lumière de fluorescence, émise par les niveaux atomiques a et b en interaction avec le faisceau laser, et d'en déduire des méthodes de mesure des grandeurs atomiques, en particulier les temps de relaxation

Dans nos expériences, nous n'analysons pas la forme spectrale des raies émises, et de plus nous observons les raies de fluorescence émises dans une direction perpendiculaire au faisceau laser : nous ne sommes donc pas sensibles aux phénomènes de corrélations de fréquence entre la raie laser et la lumière de fluorescence. C'est-à-dire que nous ne pouvons pas (comme CORDOVER et al. (39), qui regardent dans l'axe du laser) observer, sur le profil Doppler des raies de fluorescence, les "bosses" qui correspondent aux paquets de vitesse pompés par chaque mode (cf. § I-B-4).

Il n'est donc pas nécessaire d'introduire simultanément dans le calcul l'onde laser et la raie de fluorescence, comme l'ont fait FELD et JAVAN (40) pour expliquer les corrélations de fréquence. Nous pouvons dans un premier temps calculer la matrice densité des niveaux a et b sous l'action de l'onde laser seule : c'est ce que nous ferons de façon formelle et générale dans ce chapitre, et de façon plus détaillée dans des cas particuliers aux chapitres IV (effets linéaires), VII et VIII (effets non linéaires). Dans un deuxième temps, par des méthodes classiques, nous déduirons de la matrice densité le diagramme de polarisation de la lumière de fluorescence (chap. V).

## 2) Equations du problème

Nous nous proposons, dans ce paragraphe, de poser de façon formelle les équations donnant la matrice densité des atomes,  $\rho(\vec{v}, \vec{r}, t)$ , en fonction de leur position et de leur vitesse. En effet, en raison de leur mouvement, les atomes sont soumis à une perturbation qui dépend de leur vitesse : un atome de vitesse  $\vec{v}$  se trouvant en  $\vec{r}_0$  à l'instant  $t_0$  voit un champ apparent  $E_{ap}(t) = E [ \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0), t ]$ . Dans le cas particulier qui nous intéresse (couplage avec l'onde laser), ce phénomène n'est autre que l'effet Doppler. De plus, la relaxation par collisions est, a priori, fonction de la vitesse des atomes.

Pour calculer les grandeurs physiques macroscopiques associées au gaz, il faudra ensuite calculer la matrice densité moyenne en chaque point en sommant sur toutes les vitesses :

$$\bar{\rho}(\vec{r}, t) = \int \rho(\vec{v}, \vec{r}, t) d^3\vec{v}$$

Plusieurs méthodes statistiques équivalentes permettent de résoudre un tel problème. Cependant, tant que l'on traite classiquement les trajectoires atomiques, toutes ces méthodes doivent résoudre l'équation de Schrödinger séparément pour chaque groupe d'atomes de vitesse donnée, en suivant le mouvement des atomes.

a) Méthode de Lamb (4)

La méthode de Lamb consiste à isoler un atome de vitesse  $\vec{v}$  qui, à l'instant  $t_0$ , au point  $\vec{r}_0$ , a été excité dans l'état quantique  $\alpha$  par le processus de pompage (ici la décharge). Ensuite, on résout l'équation de Schrödinger dans le référentiel en mouvement avec la particule et l'on en déduit la matrice densité de l'atome à l'instant  $t > t_0$  :  $\rho(\alpha, \vec{r}_0, t_0, \vec{v}, t)$ . L'équation de Schrödinger tient compte de l'évolution des variables internes sous l'effet du champ électromagnétique et de la relaxation décrite par un terme phénoménologique.

Pour calculer une grandeur physique quelconque à l'instant  $t$  au point  $\vec{r}$ , il suffit alors de sommer sur tous les atomes passant en ce point à l'instant  $t$  :

$$\bar{\rho}(\vec{r}, t) = \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^t dt_0 \int d\vec{r}_0 \int d\vec{v} \lambda_{\alpha}(\vec{r}_0, t_0, \vec{v}) \rho(\alpha, \vec{r}_0, t_0, \vec{v}, t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0 - \vec{v}(t - t_0)) \quad (1)$$

$\lambda_{\alpha}(\vec{r}_0, t_0, \vec{v})$  est le nombre d'atomes excités dans l'état  $\alpha$  par unité de volume et par unité de temps au point  $(\vec{r}_0, t_0)$ .

La même méthode est utilisée par GYORFFY et al. (8) dans le cas où l'atome peut subir des collisions qui modifient sa trajectoire. Il faut alors sommer sur toutes les trajectoires aléatoires qui aboutissent en  $\vec{r}$  à l'instant  $t$ .

b) Méthode utilisée dans nos publications antérieures (24)

Dans cette seconde méthode, parfaitement équivalente à celle de LAMB, on considère globalement les atomes de vitesse  $\vec{v}$  passant en  $\vec{r}$  à l'instant  $t$ . Ils sont représentés par la matrice  $\rho(\vec{v}, \vec{r}, t)$  cherchée. Pour écrire l'équation de Schrödinger en suivant le mouvement des atomes, il suffit de remarquer qu'à l'instant  $t' = t + \tau$  les atomes considérés sont en  $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{v}\tau$ . On peut donc écrire (en posant  $\mathcal{N} = 1$ ) :

$$\frac{d}{d\tau} \rho(\vec{v}, \vec{r} + \vec{v}\tau, t + \tau) = -i \left[ \mathcal{H}(\vec{r} + \vec{v}\tau, t + \tau), \rho(\vec{v}, \vec{r} + \vec{v}\tau, t + \tau) \right] + \Lambda(\vec{v}, \vec{r} + \vec{v}\tau, t + \tau) + \left( \frac{d}{d\tau} \rho(\vec{v}, \vec{r} + \vec{v}\tau, t + \tau) \right)_{\text{rel} + \text{tr}} \quad (2)$$

$\mathcal{H}(\vec{r}', t')$  est l'Hamiltonien représentant le système en interaction avec le champ électromagnétique.

$\left( \frac{d}{d\tau} \rho(\vec{v}, \vec{r}', t') \right)_{\text{rel} + \text{tr}}$  représente phénoménologiquement le transfert d'atomes de  $b$  vers  $a$  par émission spontanée et toutes les sortes de relaxation, c'est-à-dire la relaxation par émission spontanée et l'effet des collisions de toutes natures. Comme nous le verrons au § 5, ce terme peut éventuellement coupler les équations correspondant aux différentes vitesses. Dans ce cas, un atome donné passant en  $\vec{r}$  à l'instant  $t$  n'est pas forcément en  $\vec{r}'$  à l'instant  $t'$ . Cependant, on écrit quand même l'équation en suivant le mouvement rectiligne : les atomes dont la vitesse change sont alors éliminés du paquet de vitesse (donc de l'équation (2)) tandis que d'autres atomes viennent se joindre à ce paquet. Ainsi on tient compte des atomes changeant de vitesse dans le bilan des débits "entrant" et "sortant" de l'équation (2).

$\Lambda(\vec{v}, \vec{r}, t')$  est le terme source provenant de la décharge. Ce terme représente phénoménologiquement le débit du mécanisme d'excitation des niveaux; c'est le symétrique de  $(\frac{d}{dt} \rho)_{rel}$  qui traduit le "débit" de relaxation. C'est l'introduction de ce terme  $\Lambda$  qui fait la différence avec la méthode de LAMB : il dispense de suivre chaque atome isolément et d'intégrer ensuite sur  $t_0$  et  $\vec{r}_0$ .

Lorsque l'équation (2) est résolue, il suffit de poser  $\tau = 0$  pour obtenir  $\rho(\vec{v}, \vec{r}, t)$  dans le système d'axes du laboratoire.

c) La méthode de RAUTIAN (<sup>10</sup>)

L'équation (2) est parfaitement locale dans le temps et dans l'espace et sa solution ne nous intéresse que pour  $\tau = 0$ . La présence explicite de  $\tau$  n'est utile que pour bien préciser le sens de la dérivée du premier membre. Nous pouvons donc la considérer comme une équation de  $\vec{r}$  et de  $t$  dans le référentiel du laboratoire à condition d'écrire correctement le premier membre :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{v}, \vec{r}, t) + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho(\vec{v}, \vec{r}, t) = -i \left[ \mathcal{H}(\vec{r}, t), \rho(\vec{v}, \vec{r}, t) \right] + \Lambda(\vec{v}, \vec{r}, t) + \left( \frac{d}{dt} \rho(\vec{v}, \vec{r}, t) \right)_{rel} + tr \quad (3)$$

Cette équation n'est autre que l'équation de Boltzmann du gaz, modifiée pour tenir compte de l'état quantique interne des atomes. Ce point de vue représente une troisième façon d'aborder le problème statistique. C'est la méthode systématiquement employée par RAUTIAN (<sup>10</sup>) et tous les auteurs Soviétiques.

Dans les paragraphes suivants, nous allons préciser tous les termes des équations (2) et (3) et poser un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

3) La matrice densité des niveaux étudiés

Nous restreignons l'espace des états des atomes étudiés au seul sous-espace des deux niveaux a et b en interaction avec le laser. Les niveaux ayant respectivement les moments cinétiques  $J_a$  et  $J_b$ , cet espace a la dimension  $d = (2J_a + 1) + (2J_b + 1)$ .

L'opérateur densité  $\rho$  sera donc représenté dans la base standard  $| JM \rangle$  par une matrice  $d \times d$  dont nous écrirons les éléments :

$$\rho_{M_\alpha M_\beta} = \langle J_\alpha M_\alpha | \rho | J_\beta M_\beta \rangle \quad (\text{avec } \alpha \text{ et } \beta = a \text{ ou } b) \quad (4)$$

Nous distinguerons quatre sous-matrices :

$$\rho = \begin{pmatrix} aa\rho & ab\rho \\ ba\rho & bb\rho \end{pmatrix} \quad (5)$$

les sous-matrices  $ab\rho$  et  $ba\rho$  sont formées uniquement d'éléments non diagonaux entre le niveau a et le niveau b, que nous appelons, à la suite de COHEN-TANNOUJJI (<sup>3</sup>), "cohérences optiques".  $aa\rho$  et  $bb\rho$  contiennent des termes diagonaux ou "populations" et des termes non diagonaux ou "cohérences Zeeman".

Pour des raisons de symétrie, nous utiliserons, le plus souvent, la représentation de l'opé-



rateur densité sur une base d'opérateurs tensoriels irréductibles normalisés. Ce formalisme développé par FANO (14) a été appliqué au domaine du pompage optique par OMONT (15) et DYAKONOV et PEREL' (12a). Nous rappelons ici les notations et quelques formules. D'autres formules importantes sont données dans l'appendice A (voir aussi MESSIAH (43), appendice C, p. 924).

$$\alpha\beta\rho(\vec{v}, \vec{r}, t) = \sum_{kq} \alpha\beta\rho_q^k(\vec{v}, \vec{r}, t) \alpha\beta T_q^k \quad (\alpha \text{ et } \beta \text{ représentent } a \text{ ou } b) \quad (6)$$

avec

$$\alpha\beta\rho_q^k = \text{Tr} (\rho \cdot \alpha\beta T_q^{k\dagger}) \quad (7)$$

Pour simplifier, nous écrirons  $\alpha\rho$  et  $\alpha T_q^k$  au lieu de  $\alpha\alpha\rho$  et  $\alpha\alpha T_q^k$ .

Les opérateurs tensoriels forment une base orthonormée des opérateurs, avec la définition de normalisation :

$$\text{Tr} (\alpha\beta T_q^k \alpha'\beta' T_q^{k'\dagger}) = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \delta_{kk'} \delta_{qq'} \quad (8)$$

On impose en plus que l'élément de matrice réduit de  $\alpha\beta T_q^k$  soit réel positif. On trouve alors :

$$\langle J_\alpha \parallel \alpha'\beta' T_q^k \parallel J_\beta \rangle = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \sqrt{2k+1} \quad (9)$$

La signification physique de ce formalisme est maintenant bien connue : la composante  $\alpha\rho_0^0$  de l'opérateur densité sur l'opérateur scalaire représente la "population" du niveau  $\alpha$ . En effet, le nombre d'atomes dans le niveau  $\alpha$  est :

$$n_\alpha = \text{Tr} (\alpha\rho) = \sqrt{2J_\alpha+1} \alpha\rho_0^0 \quad (9-a)$$

Les trois composantes  $\alpha\rho_q^1$  caractérisent "l'orientation" du niveau  $\alpha$ ; elles sont proportionnelles aux trois composantes du moment dipolaire magnétique macroscopique provenant de tous les atomes dans le niveau  $\alpha$  :

$$\alpha M_q = g_\alpha \beta \text{Tr} (J_q \alpha\rho) = g_\alpha \beta \sqrt{\frac{J_\alpha(J_\alpha+1)(2J_\alpha+1)}{3}} \alpha\rho_q^{1*} \quad (9-b)$$

où  $g_\alpha$  est le facteur de Landé et  $\beta$  le magnéton de Bohr.

Enfin, les cinq composantes  $\alpha\rho_q^2$  caractérisent "l'alignement" du niveau  $\alpha$ . Elles représentent le moment quadrupolaire électrique macroscopique.

On appelle grandeurs longitudinales les opérateurs de composante  $q = 0$  et grandeurs transversales les opérateurs de composante  $q \neq 0$ .

Parmi les termes de cohérence optique,  $\alpha\beta\rho_q^1$  est une combinaison des composantes du dipôle électrique optique entre les niveaux  $a$  et  $b$ .

4) La matrice d'excitation  $\Lambda(\vec{v}, \vec{r}, t)$ 

Ce débit d'excitation représente globalement l'effet de la décharge sur les niveaux a et b. Il contient aussi bien l'effet direct des électrons que les effets indirects d'excitation par cascade radiative ou par collisions avec des atomes métastables. Nous ferons les hypothèses suivantes :

- La variation de  $\Lambda$  est négligeable sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen des atomes et pendant des intervalles de temps de l'ordre des constantes de temps d'évolution du système atomique (temps nécessaire pour que le système atteigne un régime stationnaire). Nous pouvons donc omettre la dépendance de  $\Lambda$  en  $\vec{r}$  et  $t$  pendant tout le calcul et si cela est nécessaire, nous la réintroduirons à la fin.

- La distribution des vitesses est supposée isotrope (note) et de forme Maxwellienne. Cette hypothèse est certainement bonne pour l'excitation directe par les électrons, car ceux-ci, du fait de leur faible masse modifient peu la vitesse atomique. Par contre, l'excitation par collisions quasi-résonnantes avec des métastables (du type  $\text{He}(3S_0) + \text{Ne} \rightarrow \text{He} + \text{Ne}(3s_2)$ ) peut produire une distribution non Maxwellienne : en effet la différence d'énergie d'excitation des deux atomes doit être compensée par une modification d'énergie cinétique.

Le plus souvent, nous prendrons  $\Lambda$  comme un opérateur scalaire, cependant il n'est pas nécessaire de restreindre la généralité à cet endroit du calcul. Nous pouvons ainsi tenir compte d'une éventuelle anisotropie de la décharge. Nous discuterons ce problème au chapitre IX.

Nous poserons donc (ici  $v$  est la projection de  $\vec{v}$  sur l'axe du faisceau laser) :

$$\Lambda(v) = W_M(v) \sum_{kq} \left[ a \lambda_q^k a T_q^k + b \lambda_q^k b T_q^k \right] \quad (10)$$

avec :

$$W_M(v) = \frac{1}{u \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{u^2}} \quad \text{et} \quad u = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (11)$$

Avec cette définition,  $W_M(v)$  est normalisé et  $\sqrt{(2J_\alpha + 1)} \lambda_\alpha^0$  est le nombre d'atomes portés par la décharge dans le niveau  $\alpha$ , par unité de temps.

En raison de la symétrie de révolution autour de l'axe de la cellule, on peut dire que seuls les termes  $q = 0$  et  $k$  pair existent (axe de quantification suivant l'axe de symétrie).

(note)

Cette hypothèse est sûrement inapplicable pour les ions dans les décharges intenses du type de celles des lasers ioniques. En effet, dans ce cas, les ions sont fortement accélérés par le champ électrique et l'on observe par effet Doppler un fort décalage de la répartition de vitesse.

Lorsque le champ magnétique n'est pas parallèle à l'axe de la cellule, des grandeurs transversales peuvent exister dans chaque niveau; elles précèdent dans le champ magnétique et produisent un phénomène analogue à l'effet Hanle. Comme nous avons inclus dans  $\Lambda$  tous les effets de cascade, il en résulte que  $\lambda_{\alpha}^k$  peut dépendre du champ magnétique : si la cascade est multiple, la dépendance est complexe. Le plus souvent, l'anisotropie de la décharge est faible et le transfert d'anisotropie aussi; nous négligerons donc ce phénomène dans le cas général. Nous n'en parlerons que pour le transfert du niveau b au niveau a.

5) Le terme de relaxation et de transfert  $\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{rel + tr}$

Ce terme est la somme d'un terme de collision et d'un terme d'émission spontanée (ce dernier terme contient aussi la diffusion multiple et le transfert par émission spontanée)

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{rel + tr} = \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{e.s.} + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{coll} \quad (12)$$

a) Le terme de collision

Il introduit de grandes difficultés car d'une part il couple tous les sous-niveaux Zeeman et d'autre part il couple les équations correspondant à des classes de vitesses atomiques différentes. En effet, lorsqu'un atome subit une collision, son état interne et sa vitesse sont simultanément altérés. Seules des propriétés de symétrie peuvent apporter des simplifications.

Dans le cas où les vitesses des atomes excités et des atomes perturbateurs sont réparties de façon isotrope, la relaxation doit être invariante par rotation. On montre alors (OMONT (15)) que l'évolution de la matrice densité totale, c'est-à-dire sommée sur toutes les vitesses possibles, est décrite par (note) :

$$\left(\frac{d}{dt} \rho_{\alpha\beta}^k(\vec{r}, t)\right)_{coll} = -\Gamma_{\alpha\beta}(k) \rho_{\alpha\beta}^k(\vec{r}, t) \quad (\alpha, \beta = a \text{ ou } b) \quad (13)$$

c'est-à-dire qu'il y a une seule constante de temps pour chaque ordre tensoriel.

Dans le cas qui nous intéresse, cette symétrie est loin d'être réalisée car :

- α) Les atomes pompés optiquement doivent avoir une répartition de vitesses isotrope. Ce n'est pas le cas du pompage laser : du fait de la monochromaticité des modes (et de l'absence de thermalisation des vitesses des atomes excités), ce pompage n'est pas homogène sur toutes les vitesses.

-----  
(note)

Nous supposons la variation en  $r$  suffisamment lente pour que le gradient de densité ne détruise pas l'isotropie des vitesses. Nous supposons de plus qu'il n'y a pas de transfert de grandeurs tensorielles d'un niveau à l'autre par collision.

β) La propriété (13) s'applique à l'ensemble des atomes (après intégration sur les vitesses). Or dans le cas général, on ne peut écrire une seule équation représentant globalement l'évolution de  $\bar{\rho}$  : les équations (2) ou (3) isolent chaque classe de vitesse. C'est une conséquence de la cohérence (note) de la lumière laser qui nous oblige à considérer l'hamiltonien d'interaction comme une fonction de  $\vec{r}$  et de  $t$  agissant sur l'atome pendant toute sa durée de vie et tout le long de sa trajectoire.

Avec les sources conventionnelles, au contraire, le temps d'interaction atome rayonnement est très court ( $\Delta \gg$  largeur naturelle de la raie) et l'on peut traiter le cycle de pompage par des probabilités de transition indépendante de  $\vec{r}$  et  $t$  (si le pompage est assez uniforme). Si la condition  $\alpha$  est réalisée, c'est-à-dire si le spectre de la lumière pompante est assez large ( $\Delta \gg$  largeur Doppler  $\rightarrow$  probabilité de transition indépendante de  $v$ ) ou si les vitesses sont rapidement thermalisées sans destruction de l'état interne des atomes (cas de l'état fondamental - temps de relaxation et temps de pompage longs), l'équation d'évolution peut être intégrée sur les vitesses avant d'être résolue car  $\rho(v,t) = w_M(v) \bar{\rho}(t)$ . On obtient alors une équation globale donnant  $\bar{\rho}(t)$  (COHEN-TANNOUJJI (3), p. 32 : III-C-5 et III-D-1) et dans laquelle le terme de collision peut prendre la forme (13). On voit que dans le cas "classique" la condition  $\alpha$  et la condition  $\beta$  ne sont pas distinctes.

Au contraire, lorsque le laser source émet beaucoup de modes couvrant tout le profil Doppler et assez proches les uns des autres (écart entre modes  $\lesssim$  largeur naturelle de la raie), la condition  $\alpha$  est à peu près remplie, mais la condition  $\beta$  interdit l'emploi de la relation (13). Son utilisation peut cependant être justifiée approximativement pour certaines grandeurs moyennes ne mettant pas directement en jeu l'aspect cohérent de la lumière. Plus précisément, la condition  $\alpha$  suffit seule chaque fois que l'on peut (comme dans le cas "classique") intégrer l'équation d'évolution sur les vitesses de façon à obtenir une équation globale donnant  $\bar{\rho}(r,t)$ . Nous verrons certaines conditions où cela est possible pour la matrice densité  ${}_a\bar{\rho}$  de chaque niveau (§ II-B-5-c; ch. III) mais ce n'est sûrement pas réalisable pour les "cohérences optiques".

En fait, le pompage optique laser impose à la relaxation une symétrie axiale autour de la direction de propagation du faisceau laser (note de la page suivante). En effet, les équations (2) et (3) ne dépendent en fait (cf. § II-A-6) que des projections  $r$  et  $v$  de  $\vec{r}$  et  $\vec{v}$  sur cette direction : on peut donc, sans difficulté, sommer les équations sur les composantes de la vitesse perpendiculaire à cet axe, tout en conservant  $v$  fixé. Dans ces conditions, on montre (LOMBARDI (41)) que la

---

(note)  
 Dans le cas d'un phénomène stationnaire, cohérence et monochromaticité sont liées. Cependant, dans  $\alpha$ ) monochromaticité signifie simplement  $\Delta \ll$  largeur Doppler (excitation non uniforme en  $v$ ) tandis que dans  $\beta$ ) cohérence signifie  $\Delta \ll$  largeur naturelle, c'est-à-dire temps de cohérence  $\gg$  temps de relaxation.

la relation (13) doit être remplacée par une relation qui conserve q mais couple les différentes valeurs de k (axe de quantification suivant l'axe de symétrie). Si l'on inclut les collisions changeant la vitesse, on peut montrer que :

$$\left( \frac{d}{dt} \alpha_{\beta} \rho_{q}^{k}(v, r, t) \right)_{col} = \sum_{k'} \left[ -\alpha_{\beta} B_{q}^{kk'}(v) \alpha_{\beta} \rho_{q}^{k'}(v, r, t) + \int_{\alpha\beta} A_{q}^{kk'}(v, v') \alpha_{\beta} \rho_{q}^{k'}(v', r, t) dv' \right] \quad (14)$$

•  $\sum_{k'} B_{q}^{kk'}(v) \rho_{q}^{k'}(v, r, t)$  représente l'effet des collisions sur les atomes ayant la vitesse  $v$  juste avant l'instant  $t$  : il décrit d'une part le départ d'atomes quittant la vitesse  $v$  pour une vitesse  $v'$  quelconque, et d'autre part les changements d'état interne sans changement de vitesse. Bien que ce second processus ne soit pas dans le cas général un simple processus de destruction (l'anisotropie de relaxation peut, par exemple, créer de l'orientation à partir de l'alignement), nous appellerons  $\sum_{k'} B_{q}^{kk'} \rho_{q}^{k'}$  le terme de "départ". Cet abus de langage se justifie bien pour l'approximation isotrope que nous ferons dans la suite.

•  $\sum_{k'} \int A_{q}^{kk'}(v, v') \rho_{q}^{k'}(v') dv'$  est le terme "d'arrivée". En effet, il représente les atomes qui viennent se joindre au paquet de vitesse  $v$ , alors qu'ils avaient n'importe quelle vitesse  $v'$  avant de subir une collision.  $A_{q}^{kk'}(v, v')$  est la probabilité par unité de temps pour qu'un atome passe de la classe de vitesse  $v'$  à la classe  $v$ , ce passage étant accompagné d'une modification interne transformant la grandeur  $T_{q}^{k'}$  en la grandeur  $T_{q}^k$ .

$B_{q}^{kk'}(v)$  et  $A_{q}^{kk'}(v, v')$  dépendent de la forme du potentiel interatomique lors de la collision, ainsi que du rapport des masses des atomes en collision. Dans le cas général, seule une solution numérique sur ordinateur est envisageable. Cependant, pour pouvoir résoudre l'équation (2) formellement, nous allons faire les approximations suivantes :

**h.1** Pour chaque classe de vitesse, nous admettrons que la symétrie de la relaxation est assez proche de la symétrie sphérique pour qu'il n'y ait pas de couplage entre ordres tensoriels différents et que les constantes de relaxation ne dépendent pas de la composante  $q$  considérée :

$$B_{q}^{kk'}(v) = \delta_{kk'} B^k(v) \quad A_{q}^{kk'}(v, v') = \delta_{kk'} A^k(v, v')$$

(note de la page 20)

On peut également imaginer une anisotropie de la relaxation due aux collisions avec les électrons, si la vitesse de ceux-ci n'est pas répartie de façon isotrope. Dans ce cas, la symétrie est également axiale suivant l'axe de la décharge qui est le même que celui du laser.

Cette hypothèse n'est sans doute pas trop loin de la réalité, car les grandeurs A et B résultent déjà d'une moyenne sur toutes les orientations possibles de la vitesse des atomes perturbateurs, sur le paramètre d'impact et sur deux des trois composantes de la vitesse des atomes étudiés. Seule la projection de la vitesse de ces derniers sur l'axe du laser doit être gardée constante. L'hypothèse h.1 est d'autant mieux vérifiée que les particules perturbatrices sont plus légères (donc rapides), car la vitesse relative, qui seule compte, est alors très voisine de la vitesse de ces particules; elle est donc pratiquement isotrope. C'est en particulier le cas des collisions électroniques si l'on suppose les vitesses des électrons isotropes.

**h.2** Le terme de "départ" est indépendant de la vitesse; nous poserons alors ( $\Gamma'$  et  $\Delta$  sont réels) :

$$g_{\alpha\beta} B^k(v) = G_{\alpha\beta}(k) = \left( \Gamma'_{\alpha\beta}(k) \right)_{\text{coll}} + i\Delta_{\alpha\beta}(k)$$

**h.3** Si une collision change la vitesse d'un atome, on suppose que celui-ci perd toute mémoire de sa vitesse initiale. Après la collision, la vitesse de l'atome est aléatoire avec une répartition de Maxwell,  $W_M(v)$ , identique à celle du terme d'excitation  $\Lambda(v)$  (cf. § 4). On suppose de plus que la probabilité pour que la grandeur tensorielle d'ordre k soit conservée ne dépend pas de la vitesse initiale de l'atome. On peut alors écrire :

$$g_{\alpha\beta} A^k(v, v') = g_{\alpha\beta}(k) W_M(v) = \left[ \left( \Gamma'_{\alpha\beta}(k) \right)_{\text{coll}} + i\Delta'_{\alpha\beta}(k) \right] W_M(v)$$

#### Discussion de h.2 et de h.3

• Les hypothèses h.2 et h.3 sont habituellement regroupées sous le nom d'hypothèse des collisions fortes <sup>(9)(10)</sup> (du point de vue des variables externes et non des variables internes). Lorsque les collisions sont élastiques, c'est-à-dire lorsqu'elles changent la vitesse sans affecter l'état interne, h.3 entraîne h.2. En effet (nous limitons ici la discussion à l'un des niveaux)  $A(v', v)$ , qui est alors indépendant de k, est la probabilité par unité de temps pour qu'un atome de vitesse initiale v acquière la vitesse finale v'. Le terme de "départ" exprime la probabilité pour que l'atome quitte la vitesse v pour n'importe quelle vitesse v'. Il s'écrit  $g_{\alpha\beta} B(v) = \int_{\alpha} A(v', v) dv'$ . La condition h.3 entraîne donc  $g_{\alpha\beta} B(v) = g_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}$  puisque  $W_M(v)$  est une fonction normalisée (attention à la permutation de v et v' dans le noyau  $A(v, v')$ )

• En ce qui concerne la perte de mémoire de la vitesse initiale, l'hypothèse h.3 (qui entraîne h.2 dans le cas de collisions élastiques) est valable dans le cas d'atomes légers perturbés par des atomes lourds. En effet, dans ce cas la vitesse des atomes légers change beaucoup à chaque collision. On voit que ce modèle est assez grossier dans le cas expérimental des collisions  $\text{Ne}^* - \text{He}$ .

Pour les collisions électroniques, h.3 n'est évidemment pas valable mais, comme on peut négliger complètement le changement de vitesse des atomes, ce cas se traite aisément en omettant le terme d'arrivée de (14).

- Lorsque les collisions ne sont pas élastiques, l'hypothèse h.2 implique en plus que la probabilité de destruction de la grandeur tensorielle d'ordre  $k$  ne dépende pas de  $v$ . Ceci est réalisé pour certains types d'interaction (potentiel en  $r^{-3}$  d'après FAROUX (<sup>44</sup>)), ou si la moyenne sur la vitesse des perturbateurs et sur les deux composantes perpendiculaires à l'axe du laser, de la vitesse des atomes perturbés, est suffisante pour atténuer la dépendance de  $_{\alpha\beta}B^k$  par rapport à  $v$ . Cette dernière condition est la même que celle nécessaire à la réalisation de h.1 : elle est mieux vérifiée quand les perturbateurs sont légers, ce qui est contradictoire avec h.3

- L'hypothèse h.3 n'implique pas que toutes les collisions changent la vitesse : il peut exister des collisions à longue portée affectant seulement l'état interne. Ces collisions participent au terme de départ ( $G(k)$ ) et non au terme d'arrivée ( $g(k)$ ). En particulier, le modèle utilisé peut être bon dans le cas où les sections efficaces de désorientation sont grandes devant les sections efficaces cinétiques, elles-mêmes grandes devant les sections efficaces de quenching. Dans ce cas, parmi les  $g_{\alpha}(k)$ , seuls  $g_a(0)$  et  $g_b(0)$  sont différents de zéro et voisins de  $G_a(0)$  et  $G_b(0)$ . Une collision détruit à coup sûr l'orientation même si l'atome n'est pas dévié; par contre la population totale est conservée même si la vitesse de l'atome change.

- En fin de compte, l'hypothèse des collisions fortes (en ce qui concerne les collisions de vitesse) semble assez rudimentaire. Cependant, nous utilisons ce modèle, comme beaucoup d'auteurs (<sup>8</sup>) (<sup>10</sup>), car c'est le seul qui permet de tenir compte des changements de vitesse -ne serait-ce que qualitativement- sans trop alourdir les calculs. D'autres modèles peuvent être utilisés qui tiennent mieux compte de la diffusion de la vitesse (mouvement Brownien (<sup>10</sup>), noyau  $A^k(v,v')$  Lorentzien en  $v-v'$  (<sup>16</sup>)(<sup>17</sup>)).

- Remarquons enfin que si l'on veut construire un modèle de collisions "sans mémoire", c'est-à-dire pour lequel  $A(v,v')$  ne dépend pas de la vitesse initiale  $v'$ , cette fonction est nécessairement proportionnelle à  $W_M(v)$ , car c'est la seule façon d'assurer la conservation de la distribution de Maxwell. Cette dernière condition, indispensable pour qu'un modèle de collision soit statistiquement correct, est aussi assurée par le modèle du mouvement Brownien (<sup>9</sup>)(<sup>10</sup>). Par contre, le noyau de diffusion Lorentzien utilisé par HÄNSCH et TOSCHEK (<sup>16</sup>)(<sup>17</sup>) ne satisfait pas cette condition : ce modèle qui donne une idée plus satisfaisante que le nôtre de la diffusion des vitesses n'est valable que dans la mesure où les collisions de vitesse sont peu importantes comparativement à la relaxation des variables atomiques internes (c'est vraisemblablement le cas dans la pratique, pour le mélange He-Ne).

L'expression des termes de collisions, obtenue à l'aide des hypothèses h.1, h.2 et h.3

s'écrit :

$$\left(\frac{d}{dt} \rho_{\alpha q}^k(v, r, t)\right)_{\text{coll.}} = -(\Gamma'_{\alpha}(k))_{\text{coll.}} \rho_{\alpha q}^k(v, r, t) + (\gamma'_{\alpha}(k))_{\text{coll.}} W_M(v) \int \rho_{\alpha q}^k(v', r, t) dv' \quad (15-a)$$

$$\left(\frac{d}{dt} \rho_{ab q}^k(v, r, t)\right)_{\text{coll.}} = -G_{ab}(k) \rho_{ab q}^k(v, r, t) + g_{ab}(k) W_M(v) \int \rho_{ab q}^k(v', r, t) dv' \quad (15-b)$$

Dans l'équation (15-a), on a tenu compte du fait que l'hypothèse de la relaxation à symétrie sphérique donne des coefficients de relaxation réels pour les grandeurs atomiques. Par contre, les termes de relaxation des cohérences optiques (15-b) sont en général complexes, ce qui produit des déplacements des raies optiques. On a :

$$G_{ab}(k) = G_{ba}^*(k) = (\Gamma'_{ab}(k))_{\text{coll.}} - i\Delta(k) \quad g_{ab}(k) = g_{ba}^*(k) = (\gamma'_{ab}(k))_{\text{coll.}} - i\Delta'(k) \quad (16)$$

La partie imaginaire de  $g_{ab}$  permet de tenir compte de la corrélation, à l'occasion de chaque collision, entre le déphasage des grandeurs optiques et le changement de vitesse de l'atome. Contrairement à GYORFFY (8) qui l'a négligée, RAUTIAN (9)(10) a montré que cette corrélation a un effet important sur les formes de raies optiques et sur le "Lamb dip" (cf. ch. VIII, § C). C'est pourquoi nous conserverons  $g_{ab}(k)$  dans nos calculs, bien qu'il soit difficile d'admettre intuitivement que des collisions changeant la vitesse puissent conserver le dipôle optique (cette conservation, bien connue dans le domaine des hyperfréquences -effet DICKE (55)- est moins évidente dans le domaine optique).

Les  $\Gamma'$ , les  $\gamma'$  et les  $\Delta$  sont proportionnels à la pression des atomes perturbateurs. Lorsque le gaz est un mélange, on ajoute l'effet de chacun des constituants selon sa pression partielle.

b) Le terme d'émission spontanée

Il contient :

- La probabilité de départ par émission spontanée :

$$\gamma_{\alpha} = \frac{1}{\tau_{\alpha}} = \sum_i \gamma_{\alpha i} \quad (17-a)$$

$$(\Gamma_{ab})_{\text{e.s.}} = (\Gamma_{ba})_{\text{e.s.}} = \frac{\gamma_a + \gamma_b}{2} \quad (17-b)$$

où  $\tau_{\alpha}$  est la durée de vie radiative du niveau  $\alpha$  et  $\gamma_{\alpha i}$  la probabilité de transition du niveau  $\alpha$  vers un niveau inférieur  $i$ .



• L'arrivée d'atomes dans le niveau inférieur a, en provenance du niveau supérieur b : c'est le terme de transfert. En raison de l'isotropie du processus d'émission spontanée, ce terme s'écrit (DUCLOY (28)(31)) :

$$\left( \frac{d\rho_q^k}{dt} \right)_{tr} = \Theta(b,a,k) \rho_q^k \quad \text{avec :} \quad (18)$$

$$\Theta(b,a,k) = (-1)^{J_a+J_b+k+1} \gamma_{ba} (2J_b+1) \begin{Bmatrix} k & J_b & J_b \\ 1 & J_a & J_a \end{Bmatrix} \quad (19)$$

où  $\gamma_{ba}$  est la probabilité de transition de la raie  $b \rightarrow a$ .

Remarquons que le terme de transfert (18) ne concerne que la modification de  $\rho_a$  et  $\rho_b$  sous l'effet du laser. En l'absence d'irradiation laser, le transfert de b vers a (ainsi que tous les effets de cascade provenant d'autres niveaux) est déjà inclus dans la matrice d'excitation  $\Lambda$ . En effet, en ce qui concerne la population et les grandeurs longitudinales, on ne peut distinguer l'excitation par cascade des autres causes d'excitation. La distinction n'est possible que pour les grandeurs transversales (par l'effet Hanle) mais leur ordre de grandeur est généralement négligeable.

• La probabilité de restitution de certaines grandeurs par réabsorption de la lumière de fluorescence, c'est-à-dire par diffusion multiple de certaines raies. Lorsque la probabilité de réabsorption des photons est indépendante de la direction dans laquelle ils sont émis (probabilité de réabsorption isotrope) et lorsque les niveaux inférieurs  $i$  ne sont pas orientés, on montre (12)(13) qu'il faut remplacer (17-a) par :

$$\gamma_\beta(k) = \sum_i \gamma_{\beta i} (1 - \alpha_\beta(k,i) x_i) \quad (20)$$

$x_i$  est la probabilité moyenne pour qu'un photon de la raie  $\beta \rightarrow i$  soit réabsorbé. C'est une fonction croissante de la pression partielle d'atomes dans l'état  $i$  (OMONT (12)). Partant de zéro à pression nulle,  $x_i$  tend asymptotiquement vers 1 quand l'épaisseur optique du gaz devient grande.

$\alpha_\beta(k,i)$  est un coefficient dont la valeur est tabulée (13) en fonction de l'ordre tensoriel  $k$  et des valeurs de  $J_\beta$  et  $J_i$ .

La formule (20) est soumise aux mêmes conditions que la formule (13) :

- a) les vitesses des atomes doivent avoir une répartition isotrope
- b) la formule n'est valable que pour la matrice densité totale intégrée sur toutes les vitesses.

De plus, il faut que les photons aient la même probabilité d'être réabsorbés dans toutes les directions. Ceci n'est sûrement pas toujours le cas dans les cellules tubulaires que nous utilisons (cf. chapitre IX et réf. (42)).

En toute rigueur, il faut tenir compte de la symétrie axiale provenant tant de l'excitation laser que de la géométrie de la cellule. En négligeant le temps de propagation du photon, et après intégration sur la projection de  $\vec{r}$  et  $\vec{v}$  perpendiculairement à l'axe, on peut écrire, par analogie avec le résultat obtenu pour les collisions :

$$\left( \frac{d}{dt} \rho_q^k(v, r, t) \right)_{e.s.} = -\gamma_\beta \rho_q^k(v, r, t) + \sum_{k'} \int \beta z \alpha_q^{kk'}(v, r, v', r') \rho_q^{k'}(v', r', t) dv' dr' \quad (21)$$

Cette équation couple non seulement des vitesses différentes, mais aussi des positions différentes. Si le pompage optique et la matrice d'excitation sont assez uniformes spatialement, on montrera que  $\rho_q^k(v, r, t)$  est pratiquement constant sur toute la cellule (du fait même de la diffusion multiple, il y a sûrement une variation de  $\rho(v, \vec{r}, t)$  dans un plan perpendiculaire à l'axe (75), mais il faut se souvenir que  $\rho(v, r, t)$  est déjà moyenné dans ce plan). Ceci est rigoureux si l'onde laser est progressive; si l'onde laser est stationnaire, nous verrons au chapitre IV (§ A-2) qu'il apparaît une modulation spatiale des grandeurs atomiques mais qu'elle est le plus souvent négligeable. On peut donc, dans la majorité des cas, considérer que  $\rho$  ne dépend pas de  $r$ , et intégrer le dernier terme de (21) sur  $r'$  : on obtient alors une équation locale analogue à (14).

#### Approximations

De même que pour l'expression (13) des collisions, on pourra justifier l'approximation (20) pour la diffusion multiple dans le cas d'une excitation par un laser comportant beaucoup de modes rapprochés (excitation uniforme quelle que soit la vitesse : condition  $\alpha$  de validité de (13) et de (20)). Comme pour les collisions, cette approximation ne permettra une description correcte que de certaines grandeurs atomiques pour lesquelles on peut écrire une équation globale donnant  $\bar{\rho}$  (moyenne sur les vitesses avant la résolution des équations).

Cependant, nous ferons ici des approximations moins restrictives analogues à celles faites sur les collisions :

- Nous supposons la symétrie assez proche de la symétrie sphérique pour que le terme "d'arrivée" de (21) ne dépende pas de  $q$  et ne couple pas des ordres tensoriels différents. Ceci implique que nous négligeons d'une part l'anisotropie due à la répartition non uniforme des vitesses, et d'autre part l'anisotropie due à la forme tubulaire de la décharge. Au chapitre IX, nous montrerons comment tenir compte approximativement de cette dernière anisotropie.

- Nous tenons compte du couplage entre paquets de vitesse par un terme "sans mémoire", c'est-à-dire que nous admettons d'une part que la probabilité de réabsorption du photon ne dépend pas de la vitesse de l'atome émetteur et que, d'autre part, l'atome récepteur a une vitesse aléatoirement répartie suivant la distribution de Maxwell  $W_M(v)$ . Ces deux approximations sont très grossières pour les photons émis dans l'axe du faisceau laser, suivant lequel la projection de  $\vec{v}$  est fixe, mais en moyenne (sur toutes

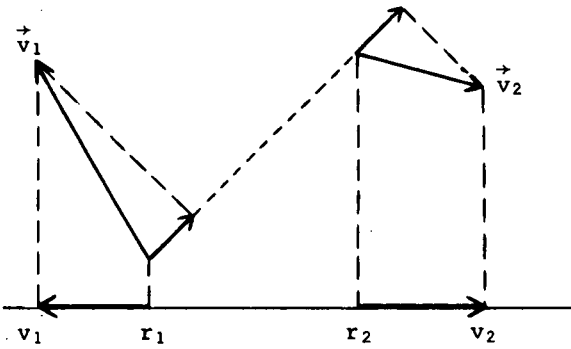


FIGURE II-2

lasers à gaz <sup>(48)</sup> (Lorsque le noyau correct est utilisé, la stabilité de la distribution de Maxwell est assurée dans le cas d'un milieu infini, c'est-à-dire dans le cas d'une réabsorption totale de la raie de fluorescence.).

Avec les approximations ci-dessus (21) se simplifie :

$$\sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \int \gamma_{\beta \vec{z}} \alpha_{\beta}^{kk'}(v, r, v', r') \rho_{\beta q}^{k'}(v', r', t) dv' dr' \approx \sum_{\vec{z}} \gamma_{\beta \vec{z}} \alpha_{\beta}(k, \vec{z}) x_{\vec{z}} W_M(v) \int \rho_{\beta q}^k(v', r, t) dv' \quad (22)$$

Dans cette expression  $\gamma_{\beta \vec{z}}$ ,  $\alpha_{\beta}(k, \vec{z})$  et  $x_{\vec{z}}$  sont les quantités définies dans la formule (20).

En effet, il est nécessaire que le deuxième membre de (21) s'écrive  $-\gamma_{\beta}(k) \rho_{\beta q}^k(r, t)$  après intégration sur  $v$ .

c) Expression générale du terme de relaxation

En regroupant les termes de collision et les termes d'émission spontanée, on obtient :

$$\left( \frac{d}{dt} \rho_{\beta q}^k(v, r, t) \right)_{rel} = -\Gamma'_b(k) \rho_{\beta q}^k(v, r, t) + \gamma'_b(k) W_M(v) \int \rho_{\beta q}^k(v', r, t) dv' \quad (23-a)$$

$$\left( \frac{d}{dt} \rho_{\alpha q}^k(v, r, t) \right)_{rel+tr} = -\Gamma'_a(k) \rho_{\alpha q}^k(v, r, t) + \gamma'_a(k) W_M(v) \int \rho_{\alpha q}^k(v', r, t) dv' + \theta(b, a, k) \rho_{\beta q}^k(v, r, t) \quad (23-b)$$

$$\left( \frac{d}{dt} \rho_{\alpha \beta q}^k(v, r, t) \right)_{rel} = -G_{ab}(k) \rho_{\alpha \beta q}^k(v, r, t) + g_{ab}(k) W_M(v) \int \rho_{\alpha \beta q}^k(v', r, t) dv' \quad (23-c)$$

Dans chacune de ces expressions, le premier terme du second membre représente la disparition de la grandeur tensorielle  $\rho_{\alpha \beta q}^k$ , du paquet de vitesses  $v$ , soit parce que cette grandeur est détruite, soit parce que l'atome qui porte cette grandeur change de vitesse. Les probabilités de "départ" sont données par :

$$\Gamma'_\beta(k) = \gamma_\beta + (\Gamma'_\beta(k))_{coll} \quad (\gamma_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} ; \beta = a \text{ ou } b) \quad (24-a)$$

$$G_{ab}(k) = G_{ba}^*(k) = \frac{1}{2} (\gamma_a + \gamma_b) + (\Gamma'_{ab}(k))_{\text{coll}} - i\Delta(k) = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k) \quad (24-b)$$

La partie imaginaire de  $G_{ab}$  tient compte du déphasage des grandeurs optiques par les collisions.

Le deuxième terme des expressions (23) représente "l'arrivée" dans le paquet de vitesse  $v$  d'atomes provenant de n'importe quelle vitesse  $v'$ . Suivant les approximations discutées aux paragraphes précédents, après un processus changeant la vitesse, la distribution de celle-ci est Maxwellienne quelle que soit la vitesse initiale. La probabilité d'un changement de vitesse conservant la grandeur tensorielle  $\alpha\beta T_{\alpha\beta}^k$  est donnée par l'une des expressions :

$$\gamma'_\beta(k) = \sum_i \gamma_{\beta i} \alpha_\beta(k, i) x_i + (\gamma'_\beta(k))_{\text{coll}} \quad (25-a)$$

$$g_{ab}(k) = g_{ba}^*(k) = (\gamma'_{ab}(k))_{\text{coll}} - i\Delta'(k) = \gamma'_{ab}(k) - i\Delta'(k) \quad (25-b)$$

On voit que les collisions changeant la vitesse et la diffusion multiple ont le même effet sur les équations d'évolution, par l'intermédiaire de  $\gamma'_\beta(k)$ . Ces deux phénomènes participent à ce que nous appellerons la diffusion de la vitesse des atomes excités. Ce processus ne prendra une grande importance que pour les effets non linéaires. Nous montrerons (§ VIII-C), à l'aide de nos mesures de temps de relaxations, que la majeure partie de l'effet, dans le cas de la raie laser 6.328 Å ( $3s_2 \leftrightarrow 2p_4$ ) provient de la diffusion multiple de la raie de résonance  $3s_2 \rightarrow$  fondamental ( $1p_0$ ).

Lorsqu'on ne s'intéresse qu'à l'ensemble des atomes sans distinguer leur vitesse (cas du pompage optique conventionnel et certains cas particuliers du pompage laser où l'on peut intégrer en  $v$  avant de résoudre les équations) la relaxation de la matrice densité globale (pour chacun des niveaux) s'obtient en intégrant (23-a et b) sur  $v$  :

$$\left[ \frac{d}{dt} \bar{\rho}_{\beta q}^k(r, t) \right] = -(\Gamma'_\beta(k) - \gamma'_\beta(k)) \bar{\rho}_{\beta q}^k(r, t) = -\Gamma_\beta(k) \bar{\rho}_{\beta q}^k \quad (26-a)$$

Nous rappelons que :  $\bar{\rho}(r, t) = \int \rho(v, r, t) dv$  et que  $\int W_M(v) dv = 1$ .

$$\Gamma_\beta(k) = \Gamma'_\beta(k) - \gamma'_\beta(k) \quad (26-b)$$

est l'inverse du temps de relaxation des expériences de pompage optique "classique" pour lesquelles il y a découplage entre les variables internes et externes et pour lesquelles seule compte la matrice densité totale  $\bar{\rho}(r, t)$ .

#### REMARQUE.

Par abus de langage, nous parlerons souvent d'atomes qui ont changé de vitesse, même dans le cas de la diffusion multiple. Il est bien évident, dans ce cas, qu'il s'agit du trans-

fert des propriétés physiques d'un atome à un autre de vitesse différente. Cet abus de langage est possible tant que l'on peut ignorer la position relative des atomes.

6) L'Hamiltonien

$$\mathcal{H}(\vec{r}, t) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z + R(\vec{r}, t)$$

a)  $\mathcal{H}_0$  est l'hamiltonien de l'atome isolé non perturbé

$$\mathcal{H}_0 = \begin{pmatrix} W_a & 0 & & 0 \\ & \ddots & & \\ & 0 & W_a & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & W_b & 0 \\ & & & & & \ddots \\ & & & & 0 & & W_b \end{pmatrix} = W_a \sqrt{2J_a+1} \cdot {}_a T_0^0 + W_b \sqrt{2J_b+1} \cdot {}_b T_0^0 \quad (27-a)$$

$W_a$  et  $W_b$  sont les énergies des niveaux a et b.

b)  $\mathcal{H}_Z = -\vec{M} \cdot \vec{H}$  est l'hamiltonien Zeeman du moment magnétique  $\vec{M}$  plongé dans le champ  $\vec{H}$ .

Puisque nous avons fait l'hypothèse de l'isotropie des relaxations, nous pouvons choisir l'axe de quantification Oz suivant  $\vec{H}$  (au chapitre XI, nous discuterons ce problème dans le cas où la relaxation n'est pas isotrope) :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_Z &= -M_z H = (\omega_a P_a + \omega_b P_b) J_z \\ &= \omega_a \sqrt{\frac{J_a(J_a+1)(2J_a+1)}{3}} \cdot {}_a T_0^1 + \omega_b \sqrt{\frac{J_b(J_b+1)(2J_b+1)}{3}} \cdot {}_b T_0^1 \end{aligned} \quad (27-b)$$

$P_\alpha$  est le projecteur sur le niveau  $\alpha$  et  $\omega_\alpha = g_\alpha \beta H$  est la fréquence de Larmor ( $\beta =$  magnéton de Bohr,  $g_\alpha =$  facteur de Landé). La transformation de  $P_\alpha J_z$  en  ${}_a T_0^1$  se fait aisément à l'aide du théorème de WIGNER-ECKART en remarquant que  $\langle J || \vec{J} || J \rangle = \sqrt{J(J+1)(2J+1)}$ .

c)  $R(\vec{r}, t)$  est l'hamiltonien d'interaction avec le champ électrique  $\vec{E}$  du faisceau laser traité classiquement. A l'approximation dipolaire électrique, on peut écrire ( $\vec{P} =$  opérateur dipôle électrique) :

$$R(\vec{r}, t) = -\vec{P} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (28)$$

Le faisceau laser est formé de plusieurs modes. Chacun d'eux, repéré par un indice  $\mu$ , est traité comme une onde plane de pulsation  $\omega_\mu$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_\mu$ . Tous les modes se propagent suivant le même axe,  $E(\vec{r}, t)$  ne dépend que de la projection  $r$  de  $\vec{r}$  sur cet axe :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\mu} \vec{E}^{\mu}(\vec{r}, t) = \sum_{\mu} \left[ \vec{\mathcal{E}}^{\mu} e^{-i(\omega_{\mu} t - \vec{k}_{\mu} \cdot \vec{r})} + \vec{\mathcal{E}}^{\mu*} e^{i(\omega_{\mu} t - \vec{k}_{\mu} \cdot \vec{r})} \right] \quad (29)$$

Les vecteurs complexes  $\vec{\mathcal{E}}^\mu$  contiennent la phase relative des différents modes. Cette notation complexe est commode pour représenter un champ électrique de n'importe quelle polarisation : pour une polarisation rectiligne, les composantes du champ sur trois axes orthogonaux quelconques vibrent en phase; on peut donc écrire :

$$\vec{\mathcal{E}}^\mu = \vec{E}^\mu e^{-i\phi_\mu} \quad \text{avec} \quad \vec{E}^\mu \text{ réel} \quad (30)$$

Pour une polarisation elliptique au contraire, les trois composantes de  $\vec{\mathcal{E}}^\mu$  auront des phases différentes.

Si la cellule est placée à l'intérieur de la cavité laser, elle est soumise à une onde stationnaire. Dans ce cas, chaque mode sera représenté par deux ondes planes  $\mu_+$  et  $\mu_-$  telles que :

$$\omega_{\mu_+} = \omega_{\mu_-}; \quad k_{\mu_+} = -k_{\mu_-}. \quad \text{Nous expliciterons la phase relative de } \vec{\mathcal{E}}^{\mu_+} \text{ et } \vec{\mathcal{E}}^{\mu_-} \text{ au § IV-2.}$$

Pour exprimer l'opérateur  $R(r,t)$  dans la base des opérateurs tensoriels irréductibles, nous exprimons les vecteurs et l'opérateur dipôle par leurs composantes standard (MESSIAH <sup>(43)</sup>, App. C, § V). Remarquons que l'axe de quantification Oz est l'axe du champ magnétique et non l'axe du faisceau laser défini par  $\vec{k}_\mu$ . Nous avons :

$$E_0 = E_z; \quad E_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (E_x \pm iE_y) \quad (31)$$

$$R(r,t) = -\sum_q (-)^q P_q E_{-q} = -\sum_q (-)^q P_q \left[ \mathcal{E}^\mu_{-q} e^{-i(\omega_\mu t - k_\mu r)} + (\mathcal{E}^\mu)^*_{-q} e^{i(\omega_\mu t - k_\mu r)} \right] \quad (32)$$

Comme l'opérateur dipôle électrique,  $R$  n'a pas d'éléments de matrice à l'intérieur de chacun des niveaux  $a$  ou  $b$  (opérateur impair) :

$$R = \begin{pmatrix} 0 & ab^R \\ \dots & \dots \\ ba^R & 0 \end{pmatrix}; \quad ab^R = ba^{R\dagger} \quad (33)$$

En utilisant le théorème de WIGNER-ECKART (A 1), on peut écrire :

$$\vec{P} = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab^T(1) + \frac{P_{ba}}{\sqrt{3}} ba^T(1) \quad (34)$$

$$P_{ab} = \langle J_a || \vec{P} || J_b \rangle \quad (35)$$

est l'élément de matrice réduit de l'opérateur  $\vec{P}$ . Cet opérateur étant hermitique, on a (MESSIAH <sup>(43)</sup>, p. 925, formule 85) :

$$P_{ba} = (-)^{J_a - J_b} P_{ab}^* \quad (36)$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
 a_b R(r,t) &= - \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} \sum_q (-)^q a_b T_q^1 E_{-q} \\
 b_a R(r,t) &= - \frac{P_{ba}}{\sqrt{3}} \sum_q (-)^q b_a T_q^1 E_{-q} \\
 &= - \frac{P_{ab}^*}{\sqrt{3}} \sum_q (-)^q a_b T_q^1 E_{-q}^* = a_b R^\dagger
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

REMARQUE.

On introduit couramment <sup>(3)</sup> comme vecteurs de base les polarisations  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  et  $\pi$  qui s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned}
 \vec{u}_{+1} &= - \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x + i\vec{u}_y) \\
 \vec{u}_{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x - i\vec{u}_y) ; \quad \vec{u}_0 = \vec{u}_z
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

Avec cette base et la définition (31), on obtient (note)

$$\vec{E} = \sum_q (-)^q E_{-q} \vec{u}_q
 \tag{39}$$

Dans la base réelle (x,y,z), on a par définition :

$$\vec{\mathcal{E}}^* = \sum_i \mathcal{E}_i^* \vec{u}_i \quad (i = x,y,z)$$

On trouve alors :

$$(\vec{\mathcal{E}}^*)_q = (-)^q (\mathcal{E}_{-q})^* \quad (q = 0, \pm 1)
 \tag{40}$$

En particulier, pour un vecteur réel, on a :

$$E_q = (-)^q E_{-q}^*
 \tag{41}$$

Au § V-B, nous discuterons en détail la façon d'obtenir les composantes standard du vecteur champ électrique pour un faisceau lumineux de polarisation quelconque.

(note)

On voit que les composantes standard définies en (31) ne sont pas les composantes de E dans cette base (38) (cf. FAROUX <sup>(44)</sup>). Elles apparaissent en fait comme des composantes covariantes : avec la définition  $\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_q (-)^q A_q B_{-q}$  (MESSIAH <sup>(43)</sup>, C87, p. 925), on a :  $A_q = \vec{A} \cdot \vec{u}_q$ .

B - RESOLUTION DES EQUATIONS

1) Méthode d'approximation par itération

Sauf dans des cas très particuliers étudiés au chapitre III (par exemple laser monomode en onde progressive sur des atomes sans structure Zeeman <sup>(45)</sup>), nous ne pouvons pas résoudre rigoureusement l'équation (3). Nous devons utiliser un calcul de perturbation (LAMB <sup>(4)</sup>, BLOEMBERGEN <sup>(46)</sup>).

Nous cherchons un développement de la matrice  $\rho$  en fonction des puissances successives du champ électrique de l'onde laser :  $\rho = {}^{(0)}\rho + {}^{(1)}\rho + {}^{(2)}\rho \dots + {}^{(n)}\rho \dots$

Les ordres successifs peuvent être calculés par itération :

$$\begin{aligned} {}^{(0)}\dot{\rho} &= -i [ \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z, {}^{(0)}\rho ] + \left( \frac{d {}^{(0)}\rho}{dt} \right)_{\text{rel}} + \Lambda \\ {}^{(1)}\dot{\rho} &= -i [ \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z, {}^{(1)}\rho ] + \left( \frac{d {}^{(1)}\rho}{dt} \right)_{\text{rel.}} + \text{tr.} -i [R, {}^{(0)}\rho] \\ &\dots\dots \\ {}^{(n)}\dot{\rho} &= -i [ \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z, {}^{(n)}\rho ] + \left( \frac{d {}^{(n)}\rho}{dt} \right)_{\text{rel.}} + \text{tr.} -i [R, {}^{(n-1)}\rho] \end{aligned} \quad (42)$$

Dans ce paragraphe,  $\dot{\rho}$  est l'abréviation de  $\frac{d\rho}{dt}$  de l'équation (2) ou de  $\frac{\partial\rho}{\partial t} + v \frac{\partial\rho}{\partial r}$  de l'équation (3). En raison de ce qui a été dit au § A-5-b, le terme de transfert n'existe pas à l'ordre (0), car il est inclus dans  $\Lambda$ . Nous ne cherchons que la solution stationnaire de ces équations :

A l'ordre (0), le terme source  $\Lambda$  ne contient pas de cohérences optiques. La solution stationnaire de  ${}^{(0)}\rho$  n'en contient donc pas puisque les autres termes de l'équation ne couplent pas les cohérences optiques aux matrices  ${}_a\rho$  et  ${}_b\rho$  des niveaux:

A l'ordre (1), le terme source est de la forme  ${}_{ab}R {}^{(0)}{}_b\rho - {}^{(0)}{}_a\rho {}_{ab}R$  : il ne contient que des termes de cohérence optique. Il en sera de même pour  ${}^{(1)}\rho$ . A l'ordre (2), on n'obtient pas de cohérences optiques car les termes sources sont de la forme  ${}_{ab}R {}^{(1)}{}_ba\rho - {}^{(1)}{}_ab\rho {}_{ba}R$  ou  ${}_{ba}R {}^{(1)}{}_ab\rho - {}^{(1)}{}_ba\rho {}_{ab}R$ . Ainsi de suite, on montre que :

$${}_{a|}^{(2n+1)}\rho = {}_{b|}^{(2n+1)}\rho = {}_{ab|}^{(2n)}\rho = {}_{ba|}^{(2n)}\rho = 0 \quad (43)$$

Aux ordres pairs, nous n'avons que des "cohérences Zeeman" et des "populations". Aux ordres impairs, nous n'avons que des "cohérences optiques".



2) Réponse linéaire et saturation pour les grandeurs atomiques et les grandeurs optiques

La matrice densité contient toutes les informations physiques sur l'état du système atomique : elle permet de déduire l'évolution de toutes les grandeurs physiques macroscopiques. On peut classer ces grandeurs en deux catégories : les grandeurs atomiques (nous avons donné, au § A-3, l'expression de deux d'entre elles) qui s'expriment uniquement en fonction de  $a^0$  et  $b^0$ , et les grandeurs optiques qui s'expriment en fonction de  $a^0$  et  $b^0$ .

En raison de la relation (43), on voit que les grandeurs optiques, comme  $a^0$  et  $b^0$ , s'expriment suivant un développement en puissances impaires du champ électrique de l'onde laser. Ainsi la polarisation électrique macroscopique  $\vec{P}$ , aux fréquences voisines de la fréquence laser peut s'écrire formellement :

$$\vec{P} = \overline{\chi}_L \cdot \vec{E} + \overline{\chi}_{NL}^{(3)} : (\vec{E} \vec{E} \vec{E}) + \dots$$

Le premier ordre du calcul de perturbation permettra de calculer  $\overline{\chi}_L \cdot \vec{E}$  ( $\chi_L$  = susceptibilité linéaire) c'est-à-dire la partie de  $\vec{P}$  qui varie linéairement avec le champ électrique. Le troisième ordre de perturbation permettra de calculer la susceptibilité non linéaire d'ordre 3,  $\chi_{NL}^{(3)}$ , dont le rôle est très important dans la théorie du laser (4).

Les grandeurs atomiques, au contraire, s'expriment, comme  $a^0$  et  $b^0$ , en fonction des puissances paires du champ électrique optique. Puisque l'intensité totale du laser est proportionnelle à  $I_\ell = \sum_v |\mathcal{E}^v|^2$ , on voit que le développement de perturbation du paragraphe précédent nous permet d'exprimer les grandeurs atomiques sous forme d'un développement par rapport à l'intensité du faisceau laser. Par exemple, la population du niveau b s'écrira (note) :

$$n_b = n_b^{(0)} + n_b^{(2)} I_\ell + n_b^{(4)} I_\ell^2 + \dots$$

Ainsi le deuxième ordre de perturbation donne une modification du milieu atomique linéaire par rapport à l'intensité du laser. Les ordres supérieurs donnent des termes non linéaires dont on comprend aisément l'importance. La modification de population (par exemple) ne peut être indéfiniment proportionnelle à l'intensité laser. Pour un faisceau laser très intense, on peut au plus obtenir une égalisation des populations des niveaux a et b. On peut dire que le milieu atomique se sature (il devient transparent).

En raison des constatations ci-dessus, nous conviendrons d'appeler réponse linéaire des atomes l'ensemble des termes d'ordre (1) et d'ordre (2) dans le développement de perturbation. De même, nous appellerons saturation les termes d'ordre supérieur.

(note) à condition de faire varier l'intensité totale sans modifier l'intensité relative ni la phase relative des modes.

3) Expression tensorielle des équations de récurrence

En raison des hypothèses faites sur la symétrie des relaxations, nous allons résoudre les équations (42) dans le formalisme des opérateurs tensoriels. Pour cela, nous projetons chacune des équations sur chaque opérateur de base :

$${}_{\alpha\beta}^{(n)\cdot k}\rho_Q^k = -i \text{Tr} \left\{ \left( [\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_2, {}^{(n)}\rho] + [R, {}^{(n-1)}\rho] \right) {}_{\alpha\beta} T_Q^{k\dagger} \right\} + \left( \frac{d}{dt} {}_{\alpha\beta}^{(n)}\rho_Q^k \right)_{\text{rel}} + \text{tr} \quad (44)$$

Il suffit de remplacer  $\rho$  dans le second membre par son développement en  $T_Q^k$  et de calculer la trace des différents termes. Le calcul est explicité à l'appendice B. On obtient (ici  $\rho(v)$  signifie en fait  $\rho(v, r, t)$ ) :

$$\begin{aligned} (2n)_{a\beta}^{(n)\cdot k}\rho_Q^k(v) = & -(iQ\omega_a + \Gamma'_a(k)) (2n)_{a\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v) + \gamma'_a(k) W_M(v) \int (2n)_{a\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v') dv' + \Theta(b, a, k) (2n)_{b\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v) \\ & + i \sum_{k'Q'q} (-)^{2J_b+Q'} \sqrt{2k+1} \sqrt{2k'+1} \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} E_{-q} \left[ (2n-1)_{ba\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) P_{ab} + (-)^{k+k'} (2n-1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) P_{ba} \right] \end{aligned} \quad (45-a)$$

$$\begin{aligned} (2n)_{b\beta}^{(n)\cdot k}\rho_Q^k(v) = & -(iQ\omega_b + \Gamma'_b(k)) (2n)_{b\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v) + \gamma'_b(k) W_M(v) \int (2n)_{b\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v') dv' \\ & + i \sum_{k'Q'q} (-)^{2J_a+Q'} \sqrt{2k+1} \sqrt{2k'+1} \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} E_{-q} \left[ (2n-1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) P_{ba} + (-)^{k+k'} (2n-1)_{ba\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) P_{ab} \right] \end{aligned} \quad (45-b)$$

$$\begin{aligned} (2n+1)_{ab\beta}^{(n)\cdot k}\rho_Q^k(v) = & - \left[ i \left( \frac{\omega_a + \omega_b}{2} Q - \omega \right) + G_{ab}(k) \right] (2n+1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v) + g_{ab}(k) W_M(v) \int (2n+1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_Q^k(v') dv' \\ & - i \frac{\omega_a - \omega_b}{2} \left\{ Q \frac{J_a(J_a+1) - J_b(J_b+1)}{k(k+1)} (2n+1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_{Q+a}^{k+a}(v) (2n+1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_{Q-a}^{k-1}(v) + a(k+1) (2n+1)_{ab\beta}^{(n)}\rho_{Q+a}^{k+1}(v) \right\} \\ & + i \sum_{k'Q'q} (-)^{J_a+J_b+Q'} \sqrt{2k+1} \sqrt{2k'+1} P_{ab} E_{-q} \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{Bmatrix} \left[ (2n)_{b\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} + (-)^{k+k'} (2n)_{a\beta}^{(n)}\rho_{Q'}^{k'}(v) \begin{Bmatrix} k' & 1 & k \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (45-c)$$

$$(2n+1)_{ba\beta}^{(n)\cdot k}\rho_Q^k = (-)^{J_a+J_b+Q} (2n+1)_{ab\beta}^{(n)*} \rho_{-Q}^k \quad (45-d)$$

$\omega = \omega_b - \omega_a$ , qui est la fréquence centrale de la raie  $b \rightarrow a$ , provient de  $\mathcal{H}_0$  ( $\omega \sim$  fréquences du laser). Les termes contenant les écarts Zeeman  $\omega_a$  et  $\omega_b$  proviennent évidemment de  $\mathcal{H}_2$ . Dans (45-c), on a posé, selon (B-7) :

$$a(k) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{[(J_a+J_b+1)^2 - k^2][k^2 - (J_a-J_b)^2][k^2 - Q^2]}{4k^2 - 1}}$$

Le terme source de chaque équation contient une somme sur les indices  $k'$  et  $Q'$  qui caractérisent les composantes de la matrice densité calculées à l'ordre d'itération précédent et une somme sur l'indice  $q$  qui caractérise les trois composantes standard du champ électrique  $\vec{E}$ . Les (3J) et (6J) sont des coefficients angulaires qui expriment, entre autres, la possibilité de passer de  ${}^{(n)}\rho_Q^{k'}$  à  ${}^{(n+1)}\rho_Q^k$  par l'action de la composante  $q$  du champ électrique : ces coefficients permettent de tenir compte de la polarisation de la lumière. La probabilité de transition de la raie laser intervient par  $P_{ab}$  et  $P_{ba}$ . Enfin, on reconnaît aisément, dans les équations (45), les termes de relaxation et de transfert sous leur forme (23).

Lorsque le terme source provenant de l'ordre  $(2n-1)$  est connu, les équations (45-b) seront faciles à résoudre (§B-4-b) puisque ce sont des équations différentielles indépendantes. Une fois ces équations résolues, il suffit d'en reporter les solutions  ${}^{(2n)}\rho_Q^k$  dans le terme de transfert des équations (45-a). Ces équations sont également des équations indépendantes facilement solubles. Elles ne diffèrent de (45-b) que par la présence de deux termes source : l'un provient de l'émission stimulée (il s'obtient à partir de l'ordre de perturbation précédent) et l'autre de l'émission spontanée.

Les équations (45-c), au contraire, forment un système différentiel car le terme Zeeman introduit un couplage entre les différents ordres tensoriels. Ce couplage exprime le fait que, en général, les composantes  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  et  $\pi$  de la raie optique ne sont pas simples (effet Zeeman "anormal") : dans la base  $|J, M\rangle$  chaque élément de matrice  $\rho_{M_a M_b}$  a une fréquence particulière de précession libre  $(\omega_a + M_b \omega_b - M_a \omega_a)$ . Les  $\rho_{ab}^k$  de même  $q$ , mais de  $k$  différent, sont des combinaisons linéaires différentes de tous les éléments  $\rho_{M_a M_b}$  tels que  $q = M_a - M_b$  ; ils n'ont donc pas de fréquence de précession propre si  $\omega_a \neq \omega_b$ . En effet :

$$\omega_a + M_b \omega_b - M_a \omega_a = \omega_a - q \frac{\omega_a + \omega_b}{2} + (M_b + M_a) \frac{(\omega_b - \omega_a)}{2} \quad (46)$$

Ceci explique que les équations (45-c) sont couplées. On peut dire que l'hamiltonien Zeeman est diagonal dans la base  $|J_a M_a \rangle \langle J_b M_b|$  et non dans la base  $ab T_q^k$  de l'espace de Liouville des opérateurs.

Il y a deux cas simples où ces couplages disparaissent :

- L'un des  $J$  est nul (effet Zeeman normal). Dans ce cas, il n'y a que des cohérences optiques d'ordre  $k = 1$ .
- Les deux niveaux ont le même facteur de Landé ( $\omega_a - \omega_b = 0$ ). Alors les termes de couplage de (45-c) s'annulent car tous les éléments de matrice  $\rho_{M_a M_b}$  contribuant à  $\rho_{ab}^k$  ont la même fréquence propre d'oscillation.

Dans le cas général (bien que le système différentiel soit soluble dans chaque cas particulier), nous supposerons, pour simplifier le calcul, que nous sommes dans l'un des deux cas précédents. En effet, les raies laser  $1,52 \mu$  et  $7.305 \text{ \AA}$  du néon correspondent au premier cas et la raie  $6.328 \text{ \AA}$

correspond presque au second :  $g_a - g_b \sim 5 \times 10^{-3} g_a$ . Tant que le champ magnétique n'est pas trop fort ( $< 100$  gauss),  $\omega_b - \omega_a$  est négligeable devant  $\Gamma_{ab}$ .

Enfin, pour les effets linéaires (2e ordre), nous montrerons *a posteriori* que l'approximation reste valable tant que  $\omega_b - \omega_a \ll \Delta v$  (largeur Doppler).

Lorsque  $\omega_a - \omega_b$  devient trop important, la discussion ci-dessus nous montre que la base  $|J_a M_a \rangle \langle J_b M_b|$  permet de découpler les équations (45-c) en ce qui concerne l'hamiltonien Zeeman, mais ceci n'est possible que si  $G_{ab}(k)$  et  $g_{ab}(k)$  sont en fait indépendants de  $k$ . En effet, s'il n'en est pas ainsi, la relaxation qui est diagonale dans la base  $ab T_q^k$  (cette base a été construite pour cela) ne l'est plus dans la base  $|J_a M_a \rangle \langle J_b M_b|$ . Dans certains cas, en particulier pour le calcul de la position des résonances de saturation (chapitre VII), il sera préférable de traiter rigoureusement l'hamiltonien Zeeman et de supposer  $G_{ab}$  et  $g_{ab}$  indépendants de  $k$  (ce qui est sans doute assez proche de la réalité). Nous donnons ce calcul à l'appendice C. Dans ce calcul, nous traitons les cohérences optiques sous forme d'éléments de matrice  $\rho_{M_a M_b}^0$  mais nous gardons la base  $\alpha T_q^k$  à l'intérieur de chacun des niveaux de façon à traiter correctement la relaxation des grandeurs atomiques. Cette méthode de calcul aura sa justification lorsque nous montrerons que, pour l'étude des grandeurs atomiques, la valeur précise des temps de relaxation des grandeurs optiques a peu d'influence.

#### 4) Forme générale de la solution stationnaire

##### a) Ordre zéro

A l'ordre zéro, les équations (45-a et b) s'écrivent :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right) \rho_{\alpha Q}^{(0)k} = -(iQ\omega_{\alpha} + \Gamma'_{\alpha}(k)) \rho_{\alpha Q}^{(0)k} + \gamma'_{\alpha}(k) W_M(v) \int \rho_{\alpha Q}^{(0)k}(v', r, t) dv' + W_M(v) \alpha \lambda_Q^k \quad (47)$$

Comme le terme source  $\alpha \lambda_Q^k$ , la solution stationnaire ne dépend ni de  $r$  ni de  $t$ . Pour obtenir cette solution, il suffit donc d'égaliser le second membre à zéro. Après intégration sur les vitesses, on trouve ( $\int W_M(v) dv = 1$ ) :

$$\int \rho_{\alpha Q}^{(0)k}(v, r, t) dv = \rho_{\alpha Q}^{(0)k}(r, t) = \frac{\alpha \lambda_Q^k}{\Gamma'_{\alpha}(k) - \gamma'_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} = \frac{\alpha \lambda_Q^k}{\Gamma_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \quad (48-a)$$

En reportant cette valeur dans le terme "d'arrivée" de (47), on obtient en régime stationnaire :

$$\rho_{\alpha Q}^{(0)k}(v, r, t) = \frac{\alpha \lambda_Q^k W_M(v)}{\Gamma'_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \left[ 1 + \frac{\gamma'_{\alpha}(k)}{\Gamma_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \right] = \frac{\alpha \lambda_Q^k W_M(v)}{\Gamma_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \quad (48-b)$$

On voit que le coefficient de relaxation effectif,  $\Gamma_{\alpha}(k) = \Gamma'_{\alpha}(k) - \gamma'_{\alpha}(k)$  est celui des expériences de pompage optique classique défini en (26-b). Ceci est physiquement évident pour la matrice

densité totale  ${}^{(0)}\bar{\rho}$  puisque, après intégration sur les vitesses, on ne peut observer les phénomènes de changement de vitesse, et puisqu'à l'ordre zéro, il n'y a pas encore d'interaction avec le laser. La propriété est également valable pour  $\rho(v)$  car le modèle utilisé pour les collisions et la diffusion multiple assure la stabilité de la distribution de Maxwell introduite par le terme d'excitation  $\Lambda(v)$ . On a donc toujours  ${}^{(0)}\rho(v) = {}^{(0)}\bar{\rho} W_M(v)$ .

REMARQUE.

Comme nous l'avons signalé au § II-A-4, les termes sources  $\lambda_Q^k$  ( $Q \neq 0$ ) peuvent dépendre du champ magnétique du fait des cascades provenant de tous les niveaux supérieurs. En particulier, si l'on singularise la cascade de b vers a, on voit que :

$${}_a\lambda_Q^k = {}_a\lambda'_Q{}^k + \Theta(b,a,k) \frac{{}_b\lambda_Q^k}{\Gamma_b(k) + iQ\omega_b} \quad (49)$$

Si aucun autre niveau ne présente d'anisotropie,  ${}_b\lambda_Q^k$  et  ${}_a\lambda'_Q{}^k$  ne dépendent pas du champ magnétique.

b) Ordres supérieurs

La complexité des équations croît très vite au fur et à mesure que l'ordre de perturbation croît. En fait, cette complexité provient du très grand nombre de termes et du grand nombre d'indices de sommation, mais la forme des équations reste simple et identique à tous les ordres de perturbation. Dans ce paragraphe, notre but est de dégager la forme générale de ces équations et de leur solution stationnaire.

A chaque ordre de perturbation, chaque grandeur physique obéit à une équation différentielle linéaire dont le terme source est la somme d'un certain nombre de termes oscillants. En raison de la linéarité des équations, la solution sera la somme des solutions correspondant à chaque terme source.

A l'ordre (1), le terme source ne dépend de t et de r que par :

$$E_{-q} = \sum_{\mu} \left[ \sum_{-q}^{\mu} e^{-i(\omega_{\mu}t - k_{\mu}r)} + (-)^q \sum_q^{\mu*} e^{i(\omega_{\mu}t - k_{\mu}r)} \right]$$

A priori,  ${}_{ab}^{(1)}\rho$  et  ${}_{ba}^{(1)}\rho$  seront des sommes de termes oscillants aux mêmes fréquences que ces termes sources (régime d'oscillations forcées).

Au second ordre, les termes sources provenant des produits  $E_{-q} {}_{ab}^{(1)}\rho$  sont de la forme :

$$e^{i\epsilon_{\mu}[\omega_{\mu}t - k_{\mu}r]} e^{i\epsilon_{\nu}[\omega_{\nu}t - k_{\nu}r]} \quad (\epsilon_{\mu} = \pm 1 ; \quad \epsilon_{\nu} = \pm 1)$$

La solution stationnaire sera donc une somme de termes oscillants de cette forme. Les mêmes fréquences interviennent dans l'équation (45-a) et dans l'équation (45-b). Le terme de transfert n'introduit dans l'équation (45-a) que des fréquences déjà présentes dans son terme source direct. Le transfert ne fait

donc que modifier l'amplitude de chaque terme source sans changer la forme de l'équation.

Par récurrence, on voit que l'équation d'ordre  $n$  aura des termes sources oscillants de la forme :

$$e^{i [\Omega_n t - K_n r]} \quad \text{avec}$$

$$\Omega_n = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\mu_i} \omega_{\mu_i} ; \quad K_n = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\mu_i} k_{\mu_i} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\mu_i} = \pm 1 \quad (50)$$

A l'ordre  $n$ , il y a donc  $(2m)^n$  termes sources ( $m =$  nombre de modes, chaque mode comptant double dans le cas d'une onde stationnaire) correspondant à  $(2m)^n/n!$  fréquences différentes. Toutes les équations (45) peuvent donc se mettre sous la forme ( $\Omega$ ,  $\Gamma'$  et  $\gamma'$  sont la fréquence propre et les coefficients de relaxation de la grandeur physique  $f(v, r, t)$ ) :

$$\frac{\partial}{\partial t} f(v, r, t) + v \frac{\partial}{\partial r} f(v, r, t) = (i\Omega - \Gamma') f(v, r, t) + \gamma' W_M(v) \int f(v', r, t) dv' + \sum_{\Omega_n} A(v, \Omega_n) e^{i [\Omega_n t - K_n r]} \quad (51)$$

Cette équation a pour solution stationnaire :

$$f(v, r, t) = \sum_{\Omega_n} f(v, \Omega_n) e^{i [\Omega_n t - K_n r]} \quad (52-a)$$

avec :

$$i(\Omega_n - K_n v) f(v, \Omega_n) = (i\Omega - \Gamma') f(v, \Omega_n) + \gamma' W_M(v) \int f(v', \Omega_n) dv' + A(v, \Omega_n) \quad (52-b)$$

$$f(v, \Omega_n) = \frac{A(v, \Omega_n) + \gamma' W_M(v) \int f(v', \Omega_n) dv'}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)} \quad (53)$$

En intégrant les deux membres par rapport à  $v$ , on trouve :

$$\bar{f}(\Omega_n) = \int f(v, \Omega_n) dv = \frac{\int \frac{A(v, \Omega_n) dv}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)}}{1 - \gamma' \int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)}} \quad (54)$$

$$f(v, \Omega_n) = \frac{1}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)} \left[ A(v, \Omega_n) + \frac{\gamma' W_M(v) \int \frac{A(v', \Omega_n) dv'}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v')}}{1 - \gamma' \int \frac{W_M(v') dv'}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v')}} \right] \quad (55)$$

L'interprétation physique de l'expression (55) peut se faire de la façon suivante :

- Le premier terme  $\frac{A(v, \Omega_n)}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)}$  représente les atomes qui n'ont subi aucune diffusion de leur vitesse. A résonance, cette quantité est égale au débit d'excitation (pour l'ordre de perturbation n considéré)  $A(v, \Omega_n)$  divisé par le débit de départ  $\Gamma'$ . Il s'agit du débit de départ total  $\Gamma'$  qui tient compte à la fois de la probabilité de destruction de la grandeur considérée et de la probabilité de changement de la vitesse.

Le dénominateur résonnant modifie la phase et l'amplitude de l'oscillation forcée en fonction de la différence entre la fréquence  $\Omega_n - K_n v$  de cette oscillation (dans le référentiel de l'atome) et la fréquence propre  $\Omega$  de la grandeur atomique considérée. Il faut remarquer que le terme source  $A(v, \Omega_n)$  est une somme de termes contenant chacun (n-1) dénominateurs résonnants provenant des ordres de perturbation précédents.

- Le second terme représente les atomes qui ont subi des modifications de vitesse et dont la vitesse finale est v. C'est le terme "d'arrivée" des processus de diffusion de vitesse. Si l'on néglige le dénominateur  $1 - \gamma' \int \frac{W_M(v') dv'}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v')}$ , on comprend bien la forme de ce terme :  $\frac{A(v', \Omega_n)}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v')}$  représente l'évolution des atomes de vitesse v' avant qu'ils ne subissent une diffusion de vitesse;  $\gamma' W_M(v)$  est la probabilité qu'ils subissent un processus de diffusion leur donnant la vitesse finale v : suivant notre modèle, cette probabilité est indépendante de la vitesse initiale v'. Le dénominateur  $\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n + K_n v)$  exprime l'évolution après le changement de vitesse. Enfin, il faut sommer les contributions de toutes les vitesses initiales v'.

Le dénominateur  $1 - \gamma' \int dv'(\dots)$  exprime le fait que l'atome peut subir un nombre quelconque de changements de vitesse. En développant en série le terme d'arrivée, on pourrait mettre en évidence séparément les atomes ayant subi 1, 2, ..., n, changements de vitesse.

Simplification. Nous rencontrerons un certain nombre de cas, très importants, pour lesquels on peut négliger  $K_n v$  devant  $\Gamma'$ . Dans ces cas, les dénominateurs ne dépendent plus de v et peuvent être sortis des intégrales. On obtient alors ( $\int W_M(v) dv = 1$ ) :

$$\bar{f}(\Omega_n) = \frac{\int A(v, \Omega_n) dv}{\Gamma' - \gamma' - i(\Omega - \Omega_n)} \quad (54-a)$$

$$f(v, \Omega_n) = \frac{1}{\Gamma' - i(\Omega - \Omega_n)} \left[ A(v, \Omega_n) + \frac{\gamma' W_M(v)}{\Gamma' - \gamma' - i(\Omega - \Omega_n)} \int A(v', \Omega_n) dv' \right] \quad (55-a)$$

où l'on voit apparaître (comme à l'ordre zéro) le coefficient de relaxation  $\Gamma = \Gamma' - \gamma'$  insensible à la diffusion de la vitesse, comme dans les expériences de pompage optique "classique" (26-b).

Approximation séculaire. Beaucoup des fréquences  $\Omega_n$  que nous avons considérées sont hors résonance, c'est-à-dire que, au dénominateur de (55),  $\Omega - \Omega_n$  est très grand (devant les  $\Gamma$ ) :  $f(v, \Omega_n)$  est alors très petit. En règle générale, nous négligerons tous les termes pour lesquels  $\Omega - \Omega_n$  est de l'ordre des fréquences optiques. Donc  $\rho_a$  et  $\rho_b$  auront uniquement des fréquences d'oscillation faibles de l'ordre des fréquences de battement entre modes,  $\omega_v - \omega_\mu$ . Pour  $\rho_{ab}$  nous garderons uniquement les fréquences optiques positives  $\omega_v$  de l'ordre de sa fréquence propre (en champ nul)  $\omega$ . Pour  $\rho_{ba}$  nous ne garderons que les fréquences optiques négatives ( $\sim -\omega$ ).

### 5) Calcul formel de la solution linéaire

Nous allons garder ici les expressions les plus générales pour les différents ordres de  $\rho(v, r, t)$ .

#### a) Ordre (1)

Nous utilisons l'équation (45-c) dans laquelle nous avons posé :

$$\begin{aligned} \omega_a - \omega_b &\approx 0 \\ \frac{\omega_a + \omega_b}{2} &= \omega_z \quad (\text{si } J_a \text{ ou } J_b = 0 : \omega_z = \omega_b \text{ ou } \omega_a) \end{aligned} \quad (56)$$

Le terme source de l'équation (45-c) du 1er ordre s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{Q_1}^{k_1}(v, r, t) &= i \sum_{\substack{k_0 Q_0 \\ q_1}} (-)^{J_a + J_b + Q_0} \frac{1}{\sqrt{2k_0+1} \sqrt{2k_1+1}} P_{ab} E_{-q_1} \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{Bmatrix} \left[ \begin{Bmatrix} (0) & k_0 \\ b \rho_{Q_0} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} + (-)^{k_1+k_0} \begin{Bmatrix} (0) & k_0 \\ a \rho_{Q_0} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \right] \\ &= -i W_M(v) P_{ab} \sum_{\substack{k_0 Q_0 \\ q_1 v}} (-)^{Q_0} \left[ \mathcal{E}_{-q_1}^v e^{-i(\omega_v t - k_v r)} + (-)^{q_1} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} e^{i(\omega_v t - k_v r)} \right] \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{Bmatrix} n(k_0, Q_0, k_1) \end{aligned} \quad (57)$$

On a posé, en utilisant (48-b) :

$$n(k_0, Q_0, k_1) = (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_0+1} \sqrt{2k_1+1}} \left[ \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{b \lambda_{Q_0}^{k_0}}{\Gamma_b(k_0) + i Q_0 \omega_b} + (-)^{k_0+k_1} \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \frac{a \lambda_{Q_0}^{k_0}}{\Gamma_a(k_0) + i Q_0 \omega_a} \right] \quad (58-a)$$

Les coefficients numériques de (57) ont été choisis de façon que :

$$n = n(0, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2J_b+1}} \frac{b \lambda_0^0}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\sqrt{2J_a+1}} \frac{a \lambda_0^0}{\Gamma_a(0)} \quad (58-b)$$

soit "l'inversion de population", c'est-à-dire la différence entre la population moyenne d'un sous-niveau Zeeman  $M_b$ , et la population moyenne d'un sous-niveau  $M_a$ . Lorsque la matrice d'excitation est isotrope, ce



terme est seul différent de zéro : dans ce cas, quelle que soit la polarisation de laser, le milieu est amplificateur si  $n > 0$  et absorbant si  $n < 0$ .

Dans le terme source (57), seuls les termes en  $e^{i\omega_v t}$  sont résonnants, l'approximation séculaire nous permet de négliger les autres. En utilisant (55) et (54), on obtient :

$${}_{ab}^{(1)}\rho_{Q_1}^{k_1}(v, r, t) = -iP_{ab} \sum_{k_0 Q_0} \sum_{q_1 v} (-)^{Q_1} \frac{\begin{pmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{pmatrix} n(k_0, Q_0, k_1) W_M(v) \mathcal{E}_{q_1}^{v*} e^{i(\omega_v t - k_v r)}}{[G_{ab}(k_1) - i(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_v + k_v v)] [1 - g_{ab}(k_1) W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_v + iG_{ab}(k_1))]} \quad (59)$$

$${}_{ab}^{(1)}\bar{\rho}_{Q_1}^{k_1}(r, t) = -iP_{ab} \sum_{k_0 Q_0} \sum_{q_1 v} \frac{(-)^{Q_1} \begin{pmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{pmatrix} n(k_0, Q_0, k_1) W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_v + iG_{ab}(k_1))}{1 - g_{ab}(k_1) W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_v + iG_{ab}(k_1))} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} e^{i(\omega_v t - k_v r)} \quad (60)$$

(59) s'écrit plus simplement que l'expression (55) car le terme source dépend de la vitesse uniquement par le facteur  $W_M(v)$ . La fonction  $W$  figurant dans (59) et (60) est définie ci-dessous.

b) Notations

• La fonction  $W$  figurant à l'ordre 1 est définie par :

$$W(\Omega + i\Gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W_M(v) dv}{\Gamma - i(\Omega + kv)} = \frac{1}{u \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-v^2/u^2} dv}{\Gamma - i(\Omega + kv)} \quad (61-a)$$

$$= \frac{-i}{\Delta v \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{x - \frac{\Omega + i\Gamma}{\Delta v}} = -\frac{i}{\Delta v} Z \left( \frac{\Omega}{\Delta v} + i \frac{\Gamma}{\Delta v} \right)$$

On a posé :  $x = -v/u$  et

$\Delta v = ku = k \sqrt{2RT/M} =$  demi-largeur Doppler de la raie (à  $1/e$ ).

$Z$  est la fonction de dispersion des plasmas, ses valeurs sont tabulées (FREED et CONTE (56)).

A l'appendice F, nous donnerons un certain nombre de ses propriétés. Rappelons que sa partie imaginaire (partie réelle de  $W$ ) n'est autre que le profil de Voigt des raies optiques, et que l'on a la relation de symétrie :

$$W(\Omega + i\Gamma) = W^*(-\Omega + i\Gamma)$$

Dans (59) et (60),  $G_{ab}(k)$  est complexe, il faut donc écrire cette relation de symétrie sous la forme :

$$W(\Omega + iG_{ab}) = W^*(-\Omega + iG_{ab}^*) = W^*(-\Omega + iG_{ba}) \quad (61-b)$$

• A partir de maintenant, nous poserons :

$${}^{(1)}\rho_{ab}(\nu, r, t) = \sum_{\nu} {}^{(1)}\rho_{ab}(\nu, \nu) e^{i(\omega_{\nu} t - k_{\nu} r)} \quad (62-a)$$

$${}^{(2)}\rho_{\alpha\beta}(\nu, r, t) = \sum_{\mu, \nu} {}^{(2)}\rho_{\alpha\beta}(\nu, \nu-\mu) e^{i[(\omega_{\nu} - \omega_{\mu})t - (k_{\nu} - k_{\mu})r]} \quad (62-b)$$

Rappelons que l'approximation séculaire entraîne :  ${}_{ab}\rho(\nu, -\nu) = {}_{ba}\rho(\nu, \nu) = 0$ . Pour les ordres supérieurs, nous utiliserons des notations équivalentes sans prendre la peine de les redéfinir.

• Pour simplifier l'écriture, nous adopterons la convention suivante dans les intermédiaires du calcul : lorsque les lettres grecques  $\nu, \mu, \lambda \dots$  définissant les modes figureront dans des expressions algébriques (autrement qu'en indice), elles signifieront :

$$\nu = \omega_{\nu} - k_{\nu} \nu ; \quad \nu - \mu = \omega_{\nu} - \omega_{\mu} - (k_{\nu} - k_{\mu}) \nu, \text{ etc...} \quad (63)$$

• Enfin, nous conviendrons d'appeler  $k_n$  et  $Q_n$  les indices caractérisant les composantes de la matrice densité à l'ordre  $n$ ,  ${}^{(n)}\rho_{\alpha\beta}$ , dans la base  ${}_{\alpha\beta}T_Q^k$ . Ceci sera très utile, à chaque ordre de perturbation, pour distinguer la contribution des ordres de perturbation précédents. Les indices  $q_i$  caractérisent les composantes du champ électrique laser intervenant à chaque ordre (en raison de permutations d'indices nécessaires à la simplification des expressions, l'indice  $i$  ne suit pas forcément la progression des ordres de perturbation).

c) Ordre 2 : le niveau supérieur b

Dans l'équation (45-b), le terme source à la fréquence  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$  est donné par :

$$B_{Q_2}^{k_2}(\nu, \nu-\mu) = \quad (64)$$

$$= i \sum_{\substack{k_1 Q_1 \\ q_2}} (-)^{2J_a + Q_1} \frac{1}{\sqrt{2k_1+1}} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1}} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \left[ P_{ba} {}^{(1)}\rho_{ab}^{k_1}(\nu, \nu) \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} + (-)^{k_1+k_2+q_2} P_{ab} {}^{(1)}\rho_{ba}^{k_1}(\nu, -\mu) \mathcal{E}_{q_2}^{\nu*} \right]$$

En utilisant l'expression (59) de  ${}^{(1)}\rho_{ab}^{k_1}$  et les relations déduites de l'hermiticité de  $\rho$  et de  $\Lambda$  :

$${}_{ba}\rho_Q^k(\nu, \Omega) = (-)^{J_a - J_b + Q} {}_{ab}\rho_{-Q}^{k*}(\nu, -\Omega) \quad (65)$$

$$n^*(k_0, Q_0, k_1) = (-)^{Q_0} n(k_0, -Q_0, k_1) \quad (66)$$

On obtient :

$$B_{Q_2}^{k_2}(\nu, \nu-\mu) = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2}} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \left[ \begin{array}{c|c|c} k_0 & \nu & \mu \\ \hline Q_0 & q_1 & q_2 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} \quad (67)$$

avec :

$$\begin{aligned} \left[ \begin{matrix} k_0 & \nu & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix} \right]_{Q_2}^{k_2} &= (-)^{J_a + J_b} \sqrt{2k_1 + 1} \sqrt{2k_2 + 1} W_M(\nu) \sum_{Q_1} \left[ \frac{\begin{matrix} (k_0 & 1 & k_1) \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{matrix} \begin{matrix} (k_1 & 1 & k_2) \\ Q_1 & q_2 & -Q_2 \end{matrix}}{[G_{ab}(k_1) - i(\omega - Q_1 \omega_Z - \nu)] [1 - g_{ab}(k_1) W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab}(k_1))]} \right. \\ &+ \left. \frac{(-)^{k_0 + k_2 + Q_0 + Q_2} \begin{matrix} (k_0 & 1 & k_1) \\ Q_0 & q_2 & -Q_1 \end{matrix} \begin{matrix} (k_1 & 1 & k_2) \\ Q_1 & q_1 & -Q_2 \end{matrix}}{[G_{ab}^*(k_1) + i(\omega + Q_1 \omega_Z - \mu)] [1 - g_{ab}^*(k_1) W^*(\omega + Q_1 \omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab}(k_1))]} \right] \end{aligned} \quad (68)$$

Rappelons que  $\nu$  et  $\mu$  dépendent de  $v$  suivant (63). Le second terme de cette expression a été obtenu en échangeant les indices de sommation :  $q_2 \rightarrow q_1$ ;  $q_1 \rightarrow -q_2$ ;  $Q_0 \rightarrow -Q_0$  et en appliquant la règle de symétrie  $\begin{pmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ -Q_0 & -q_2 & Q_1 \end{pmatrix} = (-)^{k_0 + k_1 + 1} \begin{pmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ Q_0 & q_2 & -Q_1 \end{pmatrix}$ .

On obtient alors en utilisant (55) :

$${}_{bQ_2}^{k_2} \rho_{Q_2}^{k_2}(\nu, \nu - \mu) = |P_{ab}|^2 \sum_{k_0 Q_0 k_1} \frac{n(k_0, Q_0, k_1) \mathcal{E}_{q_1}^{\nu} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu}}{\Gamma'_b(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b - (k_\nu - k_\mu) \nu]} \left\{ \begin{matrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} {}_{bQ_2}^{k_2}(\nu, \nu - \mu) \quad (69)$$

$${}_{bQ_2}^{k_2}(\nu, \nu - \mu) = \left[ \begin{matrix} k_0 & \nu & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix} \right]_{Q_2}^{k_2} + \frac{\gamma'_b(k_2) W_M(\nu) \int \frac{\left[ \begin{matrix} k_0 & \nu & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b - (k_\nu - k_\mu) \nu]}}{1 - \gamma'_b(k_2) \int \frac{W_M(\nu') dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b - (k_\nu - k_\mu) \nu]}} \quad (70)$$

La matrice densité sommée sur les vitesses est donc :

$$\begin{aligned} (2) \frac{1}{bQ_2} \rho_{Q_2}^{k_2}(r, t) &= |P_{ab}|^2 \sum_{k_0 Q_0 k_1} \frac{n(k_0, Q_0, k_1)}{q_1 q_2 \nu \mu} \left\{ \begin{matrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)r]} \frac{\mathcal{E}_{q_1}^{\nu} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \int \frac{\left[ \begin{matrix} k_0 & \nu & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix} \right]_{Q_2}^{k_2} dv}{\Gamma'_b(k_2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b - (k_\nu - k_\mu) \nu)}}{1 - \gamma'_b(k_2) \int \frac{W_M(\nu) dv}{\Gamma'_b(k_2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b - (k_\nu - k_\mu) \nu)}} \end{aligned} \quad (71)$$

#### d) Diagrammes mnémotechniques

Nous allons montrer qu'il est possible de visualiser les termes intervenant au 2e ordre à l'aide de diagrammes qui pourront, par la suite, être généralisés à tous les ordres. Il est même possible d'établir des règles permettant de construire l'expression algébrique complète correspondant à chaque diagramme, cependant nous ne le ferons pas ici car, au lieu d'aider la compréhension, la présentation de telles règles alourdirait encore l'exposé.

Si l'on part d'atomes se trouvant à l'ordre zéro dans le niveau b (par exemple), on voit que l'on peut faire agir la perturbation R à gauche de  ${}_{bQ_2}^{(0)} \rho$  pour obtenir  ${}_{ab}^{(1)} \rho$  (terme  ${}_{ab}^{(0)} R {}_{bQ_2}^{(0)} \rho$  du commu-

tateur de (44)) ou à droite pour obtenir  ${}_{ba}^{(1)}\rho$  (terme  ${}_{ba}^{(0)}\rho$  R du commutateur). Partant de  ${}_{ab}^{(1)}\rho$  on peut atteindre  ${}_{b|}^{(2)}\rho$  en faisant agir une seconde fois la perturbation à gauche (terme  ${}_{ba}^R {}_{ab}^{(1)}\rho$ ) ou bien on peut partir de  ${}_{ba}^{(1)}\rho$  et faire agir la perturbation une seconde fois à droite (terme  ${}_{ba}^{(1)}\rho {}_{ab}^R$ ). Les deux chemins, pour passer de  ${}_{b|}^{(0)}\rho$  à  ${}_{b|}^{(2)}\rho$ , correspondent aux deux parties du terme source de (45-b) ou de (64). Ils peuvent être représentés par deux diagrammes différents (figure II-3).

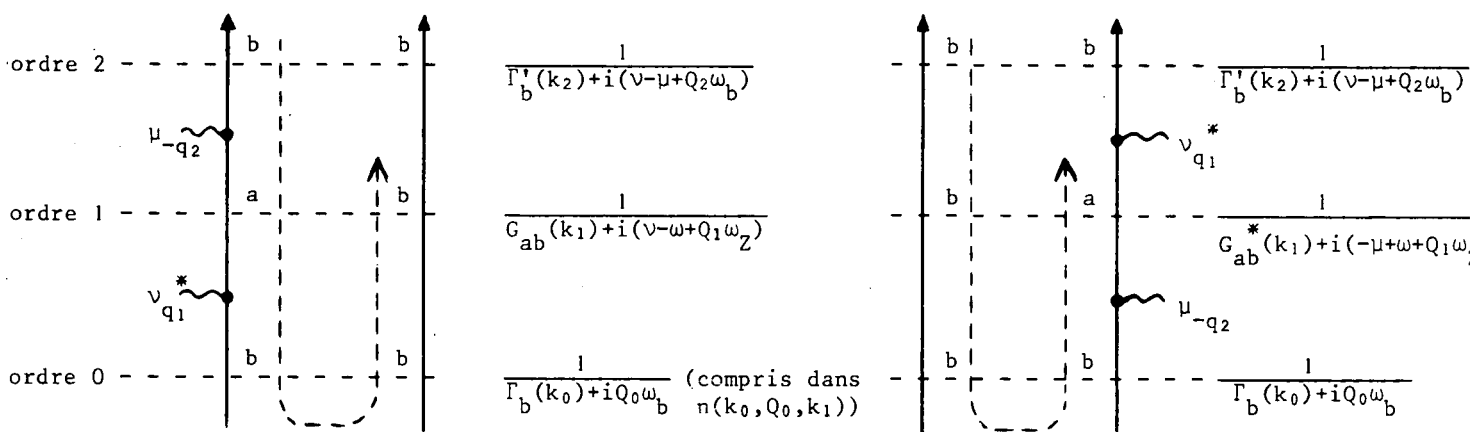


FIGURE II-3,a

FIGURE II-3,b

Un diagramme est constitué de deux traits verticaux représentant l'état à chaque ordre de perturbation des indices  $\alpha$  (trait de gauche) et  $\beta$  (trait de droite) de  ${}_{\alpha\beta}^{(n)}\rho$ . L'évolution se lit du bas vers le haut. Le passage d'un ordre au suivant se fait par une interaction avec un mode du laser, soit sur le trait de droite, soit sur le trait de gauche. Pour chaque interaction, il faut sommer sur tous les modes  $\nu$ , sur toutes les polarisations  $q_n$  et sur tous les indices  $k_n, Q_n$  caractérisant la décomposition de  ${}_{\alpha\beta}^{(n)}\rho$  sur la base des  $\alpha\beta^T Q^k$ .

Lorsque l'on passe par  ${}_{ab}^{(1)}\rho$  (chemin de la figure II-3,a), l'approximation séculaire impose que la première interaction se fasse avec la partie de fréquence positive du mode ( $\mathcal{E}^{\nu*} e^{i(\omega_\nu t - k_\nu r)}$ ), nous noterons l'interaction  $\nu^*$ , et la seconde interaction avec la partie de fréquence négative ( $\mathcal{E}^\mu e^{-i(\omega_\mu t - k_\mu r)}$ ) que nous noterons  $\mu$ . Avec le chemin (II-3,b), c'est-à-dire en passant par  ${}_{ba}^{(1)}\rho$ , il faut utiliser en premier une fréquence négative et en second une fréquence positive. Nous les noterons respectivement  $\mu$  et  $\nu^*$  pour obtenir la même fréquence à l'ordre (2) ( $\omega_\nu - \omega_\mu$ ), avec les deux diagrammes.

L'approximation séculaire permet d'établir une règle générale (valable à tous les ordres) : il faut affecter le mode d'une étoile (fréquence positive) chaque fois que l'on passe de a à b en descendant suivant la branche de gauche, ou en montant suivant la branche de droite (sens de la flèche pointillée). Au contraire, on ne met pas d'étoile (fréquence négative) quand on passe de b à a en suivant le même sens de progression.

Enfin, à chaque ordre de perturbation, l'évolution du système entre deux interactions est représentée par un facteur résonnant qui tient compte du taux de relaxation de la grandeur tensorielle et de l'écart entre la somme (algébrique) des fréquences de tous les modes ayant interagi jusque là, et la fréquence de résonance de l'observable considérée. A l'ordre n le facteur résonnant pour  ${}_{\alpha\beta}^{(n)}\rho_{\alpha\beta}^{k_n}$  est :  $\left[ G_{\alpha\beta}(k_n) + i \left( \sum_{j=1}^n \nu_j \right) - (W_\beta - W_\alpha) + Q_n \omega'_Z \right]^{-1}$  (où  $\omega'_Z = \omega_a, \omega_b$  ou  $\omega_Z$  suivant le cas). Nous n'allons pas la présenter en incluant dans les diagrammes l'effet de la diffusion de la vitesse : la formule (55) et la discussion qui suit permettent de trouver la forme des termes en présence de ce phénomène.

Nous avons discuté la construction de  ${}_{b|}^{(2)}\rho$  à partir de  ${}_{b|}^{(0)}\rho$ , mais il est également possible de partir de  ${}_{a|}^{(0)}\rho$ . On obtient alors les diagrammes de la figure II-4. L'ensemble des diagrammes II-3 et II-4 représente l'ensemble des termes constituant le crochet  $\left[ \left[ \right]_{Q_2}^{k_2} \right]$  (68) figurant dans  ${}_{b|}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}$  (71) (certains facteurs ont été sortis du crochet).

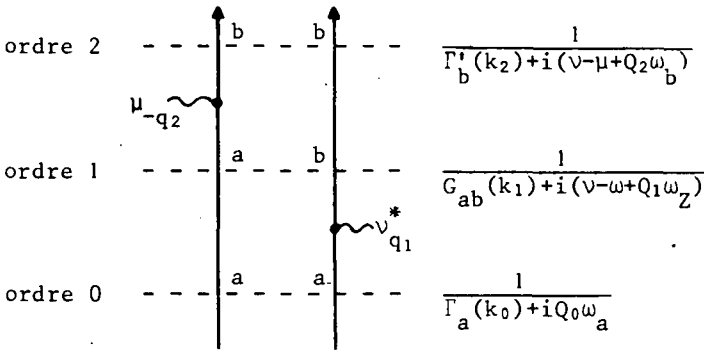


FIGURE II-4, a

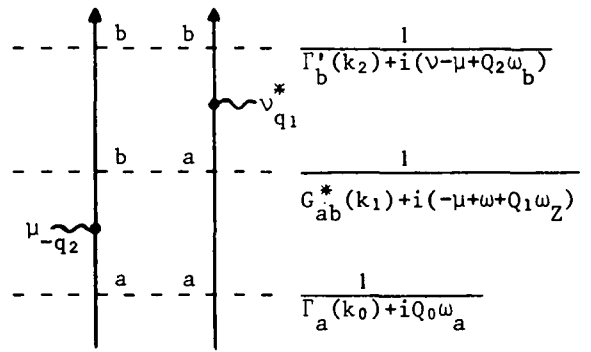


FIGURE II-4, b

e) Le niveau inférieur a

L'équation (45-a) comporte deux termes sources : le second terme (effet direct du laser) est analogue au terme source de (45-b). En le mettant sous la forme (64), on voit aisément qu'il peut s'écrire :

$$A_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) = (-)^{k_2+k_1} \frac{\begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}} B_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) \quad (72)$$

Le premier terme est le terme de transfert, il s'écrit :

$$\Theta(b, a, k_2) {}_{b|}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) \quad (73)$$

Le terme source total peut donc s'écrire :

$$A_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2}} \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} (-)^{k_1+k_2} \left\{ \begin{Bmatrix} k_0 & v & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{Bmatrix} \right\}_{Q_2}^{k_2} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) b_{Q_2}^{k_2}}{\Gamma'_b(k_2) + i[v-\mu+Q_2\omega_b]} \quad (74)$$

Le coefficient de transfert  $\mathcal{A}$  est défini par (l'expression de  $\Theta$  est donnée en (19)) :

$$\mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) = (-)^{k_1+k_2} \frac{\begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}} \frac{\Theta(b, a, k_2)}{\gamma_{ba}} = (-)^{J_a+J_b+k_1} \begin{Bmatrix} k_2 & J_b & J_b \\ l & J_a & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \quad (75)$$

Les valeurs de  $\mathcal{A}$  seront tabulées au chapitre IV (IV-26,b). Cette notation a été choisie de façon à faire apparaître séparément la probabilité de transition  $\gamma_{ba}$  (proportionnelle à  $|P_{ab}|^2$ ) et les coefficients angulaires rassemblés dans  $\mathcal{A}$ .

A l'aide du terme source (74), on obtient la matrice densité du niveau inférieur :

$${}^{(2)}\rho_{aQ}^{k_2}(v, v-\mu) = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2}} (-)^{k_1+k_2} \frac{n(k_0, Q_0, k_1) \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu}}{\Gamma'_a(k_2) + i(v-\mu+Q_2\omega_a)} \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} a_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) \quad (76)$$

$$a_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) = \left[ \begin{Bmatrix} k_0 & v & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{Bmatrix} \right]_{Q_2}^{k_2} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) b_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i(v-\mu+Q_2\omega_b)} \quad (77)$$

$$+ \frac{\gamma'_a(k_2) W_M(v) \int \left\{ \left[ \begin{Bmatrix} l & l \end{Bmatrix} \right]_{Q_2}^{k_2} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) b_{Q_2}^{k_2}}{\Gamma'_b(k_2) + i(v-\mu+Q_2\omega_b)} \right\} \frac{dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(v-\mu+Q_2\omega_a)}}{1 - \gamma'_a(k_2) \int \frac{W_M(v') dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(v-\mu+Q_2\omega_a)}}$$

Après intégration sur les vitesses, on obtient :

$${}^{(2)}\rho_{aQ_2}^{k_2}(r, t) = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ v \mu q_1 q_2}} (-)^{k_1+k_2} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & l & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu} e^{i[(\omega_v - \omega_\mu)t - (k_v - k_\mu)r]} \quad (78)$$

$$\frac{\int \left\{ \left[ \begin{Bmatrix} k_0 & v & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{Bmatrix} \right]_{Q_2}^{k_2} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) b_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i[\omega_v - \omega_\mu + Q_2\omega_b - (k_v - k_\mu)v]} \right\} \frac{dv}{\Gamma'_a(k_2) + i[\omega_v - \omega_\mu + Q_2\omega_a - (k_v - k_\mu)v]}}{1 - \gamma'_a(k_2) \int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma'_a(k_2) + i[\omega_v - \omega_\mu + Q_2\omega_a - (k_v - k_\mu)v]}}$$

Ces formules sont analogues aux formules (69), (70) et (71) pour le niveau b. La principale différence provient des termes de transfert par émission spontanée. On peut facilement comprendre la forme de ces termes dans le cas simple où l'on peut négliger les phénomènes de changement de vitesse ( $\gamma'_b = \gamma'_a = 0$ ). En effet  $b_{Q_2}^{k_2}$  est alors égal à  $\left[ \begin{array}{c} | \\ | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2}$  qui se met en facteur, ce qui permet d'exprimer le transfert sous la forme d'un simple facteur correctif :

$$\left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2)}{\Gamma_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\} \quad (78-a)$$

Le dénominateur  $\Gamma_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)$  exprime l'évolution des atomes dans le niveau supérieur b avant qu'ils ne descendent au niveau a,  $\gamma_{ba}$  exprime la probabilité de cette transition et le dénominateur  $\Gamma_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)$  de (76) exprime l'évolution des atomes une fois qu'ils sont en a. Lorsque les processus de changement de vitesse existent, les termes de transfert sont compliqués, car il faut tenir compte des changements de vitesse possibles dans le niveau b puis dans le niveau a.

Remarques sur le second ordre

Nous étudierons très en détail les résultats du second ordre au chapitre IV. Faisons cependant, dès maintenant, quelques remarques :

- La matrice densité de chacun des deux niveaux est modulée à toutes les fréquences  $\omega_\nu - \omega_\mu$ , c'est-à-dire aux fréquences de battements des modes pris deux à deux.
- Dans les expressions (71) et (78) de  $\overline{b}_\rho^{(2)}$  et  $\overline{a}_\rho^{(2)}$ , on a isolé quatre types de facteurs :
  - $|P_{ab}|^2$  qui caractérise la probabilité de transition de la raie laser (force d'oscillateur).
  - $\mathcal{E}_{q_1}^{\nu} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu}$  caractérise l'effet de l'amplitude et de la polarisation du faisceau laser, ainsi que l'effet de la phase relative des modes.
  - $n(k_0, Q_0, k_1)$  contient l'information sur l'état initial du système atomique.
  - Les autres facteurs caractérisent la possibilité d'interaction laser-atomes en présence d'un champ magnétique, tant en ce qui concerne la polarisation (coefficient 3J et 6J) que la fréquence (dénominateurs exprimant les résonances). Ce dernier facteur tient également compte de toutes les formes de relaxation.

f) Cas d'une onde progressive

Lorsque le faisceau laser est une onde progressive (cellule hors de la cavité), une importante simplification peut être apportée. Dans ce cas, tous les  $k_\nu$  sont positifs et l'on peut négliger les termes  $(k_\nu - k_\mu) v$ . En effet,  $\left| \frac{k_\nu - k_\mu}{k_\nu} \right| \approx \left| \frac{\omega_\nu - \omega_\mu}{\omega_\nu} \right| \sim 10^{-7}$  pour un laser à gaz d'environ deux mètres de long. Donc,  $(k_\nu - k_\mu)v \sim 10^{-7} k_\nu v = 10^{-7} \Delta v$ ; comme la largeur Doppler est d'environ  $10^9$  Hz :  $(k_\nu - k_\mu)v$  est de l'ordre de 100 Hz, ce qui est négligeable devant  $\omega_\nu - \omega_\mu$  ( $\sim 10^8$  Hz). Ceci signifie que l'on peut négliger la variation d'effet Doppler d'un mode à l'autre. Il est bien évident que cette approximation n'est pas possible dans le cas d'une onde stationnaire puisque les effets

Doppler de deux ondes se propageant en sens inverse sont opposés.

Avec cette approximation, les formules (70), (71), (77) et (78) se simplifient (suivant la méthode utilisée pour obtenir (54-a) et (55-a) :

$$b_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) = \left[ \begin{array}{c|c} k_0 & \nu \quad \mu \\ \hline Q_0 & q_1 \quad q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} + \frac{\gamma'_b(k_2) W_M(v) \int \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) - \gamma'_b(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b]} \quad (79)$$

$$(2) \frac{b_{Q_2}^{k_2}(r, t)}{P_{ab}} = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2 \nu \mu}} n(k_0, Q_0, k_1) \left\{ \begin{array}{c|c} k_1 & l \quad k_2 \\ \hline J_b & J_b \quad J_a \end{array} \right\} \mathcal{Z}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{Z}_{-q_2}^{\mu} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)r]} \int \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv \quad (80)$$

$$a_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) = \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2) b_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b)} \quad (81)$$

$$+ \frac{\gamma'_a(k_2) W_M(v)}{\Gamma'_a(k_2) - \gamma'_a(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_a]} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) - \gamma'_b(k_2) + i[\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b]} \right\} \int \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv$$

$$(2) \frac{a_{Q_2}^{k_2}(r, t)}{P_{ab}} = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 Q_1 \\ q_1 q_2 \nu \mu}} (-)^{k_1+k_2} n(k_0, Q_0, k_1) \left\{ \begin{array}{c|c} k_1 & l \quad k_2 \\ \hline J_a & J_a \quad J_b \end{array} \right\} \mathcal{Z}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{Z}_{-q_2}^{\mu} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)r]} \quad (82)$$

$$\left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) - \gamma'_b(k_2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q_2 \omega_b)} \right] \int \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv$$

En utilisant l'expression (68), on trouve :

$$\int \left[ \begin{array}{c|c} k_1 & l \\ \hline Q_1 & q_1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv = (-)^{J_a+J_b} \frac{1}{\sqrt{2k_1+1} \sqrt{2k_2+1}} \sum_{Q_1} \left[ \frac{\begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab}(k_1))}{1 - g_{ab}(k_1) W(\omega - Q_1 \omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab}(k_1))} \quad (83)$$

$$+ \frac{(-)^{k_0+k_2+Q_0+Q_2} \begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_2 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_1 & -Q_2 \end{pmatrix} W^*(\omega + Q_1 \omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab}(k_1))}{1 - g_{ab}^*(k_1) W^*(\omega + Q_1 \omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab}(k_1))} \right]$$

Dans ce cas, on voit que pour  $(2) \frac{a_{Q_2}^{k_2}}{P_{ab}}$  et  $(2) \frac{b_{Q_2}^{k_2}}{P_{ab}}$  les coefficients de relaxation

effectifs sont  $\Gamma'_a(k_2) = \Gamma'_a(k_2) - \gamma'_a(k_2)$  et  $\Gamma'_b(k_2) = \Gamma'_b(k_2) - \gamma'_b(k_2)$ , c'est-à-dire les coefficients de relaxation usuels (cf. § B-4, éq. 49) des grandeurs tensorielles  $k_2$ , prises globalement, sans tenir compte des changements de la vitesse des atomes. Ceci se comprend aisément puisque notre méthode d'observation



globale de  $\bar{\rho}$  ne nous permet pas de voir les changements de vitesse survenus après la transition induite par le laser (2e ordre de perturbation = 1 transition sous l'effet du laser). On comprend également que le transfert par émission spontanée s'exprime, dans (82), sous la forme simplifiée (78-a). La diffusion de la vitesse ne peut avoir de l'influence que "pendant" l'interaction avec le laser (de façon plus précise, dans l'intervalle compris entre les deux points d'interaction des diagrammes des figures 3 et 4); c'est pourquoi elle n'apparaît que par la relaxation des cohérences optiques dans le facteur (83).

Lorsque l'onde laser est stationnaire, il faut garder les expressions (70) et (72) de  $b_{Q_2}^{k_2}$  et  $a_{Q_2}^{k_2}$  pour calculer les ordres supérieurs, mais nous montrerons au chapitre IV que les grandeurs expérimentalement intéressantes peuvent encore être déduites des formules simplifiées (80) et (82) de  $(2)_{b\rho}^{k_2}$  et  $(2)_{a\rho}^{k_2}$ .

REMARQUE.

On voit que les expressions (II-80) et (II-82) (onde progressive) sont les solutions stationnaires des équations :

$$\frac{\partial}{\partial t} (2)_{b\rho}^{k_2}(r,t) = -(iQ_2\omega_b + \Gamma_b(k_2)) (2)_{b\rho}^{k_2}(r,t) + \sum_{k_0 Q_0 k_1} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} B' \quad (84-a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (2)_{a\rho}^{k_2}(r,t) = -(iQ_2\omega_a + \Gamma_a(k_2)) (2)_{a\rho}^{k_2}(r,t) + \Theta(b, a, k_2) (2)_{b\rho}^{k_2} + \sum_{k_0 Q_0 k_1} (-)^{k_2+k_1} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} B' \quad (84-b)$$

avec

$$B' = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ v \mu Q_1}} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} e^{i[(\omega_v - \omega_\mu)t - (k_v - k_\mu)r]} \int \left[ \left| \begin{Bmatrix} k_2 \\ J_a \end{Bmatrix} \right| \right]_{Q_2}^{k_2} dv \quad (84-c)$$

Ces équations peuvent d'ailleurs se déduire directement des équations (45-a) et (45-b) par intégration sur les vitesses, à condition de faire la même hypothèse :  $(k_v - k_\mu)v \ll \omega_v - \omega_\mu$ . En effet, dans ces conditions, on voit que  $\dot{\rho} = (\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r})\rho$  peut être remplacé par  $\frac{\partial}{\partial t} \rho$ , car  $\rho$  est une somme de termes de la forme  $e^{-i[(\omega_v - \omega_\mu)t - (k_v - k_\mu)r]}$ .

Les équations (84) donnent directement la matrice densité sommée sur les vitesses. Dans le terme source B' chaque fréquence du laser est pondérée par un facteur  $\int \left[ \left| \begin{Bmatrix} k_2 \\ J_a \end{Bmatrix} \right| \right]_{Q_2}^{k_2} dv$  qui représente l'effet de la forme de raie optique du système atomique (cf. IV-15 et 16 dans le cas d'une excitation isotrope).

Si le laser comprend assez de modes suffisamment rapprochés pour que la distribution de vitesse des atomes excités soit maxwellienne, l'utilisation d'un terme de relaxation isotrope dans les équations (84) est justifiée même si elle ne l'est pas dans les équations (45) (à condition que l'anisotropie provienne uniquement de la symétrie imposée par le pompage optique laser). En effet, l'intégration sur v avant la résolution des équations permet alors de remplir toutes les conditions requises

pour l'application de (13) (Cf. discussion du § II-A-5-a). Ceci justifie l'utilisation que nous ferons des formules (80) et (82), pour la détermination expérimentale des temps de relaxation.

### 6) Calcul des termes non linéaires

#### a) Ordre 3

Nous utilisons à nouveau l'équation (45-c) en y insérant les résultats de l'ordre (2) (on néglige toujours le couplage entre ordres tensoriels :  $\omega_a - \omega_b \ll \Gamma'_{ab}$ ). Les termes source sont :

$$C_{Q_3}^{k_3}(v, \lambda - \mu + \nu) = i \sum_{\substack{k_2 Q_2 \\ q_3}} (-)^{J_a + J_b + Q_2 + q_3} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1} \sqrt{2k_3+1}} P_{ab} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{Bmatrix} \mathcal{Z}_{q_3}^{\lambda*} \quad (85)$$

$$\left[ \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) + (-)^{k_3+k_2} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) \right]$$

$$= -i \sum_{k_2 Q_2 q_3} (-)^{Q_3} P_{ab} \mathcal{Z}_{q_3}^{\lambda*} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{Bmatrix} n(k_2, Q_2, k_3; v; v-\mu)$$

Par analogie avec le premier ordre (éq. 58-a), nous avons posé

$$n(k_2, Q_2, k_3; v; v-\mu) = (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1} \sqrt{2k_3+1}} \left[ \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) + (-)^{k_3+k_2} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu) \right] \quad (86-a)$$

$$= (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1} \sqrt{2k_3+1}} |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2}} n(k_0, Q_0, k_1) \mathcal{Z}_{q_1}^{v*} \mathcal{Z}_{-q_2}^{\mu}$$

$$\left[ \frac{\begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i [\nu - \mu + Q_2 \omega_b]} + \frac{(-)^{k_3+k_1} \begin{Bmatrix} k_1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} {}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}(v, v-\mu)}{\Gamma'_a(k_2) + i [\nu - \mu + Q_2 \omega_a]} \right]$$

$n(k_2, Q_2, k_3; v, v-\mu)$  peut être considéré comme une première correction à  $n(k_0, Q_0, k_1) W_M(v)$ , due à l'effet de saturation du laser. Cette notation a été introduite pour simplifier le calcul de l'ordre (4), mais pour mieux faire apparaître les corrections des 3e et 4e ordres comme des fonctions du 3e et du 4e degré par rapport aux champs électriques, nous utiliserons aussi la notation :

$$n(k_2, Q_2, k_3; v, v-\mu) = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k_0 Q_0 q_1 q_2 \\ k_1}} n(k_0, Q_0, k_1) \mathcal{Z}_{q_1}^{v*} \mathcal{Z}_{-q_2}^{\mu} \left[ \begin{array}{c|c|c} k_0 & \nu & \mu \\ Q_0 & q_1 & q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c|c} k_1 & k_2 \\ & Q_2 \end{array} \right]^{k_3} \quad (86-b)$$

Avec le terme source (85), on obtient :

$$(3) \rho_{ab}^{k_3}(v, v-\mu+\lambda) = -i P_{ab} \sum_{k_2 Q_2 q_3} \frac{(-)^{Q_3} \zeta_{q_3}^{\lambda*} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{pmatrix}}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \quad (87)$$

$$\left[ \frac{g_{ab}(k_3) W_M(v) \int \frac{n(k_2, Q_2, k_3; v'; \nu - \mu) dv'}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}}{1 - g_{ab}(k_3) \int \frac{W_M(v') dv'}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}} \right]$$

$$(3) \rho_{ab}^{k_3}(r, t) = -i P_{ab} |P_{ab}|^2 \sum_{k_0 k_1 k_2} \sum_{\nu \mu \lambda Q_0 Q_2} \sum_{q_1 q_2 q_3} (-)^{Q_3} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{pmatrix} \zeta_{q_1}^{\nu*} \zeta_{-q_2}^{\mu} \zeta_{q_3}^{\lambda*} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda)r]}$$

$$\frac{\int \frac{\begin{pmatrix} k_0 & \nu & \mu & k_1 & k_2 \\ Q_0 & q_1 & q_2 & Q_2 \end{pmatrix}^{k_3} dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}}{1 - g_{ab}(k_3) \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}} \quad (88)$$

b) 4e ordre

En utilisant l'expression (87) de  $(3) \rho_{ab}^{k_3}(v, v-\mu+\lambda)$ , on obtient le terme source de l'équation donnant  $(4) \rho_{ab}^{k_4}(v, v-\mu+\lambda-\kappa)$  :

$$B_{Q_4}^{k_4}(v, v-\mu+\lambda-\kappa) = i \sum_{k_3 Q_3 q_4} (-)^{J_a + Q_3} \frac{1}{\sqrt{2k_3+1}} \frac{1}{\sqrt{2k_4+1}} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_4 & -Q_4 \end{Bmatrix} \quad (89)$$

$$\left[ P_{ba} (3) \rho_{ab}^{k_3}(v, v-\mu+\lambda) \zeta_{-q_4}^{\kappa} + (-)^{k_3+k_4+q_4} P_{ab} (3) \rho_{ba}^{k_3}(v, v-\mu-\kappa) \zeta_{q_4}^{\lambda*} \right]$$

$$= |P_{ab}|^2 \sum_{k_2 k_3 q_3} \sum_{Q_2 Q_3 q_4} (-)^{J_a + J_b} \frac{1}{\sqrt{2k_3+1}} \frac{1}{\sqrt{2k_4+1}} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \zeta_{q_3}^{\lambda*} \zeta_{-q_4}^{\kappa}$$

$$\cdot \left\{ \frac{\begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_4 & -Q_4 \end{pmatrix}}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \left[ \frac{g_{ab}(k_3) W_M(v) \int \frac{n(k_2, Q_2, k_3; v'; \nu - \mu) dv'}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}}{1 - g_{ab}(k_3) \int \frac{W_M(v') dv'}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)}} \right] \right.$$

$$\left. + \frac{(-)^{k_2+k_4+Q_2+Q_4} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_4 & -Q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_3 & -Q_4 \end{pmatrix}}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)} \left[ \frac{g_{ab}^*(k_3) W_M(v) \int \frac{n(k_2, Q_2, k_3; v'; \nu - \mu) dv'}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)}}{1 - g_{ab}^*(k_3) \int \frac{W_M(v') dv'}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)}} \right] \right\}$$

Dans le dernier terme, on a effectué un certain nombre de permutations d'indices muets et on a utilisé les relations de symétrie des (3J), de  ${}_{ab}^{\rho k} Q$  (formule 65) et de n :

$$n^*(k_2, Q_2, k_3; \nu; \nu - \mu) = (-)^{Q_2} n(k_2, -Q_2, k_3; \nu; \mu - \nu)$$

Cette relation se démontre (cf. (86-a)) en utilisant l'hermiticité de  ${}_{a|}^{(2)\rho}$  et de  ${}_{b|}^{(2)\rho}$ .

Diagrammes :

Le terme source  $B_{Q_4}^{k_4}$  peut être représenté par des diagrammes analogues à ceux de l'ordre 2 (§ II-B-5-d). On peut simplement représenter le passage de l'ordre (2) à l'ordre (4) par des diagramme de même structure que ceux qui permettent de passer de l'ordre (0) à l'ordre (2). On obtient alors 4 diagrammes correspondant à deux points de départ ( ${}_{a|}^{(2)\rho}$  ou  ${}_{b|}^{(2)\rho}$ ) et, pour chacun de ces points de départ, à deux chemins ( ${}_{ab|}^{(3)\rho}$  ou  ${}_{ba|}^{(3)\rho}$ ). La figure II-5 donne le diagramme déduit de (II-3-a) : Il faut changer les indices, mais surtout il faut faire attention à l'oscillation ( $\omega_\nu - \omega_\mu$ ) du terme d'ordre (2) qui est ici le point de départ.

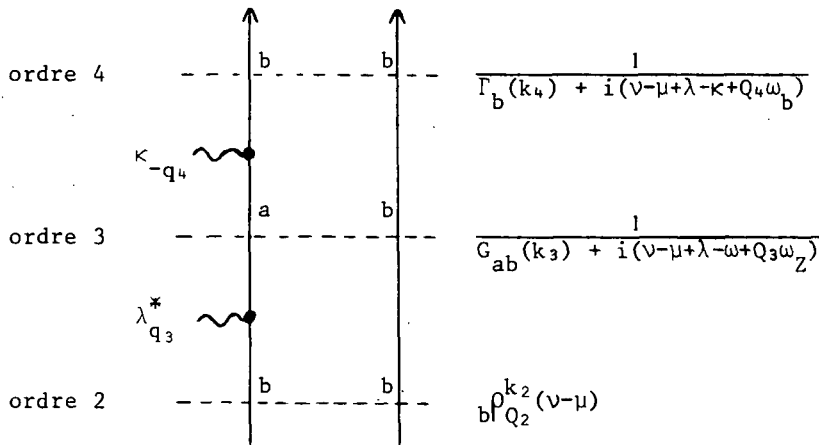


FIGURE II-5

On peut également représenter les termes d'ordre (4) par des diagrammes complets partant de l'ordre (0) : nous les avons tous représentés sur la figure II-6. Nous voyons que 16 types de chemins interviennent dans la construction de  ${}_{b|}^{(4)\rho k_4} Q_4$ .

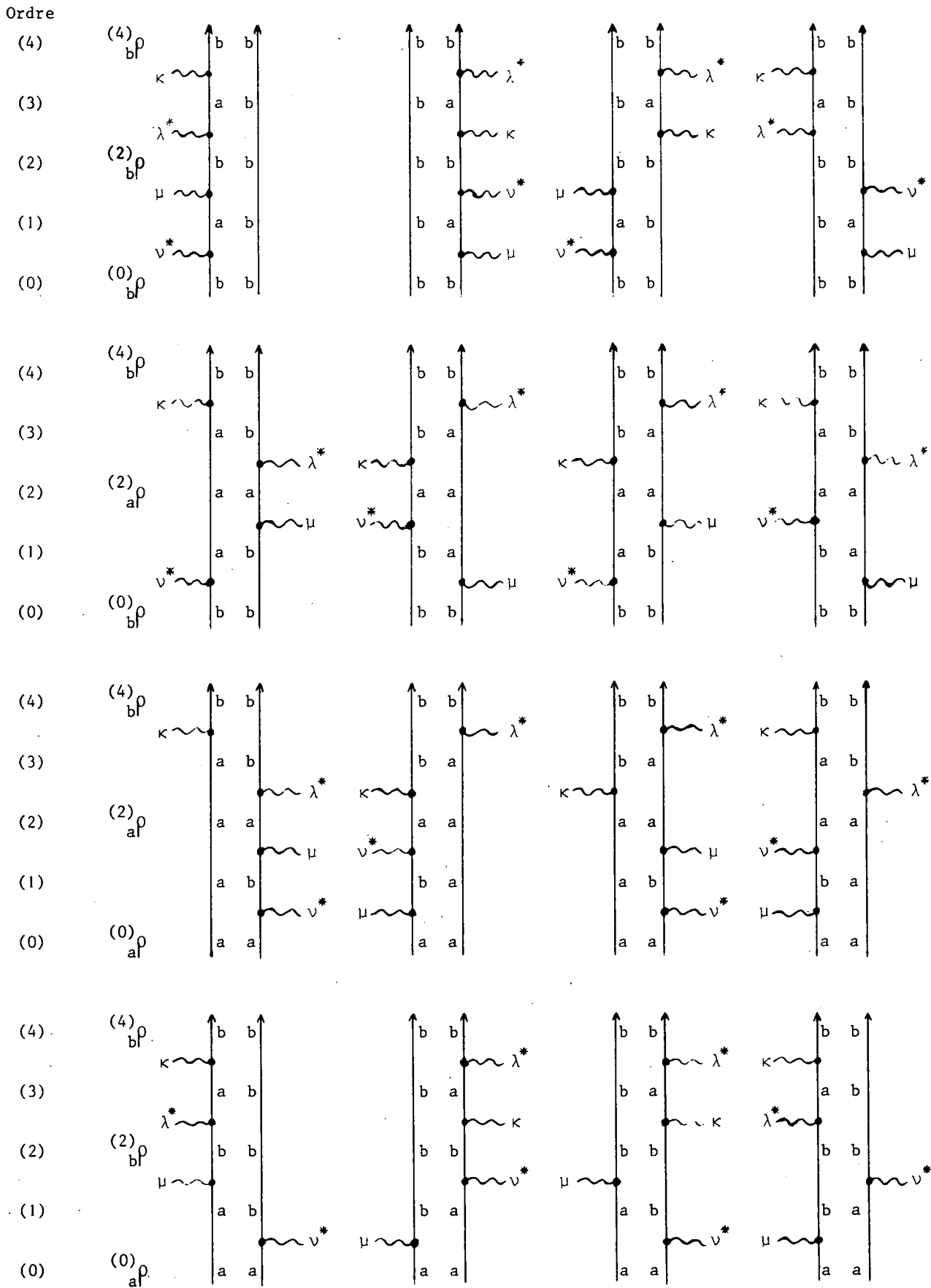


FIGURE II-6

En utilisant (86-b), on obtient :

$$B_{Q_4}^{k_4}(v, v-\mu+\lambda-\kappa) = |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 k_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4}} n(k_0, Q_0, k_1) \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu} \zeta_{q_3}^{\lambda*} \zeta_{-q_4}^{\kappa} \begin{Bmatrix} k_3 & l & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_0 & v & \mu & \lambda & \kappa & k_1 \\ Q_0 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & k_3 \end{Bmatrix}_{Q_4}^{k_4} \quad (90-a)$$

$$\begin{Bmatrix} k_0 & v & \mu & \lambda & \kappa & k_1 \\ Q_0 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & k_3 \end{Bmatrix}_{Q_4}^{k_4} = \quad (90-b)$$

$$\sum_{k_2 Q_2 Q_3} (-)^{J_a + J_b} \frac{1}{\sqrt{2k_3+1} \sqrt{2k_4+1}} \frac{\begin{Bmatrix} k_2 & l & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & l & k_4 \\ Q_3 & q_4 & -Q_4 \end{Bmatrix}}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \left[ \begin{Bmatrix} | & | \end{Bmatrix}^{k_3} + \frac{g_{ab}(k_3) W_M(v)}{1 - g_{ab}(k_3)} \int \frac{\begin{Bmatrix} | & | \end{Bmatrix}^{k_3} dv'}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \right]$$

$$+ (-)^{k_2 + k_4 + Q_2 + Q_4} \frac{\begin{Bmatrix} k_2 & l & k_3 \\ Q_2 & q_4 & -Q_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & l & k_4 \\ Q_3 & q_3 & -Q_4 \end{Bmatrix}}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)} \left[ \begin{Bmatrix} | & | \end{Bmatrix}^{k_3} + \frac{g_{ab}^*(k_3) W_M(v)}{1 - g_{ab}^*(k_3)} \int \frac{\begin{Bmatrix} | & | \end{Bmatrix}^{k_3} dv'}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)} \right]$$

En utilisant (54) et (55), on a alors (le calcul est analogue à celui du 2e ordre) :

$$(4) \frac{b_{Q_4}^{k_4}}{b_{Q_4}^{k_4}}(v, v-\mu+\lambda-\kappa) = |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 k_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4}} \frac{n(k_0, Q_0, k_1) \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu} \zeta_{q_3}^{\lambda*} \zeta_{-q_4}^{\kappa}}{k_0 Q_0 k_1 k_3 \Gamma_b'(k_4) + i[\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b]} \begin{Bmatrix} k_3 & l & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} b_{Q_4}^{k_4}(v, v-\mu+\lambda-\kappa) \quad (91)$$

$$b_{Q_4}^{k_4}(v, v-\mu+\lambda-\kappa) = \begin{Bmatrix} | & | & | & | \end{Bmatrix}_{Q_4}^{k_4} + \frac{\gamma_b'(k_4) W_M(v) \int \frac{\begin{Bmatrix} | & | & | & | \end{Bmatrix}_{Q_4}^{k_4} dv}{\Gamma_b'(k_4) + i[\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b]}}{1 - \gamma_b'(k_4) \int \frac{W_M(v)}{\Gamma_b'(k_4) + i[\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b]}} \quad (92)$$

$$(4) \frac{b_{Q_4}^{k_4}}{b_{Q_4}^{k_4}}(r, t) = |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 k_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu \mu \lambda \kappa}} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_3 & l & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \zeta_{q_1}^{v*} \zeta_{-q_2}^{\mu} \zeta_{q_3}^{\lambda*} \zeta_{-q_4}^{\kappa} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \int \frac{\begin{Bmatrix} | & | & | & | \end{Bmatrix}_{Q_4}^{k_4} dv}{\Gamma_b'(k_4) + i[\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b]} \cdot \frac{1}{1 - \gamma_b'(k_4) \int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma_b'(k_4) + i[\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b]}} \quad (93)$$

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{1}{\alpha!} \rho_{Q_4}^{k_4}(r, t) = & |P_{ab}| \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 k_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu \mu \kappa \lambda}} (-)^{k_3+k_4} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \\
 & \left\{ \left[ \left[ \begin{array}{|c|} \hline \phantom{0} \\ \hline \end{array} \right]_{Q_4} \right]^{k_4} - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{L}(b, a, k_3, k_4) b_{Q_4}^{k_4}(\nu, \nu - \mu + \lambda - \kappa)}{\Gamma'_b(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b)} \right\} \frac{dv}{\Gamma'_a(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_a)} \\
 & 1 - \gamma'_a(k_4) \int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma'_a(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_a)}
 \end{aligned} \tag{94}$$

REMARQUE.

Les permutations d'indices et les relations de symétrie utilisées dans (89) nous ont permis de mettre en facteur  $n(k_0, Q_0, k_1)$  et  $\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\kappa*} \mathcal{E}^{\lambda}$  de façon à isoler l'effet de l'état initial et à bien mettre en évidence la dépendance quadratique par rapport au champ électrique. Ainsi, les formules du 4e ordre prennent une forme analogue à celles du second ordre.

Cependant, il est possible de présenter les résultats du 4e ordre, d'une façon différente. Cette présentation sera plus commode dans les cas particuliers étudiés aux chapitres VII et VIII. Pour cela, remarquons que (89) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 B_{Q_4}^{k_4}(\nu - \mu + \lambda - \kappa) = & \sum_{k_3 Q_3 q_4} (-)^{2J_a + Q_3} \frac{1}{\sqrt{2k_3+1} \sqrt{2k_4+1}} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \\
 & \left[ i \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_4 & -Q_4 \end{Bmatrix} P_{ba} \rho_{Q_3}^{k_3}(\nu - \mu + \lambda) \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} - i(-)^{Q_4} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_4 & Q_4 \end{Bmatrix} P_{ba}^* \rho_{Q_3}^{k_3*}(\mu - \nu + \kappa) \mathcal{E}_{-q_4}^{\lambda*} \right]
 \end{aligned}$$

En effectuant une permutation des indices  $\nu \leftrightarrow \mu$  et  $\kappa \leftrightarrow \lambda$  dans le second terme, on voit que celui-ci est complexe conjugué du premier à condition de changer  $Q_4$  en  $-Q_4$ . On obtient alors :

$$\frac{1}{\alpha!} \rho_{Q_4}^{k_4} = \alpha \bar{F}(k_4, Q_4) + (-)^{Q_4} \alpha^* \bar{F}(k_4, -Q_4) \tag{95}$$

où  $\alpha \bar{F}(k_4, Q_4)$  est donné par (93) ou (94) (si  $\alpha = b$  ou  $a$ ) à condition de ne garder que la première ligne de l'expression (90-b), de  $\left[ \begin{array}{|c|} \hline \phantom{0} \\ \hline \end{array} \right]_{Q_4}^{k_4}$ , c'est-à-dire le terme en  $[G_{ab}^{-i(\omega - Q_3 \omega_2 - \nu + \mu - \lambda)}]^{-1}$ . L'expression (95) montre de façon évidente que  $\frac{1}{\alpha!} \rho_{Q_4}^{k_4}$  est réel. C'est cette propriété qui rendra la forme (95) commode au chapitre VII où nous nous limiterons à l'étude des grandeurs longitudinales.

c) Onde progressive

Dans le cas particulier d'une onde progressive, des simplifications analogues à celles rencontrées au second ordre se produisent : les dénominateurs du 4e ordre ne dépendent plus de  $\nu$  et peuvent être sortis des intégrales. On obtient alors à la place de (93) et (94) des formules de même forme que (80) et (82) qui s'expriment en fonction de  $\Gamma_\alpha(k_4) = \Gamma'_\alpha(k_4) - \gamma'_\alpha(k_4)$  :

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{\rho^{k_4}}{b \Gamma_{Q_4}}(r, t) = & |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_0, Q_0, k_1, k_3 \\ q_1, q_2, q_3, q_4 \\ \nu, \mu, \lambda, \kappa}} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \xi_{q_1}^{\nu*} \xi_{-q_2}^{\mu} \xi_{q_3}^{\lambda*} \xi_{-q_4}^{\kappa} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \\
 & \cdot \frac{\int \left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_4}^{k_4} dv}{\Gamma_b(k_4) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q_4 \omega_b)} \quad (96-b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{\rho^{k_4}}{a \Gamma_{Q_4}}(r, t) = & |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_0, Q_0, k_1, k_3 \\ q_1, q_2, q_3, q_4 \\ \nu, \mu, \lambda, \kappa}} (-)^{k_3+k_4} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \xi_{q_1}^{\nu*} \xi_{-q_2}^{\mu} \xi_{q_3}^{\lambda*} \xi_{-q_4}^{\kappa} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \\
 & \cdot \frac{\int \left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_4}^{k_4} dv}{\Gamma_a(k_4) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q_4 \omega_a)} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_3, k_4)}{\Gamma_b(k_4) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q_4 \omega_b)} \right] \quad (96-a)
 \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \int \left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_4}^{k_4} dv = & \sum_{k_2, Q_2, Q_3} (-)^{J_a + J_b} \frac{1}{\sqrt{k_3+1} \sqrt{k_4+1}} \left\{ \frac{\begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & -Q_4 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_4 & -Q_4 \end{Bmatrix}}{1 - g_{ab}(k_3)} \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \right\} \frac{\left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]^{k_3} dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \\
 & + \frac{(-)^{k_2+k_4+Q_2+Q_4} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_4 & -Q_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 & q_3 & -Q_4 \end{Bmatrix}}{1 - g_{ab}^*(k_3)} \left\{ \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)} \right\} \frac{\left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]^{k_3} dv}{G_{ab}^*(k_3) + i(\omega + Q_3 \omega_Z - \mu + \nu - \kappa)} \quad (97)
 \end{aligned}$$

Il est important de souligner que  $\left[ \begin{array}{|l|} \hline | \\ \hline \end{array} \right]^{k_3}$  figurant dans (97), dépend des  $\Gamma'_\alpha(k_2)$  et pas seulement des  $\Gamma_\alpha(k_2)$  (voir II-86) : on peut dire que le 4e ordre représente la contribution des atomes ayant subi deux transitions sous l'effet du laser. La présence des  $\Gamma'_\alpha(k_2)$  dans (97) exprime le fait qu'un changement de vitesse par collision (ou diffusion multiple), se produisant entre la première et la deuxième transition optique modifie la probabilité de cette dernière. Par contre, une collision de vitesse se produisant après la deuxième transition n'est pas observable par des méthodes qui ne distinguent pas la vitesse des atomes (elle influence seulement la probabilité d'une troisième transition éventuelle) : ceci justifie la présence de  $\Gamma_\alpha(k_2)$  au dénominateur de (96-a) et (96-b).

d) Ordre quelconque

Le calcul des paragraphes a et b nous a permis de calculer les ordres 3 et 4 à partir de la matrice densité à l'ordre 2. Il est facile de décalquer ce calcul pour obtenir de façon générale les ordres (2n+1) et (2n+2) à partir de l'ordre 2n. Il suffit de remplacer (86-a) par :



$$n(k_{2n}, Q_{2n}, k_{2n+1}; v; \Omega_{2n}) = (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_{2n} + 1} \sqrt{2k_{2n+1} + 1}} \left\{ \begin{matrix} k_{2n} & 1 & k_{2n+1} \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} (2n)_{bQ_{2n}}^{k_{2n}(\Omega_{2n})} \quad (98)$$

$$+ (-)^{k_{2n} + k_{2n+1}} \left\{ \begin{matrix} k_{2n} & 1 & k_{2n+1} \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} (2n)_{aQ_{2n}}^{k_{2n}(\Omega_{2n})} \left. \right\}$$

où  $\Omega_{2n}$  est une fréquence du type (II,50) formée de la somme de  $n$  fréquences optiques  $\omega_\nu$  positives et de  $n$  fréquences négatives (en raison de l'approximation séculaire qui oblige  $a\rho$  et  $b\rho$  à n'avoir que des fréquences de l'ordre de  $\omega_\nu - \omega_\mu$ ). Il suffit alors de reporter (98) dans (87) et (89), de remplacer les indices 2, 3 et 4 par  $(2n)$ ,  $(2n+1)$  et  $(2n+2)$ , et de substituer  $(\Omega_{2n} - K_{2n} v)$  à  $(\nu - \mu)$  pour obtenir la matrice densité aux ordres  $(2n+1)$  et  $(2n+2)$ .

