



HAL
open science

Oscillation de cavités par mélange à deux et quatre ondes en régime continu

Didier Grandclement

► **To cite this version:**

Didier Grandclement. Oscillation de cavités par mélange à deux et quatre ondes en régime continu. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1987. Français. NNT: . tel-00011859

HAL Id: tel-00011859

<https://theses.hal.science/tel-00011859>

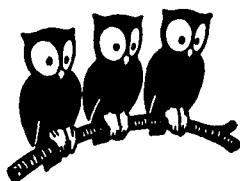
Submitted on 9 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS

**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE
SUPÉRIEURE**



THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité : OPTIQUE ET PHOTONIQUE

présentée

par Didier GRAND-CLÉMENT

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

**OSCILLATION DE CAVITES PAR MELANGE A DEUX
ET QUATRE ONDES EN REGIME CONTINU**

soutenue le 29 Septembre 1987

devant le jury composé de :

Monsieur B. CAGNAC

Monsieur A. ASPECT

Monsieur C.J. BORDÉ

Monsieur G. GRYNBERG

Monsieur C. IMBERT

Monsieur M. PINARD

THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

**Spécialité :
OPTIQUE ET PHOTONIQUE**

présentée

par Didier GRAND-CLEMENT

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

**OSCILLATION DE CAVITES PAR MELANGE A DEUX
ET QUATRE ONDES EN REGIME CONTINU**

soutenue le 29 Septembre 1987

devant le jury composé de :

**Monsieur B. CAGNAC, Président
Monsieur A. ASPECT
Monsieur C.J. BORDÉ
Monsieur G. GRYNBERG
Monsieur C. IMBERT
Monsieur M. PINARD**

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure, au cours des années 1985 - 1987. Je remercie Monsieur le Directeur Jacques Dupont-Roc de m'y avoir accueilli.

Je tiens à remercier vivement Monsieur le Professeur Bernard Cagnac qui m'a permis de travailler dans son équipe de la Halle aux Vins. Malgré ses nombreuses obligations, il m'a de plus fait l'honneur de présider ce jury ; merci encore.

Je voudrais ici exprimer toute ma reconnaissance à Gilbert Grynberg. Avec gentillesse et compétence, il a su me guider à chaque étape de ce travail ; qu'il en soit remercié.

J'ai eu le plaisir de travailler avec Michel Pinard. Son expérience, ses conseils et sa bonne humeur quotidienne m'ont beaucoup aidés ; je le remercie.

Je voudrais aussi remercier Messieurs A. Aspect, C.J. Bordé et C. Imbert pour l'intérêt et le temps qu'ils m'ont accordés en acceptant de participer à ce jury.

Je remercie également tous les autres chercheurs du laboratoire pour l'aide qu'ils ont su m'apporter à un moment ou à un autre. Je remercie plus particulièrement Philippe Verkerk, avec lequel j'ai eu le plaisir de collaborer, pour toutes les discussions fructueuses que nous avons eues ; mais aussi Dominique Delande, François Biraben pour l'aide matérielle qu'ils m'ont apportée.

Je n'oublie pas le personnel technique du laboratoire, Francis Tréhin, Dominique Regazzi, Bernard Clergeaud, Ali Maizia, Jean Quilbeuf, Marc Thommé, Guy Flory, que je remercie pour leur disponibilité et leur célérité.

Madame Claude Renou s'est occupée de la frappe de ce mémoire. Sa rapidité, sa compétence et son efficacité ont permis à ce manuscrit de voir le jour dans les délais prévus. Je lui exprime ici toute ma gratitude.

INTRODUCTION

Introduction Générale

Ce mémoire présente les résultats théoriques et expérimentaux que nous avons obtenus lors de l'étude d'oscillations de cavités utilisant un milieu conjugant la phase (vapeur de sodium) comme milieu amplificateur.

Pour situer l'intérêt suscité actuellement par la conjugaison de phase, notons qu'Optics Index recense plus de 250 articles parus sur ce sujet en quatre ans, soit plus d'un par semaine ! Cet intérêt est stimulé tant par les possibilités que la conjugaison de phase et le mélange à quatre ondes ouvrent en recherche fondamentale (spectroscopie non linéaire : Ducloy, Bloch [1] ; Verkerk [2]...) que par l'éventail de ses applications techniques. Ainsi la possibilité de créer une onde d'amplitude conjuguée de l'onde incidente a suscité de nombreuses propositions d'applications : dans l'imagerie (Pepper [3] ; White [4]) ; dans les télécommunications optiques (Yariv [5]) ; dans la fusion thermonucléaire contrôlée (Dolyopolov [6], Basov [7]) ; dans la photolithographie (Levenson [8]) ; ou encore en interférométrie (Hoph [9]) et en gyrométrie optique (Diels [10], Bordé [11]) ...

Parmi ces applications, l'oscillation de cavités fermées par un miroir à conjugaison de phase (Hellwarth et Feinberg [12]) avait retenu l'attention dans notre laboratoire où des expériences ont été réalisées avec la vapeur de sodium (Kleinmann [13], Le Bihan [14]). Ces expériences, réalisées en régime impulsif, avaient permis l'observation de l'oscillation de cavités par mélange à 2

ou 4 ondes (Le Bihan [14]). Cependant les inconvénients intrinsèques au caractère transitoire des ondes pompes (fluctuations d'intensité, automodulation de phase...) rendaient très délicate l'interprétation des résultats expérimentaux. C'est pourquoi le passage à un régime d'ondes pompes continu était indispensable pour étudier quantitativement les propriétés des oscillateurs utilisant un milieu conjugant la phase comme milieu amplificateur. La petitesse des coefficients de réflexion par conjugaison de phase R_c que l'on savait obtenir en régime continu dans le sodium semblait être un obstacle à une telle étude. Nous montrerons en fait qu'il n'en est rien.

Après avoir dans la partie A rappelé certains résultats nécessaires à la compréhension de ce mémoire, nous développons dans la partie BI un modèle théorique de l'oscillateur constitué par un milieu conjugant la phase enfermé dans une cavité linéaire ou en anneau. On y montre en particulier que l'oscillation d'une onde stationnaire de phase adéquate peut être obtenue pour une très faible valeur du coefficient R_c . Ce modèle prédit aussi d'autres propriétés intéressantes de l'oscillation (bistabilité, blocage de phase, saturation du gain par déplétion des pompes...). Ces points sont effectivement observés dans l'étude expérimentale qui est détaillée dans la partie BII.

Un des points marquants de cette étude est que les résultats obtenus différaient notablement de ceux obtenus lors d'expériences semblables dans les milieux photoréfractifs tels que le BSO. Une oscillation par mélange à 4 ondes avec les cristaux de BSO est en effet généralement obtenue en régime de "dérive" de fréquence. De

plus, contrairement à ce que nous avons observé dans le sodium, l'oscillation subsiste lorsque le cristal n'interagit qu'avec une seule onde pompe progressive. Quelle pouvait être la raison de ces différences ? Loin de résonance, le mélange à 4 ondes dans les vapeurs est un processus où l'excitation du niveau excité n'est que virtuelle. Dans les photoréfractifs par contre on crée réellement des porteurs qui se déplacent. Le moyen de mimer ce comportement est de rajouter un gaz tampon qui, par les collisions qu'il induit sur les atomes de sodium, permet de porter réellement des atomes dans le niveau excité. Le réseau lumineux créé par 2 ondes laser induira donc ainsi un réseau réel d'atomes excités et un processus de gain semblable à celui des photoréfractifs est alors possible. Les résultats expérimentaux obtenus selon ce schéma sont présentés dans la partie C.

Enfin, dans la partie D, nous étudions les propriétés d'un oscillateur pour lequel le milieu amplificateur est constitué d'une cellule contenant du sodium et un gaz tampon et où les deux ondes pompes ont même fréquence mais des intensités différentes. On montre alors que la combinaison des effets étudiés dans les parties B et C conduit à un nouveau régime d'oscillation où les ondes se contrepropageant ont des fréquences différentes. Nous montrons l'intérêt d'un tel système pour la gyrométrie.

Nous avons dans ce manuscrit utilisé des articles parus ou à paraître. Ils sont alors précédés d'une introduction permettant la connection avec les autres paragraphes. Enfin, les références sont rassemblées à la fin du travail.

Table des Matières

Ø Introduction Générale	Ø1
A Introduction au mélange à 4 ondes	
Introduction	A1
I - Propriétés de la conjugaison de phase	A2
1 - Miroir à conjugaison de phase	A2
2 - Correction des aberrations par conjugaison de phase	A3
3 - Comment générer une onde conjuguée	A5
4 - Rappel d'optique non linéaire	A6
II - Oscillateurs à conjugaison de phase	A12
1 - Cavité fermée par un MCP	A13
2 - Cavité contenant un miroir conjugant la phase	A14
III - Les expériences antérieures dans les vapeurs	A14
IV - Les expériences dans les milieux condensés	A15
B Oscillation induite par mélange à 4 ondes en régime continu	
I - Etude théorique du régime stationnaire	B1
1 - Description du modèle	B2
2 - Le mécanisme de saturation	B3
3 - Etude du régime de saturation d� à la déplétion des pompes	B5
APPENDICE A - La condition de seuil dans le cas non dégénéré	B20
I Cas de la cavité linéaire	B20
II Cas de la cavité en anneau	B25
APPENDICE B - Cas de la saturation atomique	B28
Comparaison avec l'oscillateur paramétrique	B30
II - Etude expérimentale dans la vapeur de sodium	B32
Introduction	B32
1 - Conjugaison de phase dans le sodium à basse température	B35
2 - observation de l'oscillation par mélange à 4 ondes	B37
3 - Phénomène de déplétion des pompes	B39
4 - La bistabilité optique	B40
5 - Le blocage de phase	B41
6 - Le bruit dépendant de la phase	B42
7 - Oscillation non dégénérée avec des pompes de même fréquence.	B46
8 - Oscillation par mélange à 4 ondes dans une cavité en anneau	B47
APPENDICE - Détection - Etude du bruit	B50
APPENDICE - Structure spatiale des modes	B53

C Oscillation induite par mélange à 2 ondes en régime continu

I - Introduction à la partie C	
1 - Introduction	C1
2 - Application	C1
3 - Expériences dans les solides photoréfractifs	C2
4 - Principe des expériences dans les vapeurs	C3
II - Etudes expérimentales	C5

D Mélange à 4 ondes non dégénéré

I - Introduction	D1
II - Gyrolasers et gyrolasers à conjugaison de phase	D1
1 - Effet Sagnac	D1
2 - Gyroscope à fibre optique	D2
3 - Gyroscope laser	D3
4 - Gyrolaser à conjugaison de phase	D4
III - Expérience sur le mélange à 4 ondes non dégénéré	D5
1 - Montage expérimental	D5
2 - Résultats expérimentaux	D6
3 - Conclusion	

E Conclusion générale	E1
-----------------------	----

F Références	F1
--------------	----

A - INTRODUCTION AU MELANGE A QUATRE ONDES

A - INTRODUCTION

La partie A de ce mémoire constitue une introduction générale à la conjugaison de phase | 1|. Ce phénomène a été beaucoup étudié ces dernières années, en particulier à cause de l'importance des applications potentielles. Aussi présenterons-nous la conjugaison de phase à travers l'une de ces applications. Celle-ci nous permettra de comprendre la particularité d'un miroir à conjugaison de phase, et de présenter les paramètres caractéristiques de ce type de milieu, ses coefficients de réflexion R_c et de transmission T_c | 2|. Nous présenterons ensuite les modèles physiques qui permettent d'expliquer la génération d'une onde conjuguée. Ces modèles se placent dans le cadre de l'optique non-linéaire | 3|. Nous rappellerons les équations qui sont à la base de cette théorie | 3|, puis nous dégagerons les termes qui sont responsables de l'émission d'une onde conjuguée. La résolution de ces équations dans un cas simple donnera un ordre de grandeur des paramètres R_c et T_c . On expliquera pourquoi il paraît aisé d'obtenir une oscillation avec un milieu conjugant la phase (MCP). La troisième partie de cette introduction est consacrée à un rappel sur les divers types de cavité que l'on peut construire avec ou autour de ce milieu non-linéaire.

Parmi les multiples configurations géométriques possibles, celle l'utilisant comme simple milieu amplificateur dans une cavité réelle avait été très peu étudiée ; c'est ce type d'oscillateur qui fait l'objet de ce travail.

Ce travail est la suite de nombreux autres travaux effectués dans ce laboratoire et ailleurs. La dernière partie de cette introduction est un rappel sur les résultats expérimentaux antécédents. Nous nous sommes d'abord attachés à ceux utilisant le même matériau non-linéaire que nos expériences : la vapeur de sodium. Nous décrivons les expériences qui ont été effectuées en régime d'excitation pulsé dans notre laboratoire [4], et celle effectuée en régime continu mais dans une autre configuration géométrique au Laboratoire de Physique des Lasers à Villetaneuse [5]. Il est intéressant, ensuite, de rappeler les résultats obtenus dans les solides, notamment au L.C.R. [6]. Certaines expériences similaires aux nôtres y ont été effectuées. Les résultats que nous avons obtenus ont été fort différents des leurs. Cette différence entre vapeur et solides sera expliquée dans une partie ultérieure de cette thèse, et permettra de mieux distinguer le rôle des processus d'excitation réelle et virtuelle dans le mélange à 4 ondes.

A.I - Propriétés de la conjugaison de phase

Dans ce chapitre, on rappelle, à travers quelques exemples, les principales propriétés de la conjugaison de phase.

A.I.1 - Miroir à conjugaison de phase

Si l'on illumine un miroir à conjugaison de phase (Fig. 1) par une onde électromagnétique

$$E(r,t) = \text{Re} (E(r) e^{-i\omega t})$$

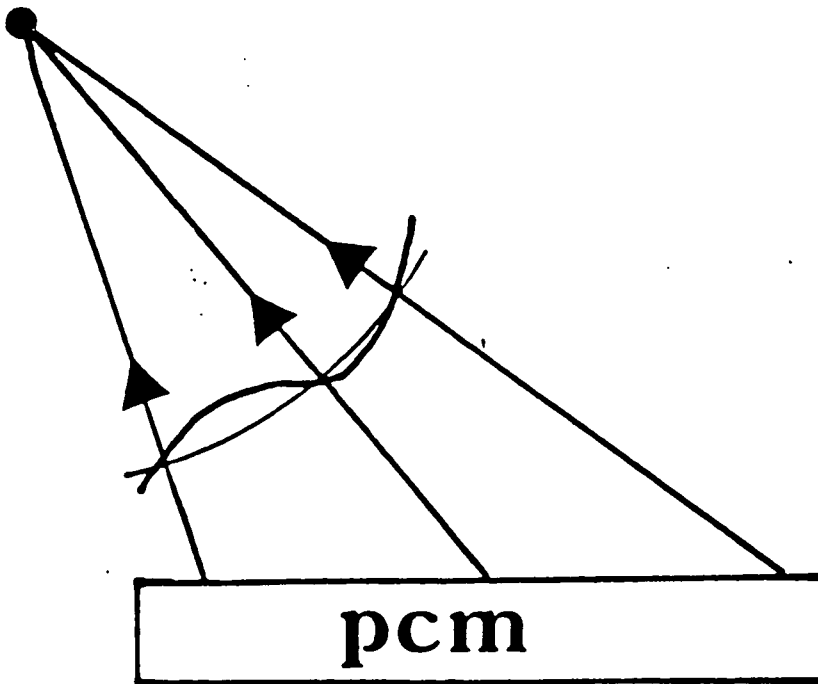
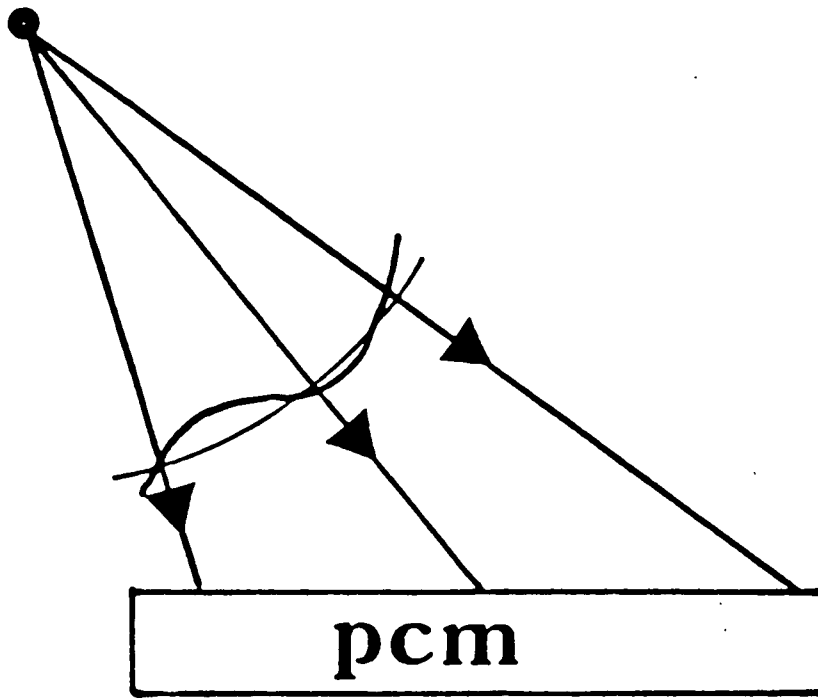


Figure 1

On constate dans le plan r_M du miroir la génération d'une onde :

$$E_{CP}(r_M, t) = \text{Re} (r_c E^*(r_M) e^{-i\omega t})$$

L'amplitude de cette onde est proportionnelle au complexe conjugué de celle de l'onde incidente. r_c est un nombre complexe dont le module n'est pas nécessairement inférieur à 1.

Un tel système peut être utilisé pour la correction des aberrations, les télécommunications par fibre optique... Ces applications ayant été développées, notamment dans la thèse de B. Kleinmann [4], nous n'étudierons que l'une d'entre elles, la rectification des fronts d'ondes.

A.I.2 - Correction des aberrations par conjugaison de phase

En se propageant, la surface d'onde d'une onde électromagnétique se déforme à cause des inhomogénéités spatiales d'indice dans le milieu. Ce phénomène est important lors de la propagation dans l'atmosphère ou dans un élément optique imparfait. Prenons l'exemple de l'élément amplificateur d'un oscillateur laser. Un miroir à conjugaison de phase permet d'en compenser les défauts d'indice.

Ainsi un montage comme celui de la Fig. 2 a permis de réduire les aberrations du faisceau de sortie, même en présence d'éléments aberrants dans la cavité [7]. Pour le comprendre, prenons la surface d'onde plane parfaite : $E = \text{Re} (A e^{i(kz - \omega t)})$ qu'on souhaiterait voir sortir théoriquement d'un tel résonateur, et faisons la évoluer

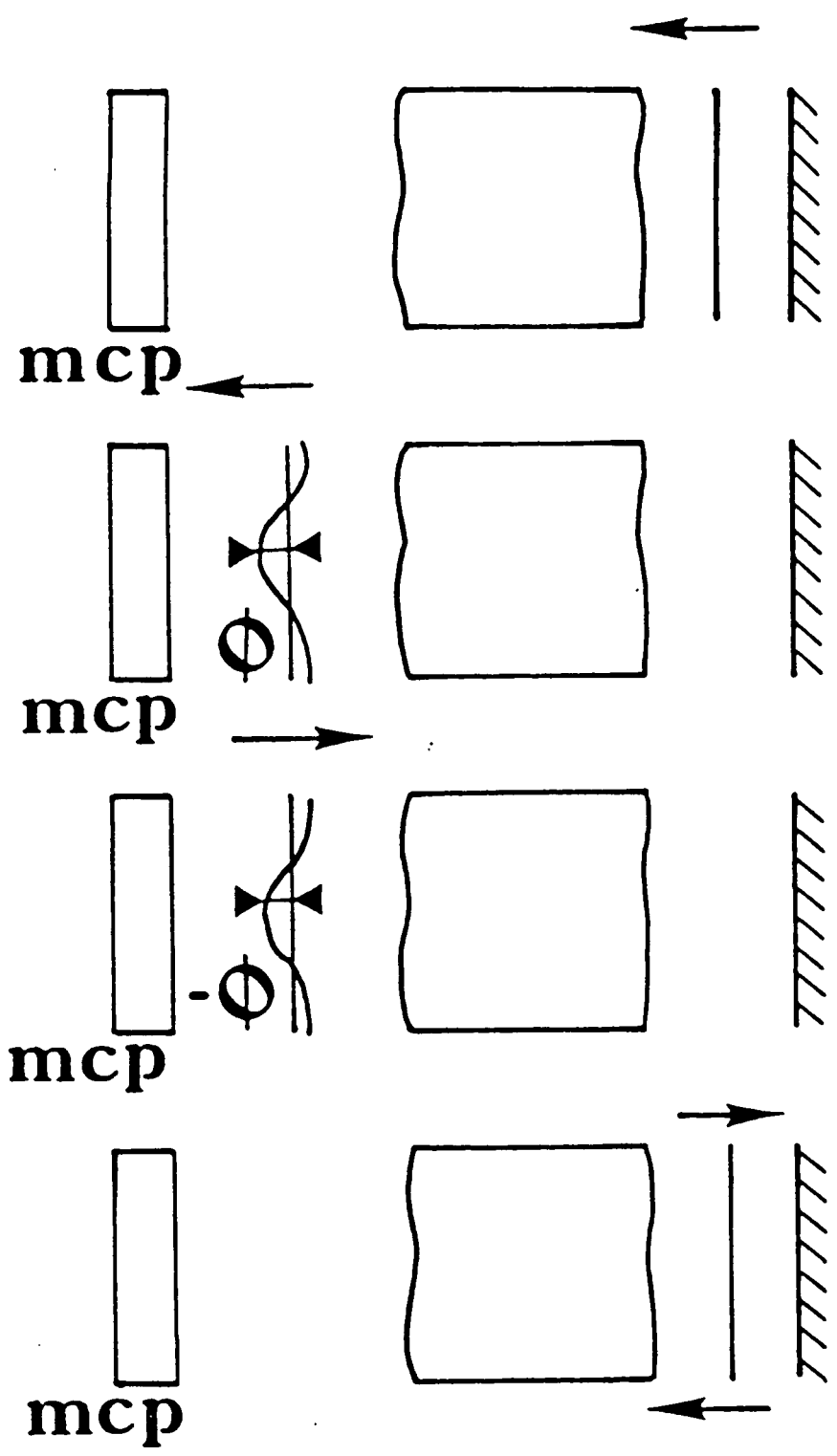


Figure 2

à travers le système. Après traversée du milieu aberrant, la surface d'onde s'est déformée. On peut décrire cette déformation par une phase $\phi(x,y)$ en chaque point d'un plan $z = \text{Cste}$. $\phi(x,y)$ rend compte d'un retard ou d'une avance par rapport à la surface de référence. Le champ s'écrit alors

$$E = \text{Re} (g A e^{ikz} e^{i\phi(x,y)} e^{-i\omega t})$$

La réflexion sur le miroir à conjugaison de phase génère une onde

$$E = \text{Re} (g^* r_c A^* e^{-ikz} e^{-i\phi(x,y)} e^{-i\omega t})$$

Par retraversée du milieu, un nouveau déphasage $\phi(x,y)$ apparaîtra qui compensera le précédent. Si le miroir M_1 ne déforme pas la surface, après un aller-retour, l'onde s'est transformée :

$$E = \text{Re} (\sqrt{R} r_c |g|^2 A e^{-i\omega t} e^{ikz})$$

Au facteur global d'échelle près correspondant au gain et aux pertes, on a donc de nouveau une onde plane. Celle-ci est une solution stable d'un tel oscillateur en dépit de la présence d'un milieu aberrant. Quand au lieu du miroir conjuguant la phase on a un miroir normal, on double les aberrations à chaque aller-retour. L'onde sortant d'un tel résonateur comporte donc un terme de phase $\phi'(x,y)$ s'écartant de l'onde plane de référence et lié intrinséquement à la présence du milieu aberrant.

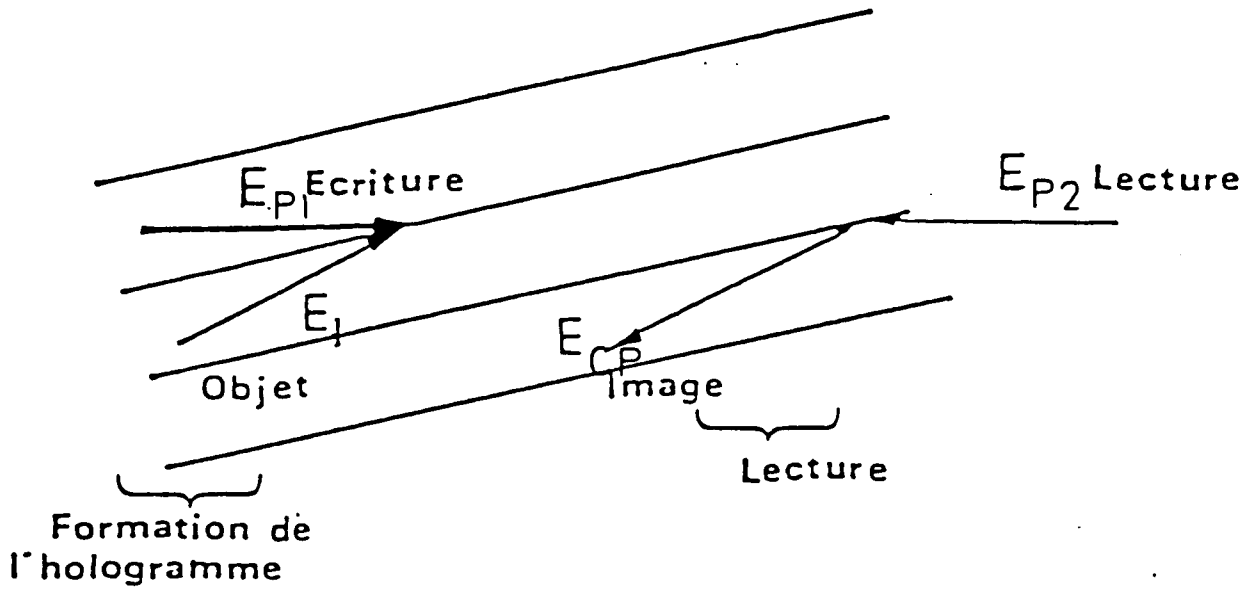


Figure 3a

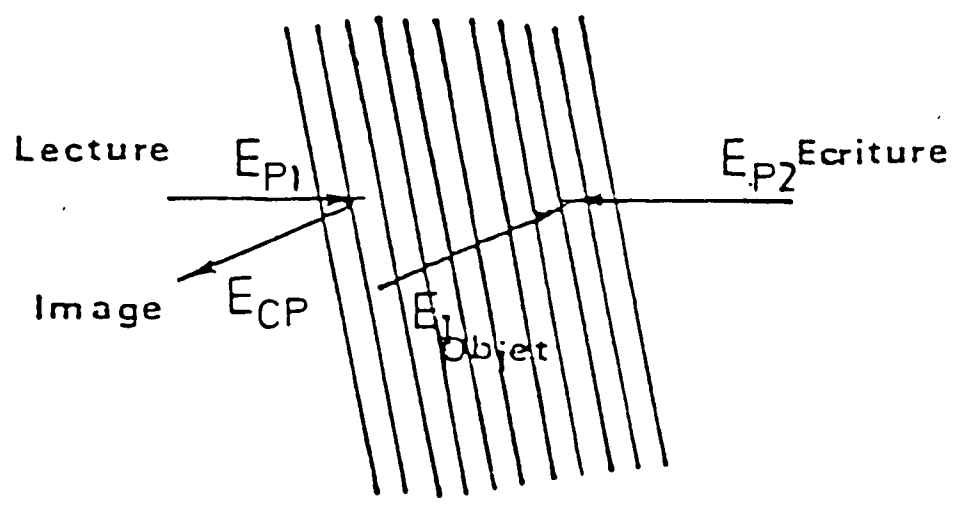


Figure 3b

A.I.3 - Comment générer une onde conjuguée ?

Une des propriétés de l'onde conjuguée est que ses fréquences spatiales dépendent de celle du champ incident. Il est possible de réaliser cela en créant un réseau qui dépende de l'onde incidente, la lecture de ce réseau donnant l'onde conjuguée.

C'est l'idée du mélange à 4 ondes. Pour réaliser ce réseau, on va utiliser une onde auxiliaire dite onde pompe 1, et pour matérialiser le réseau on va utiliser les non-linéarités d'un milieu solide ou d'une transition atomique. La lecture du réseau est faite à l'aide d'une onde dite pompe 2. Des conditions d'efficacité et de création du bon ordre de diffraction dictent la géométrie du problème. On a donc, pour la configuration la plus classique d'une expérience de conjugaison de phase, deux ondes E_I et E_{P_1} qui créent une modulation spatiale du champ dans le milieu, induisant la formation d'un réseau d'atomes excités (Fig. 3a), le pas de modulation étant $\frac{2}{|\vec{k}_{P_1} - \vec{k}_I|}$. Le faisceau E_{P_2} se diffracte efficacement lorsque la condition de Bragg est vérifiée. Il génère E_{CP} dans la direction $-\vec{k}_I$. Dans le même temps on crée un autre réseau par E_I et E_{P_2} (Fig. 3b) sur lequel E_{P_1} se diffracte, et qui contribue ainsi à la génération de E_{CP} .

Dans les solides, cela peut conduire à une modulation de l'indice du milieu, via les porteurs. Dans une vapeur, on va utiliser les termes non-linéaires qui apparaissent dans la polarisation du milieu quand on sature une transition en voisinage d'une résonance. Une étude plus approfondie se fait dans le cadre de l'optique non-linéaire. C'est l'objet des chapitres suivants. L'équation de départ est l'équation de Maxwell. On en examinera successivement les différents termes,

dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable. Ceci nous permettra de calculer les coefficients de réflexion et de transmission du milieu dans des situations simples.

A.I.4 - Rappels d'optique non linéaire

a- Equation d'onde et polarisation non linéaire

Les champs macroscopiques satisfont aux équations de Maxwell.

Par conséquent, pour un milieu sans charges libres ni courants, ceux-ci vérifient l'équation de propagation

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (\text{A11})$$

Cette équation du second ordre est généralement insoluble, on peut heureusement la simplifier dans certaines conditions, qui correspondent à celles obtenues dans nos expériences.

Le champ E va être décrit comme la superposition d'ondes quasi-planes de même polarisation $\vec{\epsilon}$, de fréquence optique ω_i , de vecteur d'onde k_i qui sont tous quasiment colinéaires, et d'amplitude complexe $A_i(z, t)$. $A_i(z, t)$ est supposé varier lentement sur des échelles de temps de l'ordre de quelques $1/\omega_i$ et des échelles de longueurs de l'ordre de quelques $1/k_i$. On a donc :

$$E(r, t) = \text{Re} \left(\sum_i A_i(z_i, t) e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \right) \vec{\epsilon}$$

$$\text{avec } z_i = \frac{\vec{k}_i \cdot \vec{r}}{|k_i|} \quad |k_i| = \frac{\omega_i}{c}$$

Les différents termes de A.I.1 s'écrivent alors :

$$\Delta \vec{E} = \vec{\epsilon} \sum_i \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 A_i}{\partial z_i^2} + 2ik_i \frac{\partial A_i}{\partial z_i} - k_i^2 A_i \right\} e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)}$$

$$\frac{\partial \Delta \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{\epsilon} \sum_i \left\{ \operatorname{Re} \left[\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} - 2i\omega_i \frac{\partial A_i}{\partial t} - \omega_i^2 A_i \right] e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \right\}$$
(AI2)

par hypothèse (variation lente), on a :

$$\left| \frac{\lambda_i}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial z_i^2} A_i \right| \ll \left| \frac{\partial}{\partial z_i} A_i \right|$$

$$\left| \frac{1}{\omega_i} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A_i \right| \ll \left| \frac{\partial}{\partial t} A_i \right|$$

de plus $k_i = \frac{\omega_i}{c}$ et par conséquent l'équation (AI1) se ramène à :

$$\vec{\epsilon} 2i \sum_i k_i \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{\partial A_i}{\partial z_i} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_i}{\partial t} \right) e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \right\} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$
(AI3)

b- Expression de la polarisation quand tous les champs
ont même fréquence

La polarisation macroscopique est le second terme de l'équation (AI3). On opère de la même manière une décomposition en onde quasi-plane. En un point z donné, dans un volume de l'ordre de quelques λ on a :

$$\vec{P}(r, t) = \vec{\epsilon} \operatorname{Re} \left\{ \sum_i P_i(z_i) e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \right\}$$

avec

$$P_i(z_i) = \frac{2}{\partial V} \int_{\partial V} P(\vec{r}, t) e^{i(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} d\tau$$

L'équation (AI3) devient, après identification des termes en $e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)}$

$$\frac{\partial A_i}{\partial z_i} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_i}{\partial t} = i \frac{k}{2\epsilon_0} P_i \quad (\text{AI4})$$

On a donc maintenant une équation plus simple à résoudre. Pour cela il nous faut déterminer le second membre de cette équation. On va maintenant donner des expressions explicites pour cette polarisation.

c- Expression de la polarisation

1. Cas des solides

Dans le cas des solides homogènes et isotropes, la polarisation est parallèle au champ \vec{E} . Pour un milieu dit de Kerr, de réponse instantanée, on a :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_3 |E|^2 \vec{E} \quad (\text{AI5})$$

où l'on reconnaît un terme de susceptibilité linéaire bien connu et un terme de susceptibilité non linéaire. Dans le cas de milieux de réponse non instantanée, le terme non linéaire devient :

$$P_{NL}(t) = \frac{\epsilon_0 \chi_3}{\tau} \int_{-\infty}^t |E(t')|^2 E(t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) dt'$$

2. Cas des vapeurs atomiques

Pour les vapeurs, ce sont des modèles de physique atomique qui permettent de trouver une expression pour la polarisation microscopique. La transition $3S_{1/2} - 3P_{3/2}$ du sodium que nous avons utilisée pour nos expériences peut être modélisée par un système à deux niveaux $\{|a\rangle, |b\rangle\}$, $|b\rangle$ étant le niveau fondamental. Par souci de simplicité, on prend des champs de même fréquence optique ω . L'importance du désaccord $\Delta = \omega_0 - \omega$ entre la pulsation des ondes utilisées et la pulsation atomique ω_0 permet de se placer dans le cadre d'une théorie à atomes immobiles [8].

