



**HAL**  
open science

# Réduction des fluctuations quantiques de la lumière à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique

Thierry Debuisschert

► **To cite this version:**

Thierry Debuisschert. Réduction des fluctuations quantiques de la lumière à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1990. Français. NNT: . tel-00011869

**HAL Id: tel-00011869**

**<https://theses.hal.science/tel-00011869>**

Submitted on 9 Mar 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



THESE

*présentée pour obtenir le titre de*

*Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie*

SPECIALITE : Optique et Photonique

**REDUCTION DES FLUCTUATIONS QUANTIQUES  
DE LA LUMIERE A L'AIDE D'UN  
OSCILLATEUR PARAMETRIQUE OPTIQUE**

par Thierry Debuisschert

soutenue le 28 Septembre 1990 devant le jury composé de :

Mr B. CAGNAC (président)

Mr I. ABRAM

Mr C. FABRE

Mr P. GRANGIER

Mr G. GRYNBERG

Mr M. PAPUCHON

**UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

**DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

**DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE**



**THESE**

*présentée pour obtenir le titre de*

*Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie*

**SPECIALITE : Optique et Photonique**

**REDUCTION DES FLUCTUATIONS QUANTIQUES  
DE LA LUMIERE A L'AIDE D'UN  
OSCILLATEUR PARAMETRIQUE OPTIQUE**

**par Thierry Debuisschert**

soutenue le 28 Septembre 1990 devant le jury composé de :

Mr B. CAGNAC (président)

Mr I. ABRAM

Mr C. FABRE

Mr P. GRANGIER

Mr G. GRYNBERG

Mr M. PAPUCHON

Le travail exposé dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure pendant les années 1987-1990 . Je remercie Monsieur Jacques DUPONT-ROC de m'avoir accueilli dans cet environnement scientifique exceptionnel.

Je veux exprimer ma profonde reconnaissance à Elisabeth GIACOBINO et Claude FABRE qui ont dirigé cette thèse avec une disponibilité de tous les instants.

Ce travail est pour une large part une oeuvre collective et je tiens à remercier chaleureusement les autres membres de l'équipe : Antoine HEIDMANN, Serge REYNAUD, Jérôme MERTZ, Laurent HILICO ainsi que Carl AMINOFF pour l'aide constante qu'ils m'ont apportée.

Je remercie tous les chercheurs du Laboratoire qui m'ont fait bénéficier de leur expérience et de leurs précieux conseils.

Je remercie les membres des services techniques du laboratoire : Francis TREHIN, Marc THOMME, Jean QUILBEUF, Guy FLORY, Bernard CLERGEAUD, Ali MAIZIA ainsi que Dominique REGAZZI pour leur disponibilité et leur diligence.

Je tiens à remercier les membres de l'équipe du Dr LEUCHS (Munich, MPQ) pour m'avoir fait bénéficier de leur expérience sur les lasers YAG.

Monsieur le professeur Bernard CAGNAC m'a accueilli à la Halle aux Vins et a accepté de présider le jury : je l'en remercie vivement. Messieurs Izo ABRAM, Philippe GRANGIER, Gilbert GRYNBERG et Michel PAPUCHON ont accepté de participer à ce jury ; je suis très honoré par cette marque d'intérêt et les en remercie.

Je ne saurais terminer sans remercier tout spécialement Brigitte ENRIQUE pour la gentillesse et la grande efficacité avec lesquelles elle a assuré la frappe de ce manuscrit. Je remercie Marie-Noëlle OLLIVIER et madame PREVOST qui ont également contribué à cette tâche ingrate, ainsi que Melle GAZAN et Monsieur MANCEAU qui ont assuré le tirage et la reliure.

Je tiens enfin à remercier le C.N.R.S. ainsi que la Société SCHLUMBERGER qui, par leur soutien financier, ont permis à cette thèse de se dérouler dans de bonnes conditions matérielles.

## SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - INTRODUCTION AUX PHOTONS JUMEAUX	
I.a Suppression du bruit par différence	5
I.b Photons jumeaux	7
I.c Oscillateur paramétrique	9
I.d Influence de l'efficacité quantique des photodiodes	13
CHAPITRE II - VALEURS MOYENNES DES CHAMPS DANS L'O.P.O.	
II.A Equations de base de l'effet paramétrique	15
II.A.1 Equation linéaire	16
II.A.2 Equation non linéaire	
II.A.2.a Enveloppe lentement variable	17
II.A.2.b Terme de polarisation non linéaire	19
II.A.2.c Equations couplées pour les trois champs	20
II.A.3 Expression des équations de l'amplification paramétrique en termes de photons	22
II.B Oscillateur paramétrique	25
II.B.1 Equations décrivant le fonctionnement de l'oscillateur paramétrique triplement résonnant	26
II.C Etude des valeurs stationnaires de l'O.P.O. triplement résonnant	29
II.C.1.a Calcul du seuil dans le cas où les coefficients de réflexion sont identiques pour les deux champs $\alpha_1$ et $\alpha_2$	30
II.C.1.b Etude générale de l'O.P.O. dans le cas des pertes faibles	33
II.D Etude du fonctionnement de l'O.P.O. doublement résonnant	40
II.D.1 Détermination des équations de l'amplification paramétrique à l'ordre 2 en $\gamma$	41
II.D.2 Domaine de validité de l'approximation sur l'intensité de pompe	44
CHAPITRE III - ETUDES DES MODES LONGITUDINAUX DE L'O.P.O.	
III.A Motivations	46
III.B Conditions d'oscillation	
III.B.1 Condition due aux déphasages des champs signaux	46
III.B.2 Condition due au seuil d'oscillation	47
CHAPITRE IV - FLUCTUATIONS QUANTIQUES DES CHAMPS EMIS PAR L'O.P.O.	
IV.A Généralités sur la méthode semi-classique	
IV.A.1 Présentation de la méthode	53

IV.A.2	Expression d'un champ fluctuant dans la méthode semi-classique	53
IV.A.3	Expression de l'intensité du champ fluctuant	55
IV.B	Equations de l'O.P.O. pour les fluctuations	56
IV.C	Fluctuations sur la différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux dans le cas équilibré	59
IV.D	Fluctuations sur la différence de phase des deux faisceaux jumeaux	62
IV.E	Fluctuations d'intensité pour un seuil faisceau	63
IV.F	Autres résultats	
IV.F.1	Effet d'un écart à la résonance	66
IV.F.2	Influence d'un déséquilibre entre les intensités des deux faisceaux jumeaux	66
IV.G	Conclusion	70

## CHAPITRE V : MONTAGE EXPERIMENTAL

V.A.	Oscillateur paramétrique	
V.A.1	Choix d'un milieu non linéaire	71
V.A.2	Caractéristiques du cristal de KTP	73
V.A.3	Cavité de l'oscillateur paramétrique	
V.A.3.a	Traitements des miroirs utilisés	75
V.A.3.b	Géométrie de la cavité	76
V.A.3.c	Estimation du seuil d'oscillation de l'O.P.O.	77
V.A.3.d	Adaptation du faisceau de pompe à la cavité de l'O.P.O.	78
V.A.4	Montage mécanique de l'O.P.O.	81
V.B	Laser de pompe	
V.B.1	Sélection d'un mode du laser	82
V.B.2	Asservissement en fréquence du mode sélectionné	
V.B.2.a	Principe de l'asservissement en fréquence	82
V.B.2.b	Description du montage utilisé	
V.B.2.b.1	Elaboration du signal d'erreur	86
V.B.2.b.2	Correction de la fréquence du faisceau laser	87
V.B.2.b.3	Electronique de la chaîne d'action	88
V.C	Isolation optique entre l'O.P.O. et le laser	
V.C.1	Rotateur de Faraday	90
V.C.2	Modulateur acousto-optique	91
V.D	Alignement et fonctionnement de l'oscillateur paramétrique	92
V.E	Détection des faisceaux infrarouges produits par l'O.P.O.	95
V.F	Analyseur de spectre	97
V.G	Electronique de détection	97
V.G.1	Préamplificateurs	98
V.G.2	Soustraction des signaux provenant des deux diodes	101
V.H	Etalonnage du shot-noise	103
V.I	Caractéristiques de fonctionnement de l'O.P.O.	
V.I.1	Longueurs d'onde des faisceaux	106
V.I.2	Fonctionnement monomode de l'O.P.O.	108

**CHAPITRE VI : OBSERVATION DE LA REDUCTION DU BRUIT QUANTIQUE SUR LA DIFFERENCE DES INTENSITES DES DEUX FAISCEAUX JUMEAUX**

VI.A	Conditions expérimentales - Réglages préliminaires	110
VI.B	Observation de la corrélation entre les fluctuations quantiques des deux faisceaux	111
VI.C	Détermination de la réduction du bruit quantique obtenu	114
VI.D	Test de la nature subpoisonienne du signal observé	119
VI.E	Calibration du shot-noise avec un laser YAG	124
VI.F	Vérification de la linéarité de la réponse des photodiodes	129
VI.G	Conclusion	134

**CHAPITRE VII - REALISATION D'UN LASER Nd:YAG DOUBLE, CONTINU, MONOMODE TRANSVERSE ET MONOMODE LONGITUDINAL**

VII.A	Choix du Nd:YAG	135
VII.B	Caractéristiques du Nd:YAG	135
VII.C	Effets thermiques dans le barreau de Nd:YAG	137
VII.C.1	Importance de la biréfringence thermique	138
VII.C.2	Essai des compensations de la biréfringence thermique du barreau	141
VII.D	Principe du laser	146
VII.E	Cavité du laser	146
VII.E.1	Analyse de la stabilité de la cavité	147
VII.E.2	Détermination du paramètre confocal dans le plan $\pi$	155
VII.E.3	Détermination de la taille du faisceau dans le barreau	156
VII.F	Réalisation de la cavité du laser	158
VII.G	Alignement de la cavité	160
VII.H	Sélection d'un sens de parcours	160
VII.I	Doublage de fréquence par un cristal de KTP	161
VII.I.1	Etude de la biréfringence du cristal en fonction de la température	162
VII.J	Optimisation du doublage de fréquence	163
VII.K	Sélection d'un mode longitudinal	163
VII.L	Fluctuations de fréquence du laser	164
VII.M	Asservissement de la fréquence du faisceau produit par le laser	
VII.M.1	Choix de la méthode	164
VII.M.2	Méthode Hänsch-Couillaud	165
VII.N	Fluctuations d'intensité de faisceau	169
VII.O	Mesure de la réduction de bruit sur $I_1 - I_2$ en utilisant le YAG comme pomp pour l'O.P.O.	171
VII.P	Conclusion	172

## CHAPITRE VIII : FONCTIONNEMENT DE L'OSCILLATEUR PARAMETRIQUE A PROXIMITE DE LA DEGENERESCENCE

VIII.A	Intérêt du fonctionnement au voisinage de la dégénérescence	
VIII.A.1	Utilisation d'un oscillateur local. Homodyne	174
VIII.A.2	Utilisation du pic de battement entre les deux faisceaux jumeaux	176
VIII.A.2.a	Largeur du pic de battement	177
VIII.A.2.b	Estimation du rapport signal sur bruit	178
VIII.B	Etude de la fréquence de battement entre les deux faisceaux jumeaux produits par l'O.P.O.	
VIII.B.1	Condition de résonance des deux faisceaux infrarouges	180
VIII.B.2	Condition de résonance de la pompe	
VIII.B.2.a	Cas où $\delta n$ est nul	183
VIII.B.2.b	Cas où $\delta n$ n'est pas nul	185
VIII.B.3	Condition d'accord de phase	188
VIII.B.4	Fonctionnement à proximité de la dégénérescence	
VIII.B.4.a	Optimisation de l'accord de phase	191
VIII.B.4.b	Optimisation de la biréfringence du cristal	193
VIII.C	Montage expérimental permettant l'observation du battement entre les deux faisceaux jumeaux	
VIII.C.1	Mesure de l'écart de fréquence entre les deux faisceaux jumeaux	194
VIII.C.2	Electronique de détection du pic de battement	196
VIII.C.3	Réduction de l'écart de fréquence entre les deux faisceaux jumeaux. Observation du pic de battement	197
VIII.C.4	Etude de la largeur du pic de battement	
VIII.C.4.a	Fluctuations de longueur de la cavité	201
VIII.C.4.b	Fluctuations de la biréfringence du cristal	202
VIII.C.4.c	Fluctuations de la fréquence du faisceau de pompe	203
VIII.C.5	Diminution de la valeur de la fréquence de battement	
VIII.C.5.a	Variation de la fréquence du faisceau pompe	203
VIII.C.5.b	Variation de la biréfringence du cristal	
VIII.C.5.b.1	Variation de la température du cristal	204
VIII.C.5.b.2	Variation de l'orientation du cristal	205
VIII.C.5.b.3	Application d'un champ électrique	206
VIII.D	Possibilité de supprimer l'effet dû à la biréfringence du cristal	
VIII.D.1	O.P.O. à deux cavités	207
VIII.D.2	Utilisation du KTP comme un cristal de type I	209
VIII.E	Conclusion	210
	<b>CONCLUSION</b>	<b>212</b>



## ANNEXE 1 : CALCUL DU SIGNAL DE DETECTION DES PHOTONS JUMEAUX

A.I	Notations	215
A.II	Niveau moyen du courant engendré par les faisceaux	217
A.III	Fluctuations du signal de détection	
A.III.a	Influence des photodiodes sur les fluctuations du signal mesuré	218
A.III.b	Fluctuations de courant dues aux faisceaux détectés	221
A.III.c	Calcul de la variance des fluctuations de courant	
A.III.c.1	Cas où $\theta = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{\pi}{2} \right]$ . Mesure du shot-noise	224
A.III.c.2	Cas où $\theta = 0 \left[ \frac{\pi}{2} \right]$ . Mesure du squeezing	225
A.III.d	Mesure du rapport de réduction des fluctuations dans le cas équilibré	226
A.III.e	Evaluation de l'erreur sur la réduction du bruit quantique	227
A.IV	Conclusion	229

## ANNEXE 2 : ACCORD DE PHASE

B.I	Rappels sur la propagation d'une onde dans les milieux anisotropes	231
B.II	Utilisation de la biréfringence pour réaliser la condition d'accord de phase	
B.II.a	Cas du KDP. Phase matching de type I	234
B.II.b	Cas du KTP. Phase matching de type II	
B.II.b.1	Cas du doublage de fréquence	235
B.II.b.2	Cas de l'effet paramétrique	238

REFERENCES		239
------------	--	-----

## INTRODUCTION

Dans toutes les mesures, il existe des fluctuations d'origine quantique, qui entraînent une dispersion sur les valeurs mesurées. Dans le cas de deux variables conjuguées, comme le sont la position  $x$  et l'impulsion  $p$  d'une particule, ces dispersions obéissent à l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

Dans la plupart des situations expérimentales, les fluctuations (ou "bruit") observées ne sont pas d'origine quantique, mais instrumentale, c'est-à-dire liées aux imperfections des dispositifs. Dans certains domaines, cependant, il existe des mesures de très haute précision où la seule limitation est constituée par le bruit quantique. C'est le cas en optique, où la qualité exceptionnelle des sources et des détecteurs permet d'amener le bruit instrumental à un niveau très bas. L'optique quantique constitue donc un domaine privilégié où les études théoriques et expérimentales des fluctuations quantiques être confrontées.

Comme pour tout phénomène quantique, il existe plusieurs représentations imagées du bruit quantique de la lumière, complémentaires les unes des autres.

On peut d'une part considérer la lumière comme formée de corpuscules : les photons. Les fluctuations des instants d'arrivée des photons sur le détecteur sont à l'origine des fluctuations que l'on observe sur le photocourant. Si les photons sont répartis de façon aléatoire dans le faisceau, on observe un bruit de grenaille ou shot-noise. Cette approche sera utilisée dans le chapitre I. On peut d'autre part considérer que le bruit de la lumière a pour origine les fluctuations des diverses composantes du champ électromagnétique associé à l'onde. Une telle approche sera utilisée dans le chapitre IV. Un mode particulier du champ correspond par exemple à une onde plane de fréquence, direction et polarisation données. En optique classique, il est décrit par une onde monochromatique :

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi) = E_1 \cos \omega t + E_2 \sin \omega t \quad (2)$$

Les variables  $E_0$  et  $\varphi$  sont l'amplitude et la phase de l'onde ;  $E_1$  et  $E_2$  sont les deux composantes de quadrature (toutes ces quantités sont définies par rapport à une phase de référence).

En optique quantique, les deux composantes en quadrature sont des variables conjuguées. Leurs dispersions dans tout état quantique obéissent donc à une inégalité de Heisenberg :

$$\Delta E_1 \Delta E_2 \geq \epsilon^2 \quad (3)$$

Les deux variables conjuguées  $E_1$  et  $E_2$  sont de même nature. Il s'avère que les sources lumineuses habituelles (lampes, lasers) ne privilégient pas une quadrature par rapport à une autre. Il s'ensuit que leurs dispersions sont les mêmes et vérifient :

$$\Delta E_1 = \Delta E_2 \geq \epsilon \quad (4)$$

Le facteur  $\epsilon$  donne ainsi une échelle standard pour les fluctuations du champ électromagnétique.

Les états du champ correspondant à l'égalité dans (4) sont appelés états cohérents et vérifient :

$$\Delta E_1 = \Delta E_2 = \epsilon \quad (5)$$

$\epsilon$  donne en particulier l'échelle des fluctuations du vide qui correspond à l'état cohérent de valeur moyenne nulle. On montre que le bruit d'intensité des états cohérents est le shot-noise, qui constitue donc la limite du bruit d'intensité pour tout faisceau lumineux "classique" (c'est-à-dire tel que  $\Delta E_1 = \Delta E_2$ ).

Pour aller au delà de cette limite, il faut rompre la symétrie entre les deux quadratures. L'inégalité de Heisenberg n'interdit pas par exemple de diminuer  $\Delta E_1$  en deçà de  $\epsilon$  sous la seule condition que  $\Delta E_2$  soit simultanément augmenté. On appellera états comprimés (squeezed states) de tels états où la dispersion d'une quadrature est plus petite que la dispersion standard  $\epsilon$ . Par exemple :

$$\Delta E_1 < \epsilon \quad \Delta E_2 \geq \frac{\epsilon^2}{\Delta E_1} \quad (6)$$

Depuis une dizaine d'année, des études d'abord théoriques puis expérimentales ont montré que de tels états pouvaient être produits par divers processus d'optique non-linéaire. La première observation expérimentale de fluctuations comprimées a été obtenue aux Bell Labs en 1985 en utilisant le mélange à 4 ondes dans une vapeur de Sodium [1].

L'effet a été observé aussi en utilisant comme milieu non linéaire une longue fibre optique en Silice [2].

Une compression des fluctuations de 63% dans un mode du champ de valeur moyenne nulle ("vide squeeze") a été observée [3] [4] en utilisant un oscillateur paramétrique dégénéré fonctionnant en dessous de son seuil d'oscillation.

Un très important effet de compression du bruit de photon a été obtenu en utilisant une diode laser dont le bruit du courant électrique de pompage a été réduit [5] [6].

Le groupe d'optique quantique de l'ENS s'est pour sa part intéressé à la réduction du bruit quantique sur une autre grandeur optique qui fait intervenir deux modes différents du champ, en l'occurrence la différence entre les intensités de ces deux modes ; comprimer les fluctuations de cette quantité revient à créer deux faisceaux "jumeaux", c'est-à-dire deux faisceaux dont les fluctuations d'intensité sont fortement corrélées.

Nous montrerons dans le chapitre I qu'un système optique parfaitement adapté à la production de tels faisceaux jumeaux est constitué par l'Oscillateur Paramétrique Optique (O.P.O.). Nous avons donc été amenés à étudier en grand détail le fonctionnement de ce dispositif optique. Nous avons réalisé expérimentalement un tel OPO qui nous a permis d'observer une très importante réduction du bruit quantique (69% ) dans une large bande de fréquence de bruit [7] [8].

L'O.P.O., constitué d'un cristal présentant une non-linéarité d'ordre 2 placé dans une cavité, a été inventé dès les premières années de l'optique non linéaire [9], [10], [11], [12].

Il a d'abord été intensément développé dans les années 60 comme source laser accordable. Il a été supplanté dans ce domaine dans les années 70 par les lasers à colorants, plus faciles d'emploi et plus stables en fréquence. Après une période de relatif oubli, l'amélioration des techniques non-linéaires au cours des dix dernières années lui a donné un regain d'intérêt [13], [14], [15]. Il est notamment, comme nous l'avons mentionné, l'un des systèmes les plus performants pour produire des champs ayant des fluctuations quantiques comprimées [3], [4], [7], [8], [16]. Son utilisation comme source accordable est de nouveau envisagée favorablement.

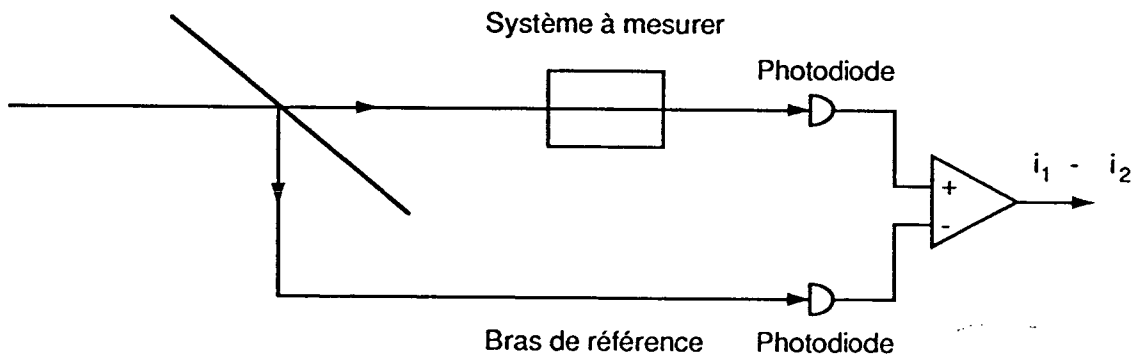
Les propriétés quantiques des faisceaux produits par l'O.P.O. peuvent être comprises de façon qualitative en utilisant l'image corpusculaire de la lumière ; c'est l'objet du chapitre I. Dans le chapitre II, nous étudions les propriétés des champs moyens produits par l'O.P.O. Nous déterminons les conditions de seuil d'oscillation et l'intensité des champs sortants. Dans le chapitre III, nous étudions les propriétés des modes longitudinaux des faisceaux produits, à partir des conditions d'oscillations déterminées au chapitre précédent. Dans le chapitre IV, nous étudions les fluctuations quantiques des champs produits en utilisant une méthode semi-classique mise au point au laboratoire [17]. Dans le chapitre V, nous décrivons le montage expérimental permettant de réaliser les faisceaux corrélés et de mesurer la réduction de bruit quantique obtenue. Le chapitre VI est consacré à une présentation des résultats et à leur discussion. Pour pouvoir faire fonctionner l'O.P.O. au voisinage de la dégénérescence nous avons réalisé un laser YAG doublé lui servant de pompe. Il est décrit dans le chapitre VII. Les propriétés du battement entre les deux modes de l'O.P.O. ainsi que son observation sont décrites au chapitre VIII.

## CHAPITRE I

Le but de ce chapitre est de donner une image physique simple de certaines propriétés du bruit quantique et de la manière dont on peut les modifier. Nous verrons que ce bruit quantique peut être réduit en utilisant des "photons jumeaux" produits par un oscillateur paramétrique optique. D'importantes caractéristiques des champs sortant de l'oscillateur paramétrique peuvent être comprises en utilisant un modèle simple où la lumière est considérée comme formée de corpuscules : les photons.

### I.a. Suppression du bruit par différence

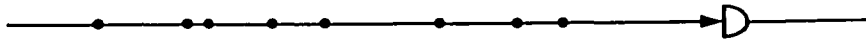
Dans de nombreuses expériences d'optique, les mesures sont effectuées à l'aide de photodétecteurs qui engendrent un courant électrique proportionnel à l'intensité du champ mesuré. Cette intensité présente des fluctuations qui provoquent des fluctuations sur le courant de photodétection. C'est l'origine d'une partie du bruit sur le signal de mesure, et il en résulte une limitation sur la précision. Pour s'en affranchir, on utilise couramment une méthode de différence. Son principe est le suivant : le faisceau lumineux est séparé en deux par une lame semi-transparente et envoyé sur deux voies, sur l'une des voies on effectue la mesure, l'autre sert de référence d'intensité. Le signal est constitué par la différence entre les photo-courants provenant de chaque photodiode (cf. figure 1).



**Figure 1 : Montage permettant de supprimer le bruit par différence**

Ce procédé utilisé notamment en spectroscopie de haute résolution permet d'éliminer toutes les fluctuations qui sont identiques sur les deux voies et de réduire considérablement le bruit de fond sur lequel apparaît le signal à mesurer.

Cependant, même dans le cas où la détection est parfaitement équilibrée et où les détecteurs n'ajoutent pas de bruit, il subsiste un bruit intrinsèque dont on peut montrer qu'il est lié au caractère corpusculaire de la lumière. En effet, un faisceau lumineux peut être considéré comme formé de particules : les photons. L'intensité du faisceau est proportionnelle au nombre de photons arrivant par unité de temps sur le détecteur. (cf. figure 2)



**Figure : Arrivée aléatoire des photons sur le détecteur**

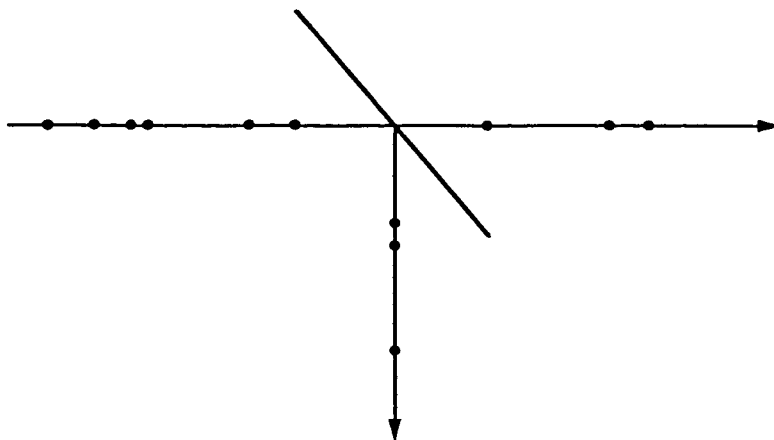
Si les sources lumineuses sont très bien stabilisées, toutes les causes de "bruit technique" peuvent être supprimées. Il ne subsiste plus qu'un "bruit de grenaille" ou "shot-noise" dû à l'arrivée des photons sur le détecteur à des instants aléatoires. Pour un temps de mesure donné, le nombre de photons détectés fluctue autour d'une valeur moyenne  $\bar{n}$ . Il obéit à une statistique de Poisson. L'écart type de la distribution correspondante est :

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}} \quad (I.1)$$

Il en résulte un bruit sur le photocourant. C'est un bruit blanc dont la densité spectrale a pour expression [18]:

$$S_i = 2 e \cdot \bar{i} \quad (I.2)$$

$\bar{i}$  est le courant moyen dans le photodétecteur,  $e$  est la charge de l'électron. Le shot-noise n'est pas éliminé par la méthode de différence. En effet, la lame semi-transparente envoie les photons de manière aléatoire dans l'un ou l'autre des bras avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ . Les deux faisceaux résultants ont donc des niveaux moyens égaux, mais des fluctuations quantiques décorréelées. (cf. figure 3)

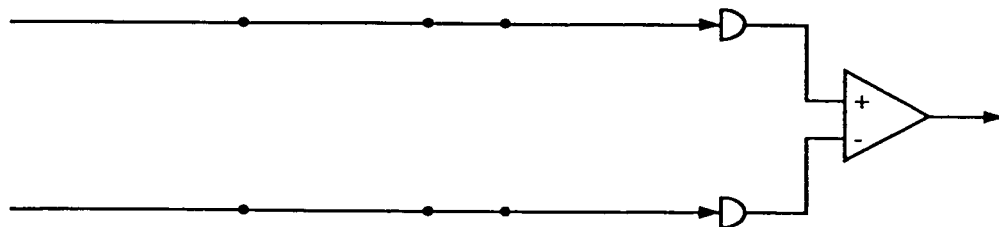


**Figure 3 : Faisceaux issus des deux voies d'une lame semi-réfléchissante.  
leurs fluctuations quantiques ne sont pas corrélées**

En conséquence, les valeurs quadratiques moyennes des fluctuations quantiques de chacun des deux faisceaux s'ajoutent lorsqu'on effectue la différence des deux photocourants. Le shot-noise constitue donc la limite ultime de cette méthode.

I.b. Photons jumeaux

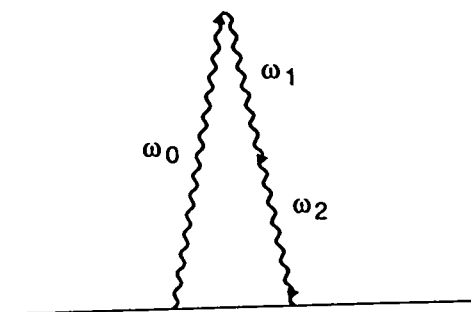
Une solution pour s'affranchir du shot-noise consiste à utiliser des faisceaux où les photons sont répartis de manière identique. De tels faisceaux sont formés de photons jumeaux, ce qui peut être représenté sur la figure 4.



**Figure 4 : Utilisation des photons jumeaux pour s'affranchir du shot-noise**



Chaque faisceau pris séparément présente du bruit. Les photons jumeaux arrivant en même temps sur chaque détecteur, les fluctuations quantiques des deux faisceaux sont les mêmes. Le bruit s'élimine donc sur le signal de différence. De tels photons jumeaux peuvent être produits à l'aide de la fluorescence paramétrique dans un cristal. Le processus élémentaire décrivant cette interaction est représenté sur la figure 5.



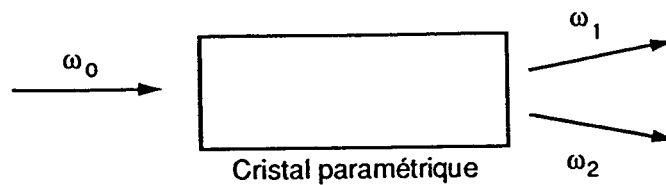
**Figure 5 : Processus élémentaire décrivant l'interaction paramétrique**

Un photon à la fréquence  $\omega_0$ , appelé photon de pompe est annihilé. Deux photons aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , appelés photons signaux, sont créés. L'état final est le même que l'état initial. Il doit donc y avoir conservation de l'énergie dans le processus, ce qui impose que la relation suivante soit vérifiée :

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (I.3)$$

Ce phénomène, interdit dans les gaz par raison de symétrie [19], peut être important dans certains cristaux non linéaires. Dans ces matériaux, il n'y a pas de niveau intermédiaire résonnant avec l'énergie  $\hbar\omega_1$  ou  $\hbar\omega_2$ . A cause de la relation d'incertitude temps-énergie, les deux photons sont donc créés quasiment simultanément. [20]

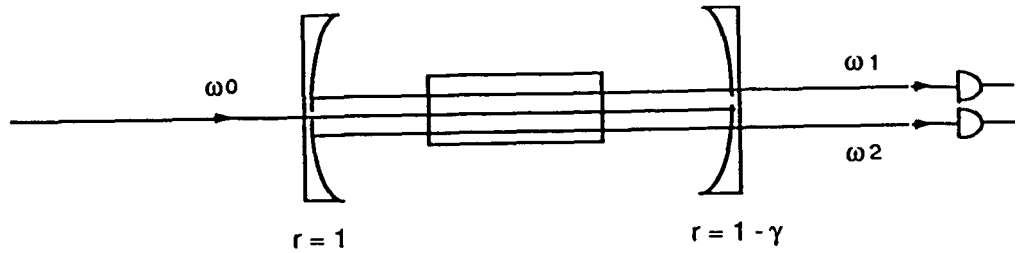
Les photons jumeaux sont produits en envoyant un faisceau de pompe à  $\omega_0$  dans un cristal présentant de l'effet paramétrique. Il émet alors de la fluorescence à  $\omega_1$  et  $\omega_2$  (cf. figure 6). Les photons ainsi produits sont parfaitement corrélés [20], [21]. Cependant, cette fluorescence est émise dans un angle solide important. Les modes  $(\omega_1, \vec{k}_1)$  et  $(\omega_2, \vec{k}_2)$  correspondant à deux photons jumeaux n'ont pas en général la même direction, ce qui rend leur détection difficile. De plus, cette fluorescence est très peu intense ce qui en limite l'utilisation.



**Figure 6 : Utilisation d'un cristal présentant de l'effet paramétrique . Création de photons jumeaux**

### I.c. Oscillateur paramétrique

Pour obtenir des faisceaux jumeaux intenses, nous avons réalisé un oscillateur paramétrique optique (O.P.O.). Le fonctionnement de l'O.P.O. est analogue à celui d'un laser. Le cristal qui présente du gain pour les deux photons signaux tient le rôle de milieu actif. Il est placé dans une cavité résonnante à des fréquences  $\omega_2$  et  $\omega_1$  telles que  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$ . Par effet stimulé, les photons sont émis préférentiellement dans le mode spatial imposé par la cavité. L'oscillateur présente un seuil de fonctionnement. Si la puissance de pompe est supérieure à ce seuil, il peut osciller et engendrer deux faisceaux signaux intenses et directs. Les courants, produits par les deux photodiodes qui détectent les faisceaux ont des fluctuations corrélées, leur différence présente un bruit inférieur au shot-noise. L'oscillateur est représenté sur la figure 7. La cavité est composée de deux miroirs. L'un qui est le miroir d'entrée pour le champ pompe est parfaitement réfléchissant pour les champs signaux, l'autre qui est le miroir de sortie pour les deux champs signaux présente un coefficient de réflexion en amplitude  $r$  identique pour ces deux champs.



**Figure 7 : Oscillateur paramétrique formé d'un cristal paramétrique et d'une cavité**

Dans les expériences que nous décrivons plus loin, ce coefficient de réflexion est proche de 1. On définit un coefficient  $\gamma$  par

$$r = 1 - \gamma \quad (I.4)$$

avec  $\gamma \ll 1$ . Dans ces conditions, le coefficient de transmission en amplitude du miroir,  $t$  s'exprime simplement en fonction de  $\gamma$ . En effet la relation  $t^2 + r^2 = 1$  entraîne

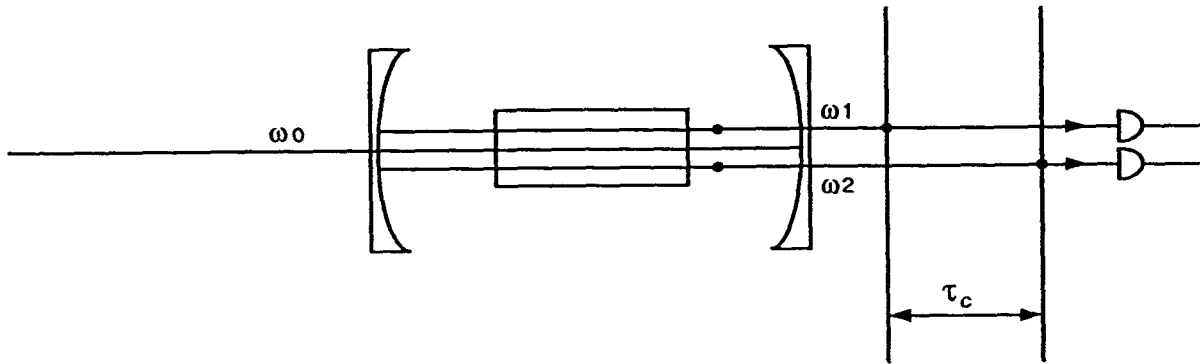
$$t^2 = 2\gamma$$

Cependant cet oscillateur modifie la statistique des photons émis. En effet, la cavité décorrèle les photons jumeaux. Cela peut être compris en assimilant les photons à des particules classiques circulant dans la cavité [22].

Les photons sont créés simultanément dans le cristal, mais l'un d'eux peut être transmis par le miroir de sortie, tandis que l'autre reste dans la cavité. Ce dernier effectue quelques aller-retour supplémentaires avant de sortir de la cavité. Les photons sortent donc à deux instants différents. Le temps moyen séparant les instants de sortie des deux photons jumeaux est le temps de stockage de la cavité  $\tau_c$  dont l'expression est donnée par :

$$\tau_c = \frac{\tau}{2\gamma} \quad (I.5)$$

$\tau$  est le temps d'un aller-retour dans la cavité. Tandis que les photons jumeaux créés dans le cristal sont partiellement corrélés, à la sortie de l'oscillateur, ils sont parfaitement décorrélés. Cela peut être représenté sur la figure 8.



**Figure 8 : Effet de décorrélation des photons jumeaux par la cavité**

Cette décorrélation apparaît sur le spectre de bruit de la différence d'intensité des deux faisceaux. Le bruit est inférieur au shot noise pour les faibles fréquences de bruit, puis remonte vers le shot-noise pour les fréquences élevées. On peut montrer (voir...) que la remontée de bruit à la forme d'une lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur a pour expression [22]:

$$\Omega_c = \frac{1}{\tau_c} \quad (I.6)$$

Elle représente l'inverse du temps de stockage moyen des photons dans la cavité. Cette remontée du bruit s'explique en remarquant que les fréquences de bruit très supérieures à  $\Omega_c$  correspondent à des temps de mesure très inférieurs à  $\tau_c$ . De par la séparation temporelle due à la cavité, la probabilité de détecter les deux photons jumeaux dans un intervalle de temps très inférieur à  $\tau_c$  est très faible. La mesure effectuée donne le bruit sur la différence d'intensité de deux faisceaux décorrélés, ce qui donne le shot-noise. Inversement, si la fréquence de bruit est très inférieure à  $\Omega_c$ , elle correspond à des temps de mesure très longs devant  $\tau_c$ . La probabilité de détecter les deux photons jumeaux dans le même intervalle de temps est alors très grande. Les fluctuations des deux faisceaux sont corrélées et s'éliminent dans la différence des intensités. A la limite des fréquences de bruit nulles, il n'y a plus de décorrélation due à la cavité car au bout d'un temps infini, il est certain que tous les photons sont sortis. Dans ce modèle idéal, le bruit est totalement supprimé à fréquence nulle.

Il existe cependant un bruit résiduel lié à l'existence de pertes autres que celles dues à la transmission du miroir de sortie. Elles proviennent notamment des pertes du miroir d'entrée qui

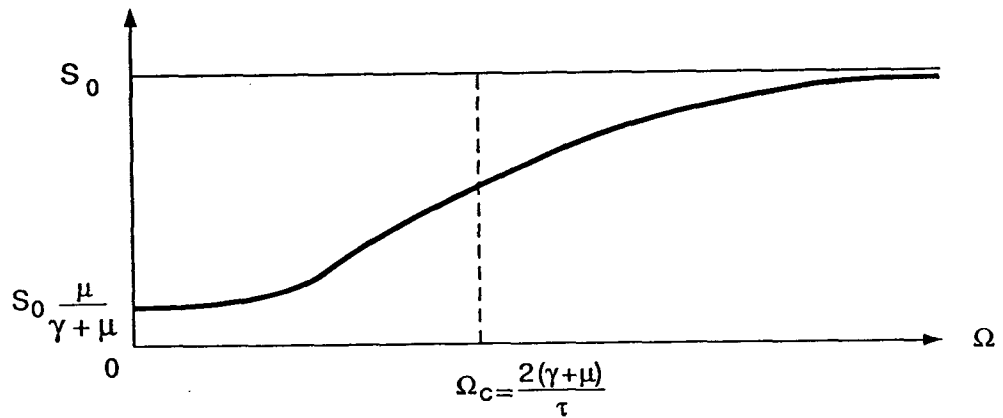
n'est jamais parfaitement réfléchissant et des pertes à la traversée du cristal. Elles sont supposées très faibles et sont caractérisées globalement par un coefficient  $\mu$  très inférieur à 1. Ces pertes introduisent une décorrélation supplémentaire des deux faisceaux jumeaux. Si dans une paire de photons jumeaux, l'un des deux photons est transmis par le miroir de sortie tandis que l'autre est perdu, cela entraîne une décorrélation des deux faisceaux signaux, et donc une remontée du bruit. En supposant que les détecteurs sont parfaits, tout photon transmis par le miroir de sortie est détecté. L'expression du bruit résiduel prend alors la forme.

$$S = S_0 \cdot \frac{\mu}{\mu + \gamma} \quad (I.7)$$

$S_0$  représente le shot-noise correspondant à des faisceaux de même intensité mais totalement décorrélés.  $\frac{\mu}{\mu + \gamma}$  représente le taux de photons perdus par rapport à tous les photons sortant de la cavité pendant un aller-retour. L'existence de pertes autres que celles du miroir de sortie diminue le temps de stockage des photons dans la cavité. En conséquence la largeur à mi-hauteur  $\Omega_c$  de la courbe de réduction du bruit augmente, et devient :

$$\Omega_c = \frac{2(\gamma + \mu)}{\tau} \quad (I.8)$$

L'allure du spectre de bruit est donné par la figure 9.



**Figure 9 : Courbe de réduction du bruit quantique en fonction de la fréquence**

Le taux de réduction du bruit  $R$  est donné par

$$R = \frac{\gamma}{\gamma + \mu} \quad (I.9)$$

Afin de rendre ce taux maximum, il est nécessaire que  $\mu$  soit le plus faible possible. Pour cela il importe d'avoir un cristal présentant le moins d'absorption possible et des traitements antireflets de très bonne qualité. De même, le miroir d'entrée doit être le plus réfléchissant possible pour les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Il est difficile pratiquement de diminuer beaucoup les pertes dans le cristal, et pour une valeur donnée de  $\mu$ ,  $R$  peut être augmenté en augmentant la transmission  $2\gamma$  du miroir de sortie. Les "pertes" dues au miroir de sortie sont ainsi rendues prépondérantes par rapport aux pertes accidentelles. Augmenter  $\gamma$  a aussi pour effet de diminuer le temps de stockage moyen des photons dans la cavité et donc d'augmenter la bande de fréquence dans laquelle le bruit est réduit. Malheureusement, l'augmentation de  $\gamma$  se traduit par une augmentation du seuil d'oscillation comme il sera vu au chapitre II. C'est cette augmentation du seuil qui limite dans la pratique la valeur de  $\gamma$ , et donc le taux maximum de réduction du bruit qui peut être obtenue.

#### I.d. Influence de l'efficacité quantique des photodiodes.

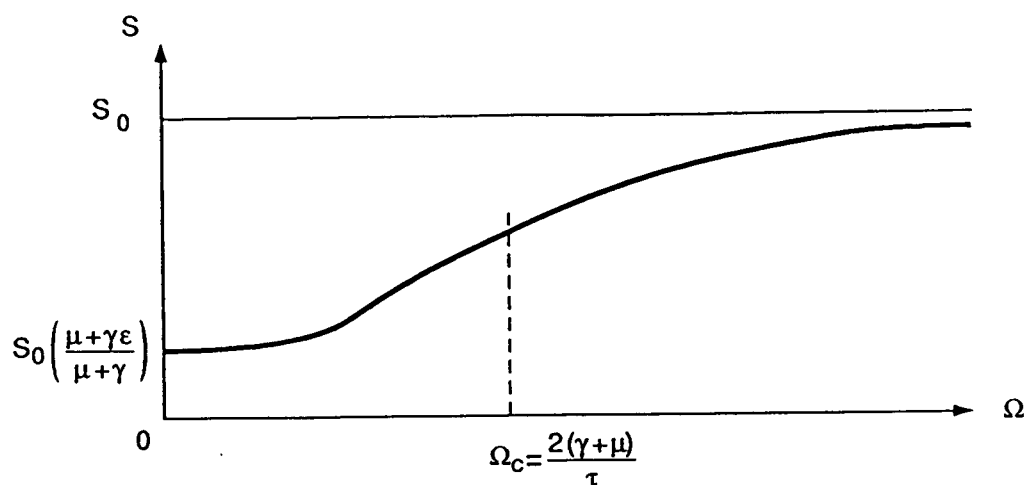
Dans tout ce qui précède, nous avons considéré que les photodiodes utilisées pour la détection étaient parfaites. Dans ce cas, chaque photon arrivant sur la photodiode crée un électron. La statistique du courant d'électrons reflète donc exactement la statistique du flux de photons incidents. Dans la pratique, cette condition n'est jamais parfaitement réalisée. La photodiode est alors caractérisée par une efficacité quantique  $\eta$  ( $\eta < 1$ ) qui donne la probabilité qu'un photon incident crée un électron. Le processus de détection n'est donc plus certain, mais présente un caractère aléatoire. Cela entraîne une décorrélation entre le flux de photons incidents et le courant de détection et donc une augmentation du bruit résiduel sur le spectre de bruit de la différence des photocourants provenant des deux diodes. Ce spectre est une lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur n'a pas changé. Par contre, le bruit résiduel à fréquence nulle est modifié et vaut :

$$S = S_0 \cdot \frac{\mu + \gamma\epsilon}{\mu + \gamma} \quad (I.10)$$

$S_0$ ,  $\mu$  et  $\gamma$  ont la même signification que précédemment (cf. p. ).  $\epsilon$  représente le taux de photons qui ne sont pas détectés par la photodiode :

$$\epsilon = 1 - \eta \quad (I.11)$$

le rapport  $\frac{\mu + \gamma\epsilon}{\mu + \gamma}$  peut à nouveau s'interpréter en termes de photons.  $\mu$  représente le nombre de photons perdus dans l'oscillateur.  $\gamma\epsilon$  représente le nombre de photons transmis par le miroir de sortie de l'O.P.O., mais perdus par la photodiode. Ce rapport peut donc à nouveau s'interpréter comme le taux de photons perdus de façon accidentelle par rapport au nombre total de photons sortant de l'O.P.O. Le spectre de bruit résultant est représenté sur la figure 10.



**Figure 10 : Courbe de réduction du bruit compte-tenu de l'efficacité quantique des photodiodes**

Afin de minimiser ce bruit résiduel, il est donc nécessaire d'avoir une efficacité quantique la meilleure possible.

## CHAPITRE II: VALEURS MOYENNES DES CHAMPS DANS L'O.P.O.

### II.A Equations de base de l'effet paramétrique

Dans le chapitre précédent, l'effet paramétrique a été décrit par le processus élémentaire où un photon pompe à la fréquence  $\omega_0$  est annihilé pour créer deux photons signaux jumeaux aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  telles que :

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (II.1)$$

Pour donner une description plus quantitative du fonctionnement de l'oscillateur paramétrique optique, il est nécessaire de décrire l'effet paramétrique en terme de champ électrique.

Comme l'effet paramétrique est un processus à trois photons, il couple trois modes différents du champ électromagnétique, le mode pompe  $\vec{E}_0$  et les modes signaux  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$ . Chaque mode a pour expression :

$$\vec{E}_j = \vec{a}_j A_j e^{i(k_j z - \omega_j t)} \quad j = 0, 1, 2 \quad (II.2)$$

On suppose que chaque mode est une onde plane polarisée rectilignement dont la direction de polarisation est donnée par  $\vec{a}_j$ .  $A_j$  représente l'amplitude du champ,  $\omega_j$  sa fréquence.

Pour que le couplage non linéaire soit important lors de la propagation dans le cristal, il est nécessaire que les trois champs interagissent sur une grande longueur. Dans la pratique, les champs considérés ne sont pas des ondes planes, mais des modes gaussiens ayant donc une extension spatiale limitée. La meilleure façon de maximiser la longueur d'interaction est donc d'imposer que les ondes se propagent toutes dans la même direction, c'est-à-dire que les trois vecteurs d'onde  $\vec{k}_0, \vec{k}_1, \vec{k}_2$  soient colinéaires. Nous prenons cette direction commune suivant  $O_z$ .  $k_0, k_1, k_2$  représentant les modules des vecteurs d'onde à l'intérieur du cristal.

L'évolution de chaque champ dans le cristal est décrite par une équation de propagation qui a l'expression suivante :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_j}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_j}{\partial t^2} \quad (II.3)$$

Le cristal est considéré comme un diélectrique parfait. Le couplage des champs avec le milieu matériel est décrit à l'aide du vecteur polarisation  $\vec{P}_j$ . L'effet paramétrique qui nous intéresse se produit lorsque les champs électriques sont suffisamment intenses pour engendrer une réponse non linéaire et donc une polarisation non linéaire. Au vecteur de polarisation linéaire habituel noté  $\vec{P}^L$ ,



s'ajoute un vecteur de polarisation non linéaire noté  $\vec{P}^{NL}$ . Cette polarisation non linéaire peut être développée en puissance des champs électriques. Le premier des termes de ce développement est à l'origine de l'effet paramétrique. Comme nous l'avons mentionné plus haut, cet effet n'apparaît que dans les milieux anisotropes. La polarisation linéaire est alors reliée au champ électrique par une relation tensorielle [23]:

$$\vec{P}_j^L = \epsilon_0 \chi^L : \vec{E}_j \quad (II.4)$$

$\chi^L$  : est le tenseur de susceptibilité linéaire. (la notation : sera utilisée dans toute la suite pour noter les tenseurs).

Le vecteur de polarisation a donc pour expression :

$$\vec{P}_j = \epsilon_0 \chi^L : \vec{E}_j + \vec{P}_j^{NL} \quad (II.5)$$

$\vec{P}_j^{NL}$  est la contribution de  $\vec{P}^{NL}$  à la fréquence  $\omega_j$ . L'équation de propagation du champ  $\vec{E}_j$  devient :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (1 + \chi^L) : \vec{E}_j = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_j^{NL} \quad (II.6)$$

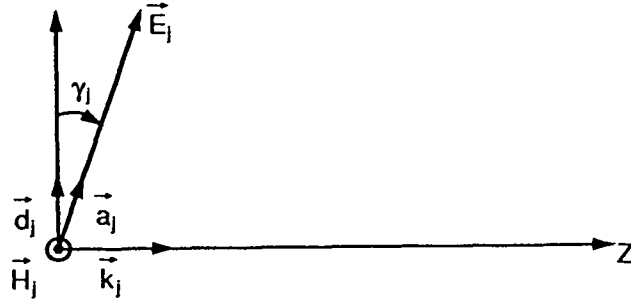
La partie homogène de cette équation est l'équation habituelle de propagation du champ électrique dans un milieu anisotrope. Le terme non linéaire apparaît comme un terme source pour l'équation de propagation.

### II.A.1 Equation linéaire

L'équation de propagation du champ électrique dans un milieu anisotrope est :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (1 + \chi) : \vec{E}_j = 0 \quad (II.7)$$

Les solutions sont recherchées sous la forme (II.2). Le champ magnétique  $\vec{H}_j$  est perpendiculaire à  $\vec{E}_j$  et à  $\vec{k}_j$ .  $\vec{E}_j$  et  $\vec{k}_j$  ne sont cependant pas nécessairement perpendiculaires. Ce champ peut être représenté dans le plan perpendiculaire à  $\vec{H}_j$  par le schéma suivant [24]:



$\vec{d}_j$  représente la direction perpendiculaire à  $\vec{H}_j$  et  $\vec{k}_j$ . En reportant l'expression de  $\vec{E}_j$  (II.2) dans l'équation de propagation (II.7), on obtient :

$$k_j^2(\vec{a}_j \cdot \vec{d}_j)\vec{d}_j - \frac{\omega_j^2}{c^2}(1 + \chi) : \vec{a}_j = 0 \quad (II.8)$$

Pour une direction de propagation donnée, il existe deux directions de polarisation  $\vec{a}'$  et  $\vec{a}''$  du champ électrique satisfaisant cette équation, et telles que les vecteurs  $\vec{d}'$  et  $\vec{d}''$  leur correspondant soient perpendiculaires. Ces directions de polarisation sont appelées directions de polarisation propres. Pour chacune d'entre elles,  $k_j$  et  $\alpha_j$  ont une valeur spécifique qui est déterminée grâce à la relation :

$$k_j^2 \cos \alpha_j \vec{d}_j - \frac{\omega_j^2}{c^2}(1 + \chi) : \vec{a}_j = 0 \quad (II.9)$$

Pour une direction propre de polarisation, l'indice du milieu est défini par :

$$n_j = \frac{ck_j}{\omega_j} \quad (II.10)$$

A chaque direction propre de polarisation  $\vec{a}'$  et  $\vec{a}''$  correspond un indice  $n'$  et  $n''$ . Ces indices sont en général différents. C'est l'origine de la biréfringence des cristaux anisotropes.

## II.A.2 Equation non linéaire

### II.A.2.a Enveloppe lentement variable

Les trois modes du champ électrique couplés par interaction non linéaire se propagent selon la même direction. On suppose que tous les trois sont polarisés selon une direction propre de polarisation pour la direction de propagation commune. Les solutions de l'équation linéaire suggèrent de rechercher les solutions sous la forme :

$$\vec{E}_j(z, t) = A_j(z, t)\vec{a}_j e^{i(k_j z - \omega_j t)} \quad (II.11)$$

où l'amplitude dépend maintenant de  $z$  et de  $t$ .

Comme nous l'avons vu plus haut, le champ électrique engendré par effet non linéaire doit se propager selon la même direction  $O_z$  que le champ auquel il se superpose.

A partir de l'expression (II.11) nous pouvons calculer les termes intervenant dans l'équation de propagation :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_j = -\vec{d}_j \cos \alpha_j \left[ \frac{\partial^2 A_j}{\partial z^2}(z, t) + 2ik_j \frac{\partial A_j}{\partial z}(z, t) - k_j^2 A_j(z, t) \right] e^{i(k_j z - \omega_j t)} \quad (II.12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(1 + \chi) : \vec{E}_j = (1 + \chi) : \vec{a}_j \left[ \frac{\partial^2 A_j}{\partial z^2}(z, t) - 2i\omega_j \frac{\partial A_j}{\partial t}(z, t) - \omega_j^2 A_j(z, t) \right] e^{i(k_j z - \omega_j t)} \quad (II.13)$$

Le terme source dû à la polarisation non linéaire est faible. Nous pouvons considérer que l'amplitude du champ varie peu sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde ainsi que sur un temps de l'ordre de l'inverse de la fréquence de l'onde. Cela permet d'effectuer l'approximation dite de l'enveloppe lentement variable :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} A_j(z, t) \ll 2k_j \frac{\partial A_j}{\partial z}(z, t) \quad (II.14)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} A_j(z, t) \ll 2\omega_j \frac{\partial A_j}{\partial t}(z, t) \quad (II.15)$$

Moyennant cette hypothèse et utilisant la relation (II.9), les expressions (II.12) et (II.13) permettent de réécrire la partie homogène de l'équation de propagation (II.6) :

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(1 + \chi) : \vec{E}_j \\ &= \left[ -\vec{d}_j \cos \alpha_j 2ik_j \frac{\partial A_j}{\partial z}(z, t) - 2 \frac{i\omega_j}{c^2} \frac{\partial A_j}{\partial t}(z, t)(1 + \chi) : \vec{a}_j \right] e^{i(k_j z - \omega_j t)} \end{aligned} \quad (II.16)$$

$(1 + \chi) : \vec{a}_j$  peut être réexprimé à l'aide de la relation (II.9). La relation (II.16) devient alors :

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(1 + \chi) : \vec{E}_j \\ &= -\vec{d}_j 2ik_j \cos \alpha_j \left[ \frac{\partial A_j}{\partial z}(z, t) + \frac{k_j}{\omega_j} \frac{\partial A_j}{\partial t}(z, t) \right] e^{i(k_j z - \omega_j t)} \end{aligned} \quad (II.17)$$

où  $\frac{\omega_j}{k_j}$  est la vitesse de phase de l'onde.

L'équation de propagation, a un terme source, le terme de polarisation non linéaire, que nous allons maintenant étudier.

### II.A.2.b Terme de polarisation non linéaire

Au niveau microscopique, l'origine de la polarisation non linéaire provient de l'interaction d'un dipole atomique avec plusieurs champs électriques. L'effet paramétrique, fait intervenir des produits deux à deux des différents champs. Notons qu'il est alors préférable d'utiliser des notations réelles :

$$\vec{E}_j(z, t) = \vec{a}_j A_j(z, t) e^{i(k_j z - \omega_j t)} + \vec{a}_j^* A_j^*(z, t) e^{-i(k_j z - \omega_j t)} \quad (II.18)$$

Dans la polarisation non linéaire, il apparaît donc des termes à toutes les fréquences obtenues par somme et différence deux à deux des trois fréquences  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

Nous ne prenons en compte que les champs aux fréquences  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et les termes de  $\vec{P}^{NL}$  à ces fréquences. En effet, le champ  $\vec{E}_0$  à la fréquence  $\omega_0$  est le champ pompe incident sur le cristal non linéaire ; d'autre part, nous supposons que les conditions d'accord de phase (voir II.A.2.c) ne sont remplies que pour les deux champs signaux  $\vec{E}_1(\omega_1)$  et  $\vec{E}_2(\omega_2)$ . En d'autres termes, ces deux champs sont les seuls à atteindre une amplitude importante dans le cristal par suite d'une interférence constructive au cours de la propagation.

Ces termes de polarisation non linéaire sont obtenus en combinant les champs aux fréquences telles que la relation de conservation de l'énergie (II.1) soit toujours vérifiée. La relation entre les champs et le terme de polarisation non linéaire considéré est donné par un tenseur de rang trois dont les coefficients sont notés

$$\chi_{mn}^\ell(\omega, \omega', \omega'') \quad (II.19)$$

$\omega$ ,  $\omega'$ ,  $\omega''$  sont les trois fréquences prises en compte et vérifient  $\omega = \omega' + \omega''$ .

$\ell, m, n$  sont les coordonnées cartésiennes des champs aux fréquences  $\omega$ ,  $\omega'$ ,  $\omega''$  respectivement.

Les coefficients des termes de polarisation non linéaire ont alors pour expression :

$$P_0^{NL \ell}(z, t) = \epsilon_0 \chi_{mn}^\ell(\omega_0, \omega_1, \omega_2) a_1^m a_2^n A_1(z, t) A_2(z, t) e^{i[(k_1 + k_2)z - \omega_0 t]} \quad (II.20)$$

$$P_1^{NL m}(z, t) = \epsilon_0 \chi_{n\ell}^m(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) a_2^n a_0^\ell A_0(z, t) A_2^*(z, t) e^{i[(k_0 - k_2)z - \omega_1 t]} \quad (II.21)$$

$$P_2^{NL}(z, t) = \epsilon_0 \chi_{lm}^n(\omega_2, \omega_0, -\omega_1) a_0^\ell a_1^m A_0(z, t) A_1^*(z, t) e^{i[(k_0 - k_1)z - \omega_2 t]} \quad (II.22)$$

Où l'on a utilisé la relation  $\chi_{mn}^\ell(\omega, \omega', \omega'') = \chi_{nm}^\ell(\omega, \omega'', \omega')$  [25].

Les termes de polarisation non linéaire sont notés sous forme condensée :

$$\vec{P}_0^{NL}(z, t) = \epsilon_0 \left( \chi(\omega_0, \omega_1, \omega_2) : \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) A_1(z, t) A_2(z, t) e^{i[(k_1 + k_2)z - \omega_0 t]} \quad (II.23)$$

$$\vec{P}_1^{NL}(z, t) = \epsilon_0 \left( \chi(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) : \vec{a}_2, \vec{a}_0 \right) A_0(z, t) A_2^*(z, t) e^{i[(k_0 - k_2)z - \omega_1 t]} \quad (II.24)$$

$$\vec{P}_2^{NL}(z, t) = \epsilon_0 \left( \chi(\omega_2, \omega_0, -\omega_1) : \vec{a}_0, \vec{a}_1 \right) A_0(z, t) A_1^*(z, t) e^{i[(k_0 - k_1)z - \omega_2 t]} \quad (II.25)$$

### II.A.2.c Equations couplées pour les trois champs

Les expressions des termes sources non linéaires données au paragraphe précédent permettent de déterminer les équations de base de l'effet paramétrique.

Dans une direction de propagation donnée, nous cherchons les champs dont la polarisation est une polarisation propre. Cela amène donc à projeter les vecteurs  $\vec{P}^{NL}$  sur ces polarisations.

D'autre part, le terme source fait intervenir la dérivée seconde de la polarisation non linéaire par rapport au temps (II.6). La variation de  $A_j(z, t)$  dans le temps étant lente, nous négligeons les termes en  $\frac{\partial}{\partial t} A_j(z, t)$  et  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} A_j(z, t)$  pour ne garder que les termes en  $\omega_j^2 A_j(z, t)$ . Finalement, en projetant également l'expression de la partie homogène de l'équation de propagation (II.17) sur la direction de polarisation  $\vec{a}_j$ , nous obtenons l'expression de l'équation de propagation pour chaque mode du champ :

$$\begin{aligned} & 2ik_0 \cos^2 \alpha_0 \left[ \frac{\partial A_0}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_0} \frac{\partial A_0}{\partial t}(z, t) \right] \\ &= -\frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{a}_0 \cdot \left( \chi(\omega_0, \omega_1, \omega_2) : \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) A_1(z, t) A_2(z, t) e^{-i\Delta k z} \end{aligned} \quad (II.26)$$

$$2ik_1 \cos^2 \alpha_1 \left[ \frac{\partial A_1}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t}(z, t) \right]$$

$$= -\frac{\omega_1^2}{c^2} \vec{a}_1 \cdot \left( \chi(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) : \vec{a}_2, \vec{a}_0 \right) A_0(z, t) A_2^*(z, t) e^{+i\Delta kz} \quad (II.27)$$

$$2ik_2 \cos^2 \alpha_2 \left[ \frac{\partial A_2}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t}(z, t) \right]$$

$$= -\frac{\omega_2^2}{c^2} \vec{a}_2 \cdot \left( \chi(\omega_2, \omega_0, -\omega_1) : \vec{a}_0, \vec{a}_1 \right) A_0(z, t) A_1^*(z, t) e^{+i\Delta kz} \quad (II.28)$$

Le facteur  $\Delta k$  dont l'expression est :

$$\Delta k = k_0 - (k_1 + k_2) \quad (II.29)$$

conditionne l'efficacité de la génération des ondes  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$ . En effet, lorsque  $k_0 = k_1 + k_2$ ,  $\exp(i\Delta kz) = 1$  et les ondes créées en différents points  $z$  du cristal sont en phase : la condition d'accord de phase (ou phase-matching) est remplie. C'est dans ce cas que le couplage paramétrique est le plus important.  $\Delta k$  représente l'écart à cette condition. Si  $\Delta k$  n'est pas nul, le champ créé par l'effet non linéaire est déphasé par rapport au champ auquel il se superpose, ce qui entraîne une baisse d'efficacité du processus.

Si le niveau supérieur de la transition à l'origine de l'effet paramétrique est situé loin d'une bande d'absorption du cristal (figure I.5), le tenseur non linéaire est réel. Dans ce cas, les coefficients non linéaires intervenant dans les équations (II.26), (II.27), (II.28) sont égaux [25]. Nous pouvons alors poser :

$$\begin{aligned} K &= \vec{a}_0 \cdot \left( \chi(\omega_0, \omega_1, \omega_2) : \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) \\ &= \vec{a}_1 \cdot \left( \chi(\omega_1, -\omega_2, \omega_0) : \vec{a}_2, \vec{a}_0 \right) \\ &= \vec{a}_2 \cdot \left( \chi(\omega_2, \omega_0, -\omega_1) : \vec{a}_0, \vec{a}_1 \right) \end{aligned} \quad (II.30)$$

De plus, nous effectuons un changement de référence de phase pour le champ  $A_0(z, t)$  en substituant  $-iA_0(z, t)$  à  $A_0(z, t)$ . Le terme de couplage des équations devient réel.

Nous pouvons alors réexprimer (II.26), (II.27), (II.28) pour obtenir les équations de base décrivant l'effet paramétrique [26],[27]:

$$\frac{\partial A_0}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_0} \frac{\partial A_0}{\partial t}(z, t) = \frac{-K\omega_0^2}{2c^2 k_0 \cos^2 \alpha_0} A_2(z, t) A_1(z, t) e^{-i\Delta kz} \quad (II.31)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t}(z, t) = \frac{+K\omega_1^2}{2c^2 k_1 \cos^2 \alpha_1} A_0(z, t) A_2^*(z, t) e^{i\Delta k z} \quad (II.32)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z}(z, t) + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t}(z, t) = \frac{+K\omega_2^2}{2c^2 k_2 \cos^2 \alpha_2} A_0(z, t) A_1^*(z, t) e^{i\Delta k z} \quad (II.33)$$

### II.A.3. Expression des équations de l'amplification paramétrique en terme de photons.

Afin de simplifier l'expression de ces équations, nous effectuons un changement de variables. Le but est de remplacer l'amplitude des champs électriques par de nouvelles variables, de sorte que le module carré de celles-ci, soit égal au nombre de photons dans le volume occupé par le mode considéré. Pour les définir, il est nécessaire de déterminer l'énergie transportée par l'onde dans le volume. La moyenne temporelle de la densité d'énergie pour une onde plane est [28] :

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \overline{(\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D})} \quad (II.34)$$

Le champ électrique d'un mode est donné par l'expression (II.11). Le vecteur déplacement électrique est défini par :

$$\vec{D} = \epsilon_0(1 + \chi) : \vec{E} \quad (II.35)$$

Son expression en fonction de  $\vec{E}$  est obtenue en utilisant la relation (II.9). Le champ  $\vec{B}$  vérifie la relation

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} \quad (II.36)$$

et le champ  $\vec{H}$  vaut

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (II.37)$$

L'expression de la densité d'énergie pour un mode donné devient alors :

$$\bar{U}_j = \frac{1}{2} \epsilon_0 n_j^2 \cos^2 \alpha_j |A_j|^2 \quad (II.38)$$

$n_j$  représente l'indice du cristal et a pour expression  $n_j = \frac{k_j}{\omega_j}$ .  $\alpha_j$  est l'angle entre la normale au plan  $(\vec{E}, \vec{H})$  et le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Si  $V$  représente le volume, l'énergie totale contenue dans ce volume pour le mode considéré vaut :

$$\mathcal{E}_j = \frac{1}{2} \epsilon_0 n_j^2 \cos^2 \alpha_j |A_j|^2 \cdot V \quad (II.39)$$

Comme l'énergie d'un photon est  $\hbar\omega_j$ , le nombre de photons contenus dans le volume  $V$  pour le mode  $j$  est :

$$N_j = \frac{\mathcal{E}_j}{\hbar\omega_j} \quad (II.40)$$

Nous définirons donc les nouvelles variables par :

$$\alpha_j = \sqrt{\frac{\epsilon_0 n_j^2 \cos^2 \alpha_j \cdot V}{2\hbar\omega_j}} A_j \quad (II.41)$$

Ces variables remplissent bien les conditions énoncées au début du paragraphe : leur module carré est égal au nombre de photons dans le volume  $V$  pour le mode considéré :

$$|\alpha_j|^2 = N_j \quad (II.42)$$

Avec ces variables, les équations (II.32), (II.33), (II.34) s'écrivent :

$$\begin{cases} v_0 \frac{\partial \alpha_0(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_0(z,t)}{\partial t} = -2g\alpha_2(z,t)\alpha_1(z,t)e^{-i\Delta kz} \\ v_1 \frac{\partial \alpha_1(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_1(z,t)}{\partial t} = 2g\alpha_0(z,t)\alpha_2^*(z,t)e^{i\Delta kz} \\ v_2 \frac{\partial \alpha_2(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_2(z,t)}{\partial t} = 2g\alpha_0(z,t)\alpha_1^*(z,t)e^{i\Delta kz} \end{cases} \quad (II.43)$$

La transformation que nous avons effectuée permet d'avoir un coefficient de couplage non linéaire commun aux trois équations. Son expression est :

$$2g = K \sqrt{\frac{\hbar\omega_0\omega_1\omega_2}{2\epsilon_0 V \cos^2 \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 n_0^2 n_1^2 n_2^2}} \quad (II.44)$$

Ce coefficient englobe de manière symétrique les indices du cristal pour les fréquences de chacun des trois modes, ainsi que les termes  $\cos^2 \alpha_j$  dus à la propagation dans le cristal anisotrope.

Les équations (II.43) sont très générales et permettent de décrire le couplage paramétrique pour des champs dépendant du temps. Dans l'expérience que nous avons réalisée, le champ pompe est stationnaire. Les faisceaux produits par l'OPO sont des faisceaux continus. Nous allons donc restreindre l'étude à des amplitudes indépendantes du temps. Le système (II.35) devient dans ce cas :

$$\begin{cases} v_0 \frac{\partial \alpha_0(z)}{\partial z} = -2g\alpha_2(z)\alpha_1(z)e^{-i\Delta kz} \\ v_1 \frac{\partial \alpha_1(z)}{\partial z} = 2g\alpha_0(z)\alpha_2^*(z)e^{i\Delta kz} \\ v_2 \frac{\partial \alpha_2(z)}{\partial z} = 2g\alpha_0(z)\alpha_1^*(z)e^{i\Delta kz} \end{cases} \quad (II.45)$$



A partir de ces équations, nous pouvons déterminer l'effet du couplage paramétrique sur un champ incident noté  $\alpha_j(0)$  (l'origine des coordonnées est prise à l'entrée du cristal). Il est nécessaire d'intégrer ces équations sur toute la longueur  $\ell$  du cristal. Afin de mener cette intégration, nous développons les amplitudes par rapport à  $z$  et ne conservons que les termes d'ordre le plus bas dans les équations. Le système devient :

$$\begin{cases} v_0 \frac{\partial \alpha_0(z)}{\partial z} = -2g\alpha_2(0)\alpha_1(0)e^{-i\Delta kz} \\ v_1 \frac{\partial \alpha_1(z)}{\partial z} = 2g\alpha_0(0)\alpha_2^*(0)e^{i\Delta kz} \\ v_2 \frac{\partial \alpha_2(z)}{\partial z} = 2g\alpha_0(0)\alpha_1^*(0)e^{i\Delta kz} \end{cases} \quad (II.46)$$

Les expressions des champs après la traversée du cristal sont :

$$\begin{cases} \alpha_0(\ell) = \alpha_0(0) - 2g\tau_0\alpha_2(0)\alpha_1(0)e^{-i\frac{\Delta k\ell}{2}} \operatorname{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \\ \alpha_1(\ell) = \alpha_1(0) + 2g\tau_1\alpha_0(0)\alpha_2^*(0)e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \operatorname{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \\ \alpha_2(\ell) = \alpha_2(0) + 2g\tau_2\alpha_0(0)\alpha_1^*(0)e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \operatorname{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \end{cases} \quad (II.47)$$

$\tau_0, \tau_1, \tau_2$  représentent le temps de propagation dans le cristal des ondes 0, 1, 2 respectivement.

Lorsque la condition d'accord de phase est réalisée, le terme  $\Delta k$  est nul (cf. équation (II.30)). Le coefficient de couplage est alors maximum et il augmente proportionnellement à la longueur du cristal. Lorsque l'accord de phase n'est pas réalisé, les champs créés par effet paramétrique ne sont plus en phase avec les champs auxquels ils se superposent. Cela entraîne une diminution du couplage non-linéaire qui se traduit par le terme  $\operatorname{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2}$ . Il apparaît, de plus, un déphasage  $e^{i\Delta k\ell}$  entre le champ pompe et les champs signaux. Chaque champ dépend, par l'intermédiaire des termes non-linéaires, des amplitudes des deux autres champs. Selon leur phase relative, ceux-ci pourront entraîner une augmentation ou une diminution du signal. Cette propriété est caractéristique de l'effet paramétrique. Comme nous le verrons plus loin, c'est elle qui permet d'obtenir une compression ou une amplification des fluctuations quantiques du champ.

## II.B. Oscillateur paramétrique

Notre but est de réaliser des champs signaux  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  intenses. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le cristal paramétrique pouvait présenter du gain pour ces deux champs. En le plaçant dans une cavité résonnante, nous pouvons augmenter cette amplification et même faire osciller le système. Nous réalisons ainsi un oscillateur de type laser.

Pour plus de simplicité, nous utilisons une cavité en anneau composée de trois miroirs représentée sur la figure 1.

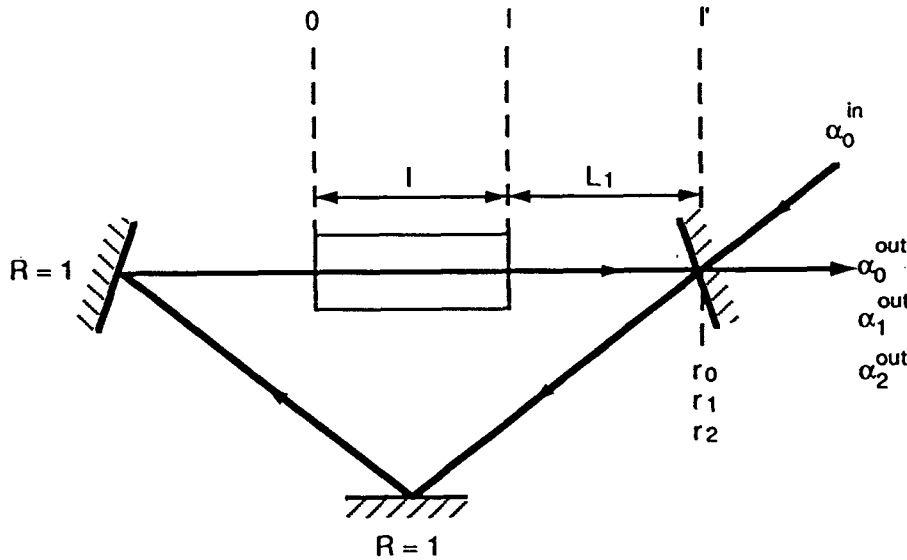


Figure 1 : Schéma de l'oscillateur paramétrique en anneau

Deux des miroirs sont parfaitement réfléchissants pour les trois champs. Le troisième, appelé miroir de couplage possède des coefficients de réflexion en amplitude  $r_1$  et  $r_2$  pour les champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Nous distinguerons deux cas. Dans le premier, le miroir de couplage est parfaitement transparent pour le champ pompe  $\alpha_0$ . La cavité résonnante pour les deux champs signaux est dite doublement résonnante. Dans le second cas le miroir de couplage est, de plus, réfléchissant pour la pompe. Ses coefficients de réflexion et de transmission en amplitude sont notés  $r_0$  et  $t_0$ . La cavité est dite triplement résonnante. Les champs entrant dans la cavité sont notés  $\alpha_0^{in}$ ,  $\alpha_1^{in}$ ,  $\alpha_2^{in}$ . Les champs sortant sont  $\alpha_0^{out}$ ,  $\alpha_1^{out}$ ,  $\alpha_2^{out}$ .

### II.B.1. Equations décrivant le fonctionnement de l'oscillateur paramétrique triplement résonnant.

Dans le cas de l'oscillateur triplement résonnant, les trois champs sont recyclés dans la cavité. Pour que l'oscillation puisse avoir lieu, il faut que les pertes dues à la cavité soient compensées par le gain dû à l'amplification dans le cristal. Si la cavité est de bonne finesse, elle introduit des pertes faibles et elle impose donc une variation faible des champs entre l'entrée du cristal et sa sortie. Les équations de l'amplification paramétrique à l'ordre le plus bas (II.47) suffisent alors à la description de son fonctionnement. Pour décrire les conditions de fonctionnement de l'oscillateur, nous écrivons qu'il est résonnant, c'est à dire que les champs sont identiques à eux-mêmes au bout d'un tour dans la cavité. Nous allons donc étudier l'évolution des champs dans la cavité.

Les champs se propagent dans le sens indiqué sur la figure 1. L'origine des coordonnées est prise à l'entrée du cristal. La longueur du cristal est  $\ell$ . L'abscisse du miroir de couplage est  $\ell'$ . La longueur du trajet dans le vide à l'intérieur de la cavité est  $L$ . Cette longueur est décomposée en  $L_1$  longueur entre la sortie du cristal et le miroir de couplage et  $L_2$  distance entre le miroir de couplage et l'entrée du cristal (mesurée selon le sens de parcours des champs dans la cavité). Nous étudions l'évolution de l'amplitude du champ  $\alpha_j$  à partir de l'origine.

Au bout du cristal, l'amplitude du champ est :

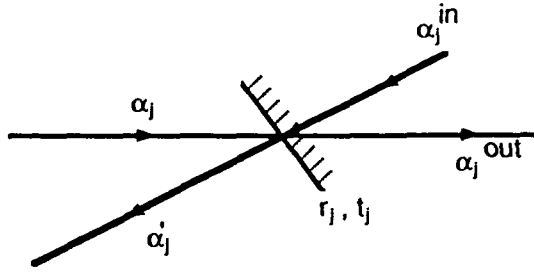
$$\alpha_j(\ell)e^{ik_j n_j \ell} \quad (II.48)$$

$\alpha_j(\ell)$  est donné par (II.47). L'exponentielle est le déphasage dû à la propagation.  $k_j$  est le vecteur d'onde dans le vide,  $n_j$  est l'indice du cristal pour le champ  $\alpha_j$ .

L'amplitude du champ arrivant sur le miroir de couplage est :

$$\alpha_j(\ell)e^{ik_j(n_j \ell + L_1)} \quad (II.49)$$

Le miroir de couplage est représenté sur le schéma suivant :



**Figure 2 : Couplage des champs entrants et sortants avec le champ à l'intérieur de la cavité**

Les champs à l'intérieur de la cavité  $\alpha_j$  et  $\alpha_j'$  sont reliés aux champs entrant  $\alpha_j'^{in}$  et sortant  $\alpha_j'^{out}$  par les relations :

$$\begin{cases} \alpha_j' &= r_j \alpha_j + t_j \alpha_j'^{in} \\ \alpha_j'^{out} &= t_j \alpha_j - r_j \alpha_j'^{in} \end{cases} \quad (II.50)$$

où  $r_j$  et  $t_j$  sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude pour le champ  $\alpha_j$  du miroir de couplage.

L'amplitude du champ dans la cavité après réflexion sur le miroir de couplage est :

$$r_j \alpha_j(\ell) e^{ik_j(n_j \ell + L_1)} + t_j \alpha_j'^{in} \quad (II.51)$$

Après propagation du miroir de couplage jusqu'à l'entrée du cristal, nous obtenons l'amplitude du champ ayant effectué un tour complet dans la cavité que nous notons  $\alpha_j'(0)$ .

$$\alpha_j'(0) = r_j \alpha_j(\ell) e^{ik_j(n_j \ell + L_1 + L_2)} + t_j \alpha_j'^{in} e^{ik_j L_2} \quad (II.52)$$

Nous posons :

$$\alpha_j^{in} = \alpha_j'^{in} e^{ik_j L_2} \quad (II.53)$$

Nous appelons  $\varphi_j$  le déphasage global lors d'un tour dans la cavité pour le champ  $\alpha_j$ . Il comprend le déphasage dû à la propagation et le déphasage éventuel à la réflexion sur les miroirs noté  $\theta_j$ . Dorénavant, les coefficients de réflexion  $r_j$  seront considérés comme réels.

Les déphasages pour les trois champs circulant dans la cavité ont pour expression :

$$\begin{cases} \varphi_0 = \frac{\omega_0}{c}(n_0\ell + L) + \theta_0 \\ \varphi_1 = \frac{\omega_1}{c}(n_1\ell + L) + \theta_1 \\ \varphi_2 = \frac{\omega_2}{c}(n_2\ell + L) + \theta_2 \end{cases} \quad (II.54)$$

où  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  représentent les pulsations de chacun de ces champs.

L'expression de l'amplitude des champs  $\alpha_j(\ell)$  après propagation dans le cristal en fonction de l'amplitude à l'entrée du cristal  $\alpha_j(0)$  est donnée par les équations (II.47). Afin de simplifier celles-ci, nous faisons l'approximation de considérer que le temps de propagation dans le cristal est identique pour les trois champs. Ce temps est noté  $\tau$ . Le couplage non-linéaire peut alors être décrit par un seul coefficient  $\chi$  défini par :

$$\chi = \tau g \quad (II.55)$$

Les expressions donnant l'amplitude des champs après un tour dans la cavité deviennent :

$$\begin{cases} \alpha'_0(0) = r_0 e^{i\varphi_0} \left[ \alpha_0(0) - 2\chi\alpha_2(0)\alpha_1(0)e^{-i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \right] + t_0\alpha_0^{in} \\ \alpha'_1(0) = r_1 e^{i\varphi_1} \left[ \alpha_1(0) + 2\chi\alpha_0(0)\alpha_2^*(0)e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \right] + t_1\alpha_1^{in} \\ \alpha'_2(0) = r_2 e^{i\varphi_2} \left[ \alpha_2(0) + 2\chi\alpha_0(0)\alpha_1^*(0)e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \right] + t_2\alpha_2^{in} \end{cases} \quad (II.56)$$

La condition de résonance est que les champs soient identiques à eux-mêmes au bout d'un tour dans la cavité, soit :

$$\alpha'_j(0) = \alpha_j(0) \quad (II.57)$$

Cette condition permet donc de déterminer les équations gouvernant les champs dans la cavité en fonction des champs entrant. Tous les champs étant exprimés à l'origine des coordonnées, il n'est plus nécessaire de le préciser. Nous obtenons alors le système :

$$\begin{cases} \alpha_0 [1 - r_0 e^{i\varphi_0}] = -2\chi\alpha_2\alpha_1 e^{-i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_0 e^{i\varphi_0} + t_0\alpha_0^{in} \\ \alpha_1 [1 - r_1 e^{i\varphi_1}] = 2\chi\alpha_0\alpha_2^* e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_1 e^{i\varphi_1} + t_1\alpha_1^{in} \\ \alpha_2 [1 - r_2 e^{i\varphi_2}] = 2\chi\alpha_0\alpha_1^* e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_2 e^{i\varphi_2} + t_2\alpha_2^{in} \end{cases} \quad (II.58)$$

## II.C. Etude des valeurs stationnaires de l'OPO triplement résonnant

Dans le paragraphe précédent, nous avons déterminé les équations gouvernant l'oscillateur paramétrique triplement résonnant. Dans cette partie, nous allons étudier, à partir de ces équations, les conditions d'oscillation de l'O.P.O. Nous déterminerons également la puissance des champs signaux en fonction de l'intensité de pompe lorsque l'O.P.O. fonctionne au dessus du seuil.