Les formules générales sont faciles à écrire; cependant, pour ne pas alourdir l'exposé, nous donnerons uniquement les expressions de  $(2n+2)_{a\rho}^-$  et  $(2n+2)_{b\rho}^-$  dans le cas d'une onde progressive (expressions valables aussi dans le cas d'une onde stationnaire pour les termes de modulation spatiale lente).

On obtient (pour simplifier, on pose  $k_{(2n+2)} = k$  et  $k_{(2n+1)} = k'$ ) :

$$(2n+2)_{b\rho}^- = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k', q, q' \\ \lambda \kappa \Omega_{2n}}} \frac{\xi_q^{\lambda*} \xi_{-q}^\kappa \left\{ \begin{matrix} k' & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}}{\Gamma_b(k) + i[\Omega_{2n} + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q\omega_b]} (2n+2)_{dQ}^k e^{i[(\Omega_{2n} + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - i(K_{2n} + k_\lambda - k_\kappa)r]} \quad (99-b)$$

$$(2n+2)_{a\rho}^- = |P_{ab}|^2 \sum_{\substack{k', q, q' \\ \lambda \kappa \Omega_{2n}}} \frac{(-)^{k+k'} \xi_q^{\lambda*} \xi_{-q}^\kappa \left\{ \begin{matrix} k' & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}}{\Gamma_a(k) + i[\Omega_{2n} + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q\omega_a]} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k', k)}{\Gamma_b(k) + i[\Omega_{2n} + \omega_\lambda - \omega_\kappa + Q\omega_b]} \right] (2n+2)_{dQ}^k e^{i[(\dots)t - i(\dots)r]} \quad (99-a)$$

avec :

$$(2n+2)_{dQ}^k = \sum_{k_{2n} Q_{2n} Q'} (-)^{J_a + J_b} \frac{1}{\sqrt{2k+1} \sqrt{2k'+1}} \left[ \begin{matrix} \left( \begin{matrix} k_{2n} & 1 & k' \\ Q_{2n} & q' & -Q' \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{matrix} \right) \int \frac{n(k_{2n}, Q_{2n}, k'; v; \Omega_{2n}) dv}{G_{ab}(k') - i[\omega - Q'\omega_z - \Omega_{2n} - \omega_\lambda + K_{2n} v + k_\lambda v]} \\ 1 - g_{ab}(k') \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k') - i[\omega - Q'\omega_z - \Omega_{2n} - \omega_\lambda + (K_{2n} + k_\lambda)v]} \\ + \frac{(-)^{k+k_{2n}+Q+Q_{2n}} \left( \begin{matrix} k_{2n} & 1 & k' \\ Q_{2n} & q & -Q' \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} k' & 1 & k \\ Q' & q' & -Q \end{matrix} \right) \int \frac{n(k_{2n}, Q_{2n}, k'; v; \Omega_{2n}) dv}{G_{ab}^*(k') + i[\omega + Q'\omega_z + \Omega_{2n} - \omega_\kappa - (K_{2n} - k_\kappa)v]} \\ 1 - g_{ab}^*(k') \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}^*(k') + i[\omega + Q'\omega_z + \Omega_{2n} - \omega_\kappa - (K_{2n} - k_\kappa)v]} \end{matrix} \right] \quad (100)$$

C H A P I T R E    I I I

C O M P A R A I S O N   A V E C   L E S   T H E O R I E S   E X I S T A N T E S  
( P O U R   L E S   S O U R C E S   L U M I N E U S E S   C O N V E N T I O N N E L L E S )

---

A - PROPRIETES OPTIQUES DU MILIEU. FORME DE RAIE

L'étude détaillée des grandeurs optiques est en dehors des limites fixées pour ce travail, cependant il est important de montrer brièvement que le formalisme développé au chapitre précédent permet de retrouver un grand nombre de propriétés optiques bien connues. La grandeur optique la plus intéressante (la seule que nous étudierons) est la polarisation électrique macroscopique  $\vec{P}$  aux fréquences voisines de la fréquence du faisceau laser. L'expression de  $\vec{P}$  en fonction du champ électrique définit les susceptibilités linéaires et non linéaires du milieu

$$\vec{P} = \chi_L \vec{E} + \chi_{NL}^{(3)} : (\vec{E} \vec{E} \vec{E}) + \dots$$

L'expression de  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  à partir de  $\vec{\rho}(\vec{r}, t)$  est donnée par :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \text{Tr} (\vec{P} \cdot \vec{\rho}(\vec{r}, t)) \tag{1}$$

dont les composantes standard sont (en utilisant (II,34), (II,7) et (A,4)) :

$$\begin{aligned} P_q(\vec{r}, t) &= \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab \bar{\rho}_q^l(\vec{r}, t) + \frac{P_{ba}}{\sqrt{3}} ba \bar{\rho}_q^l(\vec{r}, t) \\ &= \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab \bar{\rho}_q^l(\vec{r}, t) + (-)^q \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab \bar{\rho}_{-q}^l(\vec{r}, t) \end{aligned} \tag{2}$$

Si l'on ne conserve que le premier ordre de perturbation, la polarisation ne contient que les fréquences des modes du faisceau laser. On peut poser :

$$\begin{aligned} (1) \vec{P} &= \sum_{\nu} \left[ (1) \vec{\mathcal{G}}_{\nu} e^{-i(\omega_{\nu} t - k_{\nu} r)} + (1) \vec{\mathcal{G}}_{\nu}^* e^{i(\omega_{\nu} t - k_{\nu} r)} \right] \\ (1) \vec{P}_q &= \sum_{\nu} \left[ (1) \mathcal{G}_{\nu}^{\nu} e^{-i(\omega_{\nu} t - k_{\nu} r)} + (-)^q (1) \mathcal{G}_{-q}^{\nu} e^{i(\omega_{\nu} t - k_{\nu} r)} \right] \end{aligned} \tag{3}$$

On obtient aisément  $(1)\mathcal{P}_q^v$  en reportant dans (2) l'expression (II,60) de  $(1)\overline{\rho}_{ab}$ . Pour obtenir une expression plus facile à comparer aux expressions classiques, nous avons appliqué les relations de symétrie (II,24), (II,25), (II,61-b) et (II,66) :

$$(1)\mathcal{P}_q^v = i \frac{|P_{ab}|^2}{\sqrt{3}} \sum_{q_1 k_0 Q_0} (-)^{q_1} \frac{\begin{pmatrix} k_0 & 1 & 1 \\ -Q_0 & q_1 & -q \end{pmatrix} n(k_0, Q_0, 1) W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))}{1 - g_{ba}(1) W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))} \mathcal{Z}_{q_1}^v \quad (4)$$

On obtient ainsi la susceptibilité linéaire complexe anisotrope du milieu qui donne l'absorption (ou le gain) et l'indice pour la fréquence  $\omega_v$ . En particulier, la formule (4) contient tous les effets d'anisotropie d'indice provenant de l'anisotropie de l'état atomique, caractérisé par  $n(k_0, Q_0, 1)$ , (effets paramagnétiques) et tous les effets d'anisotropie provenant du champ magnétique (effets diamagnétiques).

Si l'excitation par la décharge est isotrope, on obtient ( $n$  est défini en (II,58)) :

$$(1)\mathcal{P}_q^v = -i \frac{|P_{ab}|^2}{3} n \mathcal{Z}_q^v \frac{W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))}{1 - g_{ba}(1) W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))} \quad (5)$$

Dans ce cas  $(1)\mathcal{P}_q^v$  est proportionnel à  $\mathcal{Z}_q^v$ . La dépendance par rapport à  $q$  du coefficient de proportionnalité implique, entre autres, l'effet Faraday diamagnétique (ici, dans le cas limite d'un effet Zeeman normal, du fait de l'approximation  $\omega_a - \omega_b \sim 0$ ).

D'autre part, la forme de raie d'absorption (ou d'émission induite) liée à la partie imaginaire de la susceptibilité est proportionnelle à :

$$\text{Re} \left\{ \frac{W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))}{1 - g_{ba}(1) W(\omega_v - \omega + q\omega_Z + iG_{ba}(1))} \right\} = \text{Re} \left\{ \frac{W(\omega_v - \omega + q\omega_Z - \Delta(1) + i\Gamma'_{ab}(1))}{1 - (\gamma'_{ab}(1) + i\Delta'(1)) W(\omega_v - \omega + q\omega_Z - \Delta(1) + i\Gamma'_{ab}(1))} \right\} \quad (6)$$

C'est exactement la forme de raie d'émission calculée par RAUTIAN et SOBEL'MAN (réf. (9) formule 6-2) dans le cas de collisions fortes au sens des variables externes (cf. § II-A-5-a). Ces auteurs ont montré que la partie imaginaire de  $g_{ba}$ , qui provient de la corrélation entre le changement de la vitesse atomique et le déphasage du dipôle optique (cf. § II-A-5-a), produit une dissymétrie de la raie. La partie imaginaire du coefficient de relaxation  $G_{ba}$  produit un déplacement de la raie sous l'effet des collisions (collisions déphasantes). RAUTIAN et SOBEL'MAN ont également montré que la formule (6) contient aussi l'effet Dicke d'affinement des raies par collisions lorsque les parties réelles,  $\Gamma'_{ab}$  et  $\gamma'_{ab}$ , de  $G_{ab}$  et  $g_{ab}$  sont supérieures à la largeur Doppler  $\Delta\nu$ . Plus précisément lorsque

$$\Gamma'_{ab} = \Gamma'_{ab} - \gamma'_{ab} \ll \Delta\nu \ll \Gamma'_{ab} \quad \text{et} \quad \gamma'_{ab} \quad (7)$$

le libre parcours moyen des atomes devient très inférieur à la longueur d'onde, ce qui annule l'effet Doppler, mais la largeur naturelle de la raie reste fine, car les collisions changent la vitesse sans détruire le dipôle. Ces conditions extrêmes ne sont pas réalistes dans le domaine optique, mais sont connues dans le domaine des hyperfréquences. Lorsque (7) est réalisé, la forme asymptotique de  $W$  (Appendice F : formule (13) ) peut être utilisée. En omettant la partie imaginaire de  $G_{ba}$  et de  $g_{ba}$ , on obtient (en champ nul) :

$$\frac{W}{1 - \gamma'_{ab} W} = \frac{1}{\frac{1}{W} - \gamma'_{ab}} \approx \frac{1}{\Gamma'_{ab} + i(\omega - \omega_{\nu}) - \gamma'_{ab}} = \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - \omega_{\nu})} \quad (8)$$

On voit que, avec la condition (7), la forme de raie (6) devient Lorentzienne de largeur  $\Gamma_{ab}$ .

On voit donc que le calcul de la polarisation du milieu au premier ordre de perturbation fait apparaître de nombreuses propriétés optiques bien connues. On peut dire qu'à cet ordre de perturbation (limite des faibles intensités lumineuses), notre calcul n'est autre que la théorie semi-classique (ici par opposition à quantique) de l'interaction atomes-rayonnement.

Le calcul de la polarisation aux ordres de perturbation supérieurs fait apparaître des fréquences nouvelles qui n'existaient pas dans le faisceau laser (phénomène bien connu en optique non linéaire) et produit une saturation de la polarisation linéaire obtenue au premier ordre. Cette saturation joue un rôle très important dans le mécanisme de fonctionnement des lasers, mais comme ce problème sort du cadre du présent travail, nous nous contenterons d'étudier un cas très particulier au chapitre VIII (§ C) (forme du "Lamb-dip" en champ magnétique nul).

#### B - COMPARAISON AVEC LA THEORIE QUANTIQUE DU CYCLE DE POMPAGE OPTIQUE DE COHEN-TANNOUDJI

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de rechercher les conditions nécessaires pour que les équations développées au chapitre précédent soient équivalentes à celles obtenues par COHEN-TANNOUDJI <sup>(2)</sup><sup>(3)</sup> dans sa théorie quantique du pompage optique avec une source conventionnelle. Ainsi, par comparaison, nous pourrions voir de façon plus claire quels sont les aspects caractéristiques du pompage laser.

Pour retrouver, à partir de notre calcul, les équations d'évolution du niveau excité et du niveau fondamental de la théorie de COHEN-TANNOUDJI (réf. <sup>(3)</sup>, équ. III,C-3 et III,D-1), il est nécessaire de faire des hypothèses de deux natures différentes :

Le premier type d'hypothèses n'est pas fondamental, malgré son influence déterminante sur la forme explicite des équations d'évolution : ce sont des hypothèses liées au cas expérimental

étudié et qui peuvent facilement être introduites *a posteriori* dans nos équations (par exemple :  $\Gamma_a = 0$ , c'est-à-dire une durée de vie infinie du niveau fondamental, absence de relaxation par collisions). Moyennant ces hypothèses, les termes d'émission spontanée (II,23-a et b) et d'évolution sous l'effet du champ magnétique (II,27-b; B,4) sont identiques aux termes correspondants  $\frac{d^{(2)}}{dt} \sigma$  et  $\frac{d^{(3)}}{dt} \sigma$  de COHEN-TANNOUDJI (réf. (3): II,B-1). Seule leur forme change du fait de l'emploi de la base  $\{ T_q^k \}$  au lieu de la base  $\{ | m \gg m' | \}$ .

Le terme d'excitation par la décharge,  $\Lambda$ , ne pose pas de problème non plus. Pour traiter le cas du pompage optique habituel sans décharge, il suffit de supprimer ce terme et de supposer tous les atomes dans le niveau a, à l'instant initial.

La différence fondamentale vient des hypothèses sur l'excitation optique, c'est-à-dire du terme  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma$  de la théorie de COHEN-TANNOUDJI : dans son cas, la lumière est représentée par des photons incohérents entre eux et l'on obtient une expression simple de  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma$  en fonction de la matrice densité  $\sigma$  elle-même. Pour le pompage laser, le terme correspondant  $\frac{d^{(1)}}{dt} \rho = -i [R, \rho]$  est calculé à partir d'une représentation classique du champ électrique optique. La complexité introduite par la cohérence de la lumière interdit un traitement rigoureux des équations. On est alors amené à utiliser un traitement de perturbation : à chaque ordre (n) le terme de pompage optique s'exprime en fonction des termes de la matrice densité calculés à l'ordre précédent.

Dans un premier paragraphe, nous allons montrer l'analogie de forme qui existe, moyennant un nombre très limité d'hypothèses, entre l'expression  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma = f(\sigma)$  de COHEN-TANNOUDJI et le terme source des équations du second ordre que nous écrirons  $\frac{d^{(1)}}{dt} {}^{(2)}\rho = f({}^{(0)}\rho)$ .

Dans le second paragraphe, nous montrerons que notre formalisme peut donner exactement la même expression  $\frac{d^{(1)}}{dt} \rho = f(\rho)$ , valable à tous les ordres, si l'on suppose la lumière incohérente et le spectre large, c'est-à-dire si l'on fait les mêmes hypothèses que COHEN-TANNOUDJI.

Aux paragraphes 3 et 4, nous interpréterons les différences entre les deux types de pompage optique et, aux paragraphes 5 et 6, nous chercherons d'autres conditions, moins restrictives que celles du pompage optique conventionnel, mais qui permettent quand même d'obtenir des équations analogues. Le paragraphe 6 sera particulièrement consacré au problème de la distribution des vitesses.

L'un des aspects importants de ce chapitre est la généralisation au pompage laser de la notion de temps de pompage. Au paragraphe 7, nous donnons une expression opératorielle des équations du second ordre (II,84) exprimée à l'aide de ce temps de pompage.

1) Analogie formelle avec les expressions à l'ordre 2

Dans ce paragraphe, nous montrons l'analogie des résultats de façon purement algébrique et nous déterminons les conditions nécessaires à sa validité; cependant, nous ne verrons la raison physique de cette analogie qu'au paragraphe B-3. Pour pouvoir établir le parallèle avec les résultats de COHEN-TANNOUJJI, nous devons utiliser des hypothèses comparables en ce qui concerne la relaxation : nous négligerons les collisions de vitesse qui restituent une partie des grandeurs optiques ( $g_{ab} = 0$ ) et nous ignorons les collisions déphasantes ( $G_{ab}(k) = \Gamma'_{ab}(k) = \Gamma_{ab}(k)$  réel). Remarquons que nous ne faisons aucune hypothèse sur la relaxation des grandeurs atomiques, car elle n'intervient pas dans le terme source de l'ordre 2 que nous voulons comparer à  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma$ . C'est seulement pour la comparaison des équations d'évolution totales que ce problème se pose (modification du terme  $\frac{d^{(2)}}{dt} \sigma$  de COHEN-TANNOUJJI ou introduction d'un nouveau terme de collision).

Pour établir la comparaison, nous devons supposer que l'onde laser est progressive (de façon à éviter les modulations spatiales) et ne prendre que la partie non modulée (temporellement) des termes sources (II,67) et (II,72). Pour le niveau inférieur a, nous prenons uniquement le terme source direct A' (II,72), car le terme de transfert (II,73) doit être comparé au terme d'émission spontanée  $\frac{d^{(2)}}{dt} \sigma$  de COHEN-TANNOUJJI. En utilisant les expressions (II,58-a) de  $n(k_0, Q_0, k_1)$  et (II,48-b) de  ${}^{(0)}\rho_{\alpha}^{(v)}$ , on obtient :

$$A_{Q_2}^{k_2}(v, 0) = \frac{d^{(1)}}{dt} \quad {}^{(2)}\rho_{aQ_2}^{k_2}(v, r, t) = \tag{11-a}$$

$$= -|P_{ab}|^2 \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ k_0 Q_0}} (-)^{k_1+k_2} \sqrt{2k_0+1} (2k_1+1) \sqrt{2k_2+1} \left\{ \begin{matrix} k_1 & l & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \left[ \left\{ \begin{matrix} k_0 & l & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} {}^{(0)}\rho_{bQ_0}^{k_0}(v) + (-)^{k_0+k_1} \left\{ \begin{matrix} k_0 & l & k_1 \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} {}^{(0)}\rho_{aQ_0}^{k_0}(v) \right]$$

$$e_{q_1}^* e_{-q_2} \sum_v |\hat{c}^v|^2 \left[ \frac{\begin{matrix} \begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{ab}(k_1) - i(\omega - \omega_v - Q_1\omega_z + k_v v) \end{matrix}}{\begin{matrix} \begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_2 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_1 & -Q_2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{ab}(k_1) + i(\omega - \omega_v + Q_1\omega_z + k_v v) \end{matrix}} + \frac{(-)^{k_0+k_2+Q_0+Q_2}}{\Gamma_{ab}(k_1) + i(\omega - \omega_v + Q_1\omega_z + k_v v)} \right]$$

$$B_{Q_2}^{k_2}(v, 0) = \frac{d^{(1)}}{dt} \quad {}^{(2)}\rho_{bQ_2}^{k_2}(v, r, t) = \tag{11-b}$$

$$= -|P_{ab}|^2 \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ k_0 Q_0}} \sqrt{2k_0+1} (2k_1+1) \sqrt{2k_2+1} \left\{ \begin{matrix} k_1 & l & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \left[ \left\{ \begin{matrix} k_0 & l & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} {}^{(0)}\rho_{bQ_0}^{k_0}(v) + (-)^{k_0+k_1} \left\{ \begin{matrix} k_0 & l & k_1 \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} {}^{(0)}\rho_{aQ_0}^{k_0}(v) \right]$$

$$e_{q_1}^* e_{-q_2} \sum_v |\hat{c}^v|^2 \left[ \frac{\begin{matrix} \begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_1 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{ab}(k_1) - i(\omega - \omega_v - Q_1\omega_z + k_v v) \end{matrix}}{\begin{matrix} \begin{pmatrix} k_0 & l & k_1 \\ Q_0 & q_2 & -Q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & l & k_2 \\ Q_1 & q_1 & -Q_2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{ab}(k_1) + i(\omega - \omega_v + Q_1\omega_z + k_v v) \end{matrix}} + \frac{(-)^{k_0+k_2+Q_0+Q_2}}{\Gamma_{ab}(k_1) + i(\omega - \omega_v + Q_1\omega_z + k_v v)} \right]$$

Dans ces expressions, on a séparé la partie angulaire du champ électrique en posant :

$$\vec{C}_q^\nu = e_q \vec{C}^\nu \quad (\vec{e} \text{ est un vecteur unitaire}) \quad (12)$$

Ces expressions doivent être comparées aux formules (III,A-1 réf. (3)) de COHEN-TANNOUDJI qui s'écrivent (cf. notation de l'appendice A-§ 2 pour l'opérateur  $\vec{D}$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} a \sigma &= - \left( \frac{1}{2T_p} + i\Delta E' \right) (\vec{e}^* \cdot_{ab} \vec{D}) (\vec{e} \cdot_{ba} \vec{D}) a \sigma - \left( \frac{1}{2T_p} - i\Delta E' \right) a \sigma (\vec{e}^* \cdot_{ab} \vec{D}) (\vec{e} \cdot_{ba} \vec{D}) \\ \frac{d^{(1)}}{dt} b \sigma &= \frac{1}{T_p} (\vec{e} \cdot_{ba} \vec{D}) a \sigma (\vec{e}^* \cdot_{ab} \vec{D}) \end{aligned} \quad (13)$$

Projetées sur la base  $T_Q^k$  ces équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} a \sigma_{Q_2}^{k_2} &= - \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ k_0 Q_0}} (-)^{q_2} e_{q_1}^* e_{-q_2} a \sigma_{Q_0}^{k_0} \left[ \left( \frac{1}{2T_p} + i\Delta E' \right) \text{Tr} ({}_{ab} D_{q_1} {}_{ba} D_{q_2} a T_{Q_0}^{k_0} a T_{Q_2}^{k_2 \dagger}) \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{2T_p} - i\Delta E' \right) \text{Tr} ({}_a T_{Q_0}^{k_0} {}_{ab} D_{q_1} {}_{ba} D_{q_2} a T_{Q_2}^{k_2 \dagger}) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{d^{(1)}}{dt} b \sigma_{Q_2}^{k_2} = \frac{1}{T_p} \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ k_0 Q_0}} (-)^{q_2} e_{q_1}^* e_{-q_2} a \sigma_{Q_0}^{k_0} \text{Tr} ({}_{ba} D_{q_2} a T_{Q_0}^{k_0} {}_{ab} D_{q_1} b T_{Q_2}^{k_2 \dagger})$$

En utilisant les formules (A,19) et (A,11), on obtient :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} a \sigma_{Q_2}^{k_2} = - \sum_{\substack{q_1 q_2 \\ k_0 Q_0}} (-)^{k_0 + k_2} \sqrt{(2k_0+1)(2k_2+1)} (2J_b+1) e_{q_1}^* e_{-q_2} a \sigma_{Q_0}^{k_0} \sum_{jm} (2j+1) \left\{ \begin{matrix} k_0 & 1 & j \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \quad (15-a)$$

$$\left[ \left( \frac{1}{2T_p} - i\Delta E' \right) \begin{pmatrix} k_0 & 1 & j \\ Q_0 & q_1 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 1 & k_2 \\ m & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} + (-)^{k_0 + k_2 + Q_0 + Q_2} \left( \frac{1}{2T_p} + i\Delta E' \right) \begin{pmatrix} k_0 & 1 & j \\ Q_0 & q_2 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 1 & k_2 \\ m & q_1 & -Q_2 \end{pmatrix} \right]$$

$$\frac{d^{(1)}}{dt} b \sigma_{Q_2}^{k_2} = - \sum_{\substack{q_1 q_2 k_0 Q_0}} (-)^{k_0} \sqrt{(2k_0+1)(2k_2+1)} (2J_b+1) e_{q_1}^* e_{-q_2} a \sigma_{Q_0}^{k_0} \frac{1}{T_p} \quad (15-b)$$

$$\sum_{jm} (-)^j (2j+1) \left\{ \begin{matrix} k_0 & 1 & j \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} k_0 & 1 & j \\ Q_0 & q_1 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 1 & k_2 \\ m & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix}$$

$$= - \sum_{\substack{q_1 q_2 k_0 Q_0}} (-)^{k_0} \sqrt{(2k_0+1)(2k_2+1)} (2J_b+1) e_{q_1}^* e_{-q_2} a \sigma_{Q_0}^{k_0} \sum_{jm} (-)^j (2j+1) \left\{ \begin{matrix} k_0 & 1 & j \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}$$

$$\left[ \left( \frac{1}{2T_p} - i\Delta E' \right) \begin{pmatrix} k_0 & 1 & j \\ Q_0 & q_1 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 1 & k_2 \\ m & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} + (-)^{k_0 + k_2 + Q_0 + Q_2} \left( \frac{1}{2T_p} + i\Delta E' \right) \begin{pmatrix} k_0 & 1 & j \\ Q_0 & q_2 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 1 & k_2 \\ m & q_1 & -Q_2 \end{pmatrix} \right]$$

Supposons les trois conditions suivantes satisfaites :

- a) Seul le niveau inférieur est peuplé ( ${}^{(0)}\rho_b = 0$ ) ce qui fait disparaître les termes correspondant à l'émission stimulée.
- b) Il n'y a qu'un seul temps de relaxation pour les cohérences optiques :  $\Gamma_{ab}(k_1) = \Gamma_{ab}$
- c) Le champ magnétique est nul et le terme  $Q_1\omega_z$  disparaît dans (11).

On voit alors que les formules (11) et (15) sont formellement identiques. En effet, les conditions b et c rendent les dénominateurs de (11) indépendants de  $k_1$  et de  $Q_1$  qui deviennent de simples indices de sommation et peuvent être assimilés à  $j$  et  $m$  dans (15). Pour que l'analogie soit complète, il ne reste plus qu'à poser :

$$\frac{1}{2T_p(\nu)} = \frac{|P_{ab}|^2}{(2J_b+1)} \sum_{\nu} |\mathcal{E}^{\nu}|^2 \mathcal{R}e \left\{ \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - \omega_{\nu} + k_{\nu}\nu)} \right\} = \frac{|P_{ab}|^2}{(2J_b+1)} \int I(\nu) d\nu \mathcal{R}e \left\{ \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - \nu + k_{\nu}\nu)} \right\} \quad (16-a)$$

$$\Delta E'(\nu) = \frac{|P_{ab}|^2}{(2J_b+1)} \sum_{\nu} |\mathcal{E}^{\nu}|^2 \mathcal{I}m \left\{ \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - \omega_{\nu} + k_{\nu}\nu)} \right\} = \frac{|P_{ab}|^2}{(2J_b+1)} \int I(\nu) d\nu \mathcal{I}m \left\{ \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - \nu + k_{\nu}\nu)} \right\} \quad (16-b)$$

$I(\nu)$  est le spectre de la lumière (discret dans le cas du laser) et  $\nu$  devient une variable continue d'intégration ( $\nu \equiv \omega_{\nu}$ ).

Ces expressions sont tout à fait équivalentes aux expressions (III,A-2) réf. (3), de COHEN-TANNOUDJI.

REMARQUES.

Les conditions b et c sont beaucoup trop restrictives; on peut les élargir dans deux cas :

- α) si le laser émet un très grand nombre de modes dont l'écartement est petit devant  $\Gamma_{ab}$ , on peut remplacer le spectre discret par un spectre continu de largeur  $\Delta$ . La condition c devient alors :

$$\omega_z \ll \Delta \quad (\text{COHEN-TANNOUDJI : } \omega_e \text{ et } \omega_t \ll \Delta)$$

En effet, on a alors  $I(\nu \pm Q_1\omega_z) \approx I(\nu)$  et l'on peut négliger  $Q_1\omega_z$  au dénominateur de (11). Quant à la condition b, elle peut ne pas être remplie si l'on a :

$$\Gamma_{ab}(k) \ll \Delta$$

En effet, la fonction  $[\Gamma_{ab}(k_1) + ix]^{-1}$  a une largeur de l'ordre de  $\Gamma_{ab}(k)$ , mais sa somme sur  $x$ , de  $-\infty$  à  $+\infty$  est indépendante de  $\Gamma_{ab}(k)$  : les intégrales de (16-a) et de (16-b) ne dépendent donc pas de  $\Gamma_{ab}(k)$  si le spectre  $I(\nu)$  varie peu sur une largeur de quelques  $\Gamma_{ab}(k)$ .

β) Les expressions (11) à (15) ont été calculées pour une vitesse donnée : pour avoir le résultat final, il faut encore intégrer sur les vitesses (rappelons que les conditions envisagées au début de ce paragraphe sont celles qui permettent d'écrire les équations globales (II-84). Rappelons aussi que  ${}^{(0)}\rho_{\alpha}(\nu) \propto W_M(\nu)$ ). Si la largeur Doppler est telle que :



$$\Gamma_{ab}(k), \omega_z \ll \Delta\nu \quad (17)$$

les remarques faites en  $\alpha$ ) sur l'intégration par rapport à  $\nu$  s'appliquent alors à l'intégration par rapport à  $\nu$  : on peut négliger  $Q_1\omega_z$  et la dépendance de  $\Gamma_{ab}$  par rapport à  $k$  dans l'expression (11). L'expression de  $\frac{d^{(1)}}{dt} \rho^{(2)}$  en fonction de  $\rho_a^{(0)}$  prend alors la forme des équations de COHEN-TANNOUJJI quel que soit le spectre de la lumière (si le spectre est étroit, les équations de COHEN-TANNOUJJI restent valables si la thermalisation des vitesses dans le niveau fondamental est rapide).

## 2) Equivalence des théories pour une lumière conventionnelle

L'analogie formelle démontrée au paragraphe précédent ne s'applique qu'à la partie non modulée de l'ordre (2) de perturbation. Dans le cas d'une excitation laser, il existe aussi des termes modulés qui n'ont pas d'équivalent dans la théorie de COHEN-TANNOUJJI et, de plus, l'ordre (2) n'est qu'une approximation. Avant de discuter ces deux points, nous allons montrer, avec notre formalisme, qu'en supposant la lumière incohérente et le spectre large, on peut obtenir des équations valables à tous les ordres, équivalentes à celle de COHEN-TANNOUJJI.

Pour représenter la lumière classique, nous supposons les modes très rapprochés (spectre continu  $I(\nu)$ ) et sans relation de phase, c'est-à-dire que les phases relatives entre les différents modes sont aléatoires. Dans ces conditions, toute composante de la matrice densité (de chaque niveau) évoluant à une fréquence non nulle est donnée par la somme d'un grand nombre de termes (du type  $e^{i(\omega_\nu - \omega_\mu)t}$ ) de phase aléatoire : cette somme s'annule en moyenne et les termes de battements entre modes disparaissent.

Il reste à montrer que l'on peut éviter le calcul par itération. Pour cela, reprenons à la base le principe du calcul du chapitre II. L'équation (II,2) peut se décomposer en équations entre opérateurs valables à tous les ordres :

$$\dot{\rho}_a^k = \sum_{kQ} \left[ -(iQ\omega_a + \Gamma_a(k)) \rho_{aQ}^k + \Theta_{bQ} \rho_{bQ}^k \right] a T_Q^k + a \Lambda + i \int \left\{ \zeta^*(\nu) e^{i(\nu t - k_\nu r)} (\vec{e}_{ab}^*)_{ba} \rho - \zeta(\nu) e^{-i(\nu t - k_\nu r)} \rho (\vec{e}_{ba}^*)_{ab} \right\} d\nu \quad (18-a)$$

$$\dot{\rho}_b^k = - \sum_{kQ} (iQ\omega_b + \Gamma_b(k)) \rho_{bQ}^k b T_Q^k + b \Lambda + i \int \left\{ \zeta(\nu) e^{-i(\nu t - k_\nu r)} (\vec{e}_{ba}^*)_{ab} \rho - \zeta^*(\nu) e^{i(\nu t - k_\nu r)} \rho (\vec{e}_{ab}^*)_{ba} \right\} d\nu \quad (18-b)$$

$$\dot{\rho}_{ab}^k = - \sum_{kQ} [i(Q\omega_z - \omega) + \Gamma_{ab}(k)] \rho_{abQ}^k a b T_Q^k + i \int \zeta^*(\nu) e^{i(\nu t - k_\nu r)} [(\vec{e}_{ab}^*)_{ba} \rho - a \rho (\vec{e}_{ab}^*)_{ba}] d\nu \quad (18-c)$$

Pour ne pas compliquer l'écriture, nous avons simplifié la relaxation (un peu plus qu'au paragraphe précédent, puisque ici nous n'avons pas introduit de collisions de vitesse pour les variables atomiques). De plus, nous avons déjà effectué l'approximation séculaire en ne gardant que les fréquences

proches de la résonance.

Dans le formalisme de l'équation (II,2), c'est-à-dire en posant  $\dot{\rho} = \frac{d}{dt} \rho(v, r+v\tau, t+\tau)$ , on peut écrire formellement la solution générale de (18-c) (on a déjà posé  $\tau = 0$ ) :

$${}_{ab} \rho_Q^k(v, r, t) = i \int \tilde{\mathcal{C}}^*(v) e^{i(vt - k_{\nu} r)} dv \int_{-\tau_0}^0 \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_{b|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') - {}_{a|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_Q^k \right. \\ \left. \cdot e^{i(v-\omega+Q\omega_Z - k_{\nu} v)\tau' + \Gamma_{ab}(k)\tau'} d\tau' \right. \quad (19)$$

où  $t-\tau_0$  est l'instant du début du pompage optique. En reportant cette expression dans (18-b), par exemple, on obtient le terme source :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} {}_{b|} \rho = - \iint \tilde{\mathcal{C}}(v') \tilde{\mathcal{C}}^*(v) dv dv' e^{i[(v-v')t - (k_{\nu} - k_{\nu}')r]} (\vec{e}_{ba} \vec{P}) \sum_{kQ} \int_{-\tau_0}^0 e^{i(v-\omega+Q\omega_Z - k_{\nu} v)\tau' + \Gamma_{ab}(k)\tau'} \\ \cdot \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_{b|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') - {}_{a|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_Q^k \right\} {}_{ab} T_Q^k d\tau' \\ + \text{hermit. conjugué} \quad (20)$$

Dans le cas qui nous intéresse ici, la lumière est incohérente (phase aléatoire) et l'onde est progressive (pas de modulation spatiale). En moyenne, on peut donc négliger tous les termes de battement  $v \neq v'$  dans l'expression (20). Il en résulte que  ${}_{a|} \rho$  et  ${}_{b|} \rho$  n'ont plus de comportement oscillatoire, tandis que les cohérences optiques ont le même spectre que le faisceau excitateur.

L'expression (20) s'écrit alors :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} {}_{b|} \rho = - \int_{-\infty}^{+\infty} I(v) dv (\vec{e}_{ba} \vec{P}) \sum_{kQ} \int_{-\tau_0}^0 e^{i(v-\omega+Q\omega_Z - k_{\nu} v)\tau' + \Gamma_{ab}(k)\tau'} d\tau' \\ \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_{b|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') - {}_{a|} \rho(v, r+v\tau', t+\tau') (\vec{e}_{ab}^* \vec{P})_Q^k \right\} {}_{ab} T_Q^k + \text{hermit. conjugué} \quad (21)$$

Cette expression est équivalente à l'expression (II,4) (réf. (2)) de COHEN-TANNOUDJI. Nous pouvons donc utiliser le même raisonnement : lorsque  $-\tau' \gg \frac{1}{\Delta}$  ( $\Delta =$  largeur du spectre  $I(v)$ ), l'exponentielle oscille très vite en fonction de  $v$  et l'intégrale sur  $v$  est nulle. Donc si  ${}_{a|} \rho$  et  ${}_{b|} \rho$  varient peu dans un intervalle de temps  $\sim \frac{1}{\Delta}$ , on peut les sortir de l'intégrale sur  $\tau'$  en prenant leur valeur pour la borne supérieure  $\tau' = 0$  de cette intégration. On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} \rho_b &= -(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{P}) \sum_{kQ} \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \rho_b(v, r, t) - \rho_a(v, r, t) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \right\} \frac{1}{Q} \frac{1}{ab} T_Q^k \int I(v) \frac{1 - e^{-i(\nu - \omega + Q\omega_Z - k_\nu v)\tau_0 - \Gamma_{ab}(k)\tau_0}}{\Gamma_{ab}(k) + i(\nu - \omega + Q\omega_Z - k_\nu v)} dv + \text{H.C.} \\ &= -(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{P}) \sum_{kQ} \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \rho_b(v, r, t) - \rho_a(v, r, t) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \right\} \frac{1}{Q} \frac{1}{ab} T_Q^k \int \frac{I(v) dv}{\Gamma_{ab}(k) + i(\nu - \omega + Q\omega_Z - k_\nu v)} + \text{H.C.} \end{aligned} \quad (22-a)$$

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \rho_b = -(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{P}) \left\{ (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \rho_b - \rho_a (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{P}) \right\} \int \frac{I(v) dv}{\Gamma_{ab} + i(\nu - \omega - k_\nu v)} + \text{Herm. conj.} \quad (22-b)$$

$$= \frac{1}{T_p} (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) \rho_a (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) - \left( \frac{1}{2T_p} + i\Delta E' \right) \rho_b (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) - \left( \frac{1}{2T_p} - i\Delta E' \right) (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) \rho_b$$

On est passé de la première à la seconde ligne de (22-a) en supposant  $\tau_0 \gg \frac{1}{\Gamma_{ab}}$  (le pompage agit depuis un temps suffisant pour que les transitoires soient amorties), et on est passé de (22-a) à (22-b) en faisant les hypothèses déjà signalées au paragraphe précédent :

$$\omega_a, \omega_b \ll \Delta \quad (\text{donc } Q\omega_Z \text{ est négligeable}) \quad (23-a)$$

$$\Gamma_{ab} \text{ indépendant de } k \text{ (ou } \Gamma_{ab}(k) \ll \Delta) \quad (23-b)$$

Enfin, dans (22-b) on a fait usage des définitions (16) de  $\frac{1}{T_p(v)}$  et de  $\Delta E'(v)$ . Les temps qui caractérisent l'évolution de  $\rho_a$  et  $\rho_b$  sont de l'ordre de l'inverse de  $\Gamma_a(k) + \frac{1}{T_p(v)}$  et  $\Gamma_b(k) + \frac{1}{T_p(v)}$ . La condition pour passer de (21) à (22) (c'est-à-dire une variation lente de  $\rho_a$  et  $\rho_b$ ) s'écrit donc :

$$\Gamma_a(k) + \frac{1}{T_p} \ll \Delta \quad (24-a)$$

$$\Gamma_b(k) + \frac{1}{T_p} \ll \Delta \quad (24-b)$$

Dans le cas traité par COHEN-TANNOUDJI, le niveau a est le niveau fondamental, donc (en supposant en plus qu'il n'y a pas de collisions désorientantes),  $\Gamma_a = 0$ . La condition (24-a) devient simplement :

$$\frac{1}{T_p} \ll \Delta \quad (\text{réf. (3), condition II,D,5}) \quad (25)$$

D'autre part, la condition

$$\frac{1}{T_p} \ll \Gamma_b \quad (\text{II,D,4 réf. (3)}) \quad (26)$$

permet de négliger la population du niveau b devant celle du niveau a (puisque  $\rho_b^A = 0$ ), c'est-à-dire de négliger  $\rho_b$  dans les équations (20), (21) et (22) (pas d'émission stimulée). La condition (24-b) se réduit à  $\Gamma_b \ll \Delta$  (II,D,2, réf. (3)) mais elle n'est pas indispensable à cet endroit du calcul car on néglige  $\rho_b$ .

Dans ces conditions, l'équation (22-b) et l'équation correspondante pour  $\rho_a$  sont parfaitement équivalentes aux expressions (13) de COHEN-TANNOUDJI (III,A,1, réf. (3)).

S'il y a de l'émission stimulée (niveau b peuplé soit par  $\rho_b$ , soit parce que (26) n'est pas satisfait), l'expression (22-b) montre que l'on peut aisément généraliser la théorie du pompage optique de COHEN-TANNOUJJI en ajoutant au terme d'absorption (13) un terme d'émission stimulée (conditions à satisfaire : 23 et 24) :

$$\frac{d^{(1)'}}{dt} \rho_a = \frac{1}{T_p} (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) \rho_b (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) \quad (27)$$

$$\frac{d^{(1)'}}{dt} \rho_b = -\left(\frac{1}{2T_p} + i\Delta E'\right) \rho_b (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) - \left(\frac{1}{2T_p} - i\Delta E'\right) (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) \rho_b$$

REMARQUE.

Notre théorie semi-classique de l'interaction atomes-lumière appliquée au cas pompage par une lumière incohérente est très voisine de celle de DODD et SERIES (50). L'introduction par ces auteurs d'une fonction de corrélation pour le champ électrique rend, d'ailleurs, la théorie beaucoup plus convaincante que la simple omission des termes de battements dans notre cas.

3) Nécessité du calcul par itération dans le cas d'une lumière laser

Nous venons de voir que nos équations permettent de retrouver les résultats de COHEN-TANNOUJJI dans le cas du pompage par une lumière incohérente de spectre large (avec les conditions 23 et 24). Le calcul du paragraphe précédent nous permet également de voir les aspects caractéristiques du pompage optique laser qui nous empêchent, dans le cas général, d'écrire des équations identiques à celles valables pour les sources classiques.

Dans tous les cas, l'expression (20) est valable, mais dès que l'on a une source cohérente composée de plusieurs fréquences (laser multimode, ou même monomode si l'onde est stationnaire), on ne peut plus passer à (21). La présence des termes de battement  $e^{i(\nu-\nu')t}$  dans (20) laisse prévoir que la solution exacte des équations intégrales-différentielles donnant  $\rho_a$  et  $\rho_b$  contient une infinité de fréquences d'oscillation toutes couplées. Il en résulte que les équations ne sont pas rigoureusement solubles. Même si l'on ne s'intéresse qu'aux termes non modulés de  $\rho_a$  et  $\rho_b$ , on ne peut trouver la solution exacte car elle est couplée aux termes de toutes les fréquences possibles par les termes de battement de (20). Nous voyons donc pourquoi la méthode d'itération est inévitable dans le cas général.

Dans le cas d'un laser monomode, il est possible, rigoureusement, de passer de (20) à (21), mais une nouvelle difficulté apparaît : on ne peut négliger la variation de  $\rho_a$  et  $\rho_b$  pendant un temps de l'ordre de  $1/\Delta$  puisque ce temps est pratiquement infini. Cependant, nous verrons au prochain paragraphe que d'autres conditions moins restrictives permettent de passer de (21) à (22).

La méthode d'itération, telle que nous l'avons vue au chapitre II, consiste à reporter la solution d'ordre zéro (laser nul - solution indépendante du temps) dans l'équation (18-c). Celle-ci

donne la solution d'ordre 1 (cohérences optiques seules) que l'on reporte dans (18-a et b) pour obtenir la solution d'ordre 2 et ainsi de suite. L'expression (20) nous montre que l'on peut, si l'on ne s'intéresse qu'aux grandeurs atomiques, passer directement d'ordres pairs en ordres pairs. Ainsi, en portant l'ordre zéro dans (20), on obtient la solution d'ordre deux. Dans ce cas, il est possible de ne garder que la solution non modulée ( $v = v'$ ) : on peut alors aisément faire le passage de (20) à (21), puis de (21) à (22), puisque  ${}^{(0)}\rho$  ne dépend pas du temps. On redémontre ainsi l'analogie trouvée au § B-1 et l'on comprend aisément pourquoi, dans le cas général, cette analogie n'existe qu'entre  $\frac{d^{(1)}}{dt} {}^{(2)}\rho = f({}^{(0)}\rho)$  et  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma = f(\sigma)$ .

|| Pour les effets linéaires non modulés, l'analogie complète dans tous les cas indique qu'il n'y a pas de différence entre la lumière cohérente et la lumière incohérente. Ce sera en particulier la conclusion de l'étude de l'effet Hanle au chapitre IV (§ B).

#### REMARQUE.

On peut également interpréter les termes linéaires modulés à la fréquence de battement entre modes en les comparant aux modulations produites par une source incohérente modulée en intensité ou en polarisation (<sup>51</sup>).

#### 4) Comparaison des non linéarités dans les deux types de pompage optique

Le fait que les équations obtenues dans le cas d'une source incohérente se comparent aux équations "linéaires" du cas cohérent ne signifie pas que les effets non linéaires soient inexistant dans le cas des sources conventionnelles. Bien au contraire, le fait que  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma$  s'exprime en fonction  $\sigma$  produit un comportement essentiellement non linéaire de  $\sigma$  par rapport à l'intensité lumineuse. La saturation ainsi que les élargissements radiatifs sont des phénomènes bien connus en pompage optique "classique". Le fait qu'en général l'analogie des formules ne soit pas valable à tous les ordres exprime un comportement nettement différent des deux types d'excitation optique en ce qui concerne les effets non linéaires. Cette différence se voit par comparaison des formules (20) et (22) :

. Avec de la lumière incohérente, les effets non linéaires sont uniquement reliés à l'intensité lumineuse. En (22) la variation de  ${}_b\rho$  s'exprime comme le produit d'une expression dépendant uniquement de l'état des atomes dans les niveaux (et de la polarisation de la lumière) par une intégrale qui ne dépend que de l'intensité et du spectre de la lumière. Cela revient à dire que l'on peut raisonner en probabilités de transition (c'est le sens de  $1/T_p$ ) qui ne dépendent que de l'intensité de la lumière, et que les saturations proviennent uniquement de la modification de  $\rho$  sous l'effet du pompage (par exemple, certains sous-niveaux Zeeman se vident et d'autres se remplissent). Cette propriété qui vient de l'absence de relation de phase entre fréquences différentes (passage (20) → (21)) ou, en d'autres termes, du temps de corrélation très court de la lumière, s'exprime dans le formalisme de COHEN-TANNOUJJI

par des transitions optiques quasi instantanées. La saturation provient d'atomes subissant plusieurs cycles de pompes successifs mais totalement indépendants.

. Avec de la lumière cohérente (en plus des phénomènes liés à l'intensité ( $\nu = \nu'$ )), on voit apparaître l'effet de la phase relative des modes. Il en résulte de nombreux effets non linéaires nouveaux, tels que l'apparition d'une infinité de fréquences de modulation et la saturation réciproque (sensible à la phase) des modes les uns par les autres (cf. chapitre VII). On ne peut plus parler de probabilité de transition. Si un atome subit plusieurs transitions d'un niveau à l'autre, celles-ci ne sont pas indépendantes : d'une transition à la suivante, la phase des modes est restée constante. On ne peut plus parler de transitions instantanées, car du fait de l'existence de terme de "cohérence optique",  $_{ab}^0$ , les atomes sont en réalité à chaque instant dans une superposition cohérente des deux états a et b. On peut dire qu'en plus des effets non linéaires provenant de la saturation des niveaux, existent des effets non linéaires provenant de l'existence des "cohérences optiques".

Remarquons que le calcul de perturbation fait penser à des transitions se produisant à des instants déterminés mais en fait, cette image ne correspond pas à une réalité physique comme dans le cas des sources incohérentes. Les diagrammes définis au chapitre II correspondent à des amplitudes de probabilité qu'il faut sommer sur toutes les fréquences et sur tous les instants possibles pour les points d'interaction (c'est cette sommation qui introduit les dénominateurs résonnants). Une transition d'un niveau à l'autre (passage de l'ordre  $(2n)$  à l'ordre  $(2n+2)$ ) est caractérisée par 2 points d'interaction consécutifs sur les diagrammes. Lorsque la lumière est incohérente, la contribution des diagrammes s'annule par interférence si ces deux points font appel à deux fréquences différentes ( $\nu$  et  $\nu'$ ) et si le temps qui sépare les deux points d'interaction est nettement supérieur à  $1/\Delta$  : c'est le sens du passage de (20) à (21), puis de (21) à (22). C'est pour cela que l'on peut parler de transitions pratique-

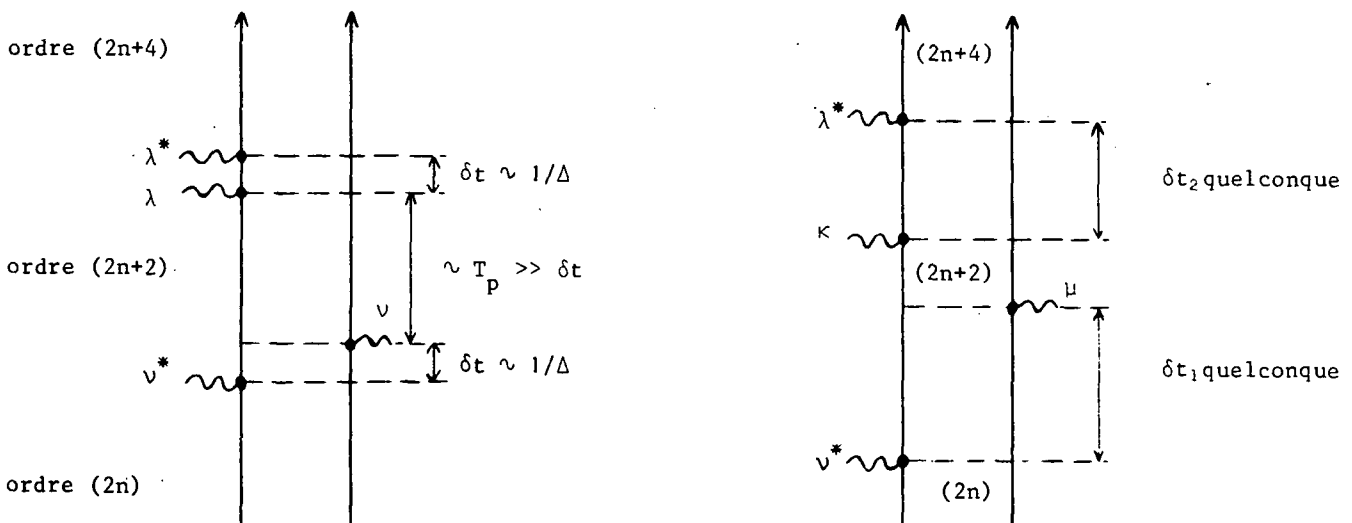


FIGURE III-1 a) incohérent

b) cohérent

ment instantanées. Si, comme c'est toujours le cas,  $T_p \gg \frac{1}{\Delta}$ , les transitions successives (passages d'ordres pairs en ordres pairs) sont totalement indépendantes (figure III-1-a). Lorsqu'on a une lumière laser, au contraire (figure III-1-b), la contribution des diagrammes ne s'annule pas lorsque deux interactions, formant une paire, se font avec des modes différents, ou lorsque les points d'interaction sont séparés par un temps très long (la limite est alors, comme nous le verrons au § 5, la durée de vie  $1/\Gamma_{ab}$  des "cohérences optiques" atomiques). Ceci explique la présence de modulations, l'impossibilité de définir des transitions instantanées et le souvenir de phase entre les ordres de perturbation successifs.

### 5) Autres cas physiques permettant un calcul valable à tous les ordres

Nous avons démontré que dans le cas d'une source lumineuse conventionnelle, il est possible de résoudre nos équations sans utiliser de méthode d'itération, ce qui donne un résultat analogue à celui de COHEN-TANNOUDJI. Nous allons voir qu'il existe d'autres cas physiques, avec d'autres séries d'hypothèses, qui permettent de passer de (20) à (22-a) et éventuellement à (22-b).

Pour passer de (20) à (21), il est indispensable dans tous les cas qu'il n'y ait pas de terme de battement. Deux cas expérimentaux satisfont à cette condition :

- le laser monomode
- la lumière incohérente classique (§ précédent).

Dans les deux cas, l'onde doit être progressive. On peut approximativement classer dans la seconde catégorie le cas d'un laser comportant beaucoup de modes dont la phase relative est aléatoire (il ne faut pas que le laser fonctionne en "modes bloqués", cf. § IV-C-4).

Pour passer de (21) à (22-a), il faut que  ${}_a\rho$  et  ${}_b\rho$  varient assez lentement pour que l'on puisse les sortir de l'intégrale en  $\tau'$ . Cette condition peut être réalisée dans plusieurs cas (autres que le cas habituel du § B-2, caractérisé par les conditions (24)).

#### a) Régime stationnaire

Ce cas est très intéressant car il n'impose aucune condition sur  $\Delta$ ,  $\Gamma_a$ ,  $\Gamma_b$ ,  $\Gamma_{ab}$  et  $T_p$ . En effet, en régime stationnaire,  ${}_a\rho$  et  ${}_b\rho$  sont indépendants du temps (rappelons qu'il n'y a pas de termes modulés) : il est donc évident que l'on peut les sortir de l'intégration de (21). Le résultat fourni par l'équation (22) ne devra évidemment être employé que dans l'équation donnant la solution stationnaire ( $\dot{\rho} = \frac{d^{(1)}}{dt} \rho + \frac{d^{(2)}}{dt} \rho + \frac{d^{(3)}}{dt} \rho = 0$ ). On ne pourra calculer les transitoires sans restreindre les hypothèses.

b) Evolution de  $\rho_a$  et  $\rho_b$  lente devant  $1/\Gamma_{ab}(k)$

Lorsque le spectre de la lumière est étroit ( $\Delta \lesssim \Gamma_{ab}(k)$ ), les conditions (24) deviennent trop restrictives ou même irréalisables (comme c'est le cas pour un laser monomode). On voit dans ce cas que l'on peut encore passer de (21) à (22-a) si  $\rho_a$  et  $\rho_b$  varient peu pendant le temps d'amortissement de l'exponentielle  $e^{-\Gamma_{ab}(k)t}$ , c'est-à-dire pendant un temps de l'ordre de  $1/\Gamma_{ab}(k)$ . Ceci donne les conditions :

$$\Gamma_a + \frac{1}{T_p} \ll \Gamma_{ab} \quad (28-a)$$

$$\Gamma_b + \frac{1}{T_p} \ll \Gamma_{ab} \quad (\text{pour tous les } k \text{ possibles}) \quad (28-b)$$

Ces conditions peuvent être réalisées à forte pression (par exemple  $P \sim 10$  Torr pour le mélange He-Ne), car  $\Gamma_{ab}$  est plus sensible aux collisions que  $\Gamma_a$  et  $\Gamma_b$ . Lorsque les collisions sont peu nombreuses, ces conditions ne peuvent être réalisées, car  $\Gamma_{ab} \sim \frac{1}{2} (\Gamma_a + \Gamma_b)$ . Cependant, si a est le niveau fondamental ( $\Gamma_a = 0$ ), la condition (28-a) devient :

$$\frac{1}{T_p} \ll \Gamma_{ab} \quad (29)$$

tandis que la condition (28-b) n'a pas d'utilité si l'on peut négliger l'émission stimulée, c'est-à-dire omettre  $\rho_b$  dans (21). Pour cela, il faut que le niveau b ne soit pas excité directement ( $\Lambda_b=0$ ) et que le pompage optique ne peuple pas trop ce niveau :

$$\frac{1}{T_p} \ll \Gamma_b \quad (30)$$

Ceci nous montre qu'on peut traiter rigoureusement l'évolution (et non seulement l'état stationnaire comme en a) dans le cas du pompage optique d'un niveau fondamental par un laser monomode, si le pompage est assez faible pour que les conditions (29) et (30) soient satisfaites.

REMARQUE.

Le fait que l'on puisse passer de (21) à (22-a) exprime que  $\rho_a$  et éventuellement  $\rho_b$  évoluent assez lentement par rapport au temps caractéristique de l'équation (8-c) (donnant  $\rho_{ab}$ ) pour que l'on puisse prendre à chaque instant la solution stationnaire de cette équation en considérant  $\rho_a$  et  $\rho_b$  comme constants. Dans le cas d'une source lumineuse incohérente, le temps caractéristique est le temps de corrélation  $1/\Delta$  de la lumière. On obtient alors les conditions (24). Si ce temps de corrélation devient très long (lumière cohérente), c'est le taux de relaxation  $\Gamma_{ab}(k)$  qui détermine le temps caractéristique de l'équation (8-c) et l'on obtient les conditions (18).



6) Problèmes posés par l'intégration sur les vitesses

Dans tous les cas,  $T_p$  et  $\Delta E'$  dépendent de la vitesse. En général, il faut résoudre l'équation donnant  $\rho(v, r, t)$  puis intégrer sur les vitesses pour obtenir la matrice densité totale  $\bar{\rho}(r, t)$ . Pour des raisons que nous verrons plus loin, dans le cas du pompage optique habituel, COHEN-TANNOUJJI admet qu'il y a découplage entre les variables internes et les variables externes, c'est-à-dire que les atomes pompés optiquement conservent toujours une distribution Maxwellienne des vitesses. On peut donc écrire :

$$\alpha \rho(v, r, t) = \alpha \bar{\rho}(r, t) W_M(v) \quad (31)$$

Dans ces conditions, on peut intégrer l'équation d'évolution par rapport à  $v$  avant de la résoudre. On voit aisément, en intégrant (22-b), que l'équation d'évolution de  $\bar{\rho}$  est la même que celle de  $\rho$ , à condition de prendre une valeur moyenne pour  $T_p$  et  $\Delta E'$  :

$$\left( \frac{1}{2T_p} + i\overline{\Delta E'} \right) = \frac{|P_{ab}|^2}{2J_b + 1} \int W_M(v) dv \int I(v) dv \frac{1}{\Gamma_{ab} + i(\omega - v + k_y v)} = \frac{|P_{ab}|^2}{2J_b + 1} \int I(v) W(v - \omega + i\Gamma_{ab}) dv \quad (32)$$

Le découplage exprimé par la relation (31) ne peut être réalisé que si au moins l'une des deux conditions suivantes est remplie :

- α) • Le spectre de la lumière pompante est assez uniforme sur toute la largeur Doppler de la raie pour que tous les atomes soient excités de la même façon. Ceci impose :  $\Delta \gg \Delta v$ .
- β) • Les collisions changeant la vitesse sans affecter l'état interne des atomes sont très nombreuses et thermalisent très vite la distribution des vitesses.

Dans le pompage optique habituel, la première de ces conditions est souvent bien vérifiée tandis que la seconde l'est très bien pour le niveau fondamental (niveau sans structure électronique, comme Hg ou en présence d'un gaz tampon pour les alcalins par exemple).

En pompage optique laser, pour les termes non modulés du second ordre, nous avons vu (cf. équ. (II,84)) que l'on peut intégrer les équations sur la vitesse avant de les résoudre. Puisque le terme source  $\frac{d^{(1)}}{dt} {}^{(2)}\rho$  s'exprime à partir de  ${}^{(0)}\rho$ , et que les vitesses correspondant à  ${}^{(0)}\rho$  sont réparties suivant la distribution de Maxwell, on voit que les valeurs moyennes  $\bar{T}_p$  et  $\overline{\Delta E'}$  définies en (32) sont valables. Les équations donnant  ${}^{(2)}\bar{\rho}$  gardent donc, après moyenne sur les vitesses, la forme des équations classiques. Remarquons que l'intégration sur  $v$  fait disparaître, dans (II,84), l'effet de la diffusion des vitesses sur les variables atomiques : ceci rapproche encore nos équations du second ordre des équations de COHEN-TANNOUJJI.

Pour le pompage avec un laser monomode ou une source incohérente de spectre étroit, nous avons montré qu'il était possible dans certaines conditions (a: état stationnaire. b: variation lente devant  $1/\Gamma_{ab}$ ) d'écrire une équation valable à tous les ordres et analogues aux équations de COHEN-TANNOUJJI, pour la matrice densité  $\rho_{\alpha\beta}(v)$ . Cependant, dans ce cas, il n'est pas possible, en général, de définir un temps de pompage moyen analogue à celui de (32). En effet, la distribution de vitesses n'est plus Maxwellienne. Dans (32), il n'est même pas possible de remplacer  $W_M(v)$  par une autre distribution puisque, d'une part il y a couplage entre les variables internes et les variables externes et que, d'autre part la distribution de vitesses des atomes pompés dépend de l'intensité de la lumière pompante. En particulier, il est bien connu que le pompage par un laser monomode produit un "trou" (ou une "bosse") dans la distribution des vitesses, et que la profondeur et la largeur de ce trou dépendent de la puissance du laser. Dans ces conditions, l'intégration sur  $v$  des formules (32) ne permet pas de faire apparaître  $\bar{\rho}_{\alpha\beta}(r,t)$  en facteur. C'est pourquoi, il n'est pas possible d'écrire une équation d'évolution globale de  $\bar{\rho}_{\alpha\beta}$  ni de définir un temps de pompage moyen proportionnel à l'intensité du pompage.

Pour que ces opérations soient possibles, il est nécessaire que le "trou" produit dans la distribution de vitesses soit négligeable. Comme nous le montrerons à l'appendice E, ceci nécessite toujours la condition :

$$\frac{1}{T_p(v)} \ll \Gamma'_\alpha \quad (33)$$

Lorsque la diffusion des vitesses est peu importante ( $\Gamma'_\alpha \sim \Gamma_\alpha$ ), la condition (33) devient :

$\frac{1}{T_p(v)} \ll \Gamma_\alpha$ . Ce cas n'est pas intéressant car il correspond à un pompage optique faible pour lequel le calcul du second ordre suffit. Par contre, lorsque la thermalisation des vitesses est rapide

( $\Gamma'_\alpha \sim \Gamma_\alpha \gg \Gamma_\alpha$ ), la condition (33) peut être réalisée dans des conditions de pompage intense, ce qui donne de l'intérêt à l'équation globale obtenue, à tous les ordres, pour  $\bar{\rho}_{\alpha\beta}$ .

REMARQUES.

- La thermalisation complète des vitesses est, en général, peu probable pour les niveaux excités, car l'état interne a une forte probabilité d'être altéré à chaque collision, et parce que le temps pendant lequel la thermalisation peut se faire est limité par la durée de vie radiative ( $\Gamma_\alpha \geq \gamma_\alpha = 1/\tau_\alpha$ ). Par contre, comme nous l'avons déjà signalé, la thermalisation des vitesses est souvent réalisable dans un niveau fondamental.
- Lorsque la distribution des vitesses est Maxwellienne, ( $\rho_{\alpha\beta}(v) = W_M(v) \bar{\rho}_{\alpha\beta}$ ), il n'est pas nécessaire de supposer que  $\rho_{\alpha\beta}$  et  $\bar{\rho}_{\alpha\beta}$  varient lentement devant  $1/\Delta$  (conditions (24)) ou

devant  $1/\Gamma_{ab}$  (condition (28)) pour que l'on puisse écrire une équation donnant l'évolution de  $\bar{\rho}_\alpha$  à tous les ordres : ces conditions ne sont plus nécessaires pour passer de (21) à (22) si l'on intègre d'abord sur  $v$ . Il suffit que la variation de  ${}_a\bar{\rho}$  et  ${}_b\bar{\rho}$  soit négligeable pendant un temps de l'ordre de  $1/\Delta v$  (et que ces quantités varient assez lentement par rapport à  $r$ ). En effet, pour des temps  $-\tau' \gg 1/\Delta v$ , l'exponentielle de (21) oscille très vite et l'intégrale sur  $v$  s'annule. La condition s'écrit (ici il s'agit de  $T_p$  moyen) :

$$\Gamma_\alpha + \frac{1}{T_p} \ll \Delta v \quad (34)$$

### 7) Forme opératorielle des équations

Nous venons de montrer, en cherchant l'analogie avec les équations de COHEN-TANNOUJJI, que l'on pouvait mettre sous forme opératorielle le terme source des équations globales (II,84) donnant les composantes dans la base  $T_Q^k$  des termes non modulés de  $\bar{\rho}_\alpha^{(2)}$ . Nous pouvons donc écrire les équations (II,84) sous forme entièrement opératorielle. Cette forme nous sera utile au chapitre IX, car elle est plus commode pour effectuer des rotations des axes de référence. En régime stationnaire, (II,84) s'écrit :

$$\begin{aligned} [ \{ \Gamma_b \} + i\omega_b \mathcal{J}_z ] {}_b\bar{\rho}^{(2)} &= \frac{1}{T_p} (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) {}_a\bar{\rho}^{(0)}(\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) - \left( \frac{1}{2T_p} + i\overline{\Delta E}' \right) {}_b\bar{\rho}^{(0)}(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D})(\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) \\ &\quad - \left( \frac{1}{2T_p} - i\overline{\Delta E}' \right) (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D})(\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) {}_b\bar{\rho}^{(0)} \end{aligned} \quad (35-b)$$

$$\begin{aligned} [ \{ \Gamma_a \} + i\omega_a \mathcal{J}_z ] {}_a\bar{\rho}^{(2)} &= \frac{1}{T_p} (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) {}_b\bar{\rho}^{(0)}(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) - \left( \frac{1}{2T_p} + i\overline{\Delta E}' \right) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D})(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) {}_a\bar{\rho}^{(0)} \\ &\quad - \left( \frac{1}{2T_p} - i\overline{\Delta E}' \right) {}_a\bar{\rho}^{(0)}(\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D})(\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) + \{ \text{Tr} \} {}_b\bar{\rho}^{(2)} \end{aligned} \quad (35-a)$$

$\{ \Gamma_\alpha \}$ ,  $\mathcal{J}_z$  et  $\{ \text{Tr} \}$  sont des opérateurs de l'espace de Liouville, c'est-à-dire des opérateurs agissant sur  $\rho$  considéré comme élément d'un espace vectoriel (nous reparlerons de façon plus détaillée de ce formalisme au chapitre IX). Ces trois opérateurs représentent respectivement la relaxation, l'effet du champ magnétique et le transfert. Dans la base  $T_Q^k$ ,  $\{ \Gamma_\alpha \}$  et  $\mathcal{J}_z$  sont diagonaux;  $\{ \text{Tr} \}$  couple les sous-espaces a et b mais est diagonal en k et Q.

Les conditions nécessaires pour que les équations (35) soient valables sont très peu restrictives (conditions (23-a) :  $\omega_a, \omega_b \ll \Delta v$ , et (23-b) :  $\Gamma_{ab}(k)$  indépendant de k ou  $\Gamma_{ab}(k) \ll \Delta v$ ). Les équations (35) peuvent inclure les phénomènes qui changent la vitesse sans altérer les grandeurs atomiques. Cependant, la définition (32) de  $\left( \frac{1}{2T_p} + i\overline{\Delta E}' \right)$  n'est valable que si les collisions qui changent la vitesse détruisent complètement les grandeurs optiques. Dans le cas général, avec tous les types de colli-

sions étudiés au chapitre II, les équations (II,84) et (II,83) montrent qu'il faut poser (il faut alors remplacer  $\Gamma_{ab}$  par  $G_{ab}$  dans la condition (23-b)) :

$$\frac{1}{2\bar{T}_p} + i\overline{\Delta E'} = \frac{|P_{ab}|^2}{2J_b+1} \sum_{\nu} I_{\nu} \frac{W(\omega_{\nu}-\omega+iG_{ba})}{1 - g_{ba} W(\omega_{\nu}-\omega+iG_{ba})} \quad (36)$$

On voit donc que la contribution de chaque mode à  $(\frac{1}{2\bar{T}_p} + i\overline{\Delta E'})$  reste dans tous les cas le produit de l'intensité du mode par la valeur prise pour ce mode par le facteur de forme de raie intervenant dans la susceptibilité linéaire du milieu (cf. (5) en champ faible).  $1/\bar{T}_p$  qui représente l'effet des transitions réelles est relié à la partie réelle de la susceptibilité qui n'est autre que la forme de raie d'absorption (6).  $\overline{\Delta E'}$  qui représente l'effet des transitions virtuelles (cf. COHEN-TANNOUJJI (3), § III-A-3) est relié à la partie imaginaire, c'est-à-dire à la dispersion.

Dans certains cas, nous avons vu que l'on peut écrire les équations (35) à tous les ordres de perturbation en remplaçant  ${}^{(0)}\bar{\rho}$  et  ${}^{(2)}\bar{\rho}$  par  $\bar{\rho}$ . Dans le cas d'une excitation par un laser monomode (avec thermalisation rapide des vitesses), il est évident que l'on peut encore appliquer la formule (36); en effet, dans le calcul du régime stationnaire, l'expression de  $\frac{d^{(1)}}{dt} \bar{\rho}_b$  en fonction de  $\bar{\rho}_a$  et  $\bar{\rho}_b$  s'obtient exactement de la même façon que l'expression de  $\frac{d^{(1)}}{dt} {}^{(2)}\bar{\rho}_b$  à partir de  ${}^{(0)}\bar{\rho}_a$  et  ${}^{(0)}\bar{\rho}_b$  dans le cas général ( $\bar{\rho}_a$ , comme  ${}^{(0)}\bar{\rho}_a$  dans le cas général, est proportionnel à  $W_M(\nu)$  et ne dépend pas du temps). Dans le cas d'une source incohérente, l'utilisation de (36) est moins évidente. Nous ne nous occuperons pas ici de ce problème.

Deuxième Partie

Effets Linéaires

CHAPITRE IV

REPONSE LINEAIRE DES ATOMES

(DANS UNE DECHARGE ISOTROPE)

Dans ce chapitre, nous étudions de façon détaillée la réponse linéaire des atomes à l'irradiation laser, c'est-à-dire les modifications de la matrice densité obtenues au deuxième ordre de perturbation.

Nous supposons ici que la matrice d'excitation  $\Lambda$  est scalaire. Dans beaucoup de cas expérimentaux, cette hypothèse représente une assez bonne approximation. Cependant, il est prouvé expérimentalement qu'il existe presque toujours dans la décharge une légère anisotropie qui peut provenir de l'excitation  $\Lambda$  ou de la relaxation (diffusion multiple des raies de résonance), mais qui, dans les deux cas, s'observe en l'absence d'irradiation laser (ordre 0). Nous étudierons cette anisotropie au chapitre IX (le développement des termes d'ordre 2 lorsque  $\Lambda$  n'est pas scalaire est donné dans l'appendice D).

Au chapitre V, nous étudierons les méthodes de détection optique. Pour l'instant, il suffit de garder en mémoire le fait que ces méthodes expérimentales permettent de mesurer des superpositions linéaires des différentes composantes  $\rho_Q^k$  de la matrice densité ( $k \leq 2$ ).

A partir de maintenant, nous supposerons que tous les modes ont la même polarisation. Ceci est toujours le cas dans nos expériences. On peut donc écrire :

$$\vec{c}^{\nu} = c^{\nu} \vec{e} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \vec{c}_q^{\nu} = c^{\nu} e_q \quad (1)$$

$c^{\nu}$  est un nombre complexe, car il contient la phase du mode  $\nu$  relativement aux autres. Si la polarisation est rectiligne, la phase absolue pourra être choisie pour rendre  $\vec{e}$  réel.

## A - DEPENDANCE SPATIALE

## 1) Cas d'une onde laser progressive (cellule à l'extérieur de la cavité laser)

Nous utilisons les formules simplifiées (II,80), (II,82) et (II,83) en posant  $k_0 = Q_0 = 0$  puisque  $\Lambda$  est scalaire. Il s'ensuit que  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 0, 1$  ou  $2$  (si  $J_a$  et  $J_b$  le permettent) et  $Q_2 = q_1 + q_2$ . En omettant l'indice 2 de  $k_2$  et  $Q_2$  puisqu'il n'y a plus d'ambiguïté possible, en utilisant la définition (II,58) de  $n$  et en faisant quelques manipulations algébriques sur les (3J) et les {6J} (dont certains sont remplacés par leur valeur), on obtient :

$$(2) \frac{\rho_{ab}^{k_1}}{\rho_Q}(\mathbf{r}, t) = -n |P_{ab}|^2 \sum_{\nu \mu} \frac{(-)^{J_a + J_b + q_2} \langle 11q_1q_2 | kQ \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}}{\Gamma_b(k) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q\omega_b)} \zeta_{q_1}^{\nu*} \zeta_{-q_2}^\mu e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)\mathbf{r}]} \quad (2)$$

$$(2) \frac{\rho_{ab}^{k_2}}{\rho_Q} = n |P_{ab}|^2 (-)^{k_2} \sum_{\nu \mu} \frac{(-)^{J_a + J_b + q_2} \langle 11q_1q_2 | kQ \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \zeta_{q_1}^{\nu*} \zeta_{-q_2}^\mu e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)\mathbf{r}]} \left[ \frac{W(\omega - q_1\omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab})}{1 - g_{ab} W [\omega - q_1\omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab}]} + \frac{W^*(\omega + q_2\omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab})}{1 - g_{ab}^* W^* [\omega + q_2\omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab}]} \right] \frac{1}{\Gamma_a(k) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q\omega_a)} \quad (3)$$

$$\left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{L}(b, a, 1, k)}{\Gamma_b(k) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + Q\omega_b)} \right] \left[ \frac{W(\omega - q_1\omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab})}{1 - g_{ab} W(\omega - q_1\omega_Z - \omega_\nu + iG_{ab})} + \frac{W^*(\omega + q_2\omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab})}{1 - g_{ab}^* W^*(\omega + q_2\omega_Z - \omega_\mu + iG_{ab})} \right]$$

Comme nous le ferons dans tout ce chapitre, nous avons posé (puisque  $k_1 = 1$ ) :

$$G_{ab} = G_{ab}(1) \quad \text{et} \quad g_{ab} = g_{ab}(1)$$

La modulation des grandeurs atomiques à la pulsation  $\omega_\nu - \omega_\mu$  se comporte comme une onde progressive de vecteur d'onde  $k_\nu - k_\mu$ . Si le laser source a une longueur  $L$  et qu'il ne comporte que des modes longitudinaux, on a :

$$k_\nu - k_\mu = 2\pi \left( \frac{1}{\lambda_\nu} - \frac{1}{\lambda_\mu} \right) = \frac{\pi(P_\nu - P_\mu)}{L} \quad (4)$$

où  $P_\nu - 1$  et  $P_\mu - 1$  représentent le nombre de noeuds des modes  $\nu$  et  $\mu$  à l'intérieur de la cavité laser.

La longueur d'onde de la modulation des variables atomiques est donc :

$$\Lambda_{\nu - \mu} = \frac{2L}{P_\nu - P_\mu} \quad (5)$$

Comme  $P_\nu - P_\mu$  est de l'ordre de quelques unités,  $\Lambda_\nu - \mu$  est de l'ordre de  $L$ , c'est-à-dire de l'ordre du mètre pour les lasers à gaz. Dans toutes nos expériences, la zone de la cellule vue par le système optique de détection est de l'ordre de 2 ou 3 cm. On peut donc considérer que la phase des modulations est pratiquement constante sur toute cette zone.

2) Cas d'une onde stationnaire (cellule dans la cavité laser)

A chaque mode correspondent deux ondes progressives se propageant en sens inverse :

$$\vec{\xi}^{\nu+} e^{-i(\omega_\nu t - k_\nu r)} \quad \text{et} \quad \vec{\xi}^{\nu-} e^{-i(\omega_\nu t + k_\nu r)} \quad (\text{avec } k_\nu > 0).$$

Il en résulte que la modulation à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  est associée à quatre vecteurs d'onde :

$$k_\nu - k_\mu ; -k_\nu + k_\mu ; k_\nu + k_\mu ; -k_\nu - k_\mu \quad (6)$$

On peut regrouper les deux premiers cas et les deux derniers pour former des "ondes stationnaires". Pour cela, il faut déterminer la phase relative de  $\vec{\xi}^{\nu+}$  et de  $\vec{\xi}^{\nu-}$ .

Si l'on prend l'origine de  $r$  sur l'un des miroirs du laser, le mode  $\nu$  s'écrit comme une onde stationnaire ayant un noeud à l'origine.

$$\vec{E}^\nu(r, t) = (\vec{\xi}^{\nu+}(st) e^{i\omega_\nu t} + \vec{\xi}^{\nu-}(st) e^{-i\omega_\nu t}) \sin k_\nu r \quad (7)$$

La condition  $k_\nu = \frac{\pi P_\nu}{L}$  assure qu'il y ait un noeud sur l'autre miroir.  $\vec{E}^\nu(r, t)$  peut aussi s'écrire :

$$\vec{E}^\nu(r, t) = (\vec{\xi}^{\nu+} e^{-i(\omega_\nu t - k_\nu r)} + \vec{\xi}^{\nu-} e^{-i(\omega_\nu t + k_\nu r)}) e + CC$$

En posant :

$$\vec{\xi}^{\nu+} = -\vec{\xi}^{\nu-} = \frac{\vec{\xi}^{\nu}(st)}{2i} \quad (8-a)$$

On voit donc que =

$$\vec{\xi}^{\nu+*} \vec{\xi}^{\mu+} = \vec{\xi}^{\nu-*} \vec{\xi}^{\mu-} \quad \text{et} \quad \vec{\xi}^{\nu+*} \vec{\xi}^{\mu-} = \vec{\xi}^{\nu-*} \vec{\xi}^{\mu+} = -\vec{\xi}^{\nu+*} \vec{\xi}^{\mu+} \quad (8-b)$$

D'autre part, on peut voir que les intégrales sur  $\nu$ , figurant dans les expressions (II,71) et (II,78) de  $(2)_{\beta Q_2}^{-k_2}$  et de  $(2)_{\alpha Q_2}^{-k_2}$  ne changent pas si l'on change le signe de  $k_\nu$  et de  $k_\mu$  (en raison de la parité de  $W_M(\nu)$ ).

Il en résulte que les quatre termes modulés à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  se regroupent en deux "ondes stationnaires" de la forme :

$$2 \vec{\xi}^{\nu+*} \vec{\xi}^{\mu+} e^{i(\omega_\nu - \omega_\mu)t} \cos(k_\nu - k_\mu)r \quad (9-a)$$

$$-2 \vec{\xi}^{\nu+*} \vec{\xi}^{\mu-} e^{i(\omega_\nu - \omega_\mu)t} \cos(k_\nu + k_\mu)r \quad (9-b)$$

Le second terme (qui correspond à l'interaction d'ondes se propageant en sens inverse l'une de l'autre)

est modulé spatialement avec une longueur d'onde de l'ordre de la moitié des longueurs d'onde laser. Il est évident que ce terme ne sera pas détectable par l'étude de la lumière de fluorescence, car la zone observée est très supérieure à sa longueur d'onde.

Le premier terme (9-a) qui correspond à l'interaction d'ondes se propageant dans le même sens est modulé spatialement par  $\cos(k_\nu - k_\mu)r$  : sa longueur d'onde (définie en (5)) est grande devant les dimensions de la cellule. Ce terme sera détectable si l'on a pris soin de placer la cellule en un point de la cavité laser où  $\cos(k_\nu - k_\mu)r$  a une valeur importante. Par exemple, si  $P_\nu - P_\mu = 1$  (battement entre deux modes voisins), la modulation sera nulle au centre de la cavité laser; si  $P_\nu - P_\mu = 2$ , elle sera nulle pour  $r = L/4$  et  $r = 3L/4$  et maximum au centre. Dans tous les cas, la modulation  $\omega_\nu - \omega_\mu$  est très importante près des miroirs.

Si l'on ne considère que les seuls termes détectables de  $\overline{\rho}_{bf}^{(2)}$  et  $\overline{\rho}_{af}^{(2)}$  (ceux en  $\cos(k_\nu - k_\mu)r$ ), on voit que l'on peut, comme dans le cas de l'onde progressive, négliger  $(k_\nu - k_\mu)v$  dans les expressions (II,71) et (II,78) qui deviennent alors les expressions (II,80) et (II,82). En faisant en plus l'hypothèse de l'isotropie de la décharge excitatrice, on obtient des formules qui ne diffèrent de (2) et (3) que par le remplacement de  $e^{-i(k_\nu - k_\mu)r}$  par  $2 \cos(k_\nu - k_\mu)r$ .

Pour toute l'étude des phénomènes du second ordre, nous ne distinguerons plus les cas des ondes progressives et des ondes stationnaires. Nous discuterons les formules (2) et (3) en omettant la dépendance en  $r$ .

#### REMARQUES.

- Le facteur  $\cos(k_\nu - k_\mu)r$  signifie, physiquement, que la modulation  $\omega_\nu - \omega_\mu$  est importante aux endroits où les ventres d'oscillation des modes stationnaires  $\mu$  et  $\nu$  coïncident. Elle est nulle là où les noeuds d'un mode correspondent aux ventres de l'autre.

- Le terme en  $\cos(k_\nu + k_\mu)r$  n'est pas observable par notre méthode, mais il existe et peut avoir de l'importance comme source d'effets non linéaires. Si l'on considère le terme  $\nu = \mu$ , on obtient une contribution à  $\overline{\rho}_{af}^{(2)}$  et  $\overline{\rho}_{bf}^{(2)}$  indépendante du temps mais modulée spatialement par  $\cos 2k_\nu r$ .

La signification physique de ce terme est simple : chaque mode, en raison de sa structure d'onde stationnaire, présente des noeuds et des ventres. La population des niveaux (ainsi que les autres grandeurs atomiques) ne peut être affectée aux noeuds où le champ est nul; par contre, l'effet est maximum aux ventres de l'oscillation. Dans le cas d'un gaz, ce phénomène est atténué par le mouvement des atomes. En effet, dès que le libre parcours moyen  $\lambda$  d'un atome excité est supérieur à quelques longueurs d'ondes, chaque atome passe en moyenne par plusieurs noeuds et plusieurs ventres pendant sa durée de vie.

On peut facilement donner un ordre de grandeur de cet effet dans un cas simple. Considérons uniquement les termes non modulés (temporellement) de la population du niveau supérieur  $b$ , d'un gaz



soumis à l'action d'un laser de polarisation  $\pi$ . En utilisant (II,80) pour le terme non modulé et (II,71), (II,68) et (II,61) pour le terme modulé spatialement, on obtient :

$$(2)_{bP_0} = - \frac{2n|P_{ab}|^2}{3\sqrt{2J_b+1}} \sum_v |\mathcal{E}^y|^2 \left\{ \frac{1}{\Gamma'_b(0)} \left[ \frac{1}{1-g_{ab}} \frac{1}{W(\omega-\omega_v+iG_{ab})} \right] \frac{W_M(v) dv}{G_{ab} - i(\omega-\omega_v+k_v v)} + CC \right\} \quad (10)$$

$$- \frac{\cos 2k_v r}{1 - \frac{\gamma'_b(0)}{2} \frac{i\Gamma'_b(0)}{W(\frac{\delta}{2})}} \left[ \frac{W_M(v) dv}{\Gamma'_b(0) - 2ik_v v} \left[ \frac{[1-g_{ab} W(\omega-\omega_v+iG_{ab})]^{-1}}{G_{ab} - i(\omega-\omega_v+k_v v)} + \frac{[1-g_{ab}^* W^*(\omega-\omega_v+iG_{ab})]^{-1}}{G_{ab}^* + i(\omega-\omega_v-k_v v)} \right] \right]$$

La dernière intégrale de (10) est formée de deux termes de la forme (en décomposant en éléments simples : cf. Appendice F § 3) :

$$\left[ \frac{W_M(v) dv}{\frac{\Gamma'_b}{2} - ikv} \cdot \frac{1}{G_{ab} + i(\delta - kv)} = \frac{1}{G_{ab} + i\delta - \frac{\Gamma'_b}{2}} \left[ W \left( \frac{i\Gamma'_b}{2} \right) - W(-\delta + iG_{ab}) \right] \right] \quad (11)$$

En appliquant les résultats de l'appendice F (§ 3-b), on voit que si la largeur Doppler est grande :

$$\Delta\nu \gg \Gamma'_b, \Gamma'_{ab} \quad (12-a)$$

les deux termes du type de (11) sont de l'ordre de  $\frac{1}{(\Delta\nu)^2}$  quel que soit  $\delta = \omega - \omega_v$ . Comme d'autre part, le terme non modulé spatialement de (10) est de l'ordre de  $|\Gamma'_b(0)\Delta\nu|^{-1}$ , on voit que le rapport entre les termes modulés et les termes non modulés est de l'ordre de  $\Gamma'_b(0) / \Delta\nu$ . Ce rapport est très petit si la condition (12-a) est satisfaite. Remarquons que (12-a) peut s'écrire (en remplaçant  $\Delta\nu$  par  $ku = \frac{2\pi u}{\lambda}$ ) :

$$\frac{u}{\Gamma'_b(0)} \gg \lambda \quad \text{ou} \quad \ell \gg \lambda \quad (12-b)$$

Sous cette dernière forme, la condition (12-b) justifie l'interprétation physique donnée précédemment : la modulation est moyennée par le mouvement lorsque le libre parcours moyen  $\ell$  de l'atome excité est supérieur à la longueur d'onde.

Dans le cas d'un solide, les atomes sont immobiles et l'on peut remplacer  $W_M(v)$  par la distribution  $\delta(0)$ , on voit alors que le terme modulé spatialement de (10) est de même amplitude que le terme constant (il faut évidemment supprimer les collisions de vitesse :  $\gamma'_b = g'_{ab} = 0$ ;  $\Gamma'_b(0) = \Gamma'_{ab}(0)$ ). C'est le phénomène bien connu du "hole burning" spatial des lasers solides.

La modulation spatiale pourrait aussi apparaître dans les gaz à haute pression lorsque  $\Gamma'_b$  et  $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\nu$  ( $\lambda \gg \ell$ ) dans des conditions analogues à celles produisant l'effet Dicke, c'est-à-dire lorsque la diffusion des atomes est très ralentie par les collisions. Cependant, il faut noter une différence importante : le véritable effet Dicke, c'est-à-dire l'affinement des raies optiques (cf. § III-A), nécessite que les collisions conservent le dipôle optique des atomes ( $\Gamma'_{ab} = \Gamma'_{ab} - \gamma'_{ab} \ll \Delta\nu \ll \Gamma'_{ab}$  et  $\gamma'_{ab}$ ), ce

qui est peu réaliste dans le domaine optique. Par contre, ceci n'est pas nécessaire pour que les modulations spatiales apparaissent : il suffit que les collisions conservent partiellement les grandeurs atomiques. En utilisant, comme au chapitre III (§ A, équ. (8)), la forme asymptotique de W (Appendice F, § 1-c), lorsque  $\Gamma'_{ab}$  et  $\Gamma'_b \gg \Delta\nu$ , on montre aisément que (10) est proportionnel à :

$$\frac{1 - \cos 2kr}{\Gamma'_b(0)} \left[ \frac{1}{G_{ab} - g_{ab} - i(\omega - \omega_\nu)} + CC \right] = \frac{1 - \cos 2kr}{\Gamma'_b(0)} \frac{\Gamma_{ab}}{\Gamma_{ab}^2 + (\omega - \omega_\nu + \Delta - \Delta')^2}$$

Remarquons que pour ce raisonnement, il ne faut pas confondre les changements de vitesse par les collisions et par la diffusion multiple des raies optiques. Ce dernier phénomène transporte l'excitation des atomes à grande distance et ne peut qu'atténuer les modulations spatiales.

B - TERMES INDEPENDANTS DU TEMPS : EFFET HANLE

Si l'on néglige les légers déplacements de fréquence par effets non linéaires ("pushing" et "pulling" (52)), les modes d'un laser ont des fréquences équidistantes. Il en résulte que le spectre de fréquence des grandeurs  $\frac{(2)_{\alpha Q}^k}{\alpha Q}$  (expressions (2) et (3)) contient toutes les fréquences  $\pm p\Delta\omega$ , où  $\Delta\omega$  est l'écart de fréquence entre deux modes consécutifs et l'entier  $p$  est l'ordre de battement ( $0 \leq p \leq m-1$ ;  $m =$  nombre de modes).

$\Delta\omega$  est de l'ordre de 80 MHz (longueur du laser :  $\sim 2$  m.); il est donc très facile de séparer expérimentalement chaque ordre de battement par un filtre approprié.

Dans ce paragraphe, nous étudions le cas  $p = 0$ , c'est-à-dire les termes indépendants du temps de la réponse linéaire. Expérimentalement, ces termes s'obtiennent très simplement avec un filtre passe-bas. Ces termes de fréquence nulle s'expriment à partir de (2) et (3) :

$$(2)_{\beta Q}^k = - \frac{(-)^{J_a + J_b} n |P_{ab}|^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}}{\Gamma_b(k) + iQ\omega_b} \sum_{q_1 q_2} (-)^{q_2} \langle 11q_1 q_2 | kQ \rangle e_{q_1}^* e_{-q_2} D(q_1, q_2, \omega_2) \quad (13)$$

$$(2)_{\alpha Q}^k = \frac{(-)^{J_a + J_b + k} n |P_{ab}|^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}}{\Gamma_a(k) + iQ\omega_a} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \tilde{\gamma}(b, a, 1, k)}{\Gamma_b(k) + iQ\omega_b} \right] \sum_{q_1 q_2} (-)^{q_2} \langle 11q_1 q_2 | kQ \rangle e_{q_1}^* e_{-q_2} D(q_1, q_2, \omega_2) \quad (14)$$

avec

$$D(q_1, q_2, \omega_z) = \sum_{\nu} \left[ \frac{W(\omega - q_1 \omega_z - \omega_{\nu} + iG_{ab})}{1 - g_{ab} W(\omega - q_1 \omega_z - \omega_{\nu} + iG_{ab})} + \frac{W^*(\omega + q_2 \omega_z - \omega_{\nu} + iG_{ab})}{1 - g_{ab}^* W^*(\omega + q_2 \omega_z - \omega_{\nu} + iG_{ab})} \right] | \dot{\chi}_{\nu} |^2 \quad (15)$$

1) Effet de l'intensité et de la fréquence du laser

L'influence de la structure du faisceau laser (fréquence et intensité de chaque mode) a été entièrement isolée dans le facteur  $D$ . Ce facteur apparaît comme la somme des effets de chaque mode pris séparément. Dans cette somme, le terme correspondant à chacun des modes est égal à l'intensité  $I_{\nu} = | \dot{\chi}_{\nu} |^2$  du mode pondérée par un facteur dépendant de sa fréquence à l'intérieur du profil de la raie optique. En particulier, en champ magnétique nul, le crochet figurant dans l'expression de  $D$  s'écrit (en remplaçant  $g_{ab}$  et  $G_{ab}$  par leurs expressions (II,24)) :

$$2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{W [\omega - \omega_{\nu} + \Delta + i\Gamma'_{ab}]}{1 - (\gamma'_{ab} - i\Delta') W [\omega - \omega_{\nu} + \Delta + i\Gamma'_{ab}]} \right\} \quad (16-a)$$

Cette fonction de  $\omega_{\nu}$  est exactement la forme de raie optique déplacée et déformée par les collisions de vitesses (cf. § III-A, équ. (6) et réf. (9)). Cette forme de raie intervenant très fréquemment dans la suite du calcul, nous poserons, pour simplifier l'écriture (cf. Appendice F, § 2) :

$$\frac{W(\omega - \omega_{\nu} + iG_{ab})}{1 - g_{ab} W(\omega - \omega_{\nu} + iG_{ab})} = \frac{W^*(\omega_{\nu} - \omega + iG_{ba})}{1 - g_{ba}^* W^*(\omega_{\nu} - \omega + iG_{ba})} = \frac{1}{\Delta\nu} \left[ X(\omega - \omega_{\nu}) + iY(\omega - \omega_{\nu}) \right] = \frac{F(\omega - \omega_{\nu})}{\Delta\nu} \quad (16-b)$$

La largeur Doppler  $\Delta\nu$  a été réintroduite en dénominateur (cf. la définition (II,61) de  $W$ ) de façon que  $F$ , sa partie réelle  $X$  et sa partie imaginaire  $Y$  soient sans dimension.

Lorsque l'on fait varier la puissance du laser, sans modifier la répartition ni l'intensité relative des modes (c'est le cas dans les expériences avec cellule hors du laser),  $D$  est proportionnel à l'intensité totale du laser; il en est de même pour  ${}^{(2)}_{a\bar{0}}$  et  ${}^{(2)}_{b\bar{0}}$  : ceci justifie le nom de "réponse linéaire". Dans les expériences où la cellule est placée à l'intérieur de la cavité, il n'est pas possible de modifier l'intensité totale sans modifier le nombre de modes. Dans ces conditions,  ${}^{(2)}_{\alpha\bar{0}}$  n'est plus nécessairement proportionnel à l'intensité laser totale. Cette absence de linéarité, qui n'a rien à voir avec les phénomènes de saturation (ordres (4), (6)), rend difficile l'étude de ces derniers.

REMARQUE.

En champ magnétique faible, le facteur  $D$ , multiplié par  $| P_{ab} |^2 / (2J_p + 1)$ , n'est autre que l'inverse du temps de pompage  $\bar{T}_p$  défini au chapitre III (III,36). On peut constater que la partie imaginaire ( $i\Delta E'$ ) disparaît. Ceci se comprend aisément sur les équations (III,35) : lorsque l'état initial est scalaire ( ${}^{(0)}_{\alpha\bar{0}} \propto \alpha T_0^0$ ),  ${}^{(0)}_{\alpha\bar{0}}$  commute avec l'opérateur  ${}_{\alpha\beta} \vec{D}$  et (III,35-b) s'écrit :

$$\left[ \{\Gamma_b\} + i\omega_b \mathcal{J}_z \right] \overline{\rho}_b^{(2)} = \frac{1}{T_p} \left( \frac{a \overline{\rho}_a^{(0)}}{\sqrt{2J_a+1}} - \frac{b \overline{\rho}_b^{(0)}}{\sqrt{2J_b+1}} \right) (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D}) = \frac{n}{T_p} (\vec{e}_{ba} \cdot \vec{D}) (\vec{e}_{ab}^* \cdot \vec{D})$$

De façon générale, les déplacements de niveau par la lumière ne sont pas observables dans nos expériences.

## 2) Effet du champ magnétique

### a) Grandeurs transversales : $Q \neq 0$

Ces grandeurs dépendent du champ magnétique de deux façons différentes :

#### α) Par les termes d'effet Hanle, résonnant en champ magnétique nul :

$$\frac{1}{\Gamma_b(k) + iQ\omega_b} \quad \text{pour le niveau supérieur b} \quad (17-b)$$

$$\frac{1}{\Gamma_a(b) + iQ\omega_a} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \hat{t}(b, a, l, k)}{\Gamma_b(k) + iQ\omega_b} \right] \quad \text{pour le niveau inférieur a} \quad (17-b)$$

Ces termes provoquent la disparition des grandeurs transversales en champ magnétique fort, c'est-à-dire dès que  $Q\omega_\alpha = Qg_\alpha \beta H \gg \Gamma_\alpha(k)$ .

Remarquons que la largeur des courbes d'effet Hanle,  $\Gamma_\alpha(k) = \Gamma'_\alpha(k) - \gamma'_\alpha(k)$  (formule (II, 26b)), est le coefficient de relaxation global de la grandeur tensorielle  $\alpha T^k$ , lorsque l'on ne s'occupe pas de la vitesse des atomes. C'est le coefficient de relaxation qui intervient dans les expériences de pompage optique habituel. Ceci se comprend aisément : si un atome subit une collision changeant seulement sa vitesse, son interaction avec la lumière est modifiée (effet sur la forme de raie optique et sur les termes d'ordre supérieur), mais son état d'orientation n'est pas altéré et rien n'est changé pour la valeur moyenne des observables telles que l'alignement ou l'orientation macroscopique.

#### β) Par les termes Doppler $D(q_1, q_2, \omega_z)$

Dans les gaz à basse pression et pour des transitions optiques visibles (ce serait faux dans l'infrarouge lointain), la largeur Doppler ( $\sim 10^3$  MHz) est très supérieure à la largeur naturelle ( $\sim 10$  MHz)

$$\Delta\nu \gg \Gamma_\alpha, \Gamma'_{ab}, \gamma'_{ab} \quad (18)$$

Dans ces conditions, en négligeant des termes de l'ordre de  $\Gamma/\Delta\nu$ , nous pouvons écrire <sup>(note)</sup> (cf. (II, 61) et Appendice F, § 2) :

---

(note) On voit, sur l'expression (19), que l'hypothèse (18) fait disparaître l'effet des collisions de vitesse sur la forme de raie Doppler ( $g/\Delta\nu \ll 1$ ). Ces collisions n'ayant, dans le cas qui nous intéresse, aucun effet sur le terme d'effet Hanle, leur influence s'élimine complètement.

$$\frac{F(\Omega)}{\Delta\nu} = \frac{W(\Omega + i\Gamma)}{1 - g \frac{W(\Omega + i\Gamma)}{W(\Omega + i\Gamma)}} = - \frac{i}{\Delta\nu} \frac{Z\left(\frac{\Omega + i\Gamma}{\Delta\nu}\right)}{1 + i \frac{g}{\Delta\nu} Z\left(\frac{\Omega + i\Gamma}{\Delta\nu}\right)} \approx - \frac{i}{\Delta\nu} Z\left(\frac{\Omega}{\Delta\nu}\right) \quad (19)$$

Le facteur résonnant (effet Hanle) n'a une valeur importante que lorsque l'écart Zeeman est, au plus, de l'ordre de grandeur de quelques  $\Gamma_a(k)$  (ou  $\Gamma_b(k)$ ). Dans cette région,  $\frac{q\omega_z}{\Delta\nu}$  est de l'ordre  $\Gamma_\alpha/\Delta\nu$  et peut être négligé dans l'expression du terme Doppler. Ceci revient à dire que le terme Doppler varie peu dans toute la zone où le terme Hanle est résonnant. On peut alors écrire :

$$D = \sum_{\nu} \frac{2I_{\nu}}{\Delta\nu} \mathcal{F}_m \left[ Z\left(\frac{\omega - \omega_{\nu}}{\Delta\nu}\right) \right] = \sum_{\nu} \frac{2\sqrt{\pi}}{\Delta\nu} I_{\nu} e^{-\left(\frac{\omega - \omega_{\nu}}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (20)$$

En fait, la condition (18) est trop restrictive : il peut se produire des cas où seule est réalisée la condition :

$$\Delta\nu \gg \Gamma_a(k), \Gamma_b(k) \quad (21)$$

En effet, l'expérience montre<sup>(note)</sup> que  $\Gamma_{ab}$  croît beaucoup plus vite avec la pression que  $\Gamma_a(k)$  ou  $\Gamma_b(k)$ . Ceci signifie que les cohérences optiques sont beaucoup plus sensibles aux collisions que les cohérences Zeeman. Dans ces conditions, pour une pression de quelques torrs, l'approximation (19) n'est plus valable, car  $\Gamma'_{ab}/\Delta\nu$  n'est plus négligeable. Par contre, la condition (21) est encore valable et permet de négliger  $q\omega_z/\Delta\nu$  avec une assez bonne approximation. On peut alors écrire :

$$D \approx \sum_{\nu} \frac{2I_{\nu}}{\Delta\nu} \mathcal{A}e \{ F(\omega - \omega_{\nu}) \} = \sum_{\nu} \frac{2I_{\nu}}{\Delta\nu} X(\omega - \omega_{\nu}) \quad (22)$$

$X(\omega - \omega_{\nu})$  est la forme de raie définie en (16).

En conclusion, si l'on exclut les raies laser dans l'infrarouge lointain (telles que la raie  $\lambda = 3,39 \mu$ ) et les très hautes pressions, on pourra considérer que D est indépendant du champ magnétique, dans toutes les expériences d'effet Hanle. De plus, D est réel : ceci est important car nous verrons que la lumière de fluorescence détectée s'exprime toujours sous la forme  $Re(\lambda\rho_Q^k)$  où le nombre complexe  $\lambda$  dépend de la géométrie du montage. Le facteur D n'affecte donc pas la forme de l'effet Hanle.

On voit donc que l'effet Hanle produit par un pompage laser (du moins en ce qui concerne la réponse linéaire) est identique à l'effet Hanle classique, où  $1/\bar{T}_p$  (équivalent à D) est constant

(note) CORDOVER et BONCZYK (<sup>49</sup>) proposent pour la raie 6.328 Å :  $\frac{d\Gamma_{ab}(1)}{dP} \sim 60 \text{ MHz/torr}$  (20% Ne, 80% He) alors que nos mesures donnent des valeurs comprises entre 2 et 6 MHz/torr pour  $\Gamma_a(k)$  et  $\Gamma_b(k)$  ( $k \neq 0$ ).

et où la partie complexe  $i\overline{\Delta E'}$  s'élimine (cf. remarque du § B-1).

b) Grandeurs longitudinales :  $Q = 0$

Pour les grandeurs longitudinales, seul  $D$  dépend du champ magnétique. Dans ce cas, comme  $q_1 = -q_2$  (car  $Q = q_1 + q_2 = 0$ ), on peut écrire, quel que soit le champ magnétique :

$$D(q_1, -q_1, \omega_Z) \doteq \sum_{\nu} \frac{2I_{\nu}}{\Delta\nu} X(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z) \quad (23)$$

$X(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z)$  représente simplement la forme de raie déplacée de  $q_1\omega_Z$  par effet Zeeman. En raison de l'approximation  $\omega_a - \omega_b \sim 0$  faite au § II-B-1, on ne peut trouver que trois composantes Zeeman ( $q_1 = -1, 0, +1$ ), c'est-à-dire que la formule (23) ne peut représenter que le cas d'un effet Zeeman "normal".

Si le champ magnétique est assez fort pour que  $\omega_a - \omega_b$  ne soit plus négligeable devant  $\Delta\nu$ , la formule (23) n'est plus valable. Dans ce cas, le calcul correct (cf. Appendice C) donnerait autant de termes qu'il y a de composantes Zeeman dans la raie optique  $b \rightarrow a$ . Il faudrait remplacer  $X(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z)$  par une somme de termes de la forme ( $q_1 = M_a - M_b$  et  $\omega_Z = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$ ) :

$$X(\omega - \omega_{\nu} + M_b\omega_b - M_a\omega_a) = X(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z + (M_b + M_a) \frac{\omega_b - \omega_a}{2}) \quad (24)$$

Dans le cas des champs magnétiques faibles utilisés pour les expériences d'effet Hanle, l'approximation  $q_1\omega_Z \ll \Delta\nu$ , faite pour les grandeurs transversales, peut également être faite pour les grandeurs longitudinales. On peut alors considérer que les grandeurs longitudinales sont indépendantes du champ magnétique.

On voit que, dans les expériences d'effet Hanle, l'approximation  $\omega_b - \omega_a \sim 0$  est excellente puisque cette différence est généralement nettement inférieure à  $\omega_b$ ,  $\omega_a$  et  $\omega_Z$  qui sont eux mêmes négligeables devant la largeur Doppler  $\Delta\nu$ . Nous justifions ici ce que nous avons affirmé à la fin du § II-B-3 : pour les effets linéaires, la condition  $\omega_a - \omega_b \ll \Gamma_{ab}$  (utilisée pour simplifier l'équation (II,45-c)) doit être remplacée par la condition beaucoup moins restrictive  $\omega_a - \omega_b \ll \Delta\nu$ .

3) Dépendance angulaire. Formulation explicite de la matrice densité

Les grandeurs  $\overline{\rho_Q^k}$  ont été calculées en prenant comme axe de quantification la direction du champ magnétique. La dépendance de ces grandeurs, par rapport à la direction de propagation du faisceau laser et par rapport à sa polarisation, s'exprime uniquement par l'orientation relative du vecteur unitaire  $\vec{e}$  (champ électrique du laser) et du champ magnétique. Ceci apparaît dans les formules (13) et (14) dans les termes  $\langle 1|q_1q_2|kQ \rangle e_{q_1}^* e_{-q_2}$ .

L'expression explicite des composantes  $e_q$  en fonction de la direction de propagation du faisceau laser et de sa polarisation est donnée au chapitre V, § B.

Dans le présent paragraphe, nous explicitons chaque élément de la matrice densité sous la forme la plus utile pour le calcul de l'effet Hanle dans une géométrie expérimentale quelconque. Pour cela, nous remplaçons les coefficients de CLEBSCH-GORDAN par leur valeur numérique. Le coefficient  $D$  est celui défini dans l'une des expressions approchées (20) ou (22) suivant le cas. Ces formules ne sont donc valables qu'en champ magnétique faible ( $\omega_z \ll \Delta\nu$ ).

$$\begin{aligned}
 (2)_{b\bar{p}_0^0} &= - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(0)} \frac{1}{3 \sqrt{2J_b+1}} \\
 (2)_{b\bar{p}_0^1} &= - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ |e_1|^2 - |e_{-1}|^2 ] \\
 (2)_{b\bar{p}_1^1} &= - (2)_{b\bar{p}_{-1}^1}^* = \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ e_0^* e_{-1} + e_1^* e_0 ] \\
 (2)_{b\bar{p}_0^2} &= \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} [ 3 |e_0|^2 - 1 ] \\
 (2)_{b\bar{p}_1^2} &= - (2)_{b\bar{p}_{-1}^2}^* = \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ e_1^* e_0 - e_0^* e_{-1} ] \\
 (2)_{b\bar{p}_2^2} &= (2)_{b\bar{p}_{-2}^2}^* = - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+2i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} e_1^* e_{-1}
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
 (2)_{a\bar{p}_0^0} &= \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(0)} \frac{1}{3 \sqrt{2J_a+1}} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right] \\
 (2)_{a\bar{p}_0^1} &= - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(1)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ |e_1|^2 - |e_{-1}|^2 ] \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(1)} \mathcal{A}(b,a,1,1) \right] \\
 (2)_{a\bar{p}_1^1} &= - (2)_{a\bar{p}_{-1}^1}^* = \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(1)+i\omega_a} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ e_0^* e_{-1} + e_1^* e_0 ] \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(1)+i\omega_b} \mathcal{A}(b,a,1,1) \right] \\
 (2)_{a\bar{p}_0^2} &= - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(2)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} [ 3 |e_0|^2 - 1 ] \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)} \mathcal{A}(b,a,1,2) \right] \\
 (2)_{a\bar{p}_1^2} &= - (2)_{a\bar{p}_{-1}^2}^* = - \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(2)+i\omega_a} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} [ e_1^* e_0 - e_0^* e_{-1} ] \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)+i\omega_b} \mathcal{A}(b,a,1,2) \right] \\
 (2)_{a\bar{p}_2^2} &= (2)_{a\bar{p}_{-2}^2}^* = \frac{n D |P_{ab}|^2}{\Gamma_a(2)+2i\omega_a} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} e_1^* e_{-1} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)+2i\omega_b} \mathcal{A}(b,a,1,2) \right]
 \end{aligned} \tag{26-a}$$

Les valeurs numériques des coefficients  $\{6J\}$  sont tabulées dans la réf. (53). Nous rassemblons ici les valeurs utiles pour le Néon:

$$(-)^{J_1+J_2+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_1 & J_2 & J_2 \end{Bmatrix} = \begin{array}{c|ccc} J_1 \backslash J_2 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ 2 & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{5}} & -\frac{1}{6\sqrt{5}} & \frac{1}{3\sqrt{5}} \\ 3 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{7}} & -\frac{1}{6\sqrt{14}} \end{array}$$

$$(-)^{J_1+J_2+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_1 & J_2 & J_2 \end{Bmatrix} = \begin{array}{c|ccc} J_1 \backslash J_2 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{30} & 0 \\ 2 & 0 & \frac{\sqrt{21}}{30} & -\frac{\sqrt{21}}{30} & \frac{1}{5\sqrt{21}} \\ 3 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{7}} & -\frac{1}{2\sqrt{14}} \end{array}$$

La valeur prise par ces coefficients est très importante, car elle détermine l'efficacité d'une raie laser donnée pour la production d'alignement ou d'orientation (le même problème se posera au chapitre V pour l'efficacité de la détection). Ainsi DECOMPS a pu étudier l'alignement du niveau  $3s_2$  ( $J_b = 1$ ) avec les raies laser  $7.305 \text{ \AA}$  ( $1 \rightarrow 0$ ) et  $6.401 \text{ \AA}$  ( $1 \rightarrow 1$ ), mais pas avec la raie  $6.328 \text{ \AA}$  ( $1 \rightarrow 2$ ) car le  $\{6J\}$  correspondant est trop faible.

Le coefficient de transfert  $\mathcal{T}$  défini en (II,75) prend les valeurs

$$\mathcal{T}(b,a,1,1) = \begin{array}{c|ccc} J_a \backslash J_b & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ 2 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{6} & \frac{4}{\sqrt{3}} \\ 3 & 0 & \frac{2}{\sqrt{3}} & -\frac{11}{12} \end{array}$$

$$\mathcal{T}(b,a,1,2) = \begin{array}{c|ccc} J_a \backslash J_b & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -\frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 0 \\ 2 & \frac{1}{10} & \frac{1}{2} & \frac{12}{5} \\ 3 & 0 & \frac{2}{7} & \frac{3}{4} \end{array} \quad (26-b)$$

Conformément au résultat de la discussion du chapitre III, les formules (25) et (26) sont rigoureusement identiques à celles que l'on obtiendrait dans le cas d'une source lumineuse classique. Tant en ce qui concerne la forme des courbes en fonction du champ magnétique, que la dépendance angulaire par rapport à la polarisation du faisceau pompant, l'effet Hanle obtenu avec un laser (d'intensité assez faible pour que les effets d'ordre supérieur soient négligeables) ne se distingue pas de l'effet Hanle classique. En particulier, les formules (25) et (26) mettent en évidence un certain nombre de résultats bien connus :

- On ne peut obtenir de grandeurs transversales si on excite les atomes avec un faisceau lumineux de polarisation pure  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  ou  $\pi$ .
- Les populations  $\bar{\alpha}_{00}^0$  ne dépendent que de l'intensité de la lumière et non de sa polarisation :  $|e_0|^2 + |e_1|^2 + |e_{-1}|^2 = 1$  puisque  $\vec{e}$  est un vecteur unitaire.
- Si la polarisation du laser est rectiligne, on ne peut créer d'orientation dans les niveaux atomiques. En effet,  $\vec{e}$  est alors réel et l'on a  $e_q = (-)^q e_{-q}^*$  (II,41), ce qui annule  $\bar{\alpha}_{00}^1$  et  $\bar{\alpha}_{\pm 1}^1$ . Ceci n'est vrai que dans la mesure où le champ magnétique est assez faible pour que  $D$  n'en dépende pas et puisse être mis en facteur. En champ magnétique fort, il est évident que l'on peut créer de l'orientation longitudinale quelle que soit la polarisation du faisceau laser (excepté pour une polarisation  $\pi$ ) : il suffit



que la structure Zeeman de la raie optique soit, au moins partiellement, résolue ( $\omega_Z \sim \Delta\nu$ ), c'est-à-dire que  $X(\omega_\nu - \omega + \omega_Z) \neq X(\omega_\nu - \omega - \omega_Z)$  dans la formule (23), pour que l'absorption (ou l'émission stimulée) ait une probabilité différente en  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ .

Remarquons enfin que même en champ magnétique faible, l'impossibilité de créer de l'orientation avec un laser de polarisation rectiligne n'est qu'une propriété moyenne sur l'ensemble des atomes : dès que  $\omega_Z \sim \Gamma_{ab}$  (1), les atomes de certaines classes de vitesse peuvent être orientés dans un sens, car ils ne voient que la composante  $\sigma^+$  du mode  $\nu$ , tandis que d'autres sont orientés en sens inverse car ils ne voient que la composante  $\sigma^-$  (voir fig. IV-3 en supposant  $\omega_a - \omega_b$  négligeable). En moyenne, l'orientation est nulle s'il y a autant d'atomes dans les deux classes de vitesse (champ pas trop fort :  $\omega_Z \ll \Delta\nu$ ). Ceci provient de la monochromaticité des modes et pourrait être observé si on isolait (avec un Fabry-Perot par exemple) une faible portion du profil Doppler des raies de fluorescence émise dans l'axe du laser.

C - TERMES MODULES AUX FREQUENCES DE BATTEMENT ENTRE MODES

Nous supposons ici que les modes ont des fréquences parfaitement équidistantes, l'écart entre deux modes consécutifs étant  $\Delta\omega$  (laser fonctionnant en modes bloqués : "mode locking"). Nous étudierons à la fin de ce paragraphe le cas où cette condition n'est pas satisfaite. Le terme de la matrice densité modulé à la fréquence de battement d'ordre  $p$  ( $\omega_\nu - \omega_\mu = p\Delta\omega$ ) s'écrit :

$${}_{b|Q}^{(2)-k} \rho^k(p\Delta\omega) = \frac{n |P_{ab}|^2 (-)^{J_a + J_b + 1} \begin{Bmatrix} k & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} e^{ip\Delta\omega t}}{\Gamma_b(k) + i(p\Delta\omega + Q\omega_b)} \sum_{q_1 q_2} (-)^{q_2} \langle 1 | q_1 q_2 | k Q \rangle e_{q_1}^* e_{-q_2} \quad (27)$$

$$\sum_{\nu} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \frac{1}{\Delta\nu} [F(\omega - \omega_\nu - q_1\omega_Z) + F^*(\omega - \omega_\nu - p + q_2\omega_Z)]$$

Nous avons omis ici le facteur exprimant la dépendance spatiale de cette modulation. Comme nous l'avons montré au § A, ce facteur est  $e^{-i(\pi r)/L}$  pour une onde progressive et  $\cos \frac{\pi r}{L}$  pour une onde stationnaire.

Pour ne pas alourdir les formules avec les termes de transfert, nous ne traiterons dans ce paragraphe que le cas du niveau supérieur b.

La formule (27) présente de nombreuses analogies avec la formule (13) étudiée au paragraphe B. En particulier, la dépendance angulaire est exactement la même. Le terme dépendant de la structure des modes du faisceau laser ( $\sum_{\nu} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} [F^*(\dots) + F(\dots)]$ ) ressemble au facteur  $D$  défini en (15) mais, contrairement à  $D$ , il dépend de la phase relative des modes.

1) Grandeurs transversales  $Q \neq 0$ 

Pour les grandeurs transversales, l'expression (27) présente une résonance quand le champ magnétique est tel que  $p\Delta\omega = -Q\omega_b$ , c'est-à-dire lorsque l'écart Zeeman ( $\Delta M_b = Q$ ), dans le niveau  $b$ , est égal à la fréquence du battement d'ordre  $p$  entre les modes du laser.

Dans la région où le facteur résonnant a une valeur importante, nous pouvons faire une approximation analogue à celle faite pour le calcul de l'effet Hanle dans le paragraphe précédent. En effet, on a :

$$F(\omega - \omega_{\nu-p} + q_2\omega_Z) = F(\omega - \omega_{\nu} + p\Delta\omega + (Q - q_1)\omega_Z) \approx F(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z)$$

puisque à proximité de la résonance  $p\Delta\omega + Q\omega_Z \sim p\Delta\omega + Q\omega_b \sim \Gamma_b(k) \ll \Delta\nu$ . On peut alors écrire :

$$F(\omega - \omega_{\nu-p} + q_2\omega_Z) + F(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_Z) \approx 2 X(\omega - \omega_{\nu} - q_1\omega_{ZR}) \approx 2 X\left(\omega - \frac{q_2\omega_{\nu} + q_1\omega_{\mu}}{q_1 + q_2}\right) \quad (28)$$

où  $\omega_{ZR}$  est la valeur de  $\omega_Z$  à résonance. On voit donc que, si  $\Gamma_b(k) \ll \Delta\nu$ , le facteur de forme de raie optique (28) est réel et varie peu en fonction du champ dans la région où le facteur résonnant est important. Il n'affecte donc pas de façon sensible la forme de la résonance, ni par sa phase ni par les variations de son amplitude.

2) Grandeurs longitudinales  $Q = 0$ 

Le facteur :

$$\frac{1}{\Gamma_b(k) + ip\Delta\omega} \quad (29)$$

ne peut jamais être résonnant. Dès que  $p\Delta\omega$  est assez grand, les grandeurs longitudinales ne sont donc pas modulées. Avec les ordres de grandeur réalisés dans nos expériences ( $\Delta\omega \sim 80$  MHz,  $\Gamma_{\alpha} \sim 10$  à 20 MHz), (29) montre que les grandeurs longitudinales ont une modulation faible, mais non négligeable aux fréquences  $\Delta\omega$  et même  $2\Delta\omega$ . Leur effet peut être très important sur la forme des signaux de résonance provenant des grandeurs transversales : en effet, pour obtenir le signal détecté expérimentalement, il faut ajouter vectoriellement la contribution de tous les termes et prendre l'amplitude de la modulation résultante. La phase relative des différents termes joue donc un grand rôle. Contrairement au cas de l'effet Hanle, les grandeurs longitudinales n'ajoutent pas seulement un signal de "fond" constant : elles modifient la forme des résonances, qui devient alors assez compliquée. Au chapitre VI, § C, à l'occasion de l'étude expérimentale des modulations, nous calculerons la forme des résonances dans un cas particulier (figure VI-10).

3) Interprétation physique des résonances. Cas  $\omega_a \neq \omega_b$

Nous avons vu que la modulation des grandeurs transversales du niveau  $\alpha$  est résonnante lorsque la différence de fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  est égale à l'écart Zeeman  $Q \omega_\alpha$  du niveau considéré et que cette résonance est pondérée par la forme de raie optique (fonction X). Il est important de voir que ce résultat reste valable lorsque le facteur de Landé des deux niveaux est différent, malgré l'approximation faite au paragraphe (II-B-3) ( $\omega_a - \omega_b$  négligeable).

Nous allons le montrer graphiquement dans le cas particulier d'une raie laser  $J_b = 1$ ,  $J_a = 2$  de polarisation rectiligne  $\sigma$ , c'est-à-dire qui ne produit que de l'alignement transversal  $\rho_{\alpha \pm 2}^2$  (cohérence  $\Delta M = 2$ ).

La figure IV-2 montre le diagramme Zeeman et la figure IV-3a représente, en fonction de la fréquence, le profil Doppler des différentes composantes  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  (les composantes  $\pi$  n'interviennent pas). De façon à clarifier les figures, la différence  $\omega_a - \omega_b$  a été accentuée et la largeur Doppler a été choisie très petite. Sur la figure IV-3-b, on a porté la répartition des atomes en fonction de leur vitesse et repéré les classes de vitesses pour lesquelles une des composantes  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  est résonnante avec le mode  $\mu$  ou le mode  $\nu$ . Nous nous plaçons dans le cas simple où la forme de raie et la courbe de répartition des vitesses ( $\Gamma'_{ab} \ll \Delta v$ ) sont identiques (gaussiennes).

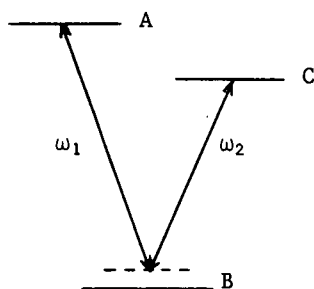


FIGURE IV-1

Lorsqu'on a un système à trois niveaux, A, B, C, soumis à deux perturbations sinusoïdales de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et ayant un seul élément de matrice non nul, respectivement, entre AB et entre BC, il est bien connu (amplification paramétrique, effet Raman) qu'il apparaît entre A et C un terme de cohérence  $\rho_{AC}$  modulé à la fréquence  $\omega_1 - \omega_2$  et résonnant lorsque  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{AC}$  (facteur  $[\Gamma_{AC} + i(\omega_1 - \omega_2 - \omega_{AC})]^{-1}$ ). De plus, cette résonance est pondérée par un second facteur résonnant si les fréquences optiques  $\omega_1$  et  $\omega_2$  coïncident avec les fréquences atomiques correspondantes (facteur

$$[\Gamma_{AB} + i(\omega_1 - \omega_{AB})]^{-1} + [\Gamma_{BC} - i(\omega_2 - \omega_{CB})]^{-1}.$$

Cette situation est exactement celle que l'on rencontre sur le diagramme IV-2, pour les sous-niveaux  $M_b = -1$ ,  $M_a = 0$ ,  $M_b = 1$  (ceci se voit simplement dans la base  $|M_a\rangle |M_b\rangle$  utilisée à l'appendice C, formule C,20). Pour un atome donné, la modulation à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  de la cohérence entre  $M_b = 1$  et  $M_b = -1$  (c'est-à-dire  ${}_b\rho_{-1,1} \equiv {}_b\rho_{-2}^2$ ) est maximum quand, simultanément, la résonance Zeeman  $\omega_\nu - \omega_\mu = 2\omega_b$  et la résonance optique sont réalisées, c'est-à-dire lorsque le mode  $\nu$  est résonnant pour la transition  $\sigma_3^+$  ( $\omega_\nu = \omega + \omega_b + kv$ ) et le mode  $\mu$  pour la transition  $\sigma_1^-$  ( $\omega_\mu = \omega - \omega_b + kv$ ). Si l'on considère l'ensemble des atomes, la condition  $\omega_\nu - \omega_\mu = 2\omega_b$  est suffisante, car il existe alors une classe de vitesse atomique pour laquelle les deux conditions précédentes sont réalisées ( $\omega_\nu = \omega + \omega_b + kv$  entraîne  $\omega_\mu = \omega - \omega_b + kv$ ). Sur la figure IV-2-b, il y a alors coïncidence des points

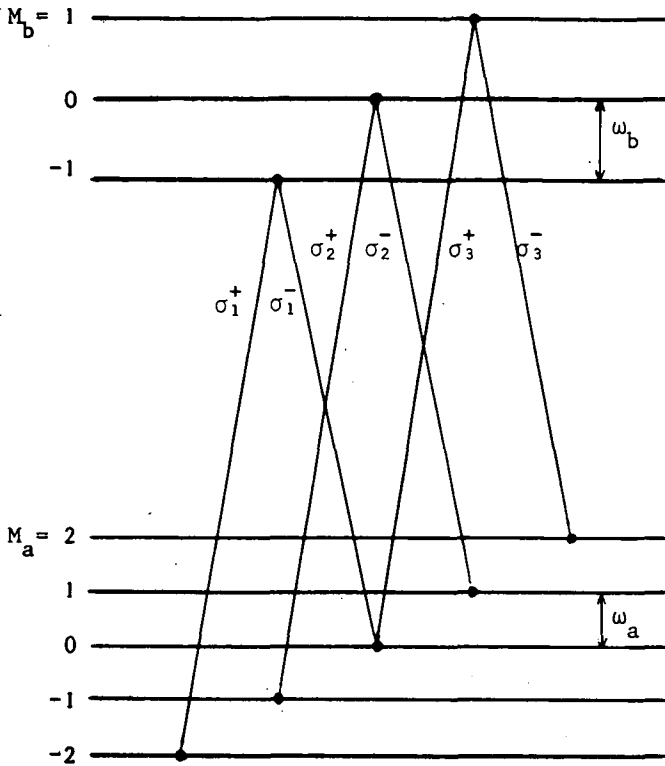


FIGURE IV-2

$(\mu, \sigma_1^-)$  et  $(\nu, \sigma_3^+)$ . L'amplitude de la résonance est pondérée par le nombre d'atomes dans la classe de vitesse concernée (note). Ceci donne le facteur  $(\omega_{bR} = \omega_b$  à résonance) :

$$n X(\omega - \omega_\nu + \omega_{bR})$$

Pour les cohérences  $M_a = -2$ , dans le niveau a, le problème est plus complexe : on peut le considérer comme la superposition de trois problèmes simples à trois niveaux correspondant aux trois termes de cohérence  $a_{-2,0}^0$ ,  $a_{-1,1}^0$  et  $a_{0,+2}^0$ . Pour ces trois termes de cohérence le facteur de résonance Zeeman est maximum simultanément lorsque

$$\omega_\nu - \omega_\mu = 2\omega_a \tag{30}$$

Par contre, pour un atome donné, la résonance optique ne peut être assurée simultanément pour les trois termes de cohérence. En effet, le mode  $\nu$  ne peut être simultanément résonnant pour la composante  $\sigma_1^+$  (c'est-à-dire  $\omega_\nu = \omega - \omega_b + 2\omega_a + kv$ ), pour la composante  $\sigma_2^+$  ( $\omega_\nu = \omega + \omega_a + kv$ ) et pour la composante  $\sigma_3^+$  ( $\omega_\nu = \omega + \omega_b + kv$ ). Dans le langage de la figure IV-1, l'écart AC est le même pour les trois termes de cohérence ( $2\omega_a$ ), mais la distance du niveau B au couple A,C varie d'un cas à l'autre.

Si l'on considère l'ensemble des atomes, la condition (30) suffit pour qu'il existe une catégorie d'atomes résonnants pour chacun des termes de cohérence : leur vitesse est respectivement :

(note) Le raisonnement plus correct est : le nombre d'atomes susceptibles d'interagir avec les modes  $\mu$  et  $\nu$  est égal au produit de la densité d'atomes par unité de fréquence  $\frac{n}{\Delta\nu} X(\omega - \omega_\nu + \omega_{bR})$ , par la largeur de la résonance  $\Gamma'_{ab}$ . Comme l'amplitude, par atome, de la résonance, est  $|p_{ab}|^2 \mathcal{C}^{\nu*} \mathcal{C}^\mu$ , on obtient la forme correcte de (27). Ce raisonnement est une approximation dans le cas  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$  du produit de convolution mathématiquement correct (II,61). Il est analogue au raisonnement de BENNETT (52) pour le calcul de la surface du "trou" creusé par un mode dans le profil Doppler (en terme de population seulement).

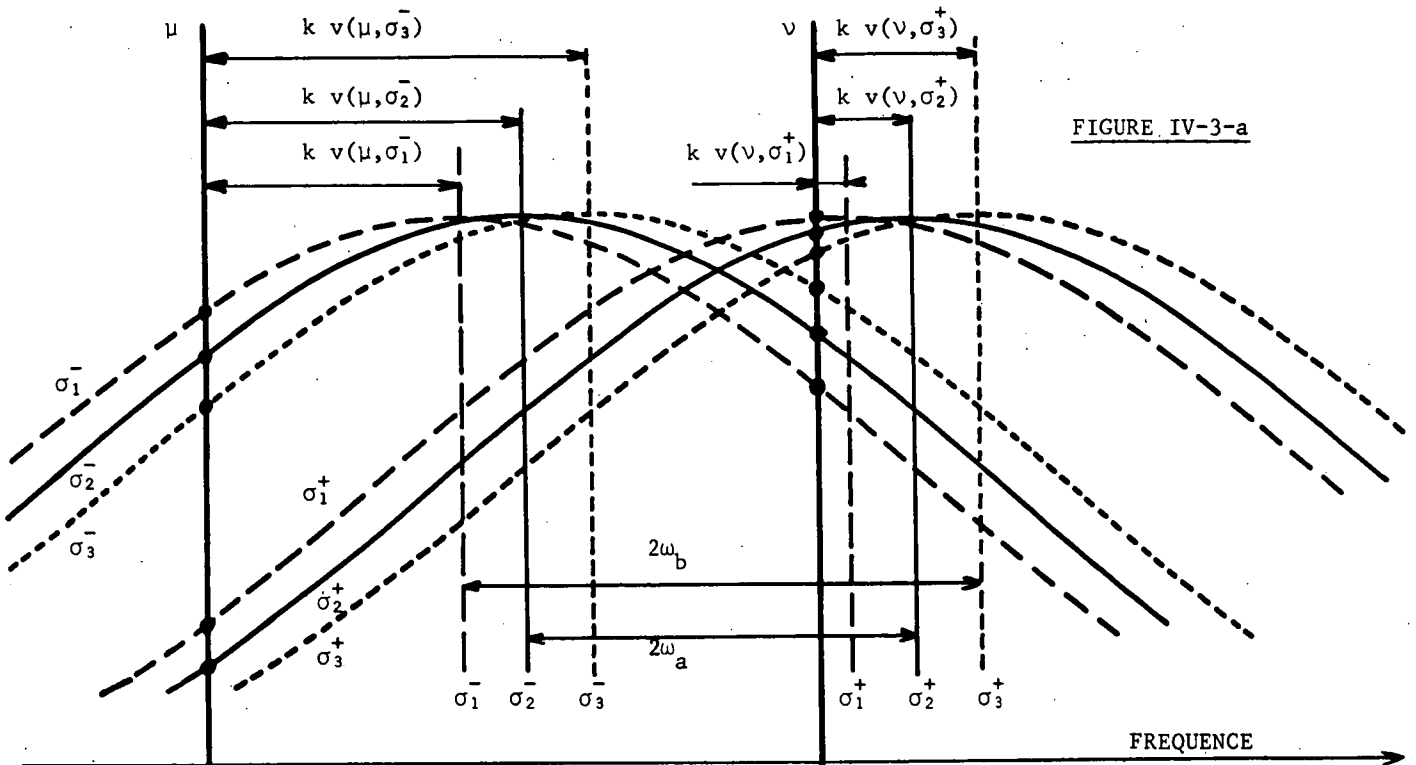


FIGURE IV-3-a

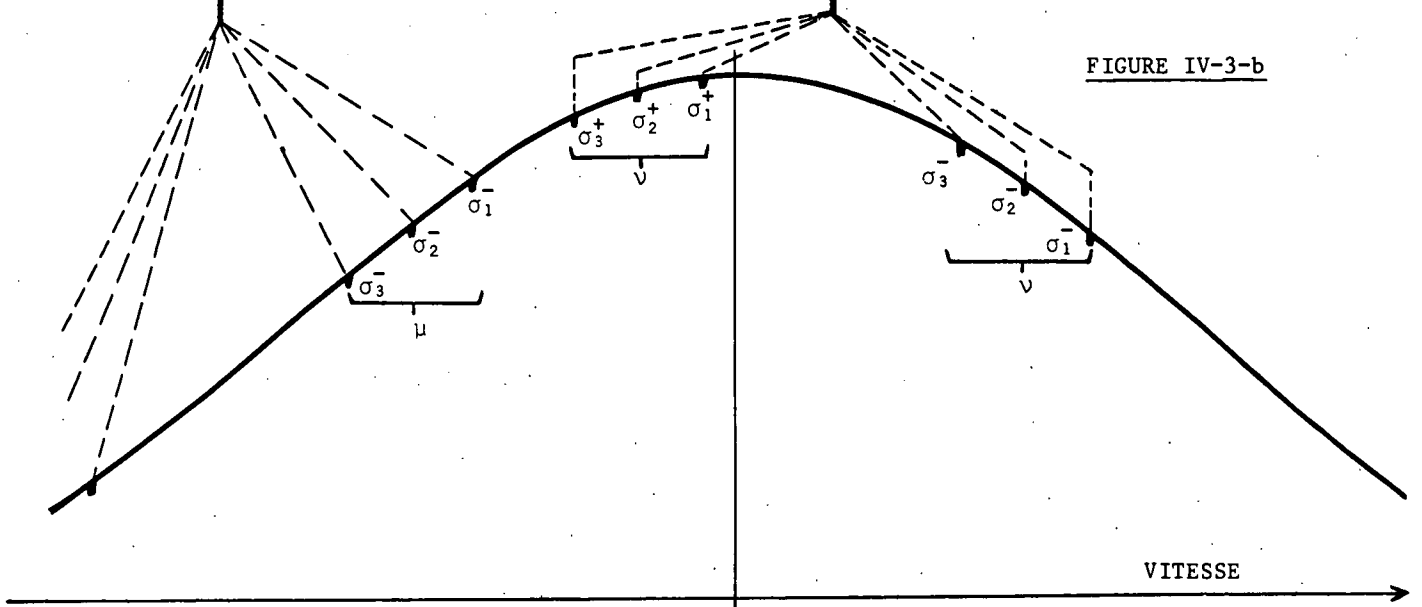


FIGURE IV-3-b

$$kv(\nu, \sigma_1^+) = \omega_\nu - \omega + \omega_b - 2\omega_a = \omega_\mu - \omega + \omega_b = kv(\mu, \sigma_1^-)$$

$$kv(\nu, \sigma_2^+) = \omega_\nu - \omega - \omega_a = \omega_\mu - \omega + \omega_a = kv(\mu, \sigma_2^-)$$

$$kv(\nu, \sigma_3^+) = \omega_\nu - \omega - \omega_b = \omega_\mu - \omega - \omega_b + 2\omega_a = kv(\mu, \sigma_3^-)$$

(31)

Sur la figure IV-3-b, il y a alors coïncidence des points  $(\nu, \sigma_1^+)$  et  $(\mu, \sigma_1^-)$ , des points  $(\nu, \sigma_2^+)$  et  $(\mu, \sigma_2^-)$  et des points  $(\nu, \sigma_3^+)$  et  $(\mu, \sigma_3^-)$ .

On voit donc que les trois éléments de matrice sont simultanément résonnants si

$\omega_\nu - \omega_\mu = 2\omega_a$ , mais chacun pour une classe de vitesse différente (si  $\omega_a \neq \omega_b$ ). La résonance de chacun des éléments est pondérée par le nombre d'atomes qu'elle affecte :

$$\left. \begin{aligned} a_{-2,0}^0 \text{ est pondéré par : } n X(\omega - \omega_\nu - \omega_b + 2\omega_a) &= n X(\omega - \omega_\mu - \omega_b) \\ a_{-1,1}^0 \text{ est pondéré par : } n X(\omega - \omega_\nu + \omega_a) &= n X(\omega - \omega_\mu - \omega_a) \\ a_{0,2}^0 \text{ est pondéré par : } n X(\omega - \omega_\nu + \omega_b) &= n X(\omega - \omega_\mu + \omega_b - 2\omega_a) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Si  $\omega_a - \omega_b \ll \Delta\nu$ , on peut remplacer  $\omega_a$  et  $\omega_b$  par  $\omega_z = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$  et les facteurs définis en (29) et (32) s'expriment tous sous la forme (28). On voit ici le sens de l'approximation faite au chapitre II en négligeant  $\omega_a - \omega_b$  : cela revient, dans cet exemple, à remplacer la valeur prise, à la fréquence  $\nu$ , par la forme de raie de chacune des composantes  $\sigma^+$  par une certaine valeur moyenne. On peut alors factoriser la forme de raie, et regrouper les différents éléments de matrice  $a_{M_a, M_a+2}^0$  pour reformer  $a_{-2}^0$ . Si cette approximation n'était pas valable, les éléments  $a_{M_a, M_a+2}^0$  donneraient, dans la base des opérateurs tensoriels irréductibles, toutes les composantes  $a_{-2}^k$  ( $2 \leq k \leq 2J_a$ ). Ceci est très compréhensible si l'on se reporte à l'équation (II,45-c) : si on ne peut négliger  $\omega_a - \omega_b$ , cette équation couple, à l'ordre 1 et, par conséquent aussi à l'ordre 2, des opérateurs de même Q et de k différent.

REMARQUE.

Ce phénomène de résonance de la modulation peut être comparé aux expériences de pompage optique avec une source conventionnelle d'intensité modulée (51). En effet, dans ce cas, on peut considérer que le faisceau de pompage a un spectre formé d'une porteuse centrale et de raies latérales : ce spectre est donc comparable au spectre de mode d'un laser.

4) Problème de la phase

On voit sur (27) que l'amplitude de la modulation dépend de la phase relative des modes. En effet, dans la sommation sur  $\nu$ , les différents termes  $\zeta^{\nu*} \zeta^{\nu-p}$  peuvent tous s'ajouter en phase ou, au contraire, donner une somme très faible si les phases sont aléatoires. D'autre part, les modes peuvent ne pas être rigoureusement équidistants. Dans ce cas, il faut écrire la formule (27) séparément pour chaque paire de modes. En général, la variation de  $\omega_\nu - \omega_\mu$  d'une paire de modes à l'autre est de l'ordre de quelques dizaines de KHz, ce qui est négligeable devant  $\alpha \Gamma(k)$ . On pourra donc garder, pour toutes les fréquences de battements voisines, le même dénominateur résonnant  $[\Gamma_\alpha(k) + i(p\Delta\omega + Q\omega_\alpha)]$ . Si de plus le détecteur utilisé pour mesurer le battement d'ordre  $p$  a une bande passante assez large pour inclure toutes les fréquences élémentaires, on pourra conserver la formule (27) en considérant que la phase relative des produits  $\zeta^{\nu*} \zeta^{\nu-p}$  évolue en fonction du temps. Généralement, cette évolution sera moyennée par la constante de temps finale de la détection et la modulation détectée sera très faible.

Pour parler plus précisément, prenons un mode déterminé comme référence. Son champ électrique est déterminé par :

$$\mathcal{E}^0 e^{-i\omega_0 t} = |\mathcal{E}^0| e^{-i(\omega_0 t + \phi_0)} \quad (33)$$

Le mode  $\nu$  distant du mode (0) de  $n_\nu$  intervalles s'écrit alors :

$$\mathcal{E}^\nu e^{-i\omega_\nu t} = |\mathcal{E}^\nu| e^{-i(\omega_\nu t + \phi_\nu)} = |\mathcal{E}^\nu| e^{-i[(\omega_0 + n_\nu \Delta\omega)t + \phi_\nu(t)]} \quad (34)$$

avec  $\phi_\nu(t) = \phi_\nu + (\omega_\nu - \omega_0 - n_\nu \Delta\omega)t$

$\Delta\omega$  est alors défini comme l'écart moyen entre les modes. Avec cette notation, l'amplitude et la phase de la modulation (27) sont affectées par le facteur :

$$M_p = \sum_\nu X(\omega - \omega_\nu - q_1 \omega_{ZR}) |\mathcal{E}^\nu| |\mathcal{E}^{\nu-p}| e^{i(\phi_\nu(t) - \phi_{\nu+p}(t))} \quad (35)$$

Après détection de la modulation, on obtient le module de (27). La contribution du facteur (35) est donc (avec  $I_\nu = |\mathcal{E}^\nu|^2$ ) :

$$|\overline{M}_p|^2 = \sum_\nu X^2(\omega - \omega_\nu - q_1 \omega_{ZR}) I_\nu I_{\nu-p} + \sum_{\nu \neq \nu'} \sqrt{I_\nu I_{\nu-p} I_{\nu'} I_{\nu'-p}} X(\omega - \omega_\nu - q_1 \omega_{ZR}) X(\omega - \omega_{\nu'} - q_1 \omega_{ZR}) \cdot \cos(\phi_\nu(t) - \phi_{\nu-p}(t) - \phi_{\nu'}(t) + \phi_{\nu'-p}(t)) \quad (36)$$

La moyenne sur le cosinus est une moyenne temporelle pendant un temps de l'ordre des constantes de temps de la détection. Si les modes ne sont pas équidistants, le cosinus oscille et sa moyenne est nulle : (36) se réduit alors au premier terme.

Lorsque les modes sont rigoureusement équidistants, les phases  $\phi_\nu$  sont indépendantes du temps. Nous dirons alors que le laser fonctionne en "modes bloqués" (mode "locking"). Dans ce cas, le second terme de (36) subsiste mais son amplitude dépend de la valeur de la phase des modes. La modulation d'ordre  $p$  est maximum lorsque, quels que soient  $\nu$  et  $\nu'$ , on a :

$$\phi_\nu - \phi_{\nu-p} = \phi_{\nu'} - \phi_{\nu'-p} \quad (37)$$

L'intensité de la modulation est alors :

$$|\overline{M}_p|^2 = \left( \sum_\nu X(\omega - \omega_\nu - q_1 \omega_{ZR}) \sqrt{I_\nu I_{\nu-p}} \right)^2 \quad (38)$$

Si les  $m$  modes sont d'intensité comparable, (38) est de l'ordre de grandeur  $(m-p)^2 I_\nu^2$ , tandis que (36) est de l'ordre de  $(m-p) I_\nu^2$  quand les modes ne sont pas équidistants.

Lorsque la condition (37) est réalisée pour la modulation d'ordre 1, on voit, en raisonnant de proche en proche ( $\Delta\phi = \phi_\nu - \phi_{\nu-1} = \phi_{\nu-1} - \phi_{\nu-2} = \dots$ ), que l'on peut écrire

$\phi_v = \phi_0 + n_v \Delta\phi$ . Il est donc possible, par un changement de l'origine des temps d'une quantité  $\tau = \Delta\phi/\Delta\omega$ , de rendre toutes les phases égales. Lorsque les phases de tous les modes sont égales, moyennant un choix convenable de l'origine des temps, nous dirons que le laser fonctionne en "modes synchronisés". Dans ce cas, la condition (37) est réalisée quel que soit  $p$  et toutes les modulations sont maximum (la réciproque n'est pas vraie : (37) peut être réalisé pour une modulation d'ordre  $p > 1$  et ne pas l'être pour la modulation d'ordre  $p = 1$ ).