Les champs ayant même polarisation, on prend cet axe comme axe Ox. Pour un atome en \vec{r} le hamiltonien d'interaction dipolaire électrique s'écrit :

$$V = - D E(\vec{r}, t) \quad (\text{AI6})$$

où D est la composante selon Ox du dipôle atomique. Cet opérateur est purement non diagonal et on peut le prendre symétrique.

$$\langle a|D|b\rangle = \langle b|D|a\rangle = d \quad (\text{AI7})$$

Ce système est un système fermé, les composantes de la matrice densité satisfont donc au système

$$\frac{d}{dt} \rho_{ab} = -(\gamma_{ab} + i\omega_0)\rho_{ab} - i \frac{dE}{\hbar} (\rho_{aa} - \rho_{bb})$$

$$\frac{d}{dt} \rho_{aa} = -\gamma\rho_{aa} - i \frac{dE}{\hbar} (\rho_{ab} - \rho_{ba}) = - \frac{d}{dt} \rho_{bb}$$

La solution stationnaire de ce système au troisième ordre en $\frac{|\Omega|}{\Delta}$, dans le cadre de l'approximation de l'onde tournante, est :

$$\rho_{ab} = + \frac{i\Omega e^{-i\omega t}}{2(\gamma_{ab} + i\Delta)} - i \frac{|\Omega|^2 \Omega e^{-i\omega t} \gamma_{ab}}{2\gamma(\gamma_{ab} + i\Delta)(\gamma_{ab}^2 + \Delta^2)} \quad (\text{AI8})$$

où l'on a posé

$$\frac{dE}{\hbar} = \frac{1}{2} (\Omega e^{-i\omega t} + \Omega^* e^{i\omega t}) \quad (\text{AI9})$$

On reconnaît un terme de susceptibilité linéaire, et un terme non linéaire semblable à celui des milieux de Kerr. On peut dès lors donner une expression de la polarisation macroscopique $P(\vec{r}, t)$:

$$P(\vec{r}, t) = N d(\rho_{ab}(\vec{r}, t) + \rho_{ab}^*(\vec{r}, t)) \quad (\text{A110})$$

3. Conclusion

Dans le cadre de l'approximation de Kerr, la polarisation a la même expression dans les vapeurs et les solides. Le terme non linéaire en $|E|^2 E$ va mélanger les champs. C'est lui qui assure le couplage entre les ondes et permet des transferts d'énergie. Nous allons maintenant utiliser ces expressions dans le problème du mélange à quatre ondes.

d- Cas du mélange à 4 ondes dégénérées

1. Phase-matching

Cherchons dans le mélange de 4 ondes, notées A_1, A_2, A_3, A_4 , le terme à l'origine de la conjugaison de phase. Il ne peut provenir que du terme non linéaire et vaut par exemple pour l'onde 4 :

$$P_4^{CP}(z_4) = \frac{-i\gamma_{ab} N d^4}{\hbar^3 \gamma(\gamma_{ab} + i\Delta)(\gamma_{ab} + i\Delta)^2} \frac{2}{\delta V} \int_{\delta V} A_1 A_2 A_3^* e^{i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \cdot \vec{r}_d} d^3 r$$

Par hypothèse, A_1, A_2, A_3 varient peu sur le volume δV ; on peut donc les sortir de l'intégrale qui devient :

$$\frac{1}{\delta V} \int_{\delta V} e^{i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \cdot \vec{r}_d} d^3 r$$

Celle-ci ne peut donc prendre de valeur significative que si la condition de phase-matching est satisfaite :

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4 \quad (\text{AI11})$$

Les sources de rayonnement que constituent les atomes interfèrent alors constructivement.

2. Calcul du coefficient de réflexion

Afin de voir l'efficacité de ce processus, calculons le coefficient de réflexion d'un miroir à conjugaison de phase. D'après le paragraphe précédent, si $\Delta \gg \gamma_{ab}$,

$$P_4^{CP} = \frac{-2 \gamma_{ab} N d^4 A_1 A_2 A_3^*}{\kappa^3 \gamma \Delta^3} \quad (\text{AI12})$$

Le problème reste encore très compliqué car les quatre amplitudes $A_i(z_i)$ dépendent de z . Il a été étudié dans la thèse de B. Kleinmann à laquelle nous renvoyons pour de plus amples détails. Quand on néglige la dépletion des ondes pompes A_1 et A_2 , et si on suppose $|A_1(0)|^2 = |A_2(L)|^2$, on définit

$$R_c = \frac{|A_4(0)|^2}{|A_3(0)|^2} \quad T_c = \frac{|A_3(L)|^2}{|A_3(0)|^2} \quad (\text{AI13})$$

alors

$$R_c = \text{tg}^2 |K_0| L$$

$$T_c = \frac{1}{\cos^2 |K_0| L}$$

(AI14)

$$\text{avec } |K_0| = \frac{k \gamma_{ab} d^4 N}{\epsilon_0 \kappa^3 \gamma \Delta^3} |A_1(0)A_2(L)|$$

On voit que des coefficients de réflexion plus grands que 1 sont susceptibles d'exister. Une cavité formée par un miroir à conjugaison de phase pourra donc osciller spontanément. De même la transmission d'un tel miroir est toujours plus grande que 1 (si on néglige les pertes). Par conséquent, un tel milieu présente également du gain à chaque passage et peut être utilisé comme milieu amplificateur dans une cavité. Ces deux propriétés motivent les études qui ont été faites sur les résonateurs à conjugaison de phase. Ceux-ci sont l'objet des chapitres suivants.

A.II - Oscillateur à conjugaison de phase

On a plusieurs types d'oscillateurs à conjugaison de phase possibles. Dans chaque cas se pose le problème de la condition d'oscillation. Pour l'étudier on raisonnera en ondes planes, toutes de même polarisation. Si l'on se donne un sens positif de propagation, alors on notera ϵ_+ les champs se propageant dans le sens + (rec. ϵ_- ceux se propageant dans le sens opposé). Le milieu conjugant la phase occupera une longueur l . L sera la longueur de la cavité. Les formules de transformations, pour un mélange dégénéré, sont :

$$\epsilon_+(l) = t_c \epsilon_+(0) + r_c \epsilon_-^*(l)$$

(A111)

$$\epsilon_-(0) = t_c \epsilon_-(l) + r_c \epsilon_+^*(0)$$

t_c et r_c sont des nombres complexes. Nous allons maintenant utiliser ces relations pour étudier les deux grandes classes de cavités utilisant un MCP.

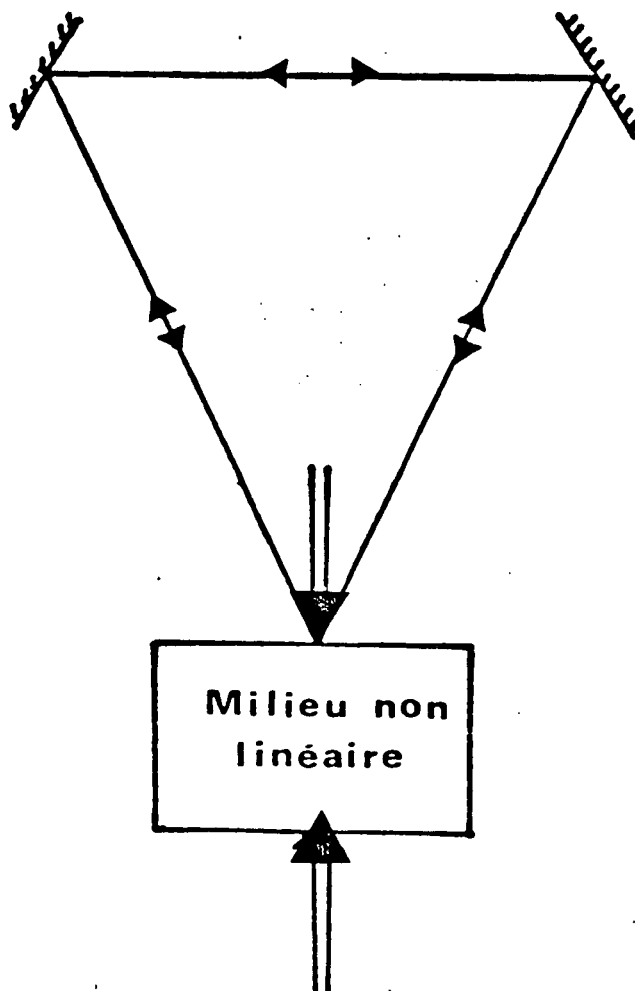
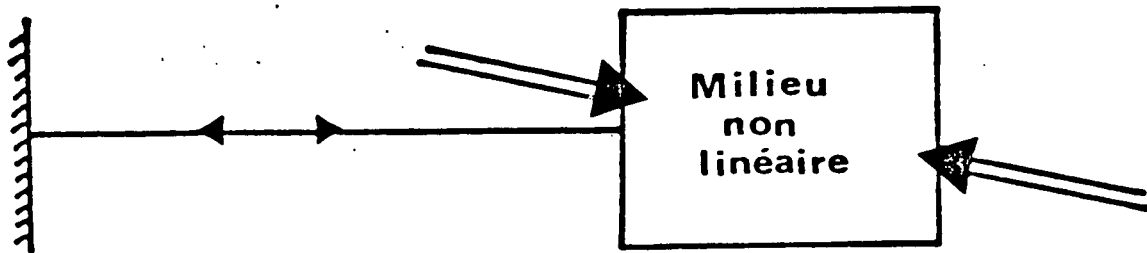


Figure 4

A.II.1 - Cavités fermées par un MCP

a1- Condition d'oscillation

Elles peuvent être soit linéaires, soit en anneau (Fig. 4). La condition d'oscillation de ce type de cavité est $RR_c > 1$; on n'a donc pas de condition d'accord sur la longueur de la cavité, lorsque l'oscillation est dégénérée. Leur principal intérêt est de permettre la correction des distortions de phases quand on sort par le miroir normal.

a2- Structure des modes longitudinaux de la cavité linéaire

Dans le phénomène de conjugaison de la phase, la fréquence des pompes joue évidemment un rôle privilégié. Si ω_p est la fréquence des pompes, une onde

$$E = A e^{-i(\omega_p + \Omega)t} \quad (\text{AII2})$$

est réfléchi par le miroir à conjugaison de phase en une onde

$$E' = r_c A^* e^{-i(\omega_p - \Omega)t} \quad (\text{AII3})$$

Par conséquent, après un aller-retour, l'onde n'est pas identique à elle-même, il faut deux allers-retours avant de retrouver la même fréquence. la longueur effective de la cavité est donc le double de celle d'une cavité classique ; la cavité va donc osciller d'une part à la fréquence des pompes $\Omega = 0$, et d'autre part sur des modes symétriques par rapport à ω_p et distants de $qc/4L$ de ω_p (q étant un entier).

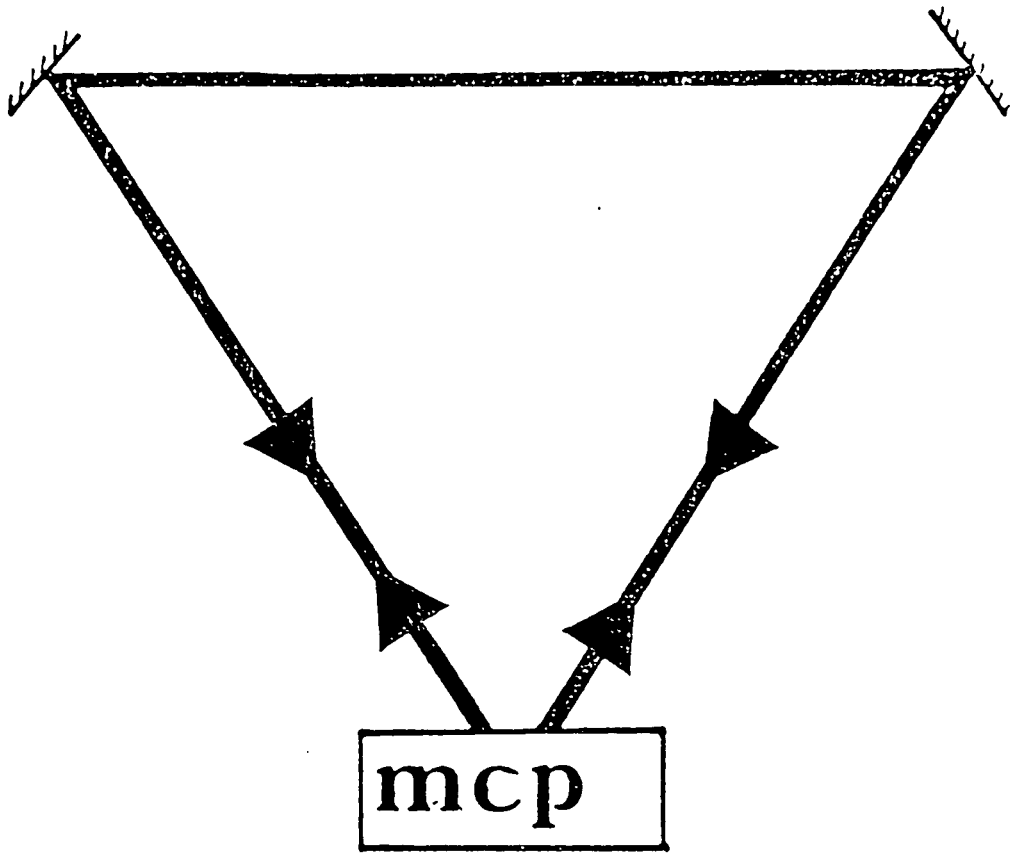


Figure 5

b- Cavité en anneau

Dans la cavité en anneau, un faisceau arrivant sur le MCP est renvoyé sur lui-même (Fig. 5). On a donc l'équivalent d'une cavité linéaire de même longueur fermée par deux miroirs à conjugaison de phase. La distance entre modes est donc $\frac{c}{2L}$ au lieu de $\frac{c}{L}$ comme pour une cavité classique.

A.II.2 - Cavité contenant un miroir à conjugaison de phase

a- Il est également possible d'utiliser le milieu conjugant la phase comme simple amplificateur dans une cavité traditionnelle. L'étude de ce type d'oscillateur fait l'objet de ce présent mémoire et est détaillée dans le chapitre B I pour l'aspect théorique, et dans le chapitre B II pour l'aspect expérimental.

b- Conclusion

Les géométries des résonateurs à conjugaison de phase sont donc multiples, et ont donc fait l'objet de nombreuses expériences tant dans les gaz que dans les solides. Le premier type d'oscillateur qui nécessite un coefficient de réflexion R_c supérieur à 1 est évidemment plus facile à réaliser avec des pompes puissantes issues d'un laser en impulsion. Le second se prête plus facilement à des expériences en continu.

A.III - Les expériences antérieures dans les vapeurs

Les expériences avec des lasers en impulsion ont, dans notre laboratoire, fait l'objet de la thèse de E. Le Bihan. On pourra donc se reporter à son travail pour des explications plus détaillées. B. Kleinmann et al. avaient montré précédemment [4] que, loin de résonance et dans un milieu optiquement épais, on pouvait obtenir

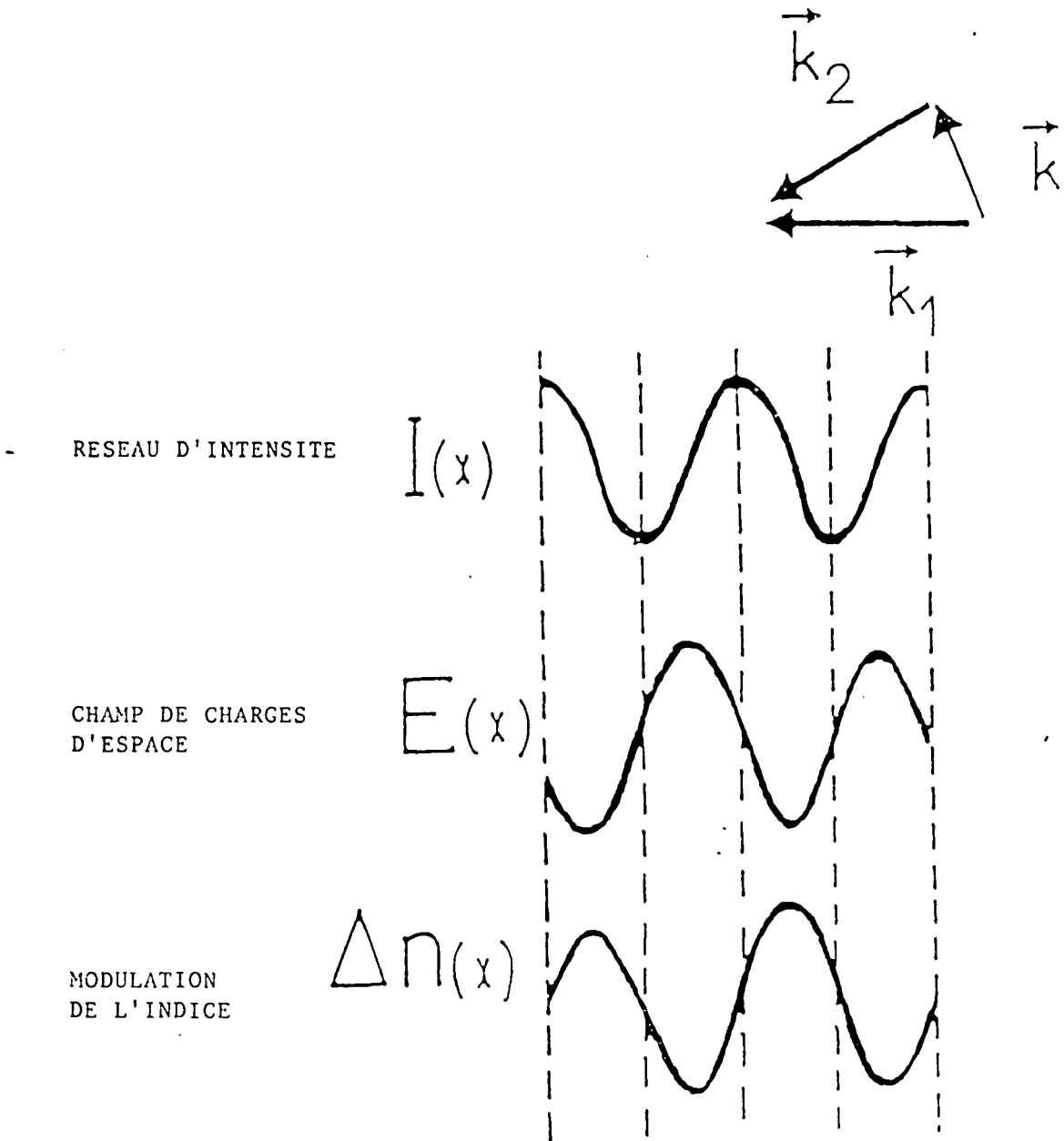
des coefficients de réflexion atteignant la valeur de 4 000 % en régime pulsé. Ceci est lié notamment à la puissance délivrée par de tels lasers, qui permettent de traverser sans atténuation une cellule de sodium chauffée à 260°C ($N = 2.10^{13}$ atomes/cm³) (les deux ondes pompes issues d'un laser à colorant pulsé avaient les caractéristiques suivantes : puissance crête 1 kW, de durée 1 μ s ;

le désaccord du laser avec la raie D₂ du sodium était de l'ordre de 5 GHz). Dans ces conditions, E. Le Bihan a pu étudier l'oscillation de toutes les cavités précédemment décrites.

L'oscillation en continu des cavités fermées par un PCM restait néanmoins problématique. On dispose, en continu, de puissance laser bien moindre, et les conditions expérimentales pour obtenir une oscillation continue sont très délicates. A notre connaissance, la seule expérience concluante est celle réalisée par J. Leite et al. au Laboratoire de Physique des lasers de Villefranche. Pour cela ils se sont placés à 3 GHz de la raie D₂ du sodium, avec une puissance pour les pompes de l'ordre de 300 mW, la densité atomique était telle que 95 % des pompes était absorbée. Ils ont alors obtenu une oscillation laser, le mécanisme de saturation du gain étant la dépletion des pompes. Cette cavité présentait les qualités attendues d'un oscillateur à conjugaison de phase. Notamment aucune condition d'accord sur la longueur n'était à satisfaire pour obtenir l'effet laser.

A.IV - Expériences dans les milieux condensés

Nous nous limitons au cas des matériaux photoréfractifs dans lesquels des expériences similaires aux nôtres ont été faites. Si



SCHÉMATISATION DU MÉCANISME CONDUISANT À LA MODULATION DE L'INDICE DE RÉFRACTION

Figure 6

on illumine un cristal photoréfractif avec deux ondes de même fréquence optique, formant un angle θ entre elles, il se forme un réseau d'intensité

$$I(\vec{x}) = I_0 (1 + m \cos \vec{k} \cdot \vec{x})$$

avec $\vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ comme indiqué sur la figure. Sous l'effet de la lumière, des porteurs montent dans la bande de conduction, et migrent des régions fortement illuminées vers les régions faiblement illuminées. Un champ électrostatique modulé spatialement se crée donc, et module l'indice du matériau. Ce réseau d'indice a un déphasage avec le réseau lumineux variable selon le cristal ; il est en quadrature pour BaTiO_3 , quand on n'applique pas de tension sur le cristal.

La première expérience a été effectuée en 1980 par Feinberg et al. qui a pu faire osciller une cavité fermée par un cristal de Titanate de Baryum (BaTiO_3). Ce cristal a un temps de réponse très long (1 s), mais il procure aisément de forts coefficients de réflexion.

Plus récemment, Rajbenbach et al. ont réussi à faire osciller une cavité linéaire, fermée par un cristal de BSO. Ce cristal, illuminé par des pompes de 150 mW, a un temps de réponse plus faible que le Titanate de Baryum (de l'ordre de 50 ms). La configuration la plus efficace pour ces expériences est celle du mélange presque dégénéré à 4 ondes. Dans ces expériences, l'une des pompes a sa fréquence décalée de quelques Hz par rapport à l'autre. Un tel décalage est nécessaire pour que la cavité oscille, et dans ces conditions, si les fréquences des pompes sont ω_p et $\omega_p + 2\delta\omega$, la fréquence de l'onde dans la cavité sera $\omega_p + \delta\omega$.

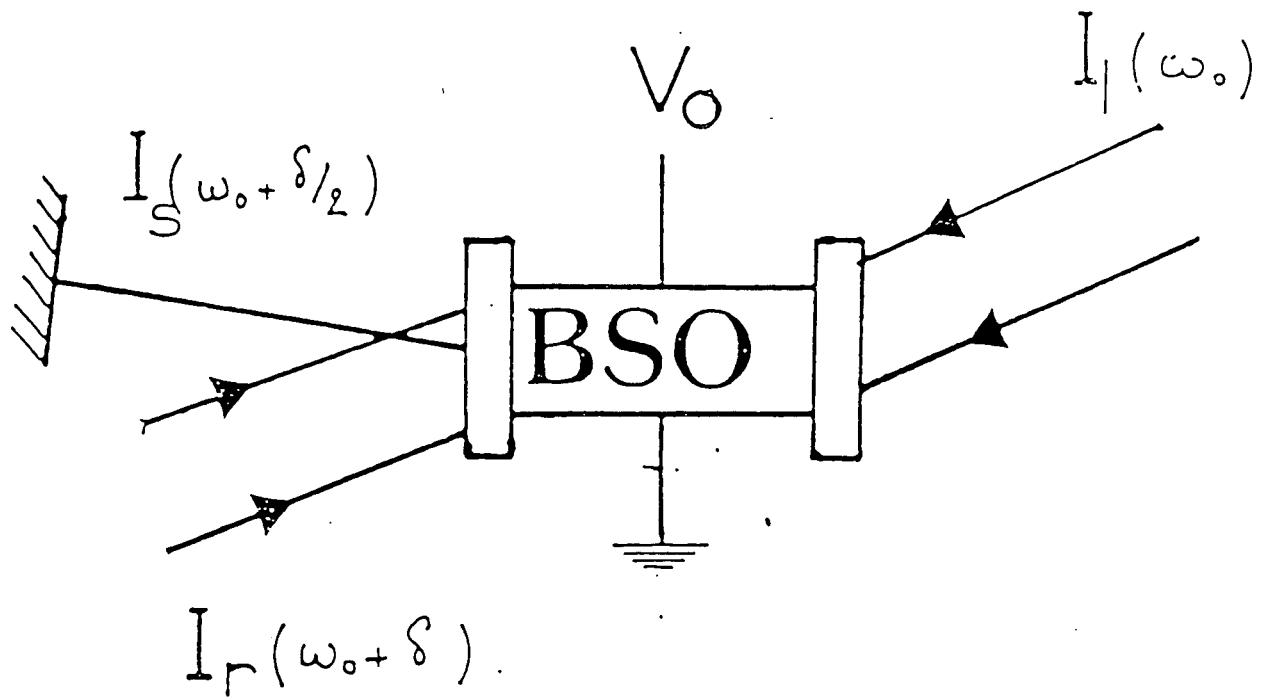


Figure 7

Ces décalages de fréquences s'expliquent par le rôle important du mélange à deux ondes dans les cristaux. On reviendra sur les propriétés du mélange à deux ondes dans un chapitre ultérieur.

B - OSCILLATIONS INDUITES PAR MELANGE A QUATRE ONDES EN REGIME CONTINU

Cette partie se présente sous la forme de preprints de 2 articles qui seront soumis à JOSA et J. of Quantum Electronics

Plan du Chapitre B :

- B I Etude théorique du régime stationnaire d'oscillateurs utilisant un milieu conjugant la phase comme milieu amplificateur
"Self oscillation of a cavity using a phase-conjugate amplifier - Study of the stationary regime".

- B II Etude expérimentale dans la vapeur de sodium
"Four-wave mixing oscillation in a cavity using sodium vapor".

**BI ETUDE THEORIQUE DU REGIME STATIONNAIRE D'OSCILLATEURS
UTILISANT UN MILIEU CONJUGANT LA PHASE COMME MILIEU AMPLIFICATEUR**

The oscillation of a cavity bounded by a phase-conjugate mirror has been a subject of considerable interest during the recent years [1]. Theoretical papers [2][3] first show that the mode-spacing of such a cavity is half the mode-spacing of an ordinary cavity. This effect has been experimentally verified by Lind and Steel [4]. Other experiments show that the phase-conjugate mirror can also be used as an amplifier so that the oscillation occurs in an empty cavity which consists of one mirror and one phase-conjugate mirror [5][12]. There has been less interest in the study of the oscillation of a cavity where the phase-conjugate medium is used as an amplifier and placed inside a real cavity. In this domain, most results have been obtained in the case of photorefractive media [13]-[17]. However, we have shown recently that the results obtained in photorefractive media cannot always be extended to atomic vapors. For example, in the case of photorefractive media, the frequency of oscillation slightly differs from the frequency of the pump beam [13]-[17] while the two frequencies exactly coincide in the case of a pure sodium vapor [18][19]. In fact, the analysis of the experimental results of [19] shows that the oscillation in the sodium case has some analogy with the case of a degenerate parametric oscillator [20]. For example, the threshold condition is the same in these two cases. However all the features of the oscillation are not identical. For example, we have observed that the oscillation is almost always bistable in the sodium case [19] while such a characteristic is not observed in the case of a parametric oscillator. It is the aim of this paper to present a simple model for the self-oscillation of a cavity using an atomic vapor phase-conjugating medium as an amplifier. In particular, we show that the bistable behaviour is an intrinsic characteristic of such oscillators. This is due to the fact that the amplification

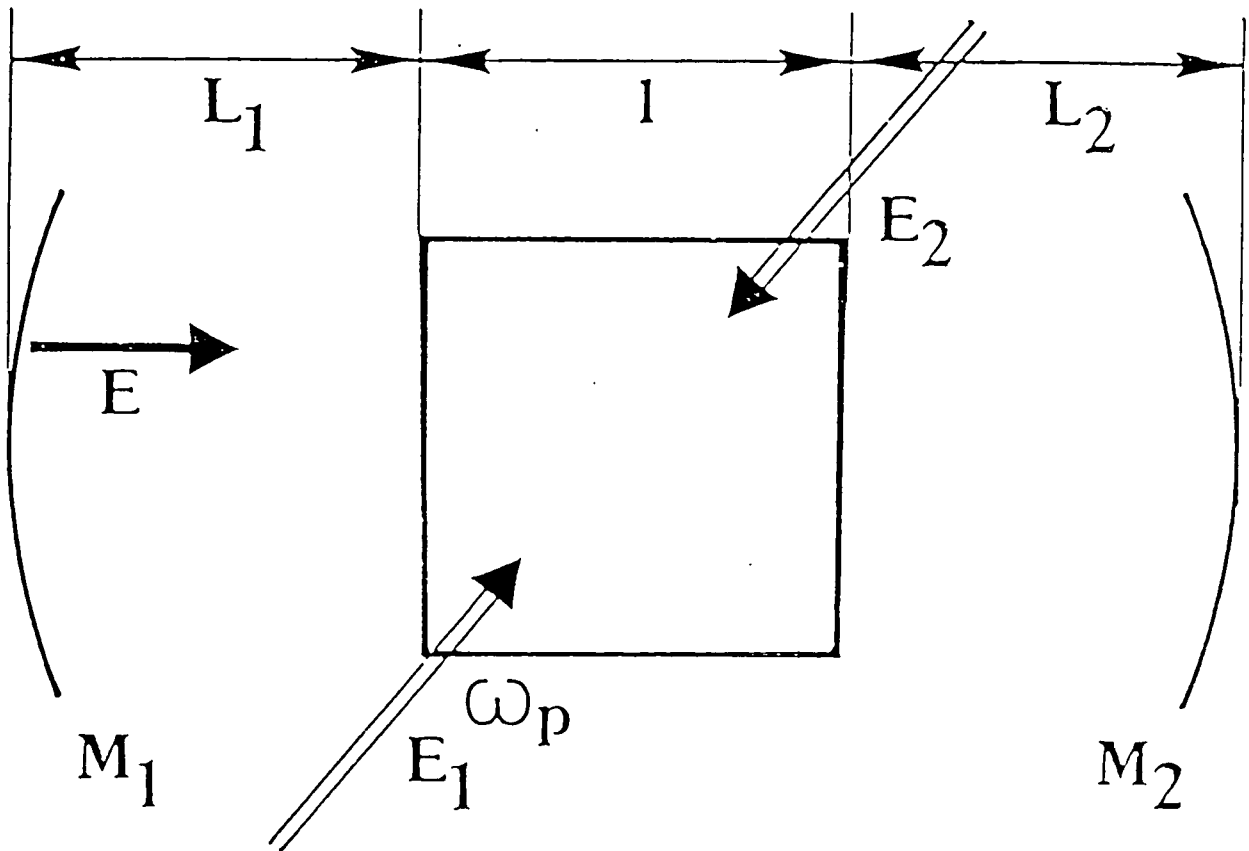


Figure 1

mechanism and the saturation of the refractive index appear at the same order of non-linearity in the atomic susceptibility.

To determine the stationary solutions of these oscillators, we have to precise which is the saturation mechanism. We show that two types of saturation can be considered : the atomic saturation and the pump beam depletion, and we study in which domain each process is dominant. After that, we study the intensity emitted by these oscillators in the stationary regime and we show how the intensity varies as a function of the length of the cavity. Two cases are considered : the linear cavity and the ring cavity.

1. Description of the Model

We consider an atomic medium placed between two mirrors M_1 and M_2 of reflection coefficients R_1 and R_2 and interacting with two pump beams E_1 and E_2 propagating in opposite directions (Fig. 1). We assume that the atomic vapor can be described by a set of motionless two-level atoms (*). The atomic resonant frequency is ω_0 and N is the number of atoms per unit of volume. The matrix element of the electric dipole moment between the two levels is d . The two pump beams E_1 and E_2 have the same intensity, the same frequency ω_p and the same linear polarization \vec{e}_x . We assume that the excitation is not resonant. The detuning $\delta = \omega_0 - \omega_p$ between the atomic frequency

(*) It has been shown in [21] that, at the Kerr limit, and in absence of collisional damping, it is not necessary to take into account the atomic motion when the excitation is not resonant.

ω_0 and the pump beam frequency ω_p is much larger than the natural width γ and the Doppler width (see footnote (*)). The resonant Rabi frequencies $\Omega_i = dE_i/\hbar$ ($i = 1, 2$) are assumed to be small compared to the frequency detuning $|\delta|$. We are thus in the Kerr limit where a perturbative treatment of the incident fields can be developed. An important parameter for the following discussion is $C = k\chi_0 l$ (k is the wavevector of the incident fields, the linear susceptibility χ_0 is equal to $Nd^2/\epsilon_0\hbar\delta$ and l is the length of the atomic medium). In particular, the mechanism of saturation which limits the intensity of the oscillating beam depends on C . We will show that, when $C \gg 1$, the major cause of saturation is the pump beam depletion, while in the case $C \ll 1$ the main effect is the atomic saturation.

The C parameter appears also in the expression of the amplitude reflection coefficient of the phase conjugate medium. For a set of motionless atoms $|22||23|$, we have $r_c = k\chi_0 l(\Omega_1^2/\delta^2) = C(\Omega_1^2/\delta^2)$. Since we have assumed that no oscillation is possible between one mirror and the phase conjugate medium, the following developments are valid when $C(\Omega_1^2/\delta^2) < 1$.

2. The Mechanism of Saturation

We now qualitatively describe why the condition $C \ll 1$ or $C \gg 1$ permits to distinguish the saturation mechanism. Let us first consider the case of atomic saturation. In this case, we have

$$r_c = C \left(\frac{\Omega_1^2}{\delta^2} - \frac{\Omega_1^4}{\delta^4} \right) \quad (1)$$

This relation comes from the fact that the gain is associated with the third order non linear susceptibility and the saturation of the gain is associated with the fifth order non linear susceptibility which appears at the following order in (Ω_1^2/δ^2) .

In the case of saturation due to pump beam depletion, r_c is given by

$$r_c = C \left(\frac{\Omega_1^2}{\delta^2} - \frac{2\Omega_1 \Delta\Omega_1}{\delta^2} \right) \quad (2)$$

where $\Delta\Omega_1$ is the variation of the Rabi frequency of the pump beam due to depletion. This effect can be interpreted in the following way : when an oscillation occurs in the cavity, the counterpropagating beams E_3 and E_4 (see Fig. 1) also creates a phase conjugate mirror for the pump beams E_1 and E_2 . The expected variation ΔE_1 of E_1 is

$$\Delta E_1 = C \frac{\Omega_3 \Omega_4}{\delta^2} E_1 \quad (3)$$

where Ω_3 and Ω_4 are the Rabi frequencies for the beams E_3 and E_4 . If we assume that, in stationary regime, $\Omega_3 \sim \Omega_4 \sim \Omega_1$, we obtain

$$\Delta\Omega_1 = C \frac{\Omega_1^2}{\delta^2} \Omega_1 \quad (4)$$

so that formula (2) becomes :

$$r_c = C \left(\frac{\Omega_1^2}{\delta^2} - 2C \frac{\Omega_1^4}{\delta^4} \right) \quad (5)$$

The comparison between (1) and (5) clearly shows that, in the case

$C \ll 1$, it is the atomic saturation which is the dominant effect while the pump depletion dominates when $C \gg 1$. It should be noticed that, in the present study, we have assumed $\Omega_1^2/\delta^2 < 1$. It implies that, in the case where atomic saturation dominates, the value of r_c is extremely small. This explains why, in practical applications, the pump beam depletion is generally the dominant saturation mechanism.

3. Saturation due to pump beam depletion

We consider the linear cavity of Fig. 1. When the gain due to the phase conjugation process is large enough, self-oscillation can occur. The oscillating beam is assumed to be polarized along \vec{e}_x and its amplitude inside the cell is equal to :

$$E_c(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \left(\exp i \frac{k\chi_0 l}{4} \right) \left[\mathcal{E}_3(z) \exp -i(\omega_p t - \tilde{k}z) + \mathcal{E}_4(z) \exp -i(\omega_p t + \tilde{k}z) \right] \right\} \quad (6)$$

$$E_c(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ E_3(z) \exp -i\omega_p t + E_4(z) \exp -i\omega_p t \right\}$$

where $E_3(z)$ and $E_4(z)$ are equal to :

$$E_3(z) = \exp i k \chi_0 l / 4 \mathcal{E}_3(z) \exp i \tilde{k} z \quad (6')$$

$$E_4(z) = \exp i k \chi_0 l / 4 \mathcal{E}_4(z) \exp -i \tilde{k} z$$

We have assumed here that we have a purely degenerate oscillation.

A careful analysis of the stationary regime shows that the oscillation frequencies should be equal to $\omega_p \pm q \frac{c}{4L}$ where q is an integer (see Appendix A). However, the degenerate oscillation ($q = 0$) has a much

larger amplitude than the non-degenerate oscillation ($q \neq 0$) [24] which can be neglected in a first approach.

