



**HAL**  
open science

# Etude de quelques effets liés au pompage optique en champ faible

Jacques Dupont-Roc

► **To cite this version:**

Jacques Dupont-Roc. Etude de quelques effets liés au pompage optique en champ faible. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1972. Français. NNT : . tel-00011811

**HAL Id: tel-00011811**

**<https://theses.hal.science/tel-00011811>**

Submitted on 8 Mar 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS

LABORATOIRE DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE  
SUPÉRIEURE



THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

à l' Université de PARIS VI

par

Jacques D U P O N T - R O C

pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences

Sujet de la thèse :

"ETUDE DE QUELQUES EFFETS LIES AU POMPAGE OPTIQUE EN  
CHAMP FAIBLE"

Soutenue le 6 MARS 1972 devant la Commission d'Examen :

MM. J. BROSSSEL

Président

A. KASTLER

C. COHEN-TANNOUDJI

P. JACQUINOT

J. DUCUING

} Examineurs

N° d'enregistrement

au C.N.R.S.

**A.06797**

THESE DE DOCTORAT D'ETAT : ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI

par

Jacques D U P O N T - R O C

pour obtenir

le grade de Docteur ès Sciences

Sujet de la Thèse : "ETUDE DE QUELQUES EFFETS LIES AU POMPAGE  
OPTIQUE EN CHAMP FAIBLE

soutenue le 6 MARS 1972 devant la Commission d'Examen :

MM. J. BROSEL	Président
A. KASTLER	} Examineurs
C. COHEN-TANNOUJJI	
P. JACQUINOT	
J. DUCUING	

Enata

Equation p 15 p 80,  $2.10^{-9} G$

formula (II, 10) p 27  $\frac{t_0}{2}$

*Ce travail a été effectué au LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE au cours des années 1968 - 1971, dans le groupe de recherche de MM. les Professeurs A. KASTLER et J. BROSSEL. Je tiens à les remercier ici pour les conditions de travail exceptionnelles qu'ils ont su y créer et pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont toujours manifesté à mon égard. J'ai été dirigé dans cette étude par C. COHEN-TANNOUJJI à qui je dois beaucoup : sa gentillesse et son enthousiasme ont été pour moi une grande source d'encouragement. C'est à son enseignement et à de fréquentes discussions avec lui que je dois l'essentiel de ce que j'ai appris durant ces années. Je lui en suis profondément reconnaissant.*

*Comme on le verra très clairement dans les pages qui suivent, ce travail est, en partie au moins, le fruit d'une recherche d'équipe : avec S. HAROCHE pour une part, avec F. LALOË et M. LEDUC pour une autre. Je suis heureux de leur dire la joie et l'intérêt que j'ai trouvés dans cette collaboration. Mes remerciements vont également à tous les membres de l'équipe technique du laboratoire qui ont tous, d'une façon ou d'une autre, contribué à la réalisation de ce travail. Ils ont toujours manifesté, pour résoudre les problèmes les plus variés, une promptitude et un soin auxquels je tiens à rendre hommage. En particulier, je veux remercier G. CAMY avec qui j'ai travaillé en collaboration étroite pendant près d'un an et qui a réalisé le prototype d'un magnétomètre utilisant certains des principes exposés ci-après. Il m'a fait bénéficier de sa grande compétence technique que sa franchise et sa gentillesse m'ont fait encore plus apprécier.*

*En plus du lourd travail administratif qu'elle assume, Mademoiselle I. BRODSCHI s'est chargée de la frappe du manuscrit sans mesurer ni sa peine, ni son temps. Je l'en remercie vivement.*

English Abstract

STUDY OF VARIOUS EFFECTS RELATED TO OPTICAL PUMPING  
IN WEAK MAGNETIC FIELDS

---

---

The quantum theory of optical pumping <sup>(8)</sup> yields the general master equation for the atomic density matrix evolution under the influence of optical excitation, spontaneous emission and Larmor precession.

C. COHEN-TANNOUJJI <sup>(9)</sup> has shown that this operatorial equation may be projected onto different basis according to the experimental conditions : in high magnetic fields, the eigenvectors of the Zeeman hamiltonian are more convenient. On the contrary, in zero or weak magnetic fields, the adequate basis consists of the eigenvectors  $|\alpha\rangle$  of a certain hermitian operator characteristic of the light beam : the  $|\alpha\rangle$  states are, in some way, the eigenstates of the optical pumping. In particular, the  $|\alpha\rangle$  states are the energy levels of the atom in presence of a non resonant light beam.

Although known to exist, these  $|\alpha\rangle$  states have never been systematically investigated. Their study is the primary purpose of this work. We have performed a systematic investigation of the energy levels of an atom perturbed by various types of non resonant light beams. The experiment necessitated the construction of an apparatus permitting optical pumping in very low magnetic fields. We have taken advantage of this apparatus to study several types of resonances centered in zero field, and observed on alkali atoms optically pumped in presence of one or two r.f. fields. These resonances are narrow enough to allow the detection of changes of  $10^{-9}$  gauss in the magnetic field. Possible application for very low fields measurements is obvious. For the same experimental reasons, we have also investigated some aspects of <sup>3</sup>He optical pumping in low fields.

The thesis is divided in four parts :

. In chapters I and II, the optical pumping theory is summarized. Furthermore, we give a new presentation of the theory : we consider the whole system "atom + light beam" and we study the properties of its energy diagram. In this view point, one can predict the new effects appearing when some hypothesis of the optical pumping theory (such as weak intensity) are not

fulfilled. A monochromatic and broad spectrum excitation are both considered (but Doppler effect is ignored).

. Chapters III and IV are devoted to the zero field resonances in presence of r.f. fields. These resonances observed in the ground state of  $^{87}\text{Rb}$  atoms have a width of a few microgauss and are detected on the modulations of the transmitted light. Phase sensitive detection gives a  $10^3$  signal to noise ratio with a 1 sec. time constant. We show theoretically and experimentally that these resonances can be applied to cancel the three components of a magnetic field, or to detect a small variation of one of them. The ultimate sensitivity is of the order of  $10^{-9} - 10^{-10}$  gauss.

. A theoretical and experimental investigation of the energy levels of an atom irradiated by a non resonant light beam is reported in chapters V and VI. We emphasize the angular aspect of the phenomenon rather than its intensity. In particular, we show the very close relation between the light beam symmetries and those of the effective hamiltonian which describes the effect of the light beam. Experimentally, we have observed the removal of the Zeeman degeneracy on  $^{199}\text{Hg}$ ,  $^{201}\text{Hg}$ ,  $^{87}\text{Rb}$  atoms in zero field, due to a non resonant irradiation. The shape of the Zeeman diagram when a real magnetic field is added provides a mean to identify the effective hamiltonians, corresponding to different polarizations of the light beam. We have verified that the atomic energy levels in presence of the light beam are identical to those in static electric or magnetic fields. We give thereby an experimental basis to the concept of fictitious fields used to describe the effect of the light beam on the atomic ground state. Various experiments are described which make use of these fictitious fields.

. Chapters VII, VIII, IX deal with optical pumping of  $^3\text{He}$  in weak magnetic field. The pumping scheme is well-known <sup>(12)</sup>: a weak discharge in the gas excites atoms in the  $2^3\text{S}_1$  metastable state, where they are oriented by optical pumping. The metastable atom orientation is transferred to the ground state by metastability exchange collisions. H.G. DEHMELT and P.L. BENDER have pointed out that these collisions may produce a shift of the nuclear magnetic resonance <sup>(13)</sup><sup>(14)</sup>. This effect has been observed only recently <sup>(15)</sup><sup>(16)</sup>. In order to understand quantitatively the phenomenon, we have investigated the effect of metastability exchange on the atomic spin states. We found that

*existing theories were incomplete. We have derived the equations of evolution for the orientations of the different atomic states. These equations yield a value of the nuclear magnetic resonance shift in good agreement with experimental measurements. Other experiments on the metastable state have been performed by M. LEDUC and are also in satisfactory agreement with theory (17)(18).*

## TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	p. 1
---------------------	------

### Première Partie

<u>CHAPITRE I - RAPPEL SUR LE POMPAGE OPTIQUE</u>	p. 7
---	------

A - Les résultats essentiels de la théorie du cycle de pompage optique	p. 7
1) Position du problème	p. 7
2) Deux résultats importants	p. 7
3) Conditions de validité de la théorie	p. 8
B - Le terme d'absorption	p.
1) Atomes sans structures hyperfines	p. 10
2) Atome possédant une structure hyperfine	p. 17

<u>CHAPITRE II - LE POMPAGE OPTIQUE DANS LE FORMALISME DE L'ATOME HABILÉ</u>	p. 21
--	-------

A - Le système global "atome + champ électromagnétique"	p. 22
1) L'atome	p. 22
2) Le champ électromagnétique	p. 22
3) Le hamiltonien d'interaction	p. 23
4) L'émission spontanée	p. 24
B - Pompage optique par un faisceau monochromatique	p. 25
1) Introduction du diagramme d'énergie	p. 25
2) Faisceau de faible intensité	p. 28
3) Faisceau de forte intensité	p. 32
C - Pompage optique par un faisceau à large bande spectrale	p. 35
1) Description du faisceau lumineux	p. 35
2) Faisceau de faible intensité	p. 36
3) Faisceau de forte intensité	p. 36

### Deuxième Partie

<u>CHAPITRE III - EFFET D'UN FAISCEAU RESONNANT : POMPAGE ET RESONANCES EN CHAMP NUL</u>	p. 41
--	-------

A - Les caractéristiques du pompage en champ nul	p. 41
1) Propriétés d'un atome en champ nul	p. 42
2) Effet du pompage sur un atome en champ nul	p. 42
B - Effet d'un champ magnétique : effet Hanle	p. 49
1) Idée générale	p. 49
2) Calcul simple	p. 50
3) Ordre de grandeur de la largeur des résonances	p. 55
C - Résonances en champ nul en présence de champs RF	p. 56

I - Evolution, sous l'effet d'un champ statique, de l'orientation d'un atome "habillé par des photons de RF	p. 57
II - Application à la résonance paramétrique en champ nul	p. 59
III - Résonances paramétriques en présence de 2 champs RF	p. 61
<u>CHAPITRE IV - APPLICATION DES RESONANCES EN CHAMP NUL A LA MESURE DES CHAMPS MAGNETIQUES FAIBLES</u>	p. 65
Introduction	p. 65
A - Montage expérimental	p. 66
I - Le blindage magnétique	p. 67
II - Le montage à l'intérieur du blindage	p. 69
III - Le magnétomètre	p. 70
B - Utilisation de l'effet Hanle	p. 70
C - Utilisation de la résonance paramétrique	p. 71
1) Discussion de la forme du signal	p. 72
2) Avantage de la résonance paramétrique sur l'effet Hanle	p. 74
3) Procédure de compensation des champs	p. 75
4) Utilisation comme magnétomètre	p. 76
5) Sensibilité et optimisation des paramètres	p. 77
6) Les performances	p. 81
D - Utilisation des résonances paramétriques avec deux champs de radiofréquence	p. 82
E - Remarques sur les erreurs systématiques	p. 84
<i>Troisième Partie</i>	
<u>CHAPITRE V - EFFET D'UN FAISCEAU NON RESONNANT SUR LES NIVEAUX D'ENERGIE D'UN ATOME. PARTIE THEORIQUE</u>	p. 87
A - Le hamiltonien effectif $\mathcal{H}_e$	p. 88
1) Rappel	p. 88
2) Développement de $\mathcal{H}_e$ sur une base d'opérateurs. Introduction des champs fictifs	p. 89
B - Forme explicite de $\mathcal{H}_e$ dans quelques cas particuliers	p. 91
1) Conséquences des symétries du faisceau lumineux	p. 91
2) Détermination des champs fictifs dans quelques cas simples	p. 92
C - Quelques remarques sur le concept de champs fictifs	p. 96
<u>CHAPITRE VI - ETUDE EXPERIMENTALE DE L'EFFET D'UN FAISCEAU NON RESONNANT SUR LES NIVEAUX D'ENERGIE D'UN ATOME EN CHAMP NUL OU TRES FAIBLE</u>	p. 99
A - Les méthodes expérimentales	p.100
I - Le montage expérimental	p.100
II - Les méthodes de mesures	p.103

B - Observations expérimentales des champs fictifs	p.108
I - Champs magnétiques fictifs	p.108
II - Champs électriques fictifs	p.112
C - Quelques expériences utilisant des champs fictifs	p.117
I - Transformation d'alignement en orientation sous l'action d'un champ électrique fictif	p.117
II - Résonances induites par des champs fictifs dépendant du temps	p.123

Quatrième Partie

<u>CHAPITRE VII - RAPPELS SUR L'ECHANGE DE METASTABILITE</u>	p.133
A - L'origine physique de l'échange de métastabilité	p.133
B - L'échange de métastabilité entre 2 isotopes différents de l'hélium	p.136
1) Notations	p.136
2) Les propriétés de la matrice S	p.137
3) Evolution des matrices densités	p.140
C - Echange de métastabilité entre atomes identiques	p.141
1) Introduction du principe de Pauli	p.141
2) Conséquences pour l'évolution des variables internes des atomes	p.143
D - Evolution de la matrice densité d'un gaz d'hélium sous l'influence des collisions d'échange de métastabilité	p.145
<u>CHAPITRE VIII - EVOLUTION DES OBSERVABLES DE <sup>3</sup>He</u>	p.149
A - Définition des observables	p.150
1) L'état fondamental	p.150
2) L'état métastable	p.150
B - Equation d'évolution des observables	p.152
1) Evolution de l'état fondamental	p.152
2) Evolution des observables de l'état métastable	p.152
C - Approximations	p.157
1) L'approximation adiabatique	p.157
2) L'approximation des orientations faibles	p.158
D - Autres causes d'évolution des observables	p.158
1) La précession de Larmor	p.159
2) Le pompage optique	p.159
3) Les autres processus de relaxation	p.160
<u>CHAPITRE IX - EVOLUTION DE L'ORIENTATION DE L'ETAT FONDAMENTAL. VERIFICATION EXPERIMENTALE</u>	p.161
A - Evolution de l'orientation nucléaire	p.161
1) En champ nul	p.161
2) En présence d'un champ magnétique	p.163

B - Vérification expérimentale	p.168
1) Le montage expérimental	p.168
2) La méthode expérimentale	p.169
3) Les résultats expérimentaux	p.170
<u>CONCLUSION</u>	p.173
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	p.177
<u>APPENDICE A</u> - Le processus d'absorption pour des atomes ayant une structure hyperfine dans l'état fondamental	
<u>APPENDICE B</u> - Théorie du couplage de deux niveaux de durées de vie différentes	
<u>APPENDICE C</u> - Pompage optique de $^{199}\text{Hg}$ , $^{201}\text{Hg}$ , $^{87}\text{Rb}$ avec une intensité lumineuse faible	
<u>APPENDICE D</u> - Le polariseur tournant	

L'introduction de la quantification spatiale, la découverte des règles de sélection relatives à la polarisation des photons émis et absorbés par les atomes, sont à compter parmi les succès de l'ancienne théorie des quanta. En présence d'un champ magnétique, il était admis que la projection du moment cinétique atomique sur la direction du champ était nécessairement un multiple entier ou demi-entier de  $\hbar$ . En champ nul, toutes les projections du moment cinétique ne pouvant être à la fois multiples de  $\hbar$ , un choix s'imposait pour appliquer les règles de sélection. W. HEISENBERG introduisit à cet effet un postulat <sup>(1)</sup>, que A. KASTLER formule ainsi dans sa thèse <sup>(2)</sup> : "Tout se passe alors comme si les atomes absorbants étaient quantifiés dans l'espace suivant une direction qui est un axe de symétrie de la vibration incidente. Cette direction de quantification fictive se confond avec le vecteur électrique  $\vec{E}$ , lorsque la vibration incidente est rectiligne (excitation  $\pi$ ); elle est perpendiculaire au plan de vibration lorsque la vibration incidente est circulaire ou naturelle (excitation  $\sigma$ )". La lumière définit ainsi elle-même sa propre direction de quantification. On retrouve cette même idée tout au long de l'article de A. KASTLER exposant le principe du pompage optique <sup>(3)</sup> : une excitation optique sélectionne les atomes suivant leur état angulaire par rapport à la polarisation du faisceau lumineux.

On se trouve ainsi en présence de deux directions de quantification possibles, celle liée au champ magnétique et celle liée au faisceau lumineux, et le problème se pose de savoir laquelle choisir. Un tel choix a été le plus souvent éludé en faisant coïncider les deux directions précédentes. De plus, on a généralement opéré à des valeurs du champ suffisamment élevées pour

que, même si les deux directions précédentes ne coïncident pas, la précession rapide des spins autour du champ magnétique masque les effets du pompage dans une direction autre que celle du champ. Dans ce cas, le champ magnétique impose sa symétrie et l'aspect angulaire propre du pompage passe au second plan.

Toutefois, il existe forcément une zone de transition entre le champ nul (où l'on utilise la direction de quantification de la lumière) et les champs forts (où l'on utilise celle du champ). En 1923, W. HANLE avait mis en évidence cette zone de champ intermédiaire pour des atomes portés dans un état excité par une irradiation lumineuse (4). Aussi peut-il paraître surprenant que l'étude de cette même zone de transition pour des atomes pompés optiquement dans l'état fondamental n'ait été abordée que près de 10 ans après la découverte du pompage optique (5). Ce manque d'intérêt pour le pompage optique en champ faible tient vraisemblablement autant à des raisons théoriques qu'expérimentales. Nous montrerons en effet au cours de ce travail que la zone de transition entre les champs faibles et les champs forts est atteinte lorsque la fréquence de Larmor des atomes est de l'ordre de l'inverse du temps de relaxation de l'état fondamental : ces temps peuvent être très longs, de l'ordre de 1 s. Les champs magnétiques correspondants sont donc très faibles (1 mG à 1  $\mu$ G suivant que le paramagnétisme atomique est d'origine nucléaire ou électronique). Il faut par suite pouvoir produire des champs magnétiques très faibles et très stables, ce qui nécessite l'emploi de blindages magnétiques de très bonne qualité. Sur le plan théorique, on savait très bien calculer, à partir des probabilités de transition, l'évolution sous l'effet du pompage optique des populations des divers sous-niveaux Zeeman. Par contre, on ne savait pas traiter le même problème en prenant une direction de quantification différente de celle du champ magnétique. Or, ce point est fondamental pour comprendre le pompage optique en champ faible lorsque le pompage et le champ n'ont pas la même direction : il faut pouvoir passer facilement d'un axe de quantification à l'autre. La solution apportée par H.G. DEHMELT dans le cas d'un

spin 1/2 repose sur un modèle vectoriel qui n'est pas généralisable à des atomes de  $J$  plus élevé <sup>(6)</sup>. L'introduction de la matrice densité est en fait indispensable pour résoudre le problème.

Ce fut J.P. BARRAT qui introduisit pour la première fois en 1959 le formalisme de la matrice densité dans le domaine de la résonance optique en étudiant le problème de la diffusion multiple cohérente <sup>(7)</sup>. Peu après, en 1961, une théorie quantique complète du cycle de pompage optique fut publiée par C. COHEN-TANNOUDJI et J.P. BARRAT <sup>(8)</sup> : elle donne, sous une forme très générale, l'équation d'évolution de la matrice densité atomique sous l'effet d'une excitation optique, de l'émission spontanée et de la précession de Larmor dans des champs magnétiques variés. Cette équation relie entre eux des opérateurs; donc, a priori, elle est indépendante de toute direction de quantification. En développant la théorie dans sa thèse <sup>(9)</sup>, C. COHEN-TANNOUDJI montre clairement que cette équation opératorielle peut être projetée sur différentes bases de l'espace des états. En présence d'un champ magnétique important, on a intérêt à utiliser la base des vecteurs propres du hamiltonien Zeeman, donc "à prendre la direction du champ comme direction de quantification"; mais ce choix particulier n'apparaît que pour simplifier les calculs, qui peuvent en réalité être faits dans n'importe quelle base. En champ faible ou nul, ce sont les états propres  $|\alpha\rangle$  d'un certain opérateur hermitique caractérisant le faisceau lumineux, qui constituent la base la plus adaptée : les états  $|\alpha\rangle$  sont en quelque sorte les états propres du pompage optique, le processus d'excitation optique ne couplant pas leurs évolutions.

Bien que leur existence fût connue, ces états n'ont jamais fait l'objet d'une étude théorique ou expérimentale systématique. Le premier objectif de ce travail est de combler cette lacune. Il est plus simple, pour cela, d'utiliser des faisceaux lumineux non résonnants : les états  $|\alpha\rangle$  apparaissent alors simplement comme les niveaux d'énergie de l'atome en présence du faisceau. Nous présentons donc dans ce travail une étude systé-

matique des niveaux d'énergie d'un atome en présence de divers types de faisceaux lumineux non résonnants. A l'occasion de cette étude, nous avons été amenés, sur le plan expérimental, à construire un montage permettant d'effectuer dans de bonnes conditions le pompage optique en champ nul d'atomes alcalins. Nous en avons profité pour étudier diverses résonances centrées en champ nul, que l'on peut observer sur ces atomes en présence de champs de radiofréquence. Ces résonances sont assez fines pour que des variations de champ inférieures à  $10^{-9}$  Gauss soient détectables. Leur intérêt pour la mesure des champs faibles est donc évident. Enfin, pour les mêmes raisons expérimentales, nous nous sommes également intéressés à certains aspects du pompage optique de  $^3\text{He}$  en champ faible.

Le présent mémoire est divisé en quatre parties :

- . Dans les chapitres I et II, nous rappelons de façon synthétique la théorie du pompage optique. De plus, afin d'éclairer certains aspects de la théorie, nous en donnons une présentation originale, reposant sur les propriétés des diagrammes d'énergie du système global "atome + faisceau lumineux". Ce point de vue permet également de prévoir les phénomènes nouveaux qui apparaissent lorsque certaines hypothèses de la théorie du pompage optique (intensité faible, en particulier) ne sont plus vérifiées.
- . Pour mettre en évidence la levée de dégénérescence Zeeman produite par une irradiation lumineuse non résonnante, nous avons utilisé divers types de résonances, dont certaines sont très analogues à celles qui nous ont permis de mesurer des champs magnétiques très faibles. C'est pourquoi, avant d'aborder la partie consacrée aux états  $|\alpha\rangle$  (reportée aux chapitres V et VI), nous décrivons dans les chapitres III et IV les études des résonances en champ nul, apparaissant sur des atomes pompés optiquement en présence de champs de radiofréquence. La partie théorique fait de larges emprunts à "la théorie de l'atome habillé" de

S. HAROCHE (<sup>10</sup>). Nous décrivons également des expériences réalisées en collaboration avec S. HAROCHE, et destinées à démontrer l'application possible de ces résonances à la détection et à la mesure de champs statiques très faibles.

- . L'étude théorique et expérimentale des niveaux d'énergie d'atomes irradiés par un faisceau non résonnant est décrite dans les chapitres V et VI. Contrairement à certains travaux publiés par d'autres auteurs (<sup>11</sup>) durant le cours de cette étude, nous insistons sur l'aspect angulaire de ces effets plutôt que sur le calcul quantitatif de leur intensité. En particulier, nous montrons le lien très étroit qui existe entre les propriétés de symétrie du hamiltonien effectif décrivant l'effet du faisceau lumineux et celles du faisceau lui-même. Sur le plan expérimental, nous avons mis en évidence la levée de la dégénérescence Zeeman de l'atome en champ nul produite par l'irradiation lumineuse. L'étude du diagramme Zeeman, lorsqu'on introduit un champ magnétique, nous a permis d'identifier expérimentalement les hamiltoniens effectifs correspondant à des faisceaux de diverses polarisations. Nous avons vérifié en particulier que les niveaux d'énergie de l'état fondamental de l'atome en présence du faisceau lumineux sont identiques à ceux qui apparaîtraient dans des champs électriques ou magnétiques statiques. On peut donc décrire l'effet d'un faisceau non résonnant sur un atome par des champs fictifs, électriques ou magnétiques.
- . Les chapitres VII, VIII, IX sont consacrés à l'étude du pompage optique de l'hélium en champ faible. Depuis les travaux de F.D. COLEGROVE, L.D. SCHEARER, G.K. WALTERS (<sup>12</sup>), on sait produire par pompage optique une orientation nucléaire de <sup>3</sup>He : une faible décharge dans le gaz peuple le niveau métastable  $2^3S_1$  qu'on oriente par pompage optique. L'orientation du métastable est transférée aux atomes dans l'état fondamental par des collisions d'échange de métastabilité. H.G. DEHMELT et P.L. BENDER ont fait remarquer que ces mêmes collisions devaient produire

un déplacement de la raie de résonance magnétique (13)(14). Toutefois, cet effet n'étant visible que pour des champs faibles, il n'a été observé que tout récemment (15)(16). Dans le cadre des travaux que nous avons entrepris sur le pompage optique en champ faible, nous nous sommes intéressés à ce phénomène et nous avons cherché, en collaboration avec M. LEDUC et F. LALOË, à comprendre l'aspect angulaire de la collision d'échange de métastabilité. Nous avons mis en évidence l'insuffisance des études antérieures sur le sujet. Des calculs plus rigoureux nous ont fourni les équations d'évolution des observables atomiques sous l'effet des collisions d'échange de métastabilité. La valeur du déplacement que nous en avons tirée a été trouvée en excellent accord avec l'expérience. D'autres expériences relatives à l'état métastable, effectuées par M. LEDUC, sont également satisfaisantes (17). Elles ont conduit à une détermination plus exacte de la section efficace d'échange de métastabilité (18).

Première Partie

- LA THEORIE DU POMPAGE OPTIQUE - RAPPELS ET COMPLEMENTS -

---

---

C H A P I T R E I

RAPPELS SUR LE POMPAGE OPTIQUE

L'évolution d'un atome sous l'effet d'une irradiation lumineuse a été étudiée par C. COHEN-TANNOUDJI et J.P. BARRAT qui ont élaboré une théorie quantique du cycle de pompage optique <sup>(8)</sup><sup>(9)</sup>. Nous en rappelons ici brièvement les idées et les résultats.

A - LES RESULTATS ESSENTIELS DE LA THEORIE DU CYCLE DE POMPAGE OPTIQUE

1°) Position du problème

Un atome est illuminé par un faisceau lumineux défini par son vecteur polarisation  $\vec{e}_\lambda$  et son profil spectral  $u(k)$ . La quantité  $u(k)dk$  représente la probabilité de trouver un photon dont le vecteur d'onde est compris entre  $k$  et  $k+dk$ . Nous noterons  $\bar{k}$  et  $\Delta k$  la fréquence centrale et la largeur du profil spectral. L'atome possède un état fondamental et un état excité, chacun comportant éventuellement des niveaux de structure hyperfine et des sous-niveaux Zeeman. L'état de l'atome est repéré par la matrice densité  $\sigma$ .

2°) Deux résultats importants

Sous certaines conditions assez générales rappelées au paragraphe suivant, la théorie montre que la vitesse de variation  $\frac{d}{dt}\sigma$  de la matrice densité s'écrit comme une somme de trois termes que l'on peut attribuer à trois causes différentes :

$$\frac{d}{dt}\sigma = \frac{d^{(1)}}{dt}\sigma + \frac{d^{(2)}}{dt}\sigma + \frac{d^{(3)}}{dt}\sigma \quad (I,1)$$

Le premier terme décrit l'effet de l'excitation optique de l'atome par le faisceau lumineux. Le deuxième terme rend compte de l'émission spontanée de rayonnement à partir de l'état excité. Dans le troisième

terme, sont comprises toutes les autres contributions à l'évolution du système atomique (effet Zeeman, structure hyperfine, relaxation thermique par collisions, ...).

Chacune de ces vitesses de variation s'exprime, à l'instant  $t$ , comme une combinaison linéaire à coefficients constants des éléments de matrice de  $\sigma$  au même instant  $t$ . On peut écrire (I,1) sous la forme :

$$\frac{d}{dt} |\sigma \rangle\rangle = \mathcal{A} |\sigma \rangle\rangle + \mathcal{P} |\sigma \rangle\rangle + (\mathcal{H} + \mathcal{R}) |\sigma \rangle\rangle . \quad (I,2)$$

$\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{H}$  et  $\mathcal{R}$  sont des opérateurs linéaires et constants de l'espace de Liouville, associés respectivement aux processus d'absorption d'émission spontanée, d'évolution propre et de relaxation. Les constantes de temps associées à chacun de ces termes sont respectivement

- . le temps de pompage  $T_p = (\Gamma')^{-1}$
- . la durée de vie radiative de l'état excité  $\tau = \Gamma^{-1}$
- . l'inverse des fréquences Zeeman et hyperfines pour  $\mathcal{H}$ ; les temps de relaxation thermique pour  $\mathcal{R}$ .

Ces résultats ont été établis moyennant certaines hypothèses concernant le faisceau lumineux et le système atomique. Nous les résumons à nouveau.

### 3°) Conditions de validité de la théorie

a) le champ électromagnétique est supposé être dans un état propre de l'énergie. En conséquence, la valeur moyenne du champ électrique en un point donné est nulle. Cette hypothèse revient à supposer, dans une théorie semi-classique du rayonnement, que la phase du champ est une variable aléatoire équipartie.

b) la largeur spectrale  $\Delta k$  de la lumière incidente est grande devant  $\Gamma'$ . Cette condition essentielle est analogue à celle de "collision faible" dans la théorie de la relaxation (19). Elle exprime qu'un effet sensible du faisceau lumineux sur l'atome nécessite un temps beaucoup plus long que le temps de cohérence  $\tau_c = 1/\Delta k$  de la perturbation lumineuse. Ainsi, il n'y a jamais aucune corrélation entre le faisceau lumineux et l'atome. C'est cette hypothèse qui permet de passer de la forme intégral-différentielle des

équations, à leur forme différentielle (I,1) (9).

Remarque : si cette condition n'est pas réalisée, l'équation (I,1) peut néanmoins rester valable si  $\Gamma \gg \Gamma'$ . C'est alors l'émission spontanée qui fait disparaître les corrélations entre l'atome et le faisceau lumineux.

c) l'intensité lumineuse est assez faible pour qu'on puisse négliger l'émission induite à partir des états excités devant l'émission spontanée. Le faisceau lumineux n'intervient donc pas dans le terme  $\frac{d^{(2)}}{dt} \sigma$ .

d) l'interaction de l'atome avec le champ de rayonnement est du type dipolaire électrique. Il en résulte que  $\vec{e}_\lambda$  est le seul paramètre géométrique du faisceau lumineux qui intervient dans la théorie.

La théorie du cycle de pompage optique donne également l'expression explicite de chacun des 3 termes de l'équation (I,1). Les deuxième et troisième termes qui décrivent l'émission spontanée et l'évolution propre étant bien connus, nous allons surtout discuter le premier terme qui décrit l'effet direct du faisceau lumineux sur l'atome. Dans un but de simplicité, nous écrirons les équations pour des atomes supposés immobiles. On peut tenir compte de l'effet Doppler en écrivant des équations analogues pour les atomes de chaque classe de vitesse, puis en moyennant les résultats obtenus sur la distribution de Maxwell des vitesses.

## B - LE TERME D'ABSORPTION

Avant d'aborder le cas le plus général, nous allons d'abord envisager celui plus simple d'un atome n'ayant aucune structure hyperfine, ni dans l'état fondamental, ni dans l'état excité.

Nous verrons brièvement ensuite les effets nouveaux apportés par l'existence de structures hyperfines. Dans les deux

cas, nous supposerons que le champ magnétique est assez faible pour que la structure Zeeman des niveaux soit inférieure à la largeur de la raie excitatrice. Cette hypothèse est essentielle pour pouvoir dégager des résultats simples. Elle indique que, pendant le processus d'absorption (\*), on peut négliger complètement l'effet du champ magnétique qui n'intervient donc que dans le terme d'évolution propre

$$\frac{d^{(3)}}{dt} \sigma .$$

### 1°) Atomes sans structures hyperfines

#### (a) Notations

L'état fondamental  $f$  a un moment cinétique  $j$ . Les sous-niveaux Zeeman sont notés  $|j m \rangle$ . L'état excité  $e$ , de moment cinétique  $J$ , est séparé de l'état fondamental par une énergie  $k_0$ . Soient  $\omega_f$  et  $\omega_e$  les pulsations de Larmor de l'état fondamental et de l'état excité,  $\sigma_f$  et  $\sigma_e$  les matrices densités réduites qui décrivent ces deux états

$$\begin{aligned} \sigma_f &= P_f \sigma P_f \\ \sigma_e &= P_e \sigma P_e , \end{aligned} \tag{I,3}$$

où  $P_f$  et  $P_e$  sont les projecteurs sur les états  $f$  et  $e$ .

$$\begin{aligned} P_f &= \sum_m |j m \rangle \langle j m| \\ P_e &= \sum_M |J M \rangle \langle J M| \end{aligned} \tag{I,4}$$

Rappelons que nous avons supposé

$$\omega_e , \omega_f \ll \Delta k \tag{I,5}$$

#### (b) Les équations

L'évolution de l'état fondamental et de l'état excité sous l'influence du processus d'absorption est alors déter-

---

(\*) Nous indiquons par ce terme la durée des phénomènes transitoires associés à l'absorption d'un photon, qui est égale à l'inverse  $1/\Delta k$  de la largeur de la raie excitatrice.

minée par les équations suivantes :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_f = - \frac{\Gamma'}{2} [A, \sigma_f]_+ - i\Delta E' [A, \sigma_f] \quad (I,6)$$

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_e = \Gamma' P_e (\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}) \sigma_f (\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}) P_e \quad (I,7)$$

où

$$\frac{\Gamma'}{2} = \int_0^\infty u(k) |A_k|^2 dk \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (I,8)$$

$$\Delta E' = \int_0^\infty u(k) |A_k|^2 dk \frac{k-k_0}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (I,9)$$

$$A = (\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}) P_e (\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}) \quad (I,10)$$

$\Gamma'$  et  $\Delta E'$  sont des nombres réels, ayant respectivement les dimensions de l'inverse d'un temps et d'une énergie. Ils sont proportionnels à l'intensité du faisceau  $\mathcal{F}_1$ . Leurs variations en fonction de  $\bar{k}$  pour une raie excitatrice gaussienne large devant  $\Gamma$  sont données sur la figure 1.  $A$  est un opérateur agissant dans l'état fondamental, dépendant de la polarisation de  $\mathcal{F}_1$ .  $A_k$  et  $\vec{D}$  sont respectivement les parties radiale et angulaire de  $\mathcal{H}_I$ , hamiltonien d'interaction dipolaire électrique entre l'atome et le champ électromagnétique. Ils sont définis par

$$\langle J M; 0 | \mathcal{H}_I | j m; \vec{k}, \vec{e}_\lambda \rangle = A_k \langle J M | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | j m \rangle \quad (I,11)$$

L'état  $|j m; \vec{k}, \vec{e}_\lambda \rangle$  représente l'atome dans le sous-niveau fondamental  $|j m \rangle$  en présence d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et de polarisation  $\vec{e}_\lambda$ . L'état  $|J M; 0 \rangle$  représente l'atome dans l'état excité en l'absence de tout photon.  $\vec{D}$  est un opérateur hermitique, sans dimension, proportionnel à l'opérateur moment dipolaire électrique  $\vec{D}$  :

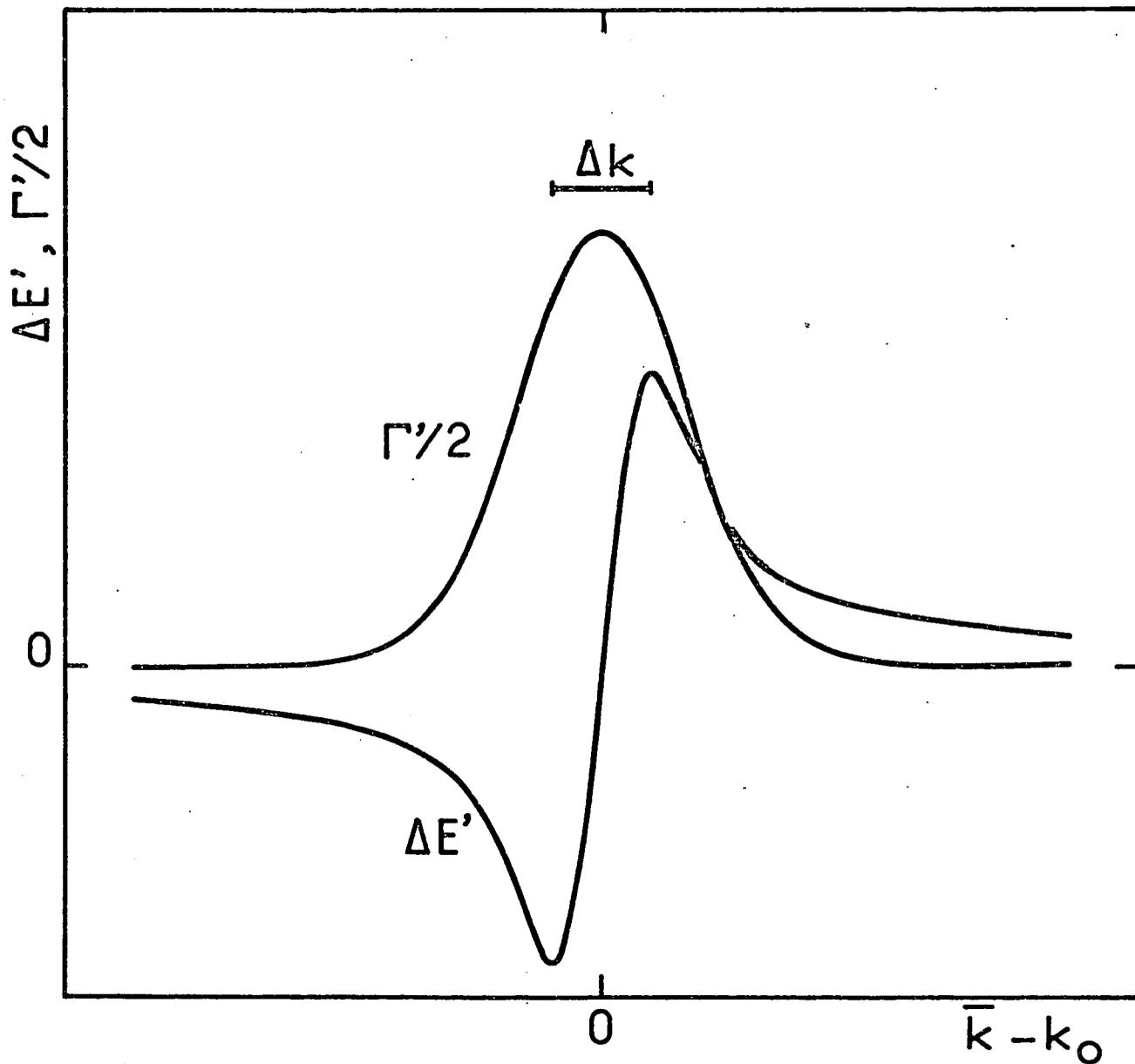


FIGURE 1 : Variations de  $\Gamma'/2$  et  $\Delta E'$  en fonction de la fréquence  $\bar{k}$  du faisceau incident;  $k_0$  est la fréquence de résonance atomique. La raie excitatrice est supposée gaussienne, de largeur  $\Delta k$ .

$$\vec{D} = d \vec{D}$$

où

(I,12)

$$d = \frac{\langle J || \vec{D} || j \rangle}{\sqrt{2J+1}}$$

$\langle j || \vec{D} || j \rangle$  étant l'élément de matrice réduit de  $\vec{D}$  entre l'état fondamental  $j$  et l'état excité  $J$ . Cette définition <sup>(20)</sup> coïncide, pour les isotopes du mercure, avec celle de BARRAT et COHEN-TANNOUDJI <sup>(7)(8)</sup>. Les éléments de matrice de  $\vec{D}$  sont des coefficients de Clebsch-Gordan :

$$\langle J M | \frac{D_x \pm i D_y}{\sqrt{2}} | j m \rangle = \langle J M | j 1 m \pm 1 \rangle$$

(I,13)

$$\langle J M | D_z | j m \rangle = \langle J M | j 1 m 0 \rangle$$

(Notons que les relations (I,12) supposent que  $\langle J || \vec{D} || j \rangle$  est réel, ce qu'il est toujours possible de réaliser en multipliant les fonctions des états excités par un facteur de phase.)

### (c) Evolution de l'état fondamental

L'équation (I,6) fait apparaître deux termes :

- le premier, représenté par l'anticommutateur  $-\frac{\Gamma'}{2} [A, \sigma_f]_+$ , décrit le départ des atomes de l'état fondamental par absorption réelle de photons incidents. La trace de l'anticommutateur est, en effet, non nulle et indique une variation de la population de l'état fondamental :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} (\text{Tr } \sigma_f) = -\Gamma' \text{Tr}(A \sigma_f) \quad (\text{I,14})$$

L'absorption est décrite par la matrice  $A$ , qui n'est pas forcément scalaire : l'absorption est donc anisotrope. Cette propriété, qui trouve son origine dans la conservation du moment cinétique lors du processus d'absorption d'un photon, est à la

base de la méthode de pompage optique (\*).

Enfin, l'expression (I,8) de  $\Gamma'$  indique que ce sont les photons résonnants, dont la fréquence est égale à  $k_0$  à  $\Gamma$  près, qui contribuent principalement à ce processus d' "absorption réelle". le deuxième terme  $-i\Delta E' [A, \sigma_f]$  se présente comme un terme d'évolution propre sous l'action d'un hamiltonien  $\Delta E'.A$ , que nous appellerons "hamiltonien effectif" :

$$\mathcal{H}_e = \Delta E'.A \quad (I,15)$$

$\mathcal{H}_e$  n'est pas la restriction à l'état fondamental du hamiltonien d'interaction entre le faisceau lumineux et l'atome (cette restriction est nulle pour des raisons de parité).  $\mathcal{H}_e$  représente la modification au 2e ordre en  $\mathcal{H}_I$  apportée à l'état fondamental par le faisceau  $\mathcal{F}_1$ . Il n'est pas évident, a priori, qu'une telle modification puisse se décrire par un hamiltonien n'agissant que dans l'état fondamental. Le terme d'absorption réelle que nous avons déjà étudié montre d'ailleurs que ce n'est en général pas possible, l'atome pouvant quitter l'état fondamental.

La formule (I,9) de  $\Delta E'$  montre que le hamiltonien effectif est dû essentiellement aux photons non résonnants du faisceau lumineux. On peut décrire ce couplage non résonnant en utilisant la notion plus imagée de "transitions virtuelles".

Il apparaît également sur la formule (I,9) qu'il s'agit d'un effet différentiel entre les photons dont la fréquence est plus haute ou plus basse que  $k_0$ ; les contributions de deux composantes dont les fréquences seraient symétriques par rapport à  $k_0$  sont en effet de signes opposés et se compensent.

On peut résumer les deux effets précédents en disant que la matrice densité de l'état fondamental évolue sous l'influence d'un "hamiltonien non hermitique"  $H$  :

$$H = (\Delta E' - i \frac{\Gamma'}{2})A \quad (I,16)$$

---

(\*) Si nous n'avions pas supposé les effets Zeeman faibles devant  $\Delta k$ , nous aurions trouvé une autre cause d'anisotropie du processus d'absorption, liée à la variation de  $\Gamma'$  d'un sous-niveau Zeeman à l'autre.

suivant l'équation :

$$i \frac{d}{dt} \sigma_f = H \sigma_f - \sigma_f H^\dagger \quad (I,17)$$

La formule (I,10) montre que A est hermitique, les valeurs propres  $p_\alpha$  de A sont donc réelles et ses vecteurs propres  $|\alpha\rangle$  forment une base orthogonale

$$A|\alpha\rangle = p_\alpha |\alpha\rangle \quad (I,18)$$

L'état  $|\alpha\rangle$  est un état propre de H avec la valeur propre  $p_\alpha (\Delta E' - i \frac{\Gamma'}{2})$ ; il a donc une énergie  $E_\alpha$  et une durée de vie  $1/\Gamma'_\alpha$  données par :

$$E_\alpha = p_\alpha \Delta E' \quad (I,19)$$

$$\Gamma_\alpha = p_\alpha \Gamma' \quad (I,20)$$

Le faisceau lumineux fait apparaître dans l'état fondamental des états qui ont la propriété d'être des états propres de l'excitation optique : ces états acquièrent sous l'influence du pompage une énergie et une durée de vie bien définies.

#### (d) Evolution de l'état excité

L'équation (I,7) exprime la façon dont l'état excité est peuplé par l'excitation optique. On vérifie aisément la conservation de la population totale

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \text{Tr } \sigma_f + \frac{d^{(1)}}{dt} \text{Tr } \sigma_e = 0 \quad (I,21)$$

L'état angulaire des atomes excités par le faisceau lumineux est anisotrope pour deux raisons : d'une part à cause du fait que l'état angulaire des atomes dans l'état fondamental peut lui-même être anisotrope, d'autre part parce que, contrairement à l'émission spontanée, le processus d'excitation optique lui-même est anisotrope, en raison de la polarisation de  $\mathcal{F}_1$ .

(e) Calcul quantitatif de  $\Gamma'$  et  $\Delta E'$ . Interprétations physiques "semiclassiques".

Dans ce paragraphe, on utilise le système MKSA. Dans les formules (I,8) et (I,9), toutes les informations relatives aux caractéristiques énergétiques du faisceau lumineux et à la force du couplage avec l'atome sont contenues dans  $A_k$  et  $u(k)$ . Nous allons maintenant calculer explicitement ces quantités en fonction de la densité d'énergie lumineuse  $w(k)dk$ , associée aux photons de vecteurs d'onde compris entre  $k$  et  $k+dk$ , et de  $d$ , élément de matrice de l'opérateur dipolaire électrique entre l'état fondamental et l'état excité défini par les relations (I,12). Dans la théorie, le champ électromagnétique est décrit par un certain nombre de modes dont la pulsation est voisine de  $c\bar{k}$  et qui contiennent chacun un photon. Dans l'intervalle  $dk$ , on a  $u(k)dk$  modes remplis. En appelant  $V$  le volume de la boîte ayant servi à quantifier le champ, la densité d'énergie lumineuse  $w(k)dk$  s'écrit simplement :

$$w(k)dk = u(k)dk \cdot \frac{\hbar ck}{V} \quad (I,22)$$

On montre facilement que

$$A_k = i d \hbar ck_0 \sqrt{\frac{1}{2\epsilon_0 V \hbar ck}} \quad (I,23)$$

où  $d$  a été défini par les relations (I,12).

On obtient ainsi

$$|A_k|^2 u(k)dk = d^2 \frac{k_0^2}{k^2} \frac{w(k)}{2\epsilon_0} dk \quad (I,24)$$

On met finalement  $\Gamma'$  et  $\Delta E'$  sous la forme suivante :

$$\frac{\Gamma'}{2} = \frac{d^2}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{w(k)}{2\epsilon_0} \frac{k_0^2}{k^2} \frac{\Gamma/2}{c^2(k-k_0)^2 + (\Gamma/2)^2} dk \quad (I,25)$$

$$\Delta E' = \frac{d^2}{\hbar} \int_0^\infty \frac{w(k)}{2\epsilon_0} \frac{k_0^2}{k^2} \frac{c(k-k_0)}{c^2(k-k_0)^2 + (\Gamma/2)^2} dk \quad (I,26)$$

Considérons deux cas limites :

. le faisceau lumineux est résonnant et  $\Delta k$  est grand devant  $\Gamma/c$ . On obtient alors :

$$\frac{\Gamma'}{2} = \pi \frac{d^2}{\hbar^2 c} \frac{w(k_0)}{2\epsilon_0} \quad (I,27)$$

$$\Delta E' = 0$$

Si on appelle  $W = \int w(k)dk$ , la densité d'énergie lumineuse totale, on a, en ordre de grandeur

$$w(k_0) \approx \frac{W}{\Delta k} \quad (I,28)$$

On peut alors remarquer que  $\sqrt{\frac{W}{\epsilon_0}}$  peut s'interpréter comme la valeur quadratique moyenne  $\xi$  du champ électrique de l'onde lumineuse.  $\Gamma'$  se met donc sous la forme

$$\frac{\Gamma'}{2} \approx \left( \frac{\xi_d}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{c\Delta k} \quad (I,29)$$

$\omega_1 = \frac{\xi_d}{\hbar}$  est, en unité de pulsation, l'intensité de la perturbation lumineuse;  $\frac{1}{c\Delta k}$  est le temps de corrélation  $\tau_c$  du champ électrique de l'onde lumineuse. L'expression de  $\Gamma'$  est donc du type  $\omega_1^2 \tau_c$ , formule bien connue de la théorie de la relaxation, dans l'hypothèse du "rétrécissement par le mouvement" ( $\omega_1 \tau_c \ll 1$ ). (19) (\*)

Une théorie semi-classique du cycle de pompage, qui traite classiquement l'onde lumineuse (le champ électrique  $\xi$  a alors une valeur bien définie) conduit également aux résultats (I,25) et (I,26) (11).

. Supposons maintenant le faisceau complètement non résonnant ( $\bar{k}-k_0 \gg \Gamma, \Delta k$ ). On a alors :

$$\Gamma' \approx 0$$

$$\Delta E' \approx \frac{d^2}{\hbar c} \frac{W}{2\epsilon_0} \frac{1}{\bar{k}-k_0} \quad (I,30)$$

---

(\*) Si, au contraire,  $\Delta k \ll \Gamma/c$ , il faut remplacer dans la formule (I,29)  $c\Delta k$  par  $\Gamma$ . C'est la durée de vie naturelle de l'état excité qui détermine alors le temps de corrélation de la perturbation.

Soit, en fonction de  $\mathcal{E}$ ,

$$\Delta E' = \frac{1}{\hbar c(\bar{k}-k_0)} \times \frac{\mathcal{E}^2 d^2}{2} \quad (I,31)$$

Cette formule (I,31) peut également se retrouver classiquement : si l'on soumet l'atome à une onde sinusoïdale  $\mathcal{E} \cos \omega t$ , on trouve au deuxième ordre en  $\mathcal{E}$  une variation d'énergie  $\Delta E'$  de l'atome, que l'on peut interpréter comme un effet Stark produit par le champ électrique de l'onde lumineuse (21)(22).

## 2°) Atomes possédant une structure hyperfine

La théorie du pompage optique des alcalins est relativement complexe. On en trouvera un exposé très détaillé dans la thèse de M.A. BOUCHIAT (23). Nous ne donnons ici qu'un bref exposé des résultats qui correspondent à nos conditions expérimentales.

Nous noterons  $I$  le spin nucléaire,  $|F m\rangle$  et  $|\phi M\rangle$  les sous-niveaux des états fondamental et excité respectivement ( $|I-j| \leq F \leq |I+j|$ ;  $|J-I| \leq \phi \leq J+I$ ). Soit  $k_{F\phi}$  la fréquence optique correspondant à la transition entre les niveaux  $F$  et  $\phi$ . Nous supposerons la structure hyperfine dans l'état fondamental grande devant  $\Gamma'$  et  $\Delta E'$

$$\Delta W \gg \Gamma', \Delta E' \quad (I,32)$$

Dans ces conditions, on montre que le couplage entre niveaux hyperfins différents dû au faisceau lumineux est négligeable;  $F$  et  $\phi$  restent de bons nombres quantiques. On peut également négliger les couplages non séculaires entre les cohérences hyperfines et les populations des niveaux Zeeman; ces quantités évoluent indépendamment les unes des autres. Nous nous intéressons ici uniquement à l'évolution des populations des niveaux et des cohérences Zeeman : les éléments de matrice de  $\sigma_f$  entre 2 niveaux hyperfins différents sont supposés constamment nuls. Dans ces hypothèses, nous montrons en appendice (Appendice A) que les équations du pompage optique établies dans la référence (23) se mettent sous la forme suivante :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_f = - \sum_{F, \phi} \frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} [A(F, \phi), \sigma_f]_+ + i \Delta E'(F, \phi) [A(F, \phi), \sigma_f] \quad (I, 33)$$

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_e = \sum_{\substack{F, \phi \\ F', \phi'}} \left\{ \frac{\Gamma'(F, \phi) + \Gamma'(F', \phi')}{2} + i(\Delta E'(F, \phi) - \Delta E'(F', \phi')) \right\} P_{\phi} \vec{e}_{\lambda}^* \vec{D} P_F \sigma_f P_{F'} \vec{e}_{\lambda} \vec{D} P_{\phi'} \quad (I, 34)$$

$$\frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} = \int_0^{\infty} u(k) |A_k|^2 dk \cdot \frac{\Gamma/2}{(k - k_{F\phi})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (I, 35)$$

$$\Delta E'(F, \phi) = \int_0^{\infty} u(k) |A_k|^2 dk \cdot \frac{k - k_{F\phi}}{(k - k_{F\phi})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (I, 36)$$

$$A(F, \phi) = P_F (\vec{e}_{\lambda}^* \vec{D}) P_{\phi} (\vec{e}_{\lambda} \vec{D}) P_F \quad (I, 37)$$

L'opérateur moment dipolaire électrique n'agit pas directement sur les variables nucléaires. Les éléments de  $\vec{D}$  entre les niveaux hyperfins  $|F m\rangle$  et  $|\phi M\rangle$  s'obtiennent aisément à partir des éléments de matrice de  $\vec{D}$  entre les états électroniques par la formule suivante :

$$\langle Fm | \vec{D} | \phi M \rangle = \sum_{\substack{m_j, \mu \\ M_j}} \langle Fm | j I m_j \mu \rangle \langle j m_j | \vec{D} | J M_j \rangle \langle J I M_j \mu | \phi M \rangle \quad (I, 38)$$

La formule (I,33) montre que l'évolution des grandeurs atomiques dans chacun des niveaux hyperfins de l'état fondamental s'obtient simplement en ajoutant les contributions de chacun des couples de niveaux  $(F, \phi)$  calculées comme au paragraphe précédent. L'effet de l'excitation optique est donc décrite dans chaque niveau hyperfin par une matrice de pompage et un hamiltonien effectif.

L'évolution de l'état excité est moins simple :

. d'une part, les fréquences non résonnantes contribuent au peuplement de l'état excité (termes en  $\Delta E'$  de l'équation (I,34)). Cet effet a été analysé en détail par F. LALOË dans les références (20) et

(<sup>24</sup>).

- . d'autre part, l'excitation optique introduit des cohérences hyperfines dans l'état excité (\*).  
Suivant l'importance relative de  $\Delta W$  et de  $\Gamma$  dans l'état excité, elles peuvent jouer un grand rôle dans le cycle de pompage comme l'a montré J.C. LEHMANN (<sup>25</sup>).

---

(\*) *En principe, le pompage peut aussi introduire des cohérences hyperfines dans l'état fondamental si  $\Delta W \leq \Gamma$  (rappelons que nous avons fait l'hypothèse inverse); ou si le faisceau de pompage est modulé en intensité, en polarisation ou en fréquence, à une fréquence de l'ordre de  $\Delta W$ . Dans ce dernier cas, l'équation (I,33) n'est plus du tout valable.*

## C H A P I T R E   I I

---

### LE POMPAGE OPTIQUE DANS LE FORMALISME DE L'"ATOME HABILÉ"

Nous allons reprendre maintenant le problème de l'évolution d'un atome soumis à une irradiation lumineuse en adoptant le point de vue suivant : l'atome et le champ électromagnétique de l'onde optique en interaction sont considérés comme un tout ; on détermine l'évolution de ce système global en cherchant les états propres et les valeurs propres du hamiltonien  $\mathcal{H}$  du système ( $\mathcal{H}$  est indépendant du temps).

Nous allons voir que l'on peut retrouver ainsi de façon très simple la plupart des résultats de la théorie de BARRAT et COHEN-TANNOUDJI. De plus, on éclaire certains points qui peuvent paraître troublants : comment se fait-il par exemple que le déplacement d'énergie  $\Delta E'$  s'annule lorsque le faisceau lumineux est résonnant, alors que dans le domaine des radiofréquences, le dédoublement AUTLER-TOWNES (<sup>10</sup>) est justement spectaculaire à résonance ? L'origine physique de la durée de vie des états fondamentaux apparaît aussi plus clairement.

Enfin, nous allons montrer que ce point de vue permet de rendre moins restrictives les conditions de validité de la théorie du cycle de pompage : par exemple, on peut prévoir au moins qualitativement ce qui se passe à la limite des fortes intensités lumineuses.

Ce chapitre doit être donc considéré comme un complément à la théorie quantique du cycle de pompage optique. Les résultats que nous y établissons ne sont pas indispensables pour la compréhension des expériences que nous décrivons dans la suite de ce travail. Le lecteur peut donc, s'il le désire, passer directement du chapitre I au chapitre III.

Le point de vue de "l'atome habillé" a été développé de façon complète par S. HAROCHE pour traiter l'effet d'un champ de radiofréquence sur un système atomique (<sup>10</sup>). Dans le domaine optique, il faut introduire dans le formalisme deux caractéristiques nouvelles : l'émission spontanée et la largeur spectrale du faisceau lumineux (un champ RF est toujours supposé parfaitement monochromatique). Nous verrons d'ailleurs que ces paramètres jouent un très grand rôle dans la théorie. Par contre, nous supposerons l'énergie du couplage faible devant l'énergie optique, alors qu'on peut réaliser aisément dans le domaine des radiofréquences des situations où ces 2 énergies sont du même ordre de grandeur.

De façon à ne pas compliquer inutilement ce chapitre, nous considérerons le cas simple d'un atome alcalin, sans spin nucléaire, éclairé par un faisceau lumineux polarisé circulairement. Le champ magnétique est supposé nul. Le faisceau lumineux sera tout d'abord supposé monochromatique, puis nous aborderons le cas d'une largeur spectrale finie.

#### A - LE SYSTEME GLOBAL "ATOME + CHAMP ELECTROMAGNETIQUE"

##### 1°) L'atome

Il y a deux sous-niveaux dans l'état fondamental notés  $|f_\epsilon\rangle$  ( $\epsilon = +$  ou  $-$ ) et deux dans l'état excité, notés  $|e_{\epsilon'}\rangle$  ( $\epsilon' = +$  ou  $-$ ). L'énergie de résonance est  $k_0$ . Le hamiltonien atomique  $\mathcal{H}_{at}$  admet les états propres et valeurs propres suivants :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{at} |f_\epsilon\rangle &= 0 \\ \mathcal{H}_{at} |e_{\epsilon'}\rangle &= k_0 |e_{\epsilon'}\rangle\end{aligned}\tag{II,1}$$

##### 2°) Le champ magnétique

La quantification du champ est faite dans une boîte de volume  $V$ . Les vecteurs d'ondes sont donc repérés par un indice discret  $i$ . Chaque mode est caractérisé par son vecteur d'onde  $\vec{k}_i$  et sa polarisation  $\vec{e}_\lambda$  ( $\lambda = 1, 2$ ). Le vecteur d'état du champ appartient à l'espace produit tensoriel des espaces des états relatifs à chacun des modes.

Nous noterons

$|0\rangle$  le vide

$|n_{i\lambda}\rangle$  l'état dans lequel le mode  $(\vec{k}_i, \vec{e}_\lambda)$  contient  $n_{i\lambda}$  photons, les autres modes étant vides

$|n_{i\lambda}, n_{j\mu}, n_{\ell\nu}, \dots\rangle$  l'état dans lequel les modes  $(\vec{k}_i, \vec{e}_\lambda)$ ,  $(\vec{k}_j, \vec{e}_\mu)$ ,  $(\vec{k}_\ell, \vec{e}_\nu)$  ... contiennent respectivement  $n_{i\lambda}$ ,  $n_{j\mu}$ ,  $n_{\ell\nu}$ , ... photons.

Le hamiltonien du champ de rayonnement libre est

$$\mathcal{H}_{\text{ray}} = \sum_{i,\lambda} (a_{i\lambda}^\dagger a_{i\lambda}) k_i \quad (\text{II},2)$$

avec

$$[a_{i\lambda}, a_{i'\lambda'}^\dagger] = \delta_{ii'} \delta_{\lambda\lambda'} \quad (\text{II},3)$$

Les opérateurs  $a_{i\lambda}$  et  $a_{i\lambda}^\dagger$  sont les opérateurs bien connus d'annihilation et de création d'un photon dans le mode  $(\vec{k}_i, \vec{e}_\lambda)$ .

### 3°) Le hamiltonien d'interaction

Soit  $\mathcal{H}_I$  le hamiltonien d'interaction dipolaire électrique entre le champ et l'atome. Les seuls éléments de matrice non nuls de  $\mathcal{H}_I$  font passer l'atome de l'état fondamental à l'état excité, en changeant le nombre de photons d'une unité.

Par exemple

$$\langle e_\epsilon, n_{i\lambda}-1 | \mathcal{H}_I | f_\epsilon, n_{i\lambda} \rangle = \sqrt{n_{i\lambda}} A_{k_i} \langle e_\epsilon, \vec{e}_\lambda | \vec{D} | f_\epsilon \rangle \quad (\text{II},4)$$

$A_k$  et  $\vec{D}$  ont été définis au chapitre I (formules (I,11), (I,12), (I,13) et (I,23)).

$\mathcal{H}_I$  a également un élément de matrice qui fait passer de l'état fondamental en présence de  $n$  photons à l'état excité en présence de  $n+1$  photons (émission induite à partir du niveau fondamental).

Ce processus, fortement non résonnant, n'interviendra jamais de sorte que nous négligerons les éléments de matrice correspondants (\*).

#### 4°) L'émission spontanée

L'état excité d'un atome dans le vide est couplé par  $\mathcal{H}_I$  aux états représentant l'atome dans l'état fondamental en présence d'un photon. L'ensemble des états finaux correspondant à tous les photons émis possibles forme un continuum. On peut montrer (27) (28) (29) qu'il est possible de décrire l'effet de ce couplage sur l'état excité en ajoutant à son énergie une partie imaginaire  $-i \frac{\Gamma}{2}$ .

$\Gamma$  est l'inverse de la durée de vie naturelle. En unité MKSA, on a

$$\Gamma = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{d^2 k_0^3}{\hbar} \quad (\text{II,6})$$

$d$  est l'élément de matrice de l'opérateur moment dipolaire électrique, défini par les formules (I,12).

Dans la suite, nous tiendrons donc compte de l'effet des modes vides du champ en ajoutant  $-i \frac{\Gamma}{2}$  à l'énergie des états excités. On sait que l'interaction avec ces modes provoque également un déplacement des niveaux d'énergie de l'atome (Lamb shift). Nous supposons que cet effet a été inclus dans  $k_0$ . Au total, l'effet

---

(\*) L'ordre de grandeur des effets correspondants serait  $\frac{(\sqrt{n_i} A_k)^2}{k}$ . Il

faudrait des énergies de couplage de l'ordre des énergies atomiques pour que ces effets soient appréciables, ce qui nécessite des flux lumineux de l'ordre de  $10^3$  GW/cm<sup>2</sup>. De telles puissances ne sont pas d'usage courant dans le domaine optique. Par contre, dans le domaine des radiofréquences, on réalise très facilement des intensités de couplage plus fortes que les séparations entre sous-niveaux Zeeman. L'approximation que nous faisons ici équivaut à négliger, dans la théorie de la résonance magnétique, la composante du champ RF tournant dans le mauvais sens.

des modes vides peut être pris en compte en remplaçant le hamiltonien atomique  $\mathcal{H}_{at}$  par un hamiltonien renormalisé  $\tilde{\mathcal{H}}_{at}$  défini par

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_{at} |f_{\epsilon} \rangle &= 0 \\ \tilde{\mathcal{H}}_{at} |e_{\epsilon'} \rangle &= (k_0 - i \frac{\Gamma}{2}) |e_{\epsilon'} \rangle \end{aligned} \tag{II,7}$$

La valeur propre  $(k_0 - i \frac{\Gamma}{2})$  sera appelée "énergie complexe" du niveau  $|e_{\epsilon'} \rangle$ .

## B - POMPAGE OPTIQUE PAR UN FAISCEAU MONOCHROMATIQUE

Comme au chapitre I, nous supposerons l'atome immobile. Soient  $\vec{k}$  et  $\vec{e}_{\lambda}$  le vecteur d'onde et la polarisation du faisceau lumineux. Les divers états d'énergie du mode  $(\vec{k}, \vec{e}_{\lambda})$  sont représentés par les états  $|n \rangle$ , correspondant à  $n$  photons présents. Le faisceau lumineux sera représenté par l'un de ces états  $|n \rangle$ .

### 1°) Introduction du diagramme d'énergie

#### (a) Le diagramme non perturbé

En l'absence d'interaction entre l'atome et le faisceau, le hamiltonien du système global se réduit à :

$$\mathcal{H}_0 = \tilde{\mathcal{H}}_{at} + \mathcal{H}_{ray} \tag{II,8}$$

Les états propres de  $\mathcal{H}_0$  sont les états  $|f_{\epsilon}, n \rangle$  et  $|e_{\epsilon'}, n \rangle$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 |f_{\epsilon}, n \rangle &= nk |f_{\epsilon}, n \rangle \\ \mathcal{H}_0 |e_{\epsilon'}, n \rangle &= (nk + k_0 - i \frac{\Gamma}{2}) |e_{\epsilon'}, n \rangle \end{aligned} \tag{II,9}$$

La figure 2 montre les variations des niveaux d'énergie de  $\mathcal{H}_0$  en fonction de la fréquence de résonance atomique  $k_0$ .  $k$  est supposé fixe (\*).

---

(\*) Il paraîtrait plus logique de faire varier  $k$ , mais la figure est moins commode, tous les niveaux d'énergie tendant vers 0 ou  $k_0$  lorsque  $k \rightarrow 0$ .

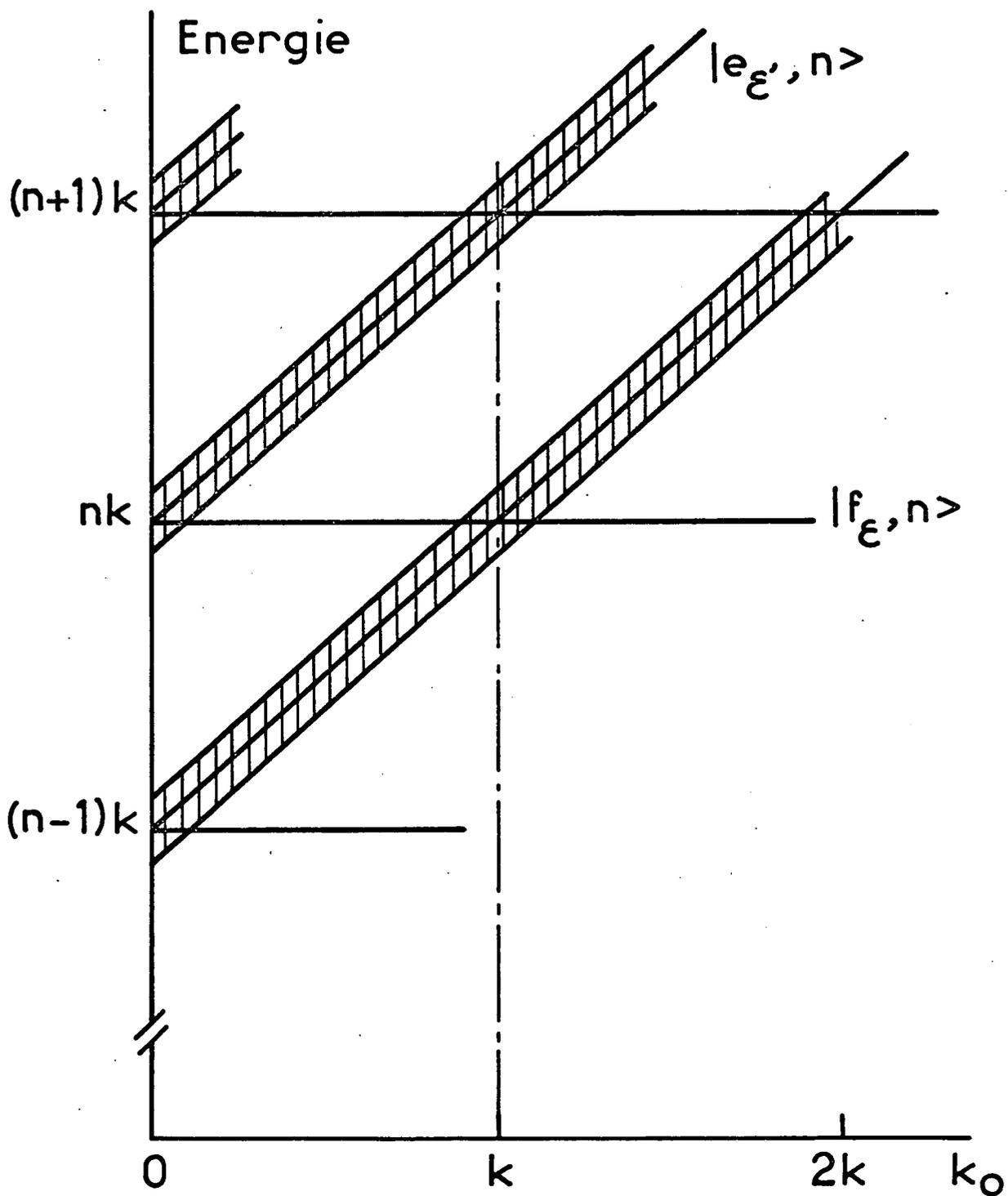


FIGURE 2 : Variations des niveaux d'énergie de  $\mathcal{H}_0$  en fonction de la fréquence de résonance atomique  $k_0$ . La fréquence  $k$  des photons est supposée fixe. La largeur naturelle des niveaux est représentée par l'épaisseur du trait.

Tous les niveaux d'énergie sont deux fois dégénérés. Des croisements de niveaux apparaissent dans le diagramme pour  $k_0 = pk$  ( $p$  entier). Nous nous intéressons essentiellement au cas où la fréquence du faisceau lumineux est proche de la fréquence de résonance atomique, de sorte que nous limitons l'étude du diagramme d'énergie au voisinage des croisements  $p = 1$  (l'étude des autres points de croisement serait intéressante pour l'interprétation des phénomènes d'absorption à plusieurs photons). La largeur naturelle des niveaux d'énergie est représentée par l'épaisseur du trait.

(b) Effet de l'interaction au voisinage du premier croisement

Nous avons supposé le faisceau polarisé circulairement

$$\vec{e}_\lambda = - \frac{\vec{e}_x + i\vec{e}_y}{\sqrt{2}}$$

De la formule (II,4), on déduit aisément que seul l'élément de matrice

$$\langle e_+, n-1 | \mathcal{H}_I | f_-, n \rangle = A_k \sqrt{n} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\text{II,10})$$

est non nul. Le facteur  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  est la valeur du coefficient de Clebsch-Gordan associé à  $\langle e_+ | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | f_- \rangle$  par les formules (I,13). Nous appellerons  $v$  l'énergie de couplage élémentaire associée à 1 photon et définie par

$$v = \frac{1}{i} A_k \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\text{II,11})$$

La formule (I,23) montre que  $v$  est réel. On a alors

$$\langle e_+, n-1 | \mathcal{H}_I | f_-, n \rangle = iv \sqrt{n} \quad (\text{II,12})$$

Les niveaux  $|f_+, n \rangle$  et  $|e_-, n \rangle$  ne sont couplés à aucun autre : ils sont donc toujours états propres du hamiltonien total :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I \quad (\text{II,13})$$

Ils nous serviront de référence pour étudier les modifications que

$\mathcal{H}_I$  apporte aux deux autres niveaux  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$ .

Ces deux niveaux sont couplés entre eux par  $\mathcal{H}_I$  et ont, remarquons-le, des durées de vie différentes. Nous sommes ainsi conduits à l'étude de l'effet d'un couplage entre deux niveaux d'un système quantique possédant des durées de vie différentes. Les divers aspects mathématiques de ce problème sont traités en détail dans l'appendice B. Nous nous concentrerons plutôt ici sur l'interprétation physique des résultats obtenus.

Soient  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$  les 2 combinaisons linéaires de  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$  qui sont états propres de  $\mathcal{H}$ . Les valeurs propres correspondantes sont évidemment complexes.

$$\mathcal{H}|\alpha_n\rangle = (E_n^\alpha - i \frac{\Gamma_n^\alpha}{2}) |\alpha_n\rangle \quad (\text{II,14})$$

$$\mathcal{H}|\beta_n\rangle = (E_n^\beta - i \frac{\Gamma_n^\beta}{2}) |\beta_n\rangle \quad (\text{II,15})$$

$E_n^\alpha$  et  $E_n^\beta$  sont les énergies des niveaux  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$ ,  $1/\Gamma_n^\alpha$  et  $1/\Gamma_n^\beta$  leurs durées de vie.