REMARQUE.

En ce qui concerne l'influence de la phase des modes, le comportement de chaque modulation est tout à fait comparable au comportement du battement, de même fréquence, observé à l'aide d'un détecteur placé directement dans le faisceau laser. En effet, l'amplitude du battement d'ordre  $p$  est donné par  $\sum_v \xi_v^* \xi_v^{v-p}$ . Il ne diffère de (35) que par le facteur de forme de raie  $X$ .

Lorsque les modes ont tous la même phase à l'instant initial (modes synchronisés), ils se retrouvent en phase à intervalles de temps réguliers. Il en résulte que l'intensité du laser est modulée en impulsions périodiques (fréquence  $\Delta\omega$ ) et d'autant plus brèves que le nombre de modes est grand. Nous retrouvons alors le cas classique du faisceau lumineux modulé en intensité, dont nous avons parlé au paragraphe précédent. C'est précisément dans ce cas, que les modulations des grandeurs atomiques sont maximum.



## CHAPITRE V

### METHODES DE DETECTION OPTIQUE DES GRANDEURS ATOMIQUES

---

Dans les chapitres précédents, nous avons calculé la matrice densité représentant les atomes excités par le faisceau laser. Nous devons maintenant en déduire les propriétés de la lumière de fluorescence émise par les atomes : en effet, c'est l'étude expérimentale de cette lumière de fluorescence qui nous permet d'obtenir des informations sur l'état des atomes.

Dans le paragraphe A, nous donnerons l'expression générale de la lumière détectée en fonction de l'état des atomes et de la polarisation choisie pour la détection. En vue du choix de la géométrie du montage expérimental, nous donnerons au paragraphe B les formules permettant de calculer le vecteur polarisation de la lumière détectée (ou excitatrice) en fonction de la direction de propagation de la lumière et de l'analyseur (ou polariseur) choisi.

Grâce aux formules ainsi obtenues, nous chercherons à déterminer, aux paragraphes C et D, les géométries expérimentales les plus commodes. Notre but est double : d'abord, nous voulons vérifier les résultats découlant de la théorie du pompage optique laser et des hypothèses faites sur la relaxation. Pour cela, il est intéressant de trouver des montages permettant de détecter séparément chacune des observables tensorielles atomiques  $\alpha_{\mathbf{q}}^k$ , quel que soit le mécanisme utilisé pour les créer. Pour atteindre ce premier but, il est évident que nous ne pouvons jouer que sur le choix de la détection.

Le deuxième but recherché est la mesure des temps de relaxation. Cette mesure suppose que nous soyons sûrs de l'effet du pompage optique, c'est-à-dire des calculs des chapitres précédents. Ceci étant admis, nous sommes alors libres de choisir la géométrie de la détection, mais aussi de l'excitation, de façon à obtenir les signaux les plus commodes à étudier et les mesures les plus précises possibles.

Dans ce second point de vue, signalons tout de suite une nouvelle méthode de mesure basée sur la modulation de la polarisation du faisceau de pompage. Cette méthode, inutilisable pour le pompage optique classique des niveaux fondamentaux (temps de relaxation trop longs), est une des possibilités intéressantes du pompage optique des niveaux excités par un faisceau laser.

## A - EXPRESSION GENERALE DE LA LUMIERE DE FLUORESCENCE

La lumière de fluorescence émise par des atomes excités est calculée dans de nombreux ouvrages avec différents formalismes. Nous utiliserons ici, comme point de départ, l'expression obtenue par COHEN-TANNOUJDI dans le formalisme de la matrice densité (réf. (3), formule III-B-1 généralisée pour un vecteur polarisation  $\vec{\lambda}$  complexe).

Nous considérerons ici la transition optique  $b \rightarrow g$  issue du niveau à étudier,  $b$ , et aboutissant à un niveau inférieur  $g$ . L'intensité lumineuse émise dans un angle solide  $d\Omega$  autour de la direction  $\vec{k}_F$ , avec la polarisation  $\vec{\lambda}$  ( $\vec{\lambda} \perp \vec{k}_F$ ) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{dI_{bg}(\vec{\lambda})}{d\Omega} &= L_{bg}(\vec{\lambda}) = \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} \sum_{M_b M'_b M_g} \rho_{M_b M'_b} \langle M'_b | \vec{\lambda} \cdot \vec{D} | M_g \rangle \langle M_g | \vec{\lambda}^* \cdot \vec{D} | M_b \rangle \\ &= \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} \text{Tr} \left\{ \rho_{bg}(\vec{\lambda}, \vec{D}) (\vec{\lambda}^* \cdot \vec{D}) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$\vec{D}$  est la partie angulaire de l'opérateur dipôle électrique  $\vec{P}$ , définie à l'appendice A.  $\rho_{bg}^D$  n'a d'éléments de matrice qu'entre les niveaux  $b$  et  $g$ .

$\gamma_{bg}$  est la probabilité par unité de temps de la transition  $b \rightarrow g$ .  $\gamma_{bg}$  est proportionnel à  $|P_{bg}|^2$ .

Dans l'expression (1), nous pouvons exprimer  $\lambda$  et  $\vec{D}$  en fonction de leurs composantes standard et décomposer  $\rho$  en opérateurs tensoriels irréductibles. A l'aide des formules de l'appendice A, on obtient :

$$\begin{aligned} L_{bg}(\vec{\lambda}) &= \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} \sum_{kqpp'} \rho_{bq}^k(r, t) \text{Tr} \left[ {}_b T_q^k((-)^p \lambda_{-p} {}_b g^D_p) ((-)^{p'} (\lambda^*)_{-p'} {}_g b^D_{p'}) \right] \\ &= \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} (2J_b + 1) \sum_{kqpp'} (-)^{J_b + J_g + p'} \rho_{bq}^k(r, t) \lambda_p \lambda_{p'}^* \cdot \langle 11p-p' | kq \rangle \begin{Bmatrix} k & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

Cette formule permet de calculer directement le diagramme de rayonnement de la lumière de fluorescence dès que l'on connaît les éléments  $\rho_{bq}^k$ . Il est intéressant de remarquer que les expressions (1) et (2) ne dépendent pas explicitement de la direction d'observation  $\vec{k}_F$  : elles dépendent uniquement du vecteur polarisation  $\vec{\lambda}$  qui est assujéti à être normal à  $\vec{k}_F$ . Dans la pratique, on cherchera donc le vecteur polarisation  $\vec{\lambda}$  permettant la mesure des grandeurs désirées et on choisira parmi les directions  $\vec{k}$  perpendiculaires à  $\vec{\lambda}$  celle qui sera la plus commode expérimentalement.

Remarquons enfin qu'il se peut que le gaz ne soit pas optiquement transparent pour la raie  $b \rightarrow g$ , si le niveau  $g$  est très peuplé (niveau fondamental ou métastable). Dans ces conditions, un photon émis a une certaine probabilité d'être réabsorbé, ce qui diminue la lumière observée. (1) doit

alors être remplacé par :

$$L_{bg} = \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} (1 - x_{bg}) \text{Tr} \left[ {}_b\rho (\vec{\lambda} \cdot \vec{D}) (\vec{\lambda}^* \cdot \vec{D}) \right] \quad (3)$$

$x_{bg}$  est le taux de réabsorption moyen que nous avons déjà rencontré au sujet de la diffusion multiple (II,20).

Il est préférable que la réabsorption du milieu (donc  $x_{bg}$ ) reste faible pour la raie choisie. Si non, on n'observe qu'une mince couche du gaz, près de la paroi. Ceci est alors contradictoire avec un certain nombre des hypothèses de symétrie introduites au § II-A, qui ne sont applicables qu'à l'ensemble des atomes. D'autre part, lorsque l'excitation du gaz (décharge, laser) est spatialement inhomogène, le taux de réabsorption peut dépendre de la direction d'observation : il faudra donc être très prudent dans la comparaison des intensités lumineuses détectées par deux bancs d'optique différents.

#### B - DETERMINATION DU VECTEUR POLARISATION

Nous cherchons maintenant à déterminer les composantes standard du vecteur polarisation dans le cas général. Toutes les formules de ce paragraphe sont valables aussi bien pour le vecteur polarisation  $\vec{e}$  du faisceau laser que pour le vecteur polarisation  $\vec{\lambda}$  du faisceau détecté.

##### 1) Changement d'axes

L'axe de quantification Oz est toujours choisi dans la direction du champ magnétique. Les composantes standard doivent donc être définies par rapport à cet axe. Au contraire, la polarisation d'un faisceau lumineux est définie par rapport à son axe de propagation. Il y a donc lieu d'effectuer un changement d'axes.

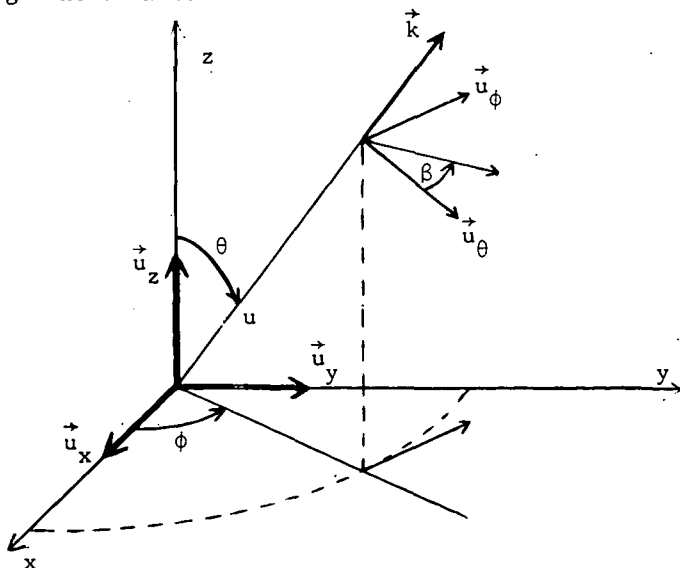


FIGURE V-1

Considérons donc un faisceau lumineux se propageant suivant la direction  $\vec{k}$  d'angles polaires  $(\theta, \phi)$ . Le vecteur polarisation est donc dans le plan  $(\vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi)$  normal à  $\vec{k}$  ( $\vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi, \vec{k}$  forment le trièdre local des coordonnées polaires).

Quelle que soit la polarisation du faisceau lumineux, on peut écrire (avec

$$|\lambda_\theta|^2 + |\lambda_\phi|^2 = 1) :$$

$$\begin{aligned}\vec{\lambda} &= \lambda_\theta \vec{u}_\theta + \lambda_\phi \vec{u}_\phi \\ &= (\lambda_\theta \cos\theta \cos\phi - \lambda_\phi \sin\phi) \vec{u}_x + (\lambda_\theta \cos\theta \sin\phi + \lambda_\phi \cos\phi) \vec{u}_y - \lambda_\theta \sin\theta \vec{u}_z\end{aligned}\quad (4)$$

Avec la définition (II,31) des composantes standard, on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned}\lambda_0 &= \lambda_z = -\lambda_\theta \sin\theta \\ \lambda_{+1} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_x + i\lambda_y) = \frac{-1}{\sqrt{2}} (\lambda_\theta \cos\theta + i\lambda_\phi) e^{i\phi} \\ \lambda_{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_x - i\lambda_y) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_\theta \cos\theta - i\lambda_\phi) e^{-i\phi}\end{aligned}\right. \quad (5)$$

Cas particuliers :

Polarisation rectiligne d'angle  $\beta$  avec  $\vec{u}_\theta$  :

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= -\cos\beta \sin\theta \\ \lambda_{\pm 1} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos\beta \cos\theta \pm i \sin\beta) e^{\pm i\phi}\end{aligned}\quad (6)$$

Lumière circulaire droite :

$$\begin{aligned}\vec{\lambda}^d &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_\theta + i\vec{e}_\phi) \\ \lambda_0^d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta & \lambda_{\pm 1}^d &= -\frac{1 \mp \cos\theta}{2} e^{\pm i\phi}\end{aligned}\quad (7)$$

Lumière circulaire gauche :

$$\begin{aligned}\vec{\lambda}^g &= +\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_\theta - i\vec{e}_\phi) \\ \lambda_0^g &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta & \lambda_{\pm 1}^g &= -\frac{1 \pm \cos\theta}{2} e^{\pm i\phi}\end{aligned}\quad (8)$$

## 2) Expression générale pour une combinaison Polariseur - lame biréfringente

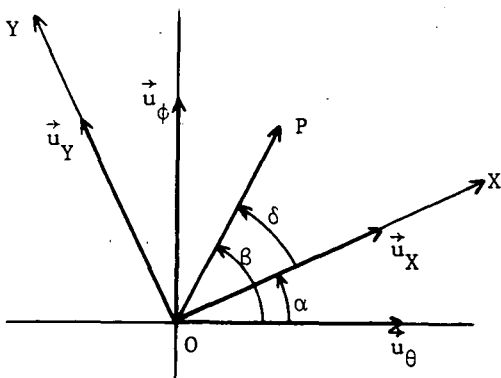


FIGURE V-2

Considérons un faisceau lumineux (faisceau excitateur) traversant d'abord un polariseur orienté suivant l'axe OP, puis une lame biréfringente qui introduit un retard de phase  $\phi$  entre l'axe lent OY et l'axe rapide OX. Les angles entre les trois axes  $u_\theta$ , OX et OP sont définis sur la figure V-2. A la sortie du polariseur le faisceau peut être décrit par le champ électrique

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) (\cos \delta \vec{u}_X + \sin \delta \vec{u}_Y) \quad (9)$$

Après la lame cristalline, il devient :

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= E \left[ \cos \delta \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \vec{u}_X + \sin \delta \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} - \Phi) \vec{u}_Y \right] \\ &= \frac{E}{2} \left[ \vec{e} e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} + \vec{e} * e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

ce qui donne le vecteur polarisation :

$$\begin{aligned} \vec{e} &= \cos \delta \vec{u}_X + e^{i\Phi} \sin \delta \vec{u}_Y \\ &= (\cos \delta \cos \alpha - e^{i\Phi} \sin \delta \sin \alpha) \vec{u}_\theta + (\cos \delta \sin \alpha + e^{i\Phi} \sin \delta \cos \alpha) \vec{u}_\phi \end{aligned} \quad (11)$$

Pour la détection de la lumière de fluorescence, le problème est symétrique. Si l'on cherche, dans le faisceau émis, la composante de polarisation  $\vec{\lambda}$ , identique à celle du faisceau (10), il faudra utiliser un analyseur formé de la lame cristalline complémentaire (axe lent suivant OX, même déphasage) et d'un polariseur de même orientation.

Donc, pour calculer l'intensité lumineuse détectée derrière un analyseur quelconque, il faudra reporter dans les formules (1), (2) ou (3), un vecteur  $\vec{\lambda}$  s'exprimant suivant la formule (11), à condition d'appeler OX l'axe lent de la lame biréfringente. De (11) nous déduisons, en remplaçant  $\delta$  par  $\beta - \alpha$  :

$$\begin{aligned} \lambda_\theta &= e^{i \frac{\Phi}{2}} \left[ \cos \beta \cos \frac{\Phi}{2} - i \cos(\beta - 2\alpha) \sin \frac{\Phi}{2} \right] \\ \lambda_\phi &= e^{i \frac{\Phi}{2}} \left[ \sin \beta \cos \frac{\Phi}{2} + i \sin(\beta - 2\alpha) \sin \frac{\Phi}{2} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

La phase absolue de l'onde lumineuse étant arbitraire, nous pouvons omettre le facteur  $e^{i \frac{\Phi}{2}}$ . A l'aide de (5), nous obtenons les composantes standard :

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \sin \theta \left[ i \sin \frac{\Phi}{2} \cos(\beta - 2\alpha) - \cos \frac{\Phi}{2} \cos \beta \right] \\ \lambda_{\pm 1} &= \frac{e^{\pm i\Phi}}{\sqrt{2}} \left[ \sin \frac{\Phi}{2} \sin(\beta - 2\alpha) \mp \cos \theta \cos \frac{\Phi}{2} \cos \beta \right. \\ &\quad \left. \pm i \sin \frac{\Phi}{2} \cos \theta \cos(\beta - 2\alpha) - i \cos \frac{\Phi}{2} \sin \beta \right] \end{aligned} \quad (13)$$

On voit sur la formule (2) que la lumière de fluorescence s'exprime en fonction des produits  $\lambda_p \lambda_p^*$ . De même, la réponse linéaire des atomes s'exprime en fonction des produits  $e_q e_q^*$  (formules IV, 13, 14, 25, 26). Nous donnons ici la valeur de ces différents produits :

$$\begin{aligned}
 |\lambda_0|^2 &= \sin^2 \theta \left[ \sin^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2(\beta-2\alpha) + \cos^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2 \beta \right] \\
 |\lambda_{\pm 1}|^2 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin^2 \theta \left[ \sin^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2(\beta-2\alpha) + \cos^2 \frac{\Phi}{2} \sin^2 \beta \right] \pm \sin \Phi \cos \theta \sin 2(\alpha-\beta) \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - |\lambda_0|^2 \pm \sin \Phi \cos \theta \sin 2(\alpha-\beta) \right\} \\
 \lambda_{\pm 1} \lambda_0^* &= \\
 \frac{e^{\pm i\phi}}{\sqrt{2}} \sin \theta &\left\{ \frac{1}{2} \sin \Phi \sin 2(\alpha-\beta) \pm \cos \theta \left[ \cos^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2 \beta + \sin^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2(\beta-2\alpha) \right] + \frac{i}{2} \left[ \cos^2 \frac{\Phi}{2} \sin 2\beta + \sin^2 \frac{\Phi}{2} \sin(4\alpha-2\beta) \right] \right\} \\
 \lambda_{+1} \lambda_{-1}^* &= \frac{e^{2i\phi}}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 + \cos^2 \theta \right] \left[ \cos^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2 \beta + \sin^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2(\beta-2\alpha) \right] - i \cos \theta \left[ \cos^2 \frac{\Phi}{2} \sin 2\beta + \sin^2 \frac{\Phi}{2} \sin(4\alpha-2\beta) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Convention de phase :

L'axe Ox (figure V-1) peut être choisi arbitrairement, ce qui a pour effet de changer arbitrairement l'angle  $\phi$ . On peut montrer que dans le résultat final, seule compte la différence  $\phi_e - \phi_d$  entre l'angle  $\phi_e$  de l'excitation et l'angle  $\phi_d$  de la détection. Par convention, nous choisirons  $\phi_e = 0$ . C'est-à-dire que pour le faisceau d'excitation  $\vec{u}_\phi = \vec{u}_y$ . L'angle de détection  $\phi_d$  ainsi défini est compatible avec celui choisi par DECOMPS dans sa thèse (33), si l'on choisit une excitation définie par le vecteur  $\vec{\lambda} = \vec{u}_x$  ( $\phi_e = 0$ ;  $\theta_e = 0$ ;  $\beta_e = 0$ ;  $\phi_e = 0$ ).

C - SEPARATION DES DIFFERENTES OBSERVABLES

Comme nous l'avons dit au début de ce chapitre, notre but est double : d'abord vérifier expérimentalement les résultats du calcul de l'effet du laser sur les atomes, et ensuite mesurer le temps de relaxation de chacune des observables atomiques. Il s'agit donc de choisir une géométrie expérimentale pour chacune des observables que l'on veut étudier.

1) Formules développées de la lumière de fluorescence

Avant de prendre séparément chaque observable, il est utile d'expliciter la formule

(2) et de rappeler les résultats du chapitre IV.

En posant :

$$L_{bg}(\vec{\lambda}) = \frac{3\gamma_{bg}}{8\pi} (2J_b + 1)(1 - x_{bg}) \ell_{bg}(\vec{\lambda}) \tag{15-a}$$

on a :

$$L_{bg}(\vec{\lambda}) = \frac{1}{3\sqrt{2}J_b+1} b\rho_0^0 + \frac{(-)^{J_b+J_g+1}}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ (|\lambda_1|^2 - |\lambda_{-1}|^2) b\rho_0^1 - [(\lambda_1\lambda_0^* + \lambda_0\lambda_{-1}^*) b\rho_1^1 + c.c.] \right] \quad (15-b)$$

$$+ (-)^{J_b+J_g+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ \frac{1-3|\lambda_0|^2}{\sqrt{6}} b\rho_0^2 - \left[ \frac{(\lambda_1\lambda_0^* - \lambda_0\lambda_{-1}^*)}{\sqrt{2}} b\rho_1^2 + c.c. \right] + [\lambda_1\lambda_{-1}^* b\rho_2^2 + c.c.] \right]$$

$$L_{bg}(\vec{\lambda}) = \frac{1}{3\sqrt{2}J_b+1} b\rho_0^0 + \frac{(-)^{J_g+J_b+1}}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \sin\Phi \sin 2(\alpha-\beta) \left[ \cos\theta b\rho_0^1 - \sqrt{2} \sin\theta \operatorname{Re}(b\rho_1^1 e^{i\phi}) \right] \quad (15-c)$$

$$+ (-)^{J_g+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left\{ \frac{1}{\sqrt{6}} b\rho_0^2 + \operatorname{Re}(b\rho_2^2 e^{2i\phi}) \right.$$

$$- \left[ \cos^2\frac{\Phi}{2} \cos^2\beta + \sin^2\frac{\Phi}{2} \cos^2(\beta-2\alpha) \right] \left[ \sqrt{\frac{3}{2}} \sin^2\theta b\rho_0^2 + \sin 2\theta \operatorname{Re}(b\rho_1^2 e^{i\phi}) + (1+\cos^2\theta) \operatorname{Re}(b\rho_2^2 e^{2i\phi}) \right]$$

$$\left. + \left[ \cos^2\frac{\Phi}{2} \sin 2\beta + \sin^2\frac{\Phi}{2} \sin(4\alpha-2\beta) \right] \left[ \sin\theta \operatorname{Im}(b\rho_1^2 e^{i\phi}) + \cos\theta \operatorname{Im}(b\rho_2^2 e^{2i\phi}) \right] \right\}$$

Rappelons maintenant les formules (IV,25), donnant la réponse linéaire des atomes dans le niveau b. Il n'est pas utile de rappeler les formules (III,26) pour le niveau inférieur a; en effet la dépendance angulaire est identique pour les deux niveaux :

$$\begin{aligned} (2)_{b\rho_0^0} &= - \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(0)} \\ (2)_{b\rho_0^1} &= - \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{|e_1|^2 - |e_{-1}|^2}{\sqrt{2}} \\ (2)_{b\rho_1^1} &= \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{e_0^* e_{-1} + e_1^* e_0}{\sqrt{2}} \\ (2)_{b\rho_0^2} &= \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} [3|e_0|^2 - 1] \\ (2)_{b\rho_1^2} &= \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{e_1^* e_0 - e_0^* e_{-1}}{\sqrt{2}} \\ (2)_{b\rho_2^2} &= - \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+2i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} e_1^* e_{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

La comparaison des formules (15) et (16) montre la symétrie totale entre la polarisation de l'excitation et celle de la détection.

## 2) Etude de l'alignement

Pour obtenir un signal sensible à l'alignement, et non à l'orientation, il suffit d'utiliser une détection de polarisation rectiligne. En effet (nous l'avons déjà signalé au chapitre III, § B-3 pour l'excitation) dans ce cas, on a :

$$\lambda_q = (-)^q \lambda_{-q}^* \quad (17)$$

ce qui entraîne  $|\lambda_1|^2 - |\lambda_{-1}|^2 = \lambda_1 \lambda_0^* + \lambda_0 \lambda_{-1}^* = 0$  et annule la contribution de l'orientation dans la formule (15-b). (17) avait été montré de façon générale (formule (II,41)), mais il se vérifie aisément en posant  $\phi = 0$  (pas de lame biréfringente) dans les formules (13).

### a) Détection de $\rho_2^2$ et mesure de $\Gamma(2)$

La détection de  $\rho_2^2$  est de loin la plus facile. En effet, si l'on choisit une polarisation rectiligne "σ cohérent", c'est-à-dire dans le plan xOy perpendiculaire au champ magnétique, on obtient (en posant  $\phi = 0$  et  $\beta = \frac{\pi}{2}$  dans (13)) :

$$\lambda_0 = 0 \quad \lambda_{\pm 1} = \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{\pm i\phi} \quad (18)$$

ce qui donne :

$$I_{bg}^\sigma(\phi) = \frac{1}{3\sqrt{2J_b+1}} b \rho_0^0 + (-)^{J_g+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} b \rho_0^2 + \mathcal{R}e (b \rho_2^2 e^{2i\phi}) \right] \quad (19)$$

Remarquons que ce résultat est indépendant de  $\theta$ . Si l'on détecte la lumière de fluorescence "σ cohérente", dans deux directions  $\phi$  et  $\phi + \frac{\pi}{2}$ , on voit que :

$$I_{bg}^\sigma(\phi) - I_{bg}^\sigma(\phi + \frac{\pi}{2}) = (-)^{J_g+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} 2 \mathcal{R}e (b \rho_2^2 e^{2i\phi}) \quad (20)$$

En choisissant  $\phi = 0$  ou  $\phi = -\frac{\pi}{4}$ , on pourra donc mesurer aisément la partie réelle ou la partie imaginaire de  $b \rho_2^2$ .

Pour obtenir expérimentalement la quantité (20), il est nécessaire de soustraire électroniquement le signal donné par deux voies de détection différentes (voie de détection = banc d'optique + monochromateur + photomultiplicateur). Il est donc nécessaire d'ajuster correctement la sensibilité relative des deux voies : ceci est aisé, car on sait que l'alignement transversal s'annule en champ magnétique fort, quelle que soit son origine physique. Il suffira donc d'annuler la différence des signaux en champ magnétique fort.

Cette méthode d'opposition permet donc de mesurer  $b \rho_2^2$  quelle que soit l'origine de l'alignement. Nous l'avons en particulier utilisée, pour étudier l'alignement préexistant dans la décharge, en l'absence de toute excitation optique.



Lorsque l'on s'intéresse à l'effet de laser seul, il est préférable de ne mesurer que les variations  $\Delta l$  introduites par l'irradiation laser, de façon à ne pas être sensible à l'alignement éventuellement préexistant. Nous verrons au chapitre VI comment ceci est réalisable en modulant l'intensité du laser et détectant la modulation résultante de la lumière de fluorescence.

Si les hypothèses du calcul des chapitres II et IV sont vérifiées et si l'intensité laser est assez faible pour que l'on puisse utiliser les formules linéaires (16), on obtient pour une excitation de polarisation  $\sigma$  cohérente ( $e_{\pm} = -\frac{i}{\sqrt{2}}$ ) :

$$\Delta l_{bg}^{\sigma}(\phi=0) - \Delta l_{bg}^{\sigma}(\phi=\frac{\pi}{2}) = -nD|P_{ab}|^2 (-)^{J_a+J_g+2J_b} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b^2(2)+4\omega_b^2} \quad (21)$$

Cette quantité varie, en fonction du champ magnétique, suivant une courbe de Lorentz centrée en  $H = 0$  et de largeur totale  $\Gamma_b(2)$ . En choisissant  $\phi = \pm \frac{\pi}{4}$  on obtiendrait la courbe de dispersion correspondante. C'est l'effet Hanle. Cette méthode de mesure de  $\Gamma_b(2)$ , très utilisée en pompage optique classique, a été systématiquement employée par B. DECOMPS (25)(26)(33) pour plusieurs niveaux du Néon.

Lorsque le niveau étudié est le niveau inférieur de la transition laser, le terme de transfert (IV,26) complique la forme de courbe. Si l'on connaît le temps de relaxation du niveau supérieur et la probabilité de transition  $\gamma_{ba}$ , il est encore possible de mesurer  $\Gamma_a(2)$ . La méthode d'analyse des courbes expérimentales obtenues dans ce cas a été décrite par E. GIACOBINO-FOURNIER (30)(32)(35). Nous reviendrons sur ce problème au sujet de l'orientation (chapitre VI).

b) Détection de  $\rho_1^2$

La détection de  $\rho_1^2$  peut être utile pour vérifier l'isotropie de la relaxation, c'est-à-dire pour voir si  $\rho_2^2$  et  $\rho_1^2$  ont le même temps de relaxation  $1/\Gamma(2)$ . Bien que nous ayons réalisé cette détection par une autre méthode (§ D-3), nous signalons ici, pour mémoire, une méthode d'opposition facilement réalisable.

Pour détecter  $\rho_1^2$ , il faut utiliser une polarisation rectiligne sensible aux cohérences  $\Delta M = 1$ , c'est-à-dire qui soit une superposition cohérente de  $\sigma$  et de  $\pi$ . La polarisation utilisée doit donc être oblique par rapport à Oz. Choisissons par exemple  $\beta = 0$  et  $\Phi = 0$  dans les formules (13) et (14). On trouve :

$$\lambda_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} ; \quad \lambda_{\pm 1} = \mp \frac{e^{\pm i\phi}}{\sqrt{2}} \cos \theta ; \quad \lambda_1 \lambda_0^* - \lambda_0 \lambda_{-1}^* = \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \sin 2\theta \quad (22)$$

(15-b) montre alors que la sensibilité de la détection de  $\rho_1^2$  est maximum pour  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , c'est-à-dire lorsque le vecteur polarisation est à 45° du champ magnétique. On trouve alors :

$$l_{bg}(\theta=\frac{\pi}{4}, \phi) - l_{bg}(\theta=\frac{\pi}{4}, \phi+\pi) = (-)^{J_b+J_g} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} 2 \operatorname{Re} (\rho_1^2 e^{i\phi})$$

Pour créer le maximum d'alignement  $\rho_1^2$  avec le laser, les formules (16) montrent qu'il faut utiliser la même polarisation à l'excitation. On peut ainsi obtenir un effet Hanle de la forme  $\frac{1}{\Gamma_b^2(2) + \omega_b^2}$  qui permet de mesurer le temps de relaxation de  $\rho_1^2$ .

Remarque.

La détection (ou l'excitation)  $\beta = 0$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $\phi$  est équivalente à la détection  $\beta = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\phi = \frac{\pi}{2}$

c) Rapport  $\rho_2^2/\rho_0^0$  - détermination de  $\Gamma(0) / \Gamma(2)$

Il n'est pas facile d'isoler  $\rho_0^2$  par une méthode d'opposition. Par contre, il est plus facile de mesurer le rapport des modifications de population et d'alignement longitudinal induites par le laser. Pour cela, on utilise deux raies de fluorescence différentes, en polarisation  $\pi$  ( $\lambda_0 = 1 \rightarrow \theta_d = \frac{\pi}{2}$ ,  $\beta_d = 0$ ,  $\phi$  quelconque). En effet, moyennant quelques précautions expérimentales largement discutées par DECOMPS (<sup>33</sup>), on peut former la quantité :

$$F(b, g, g') = \frac{\Delta L_{bg}^{\pi}}{\Delta L_{bg'}^{\pi}} \cdot \frac{{}^0L_{bg'}^{\pi}}{{}^0L_{bg}^{\pi}} = \frac{1 + (-)^{J_g + J_b} \sqrt{6(2J_b + 1)} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{\Delta_b \rho_0^2}{\Delta_b \rho_0^0}}{1 + (-)^{J_{g'} + J_b} \sqrt{6(2J_b + 1)} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_{g'} & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{\Delta_b \rho_0^2}{\Delta_b \rho_0^0}} \quad (23)$$

${}^0L_{bg}^{\pi}$  est la lumière de fluorescence émise en l'absence d'irradiation laser : dans la définition de F, la normalisation par  ${}^0L_{bg'}/{}^0L_{bg}$  est nécessaire pour éliminer le facteur provenant de (15-a), qui dépend de la raie utilisée et, en particulier, de sa réabsorption possible. Remarquons que la formule (23) n'est valable que si il n'existe pas d'alignement en l'absence d'irradiation laser. Il faut de plus que  $J_g \neq J_{g'}$ , si non  $F = 1$ . Si l'intensité laser est assez faible,  $\Delta_b \rho = \binom{2}{b} \rho + \binom{4}{b} \rho + \dots \approx \binom{2}{b} \rho$ , on peut alors remplacer  $\Delta_b \rho$  par les expressions (16) de  $\binom{2}{b} \rho$ . Dans le cas utilisé par DECOMPS, la polarisation du laser étant "σ cohérente" ( $e_{\pm 1} = -\frac{i}{\sqrt{2}}$ ), (23) donne:

$$F(b, g, g') = \frac{1 - A_{ag}^{b(2)} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)}}{1 - A_{ag'}^{b(2)} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)}} \quad (24)$$

en posant :

$$A_{ag}^{b(k)} = 3(2J_b + 1) (-)^{2J_b + J_a + J_g} \begin{Bmatrix} k & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} = 3(2J_b + 1) A_{ag}^{b(k)} \quad (25)$$

Il est donc possible de mesurer  $\Gamma_b(0)$  si l'on connaît  $\Gamma_b(2)$  par l'étude préalable de  $\rho_2^2$ .

d) Taux d'anisotropie : Autre détermination de  $\Gamma_b(0)/\Gamma_b(2)$  (polarisation "σ cohérente")

La formule (19) montre que la lumière de fluorescence de polarisation "σ cohérente" ( $\lambda_0 = 0$ ,  $\lambda_{+1} = -\lambda_{-1}^*$ ) contient un terme isotrope, c'est-à-dire indépendant de l'angle  $\phi$ , et un terme anisotrope, qui en dépend. C'est d'ailleurs cette propriété qui nous a permis d'isoler  $\rho_2^2$  par opposition (formule 20).

Si la polarisation du faisceau laser est définie par  $e_{\pm 1} = -\frac{i}{\sqrt{2}}$  ( $\phi_e = 0$ ,  $\beta_e = \frac{\pi}{2}$ ) : cette convention n'est pas la même que celle de DECOMPS qui correspond à  $\phi_e = \frac{\pi}{2}$ , la partie anisotrope est extrémum pour  $\phi = 0$  et  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . On peut définir le taux d'anisotropie induit par le laser, en champ magnétique nul :

$$R' = \frac{\Delta L_{bg}^{\sigma}(\phi=0) - \Delta L_{bg}^{\sigma}(\phi=\frac{\pi}{2})}{\Delta L_{bg}^{\sigma}(\phi=0) + \Delta L_{bg}^{\sigma}(\phi=\frac{\pi}{2})} = \frac{(-)^{J_g+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \Delta_b \rho_2^2(H=0)}{\frac{1}{3\sqrt{2J_b+1}} \Delta_b \rho_0^2(H=0) + \frac{1}{\sqrt{6}} (-)^{J_g+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \Delta_b \rho_0^2(H=0)} \quad (26)$$

En utilisant (16), on obtient, pour une intensité laser très faible :

$$R' = \frac{\frac{1}{2} A_{ag}^{b(2)}}{\frac{1}{3} \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{6} A_{ag}^{b(2)}} \quad (27)$$

La mesure de R fournit donc une seconde méthode de détermination du rapport  $\Gamma(2)/\Gamma(0)$ . Cette méthode est tout à fait indépendante de celle basée sur la mesure de F.

e) Remarques sur R' et F

R.1 : L'utilisation des formules (24) et (27) pour la mesure de  $\Gamma_b(0)$  nécessite avant tout que les hypothèses des chapitres II et IV soient vérifiées pour que l'on puisse utiliser les formules (16). Les deux conditions principales sont :

- a) les relaxations doivent être isotropes pour que le coefficient de relaxation  $\Gamma_b(2)$  de  $\rho_0^2$  soit égal à celui de  $\rho_2^2$  (déterminé par l'effet Hanle). Pour tester l'isotropie des relaxations, on peut d'une part comparer les valeurs de  $\Gamma_b(2)$  obtenues à partir de  $\rho_2^2$  et de  $\rho_1^2$ , d'autre part, comparer les valeurs du rapport  $\Gamma_b(0)/\Gamma_b(2)$  obtenues à partir de F et à partir des différentes valeurs de R', pour les différentes raies de fluorescence issues de b.
- B) Il ne doit pas y avoir d'alignement créé par la décharge, en l'absence d'irradiation laser. Nous discuterons ce problème au chapitre IX et nous estimerons l'ordre de grandeur des corrections à partir des valeurs expérimentalement observées de l'anisotropie initiale.

R.2 : Les expressions (23) et (27) de F et de R' sont valables pour le niveau supérieur de la transition laser. Pour le niveau inférieur, on mesure en fait la quantité (cf. II,26) :

$$\left[ \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_a(0)} \right]^* = \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_a(0)} \frac{1 - \gamma_{ba}/\Gamma_b(0)}{1 - \mathcal{A}(b,a,1,2) \gamma_{ba}/\Gamma_b(2)} \quad (28)$$

où  $\mathcal{A}(b,a,1,2)$  est le coefficient de transfert (II,75) tabulé au paragraphe IV-B-3. DECOMPS (thèse (33) ch. IV-B) a largement discuté la façon de déterminer  $\Gamma_a(0)$  et  $\gamma_{ba}$  à partir des mesures de  $\Gamma_b(0)$ ,  $\Gamma_b(2)$ ,  $\Gamma_a(2)$  et  $\left[ \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_a(0)} \right]^*$  ; nous ne reviendrons pas sur ce point.

R.3 : Les grandeurs mesurées expérimentalement R' et F sont obtenues par la comparaison de deux voies de détection différentes, et pour une intensité laser qui n'est pas infiniment petite. Nous renvoyons également au chapitre IV-B de la thèse de DECOMPS pour la discussion de la méthode permettant d'obtenir effectivement les expressions théoriques (24) et (27) de F et R' (équilibre des voies et extrapolation à intensité de laser nulle, le tout compliqué par l'inhomogénéité de l'excitation optique).

Au chapitre VII, nous discuterons l'influence des effets non linéaires sur R' et F. En particulier, nous montrerons qu'il est préférable de mesurer les valeurs F' de F en champ magnétique nul car F', comme R', ne dépend pas de l'intensité laser dans un certain nombre de cas.

### 3) Etude de l'orientation

Pour détecter (ou créer) de l'orientation, il faut utiliser une polarisation elliptique, et, de préférence, circulaire (on voit sur la formule (15-c) que le maximum est obtenu pour  $\phi = \frac{\pi}{2}$  et  $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$ , c'est-à-dire pour un analyseur circulaire). On peut voir qu'il est possible de mesurer la projection de l'orientation (c'est-à-dire du moment magnétique macroscopique) sur n'importe quel axe  $(\theta, \phi)$ , en mesurant la différence de l'intensité lumineuse émise dans cette direction avec la polarisation circulaire droite ( $\phi = \frac{\pi}{2}$ ) et la polarisation circulaire gauche ( $\phi = -\frac{\pi}{2}$ ). On obtient :

$$I_{bg}^d(\theta, \phi) - I_{bg}^g(\theta, \phi) = -\sqrt{2} (-)^{J_g + J_b + 1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} [\cos \theta \rho_0^1 - \sqrt{2} \sin \theta \mathcal{R}e(\rho_1^1 e^{i\phi})] \quad (29)$$

On peut vérifier que cette expression est proportionnelle à la projection du moment magnétique sur l'axe  $\vec{u}(\theta, \phi)$ . En effet, l'opérateur correspondant s'écrit (en utilisant les opérateurs de rotation; cf. MESSIAH, app. C, § V) :

$$M_u^{\pm} = R(\phi, \theta, 0) M_z R^{-1}(\phi, \theta, 0) = \frac{\langle J_b | |\vec{M}| | J_b \rangle}{\sqrt{3}} \sum_{q=-1}^1 T_q^1 R_{q0}^{(1)}(\phi, \theta, 0)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \langle M_{\vec{u}}^{\dagger} \rangle &= \text{Tr}(\rho M_{\vec{u}}^{\dagger}) = \frac{\langle J_b | \vec{M} | J_b \rangle}{\sqrt{3}} \sum_q (-)^q R_{q0}^{(1)}(\phi, \theta, 0) \text{Tr}(\rho T_{-q}^{\dagger}) \\ &= \frac{\langle | \vec{M} | \rangle}{\sqrt{3}} \left[ \cos\theta \rho_0^1 - \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \rho_1^1 e^{i\phi} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \rho_{-1}^1 e^{-i\phi} \right] = \frac{\langle | \vec{M} | \rangle}{\sqrt{3}} \left[ \cos\theta \rho_0^1 - \sqrt{2} \sin\theta \mathcal{R}e(\rho_1^1 e^{i\phi}) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

La détection de  $\rho_0^1$  peut donc se faire en choisissant l'angle  $\theta = 0$ , mais l'équilibrage des voies de détection n'est pas facile à réaliser. Par contre, la détection de  $\mathcal{R}e(\rho_1^1 e^{i\phi})$  ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) est beaucoup plus facile car l'orientation transversale s'annule en champ magnétique fort, ce qui permet l'équilibrage.

### Mesure de $\Gamma_b(1)$

Si l'on utilise une excitation laser faible, perpendiculaire au champ magnétique ( $\theta_e = \frac{\pi}{2}$ ) et de polarisation circulaire, on obtient (en utilisant (16), (25) et (29)) :

$$\mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) - \mathcal{L}_{bg}^g\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) = \mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) - \mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{\pi}{2}, \phi + \pi\right) = nD |P_{ab}|^2 A_{ag}^b(1) \mathcal{R}e\left(\frac{e^{i\phi}}{\Gamma_b(1) + i\omega_b}\right) \quad (31)$$

Suivant le choix de l'angle  $\phi$  on obtiendra une courbe de Lorentz ( $\phi=0$ ) de largeur  $2\Gamma_b(1)$  ou la courbe de dispersion correspondante ( $\phi = \frac{\pi}{2}$ ).

Notre montage expérimental nous impose de détecter la lumière perpendiculairement à l'excitation laser (structure tubulaire de la cellule); on ne peut donc, dans le montage ci-dessus, obtenir que la courbe de dispersion ( $\phi = \frac{\pi}{2}$ ).

Il est cependant possible d'obtenir une courbe de Lorentz en utilisant une excitation et une détection à  $45^\circ$  du champ magnétique (excitation :  $\phi_e = 0, \theta_e = \frac{\pi}{4}$ ; détection :  $\phi_d = \pi, \theta_d = \frac{\pi}{4}$ ). On obtient le signal :

$$\mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) - \mathcal{L}_{bg}^g\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) = \mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) - \mathcal{L}_{bg}^d\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right) = \frac{nD |P_{ab}|^2}{2} A_{ag}^b(1) \left[ \frac{-\Gamma_b(1)}{\Gamma_b^2(1) + \omega_b^2} + \frac{1}{\Gamma_b(1)} \right] \quad (32)$$

Avec cette géométrie du montage, on perd un facteur 2 sur le signal et on complique l'interprétation des termes de saturation du fait du mélange de  $\rho_0^1$  et  $\rho_1^1$ . Par contre, il est beaucoup plus facile d'effectuer la correction de transfert (niveau inférieur) sur une forme de Lorentz que sur une forme de dispersion.

Une dernière méthode consiste, sans opposition, à choisir des polarisations d'excitation et de détection qui ne se recoupent que pour l'observable  $\rho_1^1$  (et éventuellement les grandeurs longitudinales). En particulier, nous remarquons qu'une détection circulaire n'est sensible qu'à  $\rho_0^0, \rho_0^2, \rho_1^1$ , et  $\rho_2^2$  si  $\theta_d = \frac{\pi}{2}$ . Si l'excitation n'introduit pas de cohérences  $\Delta M = 2$ , il n'y aura pas d'alignement  $\rho_2^2$  : le seul effet Hanle détecté viendra de  $\rho_1^1$  et donnera  $\Gamma(1)$  à la limite des faibles intensités laser. Pour qu'il n'y ait pas de cohérence  $\Delta m = 2$ , il faut avoir  $\lambda_{+1} = 0$  (ou  $\lambda_{-1} = 0$ ), ce qui peut s'obtenir (formule 13) avec les conditions :  $\beta_e = \frac{\pi}{2}$  (cette condition est imposée sur notre montage),  $\beta_e - \alpha_e = \frac{\pi}{4}$  et  $\text{tg} \frac{\phi_e}{2} = \frac{1}{\cos \theta_e}$ .

Dans ces conditions, on a (cf. (12))

$$e_{\phi} = \cos \frac{\phi_e}{2} \quad e_{\theta} = -i \sin \frac{\phi_e}{2}$$

On voit donc qu'il faut exciter avec un faisceau de polarisation elliptique, de grand axe parallèle à  $\vec{u}_{\theta}$  et dont le rapport (petit axe/grand axe) vaut  $\cos \theta$ . Comme on pouvait s'y attendre puisque  $\lambda_1 = 0$ , cette ellipse se projette suivant un cercle, sur le plan  $xOy$ .

Cette méthode a effectivement été essayée mais a été abandonnée du fait de la difficulté de l'ajustage de l'ellipticité de la lumière laser.

#### 4) Choix des raies d'excitation et de détection

Lorsque l'on peut choisir entre plusieurs raies laser différentes, ou plusieurs raies de fluorescence pour l'étude d'un niveau donné, b, c'est le coefficient  $A_{ag}^b(k)$  (défini en (25)) qui permet de déterminer le meilleur choix. En effet, c'est lui qui détermine le contraste entre l'effet Hanle provenant des grandeurs tensorielles d'ordre  $k$  et le fond provenant de la population seule ( $k = 0$ ). Ceci se voit aisément pour l'alignement ( $k = 2$ ) sur les formules (21), (23) et (27) et pour l'orientation ( $k = 1$ ) sur les formules (31) et (32). Le coefficient  $A_{ag}^b(k)$  a donc un effet fondamental sur le rapport signal sur bruit des expériences d'effet Hanle et sur la précision de la mesure des temps de relaxation. Nous donnons ses valeurs, pour  $J_b = 1$  ou 2, dans le tableau V-1

$J_b = 1$

$A_{ag}^b(1) =$

$J_a \backslash J_g$	0	1	2
0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$A_{ag}^b(2) =$

$J_a \backslash J_g$	0	1	2
0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{20}$
2	$\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{100}$

$J_b = 2$

$A_{ag}^b(1) =$

$J_a \backslash J_g$	1	2	3
1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{6}$
3	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

$A_{ag}^b(2) =$

$J_a \backslash J_g$	1	2	3
1	$\frac{7}{20}$	$-\frac{7}{20}$	$\frac{1}{10}$
2	$-\frac{7}{20}$	$\frac{7}{20}$	$-\frac{1}{10}$
3	$\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{35}$

TABLEAU V-1

D - METHODES DE POLARISATION MODULEE

1) Polarisation modulée à la détection

Plusieurs méthodes de détection proposées ci-dessus sont basées sur l'opposition entre les signaux obtenus par deux voies de détection, de polarisations orthogonales (au sens large). Au lieu d'opposer deux voies de détection différentes, on peut utiliser une seule voie sur laquelle on place alternativement, de façon périodique, chacun des deux analyseurs (57) : la modulation résultante du signal photoélectrique est alors proportionnelle au signal que l'on aurait obtenu par opposition. Cette constatation a donné naissance à deux techniques de détection très utilisées depuis quelques années :

- La méthode du polariseur tournant dans son plan qui permet de détecter les composantes de l'alignement : par le choix de la phase de la détection synchrone qui analyse le courant photoélectrique, on choisit les deux polarisations orthogonales "à opposer".

- La méthode de la lame quart d'onde tournante, placée devant un polariseur fixe, qui permet de mesurer simultanément les composantes de l'alignement et de l'orientation (44)(58). En effet,

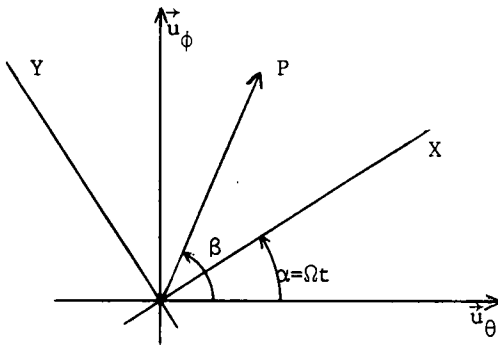


FIGURE V-3

quatre fois par tour, une des lignes neutres de la lame quart d'onde est parallèle au polariseur, ce qui donne un analyseur rectiligne. Deux fois par tour ( $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4} + n\pi$ ), on obtient un analyseur circulaire droit et deux fois par tour ( $\beta - \alpha = -\frac{\pi}{4} + n\pi$ ), un analyseur circulaire gauche.

Donc, si on appelle  $\Omega$  la fréquence de rotation de la lame, on voit que l'amplitude de la modulation à  $2\Omega$  donne la projection de l'orientation sur la direction  $(\theta, \phi)$  du faisceau

détecteur. Au contraire, la modulation à  $4\Omega$  permet de mesurer différentes composantes de l'alignement, suivant le choix de la phase de la détection synchrone et le choix de  $\theta$  et de l'angle  $\beta$  du polariseur. En effet, lorsque l'on a un analyseur circulaire (4 fois par tour, car cela ne dépend pas du sens de l'analyseur), l'intensité de la lumière détectée reflète une superposition des composantes  $\rho_q^2$  différente de celle obtenue avec un analyseur rectiligne (4 fois par tour également).

2) Polarisation modulée à l'excitation

La symétrie entre la dépendance angulaire de la détection (15-b) et de l'excitation (16) suggère d'utiliser la méthode de modulation de la polarisation sur le faisceau excitateur lui-même. Les modulations observées sur la lumière de fluorescence sont alors dues à une modulation des observables atomiques elles-mêmes.

Pour que le calcul de la matrice densité stationnaire des chapitres II et IV reste valable, il faut que la modulation de la polarisation du faisceau laser soit suffisamment lente pour que les atomes "suivent". Plus précisément, il faut que la période de la modulation soit très supérieure à tous les temps de relaxation atomiques. Cette méthode serait inutilisable pour un pompage optique classique du niveau fondamental car les constantes de temps sont très longues; par contre, elle est très utilisable pour l'étude de niveaux excités. En effet, les fréquences de modulation utilisées sont de quelques centaines de Hertz ( $\frac{2\pi}{\Omega} \gtrsim 10^{-3}$  s) et les durées de vie atomiques de l'ordre de  $10^{-8}$  s.

On peut réécrire les formules (16) en posant  $\alpha = \Omega t$ , dans les formules (14). Pour alléger l'écriture, nous ne conservons que la partie modulée des observables et nous posons  $\beta = \pi/2$ , comme c'est le cas dans notre montage expérimental. Si  $\beta$  est différent de  $\pi/2$ , seule la phase de la modulation change puisque  $\beta$  n'intervient que sous la forme  $\Omega t - \frac{1}{2}\beta$ . La partie non modulée des observables dépend de  $\beta$ , mais nous ne la détectons pas. Si l'intensité du laser est assez faible, la partie modulée des observables atomiques est donc :

$$\begin{aligned}
 (2) \rho_{b0}^1(\text{mod}) &= \frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi_e \cos \theta_e \sin 2\Omega t \\
 (2) \rho_{b1}^1(\text{mod}) &= -\frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(1)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{2} \sin \phi_e \sin \theta_e \sin 2\Omega t \\
 (2) \rho_{b0}^2(\text{mod}) &= -\frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{3}{2\sqrt{6}} \sin^2 \frac{\phi_e}{2} \sin^2 \theta_e \cos 4\Omega t \\
 (2) \rho_{b1}^2(\text{mod}) &= -\frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\phi_e}{2} \left[ \frac{1}{2} \sin 2\theta_e \cos 4\Omega t - i \sin \theta_e \sin 4\Omega t \right] \\
 (2) \rho_{b2}^2(\text{mod}) &= -\frac{nD|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(2)+2i\omega_b} (-)^{J_a+J_b+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\phi_e}{2} \left[ \frac{1+\cos^2 \theta_e}{2} \cos 4\Omega t - i \cos \theta_e \sin 4\Omega t \right]
 \end{aligned} \tag{33}$$

Nous retrouvons les caractéristiques principales de la détection modulée :

- L'orientation est modulée à  $2\Omega$  et l'alignement à  $4\Omega$ .
- La valeur du retard de phase  $\phi_e$ , de la lame biréfringente, n'est pas critique :  $\phi_e$  ne joue que sur l'amplitude des modulations. La modulation de l'orientation est maximum pour  $\phi_e = \pi/2$  (lame quart d'onde), tandis que la détection de l'alignement est maximum pour  $\phi_e = \pi$  (lame demi-onde tournante + polariseur = polariseur tournant).



3) Choix de la détection dans le cas d'une excitation modulée

Avec cette méthode, la détection est très simplifiée, car en isolant, dans la lumière de fluorescence, la composante modulée à  $2\Omega$ , on obtient l'orientation seule et la composante à  $4\Omega$  donne l'alignement seul. Le choix de la direction et de la polarisation de la détection a pour seul rôle de choisir la composante désirée de l'orientation ou de l'alignement et d'optimiser le signal.

Signalons simplement deux géométries expérimentales que nous avons utilisées :

• Géométrie n° 1

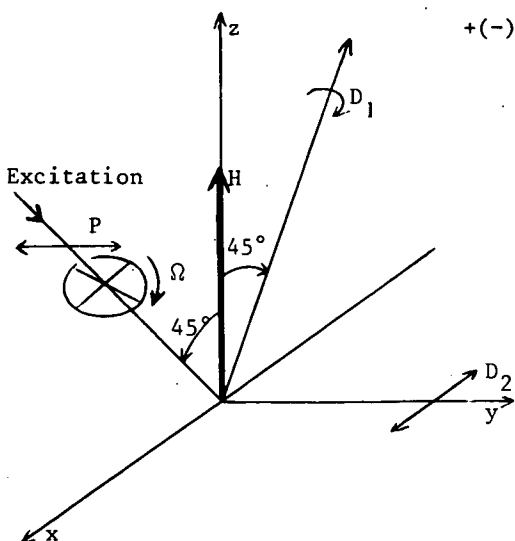
Le choix de cette géométrie a été guidé par le désir d'obtenir l'effet Hanle d'orientation sous une forme de Lorentz. En effet, cette forme est plus facile à analyser dans le cas du niveau inférieur, perturbé par le transfert radiatif à partir du niveau supérieur. Comme nous l'avons déjà signalé au paragraphe C-3, pour obtenir une courbe de Lorentz, il faut que la détection (de polarisation circulaire) se fasse suivant l'angle  $\phi = 0$  ou  $\phi = \pi$ , c'est-à-dire qu'il faut que la direction d'excitation, la direction de détection et le champ magnétique soient dans le même plan. Comme d'autre part, il faut que la détection soit perpendiculaire à l'excitation, nous avons fait le choix suivant (figure V-4) :

- excitation modulée ( $E_x$ ) :  $\theta_e = \frac{\pi}{4}$      $\phi_e = 0$  (par définition)
- détection circulaire ( $D_1$ ) :  $\theta_d = \frac{\pi}{4}$      $\phi_d = \pi$

(15-c) donne alors :

$$I_{bg}(D_1) = \frac{1}{3\sqrt{2}J_b+1} b\rho_0^0 + \frac{(-)^{J_b+J_g+1}}{2} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ b\rho_0^1 + \sqrt{2} \operatorname{Re} (b\rho_1^1) \right] \quad (34-a)$$

$$+ (-)^{J_b+J_g+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ \frac{1}{4\sqrt{6}} b\rho_0^2 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} (b\rho_1^2) + \frac{1}{4} \operatorname{Re} (b\rho_2^2) \right]$$



Le signal détecté à  $2\Omega$  est alors (cf. (33)) :

$$I_{bg}(D_1, 2\Omega) = \frac{nD|P_{ab}|^2}{4} A_{ag}^b(1) \sin 2\Omega t \sin \phi_e \frac{1}{\Gamma_b(1)} \left[ 1 - \frac{\Gamma_b(1)^2}{\Gamma_b(1)^2 + \omega_b^2} \right] \quad (34-b)$$

On peut simultanément mesurer  $\Gamma(2)$  en isolant la modulation à  $4\Omega$  de la lumière de fluorescence détectée derrière un polariseur rectiligne, perpendiculaire au champ magnétique : par exemple la voie  $D_2$  dans la direction  $Oy$  ( $\theta_d = \pi$ ,  $\phi_d = \frac{\pi}{2}$ ,  $\phi_e = 0$ ,  $\beta = \frac{\pi}{2}$ )

FIGURE V-4

$$l_{bg}(D_2) = \frac{1}{3\sqrt{2}J_b+1} b\rho_0^0 + (-)^{J_b+J_g+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} b\rho_0^2 - \mathcal{R}e(b\rho_2^2) \right] \quad (35-a)$$

$$l_{bg}(D_2, 4\Omega) = \frac{nD|P_{ab}|^2}{8} A_{ag}^b(2) \sin^2 \frac{\phi_e}{2} \left[ \cos 4\Omega t \left( \frac{3\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(2)^2+4\omega_b^2} - \frac{1}{\Gamma_b(2)} \right) - \sin 4\Omega t \frac{4\sqrt{2}\omega_b}{\Gamma_b(2)^2+4\omega_b^2} \right] \quad (35-b)$$

Suivant la phase de la détection synchrone utilisée à  $4\Omega$ , on obtient une courbe de Lorentz ou une courbe de dispersion.

### Géométrie n° 2

Le but de ce montage est de séparer rigoureusement (dans la mesure où les formules (33) sont valables) chaque observable transversale. Nous choisissons pour cela la direction d'excitation  $\phi_e=0$ ,  $\theta_e=\pi/2$  : on voit en effet (formules (33)) que dans ces conditions  $\rho_1^2$  est proportionnel à  $\sin 4\Omega t$  et  $\rho_2^2$  à  $\cos 4\Omega t$ . On peut donc les séparer par le choix de la phase de la détection.

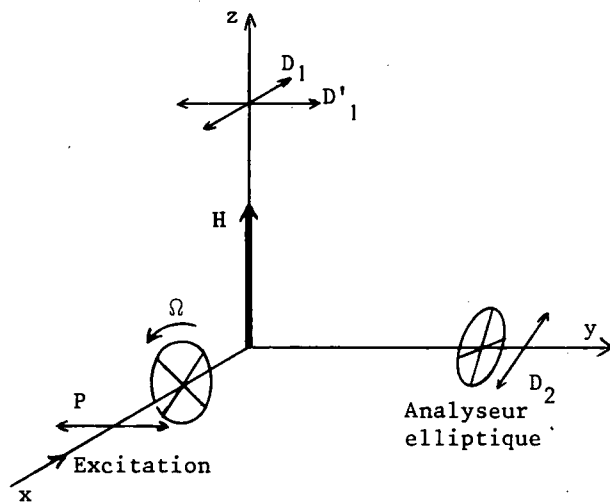


FIGURE V-5

pour éviter d'utiliser deux bancs d'optique différents ( $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$ ), on peut utiliser une polarisation elliptique. Pour une ellipticité donnée, la sensibilité de la détection de  $\rho_1^1$  est indépendante de l'orientation des axes, tandis que la sensibilité de la détection de  $\rho_1^2$  est maximum si les axes de l'ellipse sont à  $45^\circ$  du champ magnétique : il faudra donc choisir  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  (ligne neutre de la lame quart d'onde à  $45^\circ$  du champ magnétique). Le choix de l'angle  $\beta$  du polariseur permet de favoriser soit  $\rho_1^1$  soit  $\rho_1^2$ . Un bon compromis est obtenu avec  $\beta - \alpha = \frac{\pi}{8}$ . On obtient alors (cf. (15-c) et (33)) :

$$l_{bg}(D_2) = \frac{b\rho_0^0}{3\sqrt{2}J_b+1} + \frac{(-)^{J_b+J_g}}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \mathcal{R}e(i_b\rho_1^1) + (-)^{J_b+J_g+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} \left[ -\frac{b\rho_0^2}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{2}\mathcal{R}e(\rho_2^2) + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{I}m(i_b\rho_1^2) \right]$$

$$\begin{aligned}
 l_{bg}(D_2) = nD |P_{ab}|^2 A_{ab}^b(2) \sin^2 \frac{\phi_e}{2} & \left\{ \frac{\cos 4\Omega t}{8} \left[ \frac{1}{\Gamma_b(2)} + \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b^2(2) + 4\omega_b^2} \right] + \frac{\sin 4\Omega t}{2\sqrt{2}} \frac{\omega_b}{\Gamma_b^2(2) + \omega_b^2} \right\} \\
 & + \frac{nD |P_{ab}|^2}{2\sqrt{2}} A_{ag}^b(1) \sin \phi_e \sin 2\Omega t \frac{\omega_b}{\Gamma_b^2(1) + \omega_b^2} + \text{termes non modulés}
 \end{aligned} \tag{36-b}$$

En détectant la modulation à  $2\Omega$ , on obtiendra une courbe de dispersion donnant  $\Gamma_b(1)$ . En détectant  $\sin 4\Omega t$ , on obtiendra une courbe de dispersion de largeur  $2\Gamma_b(2)$ , issue uniquement de  $\rho_1^2$ .

#### 4) Avantages et inconvénients de l'excitation de polarisation modulée

##### Inconvénients de la méthode

Cette méthode de polarisation modulée à l'excitation présente un inconvénient important : les formules (33) ne sont valables que dans la mesure où les formules (16) le sont :

Il faut, en premier lieu, que le mécanisme de relaxation et l'excitation initiale par la décharge soient isotropes. En particulier, s'il existe des grandeurs anisotropes à l'ordre zéro, il est évident que les combinaisons de  $e_0$ ,  $e_1$  et  $e_{-1}$  intervenant dans les formules (16) sont modifiées et, par conséquent, on risque d'obtenir un mélange d'orientation et d'alignement pour chacune des fréquences  $2\Omega$  et  $4\Omega$ . Cependant, à l'aide des résultats de l'appendice D, on peut démontrer qu'un tel mélange n'existe pas en champ faible si, à l'ordre zéro, il n'y a pas d'orientation (uniquement de l'alignement) et si les modes sont symétriquement disposés autour de la fréquence centrale de la raie optique (donc  $\int I_\nu Y(\omega - \omega_\nu) = 0$ , car  $Y$  est pair).

Il faut, d'autre part, que l'intensité du laser soit assez faible pour que les formules au second ordre suffisent. Pour les ordres supérieurs, il est évident que la modulation de l'excitation n'est pas équivalente à la modulation de la détection : lorsqu'on module la polarisation à la détection, on observe, à la fréquence  $2\Omega$ , l'orientation globale créée par le laser à tous les ordres selon les formules du chapitre II. De même à  $4\Omega$ , on obtient l'alignement à tous les ordres et l'alignement seul. Par contre, lorsqu'on module la polarisation de l'excitation, les termes d'ordre supérieur à deux introduisent des harmoniques de  $2\Omega$  et de  $4\Omega$  dans l'orientation et l'alignement. Avec notre méthode de détection, nous ne trouvons donc pas tout l'alignement et toute l'orientation. De plus, on peut craindre de détecter de l'orientation à  $4\Omega$ .

En conclusion, les termes de saturation ne sont pas identiques avec les deux méthodes, mais l'extrapolation des mesures à intensité de laser nulle doit converger vers la bonne valeur dans les deux cas.

##### Avantages de la méthode

Les avantages sont d'ordre pratique plutôt que théorique. Nous en parlerons pourtant dès maintenant, car ils sont d'une très grande importance et justifient l'utilisation de cette méthode.

Les cellules que nous utilisons sont formées par un tube de silice étirée qui présente une importante biréfringence dont les lignes neutres sont parallèles et perpendiculaires à l'axe du tube. Nous avons pu le mettre en évidence en observant un important signal d'orientation (modulation  $2\Omega$ ) derrière un polariseur rectiligne à  $45^\circ$  de l'axe du tube.

Ceci n'est pas grave pour la détection d'une polarisation rectiligne parallèle ou perpendiculaire à l'axe du tube (expériences de DECOMPS). Par contre, on ne peut effectuer une détection parfaite ni en polarisation rectiligne oblique, ni en polarisation circulaire. Il en résulte que toute séparation des observables, basée sur une mesure du taux de polarisation de la lumière détectée, est imparfaite dans la majorité des cas.

La méthode de modulation de la polarisation à l'excitation ne se heurte pas à cette difficulté car la fenêtre d'entrée, collée au tube, est une lame de silice fondue parfaitement polie et presque orthogonale au faisceau laser : elle dépolarise donc très peu. D'autre part, la séparation des observables est basée sur la séparation électronique des fréquences  $2\Omega$  et  $4\Omega$ , et sur le choix de la phase de la détection : elle ne dépend pas de façon critique du choix des polarisations de la détection. Celles-ci ne jouent que sur l'amplitude du signal, donc sur la sensibilité de la détection. C'est particulièrement net dans le cas du montage n° 2, au paragraphe précédent.

Cet avantage est la raison principale du choix de cette méthode, cependant il y a d'autres avantages non négligeables :

- Avec une détection modulée, on mesure le taux de polarisation de la lumière quelle que soit son origine physique : on ne sépare pas l'effet du laser des effets parasites. Il faudrait donc comparer successivement une courbe avec laser et une courbe sans laser, ou alors, revenir aux méthodes (malcommodes dans les cas autres que  $\rho_2^2$ ) de l'opposition statique et de la modulation d'amplitude du laser. La méthode d'excitation par une polarisation modulée isole automatiquement l'effet du laser.

- Avec une seule lame quart d'onde tournante, on module toutes les observables des deux niveaux. Cette modulation est utilisable sur toutes les voies de détection avec une seule référence pour la détection de la phase. Dans le cas d'une modulation de la détection, il faudrait un système différent de lame quart d'onde tournante et de référence pour chaque voie. D'autre part, le faisceau laser est très étroit et il est plus facile, technologiquement, de faire une lame quart d'onde tournante de faible dimension.

C H A P I T R E   V I

E T U D E   E X P E R I M E N T A L E   D E   L A   R E P O N S E   L I N E A I R E

La mise en évidence expérimentale de l'effet Hanle sur la lumière de fluorescence émise par un laser à gaz a été réalisée par plusieurs auteurs, en particulier par JAVAN et al. (65) et par FORK, HARGROVE et POLLACK (64). Ces derniers ont également mis en évidence la modulation de la lumière de fluorescence à la fréquence de battement entre modes, lorsque ceux-ci étaient synchronisés par un modulateur placé dans la cavité laser. Cependant, les résultats de ces auteurs ne sont que qualitatifs car ceux-ci ont utilisé des modèles très simplifiés pour la relaxation et ils n'ont pas fait une étude systématique de l'influence des divers paramètres caractérisant le gaz.

C'est pourquoi, en ce qui concerne les effets linéaires, nous nous sommes surtout attachés à vérifier de façon détaillée et quantitative l'influence de la relaxation.

Toute cette étude expérimentale, comme celle des auteurs cités ci-dessus, a été effectuée sur le néon. En effet, le laser hélium-néon est le premier en date des lasers à gaz, et le mieux connu. Il est technologiquement facile à utiliser et peut osciller sur plusieurs raies, ce qui en fait une source de pompage optique très souple. D'autre part, le spectre du néon (figure VI-2), bien qu'il soit plus complexe que celui des alcalins ou du mercure, est assez simple pour être facilement analysé à l'aide de monochromateurs rudimentaires. Cette relative simplicité fait aussi du néon un objet de choix en spectroscopie pour les théoriciens qui l'ont abondamment étudié ces dernières années (59) : toute mesure précise de durée de vie de probabilité de transition et même de section efficace est de très grand intérêt pour tester la validité des théories spectroscopiques.

Les expériences présentées ici ont été réalisées sur trois montages différents. Les deux premiers, de conception identique, comportent une cellule d'étude placée à l'intérieur de la cavité laser. Nous les appellerons montages du type I. Ils ont servi pour toutes les vérifications de la théorie (tant linéaire que non linéaire) et pour la mesure, par B. DECOMPS, M. DUCLOY et E. GIACOBINO, des temps de relaxation de la population et de l'alignement de divers niveaux. Dans le troisième montage (montage de type II), la cellule est placée à l'extérieur du laser. Ce montage, utilisé pour l'étude de l'orientation, sera décrit au § D.

A - MONTAGES DU TYPE I : CELLULE DANS LA CAVITE LASER (figure VI-1)

Ce type de montage a été décrit de nombreuses fois, en particulier dans la thèse de B. DECOMPS (<sup>33</sup>), qui a longuement expliqué toutes les précautions nécessaires à son utilisation. Nous nous contenterons d'un bref rappel.

La cavité résonnante du laser est constituée par deux miroirs sphériques ( $R = 1,5; 2$  ou  $2,5$  m), espacés d'environ  $1,8$  m, ce qui donne un écart entre modes d'environ  $80$  MHz. L'oscillation laser est donc pratiquement toujours multimode.

A l'intérieur de cette cavité sont placés un tube amplificateur L et une cellule C, tous deux fermés par des fenêtres à l'incidence de Brewster, de façon à éviter les pertes par réflexion. Il en résulte que le faisceau laser est forcément de polarisation rectiligne.

Le tube amplificateur L est rempli d'un mélange hélium-néon excité par une décharge continue. La longueur de cette décharge est de  $1,20$  m. La composition du mélange, la pression totale et l'intensité de la décharge sont ajustées, dans le cas de chaque raie laser, pour obtenir la puissance maximum d'oscillation. Le choix de la raie laser est assuré, en général, par le choix des miroirs (multicouches diélectriques), dont le coefficient de réflexion n'est suffisant que dans une bande de fréquence étroite. Nous avons ainsi obtenu les raies laser suivantes (voir figure VI-2, page

$6.328 \text{ \AA}$	$3s_2 \leftrightarrow 2p_4$		$1,15 \mu$	$2s_2 \leftrightarrow 2p_4$
$6.401 \text{ \AA}$	$3s_2 \leftrightarrow 2p_2$	(note)	$1,52 \mu$	$2s_2 \leftrightarrow 2p_1$
$7.305 \text{ \AA}$	$3s_2 \leftrightarrow 2p_1$		$3,39 \mu$	$3s_2 \leftrightarrow 3p_4$

On peut obtenir d'autres raies laser à l'aide d'un prisme placé dans la cavité; c'est en particulier le cas de la raie  $6.118 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \leftrightarrow 2p_6$ ). Mais ces raies n'ont pas encore été exploitées systématiquement.

La raie  $3,39 \mu$  a un gain considérable et oscille quel que soit le choix des miroirs. Pour obtenir une oscillation sur les autres raies issues du niveau  $3s_2$ , et pour éviter un pompage optique parasite par la raie  $3,39 \mu$ , il est nécessaire de bloquer l'oscillation de celle-ci en introduisant du méthane dans tous les espaces libres de la cavité laser.

La cellule C, comme le tube L, a un diamètre intérieur de  $3$  mm, mais elle est beaucoup plus courte ( $5$  cm) de façon à très peu affecter l'oscillation laser. Comme L, elle est reliée à un banc de pompage permettant d'ajuster la pression et la composition du mélange hélium-néon. Elle est également

-----  
 (note) Cette raie s'obtient en utilisant des miroirs trop convergents pour la raie  $6.328 \text{ \AA}$  (DECOMPS a décrit le montage (<sup>33</sup>)). La raie  $6.401 \text{ \AA}$  subsiste car la dispersion anormale, due à la proximité de la raie  $6.402 \text{ \AA}$ , produit un effet de lentille qui compense la courbure excessive des miroirs (<sup>60</sup>).

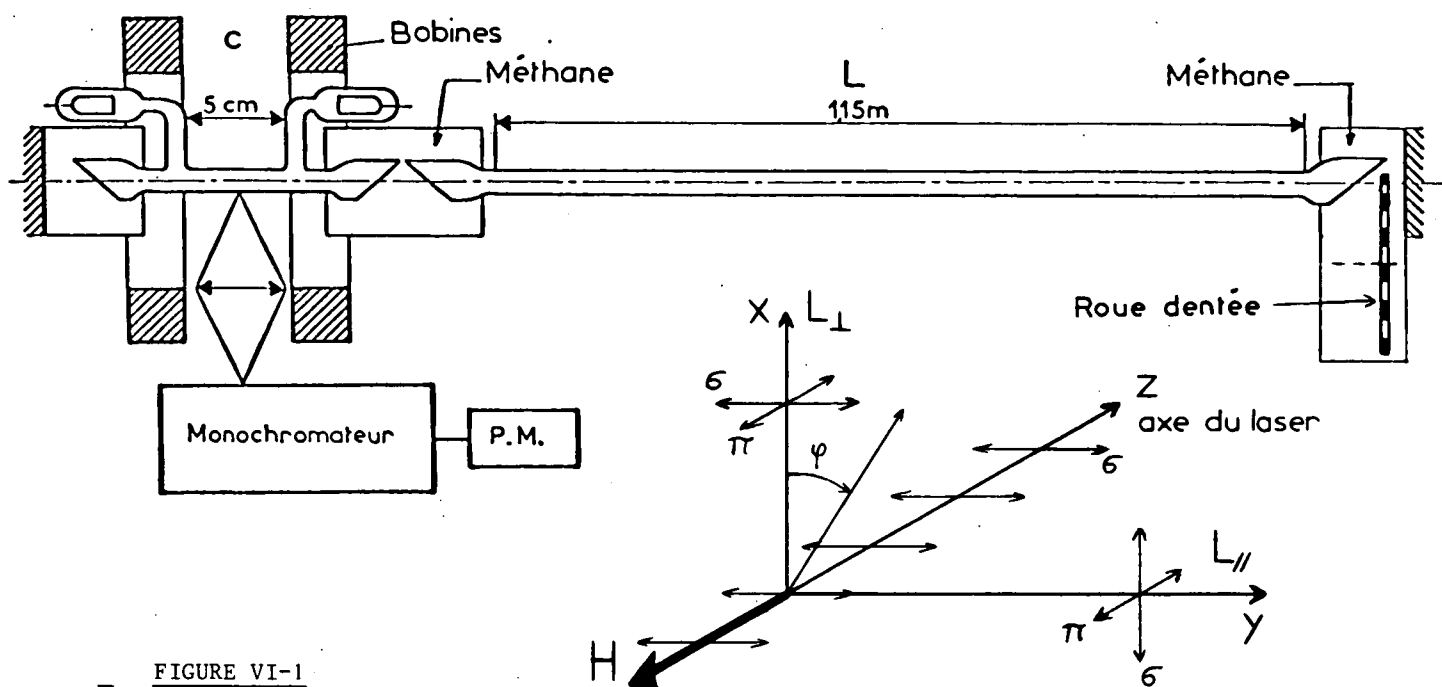


FIGURE VI-1

soumise à une décharge continue. De plus, elle est placée dans un champ magnétique axial, créé par une paire de bobines en position de Helmholtz (homogénéité  $5.10^{-3}$ ). En raison de la petite taille de la cellule et des bobines qui créent le champ magnétique, ce dernier n'a en général aucune influence détectable sur la puissance du laser. Cependant, ce n'est pas le cas pour la raie laser  $1,52 \mu$ , lorsque la cellule contient du néon pur à forte pression : ce milieu étant très absorbant pour la raie  $1,52 \mu$  <sup>(61)</sup>, les résonances de saturation produites par le champ magnétique (cf. chap. VII) réagissent sur le fonctionnement du laser. Nous essayons autant que possible d'éviter de tels cas.

La détection de la lumière de fluorescence, à l'aide de monochromateurs et de photomultiplicateurs (EMI 9558 QB), s'effectue perpendiculairement à l'axe de la cellule, dans deux directions parallèle et perpendiculaire au plan de polarisation du laser. Dans chacune de ces directions, un polariseur permet de détecter la composante  $\pi$  ou la composante  $\sigma$ . La géométrie de la détection est montrée sur la figure VI-1. Avec les notations du chapitre V (figure V-1), on voit que l'excitation laser est caractérisée par  $\theta_e = 0, \phi_e = 0, \beta_e = 0$ , la détection  $L_{//}^{\pi}$  ou  $\sigma$  par  $\theta_d = \frac{\pi}{2}, \phi_d = \frac{\pi}{2}, \beta_d = 0$  ou  $\frac{\pi}{2}$  et la détection  $L_{\perp}^{\pi}$  ou  $\sigma$  par  $\theta_d = \frac{\pi}{2}, \phi_d = 0, \beta_d = 0$  ou  $\frac{\pi}{2}$  (note). Cette détection est donc la meilleure pour l'étude de l'alignement (formules (V,21), (V,23) et (V,26)). De plus, le montage est prévu pour une éventuelle détection suivant les angles  $\phi_d = \frac{\pi}{4}$  et  $\frac{3\pi}{4}$ .

Dans la plupart des expériences, on ne s'intéresse qu'aux modifications de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser. Dans ces cas, pour améliorer le rapport signal sur bruit, l'oscil-

(note) Ce ne sont pas les notations de DECOMPS (réf. <sup>(33)</sup>, fig.1-IV) : nous avons changé le nom des axes car nous n'avons pas pris la même définition de  $\phi$ . En effet, notre définition est plus commode pour une généralisation à un angle  $\theta$  quelconque.

lation laser est interrompue périodiquement par une roue dentée placée dans la cavité (130 cycles/s). Le courant photoélectrique est alors détecté à l'aide de détecteurs synchrones.

#### Avantages du montage

- La cellule placée à l'intérieur de la cavité est soumise à une forte densité lumineuse pompante. En effet, nous obtenons à l'extérieur de la cavité une puissance de l'ordre de 1mW avec des miroirs dont le coefficient de transmission est de quelques pour mille : ceci donne donc une puissance de l'ordre de 1W dans la cellule. Les modifications produites par l'irradiation laser sont donc importantes, il en est de même des effets non linéaires.

- Contrairement aux nombreuses expériences réalisées sur le tube laser lui-même, le montage avec une cellule séparée permet l'utilisation de conditions de pression et de décharge très variées.

#### Limitations

- La polarisation du laser est forcément rectiligne : ceci est un avantage pour l'étude de l'alignement mais interdit l'étude de l'orientation. Ceci justifie la construction du montage de type II.

- Il est difficile d'étudier l'effet de la puissance du laser sur les atomes. En effet, lorsqu'on atténue le laser en diaphragmant le faisceau du côté opposé à la cellule, on modifie sa géométrie (du fait de la diffraction, cette modification est peu importante au niveau de la cellule) et surtout on change le nombre de modes. Ce défaut existe toujours quelle que soit la méthode utilisée pour atténuer le laser : que l'on agisse sur le gain du tube ou sur les pertes de la cavité, on diminue toujours la largeur spectrale de la zone où le gain dépasse les pertes. Ceci est très gênant pour l'étude des effets non linéaires, car les effets du quatrième ordre sont sensibles à  $\sum_{\nu} I_{\nu}^2$ , tandis que l'on mesure, à l'intérieur de la cavité, l'intensité globale  $\sum_{\nu} I_{\nu}$ .

#### B - RAPPEL DES RESULTATS OBTENUS PAR DECOMPS

Nous rappelons brièvement ici les résultats expérimentaux décrits dans la thèse de B. DECOMPS (33). En effet ses résultats fournissent une vérification de la théorie linéaire du chapitre IV, du moins en ce qui concerne l'effet Hanle. D'autre part, les valeurs numériques qu'il a obtenues pour les durées de vie, les probabilités de transition et les sections efficaces de collision, ainsi que les phénomènes physiques mis en évidence sont d'une grande utilité pour la comparaison avec les résultats nouveaux donnés dans les prochains paragraphes. Ces données sont également utiles pour la discussion des effets non linéaires de la troisième partie. Certains des résultats expérimentaux pro-



viennent des travaux de M. DUCLOY et E. GIACOBINO-FOURNIER <sup>(32)</sup><sup>(34)</sup><sup>(35)</sup>.

1) Vérfications de la théorie linéaire

Ces expériences constituent plutôt une vérification des hypothèses utilisées pour la relaxation qu'une vérification de la théorie de pompage optique avec un laser. En effet, comme nous l'avons vu au chapitre IV, l'effet Hanle obtenu avec un laser ne se distingue pas fondamentalement de celui que l'on obtiendrait avec une source conventionnelle.

• Le niveau supérieur b. Les vérifications énumérées ci-dessous ont été effectuées sur le niveau  $3s_2$  à l'aide des raies laser  $6.328 \text{ \AA}$  ( $\rightarrow 2p_4$ ),  $6.401 \text{ \AA}$  ( $\rightarrow 2p_2$ ) et  $7.305 \text{ \AA}$  ( $\rightarrow 2p_1$ ) (voir figure VI-2).

- La mesure de  $\Gamma_b(2)$  à partir de la largeur de l'effet Hanle est indépendante de la raie de fluorescence observée. La valeur extrapolée à intensité de laser nulle ne dépend pas de la raie laser utilisée : elle est caractéristique du niveau étudié. De plus, à la précision des mesures, la forme de l'effet Hanle est bien Lorentzienne ce qui confirme les formules (V,21) et (IV,25) pour  $\rho_2^2$ .
- La valeur de  $\Gamma_b(2) / \Gamma_b(0)$  extrapolée à intensité laser nulle est également indépendante des raies choisies, ce qui justifie la formule (V,27) et les expressions de  $\rho_2^2$ ,  $\rho_0^2$  et  $\rho_0^0$  dans (IV,25).
- La concordance des mesures de  $\Gamma_b(2) / \Gamma_b(0)$  à partir de R' (V,26) et de F (V,23) indique que  $\rho_2^2$  et  $\rho_0^2$  ont le même temps de relaxation, ce qui justifie les hypothèses d'isotropie de la relaxation et de l'excitation par la décharge (Remarque 1 du § V-C-2-e).

• Le niveau inférieur a. (niveau  $2p_4$  étudié à l'aide des raies  $6.328 \text{ \AA}$  et  $1,15 \mu$  et niveau  $2p_2$  étudié avec la raie  $6.401 \text{ \AA}$ ).

- Pour le niveau  $2p_4$ , le rapport apparent  $\left[ \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_a(0)} \right]^*$ , déduit des mesures de R' et de F, est différent suivant que l'on utilise les raies laser  $6.328 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ) ou  $1,15 \mu$  ( $2s_2 \rightarrow 2p_4$ ). D'autre part, à faible pression, cette quantité devient inférieure à 1, alors que l'on doit toujours avoir  $\Gamma_a(2) \geq \Gamma_a(0)$ . Ceci prouve l'existence du transfert par émission spontanée du niveau b vers le niveau a (formule (V,28) avec une valeur différente de  $\gamma_{ba}$  et des  $\Gamma_b(k)$  pour les deux raies laser).
- La déformation par transfert a été mise en évidence <sup>(30)</sup> sur les courbes d'effet Hanle du niveau  $2p_2$  (raie  $6.401$ ,  $J_b = 1 \leftrightarrow J_a = 1$ ) et non sur celles du niveau  $2p_4$  (raie  $6.328$ ,  $J_b = 1$ ,  $J_a = 2$ ). Ceci s'explique très bien avec les valeurs numériques de  $\gamma_{ba}$  et de  $\mathcal{J}_T(b,a,1,2)$ .

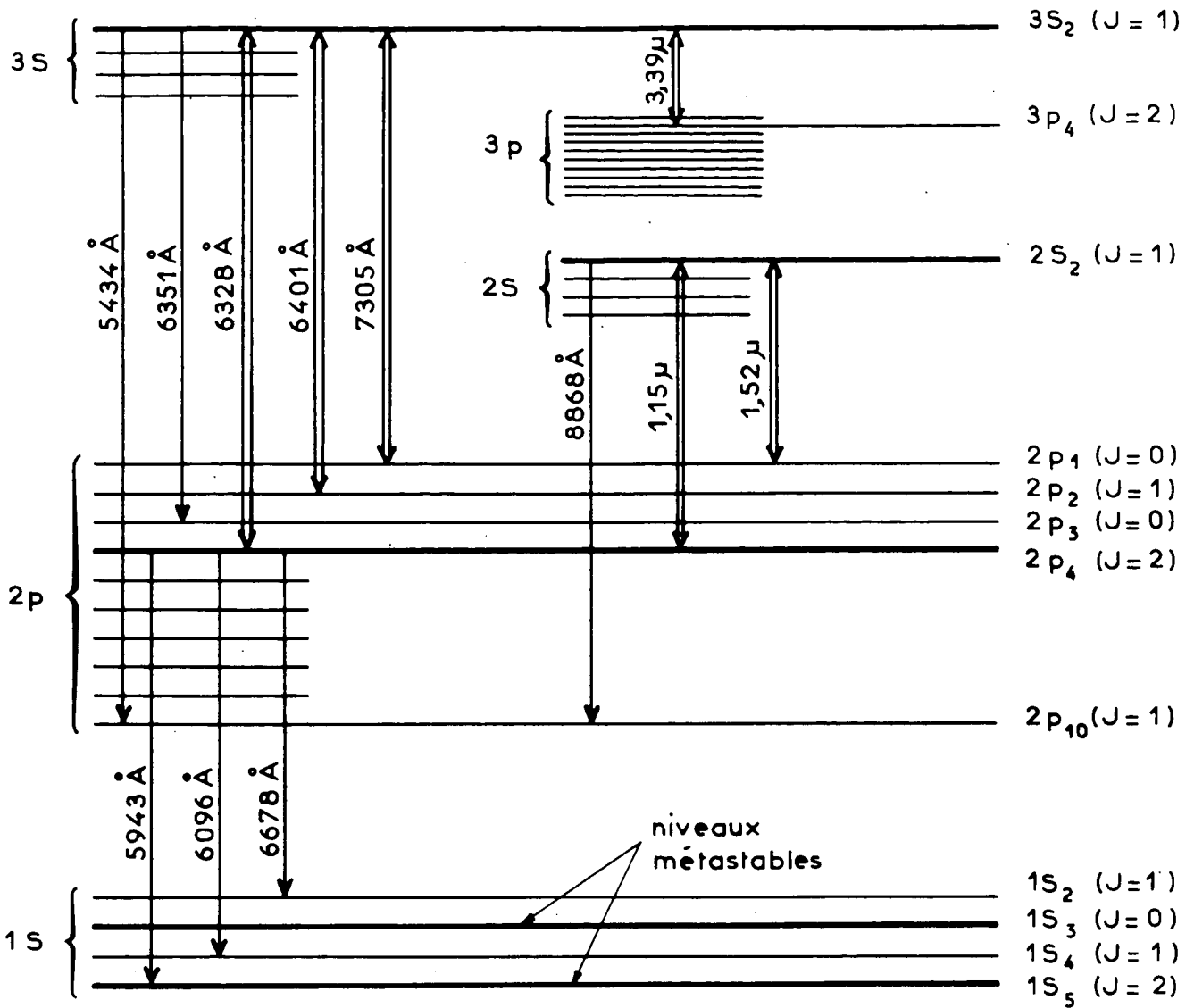


FIGURE VI-2 : Niveaux d'énergie du néon

## 2) Phénomènes étudiés et grandeurs mesurées

L'étude de  $\Gamma_{\alpha}(0)$  et  $\Gamma_{\alpha}(2)$  en fonction de la pression et du courant de décharge dans la cellule a permis de mettre en évidence

- La diffusion multiple sur les raies de résonance issues des niveaux 3s<sub>2</sub> et 2s<sub>2</sub> (en fonction de la pression de néon).
- La diffusion multiple sur les raies reliant les niveaux 2p<sub>2</sub> et 2p<sub>4</sub> aux niveaux métastables du groupe 1s. La population de ces métastables est fonction à la fois de la pression et de l'intensité de la décharge (affinement des courbes d'effet Hanle quand cette dernière croît).
- L'élargissement des niveaux 3s<sub>2</sub> et 2s<sub>2</sub> sous l'effet de la décharge, sans doute du fait des collisions électroniques.
- Comme il était évident, l'élargissement de tous les niveaux par la pression.

Cette étude a conduit aux mesures des tableaux VI-1 et VI-2. Dans ces tableaux, les valeurs des  $\Gamma_{\alpha}(k)$  sont données dans différentes unités, de façon à simplifier la comparaison avec les résultats d'autres auteurs.

	unités	3s <sub>2</sub>	2s <sub>2</sub>	2p <sub>4</sub>	2p <sub>2</sub>
Durée de vie τ	ns	19,1 ± 1	8,5 ± 1	17,0 ± 0,5	16,9 ± 0,8
Y <sub>α</sub> : largeur probabilité de transition	gauss	4,61 ± 0,27		5,14 ± 0,13	5,01 ± 0,24
	MHz	8,35 ± 0,45	18,7 ± 2	9,35 ± 0,25	9,40 ± 0,40
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup>	52,5 ± 2,6	117 ± 13	58,8 ± 1,5	59,1 ± 2,5
Γ(0) (limite des faibles pressions, raies de résonance totalement réabsorbées)	gauss	1,35 ± 0,07			
	MHz	2,45 ± 0,12	3,95 ± 0,6	= γ <sub>a</sub>	= γ <sub>a</sub>
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup>	15,4 ± 0,75	24,8 ± 4		
$\frac{\Delta\Gamma(0)}{P_{Ne}}$	gauss/Torr	0,52 ± 0,1		0,34 ± 0,1	0,055 ± 0,025
	MHz/Torr	0,94 ± 0,16	0,22 ± 0,08	0,62 ± 0,16	0,10 ± 0,05
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup> /Torr	5,9 ± 1	1,4 ± 0,5	3,9 ± 1	0,65 ± 0,3
$\frac{\Delta\Gamma(0)}{P_{He}}$	gauss/Torr	0,176 ± 0,07		0,29 ± 0,1	0,025 ± 0,02
	MHz/Torr	0,318 ± 0,13		0,53 ± 0,16	0,047 ± 0,038
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup> /Torr	2 ± 0,8	< 0,6	3,3 ± 1	0,3 ± 0,25
Γ(2) (limite des faibles pressions, raies de résonance totalement réabsorbées)	gauss	2,33 ± 0,06			
	MHz	4,22 ± 0,1	8,35 ± 0,55	= γ <sub>a</sub>	= γ <sub>a</sub>
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup>	26,5 ± 0,6	52,5 ± 3,5		
$\frac{\Delta\Gamma(2)}{P_{Ne}}$	gauss/Torr	1,30 ± 0,1		1,85 ± 0,1	0,582 ± 0,050
	MHz/Torr	2,36 ± 0,16	3,88 ± 0,5	3,36 ± 0,16	1,09 ± 0,09
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup> /Torr	14,8 ± 1	24,4 ± 3	21 ± 1	6,85 ± 0,60
$\frac{\Delta\Gamma(2)}{P_{He}}$	gauss/Torr	0,834 ± 0,1		2,98 ± 0,1	0,667 ± 0,060
	MHz/Torr	1,51 ± 0,16	1,24 ± 0,5	5,42 ± 0,16	1,25 ± 0,11
	10 <sup>6</sup> s <sup>-1</sup> /Torr	9,5 ± 1	7,8 ± 3	34 ± 1	7,86 ± 0,71

TABLEAU VI-1

Probabilités de transition :

$\gamma_{3s_2 \rightarrow 1p_0}$	$= 5,89 \pm 0,37$ MHz	$= 37,0 \pm 2,3 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	(résonance)
$\gamma_{3s_2 \rightarrow 2p_4}$	$= 0,515 \pm 0,080$ MHz	$= 3,2 \pm 0,5 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	( $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$ )
$\gamma_{3s_2 \rightarrow 2p_2}$	$= 0,18 \pm 0,09$ MHz	$= 1,1 \pm 0,5 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	( $\lambda = 6.401 \text{ \AA}$ )
$\gamma_{2s_2 \rightarrow 1p_0}$	$= 14,5 \pm 2,4$ MHz	$= 91 \pm 15 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	(résonance)
$\gamma_{2s_2 \rightarrow 2p_4}$	$= 1,53 \pm 35$ MHz	$= 9,6 \pm 2,2 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	( $\lambda = 1,15 \mu$ )

TABLEAU VI-2

C - MODULATION DE LA LUMIERE DE FLUORESCENCE A LA FREQUENCE DE BATTEMENT ENTRE MODES

Dans la théorie linéaire, nous avons montré que les grandeurs atomiques et, par conséquent, la lumière de fluorescence, devaient être modulées à la fréquence de battement entre les modes du laser. Ceci est un aspect intéressant et beaucoup plus spécifique du pompage optique par un laser : il était donc très intéressant de mettre en évidence expérimentalement cette modulation.

1) Méthode d'observation de la modulation

La modulation de la lumière de fluorescence a été recherchée sur un montage du type I, à l'aide de photomultiplicateurs 150 UVP, dont l'impédance de sortie était adaptée pour une bande de fréquence centrée sur la fréquence de 82,5 MHz correspondant à l'écart entre modes. Le signal obtenu était ensuite détecté par un analyseur de spectres (Singer). Cet appareil donne directement, sur un tube cathodique, l'amplitude de la modulation (Y) en fonction de la fréquence (X) (figure VI-3). La fréquence est balayée périodiquement en fonction du temps (balayage en dents de scie) : le signal Y, qui peut être sorti de l'appareil, se présente donc comme une succession périodique d'impulsions dont la largeur est déterminée essentiellement par la bande passante de l'analyse et la hauteur par l'amplitude de la modulation (supposée monochromatique). Il est donc possible de mesurer l'amplitude de la modulation de la lumière de fluorescence en envoyant le signal Y de l'analyseur de spectres dans un amplificateur sélectif, accordé sur la fréquence de balayage (5 Hz), et suivi d'une détection.

Comme nous le discuterons au paragraphe suivant, l'étude du battement des modes du laser est primordiale pendant la détection de la modulation de la lumière de fluorescence. Pour cela,

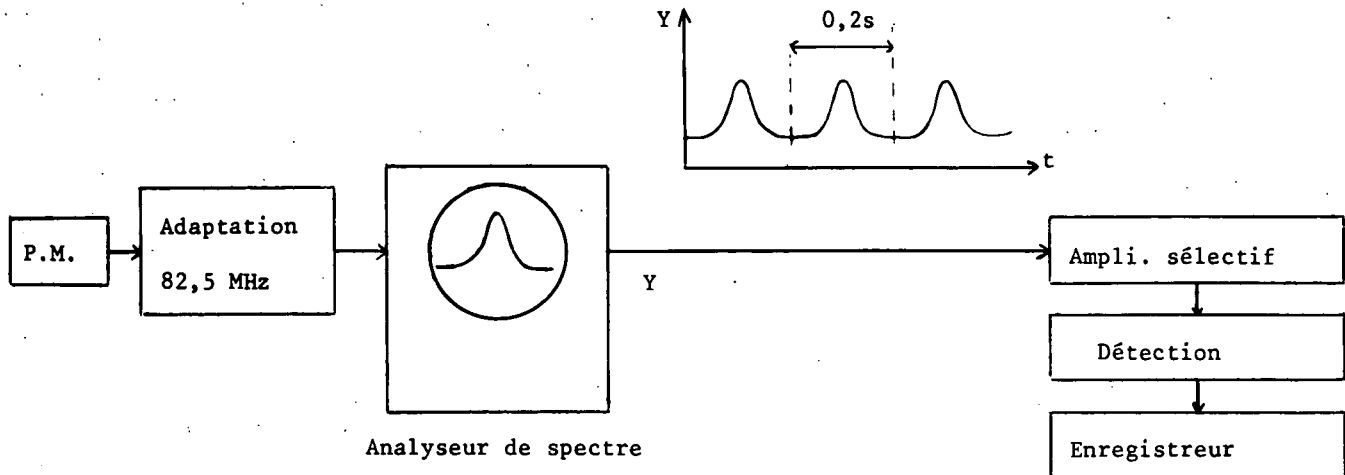


FIGURE VI-3

ce battement est directement détecté par une photodiode rapide sur laquelle est focalisé le faisceau laser. Le signal issu de la photodiode est également étudié à l'aide de l'analyseur de spectre.

Pour nous permettre de contrôler constamment le battement direct pendant l'enregistrement de l'amplitude de la modulation, un système de commutation permet d'alterner, un balayage sur deux, la modulation issue du photomultiplicateur et le battement issu de la photodiode. Un système de commutation synchronisé avec le précédent permet d'isoler les deux types de signaux à la sortie Y de l'analyseur.

## 2) Conditions de fonctionnement du laser (synchronisation des modes)

Comme nous l'avons signalé au paragraphe IV-C-4, l'amplitude de la modulation dépend, de façon très critique, de la structure des modes du laser. De fait, nous ne sommes parvenus à mettre en évidence la modulation que dans un seul cas expérimental : le cas de la synchronisation des modes.

Il est donc intéressant de décrire ici les différents types de comportement des lasers utilisés. Cette description est d'autant plus utile qu'elle sera indispensable à la compréhension de certains effets non linéaires de la troisième partie. L'étude rapportée ici a surtout été faite sur la raie  $6.328 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \leftrightarrow 2p_4$ ), mais elle est aussi valable pour les autres raies visibles et, sans doute aussi, en proche infrarouge (à l'exclusion de  $3,39 \mu$ ). Les deux principaux moyens d'étude sont la détection des battements entre modes et l'analyse des modes au Fabry-Perot (plan, épaisseur = 10 cm).

### a) Modes désynchronisés

A forte puissance du laser, lorsque les réglages sont optimisés pour obtenir l'intensité totale maximale, on observe le comportement suivant :

- Le faisceau observé sur un écran présente plusieurs tâches caractéristiques de la présence de modes obliques. Ceci provient de l'utilisation de miroirs de fort rayon de courbure ( $L = 1,80 \text{ m}$ ,  $R = 2 \text{ m}$  ou  $1,50 \text{ m}$ ).

- En plus des battements aux fréquences attendues ( $\frac{nc}{2L} = n \times 82,5 \text{ MHz}$ ), existent des battements à fréquence intermédiaire, ce qui confirme la présence de modes obliques. La fréquence de ces battements est compatible avec les fréquences calculées en fonction du rayon de courbure des miroirs à l'aide des formules de BOYD et KOEGLNIK (62).
- Si l'on observe la structure du battement à 83 MHz, on obtient un très grand nombre de fréquences fluctuant rapidement en amplitude et en position. Ceci prouve que les modes ne sont pas équidistants. A très forte puissance, ces battements s'étendent sur une largeur spectrale de l'ordre de 1 MHz (fig. VI-4-a).
- L'observation des modes au Fabry-Perot montre une douzaine de modes axiaux. On observe également les modes obliques intercalés entre les modes axiaux (fig. VI-6-b), lorsque l'on collecte la lumière de tout le faisceau (les deux types de modes étant géométriquement séparés, on ne les observe pas souvent simultanément). Lorsqu'on fait un balayage rapide et périodique de Fabry-Perot, on observe que les modes ont une intensité qui fluctue très rapidement dans le temps, deux modes voisins étant généralement d'intensité très différente à un instant donné. Ceci semble indiquer une compétition très forte entre modes voisins : à un instant donné, un mode l'emporte sur ses voisins, puis à l'instant suivant, c'est un autre mode qui devient prépondérant. Sur la figure VI-7, on montre deux balayages successifs du Fabry-Perot (fréquence de répétition 30 Hz).

Ce type de fonctionnement se caractérise donc par des modes non équidistants et instables tant en fréquence qu'en amplitude, ainsi que par la présence de modes obliques. L'intensité totale reste assez stable mais présente un bruit haute fréquence.

Lorsqu'on diaphragme progressivement le faisceau laser (dans la cavité), on voit disparaître les modes obliques. Le spectre de battement se purifie. On observe fréquemment un spectre constitué d'une composante centrale (instable sur quelques dizaines de kHz) entourée de deux satellites à 0,5 MHz (fig. VI-4-b). Si l'on diaphragme davantage, les satellites disparaissent et l'on obtient un fonctionnement en modes axiaux purs, mais non équidistants (fig. VI-4-c et d). Enfin, on obtient la synchronisation des modes.

#### b) Modes synchronisés

Brusquement, le battement devient monochromatique et stable (fig. VI-4-e et f). Il n'est pas possible de déterminer sa largeur qui est inférieure à toute largeur instrumentale réalisable. Ceci indique que les modes sont alors équidistants. Nous n'avons évidemment pas d'indication directe sur leurs phases relatives, mais tout porte à croire que les modes sont non seulement "bloqués" (= équidistants), mais aussi "synchronisés" : suivant la terminologie définie au § IV-C-4, ceci signifie que tous les modes sont en phase à intervalles de temps réguliers (intensité du laser modulée en impulsions brèves), c'est-à-dire que  $\cos(\phi_{\nu} - \phi_{\nu-p} - \phi_{\nu'} + \phi_{\nu'-p}) = 1$ , dans la formule (IV,36), quels que soient  $\nu$ ,  $\nu'$  et  $p$ . Nous pensons que les modes sont effectivement synchronisés, car les battements entre modes

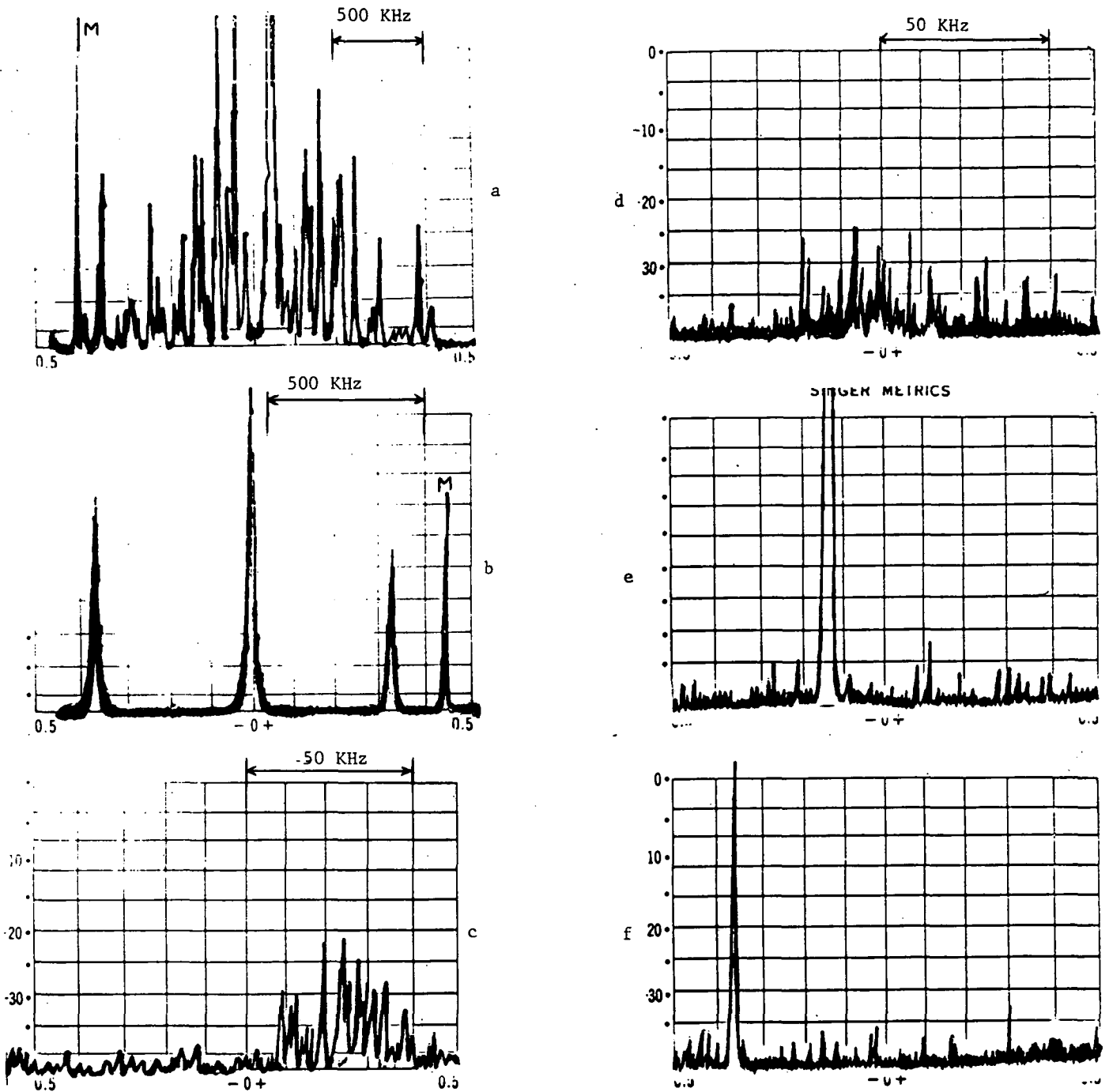


FIGURE VI-4 - Spectres de battement entre modes (raie 6.328 Å - fréquence de battement  $\sim 82,5$  MHz) observés sur l'analyseur de spectres

La photo 4-a représente le spectre de battement lorsque l'intensité laser est maximum. De la figure 4-a à la figure 4-c, on a fait décroître la puissance du laser et, au fur et à mesure, on a augmenté la dispersion de l'analyseur de spectres. Sur la figure 4-b, on voit deux satellites autour du battement central (modes obliques). Les pics marqués M sont des signaux de marquage générés par l'analyseur pour le repérage des fréquences.

Les photos 4-d à 4-f montrent l'apparition de la synchronisation des modes (4-e) et le déplacement de la fréquence de battement lorsque l'on fait décroître davantage l'intensité du laser. Ces trois photos ont été prises avec le même réglage de l'analyseur de spectres. La photo 4-d a été prise dans les mêmes conditions que la photo 4-c (laser faible juste avant l'apparition de la synchronisation des modes).

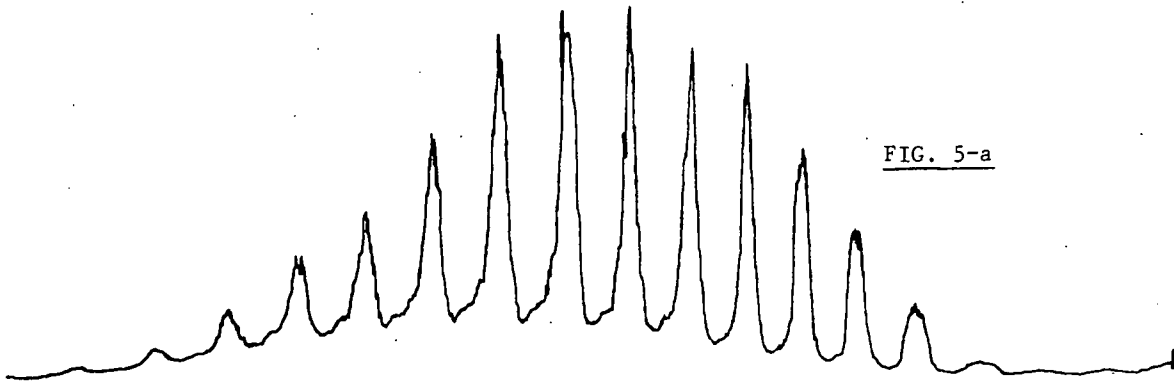


FIG. 5-a



FIG. 5-b

FIG. 6-a

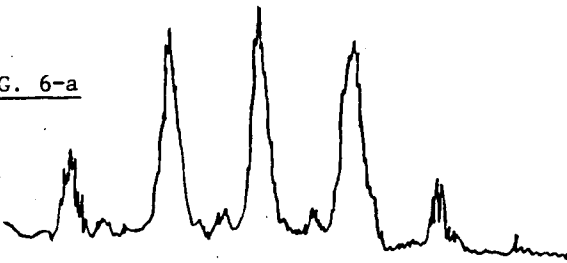


FIG. 7-a

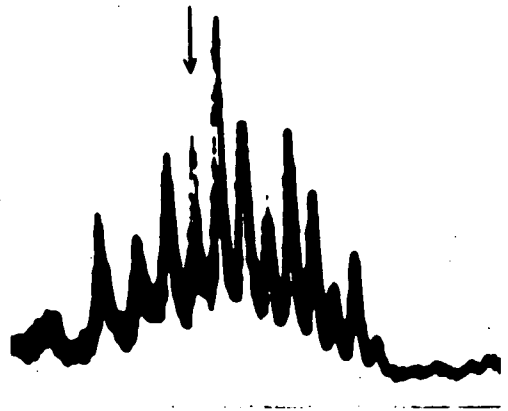


FIG. 6-b

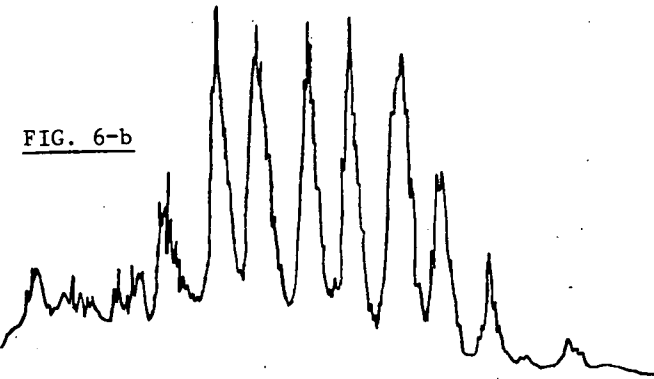
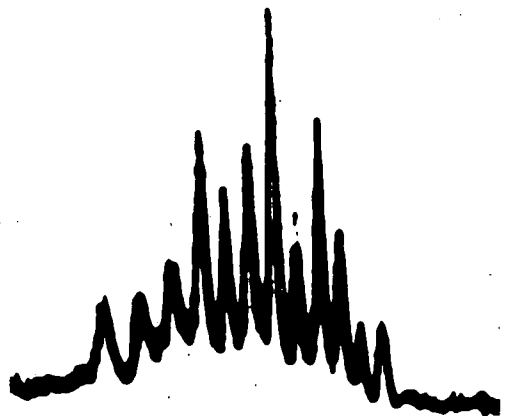


FIG. 7-b



#### OBSERVATION DES MODES DU FABRY-PEROT

**FIGURE VI-5 :** Raie 6.328 Å. Balayage lent. Enregistrement avec une grande constante de temps (instabilités moyennées). 5-a : puissance maximum. 5-b : modes synchronisés.

**FIGURE VI-6 :** Raie 7.305 Å. Même méthode que ci-dessus. L'enregistrement 6-b montre l'apparition de modes obliques intercalés entre les modes axiaux.

**FIGURE VI-7 :** Raie 6.328 Å. Balayage rapide (0,015 s). Photos sur oscillographe cathodique. La deuxième photo a été prise environ 5 secondes après la première. On observe de grandes fluctuations de l'intensité des modes. Sur la photo 7-a, on observe pour l'un des modes (marqué d'une flèche) la rémanence du balayage précédent : en 0,03 s l'intensité de ce mode a considérablement changé.



sont très intenses, mais surtout en raison du comportement des résonances de saturations observées dans ce cas. Nous étudierons ceci très en détail au chapitre VII (§ D), et au chapitre VIII (§ A -4 ), nous montrerons que la synchronisation des modes n'est pas tellement surprenante.

Cette synchronisation se produit toujours pour une faible intensité du laser, cependant l'analyse au Fabry-Perot indique la présence d'un nombre de modes presque aussi important qu'en laser fort ( $\sim 10$  pour la raie 6.328, cf. fig. VI-5-b). Ces modes sont d'intensité plus uniforme. Les fluctuations d'intensité (dans le temps) subsistent encore, mais sont nettement plus faibles.

Les conditions d'obtention de la synchronisation spontanée de modes ne sont pas très reproductibles. Il est net que ce phénomène est favorisé par un léger dérèglement du parallélisme des miroirs (il est alors à peine nécessaire de diaphragmer le faisceau) et que le choix du rayon de courbure de ceux-ci a une influence.

REMARQUE.

De façon exceptionnelle, nous avons obtenu des types de fonctionnement différents de ceux décrits ici, par exemple un battement à 82,5 MHz formé de beaucoup de composantes équidistantes et stables. Un autre type de fonctionnement exceptionnel est décrit (pour la raie 6.401 Å) au § VII -F-5 à pleine puissance les modes étaient parfaitement synchronisés mais un mode sur deux n'oscillait pas (pas de battement d'ordre  $p$  impair).

c) Obtention de la modulation de la lumière de fluorescence

Nous avons nettement mis en évidence la modulation à 82,5 MHz sur les raies issues du niveau  $2p_4$  lorsque le laser  $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$  fonctionne en modes synchronisés (figure VI-8). Dans le cas désynchronisé, au contraire, la modulation n'a jamais pu être observée; ceci s'explique par plusieurs raisons :

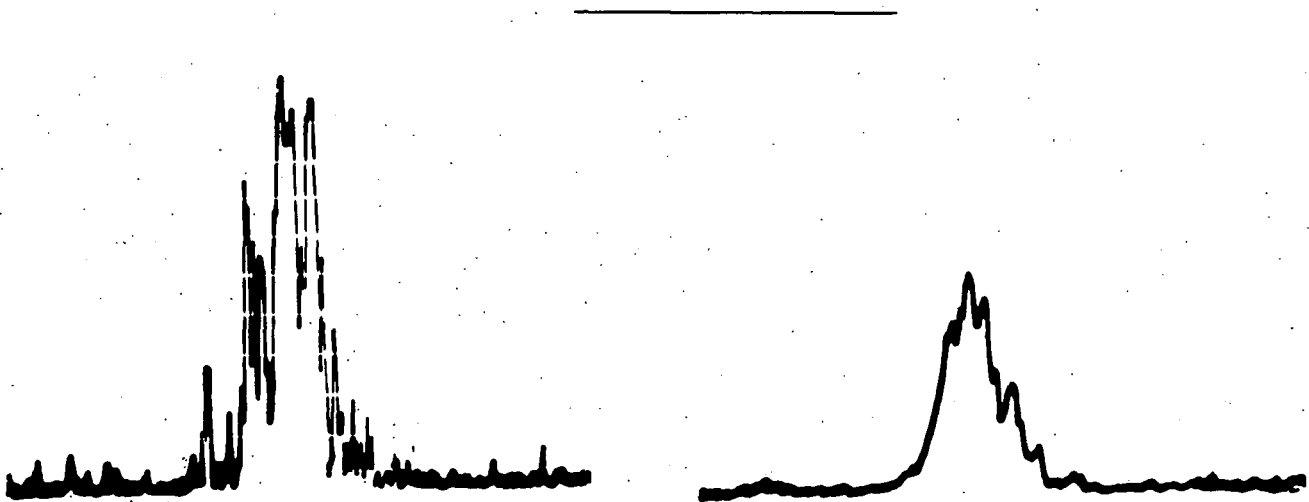


FIGURE VI-8 : Modulation de la lumière de fluorescence observée sur l'analyseur de spectres  
Raie laser : 6.328 Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ). Raie de fluorescence : 6.096 Å ( $2p_4 \rightarrow 1s_4$ ). Fréquence du battement : environ 83 MHz. Les deux photos correspondent à deux réglages différents de la bande passante de l'analyseur

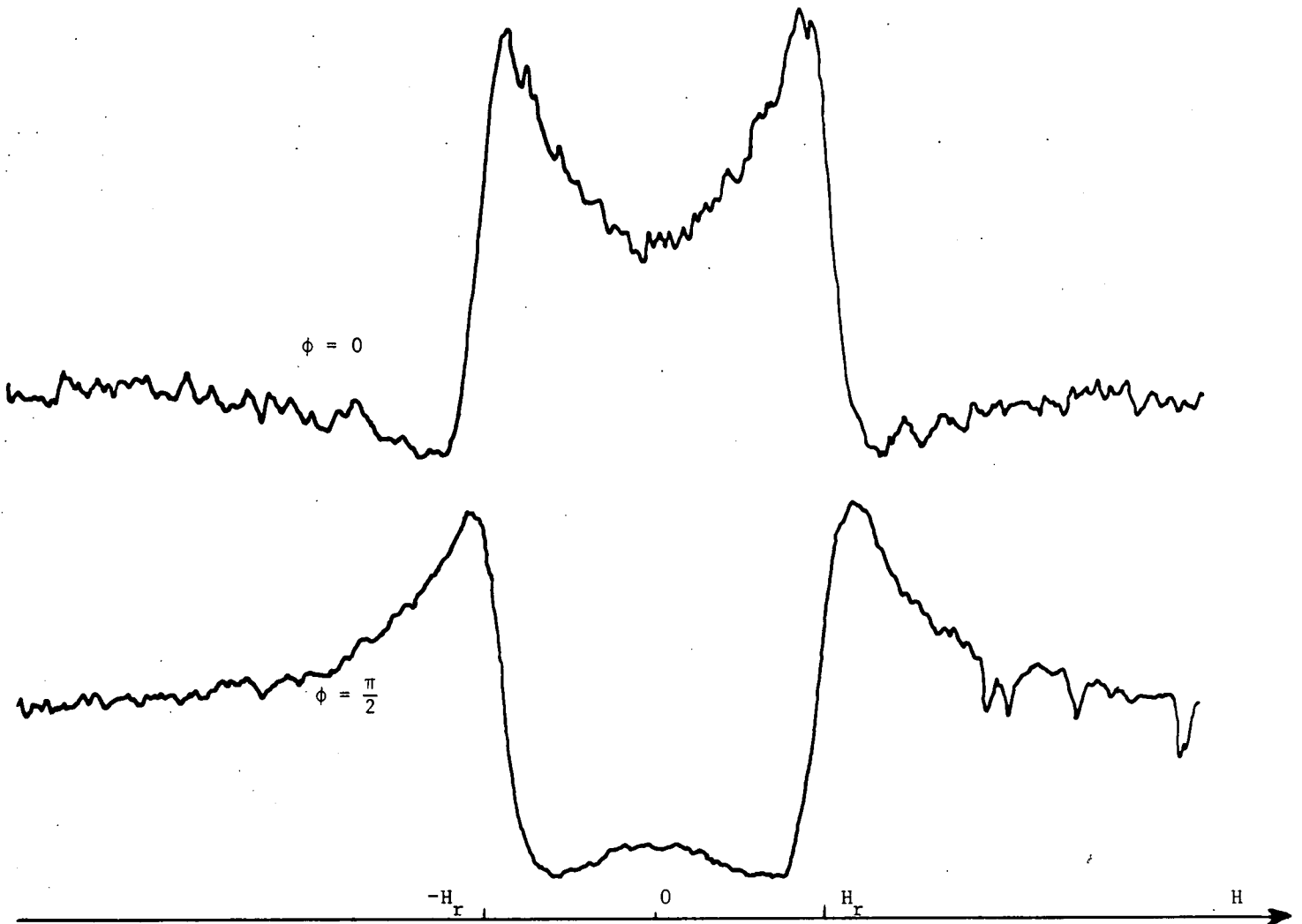


FIGURE VI-9 : Enregistrement de l'amplitude de la modulation à 82,5 MHz de la raie 6.096 Å (Laser 6.328Å) en fonction du champ magnétique.

- Le terme  $\cos(\phi_{\nu} - \phi_{\nu-p} - \phi_{\nu} + \phi_{\nu-p})$  disparaît dans (IV,36), ce qui réduit la puissance de modulation par un facteur de l'ordre de  $N - 1$  ( $N$  : nombre de modes).
- A chaque instant, il y a une grande différence d'intensité entre deux modes voisins, le produit  $I_{\nu} I_{\nu-1}$  est donc plus faible que si les deux modes étaient d'égale intensité.
- L'instabilité de la fréquence de battement nous oblige à prendre la bande passante de la détection plus large qu'en modes synchronisés, ce qui a pour effet d'augmenter le bruit.

REMARQUE.

FORK, HARGROVE et POLLACK (<sup>63</sup>)(<sup>64</sup>) ont observé la modulation de la lumière de fluorescence en imposant la synchronisation des modes par un modulateur placé dans la cavité laser. Cette méthode est évidemment plus commode, car elle permet d'avoir des modes synchronisés avec une puissance quelconque du laser.

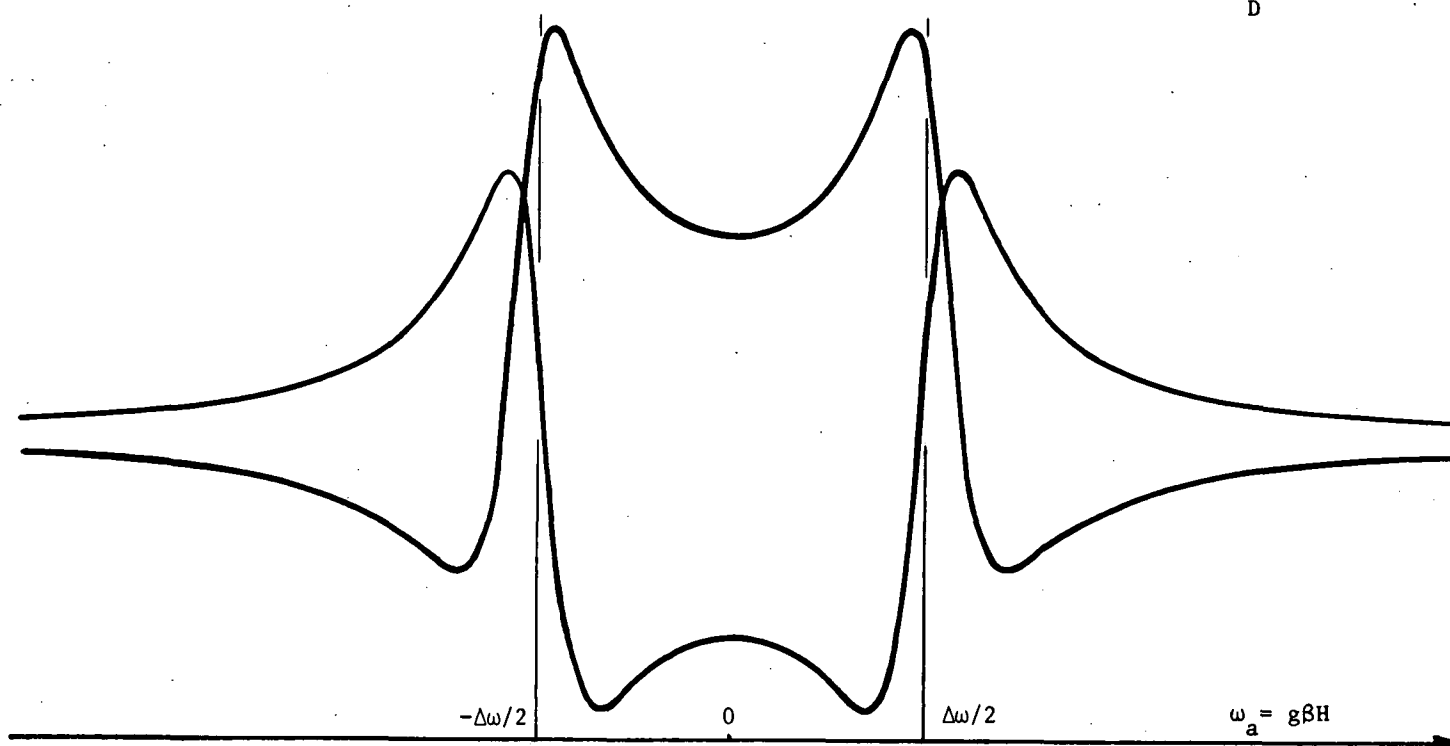


FIGURE VI-10 : Courbes théoriques donnant l'amplitude de la modulation pour les deux directions d'observation. Ces courbes ont été calculées à l'aide de la formule (VI,2) avec les valeurs :  $\Delta\omega = 82,5$  MHz,  $\Gamma_a(0) = 9$  MHz,  $\Gamma_a(2) = 16$  MHz (Remarque : l'origine des ordonnées a été déplacée pour la mise en page; en fait, elle est nettement plus bas).

### 3) Amplitude de la modulation en fonction du champ magnétique

Par la méthode décrite au § C-1, nous avons mesuré l'intensité de la modulation à 82,5 MHz ( $p = 1$ ) en fonction du champ magnétique. La figure VI-9 montre les courbes obtenues dans les directions d'observation  $\phi = 0$  et  $\phi = \frac{\pi}{2}$  ( $L_{\perp}$  et  $L_{//}$ ) avec la raie de fluorescence 6.096 Å ( $2p_4 \rightarrow 1s_4$ ), lorsque le niveau  $2p_4$  est pompé par la raie laser 6.328 Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ). Nos courbes sont analogues à celles de FORK et al. (64).

Pour comparer les courbes expérimentales aux résultats du chapitre IV, § C, nous utilisons l'expression (IV,27) des termes modulés de la matrice densité. Bien que cette expression ait été établie uniquement pour le niveau supérieur de la transition laser, nous l'appliquons au niveau  $2p_4$  qui est un niveau inférieur : ceci se justifie car d'une part le transfert d'alignement est toujours négligeable dans ce cas (raie  $J = 1 \rightarrow J = 2$ ) et, d'autre part, le transfert de population joue un rôle peu important, puisque les termes correspondants ne présentent pas de résonance. En reportant (IV,27) dans l'expression (V,15-c) de la lumière de fluorescence, on obtient le terme modulé à la fréquence  $\Delta\omega$  (rappelons que  $J_{2p_4} = 2$ ,  $J_{3s_2} = J_{1s_4} = 1$  et que l'excitation comme la détection se fait en polarisation  $\sigma$ ) :

$$\begin{aligned}
 I_{a \rightarrow g}^{\sigma}(\Delta\omega) &= \frac{1}{3\sqrt{5}} {}^{(2)}\rho_{a1_0}^{\sigma}(\Delta\omega) + \frac{\sqrt{21}}{30} \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} {}^{(2)}\rho_{a1_0}^{\sigma 2} + \text{Re}({}^{(2)}\rho_{a1_2}^{\sigma 2}(\Delta\omega)) \right] \quad (1) \\
 &= \frac{2n_1}{45} |P_{ab}|^2 \sum_{\nu} \frac{X(\omega_{\nu} - \omega - \frac{\Delta\omega}{2})}{\Delta\nu} \sqrt{I_{\nu} I_{\nu-1}} \mathcal{R}e \left\{ e^{i\Delta\omega t} \left[ \frac{1}{\Gamma_a(0) + i\Delta\omega} + \frac{7}{40} \left( \frac{1}{\Gamma_a(2) + i\Delta\omega} \pm \frac{3/2}{\Gamma_a(2) + i(\Delta\omega + 2\omega_a)} \pm \frac{3/2}{\Gamma_a(2) + i(\Delta\omega - 2\omega_a)} \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Le signe  $\pm$  correspond aux deux directions de détection. Avec notre méthode de détection, nous mesurons l'amplitude de cette modulation; elle est proportionnelle à :

$$\left| \frac{1}{\Gamma_a(0)+i\Delta\omega} + \frac{7}{40} \left( \frac{1}{\Gamma_a(2)+i\Delta\omega} \pm \frac{3/2}{\Gamma_a(2)+i(\Delta\omega+2\omega_a)} \pm \frac{3/2}{\Gamma_a(2)+i(\Delta\omega-2\omega_a)} \right) \right| \quad (2)$$

Sur la figure (VI-10), nous avons représenté la forme de courbe obtenue pour chacune des directions d'observation en prenant  $\Gamma_a(0) = 9$  MHz,  $\Gamma_a(2) = 16$  MHz et  $\Delta\omega = 82,5$  MHz. Ces valeurs correspondent à un mélange 20% Ne-80% He avec une pression de 1,5 Torr et un courant d'environ 10 mA.

En comparant la figure 9 et la figure 10, on voit que l'accord entre les formes de courbes théoriques et expérimentales est qualitativement satisfaisant. Cependant, nous ne chercherons pas une vérification quantitative car les expériences rapportées ici ne sont que des expériences préliminaires pour lesquelles nous n'avons pas contrôlé précisément toutes les conditions expérimentales. En effet, nous n'avons pas encore réalisé l'étude systématique des paramètres agissant sur la relaxation. En raison de la complexité des formes de courbe et en raison de la grande difficulté expérimentale, nous n'avons pas cherché à mesurer les temps de relaxation par cette méthode. Nous l'avons abandonnée au profit de l'étude de l'effet Hanle, beaucoup plus commode.

#### D - MONTAGE DU TYPE II : CELLULE HORS DE LA CAVITE LASER

Ce montage a été construit pour permettre l'emploi d'une excitation laser de polarisation circulaire et permettre ainsi l'étude de l'orientation des niveaux atomiques.

• Nous avons toujours utilisé la technique de modulation de la polarisation de l'excitation décrite au paragraphe V-D : pour cela, le faisceau issu d'un laser He-Ne (Spectra Physics 125 donnant de 70 à 85 mW sur la raie  $6.328 \text{ \AA}$ ) traverse une lame quart d'onde (Polaroid) montée dans une turbine à air comprimé. Cette turbine (modèle décrit par FAROUX (<sup>44</sup>)) est alimentée par deux circuits d'air comprimé (l'un pour la suspension, l'autre pour l'entraînement) dont la pression est stabilisée par des détendeurs de précision. Elle atteint facilement une fréquence de rotation de 10.000 tours/mm ( $\Omega = 166$  Hz), avec une stabilité de l'ordre de  $10^{-3}$  pendant 1 heure. On a pris soin de choisir une lame quart d'onde aux faces bien parallèles et de faire passer le faisceau au centre de rotation pour éviter toute modulation parasite de l'intensité lumineuse par déplacement du faisceau ou par le passage périodique des défauts de la lame.

Le système d'excitation est complété par un atténuateur à échelon MTO (9 plages semi-réfléchissantes de densité différente) pour régler l'intensité du faisceau et par une lentille ( $f = 2\text{m}$ )

pour le focaliser. Ainsi au niveau de la cellule, le faisceau est très parallèle et a un diamètre de 2 mm (note) (répartition radiale gaussienne avec 90% de l'énergie dans un cercle de 2 mm de diamètre). Un diaphragme ( $\emptyset$  2 mm) placé devant la cellule coupe les ailes du faisceau et évite une trop grande diffusion de la lumière laser par les parois de la cellule.

- La cellule est très semblable à celle du montage précédent (diamètre 3 mm, décharge continue avec cathode froide, banc de pompage et de remplissage). Elle est légèrement plus longue (10 cm de décharge) et surtout la fenêtre d'entrée est presque perpendiculaire à l'axe pour éviter de dépolariser le faisceau incident. On a cependant donné à cette fenêtre une très légère inclinaison pour que la lumière réfléchie ne revienne pas perturber le laser source.

- Le champ magnétique au niveau de la cellule est produit par deux paires de bobines de Helmholtz. L'une est alimentée par une alimentation Varian haute tension et produit un champ homogène à  $4 \cdot 10^{-6}$  près sur 3 cm (maximum 400 gauss). Cette alimentation est pilotée par une tension externe, ce qui permet un balayage du champ magnétique. La deuxième paire de bobines (Varian basse tension) sert à créer un champ fixe d'environ 40 gauss en sens contraire du précédent, de façon à permettre un balayage continu autour du champ nul pour les expériences d'effet Hanle. Ce deuxième champ est moins homogène ( $\sim 3 \cdot 10^{-4}$ ), ce qui donne en champ nul une inhomogénéité d'environ  $10^{-2}$  gauss ( $\sim 10^{-3}$  de la largeur des courbes d'effet Hanle). Le champ magnétique a été étalonné à l'aide d'une résonance de protons à 1 MHz.

L'ensemble des bobines est placé sur un plateau pouvant pivoter autour d'un axe vertical (un coussin d'air comprimé permet de réduire les frottements pendant la manoeuvre). Il est ainsi possible de choisir aisément l'angle entre le champ magnétique et l'axe de la cellule (c'est-à-dire l'axe du faisceau laser). On a, en particulier, utilisé l'angle de  $45^\circ$ , ce qui donne le montage de la figure VI-11 (correspondant à la géométrie n° 1 du § V-D-3, figure V-4) et l'angle de  $90^\circ$  de la figure VI-12 (géométrie n° 2 de V-D-3, figure V-5).

Enfin, deux paires de bobines fixes permettent de compenser le champ terrestre à mieux que  $10^{-2}$  gauss.

- La détection de la lumière de fluorescence, perpendiculairement à l'axe de la cellule, est possible dans trois directions différentes : l'une dans le plan horizontal et les deux autres vers le haut et vers le bas grâce à un jeu de miroirs. Les raies de fluorescence sont isolées par des monochromateurs Jarrell-Ash (25<sup>cm</sup> de focale, réseaux blazés de 600 ou 1.200 traits/mm) et détectées par des photomultiplicateurs EMI 9558 QB.

-----

(note) Il faut garder en mémoire que l'optique géométrique est inapplicable à un faisceau laser pour lequel la diffraction est primordiale (66). Dans notre cas, 2 mm est le diamètre minimum du faisceau après la lentille. Pour obtenir un diamètre plus petit, il faut utiliser une lentille plus convergente.

Sur chaque banc d'optique, il est possible de disposer un miroir semi-transparent de façon à mettre deux monochromateurs : ceci permet d'étudier, dans la même direction, soit deux raies différentes (fig. VI-11), soit deux polarisations orthogonales de la même raie (fig. VI-12). Dans ce dernier cas, il est important de tenir compte de la polarisation produite par le miroir semi-réfléchissant : il est préférable de détecter en réflexion la composante polarisée perpendiculairement au plan d'incidence et en transmission la composante parallèle au plan d'incidence. Dans le même ordre d'idée, les lames quart d'onde utilisées pour la détection de polarisation circulaire sont toujours placées près de la cellule avant tout miroir et toute lentille.

Les bancs d'optique sont longs ( $\sim 1,5$  m, 3 lentilles dont une de champ) pour éloigner au maximum les photomultiplicateurs du champ magnétique. De plus, un double blindage en  $\mu$ -métal entoure chaque photomultiplicateur.

• La détection électronique des signaux est assurée par des détecteurs synchrones (P.A.R., type HR8) réglées à la fréquence  $2\Omega$  ou  $4\Omega$  suivant le principe étudié au paragraphe V-D. La référence est fournie pour chacune de ces fréquences par un détecteur (photodiode) placé dans le faisceau laser sortant de la cellule. Pour la référence à  $4\Omega$ , le détecteur est précédé d'un analyseur rectiligne et pour la référence à  $2\Omega$ , d'un analyseur circulaire (fig. VI-11). On détecte ainsi directement la modulation de la polarisation du faisceau laser.

Les signaux sortant des détecteurs synchrones sont envoyés sur des enregistreurs X,Y dont le balayage X est piloté par une tension prélevée aux bornes d'une résistance étalon, placée en série avec les bobines de champ magnétique.

Très rapidement, il est apparu que, pour obtenir des résultats corrects, il fallait un très grand nombre de mesures (plusieurs milliers de courbes d'effet Hanle ont été tracées) et qu'il était hors de question de conserver la technique de dépouillement manuelle utilisée jusqu'à présent. On a donc construit un système d'acquisition de données permettant de transcrire numériquement les courbes sur bandes de papier perforé, directement lisibles par un ordinateur. De plus, le montage a été automatisé de façon à ce qu'il puisse enregistrer successivement un nombre déterminé de courbes ( $\leq 20$ ) sans intervention manuelle : entre chaque courbe, un moteur permet de déplacer l'atténuateur à échelon de façon à changer la puissance du laser. L'enregistrement de chaque courbe durant de l'ordre de une demi-heure (longues constantes de temps du fait du faible rapport signal sur bruit), le montage peut fonctionner seul pendant 10 h. : ceci permet d'effectuer une série de mesures pendant la nuit (des systèmes de sécurité sont prévus pour éviter les catastrophes électriques et aquatiques !). Il en résulte un gain de temps d'un facteur deux et un très grand gain de stabilité car tout le montage reste en marche sans interruption pendant toute la semaine. A l'appendice G, nous donnons une description détaillée du principe de l'acquisition de données et de l'automatisme et à l'appendice H, nous donnons la méthode de dépouillement sur ordinateur.

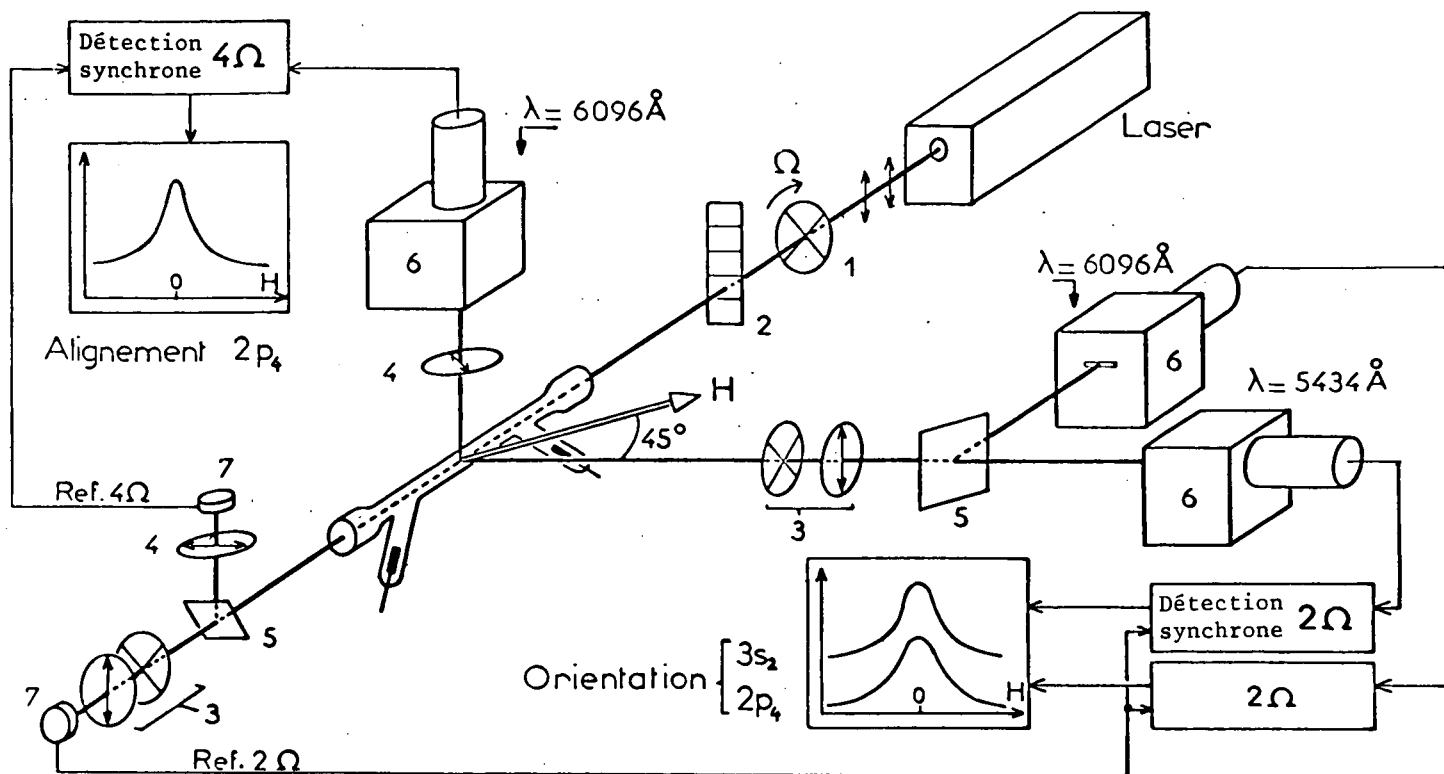


FIGURE VI-11 : Montage expérimental type II - géométrie n° 1

(1) lame quart d'onde tournante. (2) Atténuateur à échelon permettant de modifier l'intensité laser. (3) Analyseurs circulaires. (4) Analyseurs rectilignes. (5) Miroirs semi-transparent. (6) Monochromateurs et photomultiplicateurs. (7) Photodiodes pour la détection du faisceau laser.

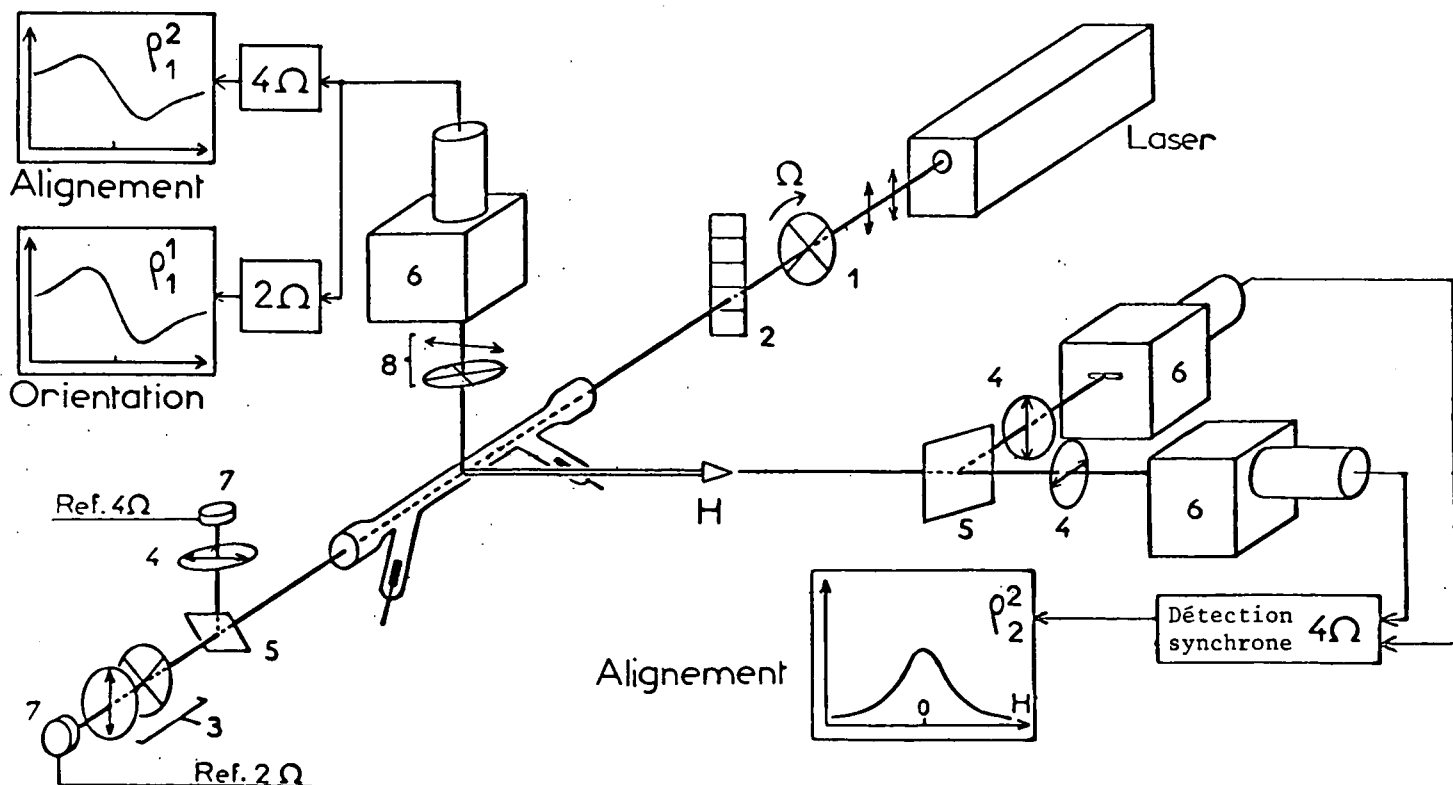


FIGURE VI-12 : Montage expérimental type II - géométrie n° 2

Les numéros de (1) à (7) ont la même signification que sur la figure 11. (8) Analyseur elliptique

Avantages de ce montage :

- Choix de la polarisation
- On ne modifie pas le spectre des modes du faisceau laser en l'atténuant.