In formula (6), we have introduced $\tilde{k} = k(1 + \frac{\chi_0}{2})$ to take into account the effect of the linear refractive index on the propagation of the oscillating beam. The phase factor $\exp i k \chi_0 l/4$ is necessary to ensure the continuity of $E_3(z)$ in $z = -l/2$ and of $E_4(z)$ in $z = l/2$ (l is the length of the cell. The origin of the Oz axis is taken at the middle of the cell). Similarly the pump beam amplitude inside the cell is equal to :

$$\begin{aligned} E_p(\vec{r}, t) &= \text{Re} \left\{ (\exp i k \chi_0 l/4) \left[\mathcal{E}_1(\vec{r}) \exp -i(\omega_p t - \tilde{k}_1 \cdot \vec{r}) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mathcal{E}_2(\vec{r}) \exp -i(\omega_p t + \tilde{k}_1 \cdot \vec{r}) \right] \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ E_1(\vec{r}) \exp -i\omega_p t + E_2(\vec{r}) \exp i\omega_p t \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

In the following, we assume that the angle between the direction of propagation of the pump beam and the direction of oscillation is large enough to separate the beams but sufficiently small to neglect its influence in the calculation.

The total electric field $\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_c$ creates in the vapor an atomic polarization \vec{P} which is equal to :

$$\vec{P} = P \vec{e}_x = \vec{e}_x \left(\chi_0 + \chi^{(3)} |E|^2 \right) E \quad (8)$$

At the Kerr limit for motionless two-level atoms, we have

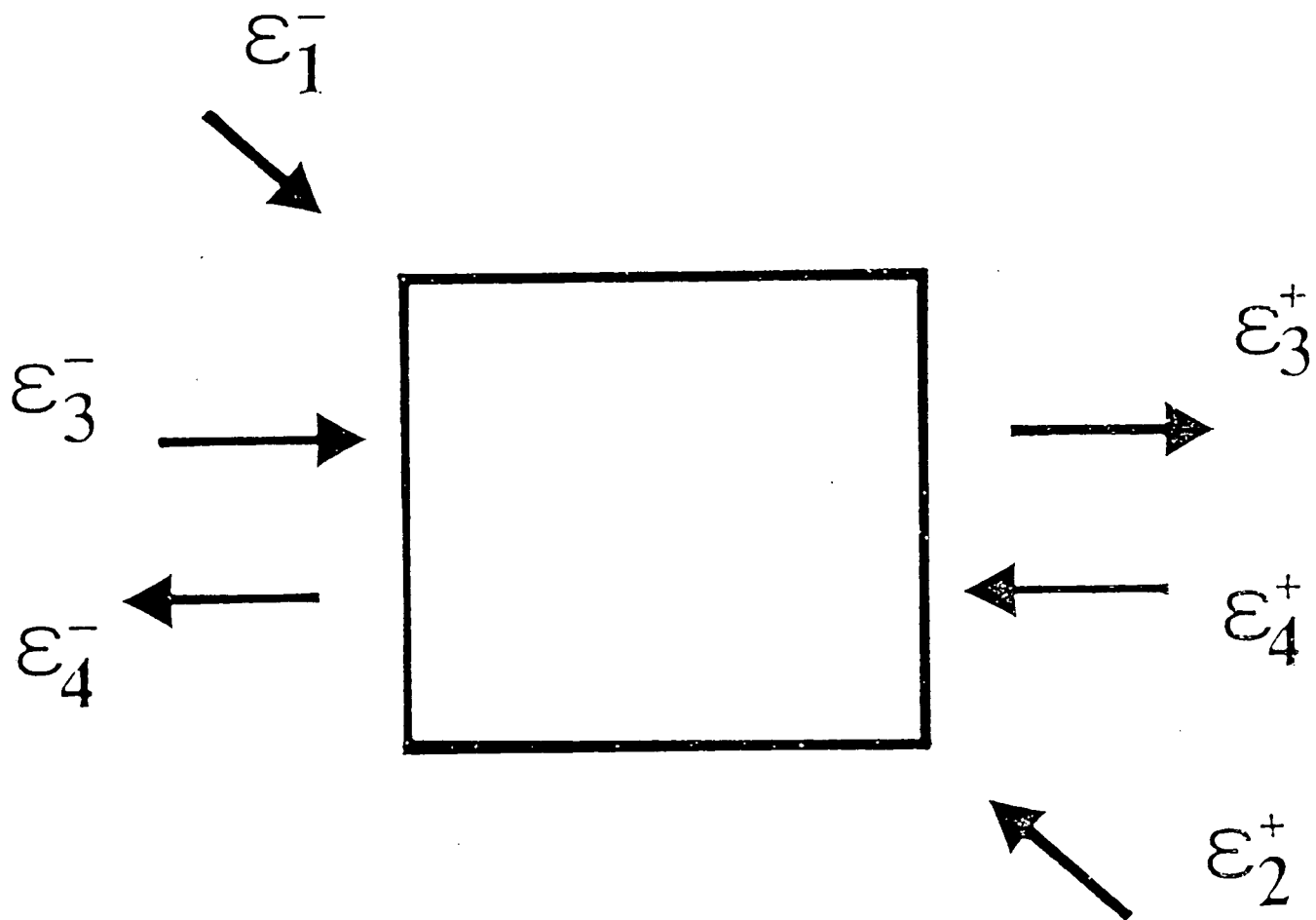


Figure 2

$$\chi^{(3)} = -\chi_0 \frac{d^2}{k^2 \delta^2} \quad (9)$$

When we replace E by $E_p + E_c$ in formula(8) where E_p and E_c are given in (7) and (6), we find several different types of terms in the non-linear part of the polarization. We first neglect all the terms whose phase dependence does not coincide with the phase of one of the applied fields. For example, we neglect the terms which oscillate like $(2\vec{k}_1 - \vec{k}) \cdot \vec{r}$ and which generate a beam in the $(2\vec{k}_1 - \vec{k})$ direction. Among the remaining terms, we distinguish two types of terms :

(i) the terms which behave like $E_1 E_2 E_4^*$ and which create a source term for the evolution of E_3 are associated with the phase-conjugation process

(ii) the terms which behave like $|E_j|^2 E_j$ and which correspond to a non-linear modification of the refractive index of the beam E_j .

These two types of terms have the same order of magnitude [25]. However, for the sake of simplicity, first we only discuss the effect of the phase conjugation terms. The influence of the non-linear refractive index terms on the signal will be considered in § 4.d.

We call \mathcal{E}_3^- and \mathcal{E}_4^+ the amplitudes of the oscillating fields as they enter the cell and we calculate the amplitudes \mathcal{E}_3^+ and \mathcal{E}_4^- of the oscillating beams at the exit of the cell in terms of \mathcal{E}_3^- and \mathcal{E}_4^+ (Fig. 2). To get these amplitudes, we have to solve the Maxwell equations for the total field E . Using the slowly varying approximation (S.V.E.A.), we obtain a non-linear system of four equations :

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_3 = ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_1(z) \mathcal{E}_2(z) \mathcal{E}_4^*(z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_4 = - ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_1(z) \mathcal{E}_2(z) \mathcal{E}_3^*(z)$$

(10)

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_1 = ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_3(z) \mathcal{E}_4(z) \mathcal{E}_2^*(z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_2 = - ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_3(z) \mathcal{E}_4(z) \mathcal{E}_1^*(z)$$

We call \mathcal{E}_1^- and \mathcal{E}_2^+ the amplitudes of the pump fields when they enter the cell. The phase conjugate reflection for a very weak probe beam is equal to $r_c^{(o)} = ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+$. This quantity has been assumed to have a modulus smaller than 1 to prevent any oscillation between the phase-conjugate medium and a single mirror. We now solve system (10) using an iteration method which is justified since $|r_c^{(o)}| \ll 1$. Taking the origin of the z axis at the center of the cell, the solution of (10) to first order is :

$$\mathcal{E}_1(z) = \mathcal{E}_1^- + ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_3^- \mathcal{E}_4^+ (\mathcal{E}_2^+)^*(z + \frac{1}{2}) \quad (11a)$$

$$\mathcal{E}_2(z) = \mathcal{E}_2^+ - ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_3^- \mathcal{E}_4^+ (\mathcal{E}_1^-)^*(z - \frac{1}{2}) \quad (11b)$$

$$\mathcal{E}_3(z) = \mathcal{E}_3^- + ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+ (\mathcal{E}_4^+)^*(z + \frac{1}{2}) \quad (11c)$$

$$\mathcal{E}_4(z) = \mathcal{E}_4^+ - ik\chi^{(3)} \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+ (\mathcal{E}_3^-)^*(z - \frac{1}{2}) \quad (11d)$$

If we report these solutions in the system (10), we find at the next order of perturbation :

$$E_3(1/2) = t_c E_3(-1/2) + r_c (E_4(1/2))^* \quad (12)$$

$$E_4(-1/2) = t_c E_4(1/2) + r_c (E_3(-1/2))^*$$

with

$$r_c = \exp i k x_0 / 2 \left[i \alpha \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+ - \frac{\alpha^2}{2} \mathcal{E}_3^- \mathcal{E}_4^+ (|\mathcal{E}_1^-|^2 + |\mathcal{E}_2^+|^2) \right] \quad (13a)$$

$$t_c = \exp i k l \left[1 + \frac{\alpha^2}{2} |\mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+|^2 \right] = \sqrt{r_c} e^{i \psi} \quad (13b)$$

and

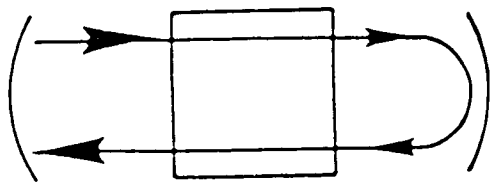
$$\alpha = k \chi^{(3)} l \quad (13c)$$

4. Stationary regime for a linear cavity

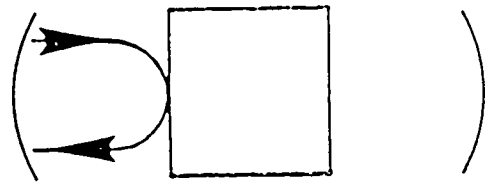
a) Intensity and phase

The stationary regime for a linear cavity can be calculated using the results of the preceding section. We assume that mirror M_1 has a reflection coefficient equal to 1 whereas mirror M_2 has an amplitude reflection coefficient r which is very close to 1.

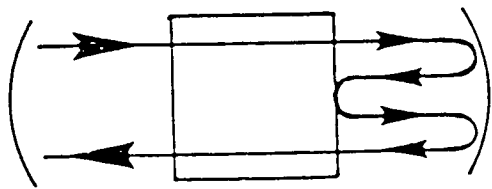
The distance between mirror M_2 and the entrance of the cell A is equal to L_2 . The length of the cell is l and the distance between the exit of the cell B and mirror M_1 is equal to L_1 .



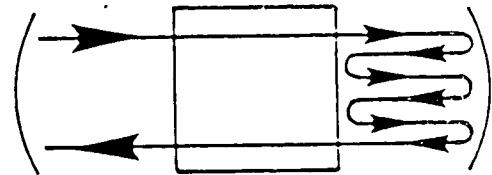
a



b



c



d

Figure 3

We consider an incident field $E = \mathcal{E} e^{-i\theta}$ of frequency ck at point M_2 (Fig. 1) and we calculate the reflected beam E_r at the same point M_2 . Since we calculate the reflected beam to second order in $|r_c^0|$, there are only four processes which contribute to the reflected beam. The first one (Fig. 3a) corresponds to a single round-trip through the cavity. $E_r^{(1)}$ the amplitude of the field associated with this path is :

$$E_r^{(1)} = \mathcal{E} e^{-i\theta} t_c^2 e^{2i(\phi_1 + \phi_2)}$$

$$E_r^{(1)} = \mathcal{E} e^{-i\theta} T_c e^{2i(\psi + \phi_1 + \phi_2)} \quad (14)$$

where t_c is the transmission of the phase conjugate medium (see formula (13b) and ϕ_1 and ϕ_2 are the phases respectively associated with the propagation from M_2 to A and from B to M_1 with

$$\phi_i = k L_i \quad (L_i = 1, 2) \quad (15)$$

The second contribution (Fig. 3b) corresponds to the phase-conjugate reflection on the medium and gives :

$$E_r^{(2)} = r_c \mathcal{E} e^{+i\theta} \quad (16)$$

where the phase conjugate reflection coefficient r_c is given by equation (13a), which takes into account the pump depletion effect.

The two last contributions (Fig. 3c and 3d) correspond to the phase-conjugate reflection of the beam which has propagated from M_2 to M_1 and has been reflected on M_1 . The beam can oscillate many times between mirror M_1 and the phase conjugate medium before coming back to M_2 .

As we calculate the reflected beam at the second order in $|r_c^{(o)}|$, we have to only consider the case of one reflection on the phase conjugate medium (Fig. 3c) and the case of two reflections (Fig. 3d).

In the first case, the amplitude $E_r^{(3)}$ of the field which comes back in M_2 is :

$$E_r^{(3)} = r_c (t_c e^{i(\phi_2+2\phi_1)} \mathcal{E} e^{-i\theta})^* t_c e^{i(\phi_2+2\phi_1)}$$

$$E_r^{(3)} = r_c T_c \mathcal{E} e^{i\theta} \quad (17)$$

Let us note that this contribution has the same phase as the second contribution $E_r^{(2)}$. In the second case, the amplitude of the field which comes back to M_2 is :

$$E_r^{(4)} = T_c R_c \mathcal{E} e^{-i\theta} e^{i\eta} \quad (18)$$

where η is the difference between the round-trip phase and the closest multiple of 2π

$$\eta = 2(\Psi + \phi_1 + \phi_2) - 2p\pi \quad (19)$$

At the second order in $|r_c^{(o)}|$, T_c can be replaced by one and R_c by $|r_c^{(o)}|^2$ in the formulae (17) and (18). Equations (14) and (18) show that the contribution of paths 1 and 4 have the same phase. The total field E_r is then equal to :

$$E_r = \mathcal{E} e^{-i\theta} e^{i\eta} (1 + 2|r_c^{(o)}|^2) + 2r_c \mathcal{E} e^{i\theta} \quad (20)$$

In stationary regime, we must have

$$r E_r = \mathcal{E} e^{-i\theta} \quad (21)$$

By combining the two preceding formulae, we obtain :

$$1 = r e^{i\eta} (1 + 2|r_c^{(o)}|^2) + 2r r_c e^{2i\theta} \quad (22)$$

At this order of approximation, \mathcal{E}_3^- and \mathcal{E}_4^+ can be respectively replaced by $E \exp i\phi_2 \exp ik_1 l/2$ and by $E \exp i(\phi_2 + \gamma + 2\phi_1) \exp ik_1 l/2$ in the formula (13a). Reporting this result in equation (22), we obtain :

$$e^{-i\eta} - r(1 + 2\alpha^2 I^2) + 2\alpha^2 I \mathcal{E}^2 = 2r\alpha I e^{i\xi} \quad (23a)$$

with

$$\xi = \frac{\pi}{2} + 2\theta - (\theta_1 + \theta_2) - \eta + k\chi_0 l/2 \quad (23b)$$

I is the intensity of the two pump beams ($|\mathcal{E}_1^-| = |\mathcal{E}_2^+|^2 = I$) and θ_1 and θ_2 are their phases ($\mathcal{E}_1^- = \sqrt{I} \exp -i\theta_1$, $\mathcal{E}_2^+ = \sqrt{I} \exp -i\theta_2$)

Using the preceding result, we are now able to calculate the intensity \mathcal{E}^2 and the phase θ of the oscillating beam. Let us call ϵ the quantity $1 - R$. We assume that $\epsilon \ll 1$ and $\eta \ll 1$. In these conditions, the intensity \mathcal{E}^2 is equal to

$$\alpha \mathcal{E}^2 = \frac{\alpha I - (\frac{\epsilon^2}{16} + \frac{\eta^2}{4})^{1/2}}{\frac{\epsilon}{4}} \quad (24)$$

and the phase θ is given by

$$\operatorname{tg} \xi = - \frac{2\eta}{\epsilon} \quad (25a)$$

or equivalently, since $\eta \ll 1$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + 2\theta - (\theta_1 + \theta_2) + k\chi_0 l/2\right) = - \frac{2\eta}{\epsilon} \quad (25b)$$

This result shows that oscillation occurs when the amplitude gain αl is larger than $(\frac{\epsilon^2}{16} + \frac{\eta^2}{4})^{1/2}$. This threshold condition is in agreement with the result of Pochi Yeh [24]. The threshold intensity is minimum when the cavity is tuned ($\eta = 0$). In this case, oscillation can occur if the intensity gain $R_c^{(0)}$ is larger than $\frac{\epsilon^2}{16}$. We note that this last quantity varies as the square of the transmission losses.

This unusual low threshold condition indicates that a standing wave with the appropriate phase θ can extract more energy from the pump beams than a travelling wave.

When the cavity is tuned ($\eta = 0$), it is easy to verify by using formulae (13) and (23b) that the value of θ is the value which maximizes the pump beam depletion. Finally, we must emphasize that the phase of the oscillating beam is locked on $(\theta_1 + \theta_2)/2$: half of the sum of the phases of the pump beams.

b) Formula for a general linear cavity

In the case of a cavity whose mirrors have reflection coefficients

R_1 and R_2 , the formula (24) is transformed into

$$\mathcal{E}^2 = \frac{\alpha I - \left(\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}{16} + \frac{n^2}{4} \right)^{1/2}}{\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{4}} \quad (26)$$

c) Pump beam depletion

Let us call I' the intensity of one of the pump beams after transmission inside the phase conjugate medium. Because of the energy conservation, we have :

$$2(I' - I) = - (\epsilon_1 + \epsilon_2) \mathcal{E}^2 \quad (27)$$

We have assumed that there are no losses inside the atomic medium. All the light taken from the two pump beams is converted into light emitted by the four-wave mixing oscillator. Using (26) we find :

$$I' = I - 2(I - I_{th}) \quad (29)$$

If we note $x = I - I_{th}$, we find that, at first order in x ,

$$I' = I_{th} - x \quad (29)$$

It shows that the intensity of the transmitted pump beam decreases after the threshold has been reached. On the other hand, the mean value of the pump intensity inside the medium reaches a constant value equal to I_{th} inside the medium since the input beam intensity is $I_{th} + x$ and the output beam intensity is $I_{th} - x$. This result generalizes the predictions of Reynaud et al [26] and Savage and Walls [27] who have

shown that, if there is a tuned cavity for the pump beam, the intensity inside the cavity saturates at I_{th} .

d) Bistability

In the preceding part, we have neglected the effect of the non-linear susceptibility on the propagation of each beam. Now, we describe the effect associated with this term using a simplified model. This model assumes that the non-linear indexes are the same for the four waves and are equal to $2\chi^{(3)} I_t$ where I_t is the sum of the four incoming intensities

$$I_t = \sum_{i=1}^4 |\mathcal{E}_i(z)|^2 \quad (30)$$

We have thus to add to the atomic polarization a term equal to :

$$2\chi^{(3)} I_t \sum_{j=1}^4 \mathcal{E}_j(z) \exp-i(\omega_p t - \vec{k}_j \cdot \vec{r}) \quad (31)$$

This is equivalent to add the quantity $2\chi^{(3)} I_t$ to the linear susceptibility χ_0 . Since the absorption has been assumed to be negligible, the total intensity I_t is a constant. This point permits to replace \vec{k} by $\vec{k}' = k(1 + \frac{\chi_0}{2} + \chi^{(3)} I_t)$ in formulae (6) and (7).

By using this transformation we obtain the same system for $\mathcal{E}_1(z)$, $\mathcal{E}_2(z)$, $\mathcal{E}_3(z)$ and $\mathcal{E}_4(z)$ and the same value for r_c and t_c . The only modification comes from the phase Ψ associated to the propagation inside the atomic medium ; Ψ is now equal to :

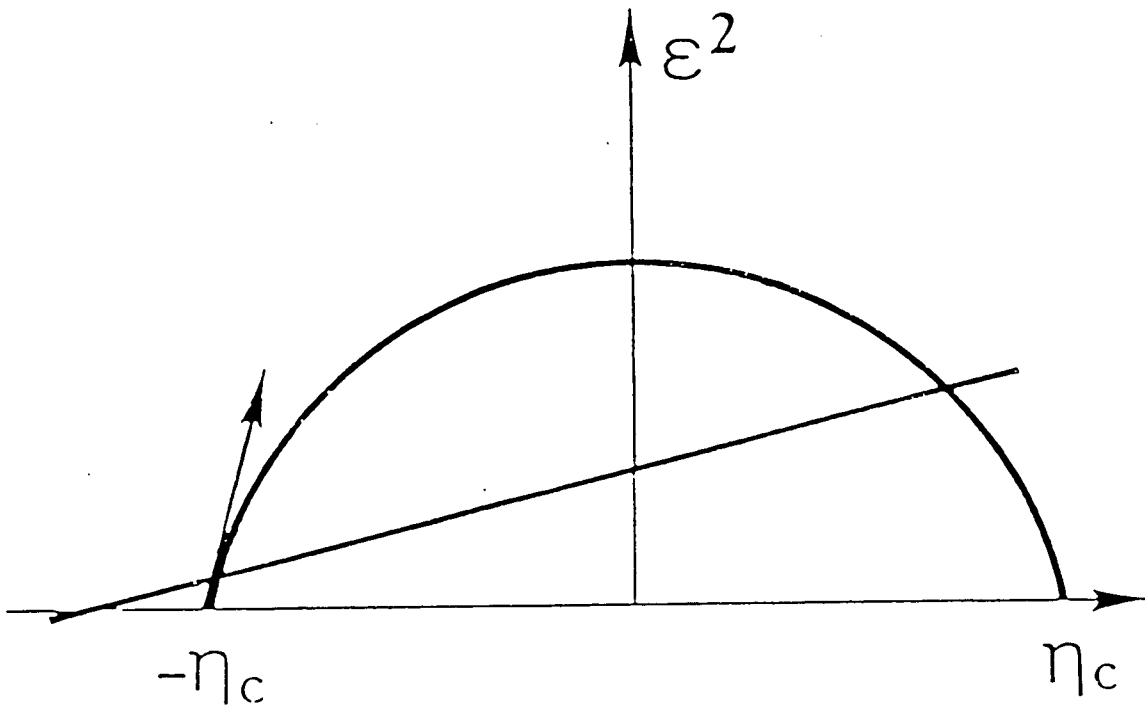


Figure 4

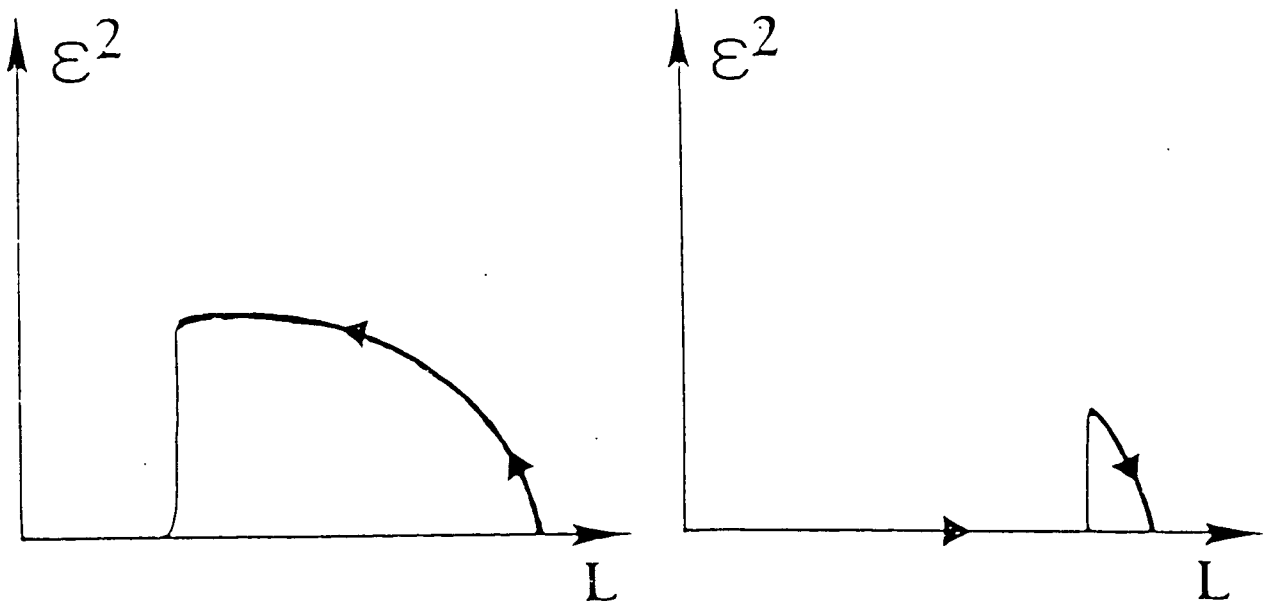


Figure 5

$$kl(1 + \frac{\chi_c}{2} + \chi^{(3)} I_t) \quad (32)$$

Since the gain $|r_c^{(0)}|$ is much smaller than 1, the variation of the beam intensities inside the cell are small and we can approximate I_t by $2I + 2\xi'^2$. The preceding formula shows that the round-trip phase now depends on the intracavity intensity ξ'^2 which depends on ψ through (24). We are in a situation where dispersive optical bistability can be observed. More precisely, we can express η as :

$$\eta = \eta_0 + 4\xi'^2 \quad (33)$$

and the intensity varies with η according to (24). Therefore we have

$$\frac{\eta - \eta_0}{4} = \frac{\alpha I - (\frac{\xi^2}{16} + \frac{\eta^2}{4})^{1/2}}{\frac{\xi}{4}} \quad (34)$$

As shown on Fig. 4, the preceding equation can have two non-zero solutions when the slope of the straight line on the left side of (34) is smaller than the slope of the curve on the right side of (34) at $\eta = \eta_c$.

The slope of the curve depends on the gain I . We find that this slope is larger than $\frac{1}{4}$ as soon as I is larger than I_{th} . In our conditions, for a given value of η_0 , we can have one, two or three different solutions (the solution $\xi'^2 = 0$ is always possible). We see on Fig. 5 that, depending on the direction of variation of the cavity length, we can obtain two different values for the output intensity. This is the classical scheme for dispersive optical bistability [28]-[30]. It should thus be emphasized that, for this four-wave mixing oscillator, optical bistability is an intrinsic phenomenon.

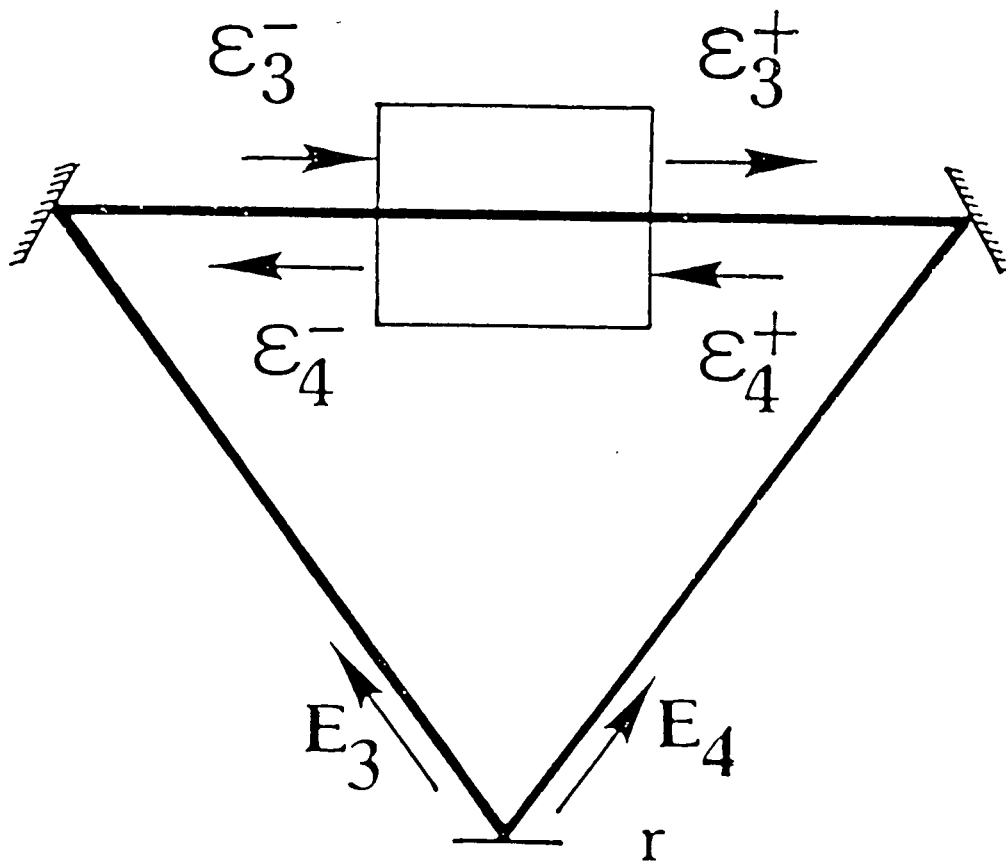


Figure 6

5. Stationary solution for a ring cavity

We now consider the standard ring cavity consisting of three mirrors (see Fig. 6) ; the two mirrors M_1 and M_2 are totally reflecting, the last one M_3 is partially reflecting, with a reflection coefficient R . The atomic medium is placed between the mirrors M_1 and M_2 and interacts with two pump beams E_1 and E_2 which have the same intensity when they enter the cell.

In the case of a ring oscillator, we should observe a bidirectional oscillation. This is due to the fact that the amplification mechanism is associated with a pair emission of photon, each photon propagating in opposite direction. This behaviour is thus strongly different from the usual characteristic of a ring laser where the mode competition only allows the propagation of a travelling wave [31].

Due to the gain mechanism considered here, we expect that the intensities of the two counter-propagating waves should be equal. As we only study the degenerate oscillation, the amplitudes of the intracavity field inside the cell can be written as :

$$E_c(z,t) = \text{Re} \left\{ (\exp i k \chi_0 l / 4) \left[\mathcal{E}_3(z) \exp -i(\omega_p t - \tilde{k} z) + \mathcal{E}_4(z) \exp -i(\omega_p t + \tilde{k} z) \right] \right\}$$

The stationary regime of this oscillator is obtained by combining the relations imposed by the non-linear medium (see formulae (12) and (13)) and the relations imposed by the cavity.

$$\mathcal{E}_3^- = r e^{i(\phi+\psi)} \mathcal{E}_3^+ \quad (35a)$$

$$\mathcal{E}_4^+ = r e^{i(\phi+\psi)} \mathcal{E}_4^- \quad (35b)$$

with $\phi = k(L - l)$. The factor $e^{i\psi}$ comes from the propagation of the field already included in the expression (6) of $E_c(\vec{r}, t)$. Using (12), (13) and (35), we find that the intensity $I_c = |\mathcal{E}_3^-|^2 = |\mathcal{E}_4^+|^2$ of the oscillating beam is

$$\alpha I_c = \frac{\alpha l - (\frac{\epsilon^2}{4} + \eta^2)^{1/2}}{\frac{\epsilon}{2}} \quad (36a)$$

where

$$\eta = kL + k l \frac{\chi^{(0)}}{2} + 2k \chi^{(3)} l (I_c + I) - 2p\pi \quad (36b)$$

Our model also predicts that the sum $\theta_3 + \theta_4$ of the phases of the oscillating fields E_3 and E_4 is locked on $\theta_1 + \theta_2$ (where θ_1 and θ_2 are the sum of the phases of the pump beams) by a relation similar to (23) and (25) :

$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - (\theta_1 + \theta_2) + \theta_3 + \theta_4 + k\chi_0 l/2\right) = -\frac{2\eta}{\epsilon} \quad (37)$$

Equation (36) being similar to equation (24), the oscillating fields should exhibit the same properties for a ring cavity than for a linear cavity. In particular, both the low threshold condition and the bistable behaviour are expected here.

Finally we note that there is no similar relation for the phase difference $(\theta_3 - \theta_4)$. Generally, $(\theta_3 - \theta_4)$ will adjust itself to minimize

the losses of the cavity by a process similar to the one encountered in usual laser gyros [32].

6. Conclusion

In conclusion, we have presented the principle characteristics of a four-wave mixing oscillator in stationary regime. In particular, we have shown that this oscillator is bistable and that its phase is locked on the phase of the pump beam.

Several extensions are possible for this work. First, we have only described the behaviour of the oscillator just above threshold. A theory valid for higher intensities will obviously be interesting to find the limitations of such oscillation. Secondly, the motionless model and the fact that absorption is neglected is certainly questionable since, in actual experiments [33], these effects appear to have some importance. However, in spite of these shortcomings, the model presented here already provides some correct ideas about these oscillators and permits a first approach of the experimental results.

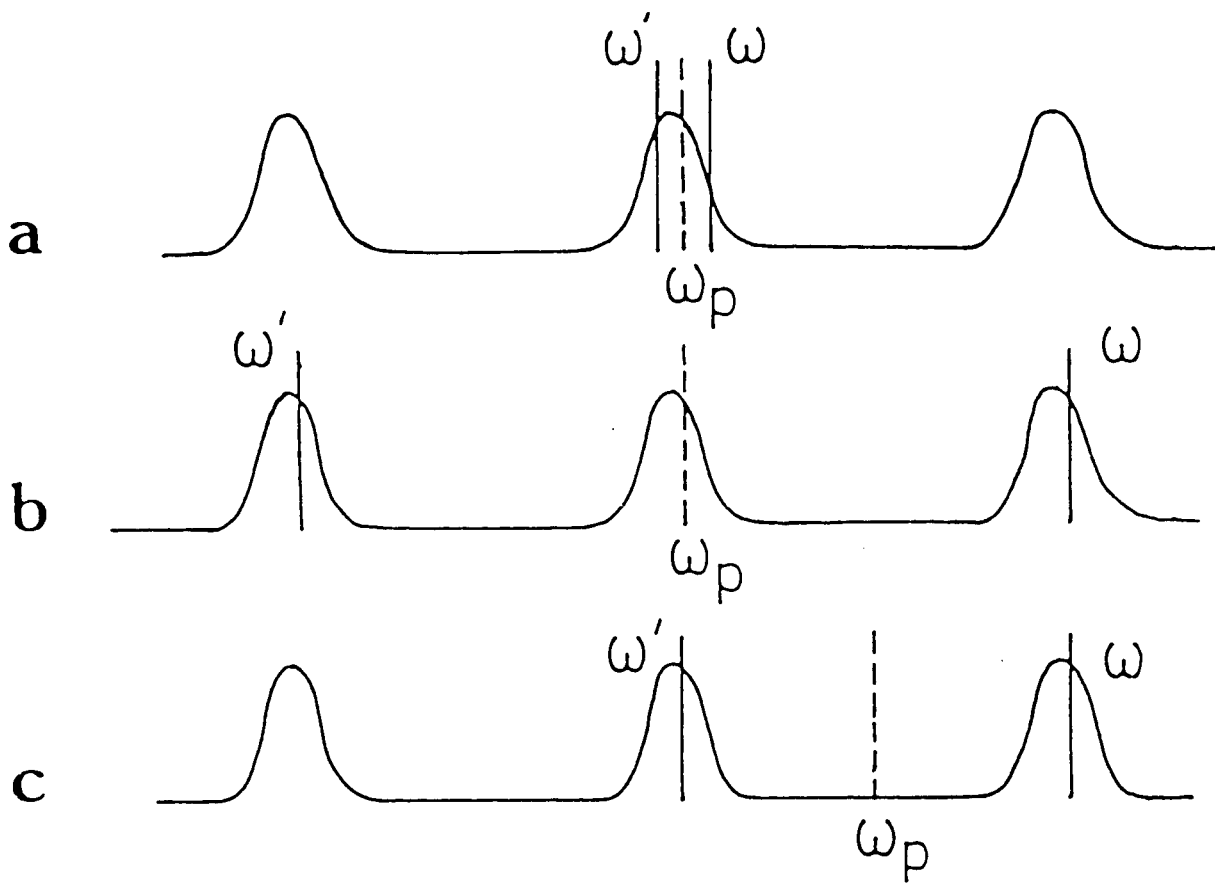


Figure 7

APPENDIX A :The threshold condition in the non degenerate case

In this appendix, we study in which conditions we can obtain a non degenerate oscillation in a linear cavity (§ I) and in a ring cavity (§ II).