On peut montrer que  $|\alpha_n\rangle$ ,  $|\beta_n\rangle$  sont donnés par :

$$|\alpha_n\rangle = \cos \frac{z}{2} |f_{-,n}\rangle + i \sin \frac{z}{2} |e_{+,n-1}\rangle \quad (\text{II,16})$$

$$|\beta_n\rangle = i \sin \frac{z}{2} |f_{-,n}\rangle + \cos \frac{z}{2} |e_{+,n-1}\rangle \quad (\text{II,17})$$

où  $z$  est défini par

$$\text{tg } z = \frac{2v \sqrt{n}}{k - k_0 + i \frac{\Gamma}{2}} \quad (\text{II,18})$$

Quant aux valeurs propres correspondant à  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$ , elles valent respectivement :

$$E_n^\alpha - i \frac{\Gamma_n^\alpha}{2} = (n-1)k + \frac{k+k_0}{2} - i \frac{\Gamma}{4} + \sqrt{\left(\frac{k-k_0}{2} + i \frac{\Gamma}{4}\right)^2 + nv^2} \quad (\text{II,19})$$

$$E_n^\beta - i \frac{\Gamma_n^\beta}{2} = (n-1)k + \frac{k+k_0}{2} - i \frac{\Gamma}{4} - \sqrt{\left(\frac{k-k_0}{2} + i \frac{\Gamma}{4}\right)^2 + nv^2} \quad (\text{II,20})$$

Notons que les vecteurs  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$  ne sont ni normés, ni orthogonaux

Remarque : La valeur de  $z$  obtenue à partir de (II,18) est évidemment complexe.

Nous montrons, dans l'appendice B, que la partie réelle de  $z$  n'est définie qu'à  $\pi$  près et nous y discutons en détail du choix de la détermination des radicaux apparaissant dans les formules (II,19) et (II,20).

Deux cas sont à distinguer suivant que le couplage  $v\sqrt{n}$  est plus petit ou plus grand que  $\Gamma/4$ . Nous allons envisager successivement le cas du couplage faible ( $v\sqrt{n} \ll \Gamma/4$ ), puis celui du couplage fort ( $v\sqrt{n} \gg \Gamma/4$ ). Dans le 1er cas, nous verrons que les 2 niveaux continuent, comme en l'absence de couplage, à se croiser en  $k=k_0$ , alors que dans le second cas, ils se repoussent.

## 2°) Faisceau de faible intensité

La condition  $v\sqrt{n} \ll \Gamma/4$  permet de faire un certain nombre d'approximations. Au deuxième ordre en  $v$ , le radical des formules (II,19) et (II,20) s'écrit  $\frac{k-k_0}{2} + i\frac{\Gamma}{4} + \frac{nv^2}{k-k_0+i\frac{\Gamma}{2}}$ . Les valeurs propres complexes de  $\mathcal{H}$  sont données par :

$$E_n^\alpha - i\frac{\Gamma}{2} = nk + \frac{nv^2}{k-k_0+i\frac{\Gamma}{2}} \quad (\text{II,21})$$

$$E_n^\beta - i\frac{\Gamma}{2} = (n-1)k+k_0 - i\frac{\Gamma}{2} - \frac{nv^2}{k-k_0+i\frac{\Gamma}{2}} \quad (\text{II,22})$$

D'où l'on tire :

$$E_n^\alpha = nk + nv^2 \frac{k-k_0}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,23})$$

$$\frac{\Gamma}{2} = nv^2 \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,24})$$

$$E_n^\beta = (n-1)k+k_0 - nv^2 \frac{k-k_0}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,25})$$

$$\frac{\Gamma}{2} = \frac{\Gamma}{2} - nv^2 \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,26})$$

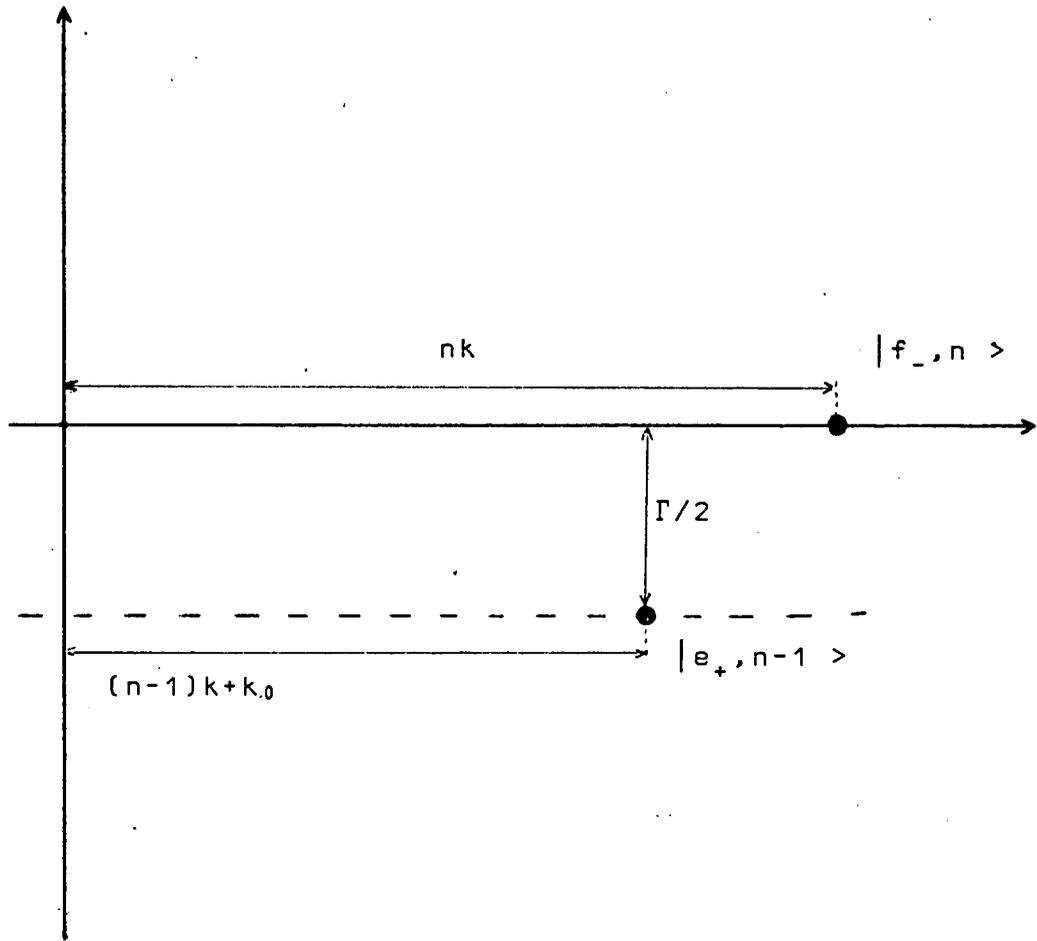


FIGURE 3

La formule (II,18) montre par ailleurs que la condition  $v \sqrt{n} \ll \Gamma/4$  entraîne que  $|z| \ll 1$ , quel que soit  $k-k_0$ . Au premier ordre en  $v$ , les fonctions d'ondes de  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$  sont données par

$$\left. \begin{aligned} |\alpha_n\rangle &= |f_{-,n}\rangle + i \frac{v\sqrt{n}}{k-k_0+i\frac{\Gamma}{2}} |e_{+,n-1}\rangle \\ |\beta_n\rangle &= |e_{+,n-1}\rangle + i \frac{v\sqrt{n}}{k-k_0+i\frac{\Gamma}{2}} |f_{-,n}\rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{II,27})$$

Les formules (II,21), (II,22) et (II,27) sont identiques à celles de la théorie des perturbations non dégénérées du 2<sup>e</sup> et du 1<sup>er</sup> ordre respectivement. Ces résultats peuvent sembler surprenants, puisqu'à résonance ( $k = k_0$ ), il y a précisément dégénérescence entre les niveaux d'énergie  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$ . En fait, les niveaux ont des durées de vie différentes de sorte que, même si les énergies sont égales, les "énergies complexes" ne le sont pas et les formules de perturbation non dégénérée ne divergent pas. Pour visualiser les "énergies complexes", il est commode de représenter les niveaux d'énergie par des points du plan complexe dont l'abscisse est l'énergie et l'ordonnée, la demi-largeur. On a représenté ainsi sur la figure 3 les niveaux  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$ . Lorsqu'on fait varier  $k_0$  autour de la valeur de résonance, les 2 points représentatifs restent toujours à une distance supérieure à  $\Gamma/2$ . Ainsi, tant que  $v \sqrt{n} \ll \Gamma$ , la théorie des perturbations non dégénérées est applicable. Les états propres de  $\mathcal{H}$  sont très peu différentes des états non perturbés  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n}\rangle$ , même lorsque le faisceau est résonnant. Le mélange des 2 états est au plus de l'ordre de  $v \sqrt{n} / \Gamma$ . Ce fait est extrêmement important : il permet de continuer à parler de l'état fondamental et de l'état excité de l'atome en présence du faisceau lumineux. Les éléments de matrice des observables atomiques (par exemple l'orientation ou l'alignement de l'état fondamental) sont en effet très peu modifiés ( $\frac{v \sqrt{n}}{\Gamma} \ll 1$ ).

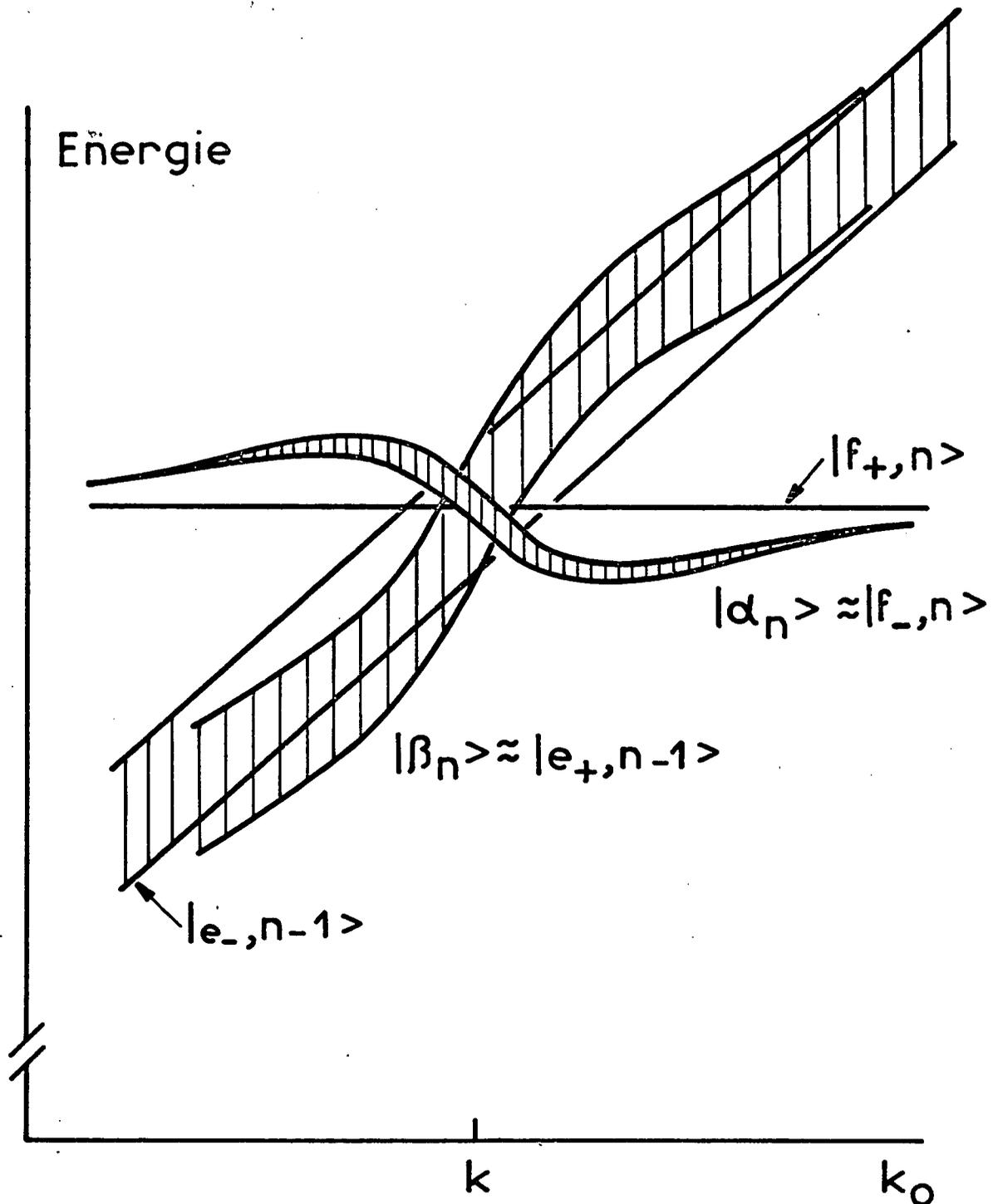


FIGURE 4 : Diagramme d'énergie de  $\mathcal{H}_0$  au voisinage de  $k_0=k$  pour une intensité lumineuse faible. L'état fondamental en présence du faisceau lumineux (niveau  $|f_{-,n}\rangle$ ) subit un déplacement et un élargissement, mais continue à croiser le niveau  $|e_{+,n-1}\rangle$ . L'état  $|f_{+,n}\rangle$  est inchangé.

Remarque : Il peut sembler paradoxal de qualifier de petite cette modification des fonctions d'ondes, alors que la modification de l'énergie calculée précédemment est du second ordre en  $v/\Gamma$ . Il faut bien voir que si la modification de l'énergie ( $\approx \frac{v^2}{\Gamma}$ ) est négligeable devant  $\Gamma$ , elle a néanmoins un effet spectaculaire sur l'état fondamental, puisqu'elle lève la dégénérescence de deux niveaux, qui ont une largeur naturelle nulle. Par exemple si  $v/\Gamma = 10^{-3}$  et  $\Gamma = 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $v^2/\Gamma$  vaut  $10^2 \text{ s}^{-1}$  : la levée de dégénérescence ou l'élargissement de l'état fondamental est de l'ordre de 100 Hz, ce qui est aisément observable sur des atomes à long temps de relaxation. Au contraire, les éléments de matrice d'une observable atomique telle que l'orientation qui sont de l'ordre de 1 sont modifiés d'environ  $10^{-3}$  en grandeur relative. On peut également négliger les modifications de l'énergie de l'état excité qui correspondent à des variations de  $10^{-6}$  de la largeur naturelle.

Le diagramme d'énergie prend, au voisinage du point de croisement, l'allure indiquée sur la figure 4 (les variations d'énergie et de largeur ont été fortement exagérées pour rendre la figure plus claire). On voit que les 2 niveaux d'énergie continuent à se croiser en présence de couplage. Ce fait a été remarqué pour la première fois par W.E. LAMB (30). L'état fondamental subit un déplacement  $\frac{2}{3} \Delta E'$  et un élargissement  $\frac{2}{3} \Gamma'$ , proportionnels à  $n$  (donc à l'intensité lumineuse), où  $\Delta E'$  et  $\Gamma'$  sont des fonctions de  $(k-k_0)$  données par :

$$\Delta E' = n |A_k|^2 \frac{k-k_0}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,28})$$

$$\frac{\Gamma'}{2} = n |A_k|^2 \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k-k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II,29})$$

Les formules (II,28) et (II,29) sont identiques aux formules (I,8) et (I,9) lorsqu'on prend pour  $u(k)$  une fonction infiniment étroite. Nous avons ainsi retrouvé de façon simple  $\Delta E'$  et  $\Gamma'$ . Cette approche montre de plus que, pour une excitation monochromatique, la durée de vie de l'état fondamental apparaît comme une partie de la durée de vie de l'état excité "ramenée" dans l'état fondamental. Il est en effet bien connu que le couplage de deux niveaux de durée de

vie différentes tend à égaliser leur durée de vie (cf. formule de BETHE (31)). Si l'on se souvient de l'origine de la durée de vie de l'état excité, on peut dire que le faisceau lumineux couple l'état fondamental au continuum qui intervient dans l'émission spontanée, par l'intermédiaire de l'état excité. On voit donc qu'il n'est pas nécessaire d'éclairer un atome avec une raie large pour faire apparaître une durée de vie dans l'état fondamental.

Mentionnons enfin que la condition  $v \sqrt{n} \ll \Gamma$  est en fait trop restrictive. Tous les résultats donnés dans ce paragraphe sont valables si  $v \sqrt{n} \ll \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + (k-k_0)^2}$ .

### 3°) Faisceau de forte intensité

On suppose donc maintenant  $\Gamma/4 \ll v \sqrt{n}$ . La partie imaginaire de  $z$  est alors petite (voir appendice B) et nous la négligerons dans l'expression des états propres. De même dans le radical des formules (II,19) et (II,20), la partie imaginaire est toujours faible devant la partie réelle; on peut donc faire un développement limité et on obtient :

$$\left. \begin{aligned} |\alpha_n\rangle &= \cos \frac{\theta}{2} |f_{-,n}\rangle + i \sin \frac{\theta}{2} |e_{+,n-1}\rangle \\ |\beta_n\rangle &= i \sin \frac{\theta}{2} |f_{-,n}\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |e_{+,n-1}\rangle \end{aligned} \right\} \quad \text{(II,30)}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{2v \sqrt{n}}{\hbar c(k-k_0)} \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad \text{(II,31)}$$

$$E_n^\alpha = (n-1)\hbar\omega + \frac{\hbar\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\hbar\omega_0}{2}\right)^2 + n v^2} \quad \text{(II,32)}$$

$$\frac{\Gamma_n^\alpha}{2} = \frac{\Gamma}{4} - \frac{\Gamma}{4} \frac{k-k_0}{\sqrt{(k-k_0)^2 + 4n v^2}} \quad \text{(II,33)}$$

$$E_n^\beta = (n-1)\hbar\omega + \frac{\hbar\omega_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\hbar\omega_0}{2}\right)^2 + n v^2} \quad \text{(II,34)}$$

$$\frac{\Gamma_n^\beta}{2} = \frac{\Gamma}{4} + \frac{\Gamma}{4} \frac{k-k_0}{\sqrt{(k-k_0)^2 + 4n v^2}} \quad \text{(II,35)}$$

Le diagramme d'énergie prend la forme indiquée sur la figure 5. Les 2 niveaux se repoussent en présence du couplage et forment un "anticroisement".

A résonance, les états  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$  se décomposent de façon égale sur  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$ . Les largeurs des niveaux sont  $\Gamma/2$ . On peut remarquer qu'elles ne sont pas proportionnelles à l'intensité lumineuse, comme c'était le cas pour un couplage faible.

Considérons l'évolution d'une observable atomique, par exemple de l'orientation transversale  $j_+$  de l'état fondamental. Si on place initialement l'atome dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}} (|f_+\rangle + |f_-\rangle)$  en présence de  $n$  photons, l'évolution ultérieure du système sous l'action de l'excitation optique est donnée par

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-in\mathbf{k}t} |f_{+,n}\rangle + \cos \frac{\theta}{2} e^{-iE_n^\alpha t} e^{-\frac{\Gamma_n^\alpha}{2} t} |\alpha_n\rangle +$$

$$-i \sin \frac{\theta}{2} e^{-iE_n^\beta t} e^{-\frac{\Gamma_n^\beta}{2} t} |\beta_n\rangle) \quad (\text{II,36})$$

On a alors :

$$\langle j_+ \rangle_t = \frac{1}{2} (\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i(E_n^\alpha - nk)t} e^{-\frac{\Gamma_n^\alpha}{2} t} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i(E_n^\beta - nk)t} e^{-\frac{\Gamma_n^\beta}{2} t}) \quad (\text{II,37})$$

Le mouvement de  $\langle j_+ \rangle$  se compose de deux mouvements oscillants :

- (i) l'un, de fréquence  $\frac{k_0 - k}{2} + \sqrt{(\frac{k_0 - k}{2})^2 + nv^2}$ , et d'amortissement  $\frac{\Gamma_n^\alpha}{2} = \frac{\Gamma}{4} (1 - \frac{k - k_0}{\sqrt{(k - k_0)^2 + 4nv^2}})$ . Son amplitude est  $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ .
- (ii) l'autre, de fréquence  $\frac{k_0 - k}{2} - \sqrt{(\frac{k_0 - k}{2})^2 + nv^2}$ , et d'amortissement  $\frac{\Gamma_n^\beta}{2} = \frac{\Gamma}{4} (1 + \frac{k - k_0}{\sqrt{(k - k_0)^2 + 4nv^2}})$ . Son amplitude est  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ .

Ces 2 fréquences propres de  $\langle j_+ \rangle$  correspondent aux fréquences de Bohr des transitions entre l'état  $|f_{+,n}\rangle$  et les états  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$ . Ces transitions sont indiquées sur la figure 5 par les flèches (i) et (ii). La figure permet de suivre sans difficultés, en fonction de  $k_0$ , l'évolution des fréquences et des amortissements (donnés par les largeurs des niveaux) des deux mouvements oscillants de  $\langle j_+ \rangle$ .

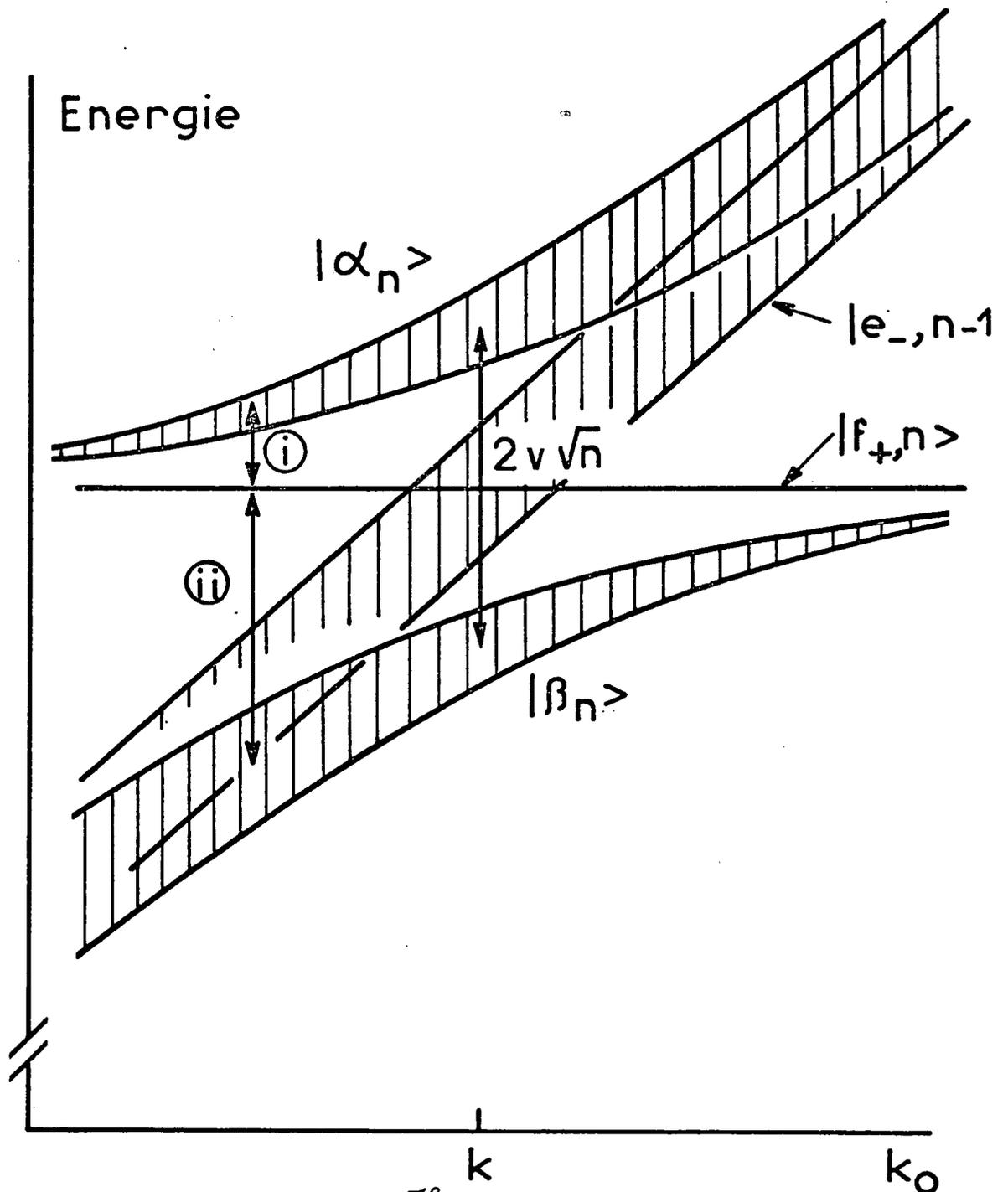


FIGURE 5 : Diagramme d'énergie de  $\mathcal{H}_0$  au voisinage de  $k_0=k$  pour une intensité lumineuse forte. Les états propres  $|\alpha_n\rangle$  et  $|\beta_n\rangle$  sont un mélange de  $|f_{-,n}\rangle$  et  $|e_{+,n-1}\rangle$ ; le croisement est devenu un anticroisement. Les états  $|f_{+,n}\rangle$  et  $|e_{-,n-1}\rangle$  sont inchangés.

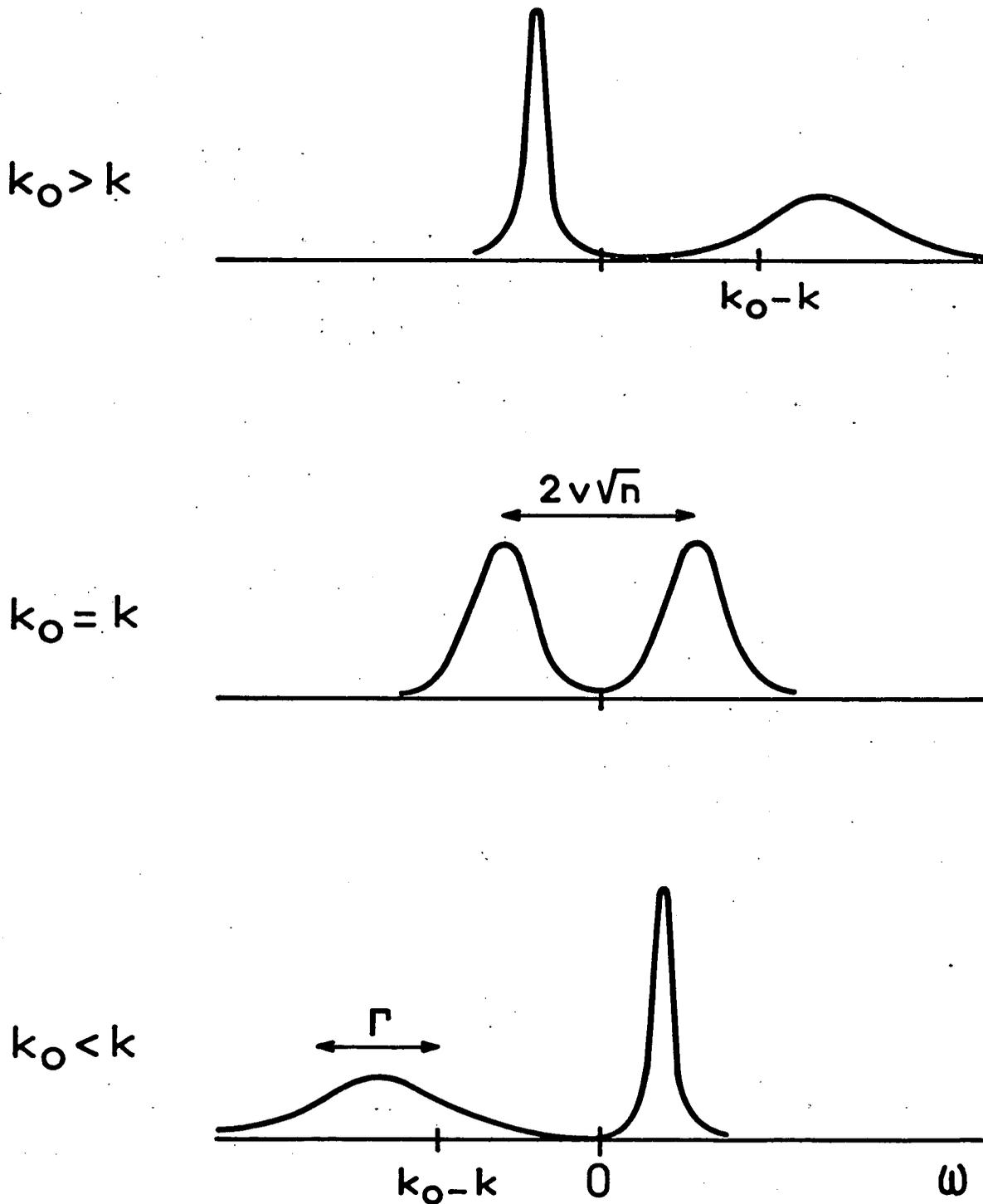


FIGURE 6 : Spectre de résonance magnétique de l'atome en interaction avec le faisceau lumineux. Les deux résonances correspondent aux transitions (i) et (ii) de la figure 5.

Supposons que l'on fasse une expérience de résonance magnétique sur cet atome en interaction avec le faisceau lumineux, en utilisant un champ de radiofréquence tournant à la fréquence  $\omega$  dans le plan perpendiculaire au faisceau. En l'absence de tout champ magnétique statique, on trouvera deux raies de résonance, correspondant aux deux fréquences propres de  $j_+$ . La figure 6 montre l'aspect du spectre de résonance. Lorsque le faisceau lumineux est résonnant, ces deux raies sont d'égale intensité et d'égale largeur. Elles sont séparées de  $2v\sqrt{n}$ . On retrouve un comportement analogue à celui de l'effet AUTLER-TOWNES (<sup>26</sup>). Lorsque le faisceau lumineux est très loin de la résonance (par exemple  $k < k_0$ ), les deux raies sont très dissemblables : celle qui correspond à la transition (i) de la figure 5 entre l'état  $|f_+, n\rangle$  et  $|\alpha_n\rangle \approx |f_-, n\rangle$  est une transition entre deux niveaux de l'état fondamental, dont l'un a été perturbé par le faisceau. La résonance est fine et sa fréquence représente le déplacement de l'état  $|f_-, n\rangle$ . Au contraire, la résonance associée à la transition (ii) est centrée au voisinage de  $k_0 - k$  et sa largeur est voisine de  $\Gamma$ . La transition correspond au passage de l'état  $|f_+, n\rangle$  à l'état  $|\beta_n\rangle \approx |e_+, n-1\rangle$  : il s'agit donc d'une transition à 2 photons : l'atome absorbe un photon optique d'énergie  $k$ , puis émet un photon de radiofréquence d'énergie  $\omega \approx |k - k_0|$ . L'énergie de l'état excité n'étant défini qu'à  $\Gamma$  près, il n'est pas étonnant que la résonance ait pour largeur  $\Gamma$ .

Signalons que l'on peut retrouver classiquement beaucoup de ces résultats (<sup>32</sup>).

On montre ainsi clairement qu'en pompage par une raie monochromatique, une durée de vie n'apparaît dans l'état fondamental que dans la mesure où les états excités en ont une. Le couplage avec le faisceau lumineux ne fait que ramener un peu de cette durée de vie dans l'état fondamental. Par ailleurs, l'aspect énergétique est très différent suivant que le couplage  $v\sqrt{n}$  est grand ou petit par rapport à  $\Gamma$ . En particulier, les résultats obtenus dans la théorie quantique du pompage optique n'apparaissent que dans le cas d'un couplage faible. Dans le cas d'un couplage fort, on retrouve au contraire des résultats très analogues à ceux de

la spectroscopie des radiofréquences.

C - POMPAGE OPTIQUE PAR UN FAISCEAU A LARGE BANDE SPECTRALE

1°) Description du faisceau lumineux

Nous reprenons la description du faisceau lumineux utilisé dans les références (8)(9) : un certain nombre de modes du champ électromagnétique, de vecteurs d'onde  $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_i, \dots$  parallèles, de même polarisation  $\vec{e}_\lambda = -\frac{\vec{e}_x + i\vec{e}_y}{\sqrt{2}}$ , sont supposés remplis de  $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots$  photons. Cet état du champ est appelé  $|\lambda\rangle$ . L'état  $|f_-, \lambda\rangle$  est couplé par  $\mathcal{H}_I$  à tous les états du type  $|e_+, \lambda - k_i\rangle$  correspondant à l'atome dans l'état  $|e_+\rangle$  en présence du faisceau lumineux qui a perdu un photon  $k_i$ . Si on prend comme origine des énergies le niveau  $|f_-, \lambda\rangle$ , l'état  $|e_+, \lambda - k_i\rangle$  a pour énergie  $k_0 - k_i$ . Nous noterons  $\Delta$  et  $\bar{k}$  la largeur et la fréquence centrale de la distribution de photons.

De même qu'au § B-2°, nous représenterons les niveaux d'énergie avec leurs durées de vie par des points du plan complexe : le niveau  $|f_-, \lambda\rangle$  a une énergie et une durée de vie

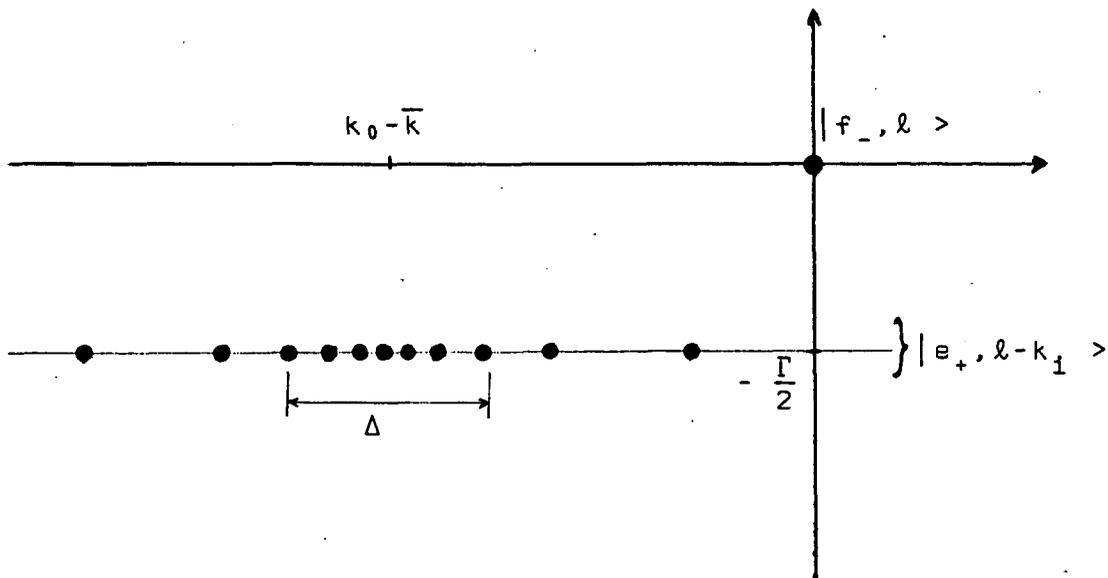


FIGURE 7

nulle; le niveau  $|e_+, \ell - k_1 \rangle$  est représenté par un point d'abscisse  $k_0 - k_1$  et d'ordonnée  $-\Gamma/2$ . L'ensemble des points représentatifs de ces niveaux se répartissent sur la droite d'ordonnée  $-\Gamma/2$  (fig. 7). Tous ces niveaux sont couplés à  $|f_-, \ell \rangle$ . Envisageons successivement le cas des intensités lumineuses faibles, puis celui des fortes intensités.

### 2°) Faisceau de faible intensité

Nous supposons non seulement que le nombre de photons dans chacun des modes est suffisamment faible pour vérifier  $v \sqrt{n_i} \ll \Gamma$ , mais encore que l'effet global de tous les modes reste petit devant  $\Gamma$  ( $\Delta E', \Gamma' \ll \Gamma$ ).

On peut alors traiter l'effet de chacun des modes par la théorie des perturbations indiquée en B-2°), puis sommer les effets de tous les modes. Les conditions que nous avons imposées assurent que la somme de ces effets est encore assez faible pour pouvoir être obtenue dans le cadre de la théorie des perturbations.

On trouve donc que la fonction d'onde de l'état fondamental est peu modifiée, mais que le niveau  $|f_-, n \rangle$  acquiert une énergie  $\frac{2}{3} \Delta E'$  et une largeur non nulle  $\frac{2}{3} \Gamma'$ , où

$$\Delta E' = \sum_i n_i |A_{k_i}|^2 \frac{k - k_0}{(k - k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} = \int u(k) dk |A_k|^2 \frac{k - k_0}{(k - k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II, 38})$$

$$\frac{\Gamma'}{2} = \sum_i n_i |A_{k_i}|^2 \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k - k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} = \int u(k) dk |A_k|^2 \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(k - k_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (\text{II, 39})$$

On retrouve donc les formules (I, 8) et (I, 9).

### 3°) Faisceau de forte intensité

Lorsque  $\Delta E', \Gamma' \sim \Gamma$ , le déplacement du point représentatif du niveau  $|f_-, \ell \rangle$  est du même ordre de grandeur que la séparation minimale  $\Gamma$  entre ce niveau et les niveaux  $|e_+, \ell - k_1 \rangle$ . La théorie des perturbations n'est donc plus applicable. De plus, comme il y a un grand nombre de niveaux  $|e_+, \ell - k_1 \rangle$ , il est impossible de diagonaliser directement  $\mathcal{H}$ . Nous sommes contraints d'utiliser une autre méthode pour déterminer l'effet du faisceau lumineux sur l'atome. Au lieu de chercher les états propres de

$\mathcal{H}$ , nous allons chercher directement l'évolution de l'état fondamental en présence du faisceau lumineux en utilisant le formalisme de la résolvante (27)(28)(29).

a) Rappels sur la résolvante

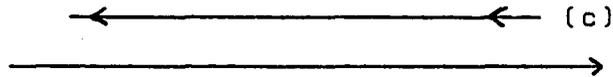
$G(z)$  est défini par

$$G(z) = \frac{1}{z - \mathcal{H}} \quad (\text{II},40)$$

Pour  $t > 0$ , l'opérateur d'évolution  $U(t)$  s'obtient par la formule

$$U(t) = \frac{1}{2i\pi} \int_c e^{-izt} G(z) dz \quad (\text{II},41)$$

$c$  est la droite du plan complexe défini ci-dessous



Il est clair que la présence d'un pôle de  $G(z)$  en  $z_0$  (avec  $\text{Im } z_0 < 0$ ) se traduit par l'apparition dans  $U(t)$  d'un terme de la forme  $e^{-iz_0 t}$  : les parties réelles des pôles de  $G(z)$  donnent les fréquences d'évolution propre du système, les parties imaginaires donnent les taux d'amortissement correspondants.

Si l'on s'intéresse uniquement à l'évolution de l'état fondamental, il suffit de calculer  $PU(t)P$ ,  $P$  étant le projecteur sur l'état correspondant à l'atome dans le niveau fondamental en présence du faisceau lumineux :

$$P = \sum_{\epsilon} |f_{\epsilon, l} \rangle \langle f_{\epsilon, l}| \quad (\text{II},42)$$

Nous nous contenterons donc de calculer  $PG(z)P$ .

b) Calcul de  $PG(z)P$

On peut montrer (28)(29) que

$$PG(z)P = \frac{P}{z - P\mathcal{H}_0 P - PR(z)P} \quad (\text{II,43})$$

où :

$$PR(z)P = P\mathcal{H}_I P + P\mathcal{H}_I \frac{Q}{z - Q\mathcal{H}_0 Q} \mathcal{H}_I P \quad (\text{II,44})$$

On a posé  $Q = 1 - P$ . Nous avons vu que les états  $|e_{\epsilon}, l - k_i\rangle$  sont les plus fortement couplés aux états  $|f_{\epsilon}, l\rangle$ . Nous négligerons l'influence de tous les autres états, de sorte que  $Q$  se réduit à :

$$Q = \sum_{i, \epsilon'} |e_{\epsilon'}, l - k_i\rangle \langle e_{\epsilon'}, l - k_i| \quad (\text{II,45})$$

On vérifie aisément que  $P\mathcal{H}_I P = Q\mathcal{H}_I Q = 0$ . Dans la formule (II,44) on a donc  $Q\mathcal{H}_0 Q = Q\mathcal{H}_0 Q$ .  $\mathcal{H}_I$  n'a d'élément de matrice qu'entre  $|f_{-}, l\rangle$  et  $|e_{+}, l - k_i\rangle$ . Le seul élément de matrice non nul de  $PR(z)P$  est donc :

$$\langle f_{-}, l | R(z) | f_{-}, l \rangle = \sum_i n_i v^2 \frac{1}{z - (k_0 - k_i - i \frac{\Gamma}{2})} \quad (\text{II,46})$$

Pour le calcul de l'opérateur d'évolution, seules les valeurs de  $z$  proches de l'axe réel interviennent. On est donc à une distance au moins de l'ordre de  $\Gamma$  des pôles apparaissant dans le second membre de (II,46). Les différents modes formant un quasi continuum, nous remplacerons dans (II,46) la sommation par une intégration

$$\langle f_{-}, l | R(z) | f_{-}, l \rangle = \int u(k) dk \frac{v^2}{z - (k_0 - k - i \frac{\Gamma}{2})} \quad (\text{II,47})$$

Afin de dégager simplement les propriétés de cette expression, nous allons poursuivre le calcul en prenant une forme particulière de  $u(k)$

$$u(k) = \frac{N}{\pi} \frac{\frac{\Delta}{2}}{(\frac{\Delta}{2})^2 + (k - \bar{k})^2} \quad (\text{II,48})$$

$N$  représente le nombre total de photons;  $u(k)$  est centrée en  $\bar{k}$  et

a pour largeur  $\Delta$ . L'intégration de (II,47) dans ce cas particulier donne (pour  $\forall_m z > -\frac{\Gamma}{2}$ ) :

$$\langle f_{-,l} | R(z) | f_{-,l} \rangle = Nv^2 \frac{1}{z - (k_0 - \bar{k} - i \frac{\Delta + \Gamma}{2})} \quad (\text{II,49})$$

La forme (II,49) de  $R(z)$  est remarquable :  $R(z)$  aurait la même forme (au voisinage de l'axe réel seulement) si on avait éclairé l'atome avec un faisceau monochromatique de fréquence  $\bar{k}$  de même intensité totale et de même polarisation, l'état excité ayant par contre une largeur  $\Delta + \Gamma$ . Cela apparaît clairement sur la formule (II,46) : s'il y a un seul mode de fréquence  $\bar{k}$  avec  $N$  photons, et si l'on remplace  $\Gamma$  par  $\Delta + \Gamma$ , on trouve la formule (II,49). On se reporte alors au paragraphe précédent qui traitait de l'effet d'un faisceau monochromatique, et en remplaçant partout  $n$  par  $N$  et  $\Gamma$  par  $\Delta + \Gamma$ , on obtient les caractéristiques de l'évolution de l'état fondamental.

### c) Résultats

- Les intensités faibles sont maintenant caractérisées par la condition  $v \sqrt{N} \ll \Delta + \Gamma$ . L'effet du faisceau lumineux dans l'état fondamental est décrit par un élargissement et un déplacement. Pour la forme particulière de  $u(k)$ ,  $\Delta E'$  et  $\Gamma'$  sont donnés par :

$$\frac{\Gamma'}{2} = N |A_{\bar{k}}|^2 \frac{(\frac{\Delta + \Gamma}{2})}{(\bar{k} - k_0)^2 + (\frac{\Delta + \Gamma}{4})^2}$$

$$\Delta E' = N |A_{\bar{k}}|^2 \frac{\bar{k} - k_0}{(\bar{k} - k_0)^2 + (\frac{\Delta + \Gamma}{4})^2}$$

Ces formules appellent un commentaire lorsque  $\Delta \gg \Gamma$ . A résonance ( $\bar{k} = k_0$ ),  $\Gamma' \approx \frac{N |A_{\bar{k}}|^2}{\Delta} \approx \frac{Nv^2}{\Delta}$ . La condition d'intensité faible  $v \sqrt{N} \ll \Delta$  peut très bien être réalisée, avec  $v \sqrt{N} \gg \sqrt{\Delta \Gamma}$ . On a alors  $\Gamma' \gg \Gamma$ . Les formules donnant  $\Delta E'$  et  $\Gamma'$  sont identiques, quelle que soit la valeur de  $\Gamma'$  et  $\Delta E'$  par rapport à  $\Gamma$ . On trouve donc que l'excitation optique est décrite par la formule classique donnant  $\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma$ , même si  $\Delta E'$  et  $\Gamma'$  sont grands devant  $\Gamma$ , pourvu qu'ils restent petits devant  $\Delta$ .

Une étude similaire peut être menée sur l'évolution de l'état excité. Elle montre qu'il faut modifier le terme d'émission spontanée  $\frac{d^{(2)}}{dt}\sigma$  en lui ajoutant un terme d'émission induite : l'état  $|e_- \rangle$  n'est pas affecté; par contre, l'énergie et la largeur de l'état  $|e_+ \rangle$  sont modifiés respectivement des quantités  $-\Delta E'$  et  $\Gamma'$ , qui ne sont maintenant plus négligeables devant  $\Gamma$ .

Certains de ces résultats ont été établis par M. DUMONT dans un formalisme différent (<sup>33</sup>).

- L'intensité lumineuse sera qualifiée de forte si  $v \sqrt{N} \gg \Delta$ . L'évolution des observables de l'état fondamental se fait avec deux fréquences analogues à celles qui apparaissent dans la formule (II,37), mais dans laquelle on remplace  $k$  par  $\bar{k}$  et  $\Gamma$  par  $(\Delta + \Gamma)$ . En particulier, le taux d'amortissement à résonance est de l'ordre de  $\Delta$  et non de  $\Gamma$ . On retrouve donc encore ici un comportement analogue à celui de l'effet AUTLER-TOWNES.

En conclusion, nous avons pu retrouver simplement les résultats essentiels de la théorie du pompage optique de J.P. BARRAT et C. COHEN-TANNOUDJI. De plus, nous avons montré, au moins qualitativement, ce qui se passe lorsque le faisceau lumineux devient très intense.

Deuxième Partie

- POMPAGE ET RESONANCES EN CHAMP NUL -

C H A P I T R E     I I I

---

EFFET D'UN FAISCEAU RESONNANT :

POMPAGE ET RESONANCES EN CHAMP NUL

Ce chapitre est consacré à l'étude du pompage optique en champ nul et au voisinage du champ nul. L'état d'une vapeur pompée optiquement en champ nul présente des caractéristiques que l'on peut relier simplement aux propriétés de symétrie du faisceau lumineux; c'est l'objet de la partie A. L'introduction d'un champ magnétique modifie évidemment l'état de la vapeur, si les états stationnaires correspondant au pompage et au champ magnétique sont différents. Lorsqu'on fait croître le champ magnétique à partir de zéro, on passe continuellement d'un état de la vapeur imposé par le pompage, à un état imposé par le champ magnétique. Cette variation que l'on détecte sur la lumière transmise par la vapeur peut se produire pour des champs extrêmement faibles (1 milligauss ou 1 microgauss pour certains atomes). Ces résonances, analogues à l'effet Hanle dans les états excités, présentent donc un grand intérêt pour le repérage du champ nul et la mesure des champs très faibles. Dans la partie B, nous rappellerons les caractéristiques de ces résonances sur un modèle simple.

Enfin, dans la partie C, nous montrons comment l'introduction de champs magnétiques oscillants permet d'obtenir des résonances analogues apparaissant sur des signaux modulés, donc détectable avec un meilleur rapport signal/bruit.

A - LES CARACTERISTIQUES DU POMPAGE EN CHAMP NUL

En champ nul, l'atome évolue uniquement sous l'action du faisceau lumineux, de l'émission spontanée, de la relaxation thermique et éventuellement du couplage hyperfin. Ces 3 derniers processus sont isotropes, de sorte que les anisotropies apparaissant dans la vapeur reflètent essentiellement les propriétés du faisceau lumi-

neux.

Nous allons passer rapidement en revue les propriétés d'un atome en champ nul, pour voir ensuite les modifications apportées par le faisceau lumineux.

### 1°) Propriétés d'un atome en champ nul

Elles résultent de l'invariance du hamiltonien atomique par une rotation.

- Les niveaux d'énergie sont groupés en multiplicités Zeeman, tous les sous-niveaux ayant la même énergie. Les fréquences propres des cohérences Zeeman sont nulles. On peut d'ailleurs remarquer que la distinction entre population et cohérence Zeeman perd son intérêt, car elle dépend du choix arbitraire d'une direction de quantification. Nous considérerons donc simplement la restriction de la matrice densité  $\sigma$  au niveau considéré; elle contient l'ensemble des informations concernant l'état de l'atome dans ce niveau.
- Un autre caractère important concerne l'évolution de la matrice densité sous l'effet des collisions contre un gaz ou contre les parois. En général, le processus de relaxation est isotrope, ce qui permet de découpler les évolutions des grandeurs tensorielles d'ordres différents (<sup>34</sup>) (<sup>35</sup>). A cause de cette propriété, il est souvent intéressant d'utiliser un développement de la matrice densité sur une base d'opérateurs tensoriels irréductibles.

### 2°) Effet du pompage sur un atome en champ nul

#### (a) Propriétés de symétrie

Le pompage optique introduit une anisotropie dans la vapeur. Elle provient du processus d'absorption et également de la retombée à partir de l'état excité.

Le processus d'absorption est déterminé par la polarisation  $\vec{e}_\lambda$  du faisceau lumineux; il en résulte que l'arrachement des atomes à l'état fondamental est anisotrope; par suite, le peuplement de l'état excité par ce même processus l'est également. Ainsi, bien que l'émission spontanée soit un processus isotrope, la repopulation de l'état

fondamental à partir de l'état excité est, en général, anisotrope, et possède des propriétés de symétries identiques à celles de l'excitation.

Il convient de remarquer que toute transformation géométrique qui laisse la polarisation du faisceau excitateur inchangée ne doit pas modifier l'effet de ce faisceau sur la vapeur : on en déduit que l'état angulaire de l'atome obtenu par pompage optique à partir d'un état isotrope possède les mêmes propriétés de symétrie que la polarisation du faisceau. Ceci n'est évidemment plus vrai si l'atome possédait une anisotropie initiale. Toutefois, si on attend assez longtemps pour que la relaxation ait détruit l'anisotropie initiale, l'anisotropie qui subsiste est due uniquement au faisceau pompant et vérifie la propriété précédente.

Etudions deux exemples :

- faisceau polarisé circulairement, se propageant le long de l'axe Oz.

Il est invariant par toute rotation autour de Oz : l'état de la vapeur, obtenu par pompage et représenté par la matrice densité  $\sigma$ , vérifie la même propriété.  $\sigma$  peut se développer sur une base d'opérateurs tensoriels irréductibles :

$$\sigma = \sum_{F, F', k, q} FF'_{\sigma} (k)_{q} \quad FF'_{T} (k)_{q} \quad \text{(III,1)}$$

Dans une rotation d'angle  $\phi$  autour de l'axe Oz, les opérateurs tensoriels irréductibles se transforment comme :

$$R_{Oz}(\phi) FF'_{T} (k)_{q} R_{Oz}^{\dagger}(\phi) = e^{-iq\phi} FF'_{T} (k)_{q} \quad \text{(III,2)}$$

L'invariance de  $\sigma$  dans les rotations autour de Oz s'exprime par

$$R_{Oz}(\phi) \sigma R_{Oz}^{\dagger}(\phi) = \sigma, \quad \text{(III,3)}$$

ce qui se traduit par

$$FF'_{\sigma} (k)_{q} = 0, \text{ si } q \neq 0. \quad \text{(III,4)}$$

$\sigma$  se développe uniquement sur les opérateurs  $FF'_{T} (k)_{0}$ .

- faisceau non polarisé se propageant le long de Oz; ou faisceau de polarisation linéaire parallèle à Oz.

Dans ces deux cas, la polarisation est invariante par rotation autour de Oz. Nous en déduisons comme précédemment que  $\sigma$  ne se développe que sur les  $FF'_T(k)_0$ .

Mais, dans ce cas, la polarisation est, de plus, invariante dans une symétrie par rapport à tout plan parallèle à l'axe Oz. Or, dans une telle transformation,  $FF'_T(k)_0$  est changé en  $(-)^k FF'_T(k)_0$ . En conséquence, seuls les  $k$  pairs et  $q=0$  interviennent dans le développement (III,1).

Les remarques générales que l'on peut faire ne vont guère plus loin. Dans chaque cas particulier, il faut écrire explicitement les équations et les résoudre, ce qui nécessite souvent des calculs compliqués. Toutefois, si le pompage optique est faible, comparé au processus de relaxation, on peut faire des approximations qui simplifient beaucoup les équations et que nous allons étudier brièvement.

#### (b) Pompage faible

La condition de pompage faible est remplie lorsque les temps de relaxation  $T_i$  sont beaucoup plus courts que le temps de pompage  $T_p$ . Ainsi, un atome donné a le temps de se désorienter complètement entre deux cycles de pompage successifs ( $T_p$  est le temps moyen qui sépare les absorptions successives de deux photons par le même atome). Dans la plupart des cas, les photons du faisceau de pompage rencontrent donc des atomes désorientés. Ces atomes, dans une proportion de  $1/T_p$  par seconde, subissent un cycle de pompage et se retrouvent dans un état décrit par une matrice densité  $ex_\sigma$  (\*). L'effet du pompage est alors simplement décrit par le terme source constant :

$$\frac{d}{dt} \sigma = \frac{1}{T_p} ex_\sigma \quad (\text{III,5})$$

---

(\*) Nous avons implicitement supposé que la durée du cycle de pompage, qui est de l'ordre de  $\tau$ , durée de vie de l'état excité, était très courte devant les constantes de temps d'évolution de l'état fondamental (de l'ordre de  $T_i$ ).

Si  $T_1$  n'est plus court par rapport à  $T_p$ , l'approximation précédente n'est plus justifiée : il faut envisager les effets cumulatifs de 2, 3, ..., n, ... cycles de pompage à partir de l'état désorienté. D'autre part, le faisceau lumineux contribue à raccourcir le temps de relaxation des diverses observables en donnant une durée de vie "optique" aux niveaux fondamentaux.

(c) Calcul du terme source pour quelques cas usuels

$\sigma_q$  est donc l'état dans lequel se trouve un atome initialement désorienté lorsqu'il a subi un cycle de pompage. Il faut par suite calculer la contribution de l'excitation, puis celle de la retombée. On a souvent intérêt à utiliser les techniques d'algèbre tensorielle. Les formules théoriques, écrites dans ce formalisme, sont données dans diverses publications (36)(37). Considérons d'abord le cas des isotopes impairs du mercure en l'absence de gaz tampon. Le terme source correspondant à la composante  $\sigma_q^{(k)}$  de la matrice densité, pour un pompage "narrow-line" par la composante hyperfine F, de temps de pompage  $T_p^F$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \sigma_q^{(k)} = - \frac{1}{T_p^F} 3(-)^{1+F+I} \phi_q^{(k)} \left[ \begin{matrix} 1 & 1 & k \\ I & I & F \end{matrix} \right] + (2F+1)(-)^{F+I} \left[ \begin{matrix} F & F & k \\ I & I & 1 \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} F & F & k \\ 1 & 1 & I \end{matrix} \right] \quad (\text{III,6})$$

Le temps de pompage  $T_p^F$  a une dépendance en F simple :

$$\frac{1}{T_p^F} = \frac{2F+1}{3(2I+1)} \frac{1}{T_p} \quad (\text{III,7})$$

où  $1/T_p$  ne dépend que de l'intensité lumineuse ( $1/T_p$  serait le temps de pompage d'un isotope pair pour un faisceau de même intensité).  $\phi_q^{(k)}$  est une composante d'opérateur tensoriel construit à partir du vecteur polarisation  $\vec{e}_\lambda$  du faisceau lumineux;  $\phi_q^{(k)}$  est défini par

$$\phi_q^{(k)} = \sum_{pp'} (-)^{k+1+p'} \langle 1 \ 1 \ -p' \ p | k \ q \rangle \lambda_p \lambda_{p'}^* \quad (\text{III,8})$$

où  $\lambda_p$  sont les composantes de  $\vec{e}_\lambda$  dans une base standard.

Donnons quelques exemples (le cas général est étudié dans la thèse de FAROUX, p. 119-120).

- faisceau parallèle à Oz, polarisé circulairement ( $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ )

$$\phi_0^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \phi_0^{(1)} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \phi_0^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

- faisceau parallèle à Oz, non polarisé

$$\phi_0^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \phi_0^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

- faisceau parallèle à Oz, polarisé linéairement le long de Ox

$$\phi_0^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \phi_0^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \phi_{\pm 2}^{(2)} = -\frac{1}{2}$$

- faisceau polarisé linéairement le long de Oz

$$\phi_0^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \phi_0^{(2)} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

Pour  $^{199}\text{Hg}$ , on obtient (\*) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)} &= \frac{\phi_q^{(1)}}{3T_p} \left[ 1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{2}{9T_p} \phi_q^{(1)} \quad \text{pour la composante } F = 1/2 \\ \frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)} &= \frac{\phi_q^{(1)}}{3T_p} \left[ -1 + \frac{5}{3} \right] = \frac{2}{9T_p} \phi_q^{(1)} \quad \text{pour la composante } F = 3/2 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III,9)}$$

Le premier terme du crochet donne la contribution de l'excitation, le deuxième, celle de la retombée.

Pour  $^{201}\text{Hg}$ , on obtient de même :

---

(\*) Nous donnons le terme source de  $\sigma_q^{(1)}$ . Rappelons que l'orientation  $\langle I_z \rangle$  est reliée à  $\sigma_0^{(1)}$  par la relation  $\langle I_z \rangle = \sqrt{\frac{I(I+1)(2I+1)}{3}} \sigma_0^{(1)}$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)} &= \frac{\sqrt{5}}{6T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{2}} \left[ 1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{5}{18T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{10}} \\ \frac{d}{dt} \sigma_q^{(2)} &= \frac{1}{2T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \left[ -1+0 \right] = -\frac{1}{4T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \end{aligned} \right\} \text{ pour la composante } F=1/2 \quad (\text{III}, 10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)} &= \frac{2}{3T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{10}} \left[ 1 + \frac{11}{15} \right] = \frac{26}{45T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{10}} \\ \frac{d}{dt} \sigma_q^{(2)} &= \frac{4}{5T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \left[ 1 - \frac{1}{5} \right] = \frac{8}{25T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \end{aligned} \right\} \text{ pour la composante } F=3/2 \quad (\text{III}, 11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)} &= \frac{3}{2T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{10}} \left[ -1 + \frac{7}{5} \right] = \frac{3}{10T_p} \frac{\phi_q^{(1)}}{\sqrt{10}} \\ \frac{d}{dt} \sigma_q^{(2)} &= \frac{3}{10T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \left[ -1 + \frac{14}{5} \right] = \frac{27}{100T_p} \frac{\phi_q^{(2)}}{\sqrt{6}} \end{aligned} \right\} \text{ pour la composante } F=5/2 \quad (\text{III}, 12)$$

Soulignons que les valeurs moyennes des observables obtenues à l'équilibre par pompage optique ne sont pas dans le rapport des termes sources. En effet, les différentes observables sont affectées différemment par la relaxation thermique. Par exemple, dans le cas de  $^{201}\text{Hg}$ , la relaxation quadropolaire sur la paroi (<sup>38</sup>) produit une destruction de l'alignement deux fois plus rapide que celle de l'orientation. Aussi en présence uniquement d'un pompage faible et de la relaxation, on atteindra les valeurs d'équilibre

$$\begin{aligned} \sigma_q^{(2)} &= \frac{T}{2T_p} \text{ex} \sigma_q^{(2)} \\ \sigma_q^{(1)} &= \frac{T}{T_p} \text{ex} \sigma_q^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{III}, 13)$$

(T temps de relaxation de l'orientation).

A partir des données précédentes, on peut déterminer l'efficacité des différentes lampes permettant d'effectuer le pompage optique des isotopes impairs du mercure. A cause des coïncidences entre les composantes hyperfines d'isotopes différents de Hg, on

peut en effet remplir les lampes avec un isotope différent de celui que l'on pompe. Le problème du choix de cet isotope est discuté dans l'appendice C.

Le cas des alcalins est un peu plus complexe. Nous nous contenterons de calculer l'orientation introduite par un cycle de pompage "broad-line" sur la raie  $D_1$  en polarisation  $\sigma^+$ , dans le cas où la structure hyperfine est résolue dans l'état excité à la largeur naturelle près. Nous supposons que l'état excité n'est pas perturbé par des collisions et négligeons les cohérences hyperfines dans l'état fondamental. Le pompage introduit de l'orientation dans les deux niveaux hyperfins  $F = I+1/2$  et  $F'=I-1/2$  ( $I$  spin nucléaire). D'après E.S. ENSBERG (<sup>39</sup>), on trouve pour faisceau polarisé circulairement ( $\sigma^+$ ), se propageant dans la direction  $Oz$ , de temps de pompage  $1/T_p$  :

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} \langle F_z \rangle \\ \langle F'_z \rangle \end{vmatrix} = \frac{1}{18T_p (I + \frac{1}{2})^3} \begin{vmatrix} (I + \frac{3}{2})(2I+2) [(I + \frac{1}{2})^2 + 2(I + \frac{1}{2}) - 1] \\ 2I(I - \frac{1}{2}) [-(I + \frac{1}{2})^2 + 2(I + \frac{1}{2}) + 1] \end{vmatrix} \quad (\text{III,14})$$

Pour  $^{87}\text{Rb}$ , ces équations s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} \langle F_z \rangle \\ \langle F'_z \rangle \end{vmatrix} = \frac{1}{48T_p} \begin{vmatrix} 35 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (\text{III,15})$$

Le pompage introduit 35 fois plus d'orientation dans le niveau  $F=2$  que dans le niveau  $F'=1$ . Pour calculer les orientations qu'on obtient à l'équilibre dans chacun des niveaux hyperfins, il faut, ici encore, tenir compte de la relaxation. Cette dernière peut être extrêmement différente suivant les conditions expérimentales et on ne peut, par conséquent rien affirmer de général sur les orientations des niveaux hyperfins à l'équilibre. Nous avons traité, dans l'appendice C, le cas d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans une cellule dont les parois sont recouvertes d'un enduit de paraffine deutérée.

Remarquons, pour terminer, qu'on peut également décrire un pompage optique faible par les termes sources que nous avons cal-

culé, même lorsque le champ magnétique n'est pas nul, pourvu qu'il ne perturbe pas le cycle de pompage : cette condition est vérifiée si les effets Zeeman de l'état fondamental et excité sont faibles devant la largeur de la raie excitatrice  $\Delta k$  et devant  $\Gamma$ .

## B - EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE : EFFET HANLE

### 1°) Idée générale

Supposons que la vapeur soit pompée en champ nul par le faisceau  $\mathcal{F}_1$ . Son état stationnaire est caractérisé, dans l'état fondamental, par une matrice densité  $\sigma_{\text{stat}}$ . ou, ce qui est équivalent, par les valeurs moyennes des observables tensorielles irréductibles  $(\sigma_q^{(k)})_{\text{stat}}$ . On fait croître le champ magnétique  $\vec{H}$  lentement de façon qu'un régime stationnaire soit atteint pour chaque valeur du champ. Comment varient alors les valeurs moyennes  $(\sigma_q^{(k)})_{\text{stat}}$ . et, plus particulièrement, l'orientation et l'alignement que l'on peut détecter optiquement ? Nous avons vu qu'en champ nul, l'état de la vapeur était invariant par rotation autour de la direction du pompage. On connaît également le résultat pour les champs forts : les cohérences Zeeman disparaissent ; la matrice densité est diagonale si l'on prend la direction du champ magnétique comme axe de quantification. L'état de la vapeur atomique est donc invariant par rotation autour du champ magnétique. Si le champ magnétique n'est pas parallèle à la direction de pompage, c'est-à-dire si le pompage optique est transversal, l'état angulaire de la vapeur varie donc lorsqu'on fait croître le champ magnétique à partir de zéro. Le champ magnétique critique se situe au moment où la séparation des niveaux d'énergie (de l'ordre de la pulsation de Larmor  $\omega$ ) est du même ordre de grandeur que la largeur des niveaux (de l'ordre de  $\frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_p}$ ).

Ce phénomène est bien connu pour les états excités sous le nom d'effet Hanle (4). Comme il a été analysé en détail dans de nombreuses publications relatives aux états fondamentaux (5)(40) aussi bien qu'aux états excités (41)(42), nous nous contenterons de faire le calcul sur un cas particulier simple.

## 2°) Calcul simple

Considérons le modèle très simple suivant : un alcalin sans spin nucléaire (\*) est pompé optiquement sur la raie  $D_1$  par le faisceau  $\mathcal{F}_1$  polarisé circulairement. Les atomes n'ont que deux sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental et dans l'état excité. Toutes les propriétés de la vapeur atomique se décrivent simplement en terme d'orientation  $\langle \vec{S} \rangle$ . On peut montrer (16) que l'évolution de  $\langle \vec{S} \rangle$  sous l'action du pompage (temps de pompage  $T_p$ ), de la relaxation (temps de relaxation  $T$ ) et du champ magnétique  $\vec{H}$  est décrite par l'équation pilote suivante :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = -\Gamma_t \langle \vec{S} \rangle + \gamma \langle \vec{S} \rangle \times \vec{H} + \frac{ex\vec{S}}{T_p} \quad \text{(III,16)}$$

$ex\vec{S}$  représente l'orientation qui serait atteinte en l'absence de relaxation thermique et de champ magnétique.  $ex\vec{S}$  est évidemment parallèle au faisceau lumineux  $\mathcal{F}_1$  que nous supposons dans la direction  $Ox$  (fig. 8). On a posé  $\Gamma_t = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_p}$ . D'autre part, la lumière du faisceau de pompage  $\mathcal{F}_1$  absorbée par la vapeur est une fonction linéaire de la composante  $\langle S_x \rangle$  de l'orientation dans la direction du faisceau. On peut donc écrire :

$$L_T = L_T(0) + k_0 L_I \langle S_x \rangle \quad \text{(III,17)}$$

où  $L_T$  est la lumière transmise par la vapeur,  $L_I$  la lumière incidente et  $k_0$  un coefficient dépendant de la densité des atomes.

Un tel modèle peut représenter qualitativement l'évolution de l'orientation de l'état fondamental pour des atomes de spin plus grand que 1/2 dans la mesure où on néglige le couplage avec l'alignement introduit par le pompage.

L'équation (III,16) peut être écrite sous forme matricielle :

---

(\*) Ce modèle ne correspond à aucune situation expérimentale réelle. Toutefois, nous montrons au chapitre IV et dans l'appendice C-III que les résultats que l'on en tire décrivent approximativement les résultats expérimentaux correspondant au rubidium.

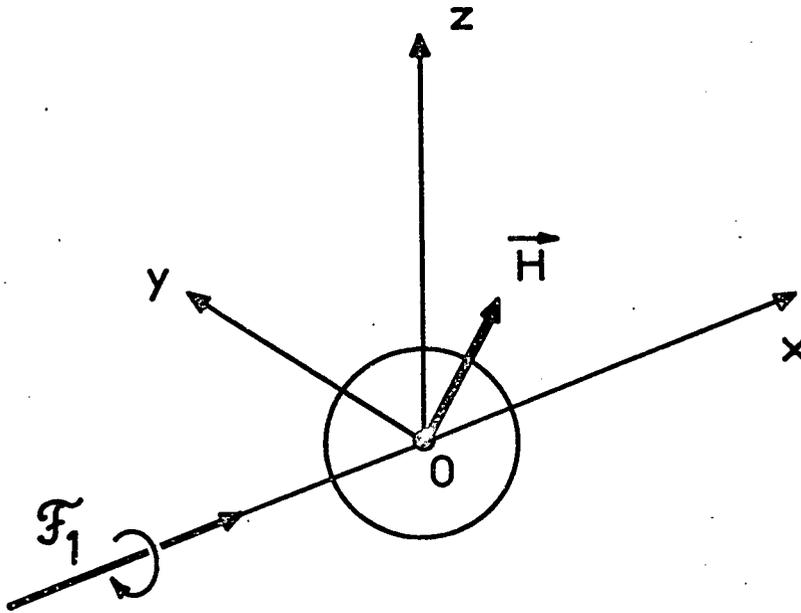


FIGURE 8 : Schéma de principe de l'expérience d'effet Hanle. Les atomes sont orientés dans l'état fondamental par le faisceau de pompage  $\mathcal{F}_1$ , en présence du champ magnétique  $\vec{H}$ , de direction quelconque.

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} \langle S_x \rangle \\ \langle S_y \rangle \\ \langle S_z \rangle \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -\Gamma_t & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & -\Gamma_t & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & -\Gamma_t \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \langle S_x \rangle \\ \langle S_y \rangle \\ \langle S_z \rangle \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e^{x_{S/T_p}} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{III},18)$$

où l'on a posé

$$\omega_{x,y,z} = -\gamma H_{x,y,z} \quad (\text{III},19)$$

La solution stationnaire  $\langle \vec{S} \rangle = \vec{M}$  de cette équation s'obtient facilement par une inversion de matrice. On trouve :

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (\Gamma_t^2 + \omega_x^2) \Delta^{-1} \\ M_y &= \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (\Gamma_t \omega_z + \omega_x \omega_y) \Delta^{-1} \\ M_z &= \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (-\Gamma_t \omega_y + \omega_x \omega_z) \Delta^{-1} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III,20)}$$

où  $\Delta = \Gamma_t^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2$

Lorsqu'on balaie  $\vec{H}$  au voisinage de zéro, les 3 composantes de la valeur stationnaire  $\vec{M}$  de l'orientation subissent des variations résonnantes de forme lorentzienne (en général un mélange de courbes d'absorption et de dispersion), centrées en champ nul. Par exemple, si  $\vec{H}$  est parallèle à Oz, on trouve

$$M_x = \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\Gamma_t^2}{\Gamma_t^2 + \omega_z^2}, \quad M_y = \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\omega_z \Gamma_t}{\Gamma_t^2 + \omega_z^2}, \quad M_z = 0 \quad \text{(III,21)}$$

$M_z$  reste toujours nul.  $M_x$  et  $M_y$  varient suivant des courbes de Lorentz d'absorption et de dispersion, de largeur  $\Delta\omega_z = 2\Gamma_t$  (fig. 9), soit :

$$\Delta H = 2 \frac{\Gamma_t}{\gamma} \quad \text{(III,22)}$$

Nous retrouvons ainsi que la transition entre les champs faibles et les champs forts correspond à une valeur du champ pour laquelle la fréquence de Larmor est de l'ordre de la largeur des niveaux.

L'interprétation physique du phénomène est bien connue : le pompage optique crée en permanence des dipôles atomiques qui pointent dans la direction Ox de  $\mathcal{F}_1$ . Aussitôt après avoir été orientés dans cette direction, les dipôles se mettent à précesser autour de  $\vec{H}$ , formant un cône d'axe  $\vec{H}$  et de demi-angle au sommet  $\theta$ , angle de  $\vec{H}$  avec Ox (fig. 10). Au cours de cette précession, ils sont détruits au bout d'un temps de l'ordre de  $1/\Gamma_t$  par la relaxation. Considérons à un instant  $t = 0$  l'ensemble des dipôles atomiques contenus dans la cellule : ceux qui viennent d'être pompés pointent dans la direction de Ox; ceux qui ont été pompés à un

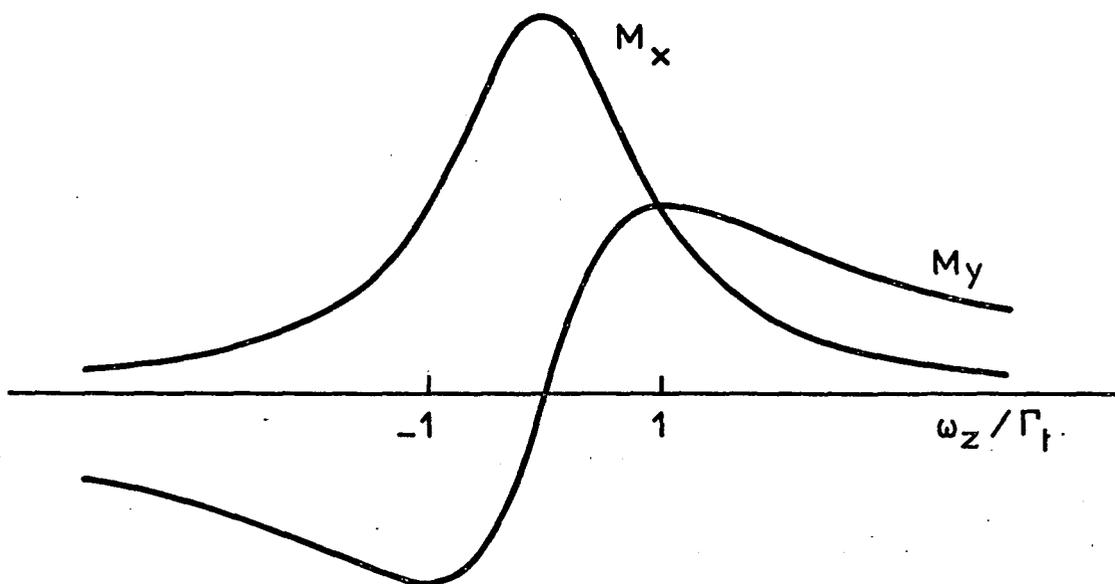


FIGURE 9 : Variations des composantes  $M_x$  et  $M_y$  de l'orientation lorsqu'on balaie le champ magnétique parallèlement à  $Oz$ .