Inconvénients :

• La puissance à l'extérieur du laser est faible. On peut augmenter les effets non linéaires (ce n'était, en général, pas notre but ici) en focalisant davantage le faisceau, mais les effets linéaires restent identiques et le rapport signal sur bruit est toujours plus mauvais qu'avec le montage du type I.

• Seules quelques raies laser sont suffisamment intenses pour permettre un pompage hors de la cavité. Nous avons utilisé la raie 6.328 Å. Il serait possible d'utiliser également 1,15  $\mu$  et 3,39  $\mu$ , mais il semble difficile d'obtenir de bons résultats avec d'autres raies du néon.

E - ETUDE DE L'ORIENTATION DES NIVEAUX 3s<sub>2</sub> ET 2p<sub>4</sub> DU NEON

Cette étude a été faite sur le montage de la figure VI-11, c'est-à-dire avec le champ magnétique à 45° de l'axe du faisceau laser : ainsi les courbes d'effet Hanle d'orientation et d'alignement sont toutes des courbes de Lorentz. Nous avons toujours enregistré simultanément l'alignement ( $\rho_2^2$ ) et l'orientation transversale du niveau 2p<sub>4</sub> (raie 6.096 Å, 2p<sub>4</sub> → 1s<sub>4</sub>) et l'orientation du niveau 3s<sub>2</sub> (raie 5.434 Å, 3s<sub>2</sub> → 2p<sub>10</sub>). L'alignement créé par la raie 6.328 Å (raie J = 1 → J = 2) dans le niveau 3s<sub>2</sub> (J = 1) est -comme il est bien connu<sup>(26)(33)</sup>- trop faible pour être utilisable. Pour l'étude du niveau 3s<sub>2</sub>, nous avons utilisé la raie 5.434 Å (J = 1 → J = 1) plutôt qu'une raie J = 1 → J = 0 (deux fois plus sensible à l'orientation, cf. IV-25), car cette raie est très bien isolée et permet l'utilisation de fentes très larges sur le monochromateur : l'amélioration du rapport signal sur bruit due au gain d'intensité lumineuse compense largement la perte due aux coefficients angulaires  $A_{ag}^b(1)$ .

Nous avons utilisé, dans la cellule, des mélanges He-Ne contenant 1,10 et 20% de Ne avec une pression totale comprise entre 0,6 et 2 ou 3 Torr et du néon pur entre 0,6 et 5 Torr. Comme nous l'avons toujours observé dans tous les types d'expériences, c'est le néon pur qui donne le meilleur rapport signal sur bruit pour le niveau 3s<sub>2</sub> et les mélanges He-Ne pour le niveau 2p<sub>4</sub>. Ceci se comprend aisément : dans le néon pur, le niveau 2p<sub>4</sub> est beaucoup plus peuplé que le niveau 3s<sub>2</sub> (milieu absorbant pour la raie 6.328 Å); le transfert d'une petite proportion d'atomes du niveau 2p<sub>4</sub> vers le niveau 3s<sub>2</sub>, par absorption de la raie laser, produit donc une modification relative très importante de la population du niveau 3s<sub>2</sub>. Par conséquent, tous les signaux observés sur ce niveau sont importants



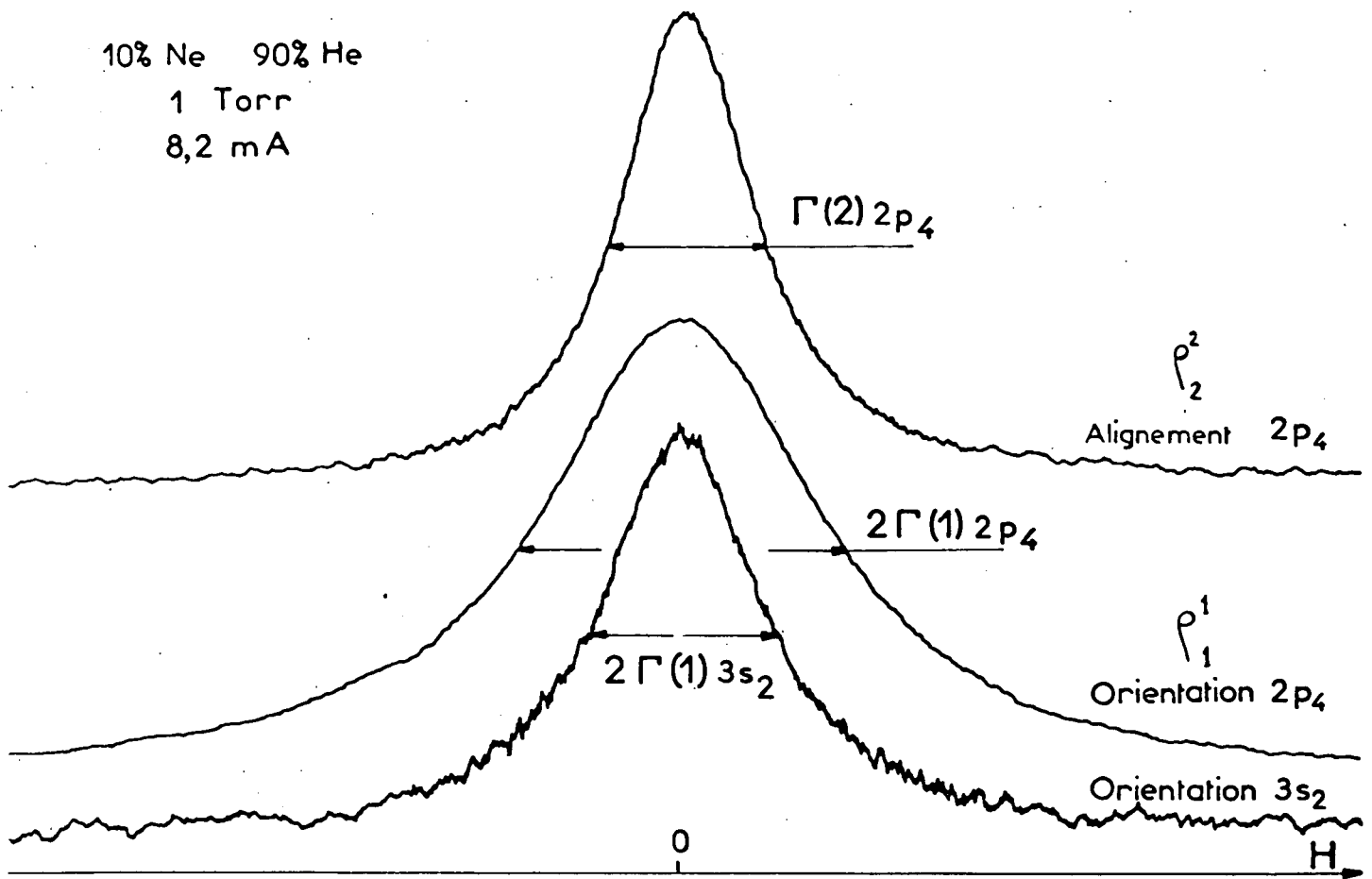


FIGURE VI-13: Courbes d'effet Hanle.

relativement à l'intensité totale des raies de fluorescence. Au contraire, dans les mélanges He-Ne, le niveau  $3s_2$  est beaucoup plus peuplé du fait des collisions avec les métastables de l'hélium. Les conclusions sont donc inversées.

La figure VI-13 montre trois courbes d'effet Hanle enregistrées simultanément et dont les largeurs  $\Delta H$  donnent respectivement les trois temps de relaxation que nous voulons mesurer. Dans la plupart des cas, la mesure de la largeur a été faite à l'aide d'un calcul sur machine (appendice H) qui ajuste au mieux une courbe de Lorentz théorique aux points expérimentaux. Dans le cas de l'orientation du niveau  $2p_4$  le programme effectue une correction pour tenir compte du transfert d'orientation par émission spontanée à partir du niveau  $3s_2$  : cette correction est calculée à l'aide de la probabilité de transition  $\gamma_{ba}$  de la raie laser (mesurée par DECOMPS) et à partir de la largeur de la courbe correspondant à l'orientation du niveau  $3s_2$ .

1) Effet du laser

Pour toute mesure de temps de relaxation, il faut d'abord éliminer l'effet de l'intensité du laser sur les courbes d'effet Hanle. Bien que la puissance du laser à l'extérieur de la cavité soit nettement plus faible qu'à l'intérieur, cet effet n'est pas négligeable, comme on le voit sur la figure VI-14.

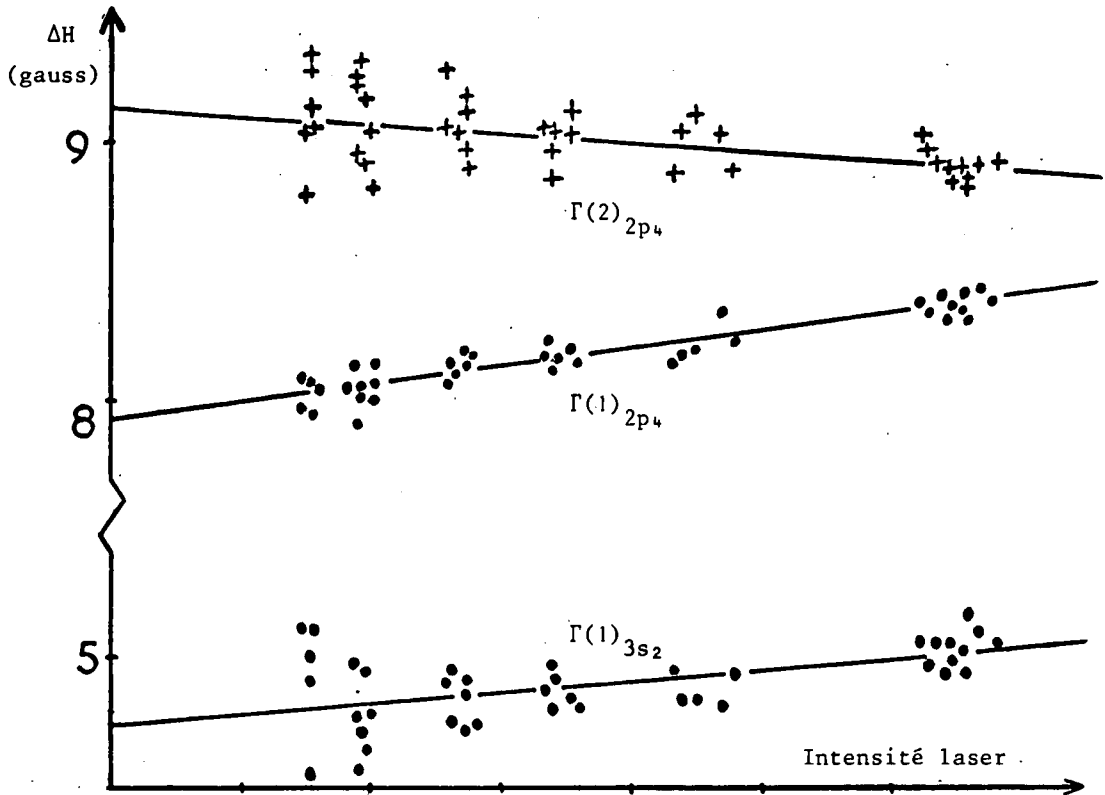


FIGURE VI-14

Sur ce graphique, on a reporté la largeur  $\Delta H$  des trois types de courbes d'effet Hanle en fonction de l'intensité du laser (note 1). On remarque que les courbes d'effet Hanle d'orientation s'élargissent avec la puissance du laser, tandis que les courbes d'alignement s'affinent. Ceci peut paraître contradictoire avec l'idée intuitive d'un raccourcissement de la durée de vie par l'émission induite ou l'absorption. En fait, il faut se souvenir que notre méthode de détection n'isole pas l'alignement transversal de l'alignement longitudinal (V,35-a), il peut donc y avoir déformation des courbes d'effet Hanle par la résonance de saturation (cf. chap. VII) de  $\rho_0^2$ . D'autre part, comme nous l'avons dit au paragraphe V-D-4, la méthode de modulation de la polarisation à l'excitation ne donne pas les mêmes effets non linéaires que les méthodes statiques habituelles. On ne peut donc prévoir a priori les variations de la largeur d'effet Hanle avec l'intensité du laser (note 2). Nous n'avons pas cherché à calculer cet effet, en

(note 1)

Par convention, nous appellerons  $\Delta H$  la demi-largeur à mi-hauteur, pour la courbe d'orientation ( $\rho_1^1 \rightarrow$  cohérence  $\Delta M = 1$ ) et la largeur totale pour les courbes d'alignement ( $\rho_2^2 \rightarrow$  cohérence  $\Delta M = 2$ , donc les courbes sont deux fois plus fines pour un même  $\Gamma$ ). Ainsi on a dans tous les cas :  $\Gamma = g\beta\Delta H$ .

(note 2)

En focalisant davantage le faisceau laser dans la cellule, on a pu obtenir des effets non linéaires très importants : on constate alors que l'effet Hanle d'alignement, après s'être affiné légèrement, se met à s'élargir rapidement lorsque la densité d'énergie augmente. Pour l'orientation, au contraire, l'élargissement devient moins rapide. En évaluant la densité d'énergie par une mesure du diamètre du faisceau laser, on obtient une bonne continuité des courbes donnant les largeurs en fonction de la densité d'énergie (malgré des focalisations différentes).

raison de la très grande complexité des formules du 4e ordre lorsque la polarisation de l'excitation est modulée.

Sur la figure VI-14, on voit également que la dispersion des points expérimentaux augmente au fur et à mesure que l'intensité laser baisse. Ceci est normal puisque l'amplitude des courbes d'effet Hanle décroît tandis que le bruit reste constant. On comprend que l'extrapolation à intensité de laser nulle soit une cause importante d'incertitude. Pour améliorer la précision de cette extrapolation, nous enregistrons 15 à 20 courbes, avec différentes intensités laser, pour un certain nombre de valeurs de la pression et du courant de décharge (note). Nous déterminons, par la méthode des moindres carrés, la droite donnant la largeur en fonction de l'intensité laser, cependant nous ne conservons pas la valeur obtenue par extrapolation à intensité laser nulle, mais la valeur obtenue à intensité laser maximum (beaucoup plus précise). Après la fin d'une série complète (pression constante, plusieurs valeurs du courant de décharge), nous corrigeons en bloc toutes les valeurs de  $\Delta H$  d'une même quantité, calculée en faisant la moyenne des corrections obtenues pour chacune des mesures individuelles, grâce à la méthode des moindres carrés ci-dessus (exemple sur la figure VI-15). En effet, l'expérience montre que l'effet du laser sur les largeurs dépend très peu des conditions expérimentales de pression et de décharge.

## 2) Effet de la décharge

### a) Observations expérimentales

Comme DECOMPS, nous obtenons, sous l'effet de la décharge, un élargissement de l'effet Hanle du niveau  $3s_2$  et un affinement de celui du niveau  $2p_4$ . Cependant, les valeurs de ces effets sont assez différentes de celles observées par DECOMPS. Ceci n'est pas surprenant car les caractéristiques d'une décharge dépendent beaucoup de la géométrie du tube et de ses électrodes; or la cellule de notre montage est assez différente de celle de DECOMPS.

#### Niveau $3s_2$ (figures VI-15 et 16)

L'élargissement des courbes d'effet Hanle varie linéairement avec le courant de décharge  $i_c$ . Lorsque la cellule contient du néon pur, l'effet est important (figure VI-15) et la pente des droites est proportionnelle à la pression. Ce comportement est très comparable à celui observé par DECOMPS et interprété par lui comme un effet de collisions électroniques.

Au contraire, dans les mélanges He-Ne, l'effet de la décharge est très faible. De plus, les pentes ne varient pas bien proportionnellement à la pression. Sur l'exemple de la figure VI-16 (mélange à 10% de Ne), on voit que les droites obtenues par moindre carré sont pratiquement parallèles pour les pressions de 1, 1,5 et 2 Torr (l'écart entre les pentes est nettement inférieur à l'incertitude).

---

(note) Dans les premières séries, dépouillées manuellement, nous ne faisons que 6 à 8 courbes par point : la dispersion des résultats était alors énorme.

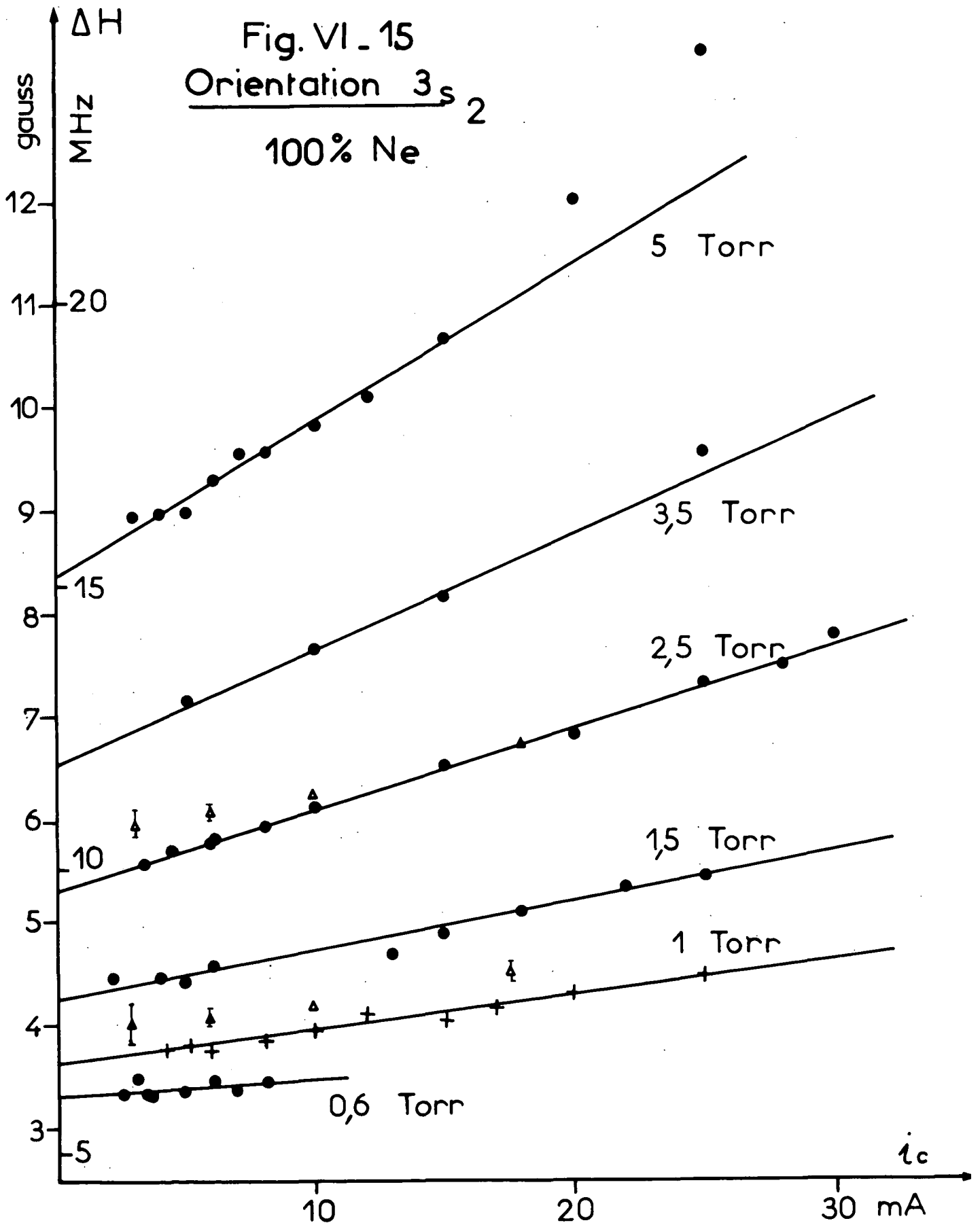


FIGURE VI-15 : Les points marqués  $\Delta$  ont été obtenus avec un champ magnétique perpendiculaire à l'axe de la cellule (géométrie n° 2), pour des pressions de 1 et de 2,5 Torr.

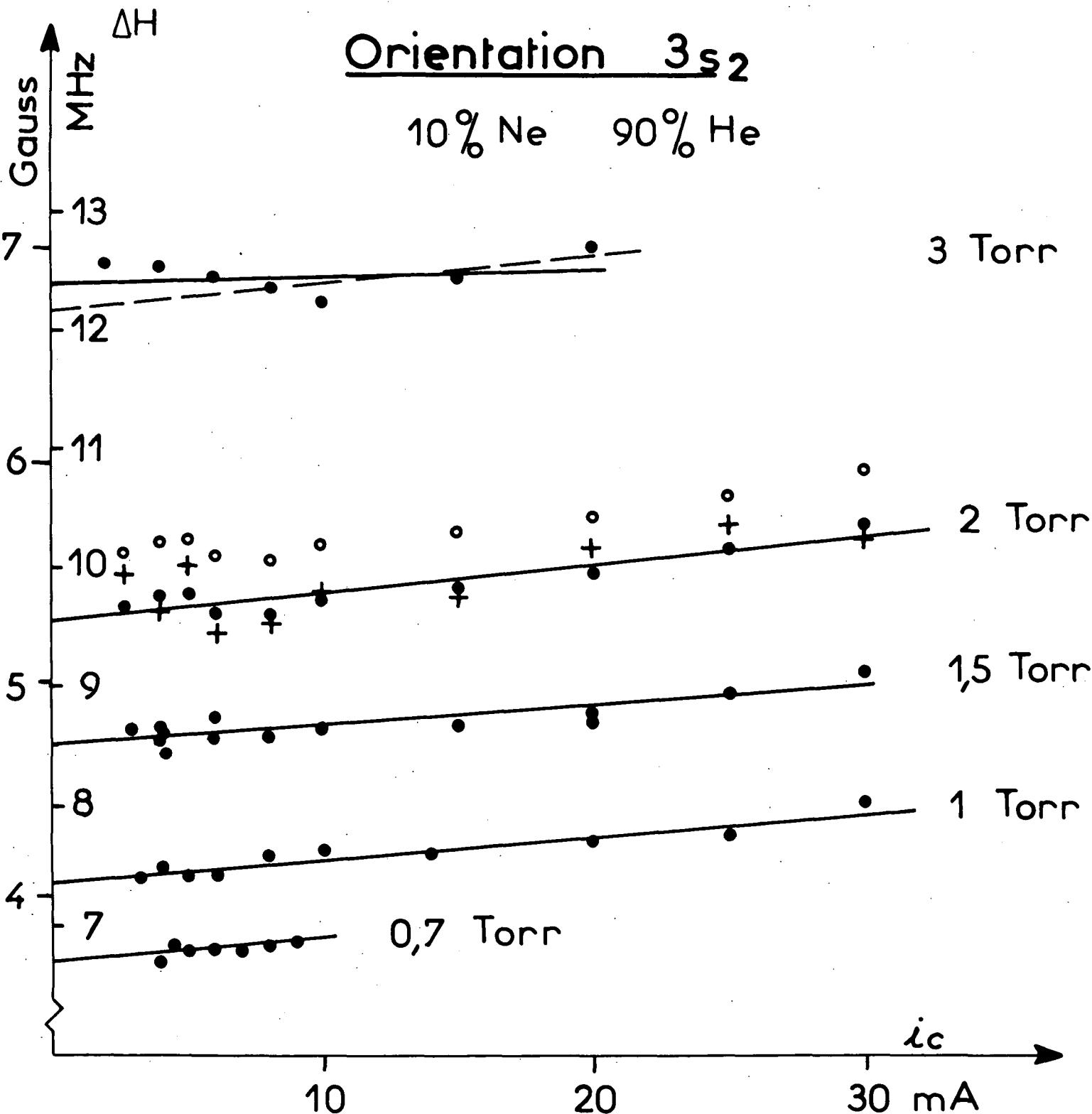


FIGURE VI-16 :

- Points obtenus à forte intensité laser
- + Points obtenus par extrapolation individuelle à intensité laser nulle
- Points obtenus par extrapolation moyenne, c'est-à-dire par translation globale pour chaque pression

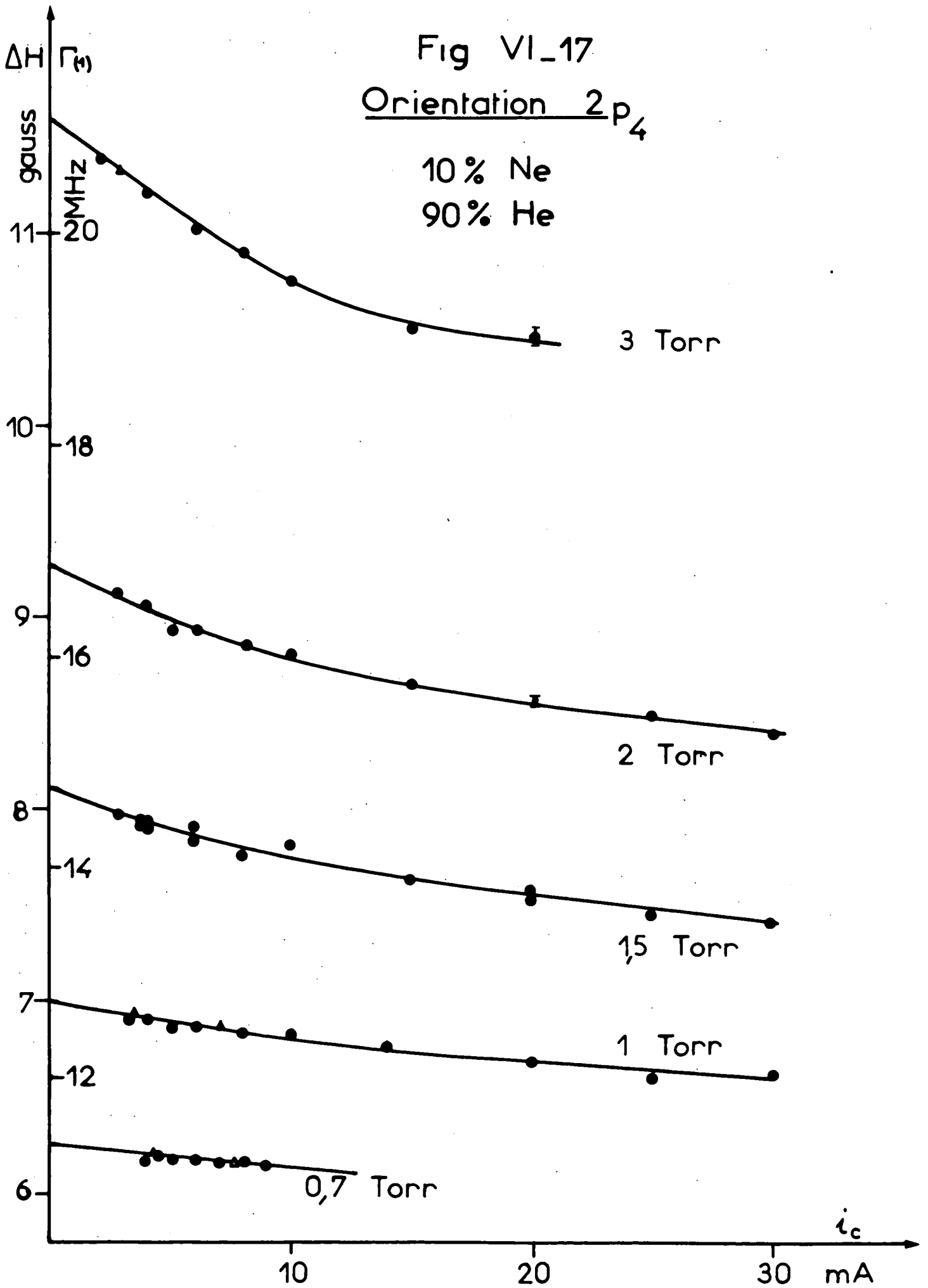


fig VI.18

Alignement  $2p_4$

10% Ne  
90% He

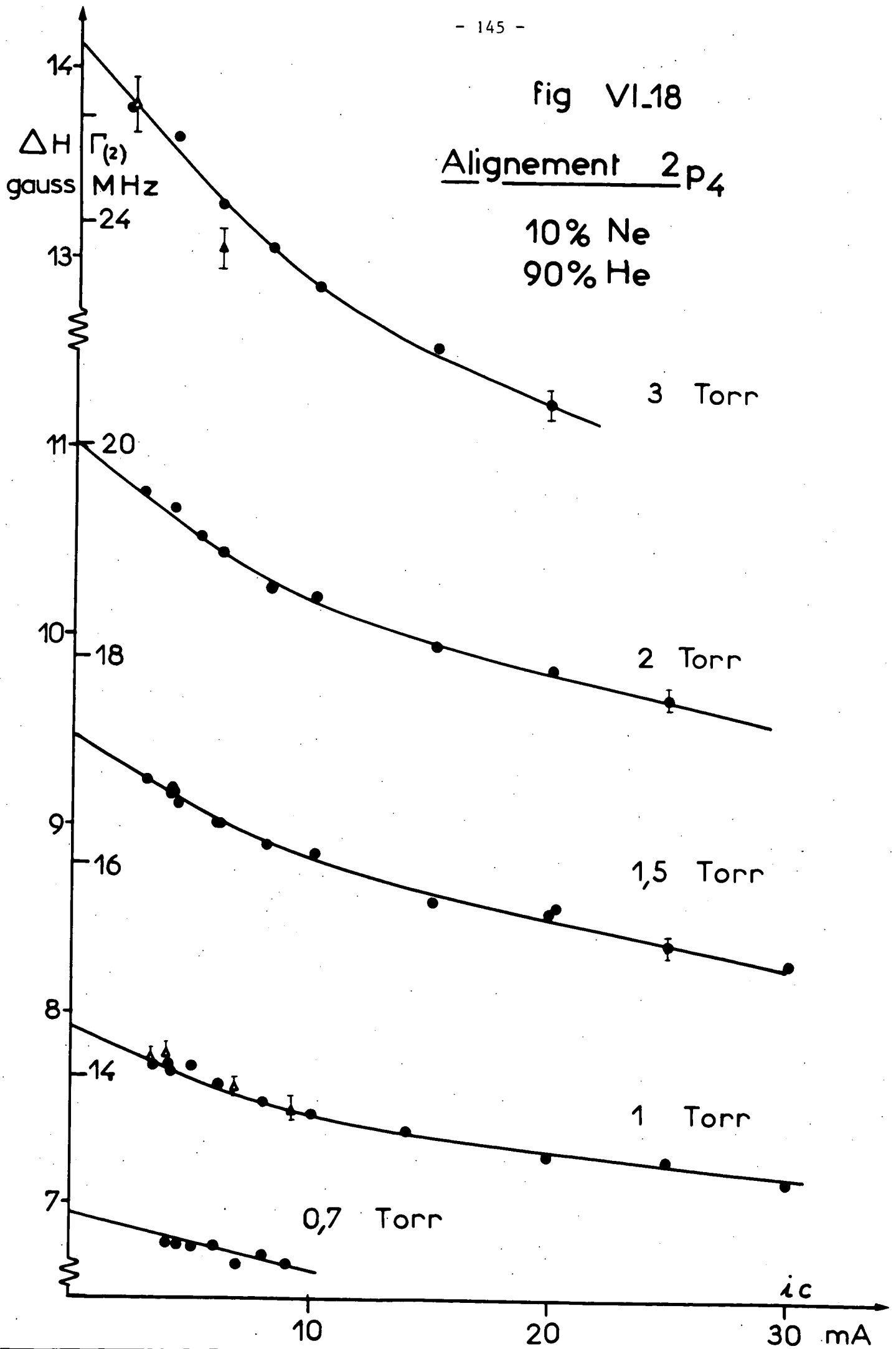
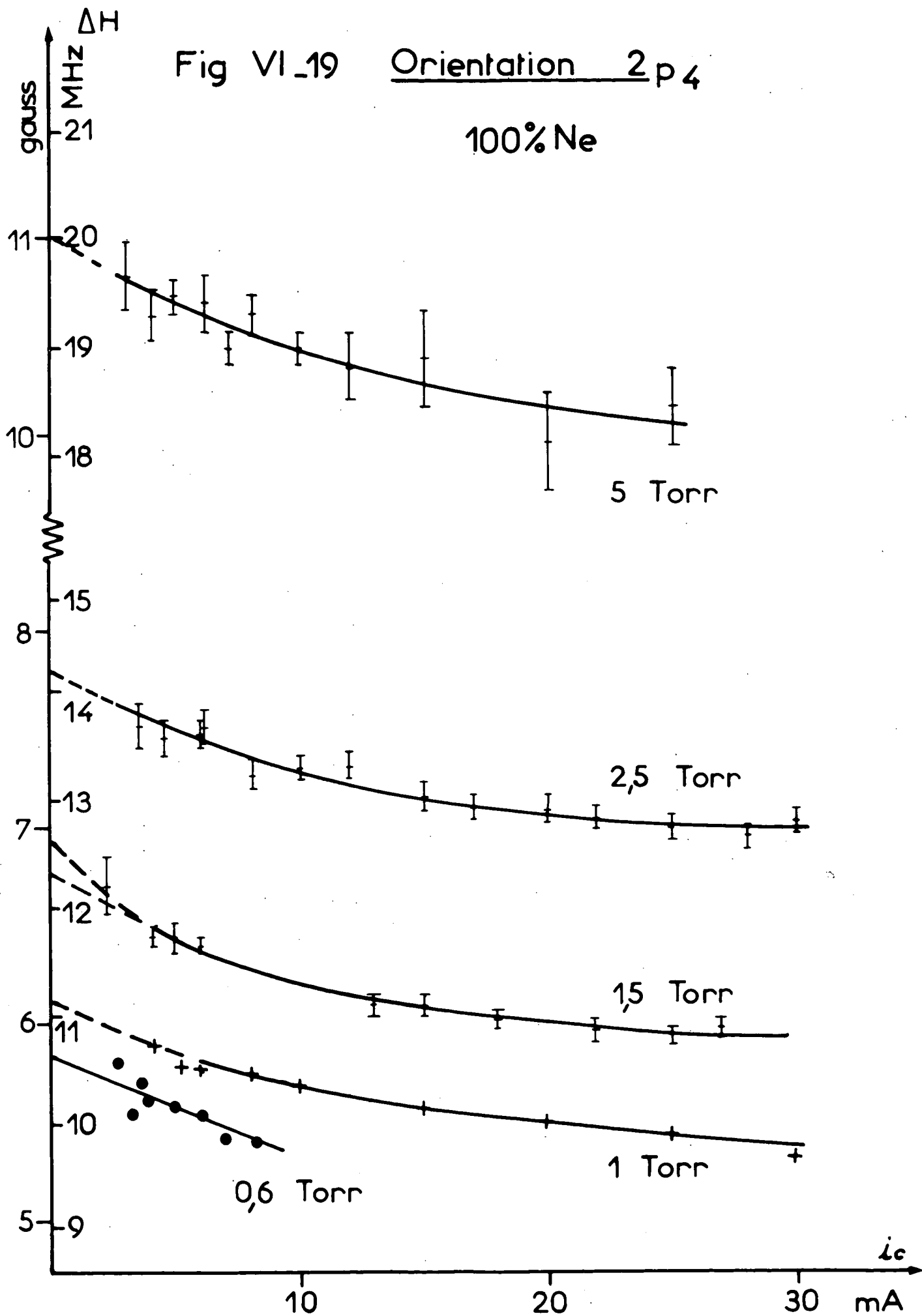


Fig VI\_19 Orientation 2 p 4

100% Ne





Niveau  $2p_4$  (figures VI-17, 18 et 19)

Qu'il s'agisse de l'alignement ou de l'orientation, l'effet Hanle présente un affinement qui n'est pas une fonction linéaire du courant de décharge : ce fait rend l'extrapolation à courant de décharge nul assez difficile.

Sur les figures VI-17 et 18 (mélange à 10% de Ne), on voit que l'effet de la décharge croît régulièrement avec la pression, comme DECOMPS l'avait également observé. Dans le cas du néon pur (fig. VI-19), cette régularité n'apparaît pas et l'on peut se demander si l'extrapolation à intensité de décharge nulle est correcte : il se peut que la courbure de  $\Delta H = f(i_c)$  soit très importante à faible courant lorsque la précision est très mauvaise et peut être même en-dessous du seuil d'extinction de la décharge (cas rencontré avec le niveau  $2p_2$  <sup>(30)</sup><sup>(32)</sup>).

b) Interprétations possibles

Les effets de la décharge sont très complexes car ils font intervenir de nombreux phénomènes d'origine très différente. L'interprétation de ces effets est donc très délicate. DECOMPS a mis en évidence trois types de phénomènes agissant concurremment :

- Un élargissement des courbes d'effet Hanle en fonction du courant de décharge qu'il a interprété comme un effet de collisions électroniques.
- Un affinement qu'il a interprété comme une diminution de l'effet des collisions atomiques, car l'alignement est plus affecté que la population ( $|\Delta\Gamma(2)| > |\Delta\Gamma(0)|$ ). Cet effet a sans doute une origine thermique : la décharge augmente la température de la cellule; il en résulte une diminution locale de la densité du gaz de façon à ce que la pression reste en équilibre avec l'ensemble du banc de pompage (si les sections efficaces ne varient pas, la modification du nombre de collisions par unité de temps est proportionnelle à  $P/\sqrt{T}$ ).
- Un affinement des niveaux  $2p$  provenant de la diffusion multiple des raies aboutissant aux niveaux métastables  $1s_3$  et  $1s_5$  dont la population croît en fonction du courant de décharge. Ce phénomène se caractérise par une modification plus grande de  $\Gamma(0)$  que de  $\Gamma(2)$  : suivant la formule (II,20), on a :  $\Delta\Gamma_a(0) = -\sum_i \gamma_{ai} x_i$  et  $\Delta\Gamma_a(2) = -\sum_i \gamma_{ai} \alpha_a(2,i) x_i$  (pour le niveau  $2p_4$ , quel que soit le niveau  $1s$  considéré, on a  $\alpha_a(2,i) = \frac{49}{200} \sim \frac{1}{4}$ ).

Parmi ces trois effets, l'effet de diffusion multiple sur le niveau  $2p_4$  est celui que DECOMPS a pu mettre en évidence avec le plus de précision. En supposant cet effet négligeable dans le mélange à 1% de néon (trop faible densité de Ne), il a pu montrer quantitativement ( $\Delta\Gamma(2) / \Delta\Gamma(0) = \alpha(2,i)$ )

que la différence d'affinement entre ce mélange et les mélanges à 10% et 20% provenait uniquement de la diffusion multiple, lorsque le courant de décharge est assez faible : en fait, DECOMPS a montré cette propriété sur la pente à l'origine des courbes  $\Delta H = f(i_c)$ . Il a de plus montré que cet affinement est proportionnel à la pression (fig. VI-20-a, fig. 15 de la référence (25)).

L'effet de collisions électroniques et l'effet thermique sont de signe contraire, mais leur comportement est assez comparable, de telle façon qu'on n'observera expérimentalement que leur différence sans pouvoir les isoler. De plus, d'autres phénomènes peuvent ajouter leur effet (par exemple modification de la pression ou de la proportion du mélange He-Ne du fait de l'entraînement d'ions vers la cathode). On voit donc que l'interprétation de ces phénomènes est assez sujette à caution et ne peut en aucun cas être quantitative.

Les expériences de DECOMPS prouvent simplement que les collisions électroniques l'emportent pour le niveau  $3s_2$  (élargissement) mais qu'elles ne sont pas seules (en effet comme  $\Delta\Gamma(0) > \Delta\Gamma(2)$ , il faut admettre qu'un effet d'affinement agit au moins sur  $\Gamma(2)$ ). Pour le niveau  $2p_4$ , au contraire, l'effet "thermique" l'emporte et l'affinement résultant est du même ordre de grandeur (affinement dans le mélange à 1% sur la figure VI-20-a) que l'effet de diffusion multiple.

Cherchons maintenant si les trois phénomènes mis en évidence par DECOMPS permettent également d'interpréter nos résultats.

#### Le niveau $2p_4$

Comme DECOMPS (fig. 15 de la référence (25)), nous avons porté en fonction de la pression totale la pente à l'origine des courbes  $\Delta H = f(i_c)$  (figure VI-20). Pour le mélange à 10% de Ne, avec lequel nous obtenons le meilleur rapport signal sur bruit, nous avons fait un grand nombre de mesures et nous trouvons, avec une assez bonne précision, une droite passant par l'origine. Pour les mélanges à 1 et 20% de Ne, nous disposons de peu de points expérimentaux et leur précision est assez médiocre. Les droites en pointillés tracées pour ces deux mélanges doivent être considérées comme purement qualitatives. On peut tirer les conclusions suivantes :

- Pour l'alignement, l'affinement est nettement plus important que celui observé par DECOMPS. Ceci semble indiquer que l'effet "thermique" est beaucoup plus important dans notre cas.

- Par contre, l'effet de la diffusion multiple, c'est-à-dire l'écart entre les droites correspondant aux mélanges à 1%, 10% et 20% de Ne, est tout à fait comparable à celui observé par DECOMPS. Ceci est normal puisque notre cellule a le même diamètre que celle de DECOMPS.

- Malgré la faible précision (l'incertitude sur les points des figures 20-a et 20-b est au moins égale à l'écart entre les droites correspondant aux trois mélanges), il semble que l'effet de la diffusion multiple sur l'orientation est du même ordre de grandeur que sur l'alignement. Ceci tendrait à prouver (contrairement à ce que nous avons dit dans la référence (25)) qu'il n'y a pas seulement de la diffusion multiple sur la raie  $5.944 \text{ \AA}$  ( $2p_4 \rightarrow 1s_5$ ,  $J_g = 2$ , métastable), mais aussi sur au

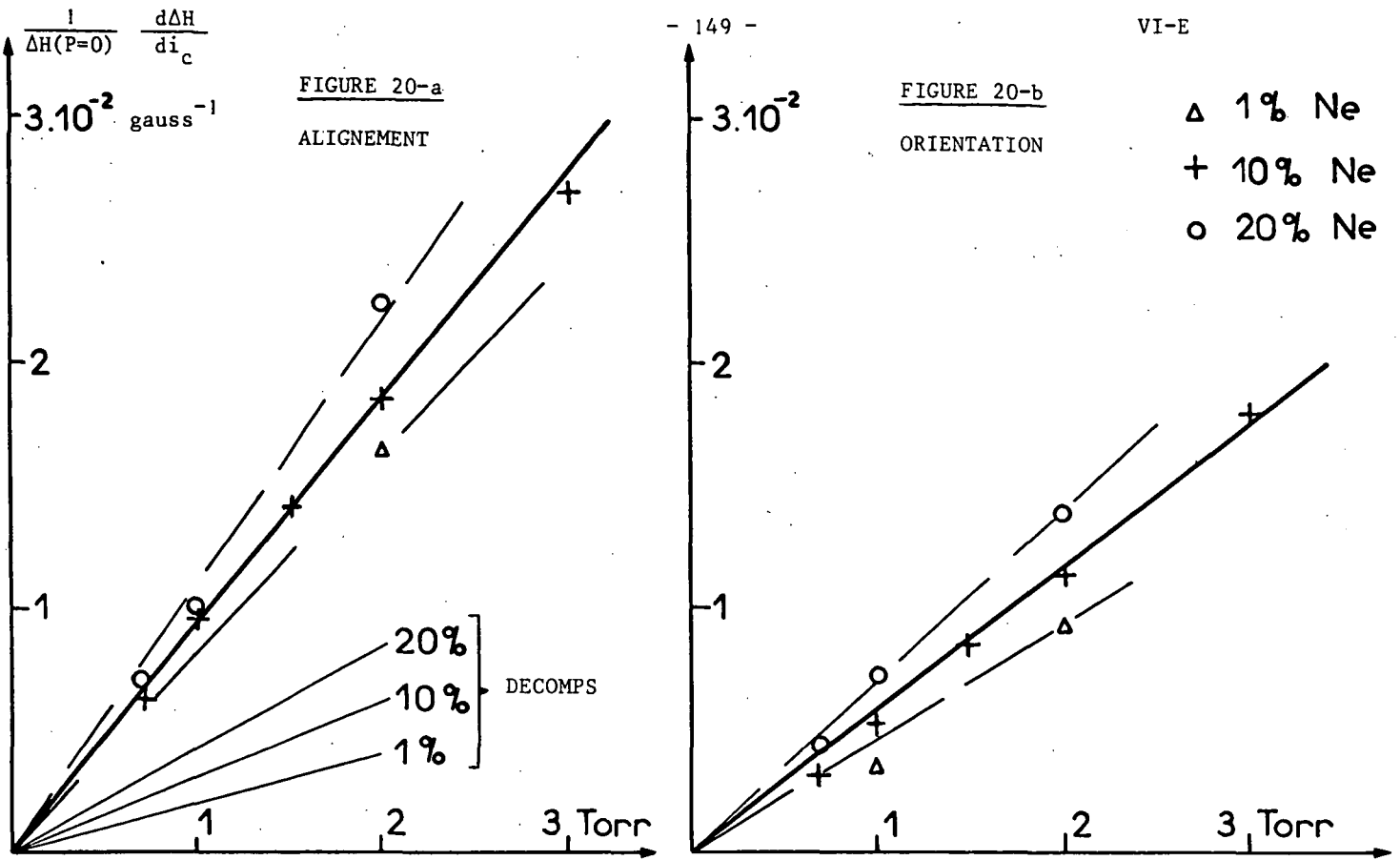


FIGURE VI-20 : Niveau  $2p_4$ . Pente à l'origine des courbes  $\Delta H = f(i_c)$ .

moins l'une des raies  $6.096 \text{ \AA}$  ( $2p_4 \rightarrow 1s_4, J_g=1$ ) ou  $6.678 \text{ \AA}$  ( $2p_4 \rightarrow 1s_2, J_g=1$ ). En effet, si seule la raie  $5.944 \text{ \AA}$  intervenait, la diffusion multiple serait négligeable pour l'orientation car, pour une raie  $J = 2 \rightarrow J = 2$  (selon la référence <sup>(13)</sup>), le coefficient de diffusion multiple  $\alpha_a(k, i)$  prend la valeur  $1/24$  pour  $k = 1$  et  $49/200 \sim 1/4$  pour  $k = 2$ . Au contraire, pour une raie  $J = 2 \rightarrow J = 1$ , le coefficient est plus important pour l'orientation ( $\alpha_a(1, i) = 3/8$ ) que pour l'alignement ( $\alpha_a(2, i) = 49/200 \sim 1/4$ ). On en conclut que la décharge peuple fortement au moins l'un des niveaux non métastables  $1s_2$  et  $1s_4$ . Ceci a été observé par d'autres auteurs <sup>(67)</sup>. La réabsorption intense des raies  $1s_2 \rightarrow 1p_0$  et  $1s_4 \rightarrow 1p_0$  (fondamental) est certainement à l'origine de cette apparente métastabilité.

Dans le néon pur, l'affinement par la décharge est très inférieur à celui que l'on s'attend à obtenir par extrapolation des résultats obtenus avec les mélanges He-Ne (note). De plus l'affinement à faible courant,  $\frac{d\Delta H}{di_c}$  ne croît pas linéairement avec la pression et tend rapidement vers une limite ( $\sim 1,3 \cdot 10^{-2} \Delta H(P=0)$  pour l'orientation et  $\sim 2,10^{-2} \Delta H(P=0)$  pour l'alignement). On peut donc supposer que l'effet "thermique" est beaucoup plus faible dans le néon pur; ceci n'est pas tellement surprenant car la décharge a sûrement des caractéristiques très différentes en présence et en l'absence

(note) DECOMPS avait observé un effet analogue mais beaucoup moins important. De plus, jusqu'à 2 Torr

$\frac{d\Delta H}{di_c}$  était linéaire dans le néon pur aussi.

d'hélium. Pour expliquer la non linéarité de  $\frac{d\Delta H}{di_c}$  en fonction de la pression, on peut également penser qu'à forte pression la courbe  $\Delta H = f(i_c)$  est encore loin de sa tangente à l'origine pour les plus faibles courants réalisables (comme nous l'avons déjà signalé, cette situation serait analogue à celle rencontrée par E. GIACOBINO-FOURNIER lors de l'étude du niveau  $2p_2$  <sup>(30)</sup><sup>(32)</sup>, et qui rend difficile et imprécise l'extrapolation à courant de décharge nul).

#### Le niveau 3s,

Comme nous l'avons dit plus haut, l'élargissement est important et comparable à celui obtenu par DECOMPS dans le cas du néon pur : l'effet des collisions électroniques est prépondérant. Dans les mélanges He-Ne, au contraire, nous avons obtenu un élargissement beaucoup plus faible. Ceci va dans le même sens que les observations faites sur le niveau  $2p_4$  : l'effet que nous avons appelé "thermique" est beaucoup plus important dans les mélanges que dans le néon pur. DECOMPS n'avait pas observé une telle différence dans la cellule qu'il utilisait.

En conclusion, on voit que les effets de décharge sont particulièrement compliqués et difficiles à interpréter. De nombreux phénomènes entrent en jeu simultanément et les mesures dont nous disposons ne donnent pas une quantité d'informations suffisante pour les séparer. Leur étude détaillée nécessiterait la réalisation d'expériences tout à fait en dehors de notre sujet (études de plasmas), aussi nous contenterons-nous de considérer phénoménologiquement l'effet de la décharge, dans le seul but de l'éliminer par extrapolation à courant nul.

### 3) Effet de la pression. Extrapolation à pression nulle

Lorsque les mesures de largeur des courbes d'effet Hanle ont été extrapolées à intensité de laser nulle et à intensité de décharge nulle, les coefficients de relaxation obtenus par les différentes observables ne dépendent plus que de la pression et des effets radiatifs (durée de vie radiative et diffusion multiple des raies de résonance).

#### a) Le niveau 2p<sub>4</sub>

Sur les figures VI-21 et 22, nous avons reporté pour les différents mélanges He-Ne les mesures de  $\Gamma(2)$  et de  $\Gamma(1)$  en fonction de la pression.

Le mélange à 10% de néon (fig. 21-a) donne un bon rapport signal sur bruit pour  $\Gamma(2)$  et  $\Gamma(1)$  simultanément. Il permet de vérifier avec une bonne précision que ces deux quantités varient linéairement avec la pression totale et tendent vers la même valeur à pression nulle. L'application d'un calcul de moindre carré séparément pour les deux observables donne ( $\Gamma$  en gauss et P en torr) :

$$\Gamma(1) = (4,66 \pm 0,06) + (2,31 \pm 0,03) P \quad \text{pour l'orientation}$$

$$\Gamma(2) = (4,76 \pm 0,06) + (3,12 \pm 0,03) P \quad \text{pour l'alignement}$$

Ce comportement, conforme aux prévisions, justifie la mesure des sections efficaces de collision à partir de la pente des droites et la mesure de la durée de vie radiative du niveau  $2p_4$  à partir de leur ordonnée à l'origine.

Pour les autres mélanges, la précision des mesures de  $\Gamma(2)$  est médiocre et nous avons imposé a priori la même ordonnée à l'origine aux droites représentant  $\Gamma(2)$  et  $\Gamma(1)$  en fonction de la pression. Pour les mélanges à 1% et 20% de néon (fig. 21-b), pour lesquels la précision sur  $\Gamma(1)$  est bonne, on peut voir que l'ordonnée à l'origine est en excellent accord avec celle obtenue pour le mélange à 10%.

Le néon pur (fig. 22) donne un moins bon accord, ce qui n'a rien de surprenant en raison de la mauvaise précision des mesures, due en particulier à la difficulté d'extrapolation à courant nul (fig. VI-19). On peut, en particulier, supposer que cette extrapolation est incomplète à forte pression : il faudrait donc relever les valeurs de  $\Gamma$  à pression élevée, ce qui aurait pour effet d'augmenter la pente des droites  $\Gamma = f(P)$  et de diminuer leur ordonnée à l'origine.

La figure VI-23 montre l'évolution des pentes en fonction de la proportion de néon dans le mélange. On peut en déduire séparément les sections efficaces de collision  $Ne^*-He$  et  $Ne^*-Ne$ .

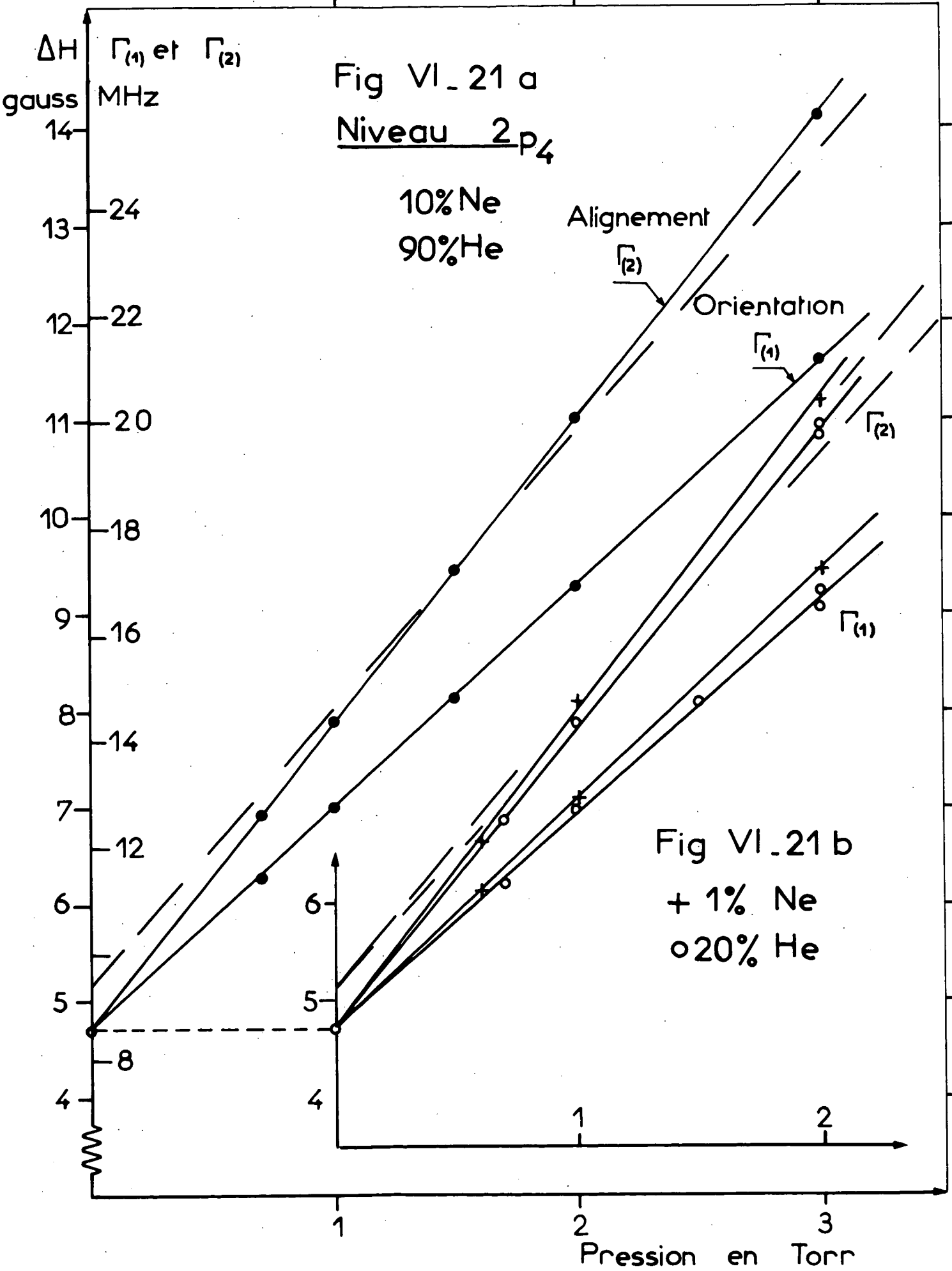
Dans le tableau VI-3, nous rassemblons les résultats numériques et nous les comparons à ceux de DECOMPS. De même, nous avons reporté ses résultats sur les figures VI-21, 22 et 23 (en tirets fins)

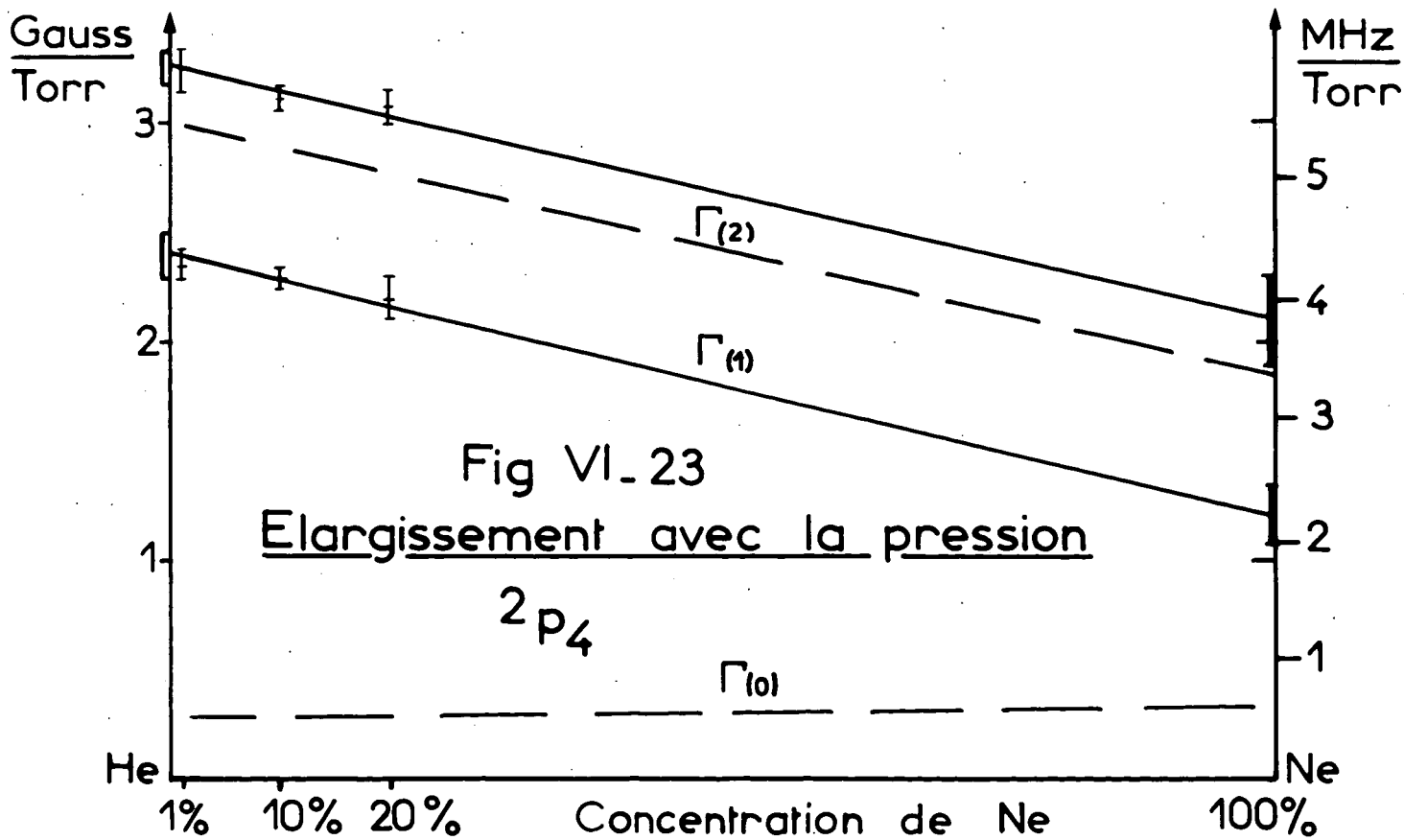
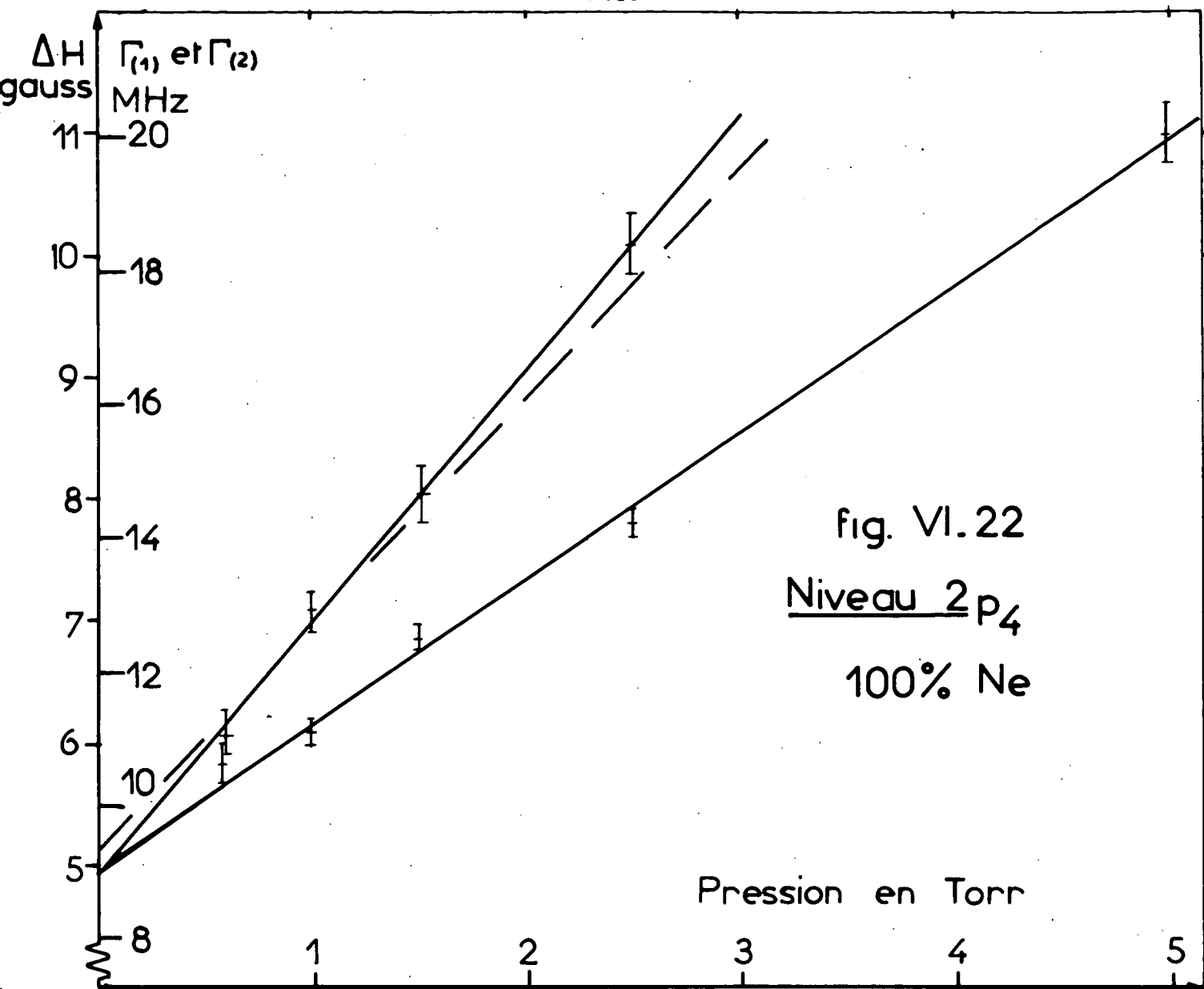
NOUVEAUX RESULTATS (MONTAGE II) (note 1)	RESULTATS DE DECOMPS (MONTAGE I)
$\gamma = 4,75 \pm 0,20$ gauss $= 8,64 \pm 0,4$ MHz $= 54,3 \pm 2,5 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>	$5,14 \pm 0,13$ gauss $9,35 \pm 0,25$ MHz $58,7 \pm 1,5 \cdot 10^6$ s <sup>-1</sup>
$\tau = 18,4 \pm 0,9$ ns	$17,0 \pm 0,5$ ns
$\Delta\Gamma(2) = [(2,1 \pm 0,2)P_{Ne} + (3,26 \pm 0,1)P_{He}]$ gauss $= [(3,80 \pm 0,35)P_{Ne} + (5,93 \pm 0,18)P_{He}]$ MHz	$(3,36 \pm 0,16)P_{Ne} + (5,42 \pm 0,16)P_{He}$
$\Delta\Gamma(1) = [(1,2 \pm 0,15)P_{Ne} + (2,4 \pm 0,1)P_{He}]$ gauss $= [(2,18 \pm 0,27)P_{Ne} + (4,37 \pm 0,18)P_{He}]$ MHz	
$\sum_{Ne\ 2p_4}^{(2)} -Ne = 93 \pm 9 \cdot 10^{-16}$ cm <sup>2</sup>	$82 \pm 4 \cdot 10^{-16}$
$\sum_{Ne\ 2p_4}^{(2)} -He = 83,7 \pm 3 \cdot 10^{-16}$ cm <sup>2</sup>	$76,5 \pm 2,5 \cdot 10^{-16}$ (note 2)
$\sum_{Ne\ 2p_4}^{(1)} -Ne = 53 \pm 7 \cdot 10^{-16}$ cm <sup>2</sup>	
$\sum_{Ne\ 2p_4}^{(1)} -He = 61,7 \pm 3 \cdot 10^{-16}$ cm <sup>2</sup>	

TABLEAU VI-3 : niveau  $2p_4$

(note 1) Les barres d'erreur ont été augmentées pour tenir compte des erreurs d'extrapolation ( $i_c$  et  $I_{laser}$ )

(note 2) Cette valeur a été corrigée par rapport à celle donnée par DECOMPS. En effet, celui-ci a utilisé une valeur erronée de  $\bar{v}_{rel}$  (He-Ne).





L'accord n'est pas excellent entre nos résultats et ceux de DECOMPS (désaccord entre 8 et 10%); cependant l'écart entre les résultats est de l'ordre de l'incertitude expérimentale. Il est d'ailleurs intéressant de constater que nos droites,  $\Gamma(2) = f(P)$ , coupent celles de DECOMPS pour une pression d'environ 1,5 Torr, c'est-à-dire dans la région où la précision expérimentale est la meilleure.

Il faut également remarquer que la valeur que nous donnons ici pour la durée de vie du niveau  $2p_4$  est plus proche de la valeur proposée par BENNETT ( $19,1 \pm 0,3$  ns).

Remarque :

Les sections efficaces de collision, figurant dans le tableau VI-3, sont évaluées suivant la formule

$$\Sigma = \frac{(\Delta\Gamma)_{\text{coll}}}{\bar{v}_{\text{rel}} \cdot (\text{nb. de perturbateurs/cm})} = 2,249 \cdot 10^{-23} \frac{(\Delta\Gamma)_{\text{coll}}}{P(\text{perturb.})} \sqrt{\frac{T}{10(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2})}}$$

( $\Delta\Gamma$  en  $s^{-1}$  et  $M_1$  et  $M_2$  en g)

Nous prenons ici  $T = 300^\circ\text{K}$ , car les valeurs sont obtenues après extrapolation à intensité de décharge nulle.

b) Le niveau  $3s_2$

Les figures 24 montrent la variation de  $\Gamma(1)_{3s_2}$  en fonction de la pression totale pour les quatre mélanges utilisés. Comme DECOMPS (pour  $\Gamma(0)$  et  $\Gamma(2)$ ), nous obtenons un comportement linéaire avec les mélanges 100%, 20% et même 10% de néon : ces trois droites ont la même ordonnée à l'origine (à mieux que 2% près)

$$\Gamma_b(1)(P=0) = 2,6 \pm 0,25 \text{ gauss} = 4,7 \pm 0,45 \text{ MHz} = (29,6 \pm 2,8) 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (3)$$

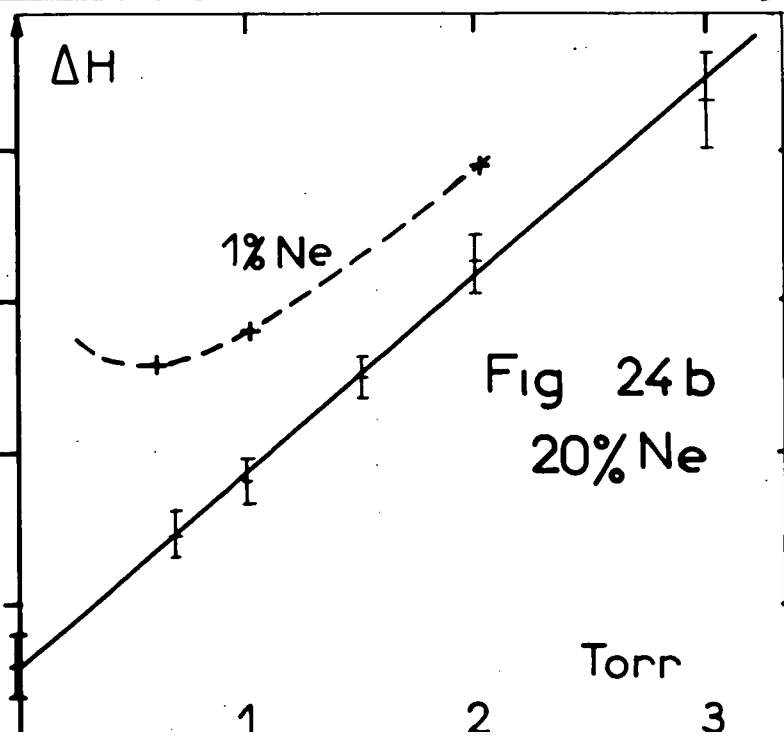
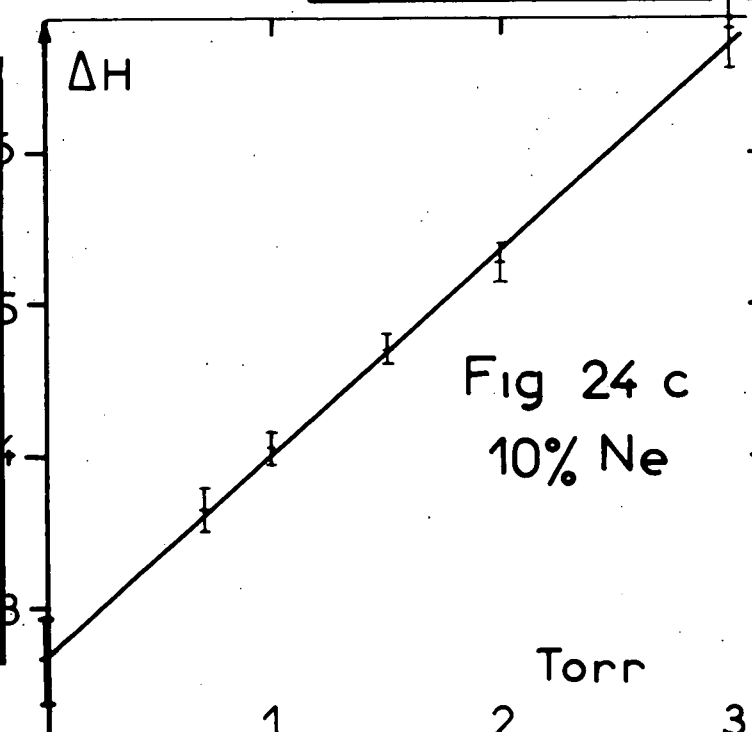
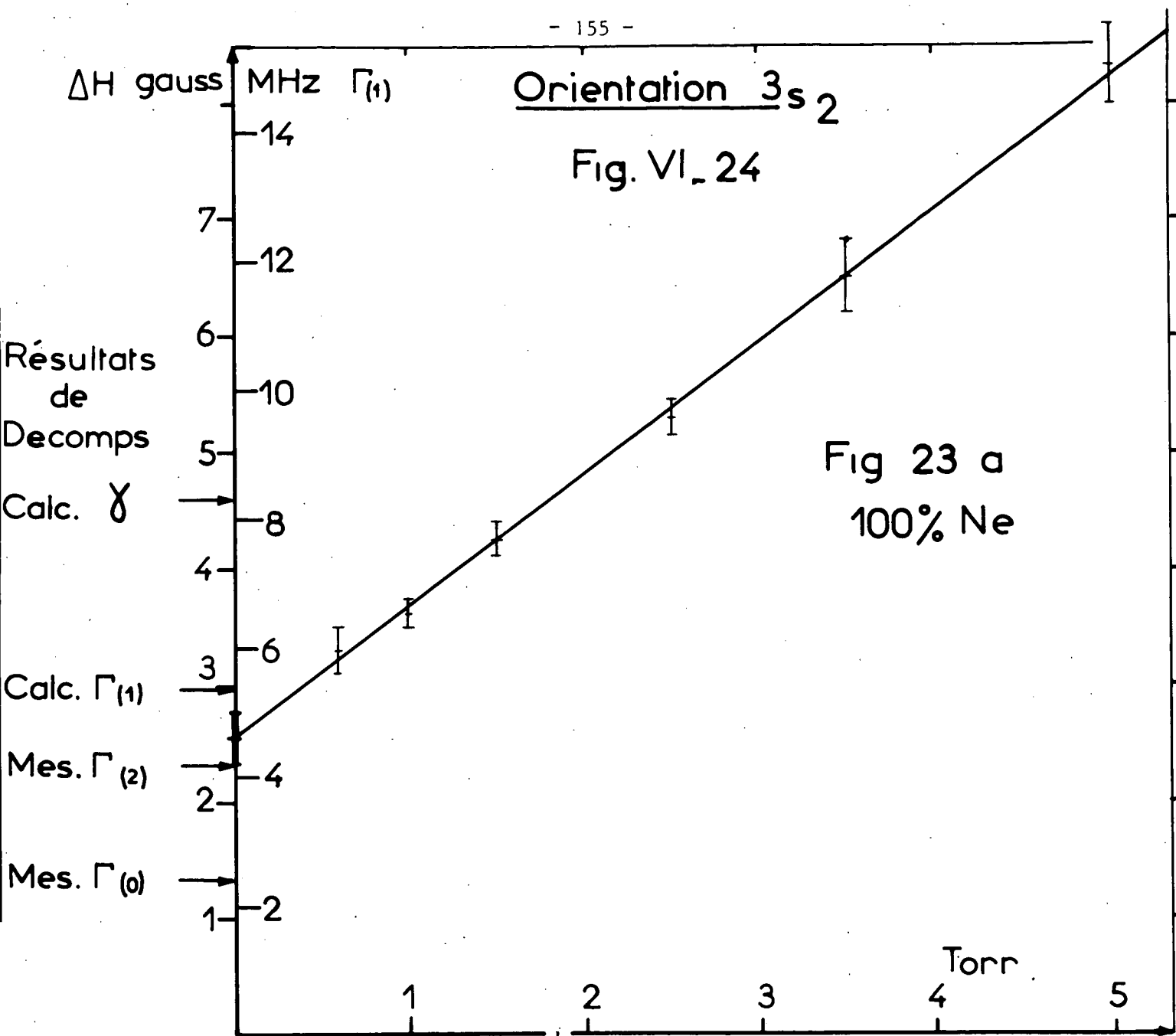
Par contre, dans le mélange à 1% de néon, nous n'obtenons plus une droite passant par ce point. Comme DECOMPS l'a montré, ce comportement provient de la diffusion multiple de la raie de résonance. En effet, on a (cf. (II,20)) :

$$\Gamma_b(1) = \gamma_b(1 - \frac{1}{2} \Lambda x) + a(1) P_{\text{Ne}} + b(1) P_{\text{He}} \quad (4)$$

où  $\Lambda$  est le rapport de branchement de la raie de résonance, et où l'on a donné à  $\alpha(b,1)$  sa valeur 1/2 calculée par SALOMAN et HAPPER (<sup>13</sup>).

Dans les mélanges à forte proportion de néon, la raie de résonance est toujours totalement réabsorbée, c'est-à-dire que  $x = 1$ . On obtient alors uniquement le comportement asymptotique de l'expression (4) :





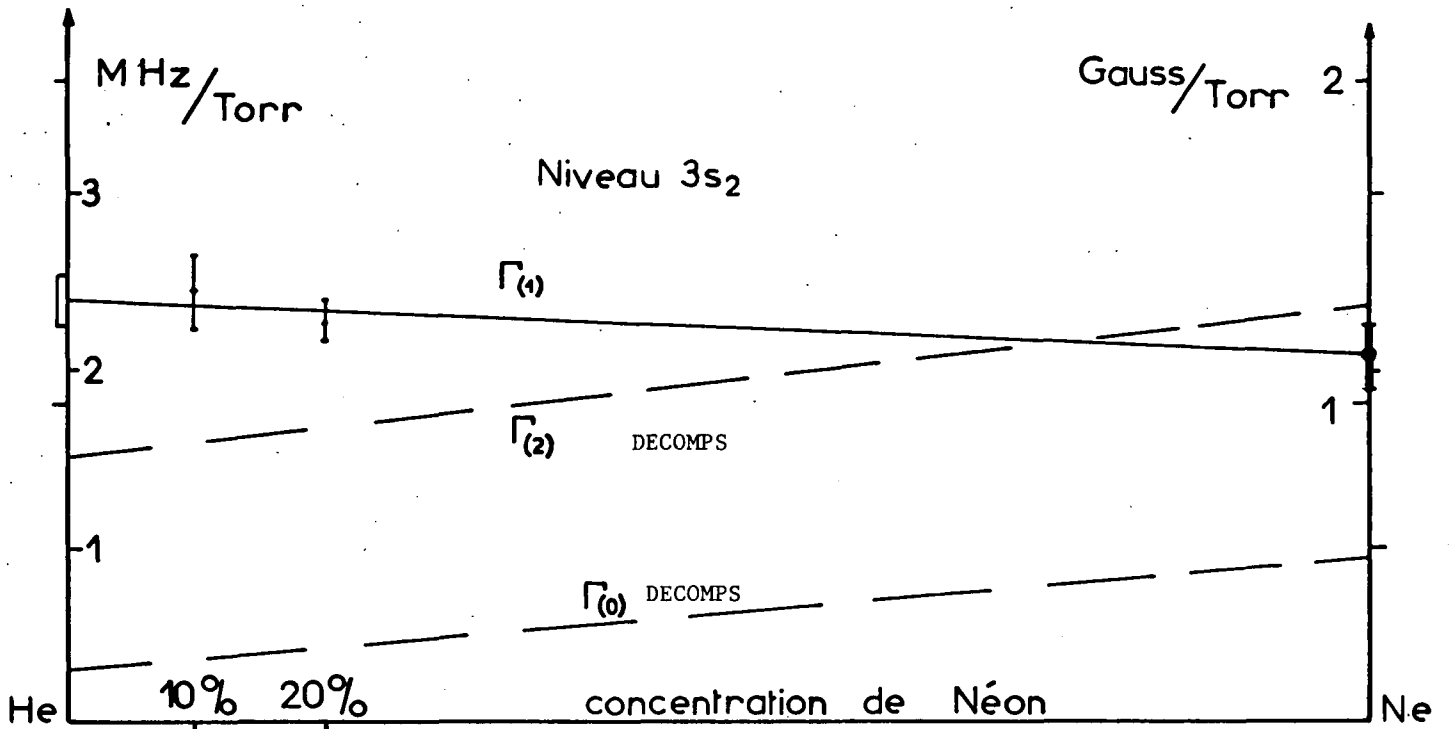


FIGURE VI-25 : Elargissement avec la pression en fonction de la concentration de néon.

$$\Gamma_b(1)_{\text{asy.}} = \gamma_b \left(1 - \frac{\Lambda}{2}\right) + a(1)P_{\text{Ne}} + b(1)P_{\text{Ne}} \quad (5)$$

La pente des droites ainsi obtenues (la figure VI-25 montre l'effet de la concentration en néon sur les pentes) permet de déterminer la section efficace de destruction de l'orientation par les collisions  $\text{Ne}^*-\text{Ne}$  et les collisions  $\text{Ne}^*-\text{He}$  :

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma(1)_{3s_2} &= [ (1,32 \pm 0,1)P_{\text{He}} + (1,15 \pm 0,1)P_{\text{Ne}} ] \text{ gauss} \\ &= [ (2,39 \pm 0,18)P_{\text{He}} + (2,08 \pm 0,18)P_{\text{Ne}} ] \text{ MHz} \\ \sum_{\text{Ne}_{3s_2}-\text{Ne}}^{(1)} &= 58,5 \pm 5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \\ \sum_{\text{Ne}_{3s_2}-\text{He}}^{(1)} &= 29,4 \pm 2,5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Avec le mélange à 1% de néon, la pression partielle de néon est assez faible pour que  $x$  soit notablement inférieure à 1. Il en résulte que  $\Gamma(1)$  s'écarte de son asymptote (5) (fig. VI-24-b).

Malheureusement, la valeur (3) de l'ordonnée à l'origine de l'asymptote n'est pas en bon accord avec la valeur prévue à partir des mesures de DECOMPS. En effet, DECOMPS obtient :

$$\Gamma_b(0)(P=0) = \gamma_b(1 - \Lambda) = 2,45 \pm 0,12 \text{ MHz} \quad (7)$$

$$\Gamma_b(2)(P=0) = \gamma_b \left(1 - \frac{7}{10} \Lambda\right) = 4,225 \pm 0,1 \text{ MHz} \quad (8)$$

ce qui permet de calculer :

$$\Gamma_b(1)(P=0) = \gamma_b \left(1 - \frac{\Lambda}{2}\right) = 5,40 \pm 0,28 \text{ MHz} \quad (9)$$

L'accord entre (3) et (9) peut être obtenu à l'extrême limite des barres d'erreur; cependant cette imprécision est beaucoup plus grave que dans le cas du niveau  $2p_4$  car la durée de vie radiative  $\tau = 1/\gamma_b$  et la probabilité de transition de la raie de résonance  $\Lambda\gamma_b$  s'obtiennent par un calcul qui accroît beaucoup l'erreur ( $\Delta\gamma_b = \frac{10}{3} (\Gamma(2)-\Gamma(0))$ ). Ceci se voit aisément sur le tableau VI-4 où nous avons comparé les résultats de DECOMPS à ceux de KLOSE (<sup>68</sup>) et de LAWRENCE et LISZT (<sup>69</sup>). Dans tous les cas, les différentes grandeurs sont calculées à partir de deux mesures (ou d'une mesure et d'une évaluation théorique). Les mesures de  $\Gamma_b(0)$  et de  $\Gamma_b(2)$  ( $P=0$ , diffusion multiple saturée) obtenues par DECOMPS sont assez peu différentes des valeurs estimées à partir des résultats des autres auteurs; cependant les valeurs obtenues pour  $\Lambda\gamma_b$  et pour  $\tau$  sont nettement différentes, car la méthode de calcul accentue les écarts.

TABLEAU VI-4 : Valeurs à pression faible (sans collisions) en  $10^6 \text{ s}^{-1}$

	$\Gamma(0)=\gamma(1-\Lambda)$	$\Gamma(1)=\gamma(1-\frac{\Lambda}{2})$	$\Gamma(2)=\gamma(1-\frac{7\Lambda}{10})$	$\gamma$	$\gamma-\Gamma(0)=\Lambda\gamma$	$\tau = \frac{1}{\gamma}$ (ns)
DECOMPS ( <sup>33</sup> )	M 15,4 ± 0,75	C 34 ± 1,8	M 26,5 ± 0,6	C 52,5 ± 2,6	C 37 ± 2	19,1 ± 1
KLOSE ( <sup>68</sup> )	M 16,1 ± 1,2	C 28,3 ± 2,2	C 23,5 ± 1,8	C 40,6 ± 3,2	M 24,5 ± 2	25 ± 2
LAWRENCE et LISZT ( <sup>69</sup> )	T 17	C 30	C 24,8	M 43 ± 2,8	C 26 ± 6	23,1 ± 1,5
Présent travail		M 29,6 ± 2,8				

M = mesuré                      T = calcul théorique (approximation Coulombienne)

C = calculé à partir des autres mesures.

On voit aussi, sur le tableau VI-4, que notre mesure de  $\Gamma(1)_{3s_2}$  semble en meilleur accord avec les résultats de KLOSE ou de LAWRENCE et LISZT qu'avec ceux de DECOMPS. Ceci est assez surprenant si l'on remarque l'excellente cohérence interne des résultats de DECOMPS et si l'on remarque que, malgré les nombreuses précautions prises, les mesures de durées de vie par l'étude de la décroissance exponentielle de la population des niveaux (méthode utilisée par KLOSE et par LAWRENCE et LISZT) donnent presque toujours des valeurs trop grandes en raison des phénomènes de cascade (note).

(note) Pour le niveau  $2p_4$ , par exemple, KLOSE (<sup>70</sup>) donne  $\tau = 22,4 \pm 4,4$  ns au lieu de 17 (DECOMPS), 18,4 (ici) ou 19,1 (BENNETT) (<sup>71</sup>).

#### 4) Vérification des résultats avec un champ magnétique perpendiculaire à l'excitation

En raison des désaccords constatés entre les résultats de DECOMPS et les nôtres, nous avons réalisé quelques mesures avec la géométrie expérimentale n° 2 de la figure VI-12. Comme nous l'avons montré au paragraphe V-D-3, cette géométrie a l'avantage d'isoler complètement les différentes observables tensorielles transversales. Ceci permet de tester l'isotropie de la relaxation de deux façons différentes : 1) par la mesure simultanée de  $\Gamma(2)$  à partir de  $\rho_2^2$  et de  $\rho_1^2$  (pour le niveau  $2p_4$  seulement; 2) par la comparaison des mesures de  $\Gamma(2)$  et  $\Gamma(1)$  obtenues avec les géométries 1 et 2 : en effet, si la symétrie de la relaxation est axiale (et non sphérique), l'axe privilégié est l'axe de la cellule, on peut donc s'attendre à trouver des relaxations différentes lorsque le champ magnétique est perpendiculaire et lorsqu'il est à  $45^\circ$  de cet axe.

Avec la géométrie 2, nous avons fait quelques mesures dans le mélange à 10% qui donne un très bon signal pour le niveau  $2p_4$  et dans le néon pur, qui est le plus favorable pour l'étude du  $3s_2$ . Les résultats sont les suivants :

##### a) Niveau $2p_4$

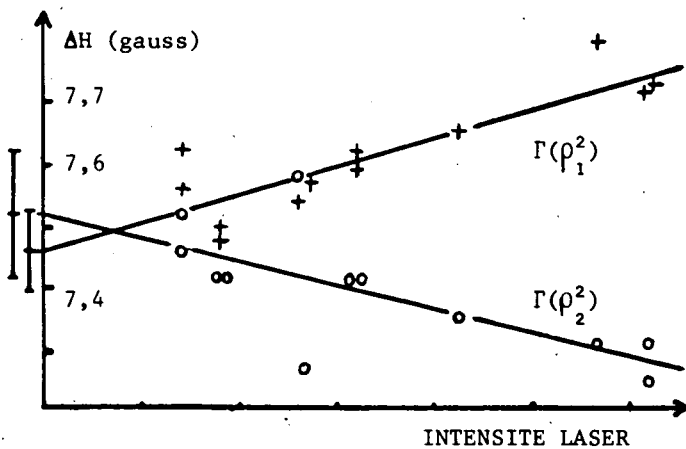


FIGURE VI-26: 10% NE; 1 torr; 10 mA.

Les valeurs de  $\Gamma(\rho_2^2)$  et de  $\Gamma(\rho_1^2)$  sont différentes en laser fort (saturations différentes), mais tendent vers des valeurs compatibles quand l'intensité laser tend vers zéro (figure VI-26). De plus, ces valeurs reportées sur la figure VI-18 (points marqués d'un  $\Delta$ ) sont en parfait accord avec les mesures obtenues avec la géométrie 1 (à l'exception d'un point, peu précis, à 3 Torr). De même, les mesures de  $\Gamma(1)$ <sup>(note)</sup> sont en parfait accord avec celle de la géométrie n° 1 (fig. VI-17).

On en conclut que les mesures obtenues sur le niveau  $2p_4$  sont cohérentes entre elles et que l'effet sur ce niveau d'une éventuelle anisotropie de relaxation n'est pas détectable, à la précision de nos mesures.

##### b) Niveau $3s_2$

Dans le mélange à 10% de néon, la précision est insuffisante pour que l'on puisse conclure, mais dans le néon pur, il y a un net désaccord entre les mesures de  $\Gamma(1)_{3s_2}$  effectuées avec

(note) Pour cette mesure, on élimine par une méthode d'approximations successives l'effet du transfert par émission spontanée. Cette opération est beaucoup moins aisée avec des courbes de dispersion qu'avec des courbes d'absorption (géométrie n° 1) mais elle est assez précise.

les deux géométries (figure VI-15). Les nouveaux résultats sembleraient en meilleur accord avec ceux de DECOMPS, mais pour pouvoir conclure, il faudrait un plus grand nombre de mesures.

REMARQUE :

Le rapport signal sur bruit est sensiblement meilleur avec la géométrie 2 qu'avec la géométrie 1 : ceci est évident à partir des calculs du paragraphe V-D-3 qui montre que la géométrie 1 fait perdre un facteur 2 sur le signal. D'autre part, lorsque le bruit est assez faible, les courbes de dispersion donnent des résultats plus précis que les courbes de Lorentz, car le dépouillement ne nécessite pas la détermination de l'asymptote en champ fort (région déformée par action du champ magnétique sur la décharge). Le problème le plus difficile, avec les courbes de dispersion, est l'élimination du transfert.

Il semble donc, a posteriori, que le choix de la géométrie 2 aurait été préférable pour les mesures. En effet, il ne devrait pas y avoir de difficultés importantes à adapter le dépouillement machine aux courbes de dispersion; cependant, nous n'avons pas eu la possibilité de le faire jusqu'à présent.

5) Conclusions

En raison du bon accord des différentes mesures (géométries 1 et 2) et de la bonne précision de la mesure de  $\Gamma(1)_{2p_4}$ , il semble que l'on peut avoir confiance dans les résultats des mesures concernant le niveau  $2p_4$ . Par contre, les résultats concernant le niveau  $3s_2$  sont beaucoup plus sujets à caution.

En ce qui concerne l'écart entre les résultats de DECOMPS et les nôtres (environ 8% pour le  $2p_4$  et 12% pour le  $3s_2$ ), nous avons fait de nombreuses hypothèses et de nombreuses vérifications sans obtenir de réponse réellement convaincante (si ce n'est l'impression que les barres d'erreur annoncées sont peut-être trop faibles) :

- Extrapolation à intensité laser nulle : nous avons vu que cette extrapolation est délicate et introduit une incertitude dont nous avons tenu compte dans l'évaluation de l'erreur de mesure. Cependant, on peut craindre une erreur systématique si la variation des largeurs n'est pas assez voisine d'une fonction linéaire de l'intensité laser, dans la région utilisée pour l'extrapolation. Ceci est surtout à craindre dans les expériences de DECOMPS, car il a une densité d'énergie lumineuse plus grande (cellule dans la cavité) et parce que, dans ce cas, l'atténuation du laser modifie le nombre de modes. Cependant, cet effet n'est sûrement pas très important (au maximum quelques pour cent, dans le bon sens), car DECOMPS a obtenu des résultats compatibles chaque fois qu'un niveau pouvait être étudié avec plusieurs raies laser différentes (donnant des élargissements différents).

- Mesure de pression : les jauges de MacLeod des différents montages ont été comparées et donnent des résultats identiques dans toute la gamme de pressions utilisée. Seule la façon de les uti-

liser a pu être différente d'un expérimentateur à l'autre (en particulier du fait de la paralaxe lors de la mesure de la hauteur de mercure).

- Etalonnage du champ magnétique : il semble que l'étalonnage utilisé par DECOMPS soit faux d'environ 1% (note). Cette correction joue dans le bon sens mais est nettement insuffisante pour expliquer les écarts.

- Pureté du gaz : on peut imaginer que des impuretés ont pu être dégazées des parois (et surtout de la cathode que la décharge chauffe) dans le montage utilisé par DECOMPS. L'importance du dégazage n'étant pas liée directement à la pression du gaz, ce phénomène peut fausser les taux de relaxation extrapolés à pression nulle (valeurs trop fortes). Malheureusement cette hypothèse ne peut être vérifiée a posteriori. D'autre part, il semble douteux qu'un phénomène de ce genre ait permis une reproductibilité des résultats aussi bonne que celle observée par DECOMPS.

- Anisotropie de la relaxation due à la symétrie axiale de la cellule: La compatibilité des différentes mesures de  $\Gamma(2)_{2p_4}$  et de  $\Gamma(1)_{2p_4}$  avec les géométries 1 et 2 semblent indiquer que l'anisotropie a un effet négligeable sur le niveau  $2p_4$ . Par contre, les différences observées sur le niveau  $3s_2$  plaident en faveur de cette hypothèse. D'autre part, l'existence d'une certaine anisotropie dans la décharge a été clairement mise en évidence par l'observation d'un effet Hanle en l'absence d'irradiation laser (sur le montage II, avec le champ perpendiculaire à l'axe de la cellule). Ce phénomène est d'une grande importance et nous l'étudierons dans un chapitre séparé (chapitre IX). Nous montrerons que cette anisotropie provient surtout de la diffusion multiple. Cependant, il ne nous sera pas possible d'affirmer que ce phénomène est vraiment responsable des désaccords observés.

---

(note)

Ceci provient du changement d'étalonnage (non expliqué) constaté a posteriori lors de la mesure des facteurs de Landé (cf. ch. VII, § F-4 : différence entre les séries 1 et 2 des tableaux VII-8 et VII-9).

Troisième Partie

Effets de Saturation

CHAPITRE VII

ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE  
DES EFFETS NON LINEAIRES (SATURATION)

A - MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DES EFFETS NON LINEAIRES

L'étude de la réponse linéaire des atomes, c'est-à-dire le 2ème ordre de perturbation, nous a permis de déterminer les grandeurs atomiques créées par un faisceau laser extrêmement faible. Nous avons montré que les résultats de la théorie linéaire ne sont pas fondamentalement différents de ceux obtenus avec une source de pompage classique (à l'exception des modulations aux fréquences de battement entre modes). Nous avons pu vérifier expérimentalement ces résultats et en déduire des mesures de temps de relaxation (chapitre VI), mais toutes ces mesures ont nécessité une extrapolation des résultats expérimentaux à intensités de laser nulles.

En principe, l'étude des ordres de perturbation supérieurs à deux doit nous permettre de calculer les corrections à apporter à la réponse linéaire lorsque l'intensité du laser n'est pas très faible. Cependant, comme toutes les méthodes de perturbation, le calcul effectif des ordres élevés se heurte à une très grande difficulté algébrique : les termes du quatrième ordre que nous allons calculer dans les prochains paragraphes sont déjà d'une grande complexité et pourtant, ils sont nettement insuffisants. Ceci est prouvé par de nombreuses constatations expérimentales que nous ne pouvons pas exposer pour le moment. Enfin, il n'est même pas évident que le développement de perturbation soit mathématiquement convergent quand le laser est très intense (<sup>76</sup>).

Nous ne chercherons donc pas à calculer les formes de courbes, en particulier celle de l'effet Hanle, pour une intensité laser quelconque. En effet, pour le faire, il est nécessaire d'envisager de nouvelles méthodes de calcul qui permettront, au prix d'une certaine restriction des hypothèses de départ, d'éviter la méthode de perturbation et de rendre compte plus correctement de l'effet d'un

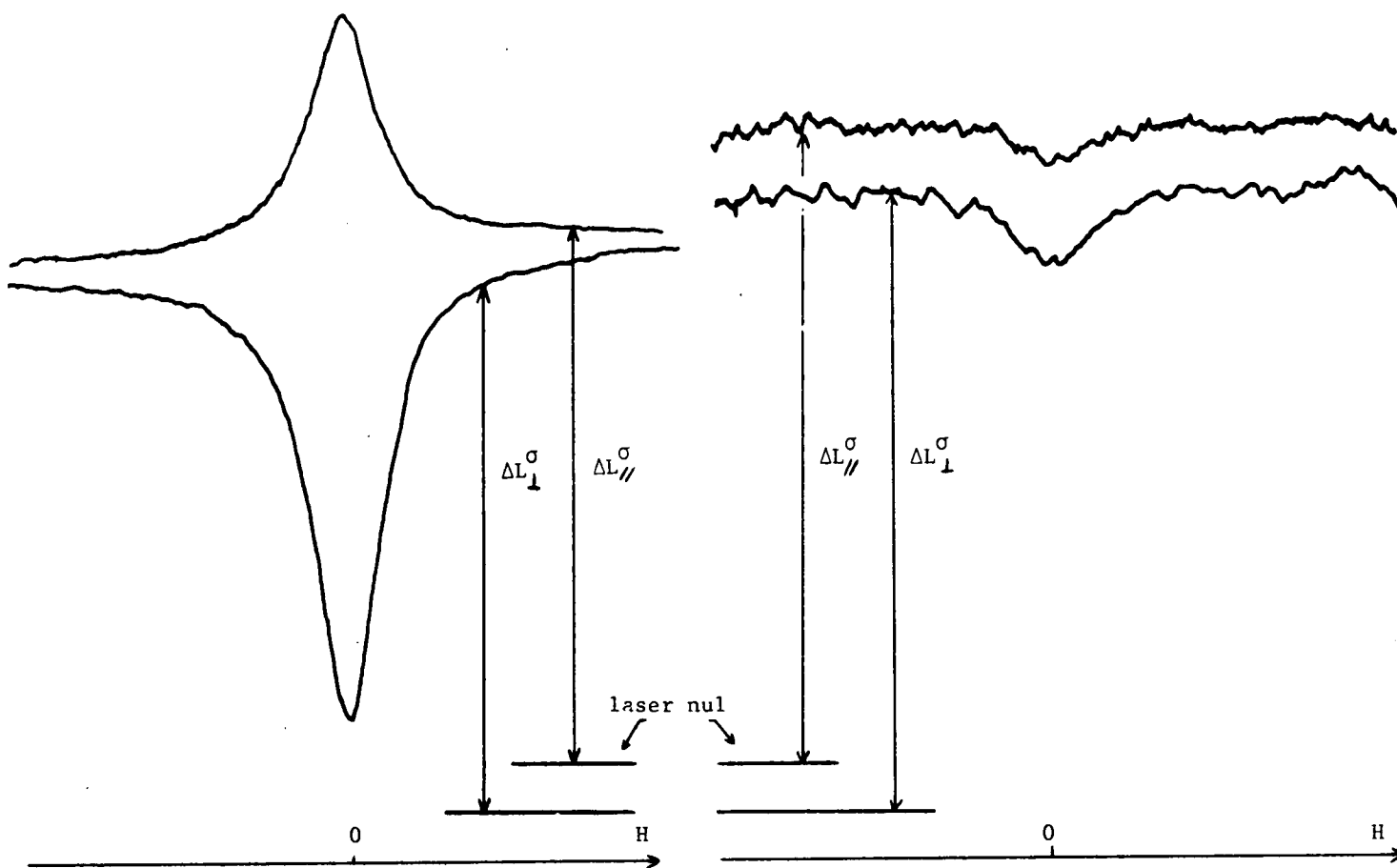


FIGURE VII-1 : Observation simultanée de l'effet Hanle dans les deux directions  $\phi = 0$  et  $\phi = \pi/2$  (détection  $\sigma$ )

VII-1-a : Laser :  $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_1$ ), fluorescence :  $\lambda = 5.944 \text{ \AA}$  ( $2p_4 \rightarrow 1s_5$ )

VII-1-b : Laser :  $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ), fluorescence :  $\lambda = 5.434 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_{10}$ ).

Dans ce cas, l'effet Hanle du niveau  $3s_2$  est plus faible que l'effet de saturation : on observe un creux dans les deux directions.

pompage laser intense. Des recherches dans ce sens ont été entreprises par M. DUCLOY (<sup>76</sup>).

Cependant, il existe un certain nombre de phénomènes physiques, observés expérimentalement, qui ne peuvent être expliqués que par des effets non linéaires. Ce sont ces phénomènes, spécifiques du pompage optique laser, qui justifient une étude des termes du 4<sup>ème</sup> ordre; c'est pourquoi avant d'entreprendre l'étude théorique, il semble préférable de commencer par décrire les observations expérimentales inexplicables par la théorie linéaire.

Ces observations ont toutes été faites sur les montages du type I (ch. VI, § A).

#### 1) Résonance de saturation en champ magnétique nul.

Avec un laser de polarisation rectiligne  $\sigma$ , lorsqu'on observe l'effet Hanle dans les deux directions  $\phi = 0$  et  $\phi = \pi/2$ , la théorie linéaire prévoit des effets égaux et de signe contraire, car la partie anisotrope (liée à  $\rho_2^2$ ) change de signe tandis que la partie isotrope (liée aux grandeurs lon-



gitudinales  $\vec{p}_0^k$ ) est inchangée (cf. § V-2-a, formule (V,19)). Or expérimentalement, on observe que l'effet Hanle semble toujours plus important dans la direction d'observation où il se présente sous la forme d'un creux, que dans la direction où il se présente sous la forme d'une bosse. (en prenant comme sens positif le sens de variation de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser). On peut en voir un exemple sur la figure VII-1-a. Dans certains cas, où l'effet Hanle est très faible (niveau  $3s_2$  par exemple), on obtient même un creux dans les deux directions (figure VII-1-b).

Ceci ne peut être interprété que par une variation avec le champ magnétique de la partie isotrope de la lumière de fluorescence, c'est-à-dire des grandeurs longitudinales  $Q = 0$  (figure VII-3). Cette interprétation est confirmée par l'étude de la lumière de fluorescence en polarisation  $\pi$  : la théorie linéaire ne prévoit aucune variation avec le champ magnétique puisque l'on n'est sensible qu'aux grandeurs longitudinales. Or expérimentalement, on observe toujours, en champ magnétique nul, un minimum de la modification de la lumière de fluorescence quelle que soit la direction d'observation (note).

Dans tous les cas, on interprète ces phénomènes comme une augmentation de la saturation en champ magnétique nul. En effet, les phénomènes de saturation (ou effets non linéaires) ont forcément pour effet de diminuer la réponse linéaire.

a) Interprétation phénoménologique

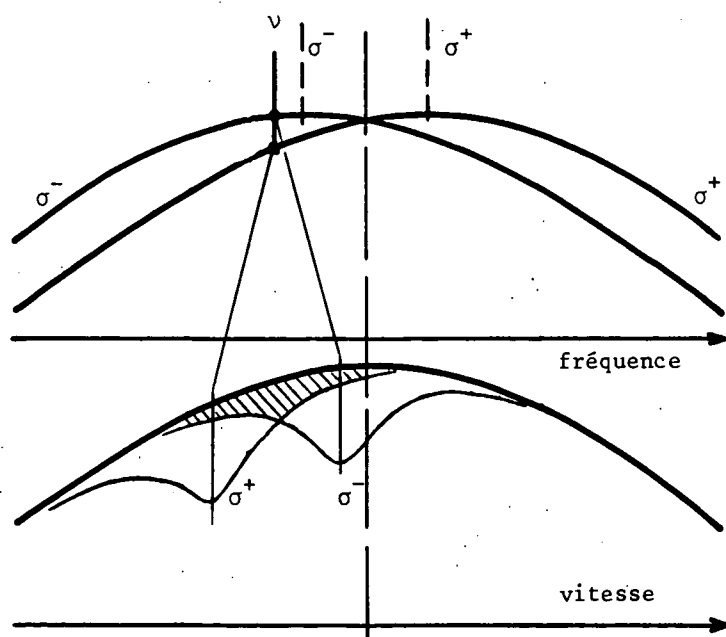


FIGURE VII-2

Considérons un mode donné. En champ nul, ses composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  interagissent avec les mêmes atomes (atomes de même vitesse) tandis qu'en présence d'un champ magnétique, elles interagissent avec deux paquets de vitesse différents. La saturation, qui est un effet non linéaire est donc plus importante en champ nul (en effet  $(I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-})^2 > I_{\sigma^+}^2 + I_{\sigma^-}^2$ ). En champ magnétique fort, chacune des composantes  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  produit un "trou" (cf. BENNETT (52)) dans la distribution de la différence de population en fonction de la vitesse. La saturation augmente dès que le champ magnétique est assez faible pour que les trous se recouvrent partiellement,

(note) Nous avons trouvé une exception à cette loi pour la raie de fluorescence ( $5.944 \text{ \AA } 2p_4 \rightarrow 1s_5$ ) lorsque le niveau  $2p_4$  est pompé par la raie  $1,15 \mu$ . Nous reviendrons plus tard sur ce cas particulier.

c'est-à-dire lorsque l'écart Zeeman est de l'ordre de leur largeur. A l'aide des formules (II,69, 79 et 68), on peut démontrer que la demi-largeur des trous est  $\Gamma'_{ab}$  si le laser est assez faible pour que les formules de second ordre soient approximativement valables ( $\Gamma'_{ab}$  = coefficient de relaxation des cohérences optiques). On peut donc prévoir, quand on balaye le champ magnétique, que la courbe de saturation provenant de cet effet a une demi-largeur de l'ordre de  $2\Gamma'_{ab}$ .

D'autre part, on peut prévoir que cette interprétation uniquement en termes de population et d'intensité des composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  est insuffisante. Le fait que la polarisation de l'excitation soit  $\sigma$  cohérente a un rôle à jouer : à l'ordre 2, l'interaction simultanée de  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  produit l'effet Hanle linéaire, provenant de  $\binom{2}{\alpha} \rho_0^2$ . Par une nouvelle interaction avec les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ , cette quantité réagit sur les grandeurs longitudinales à l'ordre quatre,  $\binom{4}{\alpha} \rho_0^k$ , et leur donne une dépendance par rapport au champ magnétique. On peut donc prévoir que la largeur des termes de saturation provenant de cet effet est reliée aux largeurs  $\Gamma_a(2)$  et  $\Gamma_b(2)$  des courbes d'effet Hanle (coefficients de relaxation des cohérences Zeeman).

Seul un calcul complet du 4e ordre peut déterminer l'importance relative de ces deux effets que nous appellerons respectivement "effet de population" et "effet de cohérence Zeeman à l'ordre deux".

b) Taux d'anisotropie R' . Grandeur F'

Au chapitre V, nous avons défini le taux d'anisotropie en champ nul  $R'$  (V,26) comme le rapport de la partie anisotrope (provenant des grandeurs transversales) à la partie isotrope (grandeurs longitudinales) de la lumière de fluorescence  $\sigma$ , mesurée en champ nul. D'autre part, nous avons défini  $F$  à partir des grandeurs longitudinales (cf. V,23).

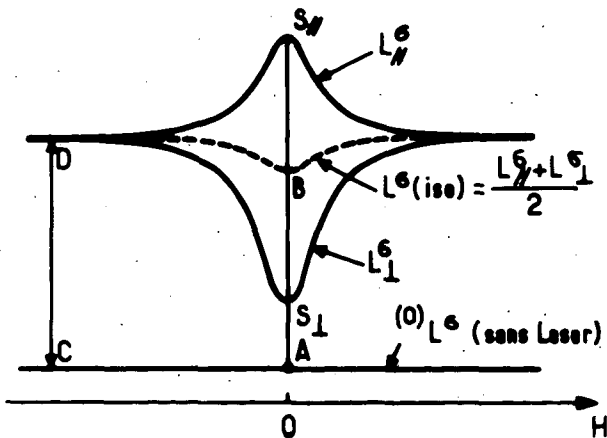


FIGURE VII-3 : Modification, sous l'effet du laser, de la lumière de fluorescence observée dans les directions  $\phi=0$  ( $L_{\perp}$ ) et  $\phi=\pi/2$  ( $L_{\parallel}$ ) (cf. fig. VI-1). On peut définir les rapports :

$$R_{\parallel} = \frac{AS_{\parallel} - CD}{CD} ; \quad R_{\perp} = \frac{AS_{\perp} - CD}{CD}$$

$$R = \frac{AS_{\parallel} - AS_{\perp}}{2CD} = \frac{BS_{\parallel}}{CD} = \frac{S_{\perp} B}{CD} = \frac{R_{\parallel} - R_{\perp}}{2}$$

$$R' = \frac{AS_{\parallel} - AS_{\perp}}{AS_{\parallel} + AS_{\perp}} = \frac{BS_{\parallel}}{AB}$$

Pour la théorie linéaire, il est indifférent de choisir de mesurer les grandeurs longitudinales en champ nul ou en champ fort, puisque ces quantités sont indépendantes du champ magnétique, mais le problème se pose du fait de la saturation. En observant la figure 3 (les notations sont les mêmes que celles de la réf. (24) et de la thèse de DECOMPS (33)), on voit quatre façons différentes de définir expérimentalement la grandeur  $R$ , qui seraient toutes équivalentes si les grandeurs longitudinales ne dépendaient pas du champ magnétique ( $AB = CD$ ), c'est-à-dire si la partie isotrope de la lumière de fluorescence ( $L^{\sigma}(\text{iso})$ ) ne présen-

tait pas un creux en champ nul du fait de la saturation. Les deux grandeurs les plus accessibles expérimentalement sont la profondeur relative du creux  $R_{\perp}$  et la hauteur relative de la bosse  $R_{//}$  (suivant les raies utilisées, il faut échanger // et  $\perp$ ). La moyenne de leur valeur absolue est :

$$R = \frac{BS_{//}}{CD} = \frac{L(\text{aniso})(H=0)}{\Delta L(\text{iso})(H \text{ grand})}$$

tandis que

$$R' = \frac{BS_{//}}{AB} = \frac{L(\text{aniso})(H=0)}{\Delta L(\text{iso})(H=0)}$$

est le taux d'anisotropie en champ nul défini au paragraphe V (V,26).

Le problème expérimental était donc de choisir entre ces différentes grandeurs. L'expérience a montré (thèse B. DECOMPS (<sup>33</sup>), figure 7-IV) :

- que ces quatre grandeurs convergent vers la même valeur quand l'intensité laser tend vers zéro. Ceci prouve bien que la différence entre ces grandeurs vient d'un phénomène de saturation;
- que  $R_{//}$  et  $R_{\perp}$  (ce qui est évident), mais aussi R, varient dans tous les cas avec l'intensité laser, ce qui rend difficile la mesure de la valeur limite;
- que R' est indépendant de l'intensité laser dans de nombreux cas :
  - niveau  $2p_4$  ( $J_a=2$ ) étudié à l'aide des raies  $6.328 \text{ \AA}$  ou  $1,15 \mu$  ( $J_b=1 \leftrightarrow J_a=2$ )
  - niveau  $3s_2$  ( $J_b=1$ ) étudié avec les raies  $7.305 \text{ \AA}$  ( $J_b=1 \leftrightarrow J_a=0$ ) et  $6.401 \text{ \AA}$  ( $J_b=1 \leftrightarrow J_a=1$ )
  - niveau  $2s_2$  ( $J_b=1$ ) étudié avec la raie  $1,52 \mu$  ( $J_b=1 \leftrightarrow J_a=0$ )
- que R' varie aussi avec l'intensité laser dans le cas du niveau  $3s_2$  ( $J_b=1$ ) étudié à l'aide de la raie  $6.328 \text{ \AA}$  ( $J_b=1 \leftrightarrow J_a=2$ ).

Des constatations identiques ont été faites sur la grandeur F : les valeurs F' de F, déterminées en champ nul, sont indépendantes de l'intensité laser chaque fois que R' l'est, tandis que les valeurs déterminées en champ fort varient (sauf pour les raies laser  $1 \leftrightarrow 0$ ).

Cette invariance de R' et F' dans de nombreux cas facilite les mesures de temps de relaxation puisqu'il n'est plus nécessaire d'extrapoler à intensité laser nulle pour pouvoir utiliser les formules du 2e ordre. Il est donc du plus grand intérêt de comprendre théoriquement l'origine de ce phénomène. Chronologiquement, c'est d'ailleurs l'étude théorique qui nous a permis de mettre en évidence la variation de R' dans le cas du niveau  $3s_2$  étudié avec la raie  $6.328 \text{ \AA}$ . Le mauvais rapport signal sur bruit dans ce cas nous avait d'abord caché la variation de R' et une généralisation hâtive des résultats des autres niveaux nous avait conduit à des mesures erronées.

## 2) Résonances de saturation en champ non nul

Sur le montage de type I (laser de polarisation rectiligne  $\sigma$ , cf. fig. VI-1), lorsqu'on balaye le champ magnétique assez largement en dehors de la zone d'effet Hanle, on observe, dans certains cas, une succession de résonances sur l'enregistrement de la lumière de fluorescence. Ces résonances sont réparties à intervalles réguliers, symétriquement de part et d'autre du champ nul. Elles sont toujours en creux, si l'on choisit comme sens positif le sens de variation de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser (figures VII-5 et 6) : ce sont toujours des diminutions de la modification de la lumière émise.

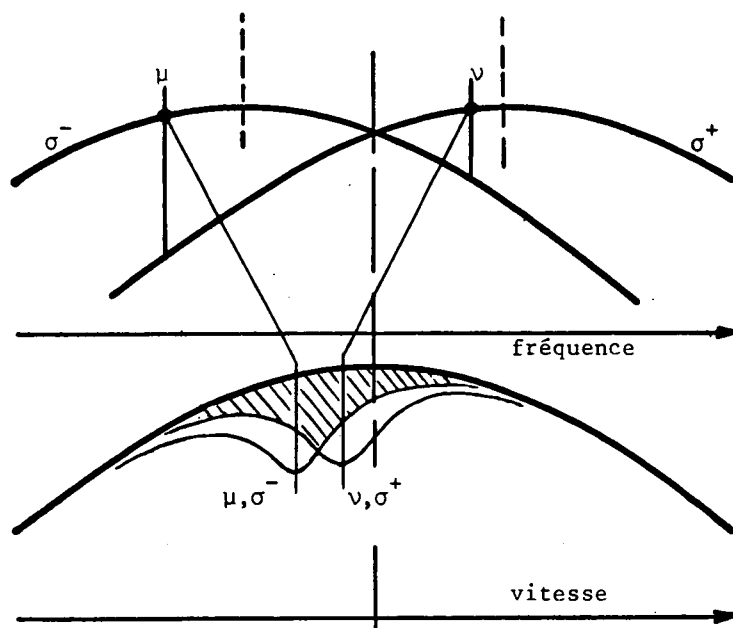


FIGURE VII-4

L'interprétation peut se faire de façon analogue à celle de la saturation en champ nul : il y a un maximum de saturation chaque fois que la composante  $\sigma^+$  d'un mode et la composante  $\sigma^-$  d'un autre interagissent avec les mêmes atomes, c'est-à-dire lorsque l'écart Zeeman est égal à l'écart de fréquence entre les modes. Là encore, deux phénomènes peuvent intervenir simultanément :

- un "effet de population" qui augmente la saturation lorsque le trou créé dans la distribution des vitesses par la composante  $\sigma^+$  du mode  $\nu$  recouvre le trou créé par la composante  $\sigma^-$  du mode  $\mu$  (figure VII-4)
- un effet de "cohérence Zeeman au second ordre" : à l'ordre 2, l'interaction de la composante

$e^{i\omega_\nu t}$  du mode  $(\nu, \sigma^+)$  et de la composante  $e^{-i\omega_\mu t}$  du mode  $(\mu, \sigma^-)$  crée un terme de cohérence Zeeman,  $(2)_{\alpha l-2}^2$ , modulé à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  et résonnant lorsque l'écart Zeeman  $2\omega_\alpha$  est égal à  $\omega_\nu - \omega_\mu$  (cf. chapitre IV, § C). Une nouvelle interaction avec la composante  $e^{-i\omega_\nu t}$  du mode  $(\nu, \sigma^+)$  et la composante  $e^{i\omega_\mu t}$  du mode  $(\mu, \sigma^-)$  permet de "démoduler" ce terme de cohérence Zeeman et de produire au quatrième ordre des grandeurs longitudinales indépendantes du temps. Les termes ainsi obtenus  $(\binom{4}{\alpha l_0^k})$  reflètent donc la résonance de  $(2)_{\alpha l-2}^2(\omega_\nu - \omega_\mu)$  lorsque l'on balaye le champ magnétique.

Comme pour la résonance en champ nul, un calcul complet est nécessaire pour déterminer l'importance relative de ces deux effets. D'autre part, deux autres questions se posent :

### a) Position des résonances : mesure des facteurs de Landé

L'interprétation phénoménologique ci-dessus permet d'espérer qu'il est possible d'utiliser ces résonances pour la mesure du facteur de Landé des niveaux. En effet, il est très facile de mesurer avec beaucoup de précision la fréquence de battement entre modes à l'aide d'une photodiode et d'un

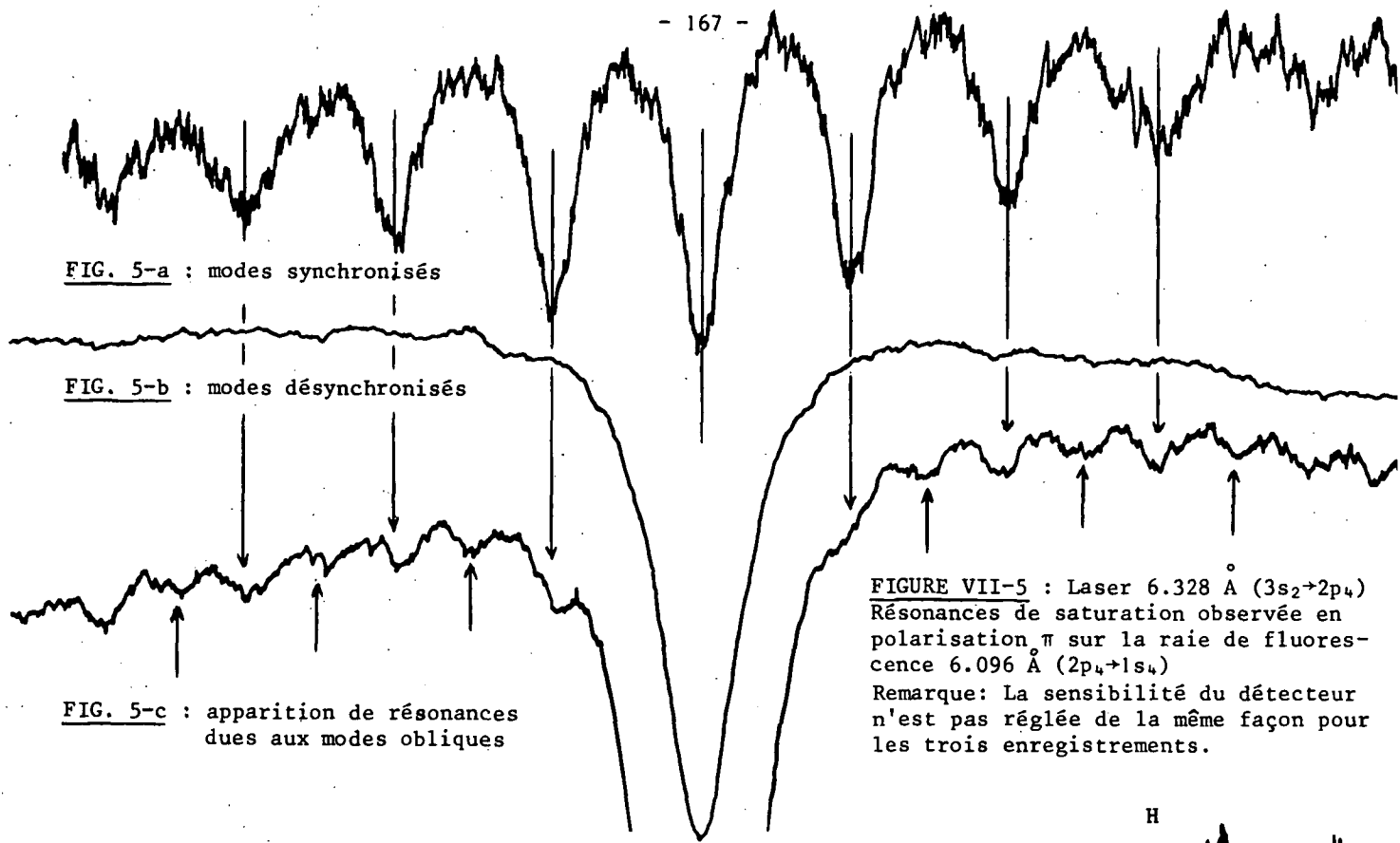


FIG. 5-a : modes synchronisés

FIG. 5-b : modes désynchronisés

FIG. 5-c : apparition de résonances dues aux modes obliques

FIGURE VII-5 : Laser 6.328 Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ )  
 Résonances de saturation observée en polarisation  $\pi$  sur la raie de fluorescence 6.096 Å ( $2p_4 \rightarrow 1s_4$ )  
 Remarque: La sensibilité du détecteur n'est pas réglée de la même façon pour les trois enregistrements.

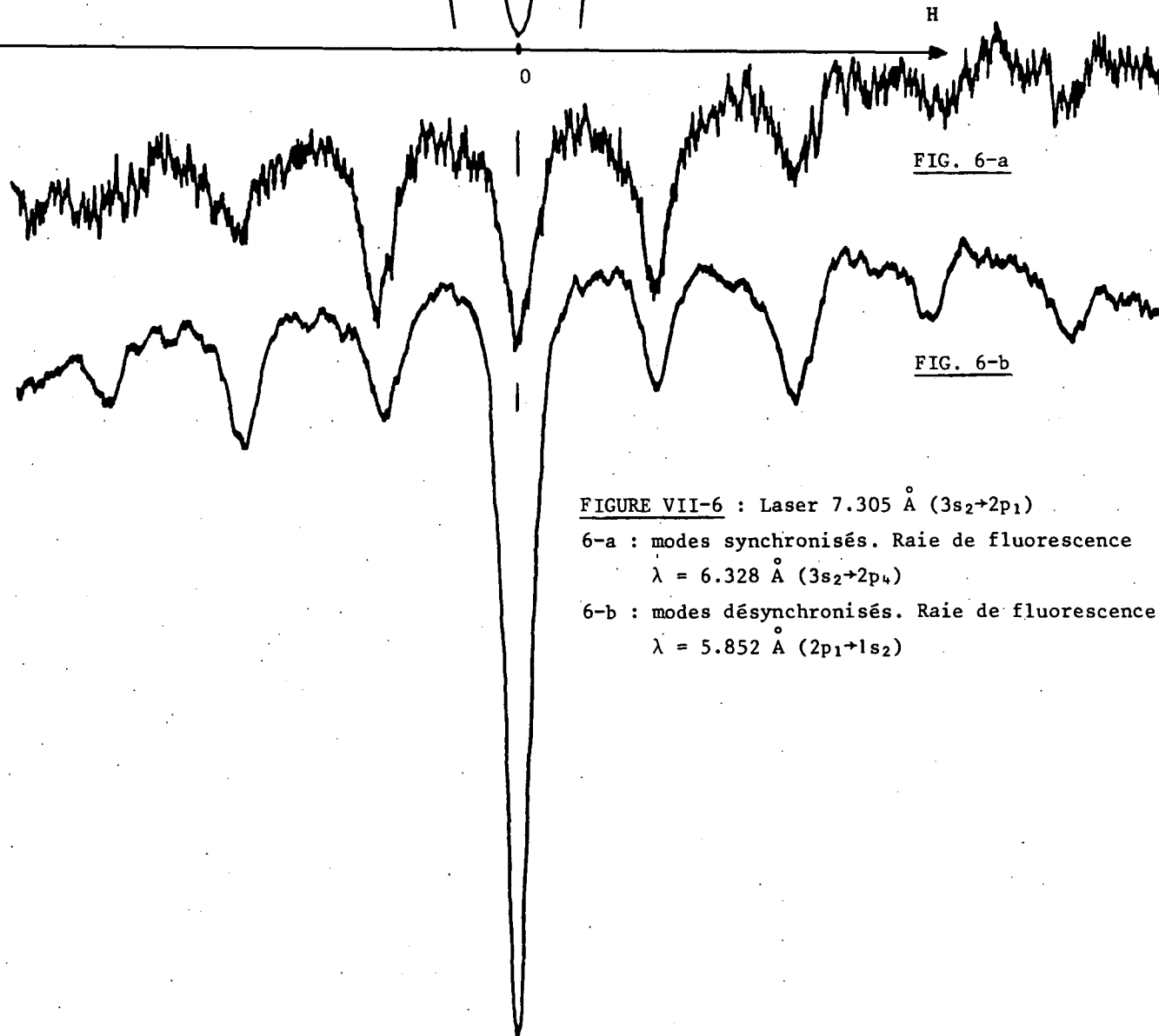


FIG. 6-a

FIG. 6-b

FIGURE VII-6 : Laser 7.305 Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_1$ )  
 6-a : modes synchronisés. Raie de fluorescence  $\lambda = 6.328$  Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ )  
 6-b : modes désynchronisés. Raie de fluorescence  $\lambda = 5.852$  Å ( $2p_1 \rightarrow 1s_2$ )

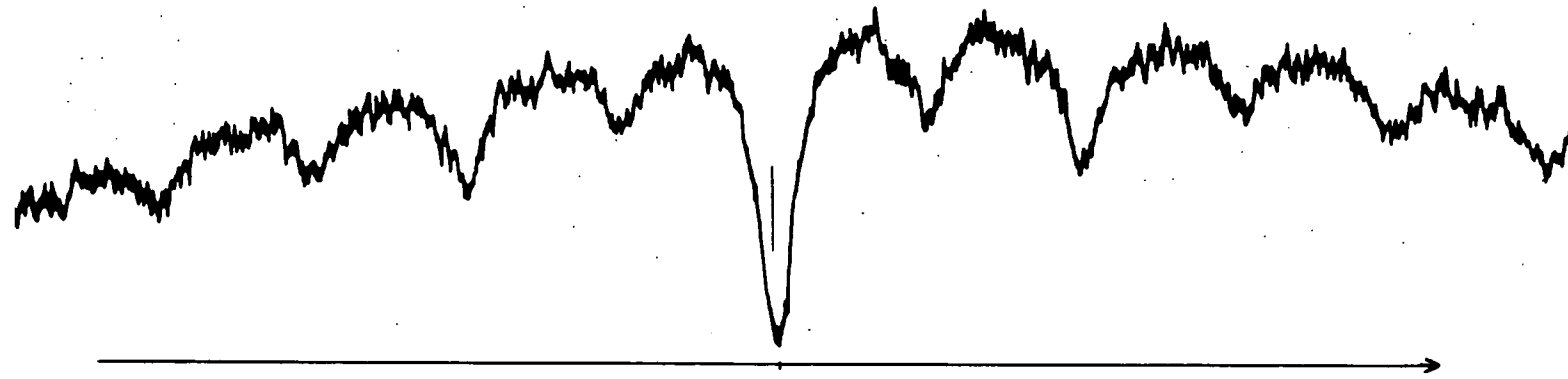


FIGURE VII-7 : Laser  $\lambda = 6.401 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_2$ ). Fluorescence  $\lambda = 6.351 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_3$ ). Modes désynchronisés.  
On observe que la résonance de saturation d'ordre 1 est plus faible que celle d'ordre 2.

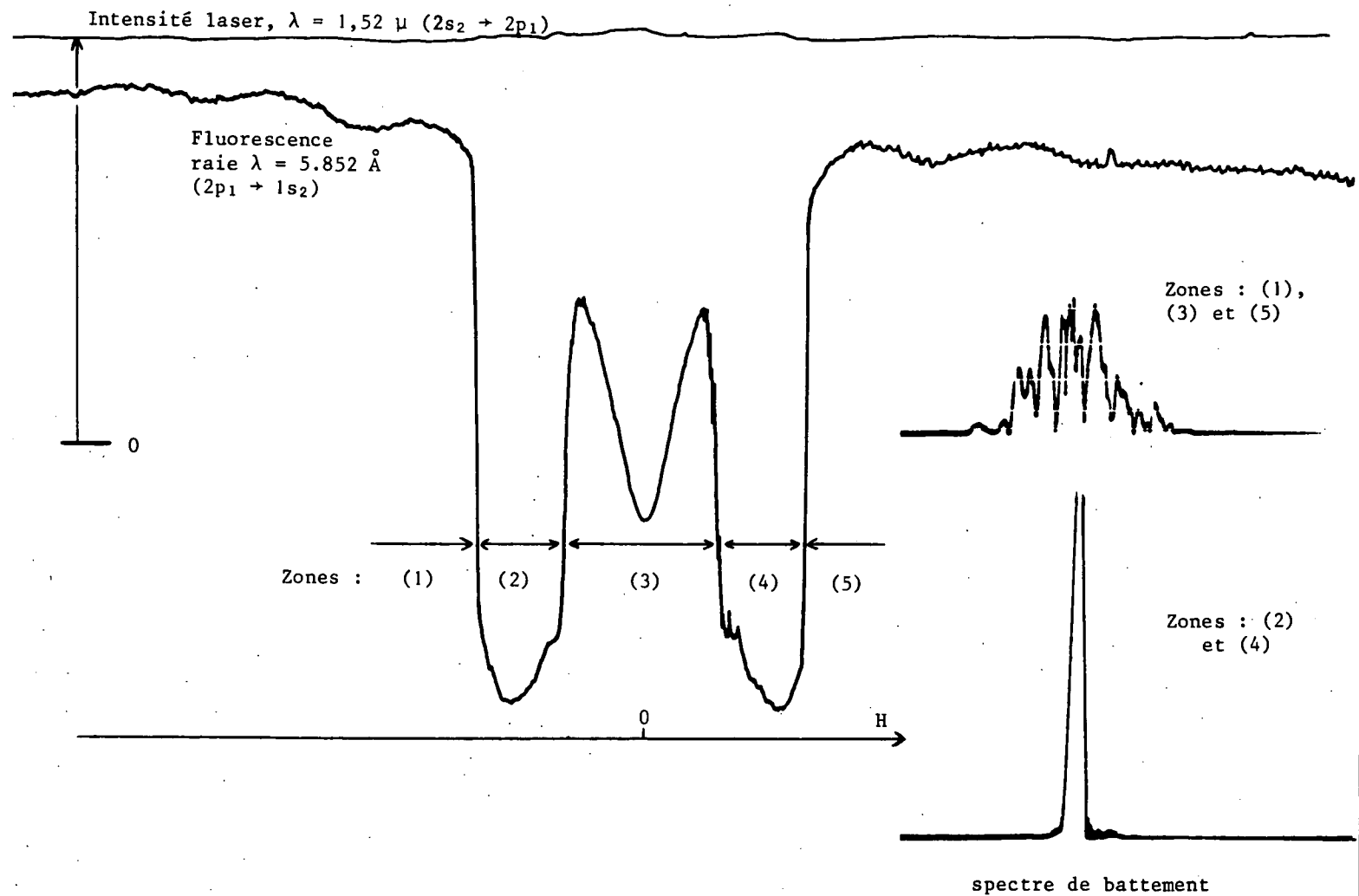


FIGURE VII-8 : La saturation est nettement plus forte dans les zones (2) et (4) où les modes sont synchronisés que dans les zones (1), (3) et (5) où ils sont désynchronisés. On voit cependant que l'intensité du laser varie très peu. Les 2 courbes de droite représentent le battement entre modes ( $\sim 82 \text{ MHz}$ ) étudié avec l'analyseur de spectre.

analyseur de spectres (ch. VI, § C). Si l'on mesure simultanément le champ pour lequel se produisent les résonances, on obtient directement le facteur de Landé des niveaux.

En fait, cette méthode de mesure n'est simple que pour une transition laser  $J=1 \leftrightarrow J=0$ . Dans ce cas, un seul niveau a une structure Zeeman et le facteur de Landé mesuré peut lui être attribué sans ambiguïté.

Dans le cas général ( $J_a$  et  $J_b \neq 0$ ) la structure Zeeman de la raie laser est complexe. Il y a ( $J_a + J_b$ ) composantes  $\sigma^+$  et ( $J_a + J_b$ ) composantes  $\sigma^-$ , donc a priori le simple raisonnement en population donne ( $2J_a + 2J_b - 1$ ) résonances pour une seule paire de modes. Si les facteurs de Landé des niveaux sont voisins, ces résonances ne sont pas résolues. Dans ces conditions, le facteur de Landé mesuré n'a guère de sens et ne peut être attribué a priori à un niveau plus qu'à l'autre.

Seul un calcul détaillé de la position des résonances et de leur amplitude relative permettra de savoir si la mesure des facteurs de Landé est possible à partir de ces expériences.

#### b) Amplitude relative de la résonance centrale et des résonances latérales

On constate expérimentalement que l'amplitude relative de la résonance centrale et des résonances latérales peut varier de façon considérable suivant les conditions expérimentales.

Lorsque les modes sont synchronisés, suivant la description faite au paragraphe VI-C-2-b, la profondeur des résonances latérales est du même ordre de grandeur que celle de la résonance centrale. Cette amplitude décroît régulièrement depuis le centre vers les bords (champ fort) comme on peut s'y attendre en remarquant qu'en champ nul, il y a  $N$  coïncidences simultanées (chaque mode avec lui-même), tandis que pour la  $p^{\text{ème}}$  résonance, il n'y a que  $N-p$  coïncidences du type  $(\nu, \sigma^+) \leftrightarrow (\nu-p, \sigma^-)$ . Lorsque le nombre de modes est grand (pour la raie 6.328 Å,  $N \sim 10$  - fig. VII-5-a), la décroissance de l'amplitude des résonances est lente, tandis qu'elle est plus rapide lorsque le nombre des modes est plus faible (pour les raies 1,52  $\mu$  ou 7.305 Å,  $N \sim 5$  - fig. VII-6-a). Lorsque les modes sont synchronisés, le comportement des résonances de saturation est donc tout à fait compréhensible avec l'interprétation phénoménologique donnée au début du § 2.

Par contre, dès que les modes sont désynchronisés, les résonances latérales deviennent beaucoup plus petites que la résonance centrale. Le phénomène est, semble-t-il, beaucoup plus marqué avec les raies 6.328 Å et 1,15  $\mu$  (fig. VII-5-b) qui possèdent un grand nombre de modes, qu'avec les raies de plus faible intensité, telles que 1,52  $\mu$ , 7.305 Å et 6.401 Å (fig. VII-6-B et 7). Il apparaît donc que les résonances latérales sont très sensibles à la synchronisation de la phase des modes. C'est un point que nous allons chercher à comprendre aux § C et D. En plus de l'effet possible de la phase des modes, d'autres explications peuvent être proposées pour interpréter ce phénomène, mais nous allons voir qu'elles sont insuffisantes :

- Lorsque l'intensité laser est forte, deux modes voisins sont en général d'intensité assez différente du fait de la forte compétition entre eux (cf. VI-C-2-a). Il en résulte alors que  $\Sigma I_{\nu}^2$  (qui

détermine l'amplitude de la résonance centrale) est plus grand que  $\sum I_{\nu} I_{\nu-1}$  (qui détermine la résonance latérale d'ordre 1). Cependant, si l'on effectue le calcul avec les intensités des modes de la figure VI-7 (en admettant le balayage du Fabry-Perot assez rapide pour qu'une telle mesure ait un sens), on trouve une différence inférieure à 20% entre ces deux quantités. Ce phénomène semble donc ne pouvoir expliquer que de petites variations entre la profondeur de la résonance centrale et celle des résonances latérales. C'est sans doute ce genre de raisonnement qui explique que la résonance d'ordre 2 est, dans certains cas, légèrement plus profonde que la résonance d'ordre 1 ( $\sum I_{\nu} I_{\nu+2} > \sum I_{\nu} I_{\nu+1}$ ) : la figure VII-7 donne un exemple d'enregistrement présentant cet effet.

- La présence de modes obliques peut produire des résonances intermédiaires qui ont pour effet de tout brouiller (sur la figure VII-5-c, ces résonances intermédiaires se devinent). Ce phénomène peut expliquer la disparition totale des résonances latérales lorsque l'intensité du laser est très grande, mais il ne peut absolument pas expliquer que la résonance centrale subsiste. D'autre part, il existe de nombreux cas de fonctionnement sans modes obliques, pour lesquels la résonance centrale est 20 ou 30 fois plus grande que les résonances latérales du fait de la désynchronisation des modes (cet ordre de grandeur est valable pour  $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$  et  $1,15\mu$ ; dans les autres cas, le rapport est plus faible).
- De même, on peut penser que les résonances latérales s'estompent car elles ne sont pas résolues du fait de leur largeur (à forte pression, par exemple), mais, à moins de montrer que la résonance centrale est plus fine, ce qui semble contraire aux interprétations phénoménologiques présentées ci-dessus, il n'est pas possible de comprendre la prédominance de cette résonance centrale.

Parmi les trois explications que nous venons d'envisager, la première semble insuffisante, tandis que les deux dernières peuvent accentuer la différence entre la résonance centrale et les résonances latérales, si cette différence existe déjà, mais elles ne peuvent en aucun cas la créer.

L'étude théorique détaillée de l'amplitude des résonances de saturation est donc nécessaire.

REMARQUE.

Parmi tous les enregistrements présentés ici, celui de la figure VII-8 illustre de façon frappante l'influence de la synchronisation des modes. Cet enregistrement a été réalisé avec un laser  $1,52 \mu$ . La cellule était remplie de néon pur très absorbant pour cette raie. Il en résulte que la perturbation de la cellule sur le fonctionnement du laser est très important et provoque une synchronisation spontanée des modes lors du passage sur certaines résonances latérales (habituellement, nous évitons au maximum ces conditions). Cette synchronisation est mise directement en évidence par l'observation du battement entre modes, comme on peut le voir sur les deux photos de la figure VII-8. On observe, sur l'enregistrement de la lumière de fluorescence, un accroissement considérable de la saturation



(diminution de la modification, par le laser, de la lumière de fluorescence) dans les zones où les modes sont synchronisés, alors que l'intensité du laser varie très peu.

3) Problèmes posés par l'interprétation des effets non linéaires

Les observations expérimentales posent un certain nombre de questions :

- a) Pourquoi  $R'$  et  $F'$  sont-ils indépendants de la puissance du laser dans certains cas ?
- b) Quelle est l'origine physique des résonances de saturation (effet d'intensité ou de cohérence Zeeman ? Rôle de la cohérence optique ?) ?
- c) Pourquoi la synchronisation des modes a-t-elle un effet sur le rapport d'amplitude entre les résonances latérales et la résonance centrale ?
- d) Quelle est la position exacte des résonances ? Permettent-elles de mesurer des facteurs de Landé ?

Le but du calcul des paragraphes suivants est de montrer que notre méthode de perturbation poussée au 4e ordre nous permet de répondre au moins qualitativement à ces questions. Dans certains cas, nous calculerons des formes de courbes de saturation à l'aide des formules du 4e ordre : il est important de garder en mémoire que ces formes de courbes (comme celles d'effet Hanle au 2e ordre) ne sont variables qu'à la limite des faibles lasers. En effet, lorsque le laser est intense, il n'y a pas de raison de s'arrêter au calcul de l'ordre 4.

Au paragraphe B, nous étudierons le problème posé par  $R'$  et par  $F'$  (ce paragraphe est indépendant des autres). Au paragraphe C, nous donnerons les formules générales qui permettent de calculer les résonances de saturation dans le cas d'une onde progressive, et avec l'approximation des grandes largeurs Doppler ( $\Delta\nu \gg$  tous les  $\Gamma$ ). Nous obtiendrons une réponse à la question b) sur l'origine des résonances, sans toutefois déterminer l'ordre de grandeur relatif des différents termes. L'étude de ces ordres de grandeur fera l'objet du paragraphe D où nous déterminerons l'amplitude des résonances suivant les conditions expérimentales (réponse à la question c)).

Enfin, le paragraphe E traitera théoriquement de la position des résonances (question d)) et servira de base pour le paragraphe expérimental F où nous exposerons la mesure du facteur de Landé de certains niveaux du néon.