Ces propriétés sont déduites de l'étude des valeurs stationnaires des champs. Dans l'expérience que nous avons réalisée, le champ pompe entrant a une valeur stationnaire non nulle, tandis que les valeurs stationnaires des champs signaux entrants sont nulles. Les valeurs stationnaires obéissent au système suivant obtenu à partir de (II.58) :

$$\begin{cases} \alpha_0 [1 - r_0 e^{i\varphi_0}] = -2\chi\alpha_1\alpha_2 e^{-i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_0 e^{i\varphi_0} + t_0 \alpha_0^{in} \\ \alpha_1 [1 - r_1 e^{i\varphi_1}] = 2\chi\alpha_0\alpha_2^* e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_1 e^{i\varphi_1} \\ \alpha_2 [1 - r_2 e^{i\varphi_2}] = 2\chi\alpha_0\alpha_1^* e^{i\frac{\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} r_2 e^{i\varphi_2} \end{cases} \quad (II.59b)$$

Nous pouvons remarquer que dans ce système, seule la somme des phases des champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  est déterminée. En effet, si nous multiplions (II.59b) par  $\alpha_2$  et (II.59a) par  $\alpha_1$ , les phases des deux champs n'interviennent que par l'intermédiaire du produit  $\alpha_1\alpha_2$ , ce qui impose leur somme mais pas leur différence. Le système (II.59) détermine donc les intensités des champs signaux et non leurs phases. Celles-ci sont libres d'évoluer pourvu que leur somme reste constante. Cela autorise notamment le phénomène de diffusion de phase qui est une évolution aléatoire due à l'émission spontanée. Nous verrons que dans le cas de l'O.P.O. l'existence de la diffusion de phase est intimement liée à la possibilité d'émettre des champs corrélés en amplitude.

A plusieurs reprises dans la suite de l'exposé, nous étudierons l'O.P.O. dans le cas le plus simple où les trois champs sont résonnants dans la cavité et où l'accord de phase est réalisé. Ce sera notamment le cas dans l'étude des fluctuations quantiques des champs produits par l'O.P.O. Les coefficients des équations du système (II.59) sont alors tous réels. Nous pouvons de plus supposer que le champ pompe entrant est réel, ce qui permet donc de choisir pour  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  des amplitudes également réelles. Cette hypothèse permet d'alléger considérablement les calculs. Dans l'étude générale des champs stationnaires produits par l'O.P.O. qui est menée ci-après, nous devons par contre conserver des amplitudes complexes. Pour que les champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  soient non nuls, il est nécessaire que le déterminant du système homogène formé par l'équation (II.59b) et l'équation conjuguée de (II.59c) soit nul, ce qui donne la condition de résonance de l'oscillateur :

$$[1 - r_1 e^{i\varphi_1}] [1 - r_2 e^{-i\varphi_2}] = 4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2} r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} |\alpha_0|^2 \quad (II.60)$$

Cette expression montre que lorsque l'oscillateur fonctionne au dessus du seuil, l'intensité de l'onde pompe à l'intérieur de la cavité est indépendante de l'intensité de l'onde pompe entrant dans la cavité. Cette propriété rappelle celle d'un laser fonctionnant au dessus du seuil, où l'inversion de population dans le milieu actif est constante. L'expression (II.60) se scinde en deux équations. L'une porte sur la partie imaginaire :

$$\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - r_1 \sin\varphi_2 + r_2 \sin\varphi_1 = 0 \quad (II.61)$$

L'autre, sur la partie réelle :

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - r_1 \cos\varphi_2 - r_2 \cos\varphi_1 + r_1 r_2 = 4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2} r_1 r_2 |\alpha_0|^2 \quad (II.62)$$

### II.C.1.a Calcul du seuil dans le cas où les coefficients de réflexion sont identiques pour les deux champs $\alpha_1$ et $\alpha_2$

Dans notre expérience, les longueurs d'ondes des champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont très proches. Il est donc possible de considérer que les coefficients de réflexion des miroirs sont identiques pour les deux champs. Nous posons  $r_1 = r_2 = r$ , ce qui permet de simplifier les calculs. La condition portant sur la partie imaginaire devient alors :

$$\sin(\varphi_2 - \varphi_1) + r(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2) = 0 \quad (II.63)$$

Soit :

$$\sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \left[ \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) - r \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \right] = 0 \quad (II.64)$$

La condition portant sur la partie réelle devient :

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - r(\cos\varphi_2 + \cos\varphi_1) + r^2 \left[ 1 - 4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2} |\alpha_0|^2 \right] = 0 \quad (II.65)$$

Soit :

$$2\cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) - 1 - 2r\cos\left(\frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) + r^2 \left[ 1 - 4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2} |\alpha_0|^2 \right] = 0$$

L'équation (II.64) se sépare en deux expressions dont la première s'écrit :

$$\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) - r\cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) = 0 \quad (II.67)$$

En la reportant dans (II.66) nous obtenons :

$$r^2 - 1 = r^2 4\chi^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k \ell}{2}\right) |\alpha|^2 \quad (II.68)$$

Cette équation n'a pas de solution, les coefficients de réflexion étant strictement inférieurs à 1. L'équation (II.64) est donc équivalente à :

$$\sin\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = 0 \quad (II.69)$$

Dont les solutions sont :

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2k\pi \quad k \in \mathcal{Z} \quad (II.70)$$

Ce qui montre que dans le cas où les pertes sont identiques pour les deux champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , les déphasages sur un tour doivent être égaux à  $2k\pi$  près. Nous verrons dans le paragraphe suivant que cette relation est nécessaire pour assurer que le nombre de photons sortant dans chaque mode signal soit identique. La relation (II.65) peut alors se réexprimer en fonction de  $\varphi_1$  par exemple :

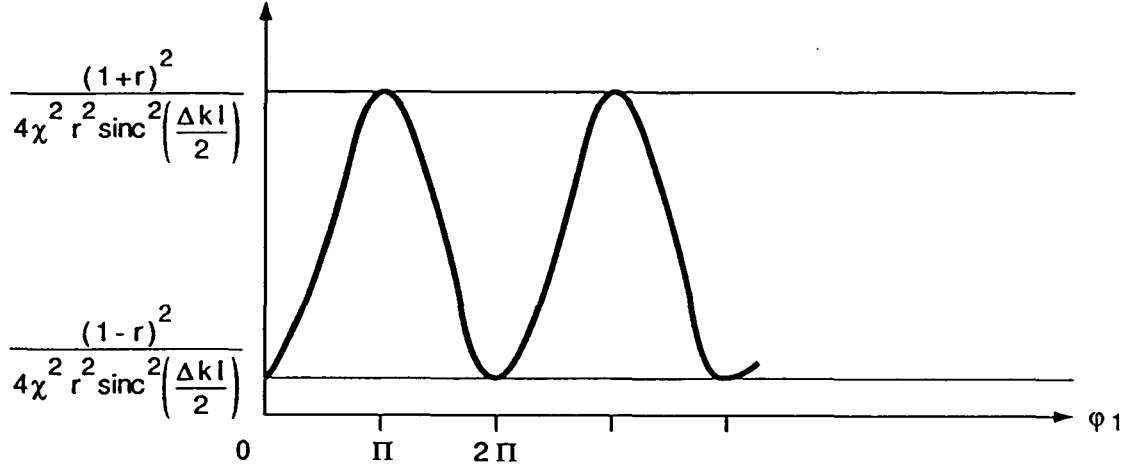
$$1 - 2r\cos\varphi_1 + r^2 \left[ 1 - 4\chi^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k \ell}{2}\right) |\alpha_0|^2 \right] = 0 \quad (II.71)$$

Soit encore :

$$|\alpha_0|^2 = \frac{(1-r)^2 + 4r\sin^2\frac{\varphi_1}{2}}{4\chi^2 r^2 \text{sinc}^2\frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (II.72)$$

Cette expression donne la valeur de l'intensité du champ pompe à l'intérieur de la cavité lorsque l'O.P.O. fonctionne au dessus du seuil. Comme nous l'avons déjà remarqué, cette valeur ne dépend pas du champ pompe entrant dans la cavité. C'est une fonction périodique du déphasage  $\varphi_1$  qui est minimale lorsque  $\varphi_1 = 2k'\pi$   $k' \in \mathcal{N}$ , c'est-à-dire lorsque le champ au bout d'un tour revient en phase avec lui-même. Cette valeur minimale est d'autant plus faible que le coefficient de réflexion est proche de 1, que le coefficient de couplage non linéaire est élevé, et que le terme d'écart à la condition d'accord de phase est faible. L'allure générale de cette fonction est donnée sur la figure 3 :





**Figure 3 : Evolution du seuil d'oscillation de l' O.P.O. en fonction du déphasage subi par les champs lors d'un tour de cavité**

Il est intéressant d'exprimer le seuil d'oscillation en fonction de l'intensité de pompe entrant dans la cavité. Au seuil, les champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont nuls. L'équation (II.59a) permet de relier directement le champ pompe entrant noté  $\alpha_{0s}^{in}$  au champ pompe dans la cavité.

$$\alpha_0(1 - r_0 e^{i\varphi_0}) = t_0 \alpha_{0s}^{in} \quad (II.73)$$

soit

$$|\alpha_0|^2 |1 - r_0 e^{i\varphi_0}|^2 = t_0^2 |\alpha_{0s}^{in}|^2 \quad (II.74)$$

L'expression du seuil d'oscillation devient alors :

$$|\alpha_{0s}^{in}|^2 = \frac{(1 - r_0)^2 + 4r_0 \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}{1 - r_0^2} \times \frac{(1 - r)^2 + 4r \sin^2 \frac{\varphi_1}{2}}{4\chi^2 r^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (II.75)$$

En plus des conditions de résonance sur  $\varphi_1$ , il apparaît que le seuil est minimum lorsque la pompe est résonante avec la cavité. Dans le cas où les coefficients de réflexion sont proches de 1, l'expression du seuil d'oscillation devient en posant  $r = 1 - \gamma$  ( $\gamma \ll 1$ ) et  $r_0 = 1 - \gamma_0$  ( $\gamma_0 \ll 1$ )

$$|\alpha_{0s}^{in}|^2 = \frac{\gamma_0^2 + 4\sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}{2\gamma_0} \times \frac{\gamma^2 + 4\sin^2 \frac{\varphi_1}{2}}{4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (II.76)$$

Le seuil est minimum si la cavité est résonante pour les trois champs. Dans ce cas, l'expression du seuil d'oscillation se réduit à :

$$|\alpha_{0s}^{in}|^2 = \frac{\gamma_0 \gamma^2}{8\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (II.77)$$

Les déphasages  $\varphi_0$  et  $\varphi_1$  dépendent des déphasages à la réflexion sur les miroirs  $\theta_0$  et  $\theta_1$  (II.54). Dans le cas général,  $\theta_0$  et  $\theta_1$  sont différents, ce qui entraîne une non-coïncidence entre les résonances de  $\varphi_0$  et  $\varphi_1$ . La valeur minimale du seuil ne peut être atteinte que si la largeur  $\Delta\varphi_0$  du pic de résonance de la pompe est supérieure à la différence entre les déphasages  $\theta_0$  et  $\theta_1$ .

L'expression (II.77) montre que le seuil augmente avec les pertes pour le champ pompe. Il est de plus proportionnel au carré des pertes pour le champ signal. Cela distingue l'O.P.O. du laser normal où le seuil est proportionnel aux pertes subies par le champ oscillant dans la cavité. Enfin, le seuil augmente lorsque l'écart à la condition d'accord de phase augmente.

### II.C.1.b Etude générale de l'O.P.O. dans le cas des pertes faibles.

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié le seuil de l'oscillateur paramétrique dans le cas où les coefficients de réflexion du miroir de couplage sont identiques pour les deux champs signaux.

Nous nous plaçons ici dans le cas où les pertes ainsi que les déphasages sur un tour sont faibles, ce qui permet de simplifier les calculs. Nous déterminons également l'expression des champs signaux au dessus du seuil. Les coefficients de réflexion du miroir de couplage s'écrivent :

$$r_j = 1 - \gamma_j \quad j = 0, 1, 2 \quad (II.78)$$

$\gamma_j$  est très inférieur à 1. Dans ce cas, les coefficients de transmission en amplitude deviennent :

$$t_j = \sqrt{2\gamma_j} \quad (II.79)$$

Les champs peuvent subir dans la cavité des pertes autres que celles dues à la transmission du miroir de couplage par suite de diffusion ou absorption. Nous les modélisons de manière globale à l'aide des coefficients  $p_j$  représentant les pertes sur un tour subies par les champs :

$$p_j = 1 - \mu_j \quad j = 0, 1, 2 \quad (II.80)$$

Ces pertes supplémentaires sont supposées faibles ;  $\mu_j$  est donc très inférieur à 1. C'est ce coefficient qui a été mentionné au chapitre I.

Nous supposons que les champs sont proches de la résonance et posons :

$$\varphi_j = 2n_j\pi + \delta\varphi_j \quad n_j \in \mathcal{N} \quad j = 0, 1, 2 \quad (II.81)$$

$\delta\varphi_j$  est très inférieur à  $2\pi$ .

Enfin, nous supposons que l'accord de phase est réalisé et donc  $\Delta k = 0$ . A partir des équations (II.59), nous pouvons réécrire les équations de l'oscillateur paramétrique en ne conservant que les termes d'ordre 1 en  $\gamma, \mu, \delta\varphi$  et  $\chi$ . Nous obtenons le système :

$$\begin{cases} \alpha_0 [\gamma_0 + \mu_0 - i\delta\varphi_0] = -2\chi\alpha_1\alpha_2 + \sqrt{2\gamma_0}\alpha_0^{in} \\ \alpha_1 [\gamma_1 + \mu_1 - i\delta\varphi_1] = 2\chi\alpha_0\alpha_2^* \\ \alpha_2 [\gamma_2 + \mu_2 - i\delta\varphi_2] = 2\chi\alpha_0\alpha_1^* \end{cases} \quad (II.82)$$

Nous posons  $\gamma'_j = \gamma_j + \mu_j$ .  $\gamma'_j$  représente les pertes totales subies par le champ  $\alpha_j$  lors d'un tour dans la cavité.

Nous définissons  $\Delta_j = \frac{\delta\varphi_j}{\gamma'_j}$  qui représente le rapport entre le déphasage sur un tour et les pertes sur un tour. Nous appellerons  $\Delta_j$  le déphasage relatif aux pertes. Le système (II.82) peut alors se réécrire :

$$\begin{cases} \gamma'_0 [1 - i\Delta_0] \alpha_0 = -2\chi\alpha_1\alpha_2 + \sqrt{2\gamma_0}\alpha_0^{in} \\ \gamma'_1 [1 - i\Delta_1] \alpha_1 = 2\chi\alpha_0\alpha_2^* \\ \gamma'_2 [1 - i\Delta_2] \alpha_2 = 2\chi\alpha_0\alpha_1^* \end{cases} \quad (II.83b)$$

La condition d'oscillation s'obtient de la même manière qu'au paragraphe précédent. Elle se traduit par deux conditions. La première donne :

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \quad (II.84)$$

Les déphasages relatifs aux pertes doivent être identiques pour les deux champs signaux.

Cette condition entraîne que le nombre de photons sortant par unité de temps dans chaque champ signal est identique. En effet, en multipliant (II.83b) par  $\alpha_1^*$  et (II.83c) par  $\alpha_2^*$ , nous obtenons la relation

$$\gamma'_1 [1 - i\Delta_1] |\alpha_1|^2 = \gamma'_2 [1 - i\Delta_2] |\alpha_2|^2 \quad (II.85)$$

Compte tenu de (II.84), (II.85) conduit à :

$$\gamma'_1 |\alpha_1|^2 = \gamma'_2 |\alpha_2|^2 \quad (II.86)$$

Le nombre de photons dans un mode du champ est égal à l'intensité  $|\alpha_j|^2$  de celui-ci. Pour un mode donné, le nombre total de photons perdus sur un tour est :

$$2\gamma'_j |\alpha_j|^2 \quad (II.87)$$

L'expression (II.86) montre que le nombre total de photons perdus sur un tour est identique pour chaque mode signal. En supposant que le temps mis pour effectuer un tour est identique pour chaque mode, le nombre de photons sortant par unité de temps est le même pour chaque champ signal. Ce résultat était prévisible puisque le nombre de photons créés dans chaque mode par l'effet paramétrique est identique.

Dans le paragraphe précédent, les coefficients de réflexion du miroir de couplage sont supposés identiques pour les deux champs. De plus, il n'y a pas de pertes supplémentaires. Dans ce cas, la condition (II.84) se traduit par une égalité sur les déphasages. Cela donne l'origine de la relation (II.70). La relation (II.87) permet de voir que dans le cas général, les intensités  $I_1^{out}$  et  $I_2^{out}$  des faisceaux "utiles" sortant par le miroir de couplage ne sont plus identiques. Le rapport  $I_1^{out}/I_2^{out}$  a pour expression :

$$\frac{I_1^{out}}{I_2^{out}} = \frac{2\gamma_1 |\alpha_1|^2}{2\gamma_2 |\alpha_2|^2} \quad (II.88)$$

soit compte tenu de (II.86) :

$$\frac{I_1^{out}}{I_2^{out}} = \frac{\gamma_1 \gamma'_2}{\gamma_2 \gamma'_1} = \frac{(1 + \frac{\mu_2}{\gamma_2})}{(1 + \frac{\mu_1}{\gamma_1})} \quad (II.89)$$

lorsque  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont non nuls, ce rapport est différent de 1 en général. Il y a donc un déséquilibre entre les intensités des deux faisceaux. Comme nous le verrons plus loin, ce déséquilibre est à l'origine d'un excès de bruit sur le signal de différence  $I_1^{out} - I_2^{out}$ . Il est donc très important de rendre les pertes accidentelles aussi faibles que possible.

Calculons maintenant l'intensité du champ pompe à l'intérieur de la cavité. Son expression est obtenue à partir de la seconde relation déduite de la condition d'oscillation

$$|\alpha_0|^2 = \frac{\gamma'_1 \gamma'_2 [1 + \Delta^2]}{4\chi^2} \quad (II.90)$$

Celle-ci est minimale lorsque le déphasage  $\Delta$  est nul. Nous recherchons ensuite l'expression de l'intensité du champ  $\alpha_1$  dans la cavité. Pour cela, nous substituons l'expression donnant  $\alpha_2$  (II.83c) dans l'expression donnant  $\alpha_0$  (II.83a) ce qui donne l'équation :

$$\gamma'_0 \gamma'_2 [1 - i\Delta_0][1 - i\Delta] \alpha_0 = -4\chi^2 |\alpha_1|^2 \alpha_0 + \gamma'_2 [1 - i\Delta] \sqrt{2\gamma_0} \alpha_0^{in} \quad (II.91)$$

En regroupant les termes proportionnels à  $\alpha_0$ , en prenant le module carré de l'expression obtenue et en remplaçant  $|\alpha_0|^2$  par son expression (II.90), nous obtenons :

$$\left[ (\gamma_0' \gamma_2' [1 - \Delta_0 \Delta] + 4\chi^2 |\alpha_1|^2)^2 + \gamma_0'^2 \gamma_2'^2 (\Delta_0 + \Delta)^2 \right] \gamma_1' = 8\chi^2 \gamma_2' \gamma_0' |\alpha_0^{in}|^2 \quad (II.92)$$

Cette équation permet de déterminer l'intensité du champ signal à l'intérieur de la cavité. Deux cas se présentent. Si  $\Delta_0 \Delta \leq 1$ , il n'y a qu'une seule valeur de l'intensité signal pour chaque valeur de l'intensité pompe entrante. Si  $\Delta_0 \Delta \geq 1$ , l'oscillateur paramétrique présente une zone de bistabilité [29].

1°)  $\Delta_0 \Delta \leq 1$

L'intensité du champ signal  $\alpha_1$  est nulle en dessous d'un seuil dont l'expression est :

$$|\alpha_0^{in}|^2 = \frac{\gamma_0'^2 \gamma_1' \gamma_2'}{\gamma_0 8\chi^2} [1 + \Delta_0^2] [1 + \Delta^2] \quad (II.93)$$

De même que dans le cas où les deux coefficients de réflexion sont égaux, le seuil augmente de façon quadratique avec le déphasage si l'oscillateur fonctionne hors résonance.

L'expression de l'intensité du champ signal  $\alpha_1$  au dessus du seuil est :

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\gamma_2' \gamma_0'}{4\chi^2} \left[ \sqrt{\frac{8\chi^2 \gamma_0}{\gamma_1' \gamma_2' \gamma_0'^2} |\alpha_0^{in}|^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2 + (\Delta_0 \Delta - 1)} \right] \quad (II.94)$$

L'expression de l'intensité du champ  $\alpha_2$  s'obtient de la même façon, ce qui donne :

$$|\alpha_2|^2 = \frac{\gamma_1' \gamma_0'}{4\chi^2} \left[ \sqrt{\frac{8\chi^2 \gamma_0}{\gamma_1' \gamma_2' \gamma_0'^2} |\alpha_0^{in}|^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2 + (\Delta_0 \Delta - 1)} \right] \quad (II.95)$$

Les intensités des champs s'expriment simplement en fonction du paramètre  $\sigma$  qui est défini comme la racine carrée du rapport en l'intensité de la pompe entrant dans la cavité et l'intensité de seuil à résonance :

$$\sigma = \sqrt{\frac{|\alpha_0^{in}|^2}{\frac{\gamma_0'^2 \gamma_1' \gamma_2'}{8\gamma_0 \chi^2}}} \quad (II.96)$$

L'expression du seuil d'oscillation devient alors :

$$\sigma^2 > [1 + \Delta_0^2] [1 + \Delta^2] \quad (II.97)$$

Au delà du seuil d'oscillation, l'expression de l'intensité des champs signaux devient en fonction de  $\sigma$  :

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\gamma_2' \gamma_0'}{4\chi^2} \left[ \sqrt{\sigma^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2 + (\Delta_0 \Delta - 1)} \right] \quad (II.98)$$

$$|\alpha_2|^2 = \frac{\gamma_1' \gamma_0'}{4\chi^2} \left[ \sqrt{\sigma^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2} + (\Delta_0 \Delta - 1) \right] \quad (II.99)$$

Si les champs signaux et la pompe sont résonants, les expressions (II.98) et (II.99) deviennent :

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\gamma_2' \gamma_0'}{4\chi^2} (\sigma - 1) \quad (II.100)$$

$$|\alpha_2|^2 = \frac{\gamma_1' \gamma_0'}{4\chi^2} (\sigma - 1) \quad (II.101)$$

Dans ce cas, l'intensité des champs signaux augmente proportionnellement au module de l'amplitude du champ pompe entrant dans la cavité.

Afin d'étudier l'efficacité de conversion entre le champ pompe entrant dans l'O.P.O. et les champs signaux sortant, nous définissons le rendement  $R$  par :

$$R = \frac{1}{2} \frac{[|\alpha_1^{out}|^2 + |\alpha_2^{out}|^2]}{|\alpha_0^{in}|^2} \quad (II.102)$$

$R$  exprime le rapport entre le nombre de photons créés dans les modes signaux et le nombre de photons pompe incident. L'origine du facteur  $\frac{1}{2}$  vient du fait que deux photons signaux sont créés lorsqu'un photon pompe est annihilé.

Le nombre de photons sortant dans chaque mode est donné par (II.87). En utilisant les expressions (II.98) et (II.99) donnant le nombre de photons dans chaque mode signal à l'intérieur de la cavité et l'expression (II.96) définissant  $\sigma$ , le rendement a pour expression :

$$R = \frac{4\gamma_0}{\gamma_0'} \frac{\left[ \sqrt{\sigma^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2} + (\Delta_0 \Delta - 1) \right]}{\sigma^2} \quad (II.103)$$

La valeur maximale de ce rendement est :

$$R_{max} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0'} = 1 - \frac{\mu_0}{\gamma_0'} \quad (II.104)$$

Le rendement maximum est obtenu dans le cas où les deux écarts à la résonance  $\Delta_0$  et  $\Delta$  sont égaux et pour des valeurs de  $\sigma$  telles que :

$$\sigma^2 = 4(1 + \Delta^2) \quad (II.105)$$

Ce rendement diffère de 1 par la proportion entre le nombre de photon de pompe perdus de manière accidentelle et le nombre total de photons de pompe sortant de la cavité sur un tour. Dans le cas où il n'y a pas de perte accidentelle,  $\mu_0$  est nul et le rendement vaut un. Tous les photons

de pompe entrant dans la cavité sont convertis en photons signaux. Cette efficacité de conversion égale à 1 est spécifique du modèle simple que nous avons choisi. Elle s'explique par une interférence destructive entre le champ pompe réfléchi sur le miroir d'entrée et le champ pompe ayant effectué un tour dans la cavité. Le champ pompe sortant est nul lorsque  $\sigma=2$ .

Dans ce paragraphe, nous avons donné les expressions de l'intensité des champs signaux lorsque l'O.P.O. fonctionne au dessus du seuil et pour des écarts à la résonance vérifiant  $\Delta_0\Delta \leq 1$ . Une étude de stabilité des solutions trouvées montre que pour  $\Delta_0\Delta < -1$ , l'O.P.O. présente un régime de fonctionnement instable puis du chaos [29].

2°)  $\Delta_0\Delta \geq 1$

Dans ce cas, l'équation (II.92) a deux solutions stables. L'oscillateur présente un régime de fonctionnement bistable, la zone de bistabilité est obtenue pour les valeurs de  $|\alpha_0^{in}|^2$  vérifiant la relation :

$$(\Delta + \Delta_0)^2 \leq \frac{8\chi^2\gamma_0}{\gamma_1'\gamma_2'\gamma_0'^2} |\alpha_0^{in}|^2 \leq (1 + \Delta_0^2)(1 + \Delta^2) \quad (II.106)$$

Les deux valeurs stables sont alors :

$$|\alpha_1|^2 = 0 \quad (II.107)$$

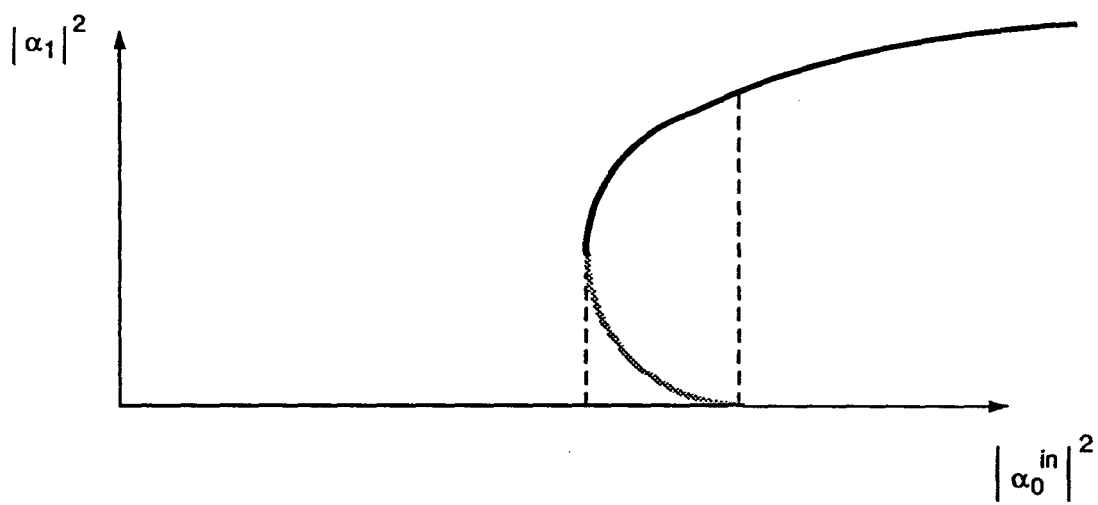
et

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\gamma_2'\gamma_0'}{4\chi^2} \left[ \sqrt{\frac{8\chi^2\gamma_0}{\gamma_1'\gamma_2'\gamma_0'^2} |\alpha_0^{in}|^2 - (\Delta_0 + \Delta)^2 + (\Delta_0\Delta - 1)} \right] \quad (II.107)$$

Cette dernière expression reste la seule solution stable lorsque

$$|\alpha_0^{in}|^2 \geq \frac{\gamma_1'\gamma_2'\gamma_0'^2}{8\chi^2\gamma_0} (1 + \Delta_0^2)(1 + \Delta^2) \quad (II.108)$$

L'allure générale de l'intensité du champ signal en fonction de la puissance de pompe en présence de bistabilité est donnée sur la figure 4.



**Figure 4 : Intensité du champ signal en fonction de la puissance de pompe dans le cas où l'O.P.O. présente un fonctionnement bistable**



## II.D. Etude du fonctionnement de l'OPO doublement résonnant

Dans la partie précédente, nous avons considéré le cas de l'oscillateur triplement résonnant, dans lequel le champ pompe est recyclé dans la cavité. Dans le montage expérimental que nous avons réalisé, les miroirs sont beaucoup moins réfléchissants pour le champ pompe que pour les champs signaux et la finesse de la cavité pour ce champ est faible ( $F \simeq 6$ ). Le champ pompe est donc beaucoup moins recyclé que les champs signaux. La configuration de l'oscillateur est donc proche de celle où la pompe n'est pas recyclée dans la cavité, c'est-à-dire l'oscillateur doublement résonnant. Il est donc intéressant d'étudier le fonctionnement de celui-ci et de le comparer avec celui de l'oscillateur triplement résonnant décrit dans la partie précédente. Afin d'alléger le texte, nous désignerons l'oscillateur doublement résonnant et l'oscillateur triplement résonnant par leurs abréviations O.D.R. et O.T.R. L'O.D.R. est représenté sur le figure 3 :

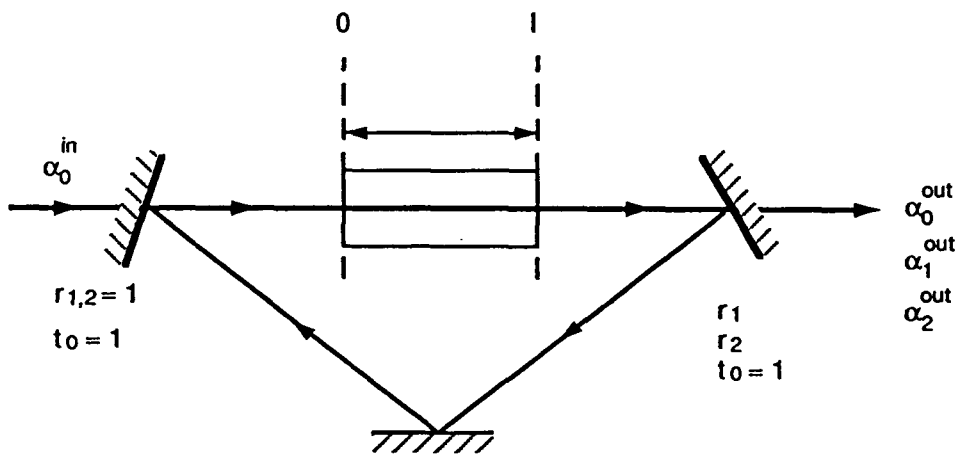


Figure 5 : Schéma de l' O.P.O. doublement résonnant en anneau

Les miroirs sont supposés parfaitement transparents pour le champ pompe. L'intensité du champ pompe à l'entrée du cristal est donc indépendante de la cavité et a la même valeur qu'à l'entrée de l'O.D.R. Les champs signaux sont recyclés de la même manière que dans l'O.T.R. Dans le cas de l'O.T.R., il nous a suffi de tenir compte au terme d'ordre 1 en  $\chi$  dans l'expression du terme de couplage paramétrique, ce qui revient à négliger la variation de l'amplitude des champs pompe et signaux sur la longueur du cristal. Nous avons ainsi déterminé le seuil de fonctionnement de l'oscillateur et l'intensité des faisceaux signaux lorsqu'il fonctionne au-dessus du seuil. Dans le cas de l'O.D.R., l'énergie transférée aux champs signaux résulte de la diminution de l'intensité de la

pompe à la traversée du cristal. Celle-ci ne peut donc pas être négligée. Afin de déterminer le seuil d'oscillation et l'intensité des faisceaux émis, il est donc nécessaire de tenir compte de la variation des champs le long du cristal, et donc de déterminer les équations du couplage paramétrique à l'ordre 2 en  $\chi$ .

### II.D.1 Détermination des équations de l'amplification paramétrique à l'ordre 2 en $\chi$

Nous rappelons les équations du couplage paramétrique (II.45) dans lesquelles on suppose que la vitesse de propagation dans le cristal est la même pour les trois champs et qui est notée  $v$ .

$$\begin{cases} v \frac{\partial \alpha_0}{\partial z}(z) = -2g\alpha_2(z)\alpha_1(z)e^{-i\Delta kz} \\ v \frac{\partial \alpha_1}{\partial z}(z) = 2g\alpha_0(z)\alpha_2^*(z)e^{i\Delta kz} \\ v \frac{\partial \alpha_2}{\partial z}(z) = 2g\alpha_0(z)\alpha_1^*(z)e^{i\Delta kz} \end{cases} \quad (II.109)$$

Pour traiter ces équations au second ordre en  $\chi$ , nous considérons que les champs varient de manière linéaire dans le cristal :

$$\begin{cases} \alpha_0(z) = \alpha_0(0) + z \frac{\partial \alpha_0}{\partial z}(0) \\ \alpha_1(z) = \alpha_1(0) + z \frac{\partial \alpha_1}{\partial z}(0) \\ \alpha_2(z) = \alpha_2(0) + z \frac{\partial \alpha_2}{\partial z}(0) \end{cases} \quad (II.110)$$

Ces expressions sont reportées dans le système (II.109). Les équations obtenues sont intégrées sur la longueur  $\ell$  du cristal. Les équations de l'effet paramétrique pour les valeurs stationnaires à l'ordre 2 en  $\chi$  ont alors pour expression :

$$\begin{cases} \alpha_0(\ell) = \alpha_0(0) - 2\chi e^{-\frac{i\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \alpha_2(0)\alpha_1(0) - 2\chi^2 f^*\left(\frac{\Delta k\ell}{2}\right) [|\alpha_1(0)|^2 + |\alpha_2(0)|^2] \alpha_0(0) \\ \alpha_1(\ell) = \alpha_1(0) + 2\chi e^{\frac{i\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \alpha_0(0)\alpha_2^*(0) + 2\chi^2 f\left(\frac{\Delta k\ell}{2}\right) [|\alpha_1(0)|^2 - |\alpha_2(0)|^2] \alpha_1(0) \\ \alpha_2(\ell) = \alpha_2(0) + 2\chi e^{\frac{i\Delta k\ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k\ell}{2} \alpha_0(0)\alpha_1^*(0) + 2\chi^2 f\left(\frac{\Delta k\ell}{2}\right) [|\alpha_0(0)|^2 - |\alpha_1(0)|^2] \alpha_2(0) \end{cases} \quad (II.111)$$

Nous avons discuté du terme d'ordre 1 dans la partie précédente (paragraphe II.A.3). Nous discutons ici du terme d'ordre 2 en  $\chi$  qui contient le facteur  $f(x)$  d'expression :

$$f(x) = \frac{e^{ix}}{ix} [e^{ix} - \text{sinc}x] \quad (II.112)$$

Ce facteur traduit l'effet de l'écart à la condition d'accord de phase pour le terme du second ordre en  $\chi$ . Cette fonction vaut 1 quand  $\Delta k$  est nul. Son module est une fonction paire de  $\Delta k$  qui décroît lorsque  $\Delta k$  augmente. De façon analogue à ce qui se passe pour le terme d'ordre 1 en  $\chi$ , l'écart à la condition d'accord de phase introduit une diminution du terme de couplage à l'ordre 2 en  $\chi$ . Il crée de plus un déphasage entre le champ pompe et les champs signaux. Si l'écart à la condition d'accord de phase est suffisamment faible,  $f(\frac{\Delta k \ell}{2})$  est proche de 1. Le terme d'ordre 2 apparaît comme un terme de pertes pour le champ pompe. Pour les champs signaux, il apparaît comme un terme de saturation. Il introduit du gain ou des pertes suivant que l'intensité de la pompe est supérieure ou inférieure à celle des champs signaux.

A partir de ces équations, nous pouvons déterminer celles de l'O.D.R. Pour plus de simplicité, nous supposons que les deux champs signaux sont résonnants dans la cavité. Nous supposons de plus que les pertes pour les champs signaux sont faibles et sont caractérisées par des coefficients  $\gamma'_j$  englobant les pertes par transmission du miroir de couplage et les pertes accidentelles. Nous obtenons le système :

$$\begin{cases} \gamma'_1 \alpha_1 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_2^* \alpha_0^{in} + 2\chi^2 f [|\alpha_0^{in}|^2 - |\alpha_2|^2] \alpha_1 \\ \gamma'_2 \alpha_2 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_1^* \alpha_0^{in} + 2\chi^2 f [|\alpha_0^{in}|^2 - |\alpha_1|^2] \alpha_2 \end{cases} \quad (II.113)$$

Nous avons posé  $f(\frac{\Delta k \ell}{2}) = f$ .

Le système (II.113) peut se réécrire sous la forme :

$$\begin{cases} (\gamma'_1 - 2\chi^2 f [|\alpha_0^{in}|^2 - |\alpha_2|^2]) \alpha_1 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_2^* \alpha_0^{in} \\ (\gamma'_2 - 2\chi^2 f [|\alpha_0^{in}|^2 - |\alpha_1|^2]) \alpha_2 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_1^* \alpha_0^{in} \end{cases} \quad (II.114)$$

### Ordres de grandeur :

Le but du calcul suivant est de montrer que, dans l'hypothèse des pertes faibles, et si on considère que l'O.D.R. fonctionne à proximité du seuil, le terme du deuxième ordre en  $|\alpha_0^{in}|^2$  peut être négligé. Pour cela, calculons le seuil d'oscillation de l'O.D.R. en supposant pour simplifier que l'accord de phase est réalisé. En multipliant (II.114-a) par le conjugué de (II.114-b) et en remarquant que  $|\alpha_1|^2$  et  $|\alpha_2|^2$  sont nuls au seuil, nous obtenons :

$$(\gamma'_1 - 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2)(\gamma'_2 - 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2) = 4\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2 \quad (II.115)$$

La solution exacte de cette équation donne pour la puissance de seuil un terme en  $\gamma'_1 \gamma'_2$  plus un terme d'ordre supérieur en  $\gamma'_1$  et  $\gamma'_2$ . Les équations (II.113) ont été établies à l'ordre le plus bas en  $\gamma'_1$  et  $\gamma'_2$ . Pour rester dans le cadre de cette hypothèse, nous ne gardons que le terme d'ordre le plus bas dans l'expression de la puissance de seuil et nous obtenons :

$$2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2 = \frac{\gamma'_1 \gamma'_2}{2} \quad (II.116)$$

Ce qui signifie que ce terme est négligeable devant  $\gamma'_1$  et  $\gamma'_2$ . Dans la suite, nous supposons que l'O.D.R. fonctionne au voisinage du seuil. Dans ce cas, l'intensité du champ pompe est du même ordre de grandeur que l'intensité du champ pompe au seuil et, par conséquent, le terme en  $\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2$  peut être négligé, devant les pertes  $\gamma'_1$  et  $\gamma'_2$  dans les équations de l'O.D.R. (II.114). Le domaine de validité de cette approximation est discuté à la fin de ce paragraphe. Aucune approximation n'est effectuée quant aux termes en  $\chi^2 |\alpha_1|^2$  et  $\chi^2 |\alpha_2|^2$ . En effet, les champs signaux sont recyclés dans la cavité. Ils peuvent donc atteindre une intensité importante qui peut être supérieure à l'intensité de la pompe qui elle n'est pas recyclée. Ces deux termes sont à l'origine de la saturation de la conversion paramétrique.

Les équations (II.114) deviennent

$$\begin{cases} (\gamma'_1 + 2\chi^2 f |\alpha_2|^2) \alpha_1 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_2^* \alpha_0^{in} \\ (\gamma'_2 + 2\chi^2 f |\alpha_1|^2) \alpha_2 = 2\chi e^{i\frac{\Delta k \ell}{2}} \text{sinc} \frac{\Delta k \ell}{2} \alpha_1^* \alpha_0^{in} \end{cases} \quad (II.117 - a)$$

$$(II.117 - b)$$

A partir de cette expression, nous pouvons déterminer de la même façon que précédemment, l'intensité de pompe nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation. Nous obtenons :

$$|\alpha_0^{in}| = \frac{\gamma'_1 \gamma'_2}{4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (II.118)$$

Cette formule est analogue à celle donnant l'intensité de la pompe dans la cavité pour l'O.T.R. fonctionnant au dessus du seuil (II.77). Nous voyons en particulier que le seuil est d'autant plus bas que l'écart à la condition d'accord de phase  $\Delta k$  est faible.

Une fois la condition de seuil établie, nous cherchons l'expression des champs signaux lorsque l'O.P.O. est pompé au dessous du seuil. Multipliant (II.117-a) par  $\alpha_1^*$  et (II.117-b) par  $\alpha_2^*$ , nous obtenons :

$$(\gamma'_1 + 2\chi^2 f |\alpha_2|^2) |\alpha_1|^2 = (\gamma'_2 + 2\chi^2 f |\alpha_1|^2) |\alpha_2|^2 \quad (II.119)$$

Ce qui donne la relation :

$$\gamma'_1 |\alpha_1|^2 = \gamma'_2 |\alpha_2|^2 \quad (II.120)$$

Nous pouvons interpréter cette relation de la même façon que dans le cas de l'O.T.R. Elle exprime que le nombre de photons sortant lors d'un tour dans la cavité est le même pour les champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

En prenant le module carré de (II.117-a) et en utilisant la relation (II.120), nous obtenons :

$$\gamma'_1 \gamma'_2 \left| 1 + \frac{2\chi^2 f |\alpha_1|^2}{\gamma'_2} \right|^2 = 4\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2} |\alpha_0^{in}|^2 \quad (II.121)$$

Comme précédemment, définissons  $\sigma$  comme la racine carrée du rapport entre l'intensité de la pompe et l'intensité de seuil :

$$\sigma = \sqrt{\frac{|\alpha_0^{in}|^2}{|\alpha_{0s}^{in}|^2}} \quad (II.122)$$

Nous supposons de plus que l'accord de phase est réalisé, ce qui permet de simplifier l'expression (II.121). L'intensité du champ  $\alpha_1$  dans la cavité a pour expression :

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\gamma'_2}{2\chi^2} (\sigma - 1) \quad (II.123)$$

Nous obtenons pour  $\alpha_2$  une expression analogue où  $\gamma'_2$  est remplacé par  $\gamma'_1$ .

L'intensité des champs signaux croît avec la racine carrée de l'intensité de la pompe.

Ces expressions sont analogues à celles trouvées dans le cas de l'O.T.R. (II.100) et (II.101). Les résultats de ce paragraphe montrent que l'O.D.R. présente des caractéristiques de fonctionnement tout à fait similaires à celles de l'O.T.R. Cette similitude permet de choisir le système le plus simple, en l'occurrence l'O.T.R., pour modéliser le problème.

#### II.D.2 Domaine de validité de l'approximation sur l'intensité de pompe

Pour obtenir le système (II.117), nous avons négligé le terme en  $2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2$  dans les équations donnant l'effet paramétrique à l'ordre 2 en  $\chi$ . Nous avons supposé pour cela que l'intensité du faisceau de pompe était proche de l'intensité au seuil d'oscillation. Nous déterminons ici le domaine de validité de cette approximation. Pour cela, nous nous plaçons dans le cas le plus simple où la condition d'accord de phase est réalisée et où les pertes sont identiques pour les deux faisceaux

signaux. Nous posons  $\gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma'$ . Le système décrivant l'O.D.R. devient :

$$\begin{cases} (\gamma + 2\chi^2 |\alpha_2|^2 - 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2)\alpha_1 = 2\chi\alpha_2^*\alpha_0^{in} \\ (\gamma + 2\chi^2 |\alpha_1|^2 - 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2)\alpha_2 = 2\chi\alpha_1^*\alpha_0^{in} \end{cases} \quad (II.124)$$

En multipliant (II.124-a) par  $\alpha_1^*$  et (II.124-b) par  $\alpha_2^*$  et en soustrayant, nous obtenons la relation :

$$(\gamma - 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2)(|\alpha_1|^2 - |\alpha_2|^2) = 0 \quad (II.125)$$

Elle possède deux solutions :  $|\alpha_1|^2 = |\alpha_2|^2$  ou  $\gamma = 2\chi^2 |\alpha_0^{in}|^2$ . Cette dernière n'est pas vérifiée si l'on reste assez près du seuil. La relation (II.125) implique donc que  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  aient même module. Nous pouvons choisir les trois champs  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  réels, et donc  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ . Dans ce cas, les équations (II.124-a) et (II.124-b) sont identiques, ce qui donne :

$$\gamma + 2\chi^2\alpha^2 - 2\chi^2\alpha_0^{in2} = 2\chi\alpha_0^{in} \quad (II.126)$$

Nous pouvons exprimer  $\alpha$  en fonction du paramètre  $\sigma$  défini par (II.122), ce qui donne :

$$\alpha^2 = \frac{\gamma}{2\chi^2} \left[ \sigma - 1 + \frac{\gamma\sigma^2}{2} \right] \quad (II.127)$$

Le terme  $\frac{\gamma\sigma^2}{2}$  vient de  $2\chi^2\alpha_0^{in2}$  dans l'équation de départ. Le terme ne devient important que lorsqu'il est de l'ordre de  $\sigma$ , c'est à dire pour  $\sigma \simeq \frac{2}{\gamma}$ . Dans notre expérience,  $\gamma$  vaut  $\gamma = 0,01$ , ce qui donnerait une valeur de  $\sigma$  égale à 200. Cette valeur ne correspond pas du tout à nos conditions de fonctionnement. En fait nous travaillons à des valeurs de  $\sigma$  de l'ordre de 1,2. Il est donc tout à fait légitime dans ce cas de négliger le terme  $2\chi^2\alpha_0^{in2}$ , ce qui justifie l'approximation effectuée dans la partie précédente.

## CHAPITRE III: ETUDE DES MODES LONGITUDINAUX DE L'O.P.O.

### III.A. Motivations

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les conditions d'oscillation de l'O.P.O. Nous en avons déduit des conditions sur les déphasages subis lors d'un tour par les deux champs oscillant dans une cavité en anneau. Nous considérons ici le cas d'un oscillateur linéaire, ce qui correspond au montage expérimental. Les déphasages sur un tour pour les champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  s'écrivent alors :

$$\varphi_1 = \frac{\omega_1}{c} 2(L + n_1 \ell) + \theta_1 \quad (III.1)$$

$$\varphi_2 = \frac{\omega_2}{c} 2(L + n_1 \ell) + \theta_2 \quad (III.2)$$

$\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les fréquences des deux champs signaux.  $\ell$  représente la longueur de cristal.  $L$  représente la longueur de la cavité moins la longueur du cristal.  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices du cristal vus par chaque champ. Afin de simplifier l'étude, nous considérons que le milieu n'est pas dispersif, c'est à dire que les indices ne dépendent pas de la fréquence.  $\theta_1$  et  $\theta_2$  représentent d'éventuels déphasages à la réflexion se produisant sur les miroirs de la cavité. Les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  doivent vérifier la relation de conservation de l'énergie :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_0 \quad (III.3)$$

$\omega_0$  est la fréquence de la pompe. Elle est considérée comme fixe. Les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ne sont pas complètement déterminées par cette relation.  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  dépendent donc de deux paramètres libres qui sont la longueur  $L$  d'air dans la cavité et l'une des deux fréquences. Par ailleurs, les conditions supplémentaires de résonance sur  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  étudiées au chapitre précédent déterminent par l'intermédiaire des équations (III.1) et (III.2) les longueurs de cavité auxquelles l'oscillateur peut fonctionner et les fréquences des deux champs signaux.

### III.B Conditions d'oscillation

#### III.B.1 Condition due aux déphasages des champs signaux

Nous nous plaçons dans le cas où le miroir de couplage a le même coefficient de réflexion pour les deux champs signaux. Dans ce cas, la condition d'oscillation de la cavité impose que l'on ait la relation suivante entre les déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  (cf. paragraphe II.C.1.a):

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2m\pi \quad m \in \mathcal{Z} \quad (III.4)$$

En utilisant les expressions des déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  ainsi que la relation de conservation de l'énergie (III.3), l'expression (III.4) devient :

$$\left(\frac{\omega_0 - \omega_1}{c}\right) 2[L + n_2\ell] + \theta_2 = \frac{\omega_1}{c} 2[L + n_1\ell] + \theta_1 + 2m\pi \quad (III.5)$$

Nous définissons l'indice moyen  $\bar{n}$  par la relation :

$$\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2} \quad (III.6)$$

Nous posons :

$$\delta\theta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (III.7)$$

Les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ont alors pour expression :

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2} \left[ \frac{L + n_2\ell}{L + \bar{n}\ell} \right] - \frac{\delta\theta c}{2[L + \bar{n}\ell]} - \frac{cm\pi}{2[L + \bar{n}\ell]} \quad (III.8)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_0}{2} \left[ \frac{L + n_1\ell}{L + \bar{n}\ell} \right] + \frac{\delta\theta c}{2[L + \bar{n}\ell]} + \frac{cm\pi}{2[L + \bar{n}\ell]} \quad m \in \mathcal{Z} \quad (III.9)$$

Pour une longueur  $L$  donnée, il existe une série de couples de fréquences sur lesquels l'oscillateur peut fonctionner. Ces différents couples constituent les modes de la cavité et sont obtenus pour les différentes valeurs de  $m$ . L'intervalle séparant deux valeurs consécutives des fréquences  $\omega$  ou  $\omega_2$  est :

$$\delta\omega = \frac{c\pi}{2[L + \bar{n}\ell]} \quad (III.10)$$

### III.B.2. Condition due au seuil d'oscillation

Les relations (III.8) et (III.9) supposent que l'oscillateur peut fonctionner quelle que soit la valeur de  $L$ . Il existe une condition de seuil qui limite les valeurs possibles de  $L$ . Elle vient du fait que le seuil est plus bas lorsque les modes signaux sont proches des résonances de la cavité (II.75). Le seuil est une fonction périodique du déphasage qui est minimum lorsque  $\varphi_1$  prend les valeurs :

$$\varphi_1 = 2p\pi \quad p \in \mathcal{N} \quad (III.11)$$



Nous recherchons les valeurs de  $L$  telles que  $\varphi_1$  soit égal à un nombre entier de fois  $2\pi$ . Pour cela, dans la définition de  $\varphi_1$  (III.1), nous remplaçons  $\omega_1$  par son expression (III.8). Nous obtenons ainsi une expression de  $\varphi_1$  en fonction de  $L$ . Imposer que  $\varphi_1$  vérifie la relation (III.11) revient à résoudre l'équation suivante :

$$k_0 L^2 + L[2k_0 \bar{n} \ell + \bar{\theta} - m\pi - 2p\pi] + k_0 n_1 n_2 \ell^2 + \bar{\theta} \bar{n} \ell - \delta\theta \delta n \ell - m\pi n_1 \ell - 2p\pi \bar{n} \ell = 0 \quad (III.12)$$

Nous avons posé :

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} \quad (III.13)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (III.14)$$

$$\delta n = \frac{n_1 - n_2}{2} \quad (III.15)$$

$\delta n$  traduit la biréfringence du cristal dans le cas d'un phase-matching de type II et la dispersion dans le cas d'un phase-matching de type I.  $\bar{\theta}$  représente le déphasage à la réflexion moyen pour les deux champs signaux. Nous supposons que  $\delta n$  est faible. L'équation (III.12) a alors pour solution :

$$L = -\bar{n} \ell - \frac{\bar{\theta}}{2\pi} \lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} (m + 2p) + \delta n \ell \frac{[m\pi + k_0 \delta n \ell + \delta\theta]}{[2p\pi + m\pi - \bar{\theta}]} \quad m \in \mathcal{Z}, p \in \mathcal{N} \quad (III.17)$$

$\lambda_0$  représente la longueur d'onde de la pompe dans le vide.

Le seuil d'oscillation de l'O.P.O. n'est minimum que pour certaines valeurs de  $L$  dépendant des entiers  $m$  et  $p$ . L'O.P.O. présente donc un fonctionnement discret en fonction de la longueur de la cavité. Les longueurs de fonctionnement sont centrées autour des valeurs définies par (III.17). Cette propriété est spécifique de l'oscillateur paramétrique. Elle le distingue des lasers habituels qui fonctionnent quelle que soit la longueur de la cavité située dans la zone de stabilité. Cela rend l'O.P.O. très sensible aux fluctuations de longueur. Dans le montage expérimental, il est nécessaire d'asservir la longueur de la cavité pour qu'elle ait constamment une valeur permettant l'oscillation. D'autre part, pour aligner l'O.P.O., il est nécessaire de balayer la longueur de la cavité pour passer sur les longueurs où l'O.P.O. peut osciller.

a) Cas où les indices  $n_1$  et  $n_2$  sont égaux :

Dans ce cas, la longueur optique totale de la cavité a pour expression :

$$L + n\ell = -\frac{\bar{\theta}}{2\pi}\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}(m + 2p) \quad \begin{array}{l} m \in \mathcal{Z} \\ p \in \mathcal{N} \end{array} \quad (III.18)$$

Nous avons posé :  $n_2 = n_1 = n$ .

Au déphasage à la réflexion près, elle est égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde de la pompe. La longueur d'onde du signal est quasiment le double de celle de la pompe lorsqu'on travaille à proximité de la dégénérescence définie par  $\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega_0}{2}$ . On s'attendrait donc à obtenir la résonance pour une longueur égale à un nombre entier de demi longueurs d'onde pour le signal, soit un nombre entier de longueurs d'onde pour la pompe. Le fait que la résonance soit obtenue pour un nombre entier de demi longueurs d'onde de la pompe provient de ce que les deux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ne sont pas fixées mais doivent seulement vérifier la condition de conservation de l'énergie (III.3). Cela leur permet donc de s'ajuster pour remplir la condition (III.18).

Pour une longueur donnée vérifiant la condition de résonance, il existe une infinité de couples  $(m,p)$  vérifiant (III.18). A chaque valeur de  $m$  est associée un couple différent de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  (cf (III.8) et (III.9)). Pour chaque longueur résonante de la cavité, il existe donc de nombreux couples de fréquences ou modes longitudinaux possibles.

Si de plus les déphasages à la réflexion sont nuls, les équations (III.8) et (III.9) montrent que les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont égales lorsque  $m$  est nul. Il apparaît donc que la dégénérescence ne peut être atteinte que lorsque la longueur optique totale de la cavité est égale à un nombre entier de longueurs d'onde de la pompe, soit une résonance sur deux. Il importe donc de choisir correctement la longueur de la cavité pour pouvoir atteindre la dégénérescence.

b) Cas où les indices  $n_1$  et  $n_2$  sont différents :

Le cristal que nous avons utilisé présente de la biréfringence. Il faut donc tenir compte dans (III.17) du terme correctif proportionnel à  $\delta n$ . Dans la pratique, la longueur est modifiée au moyen d'une cale piézoélectrique. Elle varie donc de quelques microns autour d'une longueur moyenne  $L_0$ . On peut donc avec une très bonne approximation poser :

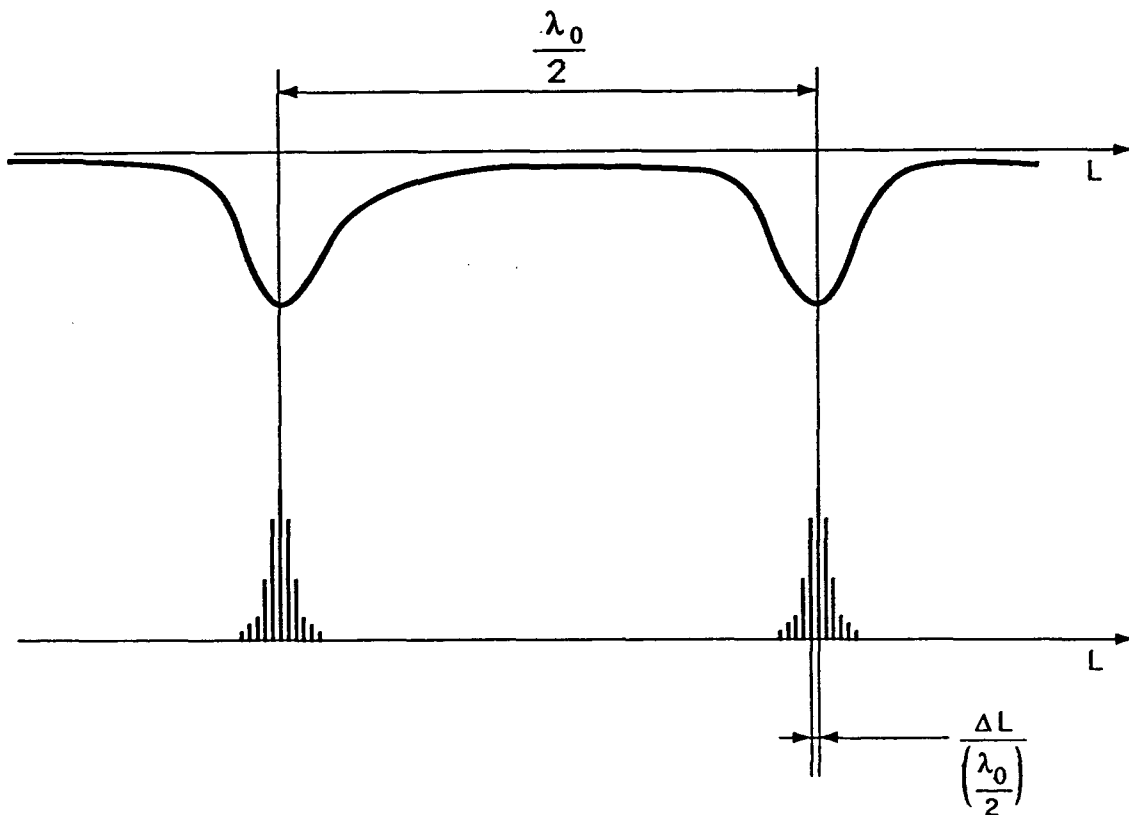
$$[2p\pi + m\pi - \bar{\theta}] = \frac{2\pi[L_0 + \bar{n}\ell]}{\lambda_0} \quad (III.19)$$

Ce qui permet d'avoir un dénominateur constant pour le terme correctif. Ce terme correctif présente une dépendance en  $m$ . Pour une valeur donnée de  $m + 2p$ , les différents couples de fréquences possibles ne sont plus obtenus pour une seule valeur de  $L$ , mais pour des valeurs

légèrement différentes pour chaque valeur de  $m$ . Cette levée de dégénérescence présente deux avantages. Le premier est de donner un moyen permettant de sélectionner un couple de fréquences donné en choisissant la longueur de résonance de la cavité. Le second est d'assurer de façon quasi certaine un fonctionnement monomode longitudinal lorsque un pic de résonance est choisi. Nous verrons au chapitre VIII que, pour une résonance donnée de la pompe, les longueurs de cavité résonantes pour les deux faisceaux signaux correspondent à des valeurs de  $m$  soit toutes paires, soit toutes impaires. Parmi toutes les valeurs de  $L$  successives possibles, seule une sur deux est autorisée. Les différents pics de résonance de la cavité sont donc espacés de :

$$\Delta L_1 = \frac{\delta n \ell \lambda_0}{[L_0 + \bar{n} \ell]} \quad (III.20)$$

Le seuil d'oscillation présente un minimum lorsque la pompe est résonante. Dans notre expérience, lorsque nous balayons la longueur de la cavité, les résonances se présentent sur l'oscilloscope comme des paquets de pics centrés sur les résonances de la pompe (cf. figure 1).



**Figure 1 : Fonctionnement de l'O.P.O. en fonction de la longueur de cavité  $L$ .**  
**Courbe du haut : résonance du champ pompe**  
**Courbe du bas : résonance des champs signaux**

L'écartement des pics dans un paquet relativement à l'écartement de deux paquets successifs

est donc donné par le rapport :

$$\frac{\Delta L_1}{\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)} = \frac{2\delta n \ell}{[L_0 + \bar{n} \ell]} \quad (III.21)$$

Nous pouvons donner un ordre de grandeur de cet écart relatif en utilisant les données numériques relatives à notre montage :

$$\delta n \simeq 0,1$$

$$\ell = 7 \times 10^{-3} m$$

$$L_0 + \bar{n} \ell = 4 \times 10^{-2} m$$

Ce qui nous donne :

$$\frac{\Delta L_1}{\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)} \simeq 4 \times 10^{-2} \quad (III.22)$$

L'intervalle séparant deux pics est donc de l'ordre du cinquantième de l'intervalle séparant deux paquets de pics.

#### Estimation de la largeur des pics

Les longueurs de cavité pour lesquelles l'O.P.O. est résonnant sont des valeurs discrètes. Dans le cas d'un laser, une variation de longueur se traduit par une variation de fréquence du faisceau engendré. Dans le cas de l'O.P.O., la somme des deux fréquences  $\omega$  et  $\omega$  est fixée; la variation de longueur ne peut donc pas entraîner une variation de fréquence. Elle provoque par contre une augmentation du seuil d'oscillation. Pour que l'O.P.O. puisse osciller, il est nécessaire que la puissance de pompe soit supérieure à la puissance de seuil. Le seuil dépend des déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  des champs signaux. Les calculs que nous avons effectués précédemment supposent que les champs signaux sont résonnants. En tenant compte de la dépendance du seuil avec l'écart à la résonance, nous pouvons donner une estimation de la largeur des pics obtenus lorsque la cavité est balayée.

Nous supposons que la pompe est résonnante, et que l'écart à la résonance est faible pour les champs signaux. En utilisant (II.76), l'expression du seuil d'oscillation prend la forme :

$$|\alpha_{0s}^{in}|^2 = \frac{\gamma_0(\gamma^2 + \delta\varphi_1^2)}{8\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (III.23)$$

Le seuil minimum obtenu lorsque  $\delta\varphi_1$  est nul est :

$$|\alpha_{0s}^{in}|_{min}^2 = \frac{\gamma_0 \gamma^2}{8\chi^2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k \ell}{2}} \quad (III.24)$$

Nous utilisons le paramètre  $\sigma$  défini au chapitre II et qui vérifie :

$$\sigma^2 = \frac{|\alpha_0^{in}|^2}{|\alpha_{0s}^{in}|_{min}^2} \quad (III.25)$$

L'écart à résonance maximum permettant l'oscillation est obtenu lorsque la puissance de pompe est égale à la puissance de seuil, soit :

$$|\alpha_0^{in}|^2 = |\alpha_{0s}^{in}|^2 \quad (III.26)$$

Ce qui se traduit par la relation :

$$\sigma^2 \gamma^2 = \gamma^2 + \delta\varphi_1^2 \quad (III.27)$$

L'écart à résonance maximum a donc pour expression :

$$|\delta\varphi_1| = \gamma \sqrt{\sigma^2 - 1} \quad (III.28)$$

Cette valeur maximale de  $\delta\varphi_1$  donne une estimation de la largeur à mi-hauteur du pic de résonance  $\Delta\varphi_1$  :

$$\Delta\varphi_1 = |\delta\varphi_1| \quad (III.29)$$

En utilisant la relation (III.1), nous obtenons l'expression de la variation de longueur correspondant à la largeur  $\Delta\varphi_1$  :

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L_2 \quad (III.30)$$

La largeur d'un pic, relative la distance séparant deux pics de résonance de la pompe, est donc :

$$\frac{\Delta L_2}{\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)} = \frac{\Delta\varphi_1}{\pi} = \frac{\gamma}{\pi} \sqrt{\sigma^2 - 1} \quad (III.31)$$

Dans le cadre de notre expérience, la transmission  $\gamma$  est de 1% ( $T=2\%$ ) ; le rapport  $\sigma$  est de l'ordre 1,1. Ceci donne :

$$\frac{\Delta L_2}{\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)} \simeq 1.5 \times 10^{-3} \quad (III.32)$$

La largeur d'un pic est donc de l'ordre du millième de la distance séparant deux pics de résonance de la pompe, ou encore du vingtième de la distance séparant deux pics successifs.

## CHAPITRE IV : FLUCTUATIONS QUANTIQUES DES CHAMPS EMIS PAR L'O.P.O.

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les solutions stationnaires des équations régissant le fonctionnement de l'O.P.O. Nous avons vu que celui-ci fournit au dessus du seuil des champs intenses. Ces champs présentent nécessairement des fluctuations d'origine quantique que nous allons étudier dans ce chapitre.

### IV.A. Généralités sur la méthode semi-classique

#### IV.A.1. Présentation de la méthode

Les fluctuations quantiques des faisceaux sont traitées par une méthode semi-classique développée par Serge Reynaud et Antoine Heidmann [30]. L'O.P.O. est considéré comme un système optique couplant des champs entrants à des champs sortants. C'est un dispositif "d'entrée sortie". Parmi les champs entrants, seul le champ pompe possède un mode dont l'amplitude a une valeur stationnaire non nulle. Les autres modes du champ pompe ainsi que les modes des champs signaux ont une valeur moyenne nulle mais présentent des fluctuations non nulles (fluctuations du vide). Ce sont ces modes qui jouent le rôle de source pour les champs régnant à l'intérieur de la cavité et couplés par l'effet paramétrique. Les entrées et sorties ont deux origines : d'une part le miroir de couplage ; d'autre part, les pertes accidentelles de l'O.P.O. dues à l'absorption et à la diffusion du cristal, ainsi que la diffusion des miroirs qui couplent les modes de l'O.P.O. à d'autres modes spatiaux. Le caractère aléatoire de ces processus est simulé en considérant que ces pertes constituent d'autres entrées-sorties du système par où pénètrent des champs de valeur moyenne nulle mais présentant des fluctuations. Chaque champ entrant est modélisé par un champ classique fluctuant ayant les mêmes propriétés statistiques que le champ quantique auquel il correspond (vide pour les modes non occupés, état cohérent par le mode stationnaire du champ pompe), c'est à dire une densité spectrale de bruit indépendante de la fréquence (bruit blanc). Les différents modes entrants ont des fluctuations décorrélées. On calcule par les équations classiques du chapitre II la réponse de l'O.P.O. à de tels champs entrants ainsi que les propriétés statistiques des champs sortants qui ont des fluctuations modifiées par rapport aux champs entrants. Il a été démontré dans le cas de l'O.P.O. en particulier que la méthode semi-classique donne exactement les mêmes résultats qu'un traitement entièrement quantique du problème [31]. L'avantage de la méthode semi-classique est d'être d'un emploi plus aisé que la méthode standard. En outre, en étant plus proche du traitement classique, elle permet d'avoir une idée plus intuitive des phénomènes étudiés.

#### IV.A.2. Expression d'un champ fluctuant dans la méthode semi-classique

Pour déterminer cette expression, nous partons du formalisme standard [32] où le champ est

décomposé sur tous les modes spatiaux. Il s'exprime par :

$$\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, t) = E_{\perp}^{+}(\vec{r}, t) + E_{\perp}^{-}(\vec{r}, t) \quad (1)$$

avec

$$E_{\perp}^{+}(\vec{r}, t) = i \int d^3k \sum_{\epsilon} \mathcal{E}_{\omega} \alpha_{\epsilon}(\vec{k}) \vec{\epsilon} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (2)$$

et

$$E_{\perp}^{-}(\vec{r}, t) = [E_{\perp}^{+}(\vec{r}, t)]^{*} \quad (3)$$

Pour chaque couple  $(\vec{k}, \omega)$  le champ est développé sur deux polarisations  $\vec{\epsilon}$  orthogonales à  $\vec{k}$ .  $\alpha_{\epsilon}(\vec{k})$  représente la projection sur la polarisation  $\vec{\epsilon}$  de la variable normale  $\alpha(\vec{k}, \vec{\epsilon})$  qui décrit le champ. La normalisation  $\mathcal{E}_{\omega}$  est choisie de telle sorte que  $|\alpha_{\epsilon}(\vec{k})|^2$  soit égal au nombre de photons dans le mode correspondant.

Nous ne considérons qu'une seule direction de propagation et une seule polarisation. Le module du vecteur d'onde et la fréquence du mode sont reliés par la relation

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (4)$$

Nous pouvons donc passer d'une somme sur les vecteurs d'onde à une somme sur les fréquences. L'expression des champs à l'origine des coordonnées a alors pour expression :

$$E^{+}(t) = \int d\omega a(\omega) e^{-i\omega t} \quad (5)$$

Dans l'approche semi-classique, l'amplitude du champ à la fréquence  $\omega$ ,  $a(\omega)$ , est une variable aléatoire classique. Les amplitudes de deux modes  $\omega$  et  $\omega'$  différents sont décorréélées. Posons :

$$\delta a(\omega) = a(\omega) - \overline{a(\omega)} \quad (6)$$

où  $\overline{a(\omega)}$  désigne la valeur moyenne sur l'ensemble statistique caractérisant la variable aléatoire  $a(\omega)$ . Nous supposons qu'un seul mode a une valeur moyenne non nulle et égale à la valeur stationnaire du champ  $\alpha_j$  du champ considéré. Cette valeur a été calculée au chapitre II. Nous effectuons le changement de variable :

$$\delta\alpha_j(\Omega) = \delta a(\omega_j + \Omega) \quad (7)$$

où  $\omega_j$  représente la fréquence du mode stationnaire. Le champ prend alors la forme suivante :

$$E_j^+(t) = \left[ \alpha_j + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_j(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\omega_j t} \quad (8)$$

Les champs entrants, qu'ils correspondent au vide de rayonnement ou à un état cohérent, ont des fluctuations dont la variance est indépendante de la fréquence. Plus précisément :

$$\overline{\delta\alpha_j(\Omega)\delta\alpha_j^*(\Omega)} = V_{\alpha_j} \quad (9)$$

$$\overline{\delta\alpha_j(\Omega)\delta\alpha_j(\Omega)} = 0 \quad (10)$$

Ces deux relations impliquent que les fluctuations sur la partie réelle et sur la partie imaginaire des champs sont identiques.

#### IV.A.3. Expression de l'intensité du champ fluctuant

L'intensité du champ est définie par

$$I_j(t) = E_j(t)E_j^+(t) = |E_j(t)|^2 \quad (11)$$

En utilisant l'expression précédente de  $E^+(t)$ ,  $I(t)$  prend la forme :

$$I_j(t) = |\alpha_j|^2 + \alpha_j^* \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_j(\Omega) e^{-i\Omega t} \quad (12)$$

$$+ \alpha_j \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_j^*(\Omega) e^{i\Omega t}$$

Nous n'avons conservé que les termes du premier ordre en  $\delta\alpha_j(\Omega)$  car nous supposons que les termes de fluctuation sont très inférieurs aux valeurs moyenne des champs.

L'intensité peut être réexprimée comme la somme d'une valeur moyenne et d'un terme de fluctuations.

$$I_j(t) = \overline{I_j(t)} + \delta I_j(t) \quad (13)$$



avec

$$\overline{I_j(t)} = |\alpha_j|^2 \quad (14)$$

et

$$\delta I_j(t) = \alpha_j^* \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_j(\Omega) e^{-i\Omega t} + \alpha_j \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_j^*(\Omega) e^{i\Omega t} \quad (15)$$

la transformée de Fourier des fluctuations d'intensité a donc pour expression :

$$\delta I_j(\Omega) = \alpha_j^* \delta\alpha(\Omega) + \alpha_j \delta\alpha_j^*(-\Omega) \quad (16)$$

Le terme de fluctuation d'intensité à la fréquence  $\Omega$  apparaît comme le battement obtenu par hétérodynage entre le champ stationnaire à la fréquence  $\omega_j$  et les fluctuations du champ à la fréquence  $\omega_j + \Omega$ .

#### IV.B. Equations de l'O.P.O. pour les fluctuations

Au paragraphe précédent, nous avons établi les bases de la théorie semi-classique. Nous l'utilisons ici pour étudier les fluctuations quantiques des champs produits par l'O.P.O.

Les trois champs stationnaires considérés au chapitre II sont remplacés par trois champs qui contiennent toutes les fréquences.

$$E_0(t) = (\alpha_0 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_0(\Omega) e^{-i\Omega t}) e^{-i\omega_0 t} \quad (17)$$

$$E_1(t) = (\alpha_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_1(\Omega) e^{-i\Omega t}) e^{-i\omega_1 t} \quad (18)$$

$$E_2(t) = (\alpha_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_2(\Omega) e^{-i\Omega t}) e^{-i\omega_2 t} \quad (19)$$

Pour étudier le couplage des différents modes par effet paramétrique, nous considérons le cas le plus simple où la condition d'accord de phase est remplie. Nous supposons de plus que le temps de propagation dans le cristal est le même pour les trois champs, ce qui permet de décrire l'effet paramétrique à l'aide du seul coefficient de couplage  $\chi$ .

Nous rappelons les équations pour les champs stationnaires :

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_0(\ell) = \bar{\alpha}_0(0) - 2\chi \bar{\alpha}_1(0) \bar{\alpha}_2(0) \\ \bar{\alpha}_1(\ell) = \bar{\alpha}_1(0) + 2\chi \bar{\alpha}_0(0) \bar{\alpha}_2^*(0) \\ \bar{\alpha}_2(\ell) = \bar{\alpha}_2(0) + 2\chi \bar{\alpha}_0(0) \bar{\alpha}_1^*(0) \end{cases} \quad (20 - b)$$

Les fluctuations à la sortie du cristal résultent de la somme des fluctuations entrantes avec celles qui sont produites par le couplage paramétrique. Ces dernières sont obtenues par l'hétérodynage entre les champs stationnaires et les champs fluctuants. La condition de conservation de l'énergie qui doit toujours être vérifiée, permet de déterminer les modes qui sont couplés.

Le terme de fluctuation à la fréquence  $\omega_0 + \Omega$  vient du couplage entre champ stationnaire à  $\omega_1$  et le champ fluctuant à  $\omega_2 + \Omega$  ainsi que du couplage entre le champ stationnaire à  $\omega_2$  et le champ fluctuant à  $\omega_1 + \Omega$  :

$$\delta\alpha_0(\Omega, \ell) = \delta\alpha_0(\Omega, 0) - 2\chi[\alpha_1(0)\delta\alpha_2(\Omega, 0) + \alpha_2(0)\delta\alpha_1(\Omega, 0)] \quad (21)$$

le terme de fluctuation à  $\omega_1 + \Omega$  provient du couplage entre le champ stationnaire à  $\omega_0$  et le champ fluctuant à  $-\omega_2 + \Omega$  ainsi que du couplage entre le champ stationnaire à  $-\omega_2$  et du champ fluctuant à  $\omega_0 + \Omega$  :

$$\delta\alpha_1(\Omega, \ell) = \delta\alpha_1(\Omega, 0) + 2\chi[\alpha_0(0)\delta\alpha_2^*(-\Omega, 0) + \alpha_2^*(0)\delta\alpha_0(\Omega, 0)] \quad (22)$$

L'expression donnant les fluctuations du champ à  $\omega_2 + \Omega$  est obtenue à partir de l'expression précédente en permutant les indices 1 et 2 :

$$\delta\alpha_2(\Omega, \ell) = \delta\alpha_2(\Omega, 0) + 2\chi[\alpha_0(0)\delta\alpha_1^*(-\Omega, 0) + \alpha_1^*(0)\delta\alpha_0(\Omega, 0)] \quad (23)$$

Pour trouver l'évolution des champs dans l'O.P.O., nous procédons de la même manière que pour les champs stationnaires en étudiant la propagation des modes sur un tour de cavité. Le mode à la fréquence  $\omega_j + \Omega$  subit un déphasage dû à la propagation égal à :

$$e^{i(\omega_j + \Omega)(\frac{L + n_j \ell}{c})} \quad (24)$$

où  $n_j$  est l'indice du cristal à la fréquence  $\omega_j$  (nous négligeons la dispersion du cristal). Nous nous plaçons dans le cas le plus simple où les modes stationnaires sont résonnants :

$$\omega_j(\frac{L + n_j \ell}{c}) = 2k_j \pi \quad k_j \in \mathcal{N} \quad (25)$$

Chaque terme de fluctuation  $\delta\alpha_j(\Omega)$  subit un déphasage égal à :

$$e^{i\Omega\tau} \quad (26)$$

où  $\tau$  est le temps d'aller-retour dans la cavité. Chaque mode à l'intérieur de la cavité est couplé aux fluctuations des champs à l'extérieur de la cavité par le miroir de couplage.

Si  $\delta\alpha_j$  est le champ avant réflexion sur le miroir et  $\delta\alpha'_j$  le champ après réflexion,  $\delta\alpha_j^{in}$  le champ entrant et  $\delta\alpha_j^{out}$  le champ sortant, les équations décrivant la composition des champs sur le miroir sont :

$$\delta\alpha'_j(\Omega) = r_j\delta\alpha_j(\Omega) + t_j\delta\alpha_j^{in}(\Omega) \quad (27)$$

$$\delta\alpha_j^{out}(\Omega) = t_j\delta\alpha_j(\Omega) - r_j\delta\alpha_j^{in}(\Omega) \quad (28)$$

La comparaison de ces deux équations montre que les coefficients de réflexion sont de signes opposés. Cela est nécessaire pour que l'énergie soit conservée entre les champs arrivant sur le miroir et les champs sortants [33].

Les équations décrivant l'évolution des fluctuations dans la cavité deviennent :

$$\begin{cases} \delta\alpha_0(\Omega) [1 - r_0 e^{-i\Omega\tau}] = -2\chi [\alpha_2 \delta\alpha_1(\Omega) + \alpha_1 \delta\alpha_2(\Omega)] r_0 e^{-i\Omega\tau} + t_0 \delta\alpha_0^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_1(\Omega) [1 - r_1 e^{-i\Omega\tau}] = 2\chi [\alpha_0 \delta\alpha_2^*(-\Omega) + \alpha_2^* \delta\alpha_0(\Omega)] r_1 e^{-i\Omega\tau} + t_1 \delta\alpha_1^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_2(\Omega) [1 - r_2 e^{-i\Omega\tau}] = 2\chi [\alpha_0 \delta\alpha_1^*(-\Omega) + \alpha_1^* \delta\alpha_0(\Omega)] r_2 e^{-i\Omega\tau} + t_2 \delta\alpha_2^{in}(\Omega) \end{cases} \quad (29)$$

En supposant que les pertes du miroir de couplage sont faibles,  $r_j$  et  $t_j$  s'expriment simplement en fonction de  $\gamma_j$  :

$$r_j = 1 - \gamma_j \quad (30)$$

$$t_j = \sqrt{2\gamma_j} \quad (31)$$

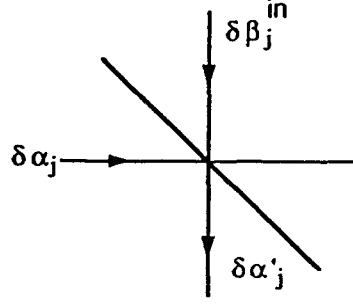
Nous considérons des fréquences de bruit très inférieures à l'intervalle spectral libre de la cavité  $\frac{1}{\tau}$ . Dans ce cas  $\Omega\tau$  est très petit devant 1 et le déphasage devient

$$e^{-i\Omega\tau} \simeq 1 - i\Omega\tau \quad (32)$$

Nous obtenons le système :

$$\begin{cases} \delta\alpha_0(\Omega) [i\Omega\tau + \gamma_0] = -2\chi [\alpha_2 \delta\alpha_1(\Omega) + \alpha_1 \delta\alpha_2(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_0} \delta\alpha_0^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_1(\Omega) [i\Omega\tau + \gamma_1] = 2\chi [\alpha_0 \delta\alpha_2^*(-\Omega) + \alpha_2^* \delta\alpha_0(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_1} \delta\alpha_1^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_2(\Omega) [i\Omega\tau + \gamma_2] = 2\chi [\alpha_0 \delta\alpha_1^*(-\Omega) + \alpha_1^* \delta\alpha_0(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_2} \delta\alpha_2^{in}(\Omega) \end{cases} \quad (33)$$

Afin de tenir compte des pertes autres que celles dues au miroir de couplage, nous utilisons de la même manière qu'au chapitre II les coefficients  $\mu_j$  qui représentent globalement ces pertes. Elles introduisent des fluctuations supplémentaires dans la cavité. On montre que ces pertes peuvent être modélisées par une lame partiellement réfléchissante de coefficient de réflexion en amplitude  $1 - \mu_j$  et de coefficient de transmission en amplitude  $\sqrt{2\mu_j}$ .