I - Linear cavity

a - Threshold condition

We consider, at point M_2 , two beams $\mathcal{E}e^{-i\theta}$ and $\mathcal{E}'e^{-i\theta'}$ whose frequencies are $\omega = ck = \omega_p + \Delta$ and $\omega' = ck' = \omega_p - \Delta$ (cf Fig. 7). Because of the frequency difference between the two beams, we have to consider different phases for the free propagation and the transmission through the phase conjugate medium. On the other hand, the reflection coefficient $r_c^{(0)}$ is the same for the two fields in the case of motionless atoms at the Kerr limit. To obtain the threshold condition, we have to calculate the reflected beams E_r and E_r' only at first order in $r_c^{(0)}$. In these conditions, there are only three processes which contribute to the reflected beam. These processes are sketched on Figures 2a, 2b and 2c. $E_r^{(1)}$ and $E_r'^{(1)}$, the amplitudes of the fields associated to the first path (Fig. 2a), are respectively equal to :

$$E_r^{(1)} = \mathcal{E} e^{2i(\phi_1 + \Psi + \phi_2)}$$

$$E_r'^{(1)} = \mathcal{E}' e^{2i(\phi_1' + \Psi' + \phi_2')}$$

(A1)

The second path (see Fig. 2b) corresponds to the phase conjugate reflection on the medium and gives :

$$E_r^{(2)} = r_c' \cdot \mathcal{E}' e^{+i\theta'} e^{i(\phi_2 - \phi_2')} \quad (A2)$$

$$E_r^{(2)'} = r_c \cdot \mathcal{E} e^{+i\theta} e^{i(\phi_2' - \phi_2)}$$

with

$$r_c' = i\alpha \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+ \exp(ik_p \chi_{o_2} \frac{1}{2}) \exp i(k - k') \frac{1}{2} \quad (A3)$$

$$r_c = i\alpha \mathcal{E}_1^- \mathcal{E}_2^+ \exp(ik_p \chi_{o_2} \frac{1}{2}) \exp i(k' - k) \frac{1}{2}$$

In our conditions, the difference $(k - k') \chi_{o_2} \frac{1}{2}$ is always much smaller than one and we can replace k and k' by \tilde{k} and \tilde{k}' in the preceding equation.

The contribution of the third path (Fig. 2c) to the reflected beams

E_r and E_r' are equal to :

$$E_r^{(3)} = r_c' \mathcal{E}' e^{+i\theta'} e^{-i(\phi_2' + \psi' + 2\phi_1')} e^{i(\phi_2 + \psi + 2\phi_1)} \quad (A4)$$

$$E_r^{(3)'} = r_c \mathcal{E} e^{+i\theta} e^{-i(\phi_2 + \psi + 2\phi_1)} e^{+i(\phi_1' + \psi' + 2\phi_1')}$$

If we place at point M_2 a mirror whose amplitude reflection coefficient is r , the threshold condition is now obtained. Solving a set of two equations :

$$\mathcal{E} e^{-i\theta} (1 - r e^{2i(\phi_1 + \psi + \phi_2)}) = r r_c' \mathcal{E}' e^{+i\theta'} e^{i(\phi_2 - \phi_2')} (1 + e^{i(\psi - \psi' + 2\phi_1 - 2\phi_1')}) \quad (\text{A5})$$

$$\mathcal{E}' e^{-i\theta'} (1 - r e^{2i(\phi_1' + \psi' + \phi_2')}) = r r_c \mathcal{E} e^{+i\theta} e^{i(\phi_2' - \phi_2)} (1 + e^{i(\psi' - \psi + 2\phi_1' - 2\phi_1)})$$

From these two equations we obtain the threshold condition :

$$(1 - r e^{i\eta})(1 - r e^{-i\eta'}) = r r_c (o) e^{i(\psi - \psi')} e^{2i(\phi_2 - \phi_2')} (1 + e^{i(\psi - \psi' + 2\phi_1 - 2\phi_1')})^2 \quad (\text{A6})$$

with

$$\eta = 2(\phi_1 + \psi + \phi_2) - 2p\pi$$

$$\eta' = 2(\phi_1' + \psi' + \phi_2') - 2p\pi$$

$$R_c(o) = \alpha^2 l^2$$

In the degenerate case, we have $\eta = \eta'$, $\phi_1 = \phi_1'$, $\psi = \psi'$ and $\phi_2 = \phi_2'$ and the contributions of the two paths due to phase-conjugate reflection on the medium have the same phase independently of the position of the cell. The threshold equal to

$$4r r_c(o) = 1 + R - 2R \cos \eta \quad (\text{A7})$$

is in agreement with the result of reference [24] and, for small values of η and $(1 - R)$, gives back the result obtained in the § 4a

$$(R_c(o) = \frac{\epsilon^2}{16} + \frac{\eta^2}{4}).$$

Equation (A6) allows us to discuss the threshold condition in the non degenerate case. We will see that the position of the cell now plays an important role, due to the interference effect between the paths shown on Figures 2b and 2c. We first discuss the situation

where the cell is placed just in the middle of the cavity. The two lengths L_1 and L_2 are equal and thus the phases ϕ_1 and ϕ_2 are equal too.

$b - L_1$ is equal to L_2

First we consider the situation where 2Δ is of the same order of magnitude as the cavity bandwidth (see Fig. 7a). It is convenient to define η_p and σ as

$$2\eta_p = \eta + \eta'$$

(A8)

$$2\sigma = \eta - \eta'$$

Since we have assumed that we consider a good cavity ($1 - R \ll 1$), the phases η and η' are much smaller than one when the frequencies ω and ω' are close to a frequency resonance of the cavity. In these conditions, the formula (A6) becomes equal to :

$$\frac{\epsilon^2}{4} + \eta_p^2 - \sigma^2 - i\epsilon\sigma = 4RR_c(\omega)(1 + 2i\sigma)$$

(A9)

Equalizing the real and imaginary parts, we obtain two conditions

$$\frac{\epsilon^2}{4} + \eta_p^2 - \sigma^2 = 4RR_c(\omega)$$

(A10)

$$- \epsilon\sigma = 8RR_c(\omega)\sigma$$

The second condition can never be fulfilled except when $\sigma = 0$. This result shows that in these conditions ($|\omega - \omega'| \sim \frac{C}{2L}\epsilon$) the only solution is the degenerate solution ($\omega = \omega' = \omega_p$).

We now discuss the situation where $|\omega - \omega'|$ is equal to an even multiple of the free spectral range $\frac{C}{2L}$, the central frequency ω_p is assumed to be close to $n \frac{C}{2L}$ (see Fig. 7b). In this situation, the difference between ω and ω' is equal to $(2p)(2\pi)$. Equation (A6) shows that the threshold condition is identical to the result obtained in the degenerate case.

We can also consider another situation where $|\omega - \omega'|$ is equal to an odd multiple of $\frac{C}{2L}$, the central frequency ω_p being close to $(n+\frac{1}{2}) \frac{C}{2L}$ (see Fig. 7c). In this situation, equation (A6) shows that the two paths leading to a phase conjugate beam have opposite phases and thus cancel each other. Thus an oscillation is not predicted from a first calculation in such a condition.

$c - L_1$ differs from L_2

As already mentioned in the preceding paragraph, the degenerate oscillation does not depend on the position of the cell. Using equation (A6), we can easily show that it is impossible to obtain a non-degenerate oscillation when ω and ω' are close to a peak of the cavity, this result being independent of the position of the cell. This equation shows that the two other situations ($|\omega - \omega'| = 2p \frac{C}{2L}$ and $|\omega - \omega'| = (2p+1) \frac{C}{2L}$) depend on the position of the cell. For these two situations an oscillation can occur with the cell close to a mirror ($L_1=0$ or $L_2=0$) but in these cases the threshold condition critically depends on the length l of the cell.

II - Ring cavity

We now consider two incoming beams $E_3(1/2)$ and $E_3'(1/2)$ at point A and two incoming beams $E_4(-1/2)$ and $E_4'(-1/2)$ at point B. At the lowest order in $r_c^{(0)}$ we have :

$$E_3(1/2) = e^{i\psi} E_3(-1/2) + r_c'(E_4'(1/2))^* \quad (A11)$$

$$E_4'(-1/2) = e^{i\psi'} E_4'(1/2) + r_c(E_3(-1/2))^*$$

where r_c and r_c' are given by the formula (A3). The threshold condition is obtained by combining the preceding relations imposed by the phase conjugate medium and the following imposed by the cavity :

$$E_3(-1/2) = r e^{i\phi} E_3(1/2) \quad (A12)$$

$$E_4'(1/2) = r e^{i\phi'} E_4'(-1/2)$$

with

$$\phi = k(L - 1) \text{ and } \phi' = k'(L - 1)$$

We then obtain :

$$(1 - r e^{i\eta}) E_3(+1/2) = r_c' r e^{-i\phi'} (E_4'(-1/2))^* \quad (A13)$$

$$(1 - r e^{i\eta'}) E_4'(-1/2) = r_c r e^{-i\phi} (E_3(1/2))^*$$

Combining these two equations, we obtain the threshold condition in the non degenerate case :

$$(1 - re^{i\eta})(1 - re^{-i\eta'}) = RR_c^{(o)} e^{i(\eta - \eta')} \quad (A14)$$

In a ring cavity there is only one contribution which is due to the phase conjugate reflection and, consequently, the threshold condition does not depend on the position of the cell.

In the degenerate case, we have $\eta = \eta'$, the threshold is then equal to :

$$1 + R - 2 R \cos\eta = R R_c^{(o)} \quad (A15)$$

This formula gives, for small values of η and $(1 - R)$:

$$R_c^{(o)} = \frac{\epsilon^2}{4} + \eta^2 \quad (A16)$$

which is in agreement with the results of paragraph 5. We now consider the situation where ω and ω' are close to a frequency resonance of the cavity, ($\eta, \eta' \ll 1$). In these conditions, equation (A14) becomes :

$$(1 - r)^2 + \eta\eta' + ir(\eta' - \eta) = RR_c^{(o)}(1 + i(\eta - \eta')) \quad (A17)$$

This equality can never be fulfilled except when $\eta = \eta'$, which corresponds to the degenerate case ($\omega = \omega' = \omega_p$).

We now discuss the situation where $|\omega - \omega'|$ is an even multiple of $\frac{2}{L}$, the pump frequency is assumed to be close to a resonance frequency,

(see Fig. 7c). In these conditions, the difference $\omega - \omega'$ is equal to $(2p)(2\pi)$ and the equation (A14) is identical to the equation obtained when $\omega = \omega'$. This result shows that this situation in our model has the same threshold as the degenerate situation.

Finally we consider the situation where $|\omega - \omega'|$ is an odd multiple of $\frac{C}{L}$, the pump frequency being close to $(n + \frac{1}{2}) \frac{C}{L}$ (see Fig. 7c). The difference $\eta - \eta'$ is then equal to $(2p + 1)(2\pi)$ and the threshold in this situation is also equal to the one found in the degenerate case.

APPENDICE B

Case of atomic saturation

We now consider a situation where the main saturation process is the atomic saturation. In this case, we have to calculate the atomic polarization up to fifth order in electric fields (the gain appears at third order and the saturation appears at fifth order). For motionless atoms we have :

$$P = \epsilon_0 \chi_0 E + \epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E + \epsilon_0 \chi^{(5)} |E|^4 E \quad (B1)$$

where $\chi^{(5)}$ is equal to $-\chi^{(3)} \frac{d^2}{\hbar^2 \delta^2}$.

We have already calculated the contributions of the third order terms to the component of the atomic polarization P_{pc} which generates the phase conjugate beam. The corresponding terms are equal to :

$$P_{pc}^{(3)} = 2\epsilon_0 \chi^{(3)} (\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* + \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_4^* + \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_4 \mathcal{E}_1^* + \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_4 \mathcal{E}_2^*) \quad (B2)$$

The calculation of the fifth order terms is tedious but straightforward and leads to :

$$\begin{aligned} P_{pc}^{(5)} = 6\epsilon_0 \chi^{(5)} \{ & (I_1 + I_3 + I_4 + 2I_2) \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_4 \mathcal{E}_1^* + \\ & + (2I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_4 \mathcal{E}_2^* + (I_1 + I_2 + I_3 + 2I_4) \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* + \\ & + (I_1 + I_2 + 2I_3 + I_4) \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_4^* \} \quad (B3) \end{aligned}$$

Since we assume that the pump depletion is much smaller than the atomic saturation, it is convenient to limit our calculation to the first order in $k \chi_0 l$. We thus obtain :

$$t_c = 1$$

$$r_c = ikl(\chi^{(3)} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 + 3\chi^{(5)} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 (2I + 3\mathcal{E}^2)) \quad (34)$$

where \mathcal{E} is the intracavity field. The first term in r_c is the unsaturated gain while the second term describes the atomic saturation. As $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(3)}$ have opposite signs, the second term indeed corresponds to a diminution of the gain. There are two contributions to the saturation, one due to the pump intensity I and a second due to the intracavity intensity \mathcal{E}^2 . The effect of the last term determines the stationary value of \mathcal{E}^2 . In fact, all the results precedingly obtained in the case of pump depletion can now be extended to the present situation. For example, we find that the intensity \mathcal{E}^2 of the oscillating beam is determined by :

$$18k|\chi^{(5)}| I \mathcal{E}^2 = \frac{(\alpha I)^2 (1 - 12 \frac{d^2 I}{\kappa^2 \delta^2}) - (\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}{16} + \frac{n^2}{4})}{\alpha | I |} \quad (35)$$

Comparaison avec l'oscillateur paramétrique

1 - Bien que les processus mis en jeu ne soient pas du même ordre, les oscillateurs à conjugaison de phase présentent de nombreuses similitudes avec les oscillateurs paramétriques. Le mécanisme est celui de la Figure 8. Nous allons examiner le cas de la cavité en anneau. Pour l'oscillateur paramétrique doublement résonant, tous les champs se propagent dans le même sens, mais la cavité n'est accordée que pour les deux fréquences ω_1 et ω_2 . On ne s'occupe pas des problèmes de phase-matching, mais seulement d'accord de la cavité et on note ϕ_1 et ϕ_2 les déphasages de chacun des faisceaux sur la longueur $L - l$. Si le milieu est sans perte et si on néglige la déplétion de la pompe, l'équation d'évolution des champs dans le milieu est (on ne tient pas compte de la propagation libre)

$$\frac{dA_1}{dz} = -i \frac{g}{2} A_2^*(z)$$

$$\frac{dA_2^*}{dz} = i \frac{g}{2} A_1(z)$$

$$g = K A_p(o)$$

Ce qui donne :

$$A_1(z) = A_1(o) \operatorname{ch}\left(\frac{g}{2}z\right) - i A_2^*(o) \operatorname{sinh}\left(\frac{g}{2}z\right)$$

$$A_2^*(z) = A_2^*(o) \operatorname{ch}\left(\frac{g}{2}z\right) + i A_1(o) \operatorname{sinh}\left(\frac{g}{2}z\right)$$

$$\text{si on pose } t_c = \operatorname{ch}\left(\frac{g}{2}z\right) \quad t_c \quad R$$

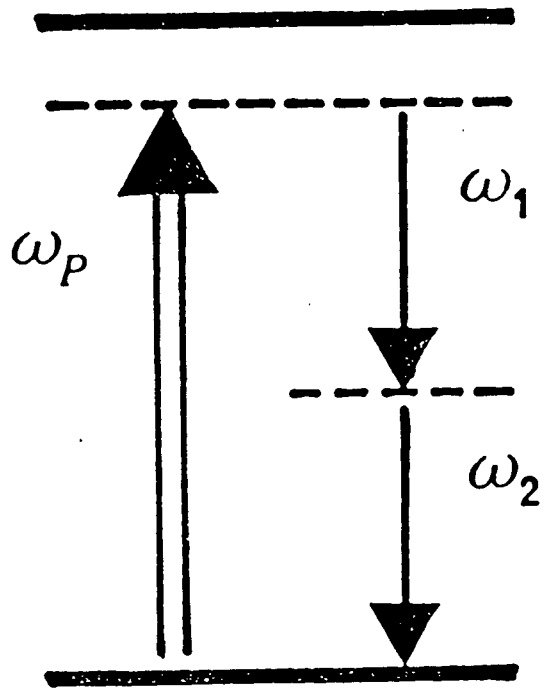


Figure 8

$$r_c = -i \operatorname{sh}\left(\frac{g}{2} z\right)$$

On a bien $T_c = 1 + R_c$ comme dans le cas de la conjugaison de phase, mais la "réflexion" se fait vers l'avant. Si ϕ_1 est le déphasage de l'onde i sur un tour, la condition de seuil s'écrit :

$$1 - (r_1 e^{i\phi_1} + r_2 e^{-i\phi_2})t_c + r_2 r_1 e^{i(\phi_1 - \phi_2)} = 0$$

soit

$$T_c = \frac{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\phi_1 - \phi_2)}{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\phi_1 + \phi_2)} \quad (\phi_1 - \phi_2) = 0(2\pi)$$

et au minimum

$$R_c > \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{4} \quad \text{si } R_1 = 1 - \epsilon_1$$

$$R_2 = 1 - \epsilon_2$$

Ce qui est un seuil du même ordre que celui d'un oscillateur à conjugaison de phase. Les deux photons sont émis simultanément dans ce processus qui, étant non résonant, a un temps de réponse infiniment court.

Du point de vue des faisceaux dans la cavité, ces deux interactions sont du même type : on émet des photons jumeaux. Les propriétés de la lumière émise dans les deux cas doivent donc être très semblables.

BII ETUDE EXPERIMENTALE DANS LA VAPEUR DE SODIUM

ABSTRACT

We describe here the experimental characteristics of a four-wave mixing oscillator which uses sodium vapor enclosed in a linear or a ring cavity. We study the pump beam depletion and the enhancement of the fluorescence induced by the four-wave mixing oscillation. The situation of pump beams of same frequency and of different frequency is considered. In both cases, the output beam exhibits almost always a bistable behaviour. The bistability is observed by varying the length of the cavity, the pump beams being constant, or by varying the pump beams intensity, the length of the cavity remaining constant. With degenerate pump beams, the phase and the frequency of the output beam is compared to the one of the pump beam. We also study the noise of such a degenerate four-wave oscillation both in the case of degenerate pumps and in the case of non-degenerate pumps and we observe a very important phase sensitive noise. This feature is also observed with a non-degenerate oscillation which is also considered. The case of a ring cavity is also investigated. Here again we observe a bistable behaviour and a phase locking. Furthermore a strong correlation between the two output intensities is reported.

The gain process associated with nearly degenerate four-wave mixing has been a subject of large interest in the last ten years. The basic properties of the gain in degenerate four-wave mixing have been described by Yariv and Pepper [1] who show that a phase conjugate reflectivity larger than 1 should be possible. Numerous experimental studies have been done to verify this result [2]. In particular, in sodium vapor, Bloom et al. [3] have shown that huge reflectivities of the order of 100 can be obtained with a pulsed laser. Using cw lasers, Lind and Steel [4] have obtained a reflectivity of 150 %, and Leite et al. [5] a reflectivity equal to 250 %. All these results have stimulated studies of the self-oscillation of a cavity using a sodium vapor phase conjugate mirror [6] [7]. In these experiments, the cavity consists of an usual mirror and an amplifying phase-conjugate mirror. Another possibility is to set the phase-conjugate medium inside a real cavity and to use it as an amplifier only. It is the properties of such an oscillator that we describe here. We show that this four-wave mixing oscillator has properties which are very close to those of the well-known parametric oscillator. For example, the very low threshold condition is similar to the one obtained in the case of a doubly resonant parametric oscillator [8]. On the other hand, we have observed characteristics such as bistability which are intrinsic to this four-wave mixing oscillator.

The paper is divided in eight sections. We first describe our experimental conditions and present the variation of the phase conjugate reflectivity versus the frequency detuning from the sodium D₂ resonance (§ 1). We show also that, even with a 1 % phase conjugate reflectivity, it is possible, using a standing probe wave, to have a 25 % gain.

This suggests that the four-wave mixing oscillation should be easy to achieve and indeed we show that such oscillation is observed on a very wide range of frequency (§ 2). Afterwards we study the pump beam depletion induced by the four-wave mixing oscillation (§ 3), we show that this oscillation is almost always bistable (§ 4), and we study the phase and the frequency of the output beam (§ 5). In particular we show that a very stable interference pattern is observed between the output beam and a reference beam taken from the pump beam. We also study the noise of such an oscillator and we show that a very important phase sensitive noise is found (§ 6). The non degenerate oscillation of such a system is considered in § 7 and the particular case of a ring cavity is finally discussed in § 8.

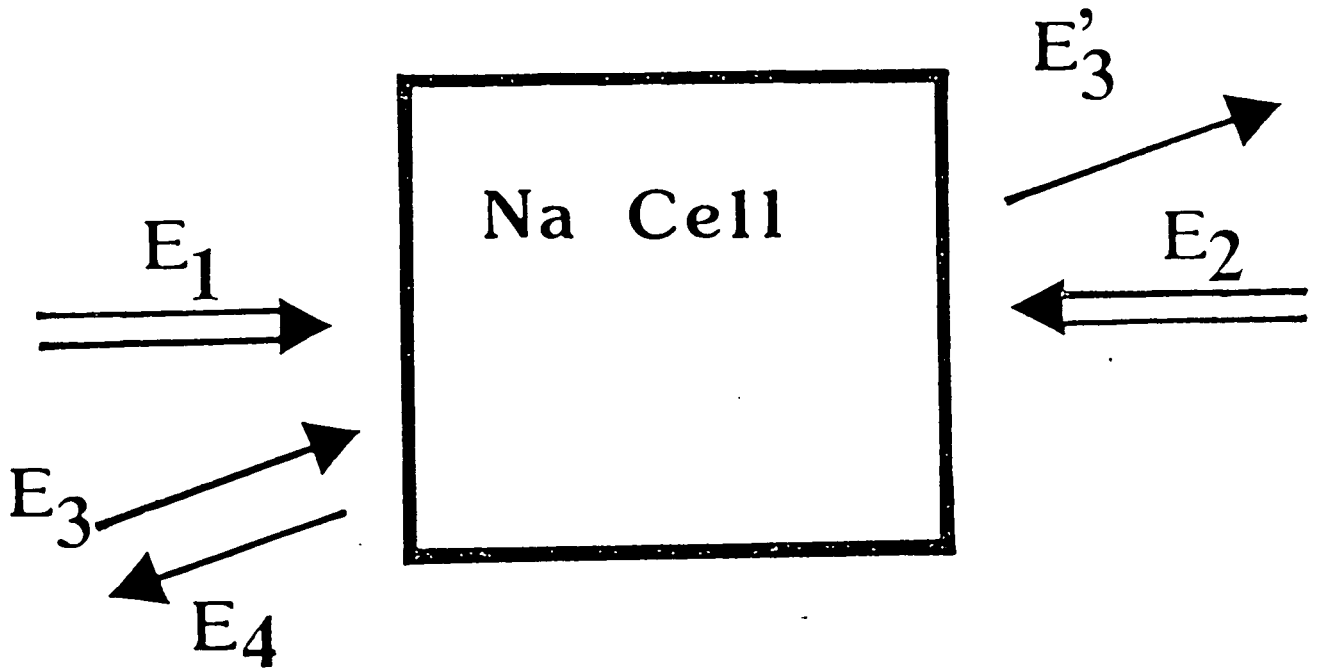


Figure 1

1. Phase Conjugation in Sodium Vapor at Low Temperature

a- Experimental set-up

We consider three beams of same frequency ω_p (Figure 1). E_1 and E_2 are two counterpropagating pump beams, and E_3 is a probe beam of much weaker intensity. E_3 makes an angle θ ($\theta = 10^{-2}$ rad in our experiment) with the direction of E_1 . We call E'_3 the transmitted probe beam through the medium ($E'_3 = t_c E_3$), and $E_4 = r_c E_3^*$ the phase conjugate beam (Figure 1).

In our experiment the non-linear medium is sodium vapor. We use a 5 cm long quartz cell with Brewster angles. The temperature of the cell is kept below 160°C to avoid rapid deterioration of the windows. The light source is an home made cw dye laser pumped by an Ar^+ ion laser. It delivers about 500 mW with a frequency jitter smaller than 2 MHz. Its frequency is kept close to the D_2 line ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$).

All beams are focused within the cell. The beam E_1 is retroreflected by a curve mirror to obtain E_2 . These two beams have the same waist equal to $250 \mu\text{m}$. The probe beam E_3 (waist $110 \mu\text{m}$) consists of a small part of E_1 taken before the cell ($E_3^2/E_1^2 = 10^{-2}$). The smallness of θ ensures a complete overlapping of the three beams inside the cell.

b- Phase conjugate reflection and transmission

For a thin optical medium $T_c = |t_c|^2$ and $R_c = |r_c|^2$ are related by the following formula |9| :

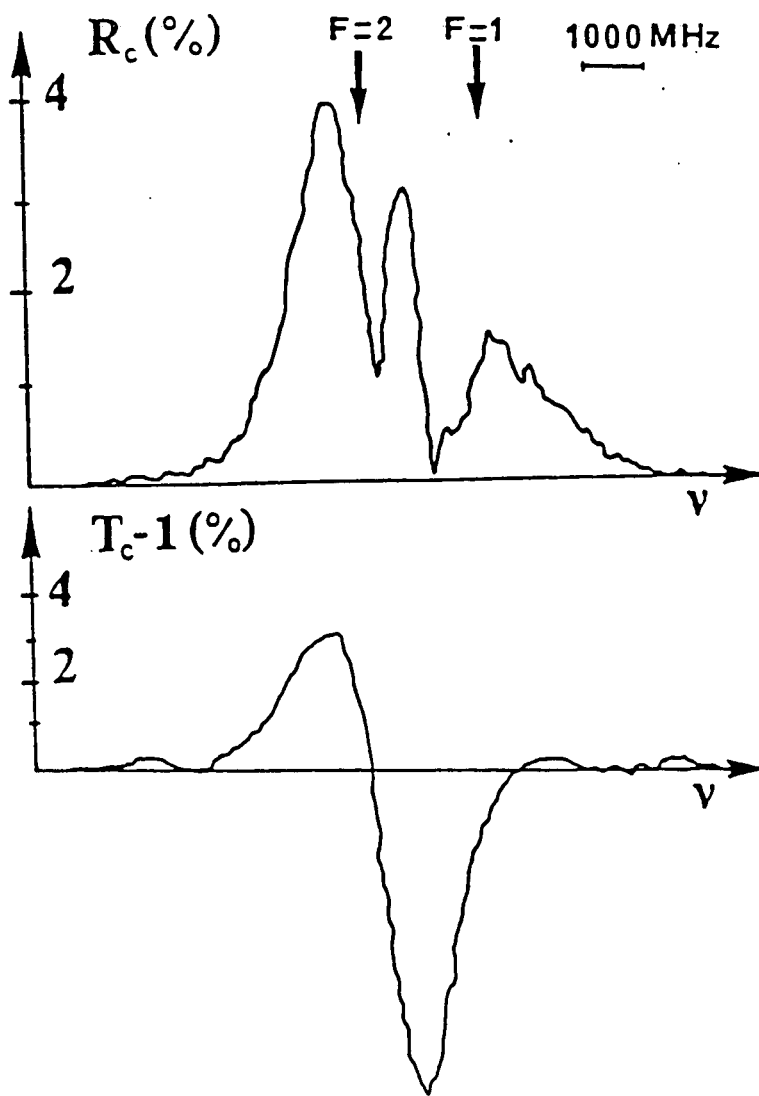


Figure 2

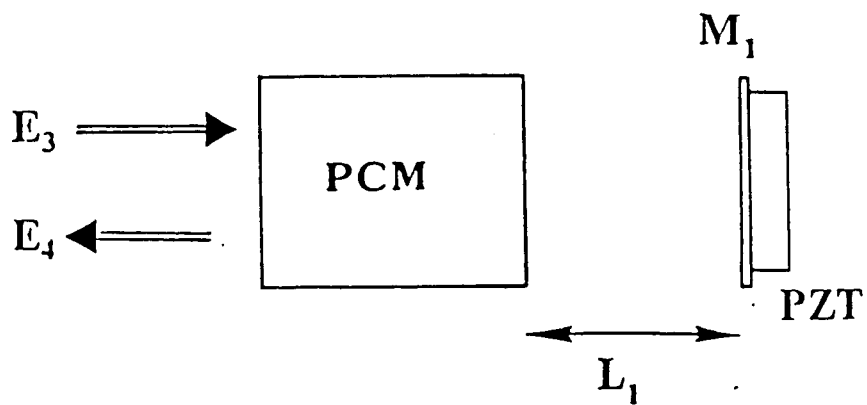


Figure 3

$$T_c = 1 + R_c - 2\alpha_R L \quad (1)$$

where α_R is the attenuation coefficient for the amplitude of beam E_3 when the medium already interacts with pump beams E_1 and E_2 . If there are no losses ($\alpha_R = 0$), formula (1) means that, for each photon emitted in the $k_4 = -k_3$ direction, there is also one photon emitted in the k_3 direction. In order to check this formula, we have measured the intensities of the transmitted beam E'_3 and of the conjugate beam E_4 using photodiodes. We show on Figure 2 an experimental recording of the power of reflection R_c and of the variation of the transmission $T_c - 1$ versus the laser frequency. At the center of the resonance $T_c - 1$ becomes negative, which means that absorption losses dominate the four wave mixing gain, but far from resonance and peculiarly on the self-defocusing side, $T_c - 1$ is positive and almost equal to R_c , which means that, for these frequencies, amplification dominates the losses.

c- Amplification and deamplification for a standing probe beam

We now add a totally reflective mirror M_0 to reflect the probe beam on itself (Figure 3). This mirror M_1 is mounted on a piezoceramic translator. The reflected intensity $I_4 = |E_4|^2$ is then measured on the photodiode PD. I_4 depends on the optical length L_1 between the non-linear medium and M_1 . If we call ϕ_1 the phase variation of the light between the sodium cell and M_1 , we find at first order in r_c | 9 | :

$$\frac{I_4}{I_3} = 1 + 4 \sqrt{R_c} \cos(2\phi_1 - \phi_0) \quad (2)$$

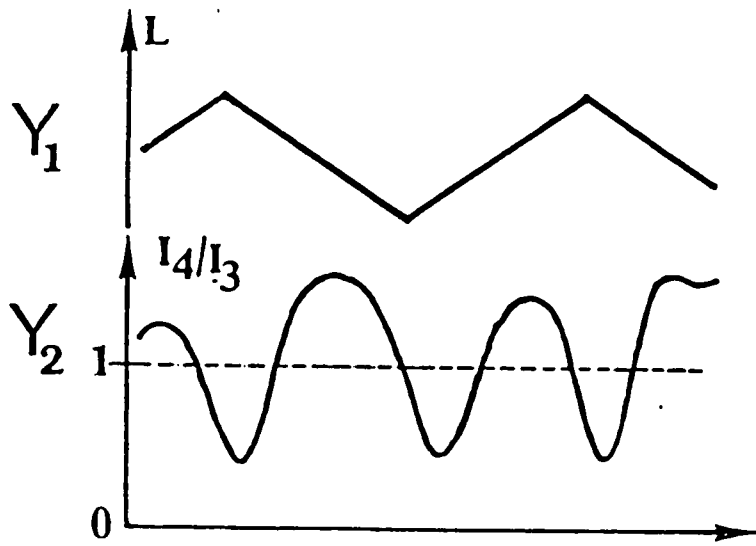


Figure 4

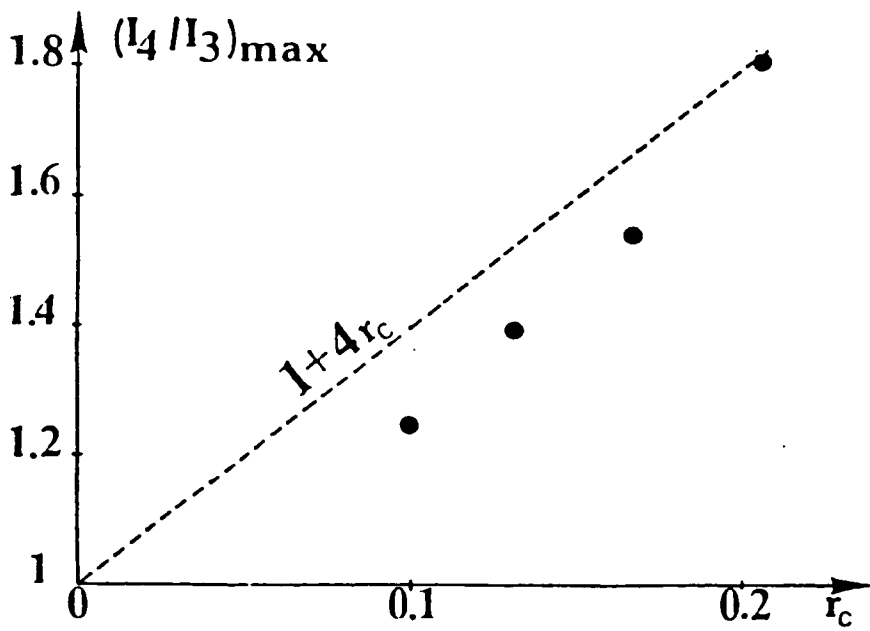


Figure 5

where ϕ_0 depends on the phases of the pump beam and of the probe beam. When we apply a voltage on the PZT, the distance between M_1 and the sodium cell varies and I_4 should thus experiment an amplification or a deamplification according to the value of ϕ_1 . We show in Figure 4 the variation of (I_4/I_3) versus L . Indeed the value of I_4 is larger or smaller than I_3 depending on the value of ϕ_1 . The gain mechanism that we consider here has thus characteristics which are profoundly different from those of a laser. The maximum value of I_4/I_3 versus R_c is compared on Figure 5 with the theoretical straight line obtained by setting $\cos(2\phi_1 - \phi_0) = 1$ in (2). The fact that the theoretical values are slightly larger than the experimental results is related to losses in the sodium cell and on the window of the cell. The striking point is that even for very small value of R_c , there can be a very large amplification when the phase ϕ_1 is correctly tuned. For example a single passage gain of 1 % yields a gain of 25 % after retroreflection. This shows that self-oscillation should be very easy to obtain even with moderate value of R_c .

2. Observation of Four Wave Mixing Oscillation

a- Four wave mixing with degenerate pumps

The experimental set-up (Figure 6) is almost the same as the preceding one. The pump E_1 is focused on the cell and reflected back on itself using a curve mirror. Two mirrors M_1 and M_2 (radius of curvature 30 cm) are set on both sides of the sodium cell. The distance between M_1 and M_2 is $L = 56$ cm, their transmissions being 0.5 % and 6 %. The cavity has thus a bandwidth of the order of 10 MHz. M_1 is mounted on a PZT which enables to scan the length of the cavity. When the cavity is tuned, an intense self-oscillation is observed.