B - EFFET DE L'INTENSITE LASER SUR R' (TAUX D'ANISOTROPIE) ET F'

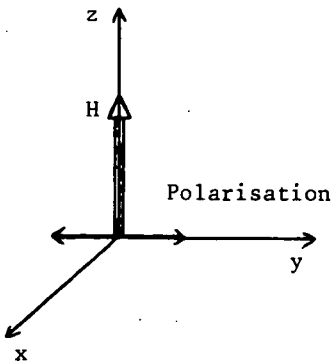
Nous nous proposons ici de démontrer théoriquement les résultats énoncés au § A-1-b concernant R' et F'. Le fait que R' et F' soient indépendants de l'intensité laser dans le cas d'une raie  $J=1 \leftrightarrow J=0$  ou  $J=1 \leftrightarrow J=1$  a également été démontré par M. DUCLOY<sup>(34)</sup> à l'aide de raisonnement de symétrie.

Les quantités R' et F' s'expriment en fonction de l'alignement et de la modification de population produits par un faisceau laser de polarisation rectiligne "σ cohérente". Rappelons, sans exprimer les coefficients, les formules (V,23) et (V,26), valables quelle que soit l'intensité du laser :

$$F'(b, g, g') = \left( \begin{array}{c} 1 + \alpha \frac{\Delta_b \bar{\rho}_0^2}{\Delta_b \bar{\rho}_0^0} \\ 1 + \alpha' \frac{\Delta_b \bar{\rho}_0^2}{\Delta_b \bar{\rho}_0^0} \end{array} \right)_{H=0} \quad (1)$$

$$R' = \left( \begin{array}{c} \frac{\Delta_b \bar{\rho}_2^2}{\beta \Delta_b \bar{\rho}_0^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Delta_b \bar{\rho}_0^2} \end{array} \right)_{H=0} \quad (2)$$

Les composantes de la matrice densité figurant dans (1) et (2) sont calculées par rapport à l'axe du champ magnétique (Oz) qui est perpendiculaire à la polarisation du laser (Oy). Nous avons choisi ici les quantités R' et F' (cf. § A-1-b) pour lesquelles toutes les grandeurs longitudinales et transversales sont déterminées en champ magnétique nul. Dans ces conditions, il n'y a aucun intérêt à prendre l'axe de quantification suivant l'axe du champ. Si l'on choisit comme axe de quantification la direction de polarisation du laser, celle-ci est alors une polarisation π ( $e_{+1} = e_{-1} = 0, e_0 = 1$ ). On voit alors que, par rapport à cet axe, on ne crée que des grandeurs longitudinales  $Q = 0$ , ce qui simplifie beaucoup le problème.



La matrice densité  $\bar{\rho}$  exprimée par rapport à l'axe du champ s'obtient à partir de la matrice densité  $\bar{\sigma}$  exprimée par rapport à l'axe de la polarisation, par rotation des axes de  $\pi/2$ , par rapport à Ox. Cette rotation est définie par les angles d'EULER  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{\pi}{2}, \gamma = -\frac{\pi}{2}$  (cf. MESSIAH<sup>(43)</sup>, et App. A). En utilisant la formule (A,9), on a :

$$\bar{\rho}_Q^k = R_{Q0}^k \left( \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right) \bar{\sigma}_0^k$$

d'où :

$$\bar{\rho}_0^0 = \bar{\sigma}_0^0 ; \quad \bar{\rho}_0^2 = -\frac{1}{2} \bar{\sigma}_0^2 ; \quad \bar{\rho}_{\pm 2}^2 = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \bar{\sigma}_0^2 \quad (3)$$

FIGURE VII-9

En champ magnétique nul, R' et F' ne dépendent donc que du rapport  $\frac{\Delta_{b\sigma_0}^{-2}}{\Delta_{b\sigma_0}^{-0}}$ . Nous allons

montrer que, dans certaines conditions, ce rapport est indépendant de la puissance du laser. Pour cela, il faut et il suffit que le rapport  $\frac{(2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2n)_{b\sigma_0}^{-0}}$  soit constant et indépendant de l'ordre de perturbation (2n) : on aura alors :

$$\frac{\Delta_{b\sigma_0}^{-2}}{\Delta_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{\sum_{n=1}^{\infty} (2n)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{(2)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2)_{b\sigma_0}^{-0}}$$

Il est possible d'exprimer  $(2n)_{b\sigma_0}^{-2}/(2n)_{b\sigma_0}^{-0}$  à partir des résultats du paragraphe II-B-6-d.

Comme nous n'observons que les termes non modulés, ni temporellement, ni spatialement, nous pouvons poser  $\Omega_{2n} = \omega_{\kappa} - \omega_{\lambda}$  et  $K_{2n} = k_{\kappa} - k_{\lambda}$  dans les formules (II,99) et (II,100) (on a changé 2n en 2n-2). Comme le laser est de polarisation  $\pi$ , tous les q et les Q figurant dans les (3J) de (II,100) sont nuls. En isolant dans chaque terme les facteurs indépendants de  $k_{2n} (\equiv k)$ , on peut écrire :

$$\frac{(2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2n)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \sqrt{5} \frac{\sum_{k'} \begin{Bmatrix} k' & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} f(k')}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} f(1)} = (-)^{J_a+J_b} 3\sqrt{5} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \sum_{k'} \begin{Bmatrix} k' & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{f(k')}{f(1)} \quad (4)$$

avec :

$$f(k') = \frac{1}{\sqrt{2k'+1}} \sum_{\kappa\lambda k} (-)^{J_a+J_b} \frac{\mathcal{G}_0^{\lambda*} \mathcal{G}_0^{\kappa} \begin{pmatrix} k_{2n-2} & 1 & k' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \int \frac{n(k_{2n-2}, 0, k'; v; \omega_{\kappa} - \omega_{\lambda})}{G_{ab}(k') - i(\omega - \omega_{\kappa} + k_{\kappa} v)} dv}{1 - g'_{ab}(k') \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k') - i(\omega - \omega_{\kappa} + k_{\kappa} v)}} + c.c. \quad (5)$$

On voit, dans la formule (4), que  $k'$  ( $k' \equiv k_{2n-1}$  vient de l'ordre 2n-1) est forcément impair car  $\begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  est nul si  $2+1+k'$  est impair. De même, en utilisant ce système d'axe, on montre facilement par récurrence (si  $k_0$  est pair) qu'une polarisation rectiligne ne peut créer, en champ magnétique nul, (ou parallèle à la polarisation), que des ordres tensoriels pairs aux ordres de perturbation pairs et des ordres tensoriels impairs aux ordres de perturbation impairs. M. DUCLOY (34) a montré cette propriété par des raisonnements de symétrie très généraux.

Pour que le rapport (4) soit indépendant de l'intensité laser et de l'ordre de perturbation, il suffit que la seule valeur possible de  $k'$  soit 1 : dans ces conditions,  $f(k')/f(1)$  disparaît. Cette condition est réalisée dans les 2 cas,  $J_a=0, J_b=1$  et  $J_a = J_b = 1$  :

Dans le cas  $J_a=0, J_b=1$ ,  $k'$  ne peut prendre que la valeur 1 car  $J_a, J_b$  et  $k'$  doivent vérifier les inégalités triangulaires, pour que  $\begin{Bmatrix} k' & 1 & k_{2n} \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}$  soit différent de zéro. On trouve :

$$\frac{\Delta_{b\sigma_0^2}}{\Delta_{b\sigma_0^0}} = \frac{(2n)_{b\sigma_0^2}}{(2n)_{b\sigma_0^0}} = -\sqrt{2} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (6)$$

ce qui donne :

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_{\pm 2}^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (7)$$

De plus, dans ce cas,  $\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}}$  est indépendant de l'intensité laser quel que soit le champ magnétique. Ceci se montre en écrivant le rapport  $\frac{(2n)_{b\bar{\rho}_0^2}}{(2n)_{b\bar{\rho}_0^0}}$  (par rapport à l'axe Oz, on a  $e_1 = -e_{-1}^*$  et  $e_0 = 0$ ) et en remarquant que  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  pour k pair. On obtient ainsi la relation (7) quel que soit H. Il en résulte que F peut être mesuré pour n'importe quel champ : il est toujours égal à F' et indépendant de l'intensité laser (cf. DUCLOY (34)).

Dans le cas  $J_a=1, J_b=1$ , les inégalités triangulaires entre  $J_a, J_b$  et  $k'$ , donnent  $k' = 0, 1$  ou  $2$ . Comme en champ magnétique nul,  $k'$  doit être impair (ordre de perturbation impair), il est forcément égal à  $1$ , ce qui entraîne la constance du rapport (4). On trouve :

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}(H=0)}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}(H=0)} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (9)$$

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_{\pm 2}^2}(H=0)}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}(H=0)} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (10)$$

Dans ce cas, la propriété (9) ne se conserve pas en champ non nul, car la valeur  $k' = 2$  est alors possible et ne permet pas la disparition de  $f(k')_{H \neq 0}$ .

Pour toutes les autres valeurs de  $J_a$  et  $J_b$ , il est possible (en champ nul) d'avoir  $k' = 1$  ou  $3$ , R' et F' ne sont donc pas indépendants de l'intensité laser.

Dans le cas  $J_b=2, J_a=1$ , on peut cependant montrer que la contribution de  $k' = 3$  est très faible dans le terme du 4e ordre du niveau b. Ceci entraîne une très faible variation de R' et F' avec l'intensité laser. Montrons-le en omettant les collisions de vitesse et le transfert. En utilisant (II,96, 97, 86, 70, 77 et 68), on obtient :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\Gamma_b(0)\sqrt{5} \sum_{\substack{\nu\mu\kappa\lambda \\ k_2k_3}} (2k_3+1)(2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \left[ \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{pmatrix}}{\Gamma_b(k_2)+i(\nu-\mu)} + \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & a \end{pmatrix}}{\Gamma_a(k_2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_{k_3} dv}{\Gamma_b(2) \sum_{\substack{\nu\mu\kappa\lambda \\ k_2}} 3(2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \left[ \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{pmatrix}}{\Gamma_b(k_2)+i(\nu-\mu)} + \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & a \end{pmatrix}}{\Gamma_a(k_2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv} \quad (11)$$

avec :

$$f'_{k_3} = \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\kappa} \mathcal{E}^{\lambda*} W_M(\nu) \left[ \frac{1}{G_{ab}(k_3)-i(\omega-\kappa)} + \frac{1}{G_{ab}^*(k_3)+i(\omega-\lambda)} \right] \left[ \frac{1}{G_{ab}(1)-i(\omega-\nu)} + \frac{1}{G_{ab}^*(1)+i(\omega-\mu)} \right]$$

En faisant le calcul des coefficients pour  $J_a = 1, J_b = 2$ , on trouve :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = - \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)}$$

$$\frac{175 \Sigma \left[ \frac{7/150}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/150}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/15}{\Gamma_b(0)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/9}{\Gamma_a(0)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv + \Sigma \left[ \frac{1}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_3 dv}{25\sqrt{70} \Sigma \left[ \frac{7/150}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/150}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/15}{\Gamma_b(0)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/9}{\Gamma_a(0)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv}$$

Puisque  $\Gamma_a(0) < \Gamma_a(2)$ , on majore sûrement l'effet relatif du terme provenant de  $k_3 = 3$  en remplaçant  $\Gamma_a(0)$  par  $\Gamma_a(2)$ . Le terme du numérateur contenant  $f'_1$  s'écrit alors :

$$\frac{7 \times 17}{6} \Sigma \int \left[ \frac{1}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv$$

Comme  $f'_1$  et  $f'_3$  sont très voisins ( $G_{ab}(1) \sim G_{ab}(3)$ ), on voit que le terme provenant de  $k_3 = 3$  est nettement plus petit que celui provenant de  $k_3 = 1$  : le rapport des deux termes est :  $\frac{6}{7 \cdot 17} \sim \frac{1}{20}$ . Donc, pour le niveau b d'une raie laser  $J_b = 2 \leftrightarrow J_a = 1$ , on a :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{(2)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2)_{b\sigma_0}^{-0}} = - \sqrt{\frac{7}{10}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \text{ à } 5\% \text{ près.} \quad (13)$$

Ceci explique que R' et F' varient très peu avec le laser dans le cas du niveau  $2p_4$  ( $J = 2$ ) pompé par les raies  $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$  ou  $\lambda = 1,15 \mu$ .

Par contre, pour le niveau  $J = 1$  d'une transition  $2 \leftrightarrow 1$ , l'explicitation de la formule (II) montre que le rapport du terme provenant de  $k_3 = 3$  et de celui provenant de  $k_3 = 1$  est de l'ordre de 1 (on trouve 18/17). Ceci explique la variation rapide de  $R'$  et  $F'$ , avec l'intensité du laser, observée par DECOMPS sur le niveau  $3s_2$  ( $J = 1$ ) pompé par la raie  $6.328 \text{ \AA}$ .

En conclusion : cette étude théorique confirme bien les observations expérimentales relatées au § A-2-b :  $R'$  et  $F'$  sont indépendants de l'intensité laser pour les transitions  $J = 0 \leftrightarrow J = 1$  et  $J = 1 \leftrightarrow J = 1$  (rigoureusement) et pour le niveau  $J = 2$  d'une transition  $J = 1 \leftrightarrow J = 2$  (approximativement dans ce cas).

### C - ETUDE THEORIQUE DES RESONANCES DE SATURATION (CAS D'UNE ONDE PROGRESSIVE)

---

Ce paragraphe a pour but d'interpréter théoriquement les observations expérimentales concernant les résonances de saturation. Ces résonances proviennent uniquement des grandeurs longitudinales  $\left( \begin{smallmatrix} (4) \\ \alpha \end{smallmatrix} \rho_{Q_4}^{k_4} \right)$  avec  $Q_4 = 0$ ); nous ne développerons donc pas les formules du 4e ordre pour les grandeurs transversales ( $Q_4 \neq 0$ ) qui nous donneraient une correction à l'effet Hanle (déformation et élargissement des courbes).

Un des problèmes à résoudre concerne la position des résonances en fonction du champ magnétique : pour cela, notre formalisme présente une ambiguïté puisqu'il contient une certaine valeur moyenne  $\omega_Z$  de l'écart Zeeman qui n'a pas de sens physique précis. Pour trouver de façon précise la position des résonances, il faudra utiliser le formalisme de l'appendice C. Cependant, nous ne le ferons qu'au paragraphe E. En effet, le problème de l'intensité des résonances peut très bien être traité dans notre formalisme habituel (qui est rigoureux si l'un des  $J$  est nul ou si  $\omega_a = \omega_b$ ). D'autre part, nous montrerons que, dans le cas où les modes sont très rapprochés, ce formalisme peut suffire pour déterminer la position des résonances.

Dans tout ce chapitre, nous supposons que les atomes sont excités par une onde progressive. Au chapitre VIII, nous étudierons les problèmes posés par l'utilisation d'une onde laser stationnaire. Nous démontrerons, dans le cas des lasers multimodes effectivement utilisés, que les conclusions pratiques sont qualitativement les mêmes que pour une onde progressive. Ceci justifie l'interprétation des résultats expérimentaux, que nous donnons ici sans tenir compte du caractère stationnaire du faisceau laser.

#### 1) Rappel des formules du 4e ordre

Dans le cas d'une onde progressive agissant sur un gaz excité de façon isotrope par la décharge, le terme non modulé du 4e ordre s'écrit (formule (II,96-b)) :

$${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4} = n |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_3 q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu - \mu + \lambda - \kappa = 0}} \frac{\left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}}{\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b} \int \left[ \begin{matrix} 0 & \nu & \mu & \lambda & \kappa & 1 \\ 0 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & k_3 \end{matrix} \right]_{Q_4}^{k_4} dv \quad (14)$$

L'intégrale  $\int \left[ \begin{matrix} | & | & | & | \\ | & | & | & | \end{matrix} \right]_{Q_4}^{k_4} dv$  est donnée en (II,97). Pour la suite du calcul, il est plus commode de faire apparaître deux termes complexes conjugués l'un de l'autre, suivant le formalisme défini en (II,95). En reportant (II,86-a et b) dans (II,97), on obtient (le premier terme de (II,97) sert à construire  $\overline{F}(k_4, Q_4)$  et le second donne  $\overline{F}^*(k_4, -Q_4)$  :

$${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4} = {}_b \overline{F}(k_4, Q_4) + (-)^{Q_4} {}_b \overline{F}^*(k_4, -Q_4) \quad (15-a)$$

$${}_b \overline{F}(k_4, Q_4) = \frac{-n |P_{ab}|^4}{\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b} \sum_{\substack{k_2 Q_2 k_3 Q_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu - \mu + \lambda - \kappa = 0}} \frac{\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}}{1 - g_{ab}(k_3) \left[ \frac{W_M(\nu) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \right]} \sqrt{2k_2+1} \sqrt{2k_4+1} \left[ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 - Q_3 \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 q_4 - Q_4 \end{matrix} \right]$$

$$\int \frac{dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \left[ \frac{\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} b^{k_2}(v; \nu - \mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i[\nu - \mu + Q_2 \omega_b]} - (-)^{k_3} \frac{\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} a^{k_2}(v; \nu - \mu)}{\Gamma'_a(k_2) + i[\nu - \mu + Q_2 \omega_a]} \right] \quad (15-b)$$

On reconnaît dans cette expression :

- Le produit de quatre composantes du champ électrique de l'onde laser :  $\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}$
- L'inversion de population  $n$  (cf. (II,58-b))
- L'élément de matrice réduit,  $P_{ab}$ , de l'opérateur dipole électrique. ( $|P_{ab}|^2$  est proportionnel à la probabilité de la transition  $b \rightarrow a$ )
- Les coefficients  $\{ 6J \}$  et  $\{ 3J \}$  qui expriment les relations angulaires lors de chaque passage d'un ordre de perturbation au suivant. Les  $\{ 3J \}$  permettent en particulier de tenir compte de la polarisation de la lumière par les indices  $q_i$  qui caractérisent les composantes du champ électrique. Certains de ces coefficients sont encore inclus dans  $a_{Q_2}^{k_2}$  et  $b_{Q_2}^{k_2}$
- Les indices  $k_n$  et  $Q_n$  qui indiquent la grandeur  $T_{Q_n}^{k_n}$  par laquelle le développement de perturbation est passé à l'ordre  $n$  et qui permettent de reconnaître aisément l'origine des différents dénominateurs résonnants :

- Le dénominateur  $\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b$  exprime l'évolution au 4e ordre de la grandeur  ${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4}$ . Cette quantité étant moyennée sur les vitesses, elle fait intervenir le coefficient de relaxation global  $\Gamma_b(k_4)$  insensible aux changements de vitesse
- Le dénominateur  $G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)$  exprime l'évolution, au 3e ordre, de la

grandeur de cohérence optique  ${}^{(3)}\rho_{ab}(v, \mu - \nu + \lambda)$ . Rappelons que  $\nu, \mu$  etc... sont pour  $\omega_\nu - k_\nu \nu, \omega_\mu - k_\mu \mu$  etc... et que  $G_{ab}(k) = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k)$ . Remarquons aussi que  ${}^{(3)}\rho_{ba}$  n'intervient pas dans (15-b) (pas de dénominateur en  $G_{ba} = G_{ab}^*$ ) : en fait, ces termes interviennent dans le complexe conjugué de  $\bar{F}$  figurant dans (15-a). On voit donc que la décomposition de  ${}^{(4)}\bar{\rho}$  suivant (15-a) revient à ne considérer qu'un diagramme sur deux parmi ceux de la figure II-6 (page 53). Plus précisément, nous ne conservons que les diagrammes des colonnes 1 et 4 qui passent par  ${}^{(3)}\rho_{ab}$ . Les diagrammes symétriques sont obtenus par conjugaison complexe et changement du signe de  $Q_4$ . On comprend pourquoi la forme (15-a) simplifie le calcul.

- Le dénominateur  $1 - g_{ab}(k_3) \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} = 1 - g_{ab}(k_3) W(\omega - Q_3 \omega_Z - \omega_\nu + \omega_\mu - \omega_\lambda + iG_{ab}(k_3))$  représente la restitution d'une partie de la "cohérence optique"  ${}^{(3)}\rho_{ab}^{k_3}$  par les collisions changeant la vitesse ( $W_M(v)$  distribution de Maxwell;  $W(\Omega + iG)$  défini en (II,61) et appendice F);
- Les termes  $\frac{{}_b^{k_2}(v, \nu - \mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$  et  $\frac{{}_a^{k_2}(v, \nu - \mu)}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$  qui représentent la contribution de la composante modulée à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  des grandeurs tensorielles  ${}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}$  et  ${}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}$ , dans les niveaux b et a, à l'ordre 2. Les dénominateurs, qui expriment l'évolution dans les niveaux a ou b, font intervenir le coefficient de relaxation  $\Gamma'_\alpha(k_2)$  (probabilité de disparition de la grandeur  $\alpha T_Q^k$  d'un paquet de vitesse donné, soit par destruction, soit par changement de vitesse de l'atome) car, à l'ordre 2, on ne moyenne pas sur les vitesses avant de passer à l'ordre 3.

Puisque nous considérons le cas d'une onde stationnaire  ${}_b^{k_2}$  et  ${}_a^{k_2}$  sont donnés par (II,79) et (II,81). En utilisant la relation  $\Gamma'_\alpha(k) = \Gamma'_\alpha(k) - \gamma'_\alpha(k)$  ( $\gamma'_\alpha(k)$  est la probabilité de changement de vitesse sans destruction de la grandeur  $\alpha T_Q^k$  - cf. définitions (II,23) à (II,26)), on obtient :

$$\frac{{}_b^{k_2}}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} = \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \left[ \left[ \begin{array}{cc|c} 0 & \nu & \mu & 1 \\ \hline 0 & q_1 & q_2 & \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} + \gamma'_b(k_2) \frac{W_M(v) \int \left[ \begin{array}{cc|c} 0 & \nu & \mu & 1 \\ \hline 0 & q_1 & q_2 & \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right] \quad (16-b)$$

$$= \frac{\left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} - W_M(v) \int \left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} + \frac{W_M(v) \int \left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$$

$$\frac{{}_a^{k_2}}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} = \frac{\left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} - W_M(v) \int \left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\} \quad (16-a)$$

$$+ \frac{W_M(v) \int \left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\}$$



En écrivant (II,68) et (II,83) dans le cas d'une excitation isotrope ( $k_0=Q_0=0$ ), on a :

$$\left[ \begin{array}{c|c|c} 0 & \nu & \mu \\ \hline 0 & q_1 & q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} = (-)^{J_a+J_b+1+q_1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1}} W_M(\nu) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \left[ \frac{1}{[G_{ab}(1)-i(\omega-q_1\omega_Z-\nu)] [1-g_{ab}(1)W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))]} + \frac{1}{[G_{ab}^*(1)+i(\omega+q_2\omega_Z-\mu)] [1-g_{ab}^*(1)W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))]} \right] \quad (17)$$

$$\int \left[ \begin{array}{c|c|c} 0 & \nu & \mu \\ \hline 0 & q_1 & q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} d\nu = (-)^{J_a+J_b+1+q_1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \left[ \frac{W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))}{[1-g_{ab}(1)W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))]} + \frac{W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))}{[1-g_{ab}^*(1)W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))]} \right] \quad (18)$$

Dans (17), les dénominateurs  $G_{ab}(1) - i(\omega-q_1\omega_Z-\nu)$  et  $G_{ab}^* + i(\omega+q_2\omega_Z-\mu)$  expriment l'évolution des cohérences optiques  $(1)_{ab}^1 \rho_{q_1}^1$  et  $(1)_{ba}^1 \rho_{q_2}^1$ , à l'ordre 1, tandis que les dénominateurs du type  $1 - g_{ab}(1) W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))$  expriment la restitution de ces cohérences optiques par les collisions changeant la vitesse (comme les termes analogues à l'ordre 3 dans l'expression (15-b)). De même, dans (16-b) et (16-a) les termes de la forme  $W_M(\nu) \int \left[ \begin{array}{c|c|c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} d\nu$  expriment la restitution à l'ordre 2 des grandeurs atomiques  $a_{Q_2}^{T_{k_2}}$  et  $b_{Q_2}^{T_{k_2}}$  après un processus de diffusion de vitesse (collision ou diffusion multiple des raies optiques). Ils proviennent des "termes d'arrivée" de l'équation d'évolution de chaque paquet de vitesse ((II,45) avec la définition (II,23)) cependant, d'un point de vue global, nous préférons les appeler maintenant "termes de restitution" par les processus de diffusion des vitesses atomiques, de façon à mieux exprimer l'idée d'une conservation partielle des grandeurs atomiques après un ou plusieurs changements de vitesse de l'atome excité.

## 2) Intégration sur les vitesses. Approximation des grandes largeurs Doppler

Pour simplifier l'expression (15), nous faisons l'approximation (quel que soit l'ordre tensoriel  $k$ ) :

$$\Gamma'_\alpha, \Gamma'_{ab}, \Gamma_\alpha, \gamma'_{ab}, \Delta, \Delta' \ll \Delta\nu \quad (19)$$

c'est-à-dire que nous supposons la largeur Doppler très grande devant la largeur des niveaux ainsi que devant l'élargissement et le déplacement des raies optiques par les collisions. Nous cherchons donc à développer (15) en puissances de  $\Gamma/\Delta\nu$  pour ne garder que les termes de l'ordre le plus faible.

Si (19) n'est pas bien vérifié, il est toujours possible de garder des ordres supérieurs en  $\Gamma/\Delta\nu$  ou même de conserver l'expression (15) totale, mais ceci n'a pas d'intérêt ici, car notre but n'est pas d'obtenir une forme de courbe exacte, ce qui serait illusoire, pour les raisons que nous avons déjà exposées (4e ordre insuffisant; théorie grossière des collisions de vitesses; ...).

L'approximation (19) permet immédiatement de négliger, devant 1, les termes de la forme  $g_{ab}(k) \int \frac{W_M(\nu) d\nu}{G_{ab}(k)-i(\omega-Q\omega_Z-\kappa)} = g_{ab}(k)W(\omega-Q\omega_Z-\omega_\kappa+iG_{ab}(k))$  qui figurent au dénominateur de (15),

de (17) et de (18). En effet, ces termes sont de l'ordre de  $\frac{|g_{ab}|}{\Delta v} \approx \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v}$  (puisque  $W \sim \frac{1}{\Delta v}$ , cf. appendice F, formule (F,1)). Cette approximation permet également de simplifier la fonction W (1er terme du développement (F,11)) :

$$W(\Omega + iG_{ab}(k)) = \frac{1}{\Delta v} [X(\Omega) + iY(\Omega)] \quad (20)$$

avec la définition (F,8) (note) :

$$X(\Omega) = x\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right) = \sqrt{\pi} e^{-\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)^2} \quad \text{et} \quad Y(\Omega) = y\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right) = \frac{2}{\Delta v} \int_0^{\Omega} e^{-\frac{t^2 - \Omega^2}{\Delta v^2}} dt \quad (21)$$

Avant d'étudier les différents termes de (15), introduisons la notation :

$$\delta_\nu = \omega - \omega_\nu \quad (22)$$

et rappelons que lorsqu'il n'est pas un indice de sommation,  $\nu = \omega_\nu - k_\nu v$ , et que  $\nu - \mu \approx \omega_\nu - \omega_\mu = \delta_\mu - \delta_\nu$  dans le cas d'une onde progressive.

a) Termes existant en l'absence de diffusion des vitesses atomiques

Ce sont les termes de (15) provenant de (17) par l'intermédiaire de (16-a et b).

Pour ne pas alourdir la présentation, nous ne discuterons que les termes provenant de  $\rho_b^{(2)}$  (16-b) et nous n'écrivons que les facteurs résonnants importants (d'ordre 1, 2 et 3). Ces termes sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + kv)} \left[ \frac{1}{G_{ab}(1) - i(\delta_\nu - q_1\omega_Z + kv)} + \frac{1}{G_{ab}^*(1) + i(\delta_\mu + q_2\omega_Z + kv)} \right] \quad (23)$$

$$= \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \left[ \frac{W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) - W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}(k_3) - G_{ab}(1) + i[\delta_\nu - \delta_\kappa + (Q_3 - q_1)\omega_Z]} + \frac{W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}^*(1) + G_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \right]$$

L'intégration de (23) a été effectuée suivant la méthode exposée au § 3 de l'appendice F. Nous avons remplacé  $\nu - \mu + \lambda$  par  $\kappa$  puisque dans (15), nous ne gardons que des termes non modulés.

Le premier facteur de (23) est résonnant quand  $\omega_\nu - \omega_\mu = -Q_2\omega_b \approx -(q_1 + q_2)\omega_Z$ . En effet  $Q_2 = q_1 + q_2$  en raison de la présence du facteur (3J) de (17) et  $\omega_b \sim \omega_Z$  suivant l'approximation faite pour résoudre les équations (II,45). L'expression (23) n'a donc une valeur importante que si

$$\delta_\nu - q_1\omega_Z \sim \delta_\mu + q_2\omega_Z \quad (\text{à quelque } \Gamma'_b(k_2) \text{ près}) \quad (24)$$

(note)  
Nous utilisons les notations  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$ , au lieu de  $x\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)$  et  $y\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)$ , pour simplifier l'écriture des formules.  $X$  et  $Y$  avaient été précédemment définis comme la partie réelle et la partie imaginaire de la forme de raie  $F$  (cf. (IV,16-b) et (F,14)). Ceci n'est pas contradictoire avec la définition (20) car l'approximation (19) entraîne une identification des fonctions  $W$  et  $F/\Delta v$ , comme on peut le voir en comparant (F,11) et (F,16).

Le deuxième facteur de (23) est composé de deux termes que nous pouvons évaluer dans le cadre de l'approximation (19), à l'aide des résultats de l'appendice F (§ 3) :

α) le dernier terme

$$\frac{W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}^*(1) + G_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (25)$$

a la forme de l'expression (F,19). Si l'on suppose, pour simplifier, que  $\Delta(1) = \Delta(k_3)$  (s'il n'en est pas ainsi, la résonance est déplacée. Rappelons que  $G_{ab} = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k)$ ), ce terme présente une résonance de largeur  $\Gamma'_{ab}(1) + \Gamma'_{ab}(k)$  lorsque :

$$\delta_\mu + q_2\omega_Z = \delta_\kappa - Q_3\omega_Z$$

Dans la région de la résonance, W varie peu (en raison de (19)) et le terme (25) peut s'écrire :

$$(25) \approx \frac{2}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_\mu + q_2\omega_Z)}{\Gamma'_{ab}(1) + \Gamma'_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (26)$$

A résonance, ce terme est de l'ordre de  $\frac{1}{\Gamma'_{ab} \Delta\nu}$

β) le premier terme

$$\frac{W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) - W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}(k_3) - G_{ab}(k_1) + i[\delta_\nu - \delta_\kappa + (Q_3 - q_1)\omega_Z]} \quad (27)$$

est de la forme de l'expression (F,23). Comme (F,23), ce terme est toujours de l'ordre  $1/(\Delta\nu)^2$ , il est donc toujours négligeable devant la valeur de (25) à résonance (ordre de grandeur relatif :  $\Gamma'_{ab}/\Delta\nu$ ).

γ) Si (25) est hors résonance ( $\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z \sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$ ), les deux termes sont du même ordre de grandeur ( $1/(\Delta\nu)^2$ ) et sont négligeables. Cependant, au paragraphe 2-c, nous aurons besoin de connaître leur forme pour discuter l'ordre de grandeur des termes négligés. Si nous supposons le premier facteur résonnant (si les deux facteurs sont hors résonance, (23) est de l'ordre de  $1/(\Delta\nu)^3$ ), la condition (24) permet de remplacer  $\delta_\nu - q_1\omega_Z$  par  $\delta_\mu + q_2\omega_Z$  dans le terme (27), de telle façon que (25) + (27) se met sous la forme (F,27). Lorsque (25) est hors résonance, on peut donc utiliser l'approximation (F,28) :

$$(23) \approx \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \frac{2}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_\mu + q_2\omega_Z)}{i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \sim \frac{-i}{(\Delta\nu)^2} \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \quad (28)$$

Il est remarquable que cette expression asymptotique a une forme identique à celle que l'on obtiendrait avec l'expression (26), valable à résonance.

En conclusion, si l'on néglige tous les termes de l'ordre de  $1/(\Delta v)^2$ , on peut remplacer (23) par :

$$(23) \approx \frac{1}{\Delta v} \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \frac{2X(\delta_\mu + q_2\omega_{ZR})}{\Gamma_{ab}(1) + \Gamma_{ab}(k_3) + i[\kappa - \mu + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (29)$$

où  $\omega_{ZR}$  est la valeur prise par  $\omega_Z$  à résonance. Si les deux facteurs ne sont pas résonnants pour la même valeur du champ magnétique, il y a une ambiguïté sur la définition de  $\omega_{ZR}$ . En général, le choix est sans importance (à  $\Gamma/\Delta v$  près) car (29) est négligeable si les résonances des deux facteurs sont trop éloignées. Chaque fois qu'il y a une ambiguïté, il est préférable (en revenant à la forme (25)) de remplacer  $2X(\delta_\mu + q_2\omega_{ZR})$  par l'une des formes :

$$X(\delta_\mu + q_2\omega_Z) + X(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z) \approx 2X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa + (q_2 - Q_3)\omega_Z}{2}\right) \quad (30)$$

En particulier, c'est la seule méthode pour obtenir la dépendance par rapport au champ magnétique lorsque aucun des deux dénominateurs n'en dépend (c'est-à-dire si  $Q_2$  et  $q_2 + Q_3$  sont nuls). Des termes de ce genre ne seront évidemment importants que si  $\omega_\nu$ ,  $\omega_\mu$ ,  $\omega_\lambda$  et  $\omega_\kappa$  sont assez proches pour que les dénominateurs ne soient pas trop loin de la résonance.

#### REMARQUE.

Dans l'approximation (29), on n'a gardé que la moitié des termes de (23) : les termes négligés sont ceux qui font intervenir  $ab^0$  à l'ordre 1 et à l'ordre 3. On voit, sur la figure II-6 (page 53) que tous les diagrammes de la colonne 1 sont négligeables après intégration sur les vitesses. En raison de la symétrie remarquée au § C-1, les diagrammes de la 2e colonne qui passent par  $ba^0_{(1)}$  et  $ba^0_{(3)}$  sont également négligeables. Dans la suite du calcul, seuls les diagrammes des colonnes 3 et 4 sont importants. De plus, la relation de symétrie, provenant de la forme (15-a), nous permet de ne considérer que les diagrammes de la 4ème colonne.

#### b) Termes de "restitution" par les processus de diffusion de vitesse

Dans (15-b), ce sont les termes provenant de (18). Comme au paragraphe précédent, pour simplifier, nous ne discuterons que les termes provenant de  $ba^0_{(2)Q_2}$  et n'écrirons que les facteurs importants comparables à ceux de (23) (en omettant exactement les mêmes facteurs de façon à obtenir une expression homogène à (23)). En reportant (18) dans (16-b), puis dans (15-b), on voit que le terme de "restitution" s'écrit :

$$\left[ \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \right] \left[ W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) \right] \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3\omega_Z - \kappa)} \quad (31)$$

Le premier facteur, comme celui de (23), présente une résonance étroite lorsque  $\omega_\nu + q_1\omega_b = \omega_\mu - q_2\omega_b$ , ce qui permet de remplacer  $\delta_\mu + q_2\omega_Z$  par  $\delta_\nu - q_1\omega_Z$  dans les fonctions W (ou encore par leur moyenne suivant un raisonnement analogue à celui fait pour (30)). On obtient alors :

$$(31) = \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \right] \frac{2X(\delta_\nu - q_1\omega_Z)}{\Delta\nu} W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3)) \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b\Gamma'_b} \frac{1}{(\Delta\nu)^2} \quad (32)$$

Ici, il n'apparaît pas de dénominateur en  $\Gamma'_{ab}$  car du fait de la thermalisation des vitesses à l'ordre 2, on a intégré séparément, sur les vitesses, le facteur d'ordre 1 et le facteur d'ordre 3. Par contre, ceci donne deux facteurs du type W au lieu d'un seul dans (29).

Chacun des termes (32) est petit devant la valeur prise à résonance par les termes principaux (29); cependant nous ne les négligerons pas, car ils peuvent être nombreux. En effet, pour chaque paire de modes  $\nu, \mu$  fixée, il faut sommer sur les  $N - |\nu - \mu|$  valeurs possibles de  $\kappa$  (puisque  $\nu - \mu = \kappa - \lambda$ ) : il y a donc  $N - |\nu - \mu|$  termes d'importance comparable, car  $\kappa$  ne figure que dans une fonction W lentement variable et non dans un dénominateur résonnant comme c'est le cas pour l'expression (29). Si les N modes du laser couvrent tout le profil Doppler ( $N\Delta\omega \sim \Delta\nu$ , où  $\Delta\omega$  est l'écart entre modes), la somme de tous les termes du type (32), correspondant à une valeur déterminée de  $\nu$  et de  $\mu$ , est de l'ordre de

$$\frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b\Gamma'_b} \frac{N}{(\Delta\nu)^2} \quad (\text{si } \nu - \mu \ll N).$$

Au contraire, pour les mêmes valeurs de  $\nu$  et de  $\mu$ , (29) ne prend une valeur importante ( $\sim \frac{1}{\Gamma'_b\Gamma'_{ab}\Delta\nu}$ ) que pour une seule valeur de  $\kappa$  si  $\Gamma'_{ab} < \Delta\omega$ , et pour  $n = \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$  valeurs de  $\kappa$  si  $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ . Le rapport de la somme des termes (32) à la somme des termes résonnants de (29) est donc ( $\nu$  et  $\mu$  fixés) :

$$\frac{\sum_{\kappa} (32)}{\sum_{\kappa} (29)_{res}} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{N \Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \quad \text{si } \Gamma'_{ab} < \Delta\omega \quad (33)$$

$$\sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{N \Gamma'_{ab}}{n \Delta\nu} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \quad \text{si } \Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$$

L'interprétation de cette formule sera donnée au § 5-b.

REMARQUE.

Pour les termes de "restitution", il n'y a pas disparition d'un diagramme sur deux parmi ceux de la figure II-6.

c) Discussion de l'ordre de grandeur des termes négligés

Il peut paraître surprenant de ne pas conserver les termes hors résonance (28) qui sont du même ordre de grandeur que les termes (32) et aussi nombreux. En fait, nous allons montrer que les termes (28) disparaissent pour les grandeurs tensorielles  $k_4$  paires dans le cas d'une excitation cohérente ( $q_i = \pm 1, |e_1| = |e_{-1}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ), c'est-à-dire dans le cas expérimentalement utilisé. Il en

résulte que l'on peut complètement ignorer les termes hors résonance de (23) puisqu'ils sont en fait de l'ordre de grandeur des termes négligés lors du passage de (23) à (28), c'est-à-dire de l'ordre de  $\Gamma'_{ab}/(\Delta\nu)^3$ .

Comme nous allons le voir dans la démonstration qui suit, la disparition des termes (28) provient de ce qu'ils sont imaginaires purs (à résonance). Le même raisonnement appliqué à (32) permet de négliger la partie imaginaire de  $W(\delta_{\kappa}-Q_3\omega_Z+iG_{ab}(k))$ . On peut alors remplacer (32) par :

$$\left[ \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+Q_2\omega_b)} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+Q_2\omega_b)} \right] \frac{2}{(\Delta\nu)^2} X(\delta_{\nu}-q_1\omega_Z) X(\delta_{\kappa}-Q_3\omega_Z) \quad (34)$$

Démonstration : pour  $Q_4 = 0$ , le terme provenant de (28) est proportionnel à :

$$\frac{\xi^{\nu*} \xi^{\mu} \xi^{\lambda*} \xi^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 & q_4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{|e_1|^4}{\Delta\nu} \cdot \frac{i X(\delta_{\nu}-q_1\omega_Z)}{\delta_{\nu}-\delta_{\kappa}-(q_1+q_4)\omega_Z} \quad (35)$$

Dans la sommation sur  $\nu, \mu, \lambda, \kappa, Q_2$  et les  $q_i$ , il existe un terme obtenu à partir de (35) par les permutations  $\nu \leftrightarrow \mu$  et  $\kappa \leftrightarrow \lambda$  et, dans le cas où  $q_1 = q_2$  ( $Q_2 = q_1 + q_2 = \pm 2, q_1 + q_4 = 0$ ), par le changement de signe de tous les  $q_i$  et de  $Q_2$  (rappelons que nous avons choisi  $k_4$  paire et  $q_i = \pm 1$ ). Ces permutations ne changent pas les coefficients (3J) de (35) ni le dernier facteur (puisque  $\delta_{\nu} - q_1\omega_Z \approx \delta_{\mu} + q_2\omega_Z$  et  $\delta_{\nu} - \delta_{\kappa} = \delta_{\mu} - \delta_{\lambda}$ ), par contre le premier facteur est transformé en son complexe conjugué. Il en résulte que la somme de (35) et du terme obtenu par permutation est imaginaire pur et disparaît car  $\overset{(4)}{\rho_0^{k_4}} = \overline{F(k_4, 0)} + F^*(k_4, 0)$ .

Pour  $Q_4 = 2$ , le même raisonnement est valable car  $\rho_2^{k_4}$  n'est important qu'en champ faible. On peut donc négliger  $(Q_3-q_1)\omega_Z$  devant  $\delta_{\nu} - \delta_{\kappa} \sim \Delta\nu$  au dénominateur de (28). Il n'est donc pas nécessaire de modifier les  $q_i$  pour appliquer la symétrie utilisée ici. Pour la même raison, on peut appliquer ce raisonnement à une polarisation rectiligne autre que  $\sigma$ , mais en champ faible seulement ( $\omega_Z \ll \Delta\nu$ ).

### 3) Expression générale des résonances de saturation

A l'aide des résultats du paragraphe précédent, en ce qui concerne l'intégration sur les vitesses, nous allons écrire de façon explicite l'expression (15). Puisque nous ne nous intéressons ici qu'à la partie isotrope de la lumière de fluorescence, nous ne développerons les formules du 4e ordre que pour les grandeurs longitudinales ( $Q_4 = 0$ ).

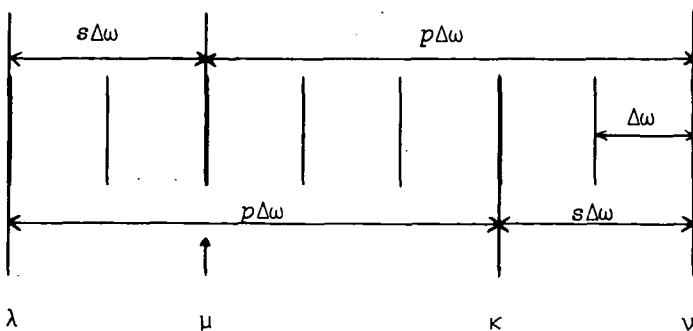


FIGURE VII-10

Nous supposons les modes parfaitement équidistants et nous posons (figure VII-10) :

$$\omega_{\nu}-\omega_{\mu} = \omega_{\kappa}-\omega_{\lambda} = p\Delta\omega = p \quad (36-a)$$

$$\omega_{\nu}-\omega_{\kappa} = \omega_{\mu}-\omega_{\lambda} = s\Delta\omega = s \quad (36-b)$$

où  $p$  et  $s$  sont des entiers.

De plus, pour simplifier l'écriture, nous poserons :

$$\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_\beta & J_\beta & J_\alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_\alpha & J_\beta & J_\beta \end{matrix} \right\} = \{ \beta \ k_2, \ k_3 \} \quad (37)$$

En utilisant les approximations du paragraphe précédent, (15) peut alors s'écrire ( $Q_4 = 0$  entraîne  $Q_3 = -q_4$ )

$$(4) \frac{-k_4}{b \rho_0} = \frac{n}{\Delta \nu} \frac{|P_{ab}|^4}{\Gamma_b(k_4)} \quad (38)$$

$$\sum_{\substack{v p s q_i \\ Q_2 k_2 k_3}} (-)^{J_a + J_b + q_1} (2k_2 + 1) (2k_3 + 1) \sqrt{2k_4 + 1} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 q_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 q_4 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} \mathcal{E}_{-q_2}^{v-p} \mathcal{E}_{q_3}^{v-p-s*} \mathcal{E}_{-q_4}^{v-s}$$

$$\begin{aligned} \text{ligne 1} \rightarrow & \left\{ \left[ \frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \frac{[X(\delta_\mu + q_2 \omega_Z) + X(\delta_\kappa + q_4 \omega_Z)]}{2\Gamma'_{ab} + i[p - s + (q_2 - q_4) \omega_Z]} \right. \\ & + \left. \left[ \frac{\gamma'_b(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)]} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \right. \\ \text{ligne 2} & \left. \left. + \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \frac{[X(\delta_\nu - q_1 \omega_Z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_Z)] X(\delta_\kappa + q_4 \omega_Z)}{\Delta \nu} \right\} + cc \end{aligned}$$

Pour simplifier, nous avons posé (note) :  $G_{ab}(k_3) = G_{ab}(1) = \Gamma'_{ab} - i\Delta$ . D'autre part, pour éviter les ambiguïtés avec les termes sans résonances ( $Q_2 = 0, q_2 - q_4 = 0$ ), nous avons laissé les fonctions X sous la première forme définie en (30) et non sous la forme de (29) ou de (34).

La ligne 1 provient des atomes qui n'ont pas subi de diffusion de leur vitesse tandis que la ligne 2 représente les atomes "restitués" après un changement de vitesse. Dans chacune de ces deux lignes, on distingue nettement un premier facteur exprimant l'évolution à l'ordre 2 (dénominateurs dépendant de  $\Gamma_\alpha(k_2)$  ou  $\Gamma'_\alpha(k_2)$ ) des termes modulés à la fréquence  $p = \omega_\nu - \omega_\mu$ . Dans le terme de "restitution" (ligne 2), nous avons utilisé la première forme de l'expression (16-b) de façon à faire apparaître  $\gamma'_b(k)$  : cette forme, plus agréable pour le niveau b, n'est pas commodément utilisable pour le niveau a du fait du transfert.

Pour obtenir  $(4) \frac{-k_4}{a \rho_0}$  à partir de (38), il suffit de remplacer  $\frac{\left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}}{\Gamma_b(k_4)}$  par

(note) Comme nous l'avons déjà dit, si les parties imaginaires de  $G_{ab}(k_3)$  et de  $G_{ab}(1)$  sont différentes, il en résulte un déplacement des résonances  $p - s = (q_4 - q_2) \omega_Z$ .

$$(-)^{k_3+k_4} \frac{\begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_a & J_a & J_b \\ \Gamma_a(k_4) \end{Bmatrix}}{\Gamma_a(k_4)} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_3, k_4)}{\Gamma_b(k_4)} \right].$$

Nous pouvons tout de suite remarquer que l'expression (38) fait intervenir un facteur résonnant dépendant de l'écart Zeeman moyen  $\omega_z$ . La remarque faite dans l'introduction de ce paragraphe apparaît maintenant de façon évidente : notre formalisme n'est pas correct dans le cas général pour déterminer la position des résonances. Comme nous le verrons au paragraphe E-1, le facteur en  $\omega_z$  est, en réalité, une somme de termes faisant intervenir différentes combinaisons linéaires de  $\omega_a$  et  $\omega_b$ . La formule (36) n'est rigoureuse que si  $\omega_a = \omega_b = \omega_z$  ou si  $J_a = 0$  (ou  $J_b = 0$ ), car on a alors  $\omega_z = \omega_b$  (ou  $\omega_z = \omega_a$ ).

#### 4) Formule développée dans le cas d'une excitation rectiligne $\sigma$

L'excitation de polarisation rectiligne  $\sigma$  est la plus facile à réaliser (cellule dans la cavité) : c'est le seul cas que nous ayons effectivement utilisé pour l'étude expérimentale des saturations. De plus, sur le plan théorique, ce cas est assez simple à écrire et à interpréter, bien qu'il contienne tous les types d'effets de saturation existant dans le cas général. C'est pourquoi, avant de voir l'interprétation physique de l'expression générale (38), nous allons l'explicitier dans ce cas particulier. De plus, nous nous limiterons aux ordres tensoriels pairs,  $k_4 = 0$  ou  $2$ , seuls accessibles par une détection optique de polarisation rectiligne.

Nous développons donc (38) en posant  $\mathcal{E}_q^\nu = \mathcal{E}^\nu e_q$  avec  $e_0 = 0$  et  $|e_1| = |e_{-1}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Les valeurs possibles des  $q_1$  et de  $Q_2$  sont données dans le tableau VII-1 avec les polarisations correspondantes des modes  $\nu$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$  et  $\kappa$  figurant dans (38) (rappelons que  $Q_4 = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$ )

Cas	$q_1$	$q_2$	$Q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_2 - q_4$	$\mathcal{E}_{q_1}^\nu$	$\mathcal{E}_{-q_2}^\mu$	$\begin{matrix} (2) \\ \alpha^{Q_2} \end{matrix} \rho^{k_2}$ (ordre 2)	$\mathcal{E}_{q_3}^\lambda$	$\mathcal{E}_{-q_4}^\kappa$
a	1	1	2	-1	-1	2	$\sigma^-$	$\sigma^+$	Alignement transversal	$\sigma^+$	$\sigma^-$
b	-1	1	0	1	-1	2	$\sigma^+$	$\sigma^+$	grandeurs longitudinales	$\sigma^-$	$\sigma^-$
c	1	-1	0	1	-1	0	$\sigma^-$	$\sigma^-$		$\sigma^-$	$\sigma^-$
a'	-1	-1	-2	1	1	-2	$\sigma^+$	$\sigma^-$	Alignement transversal	$\sigma^-$	$\sigma^+$
b'	1	-1	0	-1	1	-2	$\sigma^-$	$\sigma^-$	grandeurs longitudinales	$\sigma^+$	$\sigma^+$
c'	-1	1	0	1	-1	0	$\sigma^+$	$\sigma^+$		$\sigma^+$	$\sigma^+$

TABLEAU VII-1

Les cas a', b' et c' sont obtenus à partir des cas a, b et c par changement de tous les signes. Dans le calcul, ces termes se recombineront toujours en raison de leur symétrie.

On vérifie aisément que l'on peut toujours écrire  $\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^\mu \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^\kappa = |e_1|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa = \frac{1}{4} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa$ .



(38) s'écrit alors ( $k_4$  pair) :

$$(4) \rho_{b10}^{k_4} = - \frac{n |P_{ab}|^4}{\Delta \Gamma_b(k_4)} (-)^{J_a + J_b} \sqrt{2k_4 + 1} \sum_{k_3 v p s} (2k_3 + 1) \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \text{Re} \left[ \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s} \right] \quad (39)$$

$$\begin{array}{l} \text{ligne 1} \\ \text{ligne 2} \\ \text{ligne 3} \\ \text{ligne 4} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Re} \left[ 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \frac{\{b2, k_3\}}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{a2, k_3\}}{\Gamma'_a(2) + i(p+2\omega_a)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, 2)}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \right) \right\} \frac{X(\delta_\nu + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_2)} \right. \\ \left. + \left[ \frac{\gamma'_b(k_2) \{b2, k_3\}}{[\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)] [\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)]} + \text{termes du niveau a} \right] \frac{1}{\Delta \nu} X(\delta_\nu + \frac{p}{2}) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2}) \right\} \\ + \sum_{k_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} (2k_2 + 1) \left\{ \frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2) + ip} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + ip} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \right) \right\} \\ \times \left[ (-)^{k_2} \frac{2X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_2)} + \frac{X(\delta_\nu + p - \omega_2) + X(\delta_\nu + p + \omega_2)}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s)} \right] \\ + \left[ \frac{\gamma'_b(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma'_b(k_2) + ip] [\Gamma'_b(k_2) + ip]} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + ip} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(\ )}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \right) + \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + ip} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(\ )}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \right) \right] \\ \left. \times \frac{1}{\Delta \nu} \left[ 2(-)^{k_2} X(\delta_\nu + \frac{p}{2} + \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} - \omega_2) + X(\delta_\nu + \frac{p}{2} - \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} - \omega_2) + X(\delta_\nu + \frac{p}{2} + \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} + \omega_2) \right] \right\} \end{array} \right.$$

Les lignes 1 et 2 de (39) viennent respectivement des lignes 1 et 2 de (38) dans les cas a et a' (cohérence  $\rho_{\pm 2}^2$  à l'ordre 2). Les lignes 3 et 4 de (39) viennent des lignes 1 et 2 dans les cas b+b' (interaction  $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^-$  par l'intermédiaire des populations à l'ordre 2 et dans les cas c+c' (interaction  $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^+$  et  $\sigma^- \leftrightarrow \sigma^-$ ).

La mise en facteur de  $\text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa)$  et la présentation utilisée pour les fonctions X ont été obtenues par application des propriétés de symétrie de la sommation sur les modes et sur les indices  $q_i$ . En raison de la complexité de ce calcul, nous ne donnerons que l'exemple de quelques termes.

Ligne 1 de (38) dans le cas a+a' : le cas a' se déduit du cas a par changement du signe des  $q_i$  et de  $Q_2$ . Ceci ne change pas la valeur des (3J) puisque  $k_4$  est paire. Si dans le cas a' on fait l'échange des indices  $\nu \leftrightarrow \lambda$  et  $\mu \leftrightarrow \kappa$ , on ne change pas les facteurs  $\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa$ , par contre tous les dénominateurs de a' deviennent complexes conjugués de ceux de a car p et s changent de signe (cf. définitions (36)). En mettant en facteur les coefficients identiques et en n'écrivant que la contribution de  $(2) \rho_{b10}^2$ , la contribution des cas a et a' à la ligne 1 de (38) s'écrit :

$$\sum_{vps} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa \left[ \frac{X(\delta_\mu + \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2)}{[\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_2)]} + \frac{X(\delta_\kappa - \omega_2) + X(\delta_\mu + \omega_2)}{[\Gamma'_b(2) - i(p+2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab} - i(p-s+2\omega_2)]} \right] + cc \quad (40-a)$$

On voit que les cas a et a' donnent les mêmes fonctions X qui se mettent en facteur. On voit alors que (40-a) est le produit de deux parties réelles

$$4 X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) \cdot \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{[\Gamma'_b(2)+i(p+2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_2)]} \right] \quad (40-b)$$

En dernier lieu, on a modifié les fonctions X en remarquant que le deuxième facteur résonnant n'est important que si  $\delta_\mu - \delta_\kappa = p-s \sim -2\omega_2$ , c'est-à-dire si  $\delta_\mu + \omega_2 \sim \delta_\kappa - \omega_2$  (à quelque  $\Gamma'_{ab}$  près). Dans cette région, on peut remplacer la somme des X suivant la relation (30) :

$$X(\delta_\mu + \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2) \approx 2X(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}) = 2X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) (+\text{termes} \sim (\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu})^2) \quad (41)$$

Pour tous les termes présentant un dénominateur résonnant en fonction de  $\omega_\alpha$  ou  $\omega_2$  (c'est-à-dire la contribution des cas b et b' à la ligne 1 de (38) et la contribution de a et a' à la ligne 2), le raisonnement est le même. Pour les termes ne présentant pas de résonance en fonction du champ magnétique (contribution de b et b' à la ligne 2 de (38), contribution de c et c' aux lignes 1 et 2), il faut conserver la dépendance en  $\omega_2$  dans les fonctions X. Pour la ligne 2, les permutations d'indice sont plus complexes.

Donnons encore l'exemple de la contribution du cas c à la ligne 1 de (38) (ici c' se traite séparément). En faisant les permutations  $\nu \leftrightarrow \lambda$  et  $\mu \leftrightarrow \kappa$  pour le terme  $X(\delta_\kappa - \omega_2)$  seul, on peut écrire :

$$\sum_{\nu\mu\lambda\kappa} \mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa \frac{X(\delta_\mu - \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2)}{(\Gamma'_b(k_2)+ip) [2\Gamma'_{ab}+i(p-s)]} = \sum_{\nu\mu\lambda\kappa} \mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa X(\delta_\mu - \omega_2) \left[ \frac{1}{(\Gamma'_b(k_2)+ip) [2\Gamma'_{ab}+i(p-s)]} + cc \right] \quad (42)$$

Quand on ajoute à (42) son complexe conjugué, on trouve bien encore le produit de deux parties réelles et l'on justifie la présence de  $X(\delta_\nu + p - \omega_2)$  dans la ligne 3 de (39). Dans la même ligne  $X(\delta_\nu + p + \omega_2)$  vient du cas c'.

REMARQUE. Tous ces raisonnements ne sont valables que pour  $k_4$  paire. Pour  $k_4$  impaire, les (3J) changent de signe quand on change le signe des  $q_i$ . Il en résulte que l'on trouve le produit de partie imaginaire dans les cas a et b et des termes de la forme  $X(\delta_\nu + p - \omega_2) - X(\delta_\nu + p + \omega_2)$  dans le cas c. Si les modes ont tous la même phase (synchronisée), alors les parties imaginaires s'annulent : il n'y a pas alors de résonance pour  $k_4$  impaire.

### 5) Signification physique des différents termes et des approximations

a) Contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse à l'ordre 2 (ligne 1 de (38) ou lignes 1 et 3 de (39)) :

α) Cas général (formule (38)) :

Si l'on omet le terme de transfert, la ligne 1 de (38) est formée de termes de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_\alpha(k_2)+i(p+Q_2\omega_\alpha)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+(q_2-q_4)\omega_2)} [X(\delta_\mu + q_2\omega_2) + X(\delta_\kappa + q_4\omega_2)] \quad (43)$$

Le premier facteur,  $[\Gamma'_\alpha(k_2)+i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$ , exprime l'aptitude des modes  $\nu$  et  $\mu$  à produire, à l'ordre 2, la grandeur tensorielle  $T_{Q_2}^{k_2}$  modulée à la fréquence  $p = \omega_\nu - \omega_\mu$ . Ce facteur est comparable à celui que

nous avons trouvé au chapitre IV (§ C) pour les termes modulés de la réponse linéaire. Il est résonnant lorsque l'écart Zeeman  $-Q_2\omega_a$  ou  $-Q_2\omega_b$  est égal à la fréquence de battement  $p$ . Il faut cependant remarquer qu'au chapitre IV, la largeur des résonances était  $\Gamma'_\alpha(k_2)$  car nous observions globalement tous les atomes quelle que soit leur vitesse. Ici, au contraire, la largeur est  $\Gamma'_\alpha(k_2)$ , car un éventuel changement de vitesse (collision ou diffusion multiple) modifie l'interaction avec le laser pour le passage aux ordres supérieurs : nous ne considérons dans ce terme que les atomes qui n'ont pas changé de vitesse.

Le second facteur,  $\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_4)\omega_Z)}$  est résonnant lorsque  $\omega_\mu - q_2\omega_Z = \omega_\kappa - q_4\omega_Z$  (car  $p-s = \omega_\kappa - \omega_\mu$ ),

c'est-à-dire quand la composante de polarisation  $-q_2$  du mode  $\mu$  et la composante de polarisation  $-q_4$  du mode  $\kappa$  interagissent avec des atomes de même vitesse. Alors que le premier facteur exprime la résonance Zeeman au deuxième ordre, le second facteur exprime la nécessité d'une coïncidence optique, pour une classe de vitesse déterminée, entre la première paire de modes qui construit l'ordre 2, et la seconde paire qui fait passer à l'ordre 4. En réalité, le facteur de coïncidence optique ne fait intervenir qu'un mode de la première paire et un mode de la seconde ( $\mu$  et  $\kappa$ ). Ceci est cependant suffisant pour assurer la coïncidence des quatre modes, car la condition  $\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa = 0$  impose automatiquement à la seconde paire ( $\lambda, \kappa$ ) d'avoir la bonne différence de fréquence pour démoduler  $\rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\nu - \omega_\mu)$ . D'autre part, la condition  $q_3 + q_4 = -Q_2 = -(q_1 + q_2)$ , provenant des (3J) impose le choix des polarisations de cette seconde paire, de telle sorte qu'elle donne au 4e ordre la grandeur  $\rho_0^{k_4}$  (non modulée).

Nous comprendrons mieux la signification physique du second facteur en examinant les différents termes de l'expression développée (39) dans le cas d'une excitation rectiligne  $\sigma$ . Pour simplifier la discussion, nous considérerons ici uniquement le cas  $J_a=0, J_b=1$  ( $\omega_Z=\omega_b$ ), mais nous laisserons  $\omega_Z$  dans les formules pour que l'on puisse les utiliser dans le cas général.

β) Effet de population (résonnant) : cas (b+b') du tableau VII-1

Le cas b ( $q_1=q_4=-1, q_2=q_3=1, Q_2=0, q_1-q_4=2$ ) et le cas b' (tous les signes inverses), dans lequel on a fait les permutations d'indices  $\nu \leftrightarrow \lambda$  et  $\mu \leftrightarrow \kappa$  (suivant la discussion donnée à la fin du § 4), correspondent tous deux à l'interaction des modes  $(\nu, \sigma^+)$ ,  $(\mu, \sigma^+)$ ,  $(\lambda, \sigma^-)$  et  $(\kappa, \sigma^-)$  : on peut le voir sur le tableau VII-1. Dans le cas b, on utilise les composantes  $\sigma^+$  pour former le 2e ordre, puis les composantes  $\sigma^-$  pour former le quatrième. Dans le cas b', l'ordre est inversé. Les cas b et b', ainsi symétrisés, interviennent dans la ligne 3 de (39) par des termes de la forme :

$$\text{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa) \text{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_Z)} \right] \times (\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \quad (44)$$

Dans ce cas ( $Q_2=0$ ), le premier facteur ne dépend pas du champ magnétique et il n'est résonnant que si  $p=0$  ( $\nu \equiv \mu$  et  $\lambda \equiv \kappa$ ). En général  $\Gamma'_b(k_2)$  est assez petit devant l'écart entre modes et nous pouvons négliger, pour l'instant, les termes non résonnants  $p \neq 0$ , c'est-à-dire les termes provenant de grandeurs modulées à l'ordre 2. Avec  $p = 0$ , (44) s'écrit :

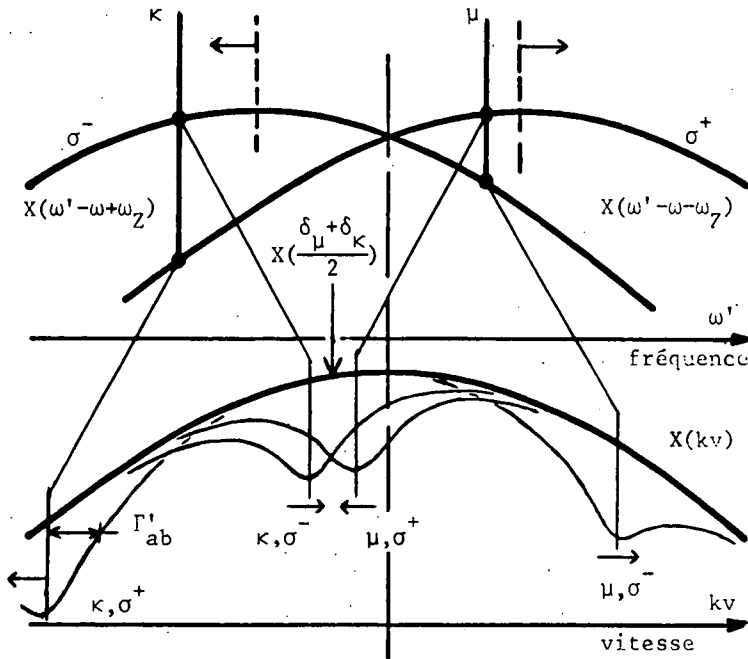


FIGURE VII-11 : Interprétation des termes de saturation par "effet de population" (au 2e ordre). Les flèches indiquent le sens d'évolution des trous quand le champ magnétique croît. Les "trous" représentent l'effet de chaque mode s'il était seul : la surface de recouvrement de deux trous donne une idée de l'importance de l'interaction mais ne doit pas être confondu avec l'effet de saturation qui est donné en fait par un produit de convolution.

$$|\mathcal{E}^\mu|^2 |\mathcal{E}^\kappa|^2 X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)} \frac{2\Gamma'_{ab}}{(4\Gamma'_{ab}) + (\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)^2} \tag{45}$$

Ce terme est résonnant quand la composante  $\sigma^+$  du mode  $\mu$  et la composante  $\sigma^-$  du mode  $\kappa$  interagissent avec des atomes de même vitesse (figure VII-11) : on peut dire qu'il y a un maximum de saturation car le mode  $\kappa$  interagit avec un paquet d'atomes pour lequel la différence de population est déjà diminuée par le mode  $\mu$ . Ce terme correspond à l'effet de population défini lors de l'interprétation des paragraphes A-1-a et A-2. Conformément à cette interprétation phénoménologique, on vérifie que la largeur de la résonance est égale à deux fois la largeur  $\Gamma'_{ab}$  des trous créé par chaque mode dans la distribution de vitesse (cf. BENNETT (52)). Comme nous nous limitons au 4e ordre de perturbation, la largeur  $\Gamma'_{ab}$  qui intervient ici est la largeur des trous pour une intensité laser très faible (trous calculés au 2e ordre avec (II,68) et (II,69)).

Le balayage de la résonance en fonction du champ magnétique correspond au croisement des deux trous ( $\mu, \sigma^+$ ) et ( $\kappa, \sigma^-$ ) sur la figure VII-11. Cette figure permet également d'interpréter le facteur  $X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)$  : il exprime le fait que (45) est pondéré par le nombre d'atomes ayant la vitesse  $v_R$  pour laquelle se produit la résonance (note, p. 191). Ceci est valable car l'approximation (19) permet de négliger la variation de  $X$  sur toute la largeur  $2\Gamma'_{ab}$  du trou.

γ) Effets de population (non résonnants) : cas c

C'est le terme

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s)} X(\delta_\nu + p - \omega_z) \tag{46}$$

de la ligne 3 de (39). Comme le terme précédent, il correspond à un effet de population au second ordre ( $Q_2 = 0$ ) et le premier facteur est résonnant pour  $p = 0$ . Le second facteur ne dépend pas non plus du champ magnétique, car ce terme correspond, sur la figure VII-11, à l'interaction des trous  $(\mu, \sigma^-)$  et de  $(\kappa, \sigma^-)$  qui ne se croisent jamais puisqu'ils se déplacent dans le même sens quand le champ varie. Le recouvrement des deux trous est constant et il est faible si  $p-s \gg 2\Gamma'_{ab}$ . Si  $p = s = 0$ , (46) est important quel que soit le champ : ce terme correspond alors à la saturation du mode  $(\mu, \sigma^-)$  par lui-même. Seule la fonction  $X(\delta_{\mu} - \omega_Z)$  assure une dépendance lente par rapport au champ magnétique. Le cas c' est symétrique du cas c : il correspond à la saturation des composantes  $\sigma^+$  les unes par les autres.

δ) Effet de "cohérence Zeeman" au second ordre : cas (a+a') du tableau VII-1

Comme les cas b et b', les cas a et a' ont été symétrisés par les permutations  $\nu \leftrightarrow \lambda$  et  $\mu \leftrightarrow \kappa$  effectuées sur a'. Ils correspondent à la première ligne de l'expression (39), c'est-à-dire aux termes de la forme :

$$\begin{aligned} & \text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}) X(\delta_{\nu} + \frac{s+p}{2}) \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2)+i(p+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_Z)} + cc \right] \\ & = \text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}) X(\frac{\delta_{\mu} + \delta_{\kappa}}{2}) \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(\omega_{\kappa}-\omega_{\mu}+2\omega_Z)} + \frac{1}{\Gamma'_b(2)-i(\omega_{\kappa}-\omega_{\lambda}+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}-i(\omega_{\kappa}-\omega_{\mu}+2\omega_Z)} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

Le premier terme du dernier facteur correspond au cas a. Comme l'exprime le dénominateur  $\Gamma'_b(2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+2\omega_b)$ , ce terme provient de l'alignement transversal  $\frac{(2)}{b|} \rho^2$  modulé à la fréquence  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$  par l'action, aux deux premiers ordres de perturbation des composantes  $\mathcal{E}_{\sigma^-}^{\nu*} e^{i\omega_{\nu}t}$  et  $\mathcal{E}_{\sigma^+}^{\mu} e^{-i\omega_{\mu}t}$  des modes  $\nu$  et  $\mu$ . On passe ensuite aux termes de saturation du 4e ordre par action des composantes  $\mathcal{E}_{\sigma^+}^{\lambda*} e^{i\omega_{\lambda}t}$  et  $\mathcal{E}_{\sigma^-}^{\kappa} e^{-i\omega_{\kappa}t}$  qui "démodulent" le terme du second ordre puisque  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu} - \omega_{\lambda} + \omega_{\kappa} = 0$ .

Le deuxième terme correspond au cas a' (après les permutations  $\nu \leftrightarrow \lambda$  et  $\kappa \leftrightarrow \mu$ ), il provient de la grandeur du second ordre  $\frac{(2)}{b|} \rho^2$  modulée à la fréquence  $\omega_{\lambda} - \omega_{\kappa} = -(\omega_{\nu} - \omega_{\mu})$ . Dans ce deuxième terme

(note)

On peut aisément trouver l'amplitude à résonance des termes du 4e ordre par un raisonnement analogue à celui de la note du § IV-C-3 (page 94). Pour un atome pour lequel toutes les conditions de résonance sont satisfaites, l'amplitude du terme du 4e ordre (donné par (15-b) sans intégration

sur  $\nu$ ) est de la forme  $\frac{|P_{ab}|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_4) \Gamma'_b(k_2) (\Gamma'_{ab})^2}$  (le 1er ordre  $\frac{(1)}{b|} \rho$  introduit  $\mathcal{E}^{\mu} P_{ab}^*/\Gamma'_{ab}$ ; le 2e ordre :  $\mathcal{E}^{\nu*} P_{ab}/\Gamma'_b(k_2)$ ; le 3e ordre  $\frac{(3)}{b|} \rho$  :  $\mathcal{E}^{\lambda*} P_{ab}/\Gamma'_{ab}$ ; le 4e ordre  $\mathcal{E}^{\kappa} P_{ab}^*/\Gamma'_b(k_4)$ ). Pour obtenir l'amplitude des résonances du 4e ordre, il faut multiplier par le nombre d'atomes pour

lesquels il y a résonance :  $n \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} X(\delta_{\nu} - q_1 \omega_{ZR})$  (largeur du trou,  $\Gamma'_{ab}$ , multipliée par la densité d'atomes par unité de fréquence). On retrouve bien ainsi l'ordre de grandeur  $\frac{n |P_{ab}|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_4) \Gamma'_b(k_2) \Delta\nu \Gamma'_{ab}} X$

$(\lambda, \sigma^+)$  et  $(\kappa, \sigma^-)$  créent la modulation aux deux premiers ordres de perturbation, tandis que  $(\nu, \sigma^-)$  et  $(\mu, \sigma^+)$  interviennent aux 3e et 4e ordres pour "démoduler". Cependant, les deux termes font intervenir les mêmes composantes des mêmes modes et sont simultanément résonnants lorsque  $\omega_\nu - \omega_\mu = -2\omega_b$  (pour le facteur de résonance Zeeman) et  $\omega_\mu - \omega_\kappa = 2\omega_z$  (pour le facteur de coïncidence optique). On comprend donc la raison du regroupement de ces termes.

On voit que les cas a et a' correspondent à l'effet de cohérence Zeeman au second ordre introduit aux § A-1-a et A-2. Le premier facteur résonnant (facteur de résonance Zeeman) a déjà été interprété dans le cas général et il ne présente aucune difficulté dans ce cas particulier. Par contre, le facteur de résonance optique,  $[2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)]^{-1}$ , qui exprime la possibilité de la seconde paire de mode d'interagir avec les mêmes atomes (même vitesse) que la première paire, est un peu plus délicat à interpréter graphiquement. Il faut remplacer la notion de trou, créé dans la distribution de vitesse de la différence de population entre les deux niveaux, par la notion de distribution de vitesse des atomes sur lesquels l'action des modes  $\mu$  et  $\nu$  a créé la grandeur tensorielle  $\rho_{Q_2}^{k_2}$ , modulée à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$ .

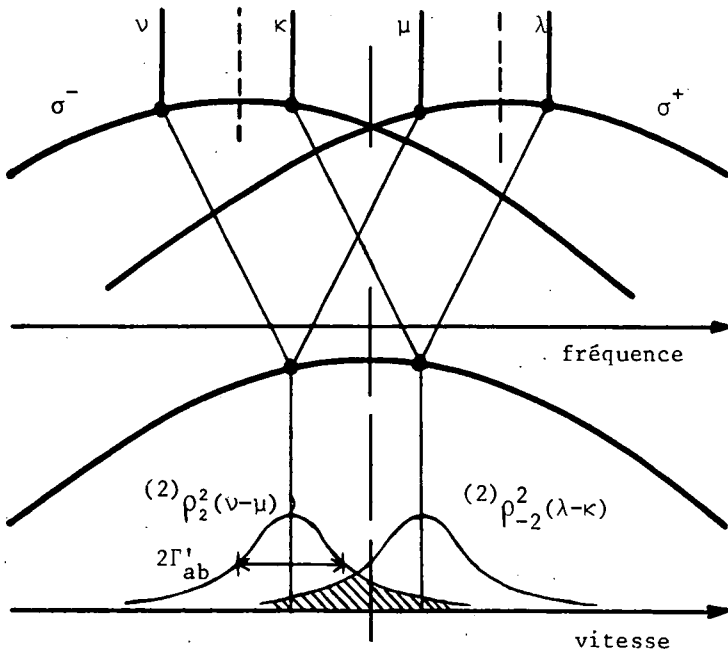


FIGURE VII-12 : Interprétation des termes de saturation par effet de cohérence Zeeman à l'ordre 2

Lorsque le premier facteur est rigoureusement résonnant ( $\omega_\nu - \omega_\mu = -2\omega_b = -2\omega_z$ ), cette distribution de vitesse a exactement la même forme que les trous de population (cf. (II,68) et (II,69)). On interprète alors simplement le facteur résonnant de coïncidence optique, en disant qu'il traduit le recouvrement de la distribution de vitesse de  $\rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\nu - \omega_\mu)$  et de  $\rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\lambda - \omega_\kappa)$  (avec  $\omega_\lambda - \omega_\kappa = -(\omega_\nu - \omega_\mu)$ ). Nous avons schématisé ce recouvrement sur la figure VII-20. Avec ce raisonnement, comme sur la forme algébrique, on voit que (47) a une résonance maximum si  $\nu \equiv \kappa$  et  $\mu \equiv \lambda$  ( $s=0$ ) et reste toujours très faible si  $s \gg 2\Gamma'_{ab}$  car les 2 facteurs ne sont pas simultanément résonnants dans ce dernier cas.

Enfin, on voit aussi sur le schéma que le facteur  $X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) = X(-\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2})$  a pour rôle de pondérer (47) par le nombre d'atomes ayant une vitesse telle qu'ils se trouvent au centre de gravité des quatre modes.

REMARQUE.

Lorsque le facteur Zeeman n'est pas rigoureusement résonnant ( $\omega_\nu + \omega_b$  légèrement différent de  $\omega_\mu - \omega_b$ ), la distribution de vitesse des atomes possédant la grandeur  $\binom{2}{b} \rho_{Q_2}^{k_2}$  est moins simple et n'est pas facile à représenter graphiquement. De plus, dans ce cas, le facteur de coïncidence optique  $[2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)]$  fait apparaître une dissymétrie entre les modes  $\mu$  et  $\kappa$  d'une part et les modes  $\nu$  et  $\lambda$  d'autre part. En fait, cette dissymétrie n'est qu'apparente, car dans la sommation sur  $\nu, \mu, \lambda$  et  $\kappa$ , tout terme a un symétrique que l'on peut faire apparaître dans (47) en faisant la demi-somme de cette expression et de celle obtenue par les permutations d'indice  $\nu \leftrightarrow \kappa$  et  $\lambda \leftrightarrow \mu$  :

$$\begin{aligned} & \sum_{\nu-\mu+\lambda-\kappa=0} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + 2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)} + \text{cc} \right] \quad (48) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu-\mu+\lambda-\kappa=0} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + 2\omega_b)} \left[ \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\nu - \omega_\lambda + 2\omega_z)} \right] + \text{cc} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu, p, s} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \left[ \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+s+2\omega_z)} \right] + \text{cc} \end{aligned}$$

b) Contribution des atomes qui ont changé de vitesse à l'ordre 2 (ligne 2 de (38) ou lignes 2 et 4 de (39))

Cette contribution est de la forme (en n'écrivant que les termes provenant du niveau b à l'ordre 2) :

$$\frac{\gamma'_b(k_2)}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]} \frac{2}{\Delta\nu} X\left(\frac{\delta_\nu + \delta_\mu + (q_2 - q_1)\omega_z}{2}\right) X(\delta_\kappa + q_4\omega_z) \quad (49)$$

Ces termes, comme ceux du paragraphe précédent (du type (43)), contiennent un facteur reflétant les résonances des grandeurs atomiques du second ordre, mais il faut remplacer  $\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)}$  par

$\frac{\gamma'_b(k_2)}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]}$ . Le dénominateur  $[\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]$  représente l'évolution, avant le dernier changement de vitesse, de la quantité  $\binom{2}{b} \rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\nu - \omega_\mu)$  provenant de n'importe quelle vitesse initiale : la largeur est  $\Gamma_b(k_2)$  puisque la vitesse n'intervient pas (il peut en particulier y avoir plusieurs changements de vitesse successifs).  $\gamma'_b(k_2)$  est la probabilité pour que le dernier processus, qui a changé la vitesse, laisse l'atome avec la vitesse finale considérée. Le dénominateur  $[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]$  exprime l'évolution après ce dernier processus (donc sans changement de vitesse, d'où la présence de  $\Gamma'_b(k_2)$ ), jusqu'à la nouvelle interaction avec le faisceau laser. Pour l'évolution dans le niveau a, l'expression est plus compliquée du fait du transfert qui peut intervenir avant ou après le dernier processus de diffusion de vitesse.

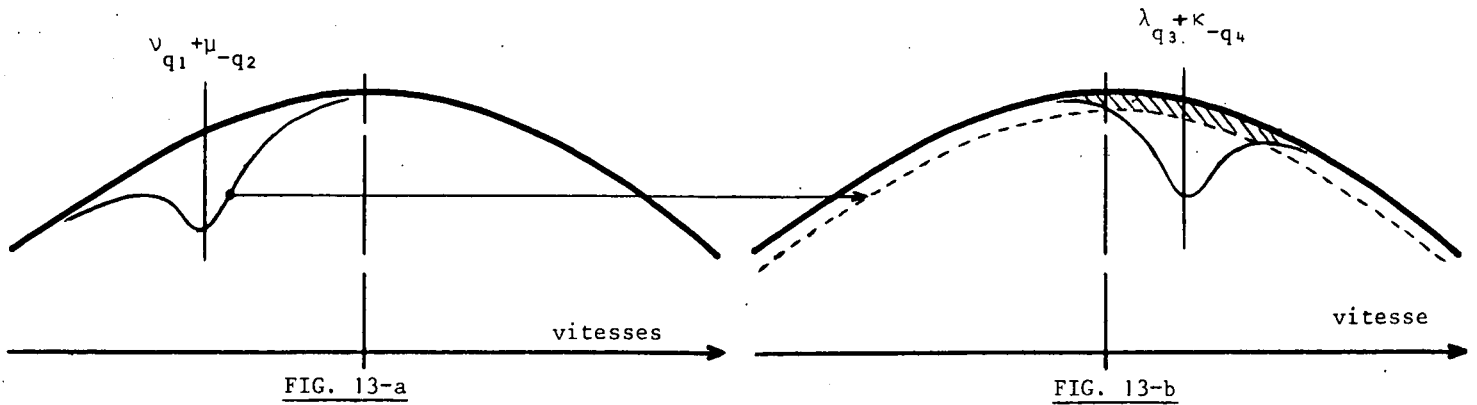


FIGURE VII-13 : Interprétation de la contribution aux saturations des atomes qui ont subi un changement de vitesse au second ordre (dans le cas où le facteur Zeeman est résonnant :  $\omega_{\nu+q_1\omega_b} = \omega_{\mu-q_2\omega_b}$ ) : après diffusion des vitesses, la diminution de population initialement localisée dans un intervalle  $2\Gamma'_{ab}$  (fig. 13-a) est répartie sur tout le profil Doppler (trait pointillé de la figure 13-b). La partie hachurée représente la proportion de ces atomes en interaction avec la deuxième paire de mode aux 3e et 4e ordres.

Contrairement aux termes du paragraphe précédent, la contribution (49) des atomes qui ont changé de vitesse ne contient pas de facteur résonnant en  $\Gamma'_{ab}$ . Celui-ci est remplacé par un facteur X supplémentaire. Ceci provient du modèle utilisé pour la diffusion des vitesses : comme l'atome perd tout souvenir de sa vitesse initiale, il n'y a aucune nécessité à ce que les modes  $\kappa$  et  $\lambda$  interagissent avec la même classe de vitesse que les modes  $\mu$  et  $\nu$ . Si le premier facteur est résonnant, les modes  $\nu_{q_1}$  et  $\mu_{-q_2}$  interagissent avec les mêmes atomes dont le nombre est  $n \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} X(\delta_{\nu-q_1\omega_z})$ . Les collisions (ou la diffusion multiple) modifient les vitesses de certains de ces atomes et les répartissent aléatoirement suivant la distribution de Maxwell correspondant à la température d'équilibre (modèle des collisions fortes). La proportion de ces atomes qui ont acquis une vitesse finale leur permettant d'interagir aux 3e et 4e ordres avec les modes  $\lambda_{q_3}$  et  $\kappa_{-q_4}$  est donc  $\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} X(\delta_{\kappa+q_4\omega_z})$  (si  $\omega_{\nu+q_1\omega_b} = \omega_{\mu-q_2\omega_b}$ , on a forcément  $\omega_{\lambda+q_3\omega_b} = \omega_{\kappa-q_4\omega_b}$ ). La figure VII-13 illustre cette discussion.

On comprend donc par ce raisonnement la forme de l'expression (49) et la raison pour laquelle le rapport de son amplitude à celle de l'expression (43), à résonance, est égal au rapport entre la largeur naturelle (ou largeur des "trous") et la largeur Doppler de la raie. Il est en particulier intéressant de comparer ce raisonnement à celui de la note du paragraphe précédent (page 191).

Lorsque les modes sont assez nombreux et assez rapprochés ( $\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$ ) pour couvrir tout le profil Doppler, le raisonnement ci-dessus permet également de comprendre que la sommation sur tous les modes de la contribution des atomes qui ont changé de vitesse est du même ordre de grandeur que celle des atomes qui n'ont pas changé de vitesse : un atome qui change de vitesse après avoir interagi une première fois avec les modes  $\mu$  et  $\nu$  est sûr, quelle que soit sa vitesse initiale de se trouver dans



la zone d'influence d'un autre couple de modes,  $\lambda$  et  $\kappa$ , pour une nouvelle interaction. Après sommation sur tous les modes, le rapport des deux types de contributions ne dépend plus que de l'importance relative  $\gamma'_\alpha / \Gamma_\alpha$  du processus de diffusion de la vitesse (formule (33)).

c) Signification physique et validité des approximations

α) Ecart Zeeman moyen  $\omega_z$

Toute la discussion du paragraphe 5-a a été faite dans le cas  $\omega_z = \omega_b$  (en pratique dans le cas  $J_a = 0, J_b = 1$ ). Lorsque  $\omega_a$  et  $\omega_b$  sont assez différents,  $\omega_z$  n'a pas de sens précis. Comme le montre clairement son origine, le facteur résonnant de coïncidence optique,  $|2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_1)\omega_z)|^{-1}$ , doit être remplacé par des sommes de plusieurs termes : en effet, dans ce cas, la structure Zeeman de la raie optique est complexe et les diagrammes des figures VII-11 et VII-12 doivent être remplacés par des diagrammes plus compliqués tel que celui de la figure IV-3. Chaque coïncidence de notre formalisme simplifié (par exemple  $(\mu, \sigma^+) \leftrightarrow (\kappa, \sigma^-)$  sur la figure VII-11) doit être remplacée par plusieurs coïncidences se produisant pour des champs magnétiques différents (chaque composante  $(\mu, \sigma_n^+)$  avec chaque composante  $(\kappa, \sigma_n^-)$  sur la figure IV-3). Au second ordre, ceci n'était pas très grave car  $\omega_z$  n'intervenait que dans la forme de raie X qui varie très lentement. Dans le cas présent,  $\omega_z$  intervient dans un facteur résonnant beaucoup plus étroit ( $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ ) : ceci justifie l'étude détaillée de ce problème, que nous ferons au § E.

β) Termes hors résonance

Au paragraphe 2-c, nous avons montré que les termes dont le facteur de coïncidence optique est hors résonance sont négligeables, car ils sont de l'ordre de  $(\Gamma'_{ab}/\Delta\nu)^2$  par rapport aux termes résonnants. Avec l'interprétation du § 5-a, cette approximation signifie que l'on néglige le recouvrement des trous lorsqu'ils sont assez éloignés (écart  $\sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$ ). Les trous ayant une forme Lorentzienne, on comprend aisément que les termes négligés sont de l'ordre de  $(\Gamma'_{ab}/\Delta\nu)^2$  ( $1/(1+x^2)$  décroît comme  $x^{-2}$  quand  $x$  est grand). On comprend que la contribution de ces termes est plus faibles que celle des termes de "restitution" traités au paragraphe précédent.

γ) Pour établir (38), nous avons négligé la restitution des cohérences optiques par les collisions changeant la vitesse (terme  $g_{ab}$  W des expressions (15) et (17)). En dehors du fait que ces termes sont petits

(  $\frac{g_{ab}}{\Delta\nu} \lesssim \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu}$  ), on peut voir que ces termes modifient seulement les facteurs de forme de raie,  $X(\delta_\nu - q_1\omega_z)$  et non les dénominateurs résonnants. Comme pour la réponse linéaire, ces facteurs varient lentement avec le champ magnétique et ils n'ont pratiquement pas d'influence sur la forme des résonances.

D - AMPLITUDE RELATIVE DES RESONANCES. INFLUENCE DE LA PHASE DES MODES

1) Cas des modes très écartés ( $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ )

Considérons d'abord le cas extrême où l'écart entre modes est très grand devant la largeur des résonances :

$$\Gamma'_\alpha, \Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega \quad (50)$$

Dans ces conditions, chaque terme de (39) n'est important que si les facteurs qui le composent sont résonnants simultanément. Dans la ligne 1 (cas a+a' du tableau VII-1), on ne doit donc garder que les termes  $s = 0$ , ce qui entraîne  $\nu = \kappa$  et  $\mu = \lambda$  (on suppose toujours  $\omega_a \approx \omega_b \approx \omega_z$ ) : ceci signifie, sur la figure VII-12, que la largeur des distributions de vitesse est trop faible pour que celles-ci se recouvrent si  $\mu \neq \lambda$ . De même, dans la ligne 3 de (39), seuls subsistent les termes  $p = 0$  ( $\mu = \nu$ ,  $\kappa = \lambda$ ) parmi ceux qui proviennent des cas b et b' (effets de population ( $\mu, \sigma^+$ )  $\leftrightarrow$  ( $\kappa, \sigma^-$ )) et les termes  $p = s = 0$  ( $\mu = \nu = \kappa = \lambda$ ) parmi ceux provenant des cas c et c' (saturation  $\sigma^+$  par lui-même et  $\sigma^-$  par lui-même).

De plus, la relation (33) montre que la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (lignes 2 et 4 de (39)) est négligeable si (50) est réalisé, à condition que  $\gamma'_\alpha / \Gamma'_\alpha$  ne soit pas trop grand. Ceci signifie qu'un atome qui change de vitesse a peu de chance d'interagir avec un autre mode, car ceux-ci sont trop espacés pour couvrir tout le profil Doppler. Dans ces conditions (39) se simplifie :

$$(4) \rho_{b0}^{k_4} = - \frac{n |P_{ab}|^4}{\Delta\nu \Gamma'_b(k_4)} (-)^{J_a + J_b} \sum_{k_3} (2k_3 + 1) \sqrt{2k_4 + 1} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

$$\left[ \begin{aligned} & 10 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \\ & \sum_{\nu p} |\mathcal{E}^\nu|^2 |\mathcal{E}^{\nu-p}|^2 X(\delta_\nu + \frac{p}{2}) \mathcal{R}e \left\{ \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_z)} \left[ \frac{\{b2, k_3\}}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{a2, k_3\}}{\Gamma'_a(2) + i(p+2\omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(2, k_3)}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \right\} \right] \right\} \\ & + \sum_{k_2} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{Bmatrix} (2k_2 + 1) \left[ \frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}}{\Gamma'_b(k_2)} \right\} \right] \\ & \left[ \sum_{\nu} |\mathcal{E}^\nu|^4 \frac{X(\delta_\nu - \omega_z) + X(\delta_\nu + \omega_z)}{2\Gamma'_{ab}} + \sum_{\nu s} (-)^{k_2} |\mathcal{E}^\nu|^2 |\mathcal{E}^{\nu-s}|^2 X(\delta_\nu + \frac{s}{2}) \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + (2\omega_z - s)^2} \right] \end{aligned} \right]$$

On constate sur cette expression :

- que la résonance de rang  $(r\Delta\omega = \omega_b \sim \omega_z)$  est composée
  - d'un terme Lorentzien de largeur  $2\Gamma'_{ab}$  qui provient des effets de population seuls (cas b et b' du tableau VII-1) et s'interprète par la figure VII-11.
  - de deux termes résonnants de forme plus complexe et de largeur proche de  $\Gamma'_a(2)$  et  $\Gamma'_b(2)$  (en supposant  $\Gamma'_a(2) < \Gamma'_{ab}$ ) qui proviennent de l'effet des cohérences Zeeman du second ordre (cas a et a').
- qu'il n'y a pas de différence d'amplitude importante entre la résonance centrale ( $\text{Res}_{r=0} \sim \sum_{\nu} I_{\nu}^2$ ) et les résonances latérales ( $\text{Res}_{r \neq 0} \sim \sum_{\nu} I_{\nu} I_{\nu-r}$ ).
- que l'expression (51) (et par conséquent la propriété ci-dessus) ne dépend que de l'intensité des modes. La phase relative des modes n'a aucune influence et il n'est même pas nécessaire que ceux-ci soient équidistants : il suffit que les écarts de fréquence  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$  (avec  $\nu - \mu = r$ ) ne diffèrent les uns des autres que par des quantités petites devant  $\Gamma'_{\alpha}$  et  $\Gamma'_{ab}$ , ce qui est toujours le cas expérimentalement. Ceci provient de ce que la condition (50), qui impose aux deux dénominateurs de chaque terme d'être simultanément résonnant, ne laisse subsister que des termes faisant intervenir au plus deux modes : deux interactions successives avec le même mode éliminent sa phase (car on ne cherche que les composantes non modulées de  $(\rho)_b^{(4)}$ ).

On voit donc que (51) ne peut pas expliquer le comportement des résonances latérales lorsque les modes se désynchronisent (cf. § A-2-b). En fait, ceci n'est pas tellement surprenant car la condition (50) utilisée pour obtenir (51) n'est pas correctement vérifiée dans nos cas expérimentaux.

Les ordres de grandeur sont :

$$\Delta\omega \sim 80 \text{ MHz}; \quad \Gamma'_{\alpha}(k) \sim 10 \text{ à } 20 \text{ MHz}; \quad \Gamma'_{ab} \sim 100 \text{ MHz (réf. (49)(87))} \quad (52)$$

2) Importance de la phase des modes lorsque ceux-ci sont rapprochés ( $\Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$ )

Conformément aux ordres de grandeur ci-dessus, nous envisageons le cas :

$$\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega \quad (53-a)$$

$$\Gamma'_{\alpha}(k) < \Delta\omega \quad (53-b)$$

La condition (53-a) nous oblige à tenir compte de termes pour lesquels les deux facteurs  $[\Gamma'_b(k_a) + i(p+Q_2\omega_b)]^{-1}$  et  $[2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_4)\omega_z)]^{-1}$  ne sont pas simultanément résonnants. De plus cette condition donne de l'importance à la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (cf. formule (33) et § C-5-b).

Dans ce paragraphe, nous proposons de prendre successivement les différents termes résonnants de l'expression (39) pour montrer l'origine physique de l'influence de la phase des modes (nous ignorerons les termes ne présentant pas de résonance comme les cas c et c' du tableau VII-1). Au prochain paragraphe (D-3), nous justifierons les résultats par un calcul numérique et au paragraphe

(D-4), nous développerons (de façon approximative) une expression analytique des termes résonnants.

Comme dans la discussion du § C-5, nous n'écrirons, pour simplifier, que les termes provenant du niveau b au 2e ordre. Les termes en  $\Gamma'_a(2)$  sont analogues et le transfert par émission spontanée complique la forme sans modifier les conclusions de cette discussion. De même, nous omettons ici les facteurs (3J) et {6J}.

a) Effet de cohérence Zeeman au second ordre (cas a+a' du tableau VII-1, page ...)

α) Atomes qui n'ont pas changé de vitesse

Ces termes, qui figurent dans la ligne 1 de (39) ont été interprétés au § C-5-a-δ.

Nous avons montré qu'ils s'écrivaient sous la forme symétrisée (48). La résonance de rang p s'écrit :

$$\sum_{\nu, s} \frac{1}{2} X(\delta_{\nu} + \frac{p+s}{2}) \frac{\text{Re}(\mathcal{E}^{\nu} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s} \mathcal{E}^{\nu-s})}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \left[ \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+s+2\omega_z)} \right] + cc \quad (54)$$

En plus des termes  $s = 0$  déjà obtenus dans (51), il faut tenir compte des termes pour lesquels  $s$  vaut quelques unités. Si  $\omega_b = \omega_z$ , on voit aisément que (54) est symétrique autour du centre de la résonance  $\omega_b = -\frac{p}{2} = -\frac{p}{2} \Delta\omega$ . Pour cette valeur du champ magnétique, l'amplitude des facteurs résonnants est (pour  $s$  fixe) :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(2)} \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + s^2} \quad (55)$$

Il suffit que  $2\Gamma'_{ab} = \Delta\omega$ , pour que la somme des contributions des deux termes  $s = \pm 1$  soit égale à celle du terme principal  $s = 0$  ( $\frac{1}{\Gamma'_b(2)} \frac{1}{\Gamma'_{ab}}$ ). On comprend donc, avec les ordres de grandeurs donnés en (52), que les termes  $s \neq 0$  ont une grande importance.

Résonance en champ nul ( $p = 0$ ) :

Les termes correspondants de (54) ne font intervenir, au plus, deux modes différents. Ils ne dépendent donc pas de la phase relative de ces modes et s'écrivent :

$$\sum_{\nu, s} X(\delta_{\nu} + \frac{s}{2}) I_{\nu} I_{\nu-s} \text{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \left( \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(2\omega_z - s)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(2\omega_z + s)} \right) \right\} \quad (56)$$

Si l'on suppose que tous les modes ont une intensité comparable, le décompte des termes de la sommation sur les N modes permet d'obtenir un ordre de grandeur de la résonance en champ nul :

$$\text{Res}_{a_1}(p=0) \sim \sqrt{\pi} I_{\nu}^2 \sum \frac{(N-s)}{\Gamma'_b(2)} \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + s^2} = \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma'_b(2) \Gamma'_{ab}} \left[ N + \sum_{s>0} \frac{2(N-s)}{1 + \left(\frac{s\Delta\omega}{2\Gamma'_{ab}}\right)^2} \right] \quad (57)$$

L'indice  $a_1$  signifie : cas (a+a') du tableau VII-1; ligne 1 de (39). Cette expression ne dépend pas de la synchronisation des modes.

Résonances en champ non nul ( $p \neq 0$ ) :

A l'exception des termes  $s = 0$ , ces résonances font intervenir plus de deux modes (4 en général; 3 si  $p + s = 0$ , c'est-à-dire  $\nu = \lambda$ ). Il en résulte que la phase relative des modes a une grande importance. En effet :

$$\operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s}) = \sqrt{\frac{I_{\nu} I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}}{I_{\nu} I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}}} \cos(\phi_{\nu} - \phi_{\nu-p} + \phi_{\nu-p-s} - \phi_{\nu-s}) \quad (58)$$

On peut reprendre ici la discussion faite au § IV-C-4 au sujet de la modulation des grandeurs atomiques : ceci est normal puisque les termes de saturation que nous étudions ici proviennent des termes modulés du 2e ordre.

Lorsque les modes sont désynchronisés, leurs phases sont aléatoires et le cosinus s'annule en moyenne lorsque  $p$  et  $s$  sont différents de zéro (moyenne temporelle et moyenne lors de la sommation sur  $\nu$ ).

Lorsque les modes sont synchronisés, le cosinus est égal à 1 quels que soient  $s$  et  $p$  et tous les termes de la sommation (54) subsistent. Rappelons que, suivant la définition donnée au § IV-C-4, nous disons que le laser a des "modes synchronisés" lorsque ceux-ci sont rigoureusement équidistants (modes bloqués) et que, de plus, ils sont tous en phase à intervalle de temps régulier, de façon à produire une modulation de l'intensité du laser en impulsions brèves et périodiques (fréquence  $\Delta\omega/2\pi$ ). Il suffit alors de choisir correctement l'origine des temps pour que toutes les phases soient égales et que le cosinus soit égal à 1.

Lorsque les modes sont synchronisés, tous les termes de (54) subsistent et l'amplitude de la résonance de rang  $p$  est de l'ordre de :

$$\operatorname{Res}_{a_1, S} (p \neq 0) \sim \sqrt{\pi} \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma_b'(2) \Gamma_{ab}'} \left[ N-p + \sum_{s>0} \frac{2(N-p-s)}{1 + \left(\frac{s\Delta\omega}{2\Gamma_{ab}}\right)^2} \right] \quad (59)$$

Au contraire, lorsque les modes sont désynchronisés, tous les termes  $s \neq 0$  disparaissent. L'amplitude de la résonance est alors :

$$\operatorname{Res}_{a_1, D.S} (p \neq 0) \sim \sqrt{\pi} \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma_b'(2) \Gamma_{ab}'} (N-p) \quad (60)$$

En comparant (57), (59) et (60), on voit (si  $p$  n'est pas trop grand) que les résonances latérales sont du même ordre de grandeur que la résonance centrale, lorsque les modes sont synchronisés, tandis qu'elles sont nettement plus faibles si les modes sont désynchronisés (nous évaluerons plus précisément les ordres de grandeur au § D-4).

Remarquons enfin que la largeur des résonances est de l'ordre de  $\Gamma_b'(2)$  : elles sont donc bien séparées les unes des autres si la condition (53-b) est satisfaite ( $\Gamma_{\alpha}'(k_2) < \Delta\omega$ ).

β) Contribution des atomes qui ont changé de vitesse (à l'ordre 2).

Ce sont les termes de la ligne 2 de (39). Nous avons discuté leur signification physique au paragraphe C-5-b. Les termes résonnants, pour  $2\omega_b = -p\Delta\omega$ , sont de la forme :

$$\frac{1}{\Delta\nu} \sum_{\nu, s} \frac{\gamma'_b(2) \mathcal{R}e(\mathcal{E}^{\nu} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s} \mathcal{E}^{\nu-s})}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} [\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)] X(\delta_{\nu} + \frac{p}{2}) X(\delta_{\nu+s} + \frac{p}{2}) + cc \quad (61)$$

Les facteurs omis dans cette expression sont les mêmes que ceux omis dans (54). Pour les raisons que nous avons vues au § C-5-b, il n'y a pas de facteur résonnant dépendant de  $s$  dans (61) : en raison de la thermalisation des vitesses, les atomes qui ont interagi avec une première paire de modes ( $\omega_{\nu} - \omega_{\mu} = p$ ) ont (au facteur  $X(\delta_{\nu+s} + \frac{p}{2})$  près) une chance pratiquement égale d'interagir ensuite avec n'importe quelle autre paire de modes telle que  $\omega_{\nu} - \omega_{\lambda} = p$ . On comprend donc que, pour ce terme aussi, le problème de la phase est fondamental si  $\nu \neq \mu$  ( $p \neq 0$ ). Comme pour les termes du paragraphe précédent, la désynchronisation des modes provoque l'effondrement des résonances en champ non nul. Le décompte des termes permet, ici aussi, d'estimer l'ordre de grandeur de l'amplitude des résonances des différents types (en supposant tous les modes de même intensité) :

$$\text{Res}_{a_2} (p = 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{N^2}{\Delta\nu} \quad (62)$$

$$\text{Res}_{a_2 S} (p \neq 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{(N-p)^2}{\Delta\nu} \quad (\text{modes synchronisés}) \quad (63)$$

$$\text{Res}_{a_2, D.S.} (p \neq 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{N-p}{\Delta\nu} \quad (\text{modes désynchronisés, donc } s=0) \quad (64)$$

Lorsque les modes sont synchronisés, les résonances latérales (63) sont du même ordre de grandeur que la résonance centrale (62). De plus, si les modes sont assez nombreux pour couvrir tout le profil Doppler ( $N\Delta\omega \sim \Delta\nu$ ), la condition (53-a), ( $\Gamma_{ab} \sim \Delta\omega$ ), entraîne  $\frac{N}{\Delta\nu} \sim \frac{1}{\Gamma_{ab}}$  : il en résulte que les résonances de type (62) et (63) sont d'un ordre de grandeur comparable aux résonances (57) et (59) provenant des atomes qui n'ont pas changé de vitesse.

Lorsque les modes sont désynchronisés, les résonances latérales (64) sont négligeables (de l'ordre de  $\frac{2\sqrt{\pi} \gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu}$  par rapport aux résonances (60) elles-mêmes faibles). Ceci se comprend aisément si l'on se souvient que les termes, provenant des atomes ayant changé de vitesse, sont tous petits individuellement mais que leur importance vient de la sommation sur  $s$  : en modes désynchronisés, cette sommation n'existe pas.

b) Effet de population (cas b+b')

Nous ne parlerons ici que des atomes qui n'ont pas changé de vitesse, puisque dans ce cas, ce sont les seuls qui donnent une contribution résonnante en fonction du champ magnétique. Nous

avons étudié la signification de ces termes au § C-5-a-β (cf. figure 11). Dans l'expression (39), ils figurent dans la ligne 3. Selon (47), on peut écrire la résonance de rang  $r$  ( $r\Delta\omega = -2\omega_z$ ) :

$$\sum_{\nu, p-s=r} X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s}) \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+ip} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_z)}\right] \quad (65)$$

$$= \sum_{\nu, p-s=r} X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \frac{\operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s})}{\Gamma'_b(k_2)^2 + (p\Delta\omega)^2} \frac{2\Gamma'_{ab} \Gamma'_b(k_2) - p\Delta\omega [(p-s)\Delta\omega + 2\omega_z]}{4\Gamma'^2_{ab} + [(p-s)\Delta\omega + 2\omega_z]^2}$$

On constate que cette expression est assez compliquée, car elle fait intervenir simultanément des formes de Lorentz et des formes de dispersion. Cependant, on peut voir que les termes prépondérants sont obtenus pour  $p = 0$  (car  $\Gamma'_b(k_2) < \Delta\omega$ ) : ils correspondent à l'effet de population discuté au paragraphe C-5-a-β et ils font simplement intervenir une forme de Lorentz. De plus, ils ne dépendent pas de la phase des modes puisque seulement deux modes différents ( $\nu$  et  $\nu-s$ ) interviennent. Ceci est d'ailleurs bien compréhensible pour un effet de population.

L'amplitude de toutes ces résonances est comparable (lente décroissance du centre vers les bords comme  $N-s$ ) et leur demi-largeur,  $2\Gamma'_{ab}$ , est de l'ordre de grandeur de leur écartement en raison de la condition (53-a). Il en résulte que ces résonances ne sont pas résolues et se confondent en un fond continu.

Les termes  $p \neq 0$  donnent une contribution qui dépend de la phase des modes (ces termes proviennent de la petite modulation des grandeurs longitudinales, ou populations, existant à l'ordre 2 - cf. § IV-C-2). On peut montrer que toutes les courbes de Lorentz de (65), provenant de ces termes, se fondent, mais que les courbes de dispersion font apparaître, en champ nul, une résonance négative de largeur voisine de  $2\Gamma'_{ab}$ , lorsque les modes sont désynchronisés. Nous le verrons sur l'exemple numérique où nous verrons également que les termes  $p \neq 0$  ont de toute façon une influence négligeable.

### c) Conclusion

Lorsque la condition  $\Gamma'_\alpha(k_2) \ll \Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$  est réalisée, les résonances de saturation observées proviennent uniquement de l'effet des cohérences Zeeman au second ordre (cas a et a' du tableau VII-1, p. 186). De plus, cet effet permet d'expliquer les observations expérimentales : lorsque les modes sont désynchronisés, les résonances latérales sont nettement plus faibles que lorsque les modes sont synchronisés. Par contre, la résonance centrale n'est pas affectée. Nous avons vu que cela provient des termes faisant intervenir simultanément plus de deux modes (3 ou 4) et que ces termes n'existent que s'il y a une interaction entre modes voisins (note), soit parce que la "zone d'influence" de chaque mode, dans

(note) Nous parlons ici de l'interaction entre composantes de même polarisation, c'est-à-dire dont les "trous" se déplacent dans le même sens sur les figures VII-11 ou 12. Il ne s'agit pas du phénomène de croisement de trous qui existe dans tous les cas.

le profil Doppler recouvre partiellement celle de ses voisins ( $\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$ ), soit parce que la vitesse des atomes est thermalisée sans destruction de leur état interne, ce qui leur permet d'interagir successivement avec deux paires de modes différentes. C'est pour ces raisons que l'influence de la phase n'est sensible que si les modes sont assez rapprochés.

Il reste à prouver que l'ordre de grandeur de ces phénomènes est compatible avec les expériences. Avant de le montrer mathématiquement, montrons-le par un calcul numérique.

### 3) Justification des résultats par un calcul numérique (cas $J_a=0, J_b=1$ )

Nous avons choisi le cas  $J_a = 0, J_b = 1$  car les facteurs numériques sont très simples, mais surtout parce que seul le niveau b présente une structure Zeeman. On a alors  $\omega_b = \omega_Z$  et les difficultés provenant de la présence des trois grandeurs  $\omega_a, \omega_b$  et  $\omega_Z$  disparaissent, ce qui permettra de voir plus clairement l'influence de la phase des modes. Enfin, dans ce cas particulier, toutes les grandeurs longitudinales sont proportionnelles : il en résulte que la forme de courbe sera la même quelle que soit la raie de fluorescence utilisée pour la détection (en  $\pi$ ).

Dans ce cas, la formule (39) donne :

$$\sqrt{6} \Gamma_b(2) \rho_{bf_0}^{(4)} = \sqrt{3} \Gamma_b(0) \rho_{bf_0}^{(4)} = \Gamma_a(0) \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right]^{-1} \rho_{af_0}^{(4)} \quad (66)$$

$$= \frac{2n |P_{ab}|^2}{9\Delta\nu} \sum_{sp} \cos(\phi_v - \phi_{v-p} + \phi_{v-p-s} - \phi_{v-s}) [A(p,s) + B(p,s)]$$

où l'effet des cohérences Zeeman du second ordre est représenté par :

$$A(p,s) = \sum_v \sqrt{I_v I_{v-p} I_{v-p-s} I_{v-s}} \quad (67)$$

$$\text{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_b'(2) + i(p\Delta\omega + 2\omega_b)} \left[ \frac{X(\delta_v + \frac{p+s}{2}\Delta\omega)}{2\Gamma_{ab}' + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]} + \frac{\gamma_b'(2)}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_v + \frac{p\Delta\omega}{2})X(\delta_v + (s + \frac{p}{2})\Delta\omega)}{\Gamma_b(2) + i(p\Delta\omega + 2\omega_b)} \right] \right\}$$

et l'effet de population par :

$$B(p,s) = \sum_v \sqrt{I_v I_{v-p} I_{v-p-s} I_{v-s}} \text{Re} \left[ f(p) \frac{X(\delta_v + \frac{p+s}{2}\Delta\omega)}{2\Gamma_{ab}' + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]} \right] \quad (68)$$

avec (en posant  $p = p\Delta\omega$ ) :

$$f(p) = \frac{1}{\Gamma_a'(0) + ip} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b'(0) + ip} \right) + \frac{1/3}{\Gamma_b'(0) + ip} - \frac{1/2}{\Gamma_b'(1) + ip} + \frac{1/6}{\Gamma_b'(2) + ip} \quad (69)$$

Conformément aux résultats du paragraphe précédent, si les modes sont synchronisés, tous les termes de la sommation interviennent avec  $\cos(\phi_v - \phi_{v-p} + \phi_{v-p-s} - \phi_{v-s}) = 1$ ; par contre si les modes sont désynchronisés,



le cosinus annule tous les termes  $p \neq 0$  et  $s \neq 0$ , qui font intervenir plus de deux modes différents.

Pour l'application numérique, nous prendrons les valeurs suivantes :

Largeur Doppler  $\Delta\nu = 800$  MHz ; Ecart entre modes  $\Delta\omega = 80$  MHz

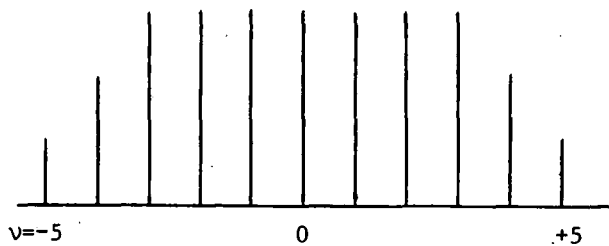
$$\begin{aligned} \Gamma'_{ab} &= 100 \text{ MHz} ; & \Gamma'_a(0) &= 15 \text{ MHz} ; & \gamma_{ba} &= 0,5 \text{ MHz} \\ \Gamma'_b(0) &= 9,6 \text{ MHz} ; & \Gamma'_b(1) &= 11 \text{ MHz} ; & \Gamma'_b(2) &= 11,5 \text{ MHz} \\ \Gamma'_b(2) &= 7,5 \text{ MHz} ; & \gamma'_b(2) &= \Gamma'_b(2) - \Gamma_b(2) = 4 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (70)$$

Ces valeurs correspondent approximativement au cas de la raie laser  $7.305 \text{ \AA}$

( $3s_2 \rightarrow 2p_1$ ) pour une pression d'environ 1,5 Torr de néon pur. Les valeurs des  $\Gamma'_b(k)$  sont celles mesurées pour le niveau  $3s_2$  et l'on a admis que les changements des vitesses atomiques (responsables de la différence  $\gamma'_b(2) = \Gamma'_b(2) - \Gamma_b(2)$ ) provenaient uniquement de la diffusion multiple de la raie de résonance  $3s_2 \rightarrow 1p_0$  (qui a été étudiée par DECOMPS). La valeur de  $\Gamma'_a(0)$  est assez mal connue, car le niveau  $2p_1$  de  $J = 0$  ne peut être étudié par les méthodes d'effet Hanle : la valeur donnée est un ordre de grandeur vraisemblable. La valeur de  $\Gamma'_{ab}$  est un ordre de grandeur estimé par analogie avec les résultats de CORDOVER (<sup>49</sup>) pour la raie  $6.328 \text{ \AA}$ . Pour la forme Doppler de la raie, nous prendrons, comme dans tout ce chapitre  $X(y) = \sqrt{\pi} e^{-(y/\Delta\nu)^2}$ .

Enfin, nous avons supposé que le laser comportait

11 modes tels que (figure VII-14) :



$$\begin{aligned} I_\nu &= 3 & \text{pour } -3 \leq \nu \leq 3 \\ I_\nu &= 2 & \text{pour } \nu = \pm 4 \\ I_\nu &= 1 & \text{pour } \nu = \pm 5 \end{aligned}$$

FIGURE VII-14 : spectre de modes utilisé

Termes provenant des cohérences Zeeman ( $A(p,s)$ )

La résonance en champ nul ( $p = 0$ ) est indépendante de la synchronisation des modes et s'écrit :

$$\text{Res}_a(p=0) = \sum_s A(0,s) \quad (71)$$

tandis que les résonances en champ non nul sont données par :

$$\text{Res}_{a,S}(p \neq 0) = \sum_s A(p,s) \quad \text{en modes synchronisés} \quad (72)$$

$$\text{Res}_{a,D.S.}(p \neq 0) = A(p,0) \quad \text{en modes désynchronisés} \quad (73)$$

Sur la figure VII-15-a, nous avons reproduit le tracé (réalisé par un ordinateur et une table traçante Benson) de la résonance centrale (71) et de la résonance latérale  $p = 1$  (73) lorsque les modes sont dé-

FIG. 15-a

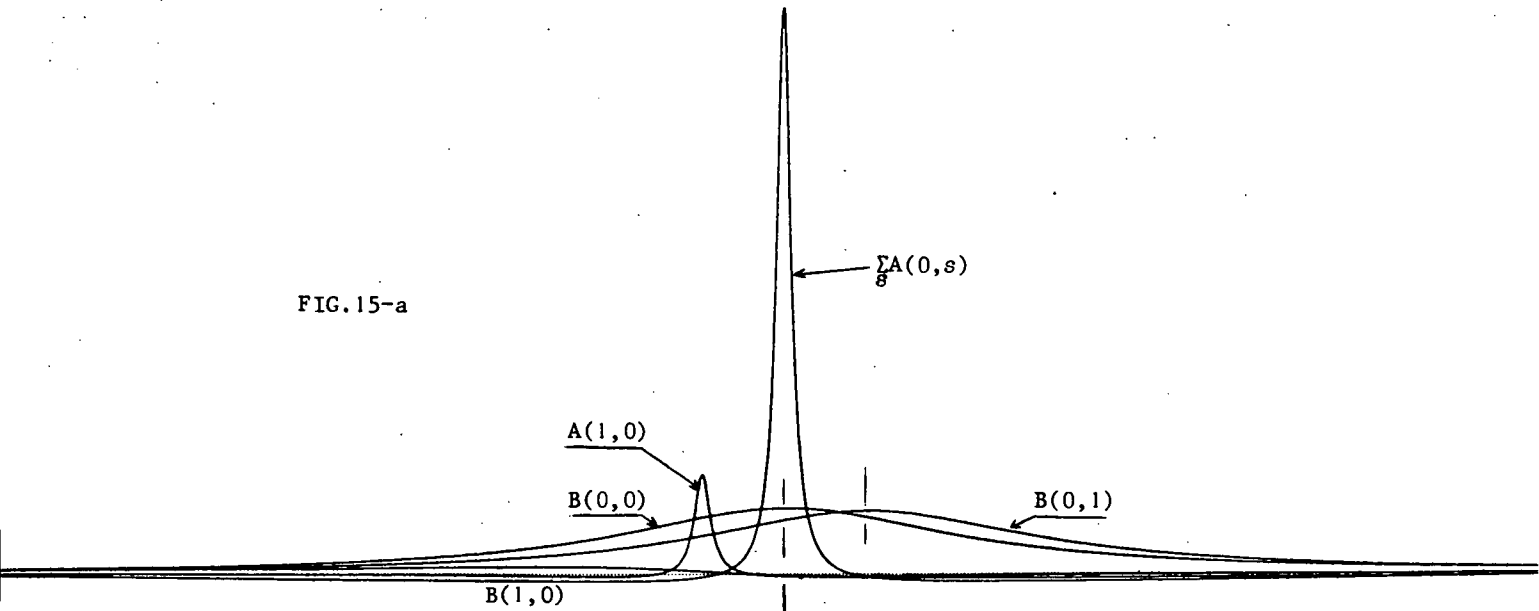


FIG. 15-b

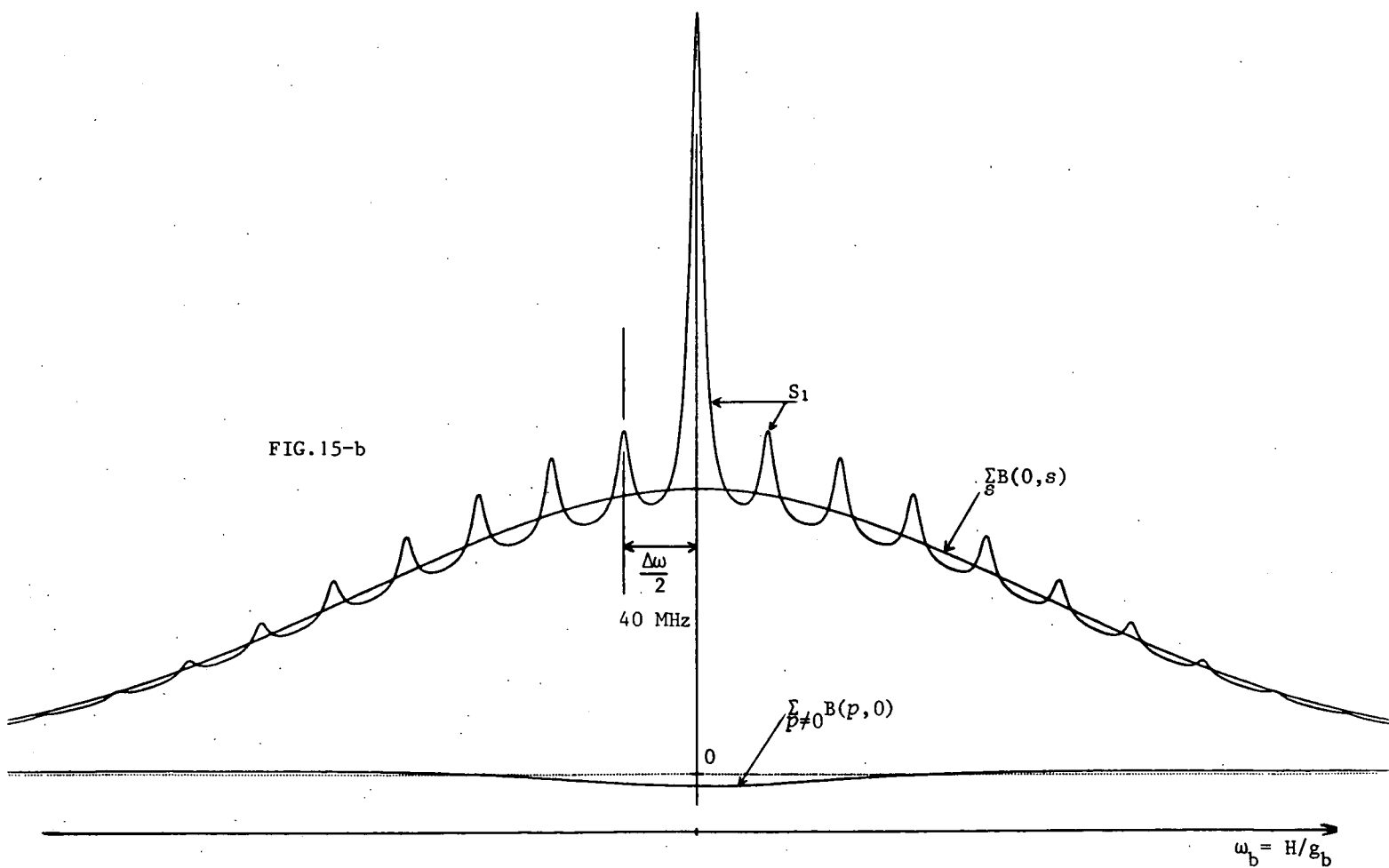


FIGURE VII-15 : Calcul de la forme des résonances de saturation dans le cas où les modes sont désynchronisés. Les termes du type  $A(p,s)$  proviennent de l'effet des cohérences Zeeman à l'ordre 2 (cf. (67)) et les termes du type  $B(p,s)$  proviennent de l'effet de population (cf. (68)).  $S_1$  représente le rassemblement de tous les termes. Les valeurs numériques utilisées sont (en MHz) :  $\Delta\nu = 800$ ;  $\Delta\omega = 80$ ;  $\Gamma'_{ab} = 100$ ;  $\Gamma'_a(0) = 15$ ;  $\Gamma'_b(0) = 9,6$ ;  $\Gamma'_b(1) = 11$ ;  $\Gamma'_b(2) = 11,5$ ;  $\Gamma_b(2) = 7,5$ ;  $\gamma_{ba} = 0,5$ . 11 modes

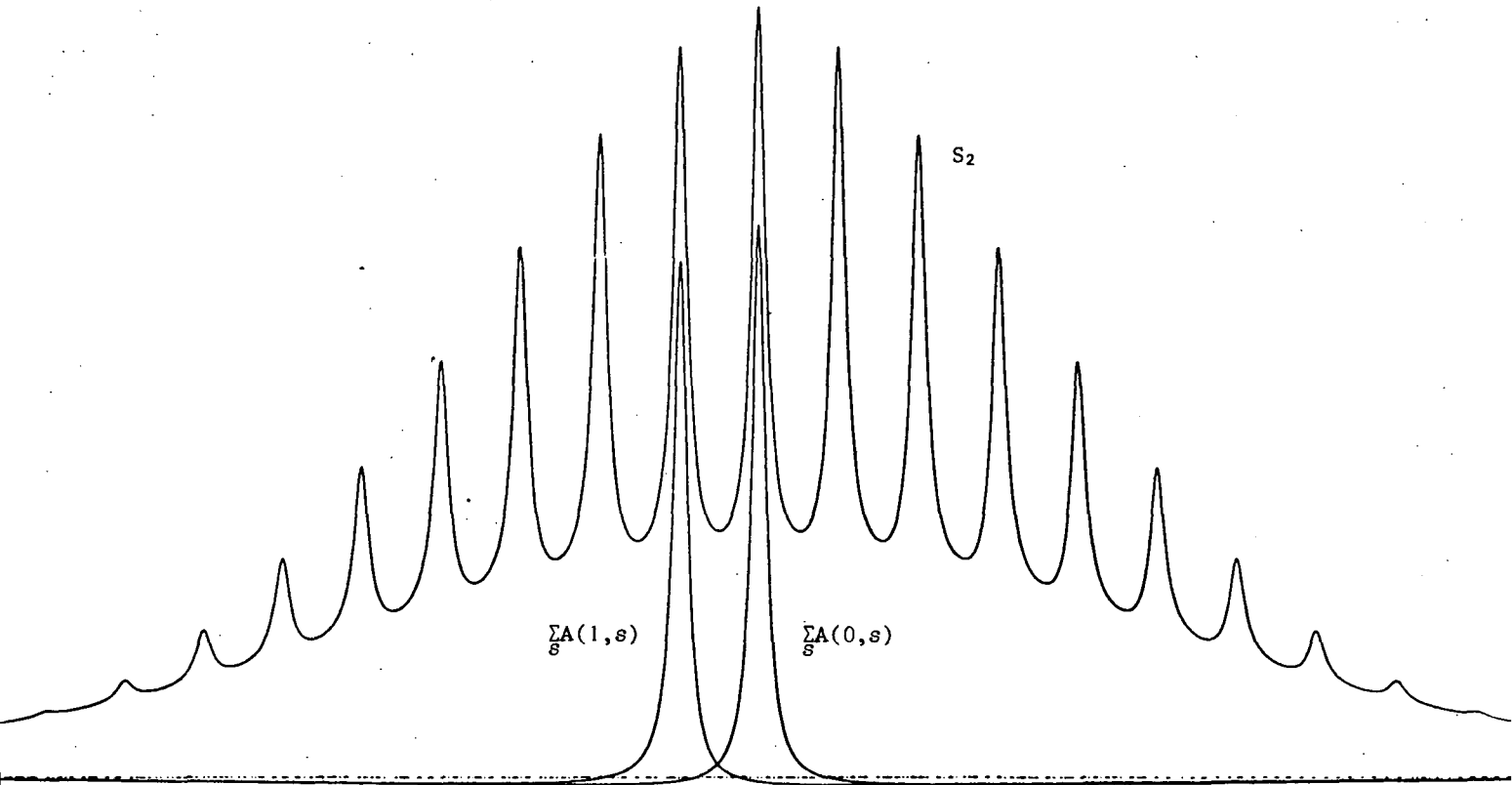


FIGURE VII-16 : Résonances de saturations lorsque les modes sont synchronisés (les valeurs numériques sont les mêmes que pour la figure VII-15).

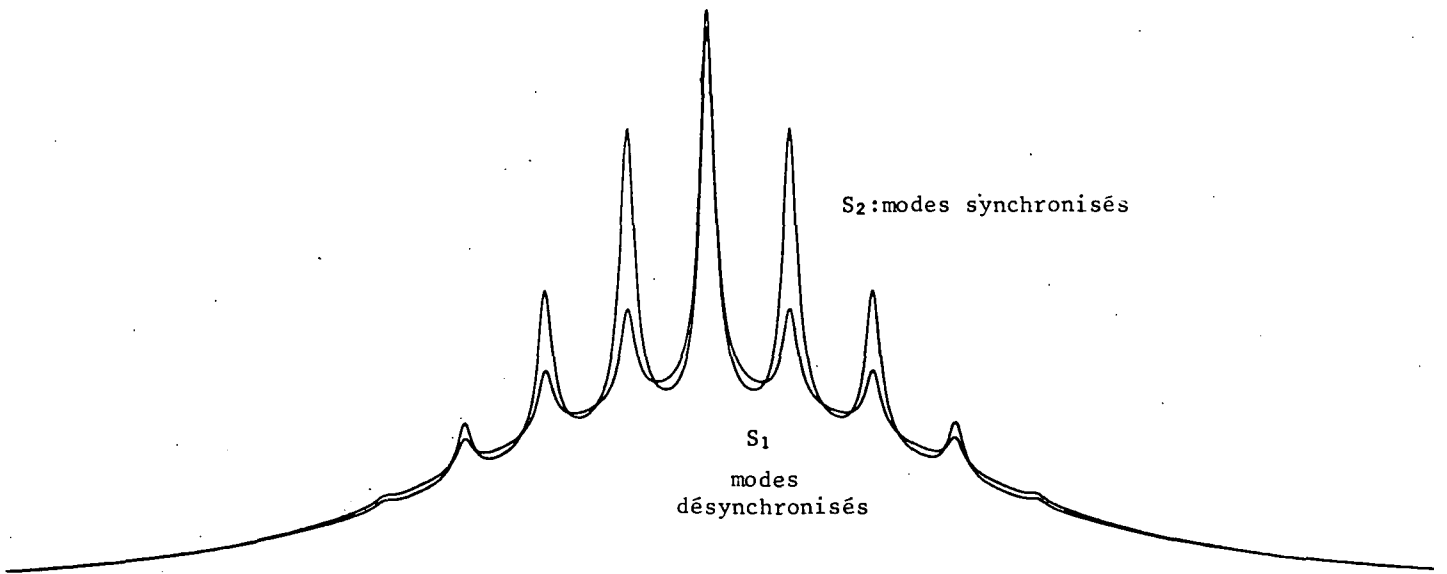
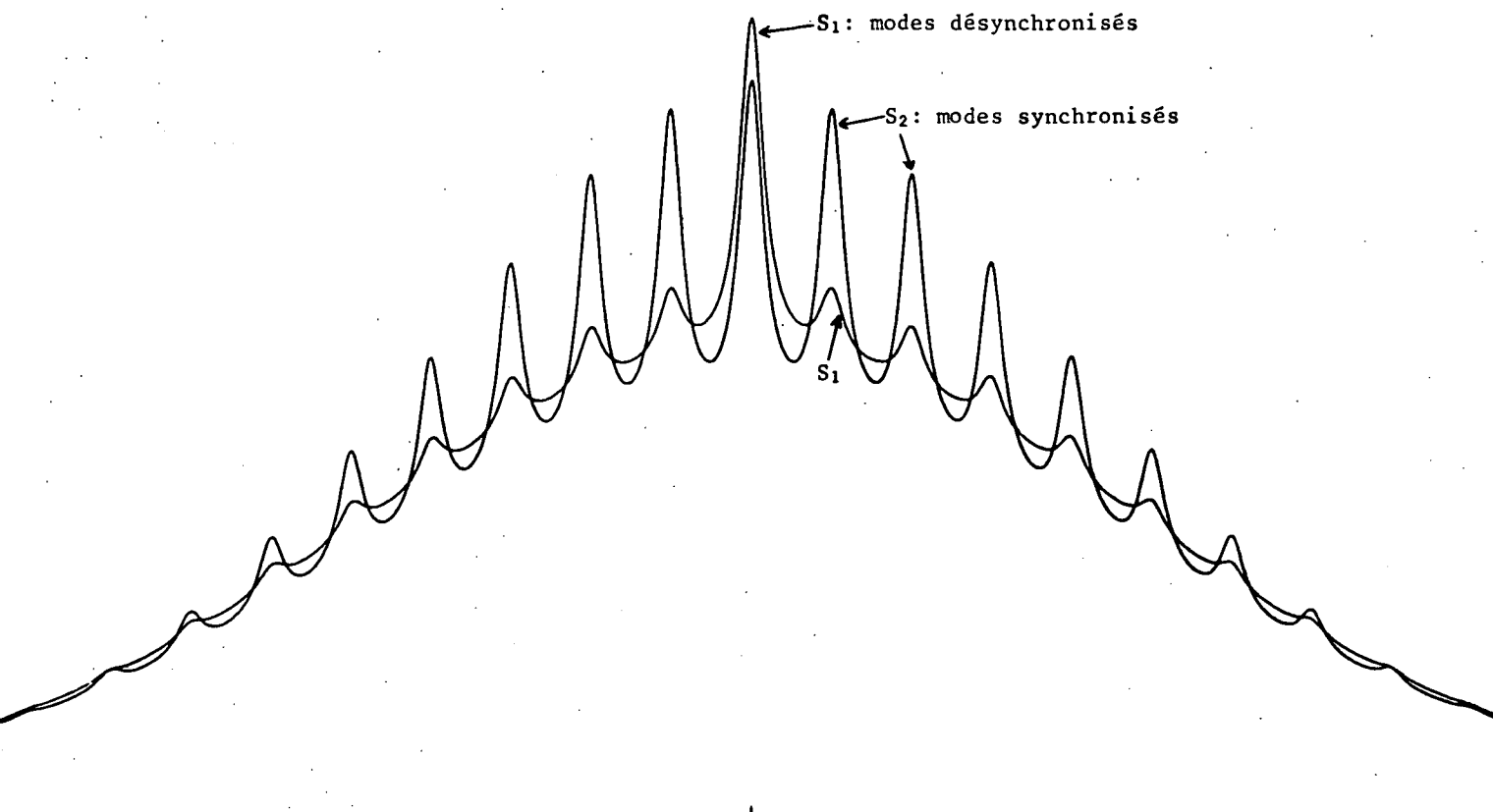


FIGURE VII-17 : Résonances de saturations en présence de 5 modes. Toutes les autres valeurs numériques sont les mêmes que sur les figures 15 et 16.



**FIGURE VII-18** : Résonances de saturations calculées avec les valeurs numériques (en MHz) :  $\Delta\nu = 800$  ;  $\Delta\omega = 80$  ;  $\Gamma'_{ab} = 100$  ;  $\Gamma'_a(0) = 10$  ;  $\Gamma'_b(0) = 10,3$  ;  $\Gamma'_b(1) = 12,5$  ;  $\Gamma'_b(2) = \Gamma_b(2) = 14,5$  MHz (pas de diffusion des vitesses atomiques) ;  $\gamma_{ba} = 0$  ; 11 modes

synchronisés. Sur la figure VII-16, nous avons reproduit le même tracé lorsque les modes sont synchronisés ((71) et (72)). On voit d'une part que l'effet de la désynchronisation est très important sur la résonance  $p = 1$ , et d'autre part que les résonances  $p = 0$  et  $p = 1$  sont bien résolues.

#### Termes de population $B(p,s)$

Sur la figure VII-15-a, nous avons tracé deux des termes principaux (indépendants de la synchronisation des modes)  $B(0,0)$  et  $B(0,1)$ ; on voit que ces courbes de Lorentz se recouvrent très largement et la somme  $\sum_s B(0,s)$  (portée sur la figure VII-15-b) produit une courbe sans résonance analogue à la forme de raie Doppler X.

Sur la figure VII-15-a, nous avons également porté  $B(1,0)$ ; on voit que cette fonction est toujours de très faible valeur. De même  $\sum_{p \neq 0} B(p,0)$ , qui a été représenté sur la figure VII-15-b reste très faible (il présente un creux très large en champ nul). Lorsque les modes sont synchronisés les seuls termes nouveaux ( $p$  et  $s \neq 0$ ) sont de l'ordre de grandeur de ces deux fonctions, donc très faibles.

#### Rassemblement des termes

Sur la figure 15-b, nous avons rassemblé les termes dans le cas des modes désynchronisés :

modes synchronisés

$$(1)+(2) = \sum_s A(1,s)$$

(1)

(2)

modes désynchronisés

$$(1)+(2) = A(1,0)$$

(1)

(2)

**FIGURE VII-19** : Résonance de "cohérence Zeeman" d'ordre  $p = 1$  : comparaison de la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (1) et de celle des atomes qui ont changé de vitesse (2). Les valeurs numériques sont celles des figures 15 et 16. L'échelle est deux fois plus grande.

$$S_1 = \sum_s [A(0,s)+B(0,s)] + \sum_{p \neq 0} [A(p,0)+B(p,0)]$$

et sur la figure 16, nous avons représenté le cas des modes synchronisés

$$S_2 = \sum_{p,s} [A(p,s)+B(p,s)]$$

La comparaison des deux types de courbe aux courbes expérimentales du début de ce chapitre apporte la preuve de la validité du raisonnement du précédent paragraphe (note)

La figure 17 représente  $S_1$  et  $S_2$  dans le cas où il n'y a que 5 modes. Ces courbes sont plus comparables à celles de la figure VII-6, pour laquelle la raie 7.305 Å oscillait sur peu de modes.

La figure 18 est faite dans le cas de 11 modes mais avec des valeurs numériques différentes (qui sont plus proches de celle réalisée lors de l'étude du niveau  $2p_4$  avec la raie 6.328 Å, bien que cette raie ne soit pas  $J=0 \leftrightarrow J=1$ ). On peut voir qu'une valeur plus grande de  $\Gamma'_b(2)$  produit des résonances plus faibles et moins bien résolues.

#### REMARQUES.

##### R 1

Seul le contraste des résonances a un sens, car le fond courbé provenant des termes  $B(p,s)$  s'ajoute à celui provenant des termes non résonnants de type c et c' (de la forme  $X(\delta_{\nu} \pm \omega_b)$ ) et se retranche du fond courbé (par la même forme de raie  $X(\delta_{\nu} \pm \omega_b)$ ) provenant des termes linéaires (cf.(IV-23))

##### R 2

Sur la figure 19, nous avons tracé séparément, pour la résonance de cohérence Zeeman d'ordre  $p = 1$  (72 et 73), la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (terme en  $2\Gamma'_{ab} + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]$  dans l'expression (67) de  $A(p,s)$ ) et la contribution des termes de "restitution" par la diffusion multiple (qui est ici le seul processus de diffusion de la vitesse et qui intervient dans  $A(p,s)$  par le terme en  $\gamma'_b(2)$ ). En modes synchronisés, on voit que le terme de "restitution" produit un net affinement de la résonance : nous discuterons ce phénomène au prochain paragraphe. En modes désynchronisés, le terme de restitution est très petit, conformément à la discussion du § 2-a-β, mais contrairement à ce que nous avons dit, il n'apparaît pas comme totalement négligeable devant le terme principal (de la même résonance  $p = 1$ ). Ceci provient du fait que la condition  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$  n'est pas bien satisfaite ( $\Delta\nu = 8\Gamma'_{ab}$ ). Le rapport des deux termes, estimé à partir de (60) et de (64), est  $\frac{2\sqrt{\pi} \gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} = 0,23$ , ce qui est en parfait accord avec les résultats de la figure VII-19-b.

---

(note) De plus, au chapitre VIII, nous montrerons que le contraste entre la résonance centrale et les résonances latérales, en modes désynchronisés, est doublée dans le cas d'une onde stationnaire.

4) Expression analytique approximative pour la forme des résonances, lorsque les modes sont très rapprochés ( $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$ )

En général, la forme des courbes de résonance n'est pas simple et il faut, dans chaque cas, faire un tracé numérique sur ordinateur, comme nous l'avons fait au paragraphe précédent. Cependant, il est souvent agréable d'avoir une forme analytique approchée. Ce calcul permettra

- d'évaluer simplement l'amplitude relative des différentes résonances, ce qui sera très utile au paragraphe E pour la recherche des cas où la mesure des facteurs de Landé est possible;
- de montrer la tendance des résonances à devenir de simples courbes de Lorentz;
- de dégager plus clairement quelques idées physiques simples, en particulier au sujet de l'influence de la diffusion des vitesses sur la largeur des résonances.

Cependant, il ne faut pas oublier que les formes de courbes calculées ici ne sont valables qu'à très faible intensité laser, puisqu'il s'agit d'un développement de perturbation.

Nous cherchons ce développement analytique dans le cas extrême :

$$\Gamma'_\alpha(k) \ll \Delta\omega \ll \Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu \tag{74}$$

a) Forme des termes résonnants

La condition (74) permet de remplacer certaines sommes sur les modes par des intégrales. Pour cela, on considère l'intensité des modes comme une fonction continue de la fréquence en prenant  $\delta = \omega - \omega_\nu$  comme variable (de façon à unifier les notations). On fait alors les remplacements :

$$I_{\nu-p-s} \longrightarrow I(\delta+p+s) \quad \text{avec} \quad I(\omega - \omega_\nu + (p+s)\Delta\omega) = I_{\nu-p-s} \tag{75}$$

$$\sum_\nu \longrightarrow \int \frac{d\delta}{\Delta\omega} ; \quad \sum_s \longrightarrow \int \frac{ds}{\Delta\omega}$$

α) Termes de cohérence Zeeman au 2e ordre

Voyons d'abord les termes correspondant aux atomes qui n'ont pas changé de vitesse (ligne 1 de (39) ou expression (47)) pour une valeur de  $p = p\Delta\omega$  fixée. Lorsque les modes sont synchronisés (et dans tous les cas pour la résonance centrale  $p = 0$ ), il faut sommer sur  $\nu$  et sur  $s$  :

$$\text{Res}_{a1,S}(p) = \sum_\nu \sqrt{I_\nu I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}} \frac{X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2})}{\Gamma'_b(2+i(p+2\omega_b))} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + cc \tag{76}$$

$$= \int \frac{\sqrt{I(\delta)I(\delta+p)}}{\Gamma'_b(2+i(p+2\omega_b))} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \int \frac{X(\delta + \frac{p+s}{2}) \sqrt{I(\delta+s)I(\delta+p+s)}}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} \frac{ds}{\Delta\omega} + cc$$

Si la fonction  $I(\delta)$  est une fonction paire lentement variable sur un intervalle de l'ordre de  $\Gamma'_{ab}$ , c'est-à-dire une fonction du même genre que  $X(\delta)$ , on peut montrer que la partie imaginaire de l'intégrale

sur  $s$  est négligeable (elle donne une fonction impaire de  $\delta$  qui disparaît lors de la seconde intégration). Pour calculer la partie réelle de cette intégrale on peut considérer que  $X$  et  $I$  varient peu dans la région où le facteur résonnant est important : on sort ces deux fonctions de l'intégration sur  $s$  en leur donnant la valeur qu'elles prennent au maximum de la résonance ( $s = p + 2\omega_z \sim 0$  en raison du premier facteur). On obtient alors :

$$\text{Res}_{a_1, S}(p) = \left( \frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \right) \frac{\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (77)$$

Ces résonances prennent la forme particulièrement simple de courbes de Lorentz. Il est ici indifférent de garder la somme sur  $\nu$  ou de la remplacer par l'intégrale sur  $s$ , par contre la somme sur  $p$  doit être conservée car les différentes résonances de largeur  $\Gamma'_b(2)$  sont bien résolues.

Lorsque les modes ne sont pas synchronisés, seule la valeur  $s = 0$  est possible pour les résonances latérales. Comme il n'y a pas de sommation sur  $s$  la forme de courbe ne se simplifie pas :

$$\text{Res}_{a_1, D, S}(p \neq 0) \approx \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \text{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \frac{2\Gamma'_{ab}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_z)} \right] \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (78)$$

Nous avons mis (77) et (78) sous une forme qui montre aisément que le rapport entre l'amplitude de la résonance  $p$  en modes synchronisés et en modes désynchronisés est  $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$  (si  $\omega_b \sim \omega_z$ ). Ceci confirme les résultats des paragraphes précédents (puisque  $\Gamma'_{ab} > \Delta\omega$ ) et précise l'ordre de grandeur de l'effet : dans les cas expérimentaux courants,  $\Delta\omega \sim 80$  MHz,  $\Gamma'_{ab} \sim 100$  MHz donc  $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \sim 8$  (au chapitre VIII, nous montrerons qu'en onde stationnaire, il faut multiplier cette quantité par 2).

Dans (77), le facteur  $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$  peut être considéré comme le nombre de modes voisin avec lesquels un mode donné a des interactions de saturation importante (nombre de modes dans le même "trou"). Lorsque les modes sont très espacés, cette quantité est égale à 1, mais alors la forme (77) n'est plus valable et doit être remplacée par (78) même en modes synchronisés. On obtient alors les termes correspondants de (51).