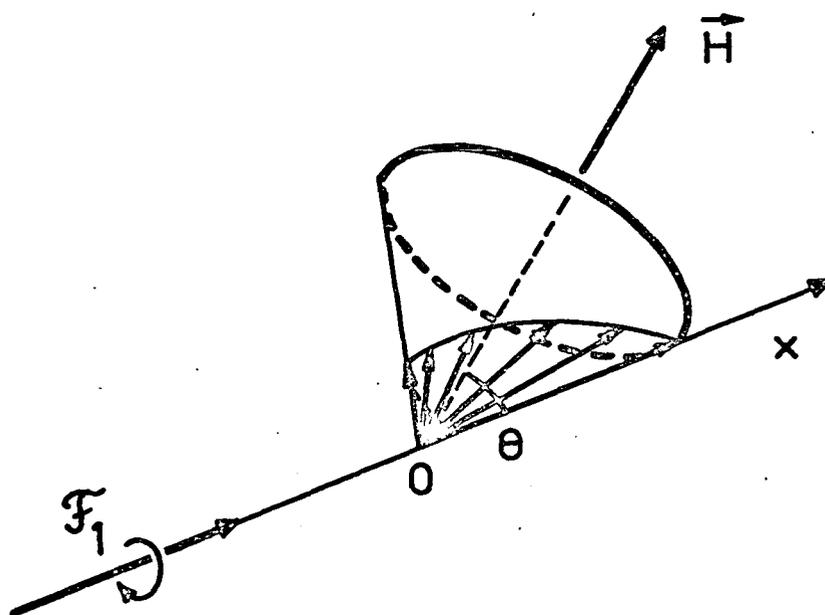


FIGURE 10 : Evolution des dipôles atomiques dans une expérience d'effet Hanle

instant  $-t$  ( $t > 0$ ) ont tourné autour de  $\vec{H}$  sur le cône C d'un angle

$$-\gamma H t = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} t,$$

et leur nombre a diminué d'un facteur  $e^{-\Gamma_t t}$ . Pour obtenir l'orientation  $\vec{M}$  de la vapeur à  $t=0$ , il faut faire la somme vectorielle de tous les dipôles atomiques introduits à tous les instants entre  $t=-\infty$  et  $t=0$ .

a) Si  $\gamma H / \Gamma_t \ll 1$ , les dipôles n'ont pas eu le temps de tourner avant d'être détruits : ils pointent tous dans la direction Ox,  $M_x$  est maximum,  $M_y$  et  $M_z$  sont nuls. Les formules (III,20) donnent en effet pour

$$\omega_x, \omega_y, \omega_z \ll \Gamma_t, \quad \vec{M} = \frac{ex_S^+}{\Gamma_t T_p}.$$

b) Si  $\gamma H$  n'est plus négligeable devant  $\Gamma_t$ , tous les dipôles ne sont plus parallèles. La résultante est plus faible et elle a légèrement tourné autour de  $\vec{H}$ , d'un angle de l'ordre de  $(-\gamma H)1/\Gamma_t$  :

$$\vec{M} \approx \frac{ex_S^+}{\Gamma_t T_p} + \frac{ex_S^+}{\Gamma_t T_p} \times \frac{\gamma \vec{H}}{\Gamma_t}.$$

$M_y$  et  $M_z$  sont alors non nuls et sont respectivement proportionnels, au premier ordre, à  $\omega_z$  et  $-\omega_y$ .

c) Enfin si  $\gamma H \gg \Gamma_t$ , les dipôles font de nombreux tours autour de  $\vec{H}$  avant de disparaître. On a une répartition uniforme de dipôles sur tout le cône C. L'orientation résultante est donc dans la direction de  $\vec{H}$ . Sa grandeur a une expression simple : en effet les projections sur  $\vec{H}$  des dipôles ne précèdent pas, donc restent parallèles les uns aux autres. Leur somme est donc égale à la projection sur  $\vec{H}$  de l'orientation maximum qu'on peut obtenir, soit :

$$\frac{ex_S^+}{\Gamma_t T_p} \cos \theta.$$

$M_x, M_y, M_z$  sont les projections sur Ox, Oy, Oz de cette orientation. Les cosinus directeurs de  $\vec{H}$  étant  $H_x/H, H_y/H, H_z/H$ , on trouve :

$$M_{x,y,z} = \frac{ex_S^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} \cos \theta \cdot \frac{H_{x,y,z}}{H} ;$$

ou encore en remplaçant  $\cos \theta$  par  $H_x/H$  et en multipliant haut et bas par  $(\gamma)^2$

$$M_x = \frac{ex_S^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\omega_x^2}{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

$$M_y = \frac{ex_S^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\omega_x \omega_y}{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

$$M_z = \frac{ex_S^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\omega_x \omega_z}{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

On retrouve les formules (III,20) à la limite

$$\Gamma_t \ll \omega_x, \omega_y, \omega_z .$$

La lumière transmise par la vapeur ne dépend que de  $\langle S_x \rangle$ .

On a :

$$L_T = L_T(0) + k_0 L_I \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\Gamma_t^2 + \omega_x^2}{\Gamma_t^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (\text{III,23})$$

En champ très faible ( $\gamma H \ll \Gamma_t$ ),  $L_T$  ne dépend qu'au second ordre de  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ .

### 3°) Ordre de grandeur de la largeur des résonances

La largeur  $\Delta H$  est donnée par (III,22). Nous allons envisager deux types d'atomes pouvant être pompés optiquement dans l'état fondamental : les alcalins et les isotopes impairs de Hg et Cd.

Dans les deux cas, on sait réaliser des cellules de résonance permettant d'obtenir des temps de relaxation  $T$  égaux ou supérieurs à 1 s; pour les alcalins, en utilisant des cellules recouvertes intérieurement d'un enduit paraffiné hydrogéné ou deutéré <sup>(23)</sup><sup>(43)</sup>;

pour Hg et Zn des cellules en silice fondue (en chauffant les parois de la cellule, on peut dans ce dernier cas atteindre des T de l'ordre de la minute (<sup>44</sup>)(<sup>45</sup>)(<sup>46</sup>)).

Pour Hg et Cd, le paramagnétisme dans l'état fondamental est purement nucléaire : on a  $\gamma/2\pi \sim 1$  kHz/gauss; de sorte qu'en prenant  $T \sim 1$  s, on obtient, d'après (III,22),  $\Delta H$  de l'ordre du milligauss. Pour les alcalins, le paramagnétisme est électronique,  $\gamma$  est donc environ 1000 fois plus grand, et par suite  $\Delta H$  1000 fois plus petit, c'est-à-dire de l'ordre du microgauss. On voit ainsi que l'effet Hanle dans l'état fondamental donne des raies de résonance extrêmement fines et on conçoit que ces résonances soient intéressantes pour la mesure de champs magnétiques très faibles. Toutefois, il faut noter que ces résonances se détectent expérimentalement en observant les variations de la lumière transmise par la cellule. On est alors souvent gêné par les fluctuations lentes de l'intensité émise par la lampe. Nous allons voir que l'introduction de 1 ou 2 champs de radiofréquence permet d'obtenir des résonances analogues, apparaissant sur des signaux modulés. L'utilisation d'une détection en phase nous permettra alors d'éliminer la difficulté que nous avons mentionnée plus haut.

#### C - RESONANCES EN CHAMP NUL OBSERVABLES EN PRESENCE DE CHAMPS DE RF

Le fait d'ajouter un ou plusieurs champs de radiofréquence peut sembler, a priori, nous éloigner grandement de la simplicité de l'effet Hanle. En fait, grâce au formalisme de l'atome "habillé", nous allons voir qu'il n'en est rien et que l'on peut toujours se ramener à un problème d'effet Hanle d'un système plus complexe. Nous allons donc d'abord introduire brièvement le point de vue de l'atome "habillé" et rappeler quelques uns des résultats obtenus dans ce formalisme. Puis, nous l'appliquerons au cas des résonances paramétriques observables en présence de 1, puis de 2 champs de RF.

I - EVOLUTION, SOUS L'EFFET D'UN CHAMP STATIQUE, DE L'ORIENTATION D'UN ATOME "HABILLE" PAR DES PHOTONS DE RADIOFREQUENCE

1) Position du problème

Considérons des atomes pompés optiquement dans la direction Ox et soumis à l'action simultanée d'un champ de radiofréquence linéaire  $\vec{H}_1 \cos \omega t$  parallèle à Ox et d'un champ  $\vec{H}$  statique (fig. 11). Nous supposons  $\Gamma_t$ ,  $\gamma H \ll \omega$ , c'est-à-dire que l'évolution de l'atome due à la précession dans le champ  $\vec{H}$  et à la relaxation est faible pendant une période  $2\pi/\omega$ . Le problème consiste à déterminer le mouvement de  $\langle \vec{S} \rangle$  dans ces conditions.

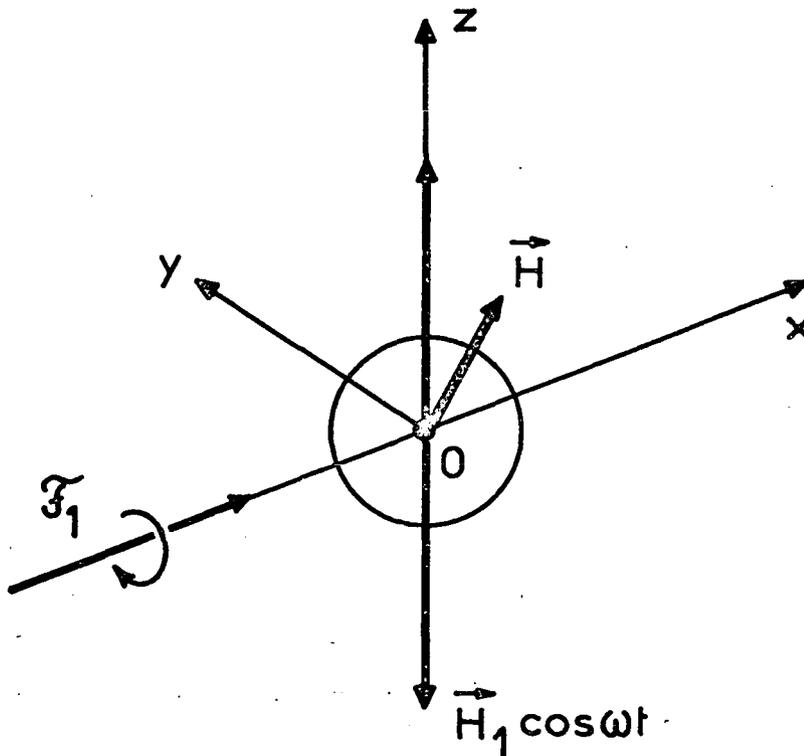


FIGURE 11 : Schéma de principe de l'expérience de résonance en champ nul en présence d'un champ de radiofréquence (résonance paramétrique).

On peut remarquer que les conditions expérimentales précédentes sont identiques à celles de l'effet Hanle, à l'addition près du champ de RF. Si l'on considère l'atome et le champ de RF en interaction comme formant un tout, l'expérience précédente se ramène à une expérience d'effet Hanle sur ce système complexe, appelé encore "atome habillé".

Qualitativement, le diagramme d'énergie de l'atome habillé en champ nul est constitué d'une infinité de niveaux d'énergie  $2S+1$  fois dégénérés, séparés les uns des autres de  $\omega$  : ces niveaux correspondent à des états du système global où l'atome en champ nul est en présence de  $0, 1, 2, \dots, n, \dots$  photons de RF. Le champ magnétique statique lève la dégénérescence dans chacune de ces multiplicités. Des croisements de niveaux apparaissent donc en champ nul, auxquels sont associées des résonances de type Hanle. On ramène ainsi l'étude de la résonance paramétrique de l'atome à celle plus simple de l'effet Hanle de l'atome "habillé".

Le même procédé peut être utilisé lorsque le champ  $H(t)$  est lentement variable, par exemple lorsque  $H$  est modulé par la présence d'un 2e champ RF de fréquence  $\Omega$ , petite devant  $\omega$  ( $\Omega$  peut néanmoins être grande devant l'inverse du temps de relaxation  $\Gamma$ ).

L'étude quantitative des problèmes précédents nécessite la connaissance détaillée du diagramme d'énergie et des équations d'évolution des observables de l'atome "habillé" sous l'effet du pompage optique, du champ magnétique  $H(t)$  et de la relaxation. Ces divers points ont été traités de façon complète par S. HAROCHE (10). Nous nous contenterons de rappeler brièvement les résultats concernant l'évolution de certaines observables de l'atome "habillé", en particulier celle de  $\langle \vec{S} \rangle$ .

## 2) Résultats de la théorie de l'atome "habillé"

La détermination du mouvement de  $\langle \vec{S} \rangle$  sous l'action du champ RF  $\vec{H}_1 \cos \omega t$  et du champ  $\vec{H}(t)$  lentement variable s'effectue en trois étapes :

a) Formulation du problème équivalent. On définit une observable de l'atome habillé, appelée moment cinétique fictif réduit et notée  $\langle \vec{S} \rangle$ , qui obéit à l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = -\Gamma_t \langle \vec{S} \rangle + \gamma \langle \vec{S} \rangle \times \vec{H}(t) + \frac{e\hbar \vec{S}}{T_p} \quad (\text{III},24)$$

$\vec{H}(t)$  et  $e\hbar \vec{S}$  se déduisent de  $\vec{H}(t)$  et  $e\hbar \vec{S}$  par une affinité d'axe  $\vec{H}_1$  et de rapport  $J_0(\omega_1/\omega)$  ( $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0 et  $\omega_1$  est défini par  $\omega_1 = -\gamma H_1$ ). On a ainsi par exemple

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}_{x,y} &= H_{x,y} J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \\ \bar{H}_z &= H_z \end{aligned} \right\} \quad (\text{III},25)$$

b) Résolution du problème équivalent. Il s'agit de déterminer la solution de l'équation (III,24).

c) Retour à  $\langle \vec{S} \rangle$ . Il se fait par la formule

$$\langle \vec{S} \rangle = \mathcal{R}(\vec{H}_1) \langle \vec{S} \rangle \quad (\text{III},26)$$

où  $\mathcal{R}(\vec{H}_1)$  est la rotation d'angle  $\frac{\omega_1}{\omega} \sin \omega t$ , ayant pour axe la direction du champ RF

## II - APPLICATION A LA RESONANCE PARAMETRIQUE EN CHAMP NUL

Si les conditions expérimentales sont celles décrites au paragraphe précédent et si, de plus,  $\vec{H}$  est parallèle à  $\vec{H}_1$ , on sait qu'il apparaît tout un spectre de résonances, centrées aux points tels que  $-\gamma H = n\omega$  et appelées résonances paramétriques (47)(48)(49). En particulier, la résonance  $n=0$  est centrée en champ nul. C'est à elle que nous allons nous intéresser. Bien que nous n'imposions plus à  $\vec{H}$  d'être parallèle à  $\vec{H}_1$ , nous garderons la dénomination "résonance paramétrique en champ nul".

La détermination du mouvement de  $\langle \vec{S} \rangle$  se fait en appliquant la procédure décrite précédemment

Le moment fictif réduit  $\langle \vec{S} \rangle$  de l'atome habillé évolue comme celui d'un atome libre qui serait soumis uniquement à un

champ statique  $\vec{H}$  et à un pompage caractérisé par  $\text{ex}^{\vec{S}}$ . On constate que l'équation (III,24) décrivant cette évolution est identique à l'équation (III,16) de l'effet Hanle. On en déduit immédiatement qu'en régime stationnaire :

$$\langle\langle \vec{S} \rangle\rangle = \vec{M} \quad \text{(III,27)}$$

où  $\vec{M}$  s'obtient en remplaçant dans les expressions (III,20) de  $\vec{M}$ ,  $\text{ex}^{\vec{S}}$  par  $\text{ex}^{\vec{S}}$  et  $\vec{H}$  par  $\vec{H}$ . On obtient ainsi :

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_x &= \frac{\text{ex}^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} (\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2) \bar{\Delta}^{-1} \\ \bar{M}_y &= \frac{\text{ex}^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} (\Gamma_t \bar{\omega}_z + \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y) \bar{\Delta}^{-1} \\ \bar{M}_z &= \frac{\text{ex}^{\vec{S}}}{\Gamma_t \Gamma_p} (-\Gamma_t \bar{\omega}_y + \bar{\omega}_x \bar{\omega}_z) \bar{\Delta}^{-1} \\ \bar{\Delta} &= \Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2 + \bar{\omega}_z^2 . \end{aligned} \right\} \quad \text{(III,28)}$$

$\langle \vec{S} \rangle$  se déduit de  $\langle\langle \vec{S} \rangle\rangle$  en utilisant l'équation (III,26) qui donne, compte tenu de (III,27) :

$$\langle \vec{S} \rangle = \mathcal{R}(\vec{H}_1) \vec{M} \quad \text{(III,29)}$$

L'expression de la lumière transmise par la vapeur en régime permanent s'écrit alors :

$$L_T = L_T(0) + k_0 L_I \left\{ M_x \left[ J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) + \sum_{p>0} 2J_{2p}\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \cos 2pwt \right] - M_y \cdot \sum_{p \geq 0} 2J_{2p+1}\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \sin(2p+1)wt \right\} \quad \text{(III,30)}$$

On a utilisé les développements :

$$\left. \begin{aligned} \cos\left(\frac{\omega_1}{\omega} \sin wt\right) &= J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) + \sum_{p>0} 2J_{2p}\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \cos 2pwt \\ \sin\left(\frac{\omega_1}{\omega} \sin wt\right) &= \sum_{p \geq 0} 2J_{2p+1}\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \sin(2p+1)wt \end{aligned} \right\} \quad \text{(III,31)}$$

où  $J_q$  est la fonction de Bessel d'ordre  $q$ .

$L_T$  est modulé à tous les harmoniques de  $\omega$ . Les modulations paires ont pour coefficient  $\bar{M}_x$ , les modulations impaires  $\bar{M}_y$ .  $\bar{M}_x$  et  $\bar{M}_y$  présentent au voisinage du champ nul des variations résonnantes de forme lorentzienne (en général un mélange de formes en absorption et en dispersion). On obtient ainsi des résonances centrées en champ nul et apparaissant sur des signaux modulés. Nous étudierons plus particulièrement la modulation à la fréquence  $\omega/2\pi$  :

$$L_T(\omega) = k_0 L_I(-2J_1(\frac{\omega_1}{\omega})) \bar{M}_y \sin\omega t \quad (\text{III},32)$$

Nous verrons au chapitre IV comment exploiter ce signal pour mesurer les 3 composantes d'un champ magnétique par approximations successives.

### III - RESONANCES PARAMETRIQUES EN PRESENCE DE DEUX CHAMPS DE RADIOFREQUENCE

Supposons que les atomes soient toujours pompés dans la direction  $Ox$  et soumis au champ statique  $\vec{H}$ . On introduit deux champs oscillants (fig. 12) :

$$\begin{aligned} H_1 \cos\omega t & \text{ parallèle à } Oz \\ \vec{H}_2 \cos\Omega t & \text{ parallèle à } Oy \end{aligned}$$

qui vérifient les hypothèses suivantes

$$\left. \begin{aligned} \omega & \gg \Gamma_t, \Omega, \gamma H \\ \Omega & \gg \Gamma_t, \gamma H \end{aligned} \right\} \quad (\text{III},33)$$

Nous allons voir que ce dispositif permet d'observer sur la lumière transmise 3 signaux différents proportionnels aux 3 composantes du champ magnétique (en champ faible). On peut ainsi mesurer simultanément les 3 composantes du champ.

Le calcul du mouvement de  $\langle \vec{S} \rangle$  dans ces conditions est compliqué : néanmoins, en utilisant les techniques de calcul du formalisme de l'atome "habillé", on en arrive à bout assez aisément en ne gardant que les termes d'ordre 0 et 1 en  $\Gamma_t/\Omega$ . L'idée du

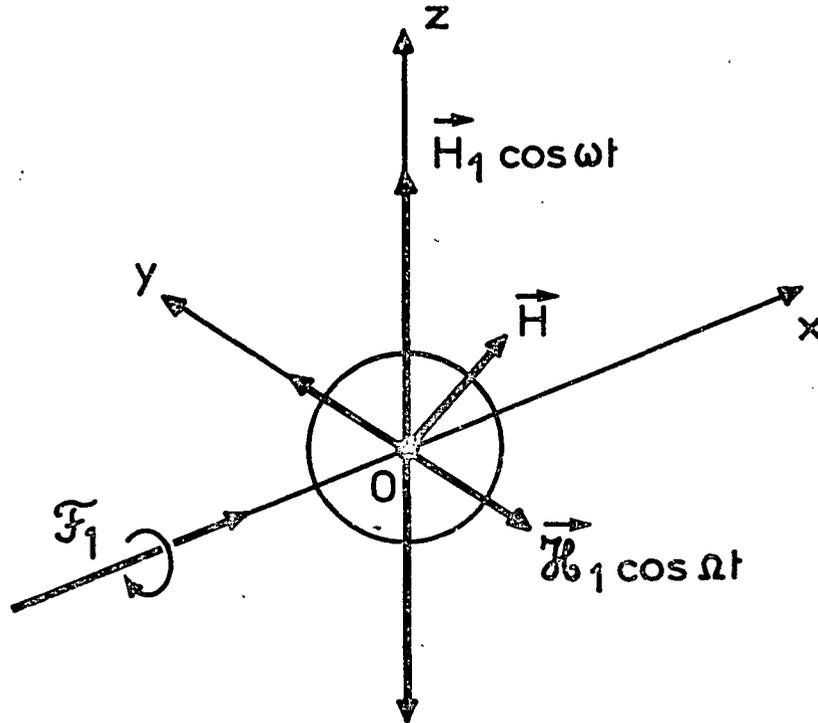


FIGURE 12 : Schéma de principe de l'expérience de résonance paramétrique en présence de deux champs de radiofréquence.

calcul est la suivante : on considère l'atome "habillé" par le champ  $\vec{H}_1 \cos \omega t$ . Le passage au problème équivalent s'effectue facilement en appliquant les règles énoncées au § 2 de la partie précédente : l'observable  $\langle \vec{S} \rangle$  évolue sous l'action du champ  $\vec{H}(t) = \vec{H} + \vec{\mathcal{H}}_1 \cos \Omega t$ . Les conditions (III,33) assurent que  $\vec{H}(t)$  vérifie les conditions de validité de la théorie. On est alors ramené, pour le problème équivalent, à une étude de résonance paramétrique induite par un seul champ RF  $\vec{\mathcal{H}}_1 \cos \Omega t$ . Et nous avons précisément résolu ce problème dans la partie précédente. Le détail des calculs a été publié par ailleurs <sup>(50)</sup> de sorte que nous nous contenterons ici de résultats simplifiés, valables uniquement en

champ très faible ( $\gamma H \ll \Gamma_t$ ).

On trouve dans le mouvement de  $\langle S_x \rangle$  des termes modulés à diverses fréquences, en particulier un terme  $\langle S_x \rangle^{(\omega)}$  modulé à la fréquence  $\omega/2\pi$ , un autre  $\langle S_x \rangle^{(\Omega)}$  modulé à la fréquence  $\Omega/2\pi$ , et un troisième  $\langle S_x \rangle^{(\omega)(\Omega)}$  produit de deux modulations aux fréquences  $\omega/2\pi$  et  $\Omega/2\pi$ .  $\langle S_x \rangle^{(\omega)}$ ,  $\langle S_x \rangle^{(\Omega)}$  et  $\langle S_x \rangle^{(\omega)(\Omega)}$  sont donnés en champ faible ( $\gamma H \ll \Gamma_t$ ) par les expressions suivantes :

$$\langle S_x \rangle^{(\omega)} \approx \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (2J_1(\frac{\omega_1}{\omega}) \sin \omega t) \left[ \frac{\bar{\omega}_z}{\Gamma_t} + \frac{\bar{\omega}_x}{\Gamma_t} \frac{\bar{\omega}_y}{\Gamma_t} \right] \quad (\text{III,34})$$

$$\langle S_x \rangle^{(\Omega)} \approx \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (2J_0(\frac{\omega_1}{\omega}) J_1(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}) \sin \Omega t) \left[ \frac{\bar{\omega}_y}{\Gamma_t} - \frac{\bar{\omega}_x}{\Gamma_t} \frac{\bar{\omega}_z}{\Gamma_t} \right] \quad (\text{III,35})$$

$$\langle S_x \rangle^{(\omega)(\Omega)} \approx \frac{ex_S}{\Gamma_t \Gamma_p} (2J_1(\frac{\omega_1}{\omega}) \sin \omega t) \left( 2 \frac{J_1(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}) \cos \Omega t}{J_0(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega})} \right) \cdot \frac{\Gamma_t}{\Omega} \cdot \left[ \frac{\bar{\omega}_x}{\Gamma_t} - \frac{\bar{\omega}_y}{\Gamma_t} \frac{\bar{\omega}_z}{\Gamma_t} \right] \quad (\text{III,36})$$

où l'on a posé :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\omega}_x &= \omega_x J_0(\frac{\omega_1}{\omega}) J_0(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}); & \bar{\omega}_y &= \omega_y J_0(\frac{\omega_1}{\omega}); & \bar{\omega}_z &= \omega_z J_0(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}) \\ ex_S &= ex_S J_0(\frac{\omega_1}{\omega}) J_0(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}); & \bar{\Omega}_1 &= -\gamma \mathcal{H}_1 J_0(\frac{\omega_1}{\omega}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III,37})$$

Chacune des modulations est, au premier ordre, proportionnelle à une des composantes du champ et, au deuxième ordre, fonction des deux autres composantes.

Nous verrons, au chapitre IV, qu'on peut utiliser ces signaux pour faire un asservissement simultané des 3 composantes du champ à zéro.

C H A P I T R E    I V

APPLICATIONS DES RESONANCES EN CHAMP NUL

A LA MESURE DES CHAMPS MAGNETIQUES FAIBLES

INTRODUCTION

Du fait de leur finesse, les résonances que nous avons étudiées au chapitre précédent constituent un outil idéal pour le repérage du champ nul avec une grande précision et pour la mesure des champs magnétiques faibles. La précision est d'autant meilleure que la largeur de la résonance est plus faible et que le rapport signal/bruit est meilleur. La largeur des résonances est donnée par la formule (III,22)

$$\Delta H = - \frac{\Gamma_t}{\gamma} \quad (\text{IV},1)$$

Nous avons déjà vu que les alcalins, à cause de leur paramagnétisme électronique ( $\gamma$  est grand), doivent être préférés à Hg ou Cd. Parmi les alcalins, ce sont ceux qui ont le spin nucléaire le plus faible qui ont le plus grand facteur de Landé.  $^{87}\text{Rb}$  ( $I=3/2$ ) est un bon candidat, car on sait de plus le pomper optiquement facilement, sa tension de vapeur à température ordinaire est suffisante et on sait fabriquer des cellules enduites de paraffine deutérée donnant un long temps de relaxation pour l'orientation ( $\Gamma_t$  est faible).

En toute rigueur, il faudrait tenir compte dans les calculs théoriques de la présence du spin nucléaire, responsable de l'apparition de deux niveaux hyperfins. Cela conduit à des calculs passablement compliqués puisque les orientations dans les deux niveaux hyperfins sont couplées par le pompage optique et par la relaxation. On peut toutefois remarquer que le pompage optique introduit plus d'orientation dans le niveau hyperfin  $F = 2$  que dans le niveau  $F' = 1$ . Malgré une certaine égalisation des orientations par la

relaxation, un déséquilibre subsiste en faveur du niveau  $F=2$ . Nous avons vu qu'en pompage faible, le rapport des orientations dans  $F$  et  $F'$  est de 4,8 à 1; il devient plus important encore lorsqu'on augmente l'intensité du pompage. En pompage broad-line, les signaux de détection sont proportionnels à  $\langle S_z \rangle \propto \langle F_z \rangle - \langle F'_z \rangle$ . Le niveau  $F = 2$  contribue donc plus aux signaux détectés que le niveau  $F' = 1$ . L'expérience et des calculs plus détaillés (voir appendice C-III-3°) confirment ce raisonnement qualitatif. En première approximation, on peut alors s'intéresser uniquement au mouvement de l'orientation dans le niveau  $F=2$  et négliger l'orientation arrivant du niveau  $F' = 1$  dans le niveau  $F = 2$ . A condition encore de négliger le couplage entre orientation et alignement introduit par le pompage, on peut décrire l'évolution de l'orientation dans le niveau  $F = 2$  par une équation du type (III,16) où  $\Gamma_t$ ,  $ex\vec{S}$  et  $\Gamma_p$  sont des constantes phénoménologiques utilisées pour décrire l'ensemble des processus de destruction de l'orientation et le pompage. Le rapport gyromagnétique qui intervient dans la formule est alors celui du niveau  $F=2$  ( $\frac{\gamma}{2\pi} = 701,56$  KHz/gauss). On peut montrer que les phénomènes que nous avons négligés modifient légèrement la forme de la courbe d'effet Hanle et la largeur des résonances paramétriques. Néanmoins, à ces quelques points près, le modèle précédent donne d'assez bons résultats et nous nous y tiendrons.

Après une description sommaire du montage expérimental, nous allons donc passer en revue la façon dont nous avons utilisé les 3 types de résonances étudiées pour la mesure des champs faibles.

## A - LE MONTAGE EXPERIMENTAL

Le schéma du montage est indiqué sur la figure 13. La cellule contenant les atomes de  $^{87}\text{Rb}$  est traversée par le faisceau de pompage  $\mathcal{F}_1$ , issue d'une lampe à  $^{87}\text{Rb}$ . L'intensité de la lumière transmise est mesurée par le photomultiplicateur P.M.

Les techniques du pompage optique du rubidium ont été développées depuis longtemps au laboratoire. Nous avons donc repris des lampes, des cellules, des lentilles, des filtres interférentiels qui ont été déjà décrits par ailleurs. L'originalité du montage est due

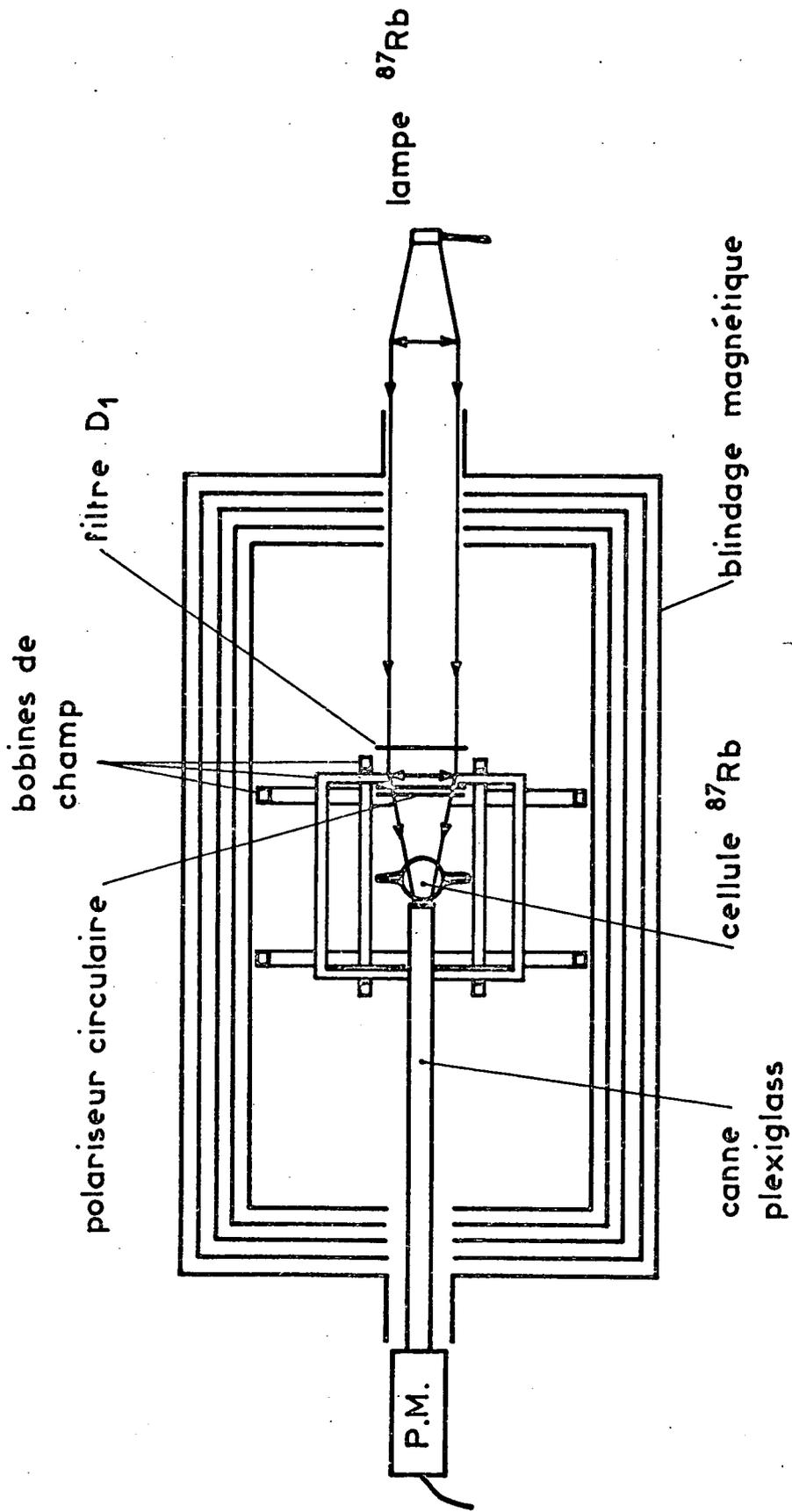


FIGURE 13 : Schéma du montage expérimental pour l'étude des résonances en champ nul

à la très faible largeur (1 microgauss) des résonances que nous voulions observer. La nécessité d'éliminer le bruit magnétique présent dans le laboratoire (de l'ordre de quelques milligauss) nous a conduit à placer le montage dans un blindage magnétique.

### I - LE BLINDAGE MAGNETIQUE

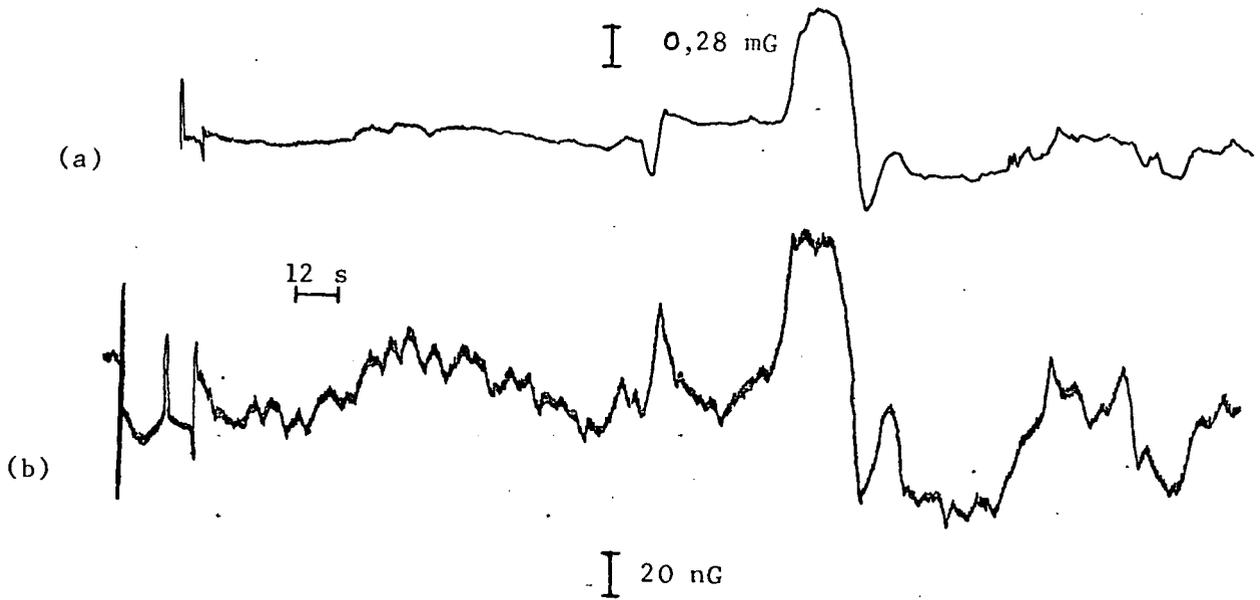
Il est constitué de 5 enceintes concentriques de forme cylindrique. Leurs dimensions sont données par le tableau suivant :

enceinte n°	diamètre (mm)	longueur (mm)
1 (interne)	500	1000
2	550	1050
3	600	1100
4	650	1150
5 (externe)	700	1200

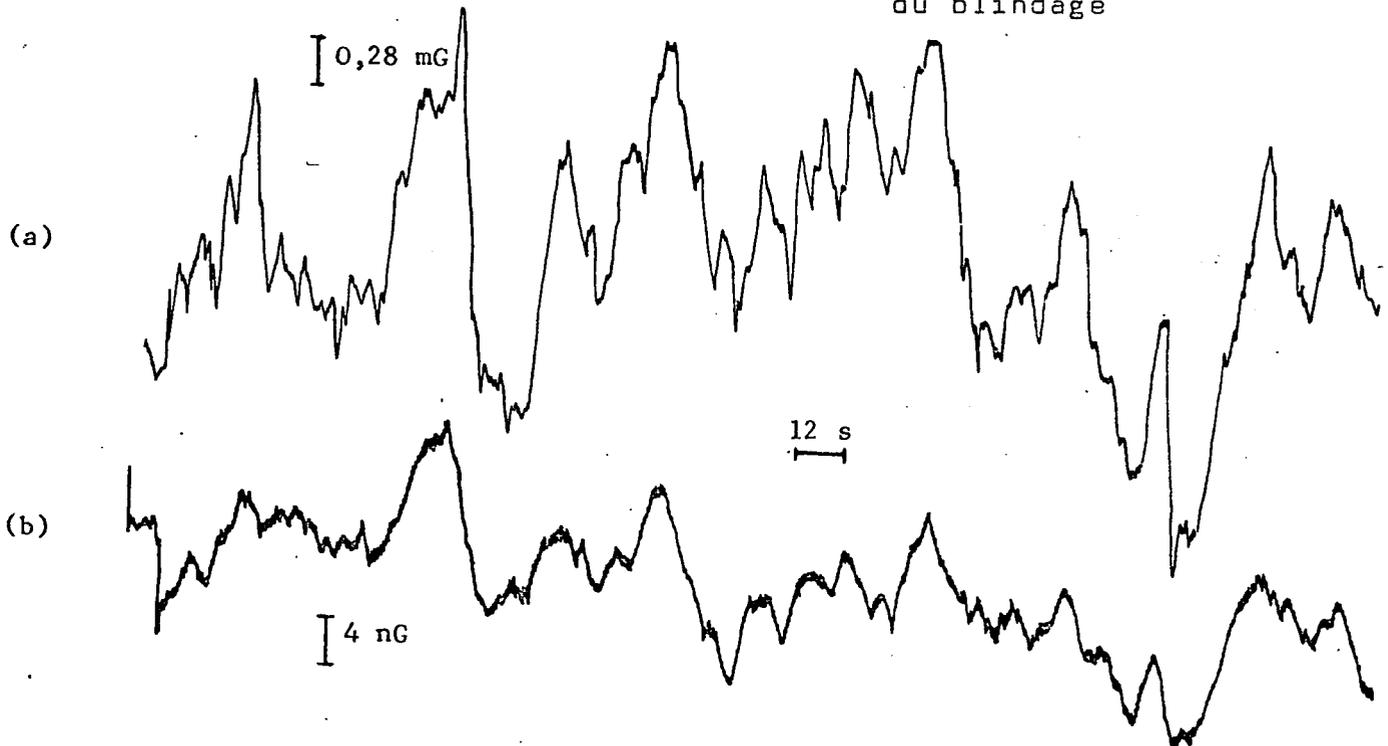
Chaque cylindre est fermé aux deux extrémités par des couvercles percés d'ouvertures (le recouvrement du couvercle et du cylindre est de 60 mm; le jeu est de l'ordre de 1 mm). Les cylindres et les couvercles sont réalisés en tôles de mumétal soudées d'épaisseur 2 mm (ils ont été fournis par la Société Métallurgique d'Imphy). Ils ont été recuits après la mise en forme. La perméabilité de ce matériau en champ faible (inférieur à 10 millioersted) est de 30.000. Le facteur de blindage d'une enceinte est de l'ordre de 100.

Les formules d'association de blindage magnétique (<sup>52</sup>) montrent qu'on a intérêt à mettre la plus grande distance possible entre deux enceintes successives. Notre choix (25 mm) a été imposé par d'autres impératifs. Les dimensions de l'enceinte interne devraient être suffisantes pour loger le montage. Celles de l'enceinte externe ont la valeur maximale compatible avec les dimensions du four à hydrogène utilisé pour le recuit.

composante parallèle à l'axe  
du blindage



composante perpendiculaire à l'axe  
du blindage



(a) -Variations du champ à l'extérieur du blindage (Gaussmètre Hewlett Packard).  
(b) -Variations du champ à l'intérieur du blindage

Les performances mesurées sont les suivantes :

- . une variation d'une composante du champ perpendiculaire à l'axe du cylindre est atténuée d'un facteur 150.000 environ.
- . une variation de la composante du champ parallèle à l'axe est atténuée d'un facteur 10.000.

La différence est due vraisemblablement aux ouvertures pratiquées dans les couvercles

La figure 14 illustre ces chiffres : on a enregistré simultanément les variations d'une composante du champ à l'extérieur et à l'intérieur du blindage. Ces relevés donnent en même temps une idée du bruit magnétique à l'extérieur et à l'intérieur du blindage. Toutefois, il ne faudrait pas croire que le vecteur champ à l'intérieur du blindage se déduit du champ à l'extérieur par une simple homothétie. A cause de l'hystérésis du mumétal, il dépend en fait de toute l'histoire antérieure du blindage. En particulier, lorsque les couvercles ont été ouverts, puis refermés, ils gardent une aimantation résiduelle qui contribue à augmenter le champ à l'intérieur du blindage. Aussi est-il nécessaire de démagnétiser le blindage après toute manipulation. La démagnétisation est assurée par un circuit traversant de part en part le blindage (fig. 15) et pouvant débiter plusieurs centaines d'ampères de

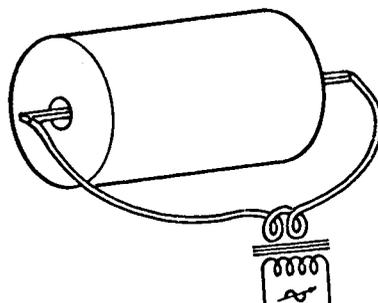


FIGURE 15 : Schéma du circuit de démagnétisation

courant alternatif. Le champ alternatif qu'il crée (de l'ordre du Gauss) fait parcourir au blindage des cycles d'hystérésis complets jusqu'à saturation. En diminuant progressivement l'intensité du courant, on réduit peu à peu l'étendue du cycle vers zéro, les magnétisations initiales ayant été supprimées par les passages à saturation. Nous avons constaté qu'après une bonne démagnétisation le champ résiduel, à l'intérieur du blindage, est de l'ordre de quelques microgauss.

La magnétisation rémanente des enceintes entraîne un certain nombre d'autres inconvénients. Les chocs et des variations de température de quelques degrés produisent des variations notables du champ résiduel. En particulier, des dérives du champ, que nous avons attribuées aux variations de température, ont été une gêne importante pour les mesures de grande sensibilité.

Enfin, les enregistrements de la figure 14 montrent que le bruit magnétique résiduel est de  $10^{-8}$  G pour une composante perpendiculaire à l'axe du blindage, et de  $10^{-7}$  G pour la composante parallèle à l'axe. Ces fluctuations du champ sont beaucoup plus grandes que la plus petite variation de champ (environ  $10^{-9}$  G) que l'on puisse détecter en utilisant les résonances paramétriques. Toutefois, ce bruit est très sensiblement réduit pendant la nuit ou durant les jours où il n'y a pas d'activité dans le laboratoire, ce qui permet de faire tout de même des mesures.

## II - LE MONTAGE A L'INTERIEUR DU BLINDAGE

Des précautions toutes particulières ont été prises pour éliminer les matériaux magnétiques. Le plexiglas, le nylon, le dural et le cuivre ont été les seuls matériaux employés.

Le montage est constitué d'une table en plexiglas qui supporte les divers éléments des bancs d'optique, la cellule, etc... La lampe et son dispositif d'excitation, le photomultiplicateur ont été placés à l'extérieur du blindage, en raison de leur magnétisme (en particulier les dynodes des PM sont en nickel).

La cellule est entourée de 3 ensembles de bobines de Helmholtz permettant de créer des champs magnétiques dans 3 directions orthogonales. Etant donné la faiblesse des champs couram-

ment utilisés (entre 1 et 1000 microgauss), les bobines sont constituées de quelques tours de fils, alimentées par des câbles coaxiaux évitant les champs parasites créés par les fils transportant les courants.

### III - LE MAGNETOMETRE

L'ensemble que nous venons de décrire sert à servir de magnétomètre de la façon suivante :

Supposons qu'il règne au niveau de la cellule un certain champ magnétique  $\vec{H}_0$ . A l'aide des bobines on cherche à annuler ce champ. L'annulation est repérée par l'apparition d'une des résonances en champ nul décrites. Si les bobines qui créent le champ ont été préalablement étalonnées, la mesure des courants qui les traversent permet de remonter à  $\vec{H}_0$ .

On peut également mesurer directement les petites variations de  $\vec{H}_0$ . En effet, une fois que l'on a étalonné la cellule, toute variation de  $\vec{H}_0$  se traduit par l'apparition d'un signal de résonance au niveau de la cellule. Ce champ produit une variation de la fréquence de la résonance. Pour de petites variations, un étalonnage préalable permet de mesurer directement la variation correspondante de  $\vec{H}_0$ .

Nous allons envisager successivement les 3 types de résonance mentionnés au chapitre I.

#### B - UTILISATION DE L'EFFET HANLE

L'utilisation de l'effet Hanle pour mesurer les 3 composantes d'un champ a été décrite par N. OSTROVSKY et POLONSKY (53). Rappelons brièvement la méthode : les atomes sont excités par le faisceau  $\mathcal{F}_1$  circulairement polarisé dans la direction Ox. Les atomes sont soumis également à l'action d'un champ magnétique statique  $\vec{H}$ , de composante  $H_x$  Hz. La lumière de  $\mathcal{F}_1$  transmise par la cellule est détectée par III, § B) par :

Les câbles coaxiaux évitant les champs parasites créés par les fils transportant les courants.

servir de

un certain champ magnétique  $\vec{H}_0$ . A l'aide des bobines on cherche à annuler ce champ. L'annulation est repérée par l'apparition d'une des résonances en champ nul décrites. Si les bobines qui créent le champ ont été préalablement étalonnées, la mesure des courants qui les traversent permet de remonter à  $\vec{H}_0$ .

On peut également mesurer directement les petites variations de  $\vec{H}_0$ . En effet, une fois que l'on a étalonné la cellule, toute variation de  $\vec{H}_0$  se traduit par l'apparition d'un signal de résonance au niveau de la cellule. Ce champ produit une variation de la fréquence de la résonance. Pour de petites variations, un étalonnage préalable permet de mesurer directement la variation correspondante de  $\vec{H}_0$ .

Nous allons envisager successivement les 3 types de résonance mentionnés au chapitre I.

UTILISATION DE L'EFFET HANLE

L'utilisation de l'effet Hanle pour mesurer les 3 composantes d'un champ a été décrite par N. OSTROVSKY et POLONSKY (53). Rappelons brièvement la méthode : les atomes sont excités par le faisceau  $\mathcal{F}_1$  circulairement polarisé dans la direction Ox. Les atomes sont soumis également à l'action d'un champ magnétique statique  $\vec{H}$ , de composante  $H_x$  Hz. La lumière de  $\mathcal{F}_1$  transmise par la cellule est détectée par III, § B) par :

$$\left. \begin{aligned} L_T &= L_T(0) + k_0 L_I M_x \\ M_x &= \frac{ex_S}{t T_p} \frac{\Gamma_t^2 + \omega_x^2}{\Gamma_t^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \end{aligned} \right\} \quad (IV,2)$$

On commence par régler  $\omega_x$  de façon à ce qu'il y ait une orientation dans la cellule (c'est toujours possible puisque  $M_x$  vaut  $\frac{ex_S}{\Gamma_t T_p}$  pour  $\omega_x \approx \infty$ ). Les valeurs  $\omega_y$  et  $\omega_z$  nulles sont celles qui rendent le dénominateur minimum, donc  $L_T$  maximum. Ce premier réglage de  $\omega_y$  et  $\omega_z$  étant ainsi effectué, on décompense  $H_y$  d'une quantité connue, supérieure à la largeur de raie : on a alors

$$M_x = \frac{ex_S}{\Gamma_t T_p} \frac{\Gamma_t^2 + \omega_x^2}{\Gamma_t^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2} ; \quad (IV,3)$$

on règle ensuite  $\omega_x$  à la valeur 0 en cherchant la valeur de  $H_x$  qui rend  $M_x$  (dont  $L_T$ ) minimum. Puis on recompense  $H_y$ . Le réglage d'une composante est d'autant plus précis que les autres sont voisines de zéro, de sorte que plusieurs cycles de réglages successifs sont nécessaires pour parvenir à la meilleure compensation possible. Les 3 composantes résiduelles du champ sont alors petites devant la largeur.

#### C - UTILISATION DE LA RESONANCE PARAMETRIQUE

On ajoute au dispositif précédent un champ oscillant dans la direction Oz, de fréquence  $\omega/2\pi = 420$  Hz <sup>(\*)</sup>, d'amplitude

---

(\*) On aurait pu choisir n'importe quelle autre fréquence comprise entre quelques dizaines de hertz et quelques kilohertz. La seule précaution à prendre est de ne pas se placer à une fréquence harmonique du secteur. Rappelons que la fréquence choisie doit être grande devant l'inverse des temps de relaxation.

0,5 mG environ. Il apparaît alors sur la lumière transmise une modulation à 420 Hz dont l'amplitude est donnée (voir ch. III, § C, formule III,32) :

$$\left. \begin{aligned} L_T^{(\omega)} &= k_0 L_I (-2J_1(\frac{\omega_1}{\omega}) \sin \omega t) \bar{M}_y \\ M_y &= \frac{\text{ex} \bar{S}}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\Gamma_t \bar{\omega}_z + \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y}{\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2 + \bar{\omega}_z^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV},4)$$

Rappelons que

$$\bar{\omega}_z = \omega_z ; \quad \bar{\omega}_{x,y} = \omega_{x,y} J_0(\frac{\omega_1}{\omega}). \quad (\text{IV}-5)$$

Une détection en phase du courant de sortie du PM, réalisée par une détection synchrone HR8 (P.A.R.), fournit une tension de sortie V proportionnelle (en grandeur et en signe) à l'amplitude de cette modulation.

#### 1°) Discussion de la forme du signal

Etudions brièvement les variations de V en fonction des composantes du champ.

##### a) Balayage de Hz

- $H_x = H_y = 0$ .  $\bar{M}_y$  varie suivant une courbe de dispersion de largeur  $2\Gamma_t/\gamma$ , centrée en champ nul.

- $H_x \neq 0$ ,  $H_y = 0$  (ou l'inverse). On a toujours une courbe de dispersion, mais élargie.

Dans ces deux cas, l'annulation de V correspond à  $H_z = 0$ .

- $H_x \neq 0$  et  $H_y \neq 0$ . La courbe de résonance n'a plus la forme d'une dispersion pure. En particulier, le signal qui s'annulait pour  $\bar{\omega}_x = 0$  s'annule maintenant pour  $\bar{\omega}_z = -\frac{\bar{\omega}_x \bar{\omega}_y}{\Gamma_t}$ . L'annulation de V ne repère donc plus le champ nul. Il faut toutefois remarquer que si l'on peut régler  $\bar{\omega}_x$  et  $\bar{\omega}_y$  à zéro à 1/100 de la largeur de résonance près, l'annulation de V repère le zéro de  $\bar{\omega}_z$  avec une erreur inférieure à  $10^{-4}$  de la largeur.

b) Balayage de  $H_y$

- $H_z = H_x = 0$ . Aucun signal n'apparaît
- $H_x \neq 0, H_z = 0$ .  $V$  varie suivant une courbe de

dispersion

$$V \propto M_y = \frac{e \bar{S}_0}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\bar{\omega}_x \bar{\omega}_y}{(\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2) + \bar{\omega}_y^2} \quad (\text{IV,6})$$

Notons que l'amplitude est plus faible que celle qu'on obtient en balayant  $H_z$  avec  $H_x = H_y = 0$  (cf a) précédent). Le rapport vaut

$$\frac{\bar{\omega}_x}{\sqrt{\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2}} \quad (\text{IV,7})$$

La largeur est égale à  $\Delta \bar{\omega}_y = 2 \sqrt{\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2}$ , soit

$$\Delta H_y = \frac{2}{\gamma} \sqrt{\omega_x^2 + \left(\frac{\Gamma_t}{J_0}\right)^2} \quad (\text{IV,8})$$

On peut se servir de la variation de  $V$  avec  $H_y$  pour repérer l'annulation de  $H_y$  : il suffit,  $\omega_x$  étant non nul, d'annuler  $V$ . La sensibilité est proportionnelle à la pente  $\frac{\partial V}{\partial H_y}$

$$\frac{\partial V}{\partial H_y} \propto \frac{\bar{\omega}_x \Gamma}{\Gamma^2 + \bar{\omega}_x^2} \quad (\text{IV,9})$$

Cette pente est maximum pour  $\bar{\omega}_x = \Gamma$ . Pour avoir une sensibilité maximum dans l'annulation de  $H_y$ , il faut que  $H_x$  soit décompensé d'une quantité telle que

$$\omega_x = \frac{\Gamma_t}{J_0} \quad (\text{IV,10})$$

•  $H_x \neq 0$  et  $H_z \neq 0$ . L'annulation de  $V$  ne se produit plus pour  $H_y = 0$ , mais pour  $\omega_y = -\omega_z/J_0$ , si la décompensation de  $H_x$  a la valeur optimale. L'erreur commise sur l'annulation de  $H_y$  est du même ordre de grandeur que  $H_z$ .

Tous ces résultats demeurent valables lorsqu'on échange  $H_x$  et  $H_y$  :  $\bar{\omega}_x$  et  $\bar{\omega}_y$  jouent en effet des rôles symétriques dans la formule (IV,4). Des vérifications expérimentales de ces résultats ont été effectuées (54).

## 2°) Avantage de la résonance paramétrique sur l'effet Hanle

- La résonance apparaît sur "fond noir". Dès que  $\gamma H \gg \Gamma_t$ , la modulation disparaît et  $V$  s'annule. Au contraire, dans l'expérience d'effet Hanle, on observe seulement une petite variation de  $L_T$ ; le signal continu sur le PM existe toujours quel que soit  $\gamma H$ ; il ne fait que varier de quelques % lorsque  $B$  varie autour de zéro. Il est donc très sensible aux dérives lentes de l'intensité lumineuse.
- La technique habituelle pour éliminer les dérives de fond continu consiste à prendre la dérivée de la courbe en modulant le champ magnétique lentement devant le temps de réponse du système. Comme  $\Gamma_t/2\pi \approx 1$  Hz, les fréquences de modulation devraient être inférieures à cette valeur. Au contraire, la résonance paramétrique fournit des signaux modulés à une fréquence grande devant  $\Gamma_t/2\pi$ , pouvant par exemple être de l'ordre de quelques centaines de hertz. Or, on sait que la répartition spectrale du bruit du photomultiplicateur, de la lampe, des appareils d'électronique, n'est pas uniforme et que la puissance de bruit est beaucoup plus importante vers les très basses fréquences. La résonance paramétrique est donc moins exposée au bruit que l'effet Hanle modulé "adiabatiquement".
- Enfin, l'analyse du paragraphe précédent montre qu'on utilise toujours des signaux ayant une forme de dispersion. En champ faible,  $V$  est proportionnel à la composante du champ que l'on veut annuler. Au contraire, dans l'effet Hanle,  $L_T$  ne dépend qu'au 2e ordre des composantes du champ.

3°) Procédure de compensation du champ

Soient  $\bar{\omega}_x^0, \bar{\omega}_y^0, \bar{\omega}_z^0$  les valeurs initiales des composantes du champ. Nous supposons qu'on les a rendues inférieures à  $\Gamma_t$  par un réglage préliminaire utilisant l'effet Hanle. Pour simplifier les notations, nous noterons  $x = \bar{\omega}_x/\Gamma_t, y = \bar{\omega}_y/\Gamma_t, z = \bar{\omega}_z/\Gamma_t$ ; les valeurs initiales  $x_0, y_0, z_0$  sont donc supposées inférieures à 1. La tension de sortie  $V$  est proportionnelle à :

$$V \propto \frac{z + xy}{1+x^2+y^2+z^2} \quad (\text{IV},11)$$

On commence par annuler  $V$  en réglant  $H_z$ ; on a alors  $z_1 = -x_0 y_0$ . Puis, on décompense  $H_y$  d'une quantité connue, de l'ordre de la largeur ( $y \approx 1$ ). Cette opération fait varier  $V$ , que l'on annule à nouveau en réglant cette fois-ci  $H_x$ :  $x$  vaut alors  $x_1 \approx -z_1$ . On recompense  $H_y$  et on décompense  $H_x$ . Par la même procédure,  $y$  devient  $y_1 \approx -z_1$ . On recompense enfin  $H_x$ .

On recommence ensuite le réglage à partir des valeurs  $x_1, y_1, z_1$ . Au n<sup>ème</sup> cycle de réglage, on obtient :

$$z_n = -x_{n-1} y_{n-1}; \quad x_n \approx y_n \approx -z_n$$

D'où 
$$z_n \approx (z_{n-1})^2$$

Soit encore 
$$|x_n| \approx |y_n| \approx |z_n| \approx |z_0|^{(2^n)}$$

$x_n, y_n, z_n$  décroissent donc très rapidement avec  $n$ . Expérimentalement, quelques cycles de réglages suffisent en général pour arriver à la limite de sensibilité de l'appareil pourvu qu'au départ les trois composantes du champ soient inférieures à la largeur de raie. Le réglage que nous venons de décrire est plus précis que celui utilisant seulement l'effet Hanle pour les raisons que nous avons énoncées au § précédent.

On peut utiliser une autre méthode pour régler  $H_x$  et  $H_y$ . Supposons, pour commencer, que  $H_z$  ait été réglé auparavant par une autre méthode ( $\omega_z = 0$ ) :

$$V \propto \frac{\bar{\omega}_x \bar{\omega}_y}{\Gamma_t^2 + \bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2}$$

Si on change brusquement  $H_y$  d'une quantité connue  $\delta H_y$ , la tension  $V$  varie d'une quantité  $\delta V$  qui est proportionnelle à  $\omega_x$  : en particulier si  $\omega_x = 0$ ,  $V$  ne varie pas. L'insensibilité du signal à une variation de  $H_y$  est donc un critère permettant de savoir que  $H_x$  est réglé.  $H_x$  et  $H_y$  jouant dans la formule des rôles symétriques, on peut aussi régler  $H_y$  en faisant varier  $H_x$ .

Si  $H_z$  n'est pas tout à fait nul, ceci n'est plus exact : le signal est insensible à une variation de  $H_y$  pour une certaine valeur de  $H_x$ , de l'ordre de grandeur de  $H_z$ . Mais de même que dans l'autre méthode, plusieurs réglages successifs conduisent rapidement à la compensation exacte.

#### 4°) Utilisation comme magnétomètre

Supposons les 3 composantes du champ compensées; si le champ à compenser varie de  $\delta \vec{H}_0$ , qu'observe-t-on ? La formule (IV,11) montre qu'au premier ordre

$$\delta V \propto \frac{\delta \bar{\omega}_z}{\Gamma_t} \quad (\text{IV},12)$$

Les variations de  $V$  sont donc proportionnelles à celles de la composante  $H_z$ . Tant qu'elles sont petites,  $V$  est insensible aux variations de  $H_x$  et  $H_y$ .

Nous avons vu qu'on peut rendre  $V$  sensible aux variations de  $H_x$  (ou  $H_y$ ) en décompensant  $H_y$  (ou  $H_x$ ) d'une quantité de l'ordre de la largeur ( $\bar{\omega}_y \approx \Gamma_t$ ). On a alors

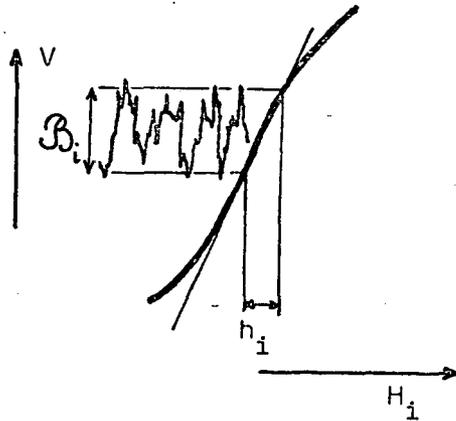
$$\delta V \propto \frac{\delta \bar{\omega}_z + \delta \bar{\omega}_x}{2\Gamma_t} \quad (\text{IV},13)$$

Les variations de  $V$  reflètent alors la somme des variations de  $H_z$  et  $H_x$ . On peut ainsi détecter des variations de  $H_x$  (ou de  $H_y$  en décompensant  $H_x$ ), à condition de connaître à l'avance les variations de  $H_z$  (par exemple, en raison de la géométrie de l'objet produisant le champ, il peut être évident que  $\delta \bar{\omega}_z = 0$ ).

En résumé, les variations de  $V$  permettent de suivre les variations de  $H_z$ . En introduisant des décompensations  $H'_y$  ou  $H'_x$ , on peut rendre  $V$  sensible à  $H_x$  ou  $H_y$ . Nous allons maintenant étudier la sensibilité d'un tel dispositif.

5°) Sensibilité et optimisation des paramètres

Nous définirons la sensibilité  $\sigma_i$  du dispositif pour la mesure de la composante  $H_i$  ( $i = x, y, z$ ) par  $\sigma_i = 1/h_i$  où  $h_i$  est la plus petite variation de champ décelable, c'est-à-dire le champ qui donne une variation du signal de sortie  $V$  égale au bruit.  $\sigma_i$  est proportionnel à la pente  $\partial V/\partial H_i$  et est inversement propor-



tionnel au bruit  $\sqrt{B_i}$  présent à la sortie de la détection synchrone (mesuré dans les mêmes conditions que le signal) :

$$\sigma_i = \frac{1}{h_i} = \frac{1}{\sqrt{B_i}} \frac{\partial V}{\partial H_i} \quad (\text{IV, 14})$$

a) les pentes  $\partial V/\partial H_i$

La tension  $V$  que l'on mesure à la sortie est proportionnelle à l'amplitude de la modulation à 420 Hz de la lumière transmise par la cellule. Soit  $k_s$  le coefficient de proportionnalité.

$$V = 2k_s k_0 L_I J_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) \bar{M}_y \quad (\text{IV, 15})$$

d'après les formules (IV,4).

On en déduit :

. En champ nul  $\frac{\partial V}{\partial H_z} = 2k_s k_0 L_I J_1 J_0 \frac{e x_S}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{\gamma}{\Gamma_t}$  (IV, 16)

. En présence de la décompensation optimale  $H'_y$  (telle que  $\bar{\omega}'_y = \Gamma_t$ ) :

$$\frac{\partial V}{\partial H_x} = 2k_s k_0 L_I J_1 J_0 \frac{e x_S}{\Gamma_t \Gamma_p} \frac{J_0 \gamma}{2\Gamma_t} \quad (\text{IV, 17})$$

. En présence de la décompensation optimale  $H'_x$  (telle que  $\bar{\omega}'_x = \Gamma_t$ ) :

$$\frac{\partial V}{\partial H_y} = 2k_s k_0 L_I J_1 J_0 \frac{e x_S}{\Gamma_t T_p} \frac{J_0 \gamma}{2\Gamma_t} \quad (\text{IV,18})$$

b) le bruit

Les variations de la tension de sortie V de la chaîne de mesure peuvent avoir deux origines :

- . soit des variations du champ dans le blindage (bruit magnétique)
- . soit, à champ constant, des variations parasites d'origines diverses (bruits non magnétiques).

Les fluctuations aléatoires du champ dans le blindage sont indissociables de la grandeur que l'on mesure et n'interviennent pas dans le bruit propre de l'appareil. Nous ne parlerons donc que des sources de bruit non magnétique. Le bruit prépondérant est le bruit Schottky du photomultiplicateur. Le courant  $i$  émis par la photocathode subit des fluctuations dont le spectre est blanc (sauf à très basse fréquence). Dans la bande de fréquence  $\Delta f$ , centrée autour d'une fréquence quelconque, la puissance de bruit cathodique est proportionnelle à :

$$\overline{\Delta i^2} = 2ei\Delta f$$

$i$  est proportionnel au flux de lumière  $L_T$  reçu par la photocathode. Pour chaque photon d'énergie  $h\nu$  qui arrive, la photocathode a une probabilité  $\eta$  ( $\eta$  est appelé rendement quantique) d'émettre un photoélectron  $e$

$$i = e \eta \frac{L_T}{h\nu} \quad (\text{IV,19})$$

$$\overline{\Delta i^2} = 2 e^2 \eta \frac{L_T}{h\nu} \Delta f \quad (\text{IV,20})$$

La puissance de bruit est proportionnelle au flux énergétique  $L_T$  et à la bande passante  $\Delta f$ . La chaîne d'amplification et la détection synchrone n'introduisent pas de bruit supplémentaire (on le vérifie aisément en coupant la tension d'alimentation du P.M. : le bruit disparaît). La détection synchrone sélectionne dans le spectre de bruit une bande passante de l'ordre de  $1/2\pi\tau_D$  ( $\tau_D$  est la cons-

tante d'intégration de la détection synchrone), autour de 420 Hz et restituée en sortie le même spectre de bruit, mais transposé autour de la fréquence nulle. Tout se passe donc comme si on avait un photomultiplicateur de même gain mais sans bruit, et que la lumière  $L_T$  comportait une modulation à la fréquence 420 Hz, d'amplitude aléatoire. L'écart quadratique moyen correspondant,  $\Delta L_T$ , redonnerait les fluctuations de  $i$  observées. En utilisant la relation (IV,19) entre  $i$  et  $L_T$ , on trouve

$$\Delta L_T = \left( \frac{h\nu}{e\eta} \right) \sqrt{\Delta i^2} \quad (\text{IV,21})$$

ce qui donne avec l'expression (IV,20) de  $\Delta i^2$

$$\Delta L_T = \sqrt{\frac{2h\nu}{\eta}} \sqrt{L_T} \sqrt{\Delta f} \quad (\text{IV,22})$$

C'est ce bruit qui, amplifié par la chaîne de mesure, se superpose au signal à la sortie de la détection synchrone.

L'analyse précédente montre clairement que, la source de bruit étant la même, le niveau de bruit est indépendant de la composante que l'on mesure, et qu'il est donné par :

$$\beta_i = \beta = k_s \sqrt{\frac{2h\nu}{\eta}} \sqrt{\frac{L_I}{2\pi\tau_D}} \quad (L_I \approx L_T) \quad (\text{IV,23})$$

#### c) Optimisation des paramètres

On obtient ainsi pour les sensibilités  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  :

$$\sigma_z = \sqrt{\eta} \sqrt{2\pi\tau_D} k_0 \sqrt{\frac{L_I}{2h\nu}} J_0 J_1 \frac{e x_S \gamma}{\Gamma_t^2 T_p} \quad (\text{IV,24})$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{J_0}{2} \sigma_z \quad (\text{IV,25})$$

On constate que  $k_s$  s'élimine : la sensibilité est indépendante du gain de la chaîne de mesure. Par contre, les sensibilités dépendent :

- . de la constante d'intégration  $\tau_D$
- . de l'intensité de radiofréquence  $\omega_1$  par l'intermédiaire de  $J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$  et  $J_1\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$ .
- . de l'intensité lumineuse  $L_I$  (qui intervient également dans  $\Gamma_t$  et  $T_p$ ).

. et, pour mémoire, du rendement quantique du P.M. ( $\eta$ ), de la densité atomique (par l'intermédiaire de  $k_0$ ), du rapport gyro-magnétique ( $\gamma$ ), du temps de relaxation (par  $\Gamma_t$ ). Rappelons également que  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  dépendent des décompensations  $H'_x$  et  $H'_y$  que nous avons déjà choisies optimales.

L'intervention de la constante de temps d'intégration dans les sensibilités est triviale.

L'intensité de la radiofréquence intervient dans  $J_0(\frac{\omega_1}{\omega})$  et  $J_1(\frac{\omega_1}{\omega})$

$$\sigma_z \propto J_0 J_1 \quad \text{et} \quad \sigma_x = \sigma_y \propto J_0^2 J_1$$

La sensibilité à  $H_z$  est maximale pour  $\omega_1/\omega = 1,1$ , soit  $J_0 J_1 \approx 0,34$ . Les sensibilités à  $H_x$  et  $H_y$  sont maximales pour  $\omega_1/\omega = 0,85$ , soit  $J_0^2 J_1 \approx 0,27$ . Ces deux valeurs de  $\omega_1/\omega$  étant voisines, on prend un compromis entre les deux;  $J_0 J_1$  et  $J_0^2 J_1$  ne sont alors pas très différentes de leurs valeurs maximales.

Les sensibilités  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  sont plus faibles que  $\sigma_z$  par un facteur  $J_0/2$ . Les résultats expérimentaux confirment assez bien ce fait.

La variation des sensibilités avec l'intensité lumineuse est plus complexe :  $L_I$  intervient directement et aussi par l'intermédiaire de  $1/T_p$  qui est proportionnel à  $L_I$

$$\frac{1}{T_p} = \alpha L_I \quad \text{(IV,26)}$$

La formule (IV,25) indique d'autre part que  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  sont proportionnels à  $\sigma_z$ . Il nous suffit donc d'optimiser  $\sigma_z$ . On trouve :

$$\sigma_z \propto \frac{(L_I)^{3/2}}{(\frac{1}{T} + \alpha L_I)^2} \quad \text{(IV,27)}$$

ce qui donne un optimum pour  $\alpha L_I = 3/T$ ; soit  $\Gamma_t = 4/T$  : l'intensité pompante optimale est donc celle qui correspond à une largeur de la résonance égale à quatre fois la largeur extrapolée à intensité lumineuse nulle.

Nous avons essayé de confronter ce résultat avec l'expérience, en relevant, en fonction de  $L_I$ , le niveau de bruit et

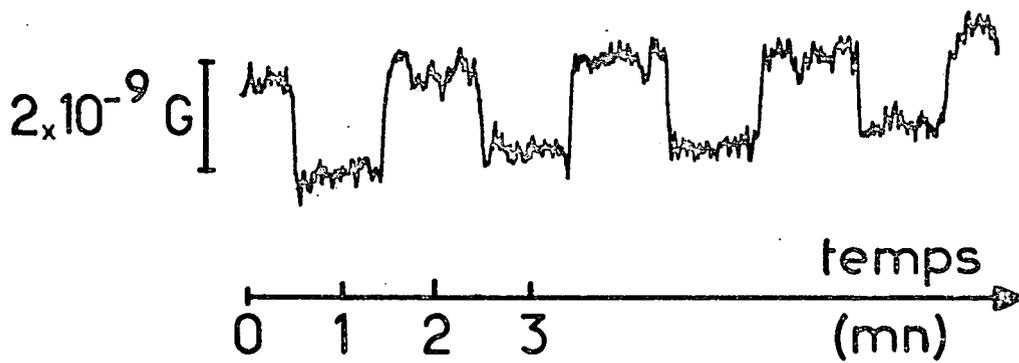


FIGURE 16 : Réponse du magnétomètre à des créneaux de champ magnétique de  $2 \cdot 10^{-10} \text{ G}$  (Constante d'intégration : 3 s).