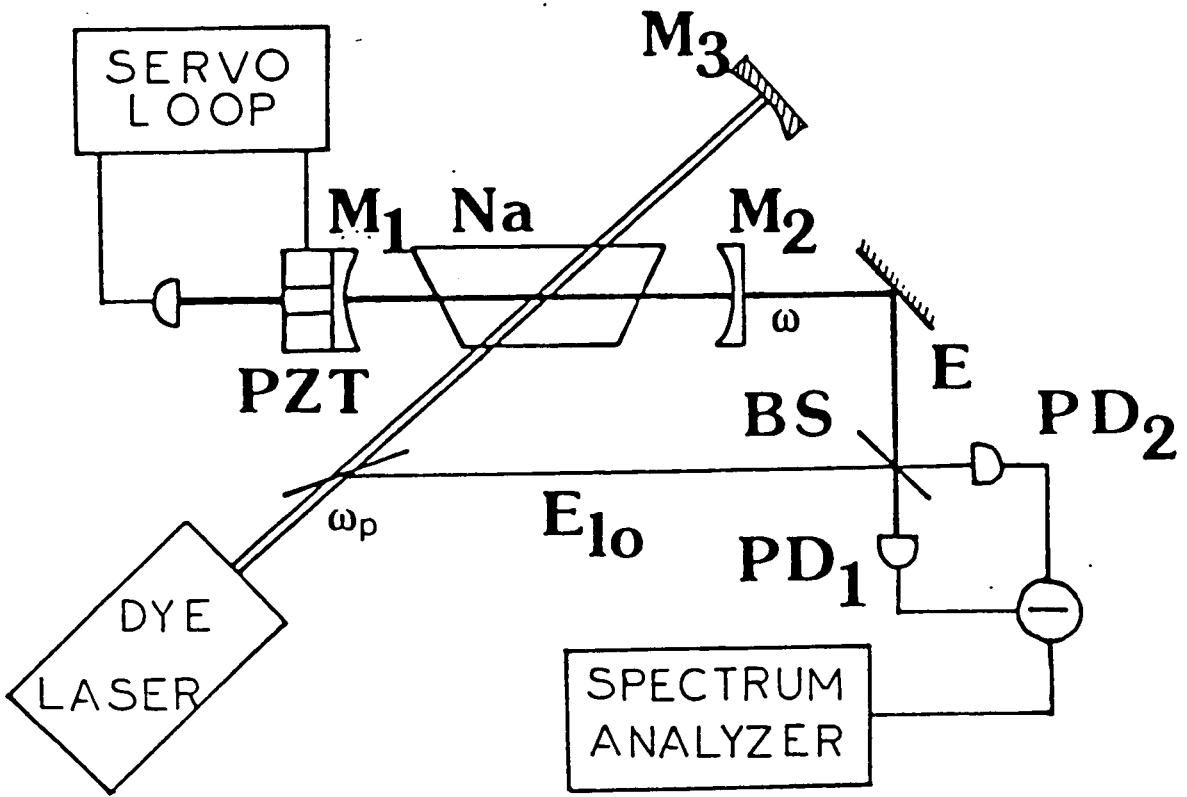


Figure 6

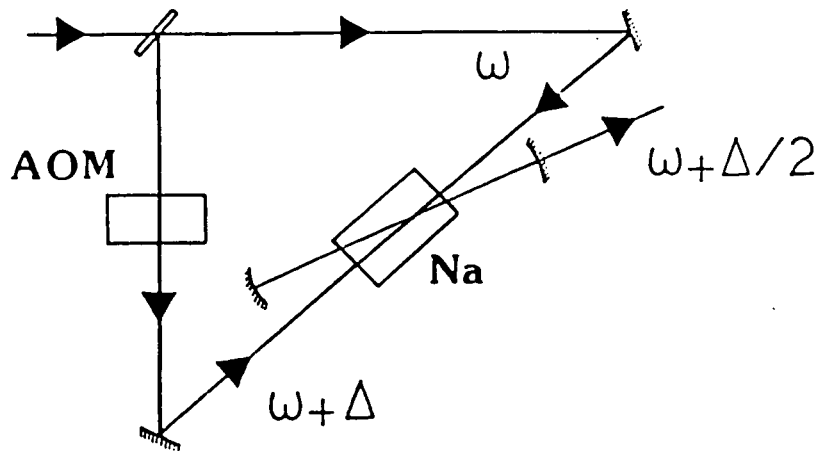


Figure 7

The maximum output power is 3 mW, which corresponds to 50 mW inside the cavity. Taking into account the ratio 2 between the waist of the pumps and the waist of the cavity, the power density of the oscillating beam inside the cavity is almost equal to the power density of the pump beams.

b- Four wave mixing oscillation with non degenerate pumps

The beam coming from the dye laser is splitted into two beams E_1 and E_2 (Figure 7). E_2 is transmitted through an acousto-optic modulator which shifts its frequency. The two pump beams E_1 and E_2 have thus different frequencies ω_p and $\omega_p + \Delta$, Δ being equal to 40 MHz in our experiment.

A self-oscillation is also observed in this situation, and the maximum power output is of the order of 1 mW. The beat frequency between the oscillating beam and each of the pump beams has been measured to be equal to 20 MHz. This shows that a degenerate oscillation with emission of photons of frequency $(\omega_p + \frac{\Delta}{2})$ is obtained.

In a last experiment, we use a stabilized He-Ne laser to control the length of the cavity. Using a servoloop, the length of the cavity is kept fixed, and we scan the dye laser frequency ω_p . We show in Figure 8 the variation of the intensity of oscillation I_{out} versus ω_p . Oscillation is obtained on both sides of the resonance over a range of the order of 2 GHz. The oscillation occurs on several transverse modes. The TEM00 modes are shown with an arrow, the distance between two consecutive TEM00 modes being 270 MHz. When we introduce

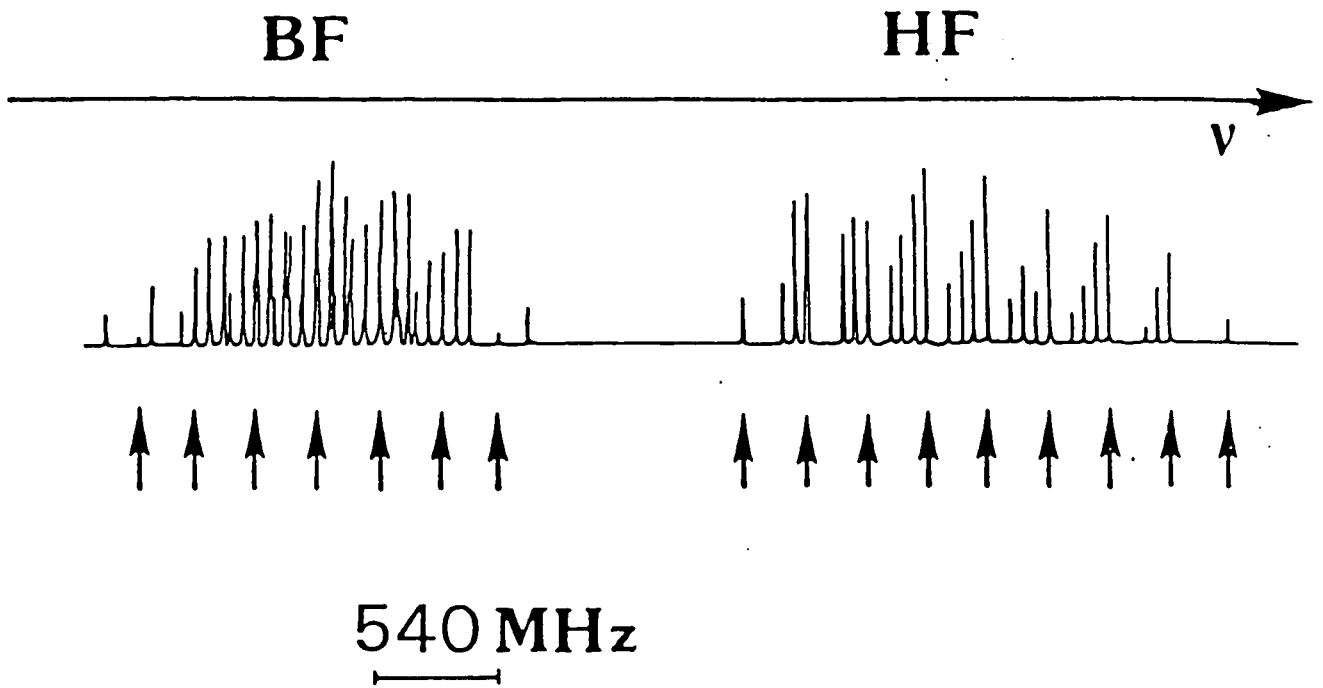


Figure 8

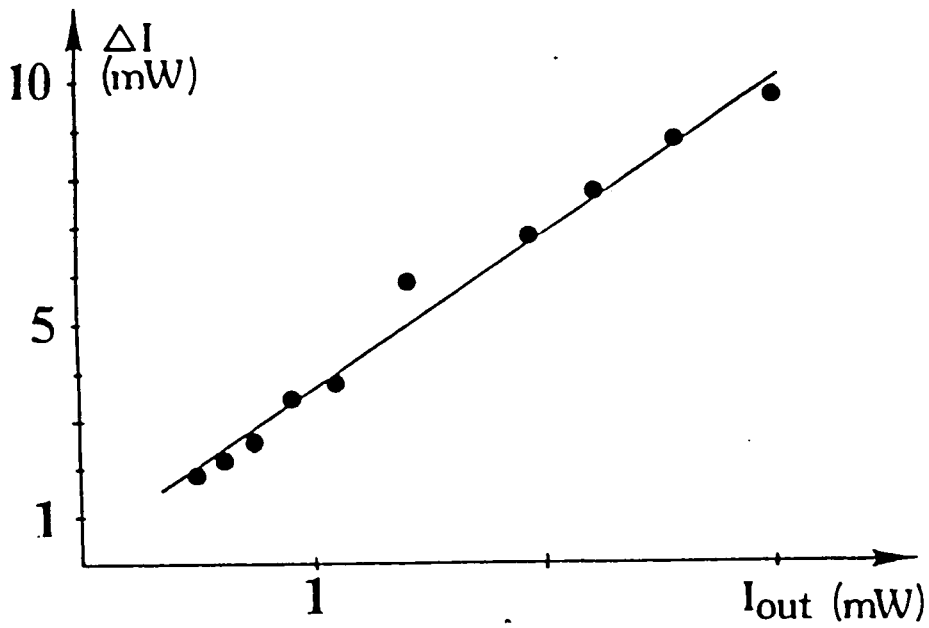


Figure 9

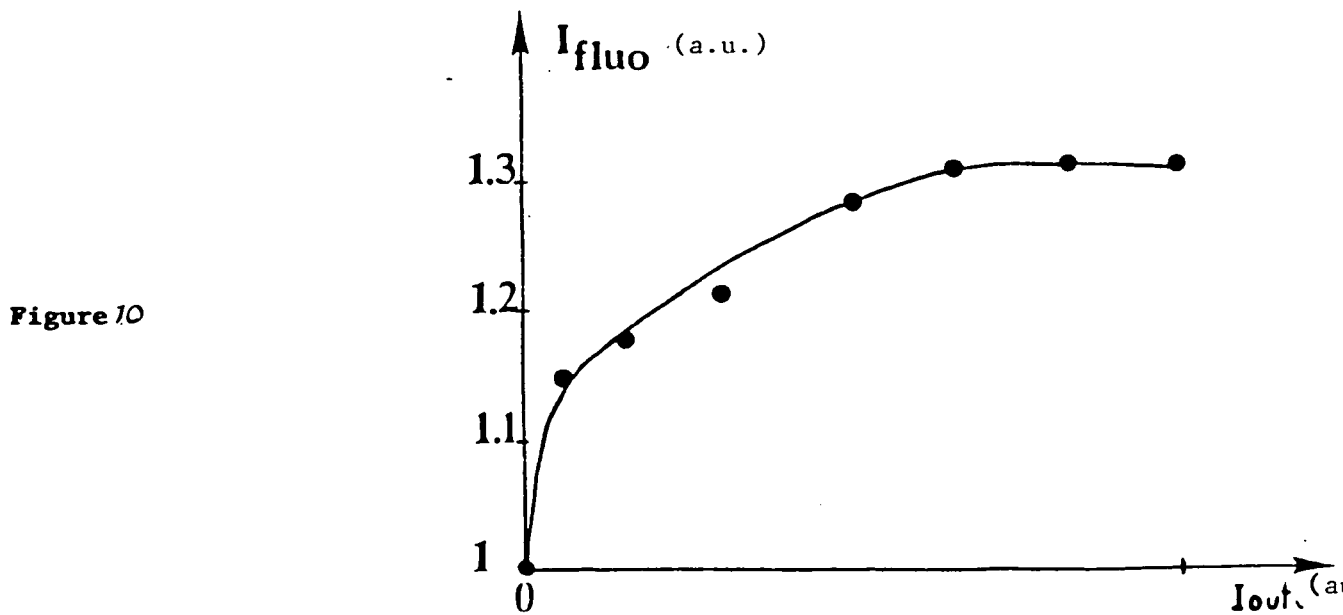


Figure 10

a pinhole inside the cavity, a more simple spectrum is obtained with only TEM₀₀ and TEM₀₁ modes. The fact that the spectrum shown in Figure 8 is less complex on the high frequency side of the resonance comes from self-focusing which already reduces the diameter of the beam and thus prevent oscillation on high order transverse modes.

3. Pump Beam Depletion

When an oscillation occurs, the intensity of the transmitted pump beam decreases. This is the effect of pump depletion which has been theoretically discussed in [10]. Using the set-up of § 2.b, we simultaneously measure the intensity of the oscillating beam I_{out} and the variation ΔI of the intensity of a transmitted pump beam when an oscillation occurs. The variation of ΔI versus I_{out} is shown on Figure 9. It should be noticed that ΔI only describes the extra losses on the pump beam due to the oscillation (even in the absence of oscillation, the transmitted intensity is smaller than the incident intensity because of the usual absorption losses in sodium and on the windows of the cell). The variation of ΔI versus I_{out} is linear. However, all the energy removed from the pump beam is not converted into the output intensity. More precisely, we find on Figure 9 that $I_{out}/2\Delta I$ is of the order of 0.15 (we multiply ΔI by 2 because we have to add the energy removed from the two pump beams). The remaining energy is, at least partly, lost in fluorescence from the sodium vapor. We show in Figure 10 the variation of the fluorescence of the vapor versus I_{out} and we note that the fluorescence increases when I_{out} increases. This point can be easily understood, the diminution ΔI of the pump beam is smaller than 0.1I while the intensity of the oscillating beam inside the cavity becomes of the order of I. Thus the total intensity of the beams interacting with the sodium atoms

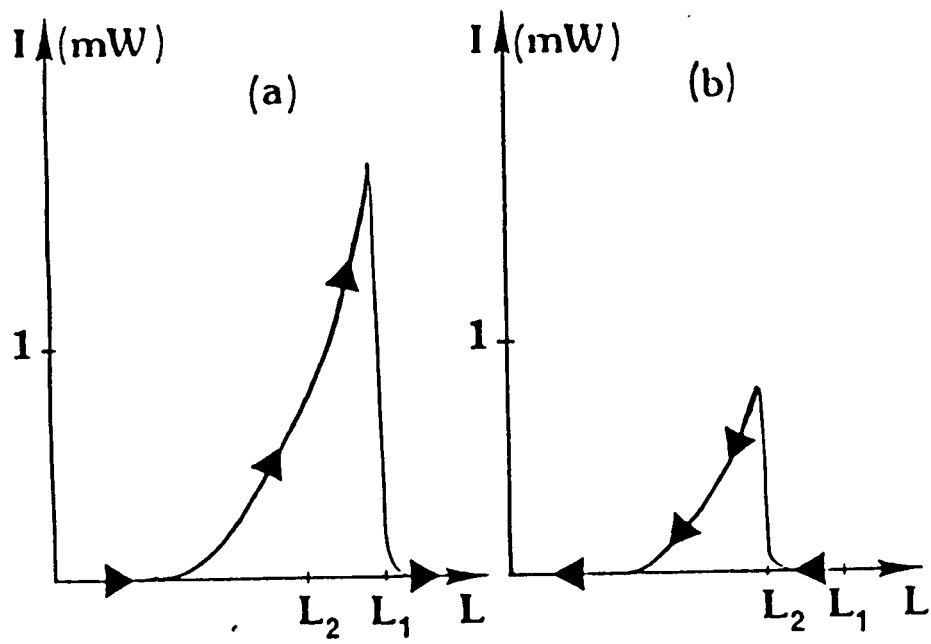


Figure 11

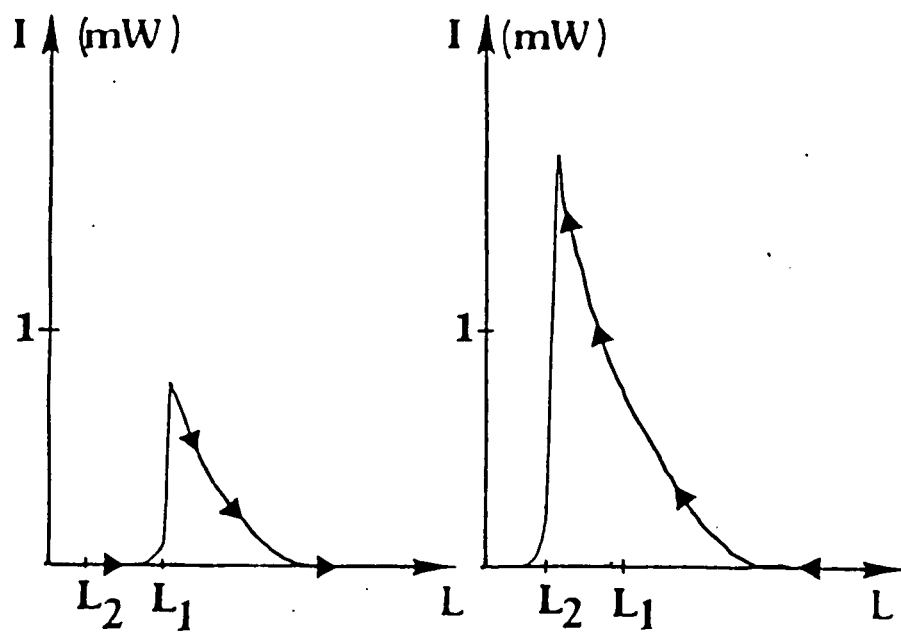


Figure 12

is larger when there is oscillation. This point explains why the fluorescence is also larger in this case.

4. Optical Bistability

One of the main property of the oscillator described here is that it seems to be almost always bistable. We describe now two observations of the optical bistability : the first one is done by scanning the length of the cavity, the pump beams being constant, the second one is done by varying the pump beam intensity, the length of the cavity remaining constant.

a- Bistability versus the length of the cavity

The experiment is performed using the set-up described in § 2.a. The pump beam intensity is constant and we slowly vary the length L of the cavity by applying a voltage on the PZT holding the mirror M_1 . We show on Figure (11.a) the variation of I_{out} versus L for increasing L . The curve $I_{out} = f(L)$ obtained for decreasing L is shown on Figure (11.b). We clearly observed that I_{out} can take two different values when L is comprised between L_1 and L_2 . The curves of Figure 11 have been obtained on the low frequency side of the D_2 resonance. The same curves obtained on the high frequency side are shown on Figure 12. We notice that the asymmetry of the peaks is reversed. This is due to the fact that the sign of the non-linear susceptibility has changed. These results are in agreement with the predictions of our theoretical model [10] and show that the bistability is of dispersive nature.

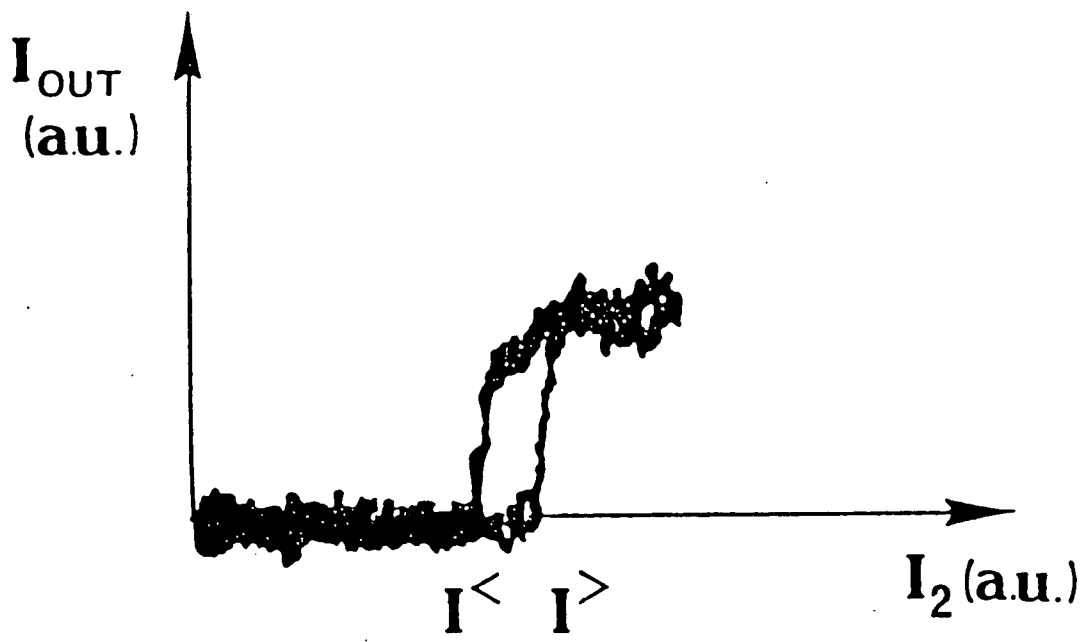


Figure 13

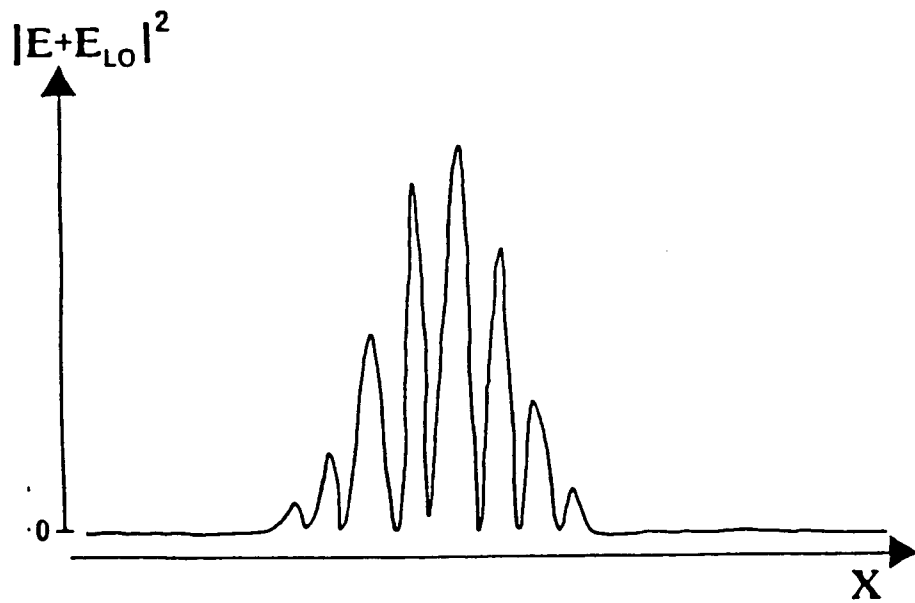


Figure 14

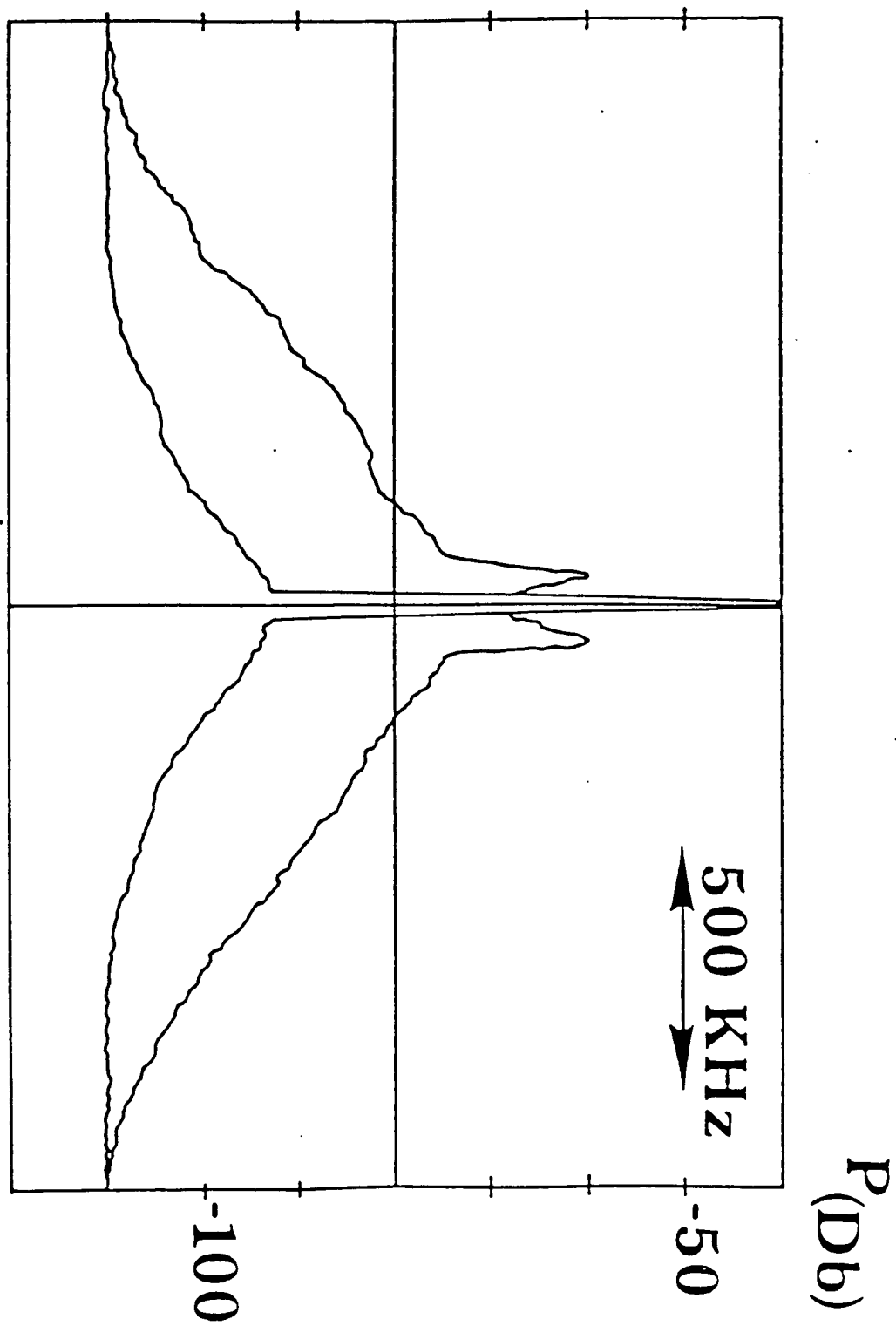
b- Bistability versus the pump beam intensity

This experiment is done with the set-up of § 2.b. The length of the oscillating cavity is kept constant using a stabilized He-Ne laser. The intensity I_2 of the pump beam transmitted through the acousto-optic modulator is continuously changed from 0 to 1 using a symmetrical sawtooth applied on the acousto-optic modulator. We record simultaneously the intensity of the oscillating beam and the pump beam intensity. An experimental recording of I_{out} is shown on Fig. 13 and obviously demonstrates a bistable behaviour. When I_2 increases, there is no oscillation until I_2 reaches the threshold intensity $I^>$. When I_2 decreases, an oscillation is observed for values of the pump beam intensity smaller than $I^>$ (the oscillation stops for $I_2 < I^< < I^>$). Because of the non linear dispersion of sodium, the threshold condition is very different when I_2 increases and when I_2 decreases.

5. Phase Locking of the Oscillating Beam

This experiment is done using the set-up of § 2.a. The intensity of the oscillating beam is stabilized using the output through the mirror M_1 . A servoloop is used which enables to act on the length of the cavity and to maintain at a given value the output intensity. By changing the reference level, we can thus continuously change the output intensity. With this set-up, we have observed, using an array of photodiodes, the interference pattern between the pump and the oscillating beam and obtained very contrasted fringes (Figure 14). The position of the fringes does not change for a time of the order of 1 minute. For longer time, the modification of the interference

Figure 15



by the two beams. This experiment first shows that the frequency of the oscillating beam coincides with the frequency ω_p of the pump beam. It must be emphasized that the observation of fringes does not depend on the length L of the cavity. When L varies, the output intensity is modified but the interference fringes are always obtained. This very stable interference pattern comes from the phase locking of the oscillating beam on the pump beam that has been theoretically discussed in the preceding paper [10].

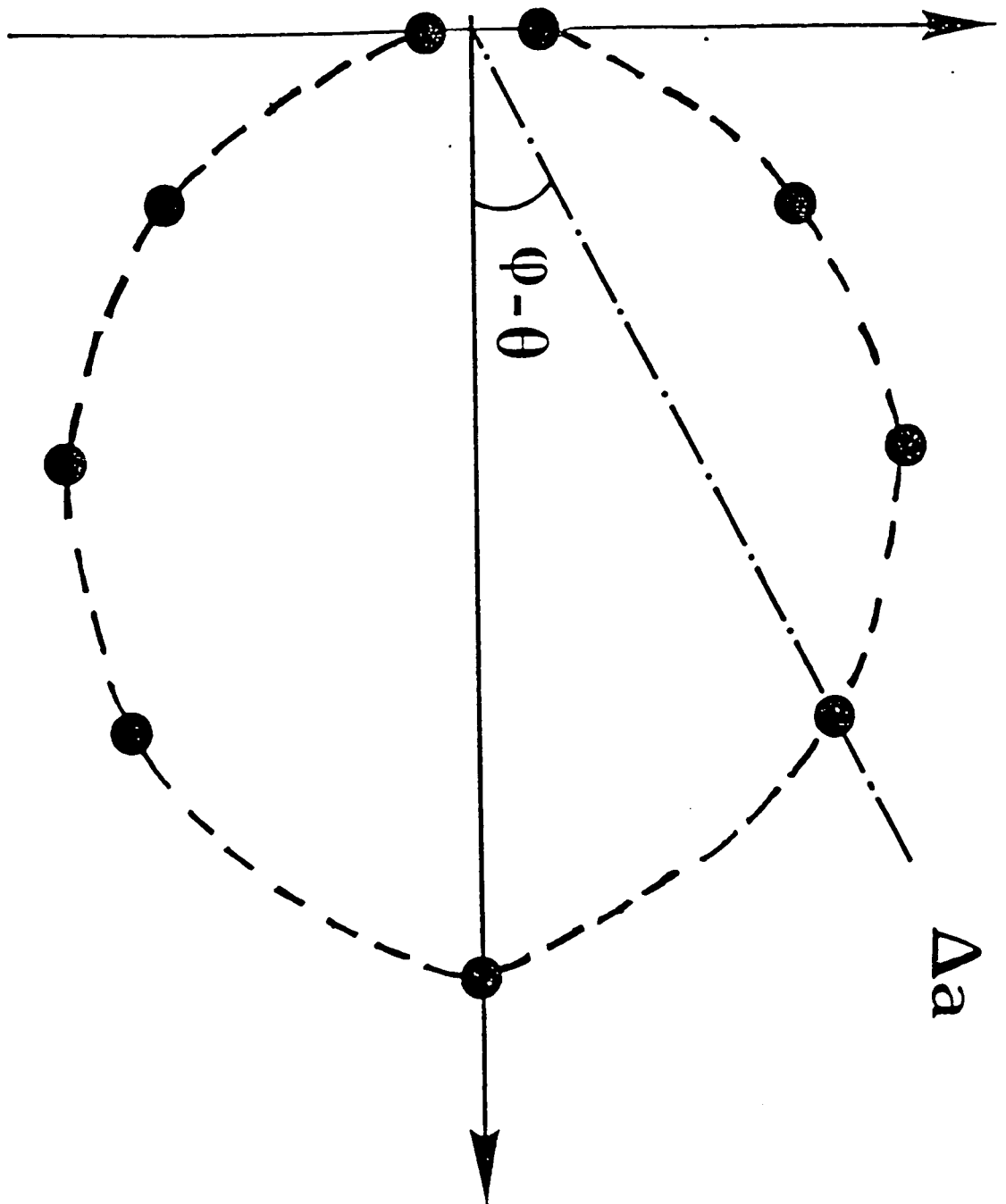
6. Phase Sensitive Noise of the Oscillating Beam

The contrast of the fringe pattern depends both on the intensity fluctuations and on the phase fluctuations. For degenerate four-wave mixing, the homodyne detection is a way to study separately these two contributions, through noise spectrum analysis. In the case of non degenerate four-wave mixing, with non degenerate pumps, the noise is studied using a new type of heterodyne detection, which is described in the appendix. In both cases, the peculiar properties of the four-wave mixing gain leads to a precise determination of the phase of the oscillating beam near threshold which results in a phase dependent noise.

a- Phase sensitive noise in the case of two pumps of same frequency

The experimental set-up is the same as in § 2.a. The local oscillator and the oscillating beam are matched and mixed on a beamsplitter ($R = T = 0.5$, $|R - T| < 10^{-2}$). The beam coming from the beam-splitter are detected by two photodiodes ($\eta_1 = \eta_2 = 0.7$; $|\eta_1 - \eta_2| < 10^{-2}$

Figure 16



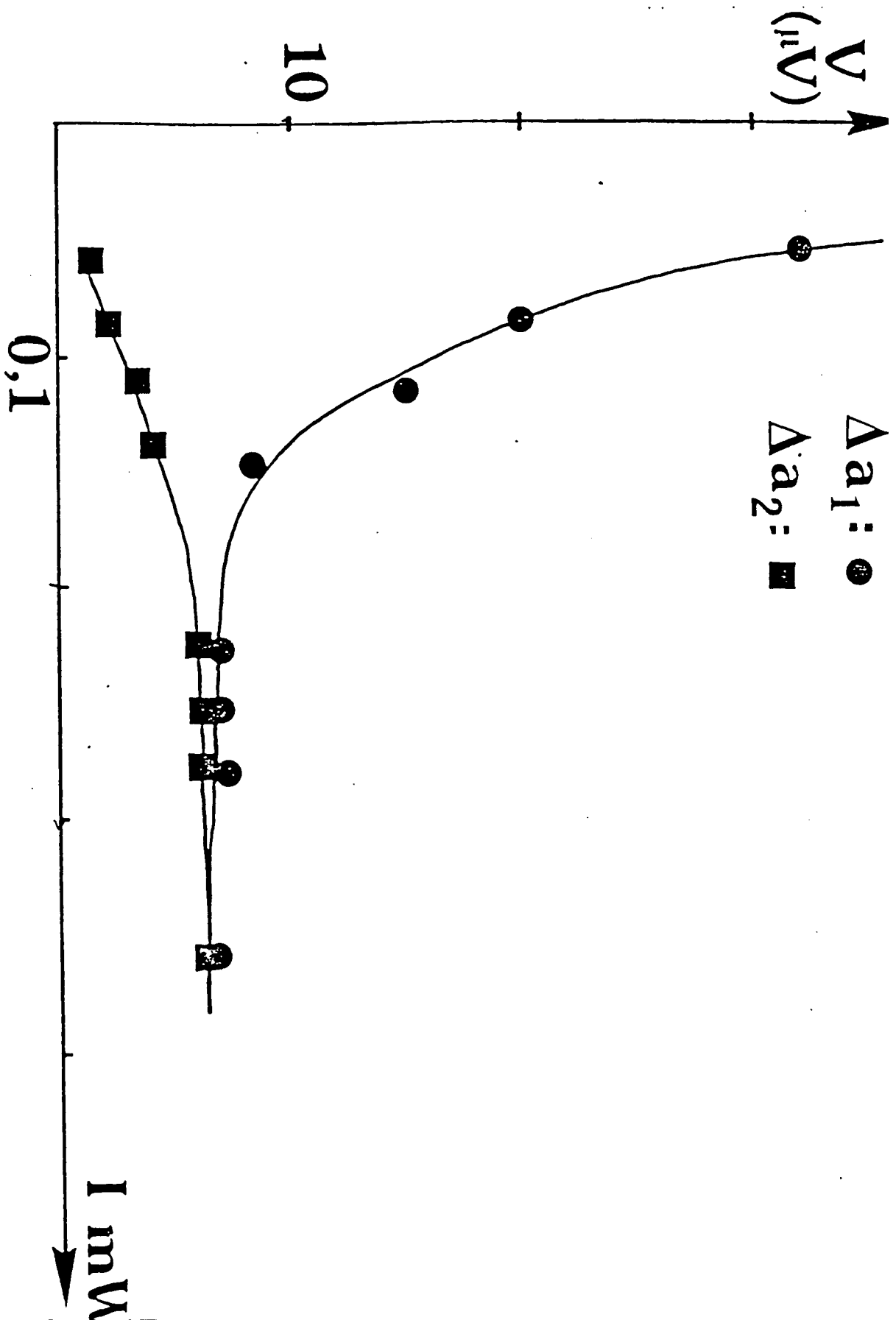
The difference between the signals of the two photodiodes is analyzed with a spectrum analyzer. In absence of the oscillating beam, we have checked that the subtraction of the classical noise of the local oscillator is of the order of 30 db for frequencies smaller than 2 MHz.