Le champ après réflexion sur la lame a pour expression

$$\delta\alpha'_j = \delta\alpha_j + \sqrt{2\mu_j}\delta\beta_j^{in} \quad (34)$$

Ce couplage est à l'origine d'un terme source supplémentaire dans les équations de l'O.P.O. Les fluctuations  $\delta\alpha_j^{in}$  et  $\delta\beta_j^{in}$  sont décorrélées. Si d'autre part, nous choisissons des valeurs réelles pour les amplitudes des champs stationnaires (cf. chapitre II), les équations donnant l'évolution des fluctuations dans l'O.P.O. deviennent :

$$\begin{cases} \delta\alpha_0(\Omega)[i\Omega\tau + \gamma_0 + \mu_0] = -2\chi[\alpha_2\delta\alpha_1(\Omega) + \alpha_1\delta\alpha_2(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_0}\delta\alpha_0^{in}(\Omega) + \sqrt{2\mu_0}\delta\beta_0^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_1(\Omega)[i\Omega\tau + \gamma_1 + \mu_1] = 2\chi[\alpha_0\delta\alpha_2^*(-\Omega) + \alpha_2\delta\alpha_0(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_1}\delta\alpha_1^{in}(\Omega) + \sqrt{2\mu_1}\delta\beta_1^{in}(\Omega) \\ \delta\alpha_2(\Omega)[i\Omega\tau + \gamma_2 + \mu_2] = 2\chi[\alpha_0\delta\alpha_1^*(-\Omega) + \alpha_1\delta\alpha_0(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_2}\delta\alpha_2^{in}(\Omega) + \sqrt{2\mu_2}\delta\beta_2^{in}(\Omega) \end{cases} \quad (35)$$

En utilisant les équations sur le miroir qui expriment les champs sortant en fonction des champs entrants et des champs dans la cavité, les équations (35) permettent d'obtenir la relation entre les fluctuations sortantes et les fluctuations entrantes, c'est-à-dire la transformation apportée à ces dernières par l'O.P.O.

#### IV.C. Fluctuations sur la différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux dans le cas équilibré

Nous nous plaçons tout d'abord dans le cas où les pertes sont identiques pour les deux champs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  :

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu \quad (36)$$

Nous avons vu alors que les champs sortant de l'O.P.O. ont même intensité (II.89) :

$$I_1^{out} = I_2^{out} \quad (37)$$

Les fluctuations de chaque champ sont données par :

$$\delta I_1^{out}(\Omega) = \alpha_1^{out}(\delta\alpha_1^{out}(\Omega) + \delta\alpha_1^{*out}(-\Omega)) \quad (38)$$

$$\delta I_2^{out}(\Omega) = \alpha_2^{out}(\delta \alpha_2^{out}(\Omega) + \delta \alpha_2^{*out}(-\Omega)) \quad (39)$$

Posons :

$$p_j(\Omega) = \delta \alpha_j(\Omega) + \delta \alpha_j^*(-\Omega) \quad (40)$$

$p_j(\Omega)$  représente la composante à la fréquence  $\Omega$  de la partie réelle des fluctuations du champ  $\alpha_j$ . Comme toutes les valeurs stationnaires sont choisies réelles,  $p_j$  représente les fluctuations d'amplitude du champ. La partie imaginaire des fluctuations donne quant-à-elle les fluctuations de phase du champ.

Le signal que nous allons étudier est la différence d'intensité entre les deux faisceaux. Les fluctuations de ce signal sont :

$$\delta I^{out}(\Omega) = \delta I_1^{out}(\Omega) - \delta I_2^{out}(\Omega) \quad (41)$$

$$= \alpha_1^{out}(p_1^{out}(\Omega) - p_2^{out}(\Omega)) \quad (42)$$

Les fluctuations de  $\delta I^{out}(\Omega)$  sont proportionnelles à la différence entre les fluctuations d'amplitude des deux faisceaux. Nous définissons la variable  $r(\Omega)$  par :

$$r(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_1(\Omega) - p_2(\Omega)) \quad (43)$$

Le coefficient  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  est introduit de manière à ce que les variables  $r$  et  $p_j$  aient même variance pour le champ du vide. Les fluctuations sur la différence d'intensité ont pour expression :

$$\delta I^{out}(\Omega) = \sqrt{2}\alpha_1^{out}r^{out}(\Omega) \quad (44)$$

L'équation donnant  $r(\Omega)$  à l'intérieur de la cavité est :

$$r(\Omega) [i\Omega\tau + 2\gamma'] = \sqrt{2\gamma}r^{in}(\Omega) + \sqrt{2\mu}r^{in'}(\Omega) \quad (45)$$

$r(\Omega)$  ne dépend pas des fluctuations introduites par la pompe. Nous avons utilisé l'expression de  $\alpha_0$  dans la cavité dans le cas où les champs sont résonnants (cf. chapitre II).

$$\alpha_0 = \frac{\gamma'}{2\chi} \quad (46)$$

L'expression de  $r^{out}(\Omega)$  est obtenue à partir des équations du miroir de couplage, soit :

$$r^{out}(\Omega) = \sqrt{2\gamma}r(\Omega) - r^{in}(\Omega) \quad (47)$$

Les fluctuations sortantes ont alors pour expression en fonction des champs entrants :

$$r^{out}(\Omega) = -\frac{[i\Omega\tau + 2\mu]}{[i\Omega\tau + 2\gamma']}r^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\gamma\mu}}{[i\Omega\tau + 2\gamma']}r^{in'}(\Omega) \quad (48)$$

$r^{in}(\Omega)$  et  $r'^{in}(\Omega)$  sont les fluctuations du vide entrant dans l'O.P.O., les variances de ces fluctuations sont identiques et indépendantes de la fréquence.

$$\overline{|r^{in}(\Omega)|^2} = \overline{|r'^{in}(\Omega)|^2} = V_r^{in} \quad (49)$$

La variance des fluctuations sortantes vaut alors :

$$S_r^{out}(\Omega) = \overline{|r^{out}(\Omega)|^2} = \left( \left| \frac{i\Omega\tau + 2\mu}{i\Omega\tau + 2\gamma'} \right|^2 + \frac{4\gamma\mu}{|i\Omega\tau + 2\gamma'|^2} \right) V_r^{in} \quad (50)$$

$$S_r^{out}(\Omega) = \left( \frac{\Omega^2\tau^2 + 4\mu\gamma'}{\Omega^2\tau^2 + 4\gamma'^2} \right) V_r^{in} \quad (51)$$

La densité spectrale de bruit est reliée à  $V_r^{out}(\Omega)$  par la relation :

$$S_I^{out}(\Omega) = \overline{|\delta I^{out}(\Omega)|^2} = 2 |\alpha_1^{out}|^2 \overline{|r^{out}(\Omega)|^2} = 2I^{out}V_r^{out}(\Omega) \quad (52)$$

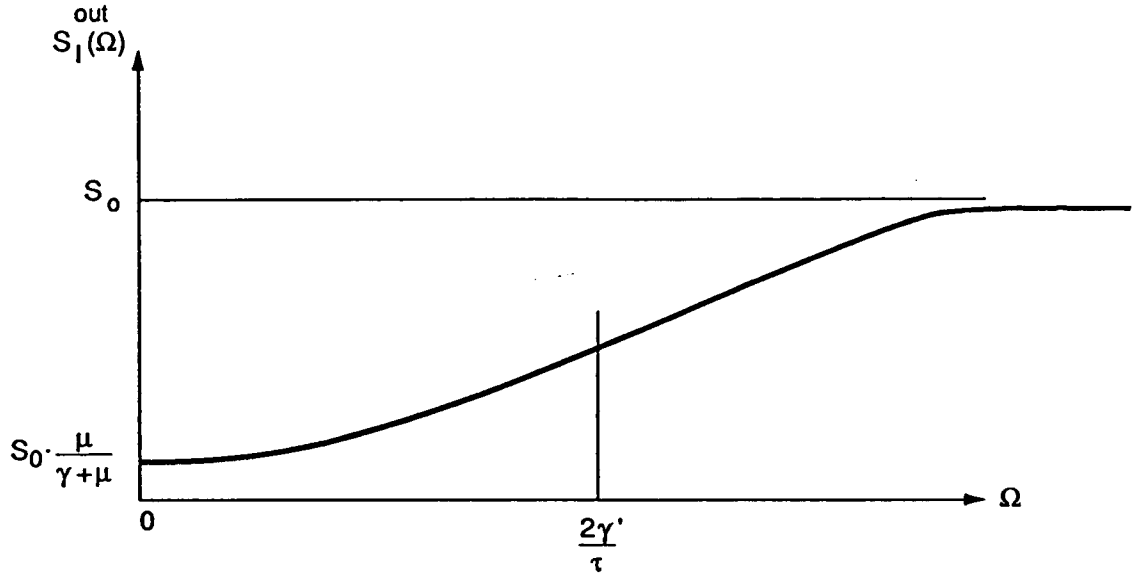
Elle peut encore s'écrire :

$$S_I^{out}(\Omega) = \left( \frac{\Omega^2\tau^2 + 4\mu\gamma'}{\Omega^2\tau^2 + 4\gamma'^2} \right) S_0 \quad (53)$$

où  $S_0$  a l'expression suivante :

$$S_0 = 2I^{out}V_r^{in} \quad (54)$$

$V_r^{in}$  est la variance des fluctuations du vide.  $S_0$  représente donc la densité spectrale de bruit d'un faisceau d'intensité moyenne  $2I^{out}$  limité par le shot-noise. Une telle densité spectrale de bruit peut être mesurée en envoyant un faisceau d'intensité moyenne  $2I^{out}$  sur une lame semi-réfléchissante. On obtient alors deux faisceaux d'intensité moyenne  $I^{out}$  dont les fluctuations sont parfaitement décorréelées.  $S_I^{out}(\Omega)$  représente donc une modification du bruit par rapport au bruit qui serait mesuré si les deux faisceaux jumeaux étaient décorrélés. La courbe donnant  $S_I^{out}(\Omega)$  est représentée ci-dessous (figure 1).



**Figure 1 : Courbe de réduction du bruit quantique en fonction de la fréquence**

Ce résultat permet de justifier ce qui a été annoncé de façon intuitive au chapitre I.

La courbe montre une réduction du bruit quantique dans la bande passante de la cavité  $\Omega_c = \frac{2\gamma'}{\tau}$ . Cette courbe est une lorentzienne. Si il n'y a pas de pertes autres que celles introduites par le miroir de couplage, le bruit est totalement supprimé à la fréquence nulle. Si il existe des pertes accidentelles caractérisées par le coefficient  $\mu$ , le bruit résiduel à la fréquence nulle est proportionnel au rapport  $\frac{\mu}{\gamma + \mu}$ , rapport entre les pertes accidentelles et les pertes totales. La réduction du bruit ne dépend pas de l'intensité de la pompe. Une fois le seuil d'oscillation franchi, la puissance de pompe n'est donc pas un paramètre critique.

#### IV.D. Fluctuations sur la différence de phase des deux faisceaux jumeaux.

Les fluctuations de phase de chaque faisceau sont données par les variables  $q_j$  représentant la partie imaginaire des fluctuations :

$$q_j(\Omega) = -i(\delta\alpha_j(\Omega) - \delta\alpha_j^*(-\Omega)) \quad (55)$$

Les fluctuations sur la différence de phase des deux faisceaux sortants sont alors :

$$S(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1^{out}(\Omega) - q_2^{out}(\Omega)) \quad (56)$$

Le spectre de fluctuations de la variable  $s$  est donnée par [34] :

$$S_s(\Omega) = \left(1 + \frac{4\gamma\gamma'}{\Omega^2\tau^2}\right) V_s^{in} \quad (57)$$

Dans le cas où il n'y a pas de perte accidentelle,  $\mu$  est nul, et les deux seuls champs sortant de l'O.P.O. sont les champs sortant par le miroir de couplage. La différence des amplitudes et la différence des phases sont deux grandeurs conjuguées. Une diminution des fluctuations quantiques de la première entraîne une augmentation des fluctuations quantiques de la seconde. Le produit des densités spectrales de bruit sur la différence des amplitudes (50) et sur la différence des phases (57) est une constante indépendante de la fréquence.

$$S_r(\Omega).S_s(\Omega) = V^{in^2} \quad (58)$$

où l'on a posé  $V_s^{in} = V_r^{in} = V^{in}$ . Les champs entrants étant le vide, les variances de leurs fluctuations sur la différence des amplitudes et sur la différence des phases sont égales. Lorsque  $\mu$  est nul, la réduction du bruit sur la différence d'intensité des deux faisceaux est parfaite à fréquence nulle (53). Cela implique une divergence des fluctuations de la différence de phase de ces faisceaux à fréquence nulle et qui apparaît bien dans l'expression (57). Bien que le calcul ait été effectué en supposant les fluctuations petites par rapport aux champs moyens, on obtient le même résultat que dans un calcul exact [35]. Nous avons vu dans les équations de l'O.P.O. (chapitre II) que seule la somme des phases des deux faisceaux est fixée et égale à la phase du champ pompe. La différence des phases des deux champs est par contre libre de diffuser et donc de prendre des valeurs très grandes pour des temps très longs. Les fluctuations de la différence de phase divergent donc à fréquence nulle, ce qui autorise en contre-partie une suppression totale des fluctuations sur la grandeur conjuguée, c'est-à-dire la différence des amplitudes.

#### IV.E. Fluctuations d'intensité pour un seul faisceau

Dans la suite de ce chapitre, nous énonçons un certain nombre de résultats importants pour l'expérience. Les calculs détaillés ont été présentés dans ([34],[36]). Dans le dispositif expérimental de détection des faisceaux jumeaux, l'intensité de chacun des deux faisceaux est mesurée indépendamment à l'aide d'une photodiode. Il est donc important de connaître les fluctuations d'intensité d'un faisceau. La densité spectrale de bruit d'intensité d'un seul faisceau peut être déterminée à l'aide des équations gouvernant l'O.P.O. par une méthode analogue à celle que



nous avons présentée au paragraphe précédent. Dans le cas où les pertes sont identiques pour les deux faisceaux, elle a pour expression :

$$S_{I_1}(\Omega) = \frac{S_0}{2} \left[ 1 - \frac{8\gamma\gamma'^3\sigma(\sigma-2)}{(\Omega^2\tau^2 + 4\gamma'^2)(\Omega^2\tau^2 + 4\gamma'^2(\sigma-1)^2)} \right] \quad (59)$$

$\frac{S_0}{2}$  représente le shot-noise d'un des deux faisceaux jumeaux.  $\gamma$  représente la transmission du miroir de couplage,  $\gamma' = \gamma + \mu$  représente les pertes totales sur un tour pour le faisceau.  $\sigma$  est la racine carrée du rapport entre l'intensité du faisceau de pompe et l'intensité de seuil. La fonction  $S_{I_1}(\Omega)$  est représentée sur la figure 2. Lorsque l'O.P.O. fonctionne près du seuil,  $\sigma$  est proche de 1. Le faisceau présente alors un excès de bruit à basse fréquence. Il faudra s'assurer que cet excès de bruit ne sature pas les détecteurs utilisés dans l'expérience. Lorsque  $\sigma = 2$ , le faisceau présente un bruit qui est exactement le shot-noise. Lorsque l'O.P.O. fonctionne très au-dessus du seuil, le bruit du faisceau est réduit par rapport au shot-noise. La réduction est maximale à fréquence nulle. Le bruit du faisceau à fréquence nulle a alors pour expression :

$$S_{I_1} = \frac{S_0}{2} \left( 1 - \frac{\gamma}{2\gamma'} \right) \quad (60)$$

Si il n'y a pas de perte autre que la transmission du miroir, le faisceau présente une réduction du bruit quantique de 50% . Pour comprendre cet effet, il faut considérer le processus de création de paires de photon de manière globale. Lorsque l'O.P.O. fonctionne très au-dessus du seuil, l'émission de paires n'est plus sensible au bruit du faisceau pompe. De même qu'un laser pompé très au dessus du seuil produit un état cohérent , donc un faisceau limité par le shot-noise, le faisceau comprenant toutes les paires de photons à un bruit égal au shot-noise d'un faisceau d'intensité  $I_1 + I_2$ . Les fluctuations des deux champs sont parfaitement corrélées. Pour obtenir les fluctuations de la somme des intensités, à partir des fluctuations de chaque faisceau il faut donc additionner directement les champs fluctuants, et non pas les variances de ces champs. Le bruit sur  $I_1 + I_2$  est donc égal à 4 fois le bruit sur l'un des faisceaux et non pas au double. Il est par conséquent nécessaire que le bruit sur un faisceau soit la moitié du shot-noise pour que le bruit sur le somme des intensités soit le shot-noise.

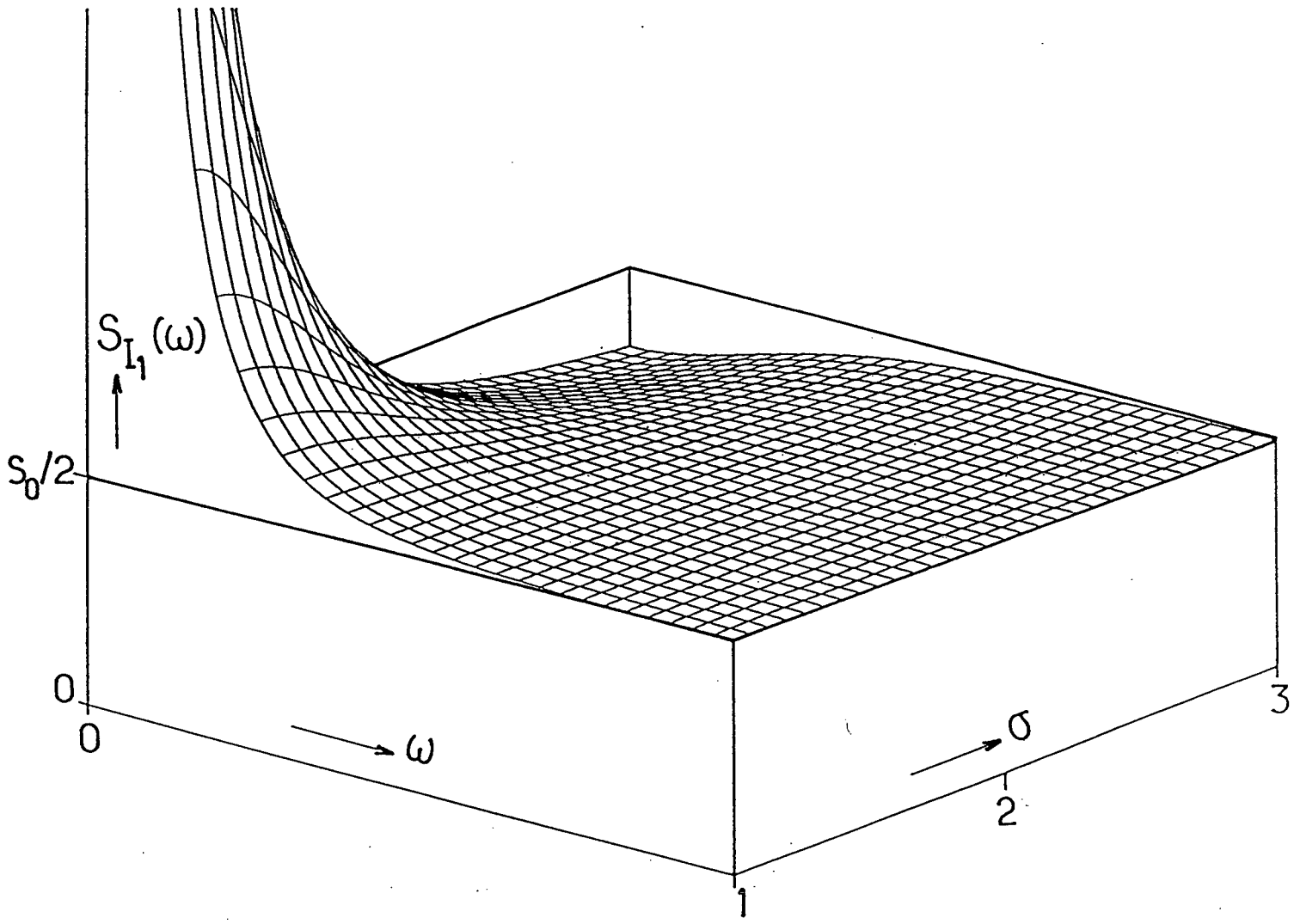


Figure 2

## IV.F. Autres résultats

### IV.F.1. Effet d'un écart à la résonance

Les expressions donnant l'évolution des fluctuations dans l'O.P.O. ont été déterminées en supposant que les champs stationnaires étaient résonnants avec la cavité. Il est possible de tenir compte d'éventuels écarts à la résonance [34]. On trouve que la réduction du bruit quantique sur la différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux n'est pas modifiée. Cela peut se comprendre en notant qu'un écart à la résonance modifie le niveau moyen des faisceaux produits (augmentation du seuil effectif) mais n'affecte pas la corrélation entre leurs fluctuations.

### IV.F.2. Influence d'un déséquilibre entre les intensités des deux faisceaux jumeaux

Jusqu'à présent, nous avons considéré que les pertes étaient identiques pour les deux faisceaux. Si elles sont différentes les intensités des deux faisceaux jumeaux sortant par le miroir de couplage ne sont plus égales (II.89). L'expression générale donnant le bruit sur  $I_1 - I_2$  peut être trouvée dans [34]. Nous la donnons dans le cas le plus simple où les trois champs sont résonnants dans la cavité. Dans un premier temps, nous considérons de plus que la pompe est limitée par le shot-noise. Le bruit sur la différence des intensités a alors pour expression :

$$S_I(\Omega) = 1 + \frac{N}{D} \quad (61)$$

avec :

$$N = 8\gamma'_1\gamma'_2 \left[ \Omega^2\tau^2 + \sigma^2(\gamma'_1 + \gamma'_2)^2 \right] [g_d^2 - (\sigma - 1)^2 g_s^2 - \Omega^2\tau^2\gamma_1\gamma_2] \quad (62)$$

$$D = g_s \left\{ \Omega^2\tau^2 \left[ \Omega^2\tau^2 - 4(\sigma - 1)\gamma'_1\gamma'_2 - (\gamma'_1 + \gamma'_2)^2\sigma^2 \right]^2 + 4(\gamma'_1 + \gamma'_2)^2(\Omega^2\tau^2 - 2(\sigma - 1)\gamma'_1\gamma'_2)^2\sigma^2 \right\} \quad (63)$$

$$g_s = \gamma'_1\gamma_2 + \gamma_1\gamma'_2 \quad (64)$$

$$g_d = \gamma_1\gamma'_2 - \gamma_2\gamma'_1 \quad (65)$$

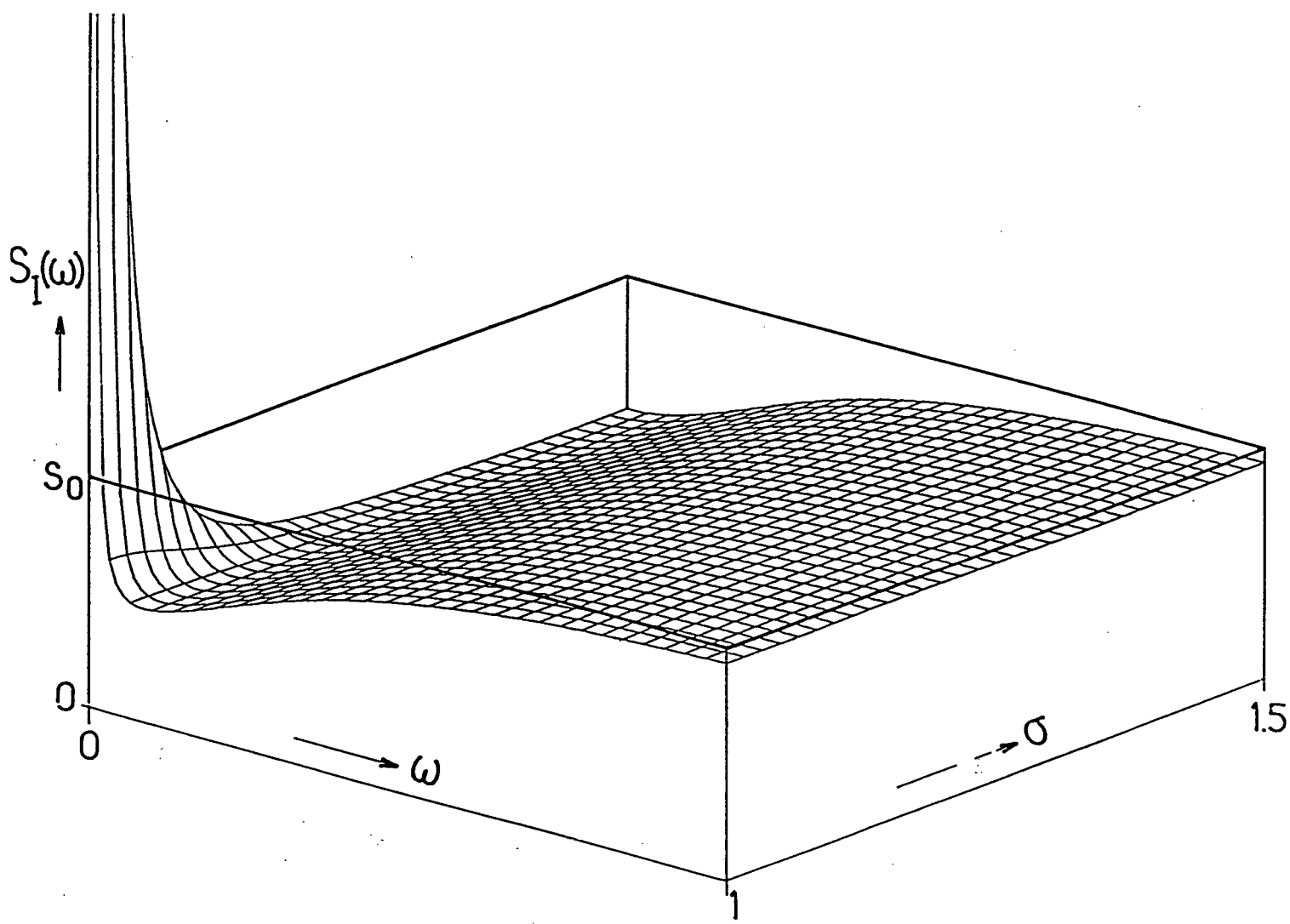


Figure 3

La figure 3 montre le spectre de bruit sur  $I_1 - I_2$  en fonction de  $\Omega$  et  $\sigma$  pour une différence d'intensité entre les deux faisceaux de 15%. Le déséquilibre entre les deux faisceaux a pour effet d'introduire une remontée de bruit à basse fréquence et pour des valeurs de  $\sigma$  proches de 1. Les valeurs stationnaires des deux faisceaux n'étant plus identiques, leurs fluctuations propres ne sont plus totalement éliminées lorsqu'on mesure la différence des deux intensités. Or ces fluctuations propres présentent un excès de bruit à basse fréquence lorsque l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil (59). C'est cet excès de bruit qui apparaît sur le spectre de  $I_1 - I_2$ . L'expression de celui-ci à fréquence nulle est la suivante :

$$S_I(0) = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_1}{\gamma_1'} + \frac{\mu_2}{\gamma_2'} \right) + \frac{(\gamma_1\gamma_2' - \gamma_2\gamma_1')^2}{2(\gamma_1\gamma_2' + \gamma_2\gamma_1')\gamma_1'\gamma_2'(\sigma - 1)^2} \quad (66)$$

Dans le cas où les pertes sont identiques, on retrouve bien l'expression de la réduction du bruit optimum obtenue à fréquence nulle (53). Le terme de bruit en excès est d'autant plus important que la différence entre les pertes est importante et que l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil. En supposant que les pertes accidentelles  $\mu_j$  sont faibles devant la transmission des miroirs  $\gamma_j$ , l'expression du bruit en excès à fréquence nulle devient :

$$\frac{\left[ \frac{\mu_2}{\gamma_2} - \frac{\mu_1}{\gamma_1} \right]^2}{4(\sigma - 1)^2} \quad (67)$$

Il apparaît donc qu'il n'y a pas de bruit ajouté sur le spectre de  $I_1 - I_2$  si les pertes accidentelles sont nulles. Il est difficile de réaliser cette condition en pratique, mais on peut s'en approcher en augmentant la transmission du miroir de couplage afin de rendre le rapport  $\mu_j/\gamma_j$  aussi faible que possible.

Nous avons vu précédemment qu'en diminuant ce rapport, on augmente également le taux de réduction maximum des fluctuations quantiques sur  $I_1 - I_2$ . C'est donc un moyen d'améliorer globalement les résultats de l'expérience. Sa seule limitation étant due à l'augmentation du seuil d'oscillation qu'elle entraîne.

En présence de pertes accidentelles, l'excès de bruit est d'autant plus important que l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil d'oscillation. Il importe donc de régler son point de fonctionnement le plus loin possible de ce seuil.

La figure 3 montre que dans le cas où l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil d'oscillation, la remontée de bruit n'affecte que la zone de basse fréquence et laisse subsister une large plage de fréquence où le bruit sur  $I_1 - I_2$  est inférieur au shot-noise. Dans les expressions précédentes, nous

avons supposé que le faisceau de pompe est limité par le shot-noise. En pratique le faisceau laser utilisé pour pomper l'O.P.O. présente un excès de bruit à basse fréquence. Lorsque les pertes sont identiques pour les deux faisceaux jumeaux, cet excès de bruit s'élimine sur le signal de différence. Dans le cas contraire, il provoque une remontée de bruit supplémentaire à basse fréquence, ce qui est représenté sur la figure 4. Si le bruit en excès sur la pompe n'est pas trop important, la zone de fréquence où le bruit est réduit reste importante.

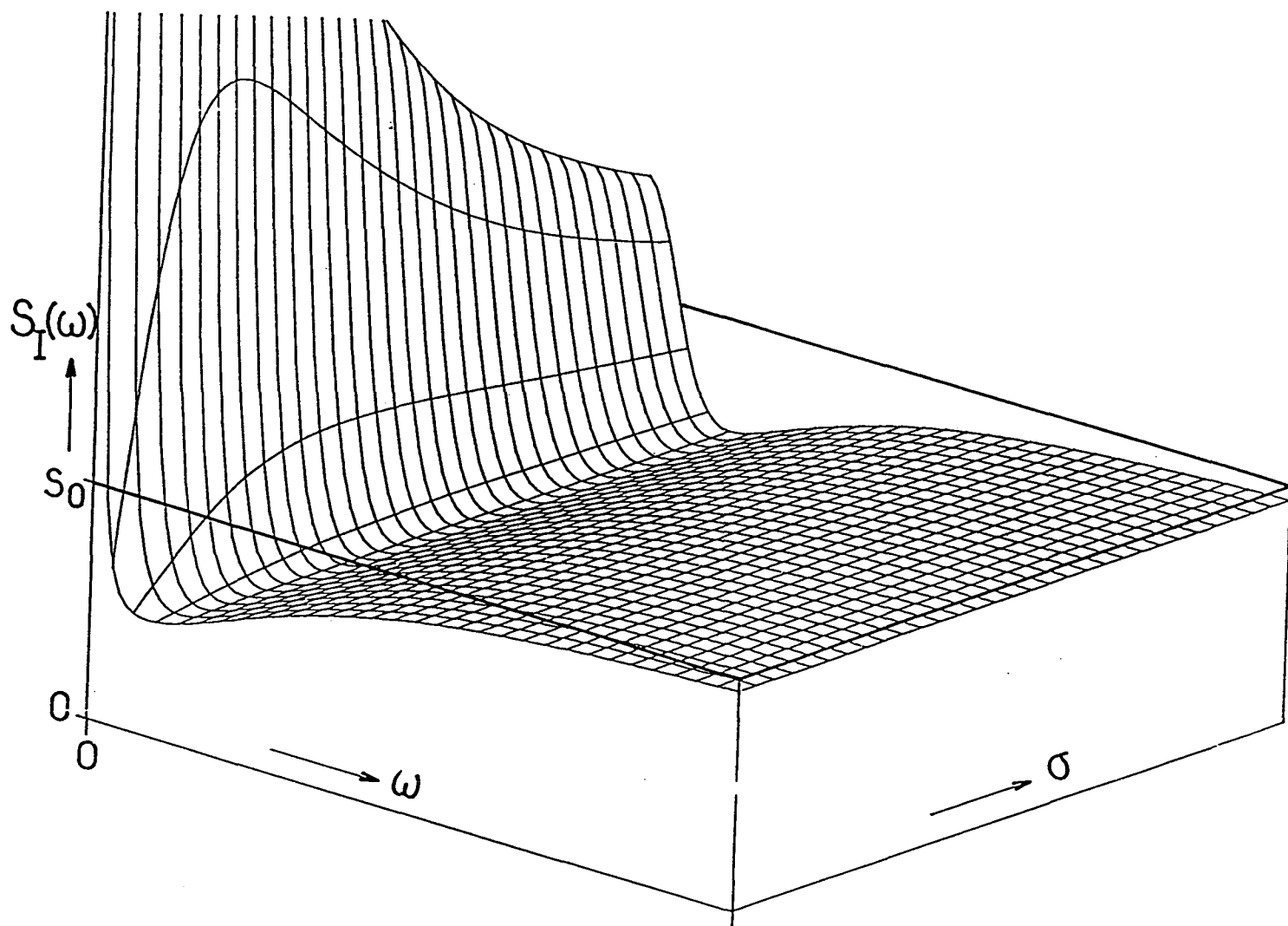


Figure 4

L'effet du déséquilibre entre les deux voies de l'O.P.O. est donc essentiellement d'introduire une remontée du bruit dans le domaine des basses fréquences sans altérer notablement la réduction du bruit dans le reste de la bande passante de réduction du bruit.

Il est possible de remédier en partie au problème de la différence d'intensité des deux faisceaux sortant de l'O.P.O. en effectuant un rééquilibrage externe [34]. Pour cela, on peut introduire des pertes sur le faisceau le plus intense afin que les deux faisceaux détectés aient la même intensité. L'excès de bruit à basse fréquence est alors nettement diminué. En contrepartie, les pertes ajoutées introduisent une nouvelle source de fluctuation du vide qui provoquent une décorrélation des faisceaux. En pratique, le déséquilibre entre les deux faisceaux est faible et donc les pertes nécessaires à l'équilibrage externe sont faibles. La décorrélation introduite est donc faible. D'autre part, la réduction de l'excès de bruit permet d'étudier la corrélation à des fréquences plus basses, là où elle est la plus importante. L'effet du rééquilibrage externe apparaît donc globalement avantageux.

#### IV.G. Conclusion

L'approche semi-classique permet d'étudier en détail les propriétés quantiques de l'oscillateur paramétrique. Elle prévoit que la suppression du bruit quantique sur la différence des intensités peut être parfaite à fréquence nulle. Cette réduction du bruit est limitée par les pertes accidentelles subies par les faisceaux jumeaux. Afin de les diminuer, il est nécessaire d'utiliser des éléments de très bonne qualité. Le miroir de sortie doit avoir la transmission la plus élevée possible compte tenu de la puissance de pompe disponible. Pour une valeur donnée des pertes accidentelles, l'augmentation de la transmission du miroir de sortie permet d'accroître la zone de fréquence où le bruit est réduit et de diminuer le bruit résiduel à fréquence nulle. Le bruit sur la différence d'intensité n'est sensible ni au déphasage des champs signaux dans la cavité, ni à la puissance de pompe une fois le seuil atteint. Il est par contre sensible au déséquilibre entre les pertes pour les deux voies de l'O.P.O. qui se traduit par une remontée de bruit à basse fréquence due au bruit propre des faisceaux engendrés et par un éventuel bruit en excès du laser de pompe.

Finalement, le bruit sur la différence des intensités est d'autant moins important que les pertes accidentelles sont faibles et que l'O.P.O. fonctionne très au dessus du seuil d'oscillation. Un moyen pour réduire le déséquilibre est de régler l'O.P.O. pour qu'il émette des faisceaux de fréquences les plus proches possibles. Afin que le miroir de sortie ait des transmissions quasiment identiques pour chaque faisceau. Enfin, un rééquilibrage externe de l'intensité des deux faisceaux jumeaux permet de réduire notablement l'excès de bruit.

## CHAPITRE V: MONTAGE EXPERIMENTAL

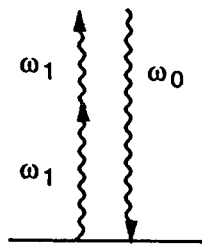
Dans ce chapitre, nous allons décrire le montage expérimental que nous avons réalisé pour obtenir des faisceaux présentant une corrélation au niveau quantique. Nous donnons une description des différents éléments qui le composent, ainsi que les raisons amenant au choix des divers composants utilisés. La figure 1 représente l'ensemble du montage expérimental. Il est composé de trois parties essentielles : le laser de pompe et sa stabilisation en fréquence, l'oscillateur paramétrique, le système de détection des faisceaux produits par l'oscillateur paramétrique.

### V.A. Oscillateur paramétrique

L'oscillateur paramétrique constitue l'élément fondamental de l'expérience. Il est essentiellement composé d'un cristal non linéaire qui engendre les photons jumeaux, et d'une cavité optique qui les recycle.

#### V.A.1. Choix du milieu non linéaire

Le choix du milieu non linéaire est crucial, car il conditionne celui de tous les autres éléments. Pour qu'un milieu matériel puisse être le siège d'effet paramétrique, il est nécessaire qu'il ne possède pas de centre de symétrie. Cette condition exclut l'emploi des gaz. Certains cristaux ont un effet paramétrique important. Ils ont de plus l'avantage d'être d'un emploi aisé. Les candidats pour la génération paramétrique doivent être recherchés parmi les cristaux utilisés pour le doublage de fréquence. En effet, le doublage de fréquence (schématisé sur la figure 2) est le processus inverse de l'effet paramétrique.



**Figure 2 : Processus élémentaire du doublage de fréquence**

Lors de ce processus, deux photons à la fréquence fondamentale  $\omega_1$  sont annihilés pour créer un photon à la fréquence double  $\omega_0$ . Inversement, il est possible de pomper ces cristaux avec un faisceau à la fréquence  $\omega_0$  pour obtenir de l'effet paramétrique, et créer deux photons à la fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .



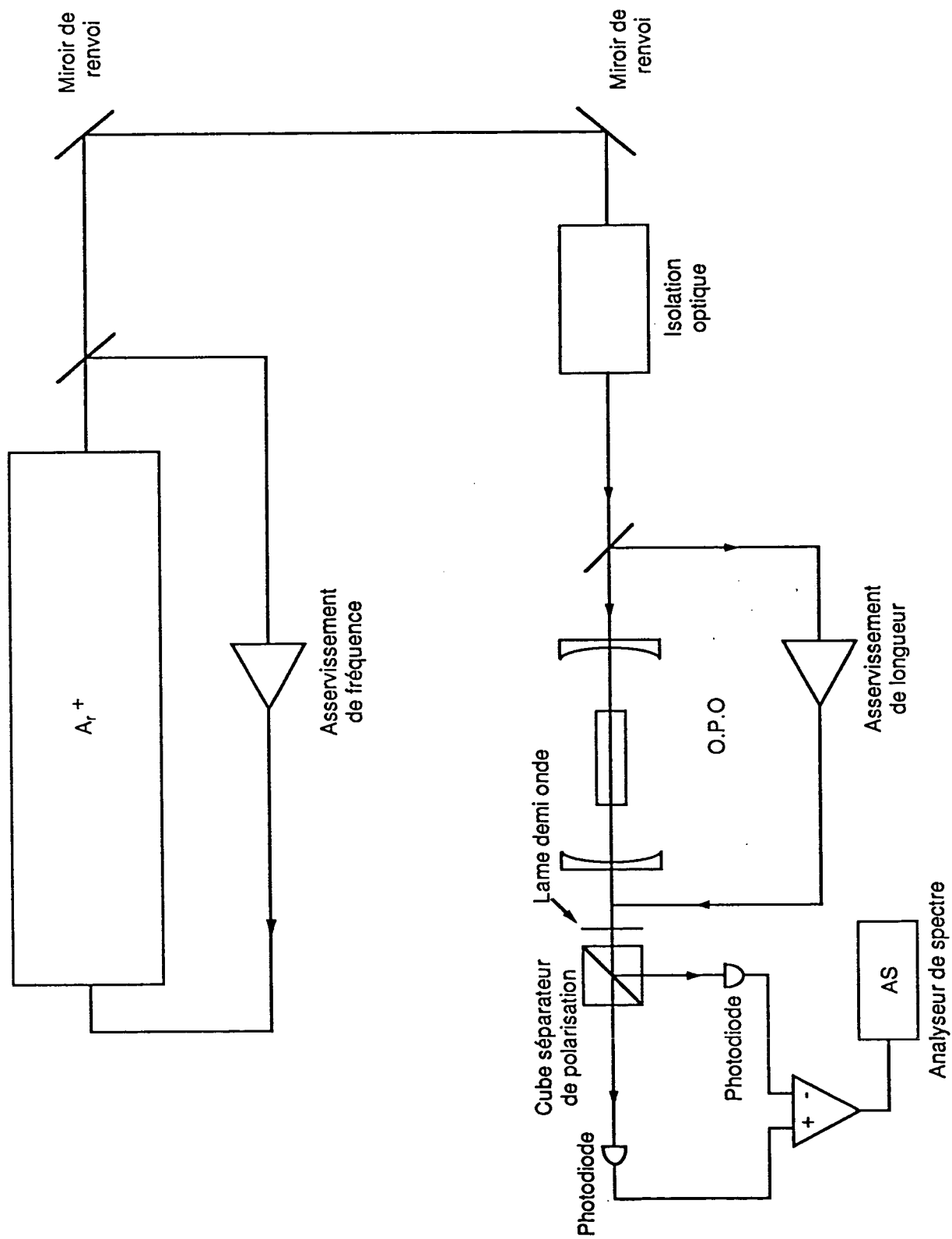


Figure 1 : Schéma général du montage expérimental permettant de produire les faisceaux jumeaux et d'observer leur corrélation

Les cristaux les plus couramment utilisés pour le doublage de fréquence sont le KDP ( $KH_2PO_4$ ) et le Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ). Dans ces cristaux, l'accord de phase peut être réalisé en utilisant la biréfringence (voir annexe 2). Ils présentent de plus une bonne efficacité de conversion entre le signal fondamental et la signal doublé. Un cristal apparu sur le marché plus récemment est le KTP ( $KTiOPO_4$ ). Il est utilisé dans des appareils commerciaux pour le doublage de l'infrarouge produit par les lasers YAG ( $1,06 \mu m$ ) pour obtenir de la lumière visible ( $\lambda = 532nm$ ). C'est l'un des cristaux doubleurs les plus efficaces actuellement. Outre sa grande efficacité, nous verrons plus loin qu'il présente de nombreuses caractéristiques intéressantes pour notre expérience. C'est ce cristal qui a été retenu pour la réalisation de l'oscillateur paramétrique.

Le pompage se fait alors au voisinage de 530 nm et l'émission au voisinage de  $1,06 \mu m$ . L'utilisation de ces deux longueurs d'onde présente beaucoup d'intérêt. Il existe des lasers puissants autour de 530 nm (YAG doublé : 532 nm ;  $Ar^+$  : 528nm). Ces lasers sont capables de produire des puissances de l'ordre de 500mW continus en fonctionnement monomode. Ces puissances élevées permettent donc d'envisager un oscillateur paramétrique fonctionnant de façon continue (alors que la plupart fonctionnent en pulses). Cela est essentiel pour la détection des photons jumeaux. Il existe de plus de très bons détecteurs à  $1,06 \mu m$  (InGaAs), ayant une efficacité quantique de l'ordre de 90% .

#### V.A.2. Caractéristiques du cristal de KTP

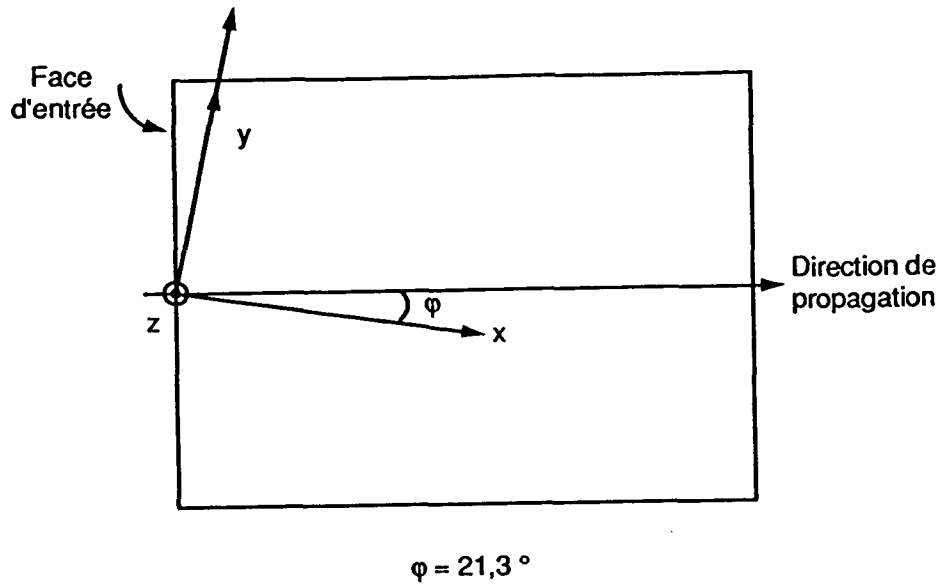
Le cristal de KTP est disponible sur le marché sous la forme de monocristaux de très bonne qualité optique ayant une longueur de l'ordre de 1 cm. Les pertes par absorption sont extrêmement faibles dans l'infrarouge : 0,2% /cm et le seuil de dommage très élevé ( $5MW/cm^2$  à 532 nm).

Les coefficients non linéaires du KTP sont donnés par l'intermédiaire du tenseur piézo-électrique  $d_{ijk}$  . Ses coefficients ont pour valeur [37] :

$$\begin{aligned} d_{zxx} &= 6,5 \times 10^{-12} m/V \\ d_{zyy} &= 5 \times 10^{-12} m/V \\ d_{zzz} &= 13,7 \times 10^{-12} m/V \\ d_{yyz} &= 7,6 \times 10^{-12} m/V \\ d_{xxz} &= 6,1 \times 10^{-12} m/V \end{aligned} \tag{IV.1}$$

Les axes sont repérés par rapport à la figure 3. Le coefficient effectif déterminant l'importance du couplage paramétrique est une combinaison de ces coefficients dépendant de la direction de propagation choisie pour obtenir l'accord de phase [38](figure 3). Dans notre cas, il a pour valeur .

$$d_{eff} = 7,3 \times 10^{-12} m/V \tag{IV.2}$$



**Figure 3 : Cristal de KTP taillé pour le doublage de fréquence**

Pour les effets non linéaires d'ordre 2, le tenseur non-linéaire est relié au tenseur piézo-électrique par la relation [8] :

$$\chi_{ijk} = 2d_{ijk} \quad (IV.3)$$

Le coefficient non-linéaire effectif a donc pour valeur :

$$\chi_{eff} = 15 \times 10^{-12} m/V \quad (IV.5)$$

Les indices du cristal ont été donnés dans la partie traitant de l'accord de phase. L'un des champs signaux se propage avec une polarisation ordinaire. L'autre champ signal et le champ pompe se propagent selon une polarisation extraordinaire. Pour chacun de ces champs, l'accord de phase est réalisé en ajustant l'indice extraordinaire, c'est-à-dire la direction de propagation. Le vecteur de Poynting fait alors un angle  $\alpha$  avec la direction commune des vecteurs d'onde appelé angle de double-réfraction ou walk-off et qui a pour effet de diminuer le couplage non-linéaire. De plus, comme les faisceaux ont une section limitée (faisceaux gaussiens focalisés), il provoque une limitation de la zone d'interaction hors de laquelle les faisceaux sont séparés. Les valeurs des angles

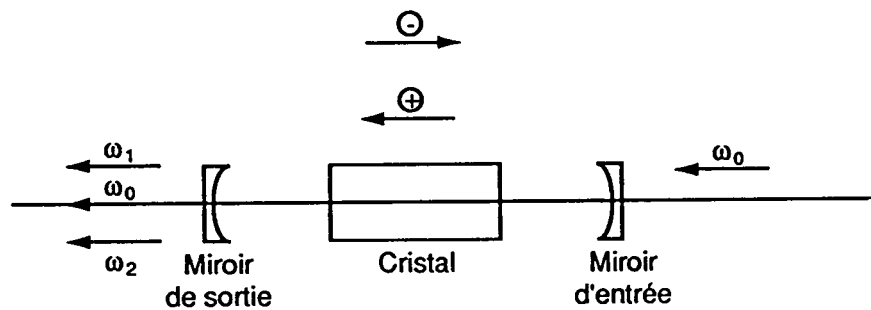
du walk-off sont données dans [37]. Dans notre cas (accord de phase de type II dans le plan  $x,y$ ), ils ont pour valeur :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1\text{mrad} \quad \text{à} \quad 532\text{nm} \\ \alpha &= 1,3\text{mrad} \quad \text{à} \quad 1,06\mu\text{m} \end{aligned} \tag{IV.6}$$

L'accord de phase dans le KTP est obtenu à température ambiante, ce qui évite d'avoir à chauffer le cristal. On évite ainsi le problème de dégradation des modes dans la cavité lié à la convection de l'air chauffé par le cristal. Comme l'accord de phase est de type II, les deux faisceaux jumeaux sont produits avec des polarisations orthogonales, ce qui présente un gros avantage dans notre cas, car il permet de les séparer aisément à l'aide d'un cube polariseur.

### V.A.3. Cavité de l'oscillateur paramétrique

La cavité la plus simple permettant de réaliser l'oscillateur est une cavité linéaire formée de deux miroirs. C'est cette solution qui a été retenue. Elle est schématisée sur la figure 4.



**Figure 4 : Schéma de l'oscillateur paramétrique**

#### V.A.3.a. Traitements des miroirs utilisés

La formule donnant le seuil d'oscillation de la cavité (II.75) montre qu'on a intérêt a priori à utiliser des miroirs de haute réflectivité à la fois pour le champ pompe et pour les champs signaux. La configuration choisie est cependant haute réflectivité dans l'infrarouge et basse réflectivité pour le laser de pompe. Une cavité de bonne finesse pour la pompe présente un certain nombre d'inconvénients pratiques liés au fait qu'un fonctionnement triplement résonant du système est plus difficile à atteindre qu'un fonctionnement doublement résonant. Il existe en effet des déphasages à la réflexion sur les miroirs et une dispersion des indices dans le cristal qui font que les résonances

pour le faisceau de pompe et les faisceaux infrarouges ne sont pas obtenus pour une même valeur de la longueur de la cavité. Ceci entraîne une élévation du seuil de fonctionnement de l'O.P.O. (II.75). L'utilisation d'une cavité de faible finesse pour la pompe permet d'obtenir des pics de résonance larges pour la pompe et donc de supprimer le problème de coïncidence avec la résonance de l'infrarouge. Les miroirs utilisés ont un coefficient de réflexion de 60% à 530 nm, ce qui donne une finesse de 6.

La cavité doit être résonnante pour l'infrarouge. On désire de plus que les photons ne sortent que par un seul miroir appelé miroir de sortie (cf. figure 4). Le miroir d'entrée a donc un coefficient de réflexion très élevé pour l'infrarouge ( $t = 0,1\%$ ). Nous disposons de plusieurs miroirs de sortie avec différentes valeurs de transmission  $T = 0,1\%$  ( $R_{max}$ );  $T=1\%$  ;  $T=1,6\%$  . Le miroir  $R_{max}$  permet d'obtenir le seuil le plus bas (II.72). C'est lui qui est utilisé pour tous les réglages préliminaires. Les miroirs de transmission 1% et 1,6% permettent d'observer le squeezing. Celui-ci est d'autant meilleur que la transmission du coupleur de sortie est élevé. Evidemment, une augmentation de la transmission du couple de sortie se traduit par une augmentation du seuil d'oscillation de l'O.P.O. L'une des difficultés essentielles de l'expérience est d'arriver à faire fonctionner l'O.P.O. lorsque celui-ci a un seuil élevé. Pour minimiser les pertes, l'autre face des miroirs est traitée antireflet pour la longueur d'onde des faisceaux signaux. V.A.3.b. Géométrie de la cavité

La courbe de réduction du bruit en fonction de la fréquence (chap.IV fig.1) a une bande passante inversement proportionnelle au temps mis par les champs pour effectuer un aller-retour dans la cavité. Nous avons donc intérêt à utiliser une cavité la plus courte possible afin d'augmenter cette bande passante. De ce point de vue, la cavité optimale aurait une longueur proche de celle du cristal. La cavité doit cependant satisfaire une autre condition qui est de permettre l'optimisation de la conversion dans le cristal. Pour cela, les faisceaux doivent être focalisés. Ce sont des faisceaux gaussiens caractérisés par leur paramètre confocal  $b$  :

$$b = \frac{2\pi W^2}{\lambda} \quad (IV.7)$$

où  $W$  est le waist du faisceau et  $\lambda$  sa longueur d'onde. Le couplage non-linéaire est optimum lorsque les trois faisceaux ont un paramètre confocal identique et de l'ordre de la longueur du cristal [40]. Les faisceaux signaux étant résonants dans la cavité, leur paramètre confocal est déterminé par les caractéristiques géométriques de celles-ci. Il est donc nécessaire que la cavité ait un paramètre confocal de l'ordre de la longueur du cristal. Afin de réaliser le compromis entre l'efficacité de conversion et le temps de parcours de la cavité, nous avons choisi une configuration intermédiaire entre la cavité confocale et la cavité concentrique.

Les miroirs utilisés ont des rayons de courbure de 20 mm. La longueur géométrique de la cavité

est 35 mm. Le cristal a une longueur de 7 mm et un indice  $n \simeq 1,7$ . Pour les effets transverses, il est donc équivalent à une longueur effective d'air égale à  $\ell/n$  soit 4mm. La longueur effective de la cavité est donc égale à 32 mm [41]. Le paramètre confocal est donné par la formule suivante [41] :

$$b = \sqrt{d(2R - d)} \quad (IV.8)$$

où  $d$  représente la longueur effective de la cavité et  $R$  le rayon de courbure des miroirs. Nous obtenons dans notre cas :

$$b = 16mm \quad (IV.9)$$

Cette valeur est un peu plus du double de la longueur du cristal, ce qui permet d'avoir une conversion proche de l'optimum.

Le temps de parcours des photons dans la cavité est donné par l'expression :

$$\tau = \frac{2(L + \ell(n - 1))}{c}$$

La largeur à mi-hauteur de la zone de réduction du bruit quantique est donnée par ( ) :

$$\nu_c = \frac{\gamma'}{\pi\tau}$$

Avec les valeurs précédentes des paramètres de la cavité, et des pertes totales  $\gamma'$  égale à 0,01, la largeur attendue est :

$$\nu_c = 12MHz$$

### V.A.3.c. Estimation du seuil d'oscillation de l'O.P.O.

Nous considérons ici le cas de l'O.P.O. doublement résonnant qui se rapproche le plus du montage expérimental et qui est traité dans la partie (II.D). Nous utilisons l'expression (9) qui donne le nombre de photons de pompe dans le volume d'interaction  $V$  nécessaires pour atteindre le seuil d'oscillation de l'O.P.O. Elle fait intervenir le coefficient  $\chi$  qui est relié au coefficient non linéaire effectif (noté  $K$ ) par les relations (II.55) et (II.44). Nous obtenons :

$$|\alpha_{0_s}^{in}| = \frac{2\gamma'_1\gamma'_2 c^2 \mathcal{E}_0 \cos^2 \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 n_0^2 n_1 n_2}{\ell^2 K^2 \hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2} \cdot V \quad (IV.10)$$

Les faisceaux sont focalisés dans le cristal. Nous assimilons la pompe à une onde plane limitée transversalement et dont la section a une surface égale à  $\frac{\pi W_0^2}{2}$  où  $W_0$  est le waist du mode gaussien. Le volume d'interaction est donc :

$$V = \ell \cdot \frac{\pi W_0^2}{2} \quad (IV.11)$$

Soit en fonction du paramètre confocal de la cavité  $b$  :

$$V = \ell \cdot \frac{\lambda_0 \cdot b}{4} \quad (IV.12)$$

En multipliant le nombre de photons de pompe au seuil par l'énergie d'un photon  $\hbar\omega_0$  et en divisant par le temps de parcours du cristal par l'onde pompe,  $\tau_0 = \frac{n_0 \ell}{c}$ , nous obtenons la puissance nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation :

$$P_{0_s}^{in} = \frac{\gamma'_1 \gamma'_2 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_0 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot b \cos^2 \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 n_0 n_1 n_2}{8\pi^2 \ell^2 K^2} \quad (IV.13)$$

Nous calculons le seuil pour un miroir de sortie de transmission 1,6% en intensité. Ce qui donne  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,8\%$ . En estimant les pertes accidentelles à  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2\%$ , nous obtenons  $\gamma'_1 = \gamma'_2 = 1\%$ . La longueur du cristal vaut  $\ell = 7mm$ , le coefficient non linéaire effectif  $K$  vaut  $1,5 \times 10^{-11} m/V$ . Les trois indices sont considérés égaux et valent 1,7. Nous supposons que les angles de double réfraction  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  sont faibles. Les longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  valent  $1,06 \mu m$ , la longueur d'onde de pompe  $\lambda_0$  vaut  $0,53 \mu m$ . La puissance de seuil obtenue est alors :

$$P_{0_s} = 14mW \quad (IV.14)$$

La valeur de seuil effectivement mesurée est de 300 mW. Le résultat du calcul sous-estime donc largement la valeur expérimentale. Il montre la limite du modèle très simple que nous avons employé. Celui-ci suppose que le couplage non-linéaire est parfait sur toute la longueur du cristal. Cette hypothèse peut être remise en cause pour plusieurs raisons. Nous avons supposé que les ondes sont planes alors qu'en réalité ce sont des modes gaussiens. Les modes signaux engendrés par effet non-linéaire ne sont pas des modes propres de la cavité. Dans le cas où les paramètres confocaux des trois faisceaux sont égaux, le couplage est optimisé [42]. Les équations décrivant l'O.P.O. sont alors identiques à celles obtenues en ondes planes, mais où le coefficient non linéaire est divisé par deux .

L'O.P.O. que nous avons réalisé est linéaire. Pour chacun des champs signaux résonnants dans la cavité, il s'établit une onde stationnaire. Les équations de l'O.P.O. pour des ondes stationnaires sont les mêmes que pour des ondes progressives, mais avec un coefficient non linéaire divisé par deux [39]. La prise en compte de ces deux corrections multiplie le seuil théorique par un facteur 16, ce qui l'amène à 225 mW. Cette valeur est beaucoup plus proche de la valeur expérimentale. Il y a un dernier effet dont nous n'avons pas tenu compte et qui est lié à la double réfraction dans le cristal. Les trois champs ont une direction de propagation différente. Comme ils sont limités transversalement, cela diminue le volume d'interaction, ce qui peut expliquer la différence qui subsiste entre l'estimation théorique et la valeur expérimentale du seuil d'oscillation.

#### V.A.3.d. Adaptation du faisceau de pompe à la cavité de l'O.P.O.

Comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente, la paramètre confocal du faisceau de pompe dans l'O.P.O. doit être identique à celui de la cavité ( $b = 16mm$ ) pour optimiser la conversion. De plus avant de rentrer dans l'O.P.O. le faisceau passe dans un modulateur acousto-optique destiné à isoler optiquement le laser de l'O.P.O. (cf. paragraphe isolation optique). Le diamètre du faisceau dans le modulateur doit être inférieur à 0,8 mm pour assurer une bonne efficacité à celui-ci. Les caractéristiques du faisceau en sortie du laser sont établies à partir des données du constructeur : diamètre du faisceau sur la face extérieur du miroir de sortie : 1,58mm (diamètre du profil d'intensité à  $1/e^2$ ) et divergence du faisceau (angle de pleine ouverture du cône) : 0,56 mrad. Pour adapter le faisceau avec l'O.P.O., il est nécessaire de tenir compte de l'effet de lentille du miroir d'entrée, qui est un ménisque convergent dont les faces ont pour rayon de courbure  $R_1 = 10mm$ ,  $R_2 = 20mm$  et d'épaisseur  $e = 4mm$ . Sa focale est donc  $f' = 35mm$ . L'adaptation est obtenue en utilisant une lentille de focale 50cm et une lentille de focale 30cm. La première lentille forme en outre un waist de 0,1mm au niveau du modulateur acousto-optique. La figure 5 représente le trajet entre le laser et l'O.P.O. et donne les positions des waists et des lentilles.



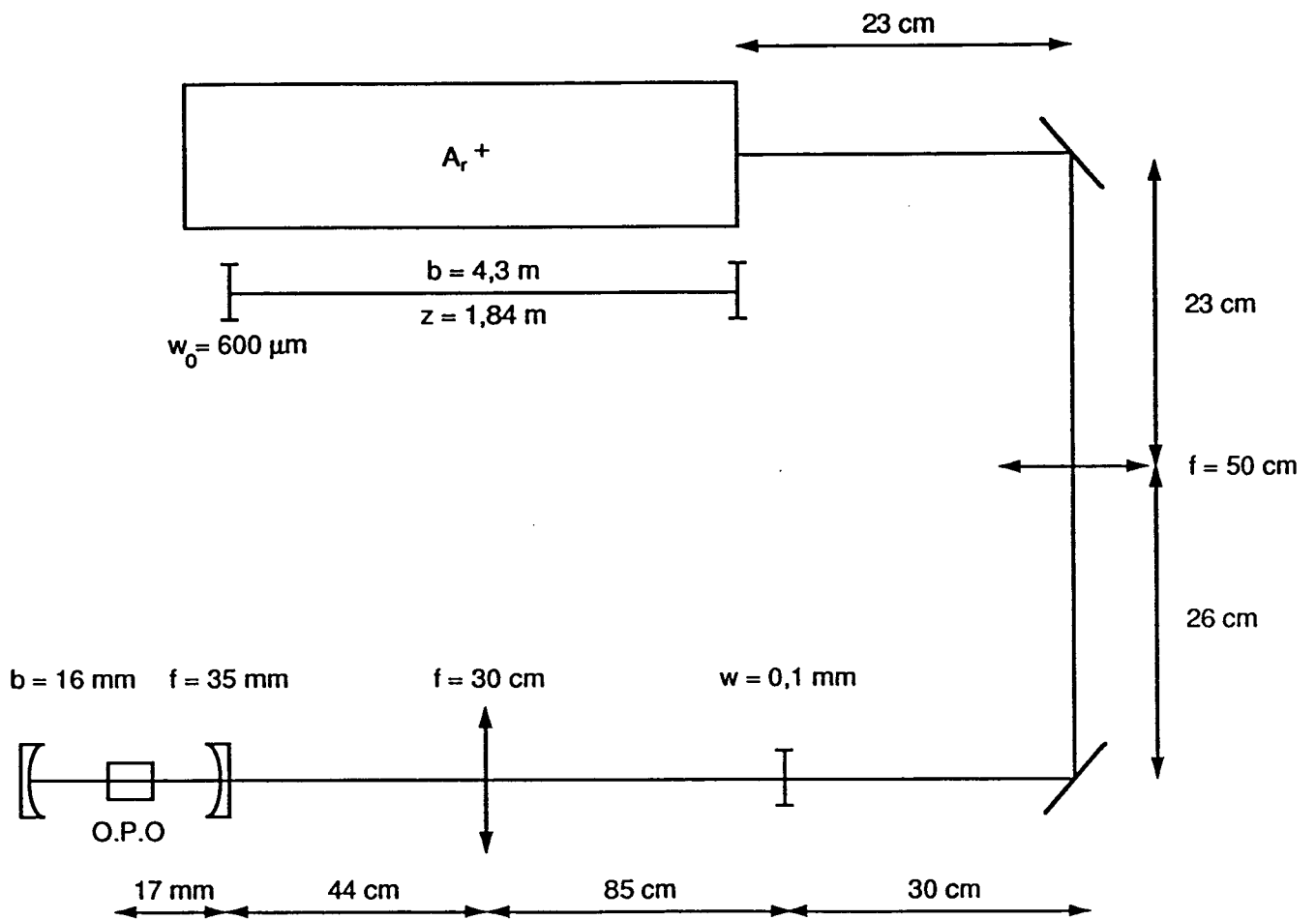
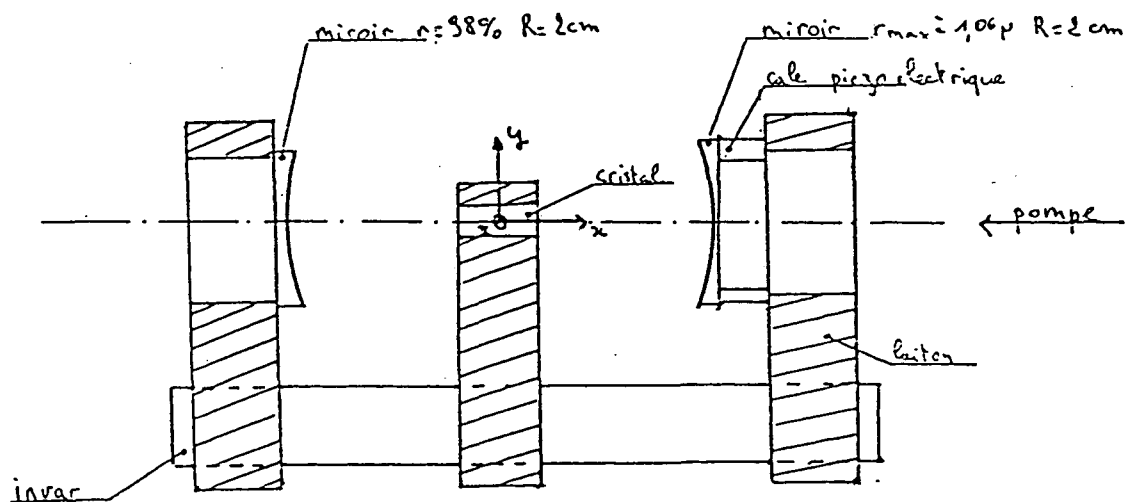


Figure 5 : Adaptation du faisceau issu du laser Argon pour pomper l' O.P.O.

#### V.A.4. Montage mécanique de l'O.P.O.

Nous avons vu au chapitre (chapitre sur les modes longitudinaux) que l'O.P.O. ne fonctionne pas pour toutes les longueurs de cavité, mais uniquement sur des plages de quelques nanomètres situés autour de valeurs discrètes. Cela rend l'oscillateur très sensible aux vibrations et impose de construire un support mécanique très stable. Celui-ci est réalisé à l'aide de plaques de laiton massives reliées par trois barres d'Invar. L'Invar a un faible coefficient de dilatation, ce qui évite les dérives thermiques de la cavité. La figure 6 donne l'aspect général de l'oscillateur paramétrique. La principale source de vibrations est constituée par la circulation d'eau servant à refroidir le tube du laser de pompe. Afin de limiter au maximum leurs effets, le laser ainsi que l'O.P.O. reposent sur des empilements de plaques de plomb et de plaques de caoutchouc épaisses servant d'isolant.

Les miroirs sont montés sur des cales piézoélectriques qui permettent d'une part de balayer la longueur de la cavité, et d'autre part d'asservir la longueur de l'oscillateur pour qu'il fonctionne sur un pic de résonance de la cavité. Le montage supportant le cristal autorise des translations dans la direction parallèle à l'axe de la cavité et dans les directions perpendiculaires ainsi que les deux rotations d'axes perpendiculaires à celui de la cavité. Cela permet de régler correctement sa position ainsi que son orientation.



## V.B. Laser de pompe

### V.B.1. Sélection d'un mode du laser

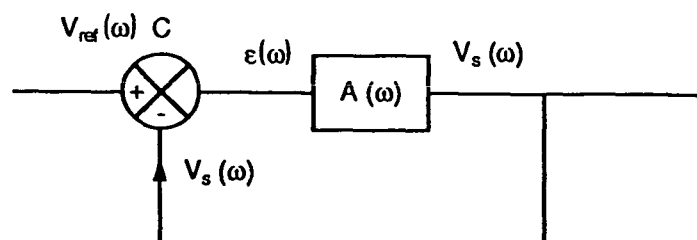
Le choix du cristal impose la longueur d'onde de la pompe. Le cristal de KTP dont nous disposons est taillé pour que l'accord de phase soit réalisé avec une longueur d'onde de pompe de 532 nm. Le laser pour lequel ce type de cristal est prévu est le laser YAG doublé qui émet à cette longueur d'onde. Dans les premières expériences nous ne disposions pas d'un tel laser et nous avons utilisé un laser Argon ionisé. En effet, le laser Argon ionisé possède une raie à 528 nm qui est suffisamment proche de 532 nm pour pouvoir pomper le cristal. Les longueurs d'onde des deux faisceaux infrarouge sont déterminées par la relation de conservation de l'énergie (I.3) et la condition d'accord de phase. La raie à 528 nm est choisie à l'aide d'un prisme placé dans la cavité du laser. Le laser à Argon est rendu monomode au moyen d'un étalon solide placé à l'intérieur de la cavité. Cet étalon a une épaisseur de 1cm, n'est pas traité et est chauffé à 60°C. Le montage du miroir arrière a été modifié afin de pouvoir fixer celui-ci sur deux cales piézoélectriques d'épaisseurs différentes permettant d'asservir la fréquence du laser [43] (cf. Figure 7). On obtient ainsi un faisceau monomode à 528 nm d'une puissance de 600 mW en sortie du laser.

### V.B.2. Asservissement en fréquence du mode sélectionné

L'O.P.O. est très sensible aux fluctuations de fréquence du laser de pompe de la même façon qu'il est très sensible aux fluctuations de la longueur de sa cavité. Il est donc nécessaire d'asservir la fréquence du laser sur une fréquence de référence. Avant de décrire la réalisation de l'asservissement, nous commençons par rappeler les principales propriétés de ceux-ci.

#### V.B.2.a. Principe de l'asservissement en fréquence

Dans l'asservissement en fréquence d'un laser, la fréquence est mesurée à la sortie de celui-ci et directement comparée à une fréquence de référence. C'est un asservissement dit à retour unitaire. Le signal d'erreur ainsi créé sert à piloter un montage électronique qui permet de modifier la fréquence du laser en conséquence. L'asservissement est représenté par la figure 8.



**Figure 8 : Schéma de principe de l'asservissement en fréquence**

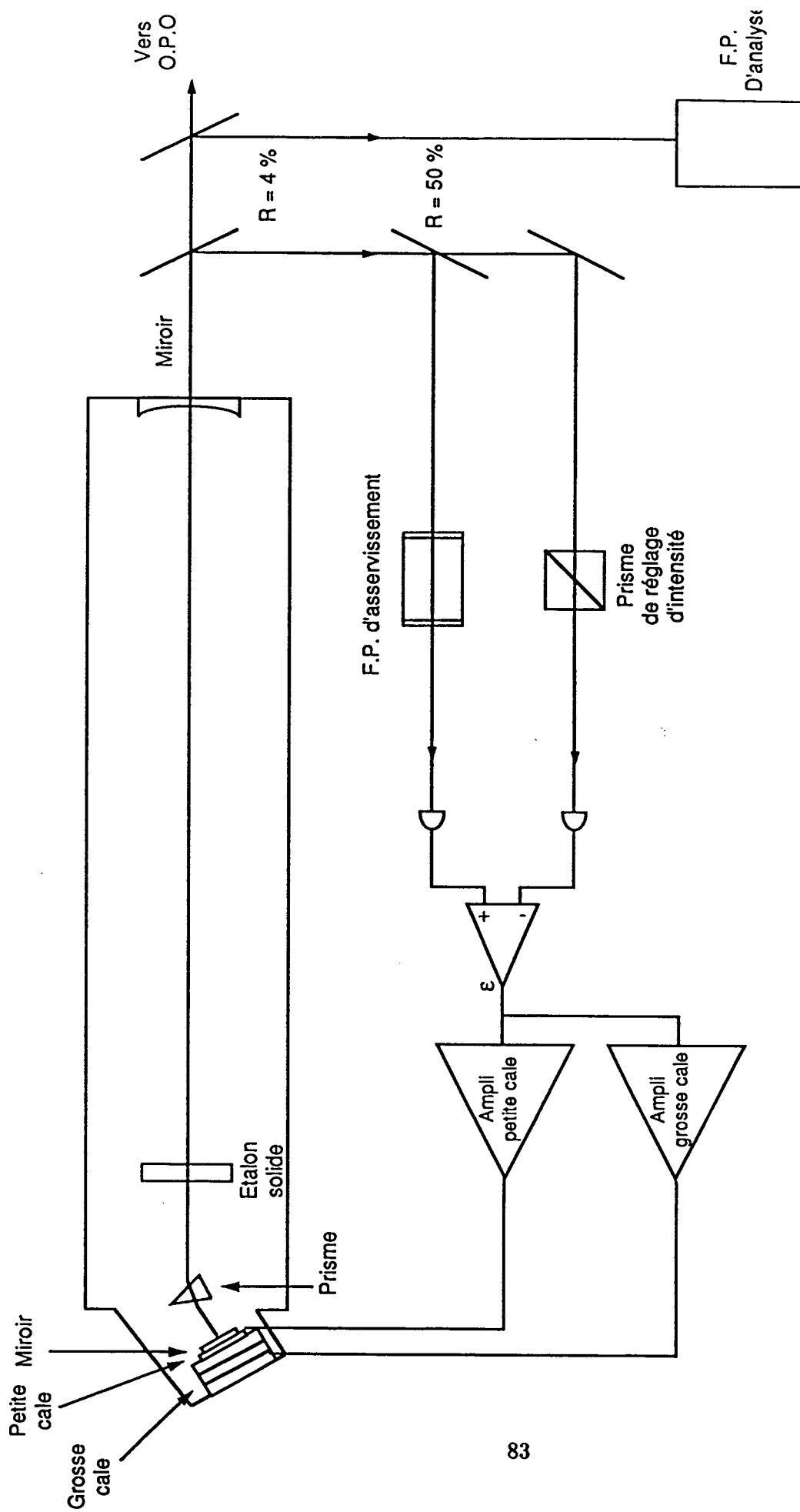


Figure 7 : Schéma général du laser à argon et de son asservissement en fréquence

$\nu_{ref}$  désigne la fréquence de référence.  $\nu_s$  la fréquence de sortie du laser. C'est la comparateur qui engendre le signal d'erreur.

$$\epsilon(\omega) = \nu_{ref}(\omega) - \nu_s(\omega) \quad (IV.15)$$

$A(\omega)$  est la transmittance de l'électronique en fonction de la fréquence  $\omega$ , encore appelée fonction de transfert en boucle ouverte. La fonction de transfert globale de l'asservissement a pour expression.

$$\frac{\nu_s(\omega)}{\nu_{ref}(\omega)} = \frac{A(\omega)}{1 + A(\omega)} \quad (IV.16)$$

C'est la fonction de transfert en boucle fermée. Cette expression montre que pour que  $\nu_s(\omega)$  soit le plus proche possible de  $\nu_{ref}(\omega)$ , il est nécessaire que  $A(\omega)$  soit le plus grand possible dans une zone de fréquence la plus grande possible. Il faut cependant éviter que le dénominateur de l'expression (IV.16) ne s'annule, car dans ce cas, le système entre en oscillation. La condition d'oscillation du système s'exprime par :

$$\begin{cases} |A(\omega)| = 1 \\ Arg(A(\omega)) = \pi \end{cases} \quad (IV.17)$$

Dans tout système d'asservissement, il convient d'éviter que le gain en boucle ouverte n'atteigne ce point. Un moyen de s'assurer que le système est stable, est de réaliser une chaîne d'action où le déphasage ne peut jamais atteindre la valeur  $\pi$ . Le système possède alors une marge de phase qui est l'écart minimum entre le déphasage et la valeur  $\pi$ . La fonction de transfert la plus simple permettant de réaliser cette condition est donnée par :

$$A(\omega) = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (IV.18)$$

C'est une fonction de transfert du premier ordre analogue à celle d'un circuit R.C. Le module du gain et le déphasage peuvent être représentés à l'aide des diagrammes asymptotiques de Bode (figure 9).

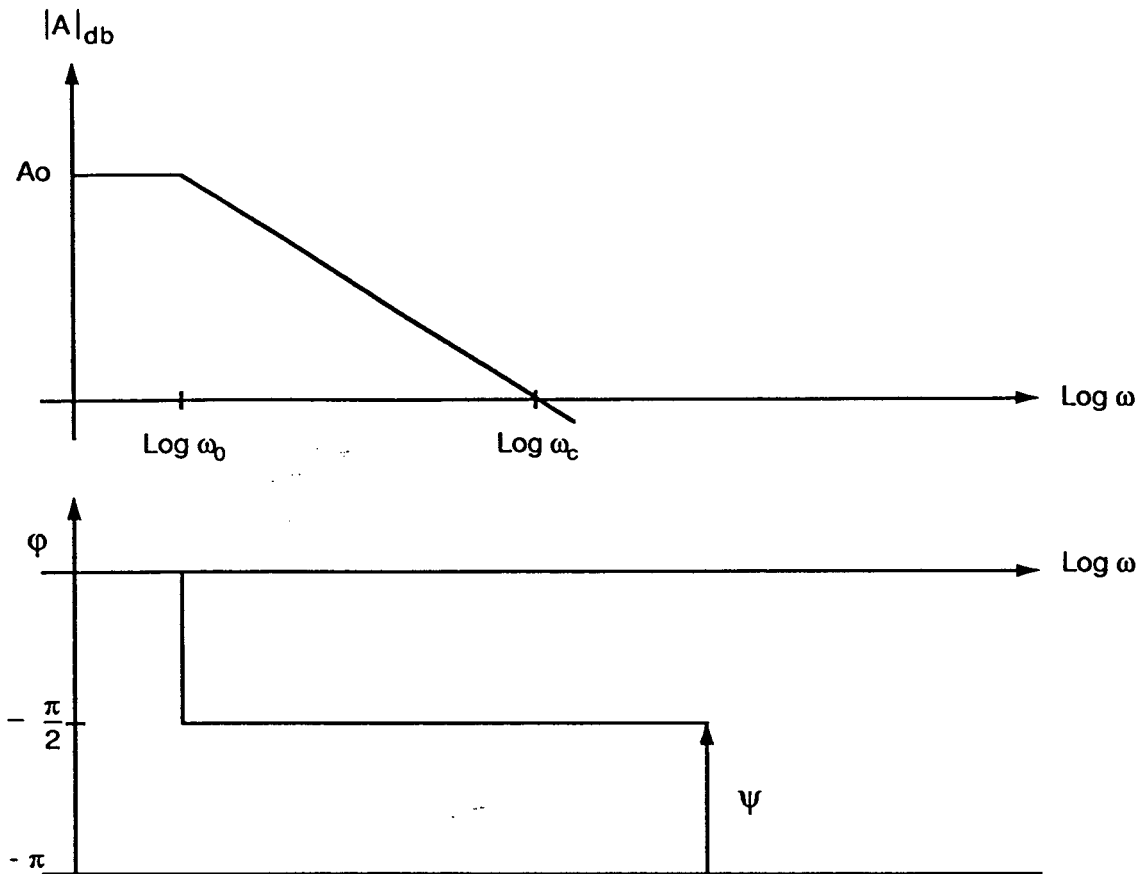


Figure 9 : Diagrammes de Bode du gain et du déphasage de l'amplificateur haute-tension en fonction de la fréquence

$A_0$  représente le gain à fréquence nulle ou gain statique.

$\omega_0$  est la fréquence de coupure à 3db.

L'asymptote à la courbe de gain au-delà de  $\omega_0$  a une pente de 6db/octave.

$\omega_c$  est la fréquence de coupure à gain unité.

Quelle que soit la valeur de  $A_0$ , le déphasage n'est jamais égal à  $\pi$ . Un asservissement réalisé à l'aide d'une telle chaîne d'action est toujours stable. La marge de phase mesurée à la fréquence  $\omega_c$

vaut  $\psi = \frac{\pi}{2}$ . L'expérience montre qu'une marge de phase de  $\frac{\pi}{4}$  suffit à assurer une bonne stabilité de l'asservissement. Cette condition est vérifiée en particulier avec une fonction de transfert de pente 9db/octave et de déphasage  $-\frac{3\pi}{4}$  après la fréquence de coupure  $\omega_0$ . L'avantage d'un tel filtre par rapport à un filtre de pente 6db/octave est d'autoriser un gain statique plus important à fréquence de coupure à gain unité  $\omega_c$  égale. La précision de l'asservissement s'en trouve augmentée.

Une telle fonction de transfert est réalisée en plaçant un filtre de pente 3db/octave en série avec un élément à 6db/octave. Un filtre à 3db/octave ne peut pas être obtenu directement. On le réalise en utilisant des filtres R.C. placés en parallèle et calculés pour que la pente résultante approche au mieux 3db/octave [44][45].

L'asservissement peut être amélioré en intégrant le signal d'erreur. Pour cela, nous plaçons dans la chaîne un filtre dont la fonction de transfert se rapproche au mieux de l'intégrateur parfait, ce qui a pour effet d'augmenter considérablement le gain dans le domaine des basses fréquences. On diminue donc la sensibilité de l'asservissement aux perturbations dans cette gamme de fréquence. On accroît ainsi sa stabilité et sa précision.

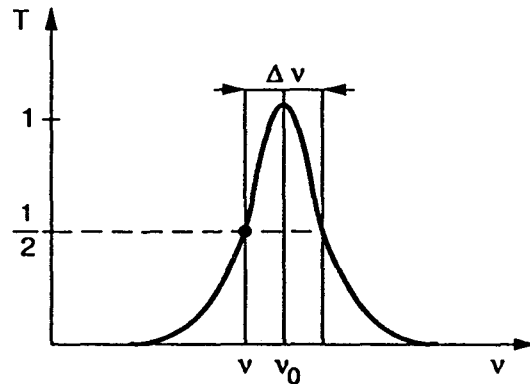
#### V.B.2.b. Description du montage utilisé

L'un des points clés d'un système d'asservissement est de transformer les fluctuations de la grandeur à asservir en fluctuations de courant ou de tension pouvant être traitées par le système électronique.