Comme nous l'avons expliqué au § 2-a- $\beta$ , les termes provenant des atomes qui ont changé de vitesse (ligne 2 de (39) ou expression (61)) ne sont importants qu'en modes synchronisés pour les résonances latérales (et dans tous les cas pour  $p = 0$ ). La sommation sur  $\nu$  et  $s$  est très simple :

$$\begin{aligned} \text{Res}_{a_2, S}(p) &= \frac{1}{\Delta\nu} \left[ \frac{\Gamma'_b(2)}{[\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)] [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]} + \text{cc} \right] \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \int \sqrt{I(\delta+s+p) I(\delta+s)} X(\delta+s + \frac{p}{2}) \frac{ds}{\Delta\omega} \\ &= \frac{1}{\Delta\nu} \left[ \frac{2\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} - \frac{2\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \right] \left[ \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right]^2 \end{aligned} \quad (79)$$



B) Termes de population

Nous ne citons ces termes que pour mémoire, car nous avons déjà montré qu'ils ne fournissent pas de résonance appréciable. Lorsque les modes sont synchronisés, leur expression (65) se déduit de (76) par simple omission de  $2\omega_b$  au dénominateur Zeeman. On peut faire le même calcul que ci-dessus. Seul le terme  $p = 0$  est important et l'on obtient :

$$\frac{2\pi}{\Delta\omega\Gamma'_b(k_2)} \int I(\delta) I(\delta+2\omega_z) X(\delta+\omega_z) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (80-a)$$

qui ne présente pas de résonance. Lorsque les modes sont désynchronisés, on peut montrer l'apparition d'une résonance Lorentzienne très faible en champ nul (de largeur  $2\Gamma'_{ab}$ ) qui est l'approximation de la courbe  $\sum_{p \neq 0} B(p,0)$  de la figure VII-17. Nous ne ferons pas le calcul ici; on trouve en plus du terme ci-dessus (avec  $\mathcal{L}(x) = [1+x^2]^{-1}$ ) :

$$-\frac{1}{2\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \left[ \frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} + 1 - 2 \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \int I^2(\delta) X(\delta) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (80-b)$$

b) Forme de courbe pour une détection  $\pi$  ou  $\sigma$

Pour obtenir la forme des courbes effectivement observables sur la lumière de fluorescence détectée en  $\pi$  ou en  $\sigma$ , on utilise la formule (V,15-b) qui s'écrit :

$$I_b + g = \frac{1}{3 \sqrt{2J_b+1}} b \rho_0^0 + \alpha \sqrt{\frac{2}{3}} (-)^{J_b+J_g} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} b \rho_0^2 \quad (81)$$

avec  $\alpha = 1$  pour une détection  $\pi$  et  $\alpha = -\frac{1}{2}$  pour la partie isotrope de la détection " $\sigma$  cohérent".

En modes synchronisés, on reporte les expressions (77) et (79) dans les lignes 1 et 2 de l'expression (39) que l'on reporte elle-même dans (81), avec les valeurs  $k_4 = 0$  et  $k_4 = 2$ . En ignorant tous les termes non résonnants et en regroupant les coefficients numériques, on obtient (pour  $p$  quelconque) :

$$\Delta^{(4)} I^S(p) = 2n |P_{ab}|^4 \left[ \left\{ \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[ \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right\} \frac{\pi}{\Delta\omega} I(\delta) I(\delta+p) \frac{X(\delta+\frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[ \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right\} \right. \\ \left. - \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[ \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right] \left| \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} \frac{X(\delta+\frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right|^2 \quad (82)$$

La première ligne vient de (77) et la seconde de (79). Dans cette expression, on a posé :

$$\mathcal{L}\left(\frac{x}{Y}\right) = \frac{Y^2}{Y^2 + x^2}; \quad \mathcal{E}\left(\frac{x_a}{Y_a}, \frac{x_b}{Y_b}\right) = \operatorname{Re}\left[\frac{Y_a}{Y_a + ix_a} \cdot \frac{Y_b}{Y_b + ix_b}\right] \quad (83)$$

$$C_b = \sum_{k_3} a(k_3) \sqrt{5} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \quad (84)$$

$$C_a = -\sum_{k_3} (-)^{k_3} a(k_3) \sqrt{5} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix}$$

Si l'on détecte la raie  $b \rightarrow g$ ,  $a(k)$  est donné par :

$$a_b(k) = \frac{\delta_{1,k}}{3\Gamma_b(0)(2J_b+1)} - \frac{\alpha}{\Gamma_b(2)} \sqrt{\frac{10}{3}} (2k+1)(-)^{2J_b+J_a+J_g} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (85-b)$$

et si l'on détecte la raie  $a \rightarrow g$  par

$$a_a(k) = -\frac{\delta_{1,k}}{3\Gamma_a(0)(2J_a+1)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) - \frac{\alpha}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{E}(k,2)}{\Gamma_b(2)}\right) \sqrt{\frac{10}{3}} (2k+1)(-)^{k+2J_a+J_b+J_g} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (85-a)$$

$\alpha = 1$  pour une détection  $\pi$  et  $\alpha = -1/2$  pour la partie isotrope d'une détection  $\sigma$ .

En modes désynchronisés, la résonance centrale ( $p = 0$ ) est encore donnée par (82). En effet, nous pouvons négliger la résonance (80-b) provenant des termes de population car, d'une part elle est faible ( $\sim 8\%$  avec  $\Gamma_{ab} = 100$  MHz,  $\Delta\omega = 80$  MHz et  $\Gamma'_\alpha(2) = 16$  MHz) et, d'autre part, elle est très large et ne joue pas sur le contraste des résonances fines (il y a plusieurs résonances fines dans sa largeur : cf fig. VII-17). Par contre, les résonances latérales s'écrivent :

$$\Delta^{(4)}_{\alpha \rightarrow g} \mathcal{L}(p \neq 0) = 2n |P_{ab}|^4 \frac{1}{2\Gamma'_{ab}} \operatorname{Re} \left\{ \left[ \frac{C_b}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2) + i(p+2\omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{E}(1,2)}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)}\right) \right] \frac{2\Gamma'_{ab}}{2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_z)} \right\} \int I(\delta) I(\delta+p) \frac{X(\delta + \frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (86)$$

Malgré l'ambiguïté de  $\omega_z$ , cette formule permet d'évaluer le rapport entre l'amplitude de la résonance  $p = 0$  et celle des autres résonances lorsque  $\omega_a - \omega_b$  n'est pas trop grand ( $\ll \Gamma'_\alpha(2)$ ).

REMARQUES.

R 1

La condition (74) est, en général, assez bien remplie dans les conditions expérimentales courantes, d'autant plus qu'elle n'est pas très critique pour la validité de la méthode de ce paragraphe. Par contre, la validité de la méthode est plus souvent compromise par le trop petit nombre de modes. On peut voir, pour cette raison, que les formules sont d'autant plus mauvaises que l'ordre  $p$  de la résonance est grand : pour  $p \sim N$  l'intégrale de (77) par exemple n'a plus de sens.

R 2Si  $I(\delta) = I_V$  est constant sur tout le profil Doppler, on a :

$$\frac{1}{\Delta\nu} \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} = I_V^2 \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = I_V^2 \left( \frac{\pi}{\Delta\omega} \right) \quad (87)$$

$$\left[ \frac{1}{\Delta\nu} \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right]^2 = I_V^2 \left( \frac{\pi}{\Delta\omega} \right)^2$$

On peut alors regrouper les termes de (82) qui s'écrit :

$$\Delta^{(4)} \chi^s(p) = 2n \left( \frac{\pi}{\Delta\omega} \right)^2 |P_{ab}|^4 I_V^2 \left[ \frac{C_b}{\Gamma_b(2)} \mathcal{L} \left( \frac{p+2\omega_b}{\Gamma_b(2)} \right) + \frac{C_a}{\Gamma_a(2)} \left( \mathcal{L} \left( \frac{p+2\omega_a}{\Gamma_a(2)} \right) - \gamma_{ba} \frac{\mathcal{A}(1,2)}{\Gamma_b(2)} \mathcal{E} \left( \frac{p+2\omega_a}{\Gamma_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma_b(2)} \right) \right) \right] \quad (88)$$

On voit que les résonances latérales (si les modes sont synchronisés) et la résonance centrale (dans tous les cas) sont formées de deux termes qui ont respectivement la forme de l'effet Hanle du niveau supérieur et du niveau inférieur de la transition laser. Les largeurs  $\Gamma_a(2)$  et  $\Gamma_b(2)$  qui interviennent sont alors les largeurs insensibles aux changements de vitesses. Ceci se comprend facilement : lorsque le profil Doppler est complètement recouvert par des modes très serrés ( $\Delta\omega \ll \Gamma'_{ab}$ ) et d'intensité égale (= excitation "broad line"), un atome qui change de vitesse après une première interaction avec un mode donné est sûr de trouver un autre mode avec lequel il peut interagir une nouvelle fois. S'il ne se pose pas de problème de phase, c'est-à-dire dans le cas de la résonance centrale ( $p = 0$ ) ou des résonances latérales en modes synchronisés, la saturation a lieu exactement comme si l'atome n'avait pas changé de vitesse.

Dans le cas simple d'une raie  $J_b=1, J_a=0$ , M. DUCLOY (77) a pu montrer théoriquement et vérifier expérimentalement que ce résultat est valable à tous les ordres de perturbation (dans le cas  $p = 0$ , modes désynchronisés) : il faut alors prendre, à la place de  $\Gamma_b(2)$ , la largeur effective de l'effet Hanle en présence du laser.

Lorsque les modes ne sont pas tous de même intensité et ne couvrent pas totalement le profil Doppler, la compensation des termes de (82) n'est pas totale et la largeur des résonances est comprise entre  $\Gamma'_\alpha(2)$  et  $\Gamma_\alpha(2)$ . Pour la résonance centrale, lorsque le laser est monomode (note) (cf. (51)) et pour les résonances latérales lorsque les modes sont désynchronisés (cf. (86)), la saturation ne récupère pas les atomes qui ont changé de vitesse : si  $\Gamma'_{ab}$  est assez grand pour que le facteur de résonance optique varie très lentement devant le facteur Zeeman, on voit sur (86) que la largeur des résonances est déterminée par  $\Gamma'_a(2)$  et  $\Gamma'_b(2)$ , c'est-à-dire par les probabilités de disparition de l'alignement d'un

---

(note) En laser monomode, on peut obtenir la résonance centrale à partir de (86) en posant  $p = 0$  et  $I(\omega) = I_\delta(\omega - \omega_V)$ . Nous reviendrons sur ce cas au § VIII-B-3.

paquet de vitesses donné, soit par destruction, soit par changement de vitesse de l'atome.

Le calcul numérique du paragraphe précédent (§ D-3) ne donne pas des résonances rigoureusement Lorentziennes (nombre de modes limité), mais on peut cependant, par une analyse détaillée des résultats, voir que les résonances latérales sont un peu plus fines en modes synchronisés ( $\sum_s A(p,s)$ ) qu'en modes désynchronisés ( $A(p,0)$ ), bien que le terme de "restitution" ne soit pas négligeable dans ce dernier cas.

5) Récapitulation des résultats sur l'amplitude des résonances

Nous avons montré longuement au paragraphe précédent que l'amplitude des résonances dépend d'une part de la phase des modes et d'autre part des valeurs relatives de  $\Gamma'_\alpha(2)$ ,  $\Gamma'_{ab}$  et  $\Delta\omega$ . En plus des cas étudiés précédemment, on peut envisager le cas où  $\Gamma'_\alpha(2)$  est de l'ordre de  $\Delta\omega$  : dans ce cas, on comprend aisément que même les résonances fines (cohérence Zeeman) ne sont plus résolues et disparaissent si elles sont toutes du même ordre de grandeur (modes synchronisés), à moins que l'une d'entre elles n'ait une plus grande amplitude (résonance centrale en modes désynchronisés).

TABLEAU VII-2 : Récapitulation des résultats

Cas	Modes synchronisés	Modes désynchronisés
$\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) \ll \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pas de particularité pour la résonance en champ nul</li> <li>- Deux types de résonances :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Résonances "de population" de largeur <math>2\Gamma'_{ab}</math> : <math>[2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_Z)]^{-1}</math></li> <li>• Résonances "de cohérence Zeeman" de largeur <math>\approx \Gamma'_\alpha(2)</math> : <math>[2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_Z)]^{-1} [\Gamma'_\alpha(2) + i(p+2\omega_\alpha)]^{-1}</math></li> </ul> </li> </ul>	
$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) < \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Résonances "de population" non résolues</li> <li>- Résonances "de cohérence Zeeman" seules observables</li> <li>- Résonances latérales du même ordre que la résonance centrale</li> <li>- Tendance de la forme des résonances vers des formes de Lorentz de largeur <math>\Gamma'_\alpha(2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Résonances latérales beaucoup plus faibles que la résonance centrale</li> <li>- Résonance centrale : comme en modes synchronisés</li> </ul>
$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) \gtrsim \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plus aucune résonance n'est résolue</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plus aucune résonance latérale n'est résolue</li> <li>- Seule subsiste la résonance centrale "de cohérence Zeeman"</li> </ul>

E - POSITION DES RESONANCES

Nous venons de voir que notre formalisme nous permet de comprendre le comportement des résonances de saturation en ce qui concerne leur amplitude. Il nous reste à lever l'ambiguïté provenant de la présence de  $\omega_z$  de façon à déterminer précisément la position des résonances. Ce problème est important car il conditionne la possibilité de mesurer le facteur de Landé des niveaux en mesurant l'écart entre les résonances de saturation.

Le formalisme utilisé jusqu'ici (base  $T_Q^k$  pour les opérateurs) ne donne rigoureusement la position des résonances que dans le cas où l'un des niveaux n'a pas de structure Zeeman : si  $J_a = 0$  (par exemple), on a  $\omega_z = \omega_b$  et quelles que soient les observables détectées, les résonances se produisent pour  $2\omega_b = p\Delta\omega$ . On obtient dans ce cas les formules simples qui nous ont servi pour l'analyse numérique du paragraphe D-3.

Dans le cas général ( $J_a$  et  $J_b \neq 0$ ), nous avons défini  $\omega_z = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$ , mais il s'agit là d'une approximation de calcul qui n'a pas de sens physique précis. Dans le cas de la réponse linéaire (cf. § IV-C-3),  $\omega_z$  n'intervenait que dans le facteur de forme de raie très lentement variable, mais pour les saturations,  $\omega_z$  apparaît dans un facteur résonnant : l'ambiguïté est beaucoup plus grave car l'approximation faite peut modifier la position des résonances.

Pour résoudre cette difficulté, il faut utiliser le formalisme de l'appendice C (base  $\alpha_Q^k$  à l'intérieur de chaque niveau, base  $|JM\rangle$  pour exprimer les cohérences optiques). Ce formalisme, qui suppose que tous les termes de cohérence optique ont le même temps de relaxation, permet en effet de tenir compte rigoureusement de toutes les composantes Zeeman de la raie optique.

1) Expression générale

Nous utilisons donc les formules (C,18) et (C,19) dans lesquelles nous faisons, comme précédemment, l'approximation  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ . Toute la discussion du paragraphe C,2 reste valable. En particulier, nous obtenons des termes de la forme (cf. Appendice F) :

$$\int \frac{W_M(\nu) d\nu}{[G - i(\omega_{M_b M_a} - \kappa)] [G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)]} = \frac{W(\omega_{M_b M_a} - \omega_\kappa + iG) + W^*(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu + iG)}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + \omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a})} \approx \frac{1}{\Delta\nu} \frac{X(M_b M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma'_{ab} + i[\omega_\kappa - \omega_\mu + (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} \quad (89)$$

où l'on remplacera, s'il y a lieu, les fonctions X par leurs valeurs à résonance. A la place de la formule (38), on trouve :

$$(4) \rho_{b_0}^{k_4} = n \frac{|P_{ab}|^4 \sqrt{2k_4+1}}{\Delta\nu \Gamma_b(k_4)} \sum_{\substack{vpsq_1 k_2 Q_2 \\ M_a M_b m_a m_b}} (-)^{J_b - M_b} (2k_2+1) \mathcal{E}_{q_1}^{v-p} \mathcal{E}_{-q_2}^{v-p} \mathcal{E}_{q_3}^{v-p-s} \mathcal{E}_{-q_4}^{v-s} \begin{pmatrix} J_b & k_4 & J_b \\ -M_b & 0 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & -q_2 & m_b \end{pmatrix}$$

$$\left[ \sum_{M_b' m_b'} (-)^{M_b' - m_b'} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M_b' & Q_2 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m_b' & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \frac{1}{\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \right. \\ \left. \left[ \frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma_{ab}' + i[p+s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} + \frac{\gamma_b' X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b' m_a - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{\Delta\nu [\Gamma_b(k_2) + (p+Q_2\omega_b)]} \right] \right. \\ \left. + \sum_{M_a'} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -M_a & Q_2 & M_a' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a' & q_3 & M_b \end{pmatrix} \frac{1}{\Gamma_a'(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)} \right. \\ \left. \left[ \sum_{m_a'} (-)^{M_a' - m_a'} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -m_a & -Q_2 & m_a' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a' & q_1 & m_b \end{pmatrix} \left[ \frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} + \frac{\gamma_a' X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b m_a' - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{[\Gamma_a(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)] \Delta\nu} \right] \right. \right. \\ \left. - \Theta(b, a, k_2) \sum_{m_b'} (-)^{J_a + J_b - M_a' - m_b'} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m_b' & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \left[ \frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{\{2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]\} \{\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)\}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b' m_a - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{\Delta\nu [\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]} \left( \frac{\gamma_a'(k_2)}{\Gamma_a(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)} + \frac{\gamma_b'(k_2)}{\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \right) \right] \right]$$

+ cc

(90)

On reconnaît dans cette expression :

- la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse : chaque terme fait intervenir un dénominateur de résonance Zeeman  $\Gamma_\alpha'(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)$  et un dénominateur de résonance optique  $2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]$
- la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (ou termes de "restitution") : ces termes contiennent  $\gamma_\alpha'(k_2) [\Gamma_\alpha(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$ , de plus le facteur résonnant optique est remplacé par un second facteur de forme de raie X (selon l'interprétation du § C-5-b)
- les termes de transfert par émission spontanée qui sont précédés du facteur  $\Theta(b, a, k_2)$  (défini en (II, 19)).

Les facteurs de résonance Zeeman, du type  $[\Gamma_\alpha'(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$ , sont identiques à ceux qui figurent dans (38). Comme nous l'avons expliqué au § C-5-a- $\alpha$ , ces facteurs expriment l'aptitude des modes  $(\nu, q_1)$  et  $(\mu, -q_2)$  à créer au second ordre la grandeur  $T_{Q_2}^{k_2}$  modulée à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$ . Lorsque  $k_2 = 2$  et  $Q_2 = 2$ , on obtient l'effet des "cohérences Zeeman" longuement discuté précédemment. Le

fait que ce facteur soit le même dans les deux formalismes se comprend si l'on se reporte à la discussion du § IV-C-3 : ce facteur exprime qu'il y a résonance (au second ordre) si  $\omega_\nu - \omega_\mu$  est égal à l'écart entre deux sous-niveaux Zeeman d'un même niveau, mais il ne préjuge pas de la classe de vitesse pour laquelle  $\nu$  et  $\mu$  sont optiquement résonnants. Il n'est donc pas sensible à la complexité de la structure Zeeman de la raie optique.

Par contre, les facteurs résonnants de coïncidence optique, qui faisaient intervenir  $\omega_z$  dans l'expression (38), se décomposent ici en plusieurs termes de la forme

$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + (m_b - M_b)\omega_b + (m_a - M_a)\omega_a)]^{-1}$ . Nous avons déjà prévu ce comportement au § C-5-c- $\alpha$  : il y a une résonance de saturation, chaque fois qu'il existe une classe d'atomes pour lesquels, simultanément, le mode  $\mu$  est résonnant pour la composante Zeeman  $m_b \leftrightarrow m_a$  et le mode  $\kappa$  pour la composante  $M_b \leftrightarrow M_a$ . Pour cela, il suffit que  $\omega_\kappa - \omega_\mu$  soit égal à la différence de fréquence  $\omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a}$  des deux composantes Zeeman (à condition, comme le montrent les (3J), que le mode  $\mu$  ait une composante de polarisation  $q_2 = m_b - m_a$  et le mode  $\kappa$  une composante de polarisation  $q_4 = M_b - M_a$ ). Comme on a :

$$\begin{aligned} \omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a} &= (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a = (q_2 - q_4)\omega_b + (m_a - M_a)(\omega_b - \omega_a) \\ &= (q_2 - q_4)\omega_a + (m_b - M_b)(\omega_b - \omega_a) \end{aligned}$$

Chaque résonance déterminée par  $(q_2 - q_4)\omega_z$  dans le formalisme précédent est remplacée par autant de résonances qu'il y a de valeurs possibles de  $m_a - M_a$  (ou  $m_b - M_b$ ).

Enfin, on remarque que les termes de "restitution", par les processus de diffusion des vitesses, ont la même forme que dans (38) du fait qu'ils ne contiennent pas de facteur de coïncidence optique. La seule différence provient des fonctions X qui varient assez lentement pour que de petites variations de leur argument soient négligeables. De plus, on pourra montrer, pour ces termes, que même les coefficients angulaires de (38) et de (90) sont identiques dans tous les cas.

En conclusion, dans le cas général, si  $\omega_a \neq \omega_b$ , les résonances sont multiples et se recouvrent partiellement : la forme de courbe est compliquée. Cependant, on voit que les facteurs de résonance Zeeman sont inchangés et que la différence la plus importante vient des facteurs de coïncidence optique. En fait, nous avons vu dans le précédent formalisme que seules les résonances de "cohérences" Zeeman étaient responsables des résonances de saturation observées expérimentalement lorsque  $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ . On peut s'attendre à ce qu'il en soit de même ici et que, dans ce cas, il n'y ait pas de différence avec les résultats des paragraphes précédents. Nous allons le montrer.

## 2) Cas $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$ . Modes synchronisés

On peut appliquer la même technique qu'au § D-4 (remplacement des sommes par des intégrales). On obtient :

$$\sum_s \frac{e^{v^*} e^{v-p} e^{v-p-s^*} e^{v-s} X(\delta_v + \frac{p+s}{2})}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(m_b-M_b)\omega_b - (m_a-M_a)\omega_a)]} = \frac{\pi I_v I_{v-p}}{\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \frac{X(\delta_v + \frac{p}{2})}{\Delta\omega} \quad (91)$$

Dans (91), on a implicitement supposé que  $\omega_a - \omega_b$  est toujours suffisamment petit devant  $\Delta v$  pour que l'on puisse écrire :

$$X(M_b M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu) \approx X(\delta_\kappa + q_4 \omega_z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_z) \approx 2X(\delta_v + \frac{p+s}{2}) \quad (92)$$

Dans ces conditions, on voit, dans (90), que les  $M_\alpha$  et les  $m_\alpha$  n'interviennent plus que dans les (3J). On peut donc effectuer la sommation sur ces quantités. En appliquant les relations (A,13) et (C,34) de MESSIAH (43), on voit que :

$$\sum_{M'_a M'_b M'_b} (-)^{M'_b - M_b} \begin{pmatrix} J_b k_4 J_b \\ -M'_b 0 M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b 1 J_a \\ -M'_b q_4 M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a 1 J_b \\ -M'_a q_3 M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b k_2 J_b \\ -M'_b Q_2 M_b \end{pmatrix} = \sum_{k_3 Q_3} (2k_3 + 1) \begin{pmatrix} k_2 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 - Q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 1 & k_4 \\ Q_3 q_4 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 1 & k_3 \\ J_a J_b J_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 1 & k_4 \\ J_b J_b J_a \end{pmatrix} \quad (93)$$

$$\sum_{m'_a m'_b m'_b} (-)^{J_b - m'_b} \begin{pmatrix} J_b 1 J_a \\ -m'_b q_2 m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a 1 J_b \\ -m'_a q_1 m'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b k_2 J_b \\ -m'_b - Q_2 m_b \end{pmatrix} = (-)^{J_a + J_b + q_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b J_b J_a \end{pmatrix}$$

On retrouve exactement les coefficients de la formule (38) de notre formalisme habituel : dans le cas envisagé ici, la formule (82) est valable aussi pour la position des résonances, ce qui était prévisible puisqu'elle ne contient pas  $\omega_z$ . Si le transfert par émission spontanée est négligeable, il n'y a donc que deux types de résonances,  $\Delta\omega = -2\omega_a$  et  $\Delta\omega = -2\omega_b$ . La hauteur respective de ces résonances est  $\frac{C_a}{\Gamma'_a(2)}$  et  $\frac{C_b}{\Gamma'_b(2)}$  (en supposant (87) réalisé). Donc si  $C_b \gg C_a$ , on pourra mesurer le facteur de Landé du niveau b et si  $C_a \gg C_b$  et  $\frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b,a,1,2)}{\Gamma'_b(2)} \ll 1$ , on mesurera le facteur de Landé du niveau inférieur a.

Les résultats ci-dessus sont valables lorsque les modes sont synchronisés. Lorsque ce n'est pas le cas, les facteurs de coïncidence optique ne s'éliminent pas; cependant leur influence sera faible si leur largeur est très grande ( $\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_\alpha(2)$ ).

La condition  $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$  utilisée dans ce paragraphe est facilement réalisée pour une pression de quelques torr. Montrons qu'il existe un autre cas, réalisable à très faible pression, pour lequel les conclusions sont les mêmes.

### 3) Cas où les $\Gamma'_\alpha$ ne dépendent pas de l'ordre tensoriel $k_2$

A très faible pression (typiquement  $\lesssim 0,1$  torr dans le cas du néon),  $\Gamma'_{ab}$  devient nettement plus faible que l'écart entre modes et l'on ne peut plus appliquer le calcul du précédent paragraphe. Par contre, dans ce cas, une autre simplification intervient : les collisions ont un effet né-



gligeable sur les grandeurs atomiques et tous les  $\Gamma'_\alpha(k)$  sont égaux à  $\gamma_\alpha = \frac{1}{\tau_\alpha}$ . Il se peut cependant que la réabsorption des raies de résonance soit encore suffisante pour que les coefficients de relaxation globale,  $\Gamma_\alpha(k)$ , soient différents, mais alors cette différence provient uniquement de  $\gamma'_\alpha(k) = \Gamma'_\alpha - \Gamma_\alpha(k)$ .

Si, de plus, nous supposons que le transfert par émission spontanée est négligeable,  $k_2$  n'intervient plus que dans les coefficients (3J) de (90) et dans les termes de "restitution" par la diffusion multiple qui dépendent de  $\gamma'_\alpha(k_2)$ . Ces derniers (qui ne présentent pas de facteur résonnant optique) peuvent toujours être traités comme dans le cas précédent, c'est-à-dire que l'on peut retrouver les coefficients angulaires habituels en appliquant les sommations (93).

Pour les termes de (90), autres que les termes de "restitution", la sommation sur  $k_2$  peut être effectuée. Dans la première partie de (90) (celle avec le facteur  $[\Gamma'_b + i(p + Q_2\omega_b)]^{-1}$ ), la relation d'orthogonalité des (3J) montre que les seuls termes non nuls sont ceux pour lesquels  $M_b = m'_b$  et  $M'_b = m_b$  :

$$\sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m'_b & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m'_b \end{pmatrix} \quad (94)$$

$$= \delta_{M_b m'_b} \delta_{M'_b m_b} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m'_b \end{pmatrix}$$

Dans la première partie de (90), on a donc :

$$\omega_{Zb} = (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a = Q_2\omega_b + (q_3 + q_2)\omega_a \quad (95-b)$$

et de même dans la deuxième partie (en  $\Gamma'_a$ ), on trouve :

$$\omega_{Za} = Q_2\omega_a + (q_3 + q_2)\omega_b \quad (95-a)$$

Prenons successivement les trois premiers cas du tableau VII-1 (page 186) et cherchons quelle est la forme des termes non nuls :

cas a ( $q_1=q_2=1, q_3=q_4=-1$ )  $\rightarrow \frac{1}{\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)}$  et  $\frac{1}{\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)}$

cas b ( $q_1=q_4=-1, q_2=q_3=1$ )  $\frac{1}{\Gamma'_b + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)}$  et  $\frac{1}{\Gamma'_a + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)}$

cas c ( $q_1=q_3=1, q_2=q_4=-1$ ) pas de résonance

Nous constatons que dans ce cas également, seules interviennent les résonances  $p\Delta\omega = -2\omega_a$  et  $p\Delta\omega = -2\omega_b$ . Pour calculer leur amplitude relative, nous tirons parti du fait que  $\omega_{Zb}$  et  $\omega_{Za}$  (95) ne dépendent plus des  $M_\alpha$  ni des  $m_\alpha$ . On peut donc effectuer dans (90) les sommations (93) qui permettent de retrouver les coefficients angulaires du formalisme habituel (en  $T_Q^k$ ). Enfin,

utilisant la relation (A,14) pour regrouper les résonances du cas a et du cas b, on obtient (note) :

$$\Delta_{\alpha \rightarrow g}^{(4)} = 2n |P_{ab}|^4 \sum_{v,s,p} \operatorname{Re} (\mathcal{E}^{v*} \mathcal{E}^{v-p} \mathcal{E}^{v-p-s*} \mathcal{E}^{v-s}) \quad (96)$$

$$\operatorname{Re} \left[ \begin{aligned} & C_b \left\{ \frac{X(\delta_v + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)} + \frac{1}{\Gamma'_a + ip} \right] + \frac{Y'_b(2)}{\Delta v} \frac{X(\delta_v + \frac{p}{2}) X(\delta_v + \frac{p}{2} + s)}{[\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)] [\Gamma_b(2) + i(p+2\omega_b)]} \right\} \\ & + C_a \left\{ \frac{X(\delta_v + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)} + \frac{1}{\Gamma'_b + ip} \right] + \frac{Y'_a(2)}{\Delta v} \frac{X(\delta_v + \frac{p}{2}) X(\delta_v + \frac{p}{2} + s)}{[\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)] [\Gamma_a(2) + i(p+2\omega_a)]} \right\} \end{aligned} \right]$$

En général, on peut négliger  $[\Gamma'_\alpha + ip]^{-1}$  pour  $p \neq 0$ . En effet, lorsque la pression est telle que ces termes ne sont pas négligeables,  $\Gamma'_{ab}$  est, en général, très grand ce qui redonne le cas précédent et la formule (82) (si les modes sont synchronisés). Remarquons que (96) peut s'appliquer même lorsque les modes sont désynchronisés (les termes  $p$  et  $s \neq 0$  s'éliminent).

Dans le cas étudié ici, les résonances de "populations" subsistent à côté des résonances de "cohérence Zeeman" (puisque  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ ); cependant l'indépendance de  $\Gamma'_\alpha$  par rapport à l'ordre tensoriel  $k_2$  nous a permis de regrouper les termes de telle façon que  $C_a$  et  $C_b$  (définis en (84)) sont encore les coefficients qui caractérisent la hauteur relative des résonances dépendant de  $\omega_a$  et de celle dépendant de  $\omega_b$ .

#### 4) Etude de deux cas particuliers

En vue de l'application pratique à la mesure des facteurs de Landé, nous allons expliciter les coefficients  $C_a$  et  $C_b$  dans deux cas expérimentaux importants.

##### a) Cas $J_a = J_b = 1$

En appliquant les formules (84),(85) et (II,75), on obtient :

$$C_b(b \rightarrow g) = \frac{1}{324} \left( \frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right) \quad C_a(b \rightarrow g) = \frac{1}{324} \left( \frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right) \quad (97)$$

$$C_b(a \rightarrow g) = \frac{-1}{324} \left[ \frac{1}{\Gamma_a(0)} \left( 1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_a(2)} \left( 1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)} \right) \right] \quad C_a(a \rightarrow g) = \frac{-1}{324} \left[ \frac{1}{\Gamma_a(0)} \left( 1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_a(2)} \left( 1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)} \right) \right]$$

où  $\beta = 1, -1/2$  ou  $1/10$  selon que  $J_g = 0, 1$  ou  $2$ ,

$\alpha = 1$  ou  $-1/2$ , selon que la détection est  $\pi$  ou  $\sigma$  (partie isotrope).

(note) A l'appendice J, on donne des formules plus complètes incluant le transfert dans les cas  $J_a = J_b = 1$  et  $J_a = 2, J_b = 1$ . On voit sur ces formules que, dans le cas  $J_a = J_b = 1$ , les termes contenant simultanément  $\omega_a$  et  $\omega_b$  ne dépendent que de  $C_a$  (comme dans (82)).

Les formules (97) sont développées dans le tableau VII-3.

TABEAU VII-3 :  $J_a = J_b = 1$

Raie de fluorescence	Polarisation $\pi$		Polarisation $\sigma$	
	324 $C_b$	324 $C_a$	324 $C_b$	324 $C_a$
$b \rightarrow g (J_g=0)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{2}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2} \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=0)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) - \frac{2}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$
$b \rightarrow g (J_g=1)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{4} \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_a(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=1)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{4\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$
$b \rightarrow g (J_g=2)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{10\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{5\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{20\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{10\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=2)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{5\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{10\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{10\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{20\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$

Il est intéressant de remarquer qu'à la limite où  $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$ , certaines des cases encadrées du tableau VII-3 donnent une valeur nulle (de plus, il faut, dans certains cas, que le transfert soit négligeable). Dans les conditions de pression usuelle, cette condition n'est pas réalisée, mais on peut prévoir que les cas encadrés correspondent à un coefficient  $C_a$  (ou  $C_b$ ) nettement plus petit que  $C_b$  (ou  $C_a$ ). On obtient ainsi, a priori, une indication sur les cas expérimentalement intéressants pour la mesure des facteurs de Landé. Au § 5, nous montrerons que ces cas peuvent être prévus par des diagrammes très simples.

b) Cas  $J_a=2, J_b=1$

Le développement des formules (84) donne :

$$\begin{aligned}
C_b(b \rightarrow g) &= \frac{1}{3.2700} \left[ \frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right] & C_a(b \rightarrow g) &= \frac{1}{2700} \left[ \frac{7}{\Gamma_b(0)} + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right] \\
C_b(a \rightarrow g) &= \frac{-1}{3.4500} \left[ \frac{1}{\Gamma_a(0)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{\alpha\beta'}{\Gamma_a(2)} \left( 1 + \frac{7\gamma_{ba}}{20\Gamma_b(2)} \right) \right] & C_a(a \rightarrow g) &= \frac{-1}{4500} \left[ \frac{7}{\Gamma_a(0)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{\alpha\beta'}{\Gamma_a(2)} \left( \frac{3}{2} - \frac{7}{10} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)} \right) \right]
\end{aligned}
\tag{98}$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont les mêmes que dans (97). Pour les raies du type  $a \rightarrow g$  on a  $\beta' = 1, -1, \frac{2}{7}$  si  $J_g = 1, 2$  ou  $3$ .

On voit que  $C_b(b \rightarrow g)$  est nul si  $\Gamma_b(0) = \Gamma_b(2)$  lorsque l'on détecte la composante  $\pi$  d'une raie  $J_b=1 \rightarrow J_g=0$  ( $\alpha=1, \beta=1$ ). De même,  $C_b(a \rightarrow g)$  est nul si  $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$  et si le transfert est négligeable, dans le cas d'une raie  $J_a=2 \rightarrow J_g=2$  détectée en  $\pi$  ( $\alpha=1, \beta'=-1$ ).

On voit d'autre part que, de façon générale,  $C_b$  est toujours plus petit que  $C_a$  (par un facteur de l'ordre de 21 quand le terme en  $\Gamma_a(0)$  est prépondérant).

#### REMARQUE.

On peut voir à l'appendice J que les termes de transfert par émission spontanée qui couplent  $\omega_a$  et  $\omega_b$  sont négligeables dans le cas  $J_a=2, J_b=1$ .

#### 5) Interprétation des résultats à l'aide de diagrammes

Les cas pour lesquels  $C_a$  ou  $C_b$  s'annulent lorsque  $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$  (et que de plus le transfert est négligeable) peuvent être facilement prévus à l'aide des formules obtenues à l'appendice C, § 3. En effet, après intégration sur les vitesses, la formule (C,20) s'écrit :

$$(4) \frac{\rho_{M_b M_b}}{\rho_{M_a M_a}} = \frac{n |P_{ab}|^4}{\Gamma_b} \sum_{\substack{q_1 q_2 q_3 q_4 \\ M_a m_a m_b \\ v p s}} \xi_{q_1}^{v*} \xi_{-q_2}^{v-p} \xi_{q_3}^{v-p-s*} \xi_{-q_4}^{v-s} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & M_b \end{pmatrix} \tag{99}$$

$$\frac{2X(\omega_{M_b M_a} - \omega_v + p\Delta\omega)}{2\Gamma'_{ab} + i[p-s + (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b + i[p + (m_b - M_b)\omega_b]} + \frac{1}{\Gamma'_a + i[-s + (M_a - m_a)\omega_a]} \right] + cc$$

On voit sur cette expression que l'on obtiendra uniquement des résonances provenant du niveau b si, pour toute valeur de  $M_b$  détectable, tous les termes non nuls sont tels que  $m_a = M_a$ . Réciproquement, si tous les termes détectables sont tels que  $m_b = M_b$ , on n'observera que des résonances provenant du niveau a et il sera possible de mesurer le facteur de Landé de ce niveau seul.

Pour chercher les cas où l'une ou l'autre de ces situations se produit, nous utilisons les diagrammes du type de la figure C-2 (Appendice C) en nous limitant au cas d'une excitation " $\sigma$  cohérente" ( $q_i = \pm 1$ ) et en utilisant une détection de polarisation incohérente,  $\pi, \sigma^+$  ou  $\sigma^-$  pure (de toute façon, en champ fort, il ne reste plus de cohérences Zeeman statiques et une éventuelle cohérence de la polarisation détectée est sans effet). Les résultats sont présentés dans le tableau VII-4, dans lequel nous n'avons pas

fait figurer les cas évidents  $J_a=0$  ou  $J_b=0$ . Nous avons uniquement représenté les transitions  $b \rightarrow g$  : pour les transitions  $a \rightarrow g$ , il suffit d'échanger partout a et b.

TABLEAU VII-4

	$J_a$	$J_b$	$J_g$	Polarisation détectée	Facteur de Landé mesurable
	1	1	0	$\sigma$	$g_b$
	1 ou 2	1	0	$\pi$	$g_a$
	1	1	1	$\pi$	$g_b$
	1	2	2	$\pi$	$g_b$

On voit que les diagrammes du tableau VII-4 permettent de retrouver facilement, et de comprendre, les cas pour lesquels il est possible de mesurer séparément le facteur de Landé de l'un des niveaux lorsque  $\Gamma_\alpha(0) = \Gamma_\alpha(2)$  (faible pression). Lorsque cette condition n'est pas réalisée, ou qu'il y a une émission spontanée importante de b vers a, on peut également comprendre à l'aide de diagramme que les résultats ci-dessus ne sont plus valables : on utilise les diagrammes de la figure C-3 qui explicitent les termes de (90). Dans le tableau VII-5, nous représentons quelques-uns de ces diagrammes pour le cas  $J_a=J_b=1$ .

(note) La transition  $M_b=0 \rightarrow M_g=0$  est interdite si  $J_b = J_g$

TABLEAU VII-5

diagrammes

Ordre 2

Résonances

(a) termes normaux de (99)		niveau b $Q_2 = 0$	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s - 2\omega_a)] [\Gamma'_b(k_2) + ip]$
		niveau a $Q_2 = 2$	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s - 2\omega_a)] [\Gamma'_a(2) + i(p - 2\omega_a)]$
(b) collisions au 2e ordre		niveau b, $Q_2=0$ collisions $m_b \rightarrow M_b$  ou  niveau a, $Q_2=0$ collisions $m_a \rightarrow M_a$	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_b + \omega_a)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$
			$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a - \omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$
(c) émission spontanée		transfert de cohérence $Q_2 = 2$ de b à a	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a + \omega_b)] [\Gamma'_a(2) + i(p + 2\omega_a)]$ $\times [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]$
		transfert de population $m_b \rightarrow M_a$	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a + \omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$ $\times [\Gamma'_b(k_2) + ip]$
(d) collisions au 4e ordre		niveau b $Q_2 = 2$  +  niveau a $Q_2 = 0$	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + 2\omega_b)] [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]$  $[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + 2\omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$

○ = niveau observé (fluorescence  $\pi J_b=1 \rightarrow J_g=0$ )

En conclusion, le tableau VII-4 peut guider le choix de la raie de fluorescence à étudier et de sa polarisation, mais il ne dispense pas du calcul précis tenant compte des valeurs effectives des différents temps de relaxation.

F - MESURE DU FACTEUR DE LANDE DE PLUSIEURS NIVEAUX DU NEON

Les calculs des paragraphes précédents nous permettent d'aborder maintenant la mesure du facteur de Landé d'un certain nombre de niveaux. Nous avons réalisé cette étude à l'aide des raies laser suivantes :

TABLEAU VII-6

Raie laser	Niveau supérieur		Niveau inférieur	
		$J_b$		$J_a$
6.328 Å	3s <sub>2</sub>	1	2p <sub>4</sub>	2
6.401 Å	3s <sub>2</sub>	1	2p <sub>2</sub>	1
7.305 Å	3s <sub>2</sub>	1	2p <sub>1</sub>	0
1,15 μ	2s <sub>2</sub>	1	2p <sub>4</sub>	2
1,52 μ	2s <sub>2</sub>	1	2p <sub>1</sub>	0
3,39 μ	3s <sub>2</sub>	1	3p <sub>4</sub>	2

Par anticipation sur la discussion des § 3 et 4, nous avons encadré les niveaux dont il est possible, dans chaque cas, de mesurer le facteur de Landé.

Les facteurs de Landé de tous ces niveaux, à l'exception de celui du niveau 2s<sub>2</sub>, avaient déjà été mesurés par d'autres méthodes (80). L'étude de ces niveaux constitue donc plutôt une vérification de la validité de notre méthode pour mesurer des facteurs de Landé. Le facteur de Landé du niveau 2s<sub>2</sub> a récemment été remesuré par CARROLL (81) : comme nous le verrons, sa mesure confirme la nôtre (22).

1) Méthode expérimentale

Il s'agit de mesurer simultanément l'écart (en champ magnétique) entre les résonances de saturation et l'écart de fréquence entre les modes du laser.

Pour cela, nous avons utilisé le montage du type n° I (ch. VI, § A), les raies de fluorescence étant détectées en π. L'écart de fréquence entre les modes était mesuré par la méthode exposée au paragraphe VI-C-1, c'est-à-dire par la mesure de la fréquence de battement entre modes, détectée à l'aide d'une photodiode rapide et d'un analyseur de spectre. Dans chaque cas, l'écran de l'analyseur de spectre était étalonné à l'aide d'un générateur haute fréquence dont la fréquence était elle-même mesurée par un fréquencemètre numérique.

L'observation constante du battement avait également pour rôle de contrôler la synchronisation des modes. En effet, pour les raisons exposées au paragraphe A-2, il était souvent obligatoire et toujours utile de régler le laser en modes synchronisés.

Sur la figure VII-20, nous montrons la méthode de mesure de l'écart entre les résonances de saturation : la position de chaque résonance est mesurée par la moyenne des centres d'un certain nombre de diamètres tracés à différentes hauteurs. Ensuite, on reporte sur un graphique la position  $x(n)$  des résonances en fonction de leur numéro et on trace la droite passant au mieux par ces points. En général, les points s'alignent très bien et il est aisé d'éliminer une résonance trop déplacée par le bruit. La pente de la droite donne l'écart moyen entre résonances.

Le dernier problème est l'étalonnage de l'enregistreur par rapport au champ magnétique. Cet étalonnage a été réalisé à l'aide d'un gaussmètre Bell, à effet Hall, avec une précision de  $7 \cdot 10^{-3}$  (la mauvaise homogénéité et la faible valeur du champ interdisent l'emploi d'une résonance de protons). Cet étalonnage nous a permis de faire quelques mesures en valeur absolue, mais il est apparu que la stabilité à long terme du système d'enregistrement n'était pas suffisante : la même mesure d'écart entre résonances réalisée à quelques mois d'intervalle a montré une dérive d'environ  $10^{-2}$ . Nous avons donc pris pour principe de faire des mesures relatives, par rapport au facteur de Landé du niveau  $2p_4$  obtenu à l'aide de la raie  $6.328 \text{ \AA}$ . En effet, cette raie est la plus facile à obtenir et celle qui donne le plus grand nombre de modes, donc de résonances. Si l'on admet la valeur des tables <sup>(80)</sup> pour le facteur de Landé du niveau  $2p_4$  (cette valeur,  $1,301 \pm 0,003$ , a été mesurée par BACK en 1925 <sup>(82)</sup>), on obtient, dans les bons cas, un étalonnage du champ avec une précision de  $5 \cdot 10^{-3}$ .

L'étude de la raie  $3,39 \mu$  pose des problèmes beaucoup plus délicats que celle des autres raies. Pour ne pas alourdir l'exposé, nous discuterons ce cas en fin de chapitre (§ 6).

## 2) Interprétation des mesures

Dans le cas des raies  $7.305 \text{ \AA}$  et  $1,52 \mu$ , qui sont des transitions  $J_b=1, J_a=0$ , il n'y a aucune ambiguïté et l'on obtient directement le facteur de Landé du niveau supérieur ( $3s_2$  et  $2s_2$  respectivement).

Dans tous les autres cas, coexistent des résonances provenant de chacun des deux niveaux. Nous avons vu, au § E, le moyen de calculer l'amplitude relative de ces deux types de résonances. Le calcul nous permet en particulier de choisir les cas intéressants où l'un des types est prépondérant. Avant d'envisager chaque cas particulier, étudions l'erreur introduite dans la mesure du facteur de Landé d'un niveau lorsque existent des résonances, plus faibles, provenant de l'autre niveau.



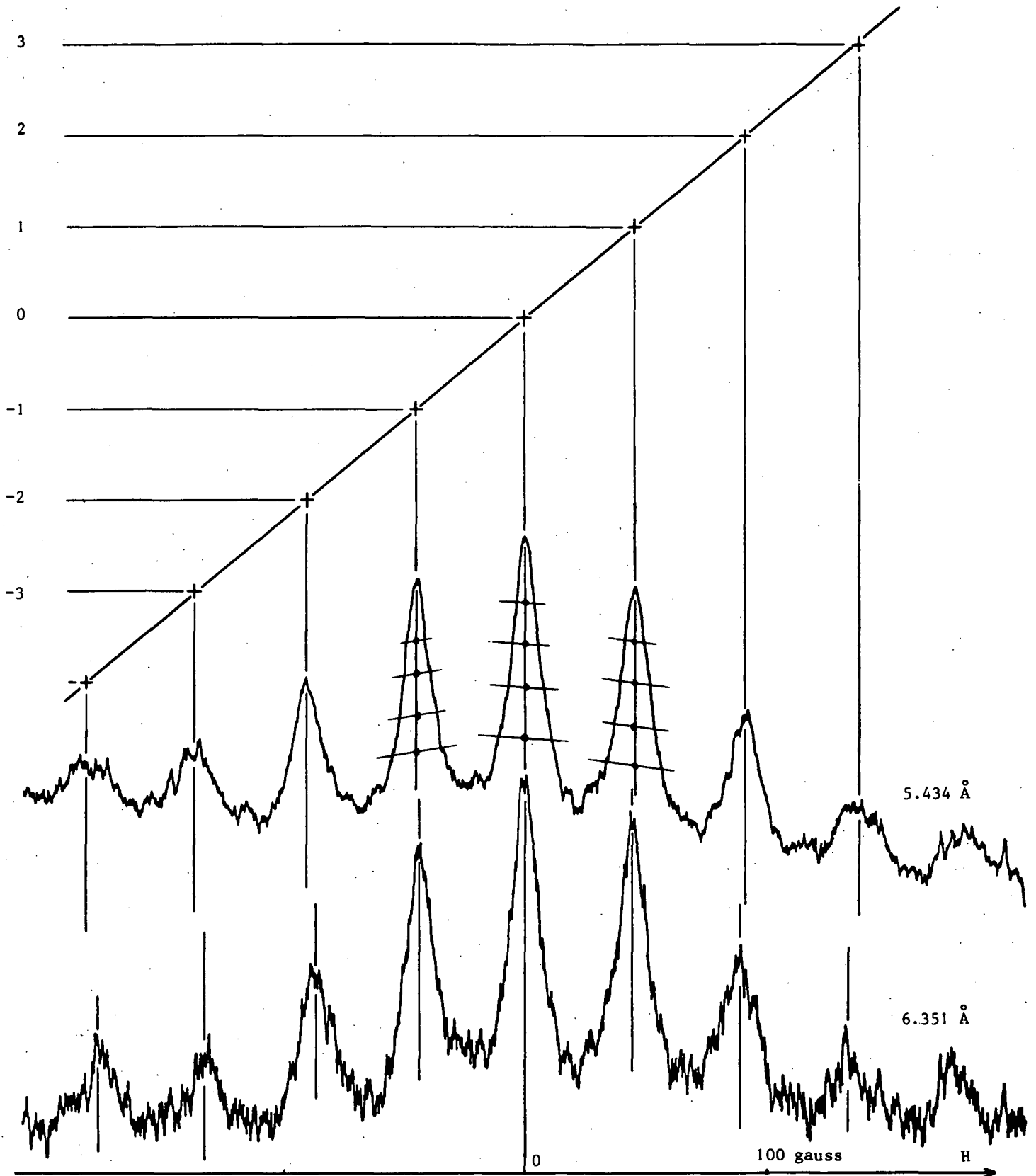


FIGURE VII-20 : Enregistrement simultané des saturations sur la raie 5.434 Å ( $3s_2, J=1 \rightarrow 2P_{10}, J=1$ ) et sur la raie 6.351 Å ( $3s_2, J=1 \rightarrow 2p_3, J=0$ ) en présence d'une oscillation laser à 6.401 Å ( $3s_2, J=1 \rightarrow 2p_3, J=1$ ) en modes synchronisés. L'écartement des résonances est déterminé principalement par le facteur de Landé du niveau  $2p_2$ , pour la raie 6.351 Å et par celui du niveau  $3s_2$  pour la raie 5.434 Å. Malheureusement, un certain mélange subsiste dans ce cas particulier.

De plus, nous donnons ici un exemple de la méthode de dépouillement des courbes.

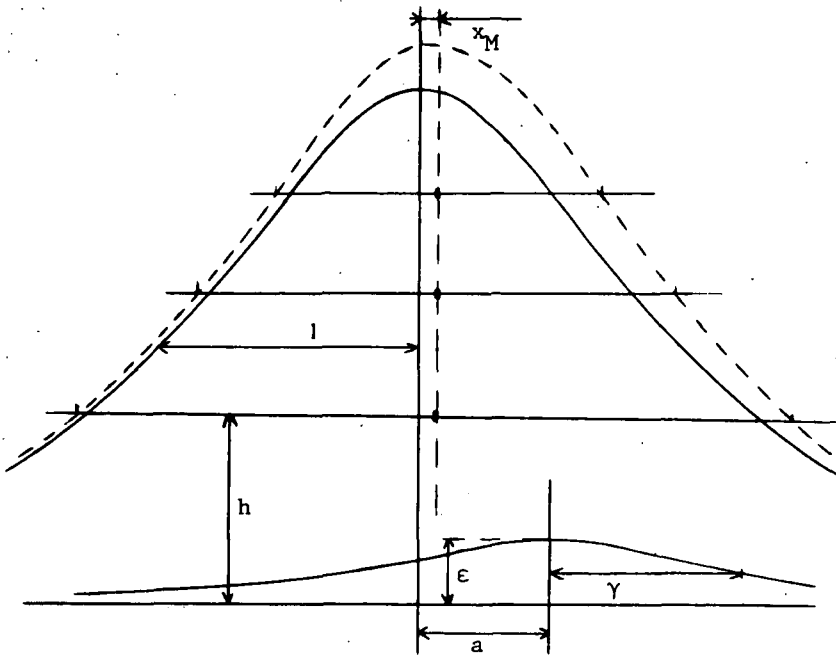


FIGURE VII-21

Dans tous les cas expérimentaux utilisés, l'écart entre le facteur de Landé des deux niveaux est faible et les deux types de résonances ne sont jamais résolues. Le problème se réduit toujours à celui de la figure VII-21 : il s'agit de déterminer l'erreur sur la mesure de la position d'une courbe de Lorentz (de hauteur et de largeur normalisées à 1) lorsque se superpose une seconde courbe de Lorentz de largeur  $\gamma$  et de hauteur  $\epsilon$  située à une distance  $a$  du centre de la première. Le centre des différents diamètres de la courbe résultante est déplacé d'une quantité  $x(h)$  qui dépend

de la hauteur  $h$  à laquelle est tracé le diamètre. Cette déformation de la courbe est, en général, complètement masquée par le bruit qui produit des fluctuations importantes de  $x(h)$ ; il n'est donc pas question de la mettre en évidence expérimentalement. Seule la valeur moyenne  $x_M = \overline{x(h)}$  a un sens pratique et permet de chiffrer l'erreur systématique ( $h$  étant pris entre certaines limites en fonction de la méthode de dépouillement).

Nous avons donc calculé, en fonction des paramètres  $\epsilon$ ,  $\gamma$  et  $a$ , la valeur de  $x_M$  obtenue en prenant la moyenne de  $x(h)$  pour  $h = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7$  et  $0,8$ . Plus précisément, nous avons tracé, à partir d'un calcul sur ordinateur, les valeurs de  $x_M/a$  en fonction de  $a$  pour différentes valeurs de  $\gamma$  et  $\epsilon$  (les courbes sont données en appendice K). Cette quantité a l'avantage de varier peu en fonction de  $a$  (pour  $a$  assez petit) et de donner facilement la correction sur le facteur de Landé.

Considérons, en effet, la résonance d'ordre  $n$  : elle est de largeur  $\Gamma_1$  et se produit pour le champ  $H_1 = n\Delta H_1 = \frac{n\Delta\omega}{g_1\beta}$ . La résonance parasite se produit pour  $H_2 = n\Delta H_2 = \frac{n\Delta\omega}{g_2\beta}$ .

On a donc :

$$a = n(\Delta H_2 - \Delta H_1) / \Gamma_1 \quad (100)$$

$$\delta H_1 = x_M \Gamma_1 = n(\Delta H_2 - \Delta H_1) \frac{x_M}{a}$$

Dans la mesure où  $x_M/a$  dépend peu de  $a$ , on voit que l'erreur est proportionnelle à l'ordre  $n$  de la résonance. Celle-ci reste équidistante et l'on peut voir (si  $g_2 - g_1 \ll g_1$ ) que l'erreur sur la mesure de  $g_1$  est :

$$\delta g_1 = (g_2 - g_1) \frac{x_M}{a} \quad (101)$$

3) Raie laser 6.328 Å et 1,15 μ. Niveau 2p<sub>4</sub>

a) Calcul de l'ordre de grandeur de l'erreur produite par les résonances provenant du niveau supérieur (3s<sub>2</sub> et 2s<sub>2</sub>)

Les deux raies laser 6.328 Å et 1,15 μ sont des transitions  $J_b=1 \leftrightarrow J_a=2$  : les formules (98) montrent que, dans tous les cas, les résonances définies par le facteur de Landé du niveau inférieur (2p<sub>4</sub>, J<sub>a</sub>=2) sont prépondérantes. On peut donc s'attendre à obtenir, par notre méthode, une mesure des facteurs de Landé du niveau 2p<sub>4</sub>. Le problème est d'évaluer l'erreur systématique introduite par les résonances parasites provenant du niveau supérieur : pour cela, il faut calculer leur amplitude relative ε. Nous le ferons approximativement en supposant : 1) que l'intensité laser est assez faible pour que les formules de 4e ordre soient valables (cette hypothèse est très sujette à caution, nous en reparlerons dans la remarque à la fin de ce paragraphe). 2) que le nombre de modes est assez grand pour que l'on puisse appliquer les résultats de la remarque 2 du § D-4, c'est-à-dire admettre que les résonances de saturation sont des Lorentziennes de largeur  $\Gamma_a(2)$  (formule (88) au lieu de (82)). 3) que le transfert d'alignement est négligeable, ce qui est toujours le cas pour une raie laser  $J_b=1, J_a=2$  (cf.(IV,26-b)). On a alors :

$$\varepsilon = \frac{C_b}{C_a} \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \quad (102)$$

Raie 6.328 Å

Les expériences ont toujours été réalisées en modes synchronisés et avec les conditions de pression et de mélange convenant le mieux pour la raie de fluorescence choisie, c'est-à-dire les conditions pour lesquelles la variation relative d'intensité sous l'effet du laser est maximum. Prenons deux cas typiques :

- 1 Torr de mélange 5% Ne-95% He. Courant faible. Raie de fluorescence  $\lambda_F = 6.096 \text{ Å}$  ( $J_a=2+J_g=1$ )

Les mesures de DECOMPS (Tableau VI-1) permettent de poser :

$$\Gamma_a(0) = 9,8 \text{ MHz}; \quad \Gamma_a(2) = 14,5 \text{ MHz} (2p_4); \quad \gamma_{ba} = 0,5 \text{ MHz}$$

$$\Gamma_b(0) = 3,7 \text{ MHz}; \quad \Gamma_b(2) = 6,4 \text{ MHz} \quad (\text{pour le niveau } 3s_2, \text{ on a tenu compte de la diffusion multiple partielle})$$

En reportant (98) dans (102), on obtient :

$$\varepsilon_{6.096} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left(1 + \frac{7}{20} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right)}{\frac{7}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right)} = 0,17 \quad (103)$$

Ce cas n'est pas très favorable : il correspond, pour a petit, à  $x_M/a = 0,13$  (Appendice K). Cependant, en raison de la faible différence entre le facteur de Landé des niveaux 2p<sub>4</sub> et 3s<sub>2</sub> ( $\Delta g \sim 0,006$ ), l'erreur

sur la mesure de  $g_{2p_4}$ , est très inférieure à la précision expérimentale ( $\sim 7 \cdot 10^{-3}$ )

$$\left(\frac{\delta g}{g}\right)_{2p_4} \approx - \frac{6 \cdot 10^{-3} \times 0,13}{1,3} \approx - 6 \cdot 10^{-4}$$

• 1,5 Torr de néon pur. Raie de fluorescence 6.351 ( $J_b=1 \rightarrow J_g=0$ ) et 5.434 Å ( $J_b=1 \rightarrow J_g=1$ )

On a :  $\Gamma_b(0) = 3,9$  MHz ;  $\Gamma_b(2) = 7,75$  MHz ;  $\Gamma_a(2) = 14$  MHz

$$\epsilon_{6.351} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{7}{\Gamma_b(0)} + \frac{2}{\Gamma_b(2)}} = 0,038 \rightarrow \frac{\delta g}{g} = 1,6 \cdot 10^{-4} \quad (104)$$

$$\epsilon_{5.434} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}}{\frac{7}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}} = 0,12 \rightarrow \frac{\delta g}{g} = 4,5 \cdot 10^{-4} \quad (105)$$

La raie 6.351 est la plus favorable, ce qui est normal, puisque  $\epsilon$  serait nul si  $\Gamma_b(0)$  et  $\Gamma_b(2)$  étaient égaux (cf. tableau VII-4).

#### Raie laser 1,15 $\mu$

Nous avons juste effectué une série de mesures avec la raie de fluorescence 6.096 Å dans du néon pur à 1,5 Torr. En prenant les valeurs :

$$\begin{array}{lll} \Gamma_a(0) = 10 \text{ MHz} & \Gamma_a(2) = 14 \text{ MHz} & \Gamma_b(0) = 4,5 \text{ MHz} \\ \Gamma_b(2) = 14 \text{ MHz} & \gamma_{ba} = 1,5 \text{ MHz} & \end{array}$$

on obtient, en utilisant la formule (103) :

$$\epsilon = 0,083$$

En utilisant la mesure de facteur de Landé du niveau  $2s_2$  (1,228), obtenue à l'aide de la raie laser 1,52  $\mu$  et la valeur  $x_M/a$  donnée par les graphiques de l'appendice K (note), on obtient :

$$\left(\frac{\delta g}{g}\right)_{2p_4} \approx \frac{(1,228 - 1,301) \cdot 0,07}{1,301} \approx - 4 \cdot 10^{-3} \quad (106)$$

b) Cas particulier de la raie de fluorescence 5.944 Å ( $2p_4 \rightarrow 1s_5$ ). Mise en évidence des limites du calcul au 4e ordre

Nous avons cherché à mesurer le facteur de Landé du niveau  $2p_4$  en utilisant la raie

(note) Ici,  $a$  est de l'ordre de 1 pour  $n = 3$  ou  $4$ . On a donc pris une valeur moyenne de  $x_M/a$  pour  $a$  entre 0 et 1.

de fluorescence  $5.944 \text{ \AA}$  ( $2p_u \rightarrow 1s_5$ ) qui est une raie  $J_a=2, J_g=2$  et qui devrait donc être très favorable suivant le tableau VII-4 ( $C_b = 0$  si  $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$ ). Effectivement, le calcul de  $\epsilon_{5.944}$  donne  $0,018$  dans les conditions où  $\epsilon_{6.096}$  vaut  $0,19$  (équation (103)). Malheureusement, avec la raie laser  $6.328 \text{ \AA}$  et la raie de fluorescence  $5.944 \text{ \AA}$  (en polarisation  $\pi$ ), nous avons toujours obtenu des résonances de saturation extrêmement faibles et tout à fait inutilisables. Quand elles sont observables, ces résonances sont 10 à 20 fois plus faibles qu'avec la raie de fluorescence  $6.096 \text{ \AA}$  ( $2p_u \rightarrow 1s_u, J_a=2, J_g=1$ ). Ceci n'est pas explicable avec les ordres de grandeur du calcul au 4e ordre. En effet (en négligeant  $C_b$ ), on peut calculer le rapport  $C_a(5.944) / C_a(6.096)$  qui détermine la profondeur relative des résonances de saturation sur les deux raies de fluorescence : en polarisation  $\pi$ , ce rapport n'est jamais inférieur à  $1/2$  (en utilisant les valeurs expérimentales des différents coefficients de relaxation).

Si l'on utilise la raie laser  $1,15 \mu$ , les résultats expérimentaux sont encore plus surprenants : dans certaines conditions, les résonances de saturation de la raie  $5.944 \text{ \AA}$  changent de signe (minima de saturation au lieu de maxima !).

Ces phénomènes, longtemps incompris, viennent d'être interprétés par M. DUCLOY<sup>(76)</sup> à l'aide d'un calcul valable à tous les ordres de perturbation : il a pu montrer que la profondeur de la résonance en champ magnétique nul (son calcul ne permet pas, pour le moment, de trouver les résonances latérales) observée en  $\pi$ , sur une raie  $J_a=2, J_g=2$ , s'écarte extrêmement vite des résultats du 4e ordre lorsque l'intensité laser croît, et que la résonance change de signe pour une intensité laser de l'ordre de grandeur des intensités expérimentalement réalisées. Pour les raies  $J_a=2 \rightarrow J_g=1$ , les résultats du calcul correct s'écartent beaucoup moins vite de ceux du calcul de perturbation au 4e ordre, ce qui permet d'avoir une certaine confiance dans les estimations numériques du paragraphe a, pour la raie  $6.096 \text{ \AA}$ .

#### REMARQUES.

R 1 : Le développement en série des résultats de DUCLOY permet de confirmer nos résultats au 4e ordre comme "tangente à l'origine" des courbes donnant la saturation en fonction de l'intensité laser.

R 2 : Le rapport entre l'ordre de grandeur des résonances de saturation sur les raies  $6.096$  et  $5.944$  est inversé si l'on détecte en  $\sigma$  au lieu de détecter en  $\pi$ .

R 3 : L'observation du comportement anormal des saturations sur la raie  $5.944 \text{ \AA}$  avait conduit FORK<sup>(64)</sup> à attribuer, de façon erronée, toutes les résonances au seul niveau supérieur (y compris les résonances observées sur la raie  $6.096 \text{ \AA}$ ). Son raisonnement, basé sur le fait que  $C_b$  s'annule pour la raie  $5.944 \text{ \AA}$  lorsqu'on se contente de l'interprétation simple des diagrammes du tableau VII-4, ignore, pour des raisons incompréhensibles, les résonances provenant du niveau inférieur.

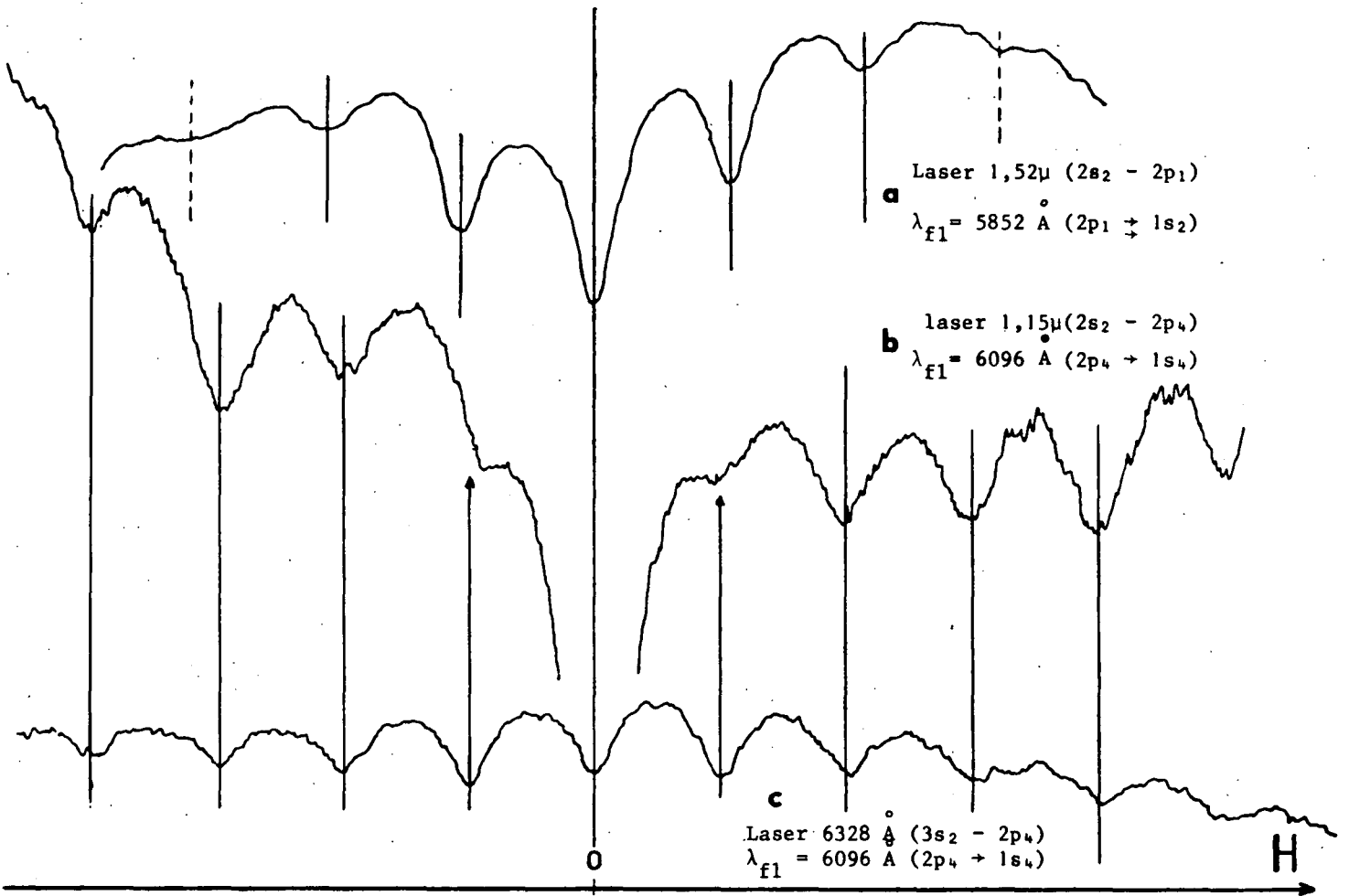


FIGURE VII-22 : La comparaison des enregistrements b et c montre l'excellent accord entre les raies laser 6.328 Å (3s<sub>2</sub> → 2p<sub>4</sub>) et 1,15 μ (2s<sub>2</sub> → 2p<sub>4</sub>) en ce qui concerne la position des résonances : elles donnent toutes les deux le facteur de Landé du niveau 2p<sub>4</sub>. Pourtant, le niveau supérieur de la raie 1,15 μ, le niveau 2s<sub>2</sub>, a un facteur de Landé nettement différent, comme le montre la position des résonances obtenues avec la raie laser 1,52 μ (2s<sub>2</sub>, J=1 → 2p<sub>1</sub>, J=0).

#### 4) Résultats expérimentaux pour les raies laser J=1 → J=0 et J=1 → J=2

Nous avons réalisé deux séries d'expériences. L'étalonnage absolu du champ magnétique n'a été fait que pour la première : nous ne donnerons donc des résultats absolus que pour cette série. Pour la seconde série, nous ne donnons que des rapports de facteurs de Landé (il apparaît que pour des raisons inconnues, l'étalonnage a changé d'environ 1% entre la 1ère et la 2ème série). En raison de la bonne reproductibilité des résultats, il est raisonnable d'admettre que l'étalonnage n'a pas changé à l'intérieur de chaque série. Les résultats des deux séries sont rassemblés dans les tableaux VII-7 et 8. La figure VII-22 donne un exemple d'enregistrement.

Conformément aux prévisions théoriques du paragraphe précédent avec la raie 6.328 Å on obtient une excellente compatibilité des mesures du facteur de Landé du niveau 2p<sub>4</sub> quelle que soit la

raie de fluorescence utilisée (tableau VII-8). L'imprécision sur les mesures effectuées avec la raie laser 1,15  $\mu$  (tableau VII-7) ne permet pas de mettre en évidence le déplacement (106). De toute façon, l'excellente concordance des mesures des écarts entre résonances, obtenues avec les raies 6.328 Å et 1,15  $\mu$  dont les niveaux supérieurs ont des facteurs de Landé différents, est une très bonne vérification des calculs effectués ici. Cette bonne concordance nous permet d'avoir confiance dans la mesure du facteur de Landé du niveau 2p<sub>4</sub> effectué par cette méthode.

Il est d'autre part remarquable que les mesures du facteur de Landé du niveau 3s<sub>2</sub> à l'aide de la raie 7.305 Å soient systématiquement différentes des mesures du facteur de Landé du niveau 2p<sub>4</sub>, bien que la différence soit de l'ordre de l'incertitude expérimentale. La valeur du rapport  $g_{2p_4}/g_{3s_2}$  est en très bon accord avec la valeur donnée dans les tables (80).

TABLEAU VII-7 : Série (1) : Etalonnage de l'enregistreur : 10 mm = 6,905 ± 0,050 gauss

Raie laser (J <sub>b</sub> → J <sub>a</sub> )	Raie de fluoresc. (J <sub>α</sub> → J <sub>g</sub> )	Niveau	Δω MHz (±0,01)	Ecart moyen ΔH en mm	g <sub>absolu</sub>	Mesuré g/g <sub>2p<sub>4</sub></sub> (6.328)	g <sub>relatif</sub>	g-Bibliographie
6.328 Å (1↔2)	6.096 Å (2→1)	2p <sub>4</sub>	82,71	33,03±0,1	1,296±0,013			} 1,298±0,004 (PINNINGTON (86)) 1,301±0,003 (BACK (82)) (cette mesure sert d'étalon pour déterminer g <sub>relatif</sub> )
1,15 μ	6.096 Å	2p <sub>4</sub>	82,71	32,9±0,25	1,300±0,020	1,004±0,01		
1,52 μ (1↔0)	5.852 Å (0→1)	2s <sub>2</sub>	82,70	34,98±0,13	1,223±0,013	0,9442±0,0063	1,228±0,011	1,224±0,005 (CARROLL (81))
3,39 μ (1↔2)	6.328 Å (1→2) 6.351 Å (1→0)	3p <sub>4</sub>	voir § 5		1,179±0,018		1,185±0,015	1,184 (GREEN et PEOPLES (83))

TABLEAU VII-8 : Série (2) (Pas d'étalonnage absolu)

Raie laser	Raie de fluorescence	Niveau	Δω MHz	Ecart mm	g/g <sub>2p<sub>4</sub></sub>	g <sub>rel</sub>	g-bibliographie	Observations
7.305 (1→0)	5.852 (0→1)	3s <sub>2</sub>	82,75	33,46±0,09	} 0,9965 ± 0,0060	1,296±0,010	1,295±0,005 JACQUINOT (84)	} $\frac{g_{3s_2}}{g_{2p_4}} = 0,9954 \pm 0,0060$
6.328 (1→2)	6.096 (2→1)	2p <sub>4</sub>	82,73	33,33±0,11 (=33,47 à 83,07MHz)		réf.	1,301±0,003 BACK (82)	
6.328	6.351(1→0) 5.434(1→1) 6.096(2→1) 5.944(2→2) Moyenne	2p <sub>4</sub>	83,07	33,40±0,20 33,51±0,10 33,39±0,15 33,38±0,45 33,41±0,09	} 0,9930 ± 0,0050			Ne pur ~ 1,5 Torr 15mA 5% Ne 1 Torr 5 mA
7.305	6.328 5.434 5.852	3s <sub>2</sub>	83,1	33,66±0,08		1,292±0,009		

Conclusion sur les mesures de facteurs de Landé (raies  $1 \leftrightarrow 0$  et  $1 \leftrightarrow 1$ )

Avec des raies laser  $1 \leftrightarrow 0$  et  $1 \leftrightarrow 2$ , nous avons pu obtenir des mesures de facteur de Landé avec une précision de 1%. La plus grande partie de l'imprécision vient de l'étalonnage du champ magnétique, car le montage n'avait pas été prévu pour cet usage. Avec un bon champ magnétique, l'imprécision serait ramenée à  $3 \cdot 10^{-3}$  environ, c'est-à-dire à une précision du même ordre que celle des mesures optiques citées en référence. Enfin l'utilisation d'un modulateur dans la cavité laser (de façon à synchroniser les modes, même à forte puissance du laser) devrait permettre une amélioration du rapport signal sur bruit. On peut donc espérer une précision meilleure que  $10^{-3}$  avec cette méthode. En fait, la précision ultime devrait être identique à celle des méthodes de double résonance.

5) Raie laser 6.401 Å : Niveaux  $3s_2$  et  $2p_2$

Cette raie laser est une raie  $J_a=1, J_b=1$ . Le tableau VII-4 nous montre que si  $\Gamma_\alpha(0) = \Gamma_\alpha(2)$ , les résonances observées sur une raie  $J_\alpha = 1 \rightarrow J_g = 1$  (en  $\pi$ ) donnent le facteur de Landé du niveau  $\alpha$  d'où part la raie de fluorescence étudiée, tandis que les résonances observées sur une raie  $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=0$  donne le facteur de Landé de l'autre niveau de la transition laser.

C'est cette constatation qui nous a fait choisir les raies de fluorescence 5.434 Å ( $3s_2, J_b=1 \rightarrow 2p_{10}, J_g=1$ ) et 6.351 Å ( $3s_2, J_b=1 \rightarrow 2p_3, J_g=0$ ) pour mesurer respectivement le facteur de Landé des niveaux  $3s_2$  et  $2p_2$  en présence d'une oscillation laser  $\lambda = 6.401$  Å ( $3s_2 - 2p_2$ ). Cette mesure a été effectuée au cours de la série (2) du tableau VII-8. Sur la figure VII-20, nous avons reproduit un exemple d'enregistrement simultané sur les deux raies de fluorescence : le décalage des deux séries de résonances est très net.

Nous donnons les résultats numériques dans le tableau VII-9. On voit que, d'une part

laser	Fluoresc.	Niveau	Ecart	g(relatif au $2p_4$ )	Rapport*	Bibliographie g	Rapport	
7.305 Å ( $1 \leftrightarrow 0$ )		$3s_2$	$33,56 \pm 0,1$	$1,294 \pm 0,010$	} $1,0285 \pm 0,0018$	$1,295 \pm 0,005$	} $1,0348 \pm 0,006$	} erreur $\sim (1,2 \pm 0,5)\%$
6.401 Å ( $1 \leftrightarrow 1$ )	5.944	$3s_2 ?$	$33,15 \pm 0,07$	$1,310 \pm 0,009$		réf. ( <sup>84</sup> )		
	6.351	$2p_2 ?$	$32,23 \pm 0,08$	$1,347 \pm 0,010$		$1,340 \pm 0,003$ réf. ( <sup>86</sup> )		

\* Il s'agit de la moyenne des rapports de chaque enregistrement (plus précis que le rapport des écarts moyens).

le rapport  $g_{2p_2} / g_{3s_2}$  n'est pas en parfait accord avec les mesures données dans les tables et que, d'autre part, la mesure de  $g_{3s_2}$  n'est pas en accord avec les mesures faites avec la raie 7.305 Å. En fait, nous avons fait ces mesures avant d'avoir complètement terminé le calcul des § D et E et, d'autre part, nous



n'avions pas encore mesuré les temps de relaxation des niveaux  $3s_2$  et  $2p_2$ . Maintenant, grâce aux résultats des paragraphes précédents, nous pouvons parfaitement comprendre ce désaccord. En effet, nous pouvons calculer (au 4e ordre) la hauteur relative  $\epsilon$  de la résonance parasite dans chaque cas. Les mesures ont été faites dans le néon pur à environ 1,5 Torr; nous prendrons donc les valeurs :

$$\Gamma_b(0) = 3,85 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_b(2) = 7,75 \text{ MHz} \quad (3s_2)$$

$$\Gamma_a(0) = 9,45 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_a(2) = 11 \text{ MHz} \quad (2p_2)$$

et nous négligeons le transfert. On obtient (tableau VII-3) :

$$\epsilon_{6.351} = \frac{\Gamma_a(2) C_b(b \rightarrow J_g=0)}{\Gamma_b(2) C_a(b \rightarrow J_g=0)} = \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{\Gamma_b(2)}} = 0,358 \quad (107)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,25 \quad \rightarrow \quad \delta g_{2p_2} \approx (1,295 - 1,340) \cdot 0,25 = -0,011$$

$$\epsilon_{5.944} = \frac{\Gamma_b(2) C_a(b \rightarrow J_g=1)}{\Gamma_a(2) C_b(b \rightarrow J_g=1)} = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_a(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}} = 0,284 \quad (108)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,22 \quad \rightarrow \quad \delta g_{3s_2} \approx (1,340 - 1,295) \cdot 0,22 = 0,010$$

On voit donc que l'évaluation théorique de l'erreur est tout à fait compatible avec le désaccord expérimental sur la mesure de  $g_{3s_2}$ . Au contraire, pour le niveau  $2p_2$ , l'erreur calculée (107) ne permet pas d'obtenir un meilleur accord avec les mesures antérieures. De toute façon, l'évaluation théorique de l'erreur doit être considérée au plus comme un ordre de grandeur, surtout lorsque l'erreur est aussi importante. En effet, l'utilisation des coefficients de relaxation  $\Gamma_\alpha(k)$  obtenus à faible intensité laser, et l'utilisation des expressions de  $C_a$  et  $C_b$  déterminées au 4e ordre de perturbation constituent des approximations assez grossières (cf § 3-b).

En conclusion, on voit que les expériences dont les résultats sont rapportés dans le tableau VII-9 ne donnent pas correctement le facteur de Landé des niveaux  $3s_2$  et  $2p_2$ . Ceci provient de ce que  $\Gamma_b(0)$  et  $\Gamma_b(2)$  sont très différents (cf. (107) et (108)) du fait de la pression et de la diffusion multiple de la raie de résonance issue du niveau  $3s_2$ .

Pour éviter ces difficultés, nous avons repris les mesures à l'aide des raies 6.163 Å ( $2p_2, J_a=1 \rightarrow 1s_3, J_g=0$ ) et 6.599 Å ( $2p_2, J_a=1 \rightarrow 1s_2, J_g=1$ ). En effet, comme  $\Gamma_a(0)$  et  $\Gamma_a(2)$  ne sont pas très différents (à pression assez faible), on peut espérer obtenir effectivement les facteurs de Landé des niveaux  $3s_2$  (avec la raie 6.163 Å) et  $2p_2$  (avec la raie 6.599 Å). Evaluons approximativement l'erreur pour un mélange 10% Ne - 90% He à la pression de 1 Torr (en utilisant les expressions de  $C_a$  et  $C_b$  du tableau VII-3) :

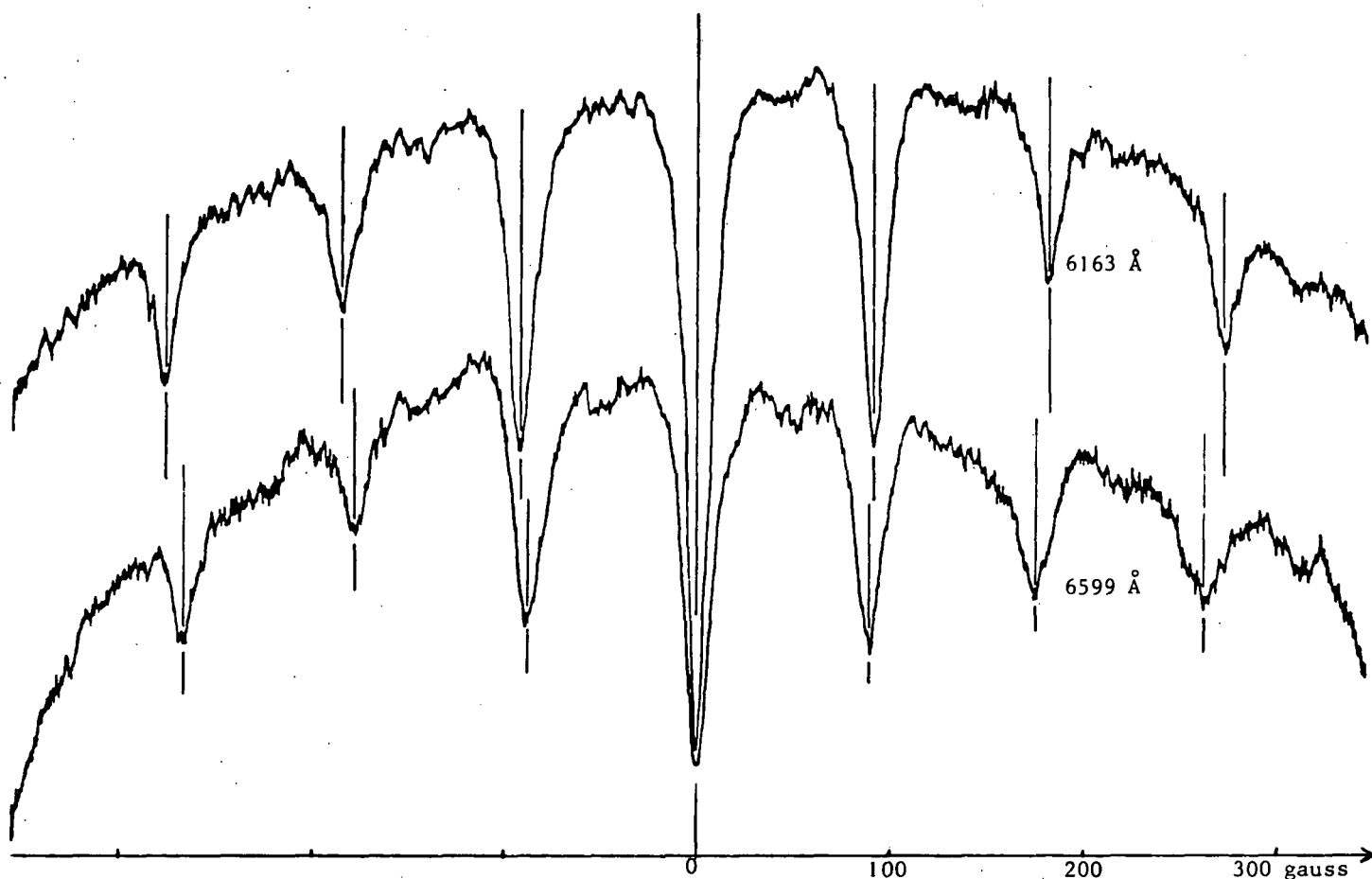


FIGURE VII-23 : Laser 6.401 Å ( $3s_2, J=1 \rightarrow 2p_2, J=1$ ). Enregistrement simultané des raies 6.163 Å ( $2p_2, J=1 \rightarrow 1s_3, J=0$ ) et 6.599 Å ( $2p_2, J=1 \rightarrow 1s_2, J=1$ ). La première donne le facteur de Landé du niveau  $3s_2$  et la seconde celui du niveau  $2p_2$ . Dans ce cas particulier, le laser fonctionne en modes synchronisés, mais seulement un mode sur deux oscille : l'écart entre modes est donc de 166 MHz. Comme le champ magnétique est balayé très largement, on voit nettement une courbure due à la forme Doppler de la raie laser.

$$\Gamma_b(0) = 3,2 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_b(2) = 6,1 \text{ MHz} ; \quad \gamma_{ba} = 0,2 \text{ MHz}$$

$$\Gamma_a(0) = 9,45 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_a(2) = 10,6 \text{ MHz}$$

$$\epsilon_{6.163} = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_a(2)} \frac{C_a(a+J_g=0)}{C_b(a+J_g=0)} \approx 0,016 \quad (109)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,9\% \quad \rightarrow \quad \delta g_{3s} \approx 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_{6.599} = \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{C_b(a+J_g=1)}{C_a(a+J_g=1)} \approx 0,067 \quad (110)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 5\% \quad \rightarrow \quad \delta g_{2p} \approx -2,5 \cdot 10^{-3}$$

On voit que les erreurs systématiques estimées sont très faibles dans ce cas. Les mesures réalisées dans ces conditions (figure VII-23) ont donné :

$$\frac{g_{2p_2}}{g_{3s_2}} = 1,0357 \pm 0,0016$$

On voit que ce rapport est en parfait accord avec le rapport des valeurs antérieures ( $1,0348 \pm 0,006$ ). Cette série de mesures est très précise en ce qui concerne la mesure des écarts entre résonances : il est malheureux qu'elle n'ait pu être réalisée que sur un montage que nous n'avons pas encore eu la possibilité d'étalonner précisément. Avec cet étalonnage imprécis, nous obtenons :

$$g_{3s_2} = 1,290 \pm 0,014 \qquad g_{2p_2} = 1,336 \pm 0,016$$

Cette série d'expériences confirme les résultats théoriques : il est possible de mesurer les facteurs de Landé des deux niveaux d'une transition laser  $J_a = 1 \rightarrow J_b = 1$ , si le niveau  $\alpha$  d'où partent les raies de fluorescence étudiées est tel que  $\Gamma_\alpha(0)$  et  $\Gamma_\alpha(2)$  sont très peu différents (et si l'on choisit des raies  $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=0$  et  $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=1$ ).

#### 6) Cas particulier de la raie 3,39 $\mu$ . Niveau $3p_4$

Cette raie est aussi une raie  $J_b=1(3s_2)$ ,  $J_a=2(3p_4)$ . On mesure donc le facteur de Landé du niveau  $3p_4$  ( $J=2$ ). Nous ne connaissons pas assez les caractéristiques du niveau  $3p_4$  pour évaluer  $\epsilon$ , mais nous pouvons admettre que la correction est négligeable à la précision très médiocre des expériences sur cette raie.

La raie 3,39  $\mu$  pose des problèmes théoriques et expérimentaux très différents de ceux des autres raies. Les raisons en sont :

- La faible largeur Doppler (5,4 fois plus faible que pour la raie 6.328 Å, soit 170 à 200 MHz)
- Le gain énorme de cette raie dans les conditions usuelles, c'est-à-dire 1 à 2 Torr de mélange contenant 10 à 20% de Ne (gain d'environ  $10^4/m$  au lieu de quelques % en 6.328 Å (<sup>85</sup>))
- La mauvaise qualité, à cette longueur d'onde, des miroirs que nous utilisons et les pertes importantes par diffraction produisent une mauvaise surtension de la cavité laser.

Il en résulte que, dans les conditions normales, cette raie oscille le plus souvent en mode super-radiant, c'est-à-dire sur une seule fréquence déterminée par le centre de la raie atomique et non par la longueur de la cavité. En particulier, l'émission stimulée se produit de façon très intense même lorsque l'on retire l'un des miroirs. Pour obtenir une structure de mode sur la raie 3,39  $\mu$ , il est donc nécessaire de diminuer considérablement le gain (très faible, ou très forte proportion de Ne dans le mélange du laser) de façon que la construction de l'oscillation laser nécessite plusieurs aller et retour de la lumière : ainsi la condition d'interférence entre les différentes ondes impose à l'oscilla-

tion les fréquences de résonance de la cavité. Pour la même raison, il y a avantage à choisir de bons miroirs.

De toute façon, en raison de la faible largeur Doppler, le nombre de modes est très petit (nous avons obtenu au maximum 3 modes). D'autre part, la dispersion anormale déplace fortement la fréquence de battement entre modes par rapport à la valeur habituelle  $\Delta\omega = C/2L$ . Comme l'a montré BENNETT (52), ce déplacement ("mode pulling") comprend un terme constant (déplacement au seuil d'oscillation) et un terme d'interaction entre les modes qui dépend de la puissance du laser. Le déplacement constant est en valeur relative de l'ordre de  $\Delta\nu_c/\Delta\nu$  ( $\Delta\nu_c$  largeur de la résonance de la cavité reliée à la finesse du Fabry-Perot;  $\Delta\nu$  largeur Doppler) : si l'on admet qu'à 6.328 Å la finesse de la cavité est d'environ 80 (cet ordre de grandeur est raisonnable) et qu'elle est de 8 pour 3,39 μ (ceci est une supposition), on obtient :

$$\text{Pulling (6.328)} \approx \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu} \cdot \Delta\omega = \frac{\Delta\omega^2}{2f\Delta\nu} \approx \frac{(83)^2}{2.80.900} \sim 0,05 \text{ MHz}$$

$$\text{Pulling (3,39)} \approx \frac{(83)^2}{2.8.(900/5)} \sim 2,5 \text{ MHz}$$

Le déplacement de la fréquence de battement en fonction de la puissance du laser est également plus important en 3,39 μ. Expérimentalement, nous avons trouvé une fréquence de battement variant entre 79,5 et 81,3 MHz alors que la même cavité donnait, pour la raie 6.328, un battement à 82,71 MHz avec seulement quelques dizaines de KHz de fluctuation.

Il est donc nécessaire de contrôler avec beaucoup de soin la fréquence de battement entre modes. Pour cela, nous avons utilisé une photodiode Sb-In refroidie à l'azote liquide (prêt de la S.A.T.).

Enfin, en raison de la grande instabilité du laser dans ces conditions de fonctionnement, il a été nécessaire d'utiliser un analyseur multicanaux ("Enhancetron") pour extraire le signal du bruit. Pour cela, le champ magnétique était balayé en dents de scie avec une période de quelques secondes. Le balayage des canaux de l'analyseur, linéaire en fonction du temps, était synchronisé sur celui du champ magnétique. Cette technique, en faisant la moyenne d'un très grand nombre de courbes améliore considérablement le rapport signal sur bruit (fig. VII-24), mais nécessite un plus grand soin dans le contrôle de la fréquence du battement qui doit rester stable pendant un temps très long. Ainsi, nous avons dû éliminer tous les enregistrements pour lesquels la fréquence n'avait pas été constamment contrôlée et réajustée en cours d'expérience (par réglage du miroir). Les résultats obtenus étaient en effet beaucoup plus dispersés et systématiquement déplacés.

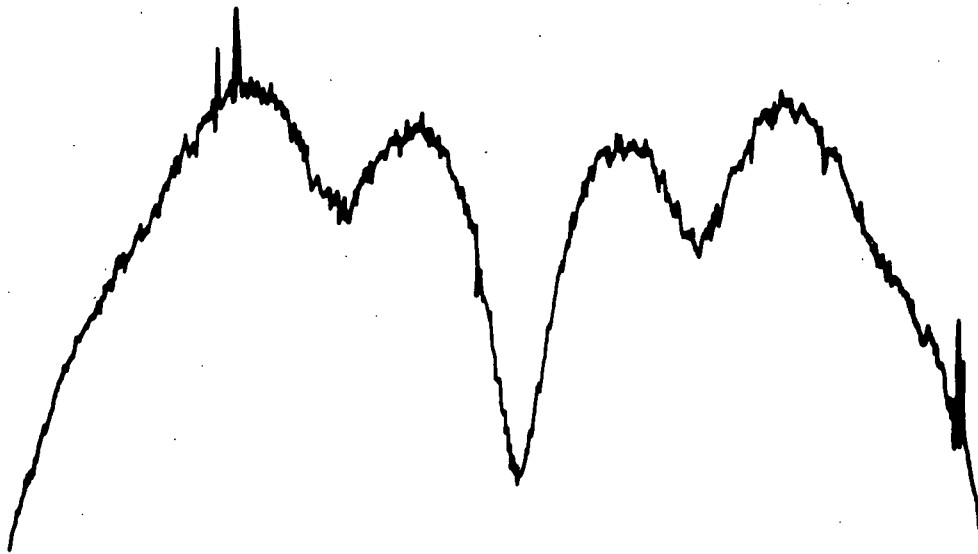


FIGURE VII-24 : Laser  $3,39 \mu$  ( $3s_2 \rightarrow 3p_4$ ). Observation de saturations latérales sur la raie de fluorescence  $6.328 \text{ \AA}$ . Le signal a été extrait du bruit à l'aide d'un analyseur multicanaux (intégration pendant une heure environ).

## CHAPITRE VIII

---

### EFFETS NON LINEAIRES DANS LE CAS D'UNE ONDE STATIONNAIRE

---

Lorsque la cellule est placée à l'intérieur de la cavité laser, elle est soumise à une onde stationnaire. Dans ce chapitre, nous chercherons les modifications que cela apporte aux résultats du chapitre précédent, tant pour l'amplitude que pour la position des résonances.

Nous montrerons (§ A) que l'aspect stationnaire de l'onde laser n'apporte pas de modifications fondamentales lorsque le laser est multimode et que les modes sont rapprochés ( $\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$ ). Par contre, lorsque le laser est monomode, un nouveau type de résonances de saturation (analogue au "Lamb dip" <sup>(4)</sup>) devient important (§ B). Au paragraphe C, nous ferons une digression pour calculer avec notre formalisme la forme du "Lamb dip" observé directement sur la puissance émise par un laser monomode : ce calcul est donné pour permettre de comparer nos résultats théoriques à ceux de nombreux auteurs <sup>(8)(10)(47)(88)</sup> qui ont étudié ce phénomène. De plus, dans ce paragraphe, l'analyse des résultats expérimentaux de CORDOVER et BONCZYK <sup>(49)</sup> nous permettra de tirer des conclusions intéressantes sur les processus de diffusion de la vitesse.

Pour ne pas compliquer l'exposé, nous n'envisageons ici que le formalisme habituel ( $T_Q^k$ ) malgré la présence de la grandeur mal définie  $\omega_2$ . Nous avons vu, au chapitre VII, que cela n'est pas gênant quand  $\Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$ .

#### A - LASER MULTIMODE

##### 1) Formule générale

Pour traiter le cas d'une onde stationnaire, il faut tenir compte, pour chaque mode  $\nu$ , de deux ondes progressives de même fréquence et de vecteur d'onde opposé :  $k_{\nu+} = -k_{\nu-} = k_{\nu} > 0$ .

Nous n'observons que des grandeurs non modulées temporellement et de modulation spatiale négligeable sur une longueur de l'ordre de celle de la cellule (quelques centimètres). Donc, parmi les

termes du 4e ordre (de la forme générale  $e^{i(\Omega_4 t - K_4 r)}$ ), nous ne gardons que ceux pour lesquels

$$\Omega_4 = \omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa = 0 \quad (\text{donc } k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa = 0) \quad (1)$$

$$|K_4| = |k_{\nu\epsilon_\nu} - k_{\mu\epsilon_\mu} + k_{\lambda\epsilon_\lambda} - k_{\kappa\epsilon_\kappa}| \ll k_\nu \quad (\epsilon = \pm) \quad (2)$$

où  $\epsilon_\nu, \epsilon_\mu, \dots$  déterminent le choix du sens de propagation pour chacun des modes. Comme au second ordre (ch. IV, § 2), nous pouvons tout de suite prévoir que deux termes se déduisant l'un de l'autre par le changement du signe des quatre  $k_\epsilon$  se combinent simplement pour former un cosinus. En effet, du fait de la parité de  $W_M(\nu)$ , seul le signe relatif des  $k_\epsilon$  compte lors de l'intégration sur les vitesses : le signe absolu n'intervient donc que dans le facteur de phase  $e^{-iK_4 r}$ . Après recombinaison des termes, nous obtenons donc les trois possibilités du tableau VIII-1.

TABLEAU VIII-1

	$k_{\nu\epsilon}$	$k_{\mu\epsilon}$	$k_{\lambda\epsilon}$	$k_{\kappa\epsilon}$	Dépendance spatiale
A	$k_\nu$	$k_\mu$	$k_\lambda$	$k_\kappa$	2
B	$k_\nu$	$k_\mu$	$-k_\lambda$	$-k_\kappa$	$2 \cos 2(k_\nu - k_\mu)$
C	$k_\nu$	$-k_\mu$	$-k_\lambda$	$k_\kappa$	$2 \cos 2(k_\nu - k_\kappa)$

De même que nous avons négligé  $(k_\nu - k_\mu)v$  au second ordre, nous pouvons négliger  $K_4 v$  au dénominateur de (II,93) et (II,94) : la formule (VII,15-b) est donc encore valable dans le cas de l'onde stationnaire à condition de prendre pour  $a_{Q_2}^{k_2}$  et  $b_{Q_2}^{k_2}$  les expressions complètes (II,70) et (II,77) et de poser (cf. (IV,8)) :

$$\mathcal{E}^\nu = \mathcal{E}^{\nu+} = -\mathcal{E}^{\nu-} = -\frac{i}{2} \mathcal{E}^\nu_{(st)} \quad (3)$$

Le cas A est identique au cas de l'onde progressive que nous avons étudié au chapitre précédent. Il correspond à l'interaction successive avec quatre ondes progressives se propageant dans le même sens.

Le cas B correspond à l'interaction avec deux ondes de même sens, suivie d'une interaction avec deux ondes se propageant dans le sens opposé. Les termes intermédiaires du second ordre n'ont donc qu'une modulation spatiale lente  $(k_\nu - k_\mu)$ . On peut donc, comme dans le cas A, utiliser pour  $b_{Q_2}^{k_2}$  et  $a_{Q_2}^{k_2}$  les expressions (II,79) et (II,81) des ondes progressives.

La seule différence avec le cas précédent vient de l'échange du signe de  $k_\kappa$  (note);

il faut donc remplacer (VII,23) par :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \int \frac{W_M(\nu) dv}{\Gamma'_{ab}-i(\delta_\nu-Q_3\omega_Z-k\nu)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_{ab}-i(\delta_\nu-Q_1\omega_Z+k\nu)} + \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i(\delta_\mu+Q_2\omega_Z+k\nu)} \right] \quad (4)$$

$$= \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \left[ \frac{W(\delta_\nu-Q_1\omega_Z+i\Gamma'_{ab})+W(\delta_\kappa-Q_3\omega_Z+i\Gamma'_{ab})}{2\Gamma'_{ab}-i[\delta_\nu+\delta_\kappa-(Q_1+Q_3)\omega_Z]} + \frac{W^*(\delta_\mu+Q_2\omega_Z+i\Gamma'_{ab})-W(\delta_\kappa-Q_3\omega_Z+i\Gamma'_{ab})}{-i[\delta_\mu+\delta_\kappa+(Q_2-Q_3)\omega_Z]} \right]$$

Nous avons, dès maintenant, supposé que toutes les cohérences optiques ont la même relaxation  $G = \Gamma'_{ab} - i\Delta$  et nous avons utilisé une nouvelle définition de  $\delta_\nu$  :

$$\delta_\nu = \omega + \Delta - \omega_\nu \quad (5)$$

$\delta_\nu$  est l'écart entre la fréquence du mode  $\nu$  et le centre de la raie optique déplacé par collision, s'il y a lieu.

Comme au chapitre précédent, nous faisons l'approximation  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ . Nous pouvons donc donner aux fonctions  $W$  la valeur qu'elles prennent lorsque les dénominateurs sont résonnants : le premier terme est résonnant lorsque :

$$\delta_\nu - Q_1\omega_{ZR} = -(\delta_\kappa - Q_3\omega_{ZR}) \quad (6)$$

donc :

$$W(\delta_\nu - Q_1\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) = W(\delta_\nu - Q_1\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) + W[-(\delta_\nu - Q_1\omega_{ZR}) + i\Gamma'_{ab}] = \frac{2}{\Delta\nu} X(\delta_\nu - Q_1\omega_{ZR}) \quad (7)$$

$$= \frac{2}{\Delta\nu} X \left( \frac{Q_3\delta_\nu - Q_1\delta_\kappa}{Q_3 + Q_1} \right)$$

Quant au second terme de (4), nous pouvons le négliger car suivant la discussion de l'appendice F (§ 3-b), il est toujours de l'ordre de  $(\Delta\nu)^{-2}$  même lorsque le dénominateur est résonnant. De même, comme pour l'expression (VII,23), les résultats de l'appendice F (§ 3-c) montrent que hors résonance  $(\delta_\nu + \delta_\kappa \sim \delta_\mu + \delta_\kappa \sim \Delta\nu)$  l'expression (4) est de l'ordre de  $\Gamma'_{ab} / (\Delta\nu)^3$ . En conclusion, de même que nous avons pu remplacer (VII,23) par (VII,29, 30), nous pouvons remplacer (4) par :

(note) Dans le dénominateur provenant du 3e ordre, figurent en fait  $K_3 = k_{\nu\epsilon_\nu} - k_{\mu\epsilon_\mu} + k_{\lambda\epsilon_\lambda}$  mais les relations (2) permettent de remplacer  $K_3$  par  $k_{\kappa\epsilon_\kappa}$



$$(4) = \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 + Q_3)\omega_z)} \frac{2}{\Delta\nu} X \left( \frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 - Q_3)\omega_z}{2} \right) \quad (8)$$

Le facteur de résonance Zeeman est le même que dans le cas A (VII,29), mais le facteur de coïncidence optique est différent : nous en donnerons l'interprétation au paragraphe 2.

En ce qui concerne les atomes qui ont changé de vitesse, l'expression (VII,32) est valable aussi bien dans le cas B que dans le cas A. En effet, l'intégration sur  $\nu$  se faisant séparément pour les dénominateurs du 1er et du 3e ordre, le signe relatif de  $k_{\nu\epsilon_\nu}$  et de  $k_{\kappa\epsilon_\kappa}$  n'a pas d'importance.

Le cas C provient des termes du second ordre modulés spatialement ( $k_{\nu+} - k_{\nu-} \sim 2k_\nu$ ) du fait de l'interaction de deux ondes de sens opposé. Ce terme fait intervenir des intégrales du type :

$$\int \frac{W_M(\nu) d\nu}{\Gamma'_{ab} - i(\delta_\kappa + k\nu)} \cdot \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu - 2k\nu)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + k\nu)} + \frac{1}{\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - k\nu)} \right] \quad (9)$$

On peut vérifier que ces intégrales sont de l'ordre de  $\Gamma'_{ab} / (\Delta\nu)^3$ , nous pouvons donc négliger entièrement le cas C (la contribution des atomes qui ont changé de vitesse est de l'ordre de  $\Gamma^2 / (\Delta\nu)^4$ ).

Physiquement, la disparition de ces termes se comprend aisément. En effet, au second ordre, nous avons montré (§ IV-2, remarque 2) que les termes à modulation spatiale rapide étaient négligeables dans l'approximation  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$  car le parcours moyen d'un atome pendant sa durée de vie est supérieur à la longueur d'onde de cette modulation ( $\sim \lambda/2$ ). Il est donc normal que ces termes aient une répercussion négligeable sur le quatrième ordre.

En conclusion, parmi les cas envisagés dans le tableau VIII-1, seuls subsistent le cas A, qui correspond à l'interaction de quatre modes se propageant dans le même sens (cas de l'onde progressive étudié au chapitre VII) et le cas B, qui fait intervenir deux modes se propageant dans le même sens pour construire le second ordre de perturbation et deux modes se propageant dans l'autre sens pour construire le quatrième ordre. En regroupant les termes, on obtient, à la place de (VII,38) :

$$(4) \rho_0^{k_4} = \frac{4n |P_{ab}|^4}{\Delta v \Gamma_b(k_4)} \tag{10}$$

$$\sum_{\substack{\nu \mu \lambda \kappa q_i \\ k_2 Q_2 k_3 Q_3}} (-)^{J_a + J_b + q_1} \frac{1}{(2k_2+1)(2k_3+1)\sqrt{2k_4+1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 q_4 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}$$

$$\left\{ \left[ \frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_a)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \right.$$

$$\times \left[ \frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa + (q_2 + q_4)\omega_z}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 - q_4)\omega_z]} + \frac{\cos 2(k_\nu - k_\mu)r X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 + q_4)\omega_z}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 - q_4)\omega_z]} \right] \Bigg\}$$

$$+ \left[ \frac{\gamma'_b(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)]} + \text{termes du niveau a} \right]$$

$$\times [1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r] \frac{[X(\delta_\nu - q_1 \omega_z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_z)] X(\delta_\kappa + q_4 \omega_z)}{2 \Delta v} \Bigg\} + cc$$

2) Interprétation physique des termes

Comme en onde progressive (expression (VII,38)), (10) comprend deux termes : le premier concerne les atomes qui n'ont pas subi de changement de vitesse et le second ceux dont la vitesse a changé.

a) La contribution des atomes qui ont changé de vitesse (dernier terme de (10), en facteur de  $[1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r]$ ) est identique dans (VII,38) et dans (10). Ceci est normal puisqu'un atome qui a changé de vitesse au second ordre perd tout souvenir de sa vitesse initiale : sa vitesse finale a une égale probabilité d'être  $v_f$  ou  $-v_f$ . Il a donc une égale probabilité d'interagir au 3e et au 4e ordre avec les ondes  $\mathcal{E}^{\lambda+}$  et  $\mathcal{E}^{\kappa+}$  ou  $\mathcal{E}^{\lambda-}$  et  $\mathcal{E}^{\kappa-}$  quelles que soient les interactions subies au 1er et au 2e ordre (note). Le facteur  $1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r = 2 \cos^2(k_\nu - k_\mu)r$  exprime simplement que les termes modulés

(note) Ceci serait faux avec un autre modèle de diffusion des vitesses. Dans le cas d'une onde progressive, il n'est pas difficile de comprendre intuitivement ce que donnerait un autre modèle (par exemple favoriser les termes de s petit dans le terme de "restitution" de (VII,38)), mais dans le cas d'une onde stationnaire le problème est plus compliqué.

au second ordre sont nuls en certains points du laser <sup>(note)</sup> (cf. IV-A-2) et que, par conséquent, ils ne peuvent produire de saturation au 4e ordre en ces points.

b) La contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (premier terme de (10)) renferme un facteur de résonance Zeeman (dénominateurs de la forme  $\Gamma_{\alpha}(k_2) + i(\delta_{\mu} - \delta_{\nu} + Q_2\omega_{\alpha})$ ) absolument identique à celui de (VII,38) dans le cas de l'onde progressive. Cette identité est compréhensible puisque ce facteur exprime la résonance des grandeurs du 2e ordre à la fréquence  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$  (interprété au § VII-5-a- $\alpha$ ) et puisque les cas A et B du tableau VIII-1 ne diffèrent pas jusqu'au second ordre (2 ondes de même sens dans les deux cas).

Le second facteur de ce premier terme,

$$\frac{X(..)}{2\Gamma'_{ab} + i[\delta_{\mu} - \delta_{\kappa} + (q_2 - q_4)\omega_Z]} + \frac{\cos 2(k_{\nu} - k_{\mu})r X(..)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_{\nu} + \delta_{\kappa} - (q_1 - q_4)\omega_Z]} \quad (11)$$

correspond au facteur de coïncidence optique.

Le premier terme de (11) résonnant lorsque  $\delta_{\mu} - \delta_{\kappa} + (q_2 - q_4)\omega_Z = 0$  provient du cas A. Il est identique au facteur de résonance optique de (VII,38) puisqu'il correspond à la saturation de la paire de modes  $\nu, \mu$  par la paire  $\lambda, \kappa$  se propageant dans le même sens. Ce terme que nous appellerons terme d'onde progressive est résonnant quand le mode  $(\mu, -q_2)$  et le mode  $(\kappa, -q_4)$  se propageant dans le même sens interagissent avec des atomes de même vitesse :

$$kv(\underline{\mu}, -q_2) = \omega_{\mu} - q_2\omega_Z - \omega = kv(\underline{\kappa}, -q_4) = \omega_{\kappa} - q_4\omega_Z - \omega \quad (12-a)$$

Les notations  $\underline{\mu}$  et  $\underline{\mu}$  expriment les ondes se propageant dans le sens positif et le sens négatif. La coïncidence (12-a) pour les ondes  $\underline{\mu}$  et  $\underline{\kappa}$  entraîne la coïncidence symétrique pour les ondes  $\underline{\mu}$  et  $\underline{\kappa}$  :

$$(-k)v(\underline{\mu}, -q_2) = \omega_{\mu} - q_2\omega_Z - \omega = (-k)v(\underline{\kappa}, -q_4) = \omega_{\kappa} - q_4\omega_Z - \omega \quad (12-b)$$

Le second terme de (11), résonnant lorsque  $\delta_{\nu} + \delta_{\kappa} - (q_1 - q_4)\omega_Z = 0$ , provient du cas B et représente la saturation de la paire de modes  $\nu, \mu$  se propageant dans un sens par la paire de mode  $\lambda, \kappa$  se propageant dans l'autre sens. Nous appellerons ce terme le terme d'onde stationnaire. Le dénominateur est résonnant quand les modes  $\nu$  et  $\kappa$  se propageant en sens inverse interagissent avec des atomes de même vitesse. Comme l'effet Doppler joue en sens inverse (les  $k$  sont de signe opposé), cette condition s'écrit :

(note) Cette propriété (au second ordre) est une propriété moyenne sur l'ensemble des vitesses : ceci explique que le facteur  $[1 + \cos 2(k_{\nu} - k_{\mu})r]$  soit en facteur du 2e terme de (10) et non du premier qui, lui, fait intervenir chaque classe de vitesse séparément.

$$v(\nu, q_1) = \frac{\omega_\nu + q_1 \omega_Z - \omega}{k} = v(\kappa, -q_4) = \frac{\omega_\kappa - q_4 \omega_Z - \omega}{(-k)} \quad (13-a)$$

on a simultanément :

$$v(\nu, q_1) = \frac{\omega_\nu + q_1 \omega_Z - \omega}{(-k)} = v(\kappa, -q_4) = \frac{\omega_\kappa - q_4 \omega_Z - \omega}{k} \quad (13-b)$$

Dans le diagramme de fréquence, la distance du mode  $\nu$  au centre de la composante Zeeman  $q_1$  est alors de signe opposé à la distance de  $\kappa$  au centre de la composante  $-q_4$ . Ceci apparaîtra plus clairement dans l'exemple du prochain paragraphe (figure VIII-1). Pour l'instant, contentons-nous de remarquer que les résonances provenant du terme d'onde stationnaire dépendent de la fréquence absolue des modes. Lorsque les modes sont équidistants, on peut poser :

$$\omega_\nu = \omega_0 + n_\nu \Delta\omega = \omega_0 + n_\nu \quad \delta_\nu = \delta_0 - n_\nu \quad (14-a)$$

où  $\omega_0$  est la fréquence du mode le plus proche du centre de la raie atomique ( $-\frac{\Delta\omega}{2} < \delta_0 \leq \frac{\Delta\omega}{2}$ ). On voit alors que les résonances du terme d'onde stationnaire se produisent lorsque :

$$(q_1 - q_4) \omega_Z = 2\delta_0 - (n_\nu + n_\kappa) \quad (14-b)$$

Lorsque  $\delta_0$  est fixe et que le champ magnétique varie, on obtient une succession de résonances équidistantes mais dont la position dépend de la valeur de  $\delta_0$ . Ce comportement est différent de celui du terme d'onde progressive dont les résonances restent symétriques autour du champ magnétique nul.

Si, au contraire, le champ magnétique est constant, on peut balayer les résonances du terme d'onde stationnaire en faisant varier  $\delta_0$  (variation de la longueur du laser). En particulier, en champ magnétique nul, la résonance se produit lorsque les modes  $\nu$  et  $\kappa$  sont symétriques par rapport au centre de la raie atomique. Si  $\nu \equiv \kappa$  la résonance a lieu lorsque le mode est au centre de la raie et interagit avec les atomes de vitesse nulle : c'est le phénomène de "Lamb dip". Il est possible de balayer ce "Lamb dip" soit en déplaçant la fréquence du mode, soit en balayant le champ magnétique.

L'influence de tous ces termes de saturation sur les caractéristiques du faisceau émis par un laser entièrement soumis à un champ magnétique a été étudiée en détail par M. SARGENT, W.E. LAMB et R.L. FORK (6). En effet, tous ces phénomènes apparaissent sur la polarisabilité optique du milieu, dès le troisième ordre de perturbation.

LE FLOCH (74) a nettement mis en évidence expérimentalement les deux types de saturations sur la puissance émise par un laser He-Ne multimodes soumis à un champ magnétique axial variable : il appelle "trous fixes" les saturations indépendantes de la fréquence des modes et "trous mobiles" celles qui en dépendent.

REMARQUE.

Comme dans le cas de l'onde progressive, la présence de  $\omega_2$  dans les équations prouve que ce formalisme est incorrect si  $\omega_a - \omega_b \sim \Gamma'_{ab}$ . Il n'y a aucune difficulté à utiliser une formule analogue à (VII,90) suivant le formalisme de l'appendice C : chaque résonance du facteur de coïncidence optique (11) se sépare alors en plusieurs. Cependant l'écriture sous la forme (10) est plus agréable et plus commode à discuter.

3) Etude détaillée dans le cas d'une excitation de polarisation  $\sigma$  rectiligne

Nous allons considérer successivement les trois combinaisons possibles pour la polarisation des modes, en nous limitant au cas des atomes qui ne changent pas de vitesse. Rappelons, dans le tableau VIII-2, les trois premières lignes du tableau VII -1 (les trois dernières s'obtenant par symétrie) :

TABLEAU VIII-2

	$q_1$	$q_2$	$Q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_2 - q_4$	$q_1 - q_4$	$\mathcal{E}^{\nu*}$	$\mathcal{E}^{\mu}$	$\mathcal{E}^{\lambda*}$	$\mathcal{E}^{\kappa}$
a	1	1	2	-1	-1	2	2	$\sigma^-$	$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\sigma^-$
b	-1	1	0	1	-1	2	0	$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\sigma^-$	$\sigma^-$
c	1	-1	0	1	-1	0	2	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^-$

La figure VIII-1 illustre chacun des cas à résonance. Comme pour les figures VII-11 et 12, (en supposant  $\omega_2 = \omega_b$ ), chaque cas est représenté par deux dessins : celui du haut représente, dans une échelle de fréquence, les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  de la raie ainsi que la position des quatre modes considérés. Le dessin inférieur représente la courbe de répartition des vitesses atomiques. Dans l'approximation  $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ , les courbes sont identiques (si l'on prend les échelles dans le rapport  $k$ ).

Pour repérer, sur la courbe de distribution des vitesses, les atomes en interaction avec la composante  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ) des ondes  $\nu$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$ , il suffit de translater la raie  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ) d'une valeur égale à l'écart Zeeman, de façon à la superposer à la courbe de distribution (en suivant les flèches). Les atomes en interaction avec les composantes de  $\nu$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$  sont obtenus par symétrie, car ils ont des vitesses opposées à celles des atomes en interaction avec les composantes correspondantes de  $\nu$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$ . Sur la figure VIII-1, comme dans la suite de ce paragraphe,  $\nu^+$  et  $\nu^-$  représentent les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  du mode  $\nu$ .

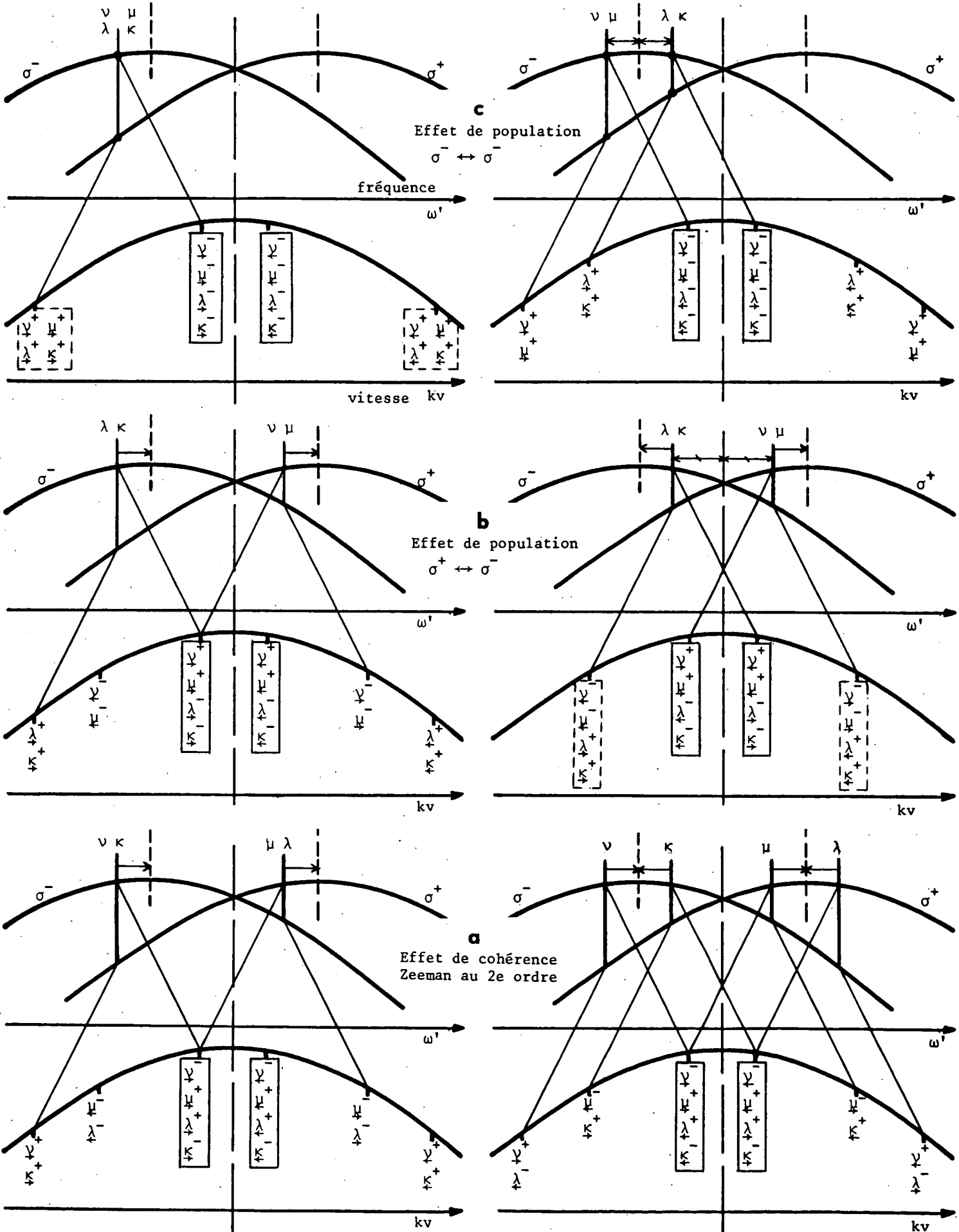
En règle générale, il y a résonance lorsque quatre ondes agissent sur les mêmes atomes, avec les conditions :  $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$ ;  $\nu$  et  $\mu$  de même sens;  $\kappa$  et  $\lambda$  de même sens (rappelons que  $\mathcal{E}_{-1}$  correspond à  $\sigma^+$ , donc que  $\nu$  et  $\lambda$  sont pris en  $\sigma^+$  si  $q_1$  et  $q_3$  valent -1 tandis que  $\mu$  et  $\kappa$  sont  $\sigma^+$  si  $q_2$  et  $q_4$  valent +1).

Dans ce paragraphe, nous ne considérons que les termes exactement résonnants. Au paragraphe 4, nous étudierons la forme du signal en tenant compte du recouvrement des résonances et des

FIGURE VIII-1

Termes d'onde progressive

Termes d'onde stationnaire



termes légèrement hors résonance.

Cas c :  $q_1 = q_3 = 1$  ,  $q_2 = q_4 = -1$  donc  $Q_2 = 0$  ,  $q_2 - q_4 = 0$  ,  $q_1 - q_4 = 2$

Il représente l'interaction des composantes  $\sigma^-$  des quatre modes. C'est un effet de population (cf. § VII-C-5-a- $\gamma$ ). Les termes obtenus sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu)} \left[ \frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2} - \omega_Z\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - 2\omega_Z)} \right] \quad (15)$$

Le terme d'onde progressive n'est résonnant que pour  $\nu \equiv \mu \equiv \kappa \equiv \lambda$  : c'est le terme de saturation de chaque mode par lui-même. Il ne dépend ni du champ magnétique, ni de la fréquence des modes, si ce n'est par la fonction X lentement variable.

Le terme d'onde stationnaire est résonnant lorsque  $\nu \equiv \mu$  et  $\lambda \equiv \kappa$  sont symétriques par rapport au centre de la raie  $\sigma^-$  (atome de vitesse opposée). Lorsqu'on balaye le champ magnétique, il y a résonance chaque fois que le centre de la raie  $\sigma^-$  est équidistant de deux modes.

Les résonances sont donc équidistantes mais leur position dépend de la position absolue des modes ("trous mobiles"). La grille des résonances  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  ne coïncide pas, sauf si  $\delta_0 = 0, \pm \Delta\omega/2$  (il y a alors une résonance en champ nul).

Ces résonances, qui proviennent d'effets de population, ont pour demi-largeur  $2\Gamma'_{ab}$ .

Cas b :  $q_1 = q_4 = -1$  ,  $q_2 = q_3 = 1$  donc  $Q_2 = 0$  ,  $q_2 - q_4 = 2$  ,  $q_1 - q_4 = 0$

C'est la saturation réciproque des modes  $\mu$  et  $\nu$  en  $\sigma^+$  et des modes  $\kappa$  et  $\lambda$  en  $\sigma^-$ . Cette saturation joue uniquement en terme de population des sous-niveaux Zeeman (cf. § VII-C-5-a- $\beta$ ). Ces termes sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu)} \left[ \frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa + 2\omega_Z)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2} + \omega_Z\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa)} \right] \quad (16)$$

Le terme d'onde progressive est résonnant si l'écart entre  $\nu \equiv \mu$  et  $\kappa \equiv \lambda$  est égal à l'écart Zeeman. Il produit en fonction du champ magnétique des résonances équidistantes et indépendantes de la fréquence des modes ("trous fixes"). Ce sont les résonances de population étudiées au chapitre VII. Leur demi-largeur est  $2\Gamma'_{ab}$ .

Le terme d'onde stationnaire ne présente pas de résonance en fonction du champ magnétique, mais seulement en fonction de la position des modes. Il y a résonance lorsque  $\nu \equiv \mu$  et  $\lambda \equiv \kappa$  sont symétriques par rapport au centre de la raie  $\omega$  : alors, quel que soit le champ magnétique, on a forcément  $v(\nu^+) = -v(\kappa^-)$  et  $v(\nu^-) = v(\kappa^+)$ .

Dans les 2 cas b et c, la contribution des atomes qui ont changé de vitesse n'a pas de résonance et nécessite seulement  $\nu \equiv \mu$ ,  $\kappa \equiv \lambda$ .

Cas a :  $q_1 = q_2 = 1$ ,  $q_3 = q_4 = -1$  donc  $Q_2 = 2$ ,  $q_2 - q_4 = 2$ ,  $q_1 - q_4 = 2$

C'est le terme de saturation provenant des cohérences  $\Delta M = 2$  au second ordre, créées par  $\nu(\sigma^-)$  et  $\mu(\sigma^+)$  puis reprises par  $\lambda(\sigma^+)$  et  $\kappa(\sigma^-)$  (effet de cohérence Zeeman au second ordre) :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + 2\omega_b)} \left[ \frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa + 2\omega_z)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - 2\omega_z)} \right] \quad (17)$$

Le terme d'onde progressive (cf. ch. VII, § B) a ses deux facteurs résonnants lorsque l'écart entre  $\nu \equiv \kappa$  et  $\mu \equiv \lambda$  est égal à l'écart Zeeman ( $N-p$  termes résonnants). Il produit donc une seconde série de "trous fixes" superposés aux précédents. Ce sont les résonances de cohérence Zeeman étudiées au chapitre VII (plus particulièrement au § VII-C-5-a- $\delta$ ). Nous les avons aussi appelées résonances fines car leur largeur est voisine de  $\Gamma'_b(2)$  qui est généralement nettement inférieur à  $2\Gamma'_{ab}$ .

Les deux facteurs du terme d'onde stationnaire ne peuvent être simultanément résonnants que si  $\delta_0 = 0$  ou  $\pm\Delta\omega/2$ . En effet, on doit avoir  $2\omega_b = -p\Delta\omega = 2\delta_0 - (n_\nu + n_\kappa)\Delta\omega$ . Cela signifie (voir figure) que l'écart Zeeman  $-2\omega_b$  doit être égal à  $\omega_\nu - \omega_\mu = \omega_\kappa - \omega_\lambda$  pour que les modes  $\nu$  et  $\mu$  puissent créer des grandeurs transversales au second ordre, et que, simultanément, la paire  $\kappa, \lambda$  doit interagir avec des atomes de même vitesse que la paire  $\nu, \mu$ , ce qui impose au centre de la raie  $\sigma^-$  d'être équidistant de  $\nu$  et de  $\kappa$ .

Lorsque la condition  $\delta_0 = 0$  ou  $\pm\Delta\omega/2$  est réalisée, les résonances obtenues en fonction du champ magnétique sont identiques (note) à celles du terme d'onde progressive et il est possible de mettre en facteur  $(1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r)$  qui produit une modulation spatiale de l'amplitude de ces résonances de saturation (comme pour les termes de restitution par les processus de diffusion des vitesses).

Dans le cas général, lorsque les deux facteurs ne sont pas simultanément résonnants, la forme de courbe dépendra de façon critique des valeurs relatives de  $\Gamma'_b(2)$ ,  $\Gamma'_{ab}$  et  $\Delta\omega$ . Le plus souvent le facteur de résonance Zeeman  $[\Gamma'_b(2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + 2\omega_b)]^{-1}$  imposera la position de la résonance (si celle-ci n'est pas négligeable), car on a en général  $2\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_b(2)$ .

REMARQUE.

Pour ne pas alourdir l'exposé, nous n'écrivons pas l'expression générale analogue à (VII,39). Cependant, il faut faire deux remarques importantes :

- Pour les termes d'onde stationnaire, on peut aussi mettre en facteur  $Re(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa)$  lorsque

(note)  
à condition que les phases des modes soient synchronisées.



$k_4$  est pair . Ceci se montre en permutant  $\nu \leftrightarrow \kappa$  et  $\lambda \leftrightarrow \mu$  .

- En regroupant les termes de  $q_i$  opposés, on peut toujours mettre en facteur les (3J), mais pour les trois cas, il faut garder la forme (comme pour le cas c de l'onde progressive, § VII-5-a-γ) :

$$\frac{X \left( \frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 + q_4)\omega_Z}{2} \right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 - q_4)\omega_Z]} + \frac{X \left( \frac{\delta_\nu - \delta_\kappa + (q_1 + q_4)\omega_Z}{2} \right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa + (q_1 - q_4)\omega_Z]} \quad (18)$$

#### 4) Problème du recouvrement des résonances. Signal effectivement observable

Lorsque les modes sont très écartés les uns des autres ( $\Delta\omega \gg \Gamma'_{ab}, \Gamma'_\alpha$ ), les résonances étudiées ci-dessus peuvent être résolues et sont toutes observables. De plus, les termes, dont l'un des facteurs est hors résonance, peuvent être négligés. C'est le cas des expériences de LE FLOCH (7<sup>4</sup>) (laser court , balayage rapide pour que les modes gardent une fréquence suffisamment constante). Dans ce cas aucun des termes, excepté le terme d'onde stationnaire du type a, ne dépend de la phase des modes.

Lorsque les modes sont rapprochés (ce qui est le cas dans nos conditions expérimentales), c'est-à-dire lorsque l'on a :

$$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega \gg \Gamma'_\alpha(k) \quad , \quad (19)$$

on peut retrouver dans le cas d'une onde stationnaire tous les résultats obtenus dans le cas d'une onde progressive en ce qui concerne l'allure des résonances :

Les résonances du type b et c sont toutes de demi-largeur  $2\Gamma'_{ab}$ , elles se recouvrent donc pour former un fond continu; seules subsistent donc les résonances de type a qui sont nettement plus fines.

Lorsque les modes sont synchronisés, pour chaque résonance du facteur Zeeman ( $\delta_\mu - \delta_\nu = p$ ), il faut tenir compte, dans (17), de plusieurs valeurs différentes de  $\delta_\mu - \delta_\kappa = p - s$  (pour le terme d'onde progressive) et de plusieurs valeurs de  $\delta_\nu + \delta_\kappa = 2\delta_\nu + s = 2\delta_0 - 2n_\nu + s$  (pour le terme d'onde progressive), car la largeur des résonances des facteurs de coïncidence optique ("trous") est supérieure à l'écart entre modes. Dans ces conditions, même si  $\delta_0$  est quelconque, les termes d'onde stationnaire ont une amplitude comparable à ceux d'onde progressive. On peut le montrer aisément à la limite des modes très rapprochés et très nombreux :

$$\Delta\nu \gg \Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega \gg \Gamma'_\alpha \quad ; \quad N\Delta\omega \sim \Delta\nu \quad (20)$$

On peut alors remplacer la sommation sur les modes par des intégrales, selon la méthode du § VII-D-4.

La somme de (17) sur  $\nu$  et  $\kappa$  s'écrit ( $\delta_\mu - \delta_\nu = p$ ;  $\delta_\mu - \delta_\kappa = p - s$ ;  $\delta_\nu + \delta_\kappa = 2\delta_\nu + s$ ) :

$$\text{Res}_{a_1, S}(p) = \int \frac{\sqrt{I(\delta_\nu) I(\delta_\nu + p)}}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \frac{d\delta_\nu}{\Delta\omega} \int \sqrt{I(\delta_\nu + s) I(\delta_\nu + s + p)} \left[ \frac{X(\delta_\nu + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p - s + 2\omega_2)} + \frac{\cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(\frac{s}{2})}{2\Gamma'_{ab} - i(2\delta_\nu + s - 2\omega_2)} \right] \frac{ds}{\Delta\omega} + cc \quad (21)$$

$$\approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} \frac{\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \left[ 1 + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) \right] \int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}$$

Cette expression est l'équivalent de (VII,77). On peut voir qu'au facteur  $\cos(2\pi p \frac{r}{L})$  près, le terme d'onde stationnaire est rigoureusement égal au terme d'onde progressive (si les conditions (20) sont satisfaites).

Lorsque les modes ne sont pas synchronisés, suivant les résultats du § VII-D-2, nous ne devons conserver que les termes ne faisant intervenir, au plus, que deux modes différents (pour que les phases relatives disparaissent). Pour la résonance centrale ( $p = 0$ ,  $\nu = \mu$ ,  $\kappa = \lambda$ ), on peut conserver la sommation sur  $s$  et les résultats sont les mêmes qu'en modes synchronisés: (21) reste valable pour  $p = 0$ . Par contre, pour les résonances latérales ( $p \neq 0$ ), seul le terme  $s = 0$  subsiste. Lorsque les conditions (20) sont réalisées, la sommation de (17) sur  $\nu$  se réduit à :

$$\text{Res}_{a_1, D.S}(p \neq 0) = \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \left[ \frac{\int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_2)} + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(0) \int \frac{I(\delta) I(\delta + p)}{2\Gamma'_{ab} - i(2\delta - 2\omega_2)} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right] + cc \quad (22)$$

$$\approx \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \left[ \frac{\int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_2)} + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(0) I^2(\frac{p}{2}) \frac{\pi}{2\Delta\omega} \right] + cc$$

A résonance (en supposant  $\omega_b = \omega_2$  et  $p$  petit, le terme d'onde progressive de (22) est de l'ordre de

$$\frac{X(0)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_{ab}} (N-p) I_\nu^2, \text{ tandis que le terme d'onde stationnaire vaut } \frac{X(0)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_{ab}} \cos(2\pi p \frac{r}{L}) I_\nu^2 \frac{\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}.$$

Ce dernier terme est donc négligeable puisque les conditions (20) entraînent  $N\Delta\omega \sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$ . La signification physique de ceci est simple sur la figure VIII-1-a : pour le terme d'onde progressive, la condition  $s = 0$  ( $\nu = \kappa$ ;  $\mu = \lambda$ ) imposée par la condition de phase assure automatiquement la résonance du facteur de coïncidence optique : toutes les  $(N-p)$  paires de modes telles que  $\omega_\nu - \omega_\mu = p$  sont simultanément résonnantes. Au contraire, pour le terme d'onde stationnaire, le facteur de coïncidence optique est résonnant si  $\nu$  et  $\kappa$  sont symétriques (à  $\Gamma'_{ab}$  près) par rapport au centre de la raie  $\sigma^-$ , ce qui est contradictoire avec la condition  $\nu = \kappa$  sauf si  $\nu$  est au centre de la raie  $\sigma^-$  (à  $\Gamma'_{ab}$  près), ce qui est réalisé pour  $\frac{\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$  modes (= nombre de modes dans un trou de demi-largeur  $\Gamma'_{ab}$ . cf § VII-D-4).

Il résulte de la comparaison de (21) et de (22) que l'amplitude relative des résonances latérales en modes désynchronisés est deux fois plus faible pour une onde stationnaire que pour une onde progressive (dans le cas où  $\cos(2\pi p \frac{r}{L}) \sim 1$ ) :

$$\frac{\text{Res}_{a_1, S}(p \neq 0)}{\text{Res}_{a_1, D.S}(p \neq 0)} \sim \frac{4\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \quad (\sim 16 \text{ pour } \Gamma'_{ab} = 100 \text{ MHz et } \Delta\omega = 80 \text{ MHz}) \quad (23)$$

En conclusion, lorsque les modes sont rapprochés (condition (19)), les résonances de saturation ont le même comportement en onde stationnaire et en onde progressive. La différence principale vient du terme de modulation spatiale  $\cos 2\pi p \frac{r}{L}$ .

Les saturations observées sont fixes et ont la position prévue par la théorie en onde progressive. Leur largeur est déterminée essentiellement par les temps de relaxation atomiques. Enfin, lorsque les modes sont désynchronisés, on observe une forte atténuation des résonances en champ non nul : cette atténuation est environ deux fois plus forte en onde stationnaire qu'en onde progressive.

REMARQUES.

R 1

Les "trous mobiles" disparaissent d'autant mieux que nos expériences sont longues devant le temps de dérive des modes : tant qu'on ne stabilise pas la fréquence du laser, on ne peut observer qu'une valeur moyenne sans résonance.

R 2

Conformément aux résultats du § VII-D-2, lorsque (19) est réalisé, il n'est pas utile de compliquer les équations en utilisant le formalisme de l'appendice C ( $\omega_{M_b M_a}$  à la place de  $\omega_z$ ) pour trouver la position des résonances : en effet, les résonances en  $\omega_z$ , dont le calcul est incorrect, n'interviennent plus.

R 3

(21) montre que les résonances de saturation, en modes synchronisés, s'annulent en certains points de la cavité laser ( $\frac{pL}{L} = n + \frac{1}{2}$ ). Notre cellule était placée trop près du miroir pour que ce phénomène soit observable. Il serait intéressant de le mettre en évidence sur la lumière de fluorescence émise par le tube laser lui-même.

Le facteur  $(1 + \cos 2\pi p \frac{r}{L}) = 2 \cos^2 \pi p \frac{r}{L}$ , permet d'expliquer le fait que les modes prennent spontanément la même phase (synchronisés) lorsque leurs fréquences sont parfaitement équidistantes (modes bloqués, cf. § IV-C-4). En effet, tous les termes de saturation qui dépendent de la phase des modes sont tels que  $p \neq 0$ . Parmi ces termes, les plus importants en champ magnétique nul (cas du tube laser) sont ceux pour lesquels  $p = 1$ , car le facteur Zeeman  $[\Gamma'_b(k_2) + ip]^{-1}$  est moins hors résonance que pour  $p > 1$ . Il en résulte que la saturation provenant de ces termes est nulle au centre de la cavité lorsque les modes ont tous la même phase. Puisque le milieu amplificateur est dans la région centrale de la cavité, ce cas correspond à un minimum de saturation, et l'oscillation se fait spontanément avec cette phase particulière.

Ces résultats confirment les résultats théoriques et expérimentaux de SMITH (78) au sujet de l'influence de la position du milieu amplificateur dans la cavité, sur la synchronisation spontanée des modes. Le même raisonnement explique la synchronisation spontanée des modes par une cellule d'absorption placée dans la cavité (79) : celle-ci, au contraire du milieu amplificateur, doit être placée aux points où la saturation est maximum : près des miroirs pour la synchronisation telle que nous la définissons ici (impulsion périodique de fréquence  $c/2L$ ). Si la cellule d'absorption est au centre du tube, la synchronisation se fait entre modes espacés de 2 intervalles ( $\cos^2 \frac{\pi p}{2}$  vaut 0 pour  $p = 1$ , mais il vaut 1 pour  $p = 2$ ) et le laser émet des impulsions deux fois plus rapprochées (fréquence  $2c/2L$ ).

**B - CAS D'UN LASER MONOMODE : OBSERVATION DU "LAMB DIP" SUR LA LUMIERE DE FLUORESCENCE**

1) Formule générale (laser de polarisation  $\sigma$  rectiligne)

Dans le cas d'un laser monomode, les atomes qui ont changé de vitesse au 2e ordre ont très peu de chance d'interagir à nouveau avec le laser. Les termes de "restitution" sont donc négligeables (de l'ordre de  $\Gamma'_{ab}/\Delta v$ ) et l'expression (10) s'écrit :

$$(4) \frac{k_4(\text{pair})}{b \rho_0} = - \frac{n(-)^{J_a+J_b} |P_{ab}|^4}{\Delta v \Gamma'_b(k_4)} + \frac{I^2 \sqrt{2k_4+1} \sum_{k_3} (2k_3+1) \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}}{\Gamma'_b(k_4)} \quad (24)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ligne 1} \\ \text{ligne 2} \end{array} \right\} \left[ \begin{array}{l} 5 \begin{pmatrix} 11 & 2 \\ 11-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2-1-1 \end{pmatrix} \mathcal{R}e \left[ \frac{\{b_{2,k_3}\}}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} - (-)^{k_3} \frac{\{a_{2,k_3}\}}{\Gamma'_a(2)+2i\omega_a} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \right) \right] \\ \left[ \frac{2X(\delta)}{\Gamma'_{ab}+i\omega_Z} + \frac{X(0)}{\Gamma'_{ab}-i(\delta-\omega_Z)} + \frac{X(0)}{\Gamma'_{ab}+i(\delta+\omega_Z)} \right] \\ + \sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1k_2 \\ 1-10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1-1 \end{pmatrix} \left[ \frac{\{bk_2,k_3\}}{\Gamma'_b(k_2)} - (-)^{k_3} \frac{\{ak_2,k_3\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,k_2)}{\Gamma'_b(k_2)} \right) \right] \\ \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \left[ X(\delta-\omega_Z) + X(\delta+\omega_Z) + X(0) \left( \mathcal{L} \left( \frac{\delta-\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) + \mathcal{L} \left( \frac{\delta+\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) + 2(-)^{k_2} \left( X(\delta) \mathcal{L} \left( \frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) + X(\omega_Z) \mathcal{L} \left( \frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) \right] \end{array} \right]$$

Dans cette expression, on a posé  $\mathcal{L}(x) = [1+x^2]^{-1}$  et

$$\frac{I}{\rho_0} = |\mathcal{E}^V|^2 = \frac{1}{2} I_{ST} = \frac{1}{4} |\mathcal{E}_{ST}^V|^2 \quad (\text{cf. (IV,8-a)}) \quad (25)$$

La ligne 1 contient l'effet des cohérences Zeeman (cas a) et la ligne 2 les effets de populations. Parmi ces derniers, le terme en facteur de  $2(-)^{k_2}$  provient du cas b (saturation  $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^-$ ) et les autres termes du dernier facteur proviennent du cas c (saturations  $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^+$  et  $\sigma^- \leftrightarrow \sigma^-$ ).

Dans chaque terme, on reconnaît la juxtaposition d'un terme d'onde progressive (la fréquence du mode,  $\delta$ , intervient dans une fonction X et non dans un facteur résonnant) et d'un terme d'onde stationnaire ( $\delta$  intervient dans un facteur résonnant et non dans X).

## 2) En champ magnétique nul ( $\omega_a = \omega_b = \omega_z = 0$ )

Dans les termes d'onde stationnaire, on peut remplacer  $X(0) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}})$  par  $X(\delta) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}})$  (car  $\Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$ ), ce qui permet de mettre en facteur toute la dépendance de (24) par rapport à  $\delta$  :

$${}^{(4)}\rho_{b0}^{k_4} \propto X(\delta) \left[ 1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \quad (26)$$

Nous obtenons ainsi le "Lamb dip". Nous voyons qu'il est observable aussi bien sur la lumière de fluorescence que sur l'intensité du laser. Il correspond au fait que les saturations doublent lorsque la fréquence du mode passe par le centre du profil Doppler, c'est-à-dire lorsqu'il agit sur les atomes de vitesse nulle au lieu d'agir sur deux catégories d'atomes de vitesse opposée.