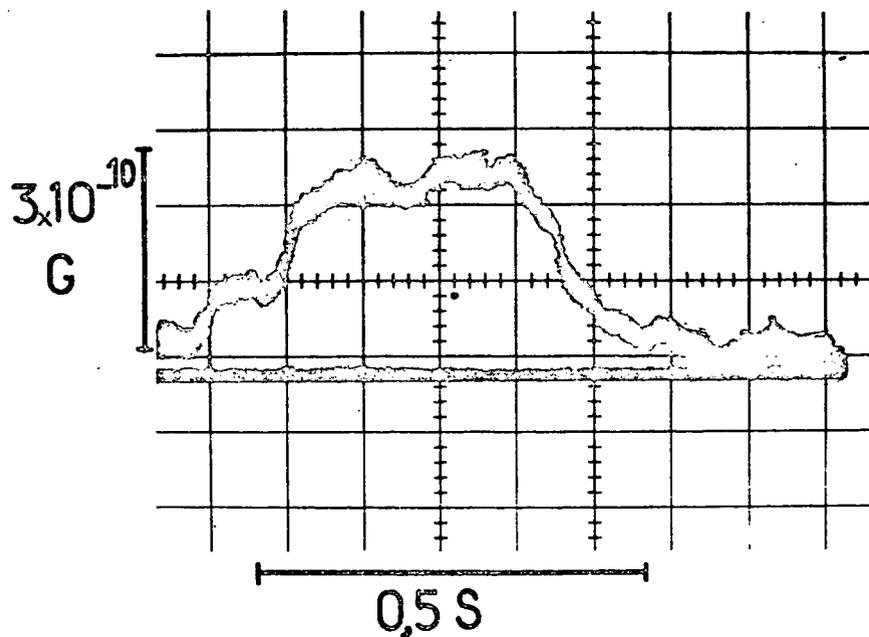


FIGURE 17 : Réponse du magnétomètre à un créneau de champ de  $3 \cdot 10^{-10} \text{ G}$ , moyennée sur 3.000 balayages successifs.

la sensibilité. Nous avons constaté que le bruit croît légèrement plus vite que  $\sqrt{L_I}$ . Ceci tend à indiquer qu'en plus du bruit Schottky, il y a un bruit de lampe, qui est proportionnel à  $L_I$ . On trouve donc expérimentalement une intensité lumineuse optimale plus faible, correspondant à  $\Gamma_t \approx 2,5 \frac{1}{T}$ .

#### 6°) Les performances

Nous avons utilisé une cellule dont le temps de relaxation de l'orientation était environ  $T = 0,5$  s. La largeur de la résonance paramétrique pour l'intensité lumineuse optimale est  $2,4 \mu\text{G}$ . Avec une constante d'intégration de 1 s, nous avons trouvé expérimentalement des sensibilités correspondant à :

$$h_z \approx 6 \cdot 10^{-10} \text{ G}$$
$$h_x \approx h_y \approx 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ G}$$

La figure 16 montre la réponse du magnétomètre à des variations en créneau de  $H_z$  de  $2 \cdot 10^{-9}$  G (la constante d'intégration est 3 s). On constate que la sensibilité du magnétomètre permet de détecter aisément des variations du champ de  $10^{-9}$  G.

Si les variations du champ magnétique sont périodiques, il est possible d'améliorer encore la sensibilité du magnétomètre en utilisant les techniques de moyennage du bruit : la figure 17 donne un enregistrement sur oscilloscope obtenu à la sortie d'un analyseur multicanaux, pour 3.000 balayages successifs du champ à mesurer. La constante de temps de la détection synchrone a été réduite à 0,1 s afin de pouvoir accélérer la cadence de balayage sans déformer le signal. La constante de temps effective de la détection est donc de 300 s, soit 100 fois plus longue que celle utilisée pour l'enregistrement de la figure 16. On constate bien une amélioration de l'ordre de  $\sqrt{100} = 10$  de la sensibilité : une variation de  $10^{-10}$  G devient à présent nettement appréciable.

L'appareil tel que nous l'avons décrit a fait l'objet d'un brevet (55) et de diverses publications (56)(57). Il nous a permis de mesurer le champ magnétique créé par les spins nucléaires d'une vapeur de  $^3\text{He}$  orientée par pompage optique (58).

Enfin, G. CAMY a construit un appareil réalisant de lui-même les opérations de réglage décrites en C-3°), et permettant ainsi une compensation automatique des 3 composantes du champ. Le principe et le fonctionnement de cet appareil sont exposés dans la référence (59).

#### D - UTILISATION DES RESONANCES PARAMETRIQUES AVEC DEUX CHAMPS DE RADIOFREQUENCE

---

On introduit un deuxième champ oscillant  $\vec{H}_1 \cos \Omega t$  dans la direction Oy. Sa fréquence est  $\Omega/2\pi = 15$  Hz. Le champ  $\vec{H}_1 \cos \omega t$  à 420 Hz, parallèle à Oz, reste inchangé.

On trouve sur la lumière transmise trois modulations (cf. formules (III,34, 35, 36)) :

- . une modulation  $A_z \sin \omega t$ , qui est, en champ faible, proportionnelle à  $H_z$
- . une modulation  $A_y \sin \Omega t$ , qui est, en champ faible, proportionnelle à  $H_y$
- . une modulation  $A_x \sin \omega t \cos \Omega t$ , qui est, en champ faible, proportionnelle à  $H_x$ .

L'annulation du champ au niveau de la cellule s'effectue simplement en réglant les compensations dans les 3 directions de l'espace de façon à annuler les 3 modulations. Afin d'obtenir 3 tensions  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  proportionnelles aux 3 composantes du champ, on traite séparément les 3 modulations par 3 chaînes de mesure distinctes à la sortie du P.M.

Les modulations aux fréquences  $\omega/2\pi$  et  $\Omega/2\pi$  sont détectées en phase par deux détections synchrones réglées à ces fréquences. Le signal proportionnel à  $H_x$  se présente sous la forme d'un produit de deux fonctions sinusoïdales et sa détection est moins simple. Le problème consiste à détecter un signal à  $\Omega/2\pi$  qui module le signal à  $\omega/2\pi$ . Ce signal à  $\Omega/2\pi$  va donc apparaître à la sortie de la détection synchrone qui traite la modulation à  $\omega/2\pi$ , sous réserve, bien entendu, qu'il soit observé avant l'intégrateur de sortie de cette détection synchrone (nous utilisons une détection synchrone sans amplificateur sélectif à l'entrée). Il suffit

a)  $V_x$

bruit

x 100

1 volt

1  $\mu$ G

b)  $V_y$

bruit

x 100

1 volt

1  $\mu$ G

c)  $V_z$

bruit

x 100

1 volt

1  $\mu$ G

Figure 18

Les courbes de résonance avec deux champs de R.F

a - balayage de la composante  $H_x$  ( $H_y = H_z = 0$ )

b - " " " " ( $H_x = H_z = 0$ )

c - " " " " ( $H_x = H_y = 0$ )

de traiter ce signal à l'aide d'une troisième détection synchrone réglée sur la fréquence  $\Omega/2\pi$ . La tension de sortie de cette 3e détection synchrone est proportionnelle à la composante  $H_x$  du champ.

La figure 18 montre les variations de  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  en fonction de  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ .

L'optimisation des divers paramètres expérimentaux est simple :

Pour l'intensité lumineuse et les sources de bruit, tout ce qui a été dit dans le cas de la méthode utilisant un seul champ oscillant reste valable ici. En particulier, le bruit prépondérant est encore le bruit blanc du P.M. Cette source de bruit est commune aux trois chaînes de mesure. Les constantes de temps étant identiques sur les trois voies, le niveau de bruit sur chaque sortie, à intensité lumineuse constante, dépend donc uniquement du gain de chaque chaîne de mesure.

Par contre, on doit rechercher les valeurs optimales des intensités des deux champs de R.F. D'après les relations (III,34), (III,35), (III,36), les sensibilités  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$ ,  $\sigma'_z$  sont proportionnelles à :

$$\sigma'_z \propto J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) J_1\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) J_0^2\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right); \sigma'_y \propto J_0^3\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) J_0\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right) J_1\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right);$$

$$\sigma'_x \propto 2J_0^2\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) J_1\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) J_0\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right) J_1\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right) \cdot \frac{\Gamma}{\Omega} \quad (\text{IV,28})$$

Les variations de  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$  et  $\sigma'_z$  en fonction de  $\omega_1/\omega$  sont dues d'une part aux facteurs  $J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$  et  $J_1\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$  et, d'autre part, à la présence dans  $J_0\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right)$  et  $J_1\left(\frac{\bar{\Omega}_1}{\Omega}\right)$  du facteur  $J_0\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)$  qui multiplie  $\Omega_1/\Omega$  pour donner  $\bar{\Omega}_1/\Omega$ . Les valeurs théoriques optimisant la sensibilité  $\sigma'_x$ , qui est la plus faible des trois à cause du facteur  $\frac{\Gamma}{\Omega} < 1$ , sont de l'ordre de  $\omega_1/\omega = 0,84$  et  $\Omega_1/\Omega = 1,1$ . Si on prend comme référence la sensibilité  $\sigma_z$  optimale de la résonance paramétrique avec un seul champ oscillant, les sensibilités théoriques sont alors :  $\sigma'_z = 0,51 \sigma_z$ ,  $\sigma'_y = 0,56 \sigma_z$ ,  $\sigma'_x = 0,52 \frac{\Gamma}{\Omega} \sigma_z$ .

Toujours dans le but d'optimiser les sensibilités, nous devons choisir la fréquence  $\Omega/2\pi$ . Pour que  $\mathcal{H}_1 \cos \Omega t$  produise le phénomène de résonance paramétrique, il faut que  $\Omega > \Gamma$ . Mais

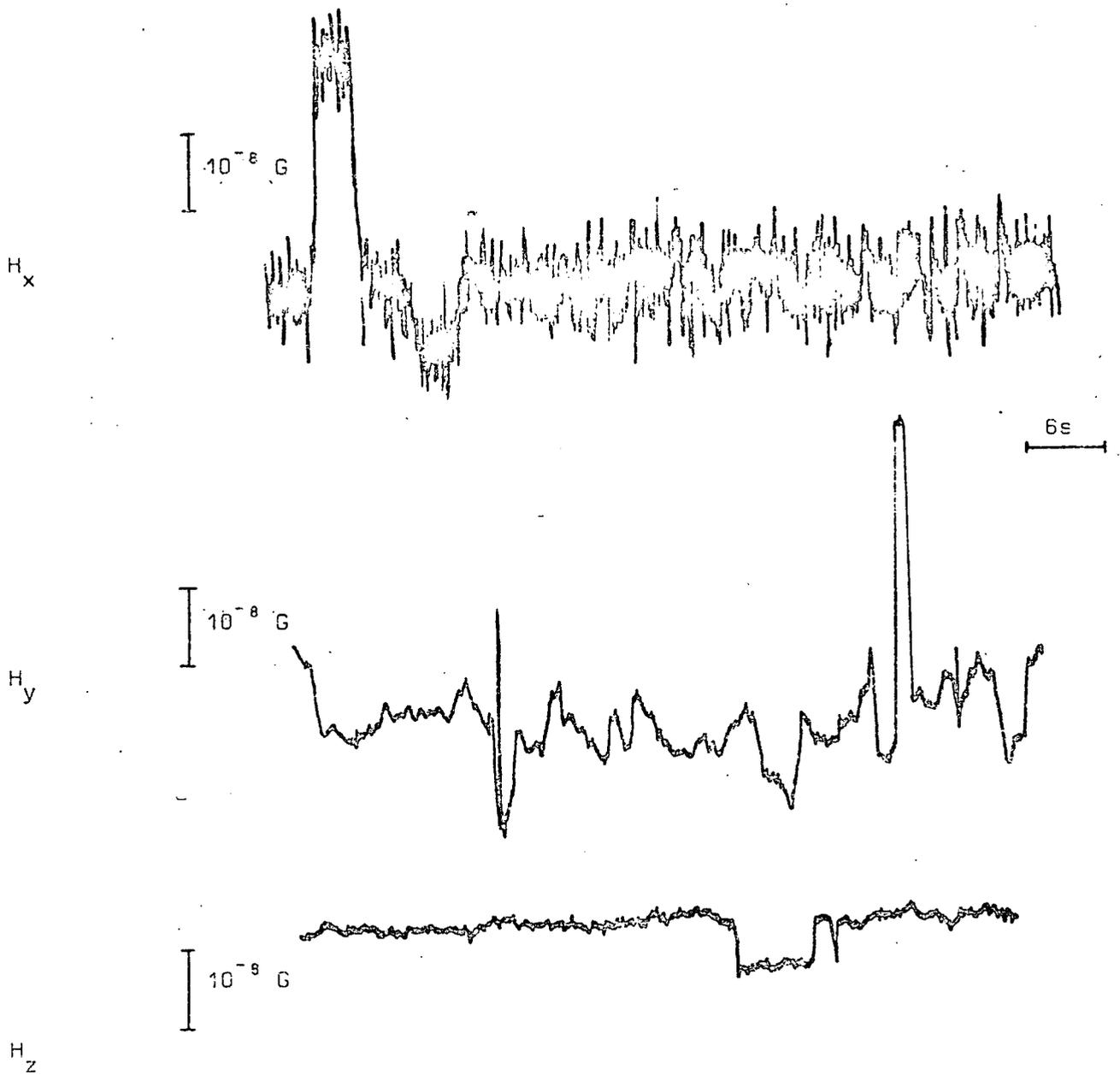


FIGURE 19 : Enregistrement simultané des 3 composantes du champ magnétique.  
 Les pulses de champ ont été produits pour étalonner l'appareil

la sensibilité dans la direction Ox est proportionnelle à  $\Gamma/\Omega$ . On est amené à prendre un compromis entre les deux exigences  $\Omega > \Gamma$  et  $\Gamma/\Omega$  maximum. De plus, la fréquence choisie doit être dans la gamme de fonctionnement des détecteurs synchrones utilisées sans nécessiter des constantes de temps prohibitives. Finalement, nous avons choisi  $\Omega/2\pi = 15$  Hz. On a alors  $\Omega/\Gamma \approx 18$  et les sensibilités sont  $\sigma'_z = 0,51 \sigma_z$ ,  $\sigma'_y = 0,56 \sigma_z$ ,  $\sigma'_x = 0,03 \sigma_z$ . Les sensibilités sont donc plus mauvaises que pour la résonance paramétrique à un seul champ R.F.

La figure 19 montre un enregistrement simultanément des 3 composantes du champ. L'étalonnage a été effectué en décompensant successivement les 3 composantes de quantités connues. On vérifie que le bruit est beaucoup plus important sur la composante  $H_x$ , à gain égal.

Les résultats expérimentaux sont les suivants :

$$h_z \approx 10^{-9} \text{ G}$$

$$h_y \approx 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ G}$$

$$h_x \approx 30 \cdot 10^{-9} \text{ G}$$

Cette méthode présente l'énorme avantage de permettre la mesure simultanée des variations des 3 composantes du champ : il suffit de suivre l'évolution des tensions de sortie  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ . On peut réaliser également très simplement un asservissement à zéro des 3 composantes du champ. Néanmoins, les sensibilités sont plus mauvaises, notamment en ce qui concerne  $H_x$ .

#### E - REMARQUES SUR LES ERREURS SYSTEMATIQUES

Tout au long de ce chapitre, nous avons fait comme si les résonances étaient vraiment centrées en champ nul et n'étaient déplacées par aucun effet parasite. En fait, de telles erreurs systématiques existent. Nous citerons deux causes possibles :

- le faisceau lumineux : les transitions virtuelles produites par les longueurs d'onde non résonnantes du faisceau lumineux peuvent déplacer les résonances, comme nous le verrons dans les deux chapitres suivants.

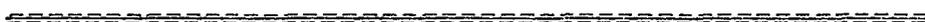
. les champs de radiofréquence : si leur polarisation n'est pas parfaitement linéaire, mais légèrement elliptique, on peut montrer qu'ils agissent sur l'atome comme des champs magnétiques fictifs et déplacent les résonances.

Avant de pouvoir affirmer que le champ est annulé sur la cellule à  $10^{-9}$  G près, il faut donc prendre de très sérieuses précautions pour éliminer ces effets. Ils n'entachent toutefois pas la mesure de petites variations du champ.

Enfin, remarquons que les atomes mesurent la valeur moyenne du champ sur toute la cellule. Si la cellule est parfaitement sphérique, ce champ moyen est égal à celui qui existe au centre de la cellule. Annuler le champ vu par les atomes revient donc à l'annuler au centre de la cellule. Mais en dehors du centre, le champ magnétique n'est pas nul et ceci d'autant plus qu'il est plus inhomogène.

Troisième Partie

- MODIFICATION DES NIVEAUX D'ENERGIE D'UN ATOME  
PAR UN FAISCEAU LUMINEUX NON RESONNANT -



C H A P I T R E     V

EFFET D'UN FAISCEAU NON RESONNANT SUR LES NIVEAUX

D'ENERGIE D'UN ATOME. - PARTIE THEORIQUE

Nous allons aborder maintenant l'étude du deuxième effet lié à l'excitation optique : le déplacement des niveaux d'énergie de l'atome par les transitions "virtuelles" induites par le faisceau lumineux. Afin d'isoler ce phénomène de ceux liés aux transitions réelles, nous choisirons un faisceau  $\mathcal{F}_1$  tel que  $\Delta E' \gg \frac{1}{T_p}$ , c'est-à-dire un faisceau non résonnant.

L'expression du hamiltonien effectif  $\mathcal{H}_e$  qui décrit l'effet de  $\mathcal{F}_1$  sur l'état fondamental de l'atome a été rappelée au chapitre I (formule (I,15)).

En champ magnétique nul, on peut distinguer deux effets :

- .  $\mathcal{H}_e$  déplace globalement l'énergie de l'état fondamental (déplacement du centre de gravité des sous-niveaux Zeeman).
- .  $\mathcal{H}_e$  lève la dégénérescence Zeeman de l'état fondamental (déplacements d'énergie différents pour chaque sous-niveau).

Le premier effet a pu être observé directement sur une transition optique par E.B.A.ALEXANDROV et al., D.J. BRADLEY et al., Y.M. KIRIN et al., P. PLATZ (60)(61)(62)(63). Dans un atome alcalin, les déplacements différents des centres de gravité des deux niveaux hyperfins de l'état fondamental produisent une variation de la fréquence hyperfine qui a été souvent observée et étudiée (64)(65)(66)(67). Nous nous intéresserons ici essentiellement au deuxième point, l'effet du faisceau lumineux à l'intérieur de chaque multiplicité Zeeman de l'état fondamental, qui dépend plus des propriétés angulaires de  $\mathcal{H}_e$  que le déplacement du centre de gravité des niveaux. Il est particulièrement indiqué de faire une telle étude en champ nul, puisque les niveaux d'énergie

sont alors déterminés uniquement par  $\mathcal{H}_e$  que l'on atteint ainsi directement. Le diagramme Zeeman est également intéressant puisqu'il est profondément modifié par la présence du faisceau lumineux. Son étude fournit des informations supplémentaires sur  $\mathcal{H}_e$ .

Le présent chapitre est consacré à une étude théorique du hamiltonien effectif. Nous insisterons sur le fait que la forme de  $\mathcal{H}_e$  (états propres, espacements relatifs des niveaux d'énergie) peut, dans de nombreux cas, être déterminée uniquement à partir des propriétés angulaires du faisceau lumineux, et particulièrement de sa polarisation. Nous nous aiderons pour cela des techniques du calcul tensoriel <sup>(34)</sup><sup>(35)</sup>. En suivant d'autres auteurs <sup>(5)</sup><sup>(68)</sup><sup>(69)</sup>, nous associerons au faisceau lumineux des champs fictifs, électriques ou magnétiques, qui produiraient la même levée de dégénérescence dans l'état fondamental. Ils sont souvent très utiles pour résumer les propriétés de symétrie de  $\mathcal{H}_e$ .

#### A - LE HAMILTONIEN EFFECTIF $\mathcal{H}_e$

---

Rappelons que, dans le cadre des hypothèses énoncées au chapitre I, § B-2°, l'effet du faisceau lumineux non résonnant dans la multiplicité Zeeman F est décrit par le hamiltonien

$$\mathcal{H}_e(F) = \sum_{\phi} \mathcal{H}_e(F, \phi) \quad (V, 1)$$

où

$$\mathcal{H}_e(F, \phi) = \Delta E'(F, \phi) \cdot A(F, \phi) \quad (V, 2)$$

Les expressions de  $\Delta E'(F, \phi)$  et  $A(F, \phi)$  sont données au chapitre I par les formules (I, 34) et (I, 35).

Si deux faisceaux lumineux agissent simultanément sur l'atome, et qu'ils n'ont aucune relation de phase entre eux,  $\mathcal{H}_e$  est la somme des hamiltoniens effectifs associés à chacun des faisceaux. Par contre, ceci n'est plus vrai si les deux faisceaux sont cohérents. En particulier, des termes dépendant du temps peuvent apparaître dans le hamiltonien effectif total.

1°) Développement de  $\mathcal{H}_e$  sur une base d'opérateurs. Introduction des champs fictifs

L'idée consiste à développer  $\mathcal{H}_e(F)$  sur une base d'opérateurs agissant dans la multiplicité F. Chaque terme de ce développement peut être interprété comme le hamiltonien d'interaction de l'état fondamental avec un champ fictif (statique). Pour illustrer la méthode, considérons d'abord le cas simple d'un niveau  $F = 1/2$ .

a) Un cas simple :  $F = 1/2$

Il y a seulement deux sous-niveaux.  $\mathcal{H}_e(F)$  est une matrice  $2 \times 2$ , qui peut toujours être développée sur la matrice unité et les 3 matrices de Pauli  $\sigma_i$  ( $i = x, y, z$ ) :

$$\mathcal{H}_e(F) = c_0 + \sum_i c_i \sigma_i \quad (V,3)$$

$\sum_i c_i \sigma_i$  s'interprète comme le produit scalaire du moment magnétique  $\frac{1}{2} \gamma \vec{\sigma}$  de l'atome ( $\gamma$  : rapport gyromagnétique) avec un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$  défini par

$$-\frac{1}{2} \gamma (H_f)_i = c_i \quad (i = x, y, z) \quad (V,4)$$

Ainsi l'effet du faisceau lumineux dans la multiplicité F peut être décrit dans ce cas par le déplacement du centre de masse  $c_0$  et l'action d'un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$ .

Insistons bien sur le caractère fictif de  $H_f$ . L'irradiation de l'atome par  $\mathcal{F}_1$  ne produit aucun champ statique réel. La levée de dégénérescence obtenue est simplement identique (tant en ce qui concerne les nouvelles énergies que les nouveaux états propres) à celle que l'on obtiendrait par application d'un champ statique  $\vec{H}_f$ .

b) Cas général :  $F > \frac{1}{2}$

Lorsque  $F > \frac{1}{2}$ , un troisième groupe de termes apparaît dans le développement.  $\mathcal{H}_e(F)$ , qui est une matrice  $(2F+1) \times (2F+1)$ , se développe sur un ensemble complet d'opérateurs tensoriels irréductibles  ${}^{FF}T_q^{(k)}$ , ( $-k \leq q \leq k$ ;  $k = 0, 1, \dots, 2F$ ) :

$$\mathcal{H}_e(F) = \sum_{k,q} c_q^{(k)}(F) {}^{FF}T_q^{(k)} \quad (V,5)$$

Il apparaît clairement sur les formules (V,2) (I,37) que  $\mathcal{H}_e(F, \phi)$  est formé de deux observables vectorielles (D deux fois) et d'opérateurs scalaires ( $P_F$  et  $P_\phi$ ). Le produit de deux observables vectorielles ne peut donner naissance qu'à des opérateurs tensoriels d'ordre  $k=0,1,2$ . Aussi  $\mathcal{H}_e(F)$  a la forme suivante

$$\mathcal{H}_e(F) = c_0^{(0)}(F) + \sum_{q=-1}^1 c_q^{(1)}(F) FF_{T_q}^{(1)} + \sum_{q=-2}^2 c_q^{(2)}(F) FF_{T_q}^{(2)} \quad (V,6)$$

- $c_0^{(0)}(F)$  représente un déplacement du centre de gravité du niveau.
- Comme  $FF_{T_0}^{(1)} \propto F_z$ ,  $FF_{T_{\pm 1}}^{(1)} \propto \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (F_x \pm iF_y)$ , les termes  $k = 1$  de  $\mathcal{H}_e(F)$  peuvent se regrouper sous forme d'une combinaison linéaire de  $F_x, F_y, F_z$ . Comme dans le cas  $F = 1/2$ , l'effet de ces termes peut se décrire au moyen d'un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$ .
- La dernière sommation de (V,6) fait intervenir les 5 opérateurs  $FF_{T_q}^{(2)}$ , qui sont proportionnels à :

$$FF_{T_{\pm 2}}^{(2)} \propto \frac{1}{2} (F_x \pm iF_y)^2$$

$$FF_{T_{\pm 1}}^{(2)} \propto \pm \frac{1}{2} \left[ F_z (F_x \pm iF_y) + (F_x \pm iF_y) F_z \right]$$

$$FF_{T_0}^{(2)} \propto \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ 3F_z^2 - F(F+1) \right]$$

Cette partie peut être considérée comme le hamiltonien d'interaction d'un gradient de champ électrique avec le moment quadripolaire du niveau  $F$ . Mais nous verrons plus tard que, dans certains cas, on peut aussi l'interpréter comme décrivant l'effet Stark du 2e ordre produit par un champ électrique fictif statique et uniforme.

A part le déplacement du centre de masse du niveau, que nous ne considérerons plus dans la suite,  $\mathcal{H}_e(F)$  est entièrement déterminé par les 8 coefficients  $c_q^{(1)}(F)$  et  $c_q^{(2)}(F)$  (\*). On peut calculer explicitement ces coefficients en fonction des paramètres

---

(\*)  $\mathcal{H}_e$  est hermitique de sorte que  $(c_q^{(k)})^* = (-)^q c_{-q}^{(k)}$ .  $\mathcal{H}_e$  dépend donc seulement de 8 paramètres réels.

du faisceau lumineux et de l'atome (voir par exemple la référence (11)). Mais notre but est d'étudier plutôt l'aspect angulaire de  $\mathcal{H}_e$ . Pour cela, seule nous intéresse la valeur relative de ces coefficients. Nous allons voir que de nombreux résultats sur ce problème peuvent être obtenus à partir de raisonnements très simples : par exemple, les symétries du faisceau lumineux impliquent souvent que la plupart des  $c_q^{(k)}$  sont nuls.

## B - FORME EXPLICITE DE $\mathcal{H}_e(F)$ DANS QUELQUES CAS PARTICULIERS

---

### 1°) Conséquences des symétries du faisceau lumineux

Supposons que le faisceau lumineux (plus précisément sa polarisation  $\vec{e}_\lambda$ ) soit invariant dans une certaine transformation géométrique  $\mathcal{R}$ , telle qu'une rotation ou une réflexion.  $\mathcal{H}_e(F)$ , qui représente l'effet du faisceau lumineux à l'intérieur de la multiplicité  $F$  doit aussi demeurer inchangé par  $\mathcal{R}$ . Si  $R(F)$  est l'opérateur correspondant à cette transformation dans le sous-espace  $F$ , l'invariance de  $\mathcal{H}_e(F)$  s'exprime par

$$R(F) \mathcal{H}_e(F) R^\dagger(F) = \mathcal{H}_e(F), \quad (V,7)$$

soit encore, en utilisant le développement (V,6)

$$\sum_{k,q} c_q^{(k)}(F) R(F) {}^{FF}T_q^{(k)} R^\dagger(F) = \sum_{k,q} c_q^{(k)}(F) T_q^{(k)} \quad (V,8)$$

Or  $R(F) {}^{FF}T_q^{(k)} R^\dagger(F)$  peut s'exprimer comme combinaison linéaire de  ${}^{FF}T_{q'}^{(k')}$ . En identifiant les coefficients des deux développements, on obtient plusieurs relations entre les  $c_q^{(k)}$ , qui peuvent être utilisées pour simplifier l'expression de  $\mathcal{H}_e(F)$ .

Les conséquences des symétries du faisceau lumineux peuvent également être recherchées directement sur les champs fictifs : ces champs, qui dépendent uniquement de la polarisation  $\vec{e}_\lambda$  du faisceau, peuvent être considérés comme liés "rigidement" à  $\vec{e}_\lambda$ . Les champs fictifs sont donc invariants dans toutes les transformations géométriques qui laissent la polarisation du faisceau inchangée.

2°) Détermination des champs fictifs dans quelques cas simples

a) Spin 1/2. Faisceau polarisé circulairement.

Comme nous l'avons vu précédemment, l'effet du faisceau lumineux est entièrement décrit par un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$ . Le faisceau lumineux est invariant dans une rotation autour de sa direction de propagation Oz, de sorte que  $\vec{H}_f$  doit être parallèle à Oz.

De plus,  $\vec{H}_f$  change de sens si l'on passe d'une polarisation  $\sigma^+$  à une polarisation  $\sigma^-$ . Le raisonnement est le suivant : l'image d'un faisceau  $\sigma^+$  dans un miroir parallèle à sa direction de propagation est un faisceau polarisé  $\sigma^-$ . La même transformation change  $\vec{H}_f$ , qui est un vecteur axial, en  $-\vec{H}_f$ .

Un faisceau partiellement polarisé est la superposition de deux faisceaux  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  incohérents, d'intensités  $\mathcal{I}_+$  et  $\mathcal{I}_-$ . Son effet est donc décrit par un champ magnétique fictif parallèle au faisceau lumineux et proportionnel à  $\mathcal{I}_+ - \mathcal{I}_-$ . Ce résultat est également vrai pour un faisceau de polarisation elliptique. Comme cas particulier, on voit qu'un faisceau de lumière naturelle n'a aucun effet sur un spin 1/2 (excepté, bien entendu, le déplacement du centre de masse). Cette propriété est également valable pour un faisceau polarisé linéairement.

b) F > 1/2; faisceau polarisé linéairement

Le faisceau  $\mathcal{F}_1$  se propage le long de l'axe Ox et  $\vec{e}_\lambda$  est parallèle à Oz. Si l'on fait tourner  $\mathcal{F}_1$  autour de l'axe Oz d'un angle  $\phi$ ,  $\vec{e}_\lambda$  n'est pas changé et, par conséquent,  $\mathcal{H}_e(F)$  doit être invariant dans cette rotation. Si  $R_{Oz}(\phi)$  est l'opérateur rotation correspondant, le hamiltonien effectif  $\mathcal{H}'_e(F)$  associé au faisceau tourné  $\mathcal{F}'_1$  est

$$\mathcal{H}'_e(F) = R_{Oz}(\phi) \mathcal{H}_e(F) R_{Oz}^\dagger(\phi) = \sum_{k,q} c_q^{(k)}(F) (R_{Oz}(\phi) {}^{FF}T_q^{(k)} R_{Oz}^\dagger(\phi)) \quad (V,9)$$

Or, une rotation autour de l'axe Oz multiplie simplement  ${}^{FF}T_q^{(k)}$  par  $e^{-iq\phi}$ . Nous avons donc

$$\mathcal{H}'_e(F) = \sum_{k,q} (c_q^{(k)} e^{-iq\phi}) {}^{FF}T_q^{(k)} \quad (V,10)$$

La condition d'invariance  $\mathcal{H}_e = \mathcal{H}'_e$  implique  $c_q^{(k)} = c_q^{(k)} e^{-iq\phi}$  et donc

$$c_q^{(k)} = 0 \text{ pour } q \neq 0.$$

De sorte qu'en définitive,  $\mathcal{H}_e$  se réduit à

$$\mathcal{H}_e(F) = c_0^{(1)}(F) FF_{T_0}^{(1)} + c_0^{(2)}(F) FF_{T_0}^{(2)} \quad (V,11)$$

En outre,  $\vec{e}_\lambda$  (qui est la direction du champ électrique de l'onde) est aussi invariant dans une réflexion par rapport au plan xOz. Dans cette transformation,  $FF_{T_0}^{(1)} \propto F_z$  change de signe;  $FF_{T_0}^{(2)} \propto 3F_z^2 - F(F+1)$  reste inchangé. Comme  $\mathcal{H}(F)$  doit avoir les mêmes propriétés d'invariance que  $\vec{e}_\lambda$ , il s'ensuit que

$$c_0^{(1)}(F) = 0$$

Finalement, le hamiltonien effectif qui décrit l'effet d'un faisceau lumineux polarisé linéairement ne contient que la partie tensorielle (elle est nulle dans le cas  $F = 1/2$ , d'après le théorème Wigner-Eckart). Son expression générale est

$$\mathcal{H}_e(F) = b(3F_z^2 - F(F+1)) \quad (V,12)$$

$\mathcal{H}_e(F)$  a, dans ce cas, la même forme que le hamiltonien Stark décrivant l'effet au second ordre sur l'état fondamental d'un champ électrique statique fictif  $\vec{E}_f$ , parallèle au vecteur polarisation.

$\mathcal{H}_e(F)$  ne lève que partiellement la dégénérescence Zeeman : le déplacement d'énergie est le même pour les deux sous-niveaux  $m$  et  $-m$

$$\omega_m = b [3m^2 - F(F+1)] \quad (V,13)$$

Ceci est une conséquence directe de l'invariance du faisceau lumineux dans une réflexion par rapport à un plan.

c)  $F \geq 1/2$ ; faisceau non polarisé

Un faisceau non polarisé (intensité  $\mathcal{I}$ ) est une superposition de deux faisceaux incohérents d'égales intensités  $\mathcal{I}/2$ , polarisés linéairement à angle droit l'un de l'autre. Si le faisceau  $\mathcal{F}_1$  se propage le long de la direction Oz, le hamiltonien

effectif correspondant est

$$\mathcal{H}_e(F) = \frac{b}{2} [3F_x^2 - F(F+1)] + \frac{b}{2} [3F_y^2 - F(F+1)]$$

qui peut être encore exprimé sous la forme

$$\mathcal{H}_e(F) = - \frac{b}{2} [3F_z^2 - F(F+1)] \quad (V,14)$$

Ce résultat aurait pu aussi être obtenu à partir des propriétés d'invariance du faisceau lumineux dans les rotations autour de l'axe Oz et la réflexion par rapport au plan xOz.

d)  $F > 1/2$ ; faisceau polarisé circulairement  
 $\mathcal{F}_1$  est parallèle à l'axe Oz. L'invariance de  $\mathcal{F}_1$  dans les rotations autour de Oz donne :

$$\mathcal{H}_e(F) = c_0^{(1)}(F) FF_T^{(1)} + c_0^{(2)}(F) FF_T^{(2)} = a F_z + b [3F_z^2 - F(F+1)] \quad (V,15)$$

Le faisceau lumineux polarisé circulairement n'est plus invariant dans une réflexion par rapport à un plan et son effet à l'intérieur d'un niveau  $F > 1/2$  est décrit par un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$  et un champ électrique fictif  $\vec{E}_f$ , parallèles à la direction de propagation. Les grandeurs relatives de a et b ne peuvent être obtenues que par un calcul explicite. Quand la polarisation est renversée, on peut montrer, comme dans le paragraphe (B-2-a) précédent que  $\vec{H}_f$  est changé en  $-\vec{H}_f$ , tandis que le hamiltonien Stark fictif n'est pas affecté.

e)  $F > 1/2$ ; faisceau lumineux équivalent uniquement à un champ magnétique fictif

Dans certains cas, il est possible de produire des faisceaux lumineux dont l'effet est équivalent uniquement à celui d'un champ magnétique fictif : même pour  $F > 1/2$ , la partie tensorielle est absente.

L'idée a été suggérée par A. KASTLER, dans le cas des isotopes impairs du mercure. Le moment magnétique dans l'état fondamental  $6^1S_0$  est purement nucléaire :  $F = I$ . Dans l'état excité  $6^3P_1$ , la structure hyperfine est assez grande par rapport à  $\Delta k$  pour que l'on puisse considérer seulement l'un des niveaux hyperfins  $\phi$ .

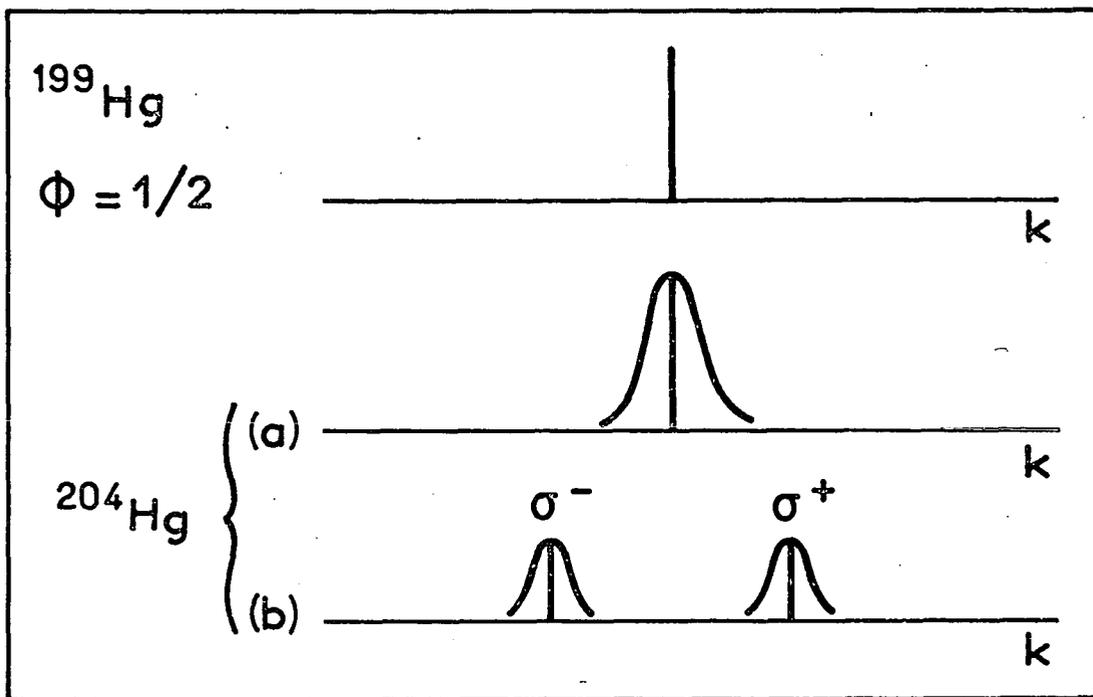


FIGURE 20 : a) En champ nul, la raie de résonance de  $^{204}\text{Hg}$  ( $2.537 \text{ \AA}$ ) coïncide avec la composante  $\phi = 1/2$  de  $^{199}\text{Hg}$ .  
 b) Dans un champ magnétique axial, la lampe à  $^{204}\text{Hg}$  émet deux composantes, polarisées  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  et situées de chaque côté de la composante  $\phi = 1/2$  de  $^{199}\text{Hg}$ .

La lampe qui produit le faisceau  $\mathcal{F}_1$  est remplie avec un isotope pair dont la raie de résonance coïncide en champ magnétique nul avec la composante  $\phi$  de l'isotope impair étudiée. Plaçons maintenant la lampe dans un champ magnétique parallèle à la direction de  $\mathcal{F}_1$  : la raie de résonance est décomposée en une composante  $\sigma^+$  et une composante  $\sigma^-$ , situées de chaque côté de la raie d'absorption  $\phi$  de la vapeur. Un exemple est donné sur la figure 20 (une situation analogue existe pour la composante  $\phi = 5/2$  de  $^{201}\text{Hg}$  excitée par une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ , et pour la composante  $\phi = 3/2$  de  $^{201}\text{Hg}$  excitée par une lampe à  $^{198}\text{Hg}$ ). Les intensités des deux composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  sont égales de sorte que  $\Delta E'_{\sigma^+}$  et  $\Delta E'_{\sigma^-}$  sont opposés. On en déduit :

$$\mathcal{H}_{e,\sigma^+} = a I_z + b [3I_z^2 - I(I+1)] \quad (\text{V},16)$$

$$\mathcal{H}_{e,\sigma^-} = - \left[ -a I_z + b [3I_z^2 - I(I+1)] \right] \quad (\text{V},17)$$

Dans la formule (V,17), le signe moins à l'extérieur des parenthèses vient de  $\Delta E'_{\sigma^-}$ , celui qui est devant le terme  $I_z$  vient du changement de la polarisation. Finalement,  $\mathcal{H}_e$  s'écrit :

$$\mathcal{H}_e = \mathcal{H}_{e,\sigma^+} + \mathcal{H}_{e,\sigma^-} = 2a I_z \quad (\text{V},18)$$

et l'effet du faisceau est entièrement décrit par un champ magnétique fictif.

#### f) Atomes alcalins

Les déplacements lumineux dans l'état fondamental des alcalins ont été calculés en détail par HAPPER et al. (67) dans le cas du Rubidium. Nous présentons ici un calcul simple de  $\mathcal{H}_e(F)$ , valable uniquement dans le cas où la structure hyperfine de l'état excité est négligeable comparée à la largeur Doppler. Dans ce cas,  $\Delta E'(F, \phi)$  est indépendant de  $\phi$ . L'expression de  $\mathcal{H}_e(F)$  peut alors être transformée de la manière suivante :

$$\mathcal{H}_e(F) = \Delta E'(F) \times P_F(\vec{e}_\lambda^* \vec{D}) \left( \sum_\phi P_\phi \right) (\vec{e}_\lambda \vec{D}) P_F \quad (\text{V},19)$$

Utilisons la relation

$$\sum_\phi P_\phi = 1_I \otimes P_J \quad (\text{V},20)$$

où  $1_I$  est la matrice unité dans l'espace des variables nucléaires et  $P_J$  le projecteur sur la fonction d'onde électronique de l'état excité. L'opérateur  $\vec{D}$  n'agit en fait que sur les variables électroniques de sorte que  $\mathcal{H}_e(F)$  devient

$$\mathcal{H}_e(F) = \Delta E'(F) \times P_F (1_I) (\vec{e}_\lambda^* \vec{D} P_J \vec{e}_\lambda \vec{D}) P_F \quad (V,21)$$

$\vec{e}_\lambda^* \vec{D} P_J \vec{e}_\lambda \vec{D}$  est un opérateur purement électronique agissant dans l'état fondamental ( $L=0, S=1/2$ ). D'après les résultats du paragraphe (B-2-a) du présent chapitre

$$\vec{e}_\lambda^* \vec{D} P_J \vec{e}_\lambda \vec{D} = K S_z \quad (V,22)$$

si le faisceau lumineux se propage le long de l'axe Oz.  $\vec{S}$  est le spin électronique et K une constante dépendant de J et proportionnelle au taux de polarisation circulaire de  $\mathcal{H}_1$ . Finalement

$$\mathcal{H}_e(F) = K \times \Delta E'(F) \times P_F S_z P_F \quad (V,23)$$

La partie tensorielle est absente. De plus,  $\mathcal{H}_e(F)$  a la forme d'un hamiltonien Zeeman dans l'approximation des champs faibles et peut se mettre sous la forme  $g_F F_z$ , où  $g_F$  est le facteur de Landé du niveau F (les  $g_F$  sont opposés pour les 2 niveaux hyperfins). L'effet du faisceau lumineux dans les deux multiplicités Zeeman  $F = I+1/2$  et  $F' = I-1/2$  est décrit par deux champs magnétiques fictifs, proportionnels en grandeur et en signe à  $\Delta E'(F)$  et  $\Delta E'(F')$ . Par exemple, si  $k_{F\phi} < \bar{k} < k_{F'\phi}$ , les deux champs fictifs  $\vec{H}_f(F)$  et  $\vec{H}_f(F')$  sont opposés.

## C - QUELQUES REMARQUES SUR LE CONCEPT DE CHAMPS FICTIFS

Il est important de bien préciser les limitations du concept de champ fictif. Tout d'abord, les champs fictifs ne décrivent l'effet du faisceau qu'à l'intérieur d'un niveau donné. Dans d'autres niveaux atomiques, l'effet du même faisceau lumineux est décrit par d'autres quantités fictives. De plus, le choix des champs fictifs est, dans une certaine mesure, arbitraire. Par exemple, l'effet d'un faisceau polarisé linéairement peut être

décrit aussi bien par un gradient de champ électrique agissant sur le moment quadripolaire atomique que par l'effet Stark du second ordre produit par un champ électrique statique uniforme. On doit garder à l'esprit que seul le hamiltonien effectif a une signification physique. Néanmoins, les champs fictifs sont utiles pour résumer et "visualiser" l'effet du faisceau lumineux, en particulier son aspect angulaire.

Les résultats de ce chapitre sont résumés sur le tableau de la figure 21.

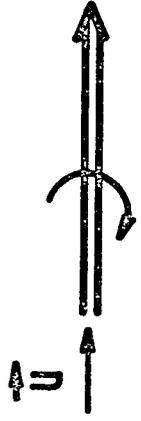
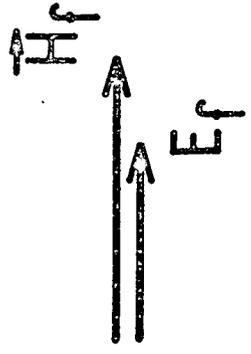
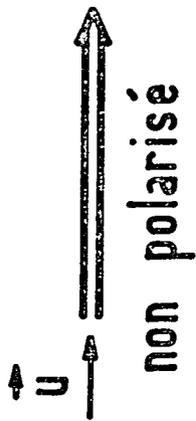
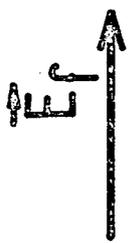
Polarisation de $\mathcal{F}_1$	Hamiltonien effectif	Champs fictifs équivalents
	$\mathcal{H} = a F_u + b [F_u^2 - F(F+1)/3]$	
	$\mathcal{H} = b [F_\lambda^2 - F(F+1)/3]$	
	$\mathcal{H} = b [F_u^2 - F(F+1)/3]$	

FIGURE 21 : Hamiltoniens effectifs et champs fictifs équivalents associés à différents types de faisceaux non résonnants  $\mathcal{F}_1$ .

C H A P I T R E VI

ETUDE EXPERIMENTALE DE L'EFFET D'UN FAISCEAU NON RESONNANT  
SUR LES NIVEAUX D'ENERGIE D'UN ATOME EN CHAMP NUL OU TRES FAIBLE

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement les prévisions théoriques du chapitre précédent concernant l'effet d'un faisceau lumineux non résonnant sur les sous-niveaux Zeeman d'un atome. On sait qu'en présence d'un champ magnétique, la modification de l'énergie des sous-niveaux Zeeman se traduit par un déplacement de la raie de résonance magnétique qui a été souvent observé (70)(71)(72)(73).

Cependant, ces expériences ont été effectuées en champ magnétique fort. Comme nous l'avons souligné dans l'introduction, le champ magnétique masque alors les propriétés de symétrie du hamiltonien effectif que l'on veut étudier. C'est pourquoi nous avons effectué nos vérifications expérimentales en champ nul ou très faible. Nous avons pu ainsi observer la levée de la dégénérescence Zeeman sous l'action de l'onde lumineuse non résonnante. Nous avons également vérifié que le hamiltonien effectif  $\mathcal{H}_e$  décrit bien les phénomènes observés. Nous avons ainsi donné un fondement expérimental au concept de champ fictif.

Nous avons employé pour cela différentes méthodes. L'écart entre les niveaux d'énergie résultant de la levée de dégénérescence en champ nul est mesuré par des méthodes de résonances ou de transitoires. L'identification expérimentale de  $\mathcal{H}_e$  est plus difficile : il faudrait déterminer l'expression des états propres. En fait, nous avons choisi une autre approche. La forme du diagramme Zeeman pour différentes directions du champ magnétique est caractéristique du hamiltonien en champ nul. Aussi, comparons-nous le diagramme Zeeman expérimental à celui que l'on peut calculer théoriquement à partir de la forme supposée de  $\mathcal{H}_e$  (les paramètres inconnus entrant dans  $\mathcal{H}_e$  sont mesurés directement à partir des niveaux d'énergie en champ nul). Un accord satisfaisant

entre les deux diagrammes lorsqu'on fait varier le champ magnétique appliqué est considéré comme un bon test de la forme théorique de  $H_0$ . Nous avons entrepris une telle étude sur l'état fondamental de  $^{199}\text{Hg}$  ( $I = 1/2$ ) et  $^{87}\text{Rb}$  (deux niveaux hyperfins  $F = 2$ ,  $F' = 1$ ) pour des faisceaux non résonnants polarisés circulairement.

L'effet d'un faisceau non polarisé ou polarisé linéairement a été étudié sur l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$  ( $I = 3/2$ ). Nous donnons nos résultats expérimentaux dans la partie B. Auparavant, nous discutons brièvement les méthodes expérimentales. Dans une partie C, nous montrons, sur quelques exemples, que des champs fictifs statiques ou modulés peuvent se révéler utiles dans certaines expériences.

## A - LES METHODES EXPERIMENTALES

### I - Le montage expérimental

#### 1°) Le faisceau non résonnant

Nous avons utilisé des sources conventionnelles, c'est-à-dire des lampes à décharge sans électrode. Pour obtenir un faisceau non résonnant, la lampe est placée dans un champ magnétique ou remplie d'un isotope différent de celui qui se trouve dans la cellule de résonance. Pour obtenir  $\Delta E'$  maximum, la fréquence centrale  $\bar{k}$  émise par la lampe est choisie assez proche de la fréquence de résonance  $k_{F\phi}$  (à quelques largeurs Doppler; 1 largeur Doppler  $\approx 0,03 \text{ cm}^{-1}$ ). Par exemple, nous avons éclairé les atomes de  $^{201}\text{Hg}$  avec un faisceau issu d'une lampe à  $^{200}\text{Hg}$  ( $\bar{k} - k_{3/2 \ 3/2} = -0,13 \text{ cm}^{-1}$ ) et les atomes de  $^{199}\text{Hg}$  par la lumière issue d'une lampe à  $^{204}\text{Hg}$  placée dans un champ magnétique axial de 2.300 G ( $\bar{k} - k_{1/2 \ 1/2} = 0,16 \text{ cm}^{-1}$ ). Les déplacements des niveaux d'énergie de  $^{87}\text{Rb}$  sont produits par la raie  $D_2$  d'une lampe à  $^{85}\text{Rb}$ . Comme le montre la figure 22, les composantes hyperfines de  $^{85}\text{Rb}$  tombent juste entre celles de  $^{87}\text{Rb}$ .

A cause du petit écart de fréquence  $\bar{k} - k_{F\phi}$ , les ailes de la raie non résonnante contiennent habituellement des longueurs d'ondes résonnantes qui élargissent l'état fondamental. Cette lumière résonnante est supprimée par un filtre, rempli avec le même isotope que la cellule et placé devant elle. Le choix de la

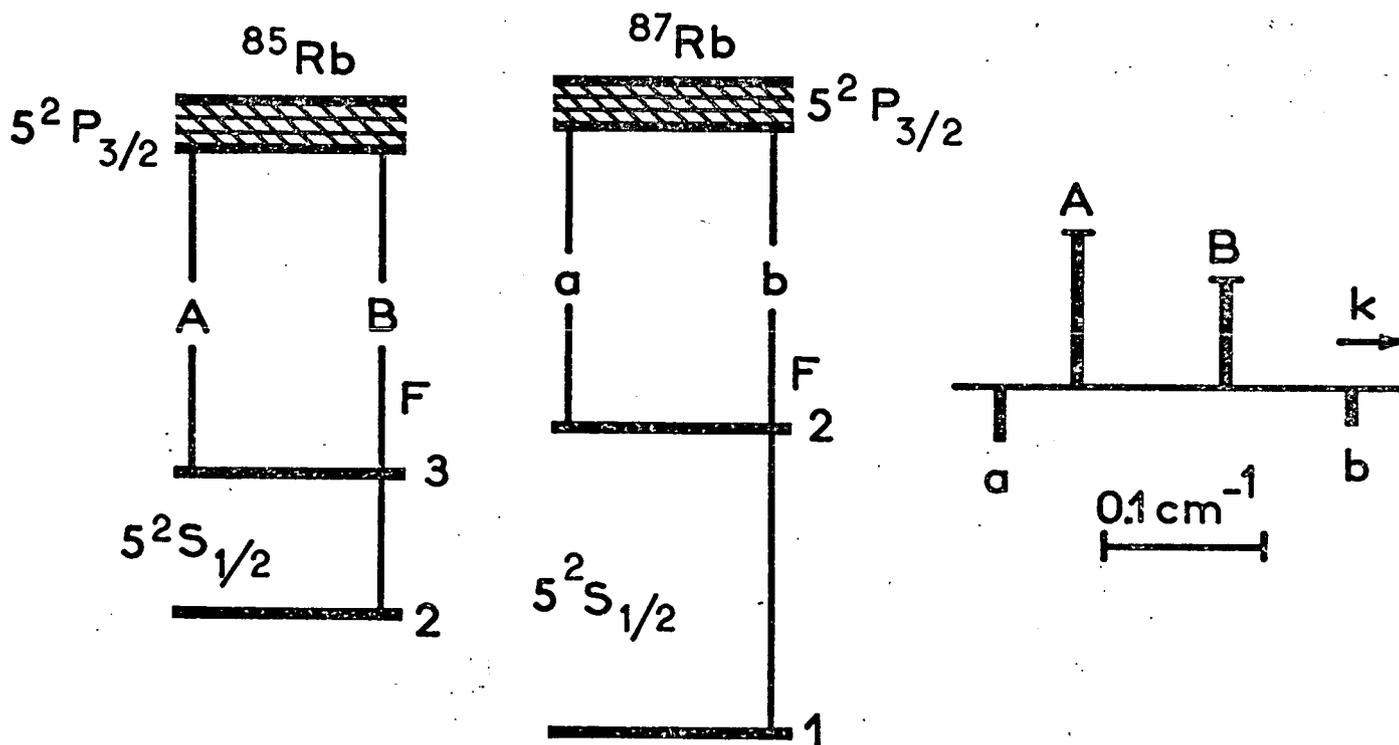


FIGURE 22 : Structure hyperfine de la raie  $D_2$  du Rubidium.  
 La structure hyperfine de l'état excité est négligeable devant la largeur Doppler.

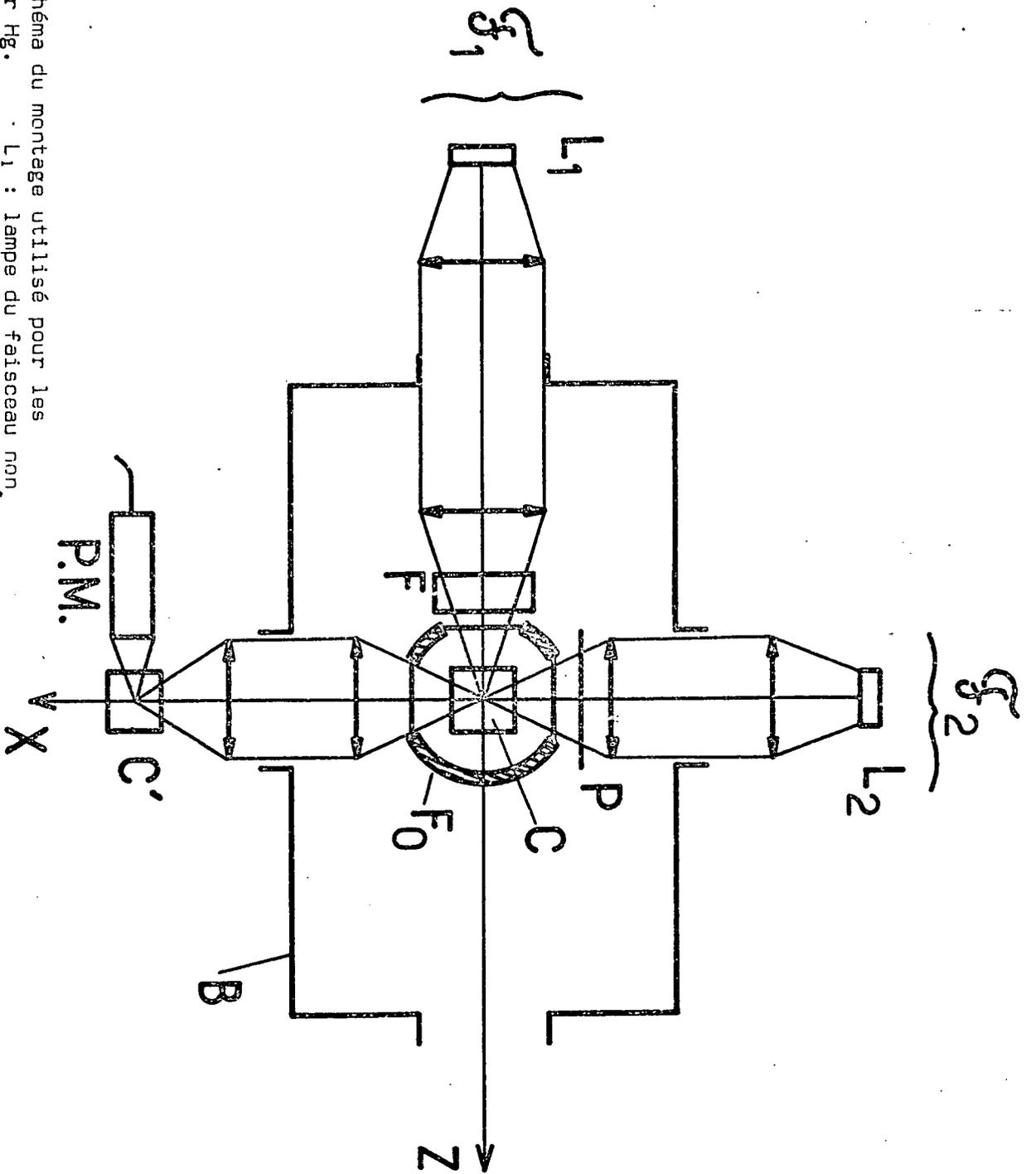


FIGURE 23 : Schéma du montage utilisé pour les expériences sur Hg. L<sub>1</sub> : lampe du faisceau non résonnant  $\sigma_1$ . L<sub>2</sub> : lampe du faisceau de pompage  $\sigma_2$ . C : cellule de résonance. F : filtre rempli du même isotope que C. F<sub>0</sub> : four. P : polariseur. B : blindage magnétique. C' : cellule recueillant la lumière transmise de  $\sigma_2$ . PM : photomultiplicateur.

température du filtre résulte d'un compromis : à haute température, le filtre absorbe aussi une partie de la lumière non résonnante et diminue la grandeur des déplacements observés; si la température est trop basse, les longueurs d'ondes résonnantes ne sont pas complètement absorbées et les sous-niveaux de l'état fondamental sont élargis. Nous opérons au voisinage de la température pour laquelle le rapport déplacement/largeur des niveaux est optimal.

Pour obtenir des déplacements importants, on a besoin d'un faisceau non résonnant de forte intensité. Les lampes sont d'assez grande taille (3 cm de diamètre pour les lampes à Hg, 5 cm pour les lampes à Rb). Elles sont remplies avec du néon ou de l'argon comme gaz tampon et excitées par un générateur hyperfréquence puissant (plus de 150 W). Les polariseurs sont éliminés toutes les fois que cela est possible. Pour les expériences sur  $^{199}\text{Hg}$ , le dispositif décrit au chapitre V, § B-2-e, est utilisé. Pour  $^{201}\text{Hg}$ , les champs électriques fictifs étudiés sont produits par des faisceaux non polarisés, au lieu de faisceaux polarisés linéairement. Nous avons utilisé des polariseurs circulaires uniquement pour le rubidium.

La grandeur des déplacements de niveaux obtenus dépend de façon critique des conditions de fonctionnement des lampes. D'un jour à l'autre, des variations de l'ordre de 10% peuvent être observées. Néanmoins, au cours d'une expérience, il a toujours été possible de garder des conditions de fonctionnement stables à quelques % près.

## 2°) Les autres parties du montage

Le schéma des montages utilisés pour les expériences est donné, pour le mercure sur la figure 23, pour les alcalins sur la figure 24.

En plus du faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$ , un deuxième faisceau  $\mathcal{F}_2$  est nécessaire.  $\mathcal{F}_2$  est résonnant, son intensité est assez faible pour ne pas trop élargir l'état fondamental.  $\mathcal{F}_2$  pompe optiquement les atomes et permet la mesure de leurs fréquences de Bohr en présence de  $\mathcal{F}_1$ . Les résonances sont détectées sur la lumière de  $\mathcal{F}_2$  transmise par la cellule de résonance.

Dans les expériences sur le mercure (fig. 23), la lumière parasite due aux réflexions du faisceau intense  $\mathcal{F}_1$  sur les parois de la cellule est assez importante comparée à la faible intensité de  $\mathcal{F}_2$  pour produire un bruit important. Nous avons éliminé cette lumière parasite en recueillant la lumière transmise de  $\mathcal{F}_2$  par une deuxième cellule C' qui absorbe seulement la lumière venant de  $\mathcal{F}_2$  et laisse passer celle de  $\mathcal{F}_1$ . Un photomultiplicateur P.M. mesure la lumière réémise par C' à angle droit.

Les atomes sont contenus dans des cellules possédant un long temps de relaxation : la largeur des niveaux peut être ainsi rendue plus petite que leur déplacement produit par  $\mathcal{F}_1$ . Pour les isotopes du mercure, les cellules de silice fondue sont chauffées à environ 300°C pour augmenter le temps de relaxation. Des cellules enduites de paraffine deutérée sont utilisées pour  $^{87}\text{Rb}$ . Des résultats typiques concernant les déplacements  $\delta'/2\pi$  et les largeurs  $\Gamma'/2\pi$  sont donnés dans le tableau.

FIGURE 25 : Résultats expérimentaux concernant la levée de dégénérescence en champ nul et la largeur des niveaux

Atome	état	$\delta'/2$ (Hz)	$\Gamma'/2$ (Hz)	$\delta'/\Gamma'$
$^{199}\text{Hg}$	$6^1\text{S}_0$ (I=1/2)	5	0,3	16
$^{201}\text{Hg}$	$6^1\text{S}_0$ (I=3/2)	3	0,2	15
$^{87}\text{Rb}$	$5^2\text{S}_{1/2}$ F=2	15	3	5
	F=1	10	2,3	4,5

Des temps de relaxation aussi longs impliquent évidemment une grande sensibilité au bruit magnétique présent dans le laboratoire. Nous avons éliminé ce bruit en utilisant des blindages magnétiques. Les expériences sur le mercure ont été faites dans un blindage magnétique constitué de 3 couches de Netic et Conetic, qui a été décrit par ailleurs (<sup>52</sup>). Le facteur de blindage de 60 est suffisant dans ce cas (le facteur gyromagnétique est nucléaire). Pour les expériences sur Rb, nous avons utilisé le blindage décrit au chapitre IV. Dans les deux cas, trois ensembles de bobines de

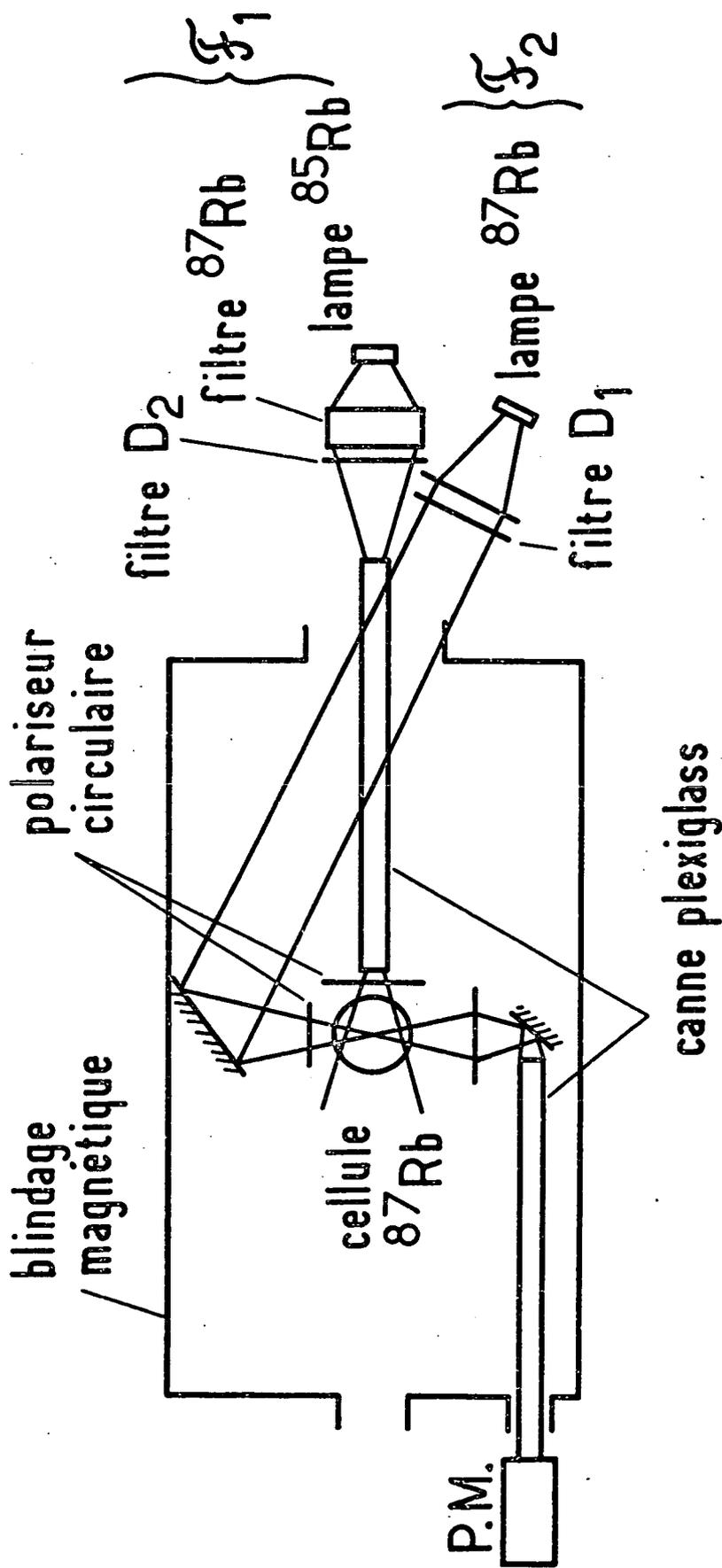


FIGURE 24 : Schéma du montage utilisé pour les expériences sur Rb

Helmholtz sont utilisés pour compenser le champ résiduel dans le blindage et produire les champs magnétiques nécessaires aux expériences.

## - II - Les méthodes de mesures

Les seules quantités accessibles à la mesure sont les différences  $\omega_{\alpha\beta} = \omega_{\alpha} - \omega_{\beta}$  entre les énergies des sous-niveaux Zeeman;  $\omega_{\alpha\beta}/2\pi$  est une fréquence de Bohr du système. Si tous les  $\omega_{\alpha\beta}$  sont connus, le diagramme d'énergie peut être reconstruit. Dans cette partie, nous décrivons différentes méthodes permettant de mesurer les fréquences de Bohr des atomes illuminés par le faisceau non résonnant. Ces mesures sont faites en champ nul ou non nul. Différentes techniques de pompage optique sont utilisées : transitoires, croisements de niveau, résonances de types variés, ... Avant de les décrire, nous rappelons brièvement quelques résultats concernant l'évolution de la matrice densité.

### 1°) Evolution de la matrice densité

Les atomes dans une certaine multiplicité de l'état fondamental sont décrits par la matrice densité  $\sigma$ . La population du niveau  $|\alpha\rangle$  est  $\sigma_{\alpha\alpha} = \langle \alpha | \sigma | \alpha \rangle$ ,  $\sigma_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \sigma | \beta \rangle$  est la cohérence entre les niveaux  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$ . L'évolution est due aux 3 processus suivants : effet du hamiltonien  $\mathcal{H}$  de l'état fondamental (comprenant  $\mathcal{H}_e$ ), relaxation thermique et pompage optique par  $\mathcal{F}_2$ . Toutes les quantités que nous introduirons dans ce paragraphe sont relatives à une multiplicité déterminée de l'état fondamental.

. Le hamiltonien  $\mathcal{H}$  est la somme du hamiltonien effectif  $\mathcal{H}_e$  et du hamiltonien Zeeman  $\mathcal{H}_m$  dû au champ magnétique appliqué

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_m \quad (\text{VI}, 1)$$

. Les atomes sont soumis à différents processus de relaxation (collisions contre les parois de la cellule essentiellement, mais aussi collisions d'échange pour Rb). En général, plusieurs temps de relaxation sont nécessaires pour décrire un tel processus. Pour simplifier la discussion, nous supposerons qu'ils sont

tous égaux à  $T$ . Une telle hypothèse n'est justifiée ni pour  $^{201}\text{Hg}$ , ni pour  $^{87}\text{Rb}$ . Dans chacun de ces deux cas, on peut faire des calculs plus réalistes mais plus compliqués qui conduisent à des résultats qualitativement identiques à ceux que nous donnons ci-dessous (en particulier, les positions des diverses résonances sont les mêmes).

Le pompage par  $\mathcal{F}_2$  est supposé faible. Comme nous l'avons montré au chapitre III, on peut le décrire par un terme source  $\frac{1}{T_p} \text{ex}_\sigma$

L'équation pilote gouvernant l'évolution de  $\sigma$  est alors donnée par

$$\frac{d}{dt} \sigma = -i [\mathcal{H}, \sigma] + \frac{1}{T} (1 - \sigma) + \frac{1}{T_p} \text{ex}_\sigma \quad (\text{VI},2)$$

ce qui donne pour l'évolution de  $\sigma_{\alpha\beta}$

$$\frac{d}{dt} \sigma_{\alpha\beta} = -\left(\frac{1}{T} + i\omega_{\alpha\beta}\right) \sigma_{\alpha\beta} + \frac{1}{T_p} \text{ex}_{\sigma_{\alpha\beta}} + \frac{1}{T} \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{VI},3)$$

La solution stationnaire de cette équation est

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{T}{T_p} \text{ex}_{\sigma_{\alpha\beta}} \frac{1}{1 + i\omega_{\alpha\beta} T} + \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{VI},4)$$

Des différences de population apparaissent si la polarisation de  $\mathcal{F}_2$  est choisie de sorte que les éléments de matrice diagonaux  $\text{ex}_{\sigma_{\alpha\alpha}}$  ne soient pas tous égaux. Pour un pompage optique transversal ( $\text{ex}_{\sigma_{\alpha\beta}} \neq 0$  avec  $\alpha \neq \beta$ ), les "cohérences" disparaissent dès que  $\frac{1}{T} \ll \delta_{\alpha\beta}$ .

## 2°) Croisement de niveaux et transitoires

Les énergies  $\omega_\alpha$  des niveaux  $|\alpha\rangle$  dépendent du champ magnétique  $\vec{H}$ . Dans certains cas, des croisements de niveaux peuvent apparaître dans le diagramme Zeeman : pour une valeur particulière  $H_c$  du champ magnétique, deux sous-niveaux  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$  ont même énergie :  $\omega_{\alpha\beta} = 0$ .

D'après la formule (VI,4), la cohérence  $\sigma_{\alpha\beta}$  à l'équilibre subit une variation résonnante lorsqu'on balaie  $H_0$  autour de  $H_c$ . Comme la lumière  $L_A$  absorbée par la vapeur dépend linéai-

remant des éléments de matrice densité, cette variation de  $\sigma_{\alpha\beta}$  peut être détectée sur  $L_A$  : les résonances observées de cette façon sont utilisées pour déterminer la position des points de croisements, ce qui permet ensuite de remonter à la structure en champ nul avec l'aide de l'expression théorique du diagramme Zeeman. Une méthode légèrement différente pour observer le même effet avec un meilleur rapport signal/bruit sera décrit au § 3°-c.

Ces résonances de croisement de niveaux dans l'état fondamental sont semblables aux "résonances de Franken" que l'on observe sur la lumière de fluorescence émise par deux sous-niveaux excités qui se croisent (74).

La structure des niveaux d'énergie en champ nul peut aussi être déterminée plus directement par des transitoires : les atomes sont pompés transversalement en champ nul, le faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$  étant obturé. Comme à l'intérieur d'une multiplicité Zeeman tous les  $\omega_{\alpha\beta}$  sont nuls, en régime permanent, nous avons

$$\sigma(0) = \frac{T}{T_p} \text{ex} \sigma + 1 \quad (\text{VI},5)$$

Au temps  $t = 0$ ,  $\mathcal{F}_1$  est introduit brusquement. Les diverses cohérences  $\sigma_{\alpha\beta}$  ( $\alpha \neq \beta$ ) atteignent leur nouvel état stationnaire en présence de  $\mathcal{F}_1$

$$\sigma_{\alpha\beta}(\infty) = \frac{T}{T_p} \text{ex} \sigma_{\alpha\beta} \frac{1}{1 + i\omega_{\alpha\beta} T} \quad (\text{VI},6)$$

de la façon suivante :

$$\sigma_{\alpha\beta}(t) = [\sigma_{\alpha\beta}(0) - \sigma_{\alpha\beta}(\infty)] e^{-\frac{t}{T}} e^{-i\omega_{\alpha\beta} t} + \sigma_{\alpha\beta}(\infty) \quad (\text{VI},7)$$

Chaque cohérence subit donc une oscillation amortie à sa fréquence de Bohr  $\omega_{\alpha\beta}/2\pi$ . Si  $\frac{1}{T} \ll \omega_{\alpha\beta}$  (c'est-à-dire si l'intensité de  $\mathcal{F}_1$  est suffisante pour produire en champ nul une structure plus grande que  $1/T$ ) plusieurs oscillations à la fréquence  $\omega_{\alpha\beta}/2\pi$  peuvent être détectées sur la lumière absorbée, avec une amplitude appréciable puisque  $\sigma_{\alpha\beta}(\infty) \approx 0$ .