##### V.B.2.b.1 Elaboration du signal d'erreur

Une méthode classique pour transformer des fluctuations de fréquence en un signal d'intensité pouvant être traité électroniquement, est d'utiliser la transmission d'un Fabry Péro.

Celle-ci a la forme d'un pic d'Airy (figure 10).



**Figure 10 : Elaboration du signal d'erreur en utilisant le flan du pic d'Airy du Fabry-Pérot de référence**

$\nu_0$  représente la fréquence de résonance.

$\Delta\nu$  la largeur du pic à mi-hauteur.

Le pic d'Airy présente deux zones où la transmission varie linéairement en fonction de la fréquence : l'une autour du point de fonctionnement ( $\nu = \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}$ ,  $T = 0,5$ ) l'autre autour du point ( $\nu = \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$ ,  $T = 0,5$ ). L'intensité transmise est comparée à une référence d'intensité constante. Le signal obtenu est donc proportionnel à l'écart entre la fréquence du faisceau laser et la fréquence du point de fonctionnement choisi. Le montage utilisé est représenté sur la figure 4. Le Fabry-Pérot est formé de deux miroirs plans adhésés sur un support en zérodur, ce qui assure une très bonne stabilité thermique. Il mesure 3cm de long et a une finesse de 15. Il est monté dans une enceinte à vide. Le balayage s'effectue en faisant varier la pression d'air à l'intérieur de l'enceinte. Ceci permet d'amener le pic au voisinage de la longueur d'onde du laser libre et de l'ajuster de sorte que le faisceau laser soit transmis à 50% . L'intensité du faisceau de référence est réglée à l'aide d'un polariseur. Cette méthode de différence a l'avantage d'éliminer les fluctuations d'intensité du faisceau laser.

#### IV.B.2.b.2. Correction de la fréquence du faisceau laser

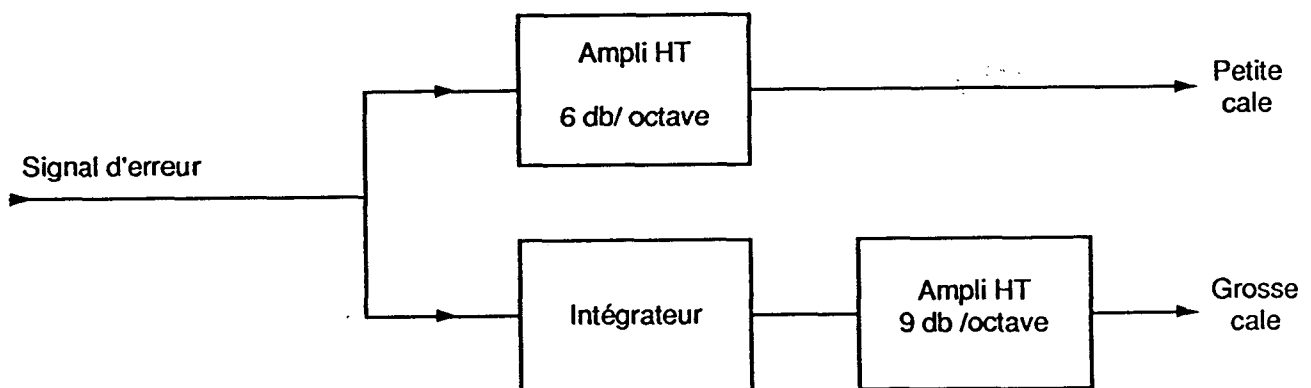
On corrige la fréquence du faisceau en agissant sur la longueur de la cavité du laser. Pour cela, le miroir arrière est monté sur deux cales piézoélectriques (figure 7). La première cale est



constituée d'un empilement de quatre disques de céramique piézo-électrique (épaisseur totale : 8mm) et permet de corriger des fluctuations de faible fréquence et d'amplitude importante. Cette cale épaisse oscille à 5 kHz. Elle ne permet donc pas de corriger des fluctuations de fréquence supérieures. Pour corriger des fluctuations de fréquence plus élevées, on utilise une deuxième cale d'épaisseur 1mm qui oscille à 70 kHz.

### V.B.2.b.3. Electronique de la chaîne d'action

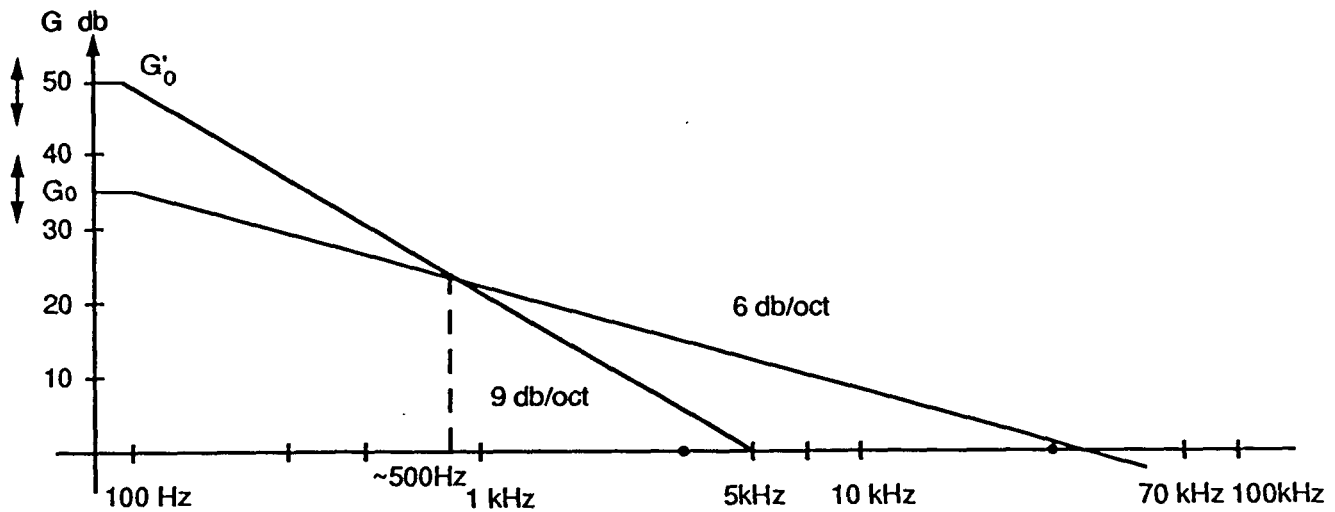
Chaque cale piézo-électrique est commandée par un amplificateur haute-tension. L'amplificateur de la petite cale a une pente de 6 db/octave après la fréquence de coupure. L'amplificateur de la grosse cale a une pente de 9 db/octave après la fréquence de coupure. Il est précédé par un filtre intégrateur. La chaîne électronique est schématisée sur la figure 11.



**Figure 11 : Schéma de principe de la chaîne électronique de l'asservissement**

Une difficulté supplémentaire provient de la résonance des cales piézo-électriques.

Lorsque le gain de l'amplificateur devient proche de 1 à la fréquence d'oscillation de la cale, celle-ci entre en résonance. C'est ce qui limite en pratique le gain des amplificateurs. La résonance de la grosse cale peut cependant être corrigée par l'action de la petite cale. En effet, de par la différence de pente des deux amplificateurs, le gain de celui de la petite cale devient prépondérant au-delà de 500 Hz environ (figure 12).



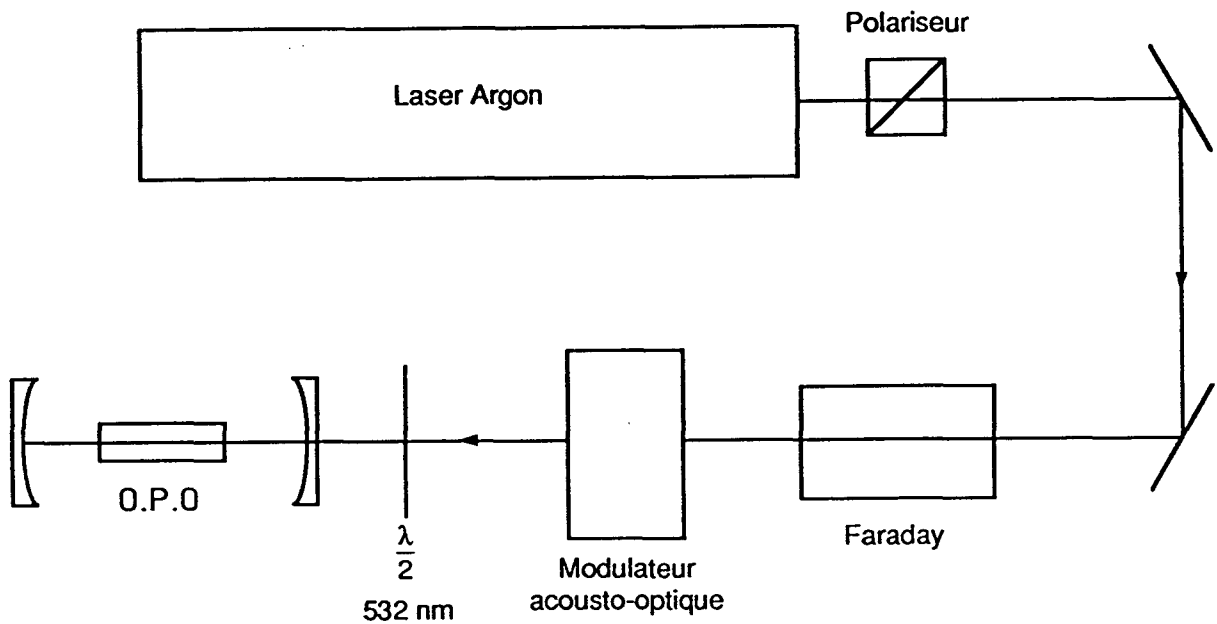
**Figure 12 : Optimisation du gain des amplificateurs haute-tension utilisés dans l'asservissement**

A la fréquence de 5 kHz, qui est la fréquence de résonance de la grosse cale, c'est la petite cale qui est prépondérante. Elle peut donc limiter les oscillations de la grosse cale lorsque celle-ci entre en résonance. Ceci permet donc d'avoir un gain statique pour le circuit de la grosse cale supérieur à ce qu'il serait en l'absence de petite cale. Plus le gain statique de la grosse cale est important, plus la marge de gain de la boucle d'asservissement qui lui correspond est faible et plus il est nécessaire de compenser en augmentant le gain de la petite cale. La résonance de la petite cale impose une limite à ce gain et donc à la correction des fluctuations. Il est donc nécessaire de trouver un compromis dans le réglage du gain de l'amplificateur de la petite cale permettant de compenser l'oscillation de la grosse cale sans pour autant faire entrer en résonance la petite cale. Cette double condition sur le gain de l'amplificateur de la petite cale rend l'asservissement délicat à optimiser.

Lorsque l'asservissement est correctement réglé, on obtient une largeur résiduelle de 100 kHz environ, mesurée par l'amplitude du signal d'erreur et par rapport à la hauteur du pic de résonance du Fabry-Pérot d'asservissement.

## V.C. Isolation optique entre l'O.P.O. et le laser

L'O.P.O. peut renvoyer une partie importante du faisceau de pompe vers le laser et ce d'autant plus que l'adaptation de mode est bonne. Cette lumière retournant dans la cavité laser perturbe son fonctionnement et l'empêche d'osciller sur un seul mode. Afin de supprimer cet effet un dispositif d'isolation optique est placé entre le laser et l'O.P.O. Il est composé principalement de deux éléments, un rotateur de Faraday et un modulateur acousto-optique (figure 13).

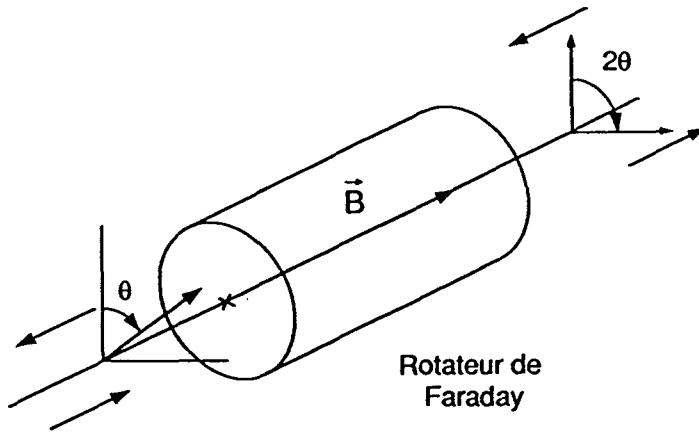


**Figure 13 : Schéma général de l'isolation optique entre l'O.P.O. et le laser Argon**

### V.C.1. Rotateur de Faraday

Le rotateur de Faraday est constitué d'un barreau de verre HOYA FR5 placé dans un champ magnétique aligné selon l'axe optique. Le champ est tel qu'il entraîne une rotation de polarisation de  $45^\circ$  lorsque le faisceau traverse le barreau. Le sens de la rotation dépend du sens du champ magnétique et non du sens de propagation de l'onde. Le faisceau réfléchi passe une deuxième fois

dans le rotateur. Sa polarisation est donc tournée de  $90^\circ$  par rapport à celle du faisceau incident. Un polariseur placé en sortie du laser empêche le faisceau réfléchi de pénétrer dans la cavité (figure 14). Le taux de lumière réfléchi entrant dans la cavité est de l'ordre de 1% .

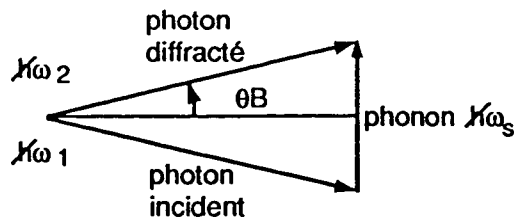


**FIGURE 14 : Schéma de principe de l'isolation optique grâce à un rotateur de Faraday**

Une lame demi-onde placée entre le rotateur et l'O.P.O. permet d'orienter convenablement la polarisation du faisceau pompe par rapport aux axes du cristal.

### V.C.2. Modulateur acousto-optique

Pour éviter que le faisceau réfléchi résiduel ne perturbe le laser, on peut de plus déplacer sa fréquence à l'aide d'un modulateur acousto-optique afin qu'elle ne soit plus résonnante avec la cavité de celui-ci. Le modulateur est constitué d'un milieu (verre dopé dans notre cas) dans lequel se propage une onde acoustique. Il est conçu de manière à ce qu'il ne puisse pas s'y former d'onde stationnaire. Nous considérons que l'onde acoustique est formée de phonons. L'interaction avec le faisceau s'interprète alors comme la diffusion des photons incidents par les phonons (figure 15).



**Figure 15 : Principe de l'interaction acousto-optique**

$\hbar\omega_1$  est l'énergie du photon incident,  $\hbar\omega_2$  celle du photon diffusé,  $\hbar\omega_s$  celle du photon où  $\omega_s$  est la fréquence de l'onde acoustique.

Le résultat de cette interaction est d'une part un changement de direction du faisceau (il est diffracté par l'onde acoustique) et d'autre part un changement de fréquence déterminé par la conservation de l'énergie :

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$$

Dans notre montage, nous utilisons le faisceau diffracté par le modulateur acousto-optique pour pomper l'O.P.O. Par suite de la très bonne efficacité de diffraction (95% ) de notre déflecteur acousto-optique (Automates et automatismes AA MV 20), les pertes qu'il introduit sont faibles. Le faisceau réfléchi par l'O.P.O. vers le laser passe deux fois dans le modulateur. Il est donc diffracté deux fois et subit un décalage en fréquence égal à deux fois la fréquence de l'onde acoustique qui est de 72 MHz. L'intervalle spectral libre de la cavité du laser Argon ionisé est de 85 MHz. Le faisceau réfléchi n'est donc plus résonnant avec la cavité, et ne peut donc plus perturber le fonctionnement du laser.

La combinaison des deux méthodes d'isolation optique, rotateur de Faraday et acousto-optique, permet d'obtenir un très bon découplage entre l'O.P.O. et le laser de pompe. On peut ainsi modifier les réglages de l'O.P.O. et notamment moduler sa longueur sans perturber l'asservissement du laser, ce qui représente un point essentiel pour la réalisation de l'expérience.

#### V.D. Alignement et fonctionnement de l'oscillateur paramétrique

Lors de l'alignement de l'O.P.O., nous modulons sa longueur à l'aide d'une tension alternative appliquée sur la grosse cale piézo-électrique ; l'amplitude de balayage est suffisante pour que la longueur de la cavité passe par des valeurs où les deux champs signaux sont résonnants. Nous utilisons le faisceau pompe réfléchi par l'O.P.O.

Lorsque la cavité est correctement alignée, elle se comporte comme un Fabry-Pérot pour la pompe. L'intensité réfléchie présente donc un minimum à résonance (figure 16).

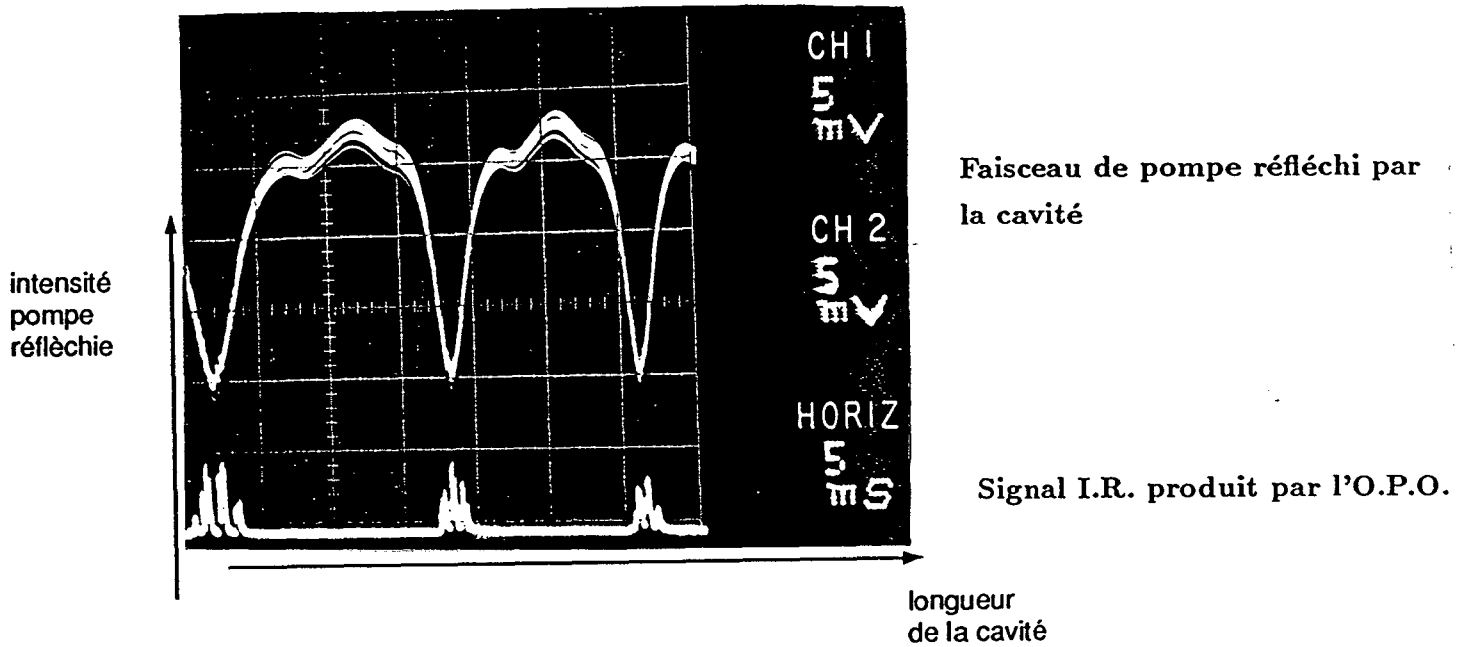


Figure 16 : Alignement de l'O.P.O à l'aide de l'intensité de pompe réfléchie par la cavité

C'est en optimisant cette courbe que l'on s'assure d'un bon alignement de l'O.P.O. Il engendre alors deux faisceaux infrarouges si la puissance de pompe est supérieure au seuil d'oscillation. Si le miroir de sortie de l'O.P.O. est un miroir  $R_{max}$ , le seuil d'oscillation mesuré expérimentalement est de 10 mW. Il est très facile d'atteindre cette puissance avec le laser Argon dont nous disposons, et donc de faire osciller l'O.P.O. dans ces conditions. La puissance maximale de pompe disponible à l'entrée de l'O.P.O. est de 430 mW. Comme nous l'avons indiqué plus haut, la réduction du bruit est d'autant meilleure que la transmission du miroir de sortie est grande. Avec la puissance de pompe disponible, nous avons pu faire fonctionner l'O.P.O. avec un miroir de transmission 1,6% . Le seuil mesuré expérimentalement est de 300 mW dans ces conditions.

Contrairement à ce qui se passe dans les lasers habituels, une variation de longueur de la cavité de l'O.P.O. se traduit par une variation de l'intensité de sortie et non de la fréquence des faisceaux émis (cf. chapitre III). Même avec un montage mécanique très stable, le niveau de sortie présente des fluctuations qui rendraient toute mesure impossible. Il est nécessaire de stabiliser la longueur de la cavité à l'aide d'une boucle qui asservit directement le niveau de sortie sur une valeur constante. Le niveau de sortie est mesuré en utilisant le faisceau transmis par le miroir d'entrée de l'O.P.O. Ce miroir est très réfléchissant à  $1,06 \mu\text{m}$  ( $T=0,1\%$ ). Le faisceau transmis est donc très peu intense par rapport au faisceau principal, mais l'est suffisamment pour être détecté à l'aide d'une photodiode. Il n'est plus diffracté lors du passage dans l'acousto-optique et se sépare donc du faisceau principal.

La comparaison du signal obtenu avec une tension de référence permet d'asservir la longueur de la cavité. L'asservissement utilisé est du même type celui employé pour l'asservissement en fréquence du laser Argon (figure 17).

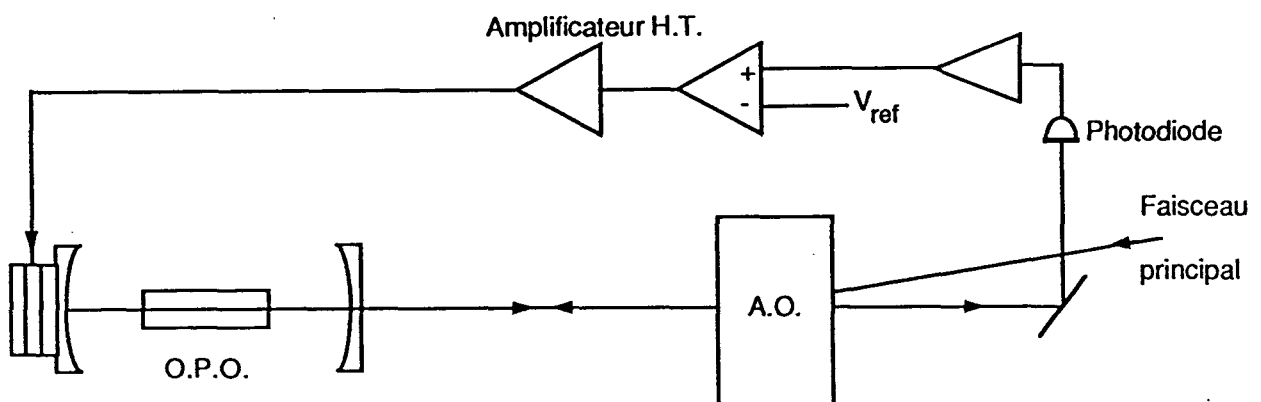


Figure 17 : Asservissement de la longueur de la cavité de l' O.P.O.

Avec un miroir de sortie de transmission 1,6% à  $1,06 \mu\text{m}$ , les faisceaux infrarouge émis par l'O.P.O. peuvent atteindre une puissance de l'ordre de 10 mW. La puissance de ces faisceaux peut être réglée au moyen de la tension de référence de l'asservissement en intensité. La valeur choisie pour l'expérience est de l'ordre de 1 mW. Cette valeur est suffisamment élevée pour avoir une bonne

stabilité de l'asservissement en intensité et suffisamment basse pour ne pas saturer les photodiodes que nous avons utilisées.

### V.E. Détection des faisceaux infrarouge produits par l'O.P.O.

L'O.P.O. fonctionne lorsque la pompe est résonnante. Il y a alors une puissance de pompe importante transmise (de l'ordre de la puissance de seuil) que nous devons éliminer, pour pouvoir mesurer l'intensité des faisceaux infrarouge. Nous utilisons pour cela un filtre Schott RG 715 dont la transmission à 530 nm est inférieure à  $10^{-5}$  et qui est traité antireflet à  $1,06 \mu\text{m}$ , ce qui permet d'avoir une transmission très proche de 1 à cette longueur d'onde.

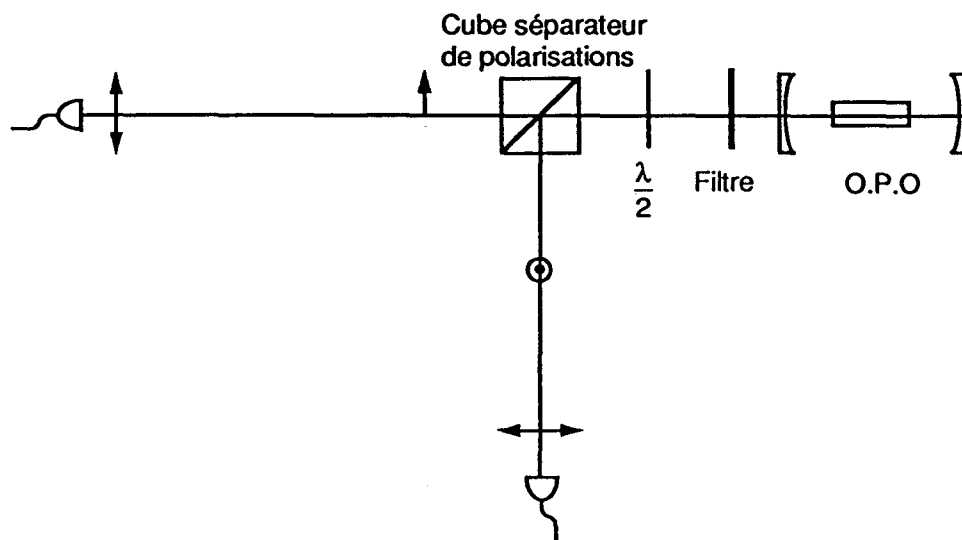
Le but de l'expérience est de mesurer les corrélations entre les fluctuations des deux faisceaux infrarouge produits par l'O.P.O. Leurs polarisations étant orthogonales, nous les séparons à l'aide d'un cube séparateur de polarisation (Melles Griot). Dans une voie donnée le taux de lumière ayant une polarisation orthogonale à la polarisation principale est de 1%. Entre le filtre et le cube séparateur de polarisation se trouve une lame demi-onde à  $1,06 \mu\text{m}$  (Fichou) qui permet de faire tourner les polarisations des deux faisceaux infrarouge avant leur séparation. Son rôle sera étudié au paragraphe IV. Nous supposons ici qu'elle est orientée de manière à ne pas modifier les polarisations des deux faisceaux. Une fois ceux-ci séparés par le cube, ils sont focalisés sur les photodiodes. Celles-ci ont des surfaces très faibles ( $\phi=70 \mu\text{m}$ ). Il est donc nécessaire d'avoir une tache image de faible dimension. Nous utilisons pour cela des lentilles de focale 20 mm et corrigées des aberrations sphériques entre le foyer et l'infini (Melles Griot LAL 05).

Il est essentiel pour l'expérience que les photodiodes utilisées aient un rendement quantique le plus élevé possible car chaque perte de photon entraîne une décorrélation des faisceaux jumeaux. Nous avons utilisé pour cela des photodiodes InGaAs [46]. Ce matériau possède une efficacité quantique en volume qui est proche de un à  $1,06 \mu\text{m}$ . Tout photon pénétrant dans la diode est détecté. L'essentiel des pertes provient de la réflexion sur la face d'entrée qui est donc revêtue



d'un traitement anti-reflet. De plus, la diode ne présente pas de fenêtre de protection afin d'éviter les pertes de celle-ci. Le rendement quantique global atteint est alors de 90% . La principale limitation à l'observation de la corrélation des photons jumeaux est alors constituée par les pertes intrinsèques de l'O.P.O. et non les pertes dues aux photodiodes. Les photodiodes InGaAs ont de plus un très faible courant d'obscurité, ce qui permet de les utiliser à température ambiante et facilite considérablement l'expérience. La capacité parasite de nos photodiodes est faible de par leur petite surface, ce qui donne une grande bande passante. Les photodiodes sont montées sur des translations Microcontrôle afin d'assurer un positionnement très précis dans les trois directions.

L'ensemble de la détection est représenté sur la figure 18.



**Figure 18 : Schéma d'ensemble du montage utilisé pour détecter les faisceaux jumeaux.**

Pour étudier les corrélations des fluctuations des faisceaux lumineux, il faut déterminer leurs densités spectrales de bruit. Elle est donc définie comme la moyenne de la puissance de bruit à chaque fréquence du signal à analyser :

$$S_x(\Omega) = \langle |x(\Omega)|^2 \rangle$$

Pour obtenir le spectre des fluctuations, il faut effectuer une intégration sur un temps infini

pour chaque fréquence. De plus, la moyenne est une moyenne d'ensemble réalisée sur une infinité de systèmes.

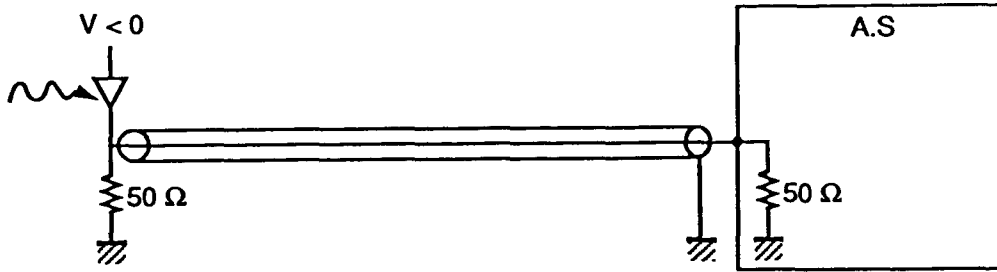
En pratique, nous ne disposons que d'un seul signal aléatoire. Il faut donc remplacer les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles. De plus, le temps disponible pour la mesure est limité. Nous ne pouvons donc effectuer qu'une détermination approchée de la densité spectrale de bruit. C'est le rôle de l'analyseur de spectre.

Le principe de fonctionnement de celui que nous avons utilisé (Advantest 4131) est le suivant : le signal est hétérodyné avec un oscillateur à la fréquence d'analyse  $\nu_0$ , puis il est filtré par un filtre passe-bas de bande passante  $\Delta\nu$  ajustable. C'est la valeur de cette bande-passante qui détermine la résolution. Le signal fourni par l'analyseur, est la puissance de bruit du signal à analyser dans la bande  $\Delta\nu$  autour de la fréquence  $\nu_0$ . La résolution détermine le temps de mesure nécessaire. Il est limité et égal à  $\Delta t = \frac{1}{\Delta\nu}$ . Un seul oscillateur suffit alors à balayer tout le spectre pourvu que le temps de balayage soit suffisamment lent.

Cette limitation du temps de mesure entraîne en contre-partie que le signal fourni n'est pas exactement la densité spectrale de bruit, mais une grandeur approchée qui conserve des fluctuations. Elles peuvent être réduites à l'aide d'un filtre passe-bas supplémentaire dont la bande-passante est réglable et inférieure à la résolution maximale. Plus la bande passante de ce filtre est petite, plus le temps nécessaire à la mesure est grand. Le niveau du signal fourni est proportionnel à la bande passante de résolution. Il faut donc en tenir compte si l'on veut déterminer la densité spectrale de bruit du signal à analyser. Dans la plupart des cas les mesures effectuées sont des mesures relatives. Deux spectres peuvent alors être comparés directement si ils sont mesurés avec la même résolution.

#### V.G. Electronique de détection

Les photodiodes produisent un courant proportionnel à l'intensité lumineuse des faisceaux qu'elles reçoivent. Le montage le plus simple consiste à utiliser une résistance de charge et d'envoyer directement le signal sur l'entrée de l'analyseur de spectre. Les signaux que nous voulons traiter sont des signaux haute-fréquence, ce qui impose une résistance de charge de  $50 \Omega$  pour éviter toute réflexion. Le montage est alors le suivant :



**Figure 19**

La puissance de bruit du signal provenant de la photodiode doit être supérieure à la puissance minimale que peut mesurer l'Analyseur de spectre. L'unité de puissance est le dBm défini à partir de la puissance exprimée en mW par la relation.

$$P_{dBm} = 10 \log P_{mW}$$

La sensibilité de l'analyseur est proportionnelle à la bande passante de résolution. Elle est de -116 dBm pour la meilleure résolution disponible : 1 kHz. Chaque faisceau a un bruit propre au moins égal au shot-noise. La puissance de bruit minimum qu'il engendre sur le détecteur est donc celle du shot-noise :

$$P = 2eih\Delta\nu$$

$i$  est le courant moyen dans la diode. Pour une puissance lumineuse de 1 mW et un rendement de 1A/W,  $i$  vaut 1 mA.  $R$  vaut 25 Ω (deux résistances de 50 Ω en parallèle).  $\Delta\nu$  est la bande passante de résolution (choisie égale à 1 kHz).  $e$  est la charge de l'électron. La puissance obtenue est alors :

$$P = -171dBm$$

Cette puissance est trop faible pour être détectée par l'analyseur de spectre. Il est donc nécessaire d'amplifier le signal provenant de la diode avant de l'analyser.

### V.G.1. Préamplificateurs

Pour augmenter la puissance de bruit provenant du faisceau lumineux, nous pouvons d'une part utiliser un amplificateur et d'autre part augmenter la résistance de charge de la diode d'après

la formule précédente. Les amplificateurs haute fréquence disponibles dans le commerce ont des impédances d'entrée et de sortie égales à  $50 \Omega$  afin d'optimiser la propagation des signaux haute fréquence. Il est donc impossible de placer une résistance de charge élevée directement à l'entrée de l'amplificateur qui serait court circuité par la résistance d'entrée. Le problème peut être résolu en utilisant un préamplificateur d'impédance d'entrée très élevée. La valeur de la résistance de charge de la photodiode peut alors être choisie de manière à rendre dominant le bruit dû au shot-noise du faisceau détecté. Il y a trois sources de bruit distinctes : le bruit propre du préamplificateur, le bruit Johnson de la résistance de charge, le bruit dû au shot-noise du faisceau lui-même. L'amplificateur utilisé est un AH0013 de marque O.E.I. choisi pour son très faible bruit propre :  $2nV/\sqrt{Hz}$  dans la bande 100 Hz-10 MHz (données constructeur). Son impédance d'entrée est de  $10^{11}\Omega$  et son impédance de sortie est de  $50 \Omega$ .

Le montage du préamplificateur est le suivant (figure 20).

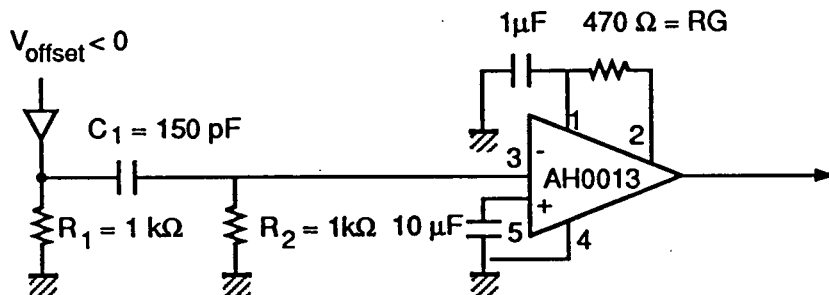


Figure 20 : Montage de la photodiode et de son préamplificateur

Lorsque l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil, l'excès de bruit à basse fréquence des faisceaux risque de saturer l'amplificateur dont le niveau d'entrée doit être compris entre -1V et +1V. Pour cela, le condensateur  $C_1$  et la résistance  $R_2$  forment un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure est 1 MHz. Au delà de cette fréquence, la résistance de charge de la photodiode est donc formée par les résistances  $R_1$  et  $R_2$  en parallèle. Elle a donc pour valeur  $500 \Omega$ . C'est cette valeur qui est à prendre en compte pour comparer les différents niveaux de bruit. Pour le niveau continu par contre, le condensateur  $C_1$  se comporte comme un circuit ouvert, et la résistance de charge de la photodiode est  $1 k\Omega$ . La diode est polarisée en inverse à l'aide de pile de 9V qui n'introduit pas de bruit supplémentaire. Outre le bruit propre de l'amplificateur, deux sources de bruit sont à prendre en considération : le bruit Johnson dû à la résistance de charge et le shot-noise propre

au faisceau.

Le bruit Johnson de la résistance de charge est un bruit d'origine thermique dû au mouvement d'agitation des électrons dans la résistance. C'est un bruit blanc dont la densité spectrale de bruit en courant est :

$$S_I = \frac{4kT}{R}$$

où  $T$  est la température,  $k$  la constante de Boltzmann,  $R$  la valeur de la résistance.

La densité spectrale de bruit en courant due au shot-noise du faisceau est :

$$S_I = 2e \bar{i}$$

où  $e$  est la charge de l'électron et  $\bar{i}$  le courant moyen circulant dans la photodiode. La comparaison de ces deux formules montre que le bruit dû au shot-noise devient prédominant par rapport au bruit Johnson lorsque la chute de tension aux bornes de la résistance de charge  $R$ .  $\bar{i}$  est supérieure à  $\frac{2kT}{e}$ . Pour une température de 300 K, cela donne une valeur de 52 mV. La puissance lumineuse reçue par la photodiode est de l'ordre de 1 mW, son rendement est de 1A/W. Le courant moyen attendu est donc de 1 mA. La résistance de charge doit donc être supérieure à 50  $\Omega$ . Cela justifie le choix d'une résistance de charge de 500  $\Omega$ . Afin de comparer ces bruits avec le bruit propre de l'amplificateur, nous déterminons leurs densités spectrales de bruit en tension en multipliant leurs densités spectrales de bruit en courant par  $R^2$  ( $R = 500\Omega$ ).

Nous obtenons pour le bruit Johnson :

$$S_V = 7,8 \times 10^{-18} V^2 / Hz$$

et pour le shot-noise :

$$S_V = 8 \times 10^{-17} V^2 / Hz$$

La densité spectrale de bruit en tension de l'amplificateur ramenée à l'entrée est :

$$S_V = (2 \times 10^{-9})^2 = 4 \times 10^{-18} V^2 / Hz$$

La comparaison des trois chiffres obtenus montre que le shot-noise du faisceau est prédominant. Le shot-noise constitue le signal à mesurer, le bruit Johnson de la résistance de charge et le bruit de l'amplificateur sont des bruits parasites et constituent le "fond" qui a une densité spectrale de bruit totale.

$$S_V = 12 \times 10^{-18} V^2 / Hz$$

Le rapport entre la puissance de bruit du shot-noise et ce fond est donc 6,7. Ces puissances de bruit à l'entrée de l'amplificateur sont ensuite amplifiées. Le gain de l'amplificateur est ajustable au moyen de la résistance  $R_G$ . Le produit gain bande passante de l'amplificateur est de 100 MHz. la largeur de la zone de squeezing est déterminée par la bande passante de l'O.P.O. qui est de l'ordre de 12 MHz. Afin de pouvoir observer toute la courbe de réduction du bruit, il faut que les amplificateurs aient une bande passante d'au moins 30 MHz. La valeur de la résistance  $R_G$  est choisie de telle sorte que le gain en tension soit  $g = 3$ . La bande passante attendue est alors de 33 MHz. Le niveau de bruit dû au shot-noise à la sortie de l'amplificateur est donc de l'ordre de 10 fois le niveau à l'entrée.

Nous pouvons déterminer la puissance de bruit équivalente afin de la comparer au niveau minimum détectable par l'analyseur.

$$P = 2ei\Delta\nu.R.G^2$$

En choisissant une bande d'analyse de 1 kHz, nous obtenons :

$$P = -118 \text{ dBm}$$

Cette valeur est du même ordre que la sensibilité de l'analyseur de spectre. Il est donc nécessaire de placer un amplificateur entre la préamplificateur et l'analyseur.

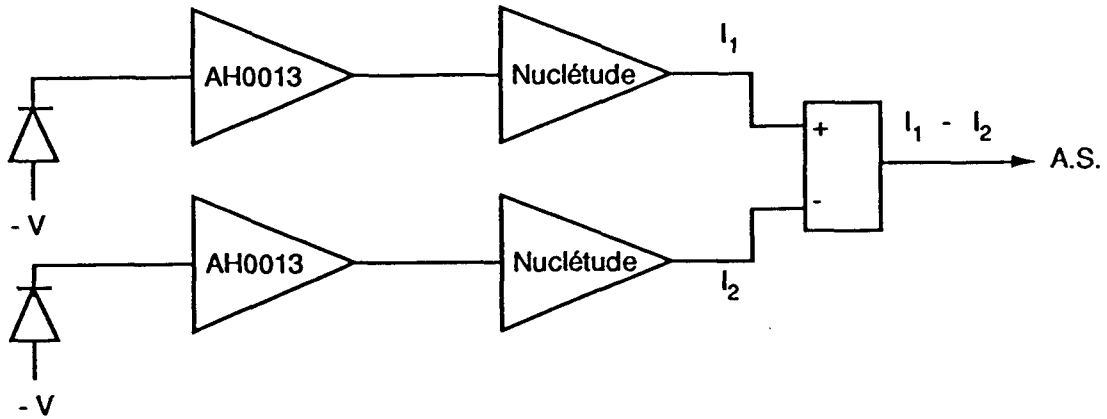
Nous utilisons pour cela des amplificateurs de marque Nuclétudes de Gain 30 dB et de bande passante comprise entre 10 kHz et 500 MHz. Ces amplificateurs ont une résistance d'entrée de 50  $\Omega$  et une figure de bruit de 6 dB. Leur bruit propre est donc négligeable devant le bruit provenant du préamplificateur. La puissance de bruit due au shot-noise du faisceau lumineux a pour valeur en sortie de l'amplificateur Nuclétudes :

$$P = -88 \text{ dBm}$$

Cette valeur est aisément mesurable avec l'analyseur de spectre.

### V.G.2. Soustraction des signaux provenant des deux diodes

Chaque diode possède une chaîne d'amplification composée d'un AH0013 et d'un amplificateur Nuclétudes. Pour mesurer la différence des deux signaux ainsi obtenus, nous utilisons un mélangeur ZSCJ-2-1 de marque Mini-circuits. C'est un composant passif qui a de faibles pertes d'insertion (0,7 dB). Sa bande passante est comprise en 1 MHz et 200 MHz. Le signal de différence entre les deux voies de détection est ensuite appliqué à l'entrée de l'analyseur de spectre. L'ensemble de l'électronique de détection est représenté sur la figure 21.



**Figure 21: Chaîne de soustraction des photocourants provenant de chaque photodiode**

Les fluctuations des courants engendrés par les photodiodes reflètent les fluctuations des faisceaux détectés. Afin de s'affranchir au maximum des fluctuations propres de chaque faisceau, la chaîne électronique doit être la mieux équilibrée possible, ce qui est effectué en étudiant le taux de réjection du mode commun de la chaîne. Soient  $G_1$  et  $G_2$  les gains de chacune des deux voies. Le taux de réjection du mode commun (TRMC) est défini par :

$$TRMC = \frac{G_1 + G_2}{2(G_1 - G_2)}$$

Pour le déterminer expérimentalement, une tension commune de fréquence variable  $v$  est d'abord appliquée à l'entrée des deux préamplificateurs (les photodiodes ayant été ôtées). Le signal de sortie est :

$$S_d = (G_1 - G_2)v$$

Puis cette même tension  $v$  est appliquée à l'entrée d'une seule des deux voies, par exemple la première, ce qui donne :

$$S_1 = G_1v$$

Comme les gains  $G_1$  et  $G_2$  sont très proches, le taux de réjection du mode commun est directement donné par le rapport  $S_1$  sur  $S_d$  exprimé en dB :

$$TRMC_{dB} = 20 \log \frac{S_1}{S_d}$$

L'optimisation de ce paramètre est effectuée en ajustant les résistances de gain ( $R_{G1}$  et  $R_{G2}$ ) des deux préamplificateurs afin d'avoir des valeurs de  $G_1$  et  $G_2$  les plus proches possibles. Le gain de chaque chaîne d'amplificateur est de 45 dB à 2 MHz.

Les courbes obtenues dans le cas de notre montage sont représentées sur la figure 22 :

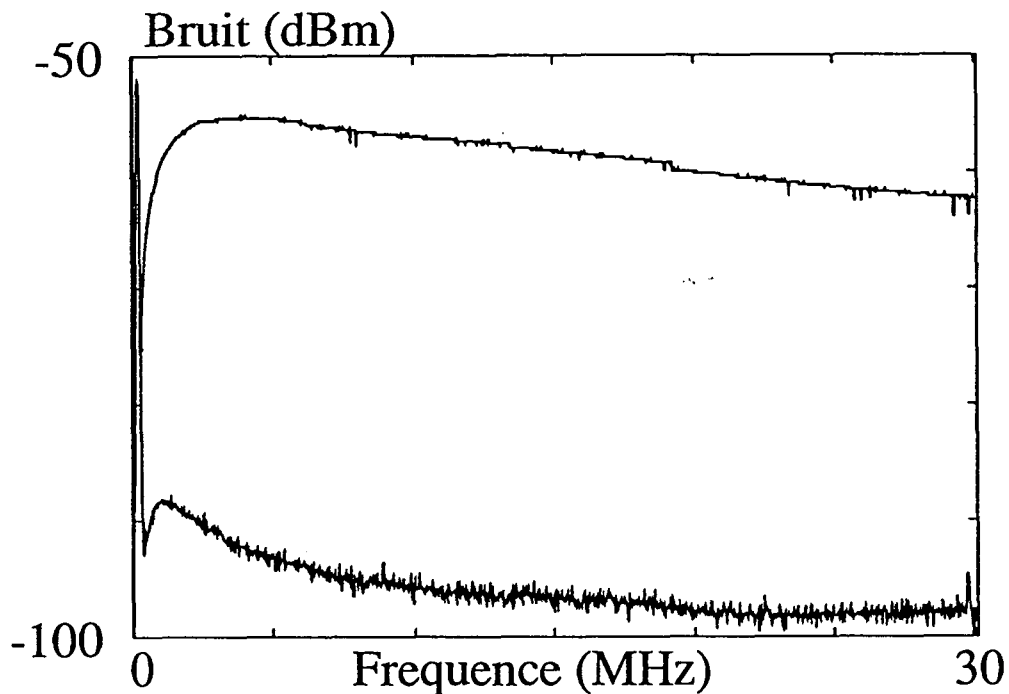


Figure 22.

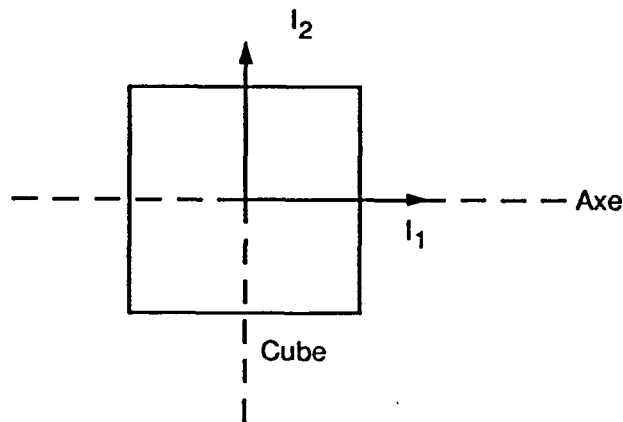
La courbe du haut représente le gain d'une des deux chaînes en fonction de la fréquence. la bande passante est comprise entre 1 MHz et 20 MHz (fréquences de coupure à 3 dB). La courbe du bas représente le signal de différence  $S_d$  en fonction de la fréquence. Le taux de réjection du mode commun est donné par la différence des deux courbes. Il est meilleur que 35 dB dans toute la bande 2-30 MHz.

Nous verrons dans la suite que l'excès de bruit maximum par rapport au shot-noise dû au faisceau est de l'ordre de 20 dB dans cette gamme de fréquence. Le taux de réjection obtenu est donc tout à fait suffisant pour rendre l'effet de cette excès de bruit négligeable.

#### V.H. Etalonnage du shot-noise

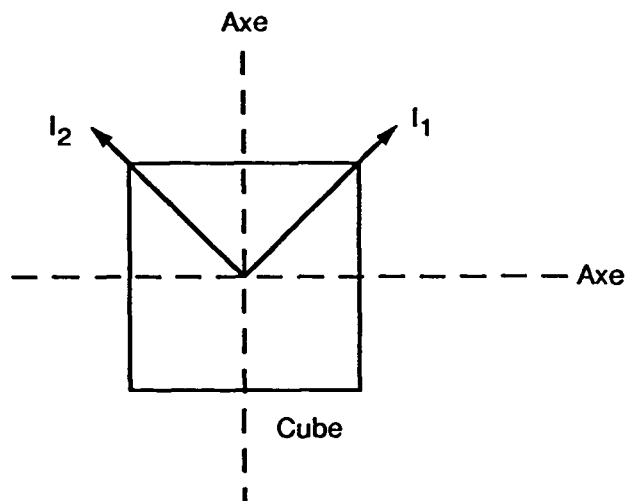


Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit le fonctionnement de l'ensemble des éléments permettant de produire les faisceaux jumeaux et de les détecter ainsi que le dispositif électronique permettant d'analyser leur bruit propre. Pour montrer que leurs fluctuations quantiques sont corrélées et donc que la différence de leurs intensités a des fluctuations inférieures au shot-noise, il est nécessaire de pouvoir déterminer celui-ci. Si les deux faisceaux n'étaient pas corrélés, la différence d'intensité aurait un bruit égal au shot-noise correspondant à un faisceau d'intensité double de celle de chacun des faisceaux jumeaux. Pour obtenir des faisceaux décorrélés, nous plaçons une lame demi-onde devant le cube servant à séparer les deux faisceaux jumeaux. Elle permet de faire tourner leurs polarisations. Il existe alors deux configurations particulièrement intéressantes. Dans la première, l'orientation de la lame est telle que les polarisations sont dirigées selon les axes propres du cube. Les deux faisceaux jumeaux sont donc séparés, ce qui permet de mesurer leurs corrélations (figure 23).



**Figure 23 : Séparation des faisceaux jumeaux par le cube séparateur de polarisation**

La deuxième configuration est celle où les polarisations des faisceaux sont à  $45^\circ$  des axes du cube (figure 24).



**Figure 24 : Orientation des polarisations des faisceaux jumeaux à  $45^\circ$  des axes du cube. Mesure du shot-noise**

Pour un faisceau donné, un photon arrivant sur le cube a une probabilité  $\frac{1}{2}$  d'aller dans l'une ou l'autre voie. Le cube se comporte donc comme une lame semi-réfléchissante pour ce faisceau. Le bruit mesuré sur le signal de différence est donc le shot-noise de ce faisceau. Le cube se comporte de la même manière pour l'autre faisceau. Par conséquent, si les deux faisceaux sont décorrélés, le bruit total mesuré sur le signal de différence est le shot-noise d'un faisceau d'intensité moyenne  $I_1 + I_2$ . Les deux champs jumeaux créés par l'O.P.O. ont des fréquences différentes en général. Leur mélange au niveau du cube fait apparaître un terme de battement. Ce sont les fluctuations des champs à des fréquences situées autour de cette fréquence de battement qui interviennent dans l'expression des fluctuations de la différence d'intensité des deux faisceaux. Dans notre expérience, les deux faisceaux ont des longueurs d'onde très différentes ( $1,067 \mu m$  et  $1,048 \mu m$  cf. paragraphe suivant). La fréquence de battement est donc de l'ordre du THz et se trouve donc tout-à-fait en dehors de la bande passante de la cavité. Les fluctuations des champs produits par l'O.P.O. sont donc complètement décorrélés à ces fréquences. On mesure donc bien le shot-noise de la somme des intensités.

De plus, le pic de battement se trouve en dehors de la bande passante des détecteurs. Il ne risque donc pas de perturber l'électronique.

Cette orientation de polarisation permet donc de déterminer la référence de bruit pour notre expérience. La rotation de la lame demi-onde fait passer alternativement de la première configuration à la seconde. Un moteur permet de faire tourner la lame; il est donc facile en cours d'expérience de mesurer le shot-noise des deux faisceaux ou leurs corrélations.

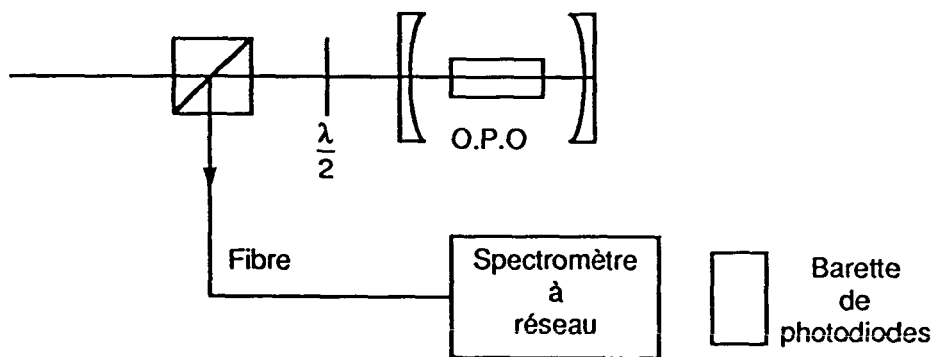
L'explication du rôle de la lame demi-onde donnée dans ce paragraphe est qualitative. Le calcul complet de son influence sur le spectre de bruit de la différence des intensités utilise la méthode semi-classique précédemment décrite et est donné en annexe.

V.I. Caractéristiques de fonctionnement de l'O.P.O.

Dans ce paragraphe, nous donnons quelques caractéristiques importantes des faisceaux produits par l'O.P.O.

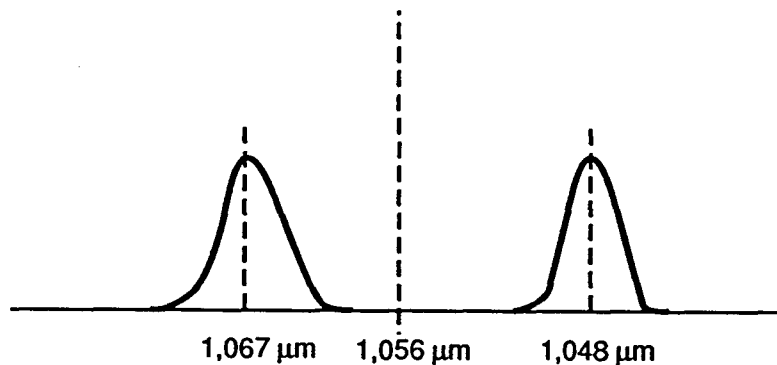
V.I.1 Longueurs d'onde des faisceaux

Il est utile de mesurer les longueurs d'onde des deux faisceaux jumeaux ceci afin de connaître l'écart qui les sépare. Si elles sont trop différentes, les miroirs auront des transmissions différentes pour chacun des deux faisceaux ce qui est, comme nous l'avons vu, à l'origine de la différence d'intensité des deux faisceaux. Pour déterminer ces longueurs d'onde, nous utilisons le montage suivant (figure 25).



**Figure 25 : Montage permettant de mesurer les longueurs d'onde des deux faisceaux jumeaux**

Une fibre optique est montée sur l'une des deux voies de sortie du prisme séparateur de polarisation. Son autre extrémité est envoyée à l'entrée d'un spectromètre à réseau. La lumière diffractée est recueillie sur une barrette de photodiodes. Le signal observé est constitué de deux pics correspondant aux longueurs d'onde des deux faisceaux (figure 26).



**Figure 26 : Longueurs d'onde des deux faisceaux jumeaux**

Les pics ont une largeur de l'ordre de  $5\text{\AA}$  due à la résolution du spectromètre. Ils sont centrés autour des valeurs  $\lambda_1 = 1,067 \mu m$  et  $\lambda_2 = 1,048 \mu m$ . Ces deux valeurs sont fixées par les conditions d'accord de phase du cristal pour une longueur d'onde de pompe de 528 nm et à température ambiante.

Elles sont situées de part et d'autre de la longueur d'onde  $1,056 \mu m$  qui correspond à la longueur d'onde de dégénérescence, et vérifient bien la relation de conservation de l'énergie

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_0}$$

résultat auquel on s'attendait.

Si la température du cristal est modifiée, les indices varient, ce qui entraîne un changement des longueurs d'onde vérifiant la condition d'accord de phase. Nous avons étudié la dépendance de l'écart entre les deux pics en fonction de la température. Nous obtenons une augmentation de  $0,87\text{\AA}$  pour une augmentation de température de  $1^\circ\text{C}$ .

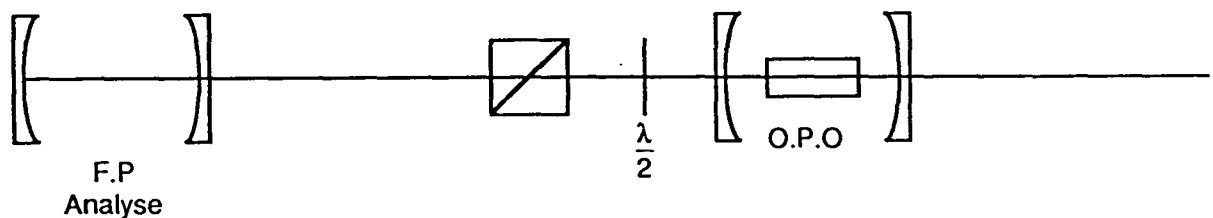
Dans ce cas particulier (cristal Airtron pompé à 528 nm), il faut refroidir le cristal pour

diminuer l'écart en longueur d'onde entre les deux faisceaux. La dégénérescence ne peut être atteinte ici car elle nécessite de refroidir en dessous de 0°C, température à laquelle apparaît du givre sur les faces du cristal ! Il faut donc envisager l'utilisation d'une autre longueur d'onde de pompe si l'on veut atteindre la dégénérescence.

Ce montage permet aussi de tester l'efficacité de la séparation des deux faisceaux par le cube. Nous tournons la lame demi-onde de manière à minimiser l'un des deux pics. Nous comparons la valeur obtenue avec le maximum de ce même pic. La proportion d'un faisceau mélangé avec l'autre est inférieure à 1% lorsque le cube est correctement aligné. Des réglages d'orientation du cube permettent d'optimiser cet alignement qui est assez délicat.

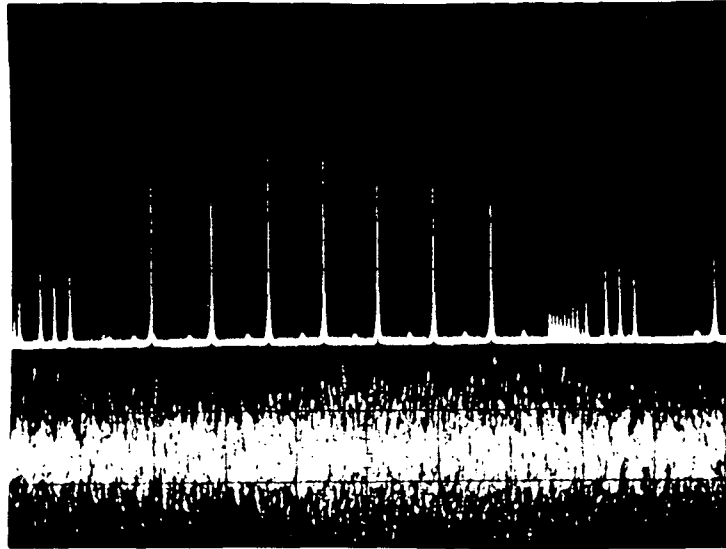
### V.I.2. Fonctionnement monomode de l'O.P.O.

Afin d'analyser les modes longitudinaux de l'O.P.O., nous plaçons un Fabry-Pérot d'analyse sur l'un des bras (figure 27).



**Figure 27 : Analyse des modes longitudinaux de l'O.P.O**

Une fois la longueur de la cavité de l'O.P.O. stabilisée, nous voyons que le signal du Fabry-Pérot d'analyse est constitué de deux peignes de pics. (cf. Photo)



Les deux peignes s'alternent lorsqu'on tourne la lame demi-onde. Chacun d'eux correspond donc à un faisceau jumeau. Cela permet donc de vérifier que l'O.P.O. a un fonctionnement spontanément monomode et confirme l'étude du chapitre III montrant que de par la biréfringence du cristal, une longueur de fonctionnement de la cavité correspond à une fréquence bien déterminée pour chaque faisceau.

## CHAPITRE VI : OBSERVATION DE LA REDUCTION DU BRUIT QUANTIQUE SUR LA DIFFERENCE DES INTENSITES DES DEUX FAISCEAUX JUMEAUX.

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit tous les éléments du montage expérimental permettant d'observer la corrélation des fluctuations quantiques des faisceaux jumeaux produits par l'oscillateur paramétrique. Dans ce chapitre, nous donnons les conditions dans lesquelles ont été effectuées les mesures, les résultats expérimentaux ainsi qu'une discussion de ceux-ci.

### VI.A. Conditions expérimentales - réglages préliminaires

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe V.C, la corrélation des faisceaux jumeaux produits par l'O.P.O. est très sensible aux diverses pertes qu'ils peuvent subir tout au long de leur trajet jusqu'au détecteur. Il importe donc que tous les éléments optiques soient de très bonne qualité. D'autre part, l'alignement de tous ces éléments est très important. L'axe de référence choisi est l'axe mécanique de l'O.P.O. de manière à ce que les miroirs soient utilisés en leur centre. Tous les éléments constituant l'O.P.O. étant démontés, l'axe est matérialisé à l'aide de diaphragmes. Le faisceau de pompe préalablement atténué est aligné sur cet axe en utilisant la baïonnette formée par les deux miroirs de renvoi situés entre le laser Argon ionisé et l'O.P.O. (figure 1 p. ). Les différents éléments constituant le montage sont alors remontés dans l'ordre à partir du prisme séparateur de polarisations jusqu'au miroir avant de l'O.P.O. Chaque élément est rendu perpendiculaire au faisceau pompe. Le réglage est particulièrement critique pour le cube séparateur de polarisation. Un mauvais alignement modifie les conditions de fonctionnement des couches diélectriques qui le constituent et dégrade ses caractéristiques. L'alignement est contrôlé au moyen du montage à fibre optique (paragraphe IV.I.1). Les miroirs sont centrés sur le faisceau de pompe, ce qui permet d'utiliser la partie centrale des traitements. Nous avons vu de plus que les miroirs sont réalisés sur des ménisques convergents. On s'assure ainsi que le faisceau pompe et les faisceaux infrarouges produits se propagent le long de l'axe optique de ces ménisques. L'orientation des miroirs est alors affinée à l'aide des réglages micrométriques afin d'optimiser la finesse de la cavité pour le faisceau de pompe. Le cristal est ensuite amené dans la cavité et orienté de manière à obtenir l'oscillation. Le réglage de la position des photodiodes est optimisé de manière à perdre le moins de photons possible. Le calcul complet de l'effet d'imperfections du montage de détection sur la réduction du bruit quantique est effectué dans l'annexe 1. Il montre que la qualité des mesures dépend de façon cruciale des différents déséquilibres de la détection. Ceux-ci proviennent d'une différence de valeur entre les efficacités quantiques des deux diodes notée  $\delta\eta$ , d'une différence de gain entre les deux voies de l'électronique caractérisée par le gain du mode commun noté  $\frac{\epsilon}{2}$  ainsi que d'une différence d'intensité moyenne entre les deux faisceaux détectés. Comme nous l'avons vu au paragraphe (II.C.1.b), cette différence d'intensités est due à un déséquilibre des pertes accidentelles subies par les faisceaux à l'intérieur de la cavité. Lorsque l'on fait tourner la lame demi-onde devant le

cube séparateur (cf. paragraphe IV.F), la différence des niveaux moyens varie périodiquement en fonction de l'angle  $\theta$  entre les axes du cube et les polarisations des champs selon l'expression (cf. annexe 1) :

$$\bar{i} = 2.\eta.e.\delta I.\cos 2\theta + 2.\delta\eta.e.I \quad (1)$$

Les intensités des deux faisceaux sont notés  $I_1$  et  $I_2$ , les efficacités quantiques des deux diodes  $\eta_a$  et  $\eta_b$ . Les paramètres de cette formule ont pour expression :

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (2) \quad \delta I = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad (3) \quad \eta = \frac{\eta_a + \eta_b}{2} \quad (4) \quad \delta\eta = \frac{\eta_a - \eta_b}{2} \quad (5)$$

L'amplitude de cette sinusoïde est proportionnelle à la différence des intensités entre les deux faisceaux. Le niveau moyen est proportionnel au déséquilibre entre les photodiodes. Celui-ci peut être en bonne partie compensé en jouant sur leur positionnement. Pour effectuer ce réglage, on observe sur l'oscilloscope la différence des niveaux moyens des signaux des photodiodes lorsque la longueur de l'O.P.O. est balayée. On obtient alors une série de pics correspondants aux longueurs pour lesquelles l'O.P.O. est résonnant (cf. Photo p. ..). On fait tourner lentement la lame demi-onde. La différence des niveaux moyens se présente sous la forme de pics dont la hauteur varie avec l'angle de la lame autour d'une position moyenne qui n'est pas nécessairement exactement nulle. Pour minimiser cette valeur moyenne, nous défocalisons légèrement la photodiode ayant la meilleure efficacité. En mesurant la hauteur maximale des pics, nous déterminons la différence d'intensité entre les deux faisceaux. Nous obtenons un écart relatif égal à :

$$\frac{I_1 - I_2}{I} = 3\% \quad (6)$$

La connaissance de ce rapport permet d'estimer l'écart résiduel entre les efficacités quantiques des diodes. Le niveau moyen résiduel est inférieur à l'amplitude de la sinusoïde. Nous en déduisons une valeur du déséquilibre relatif des efficacités quantiques :

$$\frac{\delta\eta}{\eta} \leq 1\% \quad (7)$$

Pour les calculs d'erreur, nous prendrons  $\frac{\delta\eta}{\eta} = 1\%$ .

#### VI.B. Observation de la corrélation entre les fluctuations quantiques des deux faisceaux

Une fois l'équilibrage de la détection réalisé, la longueur de la cavité est stabilisée au moyen de la boucle d'asservissement (paragraphe V.D). La puissance moyenne des faisceaux produits par l'O.P.O. est contrôlée par la valeur de la tension de référence de l'asservissement. Elle est réglée de manière à ce que la puissance de chaque faisceau soit de l'ordre de 1mW. Cette valeur



est suffisamment faible pour ne pas saturer les photodiodes tout en permettant la détection du bruit propre du faisceau. Nous reviendrons sur les problèmes de saturation à la détection dans le paragraphe (VI.F). Le contrôle de cette puissance est effectué en mesurant la tension aux bornes de la résistance de charge des photodiodes ( $R=1k\Omega$  en continu). Nous étudions alors le spectre de bruit de la différence des courants afin d'observer les corrélations quantiques entre les deux faisceaux.

Dans un premier temps, nous analysons le bruit en fonction de la rotation de la lame demi-onde à une fréquence de bruit fixe. Celle-ci doit se trouver à l'intérieur de la bande passante de réduction du bruit attendue qui est de 12 MHz, mais pas à trop basse fréquence pour éviter l'excès de bruit. Nous la choisissons vers 3 MHz.

Les calculs de l'annexe 1 montrent que la densité spectrale de bruit est une fonction périodique de l'angle entre les polarisations des faisceaux et les axes du cube. Lorsque les polarisations font un angle de  $45^\circ$  avec les axes, le bruit mesuré est le shot-noise correspondant à la somme des intensités des deux faisceaux. Nous appellerons cette position la "position du shot-noise". Nous avons vérifié expérimentalement (cf. paragraphe VI.E) que le bruit mesuré est effectivement le shot-noise. Lorsque les polarisations sont orientées selon les axes du cube, on mesure la corrélation entre les deux faisceaux. Le bruit est alors réduit. Nous appellerons cette position la "position squeezing". Ces mesures sont très sensibles aux déséquilibres de la détection ainsi qu'à la différence d'intensité des deux faisceaux. Leur effet est d'introduire une partie du bruit propre à chaque faisceau sur le signal de mesure (annexe 1 (56) et (60)). Comme l'O.P.O. fonctionne au voisinage du seuil, chaque faisceau pris indépendamment a un excès de bruit important par rapport au shot-noise (V.59), qui est de l'ordre de 17 dB à 2 MHz (cf. paragraphe VI.C). Il peut rapidement devenir gênant si les déséquilibres ne sont pas faibles.

La différence d'intensité des deux faisceaux joue un rôle particulier. En effet, les divers déséquilibres interviennent avec leur signe (annexe 1 (60)). Le déséquilibre de la détection (efficacité quantique et gain du mode commun) peut être considéré comme fixé une fois l'équilibrage optique effectué. En revanche, le signe de la différence d'intensité peut être changé en permutant les deux faisceaux, c'est-à-dire en tournant les polarisations de  $90^\circ$ . Pour deux "positions squeezing" successives, dans un cas la différence d'intensité et le déséquilibre de la détection se soustraient, dans l'autre cas ils s'ajoutent. Une position sur deux a un excès de bruit plus important que la position immédiatement voisine. La formule donnant le bruit dans la "position shot-noise" (Annexe 1 (56)) ne fait pas intervenir la différence d'intensité entre les deux faisceaux. Le bruit mesuré doit donc être identique pour deux positions successives.

Une courbe expérimentale typique est représentée sur la figure 1. Le signal est donné en

$V/\sqrt{Hz}$ . Il est donc proportionnel à l'amplitude du bruit à chaque fréquence.

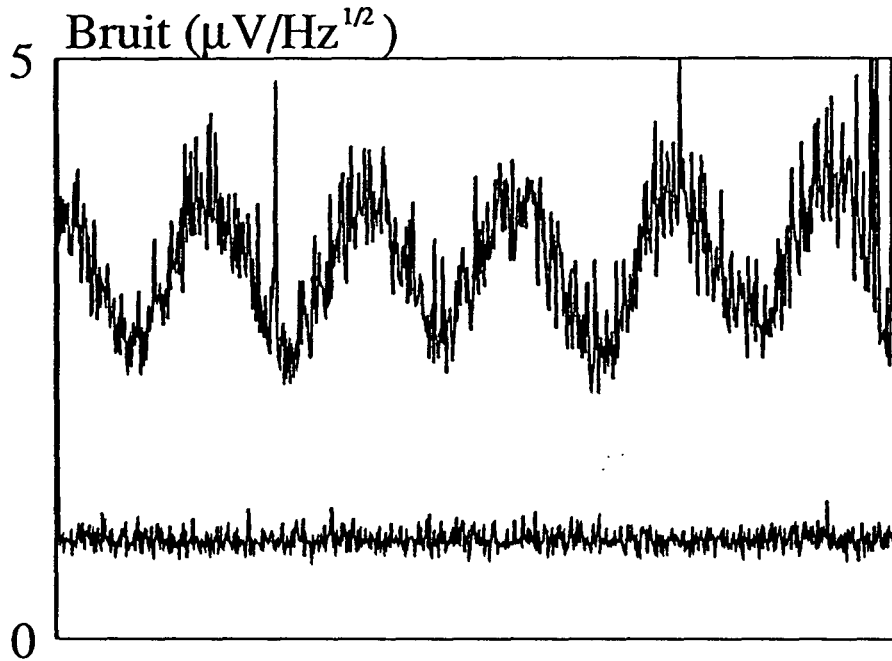


Figure 1: Bruit à la fréquence 3.5 MHz

Les "positions squeezing" correspondent à des minima de la densité spectrale de bruit. On voit bien l'alternance de deux réductions de bruit de valeurs différentes pour des "positions squeezing" successives. La trace du bas représente le bruit propre de la chaîne de détection ou bruit électronique. Nous avons vérifié que le minimum du bruit correspond bien à la "position squeezing" et que deux "positions squeezing" successives sont obtenues pour une rotation de  $90^\circ$  des polarisations des faisceaux, soit une rotation de  $45^\circ$  de la lame demi-onde.

Ce type de spectre à fréquence fixe est très utile pour régler la position de la lame demi-onde en cours d'expérience. Nous pouvons alors obtenir des spectres de bruit en fonction de la fréquence pour les différentes positions de la lame demi-onde. La bande spectrale d'analyse est choisie égale à 20 MHz de manière à inclure l'essentiel de la bande de fréquence où le bruit quantique est réduit. La figure 2 montre 4 spectres pris pour le même réglage de l'O.P.O. Le spectre *a* représente le shot-noise. Les spectres *b* et *c* sont mesurés pour deux positions squeezing successives. Le spectre *d* représente le bruit électronique.

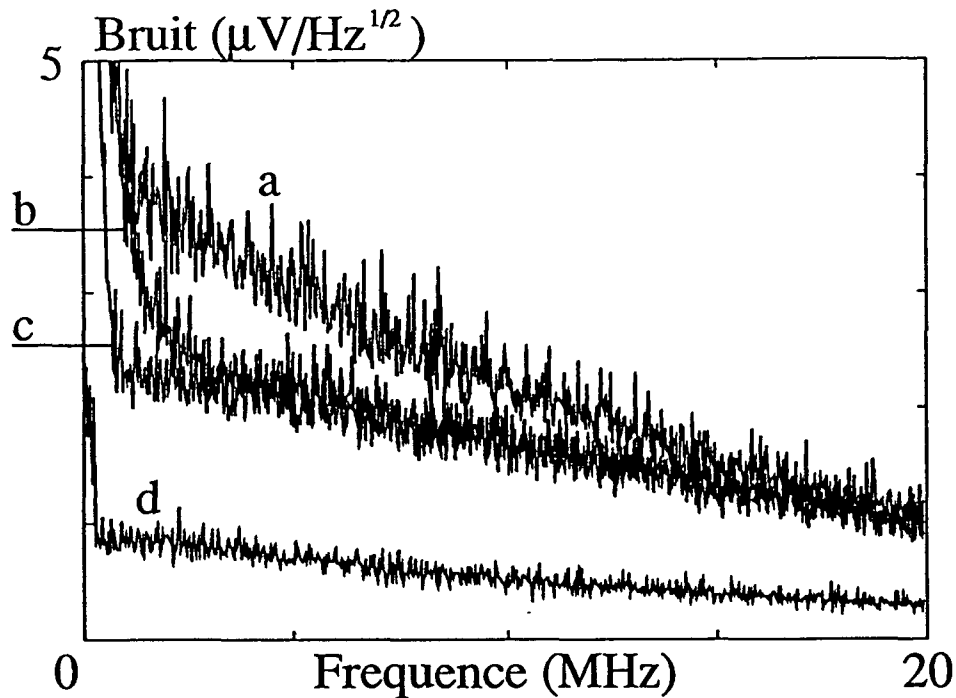


Figure 2

Les spectres en position squeezing montrent une forte réduction du bruit par rapport au shot-noise. On voit que les deux positions *b* et *c* ne sont pas équivalentes : le spectre *b* présente une remontée de bruit par rapport au spectre *c* pour les fréquences inférieures à 4 MHz, ce qui confirme bien la prévision.

Pour tous les spectres, le bruit est très important pour des fréquences inférieures à 1 MHz. A ces fréquences, l'excès de bruit sur chaque faisceau est très important, et le taux de réjection du mode commun de l'électronique n'est plus suffisant pour l'éliminer. Il se produit alors une saturation de la chaîne de détection.

#### VI.C. Détermination de la réduction du bruit quantique obtenu

Les meilleurs spectres que nous ayons obtenus sont présentés sur la figure 3. Le niveau moyen de la somme des deux faisceaux donne une tension de 2,15 V ( $R_c = 1\text{ k}\Omega$ ). L'efficacité quantique des photodiodes étant de 0,9, cela donne une puissance de 1,3 mW par faisceau.

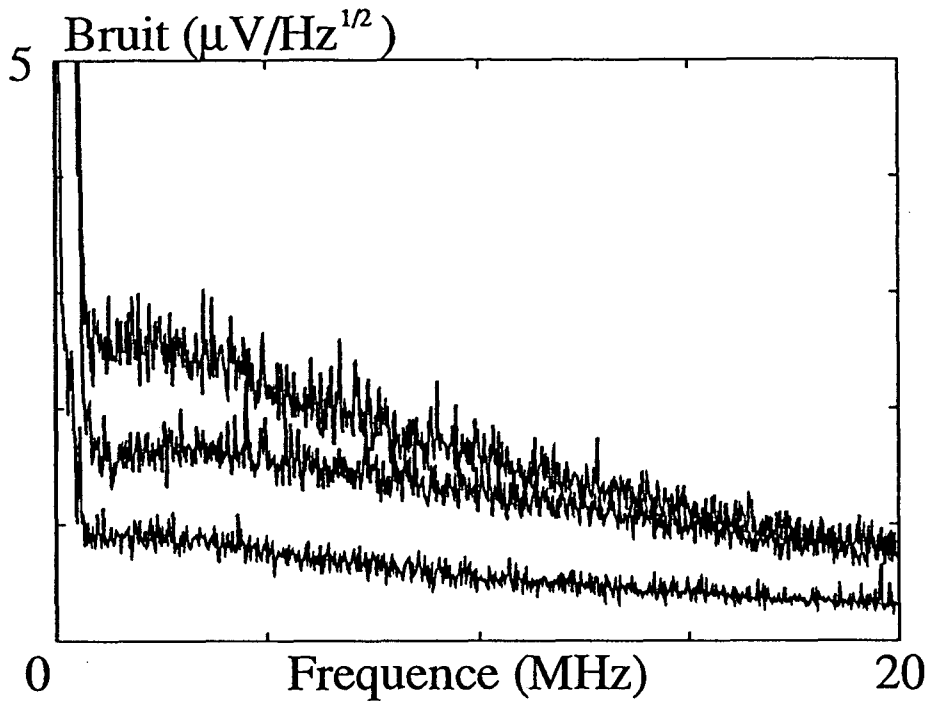


Figure 3

Afin de déterminer le bruit propre dû aux faisceaux, nous soustrayons la puissance de bruit électronique à la puissance de bruit obtenue en "position squeezing" et à celle obtenue en "position shot-noise" à l'aide d'un programme de traitement informatique. Il faut soustraire les puissances de bruit car le bruit électronique n'est pas corrélé avec le bruit des faisceaux. Les spectres obtenus sont moyennés. Nous effectuons ensuite le rapport entre la puissance de bruit en position squeezing et la puissance de bruit en position shot-noise afin d'obtenir la courbe de réduction du bruit quantique en fonction de la fréquence. C'est le rapport dont nous avons calculé l'expression dans l'annexe 1 (formule (63)). Avec les spectres de la figure 3, nous obtenons la courbe de la figure 4.

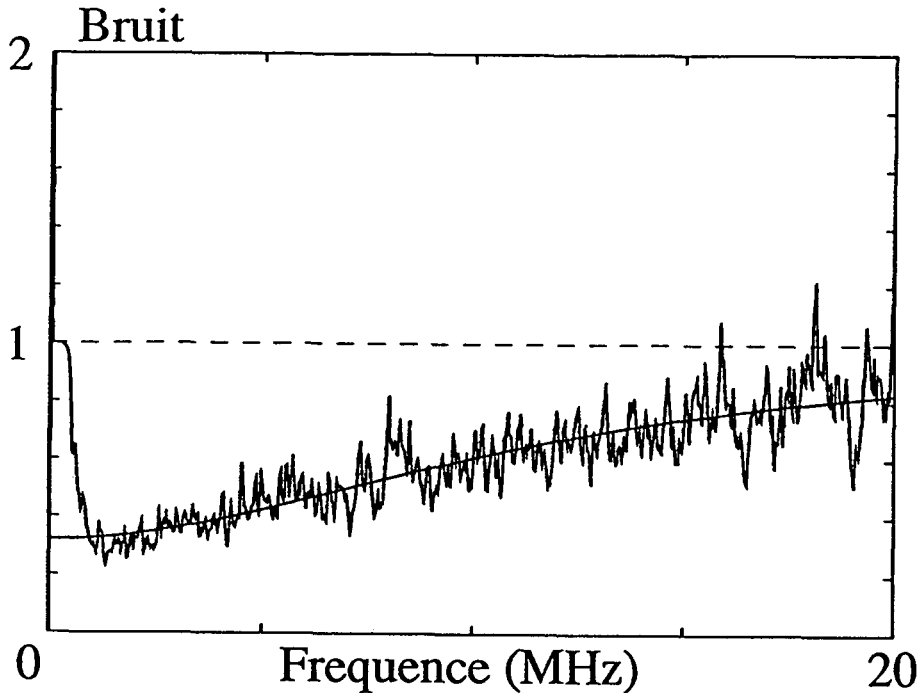


Figure4

Cette courbe montre une importante réduction du bruit quantique dans une bande allant de 1 MHz à 20 MHz. La partie pour des fréquences inférieures à 1 MHz n'est pas significative à cause de la saturation de l'électronique de détection.