### REMARQUE.

Lorsque  $\Gamma'_{ab}$  n'est pas totalement négligeable devant  $\Delta\nu$ , les atomes qui ont changé de vitesse apportent une contribution non résonnante, de telle sorte que, pour  $\delta = 0$ , le "Lamb dip" représente moins de la moitié de la saturation. Ce problème sera discuté au paragraphe C.

## 3) Effet du champ magnétique lorsque le mode est loin du centre de la raie

Lorsque  $\delta \gg \Gamma'_{ab}$ , (24) donne une résonance en champ nul et 2 résonances pour  $\omega_z = \pm\delta$ . Les résonances latérales (termes  $\mathcal{L}(\frac{\delta \pm \omega_z}{\Gamma'_{ab}})$  de la ligne 2 de (24)) se produisent lorsque

le centre de la composante  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ) a juste la même fréquence que le mode. Sur la figure VIII-2, ces résonances se produisent lorsque les points  $v^+$  et  $v^+$  (ou  $v^-$  et  $v^-$ ) se croisent : la composante  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ) est alors en interaction avec les atomes de vitesse nulle : c'est le vrai "Lamb dip" balayé magnétiquement. C'est uniquement un effet de population.

La résonance centrale s'interprète comme la saturation réciproque de la composante  $\sigma^+$  et de la composante  $\sigma^-$  de chacune des deux ondes progressives associées au mode. Sur la figure VIII-2, elle se produit en champ nul, lorsque  $v^+$  croise  $v^-$  et  $v^+$  croise  $v^-$ . Cette résonance est identique à celle que l'on obtiendrait avec deux ondes progressives indépendantes : elle contient un effet de population ( $\mathcal{L}(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}})$  dans la ligne 2 de (24)) et un effet de cohérence Zeeman qui provient

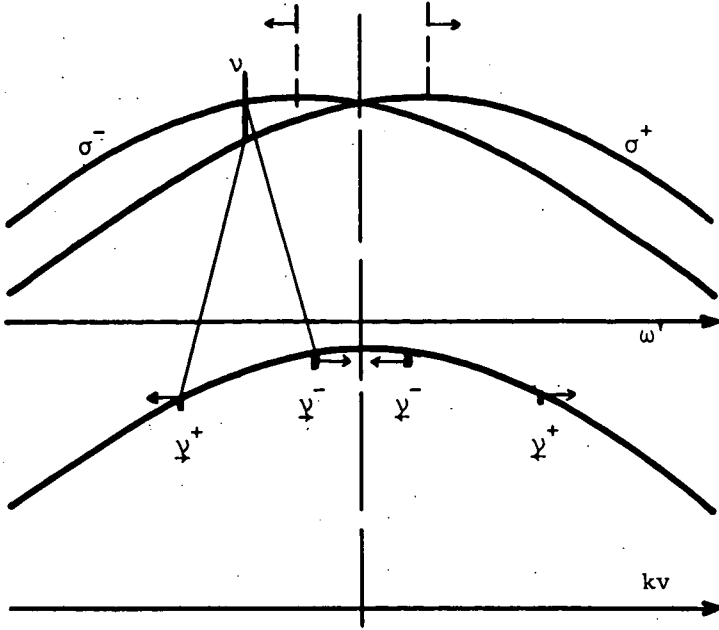


FIGURE VIII-2. Les flèches → indiquent l'évolution quand le champ magnétique croît.

ici de l'effet Hanle du second ordre (termes de la forme  $\text{Re}\left\{\left[\Gamma'_b(2)+2i\omega_b\right]^{-1}\left[\Gamma'_{ab}+i\omega_z\right]^{-1}\right\}$  de la ligne 1). En fait, au voisinage du champ nul, la saturation est deux fois plus faible qu'avec une onde progressive de même intensité (= mêmes effets linéaires) car en onde stationnaire, l'intensité se répartit sur deux fois plus d'atomes. En effet, en incluant les termes linéaires, on obtient l'expression de la lumière de fluorescence :

$$I_{b \rightarrow g}^{ST}(H \neq 0) = - \frac{n|P_{ab}|^2}{\Delta\nu} I_{ST} X(\delta) \left[ A - |P_{ab}|^2 \frac{I_{ST}}{2} S(H) \right] \quad (27)$$

$$I_{b \rightarrow g}^{PR}(H \neq 0) = - \frac{n|P_{ab}|^2}{\Delta\nu} I_{PR} X(\delta) \left[ A - |P_{ab}|^2 I_{PR} S(H) \right] \quad (28)$$

où PR représente le cas de l'onde progressive et ST le cas de l'onde stationnaire.  $I_{ST}$  est donné par (25) et l'on a posé :

$$S(H) = \frac{B}{\Gamma'_{ab}} + \frac{B'}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) + C_b \text{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \cdot \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \right] + C_a \text{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_a(2)+2i\omega_a} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \right) \right] \quad (29)$$

$$A = \frac{2}{3} a(1)$$

$$B = \sum_{k_2} B(k_2) = \sum_{k_2 k_3} a(k_3) (2k_2+1) \left[ \begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ 1 & -10 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ 0 & 1-1 \end{array} \right] \left[ \frac{\left\{ \begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ J_b & J_b J_a \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ J_a & J_b J_b \end{array} \right\}}{\Gamma'_b(k_2)} - (-)^{k_3} \frac{\left\{ \begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ J_a & J_a J_b \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ J_b & J_a J_a \end{array} \right\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,k_2)}{\Gamma'_b(k_2)} \right) \right] \quad (30)$$

$$B' = \sum_{k_2} (-)^{k_2} B(k_2)$$

$a(k)$ ,  $C_a$  et  $C_b$  ont été définis en (VII,84) et (VII,85-b). Lorsque  $\omega_a - \omega_b \ll \Gamma'_a$ , on peut poser (car  $\omega_z = \omega_b$ ) :

$$\text{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \right] = \frac{1}{2\Gamma'_{ab}-\Gamma'_b(2)} \left[ \frac{2}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \quad (31)$$

Si l'on peut négliger le transfert par émission spontanée, on peut écrire la résonance en champ nul sous la forme :

$$S(H) \approx \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \left[ B + \mathcal{L}\left(\frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}}\right) \left( B' - \frac{C_b}{2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_b(2)} - \frac{C_a}{2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_a(2)} \right) \right] + \frac{2C_b}{\Gamma'_b(2) [2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_b(2)]} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{2C_a}{\Gamma'_a(2) [2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_a(2)]} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) \quad (32)$$

La résonance en champ nul apparaît comme la somme d'une Lorentzienne de largeur  $2\Gamma'_{ab}$  et de deux Lorentziennes de largeur  $\Gamma'_a(2)$  et  $\Gamma'_b(2)$ .

Si  $\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_\alpha(2)$ , ce qui est valable pour une pression de quelques Torr, les résonances fines ( $\Gamma'_\alpha(2)$ ) se détachent bien sur les résonances larges ( $2\Gamma'_{ab}$ ).

D'autre part, si la pression est très faible, les  $\Gamma'_\alpha(k)$  ne dépendent plus de  $k$  et l'on peut utiliser la relation (A,14) qui donne (en l'absence de transfert) :

$$B' = \frac{C_a}{\Gamma'_b} + \frac{C_b}{\Gamma'_a} \quad (33)$$

Comme d'autre part on peut écrire, à très basse pression :

$$2\Gamma'_{ab} = \Gamma'_a + \Gamma'_b \quad (34)$$

on voit que la résonance de largeur  $2\Gamma'_{ab}$  disparaît dans (32) (on obtient ainsi la formule que nous avons donnée dans la référence (21) pour le cas d'une onde progressive monomode).

Les deux cas extrêmes que nous venons d'envisager montrent qu'en laser monomode, aussi bien dans le cas d'une onde stationnaire ( $\delta \gg \Gamma'_{ab}$ ) que dans le cas d'une onde progressive, la résonance en champ nul a une largeur déterminée par  $\Gamma'_a(2)$  et  $\Gamma'_b(2)$ . En laser multimode (modes serrés), nous avons au contraire montré que la largeur dépendait plutôt de  $\Gamma_a(2)$  et  $\Gamma_b(2)$  (sans collisions de vitesse).

REMARQUE. R 1

LE FLOCH (74) a observé les 2 types de résonance sur la puissance du laser.

R 2

La formule (29) donne une forme de résonance en champ nul identique à celle de la formule (VII,51) lorsque le laser est multimode avec des modes très écartés. Dans ce cas, également, la largeur est déterminée par les  $\Gamma'_\alpha(2)$ .

4) Mode au centre de la raie

Lorsque  $\delta = 0$ , les trois résonances étudiées dans le cas  $\delta \gg \Gamma'_{ab}$  coïncident en champ nul. Il n'est donc pas aisé de distinguer la résonance de saturation provenant du vrai "Lamb dip" (saturation  $\vec{v}^+$  par  $\vec{v}^+$  et  $\vec{v}^-$  par  $\vec{v}^-$  sur la figure VIII-3) de celle provenant de la saturation

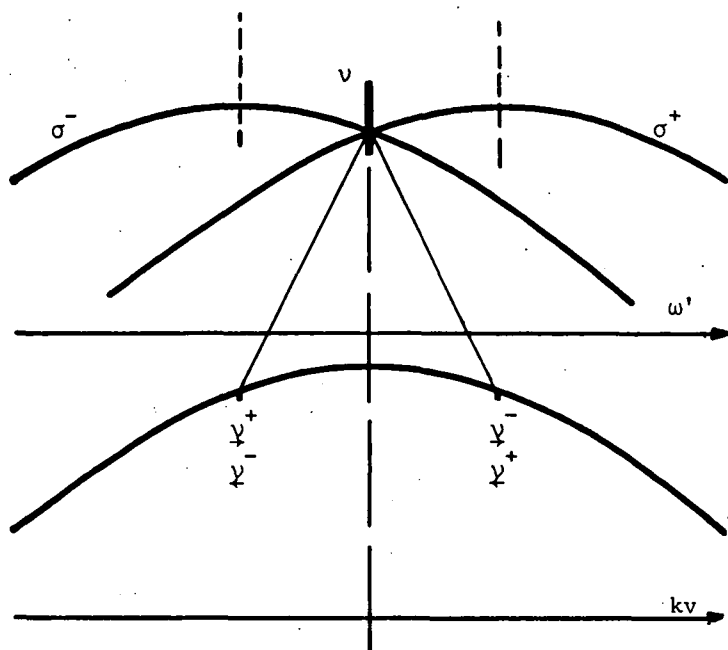


FIGURE VIII-3

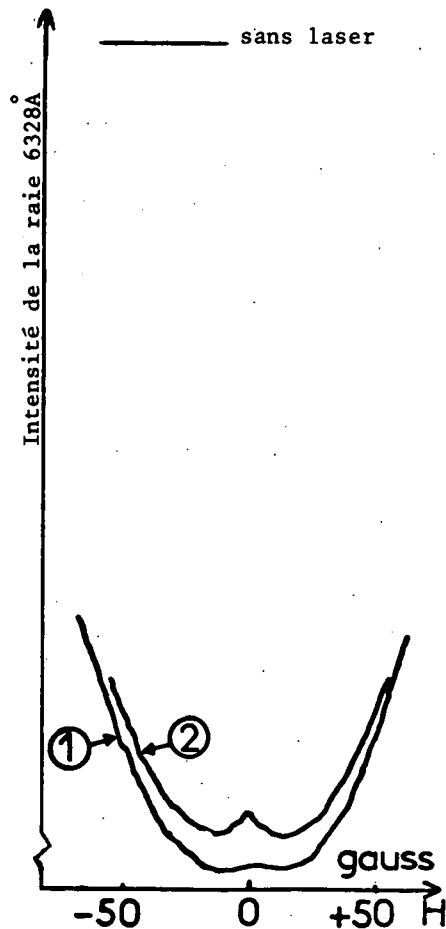
réciproque  $\sigma^+ - \sigma^-$  ( $\nu_+^+$  par  $\nu_+^-$  et  $\nu_+^-$  par  $\nu_+^+$ ). De plus, lorsque  $\delta = 0$ , on voit dans (24) que de nouveaux termes interviennent qui correspondent aux interactions  $\nu_+^+, \nu_+^-$  et  $\nu_+^-, \nu_+^+$  : dans la ligne 1, les termes du type  $X(0) [\Gamma'_\alpha(2) + 2i\omega_\alpha]^{-1} [\Gamma'_{ab} + i(\omega_Z \pm \delta)]^{-1}$  viennent doubler les effets de cohérence Zeeman. Le terme de population correspondant  $(X(\omega_Z) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}))$  dans la ligne 2) ne présente pas de résonance en fonction du champ magnétique car  $\nu_+^+$  et  $\nu_+^-$  coïncident quel que soit le champ, de même que  $\nu_+^+$  et  $\nu_+^-$ . Avec les mêmes notations que dans le paragraphe précédent, on obtient :

$$\mathcal{L}_{b \rightarrow g}^{ST}(\delta=0) = \frac{n |P_{ab}|^2}{\Delta\nu} I_{ST} X(\omega_Z) \left[ A - |P_{ab}|^2 I_{ST} \left\{ \frac{B+B'}{2\Gamma'_{ab}} \left( 1 + \mathcal{L}\left(\frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right) + C_b \operatorname{Re} \left( \frac{1}{\Gamma'_{ab} + i\omega_Z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \right) + C_a \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\Gamma'_{ab} + i\omega_Z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_a(2) + 2i\omega_a} \left( 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{K}(1,2)}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \right) \right] \right\} \right] \quad (35)$$

Lorsque le transfert est négligeable, (35) est équivalent à la formule de la référence (31) (ceci se voit en appliquant (31) : on a  $\alpha = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma'_{ab}} \frac{B+B'}{2A}$ ).

En champ magnétique nul, (35) et (28) prennent la même valeur. En effet, lorsque le mode interagit avec les atomes de vitesse nulle, il n'y a pas de différence entre une onde stationnaire et une onde progressive de même intensité. Cependant, on peut montrer que la profondeur du creux de saturation est plus grande en onde stationnaire car la saturation décroît plus vite quand le champ augmente (cf. Appendice L). Ceci signifie que la saturation en champ fort est plus forte lorsqu'une catégorie d'atomes est soumise à une seule onde progressive  $\nu_+^+$  que lorsqu'elle est soumise simultanément aux deux ondes  $\nu_+^+$  et  $\nu_+^-$  de même intensité totale (ceci est un effet de population pur).





Expérimentalement <sup>(21)</sup>, nous avons pu mettre en évidence ce phénomène à l'aide de la raie laser 3,39  $\mu$  (figure VIII-4) : en effet (cf. § VII-F-6), la raie 3,39 oscille spontanément sur un seul mode centré, du fait du très fort gain de cette raie et de la faible surtension de la cavité. D'autre part, on peut obtenir une onde progressive en supprimant le miroir du côté de la cellule : le gain est suffisant pour assurer une émission stimulée très intense sur un seul aller et retour (oscillation super-radiante).

FIGURE VIII-4 : Laser 3,39  $\mu$  monomode centré :

- (1) onde progressive
- (2) onde stationnaire d'intensité comparable

#### C - PUISSANCE EMISE PAR UN LASER MONOMODE EN CHAMP NUL ("LAMB DIP")

Notre but n'est pas d'étudier la théorie du laser; il est cependant intéressant de voir que le formalisme développé au chapitre II peut être utilisé à cet effet. Nous nous limitons ici au cas d'un laser monomode, de polarisation rectiligne, en l'absence de champ magnétique. Nous chercherons principalement à voir l'effet sur le "Lamb dip" du modèle utilisé pour les collisions et la diffusion multiple de façon à le comparer aux théories déjà existantes <sup>(8)</sup><sup>(10)</sup><sup>(88)</sup><sup>(47)</sup>.

##### 1) Rappel de la théorie de LAMB

La théorie de LAMB <sup>(4)</sup> de l'oscillation laser consiste à supposer les atomes soumis à un champ électrique (onde stationnaire de polarisation rectiligne) :

$$E(r,t) = E \cos(\omega t + \phi) \sin(k r) \quad (41)$$

Nous restreignons la théorie de LAMB au régime stationnaire : E et  $\phi$  sont donc fixes. A partir de E, on déduit par la mécanique quantique la polarisation du milieu (celui-ci étant isotrope,  $\vec{P}$  et  $\vec{E}$  sont

colinéaires et la théorie est simplement scalaire) :

$$P = [C \cos(\omega t + \phi) + S \sin(\omega t + \phi)] \sin kr \quad (42)$$

Les équations de Maxwell permettent alors de retrouver E à partir de P. Le calcul est "self consistent" si l'on obtient le champ E dont on est parti. Ceci donne deux équations, l'une pour la fréquence, l'autre pour l'amplitude (LAMB, réf. (4), formules (13) et (14)).

En régime stationnaire, elles s'écrivent :

$$(\omega_V - \Omega)E = -\frac{1}{2} \frac{\omega_V}{\epsilon_0} C \quad (43)$$

$$\frac{E}{Q} = -\frac{S}{\epsilon_0} \quad (44)$$

où  $\Omega$  est la fréquence de résonance de la cavité, Q sa surtension pour ce mode (exprime les pertes) et  $\epsilon_0$  la permittivité du vide. Nous ne nous intéressons ici qu'à l'amplitude, c'est-à-dire à l'équation (44).

Si l'on prend uniquement l'expression de P au 1er ordre ( $S^{(1)} = n s^{(1)}(\delta) E$ ), l'équation (44) donne le seuil d'oscillation. Nous appellerons inversion de population au seuil l'inversion de population  $n_T$  permettant le démarrage de l'oscillation laser lorsque le mode est au centre de la raie atomique ( $\omega = \Omega = \omega_V$ ). (44) donne :

$$\frac{1}{Q} = -\frac{s^{(1)}(0)}{\epsilon_0} n_T \quad (45)$$

En tenant compte des termes du 3e ordre, on obtient  $S^{(3)} = n s^{(3)}(\delta) E^3$  et l'équation (44) s'écrit :

$$\frac{E}{Q} = -\frac{n}{\epsilon_0} [s^{(1)}(\delta) E + s^{(3)}(\delta) E^3] \quad (46)$$

d'où l'on déduit l'amplitude d'oscillation :

$$E^2 = -\frac{\frac{1}{Q} + \frac{n}{\epsilon_0} s^{(1)}(\delta)}{\frac{n}{\epsilon_0} s^{(3)}(\delta)} = \frac{n_T s^{(1)}(0) - n s^{(1)}(\delta)}{n s^{(3)}(\delta)} \quad (47)$$

## 2) Utilisation du formalisme du chapitre II pour le calcul de la polarisation du milieu

Nous choisissons l'axe de quantification suivant la direction de polarisation de la lumière : nous n'avons donc que des composantes  $q = 0$ . Comme dans la théorie de LAMB, le champ est donc traité comme un scalaire, mais ici nous tenons compte de la structure Zeeman des niveaux et des collisions agissant à l'intérieur de cette structure.

En utilisant les formules (IV,7) et (IV,8), on peut écrire (en choisissant, pour simplifier,  $\mathcal{E}_{ST}$  réel et  $\phi = -\pi/2$ ) :

$$\begin{aligned} E \equiv E_0 &= (\mathcal{E}_{ST} e^{-i(\omega t - \frac{\pi}{2})} + \mathcal{E}_{ST} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}) \sin kr \\ &= (\mathcal{E}^+ e^{-i(\omega t - kr)} + \mathcal{E}^- e^{-i(\omega t + kr)}) + cc \end{aligned} \quad (48-a)$$

avec

$$\mathcal{E}^+ = -\mathcal{E}^- = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{ST} = \frac{E}{4} \quad (48-b)$$

Si l'on ne conserve dans  $\bar{\rho}_{ab}(r,t)$  que les composantes modulées par  $e^{i(\omega t \pm ikr)}$  (à l'exclusion des harmoniques spatiales et temporelles que nous pouvons négliger), (III,2) nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} P \equiv P_0 &= \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^*(r,t) + \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(r,t) = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} (ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) e^{-i(\omega t - kr)} + ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) e^{-i(\omega t + kr)}) + cc \\ &= (\mathcal{P}_0^+ e^{-i(\omega t - kr)} + \mathcal{P}_0^- e^{-i(\omega t + kr)}) + cc = (\mathcal{P}_{ST} e^{-i(\omega t - \frac{\pi}{2})} + \mathcal{P}_{ST}^* e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}) \sin kr \end{aligned} \quad (49-a)$$

avec :

$$\frac{1}{2} \mathcal{P}_{ST} = -\mathcal{P}_0^- = \mathcal{P}_0^+ = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) = -\frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) \quad (49-b)$$

Cette dernière égalité se démontre aisément à partir de (48-b), en raison de la symétrie des expressions de  $ab\bar{\rho}_0^1(\omega_{\pm})$  par échange du signe de tous les vecteurs d'onde.

On voit donc, en comparant (48) et (49) à (41) et (42) que

$$C = 2 \operatorname{Re}(\mathcal{P}_{ST}) \quad \text{et} \quad S = 2 \operatorname{Im}(\mathcal{P}_{ST}) \quad (50)$$

On peut montrer à tous les ordres (ou ordre par ordre à partir de (II,64) et (II,89) pour les ordres 2 et 4) que la partie non modulée de la variation de population s'écrit

$$\begin{aligned} \Delta_b \bar{\rho}_0^0 &= \frac{i}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} \left[ ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) \mathcal{E}^+ + ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) \mathcal{E}^- \right] + cc \\ &= \frac{4 \mathcal{E}^+}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} \operatorname{Im} \left[ \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) \right] = \frac{\mathcal{E}^+}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} S \end{aligned} \quad (51)$$

Cette équation relie la modification de population du niveau b aux grandeurs électriques macroscopiques.

En utilisant (41), (42) et (48-b), on peut écrire :

$$\Delta n_b = \sqrt{2J_b+1} \Delta_b \bar{\rho}_0^0 = \frac{1}{\Gamma_b(0)} \frac{ES}{4} = \frac{1}{\Gamma_b(0)} \frac{1}{\omega} \left( E \frac{dP}{dt} \right) \quad (52)$$

En régime stationnaire, la modification de population est égale au débit d'arrivée divisé par le débit de départ  $\Gamma_b(0)$ . On voit donc que (52) exprime la conservation de l'énergie, car le nombre d'atomes portés dans le niveau b par unité de temps (débit d'arrivée) est égal à l'énergie moyenne perdue par le

faisceau laser,  $(E \frac{dP}{dt})$ , divisée par l'énergie  $\omega$  d'un photon ( $\hbar = 1$ ).

L'expression (51) montre qu'il n'est pas utile de recalculer  $\rho_{ab}^{(1)-1}$  et  $\rho_{ab}^{(3)-1}$  pour obtenir S : il suffit de reprendre les calculs déjà effectués de  $\rho_{ab}^{(2)0}$  (ch. IV) et  $\rho_{ab}^{(4)0}$  (ch. VII). Cependant, contrairement à ce que nous avons fait au chapitre VII, nous conservons ici tous les termes du premier ordre en  $\Gamma/\Delta v$ .

(VI,13) nous donne la contribution linéaire (= 2 ondes progressives) :

$$S^{(1)} = -4n \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \operatorname{Re} \left( \frac{W(\delta+i\Gamma'_{ab})}{1-gW(\delta+i\Gamma'_{ab})} \right) \quad (53)$$

avec les notations :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^+, \quad G_{ab}(1) = \Gamma'_{ab} - i\Delta, \quad \delta = \omega - \omega_v + \Delta, \quad g = g_{ab}(1) = \gamma' - i\Delta' \quad (54)$$

Pour obtenir  $S^{(3)}$ , nous ne pouvons utiliser directement (10), car dans cette expression, les termes en  $\Gamma/\Delta v$  ont été négligés. Pour obtenir une expression valable au 1er ordre en  $\Gamma/\Delta v$ , nous devons :

- conserver le terme de "restitution" par la diffusion des vitesses (terme en  $\gamma'_\alpha(k)$  dans (10));
- conserver les facteurs  $[1-gW(\delta+i\Gamma'_{ab})]^{-1}$  dans (VII,15-b) et (VII,17). Nous pourrions cependant les négliger lorsqu'ils sont en facteur de termes eux-mêmes de l'ordre de  $\Gamma/\Delta v$ . C'est en particulier le cas du terme de "restitution" (provenant de (VII,18));
- conserver les expressions complètes (VII,23) et (4) correspondant aux cas A ( $\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+$ ) et B ( $\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^- \mathcal{E}^-$ ) du tableau VIII-1. Par contre, le cas C ( $\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^- \mathcal{E}^- \mathcal{E}^+$ ) peut toujours être négligé car il ne donne que des contributions du second ordre en  $\Gamma/\Delta v$ .

Dans ces conditions, on obtient :

$$S^{(3)} = 4n \frac{|P_{ab}|^4}{3} \mathcal{E}^3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{[1]}{1-gW} \left[ \frac{-iW'}{1-gW} + \frac{\operatorname{Re}(W)}{\Gamma'_{ab}(1-g^*W^*)} + \frac{W}{(\Gamma'_{ab}-i\delta)(1-gW)} + \frac{\mathcal{I}_m(W)}{\delta(1-g^*W^*)} \right] + 4 [2] \left[ \frac{x}{\Delta v} \right]^2 \right\} \quad (55)$$

avec

$$[1] = \frac{1}{3(2J_b+1)\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{3(2J_a+1)\Gamma'_a(0)} \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)} \right] + \frac{2}{\Gamma'_b(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}^2 + \frac{2}{\Gamma'_a(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \right] \quad (56)$$

$$\begin{aligned}
[2] = & \frac{\gamma'_b(0)}{3(2J_b+1)\Gamma'_b(0)\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{3(2J_a+1)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) \right] + \frac{2\gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_b(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}^2 \\
& + 2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \left[ \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)}\right) \right]
\end{aligned} \quad (57)$$

Pour développer  $S^{(3)}$  en conservant les termes du premier ordre en  $\Gamma'_{ab}/\Delta v$ , on utilise (F,11) :

$$W(\delta + i\Gamma'_{ab}) \approx \frac{1}{\Delta v} \left[ x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) + iy \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \right] + \frac{i\Gamma'_{ab}}{(\Delta v)^2} \left[ x' \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) + iy' \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \right] \quad (58)$$

$$W'(\delta + i\Gamma'_{ab}) \approx \frac{1}{(\Delta v)^2} \left[ x' \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) + iy' \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \right] \quad (59)$$

$$\left[ 1 - gW(\delta + i\Gamma'_{ab}) \right]^{-1} \approx 1 + gW(\delta) = 1 + \frac{\gamma' - i\Delta'}{\Delta v} \left[ x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) + iy \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \right] \quad (60)$$

Dans (55), on a alors :

$$\mathcal{R}_e \left[ \frac{1}{1-gW} \left( \frac{-iW'}{1-gW} + \frac{\mathcal{R}_e(W)}{\Gamma'_{ab}(1-gW^*)} \right) \right] \approx \frac{y'}{(\Delta v)^2} + \frac{x}{\Gamma'_{ab} \Delta v} \left[ 1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x + \frac{2\Delta'}{\Delta v} y \right] - \frac{y'}{(\Delta v)^2} \quad (61)$$

$$\mathcal{R}_e \left[ \frac{1}{1-gW} \left( \frac{W}{(\Gamma'_{ab} - i\delta)(1-gW)} + \frac{\mathcal{I}_m(W)}{\delta(1-gW^*)} \right) \right] \approx \frac{\Gamma'_{ab} \mathcal{R}_e(W+2gW^2) - \delta \mathcal{I}_m(W+2gW^2)}{\Gamma'^2_{ab} + \delta^2} + \frac{y}{\delta \Delta v} \quad (62)$$

Dans (62), on a utilisé le fait que  $\frac{1}{\delta} y \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)$  est de l'ordre de  $1/\Delta v$  car  $y$  est impair. Au voisinage de la résonance  $\delta = 0$ , on peut écrire (car  $x'$  est également impair) :

$$\Gamma'_{ab} \mathcal{R}_e(W+2gW^2) \approx \Gamma'_{ab} \frac{x}{\Delta v} \left( 1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x \right) - \frac{\Gamma'^2_{ab}}{\Delta v^2} y'$$

$$\delta \mathcal{I}_m(W+2gW^2) \approx \delta \frac{y}{\Delta v} - \frac{2\Delta'}{\Delta v} \delta x^2$$

(62) s'écrit alors (en posant  $x \left[1+x^2\right]^{-1} = \mathcal{D}(x)$ ) :

$$\frac{x}{\Gamma'_{ab} \Delta v} \left( 1 + \frac{2\gamma' x}{\Delta v} \right) \mathcal{L} \left( \frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) + 2 \frac{\Delta'}{\Delta v} \frac{x^2}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{D} \left( \frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right)$$

On obtient alors :

$$S^{(3)} = \frac{4n}{\Delta v \Gamma'_{ab}} \frac{|P_{ab}|^4}{3} \mathcal{E}^3 x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \left( [1] \left[ \left(1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)\right) \left(1 + \mathcal{L} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(y \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) + x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) \mathcal{D} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + \frac{4\Gamma'_{ab}}{\Delta v} x \left(\frac{\delta}{\Delta v}\right) [2] \right) \quad (63)$$

$$S^{(1)} = - \frac{4n}{\Delta v} \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \mathcal{R}_e \left( \frac{W}{1-gW} \right) \approx - \frac{4n}{\Delta v} \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \left[ x - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y' + \frac{\gamma'}{\Delta v} (x^2 - y^2) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} xy \right] \quad (64)$$

La formule (47) donne alors l'intensité du laser :

$$\frac{E^2}{16} = \mathcal{E}^2 = \frac{\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{x(\frac{\delta}{\Delta v}) - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y'(\frac{\delta}{\Delta v}) + \frac{\gamma'}{\Delta v} [x^2(\frac{\delta}{\Delta v}) - y^2(\frac{\delta}{\Delta v})] + \frac{2\Delta'}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) y(\frac{\delta}{\Delta v}) - \frac{n_T}{n} [x(0) - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y'(0) + \frac{\gamma'}{\Delta v} x^2(0)]}{x(\frac{\delta}{\Delta v}) \left\{ [1] \left[ \left(1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v})\right) \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(y(\frac{\delta}{\Delta v}) + x(\frac{\delta}{\Delta v}) \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + \frac{4\Gamma'_{ab}}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) [2] \right\}} \quad (65)$$

### 3) Discussion du résultat. Comparaison avec la bibliographie

Avant de comparer (65) aux formules obtenues par différents auteurs, donnons une expression approximative valable lorsque  $\delta$  est petit (premiers termes négligés :  $\frac{\Gamma\delta^2}{(\Delta v)^3}$ ). En prenant les valeurs  $x(x) = \sqrt{\pi} e^{-x^2}$  et  $y'(0) = 2$ , on a :

$$E^2 = \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{\left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \left[ 1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2} + 4 \frac{\Delta'\delta}{(\Delta v)^2} \right]}{[1] \left[ \left(1 + 2\sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v}\right) \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(\frac{2\delta}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]} \quad (66)$$

$$= \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2} + 4 \frac{\Delta'\delta}{\Delta v^2}}{[1] \left[ \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(\frac{2\delta}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]}$$

que l'on peut encore écrire approximativement :

$$E^2 = \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta - 2\Delta'}{\Delta v}\right)^2}}{[1] \left[ 1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) + 2\sqrt{\pi} \frac{\Delta'}{\Delta v} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]} \quad (67)$$

#### REMARQUE.

Il est intéressant de constater que la probabilité de restitution du dipôle optique après une collision de vitesse, c'est-à-dire  $\gamma'$ , n'intervient pas dans la forme (67) du Lamb dip (elle n'intervient que dans un facteur non mesurable). En fait, c'est uniquement les  $\gamma'_\alpha(k)$  (probabilité de restitution des grandeurs atomiques) qui interviennent par le facteur [2] .

#### a) Comparaison avec les résultats de RAUTIAN (10)

On peut voir que le numérateur de (65) (qui provient de  $S^{(1)}$ ) et n'est autre que la forme de raie classique (III,6)) est une courbe dissymétrique et que le sommet de cette courbe est déplacé de la quantité :

$$\delta_{\text{Max}} = -2\Delta' \frac{X(0)Y'(0)}{X''(0)} = 2\Delta' \quad (+ \text{ termes en } \frac{\Delta'}{\Delta v}) \quad (68)$$

$$\omega_{\text{Max}} = \omega + \Delta - 2\Delta' \quad (69)$$

Ces résultats ont été démontrés par RAUTIAN et SOBEL'MAN (9). Ils proviennent des collisions qui changent simultanément la vitesse des atomes et la phase de leur dipôle optique, ce qui est exprimé dans notre formalisme par la partie imaginaire de  $g' = \gamma' - i\Delta'$ . Au contraire, comme on peut le voir sur (53), les collisions qui déphasent sans changer la vitesse déplacent simplement la raie sans la déformer ( $\Delta$  dans (54) et (69)) tandis que les collisions qui changent la vitesse sans déphaser (si  $g$  est réel) modifient la forme Doppler sans la déplacer ni la dissymétriser. En comparant nos définitions (II,24-b) et (II,25-b) aux définitions (2,4) et (2,5) de RAUTIAN (10), on peut établir la correspondance de notation  $\Delta \rightarrow \Delta_1$  et  $\Delta' \rightarrow -\Delta_2$  ce qui montre que le déplacement (69) est identique à celui calculé par RAUTIAN ((3,14) de (10)).

Le dénominateur de (65) présente une résonance étroite (responsable du "Lamb dip") et déplacée de la quantité :

$$\delta = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma' ab}{\Delta v} \Delta' \quad (70)$$

Cette quantité est négligeable, ce qui est normal car le déphasage lié à  $\Delta'$  est accompagné d'un changement de vitesse des atomes : mis à part une petite proportion d'entre eux (de l'ordre  $\frac{\Gamma' ab}{\Delta v}$ ), ces atomes sont perdus pour les phénomènes de saturation responsables du "Lamb dip".  $\Delta'$  ne peut donc déplacer celui-ci. Par contre, le déphasage sans changement de vitesse provenant de  $\Delta$  (incorporé dans la définition de  $\delta$ ) déplace de la même façon le numérateur et le dénominateur de (65).

Comme le numérateur et le dénominateur de (65) ne sont pas maximum pour la même valeur de  $\delta$ , le "Lamb dip" est dissymétrique. Nous retrouvons exactement le résultat démontré par RAUTIAN, ce qui est normal puisque nous avons utilisé le même modèle de collisions (collisions fortes accompagnées d'un déphasage). Il faut cependant remarquer que RAUTIAN (formule (3,16), réf. (10)) néglige tous les termes de l'ordre de  $\gamma/\Delta v$  ou  $\Delta'/\Delta v$  à l'exception de celui qui produit la dissymétrie du numérateur : il est préférable pour la rigueur de garder tous les termes du même ordre de grandeur, en particulier pour vérifier que le déplacement du maximum du dénominateur est négligeable.

De plus, notre calcul tient compte de la structure Zeeman des niveaux.

#### b) Comparaison avec la théorie de GYORFFY, BORENSTEIN et LAMB (8)

Nous n'avons pas tenu compte des interactions à longue portée (interaction moyenne avec tous les autres atomes supposés immobiles) auxquelles GYORFFY attribue la dissymétrie du "Lamb dip"; nous devons donc comparer (65) à la formule (118) de la réf. (8), à condition d'y supprimer l'effet de ces interactions (en posant  $P(\Delta\omega) = \delta(\Delta\omega)$ ). On voit alors que la formule (118) de la réf. (8) s'écrit

dans notre formalisme (attention à l'erreur d'impression dans la formule (119), réf. (8)) :

$$\frac{E^2}{16} = \frac{\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{1}{(1+2\sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta\nu})} \frac{1}{1 - \frac{n_T}{n} e^{(\frac{\delta}{\Delta\nu})^2}} \frac{1}{\left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \left[ 1 - \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] + 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \left[ \frac{\gamma'}{\Gamma'_a \Gamma'_a} + \frac{\gamma'}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \right]} \quad (71)$$

avec la correspondance de notation :

$$\bar{\gamma}'_{ab} \rightarrow \Gamma'_{ab} ; \quad \gamma'_\alpha \rightarrow \Gamma'_\alpha ; \quad \gamma'_{ab} \rightarrow \frac{\Gamma'_a + \Gamma'_b}{2} ; \quad \gamma_\alpha \rightarrow \Gamma_\alpha \quad (72)$$

$$\gamma_{ab} \rightarrow \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{2} ; \quad Ku \rightarrow \Delta\nu ; \quad \epsilon = \frac{1}{TKu} \rightarrow \frac{\gamma'}{\Delta\nu} ; \quad \Delta \rightarrow \Delta$$

$$\omega - \nu + \Delta \rightarrow \delta$$

(71) est très voisin de notre expression (66). Les différences sont de deux natures :

α) Les différences provenant des hypothèses

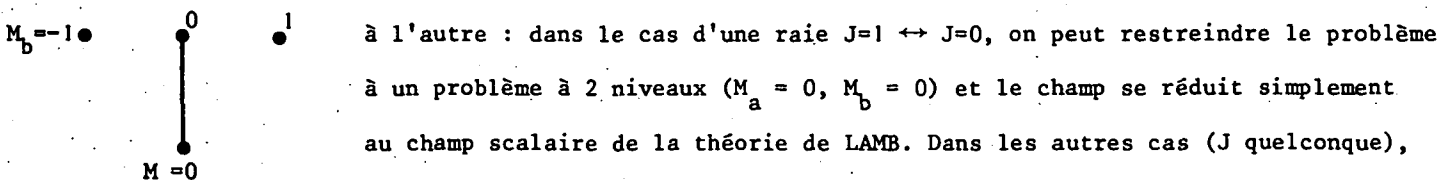
- La formule de GYORFFY ne contient pas de terme en Δ' car il ne tient pas compte des corrélations entre le changement de vitesse et le déphasage du dipôle optique dans les collisions : ceci revient à prendre g réel dans notre formalisme (donc Δ' = 0).
- Les crochets [1] et [2] de (66) (définis en (56) et (57)) sont plus généraux que les facteurs correspondants de (71). Pour obtenir ces derniers, il faut faire les hypothèses suivantes :

- 1) les Γ<sub>α</sub>(k) et les Γ'<sub>α</sub>(k) ne dépendent pas de k;
- 2) γ'<sub>a</sub>(k) = γ'<sub>b</sub>(k) = γ', car GYORFFY n'introduit pas de corrélation entre le changement de vitesse et la destruction des variables internes, pendant les collisions;
- 3) il n'y a pas de transfert par émission spontanée; avec ces trois hypothèses, on obtient :

$$[1] = \alpha \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \quad \text{et} \quad [2] = \alpha \left[ \frac{\gamma'}{\Gamma'_a \Gamma'_a} + \frac{\gamma'}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \right] \quad (73)$$

$$\alpha = 3 \sum_k (2k+1) \begin{pmatrix} 11k \\ 000 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}^2 = 3 \sum_k (2k+1) \begin{pmatrix} 11k \\ 000 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}^2 \quad \text{d'après (A,13)}$$

On peut aisément comprendre que la théorie de GYORFFY et LAMB est correcte dans le cas d'un laser polarisé rectilignement (π) lorsqu'il n'y a qu'un seul temps de relaxation pour chaque niveau atomique. En effet, il n'y a pas, dans ce cas, de transfert de population d'un sous-niveau Zeeman





le problème est une superposition d'un certain nombre de problèmes à 2 niveaux, indépendants les uns des autres.

### β) Les différences "algébriques"

• Dans le premier facteur, les termes correctifs de l'ordre de  $\Gamma/\Delta\nu$  ne sont pas identiques car GYORFFY a omis ceux qui proviennent du numérateur. Cette différence est sans importance car il s'agit d'un facteur non mesurable.

• Le terme provenant de la diffusion de la vitesse au numérateur de (71) est pondéré par  $2\sqrt{\pi}$  au lieu de  $4\sqrt{\pi}$  dans notre formule (66) (notre facteur 4 est confirmé par les formules des auteurs russes ci-dessous). Cette différence est très importante pour la forme de "Lamb-dip".

Il apparaît que GYORFFY a oublié la moitié des termes que nous appelons "termes de restitution", car il a utilisé au départ de son calcul (formule (10'') de la réf. (8)) une expression de LAMB (4) où l'approximation des grandes largeurs Doppler était déjà faite. En effet, dans la mesure où il est possible de comparer point pour point les deux calculs, on voit que cette approximation fait disparaître un terme sur deux lors de l'intégration sur les vitesses des termes "sans changement de vitesse" (passage de (VII,23) à (VII,29) et traitement analogue de (VIII,4)). Par contre, elle ne fait disparaître aucun des termes de "restitution" (VII,31). Il n'est donc pas correct de prendre les formules sans changement de vitesse, après l'approximation et de les modifier pour inclure la diffusion de la vitesse. On peut d'ailleurs vérifier, en utilisant la formule de LAMB avant l'approximation  $ku \gg \Gamma$  (formule (71) de la réf. (4) avant intégration sur  $v$ ), qu'il s'introduit dans la formule (10'') de GYORFFY (8) un terme (note) de la forme  $\cos \left[ K \int_{t'}^t dt \hat{v}(t) + K \int_{t''}^{t'''} dt \hat{v}(t) \right]$  qui a pour effet de doubler le terme de "restitution" et de redonner la formule exacte (66).

c) BETEROV, MATYUGIN et CHEBOTAIEV (88) considèrent que seule la diffusion multiple est responsable de la diffusion de la vitesse des atomes excités. Avec cette hypothèse, ils donnent une formule pour le "Lamb dip" à l'aide d'une théorie purement scalaire (comme celle de LAMB). Notre formule (66) se réduit exactement à la leur (formule (14) de la réf. (88)) si l'on fait les mêmes hypothèses qu'eux ( $\Gamma'_a = \Gamma_a$ ,  $\Gamma'_b = \Gamma_b(0) = \Gamma_b - \gamma'_b(0)$ ). De plus, ces auteurs montrent expérimentalement l'importance de la diffusion multiple (voir § 4).

En collaboration avec RAUTIAN (89), ces mêmes auteurs ont récemment repris leur calcul en tenant compte de la structure Zeeman de la raie et des collisions. Dans le même article, ils montrent que la vitesse des atomes est pratiquement thermalisée après deux processus d'émission et de réabsorption de la raie de résonance, c'est-à-dire que le noyau de l'intégrale exprimant la diffusion des vitesses (cf. (II,21)) tend très vite vers la forme  $W_M(v)$  utilisée ici.

(note)

Il y a encore d'autres termes qui sont effectivement négligeables.

d) D'YAKONOV et PEREL (<sup>48</sup>) ont abordé le même problème que les auteurs précédents. Ils donnent une théorie tenant compte de la structure Zeeman des niveaux, mais ne tenant pas compte des collisions (théorie à très basse pression). Pour représenter les changements de vitesse accompagnant la diffusion multiple, ils utilisent un noyau (fonction  $\alpha$  de (II,21) et (II,22)) plus réaliste que le nôtre, mais progressivement au cours du calcul, ils utilisent des approximations qui reviennent à faire le remplacement (II,22) (pour la population seule), c'est-à-dire à admettre que la diffusion multiple thermalise complètement la vitesse des atomes. Par contre, D'YAKONOV et PEREL négligent la diffusion de l'alignement dans le profil Doppler, car celui-ci est détruit au bout d'un petit nombre d'émissions et de réabsorption. Il est vraisemblable que la réalité soit intermédiaire entre leur approximation et la nôtre : l'alignement diffuse certainement de façon importante dans le profil Doppler mais peut-être pas suffisamment pour que les vitesses des atomes alignés atteignent la distribution de Maxwell. De toute façon, dans le cas que nous étudierons au prochain paragraphe (raie  $J_b=2 \rightarrow J_a=1$ ), l'alignement est négligeable dans le niveau b seul affecté de façon importante par la diffusion multiple.

En ne gardant que l'effet de la diffusion multiple sur la population du niveau b et en négligeant les collisions, nous pouvons écrire (66) sous la forme :

$$E^2 \propto \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta\nu}\right)^2}}{\mathcal{L} + 1 + \frac{4\sqrt{\pi} \Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \frac{\gamma'_b(0)}{\Gamma'_b(0)} \beta \left(\frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b}\right)^{-1}} \quad (74)$$

avec :

$$\beta = \frac{1}{3(2J_b+1)} \left[ \frac{1}{3(2J_a+1)} + 2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \right]^{-1} \quad (\text{en utilisant (73)})$$

(74) se réduit exactement à l'expression (21) de D'YAKONOV et PEREL, à condition de supposer comme eux que la probabilité de transition de la raie de résonance est beaucoup plus grande que celle de toutes les autres raies, c'est-à-dire  $\gamma'_b(0) = \gamma_{res.} \approx \Gamma'_b \gg \Gamma_b$  (et donc  $\frac{\gamma'_b(0)}{\Gamma'_b(0)} \approx \frac{1}{\Gamma_b(0)}$ ).

En conclusion, notre formalisme apparaît comme une généralisation des théories présentées dans les différentes références que nous venons d'énumérer. Les formules (65) à (67) permettent d'obtenir la forme du "Lamb dip" dans le cas général d'une transition entre deux niveaux quelconques, en présence de collision désorientante, de collision de vitesse, de diffusion multiple des raies de résonance et de transfert par émission spontanée (note). En négligeant certains termes, ou en faisant

(note)  
Seules les interactions à longue distance introduites par GYORFFY ne sont pas comprises dans notre formalisme.

certaines approximations, on retrouve la formule donnée par l'un ou l'autre des auteurs ci-dessus.

Notre formalisme ne permet évidemment pas, à lui seul, de trancher entre différentes interprétations physiques, en particulier pour les deux questions importantes :

- La diffusion des vitesses atomiques vient-elle des collisions ou de la réabsorption des raies de résonance (ou des deux) ?
- La dissymétrie du Lamb dip provient-elle de la corrélation entre le déphasage du dipôle et les modifications de vitesse (théorie de RAUTIAN) ou vient-elle des interactions à longue portée (théorie de GYORFFY) ?

Seule l'expérience peut répondre à ces questions. C'est pourquoi, comme l'ont fait GYORFFY et al et BETEROV et al, nous allons essayer d'interpréter les mesures de CORDOVER à l'aide de notre formule théorique. Ceci est d'autant plus intéressant que nous disposons de valeurs expérimentales nettement plus précises pour les temps de relaxation du néon.

#### 4) Application numérique à partir des résultats de CORDOVER et BONCZYK (49)

Ces auteurs ont étudié la forme du "Lamb dip" en fonction de la pression dans deux mélanges d'hélium et de néon. Pour interpréter la forme de leurs courbes, ces auteurs ajustent les paramètres A, B, C, D et E de l'expression :

$$I(x) = \frac{A [ 1 - B e^{x^2} ]}{1 - \frac{2C}{\sqrt{\pi}} + D(1 + \frac{2C}{\sqrt{\pi}}) \mathcal{L}(\frac{x-E}{C})} \quad (75)$$

En comparant à la forme (67) dans laquelle on a supprimé le terme de dispersion du dénominateur (les valeurs numériques de  $\Delta'$  le justifient), on voit que l'on peut établir les correspondances

$$C = \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} \quad E = \frac{2\Delta'}{\Delta v}$$

$$\frac{1 - \frac{2C}{\sqrt{\pi}}}{D(1 + \frac{2C}{\sqrt{\pi}})} = 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} \frac{[2]}{[1]} + 1 \quad (76)$$

La formule (75) de CORDOVER provient d'une extension au 1er ordre en  $\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v}$  de la formule semi-empirique de SZÖKE et JAVAN (92) :

$$I = A \frac{1 - B e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2}}{1 + D \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)} \quad (77)$$

Dans (75) comme dans (77), le facteur d'atténuation du "Lamb dip", D, est interprété comme le rapport

$$D = \frac{\gamma}{\Gamma'_{ab}} \quad (78)$$

de deux temps de relaxation provenant de deux types de collision (appelées collisions douces et collisions fortes). En fait, nous pouvons voir, comme l'ont également fait remarquer plusieurs des auteurs cités au paragraphe précédent, que  $\gamma$  n'a pas un sens physique simple et que c'est une fonction compliquée des différents temps de relaxation.

A partir des paramètres C et D obtenus expérimentalement à l'aide de (75), CORDOVER déduit les quantités  $\Gamma'_{ab}$  ( $\gamma'$  dans sa notation) et  $\gamma$  en admettant une largeur Doppler  $\Delta\nu=900$  MHz. Il obtient les points expérimentaux que nous avons reportés sur les figures VIII-5 et VIII-6.

En utilisant les valeurs expérimentales de CORDOVER pour  $\Gamma'_{ab}$ , il nous est possible de calculer  $\gamma$  à l'aide de (76) et (78) :

$$\gamma = \frac{\Gamma'_{ab} [2]}{4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} [1] + 1} \cdot \frac{1 - \frac{2\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu\sqrt{\pi}}}{1 + \frac{2\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu\sqrt{\pi}}} \quad (79)$$

Dans le cas  $J_b=1, J_a=2$ , on a :

$$[1] = \frac{1}{9\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{450\Gamma'_b(2)} + \frac{1}{15\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) + \frac{7}{150\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) \quad (80)$$

$$[2] = \frac{\gamma'_b(0)}{9\Gamma'_b(0)\Gamma'_b(0)} + \frac{\gamma'_b(2)}{450\Gamma'_b(2)\Gamma'_b(2)} + \frac{1}{15} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) \right] \\ + \frac{7}{150} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) \right]$$

Sur les figures VIII-5 et VIII-6, nous avons tracé les courbes  $\gamma = f(P)$  obtenues en supposant qu'il n'y a pas de collisions de vitesse et que seule la diffusion multiple du niveau  $3s_2$  (note) est responsable de l'atténuation du "Lamb dip". Nous avons utilisé les valeurs des temps de relaxation données dans le tableau VI-1.

---

(note) L'introduction d'un léger effet de diffusion multiple sur le niveau  $2p_4$  ( $\sim 1$  MHz d'après DECOMPS) n'a pratiquement pas d'effet.

$$\Gamma_a(0) = \Gamma'_a(0) = 9,35 + 0,53 P_{\text{He}} + 0,62 P_{\text{Ne}} \quad (\text{MHz})$$

$$\Gamma_a(2) = \Gamma'_a(2) = 9,35 + 5,42 P_{\text{He}} + 3,36 P_{\text{Ne}} \quad (\text{MHz})$$

$$\Gamma'_b(0) = \Gamma_b(0) + 5,9 = 8,35 + 0,317 P_{\text{He}} + 0,935 P_{\text{Ne}}$$

$$\Gamma'_b(2) = \Gamma_b(2) + 4,125 = 8,35 + 1,51 P_{\text{He}} + 2,36 P_{\text{Ne}}$$

Pour  $\Gamma'_{ab}$ , nous avons corrigé légèrement les valeurs de CORDOVER pour que la valeur extrapolée à pression nulle soit  $\frac{1}{2}(\gamma_a + \gamma_b) = 8,85$  MHz.

On voit que l'accord est excellent sur la figure VIII-5 pour le mélange 5,5/1 d'hélium et de néon, par contre il n'est pas si bon pour le mélange 8/1 (fig. VIII-6). L'introduction de collisions de vitesse ne peut qu'aggraver le désaccord car elles atténueraient encore plus le "Lamb dip", c'est-à-dire qu'elles diminueraient encore les valeurs calculées de  $\gamma$ .

On peut donc conclure, en accord avec BETEROV et al, que la diffusion multiple suffit pour expliquer l'atténuation du "Lamb dip". Il semble donc que les collisions changeant la vitesse sans affecter l'état interne des atomes sont négligeables dans ce cas particulier.

En ce qui concerne le désaccord de la figure VIII-6, il n'y a pas lieu de s'étonner : en effet, les mesures de "Lamb dip" sont très délicates et très imprécises. Il suffit pour s'en convaincre de lire les nombreuses publications dans lesquelles on donne l'élargissement de  $\Gamma'_{ab}$  avec la pression. Les valeurs mesurées varient quelquefois par un facteur 2, d'un auteur à l'autre. Une des difficultés est expérimentale : il n'est pas aisé de faire varier la pression dans de grandes proportions sans détruire l'oscillation du laser. Une autre difficulté vient des saturations d'ordres supérieurs, c'est-à-dire de l'élargissement de  $\Gamma'_{ab}$  en fonction de la puissance du laser. CORDOVER prétend ne pas voir l'effet (note), mais d'autres auteurs l'ont nettement mis en évidence (HANSCH et TOSCHEK (17)). Enfin, ces mesures nécessitent la connaissance de la largeur Doppler, ce qui est encore une cause d'imprécision.

REMARQUE. Nous avons également essayé d'interpréter de la même façon les résultats expérimentaux de BETEROV et al sur la raie 1,15  $\mu$ , à l'aide de nos mesures des temps de relaxation du niveau  $2s_2$ . Nous ne trouvons aucun accord possible et nous ne comprenons pas comment ces auteurs estiment l'accord satisfaisant avec nos résultats.

(note)

CORDOVER fait varier la puissance du laser en modifiant la décharge, donc la température et la largeur Doppler. Il se peut alors que le rapport  $C = \Gamma'_{ab} / \Delta\nu$  varie peu.

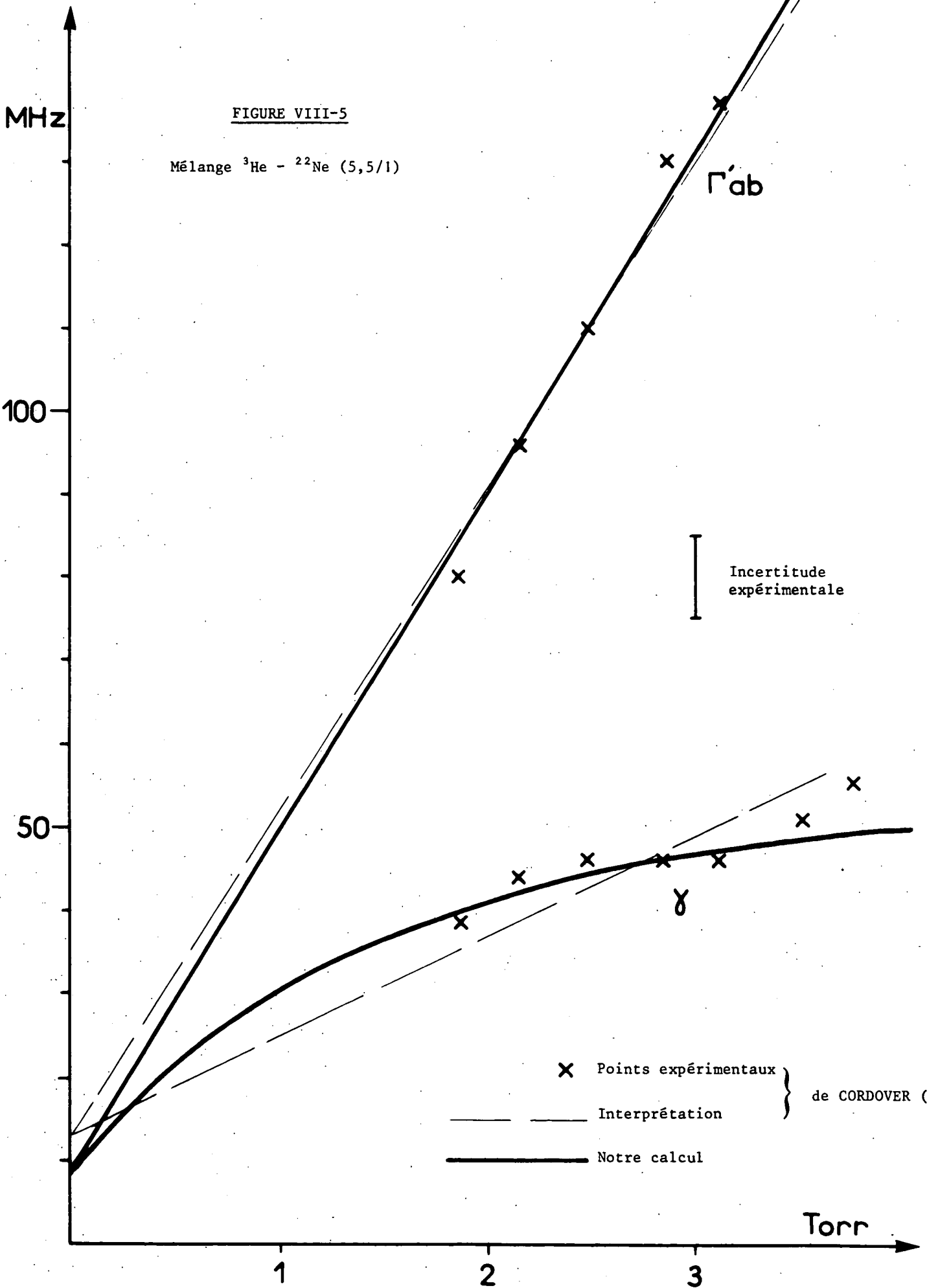
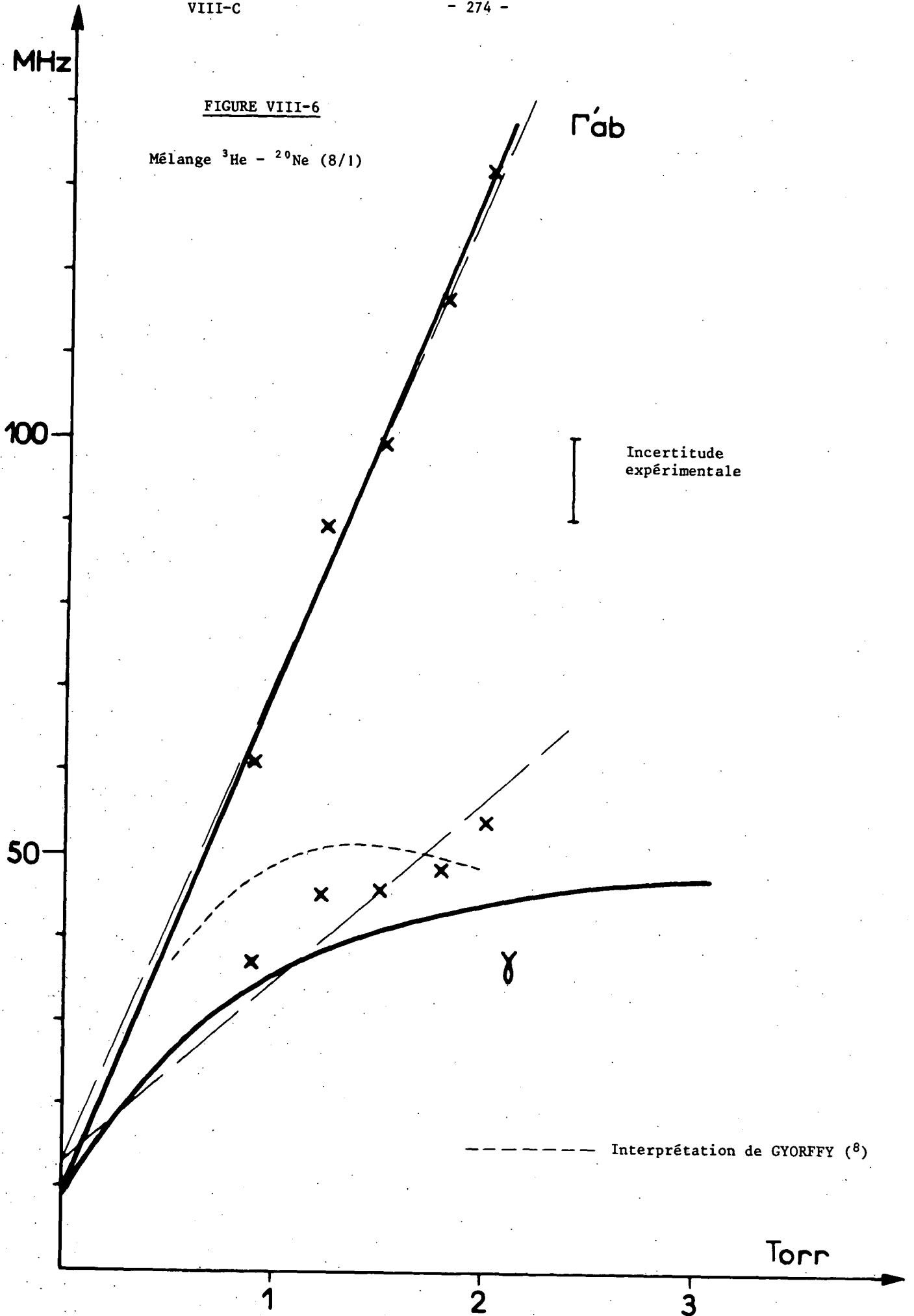


FIGURE VIII-6

Mélange  $^3\text{He} - ^{20}\text{Ne}$  (8/1)



C H A P I T R E   I X

Q U E L Q U E S   R E M A R Q U E S   S U R  
L ' A N I S O T R O P I E   D U   M I L I E U   A T O M I Q U E

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que la relaxation est isotrope, c'est-à-dire qu'elle ne couple pas les différentes observables tensorielles, et qu'il n'y a qu'un seul temps de relaxation par ordre tensoriel. Lorsque nous avons introduit cette hypothèse, au § II-A-5, nous avons indiqué deux phénomènes susceptibles de détruire l'isotropie de la relaxation :

1) La distribution anisotrope des vitesses des atomes excités, due à la monochromaticité de l'onde laser. Nous avons discuté assez longuement ce point au § II-A-5. D'autre part, lorsque le laser comporte un grand nombre de modes couvrant tout le profil Doppler, nous avons pu justifier l'hypothèse des relaxations isotropes pour la matrice densité moyenne, au deuxième ordre de perturbation (cf. Remarque du § II-B-5-f, p. 49). Ce cas correspond aux conditions expérimentales dans lesquelles toutes nos mesures de temps de relaxation ont été faites, c'est pourquoi nous ne reviendrons pas ici sur ce type d'anisotropies. Par contre, il serait nécessaire de reconsidérer la question pour toute expérience faite avec un laser monomode.

2) Des anisotropies de relaxation provenant de la décharge elle-même. On peut penser en particulier aux collisions électroniques (si la vitesse des électrons n'est pas répartie de façon isotrope) et surtout à la diffusion multiple des raies optiques dans une cellule tubulaire.

D'autre part, dans toutes les applications du formalisme général, à partir du chapitre IV, nous avons supposé que l'excitation par la décharge se fait également de façon isotrope, c'est-à-dire que la matrice d'excitation  $\Lambda$  est scalaire. Cette hypothèse peut également être mise en défaut si les électrons de la décharge n'ont pas une répartition isotrope de leurs vitesses (comme dans les expériences de bombardement électronique).

Dans ce chapitre, nous discuterons l'effet des anisotropies provenant de la décharge, que ce soient des anisotropies d'excitation ou de relaxation. Ces deux types d'anisotropies sont expérimentalement difficiles à distinguer au premier abord, car toutes deux produisent des grandeurs tensorielles  $k \neq 0$  en l'absence de pompage optique (c'est-à-dire à l'ordre zéro des perturbations). Cependant,



comme nous le verrons, leur effet sur le pompage optique est nettement différent.

Cette étude est rendue nécessaire par la mise en évidence d'une légère anisotropie en l'absence de laser.

#### A - MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DES ANISOTROPIES DE LA DECHARGE

Pour essayer de mettre en évidence une anisotropie à l'ordre zéro, nous avons recherché (en l'absence de laser) un effet Hanle dans la lumière de fluorescence émise par la cellule soumise à un champ magnétique perpendiculaire à son axe. En effet, qu'elles soient dues aux collisions électroniques ou à la diffusion multiple de la lumière, la relaxation et l'excitation ont la symétrie axiale du tube : elles ne peuvent créer que des termes de population  $\rho_0^0$  et d'alignement longitudinal  $\rho_0^2$  par rapport à l'axe de la cellule. Si l'on prend l'axe du champ magnétique comme axe de quantification, on aura donc de l'alignement transversal et on pourra observer un effet Hanle.

Comme CARRINGTON et CORNEY (<sup>42</sup>), nous avons pu mettre en évidence un effet Hanle très net sur l'ensemble des niveaux 2p ( $J \neq 0$ ). Nous avons également mis en évidence le même effet sur les niveaux 3s<sub>2</sub> et 3s<sub>4</sub>. L'hypothèse de CARRINGTON et CORNEY, qui attribuent cet alignement à une réabsorption de la lumière de fluorescence se propageant suivant l'axe du tube (= diffusion multiple anisotrope) semble bien vérifiée par nos observations (cf. tableau IX-1, § C-3) :

- Le niveau 3s<sub>5</sub> ( $J=2$ ), qui n'est pas connecté au fondamental ( $J=0$ ), ne présente aucune anisotropie, dans des conditions où les niveaux 3s<sub>2</sub> et 3s<sub>4</sub> ( $J=1$ ) en présentent.

- L'anisotropie des niveaux 3s<sub>2</sub> et 3s<sub>4</sub> est inobservable dans le néon pur et n'apparaît que pour des pressions partielles de néon inférieures à 0,5 Torr. L'anisotropie croît quand la pression de néon diminue (0,12% à 0,5 Torr, 0,85% à 0,1 Torr). Ceci s'explique facilement : à pression forte de Ne, la réabsorption de la raie de résonance est totale dans toutes les directions, elle est donc isotrope. L'anisotropie commence à apparaître lorsque la réabsorption n'est plus totale dans la direction perpendiculaire à l'axe du tube, mais l'est encore dans l'axe. On peut voir que l'anisotropie apparaît dans la zone de pression où les mesures de DECOMPS ont montré que la diffusion multiple commence à ne plus être totalement saturée ( $\Gamma(0) \neq \Gamma(0)$  asymptotique : cf. thèse DECOMPS, <sup>(33)</sup> figure 18-a-IV).

- L'anisotropie du niveau 3s<sub>2</sub> dépend très peu de l'intensité de la décharge, car la population du fondamental n'en dépend pas (on peut comprendre la légère dépendance par rapport à la décharge par des considérations géométriques sur la longueur de la cellule et de la zone observée. Nous n'entrerons pas dans ces détails).

- Au contraire, l'anisotropie des niveaux 2p dépend fortement de l'intensité de décharge car la population des métastables 1s, responsables de la diffusion multiple, en dépend.

• L'anisotropie du niveau  $2p_u$  est une fonction croissante de la pression de néon et de la décharge. A faible décharge et à faible pression de Ne, l'anisotropie disparaît car il n'y a plus de diffusion multiple dans aucune direction (ce que DECOMPS a également montré).

Avant de pouvoir donner un ordre de grandeur de cette anisotropie et estimer son effet sur les mesures de temps de relaxation, il est indispensable d'en faire une étude théorique détaillée.

## B - ETUDE THEORIQUE DE L'EFFET DES ANISOTROPIES

### 1) Anisotropie d'excitation et anisotropie de relaxation

Il convient de bien distinguer, même en l'absence d'irradiation laser, l'effet d'un terme source anisotrope et celui d'une relaxation anisotrope, même si tous deux se manifestent expérimentalement par une anisotropie analogue du gaz en champ nul.

Dans le premier cas, le mécanisme d'excitation (collisions électroniques, pompage optique classique), qui est instantané, laisse à l'instant initial chaque atome dans un état statistiquement anisotrope (matrice  $\Lambda$ ). Ensuite, le système évolue sous l'effet de relaxations isotropes. Si l'on change d'axe de quantification, les équations restent identiques. Il suffit de prendre comme nouveau terme source une nouvelle matrice  $\Lambda$  obtenue par rotation de l'ancienne. Quels que soient les axes choisis, il n'y a pas de couplage par la relaxation entre les différentes composantes  $\rho_Q^k$ . Si l'on applique un champ magnétique, il suffit de choisir l'axe de ce champ comme axe de quantification pour que les équations restent découplées. Supposons par exemple que l'excitation ait pour axe de symétrie l'axe défini par les angles  $(\theta, \phi)$  : la matrice d'excitation est :

$$\Lambda = \lambda_0^0 T_0^0 + \lambda_0^2 T_0^2(\theta, \phi) = \lambda_0^0 T_0^0 + \lambda_0^2 R T_0^2 R^{-1} = \lambda_0^0 T_0^0 + \lambda_0^2 \sum_q T_q^2 R_{q0}^2(\phi, \theta, 0) \quad (1)$$

Dans ces équations,  $T_q^k(\theta, \phi)$  représente les opérateurs tensoriels de base dans les axes polaires définis par  $\theta$  et  $\phi$ .  $R$  est l'opérateur rotation et  $R_{MM}^J$ , les éléments de la matrice rotation dans la base  $|JM\rangle$  (cf. Appendice A). En reportant les expressions (1) dans les équations d'évolution (II, 47 et 48), on trouve en champ magnétique quelconque :

$$\alpha \rho_q^{(0)} = \frac{\alpha \lambda_0^2 R_{q0}^2(\phi, \theta, 0)}{\Gamma_\alpha(2) + iq\omega_\alpha} \quad (2)$$

L'interaction des atomes avec le laser se traite alors comme au chapitre II (cf. Appendice D)

Dans le second cas, la matrice d'excitation est scalaire et c'est l'évolution sous

l'effet de relaxations anisotropes qui produit un état stationnaire anisotrope. Si l'on change d'axe de quantification,  $\Lambda$  reste invariant puisque c'est un scalaire, mais les équations d'évolution changent. Quels que soient les axes, les équations des différentes composantes  $\rho_q^k$  sont couplées. Cependant, dans le cas où il y a un axe de symétrie, les équations sont beaucoup plus simples si l'on choisit cet axe comme axe de quantification. Le couplage entre les différents termes  $\rho_q^k$  produit, même en l'absence de laser, des courbes d'effet Hanle non Lorentzienne. De plus, il complique, à tous les ordres, les équations décrivant l'interaction avec le faisceau laser.

Nous avons vu que l'anisotropie observée dans la décharge est due en grande partie à l'anisotropie de la diffusion multiple : c'est une anisotropie de relaxation et non d'excitation. Nous allons donc développer l'étude de ce second cas. Toutefois, nous nous limiterons au cas où l'anisotropie est une faible correction.

## 2) Traitement de l'anisotropie de relaxation dans l'espace de Liouville (note)

Pour simplifier l'écriture des équations, nous considérons ici l'opérateur densité  $\rho$  comme un vecteur de l'espace de Liouville :  $|\rho\rangle\rangle$ . Nous considérons ici un seul niveau atomique  $\alpha$  soumis à un champ magnétique suivant Oz. On peut alors écrire l'équation d'évolution (la moyenne sur les vitesses est déjà faite) :

$$\frac{d}{dt} |\rho\rangle\rangle = -\{\Gamma\} |\rho\rangle\rangle - i\omega_\alpha J_z |\rho\rangle\rangle + |\Lambda\rangle\rangle \quad (3)$$

$|\Lambda\rangle\rangle$  est l'opérateur d'excitation considéré comme vecteur de l'espace de Liouville.  $\{\Gamma\}$  et  $\omega_\alpha J_z$  sont des opérateurs linéaires agissant sur l'espace de Liouville. Le premier représente la relaxation et le second est l'opérateur de Liouville correspondant à l'hamiltonien Zeeman de l'espace habituel des fonctions d'onde.

Les opérateurs tensoriels irréductibles  $T_q^{(k)}$  forment une base standard  $|kq\rangle\rangle$  de l'espace de Liouville. DUCLOY a montré que  $J_z$  est la composante z d'un opérateur vectoriel  $\vec{J}$  qui agit sur les vecteurs  $|kq\rangle\rangle$  de la même façon que  $\vec{J}$  sur les vecteurs  $|JM\rangle$  de l'espace des états. Il en résulte que  $J_z$  est diagonal dans la base  $|kq\rangle\rangle$  :

$$J_z |kq\rangle\rangle = q |kq\rangle\rangle \quad (4)$$

Cette relation peut se voir directement en utilisant la projection de l'équation de Schrödinger sur la base des opérateurs  $T_q^k$  (formule (B,4)).

(note)

Pour ce formalisme, voir les références : FANO (<sup>14</sup>), BEN REUVEN (<sup>90</sup>), FANO et RACAH (<sup>91</sup>), OMONT (<sup>15</sup>). Dans sa thèse de 3e cycle, M. DUCLOY (<sup>34</sup>) a donné une excellente synthèse de ce formalisme.

Dans le cas qui nous intéresse, l'excitation est isotrope, donc :

$$| \Lambda \gg = \alpha \lambda_0^0 | 00 \gg \quad (5)$$

Par contre, la relaxation n'est pas isotrope :  $\{ \Gamma \}$  n'est donc diagonal dans aucune base. Cependant, du fait de la symétrie axiale,  $\{ \Gamma \}$  est représenté par une matrice simple dans la base  $|kq\rangle_{(\theta, \phi)}$  obtenue en quantifiant suivant l'axe de symétrie  $(\theta, \phi)$  de la relaxation. Nous appellerons  $[\Gamma]$  cette matrice. En raison de l'invariance par rotation autour de l'axe de symétrie et de l'invariance par réflexion par rapport à tout plan contenant cet axe, les éléments de  $[\Gamma]$  obéissent aux relations <sup>(41)</sup> :

$$\begin{aligned} (\theta, \phi) \langle\langle kq | \{ \Gamma \} | k'q' \rangle\rangle_{(\theta, \phi)} &= \delta_{qq'} \Gamma_q^{kk'} \\ \Gamma_q^{kk'} &= (-)^{k+k'} \Gamma_{-q}^{kk'} = \Gamma_{-q}^{kk'*} = \Gamma_q^{k'k*} \end{aligned} \quad (6)$$

Il en résulte que  $\Gamma_q^{kk'}$  est réel pour  $k+k'$  pair et imaginaire pour  $k+k'$  impair. Pour  $q = 0$ , il n'y a pas de couplage si  $k+k'$  est impair.

Nous allons résoudre l'équation sous forme matricielle en utilisant alternativement la base  $|kq\rangle_{(\theta, \phi)}$  et la base  $|kq\rangle$  obtenue en quantifiant suivant l'axe Oz.

Appelons  $[\rho]$  la matrice colonne, d'élément de matrice  $\rho_q^k = \langle\langle kq | \rho \rangle\rangle$ , représentant l'opérateur  $\rho$  dans la représentation  $T_q^k$  liée à l'axe Oz.

Appelons  $[\sigma]$  la matrice représentant le même opérateur sur la base  $T_q^k(\theta, \phi)$ . Ses éléments de matrice sont  $\sigma_q^k = (\theta, \phi) \langle\langle kq | \rho \rangle\rangle$ . La relation entre les composantes dans les deux bases est (formule (A,9)) :

$$\rho_q^k = \sum_{q'} R_{qq'}^{(k)}(\phi, \theta, 0) \sigma_{q'}^k, \quad \text{que nous écrirons } [\rho] = R \cdot [\sigma] \quad (7)$$

En appelant  $[\mathcal{J}_z]$  la matrice diagonale représentant  $\mathcal{J}_z$  dans la base  $T_q^k$  par rapport à Oz ((4) définit ses éléments de matrice), l'équation (3) s'écrit sous la forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} [\alpha \rho] = -R [\Gamma] R^{-1} [\alpha \rho] - i\omega_\alpha [\mathcal{J}_z] [\alpha \rho] + [\alpha \lambda_0^0] \quad (8)$$

Il est en principe possible de trouver rigoureusement la solution stationnaire dans le cas général en résolvant le système linéaire à  $(2J+1)^2$  inconnues obtenu en posant  $\frac{d}{dt} [\alpha \rho] = 0$ . Pour  $J = 1$ , on obtient un système  $9 \times 9$  et pour  $J = 2$  un système  $25 \times 25$ . Nous nous limiterons donc à un calcul approché. En effet, notre but est de calculer une éventuelle (petite) correction à l'effet du laser et non de calculer la forme exacte de l'effet Hanle sans laser.

Approximation : Nous supposons l'anisotropie de la relaxation très faible et nous posons :

$$[\Gamma] = [\Gamma_I] + \epsilon [\Gamma_A] \quad (9)$$

$[\Gamma_I]$  est la matrice représentant une relaxation isotrope proche de la relaxation réelle et  $\varepsilon[\Gamma_A]$  représente une petite correction anisotrope.  $[\Gamma_I]$  est diagonal et invariant par rotation. Comme, de plus, le choix du découpage (9) est arbitraire, nous poserons :

$$[\Gamma_I]_{qq}^{kk'} = \delta_{k,k'} \quad \Gamma(k) = \delta_{k,k'} \quad \Gamma_k^{kk} \quad (10)$$

En effet, les  $\Gamma_k^{kk}$  sont les quantités que nous mesurons habituellement par la largeur d' l'effet Hanle (provenant de  $\rho_1^1$  ou de  $\rho_2^2$ ). Les éléments de matrice de  $\varepsilon[\Gamma_A]$  sont alors :

$$\varepsilon[\Gamma_A]_{qq}^{kk'} = \delta_q^{kk'} = \Gamma_q^{kk'} - \delta_{k,k'} \Gamma_k^{kk} \quad (11)$$

Le facteur  $\varepsilon$  caractérise l'importance de l'anisotropie. Il n'a pas de sens physique précis car les différents éléments de matrice de  $[\Gamma_A]$  n'ont aucune raison, a priori, d'être proportionnels. Nous avons introduit ce facteur (comme dans les théories de perturbation) pour faciliter le calcul en puissances successives de la perturbation. Pour un niveau de  $J = 1$  ( $k \leq 2$ ), la matrice  $[\Gamma_A]$  prend la forme :

$$\varepsilon[\Gamma_A] = \begin{array}{c|cccc|cc|cc|cc} k & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & & \\ q & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 2 & -2 & & \\ \hline 0 & 0 & \eta & & & & & & & & & \\ 2 & 0 & \eta & \delta_0^2 & & & & & & & & \\ \hline 1 & 0 & & \delta_0^1 & & & & & & & & \\ \hline 1 & 1 & & & 0 & i\zeta & & & & & & \\ 2 & 1 & & & -i\zeta & \delta_1^2 & & & & & & \\ \hline 1 & -1 & & & & & 0 & -i\zeta & & & & \\ 2 & -1 & & & & & i\zeta & \delta_1^2 & & & & \\ \hline 2 & 2 & & & & & & & 0 & & & \\ \hline 2 & -2 & & & & & & & & & 0 & \end{array} \quad (12-a)$$

où l'on a posé conformément à (11) et à (6) :

$$\delta_q^k = \Gamma_q^{kk} - \Gamma(k) = \Gamma_q^{kk} - \Gamma_k^{kk} ; \quad \eta = \Gamma_0^{02} ; \quad i\zeta = \Gamma_1^{12} \quad (12-b)$$

L'équation (8) peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} [\alpha^p] = - [\Gamma_I] [\alpha^p] - \varepsilon R [\Gamma_A] R^{-1} [\alpha^p] - i\omega_\alpha [\mathcal{J}_z] [\alpha^p] + [\alpha \lambda_0^0] \quad (13)$$

Cette équation peut se résoudre par itération. A l'ordre zéro, on néglige le terme en  $\varepsilon$  et l'on obtient

la solution stationnaire isotrope habituelle. La seule composante non nulle est :

$$\frac{I_{\alpha}^0}{\alpha \rho_0} = \frac{\alpha \lambda_0^0}{\Gamma_{\alpha}(0)} = \frac{I_{\sigma}^0}{\alpha \sigma_0} \quad (14)$$

La solution anisotrope du premier ordre en  $\epsilon$  est obtenue en reportant la solution d'ordre 0 dans le terme de relaxation anisotrope de (13). On obtient ainsi le terme source :

$$- \epsilon R \left[ \Gamma_A \right] R^{-1} \left[ \frac{I_{\alpha}^0}{\alpha \rho_0} \right] = - \epsilon R \left[ \Gamma_A \right] \left[ \frac{I_{\sigma}^0}{\alpha \sigma_0} \right] \quad (15)$$

L'action de  $\Gamma_A$  sur  $\frac{I_{\sigma}^0}{\alpha \sigma_0}$  donne uniquement des termes de la forme  $\alpha \sigma_0^k$  (k pair). La solution anisotrope d'ordre un ne contient donc que des termes d'ordre k pair (k  $\neq$  0)

$$A_{\alpha \rho_q}^k = - \frac{\alpha \lambda_0^0}{\Gamma_{\alpha}(0)} \frac{R_{q_0}^k(\phi, \theta, 0)}{\Gamma_{\alpha}(k) + i q \omega_{\alpha}} \alpha \sigma_0^{k_0} \quad (16)$$

On voit donc qu'au premier ordre par rapport à l'anisotropie, les courbes d'effet Hanle gardent la forme habituelle. Ce résultat est celui que nous aurions obtenu en prenant des équations isotropes et des termes sources de la forme :

$$\alpha \lambda_q^k = - R_{q_0}^k \frac{\alpha \sigma_0^{k_0}}{\Gamma_{\alpha}(0)} \alpha \lambda_0^0 \quad (17)$$

### 3) Effet de l'anisotropie sur la réponse linéaire des atomes au pompage laser

Puisque notre but est de déterminer si les mesures de temps de relaxation effectuées à l'aide de l'effet Hanle sont affectuées par l'anisotropie, nous pouvons nous limiter à l'étude de l'effet de celle-ci sur la solution d'ordre 2 par rapport au laser. Ce problème est formellement facile à résoudre puisque nous avons montré au paragraphe III-B-7 que la réponse linéaire, moyennée sur les vitesses, peut être obtenue à partir de la solution d'ordre zéro par une équation écrite dans l'espace de Liouville. Les deux équations (III,35) peuvent se rassembler sous la forme (note) :

$$\left[ \{ \Gamma \} + i \omega_{\alpha} \mathcal{J}_z - \{ \text{Tr} \} \right] | {}^{(2)}\bar{\rho} \gg = \{ B \} | {}^{(0)}\bar{\rho} \gg \quad (18)$$

(note) L'anisotropie provient de la diffusion multiple; elle n'affecte donc pas les cohérences optiques (pas de restitution de cohérence optique par diffusion multiple). L'équation d'ordre 1 par rapport au laser n'est donc pas modifiée et le terme source des équations d'ordre 2((II,84) ou (III,35)) a la même forme que dans le cas isotrope : la différence vient de  $| {}^{(0)}\bar{\rho} \gg$  et non de  $\{ B \}$ .

$|\bar{\rho}\rangle\rangle$  représente simultanément les deux niveaux de la transition laser et  $\{B\}$  est l'opérateur de l'espace de Liouville explicité dans (III,35) en fonction de l'opérateur dipolaire électrique  $\vec{D}$  (de l'espace des états);  $\omega_\alpha \mathcal{J}_z$  est mis pour  $[\omega_a P_a + \omega_b P_b] \mathcal{J}_z$ ,  $P_\alpha$  étant le projecteur sur l'état  $\alpha$ . Dans la base  $|kq\rangle\rangle$ , (18) s'écrit sous la forme matricielle :

$$\left\{ [\Gamma_I] + \epsilon [\Gamma_A] + i [\omega_\alpha \mathcal{J}_z] - [\text{Tr}] \right\} [^{(2)}\rho] = [B] [^{(0)}\bar{\rho}] \quad (19)$$

Nous avons déjà résolu l'équation d'ordre zéro (par rapport au laser) au paragraphe précédent. Nous avons obtenu la solution sous la forme d'un développement au 1er ordre par rapport à l'anisotropie :

$$^{(0)}\bar{\rho}_\alpha = ^{(0)}I_\alpha \bar{\rho} + ^{(0)}A_\alpha \bar{\rho} = \frac{\alpha \lambda_0^0}{\Gamma_\alpha(0)} \left[ \alpha T_0^0 - \sum_{kq} \frac{R_{q0}^k \alpha \delta_0^{k0}}{\Gamma_\alpha(k) + i q \omega_\alpha} \alpha T_q^k \right] \quad (20)$$

Dans ces expressions, nous avons négligé le transfert d'alignement du niveau b vers le niveau a, car l'anisotropie est faible et le taux de transfert également (d'ailleurs, pour être rigoureux, il faudrait aussi tenir compte de tous les autres niveaux). Le transfert d'alignement à l'ordre zéro a pu être observé expérimentalement : il est effectivement très faible. Pour en tenir compte, il faudrait, pour le niveau a, ajouter le terme :

$$^{(0)}A_\alpha \bar{\rho}(\text{tr.}) = \frac{-b \lambda_0^0}{\Gamma_b(0)} \sum_{kQ} \frac{\Theta(b,a,k) R_{Q0}^{(k)} b \delta_0^{k0}}{(\Gamma_a(k) + i Q \omega_a)(\Gamma_b(k) + i Q \omega_b)} a T_Q^k \quad (21)$$

En reportant (20) dans l'équation (19), donnant la réponse linéaire, on peut trouver, formellement par itération, la solution isotrope et la solution anisotrope du 1er ordre (en  $\epsilon$ ) :

$$[^{(2)}I_\rho] = \left\{ [\Gamma_I] + i [\omega \mathcal{J}_z] - [\text{Tr}] \right\}^{-1} [B] [^{(0)}I_\rho] \quad (22)$$

$$[^{(2)}A_\rho] = \left\{ [\Gamma_I] + i [\omega_\alpha \mathcal{J}_z] - [\text{Tr}] \right\}^{-1} \left\{ [B] [^{(0)}A_\rho] - \epsilon R [\Gamma_A] R^{-1} [^{(2)}I_\rho] \right\} \quad (23)$$

(22) n'est autre que la solution habituelle étudiée au chapitre IV. La correction anisotrope (23) contient deux termes. Le premier terme (ici aussi, nous négligeons le transfert dans les corrections d'anisotropie),

$$[^{(2)}A_1 \bar{\rho}] = \left\{ [\Gamma_I] + i [\omega_\alpha \mathcal{J}_z] \right\}^{-1} [B] [^{(0)}A_\rho] \quad (24)$$

vient de la correction à l'ordre (0) et s'obtient par les formules habituelles permettant de passer de l'ordre (0) à l'ordre (2). En raison de ce que nous avons dit au paragraphe précédent, ce terme peut être traité comme une excitation anisotrope donnée par l'équation (17). Ce terme sera calculé à partir

des formules de l'appendice D en prenant la partie anisotrope de (20) pour former  $n(k_0, Q_0, k_1)$  ( $k_0$  pair  $> 0$ ).

Le second terme de (23) provient de l'anisotropie de la relaxation dans l'équation du 2e ordre. C'est ce terme qui différencie l'anisotropie provenant de la relaxation de celle provenant de l'excitation. Sous forme développée, il s'écrit :

$$\begin{aligned}
 {}^{(2)}A_{\alpha\rho Q}^{2-k} &= - \sum_{k'Q'Q''} \frac{R_{QQ''}^{(k)}(\phi, \theta, 0) \alpha^{\delta kk'} R_{Q''Q'}^{(k')}(0, -\theta, -\phi)}{\Gamma_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho Q'}^{k'} \\
 &= - \sum_{k'Q'Q''} e^{i(Q'-Q)\phi} \frac{r_{QQ''}^{(k)}(\theta) \alpha^{\delta kk'} r_{Q''Q'}^{(k')}(-\theta)}{\Gamma_{\alpha}(k) + iQ\omega_{\alpha}} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho Q'}^{k'}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Dans cette expression,  ${}^{(2)}I_{\alpha\rho Q'}^{k'}$  est calculé à partir du terme source isotrope  $n$  : pour les termes de fréquence nulle, il faut utiliser les expressions (IV,13 et 14).

### C - ESTIMATION EXPERIMENTALE DE L'ORDRE DE GRANDEUR DE L'ANISOTROPIE

Dans les deux premiers paragraphes, nous déterminons la méthode de mesure. Nous rassemblerons les résultats numériques au § 3. Au § 4, nous évaluerons l'effet de l'anisotropie sur les mesures de temps de relaxation réalisées par DECOMPS.

#### 1) Méthode de mesure de $\Gamma_0^{20}$ (effet Hanle en l'absence de laser)

L'expérience décrite au paragraphe A permet de mesurer précisément  $\Gamma_0^{20}$  et, par là, permet d'avoir un ordre de grandeur de l'anisotropie, si l'on admet que les autres éléments de la matrice  $[\Gamma_A]$  sont du même ordre de grandeur.

Dans cette expérience le champ magnétique ( $Oz$ ) est perpendiculaire à l'axe de la cellule ( $Ox$ ). On détecte la lumière de fluorescence émise suivant  $Oz$  avec les polarisations  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$ . Le taux d'anisotropie obtenu en mesurant la hauteur de l'effet Hanle est donné par la formule (V,26) :

$$R_{\alpha g}^{(0)} = \frac{\left[ \frac{\lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y) - \lambda_{\alpha g}(\vec{u}_x)}{\lambda_{\alpha g}(\vec{u}_x) + \lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y)} \right]_{H=0}}{\lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y)_{H=\infty}} = \frac{\lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y)_{H=0} - \lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y)_{H=\infty}}{\lambda_{\alpha g}(\vec{u}_y)_{H=\infty}} = \frac{(-)^{J_{\alpha}+J_g+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_{\alpha} & J_{\alpha} \end{Bmatrix} \alpha \rho_2^2 (H=0)}{\frac{1}{3\sqrt{2J_{\alpha}+1}} \alpha \rho_0^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} (-)^{J_g+J_{\alpha}+1} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_{\alpha} & J_{\alpha} \end{Bmatrix} \alpha \rho_0^2} \tag{26}$$



En utilisant la formule (16) et en ne gardant que le premier ordre par rapport à l'anisotropie, c'est-à-dire en négligeant  $\rho_0^2$  devant  $\rho_0^0$ , on obtient ( $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ ; pour la matrice de rotation, voir Appendice A) :

$$R_{\alpha g}^{(0)} = -3 \sqrt{2J_\alpha + 1} (-)^{J_g + J_\alpha} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_\alpha & J_\alpha \end{Bmatrix} \frac{\alpha \rho_2^2}{\alpha \rho_0^0} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{2J_\alpha + 1} (-)^{J_g + J_\alpha} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_\alpha & J_\alpha \end{Bmatrix} \frac{\alpha \Gamma_0^{20}}{\Gamma_\alpha(2)} \quad (27)$$

La mesure de  $R_{\alpha g}^{(0)}$  nous donne un ordre de grandeur de  $\frac{\alpha \Gamma_{kk'}}{\Gamma_\alpha(k)}$  c'est-à-dire l'ordre de grandeur de la correction  $(2)A_{\alpha f}^{20}$  relativement à  $(2)I_{\alpha f}^{20}$  (équ. (25)). Pour le niveau  $2p_4$  nous avons utilisé la raie  $6.096 \text{ \AA}$  ( $J=2 \rightarrow J=1$ ), ce qui donne :

$$\frac{a \Gamma_0^{20}}{\Gamma_a(2)} = -\frac{4}{3} \sqrt{\frac{10}{7}} R_{6.096} \approx -1,6 R_{6.096} \quad (28)$$

Pour le niveau  $3s_2$  nous avons utilisé la raie  $5.434 \text{ \AA}$  ( $J=1 \rightarrow J=1$ ) :

$$\frac{b \Gamma_0^{20}}{\Gamma_b(2)} = \frac{4 \sqrt{2}}{3} R_{5.434} = 1,89 R_{5.434} \quad (29)$$

## 2) Méthode de détermination de l'effet de l'anisotropie provenant de l'ordre zéro

Nous venons de voir une méthode permettant d'estimer l'effet relatif de la correction anisotrope à l'équation du second ordre. Cependant, cette mesure n'est pas suffisante pour estimer l'ordre de grandeur de la correction provenant de l'anisotropie à l'ordre zéro (premier terme source de l'équation (23)). En effet, la formule (II,58) montre qu'il faut comparer les quantités :

$$n = n(0,0,1) = \frac{(0) \rho_b^0}{\sqrt{2J_b + 1}} - \frac{(0) \rho_a^0}{\sqrt{2J_a + 1}} = n_b - n_a \quad (30)$$

$$n(k_0, Q_0, k_1) = (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_0 + 1} \sqrt{2k_1 + 1}} \left[ \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} (0) \rho_{Q_0}^{k_0} + (-)^{k_0 + k_1} \begin{Bmatrix} k_0 & 1 & k_1 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} (0) \rho_{Q_0}^{k_0} \right]$$

Dans certaines conditions expérimentales, il se peut que l'alignement  $(0) \rho_{\alpha Q_0}^2$  du niveau  $\alpha$  soit négligeable devant la population de ce niveau  $n_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2J_\alpha + 1}} (0) \rho_\alpha^0$ , mais qu'il ne le soit pas devant la différence de population  $n = n_b - n_a$ .

En mesurant le taux d'anisotropie défini en (26), avec l'approximation (27), sur deux raies de fluorescence  $b \rightarrow g$  et  $a \rightarrow f$  issues respectivement des niveaux supérieur et inférieur de la transition laser, nous pouvons déterminer le rapport de l'alignement (en champ nul) à la population

pour chacun des niveaux (en utilisant (7), on a :  $\rho_2^2 = R_{20}^{(2)}(0, \frac{\pi}{2}, 0) \sigma_0^2$  :

$$\frac{\alpha \sigma_0^2}{n_\alpha} = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} (-)^{J_\alpha + J_\gamma} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ J_\gamma & J_\alpha & J_\alpha \end{matrix} \right\}^{-1} R_{\alpha\gamma}^{(0)} \quad (\alpha = a \text{ ou } b) \quad (31)$$

$$\gamma = f \text{ ou } g$$

Montrons maintenant qu'en comparant l'effet du laser sur les deux niveaux, on peut obtenir les rapports  $n_a/n$  et  $n_b/n$ . Pour chacun des deux niveaux, on peut mesurer la modification relative d'intensité de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser :

$$M_{\alpha\gamma} = \frac{\Delta L_{\alpha\gamma}}{(0)_{L_{\alpha\gamma}}} = \frac{\Delta_\alpha \rho_0^0 + 3 \sqrt{2J_\alpha + 1} (-)^{J_\alpha + J_\gamma + 1} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ J_\gamma & J_\alpha & J_\alpha \end{matrix} \right\} \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} \Delta_\alpha \rho_0^2 \pm \frac{1}{2} \Delta(\rho_2^2 + \rho_{-2}^2) \right]}{(0)_{\rho_0^0}} \quad (32)$$

Au dénominateur, on a négligé l'alignement initial devant  $(0)_{\rho_0^0}$ . L'expression de la lumière de fluorescence utilisée est celle obtenue en (V,19); le signe  $\pm$  correspond aux polarisations  $\vec{\lambda} = \vec{u}_y$  ( $\phi = 0$ ) ou  $\vec{\lambda} = \vec{u}_x$  ( $\phi = \frac{\pi}{2}$ ).

Si le laser est assez faible (nous l'admettons, car nous ne calculons qu'un ordre de grandeur), nous pouvons utiliser les expressions du 2e ordre (IV,25) et (IV,26) pour les modifications  $\Delta_\alpha \rho$ . Pour simplifier, nous nous placerons en champ magnétique fort pour éliminer la partie anisotrope provenant de  $\rho_2^2$ . Dans ces conditions, le rapport des modifications relatives s'écrit :

$$\frac{M_{bg}}{M_{af}} = - \frac{\frac{1}{(2J_b + 1)\Gamma_b(0)} + \frac{3}{2\Gamma_b(2)} A_{ag}^b(2)}{\frac{1}{(2J_a + 1)\Gamma_a(0)} (1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}) + \frac{3}{2\Gamma_a(2)} A_{bg}^a(2) (1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)} \mathcal{B}(b,a,2,1))} \frac{n_a}{n_b} \quad (33)$$

Les coefficients A sont ceux définis en (V,25) (valeurs numériques, § V-C-4, p. 112). La polarisation du laser utilisée dans cette formule est :  $\vec{e} = \vec{u}_y$  ( $\sigma$  rectiligne).

Pour les raies 5.434 Å ( $b = 3s_2, g = 2p_{10}$ ) et 6.096 Å ( $a = 2p_4, f = 1s_4$ ) effectivement utilisées, on a

$$J_a = 2, J_b = J_f = J_g = 1$$

$$r = \frac{M_{5.434}}{M_{6.096}} = -\frac{5}{3} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{40\Gamma_b(2)}}{(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}) \frac{1}{\Gamma_a(0)} + \frac{7}{40\Gamma_a(2)}} \frac{n_a}{n_b} = K(P, I_c) \frac{n_a}{n_b} \quad (34)$$

Comme DECOMPS a montré que l'on pouvait le faire dans ce cas particulier, nous avons négligé le transfert d'alignement. Le coefficient  $K(P, I_c)$  dépend de la pression et du courant de décharge par l'intermédiaire des coefficients de relaxation  $\Gamma_\alpha(0)$  et  $\Gamma_\alpha(2)$ . En utilisant les valeurs obtenues par DECOMPS pour ces quantités, on peut donc déduire le rapport  $n_a/n_b$  de la mesure de  $r$ . On obtient alors :

$$\frac{n}{n_a} = \frac{K(P, I_c)}{r} - 1 \quad \frac{n}{n_b} = 1 - \frac{r}{K(P, I_c)} \quad (35)$$

et par conséquent (pour les raies 6.096 et 5.434) :

$$\frac{{}^{(0)}\sigma_a^2}{n} = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} (-)^{J_a+J_f} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ J_f & J_a & J_a \end{matrix} \right\}^{-1} \frac{R_{af}^{(0)}}{\frac{K}{r} - 1} = \frac{20}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} \frac{R_{6.096}^{(0)}}{\frac{K}{r} - 1} \quad (36-a)$$

$$\frac{{}^{(0)}\sigma_b^2}{n} = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} (-)^{J_b+J_g} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{matrix} \right\}^{-1} \frac{R_{bg}^{(0)}}{1 - \frac{r}{K}} = -4 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{R_{5.434}^{(0)}}{1 - \frac{r}{K}} \quad (36-b)$$

#### REMARQUE.

Pour les niveaux  $J \geq 2$ , l'anisotropie couple également  $\sigma_0^0$  à  $\sigma_0^4$ . Ceci donne en champ quelconque des termes sources  $n(4, Q_0, 3)$  qui, à l'ordre (2), affectent l'alignement. Or, nous n'avons aucun moyen de mesurer  $\sigma_0^4$ . Cependant, puisque la cause essentielle d'anisotropie est la diffusion multiple, on peut se persuader que cette grandeur est négligeable. En effet, pour qu'un atome possède un moment tensoriel d'ordre 4, il faut successivement qu'il absorbe un photon qui lui donne de l'alignement, qu'il retombe dans le niveau métastable (puisqu'il s'agit ici du  $2p_4$ ) en gardant son alignement, puis qu'il absorbe un nouveau photon qui transforme l'alignement en  $\sigma_0^4$ . Le rendement d'un tel circuit est sûrement très faible et, de plus, l'alignement a sûrement le temps d'être détruit pendant le séjour dans le métastable.

### 3) Résultats expérimentaux (montage type II, champ perpendiculaire à l'axe)

Pour chaque valeur de la pression et de la décharge, nous avons enregistré, en l'absence de laser, l'intensité des raies 6.096 Å ( $2p_4 \rightarrow 1s_4$ ) et 5.434 Å ( $3s_2 \rightarrow 2p_{10}$ ) en fonction du champ magnétique de façon à déterminer sur chaque raie la hauteur relative de l'effet Hanle (qui donne le taux d'anisotropie  $R^{(0)}$  défini en (26)). Ensuite, en champ magnétique fort, nous avons mesuré simultanément sur les deux raies la modification produite par l'irradiation laser à 6.328 Å (polarisation  $\sigma$  rectiligne).

Dans le tableau IX-1, nous donnons un certain nombre de résultats expérimentaux.

On peut constater que l'anisotropie est toujours faible,  $\lesssim 2\%$ . D'autre part, on voit qu'elle dépend de la diffusion multiple selon la description faite au § A : pour le niveau  $2p_4$ , l'anisotropie dépend de la pression et de la décharge; elle s'annule quand la diffusion multiple devient faible. Pour le niveau  $3s_2$ , l'anisotropie ne dépend pratiquement que de la pression partielle de néon; elle s'annule quand la diffusion multiple est totalement saturée (néon pur).

TABLEAU IX-1

%Ne	P (Torr)	$i_c$ (mA)	$3s_2$			$2p_4$			$-r = \frac{-M_{bg}}{M_{af}}$	-K	$\frac{n_a}{n_b}$	$\frac{(0)\sigma_a^2}{n}$ (%)	$\frac{(0)\sigma_b^2}{n}$ (%)	
			$-R_b^{(0)}$ (%)	$\frac{-\Gamma_b^{20}}{\Gamma_b(2)}$ (%)	$M_{bg}$ (%)	$R_a^{(0)}$ (%)	$\frac{-\Gamma_a^{20}}{\Gamma_a(2)}$ (%)	$M_{af}$ (%)						
100	3,4	15			84	0,33	0,52	-2,35	35,7	2,09	17,1	-1,23		
		6			66	0,25	0,40	-2,05	32,2	2,57	12,5	-0,97		
		1,8			41	0,17	0,27	-1,95	21	3,0	7,0	-0,70		
	2	10			50	0,38	0,60	-1,97	25,4	2,93	8,67	-1,52		
		5,1				0,25	0,40	-1,66						
		2,2			28	0,12	0,19	-1,32	21,2	3,7	5,73	-0,51		
	1	10			26	0,27	0,43	-1,46	17,8	3,91	4,55	-1,23		
		3			16	<0,02	<0,03	-0,8	20	4,51	4,43			
	20	2,75	10	0,12	0,23	-2,51	0,16	0,25	1,53	1,64	3,1	0,53	0,63	0,84
6			0,11	0,21	-3,35	0,15	0,24	2,05	1,63	3,78	0,43	0,41	0,64	
3,1			0,11	0,21	-3,57	0,10	0,16	2,41	1,48	4,39	0,34	0,18	0,55	
1,75		10	0,25	0,47	-3,75	0,13	0,20	2,95	1,27	3,86	0,33	0,22	1,21	
		3,2	0,20	0,38	-5,03	0,05	0,08	4,33	1,16	4,96	0,23	0,05	0,86	
1		10	0,47	0,88	-4,58			4,82	0,95	4,7	0,20		1,91	
		3,9	0,43	0,81	-5,48			5,88	0,93	5,43	0,17		1,69	
10		1	10	0,87	1,64	-3,94			6,23	0,63	4,98	0,13		3,25
			4	0,83	1,56	-4,74			7,37	0,64	5,63	0,11		3,05

4) Effet de l'anisotropie sur les expériences réalisées avec un champ magnétique axial (cas des expériences de DECOMPS)

Le cas est particulièrement simple car le champ est parallèle à l'axe de symétrie de la relaxation :  $\vec{\sigma}$  et  $\vec{\rho}$  coïncident et il n'y a pas de rotation à faire dans les formules (16) et (25).

A l'ordre zéro, le seul terme anisotrope est (comme précédemment, nous négligeons les ordres tensoriels supérieurs à 2. Cf. remarque du § C-2) :

$${}^{(0)}A_{\alpha\rho_0}^{-2} = -\frac{\alpha\Gamma_0^{20}}{\Gamma_\alpha(2)} \quad {}^{(0)}\rho_0^{-0} \quad (37)$$

A l'ordre 2, la correction anisotrope comprend un premier terme  ${}^{(2)}A_{\alpha\rho}^{-0}$  provenant de l'anisotropie à l'ordre 0 (cf. (24)) et obtenu en reportant (37) dans les équations de l'appendice D, et un second terme provenant de l'équation du second ordre qui s'écrit dans ce cas (cf. (25)) :

$${}^{(2)}A_{\alpha\rho_Q}^{-k} = -\sum_k \frac{\delta_Q^{kk'}}{\Gamma_\alpha(k+iQ\omega_\alpha)} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho_Q}^{-k'} \quad (38)$$

Dans le cas d'une excitation de polarisation rectiligne  $\sigma$  ( $|e_{\pm 1}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ), la solution isotrope ne contient que  $I_{\rho_0}^{-0}$ ,  $I_{\rho_0}^{-2}$  et  $I_{\rho_{\pm 2}}^{-2}$ . (38) ne donne alors que les termes :

$${}^{(2)}A_{\alpha\rho_0}^{-0} = -\frac{\alpha\Gamma_0^{20}}{\Gamma_\alpha(0)} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho_0}^{-2} \quad (39)$$

$${}^{(2)}A_{\alpha\rho_0}^{-2} = -\frac{1}{\Gamma_\alpha(2)} \left[ \frac{\Gamma_0^{20}}{\alpha} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho_0}^{-0} + \delta_0^{22} \quad {}^{(2)}I_{\alpha\rho_0}^{-2} \right]$$

De même, on peut voir avec les formules de l'appendice D que l'anisotropie d'ordre zéro (37) ne donne que  ${}^{(2)}A_{\alpha\rho_0}^{-0}$ ,  ${}^{(2)}A_{\alpha\rho_0}^{-2}$  et  ${}^{(2)}A_{\alpha\rho_{\pm 2}}^{-2}$  (plus des grandeurs tensorielles d'ordre  $k_2 = 4$  qui ne sont pas détectables).

On voit que l'anisotropie ne crée pas d'orientation dans ce cas (ceci est conforme aux raisonnements de symétrie énoncés par LOMBARDI <sup>(41)</sup>). De plus, la seule grandeur transversale est  $\rho_{\pm 2}^2$  : il en résulte que l'effet Hanlé n'est pas déformé, il reste Lorentzien et sa largeur donne  $\Gamma_\alpha(2) = \alpha\Gamma_2^{22}$ . Par contre, le taux d'anisotropie en champ nul (V,26) et la grandeur F (V,23) sont altérés, car ces grandeurs sont des fonctions homographiques des trois observables  $\rho_0^0$ ,  $\rho_0^2$  et  $\rho_2^2$  : On peut s'attendre à ce que le rapport  $\left[ \frac{\Gamma_\alpha(2)}{\Gamma_\alpha(0)} \right]^*$  mesuré, varie suivant la raie de fluorescence observée. Nous allons le montrer.

Pour cela, posons, pour  $(k_2=0, Q_2=0)$ ,  $(k_2=2, Q_2=0)$  et  $(k_2=2, Q_2=2)$  :

$${}^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2} = {}^{(2)}I_{\alpha\rho_{Q_2}}^{k_2} + {}^{(2)}A_{\alpha\rho_{Q_2}}^{k_2} = {}^{(2)}I_{\alpha\rho_{Q_2}}^{k_2} (1 + \epsilon_{Q_2}^{k_2}) \quad (40)$$

(V,24) et (V,27) s'écrivent alors :

$$F(b,g,g') = \frac{1 - A_{ag}^b(2) \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} (1 + \epsilon_0^2 - \epsilon_0^0)}{1 - A_{ag}^b(2) \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} (1 + \epsilon_0^2 - \epsilon_0^0)} \quad (41)$$

$$R'_{bg} = \frac{A'_{ag}{}^b(2) (1 + \epsilon_2^2)}{\frac{2}{3} \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} (1 + \epsilon_0^0) + \frac{1}{3} A'_{ag}{}^b(2) (1 + \epsilon_0^2)} \quad (42)$$

Les valeurs de  $\left[ \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} \right]^*$  mesurées par la méthode de DECOMPS, en ignorant l'anisotropie, sont donc :

$$\left[ \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} \right]^*_F = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} (1 + \epsilon_0^0 - \epsilon_0^2) \quad (\text{indépendant des raies de fluorescence utilisées}) \quad (43)$$

$$\left[ \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} \right]^*_{R'_{bg}} = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} (1 + \epsilon_0^0 - \epsilon_2^2) + \frac{1}{2} A'_{ag}{}^b(2) (\epsilon_0^2 - \epsilon_2^2) \quad (\text{dépend de la raie } b \rightarrow g \text{ utilisée}) \quad (44)$$

On voit donc que les différentes déterminations de  $\left[ \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_b(0)} \right]^*$  ne sont pas identiques.

Pour évaluer les corrections, on peut utiliser les résultats numériques obtenus au paragraphe C-3. Seule la quantité  $\delta_0^{22} = \Gamma_0^{22} - \Gamma_2^{22}$  n'a pas été mesurée : nous admettrons qu'elle est du même ordre de grandeur que  $\Gamma_0^{20}$ . Nous ne donnerons pas ici le détail du calcul. Les résultats sont les suivants :

Dans le néon pur et dans le mélange à 20% de Ne, les corrections sont inférieures à 1% et sont donc totalement inobservables, d'autant plus que l'anisotropie provenant du niveau  $2p_4$  (la seule qui intervient dans le néon pur) est éliminée par l'extrapolation à intensité de décharge nulle (plus de diffusion multiple). Dans le mélange à 10% de néon (1 Torr), les corrections sont de l'ordre de 1%; elles sont encore difficiles à déceler expérimentalement, mais l'erreur systématique commence à être appréciable.

Dans le tableau IX-1, on voit que l'anisotropie du niveau  $3s_2$  croît lorsque la pression partielle de néon décroît. On peut donc s'attendre à ce que les écarts entre les différentes déterminations (43) et (44) deviennent mesurables à très faible pression partielle de néon (diffusion multiple partielle) : il serait donc intéressant d'étudier ces grandeurs en détail, dans un mélange contenant environ 1% de néon (note). Par contre, on peut être sûr que l'effet de l'anisotropie est négligeable sur les déterminations de  $\Gamma_{3s_2}(0)$  et  $\Gamma_{3s_2}(2)$  réalisées à diffusion multiple saturée (valeur "asymptotique" suivant la terminologie de DECOMPS).

---

(note) Le calcul montre que l'anisotropie du  $3s_2$  peut être sensible, en particulier sur la mesure de  $\Gamma_{2p_4}(0)$  avec la raie laser  $6.328 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ) et sur la mesure de  $\Gamma_{2p_2}(0)$  et  $\Gamma_{3s_2}(0)$  avec la raie  $6.401 \text{ \AA}$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_2$ )

### 5) Conclusion

L'estimation de l'effet de l'anisotropie, que nous avons faite dans le paragraphe précédent, montre qu'il est normal que DECOMPS n'ait pu la déceler<sup>(\*)</sup>. L'anisotropie de la relaxation produit certainement une erreur négligeable sur la plupart de ses résultats car l'anisotropie du niveau  $2p_4$  est éliminée par l'extrapolation à intensité de décharge nulle, et celle du niveau  $3s_2$  est négligeable pour toutes les mesures faites à diffusion multiple saturée ( $P_{Ne} > 0,2$  Torr).

Dans les expériences que nous avons réalisées avec le montage du type II (cf. Ch. VI, § D et F), l'effet de l'anisotropie est très difficile à calculer, car le champ magnétique est à  $45^\circ$  de l'axe de symétrie de la relaxation. Il en résulte en particulier un mélange de l'alignement et de l'orientation. La complication du calcul est encore accrue par l'utilisation d'une polarisation modulée. Nous n'avons donc pas pu estimer les corrections. Cependant, quels que soient les effets de l'anisotropie, on peut certainement les négliger dans la plupart des cas (pour les mêmes raisons que dans les expériences de DECOMPS). Seul le mélange à 1% de néon peut conduire à une erreur de quelques pour cent.

---

(\*) De plus, les cellules utilisées par DECOMPS étaient plus courtes que celles utilisées pour les mesures du tableau IX-1 : l'anisotropie de diffusion multiple était donc plus faible.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Au début de ce mémoire, nous avons mis en place un formalisme mathématique qui permet de tenir compte de processus de relaxation complexes, dans le calcul de l'interaction atome-faisceau laser en présence d'un champ magnétique. Ce formalisme tient compte en détail :

- de la relaxation des grandeurs atomiques par les collisions désorientantes et les collisions de quenching
- de la réabsorption des raies de fluorescence (diffusion multiple)
- du transfert des grandeurs atomiques d'un niveau à l'autre par émission spontanée.

Il tient compte également :

- de la destruction des grandeurs optiques par collisions
- du déphasage de ces grandeurs, qui peut également résulter des collisions
- de l'effet de la diffusion multiple et des collisions sur la distribution de vitesse des atomes excités.

Ce formalisme est un cadre assez général qui permet d'englober de très nombreux cas expérimentaux; cependant, pour simplifier, nous avons fait un certain nombre d'hypothèses restrictives :

- Nous avons supposé la relaxation isotrope. Nous avons cependant donné au chapitre IX les éléments permettant le traitement d'une petite anisotropie provenant de la décharge. Par contre, cette hypothèse exclut la possibilité d'une étude quantitative des relaxations en présence d'un faisceau laser monomode qui ne pompe que les atomes d'une seule classe de vitesse.

- Dans toutes les applications (mais pas dans le formalisme général du chapitre II), nous avons supposé la largeur Doppler très grande devant la largeur naturelle de la raie et devant tous les coefficients de relaxation ( $\Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}, \Gamma'_\alpha(k) \dots$ ). Cette hypothèse exclut le cas des très fortes pressions ( $\Gamma'_{ab}$  grand) et des raies laser infrarouge ( $\Delta\nu$  petit). Les limites de validité des résultats dépendent des grandeurs observées : pour la réponse linéaire, par exemple, seuls comptent les coefficients de relaxation des grandeurs atomiques et les limites de validité de la théorie sont larges (par exemple 20 Torr pour une raie laser visible ou quelques Torr pour la raie 3,39  $\mu$ ). Par contre, la croissance rapide des coefficients de relaxation avec la pression impose des limites beaucoup plus strictes à la validité de certaines approximations faites lors de l'étude des effets non linéaires (par exemple 2 Torr pour les raies visibles).

- Nous avons effectué un calcul de perturbation en fonction des puissances successives du champ électrique du faisceau laser. Ceci restreint la validité des résultats aux cas des très



faibles intensités laser. En particulier, nous avons pu montrer expérimentalement (§ VIII-F-3-b) que même les résultats du 4e ordre ne permettent pas une étude quantitative des phénomènes pour une intensité laser quelconque.

### Résultats théoriques et applications expérimentales

L'étude de la réponse linéaire (2e ordre de perturbation) a été principalement centrée sur l'effet Hanle qui apparaît tout à fait identique à celui que l'on obtient avec des sources lumineuses conventionnelles. Cependant, cette étude a permis de mettre au point des méthodes expérimentales, particulièrement adaptées au cas du pompage par un laser et qui ont permis la mesure de nombreux temps de relaxation. Elle est à la base de toutes les mesures réalisées par DECOMPS et des mesures de temps de relaxation de l'orientation des niveaux  $3s_2$  et  $2p_4$ , relatées dans ce mémoire. Signalons au passage que ces mesures, dont l'accord n'est pas parfait avec celles de DECOMPS en ce qui concerne les durées de vie, mettent en évidence les difficultés expérimentales qui limitent la précision (extrapolation successive à intensité de laser nulle, puis à intensité de décharge nulle; complexité des phénomènes intervenant dans les décharges).

Nous avons pu mettre en évidence théoriquement et expérimentalement la modulation de la lumière de fluorescence à la fréquence de battement entre les modes du laser.

L'étude des saturations (au 4e ordre de perturbation) a permis de dégager l'origine physique des résonances observées expérimentalement (sur les grandeurs longitudinales) lorsque l'écart Zeeman est égal à l'écart de fréquence entre modes : nous avons montré qu'il fallait distinguer :

- 1) Un effet de population : la composante  $\sigma^+$  d'un mode et la composante  $\sigma^-$  d'un autre créent chacune un "trou" dans la distribution de vitesse de l'inversion de population et la saturation augmente lorsque les "trous" se recouvrent.
- 2) Un effet de cohérence Zeeman : l'action simultanée des modes  $(\nu, \sigma^+)$  et  $(\mu, \sigma^-)$  crée au second ordre de l'alignement transversal modulé à la fréquence  $\omega_\nu - \omega_\mu$  et résonnant lorsque l'écart Zeeman est égal à cette fréquence. Une nouvelle interaction avec les modes  $(\lambda, \sigma^-)$  et  $(\kappa, \sigma^+)$  tels que  $\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa = 0$  permet de "démoduler" ce terme et d'obtenir au 4e ordre des grandeurs longitudinales présentant une résonance en fonction du champ magnétique.

Les résonances du 1er type ont une largeur double de la largeur naturelle de la raie (inverse du temps de relaxation des "cohérences optiques"). Cette largeur est très affectée par les collisions : dans les cas expérimentaux utilisés, elle est supérieure à l'écart entre modes et toutes les résonances du premier type se recouvrent et ne sont pas résolues. Les résonances observées expérimentalement provien-

nent donc uniquement de l'effet de cohérence Zeeman (la largeur de ces résonances est proche de la largeur de l'effet Hanle, c'est-à-dire de l'inverse du temps de relaxation de l'alignement).

L'expérience montre que la synchronisation des modes ("mode locking") a un effet considérable sur les résonances latérales, alors qu'elle n'en a aucun sur la résonance en champ nul. Notre calcul nous a permis de comprendre ce phénomène : en effet, la résonance en champ nul ne fait intervenir que deux modes (termes de la forme  $|\xi^{\nu} e^{i(\omega_{\nu}t + \phi_{\nu})}|^2$  et  $|\xi^{\kappa} e^{i(\omega_{\kappa}t + \phi_{\kappa})}|^2$ ). Elle ne dépend pas de la phase relative des modes. Par contre, les résonances en champ non nul (termes de la forme  $\xi^{\nu*} \xi^{\mu} \xi^{\lambda*} \xi^{\kappa} e^{i(\phi_{\nu} - \phi_{\mu} + \phi_{\lambda} - \phi_{\kappa})}$ , avec  $\omega_{\nu} - \omega_{\mu} + \omega_{\lambda} - \omega_{\kappa} = 0$ ) dépendent de façon critique de la phase relative des modes. Si le laser a ses modes synchronisés (c'est-à-dire tous en phase à intervalles de temps réguliers), tous les termes subsistent et l'on montre que les résonances latérales sont du même ordre de grandeur que celles en champ nul. Si les modes sont désynchronisés (phases aléatoires), les résonances latérales deviennent nettement plus faibles car les termes faisant intervenir plus de deux modes disparaissent. Ce comportement prouve, de façon indirecte, que la largeur naturelle de la raie est supérieure à l'écart entre modes, ce qui permet à deux modes voisins d'interagir avec les mêmes atomes. S'il n'en était pas ainsi, on aurait forcément  $\nu = \kappa$  et  $\mu = \lambda$  dans les raisonnements ci-dessus : les résonances seraient alors toutes indépendantes de la phase des modes et seraient toujours d'amplitude comparable.

Nous avons montré, théoriquement et expérimentalement, que dans un certain nombre de cas (non seulement le cas où l'un des niveaux est un niveau  $J = 0$ ), on peut attribuer les résonances observées à l'un seulement des deux niveaux, ce qui permet de mesurer son facteur de Landé. Nous avons effectué cette mesure pour quelques niveaux du néon.

Tous les résultats précédents restent valables lorsque l'onde laser est stationnaire, à condition que les modes soient nombreux. Par contre, avec un laser monomode, on observe sur la lumière de fluorescence des résonances de saturation analogues au "Lamb dip", c'est-à-dire provenant du caractère stationnaire du faisceau laser.

Enfin, nous avons montré que notre formalisme permet tout aussi bien de calculer la puissance émise par un laser (en particulier de déterminer la forme de "Lamb dip"). Nous obtenons alors une formule qui généralise celles obtenues par de nombreux auteurs, en y incluant simultanément l'effet de la structure Zeeman des niveaux et l'effet de tous les processus de relaxation envisagés. A cette occasion, nous avons démontré la grande importance de la diffusion multiple des raies optiques comme phénomène de thermalisation des vitesses atomiques.

#### Prolongements envisagés sur le plan théorique et sur le plan expérimental

Sans parler des nombreuses possibilités offertes par les techniques présentées ici, en ce qui concerne la mesure des temps de relaxation et des sections efficaces de collisions, nous pensons qu'une étude plus approfondie de l'anisotropie de la relaxation serait utile. Dans ce domaine,

l'utilisation d'un laser monomode, permettant de ne pomper que les atomes d'une certaine classe de vitesse, semble d'un très grand intérêt.

En ce qui concerne les effets non linéaires, notre méthode de perturbation a permis de comprendre l'origine physique des phénomènes observés, mais elle est insuffisante pour une étude quantitative. Le développement de nouvelles méthodes de calculs, valables quelle que soit la puissance du laser, est donc nécessaire. Ce travail a été entrepris par M. DUCLOY : les résultats théoriques déjà obtenus ont été parfaitement confirmés par l'expérience et laissent espérer un développement très intéressant des recherches dans ce domaine.

A P P E N D I C E A

FORMULES SUR LES OPÉRATEURS TENSORIELS IRREDUCTIBLES

(voir MESSIAH (<sup>43</sup>), appendice C, p. 924)

1) Formules générales

Les opérateurs  $\alpha\beta T_q^k$  sont les  $(2k+1)$  composantes de l'opérateur tensoriel irréductible  $\alpha\beta T^{(k)}$  (avec  $-k \leq q \leq k$ ). Ils ont la particularité de n'avoir d'éléments de matrice qu'entre le niveau  $\alpha$  et le niveau  $\beta$ .

Théorème de WIGNER-ECKART (MESSIAH, formule 84)

$$\langle J_{\alpha} M_{\alpha} | \alpha\beta T_q^k | J_{\beta} M_{\beta} \rangle = (-)^{J_{\alpha} - M_{\alpha}} \langle J_{\alpha} || \alpha\beta T^{(k)} || J_{\beta} \rangle \begin{pmatrix} J_{\alpha} & k & J_{\beta} \\ -M_{\alpha} & q & M_{\beta} \end{pmatrix} \quad (A,1)$$

avec la normalisation

$$\text{Tr}(\alpha\beta T_q^k \alpha'\beta' T_{q'}^{k'})^{\dagger} = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \delta_{qq'} \delta_{kk'} \quad (A,2)$$

On trouve (en imposant à cette quantité d'être réelle) :

$$\langle J_{\alpha} || \alpha'\beta' T^{(k)} || J_{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \sqrt{2k+1} \quad (A,3)$$

On déduit également :

$$\alpha\beta T_q^k{}^{\dagger} = (-)^{J_{\alpha} - J_{\beta} + q} \beta\alpha T_{-q}^k \quad \text{c'est-à-dire} \quad \alpha\beta T^{(k)}{}^{\dagger} = (-)^{J_{\alpha} - J_{\beta}} \beta\alpha T^{(k)} \quad (A,4)$$

$$\alpha\alpha T_0^0 \equiv \alpha T_0^0 = \frac{1}{\sqrt{2J_{\alpha} + 1}} I_{\alpha} \quad (I_{\alpha} = \text{matrice unité dans le sous-espace du niveau } \alpha) \quad (A,5)$$

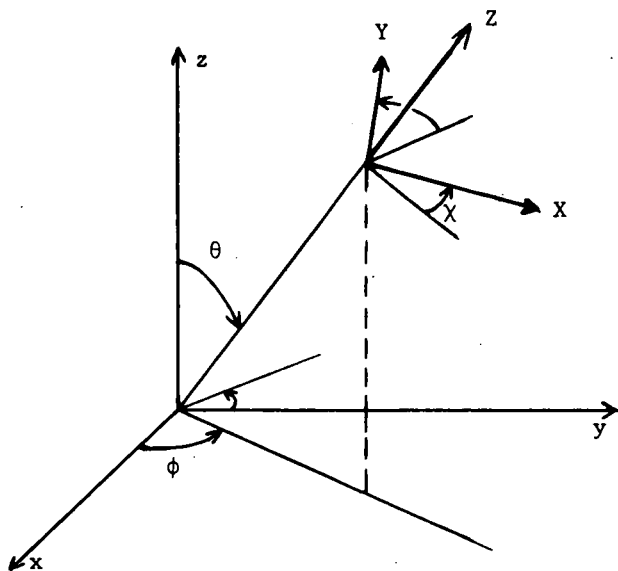
$$[J_z, \alpha T_q^k] = q \alpha T_q^k \quad (\text{MESSIAH, formule 82-b}) \quad (A,6)$$

2) Rotations (définition du caractère d'opérateur tensoriel irréductible)

$$R \alpha\beta T_q^k R^{-1} = \sum_{q'} \alpha\beta T_{q'}^k R_{q'q}^{(k)} \quad (A,7)$$

R est l'opérateur de rotation et  $R_{MM'}^{(J)} = \langle J M | R | J M' \rangle$  est un élément de la matrice rotation dans l'es-

pace  $\mathcal{L}^{(J)}$  (cf. MESSIAH, p. 918). A la fin de cet appendice, nous donnons les matrices rotation pour  $J = 1$  et  $J = 2$ . Lorsqu'on effectue une rotation des axes (angle d'EULER  $\phi, \theta, \chi$ ), un opérateur



(en particulier l'opérateur densité  $\rho$ ) peut être décomposé sur la base des opérateurs tensoriels définis par rapport à ces nouveaux axes (en omettant les indices  $\alpha$  et  $\beta$  pour simplifier) :

$$\rho = \sum_{kq} \rho_q^k T_q^k = \sum_{kq} \sigma_q^k T_q^k(\phi, \theta, \chi) \quad (A,8)$$

Par définition :

$$T_q^k(\phi, \theta, \chi) = R(\phi, \theta, \chi) T_q^k R^{-1}(\phi, \theta, \chi) = \sum_{q'} T_{q'}^k R_{q',q}^{(k)}(\phi, \theta, \chi)$$

donc :

$$\rho_q^k = \sum_{q'} R_{q',q}^{(k)}(\phi, \theta, \chi) \sigma_{q'}^k \quad (A,9)$$

### 3) Quelques formules utiles

$$T_r(\alpha\beta T_{q_1}^{k_1} \beta\gamma T_{q_2}^{k_2} \alpha\gamma T_{q_3}^{k_3}) = (-)^{J_\alpha - J_\gamma + q_3} T_r(\alpha\beta T_{q_1}^{k_1} \beta\gamma T_{q_2}^{k_2} \gamma\alpha T_{-q_3}^{k_3}) \quad (A,10)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)}} (-)^{2J_\beta - J_\alpha + J_\gamma + q_3} \begin{Bmatrix} k_2 & k_1 & k_3 \\ q_2 & q_1 & -q_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ J_\gamma & J_\alpha & J_\beta \end{Bmatrix}$$

Pour démontrer cette formule, on décompose en éléments de matrice et on utilise (A,1) et la formule (C,33) de MESSIAH.

$$T_r[\alpha\beta T_{q_1}^{k_1} \beta\gamma T_{q_2}^{k_2} \gamma\delta T_{q_3}^{k_3} \delta\alpha T_{q_4}^{k_4}] \quad (A,11)$$

$$= \sum_M (-)^{\Sigma J - \Sigma M} \frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)(2k_4+1)}} \begin{pmatrix} J_\alpha & k_1 & J_\beta \\ -M_\alpha & q_1 & M_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\beta & k_2 & J_\gamma \\ -M_\beta & q_2 & M_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\gamma & k_3 & J_\delta \\ -M_\gamma & q_3 & M_\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\delta & k_4 & J_\alpha \\ -M_\delta & q_4 & M_\alpha \end{pmatrix}$$

$$= \sum_{M_\alpha M_\gamma} (-)^{J_\alpha - J_\gamma - 2M_\alpha + q_3 + q_4 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)(2k_4+1)}} \sum_{j,m} (2j+1) \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 & j \\ J_\gamma & J_\alpha & J_\beta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 & j \\ q_1 & q_2 & -m \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j & J_\alpha & J_\gamma \\ m & -M_\alpha & M_\gamma \end{pmatrix}$$

(A,1) ↓  
MESSIAH (C,34) ↓

$$\sum_{j',m'} (2j'+1) \begin{Bmatrix} k_3 & k_4 & j' \\ J_\alpha & J_\gamma & J_\delta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & k_4 & j' \\ q_3 & q_4 & -m' \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j' & J_\gamma & J_\alpha \\ m' & -M_\gamma & M_\alpha \end{pmatrix}$$

d'où :

$$T_r \left[ \alpha \beta \begin{matrix} T^{k_1} \\ q_1 \end{matrix} \gamma \delta \begin{matrix} T^{k_2} \\ q_2 \end{matrix} \gamma \delta \begin{matrix} T^{k_3} \\ q_3 \end{matrix} \delta \alpha \begin{matrix} T^{k_4} \\ q_4 \end{matrix} \right] = (-)^{J_\alpha - J_\gamma + q_3 + q_4 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)(2k_4+1)}} \quad (A,12)$$

$$\sum_{jm} (2j+1) \left\{ \begin{matrix} k_1 & k_2 & j \\ J_\gamma & J_\alpha & J_\beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_3 & k_4 \\ J_\delta & J_\alpha & J_\gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_1 & k_2 & j \\ q_1 & q_2 & -m \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_3 & k_4 \\ m & q_3 & q_4 \end{matrix} \right\}$$

Au chapitre III, on passe des expressions (14) aux expressions (15) en multipliant (A,11) par

$$\frac{2J_b+1}{3} (-)^{J_b - J_a + Q_2} \quad (\text{cf. (A,19) et en effectuant les substitutions suivantes :}$$

	$k_1$	$q_1$	$k_2$	$q_2$	$k_3$	$q_3$	$k_4$	$q_4$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
pour $T_r(D_{q_1} D_{q_2 a} T_{Q_0 a}^{k_0} T_{Q_2}^{k_2 \dagger})$	1	$q_2$	$k_0$	$Q_0$	$k_2$	$-Q_2$	1	$q_1$	b	a	a	a
pour $T_r(a T_{Q_0}^{k_0} D_{q_1} D_{q_2 a} T_{Q_2}^{k_2 \dagger})$	$k_0$	$Q_0$	1	$q_1$	1	$q_2$	$k_2$	$-Q_2$	a	a	b	a
pour $T_r(D_{q_2} T_{Q_0}^{k_0} D_{q_1 b} T_{Q_2}^{k_2 \dagger})$	$k_0$	$Q_0$	1	$q_1$	$k_2$	$-Q_2$	1	$q_2$	a	a	b	b
	1	$q_2$	$k_0$	$Q_0$	1	$q_1$	$k_2$	$-Q_2$	b	a	a	b

Pour passer de (A,11) à (A,12), on a montré la formule :

$$\sum_m (-)^{\Sigma J - \Sigma M - \Sigma k} \begin{pmatrix} J_\alpha & k_1 & J_\beta \\ -M_\alpha & q_1 & M_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\beta & k_2 & J_\gamma \\ -M_\beta & q_2 & M_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\gamma & k_3 & J_\delta \\ -M_\gamma & q_3 & M_\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\delta & k_4 & J_\alpha \\ -M_\delta & q_4 & M_\alpha \end{pmatrix} \quad (A,13)$$

$$= (-)^{J_\alpha - J_\gamma + q_3 + q_4} \sum_{jm} \left\{ \begin{matrix} k_1 & k_2 & j \\ \gamma & \alpha & \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_3 & k_4 \\ \delta & \alpha & \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_1 & k_2 & j \\ q_1 & q_2 & -m \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_3 & k_4 \\ m & q_3 & q_4 \end{matrix} \right\} \quad (2j+1)$$

$$= (-)^{J_\beta - J_\delta + q_4 + q_1} \sum_{jm} \left\{ \begin{matrix} k_2 & k_3 & j \\ \delta & \beta & \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_4 & k_1 \\ \alpha & \beta & \delta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & k_3 & j \\ q_2 & q_3 & -m \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & k_4 & k_1 \\ m & q_4 & q_1 \end{matrix} \right\} \quad (2j+1)$$

= permutations circulaires

On en déduit en particulier :

$$\sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} = (-)^{1+k_3} 5 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} \quad (A,14)$$

$$\sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} = (-)^{1+k_3} \sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix}$$

#### 4) Opérateur $\vec{D}$

Cet opérateur vectoriel hermitique, utilisé par de nombreux auteurs (en particulier BARRAT et COHEN-TANNOUJJI (2)(3)), représente la partie angulaire de l'opérateur dipôle électrique  $\vec{P}$

Par définition :

$$\langle J_b M_b | \vec{D}_q | J_a M_a \rangle = \langle J_a M_a | \vec{D}_q | J_b M_b \rangle \quad (A,15)$$

à condition que l'énergie du niveau b soit supérieure à l'énergie du niveau a. Cette définition, commode pour traiter l'émission spontanée (cf. formule (V,1)) et pour le pompage optique classique où l'on ne considère que le niveau fondamental et un niveau excité, est peu agréable dans le cas où il faut considérer plus de deux niveaux, et surtout pour l'excitation laser pour laquelle il y a symétrie entre le niveau supérieur et le niveau inférieur.

En appliquant le théorème de WIGNER-ECKART, on voit que l'élément de matrice réduit de  $\vec{D}$  s'écrit :

$$\langle b || \vec{D} || a \rangle = (-)^{J_b - J_a} \langle a || \vec{D} || b \rangle = \sqrt{2J_b + 1} \quad (A,16)$$

La proportionnalité entre  $\vec{P}$  et  $\vec{D}$  dépend du couple de niveaux choisis :

$$\langle J_b M_b | \vec{P} | J_a M_a \rangle = \frac{\langle b || \vec{P} || a \rangle}{\sqrt{2J_b + 1}} \langle J_b M_b | \vec{D} | J_a M_a \rangle \quad (\text{avec } W_b > W_a) \quad (A,17)$$

Nous définissons enfin ( $P_r(\alpha)$  = Projecteur sur le niveau  $\alpha$ ) :

$${}_{ab} \vec{D} = P_r(a) \vec{D} P_r(b) \quad (A,18)$$

Si  $W_b > W_a$ , on a donc :

$$\begin{aligned} {}_{ba} D_q &= \sqrt{\frac{2J_b + 1}{3}} {}_{ba} T_q^1 \\ {}_{ab} D_q &= (-)^{J_b - J_a} \sqrt{\frac{2J_b + 1}{3}} {}_{ab} T_q^1 \end{aligned} \quad (A,19)$$

#### 5) Matrices de rotation

$$R_{MM'}^{(J)}(\phi, \theta, \chi) = \langle JM | R(\phi, \theta, \chi) | JM' \rangle \quad (A,20)$$

$$R_{MM'}^{(J)}(\phi, \theta, \chi) = e^{-i\phi M} r_{MM'}^{(J)}(\theta) e^{-i\chi M'}$$

$$r^{(1)}(\theta) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 0 & -1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1+\cos\theta}{2} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1-\cos\theta}{2} \\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1+\cos\theta}{2} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$r^{(1)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r^{(1)}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{bmatrix} \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$r^{(2)}(\theta) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{(\cos\theta+1)^2}{4} & -\frac{\sin\theta}{2}(1+\cos\theta) & \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta & -\frac{\sin\theta}{2}(1-\cos\theta) & \frac{(1-\cos\theta)^2}{4} \\ \frac{\sin\theta}{2}(1+\cos\theta) & \frac{(\cos\theta+1)(2\cos\theta-1)}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta & \frac{(1-\cos\theta)(2\cos\theta+1)}{2} & -\frac{\sin\theta}{2}(1-\cos\theta) \\ \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta & \sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta & \frac{3\cos^2\theta-1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta & \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta \\ \frac{\sin\theta}{2}(1-\cos\theta) & \frac{(1-\cos\theta)(2\cos\theta+1)}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta & \frac{(\cos\theta+1)(2\cos\theta-1)}{2} & -\frac{\sin\theta}{2}(1+\cos\theta) \\ \frac{(1-\cos\theta)^2}{4} & \frac{\sin\theta}{2}(1-\cos\theta) & \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta & \frac{\sin\theta}{2}(1+\cos\theta) & \frac{(1+\cos\theta)^2}{4} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$r^{(2)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{6}}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{6}}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$r^{(2)}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{3+2\sqrt{2}}{8} & -\frac{1+\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{8} & -\frac{\sqrt{2}-1}{4} & \frac{3-2\sqrt{2}}{8} \\ \frac{1+\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{2}-1}{4} \\ \frac{\sqrt{6}}{8} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{\sqrt{6}}{8} \\ \frac{\sqrt{2}-1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{2}+1}{4} \\ \frac{3-2\sqrt{2}}{8} & \frac{\sqrt{2}-1}{4} & \frac{\sqrt{6}}{8} & \frac{\sqrt{2}+1}{4} & \frac{3+2\sqrt{2}}{8} \end{bmatrix} \end{matrix}$$



A P P E N D I C E B

DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION (II,44)

(II,44) s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha\beta \rho_q^{(n) \cdot k} = -i \sum_{\substack{\alpha', \beta', \\ k' q'}} \left[ \alpha' \beta' \rho_q^{(n) k'} \operatorname{Tr} \left\{ \left[ \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z, \alpha' \beta', T_q^{k'} \right] \alpha \beta T_q^{k \dagger} \right\} + \alpha' \beta' \rho_q^{(n-1) k'} \operatorname{Tr} \left\{ \left[ R, \alpha' \beta', T_q^{k'} \right] \alpha \beta T_q^{k \dagger} \right\} \right] + \left( \frac{d}{dt} \alpha \beta \rho_q^{(n) k} \right)_{\text{rel}} \end{aligned} \quad (\text{B}, 1)$$

1)  $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z$

Comme nous l'avons remarqué au § II-B-1,  $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z$  ne couplent pas les deux niveaux, ce qui entraîne  $\alpha = \alpha'$  et  $\beta = \beta'$  dans la première trace. En utilisant les expressions (II,27-a) et (II,27-b) de  $\mathcal{H}_0$  et de  $\mathcal{H}_Z$ , on trouve :

$$\operatorname{Tr} \left( \left[ \mathcal{H}_0, \alpha T_q^{k'} \right] \alpha T_q^{k \dagger} \right) = 0 \quad (\text{B}, 2)$$

$$\operatorname{Tr} \left( \left[ \mathcal{H}_0, \alpha \beta T_q^{k'} \right] \alpha \beta T_q^{k \dagger} \right) = (W_a - W_b) \delta_{kk'} \delta_{qq'} = -\omega \delta_{kk'} \delta_{qq'} \quad (\text{B}, 3)$$

$$\operatorname{Tr} \left( \left[ \mathcal{H}_Z, \alpha T_q^{k'} \right] \alpha T_q^{k \dagger} \right) = \omega_{\alpha q} \delta_{kk'} \delta_{qq'} \quad (\text{B}, 4)$$

en utilisant la formule (A,6) de l'appendice A .

$$\operatorname{Tr} \left( \left[ \mathcal{H}_Z, \alpha \beta T_q^{k'} \right] \alpha \beta T_q^{k \dagger} \right) = \omega_a \sqrt{\frac{J_a (J_a + 1) (2J_a + 1)}{3}} \operatorname{Tr} \left( T_a^{\dagger} T_{ab} T_q^{k'} T_{ab} T_q^{k \dagger} \right) - \omega_b \sqrt{\frac{J_b (J_b + 1) (2J_b + 1)}{3}} \operatorname{Tr} \left( T_{ab} T_q^{k'} T_b^{\dagger} T_{ab} T_q^{k \dagger} \right) \quad (\text{B}, 5)$$

$$= (-)^{J_a + J_b + q} \frac{1}{\sqrt{2k+1} \sqrt{2k'+1}} \begin{pmatrix} k' & 1 & k \\ q' & 0 & -q \end{pmatrix} \left[ \omega_a \sqrt{\frac{J_a (J_a + 1) (2J_a + 1)}{3}} \begin{Bmatrix} 1 & k' & k \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} + (-)^{k+k'} \omega_b \sqrt{\frac{J_b (J_b + 1) (2J_b + 1)}{3}} \begin{Bmatrix} 1 & k' & k \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \right]$$

On a utilisé la formule (A,10). Les seuls termes non nuls sont obtenus pour  $q = q'$  et  $k = k'$  ou  $k = k' \pm 1$ . Evaluons séparément les trois termes.

$k = k'$ . On utilise les formules :

$$\frac{1}{\sqrt{2k+1}} \begin{pmatrix} k & 1 & k \\ q & 0 & -q \end{pmatrix} = (-)^{k+1+q} \langle k \ 1 \ q \ 0 | k \ q \rangle = (-)^{k+1+q} \frac{q}{\sqrt{k(k+1)}} \quad (\text{CONDON et SHORTLEY (72), p. 76})$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & k & k \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} = (-)^{1+J_a+J_b+k} \frac{k(k+1)+J_a(J_a+1)-J_b(J_b+1)}{2 \sqrt{J_a(J_a+1)(2J_a+1)k(k+1)(2k+1)}} \quad (\text{EDMONDS (73), p. 130})$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left\{ \left[ \mathcal{H}_{Z,ab} T_q^k \right]_{ab} T_q^{k\dagger} \right\} &= \frac{q}{2} \left[ \omega_a \frac{k(k+1) + J_a(J_a+1) - J_b(J_b+1)}{k(k+1)} + \omega_b \frac{k(k+1) + J_b(J_b+1) - J_a(J_a+1)}{k(k+1)} \right] \\ &= q \frac{\omega_a + \omega_b}{2} + q \frac{\omega_a - \omega_b}{2} \frac{J_a(J_a+1) - J_b(J_b+1)}{k(k+1)} \end{aligned} \quad (\text{B,6})$$

$k' = k \pm 1$ .

$$\begin{aligned} \sqrt{2k+1} \begin{pmatrix} k-1 & 1 & k \\ q & 0 & -q \end{pmatrix} &= (-)^{k+q} \langle k-1 \ 1 \ q \ 0 | k \ q \rangle = (-)^{k+q} \sqrt{\frac{(k-q)(k+q)}{(2k-1)k}} \\ \begin{pmatrix} 1 & k-1 & k \\ J_b & J_a & J_a \end{pmatrix} &= (-)^{J_a+J_b+k} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(J_a+J_b+k+1)(J_a-J_b+k)(-J_a+J_b+k)(J_a+J_b-k+1)}{J_a(J_a+1)(2J_a+1)k(2k-1)(2k+1)}} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\text{Tr} \left\{ \left[ \mathcal{H}_{Z,ab} T_q^{k-1} \right]_{ab} T_q^{k\dagger} \right\} = \text{Tr} \left\{ \left[ \mathcal{H}_{Z,ab} T_q^k \right]_{ab} T_q^{k-1\dagger} \right\} = \frac{\omega_a - \omega_b}{2} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{((J_a+J_b+1)^2 - k^2)(k^2 - (J_a - J_b)^2)(k^2 - q^2)}{4k^2 - 1}} = a(k) \frac{\omega_a - \omega_b}{2} \quad (\text{B,7})$$

2) R

Le terme de rayonnement couple les cohérences optiques et les matrices de chaque niveau.