### 3°) Méthodes de résonance

Elles s'appliquent à la mesure de la structure en champ nul aussi bien qu'à la détermination du diagramme Zeeman.

#### a) Résonance magnétique ordinaire

=====

Une différence de population entre les niveaux d'énergie  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$  est produite par le faisceau de pompage  $\mathcal{H}_2$ . Pour mesurer la différence d'énergie  $\omega_{\alpha\beta}$ , on applique un champ de radio-fréquence  $\vec{H}_1 \cos \omega t$ . La condition de résonance  $\omega = \omega_{\alpha\beta}$  est détectée par l'égalisation des populations des deux niveaux  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$ .

#### b) Pompage transversal modulé

=====

La direction et la polarisation de  $\mathcal{H}_2$  sont tout d'abord choisies de sorte que  $ex_{\alpha\beta} \neq 0$  (pompage transversal). La polarisation est ensuite modulée en faisant tourner le polariseur (ou la lame  $\lambda/4$ , pour une polarisation circulaire) à la fréquence angulaire  $\omega/2$ . L'intensité du pompage est ainsi modulée à la fréquence  $\omega/2\pi$  (on retrouve la même polarisation après un demi tour). Dans l'équation (VI,3),  $ex_{\alpha\beta}$  doit être remplacé par

$$ex_{\alpha\beta} = ex_{\alpha\beta}^{(0)} + ex_{\alpha\beta}^{(1)} e^{i\omega t} + ex_{\alpha\beta}^{(-1)} e^{-i\omega t} \quad (VI,8)$$

et  $\sigma_{\alpha\beta}$  subit une oscillation forcée à la fréquence  $\omega/2\pi$  (75).

L'amplitude de  $\sigma_{\alpha\beta}$  n'est importante qu'au voisinage de la résonance ( $\omega \approx \omega_{\alpha\beta}$ ). Si l'on néglige des termes non résonnants, on obtient comme solution de (VI,3)

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{T}{T_p} ex_{\alpha\beta}^{(-1)} e^{-i\omega t} \frac{1}{1 + i(\omega_{\alpha\beta} - \omega)} \quad (VI,9)$$

Quand  $\omega$  est balayé au voisinage de  $\omega_{\alpha\beta}$ ,  $|\sigma_{\alpha\beta}|$  subit une variation résonnante, centrée en  $\omega = \omega_{\alpha\beta}$ .

Le pompage et  $\sigma_{\alpha\beta}$  sont tous deux modulés à la fréquence  $\omega/2\pi$ , de sorte que la lumière absorbée, qui dépend du produit de ces deux facteurs, contient une modulation à la fréquence  $2\omega$ , dont l'amplitude permet de détecter la résonance. Une détection synchrone à la fréquence  $2\omega$  donne des courbes de résonance de forme lorentzienne, dont la largeur est déterminée uniquement par le temps de

relaxation T. Cette méthode est d'un usage commode pour des fréquences comprises entre 0,5 Hz et 50 Hz : le polariseur tournant est soutenu par un coussin d'air et entraîné par un moteur ou un jet d'air comprimé (voir Appendice D).

c) Résonances paramétriques

=====

On peut les utiliser si les états propres  $|\alpha\rangle$  sont indépendants de  $H_0$ , leur énergie  $\omega_\alpha$  dépendant linéairement de  $H_0$

$$\omega_\alpha(H_0) = \omega_\alpha(0) + g_\alpha \omega_0; \quad (\text{VI},10)$$

$g_\alpha$  est une constante réelle,  $\omega_0 = -\gamma H_0$ ;  $\omega_\alpha(0)$  est l'énergie en champ nul. Une telle situation se rencontre lorsque  $\vec{H}_0$  est parallèle à  $\vec{H}_f$  ou  $\vec{E}_f$ . La vapeur est pompée transversalement par  $\mathcal{F}_2$  et l'amplitude de  $\vec{H}_0$  est modulée à une fréquence  $\omega/2\pi$ , grande devant  $1/T$ , par un champ RF  $\vec{H}_1 \cos \omega t$  parallèle à  $\vec{H}_0$

$$\begin{aligned} \omega_\alpha(H_0 + H_1 \cos \omega t) &= \omega_\alpha(0) + g_\alpha \omega_0 + g_\alpha \omega_1 \cos \omega t \\ &= \omega_\alpha(H_0) + g_\alpha \omega_1 \cos \omega t \end{aligned} \quad (\text{VI},11)$$

où  $\omega_1 = -\gamma H_1$

La vitesse de variation de  $\sigma_{\alpha\beta}$  est donnée par

$$\frac{d}{dt} \sigma_{\alpha\beta} = \left(-\frac{1}{T} + i\omega_{\alpha\beta}(H_0) + ig_{\alpha\beta} \omega_1 \cos \omega t\right) \sigma_{\alpha\beta} + \frac{1}{T_p} \text{ex} \sigma_{\alpha\beta} \quad (\text{VI},12)$$

où  $g_{\alpha\beta} = g_\alpha - g_\beta$ . La cohérence est maintenant modulée en fréquence. On peut montrer aisément (voir références (47)(48)(49)) que le régime permanent est donné par :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{T}{T_p} \text{ex} \sigma_{\alpha\beta} \sum_{n,p} \frac{J_n(g_{\alpha\beta} \frac{\omega_1}{\omega}) J_{n+p}(g_{\alpha\beta} \frac{\omega_1}{\omega}) e^{ip\omega t}}{1 + i(\omega_{\alpha\beta} - n\omega) T} \quad (\text{VI},13)$$

$J_q(x)$  est la valeur de la fonction de Bessel d'ordre q pour la valeur x de l'argument.  $\sigma_{\alpha\beta}$  contient des modulations aux fréquences angulaires  $p\omega$ , dont les amplitudes sont résonnantes pour

$$\omega_{\alpha\beta} = n\omega \quad (\text{VI},14)$$

Une détection en phase donne des courbes de Lorentz, de demi-largeur  $1/T$ , indépendante de l'intensité de RF. La résonance  $n = 1$ , qui se produit pour  $\omega_{\alpha\beta} = \omega$ , fournit une mesure de  $\omega_{\alpha\beta}$ . La résonance  $n = 0$  est aussi intéressante : elle apparaît lorsque  $\omega_{\alpha\beta} = 0$ , c'est-à-dire à un point de croisement des niveaux  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$ . Une modulation à "haute" fréquence du champ magnétique fournit ainsi des signaux de croisement de niveaux modulés ("haute" fréquence signifie  $\omega \gg \frac{1}{T}$  : les spins ne peuvent suivre adiabatiquement la modulation du champ statique). Nous avons toujours utilisé de tels signaux pour détecter les croisements de niveaux avec un bon rapport signal/bruit.

#### d) Discussion

=====

Les résonances décrites dans les § b et c (résonances de cohérence) ont les avantages suivants : largeur  $1/T$ , détection sur des signaux modulés. Les résonances apparaissant en pompage transversal modulé sont, en fait, les plus commodes : les mesures sont faites à une valeur fixe de  $H_0$ ; ceci est particulièrement intéressant si les niveaux d'énergie ne varient pas linéairement avec  $H_0$ .

## B - OBSERVATIONS EXPERIMENTALES DES CHAMPS FICTIFS

### I - Champs magnétiques fictifs

Nous avons étudié les effets de faisceaux lumineux non résonnants polarisés circulairement sur l'état fondamental de  $^{199}\text{Hg}$  ( $I = 1/2$ ) et  $^{87}\text{Rb}$  ( $F = 2, F' = 1$ ).

#### 1°) Etat fondamental de $^{199}\text{Hg}$

Dans ce cas (voir la figure 23), le faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$  est produit par une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ , placée dans un champ magnétique axial; il se propage le long de Oz. Comme nous l'avons vu (chap. V, B, 2°/,e), l'effet de ce faisceau est équivalent à celui d'un champ magnétique fictif  $\vec{H}_f$ , parallèle à l'axe Oz. Le faisceau pompant  $\mathcal{F}_2$  qui sert en même temps à la détection est produit par une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ ,  $L_2$ .

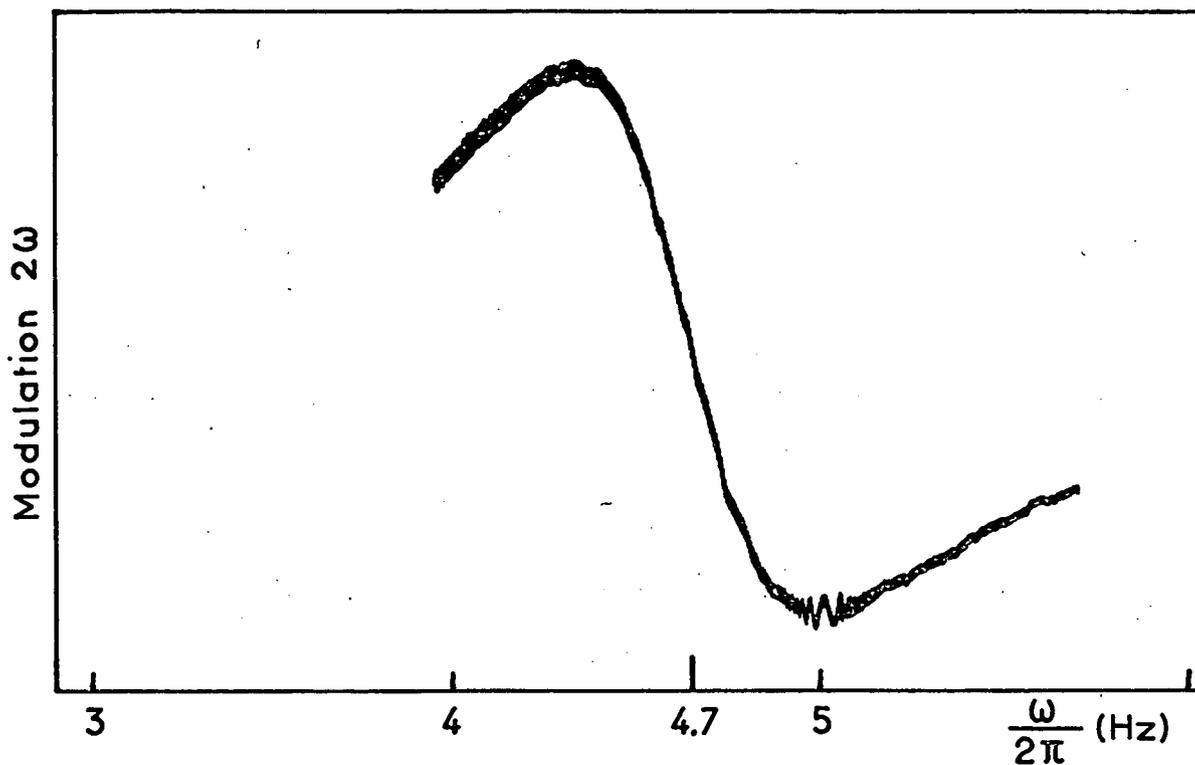


FIGURE 26 : Résonance observée en champ nul par la méthode du pompage modulé : la polarisation circulaire de  $\mathcal{F}_2$  est modulée à la fréquence  $\omega/2\pi$ . Quand on balaie  $\omega$ , une résonance apparaît sur la modulation  $2\omega$  de la lumière transmise centrée à  $\omega/2\pi = 4,7$  Hz. On obtient ainsi l'écart entre les niveaux d'énergie dû au faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$ .

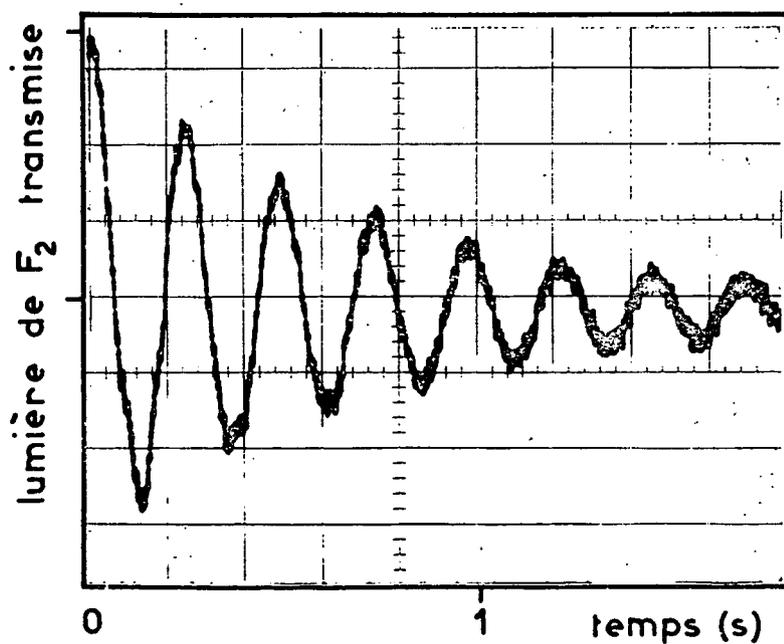


FIGURE 27 : Précession de Larmor en champ nul des spins nucléaires de  $^{199}\text{Hg}$  dans le champ fictif  $H_f$  associé à  $\mathcal{F}_1$ .

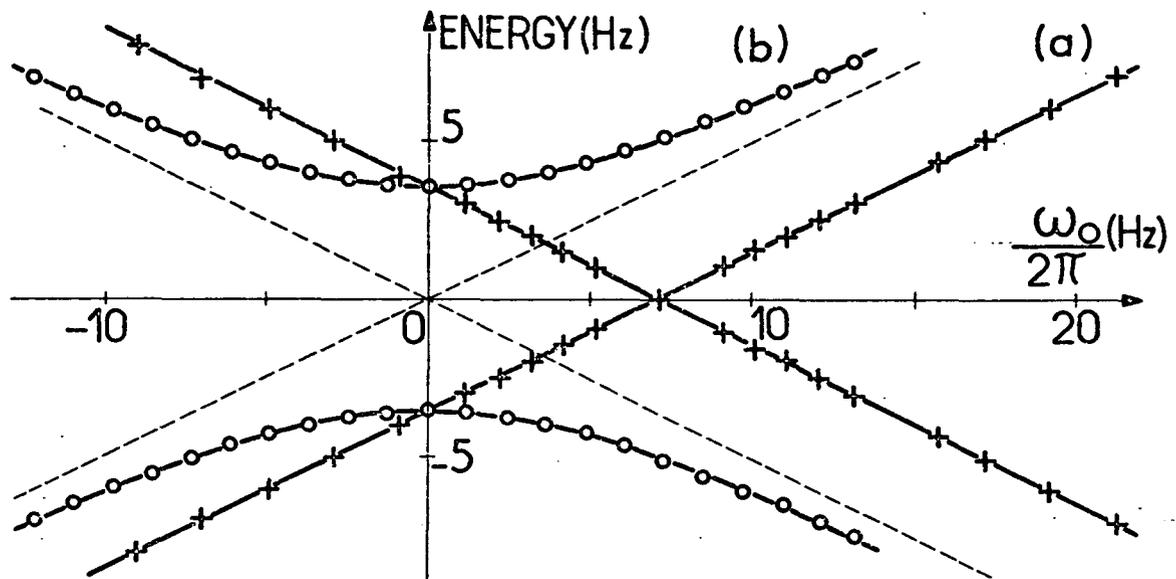


FIGURE 28 : Diagramme Zeeman de l'état fondamental de  $^{199}\text{Hg}$ , perturbé par le faisceau  $\mathcal{F}_1$ .

a) le champ statique  $\vec{H}_0$  est parallèle à  $\mathcal{F}_1$ .

b)  $\vec{H}_0$  est perpendiculaire à  $\mathcal{F}_1$ . Les points sont expérimentaux, les courbes théoriques. Les courbes pointillées représentent le diagramme Zeeman normal.

a) La levée de la dégénérescence Zeeman en champ nul est démontrée par les deux expériences suivantes : d'abord la polarisation circulaire de  $\mathcal{F}_2$  est modulée à la fréquence  $\omega/2\pi$ , comme nous l'avons décrit au § A,II,3°/b de ce chapitre. On trouve une résonance (figure 26) pour  $\frac{\omega}{2\pi} \approx 4,7$  Hz, ce qui donne la structure en champ nul due à  $\mathcal{F}_1$ . Cette fréquence de résonance peut aussi être interprétée comme la fréquence de Larmor dans le champ fictif  $\vec{H}_f$ .

Ce résultat est confirmé par l'expérience suivante (étude de transitoires) :  $\mathcal{F}_1$  étant coupé, les atomes de  $^{199}\text{Hg}$  sont orientés dans la direction Ox par  $\mathcal{F}_2$ , polarisé circulairement (la polarisation de  $\mathcal{F}_2$  n'est plus modulée).  $\mathcal{F}_1$  est alors brusquement introduit. Les spins précédemment orientés se mettent alors à précesser autour du champ fictif  $\vec{H}_f$  associé à  $\mathcal{F}_1$ , ce qui se traduit par une modulation de la lumière transmise à une fréquence qui coïncide avec celle déterminée préalablement (figure 27). Ceci montre clairement que les spins précessent effectivement dans un champ magnétique fictif.

b) Nous avons aussi vérifié la forme du diagramme Zeeman des atomes perturbés. On ajoute un champ magnétique réel  $\vec{H}_0$  dans les directions Ox ou Oz. Le champ total (champ réel + champ fictif) vu par l'atome est  $\vec{H}_f + \vec{H}_0$  (\*)

• Si  $\vec{H}_0$  est parallèle à Oz, les états propres sont toujours les sous-niveaux  $|m\rangle_z$  (états propres de  $F_z = I_z$ ) et les énergies correspondantes sont  $m(\omega_0 + \omega_f)$ , où  $\omega_f = -\gamma H_f$ . L'effet de  $\mathcal{F}_1$  se réduit à un déplacement du diagramme Zeeman d'une quantité  $-\vec{H}_f$  (figure 28; courbe a). Pour différentes valeurs de  $H_0$ , la différence d'énergie entre les deux sous-niveaux est mesurée par la méthode de résonance paramétrique (voir § A,II,3°/c). Les énergies des sous-niveaux  $|+\frac{1}{2}\rangle$  et  $|-\frac{1}{2}\rangle$  qui sont simplement égales à plus

---

(\*) Pour cette étude, le champ fictif avait une valeur plus grande que dans les expériences précédentes. On avait  $\gamma H_f/2\pi \approx 7$  Hz

et moins la moitié de cette différence d'énergie sont en bon accord avec les prévisions théoriques (les croix de la figure sont les points expérimentaux; le diagramme théorique est dessiné en traits pleins).

• Si  $\vec{H}_0$  est perpendiculaire à Oz, l'intensité du champ total est  $(H_f^2 + H_0^2)^{1/2}$  de sorte que le diagramme Zeeman est une hyperbole (courbe b en trait plein sur la figure 28). Les niveaux d'énergie sont les états propres de la composante de  $\vec{I}$  le long de la direction de  $\vec{H}_f + \vec{H}_0$ . Ils sont déterminés en champ faible par le faisceau lumineux (ils coïncident avec les états  $|m > z\rangle$ ); en champs forts, par le champ magnétique extérieur (ils coïncident avec les états  $|m > x\rangle$ ). Pour chaque valeur de  $H_0$ , les points expérimentaux (cercles sur la figure 28) ont été obtenus par la méthode du pompage transversal modulé.

Le très bon accord obtenu entre les diagrammes Zeeman déterminés expérimentalement et les diagrammes théoriques montre que l'effet du faisceau lumineux est décrit exactement par un champ magnétique fictif. En particulier, le croisement de la figure 28 (courbe a) montre que l'effet du faisceau lumineux peut être exactement annulé par un champ magnétique réel  $-\vec{H}_f$ .

Remarquons aussi que les propriétés magnétiques de l'atome qui interagit avec le faisceau lumineux,  $\mathcal{H}_1$ , sont fortement anisotropes, comme on le voit d'après les formes diverses du diagramme Zeeman qui varie suivant la direction du champ magnétique  $\vec{H}_0$ .

## 2°) Etat fondamental de $^{87}\text{Rb}$

Nous avons aussi étudié le cas de  $^{87}\text{Rb}$ , parce qu'il donne l'occasion de montrer que les champs magnétiques fictifs qui décrivent l'effet du même faisceau lumineux sur divers niveaux F peuvent être tout à fait différents.

Nous avons produit des déplacements lumineux dans l'état fondamental de  $^{87}\text{Rb}$  en utilisant la raie  $D_2$  émise par une lampe à  $^{85}\text{Rb}$ . Le faisceau lumineux est polarisé circulairement. Les fréquences des deux raies hyperfines de  $^{85}\text{Rb}$  tombent juste entre celles de  $^{87}\text{Rb}$  (figure 22). D'après le chapitre V ( § B, 2°/, f ), les champs fictifs  $\vec{H}_f(1)$  et  $\vec{H}_f(2)$  qui décrivent l'effet du faisceau

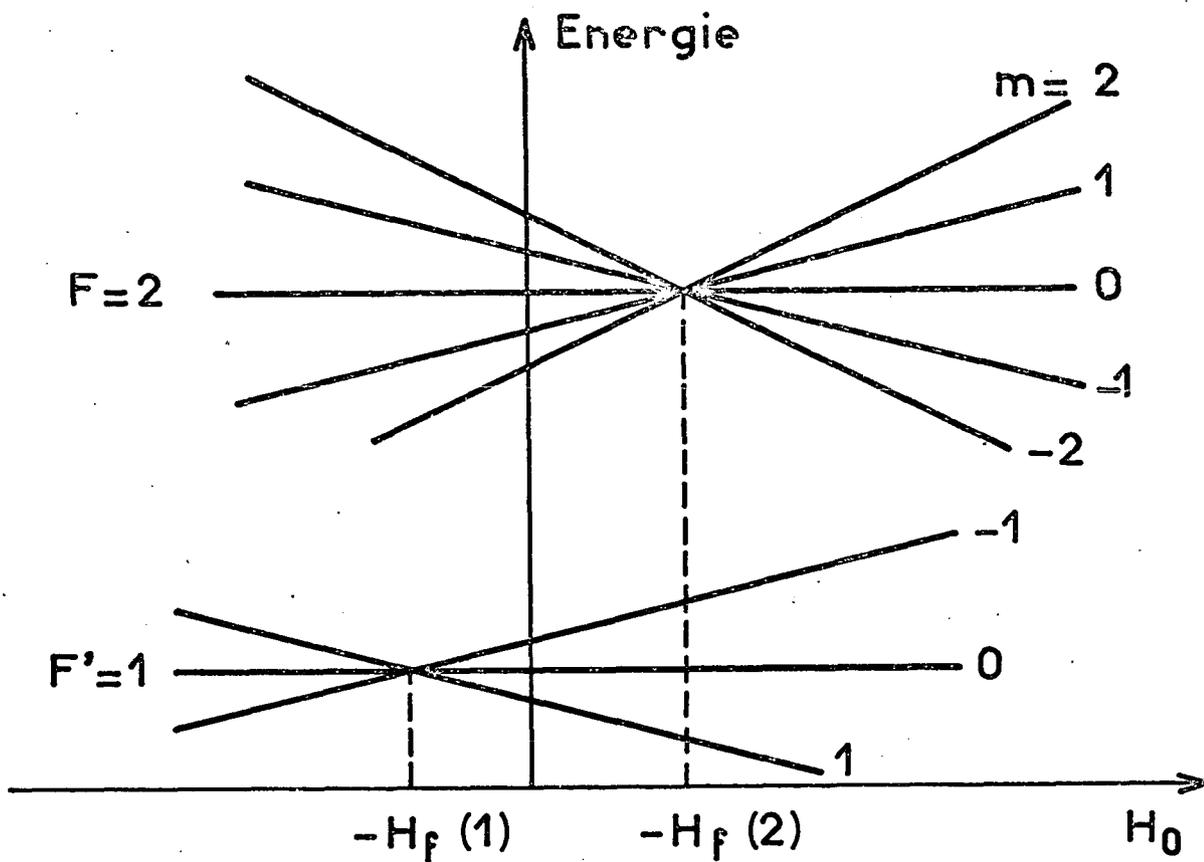


FIGURE 29 : Diagramme Zeeman de  $^{87}\text{Rb}$  en présence de  $\vec{\mathcal{F}}_1$  ( $\vec{H}_0$  est parallèle à  $\vec{\mathcal{F}}_1$ ). Les deux champs fictifs  $\vec{H}_f(1)$  et  $\vec{H}_f(2)$ , décrivant l'effet de  $\vec{\mathcal{F}}_1$  dans les niveaux  $F' = 1$  et  $F = 2$ , sont de signes opposés.

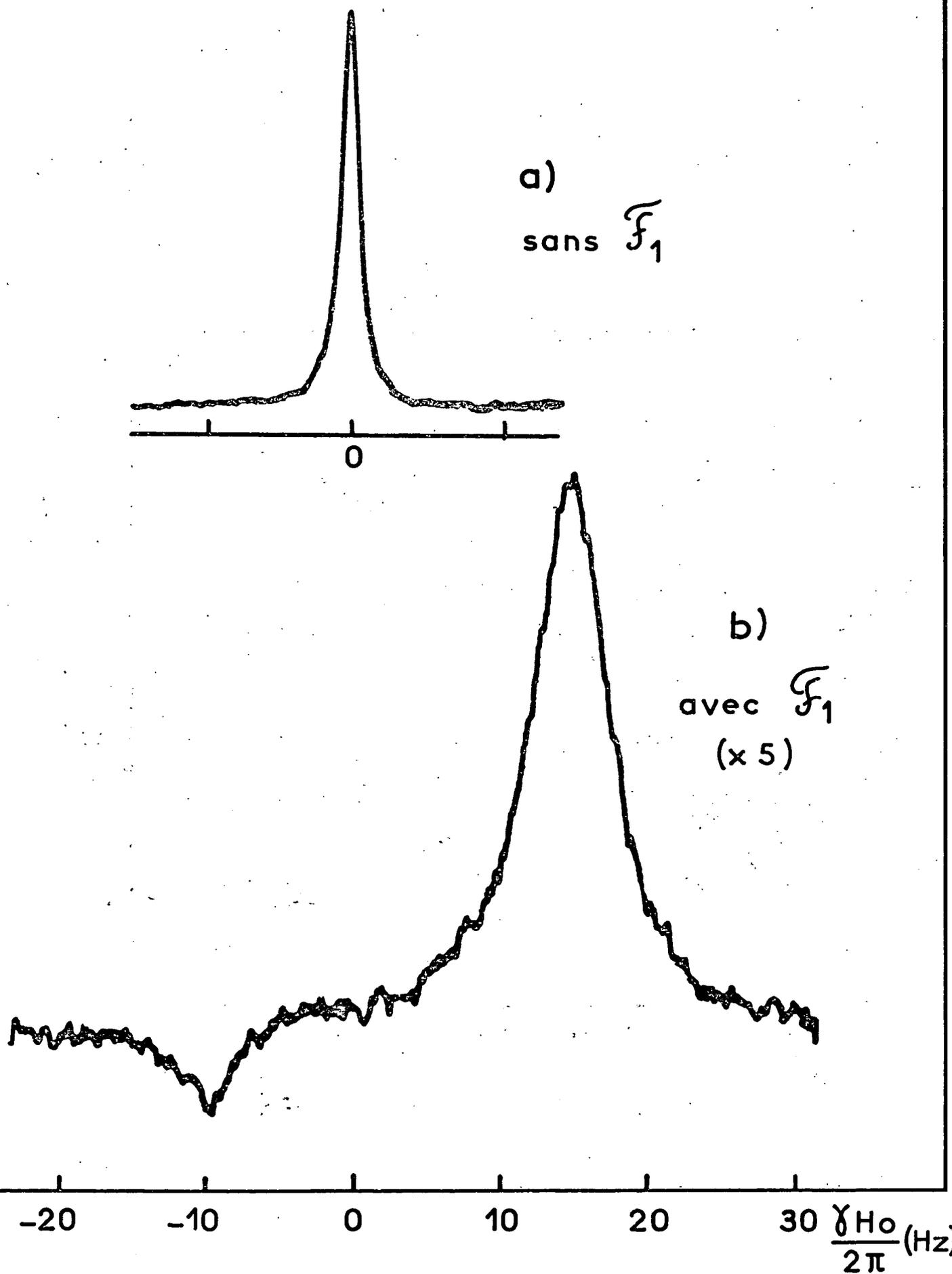


FIGURE 30 : a) Résonance de croisement de niveaux dans l'état fondamental de  $^{87}\text{Rb}$  en l'absence de  $\mathcal{F}_1$ .  
 b) En présence de  $\mathcal{F}_1$ , deux résonances apparaissent, correspondant aux deux croisements de la figure 29.

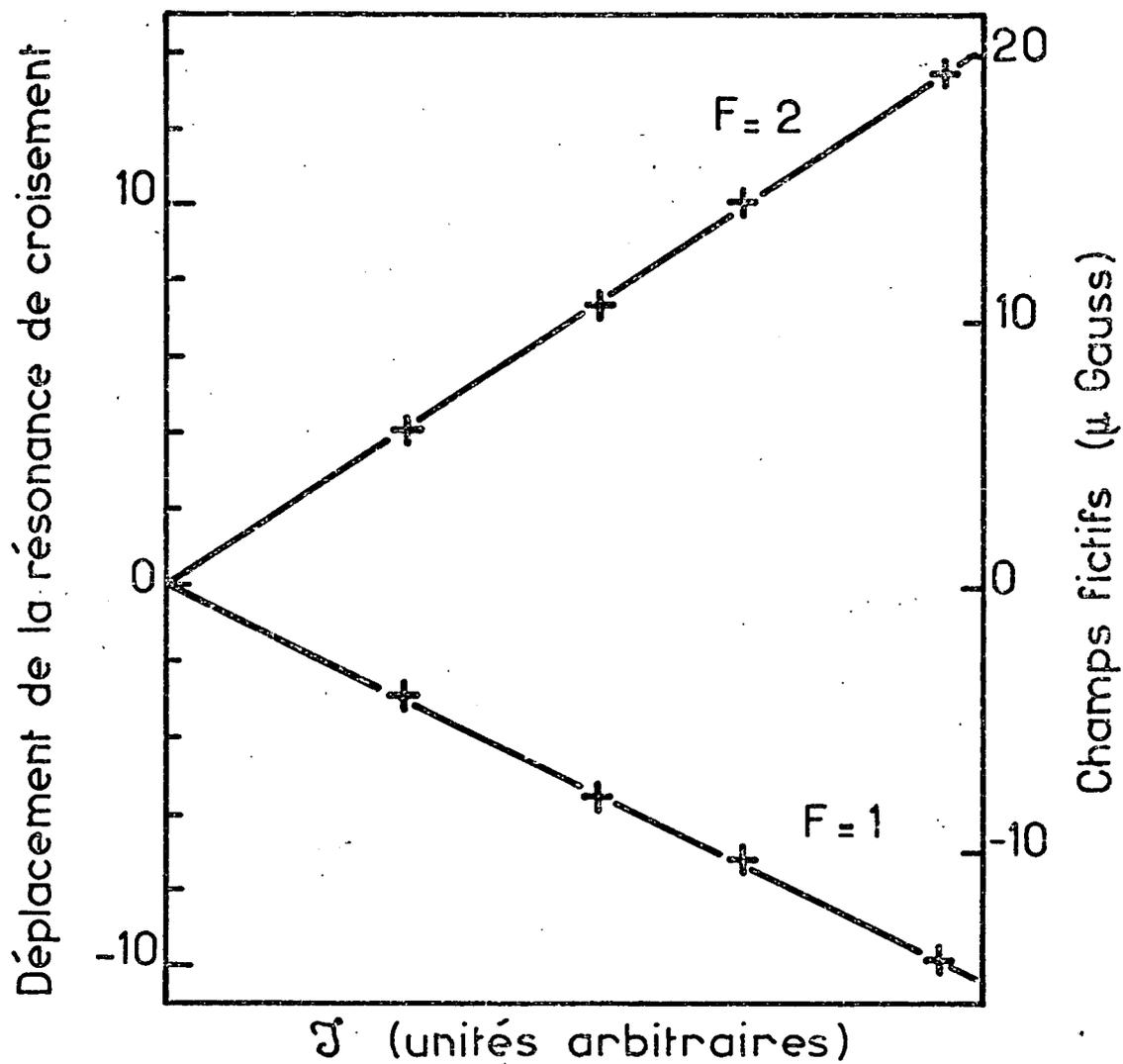


FIGURE 31 : Variation du déplacement des croisements de niveaux en fonction de l'intensité  $J$  de  $\mathcal{F}_1$ . Les champs fictifs correspondants sont indiqués sur l'échelle de droite.

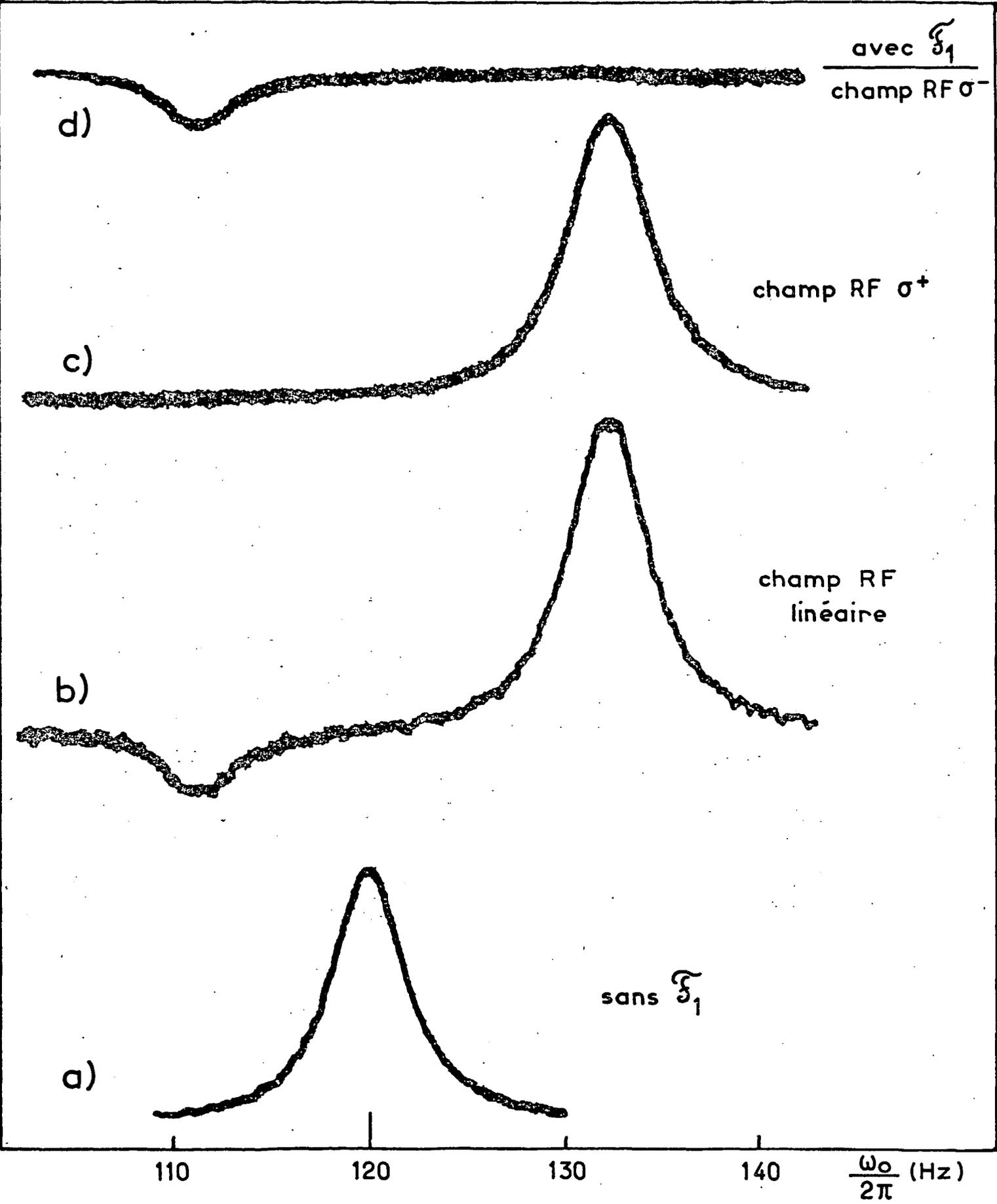


FIGURE 32 : Courbes de résonance magnétique de l'état fondamental de  $^{87}\text{Rb}$

- a) En l'absence de  $\mathcal{F}_1$ , une seule résonance apparaît.
- b) En présence de  $\mathcal{F}_1$ , les 2 niveaux hyperfins voient des champs différents et les résonances induites dans chacun des niveaux par un champ RF linéaire sont séparées comme dans la figure 30.
- c)d) En présence de  $\mathcal{F}_1$ , le champ RF est maintenant polarisé  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ); la résonance  $F = 2$  (resp.  $F = 1$ ) apparaît seule.

non résonnant dans les niveaux hyperfins  $F' = 1$  et  $F = 2$  sont de signes opposés. Introduisons un champ magnétique réel  $\vec{H}_0$ , parallèle à  $\vec{H}_f(1)$  et  $\vec{H}_f(2)$ . Les niveaux  $F' = 1$  et  $F = 2$  "voient" respectivement les champs magnétiques  $\vec{H}_0 + \vec{H}_f(1)$  et  $\vec{H}_0 + \vec{H}_f(2)$ . Les croisements de niveaux en champ nul sont donc déplacés dans des directions opposées pour les deux niveaux hyperfins (figure 29). Nous détectons ces croisements de niveaux par la méthode décrite au § A, II, 3°/, c : le faisceau résonnant,  $\mathcal{F}_2$ , polarisé circulairement, réalise un pompage optique transversal; le champ de radiofréquence  $\vec{H}_1 \cos \omega t$  module  $\vec{H}_0$  ( $\omega/2\pi = 120$  Hz). Nous observons la modulation  $2\omega$  qui donne un signal de croisement de niveaux en absorption. Sur la figure 30, les courbes a et b sont les résonances observées respectivement en l'absence et en présence de  $\mathcal{F}_1$  : en l'absence de  $\mathcal{F}_1$ , les résonances de croisement de niveaux dans les multiplicités  $F' = 1$  et  $F = 2$  coïncident en champ nul. En présence de  $\mathcal{F}_1$ , nous observons un dédoublement de la résonance : la résonance  $F = 2$  subit un déplacement de 15 Hz, la résonance  $F' = 1$  un déplacement de -10 Hz. L'intensité relative des deux résonances est liée à l'efficacité du pompage optique qui est différente dans les deux niveaux hyperfins (voir chap. III, § A, 2°/, c). Nous détectons  $\langle S_x \rangle$ , qui est proportionnel à la différence des valeurs moyennes de  $F_x$  à l'intérieur des multiplicités  $F = 2$  et  $F' = 1$ . Ceci explique le signe opposé des deux résonances. Nous avons vérifié que les signes de ces déplacements changent lorsque le sens de la polarisation circulaire de  $\mathcal{F}_1$  est inversé ( $\vec{H}_f(1)$  et  $\vec{H}_f(2)$  sont inversés). Nous avons aussi vérifié que les déplacements sont proportionnels à l'intensité de  $\mathcal{F}_1$  (figure 31). Finalement, nous avons aussi établi que les deux résonances de la figure 32-b sont respectivement associées aux deux niveaux hyperfins. Nous procédons de la façon suivante : le champ magnétique  $H_0$ , toujours parallèle à  $\mathcal{F}_1$ , est maintenant plus fort ( $\gamma H_0 \approx 120$  Hz). Nous observons la raie de résonance magnétique induite par un champ de radiofréquence polarisé linéairement, perpendiculaire à  $\vec{H}_0$  (figure 32-a). En présence de  $\mathcal{F}_1$ , nous observons un dédoublement de la résonance avec les mêmes caractéristiques qu'auparavant (mêmes séparations et intensités relatives) (figure 32-b). Comme les deux ni-

veaux hyperfins ont des facteurs de Landé opposés, nous pouvons identifier les deux résonances en utilisant un champ de radiofréquence tournant, qui induit des transitions résonnantes dans l'un seulement des niveaux hyperfins. Ceci apparaît nettement sur les figures 32-c et 32-d. Pour un champ de radiofréquence  $\sigma^+$ , seule la résonance  $F = 2$  apparaît, alors que pour un champ de radiofréquence  $\sigma^-$ , seule la résonance  $F' = 1$  est visible.

Le fait qu'il n'apparaît qu'une seule résonance de croisement de niveaux pour chaque multiplicité prouve qu'il n'y a pas de terme tensoriel, dans le hamiltonien effectif, comme prévu, puisque la structure hyperfine de l'état excité est négligeable. Un terme tensoriel produirait un dédoublement supplémentaire de chaque résonance, comme nous allons le voir dans les expériences sur  $^{201}\text{Hg}$ .

## II - Champs électriques fictifs

Nous avons étudié l'effet d'un faisceau lumineux non résonnant  $\mathcal{F}_1$  non polarisé dans l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$  ( $I = 3/2$ ; quatre sous-niveaux Zeeman). Dans ce cas,  $L_1$  est une lampe à  $^{200}\text{Hg}$  (voir figure 23).  $\mathcal{F}_1$  se propage le long de l'axe Oz.

Le hamiltonien Stark fictif  $\mathcal{H}_e$ ,

$$\mathcal{H}_e = \frac{b}{3} [ 3I_z^2 - I(I+1) ]$$

décrit l'effet de  $\mathcal{F}_1$  sur l'état fondamental,  $b$  étant une constante proportionnelle à l'intensité lumineuse. Le faisceau pompant  $\mathcal{F}_2$  se propage le long de l'axe Ox; il est polarisé linéairement ou circulairement et introduit de l'alignement ou de l'orientation transversale dans la vapeur. Dans le premier cas,  $L_2$  est une lampe à  $^{199}\text{Hg}$ , filtrée par un filtre à  $^{204}\text{Hg}$ ;  $C'$  est remplie avec  $^{201}\text{Hg}$ . Dans le second cas,  $L_2$  est une lampe à  $^{201}\text{Hg}$ ,  $C'$  une cellule à  $^{204}\text{Hg}$  (ces choix sont justifiés dans l'appendice C-I).

### 1°) Effet du faisceau lumineux en champ nul

Le faisceau lumineux ne lève que partiellement la

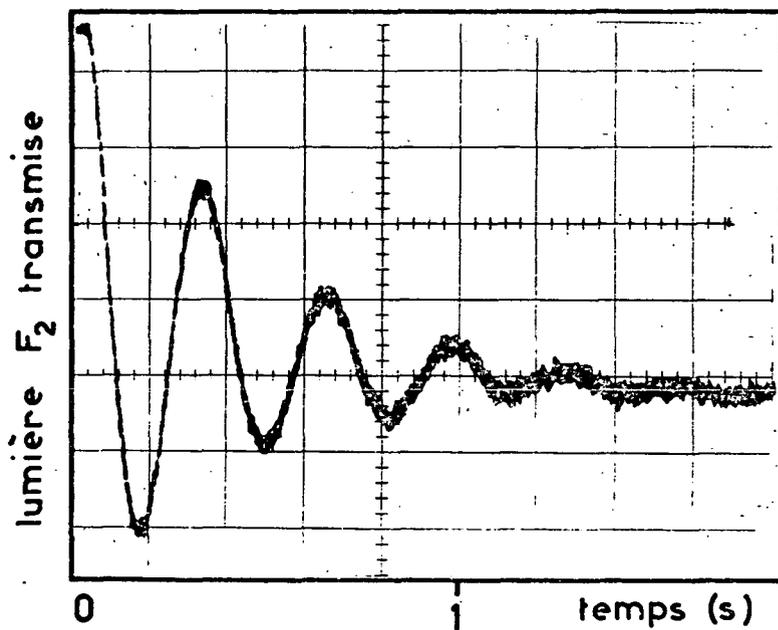


FIGURE 33 : Oscillation en champ nul de l'alignement de l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$  sous l'action du champ électrique fictif associé à  $\mathcal{E}_1$ .

dégénérescence Zeeman et dédouble l'état fondamental en deux sous-multiplicités : les sous-niveaux  $|+\frac{3}{2}\rangle_z$  et  $|-\frac{3}{2}\rangle_z$  d'un côté avec l'énergie  $b$ ; les sous-niveaux  $|+\frac{1}{2}\rangle_z$  et  $|-\frac{1}{2}\rangle_z$  de l'autre avec l'énergie  $-b$ .

Le dédoublement en champ nul est démontré par l'expérience suivante (étude de transitoires). En l'absence de  $\mathcal{H}_1$ ,  $\mathcal{H}_2$  aligne la vapeur perpendiculairement à Oz. Lorsqu'on introduit brusquement  $\mathcal{H}_1$ , on observe sur la lumière transmise une modulation à la fréquence  $2b/2\pi$ , qui correspond à la séparation entre les deux multiplicités (figure 33). On mesure ainsi  $b$ . Il est à noter que l'interprétation de cette modulation est complètement différente de celle que nous avons donnée au paragraphe précédent : ce n'est pas une précession de Larmor d'une orientation de spin dans un champ magnétique fictif; il s'agit ici d'une oscillation du tenseur des alignements sous l'action du champ électrique fictif.

Le dédoublement en champ nul peut aussi être déduit de la position des croisements de niveaux observés dans le diagramme Zeeman.

## 2°) Le diagramme Zeeman

Appliquons maintenant un champ magnétique réel dans une direction parallèle ou perpendiculaire à l'axe Oz.

a)  $\vec{H}_0$  parallèle au champ électrique fictif

Le hamiltonien total est

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \omega_0 I_z \quad (\text{VI}, 15)$$

où  $\omega_0 = -\gamma H_0$ . Les états propres de  $\mathcal{H}$  sont les sous-niveaux  $|m\rangle_z$ , correspondant aux valeurs propres

$$\omega_m = bm^2 + \omega_0 m - b \frac{I(I+1)}{3} \quad (\text{VI}, 16)$$

La figure 34 montre la variation des niveaux d'énergie avec  $\omega_0$  : quatre croisements de niveaux apparaissent en champ non nul. Nous les détectons par la méthode décrite au paragraphe (A, II, 3°/, c) (résonances paramétriques  $n = 0$ ,  $p = 2$ ).  $\mathcal{H}_2$ , qui se propage le long de l'axe Ox, est polarisé linéairement à  $45^\circ$  de Oz.

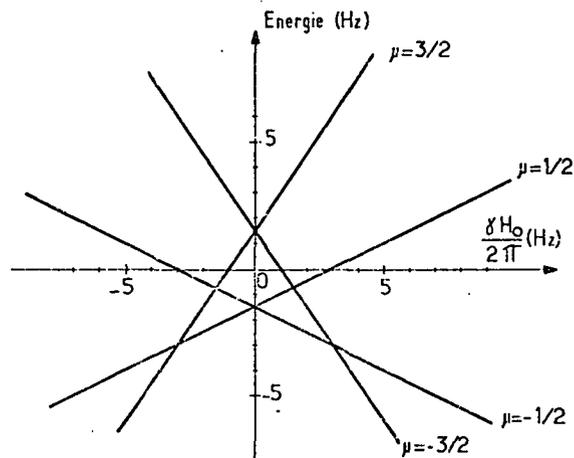


FIGURE 34 : Diagramme Zeeman théorique de  $^{201}\text{Hg}$  perturbé par un champ électrique fictif parallèle au champ magnétique.

Il introduit ainsi une cohérence entre les sous-niveaux  $3/2$  et  $\pm 1/2$  et entre  $-3/2$  et  $\pm 1/2$ . La figure 35-a correspond au cas où  $\mathcal{F}_1$  est absent. Le diagramme Zeeman est un diagramme ordinaire et l'on observe seulement le croisement de niveaux en champ nul. Lorsque  $\mathcal{F}_1$  est présent (fig. 35-b), on voit bien apparaître quatre résonances de croisement de niveaux (il n'y a pas de résonance en champ nul, correspondant aux croisements  $(1/2, -1/2)$  et  $(3/2, -3/2)$ , car le pompage n'introduit pas de cohérence entre ces sous-niveaux). La levée de dégénérescence en champ nul, 2b, peut être déduite des positions de ces croisements : les croisements  $\Delta m = 1$  se produisent pour  $\omega_0 = \pm 2b$  et les croisements  $\Delta m = 2$  pour  $\omega_0 = \pm b$ .

La courbe expérimentale de la figure 35 donne aussi  $2b = 3\text{Hz}$ . Les résonances de croisement  $\Delta m = 1$  sont deux fois plus larges que les résonances  $\Delta m = 2$ . Cela est dû à la pente relative des niveaux qui est plus faible dans le premier cas (par un facteur 2).

Nous avons utilisé des résonances paramétriques ( $n = 1$ ,  $p = 1$ ) pour étudier le diagramme Zeeman. Pour une polarisation linéaire de  $\mathcal{F}_2$ , perpendiculaire à  $\vec{H}_0$ , on mesure les différences d'énergie entre des sous-niveaux tels que  $\Delta m = \pm 2$ . Avec une polarisation circulaire, on atteint également les différences d'éner-

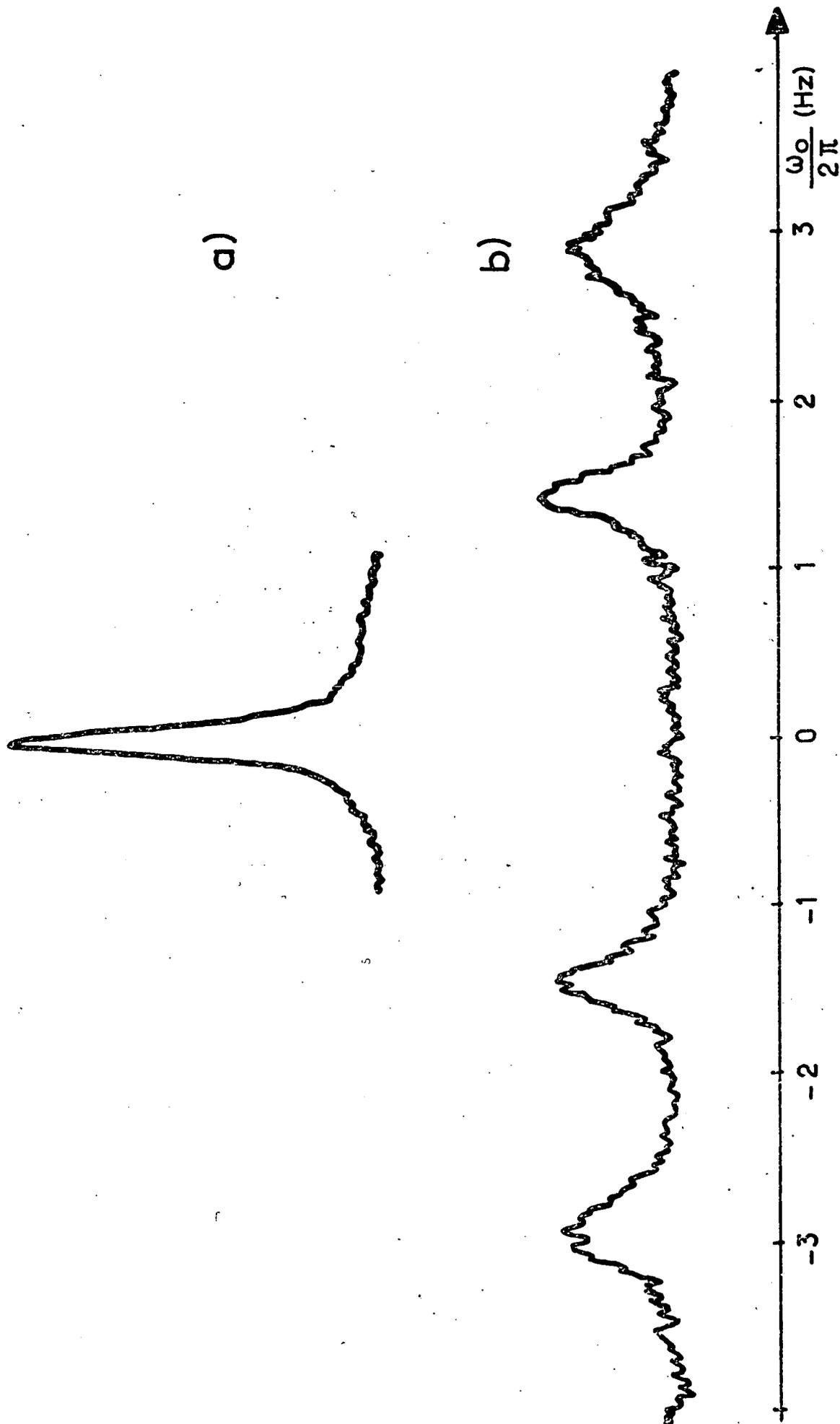


FIGURE 35 : Résonances de croisement de niveaux dans l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$

a) En l'absence de  $\mathcal{H}_1$ , une seule résonance apparaît, correspondant au croisement en champ nul des 4 sous-niveaux Zeeman.

b) En présence de  $\mathcal{H}_1$ , quatre croisements de niveaux apparaissent dans des champs différents de zéro, conformément au diagramme de la figure 34.

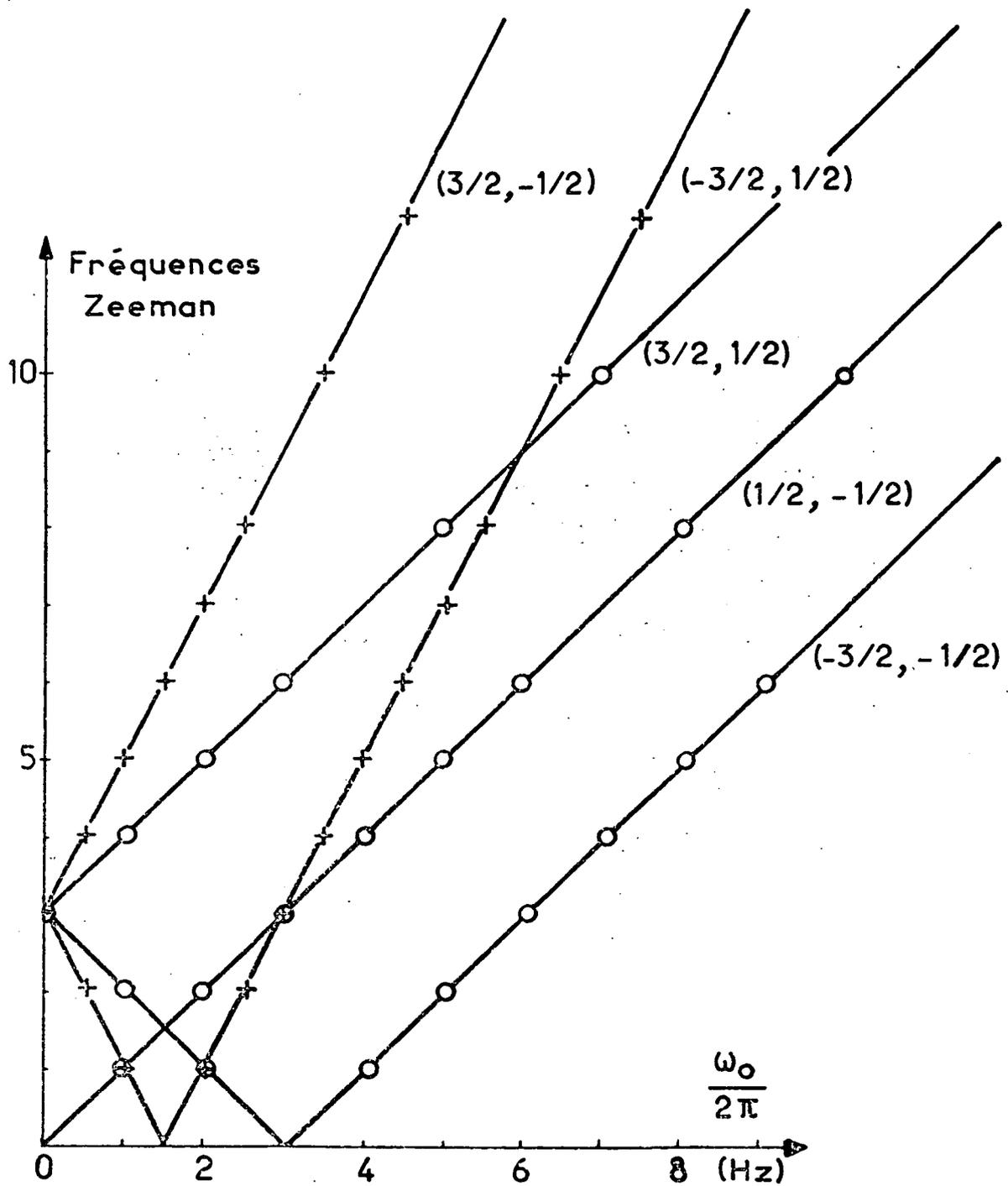


FIGURE 36 : Variation des fréquences de transitions Zeeman avec  $\omega_0/2\pi$ . Les courbes théoriques sont déduites du diagramme de la figure 34. Les croix et les cercles correspondent aux points expérimentaux, déterminés respectivement avec une polarisation linéaire et circulaire du faisceau pompant  $\mathcal{F}_2$ .

gie entre sous-niveaux tels que  $\Delta m = \pm 1$ . Les courbes de la figure 36 représentent les variations théoriques en fonction de  $\omega_0$  des fréquences Zeeman. La valeur de  $2b$  est tirée de l'expérience de croisement de niveaux décrite plus haut. Les points correspondent aux fréquences déterminées expérimentalement. L'accord est excellent.

Il est impossible de détecter, par des méthodes optiques, la cohérence  $\Delta m = 3$ , si bien qu'elle n'apparaît pas sur le diagramme.

En champ magnétique fort ( $H_0 \gg H_f$ ), pour un faisceau lumineux polarisé circulairement  $\sqrt{H}_2$ , le spectre de résonance magnétique est formé de 3 raies. Le même effet a été observé par CAGNAC et al. en champ beaucoup plus fort (<sup>73</sup>).

b)  $\vec{H}_0$  perpendiculaire au champ électrique fictif

Nous prenons maintenant  $\vec{H}_0$  parallèle à  $Ox$ . Le hamiltonien total  $\mathcal{H}$  s'écrit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \omega_0 I_x \quad (\text{VI}, 17)$$

En champ magnétique faible ( $\omega_0 \ll b$ ),  $\omega_0 I_x$  est une petite perturbation, comparée à  $\mathcal{H}_e$ . Dans la sous-multiplicité  $(3/2, -3/2)$ , les éléments de matrice de  $I_x$  sont nuls : les niveaux d'énergie perturbés sont indépendants de  $H_0$  au premier ordre. Dans la sous-multiplicité  $(1/2, -1/2)$ ,  $\omega_0 I_x$  lève la dégénérescence. Les états propres sont

$$\frac{1}{\sqrt{2}} ( |+\frac{1}{2}\rangle_z \pm |-\frac{1}{2}\rangle_z ) \quad (\text{VI}, 18)$$

correspondant respectivement à une énergie au premier ordre de  $\pm\omega_0$ .

En champ élevé ( $\omega_0 \gg b$ ), les états propres de  $\mathcal{H}$  sont les vecteurs propres  $|m\rangle_x$  de  $I_x$ , d'énergie

$$m\omega_0 - \left(\frac{b}{6}\right) [3m^2 - I(I+1)] \quad (\text{VI}, 19)$$

En fait, on peut diagonaliser exactement  $\mathcal{H}$  pour toutes les valeurs de  $H_0$ . Le diagramme d'énergie (figure 37-a), symétrique par rapport à  $H_0 = 0$  est formé de deux hyperboles.

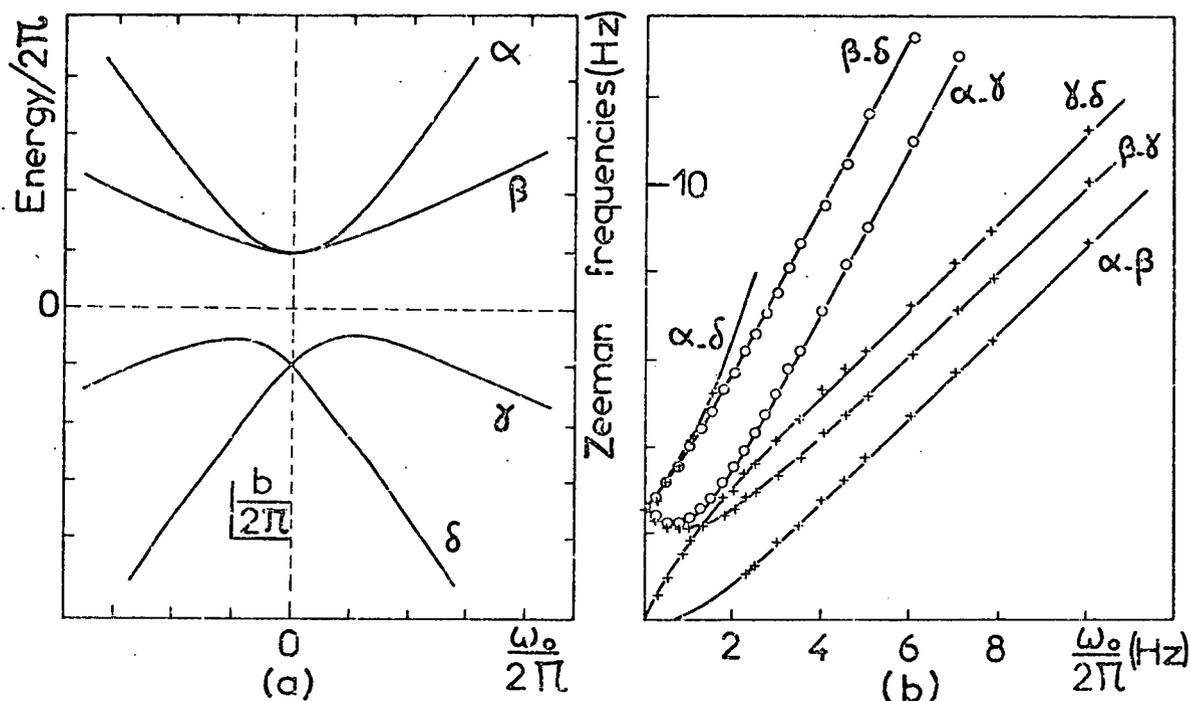


FIGURE 37 : Atomes de  $^{201}\text{Hg}$ , perturbés par un champ électrique fictif perpendiculaire au champ magnétique.

a) Diagramme théorique

b) Variation des fréquences des transitions Zeeman avec  $\omega_0/2\pi$ . Les courbes théoriques sont déduites du diagramme a). Les croix et les cercles correspondent aux points expérimentaux, déterminés respectivement avec une polarisation linéaire et circulaire de  $F_2$ .

Par la méthode du pompage modulé (voir § A,II,3-b), nous avons mesuré, en fonction de  $\omega_0$ , les fréquences de 6 transitions qui relient entre eux les divers sous-niveaux Zeeman. Ici encore, les points expérimentaux confirment pleinement les prévisions théoriques (2b est ajusté pour donner le dédoublement en champ nul) (fig. 37-b). En champ fort, nous trouvons le même type de diagramme que dans le cas précédent ( $H_0$  parallèle à  $Oz$ ). Remarquons aussi que, dans cette région, il n'y a pas de point expérimental pour la transition  $\alpha - \delta$  qui devient une transition  $\Delta m = 3$ .

C - QUELQUES EXPERIENCES UTILISANT DES CHAMPS FICTIFS

I - Transformation d'alignement en orientation sous l'action d'un champ électrique fictif :

1°) Principe de l'expérience

Il est classique, en physique atomique, de développer la matrice  $\rho$  décrivant l'ensemble des atomes d'une vapeur dans un niveau de moment cinétique  $I$  sur une base d'opérateurs tensoriels irréductibles  $T_q^{(k)}$  (34)(35) :

$$\rho = \sum_{k,q} \rho_q^{(k)*} T_q^{(k)} ; \quad -k \leq q \leq k, \quad k = 0, 1, \dots, 2I. \quad (\text{VI},20)$$

Nous utilisons des opérateurs tensoriels irréductibles normalisés ( $\text{Tr}(T_q^{(k)\dagger} T_q^{(k)}) = 1$ ) de sorte que

$$\rho_q^{(k)} = \langle T_q^{(k)} \rangle \quad (\text{VI},21)$$

Si les  $\rho_q^{(1)}$  sont non nuls, il existe une "orientation" dans la vapeur (c'est-à-dire  $\langle \vec{I} \rangle \neq 0$ ); si les  $\rho_q^{(2)}$  sont différents de zéro, on dit que la vapeur est "alignée" (il existe alors des directions  $\vec{u}$  telles que  $\langle 3I_u^2 - I(I+1) \rangle \neq 0$ ). Les propriétés optiques de la vapeur sont différentes suivant qu'elle est orientée ou alignée (voir les références (76)(51)(11)(77), ainsi que les travaux qui y sont cités) : par exemple une vapeur orientée (alignée) présente un dichroïsme circulaire (linéaire). Les notions d'orientation et d'alignement présentent un autre intérêt : dans un champ magnétique, ces deux grandeurs évoluent indépendamment l'une de l'autre; une vapeur initialement orientée (alignée) reste orientée (alignée). En effet, l'évolution dans un champ magnétique est équivalente à une suite de rotations, qui laissent chaque  $k$  inchangé. Il n'en est pas de même de l'évolution dans un champ électrique  $\vec{E}$  (78) : dans ce cas, de l'orientation peut apparaître dans une vapeur initialement alignée, comme l'a montré théoriquement M. LOMBARDI (79). Pour observer cet effet sur l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$ , des champs

électriques de l'ordre de  $10^5$  V/cm sont nécessaires. L'utilisation d'un champ électrique réel présente donc de réelles difficultés expérimentales. Par contre, on peut obtenir très facilement des champs électriques fictifs de cet ordre de grandeur, par suite du caractère quasi-résonnant du faisceau non résonnant. Nous avons donc observé expérimentalement l'effet décrit par M. LOMBARDI en utilisant un champ électrique fictif : une vapeur de  $^{201}\text{Hg}$  est alignée par pompage optique; on l'irradie par un faisceau lumineux non résonnant, non polarisé  $\mathcal{F}_1$  dont l'action est équivalente à celle d'un champ électrique fictif  $\vec{E}_f$ . On fait apparaître ainsi une orientation que l'on détecte par la présence d'un dichroïsme circulaire dans la vapeur.

2°) Calcul des signaux

Les atomes de  $^{201}\text{Hg}$ , contenus dans la cellule C (fig. 38), sont alignés en champ nul par le faisceau résonnant  $\mathcal{F}_2$ , se propageant le long de Ox; sa polarisation  $\vec{e}_2$  est linéaire et fait un angle  $\beta$  avec la direction Oz du champ électrique fictif  $\vec{E}_f$ .

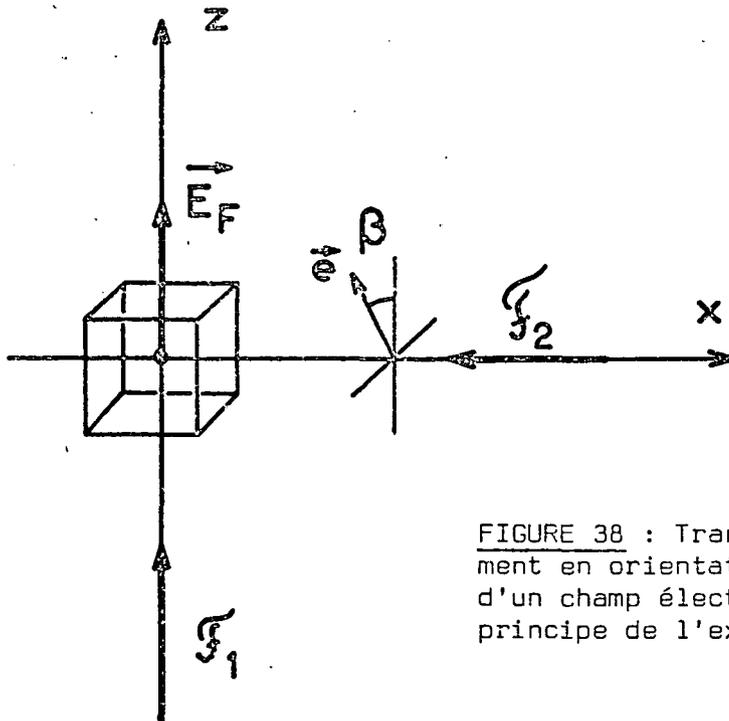


FIGURE 38 : Transformation d'alignement en orientation sous l'action d'un champ électrique fictif : principe de l'expérience.

L'action de  $\mathcal{F}_1$  est décrite par le hamiltonien effectif  $\mathcal{H}_e$  :

$$\mathcal{H}_e = \frac{b}{3} (3I_z^2 - I(I+1)) = 2b T_0^{(2)} \quad (\text{VI,22})$$

Déterminons l'évolution des observables atomiques sous l'effet de  $\mathcal{H}_e$  :

$$\frac{d}{dt} \langle T_q^{(k)} \rangle = -i \langle [T_q^{(k)}, \mathcal{H}_e] \rangle \quad (\text{VI,23})$$

En utilisant la formule

$$T_q^{(k)} T_{q'}^{(k')} = \sum_{K,Q} \alpha_Q^{(K)} T_Q^{(K)} ; |k-k'| \leq K \leq k+k'; -K \leq Q \leq K \quad (\text{VI,24})$$

$$\text{où } \alpha_Q^{(K)} = \sqrt{(2k+1)(2k'+1)(2K+1)} (-)^{2I+Q} \begin{pmatrix} k & K & k' \\ q & -Q & q' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k & K & k' \\ I & I & I \end{pmatrix}$$

On trouve facilement

$$\frac{d}{dt} \langle T_0^{(k)} \rangle = 0 \quad (\text{VI,25})$$

et pour  $q \neq 0$

$$\frac{d}{dt} \langle T_q^{(1)} \rangle = 2i \sqrt{2} b \langle 220q | 1q \rangle \langle T_q^{(2)} \rangle \quad (\text{VI,26-a})$$

$$\frac{d}{dt} \langle T_q^{(2)} \rangle = 2i\sqrt{2}b \left[ \langle 220q | 1q \rangle \langle T_q^{(1)} \rangle - \langle 220q | 3q \rangle \langle T_q^{(3)} \rangle \right] \quad (\text{VI,26-b})$$

$$\frac{d}{dt} \langle T_q^{(3)} \rangle = -2i \sqrt{2} b \langle 220q | 3q \rangle \langle T_q^{(2)} \rangle \quad (\text{VI,26-c})$$

Les valeurs des coefficients de C-G sont données par le tableau suivant :

q	$\langle 2 \ 2 \ 0 \ q \mid 1 \ q \rangle$	$\langle 2 \ 2 \ 0 \ q \mid 3 \ q \rangle$
$\pm 3$	0	0
$\pm 2$	0	$\mp 1/\sqrt{2}$
$\pm 1$	$\pm \sqrt{\frac{3}{10}}$	$\mp \sqrt{\frac{1}{5}}$

Remarquons que les équations ne couplent pas entre elle des observables tensorielles de q différents. Ceci est dû à l'invariance du hamiltonien dans une rotation autour de Oz. Des équations précédentes, on déduit que le mouvement des composantes  $\langle T_q^{(2)} \rangle$  de l'alignement est déterminé par l'équation

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle T_q^{(2)} \rangle + 4b^2 \langle T_q^{(2)} \rangle = 0 \quad (\text{pour } q = 1, 2) \quad (\text{VI,27})$$

$\langle T_q^{(2)} \rangle$  oscille à la fréquence  $(2b/2\pi)$ ;  $\langle T_q^{(1)} \rangle$  et  $\langle T_q^{(3)} \rangle$  effectuent un mouvement analogue, en quadrature avec celui de  $\langle T_q^{(2)} \rangle$  d'après l'équation (VI,26-a).