La théorie prévoit que la réduction du bruit en fonction de la fréquence est une lorentzienne (V.53). Afin de déterminer le bruit résiduel à fréquence nulle et la largeur de la courbe à mi-hauteur, nous ajustons une lorentzienne de hauteur et de largeur variables sur la courbe expérimentale. Elle est représentée sur la figure 4.

La valeur maximale de la réduction est de 69% , obtenue à 2 MHz. La largeur à mi-hauteur de la courbe de réduction est de 11,5 MHz. L'expression théorique du rapport à fréquence nulle est calculée dans l'annexe 1 (65). Elle vaut :

$$R(0) = \frac{\mu + (1 - \eta)\gamma}{\mu + \gamma} \quad (8)$$

où  $\gamma$  représente la transmission du miroir,  $\mu$  les pertes accidentelles et  $\eta$  l'efficacité quantique des diodes. De même la largeur à mi-hauteur de la courbe vaut (d'après V.53) :

$$\nu_c = \frac{\gamma + \mu}{\pi\tau} \quad (9)$$

où  $\tau$  est le temps d'un aller-retour dans la cavité.

$$\tau = \frac{2(L + (n - 1)\ell)}{c} \quad (10)$$

Dans notre cas,  $L = 35 \text{ mm}$ ,  $\ell = 7 \text{ mm}$ ,  $n = 1,7$  et  $\eta = 0,9$ . Compte-tenu des valeurs expérimentales de  $R(0)$  et de  $\nu_c$ , on trouve :

$$\gamma = 0,75\% \quad (11)$$

$$\mu = 0,25\% \quad (12)$$

La valeur de  $\gamma$  donne une transmission en intensité valant  $T = 2\gamma = 1,5\%$ , ce qui est en bon accord avec la valeur annoncée par le constructeur ( $T=1,6\%$ ). Les pertes du cristal données par le constructeur sont de  $0,2\% / \text{cm}$ . Le faisceau traverse deux fois le cristal lors d'un tour dans la cavité. Les pertes totales sur un tour dues au cristal sont donc de  $0,28\%$ , ce qui est déjà supérieur au chiffre déduit de l'expérience. Si l'on tient compte, de plus, des pertes supplémentaires dues à l'imperfection des traitements antireflets sur les faces du cristal (4 passages) et des pertes par diffusion sur les miroirs, on peut en déduire que les pertes du cristal sont nettement moins importantes que prévu. Cela est une chance pour notre expérience, car si elles avaient la valeur annoncée, le niveau de bruit résiduel à fréquence nulle serait plus élevé.

Compte-tenu de ces chiffres, nous pouvons déterminer la réduction maximale que nous pourrions obtenir si l'efficacité quantique des photodiodes était parfaite. L'expression du rapport  $R$  devient dans ce cas :

$$R(0) = \frac{\mu}{\mu + \gamma} \quad (13)$$

Ce qui nous donne une réduction maximale de  $75\%$ . Dans l'annexe 1 nous avons déterminé l'erreur sur l'estimation du rapport  $R$ . Elle a pour origine le bruit propre des faisceaux introduit par les différents déséquilibres. Son expression est (Annexe 1 (78)).

$$\Delta R = \eta(1 + 2E + (1 - R)) \left[ \left( \frac{\delta I}{2I} \right)^2 \pm \frac{\delta I}{I} \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right) + (1 - R) \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 \right] \quad (14)$$

$I$  est l'intensité moyenne des faisceaux,  $\eta$  est l'efficacité quantique moyenne des diodes.  $\delta I$  est la demi-différence des intensités,  $\delta \eta$  est la demi-différence des efficacités quantiques.  $\frac{\epsilon}{2}$  est le gain du mode commun de l'électronique.  $1 - R$  est la réduction du bruit quantique.  $E$  est l'excès de bruit sur un faisceau.

Le taux de réjection du mode commun est de 35 dB, ce qui donne un gain du mode commun (en tension) égal à :

$$\frac{\epsilon}{2} = 0,01 \quad (15)$$

La valeur estimée du déséquilibre relatif des efficacités quantiques est (VI.a) :

$$\frac{\delta\eta}{\eta} = 0,01 \quad (16)$$

Nous n'avons pas déterminé les signes relatifs de ces deux déséquilibres lors de l'expérience. Nous considérons donc les deux cas où ils s'additionnent ou se soustraient pour déterminer le déséquilibre global de la détection. Nous conserverons celui menant à la plus grande incertitude.

Le spectre de réduction du bruit est celui qui est mesuré dans la position la plus favorable (VI.B) c'est-à-dire celle où le bruit supplémentaire provenant du bruit propre des faisceaux est le plus faible. L'expression de  $\Delta R$  montre que cette condition est atteinte lorsque la différence d'intensité des faisceaux et le déséquilibre global de la détection sont de signe opposé. Nous choisissons ce dernier positif. La différence d'intensité relative des deux faisceaux mesurée est de 3% , d'où :

$$\frac{\delta I}{I} = -0,015 \quad (17)$$

Pour calculer  $\Delta R$ , il nous reste à déterminer le bruit d'intensité sur un faisceau. La figure 6 représente le bruit propre d'un faisceau (échelle 5 dB/div.). Le shot-noise est bien au dessus du bruit de l'électronique dans le rapport déterminé au paragraphe V.G.1 . En corrigeant chaque spectre du bruit de l'électronique, nous trouvons que le rapport entre la puissance de bruit sur un faisceau et le shot-noise lui correspondant à 2 MHz est de 60.

Si nous supposons que l'excès de bruit est proportionnel à l'intensité moyenne du faisceau, comme la shot-noise l'est aussi, ce rapport donne directement la valeur du coefficient E déterminant l'excès de bruit sur un faisceau par rapport au shot-noise.

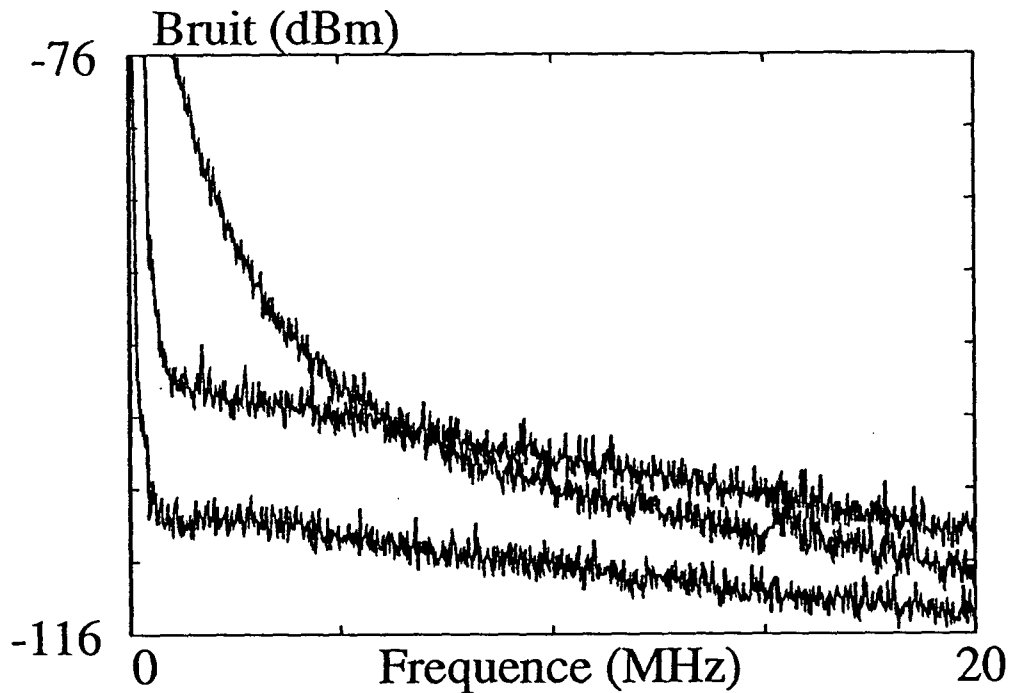


Figure 6

Compte-tenu des chiffres et des remarques précédentes, l'erreur estimée sur le rapport de réduction du bruit quantique est alors :

$$\Delta R = 1\% \quad (18)$$

La réduction du bruit quantique que nous avons obtenue est donc :

$$69 \pm 1\% \quad (19)$$

#### VI.D. Test de la nature subpoissonienne du signal observé

Pour nous assurer que les faisceaux possèdent effectivement une corrélation quantique, nous pouvons étudier l'effet d'une atténuation de leur intensité. Comme nous l'avons montré dans l'annexe 1, une lame atténuatrice placée dans un faisceau couple celui-ci avec les fluctuations du vide entrant par l'autre voie. Par conséquent, les fluctuations du faisceau après la lame sont plus



proches du shot-noise qu'elles ne l'étaient avant la lame. Si le faisceau présentait initialement un excès de bruit par rapport au shot-noise, celui-ci doit être diminué après la lame. Inversement, si le faisceau a, au départ, des fluctuations réduites par rapport au shot-noise, celles-ci augmentent après traversée de la lame. L'effet d'une lame atténuatrice sur les fluctuations du faisceau constitue donc un excellent test pour savoir si elles sont de nature subpoissonienne ou non. Pour effectuer cette vérification, nous avons placé avant séparation par le cube, une lame d'atténuation variable réglée pour transmettre 50% de l'intensité de chaque faisceau. Les spectres mesurés dans les mêmes conditions que précédemment sont représentés sur la figure 7.

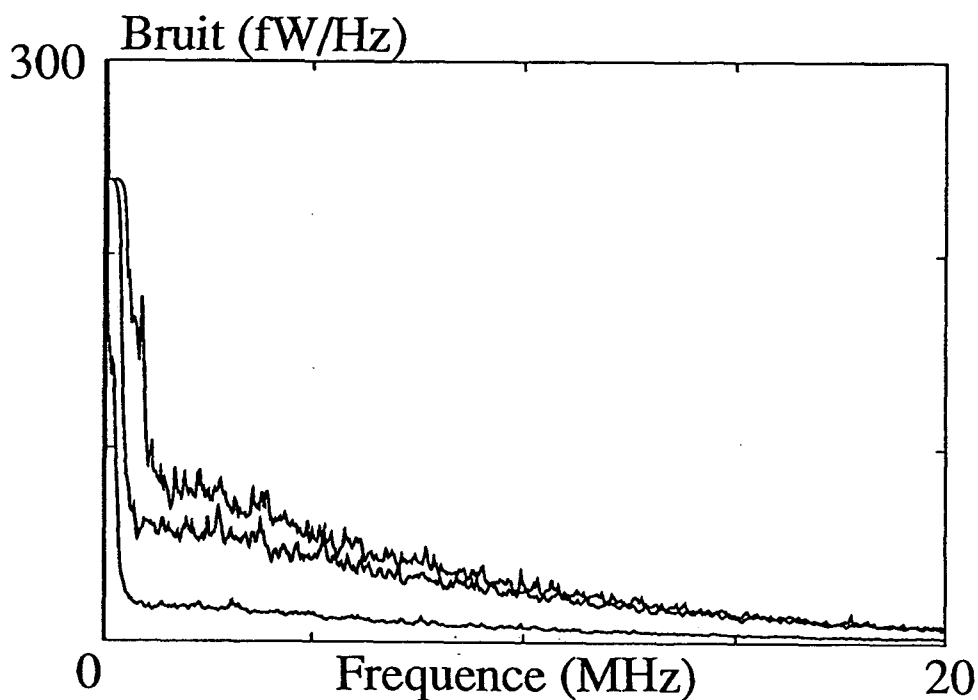


Figure 7

La courbe de réduction du bruit en fonction de la fréquence est donnée sur la figure 8. Elle donne une réduction des fluctuations de 34% à fréquence nulle.

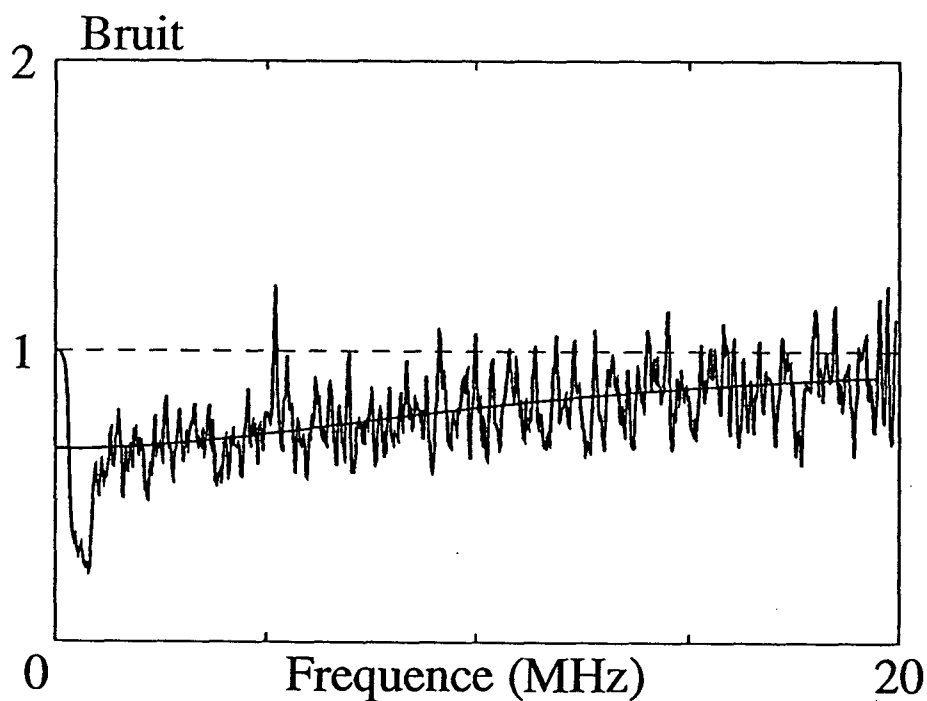


Figure 8

Pour nous assurer que la remontée du bruit correspond bien à une diminution des corrélations quantiques, nous avons comparé les puissances de bruit correspondant au shot-noise mesuré avec l'atténuation de 50% et au shot-noise mesuré sans atténuation. Celui-ci doit être le double du précédent puisque le shot-noise d'un faisceau est proportionnel à son intensité moyenne. Sur la figure 9 sont représentés les spectres de shot-noise mesurés avec et sans atténuation ainsi que le bruit électronique dans les deux cas. La référence de fréquence de notre analyseur de spectre dérive. Il nous faut donc recalibrer les spectres correspondant à des séries de mesures différentes. Nous utilisons pour cela la remontée de bruit à basse fréquence du bruit électronique.

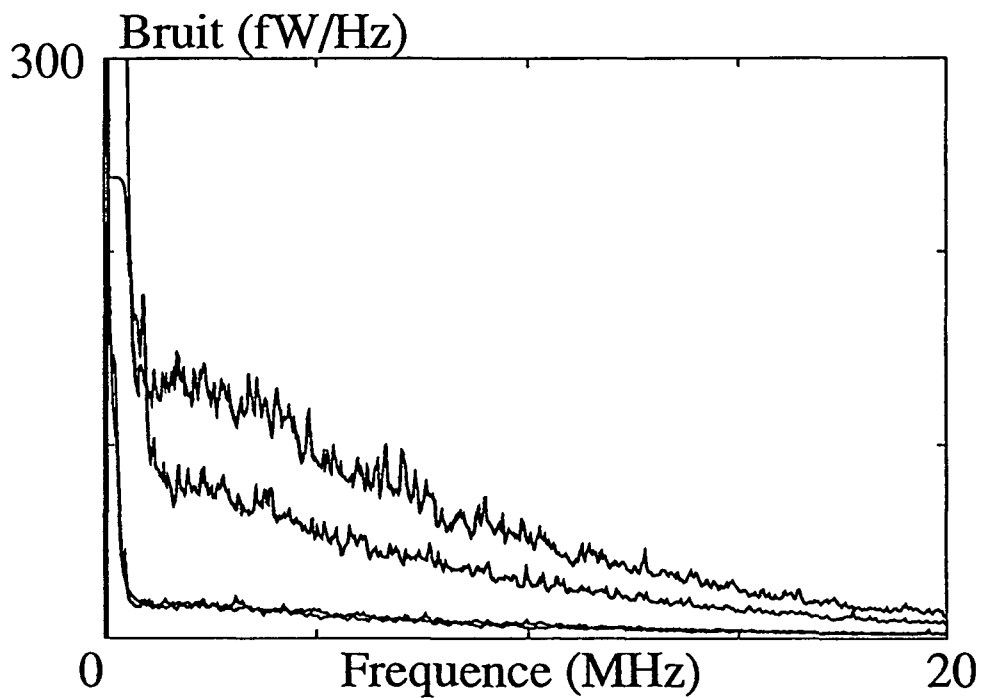


Figure 9

Nous soustrayons le bruit électronique à chaque spectre mesuré en position shot-noise. Nous déterminons ensuite le rapport entre les puissances de bruit du shot-noise mesurées dans les deux cas et qui est représenté sur la figure 10.

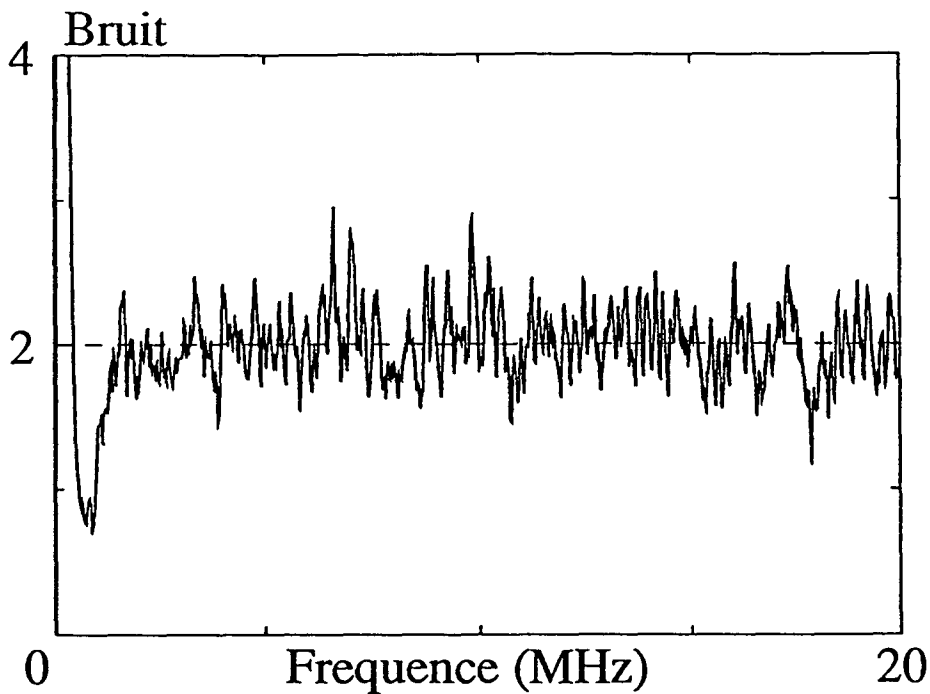


Figure 10

Il y a bien un rapport 2 sur tout le spectre à partir de 2 MHz entre la puissance de bruit mesurée sans atténuation et la puissance de bruit mesurée avec une atténuation de 50%. Cette dépendance de la puissance de bruit en fonction de l'atténuation est caractéristique du shot-noise. Cela confirme donc que le niveau de référence utilisé est bien le shot-noise. Nous comparons la réduction mesurée avec la prédiction théorique. Le rapport de réduction théorique à fréquence nulle a la même expression que dans la partie VI.C.

$$R(0) = \frac{\mu + (1 - \eta)\gamma}{\mu + \gamma} \quad (20)$$

Le coefficient  $\eta$  tient compte cette fois-ci de l'efficacité quantique des diodes de détection (0,9) et de la transmission de la lame (0,5). Il vaut donc :

$$\eta = 0,45 \quad (21)$$

Compte-tenu des valeurs de  $\mu$  et de  $\gamma$  déterminées au paragraphe précédent, le rapport  $R(0)$  a pour valeur :

$$R(0) = 0,66 \quad (22)$$

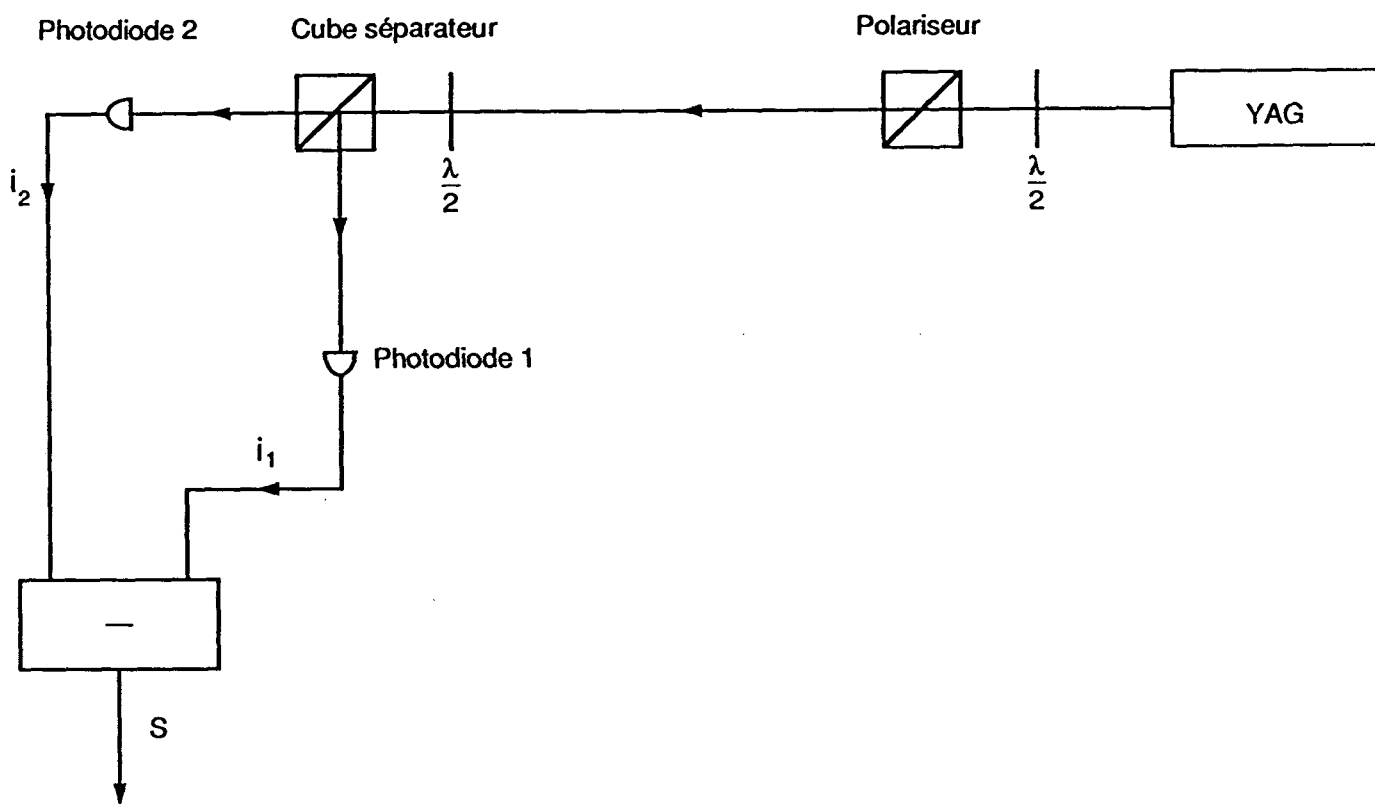
Soit une réduction du bruit quantique de 34% ce qui est un excellent accord avec la mesure. Ce résultat confirme donc la nature subpoissonienne des corrélations observées.

#### VI.E. Calibration du shot-noise avec un laser YAG

La puissance de bruit mesurée dans la position shot-noise sert de référence pour toutes les mesures de réduction du bruit. Il est donc essentiel de s'assurer qu'elle donne effectivement le shot-noise correspondant à la somme des intensités des deux faisceaux.

L'étude du paragraphe précédent montre que la puissance de bruit mesurée dans cette position est bien proportionnelle à l'intensité moyenne des faisceaux. Il est cependant nécessaire de vérifier que les faisceaux issus des deux voies de sortie du cube sont bien décorrélés et ont perdu toute trace des corrélations quantiques existant entre les deux faisceaux sortant de l'O.P.O.

Pour cela, nous utilisons le faisceau à  $1,06 \mu\text{m}$  provenant d'un laser YAG et ayant même niveau moyen que la somme des niveaux moyens des deux faisceaux jumeaux. Lorsque l'intensité dans les deux voies de la détection est identique, le bruit mesuré est le shot-noise. Nous avons utilisé un laser YAG pompé par diode (ADLAS) qui produit un faisceau polarisé rectilignement et dont la puissance peut atteindre 40 mW. Le schéma du montage est représenté sur la figure 11.



**Figure 11 : Montage de calibration du shot-noise grace à un laser YAG**

L'ensemble formé par le polariseur et la lame demi-onde placée après le laser YAG permet de régler le niveau moyen du faisceau envoyé dans la détection. Dans l'expérience de réduction du bruit quantique, la somme des tensions continues mesurées sur les résistances de charge des photodiodes est de 2,15 mV. Le niveau moyen provenant du faisceau produit par le laser YAG et mesuré dans les mêmes conditions est de 2,12 mV, ce qui donne une différence de 1,5% par rapport au niveau moyen de la somme des intensités des deux faisceaux jumeaux pour le spectre considéré ( $I_1 + I_2 = 2,15 \text{ mV}$ ). L'équilibrage des deux voies de la détection est effectué à l'aide de la lame demi-onde placée devant le cube séparateur. La différence de niveau moyen entre les deux voies

est de 8 mV.

De même que pour comparer les niveaux de shot-noise avec et sans atténuation de 50% de l'intensité des faisceaux, nous faisons coïncider les spectres en utilisant comme référence la remontée de bruit à basse fréquence du bruit de l'électronique.

La figure 12 représente le bruit mesuré en position shot-noise pour les faisceaux provenant de l'O.P.O.

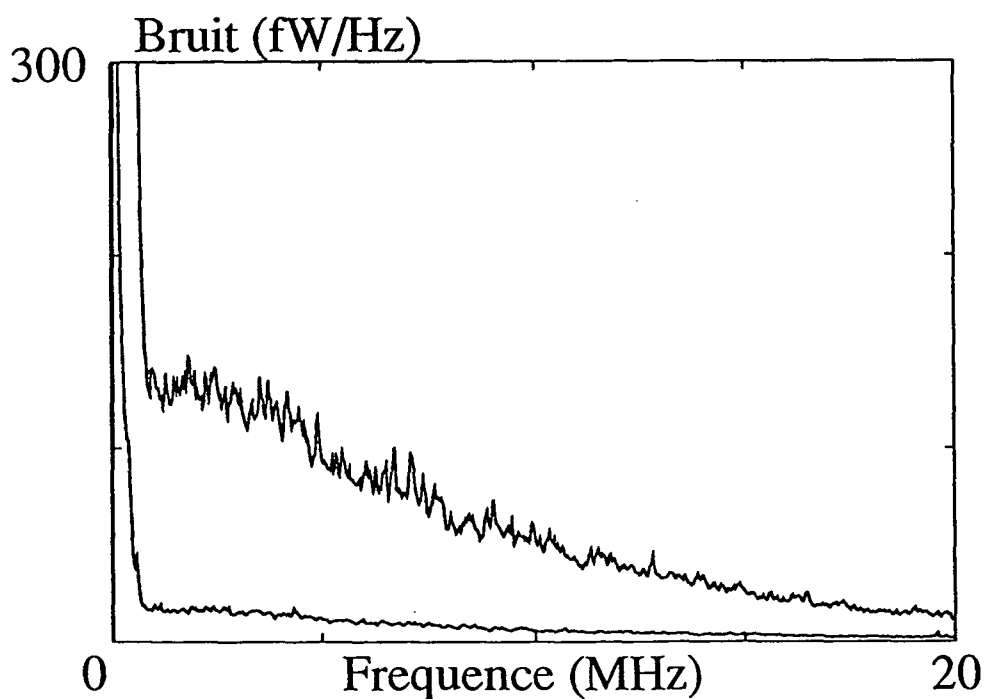


Figure 12

La figure 13 représente le shot-noise du faisceau provenant du laser YAG.

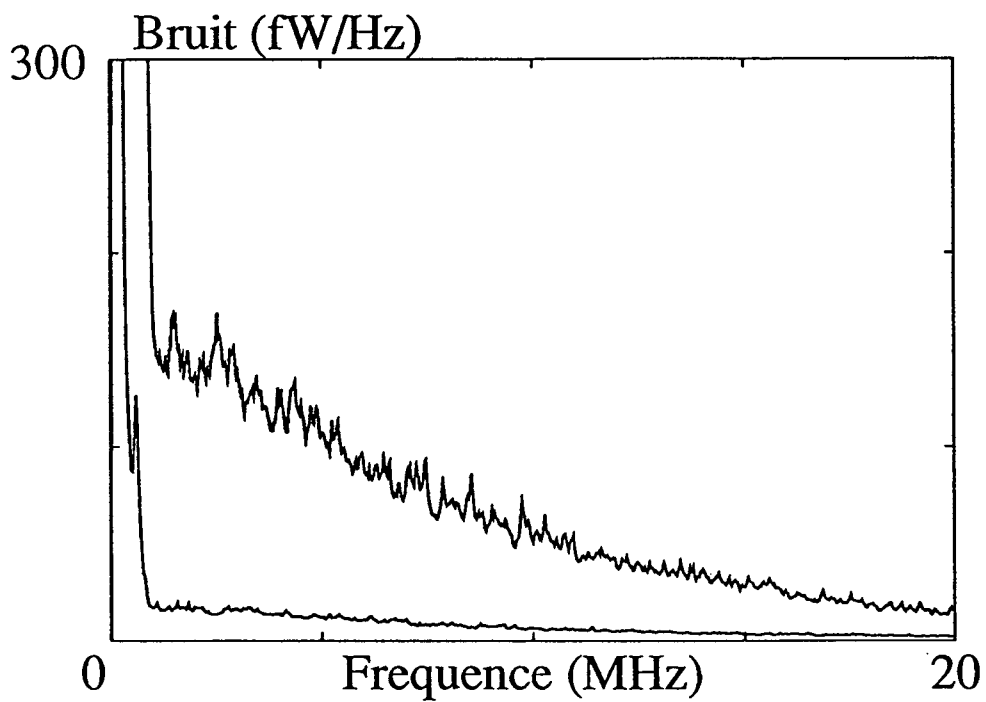


Figure 13

Le rapport entre le shot-noise du faisceau provenant du YAG et le bruit de l'O.P.O. en "position shot-noise" est donné sur la figure 14.



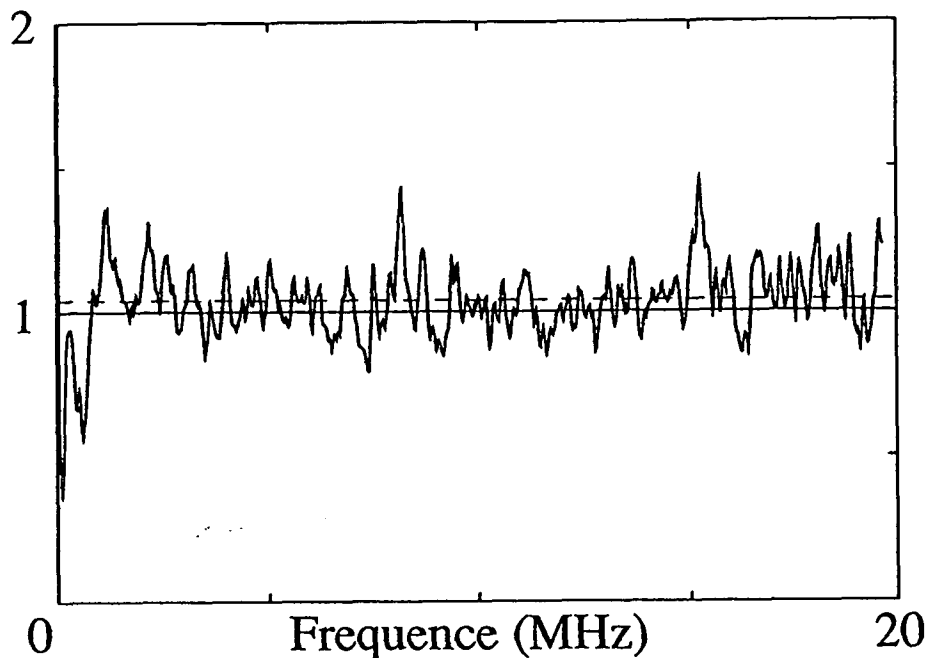


Figure 14

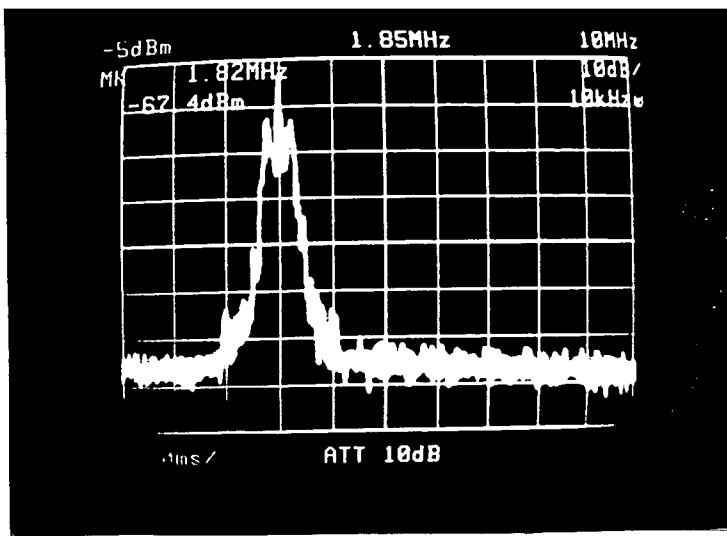
Le niveau moyen de ce rapport est de 1,04. Le shot-noise du faisceau provenant du laser YAG est donc de 4% plus important que le bruit mesuré sur les faisceaux jumeaux en "position shot-noise". Si on considère que l'on a sous-estimé le shot-noise de 4% dans nos mesures, cela ne remet pas en cause le rapport de squeezing annoncé. En effet, cela revient à dire que nous avons surestimé le bruit résiduel en effectuant le rapport du bruit mesuré dans la "position squeezing" par le bruit mesuré dans la position "shot-noise". On peut cependant attribuer cet écart de 4% aux imprécisions de ce type de mesure.

Il est en effet difficile de déterminer les niveaux moyens des différents faisceaux à mieux de 1%. De plus, l'intensité du laser YAG présentait des fluctuations qui rendaient cette mesure délicate. D'autre part, les deux types de mesures étant totalement différents, il est difficile de reproduire exactement les mêmes conditions expérimentales dans les deux cas. Notamment, le mode spatial du faisceau issu du laser YAG ne coïncide pas exactement avec celui issu de l'O.P.O. Compte-tenu de cette discussion, nous pouvons donc considérer que la mesure effectuée montre avec un bon accord que le bruit mesuré dans la "position shot-noise" est bien le shot-noise équivalent des deux faisceaux.

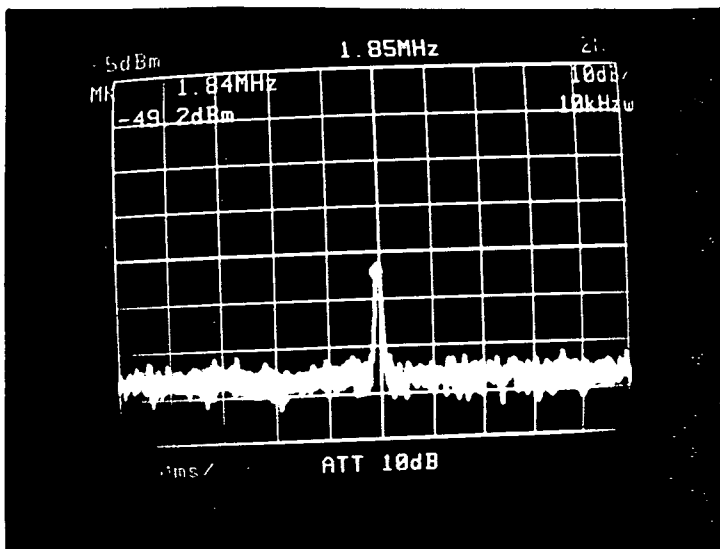
## VI.F. Vérification de la linéarité de la réponse des photodiodes

La dernière vérification que nous avons effectuée concerne la linéarité des photodiodes. Les faisceaux détectés présentent un excès de bruit important pour les basses fréquences (figure 6). Il est important de vérifier que cet excès de bruit ne sature pas la photodiode, et ne modifie pas son comportement dans la gamme de fréquences qui nous intéresse ( $\nu \geq 1\text{MHz}$ ).

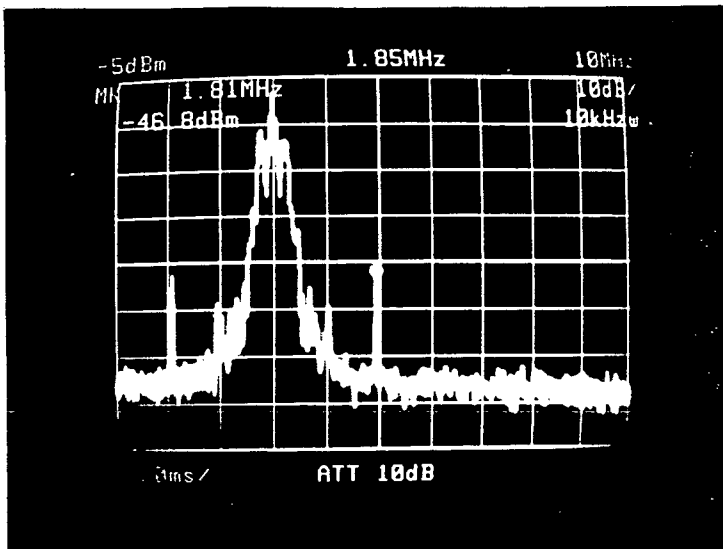
Pour effectuer ce test, nous envoyons le faisceau provenant de l'O.P.O. sur une des deux photodiodes suivie de son préamplificateur (le signal provenant d'une photodiode chargée sur  $50\ \Omega$  est trop faible pour être mesuré). La puissance moyenne du faisceau est réglée autour de la valeur qu'elle avait lors des mesures de réduction du bruit quantique ( $\sim 1,3\text{ mW}$ ). La photodiode fonctionne ainsi dans les mêmes conditions. Nous superposons à ce faisceau principal un faisceau provenant du laser YAG décrit dans la partie suivante. Ce faisceau est modulé à la fréquence à laquelle on veut tester la linéarité des diodes grâce à un modulateur acousto-optique. De plus, son intensité est très faible (inférieure au  $\mu\text{W}$ ) afin de ne pas modifier le niveau de fonctionnement de la diode. Le montage expérimental est représenté sur la figure 16. La superposition du faisceau provenant du laser YAG sur celui issu de l'O.P.O. se traduit par l'apparition d'un pic à la fréquence de modulation sur le spectre de bruit (photographies 15 (a), (b), (c)).



a: Spectre de bruit du faisceau provenant de l'O.P.O. (niveau moyen  $20 \mu\text{W}$ )



b: Pic provenant du laser YAG modulé à 2 MHz (niveau moyen  $0.2 \mu\text{W}$ )



c: Superposition des deux signaux

Figure 15

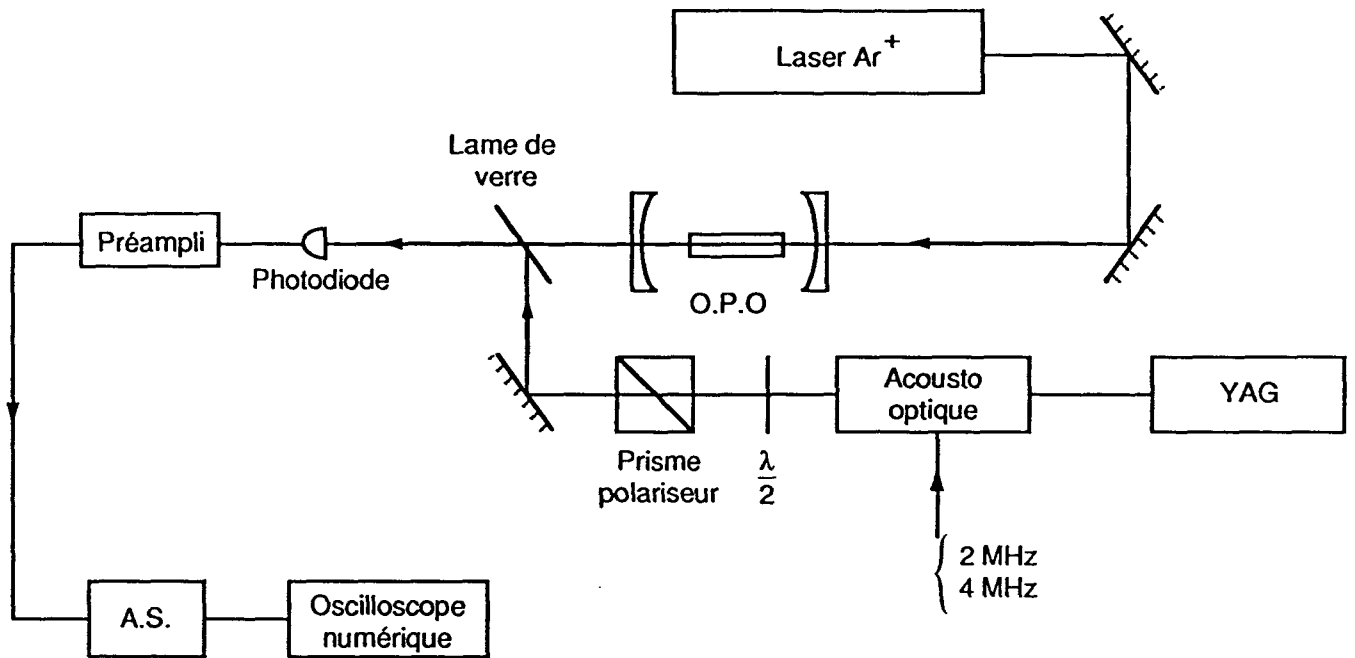


Figure 16 : Montage permettant de vérifier la linéarité des photodiodes

L'analyseur de spectre fonctionne sur une échelle linéaire. Comme le signal que nous cherchons à étudier est modulé à une fréquence donnée, nous travaillons à fréquence d'analyse fixe. Lorsque seul le faisceau provenant du YAG est envoyé sur la photodiode, la tension mesurée est  $v_{YAG}$ , qui est directement proportionnelle à la puissance incidente. Lorsque l'on n'envoie que le faisceau provenant de l'O.P.O. sur la photodiode, la tension mesurée est  $v_{OPO}$  qui est proportionnelle à la racine carrée de la puissance du bruit d'intensité du faisceau mesurée dans la bande passante de résolution autour de la fréquence d'analyse. Lorsqu'on superpose les deux faisceaux, on obtient une tension  $v$  qui dépend globalement du bruit d'intensité du faisceau de l'O.P.O. et de la modulation du faisceau issu du laser YAG.

Les différents signaux doivent être comparés en puissance. Il faut donc comparer les carrés des tensions mesurées. Si la diode a un comportement linéaire,  $v$  vérifie la relation :

$$v^2 = v_{OPO}^2 + v_{YAG}^2 \quad (23)$$

Pour caractériser le comportement de la diode, nous définissons le rapport :

$$r = \frac{v}{\sqrt{v_{YAG}^2 + v_{OPO}^2}} \quad (24)$$

Il doit être égal à 1 si la diode a un comportement linéaire.

Les mesures ont été effectuées aux fréquences 2 MHz et 4 MHz qui sont situées dans la zone où le taux de réduction du bruit quantique est le plus élevé, et pour différentes valeurs de la puissance moyenne du faisceau émis par l'O.P.O. Lors de l'expérience de réduction du bruit quantique, le niveau moyen d'un faisceau était de 1,1 V, soit une puissance de 1,3 mW ( $R_c = 1 \text{ k}\Omega$ ).

#### Résultats de mesure :

##### Fréquence de modulation 2 MHz

<i>Niveau moyen O.P.O. (V)</i>	0,700	1	1,22	1,4	1,5	2,2
<i>v (V)</i>	1,06	0,960	1,18	1,42	1,62	1,42
<i>v<sub>YAG</sub> (V)</i>	1,04	0,960	1,18	1,36	1,62	1,44
<i>v<sub>OPO</sub> (mV)</i>	80	140	120	140	190	260
<i>r</i>	1,02	0,99	0,99	1,04	0,99	0,97

Nous obtenons une valeur moyenne  $\bar{r} = 1$  avec une dispersion  $\Delta r = 0,02$ . la diode a donc un comportement linéaire à cette fréquence.

##### Fréquence de modulation 4 MHz.

<i>Niveau moyen O.P.O. (V)</i>	0,840	1,18	1,20	1,44	1,5	1,86
<i>v (V)</i>	1,84	3,46	3,06	2,88	3,14	2,26
<i>v<sub>YAG</sub> (V)</i>	1,94	3,48	3,14	2,88	3,44	2,24
<i>v<sub>OPO</sub> (mV)</i>	140	140	80	160	80	360
<i>r</i>	0,95	0,99	0,97	1	0,91	1

Nous obtenons une valeur moyenne  $\bar{r} = 0,97$  avec une dispersion  $\Delta r = 0,03$ . La diode a donc un comportement linéaire à 4 MHz.

Ces mesures montrent que les photodiodes ont un comportement linéaire dans la gamme de fréquence où la réduction du bruit quantique est la plus importante, malgré l'excès de bruit à basse fréquence des faisceaux détectés. Les fluctuations de courant mesurées par la chaîne électronique reproduisent donc fidèlement les fluctuations des faisceaux jumeaux.

On peut, de plus, remarquer que la méthode de détection est, de par sa conception, peu sensible à la saturation éventuelle des photodiodes. En effet, la puissance moyenne mesurée sur chacune d'entre elle varie peu pour les différentes positions de la lame demi-onde. La seule variation n'est due qu'à la légère différence d'intensité entre les deux faisceaux jumeaux (déséquilibre relatif 3%). Donc, si les diodes étaient saturées, le coefficient de proportionnalité entre les fluctuations des faisceaux et les fluctuations des courants serait le même pour les positions de mesure du squeezing et du shot-noise. Il s'éliminerait donc dans le rapport des deux spectres. La valeur de la réduction du bruit quantique ne s'en trouverait donc pas affectée. C'est là un avantage supplémentaire de la détection que nous avons employée.

## VI.G. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats obtenus sur les mesures de corrélation des faisceaux jumeaux produits par l'oscillateur paramétrique optique. Nous avons obtenu une réduction du bruit quantique de  $69\pm 1\%$  sur la différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux. Nous avons testé la nature sub-poissonienne de cette corrélation en atténuant les deux faisceaux de 50%. La réduction du bruit quantique n'est plus alors que de 34%. Nous avons vérifié que la méthode utilisée pour déterminer le bruit qu'auraient les deux faisceaux s'ils étaient décorrélés donne effectivement le shot-noise. Nous avons, de plus, étudié la linéarité des photodiodes pour les conditions expérimentales dans lesquelles nous nous sommes placés. Elles ne saturent pas dans la bande passante de réduction du bruit quantique.

Ce résultat a été le record de réduction du bruit quantique pendant deux ans. Il a été récemment battu par l'équipe du Pr. Yamamoto [6] et celle du Pr. Kumar [47]. Le record actuel de réduction du bruit quantique est de 85% [6].

Pour améliorer notre résultat, nous pourrions diminuer les pertes accidentelles de l'O.P.O., mais cela est difficile car elles sont liées aux pertes intrinsèques du cristal et des miroirs. Il est plus facile d'augmenter la transmission du miroir de sortie, ce qui entraîne une diminution du bruit résiduel à fréquence nulle. Cette augmentation de la transmission du miroir de sortie se traduit par une élévation du seuil d'oscillation de l'O.P.O. et nécessite des puissances de pompe plus importantes. On peut remédier à cet inconvénient en utilisant une cavité qui est plus résonnante pour la pompe, ce qui abaisse le seuil d'oscillation.

Nos spectres sont limités à basse fréquence par un excès de bruit d'intensité des faisceaux jumeaux. Pour le diminuer nous pouvons faire fonctionner l'O.P.O. plus loin du seuil d'oscillation, mais l'intensité des faisceaux infrarouges produits est alors plus importante et risque de saturer les diodes. Nous pouvons également remplacer le laser de pompe à Argon pour un laser Nd:YAG qui présente l'avantage d'avoir moins d'excès de bruit à basse fréquence que le laser à Argon et de permettre un fonctionnement de l'O.P.O. à proximité de la dégénérescence ce qui réduit le déséquilibre entre les deux faisceaux. Le développement d'un tel laser fait l'objet du chapitre suivant.

## CHAPITRE VII : REALISATION D'UN LASER Nd:YAG DOUBLE, CONTINU, MONOMODE TRANSVERSE ET MONOMODE LONGITUDINAL.

### VII.A. Choix du Nd:YAG

La motivation qui a présidé à la construction d'un laser à Nd:YAG continu était l'amélioration du pompage de l'O.P.O. En effet, le cristal de KTP de l'O.P.O. est un cristal commercial taillé en vue de doubler la longueur d'onde  $1,064 \mu\text{m}$  produite par les lasers Nd:YAG et engendrer un faisceau à  $532 \text{ nm}$ . Pour que l'O.P.O. fonctionne au voisinage de la dégénérescence, il est donc nécessaire que le faisceau de pompe ait une longueur d'onde de  $532 \text{ nm}$ . Il est donc naturel de remplacer le laser  $Ar^+$  ( $\lambda=528 \text{ nm}$ ) par un laser Nd:YAG doublé.

De plus, ce laser fournit un faisceau fondamental à  $1.064\mu$  qui peut être utilisé comme oscillateur local dans des mesures par homodynage (voir paragraphe VIII.A.1)

Les lasers Nd:YAG présentent un gain élevé qui permet un fonctionnement en continu, condition indispensable pour notre expérience. On peut obtenir des puissances allant jusqu'à  $100 \text{ W}$  en fonctionnement multimode. Il est très important de disposer de fortes puissances à  $1,06 \mu\text{m}$  pour avoir un doublage efficace. On peut ainsi espérer obtenir des puissances suffisantes à  $532 \text{ nm}$  pour pomper l'O.P.O. dont le seuil est de  $300 \text{ mW}$ .

Le laser Nd:YAG présente, de plus, un bruit d'intensité à basse fréquence moins important que le laser à Argon. Cette caractéristique est importante pour notre expérience car l'excès de bruit du faisceau en est une limitation. Nous pouvons donc espérer mesurer des réductions de bruit quantique à des fréquences plus basses que ce qui a été obtenu avec le laser à Argon ( $2\text{MHz}$ ).

### VII.B. Caractéristiques du Nd:YAG

Le Nd:YAG est constitué d'un matériau hôte : le Grenat d'Yttrium et d'Aluminium (YAG) dopé par des ions Néodyme  $Nd^{3+}$  qui sont responsables de l'effet laser. Le taux de dopage est de  $1\%$ . Les niveaux simplifiés de l'ion  $Nd^{3+}$  dans le YAG sont donnés sur la figure 1 [48].



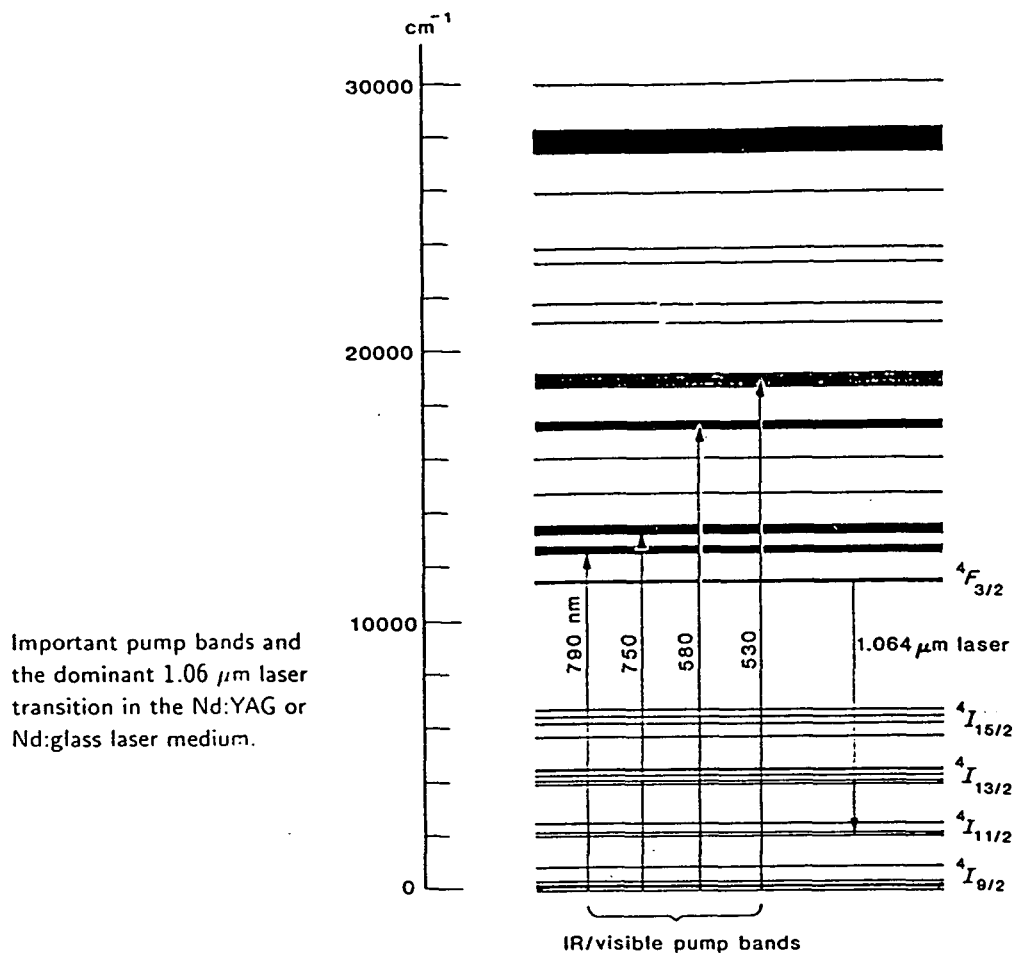


Figure 1

La transition peut être modélisée par un système à 4 niveaux. Les niveaux de pompage sont représentés sur la figure par des lignes épaisses. Le niveau supérieur de la transition laser est le niveau  $^4F_{3/2}$ .

Il a une durée de vie longue ( $\gamma = 820\text{s}^{-1}$ ) [48]. Le niveau  $^4I_{11/2}$  a une durée de vie courte et est très peu peuplé thermiquement à partir du niveau fondamental [49]. L'inversion de population est donc facile à obtenir, ce qui explique la grande efficacité du Nd:YAG.

La largeur de la courbe de gain est de l'ordre de 120 GHz [48]. L'élargissement de la raie est essentiellement un élargissement homogène dû au couplage avec les modes de vibration du réseau cristallin excités thermiquement. Une faible partie de l'élargissement est inhomogène et due aux défauts du cristal. La prédominance de l'élargissement homogène favorise donc un fonctionnement

sur peu de modes longitudinaux.

Le pompage de notre barreau s'effectue avec des lampes à Krypton. C'est la méthode qui permet actuellement d'obtenir les plus grands gains. Notre barreau (MICROCONTROLE :  $\ell=10\text{cm}$ ,  $\emptyset=5\text{mm}$ ) peut fournir des puissances continues allant jusqu'à 100 W en fonctionnement multimode avec un gain linéaire de l'ordre de  $5\% \text{ cm}^{-1}$  (données constructeur) (voir paragraphe VII.C.1). Le rendement du pompage par lampe est cependant peu élevé (de l'ordre de 5% ) [50]. L'essentiel de la puissance émise est absorbée par le barreau sous forme thermique, ce qui est à l'origine d'effets de focalisation et de biréfringence (voir plus loin). Une autre méthode de pompage très prometteuse est l'utilisation de diodes lasers à 810 nm. On augmente ainsi l'efficacité de pompage et on évite les problèmes thermiques. Cependant, les puissances obtenues à ce jour (quelques watts à  $1,06 \mu\text{m}$ ) ne sont pas suffisantes pour notre application.

### VII.C. Effets thermiques dans le barreau de Nd:YAG

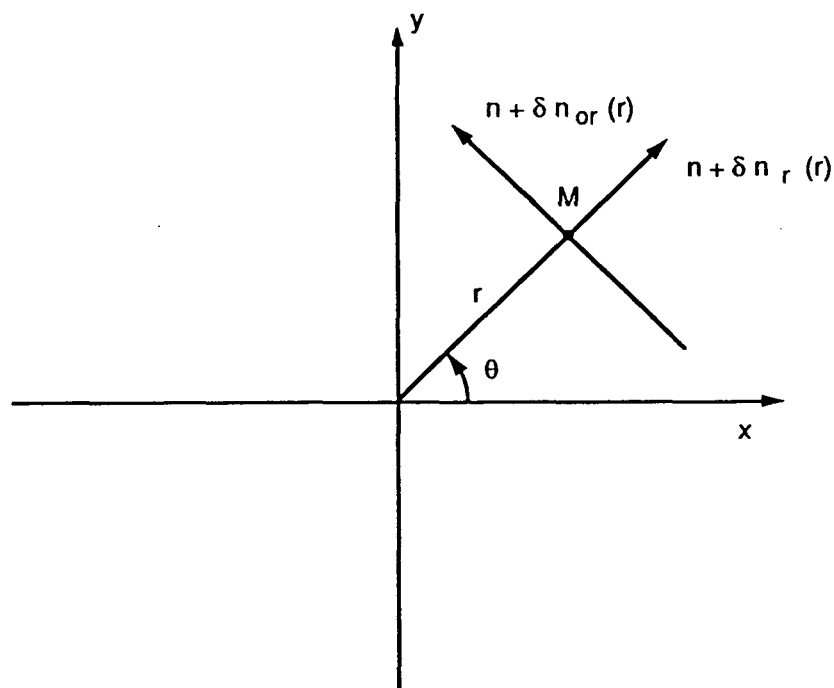
Comme nous l'avons mentionné, l'essentiel de la puissance provenant des lampes est absorbée sur forme de chaleur dans le barreau. Il est donc nécessaire de le refroidir au moyen d'une circulation d'eau. Le refroidissement est plus efficace sur les bords qu'au centre du barreau. Il en résulte un gradient de température radial qui provoque une contrainte dans le matériau.

Le premier effet de cette contrainte est de rendre le barreau focalisant car elle entraîne une dépendance de l'indice en fonction de la distance à l'axe. Cet effet est d'autant plus grand que la puissance absorbée est importante. La focale thermique diminue quand la puissance émise par les lampes augmente (cf. tableau 1). Il faudra tenir compte de cette variation dans les calculs de stabilité de la cavité.

$I(A)$	$P(kW)$	$Focale (cm)$
6	1,27	140
7	1,48	108
8	1,72	88
9	1,96	68
10	2,22	54
11	2,49	46
12	2,76	40
13	3,04	36
14	3,33	32
15	3,63	28
16	3,94	25
17	4,25	22

Tableau 1 : Focales thermiques du barreau (donnée constructeur).

Le deuxième effet de la contrainte thermique est d'induire une biréfringence dans le barreau. La contrainte étant supposée de révolution, en un point donné  $M$ , les directions propres de polarisation sont donc les directions radiales et orthoradiales. (voir figure 2)

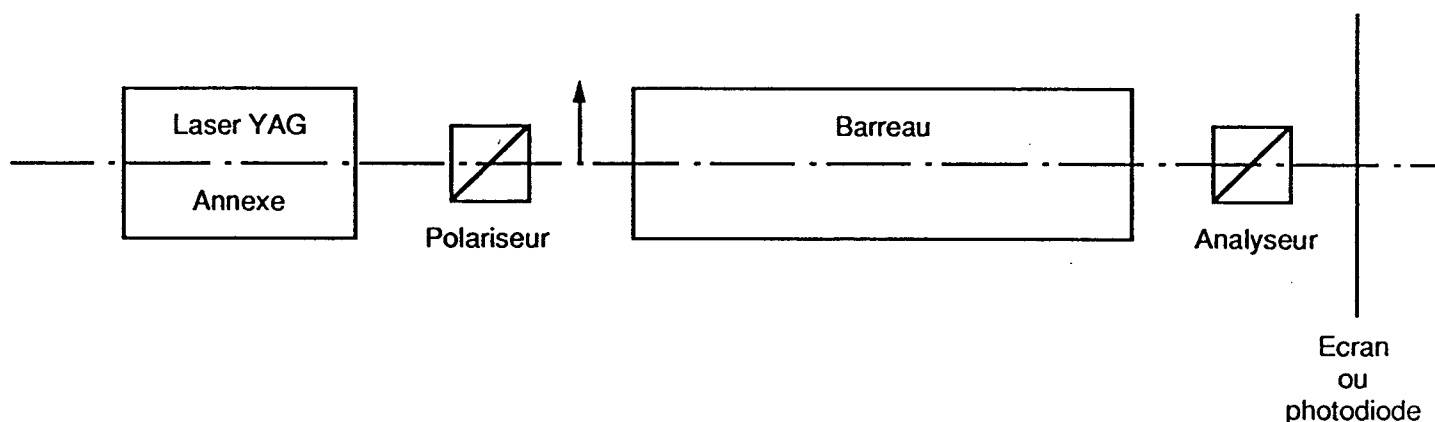


**Figure 2 : Directions propres de la biréfringence induite par effet thermique dans le barreau de Nd : YAG**

Cette biréfringence est très particulière. En effet, contrairement à ce qui se passe habituellement dans les cristaux, elle dépend du point considéré. Les valeurs des variations d'indice dépendent de la distance  $r$  du point à l'axe. De plus, pour un rayon donné, l'orientation des axes dépend de l'angle  $\theta$  que fait le rayon avec l'axe  $Ox$ . La biréfringence thermique est l'inconvénient majeur du Nd:YAG pompé par lampe. En effet, un faisceau initialement polarisé présente, après traversée du barreau, une inhomogénéité de polarisation. Or la cavité du laser comporte des éléments polarisants (voir plus loin). Cette inhomogénéité de polarisation va donc se traduire par des pertes différentes pour différents points du front d'onde et donc entraîner un couplage entre les modes transverses de la cavité. Cela provoque une instabilité du mode du faisceau et est donc nuisible en bon fonctionnement du laser.

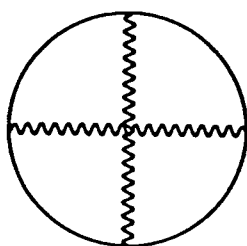
#### VII.C.1. Importance de la biréfringence thermique

Afin d'étudier la biréfringence thermique, nous avons utilisé un laser YAG annexe. Le faisceau préalablement polarisé verticalement passe à travers le barreau puis est analysé. Le faisceau du laser YAG annexe n'est pas focalisé dans le barreau. Il permet donc de faire une mesure globale du taux de lumière dépolarisée pour l'ensemble du barreau pour différentes valeurs du courant passant dans les lampes. Le schéma du montage est représenté sur la figure 3.



**Figure 3 : Analyse de l'état de polarisation du faisceau ayant traversé le barreau**

Dans un premier temps, nous plaçons l'analyseur en extinction et nous observons le faisceau transmis résiduel sur une carte fluorescente. L'aspect de la tache est le suivant :



**Figure 4 : Aspect du faisceau transmis lorsque le barreau est placé entre polariseur et analyseur croisés. L'extinction n'est obtenue que pour les points du plan d'onde placés sur une croix passant par le centre du barreau**

C'est une croix noire passant par le centre de la tache et séparant quatre lobes lumineux. Cet aspect se comprend bien à l'aide du modèle simple de la biréfringence thermique que nous avons donné au paragraphe précédent.

Nous considérons une onde plane se propageant perpendiculairement à l'axe du barreau et polarisée verticalement. Pour les points du barreau situés sur les axes horizontaux et verticaux passant par le centre, elle est polarisée selon une direction propre. La polarisation est donc inchangée en sortie du barreau et l'extinction est possible. En revanche, pour les points du barreau situés en dehors de ces axes, l'onde incidente n'est plus polarisée selon une direction propre. La polarisation en sortie est donc elliptique. L'extinction n'est plus possible, ce qui explique l'origine des lobes lumineux observés.

Afin de donner une idée plus quantitative de la biréfringence en barreau, nous avons mesuré le taux d'extinction en fonction du pompage. Une photodiode permet de mesurer la puissance du faisceau transmis lorsque l'analyseur est perpendiculaire ( $P \perp A$ ) ou parallèle ( $P // A$ ) au polariseur. Le faisceau sonde issu du laser annexe donne un signal correspondant à une tension de 300 mV sur l'oscilloscope. Le rapport entre la tension mesurée lorsque le polariseur et l'analyseur sont croisés et la tension mesurée lorsque le polariseur et l'analyseur sont parallèles donne le taux  $T$  de lumière dépolarisée par le barreau. Le tableau 2 donne les tensions mesurées pour les deux positions de l'analyseur ainsi que la valeur de  $T$  pour différentes valeurs du courant dans les lampes :

$I(A)$	$P \perp A$ (mV)	$P // A$ (mV)	$T$ (%)
4	1	300	0,3
5	1	300	0,3
6	2	300	0,6
7	4	300	1,3
8	5,5	320	1,7
9	9,5	360	2,6
10	14	420	3,3
11	20	450	4,4
12	27	450	6
13	40	450	8,8
14	50	450	11
15	60	480	12,5
16	75	500	15
17	85	500	17

Tableau 2

Nous constatons que la puissance mesurée lorsque le polariseur et l'analyseur sont parallèles

est supérieure à la puissance du faisceau sonde. Cela est dû à l'amplification de ce dernier par le barreau. Nous pouvons en déduire la valeur du gain global :

$$G = 1,66 \quad (VII.1)$$

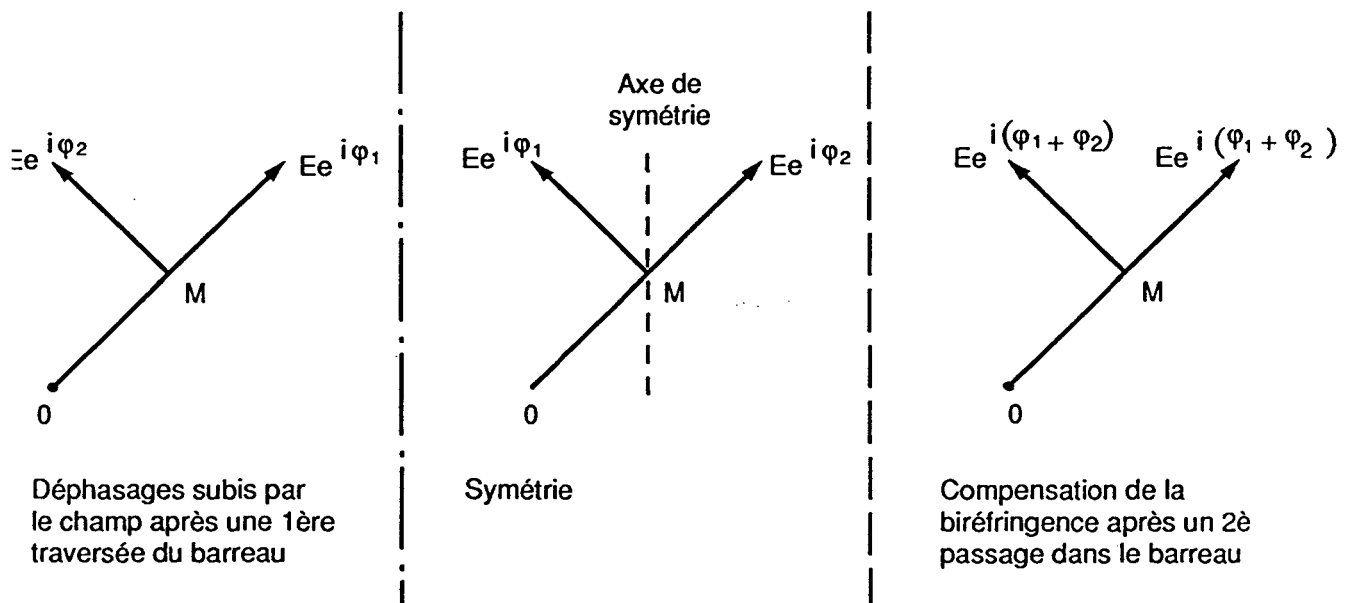
La longueur du barreau est de 10 cm. Le gain linéaire est donc :

$$g = 0,05/cm \quad (VII.2)$$

Le taux de dépolarisation du faisceau par le barreau augmente avec le courant. Il devient non négligeable pour des courants de l'ordre de 10A. Il atteint presque 20% pour  $I = 17A$ . pour des courants de cet ordre, la dépolarisation du faisceau risque d'avoir un effet catastrophique sur la qualité du mode dans la cavité. Il faudra donc trouver le courant qui donne le meilleur compromis entre la puissance et la qualité du faisceau.

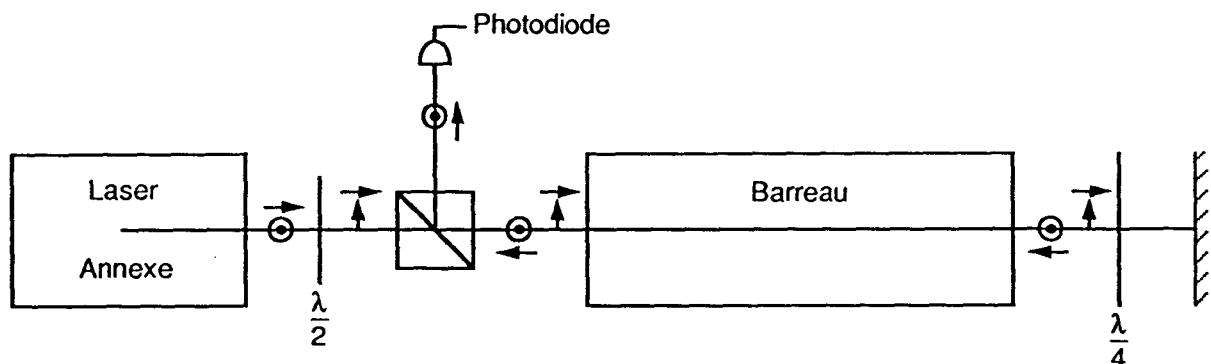
#### VII.C.2. Essai de compensation de la biréfringence thermique du barreau

Si nous voulons tirer le meilleur parti de notre barreau, il est très utile de compenser sa biréfringence. La meilleure solution consiste à effectuer un double passage dans le barreau en permutant le champ radial et le champ orthogonal pour chaque point entre l'aller et le retour. La méthode la plus simple coïncide à utiliser une lame cristalline et à effectuer une symétrie entre les deux passages dans le barreau. Cette opération est schématisée sur la figure 5.



**Figure 5 : Essai de compensation de la biréfringence thermique grâce à un double passage dans le barreau et en effectuant une symétrie pour les polarisations entre les deux passages**

Nous avons étudié cette possibilité grâce au montage représenté sur la figure 6.



**Figure 6 : Montage permettant d'étudier la compensation par symétrie**

Le faisceau issu du laser YAG annexe convenablement polarisé est envoyé dans le barreau. Le double passage dans la lame quart-d'onde effectue une symétrie de la polarisation du faisceau par rapport à un axe dépendant de son orientation. Le faisceau passe ensuite à nouveau dans le barreau. Si ce dernier n'induit pas de biréfringence, la totalité du faisceau sort par la face d'éjection du prisme polariseur. Son intensité est mesurée par une photodiode. Pour différents courants dans les lampes, nous mesurons les tensions  $V_{min}$  et  $V_{max}$  correspondant aux puissances minimum et maximum sortant par le prisme polariseur lorsqu'on tourne la lame quart-d'onde. Nous déterminons ainsi l'orientation de cette lame qui permet d'obtenir la meilleure compensation. Nous calculons les rapports  $T_{min}$  et  $T_{max}$  entre chacune de ces deux tensions et la tension maximum mesurée quand il n'y a pas de biréfringence (barreau éteint). Les résultats sont donnés dans le tableau 3 :

$I(A)$	$V_{min}$ (mV)	$V_{max}$ (mV)	$T_{min}$ (%)	$T_{max}$ (%)
0	1	175	0,6	100
11	13	130	7,4	74
13	30	150	17	86
15	35	125	20	71

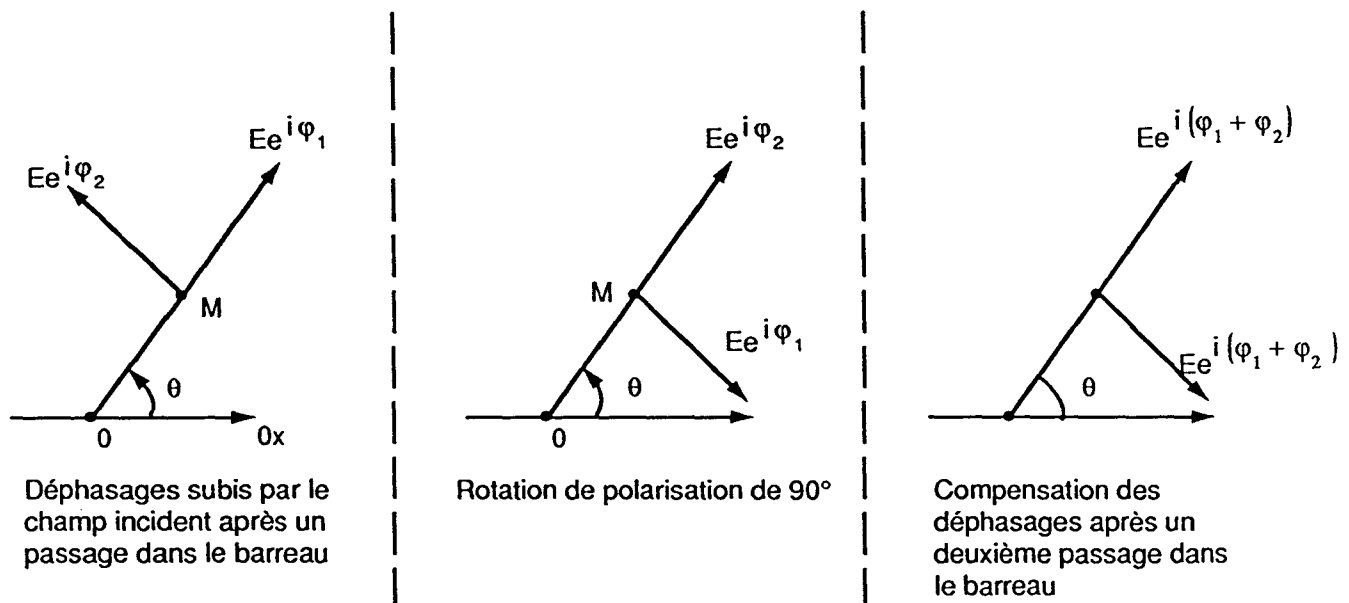
**Tableau 1**



Le taux de dépolarisation du faisceau est du même ordre que celui donné dans le paragraphe précédent pour un simple passage dans le barreau. Cette méthode ne permet donc pas de compenser efficacement la biréfringence du barreau.

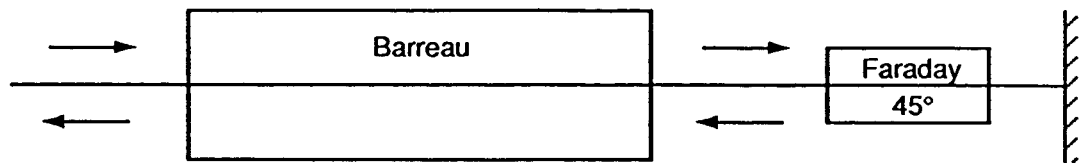
Cela peut être compris en remarquant que la symétrie ne transforme une direction propre en une autre direction propre que si celle-ci fait un angle de  $45^\circ$  avec son axe. La compensation est donc limitée aux points du front d'onde situés sur des rayons faisant un angle de  $45^\circ$  avec l'axe de cette symétrie.

Pour compenser efficacement la biréfringence, il faut effectuer une rotation de polarisation de  $90^\circ$  entre les deux passages dans le barreau. La transformation est alors indépendante des directions propres. Elle est représentée sur la figure 7.



**Figure 7 : Compensation de la biréfringence thermique grâce à un double passage dans le barreau et en effectuant une rotation de polarisation de  $90^\circ$  entre les deux passages**

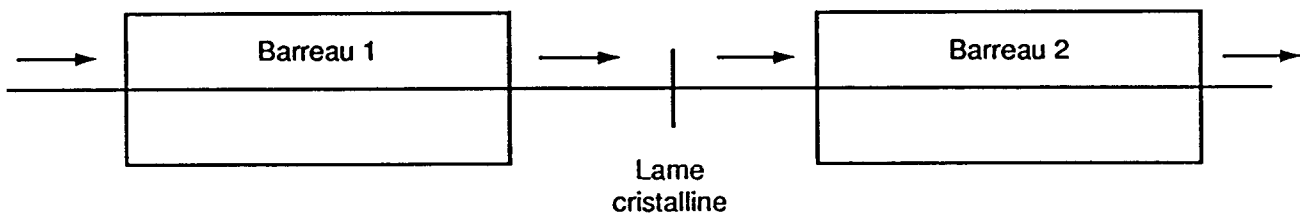
Cette compensation peut être effectuée avec un rotateur de Faraday provoquant une rotation de polarisation de  $45^\circ$  et utilisé selon le montage suivant (figure 8).



**Figure 8 : Montage permettant de compenser la biréfringence thermique par rotation de polarisation obtenue par effet Faraday**

Nous ne disposons pas d'un tel rotateur, nous n'avons donc pas pu utiliser cette possibilité.

Une autre solution consiste à utiliser deux barreaux et à placer entre eux une lame de pouvoir rotatoire égal à  $90^\circ$  (figure 9) :



**Figure 9 : Compensation de la biréfringence thermique grâce à une rotation de polarisation obtenue à l'aide d'une lame cristalline**

Cette solution est délicate à mettre en oeuvre, car elle nécessite deux barreaux identiques et fonctionnant dans les mêmes conditions pour avoir des biréfringences thermiques semblables. De plus, l'alignement est critique. Elle a été étudiée par A. Brillet (laboratoire de l'Horloge Atomique)

et a donné des résultats satisfaisants.

#### VII.D. Principe du laser

La méthode la plus simple pour obtenir un faisceau doublé est de placer le cristal en dehors de la cavité et d'y envoyer le faisceau issu du laser. On effectue alors un doublage par simple passage. Malheureusement, cette méthode n'est pas assez efficace pour créer les puissances dont nous avons besoin.

Pour augmenter la conversion, il faut donc placer le cristal dans une cavité résonnante pour l'infrarouge afin d'accroître la puissance de pompe au niveau du cristal. Deux possibilités s'offrent alors pour réaliser la laser. La première consiste à séparer la production du faisceau de pompe et le doublage. Une cavité optimisée pour produire un faisceau intense à  $1,06 \mu\text{m}$  est placée autour du barreau de Nd:YAG. Le faisceau engendré est envoyé dans une deuxième cavité où se trouve le cristal doubleur. Les miroirs de cette cavité sont très réfléchissants pour l'infrarouge et ont une transmission maximum à 532 nm. Pour que le doublage soit efficace, il faut que cette cavité soit résonnante pour la pompe afin d'avoir une intensité maximale au niveau du cristal. Cela nécessite de stabiliser la longueur de la cavité de doublage pour qu'elle soit résonnante à cette fréquence.

La deuxième méthode consiste à placer le cristal doubleur directement dans la cavité du laser Nd:YAG. Les miroirs sont alors tous très réfléchissants à  $1,06 \mu\text{m}$ . Le principe consiste à profiter de la puissance importante qui règne à l'intérieur de la cavité pour obtenir un doublage efficace. Les pertes de la cavité sont essentiellement constituées par le doublage lui-même. Dans ce cas, le doublage est efficace même si le laser n'est pas stabilisé, puisque la puissance dans la cavité est indépendante des fluctuations de longueur. Nous basant sur l'expérience déjà acquise dans d'autres équipes (Ph. Grangier, Bell labs) ; (G. Wagner, Max Planck Institut für Quantenoptik), c'est cette solution que nous avons retenue.

#### VII.E. Cavité du laser

Le laser que nous avons réalisé s'inspire de celui réalisé par G. Wagner dans l'équipe du Pr. Leuchs (Max-Planck Institut für Quantenoptik, Munich). Il a une cavité en anneau qui favorise le fonctionnement monomode longitudinal. Le laser comporte trois éléments focalisants dont deux sont des miroirs concaves de rayon de courbure 10 cm et le troisième est le barreau lui-même dont on utilise les propriétés de focalisation thermique (voir plus loin). La cavité est conçue pour avoir un point de focalisation entre les deux miroirs concaves. C'est à cet endroit que l'on place le cristal doubleur. Le faisceau a par contre un diamètre important au niveau du barreau pour en extraire efficacement l'énergie. La cavité est schématisée sur la figure 10.