In presence of the oscillating beam, the mean value of the difference between the signals of the two photodiodes is proportional to $\sqrt{I_{LO} I} \cos(\phi - \theta)$. I_{LO} is the intensity of the local oscillator (3 mW). I is the intensity of the oscillating beam, which is kept between 0.05 mW and 0.4 mW. θ is the phase of the oscillating beam and ϕ includes the contribution of the local oscillator and the difference of optical paths between the two beams. It is possible to control this path difference by modifying the phase of the local oscillator beam and thus to slave the value of $\phi - \theta$.

For a given value of the output power, one studies the noise spectrum of the oscillating field for several values of $\phi - \theta$. We show in Figure 15 the recordings of the noise spectrum versus frequency obtained for two different quadratures. A large difference of the order of 20 db is observed. For a given power and a given frequency of analysis, we have plotted on Figure 16 the evolution of the noise amplitude versus $\phi - \theta$. It should be noticed that when the output power varies, this ellipse rotates because of non linear dispersion in sodium vapor.

The minor (Δa_2^2) and the major (Δa_1^2) axis of this curve of Figure 16 also evolves with the output power and the frequency of analysis f . We show the evolution of Δa_1 and Δa_2 versus the output power I_{out} for a frequency $f = 200$ KHz in Figure 17. We see that,

Figure 17



near threshold, the noise power is 250 times larger on one quadrature than on the other. But the smallest value of Δa_2 is still much larger than the vacuum fluctuation noise. This is mostly due to the importance of classical noise in dye lasers in the range of frequencies considered here ($f < 2$ MHz).

b- Phase-sensitive noise in degenerate four wave mixing with non degenerate pumps

One way to get rid of this classical noise mentioned in the preceding alinea is to perform a similar experiment with non degenerate pumps.

The experimental set-up is the same as in § 2.b. In order to perform an heterodyne detection, two glass plates GP1 and GP2 are used to pick out of E_1 and E_2 two beams of same intensity. These beams are then mixed on a beamsplitter BS1. The outcoming beam is then sent on a beamsplitter BS2 where it is mixed with the field coming from the cavity. The optical path followed by this last field can be changed. We detect the two beams coming from BS2 with two photodiodes whose quantum efficiencies η_1 and η_2 are 0.7 (with $|\eta_1 - \eta_2| < 10^{-2}$). The main difficulty with this detection is that it is important to obtain two local oscillators of same intensities (.5 mW) and to match all the beams. The characteristics of the beamsplitter BS2 are $R = T = 0.5$ and $|R - T| < 10^{-2}$ so that the subtraction of the signals at 0 and 40 MHz is of the order of 30 db, and we are at the level of photon noise at 20 MHz.

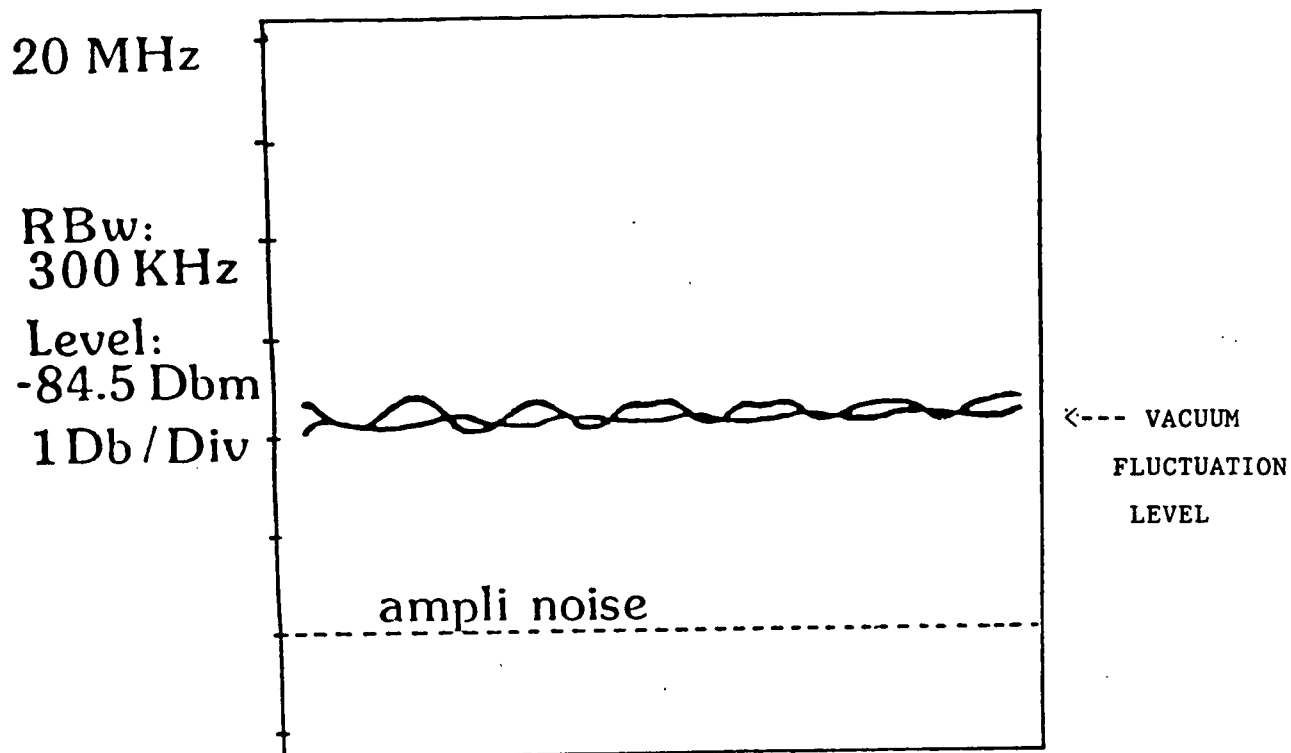


Figure 18

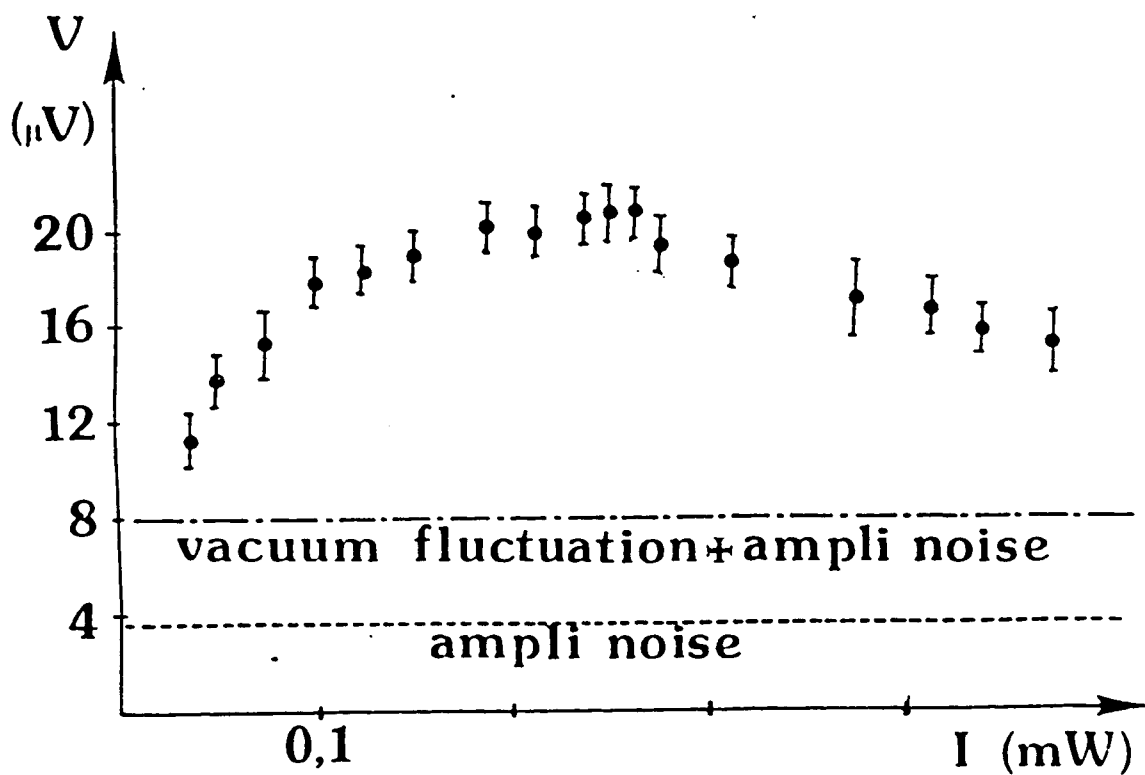


Figure 19

We first discuss the results obtained below threshold. For this experiment, the cavity is locked on a frequency stabilized He-Ne laser. The dye laser frequency is scanned so that a TEM₀₀ mode of the cavity is excited. A huge phase sensitive noise is detected (Figure 18), the noise on the "squeezed" quadrature being of the order of the vacuum fluctuation noise. In fact, the present experiment looks very much like the experiment of Slusher et al. [11], the main differences being the use of a vapor instead of a beam and the fact that we study here degenerate four-wave mixing with non degenerate pumps rather than non degenerate four-wave mixing with degenerate pumps.

c- Case of non-degenerate pumps. Phase-sensitive noise above threshold

Above threshold, it is easier to slave the laser on its output intensity, as already been done in § 6.a for experiments with degenerate pumps. On Figure 19 we have plot the evolution of the "squeezed" component of the noise versus the output intensity. Measurements are made with a frequency of analysis of 18 MHz, which means that the frequency shift from the center of the oscillation is 2 MHz.

The noise on the "squeezed" component first increases, then decreases. Just above threshold, the noise on this component is 75 % larger than the vacuum fluctuation noise. The following growth is partly due to the shift from the threshold [12] and is similar to the variation of Figure 17, but there is also another contribution which can be related to the effect of the extra spontaneous emission induced by the oscillation (see Figure 10). This conjecture is made because an increase of noise is also observed on the "unsqueezed"

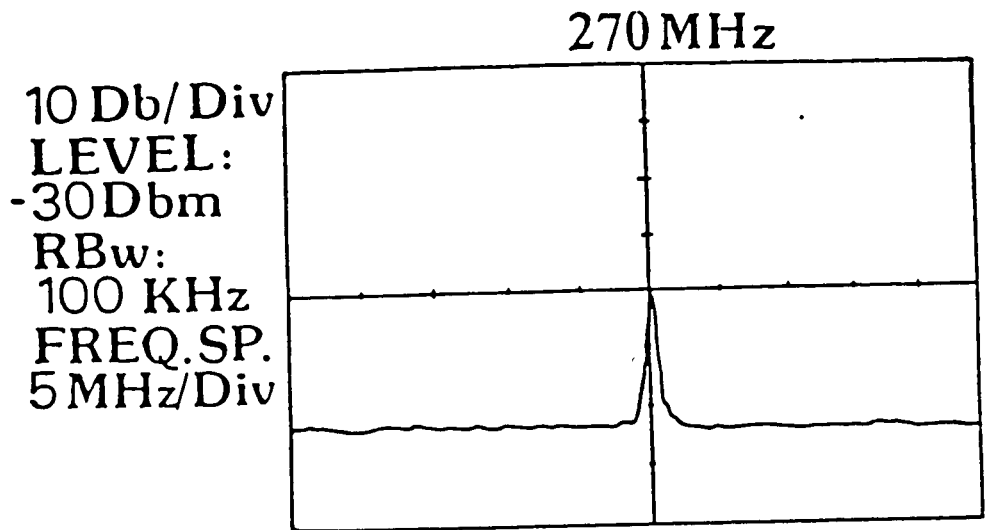


Figure 20

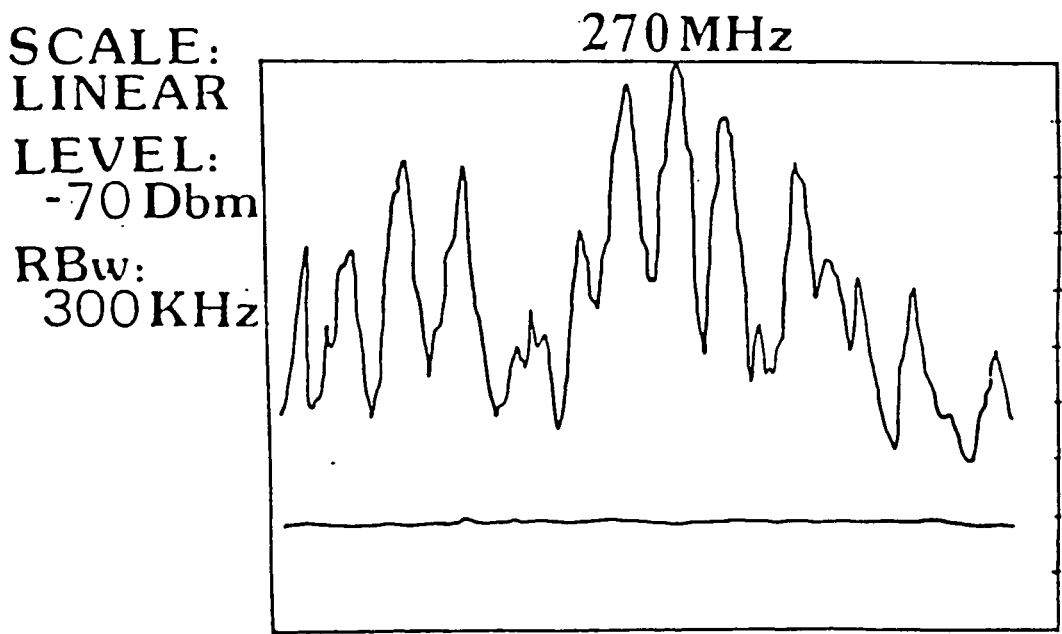


Figure 21

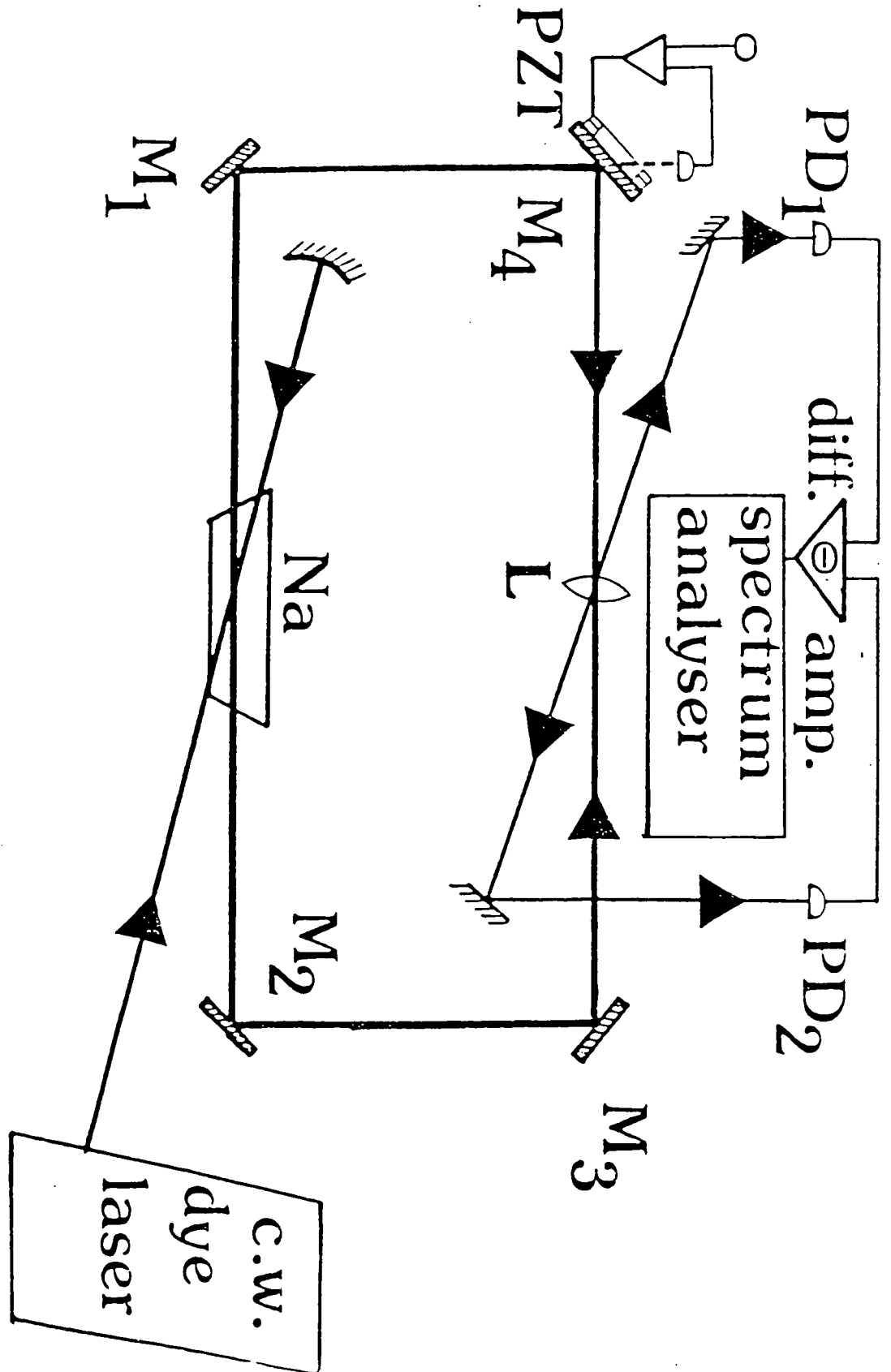
component. The diminution of noise observed on Figure 19 for high values of the output intensity is at first glance surprising. We feel that such decrease is related to the fact that the system approaches the bistability threshold when the output intensity increases (see Figure 13).

7. Non Degenerate Oscillation with Degenerate Pumps

We now return to the experimental set-up of Figure (6) but, instead of studying the degenerate oscillation, we now consider the non degenerate oscillation at $\omega_p \pm (c/2L)$ where L is the length of the cavity. In our experimental conditions, the free spectral range $c/2L$ is 270 MHz. In fact, the non degenerate oscillation experimentally appears as a small perturbation on the degenerate oscillation and is observed as a small modulation of the intensity of the light emitted by the cavity at 270 MHz. More precisely, we have observed that the maximum intensity on these sidebands is 0.1 W. Analyzing the beat frequency of the output intensity with a spectrum analyser (Figure 20), we have found that the relative width of the degenerate (ω_p) and of the non degenerate oscillation ($\omega_p \pm c/2L$) is of the order of 100 KHz. This quantity is much smaller than the width of the cavity or the frequency jitter of the pump beam.

If we use (as in § 6.a) a local oscillator and an heterodyne detection [13] to analyze the signal at 270 MHz, we find a strong phase sensitive signal (Figure 21). This is the signature of a correlation between the emissions at $\omega_p - c/2L$ and $\omega_p + c/2L$. Clearly such correlation is expected in a non degenerate four-wave mixing oscillator.

Figure 22



8. Four-Wave Mixing Oscillation in a Ring Cavity

Due to the emission of counterpropagating waves in four-wave mixing, a bidirectional oscillation occurs in a ring cavity [15]. There are now two beams emitted by the oscillator. This introduces a new degree of freedom for the oscillator. It is the aim of this last paragraph to discuss the results obtained for such system.

a- General characteristics of the oscillation

The experimental set-up (Figure 22) is similar to the one used in the case of a linear cavity. The Na atoms interact with two counter-propagating pump beams coming from a c.w. dye laser. The waists of the pump beams are located in the cell and are of the order of 250 μm .

The ring cavity is rectangular, its length being 1.4 m. The cell is set in the middle of one arm of the cavity while on the opposite arm a lens L ($f = 350 \text{ mm}$) renders this cavity stable. Four plane mirrors M_1, M_2, M_3, M_4 are set at the four corners of the cavity, three of them (M_1, M_2, M_3) being totally reflecting at $i=45^\circ$; the fourth mirror M_4 has a transmission $T = 0.5 \%$ and is mounted on a PZT. The transmission through the mirror enables us to slave the length of the cavity by locking the output intensity. One of the side of the lens L has an antireflection coating, and the other side is used to extract the output beams from the cavity.

For a temperature of the cell of 150°C , an autooscillation in the ring cavity is obtained. The oscillation is observed over the

same range of frequency as for the linear cavity (see Figure 8).

The output power is of the order of 1 mW in each direction of oscillation.

When the length of the cavity is scanned by applying a sawtooth on the PZT on which M_3 is mounted, we observe a bistable behaviour on the output intensity. This result is similar to the one already discussed in the case of a linear cavity.

b- Frequency of the oscillation

We now use the output through M_4 to lock the length of the cavity. The frequency of oscillation is studied by analyzing the interference pattern obtained by mixing the oscillating beam with a reference beam (which is taken from beam E_1 using a glass plate). A stable fringe pattern is observed showing that the oscillation is degenerate and has the same frequency as the pump beams. Let us note that a non degenerate oscillation can be observed when a buffer gas is introduced in the sodium cell. This effect, which is described in another paper [15], can give rise to a shift of frequency for the two counterpropagating waves of the order of ± 5 MHz.

c- Correlation between the two output beams

Using two photodiodes PD1 and PD2, we detect the two counterpropagating beams coming from the cavity. The difference of the two electric signals delivered by the photodiodes is sent on a spectrum analyzer. Near the center of the oscillation, we observe a signal reduction of more than 30 db between the signal difference and the signal obtained by shining only one photodiode.

Scale:
linear
Level
-85Dbm
RBW:
300 KHz

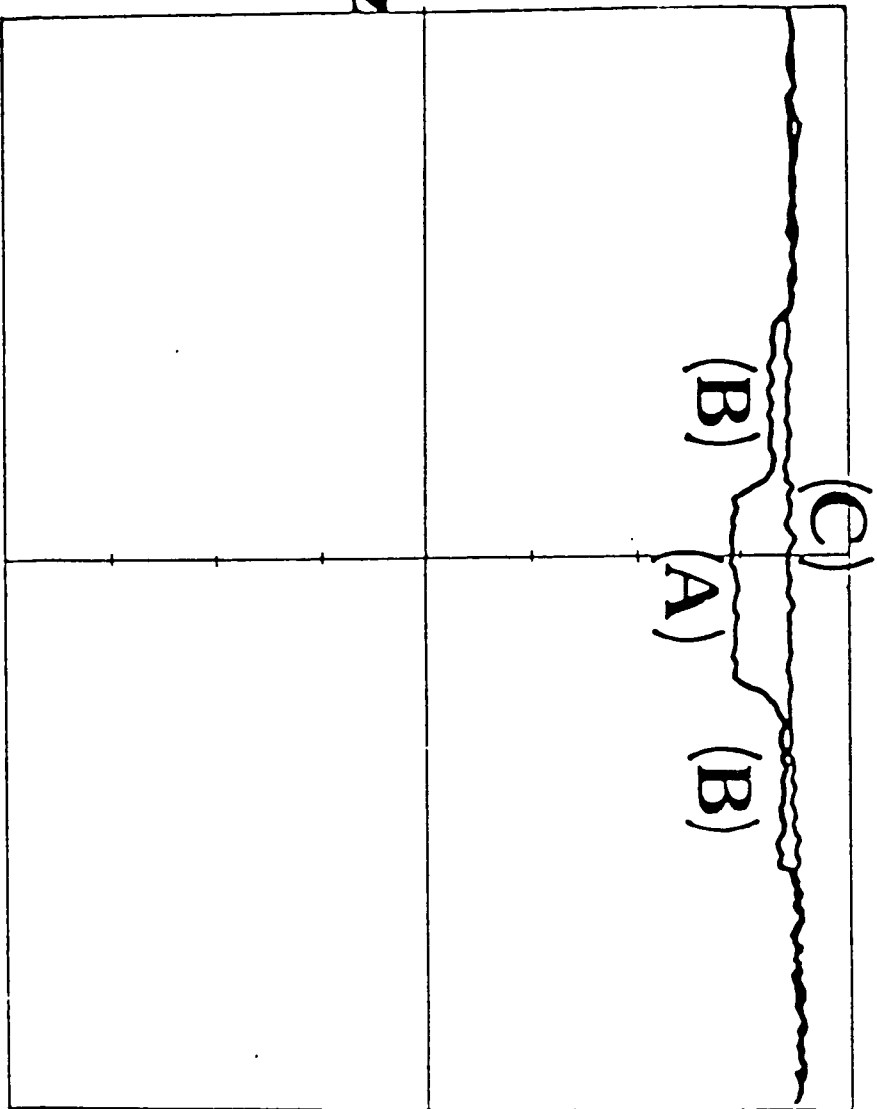


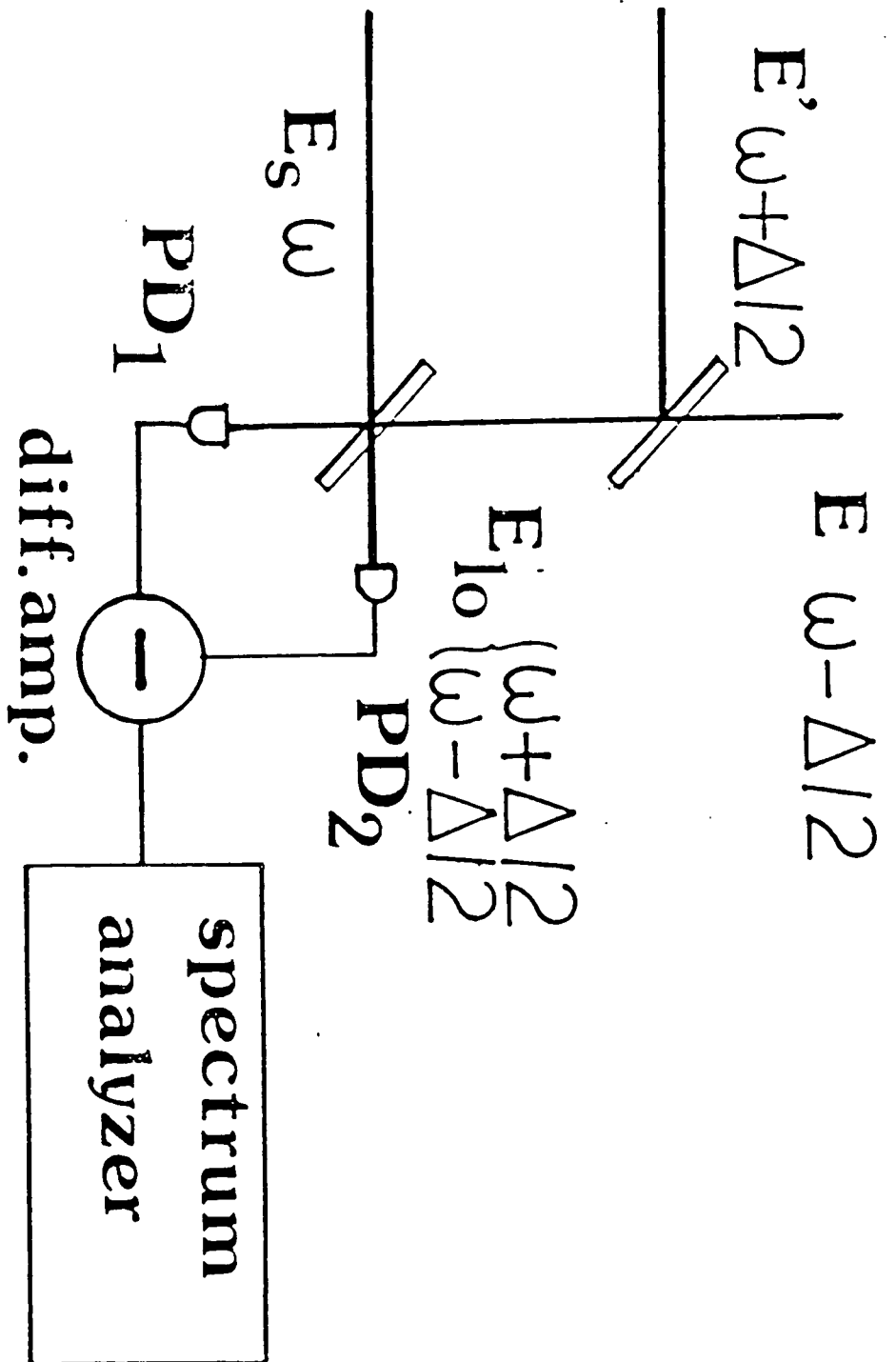
Figure 23

When we study the noise for larger value of the frequency of analysis, we arrive to the situation shown in Figure 23. The three traces correspond to the signal obtained when the two photodiodes are blocked (A), when one photodiode is shined, the other being blocked (B), and finally to the case where the two diodes are shined and where the difference between the two signals is studied (C). The difference between trace B and trace A is proportional to $\Delta N_1 = \sqrt{\bar{N}_1}$ while the difference between traces C and A is proportional to $\Delta(N_1 - N_2)$. Since $\bar{N}_1 = \bar{N}_2$, we deduce from Figure 23 that

$$\frac{\Delta(N_1 - N_2)}{\sqrt{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}} = 0.97 \pm 0.10.$$

This result should be compared with theoretical predictions which have shown that a perfect four-wave mixing oscillator generates states with subpoissonian statistics [16] (and more precisely that $\Delta(N_1 - N_2) < \sqrt{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}$). Unfortunately, the present experimental result does not permit to conclude even if there is some tendency towards this direction.

Figure 24



Appendix

In this appendix, we precise why two local oscillators are necessary in the heterodyne detection scheme of § 3. The point is that the signal around $\Delta/2$ comes from the beat frequency with the two pumps at $\omega_p = \omega_s - \Delta/2$ and $\omega_p + \Delta = \omega_s + \Delta/2$

Let us examine the detection scheme of Figure 24. Considering three incoming beams on a perfect beamsplitter, one detects the mixings of these beams with two photodetectors PD1 and PD2 of sensitivity S . One then makes the difference of the two electric signals i_1 and i_2 and send it on a spectrum analyzer. The spectrum analyzer displays the square of the modulus of the Fourier transform of the signal at frequency $\Delta/2$.

Our fields are quantized, so that a comparison with the usual shot noise limit is easy. The quantization volume is $A \times L$, where A is the surface of the aperture of our photodiode. We assume no loss in the detection process. Assuming $\Delta \ll \omega_s$, we thus write :

$$E_s = \sqrt{\frac{\hbar \omega_s}{2\epsilon_0 AL}} (a_s e^{-i\omega_s t} + \text{h.c.})$$

$$E_{Lo} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_s}{2\epsilon_0 AL}} (a_+ e^{-i(\omega_s + \Delta/2)t} + a_- e^{-i(\omega_s - \Delta/2)t} + \text{h.c.})$$

The electric signal which is sent on the spectrum analyzer is :

$$i_2 - i_1(t) = \left(\frac{S\hbar\omega_s}{L}\right)(a_s^+ a_+ + a_s a_-^+) e^{-i\Delta/2t} + \text{other frequencies terms}$$

At frequency $\Delta/2$, the spectrum analyzer gives a signal depending on

$$|i_2 - i_1(\Delta/2)|^2 = \left(\frac{Sc\hbar\omega_s}{L}\right)^2 \left[a_s^\dagger a_s + \frac{a_+^\dagger a_+}{2} + \frac{a_-^\dagger a_-}{2} + a_+^\dagger a_+ a_s^\dagger a_s + \right. \\ \left. + a_-^\dagger a_- a_s^\dagger a_s + a_+ a_- (a_s^\dagger)^2 + a_+^\dagger a_- (a_s)^2 \right]$$

We now project on the state of the field. We suppose the local oscillators are in perfect coherent states $|\alpha_+\rangle$ and $|\alpha_-\rangle$ such that

$$a |\alpha_\pm\rangle = A \exp(i\phi_\pm) |\alpha_\pm\rangle$$

We set $a_s = a_1 + ia_2$ and $2\phi = \phi_+ + \phi_-$.

The signal can thus be written :

$$|i_2 - i_1(\Delta/2)|^2 = \left(\frac{Sc\hbar\omega_s}{L}\right)^2 \left[\langle a_s^\dagger a_s \rangle + 4A^2 \langle (a_1 \cos\phi - a_2 \sin\phi)^2 \rangle \right]$$

The second term in the bracket is the term of interest. When the signal field is the vacuum, it gives the shot noise. In our case, depending on the value of ϕ , we perform a phase dependant measurement of the signal.