De façon plus précise, supposons la vapeur initialement alignée dans la direction  $\vec{e}_2$ . En notant  $Q = \frac{1}{6} \langle 3(\vec{I} \cdot \vec{e}_2)^2 - \vec{I}^2 \rangle$  à l'instant  $t = 0$ , on a :

$$\left. \begin{aligned} \langle T_0^{(2)} \rangle_0 &= \frac{3 \cos^2 \beta - 1}{2} Q \\ \langle T_{\pm 1}^{(2)} \rangle_0 &= -\frac{i}{2} \frac{3}{2} \sin 2\beta Q \\ \langle T_{\pm 2}^{(2)} \rangle_0 &= -\frac{1}{2} \frac{3}{2} \sin^2 \beta Q \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI,28})$$

$$\langle \vec{I} \rangle_0 = 0 \quad (\text{VI,29})$$

A l'instant t,  $\langle T_{\pm 1}^{(2)} \rangle$  et  $\langle T_{\pm 2}^{(2)} \rangle$  ont été multipliés par  $\cos 2bt$  et il est apparu une orientation dans la direction Ox :

$$\langle I_x \rangle = -\frac{3}{2} \sin 2\beta \sin 2bt \quad (\text{VI,30})$$

En fait, nous n'avons pas tenu compte ainsi de la relaxation thermique et du pompage optique dû au faisceau  $\mathcal{F}_2$ . On peut le faire

en introduisant dans les équations (VI,26) un terme d'amortissement et un terme source décrivant le pompage. On obtient ainsi, pour les opérateurs de  $q = 1$  qui sont seuls couplés à l'orientation :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} T_1^{(1)} &= -\Gamma_r \langle T_1^{(1)} \rangle + 2ib \frac{3}{5} \langle T_1^{(2)} \rangle \\ \frac{d}{dt} \langle T_1^{(2)} \rangle &= -2\Gamma_r \langle T_1^{(2)} \rangle + 2ib \left( \sqrt{\frac{3}{5}} \langle T_1^{(1)} \rangle - \sqrt{\frac{2}{5}} \langle T_1^{(3)} \rangle \right) - i \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{Q}{T_p} \sin 2\beta \\ \frac{d}{dt} \langle T_1^{(3)} \rangle &= -\Gamma_r \langle T_1^{(3)} \rangle - 2ib \sqrt{\frac{2}{5}} \langle T_1^{(2)} \rangle \end{aligned} \quad (VI,31)$$

Conformément à la théorie de la relaxation quadrupolaire de  $^{201}\text{Hg}$  (<sup>38</sup>), l'alignement relaxe deux fois plus vite que l'orientation et les observables  $T_q^{(3)}$ .  $T_p$  est le temps de pompage caractéristique du faisceau  $\mathcal{F}_2$ .

A partir des équations (VI,31), on peut calculer l'orientation de la vapeur en régime stationnaire. On trouve

$$\left. \begin{aligned} \langle I_x \rangle &= - \frac{3Q}{T_p} \sin 2\beta \frac{2b}{4b^2 + 2\Gamma_r^2} \\ \langle I_y \rangle &= \langle I_z \rangle = 0 \end{aligned} \right\} \quad (VI,32)$$

L'orientation  $\langle I_x \rangle$  varie en fonction de  $b$  (qui est proportionnel à l'intensité de  $\mathcal{F}_1$ ) comme une courbe de dispersion de Lorentz. Pour  $b$  fixé, les variations de  $\langle I_x \rangle$  avec la direction  $\beta$  de  $\vec{e}_2$  sont celles de  $\sin 2\beta$ .

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement ces variations en mesurant au moyen d'un faisceau  $\mathcal{F}_3$  le dichroïsme de la vapeur dû à  $\langle I_x \rangle$ .

### 3°) Le montage expérimental

Le schéma du montage expérimental est indiqué sur la figure 39. Le faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$  est identique à celui utilisé dans les expériences décrites au § B,II. On a placé sur le trajet de  $\mathcal{F}_1$  un dispositif I formé de 2 plaques ajourées. En les déplaçant l'une par rapport à l'autre, on peut faire

varier l'intensité de  $\mathcal{F}_1$  (donc b) de zéro à sa valeur maximale.

La vapeur atomique est alignée par le faisceau  $\mathcal{F}_2$ , issu d'une lampe à  $^{201}\text{Hg}$  et polarisé linéairement par le polariseur P. Les divers éléments traversés par le faisceau après P (en particulier les faces des cellules) présentent une biréfringence. Afin que la lumière pompante soit bien linéairement polarisée et n'introduise pas d'orientation dans la cellule, nous avons compensé cette biréfringence par une lame de quartz L orientée convenablement et dont on ajuste la biréfringence par compression.

Pour mesurer le dichroïsme de la vapeur dans la direction Ox, on utilise un troisième faisceau  $\mathcal{F}_3$ , résonnant de faible intensité, parallèle à Ox; sa polarisation passe alternativement de  $\sigma_+$  à  $\sigma_-$  grâce à une lame  $\lambda/4$  tournant à la fréquence  $\nu$  après le polariseur P'. Le dichroïsme de la vapeur se traduit par une absorption différente des polarisations  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ : la lumière de  $\mathcal{F}_3$  transmise par C est donc modulée à la fréquence  $2\nu$ ; l'intensité de cette modulation est proportionnelle à  $\langle I_x \rangle$ . Comme

$\mathcal{F}_3$  et  $\mathcal{F}_2$  se propagent le long du même axe Ox, la mesure de la lumière de  $\mathcal{F}_3$  ne peut se faire de façon simple. Nous avons procédé de la façon suivante: la lampe émettant  $\mathcal{F}_3$  est une lampe à  $^{199}\text{Hg}$ , filtrée par un filtre à  $^{204}\text{Hg}$  (le filtre à  $^{204}\text{Hg}$  élimine la composante  $F = 1/2$  de la lampe à  $^{199}\text{Hg}$  qui donnerait des signaux de détection moins simples à calculer). On voit sur le schéma de la structure hyperfine de la raie  $2.537 \text{ \AA}$  (fig. 39) que cette lampe excite la composante  $F = 1/2$  de  $^{201}\text{Hg}$ . La lumière de  $\mathcal{F}_3$  ayant traversé C est recueillie par une cellule C', remplie de  $^{199}\text{Hg}$ . Cette cellule absorbe toute la lumière de  $\mathcal{F}_3$ . Un photomultiplicateur mesure l'intensité de la lumière réémise à angle droit. Si la lumière transmise par C est modulée, on observe la même modulation sur l'intensité diffusée par C'.

On voit sur la figure 39 que le faisceau  $\mathcal{F}_2$  doit traverser la cellule C' remplie de  $^{199}\text{Hg}$ . La composante  $F = 3/2$  émise par la lampe à  $^{201}\text{Hg}$  de  $\mathcal{F}_2$  est complètement non résonnante pour  $^{199}\text{Hg}$  et traverse C' sans encombre. Au contraire, les composantes  $F = 1/2$  et  $5/2$  seraient absorbées par  $^{199}\text{Hg}$  et contribueraient à l'intensité diffusée par C'. Pour éviter cette lumière parasite, on a placé devant la lampe à  $^{201}\text{Hg}$  de  $\mathcal{F}_2$  un filtre à

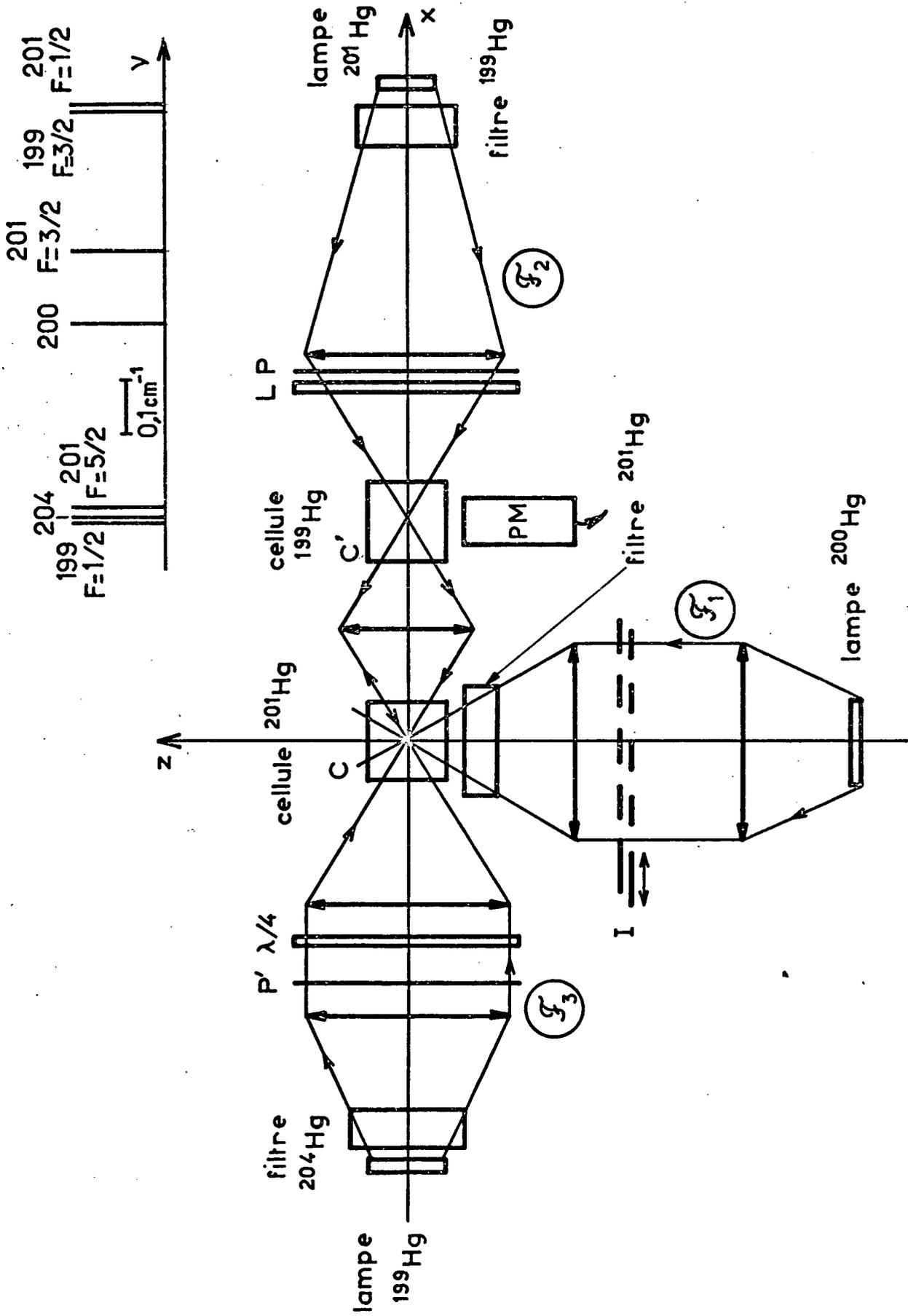


FIGURE 39 : Schéma du montage expérimental. Les coïncidences entre les composantes hyperfines des divers isotopes du mercure sont indiquées en annexe.

Taux d'orientation  
(unités arbitraires)

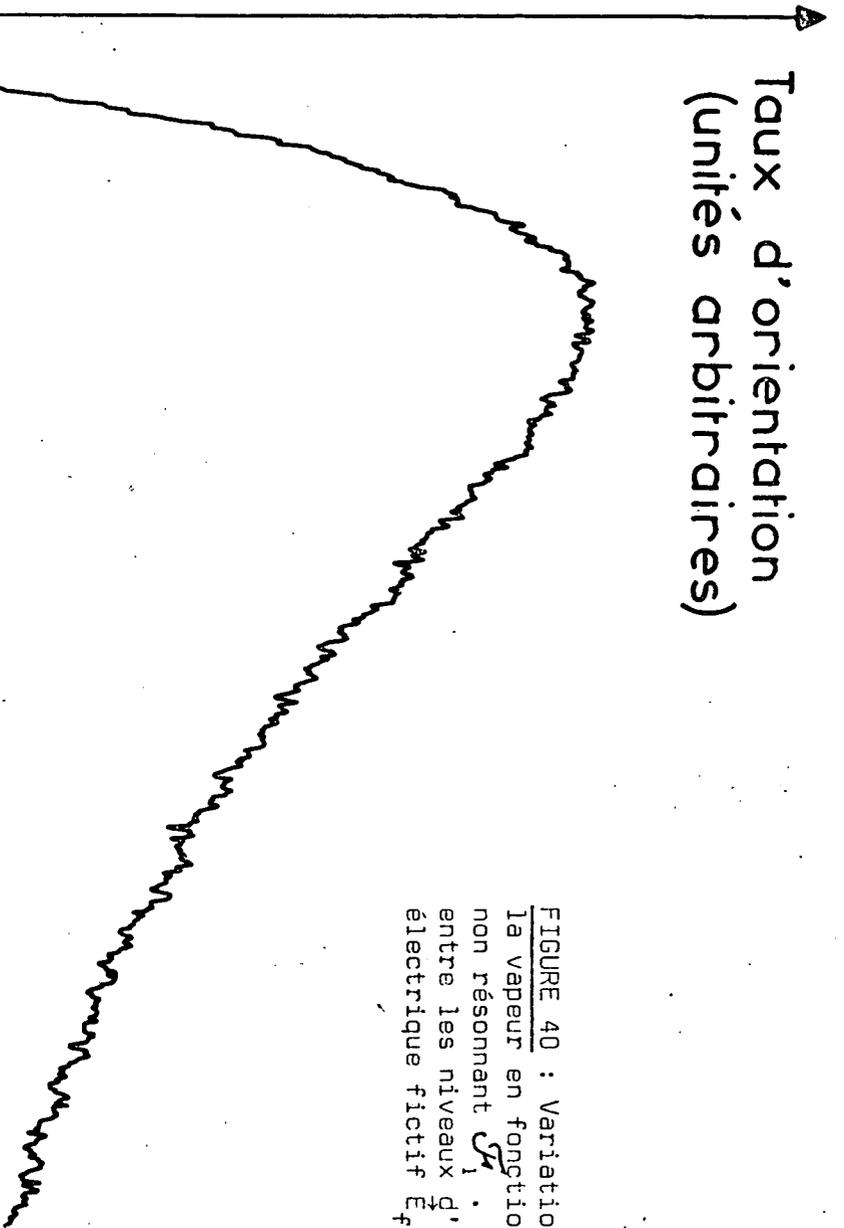


FIGURE 40 : Variations du taux d'orientation de la vapeur en fonction de l'intensité du faisceau non résonnant  $\omega_1$ .  $2b/2\pi$  est égale à l'écart entre les niveaux d'énergie produits par le champ électrique fictif  $E_f$ .

$\frac{b}{2\pi}$   
0.5 Hz

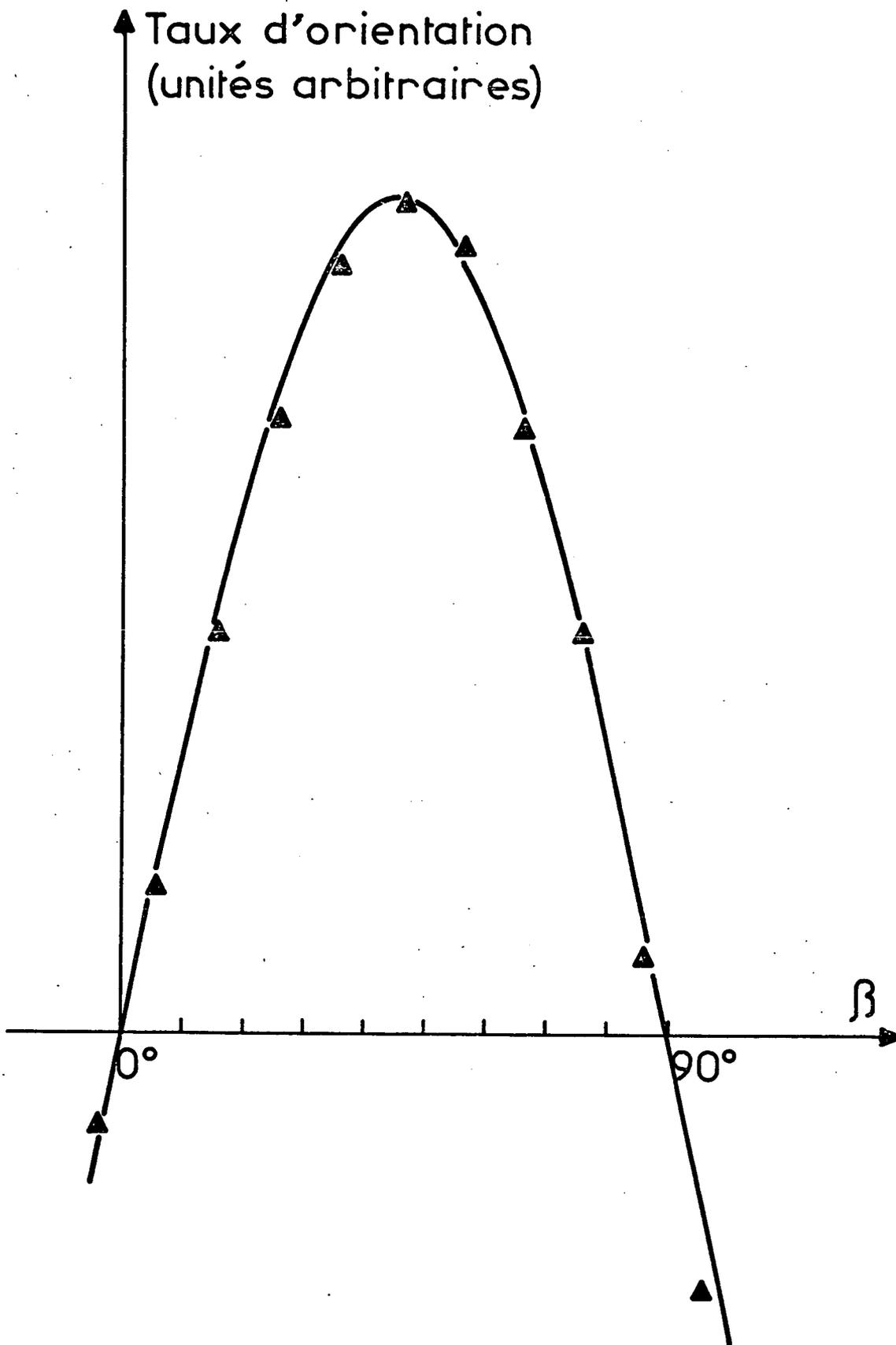


FIGURE 41 : Variation du taux d'orientation en fonction de l'angle  $\beta$  entre la polarisation du faisceau pompant et  $\vec{E}_f$ . La courbe théorique représente  $\sin^2 \beta$ ; les points sont expérimentaux.

$^{199}\text{Hg}$  qui élimine ces deux composantes.

#### 4°) Les résultats

La figure 40 montre les variations de  $\langle I_x \rangle$  mesurée expérimentalement lorsqu'on fait croître l'intensité de  $\mathcal{F}_1$  (donc  $b$ ) à partir de 0. Nous donnons sur l'axe des abscisses la valeur de  $b/2\pi$ . Conformément à la formule théorique (VI,32),  $\langle I_x \rangle$  varie comme une courbe de dispersion de Lorentz. La figure 41 montre la variation de  $\langle I_x \rangle$  avec  $\beta$ , l'intensité de  $\mathcal{F}_1$  étant fixée : la courbe théorique représente la fonction  $\sin 2\beta$ , les points sont expérimentaux. On constate un excellent accord entre la théorie et l'expérience.

L'utilisation d'un champ électrique "fictif" nous a ainsi permis d'étudier de façon quantitative l'effet discuté par M. LOMBARDI.

## II - Résonances induites par des champs fictifs dépendant du temps

### 1°) Introduction

Le temps d'interaction du faisceau lumineux avec l'atome est le temps de cohérence  $1/\Delta k$  de l'onde lumineuse, que l'on peut considérer aussi comme le temps de passage d'un paquet d'ondes à un point donné. Si la polarisation  $\vec{e}_\lambda$  d'un faisceau non résonnant change lentement (temps d'évolution plus grand que  $1/\Delta k$ , l'atome est soumis aux hamiltoniens successifs correspondant aux polarisations successives. L'effet du faisceau lumineux est décrit par un hamiltonien dépendant du temps, que l'on obtient simplement en remplaçant, dans l'expression de  $\mathcal{H}_e$ ,  $\vec{e}_\lambda$  par  $\vec{e}_\lambda(t)$ . Les champs fictifs associés au faisceau lumineux dépendent maintenant du temps et peuvent induire des transitions entre les différents sous-niveaux Zeeman.

Plus généralement, tous les types de résonances produites, à l'intérieur d'un niveau, par des champs magnétiques ou

électriques réels (\*) qui dépendent du temps peuvent aussi être observés en utilisant des champs fictifs (\*\*), avec, en outre, l'avantage suivant : à cause du caractère quasi résonnant du faisceau non résonnant, les champs fictifs agissent de façon sélective sur un niveau atomique donné. Si on opère sur un mélange on peut agir ainsi sur une espèce atomique, sans perturber les autres.

## 2°) Résonances induites par un champ magnétique fictif oscillant

Nous avons observé, dans l'état fondamental de  $^{87}\text{Rb}$ , différents types de résonances induites par un champ magnétique fictif oscillant. La lame quart d'onde du faisceau non résonnant, circulairement polarisé, tourne à la fréquence  $\nu/2$  de sorte que le degré de polarisation de  $\mathcal{F}_1$  est proportionnel à  $\cos 2\pi\nu t$ .

L'effet du faisceau lumineux à l'intérieur des multiplicités  $F = 2$  et  $F' = 1$  est donc équivalent à celui des 2 champs de radiofréquence polarisés linéairement, généralement différents d'un niveau hyperfin à l'autre :  $\vec{H}_f(2) \cos 2\pi\nu t$  et  $\vec{H}_f(1) \cos 2\pi\nu t$ .  $H_f(2)$  est, par exemple, de l'ordre de  $16 \mu\text{G}$  ( $\omega_f/2\pi \approx 11 \text{ Hz}$ ).

Nous avons observé la raie de résonance magnétique induite par ces champs de radiofréquence fictifs. Le champ magnétique statique est balayé perpendiculairement à  $\mathcal{F}_1$  dans la direction du faisceau pompant  $\mathcal{F}_2$ . La valeur de  $\nu$  est de  $120 \text{ Hz}$ . Les résonances sont détectées sur la lumière absorbée sur le faisceau  $\mathcal{F}_2$ . Nous observons une superposition des résonances  $F' = 1$  et  $F = 2$ . Mais, comme nous l'avons vu plus haut, leur intensité relative est telle que nous observons principalement la résonance  $F = 2$ . La figure 42-a montre la raie de résonance pour

---

(\*) Un champ électrique réel oscillant peut induire des transitions entre deux niveaux de parités opposées. Ce n'est pas possible pour un champ électrique fictif : ce dernier ne représente en effet l'effet du faisceau lumineux qu'à l'intérieur d'un niveau donné.

(\*\*) Le mécanisme des transitions induites par des champs fictifs modulés est néanmoins très différent de l'émission ou de l'absorption d'un photon de radiofréquence. On doit les considérer plutôt comme des transitions à deux photons optiques, qu'on peut comparer à l'effet Raman (<sup>69</sup>).

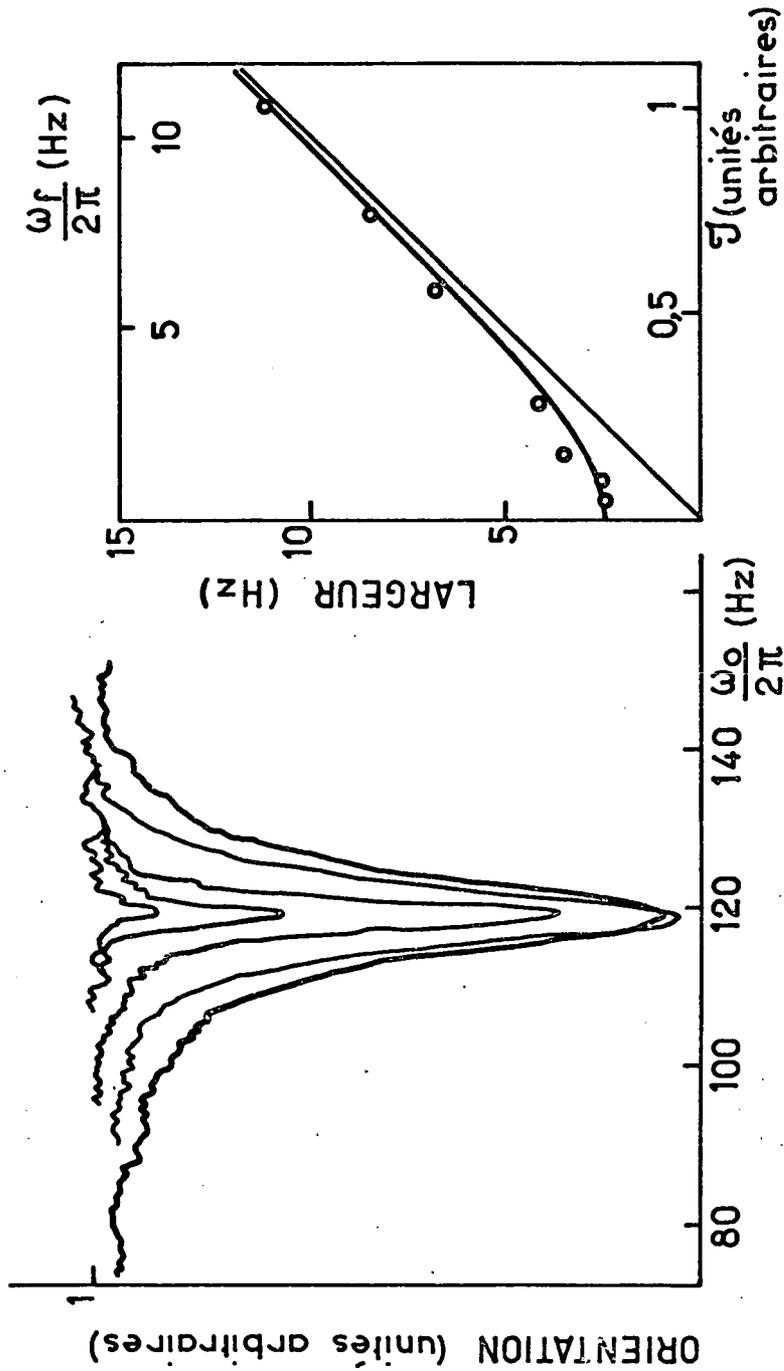


FIGURE 42 : a) Résonance magnétique de  $^{87}\text{Rb}$  induite par un champ magnétique fictif oscillant (fréquence  $\nu = 120$  Hz). Les différentes courbes correspondent à des intensités croissantes du faisceau  $\mathcal{J}_1$  produisant le champ fictif. b) Variation de la largeur de la résonance avec l'intensité  $\mathcal{J}$  de  $\mathcal{F}_1$ . La courbe est théorique. L'échelle supérieure donne l'amplitude (en Hz) du champ fictif correspondant.

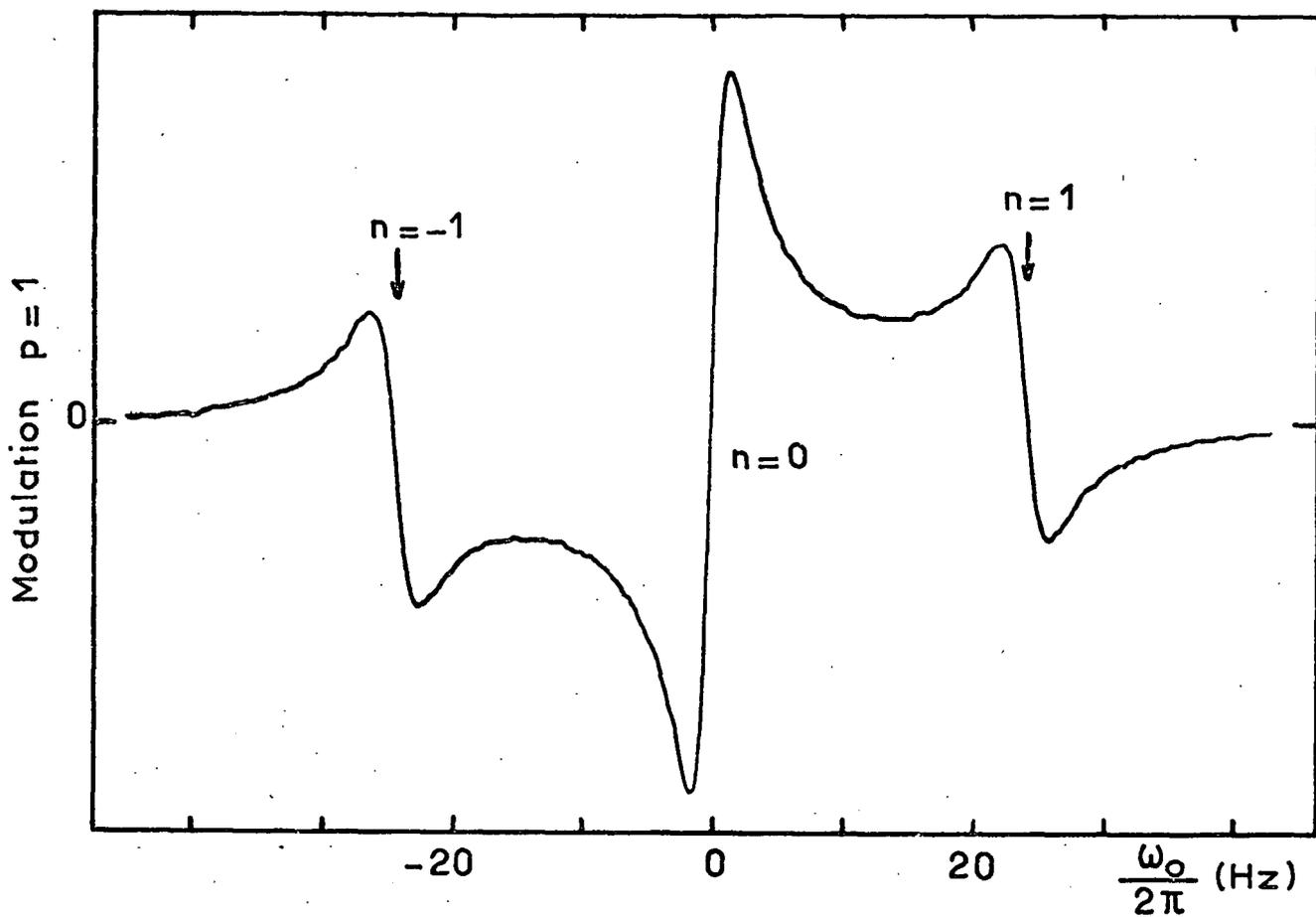


FIGURE 43 : Spectre de résonances paramétriques induites sur  $^{87}\text{Rb}$  par un champ fictif oscillant ( $\nu = 24$  Hz). Les résonances sont détectées sur la modulation  $p = 1$  de la lumière transmise de  $\mathcal{F}_2$ .

différentes valeurs de l'intensité  $\mathcal{J}$  de la lumière non résonnante : la hauteur et la largeur de la résonance varient, comme prévu, avec l'amplitude du champ de radiofréquence fictif  $\vec{H}_f(2)$  (qui est proportionnel à  $\mathcal{J}$ ) (fig. 42-b). Notons qu'une résonance similaire a déjà été observée par W. HAPPER et al. (69), mais le champ de radiofréquence fictif étant beaucoup plus faible ( $\omega_f/2\pi \approx 7 \cdot 10^{-2}$  Hz), une technique de détection plus élaborée a dû être utilisée. Dans notre expérience,  $\omega_f/2\pi \approx 11$  Hz est plus grand que l'inverse du temps de relaxation si bien que nous pouvons aisément saturer la transition, comme on le voit sur la figure 42.

Les résonances paramétriques, décrites au paragraphe II,3°,c peuvent aussi être induites par des champs de radiofréquence fictifs.

Le champ statique  $\vec{H}_0$  est parallèle au champ de radiofréquence fictif (fréquence  $\nu$ ) et  $\mathcal{F}_2$  assure un pompage transversal. On détecte les modulations aux fréquences  $p\nu$  de la lumière transmise. Des résonances apparaissent pour  $\omega_0/2\pi = n\nu$ . La figure 43 montre le spectre de résonances paramétriques induit par un champ de radiofréquence fictif ( $\nu = 24$  Hz), détecté sur la modulation  $p = 1$ . Les résonances  $n = 0, \pm 1$  apparaissent nettement. Comme  $\gamma H_f$  n'est pas assez grand, les intensités des autres résonances ( $|n| > 1$ ) sont beaucoup plus faibles.

Comme nous l'avons vu au chapitre IV, la résonance en champ nul ( $n = 0$ ), détectée sur la modulation  $p = 1$  est particulièrement intéressante : sa forme de courbe de dispersion, sa très faible largeur (1  $\mu$ G) et le bon rapport signal sur bruit, font de cette résonance un outil idéal pour détecter de très petites variations du champ statique autour de zéro. Nous avons vu qu'on peut détecter des variations de  $10^{-9}$  G, en utilisant un champ de radiofréquence réel. Nous avons répété l'expérience avec un champ RF fictif. Le rapport signal sur bruit n'est pas aussi bon, mais l'on peut aisément détecter des variations de  $10^{-8}$  G. L'avantage des champs de radiofréquence fictifs est qu'ils n'agissent que sur le niveau atomique étudié et ne perturbent ni le blindage magnétique dans lequel est réalisée l'expérience, ni les sources qui produisent le champ magnétique très faible que l'on mesure.

3°) Résonances induites par un champ électrique fictif tournant

Dans cette expérience, le faisceau non résonnant  $\mathcal{F}_1$  est polarisé linéairement. Son effet sur l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$  est équivalent à celui d'un champ électrique  $\vec{E}_f$ , parallèle au vecteur de polarisation  $\vec{e}_\lambda$ . Une rotation du polariseur à la fréquence  $\nu/2$  donne un champ électrique fictif tournant à la même fréquence. Dans le hamiltonien Stark fictif, apparaissent des termes modulés à la fréquence  $\nu$ . Nous procédons de la façon suivante (fig. 44) : des atomes de  $^{201}\text{Hg}$  sont illuminés par  $\mathcal{F}_1$  et placés dans un champ magnétique statique  $\vec{H}_0$  perpendiculaire à  $\vec{E}_f$  (c'est-à-dire parallèle à la direction de propagation de  $\mathcal{F}_1$ ). Ils sont pompés optiquement par un faisceau lumineux  $\mathcal{F}_2$ , pola-

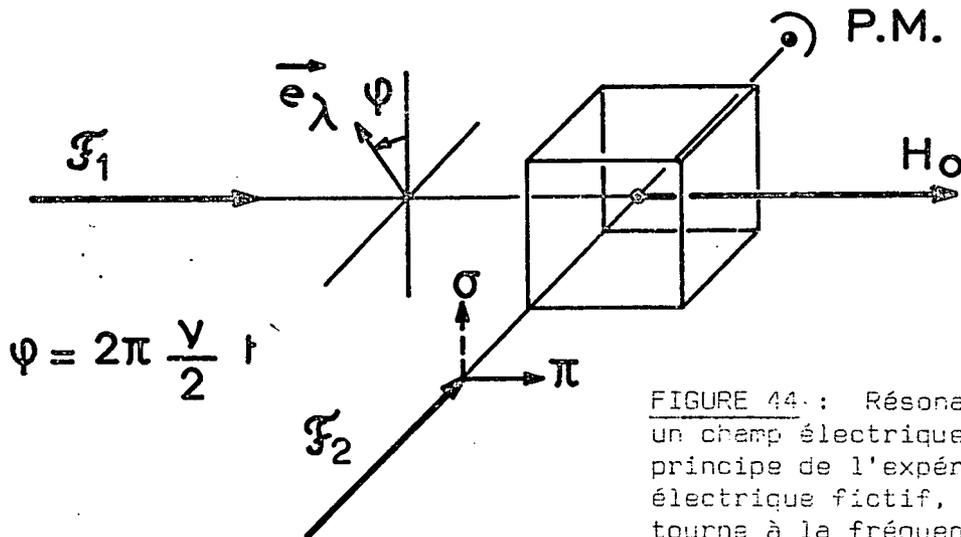
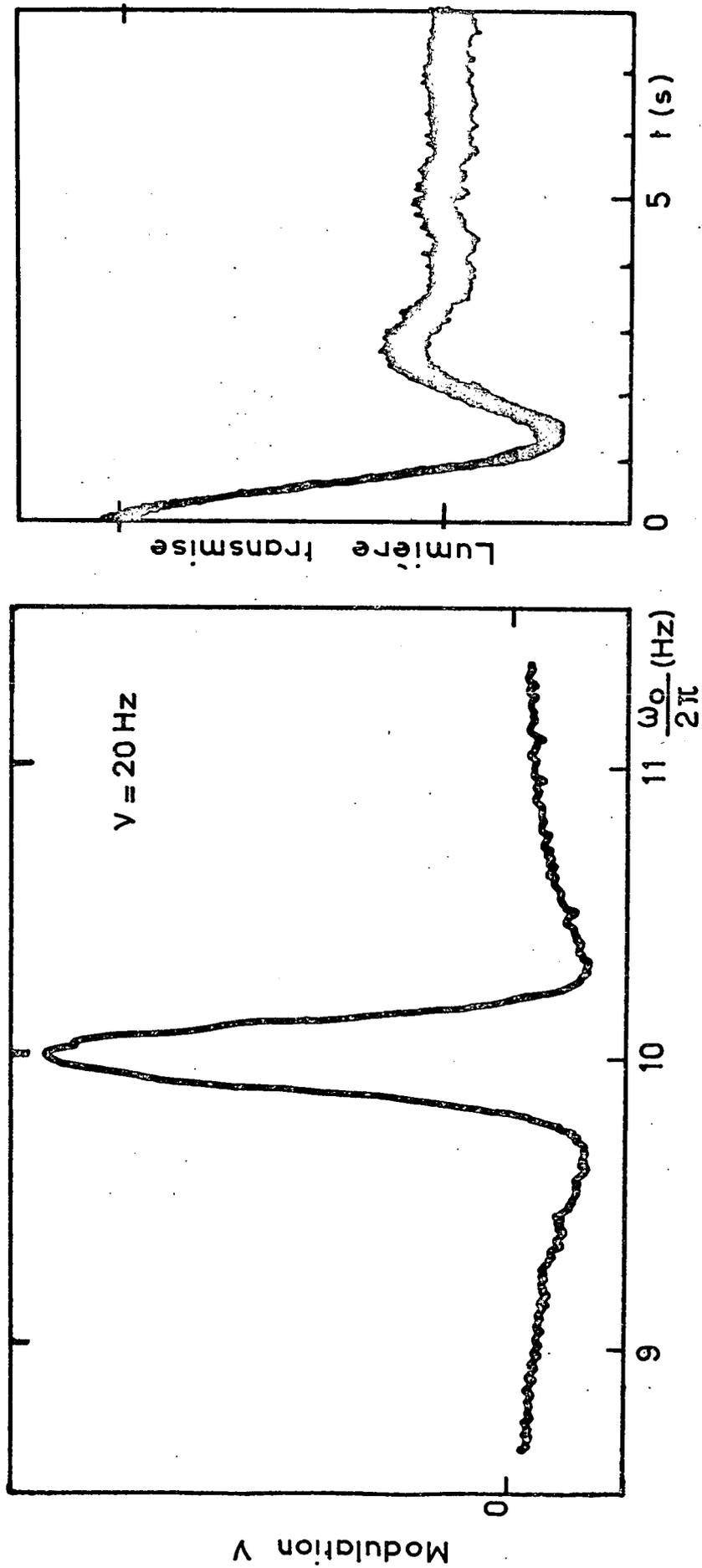


FIGURE 44.: Résonance induite par un champ électrique fictif tournant : principe de l'expérience. Le champ électrique fictif, parallèle à  $\vec{e}_\lambda$  tourne à la fréquence  $\nu/2$ .

risé linéairement dans une direction parallèle ou perpendiculaire à  $\vec{H}_0$  (polarisation  $\pi$  ou  $\sigma$ ). Tout se passe comme dans une expérience de résonance magnétique ordinaire, avec cette seule différence que le champ de radiofréquence est remplacé par un champ électrique fictif tournant. Une conséquence importante est que la perturbation (hamiltonien Stark modulé) obéit à la règle de sélection  $\Delta m = 2$



a)

b)

FIGURE 45 : a) Forme de la résonance induite par le champ électrique fictif tournant. La résonance est détectée sur la modulation  $\nu$  de la lumière transmise.  
 b) Signal transitoire lorsque  $\mathcal{F}_1$  est introduit brusquement.  $\mathcal{F}_2$  est polarisé en  $\pi$ . On observe l'égalisation des populations des sous-niveaux Zeeman.

au lieu de  $\Delta m = 1$ . On observe l'égalisation des populations, lorsque  $2 \frac{\omega_0}{2\pi} = \nu$  ( $\omega_0 = -\gamma H_0$ ). Si  $\mathcal{F}_2$  est polarisé en  $\sigma$ , on détecte simultanément l'apparition d'un alignement transversal, grâce à une modulation à la fréquence  $\nu$  de la lumière transmise. La figure 45-a montre les résonances détectées sur une modulation de ce genre. On peut calculer exactement leurs formes. Ces résonances subissent un élargissement lorsque l'intensité du champ électrique fictif est accrue (<sup>80</sup>). On peut observer aussi la précession de Rabi (transitoires de résonance). La figure 45-b montre l'égalisation des populations, lorsqu'on introduit brusquement le champ électrique fictif tournant.

On aurait pu obtenir les mêmes résonances avec un champ électrique réel tournant (ce qui a été fait, par exemple, par GENEUX, sur l'état excité de Cd (<sup>81</sup>)). Mais l'intensité du champ électrique réel requise pour produire les mêmes effets dans l'état fondamental de  $^{201}\text{Hg}$  serait de l'ordre de  $10^5$  V/cm. Si les champs fictifs sont si grands, c'est par suite du caractère quasi résonnant de  $\mathcal{F}_1$ . Ceci montre nettement l'avantage des faisceaux lumineux non résonnants dans ce genre d'expérience.

Quatrième Partie

- LES COLLISIONS D'ECHANGE DE METASTABILITE DANS  $^3\text{He}$  :  
ETUDE DE L' EVOLUTION DE L'ORIENTATION DES NIVEAUX FONDAMENTAL ET  
METASTABLES -

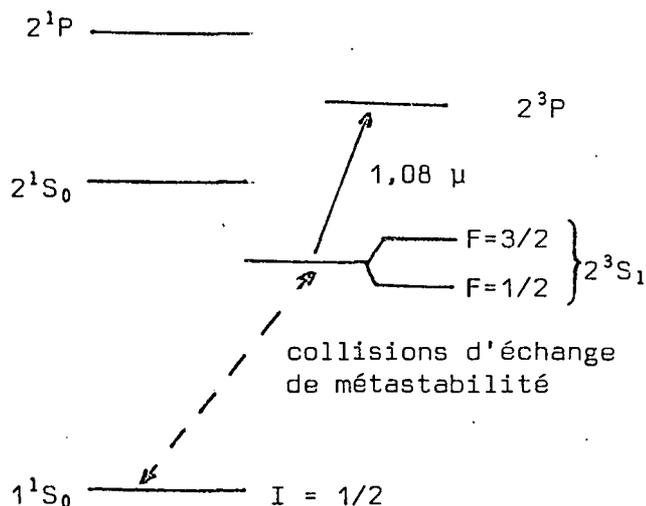
---

*Introduction à la quatrième partie*

=====

Nous abordons maintenant la dernière partie de ce travail, consacrée à l'étude de certains aspects du pompage optique de  $^3\text{He}$ .

Depuis les travaux de F.D. COLEGROVE, L.D. SCHEARER, G.K. WALTERS (<sup>12</sup>), on sait produire une polarisation nucléaire importante de  $^3\text{He}$  par pompage optique dans un gaz d'hélium à une pression de l'ordre du Torr. La possibilité d'obtenir ainsi des cibles nucléaires orientées a motivé de nombreux autres travaux sur le sujet (<sup>82 - 85</sup>). La méthode utilisée est la suivante :



On entretient dans l'hélium une décharge faible qui porte certains atomes dans l'état métastable  $2^3S_1$ . On les oriente dans cet état par pompage optique en utilisant la raie  $2^3S_1 - 2^3P$  ( $\lambda = 1,08 \mu$ ). Cette orientation est transférée aux atomes dans l'état fondamental par les collisions d'échange de métastabilité entre les atomes dans l'état  $2^3S_1$  et ceux dans l'état  $1^1S_0$  (\*).

Ces collisions jouent donc un rôle important dans le processus de pompage optique .

L'échange de métastabilité dans l'hélium a suscité de nombreux travaux théoriques et expérimentaux.

(\*) Un pompage optique direct de l'état fondamental par la raie de résonance  $1^1S_0 - 2^1P_1$  est impossible pour deux raisons : la raie est située dans l'ultraviolet lointain; de plus la structure hyperfine des états  $^1P_1$  est insuffisante par rapport à la largeur naturelle des niveaux pour obtenir une orientation nucléaire (<sup>25</sup>).

Sur le plan théorique, on peut distinguer deux aspects de la collision : le premier concerne le calcul des sections efficaces totales et différentielles. Il faut connaître pour cela les potentiels d'interaction entre l'hélium dans l'état fondamental et l'hélium dans l'état  $2^3S_1$ . Le problème est assez compliqué et les résultats obtenus ne sont pas toujours très concordants suivant les méthodes employées (86-90). Le deuxième aspect concerne l'effet de la collision sur les variables internes des atomes (spins électroniques et nucléaires). C'est ce que nous appellerons l'aspect angulaire de la collision. Il se trouve que ces deux aspects sont relativement indépendants et que l'évolution des variables internes des atomes peut être déterminée sans avoir à choisir une forme particulière des potentiels d'interaction. Ces derniers n'interviennent que dans le calcul des sections efficaces et du "temps d'échange". Dans une expérience de pompage optique, on ne détecte que les variables internes des atomes de sorte que, dans la suite, nous nous intéresserons essentiellement à l'aspect angulaire de la collision. Les équations d'évolution des populations des sous-niveaux Zeeman ont été ainsi déterminées par L.D. SCHEARER (91) et celles de la matrice densité atomique par R.B. PARTRIDGE et G.W. SERIES (92). Nous rappelons en détail, au chapitre VII, toutes les caractéristiques des collisions d'échange de métastabilité que nous venons de mentionner : leur origine physique, les propriétés de la matrice S qui concernent les variables internes des atomes, les équations d'évolution auxquelles on aboutit pour la matrice densité atomique.

Toutefois, les conséquences de ces équations d'évolution n'ont jamais été entièrement dégagées. Les équations sont en effet relativement compliquées et il semble qu'on se soit contenté jusqu'à maintenant de raisonnements qualitatifs ou d'approximations non justifiées. C'est pourquoi nous avons repris la question en déterminant, à partir de l'équation fondamentale de PARTRIDGE et SERIES, les équations d'évolution des grandeurs directement observées dans une expérience de pompage optique : les orientations et l'alignement des niveaux hyperfins métastables, l'orientation nucléaire de l'état fondamental. Les calculs sont exposés en détail dans le chapitre VIII. Nous montrons en par-

ticulier que, contrairement à ce qui avait été supposé jusqu'à maintenant, la durée de vie des cohérences dans les niveaux hyperfins de l'état métastable (qui détermine la largeur de la raie de résonance magnétique) n'est pas égale au temps d'échange de métastabilité. Au chapitre IX, nous déterminons l'effet de ces mêmes collisions sur l'état fondamental. En particulier, nous déterminons quantitativement le déplacement de la raie de résonance magnétique qu'elles produisent. Comme d'autres auteurs ont également calculé cette quantité et ont trouvé des résultats différents du nôtre (13)(14)(15), nous avons procédé à une vérification expérimentale. Les résultats, rapportés dans ce même chapitre, confirment sans ambiguïté l'exactitude de notre approche théorique.

C H A P I T R E   V I I

RAPPELS SUR L' ECHANGE DE METASTABILITE

Dans ce chapitre, nous rappelons d'abord, sur un modèle très simplifié, l'origine physique de l'échange de métastabilité entre deux atomes d'Hélium. Puis nous donnons quelques propriétés générales de la matrice S, sans chercher à la déterminer complètement. Nous distinguons soigneusement deux cas, suivant que les atomes entrant en collision ont des noyaux identiques ou non. Nous en déduisons l'évolution de la matrice densité d'un gaz d'Hélium sous l'influence des collisions d'échange de métastabilité.

A - L'ORIGINE PHYSIQUE DE L'ECHANGE DE METASTABILITE

Considérons un modèle simplifié dans lequel l'atome d'hélium n'a que deux niveaux : un niveau fondamental  $| f \rangle$ , un niveau métastable  $| m \rangle$ . Nous ignorons les variables de spin électronique et nucléaire, nous traitons classiquement le mouvement des atomes et nous utilisons un modèle de collision adiabatique.

Soit  $\mathcal{H}_0$  le hamiltonien atomique,  $E_0$  l'énergie de l'état métastable par rapport au fondamental

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 | f \rangle &= 0 \\ \mathcal{H}_0 | m \rangle &= E_0 | m \rangle \end{aligned} \qquad \text{(VII,1)}$$

Prenons deux atomes du type précédent, que nous supposons non identiques (ce sont des isotopes différents). Ils seront repérés par les numéros 1 et 2. En l'absence d'interaction entre ces atomes, les 4 états  $| f, f \rangle$ ,  $| f, m \rangle$ ,  $| m, f \rangle$  et  $| m, m \rangle$  sont états propres de l'énergie de valeurs propres respectives 0,  $E_0$ ,  $E_0$  et  $2E_0$ . (Dans la notation des états, la première lettre repère l'état de l'atome 1, la deuxième, celui de l'atome 2). La valeur propre  $E_0$  est dégénérée deux fois; le sous-espace correspondant est engendré par les 2 états  $| m, f \rangle$  et  $| f, m \rangle$ .

Soit  $\mathcal{H}$  le hamiltonien total à  $r$  fixé ( $r$  est la distance entre les noyaux 1 et 2), comprenant l'interaction  $\mathcal{H}_I$  entre les deux atomes

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0(1) + \mathcal{H}_0(2) + \mathcal{H}_I(1,2) \quad (\text{VII},2)$$

Chercher les états propres de  $\mathcal{H}$  revient à déterminer les niveaux d'énergie électronique de la molécule  $\text{He}_2$  pour une valeur fixée de la distance internucléaire. Lorsque  $r$  est très grand devant les diamètres atomiques (ce que nous appellerons dans la suite  $r = \infty$ ), on doit retrouver les états d'énergie des 2 atomes en l'absence d'interaction. En particulier, il y a 2 niveaux d'énergie de la molécule  $\text{He}_2$  qui tendent vers  $E_0$ . Etant donné que le potentiel créé par les 2 noyaux est symétrique par rapport au milieu 0 de l'axe internucléaire, les états d'énergie électronique de la molécule sont de parité déterminée dans la symétrie à 0. Ceci reste vrai également lorsque  $r$  est grand. En effet, à partir des états  $|m,f\rangle$  et  $|f,m\rangle$ , on peut construire un état pair

$$|\psi_g^\infty\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|m,f\rangle + |f,m\rangle) \quad (\text{VII},3)$$

et un état impair

$$|\psi_u^\infty\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|m,f\rangle - |f,m\rangle) \quad (\text{VII},4)$$

Par continuité, ceci implique que pour  $r$  fini, les états moléculaires dont l'énergie est voisine de  $E_0$ , sont de parités opposées. Nous noterons ces états  $|\psi_g^r\rangle$  et  $|\psi_u^r\rangle$ , l'indice supérieur  $r$  rappelle que ces états sont états propres de  $\mathcal{H}$  pour la valeur  $r$  de la distance internucléaire. Nous appellerons  $E_g(r)$  et  $E_u(r)$  les valeurs propres correspondantes. La figure 46 montre les variations des énergies  $E_g(r)$  et  $E_u(r)$  utilisées par W.A. FITZSIMMONS (88).

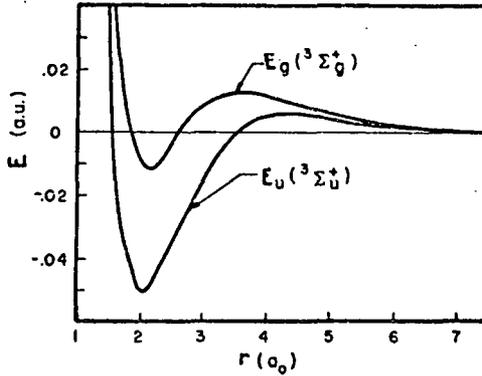


FIGURE 46 : Variations avec  $r$  des énergies  $E_g$  et  $E_u$

Considérons maintenant une collision entre l'atome 1 métastable et l'atome 2 dans l'état fondamental. Les 2 atomes, initialement très éloignés se rapprochent jusqu'à une distance minimale  $r_{\min}$ , puis s'éloignent à nouveau. Le problème consiste à déterminer quelle a été l'évolution de la fonction d'onde  $|\phi\rangle$  du système au cours de cette collision.

L'état initial  $|\phi(t=-\infty)\rangle = |mf\rangle$  se développe sur les états propres de  $\mathcal{H}(r=\infty)$  :

$$|\phi(t=-\infty)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} ( |\psi_g^\infty\rangle + |\psi_u^\infty\rangle ) \quad (\text{VII,5})$$

A l'instant  $t$ , les noyaux sont à une distance  $r(t)$ . On peut montrer que l'approximation adiabatique est applicable (tant que  $r$  n'est pas trop petit, les autres niveaux de la molécule sont beaucoup plus éloignés de  $E_u$  et  $E_g$  que l'inverse du temps de collision ( $10^{-13}$  s)). La fonction d'onde du système à l'instant  $t$  se développe donc sur les états  $|\psi_g^{r(t)}\rangle$  et  $|\psi_u^{r(t)}\rangle$  de la façon suivante :

$$|\phi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} ( e^{-i\phi_g(t)} |\psi_g^{r(t)}\rangle + e^{-i\phi_u(t)} |\psi_u^{r(t)}\rangle ) \quad (\text{VII,6})$$

où

$$\phi_{g,u}(t) = \int_{-\infty}^t E_{g,u}[r(t')] dt' \quad (\text{VII,7})$$

Après la collision, la distance internucléaire  $r(t)$  est redevenue grande de sorte que  $|\phi(t=+\infty)\rangle$  se développe à nouveau sur les états  $|\psi_g^\infty\rangle$  et  $|\psi_u^\infty\rangle$ . Mais par rapport au développement (VII,5), les coefficients ont changé. A un facteur de phase globale près, on a maintenant

$$|\phi(t=+\infty)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} ( |\psi_g^\infty\rangle + e^{i\eta} |\psi_u^\infty\rangle ) \quad (\text{VII,8})$$

où  $\eta = \phi_g(+\infty) - \phi_u(+\infty)$  (VII,9)

Si les atomes se sont approchés suffisamment l'un de l'autre ( $r_{\min} <$  quelques rayons de Bohr), les valeurs de  $E_g$  et  $E_u$  ont été, à certains instants, différentes :  $\phi_g(+\infty)$  et  $\phi_u(+\infty)$  sont donc différents et  $\eta$  est non nul. En revenant dans la base  $|mf\rangle$ ,  $|fm\rangle$ , on obtient

$$|\phi(t=+\infty)\rangle = \frac{1+e^{i\eta}}{2} |mf\rangle + \frac{1-e^{i\eta}}{2} |fm\rangle \quad (\text{VII,10})$$

Il existe donc une amplitude de probabilité non nulle pour que le système se trouve après la collision dans l'état  $|fm\rangle$ , c'est-à-dire pour qu'il y ait un échange de métastabilité entre les 2 atomes d'Hélium. La probabilité correspondante est  $\sin^2 \frac{\eta}{2}$ .

## B - L'ECHANGE DE METASTABILITE ENTRE 2 ISOTOPES DIFFERENTS DE L'HELIUM

---

Considérons maintenant l'échange de métastabilité entre deux atomes d'hélium réels, c'est-à-dire possédant des variables nucléaires et un spin électronique dans l'état métastable. Nous supposons ces atomes discernables (ils ont des spins nucléaires différents). Nous allons voir que, moyennant quelques hypothèses certainement vérifiées, on peut déterminer l'effet de la collision sur les variables internes des atomes.

### 1°) Notations

L'atome d'Hélium possède plusieurs types de variables.

a) les variables électroniques repèrent l'état des 2 électrons (variables orbitales et variables de spin). Nous n'aurons ici que deux états à considérer :

- . l'état fondamental  $1^1S_0$ , noté  $|f\rangle$ , de spin électronique et moment cinétique orbital nuls
- . l'état métastable  $2^3S_1$ , de moment orbital nul, de spin électronique total  $S = 1$ . Les 3 états, correspondant aux trois valeurs propres  $M = 1, 0, -1$  de  $S_z$ , seront notés  $|M\rangle$ .

b) les variables nucléaires.

Les états de spin du noyau seront repérés par les valeurs propres de  $(\vec{I}^2, I_z)$  : l'état  $|I, \mu\rangle$  est vecteur propre de  $\vec{I}^2$  et  $I_z$  de valeurs propres  $I(I+1)$  et  $\mu$ . L'état des variables externes sera développé sur une base d'ondes planes, de vecteur d'onde  $\vec{k}$ , notées  $|\vec{k}\rangle$ .

En résumé, l'état  $|f, I\mu, \vec{k}\rangle$  représente un atome d'hélium dans l'état fondamental, dont le spin nucléaire  $I$  est dans l'état  $|\mu\rangle$  et qui se déplace avec une impulsion  $\vec{k}$ . L'état  $|M, I\mu, \vec{k}\rangle$  représente un atome identique, mais dans le sous-niveau  $M$  de l'état métastable.

Nous considérons une collision entre deux atomes discernables, donc possédant des spins nucléaires  $I_1$  et  $I_2$  différents. Les indices 1 et 2 nous serviront à "numéroter" les atomes.

## 2°) Les propriétés de la matrice S

La détermination explicite de la matrice  $S$  nécessite la connaissance des fonctions d'onde et des énergies de la molécule  $\text{He}_2$ . Le simple rappel des calculs qui y conduisent sortirait du cadre de cette étude. Par contre, certaines propriétés de la matrice  $S$  peuvent s'obtenir par des considérations très simples. Ces propriétés sont suffisantes pour déterminer l'évolution des atomes dans une collision  $\text{He}^* - \text{He}$ .

Le hamiltonien gouvernant l'évolution des atomes est la somme des hamiltoniens non perturbés  $\mathcal{H}_0(1)$  et  $\mathcal{H}_0(2)$  et du hamiltonien d'interaction  $\mathcal{H}_I(1,2)$ .  $\mathcal{H}_I(1,2)$  est constitué essentiellement par le hamiltonien d'interaction électrostatique entre les électrons et les noyaux des atomes. Il y a également des termes d'interactions magnétiques (spin-orbite, spin-spin, ...). Le fait que la collision soit brève simplifie heureusement le problème : en effet, les atomes ne restent au voisinage l'un de l'autre que pendant le temps qui leur est nécessaire pour parcourir quelques angströms, soit

environ  $10^{-13}$  s pour des vitesses thermiques (\*). Pendant un temps aussi court, les interactions magnétiques dont nous venons de parler n'ont pas le temps d'agir; on peut donc les négliger. On peut également négliger l'influence des couplages hyperfins à l'intérieur de chaque atome. La matrice S n'agit donc pas sur les variables nucléaires. On peut également remarquer que le moment cinétique orbital des électrons des deux atomes étant nul, les coordonnées de spin des électrons ne sont pas directement couplées aux variables orbitales. Cette propriété reste vraie même au cours de la collision puisque les orbitales moléculaires de He<sub>2</sub> qui interviennent sont des orbitales  $\Sigma$  (\*\*). L'absence de couplage  $\vec{L} \vec{S}$  nous permet donc d'affirmer que la matrice S n'agit pas non plus sur le spin électronique total des 2 atomes. Enfin, pour satisfaire le principe de conservation de l'énergie, si, initialement, un atome est dans l'état métastable et l'autre dans l'état fondamental, il doit en être de même dans l'état final.

En définitive, les éléments de matrice de S dans le référentiel du centre de masse des atomes sont donnés par les formules suivantes :

$$\langle M', I_1 \mu', \vec{k}'; f, I_2 \nu', -\vec{k}' | S | M, I_1 \mu, \vec{k}; f, I_2 \nu, -\vec{k} \rangle = \delta_{MM'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} \delta(k-k') S_D(\theta, k) \quad (\text{VII}, 11)$$

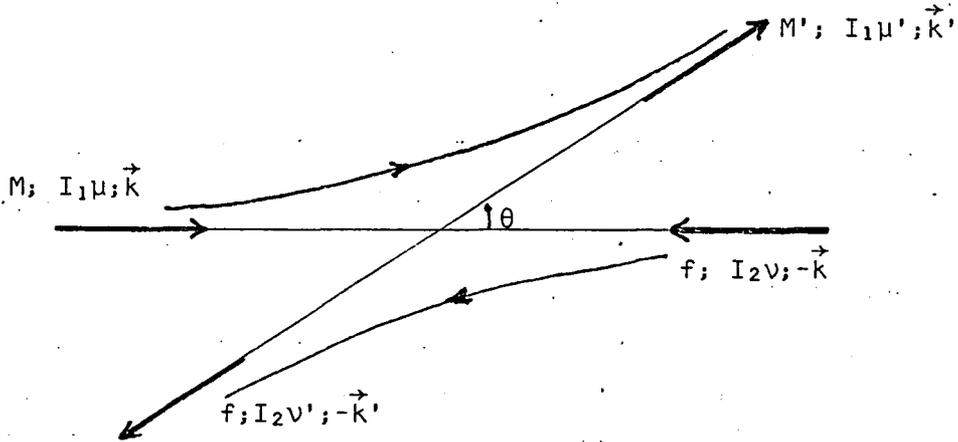
$$\langle f, I_1 \mu', \vec{k}'; M, I_2 \nu', -\vec{k}' | S | M, I_1 \mu, \vec{k}; f, I_2 \nu, -\vec{k} \rangle = \delta_{MM'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} \delta(k-k') S_E(\theta, k) \quad (\text{VII}, 12)$$

On a évidemment des formules analogues en échangeant les états électroniques des atomes 1 et 2 dans les états initiaux et finaux.  $\theta$  représente l'angle entre  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$ .  $S_D(\theta, k)$  représente l'amplitude de probabilité pour que l'atome 1 soit diffusé dans la direction  $\theta$ , tout en restant dans le niveau d'énergie initial. Le processus correspon-

(\*) En fait, il est possible que dans une collision à trois corps, une molécule He\*-He se forme dans un état stable (ou plutôt métastable), donc que la collision soit très longue. Mais ce processus est beaucoup moins fréquent que les collisions à deux corps, aussi nous le négligerons. Mais il faut bien remarquer que de tels processus existent. D'après certains auteurs (91)(93), ils sont même en partie responsables de la relaxation de l'état fondamental en présence de décharge.

(\*\*) Il existe évidemment un couplage entre le spin  $\vec{S}$  et la rotation de la molécule He<sub>2</sub> (couplage  $\vec{S} \cdot \vec{N}$ ). Ce couplage est de l'ordre de grandeur d'un couplage hyperfin, donc il est également négligeable.

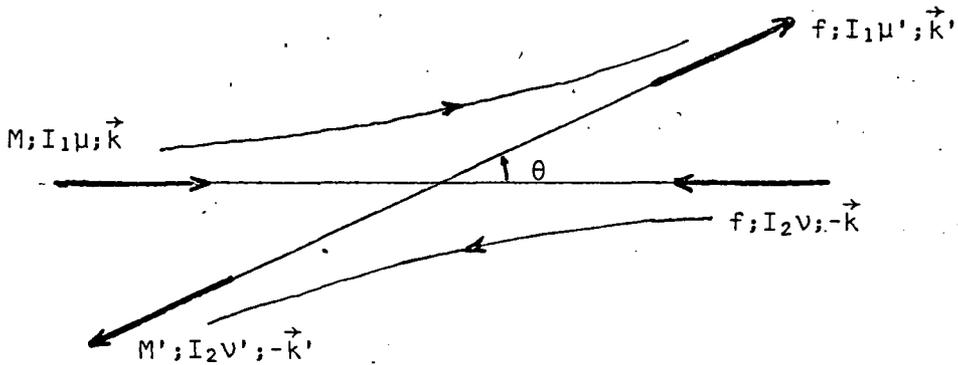
dant peut être représenté par le schéma suivant :



amplitude de probabilité :

$$\delta_{MM}, \delta_{\mu\mu}, \delta_{\nu\nu}, \delta(k-k') S_D(\theta, k) \quad (\text{VII}, 13)$$

Les noyaux 1 et 2 étant discernables, on peut les suivre au cours de la collision et les courbes schématisent leurs trajectoires.  $S_e(\theta, k)$  représente l'amplitude de probabilité pour que l'atome 1 sorte sous le même angle que précédemment, mais ait changé de niveau d'énergie par échange de métastabilité. Ce processus est représenté par le schéma suivant :



amplitude de probabilité :

$$\delta_{MM}, \delta_{\mu\mu}, \delta_{\nu\nu}, \delta(k-k') S_e(\theta, k) \quad (\text{VII}, 14)$$

Remarquons que l'atome métastable sort de la collision sous l'angle  $\pi-\theta$ .

### 3°) Evolution des matrices densités

Dans une expérience de pompage optique sur un gaz d'hélium, on atteint uniquement les variables internes des atomes. On observe donc l'effet global de toutes les collisions. Des propriétés de la matrice  $S$ , on peut déduire sans difficulté l'évolution des matrices densités atomiques due aux collisions. Le plan du calcul est le suivant : on considère deux atomes, dont les variables internes sont initialement incorrélatées. La matrice densité initiale  $R(i)$  est le produit tensoriel des matrices densités des deux atomes et d'un terme du type  $|\vec{k} \rangle \langle \vec{k}|$  décrivant l'impulsion relative des atomes dans le centre de masse (la vitesse des atomes est supposée non corrélée avec l'état angulaire interne). La matrice densité après collision est

$$R(f) = S R(i) S^\dagger \quad (\text{VII,15})$$

On prend ensuite la trace de  $R(f)$  sur tous les variables externes  $\vec{k}'$ , et on moyenne sur les impulsions initiales  $\vec{k}$ . Les matrices densités internes finales des atomes s'obtiennent finalement en prenant des traces partielles sur les variables de l'un ou de l'autre.

On peut prévoir très simplement le résultat à partir des propriétés de la matrice  $S$ . Comme on ne s'intéresse qu'au changement de l'état interne des atomes, le processus de diffusion disparaîtra complètement des équations et l'échange de métastabilité n'apparaîtra que moyenné sur les angles  $\theta$  et sur les valeurs initiales de  $k$ . Dans cette moyenne, les propriétés de l'échange de métastabilité concernant les variables internes des atomes subsistent : les variables nucléaires n'évoluent pas; l'état électronique se transfère sans modification d'un atome à l'autre. Supposons par exemple que l'atome 1 est dans l'état métastable, décrit par la matrice densité  $\sigma_1$  et l'atome 2 dans l'état fondamental, décrit par une matrice densité  $\rho_2$ . Après une collision entre ces deux atomes

où l'échange de métastabilité s'est produit, l'atome 1 se trouve dans l'état fondamental; l'état angulaire du noyau n'ayant pas changé, la matrice densité est donc  $\text{Tr}_e \sigma_1$  ( $\text{Tr}_e$  signifie l'opération de trace sur les variables électroniques de spin). L'atome 2 est maintenant dans l'état métastable : il a gardé sa matrice densité nucléaire  $\rho_2$ ; son état électronique, qui lui a été transféré de l'atome 1, est décrit par  $\text{Tr}_{n1}(\sigma_1)$  ( $\text{Tr}_{n1}$  désigne l'opération de trace sur les variables nucléaires de l'atome 1).

En définitive, l'évolution des matrices densités dans une collision d'échange de métastabilité est résumée par le tableau suivant :

	atome 1	atome 2
état initial	métastable $\sigma_1$	fondamental $\rho_2$
état final	fondamental $\text{Tr}_e \sigma_1$	métastable $\rho_2 \otimes \text{Tr}_{n1} \sigma_1$

## C - ECHANGE DE METASTABILITE ENTRE ATOMES IDENTIQUES

---

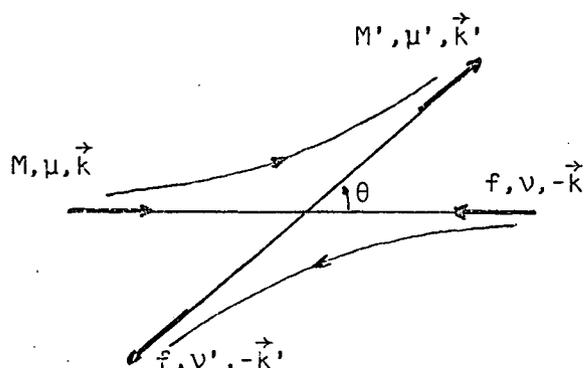
### 1°) Introduction du principe de Pauli

Si les atomes métastable et fondamental ont des noyaux identiques, il faut tenir compte du principe de Pauli dans le calcul des sections efficaces. On trouvera un traitement détaillé des collisions d'échange de métastabilité entre atomes identiques dans les références (94)(86)(89). Dans ce chapitre de rappel, nous nous contenterons d'une approche simple.

A chaque collision, définie par les états initiaux et finaux des 2 atomes, on associe une amplitude de probabilité. Si on numérote arbitrairement les 2 noyaux identiques, à cause de la dégénérescence d'échange, il y a en général deux processus qui, partant d'un même état physique initial, aboutissent au même état physique final. Ces 2 processus diffèrent par l'échange des 2 noyaux. Le principe de Pauli indique que l'amplitude de probabi-

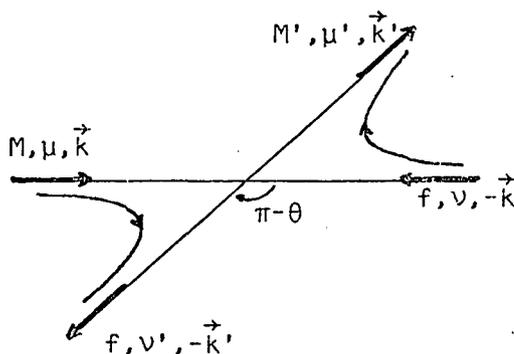
lité totale de la collision est la somme de la différence des amplitudes de probabilité associées à chacun des processus (calculées comme si les noyaux étaient discernables) suivant que les noyaux sont des bosons ou des fermions.

Ainsi considérons une collision entre un atome métastable d'impulsion  $k$ , dans l'état  $|M; \mu; \vec{k}\rangle$  et un atome fondamental dans l'état  $|f; \nu; -\vec{k}\rangle$ . Nous avons repris les mêmes notations qu'au paragraphe précédent, en omettant toutefois les nombres quantiques  $I_1$  et  $I_2$ , qui sont identiques pour les 2 atomes. Cherchons l'amplitude de probabilité pour qu'après la collision on trouve un atome métastable dans la direction  $\vec{k}'$ , dans l'état  $|M'; \mu'; \vec{k}'\rangle$  et un atome fondamental dans la direction  $-\vec{k}'$ , dans l'état  $|f; \nu'; -\vec{k}'\rangle$ . Nous avons schématisé les trajectoires des noyaux dans chacun des 2 processus qui font passer de l'état initial à l'état final.



amplitude de probabilité :

$$\delta_{MM'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} \delta(k-k') S_D(\theta, k) \tag{VII,16}$$



amplitude de probabilité :

$$\delta_{MM'} \delta_{\mu\nu'} \delta_{\nu\mu'} \delta(k-k') S_e(\pi-\theta, k) \tag{VII,17}$$

Le premier processus représente une diffusion dans la direction  $\theta$ , l'autre un échange de métastabilité dans la direction  $\pi-\theta$ . D'où l'amplitude de probabilité de la collision :

$$\delta_{MM'} \delta(k-k') [\delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} S_d(\theta, k) + \epsilon \delta_{\mu\nu'} \delta_{\nu\mu'} S_e(\pi-\theta, k)] \quad (\text{VII}, 18)$$

$\epsilon = \pm 1$  suivant que les noyaux sont des bosons ou des fermions. On a donc une interférence entre les processus de diffusion et d'échange de métastabilité. En fait, on constate facilement que les 2 termes de la formule (VII,18) ne sont simultanément différents de zéro que si  $\mu = \nu$ . Dans le cas contraire ( $\mu \neq \nu$ ), il n'y a jamais interférence entre l'amplitude de diffusion et celle d'échange de métastabilité. On peut dire que dans ce cas, les variables nucléaires  $\nu$  et  $\mu$ , qui sont des constantes de mouvement, permettent d'identifier les noyaux et que, par conséquent, les effets liés à l'indiscernabilité des noyaux disparaissent.

2°) Conséquences pour l'évolution des variables internes des atomes

On peut remarquer avec H.J. KOLKER et H.H. MICHELS (89) que les seules collisions qui se manifestent dans une expérience de pompage optique sont celles qui modifient l'état interne des atomes.

Considérons deux cas, suivant que les noyaux sont initialement dans des états de spin identiques ou différents ( $\mu = \nu$  ou  $\mu \neq \nu$ ).

a)  $\mu = \nu$ .

On voit sur la formule (VII,18) que l'amplitude de probabilité n'est pas nulle uniquement si  $M' = M$ ,  $\mu' = \nu' = \mu$  (elle vaut alors  $S_d(\theta, k) + \epsilon S_e(\pi-\theta, k)$ ). Les états internes des atomes sortant de la collision sont donc  $|M, \mu\rangle$  et  $|f, \mu\rangle$  : ils sont identiques aux états initiaux. Ces collisions ne produisent donc aucune évolution détectable dans une expérience de pompage optique, au même titre que les collisions de diffusion entre atomes identiques.