Dans l'équation d'ordre (n), il forme un terme source à partir de la solution d'ordre (n-1).

### Equations d'ordre pair

Les termes sources s'écrivent sous la forme (on utilise les formules (II,37) et (A,10)) :

$$-\text{Tr} \left\{ \left( {}_{ab}R^{(2n-1)} {}_{ba}P^{(2n-1)} - {}_{ab}P^{(2n-1)} {}_{ba}R \right) {}_aT_q^{k\dagger} \right\} \quad (\text{B,8})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_q \left[ \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} {}_{ba}P^{(2n-1)k'} (-)^q E_{-q} \text{Tr} \left\{ {}_{ab}T_q^1 {}_{ba}T_{Q'}^{k'} {}_aT_q^{k\dagger} \right\} - \frac{P_{ba}}{\sqrt{3}} {}_{ab}P^{(2n-1)k'} (-)^q E_{-q} \text{Tr} \left\{ {}_{ab}T_{Q'}^{k'} {}_{ba}T_q^1 {}_aT_q^{k\dagger} \right\} \right] \\ &= \sum_q (-)^{2J_b+Q+q} \frac{1}{\sqrt{2k+1}\sqrt{2k'+1}} \begin{pmatrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & k' & k \\ J_a & J_a & J_b \end{pmatrix} \left[ P_{ab} {}_{ba}P^{(2n-1)k'} E_{-q} + (-)^{k+k'} P_{ba} {}_{ab}P^{(2n-1)k'} E_{-q} \right] \end{aligned}$$

Cette expression correspond à l'équation  ${}_{aP}^{(2n)k}$  ; pour  ${}_{bP}^{(2n)k}$ , il suffit d'échanger a et b.

### Equations d'ordre impair

$$\begin{aligned} &-\text{Tr} \left\{ \left( {}_{ab}R^{(2n)} {}_bP^{(2n)} - {}_{aP}^{(2n)} {}_{ab}R \right) {}_{ab}T_Q^{k\dagger} \right\} \\ &= \sum_q \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} (-)^q E_{-q} \left[ (2n) {}_bP^{(2n)k'} \text{Tr} \left\{ {}_{ab}T_q^1 {}_bT_{Q'}^{k'} {}_{ab}T_Q^{k\dagger} \right\} - (2n) {}_aP^{(2n)k'} \text{Tr} \left\{ {}_aT_{Q'}^{k'} {}_{ab}T_q^1 {}_{ab}T_Q^{k\dagger} \right\} \right] \\ &= \sum_q (-)^{J_a+J_b+Q+q} \frac{1}{\sqrt{2k+1}\sqrt{2k'+1}} P_{ab} E_{-q} \begin{pmatrix} k' & 1 & k \\ Q' & q & -Q \end{pmatrix} \left[ (2n) {}_bP^{(2n)k'} \begin{pmatrix} 1 & k' & k \\ J_b & J_a & J_b \end{pmatrix} + (-)^{k+k'} (2n) {}_aP^{(2n)k'} \begin{pmatrix} 1 & k' & k \\ J_a & J_b & J_a \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (\text{B,9})$$

A P P E N D I C E C

ETUDE DU CAS OU LES FACTEURS DE LANDE DES NIVEAUX SONT DIFFERENTS

1) Position des équations

Lorsque les facteurs de Landé des deux niveaux sont très différents, mais qu'au contraire les temps de relaxation des cohérences optiques sont assez proches les uns des autres pour être confondus, il est préférable d'utiliser la représentation { J M } habituelle pour les cohérences optiques tout en gardant la base de  $\alpha^k_Q$  pour les matrices de chacun des niveaux. Dans ces conditions, les équations (II,45) s'écrivent :

$${}^{2n}_\alpha \rho_Q^k = -(iQ\omega_\alpha + \Gamma'_\alpha(k)) {}^{(2n)}_\alpha \rho_Q^k + \gamma'_\alpha(k) W_M(v) \int {}^{(2n)}_\alpha \rho_Q^k(v') dv' + \delta_{\alpha\alpha'} \theta(b,a,k) {}^{(2n)}_\beta \rho_Q^k - i \text{Tr} \left\{ [R, {}^{(2n-1)}\rho] \alpha^k_Q \right\} \quad (C,1)$$

$${}^{(2n-1)}\rho_{M_a M_b} = (i\omega_{M_b M_a} - G) {}^{(2n-1)}\rho_{M_a M_b} + W_M(v) \int {}^{(2n+1)}\rho_{M_a M_b}(v') dv' - i \langle M_a | [R, {}^{(2n)}\rho] | M_b \rangle \quad (C,2)$$

Pour simplifier, nous avons écrit  $|M_a\rangle$  et  $|M_b\rangle$  à la place de  $|J_a M_a\rangle$  et  $|J_b M_b\rangle$  pour les vecteurs de base de la représentation { J,M }, et nous avons posé :

$$G = G_{ab} = G_{ba}^* \quad \text{et} \quad g = g_{ab} = g_{ba}^* \quad (C,3)$$

$$\omega_{M_b M_a} = \omega + M_b \omega_b - M_a \omega_a = W_{M_b} - W_{M_a} \quad (C,4)$$

$\omega_{M_b M_a}$  est la pulsation de la composante Zeeman  $M_b \leftrightarrow M_a$  de la raie optique. Dans ce formalisme, on voit que les équations (C,2) ne sont pas couplées. Chacune correspond à une fréquence propre de système :  $\omega_{M_b M_a}$ .

Les termes sources des équations (C,1) et (C,2) s'écrivent :

aux ordres pairs (C,1) :

$$\text{Tr} \left\{ [R, {}^{(2n-1)}\rho] \alpha^k_Q \right\} = \sum_{M_a M'_a} \left[ \langle M_a | R | M_b \rangle {}^{(2n-1)}\rho_{M_b M'_a} - {}^{(2n-1)}\rho_{M_a M_b} \langle M_b | R | M'_a \rangle \right] \langle M'_a | T_Q^k | M_a \rangle \quad (C,5)$$

$$= - \sum_{M_a M'_a} (-)^q E_{-q} \left[ P_{ab} (-)^{J_a - M_a} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q & M'_a \end{pmatrix} (2n-1) \rho_{M_b M'_a} (-)^{J_b - M_b} P_{ba} (2n-1) \rho_{M_a M_b} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q & M'_a \end{pmatrix} \right] (-)^{J_a - M'_a + Q} \frac{1}{\sqrt{2k+1}} \begin{pmatrix} J_a & k & J_a \\ -M_a & -Q & M_a \end{pmatrix}$$

aux ordres impairs (C,2) :

$$\begin{aligned} \langle M_a | \left[ R, \begin{pmatrix} 2n \\ \rho \end{pmatrix} \right] | M_b \rangle &= -(-)^q E_{-q} \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} \sum_{kQ} \left[ \langle M_a | a b T_q^1 | M_b \rangle \begin{pmatrix} 2n \\ b \rho Q \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2n \\ a \rho Q \end{pmatrix} \langle M_a | a T_Q^k a b T_q^1 | M_b \rangle \right] \\ &= -(-)^q E_{-q} P_{ab} \sum_{kQ} \sqrt{2k+1} \left[ \begin{pmatrix} 2n \\ b \rho Q \end{pmatrix} \sum_{M'_b} (-)^{J_a + J_b - M_a - M'_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k & J_b \\ -M'_b & Q & M_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2n \\ a \rho Q \end{pmatrix} \sum_{M'_a} (-)^{2J_a - M_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & k & J_a \\ -M_a & Q & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q & M_b \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (C,6)$$

2) Résolution des équations dans le cas d'une excitation isotrope

A l'ordre zéro, on peut utiliser le résultat du chapitre II (équ. (II,48))

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} (v, rt) &= \frac{\alpha \lambda_0^0 W_M(v)}{\Gamma_\alpha(0)} \quad \text{ou} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ M_a M_b \end{pmatrix} = \frac{\alpha \lambda_0^0}{\sqrt{2J_\alpha + 1}} \frac{W_M(v)}{\Gamma_\alpha(0)} \end{aligned} \quad (C,7)$$

En utilisant (II,58-b) et la convention (II,63) ( $v = \omega_\nu - k_\nu v$ ), on obtient à l'ordre (1) :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 \\ \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ M_a M_b \end{pmatrix} (v, r, t) &= i P_{ab} n W_M(v) \sum_{q_1} \frac{(-)^{J_a - M_a} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q & M_b \end{pmatrix} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} e^{i(\omega_\nu t - k_\nu r)}}{\begin{pmatrix} M_a & M_b \\ q_1 \end{pmatrix} [G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu)] [1 - gW(\omega_{M_b M_a} - \omega_\nu + iG)]} \end{aligned} \quad (C,8)$$

On peut aisément vérifier l'équivalence de (C,8) et de (II,59).

A l'ordre (2), on trouve :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \\ \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 \\ b \rho Q_2 \end{pmatrix} &= -n |P_{ab}|^2 \sqrt{2k_2 + 1} \sum_{q_1 q_2} \frac{\mathcal{E}_{q_1}^{v*} \mathcal{E}_{-q_2}^\mu e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)r]}}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \begin{pmatrix} k_2 \\ b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (C,9-b)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \\ \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 \\ a \rho Q \end{pmatrix} &= n |P_{ab}|^2 \sqrt{2k_2 + 1} \sum_{q_1 q_2} \frac{\mathcal{E}_{q_1}^{v*} \mathcal{E}_{-q_2}^\mu e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - (k_\nu - k_\mu)r]}}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \begin{pmatrix} k_2 \\ a \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (C,9-a)$$

avec :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} k_2 \\ b \end{pmatrix} &= \sum_{M'_a M'_b M'_b} (-)^{J_b - M'_b} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M'_b & q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_1 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & -Q_2 & M'_b \end{pmatrix} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} \nu & M'_b & M'_a \\ \mu & M'_b & M'_a \end{pmatrix} dv' \right] \\ & + \frac{\gamma'_b(k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \\ & - \gamma'_b(k_1) \frac{W_M(v')}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (C,10)$$

$${}_{aQ_2}^{\prime}k_2 = \sum_{M'_a M'_b} (-)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q_1 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M'_b & q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & k_a \\ -M'_a & -Q_2 & M'_a \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \begin{matrix} \nu & M'_b & M'_a \\ \mu & M'_b & M'_a \end{matrix} \\ \begin{matrix} \nu & M'_b & M'_a \\ \mu & M'_b & M'_a \end{matrix} \end{matrix} \right\} + \frac{\gamma'_a(k_2) \int \frac{\begin{matrix} \nu & M'_b & M'_a \\ \mu & M'_b & M'_a \end{matrix} dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)}}{1 - \gamma'_a(k_2) \int \frac{W_M(v') dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)}} \quad (C,11)$$

$$- \Theta(b, a, k_2) \left\{ \frac{{}_{bQ_2}^{\prime}k_2}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} + \frac{\gamma'_a(k_2) \int \frac{{}_{bQ_2}^{\prime}k_2 dv'}{[\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)] [\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)]}}{1 - \gamma'_a(k_2) \int \frac{W_M(v') dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)}} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} \nu & M'_b & M'_a \\ \mu & M'_b & M'_a \end{bmatrix} = W_M(v) \left[ \frac{1}{[G - i(\omega_{M'_b M'_a} - \nu)] [1 - gW(\omega_{M'_b M'_a} - \nu + iG)]} + \frac{1}{[G^* + i(\omega_{M'_b M'_a} - \mu)] [1 - g^*W^*(\omega_{M'_b M'_a} - \mu + iG)]} \right] \quad (C,12)$$

REMARQUES.

- Même dans le cas d'une excitation isotrope ( $k_0 = 0$ ), on peut trouver à l'ordre 2 n'importe quel ordre tensoriel ( $\leq 2J_\alpha$ ) : on n'est pas limité à  $k_2 \leq 2$  comme dans le formalisme du chapitre II. Ceci provient de ce que à l'ordre (1), tous les ordres tensoriels sont possibles à cause du couplage entre ordres produit par l'Hamiltonien Zeeman (cf. équ. (II,45-c)).
- Lorsque les deux facteurs de Landé sont identiques, les crochets du type (12) figurant dans (10) ne dépendent que de  $\omega_{M'_b M'_a} = \omega - q_1 \omega_Z$  et  $\omega_{M_b M_a} = \omega + q_2 \omega_Z$ . On peut alors les sortir de la sommation sur  $M'_a$ ,  $M'_b$  et  $M'_b$ . On a alors (MESSIAH (<sup>43</sup>), app. C, formule 33) :

$$\sum_{M'_a M'_b} (-)^{J_b - M'_b} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M'_b & q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q_1 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M'_b \end{pmatrix} = (-)^{J_a + J_b + q_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \quad (C,13)$$

ce qui redonne l'expression (II,69) écrite dans le cas d'une excitation isotrope (voir formule (IV,2) pour l'explication du coefficient angulaire).  $k_2$  est alors inférieur ou égal à 2.

On voit que ce formalisme permet de tenir compte de la diffusion des vitesses atomiques aussi bien que le formalisme du chapitre II. Cependant, pour économiser le papier, nous la négligerons pour le calcul des ordres supérieurs ( $g = \gamma'_\alpha = 0$ ;  $\Gamma'_\alpha = \Gamma'_\alpha$ ).

Au 3e ordre, on obtient alors (avec la notation (II,62)) :

$$(3) \rho_{M_a M_b}^{k_2}(\nu-\mu+\lambda) = \frac{i P_{ab} (-)^{J_a - M_a}}{G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \sum_{k_2 Q_3} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \sqrt{2k_2+1} \left[ \sum_{M'_b} (-)^{J_b - M'_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{b Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) \right. \\ \left. - \sum_{M'_a} (-)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -M_a & Q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q_3 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{a Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) \right] \quad (C, 14)$$

et au 4e ordre avec la notation (II, 95) :

$$(4) \rho_{\alpha}^{k_4}(\nu, r, t) = \alpha F(k_4, Q_4) + (-)^{Q_4} \alpha^* F^*(k_4, -Q_4) \quad (C, 15)$$

$$b F(k_4, Q_4) = \sum_{\kappa \lambda \mu \nu} \frac{|P_{ab}|^2 \sqrt{2k_4+1} \sqrt{2k_2+1} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}}{\Gamma_b(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b)} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \\ \sum_{q_3 q_4 k_2 Q_2} (-)^{J_b - M''_b} \frac{\begin{pmatrix} J_b & k_4 & J_b \\ -M_b & -Q_4 & M''_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M''_b & q_4 & M_a \end{pmatrix}}{G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \left[ \sum_{M'_b} (-)^{J_b - M'_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{b Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) \right. \\ \left. - \sum_{M'_a} (-)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -M_a & Q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q_3 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{a Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) \right] \quad (C, 16)$$

$$a F(k_4, Q_4) = \sum_{\kappa \lambda \mu \nu} \frac{|P_{ab}|^2 \sqrt{2k_4+1} \sqrt{2k_2+1} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\mu}}{\Gamma_a(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_a)} e^{i[(\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa)t - (k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa)r]} \frac{1}{G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \quad (C, 17)$$

$$\left[ \sum_{M''_a} (-)^{J_a - M''_a} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M''_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & k_4 & J_a \\ -M''_a & -Q_4 & M_a \end{pmatrix} - \frac{\Theta(b, a, k_4)}{\Gamma_b(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b)} \sum_{M''_b} (-)^{J_b - M''_b} \begin{pmatrix} J_b & k_4 & J_b \\ -M_b & -Q_4 & M''_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M''_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \right] \\ \left[ \sum_{M'_b} (-)^{J_b - M'_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{b Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) - \sum_{M'_a} (-)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -M_a & Q_2 & M'_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M'_a & q_3 & M_b \end{pmatrix} (2) \rho_{a Q_2}^{k_2}(\nu-\mu) \right]$$

Au chapitre VII (§ C-2), nous montrons que pour le calcul des résonances de saturation, il n'est pas nécessaire de tenir compte des changements de vitesse aux ordres 1 et 3, mais qu'il faut le faire à l'ordre 2. Dans ces conditions, et en nous limitant au cas d'une onde progressive, (16) s'écrit, après intégration sur  $\nu$  :

$${}_b\bar{F}(k_4, Q_4) = n |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{q_1 k_2 Q_2 \\ \nu \mu \lambda \kappa}} \frac{\sqrt{2k_4+1}(2k_2+1) \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} e^{i[\dots]}}{\Gamma_b(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b)} \sum_{\substack{M_a M_b \\ M_b''}} (-)^{J_b - M_b''} \begin{pmatrix} J_b & k_4 J_b \\ -M_b & -Q_4 M_b'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b'' & q_4 M_a \end{pmatrix} \left[ \frac{A W_M(\nu) dv}{G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \right] \quad (C, 18-b)$$

$${}_a\bar{F}(k_4, Q_4) = -n |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{q_1 k_2 Q_2 \\ \nu \mu \lambda \kappa}} \frac{\sqrt{2k_4+1}(2k_2+1) \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} e^{i[\dots]}}{\Gamma_a(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_a)} \sum_{M_a M_b} \left[ \frac{A W_M(\nu) dv}{G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \right] \quad (C, 18-a)$$

$$\left[ \sum_{M_a''} (-)^{J_a - M_a''} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_a \\ -M_a'' & q_4 M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & k_4 J_a \\ -M_a'' & -Q_4 M_a \end{pmatrix} - \frac{\Theta(b, a, k_4)}{\Gamma_b(k_4) + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + Q_4 \omega_b)} \sum_{M_b''} (-)^{J_b - M_b''} \begin{pmatrix} J_b & k_4 J_b \\ -M_b & -Q_4 M_b'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b'' & q_4 M_a \end{pmatrix} \right]$$

avec :

$$A = \sum_{\substack{M_b' m_b \\ m_b' m_a}} (-)^{M_b' - m_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a' & q_3 M_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 J_b \\ -M_b' & Q_2 M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a' & q_1 m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 J_b \\ -m_b' & -Q_2 m_b \end{pmatrix} \quad (C, 19)$$

$$\left\{ \frac{1}{G - i(\omega_{m_b' m_a} - \nu)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} + \frac{\gamma_b'(k_2) [W(\omega_{m_b' m_a} - \omega_\nu + iG) + W^*(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu + iG)]}{\Gamma_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\}$$

$$+ \sum_{\substack{M_b' m_a \\ m_b}} (-)^{J_a - M_a'} \frac{\begin{pmatrix} J_a & k_2 J_a \\ -M_a' & Q_2 M_a' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a' & q_3 M_b \end{pmatrix}}{\Gamma_a'(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \left\{ \sum_{m_a'} (-)^{J_a - m_a'} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a' & q_1 m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & k_2 J_a \\ -m_a' & -Q_2 m_a' \end{pmatrix} \right. \\ \left. \left( \frac{1}{G - i(\omega_{m_b m_a} - \nu)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} + \gamma_a'(k_2) \frac{W(\omega_{m_b m_a} - \omega_\nu) + W^*(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu)}{\Gamma_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \right) \right\}$$

$$- \Theta(b, a, k_2) \sum_{m_b'} (-)^{J_b - m_b'} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 J_b \\ -m_b' & -Q_2 m_b \end{pmatrix}$$

$$\left[ \frac{1}{\Gamma_b'(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \left( \frac{1}{G - i(\omega_{m_b' m_a} - \nu)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{W(\omega_{m_b' m_a} - \omega_\nu) + W^*(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu)}{\Gamma_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \left( \frac{\gamma_b'(k_2)}{\Gamma_b'(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} + \frac{\gamma_a'(k_2)}{\Gamma_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \right) \right] \left. \right\}$$

3) Cas où il n'y a qu'un seul temps de relaxation par niveau (limite des basses pressions)

Si, à l'intérieur de chacun des deux niveaux, les observables tensorielles ont toutes le même temps de relaxation et si le transfert par émission spontanée est négligeable (rapport de branchement de la raie laser très faible), le calcul peut être entièrement fait dans la base  $|J_{\alpha} M_{\alpha}\rangle$ . Si les collisions changeant la vitesse existent, elles peuvent être incluses dans ce formalisme, pourvu qu'elles soient identiques pour toutes les observables (un seul  $\gamma'_{\alpha}$ ); cependant nous les omettrons ici.

Plutôt que de refaire le calcul, nous utiliserons les résultats du paragraphe précédent en appliquant la relation :

$$\rho_{M_b M'_b} = \sum_{kQ} b_{lQ}^k \langle M_b | T_Q^k | M'_b \rangle = \sum_{kQ} b_{lQ}^k \sqrt{2k+1} (-)^{J_b - M_b} \begin{pmatrix} J_b & k & J_b \\ -M_b & Q & M_b \end{pmatrix}$$

Dans (9) et dans (19),  $k_2$  et  $k_4$  n'apparaissent plus que dans des coefficients (3J) (puisque  $\Gamma_{\alpha}(k)$  est indépendant de  $k$ ). On peut donc effectuer les sommations sur  $k_2$  et  $k_4$  en appliquant les règles de somme de (3J). On obtient :

$$(2) \rho_{M_b M'_b} = -n |P_{ab}|^2 W_M(v) \sum_{q_1 q_2} \frac{\xi_{q_1}^{\nu*} \xi_{-q_2}^{\mu} e^{i[(\omega_{\nu} - \omega_{\mu})t - (k_{\nu} - k_{\mu})r]}}{\Gamma'_b + i(\nu - \mu + (M_b - M'_b)\omega_b)} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_2 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_1 & M'_b \end{pmatrix} \quad (C, 20)$$

$$\left[ \frac{1}{G - i(\omega_{M'_b M_a} - \nu)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{M_b M_a} - \mu)} \right]$$

$$(4) \rho_{M_b M'_b} = +n W_M(v) |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{m_a M_a m_b \nu \mu \lambda \kappa \\ q_1 q_2 q_3 q_4}} \frac{\xi_{q_1}^{\nu*} \xi_{-q_2}^{\mu} \xi_{q_3}^{\lambda*} \xi_{-q_4}^{\kappa} e^{i[\dots]}}{\Gamma'_b + i(\nu - \mu + \lambda - \kappa + (M_b - M'_b)\omega_b)} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & M'_b \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \frac{1}{G - i(\omega_{M'_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b + i[\nu - \mu + (m_b - M'_b)\omega_b]} \left[ \frac{1}{G - i(\omega_{M'_b m_a} - \nu)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} \right] \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{\Gamma'_a + i[\lambda - \mu + (M_a - m_a)\omega_a]} \left[ \frac{1}{G - i(\omega_{m_b M_a} - \lambda)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} \right] \right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{G^* + i(\omega_{M_b m_a} - \mu + \lambda - \kappa)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_b + i[\lambda - \kappa + (M_b - m_b)\omega_b]} \left[ \frac{1}{G - i(\omega_{m_b M_a} - \lambda)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{M_b M_a} - \kappa)} \right] \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{\Gamma'_a + i[\lambda - \mu + (M_a - m_a)\omega_a]} \left[ \frac{1}{G - i(\omega_{m_b M_a} - \lambda)} + \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)} \right] \right] \right\}$$



Dans l'expression (21), on a recombéné les termes de façon à mettre les (3J) et les champs électriques en facteur : les indices  $q_1, q_2, q_3, q_4$  ne représentent plus les ordres successifs de perturbation.

Pour comprendre la provenance de chaque terme, il faut examiner les facteurs successifs : par exemple le terme  $1 / \left[ G - i(\omega_{M'_b M'_a} - \nu + \mu - \lambda) \right] \left[ \Gamma'_a + i[\lambda - \mu + (M'_a - m_a)\omega_a] \right] \left[ G^* - i(\omega_{m_b m_a} - \mu) \right]$  représente :

- A l'ordre (1) une interaction du mode  $\mu$  avec la composante Zeeman  $m_b \leftrightarrow m_a$ .
- A l'ordre (2) une interaction du mode  $\lambda$  avec la composante  $m_b \leftrightarrow M_a$ , ce qui produit un terme de cohérence Zeeman  $M_a \leftrightarrow m_a$  qui est résonnant si  $\omega_\lambda - \omega_\mu = (m_a - M_a)\omega_a$ .
- A l'ordre (3) une interaction du mode  $\nu$  avec la composante Zeeman  $M'_b \leftrightarrow m_a$ . Le résultat à l'ordre (3) étant un terme de cohérence optique  $M'_b \leftrightarrow M_a$ .
- Enfin, à l'ordre (4), le mode  $\kappa$  interagit avec la composante  $M_a M_b$  pour donner un terme de cohérence Zeeman  $M'_b M'_b$ .

Tous les termes contenus dans l'accolade de (21) représentent ces quatre mêmes interactions prises dans tous les ordres possibles. Ils peuvent tous être représentés par des diagrammes tels que ceux de la figure (C-1). Le diagramme (C-1-a) représente le terme discuté ci-dessus. Les diagrammes (C-1-b) et (C-1-c) représentent deux autres termes de la formule (21), ils ne diffèrent du précédent que par l'ordre choisi pour les interactions.

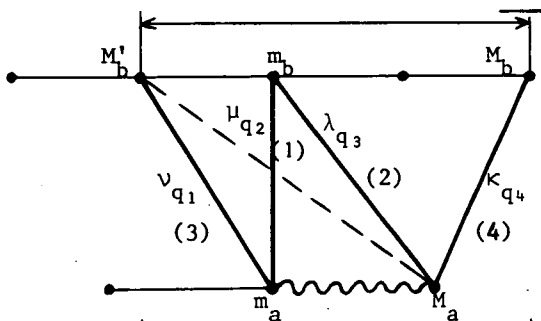


FIGURE C-1-a : terme :

$$\frac{1}{G - i(\omega_{M'_b M'_a} - \nu + \mu - \lambda)} \frac{1}{\Gamma'_a + i[\lambda - \mu + (M'_a - m_a)\omega_a]} \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)}$$

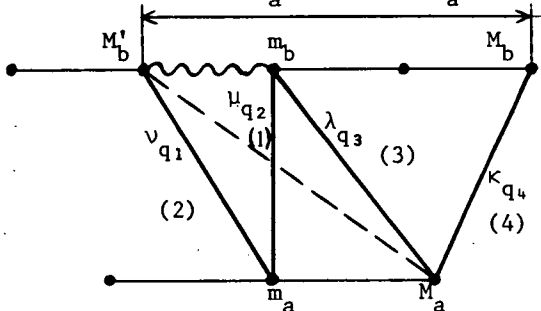


FIGURE C-1-b : terme :

$$\frac{1}{G - i(\omega_{M'_b M'_a} - \nu + \mu - \lambda)} \frac{1}{\Gamma'_b + i[\nu - \mu + (m_b - M'_b)\omega_b]} \frac{1}{G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)}$$

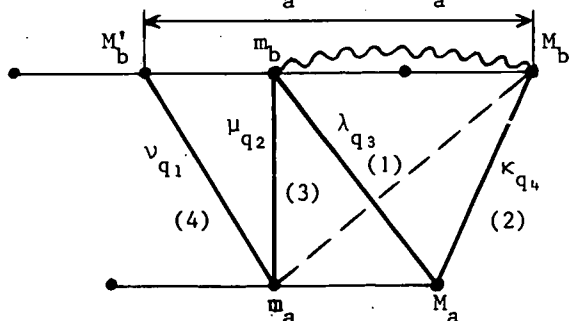


FIGURE C-1-c : terme :

$$\frac{1}{G^* + i(\omega_{M'_b m_a} - \mu + \lambda - \kappa)} \frac{1}{\Gamma'_b + i[\lambda - \kappa + (M_b - m_b)\omega_b]} \frac{1}{G - i(\omega_{m_a M'_a} - \lambda)}$$

- (1), (2), (3), (4) = ordre des interactions successives
- ~~~~~ = cohérence Zeeman au 2e ordre
- = cohérence optique au 3e ordre
- = cohérence Zeeman au 4e ordre

Ce genre de diagramme est très commode pour faire le décompte du nombre de termes de la sommation sur  $M_a$ ,  $m_a$ ,  $m_b$  et les  $q_i$ , compte tenu de la valeur de  $J_a$  et  $J_b$  et de la polarisation de la lumière, c'est-à-dire des valeurs possibles des  $q_i$ .

Des diagrammes analogues peuvent être utilisés pour représenter un ordre quelconque de perturbation. On peut également y inclure l'émission spontanée vers un autre niveau de façon à déterminer les cohérences Zeeman que l'on peut observer sur la lumière de fluorescence. En effet, la formule (V,1) permet d'écrire :

$$L_{bg}(\vec{\lambda}) \propto \sum_{\substack{M_b M_b' \\ M_g}} \rho_{M_b M_b'} \langle M_b' | \vec{\lambda} \vec{D} | M_g \rangle \langle M_g | \vec{\lambda}^* \vec{D} | M_b \rangle = \sum_{\substack{M_b M_b' M_g \\ p p'}} \lambda_{-p} \lambda_{p'}^* \rho_{M_b M_b'} (2J_b + 1) \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_g \\ -M_b' & p & M_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_g & 1 & J_b \\ -M_g & p' & M_b \end{pmatrix} \quad (C,21)$$

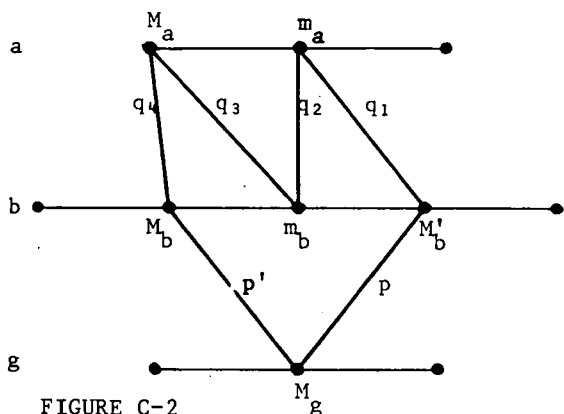


FIGURE C-2

La contribution du 4e ordre à la lumière de fluorescence peut se représenter par l'ensemble des diagrammes possibles de la forme présentée sur la figure (C-2). Au chapitre VII, nous utilisons ces diagrammes pour déterminer les résonances que l'on peut observer sur les saturations.

REMARQUE. Dans le cas d'une onde laser progressive, si l'on fait l'approximation des grandes largeurs Doppler ( $\Delta v \gg \Gamma_{ab}$ ) la moitié des termes de (21) disparaissent lors

de l'intégration sur les vitesses atomiques (cf. Appendice F). Seuls subsistent les termes faisant intervenir simultanément G et  $G^*$ . On obtient alors :

$$\int \frac{W_M(v) dv}{[G - i(\omega_{M_b M_a} - \nu + \mu - \lambda)] [G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)]} \approx \frac{2x(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu) / \Delta v}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a} - 2\mu + \nu + \lambda)} \quad (C,22)$$

#### 4) Représentation en diagrammes des équations générales

Par analogie avec la figure (C-1), on peut représenter (19) par des diagrammes. Cependant, ces diagrammes sont plus compliqués car la relaxation couple, à l'intérieur de chaque niveau, les cohérences Zeeman. D'autre part, l'émission spontanée transmet des cohérences du niveau b vers le niveau a. Les 3 termes principaux de l'expression (19) sont représentés par les diagrammes (C-3-a,b,c). Ils sont dessinés avec les mêmes valeurs de  $q_1, q_2, q_3, q_4$  que la figure C-1. Les diagrammes (C-3-a et b) correspondent exactement aux diagrammes (C-1-a et b) (à une permutation près des indices  $\lambda$  et  $\nu$  dans C-3-b). En fait, les termes d'émission spontanée de (19) sont plus compliqués que le diagramme C-3-c, car il faut tenir compte du couplage des cohérences Zeeman par collision, avant et après l'émission du photon. Enfin, la recombinaison des termes pour former  $\alpha \bar{F}$  et  $\alpha \bar{D}^{(4)}$  tient compte du couplage des cohérences Zeeman à l'ordre (4).

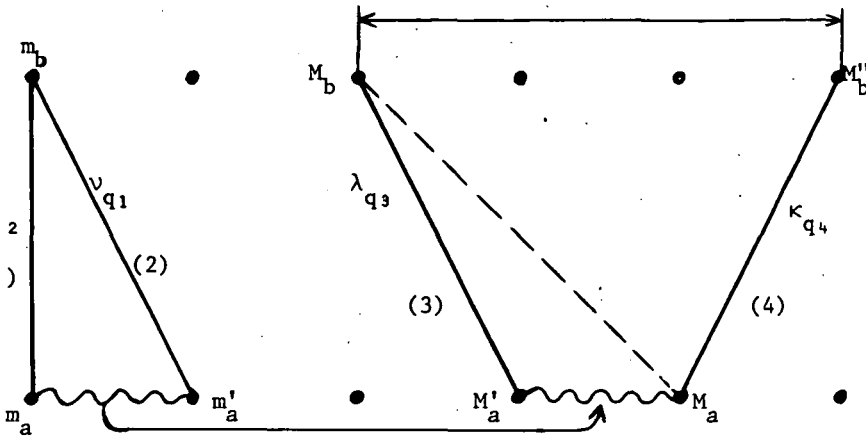


FIGURE C-3-a

Transfert par collisions (dans le niveau a)

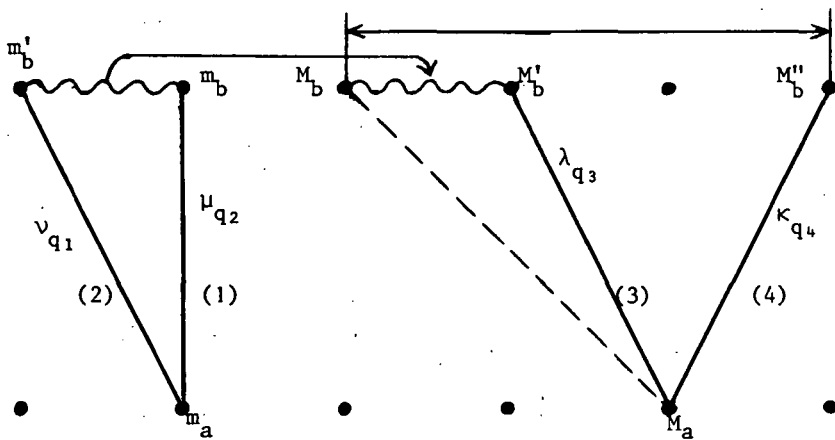


FIGURE C-3-b

Transfert de cohérence Zeeman par collision au second ordre (dans le niveau b)

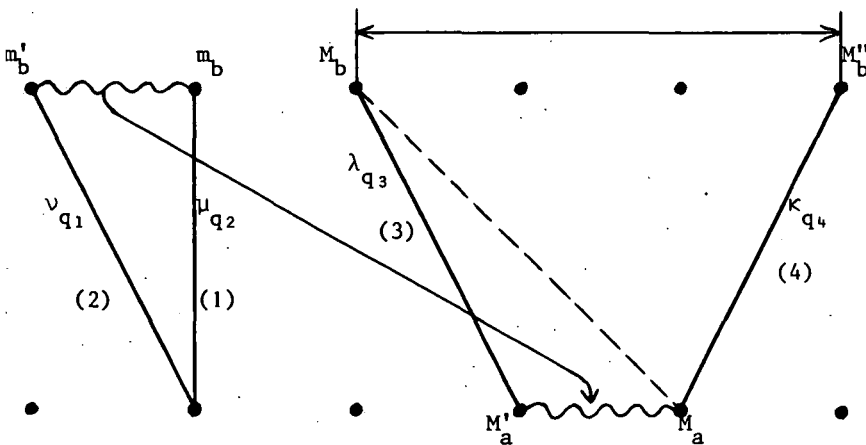


FIGURE C-3-c

Transfert de cohérence par émission spontanée au second ordre

APPENDICE D

FORMULES DU SECOND ORDRE EN  
PRESENCE D'ALIGNEMENT A L'ORDRE ZERO

Au chapitre IV-B, nous avons largement développé la dépendance angulaire de la solution du second ordre, lorsque l'ordre zéro est isotrope, c'est-à-dire caractérisé par la seule différence de population  $n = n(0,0,1)$  (équations (IV,13, 14, 15), tableaux IV-25 - 26). Nous voulons ici développer les équations générales (II,80, 82 et 83) dans le cas où il y a de l'alignement à l'ordre zéro.

Pour ne pas alourdir l'écriture, nous omettrons le transfert. S'il n'est pas négligeable, nous pourrions toujours a posteriori multiplier chaque terme de  ${}_{a|Q_2}^{(2)k_2}$  par

$$\left[ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b,a,k_1,k_2)}{\Gamma_b(k_2) + iQ_2\omega_b} \right] \quad (\text{déf. de } \mathcal{A} \text{ en (II,75)}).$$

De même, pour simplifier, nous supposons que la forme de raie définie en (F,14) est indépendante de l'ordre tensoriel  $k_1$ , c'est-à-dire que les conditions  $|G_{ab}(k_1) - G_{ab}(k'_1)|$  et  $|g_{ab}(k_1) - g_{ab}(k'_1)| \ll \Delta\nu$  permettent d'écrire :

$$\frac{W[\omega - \omega_\nu + iG_{ab}(k_1)]}{1 - g_{ab}(k_1) W[\omega - \omega_\nu + iG_{ab}(k_1)]} = \frac{F(\omega - \omega_\nu)}{\Delta\nu} = \frac{X(\omega - \omega_\nu) + iY(\omega - \omega_\nu)}{\Delta\nu} \quad (D,1)$$

Enfin, dans toutes les formules qui suivent, nous supposons que l'écart Zeeman est petit devant la largeur Doppler ( $\omega_2 \ll \Delta\nu$ ), de telle façon que nous négligerons toujours  $Q_1\omega_2$  dans la forme de raie  $F(\omega - \omega_\nu \pm Q_1\omega_2)$ .

En permutant  $q_1$  et  $q_2$  dans la moitié des termes de (II,80), on obtient :

$$\begin{aligned} {}_{b|Q_2}^{(2)k_2} &= \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_b(k_2) + iQ_2\omega_b} \sum_{\substack{k_0 Q_0 k_1 \\ q_1 q_2 Q_1}} (-)^{J_a + J_b + k_0 + k_1 + q_2} n(k_0, Q_0, k_1) \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \langle k_0 | Q_0 q_1 | k_1 Q_1 \rangle \langle k_1 | Q_1 q_2 | k_2 Q_2 \rangle \\ &\times \sum_{\nu} I_{\nu} \left[ e_{q_1}^* e_{-q_2} F(\omega - \omega_\nu) + (-)^{k_0 + k_2 + Q_0 + Q_2} e_{q_2}^* e_{-q_1} F^*(\omega - \omega_\nu) \right] \end{aligned} \quad (D,2)$$

A partir de (II,82), on obtient une expression analogue pour  ${}_{a|Q}^{(2)k}$ . Les deux expressions peuvent s'écrire de façon condensée sous la forme :

$$\Delta_{\alpha}^{(2)k_2} = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha}(k_2) + iQ_2\omega_{\alpha}} \sum_{k_0 Q_0 k_1} (-)^{k_0} K_{\alpha}(k_1, k_2) n(k_0, Q_0, k_1) \quad (D,3)$$

$$\times \sum_{q_1 q_2 Q_1} (-)^{q_2} \langle k_0 | Q_0 q_1 | k_1 Q_1 \rangle \langle k_1 | Q_1 q_2 | k_2 Q_2 \rangle \sum_{\nu} I_{\nu} \left[ e_{q_1}^* e_{-q_2} F(\omega - \omega_{\nu}) + (-)^{k_0 + k_2 + Q_0 + Q_2} e_{q_2}^* e_{-q_1} F^*(\omega - \omega_{\nu}) \right]$$

avec :

$$K_a(k_1, k_2) = (-)^{J_a + J_b + k_2} \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} ; \quad K_b(k_1, k_2) = (-)^{J_a + J_b + k_1} \begin{Bmatrix} k_1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \quad (D,4)$$

$$n(k_0, Q_0, k_1) = (-)^{J_a + J_b + 1} \frac{1}{\sqrt{2k_0 + 1}} \frac{1}{\sqrt{2k_1 + 1}} \left[ \begin{Bmatrix} k_0 & k_1 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \Delta_{b|Q_0}^{(0)k_0} + (-)^{k_0 + k_1} \begin{Bmatrix} k_0 & k_1 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix} \Delta_{a|Q_0}^{(0)k_0} \right] \quad (D,5) = (II,58)$$

Nous allons expliciter (D,3) uniquement pour  $k_0 = 2$ . En effet, l'anisotropie responsable de l'existence de grandeurs tensorielles à l'ordre zéro  $a$ , en général, la symétrie axiale : elle ne crée (en plus de la population déjà étudiée au chapitre IV) que de l'alignement ( $k_0 = 2$ ) et éventuellement des grandeurs  $k_0 = 4$ . Au chapitre IX, nous avons montré que ces dernières sont négligeables quand l'anisotropie vient de la diffusion multiple.

Dans le tableau D-1, nous donnons les valeurs  $K_{\alpha}$  et de  $n(2, Q_0, k_1)$  pour les différentes valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  et pour plusieurs valeurs de  $J_a$  et  $J_b$ .

Dans le tableau D-2, nous explicitons, en fonction de la polarisation de la lumière, les modifications  $\Delta_{\alpha}^{(2)k_2}$  introduites par l'existence de l'alignement à l'ordre zéro. Dans ce tableau,  $F$  signifie  $\sum_{\nu} I_{\nu} F(\omega - \omega_{\nu})$  et  $X$  en est la partie réelle.

TABLEAU D-1

$J_b$	$J_a$	$k_1$	$n(2, Q_0, k_1)$	$k_2$	$K_a(k_1, k_2)$	$K_b(k_1, k_2)$
1	0	1	$\sqrt{\frac{5}{3}} \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{3}$
				1	0	$-\frac{1}{3}$
				2	0	$\frac{1}{3}$
1	1	1	$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{3}} \left[ \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 - \begin{matrix} (0) \\ a \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 \right]$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
				1	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$
				2	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$
		2	$\frac{\sqrt{5}}{2} \left[ \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 + \begin{matrix} (0) \\ a \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 \right]$	1	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
				2	$-\frac{1}{2\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{5}}$
1	2	1	$\frac{1}{2\sqrt{15}} \left[ \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 - \sqrt{21} \begin{matrix} (0) \\ a \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 \right]$	0	$-\frac{1}{\sqrt{15}}$	$\frac{1}{3}$
				1	$-\frac{1}{2\sqrt{5}}$	$\frac{1}{6}$
				2	$-\frac{7}{10\sqrt{3}}$	$\frac{1}{30}$
		2	$-\frac{1}{2} \left[ \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 - \sqrt{\frac{7}{3}} \begin{matrix} (0) \\ a \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 \right]$	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2\sqrt{5}}$
				2	$-\frac{\sqrt{7}}{10\sqrt{3}}$	$\frac{1}{10}$
		3	$\frac{7}{5} \left[ \begin{matrix} (0) \\ b \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 - \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{matrix} (0) \\ a \end{matrix} \rho_{Q_0}^2 \right]$	2	$-\frac{1}{5\sqrt{21}}$	$\frac{1}{5}$

TABLEAU D-2

$$\Delta \begin{matrix} (2) \\ \alpha \end{matrix} \rho_0^0 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_\alpha(0)} \quad 2X K_\alpha(1,0)$$

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{30}} (3|e_0|^2 - 1) n(2,0,1) + \frac{1}{\sqrt{10}} [(e_0^* e_1 - e_{-1}^* e_0) n(2,1,1) + cc] - \frac{1}{\sqrt{5}} [e_{-1}^* e_1 n(2,2,1) + cc] \right\}$$

(tableau D-2, .../...)

$$\Delta_{\alpha}^{(2)} \rho_0^2 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha}(2)} \left[ K_{\alpha}(1,2) \left[ -\frac{X}{\sqrt{15}} (3|e_0|^2+1)n(2,0,1) + \frac{1}{2\sqrt{5}} \left\{ [e_0^* e_1 (F-2F^*) - e_{-1}^* e_0 (F^*-2F)] n(2,1,1) + cc \right\} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2X}{\sqrt{10}} \left\{ e_{-1}^* e_1 n(2,2,1) + cc \right\} \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(2,2) \left[ X (|e_1|^2 + |e_{-1}|^2) n(2,0,2) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \left\{ [e_0^* e_1 F - e_{-1}^* e_0 F^*] n(2,1,2) + cc \right\} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2X}{\sqrt{6}} \left\{ e_{-1}^* e_1 n(2,2,2) + cc \right\} \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(3,2) \left[ -\frac{2X}{\sqrt{35}} (|e_0|^2+2)n(2,0,3) - \frac{1}{\sqrt{105}} \left\{ [e_0^* e_1 (4F-3F^*) - e_{-1}^* e_0 (4F^*-3F)] n(2,1,3) + cc \right\} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2X\sqrt{2}}{\sqrt{105}} \left\{ e_{-1}^* e_1 n(2,2,3) + cc \right\} \right] \right]$$

$$\Delta_{\alpha}^{(2)} \rho_1^2 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha}(2)+i\omega_{\alpha}} \left[ K_{\alpha}(1,2) \left[ -X \sqrt{\frac{3}{5}} e_1^* e_{-1} n(2,-1,1) + \frac{1}{2\sqrt{5}} [e_1^* e_0 (F-2F^*) - e_0^* e_{-1} (F^*-2F)] n(2,0,1) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} [2|e_0|^2 X + |e_{-1}|^2 F + |e_1|^2 F^*] n(2,1,1) + \sqrt{\frac{3}{10}} [e_{-1}^* e_0 F - e_0^* e_1 F^*] n(2,2,1) \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(2,2) \left[ -X e_1^* e_{-1} n(2,-1,2) - \frac{1}{2\sqrt{3}} [e_1^* e_0 F - e_0^* e_{-1} F^*] n(2,0,2) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{6} [2X |e_0|^2 + |e_1|^2 (2F+3F^*) + |e_{-1}|^2 (2F^*+3F)] n(2,1,2) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3\sqrt{2}} [e_0^* e_1 (2F+F^*) - e_{-1}^* e_0 (2F^*+F)] n(2,2,2) \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(3,2) \left[ -\frac{2X}{\sqrt{35}} e_1^* e_{-1} n(2,-1,3) - \frac{1}{\sqrt{105}} [e_1^* e_0 (4F-3F^*) - e_0^* e_{-1} (4F^*-3F)] n(2,0,3) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3\sqrt{35}} [16X |e_0|^2 + |e_1|^2 (10F+3F^*) + |e_{-1}|^2 (10F^*+3F)] n(2,1,3) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{35}} [e_0^* e_1 (5F-2F^*) - e_{-1}^* e_0 (5F^*-2F)] n(2,2,3) \right] \right]$$

$$\Delta_{\alpha}^{(2)} \rho_2^2 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha} + 2i\omega_{\alpha}} \left[ K_{\alpha}(1,2) \left[ -\frac{2X}{\sqrt{10}} e_1^* e_{-1} n(2,0,1) + \sqrt{\frac{3}{10}} (e_0^* e_1 F - e_{+1}^* e_0 F^*) n(2,1,1) - \sqrt{\frac{3}{5}} (|e_{-1}|^2 F + |e_1|^2 P^*) n(2,2,1) \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(2,2) \left[ -\frac{2X}{\sqrt{6}} e_1^* e_{-1} n(2,0,2) - \frac{1}{3\sqrt{2}} [e_1^* e_0 (2F - F^*) - e_0^* e_{-1} (2F^* - F)] n(2,1,2) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{3} [4X |e_0|^2 + |e_{-1}|^2 F + |e_1| F^*] n(2,2,2) \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(3,2) \left[ -2X \sqrt{\frac{2}{105}} e_1^* e_{-1} n(2,0,3) - \frac{1}{3\sqrt{35}} [e_1^* e_0 (5F - 2F^*) - e_0^* e_{-1} (5F^* - 2F)] n(2,1,3) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3\sqrt{35}} [10X |e_0|^2 + |e_1|^2 (15F + F^*) + |e_{-1}|^2 (15F^* + F)] n(2,2,3) \right] \right]$$

$$\Delta_{\alpha}^{(2)} \rho_0^1 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha}(1)} \left[ K_{\alpha}(1,1) \left[ \frac{X}{\sqrt{5}} (|e_{-1}|^2 - |e_1|^2) n(2,0,1) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} \{ (e_0^* e_1 F + e_{-1}^* e_0 F^*) n(2,1,1) + cc \} \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{\frac{3}{2}} \{ e_{-1}^* e_1 (F^* - F) n(2,2,1) + cc \} \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(2,1) \left[ X \sqrt{\frac{3}{5}} (|e_1|^2 - |e_{-1}|^2) n(2,0,2) - \frac{1}{2\sqrt{5}} \{ [e_0^* e_1 (F + 2F^*) + e_{-1}^* e_0 (F^* + 2F)] n(2,1,2) + cc \} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{10}} \{ e_{-1}^* e_1 (F^* - F) n(2,2,2) + cc \} \right] \right]$$

$$\Delta_{\alpha}^{(2)} \rho_1^1 = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma_{\alpha}(1) + i\omega_{\alpha}} \left[ K_{\alpha}(1,1) \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} e_1^* e_{-1} (F - F^*) n(2,-1,1) + \frac{1}{2\sqrt{5}} [e_1^* e_0 (F - 2F^*) + e_0^* e_{-1} (F^* - 2F)] n(2,0,1) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} [ |e_0|^2 (F^* - F) + |e_{-1}|^2 F - |e_{-1}|^2 F^* ] n(2,1,1) + \frac{1}{\sqrt{6}} [e_{-1}^* e_0 F + e_0^* e_1 F^*] n(2,2,1) \right] \right. \\ \left. + K_{\alpha}(2,1) \left[ \frac{1}{2\sqrt{5}} e_1^* e_{-1} [F - F^*] n(2,-1,2) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} [e_1^* e_0 F + e_0^* e_{-1} F^*] n(2,0,2) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2\sqrt{5}} [ |e_0|^2 (F^* - F) + |e_1|^2 (2F - F^*) - |e_{-1}|^2 (2F^* - F) ] n(2,1,2) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\sqrt{10}} [e_0^* e_1 (2F + F^*) + e_{-1}^* e_0 (2F^* + F)] n(2,2,2) \right] \right]$$



A P P E N D I C E E

CONDITIONS POUR LA THERMALISATION DES VITESSES DES ATOMES POMPES PAR UN LASER MONOMODE

(Complément au ch. III, § B-6)

Pour simplifier, nous considérons deux niveaux a et b sans structure Zeeman (c'est, par exemple, l'équivalent d'une transition  $J_a = 0 \leftrightarrow J_b = 1$  pompée par un faisceau de polarisation  $\pi$ , lorsque  $\Gamma_b(0) = \Gamma_b(1) = \Gamma_b(2)$ ). Nous pouvons alors écrire simplement des équations donnant la population  $n_\alpha$  des niveaux (à tous les ordres de perturbation) :

$$0 = -\Gamma'_a n_a(v) + \gamma'_a W_M(v) \bar{n}_a + \lambda_a W_M(v) + \frac{1}{T_p(v)} [n_b(v) - n_a(v)] \quad (E,1-a)$$

$$0 = -\Gamma'_b n_b(v) + \gamma'_b W_M(v) \bar{n}_b + \lambda_b W_M(v) - \frac{1}{T_p(v)} [n_b(v) - n_a(v)] \quad (E,1-b)$$

On a négligé le transfert et l'on a posé :

$$\bar{n}_\alpha = \int n_\alpha(v) dv \quad (E,2)$$

$$\frac{1}{T_p(v)} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{|P_{ab}|^2 I_\nu}{\Gamma'_{ab} + i(\omega_\nu - \omega - k_\nu v)} \right\} \quad (E,3)$$

Dans ce cas simple,  $\Delta E'$  s'élimine puisque  $n_a$  et  $n_b$  sont scalaires et commutent avec les opérateurs  $\vec{D}$  dans (III,22-b). En utilisant les solutions du type (II,55-a) des équations (E,1) et en posant  $\bar{n}_\alpha^0 = \lambda_\alpha / \Gamma_\alpha$ , on obtient :

$$n_b(v) - n_a(v) = - \frac{n_b(v) - n_a(v)}{T_p(v)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] - W_M(v) \left[ \frac{\gamma'_a}{\Gamma'_a \Gamma'_a} + \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \right] \int \frac{n_b(v) - n_a(v)}{T_p(v)} dv + W_M(v) (\bar{n}_b^0 - \bar{n}_a^0) \quad (E,4)$$

Nous cherchons la condition pour que :

$$n_b(v) - n_a(v) = W_M(v) (\bar{n}_b - \bar{n}_a) \quad (E,5)$$

de façon à ce que l'on puisse intégrer les équations (E,1) par rapport à  $v$  et faire apparaître le temps de pompage moyen  $\bar{T}_p$  défini en (III,32). Pour que (E,5) soit réalisé, il faut que l'on puisse négliger

le premier terme du second membre de (E,4). Pour cela, il faut que l'on ait pour toute valeur de  $v$  :

$$|n_b(v) - n_a(v)| \gg \frac{|n_b(v) - n_a(v)|}{T_p(v)} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \quad (E,6)$$

Donc :

$$T_p(v) \gg \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \quad \text{ou} \quad \Gamma'_\alpha + \gamma'_\alpha = \Gamma'_\alpha \gg \frac{1}{T_p(v)} \quad (E,7)$$

La condition (E,7) impose une limite à la vitesse de pompage : il faut que le "débit de pompage optique"  $1/T_p$  soit petit devant la somme : (débit de relaxation,  $\Gamma'_\alpha$ ) + (débit de changement de vitesse,  $\gamma'_\alpha$ ). Cherchons si cette condition est très restrictive, et, en particulier, si elle laisse subsister des effets non linéaires. Pour cela, intégrons (E,4) sur  $v$ . En utilisant (E,5), (E,3) et la définition (F,1) de  $x$ , on obtient :

$$\bar{n}_b - \bar{n}_a = \frac{\bar{n}_b^0 - \bar{n}_a^0}{1 + \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \int \frac{W_M(v)}{T_p(v)} dv} = \frac{\bar{n}_b^0 - \bar{n}_a^0}{1 + \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \frac{2 |P_{ab}|^2 I_\nu}{\Delta\nu} x \left( \frac{\omega - \omega_\nu}{\Delta\nu} \right)} \quad (E,8)$$

Pour que les effets non linéaires soient importants, il faut au moins que :

$$\left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \frac{2 |P_{ab}|^2 I_\nu}{\Delta\nu} x \left( \frac{\omega - \omega_\nu}{\Delta\nu} \right) \sim 1 \quad (E,9)$$

En utilisant (E,3), on voit que la valeur maximum de  $1/T_p(v)$  est obtenue pour  $v_R = (\omega_\nu - \omega)/k_\nu$  et vaut

$$\frac{1}{T_p(v_R)} = \frac{2 |P_{ab}|^2 I_\nu}{\Gamma'_{ab}} \quad (E,10)$$

(E,9) s'écrit alors ( $x \sim \sqrt{\pi}$ ) :

$$T_p(v_R) \sim \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \quad (E,11)$$

Il résulte des conditions (E,7) et (E,11) que les effets non linéaires pourront être importants et le "trou" dans la distribution de vitesse pourra simultanément être négligeable si :

$$\frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \ll \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \left[ \frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \quad (E,12)$$

Cette condition qui nécessite que les  $\Gamma'_\alpha$  soient très supérieurs aux  $\Gamma_\alpha$ , signifie que la thermalisation des vitesses doit être très rapide. Si elle n'est pas satisfaite, on ne peut écrire une équation globale pour  $\bar{n}_\alpha$  et définir  $\bar{T}_p$  (condition (E,7)) que dans des conditions où les effets non linéaires sont négligeables; le développement de (E,8) au premier ordre en  $I_\nu$  est alors suffisant.

La condition (E,12) est assez sévère car  $\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \ll 1$  dans la plupart des cas. Cependant, elle sera facilement réalisable si  $a$  est le niveau fondamental ou un niveau métastable, car alors  $\Gamma_a$  est très petit.

REMARQUE.

En comparant la définition de  $\bar{T}_p$  (III,32) et (E,10), on voit que pour un laser monomode, lorsque  $\bar{T}_p$  a un sens, on a :

$$\bar{T}_p = \frac{\Delta\nu T_p(v_R)}{\Gamma'_{ab} x\left(\frac{\omega-\omega\nu}{\Delta\nu}\right)} \quad (E,13)$$

Comme on pouvait s'y attendre, on voit apparaître dans cette formule le rapport entre la largeur Doppler et la largeur naturelle de la raie.

APPENDICE F

FONCTION DE FORME DE RAIE W ET FONCTION Z

1) Définition et propriétés de W

Par définition, nous avons posé (II,61-a) :

$$\begin{aligned}
 W(\Omega+i\Gamma) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W_M(v) dv}{\Gamma-i(\Omega+kv)} = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} \int \frac{e^{-(v/u)^2} dv}{\Gamma-i(\Omega+kv)} = -\frac{i}{\Delta v\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{x - \frac{\Omega+i\Gamma}{\Delta v}} \\
 &= -\frac{i}{\Delta v} Z \left( \frac{\Omega}{\Delta v} + \frac{i\Gamma}{\Delta v} \right) = \frac{1}{\Delta v} \left[ \left( x \left( \frac{\Omega}{\Delta v} + \frac{i\Gamma}{\Delta v} \right) + iy \left( \frac{\Omega}{\Delta v} + \frac{i\Gamma}{\Delta v} \right) \right) \right]
 \end{aligned} \tag{F,1}$$

où l'on a :

- $W_M(v) = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} e^{-(v/u)^2}$  = distribution de Maxwell des vitesses
- $\Delta v = ku = k \sqrt{2RT/M}$  = demi largeur Doppler (à 1/e)
- Z est la fonction de "dispersion des plasmas" tabulée par FRIED et CONTE <sup>(56)</sup>. Elle est définie par l'une ou l'autre des intégrales (avec  $\int_m \zeta \leq 0$  quelques précautions sont nécessaires)

$$Z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{x - \zeta} = 2i e^{-\zeta^2} \int_{-\infty}^{i\zeta} e^{-t^2} dt \tag{F,2}$$

Elle obéit à l'équation différentielle :

$$Z' = \frac{dZ}{d\zeta} = -2(1 + \zeta Z) \tag{F,3}$$

En posant  $\zeta = x + iy$ , on a les propriétés :

$$\begin{aligned}
 x(x+iy) &= \mathcal{J}_m [Z(x+iy)] && \text{est une fonction paire de } x \\
 -y(x+iy) &= \mathcal{R}_e [Z(x+iy)] && \text{est une fonction impaire de } x \\
 x'(x+iy) &= \mathcal{J}_m [Z'(x+iy)] && \text{est une fonction impaire de } x \\
 -y'(x+iy) &= \mathcal{R}_e [Z'(x+iy)] && \text{est une fonction paire de } x
 \end{aligned} \tag{F,4}$$

Il en résulte que (si  $\Gamma$  est réel) :

$$W(\Omega+i\Gamma) = W^*(-\Omega+i\Gamma) \tag{F,5}$$

a) Lorsque  $\zeta$  est réel ( $y = 0$ , ou encore  $\Gamma = 0$ ), on a :

$$Z(x) = i\sqrt{\pi} e^{-x^2} - 2e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt = ix(x) - y(x) \tag{F,6}$$

$$W(\Omega) = \frac{1}{\Delta v} \left[ x \left( \frac{\Omega}{\Delta v} \right) + iy \left( \frac{\Omega}{\Delta v} \right) \right] \quad (F,7)$$

avec

$$x(x) = \sqrt{\pi} e^{-x^2} \quad \text{et} \quad y(x) = 2 \int_0^x e^{t^2-x^2} dt \quad (F,8)$$

On voit alors que  $x$  est simplement une gaussienne. Pour  $x = 0$ , on a :

$$x(0) = \sqrt{\pi} ; \quad y(0) = 0 ; \quad x'(0) = 0 ; \quad y'(0) = 2$$

$$x''(0) = -2\sqrt{\pi} \quad y''(0) = 0 \quad (F,9)$$

$x, y, x'$  et  $y'$  sont donnés sur la Figure F-1.

b) Cas général

Lorsque  $\Gamma \neq 0$ ,  $x = \text{Re}(W) = \frac{1}{\Delta v} \mathcal{I}_m(Z)$  n'est autre que le profil de Voigt des raies optiques, c'est-à-dire la courbe obtenue par convolution d'une forme de Lorentz (forme naturelle de la raie) par une gaussienne (effet Doppler). Nous nous intéresserons souvent au cas :

$$\Gamma \ll \Delta v \quad (F,10)$$

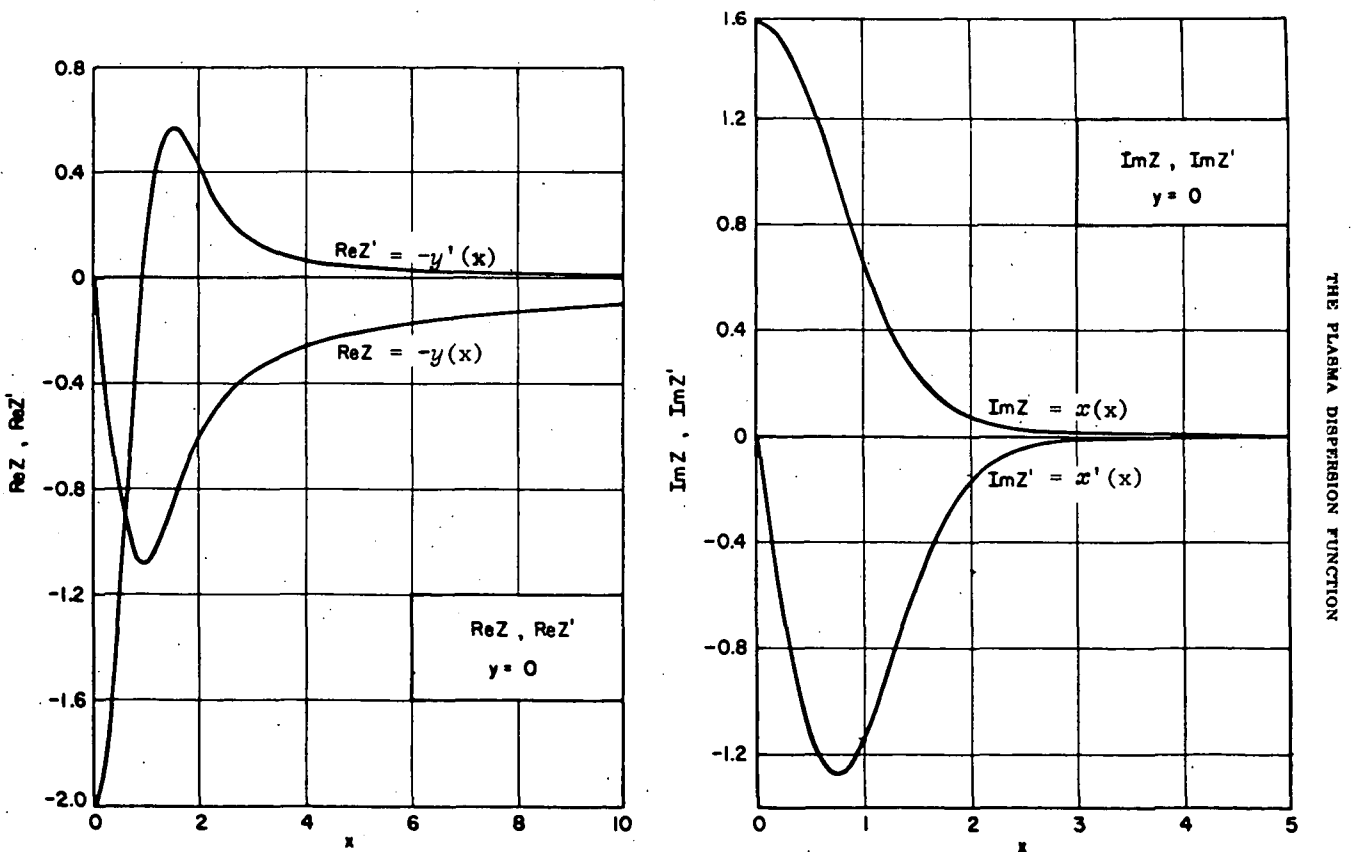


FIGURE C-1 : Extrait de "The Plasma Dispersion Function" de FRIED et CONTE (56)

Dans ce cas, Z et W sont très voisins des fonctions données en (F,7). Donnons le développement au premier ordre en  $\Gamma/\Delta\nu$  :

$$W(\Omega+i\Gamma) = W(\Omega) + i\Gamma W'(\Omega) + \dots$$

$$= \frac{1}{\Delta\nu} \left[ x\left(\frac{\Omega}{\Delta\nu}\right) + iy\left(\frac{\Omega}{\Delta\nu}\right) \right] + \frac{i\Gamma}{(\Delta\nu)^2} \left[ x'\left(\frac{\Omega}{\Delta\nu}\right) + iy'\left(\frac{\Omega}{\Delta\nu}\right) \right] \quad (F,11)$$

c) Limite  $\Gamma \gg \Delta\nu$

La forme asymptotique de Z( $\zeta$ ) est ( $\Im_m \zeta > 0$ ) :

$$Z(\zeta) \approx -\frac{1}{\zeta} \left[ 1 + \frac{1}{2\zeta^2} + \frac{3}{4\zeta^4} \dots \right] \quad (F,12)$$

donc, lorsque  $\Gamma \gg \Delta\nu$ , on a :

$$W(\Omega+i\Gamma) = \frac{1}{\Gamma - i\Omega} \left[ 1 + \frac{\Delta\nu^2}{2(\Omega+i\Gamma)^2} + \dots \right] \quad (F,13)$$

Si l'on néglige les termes en  $(\Delta\nu/\Gamma)^2$ , on retrouve la forme de Lorentz comme si l'on remplaçait la gaussienne par une fonction  $\delta$  dans (F,1).

## 2) Forme de raie optique en présence de diffusion de la vitesse

Lorsque les collisions peuvent conserver les termes de cohérence optique, nous avons obtenu les fonctions de forme de raie (définies en (IV,16-b)) :

$$\frac{F_k(\omega-\omega_\nu)}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} [X_k(\omega-\omega_\nu) + iY_k(\omega-\omega_\nu)] = \frac{W[\omega-\omega_\nu+iG_{ab}(k)]}{1-g_{ab}(k)W[\omega-\omega_\nu+iG_{ab}(k)]} = \frac{W^*[\omega_\nu-\omega+iG_{ba}(k)]}{1-g_{ba}^*(k)W^*[\omega_\nu-\omega+iG_{ba}(k)]} \quad (F,14)$$

Au chapitre IV, où k est toujours égal à 1, nous avons systématiquement omis l'indice k. Nous remarquons que :

- Si  $G_{ab}(k)$  et  $g_{ab}(k)$  sont réels, les relations (F,4) montrent que X est une fonction paire de  $\omega - \omega_\nu$  et Y une fonction impaire.
- Si  $g_{ba}(k)$  est réel mais non  $G_{ba}(k)$ , on peut écrire  $\omega - \omega_\nu + iG_{ab}(k) = \omega - \omega_\nu + \Delta(k) + i\Gamma_{ab}(k)$ , ce qui montre que  $X_k$  est paire et Y impaire par rapport à  $\omega - \omega_\nu + \Delta(k)$ . C'est-à-dire que la fonction  $F_k(\omega-\omega_\nu)$  est simplement décalée de la quantité  $\Delta(k)$ , mais garde ses propriétés de symétrie. Ceci signifie que la fréquence propre de la transition optique est déplacée par les collisions. On peut alors simplifier l'expression en faisant le changement de variable  $\omega'_k = \omega + \Delta(k)$ .
- Si  $g_{ba}(k)$  est complexe ( $\Delta'(k) \neq 0$ ),  $X_k$  n'est plus une fonction symétrique autour de  $\omega'_k = \omega + \Delta(k)$ . De même,  $Y_k$  n'est plus une fonction antisymétrique.

Lorsque

$$G_{ba}(k) \text{ et donc } g_{ba}(k) \ll \Delta v \quad (F,15)$$

Le dénominateur n'introduit qu'une correction du premier ordre en  $\frac{g_{ba}}{\Delta v}$  (car  $W \sim \frac{1}{\Delta v}$ ). On peut écrire :

$$\frac{F_k(\omega-\omega_v)}{\Delta v} \approx \frac{1}{\Delta v} \left[ x\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) + iy\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) \right] \left\{ 1 + \frac{g_{ab}(k)}{\Delta v} \left[ x\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) + iy\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) \right] \right\} + \frac{iG_{ab}}{(\Delta v)^2} \left[ x'\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) + iy'\left(\frac{\omega-\omega_v}{\Delta v}\right) \right] \quad (F,16)$$

On voit que  $x$  et  $y$  sont les limites de  $X_k$  et  $Y_k$  lorsque l'on peut négliger  $g_{ab}$  et  $G_{ab}$  devant  $\Delta v$ . On voit aussi sur (F,16) comment la partie imaginaire de  $g_{ab}$  introduit un terme impair  $(-\frac{2\Delta'xy}{\Delta v})$  dans  $\mathcal{Re}\{F_k\}$  (si l'on a pris soin de remplacer  $\omega$  par  $\omega'_k$  et  $G_{ba}(k)$  par  $\Gamma_{ab}(k)$ ).

### 3) Intégration sur les vitesses lorsque deux facteurs résonnants dépendent de $v$

Pour les termes modulés spatialement du 2ème ordre (§ IV-A-2) et pour les termes du 4ème ordre (ch. VII et VIII), nous rencontrons souvent des intégrales du type :

$$\int \frac{W_M(v) dv}{[\Gamma_1 - i(\Omega_1 + kv)] [\Gamma_2 - i\varepsilon(\Omega_2 + kv)]} \quad \text{avec } \varepsilon = \pm 1 \quad (F,17)$$

Il est toujours possible de retrouver cette forme lorsque les signes des termes  $ikv$  ne sont pas les mêmes que dans (F,17) : en effet,  $W_M(v)$  est une fonction paire et il est possible d'échanger  $v$  ou  $-v$ .

En décomposant (F,17) en éléments simples, on obtient :

$$(F,17) = \int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma_2 - \varepsilon\Gamma_1 - i\varepsilon(\Omega_2 - \Omega_1)} \left[ \frac{1}{\Gamma_1 - i(\Omega_1 + kv)} - \frac{\varepsilon}{\Gamma_2 - i\varepsilon(\Omega_2 + kv)} \right] = \frac{1}{\Gamma_2 - \varepsilon\Gamma_1 - i\varepsilon(\Omega_2 - \Omega_1)} \left[ W(\Omega_1 + i\Gamma_1) - \varepsilon W(\varepsilon\Omega_2 + i\Gamma_2) \right] \quad (F,18)$$

Les cas  $\varepsilon = +1$  et  $\varepsilon = -1$  ont un comportement très différent.

a)  $\varepsilon = -1$

$$\frac{W_M(v) dv}{[\Gamma_1 - i(\Omega_1 + kv)] [\Gamma_2 + i(\Omega_2 + kv)]} = \frac{W(\Omega_1 + i\Gamma_1) + W^*(\Omega_2 + i\Gamma_2)}{\Gamma_2 + \Gamma_1 + i(\Omega_2 - \Omega_1)} \quad (F,19)$$

Le dénominateur présente une résonance de demi-largeur  $\Gamma_2 + \Gamma_1$  lorsque  $\Omega_2 = \Omega_1$ . Si :

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 \ll \Delta v \quad (F,20)$$

$W(\Omega_1 + i\Gamma_1)$  et  $W(\Omega_2 + i\Gamma_2)$  ne diffèrent que de quantités de l'ordre de grandeur de  $\Gamma/\Delta v$  (relativement à  $W$ ) sur toute la région où le dénominateur est résonnant. On peut donc écrire :

$$(F,19) \approx \frac{2}{\Delta v} \frac{x\left(\frac{\Omega_1}{\Delta v}\right)}{\Gamma_2 + \Gamma_1 + i(\Omega_2 - \Omega_1)} + \text{termes en } (\Delta v)^{-2} \quad (F,21)$$

Loin de la résonance, lorsque

$$\Omega_2 - \Omega_1 \sim \Delta\nu \gg \Gamma_1 \text{ et } \Gamma_2 \quad (\text{F,22})$$

(F,19) est de l'ordre de  $(\Delta\nu)^{-2}$ . Si l'on néglige les termes de cet ordre de grandeur, on voit que (F,19) peut toujours être remplacé par (F,21) si la condition (F,20) est satisfaite.

$$\text{b) } \underline{\underline{\varepsilon = +1}}$$

$$\int \frac{W_M(v) dv}{[\Gamma_1 - i(\Omega_1 - kv)] [\Gamma_2 - i(\Omega_2 - kv)]} = \frac{W(\Omega_1 + i\Gamma_1) - W(\Omega_2 + i\Gamma_2)}{\Gamma_2 - \Gamma_1 - (\Omega_2 - \Omega_1)} = -i \frac{W(\Omega_1 + i\Gamma_1) - W(\Omega_2 + i\Gamma_2)}{(\Omega_1 + i\Gamma_1) - (\Omega_2 + i\Gamma_2)} \quad (\text{F,23})$$

Lorsque le dénominateur est proche de la résonance :

$$[(\Omega_1 + i\Gamma_1) - (\Omega_2 + i\Gamma_2)] \ll \Delta\nu \quad (\text{F,24})$$

(F,23) s'exprime simplement comme la dérivée de  $W(\Omega_1 + i\Gamma_1)$ . Si de plus :

$$\Gamma_1 \text{ et } \Gamma_2 \ll \Delta\nu \quad (\text{F,25})$$

on peut écrire :

$$(F,23) \approx -iW'(\Omega_1 + i\Gamma_1) \approx -i(\Delta\nu)^{-2} \left[ x' \left( \frac{\Omega_1}{\Delta\nu} \right) + iy' \left( \frac{\Omega_1}{\Delta\nu} \right) \right] + \text{termes en } (\Delta\nu)^{-3} \quad (\text{F,26})$$

Lorsque le dénominateur est loin de la résonance (condition (F,22)), (F,23) est de l'ordre de  $W/(\Omega_1 - \Omega_2)$ , donc encore de l'ordre de  $(\Delta\nu)^{-2}$ .

En conclusion, les termes avec  $\varepsilon = -1$  présentent une résonance Lorentzienne pondérée par  $\mathcal{R}e [W(\Omega)]$ , donc d'un ordre de grandeur comparable aux termes simples du type (F,1). Par contre, les termes avec  $\varepsilon = +1$  sont toujours petits : ils sont de l'ordre de  $\Gamma/\Delta\nu$  relativement aux termes  $\varepsilon = -1$  (pris à résonance).

c) Aux chapitres VII et VIII, nous aurons besoin d'évaluer plus précisément les termes de l'ordre de  $(\Delta\nu)^{-2}$  d'expressions de la forme (hors résonance) :

$$\int \frac{W_M(v) dv}{\Gamma_1 - i(\Omega_1 + kv)} \left[ \frac{1}{\Gamma_2 - i(\Omega_2 + kv)} + \frac{1}{\Gamma_2 + i(\Omega_2 + kv)} \right] = \frac{W(\Omega_1 + i\Gamma_1) - W(\Omega_2 + i\Gamma_2)}{\Gamma_2 - \Gamma_1 - i(\Omega_2 - \Omega_1)} + \frac{W(\Omega_1 + i\Gamma_1) + W^*(\Omega_2 + i\Gamma_2)}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + i(\Omega_2 - \Omega_1)} \quad (\text{F,27})$$

A résonance, comme nous l'avons vu, le premier terme ( $\varepsilon = +1$ ) est négligeable devant le second. Loin de la résonance (condition (F,22)), les deux termes sont du même ordre de grandeur : on peut négliger  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  dans les deux dénominateurs qui deviennent alors identiques, ce qui permet d'écrire :

$$(F,27) \approx \frac{2 \mathcal{R}e (W(\Omega_2 + i\Gamma_2))}{i(\Omega_2 - \Omega_1)} \approx \frac{2i}{\Delta\nu} \frac{x \left( \frac{\Omega_2}{\Delta\nu} \right)}{\Omega_1 - \Omega_2} + \text{termes en } (\Delta\nu)^{-3} \quad (\text{F,28})$$

Cette quantité de l'ordre de  $(\Delta\nu)^{-2}$  est imaginaire pure. C'est cette propriété qui nous sera utile aux chapitres VII et VIII.



A P P E N D I C E G

---

ACQUISITION DE DONNEES ET AUTOMATISME

---

But de l'appareillage

En raison du très grand nombre de courbes nécessaires à l'étude de l'orientation des niveaux du néon, nous avons mis au point un système d'acquisition de données sur bande perforée permettant le dépouillement par ordinateur. De plus, nous avons automatisé le montage pour qu'il puisse fonctionner seul pendant une dizaine d'heures. Ceci permet donc de laisser le montage fonctionner jour et nuit.

Nous voulons enregistrer trois signaux différents ( $Y_1$  = Alignement  $2p_4$ ,  $Y_2$  = Orientation  $3s_2$ ,  $Y_3$  = Orientation  $2p_4$ ) en fonction du champ magnétique X. De plus, nous voulons recommencer ces enregistrements pour différentes valeurs de la puissance du faisceau laser  $I_0$ . Celle-ci est réglée par le déplacement d'un atténuateur à échelons formé d'un certain nombre de zones d'opacité optique déterminée (figure VI-11 et 12).

Acquisition de données

La conversion analogique digitale se fait grâce à deux voltmètres numériques (Tekelec 341). Les signaux en code B.C.D. issus de ces voltmètres sont repris par un sérialiseur qui choisit successivement chacun des digits (chiffre en décimal), les adapte (transcodage et amplification de puissance) et les transmet à la perforatrice de ruban. La cadence de transmission des digits successifs est directement déterminée par la cadence de la perforatrice ("feed back"). Un cycle complet de "sérialisation" comporte la transcription des quatre digits de chacun des deux voltmètres et deux digits de contrôle; nous appellerons ces dix digits un "mot".

Pendant tout le temps de la sérialisation d'un mot, les voltmètres sont bloqués et conservent les valeurs X et Y mesurées juste avant le début de la sérialisation. Une fois la sérialisation terminée, ils sont libérés et mesurent les signaux selon leur cadence propre (5 par seconde) jusqu'à l'ordre de perforation du prochain mot.

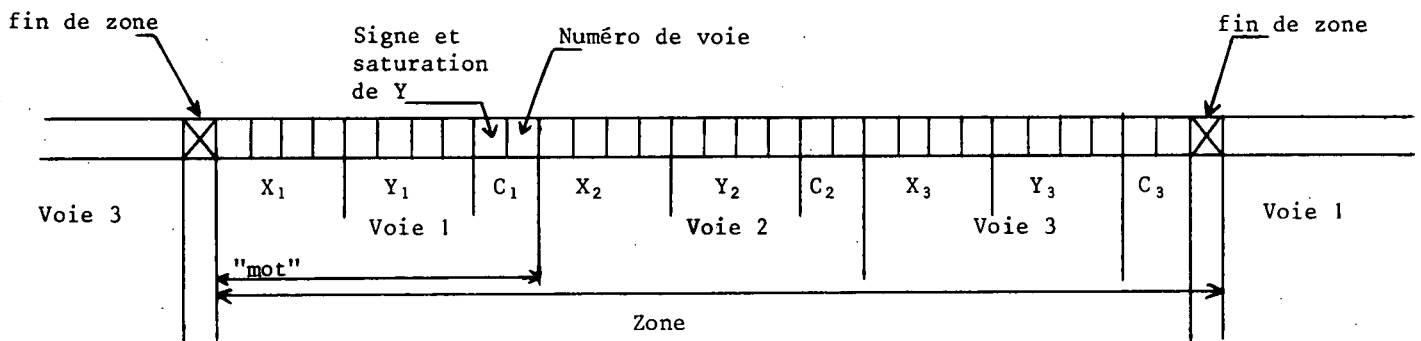
Les ordres de perforation sont donnés à intervalles de temps réguliers par une horloge tandis que le champ magnétique X est balayé continuellement.

### Commutation de voies

Pour permettre de mesurer les coordonnées d'un point, successivement sur chacune des trois courbes, un commutateur à 4 voies est placé sur les signaux analogiques avant les voltmètres. Ce commutateur de voies est commandé par un compteur "de mots" placé dans le sérialiseur. Après la perforation d'un mot le compteur avance d'une unité et connecte la voie suivante aux voltmètres. C'est donc cette nouvelle voie qui sera lue au prochain signal de l'horloge. En fonctionnement normal, le compteur est programmé pour n'utiliser que 3 voies (comme nous le verrons, la 4ème voie ne sert que pendant le changement de courbe). Sur ces trois voies, le voltmètre 1 mesure le champ magnétique X et le voltmètre 2 mesure successivement les trois signaux  $Y_1$ ,  $Y_2$  et  $Y_3$ .

A la fin de la perforation de la voie 3, le compteur génère la perforation d'un code de fin de zone qui permettra au calculateur de positionner correctement les données reçues.

La structure d'une zone sur la bande perforée est donc :



### Changement automatique de courbes

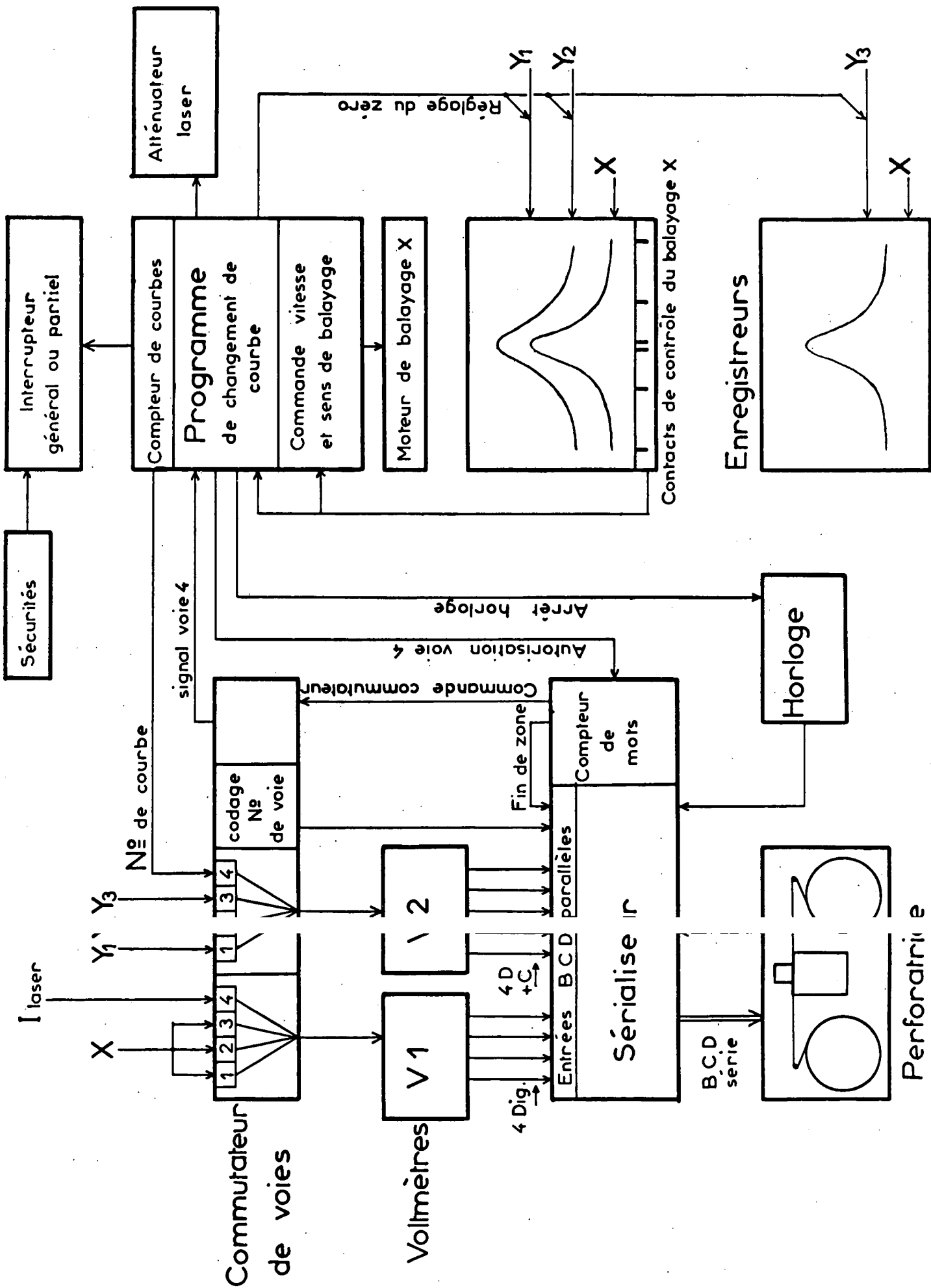
Simultanément à l'acquisition des données, les trois signaux sont enregistrés en fonction du champ magnétique sur deux enregistreurs X,Y.

L'un de ces enregistreurs est muni de contacts qui permettent d'arrêter le balayage du champ lorsque celui-ci a atteint la limite de la zone intéressante.

Ces mêmes contacts déclenchent le programme de changement de courbe .

Les opérations se déroulent de la façon suivante :

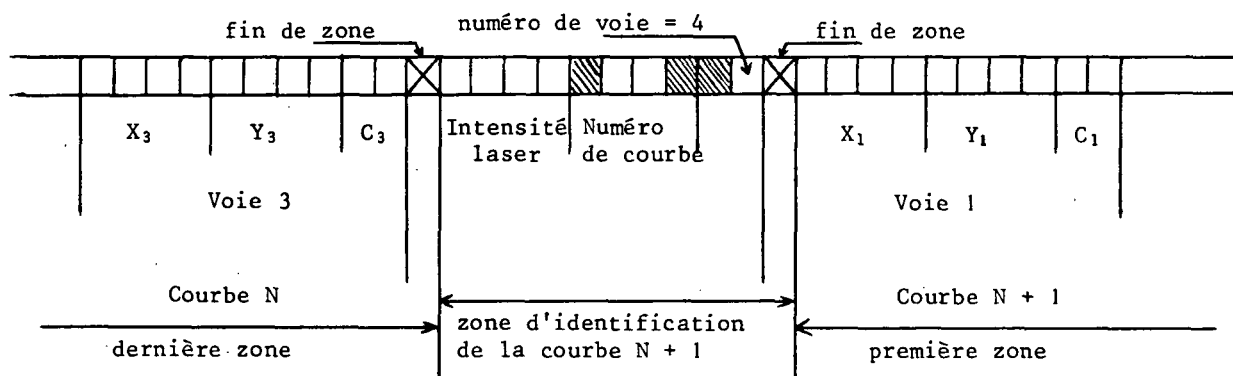
- Le programme laisse le temps au système d'acquisition de données de terminer la zone en cours. Pour cela, il se contente de donner au commutateur de voie (par l'intermédiaire du compteur de mots) l'autorisation de passer sur la voie 4. Ainsi après la perforation de la voie 3, le commutateur passé sur la voie 4, ce qui déclenche la suite du programme :
- Arrêt de l'horloge pour interdire toute nouvelle sérialisation.
- Commande du moteur de l'atténuateur à échelons qui avance d'une zone et modifie l'intensité laser.



- Temporisation permettant la stabilisation des appareils avec les nouveaux paramètres (en fait, cette temporisation est déclenchée par le contact de l'enregistreur et est assez longue pour inclure toutes les opérations précédentes)
- Démarrage de l' horloge
- Démarrage du balayage de champ en sens inverse

Pendant tout le temps de ces opérations, le commutateur de voie reste sur la voie 4. Ainsi lorsque le premier ordre de l'horloge arrive, la voie 4 est perforée : on peut ainsi perforer la mesure de l'intensité du laser et le numéro de la courbe généré par un compteur de courbes. Après la voie 4, le commutateur revient sur la voie 1 et reprend ses cycles sur trois voies jusqu'à la fin de la nouvelle courbe.

Sur la bande perforée : le changement de courbe se traduit par la structure suivante (l'ordinateur sera programmé pour la reconnaître) :



### Particularités diverses

A chaque nouvelle courbe, une tension est ajoutée aux entrées Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub> et Y<sub>3</sub> des enregistreurs XY pour éviter le recoupement des courbes. Ces courbes, trop petites et trop serrées, sont inexploitable mais sont très précieuses pour repérer une éventuelle anomalie : on peut ainsi éliminer les courbes douteuses

- Le balayage du champ ne se fait pas à vitesse constante : des contacts le long de l'enregistreur XY programment la vitesse (3 vitesses possibles et 5 zones symétriques autour du champ nul); ainsi on peut ralentir le balayage dans les régions où une grande précision est nécessaire (sommet des courbes de Lorentz)

- Le compteur de courbe permet d'éteindre les appareils ou de les mettre en attente après un nombre présélectionné de courbes (de 1 à 20).

## Caractéristiques techniques

### Les cadences

En raison des grandes constantes de temps nécessaires pour obtenir un rapport signal/bruit correct, tout le système est lent. Une courbe dure environ une demi-heure. Pour avoir environ 80 points par courbe, il faut donc une cadence de l'horloge de 8 coups par minute.

La cadence de la perforatrice (30 caractères/(s)) est donc très suffisante. Dans des cas physiques plus favorables, il serait possible de tracer les mêmes courbes en 2 ou 3 minutes.

La temporisation entre courbes a été choisie de 3 mn.

### Technologie

Le sérialiseur et toute la logique de commande des voltmètres et de la perforatrice ont été réalisés au Laboratoire par MM. G. CAMY et A. GARCIA, au moyen de circuits logiques montés sur des cartes standards (cartes log-an de Tekelec). Le sérialiseur est capable d'accepter au maximum des mots de 16 digits et il peut, en outre, générer de façon interne quatre digits de code. Il est donc possible d'utiliser jusqu'à quatre voltmètres si l'on désire augmenter la capacité du système.

Le commutateur de voie est constitué par des relais au mercure.

Tout le reste (horloge, commande de balayage, programme de changement de courbes) a été "bricolé" à l'aide de relais, de moteurs et de contacteurs commandés par des cames (pour le programme). Cette technique a été utilisée, car elle est plus facile à réaliser quand les constantes de temps demandées sont longues.

A P P E N D I C E H

M E T H O D E D E D E P O U I L L E M E N T  
D E S C O U R B E S S U R O R D I N A T E U R

1) Position du problème et principe de la méthode

Nous nous bornerons à expliquer ici la méthode de dépouillement des courbes d'effet Hanle provenant de l'orientation du niveau  $3s_2$ . Pour le niveau  $2p_4$ , la correction de transfert complique un peu le calcul, mais ne change pas le principe de la méthode. Selon (V,34-b), la forme théorique des courbes obtenues à la sortie de la détection synchrone à  $2\Omega$  est :

$$1 - \mathcal{L} \left( \frac{\omega_b}{\Gamma(1)} \right)$$

En pratique, on observe que les courbes ne sont pas parfaitement symétriques : ceci provient vraisemblablement de l'action du champ magnétique sur la décharge (modification de la différence de population  $n$ ). Nous supposons, comme nous le faisons toujours pour le dépouillement manuel, que cette modification est linéaire avec le champ. La forme de courbe que nous devons ajuster avec les points expérimentaux est donc ( $x - x_0 = \omega_b$ ) :

$$y = s_0 - h \left[ 1 - \frac{1}{1 + \left( \frac{x - x_0}{\Gamma} \right)^2} \right] \left[ 1 + \alpha(x - x_0) \right] \quad (H,1)$$

Il y a donc 5 paramètres à ajuster :  $x_0$ ,  $s_0$ ,  $\alpha$ ,  $h$  et  $\Gamma$  (en fait, seul  $\Gamma$  nous intéresse). C'est l'une des raisons pour lesquelles nous avons renoncé à utiliser une méthode de moindres carrés habituelle : chaque étape du calcul demanderait l'inversion d'une matrice  $5 \times 5$ , ce qui est beaucoup plus long que la méthode que nous allons décrire. Cette méthode est très proche de la méthode de dépouillement manuelle. Elle consiste à choisir une première valeur d'essais pour le sommet ( $s_0$ ) et pour l'asymptote ( $y_0 + P(x - x_0)$ ) et à mesurer la demi-largeur à mi-hauteur ( $\Gamma_0$ ). Ensuite, on corrige l'asymptote à l'aide des points proches de celle-ci (manuellement, on vérifie que la hauteur de la courbe au-dessus de l'asymptote est  $h/5$  pour  $x - x_0 = 2\Gamma_0$ ,  $h/10$  pour  $x - x_0 = 3\Gamma_0$ ,  $\sim h/25$  pour  $x - x_0 = 5\Gamma_0$  ...) et le sommet à l'aide des points proches du centre. On recommence la mesure de  $\Gamma$  et la correction de l'asymptote et du sommet jusqu'à ce qu'on obtienne une bonne stabilité des résultats.

Pour augmenter la rapidité de convergence de la méthode, un calcul variationnel permet de corriger tous les paramètres chaque fois que la valeur de l'un d'eux est amélioré (en fait cette méthode n'est appliquée qu'aux 3 paramètres  $s_0$ ,  $y_0 = s_0 - h$  et  $\Gamma$  car  $x_0$  et  $\alpha$  ont peu d'influence

sur les trois premiers paramètres du fait de la symétrie). Ceci se comprendra plus aisément au cours du développement du calcul.

## 2) Notations

$x_i$  et  $y_i$  sont les coordonnées des points expérimentaux. Nous noterons les approximations d'ordre zéro et d'ordre 1 par une lettre majuscule munie d'un indice  $X_0$  et  $X_1$  pour  $x_0$ ;  $S_0$  et  $S_1$  pour le sommet  $s_0$ ;  $H_0$  et  $H_1$  pour la hauteur  $h$ ,  $Y_0$  et  $Y_1$  pour l'ordonnée à l'origine de l'asymptote  $y_0 = s_0 - h$ ;  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_1$  pour la demi-largeur  $\Gamma$ .

Les erreurs sur les paramètres seraient notées :

$$\Delta Y_0 = Y_0 - y_0 \quad ; \quad \Delta Y_1 = Y_1 - y_0 \quad ; \quad \Delta \Gamma_0 = \Gamma_0 - \Gamma \quad \text{etc.} \quad (\text{H},2)$$

Enfin, on posera :

$$X_i = x_i - X_0 \quad (\text{H},3)$$

## 3) Détermination des premières valeurs d'essais

- $Y_0$  est donné par la valeur minimum des  $y_i$ ;
- $S_0$  par la valeur maximum des  $y_i$  ;
- $X_0$  par la valeur moyenne  $\bar{x}_i$  des abscisses des points tels que  $S_0 - \frac{H_0}{2} < y_i < S_0 - \frac{H_0}{8}$  (dans cette région les points sont équidistants en  $x$ , car le balayage du champ est linéaire en fonction du temps - cf. : technique d'acquisition de données à l'appendice G);
- $\alpha_0$  est pris nul

$$\Gamma_0 = | X_i | \sqrt{\frac{y_i - Y_0}{S_0 - y_i}} \quad \text{pour} \quad \frac{H_0}{4} < y_i - Y_0 < \frac{3H_0}{4} \quad (\text{H},4)$$

L'expression (4) est obtenue à partir de (1) en négligeant  $\alpha$ . L'erreur systématique sur  $\Gamma_0$  provenant des erreurs sur  $Y_0$  et  $S_0$  est :

$$\frac{\Delta \Gamma_0}{\Gamma_0} \approx - \frac{1}{2H_0} [ C_s \Delta S_0 + C_y \Delta Y_0 ] \quad (\text{H},5)$$

Les grandeurs

$$C_s = 1 + \left( \frac{\Gamma_0}{X_i} \right)^2 \quad \text{et} \quad C_y = 1 + \left( \frac{X_i}{\Gamma_0} \right)^2 \quad (\text{H},6)$$

sont calculées en même temps que  $\Gamma_0$  en utilisant les mêmes points expérimentaux pour effectuer les moyennes.  $\Delta \Gamma_0$  ne dépend pas, au premier ordre, de  $\Delta X_0$  et de  $\alpha$  en raison de la répartition symétrique des points expérimentaux autour du centre  $x_0$ .

4) Correction du premier ordre

a) Détermination de l'asymptote

On utilise les points tels que

$$| X_i | = | x_i - X_0 | > 2\Gamma_0 \quad (H,7)$$

Les points obtenus en retranchant la Lorentzienne  $H_0 \mathcal{L} \left( \frac{x_i - X_0}{\Gamma_0} \right)$  des points expérimentaux devraient être sur l'asymptote si tous les paramètres étaient connus : on peut montrer qu'ils s'en écartent très peu, même s'il y a une erreur importante sur  $Y_0$ ,  $S_0$  et  $\Gamma_0$  à condition de ne prendre que les points expérimentaux remplissant la condition (H,7). La droite passant au mieux (méthode de moindre carré) par les points de coordonnées

$$x_i ; \quad y_{ai} = y_i - \frac{H_0 \Gamma_0^2}{X_i^2 + \Gamma_0^2} \quad (H,8)$$

constitue une bonne approximation de l'asymptote. En égalant la valeur expérimentale de sa pente à la valeur théorique obtenue à partir de (H,1), on obtient une estimation de  $\alpha$  :

$$P = \frac{N \sum X_i y_{ai} - (\sum X_i)(\sum y_{ai})}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \alpha h P' \quad (N = \text{nombre de points utilisés}) \quad (H,9)$$

$$P' = \frac{N \sum X_i^2 \Gamma_0^2 [\Gamma_0^2 + X_i^2]^{-1} + (\sum X_i) [\sum X_i \Gamma_0^2 (\Gamma_0^2 + X_i^2)^{-1}]}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} - 1 \quad (H,10)$$

L'ordonnée à l'origine de l'asymptote approchée donne  $Y_1$  :

$$Y_1 = \frac{\sum y_{ai} - P \sum X_i}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (H,11)$$

L'erreur systématique sur  $Y_1$  provenant de l'erreur sur  $Y_0$  et  $S_0$  (par l'intermédiaire de  $H_0$  et de  $\Gamma_0$ ) est

$$\Delta Y_1 \approx A \Delta S_0 + B \Delta y_0 \quad \text{avec} \quad (H,12)$$

$$A = C_s \left[ \frac{\Gamma_0^2 X_i^2}{[\Gamma_0^2 + X_i^2]^2} \right] - \left[ \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_0^2 + X_i^2} \right] ; \quad B = C_y \left[ \frac{\Gamma_0^2 X_i^2}{[\Gamma_0^2 + X_i^2]^2} \right] + \left[ \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_0^2 + X_i^2} \right] \quad (H,13)$$

Le calcul machine consiste donc à évaluer  $P$ ,  $P'$ ,  $Y_1$ ,  $A$  et  $B$  en effectuant les sommations et les moyennes sur tous les points vérifiant la condition (H,7). Une fois ces calculs faits (H,12) et (H,5) permettent d'obtenir une détermination de  $y_0$  et de  $\Gamma$  meilleure que  $Y_1$  et  $\Gamma_0$  respectivement (en posant  $\Delta Y_0 - \Delta Y_1 = Y_0 - Y_1$ ) :



$$Y'_1 = Y_1 + \frac{B(Y_1 - Y_0)}{1 - B} = Y_0 + \frac{Y_1 - Y_0}{1 - B} \quad (\text{H,14})$$

$$\Gamma'_0 = \Gamma_0 (1 - C_y \frac{Y'_1 - Y_0}{2H_0}) \quad (\text{H,15})$$

L'erreur systématique sur ces quantités ne dépend plus, au 1er ordre, que de  $\Delta S_0$  :

$$\Delta Y'_1 \approx \frac{A}{1 - B} \Delta S_0 \quad (\text{H,16})$$

$$2H_0 \frac{\Delta \Gamma'_0}{\Gamma'_0} \approx -C_s \Delta S_0 - C_y \Delta Y'_1 = -\Delta S_0 \left[ C_s + \frac{A}{1 - B} C_y \right] \quad (\text{H,17})$$

b) Détermination du sommet

On utilise ici les points proches du sommet, tels que :

$$| X_i | < \Gamma'_0 / 2 \quad (\text{H,18})$$

La nouvelle détermination du sommet est donnée par (cf. (H,1)) :

$$S_1 = H_1 + Y'_1 = y_i + (y_i - Y'_1) \frac{X_i^2}{\Gamma'^2_0} \quad (\text{H,19})$$

L'erreur systématique provenant de  $Y'_1$  et de  $\Gamma'_0$ , suivant (H,16) et (H,17), s'écrit :

$$\Delta S_1 = C \Delta S_0 \quad \text{avec} \quad C \approx \left( \frac{X_i^2}{\Gamma'^2_0} \right) \left[ C_s + \frac{A}{1 - B} (C_y - 1) \right] \quad (\text{H,20})$$

Une fois les moyennes de (H,19) et (H,20) calculées pour les points satisfaisant (H,18), on obtient (en utilisant (H,20), (H,16) et (H,17)) :

$$S'_1 = S_0 + \frac{S_1 - S_0}{1 - C} \quad (\text{H,21})$$

$$Y''_1 = Y'_1 + \frac{A}{1 - B} \frac{S_1 - S_0}{1 - C} \quad ; \quad H_1 = S'_1 - Y''_1 \quad (\text{H,22})$$

$$\Gamma''_0 = \Gamma'_0 \left[ 1 - \frac{S_1 - S_0}{2H_1(1-C)} \left( C_s + \frac{A}{1 - B} (C_y - 1) \right) \right] \quad (\text{H,23})$$

Ces trois valeurs ne dépendent plus des erreurs sur  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $\Gamma_0$  et de  $\alpha$  que par des quantités du second ordre : elles sont nettement meilleures que  $S_1$ ,  $Y_1$  et  $\Gamma_0$ . Nous allons les utiliser pour une nouvelle détermination de  $X_0$ .

c) Détermination du centre  $X_1$

Si l'on suppose  $\alpha$  petit, on peut ne garder qu'un développement par rapport à cette quantité. (H,1) donne alors ( $\alpha$  est donné par (H,9)) :

$$X_1 = X_0 + \frac{X_i}{|X_i|} \Gamma_0'' \sqrt{\frac{S_i' - y_i}{y_i - Y_1''}} + \frac{P}{2H_1 P'} X_i^2 \left[ 1 + \left( \frac{X_i}{\Gamma_0''} \right)^2 \right] \quad (H,24)$$

Cette moyenne est faite sur les points tels que :

$$0,5 \Gamma_0'' < |X_i| < 1,5 \Gamma_0'' \quad (H,25)$$

d) Détermination de la largeur

Nous pouvons maintenant faire une nouvelle détermination de  $\Gamma$  en utilisant  $Y_1''$ ,  $S_1'$ ,  $X_1$  et en tenant compte de  $\alpha$  (au 1er ordre). L'expression (H,1) permet d'écrire :

$$\Gamma_1 = |X_1 - x_i| \sqrt{\frac{y_i - Y_1''}{S_1' - y_i}} + \alpha \frac{\Gamma_0''}{2} X_i \left( 1 + \frac{X_i^2}{\Gamma_0''^2} \right) \quad (H,26)$$

La moyenne est faite pour les points remplissant la condition (H,25), car ce sont eux qui donnent la meilleure précision. On voit que le terme en  $\alpha$  s'élimine, car il est pair en  $X_i$  : (H,26) se ramène donc à (H,4) à condition de remplacer  $X_0$ ,  $Y_0$  et  $S_0$  par  $X_1$ ,  $Y_1''$  et  $S_1'$ . On voit que la pente de l'asymptote n'intervient que pour la détermination  $X_1$ .

5) Corrections d'ordre supérieur

Il suffit de remplacer  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $S_0$  et  $\Gamma_0$  par  $X_1$ ,  $Y_1''$ ,  $S_1'$  et  $\Gamma_1$  puis de recommencer le calcul du paragraphe 4. On recommence ainsi le cycle plusieurs fois jusqu'à ce que  $\Gamma_n - \Gamma_{n+1}$  soit inférieur à  $\Gamma_n/500$ . Cette valeur a été choisie pour assurer une précision de 1%, c'est-à-dire nettement mieux que la précision expérimentale.

En général, la convergence est très rapide (3 à 5 cycles). Cependant, il arrive, lorsque les courbes présentent beaucoup de bruit, que le résultat oscille (de plus de 0,2%) sans converger : dans ce cas, l'itération est arrêtée à la huitième boucle et l'on prend  $\Gamma = \frac{1}{2} (\Gamma_8 + \Gamma_7)$ .

REMARQUE.

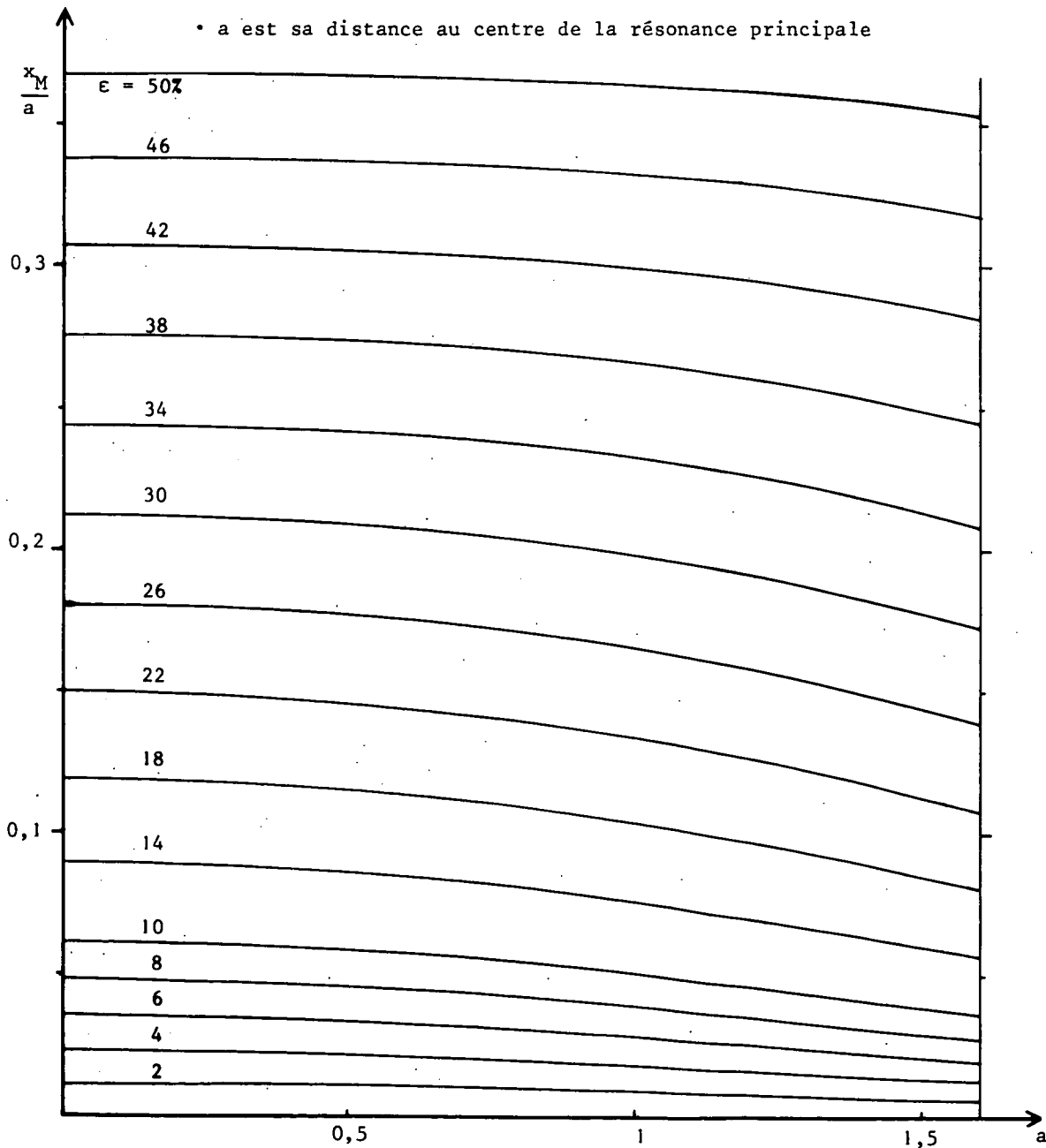
La cause d'erreur principale vient certainement de l'hypothèse de la distorsion linéaire. Il semble en effet que ce ne soit pas tout à fait le cas. Mais cette erreur n'est pas particulière au dépouillement sur ordinateur : manuellement, on prend toujours une asymptote linéaire, ce qui donne exactement la même erreur.

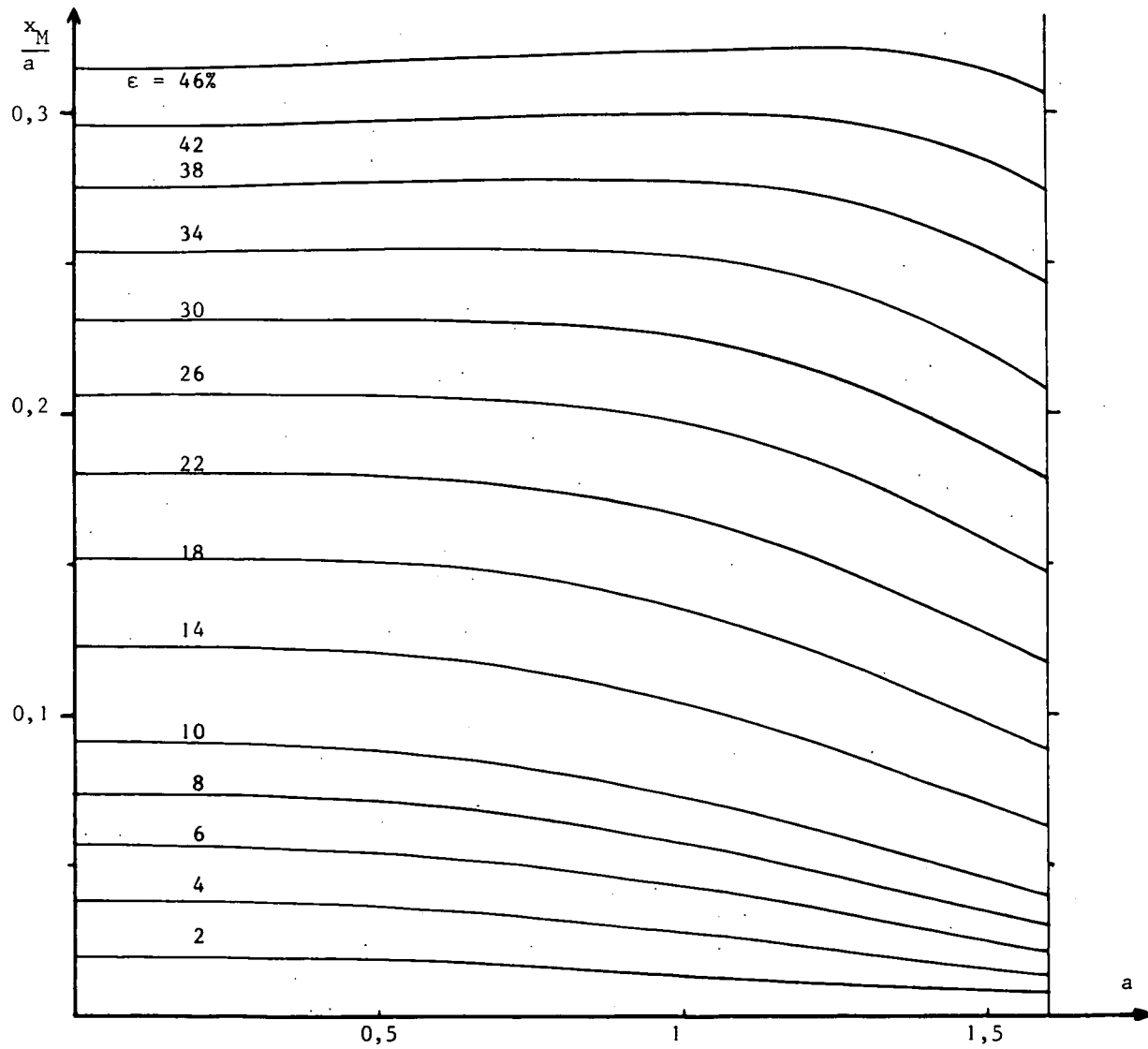
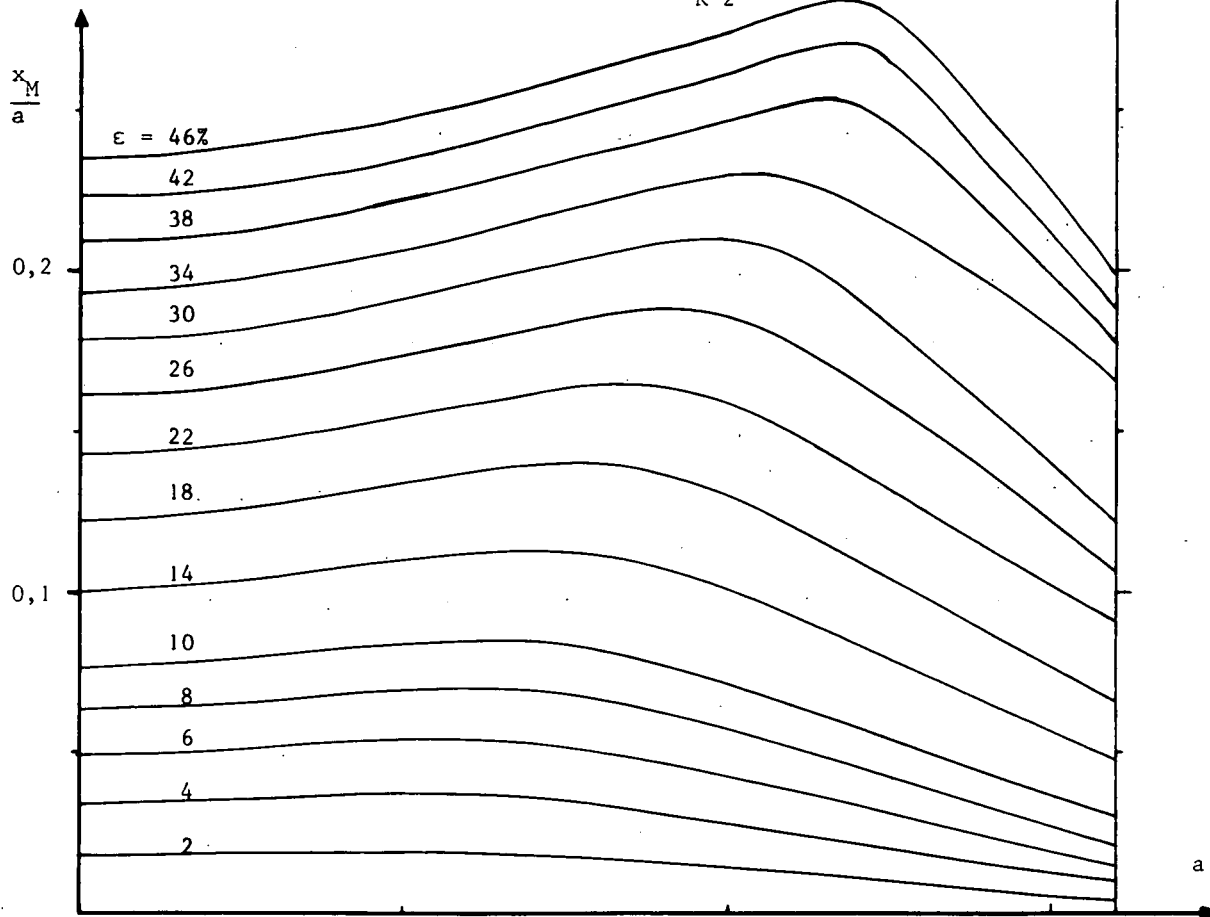
A P P E N D I C E K

C A L C U L N U M E R I Q U E D U D E P L A C E M E N T D E S R E S O N A N C E S  
D E S A T U R A T I O N P A R L A P R E S E N C E D E F A I B L E S R E S O N A N C E S P A R A S I T E S

Au chapitre VII (§ F,2), nous avons expliqué comment il est possible de calculer l'erreur sur la mesure de la position du centre d'une résonance (Lorentzienne), lorsque celle-ci est déformée par la présence d'une petite résonance parasite. Nous donnons ici les courbes, calculées sur ordinateurs, donnant le déplacement relatif ( $x_M/a$ ) en fonction des différents paramètres (cf. fig. VII-21, p. 228). En prenant comme unité la hauteur et la largeur de la résonance principale,

- $\epsilon$  est la hauteur relative de résonance parasite
- $\gamma$  est sa largeur relative
- $a$  est sa distance au centre de la résonance principale





A P P E N D I C E M

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

SYMBOLES	FORMULES OU PARAGRAPHERS OU ILS SONT DEFINIS	DEFINITION
a		Niveau inférieur de la transition laser
$a_{Q_2}^{k_2}$	(II,77, 81)	Facteur déterminant l'amplitude de ${}_{a Q_2}^{(2)k_2}$ (à l'ordre 2)
$A_{Q_{2n}}^{k_{2n}}(v, \Omega_{2n})$	(II,74)	Terme source de l'équation d'ordre 2n donnant la composante de fréquence $\Omega_{2n}$ de ${}_{a Q_{2n}}^{(2n)k_{2n}}$
$A_{ag}^b(k), A_{ag}^{b'}(k)$	(V,25) (Tableau p. 112)	Coefficient angulaire déterminant l'amplitude de l'effet Hanle d'ordre k pour la raie laser $b \leftrightarrow a$ et la raie de fluorescence $b \leftrightarrow g$
$\mathcal{A}(b, a, k', k)$	(II,75)	Coefficient de transfert par émission spontanée de b vers a (tenant compte du mécanisme d'excitation)
b		Niveau supérieur de la transition laser
$b_{Q_2}^{k_2}, b_{Q_4}^{k_4}$	(II,70, 79, 92)	} même définition que pour le niveau a
$B_{Q_{2n}}^{k_{2n}}(v, \Omega_{2n})$	(II,64, 89)	
$C_a, C_b$	(VII,84)	Coefficients caractérisant la hauteur des résonances de saturation provenant des niveaux a et b
$C_{Q_{2n+1}}^{k_{2n+1}}$	(II,57, 85)	Terme source des équations d'ordre impair pour ${}_{ab Q_{2n+1}}^{(2n+1)k_{2n+1}}$
$\vec{D}, \alpha\beta^D_q$	(Appendice A, § 4)	Opérateur dipôle électrique (partie angulaire)
D	(IV,15)	Facteur de forme Doppler de la raie dans les termes linéaires
$\vec{E}, E_q$	(§ II-A-6)	Champ électrique de l'onde laser et composante standard
$\vec{\mathcal{E}}^v, \mathcal{E}_q^v$	(§ II-A-6)	Représentation dans la base complexe du champ électrique du mode v
$\vec{e}, e_q$	(III,1)	Vecteur unitaire parallèle à $\vec{\mathcal{E}}^v$ $\mathcal{E}_q^v = e_q \mathcal{E}^v$ ( $\vec{e}$ détermine la polarisation de la lumière)

f, g		Niveaux inférieurs des raies de fluorescence
F, F <sub>(b,g,g')</sub>	(V,23), § VII-B	Grandeur définie sur la lumière de fluorescence $\pi$
F( $\omega-\omega_\nu$ )	(IV,16-b) Appendice F, § 2	Forme de raie optique
${}_\alpha F(k_4, Q_4)$	(II,95)(VII,15)	${}_{\alpha}^{(4)-k_4} F(k_4, Q_4) = {}_\alpha \bar{F}(k_4, Q_4) + (-)^{Q_4} {}_\alpha \bar{F}(k_4, -Q_4)$
G <sub>ab</sub> (k)	(II,24-b)	Coefficient de relaxation (complexe) des grandeurs optiques $G_{ab}(k) = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k) = G_{ba}^*(k)$
g <sub>ab</sub> (k)	(II,25-b)	Coefficient de restitution des grandeurs optiques par les collisions: $g_{ab}(k) = \gamma'_{ab}(k) - i\Delta'(k) = g_{ba}^*(k)$
H		Champ magnétique
$\mathcal{H}$		Hamiltonien $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_Z$ (Zeeman) + R(r,t) (laser)
I <sub><math>\nu</math></sub>		$I_\nu =  \mathcal{E}^\nu ^2$ intensité du mode $\nu$
J <sub><math>\alpha</math></sub>		Moment cinétique du niveau $\alpha$
k, k <sub>n</sub>		Ordre tensoriel. L'indice n indique l'ordre de perturbation pour lequel la grandeur tensorielle est obtenue
$\vec{k}, k_\nu(k)$		Vecteur d'onde du faisceau laser (mode $\nu$ ) et module de ce vecteur
$L_{\alpha \rightarrow g}(\vec{\lambda}), \ell_{\alpha \rightarrow g}(\vec{\lambda})$	(V,1, 15)	Lumière de fluorescence émise sur la raie $\alpha \rightarrow g$ avec la polarisation $\vec{\lambda}$
n(k <sub>0</sub> , Q <sub>0</sub> , k <sub>1</sub> )	(II,58-a)	Caractérise l'état du système atomique en l'absence de laser
n = n(0,0,1)	(II,58-b)	Inversion de population ( $n = n_b - n_a$ ) dans le cas où le milieu est isotrope
n(k <sub>2</sub> , Q <sub>2</sub> , k <sub>3</sub> ; $\nu-\mu$ )	(II,86)	
N		Nombre de modes
$\vec{P}, P_{ab}$	(II,34)	Opérateur dipôle électrique et son élément de matrice réduit
p = p $\Delta\omega = \omega_\nu - \omega_\mu$ (chapitres VII et VIII)	(VII,36)	écart entre les modes $\nu$ et $\mu$
p, p'	(chapitre V)	Indice des composantes standard du vecteur polarisation $\vec{\lambda}$ de la détection
q <sub>i</sub>	§ II-A-6	Indice des composantes standard de la polarisation du laser (q <sub>1</sub> $\rightarrow$ $\nu$ ; q <sub>2</sub> $\rightarrow$ $\mu$ ; q <sub>3</sub> $\rightarrow$ $\lambda$ ; q <sub>4</sub> $\rightarrow$ $\kappa$ )
Q <sub>n</sub>		Indice des composantes standard des opérateurs tensoriels $T_{Q_n}^{k_n}$ et de la projection de la matrice densité, à l'ordre n, sur ces opérateurs

$R, R'$	(V,26) § VII-A-1-b et B	Taux d'anisotropie de la lumière de fluorescence $\sigma$ (laser $\sigma$ rectiligne)
$R(r,t)$	§ II-A-6	Hamiltonien d'interaction atomes-faisceau laser
$s = s\Delta\omega = \omega_V - \omega_K$	(VII,36)	
$\alpha\alpha' T_Q^k$		Opérateur tensoriel irréductible
$\begin{matrix} \vec{u}_x \\ \vec{u}_y \\ \vec{u}_z \end{matrix} \begin{matrix} \vec{u}_0 \\ \vec{u}_{\pm 1} \end{matrix}$	(II,38)	Vecteurs unitaires de base
$u$	(II,11)	Vitesse quadratique moyenne des atomes
$W_a, W_b$		Energie des niveaux a et b
$W_M(v)$	(II,11)	Distribution de Maxwell des vitesses atomiques (normalisée)
$W(\Omega+i\Gamma)$	(II,61) Appendice F, § 1	Fonction de forme de raie $W = -i \frac{Z}{\Delta\nu}$
$x_i$	(II,20, 22, 25)	Probabilité de réabsorption de la raie $\beta \rightarrow i$ . $x_i = 1$ : diffusion multiple saturée (ou totale)
$X(\omega-\omega_V), Y(\omega-\omega_V)$	(IV,16-b) Appendice F, § 2	Partie réelle et imaginaire de $F(\omega-\omega_V)$ (et de $\Delta\nu W$ lorsque $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ )
$x(x+iy), y(x+iy)$	Appendice F, § 1	Voir Z
$Z(x+iy)$	Appendice F, § 1	Fonction de dispersion des plasmas: $Z = -y+ix$
$\alpha, \beta$		Indices muets représentant a ou b (niveaux atomiques)
$\alpha, \beta, \delta$	Chapitre V, fig. V-2	Angle caractérisant la polarisation
$\alpha_\beta(k, i)$		Coefficient caractérisant la restitution des grandeurs $T_Q^k$ par diffusion multiple de la raie $\beta \rightarrow i$ ( $\alpha_\beta(0,i) = 1$ )
$\gamma_\alpha = \frac{1}{\tau_\alpha}$		Probabilité de transition radiative du niveau $\alpha$
$\gamma_{ab}, \gamma_{\alpha i}$		Probabilité de transition $a \rightarrow b, \alpha \rightarrow i$
$\gamma'_{ab}, \gamma'_{ab}(k)$		Partie réelle de $g_{ab}(k)$ . Coefficient de restitution des grandeurs optiques par les collisions de vitesse
$\gamma'_a(k), \gamma'_b(k)$	§ II-A-5 (résumé au § II-A-5-c : (II,23) à (II,26))	Probabilité de restitution des grandeurs atomiques $T_q^k$ ou $T_Q^k$ par le processus de diffusion de vitesse
$\Gamma_a(k), \Gamma_b(k)$		Coefficient de relaxation global de $T_q^k$ ou $T_Q^k$ (si l'on n'observe pas les vitesses atomiques)
$\Gamma'_a(k) = \Gamma_a(k) + \gamma'_a(k)$		Coefficient de relaxation de $T_q^k$ ou $T_Q^k$ par destruction <u>ou</u> changement de vitesse
$\Gamma'_b(k) = \Gamma_b(k) + \gamma'_b(k)$		
$\Gamma'_{ab}, \Gamma'_{ab}(k)$		Partie réelle de $G_{ab}(k)$ . Coefficient de relaxation des grandeurs optiques

$\Delta(k), \Delta'(k)$	§ II-A-5-c	Parties imaginaires de $G_{ab}^*(k)$ et $g_{ab}^*(k)$
$\delta_\nu = \omega - \omega_\nu$	chapitre VII (VII,22)	écart du mode $\nu$ au centre de la raie optique à faible pression
$\delta_\nu = \omega + \Delta - \omega_\nu$	chapitre VIII (VIII,5)	écart du mode $\nu$ au centre de la raie optique déplacée par collisions
$\Delta\nu = ku$	(II,61)	Largeur Doppler
$\Delta\omega$		Ecart entre modes
$\Theta(b, a, k)$	(II,19)	Coefficient de transfert par émission spontanée
$\theta, \phi$	fig. V-1	Angle définissant la direction d'excitation ( $\theta_e, \phi_e$ ) ou de détection ( $\theta_d, \phi_d$ )
$\Phi$	chapitre V	Retard de phase de la lame quart d'onde utilisée à l'excitation ou à la détection
$\kappa, \lambda, \mu, \nu$		Indice caractérisant les modes. Dans les expressions algébriques on utilise la notation $\nu = \omega_\nu - \kappa_\nu \nu, \dots$
$\Lambda$	(II,10)	Matrice d'excitation par la décharge (détermine le milieu atomique en l'absence de laser)
$\lambda_q^k, \lambda_p^k$	(II,10)	Composantes de $\Lambda$
$\vec{\lambda}, \lambda_p$	chapitre V	Vecteur polarisation (et composante) de la lumière de fluorescence détectée
$\rho(v, r, t)$	§ II-A-3	Matrice densité des atomes de vitesse $v$
$\bar{\rho}(r, t)$		Matrice densité intégrée sur les vitesses
$\rho_{\alpha\beta}^{(n)k}(v, \Omega)$	(II,62)	Composante de la matrice densité modulée à la fréquence $\Omega$ , dans la base $\alpha\beta T_Q^k$ ( $(n)$ = ordre de perturbation)
$\rho_{\alpha\beta}^{M_\alpha M_\beta}$		Element de matrice dans la base $ J, M\rangle$
$\rho_{\alpha Q}^{\sigma k}$		Composante de $\rho$ dans une base, $\alpha T_Q^k(\phi, \theta, \chi)$ , repérée par rapport à des axes obtenu à partir des axes habituels ( $Oz // H$ ) par une rotation définie par les angles d'Euler ( $\phi, \theta, \chi$ )
$\tau_\alpha$		Durée de vie radiative du niveau $\alpha$
$\omega = \omega_b - \omega_a$		Fréquence centrale de la raie $b \rightarrow a$ ( $M = 1$ )
$\omega_a, \omega_b$		Ecart Zeeman des niveaux $a$ et $b$ ( $\omega_\alpha = g_\alpha \beta H$ )
$\omega_z = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$		Si $J_a = 0$ (ou $J_b = 0$ ), $\omega_z = \omega_b$ (ou $\omega_a$ )
$\omega_\nu$		Fréquence du mode $\nu$



$$\left[ \begin{array}{c|c|c} k_0 & \nu & \mu \\ \hline Q & q_1 & q_2 \end{array} \middle| k_1 \right]_{Q_2}^{k_2} \quad (\text{II, 68})$$

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c} k_0 & \nu & \mu & k_1 \\ \hline Q_0 & q_1 & q_2 & Q_2 \end{array} \middle| k_2 \right]_{Q_3}^{k_3} \quad (\text{II, 86-b})$$

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} k_0 & \nu & \mu & \lambda & \kappa \\ \hline Q_0 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} \right]_{Q_4}^{k_4} \quad (\text{II, 90})$$

$$\{ b \ k_2, \ k_3 \} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \ 1 \ k_2 \\ J_b \ J_b \ J_a \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} k_2 \ 1 \ k_3 \\ J_a \ J_b \ J_b \end{array} \right\}$$

$$\{ a \ k_2, \ k_3 \} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \ 1 \ k_2 \\ J_a \ J_a \ J_b \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} k_2 \ 1 \ k_3 \\ J_b \ J_a \ J_a \end{array} \right\}$$

REFERENCES

- (1) J. BROSSEL et A. KASTLER - C.R. Ac. Sc. 229 (1949), 1213  
J. BROSSEL - Thèse, Paris, 1951; Ann. de Phys. 7 (1952), 622  
A. KASTLER - J. de Phys. Rad. 11 (1950), 255
- (2) J.P. BARRAT et C. COHEN-TANNOUJJI - J. de Phys. 22 (1961), 329 et 443
- (3) C. COHEN-TANNOUJJI - Thèse, Paris, 1962; Ann. de Phys. 7 (1962), 423 et 469
- (4) W.E. LAMB - Phys. Rev. 134 (1964), A1429
- (5) G. DURAND - Thèse, Paris, 196 ; Annales de l'Institut Poincaré, A4 (1966), 263  
- J. of Quant. Elect. (IEEE), QE-2 (1966), 448
- (6) M. SARGENT, W.E. LAMB a. R.L. FORK - Phys. Rev. 164 (1967), 436 et 450
- (7) M.I. D'YAKONOV a. S.A. FRIDRIKHOV - Sov. Phys. Uspekhi, 9 (1967), 837
- (8) B.L. GYORFFY, M. BORENSTEIN a. W.E. LAMB - Phys. Rev. 169 (1968), 340
- (9) S.G. RAUTIAN a. I.I. SOBEL'MAN - Sov. Phys. Uspekhi, 9 (1967), 701
- (10) S.G. RAUTIAN - Sov. Phys. J.E.T.P. 24 (1967), 788
- (10-a) S.G. RAUTIAN a. I.I. SOBEL'MAN - IEEE J. of Quant. Elect. QE-2 (1966), 446
- (11) J.P. BARRAT - J. de Phys. Rad. 20 (1959), 541, 633 et 657  
M.A. GUIOCHON, J.E. BLAMONT et J. BROSSEL - J. de Phys. Rad. 18 (1957), 99
- (12) A. OMONT - J. de Phys. 26 (1965), 576; Thèse, Paris, 1967
- (12-a) M.I. D'YAKONOV et V.I. PEREL - Sov. Phys. J.E.T.P. 20 (1965), 997
- (13) E.B. SALOMAN a. W. HAPPER - Phys. Rev. 144 (1966), 7
- (14) U. FANO - Rev. of Mod. Phys. 29 (1957), 74
- (15) A. OMONT - J. de Phys. 26 (1965), 26
- (16) T. HÄNSCH - Thèse (Inaugural dissertation), Heidelberg, 1968
- (17) T. HÄNSCH a. P. TOSCHEK - IEEE J. of Quant. Elect. QE-4 (1968), 530; QE-5 (1969), 61
- (18) T. HÄNSCH a. P. TOSCHEK - IEEE J. of Quant. Elect. QE-4 (1968), 467
- (19) W. HANLE - Z. Phys. 30 (1924), 93
- (20) B. DECOMPS et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 262B (1966), 1004 et 1695
- (21) B. DECOMPS et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 262B (1966), 1520
- (22) B. DECOMPS et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 265B (1967), 249
- (23) B. DECOMPS et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 266B (1968), 1272
- (24) M. DUMONT et B. DECOMPS - J. de Phys. 29 (1968), 181
- (25) B. DECOMPS et M. DUMONT - J. de Phys. 29 (1968), 443
- (26) B. DECOMPS et M. DUMONT - IEEE J. of Quant. Elect. QE-4 (1968), 916
- (27) M. DUMONT et B. DECOMPS - C.R. Ac. Sc. 269 (1969), 191
- (28) M. DUCLOY et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 266B (1968), 340  
- J. de Phys. 31 (1970), 419
- (29) M. DUCLOY et B. DECOMPS - C.R. Ac. Sc. 266B (1968), 412
- (30) E. FOURNIER, M. DUCLOY, B. DECOMPS et M. DUMONT - C.R. Ac. Sc. 268B (1969), 1495
- (31) M. DUCLOY - C.R. Ac. Sc. 268B (1969), 1575
- (32) M. DUCLOY, E. GIACOBINO-FOURNIER et B. DECOMPS - J. de Phys. 31 (1970), 533
- (33) B. DECOMPS - Thèse, Paris, 1969 (microfilm CNRS AO 3304)
- (34) M. DUCLOY - Thèse de 3e cycle, Paris, 1968
- (35) E. FOURNIER - Thèse de 3e cycle, Paris, 1969
- (36) F.D. COLEGROVE a. P. FRANKEN - Phys. Rev. 119 (1960), 680
- (37) M. LEDUC, F. LALOE et J. BROSSEL - C.R. Ac. Sc. 271 (1970), 342

- (38) • A. KASTLER - Thèse, Paris, 1936; Ann. Phys. 6 (1936), 663  
• J.P. BARRAT, B. CHERON et J.L. COJAN - C.R. Ac. Sc. 259 (1964), 3475
- (39) R.H. CORDOVER, P.A. BONCZYK a. A. JAVAN - Phys. Rev. Let. 18 (1967), 730 et 1104
- (40) M.S. FELD a. A. JAVAN - Phys. Rev. 177 (1969), 540
- (41) M. LOMBARDI - C.R. Ac. Sc. 265 (1967), 191  
- J. Phys. 30 (1969), 631  
- Thèse, Grenoble, 1970
- (42) C.G. CARRINGTON a. A. CORNEY - Optics Comm., 1 (1969), 115
- (43) A. MESSIAH - "Mécanique Quantique", Dunod, Paris, 1960
- (44) J.P. FAROUX - Thèse, Paris, 1969 (microfilm CNRS AO 3807)
- (45) A.B. KOL'CHENKO a. S.G. RAUTIAN - Sov. Phys. J.E.T.P. 27 (1968), 511
- (46) N. BLOEMBERGEN a. Y.R. SHEN - Phys. Rev. 133 (1964), A37
- (47) M.I. D'YAKONOV a. V.I. PEREL - Sov. Phys. J.E.T.P. 20 (1965), 997
- (48) M.I. D'YAKONOV a. V.I. PEREL - Sov. Phys. J.E.T.P. 31 (1970), 585
- (49) R.H. CORDOVER a. P.A. BONCZYK - Phys. Rev. 188 (1969), 696
- (50) J.N. DODD a. G.W. SERIES - Proc. Roy. Soc. 263A (1961), 353
- (51) W.E. BELL a. A.L. BLOOM - Phys. Rev. Let. 6 (1961), 280
- (52) W.R. BENNETT - Phys. Rev. 126 (1962), 580
- (53) M. ROTENBERG, R. BIVINS, N. METROPOLIS, J.K. WOOTEN - "The 3J and 6J symbols". Technology Press, M.I.T., Crosby Lockwood and Son Ltd, London, 1959
- (54) R. GLAUBER - Phys. Rev. 131 (1963), 2766
- (55) R.H. DICKE - Phys. Rev. 89 (1953), 472
- (56) B. FRIED a. S. CONTE - "The Plasma Dispersion Function". Academic Press, New York, London, 1961
- (57) M. LOMBARDI - Thèse, Grenoble, 1970
- (58) M. PAVLOVIC et F. LALOE - J. de Phys. 31 (1970), 173
- (59) S. FENEUILLE, M. KLAPISCH, E. KOENIG, S. LIBERMAN - Physica, 48 (1970), 57
- (60) P. BURLAMACCHI et G. TORALDO di FRANCIA - Nuovo Cimento, 42 (1966), 1310  
I. TOBIAS et W.M. STROUSE - Appl. Phys. Let. 10 (1967), 342
- (61) voir (79)
- (62) G.D. BOYD a. J.P. GORDON - B.S.T.J. 40 (1961), 489  
G.D. BOYD a. H. KOGELNIK - B.S.T.J. 41 (1962), 1347
- (63) R.L. FORK, L.E. HARGROVE a. M.A. POLLACK - Appl. Phys. Let. 5 (1964), 4 et 5
- (64) R.L. FORK, L.E. HARGROVE a. M.A. POLLACK - Phys. Rev. Let. 12 (1964), 705
- (65) R.H. CORDOVER, J. PARKS, A. SZÖKE a. A. JAVAN - "Physics of Quantum Electronics" (Kelley, Lax and Tannenwald) Mc Graw Hill, 1966, p. 595
- (66) H. KOGELNIK - B.S.T.J. 44 (1965), 455
- (67) J.F. DELPECH - Thèse, Orsay, 1968  
L.A. SCHLIE a. J.T. VERDEYEN - IEEE J. of Quant. Elect. QE-5 (1969), 21  
P.A. MILLER, J.T. VERDEYEN a. B.E. CHERRINGTON - IEEE J. of Quant. Elect. QE-5 (1969), 473  
A. RICARD - J. de Phys. 30 (1969), 556
- (68) J. KLOSE - Phys. Rev. 188 (1969), 45
- (69) G. LAWRENCE a. H.S. LISTZT - Phys. Rev. 178 (1969), 122
- (70) J. KLOSE - Phys. Rev. 141 (1966), 181
- (71) W.R. BENNETT a. P.J. KINDLMANN - Phys. Rev. 149 (1966), 38
- (72) E. CONDON a. G. SHORTLEY - "The Theory of Atomic Spectra", Cambridge University Press, 1935
- (73) A.R. EDMONDS - "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton University Press, 1957
- (74) P. BRUN, A. LE FLOCH et J.P. TACHE - C.R. Ac. Sc. 269 (1969), 23
- (75) Kh. KALLAS a. M. CHAIKA - Optics and Spectr. 27 (1969), 376
- (76) M. DUCLOY - Thèse d'Etat en cours

- (77) M. DUCLOY - Optics Communication, à paraître (1971)
- (78) P.W. SMITH - IEEE J. of Quant. Elect. QE-3 (1967), 627
- (79) A.G. FOX, S.F. SCHWARZ a. P.W. SMITH - Appl. Phys. Let. 12 (1968), 371  
V. CHEBOTAYEV, I. BETEROV a. . LISITSYN - IEEE J. of Quant. Elect. QE-4 (1968), 788
- (80) Ch. MOORE - "Atomic Energy Levels", N.B.S. Washington, 1949
- (81) T.O. CARROLL - IEEE J. of Quant. Elect. QE-6 (1970), 516
- (82) E. BACK - Ann. der Phys. 76 (1925), 317
- (83) J.B. GREEN a. J.A. PEOPLES - Phys. Rev. 54 (1938), 602
- (84) P. JACQUINOT - C.R. Ac. Sc. 202 (1936), 1578
- (85) W.R. BENNETT - Applied Opt., Suppl. on Optical Masers, 1962, p. 21  
- " - Suppl. on Chemical Lasers, 1965, p. 3
- (86) E.H. PINNINGTON - J.O.S.A., 57 (1967), 271
- (87) P.W. SMITH - J. of Appl. Phys. 37 (1966), 2089
- (88) I.M. BETEROV , Yu. MATYUGIN a. V.P. CHEBOTAYEV - Optics and Spectr. 28 (1970), 191
- (89) I.M. BETEROV, Yu. MATYUGIN, S.G. RAUTIAN a. V.P. CHEBOTAYEV - Sov. Phys. J.E.T.P. 31 (1970), 668
- (90) A. BEN REUVEN - Phys. Rev. 141 (1966), 34 et 145 (1966), 7
- (91) U. FANO a. G. RACAH - "Irreducible Tensorial Sets", Academic Press, New York, 1959
- (92) A. SZÖKE a. A. JAVAN - Phys. Rev. 145 (1966), 137