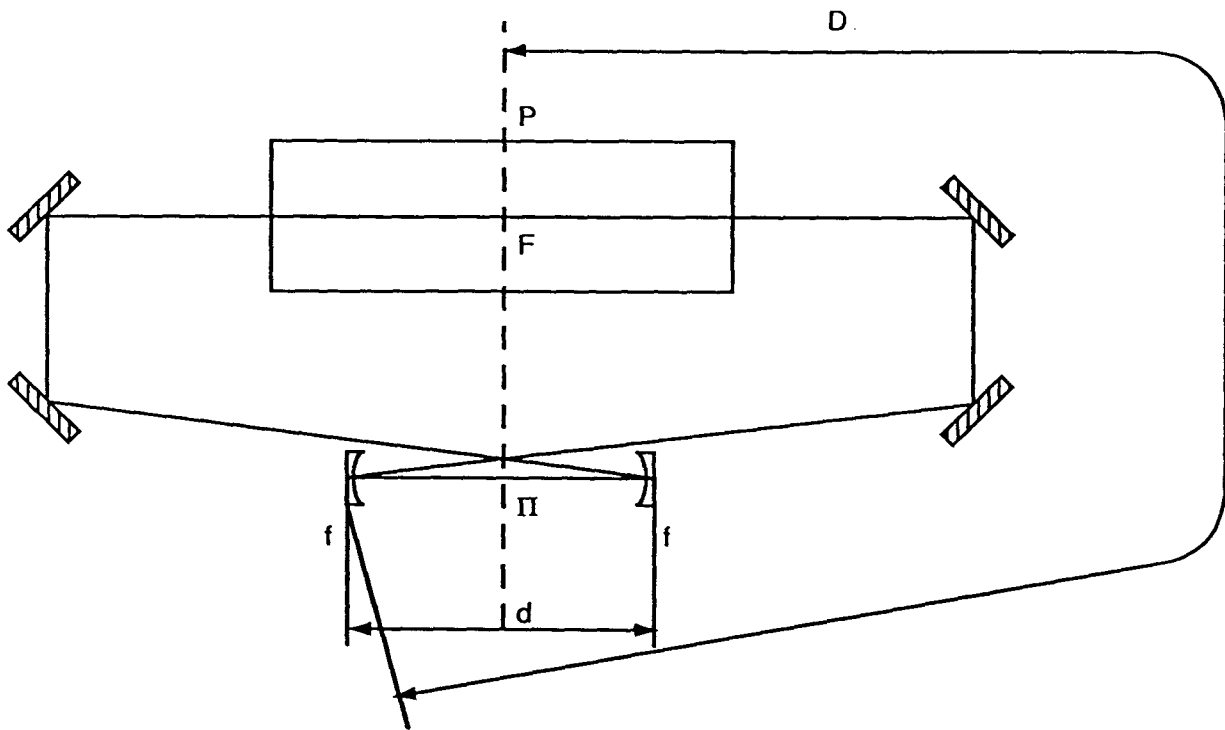


Figure 10 : Cavité du laser YAG

Elle est symétrique par rapport à un plan passant par le centre du barreau (point P) et entre les deux miroirs concaves (point  $\pi$ ). D est la distance entre le centre de barreau et les miroirs concaves. d est la distance entre les miroirs concaves. F est la focale thermique du barreau, f est la focale des miroirs ( $f = \frac{R}{2}$ ).

#### VII.E.1. Analyse de la stabilité de la cavité

Le rayon de courbure complexe q d'un faisceau gaussien en un point donné est défini par [41] :

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi W^2} \quad (VII.3)$$

R est le rayon de courbure du front d'onde. W est la distance de l'axe, dans un plan perpendiculaire au faisceau, pour laquelle l'amplitude du champ a diminué d'un facteur e. Pour que la cavité soit

stable, il faut que le rayon de courbure complexe  $q'$  d'un faisceau qui a effectué un tour complet dans la cavité soit identique au rayon de courbure complexe  $q$  qu'il avait au départ. A un endroit donné de la cavité, la transformation que subit l'amplitude complexe après un tour est déterminé par une matrice  $M$  notée :

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (VII.4)$$

L'expression de  $q'$  en fonction de  $q$  est donné par :

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (VII.5)$$

La condition de stabilité détermine  $q$  :

$$\frac{1}{q} = \frac{D - A}{2B} - \frac{i}{2B} \sqrt{4 - (A + D)^2} \quad (VII.8)$$

La cavité n'est stable que si  $W$  est défini, c'est-à-dire :

$$-1 \leq \frac{A + D}{2} \leq 1 \quad (VII.9)$$

Nous calculons la transformation des faisceaux à partir du plan  $\pi$  et au bout d'un tour dans la cavité. Pour cela, nous développons celle-ci en assimilant le barreau et les miroirs à des lentilles minces. Nous obtenons le schéma équivalent suivant :

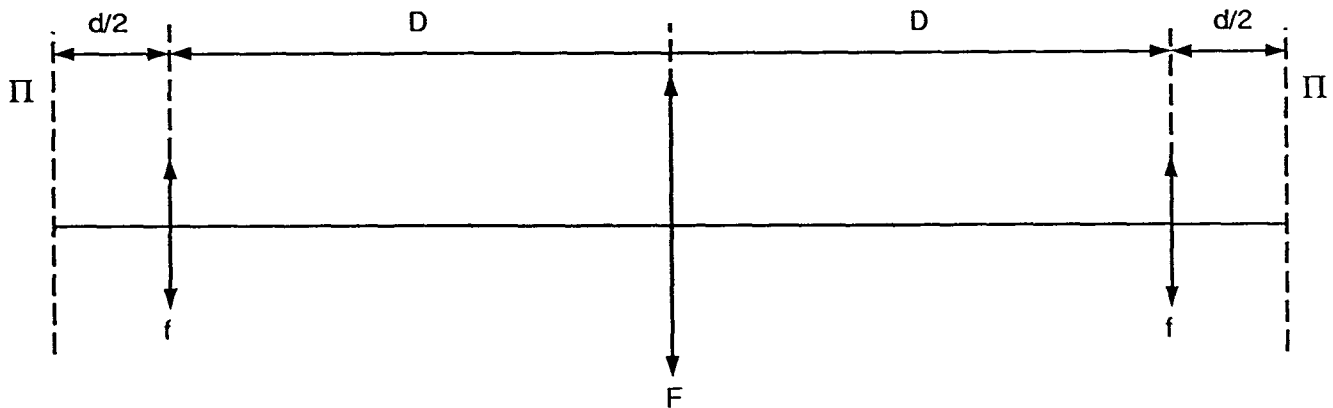


Figure 11 : Développement de la cavité

La matrice  $M_\pi$  qui détermine la courbure complexe du faisceau dans le plan  $\pi$  est calculée à l'aide des matrices élémentaires pour une lentille de focale  $f$  et pour une propagation sur une

distance  $d$  [4] :

$$\begin{bmatrix} A_\pi & B_\pi \\ \pi & D_\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (VII.10)$$

Les coefficients de  $M_\pi$  ont pour expression :

$$A_\pi = D_\pi = \left(1 - \frac{D}{f}\right) \left[ \left(1 - \frac{d}{2f}\right) \left(2 - \frac{D}{F}\right) - \frac{d}{2F} \right] - 1 \quad (VII.11)$$

$$B_\pi = 2 \left( \frac{d}{2} + D \left(1 - \frac{d}{2f}\right) \right) \left( \left(1 - \frac{d}{2f}\right) - \frac{1}{2F} \left( \frac{d}{2} + D \left(1 - \frac{d}{2f}\right) \right) \right) \quad (VII.12)$$

$$C_\pi = -2 \left(1 - \frac{D}{f}\right) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{2F} \left(1 - \frac{D}{f}\right) \right) \quad (VII.13)$$

Comme  $A_\pi = D_\pi$ , nous voyons d'après (VII.8) que le rayon de courbure du plan d'onde est nul en  $\pi$ . Le faisceau a une largeur minimale appelée waist et notée  $W_\pi$ . Avant d'étudier sa valeur, nous déterminons la zone de stabilité de la cavité.

Celle-ci est stable lorsque ses paramètres vérifient la condition :

$$-1 \leq \left(1 - \frac{D}{f}\right) \left[ \left(1 - \frac{d}{2f}\right) \left(2 - \frac{D}{F}\right) - \frac{d}{2F} \right] - 1 \leq 1 \quad (VII.14)$$

Les zones de stabilité de la cavité sont représentées en grisé sur la figure 12.

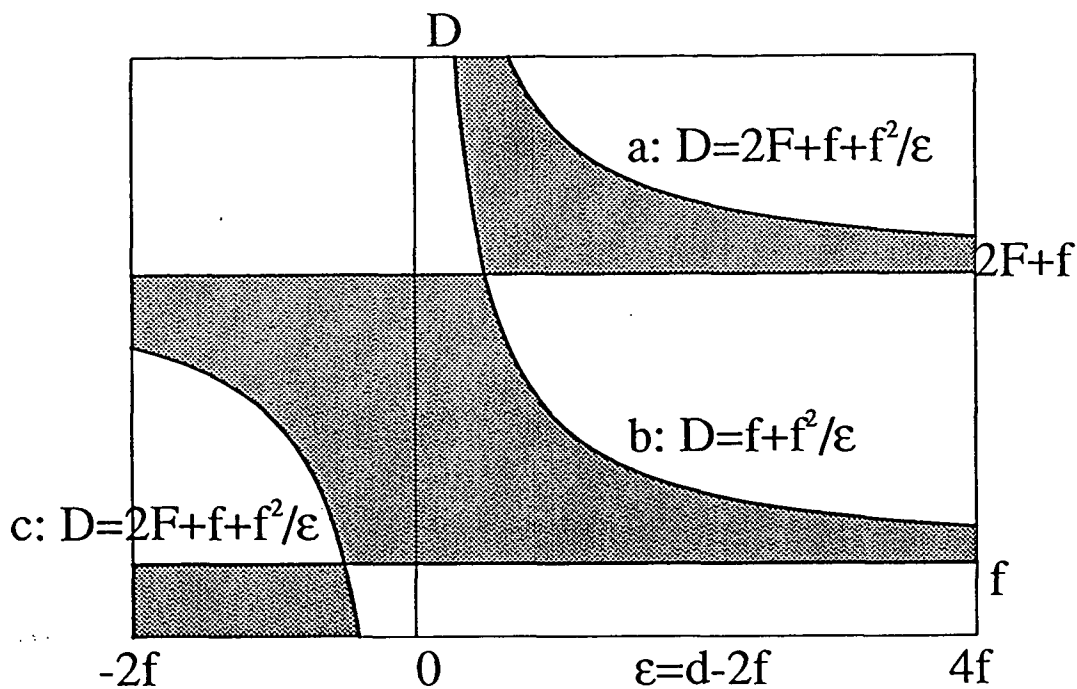


Figure 12

Elles sont données en fonction du paramètre  $\epsilon = d - 2f$  en abscisse et de la distance  $D$  en ordonnée. Les limites de ces zones dépendent des focales. Les miroirs ont une focale fixe ( $f=5\text{cm}$ ). Par contre, la focale thermique du barreau  $F$  dépend du taux de pompage. Les zones de stabilité varient donc en fonction du pompage. Les limites des zones de stabilité peuvent être interprétées en terme d'optique géométrique.

Considérons d'abord les limites horizontales  $D = 2F + f$  et  $d = f$ . Ces positions correspondent à des situations où les rayons forment un faisceau parallèle entre les deux miroirs concaves. Lorsque  $D = 2F + f$ , ils sont focalisés aux points antinodaux ( $\nu, \nu'$ ) de la lentille équivalente au barreau, ce qui est représenté sur la figure 13 :

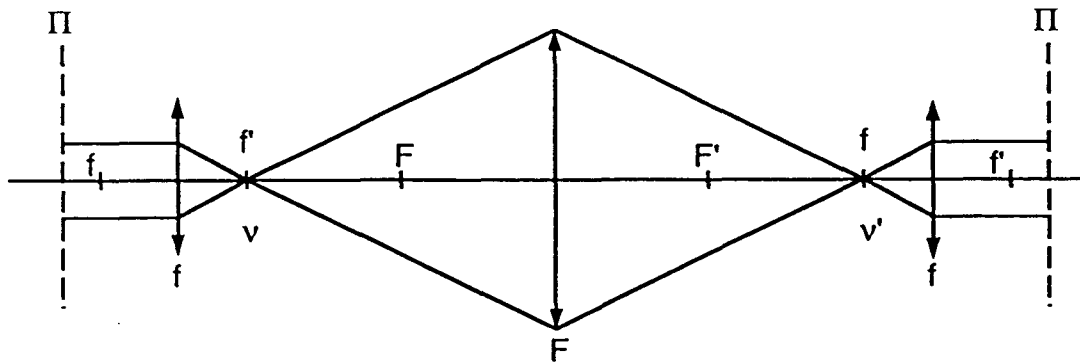


Figure 13

Dans le cas où la distance  $D$  vaut  $f$ , les rayons, parallèles entre les miroirs concaves, sont focalisés au centre de la lentille équivalente au barreau. Cette configuration est représentée sur la figure 14. Elle n'est, bien sûr, pas réaliste compte tenu de l'encombrement du barreau.

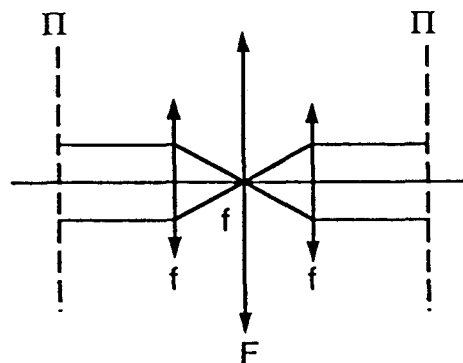


Figure 14



On peut prévoir que pour des configurations proches de ces deux limites et suffisamment éloignées des points singuliers ( $\epsilon = \frac{f^2}{F}$ ,  $D = 2F + f$ ) et ( $\epsilon = -\frac{f^2}{F}$ ,  $D = f$ ), le waist au niveau du cristal sera gros. Cela est analogue à ce qui se passe pour une cavité formée de deux miroirs identiques à proximité de la position confocale. Nous voyons de plus que le diamètre du faisceau au niveau du barreau augmente quand la distance  $D$  augmente.

Les autres limites de la zone de stabilité sont formées de branches d'hyperboles. Elles peuvent également trouver une interprétation géométrique simple. La branche b correspond à la figure suivante :

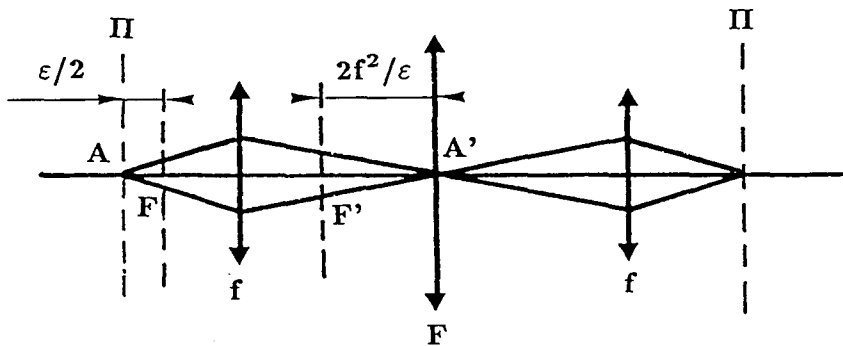


Figure 15

Le plan  $\pi$  est conjugué du centre de la lentille équivalente au barreau. La relation objet-image est donné par la formule de Newton ( $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f'$ ). Cette configuration correspond à un diamètre du faisceau minimal dans le barreau.

La branche c correspond à la figure suivante :

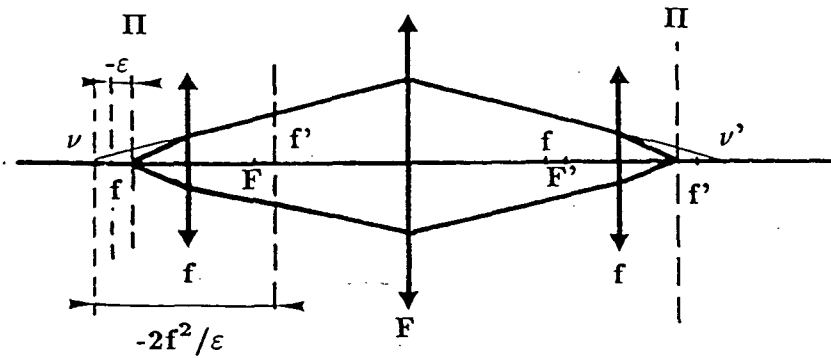


Figure 16

Dans ce cas,  $\epsilon$  est négatif et l'image du plan  $\pi$  dans le miroir concave est virtuelle. Elle se trouve au point antinodal objet de la lentille équivalente au barreau, ce qui donne un faisceau de diamètre important au niveau du barreau. Les branches b et c ainsi que les droites  $D = 2F + f$  et  $D=f$  délimitent la première zone de stabilité de la cavité.

La branche a délimite la deuxième zone de stabilité avec la branche b et la droite  $D=2F+f$ . Elle correspond à la figure suivante :

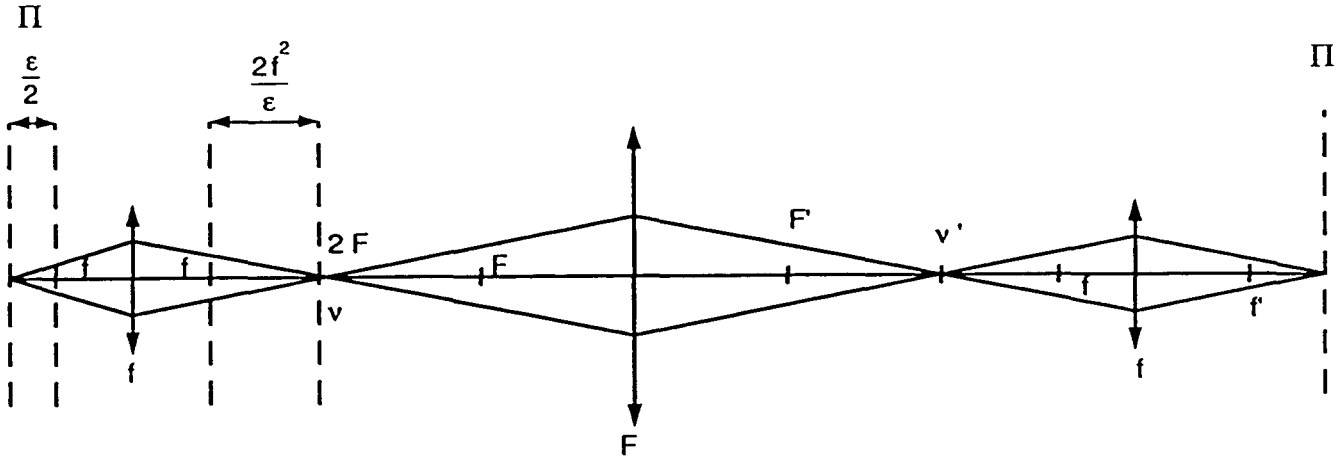


Figure 17

L'image du plan  $\pi$  dans le miroir concave est placée au point antinodal objet de la lentille équivalente au barreau. Il apparaît donc un point de focalisation supplémentaire par rapport aux configurations de cavité situées dans la première zone de stabilité.

Pour les trois branches a, b, c, le faisceau est focalisé dans le plan  $\pi$ . Ces positions sont analogues à la position concentrique pour une cavité linéaire formée de deux miroirs identiques. On peut donc s'attendre à trouver un waist de plus en plus petit lorsque l'on s'approche de ces limites.

De cette étude de la zone de stabilité, nous pouvons déduire la configuration à adopter en fonction de la taille des faisceaux que nous voulons obtenir au niveau du barreau et du cristal. Supposons que nous partions d'une position située dans la première zone de stabilité avec  $d = 2f$ . Si nous voulons augmenter le volume utile dans le barreau, il faut augmenter la distance  $D$  entre le centre du barreau et les miroirs concaves.

Si nous voulons augmenter la focalisation du faisceau pompe dans le cristal, nous pouvons soit augmenter la distance  $d$ , soit la diminuer par rapport à la distance  $2f$ . Si nous l'augmentons, cela se traduit, de plus, par une diminution du diamètre du faisceau dans le barreau. En revanche, si nous la diminuons nous obtenons une augmentation du diamètre du faisceau dans le barreau. La connaissance des limites des zones de stabilité permet d'optimiser la longueur  $D$ . Celle-ci doit être suffisamment grande pour pomper efficacement le barreau, tout en étant inférieure à la distance limite  $2F + f$ .

Nous avons pris le parti de réaliser une cavité qui soit stable quelle que soit la valeur de la focale thermique, de manière à pouvoir pomper le barreau au maximum de sa puissance là où cette focale est la plus courte. Pour des valeurs maximales du courant que nous pouvons atteindre ( $I \simeq 15A$ ), elle a une valeur de 28 cm (cf. tableau 1). Nous avons donc choisi une valeur de  $D$  égale à 50 cm.

### VII.E.2. Détermination du paramètre confocal dans le plan $\pi$

La cavité est conçue pour que le faisceau soit très focalisé dans le plan  $\pi$  situé entre les deux miroirs concaves. C'est là que l'on place le cristal doubleur. Pour optimiser la conversion, il faut que le paramètre confocal du faisceau soit de l'ordre de la longueur du cristal [40]. L'expression de ce paramètre confocal en  $\pi$  est :

$$b_{\pi} = \frac{2\pi W_{\pi}^2}{\lambda} = \frac{2B_{\pi}}{\sqrt{1 - A_{\pi}^2}} \quad (VII.15)$$

où les expressions de  $A_{\pi}$  et  $B_{\pi}$  sont données par (VII.11) et (VII.12). La figure 18 donne la valeur de  $b_{\pi}$  en fonction de la focale thermique du barreau, pour une distance  $D$  de 50 cm, et pour plusieurs valeurs de la distance  $d$  entre les deux miroirs concaves.

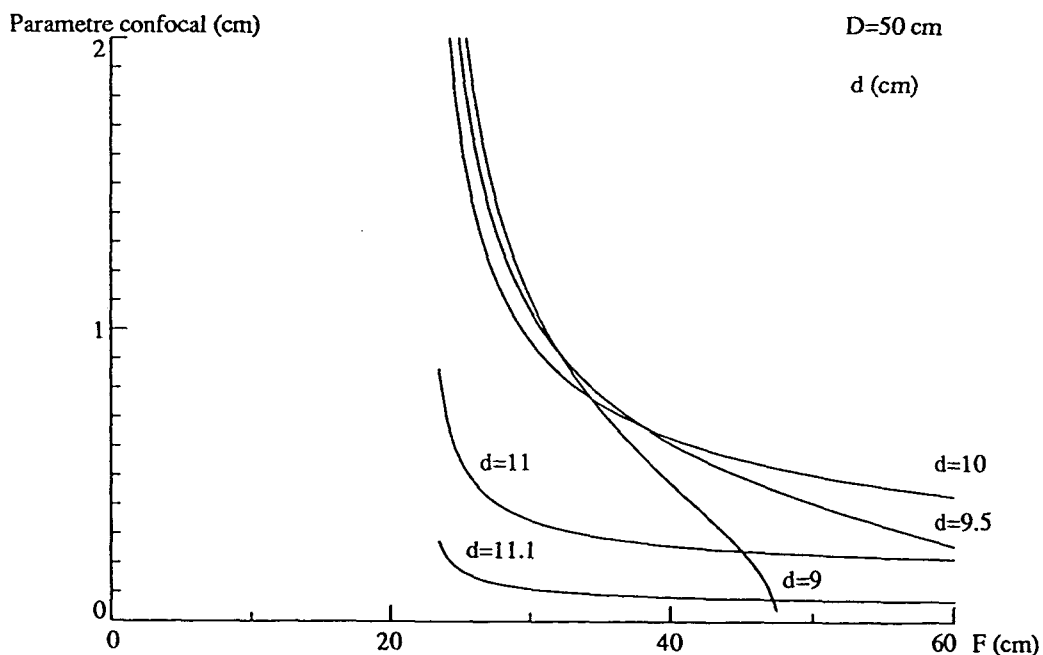


Figure 18

Nous voyons qu'en ajustant  $d$  autour de  $2f$  (10 cm), nous pouvons faire varier la valeur du paramètre confocal autour des valeurs de l'ordre de la longueur du cristal ( $\ell = 7mm$ ). Il n'est cependant pas équivalent d'augmenter ou de diminuer  $d$ . Lorsque cette distance est supérieure à  $2f$ , la dépendance du paramètre confocal en fonction de la focale thermique est beaucoup moins importante que dans le cas contraire. On peut comprendre intuitivement cette propriété à partir de la figure géométrique décrivant la limite de la zone de stabilité pour  $d$  supérieure à  $2f$  (figure 15). Les rayons sont focalisés au centre de la lentille équivalente en barreau ; la configuration du faisceau est donc indépendante de  $F$ . Il est donc préférable d'augmenter  $d$  pour adapter le paramètre confocal à la taille du cristal ; cela permet de modifier le pompage et donc la focale thermique sans trop changer la focalisation dans le cristal. On découple ainsi les deux problèmes.

### VII.E.3. Détermination de la taille du faisceau dans le barreau

Le plan P, plan de symétrie de la cavité (figure 10), coïncide avec le centre du barreau. Il est important d'y déterminer la dimension du faisceau pour estimer s'il est utilisé efficacement. Le plan P coïncide de plus avec la lentille équivalente au barreau. La cavité est développée à partir de celui-ci :

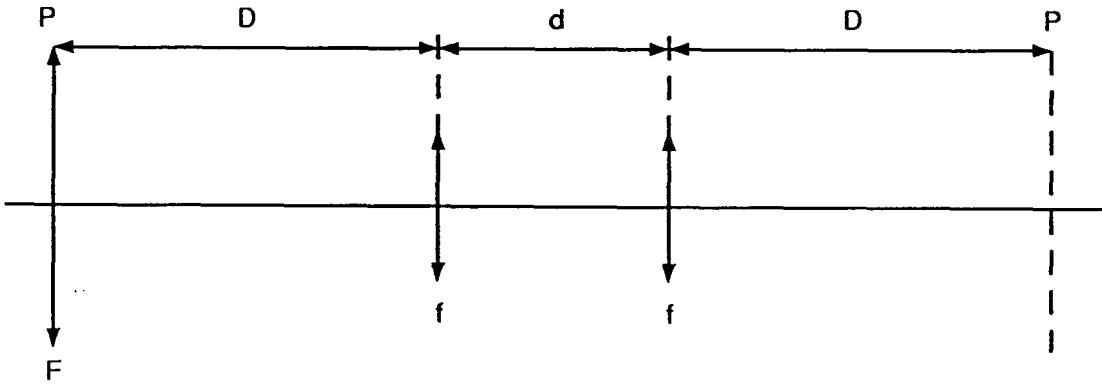


Figure 19

La méthode utilisée pour caractériser le faisceau en P est la même que celle utilisée pour le plan  $\pi$ . La matrice  $M_p$  est déterminée par :

$$M_p = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \quad (VII.16)$$

Ses coefficients sont :

$$A_p = \left(1 - \frac{D}{f}\right) \left[ \left(1 - \frac{D}{F}\right) \left(2 - \frac{d}{f}\right) - \frac{d}{F} \right] - 1 \quad (VII.17)$$

$$B_p = 2\left(1 - \frac{D}{f}\right) \left[ D + \frac{d}{2}\left(1 - \frac{D}{f}\right) \right] \quad (\text{VII.18})$$

$$C_p = -\frac{1}{f}\left(1 - \frac{D}{F}\right)\left(2 - \frac{d}{f}\right) - \frac{1}{F}\left(1 - \frac{d}{f}\right) \quad (\text{VII.19})$$

$$D_p = \left(1 - \frac{D}{f}\right)\left(2 - \frac{d}{f}\right) - 1 \quad (\text{VII.20})$$

Le rayon de courbure du front d'onde est :

$$R_p = \frac{2B_p}{D_p - A_p} = 2F \quad (\text{VII.21})$$

Comme la focale thermique est de l'ordre de 30 cm ( $I = 14A$ ) et que la longueur du barreau de YAG est 10 cm, on peut considérer que le faisceau est cylindrique dans le barreau. Son rayon est alors  $W_p$  donné par :

$$W_p^2 = \frac{\lambda B_p}{\pi \sqrt{1 - A_p^2}} \quad (\text{VII.22})$$

Sa valeur en fonction de  $\epsilon = d - 2f$  est donnée pour différentes valeurs de  $D$  sur la figure 20 :

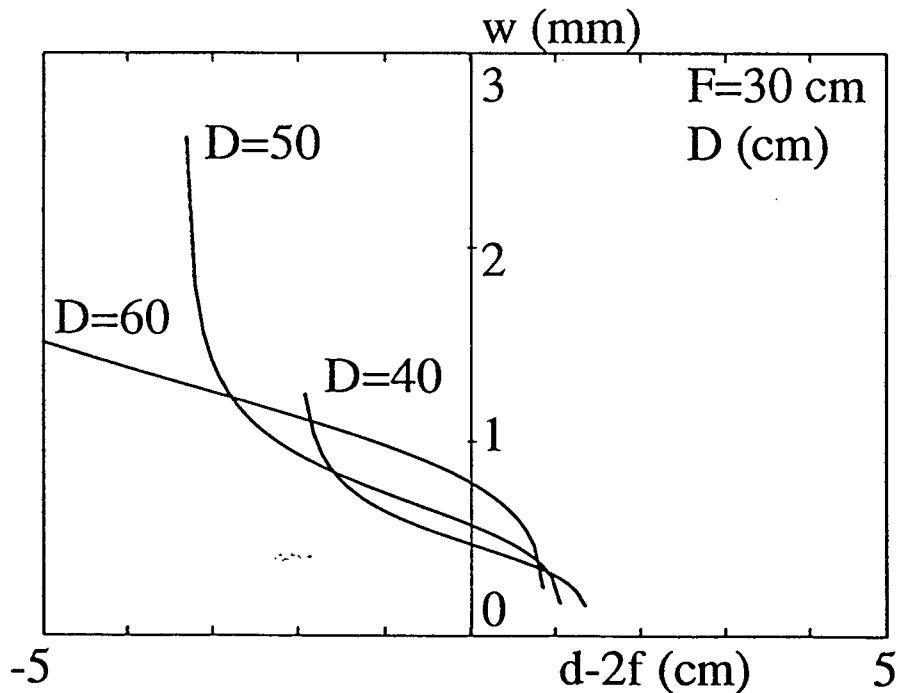


Figure 20

Nous voyons sur cette figure que la taille du faisceau dans le barreau augmente en fonction de  $D$ , comme nous l'avions prévu avec l'approche de l'optique géométrique lorsque  $D$  devient supérieure à 65 cm, la cavité est dans la deuxième zone de stabilité.

Avec une valeur de  $D$  égale à 50 cm, une focale thermique égale à 30 cm et une valeur de  $d$  égale à 10 cm, la valeur de  $W_p$  est de 0,58 mm. Le barreau dont nous disposons a un diamètre de 5 mm. Nous pourrions envisager d'utiliser une cavité où le rayon du faisceau serait plus important afin d'extraire plus efficacement l'énergie du barreau. On peut pour cela augmenter  $D$  ou passer dans la deuxième zone de stabilité.

Cependant, la biréfringence induite par la contrainte d'origine thermique risque d'entraîner rapidement d'importantes inhomogénéités de polarisation entre les différents points du front d'onde. Cela se traduit par des fluctuations de mode transverse puisque la cavité possède des éléments polarisants (voir plus loin). En pratique, on est donc amené à limiter l'extension transverse du faisceau. La valeur obtenue avec  $D = 50\text{cm}$  s'est avérée être un bon compromis entre la puissance extraite du barreau et la stabilité du mode dans la cavité.

#### VII.F. Réalisation de la cavité du laser

Le schéma général du laser est représenté sur la figure 21. Elle est réalisée grâce à 4 miroirs plans traités  $R_{max}$  à  $1,06\ \mu\text{m}$  pour une incidence de  $45^\circ$  et de deux miroirs concaves de rayon de courbure 10 cm traités  $R_{max}$  à  $1,06\ \mu\text{m}$  et de transmission en intensité égale à 90% à incidence normale pour le faisceau doublé. L'angle d'incidence sur les miroirs concaves est le plus faible possible ( $\sim 5^\circ$ ) afin de limiter au maximum les problèmes d'astigmatisme. Nous voulions avoir la possibilité d'utiliser un miroir polariseur fonctionnant à  $56^\circ$  d'incidence, ce qui explique le choix de ce schéma.

Tous les supports des miroirs sont montés sur une même table en granit. La faible dilatation thermique du granit limite les variations de longueur de la cavité. La tête comprenant le barreau de Nd:YAG, les lampes et la circulation d'eau est montée sur un barreau orientable qui permet d'aligner le barreau sur l'axe de la cavité. Ce berceau est posé sur un empilement de plaques de caoutchouc et de plomb qui minimise la transmission des vibrations de la circulation d'eau à la table donc à la cavité.

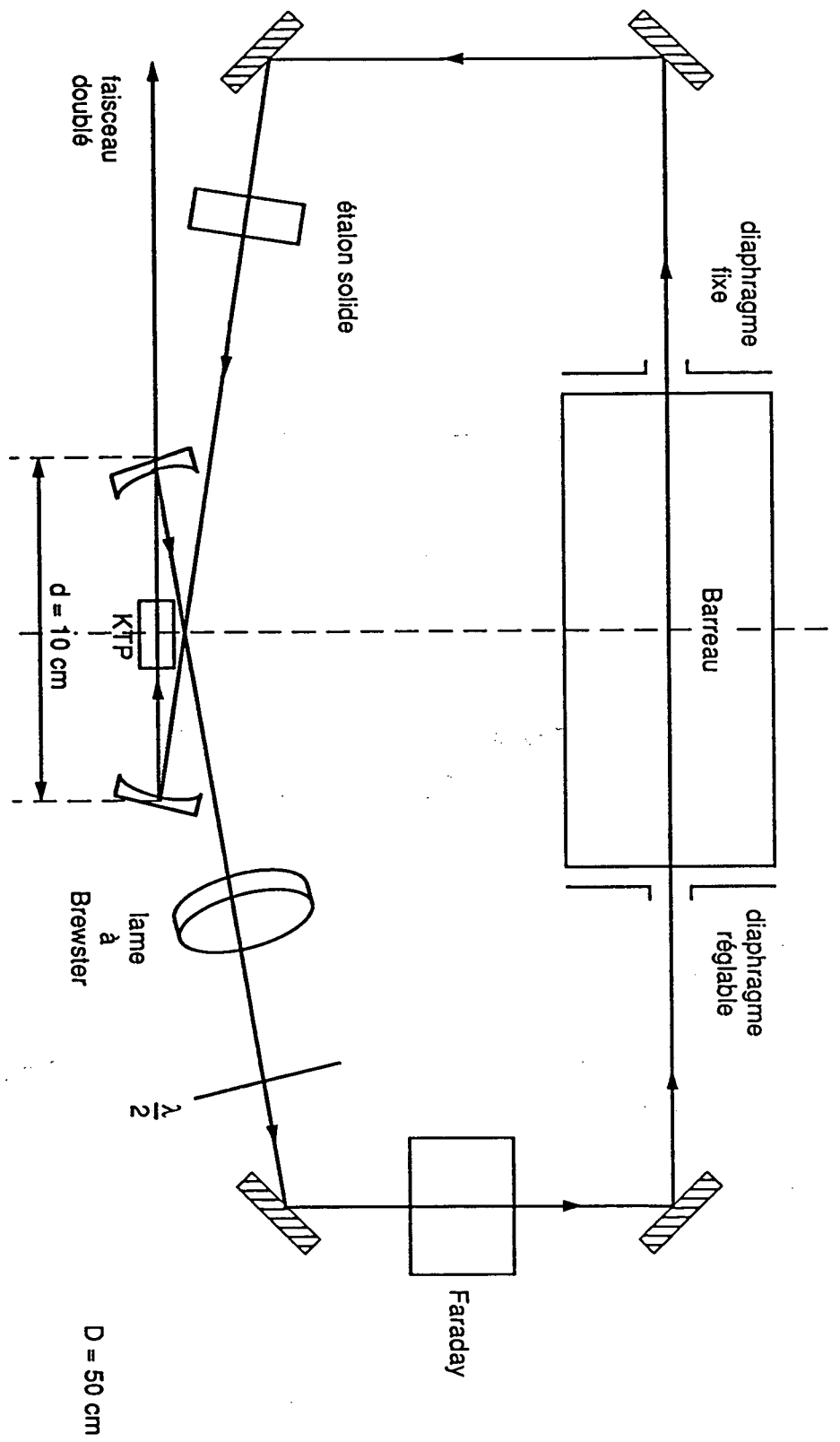


Figure 21 : Schéma général du laser YAG



## VII.G. Alignement de la cavité

La cavité est alignée grâce à un laser He-Ne qui pénètre par un des deux miroirs concaves transparents dans le visible. A cause des problèmes de biréfringence thermique, il est très important que l'axe de la cavité et l'axe du barreau soient confondus. Pour effectuer ce réglage, nous observons la focalisation du faisceau d'alignement par le barreau. Quand celui-ci est correctement aligné le point de focalisation ne doit pas se déplacer transversalement si l'on change la valeur de la focale thermique. Une fois que la cavité est alignée et que le laser fonctionne, nous mesurons la puissance d'infrarouge sortant de la cavité par l'un des miroirs concaves. Nous obtenons une puissance de l'ordre de 700 mW ( $I=13$  A). En supposant que le miroir a une transmission de 0,1% ( $R_{max}$ ), nous estimons la puissance intracavité à 700 W. Cette puissance élevée n'est pas surprenante puisque la cavité est très résonnante pour l'infrarouge.

La polarisation de ce faisceau nous renseigne sur la polarisation du champ intracavité. En effet, comme les miroirs concaves fonctionnent à une incidence proche de la normale, leur transmission ne dépend pas, a priori, de la polarisation du faisceau dans la cavité ; la polarisation du faisceau transmis est donc identique à celle du faisceau dans la cavité. On observe que la polarisation verticale est légèrement favorisée ; son intensité est le double de celle de la polarisation horizontale. Cet effet est dû aux miroirs plans qui fonctionnent à 45° d'incidence. Nous verrons au paragraphe suivant qu'il est nécessaire que le faisceau soit polarisé. L'effet des miroirs n'étant pas suffisant, nous avons tout d'abord remplacé l'un des miroirs plans par un miroir polariseur à 1,06  $\mu\text{m}$  (transmission supérieure à 95% pour la polarisation P à 56° d'incidence). Les pertes de ce miroir sur la polarisation résonnante dans la cavité s'étant révélées trop élevées, nous l'avons supprimé et remplacé par un miroir  $R_{max}$ . La sélection de polarisation est assurée par une lame à incidence de Brewster pour la polarisation verticale placée dans la cavité. Cette lame améliore beaucoup l'état de polarisation dans la cavité, mais ne permet pas cependant d'avoir un faisceau polarisé parfaitement verticalement. Si un analyseur est réglé à l'extinction sur le faisceau de sortie, nous observons la même tache que celle obtenue lors de l'étude de la biréfringence du barreau (paragraphe VII.C.1) : une croix noire séparant quatre lobes lumineux. On retrouve donc l'effet de la biréfringence thermique. La polarisation imparfaite du faisceau dans la cavité est l'inconvénient majeur de ce laser, et va être à l'origine des problèmes d'instabilité de mode que nous avons indiqués au paragraphe VII.C.1. En contre-partie, l'observation de la tache permet de s'assurer que le barreau est correctement aligné. Si la croix noire n'est pas centrée, l'alignement est à améliorer.

## VII.H. Sélection d'un sens de parcours

Afin de pouvoir rendre le laser plus facilement monomode longitudinal, nous supprimons un des deux sens de parcours dans la cavité. Pour cela, nous y plaçons un rotateur de Faraday et une

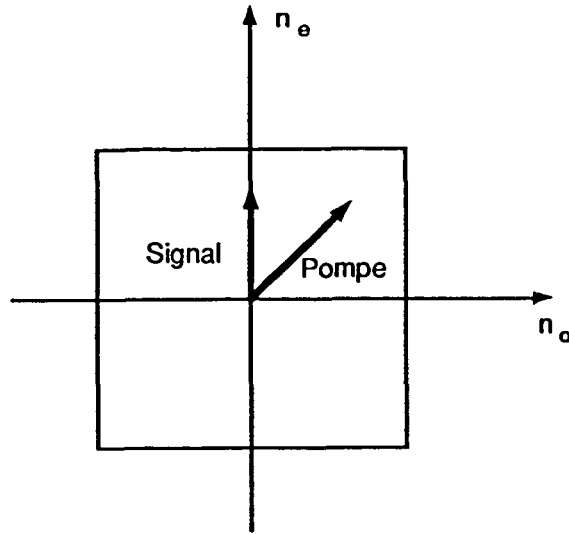
lame demi-onde à  $1,06 \mu\text{m}$ . Le principe est le même que celui de l'isolation optique entre le laser à Argon et l'O.P.O. (voir paragraphe IV.C). Dans ce cas, il n'est pas nécessaire que la rotation de polarisation due au Faraday soit de  $45^\circ$ . Il suffit que les pertes introduites sur le sens de parcours à supprimer soient assez élevées pour l'empêcher d'osciller.

Dans un premier temps, le rotateur utilisé était un barreau de verre FR5 (HOYA) de 1 cm de long et placé dans un champ de 3000 Gauss. La constante de Verdet à  $1,06 \mu\text{m}$  est de  $0,0826 \text{ Min.G}^{-1}.\text{cm}^{-1}$ . Nous obtenons une rotation de polarisation de  $4^\circ$ . Le taux de lumière résiduelle circulant dans le sens à supprimer était de 1%. Afin d'améliorer ce résultat, nous l'avons remplacé par un barreau de TGG (Terbium Gallium Garnet) de 15 mm de long. Sa constante de Verdet est de  $0,15 \text{ Min.G}^{-1}.\text{cm}^{-1}$  à  $1,06 \mu\text{m}$ . Avec les aimants dont nous disposions, nous avons mesuré une rotation de polarisation de  $16^\circ$ .

Comme la polarisation du faisceau n'est pas parfaitement rectiligne, cet angle important augmente l'efficacité de la suppression du sens de parcours secondaire. De plus, nous avons constaté qu'à puissance de pompage égale, la puissance fournie par le laser est plus importante avec le barreau de TGG qu'avec le barreau de FR5 ce qui est probablement dû à une meilleure qualité du traitement anti-reflet. Pour compenser la rotation Faraday, nous avons essayé une lame de quartz de pouvoir rotatoire  $16^\circ$  et une lame demi-onde dont on règle l'orientation. C'est la lame demi-onde qui a donné les meilleurs résultats. Le barreau de TGG, la lame demi-onde et la lame à incidence de Brewster sont placés les uns à la suite des autres dans la cavité. On évite ainsi de placer entre eux un élément biréfringent (cristal ou barreau de Nd:YAG) qui pourrait nuire au fonctionnement de l'ensemble.

### VIII.I. Doublage de fréquence par un cristal de KTP

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre IV, le KTP est l'un des cristaux les plus efficaces actuellement pour le doublage entre  $1,06 \mu\text{m}$  et 532 nm. De plus, sa très faible absorption à  $1,06 \mu\text{m}$  ( $<0,2\% / \text{cm}$ ) est une qualité essentielle pour l'utiliser dans la cavité d'un laser. C'est donc ce cristal que nous avons utilisé. L'accord de phase réalisé dans le KTP est un accord de phase de type II. (cf. Annexe 2). Pour obtenir une efficacité de conversion maximale, il faut que le faisceau de pompe soit polarisé à  $45^\circ$ , direction de polarisation ordinaire et extraordinaire du cristal, afin que les champs correspondants à ces polarisations aient la même intensité (cf. Annexe 2). Le faisceau doublé est polarisé selon la direction extraordinaire. Sa polarisation fait donc un angle de  $45^\circ$  avec celle du faisceau de pompe. La figure 22 représente les polarisations du faisceau pompe et du faisceau signal engendré par rapport aux axes du cristal.

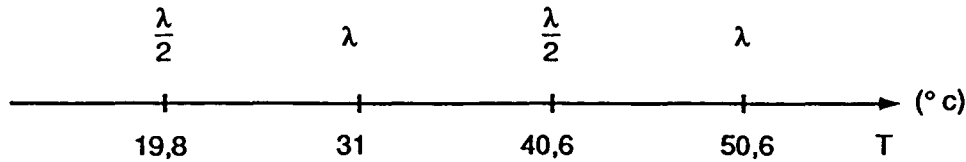


**Figure 22 : Directions des polarisations du champ pompe et du champ signal pour le doublage de fréquence**

Les directions propres de polarisation du cristal sont repérées en étudiant la fluorescence du cristal à 532 nm en fonction de la direction de polarisation du faisceau pompe. Quand elle est dirigée selon la direction ordinaire ou extraordinaire, il n'y a pas de doublage.

#### VII.I.1. Etude de la biréfringence du cristal en fonction de la température

Le cristal n'étant pas utilisé selon ses axes propres de polarisation, il se comporte comme un élément biréfringent vis-à-vis du faisceau infrarouge. On peut compenser cet effet, en tirant parti de la dépendance des indices avec la température. La biréfringence est alors modifiée de manière à ce que la polarisation en sortie soit identique à la polarisation en entrée. Pour déterminer les températures adéquates, nous envoyons un faisceau infrarouge polarisé rectilignement à 45° des axes du cristal et nous analysons sa polarisation en sortie. La température est réglée par un effet Peltier contrôlé par un asservissement. La figure 23 indique le comportement du cristal en fonction de la température.



**Figure 23 : Variation de la biréfringence du cristal en fonction de la température**

Ce réglage n'est pas très critique. Les températures sont définies à  $\pm 0,5^\circ\text{C}$ . Cependant, la dépendance des températures optimales en fonction de l'orientation du cristal est importante (de l'ordre de  $5^\circ\text{C}$ ) ; par contre, leur écart ne change pas. Il est donc nécessaire d'optimiser la température chaque fois que l'on change l'orientation du cristal dans la cavité. Une température voisine de  $30^\circ\text{C}$  permet de ne pas modifier la polarisation du faisceau pompe.

#### VII.J. Optimisation du doublage de fréquence

Une fois la cavité correctement alignée et le sens de parcours sélectionné, le cristal est placé entre les deux miroirs concaves afin d'engendrer le faisceau doublé. Le support autorise les translations suivant l'axe optique et perpendiculaire à cet axe, ce qui permet de placer le cristal du waist du faisceau pompe et de choisir la zone utilisée (les dimensions du cristal sont  $3 \times 3 \times 7 \text{mm}$ ). De plus, deux rotations d'axes perpendiculaires à l'axe optique permettent de régler son orientation. Il est nécessaire que le cristal ne soit pas exactement perpendiculaire au faisceau pour ne pas créer de sous-cavités qui empêchent le fonctionnement monomode longitudinal. Le meilleur réglage que nous ayons pu obtenir donne une puissance de 2W à 532 nm.

Cependant, le mode de ce faisceau n'est pas  $TEM_{00}$  et présente des fluctuations. Afin de sélectionner le mode  $TEM_{00}$  indispensable pour pomper l'O.P.O., nous plaçons des diaphragmes dans la cavité de part et d'autre du barreau. L'un d'eux est fixe et a un diamètre de 2mm, l'autre a un diamètre réglable et peut être déplacé dans la plan perpendiculaire à l'axe optique afin que l'axe défini par les deux diaphragmes coïncide avec ce dernier. Le diamètre optimum du diaphragme mobile se situe autour de 2 mm. Son réglage est délicat, car s'il est trop fermé, la puissance du faisceau doublé chute rapidement. Nous obtenons dans ce cas une puissance de 1W à 532nm. La photographie montre le mode transverse du faisceau, visualisé grâce à une barrette de photodiodes.

#### VII.K. Sélection d'un mode longitudinal

Lorsque le laser est monomode transverse, il a tendance à osciller spontanément sur trois modes longitudinaux avec parfois un comportement monomode. Afin de le forcer à être monomode longitudinal, nous plaçons un étalon d'épaisseur 5 mm dans la cavité. Nous obtenons alors un faisceau à 532 nm monomode longitudinal, de puissance 700 mW pour un courant de 14 A dans les lampes. Ce faisceau a toutes les caractéristiques requises pour pomper l'oscillateur paramétrique.

#### VII - L Fluctuations de fréquence du laser

Les variations de longueur de la cavité ainsi que les fluctuations dans les lampes de pompage du barreau provoquent des fluctuations de fréquence du laser. Pour les compenser, nous avons asservi la fréquence du laser sur une cavité de référence, constituée d'un Fabry-Pérot cofocal de longueur 10 cm et dont les miroirs ont une transmission de 1% à 1,06  $\mu\text{m}$ . Il est réalisé en Invar afin d'assurer une très bonne stabilité thermique. Comme il est cofocal, il peut être utilisé hors d'axe (voir figure 24), ce qui évite les problèmes de retour vers le laser. Dans ce cas, l'intervalle spectral libre (I.S.L.) a pour expression :

$$I.S.L. = \frac{c}{4\ell} \quad (VII.23)$$

et vaut 750 MHz. La finesse mesurée est  $F = 100$  ; la largeur d'un pic de résonance à mi-hauteur est donc 7,5 MHz.

Dans un premier temps, nous pouvons utiliser cette cavité en nous plaçant sur le flanc d'une résonance pour analyser les fluctuations de fréquence du laser fonctionnant librement : nous observons d'importantes fluctuations à basse fréquence. Leur amplitude est supérieure à la largeur d'un pic de résonance de la cavité. La fréquence du laser n'est résonnante avec le Fabry-Pérot que de façon intermittente. Sur une échelle de temps de l'ordre de la seconde, le laser fluctue sur une largeur de 2,5 MHz. En outre, ces fluctuations présentent une composante importante autour de la fréquence de bruit de 1 kHz.

#### VII - M Asservissement de la fréquence du faisceau produit par le laser

##### VII - M - 1 Choix de la méthode

Pour compenser les fluctuations de fréquence du laser, plusieurs méthodes sont possibles.

La première consiste à asservir le laser sur le flan du pic de résonance du Fabry-Pérot de référence. C'est cette méthode qui a été utilisée dans le cas du laser à Argon (voir paragraphe V-B-2) ; Elle ne permet de corriger que des fluctuations de fréquence de faible amplitude (de l'ordre de la moitié de la largeur du pic à mi-hauteur). Pour des amplitudes plus importantes, le point de fonctionnement passe sur l'autre flan du pic de résonance ce qui entraîne un changement de signe du gain de l'asservissement et un décrochage de celui-ci. Notre laser ayant des fluctuations de fréquence importantes à basse fréquence de bruit, supérieures à la largeur du pic de résonance, l'emploi de cette méthode est donc exclus. Une deuxième méthode d'asservissement, proposée par Drever et Hall [52], permet de corriger des fluctuations de fréquence importantes. Elle consiste à moduler le faisceau à une fréquence  $\Omega_m$  suffisamment élevée pour que les deux bandes latérales aux fréquences  $\omega + \Omega_m$  et  $\omega - \Omega_m$  soient situées en dehors du pic de résonance du Fabry-Pérot lorsque la fréquence du faisceau  $\omega$  est résonnante avec celui-ci. La largeur du pic de résonance étant de 7,5 MHz, il nous faut donc une fréquence de modulation de l'ordre de 10 MHz, qui se trouve donc dans la bande-passante de la courbe de squeezing (voir paragraphe VI-C). Si l'isolation du modulateur n'est pas parfaite, son rayonnement peut perturber la chaîne de détection et faire apparaître un pic de bruit sur la courbe de squeezing, ce qui est gênant.

Une troisième méthode d'asservissement, proposée par Hänsch et Couillaud [52], permet de corriger des fluctuations de fréquence d'amplitude importante et ne nécessite pas de modulation du faisceau à asservir. C'est cette méthode que nous avons utilisée.

## VII - M - 2 Méthode Hänsch-Couillaud

Le schéma général du montage est donné par la figure 24 :

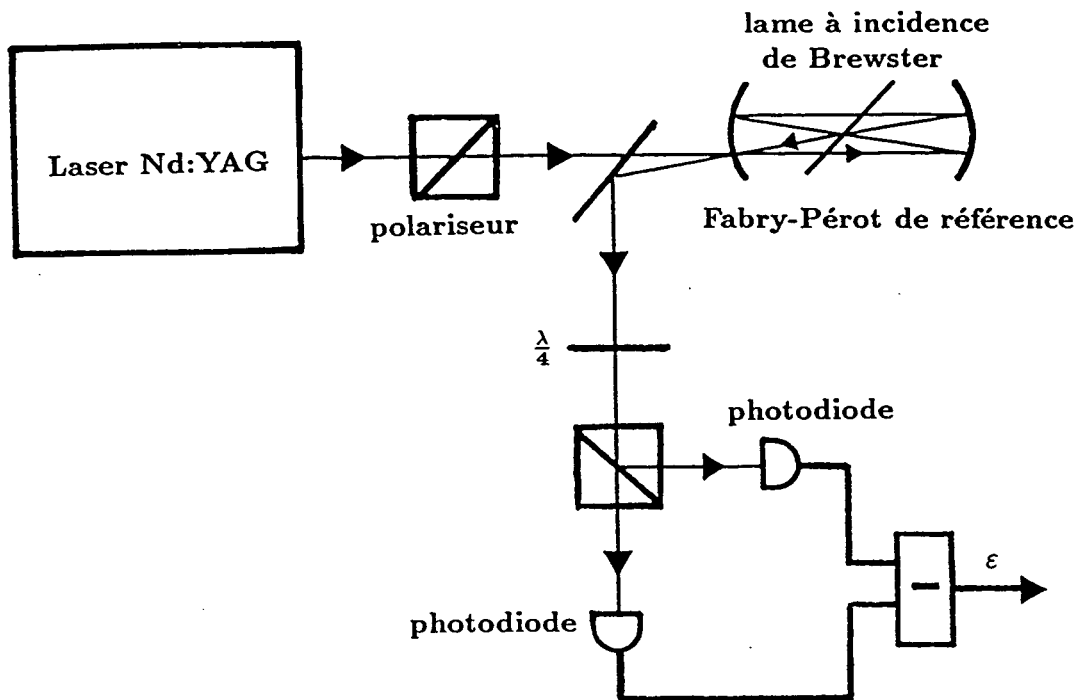


Figure 24

Le Fabry-Pérot d'asservissement fonctionne hors d'axe. Il est utilisé en réflexion. Le champ réfléchi a une phase qui dépend du déphasage  $\varphi$  qu'il subit lors d'un aller-retour dans la cavité. Son expression est d'après [53] :

$$E^{(r)} = E^{(i)} \left[ \sqrt{R_1} - \frac{T_1}{\sqrt{R_1}} \frac{Re^{i\varphi}}{1 - Re^{i\frac{\varphi}{2}}} \right] \quad (VII.24)$$

$E^{(i)}$  est l'amplitude du champ incident.  $T_1$  et  $R_1$  sont la transmission et la réflexion en intensité des miroirs de la cavité.  $R$  est un coefficient inférieur à un qui détermine la finesse de la cavité. Il a pour expression :

$$R = R_1 \alpha \quad (\text{VII.25})$$

où  $\alpha$  est un coefficient qui traduit les pertes en amplitude du faisceau lors d'un aller-retour dans la cavité. Il tient compte notamment des deux réflexions supplémentaires dues au trajet hors d'axe.

Le principe de la méthode consiste à transformer les fluctuations de fréquence du faisceau incident en variations de l'état de polarisation du faisceau réfléchi. Pour cela, une lame à incidence de Brewster est placée à l'intérieur du Fabry-Pérot. Son plan d'incidence fait un angle  $\theta$  avec la polarisation du champ incident  $E^{(i)}$ . Le champ réfléchi se sépare en deux composantes. L'une, parallèle au plan d'incidence de la lame, voit un Fabry-Pérot de finesse élevée. Elle a pour expression :

$$E^{(r)} = E^{(i)} \cos \theta \left( \sqrt{R_1} - \frac{T_1 R}{\sqrt{R_1}} \frac{\cos \varphi - R + i \sin \varphi}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \right) \quad (\text{VII.26})$$

L'autre composante, perpendiculaire au plan d'incidence subit des pertes importantes dans le Fabry-Pérot ( $R \ll 1$ ). Son expression est :

$$E_{\perp}^{(r)} = E^{(i)} \sin \theta \sqrt{R_1} \quad (\text{VII.27})$$

Si  $\varphi$  est égal à  $2k\pi$  ( $k \in \mathcal{N}$ ), le champ incident est résonnant avec le Fabry-Pérot. Le champ réfléchi est alors polarisé rectilignement, quel que soit l'angle  $\theta$ . si  $\varphi$  n'est pas un multiple entier de  $2\pi$ , la polarisation du champ réfléchi est elliptique. L'ellipticité du champ obtenu est analysée à l'aide d'une lame quart d'onde et d'un prisme. Si nous supposons que l'axe rapide de la lame est parallèle à la composante  $E_{\perp}^{(r)}$ , les champs ont pour expression après traversée de cette lame :

$$E_{\perp}^{(r)'} = i E_{\perp}^{(r)} \quad (\text{VII.28})$$



$$E^{(\tau)'} = E^{(\tau)} \quad (VII.29)$$

Les axes du prisme notés  $O_x$  et  $O_y$  sont placés à  $45^\circ$  des axes de la lame quart d'onde. Les champs en sortie de ce prisme sont :

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_{\perp}^{(\tau)'} + E^{(\tau)'}) \quad (VII.30)$$

$$E_y = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_{\perp}^{(\tau)'} - E^{(\tau)'}) \quad (VII.31)$$

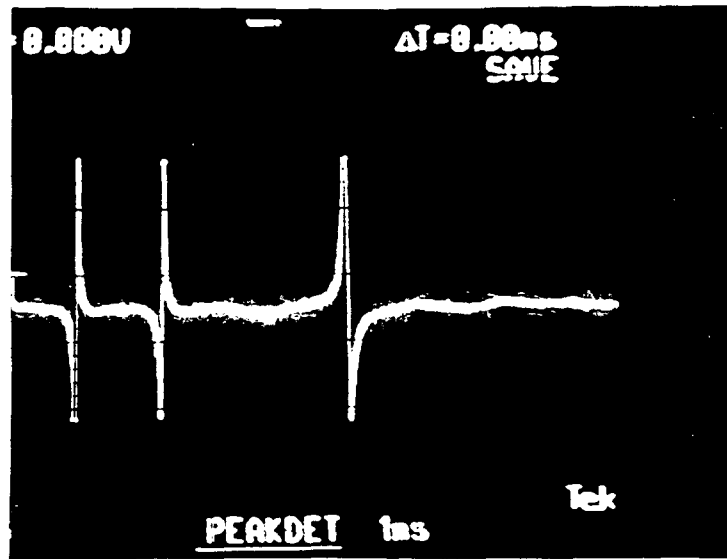
La différence des intensités de ces deux champs a pour expression :

$$I_x - I_y = I^{(i)} \sin 2\theta \frac{T_1 R \sin \varphi}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \quad (VII.32)$$

avec

$$\varphi = \frac{2\ell}{c}(\omega - \omega_0) \quad (VII.33)$$

$I^{(i)}$  est l'intensité du faisceau incident et  $\omega$  sa fréquence.  $\omega_0$  est la fréquence de résonance du Fabry-Pérot de référence. Si les fluctuations de fréquence ne sont pas trop importantes, ce signal est proportionnel à la différence entre  $\omega$  et  $\omega_0$ . Il peut donc être utilisé comme signal d'erreur dans un asservissement de fréquence. Son amplitude est maximale lorsque  $\theta = 45^\circ$ . Lorsqu'on balaie la longueur du Fabry-Pérot de référence, on obtient une courbe ayant l'allure d'une courbe de dispersion (voir photo).



Autour de chaque résonance, cette courbe présente une zone linéaire de forte pente qui permet de transformer une variation de fréquence du faisceau laser en une variation de tension proportionnelle. Cette courbe présente de plus l'avantage d'avoir le bon signe pour toutes les fréquences situées entre  $\omega_0 - \frac{\omega_{ISL}}{2}$  et  $\omega_0 + \frac{\omega_{ISL}}{2}$ , où  $\omega_{ISL}$  est l'intervalle spectral libre et  $\omega_0$  la fréquence de résonance du Fabry-Pérot. Des fluctuations de fréquence d'amplitude importante peuvent donc ainsi être corrigées. Le signal d'erreur produit est ensuite envoyé dans un amplificateur haute-tension qui pilote la cale piézoélectrique qui corrige la longueur de cavité du laser. L'amplificateur est du même type que celui décrit dans le chapitre V. Une fois l'asservissement correctement réglé, la largeur de fréquence résiduelle est de 200 kHz.

Le signal d'erreur présente une fréquence de bruit prédominante de l'ordre de 1 kHz. Cette fréquence est probablement due à du bruit d'intensité du faisceau servant à l'asservissement. Pour le vérifier nous avons mesuré le spectre de bruit d'intensité de ce faisceau.

#### VII - N Fluctuations d'intensité du faisceau

Les fluctuations ont été mesurées dans deux gammes de fréquence. La première va de 0 à 2 kHz (Figure 26). La courbe supérieure de la figure 26 donne le bruit d'intensité du laser ; la courbe inférieure, le bruit de l'électronique. On observe sur cette figure un pic de bruit autour de 850 Hz.

Cela correspond bien à la fréquence de bruit prépondérante qui subsiste dans le signal d'erreur de l'asservissement en fréquence. Cette fréquence est trop élevée pour être due à des fluctuations acoustiques dans la circulation d'eau. Ce sont probablement les lampes de pompage du barreau qui sont à l'origine de ces fluctuations.

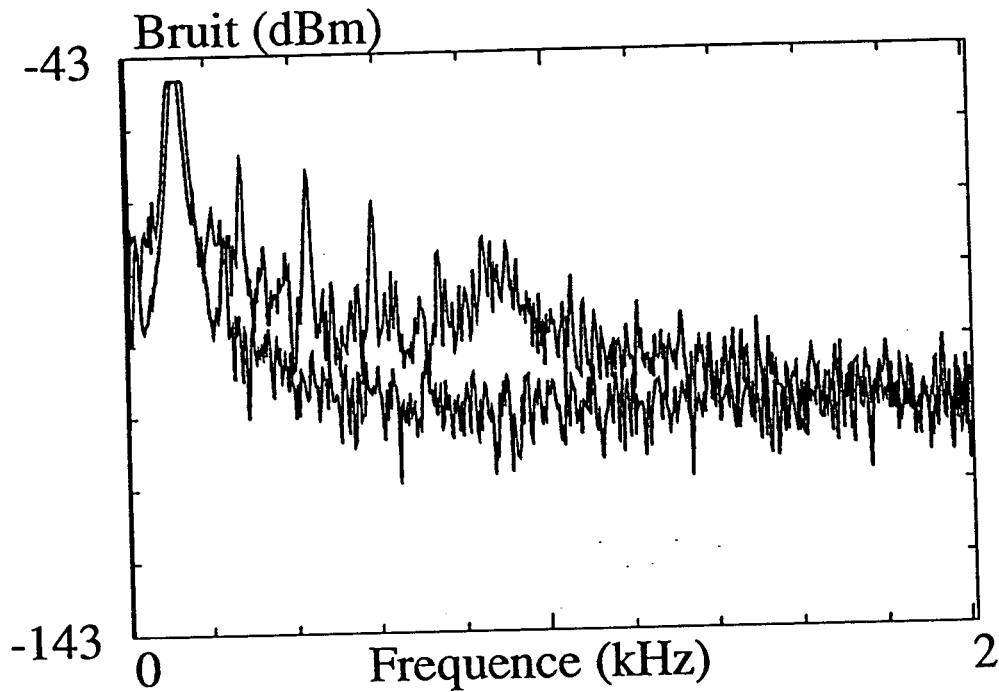


Figure 26.

Les fluctuations d'intensité ont d'autre part été mesurées dans la gamme qui va de 0 à 100 kHz (Fig. 27).

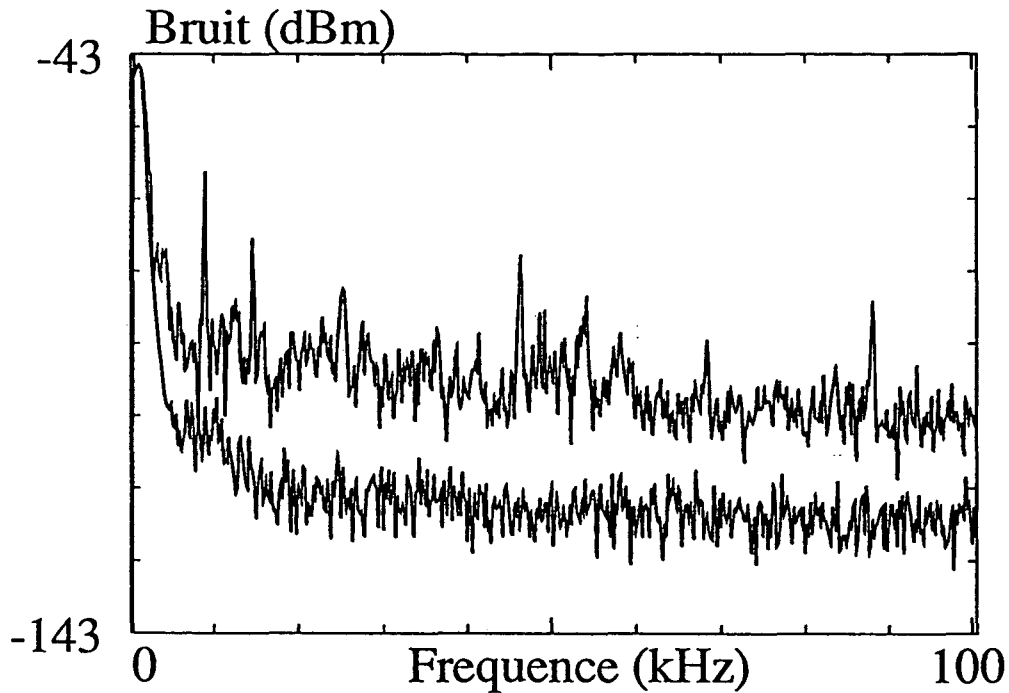


Figure 27

Le spectre de bruit du faisceau laser est plat au-dessus de 10 kHz. Le faisceau a donc un bruit égal en shot-noise au-delà de 10 kHz. De ce point de vue, il est plus favorable de pomper l'OPO avec ce laser qui présente moins de bruit d'intensité que le laser  $AR^+$ . Le bruit d'intensité des faisceaux jumeaux dû au laser de pompe sera donc moindre.

#### VII - O Mesure de la réduction du bruit sur $I_1 - I_2$ en utilisant le laser YAG comme pompe pour

#### l'OPO

Nous avons mesuré la corrélation quantique des faisceaux produits par l'OPO lorsque celui-ci est pompé par le laser YAG. le montage expérimental est le même que celui décrit dans le chapitre V. La courbe de réduction du bruit obtenue est présentée sur la figure 28.

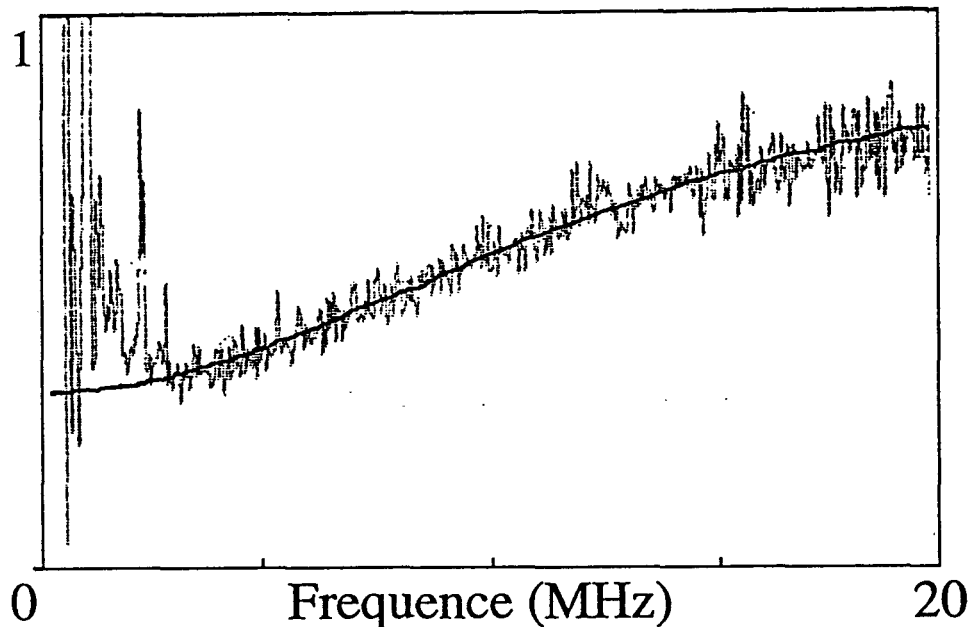


Figure 28

Le maximum de réduction du bruit obtenu est de 67% à 3 MHz. L'ajustement d'une Lorentzienne sur cette courbe donne une bande-passante de 13,6 MHz et prévoit une réduction du bruit de 70% à fréquence nulle. Bien que l'OPO fonctionne au voisinage de la dégénérescence, le problème de l'équilibrage entre les deux faisceaux n'a pas été résolu ; il subsiste toujours une remontée de bruit importante pour les fréquences inférieures à 2 MHz. Le résultat est tout-à-fait comparable à celui obtenu en utilisant comme pompe le laser Argon (Chap. VI). Il montre que l'on dispose de façon reproductible d'une forte réduction du bruit quantique.

#### VII - P Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la réalisation d'un laser Nd:YAG continu, doublé intracavité, monomode transverse et monomode longitudinal. La puissance du faisceau à 532 nm est de 700 mW, ce qui est suffisant pour faire fonctionner l'OPO au dessus du seuil. Afin de limiter au maximum les fluctuations de fréquence des faisceaux produits par l'OPO, la fréquence du laser a été asservie sur une cavité de référence. Nous avons obtenu une largeur résiduelle du mode de

200 kHz. Nous avons vérifié que le bruit d'intensité du laser est limité par le shot-noise pour des fréquences supérieures à 10 kHz. La mesure des corrélations quantiques entre les deux faisceaux jumeaux produits par l'OPO donne des résultats similaires que celui-ci soit pompé par le laser Nd:YAG ou le laser  $Ar^+$ . Le laser Nd:YAG a été réalisé pour permettre un fonctionnement de l'OPO au voisinage de la dégénérescence ( $\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega_0}{2}$ ). L'étude des propriétés des faisceaux jumeaux dans cette gamme de fréquence fait l'objet du chapitre suivant.

## CHAPITRE VIII : FONCTIONNEMENT DE L'OSCILLATEUR PARAMETRIQUE A PROXIMITE DE LA DEGENERESCENCE.

### VIII - A Intérêt du fonctionnement au voisinage de la dégénérescence

Dans l'expérience de squeezing décrite aux chapitres V et VI, nous mesurons la corrélation quantique entre les fluctuations d'intensité des deux faisceaux jumeaux. Cette mesure est indépendante des fréquences des deux champs, ce qui permet de travailler avec des fréquences quelconques. Dans notre cas, leur différence est de l'ordre de 1 THz.

D'autre part, le laser à Argon que nous avons utilisé ne pouvant pas fournir de faisceau à la fréquence des faisceaux jumeaux, nous ne disposons pas de référence de phase. Les mesures d'intensité sont les seules envisageables.

#### VIII - A - 1 Utilisation d'un oscillateur local. homodynage

Le laser Nd:Yag que nous avons réalisé (voir chapitre VII) fournit un faisceau à  $1,06 \mu\text{m}$  qui peut servir de référence de phase. Ce faisceau est appelé oscillateur local. Il permet de mesurer les fluctuations de phase des champs jumeaux engendrés par l'OPO. Cette mesure est effectuée à l'aide d'une détection homodyne représentée sur la figure 1.

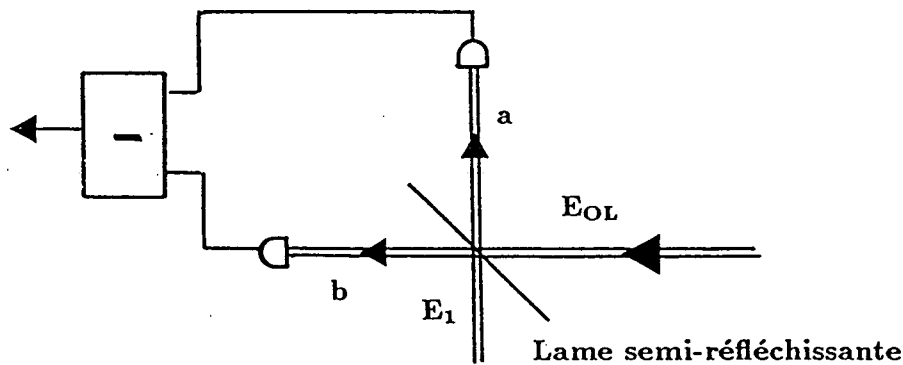


figure 1

Le champ dont on veut mesurer les fluctuations  $E_1$  est mélangé au champ de l'oscillateur local  $E_{OL}$  grâce à une lame semi-transparente. L'intensité des deux champs résultants  $E_a$  et  $E_b$  est mesurée à l'aide de photodiodes. Le signal est constitué de la différence de ces deux intensités.

Les expressions de  $E_{0L}$  et  $E_1$  sont écrites en utilisant des notations identiques à celles du chapitre IV :

$$E_{0L}(t) = \left[ \alpha_{0L} + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_{0L}(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\frac{\omega_0}{2}t} \quad (VIII.1)$$

$$E_1(t) = \left[ \alpha_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_1(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\omega_1 t} \quad (VIII.2)$$

$\omega_0$  est la fréquence du champ pompe.  $\omega_1$  est la fréquence du champ à étudier.

Les intensités des faisceaux dans les voies  $a$  et  $b$  sont :

$$I_a(t) = \frac{1}{2} | E_{0L}(t) + E_1(t) |^2 \quad (VIII.3)$$

$$I_b(t) = \frac{1}{2} | E_{0L}(t) - E_1(t) |^2 \quad (VIII.4)$$

Le signal fourni est proportionnel à la différence des intensités :

$$I_d(t) = I_a(t) - I_b(t) \quad (VIII.5)$$

Les fluctuations de  $I_d(t)$  sont reliées aux fluctuations des champs entrants. L'influence des fluctuations de l'oscillateur local est négligeable si son intensité est très supérieure à celle du champ à mesurer. Dans ce cas, l'expression des fluctuations de  $I_d(t)$  obtenue à partir des expressions précédentes est :

$$\begin{aligned} \delta I_d(t) &= \alpha_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_1^*(\Omega) e^{i\Omega t} e^{-i(\frac{\omega_0}{2} - \omega_1)t} \\ &+ \alpha_0^* \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_1(\Omega) e^{-i\Omega t} e^{i(\frac{\omega_0}{2} - \omega_1)t} \end{aligned} \quad (VIII.6)$$



La composante des fluctuations à la fréquence  $\Omega'$  a pour expression :

$$\delta I_d(\Omega') = \alpha_0 \delta \alpha_1^* \left( \frac{\omega_0}{2} - \omega_1 - \Omega' \right) + \alpha_0^* \delta \alpha_1 \left( \frac{\omega_0}{2} - \omega_1 + \Omega' \right) \quad (\text{VIII.7})$$

Si l'OPO fonctionne à la dégénérescence,  $\omega_1$  vérifie :

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2} \quad (\text{VIII.8})$$

Les fluctuations de  $I_d$  deviennent :

$$\delta I_d(\Omega') = \alpha_0 \delta \alpha_1^*(-\Omega') + \alpha_0^* \delta \alpha_1(\Omega') \quad (\text{VIII.9})$$

Si l'OPO ne fonctionne pas exactement à la dégénérescence, mais à proximité, on peut obtenir la relation (VIII.8) en décalant la fréquence de l'oscillateur local à l'aide d'un modulateur électro-optique. La phase des deux champs peut être choisie arbitrairement. Nous supposons que  $\alpha_1$  est réel. Si  $\alpha_0$  est réel, on voit d'après (VIII.9) que les fluctuations de  $I_d$  sont proportionnelles à la partie réelle de  $\delta \alpha_1$ , c'est-à-dire aux fluctuations d'amplitude du champ  $\alpha_1$ . Si  $\alpha_0$  est imaginaire, on mesure la partie imaginaire de  $\delta \alpha_1$ , c'est-à-dire les fluctuations de phase de  $\alpha_1$ . Cette méthode permet donc de connaître toutes les composantes des fluctuations du champ étudié. En utilisant une détection homodyne pour chacun des faisceaux jumeaux engendrés par l'OPO, on peut, par exemple, mesurer la somme des fluctuations de phase des deux champs. Il a été prévu théoriquement que cette composante a des fluctuations quantiques réduites [34].

Pour réaliser une telle expérience, il est préférable que l'OPO fonctionne à la dégénérescence, de manière à pouvoir utiliser le même oscillateur local pour les deux détections homodynes.

### VIII - A - 2 Utilisation du pic de battement entre les deux faisceaux jumeaux

Dans l'annexe I, nous avons effectué un calcul complet de la chaîne de détection utilisée pour mesurer la corrélation quantique entre les deux faisceaux jumeaux. Lorsque les polarisations des

deux champs ne sont pas dirigées selon les axes du cube séparateur de polarisation, mais font un angle  $\theta$  avec ceux-ci, il apparaît un pic de battement dont l'amplitude est proportionnelle à  $\sin 2\theta$ . (Annexe I (12)). Ce pic de battement peut donc être utilisé pour une mesure d'angle.

Dans l'expérience de squeezing que nous avons réalisée, la fréquence de battement est de l'ordre de  $THz$ . Le pic n'est donc pas observable. Si l'on arrive à diminuer l'écart de fréquence entre les deux faisceaux jumeaux, on pourra observer le battement sur l'analyseur de spectre (TEKTRONIX 2753P bande passante 1,8 GHz). La différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux présente une réduction du bruit quantique pour les fréquences comprises entre 1 MHz et 12 MHz. Si le pic de battement se situe dans cette gamme de fréquence, il peut être utilisé pour mesurer de très faibles effets de polarisation ou de diffusion sur une surface, par exemple, pour effectuer une mesure avec un bruit inférieur au shot-noise [54].

#### VIII - A - 2 - a Largeur du pic de battement

Dans le cas où il n'y a pas de cause d'élargissement d'origine technique, la largeur ultime du pic de battement est liée à la diffusion de phase des deux champs jumeaux. En effet, la différence des phases des deux champs dans la cavité n'est pas fixée ; elle est donc libre de diffuser (paragraphe II.c). Le calcul complet de cette largeur peut être trouvé dans [35]. Elle a pour expression :

$$\Delta_{ST} = \frac{\gamma}{\tau \cdot N} \quad (VIII.16)$$

où  $\gamma$  est le coefficient de transmission en amplitude du miroir de sortie de l'OPO,  $\tau$  le temps de parcours de la cavité et  $N$  le nombre de photons dans le mode correspondant à l'un des champs jumeaux à l'intérieur de la cavité. Pour estimer  $\Delta_{ST}$ , il faut relier  $N$  à la puissance  $P$  d'un faisceau infrarouge mesurée en sortie de l'OPO. Nous obtenons :

$$P = \frac{2\gamma N}{\tau} \cdot h\nu \quad (VIII.17)$$

d'où :

$$\Delta_{ST} = \frac{2\gamma^2 h\nu}{\tau^2 P} \quad (VIII.18)$$

Dans notre expérience, les différents paramètres ont pour valeur :

$$\gamma = 0,01 \quad \tau = 2,6 \times 10^{-10} s \quad \nu = 3 \times 10^{14} Hz \quad (VIII.19)$$

Nous obtenons pour une puissance  $P$  de 1,3 mW

$$\Delta\nu_{ST} = 0,4Hz \quad (VIII.20)$$

Une largeur aussi faible n'est pas mesurable directement sur l'analyseur de spectre. Il faut utiliser pour cela une méthode de détection cohérente.

### VIII - A - 2 - b Estimation du rapport signal sur bruit

En pratique, la largeur du pic est due à des fluctuations d'origine technique ; elle est beaucoup plus importante que la largeur due à la diffusion de phase. Dans notre cas elle est de l'ordre de 100 kHz (voir paragraphe VIII-C-3). Nous supposons que ce pic est une lorentzienne de largeur  $\Delta\nu$  centrée en  $\nu_B$  fréquence de battement. Nous obtenons en utilisant la formule 12 de l'annexe I l'expression du pic de battement exprimé en puissance en fonction de la fréquence.

$$P(\nu) = \frac{\overline{i}^2 \sin^2 2\theta}{2\pi} \times \frac{\Delta\nu}{\frac{\Delta\nu^2}{4} + (\nu_B - \nu)^2} \quad (VIII.21)$$

$\overline{i}$  est le courant moyen engendré par l'une des deux photodiodes de la chaîne de détection.

L'expression de la densité spectrale de bruit lorsque  $\theta$  est nul est :

$$S(\nu) = R(\nu) 4.e. \overline{i} \quad (VIII.22)$$

$4e \overline{i}$  est la densité spectrale du shot-noise correspondant à l'intensité totale détectée  $2 \overline{i}$ .

$R(\nu)$  est le taux de bruit résiduel dû à l'imperfection de la corrélation entre les deux faisceaux jumeaux.