*vient en la mesure doivent être prise en le motif de la il pour un le retour d'état - !!*

b)  $\mu \neq \nu$

Nous avons vu au paragraphe précédent que les effets d'interférence disparaissent. Si  $M' = M$ ,  $\mu' = \mu$ ,  $\nu' = \nu$ , le processus est une diffusion sans changement des variables internes, décrit par l'amplitude  $S_d(\theta, k)$ . Au contraire, si  $M' = M$ ,  $\mu' = \nu$ ,  $\nu' = \mu$ , on a une collision d'échange de métastabilité, décrite par l'amplitude  $S_e(\pi - \theta, k)$ . L'atome métastable sortant dans la direction  $\theta$  a en effet les variables nucléaires de l'atome qui était initialement dans l'état fondamental. Ce type de collision est le seul qui modifie l'état interne des atomes et on constate que l'amplitude de probabilité correspondante est identique à celle qu'on aurait pour deux noyaux discernables.

En conclusion, l'évolution des matrices densités  $\sigma$  et  $\rho$  de l'état métastable et de l'état fondamental est produite uniquement par les collisions d'échange de métastabilité entre atomes dont les noyaux sont dans des états différents. Pour ces collisions, on peut appliquer la même théorie qu'à des atomes discernables. En reprenant les résultats du § B,3°, on peut résumer l'évolution de  $\sigma$  et  $\rho$  dans une collision d'échange par le tableau suivant

	atome fondamental	atome métastable
état initial	$\rho$	$\sigma$
état final	$\text{Tr}_e \sigma$	$\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma$

Jusqu'ici nous avons considéré l'évolution de deux atomes pendant le temps très court que dure la collision. Nous allons en déduire maintenant les équations d'évolution de la matrice densité d'un gaz d'hélium sous l'influence des collisions d'échange.

D - EVOLUTION DE LA MATRICE DENSITE D'UN GAZ D'HELIUM SOUS  
L'INFLUENCE DES COLLISIONS D'ECHANGE DE METASTABILITE

---

Considérons l'expérience suivante : on entretient une faible décharge dans un gaz d'hélium sous faible pression (de 0,1 à quelques torr environ). On produit ainsi des atomes métastables  $2^3S_1$ , dont le nombre en régime permanent est constant. Ces atomes métastables et les atomes restés dans l'état fondamental peuvent échanger leur métastabilité au cours des collisions qu'ils subissent les uns contre les autres. Quelle est l'équation qui décrit l'évolution des matrices densités  $\sigma$  et  $\rho$  de l'état métastable et de l'état fondamental ? (\*) Nous ne considérons ici que le cas d'isotopes purs. Le cas des mélanges est traité dans la référence (17).

Pour  $^4\text{He}$ , la réponse est immédiate : nous avons vu que les collisions  $^4\text{He}^* - ^4\text{He}$  ne produisent aucune évolution de l'état interne des atomes. On a donc :

$$\frac{d}{dt} \sigma = 0 \qquad \frac{d}{dt} \rho = 0 \qquad \text{(VII,19)}$$

Pour  $^3\text{He}$ , le résultat est plus intéressant : pendant le temps  $dt$ , une proportion  $dt/T$  des atomes fondamentaux subissent des collisions d'échange de métastabilité; les atomes fondamentaux sortant de la collision ont pour matrice densité  $\text{Tr}_e \sigma$  d'après le § C, 2°/ du chapitre précédent. D'où l'équation d'évolution de  $\rho$  :

$$\frac{d}{dt} \rho = - \frac{1}{T} \rho + \frac{1}{T} \text{Tr}_e \sigma \qquad \text{(VII,20)}$$

De même, pendant le temps  $dt$ , une proportion  $dt/\tau$  d'atomes métastables subissent des collisions d'échange; d'après le tableau du § C, 2°/ du chapitre précédent, après la collision, la matrice densité des atomes métastables est  $\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma$ ; d'où l'équation d'évolution de  $\sigma$  :

---

(\*) Nous prendrons la condition de normalisation suivante :  $\text{Tr} \sigma = \text{Tr} \rho = 1$

$$\frac{d}{dt} \sigma = - \frac{1}{\tau} \sigma + \frac{1}{\tau} \rho \otimes \text{Tr}_n \sigma \quad (\text{VII},21)$$

Les équations d'évolution (VII,20) et (VII,21) de  $\rho$  et  $\sigma$  ont été écrites sous cette forme pour la première fois par PARTRIDGE et SERIES (<sup>92</sup>).

Les temps d'échange  $\tau$  et  $T$  sont évidemment reliés aux densités  $n$  et  $N$  des atomes métastables et fondamentaux. On a en effet la relation

$$\frac{n}{\tau} = \frac{N}{T} \quad (\text{VII},22)$$

qui exprime que, pendant le temps  $dt$ , le nombre de métastables et d'atomes fondamentaux engagés dans des collisions d'échange (respectivement  $n \frac{dt}{\tau}$  et  $N \frac{dt}{T}$ ) sont égaux.

A propos de l'équation (VII,21), rappelons que l'atome  $^3\text{He}$  possède une structure hyperfine dans l'état  $2^3S_1$  ( $\Delta W \approx 6600$  MHz). Or la matrice densité des atomes après collision,  $\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma$ , possède des cohérences hyperfines, même si  $\sigma$  n'en a pas. L'échange de métastabilité couple donc les cohérences hyperfines aux populations et cohérences Zeeman, à un taux de l'ordre de  $1/\tau$ . Or les cohérences hyperfines et les populations Zeeman ont des fréquences propres très différentes :  $\Delta W$  pour les premières, 0 pour les secondes. Tant que  $1/\tau$  est très petit devant  $\Delta W$ , le couplage entre ces deux grandeurs ne conduit à aucun effet important. C'est en fait toujours le cas, la pression limite se situant aux environs de 10 atm. Grâce à cette approximation "séculaire", on traite séparément l'évolution des cohérences hyperfines et celles des populations et cohérences Zeeman. Nous nous intéresserons uniquement à ces dernières; elles sont décrites par les projections  $^{3/2}\sigma$  et  $^{1/2}\sigma$  de  $\sigma$  à l'intérieur des 2 niveaux hyperfins  $F = 3/2$  et  $F = 1/2$ . Soit  $P_{3/2}$  et  $P_{1/2}$  les projecteurs correspondants. A partir de (VII,21), on obtient immédiatement :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma^{3/2} &= -\frac{1}{\tau} \sigma^{3/2} + \frac{1}{\tau} P_{3/2} \rho \otimes \text{Tr}_n(\sigma_r) P_{3/2} \\ \frac{d}{dt} \sigma^{1/2} &= -\frac{1}{\tau} \sigma^{1/2} + \frac{1}{\tau} P_{1/2} \rho \otimes \text{Tr}_n(\sigma_r) P_{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII},23)$$

On a posé  $\sigma_r = \sigma^{3/2} + \sigma^{1/2}$ . Dans la suite, nous utiliserons toujours cette matrice densité "réduite"  $\sigma_r$ , qui ne possède pas de cohérences hyperfines.

C H A P I T R E   V I I I

EVOLUTION DES OBSERVABLES DE  $^3\text{He}$

Laissant de côté le cas de  $^4\text{He}$ , nous nous intéresserons dans la suite uniquement à  $^3\text{He}$ . Les équations (VII,20) et (VII,21) décrivent l'évolution de la matrice densité atomique et contiennent donc toutes les informations concernant l'effet de l'échange de métastabilité sur l'état angulaire des atomes.

Pour aller plus loin, on peut étudier, à partir de ces équations, les évolutions des éléments de matrice diagonaux (populations) et non diagonaux ("cohérences") de la matrice densité. L.D. SCHEARER s'est ainsi intéressé aux équations d'évolution des populations des sous-niveaux Zeeman (<sup>91</sup>). R.B. PARTRIDGE et G.W. SERIES ont analysé l'évolution des cohérences Zeeman (<sup>92</sup>). Ils ont montré qu'elles peuvent se transférer entre l'état fondamental et l'état métastable, sans chercher une solution exacte des équations. A. DÖNSZELMANN s'est également intéressé au problème de l'évolution des cohérences (<sup>15</sup>). L'étude directe de l'évolution de chaque cohérence ou de chaque population n'est pas un problème simple. Les équations d'évolution sont en effet couplées entre elles et de plus sont non linéaires. Or, on peut remarquer que, dans une expérience de RMN ou de pompage optique, on ne détecte pas directement telle population ou telle cohérence, mais des combinaisons linéaires de ces quantités qui forment les valeurs moyennes de certaines observables de l'atome (orientation, alignement, ...). Il paraît donc plus indiqué de chercher directement les équations d'évolution de ces observables. De plus, le sens physique de certaines approximations (en particulier celles qui permettent de linéariser les équations) apparaîtra plus clairement.

Nous allons ici développer en détail un tel point de vue.

A - DEFINITION DES OBSERVABLES

1.°) L'état fondamental

L'état  $1^1S_0$  possède un paramagnétisme uniquement nucléaire. Le spin nucléaire de  $^3\text{He}$  vaut  $I = 1/2$ . L'état angulaire des atomes dans l'état fondamental dépend uniquement des 3 composantes de l'orientation

$$\langle \vec{I} \rangle_f = \text{Tr}_n (\rho \vec{I}) \quad (\text{VIII},1)$$

L'indice  $f$  indique que la valeur moyenne est prise dans l'état fondamental;  $\text{Tr}_n$  indique l'opération de trace sur les variables nucléaires.

2.°) L'état métastable

Dans l'état  $2^3S_1$ , le spin électronique  $\vec{S}$  ( $S = 1$ ) se couple à  $\vec{I}$  pour donner naissance à 2 niveaux hyperfins  $F = 3/2$  et  $F = 1/2$ . Nous avons déjà introduit les 2 projecteurs  $P_{3/2}$  et  $P_{1/2}$ . On peut les exprimer en fonction de  $\vec{I}$  et  $\vec{S}$  :

$$\begin{aligned} P_{3/2} &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \vec{I} \cdot \vec{S} \\ P_{1/2} &= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \vec{I} \cdot \vec{S} \end{aligned} \quad (\text{VIII},2)$$

Rappelons enfin que nous supposons qu'il n'y a pas de cohérences hyperfines entre les 2 niveaux hyperfins de sorte que  $\sigma$  se réduit à  $\sigma_r = \frac{3}{2}\sigma + \frac{1}{2}\sigma$ .

A l'équilibre thermodynamique, tous les sous-niveaux de l'état métastable sont également peuplés. Nous verrons que les collisions d'échange peuvent produire une différence de population hyperfine (\*). Ce déséquilibre sera repéré par la différence entre la population moyenne des sous-niveaux de  $F = 3/2$  et celle des sous-niveaux de  $F = 1/2$  :

---

(\*) Toutefois des sous-niveaux de même valeur de  $M$ , appartenant à des niveaux hyperfins différents, ont toujours des populations égales (voir la référence (91))

$$\Delta p = \frac{\langle P_{3/2} \rangle}{4} - \frac{\langle P_{1/2} \rangle}{2} = -\frac{1}{6} \langle \vec{I} \vec{S} \rangle \quad (\text{VIII},3)$$

Notons que la normalisation de  $\sigma$  ( $\text{Tr } \sigma = 1$ ) impose

$$\langle P_{3/2} \rangle + \langle P_{1/2} \rangle = 1 \quad (\text{VIII},4)$$

Dans chacun des niveaux hyperfins, une orientation peut également apparaître qui est caractérisée par les quantités

$$\begin{aligned} \langle {}^{3/2}\vec{F} \rangle &= \text{Tr} ( {}^{3/2}\sigma \vec{F} ) \\ \langle {}^{1/2}\vec{F} \rangle &= \text{Tr} ( {}^{1/2}\sigma \vec{F} ) \end{aligned} \quad (\text{VIII},5)$$

On peut aussi s'intéresser à l'orientation nucléaire ou électronique de l'état métastable. Elles seront notées respectivement  $\langle \vec{I} \rangle_m$  et  $\langle \vec{S} \rangle_m$ . Comme nous supposons les cohérences hyperfines nulles,  $\langle \vec{I} \rangle_m$  et  $\langle \vec{S} \rangle_m$  s'expriment en fonction de  $\langle {}^{3/2}\vec{F} \rangle$  et  $\langle {}^{1/2}\vec{F} \rangle$ . En utilisant le théorème de projection, on a en effet :

$$P_F \vec{I} P_F = \left( \frac{1}{2} + \frac{I(I+1) - S(S+1)}{2F(F+1)} \right) P_F \vec{F} \quad (\text{VIII},6)$$

$$P_F \vec{S} P_F = \left( \frac{1}{2} + \frac{S(S+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \right) P_F \vec{F}$$

On en tire les formules :

$$\langle \vec{I} \rangle_m = \frac{1}{3} \left[ \langle {}^{3/2}\vec{F} \rangle - \langle {}^{1/2}\vec{F} \rangle \right] \quad (\text{VIII},7)$$

$$\langle \vec{S} \rangle_m = \frac{2}{3} \left[ \langle {}^{3/2}\vec{F} \rangle + 2 \langle {}^{1/2}\vec{F} \rangle \right] \quad (\text{VIII},8)$$

De l'alignement ne peut exister que dans le niveau  $F = 3/2$ . Pour des raisons de pure commodité, nous définirons le tenseur des alignements à partir de  $\vec{S}$  :

$$Q_{\alpha\beta} = \frac{1}{6} \left[ 3 \frac{S_\alpha S_\beta + S_\beta S_\alpha}{2} - S(S+1) \delta_{\alpha\beta} \right] \quad (\text{VIII},9)$$

où  $\alpha, \beta = x, y$  ou  $z$ .

$\vec{Q}$  représente donc le tenseur de l'alignement du spin électronique. Nous aurions pu également définir un tenseur analogue à partir de  $\vec{F}$ . D'après le théorème de Wigner-Eckart, les valeurs moyennes de ces 2 tenseurs dans le niveau  $F = 3/2$  sont proportionnelles

$$\langle {}^{3/2}Q_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{3} \langle \frac{1}{6} ( 3 \frac{F_{\alpha} F_{\beta} + F_{\beta} F_{\alpha}}{2} - F(F+1)\delta_{\alpha\beta} ) \rangle \quad (\text{VIII},10)$$

Enfin, pour être complet, il faudrait définir dans le niveau  $F = 3/2$  une observable tensorielle d'ordre 3. Toutefois, on ne peut pas détecter directement une telle observable dans une expérience de pompage optique; de plus, il se trouve que son évolution n'est pas couplée à celle des autres observables. Nous n'en parlerons donc pas.

#### B - EQUATION D'EVOLUTION DES OBSERVABLES

On obtient l'équation d'évolution de la valeur moyenne de l'observable  $O$  relative à l'état fondamental ou métastable en multipliant par  $O$  les 2 membres de l'équation d'évolution de la matrice densité correspondante, puis en prenant la trace des deux membres.

##### 1°) Evolution de l'état fondamental

De l'équation (VII,20), on déduit

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = \text{Tr}_n \left( \vec{I} \frac{d}{dt} \rho \right) = - \frac{1}{T} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{T} \text{Tr}_n \left( \vec{I} \text{Tr}_e \sigma_r \right) \quad (\text{VIII},11)$$

Rappelons que  $\text{Tr}_n$  et  $\text{Tr}_e$  désignent respectivement l'opération de trace partielle sur les variables de spin nucléaire et électronique. L'opération de trace sur les deux ensembles de variables sera notée "Tr" sans indice. On a évidemment

$$\text{Tr} = \text{Tr}_e (\text{Tr}_n) = \text{Tr}_n (\text{Tr}_e) \quad (\text{VIII},12)$$

Dans la formule (VIII,11),  $\text{Tr}_e$  n'agissant pas sur  $\vec{I}$ , on peut écrire

$$\text{Tr}_n \left( \vec{I} \text{Tr}_e \sigma_r \right) = \text{Tr}_n \left[ \text{Tr}_e (\vec{I} \sigma_r) \right] = \text{Tr}(\vec{I} \sigma_r) = \langle \vec{I} \rangle_m \quad (\text{VIII},13)$$

D'où l'équation d'évolution de  $\langle \vec{I} \rangle$  :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = - \frac{1}{T} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{T} \langle \vec{I} \rangle_m \quad (\text{VIII},14)$$

La signification de cette équation est claire : les collisions d'échange de métastabilité ramènent dans l'état fondamental l'orientation nucléaire de l'état métastable. En fonction de  $\langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle$  et  $\langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle$ , on obtient d'après (VIII,7) :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = - \frac{1}{T} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{3T} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle - \frac{1}{3T} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle \quad (\text{VIII},15)$$

Les orientations qui se transfèrent des 2 niveaux hyperfins vers l'état fondamental sont de signes opposés : cela est normal, car dans le niveau  $F = 3/2$ ,  $\vec{I}$  et  $\vec{F}$  sont de même sens, alors qu'ils sont de sens contraire dans le niveau  $F = 1/2$ .

## 2°) Evolution des observables de l'état métastable

### a) les populations des niveaux hyperfins

En prenant la trace de l'équation

$$\frac{d}{dt} F_\sigma = - \frac{1}{T} F_\sigma + \frac{1}{T} P_F \rho \otimes \text{Tr}_n \sigma_r P_F, \quad (\text{VIII},16)$$

on obtient

$$\frac{d}{dt} \langle P_F \rangle = - \frac{1}{T} \langle P_F \rangle + \frac{1}{T} \text{Tr} (P_F (\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma) P_F). \quad (\text{VIII},17)$$

En utilisant les propriétés d'invariance de la trace par permutation circulaire et le fait que  $P_F^2 = P_F$ , le dernier terme se met sous la forme  $\text{Tr} (\rho \otimes (\text{Tr}_n \sigma) \cdot P_F)$ . On remplace  $P_F$  par son expression (VIII,2) en fonction de  $\vec{I}$  et  $\vec{S}$  et on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle P_{3/2} \rangle &= - \frac{1}{T} \langle P_{3/2} \rangle + \frac{2}{3T} + \frac{2}{3T} \langle \vec{I} \rangle_f \langle \vec{S} \rangle_m \\ \frac{d}{dt} \langle P_{1/2} \rangle &= - \frac{1}{T} \langle P_{1/2} \rangle + \frac{1}{3T} - \frac{2}{3T} \langle \vec{I} \rangle_f \langle \vec{S} \rangle_m \end{aligned} \quad (\text{VIII},18)$$

Remarquons dans le deuxième membre que c'est le produit des valeurs moyennes de  $\vec{I}$  et  $\vec{S}$  qui apparaît et non la valeur moyenne

du produit. Après la collision, la matrice densité  $\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma$  est en effet un produit tensoriel d'une matrice densité nucléaire et d'une matrice densité électronique, de sorte que  $\langle \vec{I} \vec{S} \rangle$  se simplifie de la façon indiquée.

On vérifie bien que  $\frac{d}{dt} (\langle P_{3/2} \rangle + \langle P_{1/2} \rangle) = 0$ . En combinant les 2 équations (VIII,18), on obtient l'équation d'évolution de  $\Delta p$ .

$$\frac{d}{dt} \Delta p = - \frac{1}{\tau} \Delta p + \frac{1}{2\tau} \langle \vec{I} \rangle_f \langle \vec{S} \rangle_m \quad (\text{VIII},19)$$

Suivant que  $\langle \vec{I} \rangle_f$  et  $\langle \vec{S} \rangle_m$  sont de même sens, ou de sens contraire, le déséquilibre des populations tend à se faire au profit du niveau  $F = 3/2$  ou  $F = 1/2$ .

b) Les orientations

L'équation d'évolution de  $\vec{F}$  dans le niveau hyperfin

F s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{F} \rangle = - \frac{1}{\tau} \langle \vec{F} \rangle + \frac{1}{\tau} \text{Tr} \left[ \vec{F} P_F (\rho \otimes \text{Tr}_n \sigma_r) P_F \right] \quad (\text{VIII},20)$$

$P_F$  commute avec  $\vec{F}$  et  $P_F^2 = P_F$ . On est donc ramené à calculer

$$\text{Tr} \left[ \vec{F} P_F \rho \otimes \text{Tr}_n \sigma_r \right]$$

On exprime  $P_F$  et les composantes  $F_\alpha$  de  $\vec{F}$  en fonction de  $\vec{I}$  et  $\vec{S}$

$$\begin{aligned} F_\alpha P_{3/2} &= (I_\alpha + S_\alpha) \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \vec{I} \vec{S} \right) \\ F_\alpha P_{1/2} &= (I_\alpha + S_\alpha) \left( \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \vec{I} \vec{S} \right) \end{aligned} \quad (\text{VIII},21)$$

On obtient donc

$$\text{Tr} \left[ F_\alpha P_{3/2} \rho \otimes \text{Tr}_n \sigma_r \right] = \frac{2}{3} (\langle I_\alpha \rangle_f + \langle S_\alpha \rangle_m) + \frac{2}{3} \sum_\beta \langle I_\alpha I_\alpha \rangle_f \langle S_\beta \rangle_m + \langle S_\alpha S_\beta \rangle_m \langle I_\beta \rangle_f \quad (\text{VIII},22)$$

En utilisant les deux relations suivantes :

$$I_\alpha I_\beta = \frac{i}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} I_\gamma + \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4} \quad (\text{VIII},23)$$

$$S_\alpha S_\beta = \frac{i}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} S_\gamma + 2 Q_{\alpha\beta} + 2 \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{VIII},24)$$

où  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  est le tenseur complètement antisymétrique d'ordre 3 (\*),  
on trouve :

$$\frac{2}{3} \sum_{\beta} \langle I_{\alpha} I_{\beta} \rangle_f \langle S_{\beta} \rangle_m + \langle S_{\alpha} S_{\beta} \rangle_m \langle I_{\beta} \rangle_f = \frac{4}{9} \langle I_{\alpha} \rangle_f + \frac{1}{6} \langle S_{\alpha} \rangle_m + \frac{4}{3} \sum_{\beta} \langle Q_{\alpha\beta} \rangle_m \langle I_{\beta} \rangle_f \quad (\text{VIII},25)$$

On en déduit l'équation d'évolution de  $\langle \overset{3}{2} \vec{F} \rangle$  :

$$\frac{d}{dt} \langle \overset{3}{2} \vec{F} \rangle = -\frac{1}{\tau} \langle \overset{3}{2} \vec{F} \rangle + \frac{5}{6\tau} \langle \vec{S} \rangle_m + \frac{10}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{4}{3\tau} \langle \vec{Q} \rangle_m \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII},26)$$

En procédant de la même façon, on obtient pour  $\langle \overset{1}{2} \vec{F} \rangle$  :

$$\frac{d}{dt} \langle \overset{1}{2} \vec{F} \rangle = -\frac{1}{\tau} \langle \overset{1}{2} \vec{F} \rangle + \frac{1}{6\tau} \langle \vec{S} \rangle_m - \frac{1}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f - \frac{4}{3\tau} \langle \vec{Q} \rangle_m \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII},27)$$

Dans les deux équations, on trouve de gauche à droite :

- . un terme exprimant la disparition de l'orientation du métastable entrant dans la collision d'échange de métastabilité.
- . trois termes décrivant l'orientation du métastable sortant de la collision, soit : l'orientation électronique  $\langle \vec{S} \rangle_m$  provenant de l'atome précédemment métastable, l'orientation nucléaire transférée de l'état fondamental, un terme de couplage entre cette orientation nucléaire et l'alignement électronique du métastable.

On peut remarquer qu'en additionnant membre à membre l'équation (VIII,15) multipliée par N et les équations (VIII,26) et (VIII,27) multipliée par n, on trouve :

$$\frac{d}{dt} \left[ N \langle \vec{I} \rangle_f + n \langle \overset{3}{2} \vec{F} \rangle + n \langle \overset{1}{2} \vec{F} \rangle \right] = 0 \quad (\text{VIII},28)$$

(\*) Si 2 indices sont égaux,  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  est nul.  $\epsilon_{xyz} = 1$ ,  $\epsilon_{yxz} = -1$ ; les autres valeurs se déduisent par permutation circulaire de x, y, z.

Cette relation exprime la conservation globale du moment cinétique. Si l'on remplace  $\langle \vec{S} \rangle_m$  par son expression (VIII,8) en fonction de  $\langle \vec{F}^{3/2} \rangle$  et  $\langle \vec{F}^{1/2} \rangle$ , les équations (VIII,26 - 27) prennent la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{F}^{3/2} \rangle = -\frac{4}{9\tau} \langle \vec{F}^{3/2} \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle \vec{F}^{1/2} \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{4}{3\tau} \langle \vec{Q} \rangle_m \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII},29)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{F}^{1/2} \rangle = \frac{1}{9\tau} \langle \vec{F}^{3/2} \rangle - \frac{7}{9\tau} \langle \vec{F}^{1/2} \rangle - \frac{1}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f - \frac{4}{3\tau} \langle \vec{Q} \rangle_m \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII},30)$$

Il apparaît donc que les collisions d'échange de métastabilité produisent des transferts d'orientations entre les niveaux hyperfins et, d'autre part, que dans un niveau donné l'orientation n'est pas détruite à chaque collision : au lieu des termes  $-\frac{1}{\tau} \langle \vec{F}^{3/2} \rangle$  et  $-\frac{1}{\tau} \langle \vec{F}^{1/2} \rangle$  qui apparaîtraient dans ce cas, on trouve des termes plus petits respectivement d'un facteur 4/9 et 7/9. L'origine en est claire : ils proviennent de la présence du terme en  $\langle \vec{S} \rangle_m$ , qui exprime le transfert direct de l'orientation électronique de l'atome métastable entrant dans la collision à celui qui en sort. Les conséquences de ces divers phénomènes sont importantes : en particulier, la largeur des raies de résonance magnétique des niveaux hyperfins n'est pas 1/τ, mais respectivement 4/9τ et 7/9τ pour les niveaux F = 3/2 et F = 1/2. Cette remarque nous a amenés à modifier la valeur de la section efficace d'échange de métastabilité qui était généralement admise (17)(18).

Enfin, de même que des équations d'évolution des populations font intervenir les orientations  $\langle \vec{I} \rangle_f$  et  $\langle \vec{S} \rangle_m$ , celles de l'orientation font intervenir l'alignement  $\langle \vec{Q} \rangle_m$ . Les évolutions des différents ordres de tenseur ne sont pas découplées.

### c) Evolution de l'alignement

La valeur moyenne dans le niveau F = 3/2 de la composante  $Q_{\alpha\beta}$  du tenseur des alignements est défini par :

$$\langle \vec{Q}_{\alpha\beta}^{3/2} \rangle = \text{Tr} (P_{3/2} Q_{\alpha\beta} P_{3/2} \sigma) = \text{Tr} (Q_{\alpha\beta}^{3/2} \sigma) \quad (\text{VIII},31)$$

L'établissement de l'équation d'évolution à partir de (VII,23) est moins simple que pour l'orientation. En utilisant les techniques des opérateurs tensoriels irréductibles, on trouve :

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2} Q_{\alpha\beta} \rangle_m = - \frac{2}{3\tau} \langle \frac{3}{2} Q_{\alpha\beta} \rangle_m + \frac{1}{9\tau} (3 \frac{\langle I_{\alpha} \rangle_f \langle S_{\beta} \rangle_m + \langle I_{\beta} \rangle_f \langle S_{\alpha} \rangle_m}{2} - \langle \vec{I} \rangle_f \langle \vec{S} \rangle_m)$$

(VIII,32)

On peut être étonné de l'absence d'opérateur tensoriel d'ordre 3 dans cette équation. Mais il faut se rappeler que l'information sur l'état angulaire de l'état métastable se transmet d'un atome à l'autre par l'intermédiaire du spin électronique. Or  $\vec{S}$  est un spin  $S = 1$ , qui ne peut "transporter" aucune information relative à un tenseur d'ordre 3.

### C - APPROXIMATIONS

Les équations décrivant l'évolution des observables atomiques apparaissent donc comme des équations non linéaires couplées. On peut toutefois les simplifier en utilisant deux types d'approximations

- . l'approximation adiabatique
- . l'approximation des orientations faibles

#### 1°) L'approximation adiabatique

Les observables de l'état fondamental et de l'état métastable évoluent respectivement avec des constantes de temps de l'ordre de  $T$  et  $\tau$ . Ces deux temps sont dans le rapport des densités d'atomes métastables et fondamentaux qui est de l'ordre de  $10^6$ . Typiquement  $T \sim 1$  s et  $\tau \sim 10^{-6}$  s. Dans une expérience quelconque, on peut donc considérer que les observables de l'état métastable atteignent très vite leurs valeurs d'équilibre, celles de l'état fondamental restant fixes. Puis, au fur et à mesure que l'état fondamental évolue, l'état métastable "suit", c'est-à-dire reste toujours dans l'état d'équilibre correspondant à la valeur de  $\langle \vec{I} \rangle_f$  au même instant.

## 2°) L'approximation des orientations faibles

Dans une expérience de pompage optique, les taux de polarisation nucléaire obtenus sont couramment de l'ordre de 10%. Quel est alors le taux d'orientation dans l'état métastable ? Négligeons d'abord dans les équations (VIII,29) et (VIII,30) le terme en  $\langle \vec{Q} \rangle \langle \vec{I} \rangle_f$ . La solution stationnaire de ces équations montre que le taux d'orientation dans les niveaux hyperfins de l'état métastable seront également de l'ordre de 10%. D'après l'équation (VIII,32), la valeur stationnaire de  $\langle Q_{\alpha\beta} \rangle$  est proportionnelle à des termes du type  $\langle I_{\alpha} \rangle \langle S_{\beta} \rangle$  : l'alignement du métastable sera donc au maximum de l'ordre de 1%. Ainsi dans les équations d'évolution de l'orientation du métastable, on peut négliger le terme  $\langle \vec{Q} \rangle \langle \vec{I} \rangle_f$  qui est au moins 100 fois plus petit que les autres. On a ainsi découplé l'évolution de l'orientation de celle de l'alignement. Les équations simplifiées relatives aux métastables s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2}\vec{F} \rangle = -\frac{4}{9\tau} \langle \frac{3}{2}\vec{F} \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle \frac{1}{2}\vec{F} \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII,33})$$

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2}\vec{F} \rangle = \frac{1}{9\tau} \langle \frac{3}{2}\vec{F} \rangle - \frac{7}{9\tau} \langle \frac{1}{2}\vec{F} \rangle - \frac{1}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f \quad (\text{VIII,34})$$

L'équation d'évolution relative au fondamental reste

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = -\frac{1}{T} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{3T} \langle \frac{3}{2}\vec{F} \rangle - \frac{1}{3T} \langle \frac{1}{2}\vec{F} \rangle \quad (\text{VIII,35})$$

Dans la suite, nous nous intéresserons essentiellement à l'évolution de l'orientation de sorte que nous nous référerons constamment à ces 3 équations.

## D - AUTRES CAUSES D'EVOLUTION DES OBSERVABLES

Dans une expérience de pompage optique, trois autres causes d'évolution doivent être prises en considération :

- . la précession de Larmor dans le champ magnétique
- . le pompage optique du métastable
- . les processus de relaxation autres que les collisions d'échange de métastabilité.

1°) La précession de Larmor

Nous supposons que les champs magnétiques sont toujours assez faibles pour ne pas provoquer de découplage hyperfin. Ces champs magnétiques n'ont donc, a fortiori, pas le temps d'agir pendant la durée de la collision d'échange de métastabilité. Les équations décrivant ce processus ne sont donc pas affectées. Il suffira donc d'ajouter les vitesses de variations de l'orientation dues à l'échange et aux champs magnétiques. Ces dernières sont données par les équations suivantes, si le champ magnétique  $\vec{H}_0$  est parallèle à Oz

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle I_z \rangle_f &= 0 & ; & \quad \frac{d}{dt} \langle I_+ \rangle_f = i\omega_f \langle I_+ \rangle_f \\ \frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2}F_z \rangle &= 0 & ; & \quad \frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle = i \frac{2\omega_e}{3} \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle \\ \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2}F_z \rangle &= 0 & ; & \quad \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle = i \frac{4\omega_e}{3} \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII,36)}$$

Dans ces équations,  $I_+$  est défini par  $I_+ = I_x + iI_y$ ; de même  $\frac{3}{2}F_+$  et  $\frac{1}{2}F_+$ .  $\omega_f$  est la pulsation de Larmor de l'état fondamental dans le champ  $H_0$

$$\frac{\omega_f}{2\pi} = 3,2435 \text{ KHz/gauss}$$

$\omega_e$  est la pulsation de Larmor du métastable de  $^4\text{He}$  dans le même champ :  $\omega_e/2\pi = 2,802 \text{ MHz/gauss}$ .

Les facteurs  $2/3$  et  $4/3$  sont les facteurs de Landé des niveaux hyperfins  $F = 3/2$  et  $F = 1/2$  (nous n'avons pas tenu compte des corrections dues au moment magnétique nucléaire).

2°) Le pompage optique

Le pompage optique de  $^3\text{He}$  s'effectue en utilisant la raie  $10.830 \text{ \AA}$  qui relie le métastable  $2^3S_1$  aux états  $2^3P_{0,1,2}$ . De nombreuses études lui ont été consacrées (12)(91)(95). Nous nous contenterons de le décrire phénoménologiquement par un terme source et un terme de relaxation optique dans chacun des niveaux hyperfins

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle &= - \frac{1}{\tau_p} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle + \frac{1}{\tau_p} \vec{\phi} \\ \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle &= - \frac{1}{\tau'_p} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle + \frac{1}{\tau'_p} \phi' \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII,37)}$$

Les temps de pompage sont typiquement de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-4}$  s

### 3°) Les autres processus de relaxation

De nombreux travaux de L.D. SCHEARER (91), H.R. BYERLY (93), W.A. FITZSIMMONS (95)(101) ont montré que l'orientation dans l'état fondamental et dans l'état métastable est détruite par divers processus.

Les métastables et leur orientation se détruisent essentiellement par diffusion vers la paroi. Ce processus est décrit par un temps de relaxation  $\tau_r$  qui dépend de la pression et de la taille de la cellule, mais qui est ordinairement de l'ordre de  $10^{-3}$  s.

L'orientation de l'état fondamental relaxe avec une constante de temps  $T_r$  sous l'effet de la décharge (91)(93) et des collisions contre la paroi (95). Les vitesses de variations des orientations décrivant ces relaxations sont données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle &= - \frac{1}{\tau_r} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle \\ \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle &= - \frac{1}{\tau_r} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle \\ \frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f &= - \frac{1}{T_r} \langle \vec{I} \rangle_f \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII,38)}$$

Les équations d'évolutions globales s'obtiennent en ajoutant ces différentes vitesses de variations.

C H A P I T R E I X

---

EVOLUTION DE L'ORIENTATION DE L' ETAT FONDAMENTAL  
VERIFICATION EXPERIMENTALE

---

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement les équations (VIII,33, 34, 35). Une étude complète a été faite par M. LEDUC sur l'état métastable (<sup>17</sup>). Les résultats expérimentaux sont tout à fait en accord avec les prévisions théoriques découlant des équations. Pour notre part, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à l'état fondamental; en particulier l'échange de métastabilité contribue à la relaxation nucléaire de <sup>3</sup>He et modifie sa fréquence de précession dans un champ magnétique. Sur le plan théorique, l'équation d'évolution de l'orientation dans l'état fondamental se déduit des 3 équations couplées (VIII,33), (VIII,34) et (VIII,35) par application de l'approximation adiabatique. Les résultats sont différents en présence ou en absence d'un champ magnétique. Expérimentalement, la largeur et la position de la raie de résonance magnétique nucléaire permettent d'accéder à la mesure du temps de relaxation et de la fréquence de Larmor.

A - EVOLUTION DE L'ORIENTATION NUCLEAIRE

1°) En champ nul

Conformément à l'approximation séculaire discutée au chapitre précédent, l'orientation dans l'état métastable est, à chaque instant, à l'équilibre correspondant à la valeur de  $\langle \vec{I} \rangle_f$  au même instant. Les orientations des niveaux hyperfins s'obtiennent donc en résolvant,  $\langle \vec{I} \rangle_f$  étant fixé, les équations :

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2} \vec{F} \rangle = \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2} \vec{F} \rangle = 0 \quad (\text{IX},1)$$

Soit :

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{4}{9\tau} + \frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_r} \right) \langle \vec{F} \rangle &= \frac{10}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{\tau_p} \vec{\phi} \\ - \frac{1}{9\tau} \langle \vec{F} \rangle &+ \left( \frac{7}{9\tau} + \frac{1}{\tau'_p} + \frac{1}{\tau_r} \right) \langle \vec{F} \rangle = - \frac{1}{9\tau} \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{\tau'_p} \vec{\phi}' \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX},2)$$

On projette ces équations vectorielles sur les 3 axes, on multiplie les 2 membres par  $\tau$  et on en tire les valeurs de  $\langle \vec{F}_\alpha \rangle$  et  $\langle \vec{F}'_\alpha \rangle$  ( $\alpha = x, y$  ou  $z$ ) en inversant la matrice M

$$\begin{vmatrix} \langle \vec{F}_\alpha \rangle \\ \langle \vec{F}'_\alpha \rangle \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \frac{10}{9} \langle I_\alpha \rangle_f + \frac{\tau}{\tau_p} \phi_\alpha \\ - \frac{1}{9} \langle I_\alpha \rangle_f + \frac{\tau}{\tau'_p} \phi'_\alpha \end{vmatrix} \quad (\text{IX},3)$$

où

$$M = \begin{bmatrix} \frac{4}{9} + \frac{\tau}{\tau_p} + \frac{\tau}{\tau_r} & - \frac{10}{9} \\ - \frac{1}{9} & \frac{7}{9} + \frac{\tau}{\tau'_p} + \frac{\tau}{\tau_r} \end{bmatrix} \quad (\text{IX},4)$$

Comme  $\tau \ll \tau_p, \tau_r$ , nous nous contenterons dans la suite d'une approximation à l'ordre 1 en  $\tau/\tau_p, \tau/\tau_r$ . Avec cette approximation, des calculs simples conduisent aux résultats suivants :

$$\left. \begin{aligned} \langle \vec{F}_\alpha \rangle &= \left[ \frac{10}{3} - \frac{35}{3} \left( \frac{\tau}{\tau_p} + \frac{\tau}{\tau_r} \right) - \frac{5}{3} \left( \frac{\tau}{\tau'_p} + \frac{\tau}{\tau_r} \right) \right] \langle I_\alpha \rangle_f + \frac{7}{2} \frac{\tau}{\tau_p} \phi_\alpha + 5 \frac{\tau}{\tau'_p} \phi'_\alpha \\ \langle \vec{F}'_\alpha \rangle &= \left[ \frac{1}{3} - \frac{5}{3} \left( \frac{\tau}{\tau_p} + \frac{\tau}{\tau_r} \right) - \frac{2}{3} \left( \frac{\tau}{\tau'_p} + \frac{\tau}{\tau_r} \right) \right] \langle I_\alpha \rangle_f + \frac{1}{2} \frac{\tau}{\tau_p} \phi_\alpha + 2 \frac{\tau}{\tau'_p} \phi'_\alpha \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX},5)$$

En reportant ces valeurs dans l'équation

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_r} \right) \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{3\tau} \left[ \langle \vec{F} \rangle - \langle \vec{F}' \rangle \right], \quad (\text{IX},6)$$

on obtient l'équation d'évolution de  $\langle \vec{I} \rangle_f$  :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{I} \rangle_f = - \left( \frac{1}{T_r} + \frac{11}{3T} \frac{\tau}{\tau_r} + \frac{10}{3T} \frac{\tau}{\tau_p} + \frac{1}{3T} \frac{\tau}{\tau'_p} \right) \langle \vec{I} \rangle_f + \frac{1}{T} \left( \frac{\tau}{\tau_p} \vec{\phi} + \frac{\tau}{\tau'_p} \vec{\phi}' \right) \quad (\text{IX},7)$$

Cette équation montre que, sous l'action du pompage optique, de la relaxation et des collisions d'échange de métastabilité,  $\langle \vec{I} \rangle_f$  évolue avec la constante de temps

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_r} + \frac{11}{3T} \frac{\tau}{\tau_r} + \frac{10}{3T} \frac{\tau}{\tau_p} + \frac{1}{3} \frac{\tau}{T \tau'_p} \quad (\text{IX},8)$$

Cette formule est semblable (à des coefficients près) à l'expression phénoménologique de L.D. SCHEARER (réf. (91), formule 10). Le terme  $\frac{11}{3T} \frac{\tau}{\tau_r}$  apparaît d'ailleurs dans la théorie du pompage de  $^3\text{He}$  de W.A. FITZSIMMONS (95). L'expression de  $1/T_1$  montre que les collisions d'échange de métastabilité en champ nul ne sont pas une cause de relaxation directe de l'état fondamental; par contre, elles ramènent dans l'état fondamental un peu de la relaxation thermique et optique de l'état métastable : c'est le sens des termes  $\frac{11}{3} \frac{\tau}{T} \frac{1}{\tau_r}$ ,  $\frac{10}{3} \frac{\tau}{T} \frac{1}{\tau_p}$ ,  $\frac{1}{3} \frac{\tau}{T} \frac{1}{\tau'_p}$ .

## 2°) En présence d'un champ magnétique

Pour fixer les idées, prenons le champ magnétique  $\vec{H}_0$  parallèle à Oz; les atomes sont pompés optiquement par un faisceau polarisé circulairement se propageant dans la même direction;  $\vec{\phi}$  et  $\vec{\phi}'$  sont donc parallèles à Oz. Nous allons envisager successivement l'évolution des composantes de l'orientation parallèle et perpendiculaire à Oz.

### a) L'orientation longitudinale

Les équations d'évolution de  $\langle \frac{3}{2} F_z \rangle$ ,  $\langle \frac{1}{2} F_z \rangle$  et  $\langle I_z \rangle_f$  sont les mêmes qu'en champ nul (le champ magnétique n'intervient pas dans les équations). On en déduit que l'évolution de  $\langle I_z \rangle_f$  est gouvernée par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \langle I_z \rangle_f = - \frac{1}{T_1} \langle I_z \rangle_f + \frac{1}{T} \left( \frac{\tau}{\tau_p} \phi + \frac{\tau}{\tau'_p} \phi' \right) \quad (\text{IX},9)$$

L'expression de  $T_1$  est donnée par la formule (IX,8).

b) L'orientation transversale

Les équations d'évolution des orientations transversales sont les suivantes :

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle = -\left(\frac{4}{9\tau} + \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_p} - i \frac{2\omega_e}{3}\right) \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle + \frac{10}{9\tau} \langle I_+ \rangle_f \quad (IX, 10)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle = \frac{1}{9\tau} \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle - \left(\frac{7}{9\tau} + \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau'_p} - i \frac{4\omega_e}{3}\right) \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle - \frac{1}{9\tau} \langle I_+ \rangle_f \quad (IX, 11)$$

$$\frac{d}{dt} \langle I_+ \rangle_f = -\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_r} - i\omega_f\right) \langle I_+ \rangle_f + \frac{1}{3\tau} \left[ \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle - \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle \right] \quad (IX, 12)$$

Nous supposons tout d'abord que  $\omega_f \ll \frac{1}{\tau}$  ; pendant le temps  $\tau$  que  $\langle \frac{3}{2}F_+ \rangle$  et  $\langle \frac{1}{2}F_+ \rangle$  mettent à atteindre leur valeur d'équilibre,  $\langle I_+ \rangle_f$  peut être considéré comme constant (\*). Les valeurs d'équilibre sont donc solutions du système :

$$\begin{bmatrix} \frac{4}{9\tau} + \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_p} - i \frac{2\omega_e}{3} & - \frac{10}{9\tau} \\ - \frac{1}{9\tau} & \frac{7}{9\tau} + \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau'_p} - \frac{4\omega_e}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \frac{3}{2}F_+ \rangle \\ \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{9\tau} \\ - \frac{1}{9\tau} \end{bmatrix} \langle I_+ \rangle_f \quad (IX, 13)$$

Pour simplifier les calculs, nous négligerons les termes en  $\tau/\tau_r$ ,  $\tau/\tau_p$  et  $\tau/\tau'_p$ . En inversant la matrice de la formule (IX,13), on trouve :

$$\langle \frac{3}{2}F_+ \rangle = \frac{10}{9} \left( \frac{1}{1 - i\omega_e \tau} + \frac{2}{1 - 4i\omega_e \tau} \right) \langle I_+ \rangle_f$$

$$\langle \frac{1}{2}F_+ \rangle = \frac{1}{9} \left( - \frac{2}{1 - i\omega_e \tau} + \frac{5}{1 - 4i\omega_e \tau} \right) \langle I_+ \rangle_f$$

(\*)

En toute rigueur, on peut tenir compte du fait que  $\omega_f$  n'est pas nul. Il suffit de remplacer dans la formule (IX,13)  $2/3 \omega_e$  et  $4/3 \omega_e$  par  $(2/3 \omega_e - \omega_f)$  et  $(4/3 \omega_e - \omega_f)$ . On voit donc que la correction est du même ordre de grandeur que la contribution du moment magnétique nucléaire aux facteurs de Landé des niveaux  $F = 3/2$ ,  $F = 1/2$ . Nous avons déjà négligé cette correction qui est de l'ordre de  $10^{-3}$  en valeur relative.

Ces formules montrent que  $\langle \frac{3}{2}F_+ \rangle$  et  $\langle \frac{1}{2}F_+ \rangle$  sont proportionnels à  $\langle I_+ \rangle$ , les coefficients de proportionnalité étant complexes : cela signifie que l'orientation transversale dans le métastable est proportionnelle à celle de l'état fondamental; en particulier, elle subit une précession forcée autour du champ magnétique à la fréquence  $\omega_f/2\pi$ . Le coefficient de proportionnalité étant complexe, l'orientation transversale des 2 niveaux est de plus déphasée, par rapport à l'orientation transversale du fondamental. Ces phénomènes ont fait l'objet d'études détaillées (92)(15).

On peut voir également sur les formules (IX,14) que la restriction  $\omega_f \ll \frac{1}{T}$  n'est pas nécessaire. En effet, si  $\omega_f \gtrsim \frac{1}{T}$ , a fortiori  $\omega_e \tau \gg 1$ ; par conséquent  $\langle \frac{3}{2}F_+ \rangle = \langle \frac{1}{2}F_+ \rangle = 0$ . En reportant les expressions de  $\langle \frac{3}{2}F_+ \rangle$  et  $\langle \frac{1}{2}F_+ \rangle$  dans la formule (IX,12), on trouve l'équation d'évolution de  $\langle I_+ \rangle_f$  :

$$\frac{d}{dt} \langle I_+ \rangle_f = - \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T} - \frac{4}{9T} \frac{1}{1-i\omega_e \tau} - \frac{5}{9T} \frac{1}{1-4i\omega_e \tau} - i\omega_f \right) \langle I_+ \rangle_f \quad (\text{IX,15})$$

Remarque :

Si l'on avait tenu compte au premier ordre des termes en  $\tau/T_r$ ,  $\tau/T_p$  et  $\tau/T'_p$ , on aurait trouvé dans le coefficient de  $\langle I_+ \rangle_f$  le terme supplémentaire suivant :

$$\frac{10}{3T} \left( \frac{\tau}{T_r} + \frac{\tau}{T_p} \right) a + \frac{1}{3T} \left( \frac{\tau}{T_r} + \frac{\tau}{T'_p} \right) b \quad (\text{IX,16})$$

où

$$a = \frac{(1 - 2i\omega_e \tau)^2}{(1-i\omega_e \tau)^2(1-4i\omega_e \tau)^2} ; \quad b = \frac{1}{(1-4i\omega_e \tau)^2} \quad (\text{IX,17})$$

Dans l'équation (IX,15), la partie réelle du coefficient de  $\langle I_+ \rangle_f$  donne le temps de relaxation transversal  $T_2$ . On trouve :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T} \left( 1 - \frac{4}{9} \frac{1}{1+\omega_e^2 \tau^2} - \frac{5}{9} \frac{1}{1+16\omega_e^2 \tau^2} \right). \quad (\text{IX}, 18)$$

Si on fait  $\omega_e = 0$ , on retrouve naturellement  $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1}$ . Mais dès que  $\omega_e \tau$  n'est plus négligeable devant 1,  $T_2$  se raccourcit notablement et tend vers  $\frac{1}{T} + \frac{1}{T_r}$ .

La partie imaginaire du coefficient de  $\langle I_+ \rangle_f$  fournit la fréquence angulaire de précession de l'orientation transversale. Elle diffère de  $\omega_f$  par la quantité  $\Delta\omega_f$  :

$$\Delta\omega_f = \frac{4}{9T} \frac{\omega_e \tau}{1+\omega_e^2 \tau^2} + \frac{5}{9T} \frac{4\omega_e \tau}{1+16\omega_e^2 \tau^2} \quad (\text{IX}, 19)$$

L'interprétation physique de ce déplacement de fréquence et du raccourcissement de  $T_2$  est bien connue (<sup>13</sup>)(<sup>15</sup>) : à cause des collisions d'échange de métastabilité, chaque atome d'hélium passe une petite partie de son temps dans l'état métastable, où la précession de l'orientation est plus rapide et de même sens ( $\omega_e$  et  $\omega_f$  sont de même signe et  $\omega_e \gg \omega_f$ ). L'orientation qui retombe dans l'état fondamental est donc déphasée en avance. En moyenne, la précession de l'orientation nucléaire est accélérée par ce processus. De plus, à cause du déphasage, une certaine partie de l'orientation est perdue à chaque collision : la circulation de cohérence n'est pas parfaite et  $T_2$  devient plus court que  $T_1$ . Ces effets peuvent être rapprochés de ceux qui résultent de la circulation de cohérence entre l'état fondamental et l'état excité d'un atome soumis à une irradiation lumineuse résonnante (<sup>96</sup>).

Bien que ces effets paraissent parfaitement clairs, les formules données par plusieurs auteurs pour les décrire quantitativement diffèrent notablement de l'équation (IX, 19). Nous avons donc cherché l'origine de ces différences.

#### c) Discussion

L'expression du déplacement  $\Delta\omega_f$ , citée par L.D. SCHEARER dans la référence (<sup>13</sup>), est la suivante :

$$\Delta\omega_f = \frac{1}{3T} \left[ \frac{10}{9} \frac{\frac{2\omega_e \tau}{3}}{1 + \left(\frac{2\omega_e \tau}{3}\right)^2} + \frac{1}{3} \frac{\frac{4\omega_e \tau}{3}}{1 + \left(\frac{4\omega_e \tau}{3}\right)^2} \right] \quad (\text{IX},20)$$

On obtient cette formule si l'on décrit l'effet de l'échange de métastabilité sur les orientations transversales par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \frac{3}{2} F_+ \rangle &= - \frac{1}{T} \langle \frac{3}{2} F_+ \rangle + \frac{10}{9T} \langle I_+ \rangle_f \\ \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2} F_+ \rangle &= - \frac{1}{T} \langle \frac{1}{2} F_+ \rangle - \frac{1}{9T} \langle I_+ \rangle_f \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX},21)$$

et l'équation (IX,12).

En revenant aux équations (VIII,26 - 27), on constate facilement que les équations (IX,21) expriment que l'orientation électronique transverse serait détruite à chaque collision d'échange de métastabilité. La "circulation de cohérence" entre l'état fondamental et les 2 niveaux hyperfins métastables se ferait alors indépendamment (il n'y aurait aucun couplage direct entre les orientations des niveaux hyperfins), avec des poids statistiques 10 pour le niveau  $F = 3/2$  et 1 pour le niveau  $F = 1/2$ . Si on calcule le temps de relaxation transversal dans les mêmes hypothèses, on trouve

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_r} + \frac{1}{3T} \left[ 1 - \frac{10}{9} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\omega_e \tau}{3}\right)^2} - \frac{1}{9} \frac{1}{1 + \left(\frac{4\omega_e \tau}{3}\right)^2} \right] \quad (\text{IX},22)$$

$1/T$  figure explicitement dans la formule, même pour  $\omega_e = 0$  : l'échange de métastabilité serait donc une cause de relaxation en champ nul, contrairement à nos résultats.

A. DÖNSZELMANN semble adopter un point de vue un peu différent : s'il néglige également le transfert d'orientation électronique transverse (<sup>15</sup>) (thèse p. 86), il trouve néanmoins des coefficients qui assurent en champ nul une conservation totale de la cohérence.

Il semble donc que, dans aucune de ces deux théories, on ait tenu compte correctement du transfert d'orientation électronique entre les atomes dans une collision d'échange. Bien que la théorie que nous avons exposée semble correcte sur ce point, nous avons cherché une confrontation avec l'expérience en mesurant  $1/T_2$  et  $\Delta\omega_f$ .

## B - VERIFICATION EXPERIMENTALE

Le principe de l'expérience consiste à observer la raie de résonance magnétique de l'état fondamental de  $^3\text{He}$  en présence d'atomes métastables dans une décharge. La position de la résonance permet d'atteindre  $\Delta\omega_f$ , sa largeur à mi-hauteur donne  $1/T_2$ .

### 1°) Le montage expérimental

Les atomes de  $^3\text{He}$  sont contenus dans une cellule scellée sous une pression de 0,2 torr environ. On y entretient une décharge HF capacitive à 14 MHz au moyen de deux plaques extérieures à la cellule, reliées à l'enroulement secondaire d'un transformateur élévateur de tension. Le primaire est alimenté par un amplificateur Hewlett-Packard 230 B (10 watts).

Donnons quelques ordres de grandeur sur certains paramètres expérimentaux : la densité de métastables  $2^3\text{S}_1$  créés par la décharge est de l'ordre de quelques  $10^{10}$  métastables par  $\text{cm}^3$ . Le temps d'échange  $T$  pour les atomes fondamentaux est typiquement de 1 s à 0,2 s. Le temps  $\tau$  est déterminé par la densité d'atomes fondamentaux : pour une pression de 0,2 torr,  $\tau \approx 1 \mu\text{s}$ . Le temps de relaxation  $T_r$  de l'orientation de l'état fondamental pour l'intensité de décharge couramment utilisée est de l'ordre de 12 s. Un temps de relaxation aussi long conduit à des largeurs de la raie de RMN qui peuvent être aussi faibles que 10  $\mu\text{gauss}$ . L'utilisation d'un blindage magnétique est donc indispensable. Nous avons utilisé le même que pour les expériences sur le Rubidium.

Les atomes sont pompés optiquement suivant la méthode classique (<sup>12</sup>) : la lumière de pompage ( $\lambda = 1,1 \mu$ ) issue d'une lampe à  $^3\text{He}$  sans électrode placée à l'extérieur du blindage est

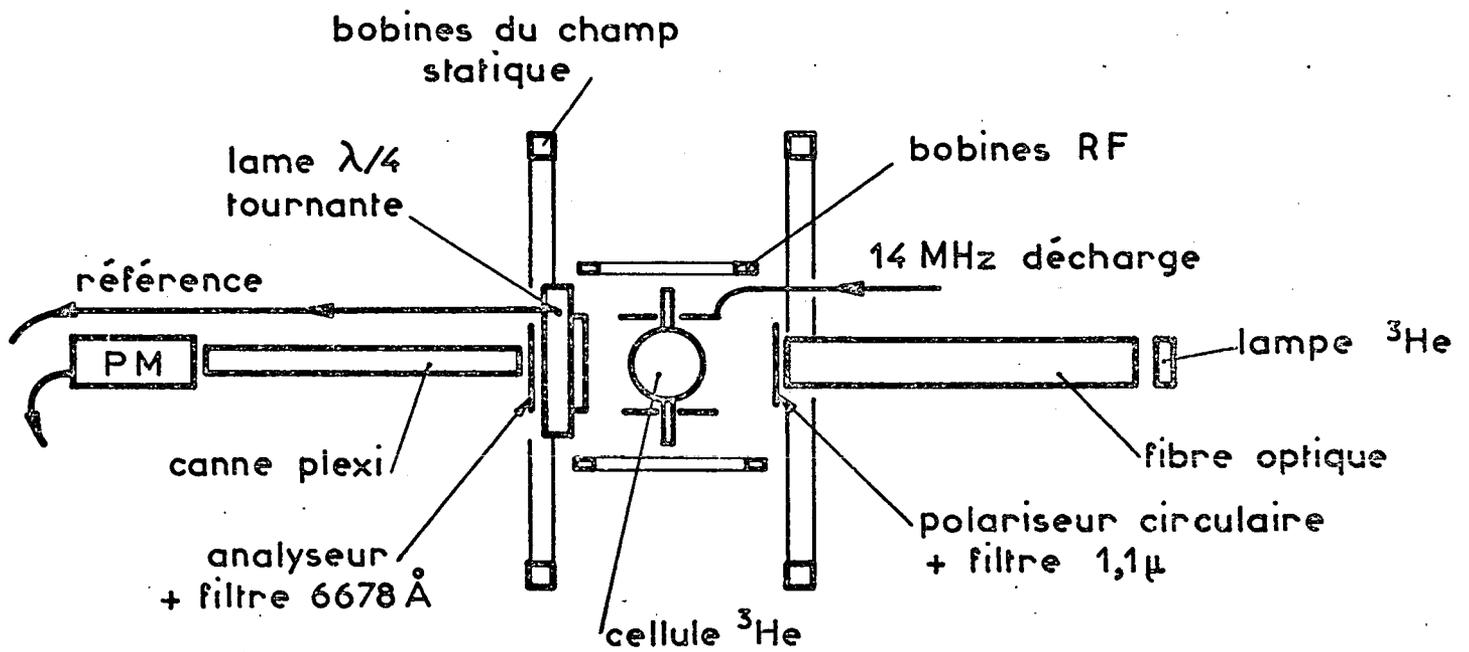


FIGURE 47 : Schéma du montage expérimental destiné à étudier la raie de résonance magnétique nucléaire de  $^3\text{He}$  en champ faible

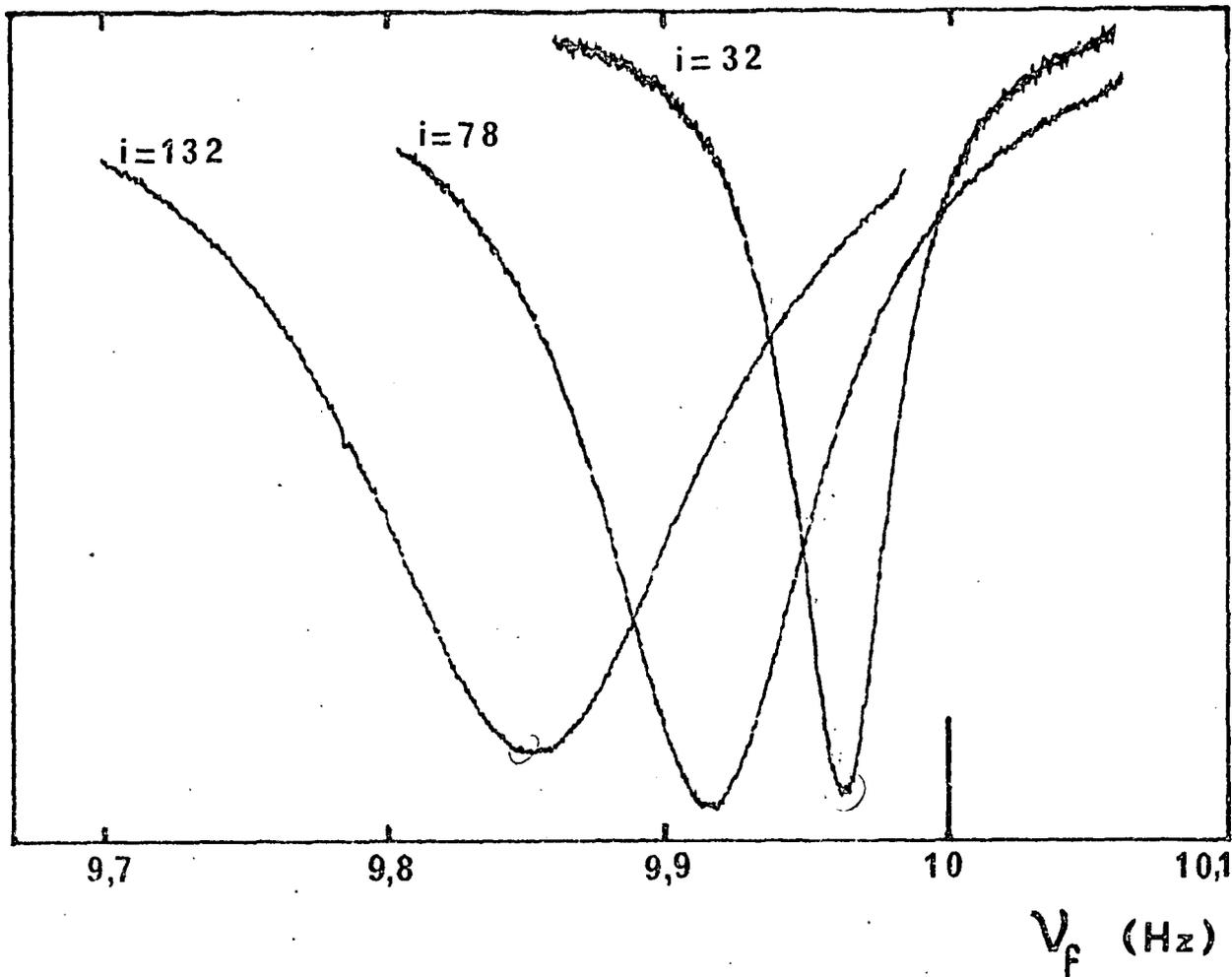
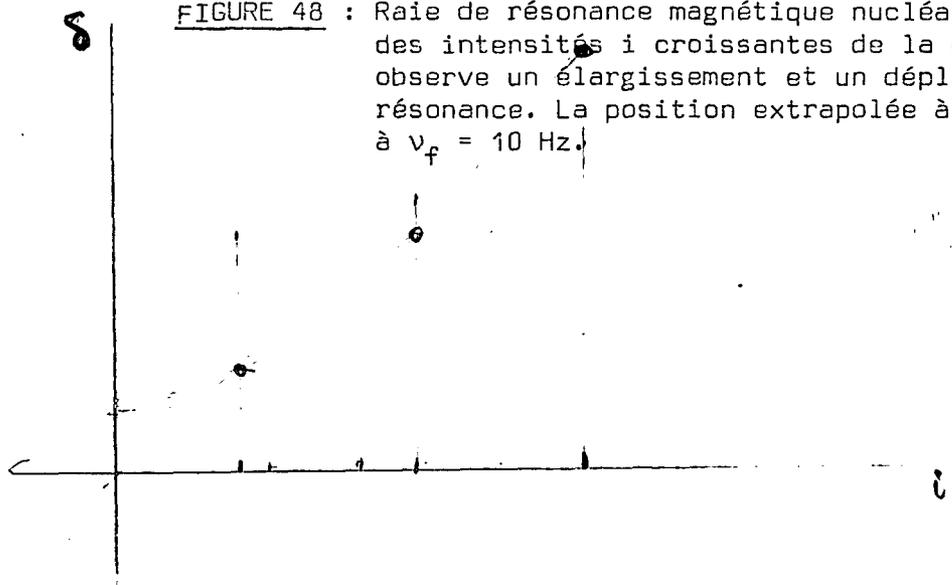


FIGURE 48 : Raie de résonance magnétique nucléaire de  $^3\text{He}$  pour des intensités  $i$  croissantes de la décharge. On observe un élargissement et un déplacement de la résonance. La position extrapolée à  $i = 0$  se situe à  $\nu_f = 10$  Hz.



amenée sur la cellule par un conducteur de lumière formé de fibres optiques. Elle est ensuite polarisée circulairement. Un filtre Wratten W 87 C élimine les autres raies émises par la lampe. L'orientation nucléaire est mesurée en utilisant la méthode décrite par F. LALOË (20) : le taux de polarisation circulaire de la raie  $\lambda = 6.678 \text{ \AA}$  (raie  $3^1D \rightarrow 2^1P$ ) est proportionnel à  $\langle I_z \rangle_f$ . Si on appelle  $\mathcal{P}$  le taux de polarisation circulaire de la lumière dans la direction z, on a  $\mathcal{P} \approx 0,4 \langle I_z \rangle_f$ . La lumière émise par la décharge à cette longueur d'onde est analysée par une lame  $\lambda/4$  tournante suivie d'un polariseur, puis est mesurée par un photomultiplicateur. Une polarisation circulaire de la raie  $6.678 \text{ \AA}$  se traduit par une modulation du courant de sortie du photomultiplicateur, d'amplitude proportionnelle au taux de polarisation, donc à  $\langle I_z \rangle_f$ . Le courant modulé est envoyé dans une détection synchrone dont la sortie est reliée à la voie Y d'un enregistreur XY.

Le champ magnétique  $\vec{H}_0$ , parallèle au faisceau de pompage, est créé par deux bobines de Helmholtz alimentées par un générateur de courant PAR (TC 102 AR). Un enroulement supplémentaire permet de balayer  $\vec{H}_0$  à l'aide d'un générateur TBF, qui est également relié à la voie X de l'enregistreur.

Le champ de radiofréquence est fourni par 2 bobines annexes alimentées par un générateur de fréquence très stable.

Un schéma général du montage est montré sur la figure 47.

## 2°) La méthode expérimentale

Pour une fréquence donnée du champ RF, nous avons enregistré la raie de résonance magnétique pour diverses intensités de la décharge. La figure 48 montre un exemple des résultats obtenus, correspondant à une fréquence  $\nu = 10 \text{ Hz}$  du champ RF. L'intensité de la décharge est repérée par un paramètre  $i$  qui est proportionnel à l'intensité de la raie  $6.678 \text{ \AA}$  émise. On voit clairement que la raie de résonance s'élargit et se déplace vers les champs faibles lorsqu'on augmente l'intensité de la décharge. Ce résultat correspond bien à l'augmentation de la fréquence de précession prévue par la théorie. La position de la résonance à intensité de décharge nulle est dé-

terminée en extrapolant sa position pour des intensités de plus en plus faibles. Nous avons pu ainsi mesurer le déplacement correspondant à une valeur donnée de  $i$ . La théorie prévoit que le déplacement est proportionnel à la densité d'atomes métastables. En toute rigueur, l'intensité de la décharge devrait être mesurée par cette densité plutôt que par le paramètre  $i$ . Toutefois, étant données les difficultés expérimentales que présente une telle mesure, nous y avons renoncé. Nous avons constaté expérimentalement que le déplacement de la résonance était proportionnel à  $i$  pour des décharges pas trop intenses. R.C. GREENHOW ayant mesuré  $1/T$  en fonction de la densité de métastable (<sup>97</sup>), nous avons pu en déduire que la valeur  $i = 80$  correspond à une densité de  $2.10^{10}$  atomes métastables par  $\text{cm}^3$ .

La largeur à mi-hauteur de la résonance dépend évidemment de l'intensité de la radiofréquence. Nous avons donc extrapolé cette largeur à intensité de radiofréquence nulle. D'après la théorie de la résonance magnétique (<sup>19</sup>), la valeur  $L$  ainsi déterminée, exprimée en hertz est donnée par :

$$\frac{L}{2} = \frac{1}{2\pi T_2} \quad (\text{IX},23)$$

où  $T_2$  est le temps de relaxation de l'orientation transversale.

Pour une intensité donnée de la décharge ( $i = 78$ ), nous avons répété la mesure du déplacement et de la largeur de la résonance, pour diverses valeurs du champ magnétique.

### 3°) Les résultats expérimentaux

Les résultats sont représentés par les points de la figure 49. Le déplacement  $\Delta\nu_f$  et la demi-largeur  $L/2$  sont exprimés en hertz. Le champ magnétique est mesuré par la fréquence de résonance  $\nu_f$ . Pour comparer ces résultats aux formules théoriques, la connaissance de  $\omega_e$ ,  $\tau$  et  $T$  est nécessaire. Le rapport du moment magnétique du métastable de  $^4\text{He}$  à celui de l'état fondamental de  $^3\text{He}$  est connu avec une grande précision (<sup>98</sup>). On a :

$$\omega_e = 864,02 \omega_f$$

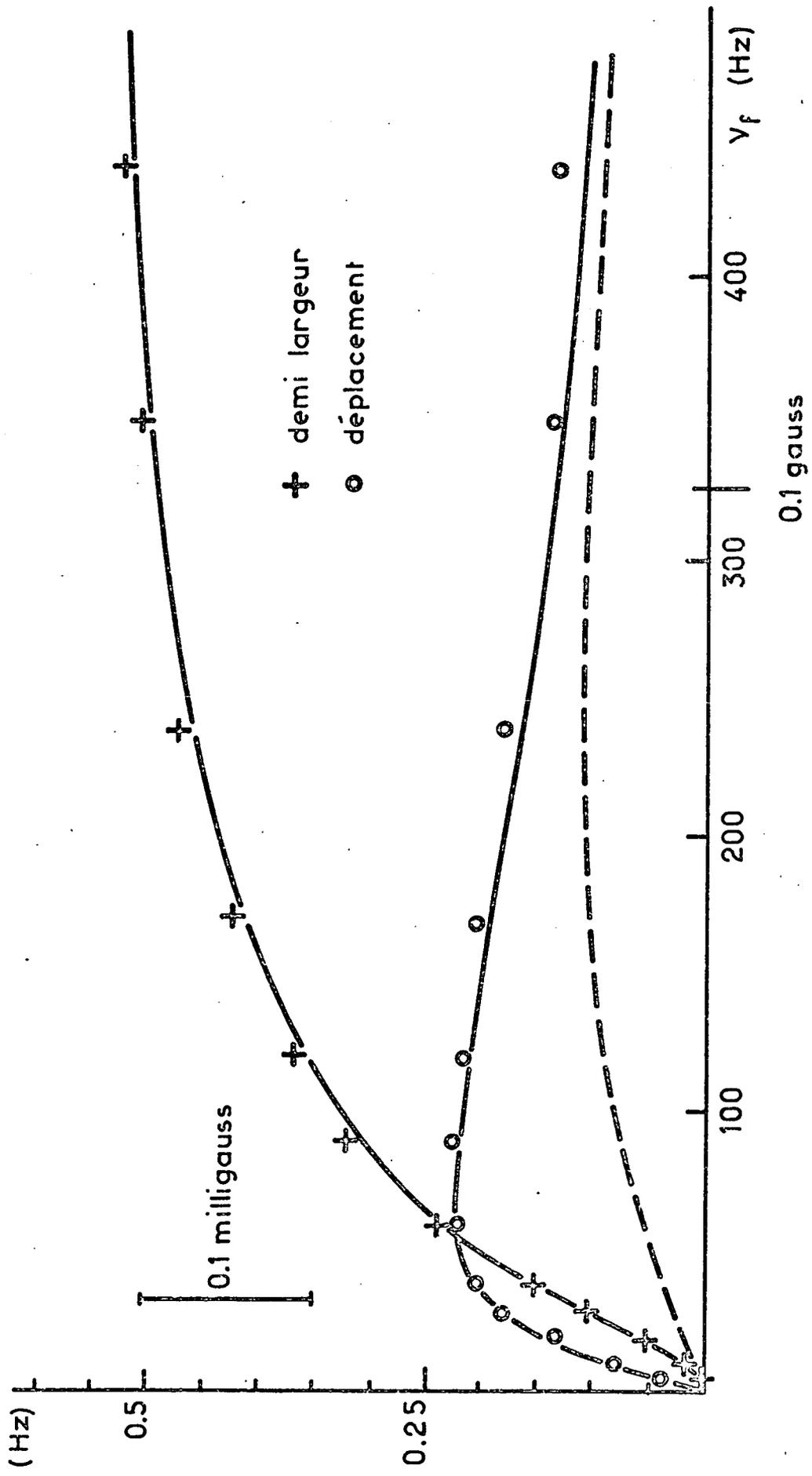


FIGURE 49 : Variation du déplacement et de la demi-largeur de la raie de RMN de <sup>3</sup>He en fonction du champ statique, pour une intensité fixée de la décharge. Les points représentent les résultats expérimentaux. On a ajusté l'amplitude verticale des courbes théoriques sur les largeurs expérimentales en champ fort.