When only one of the local oscillator is present, A_2 becomes :

$$i_2 - i_1(t) = \frac{Sc\hbar\omega_s}{L} a_s^\dagger a_+ e^{-i\Delta/2t} + \text{other frequencies terms}$$

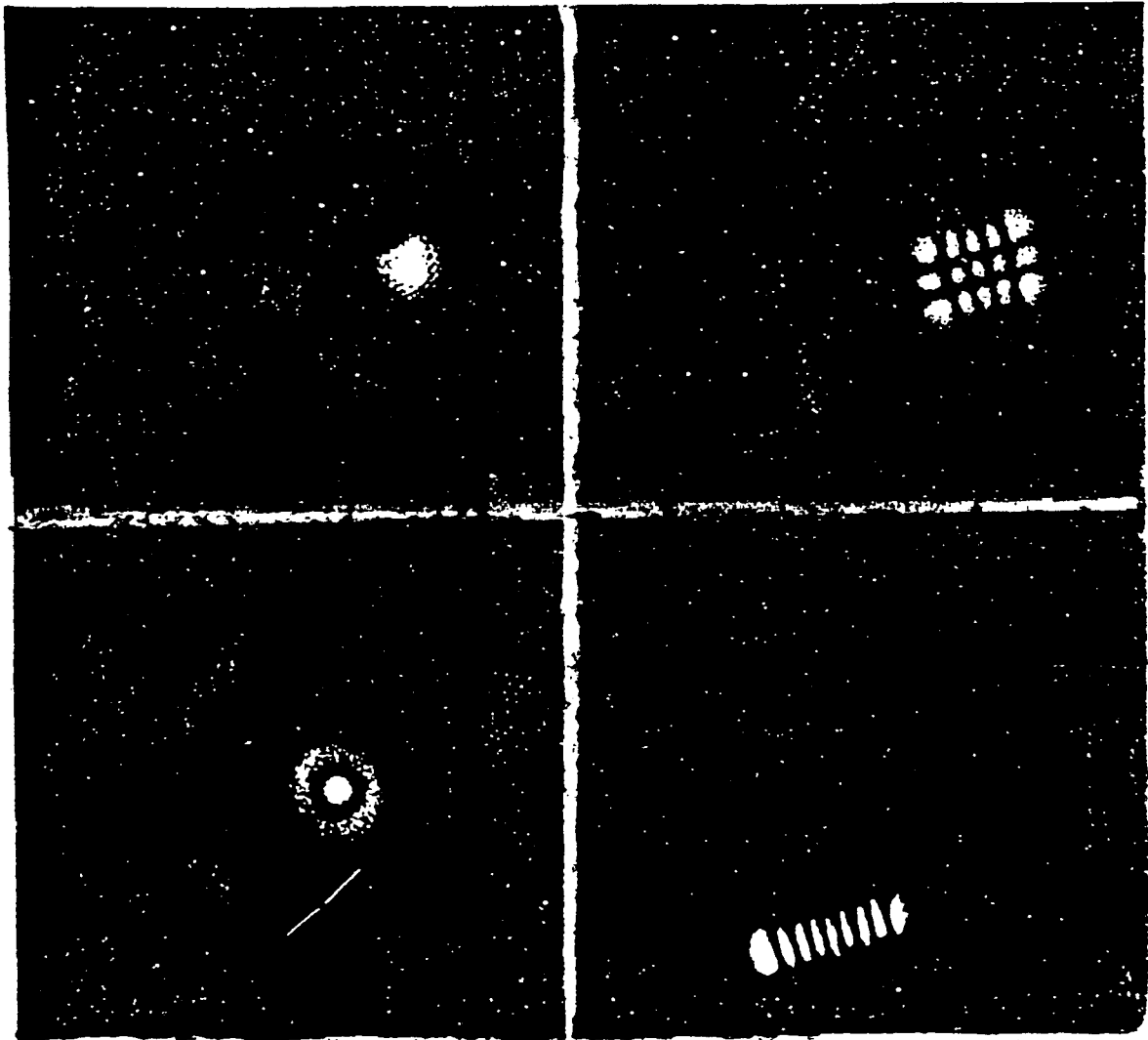
and consequently :

$$|I_2 - I_1(\Delta/2)|^2 = \left(\frac{S\kappa\omega_s}{L}\right)^2 \left[\frac{a_t + a_t}{2} + \frac{a_s + a_s}{2} + a_t + a_t a_s + a_s \right]$$

Therefore the signal is no longer phase sensitive.

Appendice : Structure Spatiale des modes de la cavité linéaire**INTRODUCTION**

Bien que la correction de front d'onde ne soit pas l'une des caractéristiques du type d'oscillateur que nous avons étudié, ceux-ci exhibent une richesse de modes remarquable. Outre le mode TEM 00, on observe des modes transverses dont l'ordre peut être très élevé (TEM 08, TEM 24 donné en illustration) et qui sont très purs. On peut penser que la particularité du milieu amplificateur que l'on utilise aide à cette qualité des modes transverses.



C - OSCILLATION INDUITE PAR MELANGE A DEUX ONDES EN REGIME CONTINU

Plan du Chapitre C :

C I Introduction.

C II Etude expérimentale d'un oscillateur utilisant le mélange à deux ondes dans une vapeur de Sodium en présence d'Hélium comme processus d'amplification.

Ce chapitre se présente sous la forme d'un Reprint d'un article publié dans Physical Review Letters 59, n° 1 (1987) p. 40.

C - MELANGE A DEUX ONDES

C.I.1 - Introduction

La troisième partie de ce mémoire traite des expériences de mélanges à deux ondes. On considère deux ondes de vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 . Si $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$, on crée un réseau lumineux qui peut éventuellement se déplacer lorsque $\omega_1 \neq \omega_2$. Le principe du couplage est de créer dans le milieu un réseau matériel (réseau d'indice) qui soit déphasé de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au réseau lumineux. Un transfert d'énergie d'une onde vers l'autre est alors possible. En effet la diffraction des ondes incidentes sur ce réseau matériel conduit à la génération de nouveaux champs qui peuvent interférer constructivement ou destructivement avec les champs incidents. Ceux-ci se voient donc amplifier ou absorber. Ce phénomène a d'abord été observé dans les solides ^{*}. Il offre nombre d'applications intéressantes. Parmi celles-ci on notera l'amplification cohérente d'image, l'oscillation de cavité ou la réalisation de fonctions logiques optiques. C'est cette dernière application que nous allons détailler.

C.I.2 - Applications

La réalisation de fonctions logiques optiques NAND ou NOR présente un intérêt considérable puisque ces opérateurs élémentaires permettent de réaliser toute autre opération. On présente Figure 1 le schéma de principe d'une porte NOR par mélange à deux ondes. On sait que, dans les matériaux tels que BSO ou comme on le verra la vapeur de sodium

* On peut toutefois considérer que certains couplages d'onde dans les plasmas ont des caractéristiques relativement proches | 1 |.

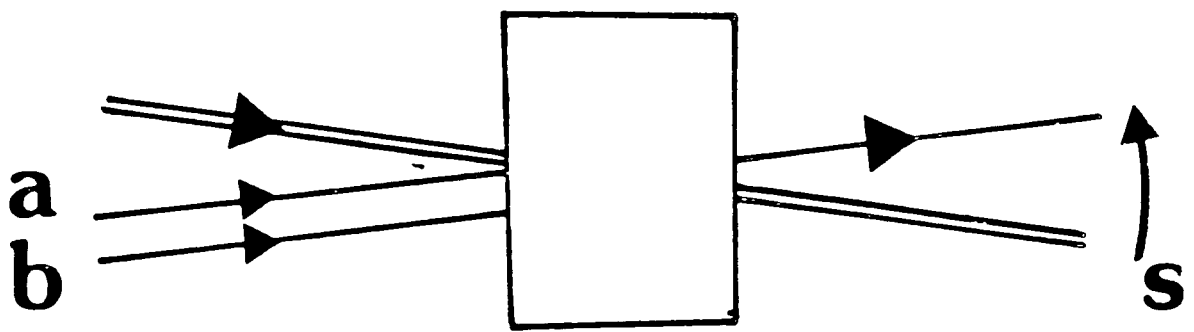


Figure 1

contenant un gaz tampon, l'onde sonde est soit amplifiée soit absorbée selon le signe de son désaccord par rapport à l'onde pompe.

Si l'on se place dans la situation où elle est absorbée, la présence d'une des pompes a ou b porte la sortie S à 0. On réalise donc ainsi la fonction logique NOR :

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Remarquons qu'avec une seule pompe on réalise un inverseur, et qu'un montage de conjugaison de phase réalise une porte AND.

Toutes ces applications expliquent l'activité qui s'est développée autour de ces expériences. Nous allons maintenant rappeler les expériences effectuées dans les photoréfractifs qui sont semblables aux nôtres.

C.I.3 - Expériences dans les solides photoréfractifs

Dans les solides photoréfractifs, un flux lumineux incident sur le cristal fournit à des porteurs de charge l'énergie nécessaire pour acquérir une certaine mobilité. Ils peuvent alors se déplacer soit par diffusion, soit sous l'action d'un champ externe. Le déplacement de ces porteurs photoexcités crée une perturbation locale de la densité de charge et donc une variation locale du champ externe. Ce champ, appelé champ de charge d'espace, modifie l'indice de réfraction par effet électrooptique.

Dans les expériences de mélange à deux ondes, on éclaire le cristal par deux ondes \vec{E}_1 et \vec{E}_2 . Les directions des vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 font un angle 2θ entre elles. On a donc un réseau d'illumination sur le cristal. En général le champ de charge d'espace photoinduit n'est pas en phase avec le réseau d'illumination qui l'a créé. Sans champ externe appliqué, si le mécanisme de déplacement des porteurs est la "diffusion", pour deux champs de même fréquence, les deux réseaux sont en quadrature (BaTiO₃, BSO). Dans le BSO, quand on applique un champ extérieur, le mécanisme de déplacement prépondérant devient le "drift" sous l'effet de ce champ. Le déphasage Ψ entre les deux réseaux, induit par des champs de même fréquence, est petit ($\Psi < 10^{-1}$ rad) [2]. Pour retrouver un coefficient de couplage important, il faut utiliser deux champs de fréquences différentes, la différence de fréquence optimale entre les deux champs étant $1/\tau$, τ étant la durée de vie des porteurs photoexcités [2]. L'oscillation de cavité en anneau par mélange à deux ondes a été réalisée au L.C.R. par H. Rajbenbach et J.P. Huignard [3]. L'oscillation est bien décalée en fréquence par rapport à la fréquence de la pompe. L'énergie dans la cavité peut atteindre 60 % de l'énergie des pompes. Le gain d'une telle cavité est unidirectionnel et une seule onde est amplifiée [3]. On retrouvera des caractéristiques identiques dans le sodium en présence de gaz tampon. Nous allons maintenant décrire le processus physique mis en jeu dans les vapeurs.

C.I.4 - Expériences dans les vapeurs

a- Introduction

Les expériences que nous présentons ont été réalisées dans le sodium, au voisinage de la raie D₂, en présence d'un gaz tampon : l'hélium. Ce gaz rare permet d'augmenter le taux de collisions dans

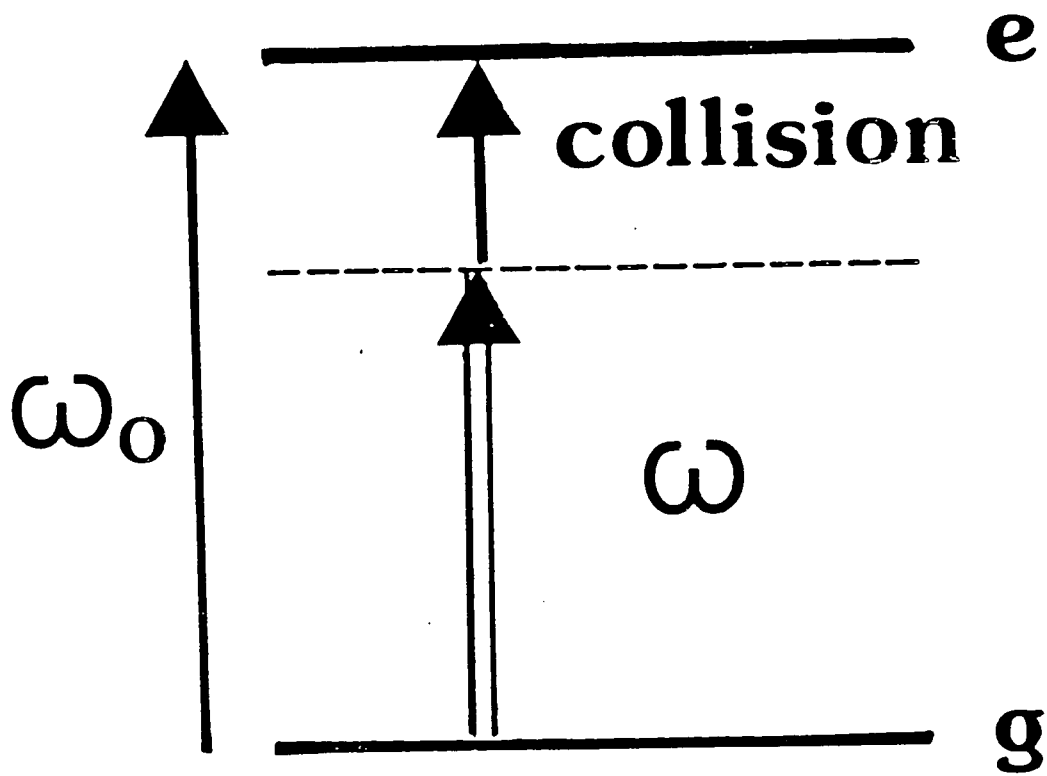


Figure 2

le milieu, modélisé par un ensemble de systèmes à deux niveaux. Les coefficients de réponse non linéaire du milieu atomique se trouvent dès lors modifiés par des termes analogues à ceux rencontrés dans les résonances de Bloembergen [4][5]. Dans nos conditions expérimentales, un transfert d'énergie entre deux ondes E_p et E_+ de fréquences (ω_p , ω_+ , $\Omega = \omega_p - \omega_+$) voisines est possible [6][7]. Bien que les fréquences des deux ondes soient très éloignées de la résonance atomique ω_0 , on peut, avec l'apport d'énergie que fournissent les collisions, emplir réellement le niveau excité (Fig. 2) [5]. Ce processus de peuplement augmente avec l'intensité. Celle-ci étant modulée spatialement, on crée ainsi un réseau d'atomes excités. Les deux ondes se copropageant, on peut en première approximation négliger l'effet Doppler et la durée de vie du réseau est de l'ordre de $1/\Gamma_e$, Γ_e étant la largeur naturelle du niveau excité. Si $\Delta \neq 0$, le réseau lumineux se déplace et le réseau de population suit avec un retard lié à cette durée de vie $1/\Gamma_e$. Un déphasage apparaît ainsi entre le réseau lumineux et le réseau atomique. La diffraction de E_p sur ce réseau peut alors être soit en phase, soit en opposition de phase avec E_+ . Selon le signe de Δ , E_+ peut alors être soit amplifié, soit subir une absorption supplémentaire.

On pourrait imaginer avoir le même type de processus, avec des ondes se contrepropageant. mais dans ce cas le pas du réseau est beaucoup plus petit. Par conséquent le réseau atomique est brouillé par effet Doppler. Il n'y a aucun transfert d'énergie entre les deux ondes, mais seulement une modification de l'indice de réfraction vue par chacune des ondes. En conséquence, on s'attend à avoir une oscillation unidirectionnelle. Ces caractéristiques sont bien vérifiées par l'expérience.

CII ETUDE EXPERIMENTALE D'UN OSCILLATEUR UTILISANT LE MELANGE
A DEUX ONDES DANS UNE VAPEUR DE SODIUM EN PRESENCE D'HELIUM
COMME PROCESSUS D'AMPLIFICATION

Observation of Continuous-Wave Self-Oscillation Due to Pressure-Induced Two-Wave Mixing in Sodium

D. Grandclément, G. Grynberg, and M. Pinard

*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure,
Université Pierre et Marie Curie, 75252 Paris Cedex 05, France*

(Received 9 February 1987)

Collisional damping can induce a coupling between two nonresonant light beams propagating in an atomic vapor. This coupling is sufficiently important to induce a gain process for a weak probe beam interacting with an intense pump beam. We present here the first observation of a cw oscillation generated by this process using a cell which contains sodium and helium, the pump beam being slightly detuned from the D_2 resonance line. We also show how the self-oscillation due to four-wave mixing is modified by the presence of a buffer gas.

PACS numbers: 42.65.-k, 32.80.-t, 42.55.-f

The fact that collisional relaxation can strongly modify the nonlinear response of an atomic vapor and can induce new resonances in four-wave mixing has been theoretically predicted by Bloembergen at the very beginning of nonlinear optics.¹ However, the subject had not been studied experimentally before 1981 when Prior, Bogdan, Dagenais, and Bloembergen made the first experimental observation of these new resonances.² The puzzling aspect of a resonance created by a collision process has stimulated new theoretical developments to understand their origin.³ New experimental schemes and new relaxation processes⁴ have also been suggested and a large number of experimental results has now been obtained on these new resonances.⁵ However, it is clear from the formula giving the third-order nonlinear susceptibility^{1,6} that other nonlinear processes should be magnified in the presence of collisional damping.⁷ For example, in the case of a single traveling beam, collision-aided self-focusing and self-defocusing has recently been observed.⁸

A more subtle and spectacular effect occurs when the interaction of two beams is considered. It can be shown theoretically that a relaxation phenomenon can induce a new type of coupling between two nonresonant light beams.^{9,10} When relaxation is neglected, each beam propagates independently in the vapor, but when a buffer gas is introduced, a coupling between the two beams becomes possible and an energy transfer from one beam to the other can be predicted. This transfer can even be sufficiently important to induce a gain mechanism. This result may look strange since the first effect of collisions is to increase absorption. However, the pressure-induced coupling can overcome the absorption losses and a net gain is then expected. It is the aim of this paper to present the first experimental observation of this effect.¹¹ In fact, rather than looking at the pressure-induced gain, we have directly observed the self-oscillation induced by this gain process. The experiment is performed with use of a cell containing sodium and helium which is placed

inside a ring cavity and which interacts with a nonresonant pump beam.

A second interest of this experiment is that it makes a link between the different behaviors preceedingly observed when a phase-conjugate medium is used as an amplifier in a cavity. In the case of photorefractive materials¹² it has been shown that the frequency of the oscillating beam is slightly different from the frequency of the pump beam, while in the case of pure sodium vapor the two frequencies exactly coincide.¹³ We show here that a behavior similar to the one obtained with photorefractive materials is observed with a cell which contains sodium and buffer gas. The point is that in the absence of collisions, the upper level is only virtually excited, while in presence of collisional damping a real grating of excited-state atoms,¹⁴ similar to the grating obtained in photorefractive materials, is created.

Let us consider two beams E_1 and E_+ of frequencies ω_1 and ω_+ which interact with a set of motionless two-level atoms of resonance frequency ω_0 . We assume that E_1 is the pump beam and that E_+ is a probe beam which has a much weaker intensity. If we calculate the imaginary part χ'' of the susceptibility of the beam E_+ , we find at second order in the pump field,¹⁰

$$\chi'' = \frac{Nd^2}{\epsilon_0 \hbar \delta^2} \left[\left(\frac{\Gamma_e}{2} + \beta p \right) + \frac{\Omega_1^2}{\delta} \frac{\beta p (\omega_1 - \omega_+)}{\Gamma_e^2 + (\omega_1 - \omega_+)^2} \right]. \quad (1)$$

N is the number of active atoms per unit of volume, d is the matrix element of the electric dipole moment between the ground and excited levels, $\delta = \omega_0 - \omega_1$ is the frequency detuning from the resonance, Γ_e^{-1} is the lifetime of the excited level, p is the pressure of buffer gas, and β is the pressure broadening coefficient. Ω_1 is the resonance Rabi frequency ($\Omega_1 = dE_1/\hbar$). We have assumed that $|\delta| \gg \Gamma_e$ and $|\delta| \gg |\omega_1 - \omega_+|$. The first term corresponds to linear absorption. The following term depends on the pump-beam intensity and only ex-

ists in the presence of collisional damping ($\beta p \neq 0$). This term can be either positive or negative depending on the sign of $\omega_1 - \omega_+$. Let us point out that this second term can be larger than the linear absorption if $\Omega^2 > \Gamma_e |\delta|$.¹⁵ If $(\omega_1 - \omega_+)/\delta$ is negative and if the second term of (1) is larger than the first one, a pressure-induced amplification of the probe beam is possible.

The amplification of E_+ comes from the diffraction of E_1 on the grating of excited-state atoms created by the beams E_1 and E_+ .¹⁰ The maximum amplification is achieved when the diffracted beam and E_+ are in phase. This requires that the atomic grating is dephased with respect to the light grating. This occurs neither in the case $\omega_1 = \omega_+$ because the two gratings are then stationary nor in absence of collisions ($\beta p = 0$) because an excited atom spends a very short time in the excited state (virtual transition) and the atomic grating follows adiabatically the light grating. On the other hand, in the presence of collisions, the atom can be really excited through a collision-aided process and the atomic grating lasts a time of the order of Γ_e^{-1} .¹⁴ In this case (and when $\omega_1 \neq \omega_+$) the atomic grating follows the light grating with a delay and amplification [when $(\omega_1 - \omega_+)/\delta < 0$] or extra absorption [when $(\omega_1 - \omega_+)/\delta > 0$] is possible.

The experimental setup is shown in Fig. 1. A cw dye laser pumped by an Ar^+ -ion laser delivers about 300 mW at 5890 Å. The main part of this beam is focused into a quartz cell with Brewster angles containing sodium and a variable amount of helium. The sodium cell is placed inside a ring cavity which consists of four plane mirrors M_1 , M_2 , M_3 , and M_4 . A lens L with an antireflection coating on one side is placed between M_3 and M_4 . The 4% reflection on the other side of the lens is used to obtain the output beam. The mirrors M_2 , M_3 , and M_4 are totally reflective, while M_1 has a transmis-

sion coefficient equal to 0.5%. When an oscillation occurs, the output through M_1 is used to stabilize the length of the cavity using a servoloop and a reference level which can be tuned. To determine the frequency spectrum of the output beam, we analyze with a Hewlett-Packard 8588B spectrum analyzer the beat frequency between the output beam coming from L and a reference beam taken from the pump beam with a plate P .

In the case of a pure sodium cell we have never observed any oscillation when the pump beam is a traveling wave. On the other hand, with cells containing 1.5 and 3 Torr of helium an unidirectional oscillation in the ring cavity is observed for temperatures of the cell larger than 160°C. This oscillation is observed on both sides of the D_2 resonance: on the low-frequency side, at 2 GHz from the center of the absorption line and over a range of 1 GHz; on the high-frequency side, over a narrower range of frequency. The striking observation is that the frequency ω_+ of the oscillating beam differs from the frequency ω_1 of the pump beam. The difference $|\omega_+ - \omega_1|$ varies between 8 and 50 MHz, depending on the length of the cavity. We have determined the sign of $\omega_+ - \omega_1$ by shifting by 80 MHz the reference-beam frequency with an acousto-optic modulator and we have observed that the sign of $\omega_+ - \omega_1$ is reversed when the sign of the frequency detuning δ is changed. When the length of the ring cavity varies, both the output intensity I_{out} and the frequency difference $\omega_+ - \omega_1$ vary. We show in Fig. 2 the variation of I_{out} versus $\omega_+ - \omega_1$ for a cell containing 3 Torr of helium. We see that I_{out} is maximum for $\omega_+ - \omega_1 \cong 19$ MHz and that the value of I_{out} at the maximum is 1 mW.

All these results are in agreement with the predictions of formula (1). First, we note that the new gain mechanism only occurs in the presence of collisional damping. Second, we have verified that the sign of $\omega_+ - \omega_1$ changes when the sign of δ changes. Furthermore,

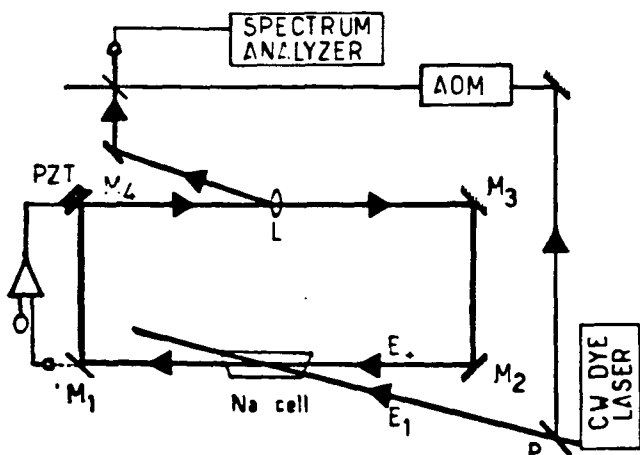


FIG. 1. Experimental setup for the two-wave mixing experiment. The pump beam E_1 is a traveling wave. We use an acousto-optic modulator (AOM) to shift the frequency of the reference beam.

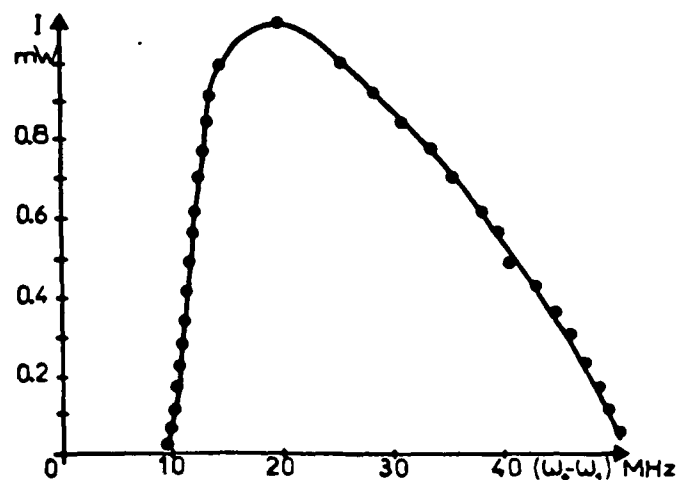


FIG. 2. Output intensity vs frequency of oscillation.

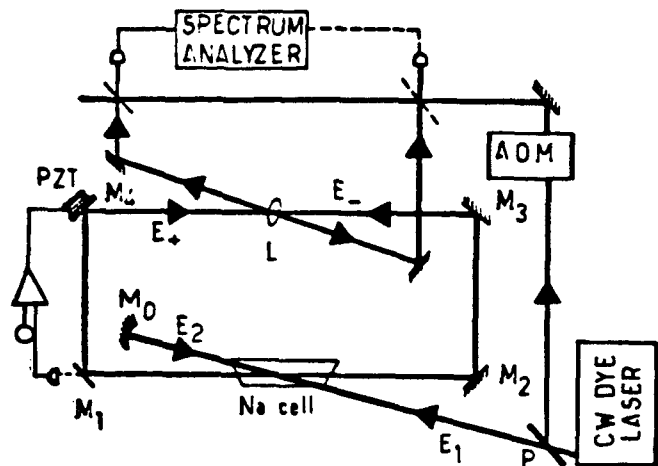


FIG. 3. Experimental setup for the four-wave mixing experiment. The pump beam E_1 is now reflected on itself with use of the mirror M_0 .

amplification occurs when $(\omega_1 - \omega_+)/\delta$ is negative in agreement with formula (1). Third, we remark that the dependence of I_{out} versus $\omega_+ - \omega_1$ closely follows the variation of the gain with $\omega_+ - \omega_1$. Formula (1) predicts that the gain should be maximum for $\omega_+ - \omega_1 = \Gamma_e$, whose value is 10 MHz in the sodium case. The fact that we obtain a slightly larger value for the maximum of I_{out} is mainly due to the residual Doppler effect. When the atoms are not stationary ω_1 and ω_+ are Doppler shifted. Since the oscillating beam makes an angle of about 10^{-2} rad with the pump beam, we expect to find a residual Doppler effect of about 10 MHz on $\omega_1 - \omega_+$. The Doppler effect also explains why the oscillation is unidirectional. In the case of a probe beam propagating in a direction opposite to the pump beam, the averaging over the velocity distribution reduces the maximum value of the energy transfer between the two beams by a factor of the order of 100.¹⁶

In a second set of experiments, the pump beam is reflected on itself with use of a curve mirror M_0 (Fig. 3). In this case, we have two pump beams E_1 and E_2 propagating in opposite directions, and a new gain mechanism associated with the pair production of photons in four-wave mixing is possible.¹³ Indeed, in the case of a pure sodium cell, an oscillation is observed when the temperature of the sodium cell is larger than 150°C . The oscillation consists of two counterpropagating beams E_+ and E_- of the same intensity and frequency. In particular, a fringe interference pattern is observed between any one of these beams and the reference beam, and we can assert that $|\omega_+ - \omega_1|$ and $|\omega_- - \omega_1|$ are less than 0.1 Hz. We have thus a perfectly degenerate oscillation.

If we repeat the experiment with the cell containing 3 Torr of helium, a completely different behavior is observed. The two beams E_+ and E_- have different intensity and frequency. The intensity of E_+ is twice the in-

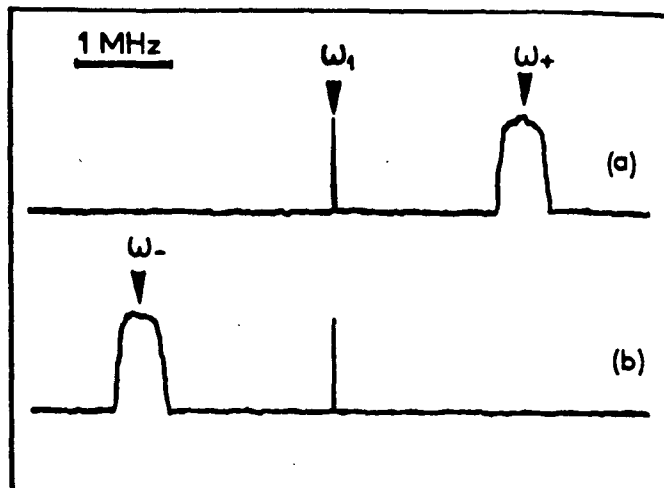


FIG. 4. Signal obtained on the spectrum analyzer for the two counterpropagating beams. The beat frequency between E_+ and a reference beam whose frequency is shifted with use of an acousto-optic modulator is shown on curve (a). The result for E_- is shown on curve (b). The position of the pump-beam frequency ω_1 is determined by the narrow peak of noise.

tensity of E_- and $\omega_+ - \omega_1$ and $\omega_- - \omega_1$ have opposite values. This point has been verified with use of a reference beam whose frequency is shifted by an acousto-optic modulator (Fig. 4). The value of $|\omega_+ - \omega_1|$ varies between 2 and 5 MHz, depending on the length of the cavity. The asymmetry between the two counterpropagating waves comes from the fact that $I_2 = |E_2|^2$ is smaller than $I_1 = |E_1|^2$ by about 30% because of absorption losses in sodium and on the mirrors. A non-degenerate oscillation is thus observed because the pressure-induced gain on E_+ is larger than the extra losses on E_- .

In conclusion we have shown that self-oscillation in vapors can be generated by two types of processes. In the absence of collisional damping, the gain comes from a pair production of photon¹³ and the device is similar to a doubly resonant parametric oscillator.⁶ When collisional damping is important, a new type of gain mechanism becomes possible, which involves the creation of a real grating of excited-state atoms and the diffraction of the pump beam on this grating.

¹N. Bloembergen, *Non Linear Optics* (Benjamin, New York, 1965), p. 29.

²Y. Prior, A. R. Bogdan, M. Dagenais, and N. Bloembergen, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 111 (1981).

³G. Grynberg, *J. Phys. B* **14**, 2089 (1981).

⁴G. S. Agarwal and N. Nayak, *J. Opt. Soc. Am. B* **1**, 164 (1984); Y. Prior, I. Schek, and J. Jortner, *Phys. Rev. A* **31**, 3775 (1985); G. Grynberg and M. Pinard, *Europhys. Lett.* **1**,

129 (1986).

⁵For a review, see N. Bloembergen, *Ann. Phys. (Paris)* **10**, 681 (1985); more recent experimental results have been obtained by Y. H. Zou and N. Bloembergen, *Phys. Rev. A* **34**, 2968 (1986), and E. Giacobino and P. R. Berman, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 21 (1987).

⁶Y. R. Shen, *The Principles of Non-Linear Optics* (Wiley, New York, 1984).

⁷G. Grynberg, in *Spectral Line Shapes*, edited by R. Exton (W. de Gruyter, Berlin, 1987), Vol. 4.

⁸G. Grynberg and P. Verkerk, *Opt. Commun.* **61**, 296 (1987).

⁹P. R. Berman, G. Khitrova, and J. F. Lam, in *Spectral Line Shapes*, edited by F. Rostas (W. de Gruyter, Berlin, 1985), Vol. 3, p. 337.

¹⁰G. Grynberg, E. Le Bihan, and M. Pinard, *J. Phys. (Paris)* **47**, 1321 (1986).

¹¹A two-wave mixing oscillation in sodium has been briefly reported in Ref. 10. This experiment was made with a pulsed laser and the experimental results were difficult to interpret. Several explanations for the oscillation have been suggested

but it was not possible to choose among them nor to assert that the oscillation was due to a single cause.

¹²H. Rajbenback and J. P. Huignard, *Opt. Lett.* **10**, 137 (1985); K. R. Mac Donald and J. Feinberg, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 821 (1985).

¹³M. Pinard, D. Grandclément, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **2**, 755 (1986); D. Grandclément, G. Grynberg, and M. Pinard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 44 (1987) (this issue).

¹⁴G. Grynberg and M. Pinard, *Phys. Rev. A* **32**, 3772 (1985).

¹⁵This condition can be fulfilled in the perturbative limit ($\Omega_1 \ll |\delta|$) considered here, see Ref. 10.

¹⁶One must have in mind that a two-level model is a very crude approximation for sodium atoms. It is well known that the degeneracy in the ground state can play an important role in pressure-induced extra resonances in four-wave mixing (see Ref. 5). A similar result is also obtained here when one does a more precise calculation of the value of χ'' for the probe beam. The threshold condition is then modified. However, a pressure-induced contribution identical to the one of formula (1) is still present and permits one to explain the observations presented here.

**D - OSCILLATIONS INDUITES PAR MELANGE A QUATRE ONDES
DANS UNE VAPEUR DE SODIUM EN PRESENCE DE GAZ TAMPON**

Plan du Chapitre D :

DI Introduction

DII Gyrolasers et gyrolaser à conjugaison de phase

DIII Expériences sur le mélange à 4 ondes non dégénéré

D - MELANGE A QUATRE ONDES NON DEGENERERE

D.I - Introduction

La dernière partie de ce mémoire traite du mélange à 4 ondes dans une cavité en anneau. Le milieu amplificateur est une cellule contenant un mélange de Sodium et d'Hélium. Ces expériences sont le prolongement naturel de celles que nous avons exposées dans la partie sur le mélange à 2 ondes en présence de collisions et dans la partie sur le mélange à 4 ondes dégénéré, dans une cellule de Sodium sans gaz tampon. Ce sont les expériences présentées dans cette dernière partie qui ouvrent les perspectives d'application les plus intéressantes dans le domaine de la gyrométrie.

D.II - Gyrolasers et gyrolaser à conjugaison de phase

L'utilisation des lasers pour la construction de senseurs de rotation a été envisagée dès l'apparition des lasers [1]. Tous les appareils réalisés utilisent l'effet Sagnac [2] comme principe de base. Après un bref rappel sur ce qu'est l'effet Sagnac, on passera en revue les divers gyromètres optiques [3] qui ont été mis au point ces dernières années.

D.II.1 - Effet Sagnac

De manière imagée, on peut interpréter l'effet Sagnac en considérant que, dans un référentiel tournant avec la vitesse angulaire $\dot{\theta}$, une onde se propageant dans le sens trigonométrique met, pour effectuer

un tour, un temps différent de celui que met une onde se propageant dans le sens anti-trigonométrique . A cette différence de temps Δt correspond une différence de chemin optique $L = c\Delta t | 2 |$. On montre ainsi que

$$\Delta L = 4A\dot{\theta} / c$$

où A est l'aire fermée par le chemin optique. Avec les interféromètres conventionnels de l'optique classique, la différence de marche que l'on obtient est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-13}$ (pour $A = 1\text{m}^2$ et $\dot{\theta} = 1^\circ\text{h}^{-1}$), ce qui est beaucoup moins qu'une longueur d'onde. C'est donc un effet trop faible pour être utile dans la mesure de rotation faible. Il existe 2 façons d'amplifier cet effet.

D.II.2 - Gyroscope à fibre optique

La première idée pour augmenter cet effet et permettre la construction de gyroscopes opérationnels est d'augmenter l'aire A, sans augmenter la taille de l'appareil, au moyen d'une fibre optique | 4 |. On mesure ensuite le déphasage entre les deux voies. Si théoriquement une sensibilité de l'ordre de 10^{-3}h^{-1} est possible | 5 |, les réalisations expérimentales actuelles atteignent $2 \cdot 10^{-1}\text{h}^{-1}$ | 6 |. Les facteurs technologiques qui limitent ces interféromètres sont les pertes et la diffusion présentes dans ces fibres très longues. De plus, celles-ci sont très sensibles aux contraintes mécaniques et thermiques, ce qui limite leur emploi. Notons que l'emploi d'un miroir à conjugaison de phase permet théoriquement d'améliorer la sensibilité de ces gyromètres | 7 |.