La résolution maximum de l'analyseur de spectre est  $\delta\nu = 10Hz$ , ce qui est très inférieur à la largeur du pic mesurée. Le signal à la fréquence de battement est donc :

$$P = P(\nu_B)\delta\nu = \frac{2 \bar{i}^2 \sin^2 2\theta}{\pi \Delta\nu} \delta\nu \quad (VIII.23)$$

Le bruit à cette fréquence est :

$$B = R(\nu_B).Ae. \bar{i} \delta\nu \quad (VIII.24)$$

Le bruit dépend de  $\theta$  (formule (52) Annexe I). Il est minimal lorsque  $\theta$  est nul et est égal au shot-noise lorsque  $\theta$  vaut  $45^\circ$ . Nous allons considérer de faibles variations de  $\theta$  autour de  $0^\circ$ , et donc négliger la variation de la puissance de bruit avec  $\theta$ .

Le rapport signal sur bruit devient dans ce cas :

$$\frac{P}{B} = \frac{2 \bar{i} \theta^2}{\pi \Delta\nu.eR(\nu_B)} \quad (VIII.25)$$

Il est indépendant de la résolution de l'analyseur de spectre dans la mesure où celle-ci est nettement meilleure que la largeur du pic. L'angle minimum mesurable est tel que le rapport signal sur bruit vaut un. Nous obtenons :

$$\theta_{min} = \sqrt{\frac{\pi.\Delta\nu.e.R(\nu_B)}{2 \bar{i}}} \quad (VIII.26)$$

Il est d'autant plus faible que le pic de battement est fin, et que le bruit résiduel à la fréquence de battement est faible.

Pour déterminer la valeur de  $\theta_{min}$ , nous supposons que la fréquence de battement coïncide avec la fréquence où le bruit résiduel est le plus faible (2MHz,  $R = 0,3$ ). Les autres paramètres expérimentaux sont :

$$\Delta\nu = 100kHz \quad \bar{i} = 1mA \quad (VIII.27)$$

Nous obtenons :

$$\theta_{min} = 3\mu rad \quad (VIII.28)$$

Ce type de mesure peut être utilisé par exemple dans des ampèremètres à fibre optique. Une fibre optique est enroulée autour d'un câble conducteur. Le courant circulant dans ce câble crée un champ magnétique qui par effet Faraday fait tourner la polarisation du faisceau se propageant dans la fibre. La mesure de cette rotation de polarisation donne une mesure du courant. Si l'on envoie des faisceaux jumeaux à l'entrée de la fibre, on peut donc améliorer le rapport signal sur bruit de ce type d'appareil. L'expérience que nous avons décrite ne nécessite pas que l'OPO fonctionne à la dégénérescence stricte, mais seulement à proximité de celle-ci. Elle est donc plus facile à réaliser que la précédente. C'est donc elle que nous avons cherché à réaliser.

#### VIII - B Etude de la fréquence de battement entre les deux faisceaux jumeaux produits par l'OPO

Le but de cette partie est de déterminer l'expression de la fréquence de battement en fonction des différents paramètres de l'OPO (longueur de cavité, indices du cristal, fréquence de pompe, déphasages à la réflexion sur les miroirs).

Nous étudions ensuite la possibilité de faire fonctionner l'OPO à proximité de la dégénérescence, c'est à dire pour des valeurs de  $\omega_1$  et  $\omega_2$  très proches de  $\frac{\omega_0}{2}$ .

Nous allons utiliser les expressions déterminées au chapitre III qui donnent les différents couples  $(\omega_1, \omega_2)$  possibles compte-tenu des conditions de résonance de la cavité. Dans nos conditions expérimentales, les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont toujours assez proches l'une de l'autre ( $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0} \leq 10^{-2}$ ). Nous ferons donc la même approximation qu'au chapitre III qui consiste à négliger la dispersion des indices. Elle permet de simplifier considérablement l'étude.

##### VIII - B - 1 Condition de résonance des deux faisceaux infrarouges

Nous avons déterminé au chapitre II les conditions d'oscillation de l'OPO. On obtient une condition liant les déphasages des deux champs  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sur un tour de cavité. Dans le cas où les coefficients de réflexion sont identiques pour les deux faisceaux infrarouges, elle s'écrit simplement :

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2m\pi \quad m \in \mathcal{Z} \quad (\text{VIII.29})$$

On a d'autre part une condition donnant le seuil d'oscillation minimum :

$$\varphi_1 = 2p\pi \quad p \in \mathcal{N} \quad (\text{VIII.30})$$

Dans le chapitre III, nous avons étudié les conséquences de ces deux conditions sur le fonctionnement de l'OPO. La première donne les valeurs autorisées des fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  (III.8) et (III.9). Nous en déduisons l'expression de la fréquence de battement :

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = -\frac{(\omega_0\delta n\ell + \delta\theta c + cm\pi)}{L + \bar{n}\ell} \quad m \in \mathcal{Z} \quad (\text{VIII.31})$$

$\ell$  est la longueur du cristal.  $L$  représente la longueur de la cavité moins la longueur du cristal.  $\omega_0$  est la fréquence de pompe. Si  $n_1$  et  $n_2$  représentent les indices du cristal aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et  $\theta_1$  et  $\theta_2$  les déphasages à la réflexion des miroirs de la cavité pour les deux champs,  $\bar{n}$ ,  $\delta n$ ,  $\bar{\theta}$  et  $\delta\theta$  sont définis par :

$$\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2} \quad \delta n = \frac{n_1 - n_2}{2} \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \delta\theta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (\text{VIII.32})$$

Nous utilisons des miroirs à symétrie de révolution. Nous supposons donc que le déphasage à la réflexion est indépendant de la polarisation. Comme les fréquences des deux faisceaux jumeaux sont proches, nous supposons que leurs déphasages à la réflexion sont égaux, et nous posons  $\delta\theta = 0$ .

Nous posons de plus :

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} \quad (\text{VIII.33})$$

La fréquence de battement prend des valeurs discrètes pour différentes valeurs de  $m$ . La longueur de la cavité intervient au dénominateur de l'expression donnant  $\Delta\omega$ . Son expression (III.17) est déterminée à partir de la deuxième condition d'oscillation (VIII.30) :

$$L + \bar{n} \ell = -\frac{\bar{\theta}}{2\pi} \lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} (m + 2p) + \delta n \ell \frac{(m\pi + k_0 \delta n \ell)}{(2p\pi + m\pi - \bar{\theta})} \quad \begin{matrix} m \in \mathcal{Z} \\ p \in \mathcal{N} \end{matrix} \quad (VIII.34)$$

Si  $\delta n$  n'est pas nul, il apparaît un terme correctif dans l'expression de  $L$  qui dépend de  $m$ . Les différentes valeurs de la fréquence de battement sont alors obtenues pour des valeurs différentes de  $L$ . Dans la pratique, la longueur de la cavité est modifiée autour d'une valeur moyenne  $\bar{L}$  grâce à une cale piézo-électrique. Cette modification est très faible (quelques microns au maximum). Nous pouvons donc négliger la dépendance de  $L$  avec  $m$  dans l'expression de  $\Delta\omega$ .

les différentes valeurs possibles de la fréquence de battement sont des valeurs discrètes séparées de :

$$\delta\omega_1 = \frac{c\pi}{\bar{L} + \bar{n} \ell} \quad (VIII.35)$$

Ce qui donne un écart en fréquence  $\delta\nu_1$  égal à l'intervalle spectral libre de la cavité. La longueur de la cavité vaut  $\bar{L} + \bar{n} \ell = 4\text{cm}$ . Nous obtenons donc :

$$\delta\nu_1 = 3,75 \text{ GHz} \quad (VIII.36)$$

Les différentes valeurs possibles de  $\Delta\omega$  sont représentées sur la figure 1 :

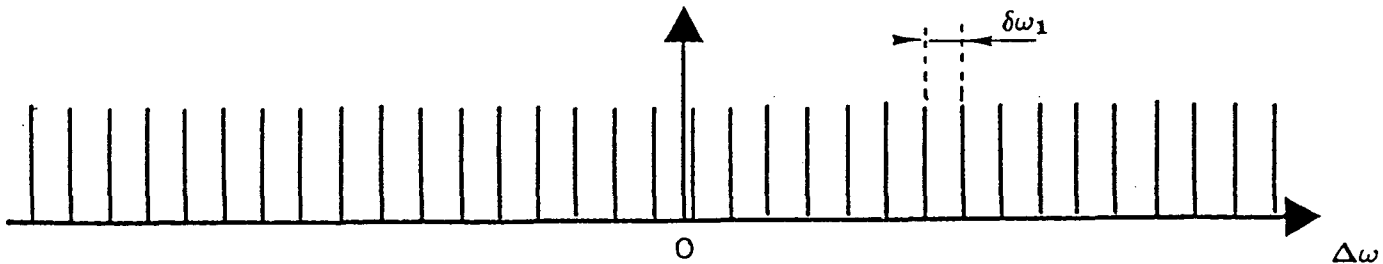


Figure 1

La dégénérescence ne peut être atteinte que lorsque  $k_0 \delta n \ell$  est un multiple entier de  $\pi$ . Cette condition n'est pas remplie a priori. La dépendance de la longueur de résonance en fonction de  $m$  permet de choisir la valeur de  $\Delta\omega$  en choisissant  $L$ . Dans la suite nous allons considérer que  $\Delta\omega$  est un paramètre continu pour plus de commodité. Nous reviendrons sur son aspect discret à la fin.

#### VIII - B - 2 Condition de résonance de la pompe

##### VIII - B - 2 - a Cas où $\delta n$ est nul

Si dans un premier temps, nous supposons que  $\delta n$  est nul (accord de phase de type I), l'expression de la longueur de la cavité pour laquelle les deux champs infrarouges sont résonnants est donnée par :

$$L + \bar{n} \ell = \frac{-\theta \lambda_0}{2\pi} + \frac{\lambda_0}{2}(m + 2p) \quad p \in \mathcal{N} \quad m \in \mathcal{Z} \quad (\text{VIII.37})$$

Au déphasage à la réflexion près, cette longueur est égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde de la pompe.

En pratique, l'OPO ne fonctionne que pour des longueurs de cavité telles que celle-ci soit proche d'une résonance pour la pompe. Si  $\varphi_0$  est la déphasage subi par le faisceau pompe lors d'un aller-retour dans la cavité, cette condition s'exprime par :



$$\varphi_0 = 2s\pi \quad s \in \mathcal{N} \quad (\text{VIII.38})$$

Les longueurs de cavité vérifiant cette relation ont pour expression :

$$L_s = -n_0 \ell - \frac{\theta_0}{2\pi} \lambda_0 + s \frac{\lambda_0}{2} \quad (\text{VIII.39})$$

$\theta_0$  représente la déphasage à la réflexion des miroirs pour la pompe.

La variation de longueur possible grâce à la cale piézo-électrique est suffisante pour autoriser plusieurs résonances successives de la pompe, soit plusieurs valeurs de  $s$ .

Si nous supposons que les valeurs des indices  $\bar{n}$  et  $n_0$  et des déphasages  $\theta_0$  et  $\bar{\theta}$  sont telles que les longueurs de résonance de la cavité pour l'infrarouge sont proches de celles de la pompe, nous voyons qu'à chaque valeur de  $s$  correspond une valeur de  $m + 2p$  (celle-ci ne lui est cependant pas nécessairement égale). La valeur de la fréquence de battement est liée à  $m$  (formule (VIII.31)). Pour faire varier  $\Delta\omega$  il faut donc faire varier  $m$ . Nous voyons que pour une longueur de résonance donnée, c'est à dire pour une valeur de  $s$  donnée,  $m$  est soit toujours paire soit toujours impaire et varie donc de deux en deux. Par conséquent, les valeurs de la fréquence de battement autorisées ne sont pas toutes les valeurs possibles, mais seulement une sur deux.

Il existe donc deux types de longueur de résonance possibles. Dans le premier,  $m$  est impair. Les différents couples de fréquences possibles  $(\omega_1, \omega_2)$  sont représentés sur la figure 2.

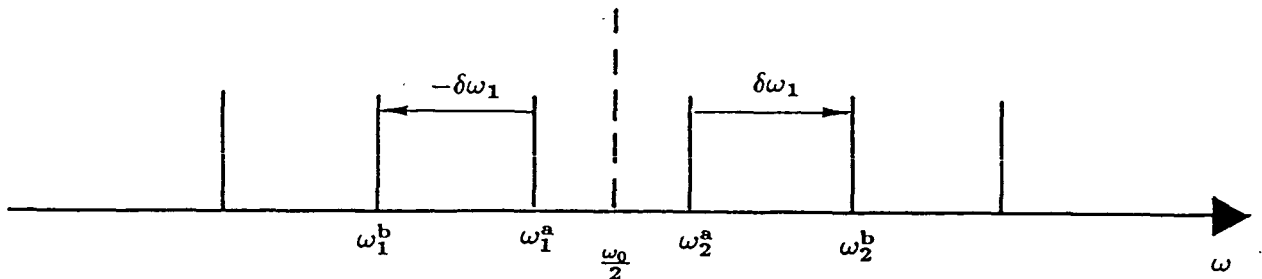


Figure 2

Les deux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  peuvent varier chacune d'un intervalle spectral libre  $\delta\omega_1$ , mais par conservation de l'énergie, leurs variations doivent être de signe opposé et égales en valeur absolue. La variation de la fréquence de battement est donc à chaque fois de  $2\delta\omega_1$ . On voit sur la figure, que dans le cas où  $m$  est impaire, la fréquence de dégénérescence  $\frac{\omega_0}{2}$  ne peut pas être atteinte. La fréquence de battement entre les deux faisceaux infrarouges est donc au minimum égale à  $\delta\omega_1$ .

Considérons maintenant la longueur de cavité résonnante pour la pompe immédiatement voisine de la précédente. L'entier  $s$  a donc varié d'une unité. Par conséquent  $m$  est devenu pair. La figure 3 représente les différentes fréquences possibles :

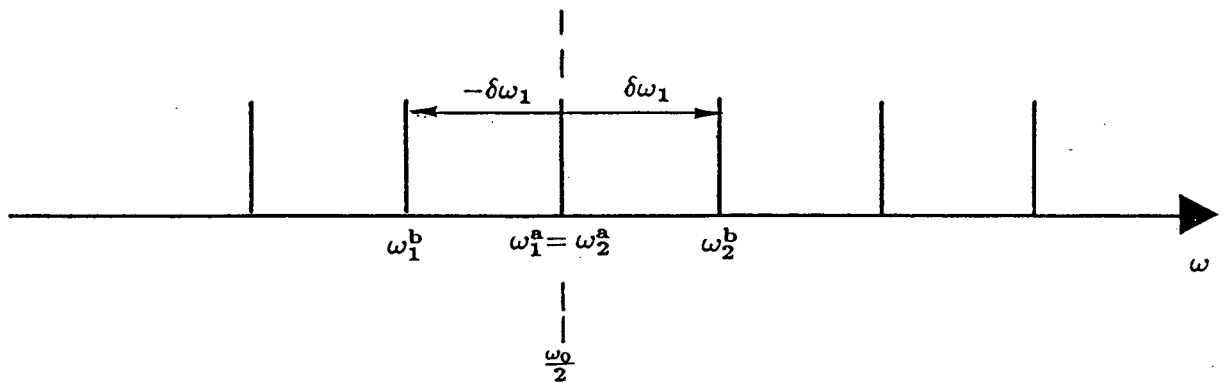


Figure 3

De même que dans la position précédente, la fréquence de battement ne peut varier que par pas égaux à  $2\delta\omega_1$ . Dans ce cas, les fréquences des deux faisceaux infrarouges peuvent être toutes deux égales à la fréquence de dégénérescence. La fréquence de battement peut donc être nulle.

D'un point de vue expérimental, lorsque l'on règle la longueur de la cavité sur une résonance de la pompe, il n'est pas possible de connaître, a priori, la parité de  $s$ . Il est donc nécessaire d'étudier deux résonances consécutives pour être certain de trouver le couple de fréquences  $(\omega_1, \omega_2)$  le plus proche de la dégénérescence.

#### VIII - B - 2 - b Cas où $\delta n$ n'est pas nul

Dans le cas du KTP (accord de phase de type II),  $\delta n$  n'est pas nul et vaut  $\delta n = 0,1$ . Nous devons donc tenir compte du terme qu'il introduit dans l'expression des longueurs de cavité résonnantes pour les faisceaux infrarouges (VIII-34). De même que dans la formule donnant l'écart entre deux

fréquences de battement successives (VIII.35), nous pouvons considérer que le dénominateur du terme proportionnel à  $\delta n$  est constant, et poser :

$$(2p + m)\pi - \bar{\theta} = 2\pi \frac{[L + \bar{n} \ell]}{\lambda_0} \quad (VIII.40)$$

L'expression (VIII.34) devient :

$$L + \bar{n} \ell = \frac{-\bar{\theta} \lambda_0}{2\pi} + \frac{\lambda_0}{2}(m + 2p) + \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\delta n \ell}{L + \bar{n} \ell} (m\pi + k_0 \delta n \ell) \quad (VIII.41)$$

Comme nous l'avons déjà remarqué, le terme proportionnel à  $\delta n$  dépend de  $m$ . Pour un réglage donné de la longueur de la cavité au voisinage d'une résonance de la pompe, les longueurs de cavité résonnantes pour les faisceaux infrarouges sont différentes pour chaque valeur de  $m$ .

Dans les conditions de notre expérience ( $\delta n = 0,1$  ;  $\ell = 7mm$  ;  $L + \bar{n} \ell = 4cm$ ), le rapport  $\frac{L + \bar{n} \ell}{\delta n \ell}$  est de l'ordre de 50. La variation de longueur correspondant à deux valeurs différentes de  $m$  est donc très inférieure à  $\frac{\lambda_0}{2}$ . Elle va donc apporter une petite correction à la longueur de résonance que l'on obtiendrait si  $\delta n$  était nul (VIII.37). La valeur de  $m + 2p$  reste donc liée à la valeur de  $s$  (VIII.39).

L'expression (VIII.41) peut s'exprimer directement à partir de la fréquence de battement.

Nous obtenons :

$$L + \bar{n} \ell = \frac{-\bar{\theta} \lambda_0}{2\pi} + \frac{\lambda_0}{2}(m + 2p) - \delta n \ell \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \quad (VIII.42)$$

A partir de cette équation et de (VIII.39), nous pouvons déduire les valeurs de  $\Delta \omega$  lorsque la cavité est résonnante pour la pompe. Ce qui donne :

$$\Delta \omega = \omega_0 \left( \frac{n_0 - \bar{n}}{\delta n} \right) + \frac{(\theta_0 - \bar{\theta})c}{\delta n \ell} + \frac{\pi c}{\delta n \ell} (m + 2p - s) \quad (VIII.43)$$

lorsque la longueur de la cavité est choisie au voisinage d'une résonance de la pompe, la valeur de  $s$  est fixée.  $\Delta\omega$  peut prendre des valeurs différentes en fonction de la valeur de  $m + 2p$ .  $\Delta\omega$  prend des valeurs discrètes séparées par :

$$\delta\omega_2 = \frac{\pi c}{\delta n \ell} \quad (VIII.44)$$

Dans le cas de notre expérience,  $\delta n \simeq 0,1$  ;  $\ell = 7mm$ , ce qui donne un écart de fréquence égal à :

$$\delta\nu_2 = \frac{c}{2\delta n \ell} = 214GHz \quad (VIII.45)$$

Ce qui est nettement supérieur à l'écart entre deux fréquences de battement successives.

La condition de résonance de la pompe n'est pas une condition stricte. Il existe une plage de longueur autour de chaque résonance pour laquelle l'OPO peut osciller. Cette plage est d'autant plus petite que la finesse  $F$  est grande et que l'OPO fonctionne à proximité du seuil. Nous supposons que l'OPO peut fonctionner sur une largeur égale à  $\frac{c}{2L_0} \frac{1}{F}$  autour de la résonance. Les valeurs possibles de la fréquence de battement correspondant à cette plage de longueur sont comprises dans une zone de largeur  $\frac{\delta\omega_2}{F}$  autour de chaque valeur de  $\Delta\omega$  donnée par la condition de résonance de la pompe.

A l'intérieur de chaque zone, la valeur de  $m + 2p$  est constante. L'entier  $m$  est donc toujours soit pair soit impair. Comme les fréquences de battement possibles sont directement reliées à la valeur de  $m$  (VIII.31), seule une fréquence sur deux existe effectivement. Entre deux zones adjacentes, la valeur de  $m + 2p$  a varié d'une unité, donc la parité de  $m$  a changé.

Entre deux pics de résonance de la pompe successifs, la valeur de  $s$  varie d'une unité. Deux zones correspondant à la même valeur de  $\Delta\omega$  sont donc obtenues pour des valeurs de  $m + 2p$  qui diffèrent d'une unité. Les valeurs de  $m$  possibles pour ces deux zones ont donc des parités différentes.

Sur la figure 4, nous donnons une représentation schématique des différentes valeurs possibles de la fréquence de battement pour deux pics de résonance de la pompe adjacents.

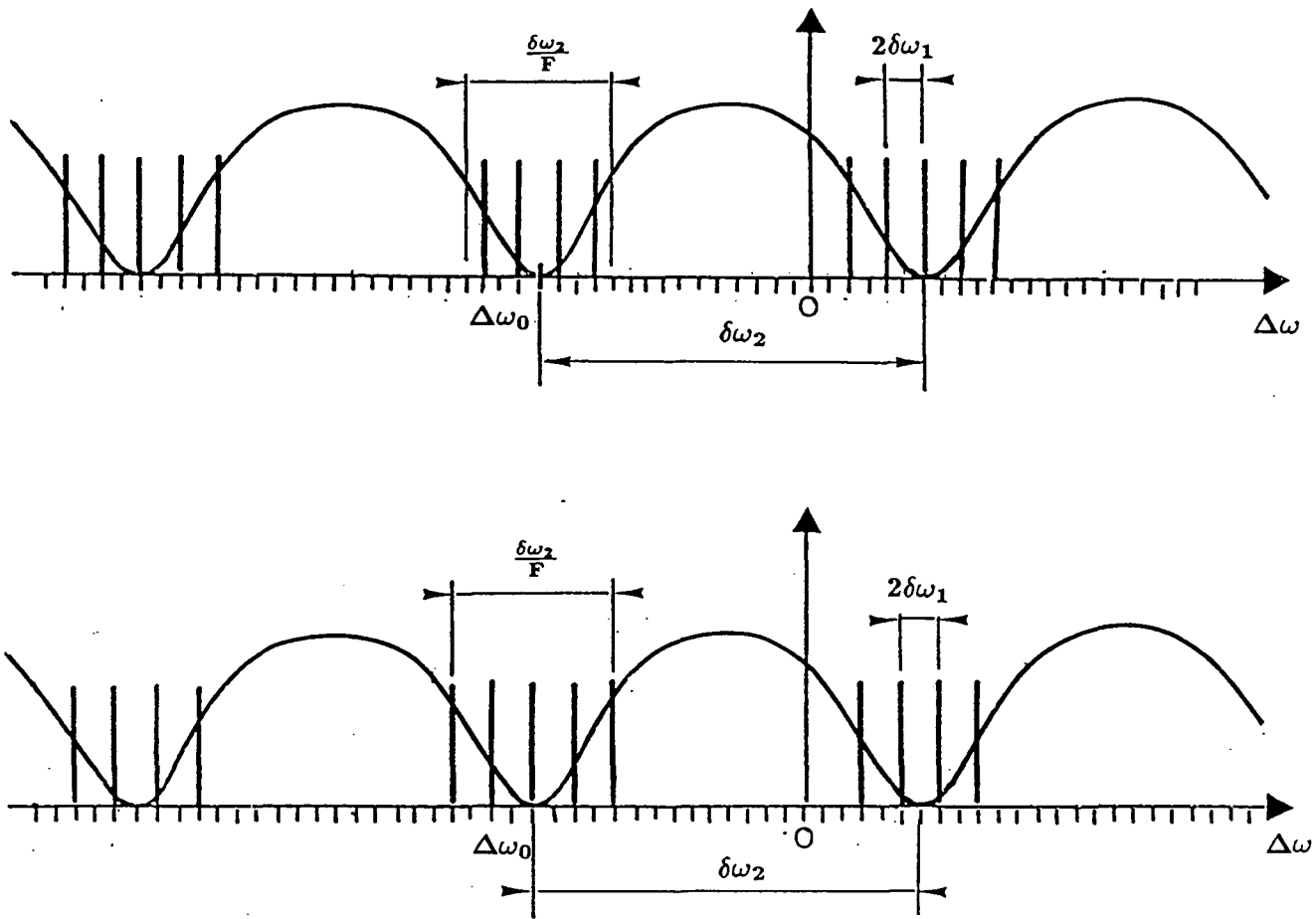


Figure 4

La fréquence  $\Delta\omega_0$  est obtenue lorsque  $m + 2p$  égale  $s$ . Elle a pour expression :

$$\Delta\omega_0 = \omega_0 \frac{(n_0 - \bar{n})}{\delta n} + \frac{(\theta_0 - \bar{\theta})c}{\delta n \ell} \quad (\text{VIII.46})$$

Sa position sur la figure est arbitraire.

### VIII - B - 3 Condition d'accord de phase

Nous avons vu au chapitre II que le seuil d'oscillation de l'OPO est minimum lorsque la

condition d'accord de phase est réalisée, c'est à dire :

$$\Delta k = n_0 \frac{\omega_0}{c} - n_1 \frac{\omega_1}{c} - n_2 \frac{\omega_2}{c} = 0 \quad (VIII.47)$$

Cette condition fait intervenir les fréquences des faisceaux jumeaux. Les fréquences telles que  $\Delta k$  est minimum seront donc favorisées. En utilisant les notations de la partie précédente, la condition d'accord de phase s'exprime par :

$$\Delta k = \frac{\omega_0}{c}(n_0 - \bar{n}) - \frac{\delta n}{c} \Delta \omega_k = 0 \quad (VIII.48)$$

La valeur de  $\Delta \omega$  qui est favorisée est donc :

$$\Delta \omega_k = \omega_0 \frac{(n_0 - \bar{n})}{\delta n} \quad (VIII.49)$$

Pour chaque longueur de cavité pour laquelle la pompe est résonnante, la condition d'accord de phase favorise parmi toutes les zones des fréquence possibles, celle qui est la plus proche de  $\Delta \omega_k$ . Dans le cas où la différence des déphasages à la réflexion  $\theta_0$  et  $\bar{\theta}$  est inférieure à  $\frac{\pi}{2}$  en valeur absolue, les fréquences de battement favorisées se situent autour de  $\Delta \omega_0$ . C'est ce que nous avons supposé par la suite.

La dépendance du seuil d'oscillation de l'OPO en fonction de l'écart à la condition d'accord de phase  $\Delta k$  est donné par la fonction  $\sin c(\frac{\Delta k \ell}{2})$ . Nous pouvons déduire de la largeur à mi-hauteur de cette fonction la largeur caractéristique  $\delta \omega_3$  de zone de fréquence sélectionnée autour de la fréquence  $\Delta \omega_k$ . Nous obtenons :

$$\delta \omega_3 = \frac{2\pi c}{\delta n \ell} \quad (VIII.50)$$

Cette valeur est double de la distance  $\delta \omega_2$  séparant deux plages consécutives sélectionnées par la condition de résonance de la pompe. La condition d'accord de phase va donc favoriser

suffisamment les fréquences autour de  $\Delta\omega_0$  pour que seules celles-ci subsistent. la figure 5 représente l'effet de l'accord de phase pour deux résonances successives de la pompe :

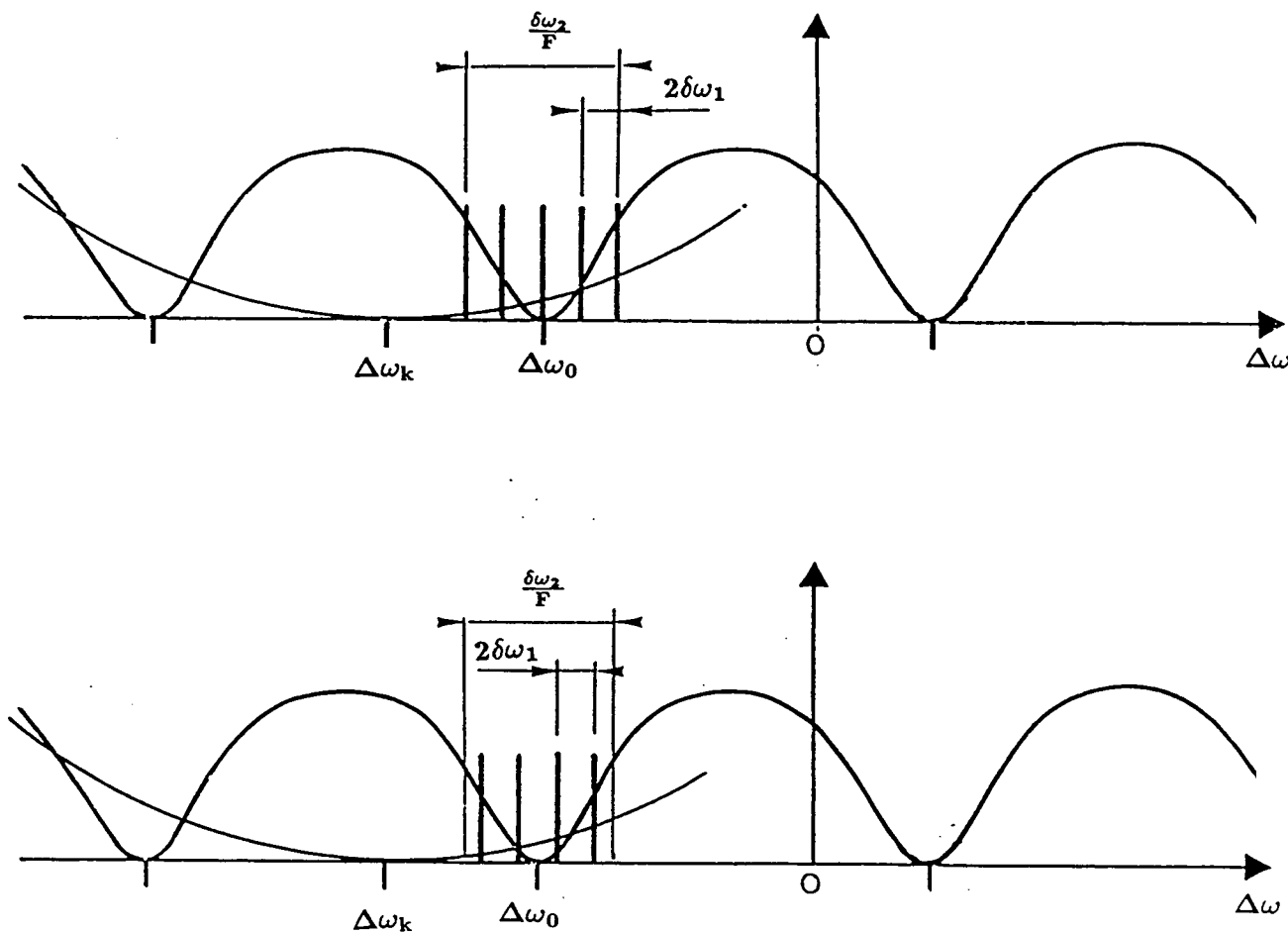


Figure 5

L'effet combiné de la sélection due à la condition de résonance de la pompe et de la sélection due à la condition d'accord de phase est donc de n'autoriser qu'un nombre limité de fréquences de battement possibles situés autour de  $\Delta\omega_0$ , ce qui diffère du cas où  $\delta n$  est nul. Pour chaque résonance de la pompe, on ne peut obtenir que les fréquences de battement correspondant à des valeurs de  $m$  de même parité, cette parité étant différente pour deux pics adjacents. On retrouve le même effet que lorsque  $\delta n$  est nul. Le nombre de fréquences de battement possibles pour une résonance donnée est :

$$N = \frac{\delta\omega_2}{2\delta\omega_1 F} = \frac{L + \bar{n} \ell}{2\delta n F} \quad (VIII.51)$$

Avec les valeurs numériques correspondant à notre expérience ( $L + \bar{n} \ell = 4\text{cm}$  ;  $\delta n = 0,1$  ;  $\ell = 7\text{mm}$ ), nous trouvons  $N = 5$ . Ces 5 valeurs de la fréquence de battement sont obtenues en modifiant légèrement la valeur de  $L$  autour de la longueur  $L_0$  correspondant à la résonance de la pompe.

Si nous réglons la longueur de l'OPO sur l'une des deux résonances de la pompe immédiatement voisines, nous trouvons 5 autres valeurs différentes de la fréquence de battement entre les deux faisceaux infrarouges.

#### VIII - B - 4 Fonctionnement à proximité de la dégénérescence

##### VIII - B - 4 - a Optimisation de l'accord de phase

L'analyseur de spectre que nous utilisons a une bande passante de 1,8 GHz. Si nous voulons observer le pic de battement entre les deux faisceaux, il nous faut donc amener sa fréquence dans cette bande-passante. De plus, si nous voulons l'utiliser pour une mesure présentant un bruit inférieur au shot-noise, nous devons amener sa fréquence dans la bande-passante de squeezing (12 MHz). Nous devons donc étudier le moyen d'amener la fréquence de battement à proximité de la dégénérescence.

Nous avons vu dans la partie précédente que, si  $|\theta_0 - \bar{\theta}| < \frac{\pi}{2}$ , les différentes fréquences de battement possibles se situent autour de la fréquence.

$$\Delta\omega_0 = \omega_0 \frac{(n_0 - \bar{n})}{\delta n} + \frac{(\theta_0 - \bar{\theta})c}{\delta n \ell} \quad (VIII.52)$$

Pour s'approcher de la dégénérescence il faut donc faire varier l'écart entre les indices  $n_0$  et  $\bar{n}$ , de manière à compenser l'écart  $\theta_0 - \bar{\theta}$ . Cela peut être obtenu soit en changeant la température du cristal soit en jouant sur son orientation. Une rotation du cristal autour de l'axe  $O_z$  permet de faire varier l'angle d'accord de phase et donc de faire varier la valeur des indices extraordinaires vus par le champ pompe et l'un des champs infrarouges. Lorsque  $\Delta\omega_0$  est de l'ordre de  $2\delta\omega_1$ , écart entre deux fréquences de battement consécutives, on trouve des valeurs possibles de part et



d'autre de la dégénérescence. La figure 6 représente les différentes valeurs du battement pour deux résonances successives de la pompe.

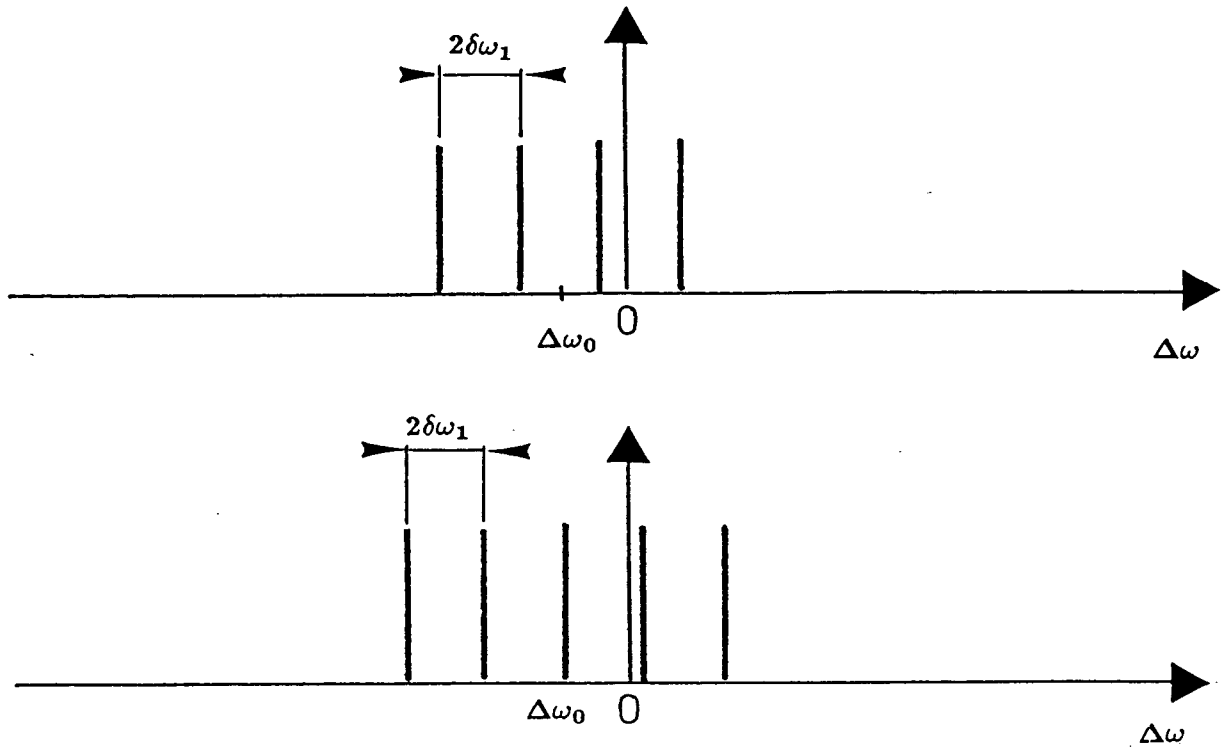


Figure 6

D'après l'expression (VIII.31), la dégénérescence ne peut être obtenue que si  $\delta n \ell$  est égal à un nombre entier de demi-longueurs d'onde de la pompe. Dans le cas général, cette condition n'est pas remplie.

La fréquence de battement la plus proche de la dégénérescence est trouvée en faisant varier la longueur de la cavité autour de deux résonances successives de la pompe. Le pic de battement le plus proche de la dégénérescence en est éloigné au maximum de  $\frac{\delta\omega_1}{2}$ , ce qui donne un écart de fréquence :

$$\Delta\nu_M = \frac{c}{4(L + \bar{n} \ell)} \quad (\text{VIII.53})$$

Dans le cas de notre expérience, ( $L + \bar{n} \ell = 4\text{cm}$ ), on obtient :

$$\Delta\nu_M = 1,9 \text{ GHz} \quad (\text{VIII.54})$$

Cette valeur qui est la plus défavorable est à la limite des possibilités de notre analyseur de spectre. Il est donc envisageable d'observer le pic de battement rien qu'en ayant optimisé l'accord de phase pour favoriser la dégénérescence.

#### VIII - B - 4 - b Optimisation de la biréfringence du cristal

L'expression de la fréquence de battement (VIII.31) montre que la position des pics par rapport à l'origine dépend de  $\delta n$ .  $\delta n$  représente la biréfringence du cristal à  $1,06\mu\text{m}$ . Si l'on veut déplacer les pics pour en amener un à proximité de la dégénérescence, c'est ce paramètre qu'il faut modifier. Si nous considérons le cas le plus défavorable où la fréquence nulle se trouve exactement entre deux pics, la variation de la biréfringence  $d\delta n$  nécessaire pour amener l'un des pics à la fréquence nulle est d'après (VIII.53) et (VIII.31) :

$$d(\delta n \ell) = \frac{\lambda_0}{4} \quad (\text{VIII.55})$$

Soit :

$$d(n_1 - n_2)\ell = \frac{\lambda_1}{4} \quad (\text{VIII.56})$$

où  $\lambda_1$  est la longueur d'onde de l'infrarouge à dégénérescence.

## VIII - C Montage expérimental permettant l'observation du battement entre les deux faisceaux jumeaux

Dans cette partie, nous décrivons le montage qui permet de mesurer l'écart entre les fréquences des deux faisceaux infrarouges, ainsi que la façon dont on peut le réduire afin de pouvoir observer le pic de battement sur l'analyseur de spectre.

### VIII - C - 1 Mesure de l'écart de fréquence entre les deux faisceaux jumeaux

L'oscillateur paramétrique est pompé par le laser Nd:YAG doublé décrit au chapitre VII. Les longueurs d'onde des deux faisceaux infrarouges produits sont mesurées à l'aide du spectromètre (paragraphe V.I.1). Les longueurs d'onde mesurées lorsque le cristal est à température ambiante sont :

$$\lambda_1 = 1,0657\mu m \quad \lambda_2 = 1,0642\mu m \quad (VIII.57)$$

Ce qui donne un écart en fréquence égal à :

$$\Delta\nu = 450GHz \quad (VIII.58)$$

Les deux faisceaux sont donc beaucoup plus proches de la dégénérescence que ceux produits par l'OPO lorsqu'il est pompé par le laser  $Ar^+$  ( $\lambda_1 = 1,067\mu m$  ;  $\lambda_2 = 1,048\mu m$  (V.I.1).

Pour mesurer la différence de fréquence  $\Delta\nu$ , nous utilisons deux Fabry-Pérot à balayage. Ils sont réalisés à l'aide de miroirs plans de transmission  $T=1\%$  à  $1,06\mu m$ . La finesse obtenue expérimentalement dépend de l'efficacité de la suppression des modes transverses d'ordre élevé qu'ils transmettent. En optimisant l'alignement des miroirs et l'adaptation des faisceaux, nous avons obtenu une finesse de 30 pour chacun d'eux.

Le premier Fabry-Pérot a une épaisseur égale à 0,25 mm, soit un intervalle spectral libre de 600 GHz. Cet intervalle spectral libre est supérieur à l'écart entre les deux fréquences  $\nu_1$  et  $\nu_2$  des deux faisceaux à température ambiante. La distance entre les deux pics correspondants donne donc directement l'écart de fréquence. La limite de résolution de ce Fabry-Pérot est de l'ordre de 20 GHz. Pour mesurer des écarts plus faibles, nous utilisons un deuxième Fabry-Pérot d'épaisseur 5 cm et d'intervalle spectral libre égal à 30 GHz. Il a une résolution de l'ordre de 1 GHz. Les fréquences de cet ordre peuvent être directement observées sur l'analyseur de spectre dont la bande passante est 1,8 GHz. Grâce à ces deux Fabry-Pérot, nous pouvons contrôler continûment la diminution de l'écart entre les fréquences des deux faisceaux jumeaux jusqu'à ce que le pic de battement correspondant soit observable sur l'analyseur de spectre.

Les deux Fabry-Pérot analysent le faisceau sortant par le miroir avant de l'OPO ( $R_{max}$  à 1,06mm ;  $T = 0,1\%$  ). Sa puissance est suffisante pour donner un signal exploitable sur les deux photodiodes au Silicium placées derrière les Fabry-Pérot. Le montage est représenté sur la figure 7.

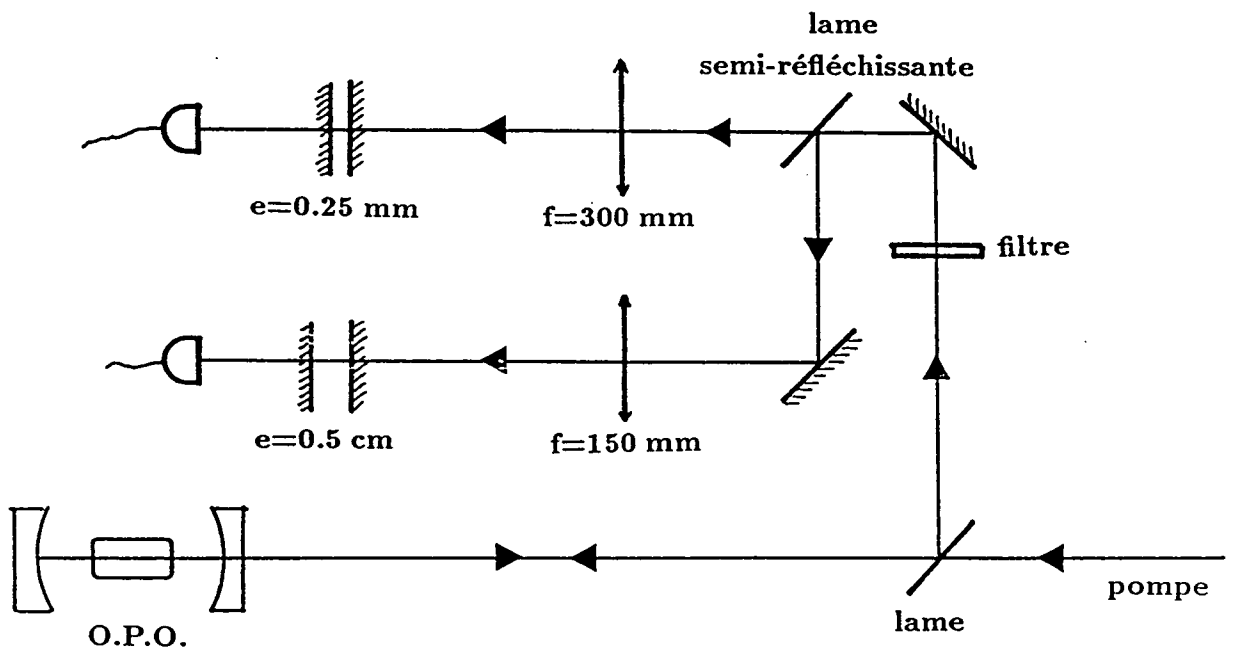


Figure 7

La figure 8 montre les pics obtenus sur les Fabry-Pérot.

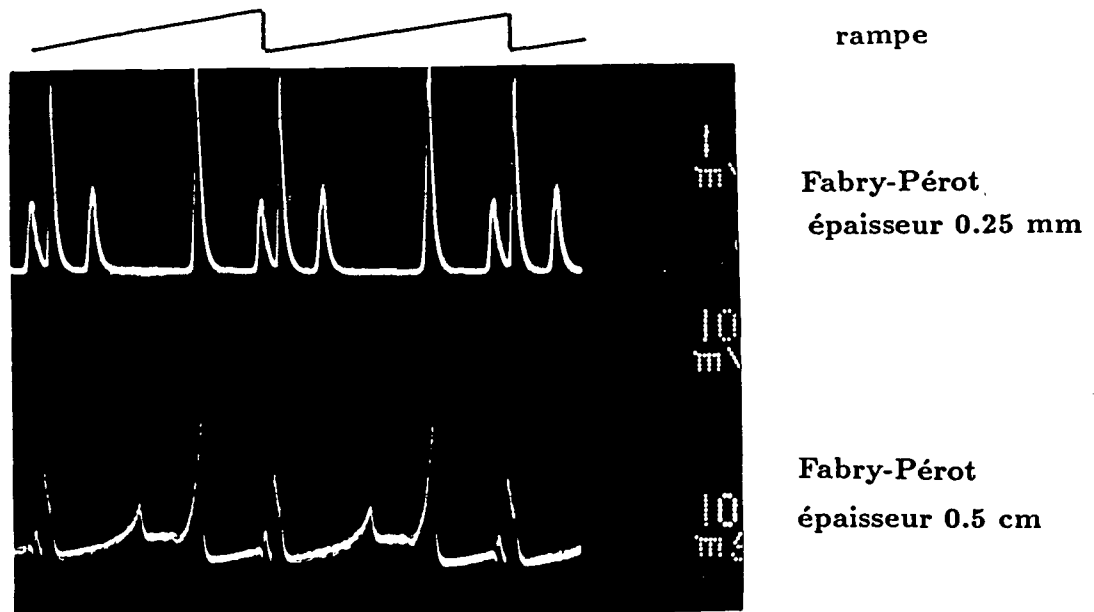


Figure 8

On évite par ce montage d'analyser les fréquences directement sur les deux faisceaux jumeaux sortant par le miroir arrière de l'OPO. En effet, le prélèvement d'une partie, même faible de ces faisceaux entraînerait une diminution de leur corrélation quantique.

Un autre avantage de ce montage est de permettre l'observation sur les Fabry-Pérot du pic correspondant à la fréquence fondamentale du laser Nd-YAG. En effet, bien que les miroirs utilisés pour amener le faisceau du laser Nd:YAG vers l'OPO réfléchissent très peu l'infrarouge, il en subsiste toujours un peu dans le faisceau de pompe. Le faisceau infrarouge est réfléchi sur le miroir d'entrée de l'OPO. Lorsque les Fabry-Pérot sont très bien alignés, on observe un troisième pic correspondant à ce faisceau. Il permet donc de repérer directement la fréquence de dégénérescence autour de laquelle se situent les fréquences des deux faisceaux engendrés par l'OPO.

#### VIII - C - 2 Electronique de détection du pic de battement

Pour pouvoir détecter le bruit propre des faisceaux jumeaux lors des expériences de squeezing, nous avons placé des préamplificateurs spécialement adaptés derrière chaque photodiode. Ces

préamplificateurs ont une bande passante de 33 MHz (paragraphe V.G.1).

La valeur de la fréquence de battement prévue théoriquement peut atteindre 1,9 GHz (paragraphe VIII.B.4.a). La bande-passante des préamplificateurs n'est donc pas suffisante. En revanche, l'intensité du signal de battement attendu est de l'ordre de l'intensité moyenne des faisceaux infrarouges. Il n'est donc pas nécessaire d'amplifier autant que pour détecter le bruit propre des faisceaux. Afin d'avoir la bande-passante la plus grande possible, nous avons retenu la solution suivante : la photodiode est chargée par une résistance de  $50 \Omega$  ; le signal est amplifié par un amplificateur de gain de 24 dB et de bande-passante 1 GHz (Nuclétudes) puis envoyé à l'entrée de l'analyseur de spectre (figure 9).

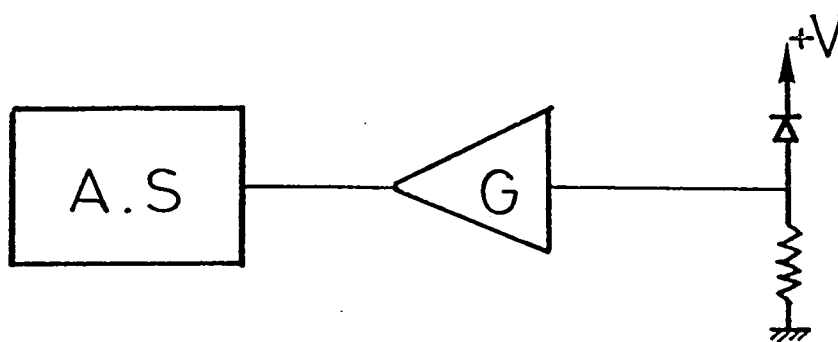


Figure 9

### VIII - C - 3 Réduction de l'écart de fréquence entre les deux faisceaux jumeaux. Observation du pic de battement

Nous avons vu au paragraphe (VIII.B.4.a), que le fonctionnement autour de la dégénérescence peut être favorisé en faisant varier la différence entre l'indice du cristal pour le faisceau pompe et la moyenne des indices vus par les deux faisceaux signaux. Nous avons mesuré expérimentalement la variation en fonction de la température de l'écart entre les longueurs d'ondes des deux faisceaux jumeaux. Nous avons trouvé une variation de  $0,87 \text{ \AA}$  par degré (paragraphe V.I.1). L'écart entre les deux longueurs d'onde est de  $15 \text{ \AA}$  à température ambiante. Une variation de température de

17°C doit donc permettre d'atteindre la dégénérescence.

Pour contrôler la température du cristal, nous avons monté son support sur un module à effet Peltier dont le fonctionnement est contrôlé par un asservissement. La précision de la régulation de température est de  $10^{-2}$ °C. Pour régler la température du cristal, nous balayons la longueur de la cavité de l'OPO. Sur le Fabry-Pérot d'intervalle spectral libre 600 GHz, nous observons alors deux paquets de pics correspondant aux deux faisceaux jumeaux . Deux pics voisins sont séparés de l'intervalle spectral libre de la cavité de l'OPO (3,75 GHz) et sont obtenus pour des longueurs de cavité légèrement différentes.

La température du cristal est alors modifiée de manière à superposer les deux paquets de pics . Cela permet de s'assurer que les différentes fréquences possibles pour les deux faisceaux jumeaux se situent de part et d'autre de la dégénérescence. La variation de température nécessaire est de l'ordre de 20°C au dessus de la température ambiante.

Lorsque ce réglage est obtenu, il est possible d'observer un pic de battement de fréquence inférieure ou égale à 1,9 GHz (paragraphe VIII.B.4.a). Il faut, pour cela, sélectionner le bon mode longitudinal de l'OPO. Chaque mode correspond à une longueur de cavité différente (paragraphe VIII.B.1). On peut analyser les différents modes longitudinaux de l'OPO compris dans deux résonances de pompe successives en asservissant la longueur de l'OPO sur chacun d'eux (paragraphe VIII.B.2.b). Le mode correspond à une fréquence de battement observable sur l'analyseur de spectre est tel que les pics correspondants aux fréquences des deux faisceaux sont superposés sur les signaux provenant des deux fabry-Pérot d'analyse (Figure 12).

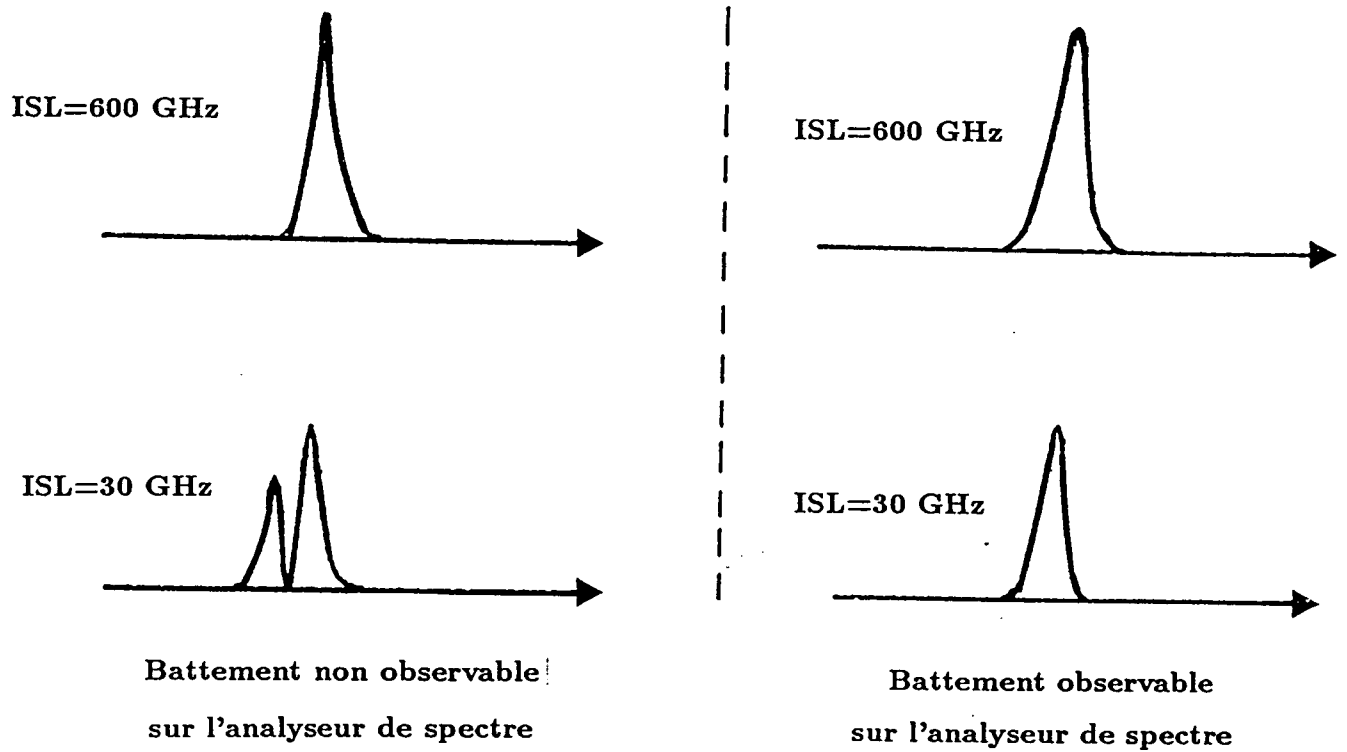


Figure 12

Une fois le mode adéquat trouvé, nous asservissons la longueur de la cavité. Nous pouvons alors observer le battement sur l'analyseur de spectre. la figure 13 montre un tel pic de battement.



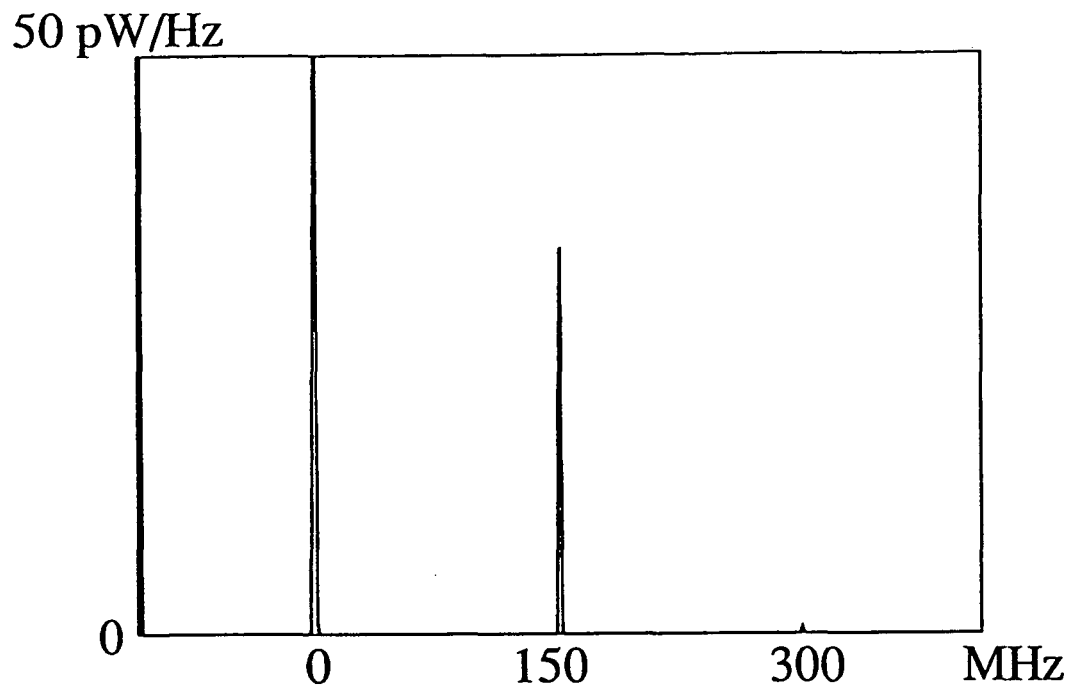


Figure 13

Le pic le plus à gauche sur ce spectre correspond à la fréquence nulle. Le second est le pic de battement. Il a une fréquence de l'ordre de 150 MHz. Le troisième pic à environ 300 MHz correspond à la première harmonique et vient d'une légère saturation de l'électronique.

La valeur de 150 MHz est la plus basse que nous ayons pu obtenir avec ce procédé de réglage. Le pic de battement agrandi est représenté sur la figure 14.

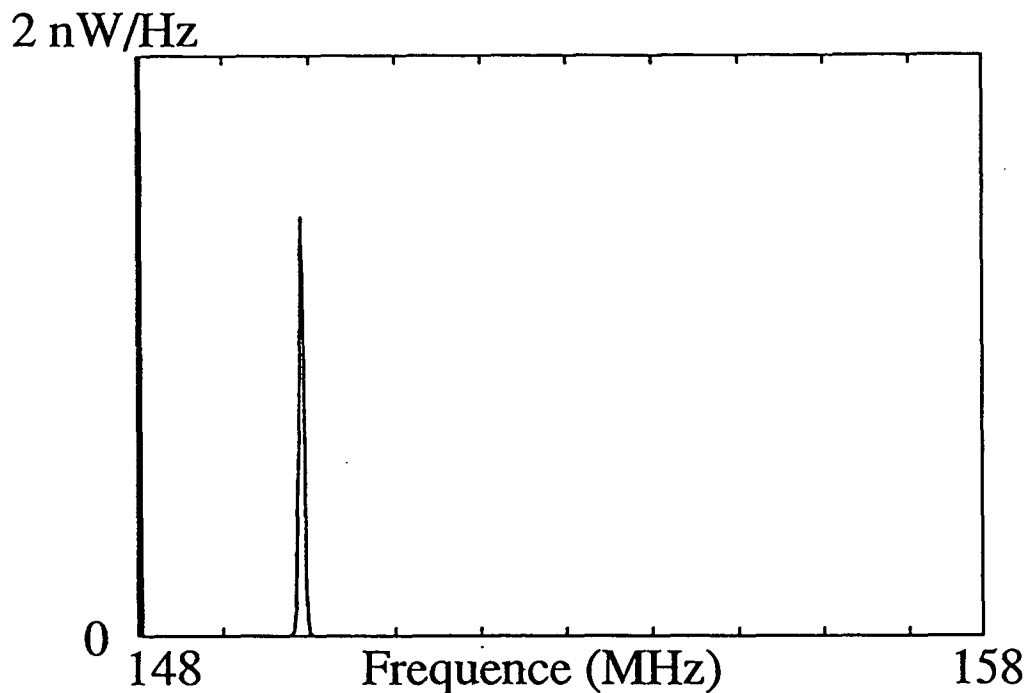


Figure 14

Bien que nous soyons en limite de résolution de l'analyseur de spectre, nous pouvons estimer la largeur à mi-hauteur de ce pic à 100 kHz. Cette largeur est très supérieure à la largeur minimale due à la diffusion de phase des deux champs infrarouges dans la cavité de l'OPO (0,4 Hz). Dans le paragraphe suivant, nous détaillons les différentes causes d'élargissement de ce battement.

#### VIII - C - 4 Etude de la largeur du pic de battement

D'après (VIII.31), les trois paramètres qui interviennent dans l'expression du battement sont : la fréquence du faisceau pompe  $\nu_0$ , la biréfringence totale le long du cristal  $\delta n \ell$  et la longueur de cavité  $L + \bar{n} \ell$ . Nous allons déterminer quelles sont les fluctuations de chacun d'entre eux susceptibles d'expliquer la largeur mesurée expérimentalement.

##### VIII - C - 4 - a. Fluctuations de longueur de la cavité

La longueur de la cavité intervient au dénominateur dans l'expression (VIII-31) donnant  $\Delta\omega$ . Connaissant les valeurs expérimentales ( $\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = 150 \text{ MHz}$  ;  $L + \bar{n} \ell = 4 \text{ cm}$ ), nous pouvons en

déduire la valeur du numérateur. Nous obtenons :

$$\Delta\nu = \frac{6 \times 10^6}{L + \bar{n} \ell} \quad (VIII.59)$$

On calcule ensuite l'expression des fluctuations de fréquence  $d\Delta\nu$  en fonction des fluctuations de longueur  $dL$ , en supposant celles-ci petites devant la longueur moyenne. Nous obtenons :

$$dL = \frac{d\Delta\nu \cdot (L + \bar{n} \ell)^2}{6 \times 10^6} \quad (VIII.60)$$

Pour une valeur de  $d\Delta\nu$  égale à 100 kHz, on trouve une valeur de  $dL$  égale à 25  $\mu\text{m}$ . Cette valeur est plus importante que la variation de longueur maximum de la cale piezo-électrique (quelques microns). De plus, lorsque la longueur de la cavité est asservie, les fluctuations de longueur sont beaucoup plus faibles. Elles sont nécessairement inférieures à la largeur d'un pic de résonance de l'OPO. Si l'on se base sur le calcul du paragraphe III.2.b, on obtient une largeur de pic de 4  $\text{\AA}$ . Des fluctuations de longueur de cavité de cet ordre entraînent une largeur de pic de 1,5 Hz. On ne peut donc pas attribuer la largeur du pic de battement à des fluctuations de longueur de la cavité de l'OPO.

#### VIII - C - 4 - b Fluctuations de la biréfringence du cristal

D'après l'expression (VIII.31), les fluctuations de la fréquence de battement en fonction des fluctuations de la biréfringence totale le long du cristal  $d(\delta n \ell)$  sont :

$$d\Delta\nu = \frac{\nu_0}{L + \bar{n} \ell} d(\delta n \ell) \quad (VIII.61)$$

Une largeur de pic de 100 kHz correspond à une fluctuation  $d(\delta n \ell)$  égale à  $7 \times 10^{-6} \mu\text{m}$ .

La variation de biréfringence peut être d'origine thermique. Dans le paragraphe VII.I.1, nous avons étudié la variation de la biréfringence du cristal en fonction de la température du cristal. Une variation de biréfringence d'une longueur d'onde correspond à une variation de température de 20°C. La variation de température correspondant à une variation de biréfringence de  $7 \times 10^{-6} \mu\text{m}$  est  $1,4 \times 10^{-4} \text{°C}$ . Des fluctuations de cet ordre peuvent exister dans le cristal, car notre asservissement de température n'a pas la précision nécessaire pour les compenser. La largeur du pic de battement peut donc être due à des fluctuations de température du cristal.

### VIII - C - 4 - c Fluctuations de la fréquence du faisceau de pompe

L'expression des fluctuations de la fréquence de battement en fonction des fluctuations de la fréquence de la pompe  $d\nu_0$  est :

$$d\Delta\nu = d\nu_0 \frac{\delta n \ell}{L + \bar{n} \ell} \quad (VIII.62)$$

Les fluctuations de fréquence de pompe correspondant à des fluctuations de la fréquence de battement de 100 kHz sont de 6 MHz. Lorsque nous avons fait cette expérience, la fréquence du laser YAG n'était pas stabilisée. Comme ses fluctuations naturelles sont importantes, on peut attribuer la largeur du pic de battement à ces fluctuations. Pour s'en assurer, il faudrait donc refaire la même mesure mais avec le laser asservi en fréquence. Dans ce cas, les fluctuations de fréquence résiduelles du faisceau de pompe sont de 200 kHz (paragraphe VII), correspondant à une largeur de battement de 3,5 kHz, mesurable avec l'analyseur de spectre basse fréquence dont nous disposons (TEKTRONICS 2753 P ; résolution maximale 10 Hz). Pour pouvoir observer la largeur "naturelle" du battement de 0,4 Hz, il faudrait asservir la fréquence du laser à mieux de 5 Hz, ce qui est très difficile. Une autre possibilité consiste à trouver un moyen de diminuer la valeur de  $\delta n$ , ce qui augmente d'autant la tolérance sur les fluctuations de fréquence de la pompe.

### VIII - C - 5 Diminution de la valeur de la fréquence de battement

La largeur du pic de battement ( $\simeq 100kHz$ ) est suffisamment faible pour envisager de l'utiliser pour effectuer des mesures sur bruit de fond réduit. Il faut, pour cela, amener le pic dans la zone où la réduction du bruit quantique est importante (entre 1 MHz et 10 MHz).

Si l'on voulait atteindre la dégénérescence stricte, il faudrait d'après (VIII.31) qu'il existe un entier  $m$  qui vérifie la relation :

$$\omega_0 \delta n \ell = c m \pi \quad (VIII.63)$$

Elle n'est pas vérifiée dans le cas général. Pour diminuer la valeur de la fréquence de battement, il faut donc faire varier les différents paramètres pour s'approcher des conditions où cette relation est vérifiée.

#### VIII - C - 5 - a Variation de la fréquence du faisceau pompe

Le premier paramètre que l'on peut modifier pour amener le pic de battement dans la zone qui nous intéresse (1 MHz - 10 MHz) est la fréquence du faisceau pompe. La formule (VIII.62) au paragraphe VIII.C.4.c donne le déplacement de la fréquence de battement en fonction de la variation de la fréquence de pompe. Avec nos paramètres expérimentaux ( $\delta n = 0,1$  ;  $\ell = 7\text{ mm}$  ;  $L + \bar{n} \ell = 4\text{ cm}$ ), il faut modifier la fréquence de pompe de 8,5 GHz pour déplacer le pic de battement de 150 MHz. Il est exclu de déplacer la fréquence du laser YAG d'une telle quantité en sélectionnant un mode longitudinal de la cavité (I.S.L. = 300 MHz). On pourrait envisager d'obtenir ce déplacement de fréquence avec un modulateur électrooptique placé sur le faisceau pompe. Cela exigerait cependant qu'il ait une bande passante au moins égale à 8,5 GHz, ce qui est difficile à obtenir.

De plus, un décalage de fréquence de la pompe de 8,5 GHz ( $\Delta\lambda = 0,3 \text{ \AA}$ ) risque d'entraîner une modification importante des conditions d'accord de phase du cristal, ce qui peut empêcher d'atteindre la dégénérescence pour des températures proches de la température ambiante.

#### VIII - C - 5 - b Variation de la biréfringence du cristal

Le second paramètre que l'on peut faire varier est la biréfringence totale du cristal  $\delta n \ell$ . Cela peut être obtenu de deux façons. la première consiste à utiliser la dépendance des indices en fonction de la température. La seconde consiste à utiliser le fait que l'indice vu par l'un des faisceaux infrarouges est extraordinaire et dépend donc de la direction de propagation du faisceau par rapport aux axes du cristal, tandis que l'autre est ordinaire et n'en dépend donc pas (voir annexe 2). En modifiant l'orientation du cristal autour de l'axe  $Oz$ , on pourra donc changer la différence de ces deux indices, et donc la biréfringence.

#### VIII - C - 5 - b - 1 Variation de la température du cristal

Nous avons mesuré la variation de la biréfringence en fonction de la température (voir paragraphe VII.I.1). Une variation de  $\delta n \ell$  d'une longueur d'onde ( $1,06 \mu\text{m}$ ) est obtenu pour une variation de  $20^\circ\text{C}$ . Dans le cas le plus défavorable, la valeur de la fréquence de battement est de 1,9 GHz (voir paragraphe VIII-B-4-a). Pour ramener ce battement à la dégénérescence, il faut que  $(n_1 - n_2)\ell$  varie de  $\frac{\lambda}{4}$  ( $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ ) (voir paragraphe VIII.B.4.b) ce qui correspond donc à une variation de température de  $5^\circ\text{C}$ . Pour la fréquence de battement de 150 MHz que nous avons trouvée expérimentalement, il est donc nécessaire de faire varier la température de  $0,4^\circ\text{C}$ . Une fois le pic de battement visualisé sur l'analyseur de spectre, on change la température du cristal afin de rapprocher le pic de la dégénérescence. Par cette méthode, nous arrivons à déplacer le pic de battement de quelques dizaines de MHz environ puis le mode longitudinal sur lequel fonctionne l'OPO change et le pic de battement disparaît de l'analyseur de spectre.

Ce phénomène peut être compris en remarquant que la variation d'indice change la biréfringence du cristal, mais aussi la condition d'accord de phase. Nous avons vu (paragraphe V.I.1) qu'une variation de température du cristal de  $1^{\circ}\text{C}$  modifie l'écart de longueur d'onde entre les deux faisceaux de  $0,89 \text{ \AA}$  soit  $\Delta\nu = 27 \text{ GHz}$ . Cette variation de fréquence correspond à un déplacement de la même quantité de  $\Delta\nu_0$  qui est la fréquence de battement pour laquelle l'accord de phase est réalisé (voir paragraphe VIII.B.3). Si nous supposons qu'au départ  $\Delta\nu_0$  est nul, la fréquence de battement favorisée est celle qui est la plus proche de la dégénérescence, c'est à dire celle que l'on peut observer sur l'analyseur de spectre. L'écart de fréquence séparant deux pics de battement successifs est égal à deux fois l'intervalle spectral libre de la cavité (voir paragraphe VIII.B.2) soit  $7,5 \text{ GHz}$ . Si  $\Delta\nu_0$  se déplace de  $3,75 \text{ GHz}$ , la fréquence de battement la plus favorisée ne sera plus celle qui est la plus proche de la dégénérescence, mais l'une des deux fréquences voisines. Leurs fréquences étant en dehors de la bande passante de l'analyseur de spectre, on ne pourra plus les observer. Un déplacement de  $\Delta\nu_0$  de  $3,75 \text{ GHz}$  correspond à un changement de température de  $0,14^{\circ}\text{C}$  ( $27 \text{ GHz}$  pour  $1^{\circ}\text{C}$ ). Ce même changement de température entraîne un déplacement de la fréquence de battement de  $50 \text{ MHz}$  ( $1,9 \text{ GHz}$  pour  $5^{\circ}\text{C}$ ). On voit donc que la variation de température autorisée sans qu'il n'y ait un saut de mode longitudinal de l'OPO est insuffisante pour permettre d'amener le pic de battement dans la zone de fréquence qui nous intéresse ( $1 \text{ MHz} - 10 \text{ MHz}$ ).

#### VIII - C - 5 - b - 2 Variation de l'orientation du cristal

La variation de la biréfringence en fonction de la température est faible (voir paragraphe précédent). Les deux indices vus par les champs infrarouges varient à peu près de la même manière. Dans le cas d'un changement d'orientation du cristal, seul l'un des deux indices varie. On peut donc prévoir que la variation de la biréfringence sera plus importante qu'avec le changement de température.

Pour étudier cette possibilité, nous plaçons le cristal sur une platine goniométrique. Une cale piézoélectrique placée au bout d'un bras de levier de  $2 \text{ cm}$  de long solidaire de cette platine permet d'effectuer de petites variations d'orientation. La longueur de la cale piézoélectrique peut varier de  $10 \mu\text{m}$ . La variation d'angle maximale autorisée est donc de  $5 \times 10^{-4} \text{ rd}$ .

Une fois que le pic de battement est visualisé sur l'analyseur de spectre, nous modifions la haute tension appliquée sur la cale piézoélectrique pour modifier l'orientation du cristal. Nous avons constaté le même phénomène qu'avec la variation de température. Le pic de battement se déplace de quelques dizaines de MHz, puis il se produit un saut de mode longitudinal avant que l'on ait pu amener le pic dans la zone utile. Ici aussi, la fréquence de battement qui vérifie la condition d'accord de phase se déplace plus vite que le pic sélectionné lorsque l'on change l'orientation du

cristal. Nous avons mesuré une variation de l'écart de fréquence entre les deux champs de 10 GHz pour une rotation de  $1,5 \times 10^{-4} \text{ rad}$ . La variation maximale de l'écart autorisée est de 3,75 GHz, soit une rotation de  $0,5 \times 10^{-4} \text{ rad}$  ou encore un dixième de la variation totale de la longueur de la cale piézoélectrique. Cette variation d'angle est insuffisante pour amener le pic de battement dans la zone utile.

#### VIII - C - 5 - b - 3 Application d'un champ électrique

Nous avons essayé d'exploiter une éventuelle propriété électro-optique du KTP (courante dans les cristaux doubleurs). Nous appliquons un champ électrique parallèlement à l'une des directions de polarisation propre du cristal pour en modifier la biréfringence. Cependant, il se produit une réaction chimique au voisinage des électrodes qui endommage le cristal et peut même rendre inutilisable. L'application d'un champ électrique est donc exclue.

## VIII - D Possibilité de supprimer l'effet dû à la biréfringence du cristal

Les divers essais, exposés dans la partie précédente, pour amener le pic de battement dans la bande-passante de squeezing se sont révélés infructueux. Nous avons vu que cela est dû au fait que la biréfringence totale du cristal ( $\delta n \ell$ ) est beaucoup moins sensible que l'indice moyen  $\bar{n}$  aux variations des différents paramètres sur lesquels on peut agir.

On peut comparer cette expérience à celle réalisée aux Bell Labs où l'on utilise un amplificateur paramétrique optique de type II fonctionnant au voisinage de la dégénérescence [55]. Le montage utilisé est essentiellement le même que celui décrit ici, la seule différence étant que l'OPO fonctionne au-dessous du seuil d'oscillation. Il n'est donc pas un système actif qui "choisit" son mode d'oscillation parmi différentes possibilités, mais un système passif qui modifie les fluctuations du vide entrant à toute fréquence avec une plus ou moins grande efficacité. Un déplacement des fréquences des faisceaux signaux favorisées par la condition d'accord de phase se traduit par une variation du coefficient non-linéaire effectif et donc de la corrélation des champs. Il ne se produit pas de saut de mode comme dans le cas de l'oscillateur paramétrique fonctionnant au dessus du seuil. Il est donc possible d'observer une réduction du bruit quantique en utilisant un oscillateur local fonctionnant au voisinage de la dégénérescence.

Pour s'affranchir de cet inconvénient, on peut envisager deux montages pour compenser cette biréfringence.

### VIII - D - 1 OPO à deux cavités

Une première possibilité consiste à utiliser un OPO formé de deux cavités ; chacune d'entre elle correspondant à l'un des champs jumeaux (figure 15).



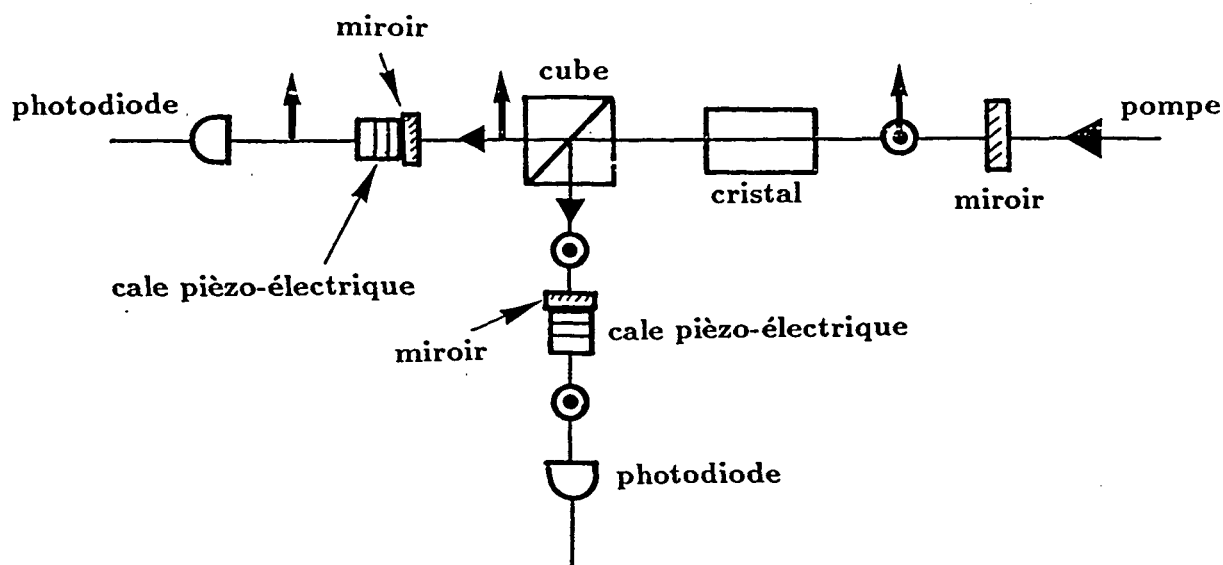


Figure 15

Un prisme séparateur de polarisation dont les axes sont parallèles à ceux du cristal est placé dans la cavité. Deux miroirs placés au bout de chaque bras du prisme referment la cavité. Ils sont montés sur des cales piézoélectriques, ce qui permet de modifier la longueur de la cavité indépendamment pour chaque faisceau. Il est alors possible de compenser la biréfringence du cristal par une différence de longueur entre les deux cavités. On peut ainsi annuler  $\delta n l$  et faire fonctionner l'OPO à la dégénérescence.

Ce montage, bien que séduisant dans le principe, présente des inconvénients d'ordre pratique qui le rendent difficile à mettre en oeuvre.

Il nécessite l'emploi d'un prisme ayant une très bonne efficacité de séparation des deux polarisations et de très faibles pertes. Il faut en effet que le seuil soit suffisamment bas pour permettre l'oscillation. Il faut, de plus, que les pertes du prisme soient faibles devant la transmission des deux miroirs ( $T = 2\%$ ) pour qu'elles ne décorrèlent pas complètement les deux faisceaux jumeaux.

L'emploi d'une cavité à trois miroirs rend l'alignement très délicat. En outre, l'OPO ne fonctionnant que pour des longueurs discrètes, il faut que les deux cavités aient simultanément une longueur permettant à l'OPO d'être résonnant.

Un troisième inconvénient vient du fait que les faisceaux jumeaux n'ont pas la même direction de propagation en sortie de la cavité. Il est toujours possible de mesurer leurs corrélations quantiques ; il est, par contre, difficile d'étalonner simplement le niveau de shot-noise en les combinant comme dans le montage décrit au chapitre V.

L'ensemble de ces inconvénients rend délicate la mise en oeuvre de ce montage.

### VIII - D - 2 Utilisation du KTP comme un cristal de type I

L'existence d'une différence d'indice du cristal pour les deux faisceaux jumeaux même à dégénérescence vient du fait que l'on utilise un cristal dont l'accord de phase est de type II (voir annexe 2). Si l'on utilise un cristal de type I (voir annexe 2), les deux faisceaux sont polarisés selon la même direction. La différence d'indice vient uniquement de la dispersion du cristal. A la dégénérescence, elle est nulle. On peut donc voir le battement à des fréquences beaucoup plus basses [56]. Il est donc intéressant d'essayer d'utiliser le KTP comme un cristal de type I.

Pour cela, on peut utiliser le fait que dans notre OPO la cavité est linéaire, et donc que les faisceaux passent deux fois dans le cristal lors d'un tour de cavité. Il suffit alors de permuter la direction de polarisation du faisceau de  $90^\circ$  entre les deux passages dans le cristal. Il est possible pour cela d'utiliser deux lames  $\frac{\lambda}{4}$ , une de chaque côté du cristal (figure 16).