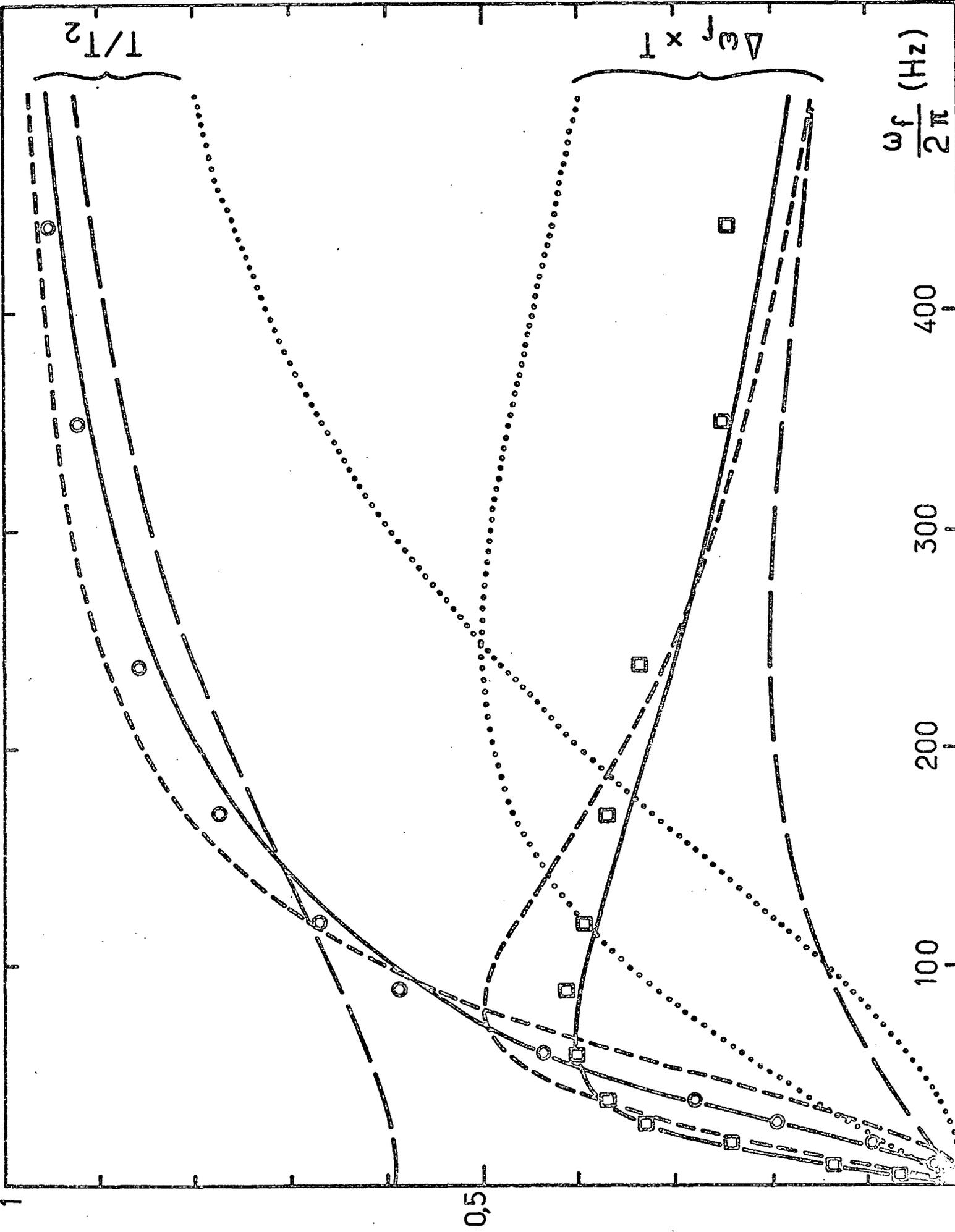


FIGURE 50 : Comparaison des variations théoriques du déplacement  $\Delta\omega_f$  et de l'inverse du temps de relaxation  $1/T_2$  en fonction de  $\omega_f/2\pi$  correspondant à différents modèles discutés dans le texte. On a rapporté les 2 quantités à  $1/T$  (T temps d'échange).

La valeur de  $\tau$  pour la cellule utilisée a été mesurée expérimentalement par une étude de la résonance magnétique de l'état métastable. On a trouvé :

$$\tau = 1,1 \mu\text{s}$$

Cette valeur correspond à une pression de 0,18 torr. Bien que la pression dans la cellule ait été de 0,2 torr au remplissage, cette valeur n'est pas invraisemblable. On sait en effet que lorsqu'une cellule est soumise à une forte décharge (ce qui a été le cas), l'hélium disparaît peu à peu par diffusion à travers la paroi. Le dernier paramètre  $T$  a été déterminé en ajustant la courbe théorique représentant  $L/2$  sur les points expérimentaux en champ fort. Pour  $i = 78$ , nous avons trouvé

$$T = 0,29 \text{ s}$$

L'accord entre les courbes théoriques et les points expérimentaux est satisfaisant. A titre de comparaison, nous avons porté également sur la figure 50 les courbes théoriques correspondant à d'autres modèles théoriques : les courbes en pointillé représentent  $1/T_2$  et  $\Delta\omega_f$  (rapporté à  $1/T$ ) lorsqu'on suppose que la circulation de cohérence se fait uniquement avec le niveau  $F = 3/2$ . Elles correspondent aux expressions suivantes :

$$\Delta\omega_f = \frac{1}{T} \frac{2\omega_e \tau/3}{1+(2\omega_e \tau/3)^2} \quad (\text{IX},24)$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T} \left( 1 - \frac{1}{1+(2\omega_e \tau/3)^2} \right)$$

La courbe en tirets longs correspond aux expressions (IX,20) et (IX,22), la courbe en trait plein à nos résultats théoriques. On constate que ces derniers sont confirmés sans ambiguïté par les points expérimentaux.

Signalons enfin que si l'on essaie de représenter les résultats expérimentaux par de simples courbes de Lorentz du type donné par les formules (IX,24), en remplaçant  $\tau$  par un

paramètre  $\tau_m$  que l'on ajuste au mieux, on obtient un accord approximatif (courbe en tirets courts). C'est apparemment ce qui a été fait dans la référence (15). Cependant, le paramètre phénoménologique  $\tau_m$  n'est pas alors le temps d'échange "vu" du métastable ; il en diffère d'un facteur de l'ordre de 3.

En conclusion, les résultats expérimentaux relatifs à l'évolution de l'orientation dans l'état fondamental de  $^3\text{He}$  sont en plein accord avec les équations (IX,18 - 19). Les expériences relatives à l'état métastable ont abouti à la même conclusion.

## C O N C L U S I O N

Dans les trois premières parties, l'effet d'un faisceau lumineux sur l'état fondamental d'un atome en champ nul a donc été étudié en détail. L'importance des propriétés de symétrie du faisceau lumineux pour une détermination rapide et simple de ces effets a été tout particulièrement soulignée.

Lorsque le faisceau lumineux est résonnant, nous avons montré théoriquement et expérimentalement que le pompage optique en présence d'un champ oscillant permet d'obtenir des résonances d'une extrême finesse (quelques  $\mu\text{G}$ ), centrées en champ nul. Ces résonances peuvent être utilisées pour mesurer des champs magnétiques très faibles. Un magnétomètre fonctionnant sur ce principe a permis de mesurer le champ magnétique statique créé par les noyaux d'un gaz d'hélium ( $p \approx 1$  torr) pompé optiquement (<sup>58</sup>). On obtient ainsi une détermination absolue du taux de polarisation nucléaire, que l'on peut comparer à divers signaux optiques permettant de détecter cette polarisation. Cette étude sera publiée prochainement (<sup>99</sup>). On peut évidemment se demander s'il serait possible d'augmenter la sensibilité d'un tel magnétomètre, actuellement de l'ordre de quelques  $10^{-10}$  Gauss. Il semble que la seule façon d'obtenir une amélioration sensible serait d'utiliser un faisceau de détection distinct de celui de pompage. On peut penser à utiliser la rotation du plan de polarisation d'un faisceau non résonnant (effet Faraday). En particulier, un "laser à teinture" fonctionnant en continu et dont on accorderait la fréquence au voisinage de la raie de résonance serait d'un grand intérêt : on pourrait par des réflexions multiples faire passer le faisceau un grand nombre de fois dans la cellule et augmenter ainsi d'autant la rotation Faraday. Il semble toutefois difficile d'espérer des améliorations très spectaculaires.

Quant aux faisceaux non résonnants, nous avons montré très simplement que si leur polarisation est linéaire, naturelle

ou circulaire, leur effet sur un niveau atomique est identique à celui de champs magnétiques ou électriques fictifs ayant des propriétés de symétrie identiques à celles du faisceau. Nous avons mis en évidence expérimentalement la levée de la dégénérescence Zeeman par un faisceau lumineux non résonnant et confronté, pour différentes polarisations lumineuses, le diagramme d'énergie obtenu aux prévisions théoriques. Nous avons également utilisé ces champs fictifs dans des expériences originales, où l'emploi de champs magnétiques ou électriques réels était impossible ou à proscrire. Les effets que nous avons observés avec des sources lumineuses ordinaires sont toujours assez faibles, de sorte qu'on pourrait croire qu'ils ne se manifestent qu'au cours de mesures de grande précision. En fait, les lasers en pulse fournissent des intensités lumineuses assez grandes pour conduire à des effets importants : nous avons cité des travaux où des déplacements de niveaux atomiques de l'ordre de  $1 \text{ cm}^{-1}$  ont été observés.

J.P. VAN DER ZIEL et al. ont même observé l'aimantation d'un solide paramagnétique dans le champ magnétique fictif associé à un pulse issu d'un laser à rubis (<sup>68</sup>). Avec les très grandes puissances obtenues avec les pulses de quelques picosecondes, on attend des déplacements supérieurs aux énergies optiques. Les phénomènes qu'on pourrait observer dans ces conditions sont certainement très différents de ceux que nous avons étudiés. Pour traiter théoriquement une telle situation, une approche analogue à celle de l'"atome habillé", utilisée par S. HAROCHE pour les champs RF intenses (<sup>10</sup>), serait peut-être intéressante. Nous avons déjà montré dans ce travail que, pour des intensités plus faibles, un tel point de vue permet de retrouver très facilement de nombreux résultats connus.

Bien que les propriétés essentielles de l'échange de métastabilité dans un gaz de  $^3\text{He}$  fussent connues depuis longtemps, nous avons montré, dans la quatrième partie, que l'échange de l'orientation électronique entre les atomes n'avait pas été traité correctement. Nous avons établi les équations d'évolution

des observables atomiques sous l'influence des collisions d'échange. L'élargissement et le déplacement de la raie de résonance magnétique de l'état fondamental par ces collisions ont été calculés et trouvés en bon accord avec les valeurs théoriques.

A partir des mêmes équations, M. LEDUC a étudié l'effet des collisions d'échange de métastabilité sur le niveau métastable et montré que la section efficace d'échange généralement admise devait être modifiée d'un facteur voisin de 2. Elle a également développé une théorie analogue pour l'échange de métastabilité entre isotopes différents de l'hélium.

Remarquons enfin qu'on peut adopter une démarche tout à fait analogue pour traiter les collisions d'échange de charge entre  $^3\text{He}$  et  $^3\text{He}^+$ , responsable de la relaxation de l'orientation de  $^3\text{He}^+$  dans une décharge (100).

B I B L I O G R A P H I E

- (1) W. HEISENBERG - Zeitschr. f. Phys. 31, 617 (1926)
- (2) A. KASTLER - Thèse; Annales de Physique, 6, 663 (1936)
- (3) A. KASTLER - J. Phys. (Paris), 11, 255 (1950)
- (4) W. HANLE - Z. Phys. 30, 93 (1924)
- (5) J.C. LEHMANN et C. COHEN-TANNOUDJI - C.R. 258, 4463 (1964)
- (6) H.G. DEHMELT - Phys. Rev. 105, 1924 (1957)
- (7) J.P. BARRAT - Thèse; J. Phys. (Paris), 20, 541, 633, 657 (1959)
- (8) C. COHEN-TANNOUDJI et J.P. BARRAT - J. Phys. (Paris), 22, 329 et 443 (1961)
- (9) C. COHEN-TANNOUDJI - Thèse; Annales de Phys. 7, 423 et 469 (1962)
- (10) S. HAROCHE - Thèse, Paris (1971); Ann. Phys. 6, 189 et 327 (1971)
- (11) W. HAPPER, B.S. MATHUR - Phys. Rev. 163, 12 (1967)
- (12) F.D. COLEGROVE, L.D. SCHEARER, G.K. WALTERS - Phys. Rev. 132, 2561 (1963)
- (13) L.D. SCHEARER, F.D. COLEGROVE, G.K. WALTERS - Rev. Sci. Instr. 35, 767 (1964)
- (14) H.G. DEHMELT - Rev. Sci. Instr. 35, 768 (1964)
- (15) A. DONSZELMANN - Thèse, Amsterdam (1970); Physica 56, 138 (1971)
- (16) J. DUPONT-ROC - C.R. 273 B, 45 (1971)
- (17) M. LEDUC - Thèse, Paris (1972)
- (18) J. DUPONT-ROC, M. LEDUC, F. LALOË - Phys. Rev. Lett. 27, 467 (1971)
- (19) A. ABRAGAM - "Les principes du magnétisme nucléaire", P.U.F., Paris (1961)
- (20) F. LALOË - Thèse : Annales de Phys. 6, 5 (1971)
- (21) S. PANCHARATNAM - J. Opt. Soc. Am. 56, 1636 (1966)
- (22) A.M. BONCH-BRUEVICH, V.A. KHODOVOI - Soviet Phys. Uspekhi, 10, 637 (1967)
- (23) M.A. BOUCHIAT - Thèse, Paris (1964); Publ. Sci. Tech. Min. Air, Note techn. 146 (1965)
- (24) F. LALOË et C. COHEN-TANNOUDJI - J. Phys. 28, 722 (1967)
- (25) J.C. LEHMANN - J. Phys. 25, 809 (1964); Thèse : Annales de Physique, 2, 345 (1967)

- (26) S.M. AUTLER, C.H. TOWNES - Phys. Rev. 100, 703 (1955)
- (27) M.L. GOLDBERGER, K.M. WATSON - "Collision theory"  
(John Wiley, New York, 1964), chap. 8
- (28) L. MOWER - Phys. Rev. 142, 799 (1966)
- (29) C. COHEN-TANNOUDJI - Cargèse Lecture (1967), Gordon-Breach
- (30) W.E. LAMB - Phys. Rev. 85, 259 (1952)
- (31) ~~W.E. LAMB~~ - Phys. Rev. 79, 549 (1950)
- (32) A.M. BONCH-BRUEVITCH, N.N. KOSTIN, V.A. KHODOVOI, V.V. KHROMOV  
Soviet Physics, J.E.T.P. 29, 82 (1969)
- (33) M. DUMONT - Thèse, Paris (1971)
- (34) U. FANO - Rev. Mod. Phys. 29, 74 (1957)
- (35) A. OMONT - J. Phys. (Paris), 26, 26 (1965); Thèse, Paris  
(1967)
- (36) U. CAPPELLER, L. DELLIT - Phys. Lett. 26A, 535 (1968)
- (37) J.P. FAROUX - Thèse, Paris (1969)
- (38) C. COHEN-TANNOUDJI - J. Phys. Rad. 24, 653 (1963)
- (39) E.S. ENSBERG - Phys. Rev. 153, 36 (1967)
- (40) C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, S. HAROCHE, F. LALOË -  
Rev. Phys. Appl. 5, 95 (1970)
- (41) J. BROSSEL - "Pompage optique" (Optique et Electronique  
Quantique, Les Houches, 1964, Gordon and Breach)
- (42) G. zu PUTLITZ - dans Atomic Physics (Proc. of the First  
Intern. Conf. on Atomic Physics, 1968), Plenum Press,  
New York, 1969
- (43) M.A. BOUCHIAT, J. BROSSEL - Phys. Rev. 147, 41 (1966) et  
ref. in
- (44) B. CAGNAC - Thèse, Paris (1960); Ann. Phys. (Paris), 6,  
467 (1961)
- (45) B. CAGNAC, G. LEMEIGNAN - C.R. 264B, 1850 (1967)
- (46) M. LEDUC, J. BROSSEL - C.R. 266, 287 (1968)
- (47) E.B. ALEXANDROV, O.B. CONSTANTINOV, B.I. PERELLI,  
B.A. KHODOVOI - Soviet Phys. J.E.T.P. 18, 346 (1964)
- (48) C.J. FAVRE, E. GENEUX - Phys. Letters, 8, 190 (1964)
- (49) N. POLONSKY, C. COHEN-TANNOUDJI - C.R. 260, 5231 (1965)
- (50) J. DUPONT-ROC - J. Phys. (Paris), 32, 135 (1971)
- (51) F. LALOË, M. LEDUC, P. MINGUZZI - J. Phys. (Paris), 30,  
277 et 341 (1969)
- (52) J. DUPONT-ROC - Thèse de 3e cycle, Paris (1968)

- {53} N. POLONSKY - Thèse de 3e cycle, Paris, (1966)
- {54} J. DUPONT-ROC - Revue de Phys. Appl. 5, 853 (1970)
- {55} Brevet C.N.R.S. (1970), n° 1594433
- {56} J. DUPONT-ROC, S. HAROCHE, C. COHEN-TANNOUDJI - Phys. Lett. 28A, 638 (1969)
- {57} C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, S. HAROCHE, F. LALOË - Revue de Phys. Appl. 5, 95 et 102 (1970)
- {58} C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, S. HAROCHE, F. LALOË - Phys. Rev. Lett. 22, 758 (1969)
- {59} G. CAMY - Thèse du Conservatoire National des Arts et Métiers (Paris, 1971)
- {60} E.B. ALEXANDROV, A.M. BONCH-BRUEVITCH, N.N. KOSTIN, V.A. KHODOVOI - Soviet Phys. JETP Letters, 3, 53 (1966). Voir également Soviet Phys. JETP, 29, 82 (1969)
- {61} Yu.M. KIRIN, D.P. KOVALEV, S.G. RAUTIAN, R.I. SOKOLOVSKII - Soviet Phys. JETP Letters, 9, 3 (1969)
- {62} D.J. BRADLEY, A.J.F. DURRANT, G.M. GALE, M. MOORE, P.D. SMITH - IEEE J. Quant. Electr. QE-4, 707 (1968)
- {63} P. PLATZ - Appl. Phys. Letters, 14, 168 (1969); *ibid.* 16, 70 (1970)
- {64} M. ARDITI, T.R. CARVER - Phys. Rev. 124, 800 (1961)
- {65} P. DAVIDOVITS, R. NOVICK - Proc. IEEE, 54, 155 (1966); voir aussi Physics of Quantum Electronics (Mc Graw Hill 1966), p. 626
- {66} F. HARTMANN - Annales de Physique, 2, 329 (1967)
- {67} B.S. MATHUR, H. TANG, W. HAPPER - Phys. Rev. 171, 11 (1968)
- {68} J.P. VAN DER ZIEL, P.S. PERSHAN, L.D. MALMSTROM - Phys. Rev. Lett. 15, 190 (1965)  
P.S. PERSHAN, J.P. VAN DER ZIEL, L.D. MALMSTROM - Phys. Rev. 143, 574 (1966)
- {69} W. HAPPER, B.S. MATHUR - Phys. Rev. Lett. 18, 727 (1967)
- {70} C. COHEN-TANNOUDJI - C.R. 252, 394 (1961)
- {71} L.D. SCHEARER - Phys. Rev. 127, 512 (1962)
- {72} C.W. WHITE, W.M. HUGHES, G.S. HAYNE, H.G. ROBINSON - Phys. Rev. 174, 23 (1968)
- {73} B. CAGNAC, A. IZRAEL, M. NOGARET - C.R. 267, 274 (1968)
- {74} P.A. FRANKEN - Phys. Rev. 121, 508 (1961)
- {75} Le même résultat peut être obtenu en modulant l'intensité du pompage optique : W.E. BELL, A.L. BLOOM - Phys. Rev. Lett. 6, 280 (1961)
- {76} C. COHEN-TANNOUDJI, F. LALOË - J. Phys. (Paris), 28, 505 et 722 (1967)

- {77} S. PANCHARATNAM - J. Phys. B (Proc. Phys. Soc.), 1,  
250 (1968); Phys. Lett. 27A, 509 (1968)
- {78} U. FANO - Phys. Rev. 133, B828 (1964)
- {79} M. LOMBARDI - J. Phys. (Paris), 30, 631 (1969)
- {80} J. DUPONT-ROC, C. COHEN-TANNOUDJI - C.R. 267, 1275 (1968)
- {81} E. GENEUX - Proc. of OPALS Conference, Varsovie (1968)
- {82} G.C. PHILLIPS, R.R. PERRY, P.M. WINDHAM, G.K. WALTERS,  
L.D. SCHEARER, F.D. COLEGROVE - Phys. Rev. Lett. 9,  
502 (1962)
- {83} S.D. BAKER, G. ROY, G.C. PHILLIPS, G.K. WALTERS - Phys.  
Rev. Lett. 15, 115 (1965)
- {84} H.H. McADAMS - Phys. Rev. 170, 276 (1968)
- {85} J.M. DANIELS, R.S. TIMSITT et al. - Canad. J. Phys. 49,  
517 à 581 (1971)
- {86} R.A. BUCKINGHAM, A. DALGARNO - Proc. Roy. Soc. A213, 506  
(1952)
- {87} D.J. KLEIN, E.M. GREENAWALT, F.A. MATSEN - J. Chem. Phys.  
47, 4820 (1967)
- {88} W.A. FITZSIMMONS, N.F. LANE, G.K. WALTERS - Phys. Rev. 174,  
193 (1968)
- {89} H.J. KOLKER, H.H. MICHELS - J. Chem. Phys. 50, 1762 (1969)
- {90} M. KODEIRA, T. WATANABE - J. Phys. Soc. Jap. 27, 1301 (1969)
- {91} L.D. SCHEARER - Thèse, Rice University (1966)
- {92} R.B. PARTRIDGE, G.W. SERIES - Proc. Phys. Soc. 88, 983 (1966)
- {93} H.R. BYERLY - Thèse, Rice University (1967)
- {94} H.S.W. MASSEY, R.A. SMITH - Proc. Roy. Soc. A 142, 142 (1933)
- {95} W.A. FITZSIMMONS - M.A. Thesis, Rice University (1966)
- {96} C. COHEN-TANNOUDJI - C.R. 252, 394 (1961); voir également  
les références {8} et {9}
- {97} R.C. GREENHOW - Phys. Rev. 136, A660 (1964)
- {98} M. LEDUC, F. LALOË, J. BROSSEL - J. Phys. (Paris), à paraître,  
1972)
- {99} M. PINARD, J. VAN DER LINDE - à paraître (1972)
- {100} M. LEDUC, F. LALOË - Opt. Communications, 3, 56 (1971)
- {101} W.A. FITZSIMMONS, L.L. TANKERSLEY, G.K. WALTERS - Phys. Rev.  
179, 156 (1969)

A P P E N D I C E A

---

LE PROCESSUS D'ABSORPTION POUR DES ATOMES AYANT UNE STRUCTURE  
HYPERFINE DANS L'ETAT FONDAMENTAL

Nous partons des formules (III,A,2-a) et (III,A,2-b) de la thèse de M.A. BOUCHIAT (23) (à quelques modifications de notations près).

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_{F'm'}^{Fm} = & - \sum_{\substack{F''m'' \\ \phi M}} \left( \frac{\Gamma'(F'', \phi)}{2} + i\Delta E'(F'', \phi) \right) \langle Fm | \vec{e}_\lambda^* \vec{D} | \phi M \rangle \langle \phi M | \vec{e}_\lambda \vec{D} | F''m'' \rangle \sigma_{F'm'}^{F''m''} \\ & - \sum_{\substack{F''m'' \\ \phi M}} \left( \frac{\Gamma'(F'', \phi)}{2} - i\Delta E'(F'', \phi) \right) \langle F''m'' | \vec{e}_\lambda^* \vec{D} | \phi M \rangle \langle \phi M | \vec{e}_\lambda \vec{D} | F'm' \rangle \end{aligned} \quad (A,1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_{\phi'M'}^{\phi M} = & \sum_{\substack{F, m \\ F', m'}} \left[ \frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} + \frac{\Gamma'(F', \phi')}{2} + i(\Delta E'(F, \phi) - \Delta E'(F', \phi')) \right] \\ & \langle \phi M | \vec{e}_\lambda^* \vec{D} | Fm \rangle \sigma_{F'm'}^{Fm} \langle F'm' | \vec{e}_\lambda \vec{D} | \phi'M' \rangle \end{aligned} \quad (A,2)$$

Nous supposons la structure hyperfine de l'état fondamental beaucoup plus grande que la largeur des niveaux due à la relaxation. L'approximation séculaire nous permet alors de découpler, dans l'état fondamental, l'évolution des cohérences hyperfines et celle des cohérences et populations Zeeman. Dans l'équation (A,1), nous négligeons donc, dans la première sommation, les termes tels que  $F'' \neq F$  et ceux tels que  $F'' \neq F'$  dans la 2ème sommation. On trouve alors :

$$\begin{aligned} \frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_{F'm'}^{Fm} = & - \sum_{\substack{m'' \\ \phi M}} \left( \frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} + i\Delta E'(F, \phi) \right) \langle Fm | \vec{e}_\lambda^* \vec{D} | \phi M \rangle \langle \phi M | \vec{e}_\lambda \vec{D} | Fm'' \rangle \sigma_{F'm'}^{Fm''} + \\ & - \sum_{\substack{m'' \\ \phi M}} \left( \frac{\Gamma'(F', \phi)}{2} - i\Delta E'(F', \phi) \right) \sigma_{F'm''}^{Fm} \langle F'm'' | \vec{e}_\lambda^* \vec{D} | \phi M \rangle \langle \phi M | \vec{e}_\lambda \vec{D} | F'm' \rangle \end{aligned}$$

On peut mettre cette équation sous forme opératorielle :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_f = - \left( \sum_{F, \phi} \left( \frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} + i\Delta E'(F, \phi) \right) A(F, \phi) \right) \sigma_f - \sigma_f \left( \sum_{F, \phi} \left( \frac{\Gamma'(F, \phi)}{2} - i\Delta E'(F, \phi) \right) A(F, \phi) \right)$$

Dans cette équation, nous avons posé :

$$A(F, \phi) = P_F (\vec{e}_\lambda^{*} \vec{D}) P_\phi (\vec{e}_\lambda \vec{D}) P_F$$

En regroupant les termes en  $\Gamma'$  et  $\Delta E'$ , on trouve la formule (I,33).

L'équation d'évolution de l'état excité (A,2) peut, de la même façon, s'écrire en notation opératorielle sous la forme :

$$\frac{d^{(1)}}{dt} \sigma_e = \sum_{\substack{F, \phi \\ F', \phi'}} \left[ \frac{\Gamma'(F, \phi) + \Gamma'(F', \phi')}{2} + i(\Delta E'(F, \phi) - \Delta E'(F', \phi')) \right] P_\phi \vec{e}_\lambda^{*} \vec{D} P_F \sigma_f P_{F'} \vec{e}_\lambda \vec{D} P_{\phi'}$$

(A,3)

## A P P E N D I C E B

### THEORIE DU COUPLAGE DE DEUX NIVEAUX DE DUREES DE VIE DIFFERENTES

#### I - POSITION DU PROBLEME

On considère deux niveaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  d'un système quantique. Soient  $E_a$ ,  $E_b$  et  $\Gamma_a$ ,  $\Gamma_b$  leurs énergies et leurs largeurs naturelles respectives.  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  sont donc états propres du hamiltonien renormalisé  $\tilde{H}_0$ , de valeurs propres  $E_a - i\Gamma_a/2$  et  $E_b - i\Gamma_b/2$

$$\begin{aligned}\tilde{H}_0|a\rangle &= (E_a - i\frac{\Gamma_a}{2})|a\rangle \\ \tilde{H}_0|b\rangle &= (E_b - i\frac{\Gamma_b}{2})|b\rangle\end{aligned}\tag{B,1}$$

Nous supposerons  $\Gamma_a < \Gamma_b$ . On introduit une perturbation  $V$  qui couple les niveaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  :  $V_{aa} = V_{bb} = 0$ ;  $V_{ba} = iv \neq 0$ . On supposera  $v$  réel positif ( $V_{ba}$  a été choisi imaginaire conformément à la formule (II,12) du chapitre II). Quels sont les vecteurs propres et les valeurs propres du hamiltonien perturbé  $H = \tilde{H}_0 + V$  ?

#### II - DIAGONALISATION DE H

Dans la base  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ , la matrice qui représente  $H$  est la suivante :

$$H = \begin{bmatrix} E_a - i\frac{\Gamma_a}{2} & -iv \\ iv & E_b - i\frac{\Gamma_b}{2} \end{bmatrix}\tag{B,2}$$

Définissons le nombre complexe  $z$  par :

$$\operatorname{tg} z = \frac{2v}{E_a - E_b - i\frac{\Gamma_a - \Gamma_b}{2}}\tag{B,3}$$

Cette équation ne définit pas entièrement  $z$ . Nous discuterons plus loin le choix de la détermination. On peut alors mettre  $H$  sous la forme :

$$H = \frac{E_a + E_b}{2} - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{4} + \frac{v}{\sin z} \begin{vmatrix} \cos z & -i \sin z \\ i \sin z & -\cos z \end{vmatrix} \quad (\text{B,4})$$

Il est facile de vérifier que les 2 états

$$|\alpha\rangle = \cos \frac{z}{2} |a\rangle + i \sin \frac{z}{2} |b\rangle \quad (\text{B,5})$$

$$|\beta\rangle = i \sin \frac{z}{2} |a\rangle + \cos \frac{z}{2} |b\rangle$$

sont états propres de  $H$  correspondant aux valeurs propres complexes

$$E_\alpha - i \frac{\Gamma_\alpha}{2} = \frac{E_a + E_b}{2} - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{4} + \frac{v}{\sin z} \quad (\text{B,6})$$

$$E_\beta - i \frac{\Gamma_\beta}{2} = \frac{E_a + E_b}{2} - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{4} - \frac{v}{\sin z}$$

Les parties réelles  $E_\alpha$  et  $E_\beta$  de ces valeurs propres donnent les énergies des niveaux, les parties imaginaires l'inverse des durées de vie. Insistons sur le fait que  $z$  est complexe, de sorte que les états  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$  ne sont ni normés, ni orthogonaux. L'expression de  $\sin z$  en fonction de  $E_a$ ,  $E_b$ ,  $\Gamma_a$ ,  $\Gamma_b$  dépend du choix de la détermination de  $z$ .

### III - CHOIX D'UNE DETERMINATION DE Z

Rappelons que si  $z = \theta + i\phi$ ,

$$\text{tg } z = \frac{\text{tg } \theta + i \text{th } \phi}{1 - i \text{tg } \theta \text{th } \phi} \quad (\text{B,7})$$

Si on change  $\theta$  en  $\theta + \pi$ ,  $\text{tg } z$  n'est pas changé. La relation (B,3) définit donc  $z$  à  $k\pi$  près. Fixer une détermination de  $z$  consiste à choisir  $z$  dans une portion du plan complexe limité par 2 droites

parallèles à l'axe imaginaire et distantes de  $\pi$ . Nous allons choisir une détermination qui rend les valeurs propres  $E_a - i \frac{\Gamma_a}{2}$  et  $E_b - i \frac{\Gamma_b}{2}$  continues (c'est-à-dire, d'après les formules (B,6)  $1/\sin z$  continu) lorsqu'on fait varier  $E_a - E_b$ .

Posons

$$\begin{aligned} X &= \frac{E_a - E_b}{2v} \\ Y &= - \frac{\Gamma_a - \Gamma_b}{4v} \quad (\text{comme } \Gamma_a < \Gamma_b, Y > 0) \\ Z &= X + iY \end{aligned} \quad (\text{B,8})$$

La relation (B,3) s'écrit donc simplement

$$\operatorname{tg} z = \frac{1}{Z} \quad (\text{B,9})$$

c'est-à-dire encore

$$e^{2iz} = \frac{Z + i}{Z - i} \quad (\text{B,10})$$

Egalons les parties réelles et imaginaires des deux membres de (B,10). On obtient aisément, en utilisant  $z = \theta + i\phi$

$$\begin{aligned} e^{-4\phi} &= \frac{X^2 + (Y+1)^2}{X^2 + (Y-1)^2} \\ \operatorname{tg} 2\theta &= \frac{2X}{X^2 + Y^2 - 1} \end{aligned} \quad (\text{B,11})$$

Nous allons étudier maintenant comment  $z$  varie dans le plan complexe lorsque,  $Y$  étant fixé,  $X$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ . Nous distinguerons deux cas :

1°)  $1 \leq Y$  (couplage plus faible que la différence des durées de vie)

Commençons par le cas simple où  $Y \gg 1$  : quel que soit  $X$  on a toujours  $|Z| \gg 1$ , donc  $|\operatorname{tg} z| \ll 1$ . Choisissons la détermination de  $z$  au voisinage de 0. Comme  $|\operatorname{tg} z| \ll 1$ , on a  $\operatorname{tg} z \approx z$  et la relation entre  $z$  et  $Z$  est simplement

$$z \approx \frac{1}{Z} \quad (\text{B,13})$$

Lorsque  $X$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ ,  $Z$  parcourt dans le plan complexe une droite parallèle à l'axe réel. Corrélativement, dans le plan complexe de la variable  $z$ ,  $z$  parcourt un petit cercle partant de l'origine et y retournant lorsque  $X \rightarrow +\infty$

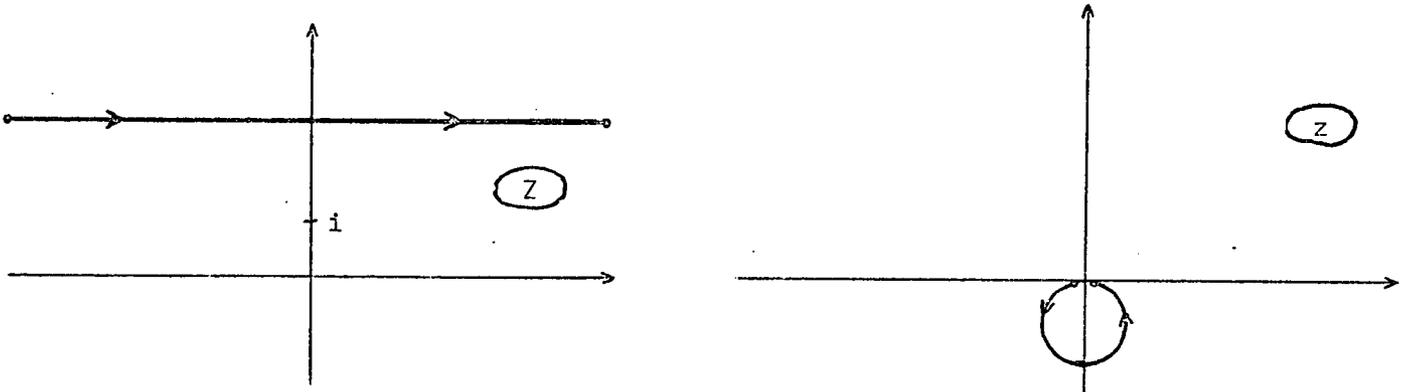


FIGURE B-1

Les variations correspondantes de  $1/\sin z$  sont parfaitement continues, les caractéristiques de l'état  $|\alpha\rangle$  (resp.  $|\beta\rangle$ ) tendant vers celles de l'état  $|a\rangle$  (resp.  $|b\rangle$ ) lorsque  $X \rightarrow \pm \infty$ .

Lorsque  $Y$  se rapproche de 1, la trajectoire de  $z$  dans le plan complexe s'allonge de plus en plus dans la direction de l'axe imaginaire. D'après (B,11) et (B,12), lorsque  $Y = 1$  et que  $X \rightarrow 0$ ,  $\phi \rightarrow -\infty$  et  $\theta \rightarrow \pm \frac{\pi}{4}$ . Nous avons représenté, sur la figure B-2, la trajectoire de  $z$  correspondant aux cas  $Y > 1$  (trait plein) et  $Y = 1$  (tirets).

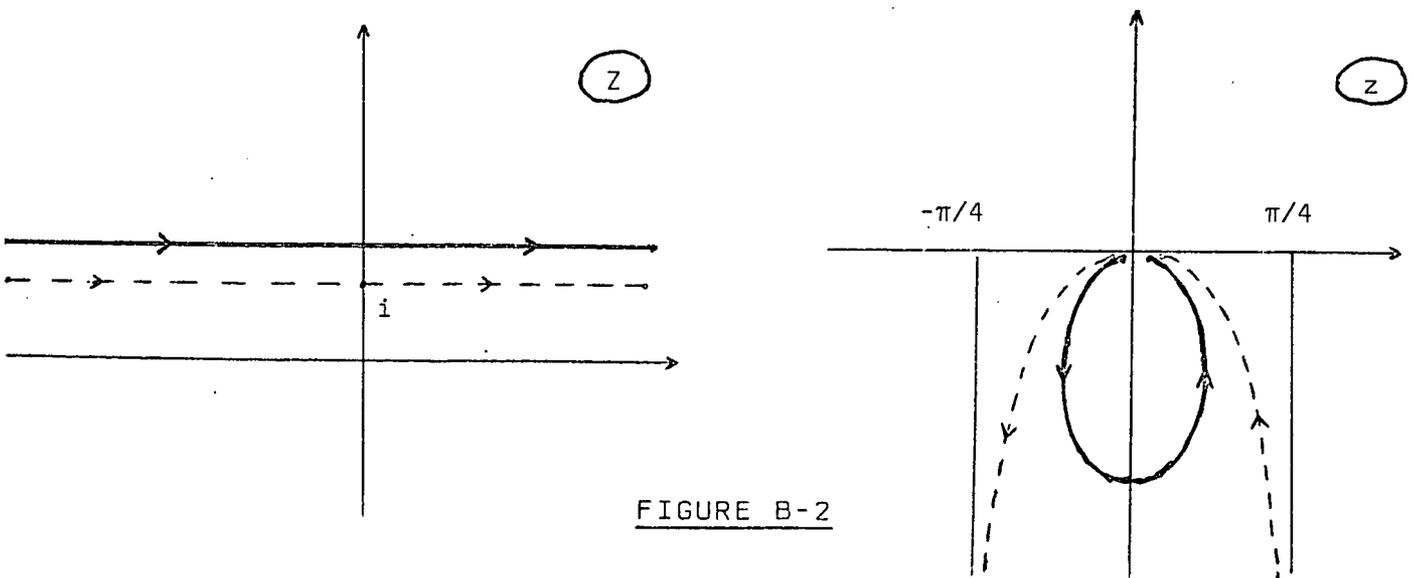


FIGURE B-2

La situation  $X=0$ ,  $Y=1$  pour laquelle  $z = -i\infty$ , correspond à un régime critique;  $\frac{\cos z/2}{\sin z/2} = \frac{1}{-i}$  de sorte que, d'après (B,5)  $|\alpha\rangle = |\beta\rangle$  : les 2 états propres de  $H$  coïncident,  $H$  n'est plus diagonalisable.

En définitive, tant que  $Y > 1$  (i.e.  $v < \frac{\Gamma_b - \Gamma_a}{4}$ ), on peut choisir  $z$  dans la bande du plan complexe comprise entre les droites d'abscisse  $-\pi/4$  et  $+\pi/4$ . Les variations de  $z$  sont continues en fonction de  $X$ , celle de  $1/\sin z$  également. La formule

$$\frac{1}{\sin z} = \frac{\sin \theta \operatorname{ch} \phi - i \cos \theta \operatorname{sh} \phi}{\sin^2 \theta + \operatorname{sh}^2 \phi} \quad (\text{B,14})$$

montre d'autre part que la partie imaginaire de  $1/\sin z$  est toujours positive ( $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \rightarrow \cos \theta > 0$ ;  $\phi$  est négatif, donc  $\operatorname{sh} \phi < 0$ ). On a d'autre part la relation

$$\left(\frac{1}{\sin z}\right)^2 = 1 + \cotg^2 z = 1 + Z^2, \quad (\text{B,15})$$

donc  $\frac{1}{\sin z} = \sqrt[1]{1+Z^2}$ , où le symbole  $\sqrt[1]{\phantom{x}}$  désigne la racine carrée dont la partie imaginaire est positive.

Finalement, pour  $v < \frac{\Gamma_b - \Gamma_a}{4}$ , les vecteurs propres et les valeurs propres de  $H$  sont :

$$\left. \begin{aligned} |\alpha\rangle &= \cos \frac{z}{2} |a\rangle + i \sin \frac{z}{2} |b\rangle \\ |\beta\rangle &= i \sin \frac{z}{2} |a\rangle + \cos \frac{z}{2} |b\rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{B,16})$$

où  $\operatorname{tg} z = \frac{2v}{E_a - E_b - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{2}}$  avec  $-\frac{\pi}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{4}$ ,  $\operatorname{Im} z < 0$ .

$$E_{\alpha/\beta} - i\Gamma_{\alpha/\beta}/2 = \frac{E_a + E_b}{2} - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{4} \pm \sqrt[1]{\left(E_a - E_b - i \frac{\Gamma_a - \Gamma_b}{2}\right)^2 + v^2} \quad (\text{B,17})$$

2°)  $0 \leq Y < 1$  (c'est-à-dire  $v > \frac{\Gamma_b - \Gamma_a}{2}$  : le couplage est fort devant la différence des durées de vie)

La relation (B,11) définit toujours  $\phi$  sans ambiguïté. Comme  $X^2 + (Y+1)^2 > X^2 + (Y-1)^2$ ,  $\phi$  est négatif. Par contre, des problèmes se posent pour la définition de  $\theta$ , car la fonction  $\frac{2X}{X^2 + Y^2 - 1}$ , représentée sur la figure B-3, a des discontinuités pour  $X = \pm \sqrt{1-Y^2}$

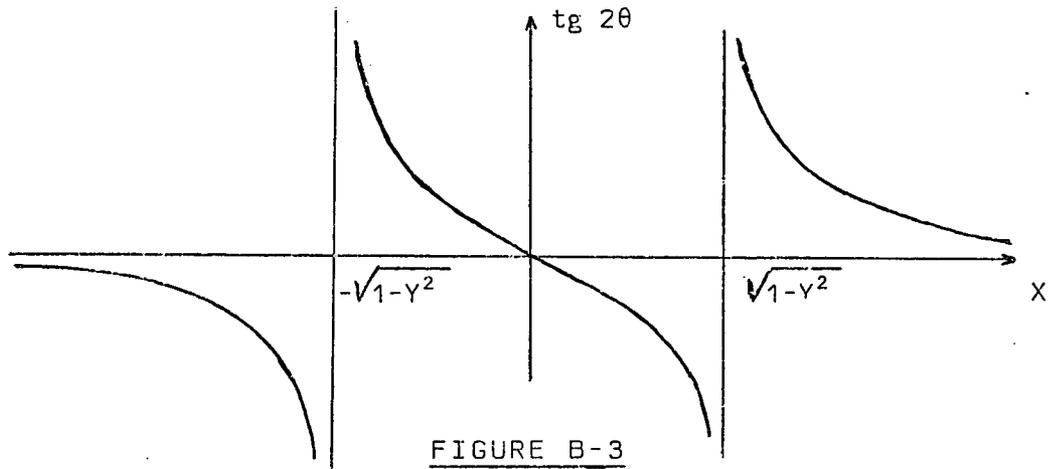


FIGURE B-3

Choisissons  $\theta$  de sorte que  $\theta = \pi$  pour  $X = -\infty$  et suivons ses variations lorsque  $X$  croît :  $2\theta$  décroît à partir de  $2\pi$ ;  $2\theta$  passe à  $\frac{3\pi}{2}$  pour  $X = -\sqrt{1-Y^2}$ , passe par  $-\pi$  pour  $X = 0$ , par  $\frac{\pi}{2}$  pour  $X = \sqrt{1-Y^2}$ ; enfin  $2\theta$  tend vers 0 lorsque  $X \rightarrow +\infty$ . En définitive, lorsque  $X$  croît de  $-\infty$  à  $+\infty$ ,  $\theta$  décroît de  $\pi$  à 0. La figure B-4 montre la trajectoire de  $z$  dans le plan complexe dans le cas  $0 < Y < 1$  (trait plein) et  $Y = 0$  (trait pointillé).

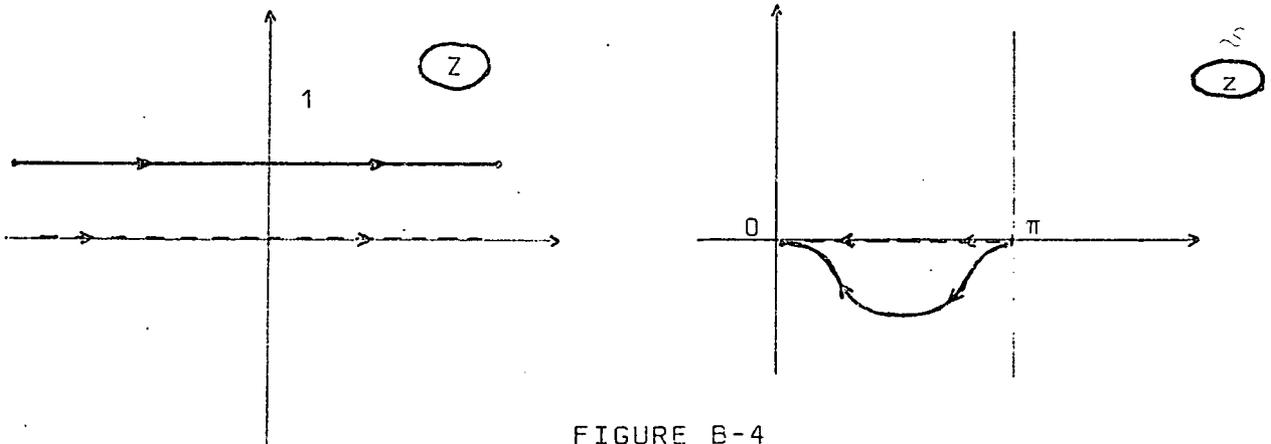


FIGURE B-4

Le choix de la détermination de  $z$  entre  $0$  et  $\pi$  entraîne d'après (B,14) que la partie réelle de  $1/\sin z$  est toujours positive. On a donc maintenant

$$\frac{1}{\sin z} = \sqrt[{\text{R}}]{1+z^2}, \quad (\text{B,18})$$

où  $\sqrt[{\text{R}}]{\quad}$  désigne la racine carrée dont la partie réelle est positive. Finalement, pour  $v > \frac{\Gamma_b - \Gamma_a}{4}$ , les vecteurs propres et les valeurs propres de  $H$  sont

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \cos \frac{z}{2} |a\rangle + i \sin \frac{z}{2} |b\rangle \\ |\beta\rangle &= i \sin \frac{z}{2} |a\rangle + \cos \frac{z}{2} |b\rangle \end{aligned} \quad (\text{B,19})$$

où  $\text{tg } z = \frac{2v}{E_a - E_b - i \frac{\Gamma_a - \Gamma_b}{2}}$ , avec  $0 < \text{Re } z < \pi$ ,  $\text{Im } z < 0$ .

$$E_{\alpha} - i\Gamma_{\alpha}/2 = \frac{E_a + E_b}{2} - i \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{2} \pm \sqrt{(E_a - E_b - i \frac{\Gamma_a - \Gamma_b}{2})^2 + v^2} \quad (\text{B,20})$$

$\beta \quad \beta$

Les caractéristiques de l'état  $|\alpha\rangle$  (resp.  $|\beta\rangle$ ) coïncident avec celles de  $|b\rangle$  (resp.  $|a\rangle$ ) pour  $E_a \ll E_b$ , et avec celles de  $|a\rangle$  (resp.  $|b\rangle$ ) pour  $E_a \gg E_b$ .

A P P E N D I C E C

POMPAGE OPTIQUE DE  $^{199}\text{Hg}$ ,  $^{201}\text{Hg}$ ,  $^{87}\text{Rb}$   
AVEC UNE INTENSITE LUMINEUSE FAIBLE

I - LES ISOTOPES IMPAIRS DU MERCURE

La figure C-1 montre la structure hyperfine de la raie 2537 Å du mercure. Les coïncidences entre certaines composantes permettent d'exciter sélectivement certaines composantes hyperfines des isotopes impairs  $^{199}\text{Hg}$  et  $^{201}\text{Hg}$  à l'aide de lampes remplies avec d'autres isotopes. Nous allons comparer l'efficacité de différentes lampes pour le pompage de  $^{199}\text{Hg}$  et  $^{201}\text{Hg}$  et pour la détection des différentes observables de l'état fondamental, dans la limite des intensités lumineuses faibles.

Le tableau I de la figure C-1 rappelle les termes sources pour les différentes observables, correspondant à un pompage d'intensité  $1/T_p$  sur la composante F. Les équations qui conduisent à ces résultats sont donnés dans le paragraphe B-2-c) du chapitre III.

Comme nous détectons les variations des observables de l'état fondamental par les variations de la lumière transmise par la cellule, nous aurons également besoin, pour calculer la grandeur des signaux observés, de l'expression de la lumière absorbée par la vapeur. Une telle étude a été faite très en détail dans les références (20)(24)(51). Dans nos notations, la lumière absorbée par unité de temps par la composante hyperfine F,  $L_A(F)$ , est égale à :

$$L_A(F) = \frac{1}{T_p} \cdot (2F+1) (-)^{1+F+I} \sum_{k,q} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ I & I & F \end{Bmatrix} \phi_q^{(k)} \sigma_q^{(k)*}$$

(Cette formule est tirée de la formule (V,44) de la référence (37)). Le tableau II de la figure C-1 donne, pour les isotopes  $^{199}\text{Hg}$  et  $^{201}\text{Hg}$ , la lumière absorbée sur différentes raies hyperfines, en supposant que l'intensité incidente est la même dans chaque cas. Dans le tableau, nous avons séparé les contributions de la population, de l'orientation et de l'alignement.

TABLEAU I : POMPAGE

<sup>199</sup>Hg

	population $\frac{d}{dt}\sigma_0^{(0)}$	orientation $\frac{d}{dt}\sigma_q^{(1)}$	alignement $\frac{d}{dt}\sigma_q^{(2)}$
F=1/2	/	$\frac{2}{9T_p} \phi_q^{(1)}$	/
F=3/2	/	$\frac{2}{9T_p} \phi_q^{(1)}$	/

<sup>201</sup>Hg

F=1/2	/	$\frac{5}{18T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_q^{(1)}$	$-\frac{1}{4T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_q^{(2)}$
F=3/2	/	$\frac{26}{45T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_q^{(1)}$	$\frac{8}{25T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_q^{(2)}$
F=5/2	/	$\frac{3}{10T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_q^{(1)}$	$\frac{27}{100T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_q^{(2)}$

TABLEAU II : DETECTION

$$L_A(F) = L_A(F, \text{pop.}) + L_A(F, \text{orient.}) + L_A(F, \text{align.})$$

<sup>199</sup>Hg

F=1/2	$\frac{1}{3T_p}$	$-\frac{2}{3T_p} \sum_q \phi_q^{(1)} \sigma_q^{(1)*}$	/
F=3/2	$\frac{2}{3T_p}$	$\frac{2}{3T_p} \sum_q \phi_q^{(1)} \sigma_q^{(1)*}$	/

<sup>201</sup>Hg

F=1/2	$\frac{1}{6T_p}$	$-\frac{5}{3T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \sum_q \phi_q^{(1)} \sigma_q^{(1)*}$	$\frac{5}{5T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_q \phi_q^{(2)} \sigma_q^{(2)*}$
F=3/2	$\frac{1}{3T_p}$	$-\frac{4}{3T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \sum_q \phi_q^{(1)} \sigma_q^{(1)*}$	$-\frac{8}{5T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_q \phi_q^{(2)} \sigma_q^{(2)*}$
F=5/2	$\frac{1}{2T_p}$	$\frac{9}{3T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \sum_q \phi_q^{(1)} \sigma_q^{(1)*}$	$\frac{3}{5T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_q \phi_q^{(2)} \sigma_q^{(2)*}$

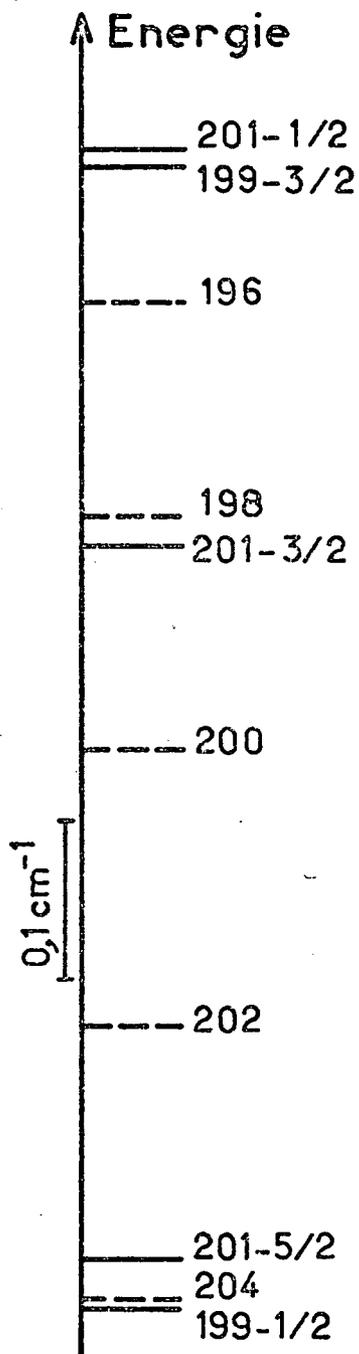


Fig.C-1

Structure hyperfine de la raie 2.537 Å du mercure

Pour effectuer des comparaisons entre différentes lampes, nous supposerons qu'elles émettent toutes la même puissance sur la raie  $2.538 \text{ \AA}$ . Si la raie a des composantes hyperfines (cas des isotopes impairs), nous prendrons leurs intensités relatives dans le rapport des poids statistiques des niveaux. Ainsi, les composantes  $F=1/2$  et  $F=3/2$  d'une lampe à  $^{199}\text{Hg}$  sont caractérisées par les intensités lumineuses  $1/3$  et  $2/3$  respectivement.

Nous envisageons successivement le pompage optique de  $^{199}\text{Hg}$  et  $^{201}\text{Hg}$ .

#### 1°) $^{199}\text{Hg}$

On peut utiliser une lampe remplie avec l'isotope  $^{199}\text{Hg}$  ou  $^{204}\text{Hg}$ . La lampe à  $^{199}\text{Hg}$  pompe pour  $1/3$  sur la composante  $F = 1/2$  et pour  $2/3$  sur la composante  $F = 3/2$ . Toute l'intensité de la lampe à  $^{204}\text{Hg}$  pompe sur la composante  $F = 1/2$ . D'après le tableau I, le pompage sur les composantes  $F = 1/2$  et  $F = 3/2$  se fait avec une efficacité égale, de sorte que les deux lampes introduisent autant d'orientation l'une que l'autre. Par contre, le tableau II indique que les signaux de détection de l'orientation sont de signes opposés sur les deux composantes hyperfines : les signaux correspondant aux deux composantes de la lampe à  $^{199}\text{Hg}$  se retranchent donc. Ce qui reste représente  $1/3$  du signal donné par une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ . En définitive, on a intérêt à utiliser une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ , puisqu'elle donne des signaux plus grands.

#### 2°) $^{201}\text{Hg}$

La lampe peut être remplie avec les isotopes suivants :  $^{201}\text{Hg}$ ,  $^{199}\text{Hg}$ ,  $^{198}\text{Hg}$  et  $^{204}\text{Hg}$ . D'après le tableau I, la composante  $F = 3/2$  est celle qui pompe le plus efficacement, aussi bien pour l'orientation que pour l'alignement. On a donc intérêt à utiliser une lampe à  $^{198}\text{Hg}$  qui excite uniquement cette composante. Les signaux qu'on observera dépendent également des facteurs de détection. Le tableau II montre que la lampe à  $^{198}\text{Hg}$  est la meilleure pour la détection de l'alignement. Par contre, pour l'orientation, une lampe à  $^{204}\text{Hg}$ , excitant la composante  $F = 5/2$ , serait meilleure. En considérant le produit des facteurs de pompage et de détection, on cons-

tate qu'on a effectivement intérêt à prendre la lampe à  $^{204}\text{Hg}$  pour des expériences en orientation.

Il faut toutefois remarquer que les raies d'émission des lampes à  $^{204}\text{Hg}$  et  $^{198}\text{Hg}$  coïncident assez mal avec les composantes hyperfines de  $^{201}\text{Hg}$ . Ceci entraîne en particulier qu'une excitation optique par ces lampes déplace les niveaux d'énergie atomiques (voir chapitres V et VI). Ce fait est très gênant pour des expériences de pompage en champ nul de sorte que nous avons utilisé des lampes "bien résonnantes" : une lampe à  $^{201}\text{Hg}$ , qui pompe sur les 3 composantes hyperfines (\*), et une lampe à  $^{199}\text{Hg}$ , filtrée par un filtre à  $^{204}\text{Hg}$ , qui pompe uniquement la composante  $F = 1/2$ . Nous avons reproduit ci-dessous les termes sources qui correspondent à ces deux lampes.

TABLEAU III

	population	orientation : $\frac{d}{dt} \sigma_q^{(1)}$	alignement : $\frac{d}{dt} \sigma_q^{(2)}$
Lampe $^{199}\text{Hg}$ + filtre $^{204}\text{Hg}$	/	$\frac{10}{54T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_q^{(1)}$	$-\frac{1}{6T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_q^{(2)}$
Lampe $^{201}\text{Hg}$	/	$\frac{7}{18T_p} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_q^{(1)}$	$\frac{1}{5T_p} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_q^{(2)}$

Pour établir le tableau III, nous avons tenu compte du fait que l'intensité de la composante  $F = 3/2$  de la lampe à  $^{199}\text{Hg}$  n'est que les  $2/3$  de l'intensité totale et que la lampe à  $^{201}\text{Hg}$  pompe sur les 3 composantes  $F = 1/2$ ,  $F = 3/2$  et  $F = 5/2$  avec les poids relatifs  $1/6$ ,  $1/3$  et  $1/2$ .

(\*) Une composante hyperfine de la lampe  $^{201}\text{Hg}$  est, bien sûr, non résonnante pour les autres raies hyperfines des atomes de  $^{201}\text{Hg}$  étudiés. Des déplacements de niveaux sont donc à craindre. En fait, les écarts entre les composantes hyperfines sont assez grands pour que cet effet soit négligeable pour des intensités de pompage faibles.

On constate que les deux lampes ont une efficacité comparable pour l'introduction d'alignement. Par contre, la lampe à  $^{201}\text{Hg}$  est meilleure d'un facteur 2 pour l'orientation. Le faisceau doit alors être polarisé circulairement et supposons qu'il se propage dans la direction Oz. On a  $\phi_0^{(1)} = 1/\sqrt{2}$ ,  $\phi_0^{(2)} = 1/\sqrt{6}$ . Le pompage optique introduit à la fois de l'orientation et de l'alignement. Du fait des collisions des atomes sur les parois de la cellule, l'alignement est détruit deux fois plus rapidement que l'orientation, de sorte qu'à l'équilibre,  $\sigma_0^{(1)}$  et  $\sigma_0^{(2)}$  sont dans le rapport des nombres  $(\frac{7}{8\sqrt{10}}) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{7}{8\sqrt{20}}$  et  $(\frac{1}{2})(\frac{1}{5\sqrt{6}}) \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{60}$ . Nous avons cherché un moyen de détecter uniquement l'orientation, afin de ne pas être gêné par les signaux en alignement. D'après le tableau II de la figure C-1, on a évidemment intérêt à détecter par la composante  $F = 5/2$ . Cela est possible en ne recueillant que cette composante hyperfine dans la lumière transmise par la cellule C. Pour ce faire, la lumière transmise traverse une seconde cellule C' (fig. C-2), remplie

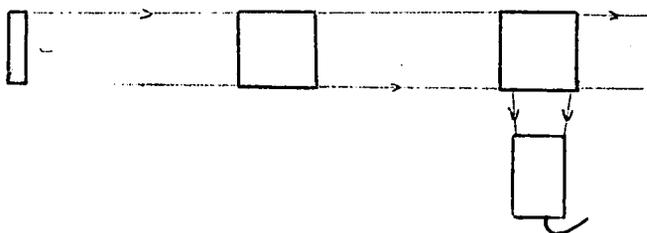


FIGURE C-2

de  $^{204}\text{Hg}$  qui n'absorbe que la composante  $F = 5/2$ . On mesure alors la lumière réémise par C'. D'après le tableau II, sur la composante  $F = 5/2$ , les signaux de détection de l'orientation et de l'alignement sont respectivement  $\frac{9}{3} \frac{1}{\sqrt{10}} \phi_0^{(1)} \sigma_0^{(1)*}$  et  $\frac{3}{5} \frac{1}{\sqrt{6}} \phi_0^{(2)} \sigma_0^{(2)*}$ .

Avec  $\phi_0^{(1)} = 1/\sqrt{2}$ ,  $\phi_0^{(2)} = 1/\sqrt{6}$ ,  $\sigma_0^{(1)} \propto \frac{7}{18} \frac{1}{\sqrt{20}}$  et  $\sigma_0^{(2)} \propto \frac{1}{60}$ , on

trouve des signaux respectivement proportionnels à  $7/2$  et  $1/10$ . Le signal d'orientation est donc 35 fois plus important que celui d'alignement. Expérimentalement, on n'observe en fait que le premier.

II - POMPAGE EN LUMIERE FAIBLE DE  $^{87}\text{Rb}$  DANS UNE CELLULE ENDUITE DE PARAFFINE DEUTEREE

---

1°) Les équations de la relaxation

Sur la paroi de la cellule, les atomes de  $^{87}\text{Rb}$  sont soumis à des champs magnétiques aléatoires qui désorientent son spin. M.A. BOUCHIAT a montré que dans ce cas, on peut distinguer 2 observables qui relaxent avec des constantes de temps différentes  $T_e$  et  $T_n$  (23). Pour  $^{87}\text{Rb}$ , ces observables sont respectivement  $\langle \vec{S} \rangle - \frac{1}{7} \langle \vec{I} \rangle$  et  $\langle \vec{I} \rangle$ . ( $\langle \vec{S} \rangle$  : orientation électronique;  $\langle \vec{I} \rangle$  : orientation nucléaire). En exprimant  $\langle \vec{S} \rangle$  et  $\langle \vec{I} \rangle$  en fonction des orientations  $\langle \vec{F} \rangle$  et  $\langle \vec{F}' \rangle$  des deux niveaux hyperfins  $F = 2$  et  $F' = 1$  ( $\langle \vec{F} \rangle = 5/2 \langle \vec{S} \rangle + 1/2 \langle \vec{I} \rangle$ ;  $\langle \vec{F}' \rangle = -3/2 \langle \vec{S} \rangle + 1/2 \langle \vec{I} \rangle$ ) on obtient les équations d'évolution suivantes :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{F} \rangle = -\frac{1}{14} \left( \frac{5}{T_e} + \frac{9}{T_n} \right) \langle \vec{F} \rangle + \frac{15}{14} \left( \frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_n} \right) \langle \vec{F}' \rangle$$

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{F}' \rangle = -\frac{3}{14} \left( \frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_n} \right) \langle \vec{F} \rangle - \frac{1}{14} \left( \frac{9}{T_e} + \frac{5}{T_n} \right) \langle \vec{F}' \rangle$$

Des valeurs typiques de  $1/T_e$  et  $1/T_n$  pour des parois recouvertes d'enduit de paraffine deutérée sont également données dans la référence (23) :

$$\frac{1}{T_e} = 2,9 \text{ s}^{-1} ; \quad \frac{1}{T_n} = 0,92 \text{ s}^{-1}$$

En gardant  $1/T_e$  en facteur et en remplaçant le rapport  $T_e/T_n$  par sa valeur ( $T_e/T_n = 0,92/2,9 = 0,32$ ), on obtient le système suivant

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle \vec{F} \rangle \\ \langle \vec{F}' \rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{T_e} \begin{bmatrix} -0,565 & 0,73 \\ 0,146 & -0,76 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \vec{F} \rangle \\ \langle \vec{F}' \rangle \end{bmatrix}$$

### 2°) Orientations obtenues par pompage optique

Supposons qu'on pompe optiquement la vapeur par un faisceau de faible intensité se propageant dans la direction Oz. D'après le chapitre III, l'équation d'évolution de  $\langle F_z \rangle$  en champ nul s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle F_z \rangle \\ \langle F'_z \rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{T_e} \begin{bmatrix} -0,565 & 0,73 \\ 0,146 & -0,76 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle F_z \rangle \\ \langle F'_z \rangle \end{bmatrix} + \frac{1}{T_p} \begin{bmatrix} \frac{35}{48} \\ \frac{1}{48} \end{bmatrix}$$

L'orientation obtenue en régime permanent dans les 2 niveaux hyperfins est donnée par la solution stationnaire de ces équations. On trouve sans difficulté :

$$\langle F_z \rangle = 1,8 \frac{T_e}{T_p} ; \quad \langle F'_z \rangle = 0,37 \frac{T_e}{T_p}$$

Ainsi, bien que le pompage optique introduise de l'orientation presque uniquement dans le niveau  $F = 3/2$ , la relaxation la répartit entre les deux niveaux hyperfins et il ne subsiste qu'un déséquilibre d'un facteur 4,8.

### 3°) Calcul des signaux d'effet Hanle en pompage faible

Le faisceau de pompage est maintenant dirigé dans la direction Ox. On balaie le champ  $H_0$  dans la direction Oz et on cherche comment varient les orientations transversales stationnaires  $\langle F_+ \rangle$  et  $\langle F'_+ \rangle$  ( $\langle F_+ \rangle = \langle F_x \rangle + i \langle F_y \rangle$ ). Les fréquences de Larmor des deux niveaux hyperfins sont  $\omega_0$  et  $-\omega_0$ . Les équations d'évolution de  $\langle F_+ \rangle$  et  $\langle F'_+ \rangle$  sont les suivantes :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle F_+ \rangle \\ \langle F'_+ \rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{T_e} \begin{bmatrix} -0,565 + i\omega_0 T_e & 0,73 \\ 0,146 & -0,76 - i\omega_0 T_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle F_+ \rangle \\ \langle F'_+ \rangle \end{bmatrix} + \frac{1}{T_p} \begin{bmatrix} \frac{35}{48} \\ \frac{1}{48} \end{bmatrix}$$

La solution stationnaire de ce système d'équation est :

$$\begin{vmatrix} \langle F_+ \rangle \\ \langle F'_+ \rangle \end{vmatrix} = \frac{35}{48} \frac{T_p}{T_e} \frac{1}{(0,47+i\omega_0 T_e)(0,67-i\omega_0 T_e)} \begin{vmatrix} 0,78-i\omega_0 T_e \\ 0,16+0,02i\omega_0 T_e \end{vmatrix}$$

Expérimentalement, on mesure l'orientation électronique transversale  $\langle S_+ \rangle \propto \langle F_+ \rangle - \langle F'_+ \rangle$ . On trouve

$$\langle F_+ \rangle - \langle F'_+ \rangle = 0,75 \frac{T_p}{T_e} \frac{0,61 - i\omega_0 T_e}{(0,47+i\omega_0 T_e)(0,67-i\omega_0 T_e)}$$

On peut décomposer cette expression en une somme de deux termes

$$\langle F_+ \rangle - \langle F'_+ \rangle = 1,5 \frac{T_p}{T_e} \frac{0,47}{0,47+i\omega_0 T_e} - 0,07 \frac{T_p}{T_e} \frac{0,67}{0,67-i\omega_0 T_e}$$

Le premier de ces deux termes est beaucoup plus important que le second (environ 20 fois plus). On peut l'identifier comme la contribution du niveau  $F=2$ , légèrement modifiée par la présence de l'autre niveau  $F=1$  (remplacement du taux de relaxation  $\frac{0,565}{T_e}$  par  $\frac{0,47}{T_e}$ ). Il paraît donc assez légitime dans le calcul de l'effet Hanle de ne considérer que le premier terme et de négliger la contribution du niveau  $F=1$ .

## A P P E N D I C E D

### LE POLARISEUR TOURNANT

Les dispositifs permettant de faire tourner une lame  $\lambda/4$  ou un polariseur ont été mis au point et réalisés par J. C. GUILLAUME et P. CASSOU, à partir d'une idée de J.P. FAROUX.

Le polariseur est fixé sur un rotor dont la partie centrale a été évidée pour laisser passer le faisceau lumineux. Le diamètre du faisceau peut varier de 5 à 10 cm, suivant les modèles. Le rotor repose sur un pallier à air comprimé qui supprime pratiquement tout frottement. Il est entraîné par un moteur ou, plus couramment, par une turbine à air comprimé. Plusieurs modèles différents ont été réalisés. Nous décrivons ici celui que nous avons utilisé dans les expériences sur  $^{87}\text{Rb}$  et  $^3\text{He}$ .

Comme l'appareil est situé au voisinage immédiat de la cellule, il est nécessaire qu'il soit totalement amagnétique. C'est pourquoi il est réalisé entièrement en plexiglass (Altuglass). La figure D-1 en montre une coupe. Il s'agit en fait d'un schéma simplifié : en particulier, nous avons représenté certains assemblages de pièces comme des pièces uniques. Le pallier à air comprimé a une section triangulaire pour éviter des instabilités latérales du rotor. L'air est injecté à une pression de l'ordre de 0,2 atmosphère sur les deux faces du triangle par des trous répartis sur tout le pourtour. La rotation est assurée par deux jets d'air issus de trous très fins inclinés. Ces jets frappent des encoches fraisées sur la tranche interne du rotor. On règle la fréquence de rotation par la pression de l'air d'entraînement. Pour une pression de 0,5 atmosphère, on atteint une vitesse de rotation voisine de 5000 tours/mn. Si on prend la précaution de bien stabiliser les pressions de l'air comprimé par des détendeurs et des régulateurs adéquats, la stabilité de la fréquence est très bonne (meilleure que 1 Hz sur une journée). Pour éviter que les vibrations soient transmises au montage, le dispositif est suspendu par des rubans de caoutchouc.

La détection en phase des signaux observés nécessite un signal de référence synchronisé sur la rotation du polariseur ou de la lame quart d'onde. Pour cela, on a peint sur la circonférence du rotor des zones alternativement blanches et noires. Ces zones sont éclairées par l'intermédiaire d'un conducteur de lumière souple dont une autre partie recueille la lumière diffusée. Cette dernière est conduite sur une diode photoélectrique, dont la sortie est reliée par un condensateur à un amplificateur fonctionnant en saturation. La partie modulée du signal de la diode photoélectrique est ainsi transformée en signaux carrés de même fréquence. La lampe la diode et l'amplificateur sont situés à l'extérieur du blindage magnétique, de sorte que l'ensemble du dispositif n'introduit pas de champ magnétique parasite.

air comprimé pour la  
suspension

air comprimé pour  
l'entraînement

rotor

échelle 1

guide de  
lumière

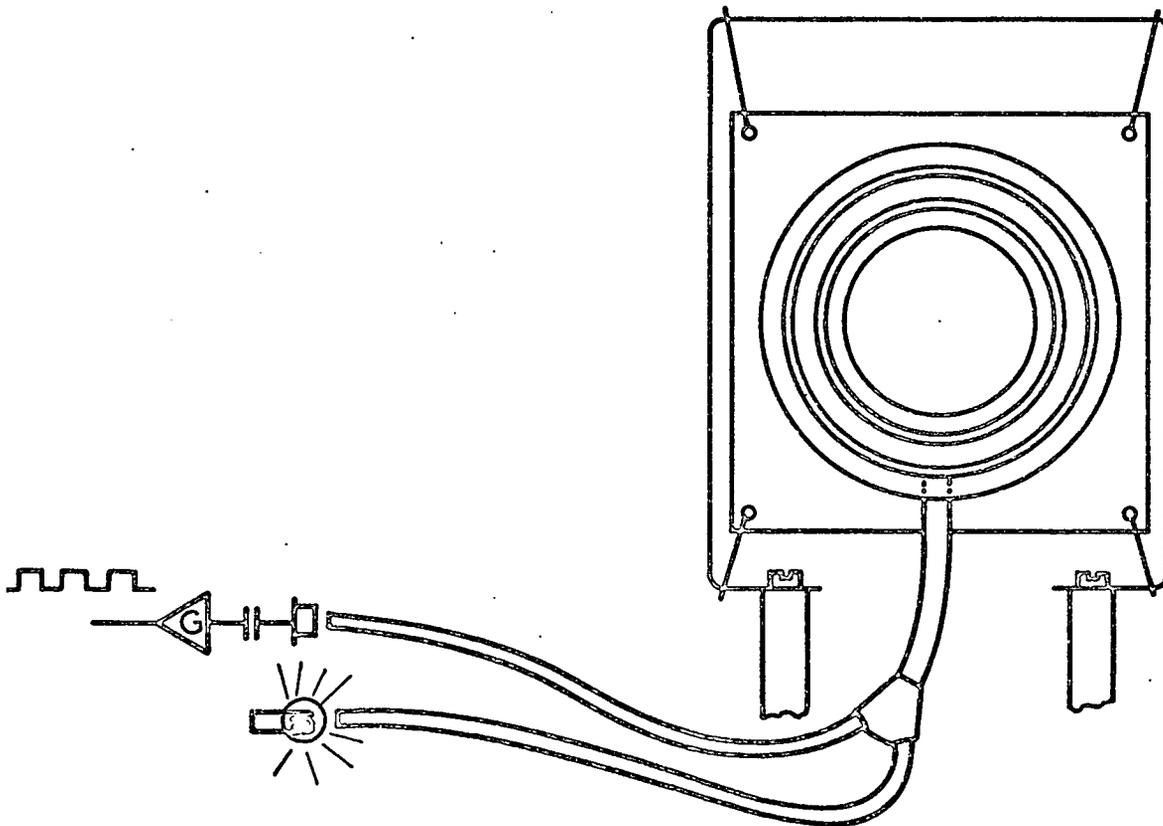


FIGURE D-1