D.II.3 - Gyroscope laser

Pour mesurer une différence de fréquences plutôt qu'un déphasage, on utilise non pas un interféromètre passif mais une cavité. La différence de longueur entre les deux sens de rotation modifie la condition d'accord de la cavité. On montre que la différence de fréquences propres entre les deux sens de rotation est au premier ordre :

$$\Delta\Omega = \Omega \frac{\Delta L}{L} = \frac{4A}{L} \frac{\Omega}{c} \dot{\theta}$$

Quand on introduit dans la cavité un milieu présentant du gain, on a théoriquement une oscillation non dégénérée. Le battement entre les deux faisceaux peut être mesuré avec une grande précision car tous les effets qui affectent la largeur de l'oscillation sont pour la plupart identiques pour les deux sens de propagation, et disparaissent dans la différence. Le problème le plus important rencontré dans la mise au point des gyrolasers est celui du verrouillage de la fréquence des deux ondes l'une sur l'autre pour les vitesses de rotation très petites. Ce phénomène, dû aux couplages mutuels des ondes par rétrodiffusion sur les miroirs, se traduit par l'existence d'une zone dite aveugle dans laquelle aucune différence de fréquence ne peut être détectée. Pour résoudre ce problème, on impose au système un fonctionnement avec un biais. La plupart des gyrolasers fonctionnent donc avec une activation mécanique qui leur confère un biais de l'ordre de 100 Hz. Pour résoudre les problèmes de stabilité du biais, on peut faire un biais alternatif.

Les gyrolasers conventionnels à 2 modes sont maintenant compétitifs avec les gyrolasers mécaniques traditionnels. Leur sensibilité s'étend

de 10^{-3} à 10^4 h^{-1} , ce qui, avec le faible coût de maintenance qu'ils supposent, leur confère un intérêt commercial considérable. Néanmoins les recherches se poursuivent pour simplifier la technologie de ces appareils.

D.II.4 - Gyrolasers à conjugaison de phase

Le processus de gain par conjugaison de phase dans une cavité en anneau permet une oscillation bidirectionnelle de deux ondes E_+ et E_- , de fréquences ω_+ et ω_- . Les fréquences de ces deux ondes sont astreintes aux relations

$$\omega_+ + \omega_- = 2\omega_p \quad (\text{conjugaison de phase})$$

$$\omega_+ - \omega_- = \Omega_+ - \Omega_- \quad (\text{cavité})$$

où Ω_+ et Ω_- sont les fréquences propres de la cavité pour les sens de rotation trigonométrique et antitrigonométrique. Par effet Sagnac on a $\Omega_+ \neq \Omega_-$ (car $L_+ \neq L_-$). On a donc, théoriquement, dans la cavité, une oscillation non-dégénérée de fréquences

$$\omega_+ = \omega_p + \frac{\Omega_+ - \Omega_-}{2}$$

et

$$\omega_- = \omega_p - \frac{\Omega_+ - \Omega_-}{2}$$

Mais l'effet Sagnac dû à la rotation de la terre est, avec les cavités que l'on peut construire, très petit, de l'ordre de quelques Hz. Aussi, à cause de la rétrodiffusion sur les miroirs, qui mélange les deux sens de propagation, assiste-t-on le plus souvent à un phénomène de

verrouillage des fréquences d'oscillation qui sont alors égales à la fréquence des ondes pompes.

Le mélange à quatre ondes en présence de collisions permet de modifier différemment les longueurs optiques selon les deux sens de rotation, et donc de pallier ces défauts. En effet, en présence de collisions, l'indice non-linéaire vu par l'onde E_+ dépend différemment de l'intensité de E_1 et de celle de E_2 | 8 | (l'asymétrie entre les ondes E_1 et E_2 est due au fait que le réseau créé par E_+ et E_1 a une durée de vie plus longue que celui créé par E_+ et E_2 à cause du déphasage Doppler). La partie non-linéaire de l'indice E_+ est de la forme

$$n_+^{NL} = \alpha I_1 + \beta I_2$$

alors que pour l'onde E_-

$$n_-^{NL} = \alpha I_2 + \beta I_1$$

(Nota : on a supposé l'intensité des champs E_+ et E_- faible, de sorte que E_+ et E_- ne contribuent pas à l'indice non linéaire).

Par conséquent la différence des longueurs optiques selon les deux sens de rotation est proportionnelle à $(\alpha - \beta)(I_1 - I_2)$. On peut ainsi rendre la différence $\omega_+ - \omega_-$ suffisamment grande pour sortir de la zone aveugle, zone où la rétrodiffusion verrouille toutes les fréquences). On a ainsi réalisé là un biais purement optique.

D.III - Expérience sur le mélange à quatre ondes non dégénéré

D.III.1 - Montage expérimental

Le montage expérimental est identique à celui de la partie C qui concerne le mélange à 4 ondes. On le rappelle brièvement (Fig. 1)

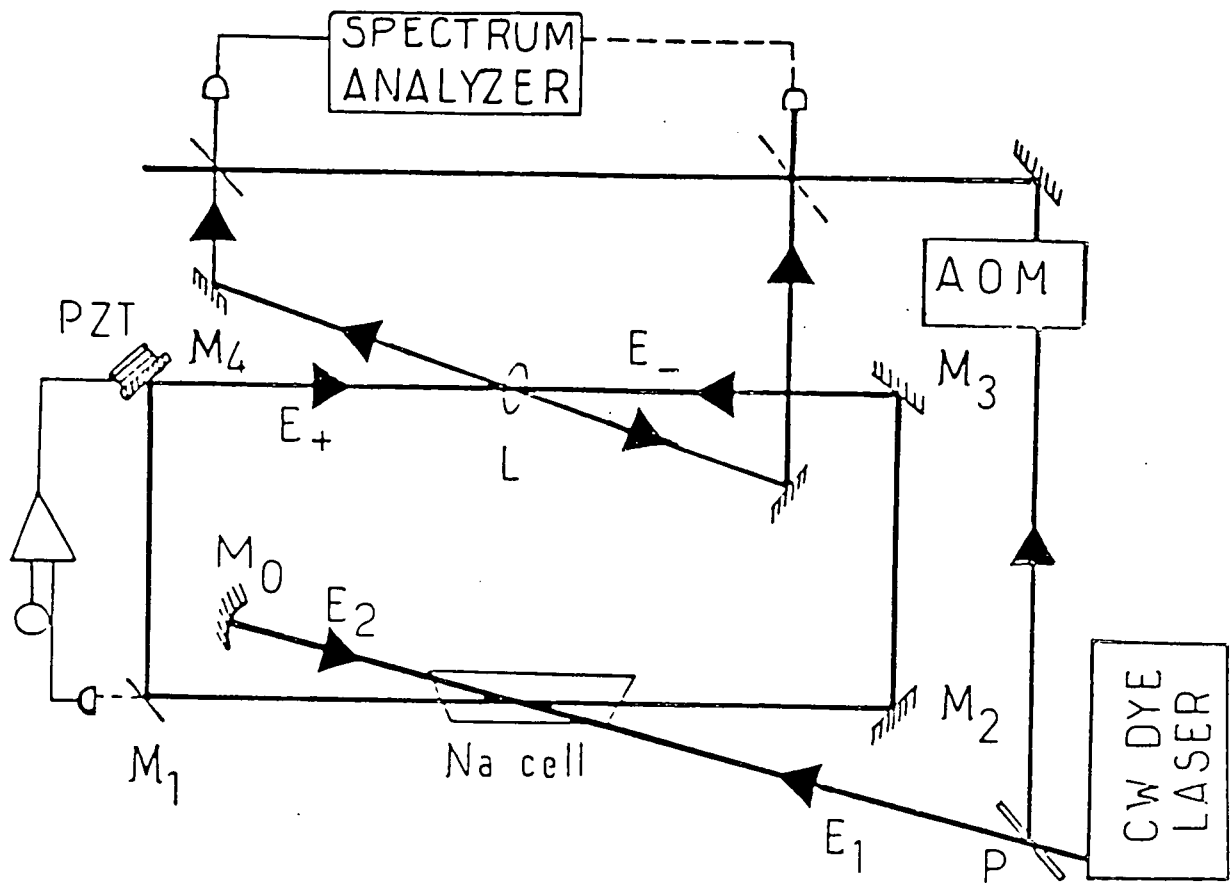


Figure 1

La cellule contenant du Sodium et 3 Torr de Hélium est placée dans un four que l'on chauffe aux alentours de 160°C . La source lumineuse est un laser à colorant pompé par un laser Ar^+ . Les faisceaux pompes ont une intensité de l'ordre de 300 mW, leur fréquence est voisine de la raie D_2 du Sodium. Le faisceau pompe E_2 est obtenu par rétro réflexion de E_1 sur le miroir M_0 . On a placé une densité variable sur le trajet de E_2 , de manière que l'intensité I_2 soit variable. Ces deux faisceaux sont focalisés dans la cellule, leur taille étant de l'ordre de $250 \mu\text{m}$. La cavité en anneau est constituée de 4 miroirs plans M_1, M_2, M_3, M_4 travaillant à incidence $i = 45^{\circ}$. Trois des miroirs sont totalement réfléchissants, le quatrième transmet 0,5 % de la lumière. Il est monté sur une céramique PZT et nous permettra un asservissement de l'intensité émise. La cellule de Sodium est placée au milieu du bras M_1M_2 ; la bande passante de la cavité est alors de l'ordre de 10 MHz. Au milieu du bras M_3M_4 se trouve une lentille L de focale $f = 350 \text{ mm}$, qui rend cette cavité stable. Cette cavité présente un col ("waist") de $100 \mu\text{m}$ au niveau de la cellule dans le bras M_1M_2 . L'angle θ entre la direction des faisceaux pompes et la direction M_1M_2 est petit ($\theta \ll 10^{-2} \text{ rad}$). La lentille, dont une seule des faces est traitée anti-reflet, nous sert de voie de sortie. Les deux faisceaux sortant de la cavité sont envoyés sur deux photodiodes PD_1 et PD_2 . Un faisceau de faible intensité prélevé sur la pompe E_1 avant la cellule nous sert d'oscillateur local. Sa fréquence est décalée de 80 MHz grâce à un modulateur acousto-optique.

D.III.2 - Résultats expérimentaux

On observe une oscillation au voisinage de la raie D_2 du sodium, du côté basse fréquence, sur une plage de fréquences de l'ordre de 1 GHz. L'intensité I_+^{OUT} du faisceau se copropageant avec la pompe E_1 est au maximum de l'ordre de 1 mW.

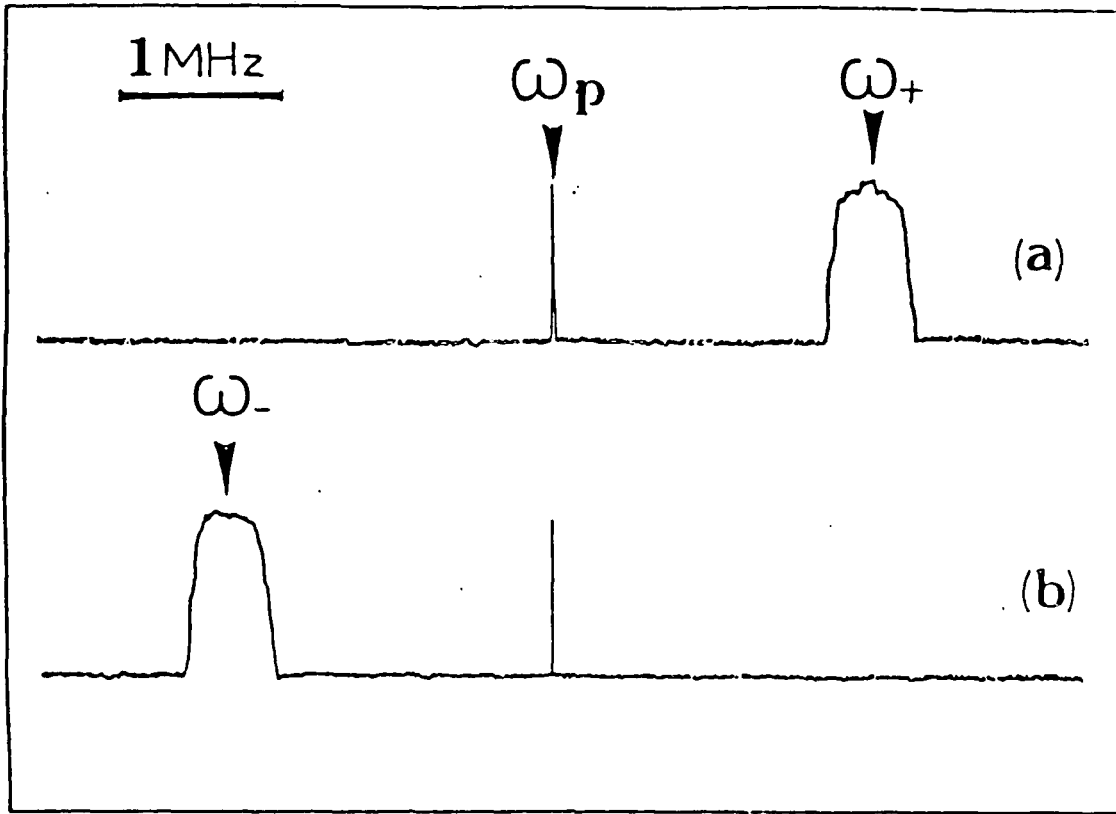


Figure 2

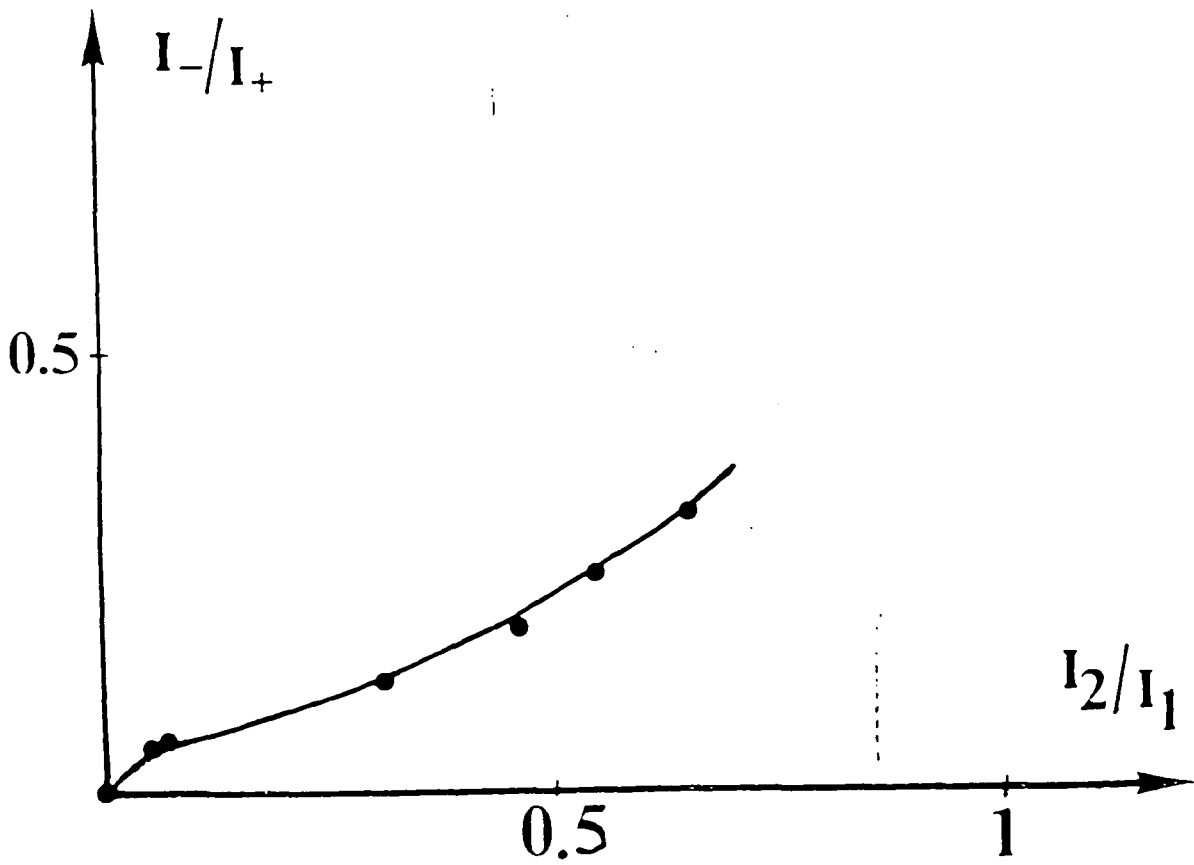


Figure 3

Les intensités des deux pompes étant constantes, on balaye la longueur de la cavité en appliquant une tension sur la céramique PZT. La variation de l'intensité de sortie I_+^{OUT} en fonction de la longueur est, ici encore, bistable. On a là un comportement identique à celui rencontré dans le Sodium pur. Ce résultat montre que les termes d'indice non linéaire jouent aussi un rôle important en présence de gaz tampon.

On a ensuite étudié la fréquence de l'oscillation. Pour cela on mélange l'oscillateur local et l'un des faisceaux sortant de la cavité sur une lame semi-transparente. Le faisceau ainsi obtenu est envoyé sur une photodiode, puis le signal électrique est étudié au moyen d'un analyseur de spectre.

On observe tout d'abord le battement de I_+^{OUT} avec l'oscillateur local (Fig. 2a). On note la présence d'une seule fréquence $\omega_p + \Delta$ dans la direction +. Le battement de I_-^{OUT} avec l'oscillateur local montre, lui (Fig. 2b), que seule la fréquence $\omega_p - \Delta$ oscille dans la direction -. Cette caractéristique bien particulière d'avoir une seule fréquence dans chaque direction est associée à la présence des collisions et à la différence d'intensité des pompes I_1 et I_2 .

Notons que l'intensité des deux faisceaux oscillants est différente selon le sens de propagation (l'absorption ou le gain dans une direction dépendent de l'intensité de l'onde pompe dans cette direction). Sur la Figure 3 on a représenté le rapport I_-^{OUT}/I_+^{OUT} en fonction de I_2/I_1 .

La seconde caractéristique importante que l'on a observée est la dépendance de la fréquence d'oscillation avec l'intensité de la

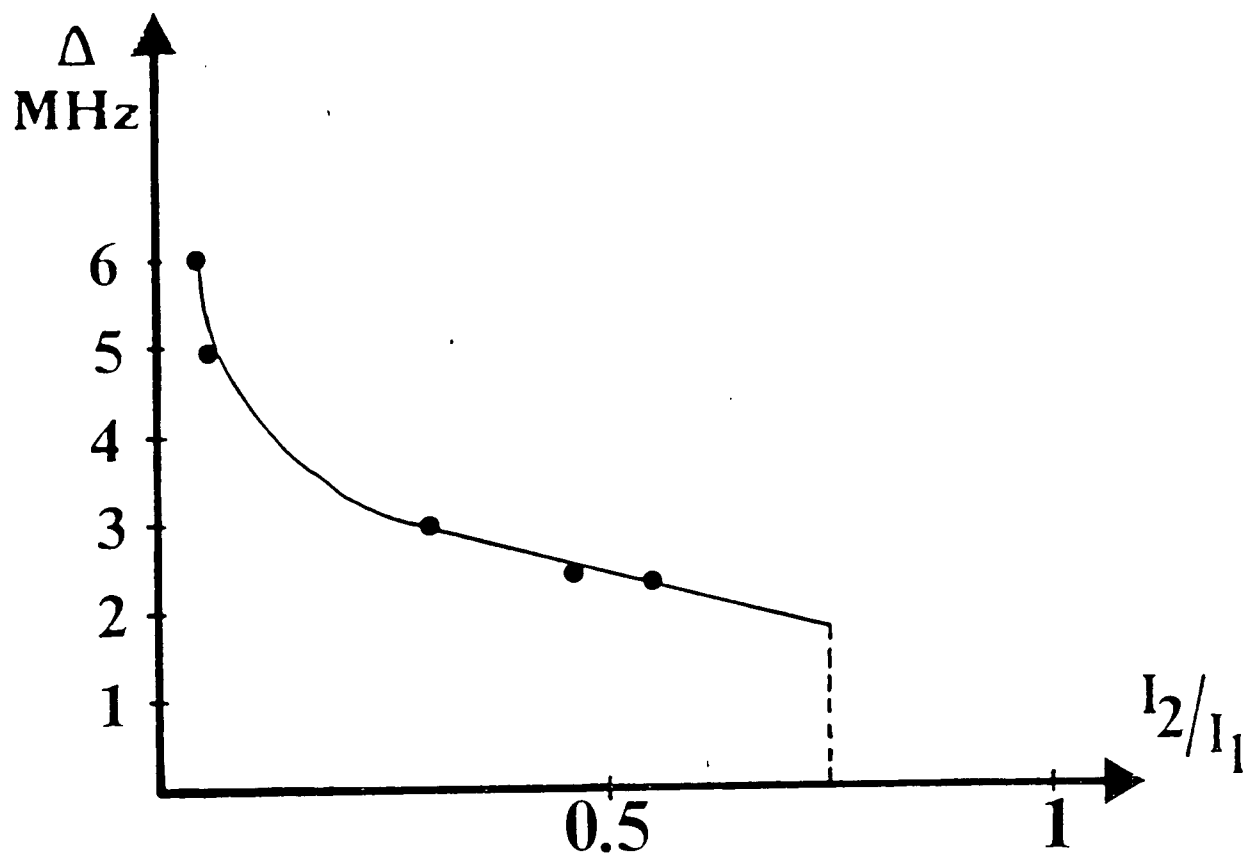


Figure 4

pompe retour I_2 . On utilise la densité variable placée sur le trajet de ce faisceau pour changer continûment I_2 . Sur la Figure 10 on a tracé la variation de Δ en fonction du rapport I_2/I_1 . On voit que le décalage en fréquence tend vers zéro lorsque I_2/I_1 tend vers 1. A la limite l'oscillation devient dégénérée. Les résultats s'expliquent par l'asymétrie de l'indice non linéaire. La différence de fréquence propre dans les deux sens de propagation est de l'ordre de

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{\chi^{(3)} l(I_1 - I_2)\beta p}{L\Gamma_e}$$

où Γ_e est la largeur du niveau excité, p la pression de gaz tampon, β le coefficient d'élargissement par pression, l la longueur de la cellule, L la longueur de la cavité, $\chi^{(3)}$ la susceptibilité du 3e ordre. Cette quantité peut être de l'ordre de 5 MHz lorsque $I_2 \ll I_1$, et est donc du même ordre de grandeur que la bande passante de la cavité. Ceci explique pourquoi l'oscillation est d'autant plus dégénérée que la différence $I_2 - I_1$ est grande.

D.III.3 - Conclusion

Grâce aux processus réels causés par les collisions, une oscillation bidirectionnelle non dégénérée et de biais variable a pu être observée. Des raisonnements simples permettent d'expliquer qualitativement les propriétés de ce type d'oscillateur, dont on voit aisément les applications que l'on pourrait en tirer en vue d'une application gyrométrique.

E - CONCLUSION GENERALE

E - Conclusion Générale

Nous avons, dans ce mémoire, présenté trois types d'oscillateurs utilisant des vapeurs atomiques comme milieu amplificateur :

- * Ceux pour lesquels l'amplification se fait par mélange à 4 ondes non résonnant dans du sodium pur et dont les caractéristiques rappellent celles des oscillateurs paramétriques.
- * Ceux pour lesquels l'amplification se fait par mélange à 2 ondes induit par collision dans du sodium en présence de gaz tampon et dont les caractéristiques peuvent être comparées à celles des laser à effet Raman stimulés.
- * Ceux pour lesquels le processus d'amplification est intermédiaire entre les deux cités précédemment et est associé à un mélange à 4 ondes dans du sodium en présence d'un gaz tampon.

L'étude théorique de la première classe d'oscillateurs à permis de prédire un certain nombre de points

- * seuil très faible
 - * comportement bistable
 - * saturation du gain par déplétion des pompes
 - * blocage de la phase de l'oscillateur sur celle des pompes
- qui ont été observés expérimentalement.

Pour ce qui concerne la seconde classe d'oscillateurs, nous avons dégagé le principe du processus d'amplification et vérifié qu'aussi bien au niveau du décalage de fréquence qu'au niveau de la pression de gaz tampon, les résultats expérimentaux concordaient avec les prévisions théoriques.

Enfin, nous avons présenté les résultats concernant la troisième classe d'oscillateurs, et montré pourquoi ils peuvent se révéler intéressants en gyrométrie. Au niveau des applications, c'est certainement là le débouché le plus riche de promesses de cette étude. Il est clair que la prochaine étape expérimentale consistera à étudier finement les caractéristiques de cet oscillateur dans une optique gyrométrique.

F - REFERENCES

REFERENCES INTRODUCTION GENERALE

- |1| D. Bloch, M. Ducloy, JOSA 73 (1983) 635 ; 73 (1983) 1844
D. Bloch, Thèse de 3e Cycle , Paris 1980
D. Bloch, Thèse d'Etat , Paris 1984
- |2| P. Verkerk, Thèse de 3e Cycle, Paris 1985
- |3| D.M. Pepper et al., Opt. Lett. 3 (1978) 7
- |4| J.O. White et al., App. Phys. Lett. 37 (1980) 5
- |5| A. Yariv, App. Phys. Lett. 28 (1976) 88 ; JOSA 66 (1976) 301
- |6| Yu Dolgoplov et al., Sov. Phys. JETP 29 (1979) 328
- |7| N.G. Basov et al., JETP Lett. 28 (1978) 197
- |8| M.D. Levenson, Opt. Lett. 5 (1980) 182
- |9| F.A. Hopf et al., JOSA 70 (1980) 1320
- |10| J.C. Diels et al., Opt. Lett. 6 (1981) 219
- |11| Ch.J. Bordé, French Patent Application 8 10 70 54 (April 1981)
- |12| J. Feinberg, R.W. Hellwarth, Opt. Lett. 51 (1980) 519
- |13| B. Kleinmann, Thèse de Docteur Ingénieur, Paris 1984
- |14| E. Le Bihan, Thèse de 3e Cycle, Paris 1986

REFERENCES PARTIE A

- |1| Optical Phase Conjugation édité par R.A. Fisher, Academic Press (1983)
- |2| A. Yariv and D. Pepper, Opt. Lett. 1 (1977) 16
R.L. Abrams and R.C. Lind, Opt. Lett. 2 (1978) ; 3 (1978) 205
- |3| N. Bloembergen, Non Linear Optics (Benjamin, New York, 1965)
Y.R. Shen, The Principles of Non Linear Optics (John Wiley and sons, 1984)
- 141 B. Kleinmann, Thèse de Docteur Ingénieur (1984) Paris
E. Le Bihan, Thèse de 3e Cycle (1986) Paris
- |5| J.R.R. Leite, P. Simoneau, D. Bloch, S. Leboiteux and M. Ducloy,
Europhys. Lett. 2 (1986) 749
- |6| H. Rajbenbach and J.P. Huignard, Opt. Lett. 10 (1985) 137
- |7| J. Feinberg and R. Hellwarth, Opt. Lett. 5 (1980) 519
- |8| G. Grynberg and M. Pinard, Phys. Rev. A32 (1985) 3772

REFERENCES PARTIE B I

- |11| A.E. Siegman, P.A. Belanger and A. Hardy in *Optical Phase Conjugation* edited by R.A. Fisher (Academic Press, New York) 1983, p. 466
- |12| J. AuYeung, D. Fekete, D.M. Pepper, A. Yariv, *IEEE J. Quant. Electron.* QE15, (1979) 1180
- |13| P.A. Belanger, A. Hardy, A.E. Siegman, *Appl. Opt.* 19 (1980) 602
- |14| R.C. Lind and D.G. Steel, *Optics Lett.* 6 (1981) 554
- |15| J. Feinberg and R.W. Hellwarth, *Opt. Lett.* 5 (1980) 519
- |16| J.O. White, M. Cronin-Golomb, B. Fisher and A. Yariv, *Appl. Phys. Lett.* 40 (1982) 450
- |17| S.G. Odulov and M.S. Soskin, *JETP Lett.* 37 (1983) 289
- |18| D.M. Bloom, P.F. Liao and N.P. Economou, *Opt. Lett.* 2 (1978) 58
- |19| B. Kleinmann, F. Tréhin, M. Pinard and G. Grynberg, *J. Opt. Soc. Am.*, B2 (1985) 704
- |10| E. Le Bihan, P. Verkerk, M. Pinard and G. Grynberg, *Opt. Comm.* 56 (1985) 202
- |11| E. Le Bihan, M. Pinard and G. Grynberg, *Opt. Lett.* 11 (1986) 159
- |12| J.R.R. Leite, P. Simoneau, D. Bloch, S. Leboiteux and M. Ducloy, *Europhys. Lett.* 2, (1986), 749
- |13| J. Feinberg, G.D. Bacher, *Opt. Lett.* 9 (1984) 420
- |14| K.R. Mac Donald and J. Feinberg, *JOSA* 1 (1984) 1213
- |15| K.R. Mac Donald and J. Feinberg, *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 821
- |16| H. Rajbenbach and J.P. Huignard, *Opt. Lett.* 10 (1985) 137
- |17| A. Yariv and Sze-Keung Kwong, *Opt. Lett.* 10 (1985) 454
- |18| M. Pinard, D. Grandclément and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* 2 (1986) 755

- |19| D. Grandclément, G. Grynberg and M. Pinard, Phys. Rev. Lett.,
59 (1987) 44
- |20| Y.R. Shen, The Principle of Non-linear Optics, § 9.2 (John Wiley
and sons, New York, 1984)
- |21| G. Grynberg, M. Pinard, Phys. Rev. A32 (1985) 3772
- |22| R.L. Abrams and R.C. Lind, Opt. Lett. 2 (1978) 94 and 3 (1978) 205
- |23| M. Pinard, B. Kleinmann and G. Grynberg, Opt. Comm. 51 (1984) 281
- |24| Pochi Yeh, J.O.S.A. B2 (1985) 727
- |25| G. Grynberg, B. Kleinmann, M. Pinard and P. Verkerk, Opt. Lett.
8 (1983) 614
- |26| S. Reynaud, C. Fabre and E. Giacobino, to be published in J.O.S.A.
- |27| C.M. Savage and D.F. Walls, to be published in J.O.S.A.
- |28| H.M. Gibbs, Mc Call, T.N.C. Venkatesan, Phys. Rev. Lett. 36
(1976) 1135
- |29| H.M. Gibbs "Optical Bistability : Controlling Light with Light"
(Academic Press Inc., 1985)
- |30| E. Giacobino, M. Devaud, F. Biraben and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett.
45 (1980) 434
- |31| G. Marowsky, K. Kaufmann, IEEE J. of Quant. Electron. 12 (1976) 207
- |32| F. Aranowitz, R.J. Collins, Appl. Phys. Lett. 9 (1966) 55.

REFERENCES PARTIE B II

- |1| A. Yariv and D. Pepper, Opt. Lett. 1 (1977) 16
 |2| J. Au Yeung, D. Fekete, D. Pepper, A. Yariv, J. Quant. Elec. QE15
 (1979) 1180
 E.E. Bergman et al., Opt. Lett. 3 (1979) 82
 R.L. Carman, R. Lhias, P. Kelley, Phys. Rev. Lett. 17 (1966) 1281
 |3| D. Bloom, P.F. Liao and N.P. Economou, Opt. Lett. 2 (1978) 58
 |4| R.G. Lind and D.G. Steel, Opt. Lett. 6 (1981) 554
 |5| J.R.R. Leite, P. Simoneau, D. Bloch, S. Leboiteux and M. Ducloy,
 Europhys. Lett. 2 (1986) 749
 |6| J. Feinberg and R.W. Hellwarth, Opt. Lett. 5 (1980) 519
 J.O. White, M. Cronin-Golomb, B. Fisher and A. Yariv, Appl. Phys. Lett.
40 (1982) 450
 S.G. Odulov and M.S. Soskin, JETP Lett. 37 (1983) 289
 |7| B. Kleinmann, F. Trehin, M. Pinard and G. Grynberg, JOSA B2 (1985) 704
 E. Le Bihan, M. Pinard and G. Grynberg, Opt. Lett. 11 (1986) 159
 E. Le Bihan, P. Verkerk, M. Pinard and G. Grynberg, Opt. Comm. 56
 (1985) 202
 |8| A. Yariv, Quantum Electronics (Wiley, New York 1975)
 |9| M. Pinard, D. Grandclément and G. Grynberg, Europhys. Lett. 2
 (1986) 755
 |10| M. Pinard, R. Horowicz, D. Grandclément and G. Grynberg, to be published
 |11| R.E. Slusher, L.W. Holberg, B. Yurke, J.C. Mertz and J.F. Valley,
 Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 2409
 |12| S. Reynaud, C. Fabre and E. Giacobino, to be published in JOSA
 D. Walls and C. Savage, to be published in JOSA

- |13| H.P. Yuen and V.W.S. Chan, *Opt. Lett.* 4 (1983) 177
J.H. Shapiro, *IEEE J.Q.E.* QE21 (1985) 237
- |14| E. Le Bihan, P. Verkerk, M. Pinard and G. Grynberg, *Opt. Comm.* 56
(1985) 185
- |15| D. Grandclément, G. Grynberg and M. Pinard, *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987)
40
- |16| R. Horowicz, M. Pinard and S. Reynaud, *Opt. Comm.* 61 (1987) 142

REFERENCES PARTIE C

- [1] J. Weiland, H. Wilhelmsson, *Coherent Non Linear Interaction of Waves in Plasmas* (Pergamon Press 1977)
- [2] J.P. Huignard and A. Marrakchi, *Opt. Comm.* 38 (1981) 249
H. Rajbenbach, J.P. Huignard and B. Loiseaux, *Opt. Comm.* 48 (1983) 247
G. Valley, *JOSA* B1 1 (1984) 868
- [3] H. Rajbenbach and J.P. Huignard, *Optics Letters* 10 (1985) 137
P. Yeh, *JOSA* B1 2 (1985) 1924
P. Yeh, *App. Optics* 23 (1984) 2974
- [4] N. Bloembergen, *Non Linear Optics*, p. 29 (Benjamin, New York 1965)
Y. Prior, A.R. Bogdan, M. Dagenais and N. Bloembergen, *Phys. Rev. Lett.* 46 (1981) 111
- [5] G. Grynberg, *J. Phys.* B14 (1981) 1089
- [6] G. Grynberg, M. Pinard, *Europhys. Lett.* 1 (1986) 129
G. Grynberg in *Spectral Lineshapes 5* (W. De Gruyter, Berlin 1987)
- [7] G. Grynberg, E. Le Bihan, M. Pinard, *J. Phys. (Paris)* 47 (1986) 1321

REFERENCES PARTIE D

- |1| W. Heer, Bull. Ann. Phys. Soc. 6 (1961) 58
A. Rosenthal, JOSA 52 (1962) 1143
W.M. Macek and D. Tm Davis, App. Phys. Lett. 2 (1963) 67
F. Aronowitz, Phys. Rev. 139 (1965) A 635
- |2| G. Sagnac, C.R. Acad. Sci. 157 (1913) 708
F. Aronowitz in Laser Applications edited by M. Ross (Academic, New York 1971)
- |3| W.W. Chow et al., Rev. of Mod. Phys. 57 (1985) 61
J.J. Roland et G.P. Agrawal, Opt. Laser Technol. 13 (1981) 239
- |4| V. Vali, R.W. Shorthill, App. Optics 15 (1976) 1099
- |5| S. Liu, T. Giallorenz, App. Optics 18 (1979) 915
- |6| R.A. Bergh, H.C. Lefevre, H.J. Schaw, Opt. Lett. 6 (1981) 198 ;
Opt. Lett. 6 (1981) 502 ; Opt. Lett. 7 (1982) 282
- |7| J.C. Diels and I.C. Mc Michael, Opt. Lett. 6 (1981) 219
Ch. J. Borde, French Patent Application 8107054 (April 1981)
- |8| G. Grynberg and M. Pinard, Phys. Rev. A32 (1985) 3772