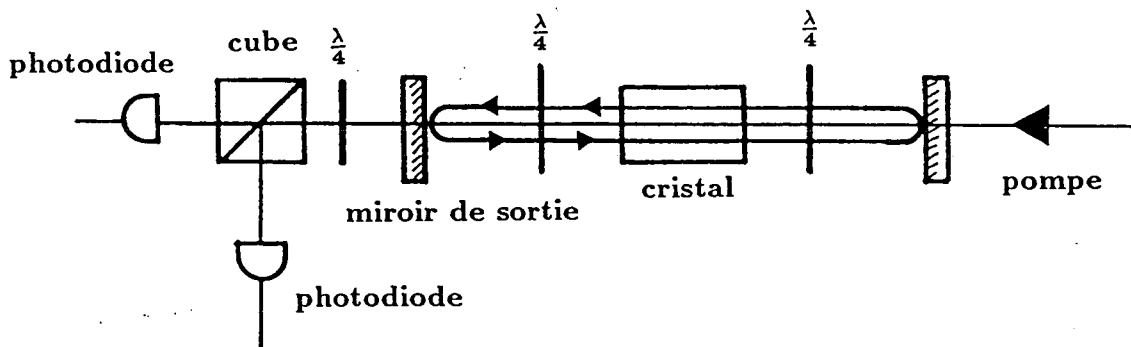


Figure 16

Entre deux passages dans le cristal, le faisceau passe deux fois dans la même lame  $\frac{\lambda}{4}$ . Elles sont donc équivalentes à deux lames  $\frac{\lambda}{2}$ . Il suffit donc d'orienter les deux lames pour que les lames

$\frac{\lambda}{2}$  équivalentes aient leurs axes à  $45^\circ$  des axes du cristal. La polarisation de chaque faisceau est donc permutée de  $90^\circ$  entre deux passages dans le cristal. Le déphasage sur un tour dû au cristal est donc le même pour chaque faisceau et vaut

$$(n_1 + n_2)\ell$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices correspondant aux deux polarisations propres du cristal. On supprime ainsi de façon artificielle la différence de trajet optique entre les deux faisceaux due à l'accord de phase de type II. L'OPO se comporte donc, du point de vue des couples de fréquences pouvant osciller, comme un OPO utilisant un cristal de type I.

Pour que ce montage soit utilisable en pratique, il faut que les deux lames introduisent le moins de pertes possible. Il est nécessaire qu'elles soient traitées anti-reflet pour les deux longueurs d'onde (pompe et signal). Il faut de plus qu'elles ne perturbent pas la polarisation de la pompe et donc qu'elles n'aient pas de biréfringence à 532 nm. On peut remarquer que l'on perd l'avantage de l'OPO utilisant un cristal de type II qui est d'osciller à des longueurs de cavité différentes pour des couples  $(\omega_1, \omega_2)$  différents. Il n'est donc pas certain qu'il soit spontanément monomode longitudinal (voir paragraphe V.I.2). Il est en revanche toujours facile de séparer les deux faisceaux jumeaux en sortie de l'OPO. En effet, l'un est circulaire droit et l'autre est circulaire gauche au niveau du miroir de sortie. Il suffit donc d'utiliser une troisième lame  $\frac{\lambda}{4}$  pour rendre leur polarisation rectiligne et d'utiliser ensuite un cube séparateur de polarisation.

Ce montage combine donc les avantages de l'OPO utilisant un cristal de type I et l'essentiel des avantages de l'OPO utilisant un cristal de type II.

### VIII - E - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'intérêt de faire fonctionner l'OPO à la dégénérescence. Cela permet des mesures de fluctuations de phase par homodyne avec un oscillateur local. D'autre part, si la fréquence de battement entre les deux faisceaux est comprise dans la bande-passante de squeezing, on peut utiliser le pic de battement pour effectuer des mesures ayant un bruit de fond inférieur au shot-noise.

Nous avons vu que la fréquence de battement prend des valeurs discrètes séparées de l'intervalle spectral libre de la cavité. Le fonctionnement au voisinage de la dégénérescence est favorisé en modifiant la température du cristal. En choisissant la longueur d'asservissement de la cavité, on

sélectionne le couple de modes longitudinaux donnant la fréquence de battement la plus basse. Dans le cas général, cette fréquence n'est pas nulle ; elle est liée à la différence d'indice du cristal pour les deux faisceaux jumeaux (accord de phase de type II). Nous avons observé un pic de battement à la fréquence 150 MHz et de largeur 100 kHz. Pour utiliser ce pic dans des mesures ayant un bruit réduit, il faut l'amener dans la bande passante de squeezing ( $<12$  MHz). Les tentatives utilisant les variations de température ou d'orientation du cristal se sont révélées infructueuses. Il se produit un saut de mode longitudinal de l'OPO avant que le pic ne se soit déplacé de manière significative. La biréfringence du cristal est responsable de cet effet. Nous envisageons deux modifications de notre montage expérimental permettant de la compenser.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, nous avons décrit le fonctionnement de l'oscillateur paramétrique et son utilisation pour créer des faisceaux jumeaux. La corrélation des fluctuations quantiques de ces faisceaux nous a permis d'observer une réduction de 69% du bruit quantique sur la différence de leurs intensités. Ces expériences ouvrent toute une série de perspectives nouvelles sur la génération de lumière non classique par l'oscillateur paramétrique.

Tout d'abord, la corrélation entre les faisceaux jumeaux a été utilisée récemment pour réduire le bruit quantique sur un seul faisceau [57]. Le principe est de mesurer les fluctuations de l'un d'entre eux et d'utiliser le signal obtenu pour agir sur le second grâce à un modulateur électro-optique. Les fluctuations du second faisceau ont ainsi été réduites de 24% en dessous du bruit quantique.

Ce résultat devrait être amélioré prochainement ainsi d'ailleurs que le taux de corrélation entre les faisceaux jumeaux. En effet, comme nous l'avons indiqué au chapitre IV, ce sont les pertes accidentelles dans la cavité qui limitent le taux de corrélation, ou plus précisément, le rapport de ces pertes aux pertes totales, y compris la transmission du miroir. Une des solutions pour augmenter le taux de corrélation consiste à augmenter la transmission du miroir de sortie ; ce qui présente néanmoins l'inconvénient d'augmenter la valeur du seuil d'oscillation. Le laser Nd:YAG doublé que nous avons réalisé a une puissance de sortie plus élevée que celle du laser à Argon utilisé lors des premières expériences. Nous pouvons donc utiliser une cavité avec un seuil d'oscillation plus élevé, et donc augmenter la transmission du miroir de sortie. L'augmentation de la transmission du miroir de sortie pour les faisceaux infrarouges peut aussi être compensée par une élévation de leur coefficient de réflexion pour le champ pompe.

Le recyclage accru du champ pompe représente un moyen intéressant de diminuer le seuil d'oscillation de la cavité. Outre l'amélioration du taux de corrélation, cette modification permettrait de faire fonctionner l'O.P.O. très au dessus du seuil, et de mettre en évidence une réduction "naturelle" du bruit quantique pouvant aller jusqu'à 50% sur chacun des faisceaux produits. Cet effet qui a été prévu théoriquement, [34] (voir paragraphe IV.E) n'a encore jamais été observé.

Les expériences que nous avons envisagées jusqu'à présent concernaient les fluctuations d'intensité des faisceaux. Les fluctuations de phase présentent également des propriétés intéressantes. Il a notamment été prévu théoriquement que la somme des phases des deux champs jumeaux doit avoir des fluctuations quantiques réduites [34]. Or, le laser Nd:YAG fournit un faisceau fondamental à  $1,06 \mu\text{m}$  qui peut être utilisé comme oscillateur local dans des mesures par homodynage (paragraphe VIII.A.1). Il devient ainsi possible d'effectuer des mesures de fluctuations de phase et de tester les

prédictions théoriques.

Par ailleurs, des améliorations techniques importantes peuvent être envisagées. Une solution séduisante consiste à utiliser un O.P.O. monolithique. Dans ce cas, les miroirs sont directement réalisés sur les faces d'entrée et de sortie du cristal, ce qui réduit considérablement la longueur de cavité. Ces O.P.O. très compacts ont des propriétés de stabilité en fréquence remarquables [56]. De plus, la limitation du nombre d'interfaces diminue les pertes intracavité et abaissent considérablement le seuil d'oscillation [56]. Un avantage supplémentaire de ces O.P.O. est de produire des faisceaux corrélés sur une très large bande passante, puisque celle-ci est directement liée au temps de parcours dans la cavité. L'O.P.O. monolithique constitue donc une voie de développement très prometteuse.

Ainsi l'O.P.O. a démontré son grand intérêt en tant que source de faisceaux non classiques. Ses propriétés sont cependant loin d'être toutes explorées, et l'on peut s'attendre à tout un ensemble de nouveaux résultats dans un avenir proche.

## ANNEXE 1: CALCUL DU SIGNAL DE DETECTION DES PHOTONS JUMEAUX

L'objet de cette annexe est de calculer l'expression du signal produit par le système de détection utilisé pour mesurer la corrélation des faisceaux jumeaux. Nous montrons qu'il permet effectivement de déterminer le niveau de shot-noise équivalent aux deux faisceaux. Nous estimons de plus l'erreur sur la mesure introduite par les imperfections des divers éléments composant cette chaîne de détection. Elle est représentée sur le schéma suivant :

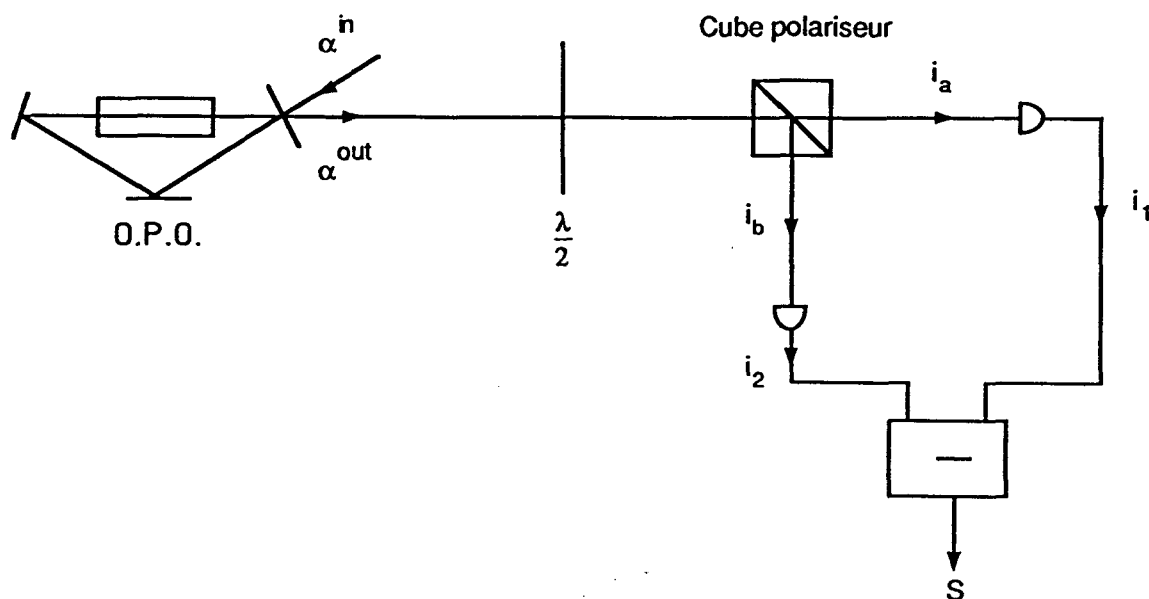


Figure 1 : Schéma général de la détection des faisceaux jumeaux

Les fluctuations des champs sortants de l'O.P.O. résultent de la transformation des fluctuations du vide entrant dans la cavité. Les champs sortants ont des polarisations orthogonales parallèles aux axes du cube polariseur qui peuvent être tournées grâce à la lame demi-onde. Si les axes de la lame sont parallèles ou à  $45^\circ$  des axes du cube polariseur, les deux faisceaux jumeaux sont séparés. Si les axes de la lame sont à  $22^\circ 5'$  des axes du polariseur, la moitié de l'intensité de chaque faisceau est envoyée dans chaque voie.

Les deux faisceaux issus du polariseur sont détectés à l'aide de photodiodes. Les fluctu-

ations des courants engendrés par les photodiodes reproduisent les fluctuations d'intensité des faisceaux lumineux. La chaîne électronique produit une tension proportionnelle à la différence des courants. Les fluctuations de cette tension sont donc proportionnelles aux fluctuations de la différence d'intensité des deux faisceaux.

### A.I. Notations

Les champs engendrés par l'O.P.O. sont notés  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$ . Leurs amplitudes sont données de façon analogue à (V.8) par :

$$E_1(t) = \left[ \alpha_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_1(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\omega_1 t} \quad (1)$$

$$E_2(t) = \left[ \alpha_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_2(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\omega_2 t} \quad (2)$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent les valeurs stationnaires des champs qui sont choisies réelles.  $\delta\alpha_1(\Omega)$  et  $\delta\alpha_2(\Omega)$  sont leurs fluctuations à la fréquence  $\Omega$ .

Comme nous l'avons vu au paragraphe (II.c.1.b), les valeurs stationnaires des deux champs ne sont pas nécessairement identiques. Introduisons la valeur moyenne et la demi-différence des champs et des intensités :

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (3) \quad \delta\alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \quad (4)$$

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (5) \quad \delta I = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad (6)$$

Lorsque les axes de la lame demi-onde ne sont pas parallèles aux axes du cube polariseur, les champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  font un angle  $\theta$  avec les axes du polariseur (figure 2) :



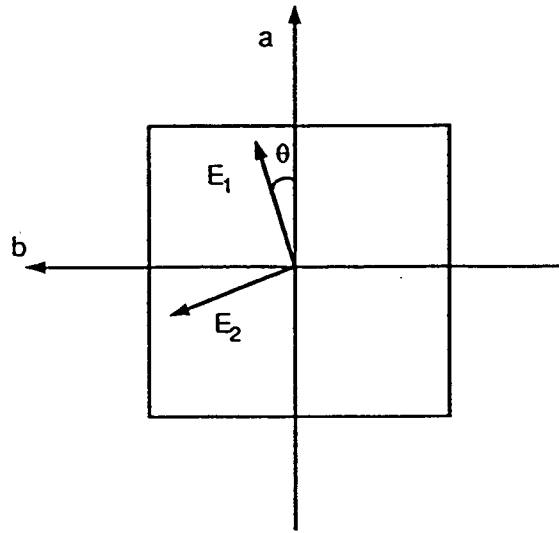


Figure 2

Les deux voies de sortie du cube polariseur sont repérées par les indices a et b. Les champs dans ces deux voies résultent de la projection des champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  sur les axes du cube. Nous supposons que le cube est parfait. Nous obtenons alors :

$$E_a = E_1 \cos \theta - E_2 \sin \theta \quad (7)$$

$$E_b = E_1 \sin \theta + E_2 \cos \theta \quad (8)$$

Les intensités des deux faisceaux résultants,  $I_a$  et  $I_b$ , sont mesurées à l'aide de photodiodes dont les efficacités quantiques peuvent être différentes. Nous les notons  $\eta_a$  et  $\eta_b$ . Nous définissons leur valeur moyenne et leur demi-différence :

$$\eta = \frac{\eta_a + \eta_b}{2} \quad (9) \quad \delta\eta = \frac{\eta_a - \eta_b}{2} \quad (10)$$

Pour tenir compte d'un éventuel défaut d'équilibrage entre les deux voies de la chaîne électronique, nous introduisons le gain du mode commun  $\frac{\epsilon}{2}$  (exprimé en courant). Le signal de sortie est proportionnel à :

$$i_s = (i_a - i_b) + \frac{\epsilon}{2}(i_a + i_b) \quad (11)$$

$i_a$  et  $i_b$  sont les courants engendrés par les deux photodiodes.  $\epsilon$  est directement donné par la mesure du taux de réjection du mode commun de la chaîne.

### A.II. Niveau moyen du courant engendré par les faisceaux

Avant d'étudier les fluctuations du signal de sortie, nous commençons par donner l'expression du courant moyen engendré par les faisceaux. Nous déterminons ensuite l'influence des différents déséquilibre sur celui-ci.

L'intensité moyenne  $I_a$  a pour expression :

$$I_a = \alpha_1^2 \cos^2 \theta + \alpha_2^2 \sin^2 \theta - \alpha_1 \alpha_2 \sin 2\theta \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \quad (12)$$

Les deux premiers termes sont les intensités moyennes des champs. le troisième terme résulte du battement à la fréquence  $\omega_1 - \omega_2$  entre les deux champs.

L'intensité moyenne  $I_b$  se déduit de  $I_a$  en permutant les indices 1 et 2 et en changeant  $\theta$  en  $-\theta$ .

Nous posons de plus :

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$$

Les courants engendrés par les photodiodes a et b ont pour expression :

$$\overline{i}_a = \eta_a e I_a \quad (13)$$

$$\overline{i}_b = \eta_b e I_b \quad (14)$$

$e$  est la charge de l'électron.

Les niveaux continus sont mesurés directement en sortie des photodiodes. Leur différence ne fait donc pas intervenir les défauts de l'électronique. Elle a pour expression :

$$\overline{i}_s = \overline{i}_a - \overline{i}_b = 2\eta e \delta I \cos 2\theta - 2\eta e \alpha_1 \alpha_2 \cos(\Delta\omega t) \sin 2\theta + 2\delta \eta e I \quad (15)$$

Le signal moyen est observé sur un oscilloscope. Le terme de battement est nul en moyenne. La tension observée est proportionnelle à  $i_s$  et est une fonction périodique de  $\theta$ . Elle a l'allure suivante :

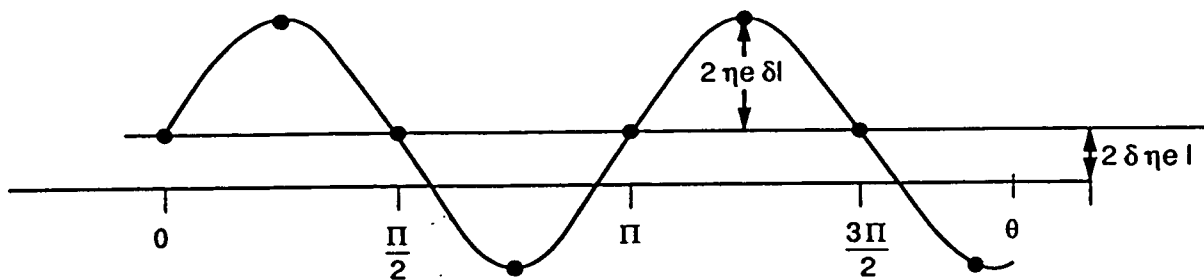


Figure 3

C'est une sinusoïde dont l'amplitude est proportionnelle à la différence d'intensité des deux faisceaux et qui oscille autour d'une valeur non nulle proportionnelle à  $\delta\eta$ .

L'observation du signal moyen en fonction de la rotation de la lame demi-onde permet donc d'estimer l'importance du déséquilibre entre l'efficacité des deux photodiodes. Ce déséquilibre peut être compensé en défocalisant légèrement la photodiode ayant l'efficacité la plus grande de manière à ce que le signal moyen oscille autour de zéro.

### A.III. Fluctuations du signal de détection

Dans cette partie, nous déterminons les fluctuations du signal de détection. Celles-ci doivent être le plus proche possible des fluctuations des faisceaux sortant de l'O.P.O. Cependant, les différents déséquilibres d'une part et le fait que l'efficacité des photodiodes n'est pas parfaite d'autre part introduisent des sources de bruit supplémentaires qui dégradent le signal de mesure. Dans un premier temps nous étudions l'effet de l'imperfection des diodes.

#### A.III.a. Influence des photodiodes sur les fluctuations du signal mesuré

Les photodiodes utilisées pour mesurer l'intensité des faisceaux n'ont pas un rendement quantique égal à 1. Cette imperfection entraîne une détection aléatoire des photons incidents avec une probabilité  $\eta$  de mesurer le photon incident et  $1 - \eta$  de ne pas l'observer. Les fluctuations du courant engendré ne reflètent donc pas exactement les fluctuations du faisceau détecté. Pour tenir compte de ce processus aléatoire, la photodiode est modélisée par une lame dont la transmission en intensité est égale à l'efficacité de la photodiode, suivie par un détecteur de rendement quantique

égal à 1 (figure 3).

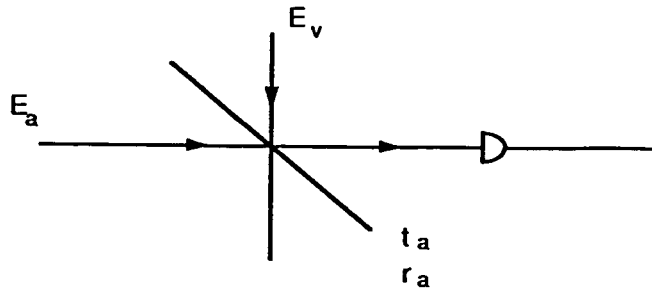


Figure 4

$E_a$  représente le champ incident. Par l'autre voie de la lame entrent les fluctuations du vide qui simulent l'aspect aléatoire dû à l'imperfection du détecteur. Les champs ont une expression analogue à (V.8) :

$$E_a(t) = \left[ \alpha_a + \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_a(\Omega) e^{-i\Omega t} \right] e^{-i\omega_a t} \quad (16)$$

$$E_v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \delta\alpha_v(\Omega) e^{-i\Omega t} e^{-i\omega_a t} \quad (17)$$

$\alpha_a$  est choisi réel.  $\delta\alpha_a$  et  $\delta\alpha_v$  ne sont pas corrélés. Le champ arrivant sur le détecteur est :

$$E = t_a E_a + r_a E_v \quad (18)$$

Le courant est proportionnel à l'intensité de ce champ.

$$i_a = e \left[ t_a^2 (\alpha_a^2 + \alpha_a \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega (\delta\alpha_a(\Omega) e^{-i\Omega t} + \delta\alpha_a^*(\Omega) e^{+i\Omega t})) \right. \\ \left. + r_a t_a \alpha_a \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega (\delta\alpha_v(\Omega) e^{-i\Omega t} + \delta\alpha_v^*(\Omega) e^{i\Omega t}) \right] \quad (19)$$

où nous ne conservons que les termes d'ordre 1 en  $\delta\alpha$ . Le courant moyen est relié à l'intensité moyenne par la relation :

$$\bar{i}_a = \eta_a e I_a \quad (20)$$

d'où nous déduisons

$$t_a^2 = \eta_a \quad (21)$$

Nous posons de même qu'au chapitre V :

$$p_a(\Omega) = \delta\alpha_a(\Omega) + \delta\alpha_a^*(-\Omega) \quad (22)$$

$$p_v(\Omega) = \delta\alpha_v(\Omega) + \delta\alpha_v^*(-\Omega) \quad (23)$$

$p_a(\Omega)$  et  $p_v(\Omega)$  représentent les fluctuations d'amplitude des champs  $E_a$  et  $E_v$ . Les fluctuations du courant à la fréquence  $\Omega$  ont pour expression :

$$\delta i_a(\Omega) = e [\eta_a \alpha_a p_a(\Omega) + r_a t_a \alpha_a p_v(\Omega)] \quad (24)$$

$\alpha_a p_a(\Omega)$  représente les fluctuations d'intensité à la fréquence  $\Omega$ ,  $\delta I_a(\Omega)$ , du faisceau  $I_a$ . Les fluctuations du courant deviennent :

$$\delta i_a(\Omega) = e [\eta_a \delta I_a(\Omega) + r_a t_a \alpha_a p_v(\Omega)] \quad (25)$$

La deuxième photodiode utilisée dans la détection est modélisée de manière identique. L'expression des fluctuations de courant dans la voie b est obtenue à partir de (25) en remplaçant l'indice a par l'indice b et les fluctuations  $p_v(\Omega)$  par  $p'_v(\Omega)$ .  $p_v(\Omega)$  et  $p'_v(\Omega)$  ne sont pas corrélés car les processus aléatoires au niveau de chaque détecteur sont indépendants. L'effet de l'imperfection des photodiodes est donc d'entraîner une décorrélation entre les fluctuations du faisceau détecté et les fluctuations du courant engendré. Les fluctuations du signal en bout de chaîne électronique sont, d'après (11), proportionnelles à :

$$\delta i(\Omega) = (\delta i_a(\Omega) - \delta i_b(\Omega)) + \frac{\epsilon}{2} (\delta i_a(\Omega) + \delta i_b(\Omega)) \quad (26)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \delta i(\Omega) &= e \left( \eta_a \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \delta I_a(\Omega) - \eta_b \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right) \delta I_b(\Omega) \right) \\ &\quad + e r_a t_a \alpha_a \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) p_v - e r_b t_b \alpha_b \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right) p'_v \end{aligned} \quad (27)$$

La variance de  $\delta i(\Omega)$  a pour expression :

$$\begin{aligned} \overline{|\delta i(\Omega)|^2} &= e^2 \overline{\left| \eta_a \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \delta I_a(\Omega) - \eta_b \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right) \delta I_b(\Omega) \right|^2} \\ &\quad + e^2 r_a^2 t_a^2 \alpha_a^2 \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)^2 V_{p_v} + e^2 r_b^2 t_b^2 \alpha_b^2 \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right)^2 V_{p'_v} \end{aligned} \quad (28)$$

La partie des fluctuations faisant intervenir  $\delta I_a(\Omega)$  et  $\delta I_b(\Omega)$  est étudiée plus loin. Nous nous concentrons ici sur la partie faisant intervenir les fluctuations du vide et qui s'écrit :

$$\overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} = e^2 \eta_a(1 - \eta_a)I_a(1 + \epsilon)V_{p_v} + e^2 \eta_b(1 - \eta_b)I_b(1 - \epsilon)V_{p'_v} \quad (29)$$

où nous avons utilisé les relations :

$$t_o \quad t_a^2 = \eta_a \quad (30) \quad t_b^2 = \eta_b \quad (31) \quad r_a^2 = 1 - \eta_a \quad (32)$$

$$t_o \quad r_b^2 = 1 - \eta_b \quad (33) \quad \alpha_a^2 = I_a \quad (34) \quad \alpha_b^2 = I_b \quad (35)$$

Nous avons supposé de plus que  $\epsilon$  est petit devant 1 car le taux de réjection du mode commun est élevé.

Les variances de  $p_v$  et de  $p'_v$  sont identiques et égales à la variance des fluctuations du vide  $V^{in}$ . L'expression (29) devient :

$$\overline{|\delta i_v|^2} = e^2 [(\eta + \delta\eta)(1 - \eta - \delta\eta)(1 + \epsilon)(I + \delta I) + (\eta - \delta\eta)(1 - \eta + \delta\eta)(1 - \epsilon)(I - \delta I)] V^{in} \quad (36)$$

Dans le développement, nous nous limitons aux termes du premier ordre en  $\delta\eta$ ,  $\delta I$ ,  $\epsilon$ , ce qui donne :

$$\overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} = e^2 \eta(1 - \eta)2IV^{in} \quad (37)$$

en notant :  $\overline{i} = \eta I.e$

$$\overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} = (1 - \eta)2\overline{i}.eV^{in} \quad (38)$$

$2\overline{i}.eV^{in}$  représente le shot-noise correspondant au courant moyen total engendré par les deux voies.

Si les détecteurs n'ont pas un rendement quantique égal à 1, ils introduisent un bruit supplémentaire égal à  $(1 - \eta)$  fois ce shot-noise. Ce bruit supplémentaire est insensible, au premier ordre, aux déséquilibres éventuels entre les efficacités des détecteurs, les intensités des deux faisceaux détectés ainsi qu'au déséquilibre de l'électronique.

### A.III.b. Fluctuations de courant dues aux faisceaux détectés

Dans la partie précédente, nous avons calculé les fluctuations de courant ayant pour origine l'imperfection des détecteurs (formule (38)). Dans cette partie, nous déterminons celles dues aux fluctuations des faisceaux  $I_a$  et  $I_b$ .

De manière générale, lorsque l'angle entre les axes de la lame demi-onde et les axes du cube est quelconque, les fluctuations d'intensité  $\delta I_a$  et  $\delta I_b$  résultent d'un mélange des fluctuations d'intensité des deux faisceaux émis par l'O.P.O.

Pour obtenir l'expression des fluctuations d'intensité  $\delta I_a$  sur la voie a, nous utilisons les expressions (1), (2) et (7). Nous ne conservons que les termes d'ordre 1 en  $\delta\alpha_j$ . Les fluctuations d'intensité à la fréquence  $\Omega$  ont alors pour expression :

$$\begin{aligned}\delta I_a(\Omega) &= \alpha_1(\delta\alpha_1(\Omega) + \delta\alpha_1^*(-\Omega))\cos^2\theta \\ &+ \alpha_2(\delta\alpha_2(\Omega) + \delta\alpha_2^*(-\Omega))\sin^2\theta \\ &- \alpha_1(\delta\alpha_2(\Omega + \Delta\omega) + \delta\alpha_2^*(\Delta\omega - \Omega))\frac{\sin 2\theta}{2} \\ &- \alpha_2(\delta\alpha_1(\Omega - \Delta\omega) + \delta\alpha_1^*(-\Delta\omega - \Omega))\frac{\sin 2\theta}{2}\end{aligned}\quad (39)$$

L'expression (39) comporte deux types de termes : les termes à la fréquence  $\Omega$  et  $-\Omega$  et ceux dont la fréquence est décalée de la valeur de la fréquence de battement. Les premiers sont corrélés si  $\Omega$  est située à l'intérieur de la bande passante de la cavité de l'O.P.O. Nous supposons que c'est le cas. Les seconds ne sont corrélés que si la fréquence de battement est située dans la bande passante de la cavité. Si elle est située nettement hors de celle-ci, les fluctuations des champs 1 et 2 aux fréquences  $\Delta\omega \pm \Omega$  et  $\Omega \pm \Delta\omega$  sont identiques aux fluctuations du vide qui se sont réfléchies sur le miroir de couplage.

$\delta I_a(\Omega)$  est exprimé à l'aide des parties réelles et imaginaires des fluctuations qui ont été introduites au chapitre V.

$$p_j(\Omega) = \delta\alpha_j(\Omega) + \delta\alpha_j^*(-\Omega) \quad j = 1, 2 \quad (40)$$

$$q_j(\Omega) = -i(\delta\alpha_j(\Omega) - \delta\alpha_j^*(-\Omega)) \quad (41)$$

$$\begin{aligned}\delta I_a(\Omega) &= \alpha_1 p_1(\Omega)\cos^2\theta + \alpha_2 p_2(\Omega)\sin^2\theta \\ &- \alpha_1 \frac{\sin 2\theta}{4} [p_2(\Omega - \Delta\omega) - iq_2(\Omega - \Delta\omega) + p_2(\Omega + \Delta\omega) + iq_2(\Omega + \Delta\omega)] \\ &- \alpha_2 \frac{\sin 2\theta}{4} [p_1(\Omega - \Delta\omega) + iq_1(\Omega - \Delta\omega) + p_1(\Omega + \Delta\omega) - iq_1(\Omega + \Delta\omega)]\end{aligned}\quad (42)$$

Nous exprimons  $\delta I_2(\Omega)$  en fonction des variables :

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_1 - p_2) \quad (43)$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_1 + p_2) \quad (44)$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1 - q_2) \quad (45) \quad q = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1 + q_2) \quad (46)$$

$r$  et  $s$  ont été définis au chapitre V et représentent respectivement la différence des fluctuations d'amplitude et de phase des deux champs.  $p$  et  $q$  représentent respectivement la somme des fluctuations d'amplitude et de phase des deux champs.

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \delta I_a(\Omega) &= (\alpha + \delta\alpha)p_1(\Omega)\cos^2\theta + (\alpha - \delta\alpha)p_2(\Omega)\sin^2\theta \\ &\quad - \sin 2\theta \frac{\sqrt{2}}{4} \alpha [p(\Omega - \Delta\omega) + p(\Omega + \Delta\omega) + is(\Omega - \Delta\omega) - is(\Omega + \Delta\omega)] \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{4} \sin 2\theta \delta\alpha [r(\Omega - \Delta\omega) + r(\Omega + \Delta\omega) + iq(\Omega - \Delta\omega) - iq(\Omega + \Delta\omega)] \end{aligned} \quad (47)$$

L'expression des fluctuations du faisceau  $I_b$  sont obtenues à partir de la formule précédente en changeant  $\delta\eta$  en  $-\delta\eta$ ,  $\delta\alpha$  en  $-\delta\alpha$ ,  $\Delta\omega$  en  $-\Delta\omega$ ,  $\theta$  en  $-\theta$ ,  $s(\Omega)$  en  $-s(\Omega)$ ,  $r(\Omega)$  en  $-r(\Omega)$  et en permutant les indices 1 et 2, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \delta I_b(\Omega) &= (\alpha - \delta\alpha)p_2(\Omega)\cos^2\theta + (\alpha + \delta\alpha)p_1(\Omega)\sin^2\theta \\ &\quad + \sin 2\theta \frac{\sqrt{2}}{4} [p(\Omega + \Delta\omega) + p(\Omega - \Delta\omega) - is(\Omega + \Delta\omega) - is(\Omega - \Delta\omega)] \\ &\quad - \sin 2\theta \frac{\sqrt{2}}{4} \delta\alpha [r(\Omega + \Delta\omega) + r(\Omega - \Delta\omega) - iq(\Omega + \Delta\omega) + iq(\Omega - \Delta\omega)] \end{aligned} \quad (48)$$

Les fluctuations de courant dues aux faisceaux sont :

$$\delta i_f(\Omega) = e(\eta_a \delta I_a(\Omega) - \eta_b \delta I_b(\Omega)) + \frac{\epsilon}{2} e(\eta_a \delta I_a(\Omega) + \eta_b \delta I_b(\Omega)) \quad (49)$$

$\epsilon$  est un infiniment petit du premier ordre. Par conséquent, il suffit de calculer les fluctuations de la somme des intensités à l'ordre 0 en  $\delta\eta$  et  $\delta\alpha$ , ce qui donne :

$$\eta_a \delta I_a(\Omega) + \eta_b \delta I_b(\Omega) = \eta\alpha [p_2(\Omega) + p_1(\Omega)] \quad (50)$$

où encore

$$\eta_a \delta I_a(\Omega) + \eta_b \delta I_b(\Omega) = \eta\alpha\sqrt{2}p(\Omega) \quad (51)$$

L'expression totale de  $\delta i_f(\Omega)$  est donc

$$\begin{aligned} \delta i_f(\Omega) &= e\eta\alpha\sqrt{2}\cos 2\theta r(\Omega) + \sqrt{2}e \left[ \eta\delta\alpha\cos 2\theta + \alpha(\delta\eta + \frac{\epsilon}{2}\eta) \right] p(\Omega) \\ &\quad - \sin 2\theta \frac{\sqrt{2}}{2} e\eta\alpha [p(\Omega + \Delta\omega) + p(\Omega - \Delta\omega) - is(\Omega + \Delta\omega) + is(\Omega - \Delta\omega)] \\ &\quad + \sin 2\theta \frac{\sqrt{2}}{2} e\eta\delta\alpha [r(\Omega + \Delta\omega) + r(\Omega - \Delta\omega) - iq(\Omega + \Delta\omega) + iq(\Omega - \Delta\omega)] \end{aligned} \quad (52)$$



Le premier terme de cette expression ne dépend que des valeurs moyennes des paramètres de la chaîne détection et de l'intensité des champs. Il est proportionnel à la différence des fluctuations d'amplitude des deux faisceaux qui est la variable que l'on cherche à mesurer.

Le deuxième terme résulte d'une combinaison des déséquilibres de la chaîne de détection et de la différence d'amplitude des deux faisceaux. Elle introduit une nouvelle variable qui est la somme des fluctuations d'amplitude des deux champs. Cette combinaison dépend de l'angle  $\theta$ . On peut donc prévoir que son importance variera en fonction de la position de la lame demi-onde. Le troisième terme ne dépend que des valeurs moyennes des différents paramètres et introduit une combinaison des variables donnant la somme des fluctuations d'amplitude et la différence des fluctuations de phase des deux champs aux fréquences  $\Omega + \Delta\omega$  et  $\Omega - \Delta\omega$ .

Le quatrième terme dépend de la différence d'amplitude des champs. Il est faible devant le troisième, car sa variance introduit un terme d'ordre 2 en  $\delta\alpha$ .

### A.III.c. Calcul de la variance des fluctuations du courant

La variance des fluctuations de courant est la somme de la variance due aux fluctuations des faisceaux détectés  $\delta i_f(\Omega)$  et de celle des fluctuations introduites par l'imperfection des détecteurs  $\delta i_v(\Omega)$ . (Ces fluctuations ne sont pas corrélées).

$$\overline{|\delta i(\Omega)|^2} = \overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} + \overline{|\delta i_f(\Omega)|^2} \quad (53)$$

Nous n'allons pas calculer la variance de  $\delta i_f(\Omega)$  pour toutes les valeurs de  $\theta$ , mais uniquement dans le cas où  $\theta = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{\pi}{2} \right]$  nous pouvons alors mesurer le shot-noise correspondant à l'intensité totale des deux faisceaux, et dans le cas où  $\theta = 0 \left[ \frac{\pi}{2} \right]$  où nous mesurons les corrélations quantiques entre les deux faisceaux.

#### A.III.c.1. Cas où $\theta = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{\pi}{2} \right]$ . Mesure du shot noise

Nous supposons que la fréquence de battement est très supérieure à la bande-passante de la cavité, ce qui correspond au cas expérimental. Dans l'expression de  $\delta i_f(\Omega)$ , toutes les variables p, q, r, s où intervient ce battement ont des fluctuations égales à celles du vide et vérifient :

$$V_p = V_q = V_r = V_s = V^{in} \quad (54)$$

où  $V^{in}$  représente la variance des fluctuations du vide.

L'expression de la variance de  $\delta i_f(\Omega)$  est alors :

$$\begin{aligned} \overline{|\delta i_f(\Omega)|^2} &= 2e^2\alpha^2\left(\delta\eta + \frac{\epsilon}{2}\eta\right)^2 V_p(\Omega) \\ &+ 2\eta^2 e^2(\alpha^2 + \delta\alpha^2)V^{in} \end{aligned} \quad (55)$$

En utilisant (37) qui donne la partie des fluctuations du courant due à l'imperfection des photodiodes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \overline{|\delta i_{sh}(\Omega)|^2} &= \overline{|\delta i_f(\Omega)|^2} + \overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} \\ &= 2e\eta \bar{i} \left( \frac{\delta\eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 V_p(\Omega) + 2e \bar{i} V^{in} \end{aligned} \quad (56)$$

Si le montage de détection est parfait ( $\delta\eta = 0$  et  $\epsilon = 0$ ), les fluctuations de courant donnent exactement le shot-noise correspondant à l'intensité totale détectée,  $2\eta I$ , où  $\eta$  est l'efficacité moyenne des détecteurs et  $I$  l'intensité moyenne des faisceaux produits par l'O.P.O.

Si la détection n'est pas parfaitement équilibrée, le déséquilibre relatif de l'efficacité des photodiodes, et le gain du mode commun de l'électronique introduisent un bruit supplémentaire lié aux fluctuations d'amplitude des deux faisceaux détectés :  $2I\eta V_p$ .  $V_p$  peut être très supérieur au shot-noise, lorsque les faisceaux présentent un excès de bruit, ce qui est le cas lorsque l'O.P.O. fonctionne à proximité du seuil. Ce bruit supplémentaire est l'une des limitations de l'expérience. Pour le diminuer, il convient de rendre  $\delta\eta$  et  $\epsilon$  aussi faibles que possible. Nous pouvons remarquer que la différence d'intensité des deux faisceaux n'intervient pas dans cette expression. Cela se comprend en remarquant que lorsque les polarisations des faisceaux sont à  $45^\circ$  des axes du cube, l'intensité de chacun d'eux est redistribuée à part égale entre les deux voies de sortie du cube. Les intensités vue par chaque photodiode sont exactement identiques, même si au départ, les faisceaux produits par l'O.P.O. ont des intensités légèrement différentes.

#### A.III.c.2. Cas où $\theta = 0 \left[ \frac{\pi}{2} \right]$ . Mesure du squeezing

Dans le cas où  $\theta = \frac{k\pi}{2}$   $k \in \mathcal{Z}$ , les fluctuations  $\delta i_f(\Omega)$  ont pour expression :

$$\delta i_f(\Omega) = e\eta\alpha\sqrt{2}\cos(k\pi)r(\Omega) + e(\eta\delta\alpha\sqrt{2}\cos(k\pi) + \sqrt{2}\alpha(\delta\eta + \frac{\epsilon}{2}\eta))p(\Omega) \quad (57)$$

Celle-ci comporte un terme principal ne dépendant que des valeurs moyennes des différents paramètres et qui représente les fluctuations de la différence d'amplitude des deux champs jumeaux. C'est cette variable qui a des fluctuations réduites. Dans le cas où tous les déséquilibres sont nuls,  $\delta i_f(\Omega)$  lui est directement proportionnel. Nous mesurons donc bien la corrélation quantique des deux faisceaux.

Le deuxième terme dépend des différents déséquilibres et introduit les fluctuations de la somme des amplitudes des deux faisceaux jumeaux. Cette variable est responsable d'un excès de bruit sur la mesure. Comme nous l'avons déjà remarqué, son coefficient dépend de la valeur de l'angle. Si  $\frac{\delta\alpha}{\alpha}$ ,  $\frac{\delta\eta}{\eta}$  et  $\epsilon$  sont du même ordre de grandeur, les spectres présenteront un excès de bruit alternativement fort et faible pour des valeurs de  $k$  successives.

La variance de  $\delta i_f(\Omega)$  a pour expression :

$$\overline{|\delta i_f(\Omega)|^2} = 2e^2 \eta^2 \alpha^2 V_r(\Omega) + 2e^2 \eta^2 \alpha^2 \left( \pm \frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 V_p(\Omega) \quad (58)$$

Le signe  $\pm$  devant  $\frac{\delta \alpha}{\alpha}$  correspond aux deux valeurs possibles du cosinus. Le déséquilibre en amplitude est relié au déséquilibre en intensité par la relation :

$$\frac{\delta \alpha}{\alpha} = \frac{\delta I}{2I} \quad (59)$$

La variance des fluctuations du courant a pour expression :

$$\begin{aligned} \overline{|\delta i_{sq}(\Omega)|^2} &= \overline{|\delta i_f(\Omega)|^2} + \overline{|\delta i_v(\Omega)|^2} \\ &= 2e\eta \overline{i} V_r(\Omega) + 2e\eta \overline{i} \left( \pm \frac{\delta I}{2I} + \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 V_p(\Omega) + 2e(1-\eta) \overline{i} V^{in} \end{aligned} \quad (60)$$

Elle comporte deux parties. L'une qui ne dépend que des valeurs moyennes de l'intensité des faisceaux et des efficacités quantiques des deux diodes, l'autre qui dépend du déséquilibre entre ceux-ci ainsi que de la différence d'intensité entre les deux faisceaux. De même que pour la mesure du shot-noise, ce terme introduit le bruit d'amplitude sur un faisceau qui est très supérieur au shot-noise lorsque l'O.P.O. fonctionne au voisinage du seuil. Les différents déséquilibres interviennent avec leur signe. Ils peuvent donc se compenser mutuellement. Pour un réglage donné de la chaîne de détection,  $\frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2}$  est fixé. Par contre,  $\delta I$  change de signe entre deux positions successives de mesure du squeezing. Ces deux déséquilibres s'ajoutent où se compensent suivant la position.

#### A.III.d. Mesure du rapport de réduction des fluctuations dans le cas équilibré

Si tous les déséquilibres sont nuls la formule donnant la variance du courant dans la position permettant de mesurer la corrélation quantique devient :

$$\overline{|\delta i_{sq}(\Omega)|^2} = 2e\eta \overline{i} V_r(\Omega) + 2e(1-\eta) \overline{i} V^{in} \quad (61)$$

L'expression de la variance du courant dans la position de mesure du shot-noise est :

$$\overline{|\delta i_{sh}(\Omega)|^2} = 2e \overline{i} V^{in} \quad (62)$$

Le rapport des deux densités spectrales précédentes donne :

$$R(\Omega) = \frac{\overline{|\delta i_{sq}(\Omega)|^2}}{\overline{|\delta i_{sh}(\Omega)|^2}} = \eta \frac{V_r(\Omega)}{V^{in}} + (1-\eta) \quad (63)$$

Si les photodiodes étaient parfaites, le rapport  $R$  donnerait exactement le spectre  $V_r(\Omega)$  des corrélations des faisceaux jumeaux. L'imperfection des photodiodes introduit une décorrélation des courants et donc une remontée du bruit. A fréquence de bruit nulle,  $V_r(0)$  a pour expression (V.51).

$$V_r(0) = \frac{\mu}{\gamma + \mu} \cdot V^{in} \quad (64)$$

où  $\gamma$  représente la transmission du miroir de sortie de l'O.P.O. et  $\mu$  ses pertes accidentelles, d'où nous déduisons  $R$  à fréquence de bruit nulle :

$$R(0) = \frac{\mu + \gamma(1 - \eta)}{\gamma + \mu} \quad (65)$$

Ce résultat justifie la formule de la réduction du bruit quantique à fréquence nulle avec des photodiodes imparfaites donnée au chapitre I (où l'on a posé  $\epsilon = 1 - \eta$ ).

#### A.III.e. Evaluation de l'erreur sur la réduction du bruit quantique

Nous étudions ici l'effet des différents déséquilibres sur la mesure et nous déterminons l'erreur qu'ils entraînent sur la mesure de la réduction du bruit quantique, le rapport de réduction mesuré est appelé  $M$ , le rapport théorique  $R$  (63).  $M$  a pour expression :

$$M = \frac{|\overline{\delta i_{sq}(\Omega)}|^2}{|\overline{\delta i_{sh}(\Omega)}|^2} \quad (66)$$

Si dans l'expression des variances, nous supposons que les termes dépendant des déséquilibres sont petits devant les termes principaux, nous obtenons après transformation :

$$M = R + \Delta R \quad (67)$$

avec :

$$\Delta R = \eta \frac{V_p}{V^{in}} \left[ \left( \frac{\delta I}{2I} \right)^2 \pm \frac{\delta I}{I} \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right) + (1 - R) \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 \right] \quad (68)$$

$\Delta R$  est exprimé en fonction des différents déséquilibres et des fluctuations de la somme des amplitudes des deux champs. Il nous reste à déterminer celles-ci en fonction des fluctuations d'un seul faisceau. Pour cela, nous devons tenir compte des corrélations entre les deux champs. Ces corrélations peuvent être à la fois d'origine quantique et d'origine classique dans le cas où les faisceaux présentent un excès de bruit par rapport au shot-noise. Cet excès de bruit classique peut être dû, par exemple, à un excès de bruit sur le faisceau pompe.

Les fluctuations d'amplitude des champs sont réelles et sont notées en sous entendant la dépendance en  $\Omega$  :

$$p_1 = p_1^c + p_1^{nc} \quad (69)$$

$$p_2 = p_2^c + p_2^{nc} \quad (70)$$

$p_1^c$  et  $p_2^c$  représentent la partie des fluctuations de chaque champ qui est corrélée avec les fluctuations de l'autre champ.

$p_1^{nc}$  et  $p_2^{nc}$  représentent les fluctuations non corrélées de ces mêmes champs.

Ils vérifient les relations :

$$\overline{p_1^c \cdot p_2^c} = \overline{p_1^{c2}} = \overline{p_2^{c2}} \quad (71)$$

$$\overline{p_1^c \cdot p_1^{nc}} = \overline{p_1^c \cdot p_2^{nc}} = \overline{p_2^c \cdot p_1^{nc}} = \overline{p_2^c \cdot p_2^{nc}} = \overline{p_1^{nc} \cdot p_2^{nc}} = 0 \quad (72)$$

$$\overline{p_1^{nc2}} = \overline{p_2^{nc2}} \quad (73)$$

La variance de la différence des amplitudes a pour expression :

$$V_r = \overline{\left(\frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \overline{p_1^{nc2}} = RV^{in} \quad (74)$$

$V^{in}$  représente la variance des fluctuations du vide.  $R$  est le taux de bruit résiduel. Il est inférieur à 1 pour des faisceaux ayant des corrélations quantiques. La variance sur la somme des amplitudes a pour expression :

$$V_p = \overline{\left(\frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2\overline{p_1^{c2}} + \overline{p_1^{nc2}} \quad (75)$$

La variance des fluctuations d'amplitude du faisceau  $p_1$  s'écrit :

$$\overline{p_1^2} = \overline{p_1^{c2}} + \overline{p_1^{nc2}} = (1 + E) \cdot V^{in} \quad (76)$$

$E$  est un coefficient positif qui traduit un éventuel excès de bruit d'amplitude. Il est nul quand le faisceau est au shot-noise. L'expression de  $V_p$  en fonction de  $E$  et de  $R$  devient :

$$V_p = (1 + 2E + (1 - R))V^{in} \quad (77)$$

Si les faisceaux n'ont pas de corrélation quantique et pas d'excès de bruit,  $E = 0$  et  $R = 1$ . Les fluctuations de la somme des amplitudes sont égales au shot-noise.

Les excès de bruit sur chaque faisceau sont des fluctuations parfaitement corrélées. L'excès de bruit sur la somme des amplitudes est le double de celui d'un faisceau (si  $R$  est égal à 1).

Si les corrélations quantiques entre les deux faisceaux sont parfaites, les fluctuations sur la somme des intensités sont le double de celles d'un faisceau.

Nous pouvons donner maintenant l'expression complète de l'erreur sur l'estimation de la réduction du bruit quantique en fonction de l'excès de bruit sur un faisceau  $E$ , du taux de bruit résiduel  $R$ , des déséquilibres de la détection et de la différence des intensités des faisceaux jumeaux :

$$\Delta R = \eta(1 + 2E + (1 - R)) \left[ \left( \frac{\delta I}{2I} \right)^2 \pm \frac{\delta I}{I} \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right) + (1 - R) \left( \frac{\delta \eta}{\eta} + \frac{\epsilon}{2} \right)^2 \right] \quad (78)$$

$\Delta R$  est une erreur systématique qui peut avoir un signe positif ou négatif suivant les différentes valeurs des déséquilibres et de  $R$ . Afin de la rendre la plus faible possible, il faut avoir des déséquilibres les plus faibles possible, et des faisceaux dont le bruit propre est le plus proche possible du shot-noise afin de minimiser  $E$ .

Pour une valeur donnée des déséquilibres, on peut diminuer l'erreur en choisissant le signe de  $\delta I$  et donc la position dans laquelle on mesure le squeezing.

#### A.IV. Conclusion

Dans cet annexe nous avons calculé exactement le signal de détection utilisé pour mesurer le taux de réduction des fluctuations quantiques sur la différence d'intensité des deux faisceaux jumeaux produits par l'O.P.O. Dans le cas où les deux faisceaux ont même intensité et où la chaîne est parfaitement équilibrée, on mesure bien les corrélations quantiques des deux faisceaux ou le shot-noise équivalent à la somme de leurs intensités selon l'orientation de la lame demi-onde. Dans le cas où les faisceaux n'ont plus exactement la même intensité et où la chaîne n'est plus parfaitement équilibrée, les spectres mesurés dans ces positions présentent un excès de bruit qui introduit une erreur systématique sur la mesure du rapport de réduction  $R$ . Cette erreur est d'autant plus élevée que les déséquilibres sont importants, et que les faisceaux ont un excès de bruit propre. Elle dépend cependant du signe de la différence d'intensité des deux faisceaux et a alternativement deux valeurs différentes pour des positions de mesure des corrélations successives.

Nous avons vu de plus que l'équilibrage des efficacités quantiques des photodiodes peut être réalisé en équilibrant la différence des niveaux moyens produits par celles-ci lorsque l'on tourne la lame demi-onde.

## ANNEXE 2: ACCORD DE PHASE

Au chapitre précédent, nous avons vu que le gain paramétrique dépend du paramètre  $\Delta k$ .  $\Delta k$  vaut  $k_0 - (k_1 + k_2)$  et représente l'écart à la condition d'accord de phase des trois ondes interagissant par effet non linéaire.  $\Delta k$  doit être le plus petit possible voir nul afin d'avoir un effet paramétrique le plus grand possible. Le vecteur d'onde dépend de l'indice du milieu à la fréquence considérée. L'expression de  $\Delta k$  est donc :

$$\Delta k = n_0(\omega_0)\omega_0 - (n_1(\omega_1)\omega_1 + n_2(\omega_2)\omega_2) \quad (1)$$

avec  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$

Le cristal que nous avons utilisé dans l'oscillateur paramétrique est un cristal de KTP qui est optimisé pour le doublage de fréquence. Dans ce cas les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont égales et valent :

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega_0}{2} \quad (3)$$

L'expression de  $\Delta k$  devient alors :

$$\Delta h = \left[ n_0(\omega_0)\omega_0 - \frac{\omega_0}{2}(n_1(\frac{\omega_0}{2}) + n_2(\frac{\omega_0}{2})) \right] / c \quad (4)$$

$\Delta k$  peut donc s'écrire  $\Delta n \frac{\omega_0}{c}$  avec  $\Delta n$  donné par

$$\Delta n = n_0(\omega_0) - \frac{(n_1(\frac{\omega_0}{2}) + n_2(\frac{\omega_0}{2}))}{2} \quad (5)$$

Dans le cas des milieux isotropes, les trois indices  $n_0, n_1, n_2$  sont égaux quelle que soit la fréquence. La condition à réaliser pour obtenir le phase-matching est :

$$n(\omega) = n(\frac{\omega}{2}) \quad (6)$$

Si les deux fréquences sont situées dans une zone de dispersion normale, les indices décroissent en fonction de la longueur d'onde, et la condition (6) ne peut pas être réalisée.

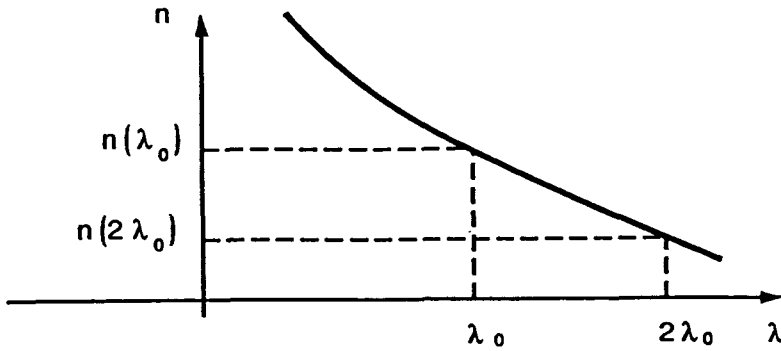


Figure 1 : Dispersion de l'indice en fonction de la longueur d'onde

Par contre dans les milieux anisotropes, il est possible dans certains cas de réaliser la condition d'accord de phase en utilisant la biréfringence du milieu. Afin de pouvoir étudier cette possibilité, nous allons rappeler rapidement les propriétés de la propagation des ondes dans les milieux anisotropes.

B.I. Rappels sur la propagation d'une onde dans les milieux anisotropes

Dans un milieu diélectrique, le champ induit par le champ électrique est représenté par le vecteur  $\vec{D}$  qui a pour expression

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{1}$$

$\vec{P}$  représente la polarisation du milieu. Dans un milieu anisotrope, la polarisation dépend de l'orientation du champ électrique.  $\vec{P}$  est donc relié à  $\vec{E}$  par un tenseur  $\chi$  : appelé tenseur de susceptibilité.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi : \vec{E} \tag{2}$$

$\vec{D}$  peut donc être exprimé directement à partir du champ  $\vec{E}$  par la relation :

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) : \vec{E} = \epsilon : \vec{E} \tag{3}$$

$\epsilon$  : représente le tenseur diélectrique du milieu. Le tenseur est symétrique et donc diagonalisable. Il existe trois axes orthogonaux  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , selon lesquels on a les relations :

$$\begin{cases} Dx = \epsilon_0 \epsilon_x E_x \\ Dy = \epsilon_0 \epsilon_y E_y \\ Dz = \epsilon_0 \epsilon_z E_z \end{cases} \tag{3}$$



Ces trois axes sont appelés axes principaux. Pour une onde plane se propageant dans le milieu, l'indice est défini par :

$$n = \frac{ck}{\omega} \quad (4)$$

où  $k$  est le module du vecteur d'onde et  $\omega$  la pulsation. Les indices principaux ( $n_x, n_y, n_z$ ) sont définis par :

$$n_x^2 = \epsilon_x \quad n_y^2 = \epsilon_y \quad n_z^2 = \epsilon_z \quad (5)$$

Pour une direction de propagation donnée définie par ses cosinus directeurs ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), il existe deux directions de polarisation du vecteur  $\vec{D}$  qui se propagent en restant rectilignes. A chaque polarisation  $\vec{D}'$  et  $\vec{D}''$  correspond un indice  $n'$  et  $n''$  vérifiant l'équation de Fresnel :

$$\frac{n_x^2 \alpha^2}{n^2 - n_x^2} + \frac{n_y^2 \beta^2}{n^2 - n_y^2} + \frac{n_z^2 \gamma^2}{n^2 - n_z^2} = 0 \quad (6)$$

Cette équation admet en général deux racines positives. On peut en donner une représentation géométrique par une surface à deux nappes appelée surface des indices.

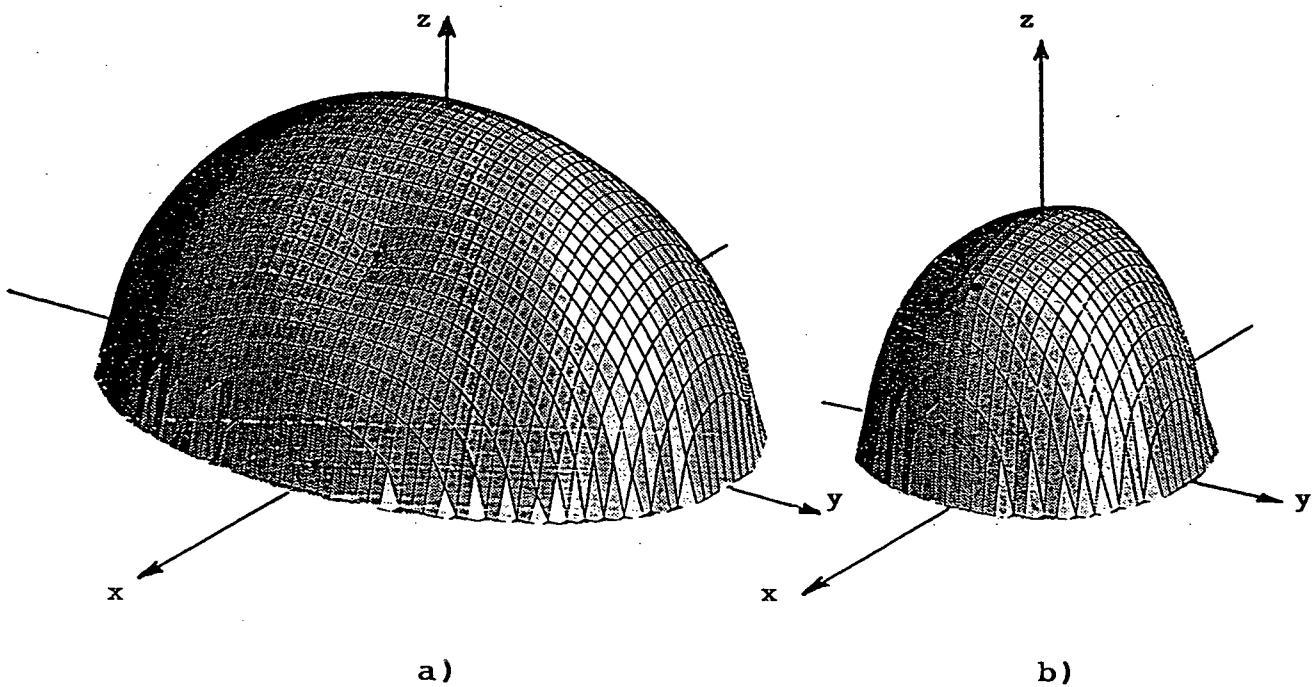
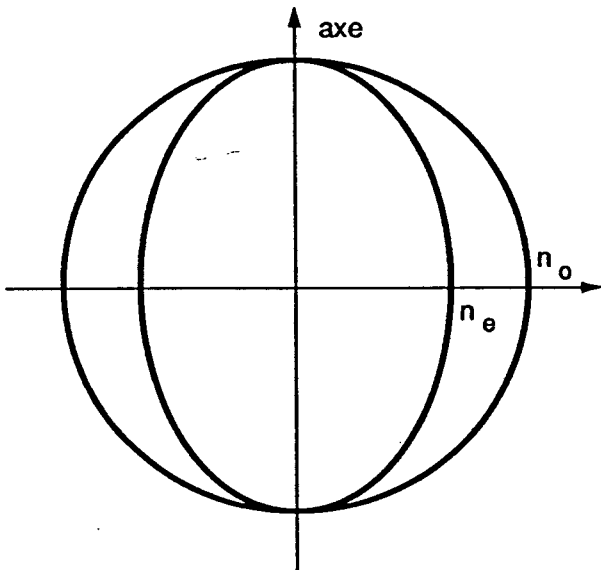


Figure 2 : Surface des indices pour un cristal biaxe

Pour une direction donnée  $(\alpha, \beta, \gamma)$  du vecteur d'onde, les deux indices sont donnés par l'intersection de cette droite avec la surface des indices.

Un milieu où les trois indices principaux sont différents est appelé milieu biaxe. Dans le cas où deux indices principaux sont identiques, la surface de Fresnel devient une surface de révolution autour d'un axe passant par les deux points d'intersection des deux nappes. Le cristal est dit uniaxe.



**Figure 3 : Surface des indices pour un cristal uniaxe**

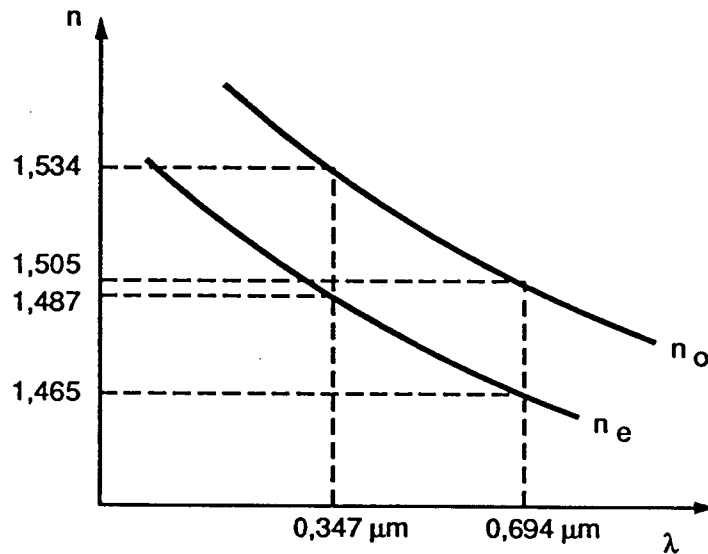
L'indice dépendant de la direction de propagation est appelé indice extraordinaire  $n_e$ . L'autre indice, indépendant de la direction de propagation est appelé indice ordinaire. La surface déterminant l'indice extraordinaire est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe. La surface déterminant l'indice ordinaire est une sphère.

## B.II. Utilisation de la biréfringence pour réaliser la condition d'accord de phase.

Une onde polarisée rectilignement se propageant dans un milieu anisotrope possède deux directions de polarisation propres auxquelles correspondent deux indices différents. Cette propriété est utilisée pour compenser la dispersion d'indice entre la fréquence fondamentale et la fréquence doublée.

### B.II.a Cas du KDP. Phase matching de type I

Le cristal de  $KH_2PO_4$  (KDP) est couramment utilisé pour réaliser le doublage de fréquence. C'est un cristal uniaxe. Les valeurs des indices ordinaires et extraordinaires sont données sur le schéma suivant (cf. Yariv).



**Figure 4 : Utilisation de biréfringence du cristal pour obtenir l'accord de phase de type I**

On voit dans le cas du doublage entre  $0,694 \mu m$  et  $0,347 \mu m$  que la biréfringence donnée par la différence entre l'indice ordinaire et l'indice extraordinaire est supérieure à la dispersion entre ces deux longueurs d'onde. Le faisceau fondamental est polarisé selon la direction ordinaire, le faisceau doublé est polarisé selon la direction extraordinaire. La condition d'accord de phase  $\Delta k = 0$  est dans ce cas la condition d'égalité des indices :

$$n_e(2\omega) = n_o(\omega)$$

Cette condition est réalisée en choisissant convenablement l'angle  $\theta$  entre la direction de propagation des faisceaux et l'axe optique. Cet angle vaut dans ce cas  $\theta_m = 51^\circ$  [19] Ce type de phase-matching où l'un des faisceaux a une polarisation ordinaire et l'autre une polarisation extraordinaire est appelé phase-matching de type I.

### B.II.b. Cas du KTP. Phase matching de type II.

#### B.II.b.1. Cas du doublage de fréquence

Nous avons utilisé un cristal de  $\text{KTiOPO}_4$  (KTP). Nous cherchons à réaliser la condition d'accord de phase entre la longueur d'onde  $1,064\mu\text{m}$  pour les modes 1 et 2 (longueur d'onde fondamentale) et la longueur d'onde 532 nm pour le mode 0 (signal doublé). L'accord de phase est réalisé selon le même principe que pour le KDP. Le KTP étant un cristal biaxe, le calcul général est plus difficile et nécessite l'emploi d'un ordinateur [38]. Il apparaît cependant que l'accord de phase peut être atteint si les trois modes se propagent dans le plan formé par deux axes propres du cristal appelés conventionnellement  $Ox$  et  $Oy$ . L'intersection de ce plan et de la surface des indices est constituée d'un cercle et d'une ellipse qui peuvent être schématisés ainsi :

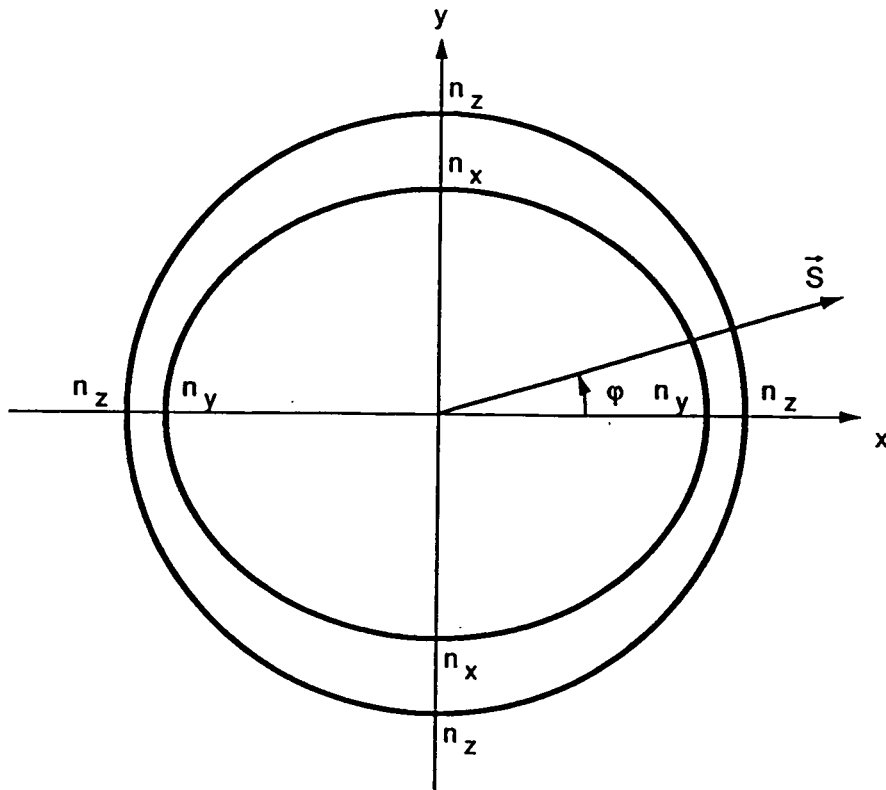


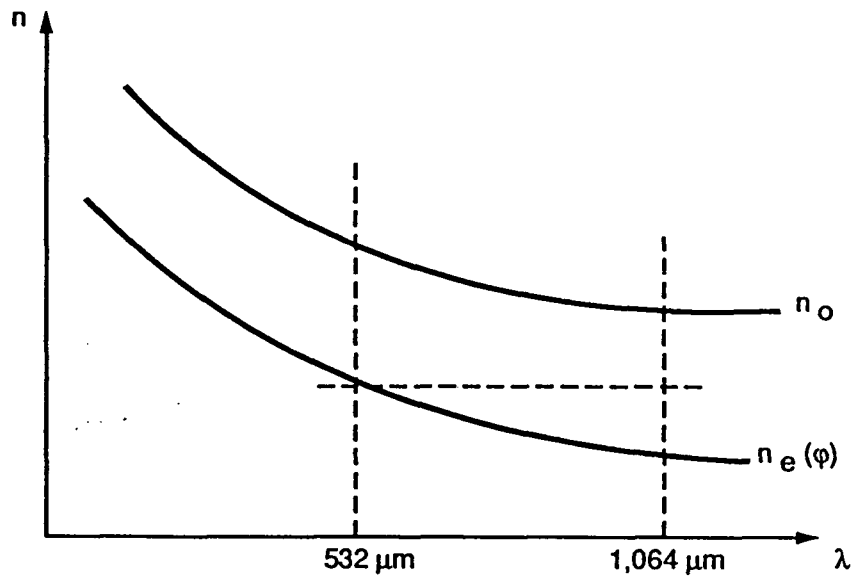
Figure 5 : Courbes des indices du KTP dans le plan (Ox, Oy)

Par analogie avec les cristaux uniaxes, nous appellerons ordinaire la polarisation telle que l'indice vu soit  $n_z$  et extraordinaire telle que l'indice vu soit situé sur l'ellipse. Ce dernier dépendra alors de  $\varphi$ .

Le phase matching sera obtenu si le faisceau doublé est polarisé selon la direction extraordinaire et si les faisceaux à la fréquence fondamentale sont polarisés l'un selon la direction ordinaire et l'autre selon la direction extraordinaire. Ce type de phase-matching est appelé phase matching de type II. La relation vérifiée par les indices est alors :

$$n_e(\varphi, 2\omega) = \frac{n_e(\varphi, \omega) + n_o(\omega)}{2} \quad (1)$$

Cette relation peut être représentée sur le schéma suivant :



**Figure 6 : Utilisation de la biréfringence du cristal pour obtenir l'accord de phase de type II**

La valeur de l'indice extraordinaire en fonction de l'angle  $\varphi$  est donnée par [1] :

$$n_e^2 = n_y^2 \cos^2 \varphi + n_x^2 \sin^2 \varphi \quad (2)$$

Les valeurs des indices sont pour la fréquence fondamentale :

$$n_x = 1,738 \quad n_y = 1,747 \quad n_z = 1,833 \quad (3)$$

et pour la fréquence double

$$n_x = 1,779 \quad n_y = 1,791 \quad n_z = 1,889 \quad (4)$$

Ce qui permet de déduire l'angle de phase matching :

$$\varphi = 21,3^\circ \quad (5)$$

Les indices extraordinaires prennent alors les valeurs :

$$n_e(\omega_0, \varphi) = 1,789 \quad (6)$$

$$n_e\left(\frac{\omega_0}{2}, \varphi\right) = 1,745 \quad (7)$$

En pratique, le doublage est obtenu en envoyant le faisceau fondamental à 45° des axes du cristal. Le faisceau doublé est alors polarisé selon la direction extraordinaire.

### B.II.b.2. Le cas de l'effet paramétrique

Un cristal taillé pour le doublage de fréquence peut être utilisé pour obtenir de l'effet paramétrique. Dans le cas du KTP, le faisceau pompe à 532 nm est polarisé selon la direction extraordinaire. Il engendre alors deux faisceaux l'un polarisé selon la direction extraordinaire, l'autre selon la direction ordinaire. Les fréquences des deux faisceaux bien qu'ayant des valeurs proches n'ont pas à être rigoureusement identiques. Il suffit qu'elles vérifient la conservation de l'énergie (1). L'oscillateur paramétrique réalisé à l'aide de ce cristal fonctionne préférentiellement sur un couple de fréquence  $(\omega_1, \omega_2)$  tel que  $\Delta k$  soit nul, c'est-à-dire :

$$n_0(\omega_0)\omega_0 - (n_1(\omega_1)\omega_1 + n_2(\omega_2)\omega_2) = 0 \quad (8)$$

La fréquence de pompe  $\omega_0$  étant supposée fixe, la dégénérescence est obtenue lorsque :

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega_0}{2} \quad (9)$$

Hors de la dégénérescence, on peut poser :

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2} + \partial\omega \quad (10)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_0}{2} - \partial\omega \quad (11)$$

L'expression (8) devient :

$$n_0(\omega_0)\omega_0 - (n_1\left(\frac{\omega_0}{2} + \partial\omega\right)\left(\frac{\omega_0}{2} + \partial\omega\right) + n_2\left(\frac{\omega_0}{2} - \partial\omega\right)\left(\frac{\omega_0}{2} - \partial\omega\right)) = 0 \quad (12)$$

En jouant sur les indices, il est alors possible de faire varier  $\partial\omega$  autour de zéro. Les indices dépendent de l'orientation du cristal (angle  $\varphi$ ) et de sa température. Cela donne un moyen de faire varier les fréquences de fonctionnement de l'OPO autour de la dégénérescence.

## REFERENCES

- [1] SLUSHER R.E., HOLLBERG L.W., YURKE B., MERTZ J.C. and VALLEY J.F., Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 2409.
- [2] SHELBY R.M., LEVENSON M.D., PERLMUTTER S.H., DE VOE R.G. and WALLS D.F., Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 691.
- [3] WU L.A., KIMBLE H.J., HALL J.L. and WU H., Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 2520.
- [4] WU L.A., MIN XIAO, KIMBLE H.J., J. Opt. Soc. Am. B **4** (1988) 1465.
- [5] MACHIDA S. and YAMAMOTO Y., Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 792.
- [6] RICHARDSON W.H., MACHIDA S. and YAMAMOTO Y., IQEC 90 Post deadline papers QPDP 28.
- [7] HEIDMANN A., HOROWICZ R.J., REYNAUD S., GIACOBINO E., FABRE C. and CAMY G., Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2555.
- [8] DEBUISSCHERT T., REYNAUD S., HEIDMANN A., GIACOBINO E. and FABRE C., Quantum Opt. **1** (1989) 3.
- [9] GIORDMAINE J.A. and MILLER R.C., Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 973.
- [10] AKHMANOV A., KOVRYGIN A.I., PISKARKAS A.S., FADEEV V.V. and KHOHLOV R.V., Sov. Phys.-J.E.T.P. **3** (1966) 372.
- [11] SMITH R.G., JEUZIC J.E., LEVINSTEIN H.J., RUBIN J.J., SINGH S. and VAN UITERT L.G., Appl. Phys. Lett. **12** (1968) 308.
- [12] BYER R.L., OSHMAN M.K., YOUNG J.F. and HARRIS S.E., Appl. Phys. Lett. **13** (1968) 109.
- [13] FAN Y.X., ECKARDT R.C., BYER R.L., NOLTING J. and WALLENSTEIN R., CLEO 89 Post deadline papers PD31.
- [14] EBRAHIMZADEM M. and DUNN H., CLEO 89 Post deadline papers PD30.
- [15] CHENG L.K., BOSENBERG W.R., EDELSTEIN D.C. and TANG C.L., CLEO 89 Post deadline papers PD33.
- [16] SLUSHER R.E., GRANGIER P., LA PORTA A., YURKE B. and POTASEK M.J., Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2566.
- [17] REYNAUD S., Ann. Phys. Fr. **15** (1990) 1.
- [18] BUCKINGHAM M.J., "Noise in Electronics Devices and Systems" p. 38 Ellis Horwood (1983).
- [19] YARIV A., Quantum Electronics, 2d Ed., Wiley, New York (1975).
- [20] HONG C.K., OU Z.Y. and MANDEL L., Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2044.
- [21] BROWN R.G.W., JAKEMAN E., PIKE E.K., RARITY J.G. and TAPSTER P.R., Europhys. Lett. **2** (1986) 279.
- [22] REYNAUD S., Europhys. Lett. **4** (1987) 427.
- [23] BRUHAT G., Cours de Physique Générale : Optique 6ème édition Masson (1965)



- [24] ARMSTRONG J.A., BLOEMBERGEN N., DUCUING J. and PERSHAN P.S., "Interactions between light waves in a nonlinear dielectric", *Phys. Rev.* **127** (1962) 1918.
- [25] BRUNNER W. and PAUL H. "Theory of optical parametric amplification and oscillation" *Progress in Optics XV* (E. Wolf Ed.) North Holland 1977.
- [26] HARRIS S.E., *Proc. IEEE* **57** (1969) 2096.
- [27] SMITH R.G. "Optical parametric oscillators" in *Laser Hand book* 1 p. 837, F.T. ARECCHI and E.O. SCHULZ-DUBOIS Ed. North Holland (1972)
- [28] PANOFSKY W.K.H. and PHILLIPS M. "Classical Electricity and Magnetism" Addison-Wesley 2nd edition (1962).
- [29] LUGIATO L. OLDANO C., FABRE C., GIACOBINO E. and HOROWICZ R., *Nuovo Cimento* **10D** (1988) 959.
- [30] REYNAUD S. and HEIDMANN A., *Opt. Commun.* **71** (1989) 209.
- [31] FABRE C., GIACOBINO E., HEIDMANN A., LUGIATO L., REYNAUD S., VADACCHINO M. and WANG KAIGE, *Quantum Opt.* **2** (1990) 159.
- [32] COHEN-TANNOUJDI C., DUPONT-ROC J. and GRYNBERG G., "Photons et Atomes", InterEditions/Editions du CNRS (Paris 1987).
- [33] HEIDMANN A., Thèse Univ. P. et M. Curie (1984).
- [34] FABRE C., GIACOBINO E., HEIDMANN A. and REYNAUD S., *J. Phys.* **50** (1989) 1209.
- [35] COURTOIS J.Y., SMITH A., FABRE C., REYNAUD S., à paraître dans *Journal of Modern Optics*.
- [36] REYNAUD S., FABRE C. and GIACOBINO E., *J. Optical Society Am. B* **4** (1987) 1520.
- [37] ZUMSTEG F.C., BIERLEIN J.D. and GIER T.E., *J. Appl. Phys.* **47** (Nov. 1976) 4980.
- [38] YAO J.Q. and FAHLEN T.S., *J. Appl. Phys.* **55** (Janv. 1984) 65.
- [39] SHEN Y.R., *The principles of Non-Linear Optics* Wiley (1984).
- [40] BOYD G.D. and KLEINMAN A., *J. Appl. Phys.* **39** (1968) 3597.
- [41] KOGELNIK H. and LI T., *Applied Optics* **5** (1966) 1550.
- [42] BOYD G. and ASHKIN A., *Phys. Rev.* **146** (1966) 187.
- [43] D'après un montage dû à Ph. Grangier.
- [44] CAMY G., Thèse univ. Paris XIII (1985).
- [45] BARGER R.L., SOREM M.S. and HALL J.L., *Appl. Phys. Lett.* **22** (1973) 573.
- [46] Gracieusement fournies par la Société THOMSON-CSF.
- [47] AYTUR O. and KUMAR P., IQEC 90 Postdeadline papers QPDP 27.
- [48] SIEGMAN A.E. "Lasers" Oxford University Press (1986).
- [49] RICHARDSON M.C. "Lasers : Physics, systems and techniques" p.1, *Proc. of the 23rd Scottish Universities Summer School in Physics*.
- [50] CHESLER R.B. and GEUSIC J.E., "Solid-State Ionic Lasers" in *Laser Handbook* 1 p. 325 F.T. ARECCHI and E.O. SCHULZ-DUBOIS Ed., North-Holland (1972).

- [51] DREVER R.W.P., HALL J.L., KOWALSKI F.V., HOUGH J., FORD G.M., MUNLEY A.J. and WARD H., *Appl. Phys. B.* **31** (1983) 97.
- [52] HANSCH T.W. and COUILLAUD B., *Opt. Commun.* **35** (1980) 441.
- [53] BORN M. and WOLF E., *Principles of Optics* (Pergamon, Oxford, (1970) Chap. 7.6.
- [54] SNYDER J.J., GIACOBINO E., FABRE C., HEIDMANN A. and DUCLOY M., à paraître dans *J. Opt. Soc. Am. B.*
- [55] GRANGIER Ph., SLUSHER R.E., YURKE B. and LA PORTA A., in "Squeezed and Non-classical light", p. 253 P. Tombesi and E.R. Pike ed. Plenum Press (1989).
- [56] NABORS C.D., YANG S.T., DAY T. and BYER R.L., *J. Opt. Soc. Am. B* **7** (1990) 815.
- [57] MERTZ J., HEIDMANN A., FABRE C., GIACOBINO E. and REYNAUD S., *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 2897

## RESUME :

Ce mémoire présente une expérience d'optique quantique basée sur l'utilisation de l'Oscillateur Paramétrique Optique (O.P.O.). Une particularité de l'effet paramétrique est de créer des paires de photons jumeaux. L'O.P.O. engendre donc deux faisceaux dont les fluctuations quantiques d'intensité sont fortement corrélées.

La première partie donne une étude détaillée de son fonctionnement : conditions d'oscillation, intensité et fréquence des faisceaux produits. On détermine ensuite les caractéristiques des fluctuations quantiques des deux faisceaux.

Dans la seconde partie, nous décrivons le montage expérimental permettant de produire ces faisceaux jumeaux et de mesurer leur corrélation. Nous avons ainsi obtenu une réduction du bruit quantique de 69% dans une bande-passante de 12 MHz sur la différence des intensités des deux champs.

Dans la troisième partie, nous nous intéressons aux propriétés des faisceaux jumeaux lorsque l'O.P.O. fonctionne au voisinage de la dégénérescence. Nous décrivons le laser Nd:YAG doublé et le montage expérimental qui ont permis d'observer le battement entre les deux faisceaux.